

В. Е. МАСЛОВ, В. Н. ШАГОВАА

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования УССР в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по специальностям: «Обработка металлов давлением» и «Машины и технология обработки металлов давлением»

Киев
Головное издательство
издательского объединения
«Вища школа»
1983

Экспериментальное исследование процессов обработки металлов давлением. Маслов В. Е., Шаповал В. Н. — Киев : Вища школа. Головное изд-во, 1983.— 232 с.

В учебном пособии изложены современные методы экспериментального исследования напряженно-деформированного состояния металла, кинематических и энергосиловых параметров процессов обработки металлов давлением. Описана измерительная техника, рассмотрены вопросы научной организации и методики проведения эксперимента. Приведены основные принципы различных видов моделирования как средства оптимизации экспериментальных исследований.

Для студентов высших технических учебных заведений, обучающихся по специальностям «Обработка металлов давлением» и «Машины и технология обработки металлов давлением».

Табл. 23 Ил. 140 Библиогр.: 72 назв.

Рецензенты: проф. Донецкого политех. ин-та д-р техн. наук В. М. Клименко и доц. Киевского политех. ин-та канд. техн. наук Л. В. Морозов

Редакция литературы по машиностроению и приборостроению
Зав. редакцией О. А. Добровольский

Владимир Елисеевич Маслов,
Виктор Николаевич Шаповал

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ

Редактор Г. В. Елисеева. Переплет художника В. А. Ростовщикова.
Художественный редактор С. В. Анненков. Технический редактор
А. И. Омоховская. Корректор Т. Ю. Ходырева.

Информ. бланк № 6196

Сдано в набор 30.04.82. Подп. в печать 21.01.83. БФ 02110. Формат 84×108/32.
Бумага типогр. № 2. Лит. гарн. Выс. печать. 12,18 усл. печ. л. 12,18 усл. кр.-отт.
12,61 уч.-изд. л. Тираж 2000 экз. Изд. № 5352. Зак. 2-169. Цена 80 к.
Головное издательство издательского объединения «Вища школа», 252054,
Киев-54, ул. Гоголевская, 7.

Книжная фабрика «Коммунист», 310012, Харьков-12, ул. Энгельса, 11.

М 2704030000—158
М211(04)—83 198—82

© Издательское объединение
«Вища школа», 1983

ПРЕДИСЛОВИЕ

Наука благодаря ее влиянию на технический прогресс превратилась в непосредственную производительную силу общества. Бурное внедрение новейшей техники и технологии в области материального производства приводит к тому, что в сферу исследовательской и научной деятельности вовлекается все большее число специалистов. Грани между научной и производственной деятельностью постепенно стираются, и деление специалистов на научных и инженерно-технических работников во многих случаях оказывается условным. Важнейшим качеством современного специалиста должна стать способность ориентироваться в нарастающем потоке информации, самостоятельно получать новые знания, владеть новейшими методами познания и исследования. Эти качества в основном формируются в вузе.

Таким образом, процесс обучения в вузе должен все более опираться на самостоятельную, близкую к исследовательской, работу студентов. В связи с этим в учебные программы вузов введен курс «Основы научных исследований» и предусмотрено выполнение студентами курсовой научно-исследовательской работы (КНИР).

Опыт показывает, что при чтении курса «Основы научных исследований» не всегда удается в полной мере учесть специфику различных специальностей вуза, что сказывается, в частности, на качестве выполнения студентами КНИР и исследовательской части дипломного проекта.

В некоторых вузах страны по решению совета вуза студентам специальностей «Машины и технология обработки металлов давлением» и «Обработка металлов давлением» читают курс «Экспериментальное исследование процессов обработки металлов давлением». Наряду с углубленной проработкой основных положений дисциплин «Теория пластичности», «Теория обработки металлов давлением», «Теория прокатки» и «Основы научных исследований» чтение указанного курса позволяет дать студентам представление о технике, научной организации и методике проведения

экспериментальных исследований в области обработки металлов давлением. Это способствует более качественному выполнению КНИР, дипломного проекта и позволяет привить студенту навыки экспериментатора, необходимые в практической деятельности специалиста.

В соответствии с задачами курса пособие содержит три части: «Измерительная техника», «Научная организация эксперимента» и «Методика проведения экспериментальных исследований». Авторы стремились отразить в пособии современный уровень техники эксперимента, акцентируя внимание на наиболее прогрессивных, электрических методах измерений.

В. Е. Маслов написал ч. I и гл. 6, остальные главы ч. II и ч. III написал В. Н. Шаповал.

Авторы благодарят профессоров докторов технических наук А. П. Грудева и Ю. Ф. Черного, доцентов кандидатов технических наук В. П. Смолянинова, В. А. Евстратова и В. И. Елисеева, оказавших помощь в составлении программы курса и плана-проспекта рукописи.

Авторы признательны рецензентам — заведующему кафедрой «Обработка металлов давлением» профессору Донецкого политехнического института доктору технических наук В. М. Клименко и доценту кафедры «Машины и технология обработки металлов давлением» Киевского политехнического института кандидату технических наук Л. В. Морозову за советы и пожелания, использованные при подготовке рукописи.

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Изучение физических явлений и их закономерностей, а также использование этих закономерностей на практике связано с измерением физических величин.

Физическая величина (величина) — это свойство, в качественном отношении общее многим физическим объектам (физическим системам, их состояниям и происходящим в них процессам), но в количественном отношении индивидуальное для каждого объекта. Длина, масса, время, скорость, сила, температура, электрический заряд — все это физические величины. Конкретные реализации одной и той же величины называют однородными величинами. Однородные величины отличаются друг от друга лишь размером, т. е. количественно.

Измерением физической величины называют нахождение ее значения опытным путем с помощью специальных технических средств. Значение величины — это ее оценка в виде некоторого числа принятых для нее единиц. Размер единицы величины, вообще говоря, может быть любым. Однако измерения следует выполнять в общепринятых единицах. Такие единицы в каждой стране устанавливаются особым законодательством с учетом рекомендаций международных организаций. В СССР с 1 января 1963 г. введена Международная система единиц (СИ).

Результатом измерений является значение физической величины. В зависимости от приемов получения результатов измерения разделяют на прямые, косвенные, совокупные и совместные.

Измерение называют *прямым*, если значение измеряемой величины получают непосредственно из экспериментальных данных.

Косвенным называют такое измерение, при котором значение исследуемой величины находят на основании известной зависимости между величиной и величинами, подвергаемыми прямым измерениям.

Совокупное измерение — одновременное измерение нескольких одноименных величин, при котором искомые

значения величин находят, решая систему уравнений, получаемых при прямых измерениях различных сочетаний этих величин.

Совместные измерения — одновременные измерения двух или нескольких разноименных величин для нахождения зависимости между ними.

В зависимости от количества однотипных измерений различают разовые (однократные) и многократные (неоднократные) измерения. Последние могут быть равно- или неравноточными, непрерывными или дискретными, независимыми или зависимыми, синхронными или несинхронными.

Измерительный процесс математически можно выразить в виде равенства

$$l = MN,$$

где l — значение измеряемой величины; N — ее единица; M — отвлеченное число (числовое значение).

Поскольку измеряемая величина и ее единица почти всегда несоизмеримы, приходится определять доли единицы величины. Это ведет к округлению результата и, следовательно, к погрешностям измерения.

При выполнении измерений всегда имеют место и взаимодействуют объект измерения, наблюдатель, выполняющий измерения, средства измерения (меры, инструменты, приборы), внешняя среда, в которой проводят измерения.

Чтобы результаты измерений получились достоверными, необходима неизменность в процессе измерения единицы величины и размера объекта. Первое условие выполняют, тарируя средство измерения, т. е. градуируя его с помощью образцовой меры, имеющей конечную точность. Что же касается объекта измерения, то в технике, как и в природе вообще, абсолютно неизменных объектов нет. Тем не менее для каждого объекта существует определенный промежуток времени, в течение которого размер объекта можно считать практически неизменным. Для одних объектов этот промежуток длинен, для других настолько короток, что измерение их связано с техническими трудностями и сопровождается значительными погрешностями. Источниками погрешностей измерения являются также наблюдатель, средства измерений и внешняя среда. Таким образом, измеренное значение l какой-либо исследуемой величины всегда отличается от истинного значения L на величину погрешности Δ :

$$\Delta = l - L.$$

Естественно и понятно стремление исследователя прово-

дить измерения с возможно более высокой точностью. Чем более совершенны измерительные инструменты и приборы, искуснее наблюдатель, тщательнее проводятся измерения и более благоприятны внешние условия, тем меньше погрешности и выше точность измерений.

ГЛАВА 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

1.1. Измеряемые величины, средства и методы их измерений

Процессы обработки металлов давлением (о. м. д.), сопровождающиеся изменением формы, размеров, температуры, механических и других физических свойств, структуры и фазового состояния обрабатываемого металла, характеризуются весьма большим количеством геометрических, кинематических, энергосиловых и других параметров.

Основные параметры, измеряемые при исследовании процессов о. м. д.,—это линейные размеры, площади и объемы деформируемых тел, их перемещения, скорости движения и ускорения, изменения размеров и площадей, выраженные в абсолютных и относительных единицах (абсолютное и относительное обжатие, вытяжка и т. п.), угловые величины и перемещения (пластические сдвиги, углы изгиба и закручивания), кинематические параметры движения инструмента — перемещения, скорости и ускорения (линейные и угловые), время, параметры вибрации (амплитуда, частота, период колебания, колебательные скорости и ускорения), механические характеристики и сопротивление деформированию обрабатываемого металла, силы деформации, напряжения на контактной поверхности и в объеме очага деформации, силовые факторы во внеконтактных зонах (напряжения, силы, изгибающие и крутящие моменты), моменты на валах, мощность и работа деформации, температура, состояние поверхности исследуемого объекта (цвет, шероховатость), его масса, плотность, магнитная проницаемость, электропроводность, теплоемкость, теплопроводность, коррозионная стойкость, фазовое состояние и целый ряд других.

Выбор измерительного инструмента зависит от измеряемой величины, необходимой точности и удобства пользования. Измеряя какую-либо неизменную или мало меняющуюся величину, например диаметр рабочей длины разрывного образца в нескольких местах его поперечного сечения, применяют простые инструменты — штангенциркуль,

микрометр или инструментальный микроскоп. Однако для многократных измерений изменяющихся величин удобнее использовать отсчитывающие или записывающие приборы и устройства, которые показывают итоговый результат. Если необходима статистическая обработка результатов измерений какой-либо одной изменяющейся величины, желательно применять статистические считающие приборы или классификаторы. Быстроизменяющиеся величины наиболее целесообразно измерять электрическими методами с применением малоинерционных регистрирующих устройств. При функциональном анализе связей между несколькими переменными нужна их синхронная запись, которую можно осуществить с помощью светолучевого осциллографа, магнитографа, киносъемки или их комбинаций.

Некоторые подлежащие измерению величины о. м. д. и предназначенные для этого основные измерительные приборы и инструменты приведены в табл. 1 [50]. Большую часть этих приборов производит отечественная промышленность. Однако во многих случаях исследователь должен сам разрабатывать схемы измерительной аппаратуры и задания на ее изготовление. Предпочтение при этом следует отдавать наиболее удобным, совершенным и современным — электрическим средствам измерений неэлектрических величин.

Для преобразования неэлектрических величин, каковы большинство параметров о. м. д., в удобную для передачи и восприятия форму используют различные физические явления, обладающие довольно строгими закономерностями. К таким явлениям относятся следующие эффекты:

1) резистивный — изменение активного сопротивления металлов, полупроводников и других проводящих сред под действием механических напряжений, температуры, магнитного поля, светового и радиоактивного излучения и т. д.;

2) изменение электрической емкости при изменении промежутка между электродами или диэлектрической проницаемости вещества, заполняющего этот промежуток;

3) изменение магнитного сопротивления цепи вследствие изменения геометрических параметров или магнитной проницаемости ее элементов под действием механических величин и явление электромагнитной индукции при движении проводника в магнитном поле;

4) пьезоэлектрический — электризация кристаллических материалов под действием механических напряжений;

5) наведение электрического заряда на электроде, перемещающемся вблизи диэлектрика, обладающего постоянной поляризацией (электрета);

1. Измеряемые величины и основные измерительные приборы и инструменты (аппаратура)

Измеряемые величины	Аппаратура
<p>Геометрические: длины, углы, площади, объемы</p>	<p>Линейки, щупы, штангенинструменты, микрометры, нутромеры, миниметры, оптиметры, интерферометры, индикаторы, проекторы, микроскопы, механические, электрические и пневматические измерительные приборы, планиметры, профилометры, эклиметры, тензометры, специальные датчики и регистрирующие устройства</p>
<p>Кинематические: скорость, ускорение, колебания</p>	<p>Измерители пути и времени, линейной и угловой скоростей, стробоскопы, тахометры, счетчики оборотов, торсиографы, вибрографы, частотомеры, амплитудометры, специальные датчики и регистрирующие устройства</p>
<p>Динамические: масса, сила, импульс силы, работа, момент, мощность Другие величины: время, световые величины, цвет температура, электрические, химические, структурные и другие параметры твердых тел</p>	<p>Весы, импульсометры, динамометры, тормозные устройства, манометры, барометры, индикаторы, работометры, специальные датчики и регистрирующие устройства Часы, секундометры, вибрационные и электронные устройства, фотометры, люксметры, калориметры, хроматографы, спектрометры, термометры, термоэлементы, пирометры, омметры, вольтметры, амперметры, ваттметры, гальванометры, анализаторы, полярографы, склерометры (Бринелля, Роквелла, Виккерса), склероскопы Шора, вискозиметры, пенетрометры, оптические микроскопы, фотоаппараты, кинокамеры (обычные и высокочастотные), электронный микроскоп, ультразвуковые приборы, радиометрическая аппаратура (счетчики, камеры, приемники с пересчетными устройствами и автоматической записью), осциллографы, счетные машины, ЭВМ и пр.</p>

б) наведение термо-э. д. с. в электрической цепи из двух разнородных по материалу проводников — термопаре.

Среди других явлений, используемых для преобразования неэлектрических величин в электрические, можно назвать электронную, термо- и фотоэлектронную эмиссии, эффект Холла, ядерный магнитный резонанс и др. Очевидно, что, используя один и тот же физический эффект, можно преобразовывать различные неэлектрические величины, а для преобразования одной неэлектрической величины можно использовать различные физические эффекты.

Основные преимущества электрических методов измерения следующие:

1) возможность непрерывно измерять или контролировать физические величины с одновременной автоматической регистрацией результата измерения;

- 2) дистанционность измерения;
- 3) чрезвычайно широкий диапазон изменения чувствительности приборов;
- 4) малая инерционность, следовательно, высокое быстродействие приборов;
- 5) возможность измерять (используя средства вычислительной техники) обобщенный показатель того или иного процесса;
- 6) простота оборудования и малые габариты измерительных устройств;
- 7) широкая возможность унифицировать узлы измерительной аппаратуры, применяя стандартные серийно выпускаемые приборы и устройства;
- 8) удобство программирования и автоматизации экспериментальных исследований с помощью ЭВМ.

Преимущества электрических методов измерений дают возможность проводить крупномасштабные комплексные исследования для получения качественно новых данных о процессах и разработки новых технологических процессов и установок.

1.2. Электрические средства измерений

Технические средства, используемые при электрических измерениях и имеющие нормированные метрологические характеристики, называются *средствами электрических измерений* [72]. К их числу относятся меры, измерительные приборы и преобразователи, датчики, измерительные установки и системы.

Мерой называют средство, предназначенное для воспроизведения физической величины заданного размера. Различают однозначные меры (сопротивление, емкость), многозначные (реостат, конденсатор переменной емкости) и наборы мер (магазины сопротивлений, емкостей и др.).

Измерительный прибор — средство измерений, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации (сигнала, функционально связанного с измеряемой физической величиной) в форме, доступной для непосредственного восприятия наблюдателем. Приборы бывают аналоговые и цифровые, показывающие и регистрирующие (самописцы), суммирующие (ваттметры) и интегрирующие (счетчики электроэнергии), непосредственной оценки и сравнения (мосты, потенциометры) и др. В зависимости от назначения приборы делят на метрологические, универсальные, производственные, эксплуатационные и специальные. Градуируют прибор в принятых единицах измерения

физической величины, т. е., изготовляя прибор, используют меру.

Измерительный преобразователь представляет собой устройство, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации в форме, удобной для передачи, дальнейшего преобразования, обработки и (или) хранения, но не поддающейся непосредственному восприятию наблюдателем. С помощью различных измерительных преобразователей можно преобразовывать одни неэлектрические величины в другие (упругие элементы), неэлектрические величины в электрические (тензорезисторы, термодпары, тахогенераторы), электрические в неэлектрические (электролампы, гальванометры, электромагниты) и, наконец, электрические в электрические же (трансформаторы, потенциометры, преобразователи Холла и т. п.).

Датчиком называется средство измерения, представляющее собой конструктивную совокупность измерительных преобразователей, в том числе преобразователь вида энергии сигнала, размещенную в зоне действия влияющих факторов объекта и воспринимающую от него естественно закодированную информацию [46]. По характеру электрических величин, получаемых на выходе, датчики делят на генераторные и параметрические.

К генераторным относят датчики, непосредственно преобразующие неэлектрическую величину в соответствующие значения э. д. с., напряжения, тока, а к параметрическим — такие, у которых выходная величина представляет собой изменение какого-либо параметра электрической цепи — сопротивления, емкости или индуктивности. Примером генераторного датчика может быть термодпара, преобразующая температуру в э. д. с., а параметрического — терморезистор, изменяющий под действием температуры свое электросопротивление. Включенный в измерительную цепь, например мост Уитстона, терморезистор преобразует температуру в электрический сигнал разбаланса моста.

Измерительная установка представляет собой совокупность мер, измерительных приборов, преобразователей и вспомогательных устройств, предназначенную для выработки сигналов измерительной информации в форме, удобной для восприятия непосредственным наблюдателем, и расположенную в одном месте. В состав типичной установки для электрического измерения неэлектрических величин входят (рис. 1): датчик, линия связи, измерительная цепь, усилитель и регистрирующий прибор. Стрелками показано направление прохождения сигнала x_i через установку.



Рис. 1. Структурная схема установки для электрического измерения неэлектрической величины

Датчики, входящие в состав измерительных установок, различают по двум основным признакам: виду выполняемой функции (датчики силы, датчики перемещения и т. п.) и заложенному в них принципу преобразования неэлектрической величины в электрическую (емкостные, индуктивные, пьезоэлектрические и др.). Оба признака входят в название датчика, например: емкостный датчик давления, индуктивный датчик перемещения и т. п.

Необходимым дополнением для всех параметрических датчиков является измерительная цепь, в которой изменение электрического параметра датчика, происходящее под действием влияющего фактора объекта, преобразуется в электрический сигнал. Генераторные датчики также могут иметь измерительные цепи, выполняющие, в основном, согласующие функции.

Если электрическая мощность, развиваемая преобразователем, недостаточна для получения необходимого отклонения подвижной части измерительного прибора, ее усиливают. Усилитель не является неотъемлемой частью измерительной установки и иногда может в ней отсутствовать (например, при измерении скорости вращения с помощью индукционного тахогенератора и чувствительного гальванометра). В других случаях его разбивают на два блока: предварительный усилитель (катодный или эмиттерный повторитель) и основной. Это необходимо, например, при большом удалении пьезоэлектрических датчиков от остальной части измерительной установки, когда длинные кабели линии связи могут стать источником помех. В этом случае катодный повторитель с большим входным и малым выходным сопротивлениями располагают вблизи датчика, а линию связи подключают к низкоомной нагрузке повторителя, не оказывая заметного влияния на передачу сигнала к основному усилителю.

Усиленный сигнал поступает на показывающий или регистрирующий прибор. Преимуществом показывающих приборов является то, что они выдают результат непосредственно в момент измерения, тогда как регистрирующие требуют дополнительной ручной или машинной обработки записи. В то же время применение показывающих прибо-

ров допустимо лишь для статических и медленно изменяющихся процессов и становится весьма сложным, если нужно одновременно считывать несколько изменяющихся параметров. При необходимости в измерительной установке используют одновременно как показывающий, так и регистрирующий приборы.

Реальные измерительные установки, кроме показанных на рис. 1, могут содержать и другие составные части: коммутаторы для проведения многоточечных измерений, сигнализаторы масштабных и тарифовочных меток, источники питания и др.

Измерительная система (ИС) представляет собой совокупность средств измерений и вспомогательных устройств, соединенных между собой каналами связи, предназначенную для выработки сигналов измерительной информации в форме, удобной для автоматической обработки, передачи и (или) использования в автоматических системах управления. ИС находят применение при большом объеме экспериментальной информации, требующем автоматизации и программирования исследований. Подробно вопросы применения ИС рассмотрены в работе [72].

1.3. Статические характеристики средств измерений

Для дальнейшего изложения введем некоторые определения [31].

Входная величина — механическая величина, воздействующая на датчик и преобразуемая последним в электрический сигнал. *Выходная величина* — физическая величина, получаемая на выходе средства измерений как результат преобразования, усиления и других трансформаций. Она может выразиться в виде отклонения стрелки показывающего прибора, отклонения луча осциллографа и т. п.

Характер измеряемой величины может быть статическим или динамическим. *Статическим* называют измерение в том случае, если измеряемая величина за время, в течение которого проводят отсчет, практически не меняется. Измерение называют *динамическим*, если за время измерения величина существенно меняет свое значение.

Одной из основных характеристик средства измерений является его *статическая чувствительность*, определяемая как отношение изменения Δy сигнала на выходе средства измерений к вызывающему его изменению Δx измеряемой величины:

$$S = \Delta y / \Delta x.$$

При достаточно малых приращениях Δx и Δy

$$S = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} (\Delta y / \Delta x) = dy/dx.$$

Общая чувствительность средства измерений, состоящего из последовательного ряда преобразователей, зависит от чувствительности каждого из преобразователей. Так, для каждого элемента установки рис. 1 можно получить статическую характеристику, устанавливающую функциональную связь между входной и выходной величинами, а эффективность преобразования охарактеризовать чувствительностью:

$$S_1 = \Delta x_1 / \Delta x; \quad S_2 = \Delta x_2 / \Delta x_1; \quad \dots; \quad S_5 = \Delta y / \Delta x_4.$$

Перемножив левые и правые части этих выражений, получим

$$S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 = \Delta y / \Delta x = S,$$

т. е. чувствительность измерительной установки равна произведению чувствительностей ее элементов.

Порог чувствительности определяют как минимальное изменение входной величины, вызывающее заметное изменение выходной величины. *Предел преобразования* — максимальное значение входной величины, которое может быть еще воспринято датчиком без искажений и без повреждений датчика или других структурных элементов средства измерений.

Динамический диапазон измерения представляет собой диапазон входных величин, измерение которых происходит без заметных искажений и простирается от максимального (предельного) значения до минимального, ограниченного порогом чувствительности или уровнем помех.

Градуировочная характеристика средства измерений — это зависимость между значениями величин на выходе и входе, составленная в виде таблицы, графика или формулы.

Основная погрешность — разность между получаемым и номинальным значениями выходной величины, определяемыми в нормальных условиях. За нормальные условия принимают следующее состояние окружающей среды: температура $+25 \pm 10$ °С; атмосферное давление 1000 ± 40 ГПа; относительная влажность 65 ± 15 %; вибрации, электрические и магнитные поля отсутствуют.

В соответствии с ГОСТ 16263—70 под *абсолютной погрешностью* понимают разность между показаниями средства измерений и истинным значением измеряемой величины. Так, если истинное значение величины равно x , а измеренное значение $x_{из}$, то абсолютная погрешность

$$\Delta x = x_{из} - x.$$

Более полной характеристикой средства измерений является *относительная погрешность*:

$$\gamma_x = \Delta x/x.$$

Относительная погрешность является функцией измеряемой величины x , в связи с чем невозможно указать единичную точечную характеристику средства измерений, которая бы как-то характеризовала погрешность. Поэтому вводят понятие *приведенной погрешности* γ , под которой понимают отношение максимального значения абсолютной погрешности Δx_{\max} к максимальному значению измеряемой величины x_{\max} , т. е.

$$\gamma = \Delta x_{\max}/x_{\max}.$$

При линейной зависимости $y = Sx$ между входной x и выходной y величинами можно записать

$$\Delta x = \Delta y/S; \quad \Delta x S = \Delta y; \quad \Delta x/x = \Delta y/y = \Delta x_{\max}/x_{\max},$$

где S — коэффициент преобразования средства измерений, равный в данном случае его чувствительности.

По влиянию на результирующую точность все погрешности средств измерений делят на два самостоятельных вида: погрешность нуля и погрешность чувствительности. Рассмотрим подробнее эти две составляющие погрешности.

Функцию преобразования средства измерений в общем виде можно представить выражением

$$y = S(x, x_1, x_2, \dots, x_n)x + b(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (1.1)$$

где $S(x, x_1, x_2, \dots, x_n)$ — коэффициент преобразования, в общем случае являющийся функцией измеряемой величины x и совокупности влияющих величин x_1, \dots, x_n ; $b(x_1, x_2, \dots, x_n)$ — начальное значение выходного сигнала (при $x = 0$), в общем случае также являющееся функцией величин x_1, \dots, x_n . В более компактной форме уравнение (1.1) можно записать как

$$y = Sx + b, \quad (1.2)$$

имея в виду, что S и b — сложные функции многих аргументов.

Графически функция преобразования средства измерений изображается прямой (рис. 2). Наклон прямой Sx соответствует чувствительности (коэффициенту преобразования) средства измерений.

При смещении нулевого положения (рис. 2, а) уравнение преобразования (1.2) можно записать в виде

$$y = Sx \pm \Delta y_0 \quad (1.3)$$

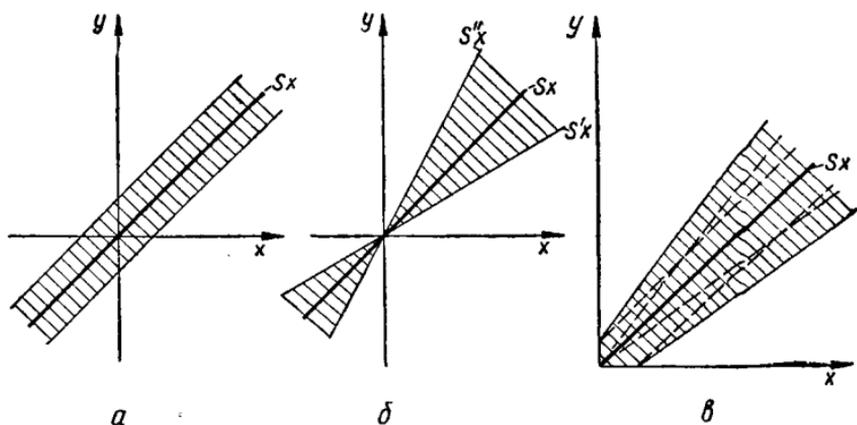


Рис. 2. Области неопределенности результатов измерений за счет аддитивной (а), мультипликативной (б) погрешностей и их совместного проявления (в)

и, следовательно, при $x=0$ ордината $y = \pm \Delta y_0 = b$. Из уравнения (1.3) следует, что ошибки такого рода не зависят от входной величины. По установившейся терминологии их называют *аддитивными*, т. е. полученными в результате сложения. Погрешность такого рода образует зону неопределенности в результате смещения статической характеристики вверх или вниз на величину Δy_0 без изменения формы и наклона этой характеристики.

Средняя линия Sx на рис. 2 представляет собой статическую характеристику средства измерений для нормальных внешних условий. Погрешность от изменения чувствительности приводит к изменению наклона статической характеристики (а в общем случае и ее формы), причем этот наклон может изменяться как в одну, так и в другую сторону от градуировочной характеристики (рис. 2, б). Область, ограниченная прямыми $S'x$ и $S''x$, является *областью неопределенности*. Абсолютное значение изменения чувствительности $\Delta S_x = S - S'$ или $\Delta S_x = S - S''$, так что абсолютная погрешность измерения в этом случае выразится равенством

$$\Delta y_s = \Delta S_x x.$$

Ошибка измерения, как видим, пропорциональна входной величине. Такие погрешности называют *мультипликативными*, т. е. полученными в результате умножения.

На практике почти всегда имеют место оба вида погрешностей (рис. 2, в). При этом функция преобразования средства измерений имеет вид

$$y = S(1 \pm \Delta S_x)x \pm \Delta y_0;$$

текущее значение абсолютной погрешности $\Delta y = \Delta y_s + \Delta y_0$;
текущее значение относительной погрешности $\gamma = \Delta S_x + \Delta y_0/x$.

Обобщенная метрологическая характеристика средства измерений — класс точности. Он определяет допускаемые пределы всех погрешностей, а также все другие свойства, влияющие на точность средства измерений. Для средств измерений, пределы допускаемых погрешностей которых выражают в виде относительных или приведенных погрешностей, ГОСТ 13600—68 устанавливает следующий ряд чисел: $1 \cdot 10^n$; $1,5 \cdot 10^n$; $2 \cdot 10^n$; $2,5 \cdot 10^n$; $4 \cdot 10^n$; $5 \cdot 10^n$; $6 \cdot 10^n$, где $n = 1; 0; -1; -2$ и т. п. Числа этого ряда и дают обозначения классов точности. Для средств измерений, у которых основную погрешность нормируют в виде предела приведенной погрешности, класс точности численно равен этому пределу, т. е. γ .

Отклонение подвижной части прибора y является функцией не только измеряемой величины x , но и других побочных неизмеряемых величин: температуры t° , напряжения питания U и др.:

$$y = f(x, t^\circ, U, \dots).$$

Во время измерений побочные величины могут изменяться. Если эти изменения малы, то $\Delta y = (\partial f/\partial x) \Delta x + (\partial f/\partial t^\circ) \Delta t^\circ + (\partial f/\partial U) \Delta U + \dots = S \Delta x + (\partial f/\partial t^\circ) \Delta t^\circ + (\partial f/\partial U) \Delta U + \dots$. Частные производные $\partial f/\partial t^\circ, \dots$ представляют собой чувствительности средства измерений к побочным величинам. Очевидно, что влияние изменений побочных величин $\Delta t^\circ, \Delta U, \dots$ на отклонение y будет тем меньше, чем больше чувствительность средства измерений к измеряемой величине x .

Дополнительная погрешность — это погрешность, вызываемая изменением внешних условий. Она представляет собой относительное изменение выходной величины в процентах, отнесенное к изменению внешнего фактора на определенную величину (например, температурная погрешность $2,5\%$ на 10°C и т. п.).

В соответствии с характером причин возникновения дополнительные погрешности можно разделить на систематические и случайные.

Систематические погрешности — это погрешности, имеющие детерминированную функциональную связь с источником, их вызывающим, причем и сама функция и ее аргумент известны. *Случайные погрешности* — погрешности, появление которых вызвано совокупным действием нескольких влияющих (дестабилизирующих) факторов, функциональную связь которых с источником погрешностей нельзя выявить в силу их неизвестности и большого коли-

чества. Четкие границы между этими видами погрешностей провести довольно сложно, так как в различных измерительных ситуациях погрешности могут перераспределиться между рассмотренными группами. Так, если датчик давления эксплуатируют в широком диапазоне температур и его температурная характеристика известна, то погрешность от изменения температуры считают систематической и могут однозначно учесть по результатам измерений. Если же температура неизвестна и изменяется случайно, то ввести поправку невозможно. В этом случае температурная погрешность датчика переходит в разряд случайных.

1.4. Динамические характеристики средств измерений

Для измерения динамической величины с определенной точностью нужно, чтобы средство измерений удовлетворяло условиям измерения не только по статическим погрешностям, но и по динамическим. Последние проявляются в виде искажения формы записываемого графика измеряемой величины и вызваны инерцией прибора.

Инерционные свойства средств измерений принято оценивать по виду записи стандартных законов изменения во времени измеряемой величины — скачкообразного или гармонического.

При скачкообразном законе измеряемая величина мгновенно принимает постоянное значение x_0 (рис. 3, а). Закон изменения отклонения y подвижной части прибора при скачкообразном законе изменения измеряемой величины x называется *переходной (временной) характеристикой средства измерений*. Возможные характеристики средства измерений в зависимости от его конструктивных особенностей приведены на рис. 3, б — г. Конструирова прибор или установку, стараются обеспечить такой переходный процесс, при котором отклонение y достигает установившегося

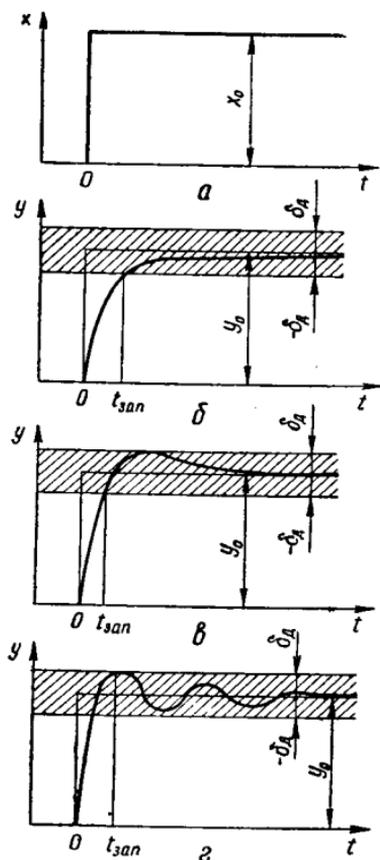


Рис. 3. График изменения входной величины (а) и переходные характеристики прибора (б, в, г)

значения $y_0 = Sx_0$ за минимальное время $t_{\text{зап}}$ (время запаздывания).

Динамические свойства средств измерений, для которых характерен периодический затухающий переходный процесс (рис. 3, ε), математически описываются дифференциальными уравнениями второго порядка. Так, движение механической системы, на которую действует величина $P(t)$ и где выходной является величина $x(t)$, описывают уравнением

$$m(\partial^2 x / \partial t^2) + F(\partial x / \partial t) + Wx = P(t),$$

где m — подвижная масса системы; x — перемещение; F — коэффициент успокоения; W — жесткость; $P(t)$ — возмущающая сила. При вращательном движении подвижной части, когда входным воздействием является момент $M(t)$, а выходным — угол поворота $\alpha(t)$, дифференциальное уравнение движения имеет вид

$$J(\partial^2 \alpha / \partial t^2) + F(\partial \alpha / \partial t) + W\alpha = M(t),$$

где J — момент инерции подвижной части. Для последовательного R -, L -, C -контур с выходной величиной $U(t)$ дифференциальное уравнение запишется в виде

$$L(\partial^2 q / \partial t^2) + R(\partial q / \partial t) + q/C = U(t),$$

где q — текущее значение заряда.

В операторной форме эти уравнения можно записать так:

$$m[p^2 x(p) + Fpx(p)/m + Wx(p)/m] = P(p),$$

откуда

$$S(p) = x(p)/P(p) = 1/m(p^2 + hp + \omega_0^2),$$

где $F/m = h$; $W/m = \omega_0^2$.

При синусоидальном воздействии $P(t) = P_{\text{max}} \sin \omega t$ связь между комплексами входной P и выходной x величин можно описать соотношением

$$\dot{S} = \dot{x}/\dot{P} = 1/m(\omega_0^2 - \omega^2 + jh\omega),$$

где \dot{S} — комплексная чувствительность колебательной системы.

Выразим соотношения $\omega_0/h = Q$ и $h/2\omega_0 = \beta$ через исходные параметры колебательного звена:

$$Q = \sqrt{mW/F}; \quad \beta = F/2\sqrt{mW}.$$

Тогда в относительных единицах частоты ($\omega/\omega_0 = \lambda$) комплексную чувствительность колебательной системы второго порядка можно охарактеризовать зависимостью

$$\dot{S} = 1/W(1 - \lambda^2 + j2\beta\lambda).$$

Выражения частотной и фазовой характеристик соответственно

$$|\dot{S}| = |\dot{x}|/|\dot{P}| = 1/W \sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\beta\lambda)^2};$$

$$\varphi = \text{arctg} [2\beta\lambda/(\lambda^2 - 1)].$$

Поскольку при $\lambda = 0$ величина $|\dot{S}| = S_0 = 1/W$, можно записать частотную характеристику в относительных координатах по обеим осям:

$$M = 1/\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\beta\lambda)^2}, \quad (1.4)$$

где M — относительный коэффициент передачи, численно равный отношению коэффициента передачи на частоте ω к коэффициенту передачи на частоте $\omega = 0$. Такая запись удобна тем, что в это выражение не входит ни один параметр звена. Поэтому выражение (1.4) описывает в относительных координатах λ и β колебательные звенья с любыми m, F, W .

Типичное семейство частотных характеристик для колебательных звеньев второго порядка с различной степенью успокоения приведено на рис. 4, а. Заметно, что такие звенья преобразуют сигнал без динамической погрешности только при $\lambda = 0$, т. е. при частоте $\omega = 0$. С ростом частоты соответственно возрастает и погрешность преобразования. Ее можно оценить как разность между фактическим значением относительного коэффициента передачи M и единицей:

$$\gamma_t = M - 1 = 1/\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\beta\lambda)^2} - 1.$$

Зависимость фазовых искажений (сдвига фаз) от частоты называется *фазочастотной характеристикой средства* —

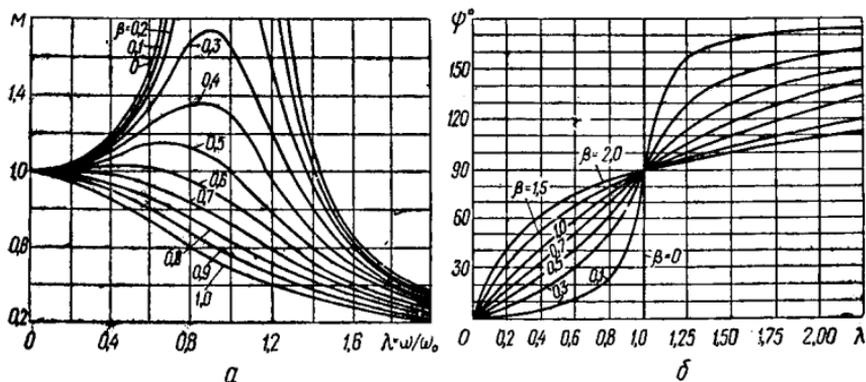


Рис. 4. Частотные (а) и фазочастотные (б) характеристики системы, содержащей колебательные звенья второго порядка

измерений. Для колебательной системы с одной степенью свободы такие характеристики показаны на рис. 4, б [57]. С уменьшением силы сопротивления кривые стремятся к предельной кривой, претерпевающей разрыв в точке $\lambda=1$, т. е. при резонансе.

Если значение λ мало, то при $\omega < \omega_0$ вынужденные колебания почти совпадают по фазе с внешней силой, а при $\omega > \omega_0$ находятся с ней в противофазе.

Из изложенного ясно, что, располагая амплитудно-частотными и фазочастотными характеристиками средств измерений, всегда можно выбрать средство измерений, удовлетворяющее условиям измерения с заданной допустимой динамической погрешностью. Но для этого нужно знать частоту ω или спектр частот измеряемого процесса. В некоторых случаях достаточно определить максимальную частоту процесса, что можно сделать на основе гармонического анализа графика процесса [13, 62].

Для неискаженной записи процесса $x(t)$ с максимальной частотой ω_{\max} нужно, чтобы прибор в диапазоне частот от нуля до ω_{\max} имел амплитудно- и фазочастотную характеристики, близкие к идеальным (допускаемые амплитудные искажения не более 10 %). Этот диапазон частот, в пределах которого динамическая погрешность прибора не превышает допустимого значения δ_d (см. рис. 3), называют *полосой пропускания частот*. Чем шире полоса пропускания частот у прибора, тем меньше его инерционность, тем более быстрые изменения измеряемой величины можно записать без искажений.

1.5. Структурные схемы средств измерений

Любое средство измерений преобразует ту или иную измеряемую величину в соответствующие числовые отсчеты, позволяющие судить о ее значении. При этом сигнал, несущий информацию о значении измеряемой величины, до получения нужного выходного сигнала обычно претерпевает несколько преобразований. Следовательно, структуру каждого средства измерений можно представить в виде цепи измерительных преобразователей, трансформирующих сигналы различной физической природы. Измеряемая величина поступает на вход первого измерительного преобразователя, называемого входным или первичным, его выходная величина является входной для второго измерительного преобразователя и т. д. Преобразование осуществляется до тех пор, пока на выходе последнего измерительного преобразователя не будет получена

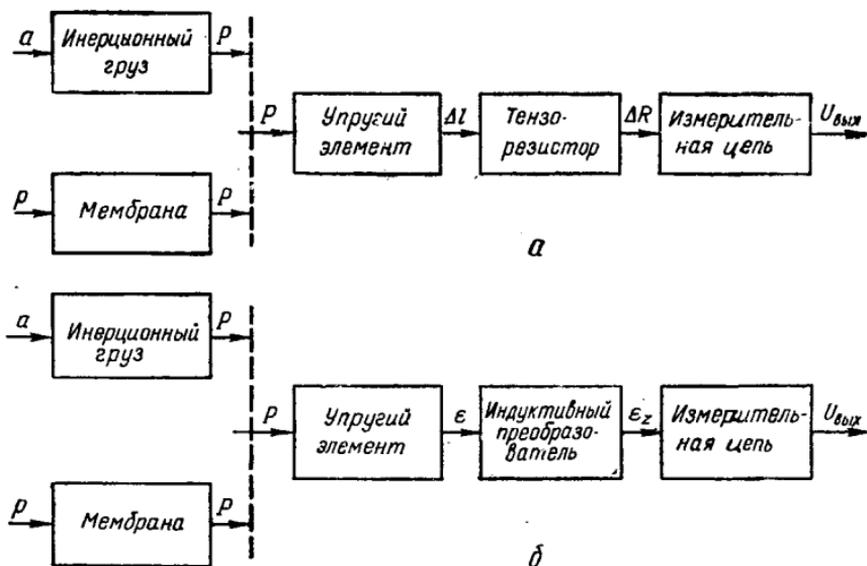


Рис. 5. Структурные схемы датчиков силы:
 а — тензорезисторного; б — индуктивного

выходная величина, удобная для передачи, усиления, измерения или регистрации электрическими средствами.

Входящие в средство измерений преобразователи различаются в первую очередь физическими основами измеряемой величины. Так, входной величиной стержневого упругого элемента является сила, а выходной — деформация упругого элемента. Между собой эти две величины связаны в соответствии с законом Гука:

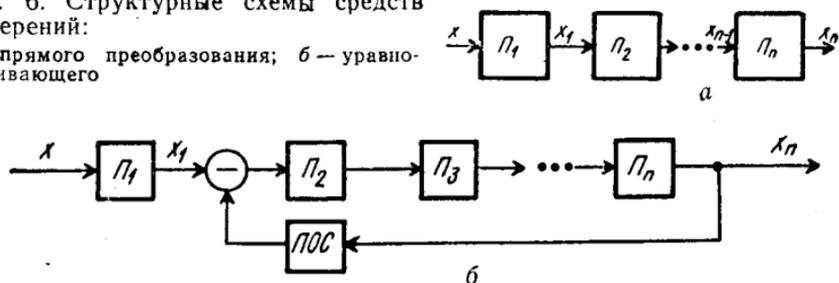
$$\epsilon = P/sE; \quad (1.5)$$

где P — сила (входная величина упругого элемента); ϵ — относительная деформация (выходная величина упругого элемента); E — модуль продольной упругости. Превратить деформацию упругого элемента в электрический сигнал можно с помощью резистивных, емкостных, индуктивных, пьезоэлектрических и других преобразователей.

Представляя датчики для электрического измерения неэлектрических величин в виде последовательной цепи измерительных преобразователей, можно установить, что большинство датчиков сил, деформаций, моментов и других механических величин имеют практически одинаковую структурную схему. Так, в структурной схеме тензорезисторного датчика силы (рис. 5, а) измеряемая сила P упругим элементом преобразуется в деформацию Δl , которая воспринимается тензорезистором и преобразуется в измене-

Рис. 6. Структурные схемы средств измерений:

а — прямого преобразования; б — уравновешивающего



ние ΔR сопротивления тензорезистора. Это изменение в измерительной цепи преобразуется в выходное напряжение $U_{\text{вых}}$. Замена резисторного измерительного преобразователя, например, индуктивным позволяет получить другую обширную группу датчиков — индуктивных (рис. 5, б). Подобную структурную схему могут иметь и датчики с другими принципами преобразования механической величины в электрическую — емкостные, реостатные, магнитоупругие и различного типа генераторные преобразователи.

Рассматривая физические процессы во всех известных измерительных преобразователях, можно, подобно (1.5), в каждом случае установить связь между выходной и входной величинами:

$$y = f(x).$$

Математическое (или графическое) описание этой связи носит название *функции преобразования преобразователя*. Аналогичная характеристика для средства измерений в целом называется *функцией преобразования средства измерений*.

В зависимости от вида связи между отдельными измерительными преобразователями различают два основных вида структурных схем средств измерений — *прямого преобразования* и *уравновешивающего* (компенсационного).

Средство измерений, выполненное в соответствии со структурной схемой рис. 6, а, представляет собой средство измерений прямого преобразования. Его чувствительность определяется произведением чувствительности отдельных преобразователей $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$ и может быть найдена как отношение выходной величины ко входной (для линейной функции преобразования):

$$S = S_1 S_2 \dots S_n = y/x.$$

В последнее время все шире внедряются в практику средства измерений уравновешивающего преобразования (рис. 6, б). Их отличительная особенность заключается

в том, что наряду с цепью прямого трансформирования в них есть и обратная цепь. Она включает преобразователь обратной связи (ПОС) чувствительностью β , может в общем случае состоять из нескольких измерительных преобразователей и охватывать какое угодно число преобразователей, стоящих в цепи прямого преобразования. Эта дополнительная цепь обеспечивает преобразование выходной величины цепи прямого преобразования в однородную со входной величиной (чаще — электрической в неэлектрическую).

Функция преобразования участка цепи с обратной связью (рис. 6, б) [58]

$$y_i = S_0 x_i / (1 + S_0 \beta) = S_y x_i,$$

где $S_y = S_0 / (1 + S_0 \beta)$ — чувствительность цепи уравнивающего преобразования; $S_0 = S_2 S_3 \dots S_n$ — чувствительность цепи прямого преобразования, охваченной цепью обратного преобразования; β — чувствительность цепи обратного преобразования.

Введение в структурную схему обратного преобразователя уменьшает погрешность цепи прямого преобразования. При $S_0 \beta \gg 1$ погрешность цепи уравнивающего преобразования определяется только погрешностью цепи обратного преобразования, поэтому цепь β должна быть очень стабильной.

ГЛАВА 2. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ВИДА ЭНЕРГИИ СИГНАЛА

2.1. Резистивные преобразователи

Наиболее простой вид преобразователей — резистивные. К ним относятся реостатные, тензо-, термо-, фото-, магниторезисторные и некоторые другие.

Реостатный преобразователь представляет собой реостат, движок которого перемещается в соответствии с изменением измеряемой неэлектрической величины. Таким образом, входной величиной становится перемещение движка (линейное или угловое), а выходной — активное сопротивление, распределенное по пути движка линейно или в соответствии с каким-либо другим законом.

Конструктивно реостатные преобразователи выполняют в виде обмоток, намотанных на каркас, или реохорда. Применяют константановые и манганиновые проволоки, а для работы в условиях высоких температур — фехралевые. В особо ответственных случаях наматывают проволоки из сплавов платины с иридием, палладием или рутением.

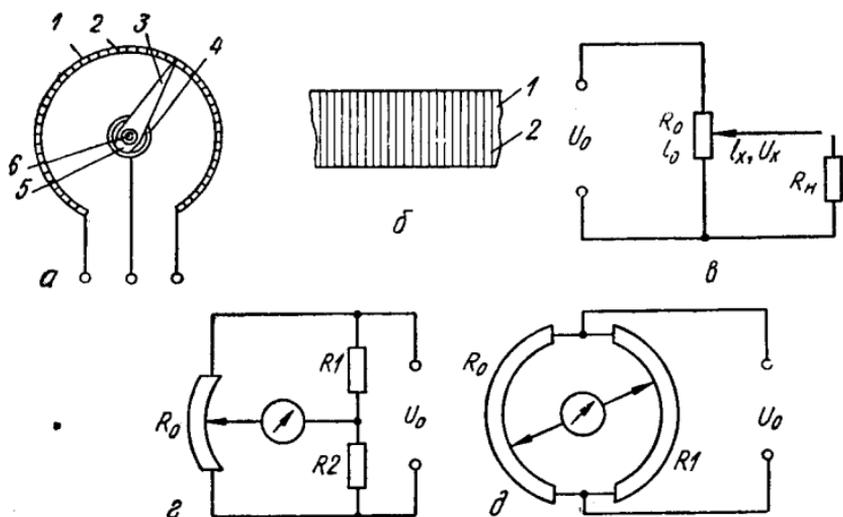


Рис. 7. Устройство (а, б) и схемы включения (в — д) реостатных преобразователей

Каркас преобразователя изготовляют из текстолита, стеклотекстолита или пресс-порошка, применяют также каркасы из алюминиевых сплавов, покрытых изоляционным лаком или оксидной пленкой. Последние более термостойчивы и позволяют за счет лучшей теплопроводности повышать плотность тока в обмотке и тем самым чувствительность преобразователя. Формы каркасов весьма разнообразны: в виде плоской или цилиндрической пластины, плоского или цилиндрического кольца, плоского сегмента и т. д.

Индуктивное и емкостное сопротивления реостатных преобразователей весьма малы, в связи с чем реактивное сопротивление преобразователя можно не принимать во внимание до частот порядка нескольких килогерц.

Рассмотрим несколько примеров конструктивного устройства и наиболее распространенные схемы включения реостатных преобразователей (рис. 7).

Реостатный преобразователь (рис. 7, а) состоит из каркаса 1, на который намотана изолированная проволока 2. По верхней грани каркаса, часть боковой поверхности которого показана на рис. 7, б, скользит щетка 3 движка реостата. Изоляция проволоки для обеспечения электрического контакта здесь зачищена. Напряжение питания преобразователя подают к двум крайним зажимам, выходную величину снимают между одним из крайних зажимов и средним зажимом, соединенным с токосъемным кольцом

4, по которому скользит щетка 5. Приводной валик 6 электрически изолирован от остальных элементов движка. Электрическая схема преобразователя показана на рис. 7, в.

Функция преобразования реостатного преобразователя определяется соотношением

$$U_x = \frac{U_0 l_x / l_0}{1 + (R_0 / R_n) (l_x / l_0) [1 - (l_x / l_0)]},$$

где U_x — выходное напряжение; l_x — входное перемещение; l_0 — общая длина обмотки преобразователя; R_0 — общее сопротивление преобразователя; R_n — сопротивление нагрузки; U_0 — напряжение питания. Для случая углового перемещения $l_x = r\varphi_x$, где r — радиус каркаса преобразователя; φ_x — входное угловое перемещение.

Недостаток рассмотренной схемы — нелинейная зависимость тока от перемещения движка. Величина нелинейности зависит от соотношения внутреннего сопротивления гальванометра R_r , добавочного сопротивления R_d и сопротивления преобразователя R_0 . Нелинейность мостовых схем (рис. 7, г, д) обычно невелика. Поскольку они и более чувствительны, то и шире применяются.

Тензорезисторный измерительный преобразователь представляет собой устройство в виде отрезка или спирали из металла или полупроводникового материала, закрепленных тем или иным способом на исследуемом объекте, испытывающем упругую деформацию под действием приложенных к нему сил.

В настоящее время практически применяются три разновидности тензорезисторов — проволочные, фольговые и полупроводниковые. Физические процессы, протекающие в тензорезисторах первых двух типов, совершенно одинаковы, и изменение их сопротивления при деформации определяется только изменением геометрических параметров. Сжатие или растяжение детали, на которой установлен тензорезистор, вызывает пропорциональное сжатие или растяжение проволоки тензорезистора, в результате чего изменяются ее длина l , поперечное сечение s , удельное электрическое сопротивление ρ и, следовательно, электросопротивление:

$$R = \rho l / s.$$

Относительное изменение сопротивления тензорезистора определяется соотношением

$$\Delta R / R = \Delta l (1 + 2\mu) / l + \Delta \rho / \rho,$$

где Δl — изменение длины проволоки; $\Delta \rho$ — изменение удельного электросопротивления; μ — коэффициент Пуассона.

Частное от деления относительного изменения сопротивления на относительное изменение длины проволоки в пределах упругой деформации характеризуется постоянной величиной:

$$(\Delta R/R)/(\Delta l/l) = \varepsilon_R/\varepsilon_l = S$$

— коэффициентом тензочувствительности. Он зависит от свойств материала, из которого выполнен тензорезистор, и технологии его изготовления.

Проволочные тензорезисторы бывают наклеиваемые и ненаклеиваемые. Последние применяют реже. Наклеиваемый тензорезистор (рис. 8) представляет собой решетку в виде петель из тонкого высокоомного провода диаметром 20—30 мкм, закрепленного с помощью специального клея на изоляционной подложке. В качестве подложки используют тонкую плотную бумагу, специальные сорта тканей и пленок. Наибольшее распространение получили тензорезисторы из специальной константановой микропроволоки. К концам провода решетки приваривают или припаивают медные проволочки большего диаметра длиной 20—70 мм, с помощью которых тензорезистор подключают к измерительной схеме. Тензорезисторный преобразователь наклеивают на исследуемую деталь или элемент датчика. Подложка тензорезистора совместно с тонким слоем клея служит изоляцией между проволокой тензорезистора и поверхностью исследуемого элемента. Деформация этой поверхности передается к тензорезистору через слой клея. Считается, что изменение сопротивления тензорезистора точно соответствует деформации образца. Тщательность наклейки тензорезистора — основной фактор, определяющий точность измерений. Данные о параметрах универсальных проволочных тензорезисторов и технологии их наклейки имеются в специальной литературе [31, 8].

К проволочным тензорезисторам относятся также преобразователи в виде резиновых и пластиковых капилляров с внутренним диаметром 0,1—0,5 мм, заполненных ртутью. Такие тензорезисторы позволяют определять деформацию материалов до 40—50 %, т. е. далеко за преде-

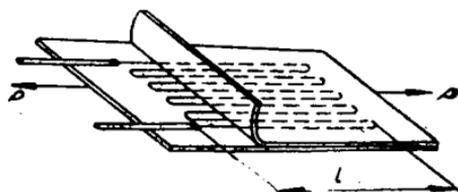


Рис. 8. Устройство проволочно-наклеиваемого тензорезистора

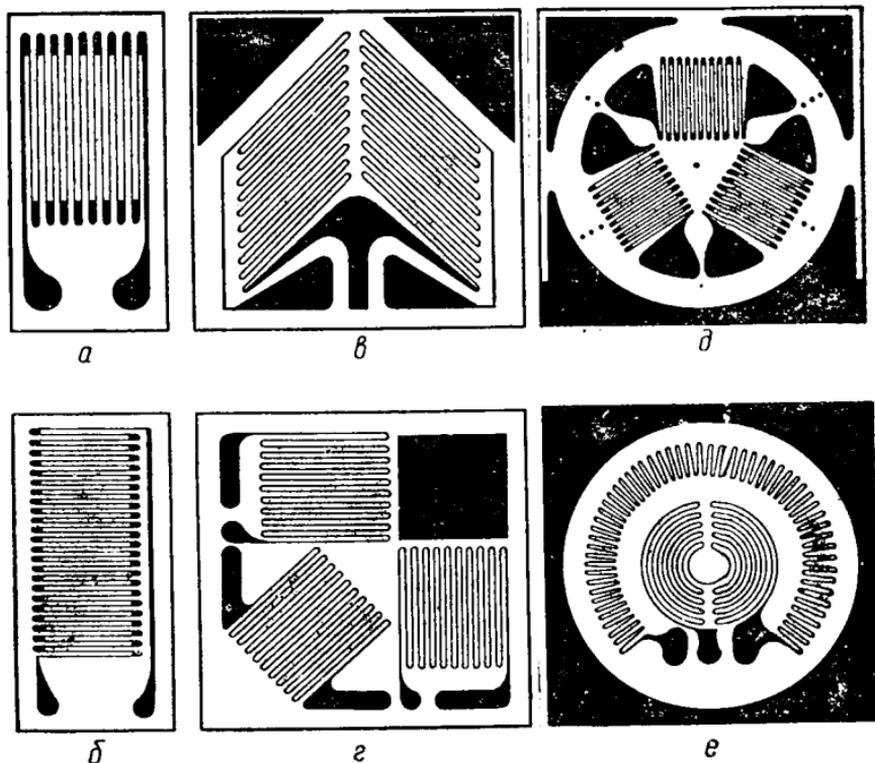


Рис. 9. Конфигурации решеток фольговых тензорезисторов:
а, б — прямоугольные; *в—д* — розеточные; *е* — мембранная

лами упругости. Серийно преобразователи этого класса пока не выпускают.

Фольговые тензорезисторы являются дальнейшим развитием проволочных и в отличие от последних имеют решетку не из круглого провода, а из тонких полосок фольги прямоугольного сечения толщиной 4—12 мкм, которые наносят на лаковую основу. Благодаря большей площади контакта полосок с объектом измерения теплоотдача у фольгового тензорезистора значительно выше, чем у проволочного, что позволяет увеличивать силу тока, протекающего через тензорезистор, до 0,5 А и тем самым повышать чувствительность тензопреобразователя. Достоинство фольговых тензорезисторов и в том, что, используя фотомеханический способ производства, их можно изготовить с такой конфигурацией решеток, которая наиболее полно отвечает условиям измерений. Так, прямоугольные решетки (рис. 9, *а, б*) применяют для измерений линейных деформаций, розеточные (рис. 9, *в—д*) — для измерения крутящих моментов

и исследования напряженно-деформированного состояния, а мембранные (рис. 9, *e*) — для наклейки на мембраны.

Полупроводниковые тензорезисторы по сравнению с рассмотренными имеют существенные преимущества: чувствительность их в 50—60 раз выше чувствительности проволочных, размеры существенно меньше, а высокий уровень выходного сигнала измерительных схем во многих случаях исключает применение сложных и дорогих усилителей.

От проволочных и фольговых тензорезисторов полупроводниковые отличает большое (до 50%) изменение сопротивления тензопреобразователя при деформации. Однако они обладают значительной нелинейностью статической характеристики и другими недостатками — высокой чувствительностью к воздействию внешних условий (температуры, освещения и т. п.) и существенным разбросом характеристик от образца к образцу [31, 56].

Способы включения тензорезисторов в мостовую схему различны (рис. 10). Схема позволяет включать один, два или четыре активных (подверженных деформации) тензорезистора. Один активный тензорезистор (рис. 10, *a*) можно включить в любое плечо схемы моста. Два, как правило, включают в смежные плечи моста по схеме рис. 10, *b*. Схему можно видоизменить и так, что активными станут тензорезисторы R_1 и R_2 или R_1 и R_3 . Однако в этом случае не будет обеспечена термокомпенсация, в связи с чем такие варианты включения применяют редко.

В процессе нагружения элемента каждый из тензорезисторов, наклеенных на его поверхность (рис. 11), в зависимости от знака деформации меняет свое сопротивление на $\pm \Delta R$, так что $R = R_0(1 \pm \Delta R/R_0) = R_0(1 \pm \varepsilon_R)$. Следовательно, чтобы получить максимальное выходное напряжение $U_{\text{вых}}$, нужно учитывать, с каким знаком деформации тензорезистор включается в то или иное плечо схемы (за исключением схемы рис. 10, *a*). Так, для схемы рис. 10, *b* при условии $\varepsilon_1 = \varepsilon_4$ выходное напряжение за счет изменения сопротивлений R_1 и R_4 тензорезисторов не изменится; при выполнении же равенства $\varepsilon_1 = -\varepsilon_4$ (схема наклейки рис. 11, *z*) выходное напряжение мостовой схемы удвоится по сравнению со случаем, когда активным выбран лишь один тензорезистор (рис. 11, *a*).

Измеряя крутящий момент, приложенный к валу, тензорезисторы следует наклеивать вдоль линий, составляющих с осью вала угол 45° (рис. 11, *в*).

Максимальное выходное напряжение мостовой схемы достигается при четырех активных тензорезисторах (рис. 10, *в*). Если $\varepsilon_1 = -\varepsilon_4$ и $\varepsilon_2 = -\varepsilon_3$, выходное напряжение будет в 4

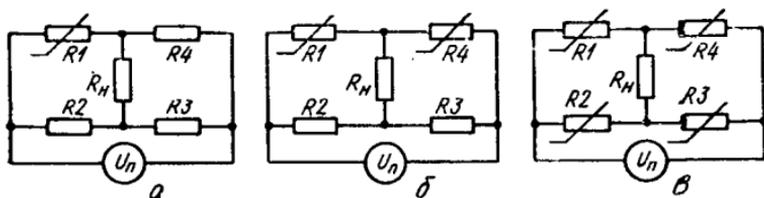


Рис. 10. Способы включения тензорезисторов в мостовую схему:

а — одного; б — двух; в — четырех

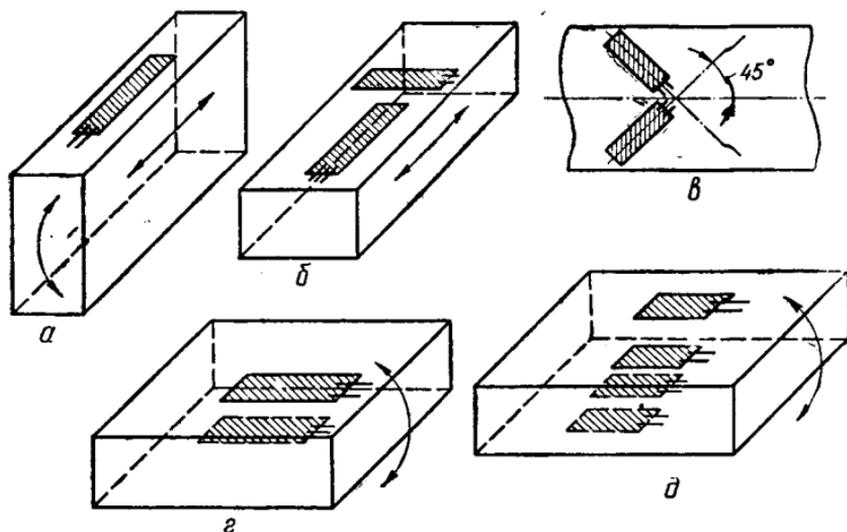


Рис. 11. Схемы наклейки тензорезисторов для измерения деформации: а, б — при осевом нагружении; в — при кручении; г, д — при изгибе

раза выше, чем при одном активном тензорезисторе (рис. 10, а). При этом обеспечивается термокомпенсация. Реализация этой схемы показана на рис. 11, д.

Деформацию различного знака можно получить не только при изгибе или кручении, но и при осевом нагружении элемента (рис. 11, б), если один из тензорезисторов (активный) наклеить вдоль направления действия нагрузки, а другой (пассивный) — поперек. При этом пассивный терморезистор обладает так называемой боковой чувствительностью. Его деформация $\epsilon_4 = -\mu\epsilon_1$ значительно меньше деформации ϵ_1 активного тензорезистора (μ — коэффициент Пуассона).

Терморезисторные преобразователи используют зависимость сопротивления R_t проводников и полупроводников от температуры. Для проводников

$$R_t = R_0 [1 + \alpha (t_x - t_0)],$$

где R_0 — сопротивление проводника при некоторой начальной температуре t_0 ; α — температурный коэффициент сопротивления (ТКС).

Для полупроводников эта зависимость характеризуется показательной функцией

$$R_t = R_{20} \exp [B/T - B/T_0],$$

где R_{20} — сопротивление полупроводника при температуре $t_0 = 20^\circ\text{C}$; B — константа, определяемая типом полупроводника и некоторыми конструктивными параметрами; T — абсолютная температура, К.

Величину ТКС для полупроводниковых терморезисторов (термисторов) определяют зависимостью $\beta_t = -B/T^2$.

Основные требования, предъявляемые к материалам для изготовления металлических терморезисторов, следующие: возможно большее и не меняющееся во времени значение ТКС, неокисляемость при повышенных температурах и большое удельное сопротивление. Обычно для терморезисторов с положительным ТКС применяют тонкую проволоку диаметром 0,02—0,1 мм или пленку из платины, меди, никеля и других чистых металлов. Платиновые преобразователи применяют для высоких температур (до 800°C), а медные — для сравнительно низких (от -50 до $+200^\circ\text{C}$).

В платиновом терморезисторе (рис. 12, а) неизолированная платиновая проволока 2 диаметром 0,07 мм намотана бифилярно на каркас 1 — слюдяную пластину с зубчатой насечкой по краям. К концам обмотки приварены выводы из более толстой (около 1 мм) серебряной проволоки (или ленты). Каркас с обмоткой зажат между двумя более широкими пластинами 3, служащими для изоляции проволоки. Пакет из слюдяных пластин скреплен серебряной лентой 4 и вставлен в алюминиевый цилиндрический чехол 5, защищающий обмотку преобразователя от механических повреждений. Для уменьшения тепловой инерции преобразователя между пакетом и чехлом помещены сплошные металлические вкладыши 6. В малоинерционных преобразователей вместо сплошных вкладышей применяются полые дюралюминиевые вкладыши — лепестки, которые обеспечивают достаточно хорошую передачу теплоты и имеют малую теплоемкость, что уменьшает тепловую инерцию преобразователя. Для защиты терморезистора от воздействия внешней среды (влажности, давления, агрессивных газов и т. п.) чехол вместе с обмоткой помещают в защитную арматуру (рис. 12, б).

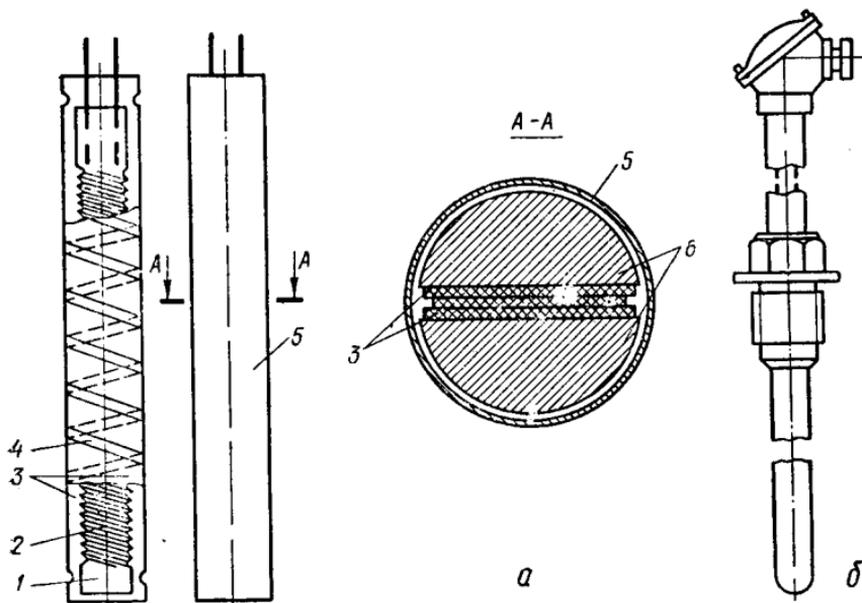


Рис. 12. Устройство (а) и внешний вид арматуры (б) платинового терморезистора

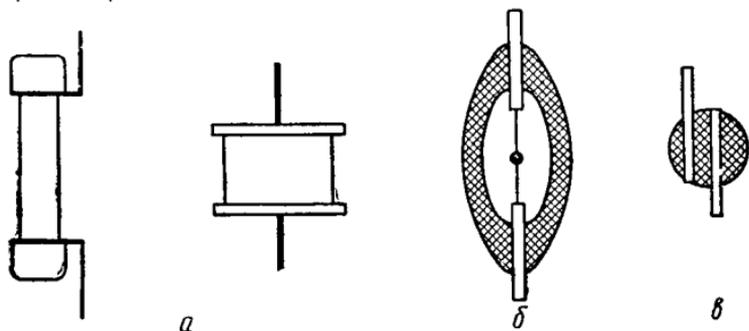


Рис. 13. Термисторы:

а — стержневый типа ММТ-1, КМТ-1; б — дисковый типа ТОС; в — бусинковый типа Т8С, ТУ

Начальные сопротивления (при 0°C) платиновых стандартных терморезисторов равны 1, 5, 10, 46, 50, 100 и 500 Ом; а медных — 10, 50, 53 и 100 Ом. Допустимое значение тока, протекающего по терморезистору при включении его в измерительную схему, должно быть таким, чтобы изменение сопротивления терморезистора за счет нагрева не превышало 0,1% начального сопротивления. Для стандартных терморезисторов имеются градуировочные таблицы (ГОСТ 6651—78). Допустимые отклонения градуировочной характеристики этих преобразователей также стандартизованы.

