

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ АЛОҚА ВА АХБОРОТЛАШТИРИШ
АГЕНТЛИГИ**

ТОШКЕНТ АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ УНИВЕРСИТЕТИ

БОШҚАРИШ НАЗАРИЯСИ АСОСЛАРИ

фанидан

Маърузалар матни

Тошкент – 2012

Ушбу маърузалар матни университет **Илмий Услубий Кенгашида**
кўриб чиқилган ва фойдаланишга тавсия этилган.

« ____ » _____ 2012 йил.

Баённома № ____

Ушбу маърузалар матни **Факультет Кенгашида** кўриб
чиқилган ва фойдаланишга тавсия этилган.

« ____ » _____ 2012 йил.

Баённома № ____

Тузувчи : Турсунбаев Ф.К. "АТ" кафедраси, профессори, т.ф.д.

БОШҚАРИШ ТУШУНЧАСИ. ИНСОН ФАОЛИЯТИДА БОШҚАРУВНИНГ ЎРНИ.

Режа:

1. Бошқариш принциплари. Бошқариш хақида тушунчалар. Инсоннинг амалий фаолиятида бошқарув илмининг ўрни.
2. Бошқарув муаммосининг моҳияти.
3. Бошқарувнинг ахборотли таъминоти.
4. Бошқарувнинг ҳамда ахборотни қайта ишлаш ва узатишнинг техник воситалари.

Таянч иборалар: *бошқариш, бошқарув фаолияти, ахборот, тизим, ишчи операциялар, бошқариш операцияси, бошқариш жараёни, бошқариш объекти, бошқариш тизими, автоматлаштириш, автоматик қурилма, автоматик бошқарув, автоматика, автоматик бошқарув тизими, бошқарувнинг автоматлаштирилган тизими, кибернетика, бошқарув илми, бошқариш назарияси, автоматик бошқариш назарияси, информацион қурилмалар назарияси, тизимни идентификациялаш назарияси, мураккаб тизимлар назарияси, оптимал тизимлар, адаптив тизимлар, аналогли ҳисоблаш машиналари, бошқарувчи ҳисоблаш машиналари, персонал(шахсий) компьютерлар, компьютер тармоқлари, Интернет.*

1. Бошқариш принциплари. Бошқариш хақида тушунчалар. Инсон амалий фаолиятида бошқарув илмининг ўрни.

Биз яшаб турган дунёда (табиатда, техникада, иқтисодиётда, жамиятда) турли шарт-шароит ва омилларга боғлиқ бўлган ҳар хил жараёнлар содир бўлади. Инсон жараёнларнинг бориши учун зарур шароитларни ўзгартирган ҳолда уларнинг характериға ҳам таъсир кўрсатади, уларни ўзгантиради ва ўзининг мақсадларига мослаштиради. Жараённинг табиий кечишиға бундай аралашув, жараён боришини мақсадли ўзгантириш – инсон *бошқарув фаолияти* моҳиятини ташкил этади. Умуман олганда, бошқарув инсон онгли фаолиятининг барча томонлари ва ҳолатларини қамраб олади.

Шундай қилиб, кишиларнинг бошқарув фаолияти муайян жараённи қандайдир мақсад билан ташкиллаштиришни тақозо этади. Бу эса, *бошқариш(бошқарув)* деб аталувчи, муайян мақсадларға эришилишини таъминлаган ҳолда у ёки бу жараённи онгли ташкиллаштиришдан иборат ҳатти-ҳаракатларнинг бажарилишиға олиб келади.

Кишиларнинг муайян ишларни бажаришға қаратилган ҳар қандай онгли ҳаракатларини тўғри қарор қабул қилишсиз тасаввур қилиб бўлмайди. Шунини ҳисобға олиб, айтиш мумкинки, *бошқариш* – бу қўйилган мақсадларға эришиш учун тўғри қарорлар қабул қилиш жараёнидан иборатдир.

Муайян мақсад билан ташкиллаштирилувчи жараёндан иборат бўлган бошқаришни амалға ошириш *бошқариш(бошқарув)* масаласи деб аталувчи

муаммога олиб келади. Амалиётда бошқариш масалаларининг ҳал этилиши, қўйилган мақсадларга эришиш зарур илмий тадқиқотларга таянади.

Илмий-техника тараққиёти жадал бораётган бизнинг давримизда фан томонидан ташкиллаштириш ва бошқариш масалаларига катта аҳамият берилмоқда. Техниканинг тез ривожланиши ва мураккаблашиши, ўтказилаётган тадбирлар доирасининг ниҳоятда кенгайганлиги ва улардан келиб чиқадиган натижаларнинг ғоят хилма-хиллиги — буларнинг ҳаммаси муайян мақсадга йўналтирилган мураккаб жараёнларни таркибий ва ташкилий томондан таҳлил қилиш заруриятига олиб келади. Бугунги кунга келиб барча соҳаларда ахборот оқимининг ниҳоятда кучайганлиги, зарур ахборотни қайта ишлашга кетадиган вақтнинг камайганлиги, иқтисодий тизимларда ички ва ташқи ўзаро алоқаларнинг мураккаблашганлиги бошқариш жараёнида энг мақбул, оптимал қарор қабул қилишдан иборат масалани қийинлаштирмоқда. Ҳозирги пайтда мавжуд мураккаб техник ва иқтисодий тизимларни самарали бошқаришни махсус илмий тадқиқот ишларини бажармасдан амалга оширишни тасаввур қилиб бўлмайди.

Инсон томонидан ҳар хил эҳтиёжларни қондириш мақсадида бажарилувчи мақсадга қаратилган жараёнларни муайян ҳаракатлар — операцияларнинг қандайдир мажмуаси деб қараш мумкин. Бу операцияларни икки турга — *ишчи операциялар* ва *бошқариш операциялари*га ажратиш мумкин.

Ишчи операциялар — жараённинг боришини аниқлаб берувчи табиий қонуниятларга мос келган ҳолда унинг бажарилиши учун бевосита зарур бўлган ҳаракатлардир. Ишчи операциялардаги инсон меҳнاتини механизм ва машиналарга топшириш механизациянинг моҳиятини ташкил этади. Бу жараёндан кўзда тутилган асосий мақсад — инсонни катта жисмоний куч(физик энергия) талаб этувчи оғир операцияларни ҳамда ҳаёт учун зарарли ва одамнинг асаб тизимини чарчатувчи бир хил турдаги операцияларни бажаришдан озод қилишдан иборатдир.

Бошқариш операциялари — муайян вақт моментларида алоҳида ишчи операцияларнинг бошланиши, тўхтатилишини, уларнинг бажарилиш кетма-кетлигини, ишчи операцияларнинг бажарилиши учун зарур ресурсларнинг ажратилишини таъминловчи, жараённинг ўзига керакли параметрларни (йўналиш, тезлик, тезланиш, температура, концентрация ва ҳ.к.) берувчи ҳаракатлардир.

Муайян мақсадни кўзда тутган ҳолда маълум бир кетма-кетликда бажариладиган бошқариш операциялари *бошқариш жараёнини* ташкил этади.

Ҳар қандай бошқариш жараёни қуйидаги босқичларга эга бўлади:

- Вужудга келган вазиятни баҳолаш мақсадида керакли ахборотни йиғиш ва қайта ишлаш;
- Мақсадга мувофиқ энг мақбул ҳаракатлар тўғрисида қарор қабул қилиш;
- Қабул қилган қарорни бажариш;
- Қарор бажарилишини назорат қилиш.

Бошқариш операциялари *бошқарув объектига*(БО) йўналтирилган бўлади. Қандайдир *объектни бошқариш* — талаб этилган ҳолатлар ёки жараёнларга эришиш мақсадида шу объектга таъсир кўрсатиш демакдир. БО сифатида

самолёт, станок, электродвигатель ва шунга ўхшашларни кўрсатиш мумкин. Техник жараёнлар ва агрегатлар, агрегатлар гуруҳи, цехлар, корхоналар, меҳнат жамоалари, ташкилотлари ва ш у кабилар бошқарув объекти ва бошқарув операцияларига мисоллар бўла олади.

Ҳар бир бошқариш жараёни асосий ташкил этувчилар – *бошқарув тизими(бошқарувчи тизим)* ва *бошқарув объекти* билан тавсифланади. Бошқариш жараёнининг ўзига хос асосий белгиси – уни ташкил этувчи қисмларининг бир бутунлиги ва бир-бири билан узвий боғлиқлигидир.

Бошқарув тизими – бошқарув воситалари(бошқариш жараёнини таъминлаш воситалари: техник қурилма ва ускуналар, зарур таркибий тузилмалар, усуллар, дастурлар ва ш .к.) ва бошқарув объектидан ташкил топган мажмуадир. Техникада, ишлаб чиқаришда ва иқтисодиётда қўлланивчи замонавий бошқарув тизимлари ўзининг мураккаб тузилиши, қудратли ҳисоблаш техникасининг ва илғор ахборот технологияларининг кенг қўлланиши билан ажралиб туради.

Бошқариш операцияларини қисман ёки тўласинча техник қурилмалар бажариши мумкин. *Автоматлаштириш* – бошқариш операцияларидаги инсон меҳнатини машиналарга юклаш демакдир. Автоматлаштириш натижасида бошқариш операциялари *автоматик қурилмалар* деб аталувчи техник воситалар ёрдамида бажарилади.

Объектни инсон иштирокисиз, техник воситалар билан бошқаришга *автоматик бошқариш* дейилади. Ҳар қандай техник, шу жумладан ишлаб чиқариш жараёнини бошқариш билан боғлиқ барча мумкин бўлган операцияларнинг бажарилишини бевосита инсон иштирокисиз таъминловчи тизимларга *автоматик бошқарув тизимлари* дейилади.

Бошқариш жараёнининг талаб этилган тарзда кечиши учун зарур параметрларнинг(кўрсаткичларнинг) берилган қийматларини автоматик равишда таъминлашга *автоматик созлаш(ростлаш)* деб, бунинг амалга оширувчи тизимларга эса, *автоматик созлаш тизимлари(русча – системы автоматического регулирования)* деб айтилади.

Операцияларнинг фақат маълум бир қисми автоматлаштирилган, қолган қисми(одатда энг маъсулиятлиси) эса инсон томонидан бажарилувчи бошқарув тизимига *автоматлаштирилган бошқарув тизими* дейилади.

Техник жараёнларни бевосита инсон иштирокисиз бошқаришни таъминловчи бошқарув тизимларини қуриш тамойиллари ва назариясини, шу жумладан, бундай тизимларни ташкил этувчи техник воситаларни қуриш тамойилларини қамраб олувчи фан ва техника соҳасига *автоматика* дейилади.

Автоматик тизимлар ривожланишининг бошланғич босқичида энг содда автоматик қурилмалар яратилган эди. Бунга мисол сифатида эраизмнинг бошларидаги Герон Александрийский томонидан сарой эшикларини автоматик равишда очиш мақсадида яратилган пневмоавтоматни кўрсатиш мумкин.

XVIII аср ўрталарига келиб механика масалалари билан боғлиқ ҳолда автоматика ҳам ривожлана борди. XVIII – XIX аср ўрталарида Европада юз берган саноатдаги инқилоб даврларида автоматиканинг ривожланишида янги босқич бошланди ва саноат корхоналарига тадбиқ этила бошлади. Булар

И.И.Ползуновнинг буғ қозонида сув қайнашини автоматик равишда созловчи қурилмаси(1765 й), Уаттнинг буғ машинаси тезлигини созлагичи(1784 й), Жаккарднинг тўқимачилик дастгоҳи дастурини бошқарувчи созлагичи (1804-1808 й.) эди.

Ривожланган давлатлар саноатни автоматлаштиришга 20 асрнинг 50-йиллардан кенг киришдилар. Автоматлаштириш йўналишлари хилма-хил бўлиб, уларга масалан, учиш аппаратларини автоматик бошқариш, автомобиллар ишлаб чиқариш, транспорт ҳаракатини бошқариш, тиббий диагностика ва шу кабиларни киритиш мумкин. Автоматлаштириш технологик жараёнларнинг унумдорлигини, меҳнат самарадорлигини ва сифат кўрсаткичларини оширади, жараёни тезкор бажаради, ишчи ходимлар сонини камайтиради. Автоматик тизимлар вақт бўйича ниҳоятда тез кечувчи ва инсон ҳаёти учун хавфли бўлган технологик жараёнларни бошқаришда айниқса алоҳида аҳамиятга эгадир. Космик тадқиқотларнинг бутун комплекси, ракетани стратегик нишонга тўғрилаш, мураккаб энергетик тизимларни бошқариш кабиларни автоматик бошқарув тизимсиз тасаввур қилиш мумкин эмас. Чунки бундай жараёнларда амалий нуқтаи назардан бир лаҳзада рўй берувчи вазиятларни назорат этиш, ҳимоя тизими, блокировка, резерв киритиш каби яна бир қатор ўта муҳим вазифаларни ҳал этиш лозимдир.

Автоматлаштиришнинг муҳим белгиловчи хусусияти бунда ишлатилаётган машиналар – автоматик қурилмаларнинг ўз-ўзини созлай олиши(русча – саморегулирование) ҳисобланади. Бунга эса тескари алоқани амалга оширувчи техниканинг қўлланиши билан эришилади. Ахборотнинг тезкор ва автоматик тарзда қайта ишланиши билан узвий боғлиқ ҳолда тескари алоқанинг қўлланиши автоматлаштиришнинг кенг ёйилиши ва катта муваффақиятларга эришишида ҳал қилувчи омил бўлди.

Ўтган асрнинг 60-йилларига келиб роботлар – қайта дастурланувчи кўп функцияли манипуляторлар пайдо бўлди. Роботлар, айниқса инсоннинг бевосита иштироки хавфли бўлган ёки операцияларнинг ўта аниқ бажарилиши ва жуда кўп такрорланиши талаб этиладиган фаолият соҳаларида тўлиқ автоматлаштиришни амалга ошириш имконини беради.

20-асрнинг иккинчи ярмига келиб фан, техника, саноат ва, умуман, иқтисодиётда зарур ахборот оқимининг тобора ортиб боришидан иборат омил пайдо бўлди. Улкан ҳажмдаги ахборотни қабул қилиш ва қайта ишлаш шароитида оптимал қарор қабул қилиш муаммосини ҳал этиш бўйича тадқиқотлар автоматлаштирилган бошқарув тизимларининг яратилишига олиб келди. Бундай тизимларни яратиш асослари ўтган асрнинг 60-йилларида қўйилган эди. Автоматлаштирилган бошқарув тизимларининг асоси – замонавий техник воситалардан фойдаланган ҳолда ишлаб чиқаришни режалаштириш ва бошқариш масалаларини ечишни қамраб олувчи ишлаб чиқариш-иқтисодий ахборотнинг комплекс тарзда қайта ишланишидир. Бугунги кунга келиб автоматлаштирилган бошқарув тизимларидан инсон иштироки бўлмаган тўлиқ автоматлашган тизимларга ўтиш тенденцияси намоён бўлмоқда.

Шуни алоҳида қайд этиш лозимки, замонавий техника ва технологияларнинг муваффақиятлари, айниқса, интерактив графикада, алоқада,

маълумотлар базасини бошқариш тизимларида ва тадбикий дастурий таъминотда эришилган муваффақиятлар иккита муҳим йўналиш – компьютерлар ёрдамида лойиҳалашни ва ишлаб чиқаришни компьютерлар ёрдамида бошқаришни ривожлантириш имконини берди.

Илмий-техника тараққиёти жадал бораётган бизнинг давримизда фан томонидан ташкиллаштириш ва бошқариш масалаларига катта аҳамият берилмоқда. Техниканинг тез ривожланиши ва мураккаблашиши, ўтказилаётган тадбирлар доирасининг ниҳоятда кенгайганлиги ва улардан келиб чиқадиган натижаларнинг ғоят хилма-хиллиги – буларнинг ҳаммаси муайян мақсадга йўналтирилган мураккаб жараёнларни таркибий ва ташкилий томондан таҳлил қилиш заруриятига олиб келади. Бугунги кунга келиб барча соҳаларда ахборот оқимининг ниҳоятда кучайганлиги, зарур ахборотни қайта ишлашга кетадиган вақтнинг камайганлиги, иқтисодий тизимларда ички ва ташқи ўзаро алоқаларнинг мураккаблашганлиги бошқариш жараёнида энг мақбул, оптимал қарор қабул қилишдан иборат масалани қийинлаштирмоқда. Иқтисодиётни бошқаришни такомиллаштириш муаммосини муайян даражада иқтисодий-математик усулларни самарали қўллаш, бошқарувнинг автоматлаштирилган тизимларини яратиш ва замонавий ҳисоблаш техникаси ҳамда ахборот технологияларини кенг қўллаш билан ҳал этилиши мумкин.

Техника, ишлаб чиқариш, иқтисодиёт ва инсон амалий фаолиятининг бошқа соҳаларида пайдо бўлувчи бошқарув муаммоларини ҳар томонлама тадқиқ этиш натижасида янги фан – *бошқариш назарияси* вужудга келди ва ривожланмоқда. *Автоматик бошқариш назарияси* – бу йўналишнинг асоси ҳисобланади. Дастлаб у техник объектлар – ишлаб чиқариш, энергетика, транспорт ва шунга ўхшаш соҳалардаги техник объектларни автоматик бошқариш жараёнларининг тадқиқот натижалари сифатида пайдо бўлди. Унинг асосий аҳамияти бугунги кунда ҳам сақланиб қолган бўлсада, унинг хулоса ва натижаларидан на фақат техник, балки иқтисодий, ташкилий, биологик, ижтимоий ва шу каби характерда бўлган бошқарув тизимларининг хоссаларини ўрганиш учун фойдаланилмоқда.

Бошқариш назарияси ва амалиётининг ўзига хос мураккаблиги ва долзарблигини алоҳида қайд этиш керак. Технологик объектлар, машиналар, дасгоҳларни бошқариш жараёни ўз мураккаблигига эга, аммо ташкилий структураларни бошқариш эса янада мураккаб ва маъсулиятлидир. Индустириал ривожланган ҳозирги замон жамияти учун бошқарув тизимлари мураккаблигининг янада ошганлиги характерли белги ҳисобланади.

Ташкилий структураларни бошқариш муаммоларини ҳал этиш сезиларли даражада қийинчиликлар билан боғлиқ, чунки миқдорий ўлчашлар(ресурсларнинг миқдорий ва қийматли сарфи, энергия сарфи ва ш.к.) билан аниқланувчи жараёнлар билан бир қаторда, яна шундайлари ҳам борки, улар объектив миқдорий баҳолашга бўйсунмайдилар(жамоага таъсир ўтказиш усулларининг самарадорлиги, ишлаб чиқариш унумдорлигини оширишга ундовчи таъсирлар тизими, маъмурий олдиндан кўра билиш ва прогнознинг аҳамияти, психологик климат ва ш.к.). Бундай жараёнларнинг таҳлили ва уларни

баҳолашни фақатгина узоқ муддатли тажрибалар ўтказиш ва олинган натижаларни математик қайта ишлаш ёрдамидагина амалга ошириш мумкин.

Самарали бошқариш учун унинг назарий асосини яхшилаб ўрганиш, амалий тажрибага эга бўлиш ҳамда назарияни ва амалиётни ижодий қўллаш олиш, яъни *бошқариш санъати*га эга бўлиш керак бўлади. Бошқариш санъати – инсоннинг ахборот ва вақт танқислиги шароитида мақбул қарорлар қабул қила олиш қобилиятidir. Унинг асосида *бошқарув илми* методологияси ва тамойиллари ётади. Бошқарув илми эса, ўз навбатида, автоматик бошқариш назарияси, ахборот назарияси, кибернетика, иқтисодий фанлар ва бошқа фанлар ютуқларига таянади. Бошқарув илмининг мақсади – бошқариш тамойиллари, структураси, усуллари ва техникасини ўрганиш ва такомиллаштиришдан иборат.

Бошқарув илми, албатта, исталган ҳаётий вазиятлар учун тайёр кўрсатмалар бера олади дейиш бугунги кунда тўғри фикр бўла олмайди. Ҳар бир киши конкрет ҳолларда ўз тажрибаси ва интуициясига таяниб қарор қабул қилиши мумкин. Аммо исталган онгли қарор қонунларни чуқур билишга, илмий асосланган ва инсон томонидан англаб олинadиган усулларга таянади.

2. Бошқарув муаммосининг моҳияти.

Техника ва технологиянинг ривожланиш тарихида инсоният бошқаришнинг турли муаммолари билан кўп тўқнашишига тўғри келганлиги сабабли бошқариш масалаларини чуқурроқ ўрганишга эҳтиёж туғилди. Илм-фаннинг ривожланиши инсон амалий фаолиятининг турли жабхаларидаги бошқариш жараёнлари учун таалукли бўлган қонуниятлар ўзаро умумий белгиларга эга эканлигини кўрсатди. Бошқариш муаммоларини комплекс ўрганишнинг мақсадга мувофиқлиги секин-аста бошқариш ҳақидаги мустакил фундаментал фаннинг пайдо бўлишига олиб келди. Бу фан *кибернетика* деб ҳам аталади.

Тирик организмлар дунёсида бўлгани каби, техникада ҳам мумкин бўлган тизимларнинг хилма-хиллигига қарамай уларга хос кўп умумийлик борки, бу эса уларни тадқиқ этиш учун айнан бир хил моделларни қўллашга имкон беради. Шундай моделлардан бири бошқарувчи тизим ва бошқариш объектдан ташкил топган бўлиб, улар тўғри ва тесқари алоқа каналлари билан боғланган. Бунга биринчи бўлиб Массачусетти(АҚШ) технологик институти профессори Норберт Винер(1894-1964) эътибор қаратди. У 1948 йил ўзининг «Кибернетика ёки жонзот ва машиналарда бошқариш ҳамда алоқа» номли машҳур китобини чоп этди. Н. Винер шуни таъкидладикки, техникада ҳам, тирик организмларда ҳам, ижтимоий-иқтисодий тизимларда ҳам бошқариш жараёнлари умумий тамойилларга таянади. Бу умумийликга таянган ҳолда бошқариш муаммоларини тадқиқ этиш ва уларни амалиётга қўллаш кибернетика деб аталувчи янги фан йўналишининг асосланиши ва ривожланишига олиб келди. Хуллас, кибернетика бошқариш жараёнларидаги умумий қонуниятлар ҳақидаги фан сифатида пайдо бўлди. Кибернетика бошқаришнинг фундаментал асосларини кўрсатди ва унинг

ҳар хил муҳитларда – табиатда, жамиятда, техникадаги умумий хоссаларини аниқлашга имкон берди.

Шундай қилиб, кибернетиканинг ўзига хос хусусиятларидан бири, унинг турли муҳит, турли шароит, инсон фаолиятининг турли соҳаларида юз берадиган жараёнларни бошқариш асосида ётувчи қонуниятларнинг умумийлигига асосланганлигидир. Кибернетика нуқтаи назаридан барча жараёнлар бошқариш объектларидан иборат мураккаб динамик тизимларда рўй беради. Бошқариладиган динамик тизимларда рўй берадиган жараёнлар ва улар бўйсунадиган қонуниятларни билиш бошқаришнинг техник воситаларини, бошқариш субъектларини, бошқарувчи тизимларни(электрон ҳисоблаш машиналари, электрон автомат воситалари ва бошқалар) яратиш имконини берди.

Кибернетиканинг мустақил илмий йўналиш сифатида қуйидаги хусусиятларни алоҳида таъкидлаш лозим:

- Кибернетикада материя ва энергиядан тушунчаларидан ташқари янги категория – ахборот(информация) тушунчасининг киритилиши натижасида унинг фалсафий асослари бизнинг дунё қарашимизни кенгайтирди;
- Кибернетика бошқариш тизимларини динамикада(ҳаракатда. ўзгаришда), ривожланишда ва ташқи тизимлар билан ўзаро таъсирлашувчи деб қарайди;
- Кибернетика моделлаштириш усулларини кенг миқёсда қўллайди, яъни реал мавжуд технологик жараёнларнинг эмпирик ёки физик моделларини математик аппарат ёрдамида тадқиқ этади. Кибернетиканинг яна бир универсал усули – операцияларни текшириш усули инсоннинг бошқарув соҳасидаги ҳар қандай мақсадли фаолиятини сонли таҳлил қилиш имконини беради.

Фан сифатида бир бутун бўлган кибернетика таркибига қуйидаги билим соҳалари киради: автоматик бошқариш назариясини ўз ичига олувчи умумий бошқариш назарияси, ахборот назарияси, операцияларни текшириш назарияси(яъни бошқарувчи қарорлар қабул қилиш методологияси), мантиқий-математик моделлаштиришнинг базаси сифатидаги алгоритмлар ва дастурлар назарияси, ниҳоят бошқарувнинг янги техник воситаларини ишлаб чиқиш ва такомиллаштириш назарияси.

Техник тизимларни бошқариш ҳақидаги фан техник кибернетика деб аталади. Техник кибернетиканинг бўлимлари сифатида қуйидагиларни кўрсатиш мумкин: ахборотни тўплаш ва қайта ишлаш қараладиган ахборотли қурилмалар назарияси, техник тизимлар математик моделларини олиш усулларини ишлаб чиқувчи тизимлар идентификацияси назарияси, инсон иштирокисиз бошқарув масалалари билан боғлиқ бўлган автоматик бошқарув назарияси.

Кибернетиканинг тамойиллари, унинг фалсафий ва социал томонлари, айниқса ундаги техник воситалар, замонавий бошқариш назариясини инқилобий тарзда бойитди, улкан ҳажмдаги ахборотни ўта катта тезликда қайта ишлаш имконини берувчи ва одамни оғир қўл меҳнатидан озод этувчи қудратли инсон-

машина тизимларини яратиш учун зарур шарт-шароит вужудга келтирди. Кибернетика усуллардан фойдаланилмаганда инсон тафаккурининг кўпгина кейинги ютуқларига умуман эришилмаган бўлар эди. Бу ерда мисол сифатида космоснинг ўзлаштирилиши, ўта мураккаб, вақт бўйича жуда тез кечувчи ёки инсон ҳаёти учун хавфли бўлган технологик жараёнларни бошқариш кабиларни кўрсатиш мумкин. Ҳар хил функцияларга эга роботларнинг яратилиши инсоннинг тирик табиатда ва техник қурилмаларда мавжуд бўлган умумий бошқариш тамойилларини ўзлаштириш бўйича эришган асосий ютуқларидан биридир. Бу ерда фаннинг янги йўналишлари, масалан, янги қурилмалар, механизм ва тизимлар яратиш мақсадида тирик организмлар тузилишининг ўзига хос хусусиятларини ўрганувчи бионика, автоматлаштирилган сунъий қон айланиш тизимини ишлаб чиққан биологик кибернетика кабилар пайдо бўлганлигини ҳам алоҳида таъкидлаш керак бўлади. Кибернетиканинг кўплаб йўналишлари бўйича олиб борилаётган назарий тадқиқотлар ва ҳисоблаш техникасини такомиллаштиришдаги эришилган ютуқлар инсониятни сунъий интеллект яратиш бўйича муайян муваффақиятларга эришишига олиб келди.

3. Бошқарувнинг ахборотли таъминоти.

Бошқарув жараёнлари учун ахборот фундаментал тушунча ҳисобланади. Бошқариш самарадорлиги ахборотни йиғиш, қайта ишлаш ва уни узатишни ташкиллаштириш даражасидан боғлиқдир. Айтиш мумкинки, бошқариш жараёнларининг умумий қонуниятлари ҳақидаги фан ҳисобланган кибернетикани ахборотни олиш, сақлаш, қайта ишлаш ва узатишнинг умумий қонуниятлари ҳақидаги фан деб атаса ҳам бўлади.

Ахборот(информация) – ҳозирги замон фанидаги ўзига хос ва кўп қиррали тушунчалардан биридир. Бу нарса, аввало, ахборот тушунчасининг бизга маълум таърифларида кўринади.

Ахборот атамаси (лотинча *information*) бирор ҳодиса, жараён ёки объект ҳақида муайян маълумотга, тушунчага, хабарга эга бўлиш маъносини билдиради. Ахборот тушунчаси турли фан соҳаларида турлича изоҳланган. Кибернетикада ахборот конкрет объект, ҳодиса ёки жараён тўғрисидаги бизнинг билимимиздаги ноаниқлик даражасини камайтирувчи барча маълумотларни англатади. Ахборот, кенг маънода айтганда, ижтимоий, табиий фанларнинг, инсон тафаккурининг натижасида юзага келган барча билим ва маълумотлар, кишиларнинг амалий фаолияти давомида тўплаган тажрибалари мажмуи демакдир.

Бизни ўраб турган дунёнинг материя ва энергия каби муҳим тушунчаларидан бири ахборот тушунчаси фақат унга хос хусусиятларга эга:

- Ахборот худди математика тушунчалари каби абстракт тушунча бўлсада, у моддий объектнинг хоссасини ифодалайди ва ўз-ўзича пайдо бўлмайди;
- Ахборот материянинг баъзи хоссаларига эга, уни олиш, йиғиш(ёзиб қўйиш ёки бирор усулда тўплаш), йўқ қилиш(масалан, ўчириш), узатиш мумкин. Аммо ахборотни бир тизимдан бошқасига узатишда узатувчи

тизимдаги ахборот миқдори ўзгармай қолади, қабул қилувчи томонда эса, одатда, бу миқдор ортади;

- Ахборот яна бир ажойиб хоссага эга: ахборот ҳар қандай билим соҳасида (ижтимоий-сиёсий, илмий, умуммаданий, техник) шундай ягона ресурс тури ҳисобланадики, у инсоният тарихий ривожланишида нафақат камаяди, балки доимий равишда кўпайиб боради, такомиллашади, бундан ташқари бошқа ресурсларнинг самарали ишлатилишига имкон беради, баъзи ҳолларда ҳаттоки янги ресурсларнинг яратилишига олиб келади.

Энг муҳими шундаки, ахборот – бошқарув меҳнатининг предмети, воситаси ва маҳсулидир. Ахборотнинг меҳнат предмети сифатидаги аҳамияти материал ва энергетик ресурслардан устундир.

Ахборотнинг қуйидаги турлари мавжуд: статистик, оператив, иқтисодий, техник, технологик, конструкторлик, илмий-техникавий, маркетинг, ижтимоий ва бошқалар.

Ахборот вақт ўтиши билан турли аҳамият касб этади. Барқарорлик даражаси бўйича уни барқарор, шартли-барқарор, ўзгарувчан турларга бўлиш мумкин. Барқарор ахборот узок муддат давомида ўз аҳамиятини ўзгартирмайди. Шартли-барқарор ахборот аҳамияти маълум муддат давомида сақланиб туради. Ўзгарувчан ахборот бошқарув объекти фаолияти ва унга мос ҳолда бошқарув жараёнлари ўзгарувчанлигини акс эттириб, қарор қабул қилиш учун тез қайта ишлашни талаб этади.

Ахборот бошқарув тизимида алоҳида аҳамиятга эга бўлиб, у тизимнинг фаолияти, ривожланиши ва такомиллашиши учун барча зарур маълумотларни ўзига қамраб олади. Бошқарув қарорларини қабул қилиш мақсадида ахборот тўплаш, сақлаш, қайта ишлаш, қабул қилинган қарор кўринишидаги ахборотни ижрочиларга етказиш бошқариш жараёнининг асосий белгиловчи хусусиятидан иборат деб қараш мумкин. Бошқарув жараёнини унга зарур ахборот билан таъминлаш – ҳар қандай бошқарув тизимининг муҳим функциясидир.

Ишлаб чиқаришни бошқаришда *иқтисодий ахборот* алоҳида ўрин эгаллайди. Иқтисодий ахборот – бу халқ хўжалиги тармоқларининг ишлаб чиқариш, иқтисодий ва молиявий фаолиятлари жараёнида ҳосил бўладиган ва бу жараённи бошқариш учун фойдаланиладиган ахборотдир.

Илмий-техник ахборот янги технологияларни ишлаб чиқишда асосий негизни ташкил этади, ишлаб чиқариш воситаларини ривожлантиришда муҳим омил бўлиб хизмат қилади.

Ижтимоий, сиёсий, илмий, техникавий ва маданий билимларни ўз ичига олган ахборот – бу инсониятнинг ривожланиши даврида на фақат тугайдиган, балки ортиб борадиган, сифат жихатдан такомиллашадиган ва бошқа барча ресурслардан энг рационал, самарали фойдаланишга, уларни сақлашга, баъзи бир ҳолларда янгиларини яратиш ва кенгайтиришга кўмаклашадиган ресурсларнинг ягона кўринишидир. Бошқача айтганда, ишлаб чиқариш тизимларидаги ахборот маълум бир чегараларда қуйидаги ресурсларга – меҳнат, хом-ашё, энергия, асосий фондларга нисбатан ўзаро алмашувчи ресурс сифатида чиқади. Ишлаб чиқаришни ривожлантиришда, ишлаб чиқаришга кўшимча меҳнат, хом-ашё, энергия ҳажмларини киритишдан кўра, кўшимча ёки аниқроқ

ахборотни ишлатиш орқали ташкиллаштиришни яхшилаш ва тартиблаштириш муҳимроқ омил ҳисобланади.

Ахборот, компьютерлаштириш, ҳисоблаш техникаси, ахборот технологияси, моделлаш, маълумотлар манбаи, дастурлаштириш, шахсий компьютерлар, дастур билан таъминлаш ва бошқа шу каби илмий тушунчалар ҳозирги замон жамиятини ахборотлаштиришнинг энг муҳим хусусиятларини ифода этади.

Ахборот технологияси – ахборотларни йиғиш, сақлаш, излаш, қайта ишлаш, узатиш учун зарур усул ва воситалар мажмуидир. Ахборот технологияси тизим сифатида бошқариш субъектида шаклланади. У бошқарувни кенг миқёсда йўлга қўйишга, ишлаб чиқариш, иқтисодиёт, ташкилий тузилмаларда бошқарув функцияларини рационал амалга оширишга, илмий изланишлар самарадорлигига, янги техника ва технологиялар ривожланишига муҳим замин бўлиб хизмат қилади. Бошқарув жараёнлари учун ахборот технологиясининг мақсади қарор қабул қилиш билан боғлиқ бўлган ишларни бажарувчиларнинг ахборотга бўлган эҳтиёжларини қондиришдан иборат.

Коммуникация – бу ахборот алмашишдир. Ана шу ахборот негизида тегишли қарорлар қабул қилинади ва амалга оширилади. Қарорларнинг ижросининг ўз вақтида ва мазмунли бўлиши самарали ахборот алмашинувни талаб қилади. Ахборот алмашишнинг сифати бошқарув бўйича мақбул қарорларининг қабул қилинишига ҳам таъсир кўрсатади.

Ахборотлар ишлаб чиқариш жараёнидаги ташкилий тузилма ичида босқичма-босқич, яъни вертикал коммуникациялар орқали ўтади. Бундан ташқари ташкилий тузилмаларда вертикал коммуникациялардан ташқари, горизонтал коммуникациялар ҳам мавжуд. Масалан, замонавий ишлаб чиқариш корхоналарида турли-хил функционал бўлимлар ва цехларнинг мавжудлиги уларнинг муайян ахборот ахборот алмашиш заруриятига эғалигини кўрсатади.

Ахборот оқими ҳажмларининг фан-техника тараққиёти билан, корхона ва тармоқлар орасида янги, янада мураккаброқ алоқаларнинг пайдо бўлиши билан боғланган ҳолда кескин ўсиши, ўсиб бораётган ахборотни қайта ишлаш муддатларининг қисқариши бошқариш жараёни табиатини янада мураккаблаштиради. Бугунги кунда замонавий ташкилий тизимлар, йирик ташкилот ва корхоналар фаолиятида зарур ахборот ҳажмининг ниҳоятда катта эканлиги ва бу омилнинг таъсири янада ошиб бораётганлиги таъкидлаш керак бўлади. Бундай шароитда ахборот билан ишлашни ташкил этиш бўйича қуйидаги қатор муаммоларни ҳал этиш лозим бўлади:

- оптимал ахборот тизимини ишлаб чиқиш;
- ахборот оқимларини шакллантириш усуллари ишлаб чиқиш;
- ахборот қабул қилиш ва юборишнинг оптимал усуллари танлаш;
- ахборотни сақлаш ва излашни ташкил этиш;
- ахборотни қайта ишлаш жараёнини автоматлаштириш.

Ахборотни қайта ишлашда ЭҲМлар кенг қўлланиладиган бошқарув тизимлари – автоматлаштирилган бошқарув тизимлари бўлиб, улар қуйидаги вазифаларни бажаради:

- ахборот қабул қилиш;
- ахборотни қайта ишлаш;
- ахборотни сақлаш, йиғиш;
- бошқарув органига ахборот бериш;
- ижрочиларга қарорни узатиш.

Самарали ишловчи ахборот тизимини ташкил этиш бошқарув жараёнини амалга оширишда муҳим аҳамиятга эга. Ахборот тизими – ҳужжатлар, ахборот оқимлари, алоқа каналлари ва бошқарув объектининг техникавий воситаларини қамраб олувчи мураккаб мажмуадир. Оптимал ахборот тизимини ташкил этиш бошқарувнинг у ёки бу ташкилий тизимини лойиҳалаштириш ва унинг самарали фаолият юритишининг муҳим шартларидан бўлиб ҳисобланади.

Ахборот тизимлари оддий ва мураккаб тизим бўлиши мумкин. Оддий ахборот тизимида ахборотни қайта ишлашни талаб этилмайди, яъни ахборотни манбаадан унинг истёмоличисига етказишда ахборотда муҳим ўзгариш юз бермайди. Мураккаб ахборот тизимлари ахборотни қайта ишлашнинг механизациялаштириш ва автоматлаштириш даражаси бўйича турларга ажратилади. **Биринчи** гуруҳга қўлда ёки энг оддий механизмлар ёрдамида қайта ишланувчи ахборот тизимлари киради. **Иккинчи** гуруҳга ахборотни тўплаш, қабул қилиш ва қайта ишлашда механизация кенг қўлланиладиган ахборот тизимлари киради. **Учинчи** гуруҳга маълумотларни комплекс механизация воситаси билан бирга автоматлаштириш элементларини қўллаб қайта ишлаш ва тўплаш қўлланилган ахборот тизимлари киради. Ахборот қабул қилиш, узатиш ва қайта ишлаш цикли автоматлаштирилган ахборот тизими **тўртинчи гуруҳни** ташкил этади.

Техника ва иқтисодиётдаги бугунги ўзгаришлар ахборот тизимларининг ривожлантирилиши ва лойиҳалаштирилишига тизимий ёндашиш асосида ишлаб чиқаришни комплекс ташкил этишни талаб этади. Бу талабларга маълумотларни қайта ишлашнинг интеграцион тизими жавоб беради. Уни турли даражадаги замонавий ҳисоб машиналари, компьютерлар, «инсон – машина» тизимини ҳар томонлама қўллаш асосида лойиҳалаштириш мумкин.

4. Бошқарувнинг ҳамда ахборотни қайта ишлаш ва узатишнинг техник воситалари.

Бошқарув техникаси – бу ақлий меҳнат техникаси, бошқарув тизимида ахборотни қабул қилиш, қайта ишлаш ва узатиш техникасидир. Бу техника қанчалик мукамал бўлса ва ундан яхшироқ фойдаланилса, бошқарув технологияси, бошқарув меҳнати ва бошқарув жараёни ҳам шунчалик самарали бўлади. Бошқарувнинг техник воситалари комплексининг қўлланиш самарадорлиги бир қанча шартлардан боғлиқ. Бунда биринчидан, компьютер техникаси ва телекоммуникация воситаларининг имкониятлари ва сифати, иккинчидан, дастурий таъминотнинг мукамаллиги, ниҳоят, бу дастурий воситалар ва техник воситалар комплексидан фойдаланувчиларнинг касбий тайёргарлигини таъкидлаш лозим бўлади.

Бошқарувнинг барча техник воситаларини қуйидаги икки гуруҳга ажратиш мумкин: ташкиллаштириш техникаси(оргтехника) ва ҳисоблаш машиналари.

Оргтехника воситаларига жуда турли-туман ускуна ва техникалар: ахборот олиш ва қайта ишлашнинг оддий воситалари, кўчириш, кўпайтириш ва алоқа воситалари, ахборот узатиш воситалари, хизмат кўрсатиш ускуналари ва ш.к. киради. Ҳозирги кунда ташкилотлар, саноат корхоналари ва савдо фирмалари фойдаланаётган оргтехника кенг имкониятли бўлиб, бу техника бошқарув жараёнининг самарадорлигини таъминлашда муҳим омил бўлиб хизмат қилмоқда.

Кибернетиканинг ютуқлари натижасида жуда катта ҳисоблаш тезлигига эга бўлган ахборотни қайта ишлашнинг қудратли машиналари – электрон ҳисоблаш машиналари(ЭХМ) пайдо бўлди. Ахборотни қайта ишлашнинг техник воситаларининг ривожлантирилиши фақатгина ҳар хил қувватли ЭХМларни яратиш билангина эмас, балки илмий-тадқиқот ва ишлаб чиқариш мақсадларида қўлланивчи *аналогли* ва *бошқарувчи ҳисоблаш машиналарини* ишлаб чиқиш орқали ҳам олиб борилди.

Аналогли ҳисоблаш машинаси (АХМ) ўрганилаётган физик ёки технологик жараён моделининг электрик аналогини(ўхшашини) ҳосил қилиш ғоясини амалга оширади. АХМ доимий ўзгарувчи физик микдорлар билан тадқиқ этилаётган жараённинг уларга мос бошланғич ўзгарувчилари аналоглари орасидаги муносабатларни етарлича аниқлик билан ифодалаб беради.

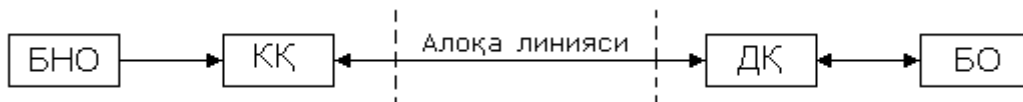
Бошқарувчи ҳисоблаш машиналари ўта мураккаб, вақт бўйича жуда тез кечувчи ёки инсон ҳаёти учун хавфли бўлган технологик жараёнларни назорат қилишни таъминлайди. Электрон бошқарувчи машиналар бошқарув жараёнида келиб тушувчи ахборотни қайта ишлайди ва бошқарувчи сигналлар ёрдамида назорат этилаётган объектнинг бажарувчи органларига таъсир кўрсатади. Бундай ЭХМларнинг қўлланиш диапозони жуда кенг: радиолокацион станцияларни бошқариш ва Ернинг сунъий йўлдошларини кузатишдан тортиб, то қудратли энергоблокларни автоматлаштиришгача ўз ичига олади.

Шахсий компьютерлар(ШК) ўзининг юқори даражадаги ишончлилиги ва ахборотни қайта ишлашдаги катта тезликга эга эканлиги билан ҳисоблаш техникасининг қўлланиш доирасини сезиларли тарзда кенгайтди, ахборот технологиялари янада самаралироқ бўлиб қолди. ШК бугунги кунда сонли бўлмаган ахборотни(дизайнли, ахборот изланиши, график, матнли, шу жумладан матнни бевосита овоз орқали териш) қайта ишлашда ҳам муваффақиятли қўлланилмоқда. Одатдаги шахсий компьютерлар барча параметрлари бўйича унча узоқ бўлмаган ўтмишдаги энг қудратли ЭХМлардан устун туради, улар ахборотни секундига бажариладиган миллиардлаб операциялар тезлигида қайта ишлайдилар ва улкан ҳажмдаги хотирага эгадир.

Автоматлаштирилган бошқариш тизимлари (АБТ) – инсон-машина маслаҳатчи тизимлари бўлиб, уларда компьютер ахборотни йиғиш, сақлаш, қайта ишлаш ва бериш каби вазифаларни бажаради, аммо оператив қарор қабул қилиш маъсулияти одамга қолдирилади. Ҳозирги замон АБТлари мукамал техник воситаларга эга. Бу воситалар асосини ривожланган дастурий ва ахборотли таъминотга эга бўлган ягона ахборотли тизимга бирлаштирилган

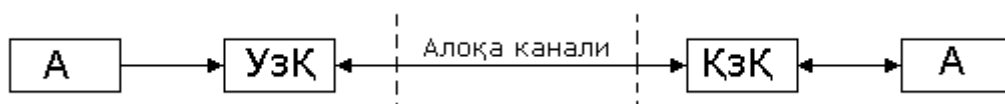
шахсий компьютерлар ҳисобланади. Бу эса замонавий АБТларнинг юқори даражада самарадорлигини таъминлайди.

Телемеханика—бу масофага махсус кодланган сигналларни юбориш орқали, объектларни бошқариш ҳақидаги техник фанларнинг бир соҳасидир. *Телемеханик тизим* (1.4-расм) бошқариш ва назорат органларига (БНО), бошқариладиган объектларга (БО), шунингдек, бошқариладиган объектларни бошқариш ва назорат қилинишини ҳамда катта миқдордаги ахборотнинг алоқа линиясидан узатилишини таъминлайдиган кодлайдиган (КК) ва декодлайдиган (ДК) қурилмаларга эга. Кўпинча телемеханика тизими бошқариш тизимининг таркибий қисми бўлиб хизмат қилади. Масалан, «Автодиспетчер» тизимида, телемеханика тизими—бу диспетчерлик марказлаштиришни ўзидир.



1.4-расм. Телемеханика тизимини тузилмавий шакли

Маълумотлар ва нутқ сигналларини узатиш бўйича **алоқа тизими** ҳам, худди шунга ўхшаш тузилмага (1.5-расм) эга. Улардаги узатувчи (УзК) ва қабул этувчи (ҚзК) қурилмалари, А абонентга келадиган сигналларни модуляция ва демодуляция қилиш, шунингдек, алоқа каналларини ажратишлик масалаларини ечишади.



1.5-расм. Алоқа тизимини тузилмавий схемаси

Ҳар қандай автоматика, телемеханика ва алоқа тизими, айрим элементлардан ташкил этилган. Тизимни хусусиятлари, унинг ишончлиги ва ишлаш қобилияти, тузилиш принципи ва хизмат қилиш услублари, унинг тузилмасига, яъни элементларнинг хоссаларига боғлиқдир. Шу сабабли, бошқариш тизимлари, автоматика, телемеханика ва алоқанинг назарий асосларини, бу тизимлар қурилган элементларни ўрганишдан бошлаш керак бўлади.

Бугунги кунга келиб қарор қабул қилишни ва унинг бажарилишини мукамаллаштиришга қаратилган бошқарувнинг қудратли техник ва дастурий воситалари яратилган. ШК ва АБТнинг ҳозирги замон шароитида, космик дастурлардан тортиб унча катта бўлмаган корхоналарни бошқаришгача бўлган соҳаларда муваффақиятли қўлланишига доир кўпгина мисоллар келтириш мумкин.

Автоматик бошқариш ғояларининг кейинги ривожлантирилиши «бутун жаҳон ўргимчаги» – *Интернет* тармоғи ва «виртуал корхоналар»нинг яратилишига олб келди. Виртуал корхона компьютер тармоғидан фойдаланган ҳолда фаолият кўрсатади. Бундай корхонага технологик ресурсларга эга бўлган ҳар хил кўшма корхоналар бириктирилган бўлади. Интернет компьютер тармоқларининг бирлаштирилишига асосланган. Интернетга уланган компьютер электрон почтани, матнли, овозли ва график файлларни дунёнинг исталган нуқтасига жуда тез узатиш имконини беради.

Замонавий ишлаб чиқариш учун тайёрланган мутахассис бошқарувнинг ҳозир мавжуд техник воситаларининг имкониятларини яхши билиши ва уларни ўзининг кундалик амалий фаолиятида кенг қўллай билиши зарур.

Назорат саволлари

1. Бошқариш тушунчаси ва муаммосининг моҳияти нимадан иборат?
2. Бошқариш жараёнинг моҳияти ва унинг асосий босқичлари.
3. Бошқариш жараёнида қандай операциялар бажарилади?
4. Бошқарув объекти нима?
5. Бошқариш жараёнини амалга оширишдаги асосий ташкил этувчилар.
6. Автоматик қурилма нима?
7. Автоматик бошқарув деб нимага айтилади?
8. Автоматик бошқарув тизими деб нимага айтилади?
9. Автоматлаштириш нима?
10. Ҳозирги замон ҳисоблаш машиналари бошқариш жараёнини ташкил этишда қандай роль ўйнайди?
11. Кибернетика фанининг асосий мақсади нимадан иборат?
12. Кибернетика қандай ўзига хос хусусиятларга эга?
13. Бошқариш илмининг мақсади. Бошқариш санъати нима?
14. Бошқариш назариясининг пайдо бўлиш ва ривожланишидаги асосий омиллар.
15. Ахборот ва унинг бошқарувчи жараёнлардаги ўрни.
16. Ахборот тушунчасининг ўзига хос хусусиятлари.
17. Бошқарув жараёнини ташкиллаштиришда ахборот технологиялари ва ахборотли тизимларнинг аҳамияти.

18. Бошқарувчи ва аналогли ҳисоблаш машиналарнинг ишлаш принципи.
19. Автоматлаштирилган бошқариш тизимларининг мақсади ва уларни ривожлантиришдаги имкониятлар.
20. Бошқариш тизимларида телемеханиканинг роли нима?
21. Компьютер тармоқлари ва Интернетнинг бошқаришни автоматлаштиришдаги аҳамияти.

**МОДЕЛЛАШТИРИШ, СИНТЕЗ ВА ТАХЛИЛ ТУШУНЧАСИ.
БОШҚАРУВ ВА ИНФОРМАТИКА. БОШҚАРУВДА АХБОРОТНИНГ
ЎРНИ. ДАТЧИКЛАР ВА ИЖРОЧИ ЭЛЕМЕНТЛАР.**

Режа:

1. Тизим тушунчаси ва тизимли тахлилга доир зарур маълумотлар.
2. Бошқариш назарияси асослари фанида математик моделлаштириш масалалари. Статик ва динамик моделлар. Регрессион моделлар. Имитацион моделлар. Кўп ўлчамли бошқарув тизимлари.
3. Датчиклар.
4. Ижрочи элементлар.

Таянч сўз ва иборалар:

тизимнинг ҳолати, тизимнинг функционал структураси, тизим динамикаси, ахборотли таъсир(сигнал), тизим кириши, тизим чиқиши, тўғри алоқа, тескари алоқа, алоқа канали, алоқа контури, моддий тизимлар, мавҳум тизимлар, статик ва динамик тизимлар, дискрет ва узлуксиз тизимлар, детерминистик ва эҳтимолий тизимлар, чизиқли ва чизиқсиз тизимлар, тизимнинг синтези, тизимли тахлил, математик модел, датчиклар, ижро органи, бошқариш тизими, бошқариш субъекти. датчиклар, қабул қилиувчи, оралиқ ва ижрочи қисмлар, электр датчиклар, кириш-нинг физикавий таркиби, қабул қилувчи қисмининг ишлаш принципи, чиқишнинг физи-кавий табиатига, кириш сигналини сон ва тури бўйича таснифлаш, бевосита, оралиқ ва дискрет ўзгартиргичга эга датчиклар, ижро элементлари, электр двигателли, электр магнитли, пневматикли ва гидравликали юритма механизмлар

1.Тизим тушунчаси ва тизимли тахлилга доир зарур маълумотлар.

1.1. Тизим тушунчаси, унинг асосий белги ва кўрсаткичлари. Замонавий илмий-техник фаолиятнинг бош хусусиятларидан бири тадқиқот ва лойиҳалаш объектларига тизимлар сифатида ёндошишдир. Бу нарсга айниқса бошқарув объектларини тадқиқ этиш ҳамда автоматик бошқарув тизимларини ишлаб чиқиш жараёнида янада яққолроқ намоён бўлади.

Тизимни ўзаро боғланган ва бир-бири билан таъсирлашувчи элементлар мажмуи каби таърифлаш мумкин. Тизимларга мисол сифатида алоҳида қисм ва деталлардан тузилган техник қурилма, хужайралар мажмуасидан ташкил топган тирик организм, одамлар жамоаси, ишлаб чикариш корхонаси, давлат ва шунга ўхшашларни кўрсатиш мумкин. Тизимнинг ўзаро боғланган бир қатор элементларидан тузилган қисмига унинг *қисмтизимлари(тизим ости)* деб аталади. Одатда тизим элементлари муайян предмет соҳаси объектлари каби аниқланади. Элементларининг табиати билан боғлиқ равишда *физик, механик,*

химик, биологик, иқтисодий, кибернетик ва бошқа тизимларни фарқлаш мумкин.

Хоссалар – тизимни ифодалаш ва уни бошқа тизимлар орасидан ажратиб турувчи сифатлар бўлиб, улар қандайдир кўрсаткичлар (параметрлар) тўплами билан аниқланади. Исталган тизимнинг муҳим сифатий белгиси шундаки, тизим унга кирувчи элементларнинг бирортасида мавжуд бўлмаган хоссаларга эга бўлади. *Тизимнинг тузилиши* (структураси) – тизим элементларининг асосий хоссаларини белгиловчи барқарор ўзаро ички алоқалар мажмуасидир.

Берилган вақт моментидаги *тизимнинг ҳолати* ҳал қилинаётган вазифа нуктаи-назаридан ахамиятли бўлган тизим кўрсаткичларининг қийматлар тўплами билан аниқланади. *Тизимнинг динамикаси(ҳаракати, ҳулқи)* – бу тизимнинг бир ҳолатдан бошқасига ўтиши, ундан учинчисига ва ҳ.к. дан иборат жараёндир.

Тизимнинг ҳаракат тартиби(режими) қуйидагилардан бири бўлиши мумкин:

- *доимий*, яъни тизим ҳамма вақт айнан бир хил ҳолатда бўлади;
- *даврий*, яъни тизим тенг вақт оралиқларида айнан бир хил ҳолатлардан ўтади;
- *ўтиш режими* – тизимнинг вақт бўйича шундай иккита давр оралиғидаги ҳаракатики, бунда ҳар бир даврда тизим доимий ёки даврий режимда бўлади;

Тизим элементи унинг бошқа элементларига таъсир этиши ва уларнинг ҳолатларини ўзгартириши мумкин. Агар бир элементнинг бошқасига таъсиридан иборат жараёнда таъсир этувчи элемент ҳолати ҳақида маълумот берилса, у ҳолда элементга *ахборотли таъсир* амалга оширилган бўлади ва биринчи элемент иккинчи элементга *сигнал узатаяпти* дейилади.

Тизим элементлари томонидан ишлаб чиқиладиган сигналлар(таъсирлар) тизимдан ташқарига узатилиши мумкин, бу ҳолда улар тизимнинг *чиқувчи сигналлари(таъсирлари)* дейилади. Ўз навбатида элементларга тизим ташқарисидан сигналлар(таъсирлар) келиши ҳам мумкин, улар *кирувчи сигналлар(таъсирлар)* дейилади.

Тизимнинг кириши – кирувчи таъсирлар қўйиладиган ёки кирувчи сигналларни қабул қиладиган тизим элементларидир.

Тизимнинг чиқиши деб чиқиш таъсирларини амалга оширувчи ёки бошқа ташқи тизимга сигналлар узатувчи элементларга айтилади.

Берилган тизим учун бошқариш тушунчаси унга шундай кириш таъсири ёки сигнал берилишини англатадики, бунинг натижасида тизим ўзини талаб этилган тарзда тутати. *Тизимни бошқариш* – тизим структураси ёки ҳолатлари тўпламини муайян мақсад билан ўзгартиришга қаратилган таъсирлар

кўрсатилиши ёки сигналлар берилиши демакдир. Бошқаришдан кўзда тутилган мақсад, одатда, тизимнинг мумкин бўлган ҳолатлари тўплами ёки қандайдир кўрсаткичига нисбатан муайян чеклашлар сифатида берилади. Бошқариш жараёни учун асосий белгилардан бири – *қарор қабул қилиш* функциясини амалга оширувчи тизимнинг зарурлигидир.

1.2. Тизимларни синфлаштириш. Тизимларни турли мезонлар буйича синфлаштириш мумкин.

Энг умумий кўринишда барча тизимлар моддий ва мавҳум (абстракт) тизимларга бўлинади. *Моддий тизимлар* – моддий (ашёвий) объектлар мажмуасидир: булар ноорганик (техник, кимёвий ва шу кабилар), органик (биологик), аралаш турдаги объектлар бўлади. Аралаш турдаги объектлардан қуйидагиларни кўрсатиш мумкин: эгротехник тизимлар («инсон-машина» тизими); ижтимоий тизимлар (одамларнинг жамоадаги муносабатлари), ижтимоий-иктисодий тизимлар (инсонларнинг жамоадаги муносабатлари билан ишлаб чиқариш жараёнининг алоқаси). *Мавҳум тизимлар* – инсон тафаккурининг махсулидир. Улар билим, назария ва гипотезалардир.

Мураккаблик даражасига кўра оддий, мураккаб ва ўта мураккаб(йирик тизим) тизимлар фарқланади. *Оддий тизимларга* оддий структурага эга ва осон математик тавсифланадиган тизимлар киради. *Мураккаб тизим* – бир бири билан чамбарчас боғланган ҳолда умумий мақсад учун хизмат қилувчи алоҳида тизим остилари комплексидир.

Тизим параметрларининг ўзгариши вақтга боғлиқ ёки боғлиқ эмаслигига қараб улар, мос равишда, *динамик* ва *статик* тизимлар сифатида фарқланади.

Тизим ҳолатининг ўзгариш характериға қараб улар *дискрет* ва *узлуксиз* тизимларга ажратилади. Агар тизимнинг бир ҳолатдан бошқасига ўтиши қандайдир оралиқ ҳолатлардан ўтмасдан юз берса, у ҳолда бу тизим *дискрет* дейилади. Агар тизим исталган икки ҳолатнинг биридан иккинчисига ўтишида албатта оралиқ ҳолат орқали ўтса, у ҳолда тизим *узлуксиз* дейилади.

Тизимларни детерминистик ва эҳтимолий(стохастик) тизимларга ҳам ажратиш мумкин. *Детерминистик тизимлар* аниқ топиладиган кўрсаткичларга эга, *эҳтимолий тизимлар* эса тасодикий(эҳтимолий) характерли кўрсаткичларга эса бўлади. Мисоллар: *детерминистик тизимлар*: регуляторли музлатгич; система цехда дастгоҳларнинг жойлаштирилиш тизими, автобус маршрутлари тизими; факультет дарслари жадвали, ЭХМ, телевизор; йиғув автоконвейери. *Эҳтимолий тизимлар*: корхона маҳсулотини статистик назорат этиш тизими, ташкилотлардаги материал-техник таъминот тизими; аэропорт атрофида самолётлар ҳаракатини бошқарувчи тизим; энергетик тизим бошқаруви.

