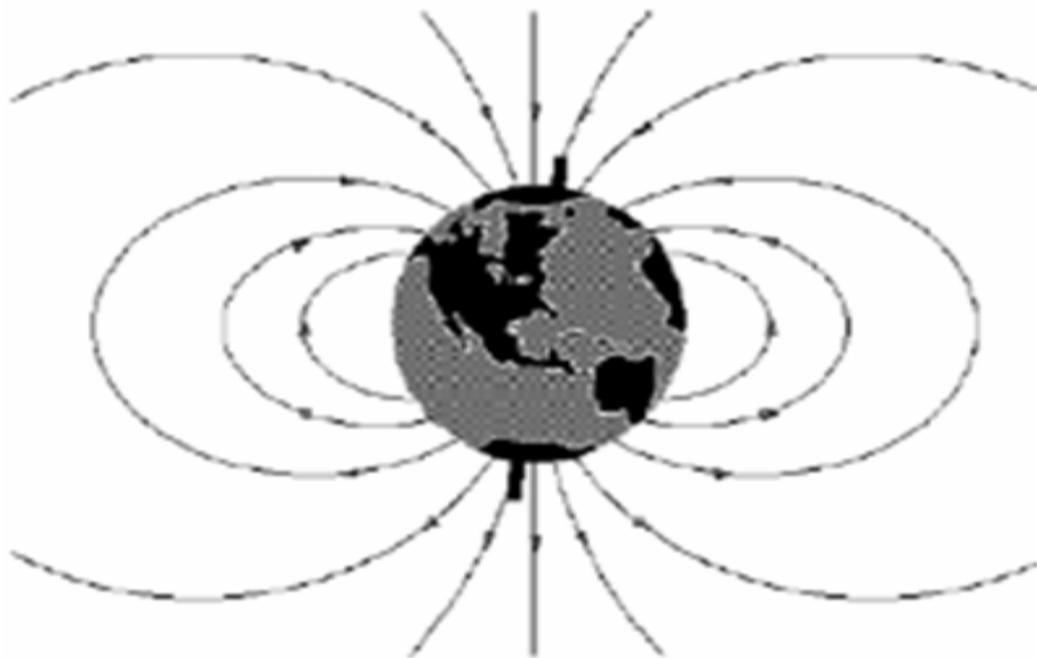


В. Е. Поляков

# Первичные преобразователи

Учебное пособие



Санкт-Петербург  
Издательство СЗТУ  
2007

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РФ

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЗАОЧНЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт приборостроения и систем обеспечения безопасности  
Кафедра приборов контроля и систем экологической безопасности

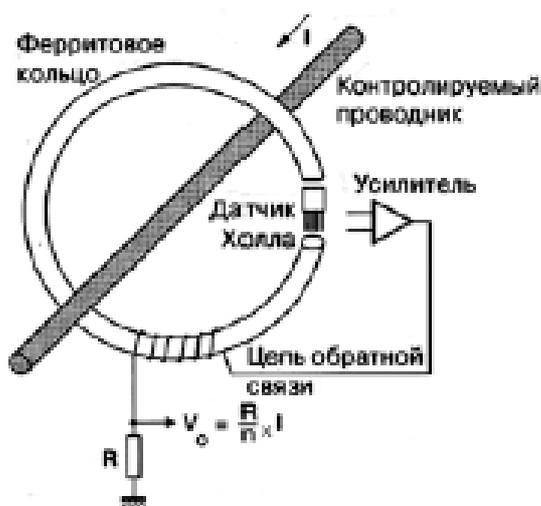
В. Е.Поляков

# Первичные преобразователи

Учебное пособие

Часть I

**Преобразователи механического сигнала,  
конденсаторные и пьезоэлектрические преобразователи**



Санкт-Петербург  
Издательство СЗТУ  
2007

Утверждено редакционно–издательским советом университета  
УДК 62-791.2 (035.5)

**Поляков В. Е.** Первичные преобразователи: учебное пособие, часть I /В. Е. Поляков. СПб.: Изд-во СЗТУ, 2007.- 234 с.

Учебное пособие разработано в соответствии с требованиями государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования по специальности 200101.65 – «Приборостроение» и направлению подготовки бакалавра 200100.62 – «Приборостроение».

Дисциплина охватывает основные классы первичных преобразователей, включающих в себя понятия передаточной функции, чувствительности преобразователей к измеряемой физической величине, схеме включения в измерительную цепь, некоторые варианты использования первичных преобразователей в контрольно-измерительных приборах и их конструктивные особенности.

Учебное пособие состоит из двух частей. Первая часть посвящена изучению преобразователей механического сигнала, конденсаторных и пьезоэлектрических преобразователей. Во второй части рассматриваются фотоэлектрические, термоэлектрические, проволочные, реостатные, электромагнитные и электронно-механические преобразователи, а также преобразователи на основе перепада давления и измерители давления.

Учебное пособие предназначено для студентов специальности 200101.65 – «Приборостроение», специализации : 200101.65-05 - «Контрольно-измерительные приборы и системы» и 200101.65-20 - «Приборы и системы таможенного экспортного и импортного контроля».

Рецензенты: кафедра приборов контроля и систем экологической безопасности СЗТУ - зав. каф. А. И. Потапов, д-р техн. наук, проф.;

-В. А.Тарлыков, д-р техн. наук, проф. кафедры квантовой электроники и биомедицинской оптики Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики; А. А. Сарвин, д-р техн. наук, проф., зав. каф. Автоматизации производственных процессов, директор института системного анализа, автоматизации и управления СЗТУ.

© Северо-Западный государственный заочный технический университет,  
2007

© Поляков В. Е., 2007

## Предисловие

Современный этап развития человечества характеризуется огромными потоками информации, циркулирующей во всех сферах его деятельности. Если в середине XIX века увеличение объёма информации за 50 лет происходило вдвое, то в начале XX века его удвоение происходило уже за 20 лет, а в начале 80-х годов этот срок уменьшился до 3-4 лет. Поэтому XX век был назван веком информации.

Важную роль среди различных видов информации играет измерительная информация, которая несёт количественную оценку состояния технологических процессов, характеристик изделий, результатов научных исследований, параметров окружающей среды, физиологического состояния человеческого организма и т. д.

Автоматизация технологических процессов, эффективное управление различными агрегатами, развитие научных исследований требуют измерений разнообразных физических величин. О количестве и разнообразии физических величин можно судить по тому факту, что система единиц СИ включает в себя 7 основных, 2 дополнительных и 113 производных единиц, в том числе пространства и времени 6, механических 14, электрических 4, магнитных 40, тепловых 11, световых 15, акустических 14, ионизирующих излучений 2, молекулярной физики и физической химии 11.

Различные физические величины имеют существенно разную физическую природу, поэтому отличаются методы и средства их измерений. Для удобства разработки или выбора тех или иных методов и средств измерений все физические величины делят на электрические, магнитные и неэлектрические.

Характерной особенностью современных измерений является то, что не только электрические и магнитные, но и большинство неэлектрических величин измеряются электрическими методами, т.е. путем

предварительного преобразования неэлектрической величины в электрическую.

Это обусловлено следующими достоинствами:

- электрические величины удобно передавать на расстояние, причём передача осуществляется с высокой скоростью;
- электрические величины универсальны в том смысле, что любые другие величины могут быть преобразованы в электрические и наоборот;
- электрические величины легко точно и быстро преобразуются в цифровой код;
- электрические измерения позволяют достигнуть высокой точности и быстродействия средств измерений.

Получение измерительной информации связано с использованием контрольно-измерительных приборов, основными узлами которых являются первичные преобразователи.

Целью преподавания дисциплины «Первичные преобразователи» является подготовка инженеров, знакомых с методами выбора первичных преобразователей контрольно-измерительных средств и имеющих достаточную квалификацию для эксплуатации и проектирования контрольно-измерительных преобразователей.

Основные задачи, стоящие перед студентами при изучении дисциплины «Первичные преобразователи» включают в себя: освоение теории преобразования физических величин; принципов построения и проектирования первичных преобразователей; схем включения первичных преобразователей в измерительные цепи; привитие навыков экспериментирования в области механических величин и параметров электрическими методами.

Дисциплина «Первичные преобразователи» базируется на знаниях, полученных при изучении общетеоретических дисциплин, в том числе: «Высшая математика», «Физика», «Теоретическая механика», «Теоретические основы электротехники», «Теория электромагнитного поля», «Сопротивление материалов» а также общеинженерных дисциплин: «Теория механизмов и машин», «Детали приборов», «Взаимозаменяемость,

стандартизация и технические измерения», «Основы метрологии, точность и надежность», «Элементы точных приборов».

Знания, полученные при изучении дисциплины «Первичные преобразователи», используются в дисциплинах «Электронные устройства контроля и микропроцессоры», «Теория и проектирование автоматизированных контролируемых систем», «Физические методы контроля параметров окружающей среды, веществ, материалов и изделий».

Учебно-методическое пособие «Первичные преобразователи» состоит из двух частей.

В первой части (гл.1-5) особое внимание уделяется теории первичных преобразователей, формулируются определения и терминология, рассматриваются принципы преобразования физических величин и приводится классификация первичных преобразователей (гл.1). В следующих четырех главах достаточно подробно рассматриваются преобразователи механического сигнала, включающие преобразователи силы, давления, деформаций, датчики линейных перемещений и угла поворота.

При описании конденсаторных (емкостных) преобразователей рассмотрены датчики с переменным зазором, переменной площадью пластин конденсаторов, а также некоторые накладные конденсаторные преобразователи.

Глава «Пьезоэлектрические преобразователи» включает в себя теорию пьезоэлектричества, описание различных видов пьезоэффекта, пьезоэлектрических материалов и конструкций пьезоэлектрических преобразователей.

Во второй части учебно-методического пособия (гл.1-8) рассмотрены фотоэлектрические, термоэлектрические, проволочные и реостатные, электромагнитные и электронно-механические преобразователи. Там же приведены принципы построения и конструктивные характеристики преобразователей на основе перепада давления и измерителей давления с электрическим и пневматическим выходными сигналами.

Во всех случаях при рассмотрении различных типов преобразователей особое внимание уделяется передаточной функции, чувствительности преобразователей к измеряемой физической величине, схемам включения в измерительную цепь. Приводятся некоторые варианты использования первичных преобразователей в контрольно-измерительных приборах и их конструктивные особенности.

Автор выражает свою благодарность и признательность студентам-дипломникам университета Криницыной Е.С. (г. Выборг), Сенько В.В. (г. Пушкин) и Кравченко Н.А. (г. Санкт-Петербург) за помощь, оказанную при написании и оформлении учебно-методического пособия «Первичные преобразователи».

<b>О Вы, которых ожидает</b>	<b>О, ваши дни благословенны!</b>
<b>Отечество от недр своих</b>	<b>Дерзайте, ныне ободренны</b>
<b>И видеть таковых желает,</b>	<b>Раченьем вашим показать,</b>
<b>Каких зовет от стран чужих,</b>	<b>Что может собственных Платонов</b>
	<b>И быстрых разумом Невтонов</b>
	<b>Российская земля рождать.</b>

**М.В.Ломоносов. «Ода на день восшествия на всероссийский престол ее величества государыни императрицы Елисаветы Петровны 1747 года»**

## **Введение**

Датчики (преобразователи), в качестве связующего звена, между окружающим миром и современной техникой становятся важным фактором в автоматизации и робототехнике и приобретают в качестве составного элемента системной компоненты все большее значение. Сенсоры (датчики) служат также для получения информации об окружающем мире или о специальных параметрах процесса и представляют собой те компоненты системы, которые воспринимают информацию из процесса или окружающего мира и делают ее доступной для обработки. При этом за последние годы значимость датчика в терминах расширения его области применения значительно возросла.

### **Принципы классификации датчиков**

Классификацию датчиков можно произвести в соответствии с принципом действия, задачей и областью применения. Классификация в зависимости от представления соответственно предварительной обработки выходного сигнала датчика осуществляется с учетом степени проникновения принципов цифровой обработки и интеграции с помощью последующих ступеней обработки, в соответствии с этим имеем, в частности:

- аналоговые датчики преобразуют неэлектрическую измеренную

величину в амплитудно-аналоговый электрический сигнал и работают с линейным или нелинейным преобразованием, температурной компенсацией и линеаризацией,

- цифровые датчики преобразуют неэлектрическую измеренную величину в цифровой выходной сигнал (непосредственно или косвенно через аналоговый выходной сигнал),

- частотно-аналоговые или псевдоцифровые датчики преобразуют измеренную величину в частоту, соответственно, длительность периода выходного сигнала (непосредственное или косвенное преобразование),

- двоичные датчики сообщают о достижении заданного порогового значения (граничного значения),

- мультидатчики (многоэлементные сенсоры) одновременно регистрируют несколько измеренных величин,

- умные или интегральные датчики уже берут на себя часть обработки сигнала измеренного значения (коррекция нуля, нелинейностей и температурных ошибок, сравнение с заданным значением, связь с исполнительными элементами). Интегральные датчики, выпускаемые в последнее время, имеют следующие преимущества:

- расширенный функциональный диапазон,

- улучшенное согласование с задачей (избирательность),

- подавление влияний помех,

- линеаризация измерений величины,

- снижение стоимости датчика и оценочной электроники. Интегрируемые, в принципе, такие датчики, которые совместимы с техникой интегральных схем. Сюда относятся:

- датчики, которые могут быть изготовлены с помощью технологичной техники, и при этом пленки могут быть нанесены на слои, например, датчики на сопротивлениях (платиновых) для температурных измерений, состоящие из слоев в качестве фотосопротивлений и слоев - в качестве пьезоэлементов,

- датчики, которые состоят из элементно-полупроводникового материала

и которые, при этом, совместимы с технологией (с технологией интегральных схем), т.е. соответственно, канално, (т.е. стружечно) или биполярно - совместные датчики. Наивысший уровень развития имеют умные (интеллигентные) датчики, которые в блоке или корпусе объединяются с микропроцессором. Упрощение программирования, тестовой проверки и режима работы, обеспечение надежности информации за счет добавления избыточности, предварительной обработки и подготовки измерительных сигналов, а также универсальность и модифицируемость - таковы основные преимущества таких датчиков. Дополнительными требованиями, которые оказывают влияние на развитие в области датчиков, являются следующие:

- бесконтактная регистрация измеряемых величин,
- возможность индикации (связанная с каждым конкретным случаем) измеряемых величин,
- нечувствительность по отношению к влияниям окружающего мира,
- большой диапазон регистрируемых измеряемых величин,
- большой диапазон рабочих температур,
- возможность миниатюризации ,
- возможность изготовления с помощью современной технологии техники полупроводников.

### **Конструкция и принципиальное строение датчиков**

Датчик состоит из собственно элементарного датчика, измерительного щупа и сигнальнообрабатывающей электроники, которая может быть связана с датчиком различным образом.

Собственно датчик - это такой элемент, который количественно регистрирует определенное свойство субстанции, соответственно, процесса. Субстанция может быть твердой, жидкой или газообразной и находиться в статическом или динамическом состоянии (переход, процесс). Количественно регистрируемое свойство может иметь различный характер и иметь механическую, термическую, электромагнитную или химическую

природу. В соответствии с принципом действия и постановкой задачи датчик выполняет преобразование регистрируемого свойства или параметра состояния в электрическую оцениваемую величину, которая большей частью является параметром самого датчика. Отсюда может быть получен электрический сигнал который является оцениваемым, имеет возможность последующей передачи к центральному оценочному блоку или индикации, может быть передан дальше (в частности в виде радиосигнала), а также может быть оцифрован, для реализации этих требований (задач) используются различные принципы действия и физические эффекты. Датчик может находиться в контакте с контролируемой или измеряемой субстанцией, или работать на бесконтактном принципе. Диапазон используемых принципов действия может постоянно расширяться, а действующие методы оптимизироваться. Первоначально использовались преимущественно датчики, которые использовали изменение сопротивления проводника в зависимости от температуры, емкостное или индуктивное влияние или пьезоэффект, теперь же эффекты Холла и Ваганда, оптоэлектронный эффект и эффект излучения, радиации дают новые точки зрения и возможности. Как в современной технике производства, так и в промработах можно также найти визуальные и контактные (контактно-ощупывающие, осязательные) датчики. Дальнейшую группу представляют слуховые датчики. Для экономического производства датчиков в больших количествах (крупных партиях) и в малом числе рабочих этапов можно зачастую обратиться к уже освоенным или осваиваемым технологиям, таким, как те, которые были созданы для производства электронных элементов. Сюда относится технология кремниевых стружек во всей своей общности, тонкослойная, толстослойная и гибридная технологии, пленочная технология и стекловолоконная (оптическая).

Твердые датчики состоят из различных материалов, которые с помощью использования известных и новых специальных эффектов могут выполнять конкретные задачи. При этом можно различать 3 основные группы:

- металлостойкие датчики, которые используются для измерения температуры (платиновые сопротивления), для измерения давления (металлические тензорные датчики) и для обнаружения (определения величины) магнитного поля,

- полупроводниковые датчики из монокристаллического (а недавно и из поликристаллического) кремния и других полупроводниковых материалов,

- датчики из спецматериалов, которые состоят из различных, сложносоставных материалов и служат для измерения спецпараметров окружающего мира (обнаружение специальных химических соединений, смесей газов и жидкостей).

### **Основные требования к датчикам**

Наряду со специальными требованиями, связанными с соответствующей постановкой задачи, к датчикам предъявляются следующие основные требования, которые удовлетворяются различным образом, в зависимости от используемого принципа действия и конструкции датчика:

- линейное преобразование регистрируемой величины в оцениваемый сигнал,

- большая чувствительность,

- способность к перегрузкам,

- малая температурная чувствительность,

- широкий диапазон рабочих температур,

- высокая прочность в отношении температурных колебаний,

- высокая сопротивляемость по отношению к коррозии,

- высокая надежность,

- оптимальность (удобство) в отношении реализации конструкции (размеры, вес, адаптивность к условиям задачи и месту регистрации, монтаж),

- малая чувствительность к внешним помехам (колебания, вибрация,

толчки, другие характеристики исследуемой субстанции),

- высокая экономичность при изготовлении и использовании.

### **Принципы действия**

В зависимости от конструкции и функции датчики используют различные принципы действия и эффекты, к которым в качестве основных можно отнести изменение сопротивления или проводимости в зависимости от измеряемой величины, емкостные или индуктивные изменения, оптоэлектронные и пирозлектрические эффекты, эффекты Холла, Ваганда, пьезоэффекты, оптиковолоконные, контактные (касательные, осязательные) или слуховые эффекты.

### **Изменение сопротивления**

Для регистрации различных измеряемых величин (давления, температуры, излучения) можно использовать изменение сопротивления в зависимости от различных физических параметров. Наиболее известным примером этому служат тензометрические ленты, принцип действия которых основывается на механической деформации проводника. Тензометрические ленты изготавливаются из металла, а (недавно) также из моно- или поликристаллического кремния. Они применяются также для определения малых усилий и давлений. Новым является также температурный датчик, который использует изменение сопротивления расширения определенной контактной зоны. При этом с повышением температуры подвижность свободного носителя нагрузки в среде снижается, а специальное сопротивление датчика возрастает.

Термисторы состоят из керамики, при этом исходными материалами служат окись марганца, никеля, железа, меди и др. За счет специальных способов изготовления (агломерация, спекание) можно существенно повлиять на основные параметры. Измерение температуры на поверхности и внутри твердых тел, жидкостей и газов, а также индикация выхода за

пределы верхних или нижних граничных температур - таковы типичные случаи применения, к которым относятся также температурная компенсация компонентов и схем. С помощью температурной зависимости сопротивления термисторов можно измерить уровень жидкости в сосудах (состояние наполненности) или в потоках.

С помощью оцениваемого изменения сопротивления можно регистрировать различные величины. При этом существуют тенденции к перенесению (интерполяции) на другие параметры и задачи с помощью новой технологии классических и известных методов измерений определенных величин и параметров с помощью соответствующих мощных датчиков. Примером этому служит болометр, который используется в качестве детектора инфракрасных лучей. Исследуемое, подлежащее обнаружению излучение превращается в тепло и приводит к повышению температуры золотого слоя, сопротивление которого при этом изменяется. На основе тонкослойной технологии можно реализовать датчики с чрезвычайно малой теплоемкостью и высокой чувствительностью, которые могут также использоваться для наблюдения Земли из космоса.

Высокая чувствительность измерений, хорошая линейность, малые размеры и экономичность изготовления - таковы преимущества пьезорезистивных датчиков давления, которые могут быть изготовлены для большого диапазона давлений. Их можно интегрировать с дополнительными функциями, такими, как, например, следящее усиление и температурная компенсация. Такой датчик состоит из квадратной (6 мм) кремниевой стружки с односторонне-вытравленной, тонкой круглой напорной мембраны, на которой размещаются (с помощью ионной имплантации) и сопротивления, включенные последовательно. Прогиб мембраны при наличии давления обуславливает появление (вследствие изменения сопротивления) выходного напряжения, пропорционального приложенному давлению, с помощью изменения сопротивления можно также измерять ускорение. Датчик ускорения состоит из слоистой структуры стекло-кремний-стекло, при этом

между двумя стеклянными покрытиями двигается односторонне напряженный язычок. Сопротивление язычка изменяется в зависимости от ускорения. Элемент сопротивления, значение которого изменяется в зависимости от нагруженной влажности может быть использован для построения датчика влажности, который состоит из окиси цинка, окиси хрома или окиси лития. Составные части спекаются с тем, чтобы образовать керамические сопротивления. В датчиках, которые работают на принципе изменения сопротивления, недавно стал применяться поликристаллический кремний. При этом, по сравнению с монокристаллическим кремнием, получается большая надежность. Из поликристаллического кремния можно изготовить так называемые многоцелевые датчики, которые применяются в одной основной конструкции для регистрации различных параметров таких, например, как давление, температура, излучение и магнитные поля.

### **Изменение емкости**

Мощность конденсатора можно изменять за счет его площади, поверхности и расстояния (пластинчатый конденсатор) его длины (трубчатый конденсатор) и его диэлектрических контактов. При этом снова можно регистрировать различные механические параметры. Сюда относятся также расходные измерения, например, непрерывное измерение толщины ленты пластиковой пленки или других материалов, измерение давления и влажности.

### **Пьезодатчики**

При применении пьезоэффекта для реализации пьезодатчиков используют так называемый прямой (непосредственный) пьезоэффект, под которым понимается такое явление, когда при воздействии усилий на тело из соответствующего материала, на его внешних поверхностях появляются положительный и отрицательный заряды, так как, между ними появляется электрическое напряжение, которое в определенных границах

пропорционально механической нагрузке. Высокая напорная прочность (сопротивляемость давлению, сжатию), термостойкость, малое влияние температуры на параметры, высокая линейность и малый гистерезис, а также достаточный выход (по напряжению) - таковы характеристики, к которым стремятся в области пьезодатчиков.

В зависимости от положения осей кристаллов пьезоматериала по отношению к воздействию усилию различают продольный (отвод заряда с поверхностей приложения усилия) и поперечный пьезоэффект (отвод заряда с поверхностей, которые не соприкасаются с приложенным усилием).

Важнейшими пьезоэлектрическими материалами являются кварцы, литий ниобат и литий танталат.

Далее, хорошо зарекомендовала себя, также поликристаллическая пьезокерамика (например, цирконо-титанат свинца), которая изготавливается с помощью спекания порошковых смесей. Новыми являются пластиковые пленки для крупноповерхностных датчиков давления. На основе своих характеристик пьезодатчик в качестве датчика давления может применяться для различных целей, например, в качестве звукоснимателя в проигрывателях, импульсного датчика (щупа) и в микрофонах. Современные пьезодатчики имеют непосредственно на сенсорном элементе преобразователь полного сопротивления с тем, чтобы исключить нежелательное влияние измерительного кабеля. Предпочтительными измеряемыми параметрами являются давление, сила, ускорения, каждое из которых вызывает в пьезоматериале изменение распределения зарядов.

### **Датчики, работающие на принципе эффекта Холла**

Эффект Холла основан на взаимодействии тока и внешнего магнитного поля. Напряжение с датчика, работающего на принципе эффекта Холла пропорционально магнитной индукции внешнего магнитного поля. Для конструкции таких датчиков применяются Ш-И полупроводниковые

соединения. В таком датчике в одном блоке можно также добавочно интегрировать следующие функции, к которым могут принадлежать регулируемый источник тока для датчика и соответствующие схемы дешифрации (оценки) напряжений Холла (усилитель, триггер). Датчики Холла работают с малыми магнитами, которые крепятся на исследуемых (контролируемых) механических деталях. Небольшой магнит на вращающейся части (детали) или подвижная деталь вместе с датчиком Холла позволяют осуществить конструкцию измерителей числа оборотов, регуляторов числа оборотов, управляющих схем для бесколлекторных (электронных) двигателей, пусковых схем, сортирующих и количественных управляющих устройств, функциональных схем в подающих (питающих) установках, идентификацию продуктов и др.

### **Датчики Ваганда**

Эффект Ваганда появляется в специальной предварительно обработанной проволоке и выражается в изменении направления намагниченности проволоки (провода) под влиянием изменяющегося магнитного поля. Изменение направления намагниченности в проволоке можно детектировать с помощью катушки. Таким образом, датчик Ваганда является магнитным датчиком, который применяется для измерения числа оборотов, расхода жидкости, в качестве импульсного датчика, датчика близости и в клавиатурах. Большим преимуществом является то, что он имеет относительно высокую амплитуду (5В) выходного сигнала.

### **Оптоэлектронные датчики**

Оптоэлектронные датчики (фотодатчики) являются оптоэлектронными элементами (компонентами), которые воспринимают падающее на них излучение преимущественно видимого спектра или области инфракрасного излучения электромагнитного спектра и превращают его в соответствующий электрический сигнал. Сюда относятся фотосопротивления, фотодиоды и

фотоэлементы, фототранзисторы, фотополевые транзисторы и фототеристоры. Они применяются как в качестве отдельного датчика, так и в случае фотодиодов многоэлементного датчика с помощью линейного или поверхностного (плоскостного) расположения нескольких датчиков.

**Осязательные датчики** заимствованы из ощущений человека и дополняют диапазон различных датчиков в отношении возможно полного восприятия окружающего мира. Осязательные (касательные) датчики могут применяться для получения большей измерительной точности, чем дают визуальные датчики при одновременно меньших затратах на измерения и оценку, и могут применяться в промышленности отдельно или вместе с промроботами для выполнения различных задач таких, как, например, обеспечение тонкой высокой чувствительности при обеспечении материалом, заготовками, при выполнении манипуляций и задач по контролю, проверке, адаптации при переходе на большие работы допуска, распознавании неупорядоченных объектов и распознавании окружающих объектов там, где невозможно применение датчиков других типов (под водой). Они счищаются тензометрическими лентами, ножницами из эластомерных пластмасс, электропроводимыми резиновыми материалами или пластиками. **Акустические или слуховые датчики** реализуются в виде микрофонов, датчиков ускорения, датчиков колебаний, вибрации, их можно также причислить к вышеупомянутым типам.

В табл. 1 приведены некоторые типы преобразователей, указаны принципы их действия и возможности для измерения различных физических величин.

**Датчики и возможности их использования (выбор)      Таблица 1**

Принцип действия (тип датчика)	Измерительно-регистрационные возможности
Изменение сопротивления (тензометрические датчики, силовые линии, нагревательные элементы, полупроводниковые датчики, металлические пружины с тонкослойным элементом)	Сила, масса, давление, расход, ускорение, путь, растяжение, состояние наполнения, температура, влажность, вращающий момент, обнаружение газа
Емкостной датчик	Сила, масса, давление, расход, ускорение, путь, состояние наполнения, влажность, число оборотов, вращающий момент
Индуктивный датчик	Сила, масса, давление, расход, ускорение, путь, угол, число оборотов, вращающий момент, состояние наполнения, число деталей, близость, магнитное поле
Датчики Холла	Путь, угол, число оборотов, сила, магнитное поле, положение
Пьезодатчики	Давление, сила, ускорение
Датчики Ваганда	Перемещение, положение
Оптоэлектронные датчики	Излучение (оптический спектр, инфракрасный, ультракоротковолновой, рентгеновский спектр), дым (огонь, путь, угол, число оборотов, расход, загрязненность воды, движение, вращающий момент, направление вращения и др., светопараметры, параметры излучения).

## Окончание таблицы 1

Пароэлектрические датчики Фотодатчики	Дым/огонь тепловое распределение Фотоснимки и оценка изображений, распознавание объектов, идентификация, удаление, проверка видимости.
Осязательные (касательные датчики)	Давление, сила, позиция, положение, распознавание объектов

# Глава 1. ПЕРВИЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ В КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

## 1.1. Определение понятия «ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ»

Измерительный **преобразователь** (датчик) является прибором, который преобразует измерение одной величины в измерение другой. В терминах электроники измерительный преобразователь определяется обычно как прибор, преобразующий неэлектрическую физическую величину (называемую **измеряемой физической** величиной) в электрический сигнал, или наоборот. Имеются, конечно, и исключения из правила.

Отсюда следует, что измерительные преобразователи используются в электронных системах, т. е. в технических устройствах с электрическим сигналом, отображающим результат измерений или наблюдений. С другой стороны, измерительный преобразователь может быть использован на выходе системы, чтобы, скажем, генерировать механическое движение в зависимости от электрического управляющего сигнала. Примером реализации преобразователей является справочная система, в которой микрофон (входной преобразователь) превращает звук (измерительную величину) в электрический сигнал. Последний усиливается, а затем поступает громкоговоритель (выходной преобразователь), воспроизводящий звук существенно более громкий, нежели тот, который воспринимал микрофон.

Довольно часто измеряемая величина согласно ее определению просто измеряется электронной системой, а полученный результат только отображается или запоминается. Однако в некоторых случаях измерения образуют входной сигнал управляющей схемы, которая служит либо для регулирования измеряемой величины относительно некоторого заранее установленного уровня, либо для управления переменной величиной в соответствии с измеряемой. Несмотря на очевидное частичное дублирование

измерительных преобразователей в этих двух примерах, принято различать эти области использования преобразователей, называя их соответственно **контрольно-измерительное оборудование и управляющее**. В свою очередь, эти две области подразделяются на телеметрическое контрольно - измерительное оборудование (в котором измерительные системы используются совместно с радиолиниями связи между преобразователем и устройствами отображения информации), химический анализ (при котором система используется для того, чтобы определить и отразить относительное содержание составляющих смесь веществ), процесс управления (в котором производственный процесс, например прокат стали, контролируется и управляется) и т. д.

На рис. 1.1.1, *а* представлены основные составляющие типичной контрольно-измерительной системы. Безусловно, не все они должны иметь место в каждом конкретном случае применения этих систем. На рис.1.1.1, *б* изображена в упрощенном виде типовая система управления. В сущности, часть системы управления является контрольно-измерительной системой. Измерительные преобразователи и схемы сопряжения их с другим оборудованием систем (интерфейсы) следует рассматривать с общих позиций, хотя в дальнейшем будут сделаны ссылки на конкретные области их использования.

Одним из самых первых датчиков, получивших широкое распространение в практике измерений и, как это неудивительно, применяемых до сих пор, является крешерный прибор (рис 1.1.2.). С развитием огнестрельного оружия и, в частности, артиллерии возникла необходимость измерения давления пороховых газов при выстреле. Эта задача решалась следующим образом: в стволе *1* орудия сверлили цилиндрическое отверстие, в которое вставлялся цилиндрический поршень *2* с заостренным коническим пуансоном *3*. Отверстие снаружи закрывали заглушкой *5*, а между пуансоном и заглушкой помещали пластическую прокладку *4*, которую пуансон деформировал при выстреле. По

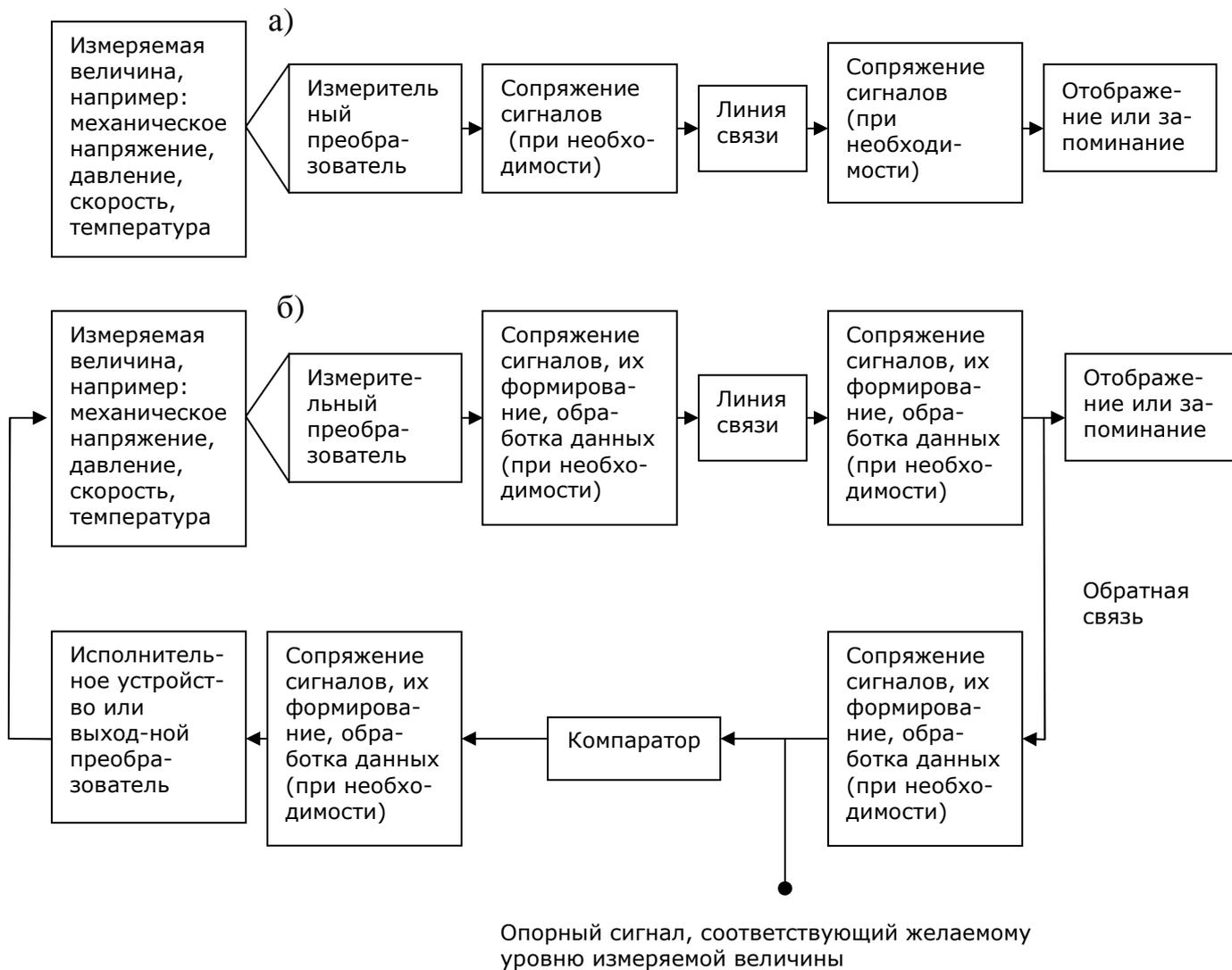
геометрическим параметрам отпечатка судили о максимальной величине давления; для градуировки этого прибора к пуансону прикладывали силу известного значения, например с помощью груза.

Этот датчик появился задолго до того, как были открыты средства передачи информации на расстояние при помощи электричества. И, хотя в настоящее время подавляющее большинство датчиков относятся к электрическим преобразователям неэлектрических величин, именно этот «неэлектрический» датчик удобно использовать в совокупности основных отличительных признаков, характеризующих датчиковую аппаратуру.

Прежде всего отметим, что датчик представляет собой часть измерительной системы, имеющую самостоятельное конструктивное оформление, но вместе с тем обеспечивающую достижения полезного эффекта только при наличии всех других средств, входящих в систему. Так в нашем примере крешерный прибор представляет собой вполне самостоятельное, законченное техническое устройство. Однако для получения информации с помощью такого устройства необходимо располагать еще двумя устройствами, входящими в эту систему, - устройством измерения размера отпечатка и устройством градуировки крешерной прокладки.

Датчик осуществляет преобразование вида энергии сигнала, идущего от объекта, в другой вид, удобный для передачи информации в пространстве и хранения в течение определенного времени. Рассматриваемый крешерный прибор преобразует изменение механической энергии (давления газов) в изменение химической энергии деформируемого материала прокладки.

При этом нас интересует не столько энергетический аспект этого процесса, сколько возможности по использованию этих изменений энергетического состояния для передачи информации.



**Рис. 1.1.1. Структурные схемы контрольно-измерительной (а) и управляющей (б) систем (управляющие системы могут рассматриваться как контрольно-измерительные, дополненные управляющими схемами)**

Таким образом, с энергетической точки зрения роль датчика заключается в том, чтобы отобрать некоторую мощность у объекта для создания измерительного сигнала и передать ее такими измерениями, которые не нарушили бы на всем пути следования сигнала адекватности модели и объекта. Этим объясняется крайне нелогичная, на первый взгляд, последовательность измерения мощности сигнала при измерениях неэлектрических величин электрическими методами, когда сигнал сначала

ослабляют во много раз, затем вновь усиливают.

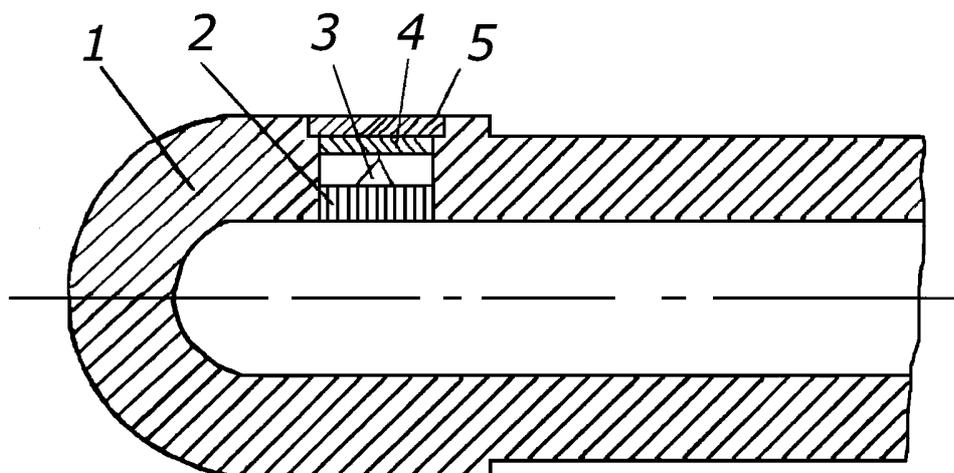


Рис. 1.1.2. Крешерный прибор

Поскольку изменение вида энергии сигнала существенно изменяет как долю мощности шума, проникающего в каналы связи, так и возможности усиления сигнала в процессе этого и последующих преобразований, то вполне естественно, что этот мощный метод борьбы с искажениями в первую очередь нашел применение в тех устройствах, которые находятся в наиболее тяжелых устройствах эксплуатации, т. е. датчиках.

Наконец следует отметить то обстоятельство, что датчик всегда располагается в зоне объекта, о котором мы хотим получить измерительные данные. Этот наиболее очевидный признак считался рядом авторов единственным необходимым и достаточным признаком датчиковой аппаратуры, хотя очевидно, что и «не датчики» могут располагаться на объекте, например телеметрическая система с автономной регистрацией целиком размещается на борту испытываемого самолета. Таким образом, здесь необходимо подчеркнуть, что датчик, находясь на объекте или в зоне объекта, где действуют все неблагоприятно влияющие факторы; представляет собой, в отличие от электронной преобразующей аппаратуры, такую конструктивную совокупность преобразователей, которая обладает способностью воспринимать естественно зондированную (через значения

физических параметров) информацию о состоянии объекта.

С учетом всего сказанного можно сформулировать следующее определение понятия «датчик».

**Датчиком** называется часть измерительной (или управляющей) информационной системы (ИИС), представляющая собой конструктивную совокупность измерительных преобразователей, включающих преобразователь вида энергии сигнала, размещенный в зоне влияющих факторов объекта и воспринимающий естественно закодированную информацию от этого объекта.

Так, рассмотренный выше крешерный прибор, хотя и включает в себя преобразователь давления в усилие и регистрирующее устройство с обработкой информации в виде пуансона с пластичной прокладкой, составляет лишь часть ИИС. Отметим особо, что в датчик могут входить любые звенья ИИС, вплоть до регистрирующих средств и средств обработки сигнала, в любом количестве и любых сочетаниях.

Рассматриваемый прибор располагают в зоне действия влияющих факторов объекта, в непосредственной близости от камеры орудия, где действуют и высокая температура, и термоудар, и вибрация. Вместе с тем, он воспринимает естественно закодированную информацию объекта – давление газов при выстреле. Таким образом, крешерный прибор обладает всеми признаками датчика, хотя и появился на заре развития измерительной техники.

Можно привести примеры, когда отсутствие одного из признаков не дает возможности отнести измерительный прибор к категории датчиков. Так, нельзя назвать датчиком шунт, включенный в электрическую цепь и позволяющий измерить силу тока в этой цепи, так как при этом не происходит изменения вида энергии сигнала. Радиопередатчик телеметрической системы также не может быть отнесен к категории датчиков.

Рассматривая рис. 1.1.1 следует остановиться на следующих главных

моментах.

**Измерительная величина** – это подлежащая измерению физическая величина, например: ускорение, перемещение, сила, расход, уровень, положение, давление, механическое напряжение, температура, скорость и т. п. В некоторых случаях измеряемой может быть и электрическая величина, такая, как ток, напряжение или частота, которая преобразуется в электрический сигнал, пригодный для использования в других частях системы. При этом измерительный преобразователь является электрическим преобразующим элементом.

**Входной преобразователь**, преобразующий измеряемую величину в электрический сигнал,- это прибор, пригодный для использования в других частях системы. Правда, хотя входные преобразователи генерируют электрический выход, существуют, однако, среди них такие, которые имеют другую природу выходного сигнала, например давление воздуха, но таких преобразователей немного и они здесь не рассматриваются. Преобразователи с неэлектрическим выходом применяются в качестве чувствительных элементов измерительных преобразователей или служат для превращения неэлектрического сигнала в электрический. Все функции преобразователей являются аналоговыми, поэтому в общем случае (за некоторыми исключениями) их сигналы тоже аналоговые.

**Линии связи** – это линии между входным преобразователем и другой частью системы. Таких линий в строгом смысле иногда может и не быть, если скажем, входной преобразователь размещен в нескольких сантиметрах от другой части системы. Если же он располагается на другом расстоянии от системы, то должны быть предприняты шаги к тому, чтобы линии связи не влияли, либо слабо влияли на эффективность работы системы.

Там, где в системе имеются существенные линии связи, требуется один или более каскадов сопряжения сигналов, чтобы малый выходной сигнал входного преобразователя усилить, подвергнуть аналогово-цифровому преобразованию, фильтрации, модуляции и т. п. Это необходимо для того,

чтобы информация, выдаваемая первичным преобразователем, не терялась при передаче ее к другим частям системы.

В некоторых случаях довольно сложно сделать заключение о том, где в системе аналоговые сигналы преобразователей становятся данными. Поэтому часто невозможно различать каскады формирования аналогового сигнала и обработки данных. К счастью, это различие является довольно значительным.

**Отображающие** или **запоминающие приборы** – это приборы, которые индицируют текущее значение измеряемой величины для удобства работы оператора системы или запоминают информацию для ее последующего использования.

В случае управляющей системы (рис. 1.1.1, б) применяются некоторые виды **компарирующих приборов**, предназначенных для сравнения обрабатываемых данных с некоторыми **опорными значениями** и **получения разностного сигнала**.

Работающий по разностному сигналу выходной преобразователь используется для управления измеряемой величиной.

Безусловно, приведенные на рис. 1.1.1 примеры систем содержат не все типы каскадов формирования и обработки сигналов и не отражают всех режимов работы контрольно-измерительных и управляющих систем.

Вообще говоря, принципы работы входных и выходных преобразователей довольно просты. Конечно, режимы их работы существенно отличаются друг от друга – входные преобразователи обычно используются для преобразования изменений измеряемой величины в слабый электрический сигнал, а выходные преобразователи преобразуют мощный сигнал в сильное перемещение. По этой причине следует рассматривать два различных типа приборов [1].

## 1.2. Физические величины, терминология в теории первичных преобразователей

Механические величины можно разделить на три большие группы.

К первой группе относятся линейные и угловые размеры. Это геометрические параметры различных деталей в обрабатывающей промышленности, характеристики профилей и шероховатости поверхностей, уровни сыпучих веществ и жидкостей в различных сосудах (баках, танкерах, паровых котлах и т. п.), перемещение режущего инструмента относительно обрабатываемой детали, параметры износа трущихся частей различных механизмов, биение валов, расстояние и т. п.

Диапазон, охватываемый величинами этой группы, простирается от долей микрона до тысяч метров, т.е. составляет примерно десять порядков. Диапазон угловых размеров равен 3 – 4 порядкам.

Ко второй группе относятся различного рода силовые воздействия. Это механические напряжения в деталях и конструкциях машин и сооружений, силы, крутящие моменты, давления жидкостей и газов, акустические шумы, разности давлений и т. п.

Диапазоны значений величины этой группы, как правило, весьма широки. Например, в вакуумной технике приходится измерять давления до  $1,3 \cdot 10^{-8}$  Па ( $10^{-10}$  мм рт. ст.), а в технике высоких давлений до  $10^8$  Па и выше, следовательно, диапазон давлений охватывает ~ 16 порядков. Примерно такой же диапазон занимают значения сил, встречающихся в технике и научных исследованиях ( $10^{-8}$  -  $10^8$ ) Н.

Третью группу механических величин представляют так называемые параметры движения. Это перемещения объектов в пространстве, линейные и угловые скорости и ускорения перемещений. Значение параметров этой группы могут достигать астрономических цифр (космическое расстояние и скорости). В эту группу входят также параметры вибраций (вибрационные перемещения, скорости и ускорения), скорости вращения валов и т. д.

К другим группам наиболее важных физических величин относятся: электрические величины (активные и реактивные сопротивления, электрические напряжения и ток и т. д.); электромагнитные физические величины (магнитное сопротивление, магнитная проницаемость, явления магнитной индукции, взаимной индуктивности и т. д.). Оптические физические величины – яркость источника света, мощность, энергия, спектральный состав и т. д.

Прежде чем приступить к изучению преобразователей, необходимо пояснить некоторые базовые понятия. В самом деле, термин преобразователь не полностью соответствует тому средству, которое он определяет. Некоторые инженеры, например, понимают под термином «преобразователь» прибор, который превращает электрический сигнал в другую физическую величину, т. е. считают его выходным преобразователем.

Иногда тот факт, что входной преобразователь должен откуда-то получать энергию, чтобы осуществлять процесс преобразования (либо непосредственно от самой измеряемой величины или от внешнего источника), помогает определить тип прибора. Например, входной преобразователь, получающий энергию от измеряемой величины, часто называют **пассивным преобразователем**, хотя, строго говоря, он должен именоваться чувствительным элементом (датчиком). Надо заметить, что термин *датчик* часто употребляется как синоним более общего термина *преобразователь*. Следуя этому принципу, **активным преобразователем** назовем такой, который получает энергию от внешнего источника. Различают еще **преобразователь обратной связи**, который используется в цепи обратной связи управляющей системы для изменения сигнала, противоположного по знаку входному сигналу. Таким образом, этот преобразователь применяется для балансировки управляющей системы, а не для непосредственного измерения физической величины.

Конечно, одного наименования для рассматриваемых средств недостаточно и преобразователи в конкретных дисциплинах имеют и другие

названия. Очень часто, правда, они совпадают и становятся междисциплинарными. Такие, например, названия, как **трансмиссивтер, датчик, детектор, ячейка, измеритель, чувствительный элемент, зонд**, а также слова, имеющие окончания *метр (мер)*, а именно: **акселерометр, расходомер, тахометр**, являются общими и более или менее точными. В дальнейшем будем называть класс описываемых преобразователей и считать их входными преобразователями, помня о том, что конкретный прибор обладает своим названием, которое поясняет его функции, когда это требуется. Далее под преобразователем будем понимать входной преобразователь, а другой тип прибора назовем выходным преобразователем. Это является отражением того факта, что входных преобразователей существенно больше, чем выходных.

Точность измерений, характеризующая близость измеренного значения физической величины к его действительному значению, обычно оценивается **погрешность**, т. е. максимально возможной разностью между измеряемым и действительным значением. Например, линейка длиной 300 мм может иметь погрешность, скажем  $\pm 1$  мм. Это значит, что сама линейка имеет действительную длину между 299 и 301 мм. Она может быть точно равна 300 мм, но может отличаться от этого значения. Поэтому любое измерение, сделанное с помощью этой линейки, будет выполнено с максимально возможной погрешностью  $\pm 1$  мм. Иногда погрешность выражается в процентах. В нашем случае погрешность линейки составляет  $\pm 0,33\%$ . В специальных случаях погрешность выражается в процентах по отношению к **полной шкале**, т.е. в процентах максимально возможного отсчета. Погрешность зависит от свойств преобразователя и типа используемого оборудования. Источником погрешности является также и оператор. Точность измерения определяется множеством причин, основные из которых будут рассмотрены ниже. Отсчет имеет малую погрешность. Общая погрешность будет, безусловно, больше.

**Чувствительность**, которую называют иногда **масштабным**

**коэффициентом** преобразователя, есть отношение изменения его выходного сигнала к изменению на входе. Для линейного преобразователя, скажем, входного преобразователя, напряжение на выходе которого изменяется по линейному закону от температуры, чувствительность может быть просто определена делением общего диапазона выходного напряжения на общий входной диапазон. В качестве примера предположим, что диапазон изменения выходного напряжения преобразователя составляет от 0 до 10 В, а диапазон изменения температуры на входе – от 0 до 100 °С, тогда чувствительность равна

$$\frac{10}{100} = 0,1В \cdot ^\circ С^{-1}.$$

Одним из важнейших параметров преобразователя является линейность его характеристики, которая может влиять на точность измерения. Рекомендуется использовать преобразователи с линейной характеристикой (рис. 1.2.1, *а*), поскольку соединенные с преобразователем схемы формирования сигнала также являются линейными и, следовательно, весьма дешевыми при проектировании и изготовлении. Если же преобразователь является существенно нелинейным (рис. 1.2.1, *б*), то можно применить линеаризирующую схему формирования сигнала.

Однако этого лучше не делать, поскольку такая схема очень дорого стоит. К счастью, использование лишь части общей характеристики нелинейного преобразователя позволяет гарантировать линейность отношения измеряемой и выходной величин.

С другой стороны, линейный преобразователь не рекомендуется использовать, когда измеряемая величина изменяется нелинейным образом. В таком случае линейный преобразователь будет лишь отражать нелинейное изменение измеряемой величины в своем выходном сигнале.



а)



б)

Рис.1.2.1. Линейные и нелинейные характеристики преобразователей:

а – линейный преобразователь; б – нелинейный преобразователь. (Нелинейный преобразователь часто используется в ограниченной части общего диапазона, чтобы получить приблизительно линейную характеристику); 1 – реальная характеристика нелинейного преобразователя; 2 – линейная область выходного сигнала; 3 – линейная характеристика, которая аппроксимирует действительную реакцию преобразователя за счет использования ограниченной части диапазона

Линейный преобразователь может работать и вне своего обычного диапазона, но он имеет **предел**, при достижении которого выходной сигнал резко падает либо насыщается, когда измеряемая величина выходит за границы полной шкалы значений. Это также приводит к возникновению нелинейности.

В некоторых случаях отдается предпочтение высокой нелинейности характеристик. Скажем, в преобразователе, используемом для контроля

выхлопных газов автомобиля, желательно иметь один выходной сигнал, соответствующий допустимому составу выхлопных газов, и совершенно другой, когда состав выхлопных газов неудовлетворительный. Как правило, один сигнал соответствует уровню логического 0, а другой – логической 1. В этом случае преобразователь функционирует как переключатель сигналов, имеющих два уровня.

Рассмотрим еще одну характеристику преобразователя – **гистерезис**. Обращаясь вновь к преобразователю для контроля выхлопных газов автомобиля, заметим, что точное положение точки, в которой выходной сигнал переходит из одного состояния в другое, может меняться в зависимости от того, увеличивается или уменьшается выхлоп газов. На рис. 1.2.2. показана возможная характеристика преобразователя с гистерезисом.

При увеличении концентрации продуктов неполного сгорания в выхлопных газах преобразователь не меняет своего выхода, пока эта концентрация не превысит 2%. Когда же концентрация продуктов неполного сгорания в выхлопных газах уменьшается, преобразователь не меняет своего выхода до тех пор, пока эта концентрация не снизится до 1%. В общем случае стремятся к тому, чтобы эффект гистерезиса был как можно меньшим.

Проанализируем еще одну характеристику преобразователя – **повторяемость** значений его выходного сигнала. Выходной сигнал в идеальном случае должен быть постоянным, когда измеряемая величина не изменяется. В некоторых случаях, обычно, если преобразователь имеет большой гистерезис, выходной сигнал может быть разным в зависимости от направления изменения измеряемой величины.

Другим фактором, связанным с точностью преобразователя, является **время отклика**, которое равно времени установления выходного сигнала в ответ на изменение измеряемой величины. Мгновенное или ступенчатое изменение измеряемой величины может не вызвать одновременного соответствующего изменения выходного сигнала, если реакция преобразователя на изменение измеряемой величины происходит с большим запозданием.



**Рис.1.2.2. Гистерезис в измерительном преобразователе:**

- 1 – точка изменения состояния преобразователя при уменьшении процента продуктов неполного сгорания;
- 2 – точка изменения состояния преобразователя при увеличении процента продуктов неполного сгорания

В то же время такой преобразователь может иметь достаточно малую погрешность, если изменение измеряемой величины происходит медленно либо не происходит вообще. Присущая преобразователю инертность означает, что его нельзя использовать для измерения входной величины с быстроизменяющейся флуктуацией. Правда отсюда вовсе не следует, что каждый преобразователь должен иметь время отклика меньше, чем продолжительность изменений измеряемой величины.

В случае, например, преобразователя, предназначенного для изменения уровня топлива в автомобиле, быстрая реакция преобразователя является скорее его недостатком, поскольку водителю нежелательно видеть колебание стрелки указателя топлива от одной крайней отметки до другой (от полного до пустого бака), когда автомобиль движется по дороге и топливо плескается в баке. Существуют и другие примеры преобразователей, которые должны иметь и не очень быструю, и не очень медленную реакцию, а именно такую, которая в условиях конкретного применения обеспечивает наилучшую

точность измерений.

**Полоса преобразователя** – это характеристика, напрямую связанная с временем отклика. Изменение измеряемой величины можно описать совокупностью частотных составляющих: в соответствии с преобразованием Фурье любой сигнал можно представить совокупностью синусоидальных составляющих, имеющих различные частоты и амплитуды. Чем быстрее изменяется измеряемая величина, тем большая частота у составляющих и шире спектр частот выходного сигнала. Если полоса частот преобразователя относительно мала, то присутствующие в измеряемой величине высокие частотные составляющие в выходном сигнале исчезают и реакция преобразователя становится медленной, а время отклика большим.

Кроме учета всех факторов, связанных с изготовлением преобразователей, инженер решает задачу выбора преобразователя для конкретного применения, условия которого играют важную роль в этом решении. Где преобразователь предполагается использовать? Какие условия надо учитывать при его работе?

Все это крайне важно при выборе преобразователей, поскольку внешние условия, в которых он находится, могут в сильной степени влиять на его работу.

**Внешние условия** инженер должен учитывать для того, чтобы преобразователь точно выполнял свои функции не только в момент ввода в эксплуатацию, но и в течение всего срока службы измерительной системы.

Вообще говоря, влияние внешних условий на преобразователь и связанную с ним измерительную систему может быть трех видов. Во-первых, непосредственное воздействие внешних условий на сам преобразователь. Возможно, что температура окружающей среды преобразователя давления является чрезмерно высокой и вызывает плавление деталей прибора или преобразователь, измеряющий температуру двигателя, не выдерживает вибраций, возникающих при нормальной работе последнего.

Во-вторых, если известно, что преобразователь непосредственно под

действием внешних условий не разрушается, то надо выяснить, сохраняет ли он точность в течение длительного времени. Может оказаться, что у прибора под действием внешних условий ухудшаются с течением времени точностные характеристики до уровня, который был неприемлем в момент его установки в измерительную систему. Если преобразователь ухудшает свои точностные характеристики, его нужно заменить на новый, однако эта проблема является особой и здесь на рассматривается.

В-третьих, влияние внешних условий на линии связи между измерительной системой и преобразователем, хотя при этом они влияют на преобразователь косвенно.

Могут ли эти связи противостоять внешним условиям? Могут ли внешние условия привести к нарушению сигнала?