Для изготовления терморезисторов с отрицательным ТКС (термисторов) применяют смеси из различных оксидов металлов, например CuO , CaO , MnO и др. Выполняют термисторы в виде стержней, дисков или бусинок из полупроводникового материала, в которые впрессованы металлические выводы (рис. 13).

Простейшими и наиболее часто встречающимися схемами включения терморезисторов являются мостовые с питанием постоянным или (чаще) переменным током. К числу наиболее совершенных схем включения терморезисторных преобразователей можно отнести схемы автобалансных мостов с питанием переменным током повышенной частоты и частотные автобалансные мосты [22].

Измерительные преобразователи с фотосопротивлением (фоторезисторы) представляют собой устройства, электрическое сопротивление которых меняется в зависимости от освещенности. В качестве фоторезисторов могут быть использованы фотоэлементы с внешним и внутренним фотоэффектом (рис. 14).

Фотоэлемент с внешним фотоэффектом (рис. 14, а) — это двухэлектродный вакуумный или газонаполненный прибор. Катод 1 представляет собой слой специального металла (цезия, рубидия и др.), распыленного на части внутренней поверхности стеклянного баллона. Анод 2, выполненный в виде металлического кольца или круглой пластины, расположен в середине баллона. Если между анодом и катодом приложить некоторую разность потенциалов и осветить катод, то в результате испускания электронов фотокатодом 1 через прибор пойдет ток. Сила тока при прочих равных условиях зависит от интенсивности облучения катода.

Фотоэлемент с внутренним фотоэффектом (рис. 14, б) имеет тонкий слой полупроводника 1, нанесенного на стеклянную пластину 2, на которой предварительно наклеена решетка из тонких проводников 3. В качестве полупроводников используют селен, сплав сульфида таллия с оксидом таллия, сернистый свинец и др. При освещении такого прибора связанные с атомами электроны освобождаются и переходят в свободное состояние, что и вызывает изменение электросопротивления проводника.

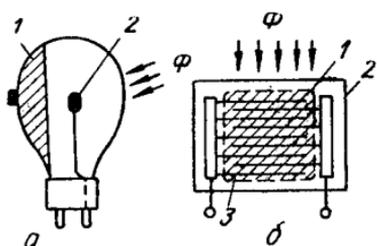


Рис. 14. Схемы фотоэлементов с внешним (а) и внутренним (б) фотоэффектом

Преобразователи с фотоспротивлением широко используются как для обнаружения источника излучения и оценки его интенсивности, так и для косвенного контроля.

Магниторезисторные преобразователи (магниторезисторы) работают на эффекте изменения электросопротивления полупроводника, помещенного в магнитное поле. Изменение удельного сопротивления магниторезистора в магнитном поле объясняется удлинением пути движения электронов в полупроводнике в результате действия силы Лоренца, искривляющей их траекторию. В соответствии с принятой теорией [25] зависимость удельного электрического сопротивления полупроводника от магнитной индукции B до 0,3—0,5 Тл определяется выражением

$$\Delta\rho/\rho_0 = A(\chi B)^n,$$

где $\Delta\rho$ — изменение удельного электрического сопротивления при индукции B ; ρ_0 — значение удельного электросопротивления при индукции $B = 0$; A — коэффициент формы; χ — подвижность электронов; $n = 1 \div 2$ — показатель степени, зависящий от величины магнитной индукции.

Магниторезисторы удобны для измерения перемещений. Магниторезистор, перемещаемый в монотонно возрастающем или убывающем магнитном поле, может служить параметрическим датчиком перемещения.

Измерительные преобразователи с ионизационным сопротивлением работают также на принципе изменения сопротивления. Выполняют их обычно в виде небольшой камеры, заполненной газом (ионизационной камеры). В камере устанавливают два электрода, к которым подводят напряжение. При определенных условиях газовый промежуток между электродами — довольно хороший изолятор. Но достаточно изменить эти условия (например, понизить давление газа) и воздействовать на газ тем или иным ионизирующим агентом (ультрафиолетовыми или рентгеновскими лучами, радиоактивным излучением и т. п.), как газ ионизируется и приобретает значительную подвижность.

Ионизационный ток зависит от параметров газовой среды камеры, напряжения на электродах, свойств и интенсивности ионизирующего агента. Зависимость тока I в камере с постоянным составом газа от приложенного напряжения U и интенсивности излучения J представлена на рис. 15, а. На участке I характеристики ток увеличивается прямо пропорционально напряжению, достигая на участке II насыщения. На участке III ионизационный ток вновь растет за счет вторичной ионизации. При дальнейшем

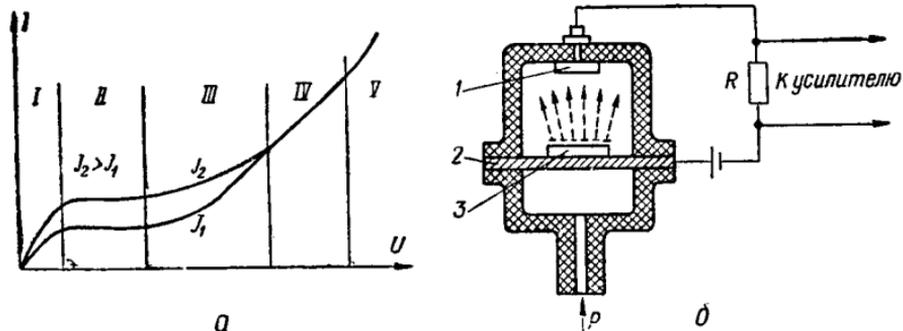


Рис. 15. Вольт-амперная характеристика (а), и пример устройства (б) ионизационного преобразователя

увеличении напряжения ионизационный ток перестает зависеть от первоначальной ионизации (участок IV). Затем наступает непрерывный разряд (участок V). На участках I и II работают ионизационные камеры, а на участке III, IV — ионизационные счетчики.

В качестве примера на рис. 15, б показано устройство ионизационного мембранного манометра, где 3 — α - или β -излучатель; 2 — мембрана; 1 — неподвижный электрод, изолированный от мембраны. Между электродами 2 и 1 приложена разность потенциалов, достаточная для насыщения. При изменении давления мембрана прогибается, изменяя расстояние между электродами, а следовательно, и значение ионизационного тока.

Поглощение β -частиц в функции толщины слоя вещества характеризуется выражением

$$N = N_0 e^{-\mu d},$$

где N — число β -частиц, прошедших через слой толщиной d ; N_0 — число β -частиц в отсутствии поглощающего вещества; μ — коэффициент ослабления.

γ -лучи, проходя через вещество, ослабляются в соответствии с уравнением (для узкого пучка)

$$J = J_0 e^{-\mu d},$$

где J — интенсивность лучей, прошедших через тело; J_0 — интенсивность поступающих в тело γ -лучей.

Большая проникающая способность γ -лучей дает возможность измерять толщины металлических изделий типа листов, полос и т. д.

2.2. Емкостные преобразователи

В основу работы емкостного преобразователя положено изменение емкости электрического конденсатора при воздействии на него измеряемой величины. В исследованиях процессов о. м. д. емкостные датчики используют для измерения деформаций, перемещений и сил.

Пренебрегая краевыми эффектами, емкость преобразователя с плоскими параллельными обкладками можно охарактеризовать соотношением [31]

$$C = 0,088\epsilon s/d,$$

где s — действующая площадь обкладок конденсатора, см²; ϵ — относительная диэлектрическая проницаемость, пФ/см; d — толщина диэлектрика, см.

В зависимости от того, на какой параметр воздействует измеряемая величина, емкостный преобразователь может работать на принципе изменения действующей площади s , расстояния между пластинами d или диэлектрической проницаемости среды ϵ .

При измерении линейных и угловых перемещений наиболее приемлем принцип изменения действующей площади s (рис. 16). Тогда функцию преобразования емкостного преобразователя можно записать в таком виде:

$$\Delta C = C_0 - C_1 = 0,088\epsilon \Delta s/d,$$

где C_0 , C_1 — емкость соответственно в начале процесса и в момент измерения.

Коэффициент преобразования емкостного преобразователя с переменной площадью $\Delta C/C = \Delta s/s$, т. е. он тем больше,

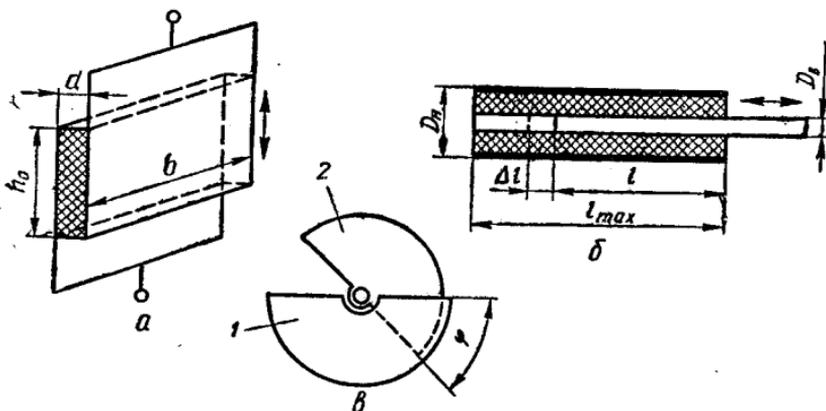


Рис. 16. Схемы емкостных преобразователей с изменяемой площадью:

a — плоского; *б* — цилиндрического; *в* — вращающегося

чем больше относительное изменение площади измерительного конденсатора при единичном изменении входной величины.

Наряду с плоскими конденсаторами (рис. 16, а) для измерения перемещений широко применяют цилиндрические конденсаторы (рис. 16, б), состоящие из коаксиальных цилиндров с диэлектрической средой между ними, сдвигаемых при измерении относительно друг друга. Изменение емкости такого конденсатора при смещении

$$\Delta C = 0,088 \cdot 2\pi\epsilon\Delta l / \ln(D_n/D_b).$$

Для измерений, связанных с вращением или поворотом исследуемого объекта, используют преобразователи, состоящие из неподвижно закрепленного статора 1 (рис. 16, в) и подвижного ротора 2, связанного с узлом, угол поворота которого измеряется. Емкость такого преобразователя зависит от угла поворота:

$$C = C_0 + 0,088\epsilon\phi/d,$$

где C_0 — начальная емкость; ϕ — изменение площади на единицу угла поворота.

Измерить большие изменения емкости относительно несложно самыми разнообразными способами [22]. Для определения малых изменений емкости используют методы мостовой, резонансной и биений. Первый из них наиболее простой и применяется до $\Delta C/C = 10^{-4}$.

2.3. Электромагнитные параметрические преобразователи

К электромагнитным относят следующие типы параметрических преобразователей: индуктивные, трансформаторные и магнитоупругие. Для них характерно использование зависимости характеристик магнитной цепи (магнитного сопротивления R , магнитной проницаемости μ и др.) от механического воздействия на элементы этой цепи.

Индуктивный преобразователь представляет собой дроссель с изменяющимся воздушным зазором δ (рис. 17, а) или изменяющейся площадью s поперечного сечения магнитопровода (рис. 17, б). В качестве выходного параметра в нем выступает изменение индуктивности L (или полного сопротивления Z) обмотки, надетой на сердечник.

В случае небольшого зазора δ индуктивность дросселя с переменным зазором (без учета реактивного сопротивления, обусловленного потерями на вихревые токи и гистерезис)

$$L = \omega^2 l (R_{ж} + R_{\sigma}) = \omega^2 l (l_{ж}/\mu_{\sigma} + 2\delta/\mu_0\epsilon_0), \quad (2.1)$$

где ω — число витков обмотки; $R_{ж}$, R_0 — магнитное сопротивление сердечника и воздушного зазора соответственно; μ , μ_0 — магнитная проницаемость материала сердечника и воздушного зазора; δ — воздушный зазор; $l_{ж}$ — длина магнитной цепи сердечника. Когда магнитное сопротивление воздушного зазора значительно больше магнитного сопротивления магнитопровода, т. е. $R_0 \gg R_{ж}$, выражение (2.1) можно записать в таком виде:

$$L = \omega^2 s_0 \mu_0 / 2\delta. \quad (2.2)$$

Из этого уравнения видно, что зависимость индуктивности L катушки от зазора δ существенно нелинейна. Удовлетворительная линейность имеет место лишь при условии, что $\Delta\delta \ll \delta$ и $2\delta/\mu_0 s_0 \gg l_{ж}/\mu s$. Полное сопротивление обмотки преобразователя

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2},$$

где R — активная составляющая сопротивления; ω — круговая частота переменного тока. Соответственно ток в обмотке

$$I = U / \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}.$$

Чувствительность индуктивного преобразователя на основании (2.2)

$$S_L = \omega^2 \mu_0 s_0 / 2\delta^2$$

и, как видим, обратно пропорциональна квадрату зазора. Поэтому индуктивные преобразователи особенно чувствительны при малых зазорах и реагируют на изменение зазора около 0,1—0,5 мкм. Диапазон измерений перемещений индуктивным преобразователем с переменным зазором составляет 0,01—2 мм.

Значительно меньшей чувствительностью, но линейной зависимостью $L = f(\delta)$ отличаются преобразователи с переменным сечением воздушного зазора (рис. 17, б). Их используют при перемещениях якоря до 10—15 мм.

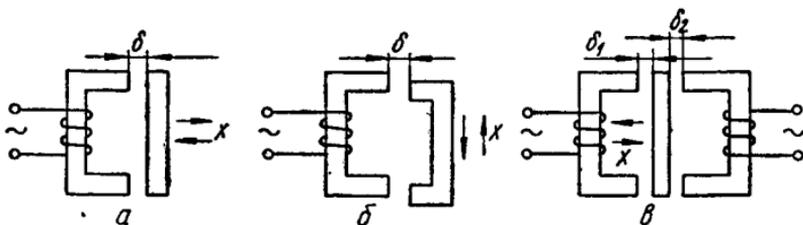


Рис. 17. Конструкции и измерительные цепи индуктивных преобразователей:

а — с переменным зазором; б — с переменной площадью; в — дифференциального типа

Широко распространены индуктивные дифференциальные преобразователи (рис. 17, в), в которых под действием измеряемой величины одновременно и притом с разными знаками изменяются два зазора двух электромагнитов. В сочетании с соответствующей схемой (обычно мостовой) дифференциальные преобразователи имеют более высокую чувствительность, чем обычные, дают возможность уменьшить нелинейность функции преобразования, испытывают меньшее влияние внешних факторов.

Рассмотренные индуктивные преобразователи (рис. 17) — низкочастотные: их рабочая частота лежит в пределах от десятков до сотен герц. Применимость их, несмотря на высокую чувствительность, часто ограничивается большими габаритными размерами и невысокой частотой собственных колебаний. Более удобны в этом отношении высокочастотные индуктивные преобразователи, принцип действия которых основан на изменении индуктивности и добротности обмотки датчика при взаимодействии ее с проводящими телами или средами [22, 41].

Типичные случаи применения высокочастотных индуктивных преобразователей показаны на рис. 18. При увеличении диаметра d_x проволоки (рис. 18, а) уменьшается индуктивность и добротность обмотки датчика. Определяя индуктивность или добротность такой обмотки, можно контролировать диаметр проволоки. С увеличением толщины δ_x фольги (рис. 18, б) растет поле вихревых токов, направленное против поля возбуждающей обмотки L_1 . В результате увеличивается экранирующее действие контролируемой фольги и э. д. с., индуцируемая в воспринимающей обмотке L_2 , уменьшается. Изменение этой э. д. с. и служит показателем изменения толщины фольги.

В трансформаторных преобразователях (рис. 19) используют изменение взаимной индуктивности обмоток преобразователя под воздействием механических перемещений ферромагнитного сердечника. Как и в случае индуктивных преобразователей, для компенсации значительного начального тока применяют дифференциальные трансформаторы, у которых вторичные обмотки ω'_2 и ω''_2 включены встречно (рис. 19, вторая и третья схемы).

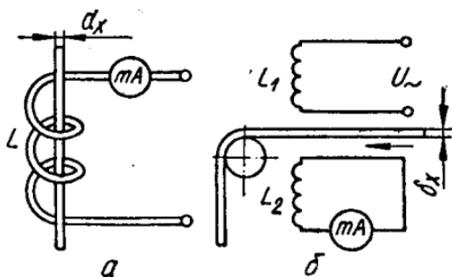


Рис. 18. Схемы высокочастотных индуктивных преобразователей:

а — для контроля диаметра проволоки;
б — для измерения толщины фольги

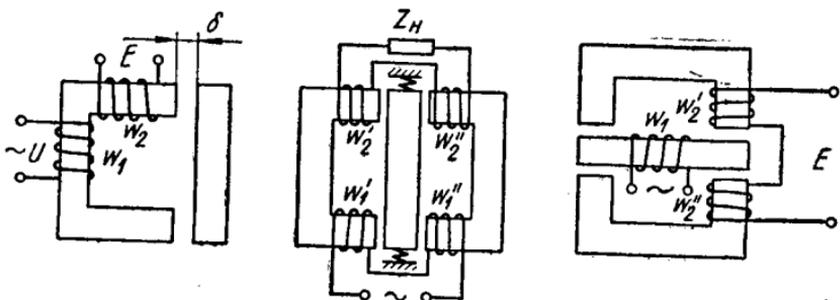


Рис. 19. Конструкции и измерительные цепи трансформаторных преобразователей

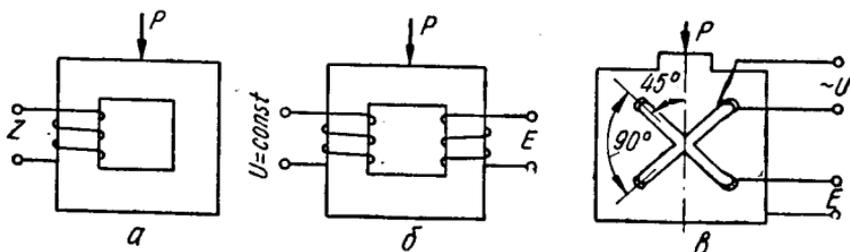


Рис. 20. Схемы магнитоупругих преобразователей: а — дроссельного; б, в — трансформаторного типов

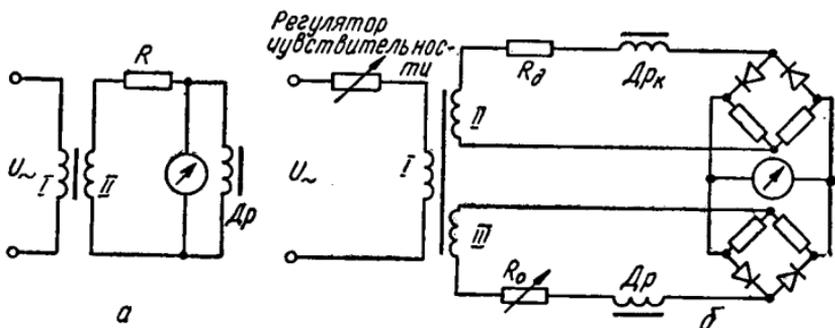


Рис. 21. Измерительные цепи магнитоупругих дроссельных преобразователей: а — последовательная; б — компенсационная

Недостаток индуктивных и трансформаторных преобразователей — трудно регулировать и компенсировать начальное напряжение на выходе преобразователя. Кроме того, для уменьшения помех оба типа преобразователей нуждаются в тщательной экранировке, что увеличивает их габаритные размеры и массу.

Работа магнитоупругих преобразователей [31, 12] основана на изменении магнитной проницаемости μ (или индукции B) ферромагнитных тел под действием приложенных

к ним механических сил и напряжений. Происходящее под воздействием нагрузки одновременное изменение магнитной проницаемости и линейных размеров сердечника можно использовать для измерения деформаций. При этом относительную чувствительность магнитоупругих преобразователей к деформации можно охарактеризовать (подобно тензорезисторам) коэффициентом тензочувствительности:

$$S = (\Delta\mu/\mu)/(\Delta l/l) = \epsilon_\mu/\epsilon_l.$$

При измерении сил и механических напряжений коэффициент чувствительности

$$S_\sigma = \epsilon_\mu/\sigma. \quad (2.3)$$

Магнитоупругие преобразователи можно разделить на дроссельные (рис. 20, а) и трансформаторные (рис. 20, б, в).

В преобразователях дроссельного типа изменение магнитной проницаемости сердечника приводит к изменению полного электрического сопротивления Z катушки дросселя. При небольшом поверхностном эффекте относительное изменение сопротивления преобразователя, пренебрегая активным сопротивлением катушки, можно принять равным $\Delta Z/Z = \Delta\mu/\mu$. Тогда чувствительность преобразователя

$$S_\sigma = \Delta Z/Z\sigma.$$

Измерительная цепь преобразователя дроссельного типа в простейшем случае (рис. 21, а) состоит из последовательно включенных постоянного резистора R и дросселя-преобразователя D_p , параллельно которому включен индикатор. Недостаток этой схемы — наличие большого начального напряжения U_0 , что сужает динамический диапазон и разрешающую способность измерителя. Поэтому вместо такой схемы обычно применяют дифференциальную — с компенсацией начального напряжения (рис. 21, б). Преобразователи дроссельного типа просты, имеют удовлетворительную линейность в рабочем диапазоне и реальные амплитудные погрешности около 2—5 %.

Чувствительность трансформаторного преобразователя (в предположении, что $\Delta U_2/U_2 = \Delta\mu/\mu$) можно с учетом (2.3) выразить соотношением

$$S = \Delta U/U\sigma.$$

Датчики с подобными преобразователями имеют чувствительность до нескольких милливольт на 1 Н. Основная их погрешность при правильном выборе материала и конструкции магнитопровода не превышает 0,5 %. Однако температурная погрешность велика и составляет 1,5—2 % на

10 °С. Другим источником погрешности служит гистерезис. При статических нагрузках погрешность за счет гистерезиса достигает 4%, уменьшаясь при динамических нагрузках до 1%.

2.4. Преобразователи Холла

Эффект Холла — гальваномангнитное явление, широко используемое в измерительной практике. Оно заключается в том, что в точках 2, 2' пластины (рис. 22, а), помещенной в магнитное поле с индукцией B , возникает разность потенциалов U_H , если через нее протекает ток I . Э. д. с. Холла $U_{2,0}B$ между точками 2, 2' в отсутствии нагрузки

$$U_{2,0} = kR_X I_1 B / a = \gamma I_1 B,$$

где I_1 — ток, протекающий вдоль пластины, А; k — коэффициент, зависящий от размеров пластины и электродов, в частности от соотношения b/a и h/l (h — ширина «холловских» электродов); a — толщина пластины, м; R_X — постоянная Холла, являющаяся характеристикой полупроводникового материала, м³/А; B — индукция магнитного поля, Тл; γ — чувствительность.

При нагружении датчика Холла конечным сопротивлением напряжение на электродах уменьшается:

$$U_2 = \gamma I_1 B / (1 + R_{\text{вых}}/R),$$

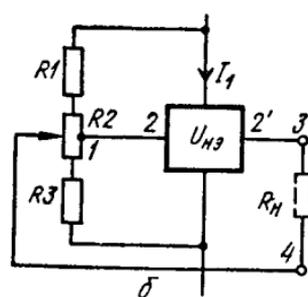
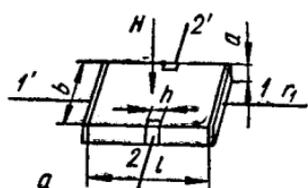


Рис. 22. Устройство (а) и схема компенсации неэквивалентности (б) преобразователя Холла

где $R_{\text{вых}}$ — выходное сопротивление датчика (сопротивление между «холловскими» электродами в отсутствии магнитного поля). Входным сопротивлением $R_{\text{вх}}$ датчика Холла является сопротивление между токовыми электродами 1, 1' преобразователя.

Наряду с чувствительностью γ , входным и выходным сопротивлениями к характеристикам преобразователя относятся номинальное значение управляющего тока и напряжение неэквивалентности. За номинальное значение управляющего тока принимают ток, при котором происходит заметное изменение характеристики $U_{2,0} = f(I_1)$ при максимальной величине магнитной индукции и отсутствии теплоотвода. Улучшив теплоотвод, можно существенно увеличить управляющий ток, а с

ним и выходной сигнал, пока не превысится допустимая для элемента температура.

Напряжение неэквивалентности (остаточное напряжение) — напряжение, которое возникает на «холловских» электродах относительно прямой, перпендикулярной к линиям управляющего тока, в результате чего электроды не оказываются на эквипотенциальной линии. Легко заметить, что напряжение неэквивалентности становится помехой для основного сигнала и поэтому должно быть уменьшено либо подбором элементов, либо схемным путем.

Одна из распространенных схем компенсации остаточного напряжения приведена на рис. 22, б. В схеме сопротивления резисторов $R1$ и $R3$ в несколько сот раз превосходят входное сопротивление преобразователя, а сопротивление резистора $R2$ (с отводом от середины) — такого же порядка, что и выходное сопротивление. Кроме того, сопротивление резистора $R3$ берут на 20—25% большим, чем $R1$. Компенсируют напряжение неэквивалентности следующим образом. Настроив схему, между точками 1 и 2 включают чувствительный индикатор тока и с помощью резистора $R3$ уравнивают их потенциалы. Затем перемещением движка резистора $R2$ добиваются отсутствия остаточного напряжения между точками 3 и 4.

Датчики с преобразователями Холла все чаще применяют для измерения механических величин, в частности

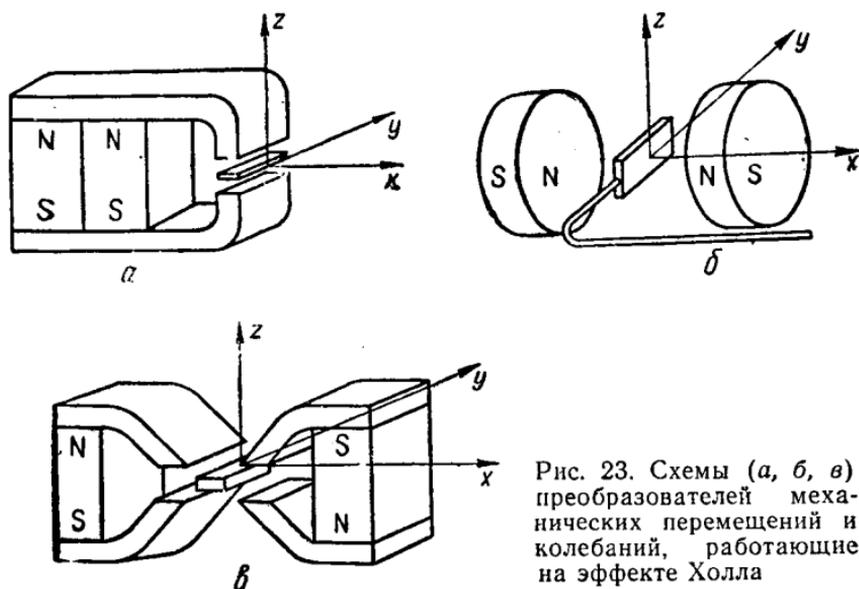


Рис. 23. Схемы (а, б, в) преобразователей механических перемещений и колебаний, работающие на эффекте Холла

углов поворота, линейных перемещений и колебаний. Если преобразователь перемещается в неоднородном магнитном поле, то напряжение Холла зависит от величины смещения. Следовательно, целесообразно применять такие магнитные системы, при которых эта зависимость линейна. На рис. 23 представлены три магнитные системы, в которых преобразователь Холла перемещается в направлении x : в первой схеме он выдвигается из зазора магнита (рис. 23, *а*), во второй — перемещается в зазоре между ферритовыми магнитами, обращенными одноименными полюсами друг к другу (рис. 23, *б*), в третьей — выдвигается из-под полюса S к полюсу N магнитной системы или наоборот (рис. 23, *в*).

Кроме непосредственного измерения механических величин, преобразователи Холла широко применяются для целенаправленной переработки электрических сигналов, полученных от других датчиков. Так, с помощью преобразователей Холла можно производить сложение и вычитание, умножение и деление, возведение в степень и извлечение корня и ряд других математических операций с электрическими величинами [25].

2.5. Индукционные преобразователи

Переходя к рассмотрению генераторных преобразователей, напомним, что к преобразователям генераторного типа относятся устройства, обеспечивающие непосредственное преобразование измеряемой неэлектрической величины в пропорциональные значения тока или напряжения без применения внешних источников питания. Это индукционные, пьезоэлектрические, термоэлектрические (термопары) и некоторые фотоэлектрические преобразователи.

Для преобразования механических перемещений в электрический сигнал в индукционных преобразователях используется явление электромагнитной индукции — наведение э. д. с. в электрическом контуре, вызываемое изменением магнитного потока:

$$e = -\omega d\Phi/dt,$$

где e — мгновенное значение э. д. с.; ω — число витков катушки; Φ — магнитный поток. Из соотношения видно, что наводимая э. д. с. зависит не от абсолютного значения магнитного потока, а от скорости его изменения. В связи с этим индукционные преобразователи непосредственно можно применять только для измерения скорости перемещения. Для определения перемещений и ускорений в контур вводят соответственно интегрирующую или дифференцирующую цепь.

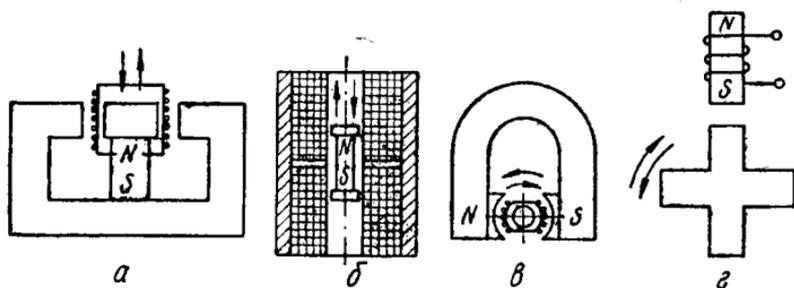


Рис. 24. Схемы устройства индукционных преобразователей для измерения скорости:

а, б — поступательного перемещения; *в, г* — вращения

Первую достаточно распространенную группу индукционных преобразователей составляют преобразователи, в которых изменение магнитного потока, сцепляющегося с витками катушки, осуществляется либо перемещением ее в магнитном поле постоянного магнита, либо перемещением постоянного магнита относительно неподвижной катушки. Эта группа преобразователей представляет собой, по сути дела, генераторы, э. д. с. которых пропорциональна скорости линейных (рис. 24, *а*) или угловых (рис. 24, *в*) перемещений катушки в постоянном магнитном поле либо скорости перемещения магнитного поля относительно витков катушки (рис. 24, *б*).

Вторую группу образуют преобразователи, в которых изменение магнитного потока создается изменением магнитного сопротивления. Такой преобразователь можно получить, например, подавая на обмотку возбуждения трансформаторного преобразователя постоянный ток (обмотка подмагничивания). Тогда э. д. с., наводимая во вторичной обмотке, будет пропорциональна скорости изменения магнитного сопротивления. В тех случаях, когда величина наводимой э. д. с. не является параметром, несущим информацию, можно использовать полностью разомкнутые магнитные цепи. Примером может служить преобразователь (рис. 24, *г*), выходным параметром которого является частота наводимой э. д. с.

Э. д. с. преобразователей с подвижной катушкой зависит от индукции B в воздушном зазоре, длины l витка, числа ω витков и скорости v перемещения:

$$e = Bl\omega v,$$

а э. д. с. преобразователей с переменным магнитным сопротивлением

$$e = \omega Fv\sigma,$$

где v_G — скорость изменения магнитной проводимости; F — м. д. с. (магнитодвижущая сила). Из выражений видно, что чувствительность преобразователей зависит от величин B и F , которые определяются параметрами постоянного магнита. Обычно стремятся спроектировать магнит так, чтобы энергия $B_M H_M$, приходящаяся на единицу объема, была максимальной.

2.6. Пьезоэлектрические преобразователи

Работа пьезоэлектрических преобразователей основана на использовании пьезоэлектрического эффекта. Он проявляется в способности некоторых материалов образовывать при механическом нагружении электрические заряды. Количественно пьезоэффект оценивается пьезомодулем d , устанавливающим пропорциональность между возникающим зарядом Q и приложенной силой P :

$$Q = dP.$$

Важнейшие природные материалы, обладающие пьезоэлектрическими свойствами, — кварц и турмалин; из искусственных сегнетоэлектриков применяют титанат бария, сегнетову соль, дегидрофосфат аммония и др.

Наиболее часто для измерительных целей используют кварц, кристалл которого представляет собой шестигранную призму, увенчанную с обоих концов шестигранными пирамидами. Ось, проходящую через вершины пирамид, называют оптической осью z , ось x , проходящую через ребра призмы перпендикулярно к оптической оси, называют электрической, а ось y , нормальную к граням призмы, — механической.

Если вырезать из кристалла пластинку в плоскости yx , то при воздействии силы P_x по направлению электрической оси на ее гранях возникнут электрические заряды

$$Q = d_{11}P_x,$$

где d_{11} — пьезомодуль, равный для кварца $2,3 \cdot 10^{-12}$ Кл/Н. Если же пластину подвергнуть сжатию в направлении оси y , то на тех же гранях возникнут заряды, но уже противоположного знака:

$$Q = -d_{11}P_y b/a.$$

При этом значение заряда зависит от соотношения размеров пластинки b/a [31].

Для увеличения заряда преобразователь набирают из нескольких (n) пластин, которые механически соединяют

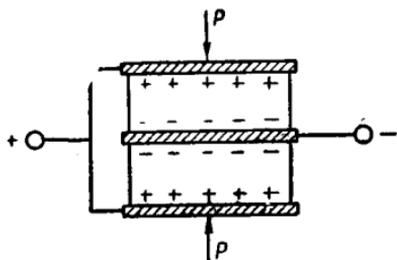


Рис. 25. Схема пьезоэлектрического преобразователя, работающего на сжатие

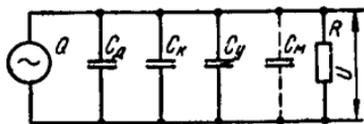


Рис. 26. Эквивалентная схема включения пьезоэлектрического преобразователя

последовательно, а электрически — параллельно (рис. 25). В этом случае суммарный заряд

$$Q_n = nQ.$$

Наряду с преобразователями, работающими на сжатие (рис. 25), распространены конструкции, у которых пьезоэлемент работает на изгиб и на сдвиг.

При механическом воздействии на пьезокристалл на его электродах должно возникать напряжение

$$U = Q/C_d,$$

где C_d — емкость конденсатора, образуемого гранями пластины. В реальных условиях пьезоэлектрический преобразователь всегда оказывается зашунтирован некоторой емкостью C_0 и сопротивлением R . Емкость

$$C_0 = C_d + C_k + C_y + C_m,$$

где C_d , C_k , C_y и C_m — емкость самого преобразователя, соединительного кабеля, входная усилителя и масштабная, или подстроечная, соответственно. Поэтому эквивалентная электрическая схема включения с учетом сопротивления утечки будет иметь вид, показанный на рис. 26.

Из-за шунтирующего действия R напряжение на преобразователе даже при $P_x = \text{const}$ изменяется по закону

$$U = dP_x [1 - \exp(-t/RC_0)]/C_0,$$

где t — время.

В связи с этим пьезоэлектрические преобразователи нельзя применять для измерения сил и давлений, имеющих постоянную составляющую, так как неизбежная утечка зарядов с пьезопластин приводит к тому, что напряжение на C_0 определяется только переменной составляющей измеряемого силового параметра. Неточно воспроизводятся и низкочастотные составляющие измеряемой величины.

2.7. Термоэлектрические генераторные преобразователи

Термоэлектрические преобразователи (термопары) построены на основе возникновения э. д. с. в замкнутой цепи из двух различных по материалу проводников при нагревании одной из точек их соединения. Получаемая термоэ. д. с. является функцией разности температур t_1° и t_2° точек соединения проводников A и B (рис. 27, *а*). О значении термо-э. д. с. можно судить по показаниям индикаторного прибора (ИП), включенного в разрыв проводника B (рис. 27, *б*) или в ненагреваемый спай цепи (рис. 27, *в*). Ненагреваемый спай принято называть *холодным* в отличие от *горячего*, непосредственно находящегося под действием измеряемой температуры. Подобная термоэлектрическая цепь из двух разных проводников называется *термопарой*.

Высокая точность измерения температуры t_1° с помощью термопары возможна лишь при достаточно точной фиксации температуры холодного спая. Для этого холодные спаи температур помещают в сосуд Дьюара с тающим льдом или в какой-либо другой термостат.

Влияние нестабильности температур холодного спая можно устранить, применив схему с автоматической коррекцией (рис. 28). Термопара и ИП включены в измерительную диагональ омического моста, питаемого постоянным напряжением U_0 . Резисторы R_1, R_2, R_3 моста изготовлены из манганина, а R_4 — из меди или никеля. Схема моста размещена в непосредственной близости от холодного спая. При начальной температуре t_2° мост балансируется с помощью переменного резистора R_3 . Если в процессе измерения температура t_2° холодного спая повысится, то

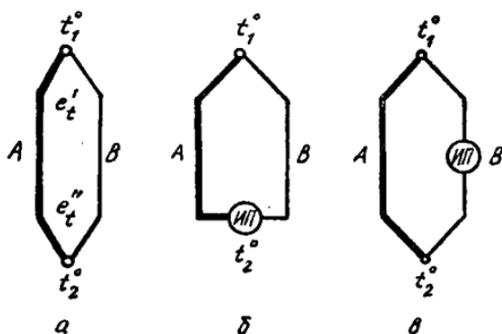
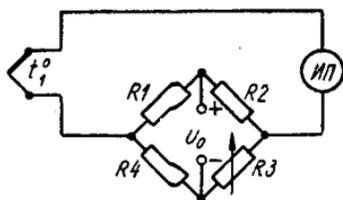


Рис. 27. Термоэлектрическая цепь (*а*) и схемы включения индикаторного прибора (*б, в*)

Рис. 28. Схема автоматической коррекции влияния нестабильности температуры холодного спая термопары



возрастет и значение R_4 , а возникшее на измерительной диагонали напряжение скомпенсирует уменьшение э. д. с. термопары.

Данные о значениях термо-э. д. с., развиваемых термопарами из различных металлов и сплавов, имеются в литературе [22, 29].

2.8. Фотоэлектрические генераторные преобразователи

Фотоэлектрические преобразователи успешно используются при измерении светового потока, интенсивность которого определяется значением той или иной физической величины (цвета, прозрачности и т. п.). Для этого применяют фотоэлементы с внешним и внутренним (фоторезисторы) фотоэффектом, а также вентильные фотоэлементы [58]. Последние являются преобразователями генераторного типа, т. е. измеритель тока подключают непосредственно к зажимам такого фотоэлемента.

Рассмотрим четыре основные группы использования фотоэлементов в измерительной технике. В первой (рис. 29, а) световой поток Φ_x , воспринимаемый и преобразуемый фотоэлементом $\Phi_Э$, создается самим излучающим объектом O .

Пример подобного использования фотоэлемента — фотоэлектрический пирометр, применяемый для измерения температуры нагрева металла.

Во второй группе (рис. 29, б) начальный световой поток $\Phi_0 = \text{const}$ создается внешним осветителем L , но на его пути помещают диафрагму или непрозрачную деталь D , размер которой контролируется или измеряется. Таким образом, поступающий в фотоэлемент поток Φ_x получается за счет модуляции потока Φ_0 изменением положения диафрагмы или размера контролируемой детали.

В третьей группе (рис. 29, в) также применяют внешний осветитель L , создающий световой поток Φ_0 , но он направлен на поверхность Π объекта. На фотоэлемент попадает только отраженный поток $\Phi_x \neq \Phi_0$. В этом случае световой поток Φ_x может быть функцией состояния поверхности — ее шероховатости, цвета, прозрачности (рис. 29, в).

Особенность устройств четвертой группы (рис. 29, д) состоит в том, что носителем полезной информации в них выступает не интенсивность светового потока, а частота его изменения. На таком принципе работают, например, фототахометры, предназначенные для измерения числа оборотов вала B , на торце которого расположено зеркало $З$.

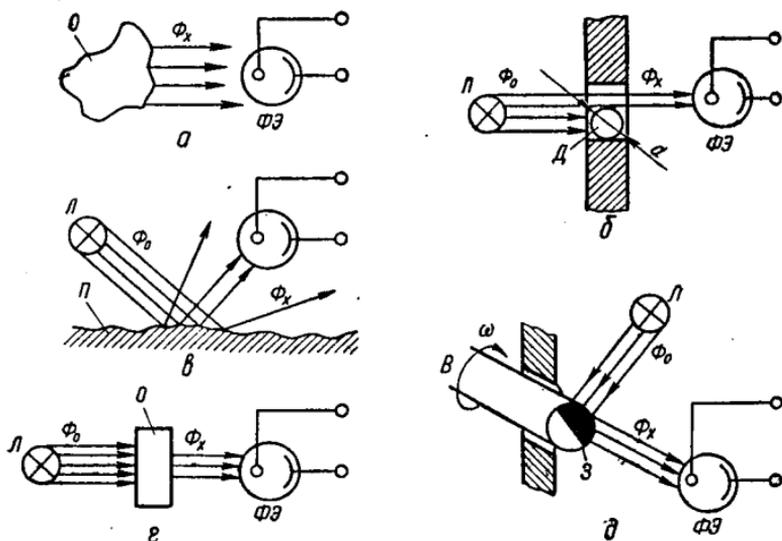


Рис. 29. Схемы использования фотоэлементов для измерения неэлектрических величин:
a — излучает объект; *б* — модуляцией потока; *в*, *г* — измерение отраженного (ослабленного) потока; *д* — измерение частоты изменения потока

Очевидно, что в этом последнем случае требования к стабильности характеристик фотоэлемента могут быть понижены.

ГЛАВА 3. СТРУКТУРНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТАНОВОК

3.1. Упругие элементы датчиков для измерения механических величин

Упругий элемент входит практически во все датчики силы, давления и ускорения. Входная величина упругого элемента — сила (момент) или давление, а выходная — перемещение (линейное или угловое) или деформация (в относительных или абсолютных единицах). Под перемещением в этом случае понимают прогибы характерных точек упругого элемента в направлении, совпадающем с направлением действия силы либо перпендикулярном к нему. Под деформацией понимают относительное перемещение точек на поверхности упругого элемента. Поэтому упругие элементы как преобразователи механического сигнала разделяют на преобразователи «сила — деформация» и «сила —

перемещение», «давление — деформация» и «давление — перемещение», «момент — угол» и т. д. Соотношение величин на входе и выходе преобразователя определяет его чувствительность, конструктивное оформление и метод преобразования измеряемой величины в электрический сигнал. Так, если выходная величина упругого элемента — деформация, то это предполагает, как правило, использование различного рода тензорезисторных преобразователей; если перемещение, то — индуктивных, емкостных или реостатных преобразователей.

К преобразователям силы, например (рис. 30), относятся упругие элементы в виде сплошных и полых стержней, колец постоянного и переменного сечения, балок равного сечения и равного сопротивления, специальных стержневых упругих элементов. К преобразователям давления (рис. 31) относятся трубки Бурдона, мембранные коробки, мембраны с несимметричным центром, колпачки, полусферы, комбинированные упругие элементы. Для таких упругих элементов, как плоские и гофрированные мембраны, сильфоны, входной величиной может быть как сила, так и давление.

Из упругих элементов, входной величиной в которых выступает сила, наибольшее распространение получили стержни [2]. Достоинство стержневых упругих элементов заключается в простоте изготовления, высокой точности размеров, большой нагрузочной способности. Недостатки стержня — малая величина перемещения и ограниченность чувствительности. Для увеличения чувствительности стержень выполняют полым, что дает и другие преимущества — увеличивает площадь под наклейку тензорезисторов и в определенной степени улучшает условия работы на сжатие. Однако возможная величина перемещения остается в пределах упругой деформации стержня по длине.

Связь между силой и продольной упругой деформацией в стержне следующая:

$$\epsilon_l = P/S_{ст}E = S'_{ст}P, \quad (3.1)$$

где ϵ_l — относительная продольная деформация стержня; $S_{ст}$ — площадь его поперечного сечения; P — сила, приложенная к стержню; E — модуль продольной упругости стержня; $S'_{ст}$ — его чувствительность. Выражение (3.1) показывает, что продольная деформация стержня определяется приложенной силой P и чувствительностью $S'_{ст}$ и не зависит от длины стержня.

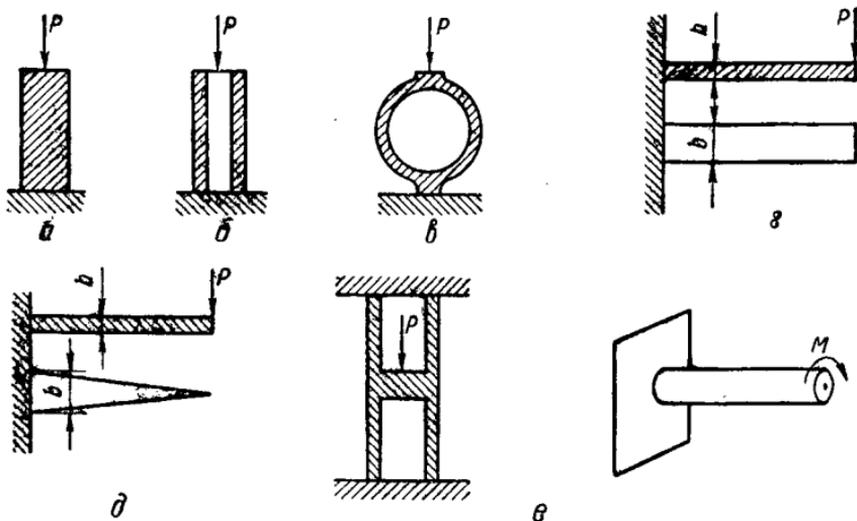


Рис. 30. Виды упругих элементов — преобразователей силы:

a — сплошной стержень; *б* — полый стержень; *в* — кольцо переменного или постоянного сечения; *г* — балка равного сечения; *д* — балка равного сопротивления; *е* — специальные стержневые элементы

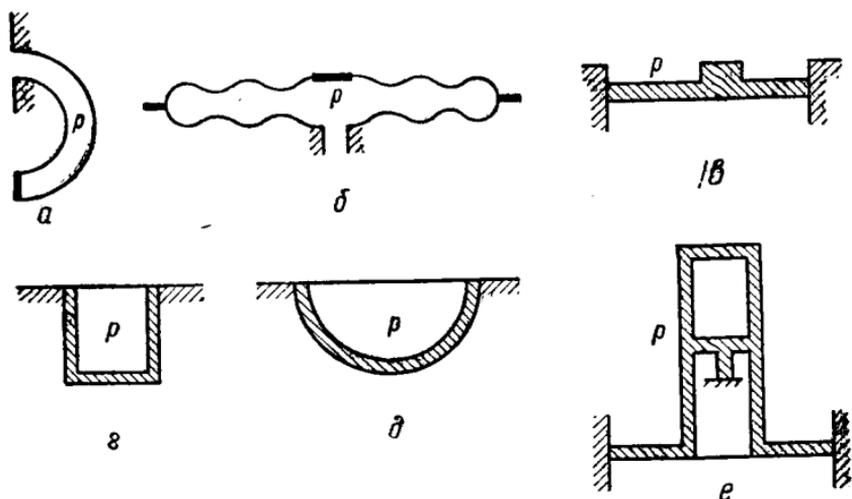


Рис. 31. Виды упругих элементов — преобразователей давления:

a — трубка Бурдона; *б* — мембранная коробка; *в* — мембрана с несимметричным центром; *г* — колпачок; *д* — полусфера; *е* — комбинированный элемент

Связь между силой и поперечной деформацией стержня такова:

$$\epsilon_d = \mu P / s_{ст} E = S_{ст}^2 P,$$

где ϵ_d — относительная поперечная деформация; μ — коэффициент Пуассона.

В общем случае в датчике могут быть использованы как продольная и поперечная деформации, так и их комбинации. Чтобы оценить степень эффективности использования той или иной деформации, введем понятие *конструктивного коэффициента чувствительности стержня*:

$$B_{ст} = \cos \alpha - \mu \sin \alpha,$$

где α — угол установки тензорезистора относительно образующей стержня.

В соответствии с изложенным общее выражение функции преобразования стержня можно представить в виде

$$\epsilon_{ст} = B_{ст} P / s_{ст} E, \quad (3.2)$$

а чувствительности — в виде

$$S_{ст} = B_{ст} / s_{ст} E.$$

Следовательно, чувствительность стержневого преобразователя определяется конструктивным коэффициентом чувствительности, сечением и модулем продольной упругости материала стержня. Заметим, что деление стержневых упругих элементов на полые и сплошные не меняет вида функции преобразования.

Если выходной величиной стержневого упругого элемента является перемещение точки приложения силы в направлении ее действия, то функция преобразования выглядит так:

$$\Delta l = Pl / s_{ст} E, \quad (3.3)$$

где Δl — перемещение торца упругого элемента; l — его длина. Как видим, в этом случае чувствительность упругого элемента зависит от длины.

Одна из важнейших характеристик любого упругого элемента — его собственная частота колебаний n_0 , которую для стержня можно определить по формуле

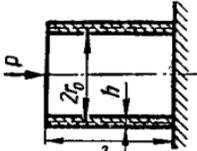
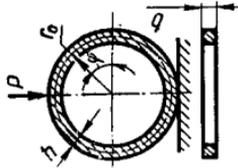
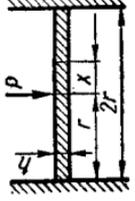
$$n_0 = 0,159\pi \sqrt{s_{ст} E / m} / 2l,$$

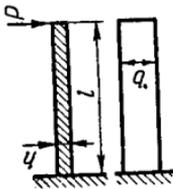
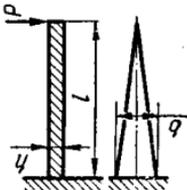
где m — масса единицы длины стержня. С учетом того, что $m = s_{ст} \rho$, где ρ — плотность материала стержня,

$$n_0 = 0,249 \sqrt{E / \rho} / l. \quad (3.4)$$

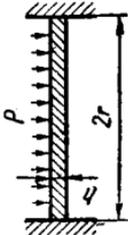
Формулы (3.2) — (3.4) — основные при расчете стержневых упругих элементов. Соответствующие зависимости [46] получены и для других видов упругих элементов, широко применяемых в резистивных, емкостных, индуктивных и других датчиках сил (табл. 2), деформаций и перемещений.

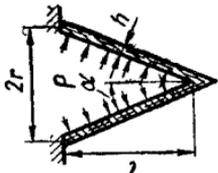
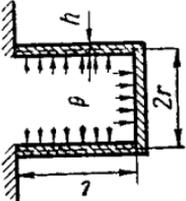
2. Параметры некоторых преобразователей силы

Упругий элемент	Чувствительность			Собственная частота n_0	
	по деформации	по перемещению	пределы изменения	без учета присоединенной массы	с учетом присоединенной массы
	$\frac{B_{ст}}{s_{ст}E}$	$\frac{l}{s_{ст}E}$	1—0,3	$\frac{0,249}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,160}{l \sqrt{\alpha + k_n}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ $k_n = 0,405$
	$\frac{B_{кr_0}}{bh^2E}$	$-1,79r_0^3 \frac{1}{bh^2E}; \frac{+1,64r_0^3}{bh^2E}$	1,91—1,09	$\frac{0,123h}{r_0^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,476h}{r_0^2 \sqrt{\alpha + k_n}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ $k_n = 0,148$
	$\frac{B_M}{h^2E}$	$\frac{0,217r^2}{h^2E}$	1,31—0,434	$\frac{0,492h}{r^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,193h}{r^2 \sqrt{\alpha + k_n}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ $k_n = 0,153$

Упругий элемент	Чувствительность			Собственная частота n_0	
	по деформации	по перемещению	пределы изменения	без учета присоединенной массы	с учетом присоединенной массы
	$\frac{B_0 l}{bh^2 E}$	$\frac{3l^3}{bh^3 E}$	6—0	$\frac{0,162h}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,080h}{l^2 \sqrt{\alpha + k_n}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ $k_n = 0,243$
	$\frac{B_0 l}{bh^2 E}$	$\frac{6l^3}{bh^3 E}$	6	$\frac{0,316h}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,091h}{l^2 \sqrt{\alpha + k_n}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ $k_n = 0,0845$

3. Параметры некоторых преобразователей давления

Упругий элемент	Чувствительность		Собственная частота n_0	
	Выражение	Пределы изменения	Общее выражение	Частное выражение
	$\frac{B_{мб} r^2}{h^2 E}$	0,351—0,704	$\frac{0,492h}{r^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,246}{r} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ при $h = 0,5r$

Упругий элемент	Чувствительность		Собственная частота n_0	
	Выражение	Пределы изменения	Общее выражение	Частное выражение
	$\frac{B_{кн} l}{hE}$	0,196—0,506 при $\alpha = 26,5^\circ$	$\frac{0,32 \sqrt{\cos \alpha}}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,143}{r} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \text{ при } l = 2r$
	$\frac{B_{сф} r}{hE}$	0,35—0,494	$\frac{0,224}{r} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	
	$\frac{B_{пл} r}{hE}$	0,2—0,87	$\frac{0,32}{\sqrt{2rl + 2l^2}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{0,093}{r} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \text{ при } l = 2r$

К преобразователям давления относятся упругие элементы, построенные с использованием различного рода оболочек. Наиболее распространены и технологичны в изготовлении мембрана, закрепленная по контуру, коническая и полусферическая оболочки, цилиндрическая оболочка-колпачок (табл. 3 [46]).

3.2. Измерительные цепи параметрических датчиков

В параметрических датчиках для измерения неэлектрических величин чаще всего применяются делитель напряжения и мостовая цепь (рис. 32). Здесь под воздействием измеряемой величины изменяется сопротивление одного, двух или всех четырех (для мостовой цепи) плеч. В общем случае сопротивления плеч цепи могут быть как активными, так и реактивными. По числу изменяющихся сопротивлений различают цепи с одним рабочим плечом, двумя или четырьмя. Эти цепи относятся к цепям прямого преобразования, их теория приведена в [19].

Выходной величиной рассматриваемой измерительной цепи должна быть мощность электрического сигнала, так как только в этом случае энергообмен между измерительными преобразователями оптимален: рационализируется соотношение мощностей полезного сигнала и помехи, содержащейся в нем [38]. На практике сопротивление нагрузки измерительной цепи выбирают во много раз большим внутреннего сопротивления цепи, т. е. фактически обеспечивают режим холостого хода, при котором выходной величиной цепи, несущей информацию об измеряемой величине, становится изменение напряжения. Входной величиной является относительное изменение сопротивления плеч измерительной цепи.

В соответствии с изложенным функция преобразования измерительной цепи

$$U_{\text{вых}} = S_{\text{и.ц}} \varepsilon_Z, \quad (3.5)$$

где $U_{\text{вых}}$ — выходное напряжение цепи; ε_Z — относительное изменение сопротивления плеч цепи; $S_{\text{и.ц}}$ — чувствительность цепи.

В делителе с одним рабочим плечом (рис. 32, а) под действием измеряемой

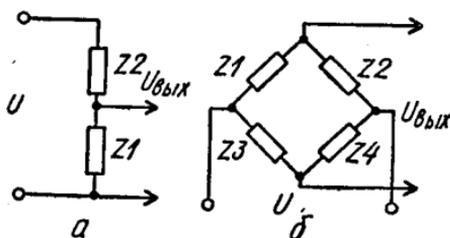


Рис. 32. Измерительные цепи параметрических датчиков: а — делитель напряжения; б — мост

величины изменяется сопротивление Z_1 . В отсутствие измеряемой величины

$$U_z = UZ_1/(Z_1 + Z_2),$$

где U_z — напряжение, снимаемое с сопротивления Z_1 ; $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2}$ — модуль полного сопротивления первого плеча делителя; $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_2^2}$ — модуль полного сопротивления второго плеча делителя; R_1, R_2, X_1, X_2 — активные и реактивные сопротивления плеч делителя.

Обычно плечи измерительной цепи изготавливают из одинаковых по конструкции преобразователей, для которых выполняется условие $R_2 = zR_1$ и $X_2 = zX_1$, где z — любое действительное число. Поэтому полное сопротивление делителя напряжения $Z = Z_1 + Z_2$ и фазы напряжений на сопротивлениях плеч одинаковы.

Под действием измеряемой величины сопротивление плеча делителя напряжения изменится на $Z_1\epsilon_1$ и станет равным $Z_1(1 + \epsilon_1)$, что приведет к изменению напряжения на сопротивлении Z_1 . Это изменение и будет выходным сигналом:

$$U_{\text{вых}} = U'_z - U_z = UZ_1(1 + \epsilon_1)/[Z_1(1 + \epsilon_1) + Z_2],$$

где U'_z — падение напряжения на сопротивлении $Z_1(1 + \epsilon_1)$. После соответствующих преобразований получим

$$U_{\text{вых}} = Uc\epsilon_1/(c + 1)(c + 1 + c\epsilon_1),$$

где $c = Z_1/Z_2$ — коэффициент симметрии делителя.

Если $\epsilon_1, \epsilon_2 \ll 1$, то для функции преобразования делителя напряжения с одним рабочим плечом можно записать

$$U_{\text{вых}} = Uc\epsilon/(c + 1)^2 = S_{\text{д.н}}\epsilon, \quad (3.6)$$

где $S_{\text{д.н}} = Uc/(c + 1)^2$ — чувствительность делителя напряжения с одним рабочим плечом. Как видим, чувствительность прямо пропорциональна напряжению питания и не зависит от абсолютных значений сопротивлений плеч.

В делителе с двумя рабочими плечами, одно сопротивление которого увеличивается на $Z_1\epsilon_1$, а другое уменьшается на $Z_2\epsilon_2$,

$$U_{\text{вых}} = Uc(\epsilon_1 + \epsilon_2)/(c + 1)(c + 1 + c\epsilon_1 - \epsilon_2).$$

При $c \approx 1$; $\epsilon_1, \epsilon_2 \ll 1$

$$U_{\text{вых}} = \pm Uc(\epsilon_1 + \epsilon_2)/(c + 1)^2.$$

Для мостовой цепи с одним рабочим плечом, находящейся в отсутствие измеряемой величины в равновесии ($Z_1/Z_2 = Z_3/Z_4 = c$), а при действии измеряемой величины изменяющей сопротивление Z_1 на величину $Z_1\epsilon_1$,

$$U_{\text{вых}} = Uc\epsilon_1/(c + 1)(c + 1 + c\epsilon_1),$$

т. е. функция преобразования для мостовой цепи с одним рабочим плечом такая же, как и для делителя напряжения с одним рабочим плечом [см. (3.6)]. Особенностью мостовой схемы является то, что ее выходной сигнал равен выходному напряжению мостовой цепи, в то время как выходной сигнал делителя напряжения равен изменению напряжения на сопротивлении Z_1 .

Опуская анализ мостовой цепи с двумя рабочими плечами, рассмотрим функцию преобразования мостовой цепи с четырьмя рабочими плечами, у которой под действием измеряемой величины сопротивления Z_1 и Z_4 увеличиваются на $Z_1\varepsilon_1$ и $Z_4\varepsilon_4$ соответственно, а сопротивления Z_2 и Z_3 уменьшаются на $Z_2\varepsilon_2$ и $Z_3\varepsilon_3$. В этом случае

$$U_{\text{вых}} = U \frac{c(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 + \varepsilon_1\varepsilon_4 - \varepsilon_2\varepsilon_3)}{(c+1)(c+1+c\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - c\varepsilon_3 + \varepsilon_4)(c\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(\varepsilon_4 - c\varepsilon_3)}. \quad (3.7)$$

При $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4 \ll 1$ выражение (3.7) можно представить следующим образом:

$$U_{\text{вых}} = Uc(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4)/(c+1)^2. \quad (3.8)$$

Сравнив выражение (3.8) с (3.6), можно увидеть, что чувствительность мостовой измерительной цепи

$$S_{\text{и.ц}} = Uc/(c+1)^2,$$

а относительное изменение сопротивления плеч

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4,$$

т. е. чувствительность делителя напряжения и мостовой цепи определяется одним и тем же выражением и зависит от напряжения питания и соотношений сопротивлений плеч цепи; она не зависит от абсолютных значений сопротивлений и числа работающих плеч.

Таким образом, по формулам (3.7), (3.8) можно рассчитать напряжение на выходе измерительной цепи, собранной по схеме как измерительного моста, так и делителя напряжения, содержащей параметрические датчики любого типа. При этом величины $\varepsilon_1 - \varepsilon_4$ выбирают в зависимости от количества рабочих плеч и характера изменения величин $\varepsilon_i = \Delta Z_i/Z_i$. Так, для мостовой схемы с одним рабочим тензорезистором, работающей на постоянном токе, $Z_i = R_i$, где R_i — активное (омическое) сопротивление соответствующих плеч моста;

$$\varepsilon_1 = \Delta R_1/R_1 = S\varepsilon_l,$$

где S — коэффициент тензочувствительности; ε_l — величина деформации упругого элемента. Тогда с учетом, что $\varepsilon_2 =$

$\epsilon_3 = \epsilon_4 = 0$, из формулы (3.8) получаем формулу (3.6), которая будет иметь вид

$$U_{\text{вых}} = U_c S \epsilon_i / (c + 1)^2.$$

Учитывая (3.1) и приняв $c = 1$, получим

$$U_{\text{вых}} = U_\sigma S / 4E.$$

3.3. Дифференцирующие и интегрирующие схемы

Работа некоторых датчиков основана на принципах, не позволяющих измерять с их помощью статические величины. К таким устройствам относятся, например, датчики, первичным преобразователем которых служит инерционная масса. Последняя оказывает силовое воздействие на чувствительный элемент лишь при ускорениях, получаемых от исследуемого объекта. Выходная величина таких датчиков — ускорение, преобразованное в электрический сигнал. Датчики инерционного типа широко применяют в приборах для измерения ускорений — акселерометрах и виброметрах.

Еще одним примером может служить индукционный преобразователь, который позволяет получать сигнал, пропорциональный не самой измеряемой величине (перемещению), а скорости ее изменения во времени. Поэтому сначала индукционные преобразователи применяли преимущественно в качестве тахометров (тахогенераторов). Однако впоследствии их стали применять в комбинациях с дифференцирующими и интегрирующими схемами для измерения многих физических величин. В сочетании с интегрирующей схемой индукционный преобразователь, например, позволяет получить информацию о значении самой измеряемой величины, а применение дифференцирующей схемы дает возможность измерять с его помощью ускорение [58].

Простейшие дифференцирующие и интегрирующие схемы представляют собой пассивные RC-цепи (рис. 33). Если к RC-цепи (рис. 33, а) приложено напряжение $U_{\text{вх}}(t)$, то для

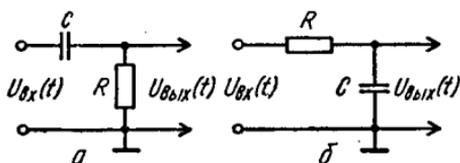


Рис. 33. Простейшие дифференцирующая (а) и интегрирующая (б) схемы

мгновенных значений падений напряжения на ее элементах, согласно второму закону Кирхгофа, можно записать

$$U_{\text{вх}}(t) = U_R + U_C = Ri + (1/C) \int i dt.$$

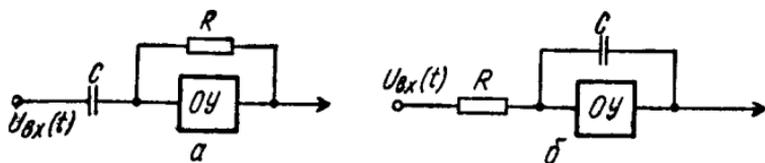


Рис. 34. Схемы дифференцирующего (а) и интегрирующего (б) усилителей

При условии $R \ll 1/\omega C$, что равносильно неравенству $U_R \ll \ll U_C$, будет справедлива приближенная зависимость

$$U_{\text{вх}}(t) \approx (1/C) \int i dt, \text{ или } i \approx C \left[\frac{dU_{\text{вх}}(t)}{dt} \right].$$

Поскольку выходное напряжение схемы определяется падением напряжения на резисторе R от тока i , то справедлива и вторая зависимость:

$$U_{\text{вых}}(t) = Ri = RC \left[\frac{dU_{\text{вх}}(t)}{dt} \right].$$

Таким образом, схема рис. 33, а является устройством для приближенного дифференцирования электрических сигналов.

Если в схеме рис. 33, б на параметры RC -цепи наложить условие $R \gg 1/\omega C$, что равносильно неравенству $U_R \gg \gg U_C$, то можно записать

$$U_{\text{вх}}(t) \approx iR, \text{ или } i \approx U_{\text{вх}}(t)/R. \quad (3.9)$$

Поскольку в этой схеме выходным напряжением является U_C (падение напряжения на емкости C), то с учетом (3.9) получим

$$U_{\text{вых}}(t) = (1/C) \int i dt = (1/RC) \int U_{\text{вх}}(t) dt.$$

Точность выполнения операций дифференцирования и интегрирования рассмотренными схемами невелика и определяется значениями погрешностей, которые для дифференцирующей цепи можно вычислить по формуле $\delta = \omega^2 R^2 C^2 / 2$, а для интегрирующей — по формуле $\delta = 1/2 \omega^2 R^2 C^2$. Более высокая точность выполнения таких операций достигается использованием операционных усилителей (ОУ) [22, 29] с глубокой отрицательной обратной связью (рис. 34). Кроме повышенной точности и более широкого частотного диапазона, важнейшим преимуществом дифференцирующих и интегрирующих ОУ является то, что преобразуемое ими в результате операций напряжение не только не ослабляется, но и может быть усилено. Погрешность схемы, например, интегрирования

$$\delta = 1/[2\omega^2 R^2 C^2 (1 + k_y)^2],$$

где k_y — коэффициент усиления примененного усилителя.

3.4. Измерительные усилители

Выходные электрические сигналы датчиков во многих случаях недостаточно мощны для того, чтобы их можно было подать на измерительное и регистрирующее устройства. Для усиления этих сигналов применяют измерительные усилители. Тип усилителя и требования, которым он должен удовлетворять, зависят от характера усиливаемого сигнала, параметров датчика, типа регистрирующего устройства, характеристики линии связи и т. д. При этом определяющим, как правило, является характер сигнала, который может отражать статический, стато-динамический или динамический процесс.