Тизимни ифодалашда қўлланиладиган математик моделнинг берилишиға қараб уларни *чизиқли* ва *чизиқсиз* тизимлар каби синфлаштириш ҳам мумкин.

Тизим ва ташқи муҳитнинг ўзаро таъсири характери бўйича *ёпиқ* ва *очиқ* тизимлар фарқланади.

1.3. Тизимли ёндошиш. Тизимли таҳлил. Йирик тизимлар тадқиқ қилинганда тизимли ёндошиш ягона таъсирчан илмий ёндошиш бўлади. *Тизимли ёндошиш* – мураккаб объектларнинг қийин кузатиладиган ва қийин тушуниладиган хоссалари тадқиқотининг услубиятидир. Тизимли ёндошиш билан узвий боғлиқ тизимнинг таҳлили ва синтези тушунчалари мавжуд.

Тизимнинг таҳлили – тизим элементлари ва унинг ташкилий тузилиши маълум бўлган ҳолда тизим амалга ошираётган функцияларни аниқлашдир. *Тизимнинг синтези* – унинг берилган функцияси бўйича тизимнинг ташкилий элементларини аниқлаш демакдир.

Тизимли ёндошиш мураккаб объектларни ўрганишнинг самарали тадқиқот йўналиши – *тизимли таҳлил*га асосдир. Бу илмий йўналиш – мураккаб объектларни тадқиқ қилиш услубияти бўлиб, у ушбу объектларни мақсадга йўналтирилган тизимлар сифатида қараб ва бу тизимлар хоссаларини ҳамда уларнинг мақсади ва шу мақсадни амалга ошириш воситалари орасидаги ўзаро муносабатларни ўрганишга хизмат қилади.

Тизимли таҳлилдан бошқариш тизимларини ўрганиш ва лойиҳалаштиришда кенг фойдаланилади.

Тизимли таҳлилдаги тадқиқотлар бир неча босқичларга бўлинади. Техник-бошқарув ва ташкилий тизимларини лойиҳалаштиришда қўлланиладиган тизимли таҳлил қуйидаги асосий босқичларга эга.

Биринчи босқичда – тадқиқот объектларини аниқлаш, мақсадларни белгилаш, шунингдек объектни ва уни бошқаришни яхшилаш учун зарур бўлган мезонларни кўрсатишдан иборат бўлади.

Иккинчи босқичда – ўрганилаётган *тизимнинг чегаралари* белгиланади ва уни бирламчи тузиш (структуралаштириш) олиб борилади. Бирламчи структуралаштириш жараёнининг якуни натижасида алоҳида ташкилий қисмлар – ўрганилаётган тизим элементлари ва элементар таъсирлар мажмуаси кўринишидаги мумкин бўлган ташқи таъсирлар ажратилади.

Учинчи муҳим босқич – ўрганилаётган тизимнинг *математик модели*ни тузишдир. Математик моделни қуришда, одатда, кўп ишлатиладиган йўللardan бири – ўрганилаётган тизимни қисмтизимларга бўлиш, типик қисмтизимларни ажратиш, қисмтизимларнинг иерархиясини ўрганиш ва бир даражадаги ҳамда бир турдаги қисмтизимларнинг боғланишларини стандартлаштиришдир.

Кейинги босқичнинг вазифаси – қурилган *математик моделни тадқиқ қилиш*дир.

2. Бошқариш тизимининг умумий функционал структураси.

Олдин айтилганидек *бошқариш*, бу танланган объектнинг маълум бир ахборотлар асосида мавжуд дастурга (алгоритмга) ёки ишлатиш мақсадига мос равишда фаолият кўрсатишини таъминлашга йўналтирилган ҳаракатлар мажмуасидан иборат жараёндир. Бошқарувнинг ҳар қандай динамик жараёни алоҳида ҳаракатлар, операциялар ва ўзаро боғланган босқичлардан ташкил

топган бўлади. Уларнинг бажарилиш кетма-кетлиги ва ўзаро алоқаси *бошқариш жараёнининг технологиясини* ташкил этади. Қатъий қилиб айтганда, бошқариш технологияси ахборотли, ҳисоблаш, ташкилий ва мантикий операциялардан иборат. Бошқариш технологияси – бу бошқариш жараёнининг бажарилиш усули, тартиби, регламентидир.

Бошқариш жараёнини ташкил қилиш учун қуйидаги тўртта элемент зарур: а) бошқарилувчи объект; б) датчиклар; в) бошқариш органи; г) бажарувчи ижро органи.

Бошқарилувчи объект (бошқарув объекти) – бошқарув операциялари йўналтирилган объект сифатида аниқланади. Бошқарув объекти – бу турли техник қурилмалар ва комплекслар, технологик, ишлаб чиқариш, иқтисодий ва бошқа жараёнларки, уларнинг баъзи физик ва бошқа кўрсаткичлари(миқдорлари) ўзгармас ҳолда ушлаб турилади ёки муайян мақсад билан ўзгартириш талаб этилади. Бошқариш объекти сифатида фаолияти муайян вақтда аниқ вақтда аниқ мақсадга эришишга мўлжалланган кишилар жамоасини ҳам олиш мумкин. Режалаштириш, таъминот, молия, транспорт, алоқа, савдо хизматларини йўлга қўйиш ташкилотлари ҳам бошқариш объектларига мисол бўлади. Бошқарув объекти алоҳида бир машина, аппарат, қурилма, машиналар ёки аппаратлар комплекси, участка, цех ва корхона бўлиши мумкин.

Датчиклар – бу шундай қурилмаларки, бошқариш объектидаги физик ва химик жараёнларни параметрларини акс этиб берувчи қурилмалардир.

Бошқариш органи – бу шундай тизимки, унинг киришига бошқарилувчи объект ва муҳит ҳақида сигналлар келиб тушади, чиқишида эса шу вазиятдаги зарур бошқариш ҳақидаги сигнал ҳосил бўлади.

Ижро органи – бу шундай тизимки, унинг киришига зарур бошқариш ҳақида сигнал келиб тушади, чиқишида эса бошқарилувчи объектга бериладиган бошқарувчи таъсир ишлаб чиқилади. Одатда техник объектларни бошқариш жараёнида бошқарувчи таъсир регулятор ёрдамида ишлаб чиқилади ва бошқарув объекти зарур ҳолатга ўтиши учун унга бу таъсир кўрсатилади.

Бошқариш органи, датчиклар ва ижро органини умумий ном билан *бошқарувчи қурилма* деб аташ мумкин. Бошқарувчи қурилма бошқаришни амалга оширувчи восита бўлиб, умумий ҳолда иккита масалани ҳал этади:

- Келаётган ахборот асосида бошқарилувчи объектнинг хоссалари ва ҳолатини «аниқлаштиради»;
- Шу маълумотлар асосида бошқариш учун қандай ҳаракатлар зарур эканлиги кўрсатиб берилади.

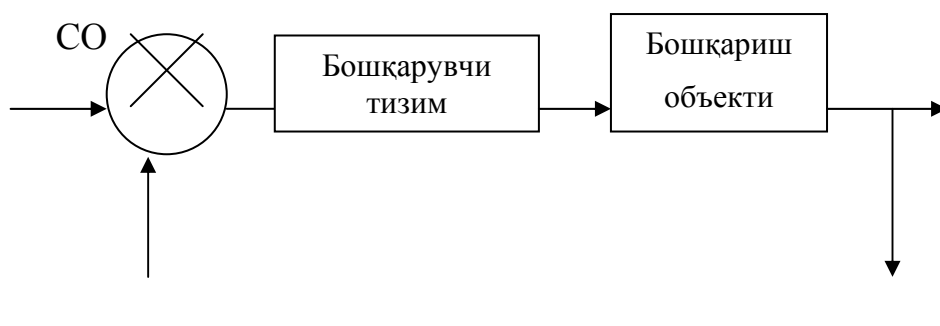
Бошқарилувчи қурилма томонидан ҳал этиладиган масалаларни таҳлил этиб, уларни қуйидагича аниқлаштириш мумкин:

- Бошқарув объектининг ишлаш жараёнида унинг динамик хоссалари ва таъсирлар ҳақида ахборот олишдан иборат идентификация (таниб олиш) масаласи;
- Олинган ахборотлардан тизимнинг сифат мезони қийматини ҳосил қилиш;
- Сифат мезонининг топилган қийматини унинг эталон ёки экстремал қиймати билан солиштириш ёрдамида бошқарувчи таъсирни ишлаб чиқиш;
- Сифат мезонини талаб этилган қийматга келтириш учун тизимнинг зарур параметрларини ўзгартириш.

Бошқарилувчи объект, бошқариш органи, датчиклар ва ижро органи бошқариш тизимини ташкил этади. *Бошқариш тизими* – бошқариш жараёнини таъминловчи механизмдир. Бошқариш тизимларига мисоллар: Тирик табиатда – қон айланиши, овқат ҳазм бўлиши; Жамиятда – режалаштириш, таъминот, маблағ ажратиш тизимлари; Саноатда – алоҳида технологик жараёнлар, автоматик линиялар, корхона, ишлаб чиқариш тармоғини бошқариш тизимлари ва ҳ.к.. Бундан ташқари иқтисодиётдаги завод, корхоналар гуруҳлари, электр узатиш тизимлари, ҳарбий мудофаа тизимларини ҳам бошқариш тизимларига мисол сифатида келтириш мумкин.

Бошқариш тизими учун иккита қисм тизим: бошқарувчи ва бошқарилувчи қисм тизимларни ажратиб кўрсатиш мумкин. *Бошқарувчи қисм тизим* бошқарув функциясини амалга оширади ва албатта бошқарувчи қурилма элементларин ўз ичига олади. *Бошқарилувчи қисм тизим* бошқариш таъсирлари йўналтирилган объект билан аниқланади.

Агар бошқариш онгли равишда амалга оширилса, бошқарувчи тизим *бошқариш субъекти* томонидан ҳосил қилинади. Бошқариш субъекти бошқариш мақсадини ҳам аниқлайди. Баъзи ҳолларда субъект ва бошқариш мақсади кенгроқ маънода тушунилади: бошқариш субъекти бошқарувчи тизим сифатида, бошқариш мақсади эса бошқариш дастурининг бажарилиши тушунилади.



Тесқари алоқа

1-расм. Бошқарув тизимининг умумий схемаси.

Бошқарувчи ва бошқариловчи қисм тизимлар орасида *алоқа каналлари* бўлиши зарур. Улар муайян функцияларни бажарадилар. Бошқарувчи қисмтизимдан бошқариловчи қисмтизимга боровчи алоқа канали орқали *бошқарувчи ахборот(бошқарувчи таъсир)* узатилади. Бу *тўғри алоқа каналидир*. Бошқариловчи қисмтизимдан бошқарувчи қисмтизимга боровчи алоқа канали орқали бошқариловчи қисмтизим ҳолати ҳақидаги ахборот, аниқроғи, бошқарув объектининг муҳим ўзгарувчиларининг шу моментдаги қийматлари ҳақидаги маълумотлар узатилади. Бу эса *тескари алоқа каналидир*. Бошқариловчи объект ҳолати ҳақидаги ахборот тескари алоқа канали орқали тизимнинг солиштириш органига(СО) келиб тушади. Бу орган бошқариш жараёнида зарур ўзгаришлар киритиши мумкин.

Шундай қилиб, бошқарувчи ва бошқариловчи қисмтизимлар *тўғри* ва *тескари алоқа каналлари* билан боғланган. Бошқарув тизими элементларини боғловчи *тўғри* ва *тескари алоқа каналлари* тизимнинг *алоқалар контурини* ташкил этади. Бошқарув тизимининг алоқалар контури бўйлаб ахборот оқими узатилади. Одатда бошқарув тизимининг контури туташмас - *очиқ* (фақат *тўғри алоқа каналидан иборат*) ёки туташ - *ёпиқ* (*тўғри* ва *тескари алоқалар каналларидан иборат*) бўлади.

Тескари алоқали(ёпиқ) тизимларидаги бошқариш жараёнларини вақт мобайнида амалга ошириладиган куйидаги босқичлар мажмуасига ажратиш мумкин:

- бошқаришнинг дастурини аниқлаш (режалаштириш);
- объект ҳолатини ва унинг берилган дастурдан фарқланишини баҳолаш (назорат қилиш);
- бошқаришни аниқлаш (ечимларни қабул қилиш ёки бошқаришни шакллантириш);
- объектга уни мўлжалланган ҳолатга олиб келувчи таъсирлар кўрсатиш (бошқаришни амалга ошириш).

3. Бошқарув тизимларни моделлаштириш. Статик ва динамик моделлар. Регрессион моделлар. Имитацион моделлар.

Бошқариш объекти хусусиятларини ўрганиш, бошқарувчанлик даражасини билиш, турли масалаларни лойиҳалаш, оптималлаштириш, башоратлаш, ташхислаш ва ҳакозоларни ечиш учун мураккаб бошқариш тизимининг математик моделини қуриш керак бўлади.

Модель – бошқариш объектининг асосий хусусиятлари, боғланишлари, параметрлари орасидаги боғланишларни ифодаловчи ёки ўхшатувчи бўлиб, белгилар (символ) ёки моддий нарсалар ёрдамида моделлаштирилаётган объектни тасаввур қилиш имконини берувчидир.

Моделлаштириш – модель асосида (математик ёки физик) ёки ўхшатиш назариясини қўллаб яратилган қурилмада жараён ёки воқеа ва ҳадисаларни ўрганиш усули.

Мураккаб бошқариш тизимларини моделлаштиришда кейинги вақтларда топология, мантиқ–динамика, иммитацион моделлаштириш ва бошқа усуллар қўлланиб келинади. Шулардан кенг тарқалгани иммитацион моделлаштириш усулидир.

Иммитацион модел – моделлар мажмуаси бўлиб, ёрдамчи дастурлар, маълумотлар базаси ёрдамида мураккаб тизимларда бўлаётган воқеа ва ҳодисаларни содда кўринишда тезлик билан қуриш ва ҳисоблаш тажрибаларини ўтказишга мўлжаллангандир.

Иммитацион модел такомиллашувчан бўлиб, ҳар бир элемент модели янгиланганда, у модул кўринишида умумий моделга киритилади. Маълумотлар базаси ҳам керакли маълумотлар билан янгиланиб туради ва ҳоказо.

Иммитацион модел қуриш босқичлари:

1. **Ечиладиган функционал масалани аниқлаш.** Ушбу босқичда ечиладиган масала аниқдаштирилади. Модел мураккаб бўлгани учун анча куч ва авқт талаб қилади. Шунинг учун масалаларни иложи борица камайтириш керак.
2. **Мураккаб тизим элементларининг боғланиш схемасини тузиш.** Бунда асосий элементлар ва уларни боғловчи воситалар кўрсатилади.
3. **Ахборот оқим схемасини тузиш.** Элементлар орасида информацион боғланишлар (кириш, чиқиш) параметрлари аниқланади.
4. **Мураккаб тизим элементларининг моделларини тузиш.** Ҳар бир элементнинг алоҳида-алоҳида (тажриба-статистик ва бошқа усуллар ёрдамида) моделлари тузилади.
5. **Мураккаб тизимнинг умумий моделини тузиш.** Бунда мураккаб тизимнинг ҳар бир элементининг модели боғланишлари ўрганилади.

Моделлар M_i	Кирувчи – X ахборотлар	Чиқувчи – Y ахборотлар	Элемент номи
M_1	$x'_1, x'_2, x'_3, \dots$	$y'_1, y'_2, y'_3, \dots$	1
M_2	$x_1^2, x_2^2, x_3^2, \dots$	$y_1^2, y_2^2, y_3^2, \dots$	2
...	...	...	...
M_n			N

6. *Моделлаштириш алгоритмини тузиш;*
7. *Ечиш усулини танлаш;*
8. *Ҳисоблаш тажрибаларини режалаштириш;*
9. *Олинган натижаларни таҳлиллаш.*

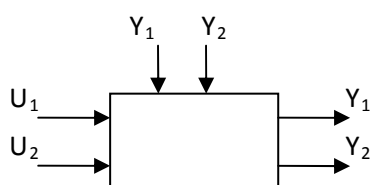
Мураккаб тизимларнинг ҳар бир элементига тузилган айрим айрим моделлардан мураккаб тизимнинг умумий модели курилади. Кўпинча мураккаб тизим жуда кўп элементлардан ташкил топганлиги сабабли унинг умумий моделини куришда маълум усуллардан (иммитацион моделлаштириш) фойдаланамиз.

Моделни олиш усуллари асосан қуйидагилар:

1. Аналитик усул
2. Тажриба усули
3. Аналитик – тажриба усули

Бошқариш объектининг математик моделининг турлари.

Статик модель



$$\bar{Y} = \bar{A} \bar{U} + \bar{C} \bar{F}$$

$$\bar{Y} = [y_1, y_2]^T \quad \bar{F} = [f_1, f_2]^T$$

$$U = [U_1, U_2]^T$$

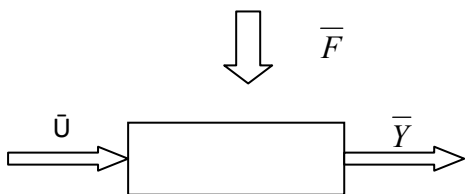
$$Y = Ax \quad A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad C = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix}$$

Динамик модель объектнинг динамик хусусиятларини ифода этади ва :

- дифференциал тенгламалар
- айирмали тенгламалар
- узатиш функциялари
- частотавий функциялар ва бошқа функциялар орқали берилади.

Кўп ўлчамли бошқарув тизимлари.

Кўп ўлчамли объектлар учун



$$\bar{A}(S)\bar{Y}(S) = \bar{B}\bar{U}(S) + \bar{C}\bar{F}(S)$$

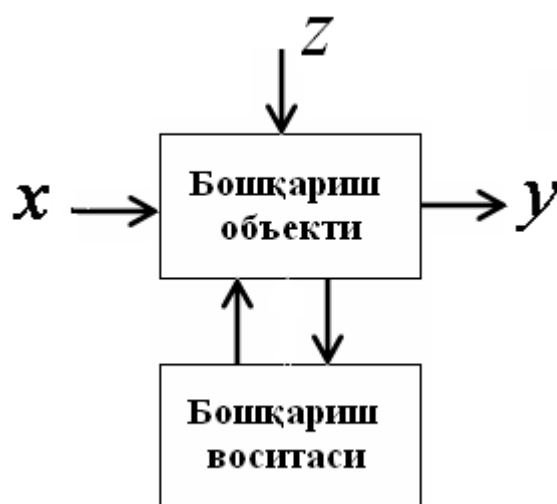
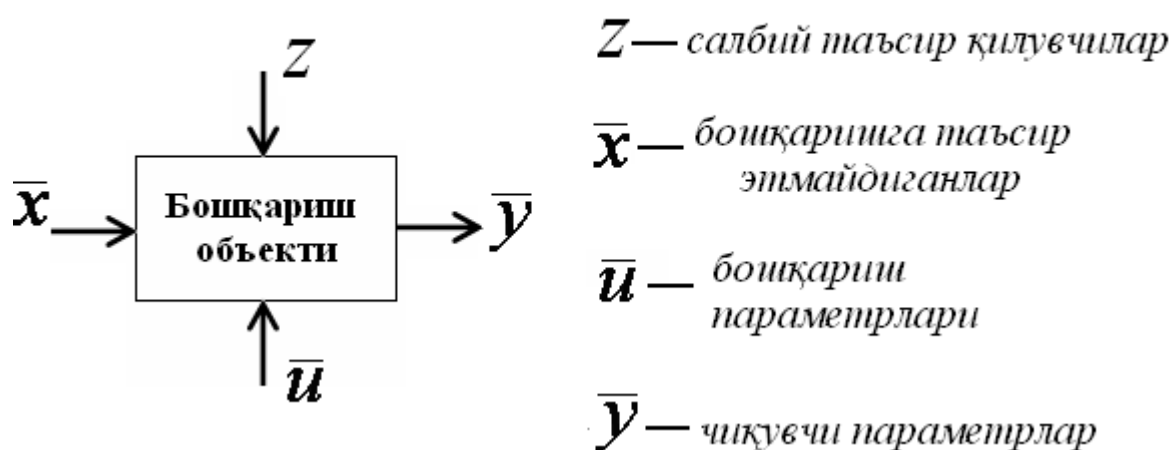
$$\bar{Y}(S) = \bar{A}^{-1}\bar{B}\bar{U}(S) + \bar{A}^{-1}\bar{C}(S)\bar{F}(S)$$

Бошқариш катталиклари бўйича матрицали узатиш функцияси.

Дискрет объектлар учун қуйидагича ёзилади:

$$x[n+1] = A \bar{X}[n] + \bar{B} \bar{U}[n]$$

Бошқариш тизимининг схематик кўриниши



Бошқариш тизимларига кўплаб мисоллар келтириш мумкин. Жонли табиатда — қон айланиши, овқат ҳазм бўлиши; жамиятда — режалаштириш, таъминот, маблағ ажратиш тизимлари; саноатда — алоҳида ишлаб чиқариш жараёнлари, корхона, ишлаб чиқариш тармоғини бошқариш тизимлари ва ҳ.к.

Бошқариш тизимларининг барчасида қуйидаги вазифалар амалга оширилади:

- бошқариладиган объект ёки ундаги қисмларнинг ҳолати ҳақида дастлабки ахборот (маълумотлар) йиғилади;
- кейинчалик фойдаланиш ёки аниқ бир муддатга сақлаб қўйиш учун ахборот тизимлаштирилади;
- бир жойдан иккинчи жойга узатиш учун ахборотни қайта ишлаш амалга оширилади;
- қайта ишланган ахборот мўлжалланган жойга жўнатилади;
- бошқарув буйруқлари ишлаб чиқилади ва улар амалга оширилади.

Бошқариш жараёни турли объектларни бошқариш масалаларини ечишда қўлланилиб келинганлиги сабабли, ҳозирги пайтда техникада (стонок, завод, самолёт, ракета ва ҳ.к.), иқтисодиётда (банк тизими, микро ва макро иқтисодиёт), ижтимоий ҳаётда (таълим, соғлиқни сақлаш), тиббиётда (инсон соғлигини сақлаш, кўз, юрак касаллиги, қон айланиши ва бошқа органларнинг ишлашини яхшилаш), биологияда (ўсимлик ва ҳайвонот олами) бошқариш тизимларидан фойдаланилади.

Бошқариш объектининг турли бўлиши, уларнинг хусусиятлари бир-биридан фарқ қилиши, ҳар бир объектга алоҳида ёндашиш аниқса, бошқариш масаласини ечишда маълум қийинчиликларга сабаб бўлади. Шу сабабдан бошқариш объектларининг хусусиятларини ўрганиб, маълум гуруҳларга бўлиш, ажратиш мақсадга мувофиқ бўлади. Шунинг учун объект хусусиятларини ҳисобга олиб, бошқариш воситаларини яратиш учун бошқариш тизимини бир нечта тизимларга бўламиз:

техник тизимлар, иқтисодий тизимлар, ижтимоий тизимлар, тиббий тизимлар, биологик тизимлар ва ҳақозо.

Ушбу тизим хусусиятларига ва ечиладиган функционал масалаларига кўра ўхшаш бўлганлиги учун бир тизимга келтирилган. Бошқариш тизимларини бундай турларга ажратиш бошқариш тизимининг умумий қонуниятларини шакллантириш ва бошқариш алгоритмларини яратишга қулайлик туғдиради. **Бошқариш тизим назарияси** бошқариш объектининг хусусиятларини, қонуниятларини алоҳида-алоҳида ўрганмай, балки умумий тизим доирасида ўргатади. Кейинги пайтларда тизим назарияси, бошқариш назарияси, тўғри ва қайта алоқа назарияси алоҳида-алоҳида ўрганилиб, бошқариш тизим назариясининг такомиллашувига олиб келмоқда.

Тизимлар оддий ва мураккаб бўлади. **Мураккаб тизимлар** бир нечта элементлардан ташкил топади. Улар орасидаги боғланишлар узвий бўлсада, уларнинг қандай боғланганлиги ноаниқ бўлади. Ушбу тизимнинг математик ифодасини тузиш маълум қийинчиликларга олиб келади.

Тизимлар икки хил кўринишда бўлади: очиқ ва ёпиқ. **Очиқ тизимлар**да модда ва энергия берилади ва олинади. **Ёпиқ тизимлар**да эса модда ва энергия берилмайди ва олинмайди.

Бошқариш нуқтаи назаридан тизимлар қуйидагиларга бўлинади:

- *автоматик тизим* – барча бошқариш жараёнлари автоматга берилган.
- *автоматлашган тизим* – бошқариш вазифаларининг бир қисми автоматга берилган бўлиб, ҳуслосани инсон чиқаради.
- *узлукли ва узлуксиз тизим*.
- *инсон–компьютер мулоқот тизими*.
- *иерархик(поғонали) тизим*.

Айрим тизимлар куп маблағ кераклиги, тадқиқот ўтказиш мураккаблиги ва шу каби ҳолларда моделлаштириш ўз самарасини беради. Бундай тизимларни моделлаштиришга ҳам анча кўп вақт сарфланади.

Моделлаштириш кўлланиладиган уч асосий соҳани курсатиш мумкин, булар: таълим, илмий-тадқиқот ва бошқариш соҳаларидир. Таълим соҳасидаги моделлаштириш, унда объектларни яққол тасвирлашга ёрдам беради ва бу оркали билимларни етказиш жуда осонлашади. Бу моделлар асосан тизимни таърифлайди ва тушунтирадилар. Илмий тадқиқот соҳасида моделлаштириш олинган янги маълумотни фиксерлаш ва тартиблаш, назария ва амалиётнинг ривожлатириш учун хизмат килади. Бошқаришда эса моделлар қарорни асослаш учун ишлатилади. Бундай моделлар тизимни таърифлаш, тушунтириш ва башорат кила оладиган бўлишлари керак.

Автоматик бошқарув тизимини (АБТ) ишлаб чиқиш ва тадқиқ этишнинг муайян босқичида унинг *математик модели* – тизимдаги рўй бераётган жараённинг математика тилида ифодаланиши ҳосил қилинади. Математик ифодаланиш аналитик(тенгламалар ёрдамида), график(графиклар, структуравий схемалар ва графлар ёрдамида) ва жадвал(жадваллар ёрдамида) кўринишида бўлиши мумкин. Айнан бир тизимнинг математик модели тадқиқот мақсадидан келиб чиққан ҳолда ҳар хил бўлиши мумкин. Бундан ташқари, баъзи ҳолларда айнан битта масалани ечишда турли босқичларда турли математик моделлар қабул қилинади, яъни тадқиқотни содда моделдан бошлаб, кейин уни секин аста мураккаблаштирилади, натижада бошланғич босқичда муҳим деб ҳисобланмаган ҳодиса ва боғланишлар кўшимча равишда эътиборга олинади.

Автоматик бошқарув тизимини математик ифодалашда уни одатда блок-схема кўринишида тасвирлайдилар ва шу асосда структуравий схемани тузадилар. АБТнинг математик модели унинг структуравий схемасидан фойдаланилган ҳолда ишлаб чиқилиб, у бўғинларнинг бирлаштирилиши кўринишидаги тизим моделининг график тасвиридан иборат бўлади.

АБТнинг математик моделига эга бўлиш учун одатда унинг алоҳида элементларининг ва улар орасидаги боғланишларнинг ифодаланиши ҳосил қилинади. Шу жумладан АБТ тенгласини олиш учун тизим таркибига кирувчи ҳар бир элемент тенгламалари ва элементлар орасидаги боғланишлар тенгламаларини тузадилар.

Берилган бўғиндаги сигналнинг алмаштирилиш жараёни динамикаси чиқиш ўзгарувчисини кириш ўзгарувчиси билан боғловчи қандайдир тенгламалар билан ифодаланади. АБТнинг бўғинлари тенгламалари элементнинг ҳолатини ва ўзгаришини тавсифловчи физик қонунларга асосан

тузилади. Булар механика, электротехника, теплотехника, оптика ва шу кабиларнинг қонунлари бўлиши мумкин.

АБТ элементларининг ҳолати ва ўзгариши оддий дифференциал тенгламалар, хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар, айирмали тенгламалар, алгебраик тенгламалар ва шунга ўхшаш тенгламалар билан ифодаланиши мумкин. Кўп ҳолларда АБТ бўғинлари ва умуман бошқарув тизими тўлиқ равишда дифференциал тенгламалар билан берилади. Элементларнинг дифференциал тенгламалари ва алоҳида элементлар орасидаги боғланиш тенгламалари созлаш тизимидаги жараёнларни, яъни тизимнинг барча координаталарининг вақт бўйича ўзгаришини ифодалайдилар.

Барча бўғинларнинг тенгламалари ва характеристикалари мажмуи тизимдаги тўлиқ кечаётган бошқарув ва созлаш жараёнлари динамикасини тасвирлайди.

АБТни энг умумий белгилар ва хоссаларга таянган ҳолда синфлаштириш мумкин. АБТни тадқиқ этиш ва лойиҳалашда, уларни ички динамик жараёнлар характерини аниқлаб берувчи белгиларга кўра катта синфларга ажратиш мақсадга мувофиқдир.

Шундай *асосий белгилар* қуйидагилардир:

- Динамик жараёнларнинг узлуксизлиги ёки дискретлиги;
- Созлаш жараёни динамикасини тасвирловчи тенгламаларнинг чизиқли ёки чизиқсизлиги.

Биринчи белги бўйича қуйидаги АБТларни фарқлаш мумкин:

- *Узлуксиз таъсир тизимлари*;
- *Дискрет таъсир тизимлари*(импульсли ва рақамли);
- *Релели таъсир тизимлари*.

Иккинчи белгига кўра узлуксиз ва дискрет таъсир тизимлари *чизиқли* ва *чизиқсиз тизимларга* ажралади. Релели таъсир тизимлари эса тўласинча чизиқсиз тизимлар категориясига киради.

Узлуксиз таъсир тизими деб шундай тизимга айтиладики, унинг ҳар бир бўғинида кириш миқдорининг вақт бўйича узлуксиз ўзгаришига чиқиш миқдорининг узлуксиз ўзгариши мос келади.

Дискрет таъсир тизими деб шундай тизимга айтиладики, унинг ҳеч бўлмаганда бирорта бўғинида кириш миқдори узлуксиз ўзгарганда чиқиш миқдори узлуксиз ўзгармайди, балки қандайдир вақт оралиқларидан сўнг пайдо бўлувчи алоҳида импульслар кўринишида бўлади. Узлуксиз кириш сигналини импульслар кетма-кетлигига айлантирувчи бўғинга *импульсли бўғин* дейилади.

Дискрет автоматик тизимларга *импульсли созлаш тизимлари* (яъни импульсли бўғинли тизимлар), шунингдек *рақамли ҳисоблаш қурилмаларига* эга тизимлар киради. Булар чиқишда ҳисоблаш натижасини дискрет тарзда, муайян вақт оралиқларидан сўнг, кириш миқдорларининг дискрет соний қийматлари кўринишида беради.

Релели таъсир тизими деб шундай тизимга айтиладики, унинг ҳеч бўлмаганда битта бўғинида, кириш миқдорининг узлуксиз ўзгаришида, кириш миқдорининг қийматларидан боғлиқ бўлган чиқиш миқдори жараённинг баъзи нуқталарида сакрашсимон ўзгаради. Бундай бўғин *релели бўғин* дейилади.

Энди автоматик тизимларни синфлаштиришнинг иккинчи белгисига мурожаот қиламиз.

Чизиқли тизим деб шундай тизимга айтиладики, унинг барча бўғинларининг динамикаси чизиқли тенгламалар(алгебраик, дифференциал ёки айирмалар) билан тўлиқ ифодаланади. Чизиқли тизимларга суперпозиция принципи қўлланилади. Бу принципга кўра чизиқли тизимнинг ихтиёрий кириш таъсирига мос чиқиш сигналининг унинг муайян элементар кириш таъсирларга кўрсатадиган реакцияси орқали аниқлаш мумкин.

Агар тизимнинг барча бўғинлари динамикаси оддий чизиқли дифференциал тенгламалар билан ифодаланса, бу тизимга *оддий чизиқли тизим* дейилади.

Агар бирор бўғин динамикаси хусусий ҳосилалар чизиқли дифференциал тенглама(масалан, қувурлар тармоғидаги ёки электр тармоғидаги тўлқинли жараёнлар) билан ифодаланса, у ҳолда шу бўғин қатнашган тизимга *тарқалган параметрли чизиқли тизим* дейилади. Агар тизим бирор бўғинининг динамикаси кечикишли аргументли чизиқли тенглама билан берилса, бундай тизимга *кечкишли чизиқли тизим* дейилади. *Чизиқли импульсли тизимлар* динамикаси чизиқли айирмалар тенглама билан ифодаланади. Бу кўринишдаги барча тизимлар оддий чизиқли тизимдан фарқли ҳолда *махсус чизиқли тизимлар* деб айтилади.

Чизиқсиз тизим деб шундай тизимга айтиладики, унинг ҳеч бўлмаганда бирорта бўғинининг динамика тенгламасида чизиқлилиқ бузилади.

Автоматик тизимларнинг тадқиқи, унга керакли ҳисоблаш ишларини бажаришда ва синтез қилишда шуни эътиборга олиш лозимки, оддий чизиқли тизимлар учун назария ва турли амалий усуллар тўлароқ ишлаб чиқилган. Одатда тизимнинг барча бўғинлари динамика тенгламаларининг оддий чизиқли тенгламаларга келтиришга ҳаракат қилинади. Фақат бунинг иложи бўлмаган баъзи ҳолларда ёки бирор мақсад билан махсус бўғин киритилганда бўғинларнинг ўзига хос хоссалари ҳисобга олинади. Махсус чизиқли ва чизиқсиз бўғинларнинг киритилиши тизимнинг яхши сифат кўрсаткичларига эга бўлишига имкон бериши мумкин. Айниқса махсус киритиладиган чизиқсиз бўғини бор тизимлар ва дискрет тизимлар катта имкониятларга эга. Шулар қаторида рақамли ҳисоблаш қурилмаларига эга ва адаптив тизимлар, яъни ўз-ўзини созловчи, экстремал, ўз-ўзини ташкиллаштирувчи тизимларни кўрсатиш мумкин.

АБТ ни синфлаштиришнинг бошқа белгилари ҳам бор. Ташқи таъсирлар(олдиндан берилган ва кўзгатувчи) характеридан боғлиқ ҳолда *детерминистик ва стохастик тизимларни* фарқлаш мумкин. *Детерминистик АБТларда* ташқи таъсирлар вақтнинг доимий функцияси кўринишида бўлади. *Стохастик АБТларда* ташқи таъсирлар тасодикий функциялар кўринишида бўлади.

Ишлатиладиган энергия кўринишига қараб қуйидаги АБТлар маълум:

Электрик тизимлар; пневматик тизимлар; гидравлик тизимлар; электропневматик тизимлар; электрогидравлик тизимлар.

АБТларнинг юқорида кўриб ўтилган турли шакллари ва хоссаларини асосий белгиловчи деб бўлмайди ҳамда улар бундай тизимларнинг хилма-хиллигини тўласинча акс эттирмайди.

4. Автоматика ва телемеханика тизимларидаги датчиклар ва ижрочи элементлар

4.1. Датчиклар

Автоматика ва телемеханика тизимларида датчиклар бошланғич ёки ўлчагич элемент вазифаларини бажаришади. Улар ёрдамида автоматик тизимлар ташқи ахборотни олишади. Датчикларнинг аниқ ва ишончли иши, бутун тизим ишини тегишли асосий кўрсаткичларини белгилаб беради. Датчиклар юқори таъсирчанлик (сезгирлик) ва аниқликка, узок хизмат муддати ва ишда бешикастликка, кичик ўлчам ва оғирликка, ҳамда паст нархга эга бўлишлари керак.

Шартли равишда, датчикларни қабул қилиувчи, оралик ва ижрочи қисмлардан иборат деб ҳисоблаш мумкин. *Қабул қилувчи қисми*, кириш x миқдорини ўзгаришига таъсирланиб, уни қандайдир *оралиқ* миқдорга ўзгартиради. Бу миқдор, шунга ўхшаш физикавий миқдорнинг эталон (намуна) қиймати билан таққосланади. Сўнгра эса, бу датчикни *ижрочи қисмига* тасир этиб, чиқиш y сигналини шакллантиради. *Кириш x миқдорини физикавий таркибига* қараб—электр, иссиқлик, механик, оптик, акустик, суюқлик ва газ датчикларини ажратишади. Электр датчиклар—ток, кучланиш, қувват, частота, магнит оқимни; иссиқлик датчиклар—ҳарорат ва иссиқлик миқдорини; механик датчиклар—куч, босим, силжиш, тезлик, тез-ланиш; оптик датчиклар—нур кучи, ёритилишни; акустик датчиклар—товуш кучи, уни частотаси, қувватини; суюқлик ва газ датчиклари—босим ва тез-ликни ўлчашади.

Ҳар бир турдаги датчикларни, ўз навбатида, *қабул қилувчи қисмининг ишлаш принципи* бўйича ҳам таснифлашади, яъни гуруҳларга бўлишади. Масалан, оптик датчиклар, фотоэлектрик, фотохимик, фототермик ва фотомеханик гуруҳларга бўлишади. Датчикларни бошқача тури, *чиқиш y миқдорини физикавий табиати*га қараб ҳам белгиланади. Чиқиш миқдори—электр бўлган датчиклар, яъни қаршилиқ, индуктивлик, сиғим, ток, кучланиш, фаза, частота датчиклари энг кўп тарқалган.

Датчиклар *кириш x сигналини сон ва тури бўйича ўзгартиришига* қараб ҳам, айрим гуруҳларга ажратилади. Кириш сигналини бевосита ўзгар-тирадиган датчиклар, кириш x сигнални бевосита чиқиш y сигналга ўзгартиради. Бундай датчиклар қулай, чунки оралик ўзгартирувчи қисм-ларга ҳожати бўлмайди. Оралик ўзгартирувчи қисмларга эга датчикларда, сигнални бир неча марта ўзгариши мураккабликларга, маълум даражада аниқликни йўқолишига олиб келади. x - y ўзгартиришнинг кўриниши бўйи-ча, датчиклар икки гуруҳга: узлуксиз ва дискрет (узлукли) ўзгартирув-чиларга бўлинишади. Узлуксиз ўзгарадиган датчиклар ўлчагич бўлиб ҳисобланади. Уларда x нинг узлуксиз ўзгаришига, y ни узлуксиз ўзгариши тўғри келади. Кўпинча, дискрет ишлайдиган датчиклар дискрет объектлар ҳолатини, яъни чекли ҳолатга эга объектларни назорат қилишади. Назорат қилинадиган кўпчилик объектлар икки

позицияга эга, яъни «уланган» ва «узилган» ҳолатларга эга бўлишади. Ана шу сабабли, дискрет датчиклар, чиқиш миқдорлари $y=0$ ёки $y=1$ бўладиган иккилик ахборот датчиклари ҳисобланишади.

Ярим ўтказгичлар техникасини ривожланиши ва ҳозирги автоматик тизимларда микропроцессорлар ва компьютерларнинг кенг қўлланишлиги туфайли, датчиклар тараққиётида янги ғоя ва йўналишлар пайдо бўлди. Бу ривожланиш хусусиятлари, датчикларни микропроцессорлар ва компю-терлар билан бирга ишлашлиги белгиланмоқда. Ана шу сабабли, замона-вий датчикларнинг муҳим сифати бўлиб, интеграл бажарилгани ҳамда кичик ўлчамларга эгалиги ҳисобланади. Ушбу хусусиятлари туфайли, битта корпусда бир нечта датчикларни жойлаштириш ва бу билан бир вақтни ўзида бир нечта физикавий миқдорларни ўлчайдиган бирикма датчик яратиш имкони туғилди.

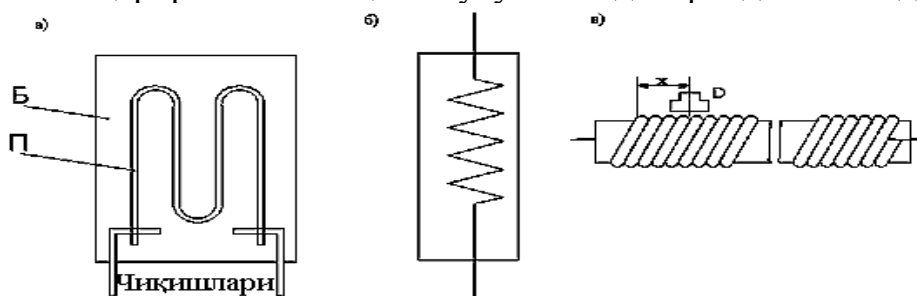
Бевосита ўзгартирадиган датчиклар. Бевосита ўзгартиргич датчикка мисол бўлиб, *тензодатчик* (3.1,а-расм) ҳисобланади. Улар, деталлар юза-сидаги деформациялар ва механик кучланганликларни ўлчашга ишлати-лади. Тензодатчикни П шаклида юқори солиштира қаршиликка ва кичик диаметрға (0,006-0,020 мм) эга (константан) симдан тайёрлашади. Симни зич ва тенг сиртмоқ кўринишида, ингичка қоғоз варақлари орасида жойлаштириб, уларни елимлашади. Сим учлари мис симларға пайвандла-ниб, улар ёрдамида тензодатчик ўлчагич схемаға уланади. Тензодатчик детал юзасига маҳкам ёпиштирилади ва у билан бирга деформацияланади. қаршиликнинг нисбий ўзгариши $\Delta R/R$, деформацияға $\Delta l/l$ ва детал юзасини кучлан-ганлигига пропорционалдир,

$$\frac{\Delta R}{R} = k \frac{\Delta l}{l}$$

ундаги k -ўзгармас миқдор.

Демак, тензодатчикда механик катталиқ (деформация), бевосита электр (қаршилик) миқдорға айлантирилади.

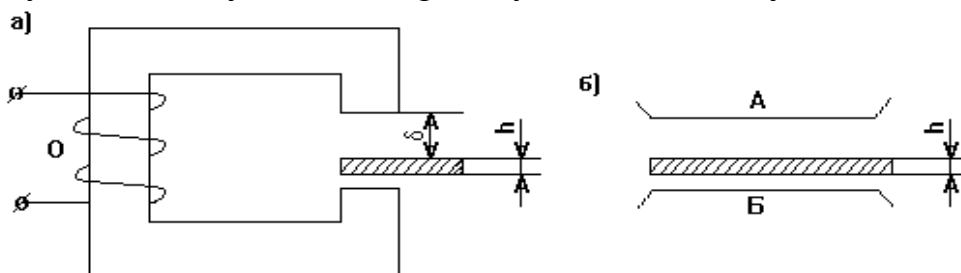
Конструкцияси бўйича, *термо (иссиқлик) датчиклар* ҳам соддадир. Уларда ҳарорат кучланишға (термопараларда) ёки қаршилик (термоқарши-ликларда) ўзгаришиға айлантирилади. Термоқаршиликлар (3.1,б-расм) пўлат, никел ёки платинали симлардан тайёрланади, чунки уларнинг қар-шилиги ҳароратға боғлиқдир. Ҳароратни ўлчаш учун, магнитавий ва диэлектрик ўтказувчанлиги иссиқликка сезгир бўлган ферритлар ва кон-денсаторлар ишлатилади. Термосезгир диод ва тиристорларда, кремний кристаллидаги $p-n$ ўтишдаги ўтказувчанликни ҳароратға боғлиқлик хусу-сиятидан фойдаланишади.



3.1-расм. Қаршилик датчиклари

Қаршилик датчиклари гуруҳига, кенг тарқалган реостатли датчик (3.1,в - расм) киради. Улар механизмларнинг чизикли силжишини тегишли R қаршиликни ўзгаришига айлантиради. D сурилгични x масофага силжитганда, реостатни R қаршилиги пропорционал равишда ўзгаради.

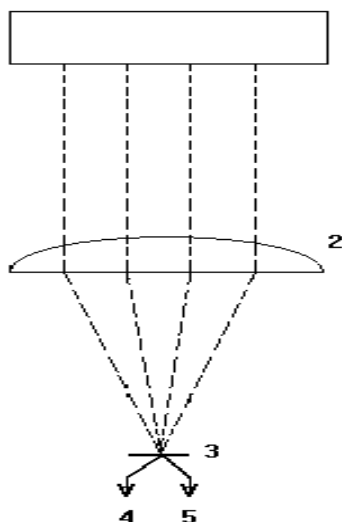
Индуктив датчикларда ўлчанадиган миқдор, индуктивликни ўзгаришига айлантирилади. Масалан: ферромагнит материал h қалинлигини датчик (3.2,а-расм) ўлчайди. Агар h қиймати ортиб борса, унда ҳаво тирқиши δ кичраяди, натижада O чўлғамни индуктивлиги ортиб, ўлчагич схема буни қайд этади.



3.2-расм. Қалинликни ўлчайдиган схемалар

Сизим датчикларда, конденсатор сиғимини пластиналар майдони, улар орасидаги масофа ва диэлектр доимийлиги орасидаги боғлиқликдан фойдаланишади. Сиғимли датчиклар ёрдамида чизикли ва бурчак силжиш-лари, ҳарорат, ҳавони нисбий намлиги ва бошқа параметрларни ўлчаса бўлади. Хусусан 3.2,б-расмда тасвирланган сиғимли датчик диэлектрикдан қилинган конденсаторни А ва Б пластиналари орасида жойлаштирилган варақа h қалинлигини ўлчайди.

Инфрақизил нурланиш оптик датчиклари ёрдамида (3.3-расм) қизиган жисм ҳарорати ўлчанади. У сезгир элемент 3 юзасида инфрақизил нурларни қайд қилувчи линза 2 дан, қиздириладиган ва нур тарқатадиган жисм 1 дан иборат бўлади. Бу ўлчаш натижасида сезгир 3 элементнинг қаршилиги ўзгаради, ҳамда 4 ва 5 чиқишларида кучланиш пайдо бўлади. Худди шунга ўхшаш датчик (болометр) поездлардаги қизиб кетган буксаларни автома-тик аниқлаш аппаратларида ишлатилади.

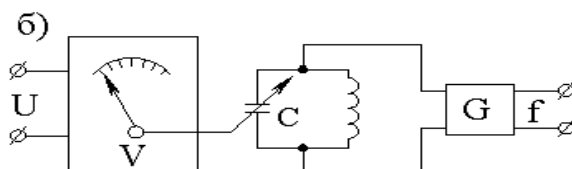


3.3-расм.

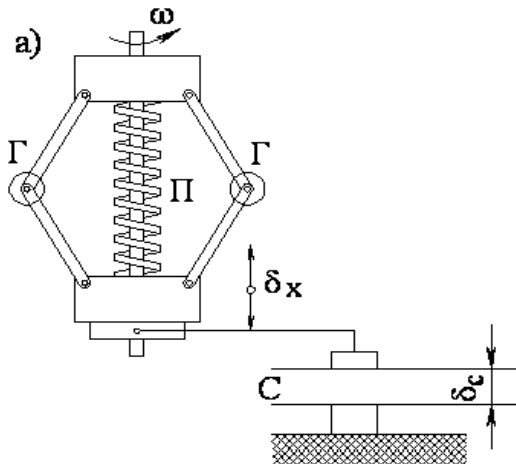
Оралик ўзгартиргичга эга датчиклар. Бу датчиклар бир нечта бевосита ўзгартирадиган ва кетма-кет ишлайдиган датчиклардан ташкил этилган. Бундаги битта датчикни чиқиш катта-лиги келгуси датчикни кириш миқдори бўлиб хизмат қилади.

3.4,а-расмда тасвирланган датчик ω бурчак тезлигини конденсатор C сиғимига айлантиришга хизмат қилади. Датчикни қабул қилувчи жисм бўлиб марказдан қочма ростлагич ҳисобланади. У бурчак тезликини Π пружинани (оралиқ қисми) сиқиш кучи билан таққосланадиган мар-каздан қочма кучга айлантиради. Оралиқ қисмидакуч C конденсаторни юқори қопламаси билан қоплан-ган ростлагични пастки муфтасини δ_x

Инфра=изил нур
тар=атувчи



силжишига олиб келади. Конденсатор датчикни ижрочи қисми ҳисобланади, уни сиғим пластиналар орасидаги δ_c масофага қараб ўзгаради.



3.4-расм. Орали= ызгартиргичга эга датчикларнинг схемалари

3.4,б-расмдаги датчик U кучланишни f частотасига айлантиради. U кучланиш стрелкаси C сиғимни ўзгарувчан конденсатор билан боғлиқ бўлган V вольтметр ёрдамида ўлчанади. C конденсатор эса, чиқишдаги f частотаси сиғимга боғлиқ, топшириқ берувчи G генераторни контурга уланган. Шундай қилиб, датчикда ушбу ўзгартиришлар бажарилади: $U \rightarrow V$ вольтметр стрелкасини бурчак силжиши $G \rightarrow f$.

Дискрет ўзгартирадиган датчиклар. Бу датчиклар объектларни ҳолатини назорат қилишади ва темир йўл автоматика ҳамда телемеханика тизимларидаги кириш ахборотларини манбаи ҳисобланади.

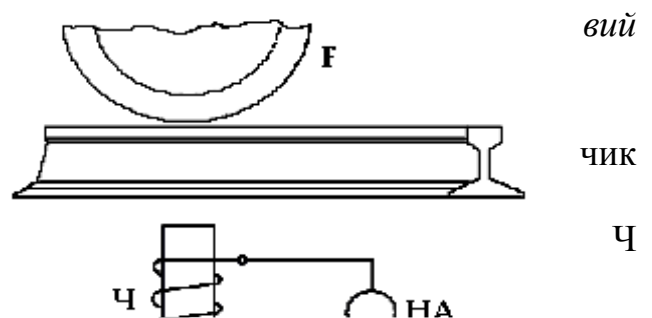
Йўл бўлагини ҳаракатланувчи таркибдан озодлигини назорат қилишлик учун *рельс занжири* (3.5-расм) ишлатилади. Рельс занжири қилиб изоля-цияловчи туташмалар ИТ билан чегараланган йўл бўлагини бир қисми қабул этилади. Рельс занжирининг бир учидаги рельсларга таъминот улан-са, бошқа учига эса ўтказгич сифатида ишлатиладиган рельслардаги токка ишлайдиган назоратчи



3.5-расм. Рельсли занжирнинг схемаси

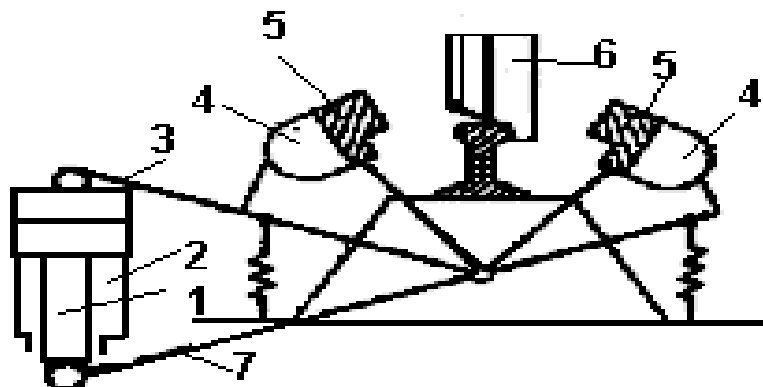
асбоб НА уланади. Одатда НА сифатида, электромаг-нит ёки индукцион реле ишлатилади. Агар участка бўш бўлса, НА дан катта ток ўтади (реле якори тор-тилган). Агар участка ҳеч бўлмаганида битта ғилдирак жуфтлиги билан эгалланган бўлса (уни қаршилиги 0,06 Ом ва НА қаршилигидан анча кичик), НА да ток кескин камаяди (реле якорни қўйиб юборади). Шундай қилиб НА ҳолатига қараб йўл бўлагини бўш ёки бандлиги ҳақида фикр юргизиш мумкин.

3.6-расмда тасвирланган *магнита-датчик* йўлни маълум нуқтасидан вагонларнинг скат (ғилдирак) лари ўтишлигини қайд этади. Бундай дат-контактсиз магнитавий тепки деб атлади, ҳамда ДМ доимий магнитдан, чўлғамдан, ва НА назоратчи аппа-ратдан иборат бўлади. Тепкини рельс



3.6-расм. Магнитавий тепки

Вагонни *пневматикли секинлаштиргичи*, саралаш тепалиги дўнглиги-дан вагон тушириш пайтида тормозланиш учун ишлатилади. Секин-лаштиргич (3.8-расм), тормозловчи цилиндр-2 га, 3 ва 7 рычаг-ларга, 5 тормозлаш шиналарига ўрнатилган иккита тормозлаш 4 тўсинига эга.



3.8-расм. Вагон секинлатгични кинематик схемаси

Цилиндрга сиқилган ҳаво берилганда, 1 шток ёрдамида 3 ва 7 рычаглар ажралишади ва 6 ғилдиракни ён юзаларига яқинлашиб, зич сиқилиб ёпишишади.

КВ турдаги қисқич-ваззли секинлатгичда тормозлаш кучи фақат сиқил-ган ҳавога боғлиқ бўлмасдан, маълум даражада вагоннинг вазнига боғлиқ ҳам бўлиб, автоматик равишда ўрнатилади.

Назорат саволлари

1. Тизим тушунчаси қандай аниқланади?
2. Исталган тизимнинг ўзига хос хусусиятлари нималардан иборат?
3. Тизимнинг қандай мумкин бўлган ҳаракат режимларини биласиз?
4. Тизимнинг кириш ва чиқиш кўрсаткичлари нима?
5. Қандай белгиларга кўра тизимларни синфлаштириш мумкин?
6. Детерминистик ва эҳтимолий тизимлар нима билан фарқ қилади?
7. Очик ва ёпиқ тизимлар қандай хусусиятларга эга?
8. Дискрет тизимнинг узлуксиз тизимдан фарқи нимадаен иборат?
9. Тизимли таҳлил услубиятининг моҳияти нимадан иборат?
10. Тизимларни тадқиқ этиш жараёнида қандай типдаги масалалар пайдо бўлиши мумкин?
11. Бошқарув тизимининг умумий функционал тузилиши.
12. Датчик нима?
13. Бошқарувчи орган нима?
14. Ижро органи нима?
15. Бошқарувчи қурилма нима?
16. Бошқарув субъект ива бошқарув мақсадининг моҳияти.

**БОШҚАРУВ ОБЪЕКТЛАРИ ВА БОШҚАРУВ ТИЗИМЛАРИ
ТУШУНЧАСИ. ТЕХНОЛОГИК ЖАРАЁН ВА ТЕХНИК
ОБЪЕКТЛАРНИНГ БОШҚАРУВ ТИЗИМИНИ АСОСИЙ ТУРЛАРИ.
БОШҚАРИШ ЭЛЕМЕНТЛАРНИНГ ТАСНИФЛАНИШИ ВА
ТАВСИФЛАРИ**

РЕЖА:

1. Бошқарив объектлари.
2. Бошқариш элементларининг таснифланиши.
3. Бошқариш элементларнинг тавсифлари.

Таянч сўз ва иборалар:

бошқарув объекти, бошқарувчи(созловчи) тизимлар, назорат этилувчи миқдорлар, назорат этилмайдиган миқдорлар, бошқарилувчи(созланувчи) миқдорлар, бошқарувчи миқдорлар(таъсирлар), бир ўлчовли АБТ, кўп ўлчовли АБТ, кўзғалишлар, ташқи кўзғалиш, ички кўзғалиш, структуравий схема, автоматика элементи, миқдорий (сонли), сифатли ёки ахборотли сигналларни ўзгартириш, узлуксиз ва дискрет элементла, релели таъсир ва тавсиф, бошланғич ёки дастлабки (ўлчагич), оралик (бошқарувчи), сўнгги (ижрочи) элементлар, электр элементлар, элементларнинг тавсифлари, иккиламчи ва қўшхотлатли элементлар, мутлоқ ва нисбий хатолар.

Бошқарув объекти.

Бошқарув объектининг ҳолати бир неча миқдорлар билан тавсифланади. Бошқарув жараёнида ўлчанувчи ва кузатилувчи миқдорларга *назорат этилувчи миқдорлар* дейилади. Бу миқдорлар бирор мақсадга йўналтирилган ҳолда бевосита ёки бошқа миқдорлар таъсири орқали ўзгартирилиши мумкин. Объектга таъсир кўрсатувчи, аммо бошқарув тизимидан боғлиқсиз равишда шакллланувчи ва ўзгарувчи(кўпинча уларни ўлчаш ва қийматларини аниқ топиш мумкин бўлмайди) миқдорларга *назорат этилмайдиган миқдорлар* дейилади.

Бошқарув (созлаш) мақсади ва масаласини ўзида ифода этувчи назорат этилувчи микдорлар *бошқарилувчи (созланувчи) микдорлар* ёки объект (жараён) ҳолатининг *бошқарилувчи (созланувчи) координатлари* дейилади. Улар тизимнинг чиқиш микдорлари ҳисобланади. Масалан, бошқарув объекти сифатида нон пиширувчи печь қаралса, берилган дастурга кўра технологик жараён талабларига мос ҳолда ўзгарувчи температуранинг бошқарилувчи микдор сифатида олиш мумкин. Электр генератори кўринишидаги бошқарув объекти учун созланувчи микдор генератор чиқиш клеммаларидаги кучланиш, ишлаб чиқариш бўлими ёки цехида эса – уларнинг ишлаб чиқарадиган саноат маҳсулоти ҳажми бўлиши мумкин.

Бошқарилувчи микдорни талаб этилаётган қонуниятга мос ҳолда ўзгартириш мақсадида бошқарув объектига қўйиладиган таъсирларга *бошқарувчи микдорлар* ёки *бошқарувчи таъсирлар* дейилади. Бошқарувчи микдорлар назорат этилувчи микдорлар микдорлар бўлиб, уларнинг қийматлари бошқарув тизими орқали берилади. Улар бошқарув тизимининг кириш микдори бўлади. Тизим элементининг кириш микдори сифатида физик микдорларнинг оний қийматлари (тезлик, босим, температура, силжиш, кучланиш, ток, частота ва бошқ.), синусоидаль ёки импульсли электрик микдорларнинг (ток ёки кучланиш) амплитудали ва частотали қийматлари ва бошқалар бўлиши мумкин.