### **1.3. Физические принципы преобразования механических величин**

Для преобразования механических величин в удобную для передачи и восприятия форму используются различные физические явления, обладающие строгими закономерностями. Остановимся на некоторых из этих физических явлений, получивших наибольшее распространение при создании датчиков:

- *тензорезистивный эффект*, заключающийся в изменении активного сопротивления проводника под действием механических напряжений; для металлов и сплавов активное сопротивление меняется в основном за счет изменения геометрических размеров, для полупроводников – за счет изменения удельного электрического сопротивления;
- **пьезоэлектрический эффект**, заключающийся в электризации материала под действием механических напряжений;
- **эффект изменения электрической емкости** при изменении геометрических размеров промежутка между электродами или

диэлектрической проницаемостью вещества, заполняющего этот промежуток;

- **эффекты, основанные на электромагнитных явлениях** – изменение магнитного сопротивления цепи вследствие изменения геометрических параметров или магнитной проницаемости ее элементов под действием механических величин и явление электромагнитной индукции при движении проводника в постоянном магнитном поле;

- **эффект изменения частоты**, заключающийся в изменении собственных колебаний механического резонатора под действием механического напряжения;

- **эффект наведения электрического заряда** на электроде, перемещающемся вблизи диэлектрика, обладающего постоянной поляризацией (электрека).

Среди других явлений, используемых для преобразования механических величин, можно назвать электронную и фотоэлектронную эмиссии, эффект Холла, ядерный магнитный резонанс и др.

Очевидно, что, используя один и тот же физический эффект, можно преобразовать различные механические величины, а для преобразования одной механической величины можно использовать различные физические эффекты.

Перед разработчиком обычно стоит конкретная задача: спроектировать датчик с заданными техническими характеристиками, при этом одним из первых вопросов является выбор физического принципа преобразования механической величины в электрическую. Дать однозначные рекомендации по такому выбору для всех возможных вариантов исходных данных, очевидно, невозможно. Этот выбор определяется заданным диапазоном измерения, частотным диапазоном, возможностями источников питания, метрологическими характеристиками, условиями применения, массой проектируемого датчика и другими его характеристиками, причем существенное значение имеют традиции, сложившиеся в проектной

организации, и личный опыт разработчика. Иногда выбор определяется требуемыми параметрами выходного электрического сигнала. Для того чтобы в каждом конкретном случае правильно решить, какой физический принцип использовать в конструкции датчика, необходимо знать не только чисто технические возможности каждого принципа преобразования, но и технологические особенности его практической реализации.

Для узких областей применения (в рамках отрасли, подотрасли), когда условия эксплуатации примерно одинаковы, выбор физического принципа преобразования основывается на сопоставлении различных принципов преобразования, характеризующихся статистическими оценками возможностей. Такие оценки, базирующиеся на обобщении опыта разработок в конкретной области, можно представить, например, так, как показано на рис. 1.3.1.

Для каждого физического принципа преобразования конкретной физической величины (в данном случае давления) на рисунке по оси ординат откладывается величина достижимой точности датчиков в зависимости от частотного диапазона (ось  $\lg f$ ) и гарантированного срока сохранения метрологических характеристик (ось  $\lg T_{xp}$ ). Для достижения компактности представления данных используется логарифмический масштаб, причем в частной области построение ограничивается максимально достижимыми резонансными частотами (динамическая погрешность  $\sim 100\%$ ), а в области долговременной стабильности – максимально достижимым гарантийным сроком сохранения метрологических характеристик (без проверок и регулировок).

Конкретные данные задачи, стоящие перед разработчиком, определяют на рисунке некоторый объем, от расположения которого относительно предельных граничных данных зависит целесообразность выбора того или иного принципа преобразования. Так, в области средних частот и высоких точностей предпочтение отдается преобразователям со струнными резонаторами, а в области относительно высоких частот и средних точностей – тензорезисторным преобразователям.

Если физический принцип преобразования выбран, то следующая задача состоит в выборе модификации соответствующего преобразователя, который также производится исходя из конкретных данных технического задания. Например, если нужно спроектировать датчик перемещения и выбрать индуктивный принцип преобразования, то в зависимости от заданного диапазона измеряемых перемещений может быть использован преобразователь с меняющимся воздушным зазором, преобразователь плунжерного типа, зубчатый преобразователь и т.д.

Выбор модификации часто связан с выбором элементов преобразования механических величин в механические. Например, если нужно спроектировать тензорезистивный датчик силы, то в качестве преобразователя силы в механическое напряжение могут быть использованы стержень, мембрана, кольцо, балка и другие элементы. Выбор в данном случае определяется требуемым частотным диапазоном (упругие элементы имеют разные частотные характеристики), пределом измерения (стержень может оказаться неустойчивым к изгибу, кольцо может быть нетехнологичным для большинства пределов измерения и т. п.), допустимой массой или другими параметрами в зависимости от конкретной ситуации. Однако во всех случаях выбору должен предшествовать достаточно скрупулезный научно-технический анализ ситуации проектирования.

Как уже отмечалось, диапазоны в практике встречающихся измерений значений механических величин весьма широки. Поэтому, как правило, не удастся с помощью одного датчика охватить весь возможный диапазон значений соответствующий величине, поскольку даже лучшие датчики имеют рабочий диапазон, не превышающий  $10^4$ . Вследствие этого для охвата всего диапазона значений механической величины обычно разрабатывают ряд датчиков, предназначенных для работы лишь в определенных участках диапазона значений механической величины. Рациональная организация такого деления на поддиапазоны предполагает стандартизацию входных характеристик датчиков. При этом существенное значение приобретает

оптимальность требований стандартов, которая должна базироваться на экономических критериях.

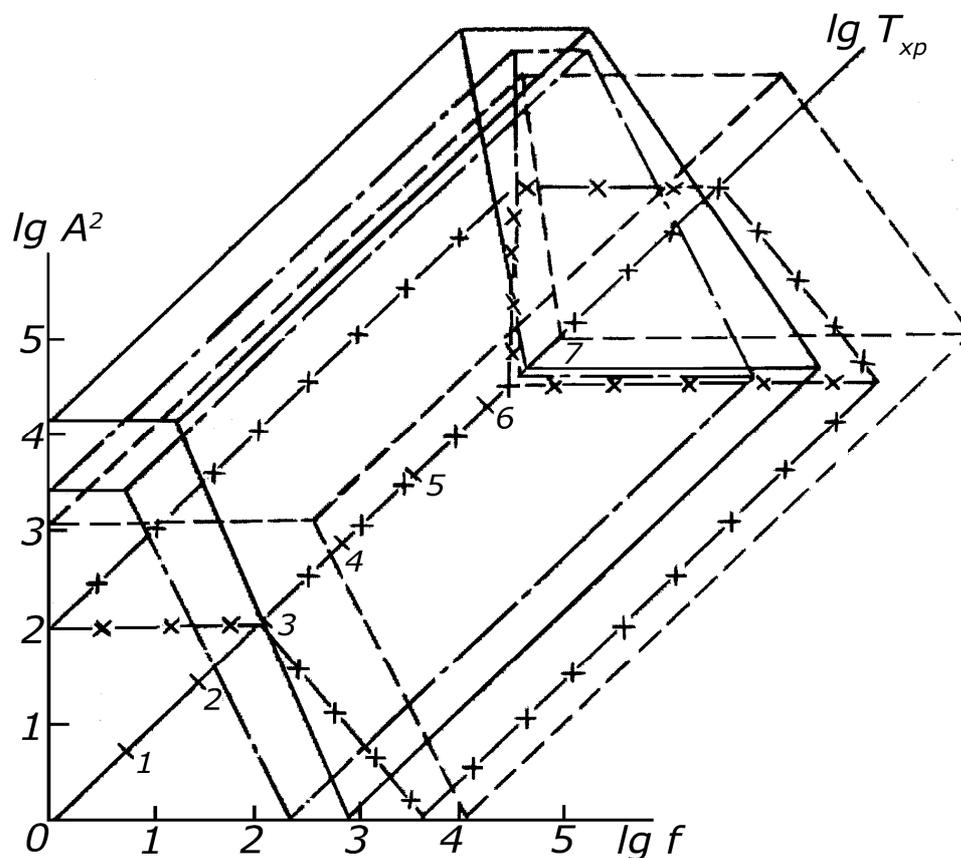


Рис. 1.3.1. Статистические оценки возможностей принципов преобразования:

- струнного, - · - · - потенциометрического, - - - тензорезисторного,
- x - x - x - индуктивного

В современных условиях датчик, как правило, является звеном измерительной или управляющей информационной системы. Поэтому немаловажное значение имеют вопросы информационной и технологической совместимости выходных характеристик датчика с входными характеристиками последующего канала преобразования.

Важной предпосылкой решения этих вопросов является стандартизация метрологических и выходных характеристик датчиков. Выходные

характеристики – амплитудный и частотный диапазоны выходных электрических сигналов, диапазоны изменения выходных сопротивлений, индуктивностей, емкостей; к ним можно отнести также амплитуду и частоты напряжений источников питания. Метрологические характеристики определяются параметрами функции, описывающей изменение погрешности (или точности) измерения внутри диапазона значений измеряемой величины.

#### **1.4. Датчик как цепь измерительных преобразователей**

Одним из основных положений современной теории измерительных устройств является положение об измерительном преобразовании. В соответствии с ним измерение рассматривается как процесс приема и преобразования информации об измеряемой величине, происходящий в измерительных устройствах. Структура измерительных устройств в связи с этим представляется в виде совокупности измерительных преобразователей, осуществляющих функциональные измерительные преобразования сигналов различной физической природы. Существует множество разновидностей измерительных устройств, но все эти устройства выполнены на основе ограниченного числа измерительных преобразователей.

Так в настоящее время разработано много различных типов тензорезисторных датчиков. Это датчики для измерения усилий, деформаций, моментов и других физических величин. Датчики имеют различные пределы измерения, отличаются конструктивным исполнением, предназначены для различных условий эксплуатации и т. д. Но представляя тензорезисторные датчики в виде последовательной цепи измерительных преобразователей, можно заметить, что некоторые из этих преобразователей являются общими для всех датчиков. Каждый тензорезисторный датчик включает в себя такие измерительные преобразователи, как тензорезистор и измерительная цепь, независимо от того, является ли он датчиком усилия или перемещения. Очень многие тензорезисторные датчики включают в себя

упругие элементы, преобразующие усилие и давление в деформацию.

На рис.1.4.1. представлена структурная схема тензорезисторного датчика усилий. Измеряемое усилие  $F$  с помощью упругого элемента преобразуется в деформацию  $\Delta l$ . Деформация упругого элемента воспринимается тензорезистором и преобразуется в изменение сопротивления тензорезистора  $\Delta r$ , которое в измерительной цепи преобразуется в величину выходного напряжения. Эта структурная схема является общей для других тензорезисторных датчиков, у которых измеряемая величина с помощью тех или иных измерительных преобразователей преобразуется в силу. Такими преобразователями могут быть, например, мембрана для датчика давления или инерционная масса для датчика ускорения.

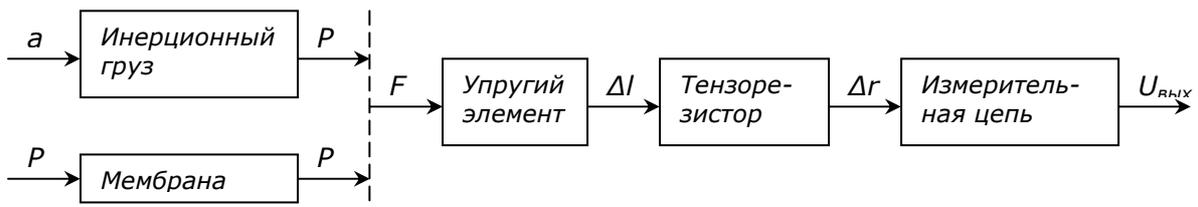


Рис. 1.4.1. Структурная схема тензорезисторного датчика усилий

Таким образом, структурная схема, представленная на рис. 1.4.1. охватывает практически все многообразие тензорезисторных датчиков, отличающихся между собой не только условиями эксплуатации и пределами измерения, но входной величиной.

Аналогичную картину можно увидеть, если, например, тензорезисторный преобразователь заменить индуктивным (рис. 1.4.2).

Замена только одного измерительного преобразователя другим позволяет получить цепь преобразования физических величин другой обширной группы датчиков – индуктивных. Рассуждая аналогичным образом, можно составить структурную схему любого другого датчика, в котором измеряемая величина претерпевает ряд последовательных преобразований. Такие схемы являются схемами последовательного преобразования измеряемой

величины. Цепь последовательного преобразования измеряемой величины характеризуется тем, что измеряемая величины поступает на вход первого измерительного преобразователя, часто называемого входным измерительным преобразователем; выходная величина его является входной величиной второго измерительного преобразователя и т. д.

Преобразования осуществляются до тех пор, пока на выходе последнего измерительного преобразователя, который можно назвать выходным измерительным преобразователем, не будет получена выходная величина, удобная для восприятия человеком или для использования в цепи дальнейшего преобразования с целью регистрации или управления.

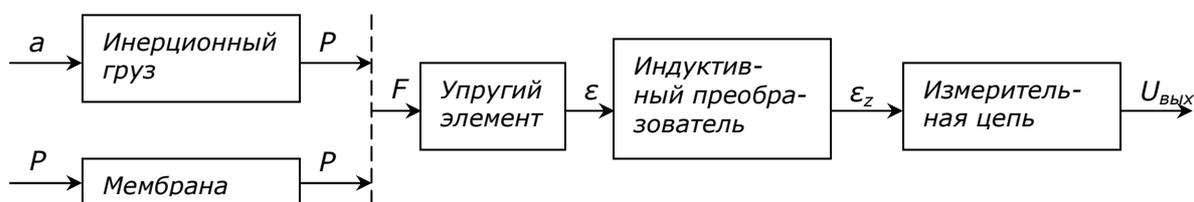


Рис. 1.4.2. Структурная схема индуктивного датчика усилий

Измерительные преобразователи, которые в цепи преобразования находятся между входным и выходным, можно назвать промежуточными измерительными преобразователями. Причем деление измерительных преобразователей на входные, промежуточные и выходные во многих случаях является условным, так как один и тот же преобразователь в зависимости от того, в какой конкретно датчик он входит, может быть и входным, и промежуточным, и выходным. Так, например, упругий элемент в тензорезисторном или индуктивном датчике силы является входным измерительным преобразователем, в индуктивном акселерометре – промежуточным, а в механическом динамометре – выходным.

В цепи измерительных преобразований измерительные преобразователи различаются, в первую очередь, физическими основаниями преобразования измеряемой величины. В каждом измерительном преобразователе

используется какая-либо физическая закономерность, функционально связывающая одну физическую величину с другой. Так в мембране датчика давления как измерительном преобразователе преобразование давления в силу осуществляется в соответствии с закономерностью:

$$F = S_{эф} P, \quad (1.4.1)$$

где  $P$  – давление – входная величина;  $F$  – сила – выходная величина;  $S_{эф}$  – эффективная площадь мембраны; константа, характеризующая мембрану как измерительный преобразователь.

Входной величиной стержневого упругого элемента является сила, а выходной – деформация упругого элемента. Связь между этими двумя величинами осуществляется в соответствии с законом Гука:

$$\varepsilon = \frac{1}{S_p E} F, \quad (1.4.2)$$

где  $F$  – сила – входная величина упругого элемента;  $\varepsilon$  – относительная деформация – выходная величина упругого элемента;  $S_p$  – площадь поперечного сечения упругого элемента;  $E$  – модуль упругости материала упругого элемента.

В данном случае константой, характеризующей упругий элемент, является  $1/S_p E$ .

Рассматривая физические процессы во всех известных измерительных преобразователях, можно в каждом случае установить связь между выходной и входной величинами:

$$Y = f(X).$$

Математическое (или графическое) описание этой связи носит функции преобразования преобразователя. Аналогичная характеристика для датчика в целом называется функцией преобразователя датчика.

Отношение изменения выходной величины  $\Delta Y$  к соответствующему изменению входной величины  $\Delta X$  называется чувствительностью датчика:

$$S = \Delta Y / \Delta X \quad (1.4.3)$$

В общем случае функция преобразования может быть нелинейной, тогда

чувствительность является функцией входной величины и для любого  $X_i$  определяется как

$$S_i = (\Delta Y / \Delta X) \text{ при } X = X_i.$$

В пределе функция чувствительности определяется как первая производная  $Y$  по  $X$ .

Отношение значения выходной величины датчика  $Y_i$  к соответствующему значению входной величины  $X_i$  определяет коэффициент преобразования

$$K = Y_i / X_i. \quad (1.4.4)$$

Если зависимость между выходной и входной величинами является линейной, то чувствительность преобразователя не зависит от входной величины:

$$Y = SX. \quad (1.4.5)$$

В этом случае чувствительность и коэффициент преобразования равны, поэтому для линейных датчиков, а таковыми являются большинство датчиков механических величин, в дальнейшем изложении будем пользоваться как термином «чувствительность», так и термином «коэффициент преобразования».

Датчик, выполненный в соответствии со структурной схемой рис. 1.4.3, называется *датчиком прямого преобразования*. Чувствительность такого датчика определяется произведением чувствительностей отдельных преобразователей:

$$S = S_1 S_2 \dots S_{n-1} S_n \quad (1.4.6)$$

и может быть найдена как отношение выходной величины датчика к входной (для линейной функции преобразователя):

$$S = Y / X. \quad (1.4.7)$$

Так для мембранного датчика давление со стержневым упругим элементом, выходной величиной которого является относительная деформация, функции преобразования будет:

$$\varepsilon = \frac{S_{эф}}{S_p E} P.$$

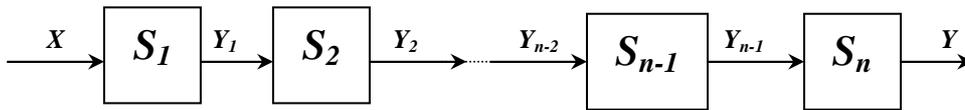


Рис. 1.4.3. Структурная схема датчика прямого преобразования

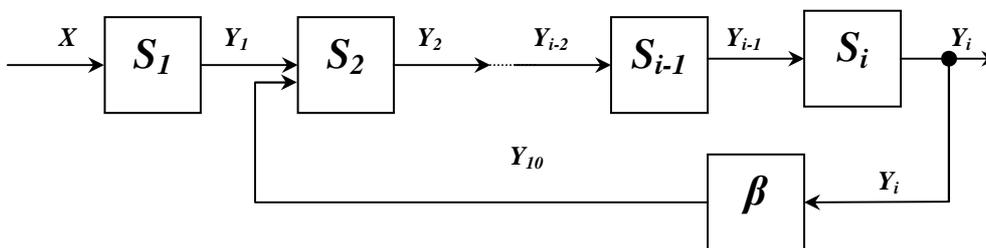


Рис. 1.4.4. Структурная схема датчика уравнивающего преобразования

При этом чувствительность датчика будет

$$S = \frac{S_{эф}}{S_p E}$$

т.е. определяется чувствительностями мембраны и упругого элемента.

Однако структурная схема датчика прямого преобразования не охватывает всего многообразия датчиков.

В последнее время все более внедряются в практику измерений датчики уравнивающего преобразования (рис. 1.4.4). Отличительной особенностью такого датчика по сравнению со схемой датчика прямого преобразования является то, что в ней имеются цепи прямого и обратного преобразования.

Цепь обратного преобразования включает в себя обратный

преобразователь с чувствительностью  $\beta$  и может в общем случае состоять из нескольких измерительных преобразователей и охватывать какое угодно число преобразователей, стоящих в цепи прямого преобразования. Эта цепь обеспечивает преобразование выходной величины прямого преобразования в однородную с входной величиной (чаще всего электрической величины в неэлектрическую).

Функция преобразования участка цепи с обратной связью

$$Y_i = \frac{S_0}{1 + S_0\beta} Y_1 = S_y Y_1,$$

где  $S_y = S_0 / (1 + S_0\beta)$  - чувствительность цепи уравнивающего преобразования;  $S_0 = S_2 S_3 \dots S_{i-1} S_i$  - чувствительность цепи прямого преобразования, охваченной цепью обратного преобразования;  $\beta$  - чувствительность цепи обратного преобразования.

Тогда функция преобразования датчика уравнивающим преобразованием

$$Y = \frac{S_{np} S_0}{1 + S_0\beta} X = S_{np} S_y X, \quad (1.4.8)$$

где  $S_{np} = S_1 S_{i+1} \dots S_{n-1} S_n$  - чувствительность цепи прямого преобразования, не охваченной цепью обратного преобразования.

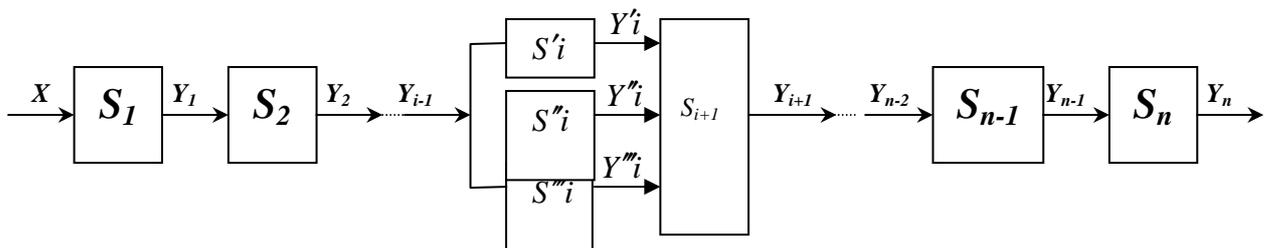
Введение обратного преобразователя в структурную схему датчика качественно изменяет его функцию преобразования, а следовательно, и выходные характеристики.

В данном случае происходит своего рода трансформация чувствительности в точность. Действительно, как следует из сравнения чувствительностей, чувствительность уравнивающего преобразования в  $(1 + S_0\beta)$  раз меньше, чем чувствительность прямого преобразования, а погрешность цепи уравнивающего преобразования

$$\gamma_Y = \frac{\gamma}{1 + S_0\beta} + \gamma_0(1 - \alpha),$$

где  $\gamma$ - погрешность цепи прямого преобразования;  $\gamma_0$  – погрешность цепи обратного преобразования;  $\alpha = 1/(1+S_0\beta)$  – относительная недокомпенсация. Таким образом, введение обратного преобразования в структурную схему датчика дает уменьшение погрешности цепи обратного преобразования. При  $S_0\beta \gg 1$  погрешность цепи уравнивающего преобразования определяется только погрешностью цепи обратного преобразования, поэтому цепь  $\beta$  должна быть очень стабильной. В этом специфика рассматриваемой структурной схемы.

Практически при проектировании датчиковой аппаратуры приходится сталкиваться с еще одной разновидностью структурной схемы – с параллельным соединением измерительных преобразователей (рис. 1.4.5), в которых преобразование измеряемой величины происходит в прямом направлении.



**Рис. 1.4.5. Структурная схема датчика с параллельным соединением измерительных преобразователей**

Например, подавляющее большинство тензорезисторных датчиков выполняют так, чтобы использовать четыре рабочих тензорезистора. Это позволяет увеличить выходной сигнал датчика. В таком случае четыре одинаковых измерительных преобразователя – тензорезистора – имеют одну и ту же входную величину – деформацию упругого элемента. Тензорезисторы, включенные в мостовую измерительную цепь, имеют выходные сигналы, характеризуемые относительным изменением сопротивления. Эти сигналы суммируются измерительной цепью и преобразуются в величину выходного напряжения. Такое преобразование

применяют и в других типах датчиков.

Функция преобразования датчика, выполненного в соответствии с этой схемой имеет вид:

$$Y = S_1 S_2 \dots S_{i-1} (S'_i + S''_i + S'''_i) S_{i+1} \dots S_{n-1} S_n X \quad (1.4.9)$$

или

$$Y = S_{np} S_{narp} X ,$$

где  $S_{np} = S_1 S_2 \dots S_{i-1} S_{i+1} \dots S_{n-1} S_n$  – чувствительность цепи прямого последовательного преобразования;  $S_{narp} = S'_i + S''_i + S'''_i$  – чувствительность прямого параллельного преобразования.

Как следует из (1.4.9), чувствительность прямого параллельного преобразования равна сумме чувствительностей преобразователей, включенных параллельно.

Представленные три типа структурных схем датчиков позволяют на основе ограниченного числа измерительных преобразователей описать все многообразие датчиковой аппаратуры, построенной в соответствии с той или иной структурной схемой. Синтезируя измерительные преобразователи по схемам рис.1.4.3, 1.4.4 или 1.4.5, можно получить функцию преобразования любого датчика и по известным характеристикам измерительных преобразователей определить характеристики датчика в соответствии с его функцией преобразования.

При включении преобразователей в измерительные системы возникает проблема их согласования. Все преобразователи по своей сущности являются чисто аналоговыми устройствами, главным образом в силу того, что пока не известны физические явления, позволяющие преобразователю непосредственно представлять измеряемую величину в цифровом коде на выходе. Для аналоговых систем подобная ситуация обладает рядом недостатков. Однако она становится еще более сложной для цифровых систем, которых выпускается все больше. В этой ситуации аналоговый выходной сигнал первичного измерительного преобразователя должен иметь форму, пригодную для его использования в цифровой системе.

В электронной системе существуют три вида сигналов:

- 1) **Аналоговый сигнал**, являющийся электрическим представлением или аналогом (током или напряжением) исходного измеряемого параметра.
- 2) **Цифровой сигнал**, в котором функция, например частота, используется для представления значения исходного параметра.
- 3) **Кодированный цифровой сигнал**, в котором параллельный цифровой сигнал, например, разрядностью в 8 бит, представляет значение исходного параметра.

Эти виды сигналов обычно определяют типы первичных измерительных преобразователей. Известны преобразователи, выход которых является чисто электронным аналогом измеряемой величины. Другие преобразователи представляют измеряемую величину в цифровой форме, а третьи – в виде цифрового кода. Следует подчеркнуть, что лишь несколько принципов действия применимы для преобразователей всех перечисленных выше типов. Однако с помощью электроники можно преобразовать сигнал одного вида в другой.

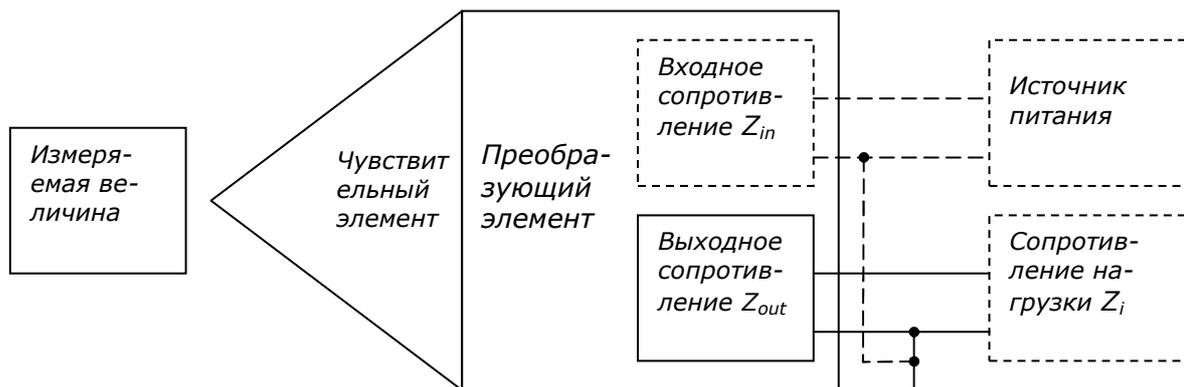
### 1.5. Конструкция преобразователя

Любой преобразователь можно рассматривать как устройство, структурная схема которого представлена на рис. 1.5.1. Здесь **чувствительный элемент** воспринимает измеряемое свойство объекта и преобразует его в другую физическую величину [2].

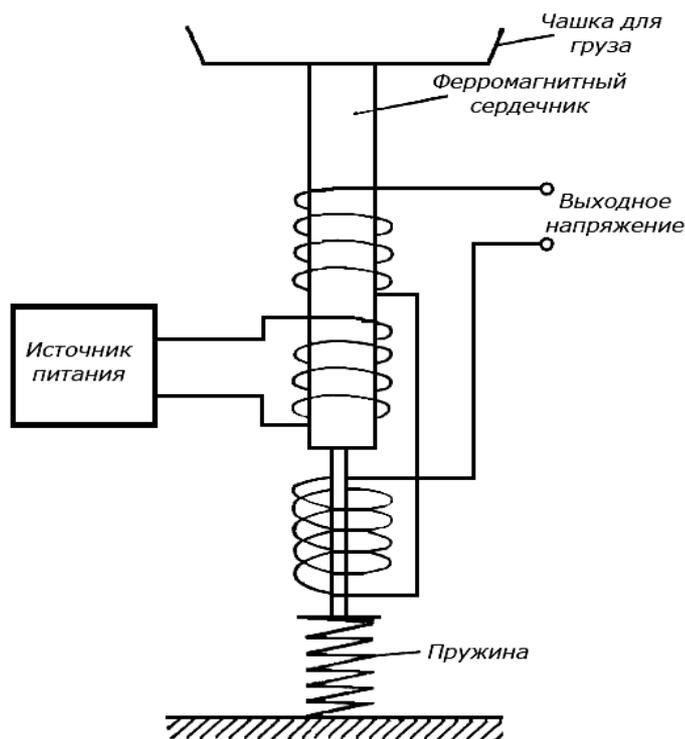
Затем **преобразующий элемент** преобразует эту физическую величину в электрический сигнал, значение которого отражает уровень измеряемого свойства объекта. Другими возможными частями измерительного преобразователя являются схемы формирования сигнала и питания.

Чувствительный элемент преобразует измеряемую часть физической величины, в такую физическую величину, которая может быть воспринята и измерена преобразующим элементом. С точки зрения и сам чувствительный

элемент можно рассматривать, строго говоря, как преобразователь.



**Рис. 1.5.1. Структурная схема измерительного преобразователя, включающая в себя элементы, общие для всех типов преобразователей. Показанные в пунктирных линиях элементы могут в некоторых преобразователях отсутствовать**



**Рис. 1.5.2. Первичный измерительный преобразователь, в котором используется дифференциальный трансформатор с линейно изменяющимся выходом и пружина для измерения массы**

На рис 1.5.2 показан принцип действия хорошо известного прибора – **дифференциального трансформатора с линейно изменяющимся выходным сигналом** для измерения массы. Чувствительным элементом этого прибора, т.е. элементом, который преобразует измеряемую величину (массу) в другую физическую величину (положение), является пружина. Она сжимается, когда груз устанавливается на крышку преобразователя, за счет чего изменяется положение сердечника трансформатора. В качестве преобразующего элемента здесь используется трансформатор с линейно изменяющимся выходом, который преобразует положение сердечника в электрический сигнал с амплитудой, пропорциональной массе груза. Конечно, не всегда можно так легко, как в приведенном выше примере, разделить чувствительный и преобразующий элементы первичного измерительного преобразователя.

### **1.6. Классификация первичных преобразователей**

Датчик является входным звеном и главным элементом в электрической измерительной цепи. Он должен правильно воспринимать измеряемую механическую величину, успевать реагировать на ее изменения и преобразовывать измеряемую механическую величину в пропорциональную ей электрическую.

Датчик изменяет один или несколько электрических параметров в зависимости от изменения измеряемой величины.

В современных виброизмерительных приборах воспринимаемые механические колебания преобразуются в электрические и записываются осциллографом или измеряются соответствующим прибором.

Такой метод позволяет связывать датчик с регистрирующей аппаратурой при помощи проводной связи или радиолинии.

Особенностями дистанционного метода регистрации колебаний являются: высокое качество записи с помощью осциллографа; возможность

одновременной записи на общей осциллограмме показаний нескольких вибродатчиков, расположенных в разных точках исследуемого объекта; усиление и преобразование электрическими методами (интегрирование, дифференцирование, корректирование характеристик); возможность выделения составляющих вибрации с помощью фильтров и т. д.

Следует также отметить, что малый вес и компактность современных вибродатчиков по сравнению с аппаратурой, снабженной механическими самописцами, позволяют устанавливать вибродатчики на сравнительно небольших исследуемых объектах.

Структурная схема электродистанционной аппаратуры для исследования вибрации приведена на рис. 1.6.1.

В зависимости от исследуемого объекта каждый блок этой схемы может быть либо элементарно простым, либо сложным. Например, вибродатчик может быть довольно простым, если требуется исследовать простое перемещение. С ростом величины перемещения и скорости его изменения во времени сложность датчика может возрасти. То же самое можно сказать о линии связи или любом другом блоке. Так, линия связи в одном случае может быть представлена обычным двухжильным кабелем, в другом – коаксиальным или симметричным высокочастотным кабелем и даже многокилометровой линией радиосвязи при испытании специальных объектов. Усилитель-преобразователь может, например, содержать набор контуров с различными постоянными времени, обеспечивающими дифференцирование и интегрирование исследуемой величины с желаемой степенью точности.

Регистрирующее устройство должно прежде всего полностью соответствовать параметрам усилителя-преобразователя и обеспечивать визуальное наблюдение и фоторегистрацию исследуемого процесса в функции времени или какого-либо другого аргумента совместно с сигналом отметки времени, показывающим масштаб времени на осциллограмме.

Блок питания состоит обычно из питания цепей накала, анода и сеток и

имеет в необходимых случаях феррорезонансную (для канала) и электронную (для анода и сеток) стабилизацию.

В виброизмерительной технике наибольшее распространение получили датчики двух типов: генераторные и параметрические.

Датчики, которые при измерении неэлектрической величины создают электродвижущую силу, называются генераторными или энергетическими.

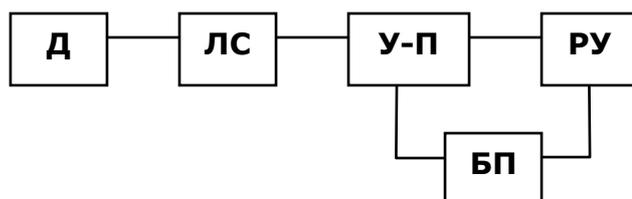


Рис. 1.6.1. Структурная схема электрической измерительной цепи для измерения неэлектрических величин:

*Д* – датчик; *ЛС* – линии связи; *У-П* усилитель-преобразователь; *РУ* – регистрирующее устройство; *БП* – блок питания

Датчики же, которые преобразуют изменение измеряемой неэлектрической величины в изменение электрических параметров, таких как сопротивление, индуктивность, емкость и т.д., называются параметрическими.

Таким образом, к генераторным могут относиться датчики с непосредственным преобразованием механических колебаний в электрические, к параметрическим – датчики, в которых механические колебания модулируют электрические синусоидальные колебания или постоянный ток, создаваемые в аппаратуре независимо от вибрации.

Как видно из представленной классификации (рис 1.6.2), генераторные датчики разделяются на *индукционные* (магнитоэлектрические), *пьезоэлектрические*, *датчики с электретами*, *фотоэлектрические* и *термоэлектрические*; параметрические датчики – на датчики *индуктивные* (электромагнитные), *емкостные*, *омического сопротивления* и *акустические*.

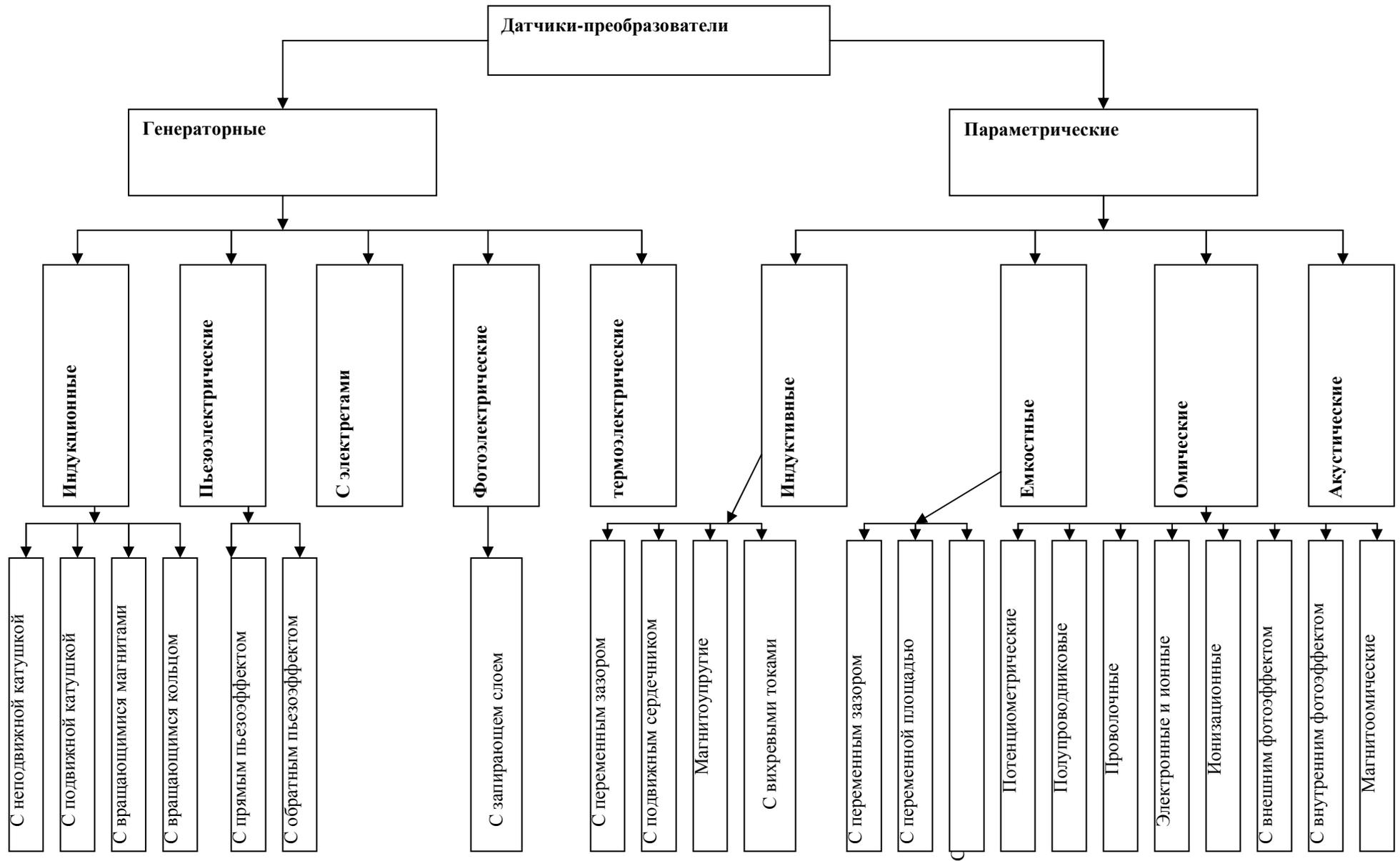


Рис. 1.6.2. Классификация датчиков

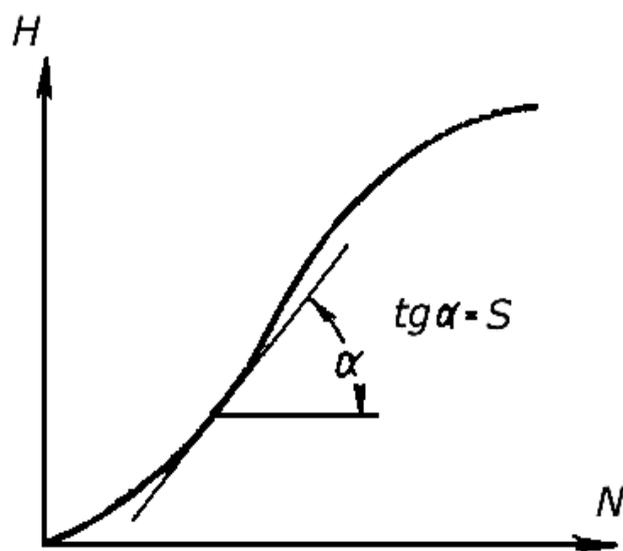


Рис. 1.6.3. Характеристика датчика

Основной характеристикой любого датчика является зависимость значения электрического выхода параметра  $H$  от значения неэлектрической измеряемой величины  $N$ , воздействующей на датчик и являющейся его входным параметром (рис.1.6.3). Выгодно применять датчики с возможной линейной характеристикой.

Чувствительностью датчика, аналогично чувствительности других устройств, называется производная значения выходного параметра по значению входного параметра, т.е.

$$S = \frac{dH}{dN}.$$

Графически чувствительность датчика определяется углом  $\alpha$  наклона касательной к характеристике датчика в рабочей точке. Чувствительность датчика с прямолинейной характеристикой не зависит от выбора режима работы датчика. Если используется непрямолинейный участок характеристики датчика, то вводится понятие о средней чувствительности в пределах используемого участка. Чувствительность вибродатчиков может быть определена так же, как отношение максимального значения выходного сигнала к амплитуде входного, измеренных каждый в своих единицах. При

этом предполагается, что входным сигналом является чисто синусоидальная вибрация. У датчиков генераторного типа выходным сигналом является напряжение холостого хода, измеренное в милливольтках, а входным – в зависимости от типа вибродатчика – амплитуда смещения, скорости или ускорения задаваемой вибрации.

У большинства датчиков параметрического типа чувствительность определяется не напряжением на выходе, а током в контуре, образуемым всей системой включения датчика.

Датчики характеризуются также инерционностью или постоянной времени, пропорциональной тому промежутку времени, в течение которого выходной параметр датчика принимает значение, соответствующее входному параметру после изменения последнего.

Кроме того, датчики характеризуются рабочим диапазоном измеряемых величин, в пределах которого погрешности измерений остаются в допустимых пределах.

### **Вопросы для самоконтроля освоения знаний по главе 1**

1. Какими признаками должен характеризоваться прибор или часть прибора, чтобы его можно было отнести к классу первичных преобразователей?
2. Какие физические величины Вам известны?
3. Что такое функция преобразования и чувствительность преобразователя к измеряемой физической величине (общий случай)?
4. Какие физические явления получили наибольшее распространение при разработке первичных преобразователей?
5. Какие структурные схемы для измерения усилий с использованием тензорезистора и индуктивного преобразователей Вам известны? Приведите структурную схему датчика, уравнивающего преобразования.
6. Какие виды электрических сигналов существуют в электронной системе?
7. Как выглядит структурная схема измерительного преобразователя, имеющая элементы, общие для всех типов преобразователей?
8. Какие типы первичных преобразователей Вам известны (классификация преобразователей)?

## Глава 2. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ МЕХАНИЧЕСКОГО СИГНАЛА

### 2.1. Виды упругих элементов и области их использования

При анализе функции преобразования измеряемого параметра была отмечена некоторая общность видов измерительных преобразователей [1, 3].

Так, если измерительную цепь можно назвать типичным преобразователем электрического сигнала, входящего во все датчики, то типичным преобразователем механического сигнала является упругий элемент, который входит практически во все датчики силы, давления и ускорения. Входной величиной упругого элемента является сила (момент) или давление, а выходной – перемещение (линейное или угловое) или деформация, выраженная в относительных или абсолютных единицах, причем под перемещением в этом случае следует понимать прогибы характерных точек упругого элемента в направлении, задаваемом направлением действия нагрузки. Обычно это направление, совпадающее с направлением действия силы, либо перпендикулярное ему. Под деформацией понимается перемещение точек, лежащих на поверхности упругого элемента. Поэтому упругие элементы как преобразователи механического сигнала целесообразно разделять на преобразователи «сила-деформация» и «сила-перемещение» (преобразователи силы), «давление-деформация» и «давление-перемещение» (преобразователи давления), «момент-угол» и т. д. Такое деление упругих элементов целесообразно еще и потому, что «вход - выход» определяет чувствительность преобразователя, его конструктивное оформление, а также метод предыдущего и последующего преобразования.

Так, например, если выходной величиной упругого элемента является деформация, то это предполагает, как правило, использование различного рода тензорезисторных преобразователей; если перемещение, то - индуктивных, емкостных или реостатных преобразователей.

К преобразователям силы, например, относятся упругие элементы в виде

сплошных и полых стержней (рис. 2.1.1, а, б), колец постоянного и переменного сечения (рис. 2.1.1, в, г), балок равного сечения и равного сопротивления (рис. 2.1.1 д, е), специальных стержневых упругих элементов (рис. 2.1.1, ж, з). К преобразователям давления относятся трубки Бурдона, мембранные коробки, мембраны с несимметричным центром, колпачки, полусферы, комбинированные упругие элементы (рис. 2.1.2). Для таких упругих элементов как плоские и гофрированные мембраны, сильфоны и другие (рис. 2.1.3), входной величиной может быть как сила, так и давление.

Из упругих элементов, входной величиной которых является сила, наибольшее распространение получили стержни. Достоинство стержневых упругих элементов заключается в простоте изготовления. Для таких элементов достаточно легко достигаются высокие классы точности выполнения геометрических размеров, чистоты обработки поверхностей. Кроме того, стержневой упругий элемент наиболее подходит для построения датчиков на высокие пределы измерения при ограниченной массе и габаритных размерах.

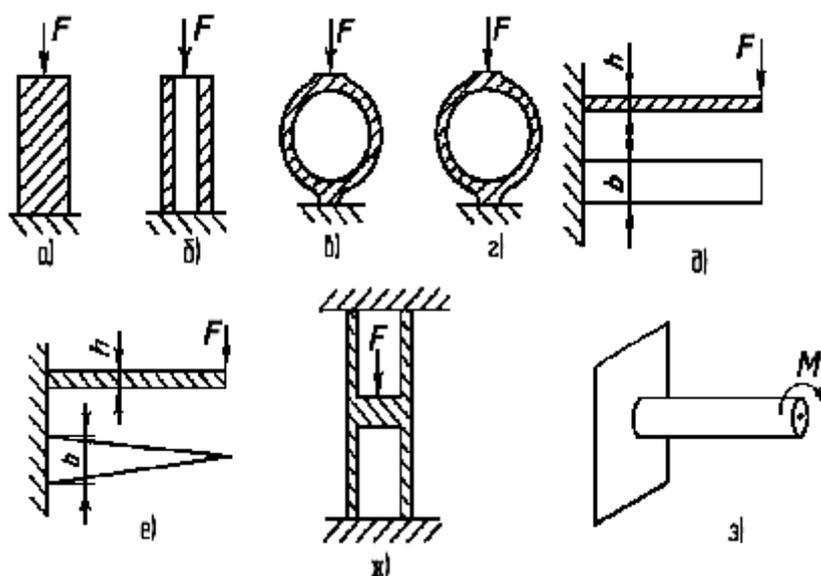


Рис. 2.1.1. Виды упругих элементов – преобразователей силы

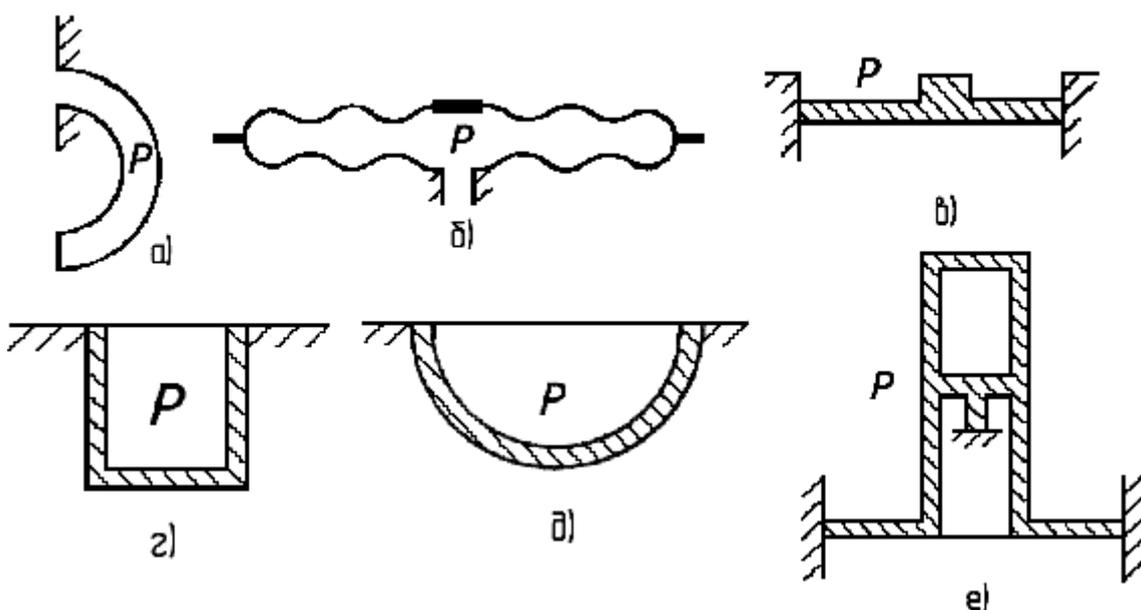


Рис. 2.1.2. Виды упругих элементов – преобразователей давления

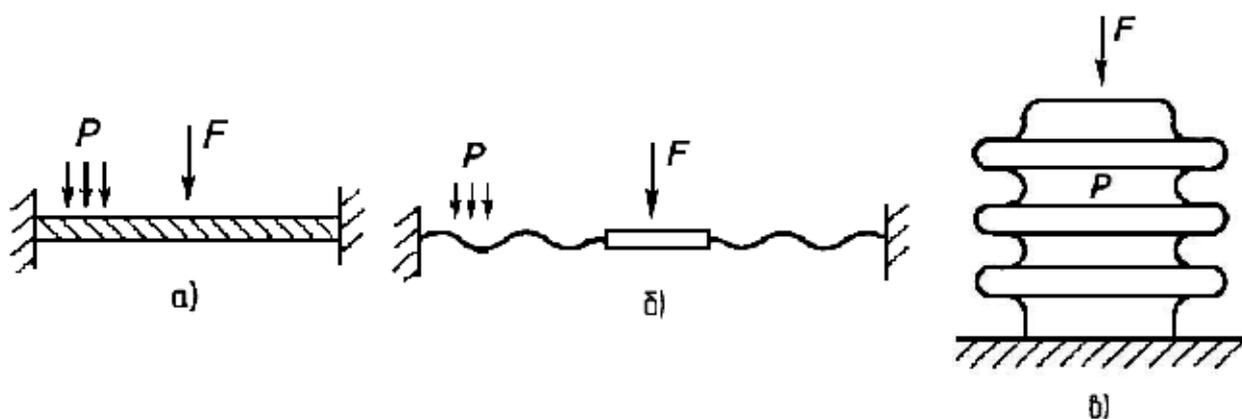


Рис. 2.1.3. Упругие элементы, преобразующие силу и давление

Одним из недостатков такого упругого элемента является малая величина перемещения, поэтому их применяют только в тензорезисторных датчиках, где величина возникающей деформации оказывается вполне приемлемой. Однако и в этом случае стержень не идеален, так как деформации растяжения и сжатия в нем имеют разные величины, что ограничивает его применение. Кроме того, в таком элементе невозможно выполнить одинаковые условия для установки преобразователей неэлектрической величины в электрическую (тензорезисторов), воспринимающих деформации разного знака (из-за разной

кривизны поверхности).

Другой существенный недостаток стержневых упругих элементов – ограниченность чувствительности. Для увеличения чувствительности стержень выполняют полым, в виде цилиндра. Это, кроме увеличения чувствительности, позволяет увеличивать площадь под установку тензорезисторов и дает возможность уменьшить габаритные размеры и массу датчика. Но уменьшение толщины стенки и диаметра цилиндра ограничено практическими возможностями его изготовления. Кроме того, жесткость такого тонкостенного цилиндра делается соизмеримой с жесткостью наклеиваемого тензорезистора, которая образуется за счет клеевого слоя, изоляционной прокладки и является величиной нестабильной. Поэтому такие упругие элементы применяют в датчиках с пределами измерений более 500 Н.

В датчиках широко применяют кольцевые упругие элементы. Такие элементы по сравнению со стержневыми имеют ряд преимуществ.

Во-первых, перемещение подвижной части упругого элемента существенно больше, чем у стержня. Поэтому такие элементы применяют в емкостных, индуктивных и других датчиках, где требуется значительное перемещение упругого элемента.

Во-вторых, кольцевые упругие элементы имеют более высокую чувствительность и поэтому их применяют для преобразования силы до 10 Н. Выполнение кольцевых элементов на высокие пределы измерения нецелесообразно, так как приводит к неоправданному увеличению размеров и массы датчика. Практически верхним пределом измерения силы кольцевых упругих элементов следует считать 5000 Н.

Шире возможности у кольцевого элемента и в части использования выходной величины. У кольца четыре зоны деформаций в каждой из которых имеются одинаковые условия для установки тензорезисторов: деформации сжатия и растяжения, кривизна поверхностей для установки тензорезисторов примерно одинаковы

Недостатком кольцевого элемента является то, что распределение напряжений в зонах деформаций неравномерное. Стремление получить более равномерное распределение напряжений привело к разработке кольца переменного сечения. Кроме того, кольцевые упругие элементы менее технологичны, чем стержневые. При их изготовлении труднее обеспечивать высокие классы точности и чистоты обработки. Размеры и масса датчиков с кольцевыми элементами больше, чем со стержневыми. Однако в тех случаях, когда стержневой элемент не обеспечивает требуемой чувствительности или необходимо использовать в качестве выходной величины значительное перемещение, применение кольцевых упругих элементов оказывается весьма эффективным.

Более чувствительны к силе балочные упругие элементы. По технологичности изготовления они не уступают стержневым, позволяют получить большие перемещения, а деформации сжатия и растяжения у них строго одинаковы. Однако широкое использование их ограничено двумя причинами: во-первых, большими трудностями при фиксации точки и направления приложения силы; при действии силы конец балки (см. рис. 2.1.1, д) перемещается по дуге окружности и точка приложения силы изменяет свои координаты, что вызывает дополнительные погрешности; во-вторых, трудностями жесткой заделки второго конца балки, преодоление которых приводит к существенному удорожанию датчика, увеличению массы и размеров. Распределение напряжений в балке постоянного сечения неравномерное. Для получения равномерного распределения напряжений применяют балку равного сопротивления. Однако при этом следует учитывать, что собственная частота балки сильно зависит от массы присоединенных к ней элементов. Поэтому балочные упругие элементы применяют в тех случаях, когда кольцевые элементы не обеспечивают заданной чувствительности, например в датчиках силы с пределами измерения меньше 50 Н. Балочным упругим элементам отдается предпочтение также в тех случаях, когда требование одинаковых условий

работы преобразователей неэлектрической величины в электрическую является определяющим. Для преобразования усилий больших 500 Н, целесообразно применять конструкцию специального стержневого упругого элемента (см. рис. 2.1.1, *ж*). Он представляет собой полый стержень, жестко заделанный по торцам и, имеющий жесткую перемычку внутри, посередине стержня. Сила прикладывается к перемычке и поэтому деформации верхней и нижней частей упругого элемента при их одинаковых размерах равны, т. е. обеспечиваются одинаковые условия для установки работы преобразователей деформации в электрическую величину. Упругие элементы, входной величиной которых является давление, применяют преимущественно для датчиков давления.

Наибольшей чувствительностью к измеряемому параметру обладает мембранная коробка (см. рис. 2.1.2, *б*). В зависимости от геометрических размеров, формы и материала мембранной коробки может быть перекрыт широкий диапазон измеряемых давлений - от 1000 до 500 000 Па. Значительное перемещение стенок мембранной коробки позволяет использовать ее в сочетании с потенциометрическим измерительным преобразователем, который преобразует это перемещение в изменение сопротивления потенциометра.

Трубка Бурдона (см. рис. 2.1.2, *а*), как упругий элемент, по своему назначению аналогична мембранной коробке, но ее применяют для высоких давлений (от 1 до 60 МПа).

Мембрана с несимметричным центром (см. рис. 2.1.2, *в*) нашла преимущественное применение в виброчастотных (струнных) датчиках давления с пределами измерения от 5 до 60 МПа.

Упругие элементы в виде колпачков и полусфер (см. рис. 2.1.2, *г, д*) применяют в датчиках давления в тех случаях, когда необходимо получить равномерные напряжения в области установки измерительных преобразователей (например, тензорезистора). Кроме того, они обладают малой тепловой инерцией. Недостатком их является отсутствие зон

деформаций с разными знаками.

Стремление получить зоны деформаций с разными знаками при сохранении малой инерционности к изменению температуры измеряемой среды привело к созданию комбинированного упругого элемента (см. рис. 2.1.2, *е*), представляющего собой цилиндрический стержень с перемычкой внутри, один конец которого заглушён, а второй конец выполнен заодно с жестко заземленной диафрагмой. Центр упругого элемента неподвижен, а измеряемое давление воздействует на наружную поверхность цилиндрического упругого элемента и диафрагму. Силы давления на заглушенный торец сжимают верхнюю часть упругого элемента, а силы давления на диафрагму растягивают нижнюю часть его. В таком упругом элементе существуют одинаковые условия для установки преобразователей неэлектрической величины в электрическую.

Из упругих элементов, входной величиной которых может быть как сила, так и давление, наибольшее распространение получили гофрированные мембраны (рис. 2.1.3, *б*). Их применяют в основном для датчиков давления, имеющих малые пределы измерения. Благодаря значительным перемещениям центра гофрированные мембраны применяют чаще всего в потенциометрических датчиках. Для преобразования силы в перемещение их используют в тех случаях, когда должна быть обеспечена высокая степень герметизации измерительной цепи при малых измеряемых силах. При значительных нагрузках на такую мембрану резко растут ее размеры и масса, поэтому для больших сил (давлений) применяют плоскую мембрану в виде тонкой круглой пластинки (рис. 2.1.3, *а*). Перемещение пластинки используется в качестве выходной величины в индуктивных и емкостных датчиках. Применение мембраны, преобразующей силу в деформацию, резко сокращает размеры датчика в направлении действия силы, и в тех случаях, когда по условиям эксплуатации накладывается такое ограничение, мембранные датчики силы имеют преимущество перед датчиками с упругими элементами других типов.