Для измерения статической деформации (и связанных с ней кинематических и силовых факторов) в основном применяют тензорезисторные преобразователи. При этом в качестве измерительной цепи используют, как правило, мостовую схему, в диагональ которой включают индикатор баланса моста. Для повышения чувствительности индикатора в схему добавляют усилитель постоянного или переменного тока. В зависимости от применяемого усилителя питание моста может быть как постоянным, так и переменным током. Последнее предпочтительнее, если усилитель имеет не один, а несколько каскадов усиления. Следует отметить, что аппаратура, предназначенная для измерения статических процессов, при исследовании процессов о. м. д. может применяться весьма ограниченно.

Большинство параметров процессов о. м. д. имеет динамический или стато-динамический характер. В последнем случае в сигнале наряду с постоянной компонентой имеется значительная переменная (динамическая) составляющая, уровень которой может превышать уровень постоянной. Очевидно в этом случае к усилителю предъявляется требование неискаженного усиления двухполярного сигнала с полосой частот от нуля до некоторого значения. Удовлетворить этому требованию можно, применяя либо усилитель постоянного тока, либо усилитель с модуляцией несущей частоты.

Одна из схем усилителя постоянного тока приведена на рис. 35. При четырех активных тензорезисторах R_{18} — R_{21} и чувствительном шлейфе (вибраторе МОВ-2 VIII типа) схема показала удовлетворительную работу [31]. Первые усилительные каскады на транзисторах T_3 и T_4 с нагрузкой в цепи коллектора усиливают сигнал, поступающий на базы транзисторов с точек 1 и 2 измерительного моста. Вторые и третьи каскады на транзисторах T_1 , T_2 ,

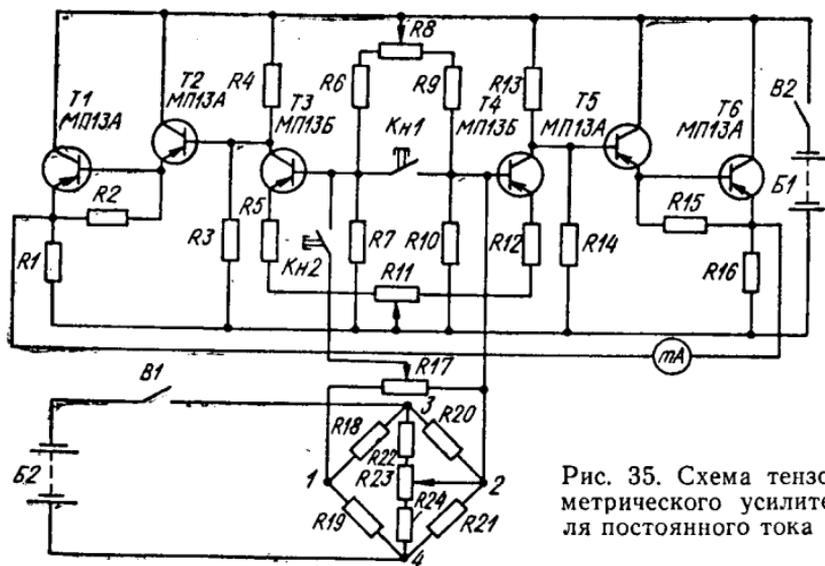


Рис. 35. Схема тензометрического усилителя постоянного тока

T_5 , T_6 имеют нагрузку в цепи эмиттера. С нагрузки последних усилительных каскадов (резисторы R_1 , R_{16}) усиленный сигнал подается на вибратор или миллиамперметр с нулем в середине шкалы. Балансируют усилители переменными резисторами R_8 и R_{11} , поочередно нажимая кнопки $K_{н1}$ и $K_{н2}$, методом последовательного приближения.

При работе с вибратором усилитель имеет следующие характеристики: коэффициент усиления по току 60 дБ, входное сопротивление 600 Ом, максимальный выходной ток 4 мА, дрейф нуля за 1 ч не выше 0,1 мА.

Следует иметь в виду, что балансировка и стабильность подобного усилителя существенно зависят от подбора транзисторов: они должны иметь не только одинаковые β , но (по возможности) и одинаковые зависимости изменения параметров от температуры.

Выбирая или проектируя усилители для пьезоэлектрических датчиков, нужно выполнять такое неперенное условие: сопротивление нагрузки пьезообразователя должно быть очень большим. В противном случае в передаче сигнала будут наблюдаться амплитудные и фазовые искажения.

Трудность изготовления стабильного усилителя постоянного тока общеизвестна. Если к тому же он должен иметь мощный выход и работать на низкоомную нагрузку, эти трудности возрастают во много раз. По этой причине ламповые усилители постоянного тока с выходом «по току» не делают. Гораздо проще и надежнее получаются усили-

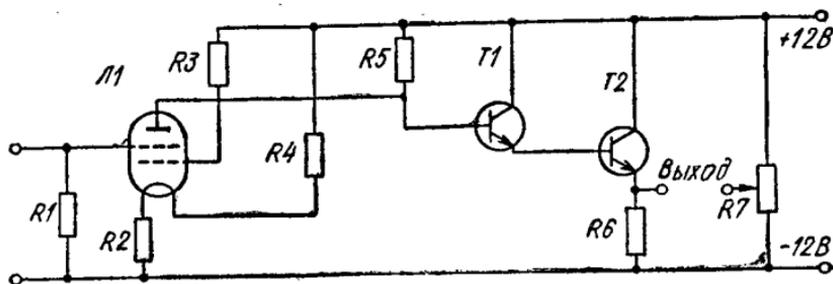


Рис. 36. Принципиальная схема пьезоэлектрического усилителя

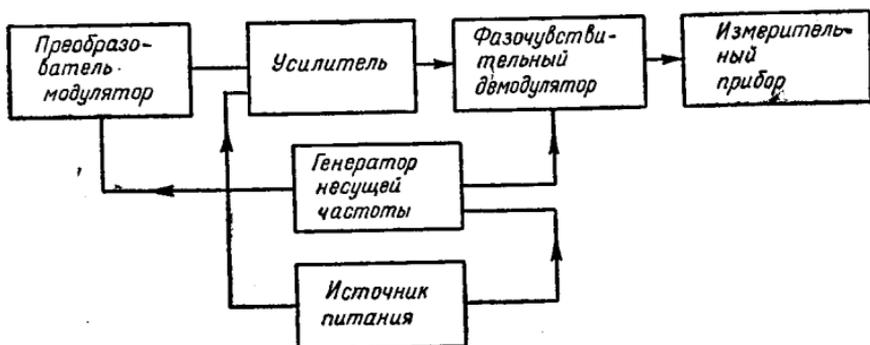
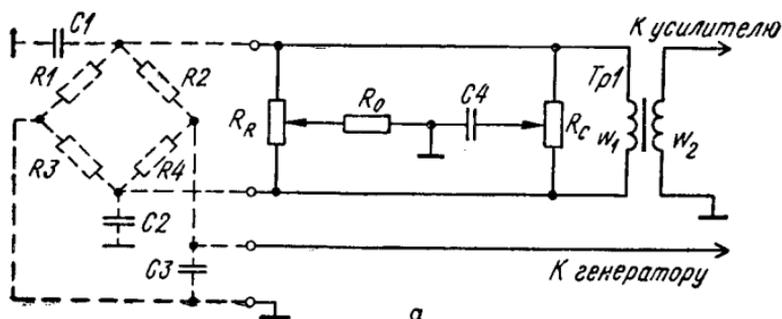


Рис. 37. Структурная схема измерительной установки с модуляцией

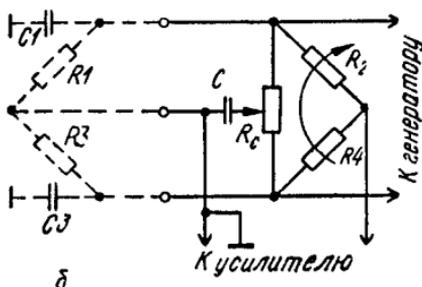
тели «по напряжению», рассчитанные на подключение электронно-лучевой трубки. Один из таких усилителей (рис. 36) [31] собран по комбинированной схеме: первый каскад — на электрометрической лампе, последующие — на транзисторах.

Среди измерительных усилителей постоянного тока, выпускаемых промышленностью [32], следует отметить электрометрический усилитель У5-8, предназначенный для измерения малых напряжений и слабых токов положительно и отрицательно заряженных частиц от источников с высоким (до 10^{12} Ом) внутренним сопротивлением, а также усилители Ф756 — Ф758.

Из-за сложности и нестабильности усилителя постоянного тока (особенно при большом коэффициенте усиления) для усиления стато-динамических сигналов используют системы преимущественно с амплитудной модуляцией. Действие таких усилителей основано на двойном преобразовании спектра усиливаемого сигнала с помощью модулятора и демодулятора. Процесс же усиления осуществляется обычным усилителем переменного тока, который практически свободен от дрейфа нуля.



а



б

Рис. 38. Преобразователь-модулятор с измерительным мостом (а) и полумостом (б)

Структурная схема измерительной установки с модуляцией представлена на рис. 37. В устройствах с измерительной схемой в виде моста переменного тока такая схема выполняет роль преобразователя-модулятора. При изменении сопротивления тензорезисторов моста на выходе возникают амплитудно-модулированные колебания, где несущая частота генератора промодулирована частотой измеряемого процесса. Амплитудно-модулированные колебания с выхода моста подаются на вход усилителя. После этого они поступают на фазочувствительный демодулятор, выделяющий огибающую амплитудно-модулированного колебания и позволяющий определить знак измеряемой деформации. В общем случае на выходе демодулятора включают фильтр, задерживающий высокочастотные составляющие напряжения несущей частоты. Входные (модуляторные) цепи тензоусилителей с мостом (рис. 38, а) и выносным полумостом (рис. 38, б) показаны на рис. 38, а мостовая схема фазочувствительного демодулятора — на рис. 39.

Современная тензометрическая аппаратура содержит в качестве вспомогательных устройства для калибровки и тарирования измерительных каналов.

подавляющее большинство всех выпускаемых тензостанций — стато-динамические и в своей основе построены

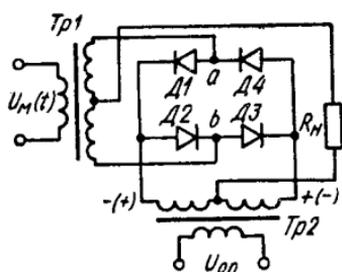


Рис. 39. Фазочувствительный демодулятор

по рассматриваемой схеме. Основным параметром аппаратуры (несущая частота) позволяет разделить ее на низкочастотную и высокочастотную.

Высокочастотная аппаратура, имеющая несущую частоту в ультразвуковом диапазоне, более универсальна, поскольку позволяет измерять как высоко-, так и низкочастотные процессы. Однако повышение несущей частоты влечет за собой усложнение балансировки мостовой

схемы, увеличение паразитных фазовых сдвигов, ограничение длины соединительных линий и, кроме того, требует соответствующих высокочастотных вибраторов осциллографа. В настоящее время имеется ряд высокочастотных отечественных и зарубежных тензостанций с несущими частотами в пределах 35—50 кГц [8].

Для измерения параметров процессов о. м. д. в большинстве случаев подходят низкочастотные тензостанции (8АНЧ-7, 5ТС-51, ТА-4, ТА-5 и др.), которые рассчитаны на работу с тензопреобразователями и вполне удовлетворительно работают с емкостными и индуктивными преобразователями.

3.5. Линии связи

В состав измерительной установки входят линии связи, соединяющие датчик с измерительной цепью, усилителем и регистрирующим прибором. При натуральных экспериментах длина линий связи может достигать 200 м и более.

Как известно, с увеличением длины линий связи уменьшается чувствительность аппаратуры за счет влияния сопротивления проводов и шунтирующего действия их емкостей, появляются паразитные фазовые сдвиги, ухудшаются условия балансировки аппаратуры. В тензостанции по специальной цепи калибруются измерительные каналы со штатными соединительными линиями. Если же специальных устройств нет и использовать калиброванные по длине линии связи невозможно, их влияние на результаты измерения учитывают.

В случае применения в стато-динамической тензометрической аппаратуре мостов переменного тока наибольшую допустимую паразитную емкость можно определить по формуле

$$C_{п\max} = 1/100n_{\text{нес}}R_T,$$

где R_T — сопротивление тензорезистора (плеча); $n_{\text{нес}}$ — несущая частота. Однако, как показала практика эксплуатации статодинамической аппаратуры с различными несущими частотами, теоретический учет влияния длины линий связи сложен из-за невозможности учесть все многообразие факторов, определяющих уровень и состав сигнала. В связи с этим целесообразно получить необходимые формулы и зависимости на основе экспериментальных данных. В качестве примера приведем методику учета влияния длины линий связи для тензостанций, имеющих входную измерительную цепь в виде четырехплечего симметричного моста, при использовании кабеля РД-75-13,0 [8].

Опытным путем определяют зависимость $N = f(l)$, где $N = I/I_{\text{max}}$ — отношение выходного тока аппаратуры при данной длине соединительной линии к максимальному выходному току аппаратуры; l — длина соединительной линии. Анализ графиков (рис. 40, а) показывает, что с некоторым приближением их можно считать прямыми с угловыми коэффициентами, зависящими от несущих частот аппаратуры.

В работе [8] приводится выражение для N в виде

$$N = 10^5 (0,0036n^3 - 0,32n^2 + 9,62n)l + 1.$$

Это уравнение дает в общем виде решение задачи об учете чувствительности аппаратуры при изменении несущей частоты и длины линий связи. Поскольку в большинстве случаев несущая частота не изменяется, для $n = \text{const}$ уравнение будет иметь вид

$$N = Al + 1, \quad (3.10)$$

где

$$A = 10^5 (0,0036n^3 - 0,32n^2 + 9,62n) = \text{const}.$$

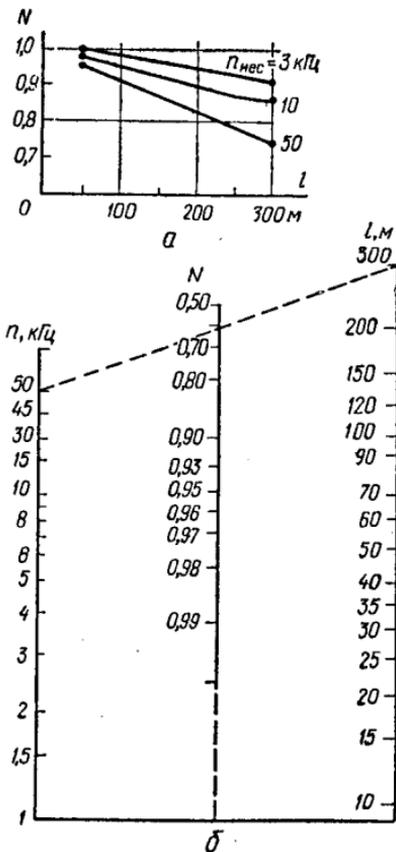


Рис. 40. Графики (а) и номограмма (б) для учета влияния соединительных линий на результаты измерений

На базе зависимости (3.10) построена номограмма (рис. 40, б) [8]. Она пригодна для большинства статодинамических тензостанций при использовании кабеля типа РД.

3.6. Показывающие и регистрирующие приборы

Последний элемент в структурной схеме измерительной установки — показывающий или регистрирующий прибор.

В качестве показывающих устройств чаще всего применяются стрелочные электромеханические приборы постоянного и переменного тока. Установка подвижной части такого прибора бывает горизонтальной (рис. 41, а) и вертикальной (рис. 41, б, в). При горизонтальной установке ось стрелки помещают заостренными концами в подпятниках из твердой стали или специальных сплавов. К оси крепят противодействующую пружину 4 с поводком 1 корректора 2. Винт 3 корректора служит для первоначальной установки нулевого положения подвижной системы.

Под действием вращающего момента $M_{вр}$, который определяется значением измеряемой величины, подвижная часть прибора поворачивается на некоторый угол α , преодолевая противодействующий момент пружины

$$M_{\alpha} = W_{\alpha},$$

где W — удельный противодействующий момент, определяемый материалом и конструктивными размерами пружины. Кроме $M_{вр}$ и M_{α} , на подвижную систему прибора действует также момент трения $M_{тр}$, значение которого определяется весом подвижной системы и качеством опор ее оси. Изменение условий трения ведет к погрешностям прибора.

Погрешности от трения значительно снижаются, если подвижная часть установлена на растяжках (рис. 41, б), т. е. закреплена через буквы б дву-

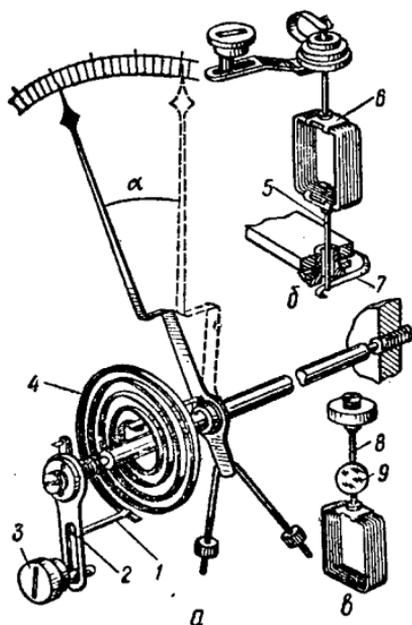


Рис. 41. Установка подвижной части измерительного механизма:

а — в подпятниках; б — на растяжках; в — на подвесе

мя упругими ленточками 5, натянутыми плоскими пружинами 7.

В приборах высокой чувствительности подвижную часть устанавливают на подвесе (рис. 41, в), т. е. ее свободно подвешивают на упругой металлической нити 8, к которой крепят зеркальце 9 для светового отсчета.

Подвесы, как и растяжки, выполняют одновременно две функции: крепление подвижной части и создание противодействующего момента. Для создания противодействующего момента применяют также противовесы, постоянные магниты, а иногда и электромагнитные устройства, как, например, в логометрах.

Рассмотренные моменты определяют положение подвижной части прибора в установившемся состоянии. В процессе движения на систему, кроме статических, действуют и динамические моменты, обуславливаемые моментом инерции системы, сопротивлением окружающей среды, внешними механическими, магнитными и другими возмущениями. Эти моменты определяют характер движения подвижной части прибора (апериодический или колебательный) и время $t_{уст}$ установления показаний прибора. Уменьшают $t_{уст}$, применяя различного рода успокоители (воздушные, магнитоиндукционные и др.).

По принципу действия электромеханические приборы можно разделить на магнитоэлектрические, электромагнитные, электродинамические, электростатические, индукционные, тепловые и др.

Широко применяют построенные на основе электромеханических измерителей самопишущие приборы непосредственной оценки. Они характеризуются сравнительно малым быстродействием (скорость ленты обычно регулируется в пределах 10 мм/ч — 10 мм/с), но для регистрации различного рода технологических эксплуатационных параметров весьма удобны. Погрешность регистрации у современных приборов этого типа обычно составляет $\pm 1,5-2,0\%$.

Все большее распространение в измерительной технике получают электронные приборы, в частности с цифровой индикацией. Однако цифровые указатели, такие как вольтметры ВК7-5, В7-8 и подобные им, целесообразно использовать лишь в тех случаях, когда необходима высокая точность измерений. В других случаях применять сложные и дорогие приборы необоснованно.

В настоящее время разработаны электронные измерители деформации с цифropечатающими приставками, что

позволяет облегчить регистрацию показаний и автоматизировать ввод данных в ЭВМ.

Для наблюдения и измерения периодических быстроизменяющихся процессов используют калиброванные электронные осциллографы различных типов. С их помощью исследуют процессы, описываемые уравнениями вида $y = f(x)$, где x — любая физическая величина, но не время. Чтобы заставить след электронного луча перемещаться по закону $y = f(x)$, нужно иметь два напряжения: $U_y = k_y y(t)$ — для управления лучом по оси y и $U_x = k_x x(t)$ — для управления им по оси x . Очевидно, что при одновременном воздействии напряжений U_y и U_x на экране осциллографа сформируется изображение зависимости $y = f(x)$.

На экране электронного осциллографа можно наблюдать два процесса и более. Одновременное наблюдение двух процессов возможно с применением двухлучевого осциллографа. Если же обычный однолучевой осциллограф снабдить дополнительным электронным коммутатором [22], обеспечивающим поочередное подключение осциллографа к различным каналам информации, то при частоте подключения более 16—20 Гц за счет инерционности человеческого глаза можно наблюдать изображение обоих (всех) исследуемых процессов.

Быстро протекающие видимые на экране осциллографа явления можно зарегистрировать скоростной кинокамерой с одновременной записью сигналов на магнитную пленку. В некоторых случаях условиям опыта удовлетворяет фотографирование с экрана отдельными кадрами. Но использование кинопленки в качестве носителя информации связано с определенными неудобствами — необходимостью химической обработки пленки, трудоемкостью расшифровки записи. Поэтому в практике измерений неэлектрических величин все чаще применяют магнитную запись. Достоинство магнитных регистраторов (магнитографов) в том, что они допускают ввод записанной информации непосредственно в вычислительные устройства или анализаторы. При необходимости магнитную запись можно воспроизвести с помощью электронного осциллоскопа или переписать на фотопленку.

Наибольшей универсальностью и быстродействием обладают светолучевые осциллографы (рис. 42), применяемые для многоканальной записи на фотоленту переменных процессов. Основной элемент такого осциллографа — гальванометр (вибратор), который состоит из постоянно магнита 9 и подвижной части: петли (шлейфа) 7 с наклеенным на нее миниатюрным зеркальцем 8. Измеряе-

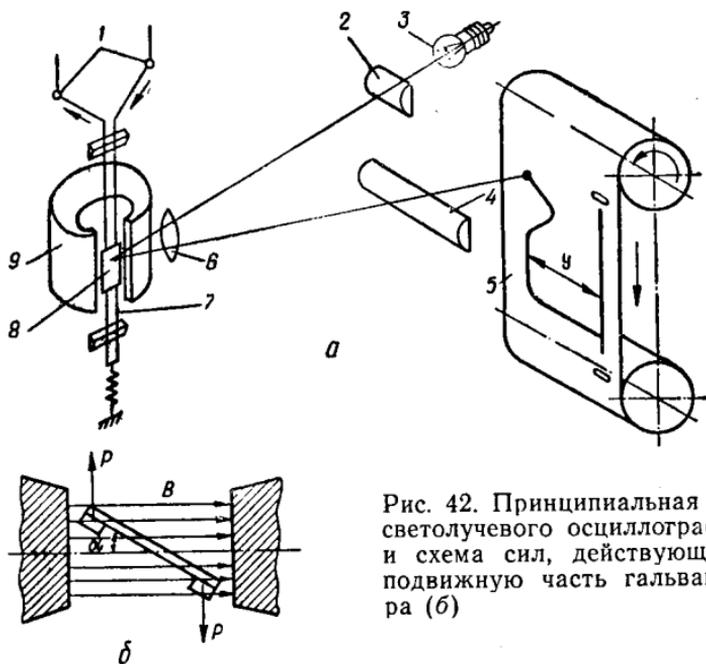


Рис. 42. Принципиальная схема светолучевого осциллографа (а) и схема сил, действующих на подвижную часть гальванометра (б)

мый ток i подается на шлейф через зажимы 1. При протекании тока по шлейфу его нити в соответствии с законами электромагнитной индукции перемещаются в разные стороны, поворачивая зеркальце 8 на угол, пропорциональный мгновенному значению тока. Момент сил электромагнитной индукции

$$M_{вр} \approx Bsi,$$

где s — площадь шлейфа, пронизываемая силовыми линиями магнита (рис. 42, б). При скручивании шлейфа возникает (за счет сил упругости) противодействующий момент $M_{\alpha} = W\alpha$. Зеркальце поворачивается до тех пор, пока не наступит равенство $Bsi = W\alpha$. Отсюда

$$\alpha = Bsi/W. \quad (3.11)$$

Если на зеркальце 8 гальванометра направить с помощью системы линз 2, 6 пучок света, то на фотоленте 5 можно получить его отражение в виде светящейся точки. При повороте зеркальца на угол α светящаяся точка на фотоленте перемещается на величину $y = l_0 \operatorname{tg} 2\alpha \approx 2l_0\alpha$, где l_0 — расстояние от зеркальца до фотоленты; с учетом (3.11) $y = 2l_0sBi/W$.

В современных измерительных гальванометрах вместо токопроводящей петли используют миниатюрную вытянутую рамку (рис. 43, а). Многовитковая рамка (обмотка) 3

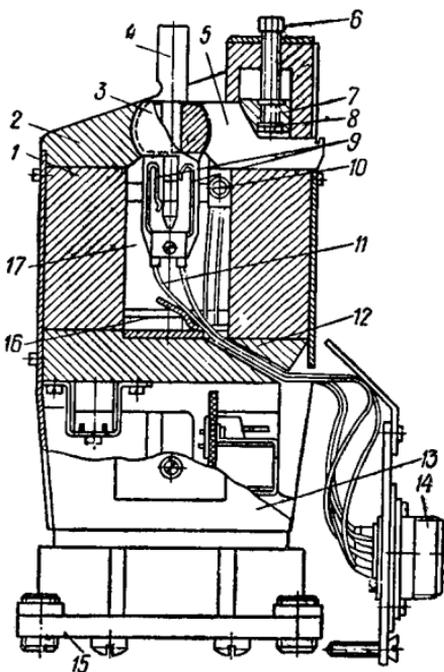
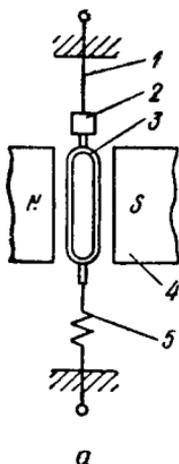


Рис. 43. Схема устройства (а) и конструкция (б) гальванометра-вставки

Рис. 44. Устройство магнитного блока осциллографа

закреплена между полюсами магнитной системы 4 на двух металлических растяжках 1, натягиваемых пружиной 5. Растяжки служат также для подведения тока к рамке и создания противодействующего момента. К рамке приклеено зеркальце 2, на которое направляется световой луч.

Гальванометры-вставки (рис. 43, б) имеют небольшие размеры (в корпусе размещена только подвижная часть), легко заменимы и предназначены для установки в общей магнитной системе, что позволяет создавать компактные многоканальные осциллографы.

Общую магнитную систему для гальванометров-вставок выполняют в виде магнитного блока (рис. 44). Магниты 1 в виде параллелепипедов соединены в своей нижней части сплошным ядром 12 из магнитомягкого материала. Верхний магнитопровод составлен из сплошного неподвижного полюса 2, отдельных для каждого гальванометра подвижных полюсов 4 и вставленных между ними полюсных вкладышей 3 с гнездами под гальванометры-вставки. С внешней схемой измерения гальванометры со-

единяются пружинными контактами 9, которые проводами 11 связаны со штепсельным разъемом 14. В осциллографе магнитный блок крепится с помощью боковых щек 13 через амортизированное основание 15. Положение гальванометра изменяют с помощью торцового ключа, надеваемого на ручку гальванометра. После установки гальванометр фиксируется винтом 6 и кулачком 7 с пружинной шайбой 8. Эти элементы расположены в специальной планке 5, закрепленной на боковых щеках.

Чтобы демпфирующая жидкость гальванометров имела постоянную вязкость, магнитный блок в осциллографе термостатируют, для чего существует ступенчатая система нагрева. Форсирующие нагреватели 17 ускоряют нагрев блока и отключаются биметаллическим реле при температуре 35—37 °С. Регулирующие нагреватели 16, размещенные вдоль ярма по всей его длине, доводят температуру до 40 °С и поддерживают ее на этом уровне с помощью ртутного термодатчика 10.

Описанный магнитный блок с гальванометрами-вставками М1015 применяют в 18-канальном осциллографе Н117 — наиболее универсальном из выпускаемых серийно отечественной промышленностью. Осциллограф предназначен для одновременной регистрации на фотобумаге, не требующей химического проявления, и на бромосеребряной фотоленте 18 значений токов или напряжений. Скорость перемещения фотоленты может иметь одно из 14 значений в пределах 0,5...10 000 мм/с. Отметчик времени — оптико-механический с регулировкой интервалов между отметками в пределах 0,002...2 с. Источник света — ртутная лампа или лампа накаливания. Осциллограф не имеет зеркального барабана для визуального наблюдения регистрируемых величин.

В осциллографе Н117/1 (рис. 45) лучи от источника 1 с помощью цилиндрического конденсора 2 через диафрагму 5 попадают на зеркала 10 гальванометров, после которых сферическими линзами 9 и цилиндрическим объективом 21 собираются в плоскости фотоленты 23 в виде ярких пятен. Часть световых пучков, идущих от зеркал 10, отражается цилиндрическим зеркалом 16 на зеркало 15 и от него — на матовый экран 7, где также изображается в виде ярких пятен. В пучок световых лучей между зеркалами гальванометров и объективом 21 можно вводить зеркало 12, которое в своем исходном положении расположено вне лучей. В рабочем положении оно полностью перекрывает световые пучки, идущие от зеркал гальванометров, и отклоняет их на экран 7. В середине

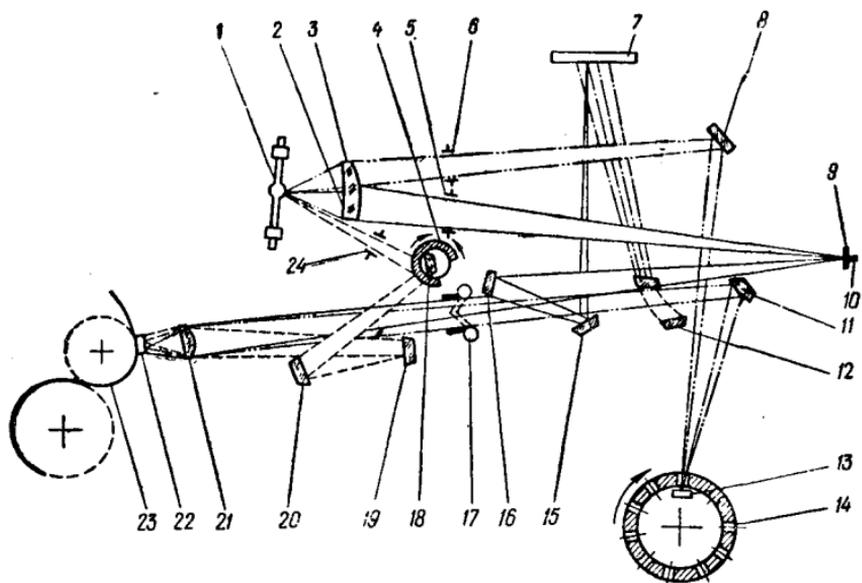


Рис. 45. Оптическая схема осциллографа Н117/1:

- канал записи колебаний зеркал гальванометров;
- канал записи линий отметок времени;
- канал продольного графления фотоленты;
- канал регулировки положения гальванометров

зеркала 12 есть матовая полоса, которая делит отражающую поверхность пополам. При правильной установке гальванометров-вставок в магнитном блоке световые полоски в каждой половине зеркала 12 должны быть одинаковыми. Диафрагмой 17 можно изменять интенсивность световых пятен на фотоленте. Для нанесения на фотоленту линий отметок времени свет от источника 1 собирается цилиндрическим конденсором 3, проходит через диафрагму 6 и, отражаясь от зеркала 8, попадает через щели барабана 14 отметчика времени на зеркало 13. Отразившись от зеркала 13, световой пучок направляется зеркалом 11 через объектив 21 на фотопленку 23. Для нанесения линий продольного графления фотоленты световой поток от источника 1 через диафрагму 24 направляется зеркалами 18, 19 и 20 на объектив 21 и через пластину 22 с рядом щелей попадает на фотоленту 23. В результате на осциллограмме получают тонкие линии, отстоящие друг от друга на определенном расстоянии. Интенсивность этих линий можно регулировать диафрагмой 4.

4.1. Градуировка приборов для измерения сил и давлений

После сборки и всесторонней проверки аппаратуры ее необходимо проградуировать. Градуировка может быть как поэлементной (отдельно датчик, усилитель и измерительно-регистрирующий узел), так и сквозной (сразу весь тракт). Чтобы уменьшить объем работ и погрешностей, следует всегда (когда это возможно) выполнять сквозную градуировку.

Для градуировки применяют такие образцовые меры и приборы, точность которых на один или два класса выше точности градуируемой аппаратуры. Градуируют приборы в нормальных условиях или в условиях будущей работы аппаратуры.

Приборы для измерения сил градуируют на прессах и испытательных машинах. В качестве контрольных приборов сжатия и растяжения используют образцовые динамометры III класса типов ДОСМ и ДОРМ, которые имеют погрешность не более $\pm 0,5\%$.

Приборы для измерения давления градуируют на гидравлических и пневматических установках. Основные требования к таким установкам — плавность изменения давления и постоянство установленного давления в процессе считывания показаний. Для создания давления используют образцовые поршневые манометры серии МП, а для больших давлений — Н-6000, Н-10 000, УВД-15 000 и УВД-20 000. В качестве индикаторов применяют образцовые манометры серии МО (класс 0,25 и 0,4), ОМН и ОМВ (класс 0,35).

Динамическую градуировку датчиков давления можно проводить с помощью специального приспособления (рис. 46). Основана такая градуировка на резком изменении давления на датчике при разрушении калиброванной чугунной мембраны (крешера). В полость А от баллона или компрессора нагнетается сжатый воздух, давление которого измеряется манометром М. При достижении давлением некоторого значения, определяемого прочностью мембраны,

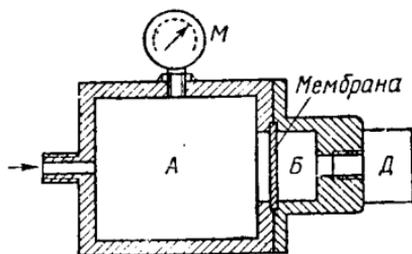


Рис. 46. Устройство приспособления для динамической градуировки датчиков давления

она разрывается, и фиксированное давление прилагается к датчику D , соединенному с полостью B . Погрешность градуировки зависит от соотношения объемов полостей A и B : чем меньше объем полости B (по сравнению с объемом A), тем точнее градуировка датчика.

4.2. Градуировка виброметров и акселерометров

Градуировка виброметров, велосиметров и акселерометров независимо от принципа их работы имеет много общего.

Образцовых датчиков, по которым можно было бы провести градуировку методом сравнения (как это имеет место, например, при градуировке динамометров), нет. Поэтому для градуировки акселерометров, велосиметров и виброметров применяют так называемые абсолютные методы. Ими с высокой точностью определяют линейные параметры, а скорость и ускорение находят как производные — расчетом.

Градуировка может быть статической и динамической. Наиболее просто в статической градуировке акселерометров (изменение линейных ускорений в диапазоне $-g \dots +g$) использовать ускорение силы тяжести. Осуществляют это, изменяя угол наклона оси чувствительности акселерометра в гравитационном поле. Ускорение в этом случае определяется уравнением

$$j = g \sin \alpha,$$

где α — угол наклона оси чувствительности акселерометра к горизонту. Очень удобно проводить такую градуировку на оптической делительной головке типа ОДГ-60, обеспечивающей отсчет угла с точностью до $1'$.

Для получения больших ускорений (до $5 \cdot 10^5$ м/с²) широко используют различного рода центрифуги. Здесь используется возникающее при ее вращении центростремительное ускорение, значение которого можно определить по контролируемой угловой скорости ω и радиусу вращения R :

$$j = \omega^2 R = 4\pi^2 n^2 R,$$

где n — частота вращения (число оборотов); R — расстояние от оси вращения до центра инерции приведенной массы чувствительного элемента градуируемого акселерометра. Погрешность градуировки на центрифуге определяется ошибками измерения частоты вращения n и расстояния R .

Динамическая градуировка необходима в тех случаях, когда приборы применяют для измерения вибрационных и ударных процессов и когда их конструкция не позволяет градуировать их в статическом режиме. Обычно при динамической градуировке воспроизводят установившийся гармонический закон изменения во времени входной величины (перемещения, скорости, ускорения) либо создают одиночные импульсы, при которых входная величина изменяется по некоторому закону. В первом случае градуировку осуществляют на специальных вибростендах с малыми искажениями, во втором — на баллистических маятниках и падающих молотах.

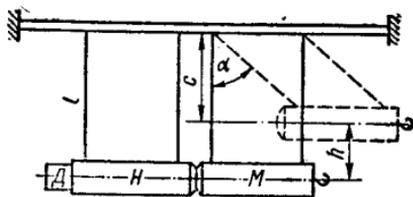


Рис. 47. Схема баллистического маятника

В зависимости от диапазона частот и амплитуд колебаний для градуировки можно использовать виброустановки, работающие на различных принципах, — камертонные, электродинамические, пьезоэлектрические и др. Из серийных для градуировки можно рекомендовать установки СОВКУ-68, ПВКУ и КУ-2 [31, 45], предназначенные для градуировки датчиков в широком диапазоне частот.

Частотная характеристика, получаемая при градуировке в режиме установившихся гармонических колебаний, достаточно удовлетворительно позволяет оценить поведение системы при резком (ударном) изменении входной величины. Однако для полной оценки прибора, предназначенного для работы в импульсном режиме, проверять и градуировать его следует также импульсной входной величиной.

Для создания ударных ускорений в основном применяют баллистические маятники (рис. 47). Они состоят из двух масс, подвешенных на нитях, — молота M и наковальни H . Молот представляет собой стальную болванку, ударный конец которой имеет полусферическую форму, а другой конец снабжен приспособлением для стопорения в отведенном состоянии. Накováльня изготовлена из стальной болванки. На ней со стороны, обращенной к молоту, накидной гайкой можно закреплять демпфирующие диски из текстолита, стали или другого материала. С противоположной стороны на наковальне имеется гнездо под градуируемый датчик D .

Перед градуировкой молот отводится на заданный угол α и стопорится при помощи электромагнита. В нужный

момент он освобождается от зацепления электромагнитным спуском и ударяет по наковальне, сообщая ей некоторую скорость. Во время удара возникает импульс ускорения, величина и длительность которого определяются высотой падения и жесткостью прокладки. На осциллограммах удара нередко наблюдаются высокочастотные колебания, наложенные на основную кривую ускорения наковальни. Для получения более «гладкой» кривой между датчиком и наковальней устанавливают тонкую фетровую прокладку.

Форму кривой импульса ускорения, возникающего при ударе молота по наковальне через текстолитовую прокладку, с достаточной точностью можно принять за половину синусоиды. В этом случае максимальное значение ускорения

$$j_{\max} = \pi v_{\max} / 2g\tau,$$

где v_{\max} — максимальная скорость наковальни; τ — длительность контакта молота с наковальней. Длительность контакта τ измеряют электронным хронометром или цифровым частотомером. Максимальную скорость наковальни v_{\max} измерить значительно труднее [31], поэтому чаще ее вычисляют, предполагая, что потери энергии в точке контакта и на трение малы и ими можно пренебречь. Тогда

$$v_{\max} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)},$$

где l — радиус качания молота; h — высота его подъема; α — угол отклонения молота от вертикали.

Надежную градуировку акселерометров на баллистическом маятнике осуществляют до ускорений 10^3 — 10^4 м/с². Для достижения больших ускорений молот разгоняют с помощью различных катапульт и пневматических пушек. В последнем случае удается получить ускорения около $(5-6) \cdot 10^5$ м/с².

4.3. Погрешности градуировки

Как уже отмечалось, градуируют (тарифируют) измерительные устройства с помощью соответствующих образцовых приборов. Задавая на входе измерительного прибора известные значения сил (деформаций, перемещений и т. п.) и измеряя сигнал на его выходе, получают характеристику прибора в виде тарифовочной таблицы или графика. При этом условия тарифовки и настройка датчиков и аппаратуры должны быть аналогичны условиям исследования.

Тарировать датчик можно непосредственно на объекте исследования или на специальном испытательном стенде. В обоих случаях нужна дополнительная эталонная аппаратура, точность которой должна быть выше требуемой точности измерений при исследовании. Действительно, погрешность определения масштаба записи при тарировке

$$\Delta_M = \Delta_P + \Delta_A,$$

где Δ_P — погрешность измерения эталонным прибором; Δ_A — погрешность измерений на осциллограмме (погрешность снятия отсчета).

При линейной характеристике системы ($S = \text{const}$) достаточно провести тарировку в двух точках. Если полной уверенности в линейности характеристики нет, тарировку нужно проводить в нескольких точках, соответствующих крайним и промежуточным значениям измеряемой величины.

Некоторые измерительные устройства обладают гистерезисом, и, следовательно, их характеристики при прямом и обратном ходах тарировки не совпадают. Это дает еще один вид погрешности. Так, при измерении силовых параметров о. м. д. в качестве первичного преобразователя используют различной формы упругие элементы, изготовленные из стали с высоким пределом упругости. Измеряемая нагрузка к этим элементам обычно передается через ряд промежуточных деталей. При этом возможны следующие случаи [62]:

1) измеряемая нагрузка P промежуточными деталями 1 (рис. 48, а) полностью передается упругому элементу 2, т. е. $P_1 = P$;

2) часть измеряемой нагрузки тратится на преодоление сил трения T (рис. 48, б), т. е. $P_1 = P - T$;

3) часть измеряемой нагрузки уравнивается реакцией P_1 и моментом трения $M_{тр}$ в опоре (рис. 48, в), т. е.

$$P_1 = P/L - M_{тр}/L.$$

Направление сил трения зависит от направления перемещения промежуточных деталей, которое при увеличении и уменьшении измеряемой нагрузки меняется. При возрастании измеряемой нагрузки (нагружении) силы трения

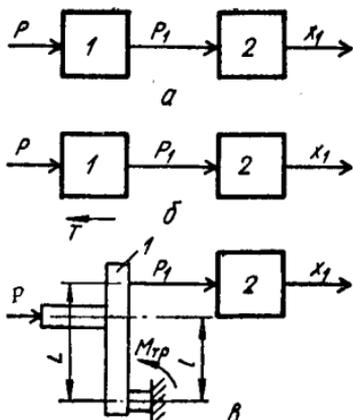


Рис. 48. Схемы передачи измеряемой нагрузки к первичному преобразователю

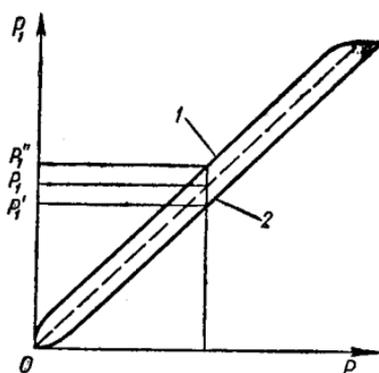


Рис. 49. Статическая характеристика передачи нагрузки к первичному преобразователю при наличии трения: 1 — при разгрузке; 2 — при нагружении

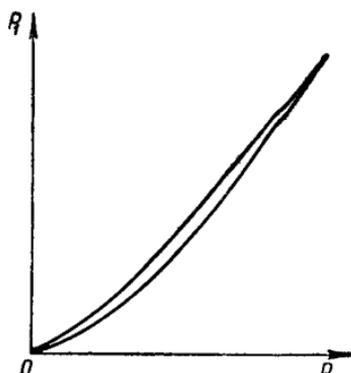


Рис. 50. Нелинейная функция преобразования с гистерезисом

направлены противоположно направлению действия измеряемой нагрузки, поэтому нагрузка на упругий элемент получается меньше измеряемой. При уменьшении измеряемой нагрузки (разгрузке) силы трения направлены по направлению действия нагрузки, поэтому нагрузка на упругий элемент получается больше измеряемой. В связи с этим характеристика $P_1 = f(P)$ при нагружении и разгрузке (рис. 49) неоднозначна, т. е. сопровождается гистерезисом. Погрешность от гистерезиса

$$\gamma_r = (P_1'' - P_1') / 2P_{1 \max}$$

Например, для случая 2) $P_1' = P_1 - T$; $P_1'' = P_1 + T$ и тогда $\gamma_r = T/P_{1 \max} \approx T/P_{\max}$.

Контакт между промежуточными деталями и упругим элементом осуществляется по определенной площадке. Распределение передаваемого усилия по ней зависит от микрогеометрии контактирующих поверхностей, наличия на них смазки и других факторов. Кроме того, при многократных нагружениях из-за смятия неровностей распределение передаваемого усилия по площадке контакта может сильно изменяться. Поэтому для случая рис. 48, в расстояния l и L известны лишь с некоторым приближением. Возникающая в связи с этим погрешность получается тем меньше, чем больше эти расстояния по сравнению с размерами площадки контакта. В процессе одноконтантного нагружения распределение нагрузки по площадке контакта также может изменяться, например за счет упру-

гой деформации неровностей. Если это имеет место, то характеристика $P_1 = f(P)$ получается нелинейной (рис. 50).

4.4. Построение градуировочных характеристик и графиков поправок

Напомним (см. §1.3), что согласно ГОСТ 16263—70 [9] под градуировочной характеристикой средства измерений понимают зависимость между значениями величины на выходе и входе средства измерений, составленную в виде таблицы, графика или формулы.

Результаты градуировки можно представить в виде таблицы поправок, графика поправок или градуировочного графика (градуировочной характеристики).

Поправки Δ_n , получаемые в результате градуировки прибора для каждой числовой отметки его шкалы, определяются соотношением $\Delta_n = -\Delta L = L - Z_n$. Таблица поправок фиксирует их значения, не указывая закона их изменения между отдельными отметками шкалы.

График поправок (рис. 51) строят обычно в малом масштабе по оси числовых отметок и в укрупненном — по оси поправок. При этом предполагается, что значения поправок между отдельными отметками изменяются линейно. В этом случае масштабы по осям числовых отметок и поправок не лимитируются.

Несколько иначе обстоит дело при построении градуировочных характеристик. В отличие от обычных экспериментальных кривых, масштаб градуировочных характеристик должен строго соответствовать точности прибора, для которого они строятся. Но в этом случае неизбежны дополнительные погрешности, связанные с неточностью построения и с конечным значением толщины линий графика. Их при построении следует учитывать. Обычно принимают, что дополнительная погрешность этого типа должна быть в 4—5 раз меньше допустимой. Тогда при толщине линий графика 0,4 мм полной погрешности прибора должна соответствовать длина Δl линии графика, равная $0,4 \cdot 5 = 2$ мм. Например, если прибор класса $\Delta = 1,0$, т. е. его полная погрешность Δ соответ-

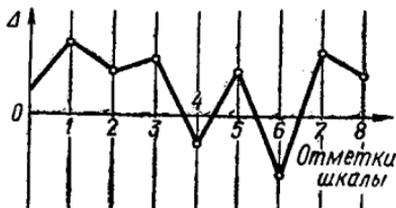


Рис. 51. Пример построения графика поправок

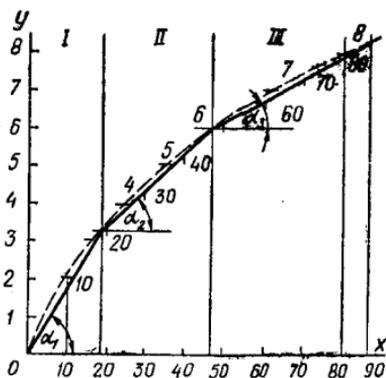
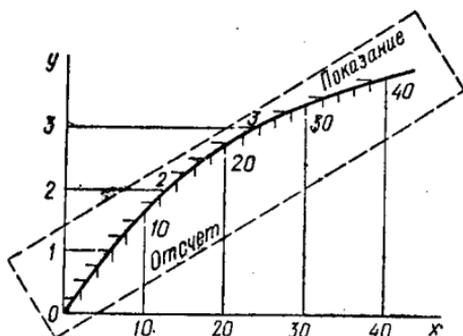


Рис. 52. Построение градуировочного графика с перенесенным масштабом (обведен штриховой)

Рис. 53. Построение кусочного градуировочного графика с перенесенным масштабом

ствует одному проценту от предела измерения, то размер градуировочного графика

$$l = \Delta l \cdot 100 / \Delta = 2 \cdot 100 / 1,0 = 200 \text{ мм.}$$

Для приборов невысокого класса точности длина l графика получается небольшой, и его легко поместить на листе обычного формата. Сложнее построить график для высокоточного прибора, например класса 0,05. В этом случае длина графика $l = 4000$ мм. Во-первых, пользоваться таким графиком неудобно, а во-вторых, могут появиться дополнительные ошибки отсчета. Поэтому на практике широко применяют градуировочные графики с перенесенным масштабом и кусочные графики с перенесенным масштабом.

Чтобы построить график с перенесенным масштабом, на соответствующем листе бумаги проводят оси координат и размечают на них масштаб в соответствии с классом прибора. Затем наносят отдельные точки графика по данным градуировки и проводят плавную кривую. После этого масштабные штрихи переносят непосредственно на построенную кривую (рис. 52) и из общего листа вырезают только часть (обведена штриховой), непосредственно содержащую построенный график. По этому графику перевести отсчет в показание можно быстрее, резко снижается вероятность ошибочного отсчета. Если прибор многопредельный, то можно на одном листе построить несколько кривых (в соответствии с числом диапазонов) в разных масштабах, смещая каждую из них по оси отсчетов.

Применять описанный метод для приборов очень высокой точности, например для волномера с точностью до

$\pm 0,01\%$, трудно потому, что график при этом получается очень большим (до нескольких метров). Это затруднение можно устранить двумя путями. Первый — замена графика подробной числовой таблицей, как это, например, делают для интерполяционных гетеродинных волномеров. Таблицы удобны, просты в пользовании, но их составление связано с большими затратами времени и труда.

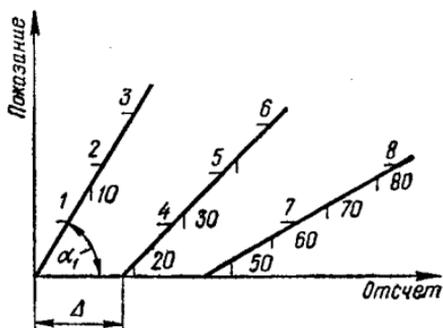


Рис. 54. График с кусочно-перенесенным масштабом

Проще второй путь — строить кусочные графики с перенесенным масштабом. Для этого в масштабе, соответствующем классу точности прибора, строят градуировочную кривую. Затем ее разбивают на 10—20 отрезков так, чтобы каждый из них можно было заменить прямой, соединяющей начало и конец i -го отрезка (с пренебрежимо малой дополнительной погрешностью). Определяют углы α_i наклона этих отрезков к оси отсчетов (рис. 53). Полученные i -е отрезки спрямленного градуировочного графика с перенесенным масштабом и сохранением углов α_i переносят на отдельный лист (рис. 54), смещая на Δ по оси отсчетов. Таким образом, общий размер градуировочного графика делают достаточно малым и удобным для практического пользования.

Иногда построенный градуировочный график с перенесенным масштабом просто разрезают на 10—20 отрезков, и каждый из них выполняют в виде отдельной пластины или листа бумаги. Эта разновидность более удобна для графиков с повышенной кривизной.

НАУЧНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Общая методика экспериментального исследования разделяется на три логически обоснованных этапа: подготовку экспериментального исследования, методику его проведения и методику обработки экспериментальных данных. Оставив вопросы методики проведения экспериментальных исследований для особого рассмотрения в следующей части, посвятим данную часть освещению вопросов научной организации эксперимента, включающей подготовку исследования и обработку экспериментальной информации.

Необходимость в научной организации экспериментальных исследований процессов о. м. д. вызывается все возрастающими требованиями к глубине проникновения в сущность исследуемых объектов и качеству информации. Обоснованные суждения о перечне испытательных мероприятий, их рациональной последовательности, совокупности регистрируемых величин, требованиях к точности измерений и частоте регистрации можно иметь лишь, располагая количественными соотношениями, связывающими искомые технико-экономические характеристики испытуемого объекта с его параметрами. Поэтому важнейшим принципом организации сложных экспериментов в современных условиях является системный подход, предполагающий рассмотрение всех средств, участвующих в эксперименте, как единой системы, имеющей математическую модель и функционирующей в соответствии с определенным алгоритмом. Проведение эксперимента всегда сопряжено с определенными затратами, а соотношение полезного эффекта, полученного в результате эксперимента, и затрат на его проведение определяет эффективность эксперимента.

После изучения всех материалов, относящихся к цели и предмету исследования, решают его главную задачу — разрабатывают рабочую гипотезу, т. е. научное предположение о развитии (протекании) изучаемого явления и его вероятное объяснение. В рабочей гипотезе выделяют наиболее важные, решающие, а также возможные причинные

связи и взаимодействия, вероятное направление и ход развития явления в целом.

Если предполагаемое развитие явления или изменения факторов, его обуславливающих, поддаются аналитическому представлению, т. е. математическому выражению в виде определенных физико-механических закономерностей, то они могут привести к созданию так называемой модели явления (процесса), в которой явления заменены системой математических формул.

Виды моделей, применяемых на практике, весьма разнообразны. Это и физические модели, представляющие собой геометрически подобные или масштабно измененные оригиналы, и символические модели, т. е. описания свойств с помощью символов (в виде уравнений, графиков функций, таблиц, графов и др.), и, наконец, математические, или аналоговые, модели, когда вместо исследования какого-либо явления на самом объекте или в реальных условиях его протекания имитируют его на установке, воспроизводящей физически иное явление, но описываемое такими же уравнениями, что и явление в оригинале. Как при математическом, так и при физическом моделировании целесообразно использовать теорию подобия, помогающую обобщить результаты эксперимента, принципы размерностей, определить количество независимых переменных и контактирующих параметров.

После разработки рабочей гипотезы переходят к планированию научно обоснованного и наиболее экономно осуществляемого исследовательского процесса: выбирают метод исследования, оборудование, приспособления и измерительную аппаратуру; анализируют и учитывают погрешности аппаратуры и метода исследования, устанавливают ошибку и неопределенность эксперимента в целом; принимают решение о способе обработки экспериментальной информации, определяют интервалы и требуемое число отсчетов; разрабатывают план эксперимента, на основе которого определяют количество опытов; устанавливают последовательность проведения опытов, затраты времени и средств.

Выбор метода исследования определяется, главным образом, количеством и качеством информации, которую нужно получить. При этом исследователь не должен руководствоваться личными склонностями или сложившейся практикой. Иначе он рискует получить избыточную или, наоборот, недостаточную информацию, усложнить и удорожить эксперимент, а иногда и получить недостоверные результаты,

Цель эксперимента в значительной мере определяет физический смысл результатов измерения, а это в свою очередь влияет и на выбор метода. Так, если изучается изменение геометрических параметров процесса (например, вытяжка и уширение при ковке и прокатке), то первичные данные целесообразно получать в виде перемещений, используя геометрические методы исследования. Задачи о глубине проникновения пластических деформаций, неравномерности распределения деформации и им подобные предполагают оценку деформированного состояния. Здесь первичные данные желательно получать в виде деформаций, например с помощью поляризационно-оптического метода.

Выбирая метод исследования, следует обратить внимание на возможность применить тот или иной способ обработки первичных опытных данных. В связи с интенсивным развитием вычислительной техники и прикладной математики сейчас широко используют аналитические методы, создающие предпосылки для автоматизации экспериментальных исследований. Однако сохраняют свое значение графические и графоаналитические методы, обладающие достаточной точностью и простотой. Развитию и совершенствованию этих методов способствует создание автоматизированных систем управления экспериментом, включающих визуальные средства отображения информации, в том числе дисплеи [43].

Выбор метода в той или иной мере предопределяет состав оборудования для проведения эксперимента. Выбирая оборудование, не следует стремиться к максимально возможной точности, так как и на уникальном оборудовании можно получить тривиальные результаты. Точность измерительных приборов должна соответствовать требуемой достоверности результата. Следует также помнить, что более высокая точность измерений — это или затраты на более дорогое оборудование, или затраты времени на повторение опытов. Рациональное соотношение того и другого нужно определить в каждом конкретном случае. Наконец, следует отметить, что высокой эффективности экспериментальных исследований можно добиться, тщательно продумывая и обоснованно сочетая натурные исследования с лабораторными, выполненными на физических, электрических и других моделях.

Заключительный этап экспериментальных исследований — обработка и обобщение полученных результатов эксперимента. Для этого используют все материалы наблюдений: результаты измерений, описания развития про-

цессов, наблюдаемые во время опытов закономерности возможные отклонения и их причины, новые факторы, не предусмотренные при планировании исследования, образцы, фотографии, таблицы, графики и пр.

Вначале находят функциональные связи между опытными данными, представленными обычно в виде таблиц или графиков. После соответствующей обработки эти данные изучают, с тем чтобы наиболее полно раскрыть закономерности развития исследуемого процесса, его связь и взаимодействие с сопутствующими явлениями. Установив функциональные связи между отдельными параметрами, переходят к анализу процесса в целом, его теоретическому обобщению и выражению опытных закономерностей эмпирическими формулами.

ГЛАВА 5. ПРИМЕНЕНИЕ ОСНОВ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ПОДГОТОВКЕ И ПРОВЕДЕНИИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

5.1. Основные положения теории подобия и моделирования

Постановка эксперимента в лабораторных условиях практически всегда связана с моделированием. *Моделированием* называют исследования, проводимые на моделях или реальных установках с применением методов теории подобия при постановке эксперимента и обработке его результатов. Под *моделями* в широком смысле понимают установки, устройства, комбинации отдельных элементов или сумму логических представлений, воспроизводящих явления или группу явлений, подобных изучаемому. *Подобными* называют явления, у которых все процессы (полное подобие) или наиболее существенные при данном исследовании (неполное подобие) в любой момент времени и в любой точке пространства отличаются от соответствующих параметров другого явления в определенное число раз, называемое *масштабом моделирования*.

Подобие явлений может быть физическим и математическим. В *физически подобных* явлениях все процессы (или основные для данного исследования) имеют одинаковую физическую природу. В *математически подобных* явлениях процессы имеют различную физическую природу, но описываются одинаковыми уравнениями.

Положение о геометрическом подобии фигур распространяется и на однородные физические явления:

$$l_m/l_n = a_m/a_n = h_m/h_n = \dots = n,$$

где $l_m, l_n, a_m, a_n, h_m, h_n$ — сходственные линейные размеры двух подобных фигур (модели и природы), n — масштабный коэффициент, константа, или множитель, подобия. Константы подобия действительны только для величин одной размерности. Чтобы знать, к какой величине относится константа, при каждой из них ставят соответствующий индекс. Например, для отношения линейных размеров подобных тел константа подобия $l_m/l_n = n_l$; для отношения их площадей и объемов константы будут другими:

$$s_m/s_n = n_s = n_l^2; V_m/V_n = n_v = n_s n_l = n_l^3.$$

Понятие подобия можно распространить на любые физические явления и на любые скалярные, векторные и тензорные величины. Поэтому для двух подобных систем справедливы, например, такие соотношения:

$$t_m = n_t t_n; t_m^\circ = n_t t_n^\circ; P_{im} = n_i P_{in};$$

$$u_{im} = n_u u_{in}; \sigma_{ijm} = n_\sigma \sigma_{ijn}; \varepsilon_{ijm} = n_\varepsilon \varepsilon_{ijn},$$

где t — время; t° — температура; P_i — силы; u_i — перемещения; $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ — компоненты тензоров напряжений и деформаций. Естественно, что не все масштабы моделирования можно выбрать произвольно. Например, скорости, аналогичных точек моделей и природы связаны соотношением

$$n_v = v_{im}/v_{in} = l_{im} t_n / t_m l_{in} = n_l / n_t, \quad (5.1)$$

т. е. масштаб скорости полностью определяется геометрическим и временным масштабами моделирования.

Уравнение (5.1) можно представить и в таком виде:

$$n_v n_t / n_l = 1. \quad (5.2)$$

Поскольку

$$n_v = v_m/v_n; n_t = t_m/t_n \text{ и } n_l = l_m/l_n,$$

из (5.2) следует, что

$$v_m t_m / l_m = v_n t_n / l_n. \quad (5.3)$$

Члены уравнения (5.3) — безразмерные комплексы величин, характеризующих рассматриваемые явления. Для подобных явлений эти комплексы сохраняют одно и то же числовое значение, поэтому уравнение (5.3) можно представить в виде

$$vt/l = \text{idem (одно и то же)}.$$

Такие комплексы в теории подобия называют *инвариантами или критериями подобия*. Установление связи между ними составляет содержание первой теоремы подобия.

предложенной Ньютоном. Она формулируется следующим образом: *подобные между собой явления имеют одинаковые критерии подобия.*

Согласно второй теореме подобия, *чтобы данные, полученные из опыта, можно было непосредственно распространить на подобные явления, эти данные необходимо представить в виде зависимостей между критериями подобия.* На основании этой теоремы любую зависимость между переменными, характеризующими какое-либо явление, можно представить в виде зависимости между критериями подобия:

$$F(K_1, K_2, \dots, K_n) = 0, \quad (5.4)$$

где K_1, K_2, \dots, K_n — критерии подобия. Уравнения типа (5.4) носят название *критериальных уравнений.*

Третья теорема подобия, устанавливающая признаки подобия явлений, формулируется следующим образом: *подобны те явления, условия однозначности которых подобны и критерии, составленные из условий однозначности, численно одинаковы* [65].

Таким образом, теория подобия, давая общие методические указания, является фундаментальной основой теории моделирования, имеющего целью заменить изучение явлений в природе более просто осуществимым изучением аналогичных явлений на математических и физических моделях. Принципы критериального подобия и анализа размерностей широко применяются при составлении математических уравнений рабочей гипотезы исследуемого явления и обработке результатов исследований.

5.2. Анализ размерностей и уменьшение числа переменных

При составлении уравнений рабочей гипотезы, математическом и физическом моделировании весьма целесообразно пользоваться теорией подобия, а также так называемым принципом размерностей. Изложим его.

При подготовке исследования всегда намечают определенный круг (совокупность) параметров, которые представляются существенными для характеристики изучаемого явления. Аналитические выражения, устанавливающие взаимосвязь между этими параметрами, в самом общем виде можно представить как

$$f(q_1, q_2, \dots, q_n) = 0,$$

где q_1, q_2, \dots, q_n — все без исключения элементы (параметры), существенно влияющие на характер протекания изучаемого явления.

Для правильного анализа размерностей нужно знать характер и число фундаментальных параметров (переменных) в эксперименте. *Фундаментальной переменной* называют величину, влияющую на эксперимент и способную изменяться независимо от других переменных. Фундаментальные переменные следует отличать от регулируемых. Так, ускорение силы тяжести можно изменить независимо от других переменных, отправив экспериментальную установку в космическое пространство, однако при всех земных опытах оно имеет практически постоянное, нерегулируемое значение.

Если достоверно известен весь набор переменных, характеризующих процесс, то их сразу можно преобразовать согласно первой части теоремы Букингема [70]: *если какое-либо уравнение однородно относительно размерностей, то его можно привести к соотношению, содержащему набор безразмерных комбинаций величин.*

Однородными относительно размерностей являются уравнения, форма которых не зависит от выбора основных единиц. Например, известное уравнение Феннинга для расчета потерь на трение в трубе при ламинарном течении жидкости:

$$\Delta p = f(L/D)v^2/2g.$$

В данном уравнении можно выделить три безразмерные комбинации: $\Delta p/(v^2/2g)$, f и L/D .

Неоднородные уравнения не могут дать полного математического описания естественного явления или процесса. Можно не знать всех переменных, влияющих на эксперимент, но нужно иметь в виду, что эти переменные и связывающее их безразмерное уравнение существуют (независимо от того, известны они или нет). Если не удастся получить систему безразмерных комбинаций, это значит, что не учтен по меньшей мере один из факторов.

В случае уравнения Феннинга в самом общем его виде наибольший интерес обычно представляют потери Δp . Известно, что эта величина зависит от длины L трубы, диаметра D и скорости v потока. Все эти величины — независимые переменные. Хотя ускорение силы тяжести g — практически величина постоянная, его также нужно учитывать. Другие независимые переменные — плотность ρ , вязкость ν жидкости и высота h неровностей, характеризующих свойства внутренней поверхности трубы. Итак, имеем восемь фундаментальных переменных. Общее уравнение можно записать в виде

$$\Delta p = \varphi(L, D, v, \rho, \nu, h, g). \quad (5\ 5)$$

Если уравнение (5.5) однородно относительно размерностей, то согласно теореме Букингема его можно выразить через безразмерные комбинации величин. Из опыта известно, что такое соотношение имеет следующий вид:

$$\Delta p / (v^2 / 2g) = \varphi' (L/D, vD\rho/\nu, h/D). \quad (5.6)$$

По сравнению с записью (5.5) в форме (5.6) число варьируемых переменных сокращено до трех [уравнение (5.5) содержало 7 переменных].

Определим теперь комбинации величин, входящие в формулу (5.6). Для этого сначала выразим размерности всех переменных, входящих в уравнение (5.5), через размерности массы M , времени T и длины L , принятых за основные (табл. 4).

4. Параметры ламинарного потока жидкости в трубе

Переменная	Обозначение	Формула размерности
Потери давления в трубе	Δp	L
Длина трубы	L	L
Диаметр трубы	D	L
Скорость потока жидкости	v	LT^{-1}
Вязкость жидкости	ν	$ML^{-1}T^{-1}$
Плотность жидкости	ρ	ML^{-3}
Высота неровностей поверхности	h	L
Ускорение силы тяжести	g	LT^{-2}

Соотношение между рассматриваемыми величинами представим в таком виде:

$$\Delta p = \varphi (L^a, D^b, v^c, \nu^d, \rho^e, h^k, g^l). \quad (5.7)$$

Подставив сюда вместо символов размерности из таблицы, получим

$$L = \varphi [L^a, L^b, (LT^{-1})^c, (MT^{-1}L^{-1})^d, (ML^{-3})^e, L^k, (LT^{-2})^l].$$

Чтобы это уравнение было однородным относительно размерностей, должны выполняться следующие соотношения между показателями степени:

$$\text{для } M: 0 = d + e;$$

$$\text{для } L: 1 = a + b + c - d - 3e + k + l;$$

$$\text{для } T: 0 = -c - d - 2l.$$

Итак, имеем три уравнения с семью неизвестными. Их можно упростить, исключив b , c и e . Тогда $e = -d$; $c =$

$= -d - 2l$; $b = 1 - a - d + l - k$. Подставляя эти соотношения в формулу (5.7), получим

$$\Delta p = \varphi(L^a, D^{1-a-d+l-k}, v^{-d-2l}, \nu^d, \rho^{-d}, h^k, g^l).$$

Объединяя члены с одинаковыми показателями, легко составить безразмерные комбинации:

$$\Delta p/D = \varphi[(L/D)^a, (vD\rho/\nu)^{-d}, (h/D)^k, (Dg/\nu^2)^l].$$

Восемь первоначальных переменных задачи дают пять безразмерных комбинаций. Теперь следует проверить фактическую функцию, в которую входят комбинации, и найти выражение, описывающее движение жидкости в трубе с потерями на трение. Эксперименты в области ламинарного потока дают следующую функцию:

$$(\Delta p/D)(Dg/\nu^2)^l = 32 (L/D)^1 (vD\rho/\nu)^{-1} (h/D)^0.$$

Окончательным будет известное уравнение для потерь на трение при ламинарном потоке в круглой трубе:

$$\Delta p/(v^2/2g) = (64/N_{Re})(L/D). \quad (5.8)$$

В данном случае есть всего 3 безразмерные комбинации. Конечно, к виду уравнения (5.8) нельзя прийти, только анализируя размерности. Однако совершенно очевидно, что анализ размерностей позволяет упростить эксперимент.