Бошқарилувчи микдорларнинг сонидан боғлиқ равишда бошқарув тизимлари *бир ўлчовли* ёки *кўп ўлчовли* (бир неча бошқарилувчи микдорлар бўлган ҳолда)

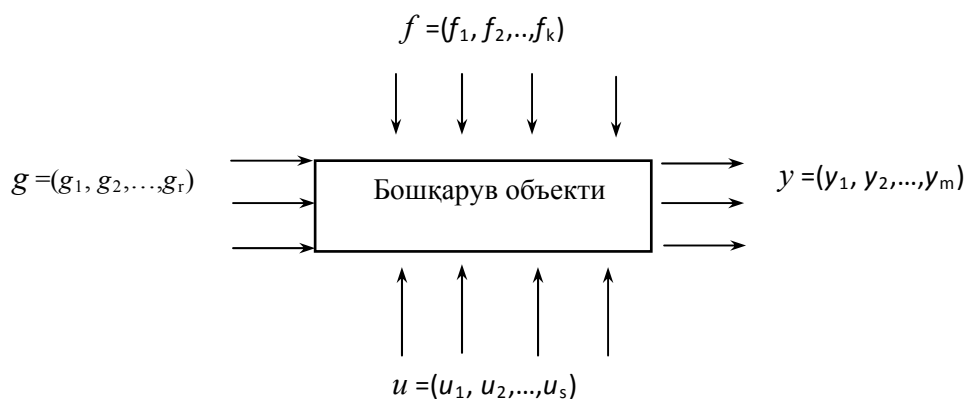
Бошқарув тизимидан боғлиқсиз равишда бошқарув объектига бериладиган таъсирлар *қўзғалишлар* дейилади. Қўзғатувчи таъсирлар созланувчи ёки бошқарилувчи ўзгарувчилар ва бошқарувчи таъсирлар орасидаги талаб этилаётган функционал боғлиқликни бузадилар. Улар одатда, чиқувчи микдорга атроф муҳитнинг ўзгариши, юкланишнинг ва шу кабиларнинг таъсирини акс эттирадилар. Агар қўзғалиш ташқи муҳитнинг объектга таъсирини тавсифласа, у *ташқи қўзғалиш* дейилади. Агар бу таъсир

объект ичида, унинг нормал фаоляти давомида маъқул бўлмаган, аммо бўлиши муқаррар жараёнлар кечиши ҳисобига пайдо бўлса, бундай қўзғалишларга *ички қўзғалишлар* дейилади. Қўзғалишлар(назорат этилувчи) автоматик бошқарув тизими учун кириш миқдорлари деб ҳисобланиши мумкин.

Фараз қилайлик, $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ – бошқарув объектининг(ёки жараённинг) бошқарилувчи координаталари мажмуи(вектор); $u = (u_1, u_2, \dots, u_s)$ – бошқарилувчи координаталарни ўзгартиришга имкон берувчи бошқарувчи таъсирлар мажмуи; $f = (f_1, f_2, \dots, f_k)$ – назорат этилмайдиган қўзғалишлар мажмуи; $g = (g_1, g_2, \dots, g_r)$ – назорат этилувчи қўзғалишлар мажмуи бўлсин.

$z = (z_1, z_2, \dots, z_l) = (f, g)$ орқали барча назорат этилувчи ва назорат этилмайдиган қўзғалишларни белгилаймиз. Яна битта $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) = (y, u)$ векторни ҳам киритиш мумкин. Унинг компоненталари объект ҳолатини бир қийматли ифодаловчи миқдорлардан иборатдир.

Бошқарув объектига таъсир кўрсатувчи ва унинг ҳолатини аниқловчи миқдорлар 1-расмда келтирилган.



1-расм. Бошқарув объектига таъсир этувчи ва унинг ҳолатини аниқловчи миқдорлар

Қаралаётган объектнинг табиатига боғлиқ ҳолда y, u, z миқдорлар бир-бирлари билан ҳар хил математик ифодалар ёрдамида боғланган бўлади. Умумий ҳолда бундай боғланиш

$$y = F(u, z)$$

кўринишда бўлиши мумкин, бу ерда F – боғланиш кўринишини аниқловчи оператордир.

Ихтиёрий объект ёки жараёни *бошқаришнинг мақсади* шундан иборатки, объект ҳолатини ифодаловчи бошқарилувчи ўзгарувчилар ва объектнинг ташқи муҳит билан ўзаро таъсири шароитидаги (яъни, ички ва ташқи кўзғатувчи таъсирлар шароитида) бошқарувчи таъсирлар орасидаги талаб этилган функционал боғлиқликни берилган аниқликда узлуксиз сақлаб туришдан иборатдир.

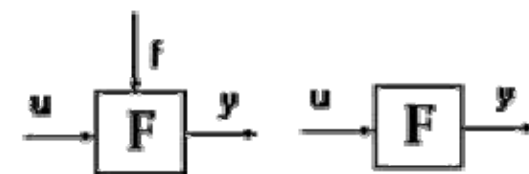
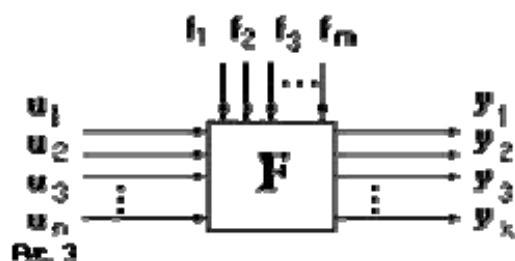


Рис. 2

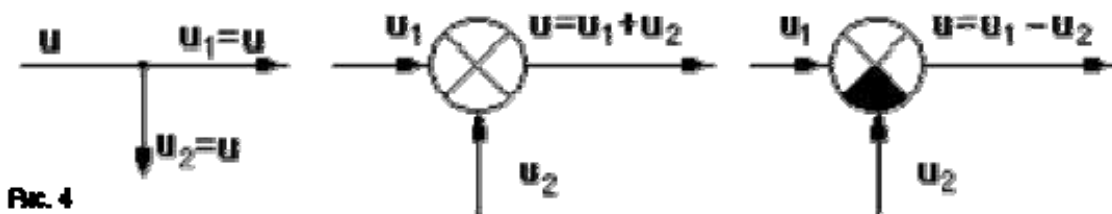
2-расм

Ҳар бир АБТни элементлари функционал *бўғинлар (звенолар)* деб аталувчи *структуравий(функционал) схема* кўринишида тасвирлаш мумкин. Бу бўғинлар схемада одатда тўғри тўртбурчак шаклида ифодаланади ва шакл ичида кириш миқдорини чиқиш миқдorigа ўзгартириш функцияси ёзилади(2-расм). 2-расмда тасвирланган функционал схемада кириш миқдори u бошқарувчи таъсир, бўғиндаги иккинчи киришга берилаётган f миқдор кўзғатувчи таъсир, y – бошқарилувчи миқдордир.



3-расм

Умумий ҳолда функционал звено бир неча кириш ва чиқишларга эга бўлади. 3-расмда $u_1, u_2, \dots, u_n$ – кириш (бошқарувчи) таъсирлар; $f_1, f_2, \dots, f_m$ – кўзгатувчи таъсирлар; $y_1, y_2, \dots, y_k$ – чиқиш миқдорлари.



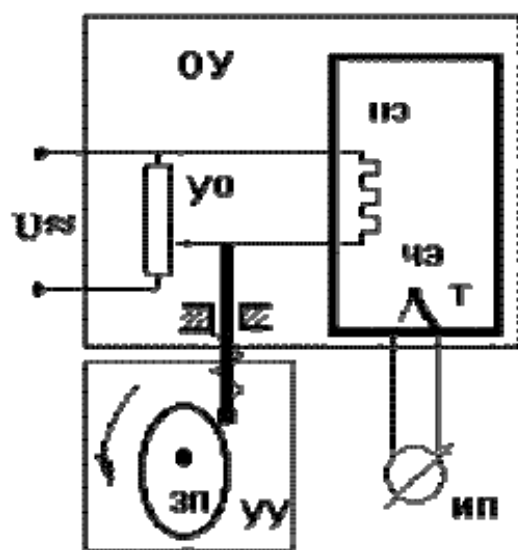
4-расм

Ҳар қандай АБТ бир-бири билан ўзаро таъсирлашувчи ва боғланишларга эга алоҳида *элементлар – бўғинлардан* ташкил топган бўлади. Ҳар бир алоҳида олинган бўғин кириш ва чиқишга эга. Бўғинлар орасидаги алоқа улар орасидаги таъсирнинг йўналиши ва усулини ёки ахборотнинг бир бўғиндан бошқасига узатилишини кўрсатади. Бўғинларни ва улар орасидаги алоқаларни билган ҳолда АБТнинг структуравий схемасини тузиш мумкин. АБТ нинг структуравий схемаси АБТ қандай элементлардан тузилган ва бу элементлар бир-бири билан қандай боғланганлигини кўрсатади. Структуравий схемада сигналларнинг тизимда тарқалиш йўли кўрсатилади.

Структуравий схемани амалиётда автоматик бошқарув тизимларини тадқиқ этиш ва лойиҳалашда кенг қўлланилади. Чунки у бўғинлар орасидаги алоқани, тизимда сигналларнинг ўтиши ва ўзгаришини кўргазмали тасаввур қилишга имкон беради.

Функционал бўғинларнинг иш принципи ҳар хил бўлиши мумкин, шунинг учун структуравий схема, аниқ берилган АБТнинг ҳаракат принципи тўғрисида тасаввур бермайди, балки фақат сигналларнинг ўтиш йўли ва уларнинг қайта ишланиш ва ўзгартирилиш усуллари кўрсатади. Сигналларнинг ўтиш йўллари схемада йўналтирилган кесмалар билан кўрсатилади. Сигнал йўлининг тармоқланиш нуқталарига *тугунлар* дейилади. Сигнал фақат физик миқдорнинг ўзгариш шакли билан аниқланади, тугунларда у бўлинмайди, тугундан чиқувчи барча йўллардан шу тугунга кирувчи сигналга тенг бўлган бир хил сигналлар ўтади. Сигналларни йиғиш *йиғувчида* (*сумматор*), сигналларни айириш эса – *таққословчи қурилмада* амалга оширилади(4-расм).

Мисол сифатида нон пиширувчи печнинг автоматик бошқарув тизими структуравий схемасини қараймиз. 5-расмда келтирилган *принципиал схема* муайян аниқ техник қурилмалардан тузилган АБТ нинг умумий ҳаракат принципини кўрсатади.



5-расм

Нонни пишириш технологияси печда температуранинг берилган дастур бўйича ўзгартирилишини талаб этади, хусусан, доимий температуранинг сақлаб турилиши талаб этилади. Бунинг учун реостат ёрдамида *қиздирувчи*

элементда(КЭ) кучланишни сошлаб туриш керак бўлади. АБТ нинг бошқарилувчи жараённинг параметрларини ўзгартиришга имкон берувчи бундай қисми объектнинг *бошқарувчи органи*(БО) ҳисобланади. Бошқарилувчи миқдорнинг талаб этилган қийматларини сақлаб туриш учун бошқарув объектига қўйилувчи *бошқарувчи таъсир бошқариш қурилмаси*да(БК) ишлаб чиқилади.

Аниқ берилган техник АБТларда *ўрнатувчи қурилма*(ЎҚ) деб, бошқарувчи таъсирнинг ўзгариш дастурини берувчи(ўрнатувчи) қурилмага, яъни *берилаётган сигнал* $u(t)$ ни (бу ерда t - вақт) ишлаб чиқувчи қурилмага айтилади. Энг содда ҳолда $u(t)=const$ бўлади. ЎҚ алоҳида қурилма кўринишида ишланиши, БҚ таркибига киритилган бўлиши ёки умуман мавжуд бўлмаслиги ҳам мумкин. ЎҚ сифатида махсус урувчи механизм, магнитофон лентаси, соатлардаги маятник ва ш у кабилар ишлатилиши мумкин. Бизнинг мисолда ЎҚ сифатида реостат двиожогини силжитувчи механизм ишлатилган.

АБТ таркибига одатда *сезгир элемент*(СЭ) киритилади. Бу элемент фойдаланиш учун қулай бўлиши учун бошқарилувчи миқдорни унга пропорционал миқдорга алмаштиради. СЭ нинг чиқишидаги физик миқдорга бошқарув объектнинг *чиқиш миқдори*(бошқарилувчи миқдор) бўлади. Одатда, бу миқдор электр сигнали(ток, кучланиш) ёки механик силжишдан иборат бўлади. СЭ сифатида термопаралар, тахометрлар, рычаглар, электрик кўприклар, босимни қайд этувчилар ва шу кабилар ишлатилиши мумкин. Нон птишириш печи АБТ си мисолида СЭ термопарадан иборат бўлиб, унинг чиқишида печдаги температурага пропорционал бўлган кучланиш пайдо бўладики, у назорат учун мўлжалланган *ўлчов асбоби*га (ЎА) узатилади.

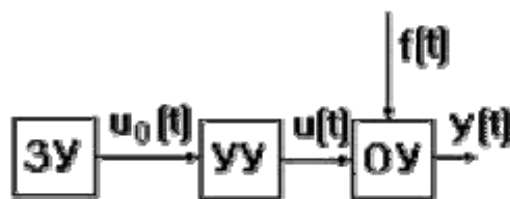


Рис. 6

6-расм

Юқорида қаралган нон пишириш печи АБТ сини 6-расмдаги каби структуравий схема билан тасвирлаш мумкин. Бу схемада *узилган(очиқ) бошқарув тизими* принципи асос қилиб олинган. Унинг моҳияти шундаки, бошқарув дастури ЎҚ орқали қатъий берилган, бошқарув жараён параметрларига қўзғалишларнинг таъсирини ҳисобга олмайди. Аммо практикада қўзғалиш бўйича ва четланиш бўйича(тескари алоқали) бошқарув принципларига асосланган автоматик бошқарув тизимлари кенг қўлланилади. АБТларни қуришнинг асосий принциплари ва уларнинг асосий кўринишлари ҳақида зарур маълумотлар алоҳида лекцияда келтирилади.

АБТ функционал схемасининг асосий элементлари(бўғинлари) ва умуман бутунлай тизим ўрнатилган режимда ҳам, динамик режимда ҳам ишлаши мумкин.

Элемент ёки тизимнинг *ўрнатилган(статик) иш режими* деб шундай режимга айтиладики, бунда кириш ва чиқиш сигналлари вақт бўйича ўзгармас бўлади. Автоматик созлаш назариясида элементларнинг ўрнатилган режимда ишлашини баҳолаш учун *статик параметрлар ва динамик характеристикалар* қўлланилади.

АБТ учун ўрнатилган режим белгиловчи режим эмас. Одатда бошқарув жараёнига бошқарилувчи параметрни берилган миқдордан четлатувчи ҳар хил қўзғалишлар таъсир қилади. Бошқарилувчи миқдорнинг талаб этилган қийматини ўрнатиш жараёнига *созлаш* (русча – *регулирование*) дейилади. Бўғинларнинг инерционлиги сабабли созлашни бир онда амалга ошириб бўлмайди.

Тизимнинг ёки элементнинг *динамик режими* деб шундай режимга айтиладики, бунда кириш ёки чиқиш сигналларидан ҳеч бўлмаганда биттаси ўрнатилмаган бўлади, яъни вақт бўйича ўзгаради. Элементнинг динамик режимда ишлашини баҳолаш учун динамик характеристикалар(частотали ва ўтиш) ва динамик параметрлар қўлланилади.

Автоматик созлаш назариясида элементларнинг динамик хоссаларини уларнинг сакраш кўринишдаги кириш сигналига нисбатан реакциясига қараб баҳолаш қабул қилинган. Бунда *ўтиш характеристикаси* деб аталувчи ўтиш жараёни фақат элементнинг хоссалари билан аниқланади.

Киришга сакраш кўринишдаги сигнал берилгунга қадар элемент қандайдир бир ўрнатилган режимда бўлса, сакраш шаклидаги сигнал берилган ва чиқиш миқдорининг ўзгариши тугагандан сўнг элемент бошқа бир ўрнатилган режимда бўлади.

Бўғинларнинг таъсир принципи

ва схемалари турлича бўлиши мумкин. Аммо, агар синфлаштиришда бўғин кириш ва чиқиш сигналларининг вақтдан боғлиқлигини асос қилиб олинса уларни бир неча типик бўғинларга келтириш мумкин. Бу боғлиқликга *динамик характеристикалар* дейилади.

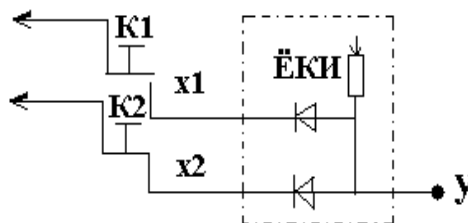
Бошқариш элементларнинг таснифланиши

Бошқариш элементи деб, кириш x сигнаolini чиқиш y сигналига айлантириб берадиган энг оддий мосламага айтилади.

Кириш ва чиқиш бир нечта бўлишлари мумкин. Сигналларни ўзгартириш *миқдорий* (сонли), *сифатли* ёки *ахборотли* бўлишлиги мумкин. **Миқдоран ўзгартиришда**, x ва y сигналлар бир хил ўлчамга эга, аммо кўрсаткичлари (амплитуда, частота, фаза ва ш.ў. лари) бўйича фарқ қилишади. Миқдоран ўзгартиргич элементларга—кучайтиргичлар, трансформаторлар, стабилизаторлар ва бошқалар киради. **Сифатни ўзгаришда**, x ва y сигналларни тури ўзгартирилади ва ана шу сабабли, улар ҳар хил ўлчамга эга бўлишади. Бундай ўзгартиришни датчиклар, двигателлар, генераторлар ва бошқалар бажаришади.

Ахборотли ўзгартириш—элемент киришларидаги ҳолат ҳақидаги қандайдир ахборот (маълумот), уни чиқишида акс этганида (намоён бўлган) юзага келади. Бундай ўзгартиришни мантикий элементлар бажаришади. Иккита диод ва резисторда бажарилгин элемент (2.1-расм), ЁКИ мантикий функцияни амалга оширади. Чиқишда манфий y потенциал бўлганида, яъни

качонки $K1$ ёки $K2$ кнопка босилган, яъни x_1 ёки x_2 киришлардан бирида манфий потенциал пайдо бўлса, фақат шундагина чиқишда манфий y потенциал пайдо бўлади.



2.1-расм. ЁКИ мантикий элементни схемаси

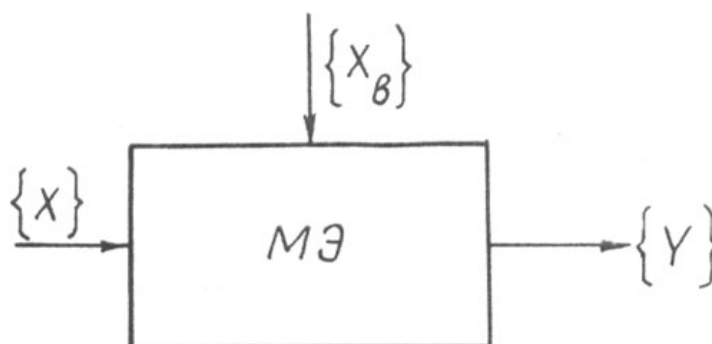
$y=f(x)$ функционал боғланишни хусусиятига қараб, узлуксиз ва дискрет ишлайдиган элементларни ажратишади. **Узлуксиз ишлайдиган элементларда** кириш x сигнали узлуксиз ўзгарганда, чиқиш y сигнали узлуксиз ўзгаради (2.2,а-расм). Айрим элементлар гистерезислик хоссасига, яъни x каттартириб-кичрайтирганда, y қиймати бир хил бўлмайди. **Дискрет (узлукли) ишлайдиган элементларда**, x узлуксиз ўзгарганда, чиқиш y сигналини сакраб ўзгариши кутилади (2.2,в-расм). Бунда x нинг маълум узлуксиз ўзгариш чегараларида, y ни ўзгармас (ёки деярли ўзгармас) қиймати мос келади. Шундай қилиб, бундай элементларнинг ҳолатлар тўплами дискрет бўлса, уни *кўп турғунли* деб аташади.

На современные системы информационно-управляющей и вычислительной техники все чаще возлагаются задачи, которые могут быть эффективно решены только при условии использования новой элементной базы и структур, построенных на их основе. Одним из возможных и, по-видимому, наиболее радикальных способов решения этих проблем является использование многозначного представления информации и многозначной элементной базы.

Прогрессирующий интерес к многозначным элементам и структурам обусловлен комплексом причин. Как подтверждают результаты исследований, использование принципов многозначного кодирования позволяет добиться существенной экономии оборудования и увеличения

надежности систем. При реализации в интегральном исполнении многозначные структуры характеризуются малым количеством межэлементных связей и могут собираться из весьма ограниченного числа типов интегральных схем. Присущая многозначным элементам высокая универсальность, многофункциональность и гибридность определяют высокую степень унификации элементной базы, что особенно важно, если учитывать требования современной интегральной технологии. Перечисленные причины предопределяют в качестве ближайшей области применения многозначных элементов системы информационно-управляющей и вычислительной техники. Бу соха бўйича қуйда келтирилган олимлар томонидан муҳим натижалар олинган: Д.А.Поспелов, В.Н.Варшавский, И.Н.Боголюбов, В.П.Сигорский, Л.С.Ситников, Л.Л.Утяков, Н.Н.Айзенберг, З.Л.Рабинович, М.А.Раков, В.П.Тузов, Я.Т.Дуб, К.Г.Самофалов, Ю.И.Иваскив, А.Н.Романкевич, В.И.Корнейчук, Б.И.Блашкевич, Турсунбаев Ф.К. ва бошқалар.

Кўпҳолатли элементлар қуйдаги кўпгина позитив хусусиятларни ўзида акс эттиради: базис принципи (элементларнинг кириш ва чиқиш сигналларини шакллантиришда ягона базис сигналлар базасидан фойдаланиш), универсаллик, гибридлик, кўпфункционаллик, кириш-чиқишларини бир турлиги, хотира функцияси, микроэлектроника технологияларига мослиги.



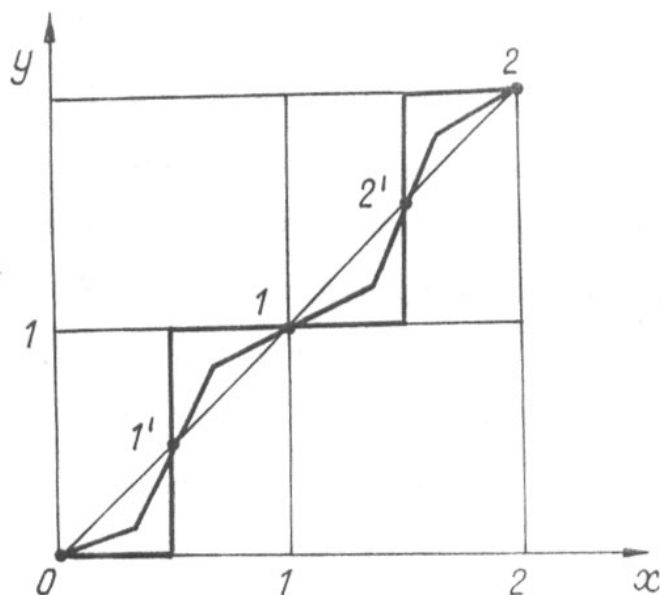
Расм.5

Ҳозирги замон интеграл схемаларни қилишда ички ва ташқи уланишлар муамоси долзарб масалага айланиб қолди. Шунинг айтиш лозим, БИС ларда ички уланишлар ва изоляциялар кристалнинг 90% юзасини эгаллайди.

Кўпхóлатли элементларни қўллаш эса уланишлар муомосини ечишга олиб келади. Бу ҳолатда иккиламчи элементларга нисбатан кўпхóлатли элементларни қўллашдан қуйдаги ютуқга эришиш мумкин:

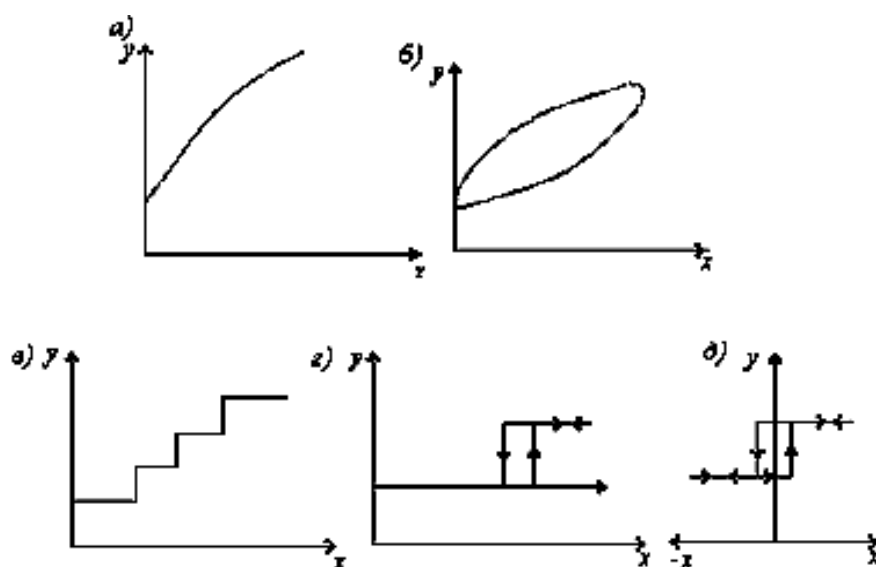
$$\frac{L_2}{L_k} = \log_2 k$$

Бу эса ҳар бир уланишлар орқали катта ҳажмдаги ахборотларни элементлар ва модулар аро узатиш имкониятларини очади. Кўпхóлатли элементларни ўтиш характеристикаси қуйдагича кўринишга эга



Расм. Кўпхóлатли элементларни ўтиш характеристикаси.

Икки турғун ҳолатга эга элементлар (2.2,з-расм), энг кўп тарқалгандир. (2.2,з-расм) $y=f(x)$ боғланишлик, гистерезис хоссасига эга ва у *релели таъсир* деб аталади. Бу боғланишликни хусусий ҳолатига бўлиб, хотирага эга Расм.5боғланишлик (2.2,д-расм) бўлиб, у *релели тавсиф* хисобланади. Бу ҳолатда, кириш сигнали олиб ташланганда ($x=0$), элемент ўзининг аввалги ҳолатини эслаб қолади.



2.2-расм. Функционал боғланишлар

АБТ тузилмасида бажарадиган вазифасига қараб, элементлар *бошланғич ёки дастлабки (ўлчагич), оралқ (бошқарувчи)* ҳам-да *сўнгги (ижрочи)* элементларга бўлинишади. Автоматик тизимни киришида жойлашган **ўлчагич элементлар**, ахборотга дастлабки ишлов берадиган ва ўлчовчи қурилмаларни қуришда қўлланиладиган элементларнинг кўпчилигини ташкил этади. Булар қаторига ташқи ва ички кўрсаткичлар ўзгаришидан таъсирланадиган турли датчиклар киради.

АБТ нинг кўпчилик элементларини, **бошқарувчи элементлар** ташкил этади. Улар, ўлчагич элементлардан сигналлар олиб, ушбу тизимнинг ишлаш алгоритмини амалга оширишади. Бошқарувчи элементлар сигналларни кучайтиришади ва ўзгартиришади, хотирада сақлашади, мантикий боғланишлар ва ҳисоблашларни бажариб, ижрочи элементларга таъсир ўтказишади. Улардан дастурий қурилма, бошқарув буйруқларини шакллантирадиган ва кучайтириб ўзгартирадиган қурилмалар яратилади.

АБТ тузилмасида тўпламни ташкил этадиган **ижрочи элементлар** бошқариладиган объектларга таъсир ўтказишади. Буларга электр, пневматик ва гидравлик юритмалар, турли клапанлар, электромагнит механизмлар ва бошқалар киради.

Бир хил функцияни бажарадиган бошқариш элементлари турли хил энергия ишлатадиган қилиб бажарилган бўлиши мумкин. *Электр элементлар*—электр магнитли, электр динамикли, электронли, ярим ўтказгичли, магнитли ва ш.ў.лар амалиётда энг кўп ишлатилади. Амалиётда, шунинг-дек, *гидравлик, пневматик, акустик* (товушли), *оптик* ва *иссиқлик эле-ментлар* ҳам ишлатилади.

2. Элементларнинг тавсифлари

Автоматикани барча элементлари ишлаш принципига, тузилмасига ва физикавий жараёнларнинг табиатидан қатъий назар, бир-бири билан таққослашга имкон берадиган умумий тавсифларга эгалар. Бундай тавсифларга, масалан, мутлоқ, хатоларни кўрсатиш мумкин.

Мутлоқ хато деб, чиқишдаги y_m хато билан, унинг ҳисоблаб топилган y_x қийматлари орасидаги айирма, яъни $\Delta y = y_m - y_x$ тушунилади. Мутлоқ хато, чиқиш миқдорини ўлчамига эга бўлади.

Нисбий хато деб, абсолют хатони чиқиш миқдорининг ҳисоблаб топилган қийматига бўлган нисбат, яъни $\delta = \Delta y / y_x \cdot 100\%$ тушунилади.

Нисбий хато-ўлчамсиз миқдор бўлиб, турли элементларнинг ишлаш аниқлигини таққослаш учун қулайдир.

Элементларнинг умумий тавсифи бўлиб, уларни сезгирлиги k (узатиш коэффициенти) ҳисобланади. Статик иш режимида бу коэффициент, y чиқиш миқдорини кириш миқдorigа $k = y/x$ бўлган нисбати билан топилади. Динамик режимда y (дифференциал сезгирлик), чиқиш ва кириш миқдор-ларининг орттирмаларини нисбати сифатида $k = \Delta y / \Delta x$ аниқланади. Аниқ элементлар учун сезгирлик, кўпинча, махсус ном, масалан, кучайтириш коэффициенти, трансформация коэффициенти ва шу кабилар билан ата-лади.

Агар элемент тескари боғланишга (2.3-расм) эга бўлса, унда унинг тавсифи бўлиб, тескари боғланиш β коэффициенти ҳисобланади; бу коэффициент, чиқиш y миқдорининг қайси қисми элементни киришига берилаётганини кўрсатади $\beta = x_{TA} / y$. Тескари боғланиш, мусбат ёки манфий бўли-ши

мумкин. Мусбат тескари боғланиш, умумий узатиш коэффициентини каттааштиради. Манфий тескари боғланиш киргизилганда, умумий узатиш коэффициенти стабиллашишга, яъни y , асосий элементнинг k коэффициенти оғишларига камроқ қарам бўлишликка, эришилади.



2.3-расм. Тескари боғланишга эга элемент

Барча элементларнинг муҳим тавсифи бўлиб, уларнинг ишончлиги, яъни берилган функцияларни ўрнатилган ишлаш кўрсаткичларини берилган чегарада, мўлжалланган вақт ичида сақлаб ижро этишлик хоссаси, ҳисобланади.

Ишончликни энг муҳим кўрсаткичларидан бири бўлиб, носозлик (бузилиш) жадаллиги ҳисобланади:

$$\lambda(t) = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N_{yp}(\Delta t)\Delta t},$$

бу ердаги $N(t)$ —вақтни t пайтида ишга лаёқатли элементларнинг сони; $N(t+\Delta t)$ —вақтни $(t+\Delta t)$ пайтида ишга лаёқатли элементларнинг сони; $N_{yp}(\Delta t)$ — Δt вақтни ичида ишга лаёқатли элементларнинг ўртача сони.

Носозликишликни жадаллиги бўйича ишончликни кўпгина асосий кўрсаткичларини масалан, бешикаст (носозликэтмасдан) ишлаш эҳтимоллиги ва носозликгача ўртача ишлашлик муддатини ҳисоблаб топиш мумкин.

Автоматика элементларининг сифатини баҳолашда, уларнинг тезкор ишлашлиги муҳим аҳамиятга эга. Бунда уларнинг вақт доимийси, уланиш (ишга тушиш) вақти, узилиш (ажралиш) вақти ва бошқа кўрсаткичлари ҳам кўриб чиқилади.

Сигналларни ахборотли ўзгартирадиган мантикий элементларнинг катор умумий махсус кўрсаткичлари: киришлар сони ва тармоқланиш коэффициенти бор. Киришлар сони қанчалик кўп бўлса, мантикий элементни имконияти шунчалик кенг бўлади, аммо у элементнинг ўлчамлари ва баҳоси билан чекланади. Тармоқланиш коэффициенти эса, ушбу элементнинг бошқа элементларни бошқариш сони ҳамда юкланишлик имконияти билан белгиланади.

Назорат саволлари

1. Бошқарув объектига қандай миқдорлар таъсир этадилар?
2. Бошқариловчи объектнинг ҳолати қандай миқдорлар билан аниқланади?
3. Бошқарув тизимида назорат этиловчи ва назорат этилмайдиган миқдорлар қандай маънога эга?
4. Бошқариловчи миқдор деб нимага айтилади?
5. Бошқарувчи миқдор (бошқарувчи таъсир) эса нима?
6. Бошқарув тизимининг кириш ва чиқиш миқдорлари нима?
7. Бошқарув тизимида қўзғалиш деб нимага айтилади?
8. Бошқарув тизимининг структуравий (функционал) схемасини қандай тушунилади ва у нималардан тузилган бўлади?
9. Бошқарув тизимининг функционал бўғини қандай тузилган?
10. Бошқариш тизимларининг функционал элементлари нима?
11. Бошқариш элементлари функцияларини тушунтиринг?
12. Бошқариш хатолиги нима?
13. Қўзғатувчи таъсирлар нима?

ЛОКАЛ БОШҚАРУВ ТИЗИМЛАРИ. СТРУКТУРАЛАР. ТИЗИМЛАР ДЕКОМПОЗИЦИЯСИ. АСОСИЙ ЭЛЕМЕНТЛАР. ТЕХНОЛОГИК ЖАРАЁНЛАР ВА ТАШКИЛОТЛАРНИНГ АВТОМАТЛАШТИРИЛГАН БОШҚАРУВ ТИЗИМИ. АСОСИЙ ФУНКЦИЯЛАР СТРУКТУРАСИ.

Режа:

1. Мураккаб(йирик) ва локал бошқарув тизимлари.
2. Бошқариш тизимини бўлаклаш (декомпозициялаш).
3. Автоматик бошқарув тизими структуравий тузилишининг асосий характеристикалари.
4. Технологик жараёнлар ва ташкилотларнинг автоматлаштирилган бошқарув тизими.

Таянч иборалар:

мураккаб(йирик) тизим, тизим мураккаблигининг асосий белгилари, қисмтизимлар, бошқарувчи комплекс, марказлаштирилган бошқарув, марказлаштирилмаган бошқарув, гомеостат, бошқариш тизимини такомиллаштириш, декомпозиция(бўлаклаш), структуравий бошқарув, автоматлаштирилган бошқарув (АнБТ) структураси, Технологик жараёнларни(ТЖАнБТ)бошқарув тизими.

1. Мураккаб(йирик) ва локал бошқарув тизимлари.

Ҳозирги вақтда ишлаб чиқаришда, техникада, иқтисодиётда, ташкилий тузилмаларда ва шу кабиларда қўлланилувчи кўпгина *бошқарув тизимлари* мураккаб(йирик) тизимларни ташкил этади.

Ҳар қандай *тизим тузилишининг* мураккаблиги унинг элементлари ва улар орасидаги алоқаларнинг сони билан аниқланади. Масалан, ишлаб чиқариш корхонаси тизим сифатида қаралганда бундай тизим элементларининг сонини корхона ишчи-хизматчилари сони, меҳнат воситалари, меҳнат предметлари, тайёр маҳсулот номенклатураси ва бошқалар билан баҳолаш мумкин.

Замонавий ишлаб чиқариш – *мураккаб тизим* бўлиб, у минглаб элементлар ва алоқалардан таркиб топади. Ишлаб чиқаришнинг мураккаблашиши бошқаришнинг ҳам мураккаблашувига олиб келади.

Мураккаб тизимларни тадқиқ этишда бундай тизимларнинг элементларини таҳлил этиш билан боғлиқ қийинчиликлар пайдо бўлади, чунки бундай тизимларнинг элементларини ўзига хос тизимлар деб тушунишга тўғри келади. Бу эса, албатта, ушбу тизимларнинг моҳияти ва нима мақсадда қўлланишини аниқлаб берувчи турли турдаги ва характердаги катта ҳажмли ахборотнинг мавжудлигидан келиб чиқади.

Хусусиятлари вақтга боғлиқ равишда ўзгарувчи динамик тизимларда асосан қуйидаги учта омил бошқариш масаласини мураккаблаштиради.

- Тизим катта сондаги кириш ва чиқишларга эга бўлади;

- Тизим кўрсаткичларини ифодалаш ёки характеристикаларини ўлчашда ноаниқлик мавжуд бўлади;
- Талаб этилаётган бошқарувчи сигналларни аниқлашдаги мураккаблик(чунки тизимнинг характеристикалари вақт бўйича доимий равишда ўзгаради).

Замонавий мураккаб объектларни бошқариш учун катта сондаги элементлар – қисмтизимлар қўлланилади. Бундай объектларни бошқаришда қатнашувчи барча элементлар(*қисмтизимлар*) *бошқарувчи комплекс* деб аталади.

Мураккаб тизимларни бошқариш марказлаштирилган ва марказлаштирилмаган бўлиши мумкин.

Марказлаштирилган бошқарувда бошқарув функцияси мураккаб тизимнинг ягона марказида тўпланган бўлади. Бундай таркибий тузилма бир қатор устунликларга эга:

- Ахборотли ўзаро таъсир жараёнларини етарлича содда равишда амалга ошириш имконини беради;
- Тизимни тўласинча глобал-оптимал бошқаришнинг реал имкониятини яратиб беради;
- Оралиқ натижаларнинг узатилиш заруриятидан озод этади;
- Тезкор ўзгарувчи маълумотларнинг осонгина тахрир этилишига имкон беради;
- Минимал мавжуд техник воситаларга таянган ҳолда уларнинг максимал ишлатилиш самарадорлигига эришиш имконини беради.

Шу билан бир қаторда техник тизим нуқтаи назаридан ягона бошқарувли тузилманинг қуйидаги асосий камчиликларини ҳам қайд этишга тўғри келади:

- Жуда юқори даражада эслаб қолувчи қурилмаларга бўлган заруриятнинг мавжудлиги;
- Зарур бошқарув сифатига эришиш учун маълумотларни қайта ишлаш воситаларига бўлган юқори самарадорлик ва ишонччилик талабининг мавжудлиги;
- Ҳудудий тарқалган бошқарув объектлари мавжуд бўлган ҳолда алоқа каналларининг жуда чўзилган(уzun) бўлиши.

Марказлаштирилмаган бошқарув – бошқарув функциясини тизимнинг алоҳида элементларига тарқатилишидир.

Бундай таркибий тузилишга эга тизимни қуриш фақатгина бошқарув объектларининг моддий, энергетик ва ахборотли ресурслар бўйича мусатақиллиги бўлгандагина мумкин бўлиши мумкин. Ҳар бир объект учун бошқарув таъсирини ишлаб чиқиш учун фақат шу объект ҳолати ҳақида зарур ахборот керак бўлади. Реал вазиятда бундай тизим ўзининг ахборотли ва алгоритмик базасига эга бўлган бир неча мустақил локал тизимлардан ташкил топган бўлади.

Структуравий бошқарув шундай учта гуруҳга ажратиладики, улар орасидаги ўзаро алоқалар уч босқичли иерархик структурани ташкил этади.

Учинчи(қуйи)босқичда алоҳида технологик операциялар ва уларнинг элементлари, масалан, метални қайта ишловчи дастгоҳларда метални қирқиш режимини таъминлаш, робот ҳаракатини бажариш, транспорт воситалари ҳаракатини берилган параметрларини таъминлаш ва шу қабилар.

Одатда автоматик режимда бу функциялар автоматик тизимларнинг элементлари бўлган созловчилар(регуляторлар) ёрдамида бажарилади.

Иккинчи босқичда қурилмаларни **локал** бошқариш масалалари ҳал этилади. Бу масалалар асосида технологик операциялар кетма-кетлигини талаб этилган дастурга(мантикий бошқарув) мос ҳолда бажаришдан иборат мақсад ётади. Бунда дастур операцияларнинг технологик параметрларининг қийматлари ҳақида шундай ахборотни ўзида сақлайди.

Биринчи(юқори) босқичда технологик бўлимлар орқали ўтувчи моддий оқимларни бошқариш масалалари ҳал этилади.

Мураккаб тизимларни бошқаришда гомеостат, яъни тизимнинг ўз-ўзини созлай олиши ва ўз-ўзини ташкиллаштира билиши катта аҳамиятга эга бўлади. Чунки бундай хосса тизимнинг ташқи қўзғатувчи таъсирларга қарши тура билиши ёки ўзини сақлаб қолиш мақсадида қайта ташкиллаштирилолиши учун жуда муҳимдир. Шунга боғлиқ ҳолда бошқарув ўз-ўзини созлай олишдек табиий жараёнларга таянган бўлиши лозим. Шунини таъкидлаш лозимки, *гомеостат* – тирик организм модели бўлиб, қандайдир миқдорларни сақлаб тура олиш қобилиятини намоён этиши, яъни атроф муҳит шароитларига мослаша билиши демакдир.

Шуни яна алоҳида таъкидлаймизки, бошқарув тизимининг мураккаблиги – тизим киришидаги бошқарув таъсирларининг сони; технологик таъсир воситаларининг даражаси, технологик жараёнларни назорат қилувчи кўрсаткичларнинг сони ва бошқа омиллар билан аниқланади.

Бошқариш тизимини такомиллаштириш – бошқариш аппарати тузилишини такомиллаштириш, замонавий бошқаришнинг усул ва техник воситаларини ташкиллаштириш ва фойдаланишни кўзда тутати.

Тизим мураккабликнинг ўзига хос хусусиятларидан бири шундаки, айнан бир киши учун мураккаб ҳодисаларнинг турли тарафларини қамраб олиши қийин вазифадир. Шу билан боғлиқ ҳолда *декомпозиция* (қисмларга бўлиш, бўлаклаш) муаммоси вужудга келади. Декомпозициялашни мураккабликни камайитиришга интилиш натижасида пайдо бўлган бошқаришни тузиш ва ташкил этилишини такомиллаштириш усулларида бири сифатида кўриш мумкиндир.

2. Бошқариш тизимини бўлаклаш (декомпозициялаш).

Бўлаклашнинг (декомпозициялаш) асосий мақсади – тизимни мураккаблик даражаси кичикроқ бўлган қисмларга ажратишдир. Бундай жараён натижасида қисмтизимларнинг таҳлили, синтези ҳамда бошқарув тизимини лойиҳалаштириш, қуриш, жорий қилиш, ишлатиш ва такомиллаштириш учун қулай шарт-шароитларни яратиш мумкин бўлади.

Бошқариш тизимларини бўлаклашнинг биринчи муаммоси – бу тизимларни кам сонли элементлари бўлган қисмларга, элементлараро алоқаларни эса, кам сонли ўзгарувчан катталиликларга ажратишдир. Одатда тизим қисмларга шундай бўлинадики, бунда қисмтизимлар қандайдир бир таснифга эга бўладилар, мисол учун бошқариш функциялари бўйича, бошқаришнинг иерархияси бўйича ва бошқалар.

Бўлаклашнинг иккинчи муаммоси – бу бошқарув мезонини бўлаклашдир, яъни қисмтизимларнинг иш фаолиятини таъминлаш мезонларини топишдан иборатдир. Қисмтизимлар учун ўзига хос хусусиятли алоҳида мезонларнинг зарурлиги шундан келиб чиқадики, бутун тизимнинг самарадорлик мезони, одатда, ҳар бир алоҳида қисмтизим учун жуда умумий кўринишда бўлиши мумкин.

Бўлаклашнинг учинчи муаммоси – бу қисмтизимлар ҳаракатининг мақбуллигини баҳолашдир, яъни олинган натижаларнинг бутун тизимнинг мақбул ҳаракатларидан фарқланиш даражасини аниқлашдир. Бундай фарқларни баҳолай олиш, уларни зарур минимумга келтириш йўллари топиш имкониятини ҳам беради.

Бўлаклашдаги яна бир муаммо – бу тизимни ишлатиш стратегиясини (истикболлигини) танлашдир. Самарали бошқариш учун умумий стратегияни ҳисобга олган ҳолда ишлаб чиқилган бошқариш усуллариининг мажмуаси талаб қилинади.

Шунингдек, қисмтизимларнинг ишлашидаги ишончлилик, улар орасидаги ахборотларни алмаштириш ва бошқалар билан боғлиқ бўлган яна бир қатор муаммолар ҳам мавжуддир.

Бошқариш тизимини бўлаклашнинг қуйидаги йўналишлари маълум: тузилиш бўйича, функционал, босқичли, элементлар бўйича ва бошқалар.

Тузилиш (структуравий ёки ташкилий) бўйича қисмтизимлар – объектнинг тузилиш бўйича қурилишига мос тушадиган қисмтизимлардир.

Функционал қисмтизимлар деб бошқаришнинг алоҳида бир функцияларига мос келувчи қисмтизимлар тушунилади.

Босқичли қисмтизимлар – фаолият босқичларига мос келувчи қисмтизимлардир, бунда маълум бир босқичли тизимнинг чиқиши бошқа бирининг кириши билан боғланган бўлади.

Элементли қисмтизимлар деб бошқариш тизимининг "инсон-машина" сифатида моҳиятини белгиловчи қисмтизимлар тушунилади. Одатда инсон омилига эга қисмтизим, ахборотли қисмтизим ва техникавий таъминлаш қисмтизими алоҳида ажратиб кўрсатилади.

Автоматлаштирилган бошқариш тизимларини қисмтизимларга қуйидаги белгилар бўйича ажратиш мақсадга мувофиқдир:

- автоматлаштириш йўналиши бўйича;
- технологик жараёнлардаги операцияларни бошқариш ҳолати бўйича;
- таъминловчи қисмтизимларнинг ҳаракат йўналиши бўйича.

Бўлаклашнинг бу уч йўналиши тизимнинг ишлаши билан боғлиқдир. Аммо, тизимларнинг фаолиятида уни яратиш ва такомиллаштириш

масалалари муҳим ўрин эгаллайди. Шунинг учун бўлаклашни яна бир йўналиши таклиф қилинади:

- система фаолиятини таъминлашнинг босқичлари бўйича.

Автоматлаштирилган бошқариш тизимларини бўлаклашнинг санаб ўтилган йўналишлари, тизимни керакли даражада ажратиш, лойиҳалаштиришда унинг хоссаларини ҳисобга олиш, кўпчилик қисмтизимларни боғлиқмас равишда босқичма-босқич жорий қилиш ва уларнинг муваффақиятли ишлашини таъминлаш имкониятини беради.

3.Автоматик бошқарув тизими структуравий тузилишининг асосий характеристикалари.

Автоматлаштирилган бошқарув тизими(АнБТ) – бу математик усуллар, техник воситалар(ЭХМ, алоқа воситалари, ахборотни акс эттирувчи қурилмалар ва ҳ.к.) ва ташкилий комплекслар мажмуаси бўлиб, улар мураккаб объектни(жараёни) муайян мақсад билан рационал бошқаришни таъминлайди.

АнБТ нинг аниқ мақсади ва вазифалари уни лойиҳалаштиришда, мавжуд бошқарув тизимини тадқиқ этиш ва таҳлил қилиш жараёнида маълум бўлади ҳамда АнБТ нинг моддий ва ахборотли таркибини, ташкилий тузилиши ва иш услубларини аниқлаб беради. Иқтисодий объектларнинг ва уларни бошқаришнинг кўп қирралиги ва ўзига хос хусусиятлари ҳар бир иқтисодий объект учун АнБТ нинг хилма-хил шакллари аниқлаб бериши равшан. Аммо, ҳар хил бошқарув органларидаги маълумотларни қайта ишлаш технологиясидаги умумийлик, индивидуал АнБТ ларни стандарт таркибий қисмлардан типик таҳлил усуллар асосида ишлаб чиқиш имконини беради.

АнБТ иккита асосий қисмдан: *функционал* ва *таъминловчи* қисмлардан ташкил топади. Функционал қисм объектни оптимал бошқариш учун яратилган масала ва қисмтизимлардан иборатдир. Функционал қисмга бошқарувнинг аниқ функцияларини(режалаштириш, молиявий-бухгалтерлик фаолияти ва бошқалар) автоматлаштирувчи ўзаро боғланган дастурлар мажмуи киритилади.

АнБТ нинг таъминловчи қисми *ахборотли, техник, математик* ва *дастурий, ташкилий* ва *ҳуқуқий таъминотдан* иборатдир. *АнБТ нинг ахборотли таъминоти* – объектлар бўйича амалга оширилган ечимлар мажмуидан, АнБТ нинг фаолияти давомида унда ахборотнинг жойлашиши ва ташкиллаштирилиш шакллариининг айланиб туришидан иборатдир. АнБТ таъминловчи қисмининг энг мураккаб ташкил этувчиси *дастурий таъминотдир*, яъни техник воситалар комплексининг иш фаолиятини таъминловчи компьютер дастурлари ва алгоритмик тиллар мажмуасидан иборат.

АнБТ ни ишлаб чиқишнинг асосий босқичлари қуйидагиларни ўз ичига олади:

- Бошқарув муаммоларининг тизимли тахлили – бу босқич АнБТ учун техник топшириқни ишлаб чиқиш билан якунланади;
- Бошқарув муаммоларининг диагностикаси – бу босқич илмий-тадқиқот, лойиҳалаш-конструкторлик ва ишга киритишга доир ташкилий лойиҳалашни ишлаб чиқиш билан якунланади;
- Тизим типини танлаш – бу босқич тизимнинг аванпроектитни ишлаб чиқиш билан якунланади;
- Текширилаётган органларда ҳал этилаётган бошқарув муаммоларини тадқиқ этиш – бу босқич тизимнинг умумий моделини ишлаб чиқиш билан якунланади;
- Ахборот оқимини тадқиқ этиш ва синтез қилиш – бу босқич маълумотларни интегралли қайта ишлаш лойиҳаси билан якунланади;
- Бошқарув жараёнини моделлаштириш ва бошқарув масаласини ечишни дастурлаштириш – бу босқич моделлар комплекси ва уларни ҳал этиш дастурларини ишлаб чиқиш билан якунланади;
- Техник воситаларини танлаб олиш – бу босқич ҳисоблаш марказини, алоқа тизимини, терминал қурилмаларни лойиҳалаштириш якунланади.

Биринчи учта босқич биргаликда макролойиҳалаштиришни ташкил этади; охириги тўртта босқич эса – ишчи лойиҳалаштириш демакдир. Тизим лойиҳасини ишлаб чиқиш билан бир қаторда алоҳида қисмтизимларни босқичма –босқич яратиш ва ўзлаштириш амалга оширилади, шунингдек бошқарувнинг алоҳида механизмлари амалга киритилади.

Бошқарув тизимини характерловчи асосий параметрлар бўйича уларнинг типик модуллари индивидуал лойиҳаларини танлаб олиш мумкин. Бунда лойиҳавий ечимларни лойиҳалаштириш ва оптималлаштиришни автоматлаштириш усулларида фойдаланилади. Шунга боғлиқ ҳолда АнБТ нинг нима вазифага мўлжалланганига асосланган ҳолда уларни синфлаштириш айниқса катта аҳамият касб этади. Бу синфлар қуйидаги типик модулларга мос келади: *Коммуникацияли(диспетчерлик) тизими; ахборотли-изловчи тизим; ахборотли-мантиқий тизим; маълумотларни интеграллашган ҳолда қайта ишлаш; оптималлаштирувчи тизим; мақсадли тизим.*

Қуйидаги АнБТ ларни фарқлайдилар: объектларни(технологик жараёнлар) учун АнБТ – қисқача *ТЖАнТБ*; тармоқларнинг АнБТ си – қисқача *ТАнБТ*; функционал автоматлаштирилган тизимлар АнБТ си, масалан, илмий-тадқиқот, ҳисоблашлар, моддий-техник ва бошқа таъминотлар тизими.

4.Технологик жараёнлар ва ташкилотларнинг автоматлаштирилган бошқарув тизими.

4.1. Корхонанинг автоматлаштирилган бошқариш тизими.

Корхонанинг автоматлаштирилган бошқариш тизими (КАнБТ) иктисодий-математик усуллар ва ҳисоблаш техникаси воситаларини қўллаш

асосида корхонанинг административ – хўжалик фаолиятини бошқаришнинг асосий вазифаларини ечиш учун яратилади(1 - расм).

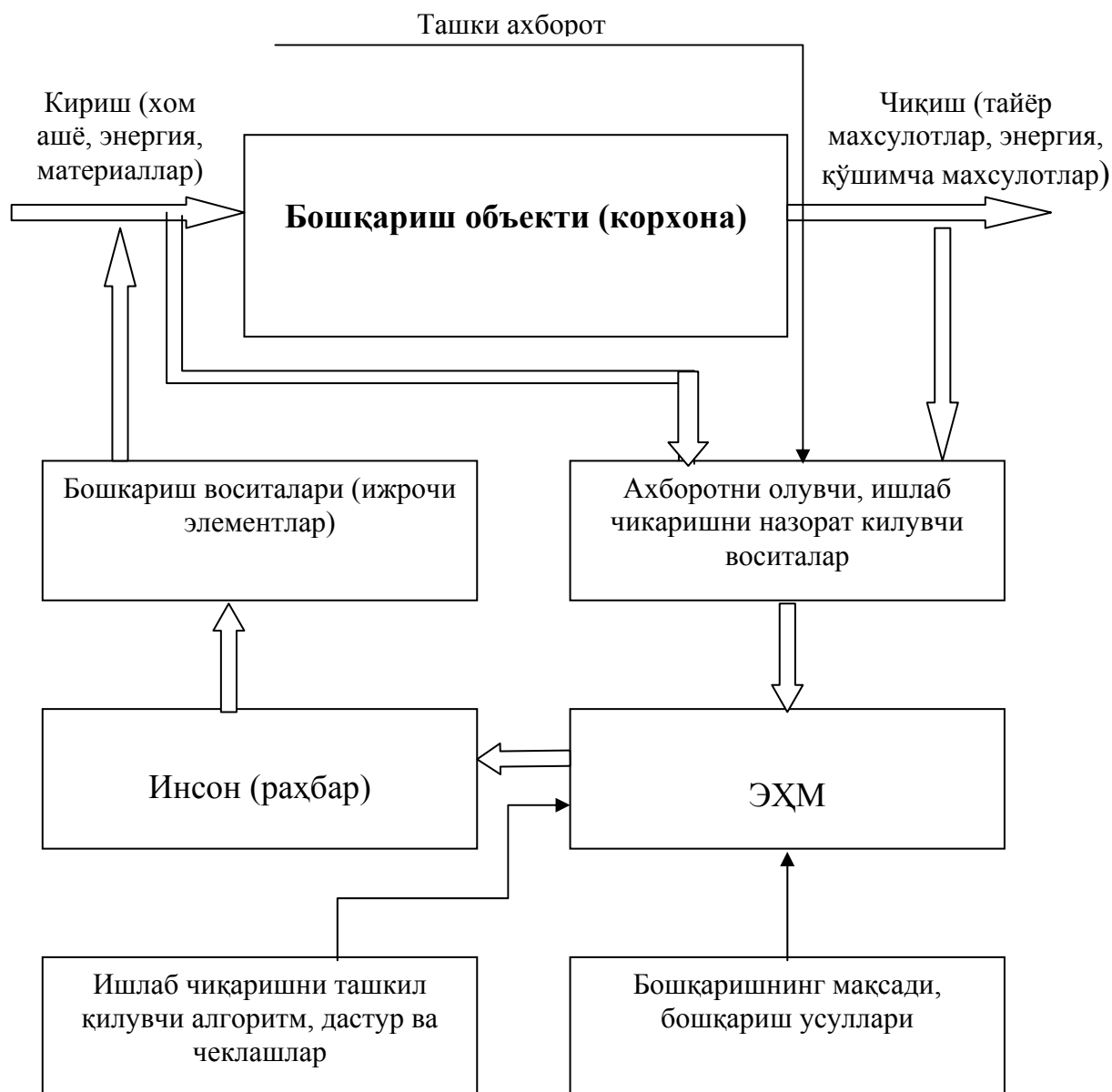
КАнБТда асосий ўринни бошқаришнинг ташкилий-иқтисодий вазифалари эгаллайди. Улар режа ва ишлаб чиқариш, ишлаб чиқариш ва таъминот; ишлаб чиқариш ва тайёр маҳсулотни сотиш, меҳнат ва материал ресурсларининг мавжудлиги орасидаги узлуксиз боғланишларни амалга ошириш орқали корхонанинг муътадил (нормал) ишлашини таъминлайди.

КАнБТда ахборотни сақлаш ва ҳаракатга келтиришнинг асосий шакли - *хужжат айланишидир*. КАНБТ учун бошқаришнинг мезони сифатида одатда корхонанинг ҳисобот давридаги (одатда бир йилдаги) фойдаси қабул қилинади. Мавжуд бўлган чеклашларни (қурилмалар, меҳнат ресурслари, хом ашё ва бошқалар) ҳисобга олган ҳолда максимал фойда олиш – КАНБТ ларни яратишнинг мақсадидир. Бу мақсадга эришиш йўлида, КАНБТ олдида корхонанинг барча бўлимларининг аниқ ва мувофиқлаштирилган ўзаро ҳаракатларини таъминлаш ҳам муҳим бир вазифа сифатида туради.

Ҳар қандай АнБТ каби КАНБТ ҳам ишлаб чиқаришни бошқариш вазифасини ҳал этишдаги аҳамияти, ўзига хос хусусиятлари ва ишлатиш нуқтаи назаридан икки гуруҳга(қисмтизим) –функционал ва таъминловчи қисмлардан ташкил топади.

КАнБТнинг функционал қисми объектни бошқаришнинг мазмуний тарафини акс эттириб, у бошқарув вазифаларини ечишнинг иқтисодий-математик моделлари ва бошқа турдаги аниқлаштирилган мақсад, мезон, чеклаш, вазифа ва уларни ечиш усулларида ташкил топади.

КАнБТнинг функционал қисмига жумладан, техник-иқтисодий режалаштириш, материал - техник таъминот, маҳсулотни сотиш ва молиявий фаолият, бухгалтерия ҳисоби, ишлаб чиқаришни тезкор бошқариш, маҳсулот сифатини таъминлаш каби комплекс вазифаларни амалга оширувчи қисмтизимлар киради. Функционал қисмтизимларнинг аниқ таркиби КАНБТ ларни яратиш учун асос бўлади.



1 – расм. Корхоналарни автоматлаштирилган бошқариш тизимининг асосий таркибий элементлари ва улардаги ўзаро боғланишлар

КАнБТ нинг таъминловчи қисми унинг функционал қисмтизимларининг барча вазифаларини таъминловчи ва муайян хусусиятларига кўра бирлаштирилган восита ва усуллар комплексини акс эттиради. КАБТларни ташкилий, ахборотли, техникавий, математик, дастурий, лингвистик, ҳуқуқий, эгрономик ва услубий таъминлашларини ажратиб курсатиш мумкин.