Сильфонные упругие элементы (рис. 2.1.3, в) по сравнению с мембранными имеют большую чувствительность, поэтому их применяют в высокочувствительных датчиках для измерения сил и давлений.

Для построения датчиков механических параметров могут быть использованы и другие упругие элементы, отличающиеся от рассмотренных. Однако их применение обусловлено либо спецификой требований, предъявляемых к конкретному датчику, либо спецификой конструктивного решения.

В последующих параграфах приведены расчетные соотношения для наиболее распространенных упругих элементов.

## 2.2. Преобразователи силы

В большую группу можно выделить упругие элементы, преобразующие силу в деформацию. Они являются составной частью большинства датчиков силы, давлений, ускорений и других неэлектрических величин.

Найдем функции преобразования (функциональную зависимость деформации упругого элемента от усилия) наиболее распространенных конструкций упругих элементов (рис. 2.2.1,  $a—d$ ):

- полого или сплошного стержня постоянного сечения;
- кругового кольца постоянного сечения;
- мембраны постоянной толщины;
- балки равного прямоугольного сечения;
- балки равного сопротивления изгибу.

Для удобства в функции преобразования этих элементов выходную величину (деформацию) будем выражать в относительных единицах, что целесообразно по нескольким причинам. Во-первых, при неравномерном распределении деформаций по длине упругого элемента выражение их в относительных единицах дает наиболее простое выражение функции преобразования. Во-вторых, логика построения последующей измерительной

цепи соответствует измерению относительных, а не абсолютных деформаций.

**Стержень постоянного сечения.** Связь между силой и продольной деформацией в таком упругом элементе

$$\varepsilon_l = \frac{F}{S_{CT}E} = S'_{CT} * F , \quad (2.2.1)$$

где  $\varepsilon_l$  — относительная продольная деформация стержня;  $S_{CT}$  — площадь поперечного сечения стержня;  $F$  — сила, приложенная к стержню;  $E$  — модуль упругости материала стержня;  $S'_{CT}$  — чувствительность стержня.

Выражение (2.2.1) показывает, что продольная деформация стержня определяется приложенным усилием  $F$  и чувствительностью  $S_{CT}$  и не зависит от длины стержня, т. е. относительная деформация постоянна по длине стержня. Связь между силой и поперечной деформацией стержня

$$\varepsilon_d = \frac{\mu F}{S_{CT}E} = S''_{CT} F , \quad (2.2.2)$$

где  $\varepsilon_d$  — относительная поперечная деформация;  $\mu$  — коэффициент Пуассона.

В этом случае относительная деформация также постоянна по длине образующей поверхности стержня.

Таким образом, в зависимости от того, какая деформация будет использована в качестве выходной величины, функция преобразования стержня будет иметь либо вид (2.2.1), либо (2.2.2).

В общем случае при разработке датчика могут быть использованы как продольная и поперечная деформации, так и комбинация этих деформаций. Поэтому чувствительность стержня может принимать любые значения между  $S'_{CT}$  и  $S''_{CT}$ .

Для учета изменения чувствительности в зависимости от использования в работе стержня той или иной деформации или их комбинации введем понятие конструктивного коэффициента чувствительности. Этот коэффициент равен 1, если в работе стержня используется только продольная деформация (последующий измерительный преобразователь, например, тензорезистор,

установлен вдоль образующей стержня), или коэффициенту Пуассона, если используется только поперечная относительная деформация (измерительный преобразователь установлен поперек образующей стержня).

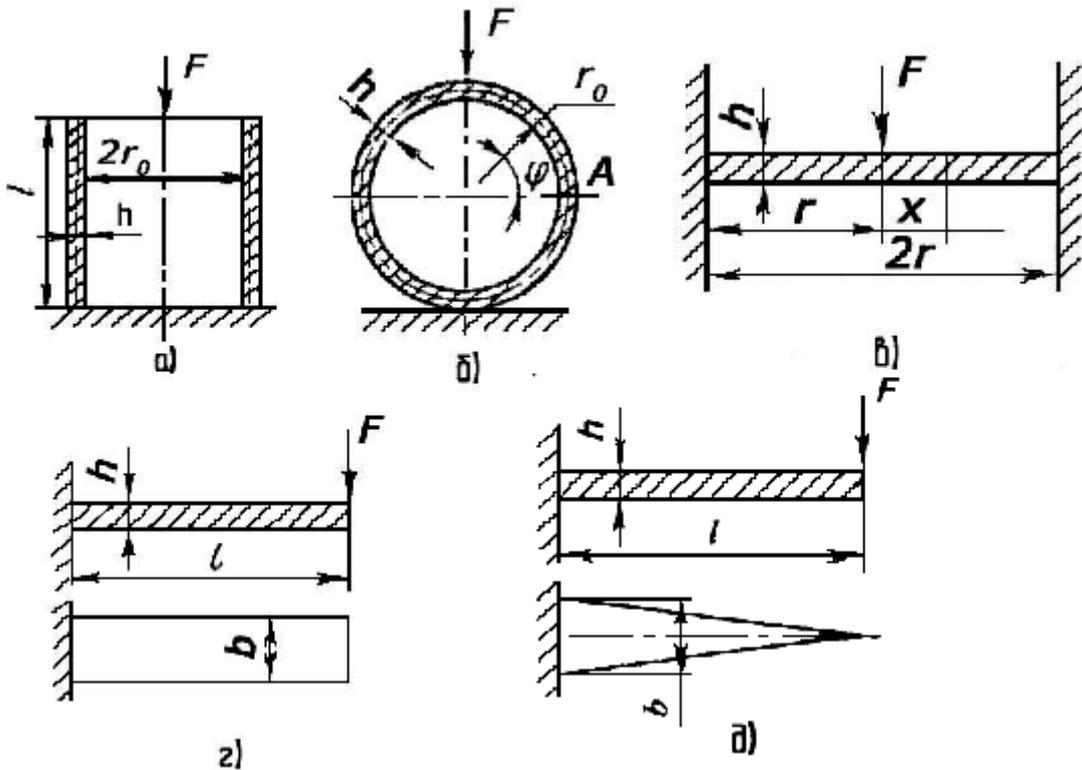


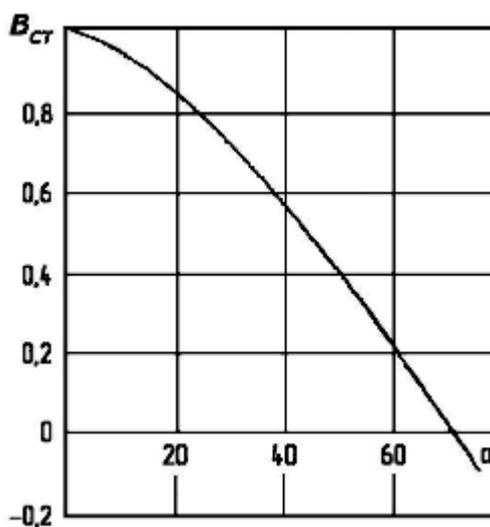
Рис. 2.2.1. Принципиальные конструкции упругих элементов, преобразующих силу в деформацию

Если в работе использованы продольная и поперечная деформации (измерительный преобразователь установлен под углом к образующей стержня), значения конструктивного коэффициента чувствительности будут определяться степенью использования той или иной деформации. При такой установке последующий измерительный преобразователь будет использовать продольную деформацию, равную  $\varepsilon_l \cos \alpha$ , и поперечную деформацию (другого знака), равную  $\mu \varepsilon_l \sin \alpha$ . Поэтому значения конструктивного коэффициента могут быть вычислены из выражения

$$B_{CT} = \cos \alpha - \mu \sin \alpha,$$

где  $B_{CT}$  – конструктивный коэффициент чувствительности стержня;  $\alpha$  – угол установки тензорезистора относительно образующей стержня.

На рис. 2.2.2. дана зависимость коэффициента  $B_{CT}$  от угла  $\alpha$  при коэффициенте Пуассона, равном 0,3.



**Рис. 2.2.2. Зависимость конструктивного коэффициента чувствительности от угла установки тензорезистора**

В соответствии с изложенным, общее выражение функции преобразования стержня может быть представлено в следующем виде:

$$\varepsilon_{CT} = \frac{B_{CT}}{S_{CT}E} F, \quad (2.2.3)$$

а чувствительность

$$S_{CT} = \frac{B_{CT}}{S_{CT}E}, \quad (2.2.4)$$

где  $B_{CT}$  — конструктивный коэффициент чувствительности стержня.

Следовательно, чувствительность стержня определяется конструктивным коэффициентом чувствительности, сечением и модулем упругости материала стержня. Заметим, что деление стержневых упругих элементов на полые и сплошные не изменяет вида функции преобразования.

В случае, если выходной величиной стержневого упругого элемента является перемещение точки приложения силы в направлении ее действия)

то функция преобразования

$$\delta = \frac{l}{S_{CT}E} F, \quad (2.2.5)$$

где  $\delta$  – перемещение торца упругого элемента;  $l$  – длина упругого элемента.

Как видно из (2.2.5), чувствительность упругого элемента в этом случае зависит от длины.

Другой важной характеристикой любого элемента является его собственная частота колебаний. Для стержневого упругого элемента:

$$f_0 = 0,159 \frac{\pi}{2l} \sqrt{\frac{ES_{CT}}{m}}, \quad (2.2.6)$$

где  $l$  – длина упругого элемента, м;  $m$  — масса единицы длины упругого элемента, кг/м.

Выражая массу единицы длины упругого элемента через его массу и длину и производя дальнейшие преобразования, получим

$$m = S_{CT} \rho,$$

где  $\rho$  – плотность материала.

Подставив значение  $m$  и константы  $\pi$  в (2.2.6), окончательно получим

$$f_0 = \frac{0,249}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (2.2.7)$$

Формулы (2.2.3), (2.2.5) и (2.2.7) являются основными при расчете стержневых упругих элементов. Полезно заметить, что анализ выражений (2.2.3 и (2.2.7) позволяет дать определенные рекомендации по совершенствованию данного типа упругих элементов. Так, для повышения чувствительности целесообразно выбирать материал с меньшим модулем упругости. При этом уменьшение собственной частоты колебаний будет происходить медленнее, чем повышение чувствительности, что является выгодным. Увеличение чувствительности без снижения быстродействия достигается уменьшением сечения упругого

элемента, а увеличение быстродействия без снижения чувствительности достигается уменьшением длины упругого элемента или выбором материала с меньшей плотностью. Правда, эти возможности лимитированы технологией изготовления и ограниченным перечнем используемых конструкционных материалов.

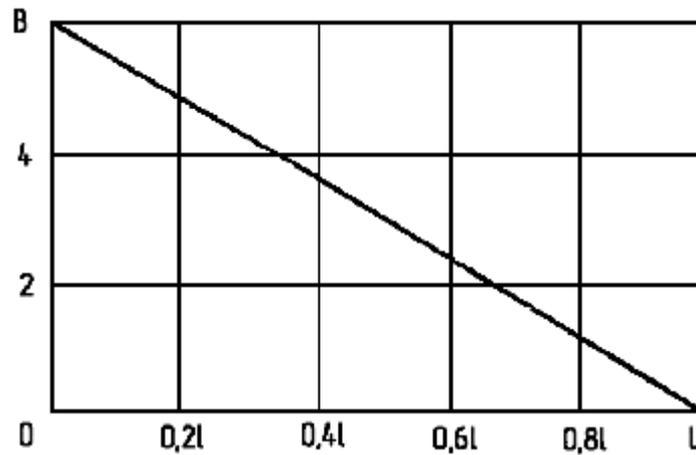
**Балка равного прямоугольного сечения.** Для упругого элемента, выполненного в виде балки равного прямоугольного сечения, жестко защемленной одним концом, связь между приложенной силой  $F$  (см. рис. 2.2.1) и максимальными деформациями от поверхностных напряжений определяется соотношением

$$\varepsilon = \frac{6l}{hS_{CT}E} F = S_{\delta_{\max}} F, \quad (2.2.8)$$

где  $l$  – длина балки;  $h$  – толщина балки;  $S_{CT}$  – сечение балки;  $E$  – модуль упругости материала балки;  $\varepsilon$  – деформация балки в заделке;  $F$  – приложенная сила;  $S_{\delta_{\max}} = \frac{6l}{hS_{CT}E}$  – максимальная чувствительность балки равного сечения.

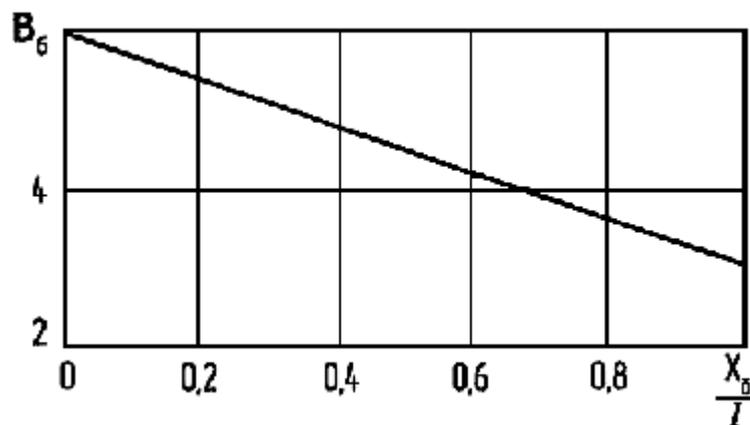
Выражение (2.2.8) является функцией преобразования усилия в деформацию для частного случая, когда для работы используются максимальные напряжения. В этом случае чувствительность определяется числовым коэффициентом, равным **6**. Назовем его **конструктивным коэффициентом чувствительности**. Нетрудно показать, что его величина изменяется по длине балки, как показано на рис. 2.2.3, т. е.  $B_{\delta}$  изменяется линейно от максимального значения в месте заделки до нуля в точке приложения силы. Для каждого сечения балки  $B_{\delta}$  может иметь как положительное, так и отрицательное значение в зависимости от того, рассматривается деформация в верхних или нижних волокнах балки.

При полном использовании длины балки под установку тензорезистора или другого измерительного преобразователя среднее значение конструктивного коэффициента чувствительности  $B_{\delta_{CP}} = 3$ .



**Рис. 2.2.3. Зависимость конструктивного коэффициента чувствительности для балки равного прямоугольного сечения от длины**

При частичном использовании длины балки  $B_{\delta \text{ ср}}$  будет изменяться в соответствии с графиком, приведенном на рис. 2.2.4. С увеличением зоны использования  $x_{\delta}/l$  ( $x_{\delta}$  – длина используемой зоны, база тензорезистора)  $B_{\delta \text{ ср}}$  линейно уменьшается от 6 до 3.



**Рис. 2.2.4. Зависимость среднего конструктивного коэффициента чувствительности от длины балки при частичном использовании длины балки**

Следует отметить, что, как и в предыдущих случаях, характер распределения напряжений в балке соответствует характеру изменения конструктивного коэффициента чувствительности.

Таким образом, общее выражение функции преобразования балки равного сечения, жестко заземленной одним концом,

$$\varepsilon = \frac{B_{\delta} l}{h S_{CT} E} F, \quad (2.2.9)$$

а общее выражение чувствительности

$$S_{\delta} = \frac{B_{\delta} l}{h S_{CT} E}. \quad (2.2.10)$$

Очень часто в качестве выходной величины используется прогиб конца балки. В этом случае функция преобразования

$$\delta = \frac{3l^3}{bh^3 E} F, \quad (2.2.11)$$

где  $\delta$  – прогиб конца балки.

Собственная частота заземленной балки равного сечения согласно

$$f_0 = \frac{1,875^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}}, \quad (2.2.12)$$

где  $J$  – момент инерции сечения балки;  $m$  - масса единицы длины балки.

Производя соответствующие подстановки значений  $J$  и  $m$ , после несложных преобразований получим выражение для собственной частоты в той же форме, что и для ранее рассмотренных упругих элементов:

$$f_0 = \frac{0,162h}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (2.2.13)$$

Совместное рассмотрение выражений (2.2.10) и (2.2.13) позволяет увидеть особенности такого типа упругого элемента. Так параметром, который позволяет влиять на чувствительность, не изменяя собственной частоты колебаний, в этом случае является сечение балки. Изменение толщины балки с целью увеличения чувствительности приводит к эквивалентному

уменьшению собственной частоты колебаний упругого элемента. Характеристики материала влияют на чувствительность и быстродействие так же, как и в предыдущих случаях.

**Балка равного сопротивления изгибу.** Упругий элемент такой формы отличается от предыдущего тем, что величины напряжений как для верхних, так и для нижних волокон балки не зависят от выбора сечения, постоянны по длине балки и равны напряжениям в заделке. Поэтому конструктивный коэффициент чувствительности такого упругого элемента не зависит ни от координат сечения, ни от полноты использования зоны деформаций. Его величина для всех случаев постоянна и равна 6, изменяется только знак его в зависимости от того, используются деформации верхних или нижних волокон балки.

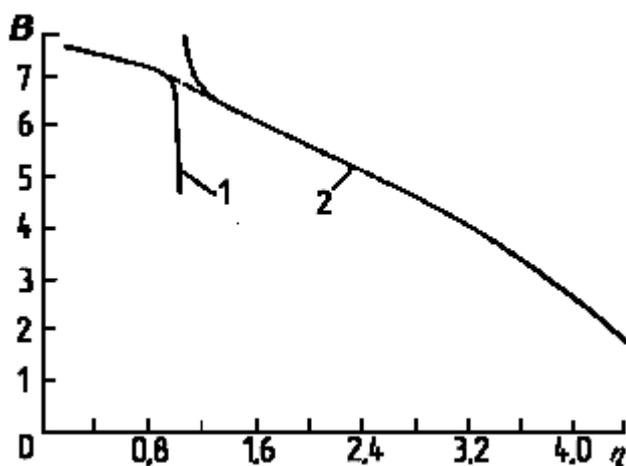


Рис. 2.2.5. Зависимость конструктивного коэффициента чувствительности от показателя  $\eta$

С учетом этого, для балки равного сопротивления изгибу справедливо соотношение (2.2.9). Прогиб конца балки определяется соотношением

$$\delta = \frac{6l^3}{bh^3E} F.$$

Для определения собственной частоты консольной балки равного сопротивления воспользуемся соотношением:

$$f_0 = 0,159 \frac{B}{l^2} \sqrt{\frac{EJ_0}{m_0}}, \quad (2.2.14)$$

где  $J_0$  - момент инерции у заделки;  $m_0$  - масса единиц длины балки у заделки.

$$B = \sqrt{\frac{(1-\eta)(2-\eta)}{2(C_1 - C_2)}};$$

$$C_1 = \frac{1}{4-\eta} - \frac{1+\eta}{6};$$

$$C_2 = \frac{1}{3-\eta} \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{(4-\eta)(5-\eta)} \right] - \frac{3\eta+2}{24},$$

$\eta$  – показатель, характеризующий изменение жесткости в зависимости от текущей координаты  $x$ , изменяющейся в направлении длины балки (начало координат расположено в заделке). Из формул видно, что при  $\eta = 1$  величина  $B = 0$ , что не соответствует физическим представлениям. Поэтому для нахождения  $B$  при  $\eta = 1$  построим зависимость  $B = f(\eta)$ , где  $\eta$  изменяется в пределах 0,5 - 5,0, причем  $\eta$  не равно целым числам. График зависимости  $B = f(\eta)$  представлен на рис. 2.2.5.

На графике кривая **1** дает возможность определить значение  $B$  при  $\eta < 1$ , а кривая **2** - при  $\eta > 1$ . Так как разрыв кривых обусловлен неприменимостью формул для  $\eta = 1$ , то для нахождения величины  $B$  при  $\eta = 1$  выполним графическую интерполяцию кривых (на рисунке показано штриховой линией) и найдем, что при  $\eta = 1$  величина  $B = 0,88$ .

Подставляя значение  $B$  в (2.2.14) и производя аналогичные предыдущим преобразования, получим:

$$f_0 = \frac{0,136h}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (2.2.15)$$

Таким образом, рассмотренные конструкция упругих элементов, преобразующих силу в деформацию, имеют функцию преобразования и чувствительность, которые определяются конструктивными размерами, модулем упругости и конструктивным коэффициентом чувствительности. Конструктивный коэффициент чувствительности определяет не только

величину чувствительности, но и ее знак. Величина и знак конструктивного коэффициента чувствительности зависят от координат сечения, характера деформаций и степени использования зон деформаций.

Для удобства использования полученные выражения чувствительностей сведены в табл. 2.1. Там же даны пределы изменения конструктивного коэффициента чувствительности и выражения для собственных частот.

Анализируя выражения для собственных частот разобранных конструкций, можно сделать следующие общие выводы:

1. Собственная частота упругого элемента определяется некоторым числовым коэффициентом (назовем его конструктивным коэффициентом быстрогодействия), одним конструктивным параметром (обобщенным параметром длины упругого элемента) и двумя характеристиками материала (модулем упругости и плотностью).
2. Собственная частота тем больше, чем больше конструктивный коэффициент быстрогодействия, меньше обобщенный параметр длины упругого элемента и больше отношение модуля упругости материала к плотности (характеристика длины звуковой волны в материале).
3. Не все размеры упругого элемента влияют на его быстродействие. Например, быстродействие стержня не зависит от сечения, быстродействие кольца не зависит от его ширины и т. д. Это значит, что имеются условия для выполнения упругих элементов с различной чувствительностью, но с одинаковой собственной частотой, и наоборот.
4. Среди рассмотренных упругих элементов можно выделить две группы элементов. В одной группе обобщенный параметр длины зависит только от одного конструктивного размера (длины в стержне), в других (кольцо, мембрана, балка) — от двух

конструктивных параметров: от параметра длины и параметра толщины.

5. При одинаковых характеристиках длины и материала наибольшую собственную частоту имеет мембранный упругий элемент, наименьшую — кольцевой упругий элемент.

### 2.3. Преобразователи давления

К преобразователям давления следует отнести упругие элементы, построенные с использованием различного рода оболочек. Наиболее распространенными и технологичными в изготовлении являются следующие конструкции (рис.2.3.1): мембрана, жестко заделанная по контуру; цилиндрическая оболочка-колпачок толщиной  $h$ ; полусферическая оболочка толщиной  $h$ .

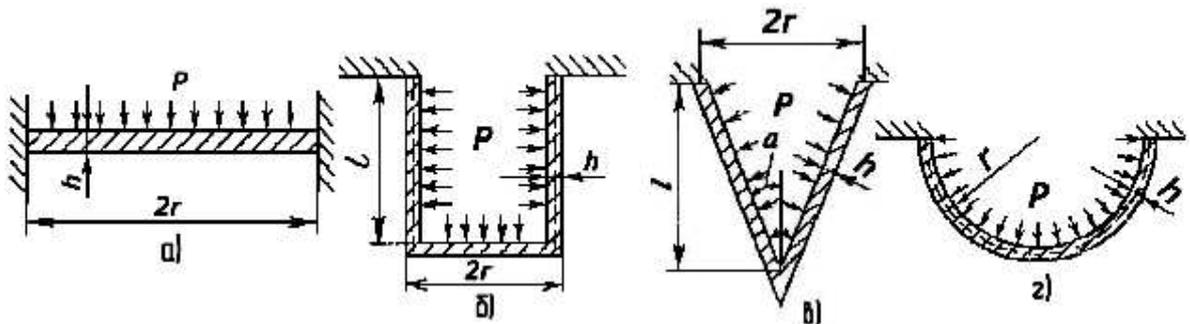


Рис. 2.3.1. Наиболее распространенные конструкции упругих элементов, построенных с использованием различного рода оболочек.

**Мембрана, жестко заделанная по контуру.** В таком упругом элементе (рис 2.3.1., *a*) под действием приложенного давления  $P$  в верхних и нижних волокнах возникают радиальные нормальные напряжения, направленные вдоль радиуса, и окружные нормальные напряжения, направленные по окружности мембраны.

Параметры некоторых преобразователей

Таблица 2.1

Упругий элемент	Чувствительность		Пределы измерения В	Собственная частота		$k_f$
	по деформации	по перемещению		без учета присоединенной массы	с учетом присоединенной массы	
Стержень	$\frac{B_{CT}}{S_{CT}E}$	$\frac{l}{S_{CT}E}$	1-0,3	$\frac{0,249}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,160}{l\sqrt{\alpha+k_f}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	0,405
Кольцо	$\frac{B_k r_0}{bh^2 E}$	$\frac{-1,79r_0^3 + 1,64r_0^3}{bh^3 E}$	1,91-1,09	$\frac{0,123h}{r_0^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,476h}{r_0^2 \sqrt{\alpha+k_f}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	0,148
Мембрана	$\frac{B_M}{h^2 E}$	$\frac{0,217r^2}{h^3 E}$	1,31-0,434	$\frac{0,492h}{r^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,193h}{r^2 \sqrt{\alpha+k_f}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	0,153
Балка равного сечения	$\frac{B_\delta l}{bh^2 E}$	$\frac{3l^3}{bh^3 E}$	6-0	$\frac{0,162h}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,080h}{l^2 \sqrt{\alpha+k_f}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	0,243
Балка равного сопротивления	$\frac{B_\delta l}{bh^2 F}$	$\frac{6l^3}{bh^3 E}$	6	$\frac{0,316h}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,091h}{l^2 \sqrt{\alpha+k_f}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	0,0845

$$\sigma_{\varphi} = \pm \frac{6M_{\varphi}}{h^2};$$

$$\sigma_r = \pm \frac{6M_r}{h^2},$$

где  $M_{\varphi}$  – окружной изгибающий момент;  $M_r$  – радиальный изгибающий момент;

$$M_{\varphi} = \frac{r^2}{16} \left[ (1-3\mu) \left( \frac{x}{r} \right)^2 - (1-\mu) \right] P;$$

$$M_r = \frac{r^2}{16} \left[ (3+\mu) \left( \frac{x}{r} \right)^2 - (1-\mu) \right] P.$$

Используя, закон Гука, получим из приведенных выше уравнений связь между деформациями и приложенным давлением (функцию преобразования):

$$\varepsilon_{\varphi} = \frac{0,375r^2}{h^2 E} (1-\mu^2) \left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right) P = S_{\varphi} P; \quad (2.3.1)$$

$$\varepsilon_r = \frac{0,375r^2}{h^2 E} (1-\mu^2) \left(1 - 3\frac{x^2}{r^2}\right) P = S_r P, \quad (2.3.2)$$

где  $\varepsilon_{\varphi}$ ,  $\varepsilon_r$  – окружная и радиальная деформации соответственно;  $x$  – текущая координата радиуса;  $E$  – модуль упругости материала мембраны;  $S_{\varphi}, S_r$  – чувствительность мембраны при использовании окружных и радиальных деформаций соответственно.

Как показывают выражения (2.3.1) и (2.3.2), функция преобразования определяется геометрическими размерами мембраны (радиусом и толщиной), характеристикой материала (модулем упругости) и коэффициентом Пуассона и зависит от того, какая деформация (радиальная или окружная) используется в качестве рабочей. Кроме того, она зависит от величины текущего радиуса.

Обозначим

$$B_{\varphi} = 0,375(1-\mu^2) \left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right); \quad (2.3.3)$$

$$B_r = 0,375(1 - \mu^2)\left(1 - \frac{3x^2}{r^2}\right). \quad (2.3.4)$$

Назовем, аналогично предыдущему, коэффициенты  $B_\varphi$  и  $B_r$  конструктивными коэффициентами чувствительности мембраны к давлению соответственно для случаев использования окружных и радиальных деформаций. Так как для изготовления упругих элементов используются металлы, то примем  $\mu = 0,3$  и рассчитаем зависимости коэффициентов  $B_\varphi$  и  $B_r$  от текущего радиуса мембраны. Эти зависимости представлены на рис. 2.10.

Как показывает рис. 2.3.2 и выражения (2.3.3) и (2.3.4), в рассматриваемом упругом элементе имеются три зоны деформаций. Одна зона расположена в пределах  $x/r=0—1$  и соответствует использованию окружных деформаций. В этой зоне конструктивный коэффициент чувствительности имеет максимальное значение в центре мембраны и равен 0,351. Вторая и третья зоны деформаций соответствуют использованию радиальных деформаций и расположены в пределах  $x/r = 0-0,568$  и  $x/r = 0,568—1,0$  соответственно. Для второй зоны максимальное значение конструктивного коэффициента также равно 0,351, а для третьей зоны — 0,704.

Средние значения конструктивных коэффициентов чувствительности в зависимости от полноты использования зоны можно найти, интегрируя уравнения (2.3.3) и (2.3.4) в соответствующих пределах.

Так выражение для среднего значения  $B_{\varphi\text{ср}}$  в первой зоне

$$B_{\varphi\text{ср}} = \frac{0,375(1 - \mu^2) \int_0^{x/r} \left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right) d\left(\frac{x}{r}\right)}{\frac{x}{r}}.$$

Вычислим  $B_{\varphi\text{ср}}$  для  $\mu = 0,3$  и полного использования зоны.

Для этого случая  $x/r = 1$  и после вычислений имеем

$$B_{\varphi\text{ср}} = 0,351 \int_0^1 d\left(\frac{x}{r}\right) - 0,351 \int_0^1 \frac{x^2}{r^2} d\left(\frac{x}{r}\right);$$

$$B_{\text{фср}} = 0,351 \frac{x}{r} \Big|_0^1 - 0,351 * 1/3 \left( \frac{x}{r} \right)^3 \Big|_0^1 .$$

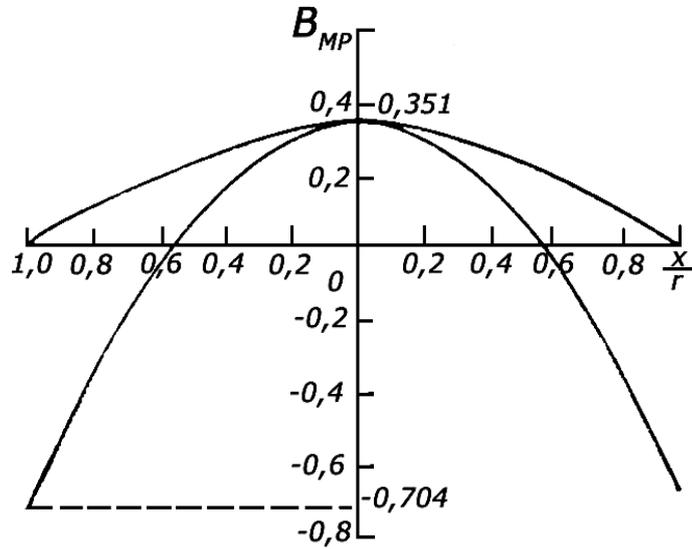


Рис. 2.3.2. Зависимость конструктивных коэффициентов от текущего радиуса мембраны, деформаций

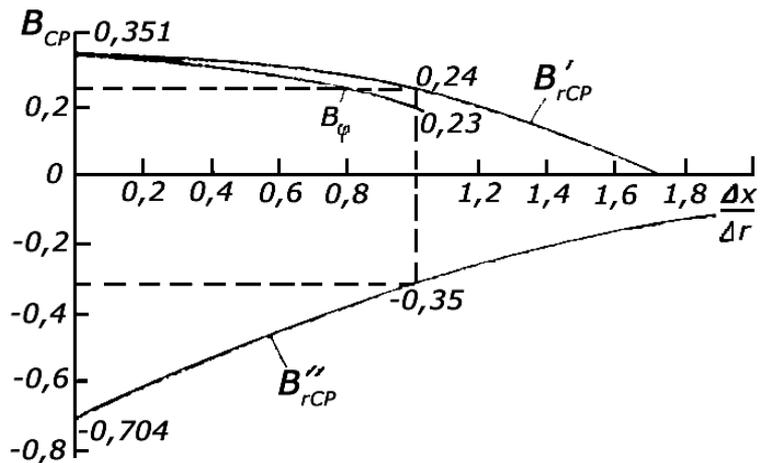


Рис. 2.3.3. Зависимость средних конструктивных коэффициентов от величины используемой зоны

$$B_{\varphi_{cp}} = 0,351 - 0,117 = 0,234.$$

Аналогичные вычисления, проведенные для промежуточных величин использования зоны, позволили построить зависимость  $B_{\varphi} = f(\Delta x / \Delta r)$ , где  $\Delta x$  — текущая ширина используемой зоны (рис. 2.3.3). На том же рисунке представлены зависимости  $B'_{rcp} = f(\Delta x / \Delta r)$  и  $B''_{rcp} = f(\Delta x / \Delta r)$ , вычисленные путем интегрирования выражения (2.2.15) для  $\mu = 0,3$ . В этих случаях вычисления производились и для случаев «переиспользования» зоны, когда  $\Delta x / \Delta r > 1$  ( $\Delta r$  — ширина рассматриваемой зоны). При полном использовании второй зоны, как видно из рис. 2.3.3, конструктивный коэффициент чувствительности  $B'_{rcp} = 0,24$ , а при полном использовании третьей зоны коэффициент  $B''_{rcp} = -0,35$ .

Следовательно, в рассматриваемой мембране как преобразователе давления в относительную деформацию имеющиеся три зоны деформаций характеризуются тем, что для каждой зоны в зависимости от полноты использования конструктивный коэффициент чувствительности может иметь разную величину и знак в пределах  $\pm 0,704$ . Следует заметить, что кривые конструктивных коэффициентов чувствительности дают характер распределения напряжений в мембране, находящейся под давлением.

Изложенное выше позволяет написать функцию преобразования и чувствительность мембранного упругого элемента, преобразующего давление в деформацию:

$$\varepsilon = \frac{B_{MP} r^2}{E h^2} p; \quad (2.3.5)$$

$$S_{MP} = \frac{B_{MP} r^2}{E h^2}, \quad (2.3.6)$$

где  $B_{MP}$  — конструктивный коэффициент чувствительности мембраны к давлению;  $r$  и  $h$  — радиус и толщина мембраны соответственно;  $E$  — модуль упругости материала мембраны.

Если мембрана является преобразователем давления в перемещение, то чаще всего используется перемещение центра мембраны. Функция

преобразования для этого случая

$$\delta = \frac{0,17r^4}{Eh^3} P.$$

Собственная частота колебаний этого упругого элемента не зависит от входной величины и поэтому определяется выражением (2.3.15).

**Мембрана постоянного сечения.** Под действием приложенной силы  $F$  в мембране возникают изгибающие моменты в радиальном и меридиональном сечениях мембраны

$$M_r = \frac{F}{4\pi} \left[ (1 + \mu) \ln \frac{r}{x} - 1 \right];$$

$$M_\varphi = \frac{F}{4\pi} \left[ (1 + \mu) \ln \frac{r}{x} - \mu \right],$$

где  $M_r$  – изгибающий момент в радиальном сечении;  $M_\varphi$  – изгибающий момент в меридиональном сечении;  $F$  – приложенное к мембране усилие;  $r$  – радиус мембраны;  $x$  – текущая координата радиуса;  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Под действием этих моментов возникают соответственно радиальные и окружные напряжения, максимальное значение которых

$$\sigma_r = \pm \frac{6M_r}{h^2};$$

$$\sigma_\varphi = \pm \frac{6M_\varphi}{h^2},$$

где  $h$  – толщина мембраны.

Решая приведенные уравнения попарно и используя закон Гука, найдем зависимость между приложенной силой и соответствующими деформациями (функцию преобразования мембраны).

Для радиальных деформаций

$$\varepsilon_r = \frac{0,478}{Eh^2} (1 - \mu^2) \left[ \ln \frac{r}{x} - 1 \right] F = S_r F, \quad (2.3.7)$$

где  $S_r$  — чувствительность мембраны при использовании радиальных деформаций;

для окружных деформаций

$$\varepsilon_{\varphi} = \frac{0,478}{Eh^2} (1 - \mu^2) \ln \frac{r}{x} F = S_{\varphi} F, \quad (2.3.8)$$

где  $S_{\varphi}$  — чувствительность мембраны при использовании окружных деформаций.

Как видно из (2.3.7) и (2.3.8), чувствительность мембраны определяется геометрическими размерами, модулем упругости мембраны и коэффициентом Пуассона. Ее величина зависит от того, какая деформация используется в качестве рабочей (выходной) величины, и от величины текущего радиуса.

Обозначим

$$B_r = 0,478(1 - \mu^2) \left[ \ln \frac{r}{x} - 1 \right]; \quad (2.3.9)$$

$$B_{\varphi} = 0,478(1 - \mu^2) \ln \frac{r}{x} \quad (2.3.10)$$

и назовем величины  $B_r$  и  $B_{\varphi}$ , аналогично предыдущему, конструктивными коэффициентами чувствительности соответственно в радиальном и окружном направлениях.

Зависимость этих коэффициентов для  $\mu=0,3$ , рассчитанная по формулам (2.3.9) и (2.3.10), представлена на рис. 2.3.4. Конструктивные коэффициенты чувствительности в центре мембраны имеют бесконечное значение. Но, поскольку вычисление их производилось по формулам, выведенным для элементарной теории изгиба круглой пластинки, и использование зоны мембраны вблизи точки приложения силы практически затруднено, значения  $B_r$  и  $B_{\varphi}$  будем рассматривать в пределах  $x/r = 0,05-1,00$ .

В этих пределах, как показывает график рис. 2.3.4, оба коэффициента с увеличением относительного радиуса мембраны уменьшаются нелинейно. Коэффициент  $B_{\varphi}$  со значением 1,31 при  $x/r = 0,05$  уменьшается до нуля в точке заделки мембраны ( $x/r = 1$ ). Коэффициент  $B_r$  уменьшается от значения 0,876 до -0,434, переходя через нуль при  $x/r = 0,369$ .

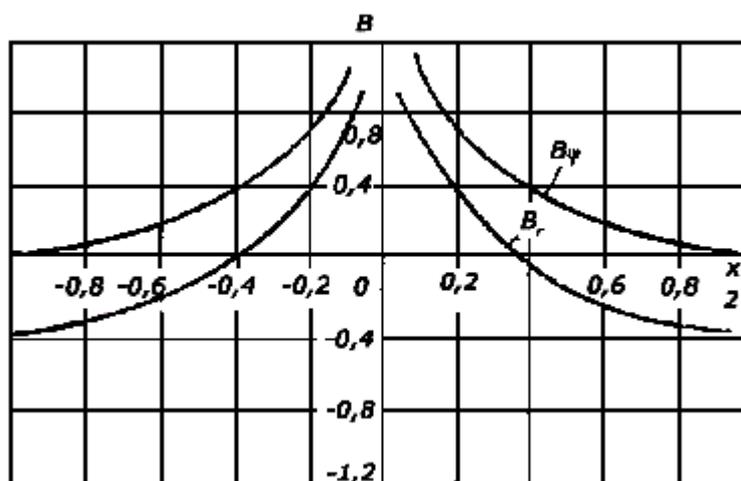


Рис. 2.3.4. Зависимость конструктивных коэффициентов чувствительности от радиуса мембраны

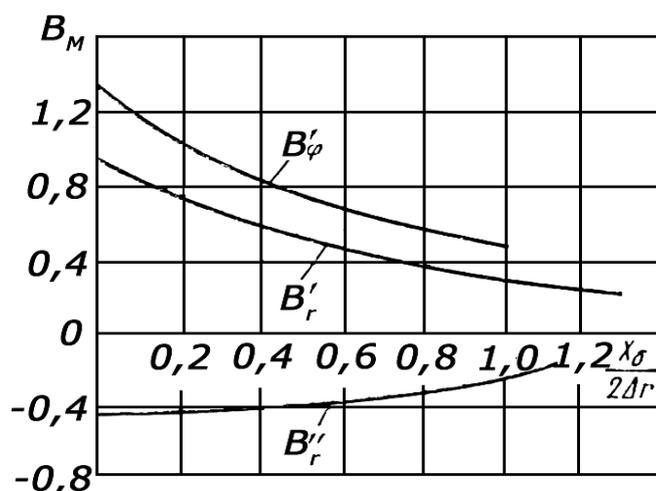
Как и в случае кольцевого упругого элемента, представляют интерес средние значения конструктивных коэффициентов чувствительности мембраны. Их можно получить из графиков рис. 2.3.4, либо интегрируя функции  $B_\varphi$  и  $B_r$  в соответствующих пределах, либо графически нахождением площади, ограниченной кривой и заданными участками абсцисс.

На рис. 2.3.5 представлена зависимость средних коэффициентов чувствительности мембраны от относительного использования зоны деформаций  $x_\delta/2 \Delta r$ , где  $x_\delta$  — длина используемой зоны деформации;  $\Delta r$  — ширина зоны деформации.

Для коэффициента  $B'_\varphi$  ширина зоны деформации  $\Delta r = x$ , для коэффициента  $B'_r$   $\Delta r = 0,369 x$  и для  $B''_r = 0,631 x$ , причем увеличение зоны использования производилось с зоны, соответствующей максимальным значениям конструктивных коэффициентов чувствительности.

Графики рис. 2.3.5 показывают, что конструктивные коэффициенты чувствительности мембраны с увеличением зоны использования уменьшаются и при полном использовании зоны составляют  $B'_{\varphi ср} = 0,47$ ,  $B'_{r ср} = 0,37$  и  $B''_{r ср} = 0,18$ .

Таким образом, при использовании для работы окружных напряжений в мембранном упругом элементе имеется одна зона деформаций, конструктивный коэффициент чувствительности в которой может иметь значения от 0 до 1,31. При использовании радиальных напряжений в мембране имеются две зоны деформаций. Одна зона лежит в пределах  $x/r = 0,05 \div 0,369$  и конструктивный коэффициент чувствительности в этой зоне изменяется в пределах от 0 до 0,876.



**Рис.2.3.5 Зависимость средних коэффициентов чувствительности мембраны от относительно использования зоны деформации**

Другая зона лежит в пределах  $x/r = 0,369 \div 1,0$ . В этой зоне конструктивный коэффициент чувствительности может иметь отрицательные значения от 0 до -0,434.

Таким образом, функция преобразования мембраны может быть представлена в общем виде:

$$\varepsilon = \left( \frac{B_M}{Eh^2} \right) F \quad (2.3.11)$$

откуда ее чувствительность

$$S = \frac{B_M}{Eh^2}, \quad (2.3.12)$$

где  $B_M$  — конструктивный коэффициент чувствительности мембраны;  $h$  — толщина мембраны;  $E$  — модуль упругости материала мембраны.

Величина и знак  $B_M$  определяются зоной деформации и относительной

шириной использования этой зоны. Знак конструктивного коэффициента зависит также от того, какая поверхность мембраны (верхняя или нижняя) используется для работы. В зависимости от этого величина  $B_M$  может быть определена из графиков рис. 2.3.4 и 2.3.5. Как и в предыдущих случаях, конструктивные коэффициенты являются пропорциональными напряжениям. Поэтому кривые рис. 2.3.4 показывают распределение напряжений в мембране, а кривые рис. 2.3.5 дают возможность определить средние напряжения каждой зоны деформации. При использовании в качестве выходной величины перемещения представляет интерес зависимость прогиба центра мембраны от приложенной силы. Этот прогиб при  $\mu = 0,3$

$$\delta = 0,217 \frac{r^2}{Eh^3} F \quad (2.3.13)$$

зависит от радиуса мембраны, тогда как при использовании в качестве выходной величины деформации она от радиуса не зависит. Для определения собственной частоты в направлении действия силы воспользуемся соотношением

$$f_0 = \frac{10,21}{2\pi r^2} \sqrt{\frac{H}{m_v h}}, \quad (2.3.14)$$

где  $H = Eh^2/12(1-\mu^2)$  - цилиндрическая жесткость мембраны;  $m_v$  — масса единицы объема мембраны;  $r$  - радиус мембраны. Заменяя  $m_v$  на плотность материала, подставляя значение  $H$  и производя соответствующие преобразования и вычисления, получим для  $\mu=0,3$

$$f_0 = \frac{0,492h}{r^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (2.3.15)$$

Как видно из (2.3.15), и в этом случае характеристики материала упругого элемента так же, как и в предыдущих случаях, влияют на собственную частоту. Выбор геометрических размеров мембраны позволяет в широких пределах варьировать собственной частотой мембраны. Совместное рассмотрение выражений (2.3.14) и (2.3.15) показывает, что рекомендации по

выбору материала упругого элемента совпадают с рекомендациями, данными для стержневого и кольцевого упругих элементов. Влияние толщины мембраны на чувствительность и собственную частоту колебания такое же как влияние толщины на эти параметры в кольцевом упругом элементе. Однако радиус мембраны определяет только собственную частоту, не влияя на чувствительность, и поэтому при проектировании таких упругих элементов заданную величину собственной частоты можно обеспечить соответствующим выбором радиуса мембраны.

Таким образом, функции преобразования и чувствительность наиболее распространенных конструкций упругих элементов, преобразующих давление в деформацию, определяются конструктивными размерами и параметрами материала упругого элемента; чувствительность зависит также от конструктивного коэффициента чувствительности, который необходимо выбирать в зависимости от конструкции упругого элемента и вида используемых в работе деформаций. Собственная частота упругих элементов определяется характеристиками материала и размерами упругого элемента.

Для удобства анализа и использования аналитические выражения чувствительности и собственной частоты рассматриваемых упругих элементов сведены в табл. 2.2.

Как видно из этой таблицы, наибольшими возможностями варьирования чувствительностью обладает мембрана. В этом упругом элементе чувствительность прямо пропорциональна квадрату отношения продольного размера к поперечному, тогда как в других элементах она пропорциональна первой степени этого отношения. Поэтому мембрану выгодно применять для построения ряда датчиков на различные пределы измерения. Незначительным диапазоном изменения отношения размеров можно перекрыть значительный диапазон изменения чувствительностей. Кроме того, мембрана отличается от других упругих элементов еще двумя существенными преимуществами.

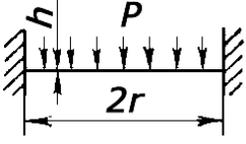
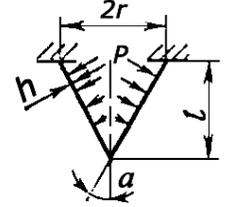
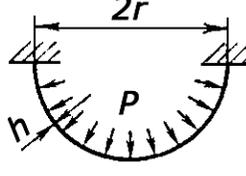
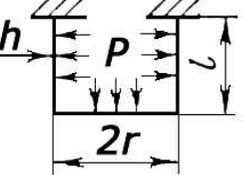
Первое – это прямолинейность рабочих поверхностей, что делает ее

достаточно технологичной в изготовлении и облегчает использование деформаций всех зон. Второе заключается в том, что при прочих равных условиях мембрана имеет наибольшее значение собственной частоты по сравнению с другими элементами. Благодаря таким преимуществам мембрана как упругий элемент, преобразующий давление в относительную деформацию, получила широкое распространение при построении датчиков давления. Прямолинейность рабочей поверхности определила также использование мембраны для изготовления полупроводниковых датчиков давления.

Конусные, полусферические и цилиндрические оболочки как упругие элементы применяют для построения специальных датчиков давления, когда использование мембраны исключено требованиями конструкции объекта измерения, в частности требованиями к прочности. Наиболее полно этим требованиям удовлетворяет полусферический упругий элемент, так как в нем наименьшая разность между минимальными и максимальными напряжениями.

Параметры некоторых преобразователей давления

Таблица 2.2

Тип упругого элемента	Чувствительность	Пределы изменения	Собственная частота	
			Общее выражение	Частное выражение
	$\frac{B_{MP} r^2}{h^2 E}$	0,351-0,704	$\frac{0,492h}{r^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,246}{r} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ при $h = 0,5r$
	$\frac{B_{KP} l}{hE}$	0,196-0,506 при $\alpha = 26,5^\circ$	$\frac{0,32\sqrt{\cos \alpha}}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,143}{r} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ при $l = 2r$
	$\frac{B_{III} r}{hE}$	0,35-0,494	$\frac{0,224}{r} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,224}{r} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$
	$\frac{B_{II} r}{hE}$	0,2-0,87	$\frac{0,32}{\sqrt{2rl + 2l^2}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,093}{r} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ при $l = 2r$

## 2.4. Датчик линейных перемещений и угла поворота

### Характер деформаций при изгибе. Основные допущения

При изгибе, как и при растяжении или сжатии, необходимо в ряде случаев решать задачи об определении деформации балки как целого или определять перемещения отдельных ее точек.

В одних случаях это вызывается тем, что по условиям работы конструкции в элементах ее не допускаются перемещения, превышающие некоторые заданные значения. Так в точном машиностроении, чтобы не нарушить «точности» работы механизмов, величины деформаций строго лимитируются.

В других случаях определение перемещений не является самоцелью, но они дают возможность рассчитать статически неопределимые системы. С этим мы уже имели дело при расчетах на растяжение— сжатие не статически неопределимых систем.

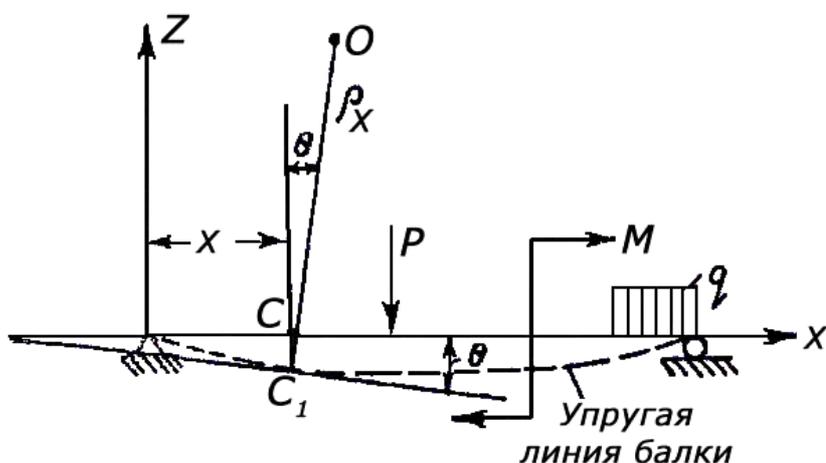


Рис. 2.4.1. Определение деформаций при изгибе

Рассмотрим общую идею метода определения деформаций при изгибе на примере простой балки, опирающейся на две опоры (рис. 2.4.1). Характерной особенностью деформации изгиба по сравнению с растяжением и сжатием является то, что ось балки, прямая до деформации, превращается под действием нагрузки в кривую, которая называется

*упругой линией балки.* Задача о деформации балки будет решена, если нам станет известно математическое уравнение упругой линии.

Из математики мы знаем, что каждая кривая характеризуется в данной ее точке тремя дифференциально связанными между собой величинами:

1) ординатой

$$z = f(x); \quad (2.4.1)$$

2) тангенсом угла наклона касательной, который носит название *угла поворота*,

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{dz}{dx}; \quad (2.4.2)$$

3) кривизной

$$\frac{1}{\rho_x} = \frac{\frac{d^2 z}{dx^2}}{\left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}. \quad (2.4.3)$$

Применительно к балке, для которой координатную ось  $x$  совмещаем с геометрической осью балки, ординату  $z$  будем называть *прогибом балки* в данной точке (отрезок  $CC_1$ ), а угол  $\theta$  — *углом поворота* в данном сечении. Заметим, что угол поворота — это угол между нормалью к оси балки в данной точке до и после деформации или угол, на который поворачивается плоскость данного поперечного сечения балки, так как предполагаем, что поперечные сечения и после деформации нормальны к оси балки в соответствующих точках.

Прогиб и угол поворота являются теми перемещениями, которые приходится вычислять при практических расчетах. Деформация балки зависит от двух факторов:

1. От деформаций продольных волокон, обусловленных действием нормальных напряжений, вызываемых изгибающим моментом  $M_y$
2. От сдвигов, вызываемых действием касательных напряжений, зависящих от поперечной силы  $Q_z$ .

Исследования показали, что влияние касательных напряжений и следовательно, поперечных сил на деформацию изгиба весьма мало, поэтому они, как правило, не учитываются, и деформации исследуются только от действия изгибающих моментов.

На рис 2.4.1 пунктиром показана ось балки после деформации, то есть ее упругая линия. Опытное изучение деформации балок при изгибе в пределах упругости показало, что упругая линия является плавной и непрерывной кривой. Математически это означает, что ни в одной точке кривой функция  $z(x)$ , так же ее производная  $\frac{dz}{dx}$  не претерпевают разрыва.

Произвольная точка оси, строго говоря, перемещается не вертикально (не по нормали к первоначальной оси балки), а по некоторому наклонному направлению за счет горизонтального перемещения шарнирно-подвижной опоры. Эти перемещения являются величинами второго порядка малости по сравнению с вертикальными перемещениями, что позволяет ими пренебречь и учитывать лишь вертикальные перемещения.

Уравнения (2.4.1) — (2.4.3) характеризуют чисто геометрическую сторону явления и не устанавливают связи упругой линии с нагрузкой и с внутренними силами.

Вполне очевидно, что очертание упругой линии находится в прямой зависимости от действующих на балку сил. Если бы нам удалось одну из трех геометрических характеристик  $z$ ,  $\theta$  и  $\frac{1}{\rho}$  связать с внешними или внутренними силами, то, пользуясь дифференцированием или интегрированием, можно было бы найти и две другие характеристики.

### **Основное дифференциальное уравнение упругой линии**

С установлением связи между деформациями и внутренними силами при изгибе мы столкнулись при выводе формулы для нормальных напряжений

$$\sigma = \frac{M_y}{I_y} z.$$

Зависимость кривизны в данной точке оси от изгибающего момента  $M_y$  и жесткости балки при изгибе  $EI_y$ , получим:

$$\frac{1}{\rho_x} = \frac{M_y}{EI_y}. \quad (*)$$

В указанной зависимости кривизна и изгибающий момент являются функциями абсциссы  $x$ , то есть  $M_y = f_1(x)$  и  $\frac{1}{\rho_x} = f_2(x)$ .

Для удобства дальнейших операций необходимо принять такое правило знаков для кривизны  $\frac{1}{\rho_x}$ , при котором ее знак будет всегда совпадать с принятым нами знаком изгибающего момента в том же сечении. Это приводит нас к правилу, согласно которому кривизна положительна, если упругая линия в данной точке обращена выпуклостью вниз (тот же знак мы имеем и для изгибающего момента). В соответствии с этим условием в дальнейшем направим ось  $z$  вверх. Приравняем левые части зависимостей (\*) и (2.4.3) и получим дифференциальное уравнение упругой линии в виде:

$$\frac{\frac{d^2 z}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{M_y}{EI_y}. \quad (2.4.4)$$

Для изучаемых нами малых деформаций можно пренебречь в знаменателе величиной квадрата первой производной\* по сравнению с единицей, и тогда получим так называемое *приближенное* дифференциальное уравнение упругой линии

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{M_y}{EI_y}. \quad (2.4.5)$$

Малые упругие деформации позволяют упростить зависимость (2.4.2), так как можно положить, что

---

\* Углы поворота  $\theta \approx \frac{dz}{dx}$  в пределах упругости выражаются (в радианах) очень малой правильной дробью

$$\operatorname{tg} \theta \approx \theta \quad (2.4.6)$$

и тогда

$$\theta \approx \frac{dz}{dx}. \quad (2.4.7)$$

Резюмируя вышеизложенное, можно принять следующие правила знаков:

1. Прогиб считается положительным, если он направлен вверх.
2. Угол поворота считается положительным, если касательная к упругой линии в данной ее точке, параллельно перенесенная в начало координат, проходит в нечетных квадрантах координатной системы.

### **Исследование деформаций балок с одним грузовым участком**

Перейдем к практическому использованию приближенного дифференциального уравнения упругой линии и рассмотрим эту задачу в общем виде.

Интегрируя уравнение (2.4.5), получим

$$\frac{dz}{dx} = \theta(x) = \int \frac{M_y}{EI_y} dx + C. \quad (2.4.8)$$

Интегрируя выражение угла поворота (2.4.8), получаем уравнение упругой линии  $z = f(x)$

$$z(x) = \int dx \int \frac{M_y}{EI_y} dx + Cx + D. \quad (2.4.9)$$

В выражениях (2.4.8) и (2.4.9)  $C$  и  $D$  являются произвольными постоянными. Эти интегрирования возможны, если изгибающий момент  $M_y$  является непрерывной функцией от  $x$ , то есть  $M_y = f(x)$ , что, как мы знаем, имеет место лишь в пределах одного грузового участка. Поэтому число дифференциальных уравнений будет равно числу грузовых участков балки. Для каждого такого участка мы получим при интегрировании две произвольные постоянные, и, таким образом, если балка имеет  $n$  грузовых участков, то число произвольных постоянных будет  $2n$ .

Из математики известно, что произвольные постоянные не влияют на

очертание кривой, выражающей найденную функцию, но определяют положение этой кривой в принятой системе координат. Это обстоятельство дает нам способ для определения постоянных интегрирования, при которых упругая линия займет то положение, которое диктуется характером закрепления балки на ее опорах и при котором сопряжение отдельных кривых на границах грузовых участков будет удовлетворять условиям плавности и непрерывности. Этим условиям бывает достаточно, чтобы составить  $2n$  уравнений для определения  $2n$  постоянных интегрирования. Все высказанные соображения будут разъяснены ниже при рассмотрении частных случаев.

Сначала рассмотрим балку, защемленную одним концом, с одним грузовым участком и нагруженную равномерно распределенной нагрузкой, интенсивностью  $q$  (рис. 2.4.2).