Таким образом, рассмотрев частный пример, сформулируем те правила, согласно которым единицу сложной величины можно выразить через единицы величин, принятых за основные. Прежде всего искомую единицу записывают в виде произведения основных единиц в некоторых степенях. Полученную зависимость выражают в виде формулы размерностей. Приравнивая показатели степени при одинаковых элементах в левой и правой частях этой формулы, получают систему уравнений, решение которой и дает значение независимых показателей степеней.

В рассмотренном примере, имея 8 физических величин и выбрав для выражения их размерностей 3 основные единицы, получили пять (8—3) безразмерных комбинаций. Этот результат неслучаен. Он представляет собой проявление второй части теоремы Букингема — так называемой π -теоремы: *если существует однозначное соотношение $\varphi(A_1, A_2, \dots, A_n) = 0$ между n физическими величинами, для выражения которых используется k основных единиц, то существует соотношение*

$$\varphi'(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-k}) = 0 \quad (5.9)$$

между $n-k$ безразмерными комбинациями, составленными из этих физических величин.

Теорема Букингема имеет большое значение в теории эксперимента. Она позволяет находить связь не между самими переменными, а между некоторыми составленными по рассмотренным правилам безразмерными их соотношениями. Число переменных существенно уменьшается, что упрощает исследование. Кроме того, представляя результаты эксперимента в виде безразмерных отношений, тем самым устанавливают области, на которые можно закономерно распространить выводы, полученные при исследовании. Действительно, вся область однотипных явлений, имеющих одинаковые значения безразмерных переменных l , подчиняется одному и тому же уравнению (5.9).

Проиллюстрируем изложенное следующим примером [17].

Пусть математическая модель процесса о. м. д. задана в форме

$$P = \Phi(\sigma_s, \mu, a, b, l, h).$$

Для проверки ее точности и установления допустимой области применения можно взять несколько материалов, изготовить из них образцы и осуществить деформацию в штампах, имеющих различные размеры a, b, l, h при разных условиях контактного трения. Если для a, b, l, h взять по пять значений, а для σ_s и μ — по три, то потребуется $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 = 5625$ опытов.

Ту же математическую модель можно представить в критериальном виде, например:

$$P/\sigma_s = f(\mu, ab/h^2, l/h),$$

где P/σ_s — относительная удельная сила деформации — критерий, широко используемый при теоретическом анализе процессов о. м. д. В этом случае правая часть уравнения определяется всего тремя комплексами: $\mu, ab/h^2$ и l/h . Для проверки потребуется в 25 раз меньше экспериментов. Количество же информации окажется большим, так как каждый из критериев, например $l/h = \text{const}$, можно рассматривать как отношение множества значений $l = ih$ к множеству значений h (i — действительное число).

5.3. Физическое подобие при моделировании процессов о. м. д.

Развитые А. А. Ильюшиным [20] основные положения теории моделирования исходят из законов подобия. Согласно им процесс в модели будет протекать подобно процессу в натуре, если известно, что: 1) модель геометрически

подобна натуре; 2) граничные и начальные условия (условия однозначности) для величин, характеризующих процесс в модели, подобны таковым для аналогичных величин в натуре; 3) критерии подобия, составленные из величин, входящих в условия однозначности для модели, равны критериям подобия для природы.

Применительно к о. м. д. моделированием можно исследовать закономерности формоизменения металлов, деформированное состояние металла в различных условиях о. м. д., влияние пластической деформации на изменение структуры и свойств металлов, влияние различных схем напряженно-деформированного состояния металла на пластичность и сопротивление деформированию, распределение напряжений и деформаций в очаге деформации, определяющие параметры процессов при освоении новых материалов, новые технологические процессы.

Рассмотрим основные условия подобия для процессов пластического деформирования [53].

1. Согласно принципу подобия деформируемые тела должны быть геометрически подобны. Для этого нужно, чтобы отношения соответствующих (сходственных) размеров (длины l , ширины b , высоты h) природы и модели были одинаковы:

$$l_n/l_m = b_n/b_m = h_n/h_m = \dots = m,$$

где $m = 1/n$ — масштаб моделирования. При этом отношения соответствующих поверхностей природы и модели равны квадрату, а объемов — кубу масштаба моделирования m . Следует отметить, что отношения той или иной поверхности s к объему V у природы и модели различны. С увеличением масштаба моделирования отношение s/V у модели возрастает пропорционально этому масштабу.

2. Формы рабочей части инструментов для деформирования природы и модели должны быть геометрически подобны, а отношения их сходственных размеров (например, радиусов скругления матриц, диаметров валков и т. п.) равны масштабу моделирования m .

3. Степени деформации модели и природы в сравниваемые моменты времени должны быть одинаковы, т. е. $\epsilon_m = \epsilon_n$.

В качестве примера рассмотрим моделирование процесса формоизменения заготовки в штампе [50]. Исследуем два геометрически подобных процесса деформирования металлических заготовок A и A' (рис. 55) при помощи геометрически подобных и совершающих геометрически подобные движения инструментов B и B' . Исходим прежде всего из того, что механические свойства металла, подвер-

гаемого обработке давлением при постоянной температуре и в достаточно широком диапазоне скоростей, можно охарактеризовать определенным графиком зависимости напряжений от деформаций. Эта зависимость однозначна лишь в определенном скоростном режиме деформирования, поскольку скорость деформирования влияет на сопротивление деформированию. Однако при скоростях, применяемых при о.м.д. и значительно превосходящих скорости ползучести, это влияние слабо. Чтобы существенно увеличить сопротивление сдвигу, нужно повысить скорость деформирования на несколько порядков (в 10^2 — 10^4 раз) [50].

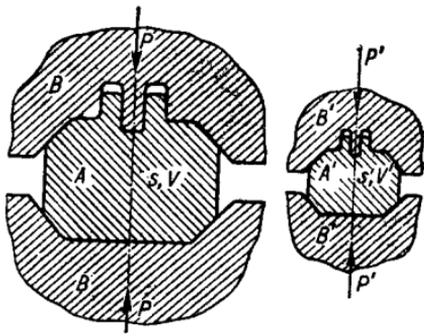


Рис. 55. Геометрически подобные процессы деформирования заготовок

Называем процесс обработки тела A при помощи инструмента B испытанием в натуре, а процесс обработки тела A' инструментом B' — испытанием на модели. Массовыми силами (силой тяжести, инерционными силами) при рассмотрении пренебрежем, так как веса тел значительно меньше потребных для деформирования сил, а инерционные силы, обусловленные скоростным фактором деформирования, относительно невелики.

Чтобы определить напряжения, деформации и мощности в процессах A , B и A' , B' , для каждого процесса воспользуемся соответствующими уравнениями равновесия — зависимостями, устанавливающими связь между напряжениями и деформациями и выражениями деформаций через перемещения. Вид уравнений будет зависеть от того, какая теория пластичности положена в их основу. Кроме того, установим граничные условия для свободных участков поверхности тел A и A' , для участков с кулоновским трением и участков, от них отличных.

Давления тел A и A' на инструменты B и B' в соответствующих точках при одинаковых относительных деформациях относятся между собой как пределы текучести материалов тел A и A' :

$$p/\sigma_s = p'/\sigma'_s,$$

а значит для сил и мощностей получим выражения

$$P/\sigma_s S = P'/\sigma'_s S'; \quad W/\sigma_s V = W'/\sigma'_s V'.$$

Если модель A' сделана из того же материала, что и натура A , температуры испытаний постоянны и одинаковы, то $\sigma_s = \sigma_s$. Поэтому давления в натуре и модели будут одинаковы, силы будут относиться между собой как площади, а потребные работы — как объемы тел в модели и натуре:

$$p' = p; P'/s' = P/s; W'/V' = W/V.$$

Из изложенного следует так называемый принцип подобия при о. м. д. [53]: если одинаковые процессы пластического деформирования геометрически подобных тел из одинакового материала осуществлять в подобных условиях, то необходимые для деформирования давления будут равны между собой, отношение сил будет равно квадрату, а отношение затрачиваемых работ — кубу отношений соответствующих линейных размеров тел. Этот принцип выдвинул И. Барбой и Ф. Киком в 1885 г. Он представляет собой распространение на пластическую деформацию закона подобия, сформулированного В. Л. Кирпичевым в 1874 г.

5.4. Принципы приближенного моделирования

Чтобы пользоваться закономерностями законов подобия, нужно при физическом моделировании создавать такие условия, при которых обеспечивается, с одной стороны, геометрическое подобие модели и натуры, а с другой — физическое подобие процессов, протекающих в них при подобном деформировании. Теоретически этого можно достигнуть, выполняя критерии подобия. В реальных же условиях моделирования это не достигается, причем в иных случаях отступления от требований теории весьма существенны [53, 65].

При моделировании с практически достаточной точностью обеспечиваются приближительные:

- 1) геометрическое подобие модели и натуры;
- 2) геометрическое подобие инструмента и валков;
- 3) одинаковость обжатий модели и натуры;
- 4) подобие состава металла модели и натуры: металлы могут относиться к одной марке, но к различным плавкам; вместо литого часто используют уже деформированный металл.

Кроме того, происходит следующее:

- 1) условия нагрева модели (атмосфера печи, длительность нагрева) отличаются от условий нагрева натуры; температуры деформирования замеряются лишь приблизительно;

2) скорости остывания модели и природы неодинаковы, в связи с чем температура деформации модели не совпадает с температурой деформации природы;

3) скорость деформирования точно не удовлетворяет ни одному из критериев кинематического подобия.

Несмотря на отмеченные несоответствия, приближенное моделирование правомерно, поскольку его результаты во многих случаях вполне устраивают практику [65].

Общепринятой методики приближенного моделирования пока еще нет. По одному из методов [18] предлагается, не добиваясь полного теплового подобия модели и природы, т. е. одинаковых температур в сходственных точках, проводить горячее деформирование при равенстве средних по объему температур модели и природы и соблюдении скоростного условия $\dot{\epsilon}_m = \dot{\epsilon}_n$; $v_m = v_n/m$. Однако этот метод требует деформирования модели в печи (для поддержания ее температуры на соответствующем уровне), что практически осуществить трудно.

Неизбежные при моделировании отступления от принципа подобия следует компенсировать расчетным путем, применяя экспериментально установленные коэффициенты. Влияние расхождения в скорости деформации можно учитывать скоростным коэффициентом ψ_c , показывающим, во сколько раз увеличится напряжение текучести при том или ином увеличении скорости деформации $\dot{\epsilon}$ (табл.5) [53, 18].

5. Значения скоростного коэффициента ψ_c

Отношение скоростей деформации	Температуры деформирования			
	$\frac{T}{T_{пл}} < 0,3$	$\frac{T}{T_{пл}} = 0,3 \div 0,5$	$\frac{T}{T_{пл}} = 0,5 \div 0,7$	$\frac{T}{T_{пл}} > 0,7$
10	1,05—1,10	1,10—1,15	1,15—1,30	1,30—1,50
100	1,10—1,22	1,22—1,32	1,32—1,70	1,70—2,25
1000	1,16—1,34	1,34—1,52	1,52—2,20	2,20—3,40
При переходе от скорости $\dot{\epsilon} = 1 \times 10^{-1} \text{с}^{-1}$ к ударной нагрузке	1,10—1,25	1,25—1,75	1,75—2,50	2,50—3,50

Примечание. T — абсолютная температура деформирования; $T_{пл}$ — абсолютная температура плавления.

Влияние масштаба учитывают масштабным, или объемным, коэффициентом ψ_o . По данным С. И. Губкина [11], при увеличении деформируемого объема с 25 до $25 \cdot 10^3 \text{ см}^3$

коэффициент ψ_0 уменьшается от 1 до 0,4. Е. Н. Мошнин и Н. М. Золотухин [35, 36] для внесения поправки в расчетные значения давлений, деформирующих сил и работ при горячей осадке стальных слитков рекомендуют значения коэффициента ψ_0 , приведенные в табл. 6.

6. Значения ψ_0

Масса слитка, т	0,5	6,0	20	50	100
ψ_0	0,80	0,70	0,60	0,55	0,50

Для учета скоростного и объемного факторов нужно истинное напряжение σ_s в расчетных формулах помножить на коэффициенты ψ_0 и ψ_0 .

Как уже упоминалось, чтобы сохранить подобие физико-механических свойств, целесообразно изготавливать модель из материала природы. Однако это не всегда удобно и возможно. Поэтому для выявления общих закономерностей процессов пластического формоизменения часто материал модели выбирают отличным от материала природы. При этом следят, чтобы кривые упрочнения модели и природы, построенные в безразмерных координатах $\sigma/\sigma_s - \epsilon E/\sigma_s$, были подобны.

Наиболее распространены в практике моделирования процессов о. м. д. такие материалы, как Al, Pb и различные их сплавы. Иногда для качественного анализа процессов используют пластилин, но различие в реологических свойствах пластилина и металлов может в некоторых случаях привести к ошибочным результатам.

Для моделирования процессов горячей обработки металлов в лабораторных условиях рекомендуется использовать Pb. Он хорошо обрабатывается, пластичен, имеет низкую температуру рекристаллизации. Вводя в Pb небольшие количества Sb (до 5%) и Te (до 0,5%), можно изменять механические характеристики модельного материала в достаточно широких пределах [44, 67].

Хорошие результаты можно получить, используя в качестве модельного материала Al, который при холодной обработке мало упрочняется. В качестве примера приведем результаты опытной проверки Ю. М. Чижиковым [65] закона силового подобия при обжатии алюминиевых цилиндрических образцов в комнатной температуре без смазки и со смазкой; масштаб моделирования m изменялся в пределах 1,5... 7,5.

Размеры образцов $D \times H$ при постоянном отношении $D/H = 1$ изменялись от 20×20 до 147×147 мм. Исследо-

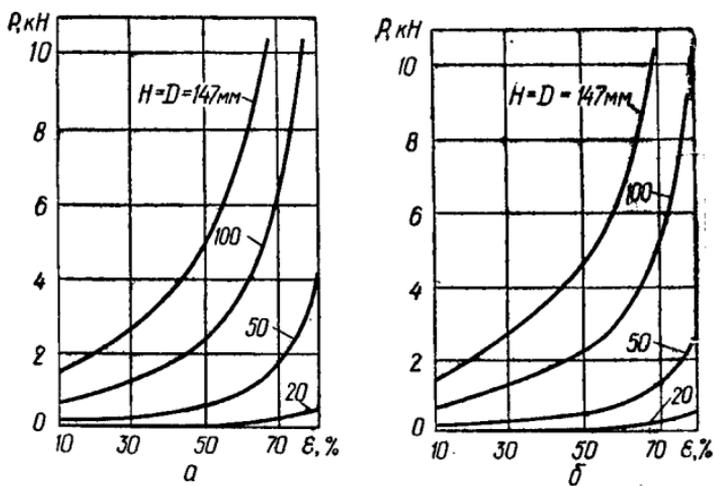


Рис. 56. Зависимость силы осадки P от относительного обжатия ϵ алюминиевых образцов:

a — без смазки; b — со смазкой касторовым маслом

ваны 4 типоразмера образцов со следующими масштабами m и показателями силового подобия m^2 :

$$m_1 = 50/20 = 2,5; \quad m_1^2 = 6,25;$$

$$m_2 = 100/20 = 5,0; \quad m_2^2 = 25;$$

$$m_3 = 147/20 = 7,35; \quad m_3^2 = 54;$$

$$m_4 = 100/50 = 2; \quad m_4^2 = 4;$$

$$m_5 = 147/50 = 2,94; \quad m_5^2 = 8,65;$$

$$m_6 = 147/100 = 1,47; \quad m_6^2 = 2,16.$$

Образцы подвергали ступенчатой осадке с шагом 10% относительного обжатия ϵ и постоянной скоростью 0,2 мм/с. В соответствии с законом подобия сила P_2 при деформировании тела больших размеров (натуры)

$$P_2 = m^2 P_1, \quad (5.10)$$

где P_1 — сила при деформировании тела меньших размеров (модели).

Зависимости силы осадки P от относительного обжатия ϵ (рис. 56) при деформировании как без смазки, так и со смазкой и отношения сил, т. е. значения показателей подобия, полученные по этим графикам, убедительно показывают, что при осадке образцов с масштабом моделирования 1,5... 7,5 закон силового подобия (5.10) выполняется с достаточной для практики точностью.

5.5. Математическое моделирование

Под *математическим предметным моделированием* понимают способ исследования физических процессов путем изучения явлений, имеющих отличное от исследуемых физическое содержание, но описываемых одинаковыми с ними соотношениями. В простейших случаях для этой цели используют известные аналогии между механическими, электрическими и другими явлениями. Классическим примером здесь служит аналогия между распределением электрического потенциала U и установившимся распределением температуры T внутри однородного изотропного тела.

Уравнение теплопроводности Фурье, выраженное в относительных координатах:

$$\nabla^2 T = (C_p \gamma / \lambda) (\partial T / \partial t)$$

и уравнение, соответствующее электрическим явлениям в сетке из r и C [15]:

$$\nabla^2 U = rC (\partial U / \partial t)$$

имеют идентичную структуру.

Если за номинальные единицы примем какие-нибудь значения $T_0, U_0, t_0, r_0, C_0, \gamma_0, \lambda_0$, то в относительной системе единиц получим $T' = T/T_0; U' = U/U_0; t' = t/t_0; C'_p = C_p/C_{p0}; \gamma' = \gamma/\gamma_0; \lambda' = \lambda/\lambda_0; r' = r/r_0; C' = C/C_0; x' = x/x_0; y' = y/y_0; z' = z/z_0$. Тогда рассматриваемые уравнения в относительной системе единиц примут вид

$$\nabla^2 T' = (C_{p0} \gamma_0 t_0^2 / \lambda_0 t_{01}) (C'_p \gamma' / \lambda') (\partial T' / \partial t');$$

$$\nabla^2 U = (r_0 C_0 n_{02}^2 / t_{02}) r' C' (\partial U' / \partial t').$$

В электрической модели число элементов n соответствует длине l в пространственных координатах. Поэтому в качестве номинальной величины n_0 можно выбрать некоторое число n_{02} .

Комплексы номинальных значений, заключенные в скобках, согласно теории Фурье о размерностях физических уравнений, являются безразмерными физическими величинами. Для групп подобных явлений одного и того же класса, соответствующих одному и тому же виду дифференциального уравнения, безразмерные комплексы, заключенные в скобках, должны быть тождественны:

$$C_{p0} \gamma_0 t_0^2 / \lambda_0 t_{01} = r_0 C_0 n_{02}^2 / t_{02}.$$

Обозначим отношения величин, образующих условия однозначности в образце и модели, константам и подобия: $l_0/n_{02} = n_i; t_{01}/t_{02} = n_t; (C_{p0} \gamma_0 / \lambda_0) / r_0 C_0 = n_a$. Выбор множителей подобия ограничим, наложив условие $n_a n_i / n_t = 1$.

Чтобы построить искусственную электрическую модель, нужно провести подобное преобразование условий однозначности системы образца, инвариантное относительно ее критериев. Тогда можно одни и те же элементы электрических моделей использовать для решения различных практических задач [15].

В математическом моделировании широко используют аналоговые (АВМ) и цифровые (ЦВМ) вычислительные машины. АВМ выдают решения в виде осциллограмм на экране электронно-лучевой трубки. Такие машины применяют, если нужна не столько высокая точность, сколько наглядность процесса. Существенный недостаток АВМ общего назначения — отсутствие автоматического ввода информации. Программу (схему модели) и исходные данные вводят в машину вручную при помощи шнуровой коммутации и вращаемых потенциометров. Это требует много времени и большого напряжения экспериментатора, однако часто окупается тем, что, в отличие от ЦВМ, время решения на АВМ мало зависит от сложности задачи и составляет, как правило, секунды.

Современные ЭВМ состоят из большого количества вычислительных элементов, операционных блоков и узлов различного назначения. Моделирование в них различного рода звеньев — масштабных, интегрирующих, дифференцирующих, суммирующих, инерционных, форсирующих — осуществляется с помощью решающих усилителей, включенных в соответствующие схемы [54].

Рассмотрим пример моделирования на АВМ волочения металла через систему из нескольких колеблющихся волок.

Известно, что волочение металла через колеблющиеся волокна при определенных условиях дает возможность увеличить обжатие. В одних случаях это достигается за счет уменьшения сил трения и снижения сопротивления деформированию. В других — за счет того, что полоса обрабатывается несколькими последовательно расположенными волоками, колебания которых согласованы таким образом, что каждая из них нагружается силой волочения поочередно [7]. Если технологический процесс ведут в соответствии с последним способом, величина результирующего обжатия и скорость волочения зависят от числа последовательно расположенных волок, распределения обжатий между ними, скорости колебательных движений каждой из них и некоторых других факторов. Отыскать рациональные параметры установки и режимы ведения процесса в этом случае — серьезная задача. Однако из-за сложности и нелинейности систем дифференциальных уравнений,

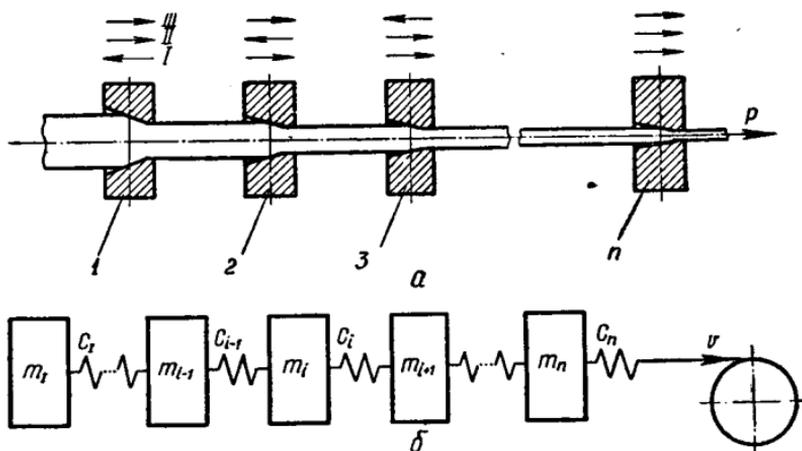


Рис. 57. Схема волочения металла через несколько подвижных волок (а) и его расчетная схема (б); стрелки над волокнами показывают направления движения волок в определенные моменты времени

описывающих процесс в динамике, аналитическое решение этой задачи весьма затруднительно. В связи с этим было осуществлено [66, 69] математическое моделирование такого процесса на АВМ.

Чтобы применить АВМ, нужно сначала разработать модель, которая с достаточной степенью приближения отразит основные характеристики изучаемого процесса.

При разработке такой модели рассматривался общий случай волочения через n последовательно расположенных подвижных волок (рис. 57, а). После заправки полоса деформируется волокой 1, которая в данный момент движется навстречу полосе (направления стрелок I). Остальные волокна (2, 3, ..., n) в это время совершают холостой ход, двигаясь вместе с полосой. Волочение в них не происходит. После окончания рабочего хода волокна 1 (навстречу полосе) начинается рабочий ход волокна 2 (направления стрелок II); все остальные волокна движутся вместе с полосой. Затем совершает рабочий ход волокна 3 (направления стрелок III) и т. д.

Расчетная схема, принятая при моделировании, представлена на рис. 57, б. Волокна и связанные с ними движущиеся части привода изображены здесь в виде сосредоточенных масс m_i (i — порядковый номер волокна), совершающих возвратно-поступательные движения вдоль оси волочения со скоростью v_i . Отрезки обрабатываемого металла, заключенные между волокнами, рассматриваются как упругие элементы. Поскольку размах колебаний волок

существенно меньше расстояния между ними, коэффициент жесткости полосы на каждом участке C_i считается величиной постоянной. Приведенная расчетная схема облегчает анализ режимов работы установки и составление уравнений, выражающих количественную взаимосвязь между основными параметрами исследуемого процесса.

Анализируя условия, в которых находятся отрезки полосы, заключенные между волокнами, можно установить, что из-за разности в скоростях движения переднего и заднего концов каждого отрезка они подвергаются упругой деформации. В соответствии с законом Гука силу, возникающую при этом в металле, можно выразить через эту деформацию:

$$P_{yi} = C_i \int_0^t [(v_{i+1} + v'_{i+1}) - (v_i + \mu_i v'_i)] dt + P_{y0}. \quad (5.11)$$

Здесь P_{yi} — силы упругой деформации полосы на участке между i -й и $(i+1)$ -й волокнами; P_{y0} — начальное значение силы упругой деформации полосы в момент времени $t=0$ на том же участке; $C_i = Es_i/l_i$ — коэффициент жесткости полосы; E — модуль продольной упругости материала полосы; s_i — площадь поперечного сечения полосы на соответствующем участке; l_i — среднее расстояние между i -й и $(i+1)$ -й волокнами; v_i, v_{i+1} — скорости движения соответствующих волокон; v'_i, v'_{i+1} — относительные скорости движения полосы у входа в соответствующие волокна; μ_i — коэффициент вытяжки в i -й волоке; t — время.

Непосредственно на волоку и связанные с ней движущиеся детали установки действуют две силы: сила Q_i , развиваемая приводом, и сила осевого давления металла на волоку. Первая из них является функцией нескольких переменных:

$$Q_i = f_i(Z_i, x_i, v_i, t), \quad (5.12)$$

где Z_i — сигнал управления приводом i -й волоки; x_i — координата, обозначающая смещение i -й волоки относительно начального положения вдоль оси волочения. Конкретно взаимосвязь между переменными, входящими в это выражение, определяется типом привода волок (электромагнитный, электродинамический, гидравлический) и его конструктивными особенностями.

Силу осевого давления металла на волоку можно определить следующим образом:

$$P_{o.д.i} = P_{yi} - P_{y(i-1)}. \quad (5.13)$$

Это выражение справедливо как для момента холостого хода волокна, когда $v_i = 0$ и волочение в ней не происходит, так и для рабочего хода, когда $v_i > 0$.

С другой стороны, известно, что как сила волочения, так и сила осевого давления металла на волоку находятся в линейной зависимости от величины противонапряжения. Поэтому в режиме волочения для i -й волокна должно выполняться условие

$$P_{o.d.i} = P_{oi} - (1 - b_i) P_{y(i-1)}, \quad (5.14)$$

где P_{oi} — сила осевого давления металла на волоку при волочении без противонапряжения; b_i — коэффициент, учитывающий влияние противонапряжения на силу волочения. В данном случае в роли противонапряжения выступает сила упругой деформации отрезка полосы, находящегося между i -й и $(i - 1)$ -й волокнами.

Относительная скорость металла у входа в i -ю волоку определяется по-разному в зависимости от того, имеет место процесс волочения в i -й волоке или нет:

$$v_i^* = \begin{cases} 0, & \text{если } P_{yi} - P_{y(i-1)} < P_{oi} - (1 - b_i) P_{y(i-1)}; \\ A(v_{i-1} + \mu v'_{i-1}) + B(v_{i+1} + v'_{i+1}) - (A + B)v_i > 0, & (5.15) \\ \text{если } P_{yi} - P_{y(i-1)} = P_{oi} - (1 - b_i) P_{y(i-1)}. \end{cases}$$

Здесь

$$A = \frac{b_i C_{i-1}}{\mu_i C_i + b_i C_{i-1}}; \quad B = \frac{C_i}{\mu_i C_i + b_i C_{i-1}}.$$

Первое условие соответствует отсутствию, а второе — наличию процесса волочения в данной волоке.

Для определения скорости волокна можно воспользоваться уравнением движения:

$$m_i dv_i/dt = P_{o.d.i} + Q_i. \quad (5.16)$$

Отклонение волокна от начального положения x_{oi} определяется следующим выражением:

$$x_i = \int_0^t v_i dt. \quad (5.17)$$

Сигналы управления приводом волок, формируемые блоком управления (БУ), могут быть функцией нескольких переменных:

$$Z_i = \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n, v_i, t), \quad (5.18)$$

вид которой зависит от алгоритма работы БУ и его схемного и конструктивного решения.

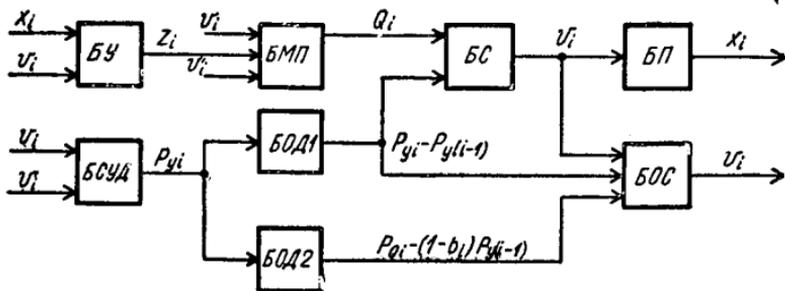


Рис. 58. Блок-схема модели установки с n подвижными волоками

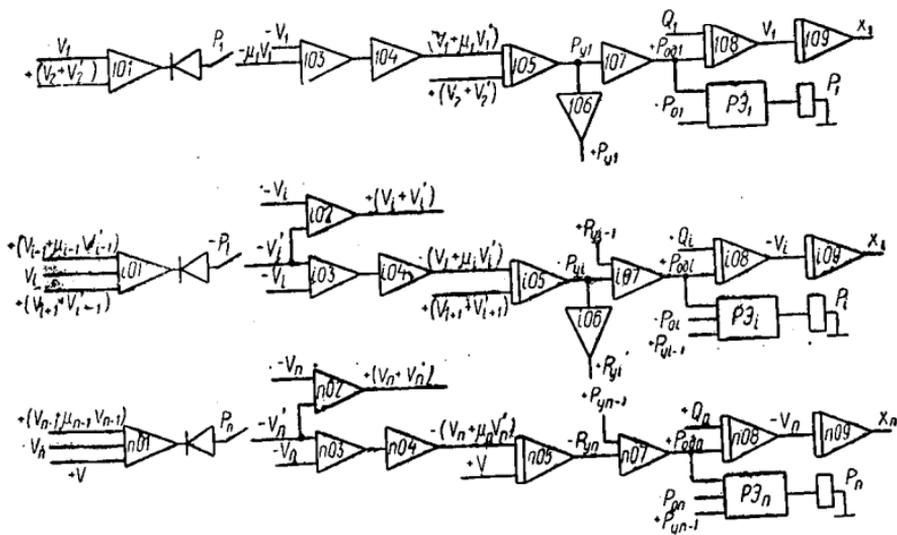


Рис. 59. Структурная схема модели

Полученная система уравнений (5.11) — (5.17) достаточно полно описывает процесс волочения металла через несколько поочередно нагружающихся волок. В случае необходимости эти уравнения можно дополнить ограничениями, отражающими конструктивные особенности конкретной установки. Обычно эти ограничения накладывают на отклонение волокна от начального положения, ее скорость, на силу, развиваемую приводом волокна и т. д. Реализация этих ограничений при моделировании процесса обычно не встречает затруднений.

Условно блок-схему решения полученной системы уравнений (рис. 58) можно разделить на две части. В первую войдут блок управления БУ, реализующий решение уравнения (5.18), и блок моделирования привода БМП,

предназначенный для решения уравнений (5.12), описывающих работу привода волок. Вторую часть схемы составят остальные блоки, с помощью которых обрабатываются величины, характеризующие технологические параметры процесса. Функциональное назначение этих блоков следующее: БСУД — блок счисления упругой деформации отрезков полосы, заключенных между смежными волокнами; БОД1 и БОД2 — блоки определения силы осевого давления металла на волоку соответственно по уравнениям (5.13) и (5.14); БОС — блок, вырабатывающий величину относительной скорости движения металла у входа в волоку; БС — блок вычисления скорости движения волок; БП — блок вычисления положения волок.

Принятое деление блок-схемы на две части обусловлено тем, что моделирование процесса может преследовать две разные цели: 1) выбор типа привода волок, схемы управления и их рациональных параметров; 2) исследование влияния технологических параметров (режим обжатий, скорость волочения, количество волок и т. д.) на процесс и выбор их оптимального сочетания.

Поскольку вопросы моделирования приводов и схем управления достаточно хорошо освещены в специальной литературе, здесь мы на них останавливаться не будем, а рассмотрим структурную схему модели, отражающей взаимосвязь технологических параметров.

Предлагаемая схема (рис. 59) разрабатывалась таким образом, чтобы моделирование параметров, отражающих изменение в процессе работы состояния волоки и связанной с ней полосы металла, осуществлялось с помощью типовой ячейки. Такое решение дает возможность легко изменять при моделировании количество волок, участвующих в процессе.

Усилитель $i 01$, диод, реле P_i и релейный элемент РЭ решают выражение (5.15), определяя тем самым относительную скорость металла у входа в волоку. С помощью усилителей $i 02$, $i 03$ находится абсолютная скорость металла у входа и на выходе из волоки. Интегратор $i 05$ решает уравнение (5.11) относительно P_{yi} , сумматор $i 07$ в соответствии с (5.13) обрабатывает $P_{o,di}$. С помощью интеграторов $i 08$ и $i 09$ по уравнениям (5.16) и (5.17) определяются скорости волоки v_i и смещения x_i вдоль оси волочения от исходной точки. Усилители $i 04$ и $i 06$ служат для изменения знака.

Разработанная схема дает возможность получить осциллограммы скорости, положения волок, сил упругой деформации полосы на различных участках и сил осевого

давления металла на волокни. Кроме того, она позволяет легко и быстро изменять режимы работы и параметры моделируемой системы и наблюдать влияние этих изменений на характер работы изучаемой установки.

Разрабатывая алгоритм управления приводами волок, нужно предусматривать паузы между моментами отключения одного привода и включения следующего, позволяющие исключить возможность одновременного волочения металла в двух волокнах.

Достаточно простым и эффективным оказался метод программного управления приводом в сочетании с управлением в функции пути с помощью путевых выключателей.

ГЛАВА 6. ВЫБОР ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ АППАРАТУРЫ И ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ

6.1. Основные критерии для выбора средств измерений

Выбор типа аппаратуры, измерительной схемы и ее элементов определяется целями и условиями проведения эксперимента, т. е. характером измеряемых параметров (статические или динамические), требуемой точностью измерений, временем протекания процесса, скоростью изменения параметров, числом одновременно регистрируемых величин, пределами их изменения и др.

При измерении и регистрации статических величин определяющим фактором является точность средств измерений. Для исследования динамических процессов перво-степенное значение приобретает быстродействие измерительной аппаратуры, т. е. диапазон ее рабочих частот, который должен перекрывать максимальную частоту процесса. Для измерительной установки, включающей несколько элементов (датчик, усилитель, регистрирующий прибор), рабочий диапазон определяется элементом, имеющим минимальный диапазон (предел) рабочих частот. Так, для самых грубых шлейфовых гальванометров верхний предел рабочих частот не превышает 5000—6000 Гц, а для самых чувствительных — 10...60 Гц [8].

Рабочий диапазон частот в установках, собранных по безусилительным схемам, ограничен чаще всего частотной характеристикой шлейфов, а в усилительных схемах — несущей частотой (при работе на переменном токе). В некоторых случаях лимитирующей выступает собственная частота колебаний чувствительных элементов датчиков.

Таким образом, для правильного выбора средств измерений — датчиков, усилителей, регистрирующих приборов

— нужно знать частотный диапазон, спектр частот или хотя бы максимальную частоту исследуемого процесса.

Выбирая аппаратуру, нужно согласовывать сопротивления входа и выхода элементов измерительной установки. Это особенно важно при выборе гальванометров для шлейфовых осциллографов, для которых согласование выходного сопротивления измерительного тракта с сопротивлением гальванометра важно и с точки зрения демпфирования (см. рис. 4).

Из случайных (неучитываемых) факторов на точность измерения влияют те, которые приводят к нестабильности параметров измерительной системы:

1) неоднородность деформированного состояния упругих элементов датчиков при нагружении (эта неоднородность обусловлена конструкцией и соотношением размеров упругого элемента, а также дополнительными напряжениями от перегиба, изгиба, скручивания и т. п.);

2) колебания напряжения питания измерительной цепи;

3) нестабильность характеристик усилителя (изменение чувствительности, дрейф нуля и т. д.);

4) наводки от внешних электромагнитных полей, влияние паразитных емкостей и пр.;

5) случайные сотрясения, вибрация регистрирующих приборов (этот фактор особо существен для осциллографов с чувствительными шлейфами).

Учесть заранее влияние случайных факторов при измерениях практически не удается. Однако, располагая соответствующими опытными данными и пользуясь методами математической статистики, степень влияния этих факторов на точность измерения можно прогнозировать.

При выборе средства измерений следует всегда иметь в виду, что точность измерительного прибора и точность результата измерений — не одно и то же. Точность результата можно повысить за счет увеличения числа повторных измерений одного и того же параметра. Учитывая, что повышение точности средства измерений, как правило, связано с увеличением его стоимости, следует в разумных пределах соразмерять точность средства измерений с количеством испытаний. Нужно стремиться использовать по возможности недорогое оборудование, приборы нужной, а не завышенной точности, делать столько отсчетов, сколько требуется для достижения заданной точности измеряемой величины. Неоправданное применение приборов высокой точности, планирование завышенного количества испытаний ведут к лишним материальным затратам и снижают эффективность исследований.

6.2. Определение максимальной частоты процесса

Изменение во времени таких параметров, как сила, давление, скорость деформирования и др., представляет собой сложный динамический или стато-динамический процесс, характеризуемый периодическим графиком. Всякий сложный периодический процесс можно представить суммой синусоидальных составляющих, разложив его в ряд Фурье. В случае единичного или аperiodического процесса разложение на составляющие проводят с помощью интеграла Фурье.

Разложение процесса на постоянную и ряд гармонических составляющих дает возможность представить регистрацию сложного процесса измерительным прибором в виде реакции прибора на каждую из составляющих. При гармоническом анализе функцию $x = x(t)$, описывающую периодический график, представляют в виде тригонометрического ряда Фурье [13, 62], состоящего из постоянной $a_0/2$ и бесконечной суммы гармоник:

$$x(t) = a_0/2 + \sum_{z=1}^{\infty} a_z \sin(z\omega_0 t + \varphi_z),$$

где $\omega_0 = 2\pi/T_0$; $T_0 = 1/n_0$ — период процесса; z — порядковый номер гармоники. Амплитуда a_z и фаза φ_z гармоник определяются формулами

$$a_z = \frac{2}{T_0} \sqrt{\left(\int_{-T_0/2}^{+T_0/2} x(t) \cos z\omega_0 t dt \right)^2 + \left(\int_{-T_0/2}^{+T_0/2} x(t) \sin z\omega_0 t dt \right)^2};$$

$$\varphi_z = \frac{\int_{-T_0/2}^{+T_0/2} x(t) \sin z\omega_0 t dt}{\int_{-T_0/2}^{+T_0/2} x(t) \cos z\omega_0 t dt}.$$

Постоянная составляющая $a_0/2$, которая представляет собой среднее значение функции $x(t)$ за период T_0 ,

$$a_0/2 = (1/T_0) \int_{-T_0/2}^{+T_0/2} x(t) dt.$$

В теории рядов Фурье доказывается, что с увеличением z амплитуды гармоник убывают до нуля. Следовательно, процесс $x(t)$ с некоторым приближением можно описать конечной суммой гармоник. Считается [13, 62], что процесс достаточно точно описывается такой суммой, в которой

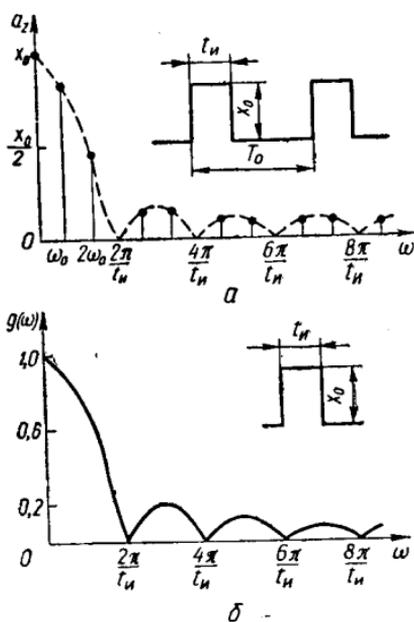


Рис. 60. Спектры графиков: а — периодической функции; б — единичного импульса

последняя учитываемая гармоника имеет амплитуду, приблизительно в 10 раз меньшую амплитуды первой, основной гармоники с частотой ω_0 . Частоту последней учитываемой гармоники называют максимальной частотой процесса. Таким образом, для определения максимальной частоты периодического процесса достаточно исследовать зависимость амплитуд гармоник от частоты.

Для прямоугольного импульса, к которому близки параметры графиков прокатки и некоторых других процессов о. м. д., зависимость a_z от частоты $z\omega_0$ имеет вид

$$a_z = \frac{2x_0 t_n}{T_0} \left| \frac{\sin(z\omega_0 t_n / 2)}{z\omega_0 t_n / 2} \right|,$$

где x_0 , t_n , T_0 — соответственно амплитуда, длительность и период импульса.

На рис. 60, а приведен график зависимости a_z от частоты $\omega = z\omega_0$ при $t_n/T_0 = 1/3$. На частотах, удовлетворяющих условию $\omega t_n / 2 = k\pi$ ($k = 1, 2, 3, \dots$), a_z принимает нулевые значения. Это означает, что гармоник с номерами $z = 3k$ нет. Амплитуды гармоник

$$a_z = \frac{2x_0}{\pi z} \left| \sin z \frac{\pi}{3} \right|.$$

В частности,

$$a_1 = \frac{\sqrt{3}}{\pi} x_0 = 0,552x_0;$$

$$a_2 = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} x_0 = 0,276x_0;$$

$$a_3 = 0;$$

.....

$$a_{10} = \frac{\sqrt{3}}{10\pi} x_0 = 0,055x_0.$$

Таким образом, максимальная частота процесса равна частоте 10-й гармоники.

Если график измеряемой величины неперiodический, то ряд Фурье обращается в интеграл Фурье:

$$x(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) \sin[\omega t + \varphi(\omega)] d\omega,$$

где

$$S(\omega) = \sqrt{\left(\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cos \omega t dt \right)^2 + \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \sin \omega t dt \right)^2};$$

$$\operatorname{tg} \varphi(\omega) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \sin \omega t dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cos \omega t dt}.$$

Здесь $S(\omega)$ имеет смысл «плотности», с которой на оси частот распределены амплитуды гармоник, составляющие процесс $x(t)$. Поэтому $S(\omega)$ называется *спектральной плотностью процесса*. Для прямоугольного импульса

$$S(\omega) = \frac{x_0 t_n}{\pi} \left| \frac{\sin(\omega t_n/2)}{\omega t_n/2} \right|.$$

На рис. 60, б приведена зависимость

$$g(\omega) = \frac{S(\omega)}{S(0)} = \left| \frac{\sin(\omega t_n/2)}{\omega t_n/2} \right|.$$

Функция $g(\omega)$ называется *нормированной спектральной плотностью*. В данном случае максимальная частота процесса — частота, при которой $g(\omega) = 0,1$. Из рис. 60, б видно, что при $\omega > 6\pi/t_n$ функция $g(\omega) < 0,1$. Следовательно, максимальную частоту процесса вида одиночного прямоугольного импульса длительностью t_n можно принять равной $\omega_{\max} = 6\pi/t_n$, или

$$n_{\max} = \omega_{\max}/2\pi = 3/t_n \text{ Гц.} \quad (6.1)$$

Для процессов с формой импульса, отличающейся от прямоугольной, например трапецеидальной, конусоидальной [62], $n_{\max} < 3/t_n$. Поэтому независимо от формы графика максимальную частоту процесса с некоторым запасом можно определять по формуле (6.1).

6.3. Выбор несущей частоты тензометрической аппаратуры

Как уже упоминалось, точность регистрации измеряемого процесса зависит от несущей частоты аппаратуры $n_{\text{нес}}$, которая находится в определенном соотношении с максимальной частотой процесса $n_{\text{пр}}$:

$$m = n_{\text{нес}}/n_{\text{пр}}$$

Отношение m определяет полосу пропускания измерительного тракта, обеспечивающую передачу результата измерения с допустимыми искажениями. Следовательно, рациональный выбор этой величины — важнейшее условие правильного измерения того или иного механического параметра с помощью стато-динамической аппаратуры.

Рекомендаций по рациональному выбору величины m в технической литературе много, причем, по данным различных источников, эта величина изменяется в весьма широких пределах (от 2 до 30!) [8]. В большинстве случаев при расчете новой и выборе имеющейся тензометрической аппаратуры величину m принимают равной 10 по аналогии с механикой, где такое же отношение выбирают, изучая вынужденные колебания в линейных системах, или по аналогии с радиотехникой, где для создания поля излучения используют высокочастотные колебания, модулируемые колебаниями низкой частоты.

Серьезного теоретического обоснования выбора величины m в технической литературе нет. Некоторые авторы связывают выбор этой величины с отношением между поляризующим и рабочим напряжениями фазочувствительного устройства (ФЧУ), обуславливающим получение минимальных искажений в огибающей деформаций на выходе мостовой схемы аппаратуры. Автор книги [60] в качестве критерия выбора m принимает оптимальное значение индекса демодуляции, представляющего собой отношение мощностей паразитного частотного спектра сигнала на выходе ФЧУ. В работе [8] приведены рекомендации по расчету и рациональному выбору величины m . В качестве критерия здесь принята фазовая погрешность аппаратуры.

Приняв уравнение идеальной фазовой характеристики аппаратуры в виде

$$(d\varphi/dn) \operatorname{tg} \varphi_0 = t_{\text{зап}} = \text{const},$$

уравнение реальной фазовой характеристики этой аппаратуры можно записать следующим образом:

$$\varphi(\omega) = (2/\pi) \operatorname{arth} (1/m) = (2/\pi m) (1 + 1/3m^2 + 1/5m^4 + \dots),$$

где $t_{\text{зап}}$ — время запаздывания сигнала при прохождении им измерительного тракта; φ — угол наклона характеристики к оси абсцисс. Выражение в последних скобках характеризует фазовую погрешность установки $\Delta\phi$ как меру отклонения реальной фазовой характеристики от линейной.

По результатам подсчетов строят график зависимости $\Delta\phi = f(m)$, позволяющий рационально выбрать величину m (рис. 61). Как видим, ниже 4 значение m выбирать не следует, так как при этом резко возрастает $\Delta\phi$, выше 8 принимать m тоже нецелесообразно, так как в этом случае наблюдается сравнительно небольшое снижение фазовой погрешности.

Выбирая m , следует иметь в виду и остальные погрешности как самой аппаратуры, так и результатов измерений.

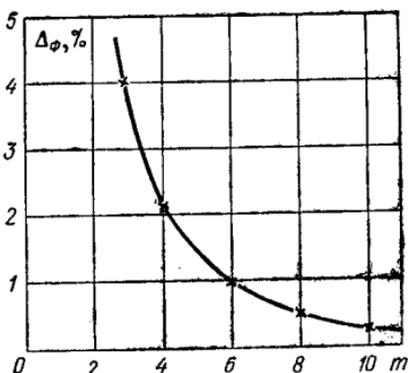


Рис. 61. График зависимости фазовой погрешности от отношения частот m

6.4. Классификация погрешностей измерения

В результате наблюдений фиксируются количественные признаки основных факторов. Реальный результат эксперимента — всегда случайная величина и отличается от истинного значения. Это отклонение называется *погрешностью наблюдения*, которая также случайная величина.

Различают два понятия — погрешность измерительного прибора и погрешность результата измерений. *Погрешность измерительного прибора* зависит от несовершенств самого прибора. *Погрешность результата измерений* определяется не только погрешностью конкретного измерительного прибора, но и влиянием многочисленных внешних факторов и в значительной степени квалификацией оператора.

Появление погрешностей измерения вызывается различными причинами, например приближенностью уравнений, положенных в основу построения прибора, его износом, неправильной установкой, изменениями параметров окружающей среды, неопытностью или психофизическим состоянием оператора и т. д. Все эти причины принято называть *источниками погрешностей*. Анализируя влияние перечисленных факторов на результат измерения, погреш-

ности можно разделить на три вида — систематические, случайные и промахи.

Систематические погрешности делят на группы по причине их возникновения и характеру проявления [22].

По причине возникновения различают погрешности установки, инструментальные, погрешности метода и личные. Погрешностями установки называют погрешности, возникающие при отклонении пространственного положения прибора от нормального, а также при изменении внешних условий (давления, влажности, температуры, внешних электрических и магнитных полей). Инструментальными называют погрешности, определяемые конструктивными, технологическими или схемными недостатками прибора или установки. К погрешностям метода, или теоретическим, относят погрешности, которые вызываются, например, недостаточной разработкой метода или построением метода на основе приближенных закономерностей и формул. Личными называют погрешности, определяемые индивидуальными особенностями оператора и его психофизическим состоянием.

По характеру проявления систематические погрешности делят на постоянные и переменные. Постоянными называют погрешности, не меняющие своего знака и величины в течение всего процесса измерения, например погрешности от неправильной градуировки шкалы, неточности подгонки плеч делителя напряжения. У опытных операторов постоянные знак и значение имеют также личные погрешности. Переменные можно разделить на погрешности прогрессивные, периодические и меняющиеся по сложному закону. Прогрессивные — это погрешности, которые во время процесса непрерывно или увеличиваются, или уменьшаются. Например, погрешность измерительного моста с батарейным питанием, которая непрерывно возрастает по мере разрядки батарей питания. Периодические — это погрешности, периодически меняющие свои значения и знак. Например, погрешность осциллографического индикатора с круговой разверткой, у которого центр отсчетного устройства не совпадает с центром развертки. Погрешности, изменяющиеся по сложному закону, — это погрешности измерительных приборов, определяемые неточностью нанесения отметок на шкале.

Случайными называют погрешности, появление которых вызвано совокупным действием нескольких влияющих (дестабилизирующих) факторов. Их функциональную связь с источником погрешностей нельзя выявить из-за их неизвестности и большого количества.

Промахи чаще всего возникают как результат неправильного действия оператора (неверный отсчет, ошибки в записи, ошибочное включение приборов). К промахам относятся также грубые погрешности, т. е. погрешности измерения, существенно превышающие ожидаемую в данных случаях погрешность [9]. Промахи обнаруживают при обработке экспериментальных данных (см. гл. 8).

Классификация погрешностей не ограничивается рассмотренными видами. Так, в зависимости от характера измеряемой величины погрешности бывают статическими и динамическими, по способу получения результата измерений различают погрешности прямых и косвенных измерений и т. д.

6.5. Методы исключения систематических погрешностей

Систематические погрешности измерительных установок проанализированы в гл. 4. Детерминированный характер такой погрешности позволяет успешно исключать ее из результата измерений.

Для исключения систематических погрешностей используют схемные и конструктивные приемы (в частности, см. ч. I), которые реализуются в процессе проектирования и изготовления измерительной аппаратуры, а также методические приемы, связанные с оптимальной организацией измерительного эксперимента и обработкой данных. Систематические погрешности любого вида представляют наибольшую опасность в тех случаях, когда об их существовании исследователь не подозревает или имеет ограниченную информацию. Чтобы обнаружить систематическую погрешность, рекомендуется измерять эталонные значения входной величины и сопоставлять результаты с действительными значениями.

Для исключения влияния систематических погрешностей на результат измерения применяют методы поправок, замещения и компенсации погрешностей по знаку.

Метод поправок базируется на результатах предварительного эксперимента, в котором исследуются воздействия внешних факторов (температуры, давления, влажности, магнитных и электрических полей и т. п.). По результатам этого эксперимента получают поправочные формулы, строят графики или таблицы поправок, используемые впоследствии при эксплуатации приборов.

Метод замещения применяют при измерении, например, механических величин с помощью емкостных и индуктивных датчиков. Для оценки влияния емкости на землю, ем-

костей и индуктивностей подводящих проводов и другого в измерительную цепь вместо датчика включают образцовую емкость или индуктивность [22].

Метод компенсации погрешности по знаку заключается в такой постановке опытов, при которой погрешность какого-либо источника входит в результат измерения один раз со знаком плюс, а другой — со знаком минус. Например, известно, что при калибровке термоамперметров на постоянном токе возникает систематическая погрешность, определяемая эффектом Пельтье. При прохождении тока I_x через подогреватель термопары она развивает термо-э. д. с.

$$e_{t^0} = k_1 I_x^2 \pm k_2 I_x, \quad (6.2)$$

где k_1 и k_2 — постоянные коэффициенты, а знаки \pm определяются направлением тока I_x в подогревателе. Определив значения термо-э. д. с. e_{t^0} и e_{t^0} , соответствующие разным направлениям тока I_x , и взяв среднеарифметическое их значение, получим истинное значение e_{t^0} . Погрешность, определяемая вторым членом уравнения (6.2), будет полностью скомпенсирована. Рассмотренный метод известен также под названием метода двукратного измерения.

Для исключения прогрессивной погрешности, увеличивающейся или уменьшающейся пропорционально времени, применяют метод, называемый *методом симметричных наблюдений*, который состоит в следующем. Берут разность значений измеряемой величины при первом и последнем измерении, делят ее на число измерений без единицы и полученное число вносят как поправку в значение измеряемой величины при определении результата второго измерения, удвоенное число — в результат третьего измерения, утроенное — в результат четвертого и т. д. Этот метод удобен, например, для измерительных устройств, питаемых непосредственно от аккумулятора.

Эффективным способом исключения периодических инструментальных погрешностей или меняющихся по сложному закону является составление поправочных таблиц или графиков на основании результатов экспериментального изучения зависимости показания прибора от изменения внешних условий и других причин (см. далее).

6.6. Методика оценки случайных погрешностей

Измеряя любую физическую величину, нельзя определить истинное ее значение (даже при идеальном исключении систематических погрешностей) из-за неизбежного

появления у некоторых результатов измерения малых отклонений, изменяющихся по знаку и абсолютному значению случайным образом. Эти малые отклонения, вызываемые действием многочисленных внешних факторов, влияние которых практически учесть невозможно, в метрологии называют *случайными погрешностями*. Абсолютные значения и знак этих погрешностей подчиняются вероятностным законам.

При обработке результатов измерения непрерывных физических величин чаще всего используют нормальный закон распределения плотности вероятностей (закон Гаусса), который записывают в виде соотношения

$$y = \left(\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \right) \exp \left[-\frac{\delta^2}{2\sigma^2} \right], \quad (6.3)$$

где δ — значение случайной погрешности; $\sigma = \sqrt{\sum \delta_i^2 / n}$ — среднеквадратическое отклонение нескольких измерений; n — число измерений; y — плотность вероятности для определенного значения δ . Как видим, y быстро убывает с увеличением δ . Так, погрешность $\delta > 4\sigma$ появляется только один раз на 15625 измерений, т. е. очень большие погрешности маловероятны; погрешность $\delta > 3\sigma$ появляется один раз на 370 измерений, а погрешность $\delta > 2\sigma$ — один раз на 22 измерения.

В теоретическом уравнении (6.3) значение δ , равное разности между результатом одного измерения и истинным значением измеряемой величины x , неизвестно, так как непосредственно определить истинное значение x невозможно. По этой же причине нельзя подсчитать и σ . Поэтому для использования уравнения (6.3) нужно принять какое-то предположение об истинном значении измеряемой величины.

В литературе по теории обработки результатов наблюдений [37, 71] для устранения неопределенности значений δ и σ рекомендуется за наиболее вероятное значение измеряемой величины x принимать такое ее значение L , при котором сумма квадратов абсолютных погрешностей минимальна.

Пусть проведено n измерений величины x и получены значения $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$. Тогда выражения для отдельных абсолютных погрешностей в предположении, что систематические погрешности исключены, запишутся так:

$$\delta_1 = l_1 - x; \quad \delta_2 = l_2 - x; \quad \dots; \quad \delta_n = l_n - x.$$

Составив выражение для суммы δ_i и приравняв к нулю его первую производную по x , получим выражение для L как наиболее вероятного значения x :

$$L = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i = x_{\text{ср}}. \quad (6.4)$$

Таким образом, наиболее вероятным значением измеряемой величины будет среднеарифметическое нескольких ее измерений. Поэтому термин «случайная погрешность», согласно ГОСТ 16263—70, заменяют термином «случайное отклонение», под которым понимают разность

$$\rho_i = l_i - x_{\text{ср}}.$$

При достаточно большом числе измерений среднеарифметическое стремится к истинному значению измеряемой величины, а случайные отклонения ρ_i — к соответствующим случайным погрешностям δ_i .

Теперь для определения точности n измерений вычисляют оценку S значения σ по известной формуле Бесселя:

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^n \rho_i^2 / (n - 1)}.$$

В конечном итоге серии измерений должно быть получено число, определяющее значение измеряемой величины, и указана степень его достоверности, т. е. должен быть получен результат измерения. Но в этой серии из n наблюдений среднеарифметическое $x_{\text{ср}}$ — линейная функция результатов отдельных наблюдений l_1, l_2, \dots, l_n . Если же провести новую серию из n наблюдений, то из-за влияния случайных причин значения l_i будут отличаться от полученных в первой серии. Следовательно, и новое значение $x_{\text{ср}}$ будет иным. Таким образом, число $x_{\text{ср}}$, полученное в одной серии наблюдений, является случайным приближением к истинному значению x . Поэтому чтобы иметь представление о возможных отклонениях $x_{\text{ср}}$ от истинного значения x , нужно определить его среднеквадратическое отклонение.

Поскольку результаты отдельных измерений представляют собой взаимонезависимые случайные величины, то применение теоремы о дисперсии D линейной функции таких величин позволяет записать

$$D(x) = \sum_{i=1}^n D(x_i) / n^2. \quad (6.5)$$

Равноточность нескольких измерений предполагает равенство всех отдельных $D(x_i) = \sigma^2 \approx S^2$. Следовательно,

$$D(x_{\text{ср}}) = n\sigma^2/n^2 = \sigma^2/n \approx S^2/n = \left[\sum_{i=1}^n \rho_i^2/n(n-1) \right],$$

а тогда оценка Δ° среднеквадратической погрешности $x_{\text{ср}}$, т. е. результата измерения,

$$\Delta^\circ = \sqrt{D(x_{\text{ср}})} = \sigma/\sqrt{n} \approx S/\sqrt{n} = \left[\sum_{i=1}^n \rho_i^2/n(n-1) \right]^{1/2}.$$

По определенным таким образом значениям $x_{\text{ср}}$ и Δ° можно записать и конечный результат измерения по форме, рекомендованной ГОСТ 8.011—72: $L; \Delta$; от $\Delta_{\text{н}}$ до $\Delta_{\text{в}}$; $P_{\text{д}}$, где L — результат измерения в единицах измеряемой величины x , равный $x_{\text{ср}}$; Δ , $\Delta_{\text{н}}$, $\Delta_{\text{в}}$ — соответственно погрешность измерения, нижняя и верхняя ее границы (границы доверительного интервала); $P_{\text{д}}$ — установленная вероятность, с которой погрешность измерения находится в пределах этих границ (доверительная вероятность):

$$P_{\text{д}} = P[(x_{\text{ср}} - \Delta_{\text{н}}) < x < (x_{\text{ср}} + \Delta_{\text{в}})].$$

Величины $\Delta_{\text{н}}$ и $\Delta_{\text{в}}$ чаще всего имеют одинаковые значения, и в зависимости от установленной $P_{\text{д}}$ их принимают равными Δ° , $2\Delta^\circ$ или $3\Delta^\circ$. Результаты отдельных наблюдений, выходящие за пределы доверительного интервала, относят к промахам.

Все перечисленные суждения справедливы только применительно к равноточным измерениям. Однако часто приходится определять значение измеряемой величины по нескольким результатам измерений различной точности, например выполненных с помощью разных приборов. Тогда за наиболее вероятное значение измеряемой величины следует принимать средневзвешенное:

$$L_{\text{ср}} = \frac{L_1 p_1 + L_2 p_2 + \dots + L_i p_i}{p_1 + p_2 + \dots + p_i}, \quad (6.6)$$

где L_i — отдельные измерения; p_i — их веса, являющиеся мерой доверия к каждому результату измерения. Выбирать значения p_i можно различными способами. Чаще всего критерием служит значение среднеквадратического отклонения. В этом случае веса p_i устанавливают обратно пропорционально квадратам отклонений. Можно за критерий принять чувствительность прибора или метода. Например, если чувствительность одного прибора вдвое выше другого, то весу результата измерения первым прибором p_1 придается вдвое большее значение, чем p_2 .

6.7. Вычисление погрешности косвенных измерений

Как уже установлено, за наиболее вероятное значение измеряемой величины следует принимать среднеарифметическое из результатов нескольких измерений. Поэтому наиболее достоверным результат косвенных измерений получится, если в зависимость, связывающую косвенно измеряемую величину с величинами, измеряемыми прямым методом, подставить среднеарифметические значения, полученные при прямых измерениях. Следовательно, погрешность косвенного измерения определяется погрешностями результатов каждого прямого измерения.

Пусть косвенно измеряемая величина y связана с величинами $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, измеряемыми прямым способом, некоторой функциональной зависимостью

$$y = F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n).$$

Погрешность измерения всегда существенно меньше самой измеряемой величины. Следовательно, функцию F можно с высокой степенью точности представить разложением в окрестности точки с координатами $x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n}$ в ряд Тейлора, в котором учтены только члены первой степени:

$$y = F(x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n}) + \sum_{i=1}^n (\partial F / \partial x_i) dx_i,$$

где x_{0i} — среднеарифметические значения прямо измеряемых величин. Дисперсию суммы случайных величин x_i записывают соотношением

$$D \left[\sum_{i=1}^n k_i x_i \right] = \sum_{i=1}^n k_i^2 D(x_i) + 2 \sum_{ij} k_i k_j k_{ij}, \quad (6.7)$$

где k_i, k_j — неслучайные числа; $D(x_i)$ — дисперсия величины x_i ; k_{ij} — корреляционный момент величин x_i, x_j .

Теперь, пользуясь соотношением (6.7), можно записать формулу для оценки Δ_y° случайной погрешности косвенно измеряемой величины y :

$$\begin{aligned} \Delta_y^\circ &= \left[\sum_{i=1}^n (\partial F / \partial x_i)^2 D(x_i) + 2 \sum_{ij} (\partial F / \partial x_i) (\partial F / \partial x_j) k_{ij} \right]^{1/2} \approx \\ &\approx \left[\sum_{i=1}^n (\partial F / \partial x_i)^2 (\Delta_{x_i}^\circ)^2 + 2 \sum_{ij} (\partial F / \partial x_i) (\partial F / \partial x_j) r_{ij} \Delta_{x_i}^\circ \Delta_{x_j}^\circ \right]^{1/2}, \quad (6.8) \end{aligned}$$

где r_{ij} — коэффициент корреляции величин x_i, x_j ; $\partial F / \partial x_i$ — так называемые коэффициенты влияния.

Если прямо измеряемые величины x_i, x_j не коррелированы, то формула (6.7) несколько упрощается:

$$\Delta_y^\circ = \sqrt{\sum_{i=1}^n [(\partial F/\partial x_i) \Delta_{x_i}^\circ]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n A_i^2}. \quad (6.9)$$

Слагаемые $A_i = (\partial F/\partial x_i) \Delta_{x_i}^\circ$ часто называют частными погрешностями косвенно измеряемой величины y .

Формулы (6.8), (6.9) применяют для определения случайной погрешности косвенного измерения в предположении, что систематические погрешности устранены или учтены ранее тем или иным способом. При наличии в результатах прямо измеряемых величин x_i систематических погрешностей $\Delta_{x_i c}$ общую систематическую погрешность косвенного измерения $\Delta_{y c}$ вычисляют по формуле

$$\Delta_{y c} = \sum_{i=1}^n (\partial y/\partial x_i) \Delta_{x_i c}$$

или для относительной погрешности

$$\gamma_{y c} = \Delta_{y c} / y = \sum_{i=1}^n (\partial y/\partial x_i) \Delta_{x_i c} / F(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (6.10)$$

Получение рабочей формулы в соответствии с (6.10) иногда связано с громоздкими преобразованиями. Их можно существенно упростить для случаев, когда функция, связывающая y и x , логарифмируема. Если же исходная функция нелогарифмируема непосредственно, следует или преобразовать ее к виду, удобному для логарифмирования, или вывести рабочую формулу в соответствии с (6.10).

6.8. Суммирование частных погрешностей

Как уже отмечалось, достижимая точность измерения ограничивается наличием погрешностей — как систематических, так и случайных. Следовательно, для определения результата измерения и оценки его достоверности следует ввести понятие суммарной погрешности. Суммируя погрешности, нужно различать систематические и случайные погрешности. Систематические погрешности, как абсолютные, так и относительные, суммируют алгебраически, а сумма случайных погрешностей определяется корнем квадратным из суммы дисперсий отдельных составляющих.

Таким образом, суммарную погрешность Δ для случая, рассмотренного в § 6.7, можно записать соотношением

$$\Delta = \Delta_{c1} + \Delta_{c2} + \dots + \Delta_{cn} + \sqrt{(A_1^2 + A_2^2 + \dots + A_n^2)/n}, \quad (6.11)$$

где $\Delta_{c i}$ — систематическая погрешность; n — число измерений; $A_i = (\partial F_i / \partial x_i) \Delta_{x_i}^{\circ}$ — частное среднеквадратическое отклонение, определяемое в соответствии с функциональной связью, объединяющей величины. Подставляя в эту формулу максимальные значения частных погрешностей, определяют предельную суммарную погрешность, которую и принимают за допустимую погрешность данного прибора, устройства, метода измерения.

Как уже указывалось, систематические погрешности можно найти, измерив данную физическую величину образцовым прибором более высокого класса точности. Но точность образцового прибора также конечна и определяется его классом. Следовательно, поправки, найденные с его помощью, в общем случае будут содержать некоторую дополнительную погрешность, которая имеет любой знак с равной вероятностью. Эту дополнительную погрешность называют *неисключенным остатком систематической погрешности*. Чтобы учесть ее влияние на суммарную погрешность, ее вводят в формулу (6.11) под корень, но не делят на число измерений. Окончательно общая формула суммарной погрешности будет следующей:

$$\Delta = \sum^i \Delta_{c i} + \sqrt{\sum^k \Delta_{н.с}^2 + \left(\sum^n A_j^2\right) / n},$$

где $\Delta_{н.с}$ — неисключенные систематические погрешности.

ГЛАВА 7. ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

7.1. Определение объема экспериментальных данных

Объем экспериментального исследования непосредственно зависит от числа и характера исследуемых параметров. Каждое экспериментальное исследование может содержать от одной до десятка и более серий опытов. Чтобы выявить функциональные связи между переменными величинами, следует оценить, во-первых, необходимое количество опытов в одной серии, а во-вторых, количество повторных серий, требующихся для обеспечения весо-мости каждой опытной точки графика. Например, если есть уверенность в том, что получится линейная зависимость, то для построения графика достаточно двух точек; если опытная кривая представляет собой окружность, то можно ограничиться тремя точками. В случае же графического выражения не только общей закономерности, но и возможно более точного численного значения функции для

обоснования каждого перегиба кривой нужно увеличивать как число точек, так и повторность испытаний.

Число опытов n_{oi} для каждой серии испытаний устанавливают, исходя из предположительно средних по сложности функциональных зависимостей [50]. Для всех основных факторов, значения которых нужно измерить в какой-либо серии опытов, определяют их повторность p_i как максимальную при данной точности и заданной надежности. Обычно в опытах каждой серии повторность p_i принимают одинаковой. Тогда число опытов i -й серии при изменении одного из основных факторов

$$N_{oi} = p_i n_{oi}.$$

Если в данной серии учитывают z градаций других основных факторов, то

$$N_{oi} = p_i n_{oi} z_i.$$

Количество опытов во всех m сериях

$$N_o = \sum_{i=1}^m p_i n_{oi} z_i.$$

Как правило, в каждом опыте данной серии количество измерений одно и то же, поэтому если в каждом опыте i -й серии предполагается провести q_i измерений, то общее количество измерений в исследовании

$$N = \sum_{i=1}^n p_i n_{oi} z_i q_i.$$

Если все опыты проводят по частным методикам, то при количестве r частных методик общее число опытов в исследовании в целом можно также представить как

$$N_o' + N_o'' + \dots + N_o = \sum_{i=1}^r p_i n_{oi} z_i,$$

а общее количество измерений в исследовании как

$$N = \sum_{i=1}^r p_i n_{oi} z_i q_i.$$

Таким образом, данными для определения объема экспериментальных исследований являются:

- 1) перечень исследуемых параметров;
- 2) количество опытов в данной серии n_{oi} , зависящее от выбранного диапазона изменения изучаемого фактора и интервалов между опытными данными (точками);

3) повторность измерений p_i , зависящая от погрешности отдельного измерения и заданной точности результата;

4) количество варьируемых факторов и принятая последовательность варьирования (план эксперимента).