- *Ташкилий таъминлаш* – бу бошқарув тизимининг техник-иқтисодий тахлили; ташкилий бошқариш вазифаларини қўйиш ва танлаш; ишлаб чиқаришни ташкил килиш ва ва бошқариш бўйича усул ва воситалар тўпламидир;

- *Ахборотли таъминлаш* – корхонанинг динамик ахборот модели бўлиб, уни шакллантириш ва олиб бориш (объект ва моделнинг адекватлигини таъминлаш) воситалари тўпламидир;
- *Техникавий таъминлаш* – бу КАНБТнинг ишлашини таъминловчи техник воситалар комплекси;
- *Математик ва дастурий таъминлаш* – КАНБТнинг функционал ва таъминловчи вазифаларини амалга оширувчи алгоритм ва дастурлар тўплами;
- *Лингвистик таъминлаш* – бу КАНБТ ни яратиш ва ишлатишнинг турли босқичларида қўлланиладиган турлитил воситаларидир (дастурлаш, объектларни ва бошқариш вазифаларини ҳамда ЭХМ билан алоқани ифодалаш тиллари);
- *Ҳукукий таъминлаш* – КАНБТни яратиш, жорий қилиш ва ишлатиш тартибини, КАНБТнинг тармокдаги статуси, алоҳида бўғинларининг ишлаши ва уларнинг фаолиятини ташкил қилиш, тизимда ахборотларни шакллантириш ва фойдаланиш тартибини белгиловчи меъёрий ҳужжатлар тўпламидир. Бундан ташқари ҳукукий таъминлаш КАНБТ ходимларининг ҳуқуқлари, бурчлари ва мажбуриятларини ҳам аниқлаб беради;
- *Экономик таъминлаш* – бу КАБТда инсон фаолияти самарадорлигини ошириш имкониятини берувчи усул ва воситалар тўпламидан иборат.

4.2. Технологик жараёнларни автоматлаштирилган бошқариш тизими.

Технологик жараёнларни автоматлаштирилган бошқариш тизими – (ТЖАНБТ) учун бошқарув объекти сифатида турли тоифадаги механизмлар, агрегатлар, жараёнлар қатнашади. ТЖАНБТ – бу технологик объектларни қабул қилинган мезонларга мос равишда оптимал бошқариш учун зарур бўлган ахборотларни йиғиш ва ишлов беришни таъминловчи инсон-машина тизимидир. ТЖАНБТлар *бошқариш объекти* – *бошқариладиган технологик объект(БТО)* учун бошқарувчи таъсирларини ишлаб чиқиш ва амалга ошириш учун хизмат қилади(2 - расм). ТЖАНБТда куйидаги вазифалар ҳал этилади: *технологик жараёнларнинг* боришини башорат қилиш; объектнинг техник-иқтисодий кўрсаткичларини ҳисоблаш; технологик жараёнларни олиб боришнинг рационал режимларини аниқлаш; ижро органлари учун бошқарув таъсирларини шакллантириш ва узатиш. ТЖАНБТ ва БТОларнинг биргаликдаги ишлаши *автоматлаштирилган техник комплекси (АТК)* ташкил этади.



2 - расм. Технологик жараёнлари автоматиллаштирилган бошқариш тизимининг асосий таркибий элементи ва улардаги ўзаро боғланишлар

ТЖАнБТнинг таркиби бошқариш моҳиятини ахборотли жараён сифатида аниқлаши билан белгиланади. ТЖАБТда бошқарув вазифаларини бажариш учун *тезкор (оператив) персонал* ва *бошқариш тизими (БТ) таъминловчи қисмининг* ўзаро боғланган ҳаракати зарур бўлади. Конкрет ТЖАнБТ тезкор персоналининг иш тартибини ўрнатувчи қоида ва ҳужжатлар тўплами тизими *ташкилий таъминланишини* ҳосил қилади. Ташкилий таъминлашга технологик жараённи олиб бориш учун технологик регламент, тизимни ишлатиш учун инструкциялар (йўл-йўриқлар) ва бошқалар киради. ТЖАнБТнинг тезкор персонали диспетчерлардан ва ишлатувчи (эксплуатация қилувчи) ходимлардан иборат бўлади.

ТЖАнБТ нинг ахборотли таъминланишини функционал ёки алгоритмик тарзда ахборот-билдирги қисмтизим, марказлаштирилган назорат қисмтизими ва бошқарув қисмтизимларига бўлиш мумкин.

Ахборот - билдирги қисмтизимининг асосий вазифаси тезкор персонални жараён тўғрисидаги ишончли ахборот билан керакли вақтда ва фойдаланишга қулай ҳолда таъминлашдир.

Марказлаштирилган назорат қисмтизимининг бош вазифаси жараёнга ўрнатилган датчиклардан ахборотларни йиғиш ва бирламчи ишлов беришдир. Марказлаштирилган назорат қисмтизимининг чиқиши бошқарув қисмтизимининг кириши бўлиб хизмат қилади, яъни ахборотларга бирламчи ишлов бериш натижалари шундай дастлабки маълумотлар бўладикки, улар асосида бошқарув ва назорат алгоритмларининг барча чиқиш кўрсаткичлари ҳисоблаб чиқилади.

Бошқарув қисмтизимининг функцияси бошқарув объектини, оптимал усул ва талаб этилган сифат билан бевосита бошқариш вазифасига бўйсундирилган.

Техник таъминлаш – бу ТЖАнБТ ларни ишлатиш учун етарли бўлган *техник воситалар комплекси*дир (ТВК). Унинг таркибига ҳисоблаш ва бошқарув қурилмалари, ахборотларни олиш, ўзгартириш, сақлаш, кўрсатиш, кайд килиш ва узатиш воситалари, ижро механизмлари киради. Техник таъминлашга шунингдек, ТВК ни созлаш ва ишга яроқлилигини текшириш учун керакли асбоблар ва қурилмалар, захирадаги асбоблар ҳам киради. Технологик жараёни олиб боровчи диспетчер доимо марказий бошқарув пунктида бўлади, у ерда ёрдамчи шит ва пультадан ташқари, *ТЖАнБТ нинг ҳисоблаш комплекси* ҳам жойлашган бўлади.

ТЖАнБТ нинг воситалар комплексининг асосий компоненти бўлиб, *бошқарувчи ЭХМ* ҳисобланади. Бунда қўйиладиган талабларнинг энг муҳими – *ЭХМ ни вақтнинг реал масштабида* ишлашидир, бунда датчиклардан ахборотларни йиғиш, уни ўзгартириш, ишлов бериш ва бошқарув таъсирларини етказиш БТО да бўлаётган жараёнлар билан синхрон равишда амалга оширилиши зарур бўлади.

ТЖАнБТ ни дастурий таъминлашни(ДТ) икки гуруҳга ажратиш мумкин: умумий (ички) ва махсус (ташқи) дастурий таъминлаш.

Умумий ДТ ҳисоблаш комплексининг(ЭХМ) ишлашини таъминлайди ва у ЭХМдан ахборотга ишлов беришнинг бирор универсал тизими сифатида фойдаланишга имкон беради. *Синов дастурлари тизими* ЭХМ ни тўғри ишлаётганлигини текшириш, ЭХМ ишининг ишончлилиги ҳақида статистик материаллар йиғиш, машина бузилишини сезишга мулжалланган. *Дастурлаш тизимлари* алоҳида масалаларнинг дастурлаш жараёнини автоматлаштиришни таъминлайди, кириш ишлари, трансляторларни ўз ичига олади, турли даражадаги алгоритмик тиллардан фойдаланилади.

ДТда *операцион тизим (ОТ)* муҳим ўрин эгаллайди. У дастурлар ёрдамида машинанинг масалаларни ечишда иштирок этадиган барча бўғинлари ва ташқи қурилмаларини бошқаради, одам билан машина орасидаги алокани таъминлайди. ОТ га қуйидагилар киради:

- диспетчер-дастур (супервайзер); у бошқа дастурларнинг бажарилишини мувофиқлаштиради ва улар орасида боғланишларни сақлаб туради;

- техник хизмат курсатиш учун комплекс дастурлар;
- тез-тез учраб турадиган функцияларни бажариш учун стандарт қисмдастурлар (подпрограммалар).

Махсус ДТ – объектни бошқаришнинг турли соҳаларига тегишли аниқ масалаларни ечиш дастурлари мажмуасидан иборат. Махсус ДТ *дастурлар пакети*дан ташкил топади ва улар икки хил бўлади: масалаларни ечишни таъминлайдиган *амалий дастурлар пакети (АДП)* ва *операцион тизимлар имкониятини кенгайтирадиган пакет (ОТИКП)*. Махсус ДТ таркибига *фойдаланувчиларнинг амалий дастурлари (ФАД)*, ҳамда *стандарт дастурлар кутубхонаси (СДК)* ҳам киради.

Математик таъминлаш қисмтизими ёрдамида ЭХМда ТЖларга доир масалалар ечилади, турли ҳисобларни амалга оширишда диалогли тартиб бажарилади, талаб этилган тезкорлик, вариантлик ва керакли натижаларга эришилади.

Интеграллашган АНБТ лар таркибига кирувчи КАНБТ, ТЖАНБТ ва бошқа тизимлар ўзаро боғланган ҳолда ишлайди. Масалан, КАНБТларга режадаги топшириқларнинг бажарилиши, хом ашё ва материалларнинг ҳақиқий сарфи, қурилмаларнинг ҳолати ва бошқа ахборотлар узатилади.

Назорат саволлари

1. Мураккаб ва локал бошқарив тизими нима?
2. Динамик бошқариш тизимларини мураккаблаштиришдаги асосий омиллар нималардан иборат?
3. Бошқарувчи комплекс нима?
4. Марказлаштирилган бошқарувнинг моҳияти нимадан иборат?
5. Марказлаштирилган бошқарувнинг асосий ютуқ ва камчиликлари нималардан иборат?
6. Марказлаштирилмаган бошқарув марказлаштирилган бошқарувдан нима билан фарқ қилади?
7. Мураккаб тизимларни бошқаришда гомеостат хоссасининг моҳияти нима?
8. Бошқариш тизимини такомиллаштиришдан асосий мақсад нимадан иборат?
9. Мураккаб бошқарув тизимини бўлаклаш(декомпозиция)нинг моҳити нима?
10. Мураккаб бошқарув тизимини бўлаклашнинг асосий мақсади ва муаммолари нималардан иборат?
11. Мураккаб бошқариш тизимини бўлаклашнинг асосий йўналишларини айтинг?
12. Мураккаб автоматлаштирилган бошқарув тизимларида қисмтизимларга ажратишдаги асосий белгилар.
13. Технологик жараёнларни автоматлаштирилган бошқариш тизимининг мақсади ва жорий этилишидаги ўзига хос (ТЖАНБТ) хусусиятлари нима?

БОШҚАРУВ ОБЪЕКТЛАРИ МОДЕЛЛАРИ. АВТОМАТИК БОШҚАРУВ ТИЗИМИНИНГ СТАТИКА ВА ДИНАМИКА ТЕНГЛАМАЛАРИ

Режа:

1. Автоматик бошқарув тизимининг(АБТ) статик характеристикалари.
2. АБТ динамикасининг дифференциал тенгламаси. АБТ динамика тенгламасини чизиқлилаштириш.
3. Лаплас алмаштиришининг асосий хоссалари.
4. Узатиш функцияси.

Таянч иборалар:

бошқарилувчи миқдор, бошқарувчи миқдор, қўзғалиш, статик(ўрнатилган) режим(тартиб), статика тенгламаси, статик характеристикалар, кучайтириш коэффициенти, узатиш коэффициенти, чизиқли бўгин, чизиқсиз бўгин, статик бўгин, астатик бўгин, статик созлаш(регулирование), астатик созлаш, созловчининг статик хатоси, статизм, статик тизим, астатик тизим, созлаш жараёни, аperiодик созлаш режими, тебранувчи сўнувчи жараён, сўнмайдиган тебранувчи жараён, узоқлашувчи тебранувчи жараён, ўтиш жараёни, динамика тенгламаси, дифференциал тенглама, чизиқлилаштириш, четланишлардаги тенглама, суперпозиция тамойили, вақт ўзгармаслари, Лаплас алмаштириши, Лапласнинг тескари алмаштириши, Лаплас оператори, Лапласнинг тескари оператори, хос оператор, таъсир оператори, узатиш функцияси, кучайтиришнинг динамик коэффициенти, характеристик кўпхад(полином), узатиш функциясининг қутби, Лаплас тасвирлари шаклидаги узатиш функцияси.

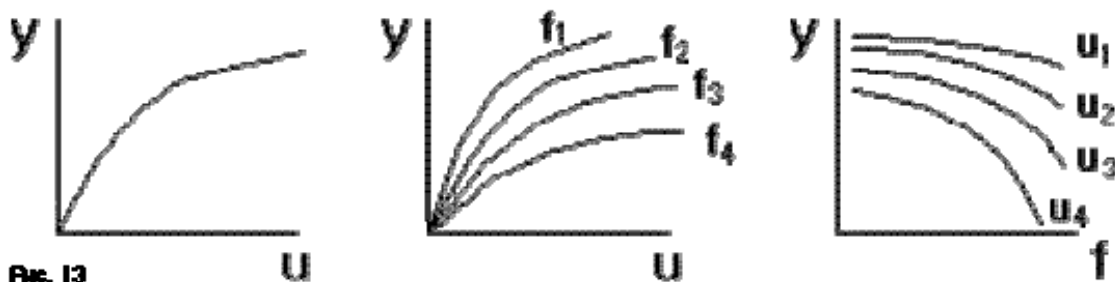
1. Автоматик бошқарув тизимининг(АБТ) статик характеристикалари.

Агар АБТда u бошқарилувчи миқдор(чиқиш), i бошқарувчи миқдор(кириш) ва f қўзғалиш вақт бўйича ўзгармаса, АБТнинг бундай иш режими(тартибига) ўрнатилган ёки статик режим дейилади. Ушбу режимдаги АБТ исталган бўғининг ҳолати ва тизим тўлиқ ҳолда $F(u, i, f) = 0$ кўринишдаги статика тенгламалари билан ифодаланади. Статика тенгламалари t вақтдан боғлиқ бўлмайди.

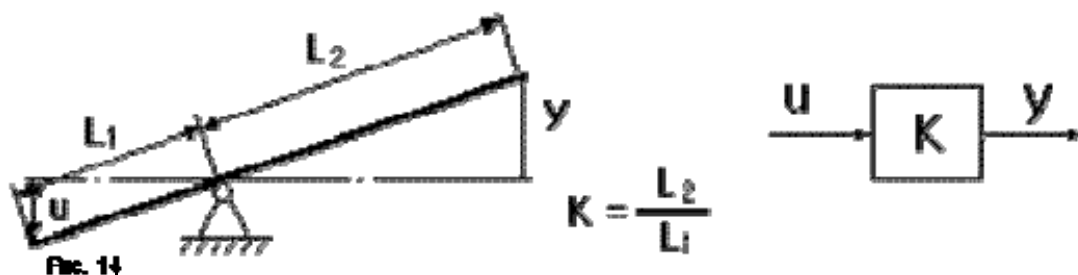
Бошқарилувчи миқдор u нинг, статика тенгламасидан аниқланувчи, (u, f) миқдордан боғлиқлиги ва унга мос функция графикларига статик характеристикалар дейилади. Ягона u киришга эга бўғиннинг статик характеристикаси $u = \Phi(i)$ чизиқ (1-расм) билан тасвирланиши мумкин. Агар бўғин f қўзғалиш бўйича иккинчи киришга эга бўлса, статик характеристика қўзғалишнинг ҳар хил $f = f_i$ қийматларидаги $u = \Phi_i(u)$ чизиқлар оиласи билан, ёки бошқаришнинг турли $u = u_i$ қийматларидаги $u = \Phi_i(f)$ чизиқлар оиласи билан берилади. Масалан, бакдаги сув сатҳини созлаш(керакли тарзда ушлаб туриш) тизимининг функционал бўғинларидан бири одатдаги рычагдан иборат(2-расм).

У учун статика тенгламаси $y = Ku$, $K = \frac{L_2}{L_1}$, кўринишда бўлади. Ушбу

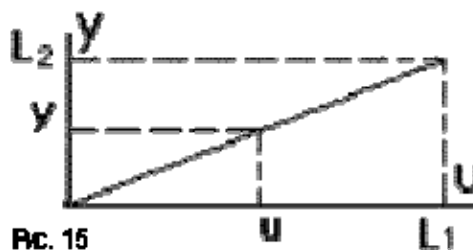
бўғиннинг статик характеристикаси тўғри чизик кесмасидан (3-расм) иборат бўлиб, унинг қиялиги $\alpha = \arctg(L_2/L_1) = \arctg(K)$ миқдор билан аниқланади. Бундай бўғиннинг функцияси кириш сигналини K марта кучайтиришдан (ёки сусайтиришдан) иборат. Чиқиш миқдорининг кириш миқдorigа нисбати сифатида аниқланувчи $K = y/u$ коэффициентга бўғиннинг кучайтириш коэффициенти дейилади. Агар чиқиш ва кириш миқдорлари ҳар хил табиатли бўлса, $K = y/u$ коэффициентга узатиш коэффициенти дейилади.



1-расм



2-расм



3-расм

Чизикли статик характеристикаларга эга бўғинларга *чизикли бўғинлар* дейилади. Статик характеристикалари чизиксиз бўлган бўғинлар эса *чизиксиз бўғинлар* дейилади. Улар учун узатиш коэффициентининг кириш сигнали миқдоридан боғлиқлиги характерлидир.

Алоҳида бўғинларнинг статик характеристикаларини билган ҳолда АБТнинг статик характеристикасини қуриш мумкин. Агар АБТнинг барча

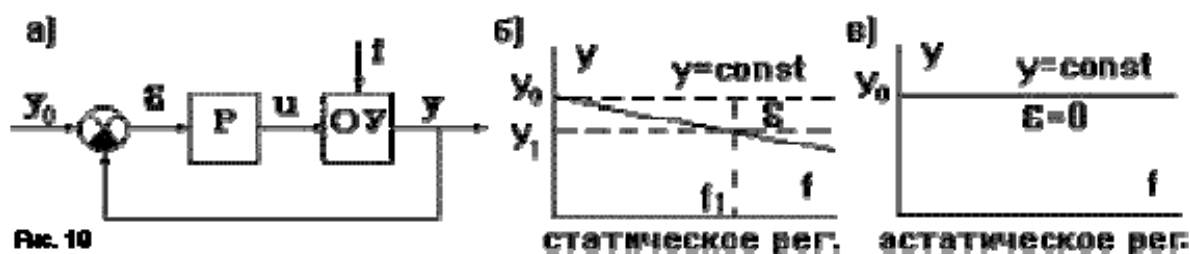
бўғинлари чизиқли статик характеристикали бўлса, АБТ чизиқли статик характеристикага эга дейилади. Агар АБТда ҳеч бўлмаганда битта бўғин чизиқсиз бўлса, бундай АБТ нинг статик характеристикаси чизиқсиз дейилади.

Агар бўғин учун статик характеристикани чиқувчи микдорнинг кирувчи микдордан қатъий функционал боғлиқликлари кўринишда ифодалаш мумкин бўлса, бундай бўғин *статик бўғин* дейилади. Агар бундай боғланиш мавжуд бўлмаса ва кирувчи микдорнинг ҳар бир қийматига чиқувчи микдорнинг қийматлар тўплами мос келса, бўғинга *астатик бўғин* дейилади. Астатик бўғиннинг статик характеристикасини ифодалашга уриниш маъносиздир. Астатик бўғинга мисол сифатида двигателни кўрсатиш мумкинки, унда кирувчи микдор U кучланишдан, чиқувчи микдор эса валнинг

$$\alpha = k \int_0^t U dt$$

бурилиш бурчагидан иборат бўлади. Бурилиш бурчаги α кучланиш $U = const$ бўлганда ихтиёрий қийматлар қабул қилиши мумкин. Астатик бўғиннинг чиқувчи микдори ҳаттоки ўрнатилган режимда ҳам вақтнинг функциясида иборат бўлади.

Агар бошқарилувчи жараёнга f кўзғалиш таъсир кўрсатса, АБТнинг $y_0 = const$ бўлгандаги $y = \Phi(f)$ кўринишдаги статик характеристикаси муҳим аҳамиятга эга. Бундай характеристикалар икки ўзига хос кўринишга эга бўлиши мумкин (4-расм). Шунга кўра, қаралаётган АБТ учун ана шу икки характеристикадан қайси тўғри келишига қараб *статик* ва *астатик* созлашни фарқлаш мумкин.



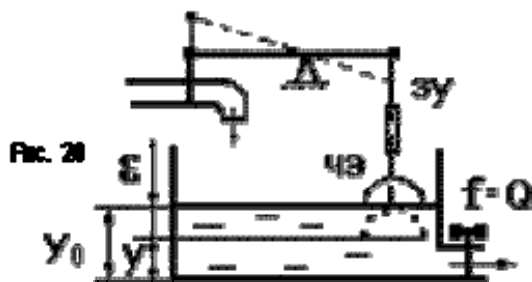
4-расм

Статик созлашда тизимнинг ўрнатилган ҳолати ташқи таъсирнинг (кўзғалишнинг) қийматидан боғлиқ бўлади. Натижада, бундай созланишда $\varepsilon = y_0 - y_1$ хато билан созланиш (4б-расм) амалга ошади. Астатик созланишда созланувчи микдорнинг қиймати ўрнатилган режимда ташқи таъсирлардан (кўзғалишлардан) боғлиқ бўлмайди, яъни статик хато $\varepsilon = 0$ бўлади (4в-расм).

Статик созлашнинг моҳиятини тушунтириш учун бакдаги сув сатҳини созлаш тизимини (5-расм) қараймиз. Бу ерда кўзғатувчи ташқи таъсир сифатида бакдан оқиб чиқувчи Q сув оқимини олиш мумкин. Фараз қилайлик, $Q = 0$ бўлганда $y = y_0$, $\varepsilon = 0$ бўлсин. Бу ҳолда тизим шундай қурилма ёрдамида созланган бўладики, сув бакга оқиб қирмайди. $Q \neq 0$ бўлган ҳолда сув сатҳи пасаяди ($\varepsilon \neq 0$) ва шунга мос ҳолда созловчи қурилма бакга сувнинг оқиб

киришини таъминлайди. Тизимда янги мувозанат вазиятига(ўрнатилган режим) кирувчи ва чиқувчи сув оқимларининг тенглиги ҳолатида эришилади. Аммо исталган ҳолатда ҳам $Q \neq 0$ бўлганда созловчи қурилма сув оқиб киришини таъминлаши шарт, бу эса фақат $\varepsilon \neq 0$ бўлгандагина мумкиндир. Бунда Q қанчалик катта бўлса, янги мувозанат вазияти ε нинг шунчалик каттарок қийматларида ўрнатилади. Ушбу АБТнинг статик характеристикаси ўзига хос қияликга эга(4б-расм). Бу статик созлашга мисолдир.

Тизимда статик созланишга эга бўлиш учун АБТнинг барча бўғинлари статик бўлиши лозим.



5-расм

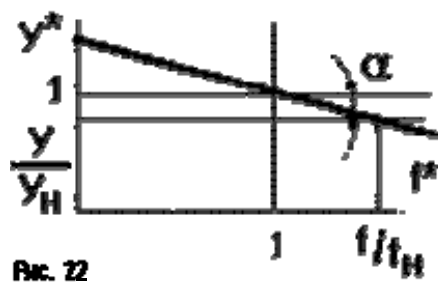


Fig. 22

6-расм

Статик созловчи(регулятор) созланувчи миқдорнинг ўзгармас қийматини муайян хатолик билан ушлаб туради. Статик созловчи созланувчи миқдорнинг талаб этилган қийматидан албатта қандайдир ε четланиши ҳолатида ишлайди. Бу четланиш f қўзғалиш қанчалик катта бўлса, шунчалик катта бўлади. Бу нарса созловчининг ишлаш таъсирларида қўйилган бўлиб, унинг хатоси ҳисобланмайди. Шунинг учун бундай четланиш *созловчининг статик хатоси* дейилади. *Статик хатони камайтириш учун регуляторнинг узатиш коэффициентини орттириш керак бўлади.*

АБТнинг d *статизми* қўзғатувчи таъсирлар шароитида созланувчи миқдор қийматининг талаб этилган қийматдан қанчалик кучли четланишини англатади. У статик характеристика қиялик бурчагининг тангенсига тенг(6-расм):

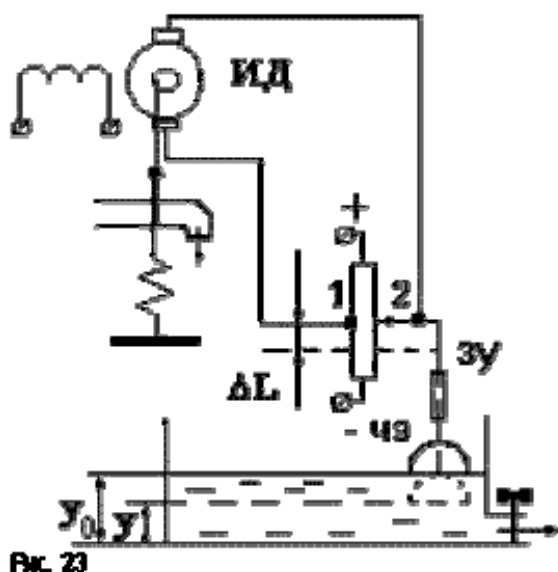
$$d = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta y / y_n}{\Delta f / f_n},$$

бу ерда $y = y_n, f = f_n$ – АБТ номинал(белгиланган) режими нуқтаси. Регулятор узатиш коэффициенти K_p нинг етарлича катта қийматларида $d \approx 1/K_p$ бўлади.

Баъзи ҳолларда статик хатога йўл қўйиш мумкин эмас. Бундай ҳолларда *астатик созлашга* ўтилади. Бунда созланувчи миқдор ўрнатилган режимда қўзғатувчи омил миқдоридан боғлиқ бўлмаган ҳолда талаб этилган қийматни аниқ қабул қилади. Астатик АБТнинг статик характеристикаси абсцисса ўқиға параллел бўлган тўғри чизик кўринишида бўлади(4в-расм).

Астатик созлашга эга бўлиш учун регуляторда созловчи орган ҳолати билан созланувчи миқдор қиймати орасидаги қатъий боғланишни шундай йўқотиш керакки, бунда созланувчи миқдорнинг айнан битта қийматини ихтиёрий юкламада(ташқи қўзғатувчи таъсирда) ушлаб туриш мумкин бўлсин. Шу мақсадда созлаш занжирига *астатик бўғин* киритилади.

Масалан бакдаги сув сатҳини автоматик созлаш тизимида астатик созлашга эга бўлиш учун регуляторга астатик бўғинни киритиш лозим бўлади(7-расм).



7-расм

Содда чизиқли алмаштирувчи бўғинлар схемасини қараймиз. Бундай схеманинг статика тенгламаси

$$x = k_0 u - k_z z; u = k_p \Delta x = k_p (x_0 - x),$$

бўлади, бу ерда k_0, k_p ва k_z – ўзгармас коэффициенлар бўлиб, улар мос равишда объект, регулятор ва юкламанинг узатиш коэффициентлари дейилади. Бу тенгламадан қуйидагини оламиз:

$$x = \frac{k_0 k_p}{1 + k_0 k_p} x_0 - \frac{k_z}{1 + k_0 k_p} z,$$

яъни созланувчи x миқдорнинг қиймати z юкламадан боғлиқ бўлади ва созланувчи миқдор қиймати юкламанинг ошиши билан камайиб боради. Бунда ўрнатилган статик хато

$$\Delta x_{cm} = x_0 - x = \frac{1}{1 + k_0 k_p} x + \frac{k_z}{1 + k_0 k_p} z.$$

бўлади.

Ўрнатилган режимдаги хато(четланиш) хосаларига кўра *статик* ва *астатик тизимлар* фарқланади. Тизимнинг астатизм хоссасини аниқ берилган таъсирга нисбатан қарайдилар. Агар тизимда ўрнатилган хато миқдори доимий равишда берилувчи кўзғалишлар миқдоридан боғлиқ бўлса, бундай тизим *кўзғалиш бўйича статик тизим* дейилади. Агар ўрнатилган хато кўзғалишлар миқдоридан боғлиқ бўлмаса, бундай тизимга *1-тартибли астатик тизим* дейилади. Агар ўрнатилган хато кўзғатувчи таъсирнинг биринчи ҳосиласидан боғлиқ бўлмаса, бундай тизимга *2-тартибли астатик тизим* дейилади.

Бундан ташқари берилувчи таъсирлар бўйича статизм ва астатизм ҳам фарқланади. Бунда кўзғалиш ўзгармас деб ҳисобланади ва ўрнатилган хато берилувчи таъсирдан боғлиқ ҳолда ҳолда қаралади.

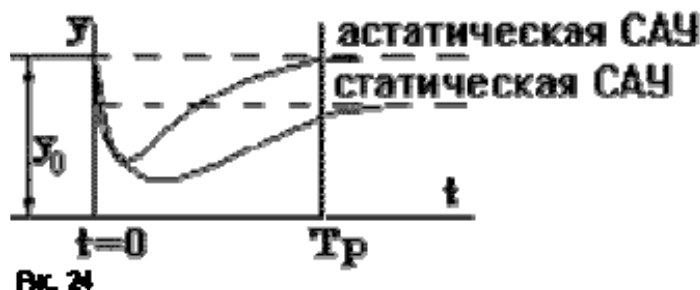
Статик ва астатик созлашнинг ютуқ ва камчиликлари: статик регуляторлар статик хатога эга; астатик регуляторлар статик хатога эга эмас, аммо улар кўпроқ инерцияли, тузилиши мураккаброқ ва қимматроқ бўлади.

Созлашнинг талаб этилган аниқлигига эришиш АБТ элементларини ҳисоблашдаги биринчи асосий масаладир.

2. АБТ динамикасининг дифференциал тенгламаси. АБТ динамикаси тенгламасини чиқиқлилаштириш

Ўрнатилган режим АБТ учун характерли эмас. Одатда бошқарилувчи жараёнга турли кўзғалишлар таъсир этиб, бошқарилувчи параметрни берилган миқдордан четланишига олиб келади. Натижада бошқарилувчи миқдорнинг талаб этилган қийматини ўрнатиш жараёни ташкил этилади. Бу жараёнга *созлаш жараёни* дейилади. Бўғинларнинг инерциялилиги сабабли созлаш жараёнини бир онда амалга ошириб бўлмайди.

Чикувчи миқдорнинг $y = y_0$ қиймати билан аниқланувчи ўрнатилган режимда бўлган АБТни қараймиз. Фараз қилайлик, $t = 0$ моментда объектга қандайдир кўзғатувчи омил таъсир этиб, унинг созланувчи миқдор қийматидан четланишига олиб келган бўлсин. Маълум бир вақтдан кейин регулятор АБТни дастлабки ҳолатига қайтаради ёки муайян статик хато билан созлашни бажаради(8-расм).

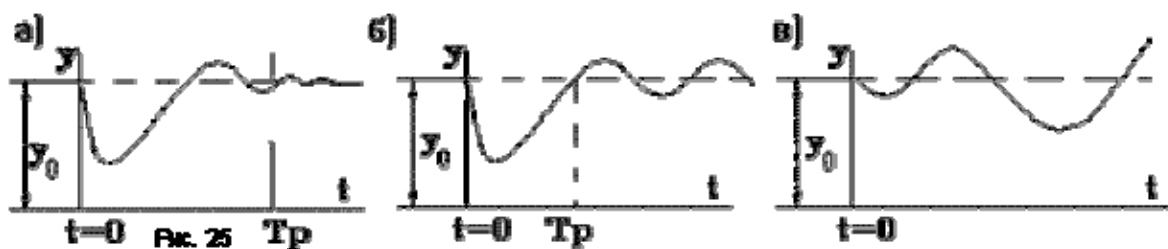


8-расм

Кўзғатувчи омил таъсиридан сўнг ўрнатилган режимга ўтувчи АБТ учун турли ўтиш жараёнлари бўлиши мумкин.

Кучли кўзғалишларда *тебранувчи сўнувчи жараён* кечиши мумкин(9а-расм). Шундай вазият эҳтимоли ҳам борки, қандайдир T_p вақтдан кейин тизимда созланувчи миқдорнинг сўнмайдиган тебранишлари — *сўнмайдиган тебранишлар жараёни* ўрнатилиши мумкин(9б-расм). Бундан ташқари узоқлашувчи тебранишлар жараёни кечиши ҳам мумкин(9в-расм).

Шундай қилиб, АБТнинг асосий иш режими динамик режим бўлиб, бу режим тизимдаги ўтиш жараёнларининг кечиши билан тавсифланади. Шунинг учун АБТларни ишлаб чиқишдаги иккинчи асосий масала АБТнинг динамик иш режимини таҳлил қилиш ҳисобланади.

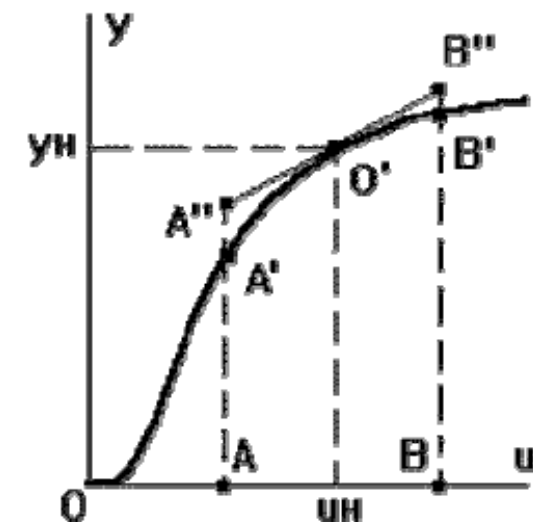


9-расм

АБТнинг ёки унинг ихтиёрий бўғинининг динамик режимдаги ўзгариши миқдорларнинг вақт бўйича ўзгаришини ифодаловчи *динамика тенгламаси* орқали берилади. Бу тенглама одатда дифференциал тенгламадан ёки дифференциал тенгламалар тизимидан иборат бўлади. Шунинг учун АБТларни *динамика режимларда тадқиқ этишининг асосий усули дифференциал тенгламаларни ечиш усули ҳисобланади*. Бунда дифференциаль тенгламаларнинг тартиби анча катта бўлиши, яъни кириш ва чиқиш ўзгарувчилари $u(t)$, $f(t)$, $y(t)$ лар ва улар ўзгаришининг тезлиги, тезланиши ва шу кабиларнинг ўзаро боғланишлари берилган бўлиши мумкин. Шунинг учун умумий ҳолда динамика тенгламасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$F(y, y', y'' \dots, y^{(n)}, u, u', u'' \dots, u^{(m)}, f, f', f'' \dots, f^{(k)}) = 0.$$

Умумий ҳолда динамика тенгламаси чизиқсиз бўлади, чунки одатда АБТ бўғинлари чизиқсиздир. Соддалаштириш мақсадида чизиқсиз динамика тенгламалари чизиқли тенгламалар билан алмаштирилади. Бу ҳолда чизиқли тенгламалар АБТдаги динамик жараёнларни тақрибан ифодалайди. Бунда эришиладиган аниқлик техник масалалар учун етарли ҳисобланади. Чизиқсиз тенгламаларни чизиқли тенгламалар билан алмаштириш жараёнига *динамика тенгламасини чизиқлилаштириш жараёни* дейилади. Дастлаб чизиқлилаштиришнинг геометрик асосланишини қараймиз.



10-расм

Нормал фаолият кўрсатувчи АБТда содланувчи ва барча оралик миқдорларнинг қийматлари талаб этилганидан кам фарқ қилади. Кичик четланишлар чегарасида динамика тенгламаси таркибига кирувчи барча миқдорлар орасидаги чизиксиз боғланишлар тақрибан тўғри чизик кесмалари билан тасвирланиши мумкин. Масалан, чизиксиз статик характеристиканинг АБ қисми(10-рasm) номинал режим нуктасида утказилган уринманинг А"В" кесмаси билан ифодаланиши мумкин. Координаталар боши O' нуктага ўтказилади ва тенгламаларда y, u, f миқдорларнинг абсолют қийматлари эмас, балки уларнинг номинал қийматлардан четланишлари бўлган $\Delta y = y - y_n$, $\Delta u = u - u_n$, $\Delta f = f - f_n$ миқдорлар ёзилади. Бу эса, агар тизим $t \leq 0$ бўлганда номинал режимда тинч ҳолатда бўлган деб ҳисобланилса, *нолга тенг бошланғич қийматларга* эга бўлиш имконини беради.

Чизиклилаштиришнинг математик асосланиши шундан иборатки, агар қандайдир $f(x)$ функциянинг ихтиёрий $x = a$ нуктадаги $f(a)$ қиймати ва шунингдек унинг ҳосилаларининг $f'(a)$, $f''(a)$, ..., $f^{(n)}(a)$ қийматлари маълум бўлса, бу функциянинг $x = a$ нуктага етарлича яқин бўлган исталган $x + \Delta x$ нуктадаги қийматини топиш учун уни $x = a$ нукта атрофида Тейлор қаторига ёйиш, яъни

$$f(x + \Delta x) \Big|_a = f(a) + \frac{\Delta x}{1} f'(a) + \frac{\Delta x^2}{2} f''(a) + \frac{\Delta x^3}{3} f'''(a) + \dots$$

муносабатдан фойдаланиш мумкин. Шунга ўхшаш кўп ўзгарувчили функцияни ҳам қаторга ёйиш мумкин.

Қулайлик учун АБТнинг соддалаштирилган, аммо амалиётда кўп учрайдиган $F(y, y', y'', u, u') = f$ динамика тенгламасини қараймиз. Бу ерда вақт бўйича олинган u', y', y'' ҳосилалар ҳам ўзгарувчилардир. Номинал режимга яқин бўлган нуктада $f = f_n + \Delta f$ ва $F = F_n + \Delta F$ бўлади. F функцияни номинал режим нуктасига яқин бўлган нуктада Тейлор қаторига ёйамиз ва юқори тартибли кичикликга эга ҳадларни ташлаб юбориб,

$$F_n + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_n \Delta y + \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right)_n \Delta y' + \left(\frac{\partial F}{\partial y''} \right)_n \Delta y'' + \left(\frac{\partial F}{\partial u} \right)_n \Delta u + \left(\frac{\partial F}{\partial u'} \right)_n \Delta u' = f_n + \Delta f$$

муносабатга эга бўламиз.

Барча четланишлар ва уларнинг вақт бўйича ҳосилалари нолга тенг бўлган номинал режимда $F_n = f_n$ бўлиши тушунарлидир. Буни ҳисобга олиб ва мос белгилашларни киритиб, қуйилагига эга бўламиз:

$$a_0 \Delta y'' + a_1 \Delta y' + a_2 \Delta y = b_0 \Delta u' + b_1 \Delta u + c_0 \Delta f.$$

Соддалик учун бу ҳосил қилинган тенгламада Δ белгисини ташлаб юбориб,

$$a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = b_0 u' + b_1 u + c_0 f.$$

чизикли тенгламага эга бўламиз.

Юқоридагига ўхшаш мулоҳазалар ёрдамида умумий ҳолда

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = b_0 u^{(m)} + \dots + b_{m-1} u' + b_m u + c_0 f$$

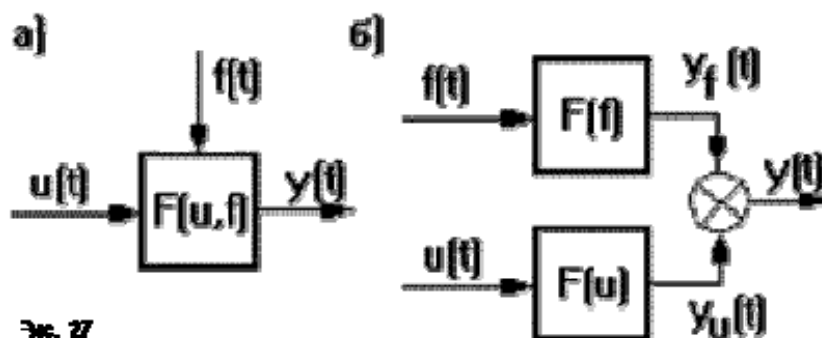
чизикли тенгламага эга бўламиз. Бунда ҳамма вақт шуни эсда тутиш лозимки, ушбу тенгламада y , u , f миқдорлар ва уларнинг ҳосилаларининг абсолют қийматлари эмас, балки уларнинг номинал қийматлардан четланишлари ишлатилади. Шунинг учун олинган тенгламага четланишлардаги тенглама дейилади.

Бу тенглама АБТни динамик режимда фақат чизиклилаштириш бера оладиган аниқликдагина ифодалайди. Аммо шуни эсда тутиш лозимки, чизиклилаштириш фақат миқдорларнинг кичик четланишларида ва F функциянинг бизни қизиқтирадиган нукта атрофида узилишларга эга бўлмаган ҳолдагина маънога эга бўлади.

Динамика тенгламасида одатда $n \geq m$ деб ҳисобланади, чунки $n < m$ бўлганда АБТ фаолиятини техник жиҳатдан амалга ошириб бўлмайди.

Чизиклилаштирилган АБТга *суперпозиция тамойилини* қўллаш мумкин: тизимнинг бир вақтда таъсир этувчи бир неча кириш таъсирларига кўрсатадиган акс таъсири(реакцияси) ҳар бир алоҳида таъсирга кўрсатиладиган акс таъсирларнинг йиғиндисига тенгдир. Бу тамойилга асосланиб иккита u ва f киришга эга бўлган бўғинни ҳар бири биттадан кириш ва чиқишга эга бўлган иккита бўғинга ажратиш мумкин(11-расм). Шунинг учун биз кўп ҳолларда битта киришга эга бўлган тизим ва бўғинларни ўрганиш билан чекланамиз. Бу ҳолда уларнинг динамика тенгламаси қуйидагича бўлади:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = b_0 u^{(m)} + \dots + b_{m-1} u' + b_m u. \quad (1)$$



11-расм

Чизикли дифференциал тенгламаларнинг стандарт ёзилиш шакли.

Одатда иккинчидан юқори бўлмаган тартибли ўзгармас коэффицентли чизикли дифференциал тенгламалар стандарт шаклда ёзилади. Бунда чиқиш миқдори ва унинг ҳосилаларини сақловчи ҳадлар тенгламанинг чап томонига, қолган барча ҳадлар эса тенгламанинг ўнг томонига ёзилади, чиқиш миқдорининг коэффиценти бирга тенг қилиб олинади. Агар тенглама ўнг томонида ҳосилалар қатнашса, бирор бир кириш миқдорини ва унинг

ҳосиласини сақловчи ҳадлар битта гуруҳга жамланади ва мос кириш миқдори олдидаги коэффициент қавсдан ташқарига чиқарилади.

Масалан,

$$a_0 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_2 y = b_0 \dot{u} + b_1 u + c_0 f. \quad (2)$$

тенглама стандарт шаклда

$$T_0^2 \ddot{y} + T_1 \dot{y} + y = k_1 (T_2 \dot{u} + u) + k_2 f, \quad (3)$$

кўринишни олади, бу ерда $T_0^2 = a_0/a_2$; $T_1 = a_1/a_2$; $k_1 = b_1/a_2$; $T_2 = b_0/b_1$; $k_2 = c_0/a_2$.

(3) тенгламада T_0 , T_1 ва T_2 ўзгармаслар вақт ўлчамига эга ва шунинг учун уларни *вақт ўзгармаслари* деб атайдилар. k_1 ва k_2 коэффициентлар эса *узатиш коэффициентлари* дейилади. Агар дастлабки (2) тенглама у ни сақламаса ($a_2=0$), у ҳолда тенгламанинг стандарт шаклида у нинг ҳосиласи олдидаги коэффициент бирга тенг бўлиши керак. Шу сабабли тенгламанинг дастлабки шаклида унинг иккала тарафи a_1 га бўлинади.

Символик шаклда (3) тенглама

$$(T_0^2 p^2 + T_1 p + 1)y = k_1 (T_2 p + 1)u + k_2 f.$$

кўринишда ёзилади, бу ерда $p = d/dt$, $p^2 = d^2/dt^2$.

3. Лаплас алмаштиришининг асосий хоссалари.

Бу ерда Лаплас алмаштириши ҳақида асосий маълумотларни келтирамиз. Улар чизикли дифференциал тенгламалар билан ифодаланувчи тизимларни ўрганишда қўлланилади.

Лаплас алмаштириши деб ҳақиқий t ўзгарувчининг $x(t)$ функциясига комплекс s ($s = \sigma + j\omega$) ўзгарувчининг $X(s)$ функциясини мос қўйувчи

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt$$

муносабатга айтилади. Бунда $x(t)$ ни *оригинал* деб, а $X(s)$ ни эса тасвир ёки *Лаплас бўйича тасвир* деб атайдилар. $x(t)$ нинг тасвири $X(s)$ эканлиги ёки $X(s)$ нинг оригинали $x(t)$ эканлиги $X(s)=L\{x(t)\}$ кўринишда ёзилади, бу ерда L – Лаплас оператори.

Лаплас алмаштириши қўлланиладиган $x(t)$ функция қуйидаги хоссаларга эга деб ҳисобланади: $x(t)$ функция $[0, \infty]$ мусбат ярим ўқда аниқланган ва бўлакли дифференциалланувчи; $t < 0$ да $x(t) = 0$; шундай мусбат M ва c сонлар мавжудки, $0 \leq t < \infty$ бўлганда $|x(t)| \leq Me^{ct}$. Шу кўрсатилган хоссаларга эга функцияни кўпинча *оригинал – функциялар* деб атайдилар.

Маълум тасвирга кўра унинг оригиналини аниқловчи

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma_0 - j\infty}^{\sigma_0 + j\infty} X(s)e^{st} ds,$$

муносабатга Лапласнинг тескари алмаштириши дейилади. Бу ерда интеграл ихтиёрий $\operatorname{Re} s = \sigma_0 > c$ тўғри чизиқ бўйича олинади. Лапласнинг тескари алмаштиришини символик равишда $x(t) = L^{-1}\{X(s)\}$, кўринишда ёзамиз, бу ерда L^{-1} – Лапласнинг тескари оператори.

Лаплас алмаштиришининг асосий хоссаларига тўхталиб ўтамиз.

1. *Чизиқлилиқ хоссаси.* Ихтиёрий α ва β ўзгармаслар учун

$$L\{\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)\} = \alpha L\{x_1(t)\} + \beta L\{x_2(t)\}.$$

2. *Оригинални дифференциаллаш.* Агар $\dot{x}(t)$ ҳосила оригинал – функция бўлса, $L\{\dot{x}(t)\} = sX(s) - x(0)$ бўлади, бу ерда $X(s) = L\{x(t)\}$, $x(0) = \lim_{t \rightarrow +0} x(t)$. Агар n -ҳосила $x^{(n)}(t)$ оригинал – функция бўлса, $L\{x^{(n)}(t)\} = s^n X(s) - s^{n-1}x(0) - s^{n-2}\dot{x}(0) - \dots - x^{(n-1)}(0)$ бўлади, бу ерда $x^{(k)}(0) = \lim_{t \rightarrow +0} x^{(k)}(t)$, $k = 0, 1, \dots, n-1$.

Агар бошланғич шартлар нолга тенг бўлса, яъни $x(0) = \dot{x}(0) = \dots = x^{(n-1)}(0) = 0$ бўлса, охириги формула $L\{x^{(n)}(t)\} = s^n X(s)$ кўринишни олади. Шундай қилиб, нолга тенг бошланғич шартларда оригинални дифференциаллашга тасвирни s га кўпайтириш мос келади.

3. *Оригинални интеграллаш.* Оригинални интеграллаш тасвирни s га бўлишга келтирилади: $L\left\{\int_0^t x(\tau) d\tau\right\} = \frac{X(s)}{s}$.

4. *Кечикиш ҳақида теорема.* Ихтиёрий τ мусбат сон учун қуйидаги ўринлидир:

$$L\{x(t-\tau)\} = e^{-s\tau} L\{x(t)\} = e^{-s\tau} X(s).$$

5. *Ўрама ҳақида теорема (тасвирларни кўпайтириш ҳақида теорема).* Агар $x_1(t)$ ва $x_2(t)$ – оригиналлар, а $X_1(s)$ и $X_2(s)$ – уларнинг тасвирлари бўлса,

$$X_1(s) \cdot X_2(s) = L\left\{\int_0^t x_1(\tau) x_2(t-\tau) d\tau\right\} = L\left\{\int_0^t x_2(\tau) x_1(t-\tau) d\tau\right\}.$$

бўлади. Бу ерда тенгликнинг ўнг томонидаги интегралга $x_1(t)$ ва $x_2(t)$ функцияларнинг ўрамаси дейилади ва $x_1(t) * x_2(t)$ деб белгиланади:

$$x_1(t) * x_2(t) = \int_0^t x_1(\tau) x_2(t-\tau) d\tau = \int_0^t x_2(\tau) x_1(t-\tau) d\tau.$$

6. *Лимитик қийматлар ҳақида теорема.* Агар $x(t)$ – оригинал, а $X(s)$ – унинг тасвири бўлса, $x(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} sX(s)$ бўлади ва $x(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ лимит мавжуд бўлган ҳолда $x(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sX(s)$ бўлади.

7. *Ёйиш ҳақида теорема.* Агар тасвир каср – рационал шаклда, яъни $X(s) = A(s)/B(s)$ бўлиб, $A(s)$ кўпхаднинг даражаси $B(s)$ кўпхаднинг даражасидан кичик бўлса, унинг оригинали $l(t)$ га кўпайтирилган $x(t) = \sum_{k=1}^l \frac{1}{(n_k-1)!} \lim_{s \rightarrow s_k} \frac{d^{n_k-1}}{ds^{n_k-1}} [X(s)(s-s_k)^{n_k} e^{st}]$, функциядан иборат бўлади, бу ерда s_k –

$B(s)=0$ тенгламанинг илдизлари, n_k – уларнинг карралиги ва l – ҳар хил илдизларнинг сони. Агар барча илдизлар оддий бўлса, бу ёйилма формуласи

$$x(t) = \sum_{k=1}^n \frac{A(s_k)}{B'(s_k)} e^{s_k t},$$

кўринишни олади, бу ерда n – $B(s)$ кўпхаднинг даражаси, $B'(s_k) = \frac{dB}{ds} \Big|_{s=s_k}$.

1-мисол. Тасвир $X(s) = 4(s+1)/[s(s+2)^2]$ кўринишда бўлсин. Қабул қилинган белгилашларга кўра $A(s) = 4(s+1)$; $B(s) = s(s+2)^2$; $B'(s) = 3s^2 + 8s + 4$. $X(s)$ функция $s_1 = 0$, $s_2 = -2$ кутбларга ($B(s)=0$ тенглама илдизларига) эга. s_1 кутб оддий, s_2 кутб эса $n_2 = 2$ карралидир. Оддий s_1 кутбга

$$\frac{A(s_1)}{B'(s_1)} e^{s_1 t} = \frac{4}{4} e^0 = 1,$$

қўшилувчи, каррали s_2 кутбга эса

$$\frac{1}{(n_2-1)!} \lim_{s \rightarrow s_2} \frac{d^{n_2-1}}{ds^{n_2-1}} [X(s)(s-s_2)^{n_2} e^{st}] = \lim_{s \rightarrow -2} \frac{d}{ds} \left[\frac{4(s+1)}{s} e^{st} \right] = (2t-1)e^{-2t}.$$

қўшилувчи мос келади. Шунинг учун $x(t) = 1 + (2t-1)e^{-2t}$ бўлади.

4. Узатиш функцияси.

Бошқариш назариясида АБТ бўғинлари чизиқли дифференциал тенгламаларининг оператор шаклидаги ёзилиши қўлланилади. $d/dt \equiv p$, $d^i/dt^i \equiv p^i$ дифференциал оператор ёрдамида АБТ бўғинининг

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = b_0 u^{(m)} + \dots + b_{m-1} u' + b_m u$$

дифференциал тенгламаси символик тарзда

$$(a_0 p^{(n)} + a_1 p^{(n-1)} + \dots + a_n) y = (b_0 p^{(m)} + b_1 p^{(m-1)} + \dots + b_m) u \quad (4)$$

алгебраик тенглама кўринишда ёзилади.

Куйидаги белгилашларни киритамиз:

$$D(p) = a_0 p^{(n)} + a_1 p^{(n-1)} + \dots + a_n, \quad K(p) = b_0 p^{(m)} + b_1 p^{(m-1)} + \dots + b_m$$

Бу белгилашлар ёрдамида (4) тенгламани ихчамроқ шаклда ёзиш мумкин:

$$D(p)y = K(p)u \quad (5)$$

(5) тенгламада чиқиш миқдори олдидаги $D(p)$ дифференциал операторга *хос оператор*, кириш миқдори олдидаги $K(p)$ дифференциал операторга эса *таъсир оператори* дейилади.

Таъсир операторининг хос операторга нисбатига *узатиш функцияси* ёки *оператор шаклидаги узатиш функцияси* дейилади.

Шундай қилиб, оператор шаклидаги узатиш функцияси куйидаги кўринишга эга:

$$W(p) = \frac{K(p)}{D(p)}.$$

Масалан,

$$a_0 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_2 y = b_0 \dot{u} + b_1 u \quad (6)$$

тенглама учун узатиш функцияси

$$W(p) = \frac{K(p)}{D(p)} = \frac{b_0 p + b_1}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2}. \quad (7)$$

кўринишда бўлади.

Узатиш функцияси ҳар бир вақт momentiда бўғин чиқиш миқдорининг кириш миқдориға нисбатини аниқлайди: $W(p) = y(t)/u(t)$. Шунинг учун уни яна *кучайтиришининг динамик коэффициенти* деб ҳам атайдилар. Ўрнатилган режимда $p=0$ бўлади. Шунинг учун бу ҳолда узатиш функцияси бўғиннинг $K = b_m/a_n$ узатиш коэффициентига айланади.

Узатиш функциясида $D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n$ кўпхадга *характеристик кўпхад* дейилади. Бу кўпхаднинг илдизларига (яъни $D(p) = 0$ тенглама ечимларига) *узатиш функциясининг қутблари* дейилади.

Узатиш функциясида $K(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m$ кўпхад узатишнинг оператор коэффициенти деб аталади. Унинг илдизлари (яъни $W(p) = 0$ тенглама ечимлари) *узатиш функциясининг ноллари* деб аталади.

Оператор шаклидаги узатиш функцияси билан бир қаторда *Лаплас тасвирлари шаклидаги узатиш функцияси* ҳам кенг қўлланилади.

Лаплас тасвирлари шаклидаги узатиш функцияси деб нолга тенг бошланғич шартларда чиқиш миқдори тасвирининг кириш миқдори тасвирига бўлган нисбатига айтилади. Агар бўғин (тизим) бир неча киришларга эга бўлса, қандайдир кириш миқдориға нисбатан узатиш функциясини аниқлашда қолган кириш миқдорлари нолга тенг деб олинади.

2-мисол. (6) тенглама билан берилган бўғин учун Лаплас тасвирлари шаклидаги узатиш функциясини топамиз. Бу тенгламанинг иккала томонида Лаплас тасвирларига ўтамыз:

$$L\{a_0 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_2 y\} = L\{b_0 \dot{u} + b_1 u\}.$$

Лаплас алмаштиришининг биринчи ва иккинчи хоссаларидан (чиқиқилик ва дифференциаллаш хоссалари) фойдалаланиб, нолга тенг бошланғич шартларда қуйидагига эга бўламиз:

$$(a_0 s^2 + a_1 s + a_2)Y(s) = (b_0 s + b_1)U(s),$$

бу ерда $Y(s) = L\{y(t)\}$, $U(s) = L\{u(t)\}$. Бундан

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}. \quad (8)$$

келиб чиқади.

Агар оператор шаклидаги узатиш функциясида $p=s$ деб олсак, Лаплас тасвири шаклидаги узатиш функциясига эга бўламиз. Бу нарсга умумий ҳолда шундан келиб чиқадики, оригинални дифференциаллаш, яъни оригинални символик тарзда p га кўпайтиришга, нолга тенг бошланғич шартларда тасвирни s комплекс сонга кўпайтириш мос келади.

Лаплас тасвири шаклидаги ва оператор шаклидаги узатиш функциялари ташки томондан ўхшашликга эга. Бу ўхшашлик фақат стационар бўғинлар (тизимлар) учун ўринлидир. Масалан, агар (6) тенглама билан ифодаланувчи бўғин ностационар бўлса, яъни тенглама коэффициентлари вақтдан боғлиқ бўлса, (7) формула ўринли эмас.

Бу (8) тенглама, худди (7) тенгламадек, дастлабки (6) тенгламага фақат нолга тенг бошланғич шартлардагина адекват бўлади. Агар бошланғич шартлар нолга тенг бўлмаса, (7) ва (8) тенгламалардан берилган дастлабки (6) бўғиннинг математик ифодаси сифатида фойдаланиб бўлмайди.

Узатиш функциялари дифференциал тенгламалар билан бир қаторда автоматик бошқарув тизимларини ифодалашда кенг қўлланилади. Аммо, нолга тенг бошланғич шартларда улар ҳамма вақт ҳам тизимни тўлиқ тавсифлай олмайдилар. Агар хос оператор ва таъсир оператори умумий кўпайтувчиларга(нолларга) эга бўлсалар, улар узатиш функциясини ҳисоблаш вақтида ўзаро қисқарадилар. Натижада бундай ҳолда ҳам тизимнинг узатиш функцияси бўйича унинг дифференциал тенгламасини тиклаш мумкин бўлмайди.

Мисол сифатида $\dot{x} - x = g - g$; $\dot{x} + x = g$ тенгламалар билан берилган тизимни қараймиз. Уларга $W(p)=1/(p+1)$ кўринишда узатиш функцияси мос келади. $g=t$ бўлганда уларнинг ечимлари мос равишда

$$x(t)=C_1 e^{-t}+C_2 e^t+t-1; x(t)=C e^{-t}+t-1.$$

бўлади. Бу ечимлар фақат нолга тенг бошланғич шартлардагина устма-уст тушадилар. Бошқа бошланғич шартларда улар устма уст тушмайдилар. Демак, $W(p)=1/(p+1)$ узатиш функцияси келтирилган дифференциал тенгламаларнинг биринчиси билан аниқланувчи тизимнинг математик ифодаси бўла олмайди.