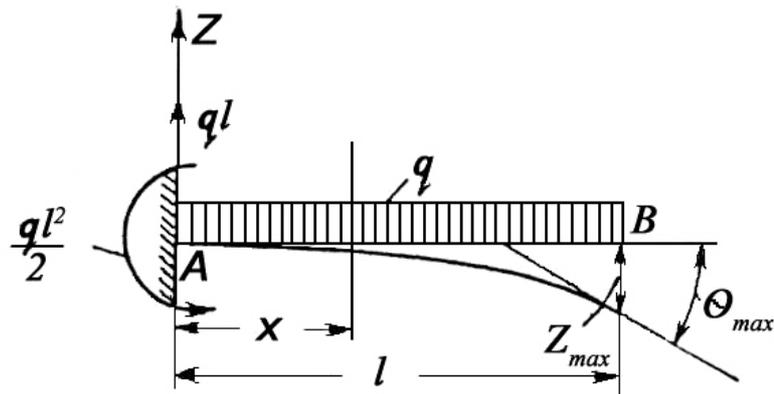


Рис. 2.4.2

Начало координат поместим в защемленном конце, ось  $x$  направим вправо. Значения опорных реакций в защемлении указаны на рисунке. Напишем выражение для изгибающего момента в сечении  $x$ .

$$M_y = qlx - \frac{qx^2}{2} - \frac{ql^2}{2}.$$

Дифференциальное уравнение упругой линии в этом случае напишется в виде:

$$\frac{d^2z}{dx^2} = \frac{1}{EI_y} \left( qlx - \frac{qx^2}{2} - \frac{ql^2}{2} \right). \quad (2.4.10)$$

Интегрируя это уравнение последовательно два раза, получим

$$\theta(x) = \frac{dz}{dx} = \frac{1}{EI_y} \left( \frac{ql}{2} x^2 - \frac{q}{6} x^3 - \frac{ql^2}{2} x \right) + C; \quad (2.4.11)$$

$$z(x) = \frac{1}{EI_y} \left( \frac{ql}{6} x^3 - \frac{q}{24} x^4 - \frac{ql^2}{4} x^2 \right) + Cx + D. \quad (2.4.12)$$

Для определения произвольных постоянных  $C$  и  $D$  воспользуемся условиями закрепления балки. В защемленном конце балки, как известно, прогиб и угол поворота равны нулю. Эти условия математически можно записать в таком виде:

- 1) при  $x = 0$              $\theta(x) = 0$ ;
- 2) при  $x = 0$              $z(x) = 0$ .

После использования указанных граничных условий в зависимостях (2.4.11) и (2.4.12) получим, что произвольные постоянные равны нулю, то есть  $C = 0$  и  $D = 0$ . После подстановки этих значений в те же уравнения (2.4.11) и (2.4.12) получим окончательные выражения углов поворота и прогиба для любого сечения

$$\theta(x) = \frac{1}{EI_y} \left( \frac{ql}{2} x^2 - \frac{q}{6} x^3 - \frac{ql^2}{2} x \right); \quad (2.4.13)$$

$$z(x) = \frac{1}{EI_y} \left( \frac{ql}{6} x^3 - \frac{q}{24} x^4 - \frac{ql^2}{4} x^2 \right). \quad (2.4.14)$$

Последнее уравнение показывает, что для рассматриваемого случая упругая линия изменяется по закону параболы четвертой степени.

Упругую линию можно построить по ординатам  $z(x)$  для ряда значений  $x$ . Задача несколько упрощается, если выражение для прогиба (2.4.14) представить в функции относительных (безразмерных) абсцисс  $\xi = \frac{x}{l}$ . Для

этой цели в уравнении (2.4.14) вынесем за скобки  $\frac{ql^4}{24}$ , тогда получим

$$z(x) = \frac{ql^4}{24EI_y} \left[ 4 \left( \frac{x}{l} \right)^3 - \left( \frac{x}{l} \right)^4 - 6 \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right] \quad (2.4.14')$$

и окончательно

$$z(\xi) = -\frac{ql^4}{24EI_y} (\xi^4 - 4\xi^3 + 6\xi^2) \quad (2.4.15)$$

**Таблица 2.3**

$\xi = \frac{x}{l}$	$\eta$
0,0	-0,0000
0,2	-0,0096
0,4	-0,7296
0,6	-1,4256
0,8	-2,2016
1,0	-3,0000

Разобьем пролет  $l$  на пять равных частей через  $0,2l$  и подсчитаем величину алгебраического выражения в скобках уравнения (2.4.15). Эти значения помещены в табл.2.3. Истинные значения прогибов могут быть получены умножением значений  $\eta$  этой таблицы на  $\frac{ql^4}{24EI_y}$ . При пользовании относительными (безразмерными) координатами данные табл.2.3 действительны для любых заданных значений  $l$ ,  $q$  и  $EI_y$ . По данным этой таблицы на рис. 2. 4.3 построена упругая линия балки.

Наибольший практический интерес обычно представляют максимальные значения углов поворота и прогибов. Эти значения для нашего примера будут на свободном конце, то есть при  $x=l$  ( $\xi=1$ ). Имеем

$$\theta_{\max} = -\frac{ql^3}{6EI_y};$$

$$z_{\max} = -\frac{ql^4}{8EI_y}.$$

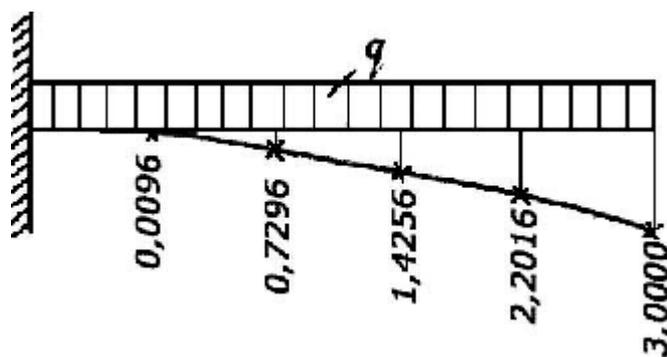


Рис. 2.4.3

В рассматриваемом примере произвольная постоянная  $C$  оказалась равной начальному углу поворота (углу поворота в начале координат), то есть  $\theta_{x=0} = \theta_0 = 0$ , а произвольная постоянная  $D$  — начальному прогибу  $z_{x=0} = z_0 = 0$ . Это обстоятельство не является случайным и может быть доказано в общем виде независимо от схемы балки и нагрузки. Постоянные  $C$  и  $D$  во всех случаях балки с одним грузовым участком выражают начальные перемещения  $\theta_0$  и  $z_0$ . Действительно, пусть изгибающий момент на данном участке выражается уравнением

$$M_y = f(x)$$

причем  $f(x)$  является полиномом, отдельные члены которого содержат множитель  $x$  в различной степени, а также, в общем случае, некоторый постоянный (свободный) член. После первого интегрирования  $f(x)$  имеем:

$$\theta(x) = f_1(x) + C$$

и после второго интегрирования, соответственно,

$$z(x) = f_2(x) + Cx + D.$$

Заметим, что  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$  являются интегральными функциями по отношению к  $f(x)$  и поэтому не содержат постоянных членов. Используя очевидные для всех случаев условия

$$1) \text{ при } x = 0 \quad \theta = \theta_0;$$

$$2) \text{ при } x = 0 \quad z = z_0.$$

приходим к выводу, что функции  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$  обращаются в нуль, так как в каждом члене этих функций множителем является  $x$  в какой-то (не нулевой) степени. Тогда, учитывая, что произведение  $Cx$  также превращается в нуль,

получим

$$C = \theta_0 \text{ и } D = z_0.$$

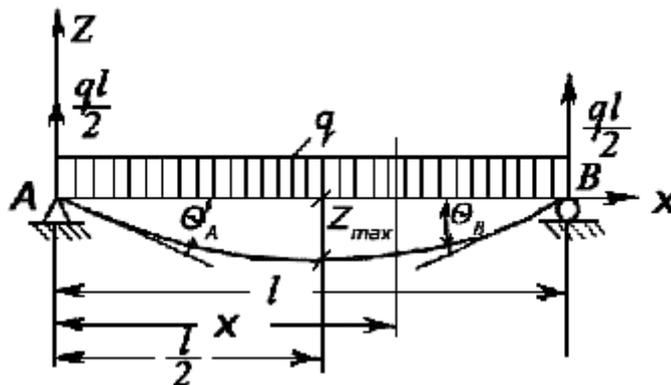


Рис. 2.4.4

Рассмотрим в качестве второго примера балку, опирающуюся на две шарнирные опоры и наружную равномерно распределенную нагрузку интенсивностью  $q$ . На рис.2.4.4 приведены все необходимые данные, а также значения опорных реакций. Балка имеет один грузовой участок. Изгибающий момент для произвольного сечения  $x$  будет

$$M_y = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2}$$

и на основании (2.4.5) запишем дифференциальное уравнение упругой линии в таком виде:

$$\frac{d^2z}{dx^2} = \frac{1}{EI_y} \left( \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2} \right). \quad (2.4.16)$$

Интегрируя это уравнение, получим

$$\theta(x) = \frac{dz}{dx} = \frac{1}{EI_y} \left( \frac{ql}{4}x^2 - \frac{q}{6}x^3 \right) + C; \quad (2.4.17)$$

$$z(x) = \frac{1}{EI_y} \left( \frac{ql}{12}x^3 - \frac{q}{24}x^4 \right) + Cx + D. \quad (2.4.18)$$

Для определения произвольных постоянных  $C$  и  $D$  запишем условия, что на обоих опорах прогибы отсутствуют, то есть

$$1) \text{ при } x = 0 \quad z(x) = 0;$$

$$2) \text{ при } x=l \quad z(x)=0.$$

Используя первое из условий, получим из уравнения (2.4.18), что  $D=0$ . На основании второго условия имеем

$$0 = \frac{1}{EI_y} \left( \frac{ql^4}{12} - \frac{ql^4}{24} \right) + Cl \quad (2.4.19)$$

откуда найдем постоянную  $C$

$$C = -\frac{ql^3}{24EI_y}. \quad (2.4.20)$$

Подставив полученные значения произвольных постоянных в уравнения (2.4.17) и (2.4.18), можно написать окончательные выражения для углов поворота и прогибов в любом сечении балки.

$$\theta(x) = \frac{1}{EI_y} \left( \frac{ql}{4} x^2 - \frac{q}{6} x^3 \right) - \frac{ql^3}{24EI_y};$$

$$z(x) = \frac{1}{EI_y} \left( \frac{ql}{12} x^3 - \frac{q}{24} x^4 \right) - \frac{ql^3}{24EI_y} x,$$

или в безразмерных абсциссах

$$\theta(\xi) = -\frac{ql^3}{24EI_y} (4\xi^3 - 6\xi^2 + 1);$$

$$z(\xi) = -\frac{ql^4}{24EI_y} (\xi^4 - 2\xi^3 + \xi).$$

Максимальный (по абсолютной величине) угол поворота получим для концевых сечений балки, то при

$$\xi = 0 \text{ и } \xi = 1,$$

максимальный прогиб будет благодаря симметрии нагрузки в середине пролета, то есть при  $\xi = \frac{1}{2}$ . Таким образом, имеем:

$$\theta_{\max} = \pm \frac{ql^3}{24EI_y};$$

$$z_{\max} = -\frac{5}{384} * \frac{ql^4}{EI_y}.$$

На опоре ( $\xi=1$ ) угол поворота будет положительным ( $\theta>0$ ), а на левой -

отрицательным ( $\theta < 0$ ).

В качестве третьего примера рассмотрим балку, опирающуюся на две шарнирные опоры и нагруженную на правом конце сосредоточенным моментом  $M_0$ .

На рис.2.4.5 приведены все необходимые данные. Опорные реакции здесь равны  $\frac{M_0}{l}$  и направлены в противоположные стороны. Начало координат располагается на левой опоре. В балке один грузовой участок.

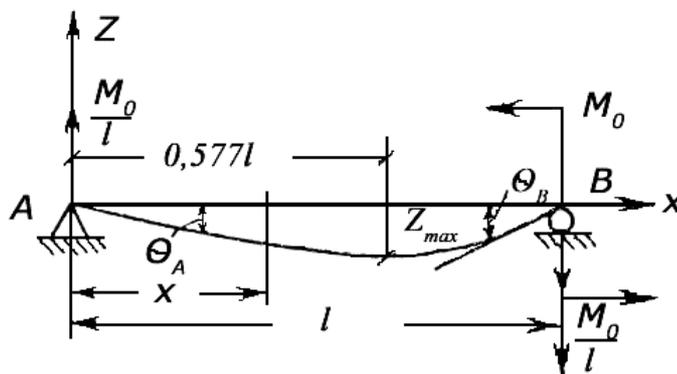


Рис. 2.4.5

Изгибающий момент в произвольном сечении  $x$  будет

$$M_y = \frac{M_0}{l} x.$$

В этом случае дифференциальное уравнение упругой линии запишется так:

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{1}{EI_y} * \frac{M_0}{l} x. \quad (2.4.21)$$

Проинтегрировав это уравнение, получим

$$\theta(x) = \frac{dz}{dx} = \frac{1}{2EI_y} * \frac{M_0}{l} x^2 + C; \quad (2.4.22)$$

$$z(x) = \frac{1}{6EI_y} * \frac{M_0}{l} x^3 + Cx + D. \quad (2.4.23)$$

Произвольные постоянные  $C$  и  $D$ , как и всегда для балки на двух опорах, определяем из следующих граничных условий:

1) при  $x = 0$                        $z(x) = 0$ ;

$$2) \text{ при } x=l \quad z(x)=0.$$

После соответствующих подстановок в (2.4.23) получим, что

$$D=0 \text{ и } 0 = \frac{1}{6EI_y} * \frac{M_0}{l} l^3 + Cl \text{ или } C = -\frac{M_0 l}{6EI_y}.$$

Окончательные выражения для углов поворота и прогибов в любом сечении балки получают вид:

$$\theta(x) = \frac{M_0}{2EI_y} * \frac{x^2}{l} - \frac{M_0 l}{6EI_y} = -\frac{M_0}{6EI_y} \left( l - \frac{3x^2}{l} \right);$$

$$z(x) = -\frac{M_0}{6EI_y} \left( lx - \frac{x^3}{l} \right),$$

или в безразмерных абсциссах

$$\theta(\xi) = -\frac{M_0 l}{6EI_y} (1 - 3\xi^2);$$

$$z(\xi) = -\frac{M_0 l^2}{6EI_y} (\xi - \xi^3). \quad (**)$$

Определим углы поворотов на опорах для точки А; при  $\xi=0$  получим

$$\theta_A = -\frac{M_0 l}{6EI_y}.$$

Соответственно, угол поворота на опоре В при  $\xi=1$  будет

$$\theta_B = \frac{M_0 l}{6EI_y}.$$

Обратимся теперь к определению наибольшего прогиба. При асимметричной нагрузке для определения максимального прогиба следует приравнять к нулю производную от  $z(\xi)$ , то есть выражение для угла поворота  $\theta(\xi)$ . В этом случае можно написать

$$\theta(\xi) = -\frac{M_0 l}{6EI_y} (1 - 3\xi^2) = 0$$

и тогда получим, что максимальный прогиб будет в сечении с абсциссой

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577.$$

Максимальный прогиб в этом сечении определяется подстановкой значения  $\xi=0,577$  в уравнение (\*\*)

$$z_{\max} = -\frac{M_0 l^2}{6EI_y} (0,577 - 0,577^3) = -\frac{M_0 l^2}{15,6EI_y}.$$

### Вопросы для самоконтроля освоения знаний по главе 2

1. Перечислите механические физические величины и виды упругих элементов, используемых при конструировании преобразователей силы.
2. Перечислите виды упругих элементов, преобразующих силу в давление.
3. Перечислите виды упругих элементов, преобразующих силу в деформацию.
4. Приведите функции преобразования для упругого стержня постоянного сечения для продольной и поперечной (сдвиговой) деформаций.
5. Как рассчитать чувствительность упругого стержня к продольной и поперечной деформациям?
6. Перечислите наиболее распространенные упругие элементы, используемые для измерения давления, построенные на базе различного рода оболочек.
7. Приведите основное дифференциальное уравнение упругой линии.
8. Каким образом можно измерить линейное перемещение и угол поворота при использовании чувствительного элемента в виде упругой балки с одним грузовым участком? Как выглядят функции преобразования и чувствительность к измеряемым величинам?
9. По какому признаку упругий стержень и упругие балки не соответствуют определению первичный преобразователь? Каким образом необходимо создать измерительную цепь, чтобы обеспечить соответствие?

### ГЛАВА 3. ЕМКОСТНЫЕ (КОНДЕНСАТОРНЫЕ) ДАТЧИКИ – ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

Емкостные датчики преобразуют механическое перемещение (линейное или угловое) в изменение электрической емкости конденсатора. Емкостный датчик представляет собой конденсатор, состоящий из двух или более пластин, разделенных слоем воздуха или другим диэлектриком [2].

Емкость плоского конденсатора определяется известной формулой

$$C = \frac{\varepsilon s}{\delta}, \quad (3.1)$$

где  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды между пластинами конденсатора, Ф/м;

$s$  — площадь пластины, см<sup>2</sup>;

$\delta$  — величина зазора между пластинами, см.

Из приведенной формулы видно, что изменения емкости можно достигнуть путем изменения значения одной из величин  $\delta$ ,  $s$  и  $\varepsilon$ . Соответственно могут быть изготовлены различные типы емкостных датчиков, в которых, в зависимости от измеряемого перемещения, изменяется один из этих параметров, остальные остаются постоянными.

На рис. 3.1. приведены принципиальные схемы емкостных датчиков перемещения и их характеристики в зависимости от изменяемого параметра.

Различают три типа емкостных датчиков перемещения: датчики с переменным зазором, датчики с переменной площадью пластин конденсатора и датчики с переменной диэлектрической проницаемостью.

На рис. 3.1, *а* показана схема датчика с переменным зазором  $\delta$ . Характеристика этого датчика  $C = f(\delta)$  при постоянных значениях  $\varepsilon$  и  $s$  изменяется по гиперболическому закону; на рис. 3.1, *б* представлена схема датчика с переменной площадью пластин конденсатора. Его характеристика  $C = f(s)$  при постоянных значениях  $\delta$  и  $\varepsilon$  изменяется

почти линейно; наконец, на рис. 3.1, в изображена схема датчика с переменной диэлектрической проницаемостью.

Его характеристика  $C = f(\varepsilon)$  при постоянных значениях  $\delta$  и  $s$  также изменяется линейно.

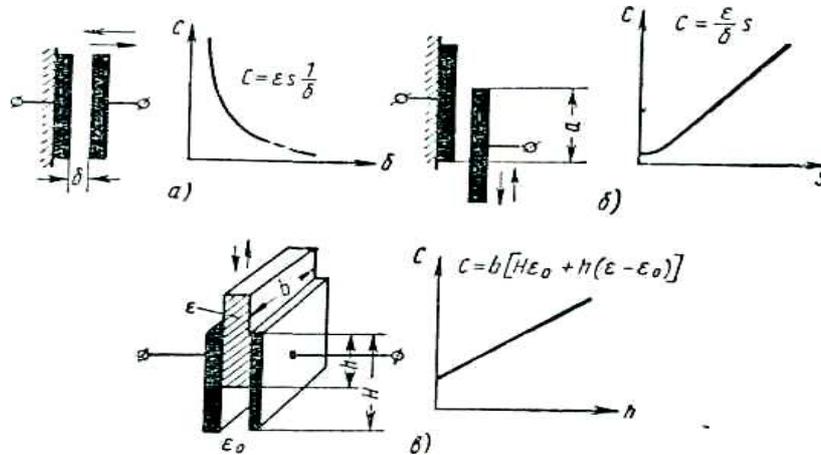


Рис. 1. Принципиальные схемы емкостных датчиков перемещения с их характеристиками.

Потребляемая конденсатором мощность

$$P = U^2 \omega C, \quad (3.2)$$

где  $U$  — напряжение переменного тока, В;

$\omega$  — частота переменного тока, рад/с;

$C$  — емкость конденсатора, Ф.

Так как емкость  $C$  часто не превосходит десятков или сотен пико-фард, то при промышленной частоте ( $f = 50$  Гц) мощность датчика оказывается относительно малой. Вследствие этого питание емкостных датчиков осуществляется обычно переменным током повышенной частоты — от нескольких кГц до десятков МГц.

### 3.1. Датчики с переменным зазором.

На рис. 3.1.1. показана схема емкостного датчика ускорения с плоским конденсатором и переменным зазором. Сейсмическая масса  $l$  закреплена на жесткой металлической плоской

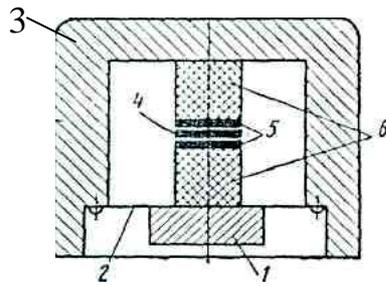


Рис. 3.1.1. Емкостной датчик ускорения  
измерения угловых перемещений

мембране 2, обеспечивающей достаточно высокую частоту собственных колебаний подвеса. Нижняя обкладка конденсатора 5 через изолирующую прокладку 6 соединена с мембраной 2, верхняя обкладка через изолирующую прокладку 6 — с корпусом 3.

Для увеличения емкости и предохранения от замыкания и пробоя в зазор между обкладками конденсатора введен твердый диэлектрик — тонкая слюдяная пластинка 4. Под действием вибрации меняется зазор между обкладками, а следовательно, и величина емкости конденсатора.

Если обозначить через:

$U$  — постоянное напряжение на конденсатора, В;

$C$  — емкость конденсатора, Ф;

$\delta$  — зазор между обкладками конденсатора, см;

$\omega$  — круговую частоту измеряемого ускорения, рад/с;

$\omega_0$  — собственную круговую частоту датчика в рад/с и если  $\omega_0$  намного выше, чем  $\omega$ , то, пренебрегая затуханием, можно написать

$$\Delta \delta = \frac{A_0 \sin \omega t A}{\omega_0^2} = \frac{A}{\omega_0^2}; \quad (3.1.1)$$

$$dQ = \sum_i f_i dh_i = \sum_i A_i \Delta U = U \frac{\Delta C}{C} = U \frac{\Delta \delta}{\delta} = \frac{U}{\delta} \cdot \frac{A}{\omega_0^2}. \quad (3.1.2)$$

В приведенных выражениях под  $A_0 \sin \omega t A = A$  понимается не смещение, а ускорение.

Описанным датчиком можно измерять ускорения от нескольких см/с<sup>2</sup> при

частотах до 1000 Гц. При напряжении 1000 в увеличение равно  $1 \cdot 10^6$ .

Ввиду того что и между пластинками конденсатора применяются малые зазоры, очень часто требуется стабилизация температурного режима датчика, так как тепловые деформации его деталей могут вызывать изменения в емкости такого же порядка, как и измеряемые. В этом отношении конструкция датчиков с переменной площадью пластин конденсатора более рациональна, так как эти датчики обладают сравнительно большими изменениями емкости, чем датчики с переменным зазором.

### **3.2. Датчики с переменной площадью пластин конденсаторов**

На рис. 3.2.1. представлена схема емкостного датчика типа ВР-1 с переменной площадью пластин конденсатора. Он предназначен для измерения амплитуды вибраций в различных точках поверхности исследуемого объекта. Колебания исследуемого объекта через шаровую опору, укрепленную на упругой системе, состоящей из двух плоских параллельных пружин 2, передаются на пластины конденсатора 1, включенного в электронный блок типа 4МП-2. Последний состоит из генератора высокой частоты 3, ограничителя 4, частотного детектора 5, в котором изменение частоты преобразуется в изменение напряжения, и усилителя низкой частоты 6.

Преимуществом этой конструкции датчика является большая устойчивость против вращающих моментов, что обеспечивает параллельность относительного перемещения обкладок конденсатора и, таким образом, повышает стабильность показаний измерительной аппаратуры.

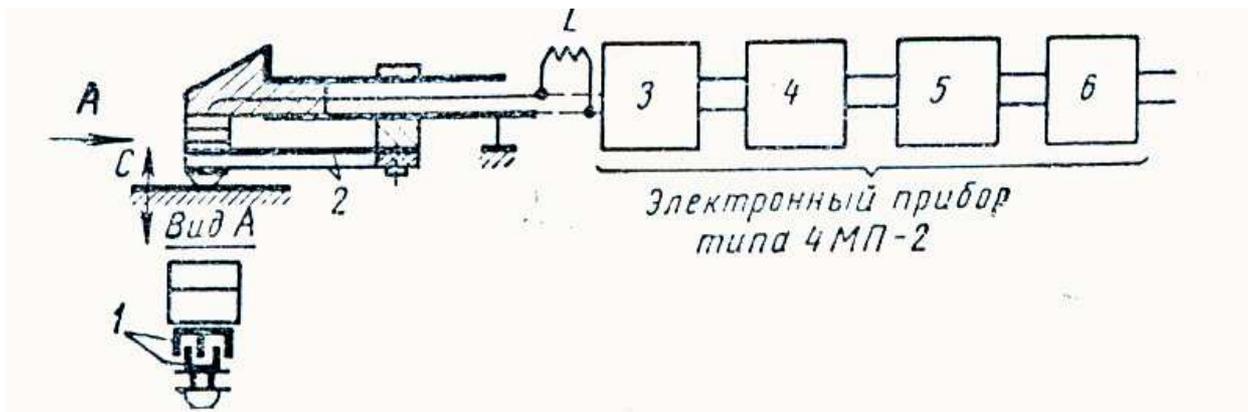


Рис. 3.2.1. Схема емкостного датчика амплитуды  
вибраций типа ВР-1

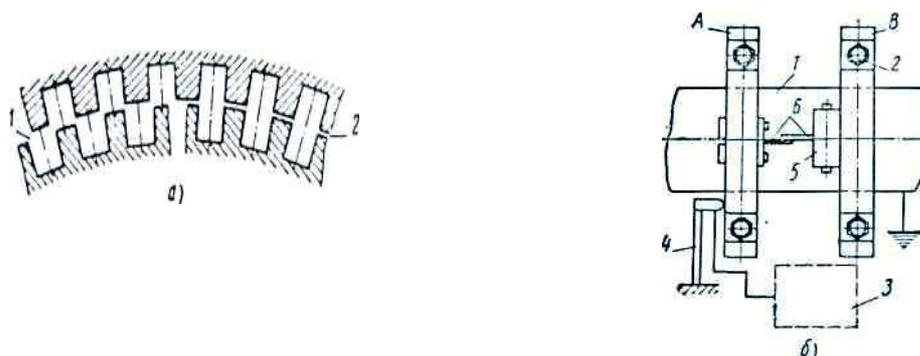
На рис. 3.2.1. представлена схема емкостного датчика с переменной площадью пластин конденсатора для измерения угловых перемещений. Подвижная обкладка конденсатора *A*, выполненная в виде полудиска, может поворачиваться вокруг центра относительно такой же по форме неподвижной обкладки *B* так, что зазор между пластинами остается неизменным.

Рабочая площадь такого датчика, заштрихованная на рис. 3.2.1, зависит от угла  $\varphi$  поворота обкладки *A*.

На рис.3.2.2. приведены еще две схемы емкостного датчика с переменной площадью пластин конденсатора, которые применяются при измерениях крутильных деформаций валов.

У первого датчика (рис. 3.2.2, *a*) конденсатором являются два зубчатых диска, укрепленных в различных сечениях вала. Поверхности зубцов служат пластинами конденсатора. При деформации вала зубцы дисков сближаются и тем увеличивается емкость конденсатора. На этой фигуре через *1* обозначено положение зубцов при минимальной емкости конденсатора и через *2* — при максимальной емкости. У второго датчика (рис. 3.2.2, *б*) на исследуемом валу *l* диски *A* и *B* укреплены болтами *2*; с дисками связаны параллельные металлические планки *б*, являющиеся пластинами конденсатора; диск *A* изолирован от вала *l* и является токосъемником; контакт *4* соединен с

емкостным мостом 3, который через усилитель связан с электронно-лучевым осциллографом; каретка 5 (с микрометрическим винтом) соединена с пластиной диска *B* и служит для тарировки датчика.



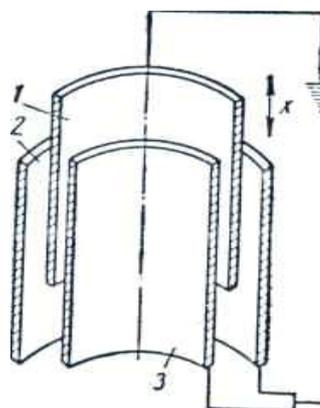
**Рис. 3.2.2. Схемы емкостных датчиков для измерения крутильных деформаций валов**

При крутильных колебаниях испытуемого вала диски *A* и *B* поворачиваются один относительно другого и тем изменяют емкость пластин конденсатора б.

Погрешности емкостных датчиков определяются влиянием температуры на геометрические размеры и диэлектрическую проницаемость. Эти погрешности могут быть сведены к минимуму соответствующей конструкцией датчика и применением дифференциальных схем.

На рис. 3.2.3. показана схема дифференциального емкостного датчика линейных перемещений. Она выполнена в виде концентрических цилиндров 1, 2 и 3, которые являются обкладками конденсатора. Диапазон измеряемого перемещения составляет 10-25 мм..

Изменение емкости колеблется в пределах 20-30 пФ. Частота измеряемого процесса достигает 150 Гц..



**Рис. 3.2.3. Принципиальная схема дифференциального емкостного датчика линейных перемещений**

Оценивая метод преобразования механических величин в электрические при помощи емкостных датчиков, следует отметить, что он обладает чрезвычайно высокой чувствительностью.

Однако такие чувствительные датчики требуют применения сложной аппаратуры с экранированным проводом для защиты от посторонних электрических полей, принятия особых мер по защите от влаги и температуры окружающей среды и т. д. Поэтому емкостные датчики в виброизмерительной технике используются сравнительно мало, но они с успехом применяются при точных физических исследованиях, где могут быть созданы все условия для полного использования этого метода и его сложность аппаратуры не служит препятствием. Отсутствие механического соприкосновения между пластинами и возможность изготовления миниатюрных и легких конденсаторов позволяют применять емкостные датчики для измерения очень малых величин и исследования небольших объектов без нарушения режима их работы.

### **3.3. Накладной измерительный конденсаторный преобразователь с плоскими электродами**

Элементарными называют конструкции накладных измерительных преобразователей (НИК), электроды которых расположены в одной

плоскости, а сечение представляет собой двухсвязную область или допускает сведение к двухсвязному виду при помощи так называемого принципа симметрии. К таким конструкциям относятся два несимметричных электрода (произвольных размеров) (рис.3.3.1), три симметричных электрода (рис. 3.3.2) и одна несимметричная секция многосекционного конденсатора (рис. 3.3.3). Емкость одной из симметричных половин на единицу длины двухэлектродного конденсатора определяется выражением:

$$C_1 = \varepsilon_1 \varepsilon_0 \frac{K(k'_1)}{K(k_1)}, \quad (3.3.1)$$

где:  $\varepsilon_1$  – диэлектрическая проницаемость верхнего полупространства;

$K(k_1), K(k'_1)$  – полные эллиптические интегралы первого рода,

соответственно от модуля  $k$  и дополнительного модуля  $k'$ .

$$k_1 = \sqrt{\frac{(r_2 - r_1)(r_3 - r_1)}{(r_2 + r_1)(r_3 + r_1)}}, \quad k'_1 = \sqrt{1 - k_1^2}, \quad (3.3.2)$$

где  $r_1, r_2, r_3$  – размеры краев электродов.

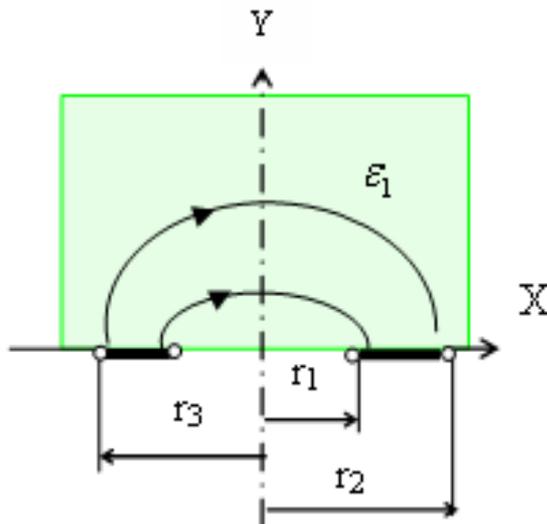


Рис. 3.3.1. Конструкция двухэлектродного конденсатора

Значение емкости на единицу длины двухэлектродного конденсатора в вакууме ( $\varepsilon_1=1$ ) для различных соотношений электродов и зазора  $2r_1$  между ними приведены на рис. 3.3.2. Из рисунка хорошо видно влияние геометрических размеров электродов на емкость двухэлектродного

конденсатора.

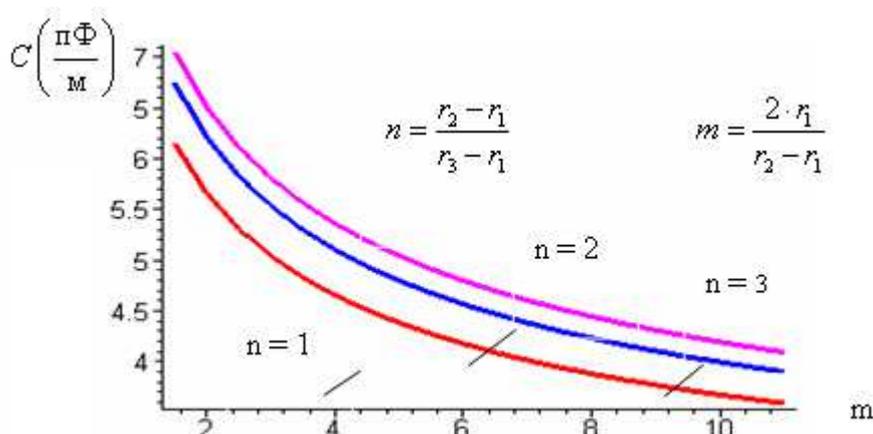
$$\text{Функция } z = \frac{(r_3 + r_2) \cdot a_1^2 \operatorname{sn}^2 W}{1 + a_1^2 \operatorname{sn}^2 W} - r_3, \quad (3.3.3)$$

где:  $a_1 = \sqrt{\frac{r_3 - r_1}{r_2 + r_1}}$ ;  $\operatorname{sn}^2 W$  – эллиптический синус Якоби,

что позволяет построить картину силовых линий на плоскости  $Z$ .

Емкость на единицу длины одной из симметричных половин трехэлектродного экранированного накладного измерительного преобразователя определяется:

$$C_2 = 2 \cdot \varepsilon_1 \varepsilon_0 \frac{K(k_2')}{K(k_2)} \quad (3.3.4)$$



**Рис. 3.3.2. Зависимость емкости двухэлектродного НИК от геометрических размеров электродов**

Для двухэлектродного НИК, размеры которого  $r_1=0,5$ ;  $r_2=3,5$ ;  $r_3=2,5$  (рис.3.3.3) построена картина силовых линий. Она показывает, что поле двухэлектродного Ник неоднородно. У ближайших краев электродов густота силовых линий напряженности максимальна. Налицо краевые эффекты. Для более детального рассмотрения картины распределения поля необходимо использовать зависимость напряженности электрического поля  $E(z)$  в любой точке и комплексной плоскости  $z=x+iy$  от геометрических размеров ленточных электродов  $r_1, r_2, r_3$ .

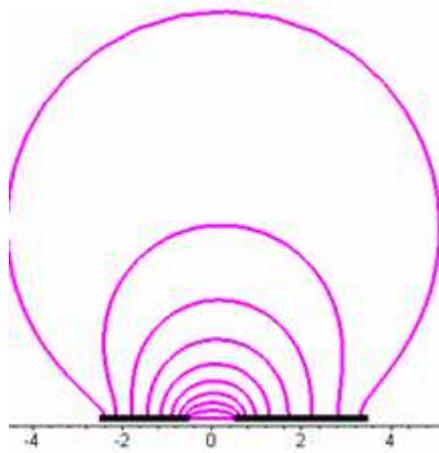


Рис. 3.3.3. Картина силовых линий двухэлектродного НИК

Она позволяет построить картину распределения напряженности электрического поля как вдоль поверхности, так и в направлении оси ОУ. На рис. 3.3.4 представлена картина распределения напряженности электродов  $E(x, y=0)$  для конденсатора, изображенного на рис. 3.3.3. Разность потенциалов между электродами  $U=1В$ . Диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon_1=1$ .

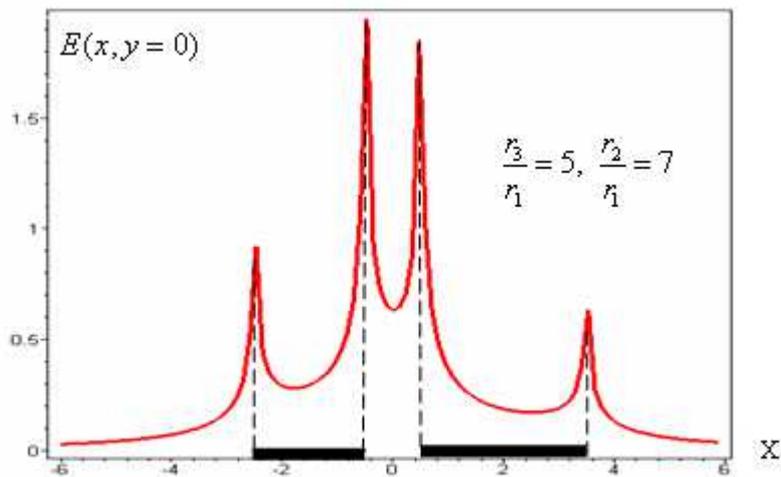
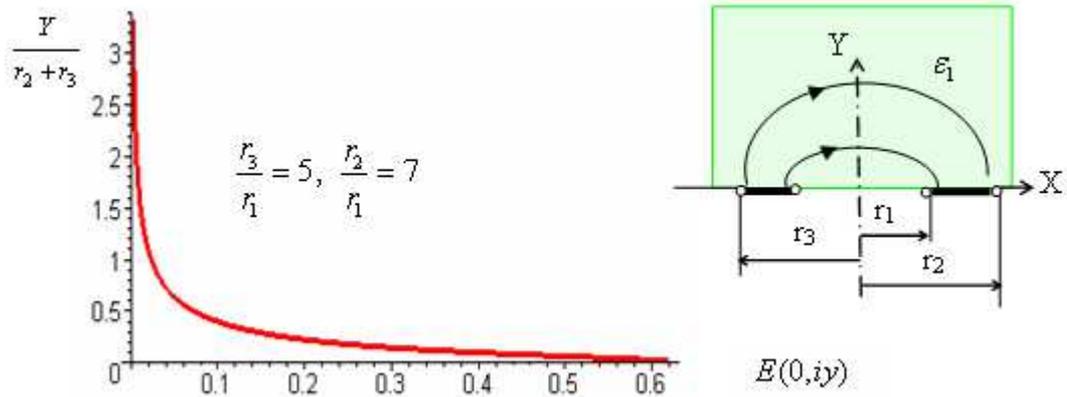


Рис. 3.3.4. Картина распределения напряженности электрического поля вдоль поверхности электродов

Для этого же конденсатора построена и картина распределения напряженности электрического поля  $E(x=0, y)$ . Она показана на рис. 3.3.5. Обе картины дополняют представление о поле двухэлектродного НИК. Из

рис. 3.3.5 видно, что глубина поля для данного автономного элементарного НИК в 2,5-3 раза превосходит ширину  $(r_2+r_3)$  ленточного НИК.

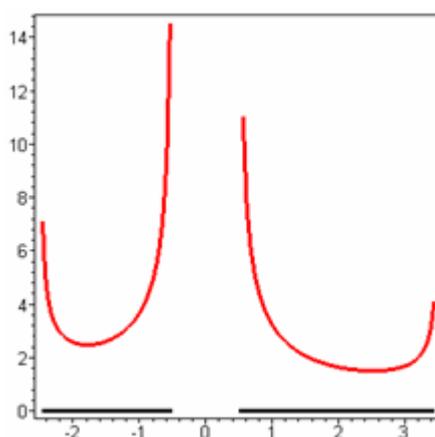


**Рис. 3.3.5 Картина распределения напряженности электрического поля вдоль оси OY**

При рассмотрении полей в слоистых средах стоит вопрос о сходимости численных методов расчета и приходится обращаться к функции распределения заряда по поверхности электродов  $\sigma(x)$ . Зная функцию  $E(z)$  можно найти выражение, описывающее и распределение поверхностной плотности  $\sigma(x)$

$$\sigma(x) = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 \cdot a_2 \sqrt{r_2^2 - r_1^2}}{2K(k'_1) \sqrt{|(r_3 + x)(r_2 - x)(r_1^2 - x^2)|}}. \quad (3.3.5)$$

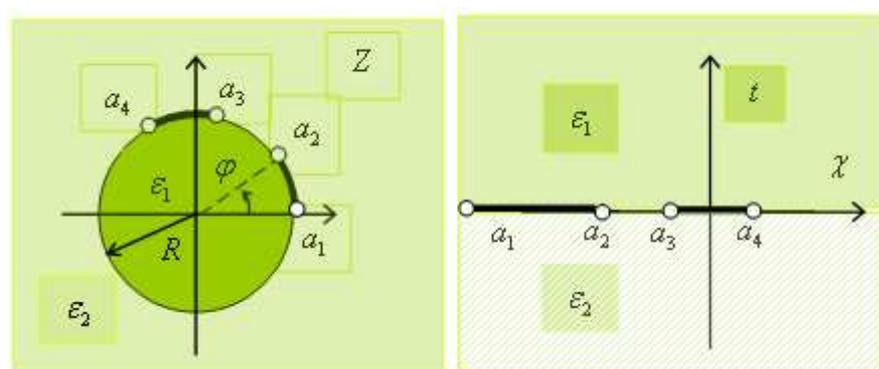
Для частного случая расположения электродов в воздухе, когда  $\epsilon_1=1$  и при условии нормировки напряженности электрического поля  $U=1В$ , на рис. 3.3.6 построен график функции распределения заряда по поверхности электродов  $\sigma(x)$ . График построен для конденсатора, размеры которого  $r_2=7r_1$ ,  $r_3=5r_1$ . Его поле изображено на рис. 3.3.3 [14].



**Рис. 3.3.6. Картина распределения поверхностной плотности заряда на поверхности электродов**

### **3.4. Накладной измерительный преобразователь с круглыми электродами**

Рассмотрим конденсатор, электроды которого имеют цилиндрическую форму (рис. 3.4.1). Конденсаторы такого вида в классификации преобразователей занимают промежуточное положение между преобразователями накладного и проходного типа. В случае когда полярная координата крайнего электрода меньше  $90^\circ$ , то преобразователь является накладным, если больше, то он является преобразователем проходного типа.



**Рис. 3.4.1. К расчету конденсатора цилиндрической формы**

Как известно, дробно-линейная отображающая функция:

$$t = i \frac{R + z}{R - z} \quad (3.4.1)$$

осуществляет отображение области, заключенной внутри круга радиуса  $R$  на плоскости  $z$  на бесконечную полуплоскость  $t$ . Таким образом, результаты, полученные в разделе 3.3 для плоских границ двух диэлектриков, можно обобщить на другой важный практический случай – расположение электродов в продольном направлении на поверхности цилиндрического диэлектрика плоского сечения. Соответственно, между точками на единичной окружности (координаты угла  $\varphi$ ) и на вещественной оси  $\chi$  на плоскости  $t$  устанавливает что отображающая функция:

$$t = -ctg \frac{\varphi}{2}. \quad (3.4.2)$$

Поступая таким образом, можно получить выражения для модулей эллиптических интегралов, необходимых для определения емкости на единицу длины рассматриваемой конструкции. Так, для двухэлектродного конденсатора (рис. 3.4.1) цилиндрической формы получаем:

$$k_4 = \sqrt{\frac{(a_4 - a_3)(a_2 - a_1)}{(a_4 - a_2)(a_3 - a_1)}} = \sqrt{\frac{\left(ctg \frac{\varphi_4}{2} - ctg \frac{\varphi_3}{2}\right)\left(ctg \frac{\varphi_2}{2} - ctg \frac{\varphi_1}{2}\right)}{\left(ctg \frac{\varphi_4}{2} - ctg \frac{\varphi_2}{2}\right)\left(ctg \frac{\varphi_3}{2} - ctg \frac{\varphi_1}{2}\right)}$$

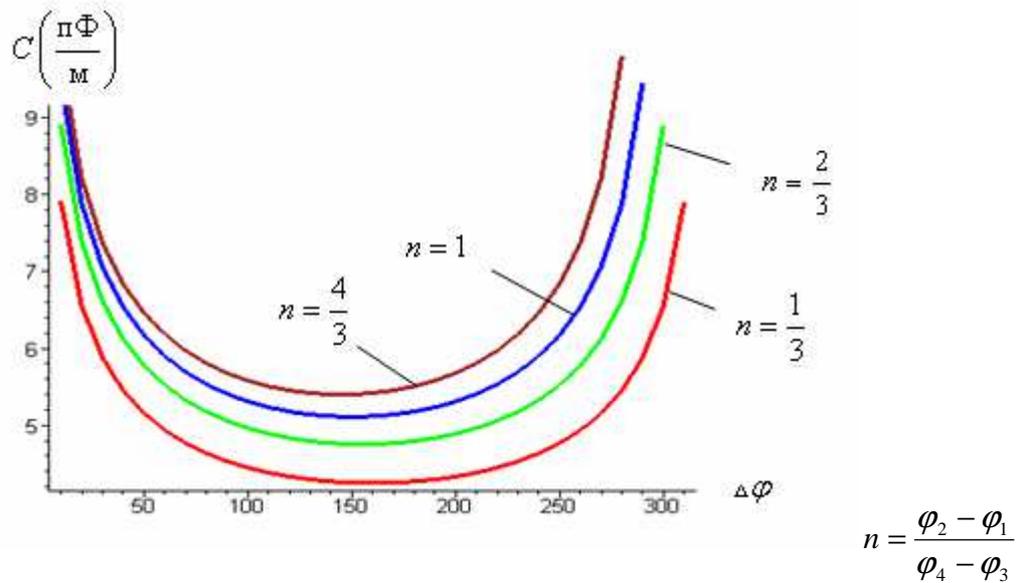
(3.4.3) Значения емкостей такого конденсатора на единицу длины:

$$C = \varepsilon_1 \varepsilon_0 \cdot \frac{K(k_4)}{K(k_4')} \quad (3.4.4)$$

для различных угловых зазоров  $\Delta\varphi = \varphi_3 - \varphi_2$  электродов, находящихся в вакууме  $\varepsilon_1 = 1$  приведены на графике (рис. 3.4.2).

Картина поля силовых линий напряженности внутри диэлектрического цилиндра может быть построена с помощью функции:

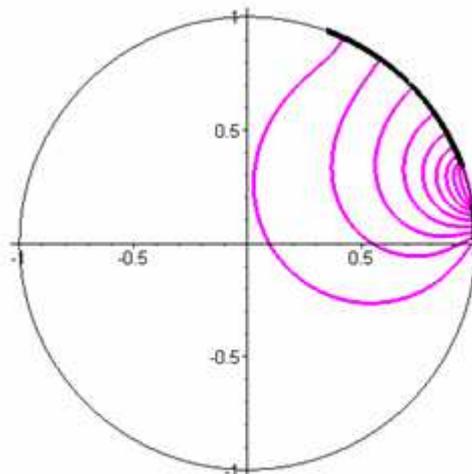
$$z = R \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot i}{\frac{\left(ctg \frac{\varphi_1}{2} - ctg \frac{\varphi_4}{2}\right) \cdot a_1^2 \cdot sn^2 W}{1 + a_1^2 \cdot sn^2 W} - ctg \frac{\varphi_1}{2} + i} \right) \quad (3.4.5)$$



**Рис. 3.4.2. Зависимость емкости конденсатора от углового зазора  $\varphi = \varphi_3 - \varphi_2$**

$$\text{где } a_1 = \sqrt{\frac{\left(\operatorname{ctg} \frac{\varphi_2}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2}\right)}{\left(\operatorname{ctg} \frac{\varphi_2}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\varphi_4}{2}\right)}} \quad (3.4.6)$$

На рис. 3.4.3 видно, как распределено поле в сечении цилиндрического диэлектрика. Поле неоднородно. Максимальная плотность потока силовых линий находится у ближайших краев электродов, постепенно падая в направлении центра.



**Рис. 3.4.3. Распределение магнитного поля в сечении цилиндрического диэлектрика**

На рис. 3.4.4 представлена картина зависимости напряженности электрического поля  $E(R, \varphi)$  по внутренней поверхности электродов в полярной системе координат.

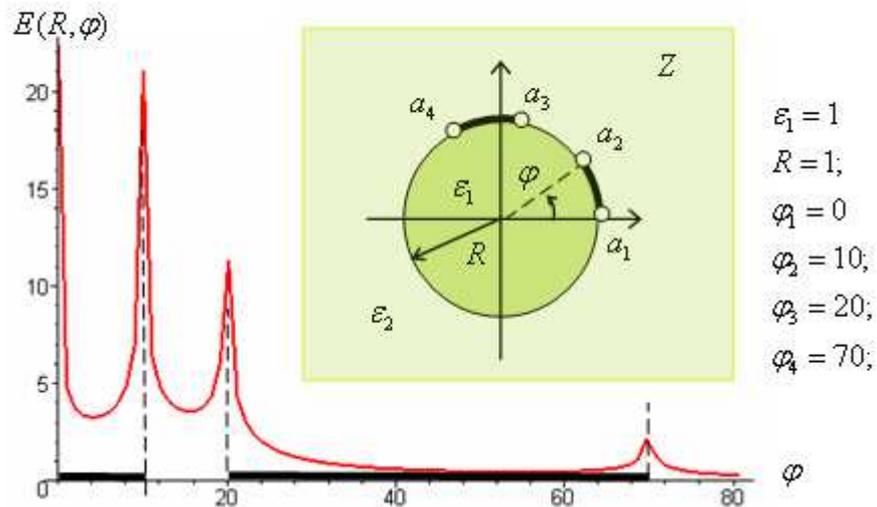
Эта зависимость определяется выражением:

$$E(R, \varphi) = \frac{U}{K(k'_4)} \cdot \left| \frac{dW}{dz} \cdot \frac{dz}{d\varphi} \right|, \quad (3.4.7)$$

$$\text{где: } \frac{dW}{dz} = \frac{\left( \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\varphi_4}{2} \right) \cdot a_1^2 \operatorname{sn}^2 W + (1 + a_1^2 \cdot \operatorname{sn}^2 W) \cdot (i - \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2})}{4iR(\operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\varphi_4}{2}) \cdot a_1^2 \operatorname{sn}^2 W \cdot \sqrt{(1 - \operatorname{sn}^2 W)} \sqrt{(1 - k_4^2 \operatorname{sn}^2 W)}}; \quad (3.4.8)$$

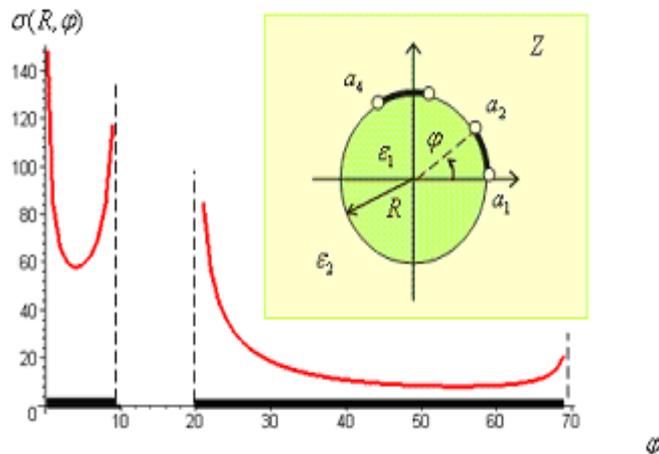
$$\operatorname{sn}^2 W = \frac{(2iR + (R - Z)(\operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} - i))(\operatorname{ctg} \frac{\varphi_2}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\varphi_4}{2})}{((\operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\varphi_4}{2})(R - Z) - (2iR + (R - z)(\operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} - i)))(\operatorname{ctg} \frac{\varphi_2}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2})}; \quad (3.4.9)$$

$$z = R \cdot e^{i\varphi}, \quad \frac{dz}{d\varphi} = iR \cdot e^{i\varphi}. \quad (3.4.10)$$



**Рис. 3.4.4. Картина распределения напряженности электрического поля по поверхности электродов цилиндрического НИК**

Полярные координаты краевых точек определяют пики напряженности поля. На рис. 3.4.5 представлена картина распределения заряда по внутренней поверхности электродов  $\sigma(\varphi)$ [14, 15].



$$\epsilon_1=1; R=1; \varphi_1=0; \varphi_2=10; \varphi_3=20; \varphi_4=70.$$

**Рис. 3.4.5 Картина распределения поверхностей плотности заряда на внутренней поверхности электродов цилиндрического НИК.**

### **Вопросы для самоконтроля освоения знаний по главе 3**

1. Сформулируйте эффект изменения емкости конденсатора.
2. Какие типы емкостных датчиков можно использовать для измерения перемещений?
3. Чем отличаются емкостной датчик с плоскими электродами от коаксиального датчика?
4. Приведите схемы емкостных датчиков для измерения линейных и угловых перемещений, для измерения амплитуды вибрации, крутильных деформаций валов.
5. Приведите схему конструкции двухэлектродного конденсатора с накладными плоскими электродами.
6. Приведите схему конструкции двухэлектродного преобразователя с круглыми электродами.
7. Сформулируйте основные физические концепции, используемые при разработке накладных емкостных преобразователей.
8. Каким образом можно использовать емкостные преобразователи с плоскими и круглыми электродами в приборах измерения уровня диэлектрической жидкости и в расходомерах, а также при оценке механической составляющей электрического поля конденсатора с плоскими электродами?

## ГЛАВА 4. ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

### 4.1. Описание механизма пьезоэффекта

При деформации (растяжении или сжатии) некоторых твердых тел на противоположных им поверхностях появляются электрические заряды, равные по величине, но разноименные по знаку. Это явление было исследовано на значительном количестве кристаллов и получило название прямого пьезоэффекта.

Предположение о существовании обратного пьезоэффекта, заключающегося в том, что при помещении пьезоэлектрика в электрическое поле в нем возникают напряжения и деформации, сделал Липман. Затем это предположение было экспериментально подтверждено братьями Кюри. Целый ряд экспериментальных и теоретических исследований позволил прийти к заключению, что необходимым условием существования пьезоэффекта является отсутствие центра симметрии. Материал, обладающий пьезоэффектом, должен быть существенно анизотропным, характеризоваться наличием одной или нескольких полярных осей.

Для качественного объяснения возникновения пьезоэффекта можно воспользоваться теорией Мейснера. За исходный элемент принимают пластину из кварца, вырезанную перпендикулярно оси X. Такую пластину обычно называют X-срезом или срезом Кюри. Как известно, химическая формула кварца имеет вид  $\text{SiO}_2$  и в первом приближении можно представить, что атомы кремния и кислорода расположены в шестигранных ячейках, хотя более строго атомы располагаются друг под другом по винтовой линии. Схема нейтральной ячейки приведена на рис.4.1.1,*a*.

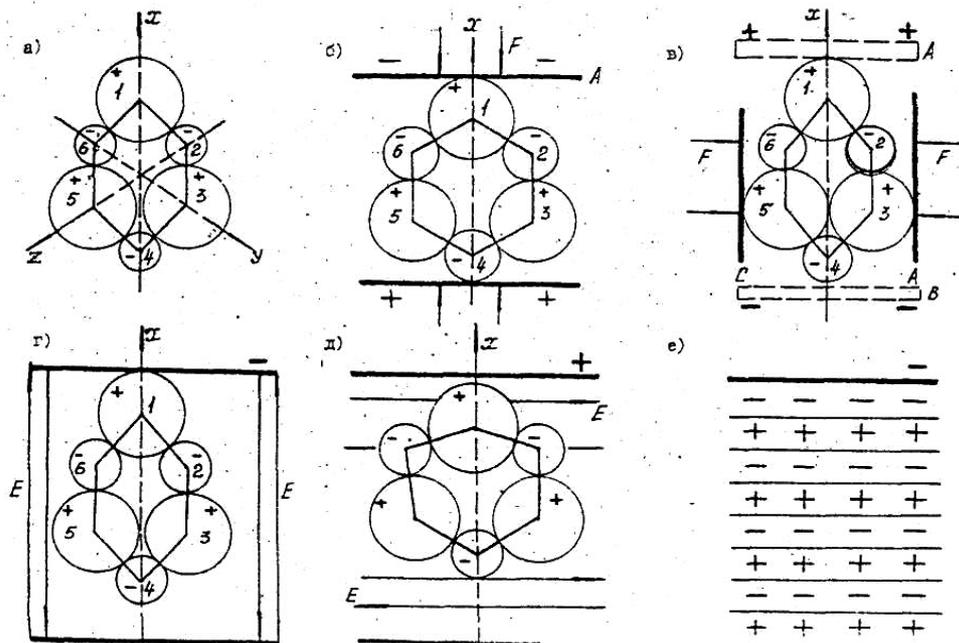


Рис.4.1.1. Схема ячейки кварца при различной природе воздействия

Если такую ячейку подвергнуть сжатию в направлении полярной оси X, то как показано на рис.4.1.1,б, вследствие деформации на противоположных гранях пластины возникнут электрические заряды. Это явление получило название прямого продольного пьезоэффекта.