7.2. Выбор числа независимых переменных

Любую рабочую гипотезу можно установить, только зная заранее факторы, обуславливающие развитие явления. В экспериментальном исследовании измеряют или отмечают величины и качественные показатели, характеризующие как факторы (аргументы), так и показатели развития явления (функции).

Обычно начинают с определения величин, характеризующих факторы. Однако множественность величин, подлежащих измерению, может затруднить исследование.

При изучении сложных явлений и систем даже простой перечень всех потенциально влияющих факторов может оказаться необозримым. Планирование и проведение эксперимента с учетом всех этих факторов потребовало бы чрезмерных затрат времени и средств при очень низкой эффективности. С другой стороны, изучение суммарного влияния многих количественно не определенных факторов, сочетающихся в произвольных и неясных для исследователя соотношениях, может привести к неясным закономерностям или даже к ошибочным выводам. В этих и подобных случаях следует все факторы, обуславливающие явление, разделять на основные (оказывающие наибольшее влияние на развитие явления) и дополнительные (влияющие на развитие явления второстепенно). При этом в опытах отмечают или измеряют величины, характеризуемые только основными факторами. Существующие способы отсеивания второстепенных, слабо влияющих факторов основаны на том, что все факторы располагают в определенном порядке (ранжируют) в ряд, который отражает степень влияния каждого из них на оптимизируемый параметр. Ранжировать факторы можно либо способом экспертных оценок, т. е. обработкой литературных данных и непосредственным опросом специалистов, либо по данным специально поставленных однофакторных экспериментов, в каждом из которых варьируют лишь одну переменную, а остальные все оставляют на нижнем уровне диапазонов их изменения. В результате этих экспериментов определяют по каждому i -му фактору выборочные значения коэффициентов регрессии β_i , причем дисперсия коэффициентов регрессии умень-

шается пропорционально числу опытов в однофакторном эксперименте.

Зная дисперсии независимых переменных σ_i^2 , можно оценить вклад, вносимый каждой из них в общую дисперсию результата:

$$D_i = \beta_i \sigma_i^2.$$

Определив относительные значения вкладов i -й переменной в общую дисперсию D :

$$\gamma_i = D_i/D = \beta_i \sigma_i^2 / \sum_{i=1}^n \beta_i \sigma_i^2,$$

экспериментатор решает, учесть или отбросить соответствующий фактор.

Описанный прием применим только для линейных задач. В более сложных случаях для строгого определения значимых переменных нужен многофакторный активный эксперимент, исходные данные и результаты которого подвергают дисперсионному анализу. Чтобы уменьшить объем экспериментальных работ по выделению доминирующих факторов, планируют отсеивающие эксперименты с применением, например, метода случайного баланса [37]. В некоторых случаях уменьшить число переменных удастся благодаря методу анализа размерностей (см. § 5.2) [70].

7.3. Определение интервалов между данными опытов одной серии

Планируя эксперимент, устанавливают конечное рациональное число экспериментальных точек. При слишком малом объеме экспериментальных данных могут быть не достигнуты цели эксперимента, при слишком большом объеме данных возрастают стоимость и трудоемкость эксперимента. Более того, в некоторых экспериментах чрезмерное количество данных, полученных проведением многосерийных экспериментов, может препятствовать обнаружению важных эффектов, заметных лишь при обработке данных одной серии.

Выбирать экспериментальные точки начинают с определения граничных значений независимых переменных. Эти значения часто бывают заданы условиями или задачами исследования. Промежуточные значения независимых переменных (или интервалы между соседними значениями) определяются характером экспериментальной функции, способом воспроизведения искомой функции по экспериментальным точкам и требуемой точностью.

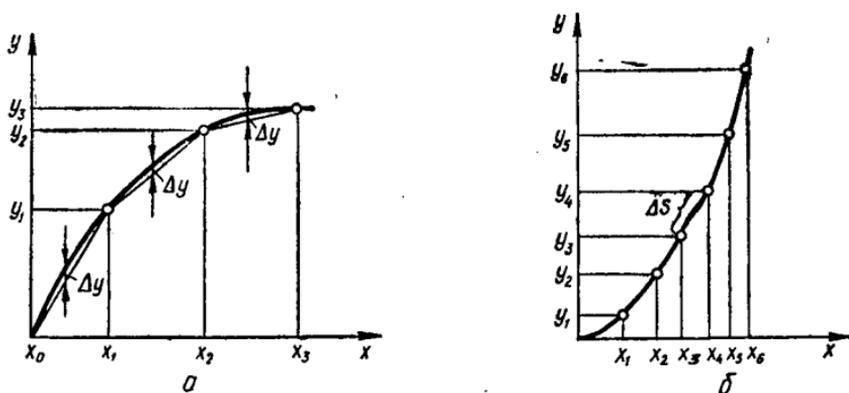


Рис. 62. Выбор интервалов между опытными данными:
 а — по заданной величине отклонения Δy ; б — из условия равенства длин ΔS участков кривой

В случае линейной экспериментальной зависимости достаточно двух точек, соответствующих, например, граничным значениям независимой переменной. Все другие точки можно определить обработкой графика или интерполяцией. Если же функция нелинейна и экспериментатор имеет достаточно хорошее представление о ее характере, то значения независимой переменной можно определить, исходя из требуемой точности и задавшись способом воспроизведения.

Рассмотрим следующий пример [46]. Пусть исследуемая функция имеет вид, показанный на рис. 62, а. Если задана погрешность воспроизведения Δy , а искомую функцию восстанавливают по экспериментальным точкам, соединяя их отрезками прямых, то интервалы между значениями экспериментальных точек находят как расстояния между абсциссами точек пересечения экспериментальной кривой с отрезками прямых, проведенных таким образом, что максимальная разность между ними равна допустимой ошибке (погрешности интерполяции). Если для восстановления используют другие функции (например, отрезки парабол), то интервалы между точками при той же погрешности будут другими. Однако во всех случаях целесообразно стремиться к тому, чтобы точность любой части кривой была одинакова.

Иногда промежуточные значения независимой переменной располагают так [70], чтобы между точками были заключены одинаковые отрезки кривой (рис. 62, б). При таком способе максимальная погрешность может быть на участке наибольшей кривизны, а при одинаковой кривиз-

не — на участке с большим углом наклона касательной. Исходя из допустимой максимальной ошибки и определяют длину отрезка Δs .

Выбирая интервалы между экспериментальными точками, следует учитывать еще одно обстоятельство, связанное с относительной точностью измерения. На тех участках экспериментальной зависимости, где относительная точность задания независимой переменной или оценки зависимой переменной невысока, нужно исходить из общей динамики эксперимента, априорной оценки максимальных значений частных производных функции многих переменных по каждой из независимых переменных и для допустимых ошибок поверхности отклика определять интервалы изменения переменных.

Если погрешности измерения приводят к неопределенности результатов, превышающей допустимую, следует планировать повторение измерений, т. е. задавать значения независимых переменных несколько раз и усреднять получаемые результаты. При этом дисперсия результата уменьшается в соответствии с известным соотношением $\sigma^2 = \sigma_i^2/p$, где σ_i — дисперсия каждого i -го результата в отдельности; σ — дисперсия среднего из p результатов измерения.

7.4. Последовательность испытаний

В области исследования процессов о. м. д., как и в технике вообще, имеет место так называемый невоспроизводимый эксперимент. Такой эксперимент невозможно как-либо исправить, изменить или повторить на том же образце и в строго идентичных условиях. И в первую очередь по той причине, что исследователь будет иметь дело уже с остаточной деформацией металла. Даже опыты, связанные с нагружением в области упругости, строго говоря, невоспроизводимы в связи с упругим гистерезисом и по некоторым другим причинам. Тем не менее, эксперимент считают воспроизводимым, если изменения, вносимые в процесс эксперимента при его повторении, настолько малы, что их невозможно обнаружить или ими можно пренебречь. Для такого эксперимента допускается выбирать план его осуществления, а значит, и последовательность получения данных.

Планы эксперимента могут быть двух видов:

1) последовательный, при котором вначале берут одно из граничных значений независимой переменной, а затем изменяют его через определенные интервалы до достижения второго граничного значения;

2) случайный, при котором значения независимой переменной чередуются случайным образом (рандомизированно), т. е. она может принимать то большее, то меньшее значение.

Последовательный план применяют во многих инженерных экспериментах, особенно в таких, где сама последовательность проведения выступает своеобразным параметром. Примерами этого могут служить испытания материалов и устройств, функционирование которых сопровождается гистерезисными явлениями, испытания на трение, когда имеют место переходы от трения покоя к трению скольжения и обратно.

Рандомизированный план также подходит для многих экспериментов. В некоторых отношениях он оказывается даже лучше последовательного, так как позволяет исключить влияние на эксперимент внешних условий, работоспособности оператора, прогрессирующих недостатков измерительной аппаратуры (дрейф нуля) или мелких ее неисправностей (изменение переходного сопротивления контактов) и т. д. Однако такой план совершенно неприемлем для невозпроизводимых экспериментов. Показателен такой пример [70]. Допустим, что при испытаниях на растяжение стального образца решили прикладывать к нему заранее выбранные нагрузки случайным образом и осуществили нагружение в такой последовательности: 30; 5,0; 4,5; 75 кН и т. д. Безусловно, такой план неправилен, ибо после первого же нагружения образец получит остаточную деформацию, а все последующие измерения будут проводиться на уже деформированном и упрочненном образце.

Рандомизацию активных экспериментов проводят, как правило, искусственно, применяя «игровой метод» и таблицы случайных чисел. Основная концепция рандомизации состоит в том, чтобы свести к случайным те систематически действующие факторы, которые трудно поддаются учету и контролю, и сделать возможным их учет статистическими методами.

Рандомизация может оказаться нецелесообразной в сложных экспериментах, когда установление фиксированного режима эксперимента требует значительных затрат времени, а случайная последовательность переходов с режима на режим приводит к еще большим затратам. Другими словами, там, где рандомизация приводит к снижению эффективности, применять ее не рекомендуется.

7.5. Виды факторного планирования

Следующая задача планирования эксперимента — определение числа опытов, необходимых для выявления зависимости между исследуемыми переменными величинами. При планировании переменные параметры, изменяемые экспериментатором в процессе испытаний, называют *факторами*, а изучаемые параметры — *выходами* или *откликами системы*.

Простейший из методов планирования эксперимента — так называемый *способ перебора*, или *классический план*. Он состоит в том, что все независимые переменные, кроме одной, например x , принимают постоянными, а эту одну переменную изменяют во всем интервале значений. В результате находят зависимость $z_1 = f(x)$. Изменяя следующую переменную (например, y), а остальные принимая постоянными, находят зависимость $z_2 = f(y)$, т. е. классический многофакторный эксперимент сводят к последовательности однофакторных экспериментов. Так находят сравнительно простые функции: $z = Ay^n + Bx^m$; $z = Ay^n x^m$ и т. д. Однако уже при двухфакторном эксперименте для получения полной картины нужно провести большое число испытаний.

При двухфакторном эксперименте множество значений унимодальной функции оптимизации, которые она принимает при изменении переменных факторов, можно представить в виде поверхности с одной сглаженной вершиной (рис. 63). Такую поверхность, соответствующую выходу изучаемого процесса, называют *поверхностью отклика*, а точку с максимальным значением одноэкстремальной функции — *оптимумом*.

Предполагается, что существует некоторая аналитическая связь между факторами и откликом процесса. При планировании стремятся определить эту зависимость, т. е. построить математическую модель процесса. Математически задача планирования эксперимента состоит в том, чтобы найти уравнение поверхности отклика:

$$\eta = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где η — выход процесса, т. е. параметр оптимизации; x_i — факторы, которые варьируют при проведении эксперимента. Таким образом, математическое планирование фактически связано с изменением формы поверхности отклика, и, следовательно, оптимальному значению выхода будут соответствовать максимальные или минимальные точки этой поверхности.

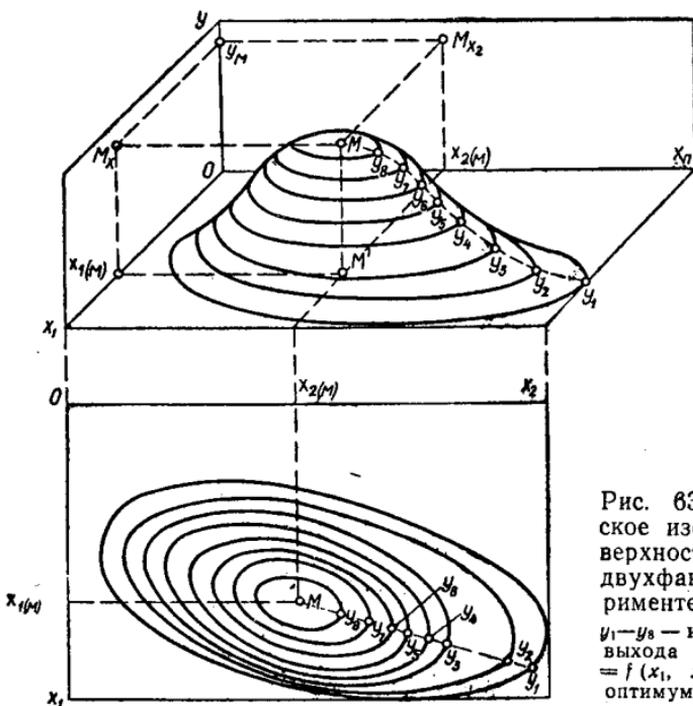


Рис. 63. Геометрическое изображение поверхности отклика в двухфакторном эксперименте:

$y_1 - y_6$ — изолинии равного выхода функции $y = f(x_1, x_2)$; M — точка оптимума

Для большинства реальных задач вид поверхности отклика заранее неизвестен, поэтому при экспериментальном поиске оптимальных условий функцию η представляют в виде степенного ряда

$$\eta = \beta_0 + \sum \beta_i x_i + \sum \beta_{ij} x_i x_j + \sum \beta_{ijk} x_i x_j x_k + \dots$$

Очевидно точность подобной аппроксимации определяется порядком степенного ряда и диапазоном изменения переменных x . Поскольку поверхность отклика изучают обычно в сравнительно узком интервале варьирования, то без большой погрешности члены высших порядков можно отбросить. Задачу оптимизации решают в два этапа: сначала определяют область оптимума, для чего используют линейную модель поверхности отклика; на втором этапе для описания почти стационарной (оптимальной) области используют степенной ряд, содержащий члены второго, а иногда и третьего порядка. Коэффициенты β степенного ряда (коэффициенты регрессии) можно оценить выборочными коэффициентами регрессии b , которые определяются по результатам конечного числа опытов. Тогда уравнение регрессии, получаемое на основании результатов экспериментов, имеет вид

$$y = b_0 + \sum b_i x_i + \sum b_{ij} x_i x_j + \dots,$$

где y — выборочная оценка функции отклика. Таким образом, после вычисления коэффициентов регрессии появляется возможность оценить влияние изучаемых факторов на функцию отклика и определить направление движения в области оптимума.

В качестве выхода процесса рекомендуется выбирать параметр, который имеет ясный физический смысл и количественное выражение. При этом желательно, чтобы параметр оптимизации был единственным и не зависел от времени.

Для каждого фактора выбирают условный нулевой (искомый, начальный, основной) уровень x_i , диапазон x_j и шаг Δx_i варьирования переменных. Диапазон изменения факторов равен разности между верхним и нижним пределами данного фактора. Особое внимание следует уделять шагу варьирования. С одной стороны, приращение измеряемого параметра должно быть достаточно большим, чтобы соответствующее изменение выходного параметра было больше погрешности эксперимента. С другой стороны, шаг варьирования должен быть достаточно мал, чтобы полученная информация давала представление о поведении отклика системы в окрестности нулевой точки более строго. На практике шаг часто принимают равным удвоенной среднеквадратической ошибке, а иногда — $1/10 \dots 1/3$ диапазона варьирования [68, 40].

Чтобы показать процедуру планирования, обратимся к примеру [44]. Пусть требуется экспериментально установить, как влияют легирование, температура нагрева и выдержка при гомогенизирующем отжиге на пластичность свинца. Предположим, что в результате эксперимента будет найдена следующая математическая модель:

$$\Lambda^{(ijk)} = \bar{\Lambda} + A_i + B_j + C_k + \delta_{ijk},$$

где $\Lambda^{(ijk)}$ — искомая величина (пластичность); $\bar{\Lambda}$ — средняя пластичность в результате всех опытов; A_i, B_j, C_k — эффекты соответственно легирования, температуры деформации и длительности отжига; δ_{ijk} — случайная ошибка эксперимента; i, j, k — номера уровней факторов A, B и C .

Эксперимент по выявлению зависимости Λ от перечисленных факторов можно спланировать по типу латинского квадрата 4×4 (табл. 7). Каждый из трех факторов, как видим, выбран на четырех уровнях (поэтому планирование и называется «по типу латинского квадрата 4×4 »). Столбцы таблицы отвечают уровням содержания сурьмы ($a_1 = 3\%, \dots, a_4 = 6\%$); строкам соответствуют уровни температуры деформации ($b_1 = 100^\circ\text{C}, \dots, b_4 = 240^\circ\text{C}$); длительность выдержки

при отжиге менялась от $c_1 = 0,25$ ч до $c_4 = 1,00$ ч. План рандомизирован по времени выдержки.

7. План и результаты экспериментального изучения пластичности свинца по латинскому квадрату 4×4

Температура, °C (b_i)	Легирование Sb, % (a_i)				$\bar{\Lambda}_j$	При Λ_k
	$a_1 = 3$	$a_2 = 4$	$a_3 = 5$	$a_4 = 6$		
$b_1 = 100$	$\Lambda^{(111)} = \frac{c_1}{=} = 0,97$	$\Lambda^{(212)} = \frac{c_2}{=} = 0,62$	$\Lambda^{(313)} = \frac{c_3}{=} = 0,32$	$\Lambda^{(414)} = \frac{c_4}{=} = 0,25$	0,54	$\bar{\Lambda} = \frac{c_1}{=} = 0,62$
$b_2 = 150$	$\Lambda^{(122)} = \frac{c_2}{=} = 1,10$	$\Lambda^{(221)} = \frac{c_1}{=} = 0,70$	$\Lambda^{(324)} = \frac{c_4}{=} = 0,37$	$\Lambda^{(423)} = \frac{c_3}{=} = 0,33$	0,63	$\bar{\Lambda} = \frac{c_2}{=} = 0,71$
$b_3 = 200$	$\Lambda^{(133)} = \frac{c_3}{=} = 2,0$	$\Lambda^{(234)} = \frac{c_4}{=} = 0,87$	$\Lambda^{(331)} = \frac{c_1}{=} = 0,38$	$\Lambda^{(432)} = \frac{c_2}{=} = 0,36$	0,90	$\bar{\Lambda} = \frac{c_3}{=} = 0,90$
$b_4 = 240$	$\Lambda^{(144)} = \frac{c_4}{=} = 2,40$	$\Lambda^{(243)} = \frac{c_3}{=} = 0,95$	$\Lambda^{(342)} = \frac{c_2}{=} = 0,78$	$\Lambda^{(441)} = \frac{c_1}{=} = 0,43$	1,14	$\bar{\Lambda} = \frac{c_4}{=} = 0,97$
$\bar{\Lambda}_i$	1,62	0,79	0,46	0,34	$\Lambda = 0,80$	

Примечание. $c_1 = 0,25$ ч; $c_2 = 0,5$ ч; $c_3 = 0,75$ ч; $c_4 = 1$ ч.

Экспериментальные значения пластичности для каждого из 16 опытов представлены в «ячейках» таблицы: $\Lambda^{(111)} = 0,97$; $\Lambda^{(212)} = 0,62$; $\Lambda^{(313)} = 0,32$; ...; $\Lambda^{(441)} = 0,43$. Подсчитанные по соответствующим столбцам средние значения пластичности $\bar{\Lambda}_i$, равные 1,62; 0,79; 0,46; 0,34, отражают влияние легирования на пластичность свинца; по значениям $\bar{\Lambda}_j$, подсчитанным по строкам, можно судить о влиянии температуры деформации. В крайнем правом столбце приведены значения пластичности свинца после отжига различной длительности.

Дисперсионный анализ проведен по общей для такого типа планирования расчетной схеме (табл. 8). В рассмотренном случае $n = 4$, как как принято четыре уровня для каждого фактора. Расчетом определяют следующие вспомогательные величины:

1) сумму квадратов всех наблюдений —

$$S_1^2 = \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^4 (\Lambda^{(ijk)})^2 = 15,923;$$

8. Дисперсионный анализ данных в соответствии с планом эксперимента по табл. 7

Источник дисперсии	Число степеней свободы	Сумма квадратов	Средний квадрат
Строки b	$n - 1$	$S_b^2 = S_2^2 - S_6^2$	$S_b^2 / (n - 1)$
Столбцы a	$n - 1$	$S_a^2 = S_3^2 - S_5^2$	$S_a^2 / (n - 1)$
Буквы c	$n - 1$	$S_c^2 = S_5^2 - S_4^2$	$S_c^2 / (n - 1)$
Ошибки эксперимента	$(n - 1)(n - 2)$	$S_{\text{ост}}^2 = S_{\text{общ}}^2 - (S_a^2 - S_b^2 - S_c^2)$	$S_{\text{ост}}^2 / (n - 1)(n - 2)$

2) сумму квадратов итогов по строкам, деленную на число элементов в каждой строке, —

$$S_2^2 = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \left(\sum_{i=2}^4 \Lambda^{(ljk)} \right)^2 = 11,336;$$

3) сумму квадратов итогов по столбцам, деленную на число элементов в каждом столбце, —

$$S_3^2 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \left(\sum_{j=1}^4 \Lambda^{(ijk)} \right)^2 = 14,255;$$

4) сумму квадратов итогов суммирования $\Lambda^{(ijk)}$ поочередно при $k = 1; 2; 3; 4$, деленную на число элементов, соответствующих каждому индексу, —

$$S_4^2 = \frac{1}{4} [(\Lambda^{(111)} + \Lambda^{(221)} + \Lambda^{(331)} + \Lambda^{(441)})^2 + (\Lambda^{(122)} + \Lambda^{(212)} + \Lambda^{(332)} + \Lambda^{(432)})^2 + (\Lambda^{(133)} + \Lambda^{(243)} + \Lambda^{(313)} + \Lambda^{(423)})^2 + (\Lambda^{(144)} + \Lambda^{(234)} + \Lambda^{(324)} + \Lambda^{(414)})^2] = 10,605;$$

5) корректирующий член, равный квадрату общего итога, деленному на общее число ячеек квадрата (число различных опытов), —

$$S_5^2 = \frac{1}{16} \left(\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \Lambda^{(ijk)} \right)^2 = 10,288.$$

Для удобства анализа результаты записаны в виде сводной таблицы (табл. 9).

В данном случае дисперсионного анализа есть возможность проверить гипотезу о существенности воздействия факторов на изменение пластичности свинца, сравнивая дисперсии по факторам и остаточной дисперсии и пользуясь F -критерием. Так, из сопоставленных значений сред-

них квадратов (табл. 9) следует вывод о том, что более всего на пластичность свинца влияет легирование его сурьмой:

$$F_1 = \frac{1,322}{0,047} = 28,1 > F_{кр\ 0,05(3;6)} = 4,76.$$

9. Сводная таблица для дисперсионного анализа при исследовании пластичности свинца

Источник дисперсии	Сумма квадратов	Число степеней свободы	Средний квадрат
Легирование	$S_b^2 = 3,966$	3	1,322
Температура деформации	$S_a^2 = 1,047$	3	0,349
Выдержка при отжиге	$S_c^2 = 0,318$	3	0,106
Ошибка эксперимента	$S_{ост}^2 = 0,282$	6	0,407

Значимым следует признать и эффект температуры:

$$F_2 = \frac{0,349}{0,047} = 7,43.$$

Длительность выдержки при нагреве сплавов свинца для испытания на пластичность существенной роли не играет, поскольку

$$F_3 = \frac{0,106}{0,047} = 2,26 < F_{кр}.$$

Отметим очевидные достоинства рассмотренного метода планирования эксперимента:

1) при планировании по схеме латинского квадрата число опытов в 4 раза меньше, чем при полном факторном эксперименте (см. § 7.6), для выполнения которого потребуется $4^3 = 64$ опыта;

2) статистический анализ экспериментальных данных достаточно прост;

3) результаты каждого опыта служат для оценки действия всех изучаемых факторов, поэтому значительно уменьшается ошибка эксперимента;

4) дисперсионный анализ позволяет выделить технологические факторы, наиболее сильно влияющие на процесс, и в этом смысле анализ полезен как поисковый аппарат в начальной стадии исследования пластичности.

Планирование эксперимента при дисперсионном анализе обычно используют на первых этапах исследований для решения задач отсеивающего эксперимента и выбора факторов, подлежащих тщательному и детальному изучению.

Чтобы представить результаты эксперимента полиномами для разработки математических моделей изучаемых процессов и явлений, необходим полный факторный эксперимент.

7.6. Полный факторный эксперимент

Полный факторный эксперимент (ПФЭ) реализует все возможные неповторяющиеся комбинации уровней независимых факторов, каждый из которых варьируется на двух уровнях. Число этих комбинаций $N = 2^k$. Например, для трехфакторной задачи выборочное уравнение регрессии имеет вид

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^3 b_i x_i + \sum_{ij} b_{ij} x_i x_j + b_{123} x_1 x_2 x_3,$$

где y — расчетное значение функции выхода (параметра оптимизации); $b_0, b_i, b_{ij}, b_{123}$ — коэффициенты; x_i, x_j, x_1, x_2, x_3 — независимые переменные (факторы), которые можно варьировать при постановке эксперимента.

Полный факторный эксперимент дает возможность найти отдельные оценки коэффициентов b .

Нахождение модели методом ПФЭ состоит из следующих этапов: 1) планирование эксперимента; 2) собственно эксперимент; 3) проверка воспроизводимости (однородности выборочных дисперсий); 4) получение математической модели объекта с проверкой статистической значимости выборочных коэффициентов регрессии; 5) проверка адекватности математического описания.

Математическую модель процесса, не содержащую члены степеней выше первой, принято называть *планированием первого порядка*. Для планирования первого порядка программу ПФЭ задают в виде таблиц-матриц, где в каждом столбце для всех факторов вариацию проводят только на двух уровнях, т. е. переменной придают только два ее экстремальных значения. Центр эксперимента при этом находится на нулевом уровне, что соответствует среднему или базисному значению варьируемого фактора. Типовая матрица планирования для случая трех переменных представлена в табл. 10.

При кодировании факторов факторное пространство линейно преобразуется — начало координат переносится в центр эксперимента, масштаб по осям выбирается в единицах варьирования факторов. Кодирование факторов посредством зависимости

$$X_i = (x_i - x_{i0}) / \Delta x_i, \quad (7.1)$$

где X_i — кодированное значение фактора (безразмерная величина); x_i — значение фактора в именованных (натуральных) единицах; x_{i0} — натуральное значение фактора на нулевом уровне; Δx_i — натуральное значение интервала варьирования.

10. Матрица планирования ПФЭ-2⁸

Полуреплика	№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1, x_2	x_1, x_3	x_2, x_3	x_1, x_2, x_3	Результаты опыта y
I	1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	y_1
	2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	y_2
	3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	y_3
	4	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_4
II	5	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	y_5
	6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	y_6
	7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	y_7
	8	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	y_8

Верхний уровень варьирования фактора обозначают «+1», нижний — «-1». В центре эксперимента фактор имеет базисный уровень (среднее значение фактора). Границы варьирования факторов известны из априорной информации или имеют технические ограничения. Правильный выбор центра эксперимента (базисного уровня), интервалов и уровней варьирования факторов имеет большое значение, особенно при планировании движения по поверхности отклика, так как в этом случае может существовать несколько экстремумов.

Кроме матрицы с кодированными факторами (табл. 10), для проведения эксперимента составляют матрицу с натуральными значениями факторов. Типовая матрица для k факторов включает все их возможные неповторяющиеся комбинации. На основании этого нетрудно подсчитать число экспериментальных точек, равнорасположенных определенным образом в факторном пространстве. В частности, для трех факторов все возможные их комбинации можно исчерпать при реализации восьми серий опытов. Таким образом, число экспериментов для рассматриваемого случая можно записать как 2^k , где 2 — число уровней, а k — число одновременно варьлируемых факторов. Планирование первого порядка с использованием планов типа ПФЭ обычно записывают как ПФЭ-2^k.

Матрица типа ПФЭ-2^k реализуется постановкой эксперимента для получения значений функции выхода y . Что-

бы исключить систематические ошибки, матрицу нужно реализовать строго по программе, которой предусмотрены, во-первых, повторяемость каждой серии опытов и, во-вторых, рандомизация всех серий и их повторений во времени. Рандомизацию можно осуществить посредством жеребьевки, таблиц случайных чисел и др.

Таким образом, план эксперимента геометрически можно представить (рис. 64) как совокупность различных точек в факторном пространстве, в которых проводятся повторные опыты. Точки плана обозначим z , предположив, что z

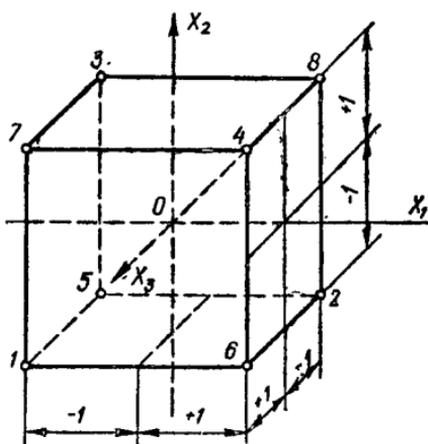


Рис. 64. Геометрическое изображение полного факторного эксперимента 2^3

меняется от 1 до n (n — общее число различных точек в плане), а порядковый номер в данной точке — i, j и т. д.

После проведения эксперимента по соответствующей программе в распоряжении исследователя имеются: матрица-план независимых переменных и эффектов взаимодействия; векторы-столбцы функции выхода. Цель дальнейшей работы — определить коэффициенты интерполяционного уравнения (например, для $k=3$)

$$y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{12}X_1X_2 + b_{13}X_1X_3 + b_{23}X_2X_3 + b_{123}X_1X_2X_3, \quad (7.2)$$

т. е. решить нормальные уравнения методом наименьших квадратов, чтобы минимизировать сумму квадратов отклонений ошибок. Таким образом, уравнение (7.2) является уравнением регрессии, которое получено на основании результатов опыта.

Для матриц типа ПФЭ-2, подчиняющихся условиям

$$\sum_{z=1}^n X_{iz}X_{jz} = 0; \quad i \neq j; \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, 2^k - 1; \quad (7.3)$$

$$\sum_{z=1}^n X_{iz} = 0; \quad i = 0, 1, 2, \dots, 2^k - 1; \quad (7.4)$$

$$\sum_{z=1}^n X_{iz}^2 = n; \quad i = 0, 1, 2, \dots, 2^k - 1, \quad (7.5)$$

где (7.3) — условие ортогональности плана-матрицы — скалярное произведение векторов-столбцов равно нулю; (7.4) — свойство симметричности — расположение всех независимых переменных относительно центра эксперимента (нулевого уровня); (7.5) — сумма квадратов всех векторов-столбцов должна быть равна числу серий опытов; коэффициенты регрессии определяют по формулам, вытекающим из решения нормальных уравнений методом наименьших квадратов. В частности, для ПФЭ-2³ эти формулы имеют вид

$$b_0 = \frac{1}{8} \sum_{z=1}^8 \bar{y}_z; \quad b_i = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 X_{iz} \bar{y}_z; \quad (7.6)$$

$$b_{ij} = \frac{1}{8} \sum_{z=1}^8 X_{iz} X_{jz} \bar{y}_z; \quad b_{ijq} = \frac{1}{8} \sum_{z=1}^8 X_{iz} X_{jz} X_{qz} \bar{y}_z,$$

где \bar{y}_z — среднее значение из ряда параллельных, рандомизированных во времени.

После вычисления коэффициентов регрессии и составления уравнения (7.2) оценивают статистическую зависимость b_i .

Если две независимые переменные варьировать на трех уровнях — нижнем, верхнем и нулевом, то будет иметь место планирование типа 3². Для реализации всех возможных комбинаций уровней, т. е. для осуществления полного факторного эксперимента, нужно выполнить девять опытов. Тогда матрицу планирования можно записать так, как это сделано в табл. 11.

11. План эксперимента типа 3²

№ опыта	X ₁	X ₂	y	№ опыта	X ₁	X ₂	y
1	-1	-1	y ₁	6	+1	0	y ₆
2	0	-1	y ₂	7	-1	+1	y ₇
3	+1	-1	y ₃	8	0	+1	y ₈
4	-1	0	y ₄	9	+1	+1	y ₉
5	0	0	y ₅				

Если необходимо оценить эффекты не только первого, но и второго порядка, матрицу планирования следует соответственно преобразовать. Предположим, что в изучаемой области процесс описан уравнением второй степени:

$$y = b_0 X_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{11} X_1^2 + b_{22} X_2^2 + b_{12} X_1 X_2. \quad (7.7)$$

Заметим, что планирование эксперимента, представленное в табл. 11, обладает следующими свойствами:

$$\sum X_1 = \sum X_2 = \sum X_1 X_2 = 0; \quad \sum X_1^2/n = \sum X_2^2/n = 2/3.$$

Из (7.7) находим, что среднее значение y , обозначенное через y_0 , для этого планирования

$$y_0 = b_0 + \frac{2}{3} b_{11} + \frac{2}{3} b_{22}.$$

Вычитая последнее выражение из (7.7), получим

$$y = y_0 X_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{11} (X_1^2 - 2/3) + \\ + b_{22} (X_2^2 - 2/3) + b_{12} X_1 X_2.$$

Оценку b_0 легко получить из уравнения

$$b_0 = y_0 - \frac{2}{3} b_{11} - \frac{2}{3} b_{22}.$$

Математический аппарат факторного планирования эксперимента можно с успехом применить для обработки экспериментальной информации, в частности в тех случаях, когда в результате исследования должны быть получены эмпирические зависимости. Рассмотрим пример такой обработки экспериментальных данных, полученных при исследовании вопросов устойчивости прутков при проталкивании в волоку (исследование В. Н. Шаповала и Н. М. Чиглакова).

Известно [70], что классическую формулу Эйлера нельзя использовать для определения критических напряжений при проталкивании, так как она справедлива для гибкостей $\lambda > \lambda_{кр} = 80 + 100$. Существует ряд эмпирических формул для расчета критического напряжения в области гибкостей $\lambda_{кр} > \lambda > 40$; среди них формула Ясинского — Беляева [24]. Поскольку гибкость прутков при проталкивании находится в пределах 20—45, можно констатировать, что до последнего времени не было предложено формулы, пригодной для определения критического напряжения и допустимой длины проталкиваемого конца прутка.

Специальными экспериментами, в процессе которых прутки разных диаметров из различных марок сталей доводились проталкивающей силой до потери устойчивости (табл. 12), установлено, что кривые зависимости критических напряжений от гибкости хорошо аппроксимируются уравнением гиперболы

$$\sigma_{кр} = c/\lambda.$$

Из опытов также следует, что на величину $\sigma_{кр}$ влияют прочностные характеристики материала (предел прочности σ_B и предел текучести σ_T). Это дает основание полагать, что коэффициент c зависит от σ_B и σ_T . Приняв $c = k\sigma_B$, получим

$$\sigma_{кр} = k\sigma_B/\lambda,$$

где k — коэффициент, зависящий от σ_T и λ .

12. Экспериментальные значения коэффициентов k для различных марок сталей

Марка стали	σ_B	σ_T	λ					
	10 МПа		20	25	30	35	40	50
35	63,0	36,0	15,20	15,30	15,80	17,50	18,11	19,90
45	64,0	36,3	18,18	17,50	16,50	17,82	18,80	18,90
ШХ15	63,5	37,0	17,39	17,40	17,76	19,24	19,90	20,55
30Х13	64,0	37,0	17,44	18,70	19,77	20,70	20,66	21,80
ШХ15	64,3	38,0	18,72	19,70	20,00	21,60	21,15	23,60
38ХС	65,0	43,0	18,30	19,10	20,42	21,05	22,87	23,63
60С2А	78,0	45,8	20,35	21,60	22,80	20,52	20,56	21,57
40ХФА	62,5	46,0	18,74	20,70	19,50	18,70	20,99	21,88
60С2А	82,0	47,0	20,39	20,20	21,15	20,65	20,60	22,50
55СМ5ФА	71,5	54,0	21,70	22,40	24,40	26,20	27,15	30,27

Функциональную зависимость k от σ_T и λ определяем методом математического моделирования. Для удобства исследования вводим кодовые обозначения факторов σ_T , λ и функции отклика k (табл. 18). Каждый опыт матрицы дублировался 5 раз. Функцию отклика обозначим через y .

18. Уровни и интервалы варьирования факторов

Фактор	Код	Уровень			Интервал варьирования
		верхний (+)	нулевой (0)	нижний (-)	
Предел текучести σ_T (x_1)	X_1	54	45	36	9
Гибкость λ (x_2)	X_2	50	35	20	15

Математическая модель процесса, которую при двухфакторном планировании строим на трех уровнях (3^2), имеет вид [6]

$$y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{12} X_1 X_2 + b_{11} X_1^2 + b_{22} X_2^2,$$

где X_1, X_2 — кодированные значения факторов:

$$X_i = [x_i - 0,5(x_{i \max} + x_{i \min})] / 0,5(x_{i \max} - x_{i \min}); \quad (7.8)$$

b_0, b_1, \dots, b_i — коэффициенты регрессии.

Построчную дисперсию подсчитываем по формуле

$$S_j = \sum_{n=1}^n (y_{ji} - \bar{y}_j) / (n - 1),$$

где n — количество повторных опытов на каждом уровне; \bar{y}_j — среднее значение отклика в j -м опыте; y_{ji} — опытные значения отклика в j -м опыте при i -м повторе.

Результаты опытов и расчета построчных дисперсий сведены в матрицу планирования (табл. 14).

14. Результаты опытов и расчета построчных дисперсий

$i \backslash j$	X_1	X_2	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	\bar{y}_j	S_j^2
1	—	—	14,37	16,24	15,34	15,80	14,25	15,20	0,764
2	—	+	19,63	19,20	20,56	20,15	19,96	19,90	0,266
3	+	+	32,18	28,16	30,45	29,80	30,76	30,27	2,225
4	+	—	22,18	23,17	19,56	21,27	22,32	21,70	1,884
5	+	0	27,60	25,40	26,10	25,85	26,05	26,20	0,688
6	—	0	17,02	17,36	18,27	17,22	17,35	17,50	0,236
7	0	+	20,85	21,52	22,30	21,00	22,18	21,57	0,438
8	0	—	21,22	19,53	17,80	21,63	21,57	20,35	2,764
9	0	0	20,98	19,80	19,86	20,05	21,91	20,52	1,409

Проверяем гипотезу об однородности выборочных дисперсий по критерию Кохрена:

$$G_{\max} = S_{j \max}^2 / \sum_{j=1}^N S_j^2 < G_T,$$

где $S_{j \max}^2$ — максимальная построчная дисперсия; N — число опытов в матрице планирования; G_T — табличное значение критерия Кохрена. В эксперименте

$$G_{\max} = 2,764 / 10,674 = 0,259.$$

Расчетное значение $G_{\max} = 0,259$ сравниваем с табличным [6]. При уровне зависимости $\alpha = 0,05$ и степенях свободы $f_1 = n - 1 = 4$; $f_2 = N = 9$ табличное значение критерия Кохрена $G_T = 0,358$. Поскольку $G_{\max} < G_T$, гипотезу об однородности не отвергаем и в качестве оценки генеральной дисперсии воспроизводимости принимаем

$$S_y^2 = \sum_{j=1}^N S_j^2 / N = 10,674 / 9 = 1,186.$$

Для расчета коэффициентов регрессии строим расширенную матрицу эксперимента (табл. 15). Коэффициенты регрессии вычисляем по формулам

$$\left. \begin{aligned} b_i &= \sum_{j=1}^N X_{ji} y_j / \sum X_i^2; \\ b'_0 &= \sum_{j=1}^N \bar{y}_j / \sum X_j^2; \\ b_0 &= b'_0 + b_{11} \bar{X}_1^2 - b_{22} \bar{X}_2^2. \end{aligned} \right\} \quad (7.9)$$

15. Расширенная матрица эксперимента

$i \backslash j$	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	$x_1^2 - \frac{2}{3}$	$x_2^2 - \frac{2}{3}$	\bar{y}_j
1	+1	-1	-1	+1	+1/3	+1/3	15,20
2	+1	-1	+1	-1	+1/3	+1/3	19,20
3	+1	+1	+1	+1	+1/3	+1/3	30,27
4	+1	+1	-1	-1	+1/3	+1/3	21,70
5	+1	+1	0	0	+1/3	-2/3	26,20
6	+1	-1	0	0	+1/3	-2/3	17,50
7	+1	0	+1	0	-2/3	+1/3	21,57
8	+1	0	-1	0	-2/3	+1/3	20,35
9	+1	0	0	0	-2/3	-2/3	20,52

Подставляя в формулы (7.9) значения из табл. 15, получаем $b_1 = 4,262$; $b_2 = 2,415$; $b_{12} = 0,968$; $b_{11} = 0,98$; $b_{22} = 0,092$; $b_0 = 21,468$; $b_0 \approx 21$.

Значимость коэффициентов регрессии определяем с помощью t -критерия Стьюдента, вычисляя доверительные границы по формуле

$$\Delta b_i = \pm t_{\alpha, N} S_{b_i},$$

где $t_{\alpha, N}$ — табличное значение коэффициента Стьюдента, равное 2,262 при $\alpha = 0,05$ и $N = 9$ [6]; $S_{b_i}^2$ — дисперсия ошибки определения коэффициентов регрессии b_i :

$$S_{b_i}^2 = S_y^2 / \sum_{j=1}^N X_j^2. \quad (7.10)$$

Подставляя значения S_y^2 из (7.9) и $\sum X_j^2$ из табл. 15, находим, что

$$S_{b_1}^2 = S_{b_2}^2 = 1,186/6 = 0,1977; \quad S_{b_1} = S_{b_2} = \sqrt{S_{b_1}^2} = \pm 0,443;$$

$$\Delta b_1 = \Delta b_2 = \pm 2,262 \cdot 0,443 = \pm 1,002.$$

Аналогично $S_{b_{12}} = \pm 0,544$; $\Delta b_{12} = \pm 1,23$; $S_{b_{11}} = S_{b_{22}} = \pm 0,773$; $\Delta b_{11} = \Delta b_{22} = \pm 1,748$.

По формуле (7.10) определяем $S_{b_0} = 0,132$, а $S_{b_0}^2$ — по формуле

$$S_{b_0}^2 = S_{b_0}^2 + \sum (\bar{X}_i)^2 S_{b_i}^2 = 0,132 + 0,773 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 0,773 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 0,819;$$

$$S_{b_0} = \pm 0,905; \quad \Delta b_0 = 2,62 \cdot 0,905 = \pm 2,37.$$

Коэффициенты регрессии значимы, если $b_i > \Delta b_i$. Таким образом, из рассчитанных коэффициентов значимы b_0 , b_1 и b_2 .

После исключения незначимых коэффициентов уравнение регрессии получает вид

$$y = 21 + 4,262X_1 + 2,415X_2. \quad (7.11)$$

Адекватность модели проверяем по критерию Фишера

$$F = S_{ад}^2 / S_{y'}^2,$$

где $S_{ад}^2 = \left[\sum_{j=1}^N (\hat{y}_j - \bar{y}_j) \right] / f_0$; $f_0 = (N - m - 1)$ — число степеней свободы; m — число факторов в модели эксперимента; \hat{y}_j — значения функции отклика, рассчитанные по уравнению регрессии (7.11). Данные для подсчета дисперсии адекватности $S_{ад}^2$ занесены в табл. 16. Теперь

$$S_{ад}^2 = 26,744/6 = 2,9436; \quad F = 2,9436/1,34 = 2,48.$$

При степенях свободы $f_0 = 6$ и $f_1 = (n - 1) = 36$ табличное значение критерия Фишера [37] $F_\tau = 3,79$. Поскольку $F < F_\tau$, модель адекватна.

16. Данные для подсчета дисперсии адекватности

i	\bar{y}_j	s_j^2	\hat{y}_j	$\hat{y}_j - \bar{y}_j$	$(\hat{y}_j - \bar{y}_j)^2$
1	15,20	0,764	14,313	-0,887	0,7868
2	19,90	0,266	19,143	-0,757	0,5730
3	30,27	2,225	27,667	-2,603	6,7756
4	21,70	1,884	22,837	-1,137	1,2928
5	26,20	0,688	25,252	-0,948	0,8987
6	17,50	0,236	16,728	-0,772	0,5960
7	21,57	0,438	23,405	-1,835	3,3672
8	20,35	2,764	18,575	1,775	3,1506
9	20,52	1,409	20,99	0,470	0,2209

$$\sum_{j=1}^N (\hat{y}_j - \bar{y}_j)^2 = 17,6616$$

Переходя к измерению величин в натуральном масштабе, при помощи формулы перехода (7.8) из уравнения (7.11) получим формулу для определения коэффициента k :

$$k = 0,475\sigma_\tau + 0,16\lambda - 6.$$

7.7. Дробный факторный эксперимент

При трехфакторном эксперименте типа 2^3 число опытов равно 8, при четырехфакторном — 16, при пятифакторном — 32 и т. д. Резкое возрастание числа опытов с уве-

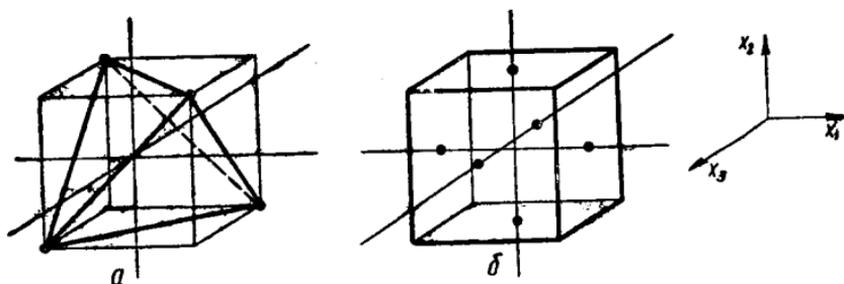


Рис. 65. Геометрические изображения дробного факторного эксперимента 2^{3-1} (а) и классической схемы планирования (б)

личением количества факторов делает практически невозможным осуществление полного перебора всех значений при ПФЭ. Выход из этого положения — применение так называемых дробных реплик от полного факторного эксперимента.

Во многих практических задачах взаимодействия второго и высших порядков пренебрежимо малы или отсутствуют. В связи с этим представляется возможным планировать, например, трехфакторный эксперимент по матрице двухфакторного с реализацией всего четырех опытов вместо восьми. Математическая модель эксперимента в этом случае приобретает простой вид:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i X_i.$$

Легко показать геометрическую интерпретацию планов эксперимента (рис. 65). Как видим, при варьировании переменных на двух уровнях, закодированных числами ± 1 , область пространства ограничивается тетраэдром (рис. 65, а), координаты вершин которого определяются выборочной перестановкой чисел ± 1 . Если в полном трехфакторном эксперименте опыты ставят в вершинах куба, в дробном — в вершинах тетраэдра, то в традиционном однофакторном эксперименте опыты ставят не в вершинах, а на гранях куба (рис. 65, б). Вот почему точность получаемых оценок коэффициентов регрессии при факторном планировании выше в несколько раз, чем при однофакторном. Так, в рассматриваемых на рис. 65 случаях точность оценок значений коэффициентов b_i для ПФЭ- 2^3

$$S_{b_i}^2 = S_y^2/8;$$

для дробной реплики 2^{3-1}

$$S_{b_i}^2 = S_y^2/4;$$

для однофакторного эксперимента

$$S_{b_i}^2 = S_y^2/2.$$

7.8. Методы оптимизации процесса при планировании

Для планирования эксперимента в «почти стационарной области» наиболее эффективны полный или дробный факторные эксперименты. Однако одной из самых распространенных исследовательских задач как раз и является нахождение этой области.

Оптимизация процесса — это установление области возможного оптимума и изучение факторного пространства в окрестности оптимума. В эксперименте нужны поиск и движение по поверхности отклика в область возможного оптимума.

Поиск оптимальной области обычно осуществляют *методом крутого восхождения* по поверхности отклика в направлении градиента. В случае линейной модели коэффициенты регрессии пропорциональны составляющим градиента функции отклика в окрестности нулевой точки. Поэтому коэффициенты при линейных членах дают определенное представление о том, в каких пропорциях следует изменять факторы для достижения оптимума. Затем ставят серию опытов в точках, лежащих на линии регрессии, которые получаются умножением шага варьирования каждого фактора на его коэффициент регрессии. В результате такого продвижения определяют экстремальное значение отклика. Поскольку движение выполняется по градиенту (рис. 66), то пройденный путь — кратчайший к области оптимума.

В области полученного максимального значения функции отклика процедуру крутого восхождения можно повторить. При этом за основной уровень принять максимальное значение функции, полученное на предыдущем этапе восхождения.

Проводить крутое восхождение становится нецелесообразным, когда исследуемый процесс нельзя описать линейным уравнением, что свидетельствует о близости оптимальной (стационарной) области. В этом случае нужно либо построить модель более высокого порядка, либо (что проще и достаточно эффективно) провести в данной области несколько многофакторных экспериментов с выбором

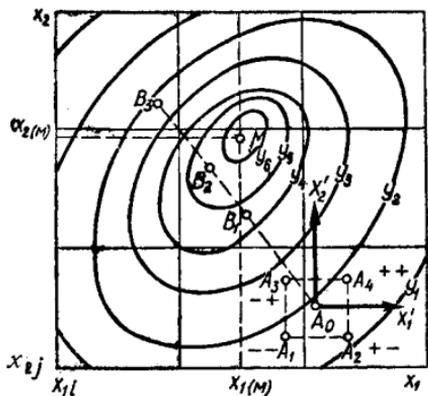


Рис. 66. Схема кругового восхождения по поверхности отклика к области оптимума:

y_1 — y_6 — изолинии равного выхода функции отклика $y=f(x_1, x_2)$; A_0 — основной уровень; A_1 — A_4 — исходные опыты; B_1 — B_3 — значения функции при восхождении; M — точка оптимума

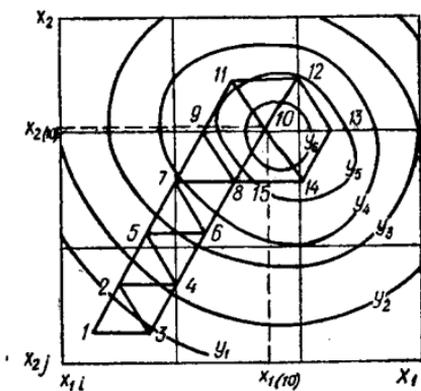


Рис. 67. Схема симплекс-планирования:

y_1 — y_6 — изолинии равного выхода функции отклика; 1, 2, 3 — вершины исходного симплекса; 4—15 — новые вершины симплекса, полученные в процессе движения

нулевого уровня при такой комбинации факторов, которая обеспечивает наилучший результат.

Весьма эффективным для достижения «почти стационарной области» является и *симплексное планирование*. *Симплексом* называют простейший выпуклый многогранник, образованный $k+1$ вершиной в k -мерном пространстве. В двумерном пространстве (на плоскости) симплекс — это треугольник, в трехмерном — тетраэдр и т. д. Если расстояния между вершинами равны, то такой симплекс называют *регулярным*.

Сущность и процедура применения симплекс-планирования состоят в следующем. В двухфакторном пространстве (простейший случай) планируют серию опытов, для которых комбинация численных значений факторов x_1 и x_2 соответствует вершинам симплекса (рис. 67). Вершина симплекса, в которой результат опыта был наилучшим, отбрасывается и зеркально отображается относительно противоположающей стороны с целью попасть в область более высоких значений отклика. Для двумерного симплекса эта операция равноценна «кантованию» треугольника через сторону, противоположающую худшему результату. При этом образуется симплекс, положение новой вершины которого задает условия очередного опыта. После постановки этого опыта проводят сравнение результатов всех опытов, кроме отброшенного. Вновь отбрасывается худший результат и

соответствующую ему вершину зеркально отражают в факторном пространстве. Процесс движения продолжают до тех пор, пока не достигнут заданного уровня отклика или пока симплекс не начнет вращаться вокруг одной из вершин с наибольшим значением функции («зацикливание»).

Чтобы спланировать исходную серию из $k + 1$ опытов, для факторов выбирают основной или нулевой уровень значения факторов x_j^0 и единицы их варьирования S_j . Осуществляют это аналогично уже рассмотренным методам. Значения факторов, соответствующие вершинам исходного симплекса, находят по формуле

$$x_{ij} = x_i^0 + r_{ij}S_j,$$

где r_{ij} — коэффициент, величина которого в соответствии с номером опыта i и номером фактора j определяется элементами матрицы (табл. 17). Координаты вершины нового симплекса находят по формуле

$$x_j^H = \frac{2}{k} \sum_{i=1}^k x_{ij} - x_j^{OT},$$

где x_j^H — значение j -го фактора для нового опыта; x_j^{OT} — значение j -го фактора в отбрасываемом опыте.

17. Матрица симплексного планирования

№ опыта i	№ фактора j								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,5	0,289	0,204	0,158	0,129	0,109	0,095	0,083	0,074
2	-0,5	0,289	0,204	0,158	0,129	0,109	0,095	0,083	0,074
3	0	-0,577	0,204	0,158	0,129	0,109	0,095	0,083	0,074
4	0	0	-0,612	0,158	0,129	0,109	0,095	0,083	0,074
5	0	0	0	-0,632	0,129	0,109	0,095	0,083	0,074
6	0	0	0	0	-0,645	0,109	0,095	0,083	0,074
7	0	0	0	0	0	-0,654	0,095	0,083	0,074
8	0	0	0	0	0	0	-0,662	0,083	0,074
9	0	0	0	0	0	0	0	0,666	0,074
10	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,671

Следует отметить основные особенности симплекс-планирования и его преимущества по сравнению с другими методами поиска оптимума. Вычислительный аппарат метода прост, не требует от исследователя специальных математических знаний и может быть реализован как в «ручном», так и в «машинном» вариантах. Применение метода в промышленных условиях особенно эффективно, потому что симплекс может следовать непрерывно за «дрейфую-

щим» оптимумом. Метод «не боится» ошибок, так как обладает свойством самоконтроля. Ошибка или грубый промах лишь удлинит (искривят) путь симплекса, но не отразятся на конечном результате.

ГЛАВА 8. ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ

8.1. Проверка экспериментальных данных и исключение резко отклоняющихся значений

Количественный результат любого опыта в общем случае — величина неточная, содержащая некоторую погрешность. При разработке методики, выборе аппаратуры, планировании и проведении эксперимента стремятся к тому, чтобы погрешность измерений не превышала допустимого значения, обусловленного целью и задачами исследования. Однако даже в тех случаях, когда проверка приборов, выбор интервалов между значениями переменных, составление плана эксперимента и исключение влияния внешних факторов выполнены исследователем довольно тщательно, существует возможность появления серьезных ошибок, которые могут исказить результаты исследования. Грубые ошибки возникают вследствие описок в лабораторном журнале, неумелого или небрежного пользования измерительной аппаратурой, вследствие каких-либо неисправностей (нарушение контакта в переключателях, реле, соединительных разъемах и т. д.), ошибки в программе вычислительной машины, применяемой для обработки данных, и др. Предвидя возможность таких случайностей, исследователь должен запланировать проверки точности и приемлемости получаемых данных.

Наиболее распространены проверки по физическому смыслу и по математическим зависимостям. Так, любому специалисту в области о. м. д. известно, например, что при продольной прокатке и волочении коэффициент вытяжки $\mu > 1$, что предельное значение касательного напряжения на контактной поверхности $\tau_{\max} = \tau_s$, а коэффициент контактного трения $f < 1$ и т. п. Получение таких данных, как $\mu < 1$, $\tau_{\max} > \tau_s$ и $f = 1$, противоречило бы физической сущности рассматриваемых процессов. Эти и подобные им результаты следует рассматривать как недостоверные и исключать из серии измерений.

При проведении исследований и при первичной обработке данных важно знать хотя бы порядок измеряемой величины. Это позволит своевременно обнаружить явно недостоверный результат.

Анализируя результаты зависимых измерений, связь между переменными x , y , z можно описать различными типами математических уравнений, называемых *уравнениями сохранения* или *уравнениями баланса* [70]. Например, уравнение типа

$$x + y + z = A$$

соответствует одному из математических выражений закона постоянства объема:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0,$$

где ε_1 , ε_2 , ε_3 — логарифмические деформации.

Весьма распространены выражения типа

$$x + y = AB(\sigma_1 - \sigma_3 = \beta\sigma_5);$$

$$x/y = A/B(v_1/v_0 = s_0/s_1),$$

где v_0 , s_0 , v_1 , s_1 — соответственно скорости и площади поперечного сечения полосы до входа в очаг деформации и после выхода из него (при продольной прокатке и волочении).

Между некоторыми параметрами процессов о.м.д. существуют интегральные зависимости. Например, если известен закон распределения нормальных давлений σ_z по контактной поверхности осаживаемого цилиндрического образца, то силу P можно выразить через напряжение σ_z по формуле

$$P = \iint_s \sigma_z ds.$$

Зная закон изменения силы $P = P(x)$ на отрезке $x_1 - x_2$, можно работу деформации выразить через силу:

$$A = \int_{x_1}^{x_2} P(x) dx.$$

Интегральными зависимостями связаны перемещение u со скоростью v ($u = \int_{t_1}^{t_2} v dt$), площадь s — с координатами ρ , θ ($s = \int_0^{2\pi} \int_0^r \rho d\rho d\theta$) и другие параметры процессов о.м.д. Определив переменные непосредственно из опыта, известные зависимости между ними используют в качестве проверочных.

Промах должен быть исключен из окончательного результата. Обычно промах резко отличается от других измерений. Но прежде чем принять решение об исключении из серии измерений того или иного резко отличающегося значения, нужно убедиться, что оно действительно представляет собой промах, а не является следствием статистического разброса.

Известно, что появление при измерении результата, отклоняющегося от истинного (или среднего) значения на величину, превышающую 2σ или, тем более, 3σ , маловероятно. Вероятность появления такого отклонения при одном измерении $\beta_1 = 1 - \alpha$, где α — задаваемая величина надежности. Эта вероятность возрастает при увеличении числа z измерений:

$$\beta = (1 - \alpha^z) = [1 - (1 - \beta_1)^z] = z\beta_1,$$

т. е. при малых β_1 вероятность β возрастает в z раз по сравнению с β_1 .

Поскольку в процессе измерений величина σ неизвестна (ее определяют по результату всей серии измерений), то для выявления промахов целесообразно использовать критерии, не связанные с величиной σ . Такой критерий можно получить, если вместо распределения случайной величины $\Delta a/\sigma$ рассматривать распределение другой случайной величины:

$$v = (a_{(z)} - \bar{a}) / \sqrt{(z-1)/z} \Delta S_z, \text{ или } v = (\bar{a} - a_{(1)}) / \sqrt{(z-1)/z} \Delta S_z,$$

где $\Delta S_z = \sqrt{\sum_{i=1}^z \Delta a_i^2 / (z-1)}$; $a_{(z)}$ — наибольшее значение из

серии z измерений; $a_{(1)}$ — наименьшее значение в этой же серии. Это распределение имеет вид

$$\varphi(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi(z-1)}} \frac{\Gamma[(z-1)/2]}{\Gamma[(z-2)/2]} [1 - v^2/(z-1)]^{(z-4)/2}.$$

Как видно из табл. 18 [23], v_{\max} — максимально возможные значения $v_{(z)}$, появляющиеся вследствие статистического разброса, возрастают с увеличением надежности α , т. е. с уменьшением β и увеличением числа измерений z . Теперь, если резко выделяющееся значение $a_{(z)}$, полученное в серии z измерений, соответствует величине $v_{(z)} > v_{\max}$ при заданном значении надежности $\alpha = 1 - \beta$, то это означает, что данное значение $a_{(z)}$ несовместимо с исходным положением о нормальном законе распределения и его можно рассматривать как промах.

Приведем такой пример [23]. Пусть при измерении длины заготовки штангенциркулем были получены значения l_i , приведенные в табл. 19. Возьмем $l_0 = 155$ мм и вычислим величины $l_i - l_0$ и $(l_i - l_0)^2$ (табл. 19). Тогда

$$\bar{l} = l_0 + \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z (l_i - l_0) = 155,0 + \frac{6,5}{6} = 156,08 \text{ мм.}$$

Проверим, не является ли значение $l_5 = 164,3$ мм промахом, так как оно резко отличается от других значений и,

18. Значения v_{\max}

z	$\alpha = 0,90$ ($\beta = 0,10$)	$\alpha = 0,95$ ($\beta = 0,05$)	$\alpha = 0,99$ ($\beta = 0,01$)
3	1,41	1,41	1,41
4	1,64	1,69	1,72
5	1,79	1,87	1,96
6	1,89	2,00	2,13
7	1,97	2,09	2,26
8	2,04	2,17	2,37
9	2,10	2,24	2,46
10	2,15	2,29	2,54

19. Результаты измерений длины заготовки, мм, и обработка результатов

i	l_i	$l_i - l_0$	$(l_i - l_0)^2$, мм ²
1	153,4	-1,6	2,56
2	154,6	-0,4	0,16
3	154,7	-0,3	0,09
4	155,0	0	0
5	164,3	+9,3	86,49
6	154,5	-0,5	0,25
Сумма		+6,5	89,55

вероятно, является следствием описки экспериментатора. Для этого найдем

$$\begin{aligned} \frac{z-1}{z} \Delta S_z^2 &= \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z (l_i - \bar{l})^2 = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z [(l_i - l_0)^2 - z(\bar{l} - l_0)^2] = \\ &= \frac{1}{6} [89,55 - 6 \cdot 1,08^2] = 13,76 \text{ мм}^2. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\sqrt{(z-1)/z} \Delta S_z = \sqrt{13,76} = 3,71 \text{ мм.}$$

Подсчитаем теперь величину $v_{(6)}$:

$$v_{(6)} = (l_{(5)} - \bar{l}) / \sqrt{(z-1)/z} \Delta S_z = (164,3 - 156,08) / 3,71 = 2,22.$$

Из табл. 18 находим при $z=6$ для надежности $\alpha=0,95$ значение $v_{\max}=2,00$ и видим, что $v_{(6)} > v_{\max}$. Это означает, что измерение $l_5=164,3$ мм является промахом и его следует исключить из серии измерений.

8.2. Построение графиков по экспериментальным данным

В результате выполнения измерительных операций при исследовании какой-либо функциональной зависимости $y = f(x)$ в распоряжении экспериментатора оказываются данные, представленные, например, в виде таблицы (табл. 20). Использовать такие данные трудно, во-первых, потому, что все отсчеты значений x_i и y_i неизбежно содержат случайные погрешности, и, во-вторых, потому, что таблица дает лишь точечные характеристики процесса, по которым не сразу удастся установить вид зависимости $y = f(x)$ и найти значения функции y для любых значений аргумента x .

Чтобы была возможность определять значения y на всем диапазоне изменения аргумента x , строят экспериментальные

графики, отражающие непрерывную функцию $y = f(x)$ с заданной точностью. Существует несколько способов построения графиков по экспериментальным данным.

20. Данные эксперимента

№ эксперимента	Функционально зависимая величина		№ эксперимента	Функционально зависимая величина	
	x	y		x	y
1	x_1	y_1	.	.	.
2	x_2	y_2	$n - 1$	x_{n-1}	y_{n-1}
3	x_3	y_3	n	x_n	y_n

По первому способу (рис. 68) на лист с нанесенными осями координат в выбранных масштабах по осям ox и oy наносят точки x_i, y_i по данным табл. 20. Затем полученные точки соединяют прямыми линиями и проводят плавную кривую так, чтобы выполнялось равенство

$$\sum S_i = \sum S'_i$$

где S_i и S'_i — площади между плавно проведенной кривой и ломаной линией, расположенные ниже и выше этой кривой.

По второму способу (рис. 69) на лист с нанесенными осями координат в выбранных масштабах по этим осям наносят точки x_i, y_i так же, как и в первом способе, но около каждой из точек строят прямоугольник со сторонами $2S_x$ и $2S_y$, где S_x и S_y — среднеквадратические погрешности результата измерений значений x_i и y_i . Затем проводят плавную

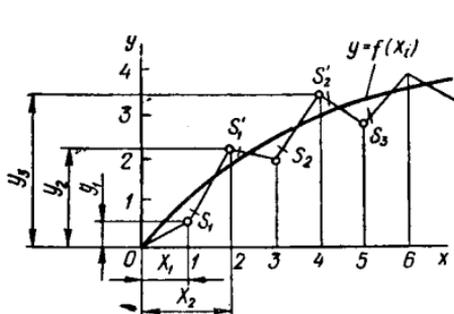


Рис. 68. Построение графика по экспериментальным данным

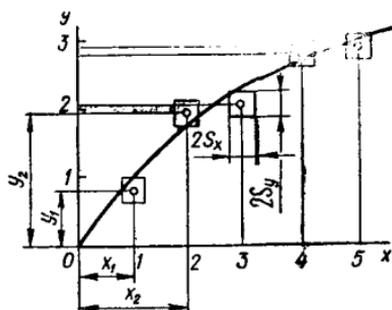


Рис. 69. Построение графика с учетом среднеквадратических погрешностей измерения

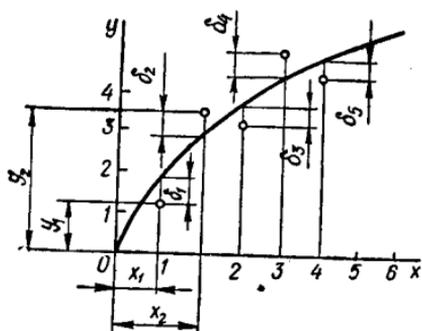


Рис. 70. Построение графика по методу наименьших квадратов

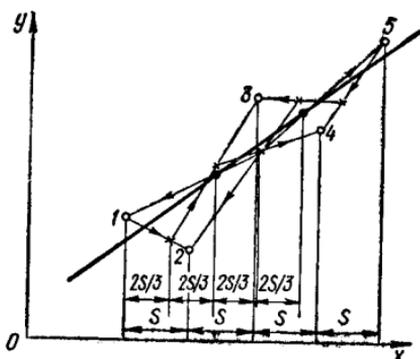


Рис. 71. Последовательность построения прямой методом Асковица

кривую так, чтобы она проходила через все построенные прямоугольники.