Назорат саволлари

1. АБТнинг статик режими деб нимага айтилади?
2. АБТнинг статика тенгламаси деб нимага айтилади?
3. АБТнинг статик характеристикалари деб нимага айтилади?
4. Статик ва астатик созлашлар нима?
5. Бўғиннинг кучайтириш коэффициенти қандай аниқланади?
6. Статик ва астатик созлашнинг ютуқ ва камчиликларини айтинг.
7. Чизиксиз бўғинларнинг чизикли бўғинлардан фарқи нимада?
8. Астатик бўғинларнинг статик бўғинлардан фарқи нимада?
9. Регуляторнинг статик хатоси деб нимага айтилади ва уни қандай қилиб камайитириш мумкин?
10. АБТнинг статизми деб нимага айтилади?
11. АБТнинг қандай иш режимига динамик режим дейилади?
12. АБТда ўтиш жараёнларининг мумкин бўлган кўринишларини айтинг.
13. Динамика тенгламаси деб нимага айтилади? Унинг умумий кўриниши қандай?
14. Чизиклилаштиришнинг геометрик маъноси нимада? Чизиклилаштиришнинг математик асосланиши моҳияти қандай?
15. АБТ динамика тенгламалари учун суперпозиция тамойилининг моҳияти нимада?
16. Лаплас алмаштириши ва унинг асосий хоссалари.
17. Бўғиннинг узатиш функцияси деб нимага айтилади?

18. Бўғиннинг кучайтириш динамик коэффициентини деб нимага айтилади?
19. Бўғиннинг характеристик кўпҳади деб нимага айтилади?
20. Узатиш функциясининг ноллари ва қутблари қандай аниқланади?

ОПЕРАТОР ТАСВИРЛАРИ ВА ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАРНИ ҚЎЛЛАНИЛИШИ. ЛАПЛАС АЛМАШТИРИШЛАРИ ВА УЗАТИШ ФУНКЦИЯСИ.

Режа:

1. Чизикли дифференциал тенгламаларнинг стандарт ёзилиш шакли.
2. Лаплас алмаштиришининг асосий хоссалари.
3. Узатиш функцияси.

Таянч иборалар:

Лаплас алмаштириши, Лапласнинг тескари алмаштириши, Лаплас оператори, Лапласнинг тескари оператори, хос оператор, таъсир оператори, узатиш функцияси, кучайтиришининг динамик коэффициенти, характеристик кўнҳад(полином), узатиш функциясининг қутби, Лаплас тасвирлари шаклидаги узатиш функцияси.

1. Чизикли дифференциал тенгламаларнинг стандарт ёзилиш шакли.

Одатда иккинчидан юкори бўлмаган тартибли ўзгармас коэффициентли чизикли дифференциал тенгламалар стандарт шаклда ёзилади. Бунда чиқиш миқдори ва унинг ҳосилаларини сақловчи ҳадлар тенгламанинг чап томонига, қолган барча ҳадлар эса тенгламанинг ўнг томонига ёзилади, чиқиш миқдорининг коэффициенти бирга тенг қилиб олинади. Агар тенглама ўнг томонида ҳосилалар қатнашса, бирор бир кириш миқдорини ва унинг ҳосиласини сақловчи ҳадлар битта гуруҳга жамланади ва мос кириш миқдори олдидаги коэффициент қавсдан ташқарига чиқарилади.

Масалан,

$$a_0 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_2 y = b_0 \dot{u} + b_1 u + c_0 f. \quad (2)$$

тенглама стандарт шаклда

$$T_0^2 \ddot{y} + T_1 \dot{y} + y = k_1 (T_2 \dot{u} + u) + k_2 f, \quad (3)$$

кўринишни олади, бу ерда $T_0^2 = a_0/a_2$; $T_1 = a_1/a_2$; $k_1 = b_1/a_2$; $T_2 = b_0/b_1$; $k_2 = c_0/a_2$.

(3) тенгламада T_0 , T_1 ва T_2 ўзгармаслар вақт ўлчамига эга ва шунинг учун уларни *вақт ўзгармаслари* деб атайдилар. k_1 ва k_2 коэффициентлар эса *узатиш коэффициенти* дейилади. Агар дастлабки (2) тенглама y ни сақламаса ($a_2=0$), y ҳолда тенгламанинг стандарт шаклида y нинг ҳосиласи олдидаги коэффициент бирга тенг бўлиши керак. Шу сабабли тенгламанинг дастлабки шаклида унинг иккала тарафи a_1 га бўлинади.

Символик шаклда (3) тенглама

$$(T_0^2 p^2 + T_1 p + 1)y = k_1(T_2 p + 1)u + k_1 f.$$

кўринишда ёзилади, бу ерда $p = d / dt$, $p^2 = d^2 / dt^2$.

2. Лаплас алмаштиришининг асосий хоссалари.

Бу ерда Лаплас алмаштириши ҳақида асосий маълумотларни келтирамиз. Улар чизиқли дифференциал тенгламалар билан ифодаланувчи тизимларни ўрганишда қўлланилади.

Лаплас алмаштириши деб ҳақиқий t ўзгарувчининг $x(t)$ функциясига комплекс s ($s = \sigma + j\omega$) ўзгарувчининг $X(s)$ функциясини мос қўйувчи

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt$$

муносабатга айтилади. Бунда $x(t)$ ни *оригинал* деб, а $X(s)$ ни эса тасвир ёки *Лаплас бўйича тасвир* деб атайдилар. $x(t)$ нинг тасвири $X(s)$ эканлиги ёки $X(s)$ нинг оригинали $x(t)$ эканлиги $X(s)=L\{x(t)\}$ кўринишда ёзилади, бу ерда L – Лаплас оператори.

Лаплас алмаштириши қўлланиладиган $x(t)$ функция қуйидаги хоссаларга эга деб ҳисобланади: $x(t)$ функция $[0, \infty]$ мусбат ярим ўқда аниқланган ва бўлакли дифференциалланувчи; $t < 0$ да $x(t) = 0$; шундай мусбат M ва c сонлар мавжудки, $0 \leq t < \infty$ бўлганда $|x(t)| \leq Me^{ct}$. Шу кўрсатилган хоссаларга эга функцияни кўпинча *оригинал – функциялар* деб атайдилар.

Маълум тасвирга кўра унинг оригиналини аниқловчи

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma_0 - j\infty}^{\sigma_0 + j\infty} X(s) e^{st} ds,$$

муносабатга *Лапласнинг тескари алмаштириши* дейилади. Бу ерда интеграл ихтиёрий $\operatorname{Re} s = \sigma_0 > c$ тўғри чизик бўйича олинади. Лапласнинг тескари алмаштиришини символик равишда $x(t) = L^{-1}\{X(s)\}$, кўринишда ёзамиз, бу ерда L^{-1} —Лапласнинг тескари оператори.

Лаплас алмаштиришининг асосий хоссаларига тўхталиб ўтамыз.

1. *Чизиклилиқ хоссаси.* Ихтиёрий α ва β ўзгармаслар учун

$$L\{\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)\} = \alpha L\{x_1(t)\} + \beta L\{x_2(t)\}.$$

2. *Оригинални дифференциаллаш.* Агар $\dot{x}(t)$ ҳосила оригинал — функция бўлса, $L\{\dot{x}(t)\} = sX(s) - x(0)$ бўлади, бу ерда $X(s) = L\{x(t)\}$, $x(0) = \lim_{t \rightarrow +0} x(t)$. Агар n -

ҳосила $x^{(n)}(t)$ оригинал — функция бўлса, $L\{x^{(n)}(t)\} = s^n X(s) - s^{n-1}x(0) - s^{n-2}\dot{x}(0) - \dots - x^{(n-1)}(0)$ бўлади, бу ерда $x^{(k)}(0) = \lim_{t \rightarrow +0} x^{(k)}(t)$, $k = 0, 1, \dots, n-1$.

Агар бошланғич шартлар нолга тенг бўлса, яъни $x(0) = \dot{x}(0) = \dots = x^{(n-1)}(0) = 0$ бўлса, охирги формула $L\{x^{(n)}(t)\} = s^n X(s)$ кўринишни олади. Шундай қилиб, нолга тенг бошланғич шартларда оригинални дифференциаллашга тасвирни s га кўпайтириш мос келади.

3. *Оригинални интеграллаш.* Оригинални интеграллаш тасвирни s га бўлишга

$$\text{келтирилади: } L\left\{\int_0^t x(\tau) d\tau\right\} = \frac{X(s)}{s}.$$

4. *Кечикиш ҳақида теорема.* Ихтиёрий τ мусбат сон учун қуйидаги ўринлидир:

$$L\{x(t-\tau)\} = e^{-s\tau} L\{x(t)\} = e^{-s\tau} X(s).$$

5. *Ўрама ҳақида теорема(тасвирларни кўпайтириш ҳақида теорема).* Агар $x_1(t)$ ва $x_2(t)$ – оригиналлар, а $X_1(s)$ и $X_2(s)$ – уларнинг тасвирлари бўлса,

$$X_1(s) \cdot X_2(s) = L\left\{\int_0^t x_1(\tau)x_2(t-\tau)d\tau\right\} = L\left\{\int_0^t x_2(\tau)x_1(t-\tau)d\tau\right\}.$$

бўлади. Бу ерда тенгликнинг ўнг томонидаги интегралга $x_1(t)$ ва $x_2(t)$ функцияларнинг ўрамаси дейилади ва $x_1(t) * x_2(t)$ деб белгиланади:

$$x_1(t) * x_2(t) = \int_0^t x_1(\tau)x_2(t-\tau)d\tau = \int_0^t x_2(\tau)x_1(t-\tau)d\tau.$$

6. *Лимитик қийматлар ҳақида теорема.* Агар $x(t)$ – оригинал, а $X(s)$ – унинг тасвири бўлса, $x(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} sX(s)$ бўлади ва $x(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ лимит мавжуд бўлган ҳолда $x(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sX(s)$ бўлади.

7. *Ёйиш ҳақида теорема.* Агар тасвир каср – рационал шаклда, яъни $X(s)=A(s)/B(s)$ бўлиб, $A(s)$ кўпхаднинг даражаси $B(s)$ кўпхаднинг даражасидан кичик бўлса, унинг оригинали $l(t)$ га кўпайтирилган

$x(t) = \sum_{k=1}^l \frac{1}{(n_k-1)!} \lim_{s \rightarrow s_k} \frac{d^{n_k-1}}{ds^{n_k-1}} [X(s)(s-s_k)^{n_k} e^{st}]$, функциядан иборат бўлади, бу ерда s_k –

$B(s)=0$ тенгламанинг илдизлари, n_k – уларнинг карралиги ва l – ҳар хил илдизларнинг сони. Агар барча илдизлар оддий бўлса, бу ёйилма формуласи

$$x(t) = \sum_{k=1}^n \frac{A(s_k)}{B'(s_k)} e^{s_k t},$$

кўринишни олади, бу ерда n – $B(s)$ кўпхаднинг даражаси, $B'(s_k) = \frac{dB}{ds} \Big|_{s=s_k}$.

1-мисол. Тасвир $X(s) = 4(s+1)/[s(s+2)^2]$ кўринишда бўлсин. Қабул қилинган белгилашларга кўра $A(s) = 4(s+1)$; $B(s) = s(s+2)^2$; $B'(s) = 3s^2 + 8s + 4$. $X(s)$ функция $s_1=0, s_2=-2$ кутбларга($B(s)=0$ тенглама илдизларига) эга. s_1 кутб оддий, s_2 кутб эса $n_2=2$ карралидир. Оддий s_1 кутбга

$$\frac{A(s_1)}{B'(s_1)} e^{s_1 t} = \frac{4}{4} e^0 = 1,$$

кўшилувчи, каррали s_2 кутбга эса

$$\frac{1}{(n_2 - 1)!} \lim_{s \rightarrow s_2} \frac{d^{n_2-1}}{ds^{n_2-1}} [X(s)(s - s_2)^{n_2} e^{st}] = \lim_{s \rightarrow -2} \frac{d}{ds} \left[\frac{4(s+1)}{s} e^{st} \right] = (2t - 1)e^{-2t}.$$

кўшилиувчи мос келади. Шунинг учун $x(t) = 1 + (2t - 1)e^{-2t}$ бўлади.

3. Узатиш функцияси.

Бошқариш назариясида АБТ бўғинлари чизиқли дифференциал тенгламаларининг оператор шаклидаги ёзилиши қўлланилади. $d/dt \equiv p$,

$d^i/dt^i \equiv p^i$ дифференциал оператор ёрдамида АБТ бўғинининг

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = b_0 u^{(m)} + \dots + b_{m-1} u' + b_m u$$

дифференциал тенгламаси символик тарзда

$$(a_0 p^{(n)} + a_1 p^{(n-1)} + \dots + a_n) y = (b_0 p^{(m)} + b_1 p^{(m-1)} + \dots + b_m) u \quad (4)$$

алгебраик тенглама кўринишда ёзилади.

Қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$$D(p) = a_0 p^{(n)} + a_1 p^{(n-1)} + \dots + a_n, \quad K(p) = b_0 p^{(m)} + b_1 p^{(m-1)} + \dots + b_m$$

Бу белгилашлар ёрдамида (4) тенгламани ихчамроқ шаклда ёзиш мумкин:

$$D(p)y = K(p)u \quad (5)$$

(5) тенгламада чиқиш миқдори олдидаги $D(p)$ дифференциал операторга *хос оператор*, кириш миқдори олдидаги $K(p)$ дифференциал операторга *эса таъсир оператори* дейилади.

Таъсир операторининг хос операторга нисбатига *узатиш функцияси* ёки *оператор шаклидаги узатиш функцияси* дейилади.

Шундай қилиб, оператор шаклидаги узатиш функцияси қуйидаги кўринишга эга:

$$W(p) = \frac{K(p)}{D(p)}.$$

Масалан,

$$a_0 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_2 y = b_0 \dot{u} + b_1 u \quad (6)$$

тенглама учун узатиш функцияси

$$W(p) = \frac{K(p)}{D(p)} = \frac{b_0 p + b_1}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2}. \quad (7)$$

кўринишда бўлади.

Узатиш функцияси ҳар бир вақт моментида бўғин чиқиш миқдорининг кириш миқдориغا нисбатини аниқлайди: $W(p) = y(t)/u(t)$. Шунинг учун уни яна *кучайтиришнинг динамик коэффициенти* деб ҳам атайдилар. Ўрнатилган режимда $p=0$ бўлади. Шунинг учун бу ҳолда узатиш функцияси бўғиннинг $K = b_m/a_n$ узатиш коэффициентига айланади.

Узатиш функциясида $D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n$ кўпхадга *характеристик кўпхад* дейилади. Бу кўпхаднинг илдизларига (яъни $D(p) = 0$ тенглама ечимларига) *узатиш функциясининг қутблари* дейилади.

Узатиш функциясида $K(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m$ кўпхад узатишнинг оператор коэффициентини деб аталади. Унинг илдизлари (яъни $W(p) = 0$ тенглама ечимлари) *узатиш функциясининг ноллари* деб аталади.

Оператор шаклидаги узатиш функцияси билан бир қаторда *Лаплас тасвирлари шаклидаги узатиш функцияси* ҳам кенг қўлланилади.

Лаплас тасвирлари шаклидаги узатиш функцияси деб нолга тенг бошланғич шартларда чиқиш миқдори тасвирининг кириш миқдори тасвирига бўлган нисбатига айтилади. Агар бўғин (тизим) бир неча киришларга эга бўлса, қандайдир кириш миқдориغا нисбатан узатиш функциясини аниқлашда қолган кириш миқдорлари нолга тенг деб олинади.

2-мисол. (6) тенглама билан берилган бўғин учун Лаплас тасвирлари шаклидаги узатиш функциясини топамиз. Бу тенгламанинг иккала томонида Лаплас тасвирларига ўтамыз:

$$L\{a_0 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_2 y\} = L\{b_0 \dot{u} + b_1 u\}.$$

Лаплас алмаштиришининг биринчи ва иккинчи хоссаларидан (чизиқлилиқ ва дифференциаллаш хоссалари) фойдалаланиб, нолга тенг бошланғич шартларда қуйидагига эга бўламиз:

$$(a_0 s^2 + a_1 s + a_2)Y(s) = (b_0 s + b_1)U(s),$$

бу ерда $Y(s) = L\{y(t)\}$, $U(s) = L\{u(t)\}$. Бундан

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}. \quad (8)$$

келиб чиқади.

Агар оператор шаклидаги узатиш функциясида $p=s$ деб олсак, Лаплас тасвири шаклидаги узатиш функциясига эга бўламиз. Бу нарсa умумий ҳолда шундан келиб чиқадики, оригинални дифференциаллаш, яъни оригинални символик тарзда p га кўпайтиришга, нолга тенг бошланғич шартларда тасвири s комплекс сонга кўпайтириш мос келади.

Лаплас тасвири шаклидаги ва оператор шаклидаги узатиш функциялари ташқи томондан ўхшашликга эга. Бу ўхшашлик фақат стационар бўғинлар(тизимлар) учун ўринлидир. Масалан, агар (6) тенглама билан ифодаланувчи бўғин ностационар бўлса, яъни тенглама коэффициентлари вақтдан боғлиқ бўлса, (7) формула ўринли эмас.

Бу (8) тенглама, худди (7) тенгламадек, дастлабки (6) тенгламага фақат нолга тенг бошланғич шартлардагина адекват бўлади. Агар бошланғич шартлар нолга тенг бўлмаса, (7) ва (8) тенгламалардан берилган дастлабки (6) бўғиннинг математик ифодаси сифатида фойдаланиб бўлмайди.

Узатиш функциялари дифференциал тенгламалар билан бир қаторда автоматик бошқарув тизимларини ифодалашда кенг қўлланилади. Аммо, нолга тенг бошланғич шартларда улар ҳамма вақт ҳам тизимни тўлиқ тавсифлай олмайдилар. Агар хос оператор ва таъсир оператори умумий кўпайтувчиларга(нолларга) эга бўлсалар, улар узатиш функциясини ҳисоблаш вақтида ўзаро қисқарадилар. Натижада бундай ҳолда ҳам тизимнинг узатиш функцияси бўйича унинг дифференциал тенгламасини тиклаш мумкин бўлмайди.

Мисол сифатида $\ddot{x} - \dot{x} = g - g$; $\dot{x} + x = g$ тенгламалар билан берилган тизимни қараймиз. Уларга $W(p)=1/(p+1)$ кўринишда узатиш функцияси мос келади. $g=t$ бўлганда уларнинг ечимлари мос равишда

$$x(t)=C_1 e^{-t}+C_2 e^{t+t-1}; x(t)=C e^{-t}+t-1.$$

бўлади. Бу ечимлар фақат нолга тенг бошланғич шартлардагина устма-уст тушадилар. Бошқа бошланғич шартларда улар устма уст тушмайдилар. Демак,

$W(p)=1/(p+1)$ узатиш функцияси келтирилган дифференциал тенгламаларнинг биринчиси билан аниқланувчи тизимнинг математик ифодаси бўла олмайди.

Назорат саволлари

1. Лаплас алмаштириши ва унинг асосий хоссалари.
2. Бўғиннинг узатиш функцияси деб нимага айтилади?
3. Бўғиннинг кучайтириш динамик коэффиценти деб нимага айтилади?
4. Бўғиннинг характеристик кўпҳади деб нимага айтилади?
5. Узатиш функциясининг ноллари ва кутблари қандай аниқланади?

АБТ СТРУКТУРАВИЙ СХЕМАЛАРИНИ ЭКВИВАЛЕНТ АЛМАШТИРИШ ВА УЗАТИШ ФУНКЦИЯЛАРИНИ ҲИСОБЛАШ

Режа:

1. АБТнинг динамик бўғинлари тушунчаси.
2. Структуравий схемаларни алмаштиришнинг асосий қоидалари.
3. Бир контурли ва кўп контурли ёпиқ АБТларнинг узатиш функциялари.

Таянч иборалар: *узатиш функцияси, динамик бўғин, структуравий схема, элементар(типик) бўғинлар, эквивалент алмаштириш қоидалари, эквивалент узатиш функцияси, кетма-кет уланиш, параллел уланиш, тескари боғланиш бўйича уланиш, манфий тескари боғланиш, мусбат тескари боғланиш, тескари боғланиш занжир, ёпиқ занжир, тўғри занжир, узилган(очиқ) занжир, бир контурли ёпиқ тизим, кўп контурли ёпиқ тизим, кесишувчи боғланишлар, сумматорни(йиғувчини) кўчириш, тугунни кўчириш, тугунлар ўрнини алмаштириш, сумматорлар ўрнини алмаштириш, эквивалент бўлмаган қисмлар, ўзаро кесишувчи боғланиш.*

1. АБТнинг динамик бўғинлари тушунчаси.

Автоматик бошқарув тизимлари назариясида ихтиёрий АБТ бир-бири билан ўзаро таъсирлашувчи ва бир-бири билан боғланишлар орқали туташтирилган алоҳида элементлар – функционал бўғинларнинг мажмуи сифатида ифодаланади. Узатиш функцияси ёки динамика тенгламаси маълум бўлган АБТ бўғинига *динамик бўғин* дейилади. Динамик бўғин – бу тизимнинг одатдаги бўғини бўлиб, унинг функцияси чиқиш ва кириш миқдорларининг динамик режимдаги математик боғланиши орқали берилади. Иккита кириш ва битта чиқишга эга бўғин учун ҳар бир киришга мувофиқ жами иккита узатиш функциясини ёзиш мумкин. Узатиш функцияси динамик режимдаги бўғиннинг асосий характеристикаси ҳисобланади. Ундан фойдаланиб барча бошқа характеристикаларни олиш мумкин.

Структуравий схемада динамик бўғин шартли равишда тўғри тўртбурчак кўринишида белгиланади. Бунда тўғри тўртбурчак ичида узатиш функциясининг ифодаси ёзилади. Баъзи ҳолларда узатиш функцияси ўрнига динамика тенгламаси кўрсатилади. Бўғинлар рақамланган ва уларнинг узатиш функциялари, тенгламалари ёки характеристикалари структуравий схемадан ташқарида берилган бўлиши ҳам мумкин. Ҳар бир бўғин учун схемада кириш ва чиқиш миқдорлари кўрсатилган бўлади. Агар узатиш функциялари оператор шаклида берилган ёки бўғинлар дифференциал тенгламалар билан ифодаланган бўлса, кириш ва чиқиш миқдорлари оригинал шаклида ёзилади. Агар узатиш функциялари тасвирлар шаклида берилса, кириш ва чиқиш миқдорлари ҳам тасвирлар шаклида ёзилади.

Бўғинлар(тизимлар) анча юқори тартибли дифференциал тенгламалар билан ифодаланиши ва умумий ҳолда уларнинг узатиш функциялари қуйидаги кўринишда ёзилиши мумкин:

$$W(p) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) / (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n).$$

АБТ кўпчилик функционал элементларининг динамикаси иккинчидан юқори бўлмаган тартибли дифференциал тенгламалар билан ифодаланади. Бундай элементлар элементар(ёки типик) динамик бўғинлар деб аталади. Элементар бўғиннинг узатиш функцияси умумий ҳолда иккинчидан юқори бўлмаган тартибли иккита кўпхаднинг нисбати каби берилади:

$$W = \frac{b_0 p^2 + b_1 p + b_2}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2}.$$

Маълумки, ихтиёрий тартибли ҳар қандай кўпхадни иккинчидан юқори бўлмаган тартибли содда кўпайтувчиларга ёйиш мумкин. Шунга кўра

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n = a_0 (p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n),$$

деб ёзиш мумкин, бу ерда $p_1, p_2, \dots, p_n$ – $D(p)$ кўпхаднинг илдизлари. Шунга ўхшаш

$$K(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m = b_0 (p - \tilde{p}_1)(p - \tilde{p}_2) \dots (p - \tilde{p}_m),$$

бу ерда $\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \dots, \tilde{p}_m$ – $K(p)$ кўпхаднинг илдизлари. Шундай қилиб,

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} = \frac{b_0 (p - \tilde{p}_1)(p - \tilde{p}_2) \dots (p - \tilde{p}_m)}{a_0 (p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n)}$$

Ихтиёрий кўрхаднинг илдизлари ё ҳақиқий, яъни $p_i = a_i$, ёки қўшма комплекс жуфтликлардан иборат, яъни $p_i = a_i \pm j\omega_i$ бўлади, бу ерда j – мавҳум бирлик ($j^2 = -1$). Кўпхаднинг ёйилмасида ихтиёрий ҳақиқий илдизга $(p - a_i)$ кўпайтувчи, ихтиёрий қўшма комплекс жуфтликга эса иккинчи тартибли кўпхад мос келади, чунки

$$(p - a_i + j\omega_i)(p - a_i - j\omega_i) = (p - a_i)^2 + \omega_i^2 = p^2 - 2pa_i + (a_i^2 + \omega_i^2).$$

Натижада

$$W = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} = \frac{b_0 (p - \alpha_1)(p^2 - 2p\alpha_2 + (\alpha_2^2 + \omega_2^2)) \dots}{a_0 (p - \alpha_1)(p^2 - 2p\alpha_2 + (\alpha_2^2 + \omega_2^2)) \dots} = W_0 W_1 W_2 \dots,$$

муносабатга эга бўламиз, бу ерда $W_0 = \frac{b_0}{a_0}$, $W_1 = \frac{p - \tilde{\alpha}_1}{p - \alpha_1}$, $W_2 = \frac{p^2 - 2p\tilde{\alpha}_2 + (\tilde{\alpha}_2^2 + \tilde{\omega}_2^2)}{p^2 - 2p\alpha_2 + (\alpha_2^2 + \omega_2^2)}$.

Шундай қилиб, равшанки, чизиклилаштирилган АБТнинг ихтиёрий мураккаб узатиш функциясини элементар бўғинлар узатиш функцияларининг

кўпайтмаси сифатида ифодалаш мумкин. Бу ердан келиб чиқадики, тизимнинг ихтиёрий бўғинини элементар бўғинлар бирикмаси каби ифодалаш мумкин.

Автоматик бошқарув назариясида узатиш функциялари қуйидаги

$$W(p) = k, \quad W(p) = p, \quad W(p) = Tp + 1, \quad W(p) = \frac{1}{p},$$

$$W(p) = \frac{1}{Tp + 1}, \quad W(p) = \frac{1}{T^2 p^2 + 2\rho Tp + 1},$$

кўринишда бўлган элементар бўғинларга алоҳида эътибор қаратилади, бу ерда k, T, ρ – ўзгармас миқдорлар. Элементар бўғинлардан АБТнинг бошқа барча бўғинлари ҳосил қилиниши мумкин.

Шуни қайд этиш лозимки, узатиш функцияси суратидаги кўпхаднинг даражаси махражидаги кўпхад даражасидан катта бўлган бўғинларнинг иш фаолиятини техник жиҳатдан амалга ошириб бўлмайди.

2. Структуравий схемаларни алмаштиришнинг асосий қоидалари.

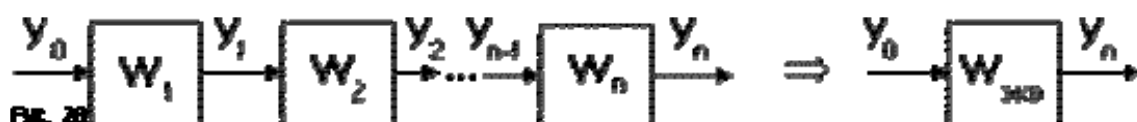
АБТнинг структуравий схемаси энг содда ҳолда элементар динамик бўғинлардан қурилади. Аммо бир неча элементар бўғинлар мураккаб узатиш функциясига эга бўлган битта бўғин билан алмаштирилиши мумкин. Бунинг учун структуравий схемаларни эквивалент алмаштириш қоидалари мавжуд. Мумкин бўлган алмаштириш усуллари қараймиз.

2.1. Бўғинларнинг кетма-кет уланиши (1-расм). Бўғинларнинг кетма-кет уланишида ҳар бир аввалги бўғин чиқиш миқдори кейинги бўғин киришига берилади.

Структуравий схемаларни алмаштиришда кетма-кет уланган бўғинлар занжирини битта эквивалент бўғин билан алмаштириш мумкин. Бунда эквивалент бўғиннинг $W_{\text{экв.}}$ узатиш функцияси алоҳида бўғинлар $W_i, i = \overline{1, n}$,

узатиш функцияларининг кўпайтмасига тенг: $W_{\text{экв.}} = \prod_{i=1}^n W_i$

Ҳақиқатан ҳам, 1-расмдан фойдаланиб, бўғинларнинг тенгламаларини ёзамиз: $y_1 = W_1 y_0, \quad y_2 = W_2 y_1, \dots, y_n = W_n y_{n-1}$. Ҳосил бўлган бу тенгламалар тизимидан $y_1, y_2, \dots, y_{n-1}$ ўзгарувчиларни йўқотиб, $y_n = W_1 W_2 \dots W_n y_0$ тенгликни ҳосил қиламиз. Бу ердан $W_{\text{экв.}} = \prod_{i=1}^n W_i$ келиб чиқади.



1-расм

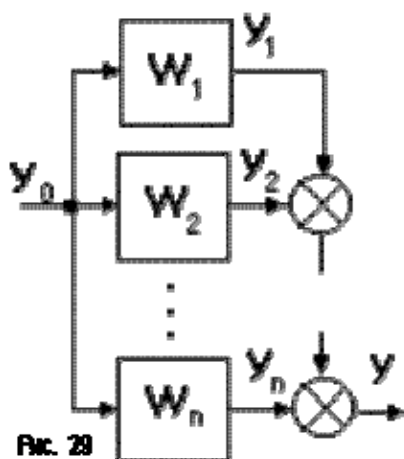
2.2. *Бўғинларнинг параллел уланиши*(2-расм). Бўғинларнинг параллел уланишида ҳар бир бўғин киришига айнан битта сигнал берилади, чиқиш сигналлари эса жамланади.

$W_i, i = \overline{1, n}$, узатиш функцияларига эга параллел уланган бўғинлар занжирини шу занжирга кирувчи бўғинлар узатиш функциялари $W_{\text{эқв.}} = \sum_{i=1}^n W_i$ йиғиндисига тенг узатиш функциясига эга бўлган битта эквивалент бўғин билан алмаштириш мумкин.

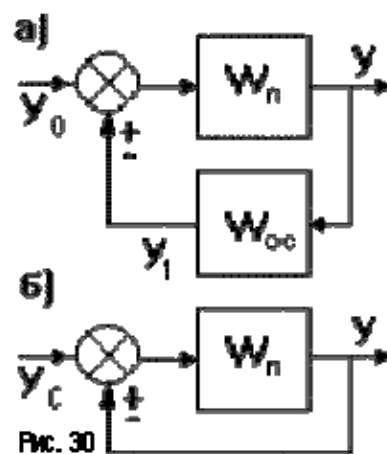
Ҳақиқатан ҳам, y_0 – кириш сигнали, $y_1, y_2, \dots, y_n$ – чиқиш сигналлари бўлсин. У вақтда параллел уланиш қондасига кўра $y = y_1 + y_2 + \dots + y_n$ бўлади. Бу ердан, $y_i = W_i y_0, i = 1, 2, \dots, n$, эканлигини ҳисобга олиб,

$$y = (W_1 + W_2 + \dots + W_n) y_0 = W_{\text{эқв.}} y_0, \quad W_{\text{эқв.}} = \sum_{i=1}^n W_i$$

муносабатга эга бўламиз.



2-расм



3-расм

2.3. *Тескари боғланиш бўйича уланиш*(3а-расм). Тескари боғланишлар қатнашган ҳолда бўғинларни эквивалент алмаштиришни қараймиз. Агар бўғиннинг чиқиш сигнали қандайдир бошқа бўғин орқали яна дастлабки бўғин киришига берилса, бўғинлар уланишида тескари боғланиш қатнашган ҳисобланади. Бунда, агар тескари боғланишнинг y_1 сигнали дастлабки y_0 кириш сигналидан айрилса, яъни $e_1 = y_0 - y_1$ бўлса, тескари боғланишни *манфий* деб атайдилар. Агар тескари боғланишнинг y_1 сигнали дастлабки y_0 кириш сигнаliga қўшилса, яъни $e_1 = y_0 + y_1$ бўлса, бундай тескари боғланишни *мусбат* деб атайдилар. Агар бўғин боғланишлар контури қисмидаги сигнал бўғин тўлиқ структурасига нисбатан тескари йўналишда (яъни чиқишдан киришга қараб) узатиладиган бўлса, бундай қисмга *тескари боғланиш занжир* дейилади. Агар бўғинлар уланишида тескари боғланиш қатнашган бўлса, *ёпиқ занжирга* эга бўламиз.

Тескари боғланишни таққословчи бўғин олдидан узамиз(3-а расм). У вақтда иккита кетма-кет уланган бўғинлар – *тўғри занжир* ва *тескари боғланиш занжир*идан тузилган *узилган(очик)занжирга* эга бўламиз. Шунинг учун бўғинларнинг кетма-кет уланишида эквивалент алмаштириш қондасига

кўра узилган занжирнинг W_y узатиш функцияси тўғри занжирнинг W_m узатиш функцияси билан тескари боғланиш занжирининг $W_{m.б.}$ узатиш функцияси кўпайтмасига тенг: $W_y = W_m W_{m.б.}$.

Қуйидаги қоида ўринлидир. *Манфий тескари боғланишли ёпиқ занжирнинг W_e узатиш функцияси тўғри занжир узатиш функциясининг бир ва узилган занжир W_y узатиш функцияси йигиндиси нисбатига тенгдир*, яъни

$$W_e = \frac{W_m}{1 + W_y}.$$

Бу формулани келтириб чиқариш учун ҳар бир бўғин динамикасининг тенгламаларини ёзамиз:

$$y = W_m e_1, \quad y_1 = W_{m.б.} y, \quad e_1 = y_0 - y_1.$$

Бу тенгламаларнинг охиргиси – таққословчи бўғин тенграмасига *ёпиш тенграмаси* дейилади. Ҳосил қилинган тенгламалардан e_1 ва y_1 ўзгарувчиларни йўқотиб, қуйидаги $y = W_m (y_0 - W_{m.б.} y)$ тенгламани оламиз. Бундан

$$(1 + W_m W_{m.б.}) y = W_m y_0$$

ёки

$$W_e = \frac{W_m}{1 + W_m W_{m.б.}} = \frac{W_m}{1 + W_y}$$

келиб чиқади.

Агар тескари боғланиш мусбат бўлса, юқоридагидек мулоҳаза юритиб, қуйидагига эга бўламиз:

$$W_e = \frac{W_m}{1 - W_y},$$

яъни қуйидаги қоида ўринли:

Мусбат тескари боғланишли ёпиқ занжирнинг W_e узатиш функцияси тўғри занжир узатиш функциясининг бир ва узилган занжир W_y узатиш функцияси айирмаси нисбатига тенгдир.

Агар тескари боғланишнинг узатиш функцияси $W_{m.б.} = 1$ бўлса, тескари боғланишга бирлик тескари боғланиш дейилади ва у структуравий схемада 3б-расмдагидек кўринишда тасвирланади. Бу ҳолда ёпиқ занжирнинг W_e узатиш функцияси, тескари боғланиш манфий бўлганда $W_e = \frac{W_m}{1 + W_m}$ кўринишга, тескари

боғланиш мусбат бўлганда эса $W_e = \frac{W_m}{1 - W_m}$ кўринишга эга бўлади.

Структуравий схемаларни алмаштиришда сумматорлар ва тугунларни кўчириш ва уларнинг ўрнини алмаштириш зарурияти пайдо бўлади. Бунда схемада қандай ўзгартиришлар қилишга тўғри келишини қараймиз.

2.4. Сумматорни кўчириш(4-расм). Сумматорни бўғин орқали сигнал узатилиш йўналишида кўчиришда янги бўғин қўшилади. Бу янги бўғиннинг узатиш функцияси, қайси бўғин орқали сумматор кўчиралаётган бўлса, шу бўғиннинг узатиш функциясига тенг бўлади(4-б расм). Агар сумматор сигнал

узатилишига тескари йўналишда кўчирилса, қўшилаётган янги бўғиннинг узатиш функцияси, қайси бўғин орқали сумматор кўчирилатган бўлса, шу бўғиннинг узатиш функциясига тескари бўлади(4-в расм). Сумматорларни кўчиришда боғланиш линиясида эквивалент бўлмаган қисмлар пайдо бўлади. Улар 4-расмда штрихлаб кўрсатилган.



Рис. 34

4-расм

2.5. Тугунни кўчириш(5-расм). Тугунни бўғин орқали сигнал узатилиш йўналишида кўчиришда шундай янги бўғин қўшиладики, унинг узатиш функцияси, қайси бўғин орқали тугун кўчирилатган бўлса, шу бўғиннинг узатиш функциясига тескари бўлади(5-б расм). Агар тугун сигнал узатилишига тескари йўналишда кўчирилса, қўшилаётган янги бўғиннинг узатиш функцияси, қайси бўғин орқали сумматор кўчирилатган бўлса, шу бўғиннинг узатиш функциясига тенг бўлади(4-в расм).

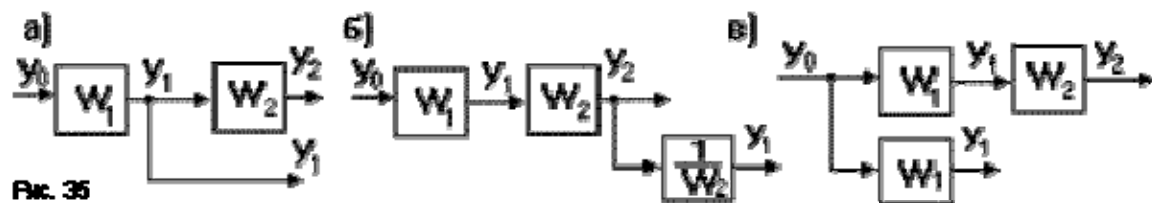


Рис. 35

5-расм

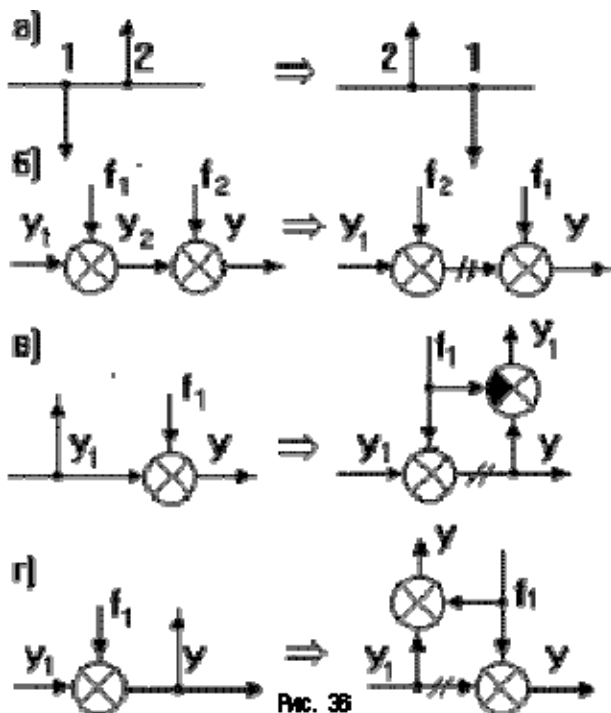


Рис. 36

6-расм

2.6. *Тугунлар ва сумматорларнинг ўрнини алмаштириш*(6-расм). Тугунларнинг ўрнини алмаштириш мумкин(6-а расм). Худди шунга ўхшаш, янги бўғин қўшмаган ҳолда, сумматорлар ўрнини ҳам алмаштириш мумкин(6-б расм). Тугун ва сумматорнинг ўринларини алмаштирганда(тугунни сумматор орқали кўчириш) янги жамловчи ёки таққословчи бўғин қўшиш зарур бўлади(6-в,г расмлар). Тугунни сумматор орқали кўчиришда, шунингдек сумматорлар ўрнини алмаштиришда боғланиш линиясида эквивалент бўлмаган қисмлар пайдо бўлади. Бу қисмлар 6-расмда штрихлаб кўрсатилган.

3. Бир контурли ва кўп контурли ёпиқ АБТларнинг узатиш функциялари.

Ёпиқ автоматик бошқарув тизимлари *бир контурли* ва *кўп контурли* бўладилар.

Агар ёпиқ тизимни қандайдир нуқтада узганда кетма-кет уланган бўғинлар занжири ёки параллел ва тескари боғланишларни сақламайдиган занжир пайдо бўлса, унга *бир контурли ёпиқ тизим* дейилади.

Бир контурли ёпиқ тизим узатиш функциясини ҳисоблаш қоидасини кўрсатамиз. Мисол сифатида 7-а расмда келтирилган бир контурли тизимни қараймиз. Унинг узатиш функциясини u кириш ва y_2 чиқиш бўйича топамиз. Қаралаётган тизимнинг u кириш сигнали қўйилган нуқта ва y_2 чиқиш сигнали олинадиган нуқтани туташтирувчи кетма-кет уланган бўғинлардан ташкил топган занжири қисмига *тўғри занжир* дейилади(7-б расм). 7-б расмга ва бўғинлар кетма-кет уланганда узатиш функциясини ҳисоблаш қоидаига кўра тўғри занжирнинг узатиш функцияси $W_m = W_0 W_1 W_2$ бўлади.

Кетма-кет уланган бўғинлардан ташкил топиб, ёпиқ контур таркибига кирувчи занжирга *узилган занжир* дейилади(7-в расм). Узилган занжирнинг узатиш функцияси $W_y = W_1 W_2 W_3 W_4$ бўлади. Структуравий схемаларнинг юқорида келтирилган эквивалент алмаштириш усулларига таянган ҳолда шуни текшириш қийин эмаски, бир контурли тизим учун қуйидаги қоида ўринли: *бир контурли ва манфий (мусбат) тескари боғланишли тизимнинг узатиш функцияси тўғри занжир узатиш функциясининг бир билан узилган занжир узатиш функцияси йигиндисиди(айирмаси) нисбатига тенгдир:*

$$W_{y_0 y_2} = \frac{W_0 W_1 W_2}{1 \pm W_1 W_2 W_3 W_4} = \frac{W_m}{1 \pm W_y},$$

Келтирилган қоида ихтиёрий бир контурли тизим учун ўринлидир.

Агар чиқиш сигналининг олиш нуқтаси ўзгартирилса тўғри занжирнинг кўриниши ўзгаради ва натижада унинг узатиш функциясининг ифодаси ҳам бошқача бўлади. Масалан, 7-расмда келтирилган тизим учун чиқиш сигнали сифатида W_1 бўғиннинг чиқишидаги y_1 олинса, $W_m = W_0 W_1$ бўлади. Шуни таъкидлаш лозимки, узилган занжир узатиш функциясининг ифодаси чиқиш сигналининг олиниш нуқтасидан боғлиқ эмас.

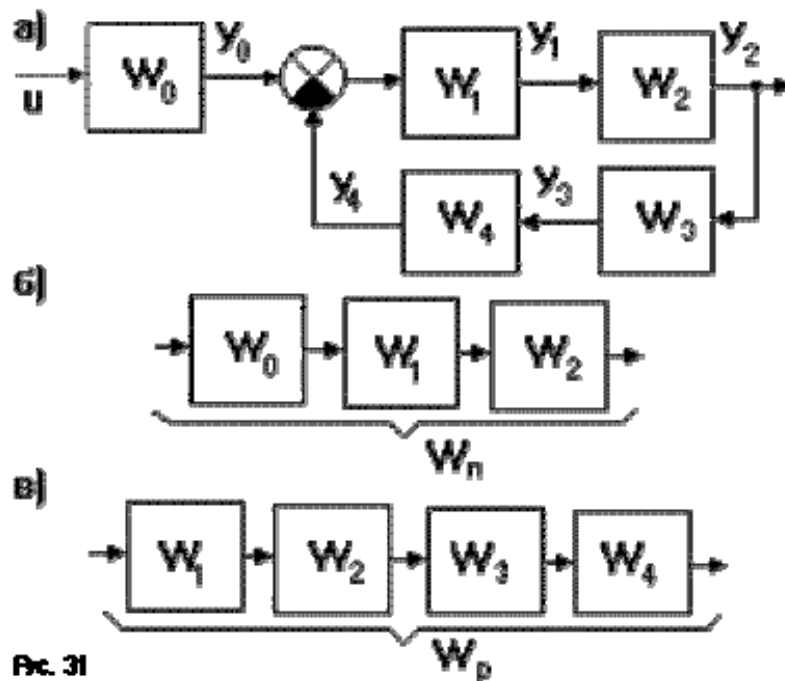


Рис. 31

7-рasm

Агар ёпиқ тизимни узганда параллел ёки тескари боғланишларни сақловчи занжир ҳосил бўлса, бундай тизимга *кўп контурли ёпиқ тизим* дейилади. Бошқача айтганда кўп контурли ёпиқ тизимда бош тескари боғланишдан ташқари маҳаллий тескари ёки параллел боғланишлар мавжуд бўлади(8, 9-расмлар).

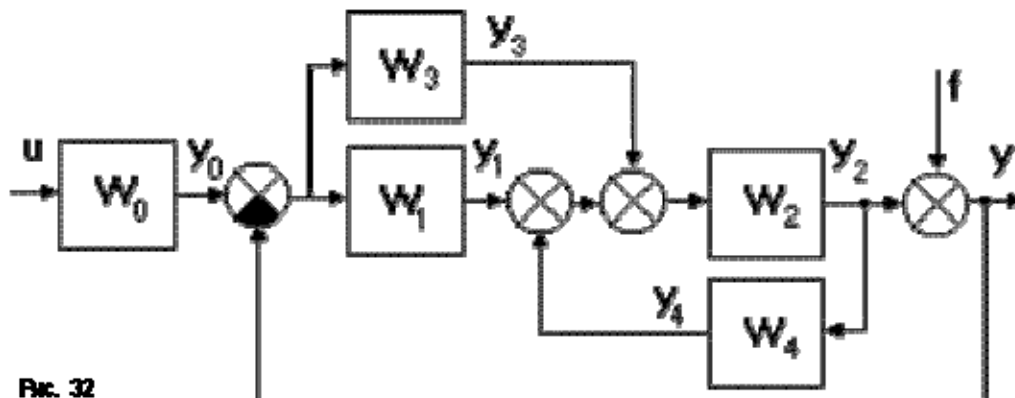


Рис. 32

8-рasm

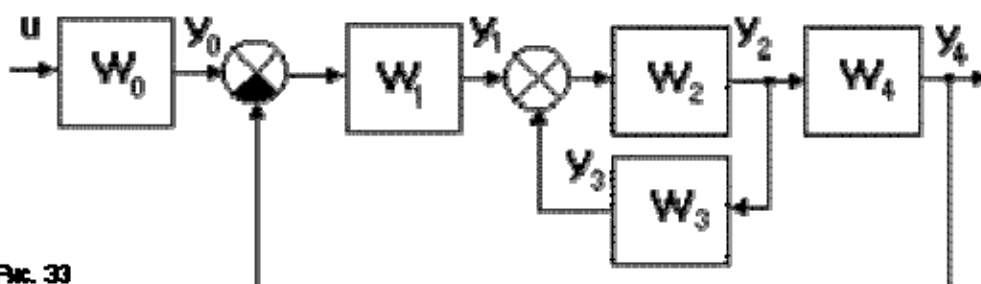
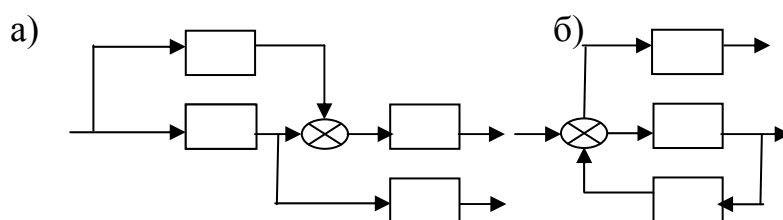


Рис. 33

9-рasm

Агар кўп контурли тизимнинг тескари ёки параллел боғланиш контури бошқа тескари ёки параллел боғланишнинг фақат боши ва охирини сақловчи занжирнинг қисмини ўз ичига олса, бундай тизим *ўзаро кесишувчи боғланишга* эга дейилади(10-а,б расмлар). Кўп контурли тизимнинг узатиш функциясини ҳисоблаш учун аввало, тугунлар ва сумматорларнинг ўрнини алмаштириш ва уларни кўчириш орқали ўзаро кесишувчи боғланишлардан озод бўлиш лозим. Кейин структуравий схемаларни алмаштиришнинг дастлабки учта қоидадан фойдаланиб, уни бир контурли тизим кўринишига келтириш керак. Ҳосил бўлган бир контурли тизимнинг узатиш функциясини эса юқорида баён этилган қоида бўйича осонгина ҳисоблаймиз. Шунини таъкидлаш лозимки, структуравий схемаларни алмаштиришда сумматорни чиқиш сигналининг олиндиш нуқтаси орқали кўчириш мумкин эмас, чунки бунда чиқиш сигналининг олиндиш нуқтаси боғланишлар линиясининг эквивалент бўлмаган қисмига тушиб қолади.



10-расм

Мисол. 11-а расмда келтирилган тизимнинг g ва f «киришлар» ҳамда u ва e «чиқишлар» бўйича узатиш функцияларини топамиз.

Қаралаётган тизим ўзаро кесишувчи боғланишларга эга кўп контурли тизимдир. Сумматорларни кўчириб ва уларнинг ўринларини алмаштириб, ушбу тизимни ўзаро кесишувчи боғланишларга эга бўлмаган кўп контурли тизимга келтириш мумкин(11-б расм).

Параллел уланган бўғинни ва тескари боғланиш билан қопланган бўғинни узатиш функциялари мос равишда

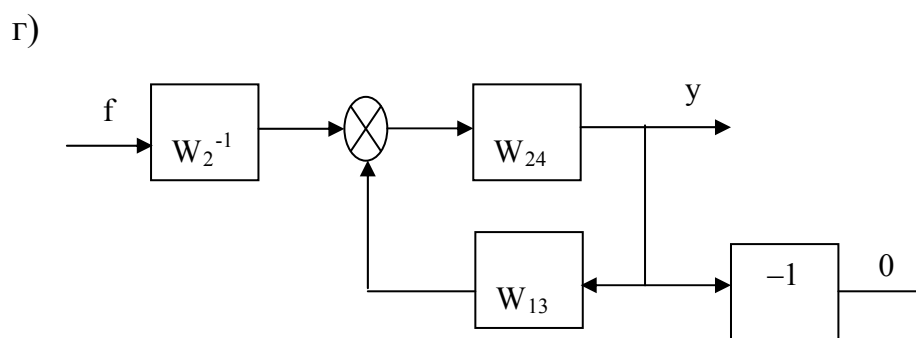
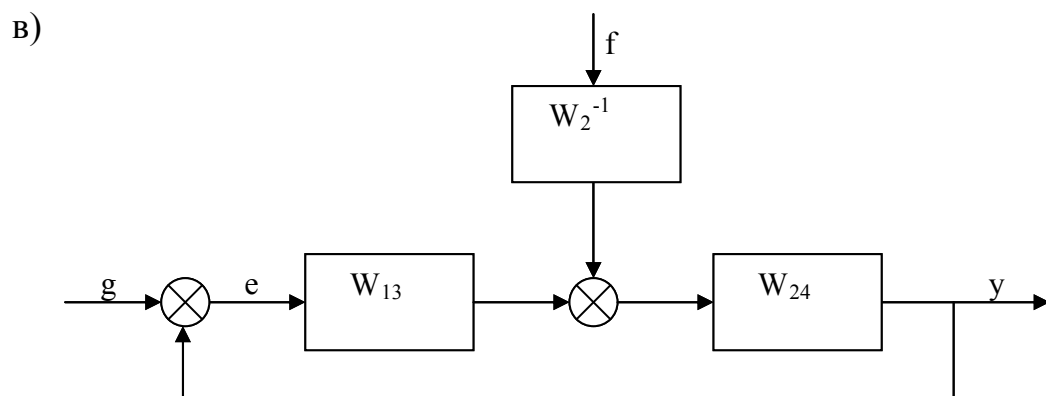
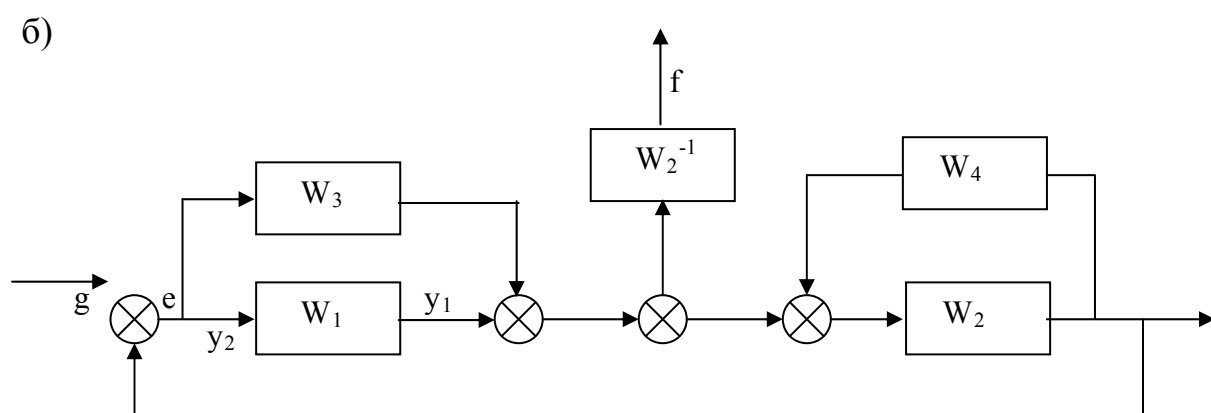
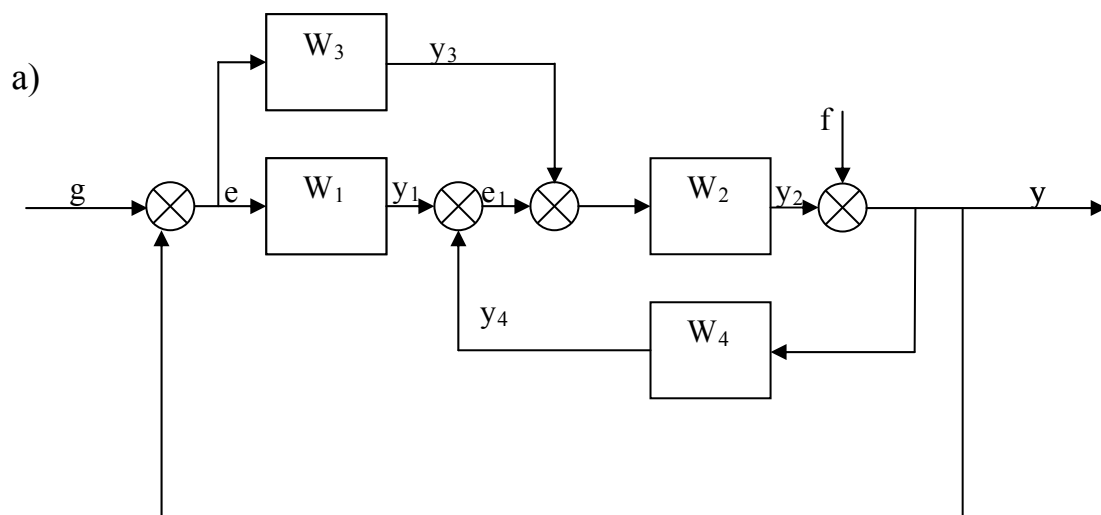
$$W_{13} = W_1 + W_3, \quad W_{24} = \frac{W_2}{1 - W_2 W_4}$$

кўринишда бўлган бўғинлар билан алмаштиргандан сўнг бир контурли схемага эга бўламиз(11-в расм). g кириш таъсири бўйича узатиш функциясини ҳисоблаганда $f = 0$ деб оламиз. Бир контурли тизимларнинг узатиш функцияларини ҳисоблаш қоидаларига кўра қуйидагиларга эга бўламиз:

$$W_{yg} = W_{13} W_{24} / (1 + W_{13} W_{24}); \quad W_{eg} = 1 / (1 + W_{13} W_{24}).$$

Узатиш функциясини f кириш таъсири бўйича ҳисоблаганда $g = 0$ деб оламиз. Бунда таққословчи бўғин узатиш функцияси -1 га тенг бўлган инвертирловчи бўғиндан иборат бўлади. Агар жамловчи бўғин таққословчи бўғинга алмаштирилса, инвертирловчи бўғинни ёпиқ контурга киритмаса ҳам бўлади. Шунинг учун структуравий схемани 11-г расмда кўрсатилганидек тасвирлаш мумкин. Бу схемадан равшанки,

$$W_{yf} = W_2^{-1} W_{24} / (1 + W_{24} W_{13}); \quad W_{ef} = -W_2^{-1} W_{24} / (1 + W_{24} W_{13}).$$



11-расм

Мустақил ишлаш учун саволлар.

1. Динамик бўғин деб нимага айтилади ва у АБТ структуравий схемасида қандай белгиланади?
2. Қандай бўғинлар элементар(типик) бўғинлар деб аталади?
3. АБТ структуравий схемасини қуриш жараёнида элементар бўғинлар қандай рол ўйнайди?
4. АБТ бўғинлари уланишининг типик схемаларини кўрсатинг.
5. Кетма-кет уланган бўғинлар занжирини битта бўғин билан қандай алмаштириш мумкин?
6. Параллел уланган бўғинлар занжирини битта бўғин билан қандай алмаштириш мумкин?
7. Тескари боғланишга эга бўғинни қандай бўғин билан алмаштириш мумкин?
8. Тескари боғланиш занжири деб нимага айтилади?
9. Қандай тизимга бир контурли ёпик АБТ дейилади?
10. АБТнинг тўғри занжири деб нимага айтилади?
11. АБТнинг узилган занжири деб нимага айтилади?
12. Бир контурли АБТнинг узатиш функцияси қандай ҳисобланади?
13. Сигнал узатилиш йўналиши ва унга қарама-қарши йўналишда сумматор бўғин орқали қандай кўчирилади?
14. Сигнал узатилиш йўналиши ва унга қарама-қарши йўналишда тугун бўғин орқали қандай кўчирилади?
15. Сигнал узатилиш йўналиши ва унга қарама-қарши йўналишда тугун тугун орқали қандай кўчирилади?
16. Сигнал узатилиш йўналиши ва унга қарама-қарши йўналишда сумматор сумматор орқали қандай кўчирилади?
17. Сигнал узатилиш йўналиши ва унга қарама-қарши йўналишда тугун сумматор орқали ва сумматор тугун орқали қандай кўчирилади?
18. Структуравий схемаларда эквивалент бўлмаган қисмлар нима ва улар қандай ажратиб кўрсатилади?
19. Қачон кўп контурли тизим ўзаро кесишувчи боғланишларга эга дейилади?
20. Кўп контурли АБТ узатиш функциясини ҳисоблаш учун қандай иш тутиш лозим?