Если теперь нейтральную ячейку подвергнуть сжатию в направлении, перпендикулярном оси X (рис.4.1.1,в), то на поверхностях пластины вновь возникнут электрические заряды, противоположные по знаку зарядам, изображенным на рис.4.1.1,б. Это явление называется поперечным пьезоэффектом.

На рис.4.1.1,г,д показано, как ведет себя принятая модель при внесении ее в электрическое поле в двух случаях, когда силовые линии поля совпадают с направлением оси кристалла и когда силовые линии перпендикулярны ей. В первом случае пьезоэффект называют обратным продольным, во втором – обратным поперечным.

Следует помнить, что во всех приведенных случаях компенсируются только внутренние заряды или напряжения, как показано на рис.4.1.1,*e*.

Пьезоэлектрический эффект предполагает наличие связи между пьезоэлектрическими, диэлектрическими и упругими свойствами пьезоматериалов. Указанная связь может быть получена при введении трех аналогичных систем постоянных, которые являются частными производными второго порядка соответствующих термодинамических потенциалов по напряженности электрического поля (механическому напряжению) или смешанными производными по этим переменным.

#### **4.2. Пьезоэлектрические материалы, применяемые при разработке первичных преобразователей**

Одним из основных вопросов проектирования пьезоэлектрических датчиков является выбор пьезоэлектрического материала.

При выборе пьезоэлектрического материала для датчиков приходится обращать внимание на значения пьезоэлектрических коэффициентов  $d$  и  $q$ , диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ , модуля упругости  $E$  и плотности  $\delta$ .

Коэффициент  $d$ , называемый пьезоэлектрической постоянной или пьезомодулем, описывает основную чувствительность пьезоэлектрического материала и определяет величину электрического заряда, генерируемого при приложении определенной силы. Коэффициенты  $d$  для случаев прямого и обратного эффекта численно равны. При обратном эффекте  $d$  определяет относительную деформацию, вызываемую прикладываемым электрическим напряжением.

Определение, данное для коэффициента  $d$ , непосредственно приводит к основному уравнению для пьезоэлектрических материалов:

$$d = \frac{Q}{F} = \frac{CU}{F}, \quad (4.2.1)$$

где  $Q$  — электрический заряд;  $F$  - сила;  $C$  — емкость;  $U$  — напряжение.

Коэффициент  $d$  имеет два индекса  $d_{i,j}$ , которые получены из тензорного изображения кристаллов, подвергаемых растяжению и сжатию; первый из них ( $i$ ) показывает, что электроды перпендикулярны оси  $i$ , а второй ( $j$ ) — что механическое напряжение прикладывается вдоль оси  $j$ .

Возможны различные способы деформаций пьезоэлектрических материалов: по толщине; по длине; объемная; сдвиг по толщине и сдвиг по поверхности. Основными видами деформации являются деформации по толщине и по длине. Однако в настоящее время при конструировании пьезоэлектрических датчиков используют и другие виды деформации, что в ряде случаев приводит к улучшению электромеханических характеристик датчиков.

Весьма важным параметром пьезоэлектрических материалов является диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$ . Этот параметр влияет на собственную емкость преобразователя  $C_0$ , определяемую формулой

$$C_0 = \frac{\epsilon S}{l}, \quad (4.2.2)$$

где  $S$ ,  $l$  — площадь и толщина пьезоэлемента; и на напряжение  $U$  на выходе датчика, определяемое выражением

$$U = \frac{Q}{C_\Sigma}, \quad (4.2.3)$$

где  $C_\Sigma = C_0 + C_k + C_{ex}$  — емкость кабеля;  $C_{ex}$  — емкость усилителя.

Казалось бы необходимо выбирать материалы с возможно меньшим значением диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ . Но выбор материала с малой  $\epsilon$ , т.е. с малой собственной емкостью, резко увеличивает внутреннее сопротивление преобразователя на низких частотах, что, в свою очередь, повышает требования к входной цепи измерительного усилителя. Поэтому часто оказывается, что преобразователи, имеющие большую чувствительность в режиме холостого хода, выдают весьма малое напряжение даже при нагружении электромеханическими усилителями. Следовательно, выбор материала с малым значением  $\epsilon$  повышает

чувствительность преобразователя в режиме холостого хода, но это не означает, что имеет место увеличение чувствительности датчика при работе в комплекте измерительной аппаратуры. В тех случаях, когда необходимо расширить частотный диапазон в области низких частот, лучше выбирать материалы с большим значением  $\epsilon$ .

Коэффициент  $q_{i,j}$  является постоянной пьезоэлектрического материала для случая разомкнутой цепи (XX). Эта постоянная описывает чувствительность по напряжению пьезоэлемента и определяется как напряжение разомкнутой цепи, генерируемое на единицу приложенной силы, или, если говорить точнее, как напряженность электрического поля, вызванная данным механическим напряжением:

$$q_{ij} = \frac{U}{l} \cdot \frac{F}{S}. \quad (4.2.4)$$

Связь постоянной разомкнутой цепи  $q_{i,j}$  с пьезоэлектрической постоянной  $d_{i,j}$  выражается следующим равенством:

$$q_{ij} = \frac{d_{ij}}{\epsilon \epsilon_0}, \quad (4.2.5)$$

где  $\epsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость;  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная (проницаемость пустоты).

Коэффициент  $q_{i,j}$  — наиболее удобный для подсчета выходного напряжения пьезоэлектрических преобразователей, если не рассматривается шунтирующая емкость.

Пьезоэлектрические коэффициенты выражаются несимметричным тензором третьего порядка, который при сокращенной записи для коэффициента  $q$  имеет вид

$$q_{ij} = \begin{vmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} & q_{15} & q_{16} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} & q_{25} & q_{26} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} & q_{35} & q_{36} \end{vmatrix}.$$

Составляющие первых трех столбцов характеризуют продольные и поперечные деформации растяжения или сжатия пьезоэлемента. Первый

индекс указывает направление электрического поля, второй-направление деформаций, причем индексы 1,2,3 соответствуют осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  прямоугольной системы координат.

Составляющие следующих трех столбцов характеризуют угловые или сдвиговые деформации. Первый индекс указывает направление воздействия электрического поля, второй - плоскость, испытывающую сдвиг, причем индекс 4 соответствует плоскости  $ZY$ , индекс 5 —плоскости  $ZX$ , индекс 6 — плоскости  $XU$ .

Таким образом, пьезоэлектрические преобразователи могут испытывать деформации растяжения — сжатия по длине или радиусу; растяжения — сжатия по толщине, сдвига по толщине. При этом связь чувствительности преобразователя и воздействующего на него усилия будет различной (это следует также из табл. 4.1). Использование того или иного вида деформации пьезоэлектрического преобразователя в значительной мере определяет конструкцию датчика.

Так как в датчиках пьезоэлемент обычно действует как механическая пружина, все механические характеристики, включая и частоту свободных колебаний датчика, будут зависеть от упругости пьезоэлемента, а значит определяться модулем упругости  $E$  материала, а также в некоторой степени и плотностью  $\delta$  материала. Естественно, что предпочтительное выбирать материалы с большим значением упругости и меньшей плотностью. Кроме того, табличное  $E$  - значение модуля упругости справедливо только для случая разомкнутой цепи (режим  $X X$ ). Для разомкнутой цепи значение модуля упругости будет определяться выражением

$$E_{kз} = E_{xx}^{(1-k^2)}, \quad (4.2.6)$$

где  $E_{kз}$  — модуль упругости материала в случае короткозамкнутой цепи;  $E_{xx}$  — модуль упругости для разомкнутой цепи;  $k$  — коэффициент электромеханической связи.

Наиболее полной характеристикой пьезоэлектриков как преобразователей механической энергии в электрическую является их своеобразный

коэффициент полезного действия, определяемый как квадрат коэффициента электромеханической связи:

$$K^2 = \frac{W_3}{W_m}, \quad (4.2.7)$$

где  $W_3$  — механическая энергия, преобразованная в заряд;  $W_m$  — приложенная механическая энергия.

Этот КПД зависит только от физических свойств материала :

$$k^2 = \frac{d^2 E}{\varepsilon}, \quad (4.2.8)$$

где  $d$  — пьезоэлектрический коэффициент;  $E$  — модуль упругости материала;

$\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость.

С точки зрения полноты использования входной энергии, характеризуемой величиной  $k^2$ , наилучшим материалом является сегнетова соль, а наихудшим — кварц. Поэтому, когда речь идет о преобразовании сигналов малых уровней при соответствующих эксплуатационных условиях, предпочтение следует отдать сегнетовой соли. Однако низкие температурные свойства и ее гигроскопичность не позволяют на практике реализовать высокие электромеханические характеристики сегнетовой соли.

Лучшие керамики (цирконат титаната свинца) по величине приближаются к сегнетовой соли, обладая при этом приемлемыми метрологическими и конструктивными характеристиками.

Возвращаясь к выражению для  $E_{кз}$  можно сказать, что в случае замкнутой цепи материал становится как бы "мягче".

Все пьезоэлектрические материалы можно условно разделить на две группы: пьезоэлектрические кристаллы и пьезокерамики, которые можно назвать "искусственными" пьезоэлектрическими материалами. В табл.4.1 приведены основные электрические и механические характеристики пьезоэлектрических материалов. При построении таблицы применены следующие условные обозначения вида деформации: ТД - деформация по

толщине; ДД - деформация по длине; ОД – деформация по объему; ПС – сдвиг по поверхности.

Среди кристаллических материалов особое место занимает кварц, который, несмотря на очень низкое значение пьезоэлектрической постоянной;  $d_{i,j}=2,3 \cdot 10^{-12}$ , Кл/Н; и относительной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon = 4,5$ , благодаря стабильности электромеханических характеристик находит широкое применение в пьезоэлектрических датчиках. Поскольку кварц обладает очень малой диэлектрической проницаемостью, шунтирующая емкость, например, емкость кабеля, значительно уменьшает выходное напряжение. При отсутствии шунтирующей емкости значение выходного напряжения может быть достаточно большим, о чем можно судить, сравнивая, например, коэффициенты  $q$ , кварца и титаната бария. Следует отметить особенность кварца – симметричность кристалла. Поэтому для кварца существенными оказываются только два коэффициента  $d_{i,j}$ :

$$d_{11} = -d_{12} = 2,3 \cdot 10^{-12} \text{ Кл/Н}; d_{14} = -0,67 \cdot 10^{-2}, \text{ Кл/Н.}$$

Кварц нечувствителен к деформации сдвига и к объемной деформации.

Модуль упругости (модуль Юнга) кварца  $E = 80 \cdot 10^9$  Н/м<sup>2</sup> примерно того же порядка, что и для пьезокерамик, но плотность  $\delta = 2,65 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> у него в 2-3 раза меньше, чем у пьезокерамик.

В группе искусственных пьезокерамик можно назвать три разновидности: титанат бария, соединения цирконата титаната свинца и соединения ниобата свинца. Отличительной особенностью этих материалов является высокое значение пьезоэлектрической постоянной  $d_{i,j}$ , так, например, при деформации по толщине коэффициент  $d_{33} = (150 \div 350) \cdot 10^{-12}$  Кл/Н.

В отличие от кварца пьезоэлектрические постоянные при деформации по толщине и по длине оказываются неравными, причем соотношение между этими коэффициентами равно  $d_{31} = (0,40 \div 0,45)$ . Отличительной особенностью пьезокерамик является "гидростатическая" чувствительность,

т.е. чувствительность к объемной деформации, выражаемая коэффициентом

$$d_n = (0,1 \div 0,2) d_{33}.$$

Характеристика пьезоэлектрических материалов

Таблица 4.1

Материал	Вид деформации	$\epsilon$	$d_{i,j}$ , Кл/Н·10 <sup>-12</sup>	$q_{i,j}$ , мВ/Н·10 <sup>-3</sup>	К, %	Плотность, кг/м <sup>3</sup> ·10 <sup>3</sup>	E, Н/м <sup>2</sup> ·10 <sup>9</sup>	Допустимая температура, T <sub>доп</sub> °С
Кварц	ТД	4,5	2,3	58	11	2,65	80	550
	ДД				10			
Турмалин	ТД	6,6	1,9	33	10	3,1	160	----
	ОД		2,4	41	----			
Сегнетова соль при 30°С	ПС	9,4	550	180	76	1.77	19,3	45
	ДД		275	90	73		10,7	
	ПС		54	664	32			
	ДД		27	332	29			
Дигидрофосфат аммония	ПС	15,3	48	354	32	1,8	----	125
	ДД		24	177	28		19,3	

Продолжение таблицы 4.1

Сульфат лития	ТД	10,3	16	175	33	2,06	46	75
	ОД		13,5	148	----		----	
Керамика А	ТД	1700	190	12	50		110	70
	ДД		78	5	21	5,7		
	ОД		34	2	----			
Керамика Б	ТД	1200	140	13	46		110	70
	ДД		56	5,3	18,5	5,5	----	
	ОД		28	2,4	-----			
Цирконат титаната свинца	ТД	1500	320	23	67,5		67,5	250
	ДД		140	10	31,8	----	----	
	ОД		40	3	----			
ЦТС	ТД	1380	200	16,4	----	7,15	57	330
	ДД		116	9,5				

Продолжение таблицы 4.1

PZT-5A	ТД	1700	74	24,8	70,5	7,15	53	120
	ДД		171	11,8	34,4	7,75	61	365
	ОД		32	-----	----		----	
Соединения ниобата свинца $Pb(NbO_3)_2$	ТД	270	90	37	31		29	250
	ДД		33	14	11,5	----	----	----
	ОД		24	9	----			
Керамика 260	ТД	1500	200	15	51		88	270
	ДД		80	6	21	5,9	88	
	ОД		40	3	----		----	
Керамика ТБ-1	ТД	1500	100	7,5	20	5,3	100	120
	ДД		45	3,4				
ТБК-3	ТД	1200	100	10,5	25	5,5	120	105
	ДД		45	4,5				

Продолжение таблицы 4.1

ТБКС	ТД	450	45	8,85	17	5,2	110	160
	ДД		18	4,6	----			
ЦТС-19	ТД	1525	200	14,8	40	7	70	300
	ДД		100	7,4	----			
ЦТС-21	ТД	550	66	13,75	20	7	90	410
	ДД		27	5,61	----			
ЦТС-22	ТД	800	100	14,02	20	7	90	330
	ДД		50	7,01	----			
ЦТС-23	ТД	1075	200	21	43	7,4	0,65-	285
	ДД		100	10,5	----		-0,85	
ЦТС-24	ТД	1075	200	21	45	7,4	0,65-	280
	ДД		100	10,5	----		-0,85	
ЦТС-28	ТД	1050	200	21,4	40	7	0,7	330
	ДД		100	10,7	----			

Окончание таблицы 4.1

ЦТСС-1	ТД	1000	180	20,4	43	7,3	0,85	265
	ДД		80	9,05	----			
ЦТБС-1	ТД	3750	470	14,2	55	7,1	0,7	165
	ДД		220	6,65	----			
ЦТБС-2	ТД	1000	300	33,8	45	----	0,75	227
	ДД		130	14,7	----			
ЦТБС-3	ТД	2400	400	19	45	----	0,7	180
	ДД		160	7,6	----			
ЦТСНВ-1	ТД	2000	470	23,3	70	7,2	0,6	260
	ДД		203	11,75	---			

Все искусственные пьезокерамики имеют высокую относительную диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon = 1200 \div 1700$ . В связи с этим коэффициенты  $q_{ij}$  оказываются довольно малыми. Однако при практическом применении очень часто требуется довольно большое значение емкости, что бывает необходимо либо для уменьшения частотной погрешности  $V_H$  на нижних частотах, либо для снижения влияния паразитных емкостей датчика. В этом смысле пьезокерамики предпочтительнее других материалов, обладающих более высокими коэффициентами  $q_{ij}$ .

Выше уже отмечалось, что плотность  $\delta$  пьезокерамик велика. Что касается модуля упругости  $E$ , то он мало отличается для всех пьезоэлектриков [ $E = (50 \div 100) \cdot 10^9$  Н/м<sup>2</sup>], исключение оставляет сегнетова соль и дигидрофосфат аммония, для которых  $E < 20 \cdot 10^9$  Н/м<sup>2</sup>.

### 4.3. Электромеханические аналогии в пьезоэлектричестве

Метод электромеханических аналогий заключается в том, что элементы заданной механической системы рассматривают как аналоги элементов некоторой определенной электрической схемы; такую электрическую схему называют эквивалентной данной механической системе. Анализ эквивалентной схемы производят по законам электрических цепей, причем колебательные процессы в них описываются аналогичными уравнениями.

Сравнивая дифференциальное уравнение напряжения в контуре  $R - L - C$

$$\frac{LdI}{dt} + RI + \left(\frac{1}{C}\right) \int Idt = e \quad (4.3.1)$$

уравнение движения простого осциллятора

$$\frac{m dV}{dt} + rV + \left(\frac{1}{C_M}\right) \int V dt = F \quad (4.3.2)$$

убеждаемся в том, что они подобны; аналогичны и их решения для тока и скорости. Можно составить следующую систему взаимных аналогов механических и электрических:

переменные:

сила  $F$ , Н;

ЭДС (напряжение)  $U$ , В;

скорость  $V$ , м/с;

ток  $I$ , А;

смещение  $\xi$ , М;

заряд  $q$ , Кл;

параметры и сопротивления:

масса  $m$ , кг;

индуктивность  $L$ , Гн;

гибкость  $C_m$ , м/Н;

емкость  $C$ , Ф;

коэффициент трения  $r$ , кг/с;

активное сопротивление Ом;

инерционное сопротивление  $\omega_m$ , кг/с;

индуктивное сопротивление  $\omega_L$ , Ом;

упругое сопротивление  $I/(\omega C_m)$ , кг/с;

емкостное сопротивление  $I/(\omega C)$ , Ом;

механический импеданс  $Z$ , кг/с;

электрический импеданс  $Z$ , Ом.

Этот метод широко используют при анализе различных механических систем, так как электромеханические аналогии, вытекающие из формального подобия уравнения (4.3.1), отражают физическое соответствие процессов в механической системе и эквивалентной ей электрической цепи. Например, инерция массы препятствует мгновенному изменению скорости при воздействии (или прекращении действия) силы, равно как индуктивность препятствует мгновенному изменению тока при включении (выключении) источника ЭДС. Аналогично тому, как часть колебательной электрической энергии безвозвратно расходуется (превращается в тепловую энергию) на активном сопротивлении цепи, в механической системе благодаря трению

превращается в тепло часть энергии механических колебаний. Подобно емкости накопителю электрической энергии в элементе гибкости запасается механическая (упругая) энергия.

В сложных механических системах количество замкнутых электрических контуров в схеме аналогий соответствуют числу степеней свободы; при этом

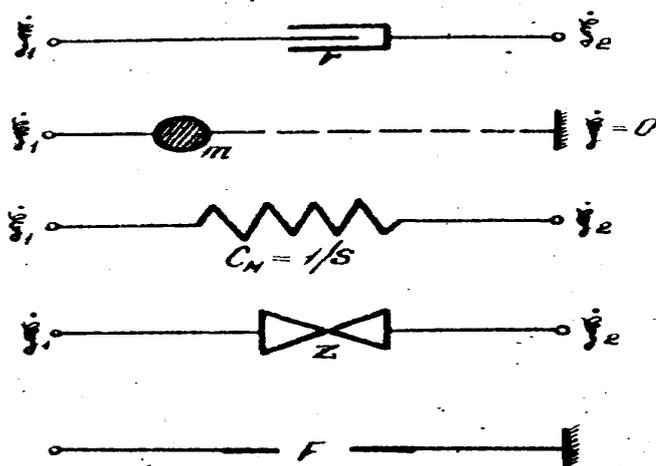


Рис.4.3.1. Условные изображения механических элементов и внешней силы

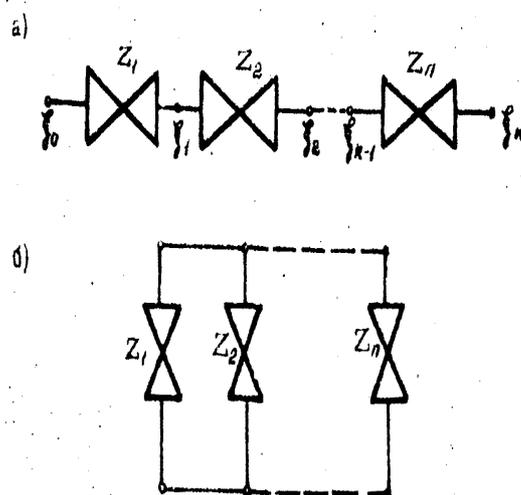


Рис.4.3.2. Соединения механических двухполюсников

элементы двух соседних замкнутых цепей следует рассматривать как элементы связи. Чтобы практически использовать метод электромеханических аналогий, необходимо, во-первых, условиться о графическом изображении механических элементов колебательных систем, во-вторых, установить основные закономерности сочетаний элементов. Поскольку элементы  $R$ ,  $L$ ,  $C$  представляют собой двухполюсники, целесообразно и механические элементы  $r$ ,  $m$ ,  $C_M$  изобразить в виде механических двухполюсников, концы которых имеют скорости смещения  $\xi_1$  и  $\xi_2$  (рис.4.3.1); у элемента массой  $m$  одним служит изображающая его материальная точка, вторым полюсом – неподвижная опора, т. е. тело большей по сравнению с  $m$  массы (например, корпус преобразователя), относительно которого отсчитывается смещение данного элемента. Если свойство, которым обладает механический элемент, не конкретизируется, то

его представляют в виде произвольного двухполюсника  $Z$ . Силу  $F$  изображают двухполюсником, один конец которого есть собственно сила, приложенная к элементу, а второй - реакция со стороны опоры.

Элементы механической системы могут быть соединены цепочкой (рис.4.3.2,а) и узлом (рис.4.3.2,б). В первом случае на основании закона равенства действия и противодействия на все элементы действует одна и та же сила; сумма относительных скоростей концов всей цепочки:

$$(\xi_0 - \xi_1) + (\xi_1 - \xi_2) + \dots + (\xi_{n-1} - \xi_n) = (\xi_0 - \xi_n). \quad (4.3.3)$$

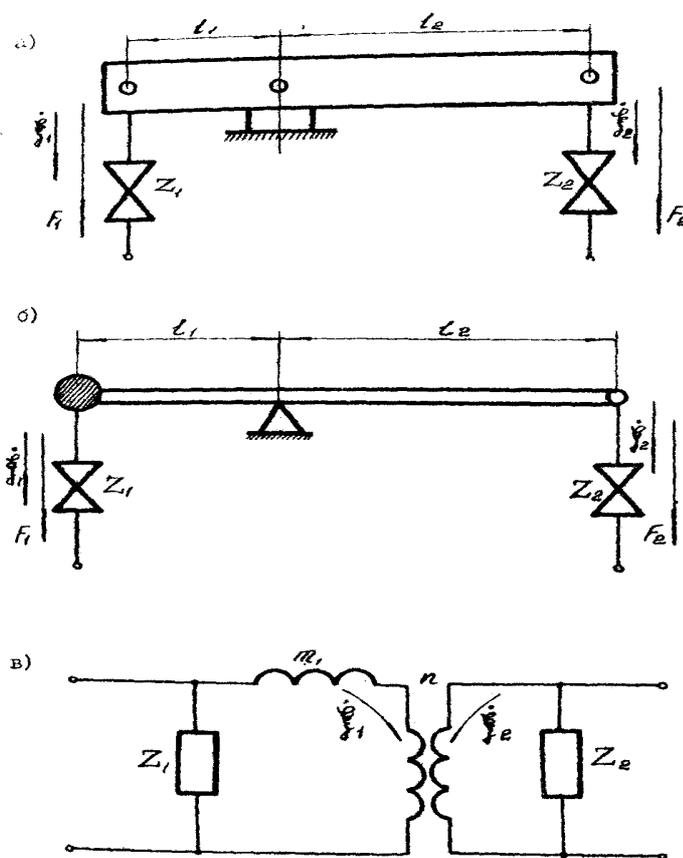


Рис.4.3.3.Рычаг (а),невесомый рычаг с приведенной массой (б),  
электрический аналог рычага (в)

Из этого следует, что электрическим эквивалентом соединения цепочкой будет параллельное соедѳнение аналогичных электрических элементов. Во втором случае все механические двухполюсники имеют одинаковые относительные скорости концов, а развиваемые ими усилия складываются.

Следовательно, электрический эквивалент соединения узлом представляет схему последовательного соединения аналогичных электрических двухполюсников.

Пользуясь этими правилами, можно составлять эквивалентные электрические схемы несложных механических систем. Для проверки правильности включения элементов схемы сравнивают поведение механической системы и электрической цепи, задавая элементам системы (схемы) бесконечно малые или бесконечно большие значения.

Как известно, электрические трансформаторы, предназначены для согласования сопротивлений цепей; в механических системах трансформацию сил и скоростей осуществляют при помощи рычагов. В технической акустике применяют сходные устройства для согласования механических и акустических сопротивлений колебательных систем с целью создания оптимальных условий передачи энергии.

Пусть рычаг фиксированной осью вращения и плечами  $l_1$  и  $l_2$  осуществляет энергообмен между системами с механическими сопротивлениями  $Z_1$  и  $Z_2$  (рис.4.3.3,а). Момент инерции рычага относительно оси вращения равен  $I$ , масса рычага равномерно распределена по его длине, отношение плеч  $\frac{l_1}{l_2} = n$ .

Из механики известны соотношения сил и скоростей на концах жесткого невесомого рычага:

$$\frac{\xi_1}{\xi_2} = \frac{F_2}{F_1} = n. \quad (4.3.4)$$

Известно также, что весомый рычаг можно заменить невесомым, сосредоточив на одном из его концов эквивалентную массу

$$m_1 = \frac{I}{l_1^2} \quad \text{или} \quad m_2 = \frac{I}{l_2^2}$$

Применяя уравнение (4.3.4) к рычагу (рис.4.3.3).получим формулу для пересчета сопротивлений к одному концу рычага:

$$Z' = \frac{F_1}{\xi_1} = \frac{F_2}{(n^2 \cdot \xi_2)} = \frac{Z_2}{n^2}. \quad (4.3.5)$$

На основании выражений (4.3.4) и (4.3.5) можно заключить, что электрическим аналогом рычага является идеальный (без потерь) трансформатор, связывающий двухполюсники  $Z_1$  и  $Z_2$  (рис.4.3.3,в).

#### 4.4. Наиболее распространенные уравнения пьезоэффекта

Пьезоэлектрические уравнения выводятся непосредственно из термодинамических потенциалов (термин впервые введен Кельвином и Гиббсом и является синонимом свободной энергии).

Свободная энергия может выражаться через деформации или напряжения. В первом случае она называется первым термодинамическим потенциалом, и ее производные, взятые по компонентам упругой деформации, являются компонентами напряжения. Во втором случае - вторым термодинамическим потенциалом, и ее производные, взятые по компонентам упругого напряжения, являются компонентами упругих деформаций.

Дюгем и Фойт применили термодинамические потенциалы при описании работы кристаллов. В данной работе нас будут интересовать пьезоэлектрические кристаллы, т. е. такие, которые характеризуются не только упругими, но и диэлектрическими, а также пьезоэлектрическими свойствами. Для описания указанных свойств получены соответствующие системы констант.

Существует несколько способов записи уравнений, связывающих упругие, диэлектрические и пьезоэлектрические константы. Один из них заключается в том, что за независимые переменные принимаются механические напряжения, напряженность электрического поля и температура. Тогда механические деформации, электрическая индукция и энтропия будут функциями этих переменных.

Второй, наиболее распространенный, способ состоит в том, что в качестве

независимых переменных принимают механическую деформацию, электрическую индукцию и энтропию, а механические напряжения, напряженность электрического поля и температура являются зависимыми постоянными. Число зависимых постоянных можно сократить, если рассматривать адиабатические величины (когда предполагается, что в любом элементе объема отсутствуют процессы переноса тепла).

Под процессом переноса тепла понимают отдачу его во внешнюю среду по притоку из внешней среды.

Рассмотрим пьезоэлектрический кристалл как систему, обладающую упругими свойствами, и проанализируем, какими упругими константами можно охарактеризовать его. Как принято в динамической теории упругости, упругие константы могут быть определены при рассмотрении напряженного состояния тела в виде элементарного единичного объема. Упругие силы, действующие на элементарный объем, складываются из трех составляющих. Первая составляющая силы, действующей вдоль оси  $X$ , определяется нормальным напряжением, действующим на грани  $dydz$  с координатами  $x$  и  $dx$ :

$$\delta_{xx} \cdot (x + dx) dydz - \delta_{xx} \cdot (x) dydz = \frac{\partial \delta_{xx}}{\partial x} dx dy dz. \quad (4.4.1)$$

Вторая составляющая силы, действующей в направлении оси  $X$  на грани, перпендикулярной оси  $Y$ , может быть определена из выражения

$$\delta_{yx} (y + dy) dx dz - \delta_{yx} \cdot (y) dx dz = \frac{\partial \delta_{yx}}{\partial y} dx dy dz. \quad (4.4.2)$$

И наконец, третья составляющая, обусловленная сдвиговым напряжением на гранях, перпендикулярных оси  $Z$ :

$$\delta_{zx} (z + dz) dx dy - \delta_{zx} \cdot (z) dx dy = \frac{\partial \delta_{zx}}{\partial z} dx dy dz. \quad (4.4.3)$$

Определив все силы, действующие вдоль положительного направления оси  $X$ , можно записать их сумму:

$$F_x = \left( \frac{\partial \delta_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \delta_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \delta_{zx}}{\partial z} \right) dx dy dz, \quad (4.4.4)$$

а также сумму составляющих всех упругих сил действующих вдоль положительных направлений осей  $Y$  и  $Z$ :

$$F_y = \left( \frac{\partial \delta_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \delta_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \delta_{zy}}{\partial z} \right) dx dy dz, \quad (4.4.5)$$

$$F_z = \left( \frac{\partial \delta_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \delta_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \delta_{zz}}{\partial z} \right) dx dy dz, \quad (4.4.6)$$

где  $\delta_{ik}$  - механические напряжения, которые действуют на элементарный объем и стремятся его деформировать;  $\delta_{xx}$ ,  $\delta_{yy}$ ,  $\delta_{zz}$  - нормальные составляющие напряжений;  $\delta_{xy}$ ,  $\delta_{zx}$ ,  $\delta_{yz}$  - касательные составляющие напряжений.

Матрица компонент механических напряжений имеет вид

$$\begin{vmatrix} \delta_{xx} & \delta_{xy} & \delta_{xz} \\ \delta_{yx} & \delta_{yy} & \delta_{yz} \\ \delta_{zx} & \delta_{zy} & \delta_{zz} \end{vmatrix}$$

Существует закон парности касательных напряжений, согласно которому

$$\delta_{xz} = \delta_{zx}; \delta_{xy} = \delta_{yx}; \delta_{zy} = \delta_{yz}. \quad (4.4.7)$$

Благодаря этому условию число компонент механических напряжений уменьшается с девяти до шести.

Помимо компонент напряжений, характеризующих напряженное состояние упругого тела, в теории упругости рассматриваются компоненты деформации, так как механические напряжения возникают в деформированном теле. Линейные деформации, так же как и поперечные, определяются на основании соотношений

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial U}{\partial x}; \varepsilon_{yy} = \frac{\partial V}{\partial y}; \varepsilon_{zz} = \frac{\partial \omega}{\partial z}; \quad (4.4.8)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xy} &= \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}, \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial y}, \\ \varepsilon_{zx} &= \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial x}. \end{aligned} \right\} \quad (4.4.9)$$

где  $U$ ,  $V$ ,  $\omega$  - компоненты смещения точки, координаты которой в неизменном состоянии  $x$ ,  $y$ ,  $z$  превращаются деформацией в  $x + U$ ,  $y + V$ ,  $z + \omega$ .

Компоненты вращения могут быть определены как

$$\left. \begin{aligned} 2\omega_x &= \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial U}{\partial z}, \\ 2\omega_y &= \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial \omega}{\partial x}, \\ 2\omega_z &= \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y}. \end{aligned} \right\} \quad (4.4.10)$$

Для анизотропных упругих тел связь между деформациями и напряжениями при небольших смещениях описывается законом Гука:

$$\left. \begin{aligned} -\delta_{xx} &= C_{11}\varepsilon_{xx} + C_{12}\varepsilon_{yy} + C_{13}\varepsilon_{zz} + C_{14}\varepsilon_{yz} + C_{15}\varepsilon_{xz} + C_{16}\varepsilon_{xy}, \\ -\delta_{yy} &= C_{21}\varepsilon_{xx} + C_{22}\varepsilon_{yy} + C_{23}\varepsilon_{zz} + C_{24}\varepsilon_{yz} + C_{25}\varepsilon_{xz} + C_{26}\varepsilon_{xy}, \\ -\delta_{zz} &= C_{31}\varepsilon_{xx} + C_{32}\varepsilon_{yy} + C_{33}\varepsilon_{zz} + C_{34}\varepsilon_{yz} + C_{35}\varepsilon_{xz} + C_{36}\varepsilon_{xy}, \\ -\delta_{yz} &= C_{41}\varepsilon_{xx} + C_{42}\varepsilon_{yy} + C_{43}\varepsilon_{zz} + C_{44}\varepsilon_{yz} + C_{45}\varepsilon_{xz} + C_{46}\varepsilon_{xy}, \\ -\delta_{xz} &= C_{51}\varepsilon_{xx} + C_{52}\varepsilon_{yy} + C_{53}\varepsilon_{zz} + C_{54}\varepsilon_{yz} + C_{55}\varepsilon_{xz} + C_{56}\varepsilon_{xy}, \\ -\delta_{xy} &= C_{61}\varepsilon_{xx} + C_{62}\varepsilon_{yy} + C_{63}\varepsilon_{zz} + C_{64}\varepsilon_{yz} + C_{65}\varepsilon_{xz} + C_{66}\varepsilon_{xy}. \end{aligned} \right\} \quad (4.4.11)$$

Уравнения (4.4.11) можно записать в сжатой форме:

$$-\delta_i = C_{ij} \varepsilon_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6, \quad (4.4.12)$$

где  $C_{ij}$  - модули упругости, которые выражают пропорциональность между компонентами деформаций  $\varepsilon_j$  и напряжений  $\delta_i$ . Знак "минус" перед напряжением взят из условия, что положительная деформация вызывает отрицательное напряжение.

Если решить уравнение (4.4.11) по отношению деформаций  $\varepsilon_j$ , то закон Гука можно записать в виде

$$\varepsilon_j = S_{ij} \delta_j, \quad (4.4.13)$$

где  $S_{ij}$  - постоянные гибкости.

В теории упругости закон Гука предполагается справедливым для всех типов деформаций.

Помимо упругих эффектов пьезоэлектрик характеризуется электрическим и пьезоэлектрическим эффектом. Рассмотрим, как это влияет на диэлектрические свойства пьезокристаллов. Пьезопластину поместим в однородное электрическое поле так, чтобы нормаль к пластине была параллельна полю  $E_0$ . Тогда

$$D = K_0 E_0 = E + P, \quad (4.4.14)$$

где  $D$  - электрическая индукция;  $E$  – напряженность электрического поля;

$P$  - поляризация. Связь между  $E$  и  $P$  может быть определена из уравнения

$$P = \eta E, \quad (4.4.15)$$

где  $\eta$  – диэлектрическая проницаемость.

Общая связь между полем  $E$  и поляризацией в кристалле описывается уравнением Кельвина

$$\left. \begin{aligned} P_x &= \eta_{11} E_x + \eta_{12} E_y + \eta_{13} E_z \\ P_y &= \eta_{21} E_x + \eta_{22} E_y + \eta_{23} E_z \\ P_z &= \eta_{31} E_x + \eta_{32} E_y + \eta_{33} E_z \end{aligned} \right\} \quad (4.4.16)$$

Уравнения для компонент электрического смещения могут быть записаны следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} D_x &= K_{11} E_x + K_{12} E_y + K_{13} E_z \\ D_y &= K_{21} E_x + K_{22} E_y + K_{23} E_z \\ D_z &= K_{31} E_x + K_{32} E_y + K_{33} E_z \end{aligned} \right\} \quad (4.4.17)$$

где  $K$  - диэлектрические постоянные.

Связь между электрическими проницаемостями и диэлектрическими постоянными описываются уравнениями

$$K_{hh} = 1 + \eta_{hh}; K_{hi} = K_{hi} = \eta_{hi}, \quad h \neq i, \quad (4.4.18)$$

где  $K_{hh}$  и  $\eta_{hh}$  - прямые коэффициенты;  $K_{hi}$ ,  $\eta_{hi}$  - поперечные коэффициенты.

Энергетическое состояние пьезоэлектрических кристаллов может быть определено заданием конечного числа его внутренних и внешних параметров. В качестве таких параметров используются восемнадцать скалярных величин, таких как: механические напряжения  $\delta_i$  (шесть независимых компонент), электрическое поле  $E$  (три компоненты), механическая деформация  $\varepsilon_j$  (шесть независимых компонент), электрическая индукция  $D$  (три компоненты). Число параметров, характеризующих энергетическое состояние кристалла, указано с учетом адиабатичности процесса. В качестве независимых параметров выбирают любые девять переменных. Из второго закона термодинамики следует, что при любой комбинации существует единственная функция выбранных переменных, такая, что остальные девять величин будут производными этой функции по независимым переменным.

Рассмотрим частный случай, когда в качестве независимых переменных выбираются  $\varepsilon_j P$ . Тогда функцией переменных будет величина внутренней энергии кристалла, дифференциал которой определяется соотношением

$$dQ = \sum_i f_i dh_i = \sum_i dA_i \quad , \quad (4.4.19)$$

где  $f_i$  - обобщенная сила;  $h_i$  - обобщенная координата. Правая часть уравнения (4.4.19) определяет элементарную работу, совершаемую над системой.

Рассмотрим работу, которую совершают над кристаллом механические и электрические силы. Пусть кристалл имеет форму элементарного куба единичного объема и испытывает небольшую однородную деформацию  $\varepsilon_j$ , а компонента деформации  $\varepsilon$  изменяется от  $\varepsilon_{xx}$  до  $d\varepsilon_{xx}$ , тогда как все остальные компоненты деформации и положение центра тяжести куба остаются без изменения. Каждая грань куба, перпендикулярная оси  $X$  сместится от центра на расстояние  $d\varepsilon_{xx}$ , при этом работа будет равна нормальной компоненте силы

$$A = 2\delta_{xx} \frac{1}{2} d\varepsilon_{xx} = \delta_{xx} d\varepsilon_{xx}. \quad (4.4.20)$$

Аналогичным образом могут быть записаны выражения для работы при нормальных деформациях вдоль осей  $Y$  и  $Z$ :

$$A = \delta_{yy} d\varepsilon_{yy}; \quad A = \delta_{zz} d\varepsilon_{zz}. \quad (4.4.21)$$

Теперь рассмотрим случай, когда единичный куб совершает деформацию сдвига таким образом, что грани, перпендикулярные оси  $Y$ , смещаются в противоположных направлениях параллельно оси  $Z$ . При этом деформация возросла от  $\varepsilon_{yz}$  до  $\varepsilon_{yz} + d\varepsilon_{yz}$  поскольку центры граней, перпендикулярные оси  $Y$  сместились на расстояние  $d\varepsilon_{yz}$ , то работа, совершаемая компонентой напряжения, может быть рассчитана из соотношения:

$$A = \delta_{yz} d\varepsilon_{yz}. \quad (4.4.22)$$

Аналогично выводятся выражения для других сдвиговых компонент:

$$A = \delta_{xz} d\varepsilon_{xz}; \quad A = \delta_{xy} d\varepsilon_{xy}. \quad (4.4.23)$$

Следовательно, элементарная работа, совершаемая механическими силами при произвольной деформации, рассчитывается из соотношения

$$A = \delta_i d\varepsilon_j. \quad (4.4.24)$$

Рассмотрим теперь работу, которую совершают внешние источники при изменении поляризации кристалла. Пусть в некоторый момент времени разность потенциалов на обкладках конденсатора равна  $\varphi_2 - \varphi_1 = \varphi$ . Силы, необходимые для изменения заряда "+" на обкладке от  $e$  до  $e + de$  равны

$$dA = \varphi dE. \quad (4.4.25)$$

Тогда  $de = Fdq$ ;  $\varphi = El$ ,

где  $F$  - площадь электродов;  $l$  - расстояние между ними ;  $q$  - поверхностный заряд. Отсюда выражение (4.4.25) переписывается в виде

$$dA = ElFdq = EV_{эл} dq. \quad (4.4.26)$$

Поскольку  $D = \varepsilon_0 E + P$  и  $dq = dD$ , то совершаемая на единицу объема работа будет равна

$$dA = d\left(\frac{\varepsilon_0 E^2}{2}\right) + EdP. \quad (4.4.27)$$

Первое слагаемое в правой части (4.4.27) можно отбросить. Оно показывает изменение энергии конденсатора в случае, если бы он не был заполнен диэлектриком.

Подставляя (4.4.24), (4.4.27) в (4.4.19), получим выражение для дифференциала внутренней энергии кристалла :

$$dV = \delta_i d\varepsilon_j + E_i dP_i. \quad (3.4.28)$$

Аналогичным образом могут быть получены потенциальные функции следующего типа при условии адиабатичности процесса:

упругий потенциал Гиббса, или упругая энтальпия

$$H_1 = V - \delta_i \varepsilon_j; \quad (4.4.29)$$

электрический потенциал Гиббса, или электрическая энтальпия

$$H_2 = V - E_i D_i; \quad (4.4.30)$$

полный потенциал Гиббса, или энтальпия

$$H = V - \delta_i \varepsilon_j - E_i D_i. \quad (4.4.31)$$

Свободная энергия в случае адиабатичности процесса равна внутренней энергии:  $A = V$ .

Рассмотрим, как, используя термодинамические потенциалы, можно получить уравнения пьезоэффекта. Пусть деформация  $\varepsilon_j$  и напряженность электрического поля  $E_m$  независимы. В качестве зависимых параметров или функций выберем механическое напряжение  $\delta_i$  и электрическую индукцию  $D_n$ .

Полный дифференциал функции может быть записан в виде

$$\left. \begin{aligned} d\delta_i &= \frac{\partial \delta_i}{\partial \varepsilon_j} d\varepsilon_j + \frac{\partial \delta_i}{\partial E_m} dE_m, \\ dD_n &= \frac{\partial D_n}{\partial \varepsilon_j} d\varepsilon_j + \frac{\partial D_n}{\partial E_m} dE_m. \end{aligned} \right\} \quad (4.3.32)$$

где  $\frac{\partial \delta_i}{\partial \varepsilon_j} = C_{ij}^E$ ;  $\frac{\partial D_n}{\partial E_m} = \varepsilon_{mn}^E$  - диэлектрическая проницаемость.

Воспользуемся функцией Гиббса (4.4.30). Дифференциал этой функции запишем в виде

$$dH_2 = \delta_i d\varepsilon_j - D_n dE_m. \quad (4.4.33)$$

Условие взаимности

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial E_m} = \frac{\partial D_n}{\partial \varepsilon_j} = -e_{ij}, \quad (4.4.34)$$

где  $e_{ij}$  - пьезоэлектрический модуль.

Первое и второе уравнения системы (4.4.32) запишем следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} d\delta_i &= C_{ij}^E d\varepsilon_j - e_{mi} dE_m, \\ dD_n &= \varepsilon_{mn}^E dE_m + e_{nj} d\varepsilon_j. \end{aligned} \right\} \quad (4.4.35)$$

система (4.4.35) окончательно переписывается в виде

$$\left. \begin{aligned} \delta_i &= C_{ij}^E \varepsilon_j - e_{mi} E_m, \\ D_n &= \varepsilon_{mn}^E E_m + e_{nj} \varepsilon_j. \end{aligned} \right\} \quad (4.4.36)$$

Уравнения (4.4.36) известны как уравнения прямого и обратного пьезоэффектов.

Другая система уравнений пьезоэффекта может быть получена, если в качестве независимых переменных выбрать механические напряжения  $\delta_i$  и напряженность электрического поля  $E_m$ , а в качестве зависимых переменных или санкций - деформации  $\varepsilon_j$  и электрическую индукцию  $D_n$ . Тогда полный дифференциал функций будет иметь вид

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_j &= \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial \delta_i} d\delta_i + \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial E_m} dE_m, \\ dD_n &= \frac{\partial D_n}{\partial \delta_i} d\delta_i + \frac{\partial D_n}{\partial E_m} dE_m. \end{aligned} \right\} \quad (4.4.37)$$

$$\text{где } \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial \delta_i} = S_{ij}^E; \frac{\partial D_n}{\partial E_m} = \varepsilon_{ij}^\delta. \quad (4.4.38)$$

Воспользуемся термодинамическим потенциалом (4.4.31) и запишем полный дифференциал из этого выражения

$$dH = -\varepsilon_j d\delta_i - D_n dE_m. \quad (4.4.39)$$

Отсюда условие взаимности будет

$$\frac{\partial \varepsilon_j}{\partial E_m} = \frac{\partial D_n}{\partial \delta_i} = d_{ij}.$$

Перепишем уравнения (4.4.37) с учетом (4.4.38) и (4.4.39):

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_j &= S_{ij}^E d\delta_i + d_{ij} dE_i, \\ dD_n &= \varepsilon_{ij}^\delta dE_i + d_{ij} d\delta_i. \end{aligned} \right\} \quad (4.4.40)$$

и окончательно получим

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_j &= S_{ij}^E \delta_i + d_{ij} E_i, \\ D_n &= \varepsilon_{ij}^\delta E_i + d_{ij} \delta_i. \end{aligned} \right\} \quad (4.4.41)$$

Аналогичным образом могут быть найдены системы других уравнений, приведенных в табл.4.2.

Для расчетов пьезоэлектрических систем можно воспользоваться соотношениями, связывающими между собой пьезоэлектрические упругие константы

$$\left. \begin{aligned} e_{nj} &= d_{ni} C_{ij}^E = \varepsilon_{mn}^\varepsilon h_{mj}, \\ d_{nj} &= e_{ni} S_{ij}^E = \varepsilon_{mn}^\delta q_{mj}, \\ q_{nj} &= \beta_{mn}^\delta d_{mj} = h_{ni} S_{ij}^D, \\ h_{nj} &= \beta_{mn}^\varepsilon e_{mj} = q_{ni} C_{ij}^D. \end{aligned} \right\}, \quad (4.4.42)$$

$$m, n = 1, 2, 3; i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6.$$

Упругие параметры зависят от пьезоэлектрического состояния, которое бывает свободным или зажатым. Свободное состояние присуще свободному телу, которое запасает механическую потенциальную энергию и обладает постоянным напряжением  $\delta = \text{const}$ . Под зажатым понимают такое состояние, когда тело не может деформироваться.

Пусть напряжения и деформации направлены вдоль оси  $X$ , тогда из (4.4.36) можно записать

$$\left. \begin{aligned} \delta_{xx} &= C_{11}^E \varepsilon_{xx} - e_{11} E_x, \\ D_x &= \varepsilon_{11}^\varepsilon E_x + e_{11} \varepsilon_{xx}. \end{aligned} \right\} \quad (4.4.43)$$

Если кристалл находится в свободном состоянии, то из определения можно положить  $D_x = 0$ , из второго уравнения системы (4.4.43) находим

$$E_x = \frac{-e_{11}\mathcal{E}_{xx}}{\mathcal{E}_{11}^\varepsilon}. \quad (4.4.44)$$

Наиболее распространенные уравнения пьезоэффекта

Таблица 4.2

Выбираемые величины		Дифференциалы функций	Уравнения для определения производных	Термодинамические функции	Соотношение взаимосвязей	Уравнение пьезоэффекта
Независимые	Функции					
$\delta_i$	$\varepsilon_j$	$d\varepsilon_j = \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial \delta_i} d\delta_i + \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial E_m} dE_m$	$\partial \varepsilon_j / \partial \delta_i = S_{ij}^E$	$H = V - D_m E_m - \delta_i \varepsilon_j$	$\partial \varepsilon_j / \partial E_m = \partial D_m / \partial \delta_i = d_{mi}$	$\varepsilon_i = S_{ij}^E \delta_j + d_{mi} E_m$
$E_m$	$D_m$	$dD_m = \frac{\partial D_m}{\partial \delta_i} d\delta_i + \frac{\partial D_m}{\partial E_m} dE_m$	$\partial D_m / \partial E_m = \varepsilon_{mn}^\delta$	$dH = -\varepsilon_j d\delta_i - D_m dE_m$		$D_m = \varepsilon_{mn}^\delta E_m + d_{ni} \delta_i$
$\varepsilon_j$	$\delta_i$	$d\delta_i = \frac{\partial \delta_i}{\partial \varepsilon_j} d\varepsilon_j + \frac{\partial \delta_i}{\partial E_m} dE_m$	$\partial \delta_i / \partial \varepsilon_j = C_{ij}^E$	$H_2 = V - E_m D_m$	$\partial \delta_i / \partial E_m = \partial D_m / \partial \varepsilon_j = -e_{mi}^\varepsilon$	$\delta_i = C_{ij}^E \varepsilon_j + e_{mi} E_m$
$E_m$	$D_m$	$dD_m = \frac{\partial D_m}{\partial \varepsilon_j} d\varepsilon_j + \frac{\partial D_m}{\partial E_m} dE_m$	$\partial D_m / \partial E_m = \varepsilon_{mn}^\varepsilon$	$dH_2 = \delta_i d\varepsilon_j - D_m dE_m$		$D_m = \varepsilon_{mn}^\varepsilon E_m + e_{ni} \varepsilon_j$
$\delta_i$	$\varepsilon_j$	$d\varepsilon_j = \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial \delta_i} d\delta_i + \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial D_m} dD_m$	$\partial \varepsilon_j / \partial \delta_i = S_{ij}^D$	$H_1 = V - \varepsilon_j \delta_i$	$\partial \varepsilon_j / \partial D_m = \partial E_m / \partial \delta_i = -g_{mi}$	$\varepsilon_i = S_{ij}^D \delta_j + g_{mi} D_m$
$D_m$	$E_m$	$dE_m = \frac{\partial E_m}{\partial \delta_i} d\delta_i + \frac{\partial E_m}{\partial D_m} dD_m$	$\partial E_m / \partial D_m = \beta_{mn}^\delta$	$dH_1 = -\varepsilon_j d\delta_i + E_m dD_m$		$E_m = \beta_{mn}^\delta D_m - g_{mj} \delta_j$
$\varepsilon_j$	$\delta_i$	$d\delta_i = \frac{\partial \delta_i}{\partial \varepsilon_j} d\varepsilon_j + \frac{\partial \delta_i}{\partial D_m} dD_m$	$\partial \delta_i / \partial \varepsilon_j = C_{ij}^D$	$A = v$	$\partial \delta_i / \partial D_m = \partial E_m / \partial \varepsilon_j = -h_{mi}$	$\delta_i = C_{ij}^D \varepsilon_j - h_{nj} D_m$
$D_m$	$E_m$	$dE_m = \frac{\partial E_m}{\partial \varepsilon_j} d\varepsilon_j + \frac{\partial E_m}{\partial D_m} dD_m$	$\partial E_m / \partial D_m = \beta_{mn}^\varepsilon$	$dA = \delta_i d\varepsilon_j + D_m dE_m$		$E_m = \beta_{mn}^\varepsilon D_m - h_{mi} \varepsilon_j$
$\varepsilon_j$	$\delta_i$	$d\delta_j = \frac{\partial \delta_j}{\partial \varepsilon_j} d\varepsilon_j + \frac{\partial \delta_j}{\partial B_m} dB_m$	$\partial \delta_j / \partial \varepsilon_j = C_{ij}^\beta$	$dv = \delta_i d\varepsilon_j + H_m dB_m$	$\partial \delta_j / \partial B_m = \partial H_m / \partial \varepsilon_j = -\xi_{mi}$	$\delta_i = C_{ij}^\beta \varepsilon_j - \xi_{nj} B_m$
$B_m$	$H_m$	$dH_m = \frac{\partial H_m}{\partial \varepsilon_j} d\varepsilon_j + \frac{\partial H_m}{\partial B_m} dB_m$	$\partial H_m / \partial B_m = 1/\mu_{mn}^S$			$H_m = 1/\mu_{mn}^S B_m - \xi_{mi} \varepsilon_j$

Из первого уравнения системы можно записать

$$\frac{\delta_{xx}}{\varepsilon_{xx}} = C_{11}^E. \quad (4.4.45)$$

Подставим (4.4.44) и (4.4.45) в первое уравнение системы (4.4.43)

$$\frac{\delta_{xx}}{\varepsilon_{xx}} = \frac{C_{11}^E + e_{11}^2}{\varepsilon_{11}^E} = C_{11}^D. \quad (4.4.46)$$

Отсюда  $C_{11}^D > C_{11}^E$ , т.е. модуль упругости измерений при постоянном поле, меньше, чем модуль упругости, измеренный при постоянной индукции.

Теперь допустим, что  $\delta_{xx} = 0$ . Из уравнения (4.4.43) находим

$$\varepsilon_{xx} = \frac{e_{11}^2 E_x}{C_{11}^E}. \quad (4.4.47)$$

Подставим (4.4.47) во второе уравнение системы (4.4.43)

$$\frac{D_x}{E_x} = \frac{\varepsilon_{11}^E + e_{11}^2}{C_{11}^E} = \varepsilon_{11}^\delta. \quad (4.4.48)$$

Перепишем уравнения (4.4.46) и (4.4.48) следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} C_{11}^D &= \left( \frac{1 + e_{11}^2}{C_{11}^E \varepsilon_{11}^E} \right) C_{11}^E, \\ \varepsilon_{11}^\delta &= \left( \frac{1 + e_{11}^2}{C_{11}^E \varepsilon_{11}^\delta} \right) \varepsilon_{11}^E. \end{aligned} \right\} \quad (4.4.49)$$

Если систему (4.4.49) разрешить по отношению к множителю в скобках и приравнять левые части полученных уравнений, тогда

$$C_{11}^D \varepsilon_{11}^E = C_{11}^E \varepsilon_{11}^\delta. \quad (4.4.50)$$

Обозначим выражение

$$\frac{e_{11}^2}{C_{11}^E \varepsilon_{11}^E} = \frac{e_{11}^2}{C_{11}^E \varepsilon_{11}^\delta} = K_{11}^2. \quad (4.4.51)$$

С учетом выражения (4.4.51) уравнение (4.4.49) перепишем в виде

$$\left. \begin{aligned} C_{11}^D &= C_{11}^E (1 + K_{11}^2), \\ \varepsilon_{11}^\delta &= \varepsilon_{11}^E (1 + K_{11}^2). \end{aligned} \right\} \quad (4.4.52)$$

где  $K_{1l}$  - коэффициент электромеханической связи. Первый индекс при коэффициенте электромеханической связи указывает на направление распространения энергии, второй соответствует той деформации, при которой эта энергия накопилась.

И, наконец, для прямого пьезоэффекта можно записать:

$$\left. \begin{aligned} P_{xx} &= e_{11} \varepsilon_{xx} + e_{12} \varepsilon_{yy} + e_{13} \varepsilon_{zz} + e_{14} \varepsilon_{yz} + e_{15} \varepsilon_{xz} + e_{16} \varepsilon_{xy}, \\ P_{yy} &= e_{21} \varepsilon_{xx} + e_{22} \varepsilon_{yy} + e_{23} \varepsilon_{zz} + e_{24} \varepsilon_{yz} + e_{25} \varepsilon_{xz} + e_{26} \varepsilon_{xy}, \\ P_{zz} &= e_{31} \varepsilon_{xx} + e_{32} \varepsilon_{yy} + e_{33} \varepsilon_{zz} + e_{34} \varepsilon_{yz} + e_{35} \varepsilon_{xz} + e_{36} \varepsilon_{xy}; \end{aligned} \right\} \quad (4.4.53)$$

Или в другой форме

$$\left. \begin{aligned} -P_{xx} &= d_{11} \delta_{xx} + d_{12} \delta_{yy} + d_{13} \delta_{zz} + d_{14} \delta_{zy} + d_{15} \delta_{zx} + d_{16} \delta_{xy}, \\ -P_{yy} &= d_{21} \delta_{xx} + d_{22} \delta_{yy} + d_{23} \delta_{zz} + d_{24} \delta_{zy} + d_{25} \delta_{zx} + d_{26} \delta_{xy}, \\ -P_{zz} &= d_{31} \delta_{xx} + d_{32} \delta_{yy} + d_{33} \delta_{zz} + d_{34} \delta_{zy} + d_{35} \delta_{zx} + d_{36} \delta_{xy}. \end{aligned} \right\} \quad (4.4.54)$$

Подобным образом могут быть записаны для обратного пьезоэффекта:

$$\left. \begin{aligned} -\delta_{xx} &= e_{11} E_x + e_{21} E_y + e_{31} E_z, \\ -\delta_{yy} &= e_{12} E_x + e_{22} E_y + e_{32} E_z, \\ -\delta_{zz} &= e_{13} E_x + e_{23} E_y + e_{33} E_z, \\ -\delta_{zy} &= e_{14} E_x + e_{24} E_y + e_{34} E_z, \\ -\delta_{zx} &= e_{15} E_x + e_{25} E_y + e_{35} E_z, \\ -\delta_{xy} &= e_{16} E_x + e_{26} E_y + e_{36} E_z. \end{aligned} \right\} \quad (4.4.55)$$

Уравнения для деформации имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= d_{11} E_x + d_{21} E_y + d_{31} E_z, \\ \varepsilon_{yy} &= d_{12} E_x + d_{22} E_y + d_{32} E_z, \\ \varepsilon_{zz} &= d_{13} E_x + d_{23} E_y + d_{33} E_z, \\ \varepsilon_{yz} &= d_{14} E_x + d_{24} E_y + d_{34} E_z, \\ \varepsilon_{xz} &= d_{15} E_x + d_{25} E_y + d_{35} E_z, \\ \varepsilon_{xy} &= d_{16} E_x + d_{26} E_y + d_{36} E_z. \end{aligned} \right\} \quad (4.4.56)$$

Составим матрицу для пьезомодулей уравнения (4.4.55)

$$\left. \begin{array}{l} e_{11} \ e_{12} \ e_{13} \ e_{14} \ e_{15} \ e_{16}, \\ e_{21} \ e_{22} \ e_{23} \ e_{24} \ e_{25} \ e_{26}, \\ e_{31} \ e_{32} \ e_{33} \ e_{34} \ e_{35} \ e_{36}. \end{array} \right\}, \quad (4.4.57)$$

где строки - это направление поля, столбцы - деформации.