Более строгим и математически обоснованным является третий способ построения экспериментальных графиков (рис. 70), основанный на использовании метода наименьших квадратов [6]. В данном случае первые операции нанесения экспериментальных точек x_i, y_i на поле графика остаются теми же, но результирующую плавную кривую $y = f(x)$ проводят на чертеже так, чтобы соблюдалось равенство

$$\sum \delta_i^2 = \min,$$

где δ_i — отклонение i -й ординаты кривой $y = f(x)$ от точек, соответствующих значениям x_i .

Для определения коэффициентов математических формул, описывающих экспериментально установленные зависимости между параметрами, метод наименьших квадратов применим только в том случае, если уравнение исследуемой зависимости линейно относительно искомых коэффициентов или может быть приведено к линейному виду, например, логарифмированием. Если зависимость между параметрами x и y представима линейным уравнением $y = kx + b$, то, построив график такой зависимости, можно непосредственно с чертежа получить коэффициенты k (тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс) и b (отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат).

В работе [70] описан рациональный метод построения прямых (метод Асковица), основанный на методике наименьших квадратов. Если предполагается использовать метод Асковица, то эксперимент нужно проводить так, чтобы контролируемая переменная x отсчитывалась с одинаковым шагом S (рис. 71). Если такое условие выполняется,

то прямую строят следующим образом. Соединяют точки 1 и 2 отрезком прямой и, двигаясь вдоль этого отрезка от точки 1 к точке 2, откладывают $2S/3$ и делают отметку. Соединяют полученную отметку с экспериментальной точкой 3. Двигаясь к точке 3, вновь отмечают расстояние $2S/3$. Повторяют эту операцию до тех пор, пока не получится последняя точка, которая и лежит на прямой наименьших квадратов. Вторую точку, необходимую для построения прямой, находят аналогично, начав построение с противоположного конца (рис. 71). Найдя прямую, зависимость между переменными x и y представляют уравнением $y = kx + b$.

Если расположение экспериментальных точек такое, что зависимость имеет явно нелинейный характер (см. рис. 70), то нужно подобрать формулу, которая в наибольшей степени отвечала бы исследуемой зависимости. Эмпирическую кривую сравнивают с типичными графиками формул, имеющимися в справочниках. Чтобы упростить процесс подбора, можно использовать эталон-кальку с предварительно вычерченным на ней семейством кривых с различными параметрами. При этом обязательное условие — равенство модулей шкал эталона и эмпирической кривой на соответствующих осях координат. Выбрав подходящую формулу, проверяют возможность ее использования по методу выравнивания, который состоит в преобразовании функции к линейному виду путем замены переменных [38].

8.3. Способы вторичной обработки результатов эксперимента

После первичной обработки экспериментальные данные можно представить в табличной, графической форме или в виде расчетных формул. Наиболее распространенная форма — табличная. В таблице обычно приводят значения зависимой переменной, соответствующие значениям независимой переменной. Функции, заданные в табличной форме, можно дифференцировать, интегрировать или подвергать какому-либо другому виду обработки — интерполяции, экстраполяции и т. п.

Приближенное дифференцирование функции, заданной таблично, можно провести различными способами. Выражения, основанные на первой интерполяционной формуле Ньютона, для нахождения первой и второй производных функции y в основных табличных точках x_i имеют вид

$$y'(x) = \frac{1}{h} \left(\Delta y - \frac{\Delta^2 y}{2} + \frac{\Delta^3 y}{3} - \frac{\Delta^4 y}{4} + \frac{\Delta^5 y}{5} - \dots \right);$$

$$y''(x) = \frac{1}{h^2} (\Delta^2 y - \Delta^3 y + \frac{11}{12} \Delta^4 y - \frac{5}{6} \Delta^5 y + \dots),$$

где Δy , $\Delta^2 y$, $\Delta^3 y$ — конечные разности соответствующих порядков (цифры 2, 3, ... при символе Δ означают порядок разности, а не показатель степени); $h = x_{i+1} - x_i = \Delta x$ — шаг таблицы. Первая конечная разность

$$\Delta y = \Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x);$$

конечные разности высших порядков

$$\Delta^n y = \Delta (\Delta^{n-1} y) \quad (n = 2, 3, 4, \dots).$$

Для основных табличных точек x_i первую производную можно получить, интерполируя по формуле

$$y'_n(x) = (y_{n+1} - y_{n-1})/2h.$$

Интегрирование функций, заданных таблично, проводят по формулам приближенного вычисления интегралов — так называемым формулам механических квадратур. Наиболее распространены формула трапеций:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{h} \left[\frac{y_0 + y_1}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right] \quad (8.1)$$

и более точная формула Симпсона (только при четном $n = 2m$):

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6m} [(y_0 + y_{2m}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2m-2}) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2m-1})], \quad (8.2)$$

где $a = x_0$; $b = x_n$ — пределы интегрирования; n — количество шагов между табличными значениями аргумента: $n = (b - a)/h$; $y_0 = f(a)$; $y_1 = f(x_1)$; ...; $y_n = f(b)$ — значения функции, соответствующие табличным значениям аргумента x_0, x_1, \dots, x_n ; $m = n/2$.

Точность приведенных формул тем выше, чем больше n . Для получения результата с двумя-тремя значащими цифрами нужно принимать $n = 4 \div 6$ для формулы (8.1) и $n = 8 \div 12$ для формулы (8.2).

Если функция задана графически, то ее также можно интегрировать с помощью формул механических квадратур (8.1) и (8.2) [40]. В соответствии с геометрическим смыслом определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx = s$, где s — площадь фигуры, ограниченной графиком $f(x)$, отрезком оси абсцисс $[a; b]$, прямыми $x_0 = a$ и $x_n = b$ (рис. 72). Следовательно, вычисление интеграла равнозначно определению площади некоторой криволинейной трапеции. Для вычислений

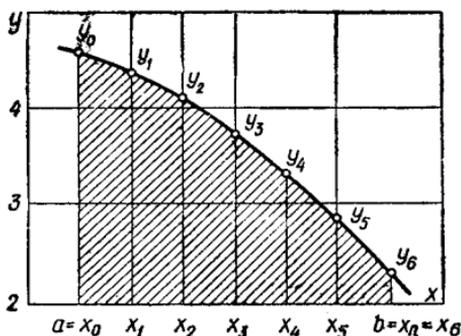


Рис. 72. Геометрическая интерпретация определенного интеграла функции, заданной графически

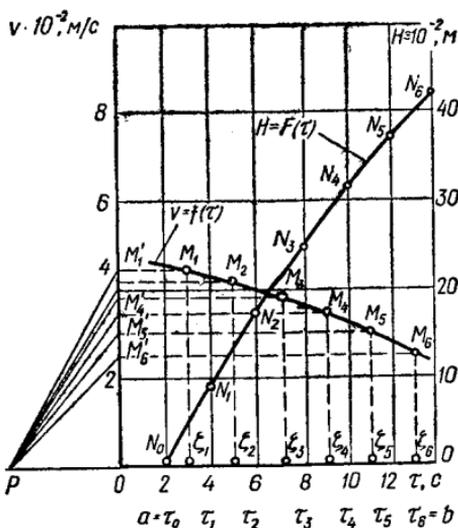


Рис. 73. Построение графика первообразной функции

составляют таблицу, в которую заносят значения абсцисс $x_0 = a$; $x_1 = a + h$; $x_2 = a + 2h$; ...; $x_{n-1} = a + (n - 1)h$; $x_n = b$, где $h = (b - a)/n$ и соответствующие им ординаты $y_0 = f(a)$, $y_1 = f(x_1)$, ..., $y_n = f(b)$. Дальнейшие расчеты проводят по формулам (8.1) или (8.2).

Задачу графического интегрирования можно поставить и несколько иначе: по данному графику $v = f(\tau)$ (рис. 73) построить график ее первообразной функции

$$H = F(\tau) = \int_a^b f(\tau) d\tau.$$

Это значит, что нужно построить такую кривую $H = F(\tau)$, ордината которой в каждой точке τ_i численно равна площади криволинейной трапеции, ограниченной кривой $v = F(\tau)$ и основанием $[a, b]$.

Для приближенного построения графика первообразной функции $H = F(\tau)$ площадь криволинейной трапеции, ограниченной кривой $v = F(\tau)$, разбивают на узкие вертикальные полоски ординатами, восставленными в точках $\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_6$. Каждую полоску заменяют равновеликим прямоугольником с тем же основанием, но с высотой, равной $f(\xi_i)$, где ξ_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) — некоторая промежуточная точка i -го по счету интервала $[\tau_{i-1}, \tau_i]$, т. е. полагают

$$\int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} f(\tau) d\tau = f(\xi_i)(\tau_i - \tau_{i-1}),$$

где $\tau_{i-1} \leq \xi_i < \tau_i$ ($\tau = 1, 2, \dots$).

Техника построения первообразной функции состоит в следующем (рис. 73). Точки M_1, M_2, \dots, M_6 , соответствующие $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_6$, проецируют на ось τ и получают точки M'_1, M'_2, \dots, M'_6 . Полярное расстояние Op определяют из соотношения

$$Op = u_\tau u_\nu / u_H,$$

где u_τ, u_ν, u_H — соответственно длины единиц масштаба на осях τ, ν и оси H ординат интегральной кривой. Искомую линию $H = F(\tau)$ приближенно заменяют ломаной $N_0N_1 \dots N_6$. Для ее построения из точки $N_0(\tau_0, 0)$ проводят прямую $N_0N'_1$, параллельную лучу pM_1 , до пересечения в точке N_1 с вертикалью $\tau = \tau_1$; из точки N_1 проводят прямую N_1N_2 , параллельную лучу pM_2 , до пересечения с вертикалью $\tau = \tau_2$ и т. д.

Графическое дифференцирование кривой, построенной по опытным данным, дает возможность определить производную функции в данной точке. Графическое дифференцирование можно выполнить несколькими методами — проведением нормали, касательной и методом секущих.

Порядок графического дифференцирования методом нормалей следующий. В заданной точке кривой $L = f(\tau)$ (рис. 74), например в точке M , соответствующей моменту $\tau = 2$ с, нужно провести нормаль. Удобно выполнить это с помощью зеркальной линейки. Ее накладывают на график так, чтобы ее зеркальная поверхность, перпендикулярная к плоскости графика, проходила через заданную точку M . Поворотом линейки достигают совмещения кривой на чертеже с ее отражением в зеркале и проводят линию ab , которая и будет искомой нормалью. Перпендикуляр, проведенный к этой нормали через точку M , касателен к кривой в точке M . Производная функции $L = f(\tau)$ в точке M характеризуется величиной

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta_2 = dL/d\tau_M = \delta y_2 / \delta x_2.$$

Аналогично определяют производную в точке N , соответствующей $\tau = 5$ с.

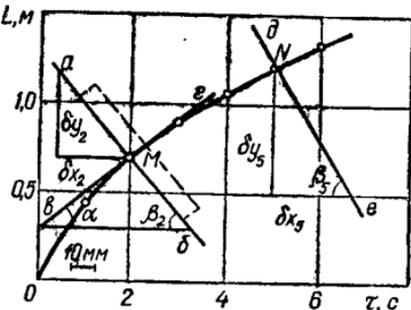


Рис. 74. Схема графического дифференцирования

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В начале гл. 1 приведен неполный перечень параметров, характеризующих процессы о. м. д. К важнейшим как для теории, так и для практики о. м. д. относятся такие параметры, как напряжения и деформации внутри очага деформации, контактные давления и силы трения, силы, моменты, мощность и работа деформации, скорость, температура и сопротивление деформации. В этой части мы рассмотрим методику экспериментального исследования перечисленных параметров.

ГЛАВА 9. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

9.1. Классификация методов исследования напряженно-деформированного состояния

Механика твердого деформируемого тела базируется на теории напряженно-деформированного состояния и уравнениях, описывающих реологическое поведение сплошной среды. Существуют два основных способа решения задач — теоретический и экспериментальный. Однако отделять их друг от друга нельзя. В некоторых случаях эти способы настолько взаимосвязаны, что более правильно говорить об экспериментально-теоретическом подходе к решению задач.

В экспериментальных методах искомые величины определяют непосредственно измерением или наблюдением (табл. 21). Если для получения параметров первичные данные подвергают математическим операциям (дифференцированию, интегрированию и т. п.), имеют место экспериментально-расчетные способы. Если используются уравнения механического состояния, устанавливающие связь между силовыми и кинематическими параметрами сплошной среды, то такие способы называют экспериментально-расчетно-аналитическими.

21. Величины, определяемые в различных экспериментальных методах [67]

Метод	Способ получения величин		
	экспериментальный	экспериментально-расчетный	экспериментально-расчетно-аналитический
Тензометрия	Деформации, перемещения	Скорости деформаций, скорости перемещений	Напряжения
Делительные сетки	Перемещения	Деформации	»
Муар	Скорости течения	Скорости деформаций	»
Фотоупругость	Разность главных напряжений (деформаций), направление главного напряжения	Напряжения, деформации, перемещения	—
Оптически чувствительные покрытия	Разность главных деформаций, направление главной деформации	Деформации, перемещения	—
Кристаллическая фотопластичность	Разность главных напряжений, направление главного напряжения	Напряжения	Деформации, перемещения
Интерферометрия	Перемещения	Деформации, скорости деформаций	Напряжения
Измерение твердости	Интенсивность напряжений	Напряжения	Деформации, перемещения

Методы экспериментального изучения напряженно-деформированного состояния металла и оборудования весьма различны и характеризуются размерами, диапазоном и точностью измеряемых величин, специальным оборудованием и условиями постановки опыта, способами математической обработки первичной информации и интерпретацией конечных результатов.

Для анализа работоспособности оборудования и инструмента наиболее часто применяют методы электротензометрии и поляризационно-оптический. При анализе пластического формоизменения широко используют делительные сетки, муар, измерение твердости и оптически чувствительные покрытия. Чтобы получить достоверную информацию и уменьшить объем математической обработки, целесообразно выбирать такой экспериментальный метод, который позволяет непосредственно определять искомые величины. Кроме того, на выбор метода сильно влияют условия проведения эксперимента. Некоторые методы, оказывается, весьма сложно применять в производственных условиях, а другие

требуют специального оборудования и по этой причине не всегда доступны.

Наиболее перспективные и вместе с тем относительно несложные методы исследования напряженно-деформированного состояния — тензометрия, слоистые модели и координатная сетка. Каждый из них имеет свои достоинства и недостатки, свою область применения. В некоторых случаях целесообразно использовать комбинации различных методов.

9.2. Тензометрия

Рассмотрим методику изучения двумерного напряженно-деформированного состояния с помощью электротензометрии.

Для полного описания двумерного поля деформаций нужно иметь значения главных деформаций ε_1 , ε_2 и их направление θ . Чтобы найти напряжения, нужно, кроме того, располагать данными о механических характеристиках материала.

В некоторых случаях напряженное состояние можно определить по показаниям только одного датчика. Так, при одноосном растяжении или сжатии тензорезистор наклеивают на образец вдоль оси, т. е. по направлению действия главного напряжения σ_1 . Тогда $\sigma_1 = E\varepsilon_1$. Для изотропной области $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_x = \sigma_y = \sigma$ и $\tau_{xy} = 0$. В этом случае тензорезистор можно наклеить в любом направлении. Напряжения определяют по формуле $\sigma = E\varepsilon/(1 - \mu)$.

В тех случаях, когда направления напряжений известны заранее (чистый изгиб, скручивание и т. д.), для полного описания напряженного состояния в точке достаточно наклеить два тензорезистора по этим направлениям. По полученным в результате измерений главным деформациям ε_1 , ε_2 и вычисляют главные напряжения:

$$\sigma_1 = E(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2)/(1 - \mu^2); \quad \sigma_2 = E(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1)/(1 - \mu^2).$$

Напряжения, действующие на любых других площадках, можно найти по известным уравнениям теории напряжений [53, 67].

В общем случае экспериментального анализа значения и направления главных деформаций неизвестны. Из теории деформаций мы знаем, что для определения положений главных осей и значений главных деформаций нужно знать линейные деформации в двух взаимно перпендикулярных направлениях и угловую деформацию между ними. Поскольку измерение угловых деформаций трудоемко и не

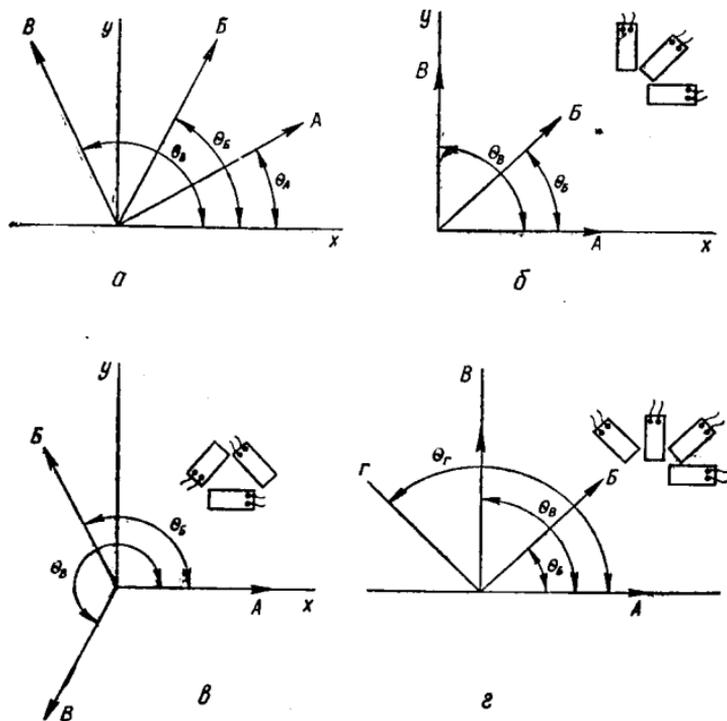


Рис. 75. Схемы наклейки тензорезисторов при исследовании напряженно-деформированного состояния:

a — произвольное расположение тензорезисторов; *б* — стандартная прямоугольная розетка; *в* — дельтаобразная (равноугольная) розетка; *г* — прямоугольная розетка из четырех тензорезисторов

очень точно, целесообразно определить ϵ_1 , ϵ_2 и θ , используя только линейные деформации. Для этого достаточно трех датчиков. Используя формулы теории деформаций [67], можно записать уравнения связи между показателями датчиков *A*, *B*, *B* (рис. 75, *a*) и деформациями ϵ_x , ϵ_y , γ_{xy} :

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_A &= \epsilon_x \cos^2 \theta_A + \epsilon_y \sin^2 \theta_A + \gamma_{xy} \sin \theta_A \cos \theta_A; \\ \epsilon_B &= \epsilon_x \cos^2 \theta_B + \epsilon_y \sin^2 \theta_B + \gamma_{xy} \sin \theta_B \cos \theta_B; \\ \epsilon_B &= \epsilon_x \cos^2 \theta_B + \epsilon_y \sin^2 \theta_B + \gamma_{xy} \sin \theta_B \cos \theta_B. \end{aligned} \right\} \quad (9.1)$$

Решая систему уравнений (9.1) относительно декартовых компонентов деформаций, можно определить значения и направления главных деформаций:

$$\begin{aligned} 2\epsilon_{1,2} &= (\epsilon_x + \epsilon_y) \pm \sqrt{(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}; \\ \operatorname{tg} 2\theta_{1,2} &= \gamma_{xy} / (\epsilon_x - \epsilon_y). \end{aligned} \quad (9.2)$$

Решение уравнений (9.1) не вызывает принципиальных затруднений, но для упрощения расчетных формул тензорези-

сторы располагают под фиксированными углами 0, 45, 60 и 90° в виде розеток.

Стандартная прямоугольная розетка (рис. 75, б) состоит из трех одинаковых тензорезисторов, наклеенных на одну подложку под углами 0, 45 и 90°. В этом случае уравнения (9.1) упрощаются до

$$\varepsilon_x = \varepsilon_A; \quad \varepsilon_y = \varepsilon_B; \quad \gamma_{xy} = 2\varepsilon_B - \varepsilon_A - \varepsilon_B.$$

Подставляя эти соотношения в (9.2), получим

$$\left. \begin{aligned} 2\varepsilon_{1,2} &= (\varepsilon_A + \varepsilon_B) \pm \sqrt{(\varepsilon_A - \varepsilon_B)^2 + (2\varepsilon_B - \varepsilon_A - \varepsilon_B)^2}; \\ \operatorname{tg} 2\theta_{1,2} &= (2\varepsilon_B - \varepsilon_A - \varepsilon_B)/(\varepsilon_A - \varepsilon_B). \end{aligned} \right\} \quad (9.3)$$

Второе из уравнений (9.3) дает два значения угла θ : угол θ_1 между направлениями оси x и σ_1 и θ_2 между x и σ_2 . Для идентификации угла θ_1 можно воспользоваться следующим правилом:

$$\begin{aligned} 0 < \theta_1 < 90^\circ, & \text{ если } 2\varepsilon_B > \varepsilon_A + \varepsilon_B \ (\gamma_{xy} > 0); \\ -90^\circ < \theta_1 < 0, & \text{ если } 2\varepsilon_B < \varepsilon_A + \varepsilon_B \ (\gamma_{xy} < 0); \\ \theta_1 = 0, & \text{ если } \varepsilon_A > \varepsilon_B \text{ и } \varepsilon_A = \varepsilon_1 \ (\gamma_{xy} = 0); \\ \theta_1 = 90^\circ, & \text{ если } \varepsilon_A < \varepsilon_B \text{ и } \varepsilon_A = \varepsilon_2 \ (\gamma_{xy} = 0). \end{aligned}$$

Дельтаобразная (равноугольная) розетка (рис. 75, в), как и стандартная, состоит из трех тензорезисторов, наклеенных на общей подложке, но расположенных под углами 0, 120 и 240°. Стандартная и дельтаобразная розетки равноценны и позволяют получать значения и направления главных деформаций. Однако для уточнения получаемой информации и некоторого упрощения расчетных зависимостей используют розетки из четырех датчиков.

В прямоугольной розетке из четырех датчиков (рис. 75, г) тензорезисторы наклеены под углами 0, 45, 90 и 135°. Здесь первый инвариант тензора деформаций используется для оценки точности измерений:

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y = \varepsilon_A + \varepsilon_B = \varepsilon_B + \varepsilon_\Gamma.$$

На практике это равенство точно не выполняется из-за погрешностей изготовления тензорезисторов и погрешностей измерения. При небольших расхождениях эти суммы усредняют. Значительное расхождение этих величин указывает на наличие технических неисправностей. Рассматриваемая схема позволяет записать равенства (9.3) в виде

$$\left. \begin{aligned} 4\varepsilon_{1,2} &= (\varepsilon_A + \varepsilon_B + \varepsilon_B + \varepsilon_\Gamma) \pm 2\sqrt{(\varepsilon_A - \varepsilon_B)^2 + (\varepsilon_B - \varepsilon_\Gamma)^2}; \\ \operatorname{tg} 2\theta_{1,2} &= (\varepsilon_B - \varepsilon_\Gamma)/(\varepsilon_A - \varepsilon_B). \end{aligned} \right\}$$

22. Формулы для вычисления значений и направлений главных напряжений

Тип розетки	Главные напряжения $\sigma_{1,2}$	$\operatorname{tg} 2\theta_1$	Идентификация $0 < \theta_1 < 90^\circ$
Стандартная (три датчика)	$\frac{E}{2} \left\{ \frac{\epsilon_A + \epsilon_B}{1 - \mu} \pm \frac{\sqrt{(\epsilon_A - \epsilon_B)^2 + (2\epsilon_B - \epsilon_A - \epsilon_B)^2}}{1 + \mu} \right\}$	$\frac{2\epsilon_B - \epsilon_A - \epsilon_B}{\epsilon_A - \epsilon_B}$	$2\epsilon_B > \epsilon_A + \epsilon_B$
Дельтаобразная (три датчика)	$\frac{E}{3} \left\{ \frac{\epsilon_A + \epsilon_B + \epsilon_B}{1 - \mu} \pm \frac{\sqrt{[(\epsilon_A - \epsilon_B)^2 + (\epsilon_B - \epsilon_B)^2 + (\epsilon_B - \epsilon_A)]^2}}{1 + \mu} \right\}$	$\frac{\sqrt{3}(\epsilon_B - \epsilon_B)}{2\epsilon_A - \epsilon_B - \epsilon_B}$	$\epsilon_B > \epsilon_A$
Прямоугольная (четыре датчика)	$\frac{E}{2} \left\{ \frac{\epsilon_A + \epsilon_B + \epsilon_B + \epsilon_B}{2(1 - \mu)} \pm \frac{\sqrt{(\epsilon_A - \epsilon_B)^2 + (\epsilon_B - \epsilon_B)^2}}{1 + \mu} \right\}$	$\frac{\epsilon_B - \epsilon_B}{\epsilon_A - \epsilon_B}$	$\epsilon_B > \epsilon_B$
Равноугольная (четыре датчика)	$\frac{E}{2} \left\{ \frac{\epsilon_A + \epsilon_B}{1 - \mu} \pm \frac{\sqrt{(\epsilon_A - \epsilon_B)^2 + \frac{4}{3}(\epsilon_B - \epsilon_B)^2}}{1 + \mu} \right\}$	$\frac{2(\epsilon_B - \epsilon_B)}{\sqrt{3}(\epsilon_A - \epsilon_B)}$	$\epsilon_B > \epsilon_B$

Соответствующие правила для идентификации θ_1 будут следующие:

$$\begin{aligned} 0 < \theta_1 < 90^\circ, & \text{ если } \epsilon_B > \epsilon_G; \\ -90^\circ < \theta_1 < 0, & \text{ если } \epsilon_B < \epsilon_G; \\ \theta_1 = 0, & \text{ если } \epsilon_B = \epsilon_G \text{ и } \epsilon_A > \epsilon_B; \\ \theta_1 = 90^\circ, & \text{ если } \epsilon_B = \epsilon_G \text{ и } \epsilon_A < \epsilon_B. \end{aligned}$$

Для перехода от компонентов тензора деформаций, полученных с помощью рассмотренных розеток, к соответствующим компонентам напряженного состояния в упругой области нужно воспользоваться законом Гука. Окончательные формулы для вычисления главных напряжений приведены в табл. 22 [67].

9.3. Слоистые модели

Естественным ограничением методов координатной сетки (см. §9.4), муара и т. п. является то, что в них поверхности исследования заранее фиксируются. Этот недостаток можно в какой-то мере устранить применением метода слоистых моделей, при котором в качестве модельного материала используются цветные глины, пластилин и различные металлы. Образцы для исследований изготавливают в виде набора разноцветных пластин, цилиндров или элементов другой конфигурации, скрепляемых между собой



Рис. 76. Фотография деформированной слоистой модели

тем или иным образом. После деформирования образец разрезают по любой интересующей поверхности. На ней будут видны границы искаженных деформацией слоев (рис. 76). Эта информация — исходная для дальнейшего анализа напряженно-деформированного состояния.

Рассмотрим метод, разработанный для плоской задачи В. П. Чикидовским [49]. Обозначим xOy главную плоскость деформации. Тогда частные производные начальных координат по текущим определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \partial X/\partial z = \partial Y/\partial z = \partial Z/\partial x = \partial Z/\partial y = 0; \\ \partial Z/\partial z = 1, \end{aligned}$$

а остальные частные производные $\partial X/\partial x$, $\partial X/\partial y$, $\partial Y/\partial x$ и $\partial Y/\partial y$ будут в общем случае отличны от нуля. Равенства, устанавливающие связь частных производных начальных координат по текущим с частными производными текущих координат по начальным, примут вид

$$\begin{aligned} \partial X/\partial x &= \partial y/\partial Y; & (1) \quad \partial X/\partial y &= -\partial x/\partial Y; & (2) \\ \partial Y/\partial y &= \partial x/\partial X; & (3) \quad \partial Y/\partial x &= -\partial y/\partial X. & (4) \end{aligned} \quad (9.4)$$

Условие постоянства объема в плоской задаче определится выражением

$$(\partial X/\partial x)(\partial Y/\partial y) - (\partial X/\partial y)(\partial Y/\partial x) = 1. \quad (9.5)$$

Формулы, характеризующие значения компонентов тензора результирующего формоизменения, при условии (9.5) преобразуются в равенства

$$\begin{aligned} A_x &= (\partial X/\partial x)^2 + (\partial Y/\partial x)^2; & A_y &= (\partial X/\partial y)^2 + (\partial Y/\partial y)^2; \\ A_{xy} &= (\partial X/\partial x)(\partial X/\partial y) + (\partial Y/\partial x)(\partial Y/\partial y); & A_z &= 1; \\ A_{yz} &= A_{xz} = 0. \end{aligned} \quad (9.6)$$

Тензор результирующего формоизменения можно представить матрицей

$$\begin{vmatrix} A_x & A_{xy} & 0 \\ A_{yx} & A_y & 0 \\ 0 & 0 & A_z \end{vmatrix}.$$

Главные компоненты тензора итогового формоизменения определяются решениями характеристического уравнения

$$\begin{vmatrix} A_x - A & A_{xy} & 0 \\ A_{xy} & A_y - A & 0 \\ 0 & 0 & A_z - A \end{vmatrix}.$$

Развертывая определитель, получим

$$(A_z - A)[(A_x - A)(A_y - A) - A_{xy}^2] = 0.$$

Значение одного корня очевидно: $A = A_z$. Индекс этого компонента легко установить из условия постоянства объема: $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$. Поскольку ось z — главная и деформация вдоль нее отсутствует, то индекс оси и компонент деформации может быть только 2. Следовательно, $A_2 = A_z$. Остальные два главных компонента тензора итогового формоизменения дает решение квадратного уравнения

$$(A_x - A)(A_y - A) - A_{xy}^2 = 0.$$

Корни уравнения:

$$A_{1,3} = \frac{A_x + A_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{A_x - A_y}{2}\right)^2 + A_{xy}^2}.$$

Угол наклона главной оси тензора итогового формоизменения к оси x можно определить известными из аналитической геометрии равенствами:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\alpha &= -2A_{xy}/(A_x - A_y); \\ \sin 2\alpha &= A_{xy}/\sqrt{2[(A_x - A_y)/2]^2 + A_{xy}^2}. \end{aligned}$$

Таким образом, главные компоненты итогового формоизменения и направления его главных осей определяются частными производными начальных координат по текущим.

Главные компоненты тензора конечных деформаций

$$\varepsilon_1 = -(\ln A_3)/2; \quad \varepsilon_2 = 0; \quad \varepsilon_3 = -(\ln A_1)/2. \quad (9.7)$$

Интенсивность деформированного состояния при плоской деформации $\varepsilon_i = (2/\sqrt{3})\varepsilon_1$, или с учетом (9.7):

$$\varepsilon_i = -(\ln A_3)/\sqrt{3}. \quad (9.8)$$

Вид деформированного состояния при плоской деформации всегда соответствует сдвигу $\nu_e = 0$.

По известным значениям главных компонентов деформации и углов наклона главных осей к координатным осям принятой системы координат можно определить компоненты конечных деформаций относительно принятой системы по формулам перехода, которые в случае плоской деформации имеют вид

$$\varepsilon_x = \varepsilon_1 \cos 2\alpha; \quad \varepsilon_y = -\varepsilon_1 \cos 2\alpha; \quad \gamma_{xy} = \varepsilon_1 \sin 2\alpha. \quad (9.8a)$$

Следовательно, определение деформированного состояния сводится к определению частных производных начальных координат по текущим, которые обычно находят по результатам измерения искаженной в процессе деформирования ортогональной координатной сетки. Методы определения частных производных базируются на следующих основных положениях.

В окрестности расчетной материальной точки связь начальных и текущих координат аппроксимируется линейными зависимостями типа

$$dx = (\partial x/\partial X)dX + (\partial x/\partial Y)dY; \quad dy = (\partial y/\partial X)dX + (\partial y/\partial Y)dY; \quad (9.9)$$

$$dX = (\partial X/\partial x)dx + (\partial X/\partial y)dy; \quad dY = (\partial Y/\partial x)dx + (\partial Y/\partial y)dy, \quad (9.10)$$

которые служат критериями однородности деформации в исследуемом объеме. Движение рассматривают с точки зрения Лагранжа, т. е. используют зависимости (9.10), на основании которых и вычисляют частные производные. Такая схема не вызывает принципиальных затруднений, если в начальном и текущем состояниях известно положение линий, образующих сетку и принадлежащих семействам $X = \text{const}$ и $Y = \text{const}$. В этом случае текущие и начальные координаты узловых расчетных точек можно легко определить.

При исследовании деформаций на слоистых моделях линии раздела слоев в плоскости сечения представляют собой линии только одного семейства ($Y = \text{const}$ на рис. 77). Для этого семейства линий справедливы равенства системы (9.10). Каждая расчетная точка требует фиксирования в деформированном состоянии. Нанесение каких-либо знаков на плоскости сечения деформированной модели вынуждает пользоваться законом движения в Эйлеровом представлении, т. е. наряду с равенствами (9.10) использовать равенства (9.9). В этом смысле определенные частных производных относятся к так называемым методам смешанных координат.

Если в плоскостях сечения (рис. 77) провести семейство прямых линий, параллельных оси y ($X = \text{const}$), то в результате образуется сеточная модель с расчетными точками, лежащими в узлах пересечения линий раздела слоев.

Рассмотрим расчетный элемент, состоящий из четырех сопредельных ячеек, образованных линиями $y = \text{const}$ и $x = \text{const}$ (рис. 78). В окрестности расчетной точки M_{ij} для точек, лежащих на линии $Y = \text{const}$, текущие координаты

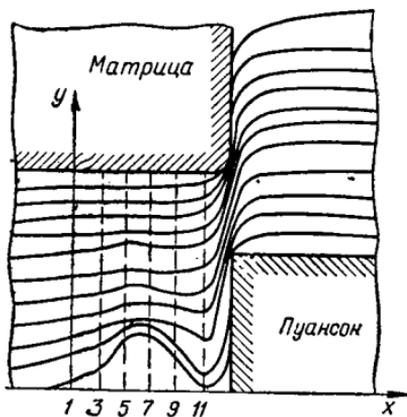


Рис. 77. Линии раздела слоев семейства $Y = \text{const}$ в плоскости сечения слоистой модели

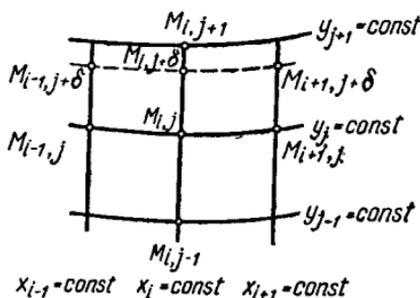


Рис. 78. Четыре сопредельные ячейки расчетного элемента

суть функции только одного аргумента X . Полагая, что в пределах расчетного элемента деформация однородна, расчет ведем по точкам $M_{i+1, j}$ и $M_{i-1, j}$, лежащим на границах расчетного элемента. В этом случае равенства (9.9) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} x_{i+1, j} - x_{i-1, j} &= (\partial x / \partial X)_{ij} (X_{i+1, j} - X_{i-1, j}); \\ y_{i+1, j} - y_{i-1, j} &= (\partial y / \partial X)_{ij} (X_{i+1, j} - X_{i-1, j}). \end{aligned} \right\} \quad (9.11)$$

Для точек, лежащих на прямой $X_i = \text{const}$, начальные координаты являются функциями только аргумента y . Равенства (9.10), вычисленные по точкам $M_{i, j+1}$ и $M_{i, j-1}$, лежащим на линии $X = \text{const}$ на границах расчетного элемента, принимают вид

$$\left. \begin{aligned} X_{i, j+1} - X_{i, j-1} &= (\partial X / \partial y)_{ij} (y_{i, j+1} - y_{i, j-1}); \\ Y_{i, j+1} - Y_{i, j-1} &= (\partial Y / \partial y)_{ij} (y_{i, j+1} - y_{i, j-1}). \end{aligned} \right\} \quad (9.12)$$

Из равенств (9.12) можно определить только две частные производные начальных координат по текущим:

$$\left(\frac{\partial X}{\partial y} \right)_{ij} = \frac{X_{i, j+1} - X_{i, j-1}}{y_{i, j+1} - y_{i, j-1}}; \quad \left(\frac{\partial Y}{\partial y} \right)_{ij} = \frac{Y_{i, j+1} - Y_{i, j-1}}{y_{i, j+1} - y_{i, j-1}}. \quad (9.13)$$

Частная производная $\partial Y / \partial x$ определяется из второго равенства (9.11) на основании (9.9):

$$\begin{aligned} (\partial Y / \partial x)_{ij} &= -(\partial y / \partial X)_{ij} = -(y_{i+1, j} - y_{i-1, j}) / (X_{i+1, j} - \\ &\quad - X_{i-1, j}). \end{aligned} \quad (9.14)$$

Четвертую частную производную определяют из условия (9.5) постоянства объема:

$$(\partial X / \partial x)_{ij} = [1 + (\partial X / \partial y)_{ij} (\partial Y / \partial x)_{ij}] / (\partial Y / \partial y)_{ij}. \quad (9.15)$$

Из равенств (9.13) и (9.14) следует, что для определения частных производных помимо текущих координат узловых точек нужно знать исходные толщины слоев модели $Y_{i, j+1} - Y_{i, j-1}$, которые, как правило, известны заранее, а также начальные координаты X_{ij} расчетных точек, которые определяются расчетом.

Третье равенство системы (9.4) позволяет на основании первого равенства (9.11) и второго равенства (9.13) составить уравнение

$$(\partial x / \partial X)_{ij} = (\partial Y / \partial y)_{ij},$$

откуда

$$\begin{aligned} X_{i+1, j} - X_{i-1, j} &= (x_{i+1, j} - x_{i-1, j}) (y_{i, j+1} - \\ &\quad - y_{i, j-1}) / (Y_{i, j+1} - Y_{i, j-1}). \end{aligned} \quad (9.16)$$

Уравнением (9.16) можно воспользоваться для определения начальных координат X всех расчетных точек, если известна какая-либо одна из них. Следовательно, начинать расчет по формуле (9.16) нужно с точек, расположенных на линии $x_{ij} = X_{ij} = \text{const}$. Такие точки могут находиться на оси симметрии очага деформации, вне его либо на контуре сечения.

На сечении слоистой модели наносят семейство прямых, ортогональных семейству линий раздела слоев. Если линии раздела соответствуют семейству $Y = \text{const}$, то наносимые прямые параллельны оси y (см. рис. 77), и наоборот. Интервалы между прямыми следует подбирать так, чтобы отрезок, соединяющий точки $M_{i+1, j}$ и $M_{i-1, j}$, проходил в непосредственной близости от точки M_{ij} (рис. 78). Кроме того, отрезки, аппроксимирующие три соседние линии раздела, должны хотя бы приближенно быть параллельными. После этого с возможно большей точностью устанавливают текущие координаты узловых точек. Результаты измерений заносят в табл. 23. Полученные данные позволяют определить частные производные начальных координат по текущим и, следовательно, все параметры деформированного состояния в расчетных точках сечения в области, ограниченной точками $i = 2, \dots, m - 1; j = 2; \dots, n - 1$ (в табл. 23 область выделена прямоугольником).

23. Текущие координаты расчетных точек

j	i					
	1	2	3	...	$m - 1$	m
1	y_{11}	y_{21}	y_{31}	...	$y_{m-1, 1}$	y_{m1}
2	y_{12}	y_{22}	y_{32}	...	$y_{m-1, 2}$	y_{m2}
...
$n - 1$	$y_{1, n-1}$	$y_{2, n-1}$	$y_{3, n-1}$...	$y_{m-1, n-1}$	$y_{m, n-1}$
n	y_{1n}	y_{2n}	y_{3n}	...	$y_{m-1, n}$	y_{mn}

Разработанный В. П. Чикидовским для плоской задачи метод обработки результатов пластического формоизменения слоистых моделей позволяет проводить расчеты на ЭВМ. При программировании плоской задачи последовательность определения компонентов деформированного

состояния можно представить, например, такой цепочкой: значения X_{ij} — по формулам (9.16); частные производные — по формулам (9.13) — (9.15); компоненты тензора результирующего формоизменения — по формулам (9.6); главные компоненты деформаций и ϵ_i — по формулам (9.7), (9.8); значения компонентов деформаций относительно принятой системы координат — по формулам (9.8 а),

Предложенный алгоритм можно без затруднений записать на языке ЭВМ. При этом следует обязательно учитывать выбор последовательности расчета для рассматриваемой сеточной модели, строгое установление начальных границ рассматриваемой модели, установление и выбор способа задания исходных данных.

Ряд отечественных исследователей [30, 64] изучали особенности деформации металла при пластическом формоизменении с помощью радиоактивных изотопов. Такая методика предусматривает образование в модели зон с резко различной степенью радиоактивности. Для этого после заполнения изложницы жидкой сталью делают некоторую выдержку, чтобы у поверхности слитка образовался соответствующий твердый закристаллизовавшийся слой. Затем в жидкую фазу вводят радиоактивный изотоп в специальной ампуле. После затвердевания еще некоторого слоя в изложницу с расплавом добавляют очередную ампулу с радиоактивным элементом и т. д. (при исследованиях [30, 64] использовались слитки, имеющие три зоны радиоактивности). В качестве радиоактивного вещества используют изотопы железа Fe^{59} , серы S^{35} и фосфора P^{32} . После деформирования из раската вырезают темплеты и методом контактной радиографии получают автордиограммы соответствующих сечений раската. Толщину темплета устанавливают опытным путем в зависимости от применяемого изотопа и из условия получения четких границ между слоями.

Основное достоинство метода изотопов — возможность проводить эксперименты в промышленных условиях на реальных слитках и заготовках без нарушения их сплошности. Недостаток — сравнительно невысокая точность метода, поскольку конфигурация и размеры зон различной радиоактивности зависят от случайных факторов и не могут быть установлены достаточно точно. Кроме того, трудно получить многослойные слитки; 3 или 4 зоны являются, по-видимому, практическим пределом для этого метода. К недостаткам следует отнести также длительность экспозиции (10 дней для Fe^{59} и 12 дней для S^{35}). Наиболее целесообразно применять метод радиоактивных изотопов в

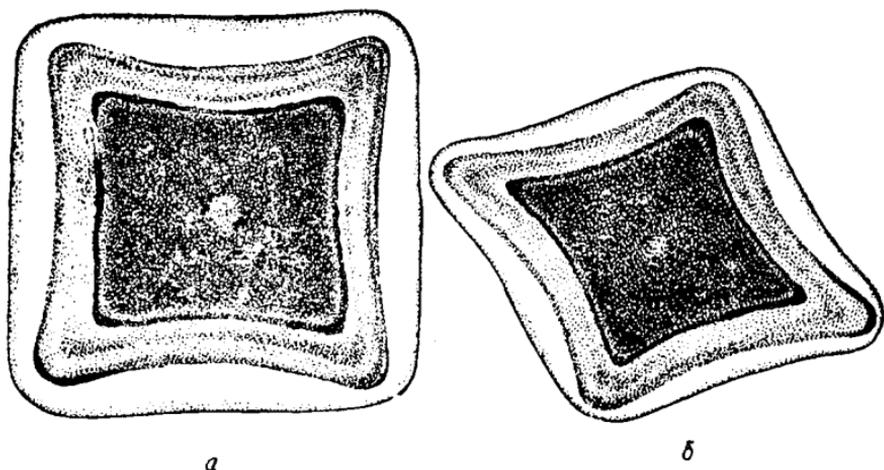


Рис. 79. Авторадиограммы темплетов квадратной заготовки (а) и раската (б)

сочетании с другими методами или для решения частных вопросов исследования.

Так, в исследовании [21, 30] методом изотопов проверяли правомерность распространения результатов, полученных при прокатке свинцовых образцов, на деформацию стали. Радиоактивный фосфор P^{35} вводили в слиток двумя порциями, получая в слитке, а затем и в заготовке (рис. 79, а) три зоны радиоактивности. Поскольку внутренняя (активная) часть (рис. 79, б) сохраняет форму, близкую к исходному квадрату (рис. 79, а), в ней легко выделить несколько характерных точек (углы и середины сторон квадрата). Вертикальные и горизонтальные перемещения этих точек после прокатки сопоставляли с перемещениями таких же точек в составном свинцовом образце, имеющем координатную сетку. Анализ показал, что для вертикальной деформации среднее отклонение по 12 точкам составляло 8,1%, а в некоторых точках оно не превышало 16%. При общем совпадении характера поперечной деформации стальные образцы имели большее уширение и меньшее сжатие в промежуточных слоях.

9.4. Координатная сетка

Термином *координатная*, или *делительная*, *сетка* объединяют несколько методов исследования напряженно-деформированного состояния металла, использующих соотношения деформационной теории пластичности, или теории

пластического течения. Этот термин обозначает не только систему рисок или других меток, но и пространственные системы винтов, штифтов, реек, решеток и т. д., изменение взаимного расположения которых позволяет определять перемещения, деформации, скорости и т. п. Наиболее распространены сетки, состоящие из взаимно перпендикулярных систем параллельных линий с равным шагом.

Методом координатной сетки обычно исследуют уменьшенные модели из мягких материалов (Pb, Al). Для исследования внутренних объемов очага деформации применяют составные модели, соединяемые между собой пайкой (например, сплавом Вуда) или сваркой.

Наиболее простой способ нанесения делительных сеток — способ царапания. Прямоугольную сетку на плоскую поверхность можно нанести на строгальном станке. Подачу стола устанавливают равной шагу сетки. Достаточно точные сетки малого шага наносят с помощью инструментального микроскопа. Режущий инструмент при этом (корундовую или алмазную иглу) закрепляют на окуляре. Точечные метки наносят с помощью твердомеров (Роквелла, Виккерса и др.). Эффективным способом царапания является скрайбирование, применяемое в электронной промышленности для разделения пластин из полупроводниковых материалов. Установкой «Алмаз» можно наносить сетки с шагом 0,1; 0,15; 0,5; ...; 6 мм при ширине рисок 0,01 мм и предельной ошибке нанесения $\pm 0,005$ мкм. Если поверхность образца перед нанесением меток покрыть тонким слоем менее прочного материала, отличающегося по цвету от материала образца, то можно получить более контрастную сетку и, кроме того, уменьшить повреждение поверхности образца. Координатную сетку можно получить также фотоспособом, напылением, травлением, накаткой и некоторыми другими способами [16, 67].

Рассмотрим существующие методики определения деформаций по искажению прямоугольных делительных сеток в предположении, что сечения образцов остаются плоскими в любой момент деформирования [16].

Пусть X , Y и x , y — положения материальной точки сечения соответственно до деформирования и в некоторый момент деформирования. В лагранжевой системе координат (X, Y) введем полярную систему координат (r, ω) с полюсом в точке $O(X, Y)$ и полярной осью, параллельной оси X . В эйлеровой системе координат (x, y) введем полярную систему координат ρ, θ с полюсом в точке $O(x, y)$ и полярной осью, параллельной оси x . В процессе пластического формоизменения точка с полярными координатами dr, ω и

декартовыми координатами $X + dX = X + dr \cos \omega$, $Y + dY = Y + dr \sin \omega$ переходит в точку с полярными координатами $(d\rho, \theta)$ и декартовыми координатами $x + dx = x + d\rho \cos \theta$, $y + dy = y + d\rho \sin \theta$. Полагая $x = x(X, Y)$; $y = y(X, Y)$, запишем

$$dx = (\partial x / \partial X) dX + (\partial x / \partial Y) dY; \quad dy = (\partial y / \partial X) dX + (\partial y / \partial Y) dY.$$

Имеем

$$d\rho = dr \sqrt{A \cos^2 \omega + B \sin^2 \omega + 0,5S \sin 2\omega}; \quad (9.17)$$

$$\operatorname{tg} \theta = k/m,$$

где

$$A = (\partial x / \partial X)^2 + (\partial y / \partial X)^2; \quad B = (\partial x / \partial Y)^2 + (\partial y / \partial Y)^2;$$

$$S = 2 [(\partial x / \partial X)(\partial x / \partial Y) + (\partial y / \partial X)(\partial y / \partial Y)]; \quad k = (\partial y / \partial X) \cos \omega +$$

$$+ (\partial y / \partial Y) \sin \omega; \quad m = (\partial x / \partial X) \cos \omega + (\partial x / \partial Y) \sin \omega.$$

Главные направления деформаций $\omega = \omega_{1,2}$ в лагранжевой системе координат, т. е. отнесенные к недеформированному состоянию, найдем из условия $\frac{\partial}{\partial \omega} d\rho = 0$, откуда

$$\operatorname{tg} 2\omega_{1,2} = S/C. \quad (9.18)$$

Главные логарифмические деформации $\varepsilon_{1,2}$ найдем из (9.17) при $\omega = \omega_{1,2}$:

$$\varepsilon_{1,2} = \ln(d\rho/dr) = \ln[(q \pm \sqrt{S^2 + C^2}/2)], \quad (9.19)$$

где $q = A + B$; $C = A - B$. Пронумеруем главные направления таким образом, чтобы направлению $\omega = \omega_1$ соответствовало условие $\varepsilon_1 \geq \varepsilon_2$. Тогда $S = \sqrt{s^2 + C^2} \sin 2\omega_1$; $C = \sqrt{s^2 + C^2} \cos 2\omega_1$, откуда

$$\omega_1 = 0,5 \operatorname{arctg}(s/C) + i\pi/2 + j\pi; \quad (9.20)$$

$$\omega_2 = \omega_1 \pm \pi/2 + n\pi \left(j, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; i = \begin{cases} 1, & c \geq 0; \\ 0, & c < 0. \end{cases} \right).$$

Главные направления $\theta = \theta_{1,2}$, отнесенные к деформированному состоянию, найдем подстановкой (9.20) в (9.17):

$$\operatorname{tg} 2\theta_{1,2} = \frac{2[(\partial x / \partial X)(\partial y / \partial X) + (\partial x / \partial Y)(\partial y / \partial Y)]}{(\partial x / \partial X)^2 + (\partial x / \partial Y)^2 - (\partial y / \partial X)^2 - (\partial y / \partial Y)^2}. \quad (9.21)$$

Как известно, большинство материалов при пластическом деформировании можно рассматривать как несжимаемые. Условие несжимаемости в этом случае записывают как

$$D = (\partial x / \partial X)(\partial y / \partial Y) - (\partial x / \partial Y)(\partial y / \partial X) = f, \quad (9.22)$$

где f — известная функция. В наиболее распространенных случаях плоского [см. (9.5)] и осесимметричного деформирова-

ния условие (9.22) имеет вид соответственно $D = 1$ и $D = \Rightarrow X/x$, если прямые $x = X = 0$ являются осью симметрии деформируемого образца.

Пусть на исследуемую плоскую поверхность образца до деформирования нанесена прямоугольная делительная сетка и оси координат X и Y совпадают с двумя линиями исходной делительной сетки. В некоторый момент формоизменения нанесем на образец вспомогательную квадратную сетку с шагом l , образованную прямыми $x = il + a$; $y = jl + b$ ($i, j = 0; \pm 1; \pm 2, \dots$), где a, b — постоянные.

Поскольку сетки, образованные линиями $X = ih$, $Y = jp$; $X = ih$, $y = jl + b$; $X = ih$, $x = jl + a$; $Y = ip$, $x = jl + a$; $Y = ip$, $y = jl + b$ ($i, j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), являются регулярными в системах координат (X, Y) , (x, y) , (X, x) , (Y, y) соответственно, допускают возможность измерения эйлеровых координат x, y в их узлах (что исключает необходимость интерполировать исходные данные в узлы рассматриваемых сеток) и позволяют избегать угловых точек, где точность расчета снижается, то наиболее эффективна аппроксимация экспериментальных данных функциями

$$x = \varphi_1(X, Y); \quad x = \varphi_2(X, y); \quad x = \varphi_3(Y, y);$$

$$y = \psi_1(X, Y); \quad y = \psi_2(X, x); \quad y = \psi_3(Y, x).$$

В условиях, рассматриваемых далее, любая пара аппроксимирующих функций $x = \varphi_i$; $y = \psi_j$ ($i, j = 1, 2, 3$), за исключением сочетаний $x = \varphi_2$, $y = \psi_2$; $x = \varphi_3$, $y = \psi_3$, устанавливает взаимно однозначное соответствие между лагранжевыми и эйлеровыми координатами любой материальной точки исследуемой поверхности образца, что позволяет разработать несколько методик расчета деформаций [16].

Методика 1. Пусть экспериментальными данными выступают координаты X, Y и x, y узлов делительной сетки соответственно до деформирования и в момент t пластического деформирования (рис. 80, а). Используя аппроксимирующие функции φ_1 и ψ_1 , подстановкой в (9.18)—(9.21) $dx/dX = d\varphi_1/dX$; $dx/dY = d\varphi_1/dY$; $dy/dX = d\psi_1/dX$; $dy/dY = d\psi_1/dY$ получим расчетную методику, изложенную в работе [49].

Если вместо аппроксимирующих функций использовать линейные интерполирующие функции и частные производные вычислять по формулам

$$\partial\varphi_1/\partial X = (\bar{x}_{10} - \bar{x}_{00})/h; \quad \partial\varphi_1/dY = (\bar{x}_{01} - \bar{x}_{00})/p;$$

$$\partial\psi_1/\partial X = (\bar{y}_{10} - \bar{y}_{00})/h; \quad \partial\psi_1/\partial Y = (\bar{y}_{01} - \bar{y}_{00})/p.$$

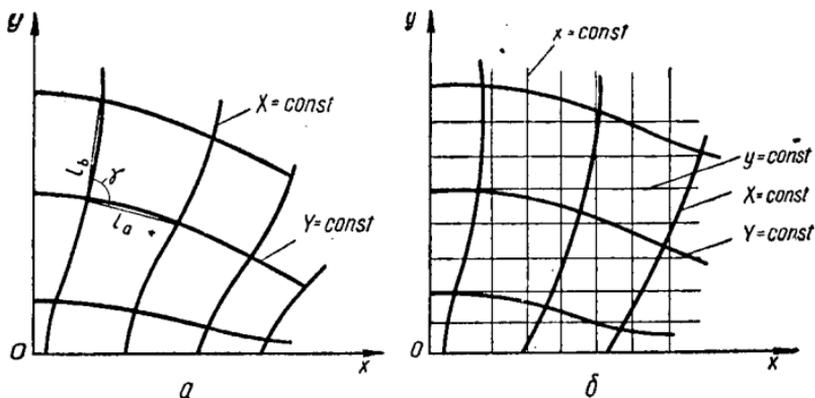


Рис. 80. Деформированная координатная сетка для первой (а) и второй (б) методик

то получим методику И. П. Ренне, изложенную в работе [47]. Наиболее простая запись соотношений этой методики имеет вид

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\omega_{1,2} &= 2l_a l_b \cos \gamma / [(l_a/h)^2 - (l_b/p)^2] hp; \\ \varepsilon_{1,2} &= 0,5 \ln \{0,5 [(l_a/h)^2 + (l_b/p)^2 \pm \\ &\pm \sqrt{[(l_a/h)^2 - (l_b/p)^2]^2 + (2l_a l_b \cos \gamma / hp)^2}\}, \end{aligned} \quad (9.23)$$

где l_a , l_b — расстояния в эйлеровой системе координат между соответствующими угловыми точками (рис. 80, а). Формулы (9.23) для квадратной делительной сетки были выведены Э. Зибелем, а затем П. О. Пашковым.

Методика 2. Если исходными служат абсциссы x узлов криволинейной сетки, образованной линиями $X = ih$, $y = jh$, и ординаты y узлов криволинейной сетки $x = ih$, $Y = jp$ ($i, j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) (здесь и в дальнейшем предполагается, что начала систем координат X, Y ; X, x ; X, y ; Y, x ; Y, y , используемых в приводимых далее методиках, помещены в узловую точку O , в которой выполняется расчет), то используют аппроксимирующие функции φ_2 и φ_3 [16] (рис. 80, б).

Расчет деформированного состояния выполняют по формулам (9.18)–(9.21), в которых

$$\begin{aligned} \partial x / \partial X &= (\partial \varphi_2 / \partial X) / D_2; \quad \partial x / \partial Y = (\partial \varphi_2 / \partial y) (\partial \varphi_3 / \partial Y) / D_2; \\ \partial y / \partial X &= (\partial \varphi_3 / \partial x) (\partial \varphi_2 / \partial X) / D_2; \quad \partial y / \partial Y = (\partial \varphi_3 / \partial Y) / D_2, \end{aligned} \quad (9.24)$$

где $D_2 = 1 - (\partial \varphi_2 / \partial y) (\partial \varphi_3 / \partial x)$. С учетом равенства $D_2 = (\partial \varphi_2 / \partial X) (\partial \varphi_3 / \partial Y) / f$, вытекающего из (9.22), выражения (9.24) можно записать в виде

$$\partial x / \partial X = f / (\partial \varphi_3 / \partial Y); \quad \partial y / \partial X = f (\partial \varphi_3 / \partial x) / (\partial \varphi_3 / \partial Y);$$

$$\partial x/\partial Y = f(\partial\varphi_2/\partial y)/(\partial\varphi_2/\partial X); \quad \partial y/\partial Y = f/(\partial\varphi_2/\partial X).$$

Методика 3. Если исходными служат абсциссы x узлов делительной сетки и ординаты y узлов криволинейной сетки, образованной прямыми $x = \text{const}$ и кривыми $Y = \text{const}$, то, используя аппроксимирующие функции φ_1, φ_3 и подставляя в (9.18)—(9.21)

$$\begin{aligned} \partial x/\partial X &= \partial\varphi_1/\partial X; & \partial x/\partial Y &= \partial\varphi_1/\partial Y; & \partial y/\partial X &= (\partial\varphi_3/\partial x)(\partial\varphi_1/\partial X); \\ \partial y/\partial Y &= \partial\varphi_3/\partial Y + (\partial\varphi_3/\partial x)(\partial\varphi_1/\partial Y), \end{aligned}$$

получим методику расчета с условием несжимаемости в форме $D_3 = (\partial\varphi_1/\partial X)(\partial\varphi_3/\partial Y) = f$.

Перечень возможных методик [16] и их комбинаций можно было бы продолжить. Столь же разнообразны способы перехода от деформаций к напряжениям.

Применение метода координатной сетки рассмотрим на примере исследования прокатки овального раската в круглом калибре [21, 30]. Одна из задач исследования — определить значения и направления поперечных напряжений в очаге деформации в зависимости от формы овального калибра. Особый интерес представляют напряжения в областях, находящихся на вертикальной оси симметрии в верхней и нижней частях сечения, поскольку именно эти напряжения, если они оказываются растягивающими, способствуют образованию и раскрытию поверхностных дефектов.

Процесс прокатки круглого профиля диаметром 120 мм моделировали на образцах из свинца. Масштаб моделирования был 1:2,4. Круглый калибр имел диаметр 50,33 мм, а овальный раскат — размеры 45,3×58,9 (60,8; 64) мм. Образцы изготавливали из набора пластин толщиной 2,3—2,6 мм. На каждую пластину с помощью делительной линейки наносили координатную сетку с размерами ячейки 3×3 мм. Пластины сваривали между собой сплавом Вуда в набор длиной до 60 мм. Для увеличения длины образца к набору с обеих сторон припаивали сплошные отливки. При прокатке таких образцов на стане 280 валки останавливали, и в очаге деформации оказывалось 13—15 пластин из набора с деформированной сеткой. Прокатывали овалы трех конфигураций — с незаполненными, круглыми и острыми боковыми участками (рис. 81). После прокатки образец разделяли плавлением в молибденовой жидкости, удаляли остаток сплава Вуда и с помощью микроскопа МИР-12 измеряли деформации координатной сетки. Все высотные и поперечные деформации определяли как средний результат четырех измерений.

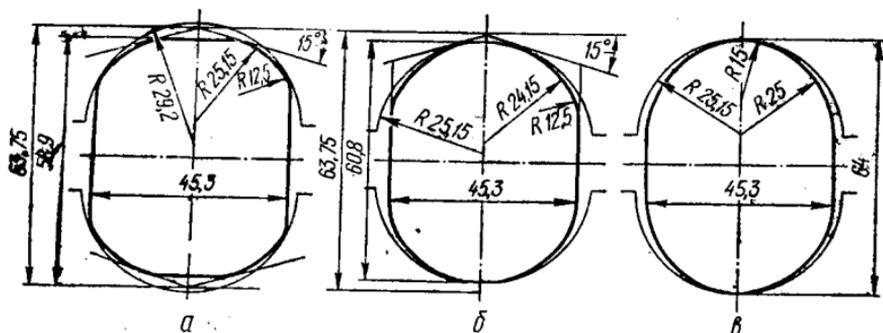


Рис. 81. Форма поперечного сечения овальных раскатов, прокатываемых в круглом калибре с незаполненными (а), круглыми (б) и заостренными (в) боковыми участками

Анализ измерений координатной сетки (рис. 82) показал, что деформация распределяется внутри очага по сложному закону. Горизонтальные линии сетки приобретают форму кубической параболы. Поперечная деформация в пределах четверти высоты пластины может быть описана квадратичной параболой.

Для описания вертикальной и поперечной деформаций были приняты выражения в виде многочленов, исходя из удобств их дальнейшего дифференцирования:

$$\Delta u_z = a_0 + (b_0 + b_1 y + b_2 y^2 + b_3 y^3) z + (c_0 + c_1 y + c_2 y^2 + c_3 y^3) z^2 + (d_0 + d_1 y + d_2 y^2 + d_3 y^3) z^3;$$

$$\Delta u_y = (k_0 + k_1 y + k_2 y^2) + (m_0 + m_1 y + m_2 y^2) z + (n_0 + n_1 y + n_2 y^2) z^2.$$

Коэффициенты $a_0 \dots d$, а также $k_0 \dots n_2$ определяли по методу наименьших квадратов. Из полученных выражений находим составляющие скоростей перемещения:

$$v_x = v_0 (1 + \Delta u_x) / (1 + \Delta u_x |_{x=0}); \quad v_y = \frac{\partial (\Delta u_y)}{\partial x} v_x;$$

$$v_z = \frac{\partial (\Delta u_z)}{\partial x} v_x,$$

где v_0 — окружная скорость валков.

Скорости деформации

$$\xi_x = \partial v_x / \partial x; \quad \eta_{xy} = \partial v_x / \partial y + \partial v_y / \partial x;$$

$$\xi_y = \partial v_y / \partial y; \quad \eta_{yz} = \partial v_y / \partial z + \partial v_z / \partial y;$$

$$\xi_z = \partial v_z / \partial z; \quad \eta_{zx} = \partial v_z / \partial x + \partial v_x / \partial z.$$

Напряжения и скорости деформации связаны между собой уравнениями пластического течения Сен-Венана—

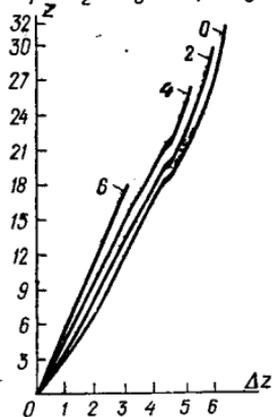
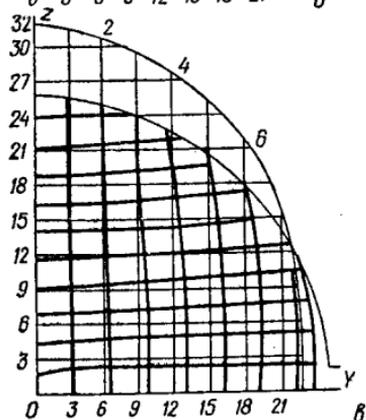
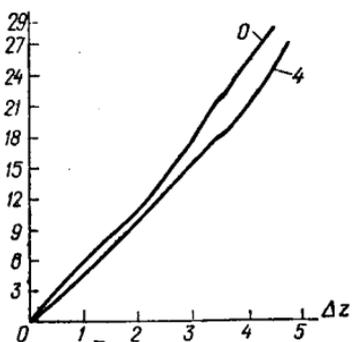
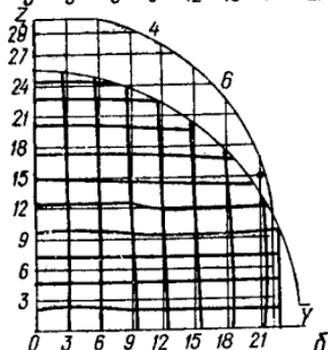
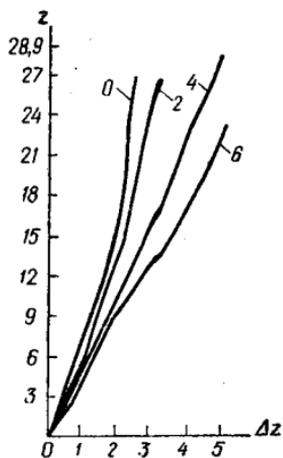
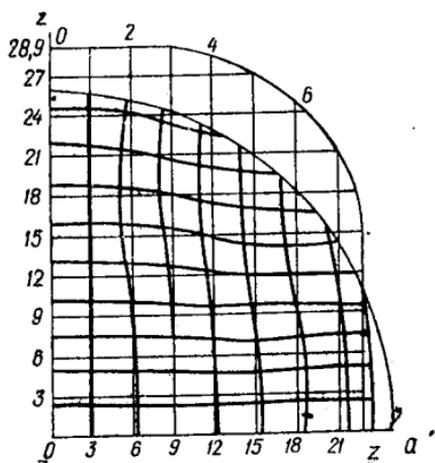


Рис. 82. Деформация сетки и изменение вертикальной деформации по высоте при прокатке овального профиля в круглом калибре ($a, б, в$ — как на рис. 81)

Мизеса [33], в которые входят интенсивность скоростей деформации

$$H = 2 \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2 + \frac{1}{4} (\eta_{xy}^2 + \eta_{yz}^2 + \eta_{zx}^2)}$$

и интенсивность касательных напряжений T . Поскольку прокатку опытных образцов проводили с остановкой металла в валках (малые скорости деформации), то интенсивность касательных напряжений T сочли возможным заменить пределом текучести на сдвиг ($T = \tau_s$) и считали его постоянным по всему объему.

По уравнениям пластического течения определяли касательные напряжения в виде отношений их к пределу текучести τ_s :

$$\tau_{xy}/\tau_s = \eta_{xy}/H; \quad \tau_{yz}/\tau_s = \eta_{yz}/H; \quad \tau_{zx}/\tau_s = \eta_{zx}/H.$$

Нормальные напряжения определить непосредственно из уравнения пластического течения невозможно, так как неизвестно гидростатическое давление σ_0 . Поэтому нормальное напряжение находили по уравнению равновесия

$$\partial\tau_{xy}/\partial x + \partial\sigma_y/\partial y + \partial\tau_{yz}/\partial z = 0,$$

откуда

$$\sigma_y = - \int [(\partial\tau_{xy}/\partial x) + (\partial\tau_{yz}/\partial z)] dy + \varphi(x, z).$$

Произвольную постоянную интегрирования $\varphi(x, z)$ определяли из условия, что на свободной боковой поверхности при входе металла в валки ($y = Y$) нормальное напряжение отсутствует ($\sigma_y = 0$).

Нормальные напряжения σ_x и σ_z определяли из уравнения пластического течения

$$\sigma_x = \sigma_0 + (2\tau_s/H) \xi_x; \quad \sigma_y = \sigma_0 + (2\tau_s/H) \xi_y; \quad \sigma_z = \sigma_0 + (2\tau_s/H) \xi_z,$$

решая по два уравнения совместно:

$$(\sigma_x - \sigma_y) = (2\tau_s/H)(\xi_x - \xi_y); \quad (\sigma_z - \sigma_y) = (2\tau_s/H)(\xi_z - \xi_y).$$

Таким образом,

$$\sigma_x/\tau_s = \sigma_y/\tau_s + (2/H)(\xi_x - \xi_y); \quad \sigma_z/\tau_s = \sigma_y/\tau_s + (2/H)(\xi_z - \xi_y).$$

По описанной методике определили во всем очаге деформации нормальные и касательные напряжения в виде их отношений к пределу текучести на сдвиг τ_s :

$$\sigma_x/\tau_s; \quad \sigma_y/\tau_s; \quad \sigma_z/\tau_s; \quad \tau_{xy}/\tau_s; \quad \tau_{yz}/\tau_s; \quad \tau_{zx}/\tau_s.$$

Суммируя их, определили полные, вертикальные, поперечные и продольные напряжения, возникающие при прокатке овалов разной формы (см. рис. 81) в круглом калибре.