АВТОМАТИК БОШҚАРУВ ТИЗИМИНИНГ ВАҚТ ВА ЧАСТОТАЛИ ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ

Режа:

1. АБТ вақт характеристикалари тушунчаси.
2. АБТ частотали характеристикалари тушунчаси.
3. Узилган бир контурли АБТларнинг частотали характеристикалари.

Таянч иборалар: *динамик хоссалар, типик кириш таъсирлари, суперпозиция тамойили, погонасимон таъсир, импульсли таъсир, гармоник таъсир, ўтиш функцияси, ўтиш характеристикаси, импульсли ўтиш функцияси, импульсли ўтиш характеристикаси, вақт характеристикалари, Хевисайд, формуласи, дельта функция, Лаплас алмаштириши, частотали тахлил, частотали характеристикалар, частотали узатиш функцияси, годограф, амплитуда-фазавий частотали характеристика (АФЧХ), ҳақиқий частотали характеристика(ҲЧХ), мавҳум частотали характеристика(МЧХ), амплитудавий частотали характеристика(АЧХ), фазавий частотали характеристика(ФЧХ), логарифмик частотали характеристика(ЛЧХ), узилган бир контурли АБТ.*

1. АБТ вақт характеристикалари тушунчаси.

Тизимнинг ва алоҳида бўғинларнинг динамик хоссаларини баҳолаш учун уларнинг реал кўзғалишлардаги ўзига хос хусусиятларини тўлароқ акс эттирувчи *типик кириш таъсирларига* бўлган реакцияси тадқиқ этилади. Бу нарса, биринчидан тизим алоҳида элементларини бир-бири билан уларнинг динамик хоссалари нуқтаи назаридан таққослаш имконини беради. Иккинчидан, тизимнинг типик таъсирларга реакциясини билган ҳолда, у кириш миқдорининг мураккаб ўзгаришларида ўзини қандай тутиши тўғрисида хулоса қилиш мумкин бўлади. Чизиқли тизимнинг алоҳида типик таъсирларга реакциясини тадқиқ этиб, унинг динамик хоссаларини суперпозиция тамойили асосида олиш мумкин.

Чизиқли тизимлар учун суперпозиция тамойили қуйидагича айтилади: *тизимнинг бир вақтда таъсир этувчи бир неча кириш таъсирларига кўрсатадиган реакцияси ҳар бир кириш таъсирига кўрсатиладиган алоҳида реакцияларнинг йиғиндисига тенгдир.*

Энг кўп тарқалган типик кириш таъсирлари қуйидагилардир: *погонасимон, импульсли ва гармоник таъсирлар*. Мураккаб шаклга эга бўлган ихтиёрий $u(t)$ кириш сигналини типик $u_i(t)$ сигналлар йиғиндиси кўринишда тасвирлаш мумкин ва тизимнинг ҳар бир алоҳида ташкил этувчи кириш сигналларига реакциясини тадқиқ этиб, кейин суперпозиция тамойилидан фойдаланиб, чиқиш миқдорининг натижавий $y(t)$ ўзгаришини ташкил этувчи $y_i(t)$ чиқиш сигналларининг йиғиндиси сифатида олиш мумкин.

Автоматик бошқариш назариясида поғонасимон таъсир деб аталувчи қуйидаги кўринишдаги

$$l(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \geq 0; \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

функция айниқса муҳим аҳамиятга эга.

Тизимнинг(бўғиннинг) *ўтиш функцияси* деб шундай функцияга айтиладики, бу функция тизим(бўғин) киришига поғонасимон бирлик таъсир берилганда унинг чиқиш миқдорининг нолга тенг бошланғич шартларда ўзгаришини ифодалайди. Одатда ўтиш функциясини $h(t)$ деб белгилайдилар. Шундай қилиб, $h(t)$ ўтиш функцияси тизимнинг(бўғиннинг) нолга тенг бошланғич шартларда поғонасимон бирлик таъсирга кўрсатадиган реакциясини ифодаловчи функциядир.

Ўтиш функциясининг графигини – $h(t)$ функциясининг t вақтдан боғлиқлик чизигини *ўтиш характеристикаси* деб атайдилар.

Тизимнинг(бўғиннинг) *импульсли ўтиш функцияси* деб унинг импульсли бирлик таъсирга нолга тенг бошланғич шартларда кўрсатадиган реакциясини ифодаловчи функцияга айтилади. Импульсли ўтиш функциясини $\omega(t)$ деб белгилайдилар. Импульсли ўтиш функциясининг графигини *импульсли ўтиш характеристикаси* деб атайдилар.

Ўтиш ва импульсли ўтиш характеристикаларига *вақт характеристикалари* дейилади. Улардан ҳар бири тизим ва унинг ихтиёрий бўғинини нолга тенг бошланғич шартларда тўлиқ тавсифлайди. Бу характеристикалар бўйича чиқиш миқдорини ихтиёрий кириш таъсирида бир қийматли аниқлаш мумкин.

$W(p) = K(p)/D(p)$ узатиш функциясини билган ҳолда ўтиш функцияси учун ифодани қуйидаги *Хевисайд формуласидан* топиш мумкин:

$$h(t) = \frac{K(0)}{D(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{K(p_i)e^{p_i t}}{p_i D'(p_i)},$$

бу ерда $p_i - D(p) = 0$ характеристик тенгламанинг илдизларидир.

Импульсли ўтиш функцияси таърифида бирлик импульс тушунчасидан фойдаланилди. Бирлик импульсни физик нуқтаи назардан бирлик юзани чегараловчи жуда тор импульс деб тасаввур қилиш мумкин. У математик кўринишда дельта функция деб аталувчи умумлашган $\delta(t)$ функция билан ифодаланади. Шуни таъкидлаймизки, умумлашган функциялар назариясида қўлланиладиган барча функциялар ихтиёрий тартибли ҳосилаларга эга бўладилар. Жумладан, бирлик функциянинг ҳосиласи мавжуд ва бу ҳосила дельта функцияга тенгдир: $l'(t) = \delta(t)$. Дельта-функция ҳам ихтиёрий тартибли ҳосилаларга эга.

Дельта-функция ва унинг ҳосилаларининг аниқланишини қараймиз. Дельта-функция шундай функцияки, у қуйидаги хоссаларга эга:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta(t) dt = 1; \quad (1)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \varphi(t) dt = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta(t) \varphi(t) dt = \varphi(0), \quad (2)$$

бу ерда ε – ихтиёрий мусбат сон, $\varphi(t)$ – m -чи ҳосиллага эга бўлган одатдаги функция.

Дельта-функциянинг ҳосилаларини қуйидаги муносабатларга кўра аниқлаш мумкин:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \dot{\delta}(t) \varphi(t) dt = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \dot{\delta}(t) \varphi(t) dt = -\varphi'(0), \quad (3)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta^{(m)}(t) \varphi(t) dt = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta^{(m)}(t) \varphi(t) dt = (-1)^m \varphi^{(m)}(0), \quad (4)$$

бу ерда $\delta^{(m)}(t)$ – дельта- функциянинг вақт бўйича m -чи ҳосиласи.

Дельта-функция ва унинг ҳосилаларининг Лаплас бўйича тасвирларини топамиз. Бунинг учун Лаплас алмаштиришини қуйидаги

$$X(s) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{-\varepsilon}^{\infty} x(t) e^{-st} dt$$

лимитик муносабат сифатида қараймиз.

(1)-(4) муносабатлардан фойдаланиб,

$$L\{\delta(t)\} = 1, L\{\dot{\delta}(t)\} = s, L\{\delta^{(m)}(t)\} = s^m \quad (5)$$

тенгликларнинг ўринли эканлигини кўриш қийин эмас.

Ўзгармас коэффициентли чизикли дифференциал тенгламанинг умумий кўринишини қараймиз:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) u. \quad (6)$$

Лаплас тасвирларида бу тенглама

$$Y(s) = W(s) U(s), \quad (7)$$

кўринишини олади, бу ерда $W(s) = (b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m) / (a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n)$ – узатиш функциясидир.

(5) муносабатлардан фойдаланиб, осонгина текшириш мумкинки, (7) тенглама $u=l(t)$ ёки $u=\delta(t)$ бўлган ҳолда ҳам ўринлидир.

Импульсли ўтиш функцияси таърифига кўра кириш таъсири $u=\delta(t)$ бўлганда чиқиш ўзгарувчиси $y(t)=\omega(t)$ бўлади. $L\{\delta(t)\}=1$ бўлгани учун бу ҳолда (7) тенгламани

$$L\{\omega(t)\} = W(s) \quad (8)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Шундай қилиб, узатиш функцияси импульсли ўтиш функциясининг Лаплас бўйича тасвирига тенгдир. Бу айтилганлардан

$$\omega(t) = L^{-1}\{W(s)\}. \quad (9)$$

келиб чиқади. Охирги формулани импульсли ўтиш функцияларини ҳисоблашда қўллаш мумкин.

Энди импульсли ўтиш функцияси ва ўтиш функцияси орасидаги боғланишни кўрсатамиз. $L\{l(t)\}=1/s$ бўлгани учун (7) тенглама $u=l(t)$ бўлганда

$$L\{h(t)\} = W(s) \frac{1}{s}$$

кўринишни олади. Бу формулани (8) формула билан таққослаб, $sL\{h(t)\} = L(\omega(t))$ эканлигини кўриш қийин эмас. Нолга тенг бошланғич шартларда тасвирни s га кўпайтиришга оригинални дифференциаллаш мос келгани учун охириги тенгликдан $\omega(t) = h'(t)$ эканлигини топамиз.

Шундай қилиб, ўтиш функциясидан ҳосила олиб, импульсли ўтиш функцияси учун ифодага эга бўламиз.

Импульсли ўтиш функцияси ва ўтиш функцияси худди узатиш функцияси каби тизимни(бўғинни) нолга тенг бошланғич шартларда тўлиқ тавсифлайдилар. Улардан фойдаланиб, ихтиёрий кириш таъсири берилганда, чиқиш миқдорини бир қийматли топиш мумкин. Ҳақиқатан ҳам (7) тенгламага асосланиб ва ўрама ҳақидаги теоремани(Лаплас алмаштиришининг 5-хоссаси) қўллаб, қуйидагини ёзишимиз мумкин:

$$x(t) = \int_0^t \omega(t-\tau)u(\tau)d\tau = \int_0^t \omega(\tau)u(t-\tau)d\tau.$$

Бу формула, худди (7) тенгламадек, фақат нолга тенг бошланғич шартлардагина ўринлидир.

2. АБТ частотали характеристикалари тушунчаси.

АБТ частотали характеристикаларини ўрганишга ўтишдан олдин комплекс соннинг модули ва аргументи учун формулаларни эсга келтирамиз. Фараз қилайлик, берилган комплекс сон бошқа комплекс сонларнинг иккита кўпайтмасининг нисбати каби тасвирланган бўлсин:

$$z = \frac{\prod_{i=1}^m z_i}{\prod_{k=1}^n z'_k}.$$

Маълумки, $z_i = |z_i|e^{j \arg z_i}$, $z'_k = |z'_k|e^{j \arg z'_k}$, бу ерда j – мавҳум бирлик($j^2 = -1$). Шунинг ҳисобга олиб, берилган z комплекс сон модули ва аргументи учун қуйидагиларга эга бўламиз:

$$|z| = \frac{\prod_{i=1}^m |z_i|}{\prod_{k=1}^n |z'_k|}, \quad \arg z = \sum_{i=1}^m \arg z_i - \sum_{k=1}^n \arg z'_k.$$

Шундай қилиб, *комплекс сонлар модуллари ва аргументлари учун қуйидаги қоида ўринлидир*: комплекс сонлар кўпайтмаларининг нисбати кўринишда берилган комплекс соннинг модули суратдаги кўпайтувчилар модуллари кўпайтмасининг махраждаги кўпайтувчилар модуллари кўпайтмаси нисбатига тенгдир; қаралаётган комплекс соннинг аргументи эса суратдаги кўпайтувчилар аргументлари йиғиндисининг махраждаги кўпайтувчилар аргументлари йиғиндисининг айирмасига тенг бўлади.

Чизиқли стационар тизимларни(бўғинларни) ифодалашда *частотали характеристикалар*(ЧХ) муҳим аҳамиятга эга. Улар тизимнинг(бўғиннинг) киришига гармоник таъсир берилгандаги тизим(бўғин) мажбурий ҳаракати қаралганда ҳосил бўлади. Тизим динамик хоссаларини тадқиқ этиш мақсадида унинг частотали характеристикаларини таҳлил этишга *частотали таҳлил* дейилади.

ЧХ тизимни тўлиқ тавсифловчи характеристикалар ҳисобланади. Тизимнинг ЧХларни билган ҳолда унинг узатиш функциясини тиклаш ва параметрларини аниқлаш мумкин бўлади.

Чизиқли тизимлар учун ўринли бўлган суперпозиция тамойили фақат битта киришга эга тизимларни ўрганиш билан чекланиш имконини беради.

Умумий ҳолда битта киришга эга чизиқли стационар тизимни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) u, \quad (10)$$

бу ерда $p = \frac{d}{dt}$ – дифференциаллаш операторидир. Таърифга кўра унинг узатиш функцияси

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}. \quad (11)$$

кўринишда бўлади. (11) узатиш функциясида $p = j\omega$ деб олганда ҳосил бўладиган

$$W(j\omega) = \frac{b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_n}, \quad (12)$$

функцияга *частотали узатиш функцияси* дейилади. Частотали узатиш функцияси частота деб аталувчи ω ҳақиқий ўзгарувчидан боғлиқ комплекс қийматли функциядир.

$W(j\omega)$ функцияни

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \quad (13)$$

кўринишда тасвирлаш мумкин, бу ерда

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}, \quad \varphi(\omega) = \arg W(j\omega). \quad (14)$$

Агар $|\arg W(j\omega)| \leq \pi/2$ бўлса,

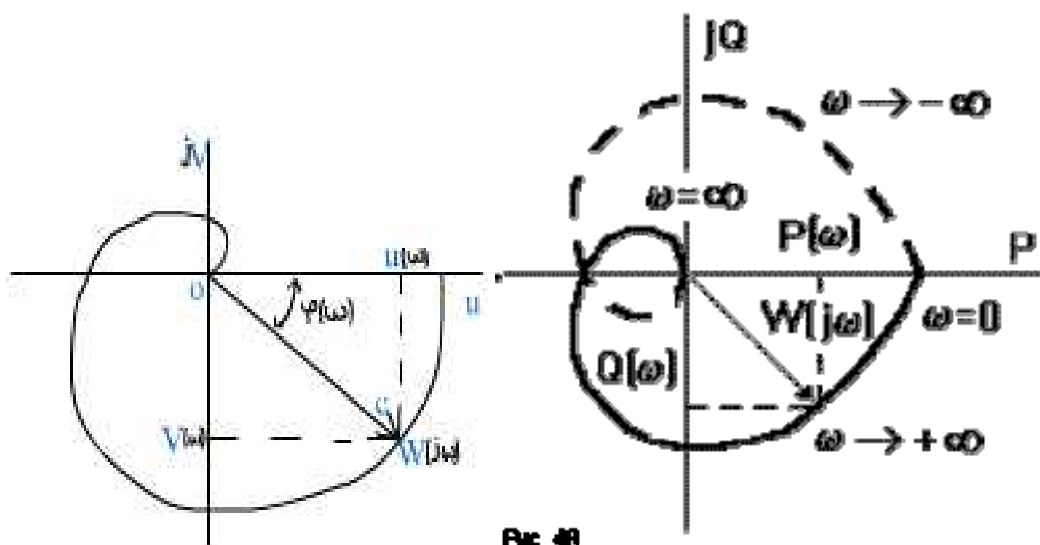
$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{V(\omega)}{U(\omega)}. \quad (15)$$

бўлади.

Комплекс текисликда частотали узатиш функцияси шундай *ОС* векторни аниқлайдики, унинг узунлиги $A(\omega)$ га, шу вектор билан ҳақиқий мусбат ярим ўқ орасидаги бурчак эса $\varphi(\omega)$ га тенг(1-расм). Частота 0 дан ∞ гача (баъзан $-\infty$ дан ∞ гача) ўзгарганда бу *ОС* векторнинг учи чизадиган чизикга $W(j\omega)$ *векторнинг годографи*, ёки *амплитуда-фазавий частотали характеристика (АФЧХ)* (1-расм) дейилади. АФЧХ нинг ω частота - ∞ дан 0 гача ўзгарганда ҳосил бўлалиган тармоғини бу чизикни мусбат ўқга нисбатан акс эттириш ёрдамида ҳосил қилиш мумкин

Частотали узатиш функциясини *амплитуда-фазавий частотали функция* деб ҳам атаймиз. Унинг ҳақиқий қисми $U(\omega) = \operatorname{Re} W(j\omega)$ ва мавҳум қисми

$V(\omega) = \text{Im } W(j\omega)$ мос равишда ҳақиқий ва мавҳум частотали функция деб аталади. Ҳақиқий частотали функциянинг графигига ҳақиқий частотали характеристика(ХЧХ), мавҳум частотали функциянинг графигига эса мавҳум частотали характеристика(МЧХ) дейилади.



1-расм

$A(\omega) = |W(j\omega)|$ модулга амплитудавий частотали функция, унинг графигига амплитудавий частотали характеристика дейилади.

$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$ аргументга фазавий частотали функция, унинг графигига фазавий частотали характеристика дейилади.

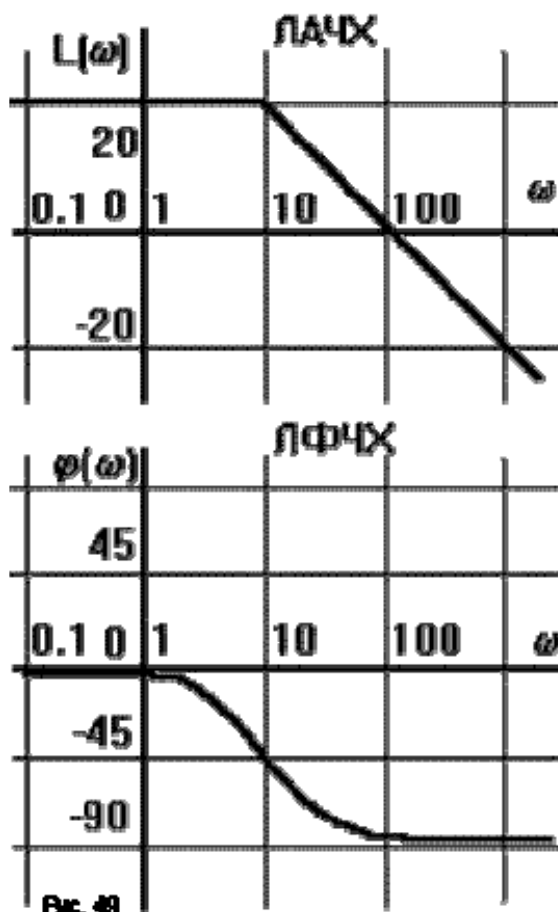
Юқорида санаб ўтилган частотали характеристикалардан ташқари автоматик бошқариш назариясида яна логарифмик частотали характеристика(ЛЧХ), логарифмик амплитудавий частотали характеристика(ЛАЧХ) ва логарифмик фазавий частотали характеристика(ЛФЧХ) ҳам кенг қўлланилади.

$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)|$ функцияга логарифмик амплитудавий частотали функция дейилади. Логарифмик амплитудавий частотали функция $L(\omega)$ нинг частота логарифми $\lg \omega$ дан боғлиқлик графиги логарифмик амплитудавий частотали характеристика(ЛАЧХ) деб аталади. ЛАЧХни қуришда абсцисса ўқи бўйлаб логарифмик масштабда частоталар қўйилади. Бунда $\lg \omega$ га мос келувчи нуқтага $\lg \omega$ эмас, балки ω нинг ўзининг қиймати ёзилади. Ордината ўқи бўйлаб эса $L(\omega)$ қийматлари қўйилади(2-расм).

Логарифмик фазавий частотали характеристика(ЛФЧХ) деб фазавий частотали функция $\varphi(\omega)$ нинг частота логарифми $\lg \omega$ дан боғлиқлик графигига айтилади. ЛФЧХни қуришда, худди ЛАЧХни қуришдагидек, абсцисса ўқи бўйлаб логарифмик масштабда частоталар қўйилади, яъни $\lg \omega$ га мос келувчи нуқтага $\lg \omega$ эмас, балки ω нинг ўзининг қиймати ёзилади. $\varphi(\omega)$ миқдор эса ордината ўқи бўйлаб градуслар ёки радианларда қўйилади. Элементар бўғинлар учун унинг қийматлари $-\pi \leq \varphi \leq +\pi$ муносабатни қаноатлантиради(2-расм).

Ўзгарувчи $L(\omega)$ миқдорнинг бирлиги *децибел*(дБ), частота логарифминининг ЛЧХ даги бирлиги эса *декада* ҳисобланади. Сигнал даражасининг 10 дБ га ўзгаришига унинг қувватининг 10 баробар ўзгариши мос келади.

Декада деб шундай интервалга айтиладики, унда частота 10 бараварга ўзгаради. Частота 10 бараварга ўзгарганда у бир декадага ўзгарди дейилади. ЛЧХни қуришда ордината ўқини $\omega=0$ нуқтадан эмас, балки ихтиёрий нуқтадан ўтказилади. $\omega=0$ частотага чексиз узоқлашган нуқта мос келади, чунки $\lg \omega \rightarrow -\infty, \omega \rightarrow 0$.



2-расм

Частотали характеристикалар қандай физик маънога эга ва уларни экспериментал равишда қандай қуриш мумкин эканлигини қараймиз. Тизим киришига гармоник таъсир, масалан

$$u = u_m \cos \omega t \quad (16)$$

берилганда, унинг мажбурий ҳаракатининг математик ифодасини топамиз.

Бунинг учун (10) тенгламанинг ўнг тарафига (16) ифодани қўйиб, бу тенгламани ечамиз. Дифференциал тенгламалар назариясидан яхши маълумки, изланаётган умумий ечим

$$y(t) = y_s(t) + y_m(t), \quad (17)$$

қўринишда бўлади, бу ерда y_s – бир жинсли тенгламанинг умумий ечими, y_m – бир жинслимас тенгламанинг хусусий ечими.

$y_c(t)$ ташкил этувчи эркин ҳаракатни (ўтиш жараёни) аниқлайди. Турғун тизимларда вақт ўтиши билан бу ҳаракат сўнади: $y_c(t) \rightarrow 0, t \rightarrow 0$. Мажбурий ҳаракат хусусий ечим $y_m(t)$ билан ифодаланади. Уни топиш учун (16) кириш таъсирини Эйлер формуласи ёрдамида

$$u = u_m \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} = u_1 + u_2,$$

кўринишда ёзамиз, бу ерда

$$u_1 = \frac{u_m}{2} e^{j\omega t}, \quad u_2 = \frac{u_m}{2} e^{-j\omega t}. \quad (18)$$

Суперпозиция тамойилини қўллаб, (10) тенглама ечимини $y = y_1 + y_2$ кўринишда тасвирлаш мумкин, бу ерда y_1 тенгламанинг $u = u_1$ бўлгандаги ечими, y_2 эса тенгламанинг $u = u_2$ бўлгандаги ечимидир. Бу ечимларнинг ҳар бирини алоҳида топамиз. u_1 учун ифодани (10) тенглама ўнг тарафига u ўрнига қўямиз. Дифференциаллаш оператори $p = \frac{d}{dt}$ учун

$$\left. \begin{aligned} pu_1 &= \frac{u_m}{2} p e^{j\omega t} = \frac{u_m}{2} (j\omega) e^{j\omega t} = (j\omega) u_1, \\ p^2 u_1 &= p(pu_1) = p(j\omega u_1) = (j\omega)^2 u_1, \dots, \\ p^m u_1 &= (j\omega)^m u_1 \end{aligned} \right\}, \quad (19)$$

бўлганлигидан (10) тенглама

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y_1 = [b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + \dots + b_m] u_1. \quad (20)$$

кўринишга келади.

Охирги тенгламанинг хусусий ечимини

$$y_1 = A_1 u_1 = A_1 \frac{u_m}{2} e^{j\omega t}, \quad (21)$$

кўринишда излаймиз, бу ерда A_1 миқдор вақтдан боғлиқ эмас. Бу ифодани (20) га қўйиб,

$$[a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_n] A_1 u_1 = [b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + \dots + b_m] u_1,$$

тенгликка эга бўламиз. Бундан

$$A_1 = \frac{b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_n}.$$

эканлигини топамиз. Равшанки, бу ифода қаралаётган тизимнинг (12) кўринишдаги частотали узатиш функцияси билан устма уст тушади, яъни $A_1 = W(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$. Бу ифодани (21) формулага қўйиб,

$$y_1 = A(\omega) \frac{u_m}{2} e^{j[\omega t + \varphi(\omega)]}. \quad (22)$$

формулани ҳосил қиламиз.

Энди дастлабки тенгламада u ўрнига u_2 нинг (18) даги ифодасини қўйиб, бунга мос хусусий y_2 ечимни топамиз.

$$pu_2 = \frac{u_m}{2} p e^{-j\omega t} = (-j\omega) \frac{u_m}{2} e^{-j\omega t} = (-j\omega) u_2,$$

$$p^2 u_2 = p(pu_2) = (j\omega)^2 u_2, \dots, p^m u_2 = (-j\omega)^m u_2,$$

бўлгани учун (10) тенглама бу ҳолда

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) u_2 = [b_0 (-j\omega)^n + b_1 (-j\omega)^{n-1} + \dots + b_n] u_2.$$

кўринишга келади. Ҳосил бўлган тенгламанинг хусусий ечимини

$$y_2 = A_2 u_2 = A_2 \frac{u_m}{2} e^{-j\omega t}.$$

кўринишда излаймиз. y_1 хусусий ечимни топгандагига ўхшаш ишларни бажариб, қуйидагиларга эга бўламиз:

$$A_2 = W(-j\omega) = A(\omega) e^{-j\varphi(\omega)}, \quad y_2 = A(\omega) \frac{u_m}{2} e^{-j[\omega t + \varphi(\omega)]}. \quad (23)$$

y_1 и y_2 учун (22) ва (23) ифодаларни қўшиб, мажбурий ҳаракат учун математик ифодани топамиз:

$$y = y_1 + y_2 = A(\omega) u_m \cos[\omega t + \varphi(\omega)]. \quad (24)$$

Шундай қилиб, *турғун тизимларда гармоник таъсир берилганда, ўтиш жараёнидан кейин чиқиш миқдори ҳам гармоник қонун бўйича ўзгаради, аммо бунда амплитуда ва фаза бошқача бўлади. Бу ҳолда чиқиш ва кириш миқдорларининг амплитудалари нисбати частотали узатиш функциясининг модулига, фазадаги силжиш эса шу функциянинг аргументига тенг. Демак, амплитудавий частотали характеристика чиқиш миқдорининг кириш миқдорига нисбатан амплитудалар нисбатининг ўзгаришини, фазавий частотали характеристика эса – фаза силжишини кўрсатади. Бунда амплитудалар нисбатининг ўзгариши ва фаза силжиши гармоник кириш таъсирининг частотасига боғлиқ ҳолда қаралади.*

Частотали характеристикаларнинг келтирилган физик талқинидан уларни экспериментал равишда қандай қуриш мумкинлиги кўринади. Частотали характеристикаларни экспериментал қуриш учун махсус аппаратуралар мавжуд. Бу аппаратуралар таркибига созланувчи частотали гармоник тебранишлар генератори ҳамда теранишларнинг амплитуда ва фазасини ўлчашга мўлжалланган қурилмалар киради.

3. Узилган бир контурли АБТларнинг частотали характеристикалари.

АБТларни тадқиқ этиш ва лойиҳалашда узилган тизимларнинг АФЧХ, ЛАЧХ ва ЛФЧХлари кенг қўлланилади. Бунини шу билан асослаш мумкинки, узилган АБТларни экспериментал тадқиқ этиш ёпиқ АБТларни тадқиқ этишга қараганда соддарокдир. Бундан ташқари узилган АБТларни тадқиқ этиш натижаларига кўра ёпиқ АБТларнинг ҳолати тўғрисида тўлиқ ахборот олиш мумкин.

Ихтиёрий кўп контурли АБТни бир контурли тизим кўринишига келтириш мумкин. *Узилган бир контурли АБТ* кетма-кет уланган динамик

бўғинларнинг занжиридан иборат бўлади. Узилган АБТнинг узатиш функциясини билган ҳолда унинг ЧХни қуриш мумкин. Аксинча, узилган АБТнинг тажриба йўли билан топилган ЧХни билган ҳолда унинг узатиш функциясини аниқлаш мумкин.

Узилган бир контурли тизимнинг узатиш функцияси алоҳида бўғинлар узатиш функцияларининг кўпайтмасига тенг:

$$W(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p).$$

Бу ифодада p ни $j\omega$ га алмаштириб, узилган бир контурли АБТнинг АФЧХсига эга бўламиз:

$$W(j\omega) = \prod_{i=1}^n W_i(j\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega) e^{j\varphi_i(\omega)}.$$

Демак, узилган бир контурли тизимнинг АЧХси

$$A(\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega)$$

формула билан аниқланади, унинг ЛАЧХ ва ЛФЧХси эса барча бўғинларнинг мос равишда ЛАЧХ ва ЛФЧХлари йиғиндисига тенг:

$$L(\omega) = \sum_{i=1}^n L_i(\omega), \quad \varphi(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega).$$

Шундай қилиб, узилган АБТнинг ЛАЧХ ва ЛФЧХсини унинг бўғинлари ЛАЧХ ва ЛФЧХларини график равишда қўшиш йўли билан қуриш мумкин. Бунда асимптотик ЛАЧХни қуриш билан чекланадилар.

ЛАЧХ ва ЛФЧХни қуриш учун қуйидаги тартибда иш тутиш мумкин:

1) дастлаб мураккаб узатиш функциясини элементар бўғинлар узатиш функциялари кўпайтмаси кўринишда тасвирланади;

2) алоҳида бўғинларнинг туташувчи частоталари ҳисобланади ва ҳар бир элементар бўғиннинг асимптотик ЛАЧХ ва ЛФЧХлари қурилади;

3) бўғинлар ЛАЧХ ва ЛФЧХларини график равишда қўшиб, натижавий ЧХ қурилади.

Қуйидаги мисолни қараймиз. Фараз қилайлик, узилган тизимнинг узатиш функцияси қуйидагича бўлсин:

$$W(p) = \frac{100(p+1)}{p(0,1p+1)} = W_1 W_2 W_3 W_4.$$

Ушбу узатиш функциясини элементар бўғинларнинг узатиш функциялари кўпайтмаси сифатида тасвирлаймиз:

1) инерциясиз бўғин:

$$W_1 = K_1 = 100 \Rightarrow L(\omega) = 20 \lg 100 = 40;$$

2) кучайтирувчи бўғин:

$$W_2 = p + 1;$$

унинг параметрлари:

$$K_2 = 1, T_2 = 1, \omega_2 = 1/T_2 = 1;$$

3) интегралловчи бўғин:

$$W_3 = 1/p;$$

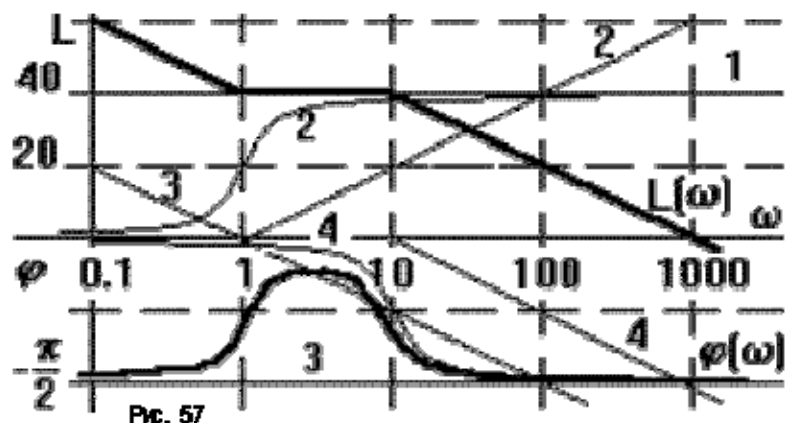
унинг ЛАЧХси $\omega = 1$ частотада $L = 0$ нуқтадан ўтади;

4) даврий бўлмаган бўғин:

$$W_4 = 1/(0,1p + 1);$$

унинг параметрлари: $K_4 = 1$, $T_4 = 0,1$, $\omega_4 = 1/T_4 = 10$.

ЛАЧХ ва ЛФЧХларни қуриш тартиби 3-расмда кўрсатилган.



3-расм

Баъзан тескари масалани ечишга тўғри келади, яъни маълум ЛАЧХга кўра узатиш функциясини топиш талаб этилади. Бу ҳолда узатиш функциясини топиш қуйидаги тартибда бажарилади:

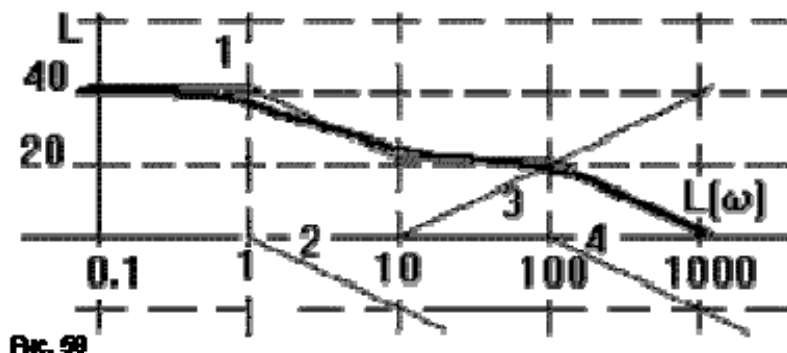
1) маълум ЛАЧХ асимптотик кўринишда тасвирланади; бунинг учун узлуксиз чизик горизонтал ёки қиялиги ± 20 дБ/дек га қарали бўлган тўғри чизик кесмаси билан алмаштирилади;

2) асимптотик ЛАЧХ элементар бўғинларнинг ЛАЧХларига ажратилади;

3) ҳар бир ҳосил қилинган ЛАЧХ учун k ва $\omega_1 = 1/T$ аниқланади ва элементар бўғин узатиш функцияси ёзилади;

4) элементар бўғинларнинг узатиш функцияларини кўпайтириб қаралаётган АБТ узатиш функциясини топамиз.

Келтирилган ишлар тартиби 4-расмда ўз ифодасини топган.



4-расм

Бу ерда натижавий ЛАЧХ тўртта типик бўғинлар – узатиш функцияси $W_1 = 100$ кўринишдаги пропорционал, узатиш функцияси $W_2 = 1/(p + 1)$ кўринишдаги даврий бўлмаган, узатиш функцияси $W_3 = 0,1p + 1$ кўринишдаги кучайтирувчи ва узатиш функцияси $W_4 = 1/(0,01p + 1)$ кўринишдаги даврий бўлмаган бўғинлар ЛАЧХларининг йиғиндиси сифатида тасвирланиши мумкин.

Шундай қилиб, узилган АБТнинг узатиш функцияси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$W_p = \frac{100(0,1p + 1)}{(p + 1)(0,01p + 1)}.$$

Мураккаброқ ҳолларда ЛАЧХ қиялиги қаралаётган ораликнинг баъзи қисмларида ± 20 дБ/дек. дан ошади. У вақтда K и T параметрлардан ташқари яна демпфирлаш коэффициентларини ҳам аниқлашга тўғри келади.

Узилган АБТнинг узатиш функциясини билган ҳолда унинг динамика тенгламасини куриш мумкин. Қаралаётган мисол учун бу иш қуйидагича бажарилади:

$$y(t) = W_p u(t) = \frac{100(0,1p + 1)}{(p + 1)(0,01p + 1)} u(t) \Rightarrow (p + 1)(0,01p + 1)y(t) = 100(0,1p + 1)u(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (0,01p^2 + 1,01p + 1)y(t) = (10p + 100)u(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,01 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 1,01 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 10 \frac{du(t)}{dt} + 100u(t).$$

Шундай қилиб, реал АБТ ва унинг бўғинларининг динамика тенгламасини назарий жиҳатдан топиш қийин бўлганда, юқоридагидек иш юритиб, экспериментал равишда изланган тенгламани аниқлаш мумкин бўлади. Берилган реал узилган АБТнинг частотали характеристикаларини олиш учун унинг киришига частотаси ўзгарувчи гармоник сигнал берилади ва чиқиш сигнали амплитуда ҳамда фазасининг частотадан боғлиқ ҳолда ўзгариши аниқланади. Олинган характеристикалар бўйича АБТ динамика тенгламаси аниқланади. Шундан сўнг АБТни назарий жиҳатдан тадқиқ этиш мумкин.

Мустақил ишлаш учун саволлар.

1. АБТни ўрганишда типик таъсирларнинг қандай энг кўп тарқалган кўринишлари қўлланилади?
2. Поғонасимон, импульсли ва гармоник таъсирлар қандай аниқланади?
3. Ўтиш функцияси деб нимага айтилади, ўтиш характеристикаси нима?
4. Қандай функцияга импульсли ўтиш функцияси дейилади?
5. Импульсли ўтиш характеристикаси деб нимага айтилади?
6. Дельта функция ва унинг ҳосилалари қандай аниқланади?

7. Лаплас алмаштиришидан фойдаланиб, ўтиш ва импульсли ўтиш функциялари орасидаги боғланишни кўрсатувчи формулани қандай ҳосил қилиш мумкин?
8. АБТнинг вақт характеристикалари деб нимага айтилади?
9. АБТнинг частотали характеристикалари нима?
10. Частотали характеристикаларни тажриба йўли билан қандай олиш мумкин?
11. Бўғиннинг маълум узатиш функциясига кўра частотали характеристикаларни назарий йўл билан қандай олиш мумкин?
12. АФЧХ, ХЧХ ва МЧХлар нима?
13. АЧХ ва ФЧХлар қандай аниқланади?
14. ЛАЧХ ва ЛФЧХлар қандай маънога эга?
15. АФЧХнинг годографи қандай қурилади?
16. Узилган бир контурли АБТ нима?
17. Узатиш функцияси $W(p) = \frac{10(p+1)}{(0,01p^2 + 0,1p + 1)(10p + 1)}$ бўлган узилган бир контурли АБТнинг ЛАЧХ ва ЛФЧХсини қуриш.
18. Узатиш функцияси $W(p) = \frac{0,1}{p(0,01p^2 + 0,1p + 1)}$ бўлган узилган бир контурли АБТнинг ЛАЧХ ва ЛФЧХсини қуриш.
19. Агар кучайиш коэффиценти 10 бараварга орттирилса, узилган бир контурли АБТнинг ЛАЧХ ва ЛФЧХси қандай ўзгаради?
20. Агар реал бўғин динамикасининг механизми номаълум, аммо кириш таъсирини қандай бериш ва чиқиш миқдорини қандай ўлчаш маълум бўлса, бўғин динамика тенгламасини қандай аниқлаш мумкин?

**ЭЛЕМЕНТАР БЎҒИНЛАРНИНГ АСОСИЙ
ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ. СОЗЛАШ ҚОНУНЛАРИ.
БОШҚАРИШ АЛГОРИТМЛАРИ. БОШҚАРИШНИНГ ТИПИК
ҚОНУНЛАРИ. РАКАМЛИ БОШҚАРИШ ҚОНУНЛАРИ.**

Режа:

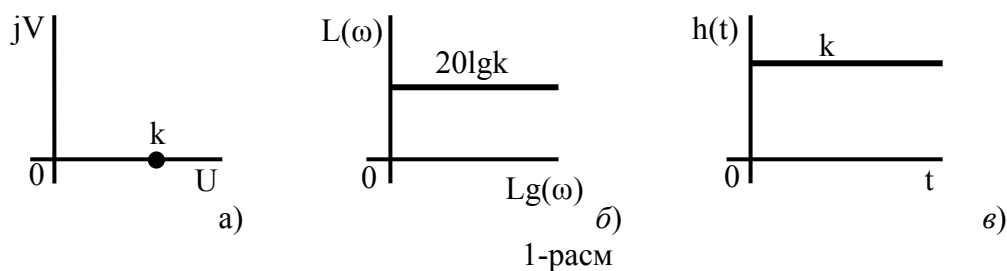
1. Пропорционал бўғин.
2. Интегралловчи бўғин.
3. Дифференциалловчи бўғин.
4. Даврий бўлмаган бўғин.
5. Кучайтирувчи бўғин.
6. Тебранувчи, консерватив ва иккинчи тартибли даврий бўлмаган бўғинлар.
7. Созлаш қонунлари.

Ключевые слова: *пропорционал бўғин, интегралловчи бўғин, дифференциалловчи бўғин, даврий бўлмаган бўғин, инерциали бўғин, кучайтирувчи бўғин, тебранувчи бўғин, консерватив бўғин, иккинчи тартибли даврий бўлмаган бўғин, узатиш функцияси, частотали характеристикалар, вақт характеристикалари, амплитуда-фазавий частотали характеристика, амплитудавий частотали характеристика, фазавий частотали характеристика, логарифмик амплитудавий частотали характеристика, логарифмик фазавий частотали характеристика, туташтирувчи частота, демпфирлаш коэффициенти, созлаш қонуни, пропорционал созлаш қонуни, П-регулятор, пропорционал-дифференциал созлаш қонуни, ПД-регулятор, ПДД-регулятор, И-регулятор, созлашнинг пропорционал-интеграл қонуни, ПИ-регулятор, ПИД-регулятор.*

1. Пропорционал бўғин.

Пропорционал бўғин деб динамикаси $y(t)=ku(t)$ кўринишдаги тенглама ёки $W(p)=k$ кўринишдаги узатиш функцияси билан ифодаланувчи бўғинга айтилади. Ушбу типик бўғиннинг частотали ва вақт характеристикалари қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= k; & U(\omega) &= k, & V(\omega) &= 0; & A(\omega) &= k; \\ \varphi(\omega) &= 0; & L(\omega) &= 20 \lg k; & h(t) &= k l(t); & \omega(t) &= \delta(t). \end{aligned}$$



1-расмда пропорционал бўғиннинг баъзи характеристикалари тасвирланган: амплитуда-фазавий частотали характеристика (1-а расм) ҳақиқий ўқдаги нуқтадан иборат; фазавий частотали характеристика (ва ЛФЧХ) ҳақиқий мусбат ярим ўқ билан устма-уст тушади; логарифмик амплитудавий частотали характеристика (1-б расм) частоталар ўқиға параллел ва $L(\omega) = 20 \lg k$ нуқтадан ўтади; ўтиш характеристикаси (1-в расм) вақт ўқиға параллел ва $h=k$ нуқтадан ўтади.

2. Интегралловчи бўғин.

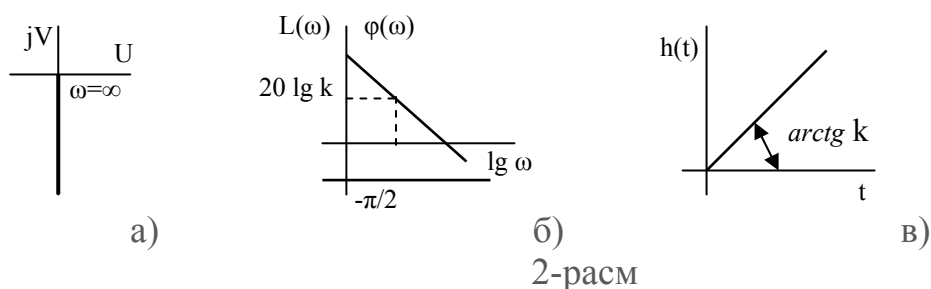
Интегралловчи бўғин деб $py=ki$ (бу ерда $p = \frac{d}{dt}$ – дифференциаллаш оператори) тенглама ёки $W(p)=k/p$ узатиш функцияси билан ифодаланувчи бўғинга айтилади.

Ушбу бўғиннинг частотали узатиш функцияси $W(j\omega)=k/j\omega=-jk/\omega$. Қолган частотали ва вақт характеристикалари қуйидаги кўринишда бўлади:

$$U(\omega)=0; \quad V(\omega)=-k/\omega; \quad A(\omega)=k/\omega; \quad \varphi(\omega)=-\pi/2;$$

$$L(\omega)=20 \lg k - 20 \lg \omega; \quad h(t) = kt; \quad \omega(t)=k.$$

Интегралловчи бўғиннинг амплитуда-фазавий частотали характеристикаси (2-а расм) мавҳум манфий ярим ўқ билан устма уст тушади. Бу бўғиннинг ЛФЧХси (2-б расм) частоталар ўқиға параллел ва $\varphi = -\pi/2$ нуқтадан ўтади; ЛАЧХ (1-б расм) эса координаталари $\omega=1$ ва $L(\omega)=20 \lg k$ бўлган нуқтадан ўтувчи қия тўғри чизикдан иборат. $L(\omega)=20 \lg k - 20 \lg \omega$ тенгликдан кўриниб турибдики, частотани бир декадага орттирилса $L(\omega)$ ордината 20 дБ. га камаяди. Шунинг учун ЛАЧХ қиялиги – 20 дБ/дек.. Ўтиш характеристикаси координата бошидан ўтувчи ва қиялик бурчак коэффициенти k га тенг тўғри чизикдан иборат (2-в расм)

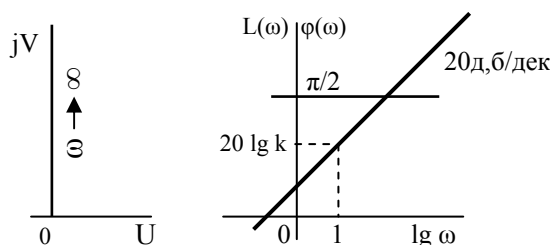


3. Дифференциалловчи бўғин.

Дифференциалловчи бўғин деб $y=k\dot{u}$ тенглама ёки $W(p)=kp$ узатиш функцияси билан ифодаланувчи бўғинга айтилади. Ушбу бўғин учун частотали ва вақт характеристикалари қуйидагича бўлади:

$$W(j\omega)=jk\omega; U(\omega)=0; V(\omega)=k\omega; A(\omega)=k\omega; \\ \varphi(\omega)=\pi/2; L(\omega)=20\lg k + 20\lg\omega; h(t)=\delta(t); \omega(t)=\delta'(t).$$

Бу ҳолда амплитуда-фазавий частотали характеристика (3-а расм) мавҳум мусбат ярим ўқ билан устма-уст тушади. ЛФЧХ (3-б расм) частоталар ўқиға параллел ва $\varphi=\pi/2$ нуқтадан ўтади; ЛАЧХ эса координаталари $\omega=1$ ва $L(\omega) = 20 \lg k$ бўлган нуқтадан ўтувчи ва қиялиги 20 дБ/дек. бўлган тўғри чизиқдан иборат; частотани бир декадага ортирганда $L(\omega)$ миқдор 20 дБ. га ошади.



а)

б)

3-расм

4. Даврий бўлмаган бўғин.

Биринчи тартибли даврий бўлмаган бўғин деб

$$(Tp+1)y=ku \quad (1)$$

тенглама ёки

$$W(p)=k/(Tp+1).$$

узатиш функцияси билан ифодаланувчи бўғинга айтилади.

Бу бўғинни яна *инерцияли бўғин* ёки *биринчи тартибли инерцияли бўғин* деб ҳам атайдилар. Даврий бўлмаган бўғин юқорида қаралган бўғинлардан фарқли равишда иккита параметр – вақт ўзгармаси T ва узатиш коэффициенти k билан тавсифланади.

Қаралаётган бўғиннинг частотали узатиш функцияси

$$W(j\omega)=k/(Tj\omega+1). \quad (2)$$

бўлади. Ушбу касрни махраждаги соннинг комплекс қўшмасига кўпайтириб, қуйидагига эга бўламиз:

$$U(\omega)=k/[(T\omega)^2+1]; \quad V(\omega)=-kT\omega/[(T\omega)^2+1]. \quad (3)$$

Амплитудавий ва фазавий частотали функцияларни комплекс сонлар нисбати учун модулар ва аргументлар қондасидан фойдаланиб, топиш мумкин.

(2) частотали узатиш функцияси суратининг модули k га, махроажининг модули эса $\sqrt{(T\omega)^2 + 1}$ га тенг бўлгани учун қаралаётган бўғин учун амплитудавий частотали функция

$$A(\omega) = k / \sqrt{(T\omega)^2 + 1}. \quad (4)$$

бўлади. Ушбу бўғин учун $W(j\omega)$ частотали функция суратининг аргументи нолга тенг, махражи аргументи $\text{arctg} \omega T$ бўлгани учун фазавий частотали функция $\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = -\text{arctg} \omega T$ бўлади. (4) дан фойдаланиб қуйидагига эга бўламиз:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{(T\omega)^2 + 1}. \quad (5)$$

(1) дифференциал тенгламани $u = I(t)$ ва нолга тенг $y(0) = 0$ бошланғич шартларда ечиб $h(t) = k(1 - e^{-t/T})$ ўтиш функциясини оламиз. Импульсли ўтиш функцияси

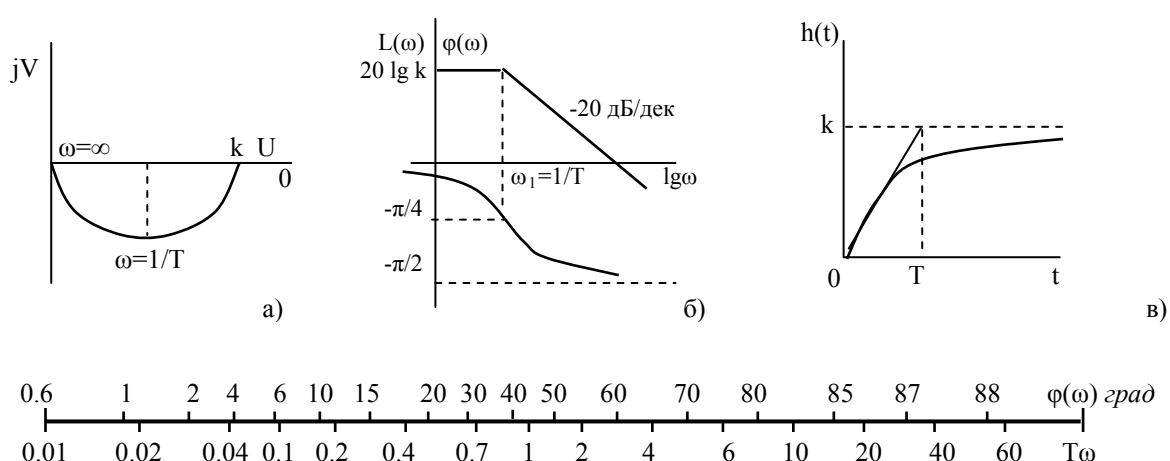
$$\omega(t) = h'(t) = (k/T)e^{-t/T}$$

тенглик билан аниқланади.

Даврий бўлмаган бўғиннинг АФЧХси (3) параметрик тенгламаларидан ω частотани йўқотиб, шунга ишонч ҳосил қилиш қийин эмаски, бу бўғин учун АФЧХ ярим айланадан иборат бўлади (4-а расм).

Логарифмик амплитудавий-частотали характеристика 4-б расмда тасвирланган. Амалиётда одатда асимптотик ЛАЧХни (4-б расмдаги синик чизиқ) қуриш билан чекланадилар. Фақат критик ҳолларда, яъни кичик хатолар натижаларга кучли таъсир этган ҳолларда аниқ ЛАЧХ қаралади. Яна шуни ҳам таъкидлаш лозимки, аниқ ЛАЧХни асимптотик ЛАЧХ бўйича қуриш мумкин. Бунинг учун қуйидаги боғланишдан фойдаланиш керак бўлади (ΔL – асимптотик ва аниқ ЛАЧХлар орасидаги фарқ):

$T\omega \dots$	0.10	0.25	0.40	0.50	1.0	2.0	2.5	4.0	10.0
$\Delta L \dots$	0.04	0.25	0.62	0.96	3.0	0.96	0.62	0.25	0.04



2)

4-расм

Асимптоталар кесишадиган $\omega_1 = 1/T$ частотага *туташтирувчи частота* дейилади. Туташтирувчи частотада аниқ ва асимптотик ЛАЧХлар бир-биридан энг кўп фарқ қиладилар. Бу энг катта фарқ тахминан 3 дБ га тенг.

Асимптотик ЛАЧХ тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$L(\omega) \approx \begin{cases} 20 \lg k & \text{при } \omega < \omega_1, \\ 20 \lg k - 20 \lg T\omega & \text{при } \omega \geq \omega_1. \end{cases}$$

Уни (5) тенгламадан ҳосил қилиш мумкин. Бунинг учун илдиз остидаги ифодада $\omega < \omega_1$ бўлганда биринчи қўшилувчини, $\omega \geq \omega_1$ бўлганда эса иккинчи қўшилувчини ташлаб юбориш керак бўлади. Олинган тенгламага кўра асимптотик ЛАЧХни қуйидагича қуриш мумкин: $L(\omega) = 20 \lg k$ нуқтадан бошлаб $\omega = \omega_1$ частотага мос нуқтагача частота ўқига параллел равишда тўғри чизик ўтказилади; кейин координаталари $\omega = \omega_1$ ва $L(\omega) = 20 \lg k$ бўлган нуқтадан қиялиги -20 дБ/дек. бўлган тўғри чизик ўтказилади. АФЧХ ёки ЛАЧХ бўйича даврий бўлмаган бўғиннинг T ва k параметрларини осонгина аниқлаш мумкин(4-расм).

Логарифмик фазавий частотали характеристика 4-б расмда тасвирланган. Бу характеристика асимптотик равишда $\omega \rightarrow 0$ да нолга ва $\omega \rightarrow \infty$ да $\pi/2$ га интилади. $\omega = \omega_1$ бўлганда фазавий частотали функция $-\pi/4$ га тенг қиймат қабул қилади, яъни $\varphi(\omega_1) = -\pi/4$. Барча даврий бўлмаган бўғинларнинг ЛФЧХси бир хил шаклга эга бўлиб, уни қандайдир бирор характеристикадан, вақт ўзгармаси T дан боғлиқ ҳолда частоталар ўқига параллел равишда ўнгга ёки чапга кўчириш билан ҳосил қилиш мумкин. Шу сабабли даврий бўлмаган бўғиннинг ЛФЧХсини қуриш учун шаблон ёки номограммадан фойдаланиш мумкин(4-г расм).

Даврий бўлмаган бўғиннинг ўтиш характеристикаси экспоненциал чизикдан иборат(4-в расм). У бўйича бўғиннинг қуйидаги параметрларини аниқлаш мумкин: ўрнатилган $h(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t)$ қийматга тенг бўлган k узатиш коэффициенти; характеристикага координата бошидан ўтказилган уринма билан асимптота кесишиш нуқтасининг абсциссасига тенг бўлган вақт ўзгармаси T (4-в расм).

5. Кучайтирувчи бўғин.

Кучайтирувчи бўғин ёки биринчи тартибли кучайтирувчи бўғин деб динамика тенгламаси

$$y = k(Tp + 1)u$$

бўлган ёки узатиш функцияси

$$W(p) = k(Tp + 1)$$

бўлган бўғинга айтилади. Бу бўғин ҳам, худди даврий бўлмаган бўғин каби, иккита параметр – вақт ўзгармаси T ва узатиш коэффициенти k билан тавсифланади.

Ушбу бўғиннинг частотали узатиш функцияси

$$W(j\omega) = k(Tj\omega + 1).$$

бўлади. Қолган частотали ва вақт функциялари қуйидаги кўринишда бўлади:

$$U(\omega) = k; \quad V(\omega) = kT\omega; \quad A(\omega) = k\sqrt{(T\omega)^2 + 1}; \quad \varphi(\omega) = \arctg T\omega;$$

$$L(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg \sqrt{(T\omega)^2 + 1}; \quad h(t) = k[T\delta(t) + l(t)]; \quad \omega(t) = k[T\delta'(t) + \delta(t)].$$

Қаралаётган бўғиннинг АФЧХси (5-а расм) мавҳум ўқга параллел ва ҳақиқий ўқни $U=k$ нуктада кесувчи тўғри чизикдан иборат. ЛАЧХ 5-б расмда тасвирланган. Худди даврий бўлмаган бўғин ҳолидагидек амалиётда асимптотик ЛАЧХни қуриш билан чекланадилар (5-б расмдаги синик чизик). Бу характеристиканинг букилиш (синиш) нуқтасига мос келувчи $\omega_1 = 1/T$ частотага *туташтирувчи частота* дейилади.

Кучайтирувчи бўғин асимптотик ЛАЧХсининг тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$L(\omega) \approx \begin{cases} 20 \lg k & \text{при } \omega < \omega_1, \\ 20 \lg k + 20 \lg T\omega & \text{при } \omega \geq \omega_1. \end{cases}$$

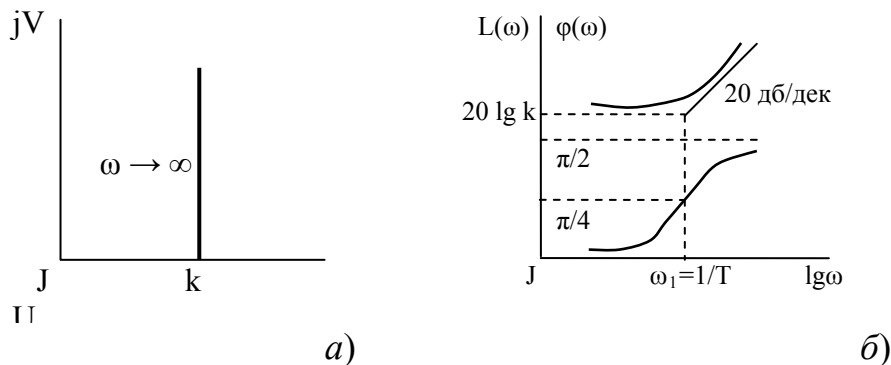


Рис. 5

Асимптотик ЛАЧХ $\omega < \omega_1$ бўлганда частоталар ўқига параллел ва $L = 20 \lg k$ нуктадан ўтади, $\omega \geq \omega_1$ бўлганда эса 20 дБ/дек. қияликка эга.

Кучайтирувчи бўғиннинг ЛФЧХсини даврий бўлмаган бўғиннинг ЛФЧХсидан, уни частоталар ўқига нисбатан кўзгусимон акс эттириб, ҳосил қилиш мумкин. Шу сабабли уни қуришда даврий бўлмаган бўғиннинг ЛФЧХсини қуришда фойдаланилган шаблон ва номограммани (4-г расм) қўллаш мумкин.

6. Тебранувчи, консерватив ва иккинчи тартибли даврий бўлмаган бўғинлар.