Пьезоэлектрические уравнения позволяют описать работу преобразователей в режимах приема и излучения. Результаты приведенных исследований представляют интерес для изучения колебательных систем, имеющих форму различных геометрических тел таких как стержни, пластины, кольца.

#### **4.5. Колебания стержня в электрическом поле, параллельном его толщине. Продольный пьезоэффект**

Колебания, обусловленные деформацией растяжение-сжатие (продольные), имеют простую зависимость с постоянными кристалла. Рассмотрим пьезоэлектрический стержень (рис.4.5.1,*a*), толщина которого выбирается вдоль оси  $X$ , длина - вдоль оси  $Z$ , ширина вдоль оси  $Y$ . Если на поверхности, перпендикулярной оси  $X$  нанести электроды, то единственной компонентой поля, отличной от нуля, будет  $E_x$ . При этом

$$E_y = E_z = 0, \quad (4.5.1)$$

поскольку к другим поверхностям электрическое напряжение не подводится. Электроды являются эквипотенциальными поверхностям, а поэтому в качестве электрических граничных условий примем постоянство поля  $E$ . В свою очередь, эти граничные условия определяют выбор независимых переменных. В данном случае первой независимой переменной является  $E$ .

Предположим, что длина стержня много больше, чем два других поперечных размера, а поэтому для плоской волны, распространяющейся вдоль оси  $X$  характерно постоянство деформаций. Тогда в качестве второй независимой переменной примем  $\varepsilon$ .

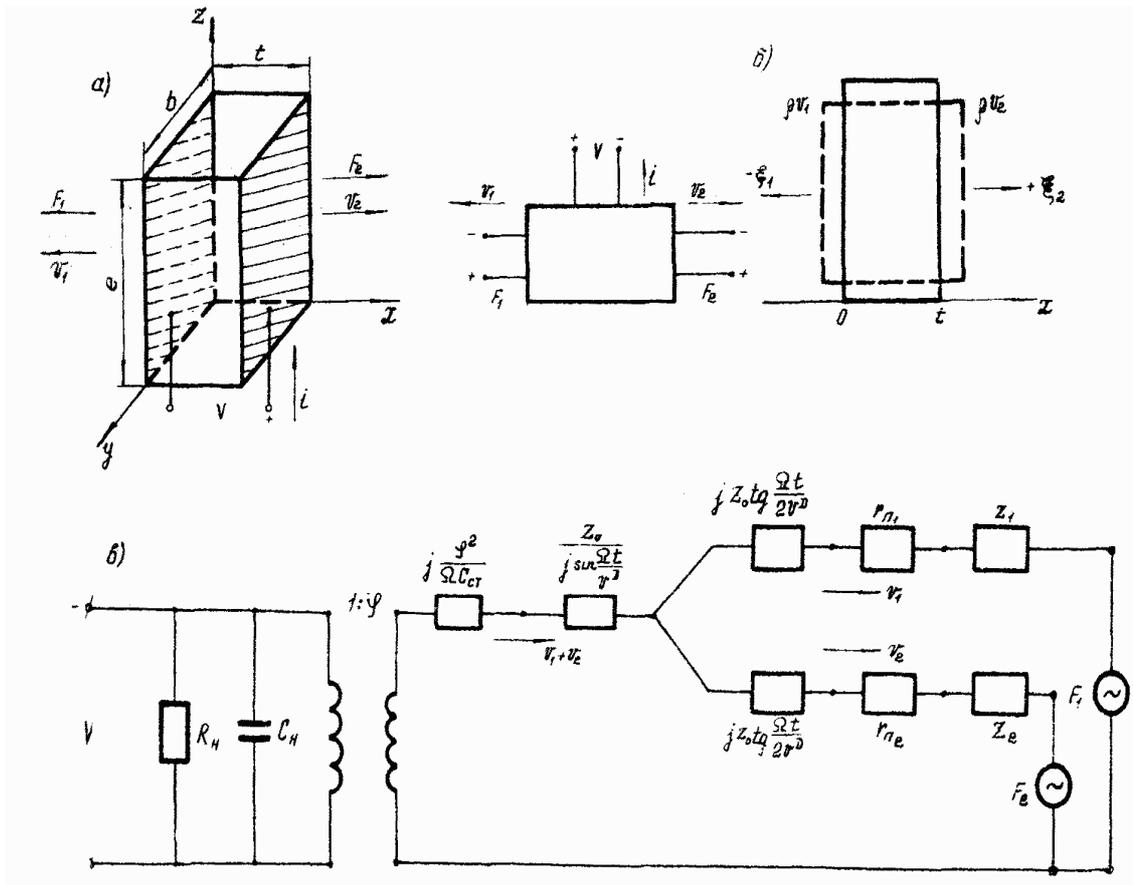


Рис.4.5.1. Схема стержня в электрическом поле, параллельном его толщине:

**а** – к общей постановке задачи; **б** – с учетом граничных условий;  
**в** – электромеханическая схема

При указанных граничных условиях уравнения пьезоэффекта можно записать следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{xx} &= C_{11}^E \varepsilon_{xx} - e_{11} E_x, \\ D_x &= \varepsilon_{11}^E E_x + e_{11} \varepsilon_{xx}. \end{aligned} \right\} \quad (4.5.2)$$

В стержне выделим элементарный объем с ребрами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ . Согласно закону Ньютона для такого объема можно составить уравнение движения:

$$\rho dx dy dz \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = F_x, \quad (4.5.3)$$

где  $\rho$  - плотность;  $\xi$  - смещение вдоль оси  $X$ ;  $F_x$  - компоненты сил, действующих на элементарный объем вдоль оси  $X$ . Равнодействующая сил, действующих на элементарный объем, может быть получена из соотношений

$$F_x = \frac{\partial \delta_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \delta_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \delta_{zx}}{\partial z}. \quad (4.5.4)$$

В данном случае рассматривается элементарный объем, в котором волна распространяется вдоль оси  $X$ . Тогда уравнение движения можно представить в виде

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial \delta_{xx}}{\partial x}. \quad (4.5.5)$$

Продифференцируем уравнения (4.5.2) и получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \delta_{xx}}{\partial x} &= C_{11}^E \frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial x} - e_{11} \frac{\partial E_x}{\partial x}, \\ \frac{\partial D_x}{\partial x} &= \varepsilon_{11}^\varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial x} + e_{11} \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial x}. \end{aligned} \right\} \quad (4.5.6)$$

Так как внутри элементарного объема  $dv$   $D = 0$ , т.е.

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} = 0, \quad (4.5.7)$$

то из уравнения (4.5.6) находим

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = -\frac{e_{11}}{\varepsilon_{11}^\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial x}. \quad (4.5.8)$$

Подставим выражение (4.5.8) в первое уравнение системы (4.5.6):

$$\frac{\partial \delta_{xx}}{\partial x} = C_{11}^E \frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial x} + \frac{e_{11}^2}{\varepsilon_{11}^\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial x} \left( C_{11}^E + \frac{e_{11}^2}{\varepsilon_{11}^\varepsilon} \right). \quad (4.5.9)$$

Выражение в квадратных скобках обозначим как  $C_{11}^D$  и учтем, что

$$\frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial x} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}, \quad (4.5.10)$$

так как  $\varepsilon_{xx} = \frac{\partial \xi}{\partial x}$ . Тогда уравнение движения для рассматриваемого случая

с учетом (4.5.5) и (4.5.9) запишется в виде

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{C_{11}^D}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}. \quad (4.5.11)$$

Из уравнения (4.5.11) скорость продольной волны может быть определена как

$$V^D = \sqrt{\frac{C_{11}^D}{\rho}}. \quad (4.5.12)$$

Решение уравнения (4.5.11) будем искать в виде стоячей волны:

$$\xi = \left( A_1 \sin \frac{\Omega}{V^D} x + A_2 \cos \frac{\Omega}{V^D} x \right) e^{j\Omega t}, \quad (4.5.13)$$

где  $\frac{\Omega}{V^D} = K$ . Множитель  $e^{j\Omega t}$  отбросим, так как нас интересуют только

амплитудные значения переменных величин. Определим произвольные постоянные  $A_1$  и  $A_2$ . Предположим, что стержень находится в среде и граничные условия можно представить в виде схемы, приведенной на рис.

4.5.1,б или следующим образом:

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } x=0 \\ \xi|_{x=0} = -\xi_1; \quad \delta_{xx}|_{x=0} = -V_1 Z_1 - \frac{F_1}{S_{cm}}, \\ \text{при } x=t \\ \xi|_{x=t} = \xi_2; \quad \delta_{xx}|_{x=0} = -V_2 Z_2 - \frac{F_2}{S_{cm}}. \end{array} \right\} \quad (4.5.14)$$

где  $V_1 = j\Omega \xi_1$  – колебательная скорость;  $Z_1 = \rho_1 V_1 S_{cm}$ ;  $Z_2 = \rho_2 V_2 S_{cm}$  – механическое сопротивление;  $S_{cm}$  – площадь стержня.

Для определения произвольных коэффициентов из выражения (4.5.13) воспользуемся граничными условиями:

$$-\xi_1 = A_2$$

$$\xi_2 = \left( A_1 \sin \frac{\Omega}{V^D} t - \xi_1 \cos \frac{\Omega}{V^D} t \right). \quad (4.5.15)$$

Из второго уравнения (4.5.15) определим

$$A = \frac{\xi_2 + \xi_1 \cos \frac{\Omega}{V^D} t}{\sin \frac{\Omega}{V^D} t}. \quad (4.5.16)$$

Тогда общее решение уравнения движения примет вид

$$\xi = \frac{\xi_2 + \xi_1 \cos \frac{\Omega}{V^D} t}{\sin \frac{\Omega}{V^D} t} \sin \frac{\Omega}{V^D} x - \xi_1 \cos \frac{\Omega}{V^D} x. \quad (4.5.17)$$

Воспользуемся уравнениями для пьезоэффекта (4.5.2), с учетом граничных условий для напряжений (4.5.14)

$$\left. \begin{aligned} -V_1 Z_1 - F_1 &= C_{11}^E \varepsilon_{xx} S_{cm} - e_{11} E_x S_{cm}, \\ -V_2 Z_2 - F_2 &= C_{11}^E \varepsilon_{xx} S_{cm} - e_{11} E_x S_{cm}. \end{aligned} \right\} \quad (4.5.18)$$

Из уравнения (4.5.8) определим  $E_x$  с учетом того, что  $F_1$  и  $F_2$  – силы давления, созданные на поверхности стержня падающей на него акустической волной:

$$E_x = -\frac{e_{11}}{\varepsilon_{11}^\varepsilon} \int \frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial x} dx = -\frac{e_{11} \varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{11}^\varepsilon} + const. \quad (4.5.19)$$

Потенциал между обкладками стержня  $-\int_0^t E_x dx = V$ . Таким образом,

можно определить постоянную интегрирования:

$$-\int_0^t \left( \frac{e_{11}}{\varepsilon_{11}^\varepsilon} \frac{\partial \xi}{\partial x} - const \right) dx = V. \quad (4.5.20)$$

Отсюда

$$-\frac{e_{11}}{\varepsilon_{11}^\varepsilon} (\xi_1 + \xi_2) + t const = V. \quad (4.5.21)$$

Тогда

$$const = \frac{V}{t} + \frac{e_{11}}{\varepsilon_{11}^\varepsilon t} (\xi_1 + \xi_2). \quad (4.5.22)$$

Возвращаясь к уравнению (4.5.19) и подставляя значение произвольной постоянной, можно записать уравнение для напряженности электрического поля:

$$E_x \Big|_{x=0}^{x=t} = -\frac{e_{11} \varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{11}^\varepsilon} + \frac{V}{t} + e_{11} / \varepsilon_{11}^\varepsilon t (\xi_1 + \xi_2) = \frac{V}{t} - \frac{e_{11}}{\varepsilon_{11}^\varepsilon} \left| \varepsilon_{xx} - 1/t (\xi_1 + \xi_2) \right|. \quad (4.5.23)$$

Подставив (4.5.23) в (4.5.18), найдем

$$\begin{aligned} V_1 Z_1 - F_1 &= C_{11}^E \varepsilon_{xx} S_{cm} - S_{cm} e_{11} \cdot \left\{ \frac{V}{t} - \frac{e_{11}}{\varepsilon_{11}^\varepsilon} [\varepsilon_{xx} - 1/t(\xi_1 + \xi_2)] \right\} = \\ &= S_{cm} \varepsilon_{xx} \left( C_{11}^E + \frac{e_{11}^2}{\varepsilon_{11}^\varepsilon} \right) \Big|_{x=0} - \left( \frac{e_{11} S_{cm}}{t} \right) V - \left( \frac{e_{11}^2 S_{cm}}{\varepsilon_{11}^\varepsilon t} \right) (\xi_1 + \xi_2) \Big|_{x=t}. \end{aligned} \quad (4.5.24)$$

Подставим уравнение (4.5.23) во второе уравнение (4.5.18) и получим

$$\begin{aligned} -V_2 Z_2 - F_2 &= C_{11}^E \varepsilon_{xx} S_{cm} - S_{cm} e_{11} E_x = \\ &= \varepsilon_{xx} S_{cm} \left( C_{11}^E + \frac{e_{11}^2}{\varepsilon_{11}^\varepsilon} \right) \Big|_{x=0} - \left( \frac{e_{11} S_{cm}}{t} \right) V - \left( \frac{e_{11}^2 S_{cm}}{\varepsilon_{11}^\varepsilon t} \right) (\xi_1 + \xi_2) \Big|_{x=t}. \end{aligned} \quad (4.5.25)$$

Введем обозначение  $\frac{e_{11}^2 S_{cm}}{t} = \varphi$ , тогда

$$\frac{e_{11}^2 S_{cm}^2 t}{\varepsilon_{11}^\varepsilon S_{cm} t} = \frac{t}{\varepsilon_{11}^\varepsilon S_{cm}} \cdot \frac{e_{11}^2 S_{cm}^2}{t^2} = \varphi^2 C_{cm},$$

где  $C_{cm} = \frac{\varepsilon_{11}^\varepsilon S_{cm}}{t}$  – емкость плоского конденсатора (стержня) при

отсутствии деформации. Так как смещение  $\xi_1 = \frac{V_1}{j\Omega}$ ;  $\xi_2 = \frac{V_2}{j\Omega}$  и

$\left( C_{11}^E + \frac{e_{11}^2}{\varepsilon_{11}^\varepsilon} \right) = C_{11}^D$ , то уравнение (4.5.24) может быть переписано в виде

$$-V_1 Z_1 - F_1 = C_{11}^D \varepsilon_{xx} S_{cm} - \varphi V - \frac{\varphi^2}{C_{cm}} \left( \frac{V_1}{j\Omega} + \frac{V_2}{j\Omega} \right).$$

Или

$$\left. \begin{aligned} C_{11}^D S_{cm} \varepsilon_{xx} \Big|_{x=0} + j \left( \frac{\varphi^2}{C_{cm} \Omega} \right) (V_1 + V_2) + V_1 Z_1 + F_1 &= \varphi V, \\ C_{11}^D S_{cm} \varepsilon_{xx} \Big|_{x=t} + j \left( \frac{\varphi^2}{C_{cm} \Omega} \right) (V_1 + V_2) + V_2 Z_2 + F_2 &= \varphi V. \end{aligned} \right\} \quad (4.5.26)$$

Из уравнения (4.5.17) определим

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\Omega}{V^D} \left( \frac{\xi_1 + \xi_2 \cos \frac{\Omega}{V^D} t}{\sin \frac{\Omega}{V^D} t} \cos \frac{\Omega}{V^D} x + \xi_1 \sin \frac{\Omega}{V^D} x \right).$$

Отсюда

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{xx}|_{x=0} &= \frac{\Omega}{V^D} \left( \frac{\xi_2}{\sin \frac{\Omega}{V^D} t} + \xi_1 \operatorname{ctg} \frac{\Omega}{V^D} t \right) = \\
 &= \frac{\Omega}{V^D} \left( \frac{\xi_2 + \xi_1 \operatorname{ctg} \frac{\Omega}{V^D} t \sin \frac{\Omega}{V^D} t + \xi_1 - \xi_1}{\sin \frac{\Omega}{V^D} t} \right) = \\
 &= \frac{1}{V^D} \left( \frac{V_1 + V_2}{\sin \frac{\Omega}{V^D} t} + jV_1 \operatorname{tg} \frac{\Omega}{2V^D} t \right),
 \end{aligned} \tag{4.5.27}$$

где  $V^D$  – скорость распространения волны. Аналогичным образом можно получить

$$\varepsilon_{xx}|_{x=t} = -\frac{1}{V^D} \left( j \frac{V_1 + V_2}{\sin \frac{\Omega}{V^D} t} - jV_1 \operatorname{tg} \frac{\Omega}{2V^D} t \right). \tag{4.5.28}$$

Если учесть, что  $Z_0 = V^D \beta S_{cm}$  то из первого выражения системы (4.5.26) можно получить

$$-j \frac{Z_0}{\sin \frac{\Omega}{V^D} t} (V_1 + V_2) + j \frac{\varphi^2}{\Omega C_{cm}} (V_1 + V_2) + jV_1 Z_0 \operatorname{tg} \frac{\Omega}{2V^D} t + V_1 Z_1 + F_1 = \varphi V \tag{4.5.29}$$

Из второго уравнения (4.5.26) с учетом (4.5.28) имеем

$$-j \frac{Z}{\sin \frac{\Omega}{V^D} t} (V_1 + V_2) + j \frac{\varphi^2}{\Omega C_{cm}} (V_1 + V_2) + jV_2 Z_0 \operatorname{tg} \frac{D}{2V^D} t + V_2 Z_2 + F_2 = \varphi V \tag{4.5.30}$$

Ток, протекающий через стержень, определяется из уравнения

$$i = j \Omega S_{cm} D_x \tag{4.5.31}$$

или

$$i = j \Omega C_{cm} V + \varphi (V_1 + V_2). \tag{4.5.32}$$

Уравнения (4.5.29), (4.5.30) и (4.5.32) позволяют построить электромеханическую схему стержня (рис.4.5.1,в).

Электрическая схема позволяет электрические параметры пересчитать в механические. Связь между ними на схеме показана при помощи трансформатора связи. Все сопротивления, приведенные на схеме, зависят от частоты, а  $r_{п1}$ ,  $r_{п2}$  характеризуют потери на внутреннее трение. Трансформатор обладает безразмерным коэффициентом трансформации.

#### 4.6. Колебания стержня в электрическом поле, перпендикулярном его толщине. Поперечный пьезоэффект

Рассмотрим случай, когда стержень расположен так, что его длина направлена вдоль оси  $Y$ , толщина вдоль оси  $X$ , высота вдоль оси  $Z$  (рис. 4.6.1,а)

В этом случае электроды расположены перпендикулярно оси  $X$ , а толщина мала по сравнению с длиной стержня. Так как электроды являются эквипотенциальными поверхностями, в качестве электрических граничных условий примем условие постоянства поля. Тогда независимой переменной можно считать  $E$ . В качестве второй независимой переменной примем величину напряжений  $\delta$ , поскольку границы стержня являются свободными. Уравнения пьезоэффекта запишем в виде

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_i &= S_{ij}^E \delta_j + d_{mi} E_m, \\ D_m &= \varepsilon_{nm}^\delta E_m + d_{mi} \delta_i. \end{aligned} \right\} \quad (4.6.1)$$

Направлением, в котором распространяется волна, является длина стержня, расположенная вдоль оси  $Y$ .

Площадь электродов можно найти из соотношения

$$S_{nm} = bd. \quad (4.6.2)$$

Так как поле направлено вдоль оси  $X$ , а волна распространяется вдоль оси  $Y$ , то

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{yy} &= S_{22}^E \delta_{yy} + d_{12} E_x, \\ D_x &= \varepsilon_{11}^\delta E_x + d_{12} \delta_{yy}. \end{aligned} \right\} \quad (4.6.3)$$

Из первого уравнения определим  $\delta_{yy}$ :

$$\delta_{yy} = \frac{\epsilon_{yy}}{S_{22}^E} - \frac{d_{12}E}{S_{22}^E}. \quad (4.6.4)$$

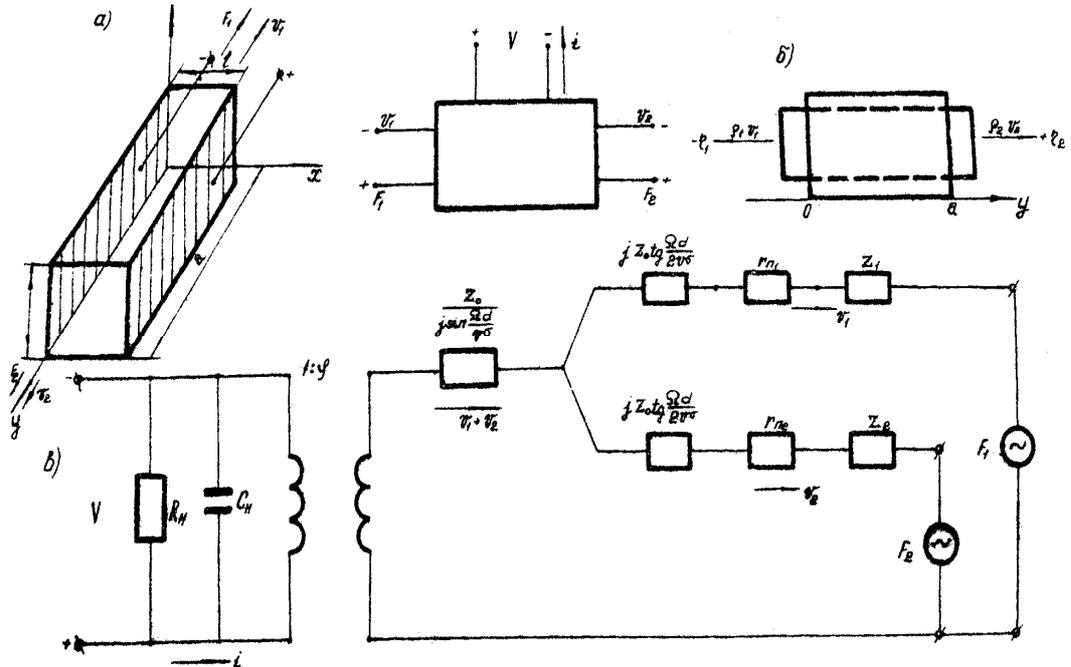


Рис. 4.6.1. Стержень в электрическом поле, перпендикулярном его толщине:

***a*** – к общей постановке задачи; ***б*** – схема с учетом граничных условий; ***в*** – электромеханическая схема

Уравнение (4.6.4) подставим во второе уравнение системы (4.6.3) и получим

$$D_x = \epsilon_{11}^\delta E_x + d_{12} \left[ \frac{\epsilon_{yy}}{S_{22}^E} - \frac{d_{12}E_y}{S_{22}^E} \right] = \left( \epsilon_{11}^\delta - \frac{d_{12}^2}{S_{22}^E} \right) E_x + \left( \frac{d_{12}}{S_{22}^E} \right) \epsilon_{yy}. \quad (4.6.5)$$

Если учесть, что

$$\frac{\partial D_x}{\partial E_x} = \epsilon_{11}^\epsilon, \quad (4.6.6)$$

последнее уравнение можно записать следующим образом:

$$D_x = \varepsilon_{11}^\delta E_x + \frac{d_{12}}{S_{22}^E} \varepsilon_{yy}. \quad (4.6.7)$$

Так же, как и в случае продольного пьезоэффекта, для вывода одного уравнения движений воспользуемся законом Ньютона:

$$\rho \left( \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \right) = \frac{\partial \delta_{yy}}{\partial y}. \quad (4.6.8)$$

Уравнение движения получено из условия, что размеры стержня вдоль осей  $Z$  и  $X$  достаточно малы. Отсюда

$$\delta_{zz} = \delta_{yz} = \delta_{xz} = 0. \quad (4.6.9)$$

Аналогичное выражение можно записать и для напряжений вдоль оси  $X$ :

$$\delta_{xx} = \delta_{xy} = \delta_{xz} = 0. \quad (4.6.10)$$

Первую часть уравнения движения (4.6.8) определим из (4.6.4)

$$\frac{\partial \delta_{yy}}{\partial y} = \frac{1}{S_{22}^E} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{yy}}{\partial y} - \frac{d_{12}}{S_{22}^E} \cdot \frac{\partial E_x}{\partial y}. \quad (4.6.11)$$

Второе слагаемое в уравнении (4.6.11) равно нулю, так как  $E_x = const$ . Уравнение движения (4.6.8) с учетом (4.6.11) можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho S_{22}^E} \cdot \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}, \quad (4.6.12)$$

$$\text{где } \frac{\partial \varepsilon_{yy}}{\partial y} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}; \quad (4.6.13)$$

$\eta$  – смещение вдоль оси  $Y$ . Из уравнения (4.6.12) определяется скорость распространения волны вдоль оси  $Y$ :

$$V^\delta = \sqrt{\frac{1}{\rho S_{22}^E}}. \quad (4.6.14)$$

Как и в случае продольного пьезоэффекта решение уравнения (4.6.12) будем искать в виде

$$\eta = \left[ A_1 \sin \frac{\Omega}{V^\delta} y + A_2 \cos \frac{\Omega}{V^\delta} y \right] e^{j\Omega t}. \quad (4.6.15)$$

Так как нас интересуют только амплитудные значения всех переменных величин, множитель  $e^{j\Omega t}$  можно отбросить. Зададимся граничными

условиями:

$$\left. \begin{aligned} \eta \Big|_{y=0} = -\eta_1; \quad \delta_{yy} \Big|_{y=0} = -V_1 Z_1 - \frac{F_1}{S_{cm}}, \\ \eta \Big|_{y=d} = \eta_2; \quad \delta_{yy} \Big|_{y=d} = -V_2 Z_2 - \frac{F_2}{S_{cm}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.6.16)$$

Уравнение (4.6.16) получены из условия, что на стержень падает акустическая волна, создавая давление на его поверхности (рис. 4.6.1.,б).

С учетом колебательной скорости  $V_i = j \Omega \eta_i$  и граничных условий (4.6.16) из уравнения (4.6.15) можно определить  $A_1$  и  $A_2$ . Общее решение может быть представлено в виде

$$\eta = \frac{\eta_1 + \eta_2 \cos \frac{\Omega}{V^\delta} d \sin \frac{\Omega}{V^\delta} y}{\sin \frac{\Omega}{V^\delta} d}. \quad (4.6.17)$$

Воспользуемся уравнениями пьезоэффекта (4.6.3) с учетом граничных условий на двух гранях стержня:

$$\left. \begin{aligned} -V_1 Z_1 - F_1 = \frac{1}{S_{22}^E} \varepsilon_{yy} S_{cm} \Big|_{y=0} - \frac{d_{12} S_{cm}}{S_{22}^E} \cdot \frac{V}{l} \Big|_{y=0}, \\ -V_2 Z_2 - F_2 = \frac{1}{S_{22}^E} \varepsilon_{yy} S_{cm} \Big|_{y=d} - \frac{d_{12} S_{cm}}{S_{22}^E} \cdot \frac{V}{l} \Big|_{y=d}. \end{aligned} \right\} \quad (4.6.18)$$

Определим значение  $\varepsilon_{yy}$ , предварительно проделав те же математические операции, что и в случае продольного пьезоэффекта:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{yy} \Big|_{y=0} = \frac{1}{V^\delta} \left( -j \frac{V_1 + V_2}{\sin \frac{\Omega}{V^\delta} d} + j V_1 \operatorname{tg} \frac{\Omega}{2V^\delta} d \right), \\ \varepsilon_{yy} \Big|_{y=d} = \frac{1}{V^\delta} \left( -j \frac{V_1 + V_2}{\sin \frac{\Omega}{V^\delta} d} + j V_2 \operatorname{tg} \frac{\Omega}{2V^\delta} d \right). \end{aligned} \right\} \quad (4.6.19)$$

Если учесть, что

$$\frac{1}{V^\delta} \cdot \frac{1}{S_{22}^E} \cdot S_{cm} = \frac{1}{V^\delta} \cdot \rho (V^\delta)^2 S_{cm} = \rho V^\delta S_{cm} = Z_0$$

окончательно получим

$$\left. \begin{aligned} -j \frac{Z_0}{\sin \frac{\Omega}{V^\delta} d} (V_1 + V_2) + j V_1 Z_0 \operatorname{tg} \frac{\Omega}{2V^\delta} d + V_1 Z_1 + F_1 &= \varphi V, \\ -j \frac{Z_0}{\sin \frac{\Omega}{V^\delta} d} (V_1 + V_2) + j V_2 Z_0 \operatorname{tg} \frac{\Omega}{2V^\delta} d + V_2 Z_2 + F_2 &= \varphi V. \end{aligned} \right\} \quad (4.6.20)$$

Выражение (4.6.20) сравним с (4.5.29) и (4.5.30). Найдем что при поперечном пьезоэффекте отсутствует слагаемое

$$j \frac{\varphi^2}{\Omega C_{cm}} (V_1 + V_2). \quad (4.6.21)$$

Найдем выражение для тока, протекающего через пластину в случае поперечного пьезоэффекта:

$$I = b \int_0^d i dy, \quad (4.6.22)$$

но

$$i = \frac{\partial \delta}{dt} = j \Omega \delta = j \Omega \left( \frac{\varepsilon_{11}^\varepsilon V}{l} + \frac{d_{12}}{S_{22}^E \varepsilon_{yy}} \right). \quad (4.6.23)$$

Значение  $D_x$  берем из уравнения (4.6.7). Подставим (4.6.23) в (4.6.22) и получим

$$I = j \Omega b \int_0^d \left( V \frac{\varepsilon_{11}^\varepsilon}{l} + \frac{d_{12}}{S_{22}^E} \cdot \frac{\partial \eta}{dy} \right) dy = j \Omega \frac{\varepsilon_{11}^\varepsilon b d}{l} V + j \Omega \frac{d_{12} b}{S_{22}^E} (\eta_1 + \eta_2). \quad (4.6.24)$$

В этом случае выражения для емкости  $C_{cr}$  и  $\varphi$  будут иметь вид

$$C_{cr} = \frac{\varepsilon_{11}^\varepsilon b d}{l}; \quad (4.6.25)$$

$$\varphi = \frac{d_{12} S_{cr}}{S_{22}^E l} = \frac{d_{12} b}{S_{22}^E} \quad (4.6.26)$$

так как  $S_{cr} = b l$ .

Выражение (4.6.24) с учетом (4.6.25) и (4.6.26) может быть записано следующим образом:

$$I = j \Omega C_{cr} V + \varphi (V_1 + V_2). \quad (4.6.27)$$

Нетрудно видеть, что выражение для тока в случае поперечного пьезоэффекта такое же, как и в случае продольного пьезоэффекта. Используя выражения (4.6.20) и (4.6.27), можно составить эквивалентную схему для поперечного пьезоэффекта (рис.4.6.1,в).

В эквивалентной схеме также отсутствует сопротивление, равное,

$I^2 / j\Omega C_{cr}(V_1 + V_2)$ , в отличие от продольного пьезоэффекта, где присутствие его объясняется неравномерностью распределения поля.

#### 4.7. Продольные колебания пластины по толщине

Рассмотрим пластину, боковые размеры которой  $l$  и  $b$  велики по сравнению с ее толщиной  $\delta$  (рис.4.7.1.). Электроды наложены на большие грани, перпендикулярные оси  $Z$ . Можно считать, что по отношению к плоской волне, распространяющейся по толщине, пластина закреплена по боковым поверхностям, так как вдоль направлений  $l$  и  $b$  смещения отсутствуют. Учитывая, что индукция  $D_3 = const$ , так как  $\partial D_3 / \partial z = 0$ , целесообразно принять уравнение пьезоэффекта с независимыми переменными  $D$  и  $S$ .

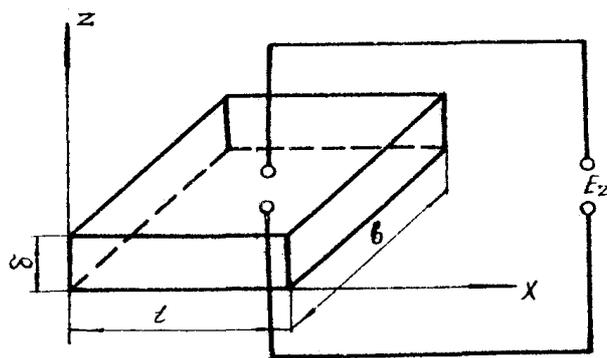


Рис.3.7.1. Пьезоэлектрическая пластина при продольном пьезоэффекте

В этом случае уравнения имеют вид

$$T_3 = C_{33}^D \frac{\partial \xi}{\partial z} - \frac{e_{33}}{\epsilon_{33}^s} D_3;$$

$$E_3 = \frac{1}{\epsilon_{33}^s} D_3 - \frac{e_{33}}{\epsilon_{33}^s} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial z}. \quad (4.7.1)$$

Волновое уравнение для случая  $D = const$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{C_{33}^D}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = C^{D^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \quad (4.7.2)$$

его решение

$$\xi(z, t) = [A \sin(\bar{\kappa}z) + B \cos(\bar{\kappa}z)] \exp(i\omega t).$$

Используя граничные условия на свободных поверхностях ( $T_3 = 0$  при  $z = 0$  и  $z = \delta$ ), получим

$$\xi(z, t) = \left[ \frac{C^D e_{33} D_3}{\epsilon_{33}^s C_{33}^D \omega} \right] \cdot \left[ \sin(\bar{\kappa}z) - \operatorname{tg} \left( \frac{\bar{\kappa} \delta}{2} \right) \cos(\bar{\kappa}z) \right]. \quad (4.7.3)$$

Разность потенциалов на электродах пластины определяют интегрирование второго уравнения (4.7.1)

$$U = \int_0^\delta E_3 dz = \left\{ \frac{\delta}{\epsilon_{33}^s} - \frac{C^D e_{33}^2}{(\epsilon_{33}^s)^2 C_{33}^D \omega} \left[ \sin(\bar{\kappa} \delta) + 2 \operatorname{tg} \frac{\bar{\kappa} \delta}{2} \sin^2 \frac{\bar{\kappa} \delta}{2} \right] \right\} D_3.$$

Сила тока через пластину  $I = i\omega b l D_3$ . Электрический импеданс колебательной системы

$$Z = \frac{U}{I} = \left[ \frac{\delta}{i\omega \epsilon_{33}^s b l} \right] \cdot \left[ \frac{1 - e_{33}^2 \operatorname{tg} \frac{\bar{\kappa} \delta}{2}}{2 \epsilon_{33}^s C_{33}^D \bar{\kappa} \delta} \right]$$

или

$$Z = \left[ \frac{1}{i\omega C_0} \right] \cdot \left[ \frac{1 - K_{33}^2 \operatorname{tg} \frac{\bar{\kappa} \delta}{2}}{\frac{\bar{\kappa} \delta}{2}} \right], \quad (4.7.4)$$

где

$$K_{33}^2 = \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33}^s C_{33}^D}. \quad (4.7.5)$$

Из условия  $z = 0$  получаем уравнение для определения резонансной

частоты

$$\frac{\bar{\kappa}_0 \delta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\bar{\kappa}_0 \delta}{2} = K_{33}^2. \quad (4.7.6)$$

Максимум  $z$  будет на частоте антирезонанса, определяемой из уравнения

$$\frac{\bar{\kappa}_0 \delta}{2} = \pi, \text{ откуда } f_a = \frac{C^D}{2\delta}.$$

Измерив частоты  $f_0$  и  $f_a$ , можно рассчитать КЭМС

$$K_{33}^2 = \left[ \frac{\pi f_0}{2f_a} \right] \operatorname{ctg} \left[ \frac{\pi f_0}{2f_a} \right]. \quad (4.7.7)$$

Эквивалентная схема рассматриваемой пластины имеет вид, представленной на рис.4.4.2, постоянные  $\frac{d_{33}}{S_{33}^E}$  и  $S_{33}^D$  заменяются соответственно на  $e_{33}$  и  $\frac{I}{C_{33}^D}$ , так что скорость звука  $C^D$  и коэффициент  $N$  трансформации определяют по выражениям

$$C^D = \sqrt{\frac{C_{33}^D}{\rho}};$$

$$N = \frac{e_{33} S}{\delta} = K_t S \sqrt{\frac{\epsilon_{33}^s C^D}{\delta}}, \quad (4.7.8)$$

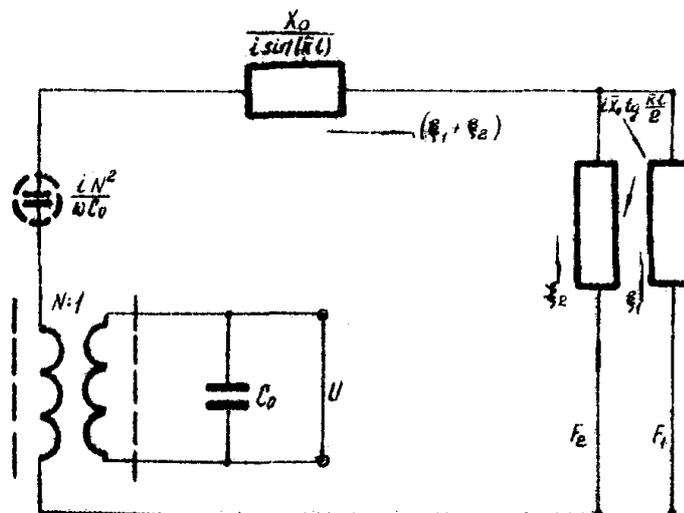


Рис. 4.7.2. Электромеханическая схема пьезоэлектрического стержня при продольном пьезоэффекте

где  $K_t = e_{33} \sqrt{\epsilon_{33}^s C^D}$  – КЭМС для колебаний по толщине параллельных направлению электрического поля.

#### 4.8. Уровень звукового давления

Обычно уровень звукового давления в децибелах (дБ) определяют из уравнения

$$SPL = 20 \log_{10} \frac{\rho(rms)}{\rho_{ref}(rms)}, \quad (4.8.1)$$

где  $\rho(rms)$  — эффективное давление звука;

$\rho_{ref}(rms)$  — опорное давление звука, которое должно устанавливаться до проведения измерений.

Измерение уровня звукового давления включает в себя непосредственно определение давления на всех частотах звука, поэтому указанные уровни давления точно известны на этих частотах. Они представляют собой объективно существующие количественные величины. Однако громкость звука есть взвешенная величина: сигнал с выхода микрофона проходит через взвешивающую схему, которая выделяет составляющие сигнала определенных частот и подавляет составляющие других частот.

Цель этой операции заключается в том, чтобы приблизить измерения громкости звука в наибольшей степени к его субъективному восприятию человеческим ухом. Сами по себе измерения звукового давления не учитывают и не могут учитывать чувствительности человеческого уха. Характеристики взвешивающей схемы определяются национальными стандартами и обозначаются эталонными буквами (например *A*, *B*, *C*), чтобы их можно было использовать совместно с частотной характеристикой.

Измерители громкости звука и звукового давления выполняются в виде единого переносного блока, содержащего в себе взвешивающую схему,

предусилитель и дисплей.

#### **4.9. Микрофоны, пьезоэлектрические микрофоны и гидрофоны**

##### **Микрофоны**

Звуковое давление изменяется в чрезвычайно широком диапазоне низких частот. Широка также и частотная характеристика звуковых колебаний. Поэтому чувствительные элементы преобразователей должны быть жесткими и иметь малую массу, а также небольшое отклонение. Обычно в микрофонах применяются чувствительные элементы в виде плоских диафрагм измерителей давления [2].

Наиболее распространенными типами микрофонов, используемых при звуковых измерениях, являются кристаллические (работающие на пьезоэлектрическом эффекте) и конденсаторные (работающие на емкостном эффекте).

##### **Пьезоэлектрические микрофоны**

Диафрагма микрофона механически связана с небольшой керамической пластинкой или кристаллом кварца и воздействует на них так, что появляющийся вследствие пьезоэлектрического эффекта выходной сигнал пропорционален звуку, падающему на диафрагму.

Довольно часто микрофоны оснащаются интегральными предусилителями, которые используются в качестве преобразователей сопротивления для того, чтобы получить более низкое выходное сопротивление (порядка 100—1000 Ом), чем дает кристалл (мегаомы). Это позволяет инженеру обеспечить допустимый уровень помех в системах с длинными линиями передачи информации. Мощность для питания предусилителя может поступать от самой измерительной системы или от интегральной ячейки, расположенной в корпусе микрофона.

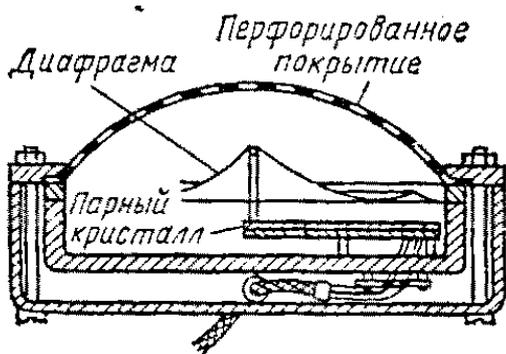


Рис.4.9.1. Пьезоэлектрический микрофон

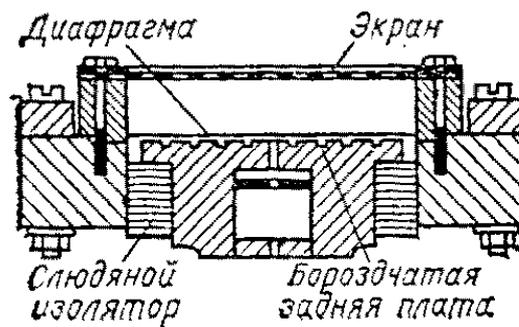


Рис. 4.9.2. Внутреннее устройство типового конденсаторного микрофона

### Гидрофоны

В воде звук измеряется с помощью специальных микрофонов — гидрофонов. Наибольшую популярность получили пьезоэлектрические гидрофоны, которые по своей конструкции напоминают пьезоэлектрические микрофоны.

Местоположение источника звука может быть установлено двумя или более микрофонами, а сам этот процесс называется провешиванием. Часто используются два гидрофона, один в качестве излучателя звука, другой — в качестве детектора. Они образуют эхолокационную установку, в которой импульсы звука излучаются и после отражения принимаются детектором (как эхо) от находящегося под водой тела. Время между моментом излучения и моментом приема импульса и определяет расстояние до тела.

#### **Вопросы для самоконтроля освоения знаний по главе 4**

1. Опишите механизм пьезоэлектрического эффекта.
2. Сформулируйте определение прямого пьезоэлектрического эффекта.
3. Сформулируйте определение обратного пьезоэлектрического эффекта.
4. Перечислите основные пьезоэлектрические естественные и искусственные материалы. Назовите их характеристики.

5. Напишите функцию преобразования для прямого пьезоэлектрического эффекта и уравнение для определения чувствительности к электрическому заряду и электрическому напряжению.
6. Напишите функцию преобразования для обратного пьезоэлектрического эффекта.
7. Перечислите электромеханические аналоги в пьезоэлементе.
8. Какие Вам известны наиболее распространенные уравнения пьезоэффекта?
9. Сформулируйте определение продольного пьезоэффекта на примере колебания стержня в электрическом поле, параллельном его длине.
10. Сформулируйте определение поперечного пьезоэффекта на примере колебания стержня в электрическом поле, перпендикулярном его толщине.
11. Опишите механизм колебания пьезопластины по толщине (продольный пьезоэффект).
12. Назовите основные конструктивные особенности пьезоэлектрических микрофонов и гидрофонов, их области применения.

## ГЛАВА 5. ШИРОКОПОЛОСТНЫЕ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

### 5.1. Прямой, наклонный, раздельно-совмещенный преобразователи.

#### Области их применения

Основные типы преобразователей показаны на рис.5.1.1:

а) Прямой контактный преобразователь предназначен для излучения продольных волн, направленных нормально (т.е. под прямым углом) к поверхности объекта контроля. В нем пьезопластина 1 приклеена к демпферу 2 и защищена протектором 3. Поперечные волны, направленные нормально к поверхности, возбудить трудно.

При контроле иммерсионным методом применяют преобразователи, подобные прямым, но отличающиеся некоторыми конструктивными особенностями. Их называют иммерсионными.

б) Наклонный преобразователь предназначен для излучения волн наклонно к поверхности объекта контроля. В нем пьезопластина приклеена к призме 4. Чаще всего он излучает поперечные волны. Для этого угол призмы делают между первым и вторым критическими углами, но иногда это продольные волны (если угол призмы меньше первого критического). Возбуждаемые одновременно поперечные волны в этом случае являются мешающими. Наклонными преобразователями с соответствующими углами призм возбуждают также поверхностные волны в пластинах и стержнях.

в) Раздельно-совмещенный преобразователь, состоящий из излучателя и приемника. На рис. 5.1.1,в показан прямой РС преобразователь, в нем обычно применяют призмы с малыми углами, так что излучаются и принимаются продольные волны. Однако существуют такие наклонные РС преобразователи, например, головные волны возбуждают и принимают наклонными РС преобразователями с углами призм, равными первому критическому, применяют также наклонные РС преобразователи для

поперечных и поверхностных волн. Наклонные РС преобразователи располагают либо один за другим (схема тендем), либо рядом (схема дуэт), как показано на рис.5.1.2.

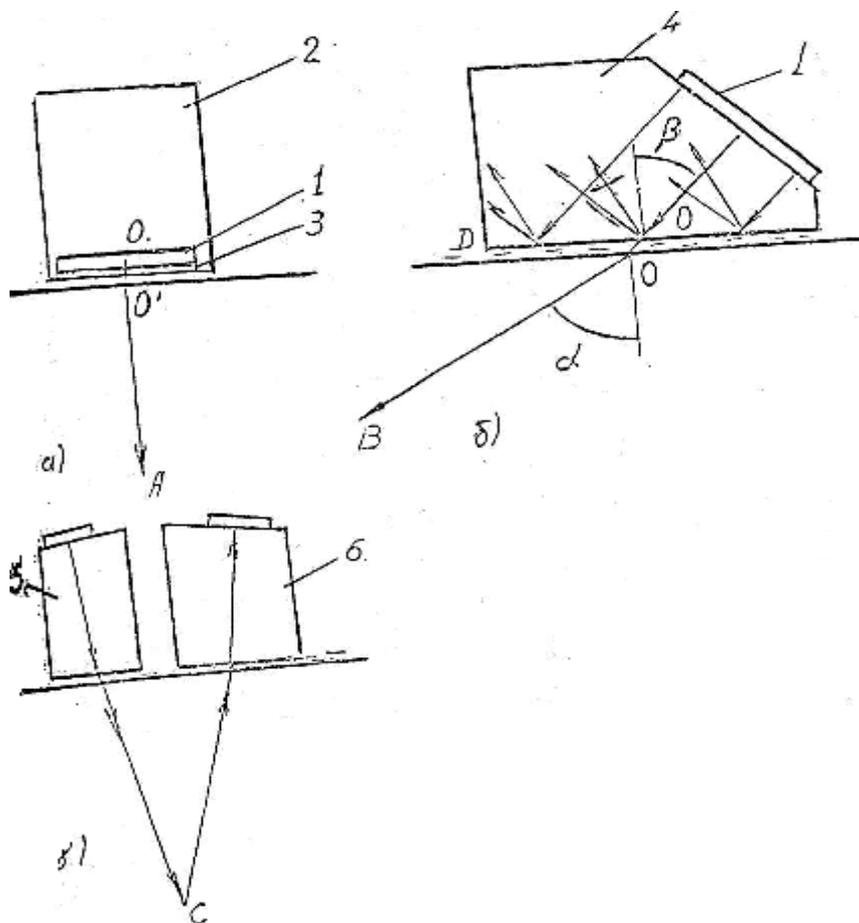


Рис. 5.1.1. Схемы основных типов преобразователей:

**а – прямой; б – наклонный; в – раздельно-совмещенный (РС)**

Основное преимущество РС преобразователей – низкий уровень помех, особенно помех самого преобразователя. Их применяют для контроля тонких изделий, когда необходима маленькая мертвая зона.

Определим некоторые понятия. Акустической осью совмещенного преобразователя называют геометрическую ось пьезопластины ОА (рис. 5.1.1,а). Для наклонного преобразователя так же называют продолжение геометрической оси в призме О"О в изделие О'В после ее преломления на границе приема – ОК (рис.5.1.1,б).

Точка выхода  $O$  – точка пересечения геометрической оси  $O''O$  с контактной (контактирующей с объектом контроля) поверхностью преобразователя. При малой толщине слоя контактной жидкости она практически совпадает с точкой ввода  $O'$ , где акустическая ось в изделии  $O'B$  пересекается с поверхностью объекта контроля (объекта ввода).

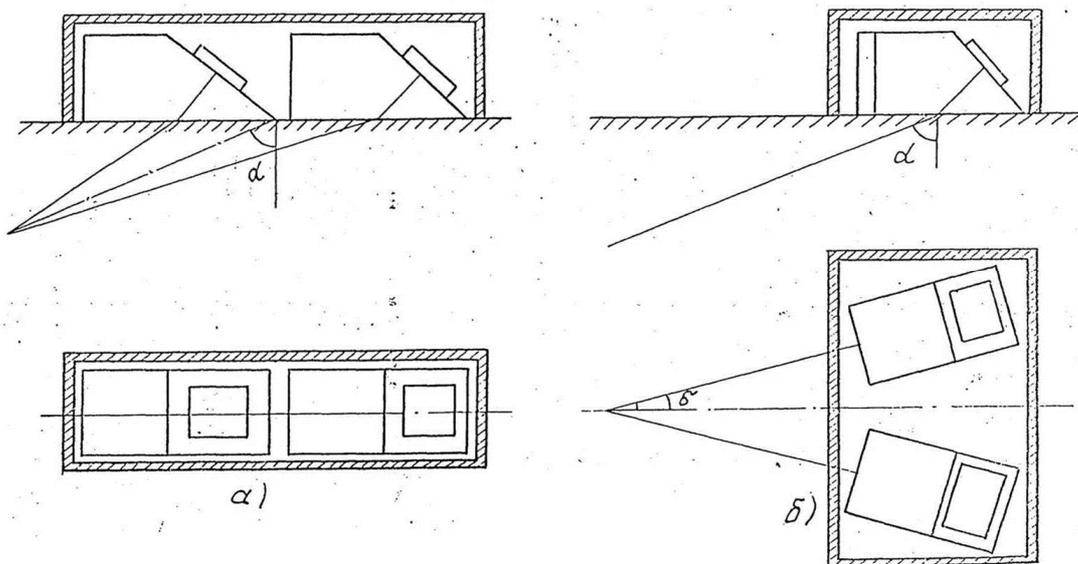


Рис. 5.1.2. Наклонные РС преобразователи типов тандем (а) и дуэт (б)

Угол ввода  $\alpha$  – угол между акустической осью и перпендикуляром к поверхности ввода. Угол между перпендикулярной и геометрической осью в призме  $\beta$  называют углом призмы.

Фокусом РС преобразователя  $C$  (рис. 5.1.1,в) называют точку пересечения акустических осей излучателя и приемника в объекте контроля. Немного выше ее находится максимум чувствительности.

Основные конструктивные элементы преобразователя показаны на рис. 5.1.3.

К ним относятся:

Пьезоэлемент или пьезопластина  $1$  – основной чувствительный элемент преобразователя.

Демпфер  $2$ , к которому приклеивается неизлучающая в ОК сторона пьезопластины. Он способствует гашению (демпфированию) колебаний для

получения короткого импульса (при этом увеличивается широкополосность преобразователя). Он также повышает механическую прочность тонкой и хрупкой пьезопластины. Материал и форма демпфера подбираются такими, чтобы не возникали ложные сигналы от его поверхности, противоположной пьезопластине.

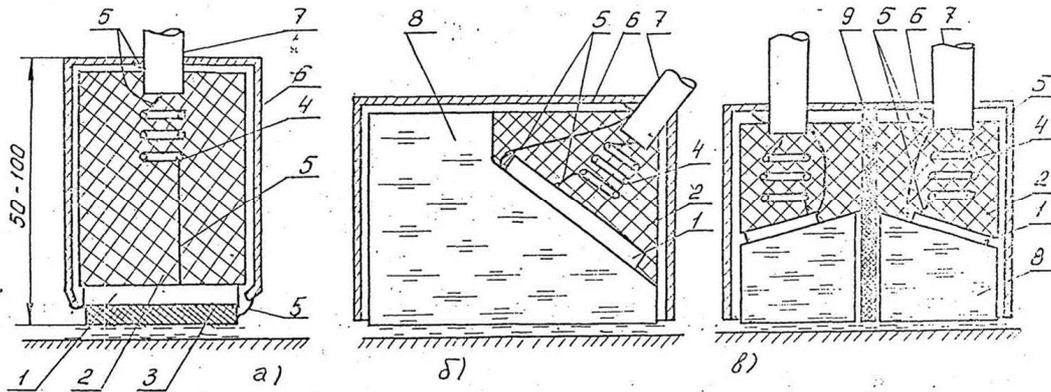


Рис. 5.1.3. Конструкции основных типов преобразователей

Протектор 3, предохраняющий пьезопластину от повреждений и износа. При соответствующем выборе материала и толщины он способствует передаче колебаний в среду (особенно при иммерсионном способе контакта) и стабилизации акустического контакта (при контактном способе).

Преломляющая призма 8 обеспечивает требуемый угол наклона. Ее конструируют так, чтобы не возникали сигналы помех в результате отражений волн от поверхностей, например помеха может появиться в результате отражения излученной пьезоэлементом продольной волны от угла D призмы (рис. 5.1.1,б), если сделать малой стрелу преобразователя – расстояние от точки O до D. Если сделать малым путь в призме O'O, то помеха возникнет от продольных или поперечных волн, отраженных от контактной поверхности призмы и попадающих на пьезопластину.

Кроме перечисленных основных элементов конструкции в преобразователе имеются проводники (рис. 5.1.3), соединяющие электроды

на плоскостях пьезопластины с корпусом преобразователя 6 и с внутренним проводником кабеля 7; электроакустический экран 9 (в РС преобразователе), разделяющий излучатель и приемник.

## **5.2. Пьезоэлектрические преобразователи с электромеханическим демпфированием**

Для сокращения длительности упругого импульса эффективно может быть использован метод компенсации и метод расширения полосы пропускания преобразователя за счет корректирующих цепей. Указанные методы используются также с целью сокращения длительности эхо-импульса.

Рассмотрим использование метода компенсации для пьезоэлектрического преобразователя, состоящего из трех склеенных между собой кубиков. Два крайних кубика пьезоактивны и представляют собой преобразователи на основе квадратных пластин. Средний кубик изготовлен из полимерного материала и выполняет роль акустической полуволновой линии задержки. Для объяснения работы указанной системы необходимо рассмотреть многократные отражения на границах раздела и изменение формы импульса при отражениях.

Важным фактором, усложняющим анализ работы составного пьезоэлектрического преобразователя, является то, что переходные характеристики преобразователя в режимах приема и излучения различны. Мы ограничимся качественным анализом работы составного пьезоэлектрического преобразователя. На рис. 5.2.1 показана схема подключения составного преобразователя к эхо-импульсному дефектоскопу. Преобразователь состоит из трех элементов с равными акустическими сопротивлениями. Крайние элементы пьезоактивны и представляют собой кубики размерами 2x2x2 см, изготовленные из дигидрофосфата аммония. Средний элемент не пьезоактивен. Все три кубика склеены между собой расплавленной сегнетовой солью, причем полярность выбрана такой, как

показано на рис. 5.2.1.