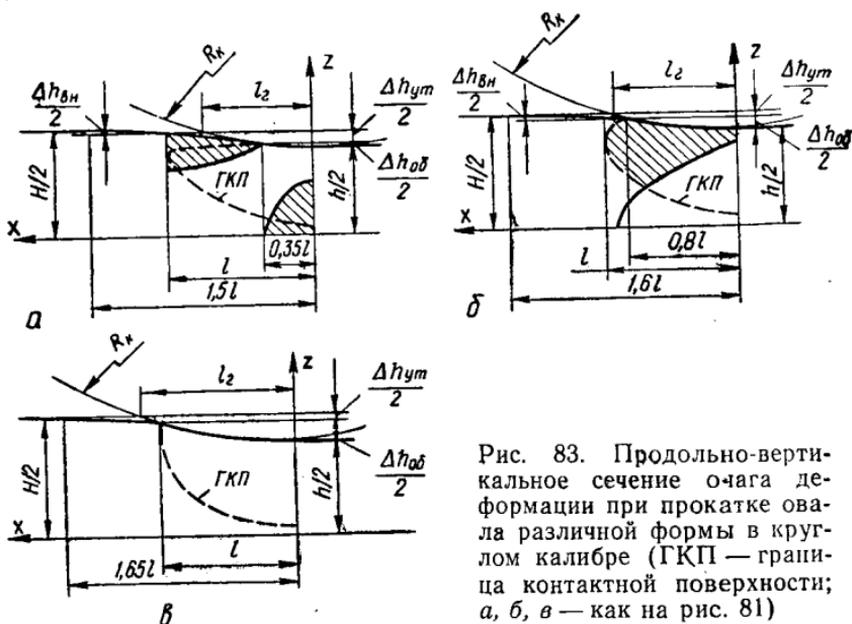


Рис. 83. Продольно-вертикальное сечение очага деформации при прокатке овала различной формы в круглом калибре (ГКП — граница контактной поверхности; а, б, в — как на рис. 81)

Анализ полученных результатов показал, что при прокатке незаполненного овала (рис. 83, а) в значительной части очага деформации возникают растягивающие поперечные напряжения (заштрихованные участки). Эти напряжения в средней части очага деформации у выхода металла из валков не вызывают особых опасений. У входа в очаг деформации растягивающие напряжения возникают у поверхности овального раската и распространяются на значительную ширину (на 18—20 %) и глубину (на 40 %). В начале очага деформации они невелики — до $0,3 \tau_s$; по мере продвижения в глубь очага область их действия уменьшается, но величина возрастает, примерно втрое превышая τ_s у вертикальной оси симметрии калибра на расстоянии $0,6l$ от валков. Растягивающие поперечные напряжения исчезают только на расстоянии $0,3l$ от оси валков, когда начинается обжатие по всей ширине овального раската.

При прокатке скругленного овала (рис. 83, б) поперечные растягивающие напряжения охватывают значительную часть очага деформации, однако величина их незначительна. При заостренной форме овала (рис. 83, в) растягивающие напряжения в очаге деформации совершенно отсутствуют.

Таким образом, исследованием установлено, что использование овала с незаполненными боковыми участками

создает неравномерность деформации и вызывает появление больших поперечных растягивающих напряжений у вершин раската при деформации его в круглом калибре. Это может привести к образованию или развитию дефектов на прокатываемых профилях.

ГЛАВА 10. ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ И ЭНЕРГОСИЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ

10.1. Геометрические размеры и перемещения

Геометрические размеры и перемещения в процессах о. м. д. измеряют для получения величин обжатия, вытяжки, уширения, опережения и других параметров, характеризующих процесс. В тех случаях, когда геометрические размеры, перемещения или определяемые через них параметры желательно и удобно иметь в виде записи на фотоленту, их измеряют способом тензометрии или другими электрическими методами. Выбор того или иного способа регистрации зависит от размера перемещения и требуемой точности его измерения, а также от конструктивных особенностей исследуемого объекта. Датчики перемещений обычно устанавливают непосредственно на контролируемые узлы оборудования или на деформируемый объект.

Тензочувствительные элементы располагают на дополнительных упругих элементах, линейная деформация на поверхности которых пропорциональна исследуемому перемещению. Наибольшее распространение получили преобразователи перемещений в виде консольных балок и П-образных ароч. Целесообразно располагать тензочувствительные элементы в районе максимальных линейных деформаций и использовать в качестве рабочих оба плеча внешнего полумоста, т. е. активный и компенсационный тензорезисторы.

Простейший преобразователь перемещений с призматической консольной балкой (рис. 84, а) крепят к условно неподвижной точке, а свободный конец балки связывают с другой точкой, перемещение которой измеряют. Зависимость между прогибом u свободного конца балки и деформацией ϵ_x на поверхности в сечении, удаленном на расстояние x , имеет вид

$$\epsilon_x = 3(l - x)hu/2l^3,$$

где l и h — длина и толщина балки. Тензорезистор с базой l_d следует располагать как можно ближе к заделке в районе

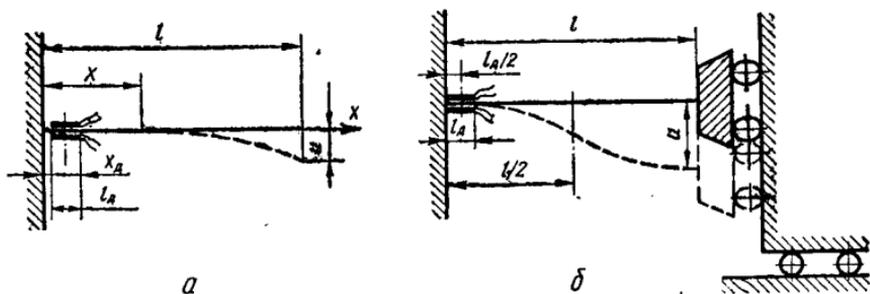


Рис. 84. Схемы простейших преобразователей перемещений с консольной балкой:
 а — со свободным подвижным концом; б — с жесткой заделкой подвижного конца

максимальных деформаций. Средняя деформация ϵ_d , воспринимаемая одним тензорезистором,

$$\epsilon_d = 3(l - x_d)hu/2l^3.$$

При этом расстояние x_d от заделки до середины тензорешетки нужно стремиться уменьшить до значения $l_d/2$.

Большинство реальных конструкций на свободном конце консоли имеют измерительный наконечник в виде штока, который может перемещаться в направляющей втулке и не позволяет поперечным сечениям консоли поворачиваться при изгибе. В связи с этим форма изгиба консоли отличается от рассмотренной и соответствует схеме, приведенной на рис. 84, б. Тензорезистор с базой l_d , расположенный вблизи заделки ($x_d = l_d/2$), воспринимает деформацию

$$\epsilon_d = 3(l - l_d)hu/l^3.$$

Если одинаковые тензорезисторы разместить симметрично с двух сторон балки и включить их в смежные плечи входного моста тензостанции, чувствительность преобразователя перемещений удваивается, а температурная погрешность сводится к нулю.

Пределы измерения датчиков перемещений с консольными упругими элементами определяются допускаемыми напряжениями в наиболее нагруженном сечении балки. Поэтому в качестве материала для консольной балки следует брать пружинную сталь с высоким пределом пропорциональности. Подбирая геометрические размеры консоли, можно в широких пределах изменять чувствительность преобразователя и пределы измерений.

В датчике, предназначенном для измерения перемещений в диапазоне ± 2 мм (рис. 85), консольная балка с двумя проволочными малобазными тензорезисторами l закреп-

лена в корпусе 2 с втулкой 3, по которой перемещается измерительный шток 4. Шток жестко закреплен на свободном конце консоли. Корпус имеет отверстия для крепления. Малоинерционность датчика позволяет использовать его для измерения динамических перемещений и вибраций. Собственную частоту n_0 датчика можно определить по формуле

$$n_0 = (k/l^2) \sqrt{EJ/m},$$

где E — модуль продольной упругости материала балки, Па; J — момент инерции поперечного сечения консоли ($J = bh^3/12$), мм⁴; m — погонная масса балки, кг/мм; k — коэффициент, зависящий от вида изгиба балки; для схемы рис. 84,а коэффициент $k = 2,46$, для схемы рис. 84,б коэффициент $k = 3,57$ [8].

Для измерения перемещений до 10 мм используют механические преобразователи в виде клина или конуса 1 (рис. 86, а). Чтобы обеспечить надежную работу датчика,

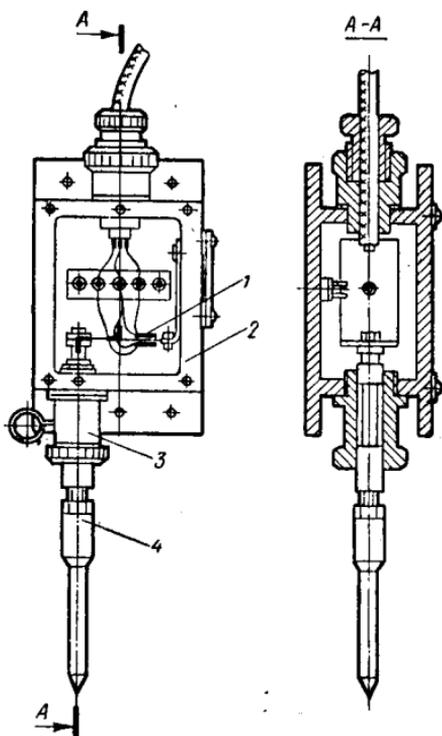


Рис. 85. Конструктивное устройство тензорезисторного датчика перемещений с консольной балкой

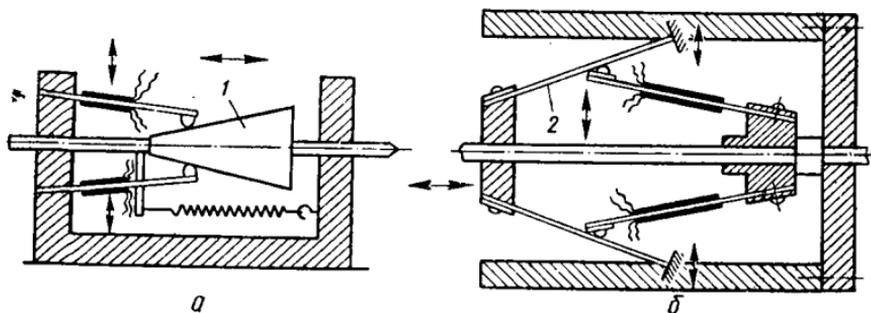


Рис. 86. Принципиальное устройство датчиков перемещений с конусным (а) и пластинчатым (б) механическими преобразователями

нужно устранить зазоры в подвижных соединениях, обеспечить соосность конуса (клина) с направлением перемещения.

Для измерения перемещений до 100 мм и более рекомендуется [67] вместо подвижного клина применять наклонную регулирующую пластину 2 (рис. 86, б). Основное ее достоинство — простота изготовления и наладки, а также возможность юстировки в процессе работы.

Кроме балочных упругих элементов, применяются упругие элементы, выполненные в виде арок различной формы. Пределы измерения деформаций элементом в виде П-образной арки (рис. 87) шире, чем пределы, измеряемые непосредственной наклейкой тензорезисторов на деформируемый образец, в $1/m$ раз;

$$m = al / (4h^2 + 3hb),$$

где m — коэффициент уменьшения [31]; b — ширина арки.

Аналогичными свойствами обладают и скругленные арки. Их отличительная особенность — малая жесткость и достаточная линейность характеристики. Линейную де-

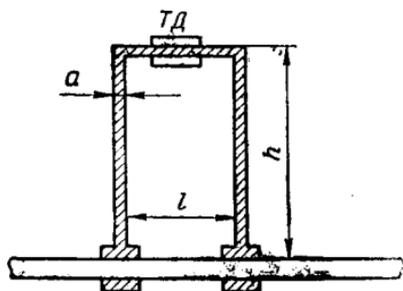


Рис. 87. Схема тензометрической П-образной арочной скобы для расширения пределов измерения; ТД — тензодатчик

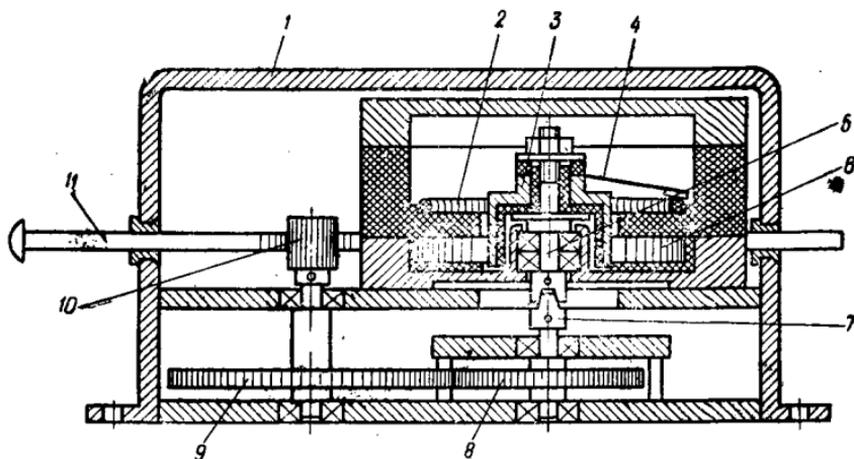


Рис. 88. Устройство реостатного датчика линейных перемещений

формацию в месте наклейки тензорезисторов (см. рис. 99) можно определить по формуле

$$\epsilon = M/EW = ha/8A,$$

где a — толщина пластины; h — высота арки до начала скругления; $A = (3\pi/4 - 2)R^3 - 2hR^2(\pi/2 - 1) + h^2R\pi/2 + (h - R)^3/3$; R — радиус скругления арки.

Перемещения 100—1000 мм и более для измерения преобразуются в электрический сигнал с помощью реохордов или реостатов. Реостатный датчик штокового типа для измерения линейных перемещений движущегося тела в диапазоне 5—200 мм (рис. 88) включает в себя следующие элементы: корпус 1; шток (зубчатую рейку) 11, воспринимающий измеряемый параметр; передающий механизм, состоящий из системы зубчатых колес 8, 9, 10, которые преобразуют линейное перемещение во вращательное и передают его с заданным передаточным отношением на ось 5 реостатного преобразователя, соединенную с передаточной системой кулачковой муфты 7. На оси 5 расположена токосъемная пружина 4, щетка которой скользит по резистивному элементу 2. Электрический вывод с токосъемной пружины осуществляется через втулку 3 и припаянную к ней спиральную пружину 6, которая, кроме того, обеспечивает возврат всей подвижной системы датчика в исходное положение.

Для измерения линейных размеров и перемещений широко используют низкочастотные и высокочастотные индуктивные датчики. На рис. 89 приведена схема измерительного прибора с дифференциальным индуктивным преобразователем. Схема включения преобразователя представляет собой неравновесный мост, питаемый переменным током от стабилизатора. Выходной сигнал моста через выпрямитель подается на миллиамперметр или шлейф осциллографа. Выходной сигнал определяется положением якоря, которое, в свою очередь, зависит от измеряемого размера x . Один из приборов, выполненных по этой схеме,

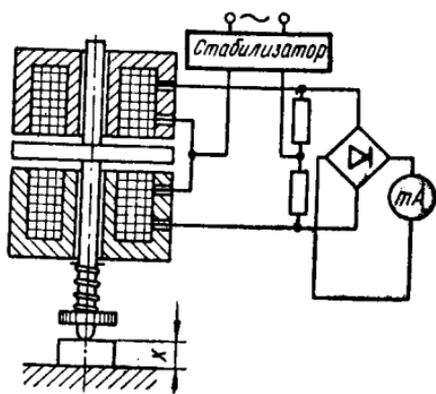


Рис. 89. Схема прибора с индуктивным преобразователем для измерения линейных размеров

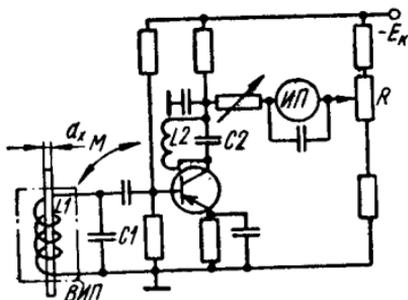


Рис. 90. Схема индуктивно-го измерителя диаметра проволоки

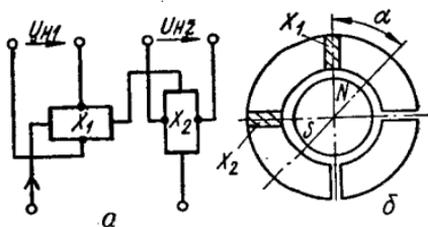


Рис. 91. Принципиальное устройство датчика угла поворота с преобразователями Холла

предназначен для контроля линейных размеров деталей в процессе обработки 1—4 классов точности [72]. Прибор имеет два предела измерения: 0,03—0,3 мм и 0,02—0,12 мм. Статическая характеристика в пределах измерения линейна. Чувствительность прибора 5 мкА/мм.

Ранее (в § 2.3) были рассмотрены принципиальные основы измерения и контроля диаметра проволоки и толщины металлической ленты с помощью высокочастотных индуктивных преобразователей (ВИП). Одна из возможных схем включения ВИП, предназначенного для непрерывного контроля диаметра проволоки, приведена на рис. 90. Индуктивность L_1 , ВИП и емкость C_1 образуют базовый контур генератора высокой частоты, а индуктивность L_2 и емкость C_2 — коллекторный контур. При номинальном диаметре d_x контролируемой проволоки движок потенциометра R устанавливают так, чтобы магнитоэлектрический микроамперметр ИП давал нулевое показание. Тогда при любом отклонении контролируемого диаметра d_x от его номинального значения индуктивность (и добротность) катушки L_1 будет уменьшаться или возрастать в соответствии с текущим значением d_x , что приведет к изменению амплитуды колебаний генератора за счет расстройки контура L_1 , C_1 , а следовательно, и к изменению постоянной составляющей коллекторного тока, регистрируемой прибором ИП.

Угловые перемещения преобразовать в электрический сигнал наиболее просто с помощью реостатного преобразователя. Кроме того, для этой цели с успехом можно использовать селесин-датчики и датчики Холла. Рассмотрим принципиальное устройство датчика угла поворота, работающего на преобразователях Холла [25] (рис. 91, а). Если такой преобразователь вращать вокруг продольной оси в однородном магнитном поле, то напряжение Холла будет правильной синусоидой. Практически удобнее вращать магнитную систему,

а преобразователи Холла устанавливать неподвижно в магнитопроводе из железа (рис. 91, б). При повороте намагниченной части вала (линия NS) на угол α в преобразователях Холла X_1 и X_2 индуцируется напряжение $U_{H1} = U_H \sin \alpha$ и $U_{H2} = U_H \cos \alpha$. Преобразователи установлены радиально в зазорах наружного магнитопровода и смещены относительно друг друга на 90° . К главным достоинствам преобразователей этого типа относятся малые габаритные размеры и бесконтактная передача информации.

10.2. Угловые и линейные скорости

Если исследуемый объект (прокатный валок, вал кривошипного пресса и т. п.) вращается с практически постоянной угловой скоростью, его обороты достаточно просто определить с помощью прерывателя. Прерыватель (рис. 92, а) состоит из стального диска 1 с изолирующей вставкой 2, укрепляемого на торце валка или приводного вала, и неподвижного скользящего контакта 3. При попадании контакта на изолирующую вставку цепь гальванометра Γ разрывается и на фотоленте записывается ступенька (рис. 92, б). Измерив расстояние x между двумя соседними ступеньками, можно определить число оборотов вала в минуту:

$$n = 60v_{\phi}/x,$$

где v_{ϕ} — скорость движения фотоленты, мм/с.

Угловую скорость, изменяющуюся во времени, удобно измерять с помощью тахогенератора. Он представляет собой небольшую динамомашину постоянного тока с независимым

Рис. 92. Определение числа оборотов с помощью прерывателя:

а — схема прерывателя; б — осциллографическая запись импульсов

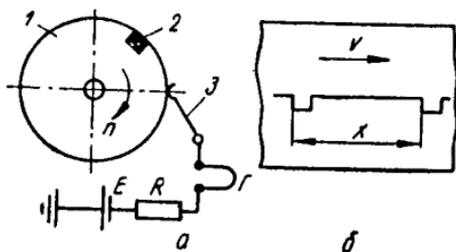
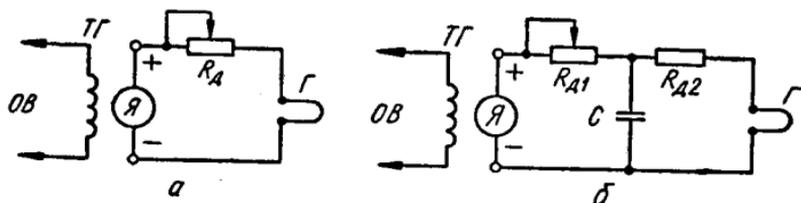


Рис. 93. Схемы подключения гальванометра к тахогенератору:

а — без фильтра; б — с фильтром



возбудителем. Э. д. с. на зажимах якоря тахогенератора выражается зависимостью

$$E_{я} = C\Phi n,$$

где C — постоянная, зависящая от конструкции генератора; Φ — магнитный поток возбуждения; n — число оборотов якоря в минуту. Если поддерживать поток возбуждения Φ постоянным, то величина $E_{я}$ будет прямо пропорциональна скорости вращения якоря:

$$E_{я} = C'n,$$

где $C' = C\Phi$ — чувствительность тахогенератора, В/(об/мин).

Для записи э. д. с. якоря используют токовые гальванометры с номинальным током 10—50 мА. Гальванометр включают в якорную цепь через дополнительное сопротивление R_d (рис. 93, а), величину которого подсчитывают, исходя из номинальных (паспортных) данных $E_{я.н}$, n_n и возможных максимальных оборотов n_{max} вала:

$$R_d = E_{яmax}/i,$$

где i — ток, при котором гальванометр дает достаточное отклонение в пределах ширины фотоленты. Масштаб записи оборотов определяют градуировкой с помощью механического тахометра или другим способом (например, с применением стробоскопа).

Довольно часто, особенно когда якорь тахогенератора получает вращение через шестеренную передачу, э. д. с. выходит пульсирующей, и точность отсчетов снижается. Сгладить пульсацию можно с помощью RC-фильтра (рис. 93, б). Выбирая R и C , следует учитывать, что фильтр увеличивает инерционность системы, в связи с чем резкие изменения оборотов будут записаны с искажениями.

Точность измерения оборотов с помощью тахогенератора зависит, главным образом, от точности градуировки и обычно составляет 3—4% [62].

Через угловую скорость ω легко выразить окружную (линейную) скорость. Так, скорость прокатки

$$v_0 = \omega D_0/2 = \pi n D_0/60 = \pi D_0 E_{я}/60 C',$$

где D_0 — катающий диаметр; $n = E_{я}/C'$ — измеренное число оборотов в минуту прокатного вала и связанного с ним тахогенератора.

Снабдив тахогенератор прижимным роликом, можно с его помощью определять линейную скорость движущихся объектов типа полос, прутков, проволоки и т. п.:

$$v = \pi d n/60 = \pi d E_{я}/60,$$

где d — диаметр ролика.

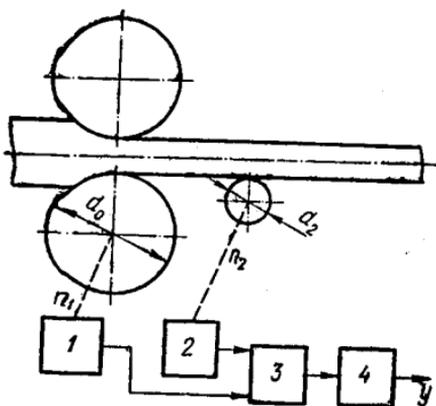


Рис. 94. Блок-схема измерителя опережения

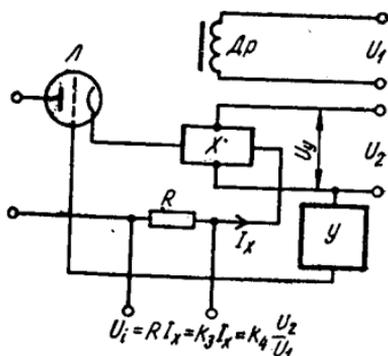


Рис. 95. Схема с преобразователем Холла для получения отношения двух величин

Если на прокатном стане применить два тахогенератора (рис. 94), один из которых (1) будет давать информацию об окружной скорости валков (скорости прокатки v_0), а второй (2), снабженный прижимным роликом, измерять скорость полосы v , можно сравнительно просто получить величину опережения:

$$S = (v - v_0)/v_0 = v/v_0 - 1. \quad (10.1)$$

Из формулы (10.1) видно, что сигнал, пропорциональный опережению S , можно получить после операций вычитания и деления (или сначала деления, а затем — вычитания). Такие операции легко осуществить, например, с помощью преобразователей Холла [25]. Одна из схем для деления двух величин, пропорциональных U_1 и U_2 , приведена на рис. 95. В этой схеме автоматически сохраняется $U_y = U_2$, где U_2 — напряжение, пропорциональное делимому. Падение напряжения на резисторе R пропорционально частному от деления напряжений U_2 и U_1 . По такой схеме можно собрать блок 3 (рис. 94), который разделит $U_2 \approx E_{я2} = 60vC_2'/\pi d$ на $U_1 \approx \approx E_{я1} = 60C_1'v_0/\pi D_0$. В блоке 4 из полученного частного вычитается величина, эквивалентная единице в соответствующем масштабе, что можно осуществить с применением как преобразователей Холла, так и других средств.

С помощью двух тахогенераторов с прижимными роликами и электрической схемы рис. 95 можно определять такой важнейший параметр, как коэффициент вытяжки μ при продольной прокатке и волочении [27]:

$$\mu = v_{i+1}/v_i,$$

где v_i , v_{i+1} — скорость металла до и после обжатия.

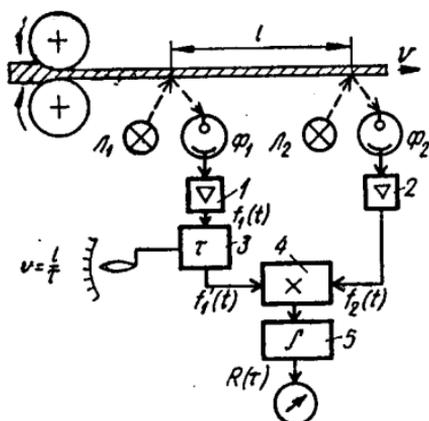


Рис. 96. Блок-схема установки для бесконтактного измерения скорости полосы корреляционным методом

Определение скорости полосы с применением прижимных роликов связано с недостатками и ограничениями, накладываемыми условиями обработки металла. При колебаниях полосы возможны проскальзывания, а при высокой температуре обработки — другие труднопреодолимые технические препятствия. Поэтому в некоторых случаях предпочтительнее отдавать бесконтактным методам измерения скорости, несмотря на их относительную сложность.

Наиболее известный бесконтактный метод измерения скорости прокатываемой ленты

— корреляционный — основан на обнаружении периодических сигналов в шуме [41]. Этим методом можно измерять скорость магнитных и немагнитных полос при холодной и горячей обработке. Теоретическая точность метода составляет 0,1 % при скорости прокатки 2,5 м/с, диапазон измеряемых скоростей — 0,5...50 м/с.

На поверхность металла (рис. 96), движущегося со скоростью v , при помощи двух осветителей L_1 и L_2 с линейными нитями накала через оптическую систему проецируются два ярких резких световых штриха, оси которых перпендикулярны к направлению движения полосы. Штрихи располагают на фиксированном расстоянии l один от другого вдоль направления прокатки.

Вследствие различных структурных неоднородностей металла, наличия на поверхности металла трещин, пятен и окалины яркость штрихов изменяется. Изображения штрихов воспринимаются приемной оптической системой и проецируются на катоды двух фотоэлементов Φ_1 и Φ_2 , с которых снимаются сигналы, пропорциональные яркости каждого из штрихов. Усилители 1 и 2 усиливают сигналы до уровня, достаточного для нормальной работы коррелятора, состоящего из блока регулируемого запаздывания (БРЗ) 3, множительного устройства 4 и интегратора, или сглаживающего фильтра, 5. БРЗ, включенный в канал первого сигнала, может быть выполнен, например, в виде магнитной ленты с подвижной читающей головкой.

Поскольку второй штрих смещен относительно первого

на расстояние \bar{l} , то сигнал $f_1(t)$, характеризующий яркость первого штриха, повторится на втором штрихе с некоторым транспортным запаздыванием τ_T , прямо пропорциональным расстоянию между штрихами l и обратно пропорциональным скорости v движения проката:

$$\tau_T = l/v.$$

Второй сигнал $f_2(t)$ через интервал времени τ_T по форме будет близок к первому сигналу. Иначе говоря,

$$f_2(t) = f_1(t - \tau_T).$$

Выходной сигнал коррелятора $R(t)$ представляет собой взаимную корреляционную функцию сигнала $f_2(t)$ и сигнала

$$f_1(t - \tau),$$

где τ — запаздывание БРЗ, легко поддающееся точному измерению.

Выходной сигнал коррелятора имеет максимальное значение при $\tau = \tau_T$, т. е. при равенстве введенного регулируемого запаздывания τ транспортному запаздыванию τ_T . Учитывая, что при фиксированном l транспортное запаздывание τ_T однозначно связано со скоростью v , можно по показанию БРЗ определить скорость движения металла:

$$v = l/\tau_T = l/\tau.$$

Подробное описание автоматических корреляционных измерителей скорости можно найти в работе [26]. Недостатками рассмотренного метода являются сложность аппаратного оформления, необходимость тщательной наладки и частых переналадок отдельных блоков.

На одном из металлургических заводов США бесконтактное измерение скорости прокатываемой полосы осуществляют по методу магнитных меток. Они наносятся на движущуюся стальную полосу специальной записывающей головкой, а воспринимаются воспроизводящей головкой, находящейся на фиксированном расстоянии от записывающей. Частота воспринимаемых меток пропорциональна скорости металла. Область применения метода ограничена ферромагнитными свойствами проката, которые не проявляются при температурах выше точки Кюри, равной для стали 770°C . Максимальная измеряемая скорость не превышает 12 м/с.

Перечень методов бесконтактного измерения скорости можно было бы продолжить [41]. Следует, однако, отметить, что в экспериментальных исследованиях процессов о. м. д. применение бесконтактных методов редко бывает

оправдано из-за их сложности. В большинстве случаев скорость движения полосы можно с достаточной точностью определить через параметры движения инструмента (окружную скорость прокатных валков, скорость тяговых органов волоочильных станков и т. д.), зависящие от скорости вращения привода.

Если есть запись во времени перемещения исследуемого объекта, его скорость в интересующие моменты времени можно определить графическим дифференцированием (см. рис. 74). Один из способов измерения скорости — определение ее по ускорению с применением различных приемов интегрирования.

10.3. Ускорения и параметры вибрации

Для измерения ускорений применяют датчики, называемые *акселерометрами*. Их работа может быть основана на различных принципах преобразования вида энергии, однако все они в том или ином виде содержат инерционную массу и упругий элемент.

Широко применяют акселерометры, имеющие в своем составе тензорезисторы. Такие акселерометры отличаются простотой, дешевизной и небольшими габаритными размерами. В настоящее время существует большое разнообразие их конструктивных исполнений. Наиболее простой тип — акселерометр с консольной балкой и сосредоточенной массой (рис. 97, а). Он состоит из основания 1, консольной балки 2 с наклеенными на ней тензорезисторами 4, инерционной массы 3 и кожуха (на рисунке не показан). Тензорезисторы размещают симметрично с двух сторон вблизи заделки балки. Принимая в качестве меры ускорения величину g , для призматической консольной балки прямоугольного сечения можно записать

$$\epsilon_x = 6mgx/Ebh^2.$$

В целом для преобразователя ускорений с двумя симметрично расположенными в районе заделки тензорезисторами

$$\epsilon_{cp} = 12mg[l - (l_d/2)]/Ebh^2,$$

где m — инерционная масса. Собственную частоту колебаний инерционной массы можно найти по формуле

$$n_0 = (\alpha^2/2\pi l^2) \sqrt{EJ/m'},$$

где m' — погонная масса консольной балки; α — коэффициент, зависящий от соотношения масс инерционной массы и консоли [8]; $J = bh^3/12$ — момент инерции поперечного сечения балки.

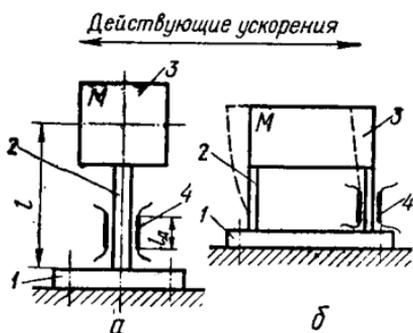


Рис. 97. Схемы тензометрических акселерометров:
а — консольного; б — на плоских пружинах

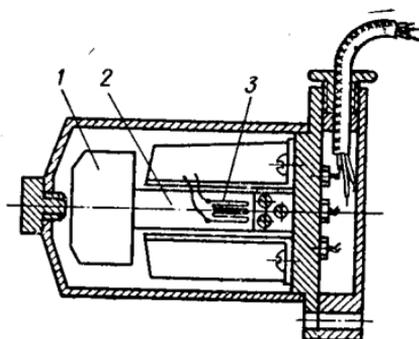


Рис. 98. Устройство консольно-го виброметра

В преобразователе ускорений, у которого инерционная масса подвешена на двух плоских параллельных пружинах (рис. 97, б), каждая пружина изгибается по косинусоиде. Поэтому рассчитывать такую систему следует как жестко заделанную балку, одна из опор которой может перемещаться в поперечном направлении. Деформация в сечении, удаленном на величину x от заделки,

$$\epsilon_x = (3mg/Elh^2)[(l/2) - x].$$

Это дает следующую определенную деформацию, воспринимаемую двумя тензорезисторами, расположенными симметрично с двух сторон у самой опоры:

$$\epsilon_{\text{ср}} = 3mg(l - l_d)/2Ebh^2.$$

Собственную частоту колебаний акселерометра при условии, что инерционная масса значительно больше массы пружин, можно определить по формуле

$$n_0 = \sqrt{2C_6/m}/2\pi,$$

где C_6 — изгибная жесткость балки-пружины; $C_6 = Ebh^3/l^3$.

Для записи без искажений ускорений при исследовании динамических процессов собственная частота акселерометра должна быть выше максимальной частоты исследуемого процесса.

Амплитуды вибраций измеряют *виброметрами* — колебательными упругими системами с весьма низкой собственной частотой. В отличие от акселерометров собственная частота ω_0 виброметров должна быть ниже частоты ω исследуемого процесса. При реальных коэффициентах затухания динамические погрешности практически отсутствуют, если $\omega_0 < \omega/(4 \div 6)$.

В зависимости от способа подвески инерционной массы существующие виброметры с тензорезисторами разделяют на следующие группы: 1) с призматическими консольными балками; 2) с цилиндрическими витыми пружинами; 3) маятникового типа.

Наиболее простая конструкция — виброметр в виде консольной балки 2 с инерционной массой l на конце и тензорезисторами 3, наклеенными на балку в районе заделки (рис. 98). Расчет такого виброметра аналогичен расчету акселерометра, с той лишь разницей, что собственная частота виброметра должна быть минимальной. Исходная величина для расчетов — перемещение конца консольной балки, равное амплитуде вибрации. Чувствительность виброметра при двух симметрично расположенных у самой заделки тензорезисторах определяется как

$$\varepsilon_g = 3(l - l_d/2)ha/l^3,$$

где a — амплитуда вибрации. Собственная частота представленного на рис. 98 виброметра составляет 10 Гц, что делает его пригодным для измерения сравнительно высокочастотной вибрации.

Для измерения вибраций можно использовать и акселерометры. Но чтобы определить амплитуды вибрации по ускорению, потребуется двукратное интегрирование. В настоящее время широко используют способ электрического двойного интегрирования (см. § 3.3). Тем не менее чаще измеряют амплитуды виброметрами, измерительная схема с которыми более проста, а обработка результатов не требует графического интегрирования.

Для исследования вибраций часто применяют ручные виброщупы, использующие в качестве чувствительных элементов тензорезисторы.

Виброщуп ВЩ-1 (рис. 99) состоит из массивного корпуса 1, измерительного наконечника 4, перемещающегося в направляющих, упругого элемента 3 в форме скругленной арки, контрольного миллиамперметра 5 и кнопки управления 6. На арку-пластину 3 наклеены проволочные тензорезисторы 2. Кабелем виброщуп соединяют с измерительным мостом. Прижав наконечник к вибрирующему объекту, добиваются отсутствия тока по контрольному миллиамперметру. Это соответствует балансу моста. Вибрационная часть сигнала миллиамперметром не регистрируется из-за его инерционности. После этого проводят запись с помощью осциллографа, который включают кнопкой управления 6 на виброщупе.

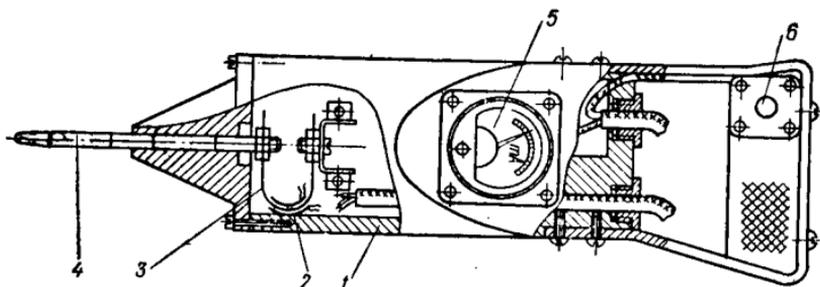


Рис. 99. Устройство виброшупа ВШ-1

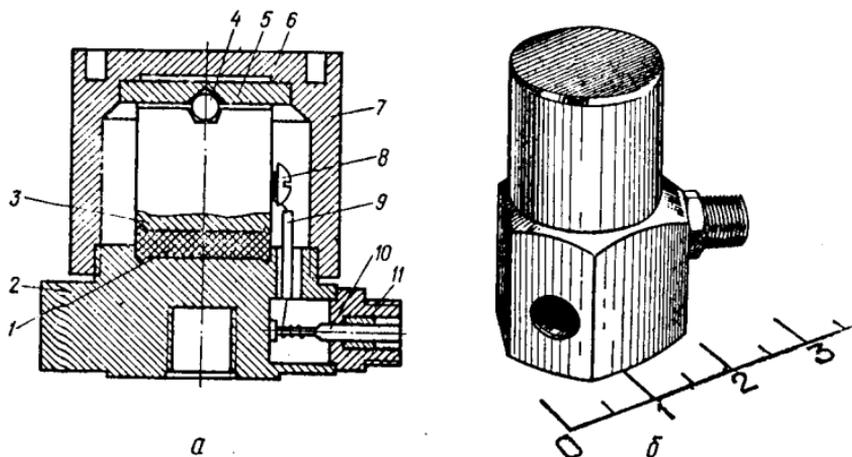


Рис. 100. Устройство (а) и внешний вид (б) пьезоэлектрического акселерометра

Кроме тензорезисторных датчиков ускорения и вибрации, применяют пьезоэлектрические акселерометры. В одном из таких акселерометров (рис. 100, а) диск 1 из пьезокерамики помещен в выточке основания 2. На верхнюю электропроводную поверхность диска опирается цилиндрическая инерционная масса 3 из немагнитного материала высокой твердости и плотности. В выточку в верхней части инерционной массы помещен сапфировый шарик 4, обеспечивающий электрическую изоляцию частей прибора. На шарик конической выточкой опирается плоская мембрана 5, которая входит в расточку днища 6 корпуса 7, навинчиваемого на основание. Затяжкой корпуса обеспечивается необходимое поджатие пьезокерамики. При воздействии ускорения заряды с верхней поверхности пьезокерамики снимаются через инерционную массу, винт 8, проводник 9 на втулку 10, а с нижней поверхности — через корпус на разъем 11.

Внешний вид акселерометра представлен на рис. 100, б.

10.4. Деформирующие силы

Силы сопротивления металла деформированию — важнейшие параметры процессов о. м. д. Знать эти силы необходимо, чтобы иметь возможность разрабатывать технологические процессы, оборудование и инструмент. Для измерения сил используют датчики силы, называемые также *месдозами*. Чтобы получить возможно более точные результаты, месдозу располагают в зоне непосредственного действия измеряемой силы. Например, при измерении силы прокатки месдозу устанавливают под нажимными винтами, при определении силыковки — под нижними бойками и т. д.

Условия работы месдоз на металлургическом оборудовании весьма тяжелы из-за динамического характера нагрузки, большой ее величины, высокой температуры обрабатываемого металла, влажности и т. п. Поэтому, проводя промышленные эксперименты, рабочие элементы месдозы следует тщательно защищать от воздействия воды, масла и пара. Кроме того, к конструкциям месдоз предъявляются общие требования: прочность элементов и соединений; линейная зависимость выходного сигнала от измеряемой нагрузки; независимость показаний от неточности установки и др.

Тензорезисторный датчик силы (рис. 101) содержит цилиндрический упругий элемент 1, на поверхности которого установлены тензорезисторы 2, силовую 7 и вспомогательную 6 подушки, пружину 8, кожух 9, монтажную колодку 4 и разъем 5. Упругий элемент имеет хвостовик А, предназначенный для крепления датчика на объекте измерения. Для более точной установки посадочная поверхность выполнена в виде кольцевого выступа В. На нижней выступающей части упругого элемента предусмотрена выточка для крепления кожуха и площадки для установки разъема. Силовая и вспомогательная подушки контактируют между собой по сферическим поверхностям В и поджимаются друг к другу пружиной.

Измеряемая сила прикладывается к силовой подушке и через сферический контакт передается вспомогательной подушке и упругому элементу. В результате последний испытывает деформацию сжатия вдоль оси. При этом тензорезисторы, наклеенные вдоль образующей цилиндра, испытывают сжатие, а наклеенные поперек образующей — растяжение. Тензорезисторы датчика соединены в полумост. Совместно с резисторами полумоста тензостанции (рис.

102) они образуют измерительный мост, питаемый переменным током от генератора тензостанции. Сигнал разбаланса моста поступает на усилитель, демодулятор и далее — на гальванометр светолучевого осциллографа.

Если измеряемые силы велики, упругие элементы датчиков выполняют в виде сплошных стержней. Конструкция четырехстержневой мессдозы с фольговыми тензодатчиками, применяемой для измерения по безусилительной схеме деформирующих сил прокатки до 2 МН [62], приведена на рис. 103. Упругий элемент мессдозы набран из четырех стержней 5, изготовленных из стали 30ХГСА и термически обработанных до твердости HRC 40—50. Стержни помещены в корпус, состоящий из двух частей: верхней сборной 6 и нижней 2. Детали корпуса, контактирующие со стержнями, изготовлены из стали 40Х и термически обработаны. Для предотвращения смещения стержней при работе мессдозы они установлены в гнезда, образованные фигурными планками 1, прикрепленными винтами к нижней части

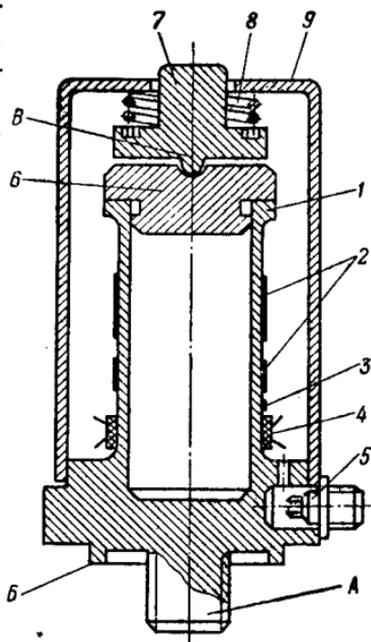


Рис. 101. Устройство тензорезисторного датчика силы со стержневым упругим элементом

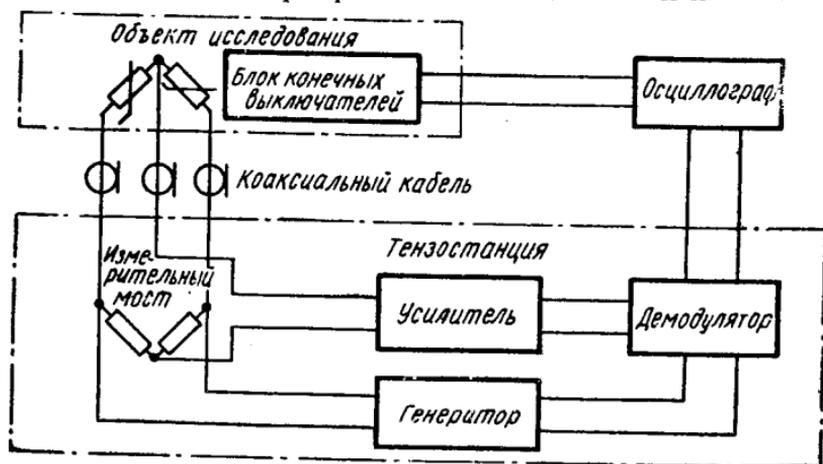


Рис. 102. Принципиальная блок-схема измерения силы с применением тензостанций

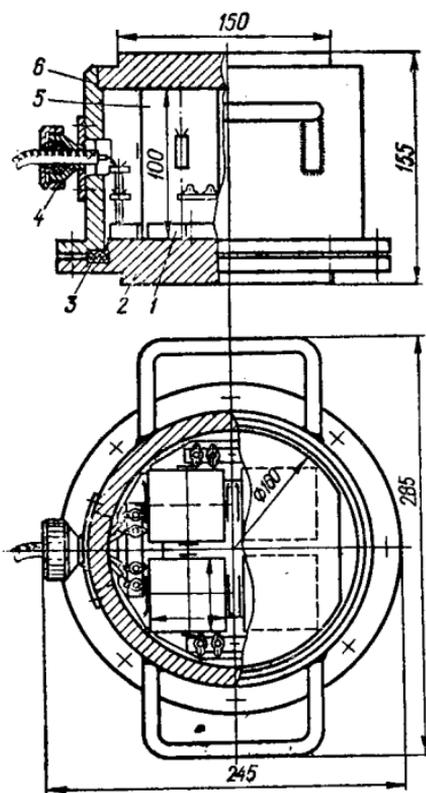


Рис. 103. Конструкция четырех-
стержневой мессдозы на усилии
2 МН

индуктивно-емкостные фильтры (D_p, C_1, C_2). Уравновешиваются мосты мессдоз потенциометрами R_4, R_7 по миллиамперметрам, которые подключаются к выходам мостов тумблерами B_2 и B_3 . Переменные резисторы R_3, R_9 служат для уравновешивания отклонений гальванометров, подключаемых к выходам, при задаче в мосты одинаковых калибровочных разбалансов подключением к их плечам тумблерами B_1 и B_4 резисторов R_1 и R_{10} . Применение электрической калибровки позволяет не закреплять за каналами определенные гальванометры осциллографа. Выходы измерительных каналов рассчитаны на непосредственное подключение гальванометров МОВ 2-IX осциллографа Н-102, М001-1 осциллографа Н-700 и им эквивалентных.

Для измерения деформирующих сил применяют также магнитоупругие мессдозы типа «прессдуктор» [12]. Принцип действия такой мессдозы (рис. 105) следующий. Ток I , протекающий по первичной обмотке, создает в магнитопроводе

корпуса. Герметизируется корпус установкой кольцевой прокладки 3 из маслостойкой резины. Выводной кабель проходит через штуцер 4. В описанной мессдозе применены фольговые тензорезисторы с базой 10 мм и сопротивлением 100 Ом. На каждый стержень наклеено по четыре тензодатчика: два в продольном направлении и два в поперечном.

Тензодатчики, наклеенные на каждый стержень, соединены в мост (рис. 104). В свою очередь, мосты стержней соединены в общий мост, при этом в каждое плечо моста входят тензорезисторы, воспринимающие деформацию только одного знака. Мосты двух мессдоз питаются от одного источника, который подключается через феррорезонансный стабилизатор (T_p, C_3), два мостовых выпрямителя ($D_1—D_4; D_5—D_8$) и сглаживающие

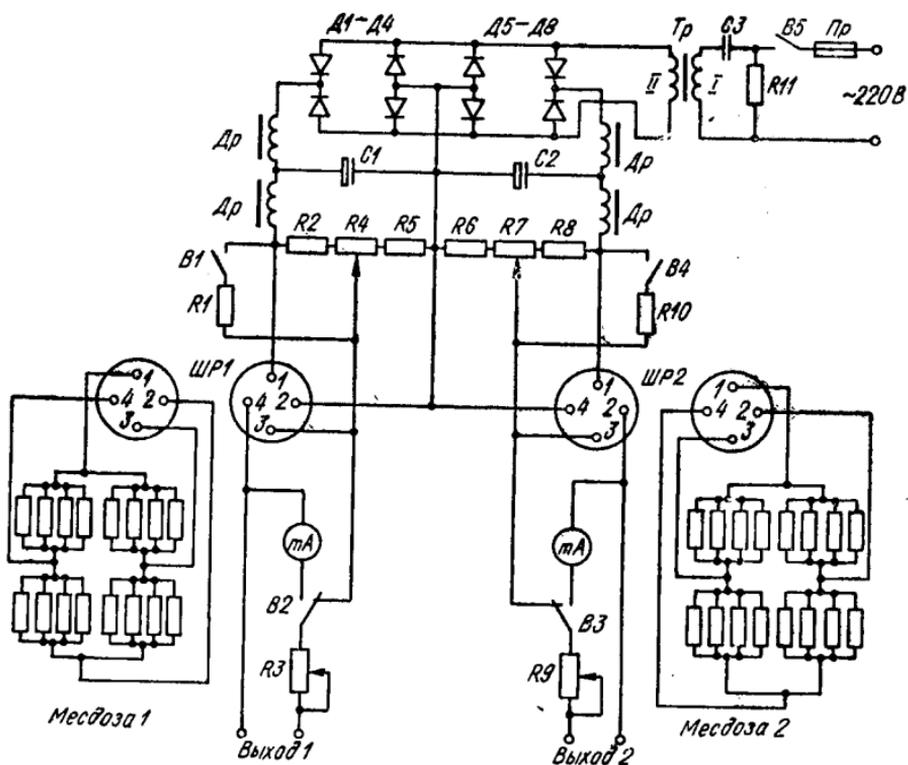


Рис. 104. Принципиальная электрическая схема двухканальной сило-измерительной установки

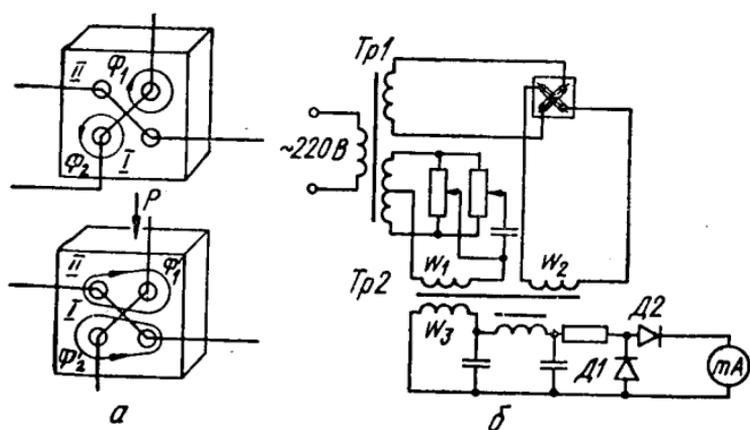


Рис. 105. Схема устройства магнитоупругой месдозы (а) и ее измерительная цепь (б)

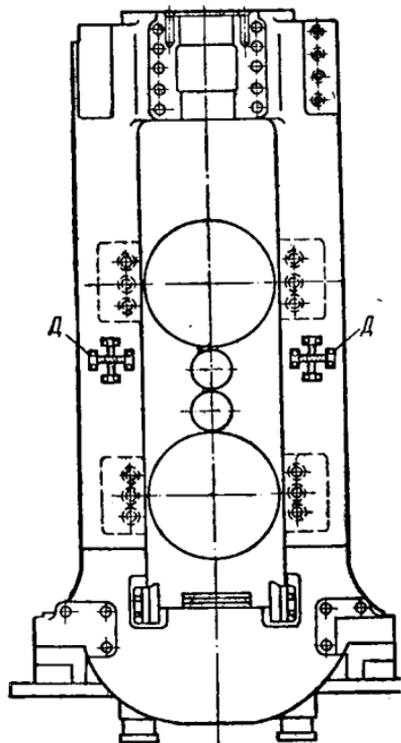
потоки Φ_1 и Φ_2 , которые замыкаются вокруг витков первичной обмотки и не пересекают плоскость вторичной. При нагружении месдозы магнитная проницаемость в направлении действия силы уменьшается, в результате чего потоки Φ_1 и Φ_2 первичной обмотки начинают пересекать плоскость вторичной, наводя в ней э. д. с. тем большую, чем большая нагрузка приложена к месдозе. Поскольку полную изотропность материала сердечника обеспечить не удастся, небольшая часть потока первичной обмотки все же пронизывает вторичную, наводя в ней начальную э. д. с. и в отсутствии измеряемой нагрузки.

Для компенсации этой э. д. с. к обмотке ω_1 трансформатора Tr_2 от трансформатора Tr_1 через фазорегистрирующую цепь подводится напряжение, противоположное по фазе начальной э. д. с. Напряжение, возникающее в результате нагружения месдозы на обмотке ω_3 трансформатора Tr_2 , выпрямляется диодами D_1 , D_2 и подводится к индикаторному прибору. Месдозы типа «пресдуктор» благодаря их высокой надежности применяют для стационарного контроля давления металла на валки прокатных станов.

Представляет интерес также использование датчиков, закрепляемых непосредственно на станине прокатного стана, прессы и т. п. В этом случае наряду с тензодатчиками сопротивления применяют и магнитоупругие датчики. На каждой стойке станины укрепляют по два многосекционных магнитоанизотропных датчика

Рис. 106. Схема расположения датчиков на станине прокатного стана

D (рис. 106), один из которых располагают вдоль оси стойки, а другой — перпендикулярно к ней. При растяжении стойки датчики испытывают деформацию различного знака. Измерительные обмотки датчиков, испытывающих одноименные напряжения, включают последовательно (рис.



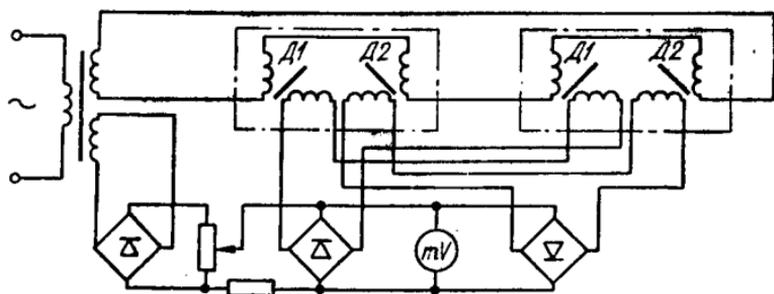


Рис. 107. Схема включения магнитоупругих датчиков для измерения давления на валки прокатного стана

107). Напряжения, снимаемые с этих обмоток, после выпрямления включают встречно. Получаемая разность напряжений пропорциональна давлению металла на валки. Контролируется сигнал датчиков стрелочным прибором. Для компенсации температурной погрешности нулевого сигнала в схеме, показанной на рис. 107, предусмотрен дополнительный источник питания (левый выпрямительный мостик).

В некоторых видах металлургического оборудования, например в прессах, деформирующая сила создается гидравлическими устройствами. Поэтому силовые параметры можно определять, измеряя давления рабочей жидкости с помощью датчиков давления. Конструкции датчиков давления весьма разнообразны [46]. На рис. 108 показано устройство тензорезисторного датчика давления с кольцевым упругим элементом. Измеряемое давление через полость штуцера 1 воздействует на гибкую мембрану 2 и преобразуется в силу. Последняя деформирует кольцевой упругий элемент 3, жестко укрепленный своей нижней частью в корпусе 4

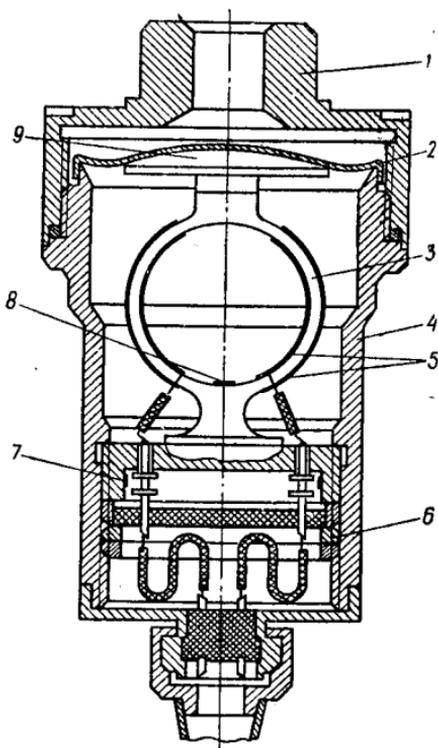


Рис. 108. Конструкция датчика давления с кольцевым упругим элементом

с помощью прижимной гайки 6. Деформация упругого элемента воспринимается датчиками 5, наклеенными на внутренней и наружной поверхностях элемента и включенными в мостовую измерительную цепь. Компенсационное сопротивление 8 нуля установлено на внутренней поверхности кольца, а компенсационное сопротивление 7 чувствительности — на хвостовике упругого элемента. Оптимальное сочленение упругого элемента с мембраной осуществляется с помощью подушки 9 сферической формы.

10.5. Крутящие моменты и мощность

Для проектирования и эксплуатации металлургического оборудования необходимо знать крутящий момент, величина которого определяет загруженность основных узлов и деталей. Наиболее распространенный способ непосредственного определения крутящего момента — измерение его с помощью тензорезисторов, наклеенных на вал, через который передается момент. На рис. 109 показаны схемы расположения двух и четырех тензорезисторов при измерении крутящего момента. Весьма удобно использовать для этого фасонные фольговые тензорезисторы, элементы которых расположены под необходимыми углами друг к другу. Чтобы электрический сигнал от тензодатчиков передать к измерительной схеме, используют кольцевые токосъемники со скользящими контактами. Токосъемники вносят в результаты измерения дополнительные погрешности, вызываемые нестабильностью переходных сопротивлений в точках контакта. В связи с этим конструировать и выполнять токосъемники следует очень тщательно, избегая точечного контакта и по возможности применяя жидкие контакты.

Чтобы получить надежные результаты, тарировать датчики крутящего момента нужно непосредственно на рабочем валу, для чего ступенчато нагружать вал моментами известной величины. Если такая тарировка невозможна, то момент вычисляют по измеряемой деформации ϵ . Так, для схемы с четырьмя рабочими тензорезисторами (рис. 109)

$$M_{кр} = \pi E d^3 \epsilon / 4 (1 + \mu),$$

где d — диаметр вала; μ — коэффициент Пуассона; E — модуль продольной упругости материала вала.

Поскольку наклеить тензорезисторы непосредственно на валы оборудования не всегда возможно, для измерения

крутящих моментов применяют и торсионметры. Наиболее распространены торсионметры с датчиками перемещения. Основные элементы таких устройств — первичный преобразователь, осуществляющий преобразование угла закручивания в перемещение, датчик перемещения и токосъемник.

Первичный преобразователь простейшего торсионметра с тензорезисторным датчиком (рис. 110) состоит из двух пар полуколец (хомутов) 1, которые после установки на вал стягиваются болтами 2. К хомутам приварены консоли 9 и 11, на которых крепится датчик перемещения 10. Он представляет собой пластинку толщиной 0,2 мм и шириной 10 мм, изготовленную из стальной ленты; к концам пластинки заклепками 5 прикреплены серьги 3 и 6. На серьге 6 есть винт 7 с контргайкой 8, которыми пластинке сообщают некоторое натяжение.

На поверхность пластинки с обеих сторон наклеены рабочие тензорезисторы, включаемые в противоположные плечи измерительного моста. Компенсационные тензорезисторы наклеены на отдельную пластину 4, изготовленную из того же материала, что и рабочая пластинка датчика.

Рабочие и компенсационные тензорезисторы соединены в мостовую схему и подключены к токосъемным концам 13, смонтированным на текстолитовых изоляторах 12 с помощью крепежных деталей 14, 15. Кольца токосъемника изготавливают из латуни или меди с канавками для струн диаметром 0,7—0,8 мм, по которым и осуществляется токопровод. Струны натягиваются с помощью пружин. Для стабилизации контакта кольца смазывают техническим вазелином.

Механическую мощность на валу можно определить через крутящий момент и угловую скорость вращения вала:

$$N = M_{кр} \omega.$$

Если в составе светолучевого осциллографа имеется гальванометр мощности (например, гальванометр типа Д I-XII осциллографа Н-102), то измерить мощность можно непосредственно по такой схеме (рис. 111). Петлю гальванометра подключают к выходу тензоусилителя 3, входящего в состав канала измерения момента на валу 1, а катушку электромагнита — через регулируемое добавочное сопротивление $R_{д1}$ к зажимам якоря 2 тахогенератора, получающего вращение от вала приводного двигателя. Таким

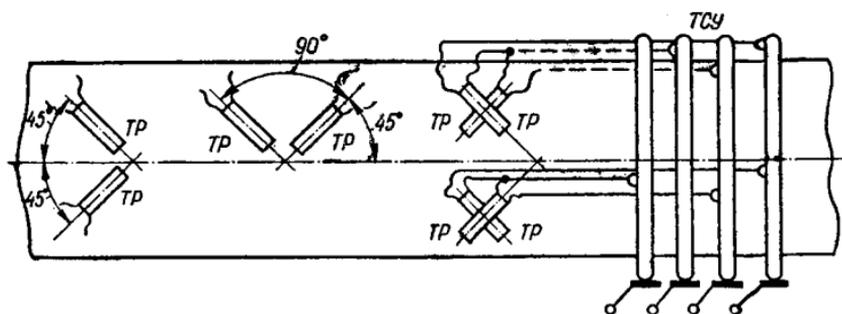


Рис. 109. Схемы расположения тензорезисторов на валу при измерении крутящего момента: ТР — тензорезисторы; ТСУ — токо-съемное устройство

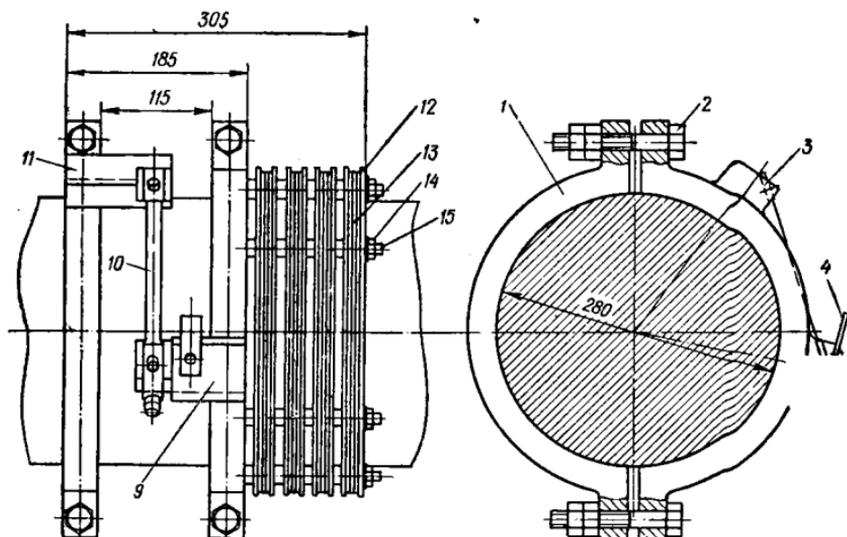


Рис. 110. Конструкция с тензорезисторным датчиком перемещения и струнным токосъемным устройством

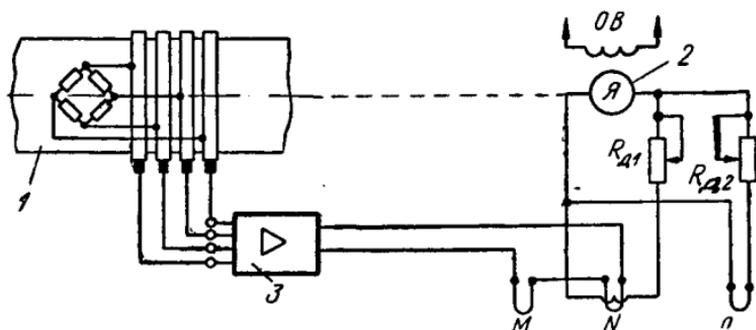


Рис. 111. Схема измерения механической мощности на валу

образом, через петлю проходит ток, пропорциональный моменту на валу, а по катушке — ток, пропорциональный угловой скорости вращения вала. Поскольку отклонение гальванометра мощности пропорционально произведению токов петли и катушки, то оно пропорционально произведению $M_{кр}\omega = N$.

Если гальванометра мощности или подобного ему прибора нет, мощность на валу вычисляют как результат косвенного измерения по двум параметрам — $M_{кр}$ и ω .

С помощью гальванометра мощности можно записать на фотоленту и электрическую мощность, потребляемую электродвигателем постоянного тока (рис. 112). Петлю гальванометра через добавочное сопротивление $R_{д1}$ подключают к потенциальным зажимам шунта III, установленного на главной шине двигателя, а катушку — через добавочное сопротивление $R_{д2}$ к главным шинам. При этом следят, чтобы добавочное сопротивление $R_{д2}$ подключалось к той шине, на которой нет шунта. В противном случае (показано штриховыми линиями) между петлей и катушкой окажется высокая разность потенциалов, а это может привести к пробое между ними.

Если гальванометра мощности нет, электрическую мощность постоянного тока определяют как результат косвенного измерения по силе тока I и напряжению U , а именно: $N=IU$. При этом ток и напряжение записывают на фотоленту одновременно отдельными гальванометрами (рис. 113).

Мощность трехфазных потребителей переменного тока измеряют с помощью преобразователей, работающих на эффекте Холла. Преобразователь мощности трехфазных электрических цепей типа П004 (рис. 114) состоит из двух идентичных преобразователей однофазной мощности. Работа каждого основана на использовании эффекта Холла. Напомним его суть. Если полупроводниковую пластинку с током поместить в магнитное поле, перпендикулярное к ее плоскости, то под действием электрического и магнитного полей электроны смещаются к одной из боковых граней пластины, что приводит к возникновению э. д. с. Холла U_H В:

$$U_H = \frac{R_H}{d} I_s B \cdot 10^{-8},$$

где R_H — постоянная Холла, см³/К; I_s — ток через пластину, А; B — индукция магнитного поля, Тл; d — толщина пластины, см.