АБТ бўғини динамикаси қуйидаги

$$(T_0^2 p^2 + T_1 p + 1)y = ku,$$

тенглама, ёки бошқача шаклда

$$(T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1)y = ku \quad (6)$$

тенглама билан берилган бўлсин, бу ерда $T = T_0$, $\xi = T_1/(2T_0)$. Бу бўғинга

$$W(p) = k / (T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1) \quad (7)$$

кўринишда узатиш функцияси мос келади. Агар $0 < \xi < 1$ бўлса, қаралаётган бўғинга *тебранувчи бўғин* дейилади; $\xi = 0$ ($T_1=0$) бўлганда *консерватив бўғин*, $\xi \geq 1$ бўлган ҳолда эса *иккинчи тартибли даврий бўлмаган бўғин* дейилади. ξ коэффициентни *демпфирлаш коэффициенти* деб аталади.

Тебранувчи бўғин ($0 < \xi < 1$). Ушбу бўғиннинг частотали узатиш функцияси

$$W(j\omega) = k / [(1 - T^2\omega^2) + j2\xi T\omega].$$

кўринишда бўлади. $W(j\omega)$ нинг сурат ва махражини махраждаги соннинг қўшма комплексига кўпайтириб, ҳақиқий ва мавҳум частотали функцияларга эга бўламиз:

$$U(\omega) = \frac{k(1 - T^2\omega^2)}{(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2}; \quad V(\omega) = \frac{-2k\xi T\omega}{(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2}.$$

АФЧХ дан (6-а расм) кўриниб турибдики, фазавий частотали функция монотон равишда 0 дан $-\pi$ гача ўзгаради ва у қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} -\arctg \frac{2\xi T\omega}{1 - T^2\omega^2} & \text{при } \omega \leq 1/T, \\ -\pi - \arctg \frac{2\xi T\omega}{1 - T^2\omega^2} & \text{при } \omega > 1/T. \end{cases}$$

Логарифмик фазавий частотали функция (6-б расм) $\omega \rightarrow 0$ да частоталар ўқига асимптотик равишда интилади, $\omega \rightarrow \infty$ да эса $\varphi = -\pi$ тўғри чизиқга интилади. Уни шаблон ёрдамида куриш мумкин. Аммо бунинг учун демпфирлаш коэффициентининг турли қийматларига мос келувчи шаблонлар мажмуига эга бўлиш лозим бўлади.

Қаралаётган бўғин учун амплитудавий частотали функция

$$A(\omega) = k / \sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2},$$

логарифмик амплитудавий частотали функция

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2}. \quad (8)$$

кўринишда бўлади.

Асимптотик ЛАЧХ тенгламаси қуйидагича бўлади:

$$L(\omega) \approx \begin{cases} 20 \lg k & \text{при } \omega < \omega_1, \\ 20 \lg k - 40 \lg T\omega & \text{при } \omega \geq \omega_1, \end{cases}$$

бу ерда $\omega_1 = 1/T$ туташтирувчи частотадир. Бу тенглама (8) тенгламадан ҳосил бўлади. Бунинг учун (8) да илдиз остида $\omega < \omega_1$ бўлганда фақат бирни, $\omega \geq \omega_1$ бўлганда эса $T^4\omega^4$ кўшилувчини қолдириш керак бўлади. Асимптотик ЛАЧХ (6-б расм) $\omega < \omega_1$ бўлганда частота ўқига параллел, $\omega \geq \omega_1$ бўлганда эса -40 дБ/дек. қияликга эга.

Шуни таъкидлаш лозимки қаралаётган бўғин учун асимптотик ЛАЧХ демпфирлаш коэффициентининг кичик қийматларида аниқ ЛАЧХдан етарлича катта фарқ қилади. Аниқ ЛАЧХни асимптотик ЛАЧХга кўра куриш мумкин. Бунинг учун аниқ ЛАЧХнинг асимптотик ЛАЧХдан четланиш чизиқларидан фойдаланилади (6-г расм).

Тебранувчи бўғиннинг (6) дифференциал тенгламасини $u=I(t)$ бўлганда $y(0)=\dot{y}(0)=0$ нолга тенг бошланғич шартларда ечиб, ўтиш функциясини топамиз:

$$h(t) = k \left[1 - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\beta} e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \varphi_0) \right],$$

бу ерда $\alpha = \xi / T$; $\beta = \sqrt{1 - \xi^2} / T$; $\varphi_0 = \arctg \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}$.

Импульсли ўтиш функциясини топамиз:

$$\omega(t) = \dot{h}(t) = \frac{k(\alpha^2 + \beta^2)}{\beta} e^{-\alpha t} \sin \beta t.$$

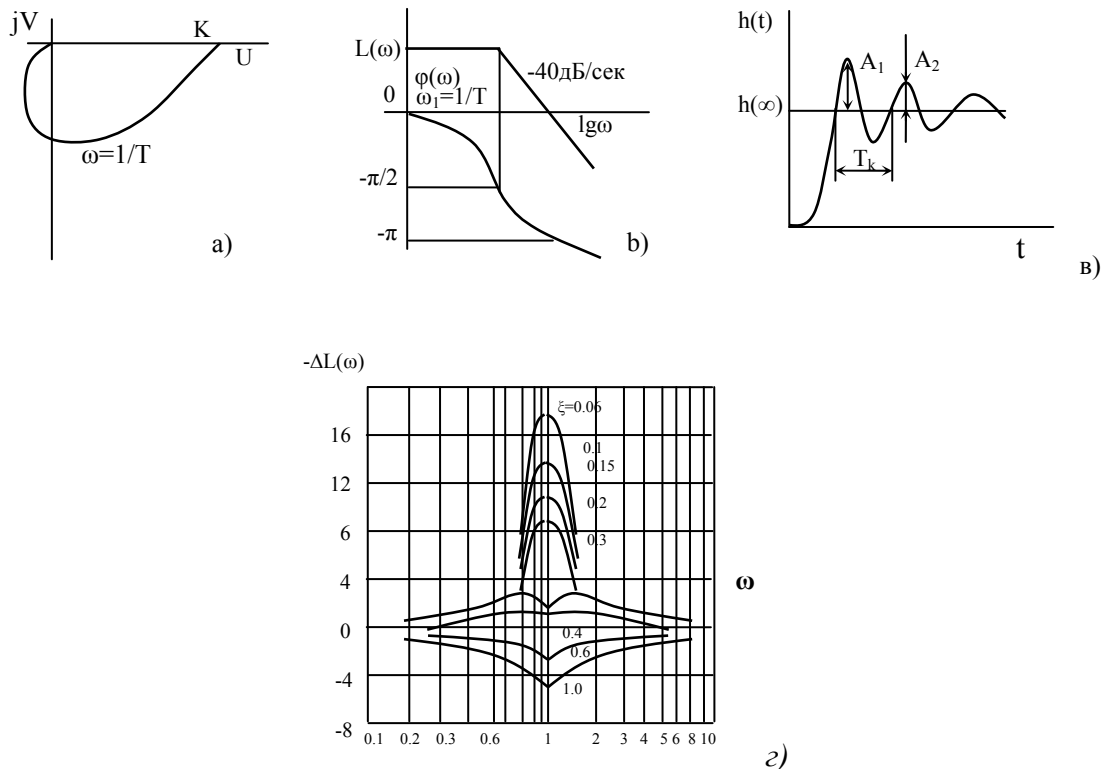


Рис. 6

Ўтиш характеристикасига кўра (6-в расм) тебранувчи бўғиннинг параметрларини қийдагича аниқлаш мумкин.

Узатиш коэффициенти k ни ўтиш функциясининг $h(\infty)$ ўрнатилган қиймати бўйича аниқланади. Вақт ўзгармаси T ва ξ демпфирлаш коэффициенти куйидаги

$$\beta T_k = 2\pi; \quad A_1 / A_2 = e^{\alpha T_k}$$

ёки

$$\beta = 2\pi / T_k, \quad \alpha = \frac{1}{T_k} \ln \frac{A_1}{A_2},$$

тенгламадан топамиз, бу ерда T_k тебранишлар даври; A_1 ва A_2 ўрнатилган қийматга нисбатан иккита қўшни теброанишлар амплитудаси (6-в расм).

Консерватив бўғин ($\xi=0$). Бу бўғиннинг узатиш функцияси

$$W(p) = k / (T_k^2 p^2 + 1).$$

Частотали узатиш функцияси

$$W(j\omega) = k/(1 - T^2\omega^2).$$

АФЧХдан келиб чиқадики (7-а расм) фазавий частотали функция

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{при } \omega < 1/T, \\ -\pi & \text{при } \omega \geq 1/T. \end{cases}$$

бўлади. Бу ифодани тебранувчи бўғиннинг фазавий частотали функциясида $\xi \rightarrow 0$ да лимитга ўтиб ҳосил қилиш мумкин. Қолган частотали функциялар учун ифодаларни ёзиш қийин эмас. ЛЧХлар 7-б расмда келтирилган.

Ўтиш функцияси

$$h(t) = k(1 - \cos \omega_1 t); \quad \omega_1 = 1/T.$$

Ўтиш характеристикаси гармоник тебранишлар графигидан иборат (7-в расм).

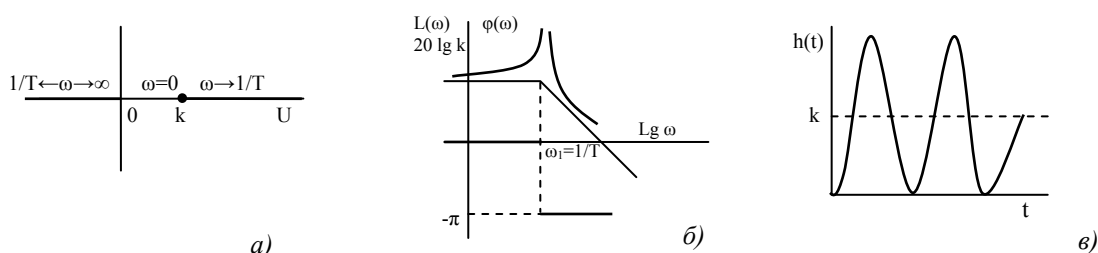


Рис. 7

Иккинчи тартибли даврий бўлмаган бўғин ($\xi \geq 1$). (7) узатиш функциясини $\xi \geq 1$ бўлган ҳолда қуйидаги кўринишга келтириш мумкин:

$$W(p) = \frac{k}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)},$$

бу ерда

$$T_{1,2} = \frac{T}{\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}}.$$

Иккинчи тартибли даврий бўлмаган бўғинни иккита биринчи тартибли даврий бўлмаган бўғиннинг кетма-кет уланиши каби тасвирлаш мумкин. Бу бўғин элементар бўғинлар синфига тегишли эмас.

Иккинчи тартибли кучайтирувчи бўғин. Бу бўғин

$$y = k(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)u$$

тенглама билан ёки

$$W(p) = k(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1) \quad (9)$$

узатиш функцияси билан ифодаланади, бу ерда $0 \leq \xi < 1$.

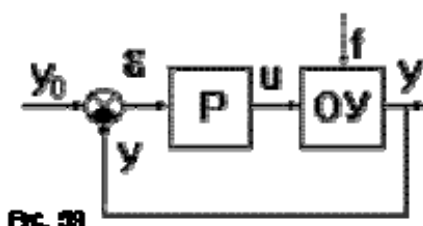
Қаралаётган бўғин учун частотали ва вақт функцияларининг ифодаларини олиш ҳамда мос характеристикаларни қуриш қийин эмас.

Биз бу ерда ушбу масалаларга тўхталиб ўтирмаймиз. Фақат шуни таъкидлаймизки, туташтирувчи частоталардан катта бўлган частоталарда бу бўғиннинг ЛАЧХси 40 дБ/дек қияликка эга бўлади ва унинг ЛФЧХсини тебранувчи ва консерватив бўғинларнинг мос ЛФЧХларини частоталар ўқиға нисбатан кўзгусимон акслантириш орқали ҳосил қилиш мумкин. Агар $\xi \geq 1$ бўлса, (9) узатиш функциясига эга бўғин элементар бўғинлар синфига тегишли

бўлмайди. Бу ҳолда уни иккита биринчи тартибли кучайтирувчи бўғинларнинг кетма-кет уланиш сифатида тасвирлаш мумкин.

7. Созлаш қонунлари.

Қандайдир автоматик созлаш тизими берилган бўлсин(8-расм). *Созлаш қонуни* деб шундай математик боғланишга айтиладики, унга кўра объекта бериладиган бошқарувчи таъсир инерциясиз созловчи томонидан ишлаб чиқилади.



8-расм

Бу қонунларнинг энг соддаси *пропорционал созлаш қонунидир*(9-а расм).
Унда

$$u(t) = K\varepsilon(t),$$

бўлади, бу ерда $u(t)$ – созловчи томонидан ишлаб чиқиладиган бошқарувчи таъсир, $\varepsilon(t)$ – соزلанаётган миқдорнинг талаб этилган қийматдан четланиши, K – созловчининг пропорционаллик коэффициенти.

Пропорционал созлаш қонуни бўйича бошқарувчи таъсирни ҳосил қилиш учун созлаш хатосининг мавжуд бўлиши ва бу хато миқдори кўзғатувчи $f(t)$ таъсирга пропорционал бўлиши лозим. Бошқача айтганда, бу ҳолда АБТ тўлиқ *статик* бўлиши керак. Бундай созловчилар(регуляторлар) *П-регуляторлар* деб аталади.

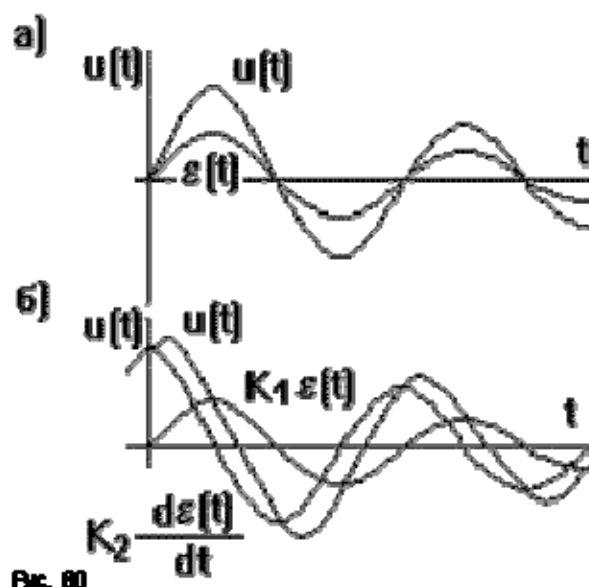


Рис. 80

9-расм

Бошқарув объектига қўзғатувчи таъсирлар мавжуд бўлганда соزلанаётган миқдорнинг талаб этилган қийматдан четланиши чекланган тезликда рўй бергани учун (9-б расм) бошланғич моментда регулятор киришига жуда кичик ε миқдор берилади. Бунинг натижасида кучсиз u бошқарувчи таъсирлар пайдо бўлади. Бундай вазиятда тизимнинг тез таъсирини орттириш учун бошқариш жараёнини тезлаштириш лозим бўлади. Шу мақсадда регуляторга қўшимча бўғин киритилади. Бу бўғин чиқишидаги сигнал кириш миқдорининг ҳосиласига пропорционалдор. Демак қўшимча бўғин дифференциалловчи ёки кучайтирувчи бўғиндан иборат бўлади. Бундай созлаш қонунига *пропорционал-дифференциал созлаш қонуни* дейилади. Унинг математик ифодаси

$$u(t) = K_1 \varepsilon(t) + K_2 \frac{d\varepsilon(t)}{dt}.$$

бўлади. Бу қонун бўйича *ПД-регуляторлар* ишлайдилар.

Созланувчи миқдорнинг талаб этилган қийматдан четланиши қанчалик тез ошиб борса, ПД-регулятор шунчалик жадаллик билан ишлайди. Бу эса ушбу четланишнинг янада катталашишига халақит беради. Бундан ташқари, четланиш ошгандагига ($\frac{d\varepsilon(t)}{dt} > 0$) қараганда четланиш камайган ($\frac{d\varepsilon(t)}{dt} < 0$) тақдирда бошқарувчи u сигнал каттароқ бўлади. Бу эса бошқарув жараёнининг тебранувчанлигини камайтиргани учун ижобий аҳамиятга эгадир.

Регулятор таркибига иккита дифференциалловчи бўғиннинг киритилиши бошқарувчи таъсирни ε четланишнинг иккинчи ҳосиласи бўйича ишлаб чиқиш имконини беради. Бундай регуляторга *ПДД-регулятор* дейилади.

Созлашнинг интеграл қонуни *И-регулятор* ёрдамида амалга оширилади. Унинг математик ифодаси

$$u(t) = K \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau$$

кўринишда бўлади. Бу регулятор бошқарилувчи миқдор талаб этилган қийматдан фарқ қилган вақт давомида, яъни $\varepsilon(t) \neq 0$ бўлганда бошқарувчи таъсирни ошириб боради.

И-регулятор астатик созлашни таъминлайди.

Кичик ε четланишларда бошқарувчи таъсир кичик тезликда ўзгаради. Шунинг учун *И-регулятор* жуда инерциялидир.

И-регуляторнинг тез таъсирини ошириш учун унга кетма-кет равишда кучайтиргич уланади. Бу эса *созлашнинг пропорционал-интеграл қонунини (ПИ-регулятор)* беради. Унинг формуласи қуйидагича:

$$u(t) = K_1 \varepsilon(t) + K_2 \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau.$$

Бу формулада биринчи қўшилувчи тез ҳаракатни, иккинчи қўшилувчи эса астатикликни, яъни созлаш аниқлигини таъминлайди.

Янада каттароқ тез таъсирга эришиш учун бошқарилувчи миқдорнинг четланишидан олинган $\frac{d\varepsilon(t)}{dt}$ ҳосилага пропорционал бўлган қўшилувчи киритилади. Созлашнинг бундай қонуни *ПИД-регулятор* билан таъминланади. Унинг формуласи қуйидагича бўлади:

$$u(t) = K_1 \varepsilon(t) + K_2 \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau + K_3 \frac{d\varepsilon(t)}{dt}.$$

Мустақил ишлаш учун саволлар.

1. Пропорционал(инерциясиз) бўғиннинг АФЧХ, ЛАЧХ ва ЛФЧХларини қуриш.
2. Интегралловчи бўғиннинг АФЧХ, ЛАЧХ ва ЛФЧХлари қандай қурилади?
3. Дифференциалловчи бўғиннинг АФЧХ, ЛАЧХ ва ЛФЧХларини қуриш қандай бажарилади?
4. Даврий бўлмаган бўғиннинг АФЧХ, ЛАЧХ ва ЛФЧХлари қандай тартибда қурилади?
5. Тебранувчи бўғиннинг АФЧХ, ЛАЧХ ва ЛФЧХларини қуриш.
6. Консерватив бўғиннинг АФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХлари қандай қурилади?
7. Идеал кучайтирувчи бўғиннинг ЛАЧХ ва ЛФЧХларини қуриш қандай бажарилади?
8. Агар кучайтириш коэффиценти 100 баравар ошса, бўғиннинг ЛАЧХ ва ЛФЧХси қандай ўзгаради?
9. Созлаш қонуни деб нимага айтилади?
10. Пропорционал созлаш қонунини қандай амалга ошириш мумкин?

11. Нима учун регуляторга дифференциалловчи ва кучайтирувчи бўғинлар қўшимча равишда киритилади?
12. Пропорционал-дифференциал созлаш қонунини қандай амалга ошириш мумкин?
13. Нима учун регуляторга интегралловчи бўғин қўшимча равишда киритилади?
14. Пропорционал-интеграл созлаш қонуни қайси формула бўйича аниқланади?

АВТОМАТИК БОШҚАРУВ ТИЗИМИНИНГ ТУРҒУНЛИГИ

Режа:

1. Тизимнинг турғунлиги тушунчаси.
2. А. М. Ляпунов бўйича турғунлик масаласининг умумий қўйилиши.
3. Биринчи яқинлашиш бўйича турғунлик ҳақида А. М. Ляпунов теоремаси.
4. Чизиқли автоматик бошқарув тизимларининг турғунлик шартлари.

Таянч иборалар: *автоматик тизим, турғунлик, қўзғалиш, мувозанат ҳолати, «кичик» маънода турғунлик, «катта» маънода турғунлик, «тўлиқ» маънода турғунлик, қўзғатилмаган ҳолат, қўзғатилган ҳолат, қўзғатилмаган ҳаракат, қўзғатилган ҳаракат, четланишлар(вариациялар), асимптотик турғунлик, қўзғатилган ҳаракатнинг дифференциал тенгламаси, биринчи яқинлашиш тенгламалари, характеристик тенглама, чизиқли АБТ, мажбурий ташиқл этувчи, эркин (ўтиш) ташиқл этувчи, Ляпунов теоремаси, чап илдиз, ўнг илдиз, турғунлик мезонлари.*

1. Тизимнинг турғунлиги тушунчаси.

Ҳар қандай *автоматик бошқарув тизими*га ҳамма вақт унинг талаб этилган иш тартибини бузувчи турли *ташқи қўзғалишлар* таъсир этади. Шунинг учун бундай тизимларни лойихалаштиришда қуйиладиган муҳим талаблардан бири унинг мумкин бўлган ташқи таъсирлар шароитида нормал ишлашидан иборат. Автоматик тизимнинг ташқи қўзғалишлар таъсири шароитида ўзининг ишчанлигини сақлаш хоссаси унинг турғунлиги тушунчаси билан узвий боғлиқдир.

Ҳар бир тизимнинг фаолият жараёнида *турғунлик тушунчаси* муҳим тушунчалардан биридир. Энг содда ҳолда *тизимнинг турғунлиги* деганда тизимни *мувозанат ҳолатидан* чиқарган ташқи кучлар таъсири йўқолгандан сўнг унинг яна ўрнатилган мувозанат ҳолатига муайян аниқликда қайта олиш қобилияти тушунилади. Агар тизим *турғун бўлмаса*, у ўзининг аввалги мувозанат ҳолатига қайтмайди, балки у бундай ҳолатдан узоқлашади ёки мувозанат ҳолати атрофида йўл қўйиб бўлмайдиган катта тебранишларни амалга оширади. Турғунликни бундай тушунилганда, одатда мувозанат ҳолати ташқи қўзғалишларга нисбатан турғун ёки турғун бўлмаган тизимлар фарқланадилар.

Амалиётдан шундай тизимларнинг мавжудлиги маълумки, уларнинг баъзи мувозанат ҳолатлари унча катта бўлмаган қўзғалишларга нисбатан турғун, бошқа мумкин бўлган мувозанат ҳолатларига эса, уларнинг турғун эмаслиги сабабли, амалий жиҳатдан эришиб бўлмайди.

Мувозанат ҳолатининг турғунлиги 1-расмда шар мисолида кўргазмали тасвирланган. Бу расмда шарнинг ҳар хил жойлашишлари кўрсатилган. Шарнинг мувозанат ҳолати A_0 нуктага мос келади.

1-а расмда тасвирланган ҳолда шарнинг мувозанат ҳолатидан ҳар қандай четланишида, масалан A_1 нуктага кўчишида, у мувозанат ҳолатига – A_0 нуктага(ишқаланиш кучи йўқ бўлганда) ёки мувозанат ҳолатини чегараловчи чекли соҳага, масалан A_2 нуктага (ишқаланиш кучи бор бўлганда) қайтади. Бундай мувозанат ҳолати турғундир.

1-б расмда тасвирланган ҳол турғун бўлмаган мувозанат ҳолатига мос келади. 1-в расмдаги мувозанат ҳолати фақат четланиш қандайдир чегарадан, масалан B нукта билан аниқланган чегарадан чиқмаганга қадар турғун бўлади. Шар бу чегарадан чиққан тақдирда, энди у A_0 нуктага қайтмайди, балки B нуктадан ўнг томонга ҳаракатланиб мувозанат ҳолатидан узоқлашиб боради ёки сирт шаклидан боғлиқ ҳолда(яъни шар ҳаракати тенгламасидан боғлиқ ҳолда) янги мувозанат ҳолатигача ҳаракатланади.

Тизимнинг турғунлиги қўзғалишнинг хусусияти билан эмас, балки тизимнинг структураси(тузилиши) билан аниқланади. Шунинг учун умумий ҳолда тизимнинг «кичик», «катта» ва «тўлиқ» маънода турғунлиги тушунчалари фарқланади.

Агар тизимда турғунлик хоссасининг борлиги аниқланган бўлиб, унинг чегаралари номаълум бўлса, тизим «*кичик*» маънода турғун дейилади. Агар тизимнинг турғунлик чегаралари аниқланган, яъни тизимнинг ўз бошланғич ҳолатига қайта олишини таъминлайдиган бошланғич четланишлар соҳасининг чегаралари топилган ва реал бошланғич четланишлар шу соҳага тегишли бўлиши аниқлаштирилган бўлса, бундай ҳолда тизим «*катта*» маънода турғун дейилади. Агар тизим ҳар қандай бошланғич четланишларда яна ўзининг дастлабки ҳолатига қайта олса, бундай тизим «*тўлиқ*» маънода турғун дейилади. «Тўлиқ» маънода турғун бўлган тизимнинг «катта» ва «кичик» маъноларда турғун бўлиши равшандир.

Масалан, 1-а расмда тасвирланган ҳол «тўлиқ» маънода турғунликга, 1-в расмда тасвирланган ҳол эса «катта» ёки «кичик» маънодаги турғунликга мос келади.

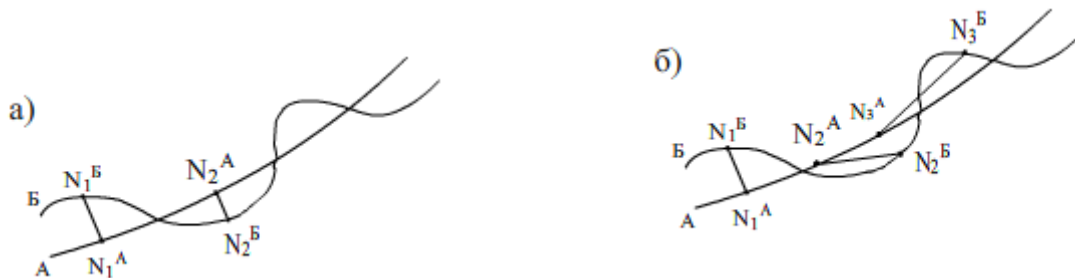
Тизимнинг мувозанат ҳолати турғунлигининг янада аниқроқ таърифини бериш учун *қўзғатилмаган мувозанат ҳолати* ва *қўзғатилган ҳолати* тушунчалари киритилади. Қўзғатилмаган мувозанат ҳолатига 1-а расмдаги шарнинг A_0 нуктадаги тинч ҳолати, қўзғатилган ҳолатига эса шарнинг A_1 нуктадаги ҳолати(шар A_1 нуктага унга ташқи куч таъсири тўхтагандан кейин келади) мос келади. Агар тизим ўзининг қўзғатилган ҳолатидан қўзғатилмаган мувозанат ҳолатини чегараловчи қандайдир берилган соҳага ўта олса, унга турғун тизим дейилади.

Турғунлик тушунчасини янада умумийроқ ҳолда ҳам келтириш мумкин. Бу ҳолда қўзғатилмаган ҳолат сифатида тизимнинг мувозанат ҳолати эмас, балки унинг ҳаракати, масалан, олдиндан берилган траектория бўйлаб ҳаракати қаралади.

Фараз қилайлик, тизимга қўзғалишлар таъсир этмаганда унинг берилган ҳаракати боғлиқсиз координаталарнинг қандайдир $y_1^*(t), y_2^*(t), \dots, y_n^*(t)$ (t – вақт) ўзгариш қонуни билан аниқланган бўлсин. Мувозанат ҳолатидагига ўхшаш ушбу ҳаракатни *қўзғатилмаган ҳаракат* деб атаймиз. Тизимга таъсир этувчи ташқи қўзғалишлар тизим ҳақиқий ҳаракатининг талаб этилган ҳаракатдан четланишига олиб келади. Тизимнинг ҳақиқий ҳаракатини *қўзғатилган ҳаракат* деб атаймиз. Фараз қилайлик, тизимнинг ҳақиқий ҳаракати $y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)$ боғлиқсиз координаталар билан аниқланган бўлсин. Умумий ҳолда $y_1(t) \neq y_1^*(t), y_2(t) \neq y_2^*(t), \dots, y_n(t) \neq y_n^*(t)$.

Агар ташқи кучлар(қўзғалишлар) тизимга таъсир эттирилиб, кейин улар олиб ташлангандан сўнг, қўзғатилган ҳаракат муайян вақтдан кейин $|y_i(t) - y_i^*(t)| \leq \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n, (\varepsilon_i = \text{const} - \text{берилган миқдорлар})$ муносабат билан аниқланувчи берилган соҳага кирса, берилган қўзғатилмаган ҳаракат турғун дейилади.

Юқорида айтилганларни геометрик тасаввур қилиш учун қўзғатилмаган ҳаракат A траектория бўйлаб, қўзғатилган ҳаракат эса B траектория бўйлаб амалга ошади деб ҳисоблаймиз(2-а расм). Бу траекторияларда айнан битта $t = t_k$ вақт моментига мос келувчи иккита ихтиёрий N_k^A ва N_k^B нуқталарни оламиз. Турғун ҳаракат қаралганда B траектория A траекторияга етарлича яқин бўлиши лозим.



2-расм

Шуни таъкидлаш лозимки, A ва B траекторияларнинг яқинлиги ҳаракат турғунлигининг зарурий шarti бўлсада, етарли шарт эмас. Ҳақиқатан ҳам, айнан битта вақт моментига мос келувчи N_k^A ва N_k^B нуқталар орасидаги масофа фақат узоқлашувчи эмас, балки яқин траекториялар учун ҳам ортиб бориши мумкин.

2. А. М. Ляпунов бўйича турғунлик масаласининг умумий қўйилиши.

Бошқарув тизимлари динамикасини тадқиқ этишнинг ривожланишидаги дастлабки даврда турғунликнинг ягона, математик асосланган таърифи йўқ эди. Бундай таърифнинг йўқлиги кўпинча

тушунарсизликларга олиб келар эди. Чунки бирор маънода турғун бўлган ҳаракат бошқа маънода турғун бўлмаслиги ҳам мумкин эди

Турғунликнинг қатъий таърифи биринчи марта рус олими А.М. Ляпунов томонидан 1892 йилда унинг «Ҳаракатнинг турғунлиги ҳақида умумий масала» номли ишида берилди. А.М. Ляпунов томонидан берилган турғунлик таърифи шунчалик муваффақиятли бўлдики, у кўпгина техник масалаларни қаноатлантирди ва бугунги кунгача турғунликнинг асосий таърифи сифатида қабул қилиниб келмоқда.

Фараз қилайлик, автоматик бошқарув тизимининг ҳаракати қуйидаги дифференциал тенгламалар билан берилган бўлсин:

$$\frac{dy_i}{dt} = F_i(y_1, y_2, \dots, y_n, t), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

бу ерда y_i – бошқарув тизимининг ҳолатини тавсифловчи ҳақиқий ўзгарувчилар, F_i – $y_1, y_2, \dots, y_n$ ўзгарувчилар ва t вақтнинг маълум функциялари бўлиб, улар (1) тенгламалар ечимининг мавжудлик ва ягоналик шартини қаноатлантиради.

Бошқарув тизимининг бошланғич ҳолати y_i ўзгарувчиларнинг $t=t_0$ бўлгандаги $y_{10}, y_{20}, \dots, y_{n0}$ бошланғич қийматлари билан бир қийматли аниқланади. Бошланғич қийматларнинг ҳар бир $y_{10}, y_{20}, \dots, y_{n0}$ мажмуига (1) тенгламалар тизимининг барча $t > t_0$ учун ягона

$$y_i = y_i(y_{10}, y_{20}, \dots, y_{n0}, t), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

ечими мос келади. (2) ечим бошқарув тизимининг бошланғич ҳолат билан аниқланувчи қандайдир ҳаракатини ифодалайди.

Қаралаётган автоматик бошқарув тизимининг турғунликга текширилиши лозим бўлган қандайдир тўла аниқланган ҳаракатини тизимнинг қўзғатилмаган ҳаракати деб ҳисоблаймиз.

Шуни таъкидлаймизки, қўзғатилмаган ҳаракатни танлаш ихтиёрийдир. Бу ҳаракат тизимнинг исталган жойиз ҳаракати бўлиши мумкин. Фараз қилайлик, қўзғатилмаган ҳаракат сифатида t вақтнинг функциялари бўлган

$$y_1^*(t), y_2^*(t), \dots, y_n^*(t) \quad (3)$$

функциялар билан ифодаланган ҳаракат қаралаётган бўлсин. Ушбу $y_1^*(t), y_2^*(t), \dots, y_n^*(t)$ функциялар (1) дифференциал тенгламалар тизимининг

$$y_1^*(t_0) = y_{10}, y_2^*(t_0) = y_{20}, \dots, y_n^*(t_0) = y_{n0} \quad (4)$$

бошланғич шартларни қаноатлантирувчи хусусий ечими бўлади, яъни

$$\frac{dy_i^*(t)}{dt} = F_i(y_1^*(t), y_2^*(t), \dots, y_n^*(t), t), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

Хусусий ҳолда, бошқарув тизимининг параметрлари вақт давомида ўзгармаса, (3) ҳаракат ўрнатилган бўлиши мумкин. Бундай ҳаракатга (1) тенгламалар тизимининг

$$F_i(y_1, y_2, \dots, y_n) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

тенгламалар илдизлари бўлган

$$y_i^*(t) = y_i^* = \text{const}, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

ечими мос келади.

$y_1, y_2, \dots, y_n$ ўзгарувчиларнинг бошланғич қийматларига модул бўйича кичик бўлган $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ орттормаларни бериб, (4) шартни ўзгартирамиз, яъни

$t=t_0$ бўлганда

$$y_1=y_1^*(t_0)+\varepsilon_1, \quad y_2=y_2^*(t_0)+\varepsilon_2, \quad \dots, \quad y_n=y_n^*(t_0)+\varepsilon_n. \quad (6)$$

деб ҳисоблаймиз. Ўзгартирилган (6) бошланғич шартларни қаноатлантирувчи ихтиёрий $y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)$ ҳаракат *бошқарув тизимининг қўзғатилган ҳаракати* деб аталади. Бошқача айтганда, *тизимнинг қўзғатилган ҳаракати унинг қўзғатилмаган ҳаракатидан фарқли бўлган ихтиёрий бошқа ҳаракатдир.*

y_i ўзгарувчиларнинг қўзғатилган ва қўзғатилмаган ҳаракатларга мос қийматлари айирмасидан иборат янги

$$x_i=y_i(t)-y_i^*(t), \quad i=1,2,\dots,n, \quad (7)$$

ўзгарувчиларни киритамиз. x_i ўзгарувчиларга y_i миқдорларнинг *четланишлари ёки вариациялари* дейилади. Агар барча четланишлар нолга тенг, яъни $x_1=0, x_2=0, \dots, x_n=0$ бўлса, $y_i(t), i=1,2,\dots,n$, қўзғатилган ҳаракат $y_i^*(t), i=1,2,\dots,n$, қўзғатилмаган ҳаракат билан устма-уст тушади. Демак қўзғатилмаган ҳаракатга x_i ўзгарувчиларнинг нолга тенг қийматлари мос келади.

Фараз қилайлик, $t=t_0$ бўлганда $x_i, i=1,2,\dots,n$, ўзгарувчилар қандайдир $x_{i0}, i=1,2,\dots,n$, бошланғич қийматлар қабул қилсин ва уларнинг ҳеч бўлмаганда бирортаси нолдан фарқли бўлсин. Четланишларнинг бошланғич қийматларига *қўзғалишлар* дейилади.

А. М. Ляпунов томонидан турғунликнинг қуйидаги таърифи берилган: *агар ихтиёрий мусбат ε сон учун (бу сон қанчалик кичик бўлмасин) шундай бошқа $\delta(\varepsilon)$ мусбат сонни танлаш мумкин бўлсаки,*

$$\sum_{i=1}^n x_{i0}^2 \leq \delta$$

шартни қаноатлантирувчи ҳар қандай x_{i0} қўзғалишларда ва барча $t \geq t_0$ қийматларда

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 < \varepsilon$$

тенгсизлик бажарилса, қўзғатилмаган ҳаракат x_i ўзгарувчиларга нисбатан турғун дейилади, акс ҳолда эса у турғунмас дейилади.

Келтирилган таърифдан кўриниб турибдики, берилган қўзғатилмаган ҳаракатнинг турғунлиги, етарлича кичик бошланғич қўзғалишларда қўзғатилган ҳаракат қўзғатилмаган ҳаракатдан жуда кичик фарқ қилишини англатади. Агар қўзғатилмаган ҳаракат турғун бўлмаса, бошланғич қўзғалишлар қанчалик кичик бўлмасин, қўзғатилган ҳаракат қўзғатилмаган ҳаракатдан узоқлашади.

Автоматик бошқарув тизимлари назариясида асимптотик турғунлик тушунчаси ҳам катта аҳамиятга эга.

Агар қўзғатилмаган ҳаракат турғун бўлса ва бунда ихтиёрий қўзғатилган ҳаракат етарлича кичик бошланғич қўзғалишларда қўзғатилмаган ҳаракатга интиلسа, яъни

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

бўлса, қўзғатилмаган ҳаракат *асимптотик турғун* дейилади.

Турғунликнинг А.М. Ляпунов таърифини қуйидагича геометрик талқин қилиш мумкин. $x_1, x_2, \dots, x_n$ четланишлар мажмуи n - ўлчовли фазода $M(x_1, x_2, \dots, x_n)$ нуқтани (тасвирловчи нуқта) аниқлайди. Қўзғатилган ҳаракатда, $x_1, x_2, \dots, x_n$ миқдорлар ўзгарганда, тасвирловчи нуқта қандайдир траекторияни ҳосил қилади. $x_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$, қўзғатилмаган ҳаракатга n - ўлчовли фазода қўзғалмас нуқта – координаталар боши мос келади.

Масалан $n=3$ ҳолни қараб, x_i координаталарнинг уч ўлчовли фазосида иккита сферани қараймиз. Улардан бири $\sqrt{\varepsilon}$ радиусли $\sum_{i=1}^3 x_i^2 = \varepsilon$ сфера,

иккинчиси эса $\sqrt{\delta}$ радиусли $\sum_{i=1}^3 x_i^2 = \delta$ сферадир. Биринчи сфера

радиусидаги ε миқдорни ихтиёрий кичик қилиб танлаймиз. Агар қўзғатилмаган ҳаракат турғун бўлса, бу танланган биринчи сфера учун қуйидаги хоссага эга бўлган иккинчи (радиусида δ миқдор қатнашган) сфера топилади: тасвирловчи M нуқта $\sqrt{\delta}$ радиусли сферанинг ичида ёки сиртида ётувчи ихтиёрий M_0 нуқтадан ҳаракатини бошлаб, ўзининг кейинги ҳаракатида ҳамма вақт $\sqrt{\varepsilon}$ радиусли сферанинг ичида ётади (ҳеч қачон бу сфера сиртига тушмайди) (3-расм).

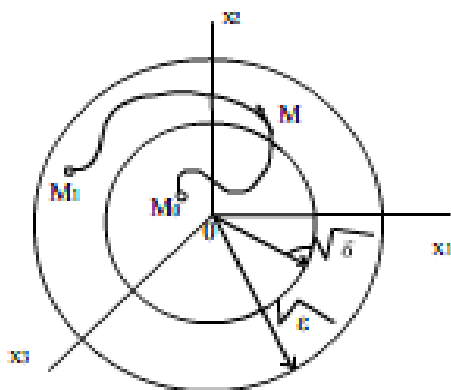


рис.3.3

3-расм

Агар қўзғатилмаган ҳаракат турғун бўлмаса, бошланғич M_0 нуқта координата бошига қанчалик яқин бўлмасин, тасвирловчи M нуқта ҳосил қиладиган траектория вақт ўтиши билан $\sqrt{\varepsilon}$ радиусли сферанинг сиртини кесиб ўтиб, унинг ташқарисига чиқади (ёки сиртига келиб тушади).

Асимптотик турғунликда эса тасвирловчи нуқта, вақт ўтиши билан $\sqrt{\varepsilon}$ радиусли сферадан чиқмаган ҳолда, координата бошига интилади.

3. Биринчи яқинлашиш бўйича турғунлик ҳақида

А. М. Ляпунов теоремаси.

(1) дифференциал тенгламаларнинг умумий ечими маълум бўлганда y_i ўзгарувчиларнинг қўзғатилган ҳаракатга мос $y_i(t)$ қийматларини аниқлаш, $x_i = y_i(t) - y_i^*(t)$ вариацияларни тузиш ва уларни тадқиқ этиб қўзғатилмаган $y_i^*(t)$ ҳаракатнинг турғунлиги масаласини ҳал этиш мумкин.

Аммо, одатда ҳаракатнинг турғунлигини текширишни умумий ечимни таҳлил этиш йўли билан эмас, балки қўзғатилган ҳаракатнинг x_i четланишлари (вариациялари) қаноатлантирувчи дифференциал тенгламаларини сифат жиҳатдан таҳлил этишга асосланган усуллар билан амалга оширадilar.

Қўзғатилган ҳаракатнинг тенгламасини келтириб чиқариш учун (7) дан $y_i(t) = y_i^*(t) + x_i(t)$ ўзгарувчиларни топамиз ва бу $y_i(t)$ қийматларни ҳаракатнинг (1) дифференциал тенгламаларига қўямиз. У вақтда

$$\frac{dy_i^*(t)}{dt} + \frac{dx_i(t)}{dt} = F_i(y_1^*(t) + x_1(t), y_2^*(t) + x_2(t), \dots, y_n^*(t) + x_n(t), t), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (8)$$

бўлади. Агар (8) тенгламаларнинг ўнг томонларини Тейлорнинг даражали қаторига ёйиш мумкин бўлса, уларни x_i нинг даражалари бўйича ёйганимиздан сўнг қуйидагига эга бўламиз:

$$\frac{dy_i^*(t)}{dt} + \frac{dx_i(t)}{dt} = F_i(y_1^*(t), y_2^*(t), \dots, y_n^*(t), t) + \left(\frac{dF_i}{dx_1} \right)_0 x_1 + \dots + \left(\frac{dF_i}{dx_n} \right)_0 x_n + R_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (9)$$

бу ерда $\left(\frac{\partial F_i}{\partial x_k} \right)_0 = \frac{\partial F_i(y_1^*(t), y_2^*(t), \dots, y_n^*(t), t)}{\partial x_k}$, $R_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – Тейлор қаторидаги x_i

четланишларнинг биринчидан юқори даражали ҳадлар мажмуи.

(5) ва (9) ни ҳисобга олиб,

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n + R_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (10)$$

муносабатни ҳосил қиламиз, бу ерда

$$a_{ik} = \left(\frac{dF_i}{dx_k} \right)_0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (11)$$

Умумий ҳолда a_{ik} коэффициентлар t вақтнинг функциялари бўладilar. Хусусий ҳолда улар ўзгармас бўлиши мумкин. Бундан кейин (агар махсус эслатилмаса) a_{ik} коэффициентларни ўзгармас деб ҳисоблаймиз.

(11) тенгламаларга қўзғатилган ҳаракатнинг дифференциал тенгламалари дейилади.

Агар x_i четланишлар етарлича кичик бўлса, $R_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ларни ҳисобга олмасдан, биринчи яқинлашиш тенгламалари деб аталувчи

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (12)$$

чизикли тенгламаларга эга бўламиз.

Кўп ҳолларда ҳаракатнинг турғунлигини биринчи яқинлашиш тенгламалари бўйича текширадилар. Шунинг учун шундай шартларни аниқлаш масаласи табиий равишда пайдо бўладики, бу шартлар бажарилганда биринчи яқинлашиш тенгламалари бўйича ҳаракатнинг турғунлиги ҳақида тўғри хулоса қилиш мумкин бўлсин. Автоматик бошқариш назарияси учун ўта муҳим бундай масала биринчи марта А.М. Ляпунов томонидан қўйилди ва ҳал этилди.

(12) тенгламалар тизимида қуйидаги характеристик тенглама мос келади:

$$D(s) = \begin{vmatrix} a_{11} - s & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - s & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = 0. \quad (13)$$

(13) дан унинг s_i , $i = 1, 2, \dots, n$, илдизларини топиш мумкин. Улар умумий ҳолда $s_i = \alpha_i + j\omega_i$ кўринишда бўлади, бу ерда j – мавҳум бирлик ($j^2 = -1$), α_i ва ω_i мос равишда илдизларнинг ҳақиқий ва мавҳум қисми.

Тизимнинг турғунлигини уларнинг чизиклилаштирилган тенгламалари бўйича текширишда А.М. Ляпуновнинг қуйидаги теоремалари муҳим аҳамиятга эга.

1-теорема. Агар (13) характеристик тенглама барча s_i илдизларининг ҳақиқий қисмлари манфий бўлса, қўзғатилмаган ҳаракат асимптотик турғун бўлади.

2-теорема. Агар (13) характеристик тенглама s_i илдизлари орасида ҳеч бўлмаганда битта илдизнинг ҳақиқий қисми мусбат бўлса, қўзғатилмаган ҳаракат турғун бўлмайди.

Агар характеристик тенглама битта ёки бир нечта илдизининг ҳақиқий қисмлари нолга тенг бўлиб, қолган илдизларининг ҳақиқий қисмлари манфий бўлса, бундай ҳолга критик ҳол дейилади. Критик ҳолда қўзғалмас ҳаракатнинг турғунлиги (ёки турғунмаслиги) ҳақида биринчи яқинлашиш тенгламалари бўйича хулоса қилиб бўлмайди. Бу ҳолда қўзғалмас ҳаракатнинг (10) тенгламасини дастлабки кўринишда қарашга тўғри келади.

Автоматик бошқариш тизимлари назариясида А.М. Ляпуновнинг юқорида келтирилган теоремалари муҳим аҳамиятга эга, чунки бу теоремалар чизиксиз тизимларнинг турғунлиги ҳақида уларнинг чизиклилаштирилган тенгламалари (биринчи яқинлашиш тенгламалари) бўйича хулоса қилиш имконини беради.

4. Чизикли автоматик бошқарув тизимларининг турғунлик шартлари.

А. М. Ляпуновнинг юқорида баён этилган турғунлик таърифидан фойдаланиб, чизикли автоматик бошқарув тизимларида турғунлик шартларини топиш масаласини қараймиз.

$u(t)$ бошқарувчи таъсир берилган ҳолда чизиқли автоматик бошқарув тизимининг соزلанувчи $y(t)$ чиқиш миқдори учун ёзилган дифференциал тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y(t) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) u(t), \quad (14)$$

бу ерда где $a_0, a_1, \dots, a_n$ ва $b_0, b_1, \dots, b_m$ – ўзгармас коэффициентлар, $p = d/dt$ – дифференциаллаш оператори.

Ихтиёрий $u(t)$ ташқи таъсирлар берилганда соزلанаётган $y(t)$ миқдорнинг ўзгариши (14) тенгламанинг ечимидан иборатдир:

$$y(t) = y_m(t) + y_3(t). \quad (15)$$

(15) тенгликда биринчи қўшилувчи $y_m(t)$ – *мажбурий ташкил этувчи* бўлиб, у (14) тенгламанинг ўнг тарафидек хусусиятга эга. Бу ташкил этувчи бир жинсли бўлмаган (14) дифференциал тенгламанинг хусусий ечими сифатида аниқланади. Иккинчи қўшилувчи $y_3(t)$ – *эркин(ўтиш) ташкил этувчи* бўлиб, у (14) бир жинсли бўлмаган тенгламага мос келувчи бир жинсли дифференциал тенгламанинг умумий ечими билан аниқланади.

Автоматик бошқариш назариясида одатда $y(t)$ ўтиш жараёни $y_m(t)$ мажбурий ташкил этувчисининг турғунлиги билан қизиқади. У вақтда соزلанаётган $y(t)$ миқдорнинг тизимдаги ихтиёрий мумкин бўлган ўзгариши кўзғатилган ҳаракат бўлади. $y_3(t) = y(t) - y_m(t)$ эркин ташкил этувчи эса четланиш ёки вариацияни билдиради.

А. М. Ляпунов бўйича кўзғалишлар $y_3(t)$ нинг бошланғич y_{30} қийматларидир. Бу бошланғич қийматлар $t=t_0$ бошланғич вақт momentiда қўшимча ташқи кучларнинг тўсатдан кўрсатган таъсири натижасида пайдо бўлади.

Бу ҳолда кўзғатилган ҳаракатнинг биринчи яқинлашиш бўйича дифференциал тенгламаси қуйидаги кўринишдаги чизиқли бир жинсли тенгламадан иборат:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y_3(t) = 0.$$

А. М. Ляпунов бўйича турғунлик таърифига кўра, агар вақт ўтиши билан $t \rightarrow \infty$ да эркин ташкил этувчи нолга интилса, яъни $y_3(t) \rightarrow 0$ бўлса, (14) тизим асимптотик турғун бўлади.

Эркин ташкил этувчини топиш учун қуйидаги

$$a_0 \frac{d^n y_3(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y_3(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y_3(t) = 0 \quad (16)$$

дифференциал тенгламани ечиш керак бўлади.

(16) тенгламанинг ечими $y_3(t) = ce^{st}$, $c = const$, кўринишда изланади. Бу ифодани n марта дифференциаллаб ва уни (16) тенгламага қўйиб, кейин ce^{st} умумий кўпайтувчига қисқартириб,

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (17)$$

тенгламани оламир.

Ҳосил қилинган (17) алгебраик тенгламага *характеристик тенглама* дейилади. Шунинг кўриш қийин эмаски, ўзининг кўринишига кўра (16) тенгламанинг чап томони (14) тенгламадаги чиқиш миқдорининг олдидаги дифференциал оператор билан устма – уст тушади. Шунинг учун дастлабки

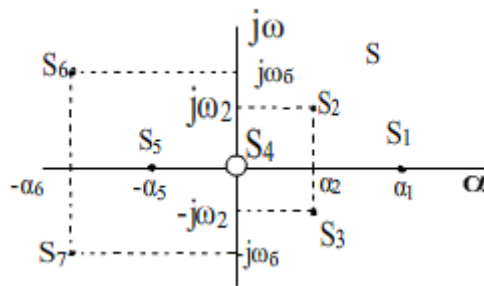
дифференциал тенгламанинг чиқиш миқдори олдидаги дифференциал операторни нолга тенглаштириб характеристик тенгламага эга бўламиз:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0.$$

Аммо шуни таъкидлаш лозимки, энди охириги тенгламада p дифференциаллаш белгиси эмас, балки қандайдир комплекс сондир.

n – даражали характеристик тенглама n та $s_1, s_2, \dots, s_n$ илдизларга эга. Характеристик тенгламанинг илдизлари (14) чизиқли тизимда ўтиш жараёнининг қандай хусусиятли эканлигини аниқлаб беради. Бу илдизлар ҳақиқий, нолга тенг, қўшма комплекс жуфтлардан иборат бўлиши мумкин. Уларни умумий кўринишда $s_i = \alpha_i + j\omega_i$ деб ёзамиз (j – мавҳум бирлик).

4-расмда $s_1 = \alpha_1, s_2 = \alpha_2 + j\omega_2, s_3 = \alpha_2 - j\omega_2, s_4 = 0, s_5 = -\alpha_5, s_6 = -\alpha_6 + j\omega_6, s_7 = -\alpha_6 - j\omega_6$ бўлган ҳолда илдизларнинг комплекс текисликда қандай жойлашиши кўрсатилган.



4-расм

Агар барча илдизлар ҳар хил бўлсалар, уларни оддий илдизлар деб атайдилар. Агар илдизлар орасида бир хиллари бўлса, уларга қарали илдизлар дейилади.

Одатда манфий ҳақиқий қисмга эга илдизлар *чап илдизлар* деб аталади, чунки улар комплекс текисликда мавҳум ўқдан чапда жойлашган бўлади. Мусбат ҳақиқий қисмга эга илдизлар мавҳум ўқдан ўнгда жойлашганлиги учун уларга *ўнг илдизлар* дейилади.

Чизиқли тизимларнинг турғунлик шарти қуйидагича айтилади: *чизиқли автоматик бошқарув тизими асимптотик турғун бўлиши учун унинг характеристик тенгламасининг барча илдизлари чап илдизлар бўлиши зарур ва етарлидир*.

(16) бир жинсли тенгламанинг ечимини қараб, кўрсатилган турғунлик шартининг тўғри эканлигига ишонч ҳосил қилиш қийин эмас. Қарали илдизлар бўлмаганда бу ечим

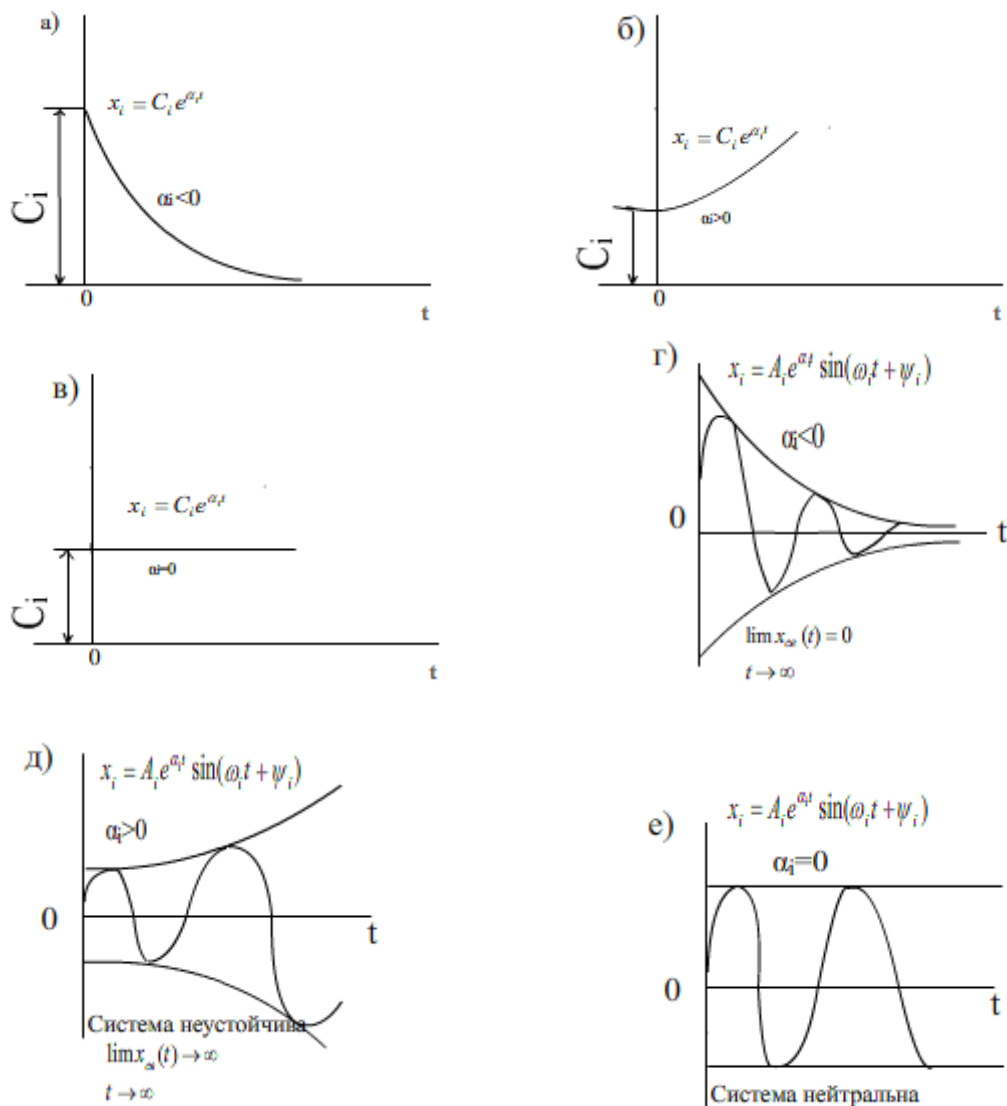
$$y_{ce}(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{s_i t}, \quad (18)$$

кўринишда бўлади, бу ерда s_i – (17) характеристик тенгламанинг илдизлари, c_i – интеграллаш ўзгармаслари бўлиб, улар бошланғич шартлардан аниқланади.

Характеристик тенгламанинг $s_i = \alpha_i$ ҳақиқий илдизларига (18) ифодада $c_i e^{\alpha_i t}$ кўринишдаги қўшилувчилар мос келади.

Тушунарлики, манфий(чап) $\alpha_i < 0$ илдизларга сўнувчи экспоненталар(5-а расм), мусбат(ўнг) $\alpha_i > 0$ илдизларга ўсувчи экспоненталар(5-б расм) мос келади ва нолга тенг $\alpha_i = 0$ илдизларга мос келувчи қўшилувчилар эса вақт ўқига параллел бўлган тўғри чизиқлардан иборат(5-в расм).

Характеристик тенгламанинг комплекс илдизлари ҳамма вақт қўшма жуфтлардан иборатдир: $s_i = \alpha_i + j\omega_i$, $s_{i+1} = \alpha_i - j\omega_i$. Бу илдизлар билан аниқланувчи (18) даги қўшилувчиларни Эйлернинг яхши маълум $e^{\pm j\omega_i t} = \cos \omega_i t \pm j \sin \omega_i t$ формуласидан фойдаланган ҳолда $c_i e^{(\alpha_i + j\omega_i)t} + c_{i+1} e^{(\alpha_i - j\omega_i)t} = A_i e^{\alpha_i t} \sin(\omega_i t + \psi_i)$ кўринишда тасвирлаш мумкин, бу ерда A_i ва ψ_i – янги ўзгармаслар.



5-расм

Бу ҳолда $\alpha_i < 0$ бўлганда сўнувчи тебранишлар(5-г расм), $\alpha_i > 0$ бўлганда узоқлашувчи тебранишлар(5-д расм) ва $\alpha_i = 0$ бўлганда

сўнмайдиган тебранишлар(5-е расм) ҳосил бўлади. Бундай ҳолда тизимнинг турғун бўлиши учун $\alpha_i < 0$ бўлиши зарур. Энг умумий ҳолда (17) характеристик тенгламанинг илдизлари орасида карралилари бўлиши мумкин. Агар r карали s_i илдиз бор бўлса, (18) ифодада

$$(c_{i,r-1}t^{r-1} + \dots + c_{i1}t + c_{i0})e^{s_i t}.$$

кўринишдаги кўшилувчилар пайдо бўлади.

Агар $s_i = \alpha_i \pm j\omega_i$ илдиз $\alpha_i < 0$ манфий ҳақиқий қисмга эга бўлса $e^{s_i t}$ кўпайтувчи вақт ўтиши билан камая боради. Аммо қавс ичидаги кўпайтувчи чексиз ўсади. Яна шу ҳам яхши маълумки $t \rightarrow \infty$ да $e^{-|a_i|t}$ ҳад нолга тезроқ интилади. Натижада бу гуруҳ кўшилувчилар вақт ўтиши нолга яқинлаша боради.