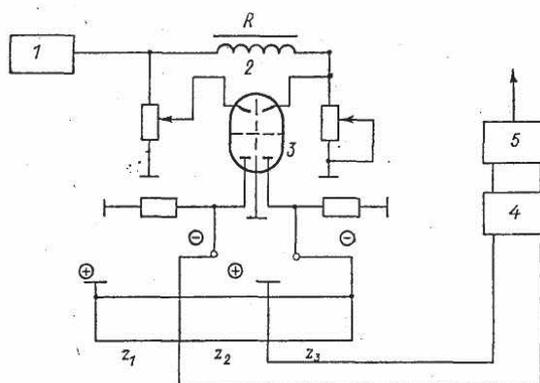


Рис. 5.2.1. **Схема подключения составного преобразователя к дефектоскопу**

Крайние элементы пьезоактивны и представляют собой кубики размерами 2x2x2 см, изготовленные из дигидрофосфата аммония. Средний элемент не пьезоактивен. Все три кубика склеены между собой расплавленной сегнетовой солью, причем полярность выбрана такой, как показано на рис. 5.2.1.

Крайние пьезоэлементы соединены с выходами блока разделения сигналов, один выход которого непосредственно, другой через электрическую линию задержки подключены к выходу генератора, а средний элемент служит механической полуволновой линией задержки.

Электрический сигнал с генератора 1 ультразвукового прибора поступает одновременно на катод первого триода 3 и линию задержки 2. С анода первого триода 3 сигнал возбуждает первый пьезоэлемент  $Z_1$ , две грани которого излучают упругий сигнал в исследуемую среду и в средний элемент датчика  $Z_2$ . Однако на границе раздела исследуемая среда — пьезоэлемент возникает отраженный сигнал. На границе пьезоэлемент — средний элемент отраженного сигнала не возникает ввиду равенства акустических сопротивлений и в средний элемент войдут волна, излученная второй гранью пьезоэлемента, и волна, отраженная на границе раздела исследуемая среда —

пьезоэлемент с задержкой в половину периода первой моды колебаний.

Первая полуволна, пройдя средний элемент  $Z_2$ , через время  $T/2$  поступает на второй пьезоэлемент  $Z_3$  в тот момент, когда произойдет его возбуждение электрическим сигналом, прошедшим через линию задержки и второй триод 3. В этом случае происходит суммирование противоположных по знаку деформаций, примыкающих граней второго пьезоэлемента  $Z_3$  и среднего  $Z_2$ . Свободная грань второго пьезоэлемента излучает волну и пьезоэлемент, достигнув через время  $T/2$  второй грани, встречает волну, отраженную от границы раздела исследуемая среда—пьезоэлемент и поглощает ее. Таким образом, можно уменьшить длительность упругого импульса, излученного в исследуемую среду. Этот же пьезопреобразователь может быть использован в режиме приема. В этом случае упругий эхосигнал, отраженный от дефекта или от противоположной грани изделия, поступает на пьезоэлемент  $Z_1$ , с которого снимается электрический сигнал, через полпериода со второго пьезоэлемента  $Z_3$  снимается аналогичный электрический сигнал, которые поступают на сумматор 4 и усилитель 5.

При разработке пьезоэлектрических преобразователей представляет интерес использование зависимости механической добротности колебательной системы от величины импеданса электрической схемы, на которую он нагружен. Очевидно, что чем больше коэффициент электромеханической связи пьезоматериала, тем больше это влияние. Из пьезоматериалов, нашедших применение в практике ультразвуковых измерений, наибольшее распространение получили сегнетовая соль и пьезокерамика типа ЦТС, которые обладают максимальными значениями коэффициента электромеханической связи. Эти материалы и были использованы при конструировании пьезопреобразователя. В качестве пьезоэлектрических элементов были выбраны пакеты из сегнетовой соли размерами  $20 \times 20 \times 20$  мм.

Конструктивно преобразователь выполнен следующим образом. Пакет сегнетовой соли располагается на тонкой подложке, акустические параметры

которой близки к параметрам измеряемой среды. Герметизация пакетов достигается за счет покрытия его поверхности тонким слоем клея БФ-2.

Необходимо отметить, что герметизация путем заливки полости корпуса, где расположен пакет, эпоксидной смолой нежелательна по двум причинам: во-первых, нарушаются условия работы пакета из-за акустической нагрузки со всех сторон, во-вторых, сильная реверберация заливки и корпуса искажает форму импульса и ведет к образованию «хвоста» импульса. Подложка акустически изолирована от корпуса датчика слоем резины. В корпусе находятся элементы электрической схемы: резисторы и катушка индуктивности. Упрощенная принципиальная электрическая схема генератора совместно с пьезопреобразователем приведена на рис. 5.2.2.

Генератор ступенчатого импульса собран на тиристоре  $T$ , накопительном конденсаторе  $C_1$  и зарядном резисторе  $R_1$ . Генератор универсален и может быть применен для всех датчиков. Он располагается совместно с пьезоэлементом в одном корпусе. Принцип работы пьезопреобразователя заключается в следующем. Пусть конденсатор  $C_1$  заряжен до напряжения  $E_0$ , а тиристор  $T$  заперт. После подачи отпирающего импульса происходит лавинообразный процесс, в результате которого все напряжения  $C_1$  прикладываются к колебательному контуру, образованному пьезоэлементом  $\Pi$  и катушкой индуктивности  $L$ , тиристор при этом насыщается, сопротивление его становится близким к нулю. Отпирание тиристора происходит через некоторый интервал времени, определяемый типом тиристора и амплитудой анодного тока при его открывании. Этот интервал времени должен быть больше, чем длительность акустического импульса. Резонансная частота последовательного колебательного контура  $LC_1C_0$  ( $C_0$  — электромеханическая емкость пьезоэлемента) выбирается несколько ниже механической резонансной частоты пьезоэлемента.

Соответствующим выбором резисторов  $R_2$  и  $R_3$  и изменением добротности контура можно получить различные длительности излучаемого импульса. После окончания импульса паразитное напряжение на

пьезоэлементе столь мало, что позволяет использовать преобразователь в совмещенном режиме, при этом предварительный каскад усиления, приемного тракта подключается непосредственно к пьезоэлементу [6].

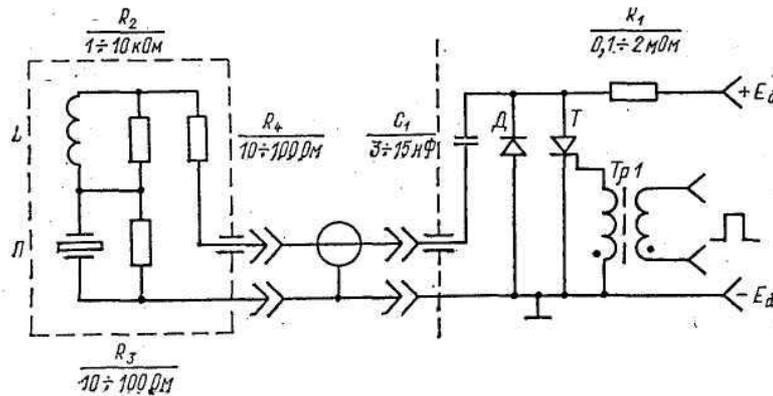


Рис. 5.2.2. Упрощенная схема расширения полосы пропускания пьезопреобразователя за счет корректирующих цепей

### 5.3. Пьезоэлементы на основе прямоугольных пластин с полным или частичным вырождением мод колебаний

Режим свободных колебаний прямоугольной пластины характеризуется наличием трех эффективных мод продольных колебаний. Каждая мода имеет свою резонансную частоту и обусловлена своим полем упругих деформаций [4, 5].

При изменении сторон пьезопластины изменяется величина характеристических частот мод колебаний. Представляет интерес случай, когда три частоты продольных мод колебаний становятся кратными — полное вырождение или когда некоторые моды колебаний имеют кратные частоты — частичное вырождение.

При полном вырождении частот мод колебаний преобразователь на базе прямоугольной пластины можно рассматривать как одномодовый. В

этом случае вторую моду колебаний можно трактовать как первый обертоном первой моды, третью моду — как второй обертоном первой моды. При частичном вырождении, когда частота второй моды колебаний кратна частоте первой моды, а это достигается при определенном соотношении сторон пьезопластины, третья мода колебаний может быть линейной комбинацией двух первых. Тогда частичное вырождение приводит к полному.

В данном пункте рассматривается влияние геометрии пьезопластины на величину характеристических частот.

Одномодовые пьезопластины и пластины с частичным вырождением удобно использовать для разработки широкополосных пьезоэлектрических преобразователей. Возбуждение таких преобразователей электрическим импульсом, в спектре которого отсутствует резонансная частота, приведет к существенному расширению спектра излученного упругого импульса.

Проанализируем влияние, которое оказывает на характеристические частоты изменение одной стороны квадратной пластины. На рис. 5.3.1 приведены кривые изменения частот для трех мод колебаний, когда сторона  $a = 4 \text{ см} = \text{const}$  и  $b$  изменяется с шагом  $0,05 \text{ см}$  до величины, равной  $0,1 \text{ см}$ . Хорошо видно, что изменение одной из сторон пластины оказывает существенное влияние на частоту второй и третьей мод колебаний. При этом частота первой моды изменяется значительно медленнее. Таким образом, размеры сторон пьезопластины должны быть такими, при которых частоты: первой и второй мод колебаний становятся кратными. При сторонах пластины  $b = 2,05 \text{ см}$  и  $a = 4 \text{ см}$

$$\begin{aligned} f_1 &= \Omega_1 / 2\pi = 39,7 \text{ кГц}; \\ f_2 &= \Omega_2 / 2\pi = 79,4 \text{ кГц}; \\ f_3 &= \Omega_3 / 2\pi = 100 \text{ кГц}; \end{aligned} \tag{5.3.1}$$

то есть происходит частичное вырождение мод колебаний [17].

Для того чтобы получить полное вырождение, необходимо одновременно с изменением одной стороны пластины менять вторую, но с другим

шагом. Задача сведется к экстремальной. Задаваясь кратными значениями частот трех мод колебаний, методом последовательного приближения можно определить значение сторон, при котором это условие выполняется.

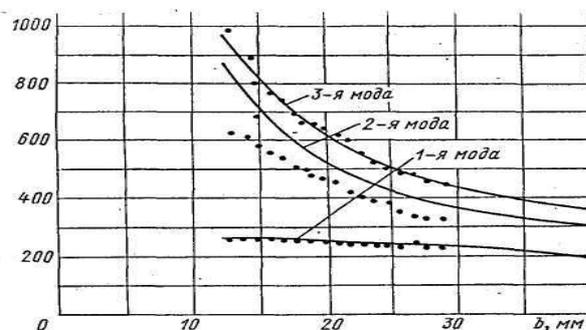


Рис. 5.3.1. Теоретические ( \_\_\_\_\_ ) и экспериментальные ( ..... ) значения частот трех мод колебаний прямоугольных пластин, вырезанных из кристалла АДР ( $45^0$  z-среза)

Для практических целей достаточным является частичное вырождение.

С целью описания характера амплитудных распределений смещений в прямоугольной пластине с кратными частотами первой и второй мод были рассчитаны значения коэффициентов  $A_l$  для трех мод колебаний. При первом корне  $A_{01}^{(1)}$   $f_1 = 39,7$  кГц поправочные коэффициенты имеют следующие значения:

$$A_{01}^{(1)} = 0,49; \quad A_2^{(1)} = 0,87; \quad A_3^{(1)} = -0,03.$$

Эти коэффициенты соотносятся как

$$A_{01}^{(1)} : A_2^{(1)} : A_3^{(1)} = 1 : 1,8 : -0,06.$$

(5.3.2)

Отсюда для первой моды колебаний закон распределения смещений вдоль оси  $x$  может быть записан в виде

$$u_x = B_1 \cos k_1 x [0,49 \sin k_2 y + 0,87]. \quad (5.3.3)$$

Аналогично выводится закон распределения смещений вдоль оси  $y$ : для первой моды колебаний

$$V_1 = -B y \cos k_2 y [0,49 \sin k_1 x + 0,003], \quad (5.3.4)$$

для второй моды колебаний

$$A_1^{(2)} = -0,73; \quad A_{02}^{(2)} = 0,53; \quad A_3^{(2)} = -0,43. \quad (5.3.5)$$

Отношение коэффициентов

$$A_1^{(2)} : A_{02}^{(2)} : A_3^{(2)} = 1 : -0,73 : 0,59. \quad (5.3.6)$$

Закон распределения смещений:

$$\begin{aligned} u_2 &= -B_2 \cos k_1 x [0,73 \sin k_2 y - 0,53]; \\ v_2 &= B_2 \cos k_2 y [0,73 \sin k_1 x - 0,43]. \end{aligned} \quad (5.3.7)$$

Для третьей моды колебаний

$$A_1^{(3)} = 0,28; \quad A_2^{(3)} = 0,024; \quad A_{03}^{(3)} = 0,96. \quad (5.3.8)$$

Отношение коэффициентов

$$A_1^{(3)} : A_2^{(3)} : A_{03}^{(3)} = 1 : 0,09 : 3,4.$$

Закон распределения смещений вдоль осей x и y:

$$u_3 = B_3 \cos k_1 x [0,28 \sin k_2 y + 0,024]; \quad (5.3.9)$$

$$v_3 = -B_3 \cos k_2 y [0,28 \sin k_1 x - 0,96]. \quad (5.3.10)$$

Характер амплитудных распределений смещений для трех мод колебаний прямоугольной пластины, характеризующейся кратными частотами, показан на рис. 5.3.2.

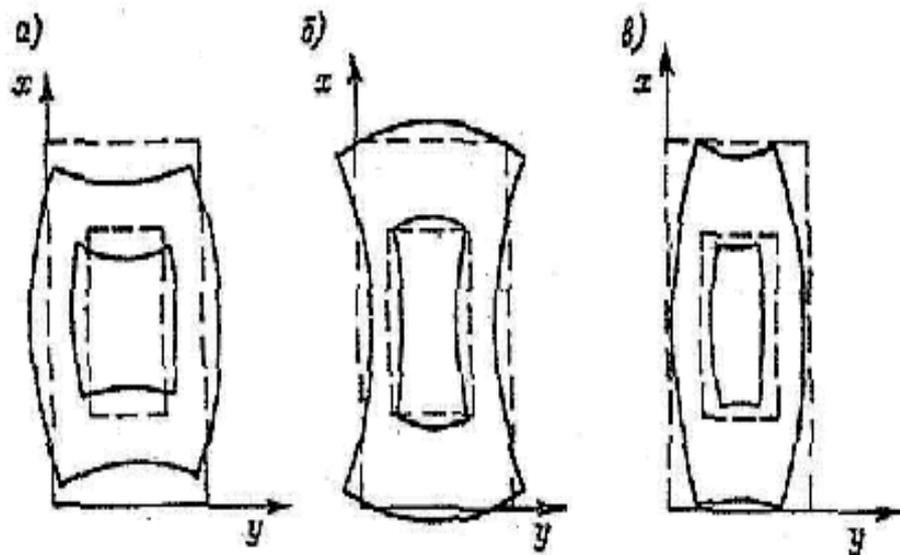


Рис.5.3.2. Характер амплитудных распределений смещений для пластины

с кратными частотами: а) первая мода; б) вторая мода; в) третья мода

#### 5.4. Пьезоэлементы на основе квадратных пластин с полным или частичным вырождением мод колебаний

Особый интерес представляет возможность получения одномодовых систем и систем с кратными частотами мод колебаний на основе квадратной пластины.

Проанализируем уравнение вида

$$\begin{aligned}
 - \sigma'_{xx} &= c'_{11}{}^E \varepsilon'_{xx} + c'_{12}{}^E \varepsilon'_{yy} + c'_{16}{}^E \varepsilon'_{xy}; \\
 - \sigma'_{yy} &= c'_{12}{}^E \varepsilon'_{xx} + c'_{22}{}^E \varepsilon'_{yy} + c'_{26}{}^E \varepsilon'_{xy}; \\
 - \sigma'_{xy} &= c'_{16}{}^E \varepsilon'_{xx} + c'_{26}{}^E \varepsilon'_{yy} + c'_{66}{}^E \varepsilon'_{xy}.
 \end{aligned}
 \tag{5.4.1}$$

Если в приведенном уравнении положить, что

$$c_{11}{}^E = c'_{11}{}^E = c'_{22}{}^E; \quad c'_{66}{}^E = 1/2 (c_{11}{}^E - c_{12}{}^E);$$

$$c'_{12}{}^E = c'_{16}{}^E = c'_{26}{}^E = c_{12}{}^E = 0,$$

то уравнение (5.4.1) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}
 - \sigma'_{xx} &= c'_{11}{}^E \varepsilon'_{xx}; \\
 - \sigma'_{yy} &= c'_{11}{}^E \varepsilon'_{yy}; \\
 - \sigma'_{xy} &= c'_{11}{}^E \varepsilon'_{xy} / 2.
 \end{aligned}
 \tag{5.4.2}$$

Нетрудно видеть, что уравнение (5.4.2) справедливо для изотропных пластин с убывающим к нулю коэффициентом Пуассона. Одно' точное решение было получено Экстейном. Два других решения характеризуют продольные волны в направлении осей  $x$  и  $y$ :

$$u_2 = B_2 \cos kx; \quad v_2 = 0; \tag{5.4.3}$$

$$u_3 = 0; \quad v_3 = B_3 \cos ky. \tag{5.4.4}$$

Для определения частот мод колебаний необходимо положить, что  $c'_{12}{}^E = 0$ . Тогда по отношению к частотам мод колебаний квадратной пластины справедлив вывод, что они являются вырождающимися и для вычисления частоты необходимо воспользоваться уравнением

$$f_1 = f_2 = f_3 = \frac{1}{2a} \sqrt{c'_{11}{}^E / \rho}. \quad (5.4.5)$$

Уравнение (5.4.5) дает возможность рассчитать частоты мод колебаний тонкой пластины. Чтобы учесть толщину, необходимо ввести поправку.

Второй способ основывается на том свойстве квадратной пластины, что при импульсном возбуждении при некоторых условиях третья мода колебаний не возбуждается. Таким образом, преобразователь на основе квадратной пластины можно считать двухмодовым. Для него характерно то, что он возбуждается только на двух частотах, которые для материалов тетрагональной системы могут быть определены из уравнений

$$\begin{aligned} \rho \Omega_1^2 - k^2(c'_{11}{}^E - c'_{12}{}^E) &= 0; \\ \rho \Omega_2^2 - k^2 c'_{11}{}^E &= 0. \end{aligned} \quad (5.4.6)$$

Как упоминалось ранее, для второй моды колебаний характерно колебание угловых точек, которые перемещаются в тангенциальном направлении. Для первой моды колебаний эти точки являются узловыми и не принимают участия в колебательном процессе. Учитывая, что первая и вторая моды не связаны ( $c'_{16}{}^E$  и  $c'_{26}{}^E$  равны нулю), можно прийти к заключению, что механическое демпфирование угловых точек пластины приведет к устранению второй моды колебаний, не оказывая существенного влияния на первую моду, для которой эти точки являются нормально закрепленными. Устранение второй моды колебаний путем механического демпфирования колеблющихся узлов будет более эффективным, если предварительно уменьшить амплитуду второй моды колебаний. В результате

эксперимента обнаружено, что материал и форма электродов существенно влияют на амплитуду второй моды колебаний. Однако демпфирование второй моды колебаний не всегда технологически выполнимо. В этом случае необходимо допустить существование двух мод колебаний квадратной пластины, но предъявить к ним условие кратности частот мод колебаний. Так называемый случай частичного вырождения мод колебаний вытекает из уравнения (5.4.6).

Необходимо, чтобы соблюдалось условие

$$\Omega_2 = n \Omega_1, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Отсюда для квадратных пластин тетрагональной системы, одна сторона которых перпендикулярна оси  $z$ , а две другие параллельны осям  $x$  и  $y$ , условие, при котором частоты мод колебаний являются кратными, может быть записано следующим образом:

$$1 - (c'_{12}{}^E / c'_{11}{}^E) = 1/n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5.4.7)$$

При  $n = 1$  необходимо, чтобы  $c'_{12}{}^E$  стремилось к нулю. Этот случай изотропной пластины с убывающим к нулю коэффициентом Пуассона был рассмотрен ранее. При  $n = 2, 3, \dots$  пьезоматериал тетрагональной системы выбирают таким образом, чтобы для него выполнялось условие (5.4.7).

Для других систем упругой симметрии могут быть получены аналогичные уравнения в случае квадратной пластины. При выборе пьезоматериала для создания пьезопреобразователей с кратными частотами мод колебаний необходимо, чтобы величина  $n$  была как можно большей. Тогда вторая мода будет иметь значительно меньшую амплитуду. При переходе к толстым пластинам вводится поправка по Дэвису, причем ее введение не изменяет кратности частот, хотя по абсолютной величине частоты первой и второй мод колебаний уменьшаются за счет введения поправки [7].

## 5.5. Пьезоэлемент на основе диска с частичным вырождением мод колебаний. Объемный резонатор

При использовании пьезокерамики для ультразвуковых преобразователей был предложен пьезопреобразователь, выполненный в виде колец, совершающих колебания сжатие-растяжение по высоте кольца. Такой преобразователь имеет интенсивные и близко расположенные по частоте побочные резонансные колебания, что ограничивает его практическое применение.

Подобные резонансные колебания являются обертонами (гармониками) низкочастотных колебаний сжатие-растяжение и определяются длиной окружности кольца и его шириной. При некоторых соотношениях размеров кольца обертоны низкочастотных колебаний оказываются близкими по частоте к частоте основного колебания, определяемого толщиной (высотой) кольца.

Для устранения побочных резонансов размеры кольца – его ширину и длину средней окружности выполнили такими, чтобы частоты колебаний вдоль окружности и ширины оказывались кратными по частоте основного колебания. При этом кратность частот выбиралась четной. Для этого пьезоэлемент в виде кольца изготавливали с такими размерами, чтобы соотношение резонансных частот, определяемых длиной окружности, шириной и высотой кольца, определялось как 1:4:8.

В рассмотренных технических решениях, в основе которых заложены пьезоэлементы различных геометрических форм (пластины, кольца) выдвигалось общее требование – размеры должны были обеспечивать кратность частот мод колебаний при отсутствии механического демпфирования. Для получения коротких зондирующих импульсов в спектре возбуждающих электрических импульсов частотные составляющие, равные резонансным частотам пьезопреобразователя должны были отсутствовать [8].

Рассмотрим пьезоэлектрический преобразователь на основе

пьезокерамического диска, поляризованного по толщине, с пьезомодулем  $d_{33}$ , у которого направление электрического поля совпадает с направлением деформаций. Пьезокерамику выбирают такого состава, чтобы  $c_{16}=c_{26}=0$ .

С целью определения резонансных частот мод колебаний снимались z-метровые и амплитудно-частотные характеристики.

Исследовалось 10 дисков толщиной 10мм с различными диапазонами. Во всех случаях наблюдались явно выраженные две моды колебаний: толщинная и радиальная. Причем толщинная мода колебаний имела частоту, которая достаточно хорошо согласовывалась с расчетной:

$$f_h^R = 1/2h v_h^{3B}, \quad (5.5.1)$$

где h- резонирующий размер, толщина диска;  $v_h^{3B}$  – скорость звука по толщине. Как правило, исследуемые диски представляли собой полуволновые вибраторы, то есть

$$h = \lambda/2 = v_h^{3B} / f_h^R.$$

Что касается радиального резонанса  $f_D^R$ , то он имел различные значения в зависимости от размера диаметра и может быть рассчитан из уравнения:

$$f_D^R = 1/ 1,46D v_D^{3B}, \quad (5.5.2)$$

где D- резонирующий размер пьезокерамического диска – диаметр;  $v_D^{3B}$ - скорость звука в направлении диаметра. Скорости  $v_h^{3B}$  и  $v_D^{3B}$  были различными, так как пьезокерамика является анизотропным материалом.

Была поставлена задача сведения двухмодовой колебательной системы к одномодовой. При толщинных колебаниях пьезокерамического диска существование радиальной моды объективно в виду Пуассоновых соотношений.

Таким образом, задача сводилась к сохранению двух мод колебаний, но

выдвигалось требование обеспечить такое соотношение толщины и диаметра пьезокерамического диска, чтобы частоты двух мод колебаний в одном диске были кратными. Если частота толщинного резонанса составляла  $f_h^R = 100$  кГц, то  $f_D^R = 50$  кГц. После этого два одинаковых диска склеивались вязкоупругим клеем в один столбик с параллельным электрическим соединением электродов. В результате была получена колебательная система, у которой  $f_h^R = f_D^R = 50$  кГц, то есть «одночастотная» система, сохранившая две моды колебаний.

### **5.6. Основные физические принципы, используемые при проектировании и изготовлении широкополосных пьезопреобразователей [5]**

Сущность способа заключается в следующем. Если существует возможность выбора пьезоматериала, то его выбирают таким образом, чтобы соотношение модулей упругости  $C_{ik}$  и  $C_{ii}$ , а также соотношение сторон пьезоэлементов (при  $a \neq b$  – случай прямоугольной пластины) обеспечивалось условие кратности частот мод колебаний. В случае квадратной пластины ( $a = b$ ) выбирают пьезоматериал, у которого модуль упругости  $C_{11}$  значительно превышает  $C_{12}$  или же, как и для прямоугольных пластин, соотношение модулей  $C_{ik}$  и  $C_{ii}$  обеспечивает условие кратности частот мод колебаний.

В обоих случаях подобранный пьезоэлемент возбуждают электрическим импульсом, в спектре которого отсутствуют частотные составляющие, равные резонансным частотам пьезоэлемента.

Пьезоэлектрические преобразователи, изготовленные из пьезоматериалов, излучают или только продольные, или только сдвиговые упругие волны. При их возбуждении электрическим импульсом произвольной длительности возбуждаются несколько мод колебаний. Частота каждой моды колебаний и для квадратной и для прямоугольной пластины может быть получена при решении системы линейных однородных

уравнений, так как это было сделано для сегнетовой соли и дигидрофосфата аммония.

Если же предварительно выполнить условия, при которых частоты мод колебаний имеют кратные значения, и возбуждать пьезоэлемент электрическим импульсом, в спектре которого отсутствуют частоты, равные кратным частотам мод колебаний, то излученный импульс будет иметь длительность, равную одному периоду частоты основной моды колебаний.

Пьезоэлектрические преобразователи рассчитывают следующим образом: выбирают пьезоматериал, у которого отсутствуют упругие постоянные  $C_{16}$  и  $C_{26}$ . Это условие будет обеспечивать несвязность мод колебаний. Рассчитывают значения сторон  $a$  и  $b$  пьезоэлементов, при которых возбуждаются моды колебаний с кратными значениями частот. Значение толщины пьезоэлемента выбирают не более 0,1 длины меньшей стороны, при этом толщинными модами колебаний практически можно пренебречь. Пьезоэлементы вырезают из монокристалла вдоль соответствующих осей упругой симметрии и на каждый из них наносят электроды. С целью формирования достаточно острой диаграммы направленности, пьезоэлементы располагают на линейной или круговой базах и устанавливают в металлический корпус, соединяя электроды с корпусом и коаксиальной клеммой.

Каждый пьезоэлемент в виде квадратной или прямоугольной пластины имеет свою мембрану и представляет собой унифицированный пьезоэлектрический модуль. Модуль снабжен своими держателями, позволяющими механически закреплять элементы на различных базах рис. 5.6.1,а и 5.6.1,б.

Описанные общие положения были использованы при разработке пьезоэлектрических преобразователей, излучающих упругие импульсы малой длительности.

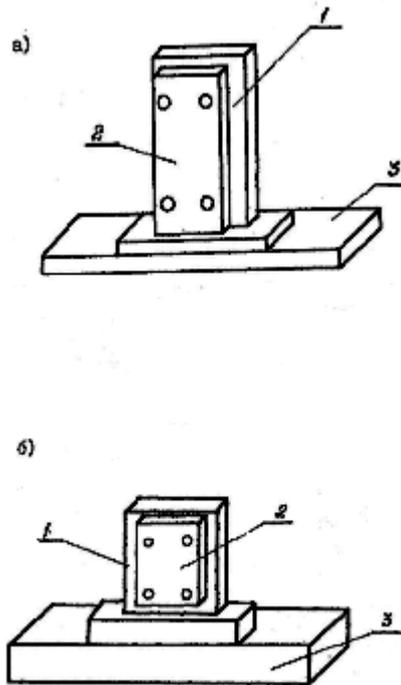


Рис. 5.6.1. Пьезоэлектрические модули для излучателя (а) и приемника (б): 1- пьезопластина; 2- электроды; 3- мембрана модуля

### 5.7. Оптимизация спектра электрического импульса возбуждения с целью получения упругих импульсов малой длительности

Рассмотрим движение какой-либо точки пьезокерамического диска, колеблющегося по толщине, например, центра диска.

Характер движения этой точки аналитически может быть представлен в виде  $x = x(t)$ , (5.7.1)

где  $t$  - время.

Известно уравнение, описывающее колебательный процесс указанных систем

$$\frac{d^2x}{dt_0^2} + 2\gamma\left(\frac{dx}{dt_0}\right) + \Omega_0^2x = f(t_0), \quad (5.7.2)$$

где  $x = x(t_0)$  - смещение точки от положения равновесия;

$\gamma$  - коэффициент затухания;

$\Omega$  - собственная частота колеблющейся точки.

В качестве функции  $f(t_0)$ , представляющей правую часть дифференциального уравнения, примем функцию вида:

$$f(t_0) = \begin{cases} 0 & \text{при } t_0 < 0; \\ 1 - e^{-at} & \text{при } 0 < t_0 < \tau; \\ e^{-a(t-\tau)} - e^{-at} & \text{при } t_0 > \tau. \end{cases} \quad (5.7.3)$$

Геометрической интерпретацией является прямоугольный П-видеоимпульс, где  $a$  - величина, характеризующая крутизну фронтов импульса;  $\tau$  - длительность импульса.

Прежде чем приступить к решению неоднородного дифференциального уравнения второго порядка, а нас будет интересовать форма огибающей смещения, рассмотрим характер колебаний осциллятора при воздействии на него бесконечно короткого, но бесконечно высокого импульса единичной площади

$$P\delta(t - t_0) \quad (5.7.4)$$

где  $P$  - величина силы;  $\delta(t - t_0)$  - время, в течение которого эта сила действовала.

Тогда уравнение движения примет вид:

$$\frac{d^2x}{dt_0^2} + 2\gamma\left(\frac{dx}{dt_0}\right) + \Omega_0^2 x = P\delta(t - t_0). \quad (5.7.5)$$

Необходимо учесть, что  $\gamma = \frac{h}{2m}$  и  $\Omega_0^2 = \frac{k}{m}$ .

В этом уравнении приняты обозначения:  $h$  - коэффициент сопротивления;  $k$  - коэффициент упругости;  $m$  - масса.

Учитывая, что  $P = 1$ , можно найти уравнения для смещения системы под воздействием единичной импульсной функции Дирака:

$$\begin{aligned}
x_1(t-t_0) &= \sqrt{\frac{m^{-2}}{\Omega_f^2}} e^{-\gamma(t-t_0)} \left\{ \cos \left[ \Omega_f(t-t_0) - \arctg 0 \gamma + \frac{m^{-1}}{0 * \Omega_f} \right] \right\} = \\
&= \frac{1}{m\Omega_f} e^{-\frac{1}{2m(t-t_0)}} \sin \Omega_f(t-t_0).
\end{aligned}
\tag{5.7.6}$$

Теперь пусть на систему действует любая сила, причем ее будем рассматривать как последовательность следующих друг за другом ударов, а смещение системы под воздействием этой силы будем представлять как сумму элементарных смещений в результате каждого отдельного удара.

В момент  $t_0$  на систему действует ударная сила, импульс которой равен  $f(t_0)dt_0$ . Очевидно, после этого удара система получит движение.

$$(t_0)x(t-t_0)dt.$$
(5.7.7)

Если допустить, что в момент  $t = t_1$ , после которого сила начала действовать на систему, последняя находилась в состоянии

$$x_1(t) \text{ и } \dot{x}_1(t),$$
(5.7.8)

то движение системы можно записать в виде (используя принцип суперпозиции):

$$x(t) = x_0(t-t_1) + \int_{t_1}^t (t_0)x_1(t-t_0)dt_0,$$
(5.7.9)

где  $x_0(t-t_1)$  - собственные колебания, определяемые начальными условиями.

Если для системы, на которую действует сила  $f(t)$  справедливо уравнение (5.7.2), тогда смещение системы под воздействием  $f(t)$  в самом общем случае будет иметь вид:

$$x(t) = x_0(t-t_1) + \frac{1}{m\Omega_f} e^{-\frac{ht}{2m}} \int_{t_1}^t (t_0) e^{\frac{ht_0}{2m}} * \sin \Omega_f(t-t_0) dt$$
(5.7.10)

Рассмотрим смещение системы под воздействием силы. Зададимся

нулевыми начальными условиями, тогда смещение системы может быть найдено из выражения:

$$x(t) = \frac{1}{\Omega_f} * e^{-\gamma t} \int_0^t (t_0) e^{\gamma t_0} * \sin \Omega_f (t - t_0) dt_0 \quad (5.7.11)$$

Приведенное решение справедливо для единичной массы и дает возможность подсчитать смещение любой точки колеблющейся системы.

Перепишем выражение для силы:

$$f(t_0) = \begin{cases} 0 & \text{при } t_0 < 0; \\ 1 - e^{-a t} & \text{при } 0 < t_0 < \tau; \\ e^{-a(t-\tau)} - e^{-a t} & \text{при } t_0 > \tau. \end{cases} \quad (5.7.12)$$

Тогда решение уравнения (5.7.2) в случае, когда его правая часть может быть представлена как (5.7.12), можно записать следующим образом, учитывая, что при экспериментальном исследовании характера колебаний осцилляторов может быть зафиксирована скорость смещения.

Ввиду того, что  $\gamma$  достаточно мало, ею можно пренебречь при расчете огибающей смещения и скорости смещения в пределах нескольких периодов.

Тогда для случая

$$x(t) = 0 \text{ при } t < 0 \quad (5.7.13)$$

$$x(t) = e^{-\gamma \Omega_f t} \left[ \frac{a(a-\gamma) \sin \Omega_f t - a \cos \Omega_f t}{1+(\gamma-a)^2} \right] + e^{-a \Omega_f t} \left[ \frac{a}{1+(\gamma-a)^2} \right] \quad (5.7.14)$$

Для промежутка времени  $0 < t \leq \tau$

$$x(t) = \left\{ e^{-\gamma \Omega_f (t-\tau)} \left[ a(\gamma-a) \sin \Omega_f (t-\tau) + \frac{a \cos \Omega_f (t-\tau)}{1+(\gamma-a)^2} \right] - a e^{-a \Omega_f (t-\tau)} - e^{-\gamma \Omega_f t} \right\} *$$

$$* \left[ a(a - \gamma) \sin \Omega_f t - \frac{a \cos \Omega_f t}{1 + (\gamma - a)^2} \right] - \frac{ae^{-a\Omega_f t}}{1 + (\gamma - a)^2} \quad (5.7.15)$$

Последнее выражение приведено для скорости смещения, когда  $t > \tau$ .

Проанализируем решение уравнений (5.7.13), (5.7.14), (5.7.15), причем нас будет интересовать форма огибающей смещения и скорости смещения. При расчете воспользуемся численными значениями  $\gamma = 0,03$  и  $a = 16$ .

Под собственной частотой будем подразумевать частоту первой моды колебаний как в случае моночастотной системы, так и в случае системы с частичным вырождением частот мод колебаний. На рис. 5.7.1 показаны огибающие смещения, скорости смещения, а также возбуждающий импульс, когда его длительность

$$\tau = T = 2\pi/\Omega_f$$

На рис. 5.7.1 приведены аналогичные кривые, когда длительность возбуждающего импульса равна

$$\tau = 2T = 4\pi/\Omega_f \quad \text{и} \quad \tau = 6\pi/\Omega_f = 3T.$$

Как видно из приведенных кривых, при воздействии на пьезодиск прямоугольным П-импульсом, он совершает колебательный процесс, причем длительность последнего существенно зависит от длительности возбуждающего импульса или спектра импульса возбуждения.

При длительности возбуждающего импульса, равной

$$\tau = nT,$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$  - огибающая смещения и скорости смещения представляют отрезки синусоид, равные соответственно одному, двум, трем и так далее периодам частоты первой моды колебаний.

Спектры упругих импульсов различной длительности приведены на рис. 5.7.2. Полученные результаты были использованы при разработке раздельно-совмещенного пьезоэлектрического преобразователя продольных волн. Для возбуждения симметричной и антисимметричной волн Лэмба были

сконструированы и изготовлены пьезоэлектрические излучатели, содержащие призмы из оргстекла для наклонного ввода упругих колебаний. Причем, для возбуждения короткого импульса изгибной волны угол падения определялся из условия:

$$\sin \beta = v_0/v_{ph},$$

Где:  $v$  - скорость звука во внешней среде,  $v_{ph}$  – фазовая скорость изгибной волны. Аналогичным способом определялся угол ввода для  $S_0$  – моды.

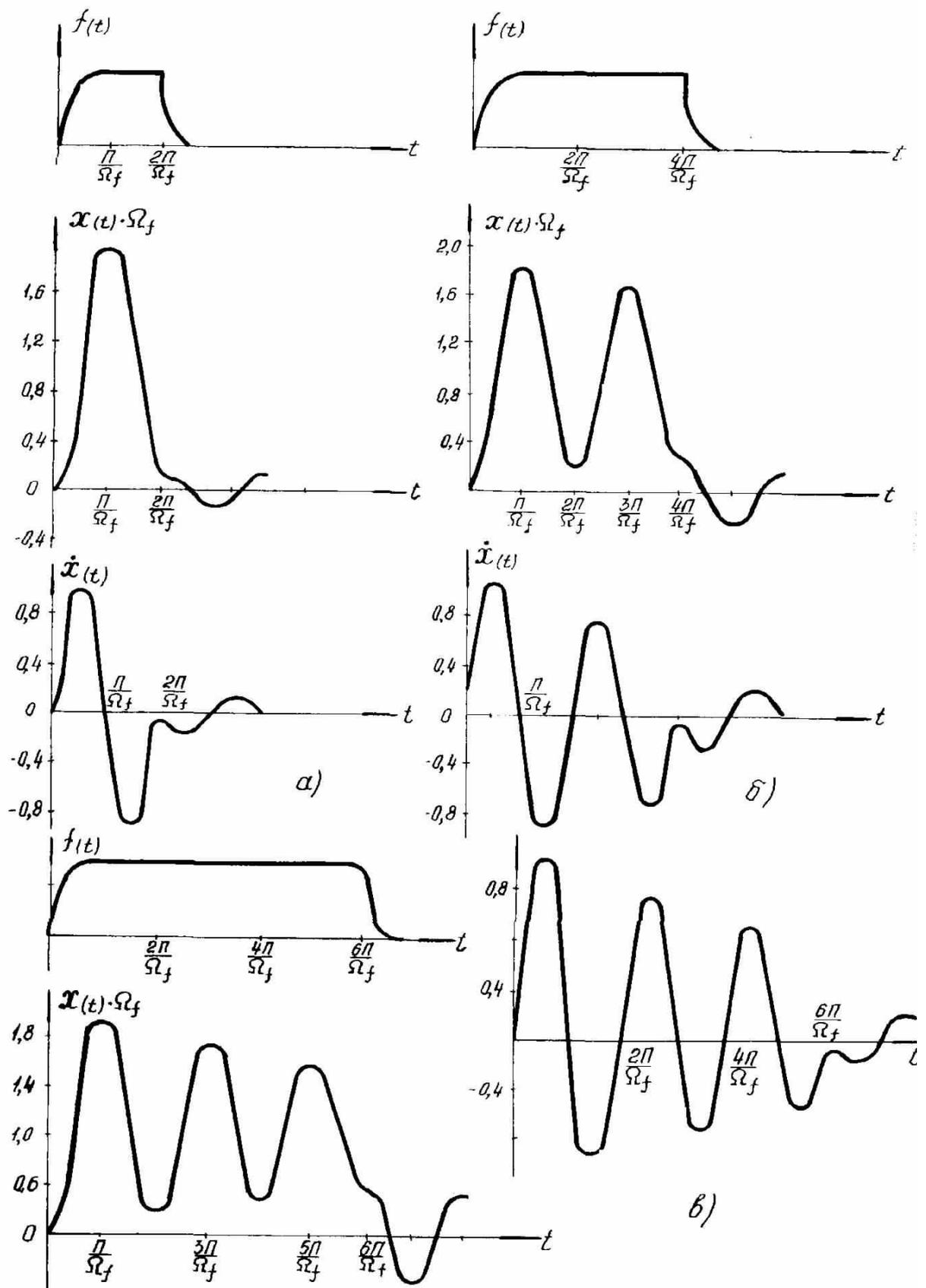


Рис. 5.7.1. Характер изменения смещения и скорости смещения при различных длительностях электрического П-импульса

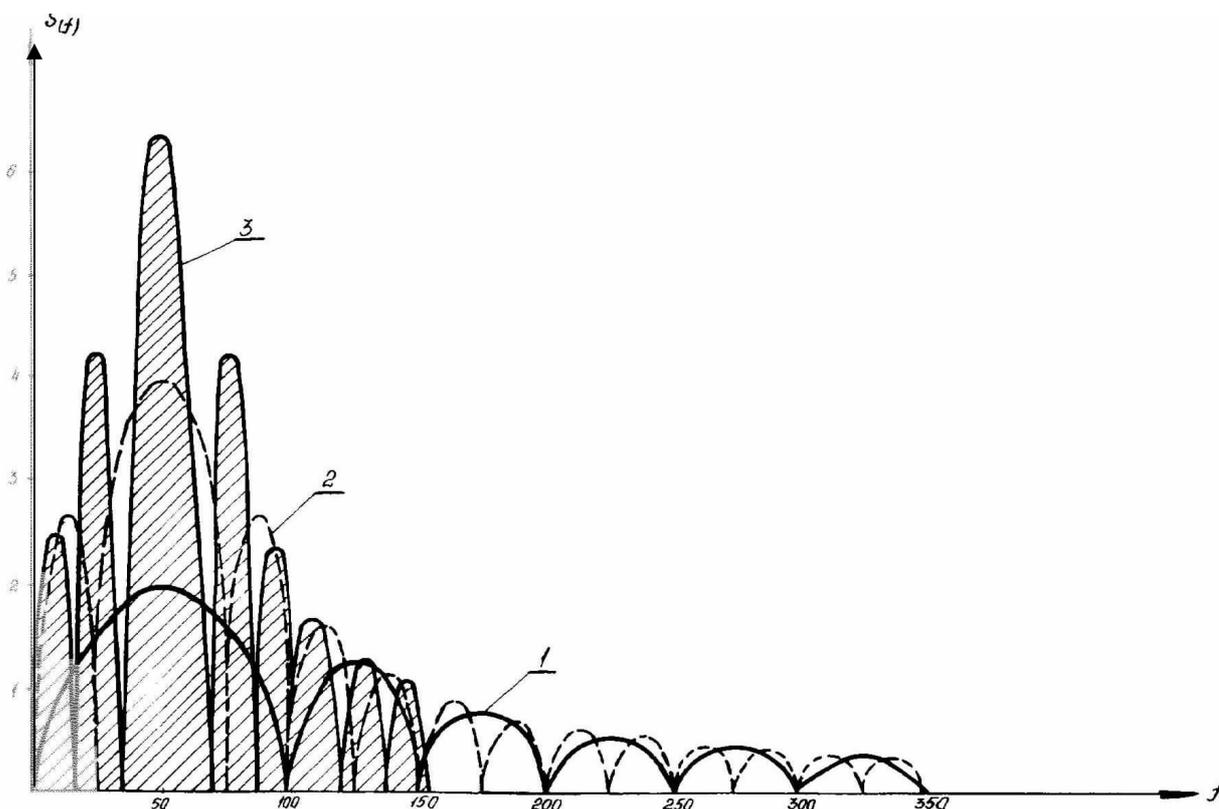


Рис. 5.7.2. Спектры частот упругих импульсов при различной их длительности, рассчитанные теоретически: 1 – длительность импульса, равная одному периоду; 2 – двум периодам; 3 – трем периодам

### 5.8. Раздельные пьезоэлектрические преобразователи на основе прямоугольных пластин

Представляют практический интерес пьезопреобразователи на основе прямоугольных пластин с частичным вырождением мод колебаний [10].

Рассмотрим пьезоэлектрический преобразователь, который изготовлен из пластин дигидрофосфата аммония  $45^\circ$  z-среза. Частоты мод колебаний имеют кратные значения, если отношение сторон прямоугольной пластины, расположенной в плоскости  $xy$ , равно 0,5. Указанное отношение сохраняется и для тонких пластин, совершающих контурные колебания, вырезанных из монокристаллов дигидрофосфата калия (КДР), генетовой соли и других пьезоматериалов.

Пьезоэлектрический преобразователь набран из прямоугольных пластин, стороны которых равны соответственно 4 и 2см, толщина пластин 0,2см. В этом случае первая, вторая и третья моды колебаний будут иметь частоты  $f_1 = 39,7\text{кГц}$ ,  $f_2 = 79,4\text{кГц}$ ,  $f_3 = 100\text{кГц}$ .

При указанных размерах пьезопластина характеризуется частичным вырождением мод колебаний. Рассмотрим, как колеблется каждая пьезопластина при возбуждении ее электрическим импульсом П-формы. Будем изменять спектр импульса возбуждения путем изменения длительности П-импульса.

Аналитически амплитудно-частотная характеристика возбуждающего импульса может быть представлена как

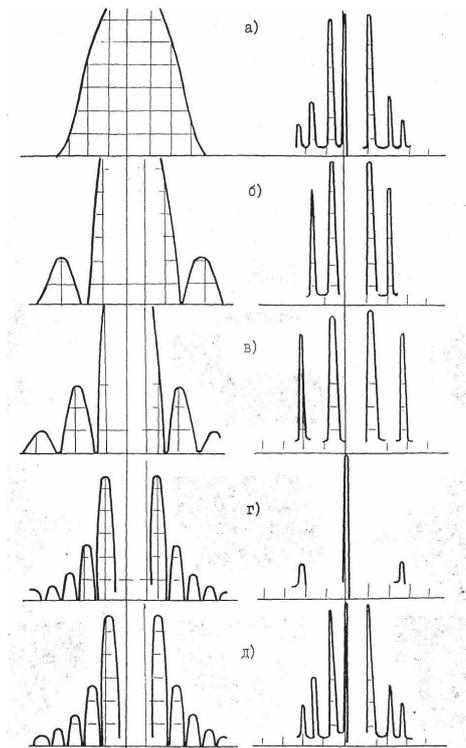
$$A_{(nf\tau)} = \tau v_m |\sin \alpha / \alpha|, \quad (5.8.1)$$

где  $\tau$  – длительность импульса;

$v_m$  – амплитуда импульса;

$\alpha = \pi f \tau$ .

При эксперименте следует придерживаться следующей методики. Изменять спектр импульса возбуждения не произвольно, а так, чтобы в нем последовательно отсутствовали частотные составляющие, равные резонансным частотам  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ . Если в спектре импульса присутствуют частотные составляющие, равные  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ , то пластина эффективно колеблется на трех своих резонансных частотах. На рис. 5.8.1,а слева показан спектр импульса возбуждения, а справа спектр частот колеблющейся пьезопластины.



**Рис. 5.8.1. Спектры импульсов возбуждения и спектры колебаний прямоугольной пластины размерами (4,0x2,0x0,5)см**

Если при изменении спектра импульса возбуждения в нем отсутствует частотная составляющая, равная частоте третьей моды колебаний  $f_3$  или ее обертонов, то пластинка будет возбуждаться на частотах мод колебаний  $f_1, f_2$  (рис. 5.8.1,б). Указанное условие выполняется, когда длительность импульса в возбуждении  $\tau = f_3^{-1}$ .

Из выражения для амплитудно-частотной характеристики прямоугольного импульса с учетом, что  $f_3 = 100\text{кГц}$ , находим

$$A(n\tau_3 f_3) = A(n \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^3) = 0. \quad (5.8.2)$$

Изменяя спектр возбуждающего импульса так, чтобы в нем частотная составляющая, равная  $f_2$ , имела нулевую амплитуду  $\tau = f_2^{-1}$ , находим

$$A(n\tau_2 f_2) = A(n \cdot 12,9 \cdot 10^{-6} \cdot 79,4 \cdot 10^3) = 0 \quad (5.8.3)$$

при  $f_2 = 79,4\text{кГц}$ . Пьезопластина эффективно возбуждается на частотах

первой  $f_1$  и третьей  $f_3$  мод колебаний (см. рис. 5.8.1,в).

Представляет интерес случай, когда из спектра возбуждающего импульса исключается частотная составляющая, равная  $f_1$ . Если  $\tau = f_1^{-1}$ , что  $A(n\tau f_1) = A(n \cdot 25,8 \cdot 10^{-6} \cdot 39,7 \cdot 10^3) = 0$ .

$$(5.8.4)$$

Следовало бы ожидать, что пьезопластина возбуждётся на частотах  $f_2$  и  $f_3$ . Однако эксперимент показал, что возбуждается только третья мода колебаний на частоте  $f_3$  (рис.5.8.1,г). Вторая мода колебаний не возбуждалась, так как она имела значение частоты, кратное значению частоты первой моды, то есть  $f_2 = 2f_1$ .

При дальнейшем изменении спектра импульса возбуждения цикл повторялся (рис. 5.8.1,д). При кратных резонансных частотах вторая мода выступает в роли обертона первой моды и исключение из спектра возбуждения одной из них автоматически влечет исключение второй, так как нули в спектре прямоугольного импульса имеют кратные значения:  $\tau^{-1}$ ,  $2\tau^{-1}$ ,  $3\tau^{-1}$  и так далее.

Для наблюдения формы и длительности упругого импульса, излученного центральной точкой малой стороны пластины, может быть использован широкополосный пьезоприемник. Конструктивно приемник выполнен в виде круглого оловянного стержня, на торце которого прикреплена пьезопластина.

Длина стержня выбирается таким образом, чтобы акустический импульс, излученный дальней гранью, затухал.

При упругом воздействии на пьезопластину в стержне возникает бегущая продольная волна. Электрическое напряжение на электродах пьезопластины пропорционально ее удлинению. В случае, когда длина волны много больше толщины пьезопластины, ее относительное удлинение равно деформации на конце стержня. В идеальном упругом стержне уравнение движения может быть записано в виде:

$$d^2u/dx^2 = -1/v^2 \cdot du/dt^2, \quad (5.8.5)$$

где  $u(x, t) = \varphi(t - x/v)$  в том диапазоне частот, где скорость распространения волны вдоль стержня не зависит от частоты и можно пренебречь поглощением, то есть можно считать, что деформация конца стержня пропорциональна скорости смещения. Схема пьезоэлектрического преобразователя на базе прямоугольных пластин с частичным вырождением мод колебаний приведена на рис. 5.8.2, а общий вид пьезопреобразователя показан на рис. 5.8.3.

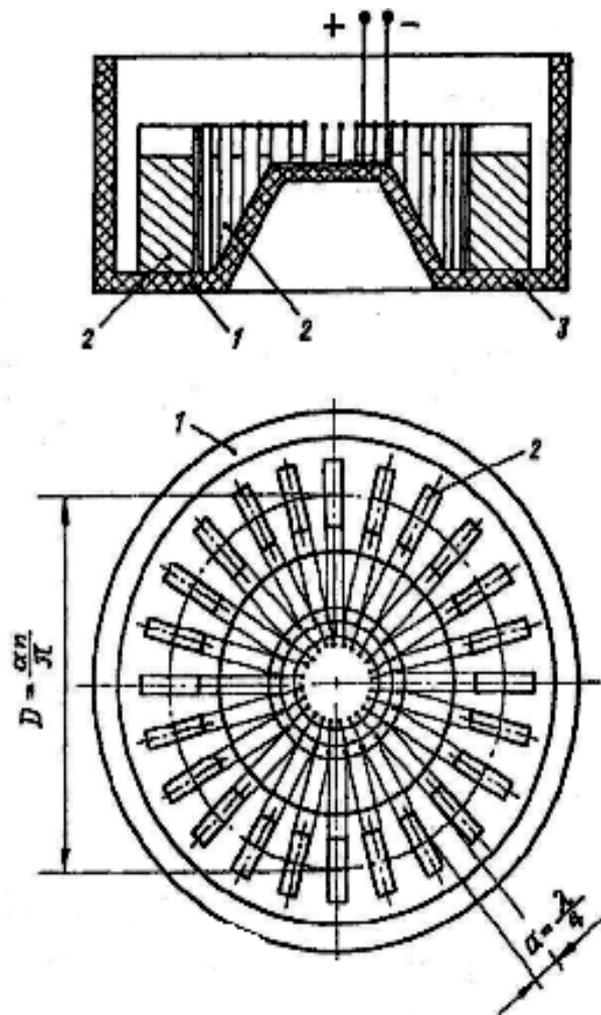
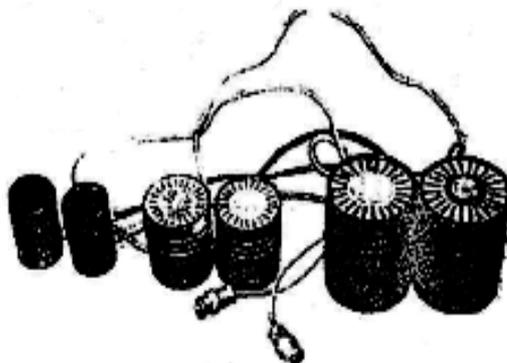


Рис. 5.8.2. Пьезоэлектрический преобразователь на базе прямоугольной пластины: 1- корпус; 2- пластины пьезоэлементов; 3- мембраны модулей



**Рис. 5.8.3. Общий вид пьезоэлектрических преобразователей**

Одной из важных особенностей пьезоэлектрического преобразователя является наличие характеристики направленности. Круговая база благодаря своей симметрии представляется наиболее оптимальной для подавления бокового излучения. При формировании характеристики направленности следует учитывать, что рассматриваемые пьезоэлектрические преобразователи работают в полосе частот. В полосе частот характеристика направленности в отличие от характеристики, полученной при воздействии монохроматического сигнала, ни при каких углах не достигает нулевых значений, что говорит об отсутствии интерференции. По мере сужения полосы положения минимумов характеристики направленности стремится к положению нулей монохроматической характеристики. Отличие характеристики направленности тем больше, чем шире полоса.

Основной целью формирования избирательной характеристики направленности является подавление бокового излучения пьезоэлектрических преобразователей. С уменьшением бокового излучения уменьшается влияние поверхностной волны, идущей от излучающего преобразователя к приемному по поверхности контролируемого изделия и мембране в случае раздельно-совмещенного преобразователя. Задача подавления поверхностной волны усложняется использованием

преобразователей, работающих в области низких ультразвуковых частот. При формировании характеристики направленности преобразователя с целью подавления бокового излучения в каждом отдельном случае необходимо учитывать полосу частот и производить расчет для импульсного режима. Спектр импульсного сигнала характеризуется определенной шириной полосы, которая приближенно может быть определена как  $\Delta f = \tau^{-1}$ , где  $\tau$  – длительность упругого импульса. Известно, что если ширина полосы меньше 1/3 октавы, характеристика направленности близка характеристике направленности того же устройства на частоте  $f_{cp}$ . Рассмотрим, каким образом можно уменьшить боковое излучение с учетом указанного допущения.

Пусть  $n$  излучателей расположены через равные промежутки на окружности радиуса  $a$ . Угол между прямой из точки наблюдения и осью  $z$  обозначим  $\gamma$ , а угол между ее проекцией на плоскость излучателя и осью  $x$  как  $\varphi$ . Если все излучатели одинаковы, то коэффициент направленности может быть найден из соотношения

$$R = I_0(k_a \sin \gamma) + 2 \sum_{p=1}^{\infty} j^p I_{pn}(k_a \sin \gamma) \cos p\varphi. \quad (5.8.6)$$

Для практических целей достаточно воспользоваться двумя первыми слагаемыми суммы

$$R = I_0(k_a \sin \gamma) + 2j^n I_n(k_a \sin \gamma) \cos n\varphi + 2j^{2n} I_{2n}(k_a \sin \gamma) \cos 2n\varphi. \quad (5.8.7)$$

В выражении (5.8.7) первое слагаемое представляет коэффициент направленности сплошной окружности, второе – поправку, обусловленную ограниченным числом излучателей. Поправка имеет незначительную величину, если расстояние между излучателями, размещенными по окружности, меньше длины волны. Третьим слагаемым можно пренебречь уже при  $n > 3$ , где  $n$  – число источников. Таким образом, в рассматриваемом

случае можно ограничиться первым слагаемым, то есть

$$\mathbf{R}(\gamma) = \mathbf{I}_0(k_a \sin \gamma). \quad (5.8.8)$$

Для того чтобы обеспечить минимальную чувствительность пьезопреобразователя в плоскости контролируемого изделия (плоскости мембраны), необходимо потребовать, чтобы

$$\mathbf{I}_0(k_a \sin \gamma) = 0. \quad (5.8.9)$$

При этом надо учесть, что угол изменяется от нуля в плоскости, перпендикулярной мембране, до  $90^\circ$  в плоскости мембраны. Указанное условие может выполняться, если

$$k_a \sin \gamma = \beta_n, \quad (5.8.10)$$

где  $\beta_n$  – корни функции Бесселя нулевого порядка.

Из выражения (5.8.10) может быть рассчитан диаметр окружности, на которой дискретно размещаются пьезоэлементы в виде прямоугольных пластин

$$a = \beta_n \lambda / 2\pi, \quad (5.8.11)$$

где  $\lambda$  – длина волны, обусловленная частотой первой моды колебаний, в нашем случае  $f_{cp}$ .