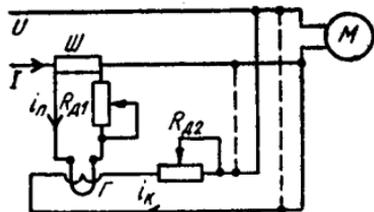


Рис. 112. Схема измерения электрической мощности, потребляемой электродвигателем постоянного тока, с применением гальванометра мощности

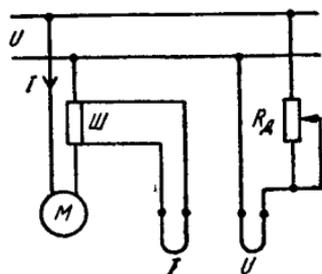


Рис. 113. Измерение электрической мощности постоянного тока по току и напряжению

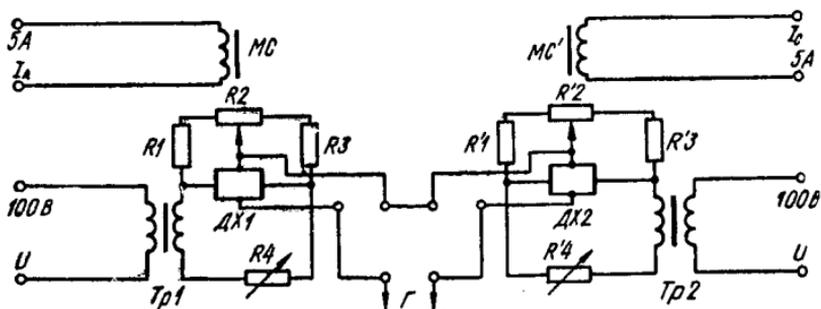


Рис. 114. Принципиальная схема измерительного преобразователя мощности трехфазных электрических цепей типа П004

Преобразователь рассчитан таким образом, что индукция B , возникающая в зазоре магнитной системы MC , пропорциональна току нагрузки, а ток I_s через преобразователь пропорционален напряжению нагрузки. В этом случае э.д.с. Холла пропорциональна однофазной мгновенной мощности, потребляемой нагрузкой:

$$U_H = kIU = kP.$$

Здесь P представляет собой постоянную и переменную (100 Гц) составляющие.

На выходе прибора получается суммарное напряжение Холла двух однофазных преобразователей, пропорциональное мгновенной мощности трехфазной цепи:

$$P = \sum_{i=1}^3 P_i = \sum_{i=1}^3 UI \cos \varphi - \sum_{i=1}^3 UI \cos [2\omega t - \varphi - 2(i-1)2\pi/3]. \quad (10.2)$$

Первый член правой части выражения (10.2) — средняя активная мощность трехфазной цепи, а второй — знакопеременная составляющая мгновенной мощности.

В частном случае симметричной трехфазной системы второй член выражения (10.2) равен нулю, поэтому

$$P = \sum_{i=1}^3 UI \cos \varphi = 3UI \cos \varphi.$$

В таком случае на выходе преобразователя П004 получается постоянное напряжение, величина которого пропорциональна этой мощности.

Однако в реальной трехфазной цепи всегда есть высшие гармоники и некоторая несимметрия. Поэтому при осциллографировании средней мощности к преобразователю подключают гальванометр с достаточно низкой (около 20 Гц) частотой собственных колебаний. При соответствующем выборе степени успокоения ($\beta = 0,7 \div 1,0$) можно получить прямолинейный рабочий участок амплитудно-частотной характеристики в диапазоне низких частот (0—10 Гц). При этом гальванометр будет записывать без искажения колебания мощности с частотами до 10 Гц, а все гармонические составляющие с более высокими частотами будут подавлены.

10.6. Нормальные давления и касательные напряжения на контактной поверхности

Большое значение в теории и практике о. м. д. имеют контактные напряжения, от величины и характера распределения которых зависят стойкость рабочего инструмента, качество изделий и экономичность процессов.

При осадке определяющее влияние на распределение нормальных и касательных напряжений по поверхности контакта оказывает относительная величина диаметра D/h или ширины B/h заготовки. Качественно о форме эпюры нормального давления можно судить по форме гребешка (рис. 115), образующегося на контактной поверхности при затекании металла в вертикальную щель бойка. Высота гребешка в каждой точке зависит от величины нормального давления — чем больше давление, тем выше гребешок в данной точке. С. И. Губкин [11] осаживал образцы 1 из воска стеклянными бойками 2 с отверстиями (рис. 116). Высота столбика воска, затекающего в отверстия, качественно характеризует величину контактного нормального давления в данной точке.

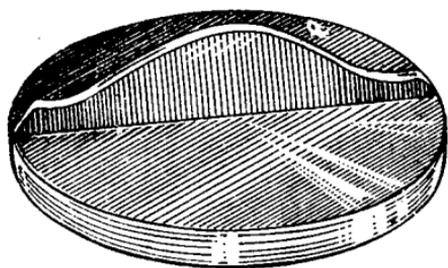


Рис. 115. Внешний вид образца после осадки бойком с вертикальным щелевым вырезом

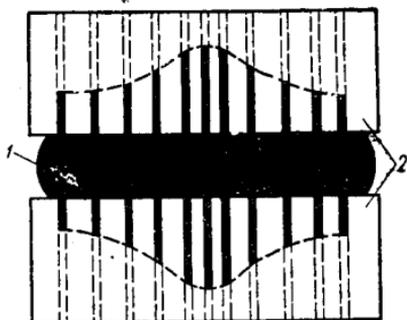


Рис. 116. Распределение контактных нормальных напряжений при осадке образца из воска

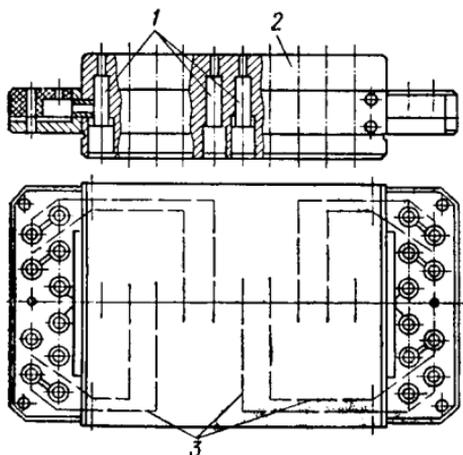


Рис. 117. Устройство плиты с датчиком для измерения нормальных контактных напряжений

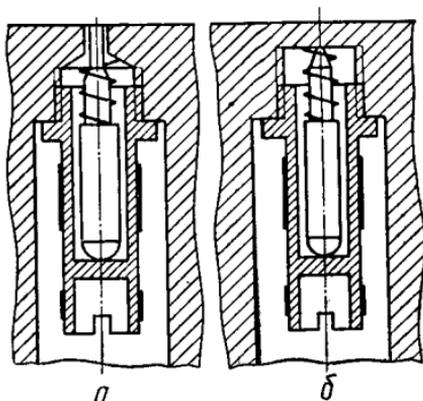


Рис. 118. Устройство точечных штыфтовых месдоз для измерения нормальных давлений методом сквозного штыфта (а) и измерительной мембраны (б)

Для количественного определения контактных напряжений используют точечные месдозы. С помощью таких месдоз Е. П. Унков подробно исследовал распределение нормальных контактных напряжений при осадке. Осадка производилась специальной измерительной плитой (рис. 117), вмонтированной в штамп. В плите 2 имеется несколько гнезд для установки угольных датчиков 1 сопротивления. Давление металла при осадке через плунжер, торец которого прошлифован совместно с плитой, и подпятник передается датчику 1, подключенному проводами 3 к измерительному мосту.

Для измерения нормальных давлений в процессах о.м.д. чаще всего применяют точечные штифтовые месдозы с тензорезисторами (рис. 118). Нормальное давление такой месдозой можно измерять двумя способами [14]. В первом (рис. 118, а) через отверстие в теле инструмента штифт месдозы непосредственно соприкасается с деформируемым телом и воспринимает его силовое воздействие; во втором (рис. 118, б) штифт месдозы упирается в дно глухого отверстия, высверленного в теле инструмента так, что это дно играет роль мембраны, жестко заделанной по контуру. Напряжения, действующие на поверхности очага деформации, вызывают прогиб мембраны, который воспринимается штифтом месдозы.

Упругий элемент точечной месдозы представляет собой цилиндрический стальной стакан, который на резьбе укреплен в теле инструмента. Продольные растягивающие деформации стакана измеряются наклеенными на нем вдоль образующей рабочими тензодатчиками; компенсационные тензодатчики наклеиваются на недеформируемую часть стакана.

При вращении вала с вмонтированной в него точечной месдозой 2 (рис. 119) через штифт 1 и отверстие 3 в валке на пленке осциллографа фиксируется в форме эпюры переменное вдоль очага деформации давление.

Для исследования распределения контактных давлений при прокатке точечные месдозы широко использовали А. П. Чекмарев, Л. Е. Каптуров, П. Л. Клименко и В. М. Клименко. В работе [61] впервые экспериментально исследовано распределение удельных давлений при прокатке в разрезных калибрах.

Ряд исследователей [14, 48, 63] применяли точечные месдозы для определения нормальных контактных напряжений при волочении. Волока с вмонтированными в нее точечными месдозами [48] (рис. 120) имеет корпус 1, соединительную гайку 9, тензорезисторы 8, штифты 7, стаканы 6, крышки 5, пружины 4 и шпонки 3. Номинальный диаметр выходного отверстия (диаметр прутка 2) 10 мм. По периферии рабочего конуса перпендикулярно к его образующей размещены 8 штифтов точечных месдоз. Волока выполнена с цилиндрической частью. Из восьми месдоз две приходятся на цилиндрическую часть, третья размещена на границе между цилиндрической и конической частями, остальные пять — в зоне рабочего конуса волоки.

С. П. Гуров и Н. А. Королев исследовали контактные давления при волочении с помощью однокомпонентных

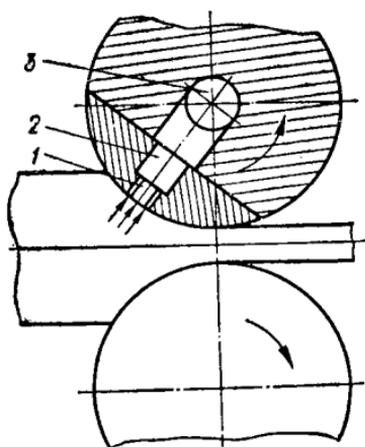


Рис. 119. Схема измерения нормальной составляющей контактного напряжения при прокатке

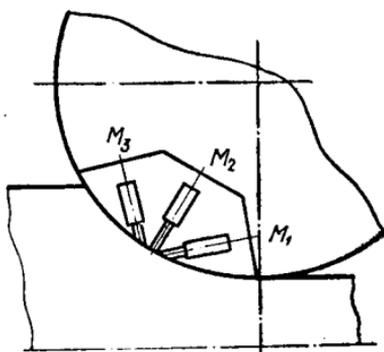


Рис. 121. Схема расположения однокомпонентных мездоз для измерения нормальной и продольной тангенциальной составляющих контактного напряжения

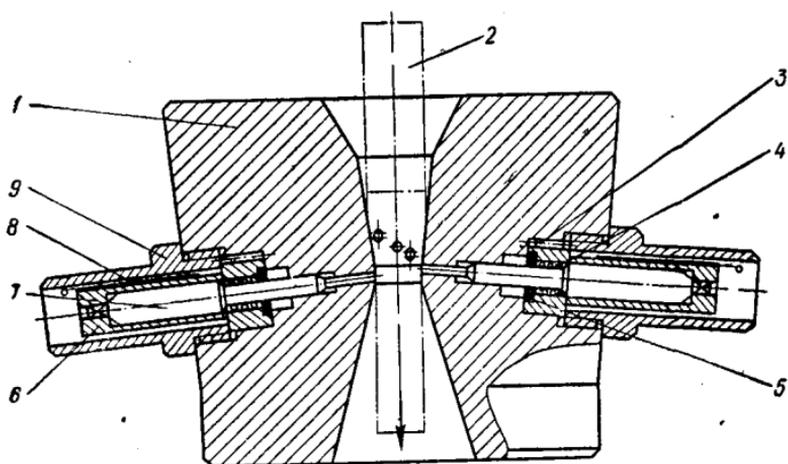


Рис. 120. Устройство волоки с вмонтированными точечными мездозами

штифтовых мездоз, построенных по принципу измерительной мембраны [14].

Располагая эпюрами нормальных контактных давлений, можно во многих случаях определить касательные напряжения на контакте. Так, из приближенных условий равновесия при плоской деформации

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial x} + \tau/h = 0$$

следует, что

$$\tau = -(\partial\sigma_z/\partial x)h.$$

Напряжение трения τ в каждой точке можно определить графическим дифференцированием исходя из того, что $d\sigma_z/dx$ представляет собой тангенс угла наклона касательной к эпюре нормальных напряжений, выражаемой уравнением $\sigma_z = \varphi(x)$.

Исследуя распределение контактных напряжений при прокатке, А. А. Королев применял метод электрического дифференцирования для определения формы эпюры напряжений трения. Это позволило одновременно записать на осциллограмме эпюры нормальных и касательных напряжений.

Для измерения давления и силы трения по дуге контакта [11, 62] в валке в одной плоскости поперечного сечения устанавливают три однокомпонентные месдозы (рис. 121) — одну (M_2) по радиусу валка и две (M_1, M_3) под углом 45° к нему. Выбор углов наклона месдоз M_1 и M_3 неслучаен: при таком расположении трение в каналах штифтов меньше влияет на точность измерений и, кроме того, значительно упрощается обработка записей. Для упрощения монтажа и градуировки месдозы устанавливают в специальном вкладыше, который укрепляют в пазу валка (рис. 121).

Чтобы упростить расшифровку записей, чувствительности измерительных каналов выбирают одинаковыми.

Радиусные точечные месдозы [62] градуируют с помощью приспособлений, обеспечивающих строго нормальное к контактной поверхности давление. Одно из таких приспособлений (рис. 122, а) состоит из массивного цилиндра 3, в котором по оси выполнены: снизу гнездо для установки месдозы, а сверху — расточка, в которой размещается притертый плунжер 2, имеющий на нижнем торце цилиндрический выступ. Мездозу устанавливают так, чтобы штифт выступал из канала на 0,5—1,0 мм. Нагрузка создается взвешенными с большой точностью грузами 1.

Для градуировки наклонных месдоз чаще применяют рычажные приспособления (рис. 122, б). При этом градуировочные характеристики снимают при нагружении и разгрузке. Вследствие трения в каналах штифтов эти характеристики не совпадают. При угле наклона осей месдоз M_1 и M_3 (см. рис. 121), равном 45° , коэффициент трения в каналах штифтов

$$f_{ш} = (y_p - y_n)/(y_p + y_n),$$

где y_n, y_p — ординаты градуировочной характеристики, соответствующие одной и той же градуировочной нагрузке

Рис. 122. Схемы приспособлений для градуировки радиусных (а) и наклонных (б) точечных мездоз

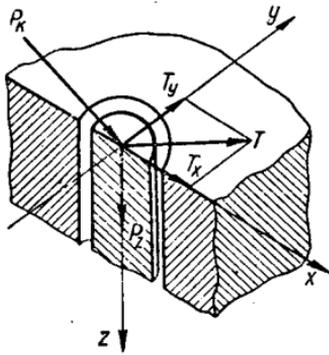
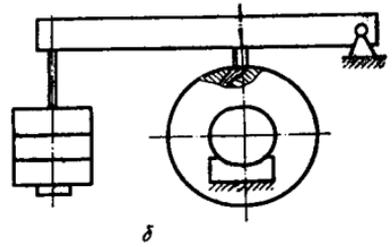
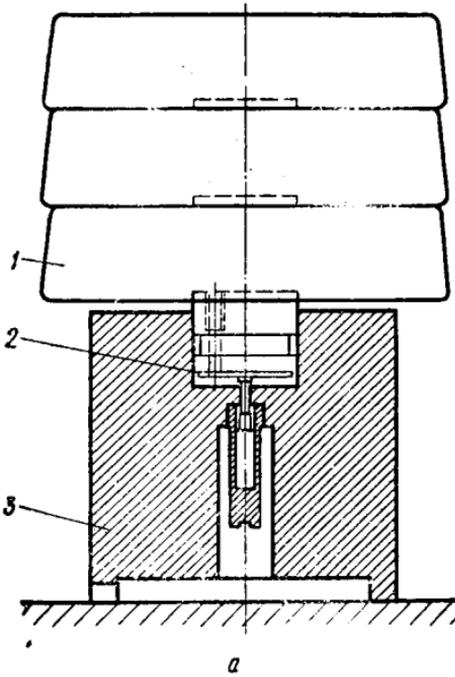


Рис. 123. Схема сил, действующих на торец штифта трехкомпонентной мездозы

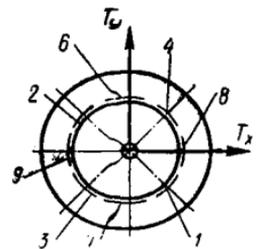
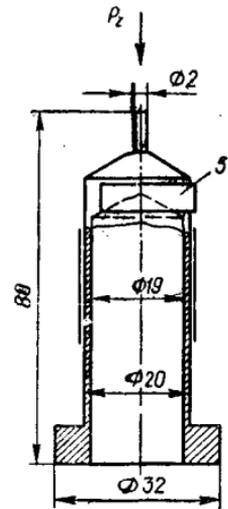


Рис. 124. Расположение тензорезисторов на упругом элементе трехкомпонентной мездозы

ке P при нагружении и разгрузке. Для нормальной работы наклонных месдоз нужно, чтобы коэффициенты трения в каналах были одинаковыми, стабильными и по возможности малыми (обычно $f_{ш} = 0,03 \div 0,05$). Это достигается тщательной обработкой поверхностей штифтов и каналов.

Три составляющие контактного напряжения можно записать на фотопленку одновременно с помощью трехкомпонентной месдозы. Силу, действующую на торец штифта со стороны металла, можно разложить на три составляющие (рис. 123) — нормальную P_z и касательные T_x и T_y . Нормальная составляющая P_z вызывает сжатие упругого элемента месдозы, а результирующая касательная сила $T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = \pi d^2 \sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2} / 4$ — его изгиб. Трехкомпонентную месдозу конструируют так, чтобы между штифтом и каналом был некоторый зазор (около 0,05 мм), позволяющий штифту наклоняться под действием сил трения. Таким образом, штифт оказывается нагруженным одновременно изгибающим моментом и сжимающей силой, которые можно зарегистрировать раздельно, включив тензорезисторы в соответствующую схему. Разумеется, удовлетворительные результаты определения касательных напряжений получают лишь при строго определенной ориентации штифта и разметке его при наклейке тензорезисторов. На рис. 124 показано, как располагать тензорезисторы на рабочей части упругого элемента трехкомпонентной месдозы, а на рис. 125 приведены схемы включения этих тензорезисторов в полумосты. Тензорезисторы 1—4 измеряют составляющие деформации, пропорциональные силам T_x и T_y , а тензорезисторы 6—9 — составляющую деформации, пропорциональную силе P_z . Тензорезистор 5 является компенсационным.

Контактные напряжения при прокатке определяют также валковыми торсиомерами — силоизмерительными валками (рис. 126). Рабочим элементом силоизмерительного валка является вставка 3, прикрепленная двумя винтами 2. При вхождении разреза 1 в очаг деформации прокатываемый металл оказывает на вставку силовое воздействие. Под действием сил трения вставка 3 стремится повернуться относительно точки опоры, совпадающей с осью валка. Измеряются силы трения с помощью двух тензометрических винтов 2, а силы нормального давления — датчиками, наклеенными на верхнюю и нижнюю стенки паза 4.

Осциллограммы касательной и нормальной сил, действующих на вставку, приведены на рис. 127. Кривые являются интегральными; ординаты y пропорциональны

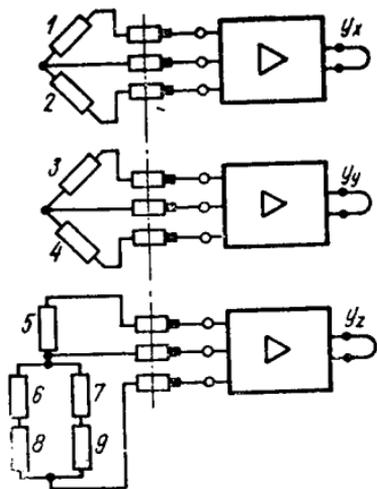


Рис. 125. Схемы включения тензорезисторов трехкомпонентных мезод в измерительные цепи

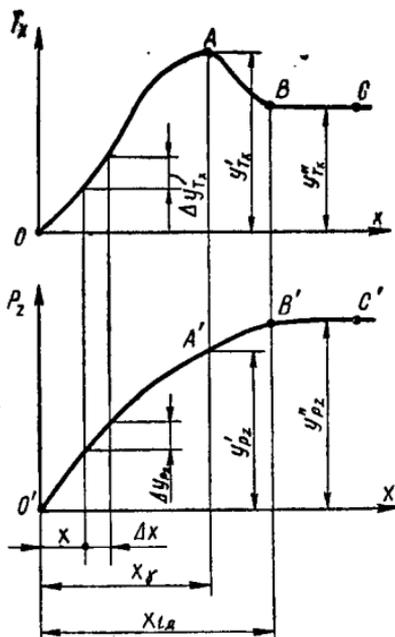


Рис. 127. Осциллограммы касательной и нормальной сил, действующих на вставку

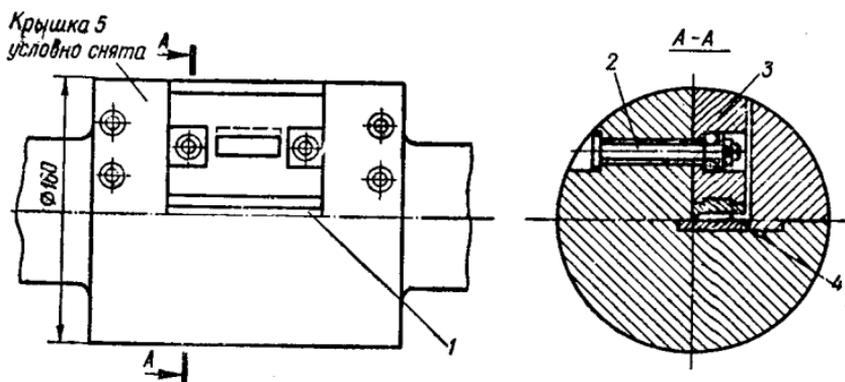


Рис. 126. Устройство силоизмерительного вала

составляющим суммарной силы, действующей на вошедшую в очаг деформации часть вставки.

По осциллограммам можно определить следующие параметры прокатки:

1. Распределение по дуге контакта средних по ширине очага деформации составляющих τ_x и σ_z контактного напряжения. Определяют их дифференцированием полученных кривых.

Для этого осциллограммы разбивают на 10—20 равных участков Δx и на каждом участке вычисляют τ_x и σ_z по формулам

$$\tau_x = (M_{T_x} / M_x B_{cp}) (\Delta y_{T_x} / \Delta x);$$

$$\sigma_z = (M_{P_z} / M_x B_{cp}) (\Delta y_{P_z} / \Delta x),$$

где M_{T_x} , M_{P_z} — масштабы записи, определяемые при градуировке прибора; $M_x = v_b / v_\phi$ — масштаб записи по оси x (v_b — окружная скорость валка, v_ϕ — скорость движения фотоленты); Δy_{T_x} , Δy_{P_z} — приращения ординат кривых на участке длиной Δx ; B_{cp} — средняя ширина очага деформации.

2. Длину дуги контакта $l_d = M_x x_{l_d}$.

3. Угол γ критического сечения. Определяют γ по положению x_γ максимума на кривой касательной силы:

$$\gamma = M_x (x_{l_d} - x_\gamma) / R,$$

где R — радиус валка.

4. Изменение по длине дуги контакта среднего по ширине очага деформации коэффициента контактного трения $f = \tau_x / \sigma_z$ и его значения в зонах отставания и опережения.

5. Момент прокатки для одного валка

$$M = M_{T_x} (y'_{T_x} - y''_{T_x}) R.$$

Для определения силы трения при волочении, кроме штифтовых месдоз, применяют вращающиеся и составные волокнистые месдозы. Вращение волокнистой месдозы вокруг оси приводит к повороту результирующей скорости относительного движения инструмента и металла (рис. 128), а стало быть, и к изменению направления силы трения. Абсолютную величину последней можно считать в определенных пределах не зависящей от скорости относительного скольжения контактирующих поверхностей: $F = fN$, где N — нормальное давление на ту же площадку; f — коэффициент контактного трения.

При вращении волокнистой месдозы на направление волочения проецируется лишь часть полной силы трения: $F_x = P_{тр} = F \cos \gamma$, где γ — угол поворота силы трения:

$$\operatorname{tg} \gamma = v_{oA} / v_A = \omega R_A / v_A.$$

Здесь v_{oA} — окружная скорость вращения элементарной площадки вокруг точки A на волоке; v_A — скорость поступательного движения соответствующей элементарной площадки деформируемого металла; R_A — радиус прутка в месте этой площадки.

Таким образом, снижение силы контактного трения

$$F - F_x = Nf - Nf \cos \gamma = Nf(1 - \cos \gamma).$$

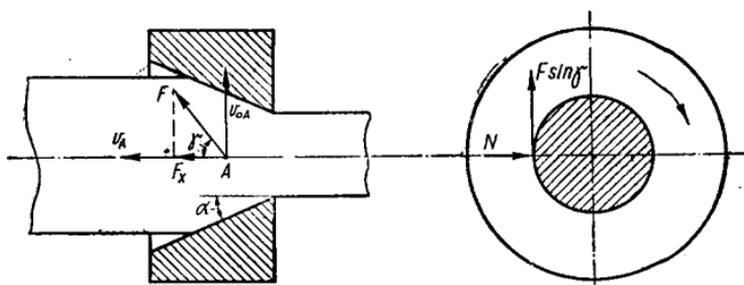


Рис. 128. Схема сил на контактной поверхности вращающейся волокни

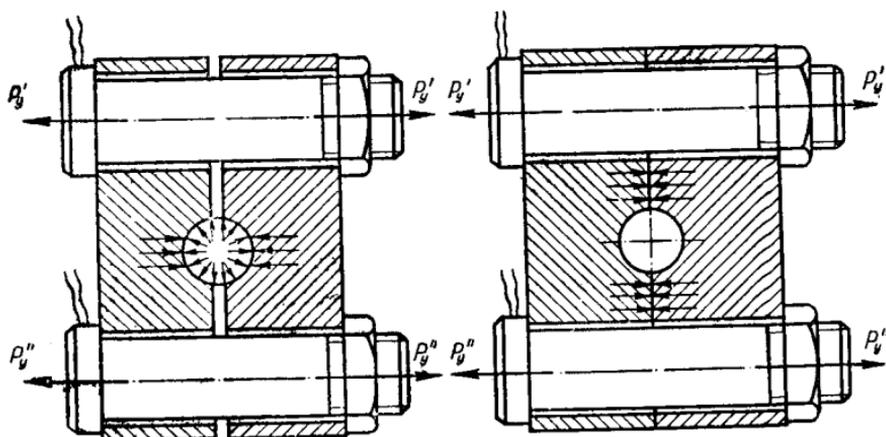


Рис. 129. Схема устройства разрезной волокни

Отсюда следует, что сила трения при вращении волокни снижается тем в большей степени, чем больше соотношение окружной скорости вращения волокни на поверхности контакта и скорости волочения. При отношении $\omega R_A / v_A > 10$ можно считать, что $\cos \gamma \approx 0$; $F_x \approx 0$ и, следовательно, тянущая сила практически не имеет в своем составе силы трения. Измерив силу волочения при неподвижной волокни P_H и при вращении P_0 , получим потери на трение как разность этих двух измерений: $P_{тр} = P_H - P_0$, откуда

$$f = (P_H - P_0) \operatorname{tg} \alpha / P_0,$$

где α — угол волокни.

Коэффициент контактного трения с использованием разрезной волокни (рис. 129 [48]) определяют по следующей формуле, выведенной из условий статического равновесия продольных и поперечных сил:

$$f = \frac{\operatorname{ctg} \alpha - \pi (P_y / P)}{1 + \pi (P_y / P) \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{P \operatorname{ctg} \alpha - \pi P_y}{P + \pi P_y \operatorname{ctg} \alpha}, \quad (10.3)$$

где P_y — разделяющая сила ($P_y = P'_y + P''_y$); P — сила волочения; α — угол волоки.

Если в формуле (10.3) величину π вынесем за скобки и сократим, то получим

$$f = \frac{(\text{ctg } \alpha)/\pi - P_y/P}{1/\pi + (P_y \text{ ctg } \alpha)/P}. \quad (10.4)$$

При практически применяемых углах рабочего конуса волоки величина $1/\pi$ по сравнению с величиной $(P_y \text{ ctg } \alpha)/P$ очень мала и ею можно пренебречь. Тогда формула (10.4) примет вид

$$f = \frac{(\text{ctg } \alpha)/\pi - P_y/P}{(P_y \text{ ctg } \alpha)/P} = \frac{P}{\pi P_y} - \text{tg } \alpha. \quad (10.5)$$

Формула (10.5) была предложена в 1957 году В. П. Северденко и В. З. Жилкиным [48].

10.7. Силы во внеконтактных зонах

Напряженное состояние внеконтактных зон обрабатываемой полосы во всех случаях влияет на силовые условия в очаге деформации. В таких процессах, как волочение и проталкивание проволоки и прутков через волоки, вся деформирующая сила передается через внеконтактные зоны (передний или задний концы полосы). Наличие натяжения или подпора при прокатке существенно влияет на многие параметры — давление металла на валки, крутящий момент, расход энергии, опережение, размеры полосы и др. Изучать влияние сил во внеконтактных зонах очага деформации на основные параметры процесса необходимо, чтобы осуществлять рациональный скоростной режим и условия деформации, обеспечивающие получение изделий в заданных допусках размеров при максимальной производительности процесса.

Силы в обрабатываемой полосе можно измерять с помощью месдоз, устанавливаемых в соответствующих местах — под роликами петледержателя, между подушками и станиной прокатной клетки, вместо опор клетки в качающихся прокатных клетях, под волоками волочильных станков и т. д. Существуют и другие методы определения сил натяжения и подпора — по изменению тока приводных электродвигателей, по прогибам рабочих валков вдоль оси прокатки и пр.

С помощью петледержателя можно измерять только натяжение полосы. Для этого между рабочими клетями

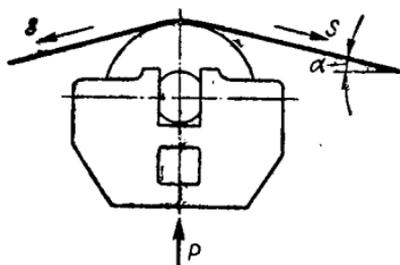


Рис. 130. Схема измерения натяжения полосы с помощью ролика петледержателя

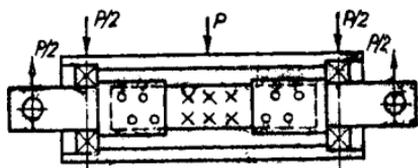


Рис. 131. Схема многоэлементного магнитоупругого изгибаемого датчика

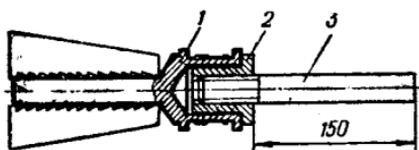


Рис. 132. Устройство месдозы для измерения силы проталкивания

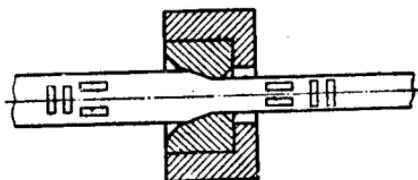


Рис. 133. Расположение тензорезисторов на переднем и заднем концах полосы

устанавливают устройство, имеющее рычаг с роликом. При подъеме ролика полоса отклоняется от линии прокатки (рис. 130). Если прокатка ведется с натяжением, то на ролик со стороны полосы действует сила

$$P = 2S \sin \alpha.$$

По измеренной силе P легко определить натяжение S . Измерить силу P можно, например, с помощью магнитоупругого датчика (рис. 131) [12]. Магнитопровод такого датчика представляет собой брус сечением 60×60 мм и длиной 500 мм, склеенный из пластин стали Э310 толщиной 1 мм. Характеристика датчика линейна в диапазоне нагрузок $0-90$ кН. Точность контроля достигает 1% .

С помощью петлеобразующего ролика успешно измеряют силу и при волочении проволоки [7]. Для определения силы проталкивания можно применить месдозу, показанную на рис. 132. Месдоза 1 представляет собой тонкостенный стакан, переходящий в сплошной хвостовик для зажима губками проталкивателя. В стакан помещается переходная втулка 2, в которую на резьбе крепится проталкиваемый пруток 3. Преимущество такой месдозы — возможность применить на любом типе оборудования. Ее недостаток состоит в том, что длина прутков не может превы-

шать 150—200 мм, в связи с чем такой методикой нельзя контролировать производственные процессы.

При холодном волочении, проталкивании, а также волочении с подпором силу в переднем и заднем концах полосы можно измерить также, непосредственно наклеивая тензорезисторы на поверхность полосы (рис. 133). Погрешностей от продольного изгиба в этом случае (как и в предыдущем) избегают, располагая рабочие тензорезисторы друг против друга и включая их в противоположные плечи измерительного моста. Такой способ измерения сил оправдан необходимостью получить особо точные данные о силовых условиях процесса волочения с подпором.

10.8. Сопротивление деформации

Под сопротивлением деформации материала понимают интенсивность напряжений, отвечающих условиям его деформирования [52]. Наиболее сильно на сопротивление деформации металлов и сплавов влияют термомеханические параметры — температура, степень и скорость деформации.

Чтобы экспериментально определить сопротивление деформации, в зависимости от поставленных задач и имеющихся возможностей используют различные методы и оборудование. Для испытаний на растяжение и осадку с низкими (статическими) скоростями используют серийные испытательные машины. Для деформирования со средними и высокими скоростями применяют различное нестандартное, а также производственное кузнечно-прессовое оборудование — гидравлические, винтовые, фрикционные или кривошипные прессы, копры.

В последние годы за рубежом и в нашей стране появились специальные испытательные установки — кулачковые пластометры [32, 56], позволяющие получать скорости деформации в довольно широком диапазоне: от 0,5—1,5 до 30—50 с⁻¹. Преимуществом кулачкового пластометра является также возможность обеспечить соответствующим профилированием кулачка заданный закон изменения деформации во времени. Мощность же существующих пластометров невелика, в связи с чем при деформировании высокопрочных материалов размеры образцов приходится уменьшать. До настоящего времени пластометры не получили широкого распространения и промышленностью не выпускаются.

Один из основных методов экспериментального исследования сопротивления деформации — испытание на осад-

ку в условиях, близких к линейному сжатию. Степень деформации здесь доводят до 50%, так как при больших деформациях за счет трения и бочкообразности сильно возрастают подпирающие силы, искажающие результаты.

Если мощность испытательной машины достаточна, скорость перемещения инструмента в процессе осадки может оставаться практически постоянной. При этом скорость деформации $\dot{\epsilon} = v_{\text{ин}}/h$ будет возрастать с уменьшением h от h_0 до $h_1 = 0,5h_0$. Следовательно, средняя скорость деформации в процессе осадки

$$\dot{\epsilon}_{\text{ср}} = (v_{\text{ин}}/h_0 + v_{\text{ин}}/h_1)/2 = 3v_{\text{ин}}/2h_0.$$

Чтобы получить среднюю скорость осадки 1 с^{-1} , скорость инструмента

$$v_{\text{ин}} = 2h_0/3.$$

Для образца высотой $h_0 = 25 \text{ мм}$ $v_{\text{ин}} \approx 17 \text{ мм/с}$.

Исследовать сопротивление деформации можно на пресовой установке, снабженной тензометрической аппаратурой, которая включает в себя месдозу для измерения силы осадки, датчик перемещения инструмента и электрическую схему измерения силы и перемещения. Месдоза имеет упругий цилиндрический элемент типа «стакан» с наклеенными на него тензорезисторами с базой 20 мм и сопротивлением 300 Ом. В каждое плечо моста схемы (рис. 134) включены параллельно два тензорезистора, наклеенных на стакан так, что два диаметрально противоположных плеча являются рабочими, а два других — компенсационными. Датчиком деформации служит балочный ходограф с тензорезисторами, соединенными в измерительный мост.

Питание мостов I (месдозы) и II (балочный ходограф) осуществляется постоянным током от универсального электронного стабилизированного выпрямителя УЭСВ-1, обеспечивающего стабильное напряжение 230 В с отклонением не более $\pm 0,1\%$ от номинального значения при колебаниях напряжения питающей сети в пределах 200—230 В и изменении нагрузки от 0 до 460 мА. Регулируется напряжение питания мостов реостатами R_{p1} и R_{p2} , а контролируется миллиамперметром mA , имеющим пределы измерений 0—250 мА и класс точности 0,5. Такой контроль питания измерительных мостов позволяет непосредственно (без сложных пересчетов) установить рабочий ток через тензодатчики. Допустимая величина тока и определяет максимальное напряжение питания моста. Включается миллиамперметр переключателями П1 и П4. Для балансировки мостов введены потенциометры ПБ1, ПБ2 и огра-

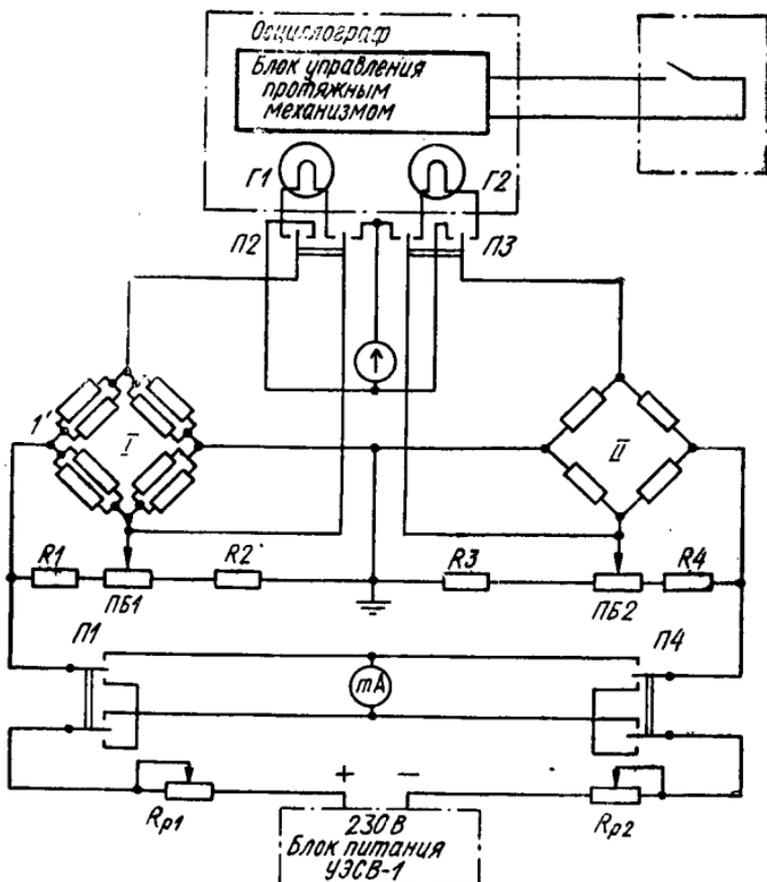


Рис. 134. Двухканальная безусилительная тензометрическая схема измерения сил и деформаций

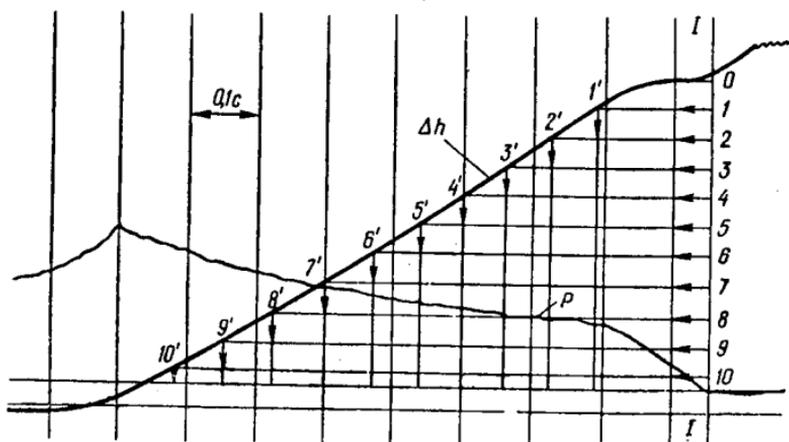


Рис. 135. Осциллограмма силы осадки и перемещения образца, полученные на гидравлическом прессе

ничительные резисторы $R1—R4$. Измерительные диагонали мостов переключателями $П2$ и $П3$ можно подключать либо к нуль-индикатору, либо к гальванометрам $Г1$ и $Г2$ осциллографа.

Осциллограммы силы осадки P и перемещения инструмента Δh записаны при скорости движения фотоленты 16 см/с. Поскольку силы P и перемещение Δh бойка записывались синхронно, из осциллограммы можно найти силу и деформацию для любого момента времени и пересчитать их в среднее контактное давление и деформацию:

$$\sigma = P/S = P(1 - \varepsilon)/S_0,$$

где $\varepsilon = \Delta h/h_0$ — относительное обжатие.

Как уже отмечалось, среднее напряжение осадки при обжатиях $\varepsilon \leq 0,4 \div 0,5$ с достаточной для инженерных расчетов точностью может быть принято за сопротивление деформации.

10.9. Температура

Температура деформации — один из важнейших технологических параметров о. м. д. Данные о силовых и энергетических параметрах, сопротивлении металла деформации и его пластичности, полученные в результате эксперимента, обладают подлинной ценностью лишь в том случае, когда точно известна температура, при которой металл деформировался.

В исследованиях процессов о. м. д. температуру измеряют, в основном, электрическими приборами. Наиболее часто применяют термометры сопротивления, термоэлектрические термометры и пирометры излучения.

Электрический термометр сопротивления в качестве первичного преобразователя содержит терморезистор, включенный в измерительную схему, которая, как правило, представляет собой равновесный или неравновесный мост. Терморезистор может быть включен в мост по двух- и трехпроводной схеме. Если его включают в одно из плеч моста с помощью двух проводов $R_{л1}$ и $R_{л2}$ (двухпроводная схема), прибор имеет погрешность за счет изменения сопротивления проводов $\Delta R_{л}$ при колебании окружающей температуры:

$$\Delta t^{\circ} = \Delta R_{л}/R_{т} \alpha_{т},$$

где $R_{т}$ и $\alpha_{т}$ — начальное сопротивление терморезистора (при $t^{\circ} = 0^{\circ}\text{C}$) и его температурный коэффициент соответственно. Для уменьшения погрешности от колебаний температуры применяют трехпроводную схему (рис. 136). В ней два про-

вода включены в соседние плечи моста, а третий — в диагональ питания. При работе такой схемы в равновесном режиме и выполнении условий $R1 = R3$; $R_{л1} = R_{л2}$ погрешности от изменения сопротивлений проводов нет. В неравновесном режиме погрешность хоть и имеет место, но значительно меньше, чем в двухпроводной схеме.

Промышленно выпускаются автоматические мосты, измеряющие, регистрирующие и регулирующие температуру в одной или нескольких точках. Автоматические мосты типа КСМ, применяемые с медными и платиновыми терморезисторами, имеют класс точности 0,5.

Растущие требования к точности измерений требуют создания более эффективных преобразователей температуры. Одна из эффективных схем таких устройств [4] предполагает использование балансного диодно-регенеративного компаратора (БДРК), осуществляющего на одном каскаде сравнение, преобразование и усиление входного сигнала до величины срабатывания конечных исполнительных устройств (рис. 137). Резистивные чувствительные элемен-

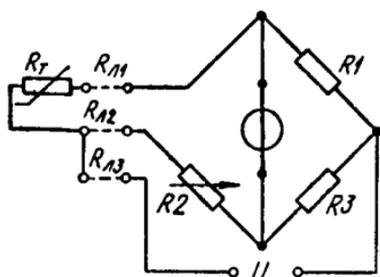
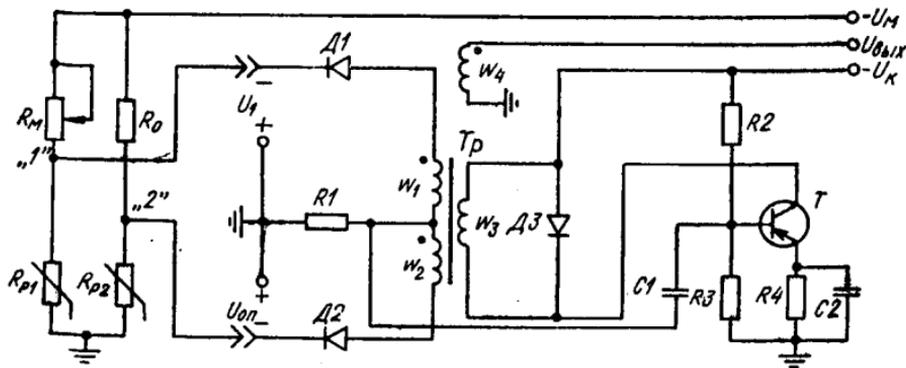


Рис. 136. Мостовая трехпроводная схема включения преобразователя термометра сопротивления

Рис. 137. Электрическая схема преобразователя разности температур



ты(ЧЭ) R_{p1} и R_{p2} , один из которых рабочий, а другой — сравнительный, включены в плечи измерительного моста. С помощью резисторов R_m и R_0 задают нужную величину выходного сигнала моста, определяющую рабочий интервал разности контролируемых температур. Напряжения U_1 и $U_{оп}$ подаются на вход БДРК — блокинг-генератора с управляемыми обратными связями, собранного на транзисторе T и импульсном трансформаторе Tr . Управление обратными связями осуществляют двумя встречно выполненными обмотками w_1 и w_2 трансформатора Tr , переключаемыми диодами $D1$ и $D2$. Проводимость диодов (переключение) определяется величиной и полярностью суммарного напряжения, приложенного ко входу компаратора: $\Delta U = U_{оп} - U_1$.

Рассмотрим работу преобразователя при уменьшении контролируемой температуры относительно исходного значения. В исходном состоянии сопротивления рабочего и сравнительного ЧЭ одинаковы и $\Delta U = 0$; транзистор T заперт и блокинг-процесса нет. При уменьшении контролируемой температуры сопротивление рабочего ЧЭ возрастает и $|\Delta U|$ увеличивается. Поскольку $|U_{оп}| < |U_1|$, напряжение ΔU прикладывается к диоду $D1$ в прямом направлении и вызывает уменьшение динамического сопротивления диода. Действие положительной обратной связи возрастает. В то же время к диоду $D2$ напряжение ΔU приложено в обратном направлении, его динамическое сопротивление увеличивается, что вызывает уменьшение отрицательной обратной связи. При этом транзистор T открывается и начинается блокинг-процесс.

На выходе трансформатора (обмотка w_4) появляются импульсы, частота следования которых зависит от величины ΔU , а следовательно, от разности контролируемых температур.

Экспериментальная зависимость частоты выходного сигнала от разности входных напряжений приведена на рис. 138.

Оценим точность преобразователя. Определим изменение напряжения в точке «1» (см. рис. 137) при изменении температуры рабочего ЧЭ от t_1° до t_2° (влиянием входного сопротивления БДРК 3 — 10 МОм пренебрегаем):

$$\Delta t_1^\circ = t_1^\circ - t_2^\circ;$$

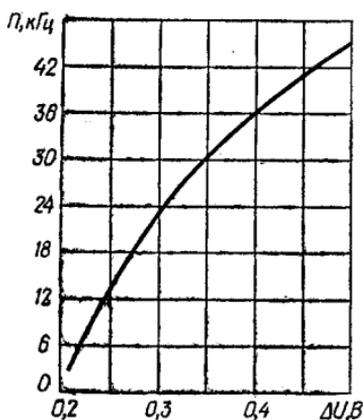


Рис. 138. Зависимость частоты выходного сигнала от разности входных напряжений

$$\Delta U_{\Delta t^{\circ}} = U_m [R_{t_1} / (R_{t_1} + R_m) - R_{t_2} / (R_{t_2} - R_m)],$$

где U_m — напряжение питания моста; R_{t_1} , R_{t_2} — сопротивление рабочего тензорезистора при температурах t_1° и t_2° соответственно.

Если температурный коэффициент сопротивления терморезистора при 20°C равен $5\%/^{\circ}\text{C}$, то при увеличении температуры на 1°C имеем $R_{t_2} = 0,95 R_{t_1}$. Выбрав $R_m = R_{t_1}$, получим $\Delta U_{1^{\circ}\text{C}} = 0,013 U_m$. При напряжении питания $U_m = 10\text{ В}$ величина $\Delta U_{1^{\circ}\text{C}} = 130\text{ мВ}$, что соответствует изменению частоты выходного сигнала в среднем на 9 кГц (рис. 138). Учитывая реальный порог чувствительности БДРК ($1-10\text{ мВ}$), преобразователь дает возможность определить разность температур с точностью до десятых долей градуса.

Установка для измерения температуры с помощью термомпары (рис. 139) содержит платина-платинородиевую термомпару ТП, автоматический потенциометр как регулятор нагрева и светолучевой осциллограф с высокочувствительным гальванометром Г для записи температуры на фотоленту. Чтобы проконтролировать температуру по сечению образца, в его теле сверлят отверстия для термомпар до оси образца и на глубину, соответствующую средневзвешенной температуре [52]. Применять в измерительной установке, наряду с потенциометром, шлейфовый осциллограф целесообразно лишь в том случае, если температуру деформации нужно зафиксировать в комплексе с другими параметрами процесса в виде записи на фотоленте. Если такой необходимости нет, то температуру измеряют по показаниям автоматического потенциометра, который одновременно и записывает их на диаграммную бумагу. Автоматические потенциометры типа КСП класса точности 0,5 со стандартными термомпарами используют для измерения, регистрации, а также регулирования температуры. Поправку на изменение температуры свободных

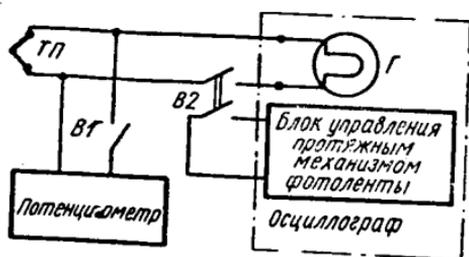


Рис. 139. Схема установки для измерения температуры с помощью термомпары

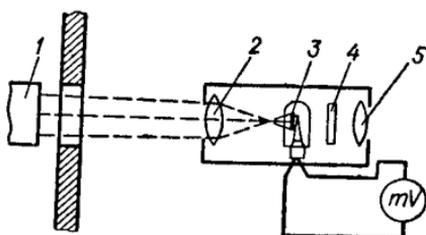


Рис. 140. Схема радиационного пирометра

концов термопары в этих приборах вводят с помощью терморезистора (медного, никелевого и т. п.), помещенного в зону температуры свободных концов (см. гл. 2).

Для измерения и контроля температуры при о. м. д. широко применяют радиационные пирометры (рис. 140), в которых интегральная интенсивность излучения воспринимается теплочувствительным элементом (обычно термобатареей). Внутри телескопа, имеющего объектив 2 и окуляр 5, расположена заключенная в стеклянной колбе термобатарея 3 из последовательно включенных термопар (например, хромель-копелевых). Рабочие концы термопар находятся на платиновом лепестке, покрытом платиновой чернью. Телескоп наводят на объект 1 так, чтобы изображение объекта перекрывалось лепестком и вся энергия излучения попадала на рабочие концы термопар. Светофильтр 4 служит для защиты глаз при наведении пирометра.

Градуируют радиационные пирометры по излучению абсолютно черного тела, поэтому для них характерна погрешность от неполноты излучения физических тел. Из выпускаемых серийно нескольких типов радиационных пирометров наиболее распространены пирометры типа РАПИР, предназначенные для измерения температур в пределах 100—4000 °С.

Кроме рассмотренных, в измерительной технике применяют фотоэлектрические, оптические [72] и некоторые другие виды пирометров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Основные направления экономического и социального развития СССР на 1981—1985 годы и на период до 1990 года.— В кн.: Материалы XXVI съезда КПСС.— М.: Политиздат, 1981, с. 131—206.
2. Агейкин Д. И., Костина Е. Н., Кузнецова Н. Н. Датчики контроля и регулирования.— М.: Машиностроение, 1965.— 628 с.
3. Азизов А. М., Гордов А. Н. Точность измерительных преобразователей.— Л.: Энергия, 1975.— 256 с.
4. Андриященко Б. Н., Маслов В. Е. Частотный преобразователь разности измерительных величин.— Изв. высш. учеб. заведений. Приборостроение, 1978, 21, № 3, с. 22—26.
5. Вашны Е. Динамика измерительных цепей.— М.: Энергия, 1969.— 288 с.
6. Винарский М. С., Жадан В. Г., Кулак Ю. А. Математическая статистика в черной металлургии/Под общ. ред. П. И. Полухина.— Киев: Техника, 1973.— 218 с.
7. Волочение металла через три волокна, нагружающиеся поочередно / В. М. Клименко, В. Н. Шаповал, В. И. Чикалов, Г. В. Пригунов.— Металлург. и горноруд. пром-сть, 1974, № 1 (85), с. 49—50.
8. Глаговский Б. А., Пивен И. Д. Электротензометры сопротивления.— Л.: Энергия, 1972.— 85 с.
9. ГОСТ 16263—70. Метрология. Термины и определения.— Введ. 01.01.1970.
10. Грудев А. П. Внешнее трение при прокатке.— М.: Металлургия, 1973.— 288 с.
11. Губкин С. И. Пластическая деформация металлов: В 3-х т.— М.: Metallurgizdat, 1960.— Т. 1. 376 с.; Т. 2. 461 с.; Т. 3. 306 с.
12. Гуманюк М. Н. Магнитоупругие датчики в автоматике.— Киев: Техника, 1972.— 264 с.
13. Гуревич А. Е., Рокотян Е. С. Методы исследования прокатных станов.— М.: Гос. изд-во науч.-техн. лит. по черной и цвет. металлургии, 1957.— 494 с.
14. Гуров С. П., Королев Н. А. Измерение удельного давления при волочении однокомпонентными штифтовыми месдозами.— Изв. высш. учеб. заведений. Черная металлургия, 1973, № 2, с. 76—78.
15. Гутенмахер Л. И. Электрические модели.— Киев: Техника, 1975.— 176 с.
16. Дель Г. Д., Новиков Н. А. Метод делительных сеток.— М.: Машиностроение, 1979.— 144 с.
17. Евстратов В. А. Теория обработки металлов давлением.— Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1981.— 248 с.
18. Золотухин Н. М. Моделирование процессов горячего деформирования металлов.— Вестник машиностроения, 1958, № 9, с. 36—39.

19. Измерения неэлектрических величин / А. М. Туричин, П. В. Новицкий, Е. С. Левшина и др.; Под ред. П. В. Новицкого.— Л.: Энергия, 1975.— 576 с.
20. Ильюшин А. А. Моделирование горячих и скоростных процессов обработки металлов давлением.— В кн.: Прогрессивная технология кузнечно-штамповочного производства.— М.: Машгиз, 1952, с. 31—47.
21. Исследование распределения деформаций и напряжений в очаге деформации при прокатке в круглых калибрах/Ю. П. Литвиненко, В. Н. Шаповал, Г. В. Пригунов, А. И. Яковлев.— В кн.: Науч. труды в отрасли металлург. пром-сти. Донецк: Донецкий политехн. ин-т, 1972, с. 116—122.— Укр.
22. Карпов Р. Г., Карпов Н. Р. Электрорадиоизмерения.— М.: Высшая школа, 1978.— 272 с.
23. Касандрова О. Н., Лебедев В. В. Обработка результатов наблюдений.— М.: Наука, 1970.— 104 с.
24. Клименко В. М., Шаповал В. Н. Вибрационная обработка металлов давлением.— Киев: Техника, 1977.— 128 с.
25. Кобус А., Тушинский Я. Датчики Холла и магниторезисторы: Пер. с польск. В. И. Тихонова и К. Б. Македонской / Под ред. О. К. Хомерики.— М.: Энергия, 1971.— 352 с.
26. Козубовский С. Ф. Автоматические корреляционные измерители скорости.— Киев: Изд-во АН УССР, 1963.— 79 с.
27. Колчин О. П., Шаповал В. Н., Шаповал А. Н. Экспериментальная установка для деформирования тугоплавких металлов.— Научные труды ВНИИТС, 1978, № 19, с. 49—52.
28. Контактное трение в процессах обработки металлов давлением / А. Н. Леванов, В. Л. Колмогоров, С. П. Буркин и др.— М.: Металлургия, 1976.— 416 с.
29. Лебедев А. Н. Счетно-решающие устройства.— М.: Машиностроение, 1966.— 424 с.
30. Литвиненко Ю. П., Яковлев А. И. Деформации и напряжения при прокатке овального раската в круглом калибре.— Сталь, 1972, № 3, с. 246—249.
31. Логинов В. Н. Электрические измерения механических величин.— М.: Энергия, 1976.— 103 с.
32. Мардин В. В., Кривоносов А. И. Справочник по электронным измерительным приборам.— М.: Связь, 1978.— 416 с.
33. Механические свойства стали при горячей обработке давлением / И. Я. Тарновский, А. А. Поздеев, Л. В. Меандров, Г. А. Хасин.— Свердловск: Металлургиздат, 1960.— 264 с.
34. Мошнин Е. Н. Моделирование горячих процессов пластического деформирования.— Кузнечно-штамповочное производство, 1959, № 3, с. 1—8.
35. Мошнин Е. Н., Золотухин Н. М. Определение усилия осадки поковок.— Кузнечно-штамповочное производство, 1960, № 6, с. 1—5.
36. Мошнин Е. Н., Золотухин Н. М. Уточнение методики определения усилия осадки поковок.— Кузнечно-штамповочное производство, 1961, № 3, с. 18—19.
37. Налимов В. В. Теория эксперимента.— М.: Наука, 1971.— 208 с.
38. Новицкий П. В. Основы информационной теории измерительных устройств.— Л.: Энергия, 1968.— 248 с.
39. Нуберт Г. П. Измерительные преобразователи неэлектрических величин.— Л.: Энергия, 1970.— 360 с.
40. Основы научных исследований в литейном производстве / А. Е. Кри-

- вошеев, Г. Е. Белаи, О. В. Соценко и др.; Под общ. ред. А. Е. Кривошеева.— Киев; Донецк: Вища школа. Головное изд-во, 1979.— 168 с.
41. Пивоваров Л. В. Индукционные измерители линейной скорости и длины.— М.: Энергия, 1972.— 80 с.
 42. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории упругих колебаний.— М.: Машиностроение, 1976.— 316 с.
 43. Писаренко Ф. А., Долженков Ф. Е. Применение ЭВМ, оснащенных графическими дисплеями, для проектирования калибровок валков сложных фасонных профилей. Препринт доклада Ин-та экономики пром-сти АН УССР.— Донецк: Вища школа. Головное изд-во, 1978.— 44 с.
 44. Пластичность и разрушение/В. Л. Колмогоров, А. А. Богатов, В. А. Мигачев и др.; Под ред. В. Л. Колмогорова.— М.: Металлургия, 1977.— 336 с.
 45. Приборы и системы для измерения вибрации, шума и удара: Справочник.— В 2-х кн. / Под ред. В. В. Клюева.— М.: Машиностроение, 1978.— Кн. 2. 439 с.
 46. Проектирование датчиков для измерения механических величин / Под ред. Е. П. Осадчего.— М.: Машиностроение, 1979.— 480 с.
 47. Ренне И. П. Экспериментальные методы исследования пластического формоизменения в процессах обработки металлов давлением с помощью делительной сетки.— Тула; Тульск. политехн. ин-т, 1970.— 146 с.
 48. Северденко В. П., Жилкин В. З. Основы теории и технологии волочения проволоки из титановых сплавов.— Минск: Наука и техника, 1970.— 204 с.
 49. Смирнов-Аляев Г. А. Сопротивление металлов пластическому деформированию.— 3-е изд., перераб. и доп.— Л.: Машиностроение, 1978.— 368 с.
 50. Смирнов-Аляев Г. А., Чикидовский В. П. Экспериментальные исследования в обработке металлов давлением.— Л.: Машиностроение, 1972.— 360 с.
 51. Смирнов Н. В., Дудин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики.— 3-е изд.— М.: Наука, 1969.— 511 с.
 52. Сопротивление деформации и пластичность металлов при обработке давлением/В. С. Смирнов, А. К. Григорьев, В. П. Пакудин, В. В. Садовников.— М.: Металлургия, 1975.— 272 с.
 53. Сторожев М. В., Попов Е. А. Теория обработки металлов давлением.— 4-е изд., перераб. и доп.— М.: Машиностроение, 1947.— 423 с.
 54. Стульников В. И. Программирование задач для решения на АВМ.— Киев: Техника, 1978.— 200 с.
 55. Гарновский П. Я., Леванов А. Н., Поксеваткин М. И. Контактные напряжения при пластической деформации.— М.: Металлургия, 1966.— 279 с.
 56. Трухачев В. С., Удалов Н. П. Полупроводниковые тензопреобразователи.— М.: Энергия, 1968.— 76 с.
 57. Туричин А. М. Электрические измерения. Общий курс.— М.; Л.: Госэнергоиздат, 1961.— 340 с.
 58. Туричин А. М. Электрические измерения неэлектрических величин.— М.; Л.: Энергия, 1966.— 690 с.
 59. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах: Пер. с англ.— М.: Мир, 1969.— 395 с.

60. Хорна О. Тензoeлектрические мосты.— М.; Л.: Гостехиздат, 1962.— 334 с.
61. Чекмарев А. П., Клименко В. М. Экспериментальное исследование распределения удельных давлений при прокатке в разрезных калибрах.— Изв. высш. учеб. заведений. Черная металлургия, 1961, № 12, с. 72—82.
62. Чекмарев А. П., Ольдзиевский С. А. Методы исследования процессов прокатки.— М.: Металлургия, 1969.— 294 с.
63. Чекмарев А. П., Чуйко П. И. Силовые параметры при волочении.— Металлургия и коксохимия, 1966, вып. 4, с. 179—190.
64. Челышев Н. А., Кобышев В. К., Богданова Н. Г. и др.— Изв. высш. учеб. заведений. Черная металлургия, 1965, № 4, с. 96—101.
65. Чижииков Ю. М. Теория подобия и моделирование процессов обработки металлов давлением.— М.: Металлургия, 1970.— 296 с.
66. Чкалов В. И. Применение АВМ для исследования режимов работы электродинамического привода поочередно погружающихся волок.— В кн.: Сб. научн. трудов. Донецк: Донецк. политехн. ин-т, 1974, с. 147—151.
67. Чиченев Н. А., Кудрин А. Б., Полухин П. И. Методы исследования процессов обработки металлов давлением (экспериментальная механика).— М.: Металлургия, 1977.— 312 с.
68. Чкалова О. Н. Основы научных исследований.— Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1978.— 120 с.
69. Шаповал В. Н., Чкалов В. И. Моделирование систем с нелинейной зависимостью между параметрами с применением АВМ.— В кн.: Нелинейные эффекты в микроэлектронике и их применение. Киев: О-во «Знание» УССР, 1974, с. 26—27.
70. Шенк Х. Теория инженерного эксперимента: Пер. с англ. Е. Е. Коваленко / Под ред. чл.-кор. АН СССР Н. П. Бусленко.— М.: Мир, 1972.— 381 с.
71. ЩигOLEB Б. М. Математическая обработка наблюдений.— М.: Физматгиз, 1962.— 344 с.
72. Электрические измерения/Байда Л. И., Добротворский Н. С., Душин Е. М. и др.; Под ред. А. В. Фремке и Е. М. Душина.— 5-е изд., перераб. и доп.— Л.: Энергия, 1980.— 392 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	8
Часть I. ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА	5
Глава 1. Общая характеристика средств измерений	7
1.1. Измеряемые величины, средства и методы их измерений	7
1.2. Электрические средства измерений	10
1.3. Статические характеристики средств измерений	13
1.4. Динамические характеристики средств измерений	18
1.5. Структурные схемы средств измерений	21
Глава 2. Преобразователи вида энергии сигнала	24
2.1. Резистивные преобразователи	24
2.2. Емкостные преобразователи	36
2.3. Электромагнитные параметрические преобразователи	37
2.4. Преобразователи Холла	42
2.5. Индукционные преобразователи	44
2.6. Пьезоэлектрические преобразователи	46
2.7. Термоэлектрические генераторные преобразователи	43
2.8. Фотоэлектрические генераторные преобразователи	49
Глава 3. Структурные элементы измерительных установок	50
3.1. Упругие элементы датчиков для измерения механических величин	50
3.2. Измерительные цепи параметрических датчиков	57
3.3. Дифференцирующие и интегрирующие схемы	60
3.4. Измерительные усилители	62
3.5. Линии связи	66
3.6. Покрывающие и регистрирующие приборы	68
Глава 4. Градуировка средств измерений	75
4.1. Градуировка приборов для измерения сил и давлений	75
4.2. Градуировка виброметров и акселерометров	76
4.3. Погрешности градуировки	78
4.4. Построение градуировочных характеристик и графиков поправок	81
Часть II. НАУЧНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА	84
Глава 5. Применение основ теории подобия и моделирования при подготовке и проведении экспериментальных исследований	87
5.1. Основные положения теории подобия и моделирования	87
5.2. Анализ размерностей и уменьшение числа переменных	89
5.3. Физическое подобие при моделировании процессов о. м. д.	93
5.4. Принципы приближенного моделирования	96

5.5. Математическое моделирование	100
Глава 6. Выбор измерительной аппаратуры и оценка погрешностей измерения	107
6.1. Основные критерии для выбора средств измерений	107
6.2. Определение максимальной частоты процесса	109
6.3. Выбор несущей частоты тензометрической аппаратуры	112
6.4. Классификация погрешностей измерения	113
6.5. Методы исключения систематических погрешностей	115
6.6. Методика оценки случайных погрешностей	116
6.7. Вычисление погрешности косвенных измерений	120
6.8. Суммирование частных погрешностей	121
Глава 7. Планирование эксперимента	122
7.1. Определение объема экспериментальных данных	122
7.2. Выбор числа независимых переменных	124
7.3. Определение интервалов между данными опытами одной серии	125
7.4. Последовательность испытаний	127
7.5. Виды факторного планирования	129
7.6. Полный факторный эксперимент	135
7.7. Дробный факторный эксперимент	143
7.8. Методы оптимизации процесса при планировании	145
Глава 8. Обработка экспериментальной информации	148
8.1. Проверка экспериментальных данных и исключение резко отклоняющихся значений	148
8.2. Построение графиков по экспериментальным данным	151
8.3. Способы вторичной обработки результатов эксперимента	154
Часть III. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ	158
Глава 9. Исследование напряженно-деформированного состояния	158
9.1. Классификация методов исследования напряженно-деформированного состояния	158
9.2. Тензометрия	160
9.3. Слоистые модели	164
9.4. Координатная сетка	171
Глава 10. Исследование кинематических и энергосиловых параметров	181
10.1. Геометрические размеры и перемещения	181
10.2. Угловые и линейные скорости	187
10.3. Ускорения и параметры вибрации	192
10.4. Деформирующие силы	196
10.5. Крутящие моменты и мощность	202
10.6. Нормальные давления и касательные напряжения на контактной поверхности	207
10.7. Силы во внеконтактных зонах	217
10.8. Сопротивление деформации	219
10.9. Температура	222
Список литературы	227