## **5.9. Раздельные пьезоэлектрические преобразователи на основе квадратных пластин**

Разработанные принципы конструирования пьезоэлектрических преобразователей могут быть применены и в случае использования квадратных пьезопластин. Квадратные пластины характеризуются тремя модами колебаний. При импульсном возбуждении эффективно возбуждаются только две моды – первая и вторая. Третья мода колебаний,

носящая характер пульсаций, не возбуждается. Тогда квадратная пьезопластина может рассматриваться как двухмодовая колебательная система. Амплитудные распределения смещений для мод колебаний квадратной пластины приведены на рис. 5.9.1, 5.9.2, 5.9.3. Хорошо видно, что первая мода колебаний характеризуется наличием узловых точек в углах пластины. Эти точки практически не принимают участия в колебательном процессе. Для второй моды колебаний они не являются узловыми и совершают колебания в тангенциальном направлении. Демпфирование угловых точек приводит к устранению второй моды колебаний, но не нарушает колебаний, характеризующих первую моду.

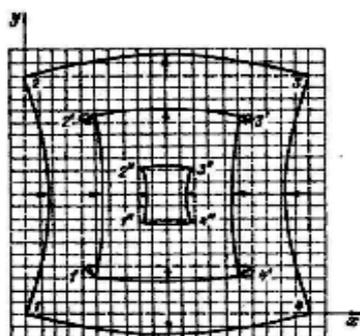


Рис. 5.9.1. Характер амплитудных распределений смещений для квадратной пластины ( первая мода)

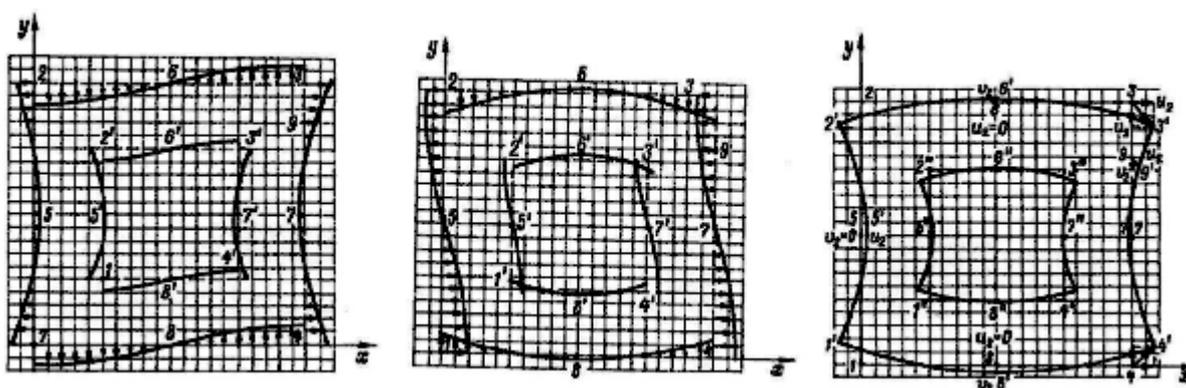


Рис. 5.9.2. Вторая мода колебаний квадратной пластины: эпюра смещений для  $X$ -составляющей (а); для  $Y$ -составляющей (б); суммарная эпюра (в)

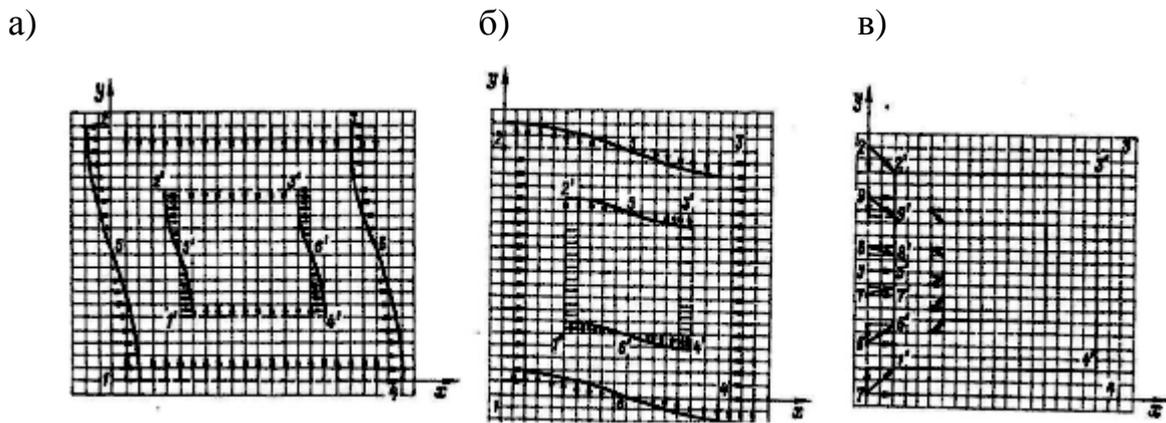


Рис.5.9.3. Третья мода колебаний квадратной пластины: эпюра смещений для X-составляющей (а); для Y-составляющей (б); суммарная эпюра (в)

Проанализируем работу квадратной пьезопластины, совершающей контурные колебания при импульсном возбуждении. В качестве исходной системы примем пьезопластину, вырезанную из монокристалла дигидрофосфата аммония  $45^\circ$  z-среза. Пластина имеет размеры  $3 \times 3 \times 0,5$  см. для нее характерно наличие двух мод колебаний, частоты которых соответственно равны:  $f_1 = 43$ кГц и  $f_2 = 63$  кГц.

Исследование характера колебаний пьезопластины осуществлялось при возбуждении ее прямоугольным импульсом с переменным спектром. Методика исследования сохранилась такой же, как и в случае с прямоугольной пластиной. Если в возбуждающем импульсе присутствовали частотные составляющие, равные частотам мод колебаний, то пьезопластина возбуждалась одновременно на двух резонансных частотах и на электронно-лучевой трубке осциллографа наблюдалась суперпозиция двух частот – биения (рис.5.9.4,а,в,д). Если из спектра возбуждающего импульса исключалась частотная составляющая, равная частоте первой моды колебаний или частоте ее обертонов

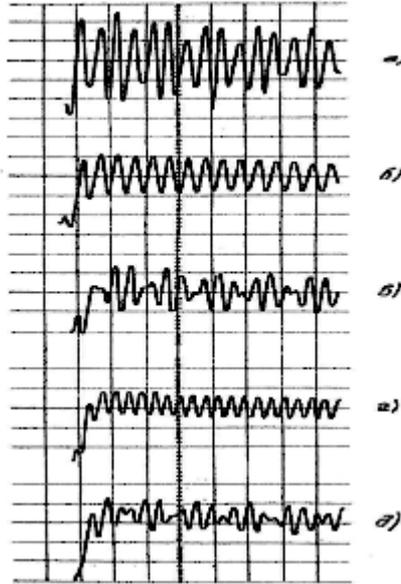
$$A(nf_1\tau_1) = A(n \cdot 23,3 \cdot 10^{-6} \cdot 43 \cdot 10^3) = 0 \quad (5.9.1)$$

то возбуждалась только вторая мода колебаний (рис.5.9.4,б). При отсутствии

в спектре импульса возбуждения частотной составляющей, равной частоте второй моды колебаний или частоте ее обертонов

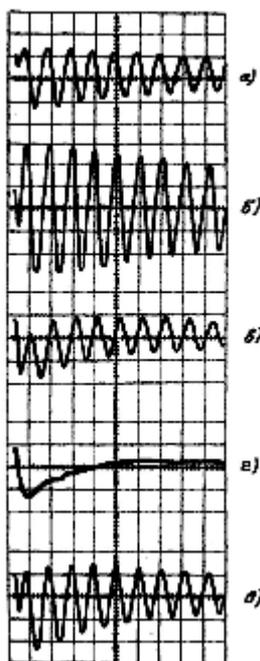
$$A(nf_2\tau_2) = A(n \cdot 15,8 \cdot 10^{-6} \cdot 63 \cdot 10^3) = 0 \quad (5.9.2)$$

возбуждалась только первая мода колебаний (рис.5.9.4, г).



**Рис.5.9.4. Осциллограммы колебаний двухмодовой квадратной пластины**

Вторая мода колебаний в основном обусловлена деформацией угловых точек, поэтому демпфирование производилось вдоль ребер пластины. Демпфировалась только вторая мода колебаний. Осциллограммы колебаний демпфированной пластины показаны на рис. 5.9.5. При различных спектрах импульса возбуждения пьезопластина колебалась только на частоте первой моды (рис. 5.9.5, а,б,в,д).



**Рис. 5.9.5 . Осциллограммы колебаний одномодовой квадратной пластины**

Если бы из спектра возбуждающего импульса исключалась частота первой моды колебаний, то в этом случае должна была возбуждаться вторая мода, как показано на рис. 5.9.4,б. Однако она не возбуждалась благодаря качественному демпфированию. Демпфированные пластины наклеивались на мембраны, и полученные таким образом пьезоэлектрические модули располагались на линейной базе дискретно.

Пьезоэлектрический преобразователь возбуждается как и в ранее рассмотренных конструкциях электрическим импульсом, длительность которого выбиралась из условия  $\tau = f_1^{-1}$ . При этом упругие импульсы имели вид кусков синусоиды (рис. 5.9.6). Пьезоэлектрические преобразователи были использованы для измерения динамических модулей упругости и сдвига в полимерных лазерных элементах, а также для определения внутренних макронеоднородностей.

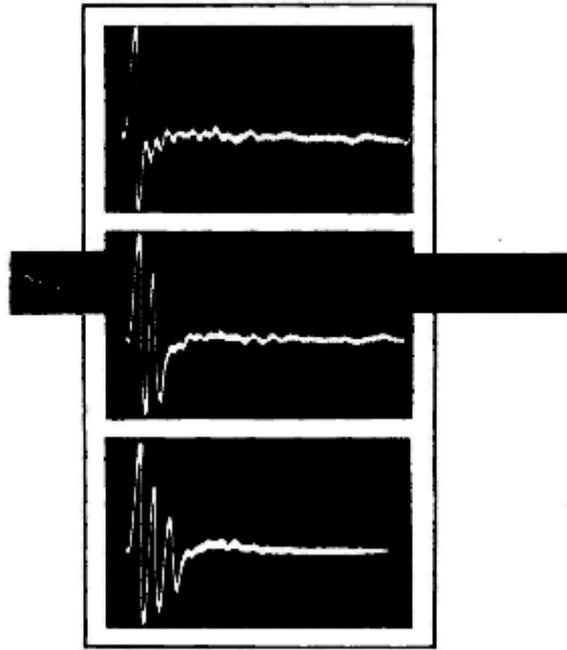


Рис. 5.9.6 . Осциллограммы излученных упругих импульсов пьезопреобразователя на основе квадратной пластины

Конструкция преобразователя представлена на рис. 5.9.7.

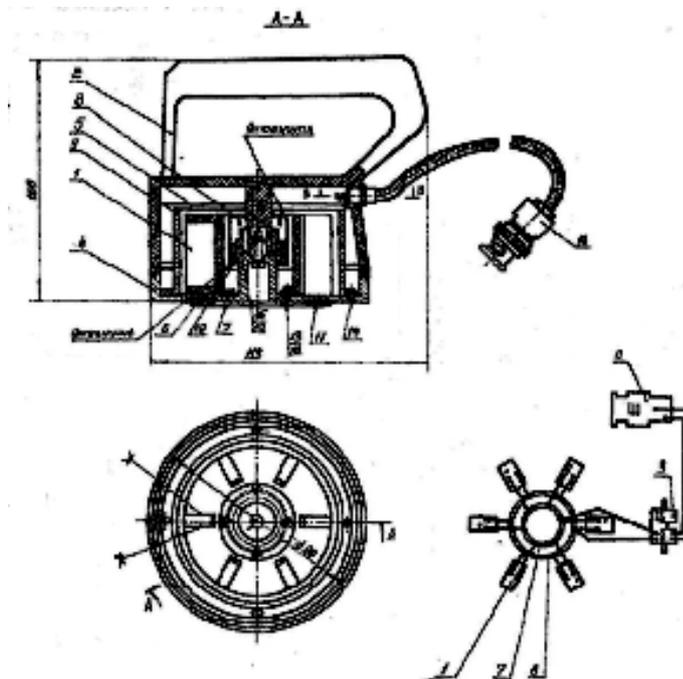


Рис. 5.9.7. Конструкция преобразователя

## 5.10. Раздельно-совмещенный пьезоэлектрический преобразователь

На рис. 5.10.1 приведена схема раздельно-совмещенного преобразователя.

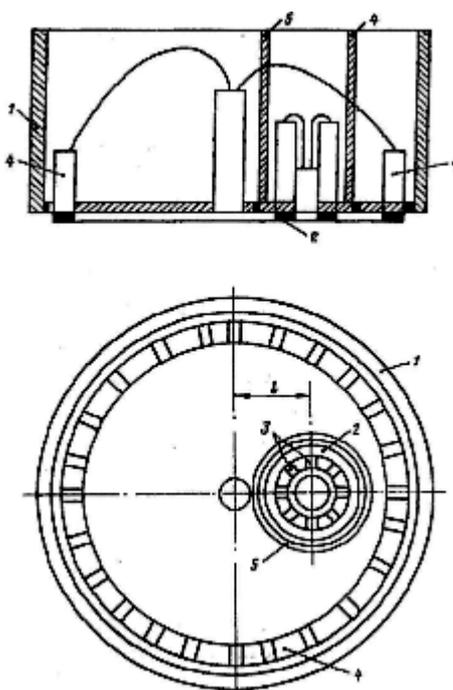


Рис. 5.10.1. Раздельно-совмещенный пьезоэлектрический преобразователь

Преобразователь содержит корпус 1, размещенные в нем излучатель 2, состоящий из отдельных прямоугольных пластин 3, расположенных дискретно на круговой базе. Приемник 4 выполнен также в виде кольца, вокруг которого расположен электрический экран 5. Приемник 4 имеет резонансную частоту не менее, чем в 2 раза большую чем резонансная частота излучателя. Кроме этого центр кольца приемника смещен относительно центра окружности, на которой расположены пьезопластины излучателя на величину

$$l = \alpha_n \cdot v_{\text{пов}} / \Omega, \quad (5.10.1)$$

где  $\alpha_n$  – корни функции Бесселя нулевого порядка;

$v_{\text{пов}}$  – скорость поверхностных волн в исследуемом материале;

$\Omega$  – круговая частота, обусловленная резонансной частотой пьезопластины приемника.

Преобразователь позволяет обеспечить соотношение

**Полезный сигнал (продольная волна)**

----- **> 20 дБ**

**помеха (поверхностная волна)**

Достигается это тем, что:

- Излучатель и приемник обладают избирательными характеристиками направленности, то есть характеризуются различной чувствительностью к поверхностной и продольной волнам.
- За счет того, что резонансные частоты элементов приемника больше, по крайней мере, в два раза резонансных частот излучателя полезный сигнал принимается с наименьшими искажениями.
- За счет смещения центра излучателя по отношению к центру приемника амплитуда поверхностной волны существенно уменьшается за счет сложения сигналов, распространяющихся к приемнику.

Критерием качества работы преобразователя может быть оценка произведения путем анализа соотношения:

$$A = \frac{U_i^2(\omega) S'(j\omega) d\omega}{U_R^2(\omega) S'(j\omega) d\omega}, \quad (5.10.2)$$

где  $U_i(\omega)$  – напряжение на преобразователе, создаваемое продольной волной с частотой  $\omega$ ;

$U_R(\omega)$  – напряжение на преобразователе, создаваемое поверхностной волной с частотой  $\omega$ ;

$\dot{S}(j\omega)$  – спектр излученного упругого импульса.

Целью рассматриваемого технического решения является повышение значения  $A$ . Покажем, что смещение центра элементов излучателя

увеличивает  $A$ , по сравнению со случаем когда элементы излучателя и приемника имеют общий центр.

Для этого рассмотрим систему, состоящую из двух приемных элементов  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  и одного излучающего элемента  $\text{И}$  (рис. 5.10.3 и рис.5.10.4). Приемные элементы соединены синфазно и параллельно.

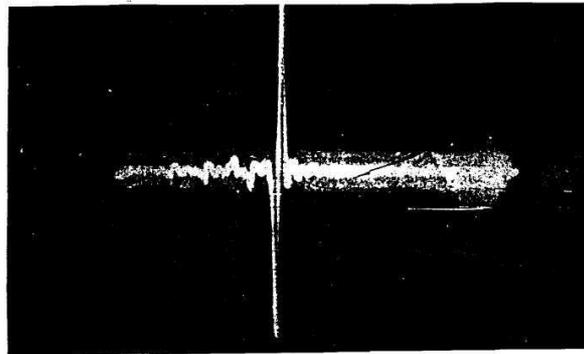


Рис.5.10.2. Осциллограмма упругого импульса

Расстояние  $l > 2\lambda_R^0$ ,

где  $\lambda_R^0$  – длина поверхностной волны средней частоты  $\omega_0$ .

Форма излученного упругого импульса приведена на рис. 5.10.2 и 5.10.3,б и длительность его равна одному периоду частоты  $\omega$ .

### **Вариант 1**

$l' = l''$ , то есть элементы приемника и излучателя имеют общий центр. Тогда  $U_R = 2 U_R^0$ , так как сигналы поверхностной волны обоих приемников складываются (рис.5.10.3,в).

### **Вариант 2**

$$l' = (l - \lambda_R^0 / 2) 2;$$

$$l'' = (l - \lambda_R^0 / 2) / 2$$

(5.10.3)

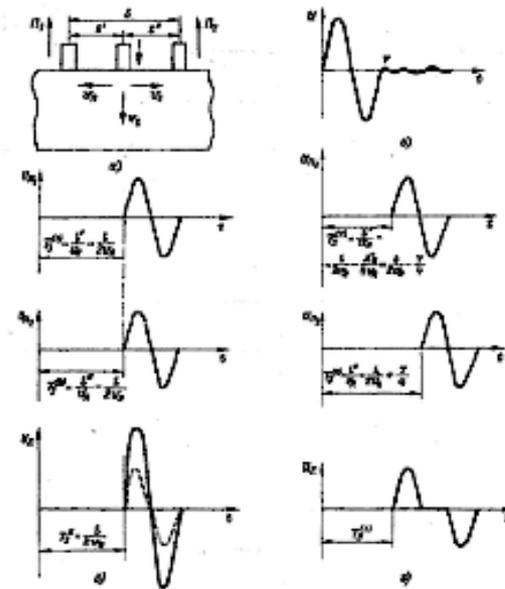


Рис.5.10.3. Осциллограммы упругих импульсов, объясняющие механизм «подавления» поверхностной волны

то есть

$$I'' - I' = \lambda^0_R / 2.$$

Тогда, складывая сигналы поверхностной волны от обоих приемников (рис. 5.10.3,г) получим, что энергия поверхностных волн, то есть знаменатель в 4 раза меньше, чем в первом варианте.

Теоретически и экспериментально было установлено, что указанное распределение справедливо для любых излучающих и приемных систем, каждая из которых по отдельности обладает осевой симметрией. При этом, уменьшение энергии от поверхностной волны в случае смещенных центров излучателя и приемника достигается 20 дБ и больше.

При сравнении вариантов 1 и 2 необходимо указать, что в преобразователе излучается сигнал, состоящий из одного периода средней частоты  $\omega_0$ , после которого следует «хвост» длительностью 4-7 периодов и амплитудой в 7-10 раз меньшей основного сигнала. Осциллограммы импульсов для преобразователя с несмещенным центром показаны на (рис.5.10.4,а), а со смещенным центром на рис. 5.10.4,б. Экспериментальная

осциллограмма упругого импульса приведена на рис. 5.10.2.

Раздельно-совмещенный преобразователь изготавливается следующим образом. Для излучателя вырезают пластины из кристалла сегнетовой соли  $45^\circ$  х-среза. Размеры пластин выбирают такими, чтобы частоты мод колебаний имели кратные значения. Например пластина, имеющая длину 20 мм, ширину 10 мм и толщину 1 мм имеет частоты мод колебаний  $f = 100$  кГц,  $f = 200$  кГц. Электроды на пластины наносят перпендикулярно кристаллографической оси х. Каждая пьезопластина прикрепляется к мембране-балке, таким образом модули располагаются на круговой базе, диаметр которой рассчитывается из отношений для излучателя

$$\alpha_{\text{изл.}} = n \cdot \beta_{\text{к}} \cdot \lambda_2 / 2 \quad (5.10.4)$$

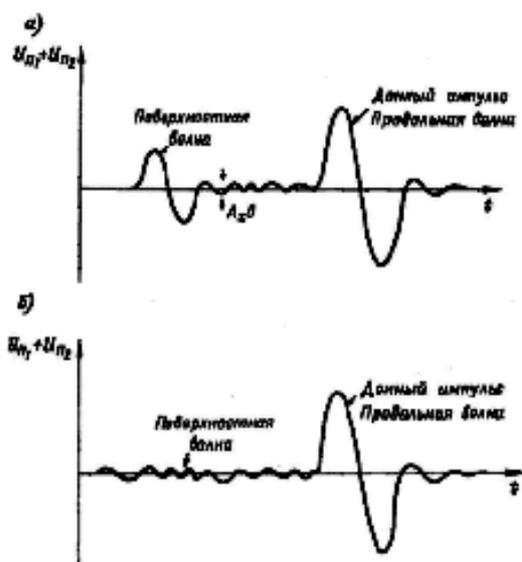


Рис. 5.10.4. Осциллограммы импульсов с несмещенным центром (а) и со смещенным центром (б)

Механически модули между собой крепятся при помощи упруго-вязкого материала, например, герметика. Для приемника пластины также вырезают из кристаллов сегнетовой соли  $45^\circ$  х-среза. Размеры пластин выбирают такими, чтобы частоты мод колебаний были кратными, причем частота первой моды колебаний должна быть, по крайней мере, в два раза больше частоты первой моды колебаний излучателя. Например, пластинка длиной 10

мм, шириной 5 мм, толщиной 1 мм имеет частоту мод колебаний  $f = 200$  кГц,  $f = 400$  кГц. Электроды на пластины наносят перпендикулярно кристаллографической оси  $x$  и электрически соединяют параллельно. Каждая пластина прикрепляется к мембране-балке, пластины покрываются, например, лаком (см. рис.5.10.1).

Из полученных таким образом пьезоэлектрических модулей набирается кольцо-приемник, диаметр которого рассчитывается из соотношения

$$\alpha_{пр.} = \beta_{п.} \lambda_1 / 2\pi. \quad (5.10.5)$$

Механически мембраны излучателя и приемника соединены при помощи упруго-вязкого материала – герметика. Рассмотренные физические и конструктивные особенности раздельно-совмещенного преобразователя (рис.5.10.1) позволяют использовать его с усилителями не требующими защиты от перегрузок. На рис. 5.10.5 в качестве примера приведена конструкция пьезоэлектрического преобразователя с совмещенным центром излучателя и приемника [11].

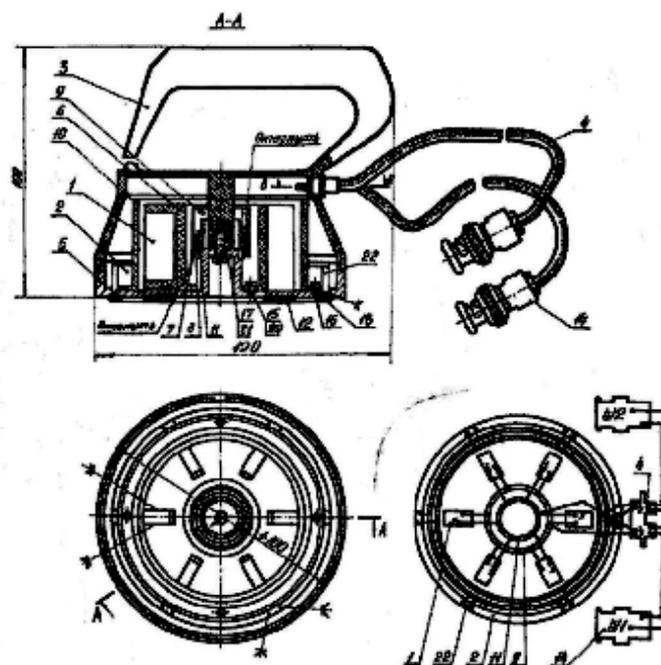


Рис.5.10.5 Раздельно-совмещенный пьезоэлектрический преобразователь

### 5.11. Преобразователи на основе пьезокерамического кольца

В случае использования пьезоэлемента в виде кольца воспользуемся частотным уравнением для двухслойной кольцевой системы с малой высотой (одномерное приближение). Колебательное смещение  $U$  и упругое напряжение  $\sigma_r$  в цилиндрическом слое описывается уравнениями

$$U_i = A_i I_1(R_i r) + B_i N_i(R_i r); \quad (5.11.1)$$

$$\sigma_{ri} = A_i L(R_i r) + B_i M(R_i r),$$

где  $i$  – индекс слоя ( $i = 1$  – пьезокерамическое кольцо;  $i = 2$  – накладка);

$A_i, B_i$  – постоянные коэффициенты;

$R_i = \omega/c_i$  – волновое число для  $i$ –слоя;

$r$  – текущий радиус;

$I_1(Rr)$  и  $N_1(Rr)$  – функции Бесселя и Неймана 1-го порядка;

$$L(R_i r) = R_i/S_i(1-\sigma_i^2) [I_0(R_i r) - I_1(R_i r)/R_i r (1-\sigma_i)]; \quad (5.11.2)$$

$$M(R_i r) = R_i/S_i(1-\sigma_i^2) [N_0(R_i r) - N_1(R_i r)/R_i r (1-\sigma_i)], \quad (5.11.3)$$

где  $\sigma_i$  – коэффициент Пуассона;

$S_i^{-1}$  – модуль продольной упругости.

Используя граничные условия

$$\begin{aligned} \sigma_{r1}(R_1 r_1) &= 0; & U_1(R_1 r_2) &= U_2(R_2 r_2); \\ \sigma_{r1}(R_1 r_2) &= \sigma_{r2}(R_2 r_2); & \sigma_{r2}(R_2 r_2) &= 0 \end{aligned} \quad (5.11.4)$$

можно получить систему однородных уравнений с четырьмя неизвестными коэффициентами:  $A_1, B_1, A_2, B_2$ , имеющую ненулевые решения, когда определитель этой системы равен нулю:

$$\begin{vmatrix}
 \mathbf{L}(\mathbf{Rr}) & \mathbf{M}(\mathbf{Rr}) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
 \mathbf{I}_1(\mathbf{R}_1\mathbf{r}_2) & \mathbf{N}_1(\mathbf{R}_1\mathbf{r}_2) & -\mathbf{I}_2(\mathbf{R}_2\mathbf{r}_2) & -\mathbf{N}_2(\mathbf{R}_2\mathbf{r}_2) \\
 \mathbf{I}_1(\mathbf{R}_1\mathbf{r}_2) & \mathbf{M}(\mathbf{R}_1\mathbf{r}_2) & -\mathbf{L}(\mathbf{R}_2\mathbf{r}_2) & -\mathbf{M}(\mathbf{R}_2\mathbf{r}_2) \\
 \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{L}(\mathbf{R}_2\mathbf{r}_2) & \mathbf{M}(\mathbf{R}_2\mathbf{r}_2)
 \end{vmatrix} = \mathbf{0}, \quad (5.11.5)$$

где  $\mathbf{L}(\mathbf{Rr})$  и  $\mathbf{M}(\mathbf{Rr})$  определяются из уравнений (5.11.2) и (5.11.3).

Расчет частот двухслойной кольцевой системы по формуле (5.11.5) довольно сложен и имеет тот недостаток, что не учитывает конечной высоты колец и пьезоэлектрических свойств первого слоя.

Представляет собой интерес исследовать возможность использования более простого приближения – плосковолнового, расчетное уравнение для двухслойной системы имеет вид:

$$\mathbf{p}_1\mathbf{c}_1 \mathbf{tgR}_1 \mathbf{l}_1 + \mathbf{p}_2\mathbf{c}_2 \mathbf{tg R}_2 \mathbf{l}_2 = \mathbf{0}. \quad (5.11.6)$$

Расчетные данные с использованием уравнения (5.11.5) приведены на рис.5.11.1.

Результаты расчета по формуле (5.11.6) приведены также на рис.5.11.1. Сравнение экспериментальных данных с расчетными по формуле (5.11.6) при одинаковых значениях  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{c}$  и толщин  $\mathbf{l}_1$  и  $\mathbf{l}_2$  позволяют сделать вывод, что кольцевая накладка изменяет резонансные частоты первой и второй мод колебаний так же, как и плоская, то есть для приближенной оценки частот может быть использована формула (5.11.6).

Экспериментальные зависимости резонансных частот первых трех мод колебаний составного пьезоэлектрического преобразователя от толщины накладки, жестко скрепленной с кольцевым пьезоэлементом по его внешней боковой поверхности, приведен на рис. 5.11.1. Определение резонансных частот проводилось по методу измерения входного электрического импеданса пьезоэлемента.

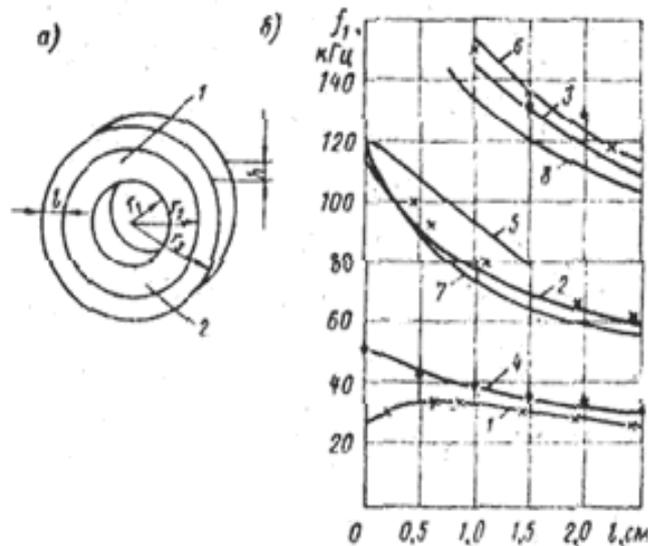


Рис.5.11.1. Составной двухслойный кольцевой пьезопреобразователь:

а) общий вид;

б) зависимость резонансных частот составного кольцевого пьезопреобразователя от толщины протектора

Согласно этому методу, фиксируемая частота, соответствующая минимуму входного электрического импеданса, практически соответствует условия резонанса-минимуму вносимого механического импеданса, то есть

$$f_{\text{рез}} = f / x_{\text{вх}} = z_{\text{вх min}},$$

где  $x_{\text{вх}}$  – реактивная составляющая вносимого механического импеданса.

Проанализируем частоты мод колебаний пьезоэлектрического преобразователя, состоящего из пьезокерамического кольца и накладки (протектора), причем толщина протектора будет изменяться от нуля до трех (рис.5.11.1), при этом пьезокерамическое кольцо характеризуется следующими параметрами:

$$\begin{aligned} r_1 &= 10 \text{ мм}; & r_2 &= 25 \text{ мм}; & h &= 4 \text{ мм}; & f_0 &= 28,7 \text{ кГц}; \\ f_1 &= 110,1 \text{ кГц}; & c &= 3,15 \cdot 10^5 \text{ см/с}; & \rho &= 7,25 \text{ г/см}^3. \end{aligned}$$

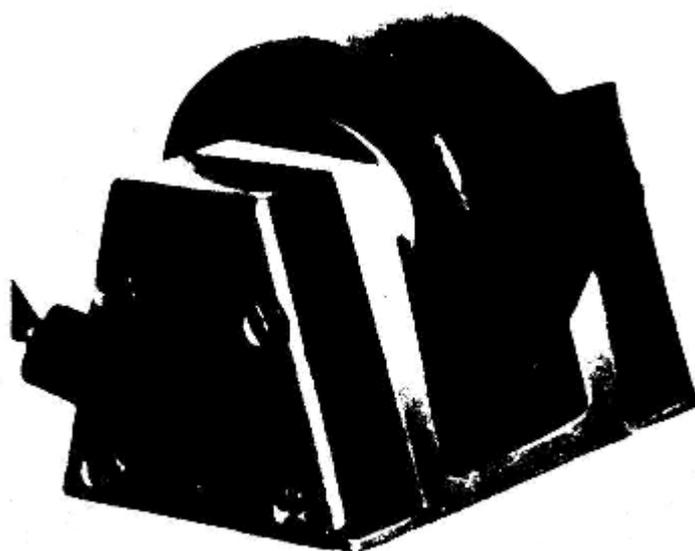
Как видно, при указанных размерах пьезокольца и толщине обкладки, равной 2 см нулевая, первая и вторая моды колебаний двухслойной системы имеют кратные значения частот:

$f_0 = 30$  кГц;                     $f_1 = 60$  кГц;                     $f_2 = 120$  кГц.

Между нулевой и первой модами колебаний кратность равна двум, между нулевой и второй модами кратность равна четырем.

При возбуждении такой системы электрическим импульсом длительностью  $\tau=f_0^{-1}$  упругий импульс будет иметь длительность, равную одному периоду  $f_0$ , если  $\tau= 2f_0^{-1}$  и  $\tau= 3f_0^{-1}$  двум и трем периодам  $f_0$ , соответственно [12].

Общий вид широкополосного преобразователя приведен на рис.5.11.2.



**Рис.5.11.2. Общий вид пьезоэлектрического преобразователя**

В качестве примера на рис. 5.11.3 приведена конструкция «катящегося» пьезоэлектрического преобразователя [13].

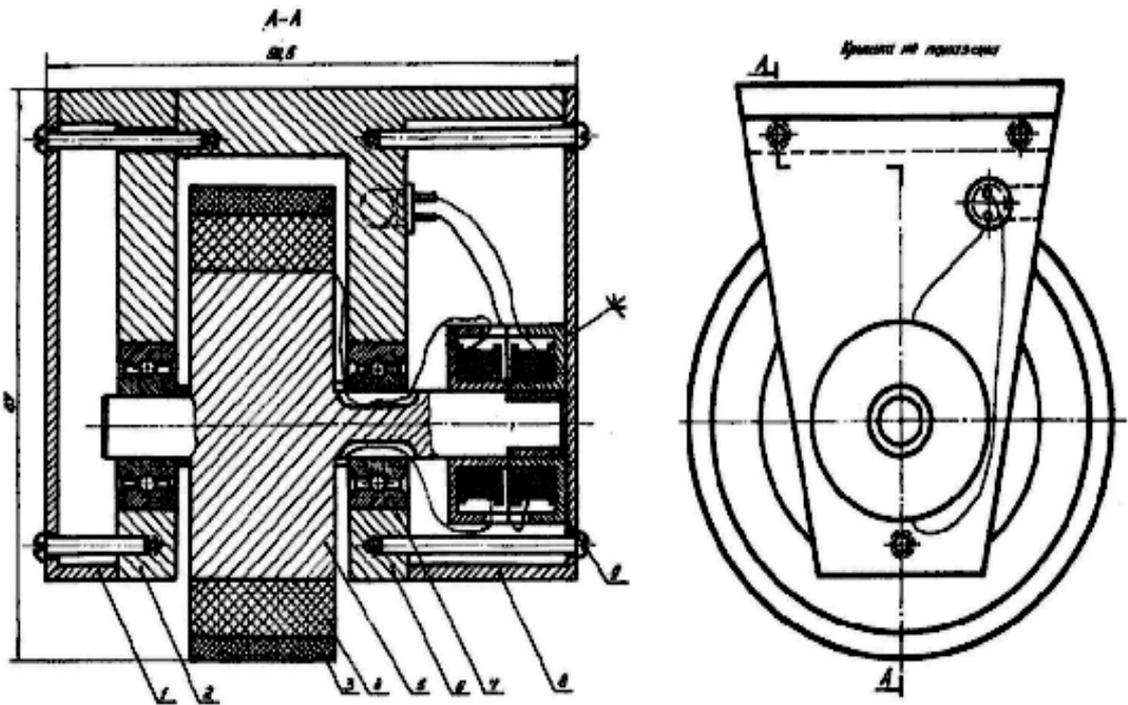


Рис.5.11.3. Преобразователь на базе пьезокерамического кольца

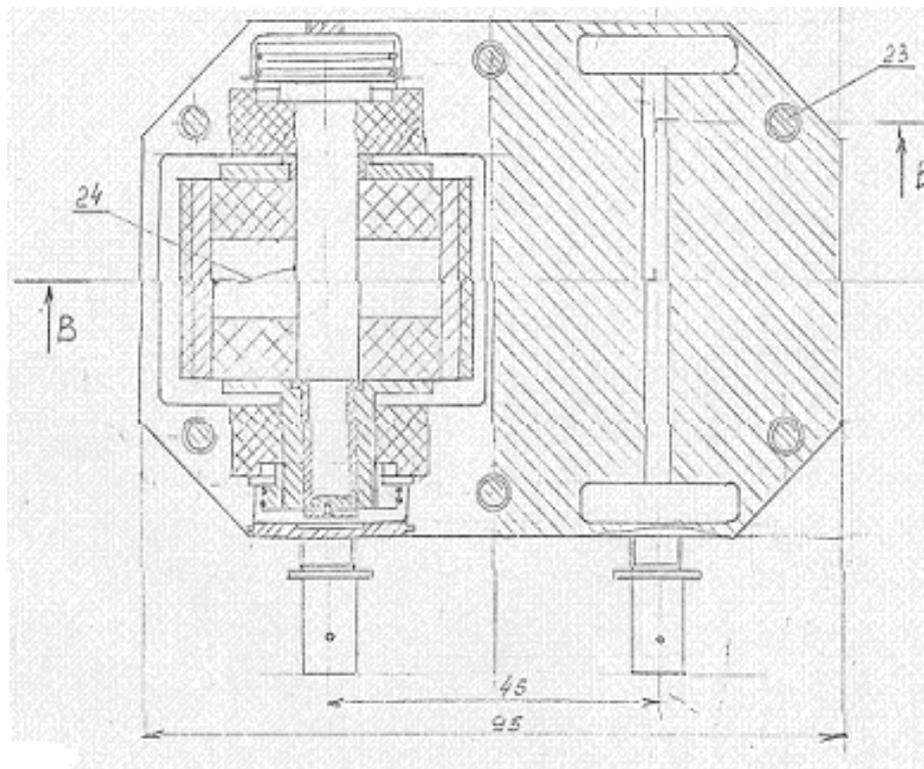


Рис. 5.11.4. Раздельно-совмещенный «катящийся» преобразователь на базе двух пьезокерамических колец

### Вопросы для самоконтроля по освоению знаний по главе 5

1. Назовите основные типы пьезоэлектрических преобразователей по конструктивным признакам.
2. Опишите механизм электромеханического демпфирования пьезопреобразователей.
3. Дайте разъяснения механизму полного и частичного вырождения мод колебаний.
4. Качественно опишите колебания квадратных и прямоугольных пластин с позиций анализа характера амплитудных распределений смещений.
5. Опишите технологию конструирования объемного резонатора на базе пьезокерамического диска.
6. В чем заключается оптимизация спектра электрического импульса возбуждения для получения упругих импульсов малой длительности?
7. Дайте качественное объяснение необходимости разработки пьезопреобразователей с упругими импульсами малой длительности в широкополосной области спектра.
8. Разъясните основные физические и конструктивные особенности пьезоэлектрических модульных отдельных преобразователей на базе прямоугольных и квадратных пластин.
9. Разъясните основные физические и конструктивные особенности пьезоэлектрических модульных раздельно-совмещенных преобразователей.
10. Какие преимущества имеет конструкция раздельно-совмещенного пьезопреобразователя со смещенным центром излучателя по отношению к пьезоприемнику?
11. Опишите основные физические и конструктивные особенности пьезопреобразователей на базе пьезокерамических колец раздельных и раздельно-совмещенных.

## Заключение

Сегодня разработка и производство первичных преобразователей (датчиков) является одним из наиболее перспективных направлений в области электроники.

Первичные преобразователи позволяют решать множество задач, которые связаны с измерением различных физических величин, созданием систем обратной связи с электроприводным оборудованием для управления и защиты, а также для проведения измерений в широких пределах с высокой точностью.

Известные производители предлагают потребителю самый широкий ассортимент продукции и техническую поддержку.

В большинстве своем современные преобразователи – интеллектуальные приборы. Помимо чувствительных элементов интегрированы все необходимые схемы обработки, предназначенные для приведения выходного сигнала к одному из стандартных типов, а также обеспечения стабильности повторяемости характеристик преобразования.

Вместе с тем первичные преобразователи являются также динамически развивающимся направлением, и предлагаемое учебное пособие предназначено для получения студентами глубоких знаний на базе известных открытий, законов, эффектов, известных технологий и конструкций, что несомненно должно стимулировать появление новых идей, технических решений и изобретений.

Первичные преобразователи широко и эффективно используются во всех сферах деятельности человека.

В медицинской практике первичные преобразователи представляют собой конструктивные элементы приборов медицинского назначения и предназначены для съема передачи и преобразования первичной информации о функциональном состоянии организма в форму, удобную для дальнейшей обработки и интерпретации.

Различные преобразователи широко используются в диагностической, лечебной и исследовательской аппаратуре. Наиболее распространенными являются преобразователи, работа которых основана на изменении электрического сопротивления, емкости, индуктивности. Ими пользуются при реографии, кардиографии, сфигмоманометрии, тонометрии и других методах диагностики и лечения. Первичные преобразователи устроены таким образом, чтобы регистрируемые с их помощью величины адекватно отражали по интенсивности и направленности процессы, протекающие в организме. Например, с помощью ушного первичного преобразователя – оксигеомографа – удается непрерывно регистрировать количество оксигемоглобина в тканевой капиллярной крови; с помощью высокочувствительного микрофона – звуковые явления в сердце и др.

Наиболее распространенными первичными преобразователями являются электроды, накладываемые на различные участки кожной поверхности тела человека, например для измерения температуры тела, для регистрации биоэлектрической активности мозга, сердца, мышц и др.

Техника полупроводников, интегральных схем, и оптоэлектроника – являются технологическими и процессо-технологическими предпосылками для производства и широкого применения датчиков. При этом датчик определяет в качестве основного элемента работу таких устройств, как различных датчиков измеренных значений, измерительных щупов или контактных элементов, цель которых определяется названием.

Примером эффективного применения первичных преобразователей может служить также область космических исследований.

Всемирная навигационная система GPS уже больше двух десятков лет работает по всей планете, не зная конкурентов. Ею пользуются и летчики, и моряки, и обычные автолюбители, и путешественники по всему миру, в том числе и в России. К концу 2007 года россияне смогут пользоваться отечественным аналогом американского GPS. Правда, пока только на территории России. А к 2009 году ГЛОНАСС покроем весь мир (см. рис.).

Область гражданского применения этой системы самая разнообразная. Можно установить этот прибор у себя в машине и, не заглядывая в атлас, доехать из точки А в точку Б (даже если эти точки - Владивосток и Сочи). А можно положить в карман своего ребенка небольшой брелок с чипом, и, сидя дома или на работе перед компьютером, вы всегда узнаете, где находится любимое чадо. Микрочип даже можно вшить в ошейник своей собаки или кошки, если очень боитесь потерять питомца.

«А зачем мне ГЛОНАСС, если есть прекрасно зарекомендовавший себя GPS?» - спросите вы. Во-первых, максимальная точность определения координат у американских приборов - до пяти метров. У наших - до одного. Во-вторых, GPS принимает сигналы только своей системы, а российский аналог сможет работать сразу в трех - ГЛОНАСС, GPS и только создающийся европейский «Галилео». В-третьих, в отличие от США российская новинка работает не на одной, а на нескольких частотах, что улучшает прием сигнала. У американцев, правда, есть и вторая частота, но она используется исключительно в военных целях и строго закодирована. Так что в случае, не дай бог, вооруженного конфликта Пентагон может запросто отключить «мирную» частоту. На нашей обороноспособности это никак не скажется, независимый от штатов ГЛОНАСС сможет «проводить» любую высокоточную ракету в любую точку мира. Зато гражданские приемники превратятся в бесполезную пластмассовую коробку с электроплатами.

Однако у GPS есть одно немаловажное для потребителя преимущество перед ГЛОНАСС - цена самого прибора. К примеру, автомобильный комплект для приема американского сигнала стоит нынче от \$200. Российский же аналог обойдется минимум в \$500. Впрочем, производители заверяют, что при росте спроса стоимость приемников будет неуклонно падать.

Для того чтобы ГЛОНАСС заработал на территории России, на орбите должно быть минимум 18 спутников. Пока их 17, но в следующем году в

случае удачных запусков этот минимум будет достигнут (в космос отправят несколько спутников на замену отработавших свой ресурс). А в 2009 году вокруг Земли будут летать 24 спутника ГЛОНАСС, что позволит пользоваться отечественной системой по всему миру.



В целом учебное пособие направлено на подготовку инженеров приборостроения, изучивших теорию преобразования физических величин, принципы построения и проектирования преобразователей, и имеющих достаточную квалификацию для эксплуатации контрольно-измерительных приборов.

### **Библиографический список:**

1. Осадчий, Е.П. Проектирование датчиков для измерения механических величин. / Е.П. Осадчий. – М.: Машиностроение, 1979.-480с.
2. Бриндли, К. Измерительные преобразователи. Справочное пособие. /К. Бриндли. Пер. с англ. д-ра техн. наук Е.И. Сычева– М.: Энергоатомиздат, 1991.-144с.
3. Туричин, А.М. Электрические измерения неэлектрических величин. /А.М. Туричин - М.: Энергия, 1979.- 690с.
4. Джежора, А. А.Электроемкостные датчики уровня. / А.А.Джежора, В.В.Рубаник. // Вестник НАН Белоруссии. Сер. физ-техн., 2005. - №1 – с.215-228.
5. Джежора, А.А. Компланарные концентрические кольцевые конденсаторы. / А.А.Джежора. // В книге «Современные методы и приборы контроля качества и диагностики состояния объектов». - Могилев, 2006. - с.131-135.
6. Кэди, У. Пьезоэлектричество и его практическое применение. / У. Кэди. М.: Изд.И.Л., 1949.-718с.
7. Поляков, В.Е. Ультразвуковой контроль качества конструкций. / В.Е. Поляков, А.И.Потапов, А.К.Сборовский. - Л.: Судостроение, 1978.-199с.
8. Поляков, В.Е. Пьезоэлектрические первичные преобразователи: учебное пособие. // В.Е.Поляков, А.И.Потапов. – СПб.: Изд-во СЗПИ, 1993. – 139с.
9. Ермолов, И.Н., Ультразвуковой контроль: учебник для специалистов первого и второго уровня квалификации. /И.Н.Ермолов, Н.И.Ермолов. - М.: НПО ЦНИИТМАШ, 1993.- 201с.
10. Шрайбер, Д.С. Ультразвуковая дефектоскопия. /Д.С.Шрайбер. - М.: Машиностроение, 1968.-417с.

- 11.** Моделирование сейсмических явлений с использованием пьезоэлектрического датчика./ Л.Н.Рыкунов, Б.Д.Феокилатов. //Изв. АН СССР. сер. геофиз., - 1961. - №2 – с. 204-213.
- 12.** А.С. 360607 СССР, МКИ. G01№29/04. Способ изготовления ультразвуковых преобразователей. / В.Е.Поляков, А.И.Потапов (СССР); опубл. 28.09.72, Бюл. №36.
- 13.** А.С. 548096 СССР, МКИ. G01№29/04. Широкополосный пьезоэлектрический преобразователь. / В.Е.Поляков, А.И.Потапов, О.О.Карапетян (СССР); опубл. 02.03.75, Бюл. №32.
- 14.** Патент №2227910 Россия, МКИ. G01№29/04. Система и способ контроля трубопровода в реальном времени и трубопровод, снабженный такой системой. / Л.В.Родичев, В.Е.Поляков, А.И.Потапов (Россия); опубл. 10.10.2003, Бюл. №28.
- 15.** А.С. 482671 СССР, МКИ. G01№29/04. Ультразвуковой преобразователь. /В.Е.Поляков, А.И.Потапов [и др.] (СССР); опубл. 30.08.75, Бюл. №32.
- 16.** А.С. 597963 СССР, МКИ. G01№29/04. Ультразвуковой дефектоскоп. /В.Е.Поляков, Р.Г.Мирзоев, О.О.Карапетян (СССР); опубл. 15.09.78, Бюл. №33.
- 17.** А.С. 442417 СССР, МКИ. G01№29/04. Низкочастотный ультразвуковой преобразователь. / В.Е.Поляков, А.И.Потапов (СССР); опубл. 05.09.74, Бюл. №33.
- 18.** А.С. 301181 СССР, МКИ. В06в1/06. Пьезоэлектрический преобразователь. /В.Е.Поляков, Е.Н.Квасников, А.И.Потапов (СССР); опубл. 21.04.71, Бюл. №14.
- 19.** А.С. 853529 СССР, МКИ. G01№29/04. Ультразвуковой преобразователь. /В.Е.Поляков, А.Г.Усманов, О.О.Карапетян (СССР); опубл. 07.08.81, Бюл. №29.
- 20.** А.С. 811139 СССР, МКИ. G01№29/04. Пьезоэлектрический преобразователь. /В.Е.Поляков, С.П.Илларионов, О.О.Карапетян

(СССР); опубл. 07.03.81, Бюл. №9.

- 21.** А.С. 530247 СССР, МКИ. G01№29/04. Низкочастотный раздельно-совмещенный пьезоэлектрический преобразователь. /В.Е.Поляков, С.П.Илларионов, О.О.Карапетян (СССР); опубл. 30.09.76, Бюл. №36.
- 22.** А.С. 796751 СССР, МКИ. G01№29/04. Низкочастотный раздельно-совмещенный пьезоэлектрический преобразователь со смещенным центром. /В.Е.Поляков, А.Ю.Детков, О.О.Карапетян (СССР); опубл. 15.01.81, Бюл. №2.
- 23.** А.С. 418793 СССР, МКИ. G01№29/04. Устройство для акустического контроля листовых материалов. /В.Е.Поляков, А.И.Потапов, О.О.Карапетян (СССР); опубл. 05.03.74, Бюл. №9.
- 24.** Патент 2173538 Россия, МКИ 7А61В7/04. Фонендоскоп-стетоскоп электронный. /В.Е.Поляков, А.И.Потапов (Россия); опубл. 20.09.2001, Бюл. №26.
- 25.** А.С. 435487 СССР, МКИ. G01№29/04. Устройство для акустического контроля качества материалов. /В.Е.Поляков, А.И.Потапов (СССР); опубл. 05.03.74, Бюл. №25.

## Предметный указатель

- Акселерометр (датчик ускорений)
- проволочный 31
  - пьезоэлектрический 121
  - емкостной 105
- Активный преобразователь 30
- Акустический датчик 18
- Аналогии в пьезоэлектричестве 134
- Аналоговый сигнал 50
- Балка упругая
- опирающаяся на две опоры 67
  - прямоугольного сечения 71
  - равного сопротивления изгибу 74
  - с одним грузовым участком 95
- Ваганда
- датчик Ваганда 19
  - эффект Ваганда 17
- Величина физическая
- выходная 44
  - измерительная 26
  - механическая 29
- Виды упругих элементов
- преобразователь силы 66
  - преобразователь давления 77
  - преобразователь силы в давление 78
  - преобразователь силы в деформацию 68
- Входной преобразователь 26
- Гистерезис 34
- ГЛОНАСС (глобальная национальная система слежения) 223
- Датчики
- емкостные (конденсаторные) 105
  - как цепь измерительных преобразователей 42
  - механические 19
  - пьезоэлектрические 121
  - широкополосные пьезоэлектрические 170
- Изменение физических величин
- емкости 15
  - сопротивления 19
- «Катящийся» пьезоэлектрический преобразователь 220
- Классификация преобразователей 56
- Кодированный цифровой сигнал 50
- Колебания
- пластины по толщине 164
  - стержня в электрическом поле параллельно его толщине 152
  - стержня в электрическом поле, перпендикулярном толщине 159
- Конденсаторные преобразователи
- с круглыми электродами 116
  - с накладными электродами 106
  - с плоскими электродами 111
- Конструктивный коэффициент чувствительности 71

Конструкция преобразователя 51  
 Мембрана  
 - жестко закрепленная по контуру 77  
 Моды колебаний 205  
 Оптимизация спектра 190  
 Оптоэлектронные датчики 17  
 Осциллограммы колебаний 207, 209  
 Осциллограммы упругих импульсов 212  
 Осязательные датчики 18  
 Преобразователи  
 - на основе квадратных пластин 204  
 - на основе прямоугольных пластин 197  
 - на основе пьезокерамического кольца 216  
 - прямой, наклонный 171  
 - раздельно-совмещенные 191  
 - с несмещенным и со смещенным центром 214  
 - с электромеханическим демпфированием 175  
 - широкополосные пьезоэлектрические 188  
 Пьезоэлектрические материалы 123  
 Пьезоэлектрический эффект  
 - продольный 152  
 - поперечный 159  
 - прямой 46  
 Пьезоэлементы  
 - на основе диска 185  
 - на основе квадратных пластин 182  
 - на основе прямоугольных пластин 179  
 - на основе пьезокерамического кольца 216  
 Раздельно-совмещенные преобразователи 210  
 Резонансная частота 178, 180  
 Собственные колебания 192  
 Спектры колебаний пластин 199  
 Спектры частот упругих импульсов 197  
 Стержень в электрическом поле 153, 160  
 Уравнения  
 - пьезоэффекта 139, 149  
 - упругой линии 93  
 Характеристика направленности 202  
 Эффект  
 - изменения частоты 38  
 - наведения электрического заряда 38  
 - основанный на электромагнитных явлениях 38  
 - тензорезистивный 37  
 - Холла 16  
 Ядерный магнитный резонанс 38

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	7
ГЛАВА 1. ПЕРВИЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ В КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ	20
1.1. Определение понятия «ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ»	20
1.2. Физические величины, терминология в теории первичных преобразователей	28
1.3. Физические принципы преобразования механических величин	36
1.4. Датчик как цепь измерительных преобразователей	41
1.5. Конструкция преобразователя	50
1.6. Классификация первичных преобразователей	52
ГЛАВА 2. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ МЕХАНИЧЕСКОГО СИГНАЛА	58
2.1. Виды упругих элементов и области их использования	58
2.2. Преобразователи силы	65
2.3. Преобразователи давления	76
2.4. Датчик линейных перемещений и угла поворота	90
ГЛАВА 3. ЕМКОСТНЫЕ (КОНДЕНСАТОРНЫЕ) ДАТЧИКИ – ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ	104
3.1. Датчики с переменным зазором	105
3.2. Датчики с переменной площадью пластин конденсаторов	107
3.3. Накладной измерительный конденсаторный преобразователь с плоскими электродами	110
3.4. Накладной измерительный преобразователь с круглыми электродами	115
ГЛАВА 4. ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ	120

4.1. Описание механизма пьезоэффекта	120
4.2. Пьезоэлектрические материалы, применяемые при разработке первичных преобразователей	122
4.3. Электромеханические аналогии в пьезоэлектричестве	134
4.4. Наиболее распространенные уравнения пьезоэффекта	139
4.5. Колебания стержня в электрическом поле, параллельном его толщине. Продольный пьезоэффект	153
4.6. Колебания стержня в электрическом поле, перпендикулярном его толщине. Поперечный пьезоэффект	160
4.7. Продольные колебания пластины по толщине	164
4.8. Уровень звукового давления	168
4.9. Микрофоны, пьезоэлектрические микрофоны и гидрофоны	169
<b>ГЛАВА 5 ШИРОКОПОЛОСТНЫЕ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ</b>	172
5.1. Прямой, наклонный, раздельно-совмещенный преобразователи. Области их применения	172
5.2. Пьезоэлектрические преобразователи с электромеханическим демпфированием	176
5.3. Пьезоэлементы на основе прямоугольных пластин с полным или частичным вырождением мод колебаний	180
5.4. Пьезоэлементы на основе квадратных пластин с полным или частичным вырождением мод колебаний	184
5.5. Пьезоэлемент на основе диска с частичным вырождением мод колебаний. Объемный резонатор	187
5.6. Основные физические принципы, используемые при проектировании и изготовлении широкополосных пьезопреобразователей	189
5.7. Оптимизация спектра электрического импульса возбуждения с целью получения упругих импульсов малой длительности	191

5.8 Раздельные пьезоэлектрические преобразователи на основе прямоугольных пластин	198
5.9. Раздельные пьезоэлектрические преобразователи на основе квадратных пластин	205
5.10. Раздельно-совмещенный пьезоэлектрический преобразователь	211
5.11. Преобразователи на основе пьезокерамического кольца	217
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	223
Библиографический список	227
Предметный указатель	230

Поляков Виталий Евгеньевич

Первичные преобразователи

Часть 1

учебное пособие

Редактор М.Ю.Комарова

Сводный темплан 2007 г.

Лицензия ЛР № 020308 от 14.02.97

Санитарно-эпидемиологическое заключение

№ 78.01.07.953.П.005641.11.03 от 21.11.2003 г.

---

Подписано в печать			Формат 60×84	1/16
Б.кн. – журн.	П.л.	Б.л.	Изд-во СЗТУ	
Тираж	экз.		Заказ	

---

Северо-Западный государственный заочный технический университет

Издательство СЗТУ, член Издательско-полиграфической ассоциации

университетов России

191186, Санкт-Петербург, ул. Миллионная, 5