Шундай қилиб, келтирилган мулоҳазалардан кўриниб турибдики, энг умумий ҳолда чизиқли бошқарув тизимининг турғун бўлиши учун унинг характеристик тенгламаси барча илдизларининг чап илдизлар бўлиши зарур ва етарлидир.

(14) тенгламани тузишда ташқи кўзғатувчи таъсирлар йўқ деб фараз қилинди. Агар тизим ҳаракатининг дифференциал тенгламаси кўзғатувчи таъсирга нисбатан ёзилса, бу вақтда (14) тенгламанинг чап тарафи ўзгаришсиз қолади, ўнг томони эса бошқача кўринишга эга бўлади. Чизиқли тизимда ўтиш жараёнининг хусусиятлари (14) дифференциал тенгламанинг фақат чап томонининг кўриниши билан аниқланганлиги сабабли ўтиш жараёнини сифат жиҳатдан баҳолаш учун дастлабки тенгламани бошқарувчи ёки кўзғатувчи таъсирга нисбатан ёзилишининг фарқи йўқ.

Фақат биринчи ва иккинчи тартибли характеристик тенгламаларнинг илдизларини топиш қийинчилик туғдирмайди. Учинчи ва тўртинчи тартибли тенгламалар учун илдизларни ҳисоблаш умумий формулалар бор бўлсада, улардаги ифодалар амалий жиҳатдан фойдаланишга ноқулайдир. Янада юқорида тартибли тенгламалар учун илдизларни характеристик тенглама коэффициентлари орқали ифодалаш анча қийин масала ёки умуман бунинг иложи йўқ. Шунинг учун характеристик тенглама илдизларини топмасдан тизимнинг турғунлигини аниқлаш қоидалари муҳим аҳамиятга эгадир. Бу қоидаларни *турғунлик мезонлари* деб атайдилар. Турғунлик мезонлари ёрдамида на фақат тизимнинг турғун ёки турғун эмаслигини аниқлаш, балки тизимдаги у ёки бу параметрлар ва структуравий ўзгаришлар турғунликга қандай таъсир этиши ҳақида ҳам хулоса қилиш мумкин бўлади.

Турғунлик мезонлари *алгебраик ва частотали мезонларга* ажратилиши мумкин. Алгебраик мезонлар характеристик тенгламанинг коэффициентлари билан бевосита боғланган муайян шартларни текширишга асосланган. Частотали мезонлар бошқарув тизимининг частотали характеристикалари хоссаларига таянади. Конкрет амалий масалаларни тадқиқ этишда у ёки бу турғунлик мезонини мақсадга мувофиқ тарзда танлай билиш масаланинг муваффақиятли ҳал қилинишига олиб келади.

Назорат саволлари

1. Ҳар қандай автоматик бошқарув тизими қандай муҳим сифатий хусусиятга эга бўлиши лозим?
2. Энг содда ҳолда тизимнинг турғунлиги деганда нимани тушунилади?
3. «Кичик» маънодаги турғунлик тушунчаси нимани англатади?
4. «Катта» маънодаги турғунлик нима?
5. «Тўлиқ» маънодаги турғунлик қандай тушунилади?
6. Тизимнинг турғунлиги тушунчаси қўзғатилган ва қўзғатилмаган ҳолатлар ибораларида қандай аниқланади?
7. Тизимнинг қўзғатилмаган ҳаракатининг турғунлиги тушунчаси қандай аниқланади?
8. А.М. Ляпунов бўйича АБТнинг қўзғатилмаган ва қўзғатилган ҳаракатлари қандай аниқланади?
9. АБТнинг қўзғатилган ҳаракатини ифодаловчи ўзгарувчи миқдорларнинг четланиши қандай аниқланади?
10. А.М. Ляпунов бўйича турғунлик тушунчасининг таърифини беринг.
11. А.М. Ляпунов бўйича турғунлик тушунчасининг геометрик талқинини тушунтиринг.
12. АБТнинг асимптотик турғунлиги қандай тушунилади?
13. Қўзғатилган ҳаракатнинг дифференциал тенгламаси деб нимага айтилади ва у қандай келтириб чиқарилади?
14. Биринчи яқинлашиш тенгламалари деб қандай тенгламаларга айтилади?
15. Биринчи яқинлашиш тенгламаларига мос келувчи характеристик тенглама қандай тузилади?
16. Биринчи яқинлашиш тенгламалари бўйича турғунлик ёки турғунмасликни қандай текшириш мумкин (Ляпунов теоремалари)?
17. Чизикли АБТнинг қўзғатилган ҳаракати унинг эркин ва мажбурий ташкил этувчилари орқали қандай тасвирланади?
18. n - тартибли чизикли дифференциал тенглама билан ифодаланувчи АБТ учун характеристик тенглама қандай тузилади?
19. Чизикли АБТ асимптотик турғунлигининг зарурий ва етарли шarti қандай айтилади?
20. Турғунлик мезонлари деб қандай қоидаларга айтилади ва улар амалиётда қандай кўринишларда қўлланилади?

АВТОМАТИК БОШҚАРУВ ТИЗИМЛАРИНИНГ ТУРҒУНЛИК МЕЗОНЛАРИ

Режа:

1. Алгебраик турғунлик мезонлари.
2. Частотали турғунлик мезонлари.

Таянч иборалар: *алгебраик турғунлик мезонлари, характеристик тенглама, Раус мезони, Раус жадвали, Гурвиц мезони, Гурвиц детерминантлари, Лъенар—Шипар мезони, аргумент принципи, модуль, аргумент, Михайлов мезони, Михайлов чизиги, Михайлов функциялари, Найквист мезони, ёпиқ тизим, узилган тизим, амплитуда-фазавий характеристика, астатик тизим, астатизм тартиби.*

1. Алгебраик турғунлик мезонлари.

Математик ифодаланиши қуйидаги

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n = b_0 u^{(m)} + b_1 u^{(m-1)} + \dots + b_m. \quad (1)$$

чизикли дифференциал тенгламадан иборат бўлган автоматик бошқарув тизимини қараймиз. (1) чизикли автоматик бошқарув тизимининг алгебраик турғунлик мезонлари бу тизимнинг турғунлиги ҳақида унинг

$$D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (2)$$

характеристик тенгламасининг коэффицентлари орқали хулоса қилиш имконини беради.

Дастлаб шуни таъкидлаймизки, (1) тизим турғунлигининг зарурий шарти (2) характеристик тенглама барча коэффицентларининг мусбатлигидир:

$$a_0 > 0; a_1 > 0; \dots; a_n > 0.$$

Ҳақиқатан ҳам Безу теоремасига кўра (2) тенгламани қуйидаги кўринишда тасвирлаш мумкин:

$$a_0(s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_n) = 0, \quad (3)$$

бу ерда $s_1, s_2, \dots, s_n$ — унинг илдизлари. Агар характеристик тенгламанинг барча илдизлари ҳақиқий ва манфий, яъни $s_i = \alpha_i < 0$ бўлса, $s_i = -|\alpha_i|$ бўлади ва натижада (3) ифода

$$a_0(s + |\alpha_1|)(s + |\alpha_2|) \dots (s + |\alpha_n|) = 0. \quad (4)$$

кўринишга келади.

(4) ифодада ҳамма вақт $a_0 > 0$ дейиш мумкин (зарур бўлган ҳолда тенгламанинг икала томонини -1 га кўпайтириб, бунга эришиш мумкин). Энди (4) нинг чап тарафида ҳадларни бир-бирига кўпайтириб, (2) ифодани ҳосил қиламизки, ундаги барча коэффицентлар мусбат a_0 ва $|\alpha_i|$, $i = 1, 2, \dots, n$, сонлар билан аниқланади, яъни барча $a_0, a_1, \dots, a_n$ коэффицентлар мусбатдир.

Агар (2) характеристик тенглама манфий ҳақиқий қисмли комплекс илдизларга эга, масалан, $s_2 = \alpha_2 + j\omega_2$, $s_3 = \alpha_2 - j\omega_2$ илдизларга эга бўлса, бу ҳолда тенгламани қуйидаги

$$a_0(s+|\alpha_1|)(s+|\alpha_2|-j\omega_2)(s+|\alpha_2|+j\omega_2) \dots (s+|\alpha_n|)=0,$$

ёки

$$a_0(s+|\alpha_1|) [(s+|\alpha_2|)^2 + \omega_2^2] \dots (s+|\alpha_n|)=0. \quad (5)$$

кўринишда ёзиш мумкин.

Тушунарлики, (5) тенглама ҳам коэффициентлари мусбат бўлган (2) тенглама кўринишига келтирилади.

Алгебраик турғунлик мезонларидан айниқса Раус ва Гурвиц мезонлари амалиётда кенг қўлланиладилар.

Рауснинг турғунлик мезони. Ушбу турғунлик мезони 1877 йили инглиз математики Э. Раус томонидан таклиф этилган. Қуйида мезонни келтириш учун аввало Раус жадвалини (1-жадвал) қандай тўлдиришни тушунтирамиз.

1-жадвалнинг биринчи қаторига характеристик тенгламанинг жуфт индексли $a_0, a_2, a_4, a_6, \dots$ коэффициентлари ёзилади; иккинчи қаторига эса тоқ индексли $a_1, a_3, a_5, a_7, \dots$ коэффициентлари ёзилади. 1-жадвалнинг бошқа барча элементлари

$$c_{k,i} = c_{k+1,i-2} - r_i c_{k+1,i-1}, \quad (6)$$

тенглик билан аниқланади, бу ерда

$$r_i = \frac{c_{1,i-2}}{c_{1,i-1}}. \quad (7)$$

(6), (7) формулаларда k – Раус жадвалининг устун рақамини билдирувчи индекс, i – жадвалнинг қатор рақамини билдирувчи индекс.

1-жадвал

Коэффициент r_i	Қатор (i)	Устун(k)			
		1	2	3	4
—	1	$a_0=c_{11}$	$a_2=c_{21}$	$a_4=c_{31}$	...
—	2	$a_1=c_{12}$	$a_3=c_{22}$	$a_5=c_{32}$	...
$r_3=a_0/a_1$	3	$c_{13}=a_2 - r_3a_3$	$c_{23}=a_4 - r_3a_5$	$c_{33}=a_6 - r_3a_7$	...
$r_4=a_1/c_{13}$	4	$c_{14}=a_3 - r_4c_{23}$	$c_{24}=a_5 - r_4c_{33}$	$c_{34}=a_7 - r_4c_{43}$	...
$r_5=a_{13}/c_{14}$	5	$c_{15}=c_{23} - r_5c_{24}$	$c_{25}=c_{33} - r_5c_{34}$	$c_{35}=c_{43} - r_5c_{44}$	...
...	...	...	...	...	...
$r_i=c_{1,i-2}/c_{1,i-1}$	i	$c_{1,i}=c_{2,i-2}-r_i c_{2,i-1}$	$c_{2,i}=c_{3,i-2}-r_i c_{3,i-1}$	$c_{3,i}=c_{4,i-2}-r_i c_{4,i-1}$	...
...	...	...	...	...	...

Шуни эслатамизки, Раус жадвалидаги қаторлар сони $n+1$ га тенг, бу ерда n – (2) характеристик тенгламанинг даражаси.

Рауснинг турғунлик мезони қуйидагича ифодаланади: автоматик бошқарув тизимининг турғун бўлиши учун Раус жадвалининг биринчи

устунидаги элементларнинг бир хил ишорали бўлиши, яъни $a_0 > 0$ бўлганда мусбат:

$$c_{11} = a_0 > 0; c_{12} = a_1 > 0; c_{13} > 0; \dots; c_{1,n+1} > 0. \quad (8)$$

бўлиши зарур ва етарлидир.

Агар (8) шарт бажарилмаса (биринчи устунда мусбат бўлмаган элементлар бор), автоматик бошқарув тизими турғун эмас, характеристик тенгламанинг ўнг илдизлари сони эса Раус жадвалининг биринчи устунидаги ишора алмашишлар сонига тенг.

Раус жадвалини тузиш алгоритми ЭХМда дастурлаш учун жуда қулайдир. Шунинг учун Раус мезони характеристик тенглама коэффициентларининг турғунликка таъсирини ЭХМ ёрдамида тадқиқ этишда кенг қўлланилади.

1-мисол. Автоматик бошқарув тизимининг характеристик тенгламаси

$$D(s) = s^6 + 6s^5 + 21s^4 + 44s^3 + 62s^2 + 52s + 100 = 0.$$

бўлсин. Тизимнинг турғунлигини текшириш учун бу тенглама коэффициентлари бўйича Раус жадвалини (2-жадвал) тузамиз. Тузилган жадвал биринчи устунда элементлар ишораларининг икки марта ўзгариши мавжуд. Демак тизим турғун эмас, характеристик тенглама эса иккита ўнг илдизга эга.

2-жадвал

Коэффициент r_i	Катор (i)	Устун (k)			
		1	2	3	4
—	1	$a_0=1$	$a_2=21$	$a_4=62$	$a_6=100$
—	2	$a_1=6$	$a_3=44$	$a_5=52$	$a_7=0$
$r_3=a_0/a_1=1/6=0.167$	3	$c_{13}=21-$ $0.167*44=13.65$	$c_{23}=62-$ $0.167*52=53.3$	$c_{33}=100-$ $0.167*0=100$	0
$r_4=a_1/c_{13}=6/13.65=$ $=0.44$	4	$c_{14}=44-0.44*$ $*53.3=20.6$	$c_{24}=52-$ $0.44*100=8$	$c_{34}=0-$ $0.44*0=0$	0
$r_5=a_{13}/c_{14}=$ $=13.65/20.6=0.65$	5	$c_{15}=53.3-$ $0.66*8=48$	$c_{25}=100-$ $0.66*0=100$		0
$r_6=c_{14}/c_{15}=$ $=20.6/48=0.43$	6	$c_{16}=8-$ $0.43*100=-35$	$c_{26}=0-$ $0.43*0=0$		0
$r_7=c_{15}/c_{16}=$ $=48/-35=-1.37$	7	$c_{17}=100-(-$ $1.37)*0=100$	0		0

Гурвицнинг турғунлик мезони. 1895 йили немис математиги А. Гурвиц томонидан ишлаб чиқилган алгебраик турғунлик мезони характеристик тенгламанинг коэффициентларидан тузиладиган детерминантлар ишораларини текширишга асосланади.

Дастлаб (2) характеристик тенглама коэффициентларидан Гурвицнинг бош детерминанти деб аталувчи куйидаги детерминант тузилади:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix} \quad (9)$$

Бош детерминант қуйидаги қоида бўйича тузилади: детерминантнинг бош диагоналида чапдан ўнгга қараб характеристик тенгламанинг a_1 дан a_n гача коэффициентлари индексларнинг ўсиш тартибида жойлаштирилади. Бош диагоналдан юқорига устунлар характеристик тенгламанинг ўсиб боровчи индексли коэффициентлари билан, қуйига қараб эса устунлар камаювчи индексли коэффициентлар билан тўлдирилади. Индекси n дан (n – характеристик тенглама тартиби) катта ва нолдан кичик коэффициентлар ўрнига ноллар ёзилади.

Гурвицнинг бош детерминантидан Гурвицнинг қуйи тартибли детерминантларини (диагонал минорлар) ҳосил қиламиз:

$$\Delta_1 = a_1; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}; \quad \Delta_k = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & a_k \end{vmatrix}.$$

Гурвицнинг турғунлик мезони қуйидагича ифодаланади: *автоматик бошқарув тизими турғун бўлиши учун Гурвицнинг барча детерминантлари характеристик тенгламанинг биринчи a_0 коэффициенти билан бир хил ишорали бўлиши, яъни $a_0 > 0$ бўлганда мусбат бўлиши зарур ва етарлидир.*

Шундай қилиб, $a_0 > 0$ бўлганда тизимнинг турғун бўлиши учун

$$\Delta_1 > 0; \quad \Delta_2 > 0; \quad \Delta_3 > 0; \quad \Delta_n > 0. \quad (10)$$

шартларнинг бажарилиши зарур ва етарлидир.

Масалан, биринчи, иккинчи, учинчи ва тўртинчи тартибли характеристик тенгламалар учун Гурвиц детерминантларини ҳисоблаб, қуйидаги турғунлик шартларига эга бўламиз:

1) биринчи тартибли тизим учун ($n = 1, a_0 s + a_1 = 0$):

$$a_0 > 0; \quad a_1 > 0;$$

2) иккинчи тартибли тизим учун ($n = 2, a_0 s^2 + a_1 s + a_2 = 0$):

$$a_0 > 0; \quad a_1 > 0; \quad a_2 > 0;$$

3) учинчи тартибли тизим учун ($n = 3, a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 = 0$):

$$a_0 > 0; \quad a_1 > 0; \quad a_2 > 0; \quad a_3 > 0;$$

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0; \quad (11)$$

4) тўртинчи тартибли тизим учун ($n=4, a_0s^4+a_1s^3+a_2s^2+a_3s+a_4=0$):

$$a_0>0; \quad a_1>0; \quad a_2>0; \quad a_3>0; \quad a_4>0; \\ a_3(a_1a_2 - a_0a_3) - a_1^2a_4>0. \quad (12)$$

Шундай қилиб, биринчи ва иккинчи тартибли бошқарув тизимлари учун турғунликнинг зарурий ва етарли шarti характеристик тенглама коэффициентларининг мусбатлигидан иборатдир. Учинчи ва тўртинчи тартибли автоматик бошқарув тизимлари учун турғунликнинг зарурий ва етарли шартларига эга бўлиш учун характеристик тенглама коэффициентларининг мусбатлик шартларидан ташқари қўшимча (11) ва (12) тенгсизликларнинг бажарилиши ҳам талаб этилади

n нинг катта қийматларида (10) шартларни текшириш учун катта ҳажмдаги ҳисоблаш ишларини бажаришга тўғри келади. Шу сабабли катта ўлчамдаги бошқарув тизимлари учун Гурвиц мезонидан фойдаланилганда сонли усулларни ва ҳисоблаш техникасини қўллаш зарурияти пайдо бўлади.

Гурвицнинг (9) бош детерминантидаги охириги устунда фақат битта a_n коэффициент нолдан фарқли бўлгани учун

$$\Delta_n = a_n \Delta_{n-1}. \quad (13)$$

бўлади.

(13) дан кўриниб турибдики, $a_n>0$ бўлганда, тизимнинг турғунлигини текшириш учун Гурвицнинг фақат Δ_1 дан Δ_{n-1} гача бўлган детерминантларини ҳисоблаш етарлидир. Агар Гурвицнинг барча қуйи тартибли детерминантлари мусбат ($\Delta_1>0, \Delta_2>0, \dots, \Delta_{n-1}>0$) бўлиб, бош детерминант нолга тенг ($\Delta_n = a_n \Delta_{n-1}=0$) бўлса, тизимни турғунлик чегарасида ётибди деб ҳисоблаймиз.

$\Delta_n = a_n \Delta_{n-1}=0$ тенглик икки ҳолда: $a_n=0$ ёки $\Delta_{n-1}=0$ бўлганда бажарилади. Биринчи ҳолда тизим даврий бўлмаган турғунлик чегарасида ётибди дейилади (характеристик тенгламанинг илдизларидан бири нолга тенг); иккинчи ҳолда эса тебранувчи турғунлик чегарасида ётибди дейилади (характеристик тенгламанинг иккита қўшма комплекс илдизлари мавҳум ўқда ётади).

Гурвиц мезонидан фойдаланиб, тизимнинг параметрлари берилган ҳолда қандайдир параметрлардан бирини номаълум сифатида қабул қилиб, унинг шундай чегаравий (критик) қийматини топиш мумкинки, бунда тизим турғунлик чегарасида ётади.

Шуни қайд этиш лозимки, Гурвиц мезонини Раус мезонидан келтириб чиқариш мумкин. Шунинг учун баъзан Гурвиц мезонига Раус — Гурвиц мезони ҳам дейилади.

2-мисол. Тизимнинг характеристик тенламаси $D(s) = 9s^4 + 2s^2 + 6s + 5 = 0$ бўлсин. Тизим турғун эмас, чунки $a_1=0$ ($a_1>0$ шарт бажарилмаган).

3-мисол. Тизимнинг характеристик тенламаси $D(s) = s^5 + 12s^4 + 5s^3 - 4s^2 + s + 10 = 0$. Тизим турғун эмас, чунки $a_3 = -4 < 0$ ($a_3>0$ шарт бажарилмаган).

4-мисол. Тизимнинг характеристик тенламаси $D(s) = 2s^3 + 6s^2 + 8s + 20 = 0$. Бу характеристик тенгламанинг барча коэффициентлари мусбат ва Гурвиц детерминантлари мусбат:

$$\Delta_1 = a_1 = 6 > 0, \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 = 6 \cdot 8 - 2 \cdot 20 = 8 > 0, \Delta_3 = \Delta_2 a_3 = 8 \cdot 20 = 160 > 0.$$

Демак, тизим турғун.

Льенар – Шипарнинг турғунлик мезони. Бу мезон 1914 йилда П. Льенар ва Р. Шипар томонидан тақдим этилган бўлиб, у Гурвиц мезонини такомиллаштиради. Улар шуни исботлашдики, (2) характеристик тенгламанинг барча коэффициентлари мусбат ($a_0 > 0, a_1 > 0, \dots, a_n > 0$) бўлганда, тоқ индексли $\Delta_1, \Delta_3, \Delta_5, \dots$ Гурвиц детерминантларининг мусбатлигидан барча жуфт индексли $\Delta_2, \Delta_4, \Delta_6, \dots$ Гурвиц детерминантларининг мусбатлиги келиб чиқади ва аксинча.

Шу сабабли, турғунликнинг зарурий шарти бажарилганда, яъни $a_0 > 0, a_1 > 0, \dots, a_n > 0$ бўлганда, турғунликнинг зарурий ва етарли шарти $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ Гурвиц детерминантлари орасида барча жуфт индексли детерминантларнинг (ёки барча тоқ индексли детерминантларнинг) мусбатлигидан иборат бўлади.

Шундай қилиб, **Льенар – Шипарнинг турғунлик мезонига** кўра автоматик бошқарув тизимининг турғун бўлиши учун

$$a_0 > 0, a_1 > 0, \dots, a_n > 0, \Delta_1 > 0, \Delta_3 > 0, \Delta_5 > 0, \dots$$

ёки

$$a_0 > 0, a_1 > 0, \dots, a_n > 0, \Delta_2 > 0, \Delta_4 > 0, \Delta_6 > 0, \dots$$

тенгсизликларнинг бажарилиши зарур ва етарлидир.

Льенар – Шипарнинг турғунлик мезонидан фойдаланилганда одатдаги Гурвиц мезонига қараганда кам сондаги детерминантлар ҳисобланади ва шунинг учун бу мезон юқори тартибли автоматик бошқарув тизимлари турғунлигини текшириш учун қулайдир.

2. Частотали турғунлик мезонлари.

Частотали турғунлик мезонлари автоматик бошқарув тизими турғунлиги ҳақида уларнинг частотали характеристикаларининг кўринишига қараб хулоса қилиш имконини беради. Бу мезонлар содда геометрик талқинга ва кўрғазмали хусусиятга эга.

Частотали мезонлар асосида комплекс ўзгарувчи функциялар назариясидан яхши маълум бўлган аргумент принциpidан келиб чиқувчи натижа ётади.

Аргумент принципи. Фараз қилайлик n -даражали қандайдир $D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n$ кўпхад берилган бўлсин. Бу кўпхадни Безу теоремасига кўра $D(s) = a_0 (s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_n)$ кўринишда ёзиш мумкин, бу ерда $s_i = \alpha_i + j\omega_i$ — $D(s) = 0$ тенгламанинг илдизлари.

Комплекс текисликда ҳар бир $s_i = \alpha_i + j\omega_i$ илдиз геометрик равишда координата бошидан s_i нуқтага қараб йўналтирилган вектор билан ифодаланиши мумкин (1-а расм). Бу векторнинг узунлиги $|s_i|$ комплекс

соннинг $|s_i|$ модулига, шу вектор билан ҳақиқий ўқ мусбат йўналиши орасидаги ҳосил бўлган бурчак эса, s_i комплекс соннинг $\text{Arg } s_i$ аргументига тенг. $(s - s_i)$ микдорлар геометрик равишда s_i нуқтадан ихтиёрий s нуқтага қараб йўналган вектор билан тасвирланади(1-б расм).

Комплекс соннинг соф мавҳум $s = j\omega$ қийматида қуйидагига эга бўламиз:

$$D(j\omega) = a_0(j\omega - s_1)(j\omega - s_2)\dots(j\omega - s_n). \quad (14)$$

$(j\omega - s_j)$ элементар векторларнинг учлари мавҳум ўқнинг $s = j\omega$ нуқтасида бўлади(1-в расм). (14) муносабатга кўра $D(j\omega)$ векторнинг модули $(j\omega - s_j)$ элементар векторлар модуллари ва a_0 нинг кўпайтмасига тенг($a_0 > 0$ деб ҳисобланади):

$$|D(j\omega)| = a_0 |j\omega - s_1| |j\omega - s_2| \dots |j\omega - s_n|,$$

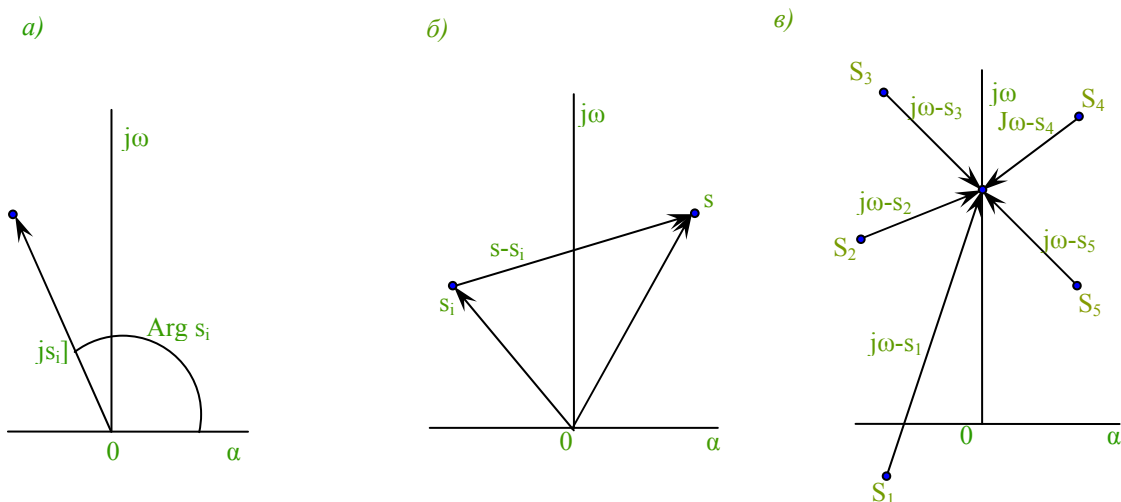
бу векторнинг аргументи эса элементар векторлар аргументларининг йиғиндисига тенг:

$$\text{Arg } D(j\omega) = \text{Arg}(j\omega - s_1) + \text{Arg}(j\omega - s_2) + \dots + \text{Arg}(j\omega - s_n).$$

Соат стрелкасига тескари йўналишда айланишни мусбат деб қабул қиламиз. У вақтда ω нинг $-\infty$ дан $+\infty$ гача ўзгаришида, агар элементар векторнинг боши, яъни s_i илдиз мавҳум ўқдан чапда жойлашган бўлса, бундай векторларнинг ҳар бири π бурчакга, агар s_i илдиз мавҳум ўқдан ўнгда жойлашган бўлса, бундай элементар векторларнинг ҳар бири $-\pi$ бурчакга бурилади(2-расм).

Фараз қилайлик, $D(s)$ кўпхад m та ўнг илдизга ва $n - m$ та чап илдизга эга бўлсин. У вақтда ω нинг $-\infty$ дан $+\infty$ гача ўзгаришида $D(j\omega)$ вектор аргументининг ўзгариши(орттирмаси) $(j\omega - s_i)$ элементар векторлар бурилишларининг йиғиндисига тенг:

$$\Delta \text{Arg } D(j\omega) \Big|_{\omega=-\infty}^{\omega=+\infty} = \pi(n - m) - \pi m = \pi(n - 2m). \quad (15)$$

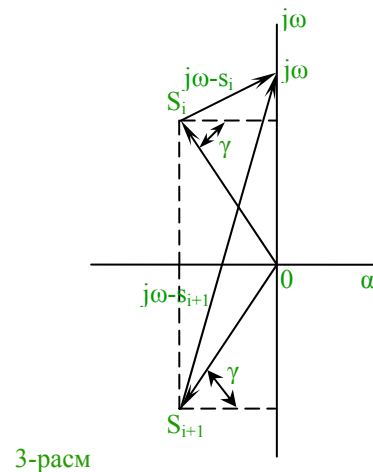
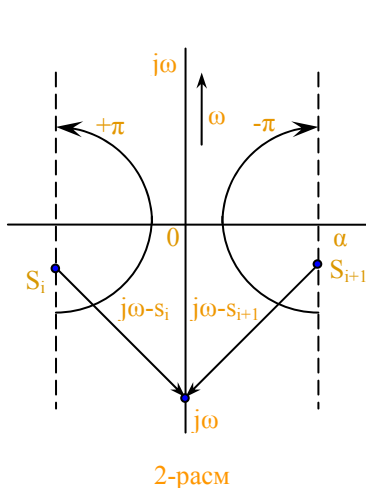


1-расм

Бу ердан қуйидаги қоида келиб чиқади: ω частотанинг $-\infty$ дан $+\infty$ гача ўзгаришида $D(j\omega)$ комплекс сон аргументининг ўзгариши (орттирмаси) $D(s)=0$ тенглама чап ва ўнг илдизлари айирмасининг π га кўпайтирилганига тенг.

Кўриш қийин эмаски, ω частотанинг 0 дан $+\infty$ гача ўзгаришида $D(j\omega)$ вектор аргументининг ўзгариши умумий ҳолдагидан (яъни $-\infty$ дан $+\infty$ ўзгаргандигига қараганда) икки марта кичик бўлади (3-расм):

$$\Delta \text{Arg } D(j\omega) \Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = (\pi/2)(n-2m). \quad (16)$$



Михайлов турғунлик мезони. 1938 йилда А. В. Михайлов томонидан таърифланган ва (15) қоидага асосланган ушбу турғунлик мезони тизимнинг турғунлиги ҳақида Михайлов чизиғи деб аталувчи муайян чизиқнинг жойлашиш хоссаларига қараб хулоса қилиш имконини беради.

(1) автоматик бошқарув тизимининг (2) характеристик тенгламаси берилган бўлсин. Бу тенгламанинг чап томонига $D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n$ характеристик кўпхад дейилади. Бу ерда $s = j\omega$ деб олиб,

$$D(j\omega) = a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_n = X(\omega) + jY(\omega) = D(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$$

комплекс кўпхадга эга бўламиз, бу ерда

$$X(\omega) = a_n - a_{n-2} \omega^2 + a_{n-4} \omega^4 - \dots, \quad Y(\omega) = \omega(a_{n-1} - a_{n-3} \omega^2 + a_{n-5} \omega^4 - \dots).$$

$X(\omega)$ ва $Y(\omega)$ кўпхадларга мос равишда ҳақиқий ва мавҳум Михайлов функциялари дейилади; $D(\omega)$ ва $\varphi(\omega)$ функциялар $D(j\omega)$ векторнинг модул ва аргументини билдиради.

ω частотанинг ўзгаришида $D(j\omega)$ вектор микдор ва йўналиш бўйича ўзгариб, ўз учи билан комплекс текисликда Михайлов чизиғи (годографи) деб аталувчи муайян чизиқни ҳосил қилади.

(16) муносабатга кўра частотанинг 0 дан $+\infty$ гача ўзгаришида $D(j\omega)$ векторнинг координата боши атрофида бурилиш бурчаги қуйидагига тенг:

$$\Delta \text{Arg } D(j\omega) \Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = \frac{\pi}{2} (n-2m).$$

Бу тенгликдан $D(s)$ кўпхаднинг ўнг илдизлари сонини топамиз:

$$m = \frac{\pi/2 - \Delta \operatorname{Arg} D(j\omega) \Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty}}{\pi}. \quad (17)$$

(17) муносабатдан кўринадики, $D(s)$ кўпхаднинг ўнг илдизлари сони фақат

$$\Delta \operatorname{Arg} D(j\omega) \Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = \pi/2. \quad (18)$$

бўлгандагина нолга тенг бўлади.

(18) шарт турғунликнинг зарурий шартидир, аммо у етарли шарт эмас. Тизимнинг турғунлиги учун характеристик тенглама барча n та илдизининг чап илдизлар бўлиши зарур ва етарли, бошқача айтганда бу илдизлар орасида мавҳум ўқда ётувчи ва $D(j\omega)$ комплекс кўпхадни нолга айлантирувчи илдизлар бўлмаслиги, яъни яна битта шарт

$$D(j\omega) \neq 0 \quad (19)$$

муносабат ҳам бажарилиши лозим.

(18) ва (19) формулалар Михайлов турғунлик мезонининг математик ифодаси ҳисобланади: *автоматик бошқарув тизимининг турғун бўлиши учун частота ω нинг 0 дан $+\infty$ гача ўзгаришида Михайлов чизигининг $D(j\omega)$ вектори, ҳеч қаерда нолга айланмасдан, координата боши атрофида соат стрелкасига тескари йўналишда $\pi n/2$ бурчакга бурилиши зарур ва етарлидир, бу ерда n – характеристик тенгламанинг тартиби.*

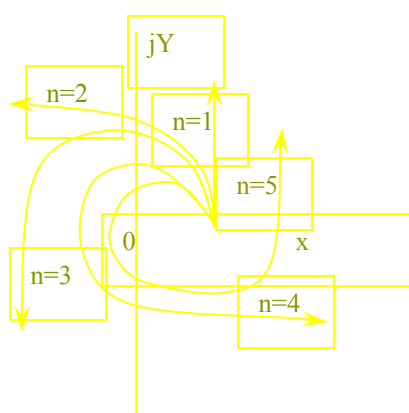
Шуни таъкидлаймизки, турғун тизимлар учун Михайлов чизиги $\omega=0$ бўлганда ҳақиқий ярим ўқдан бошланади, чунки $a_0 > 0$ бўлганда характеристик тенгламанинг барча коэффицентлари мусбат ва $D(0) = a_n > 0$. Бундан ташқари, ўзгармас коэффицентли оддий дифференциал тенгламалар билан ифодаланувчи турғун тизимлар учун $\psi(\omega)$ аргумент ω частотанинг ўсиши билан монотон ошиб бориши, яъни $D(j\omega)$ вектор фақат соат стрелкасига тескари йўналишда бурилиши лозим.

Буни ҳисобга олиб, Михайлов турғунлик мезонини қуйидагича таърифлаш мумкин: *автоматик бошқарув тизимининг турғун бўлиши учун частота ω нинг 0 дан $+\infty$ гача ўзгаришида Михайлов чизиги(годографи), $\omega=0$ бўлганда ҳақиқий ярим ўқдан бошланиб, фақат соат стрелкасига тескари йўналишда координата текислигининг n квадрантини кетма-кет айланиб ўтиши зарурий ва етарлидир, бу ерда n – характеристик тенгламанинг тартиби.*

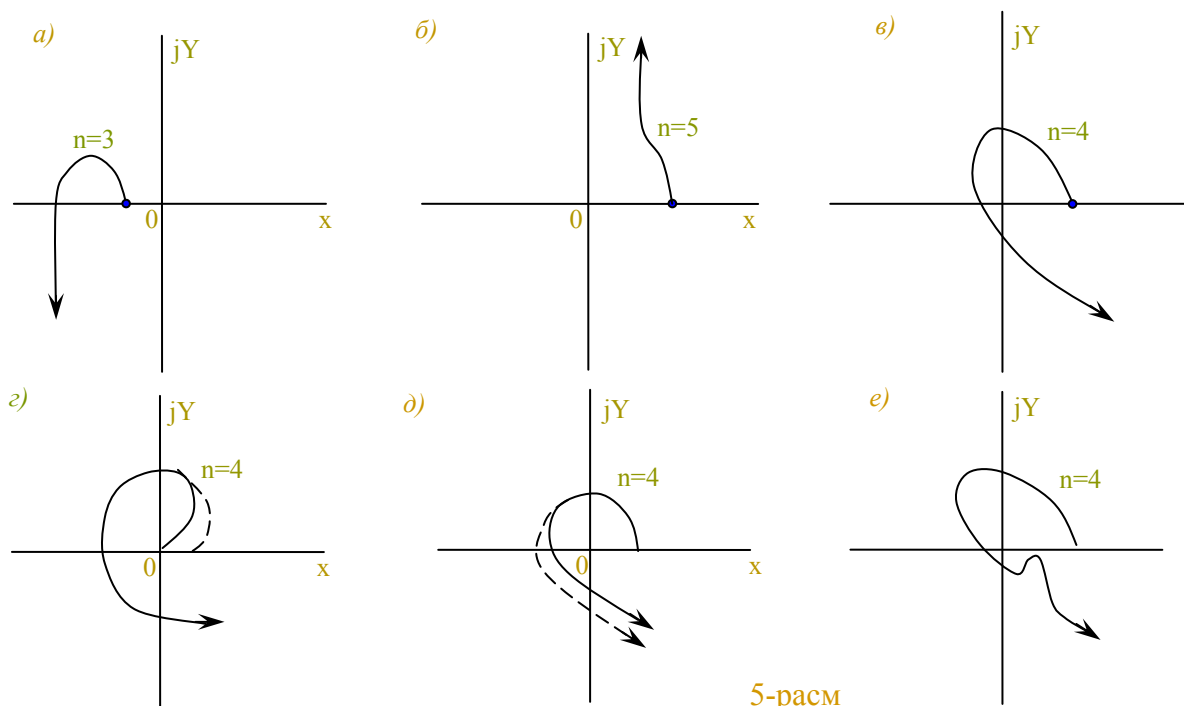
4-расмда биринчи тартиблидан ($n=1$) то бешинчи тартиблигача ($n=5$) бўлган тенгламалар билан ифодаланувчи турғун тизимларнинг типик Михайлов чизиклари кўрсатилган(таққослаш қулайлиги учун барча ҳолларда a_n коэффицент бир хил қилиб олинган)

5-расмда турғунмас ва нейтрал тизимлар учун Михайлов чизиклари кўрсатилган. 5-а расм – $\omega=0$ бўлганда Михайлов чизиги ҳақиқий манфий ярим ўқдан бошланади(тизим турғун эмас). 5-б расм – тенгламанинг тартиби $n=5$, Михайлов чизиги эса битта квадрантда жойлашган(тизим турғун эмас). 5-в расм – квадрантларни ўтиш тартиби бузилган(тизим турғун эмас). 5-г

расм – Михайлов чизиғи координаталар бошидан бошланган, яъни характеристик тенгламанинг камида битта нол илдизи бор (тизим даврий бўлмаган турғунлик чегарасида ётади; Михайлов чизиғини унча катта бўлмаган тарзда деформациялаш (расмда узлукли чизиқ) тизимни турғун тизимга айлантиради). 5-д расм – Михайлов чизиғи частотанинг қандайдир қийматида координата бошидан ўтади, яъни характеристик тенгламанинг соф мавҳум илдизлари бор (тизим тебранувчан турғунлик чегарасида ётади; Михайлов чизиғини унча катта бўлмаган тарзда деформациялаш (расмда узлукли чизиқ) тизимни турғун тизимга айлантиради). 5-е расм – Михайлов чизиғи координаталар бошидан ўтади, аммо Михайлов чизиғини унча катта бўлмаган тарзда деформациялаш билан турғунлик шартини қаноатлантирадиган қилиш мумкин эмас (тизим турғун эмас)



4-расм



5-расм

Михайлов годографи тахлил этиб, Михайловнинг турғунлик мезонидан қуйидаги натижани келтириб чиқариш мумкин. Михайлов чизигининг координаталар текислиги квадрантларини кетма кет ўтишида бу чизик ҳақиқий ва мавҳум ўқларни навбат билан кесиб ўтади. Михайлов чизиги билан ҳақиқий ўқнинг кесишиш нуқтасида мавҳум Михайлов функцияси $Y(\omega)$ нолга айланади. Михайлов чизигининг мавҳум ўқ билан кесишиш нуқтасида эса ҳақиқий Михайлов функцияси $X(\omega)$ нолга айланади. Шунинг учун Михайлов чизигининг ҳақиқий ва мавҳум ўқлар билан кесишиш нуқталарига мос частотанинг қийматлари қуйидаги

$$X(\omega) = 0, \quad (20)$$

$$Y(\omega) = 0 \quad (21)$$

тенгламаларнинг илдизлари бўлиши керак. Михайловнинг ҳақиқий $X(\omega)$ ва мавҳум $Y(\omega)$ функцияларини график равишда чизиклар сифатида тасвирлаш мумкин (6-расм). Бу чизикларнинг абсцисса ўқи билан кесишиш нуқталари (20), (21) тенгламалар илдизларининг қийматларини беради. Агар $\omega_0, \omega_2, \omega_4, \dots$ – (21) тенгламанинг илдизлари, $\omega_1, \omega_3, \omega_5, \dots$ – (20) тенгламанинг илдизлари бўлиб, $\omega_0 < \omega_2 < \omega_4 < \dots, \omega_1 < \omega_3 < \omega_5 < \dots$ шартлар бажарилса, турғун тизим учун $\omega_0 < \omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \omega_4 < \omega_5 < \dots$ тенгсизликларнинг бажарилишини талаб этиш керак бўлади.

Шу айтилганларга кўра Михайлов турғунлик мезонининг бошқа бир ифодасини келтириш мумкин: *автоматик бошқарув тизимининг турғун бўлиши учун нолга тенглаштирилган ҳақиқий $X(\omega)$ ва мавҳум $Y(\omega)$ Михайлов функцияларининг барча илдизлари ҳақиқий ва навбат билан алмашинувчи бўлиши ҳамда бу илдизларнинг умумий сони характеристик тенгламанинг тартиби n га тенг бўлиб, $\omega = 0$ да $X(0) > 0, Y'(0) > 0$ шартларнинг бажарилиши зарур ва етарлидир.*

Илдизларнинг навбат билан алмашинувчилик шarti олтинчигача тартибли тенгламалар учун Михайлов чизигини чизмасдан турғунликни осонгина аналитик тадқиқ қилиш имконини беради. Бунда одатда фақат $Y(\omega) = 0$ тенгламанинг илдизлари аниқланади. $X(\omega) = 0$ ва $Y(\omega) = 0$ тенгламалар илдизларининг навбат билан алмашилиб келишини $Y(\omega) = 0$ тенглама илдизларини $X(\omega)$ га қўйиш билан текшириш мумкин. Бу иш бажарилганда турғун тизим учун $X(\omega)$ нинг ишораси алмашилиб келади.

5-мисол. Характеристик тенгламаси

$$D(s) = s^6 + 6s^5 + 15s^4 + 20s^3 + 15s^2 + 6s + 1 = 0$$

бўлган тизимнинг турғунлигини текшираимиз.

$s = j\omega$ деб оламиз ва ҳақиқий ва мавҳум Михайлов функцияларини топамиз:

$$X(\omega) = -\omega^6 + 15\omega^4 - 15\omega^2 + 1 = 0; Y(\omega) = \omega(6\omega^4 - 20\omega^2 + 6) = 0.$$

$Y(\omega) = 0$ тенгламанинг илдизларини топамиз, яъни $\omega_0 = 0; \omega^4 - 3,33\omega^2 + 1 = 0$.

Бу ердан

$$\omega_{2,4}^2 = 1,67 \pm \sqrt{2,78 - 1}; \omega_2^2 = 0,36; \omega_4^2 = 2,96.$$

Агар илдизлар навбат билан алмашилиб келса, уларнинг квадратлари ҳам алмашилиб келади. Шунинг учун ω_2 ва ω_4 ни топиш шарт эмас. ω_2^2 ва ω_4^2 ни қўйганда $X(\omega)$ нинг ишораси алмашиб келишини текширамиз. Қуйидагиларга эга бўламиз:

$$\begin{aligned} X(\omega_2) &= -0,36^3 + 15 \cdot 0,36^2 - 15 \cdot 0,36 + 1 = -2,51; \\ X(\omega_4) &= -2,96^3 + 15 \cdot 2,96^2 - 15 \cdot 2,96 + 1 > 0. \end{aligned}$$

$Y(\omega)$ нинг барча илдизлари ҳақиқий ва бу илдизларга мос равишда $X(\omega)$ нинг ишоралари алмашилиб келгани учун тизим турғундир.

Найквист турғунлик мезони. 1932 йили америкалик олим Г. Найквист томонидан ишлаб чиқилган ушбу мезон ёпиқ тизимнинг турғунлиги ҳақида узилган тизимнинг амплитуда-фазавий характеристикаси кўринишига қараб ҳулоса қилиш имконини беради.

Фараз қилайлик узилган тизимнинг узатиш функцияси

$$W(s) = \frac{R(s)}{Q(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{c_0 s^n + c_1 s^{n-1} + \dots + c_n}, \quad m \leq n, \quad (22)$$

берилган бўлсин. (22) да $s = j\omega$ деб олиб, қаралаётган узилган тизимнинг частотали узатиш функциясига эга бўламиз:

$$W(j\omega) = \frac{R(j\omega)}{Q(j\omega)} = \frac{b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + \dots + b_m}{c_0 (j\omega)^n + c_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + c_n} = U(\omega) + jV(\omega) = A(\omega) e^{j\psi(\omega)},$$

бу ерда $U(\omega)$ ва $V(\omega)$ – частотали узатиш функциясининг мос равишда ҳақиқий ва мавҳум қисми; частотали узатиш функциясининг модули $A(\omega)$ ва фазаси $\psi(\omega)$ қуйидагиларга тенг: $A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}$; $\psi(\omega) = \text{Arctg} \frac{V(\omega)}{U(\omega)}$.

Агар ω частотани $-\infty$ дан $+\infty$ гача ўзгартирсак $W(j\omega)$ вектор модули ва фаза бўйича ўзгаради. Шу вектор учини билан комплекс текисликда ҳосил қилинувчи чизикга узилган тизимнинг амплитуда-фазавий характеристикаси дейилади.

Қуйидаги

$$\varphi(s) = 1 + W(s) = 1 + R(s)/Q(s) = [Q(s) + R(s)]/Q(s) = D(s)/Q(s), \quad (23)$$

ёрдамчи функцияни қараймиз, бу ерда $D(s) = Q(s) + R(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n$ – ёпиқ тизимнинг характеристик кўпҳади; $Q(s) = c_0 s^n + c_1 s^{n-1} + \dots + c_n$ – узилган тизимнинг характеристик кўпҳади; $R(s) = b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m$ – m -даражали кўпҳад.

Шуни қайд қиламизки, реал тизимларда $R(s)$ кўпҳаднинг даражаси $Q(s)$ кўпҳаднинг даражасидан юқори бўлмаганлиги, яъни $m \leq n$ бўлганлиги сабабли (23) касрнинг сурат ва махражининг даражаси бир хил ва n га тенг. (23) да $s = j\omega$ деб олиб,

$$\varphi(j\omega) = 1 + W(j\omega) = [Q(j\omega) + R(j\omega)]/Q(j\omega) = D(j\omega)/Q(j\omega)$$

муносабатга эга бўламиз.

Фараз қилайлик, ёпиқ тизимнинг $D(s) = 0$ характеристик тенгламаси m та ўнг илдизга ва $n-m$ та чап илдизга эга бўлсин. Узилган тизимнинг $Q(s) = 0$ характеристик тенгламаси эса l та ўнг ва $n-l$ та чап илдизга эга бўлсин. ω

частотанинг $-\infty$ дан $+\infty$ гача ўзгаришида $\varphi(j\omega)$ векторнинг бурилиш бурчаги аргумент принципига асосан

$$\Delta \operatorname{Arg} \varphi(j\omega) \Big|_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} = \Delta \operatorname{Arg} D(j\omega) - \Delta \operatorname{Arg} Q(j\omega) = \pi[(n-m)-m] - \pi[(n-l)-l] = 2\pi(l-m)$$

бўлади.

Ёпиқ тизим турғун бўлиши учун унинг характеристик тенгламасининг барча илдизлари чап илдизлар бўлиши, яъни $m=0$ бўлиши зарур ва етарлидир. Бу ердан келиб чиқадики, турғун тизим учун $\varphi(j\omega)$ векторнинг координаталар боши атрофида жами бурилиши $\Delta \operatorname{Arg} \varphi(j\omega) \Big|_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} = 2\pi l$ бўлади, бу ерда l – узилган тизим характеристик тенгламасининг ўнг илдизлари сони.

Одатда фақат мусбат $\omega > 0$ частоталар қаралади. Бу ҳолда $\varphi(j\omega)$ векторнинг координаталар боши атрофида жами бурилиш бурчаги икки марта кам, яъни

$$\Delta \operatorname{Arg} \varphi(j\omega) \Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = \pi l = 2\pi l / 2$$

бўлади.

Шундай қилиб, агар узилган тизим турғун эмас ва унинг характеристик тенгламаси l та ўнг илдизга эга бўлса, ёпиқ тизимнинг турғун бўлиши учун $\varphi(j\omega)$ ёрдамчи функциянинг амплитуда-фазавий характеристикаси, ω частотанинг 0 дан $+\infty$ ўзгаришида, координаталар бошини мусбат йўналишда $l/2$ марта айланиб ўтиши зарур ва етарлидир.

Осонгина кўриш қийин эмаски, $\varphi(j\omega)$ векторнинг координаталар боши атрофидаги айланишлар сони $W(j\omega)$ векторнинг $(-1, j0)$ нуқта атрофидаги айланишлар сонига тенг.

Шу айтилганларга асосан Найквист турғунлик мезонининг қуйидаги ифодасига эга бўламиз: агар узилган автоматик бошқарув тизими турғун бўлмаса, ёпиқ автоматик бошқарув тизимининг турғун бўлиши учун узилган тизимнинг амплитуда-фазавий характеристикаси $W(j\omega)$, ω частотанинг 0 дан $+\infty$ ўзгаришида, $(-1, j0)$ нуқта атрофини мусбат йўналишда $l/2$ марта айланиб ўтиши зарур ва етарлидир, бу ерда l – узилган тизим характеристик тенгламасининг ўнг илдизлар сони.

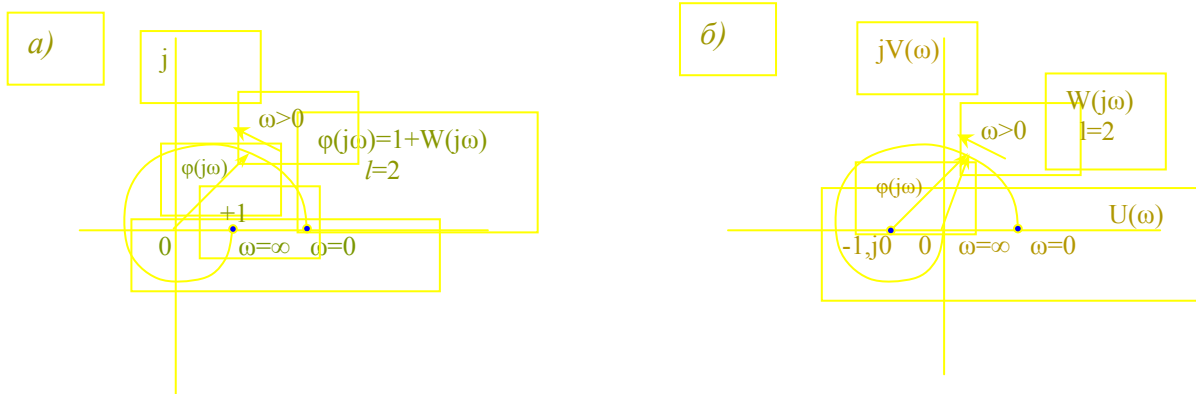
6-а расмда $\varphi(j\omega)$ амплитуда-фазавий характеристика кўрсатилган. 6-б расмда турғун ёпиқ тизимга мос келувчи, узилган ҳолатда турғун бўлмаган ва характеристик тенгламаси $l=2$ та ўнг илдизга эга тизимнинг $W(j\omega)$ амплитуда-фазавий характеристикаси келтирилган. Одатда реал тизимларда $W(j\omega) \Big|_{\omega=\infty} = 0$ ва шунинг учун $\varphi(j\omega) \Big|_{\omega=\infty} = 1$.

Агар автоматик бошқарув тизими узилган ҳолатда турғун, яъни $l=0$ бўлса, $\varphi(j\omega)$ вектор аргументининг орттирмаси нолга тенг:

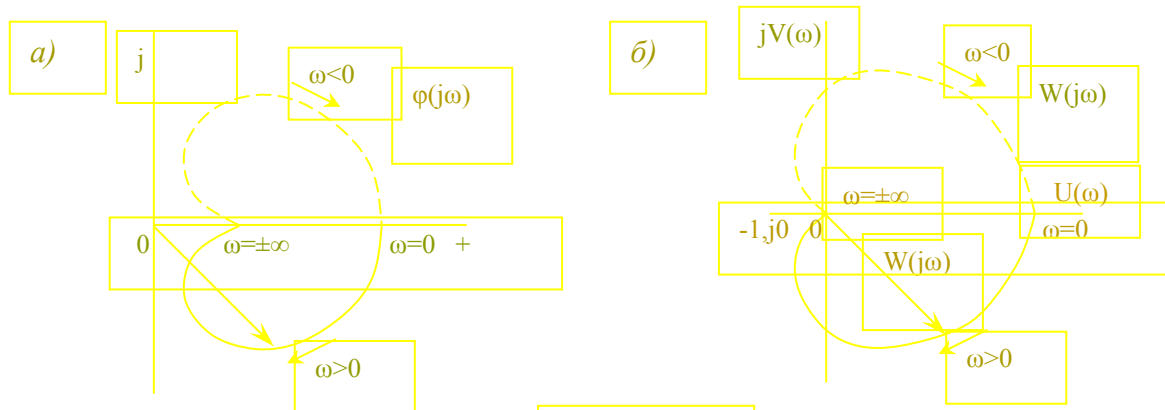
$$\Delta \operatorname{Arg} \varphi(j\omega) \Big|_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} = 2\pi l = 0.$$

Бу эса билдирадики, қаралаётган ҳолда ёпиқ тизимнинг турғун бўлиши учун $\varphi(j\omega)$ амплитуда-фазавий характеристика координаталар бошини айланиб ўтмаслиги (7-а расм), $W(j\omega)$ амплитуда-фазавий характеристика эса

координатлари $(-1, j0)$ бўлган нуқтани айланиб ўтмаслиги (7-б расм) зарурдир.



6-расм



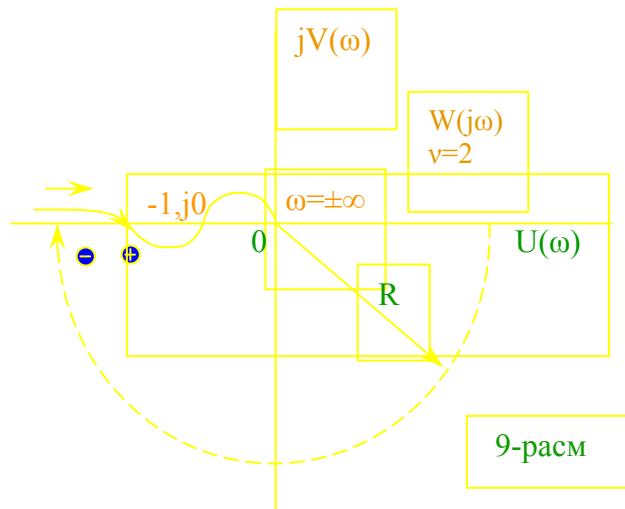
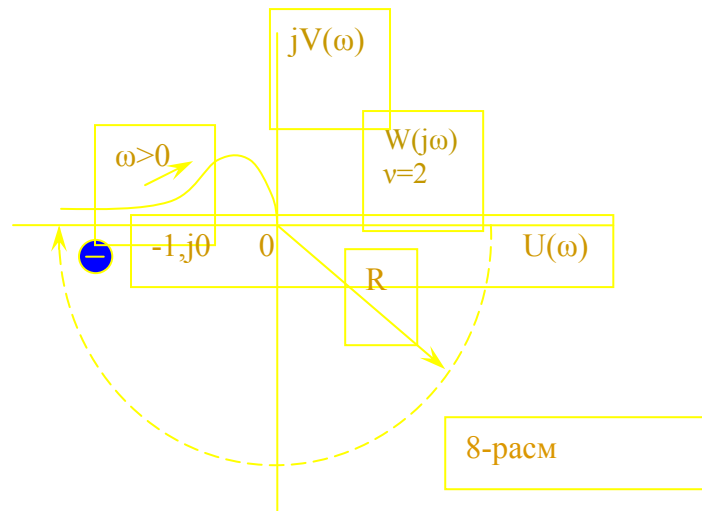
7-расм

Шундай қилиб, бу ҳол учун Найквист турғунлик мезонининг қуйидаги ифодасига эга бўламиз: *узилган автоматик бошқарув тизими турғун бўлган ҳолда, агар узилган тизимнинг $W(j\omega)$ амплитуда-фазавий характеристикаси $(-1, j0)$ нуқтани айланиб ўтмаса, ёпиқ автоматик бошқарув тизими турғун бўлади.*

Узилган статик автоматик бошқарув тизимларининг амплитуда-фазавий характеристикалари частотанинг $-\infty$ дан $+\infty$ гача ўзгаришида ёпиқ контурни ташкил этади. Интегралловчи бўғинларни ўзида сақловчи узилган астатик тизимларнинг амплитуда-фазавий характеристикалари ёпиқ контур ташкил этмайди. Бундай тизимлар учун узилган тизимнинг характеристик тенгламаси нолга тенг илдизларга эга бўлади ва $Q(s) = s^v Q_1(s) = 0$ кўринишда ёзилиши мумкин, бу ерда v – астатизм тартиби; $Q_1(s)$ – нолга тенг илдизларга эга бўлмаган кўпхад.

Қуйидаги қоида ўринли: *исталган v тартибли астатизмга эга тизимларнинг турғунлигини аниқлаш учун узилган тизим амплитуда-фазавий характеристикасининг мусбат частоталарга мос келувчи битта тармоғини қуриш, уни чексиз катта радиусли айлананинг $-v\pi/2$ бурчакга*

мос ёйи билан тўлдириш ва кейин Найквистнинг турғунлик мезонини қўллаш тарли.



Масалан, узилган астатик тизим турғун бўлмаган ҳолда, агар ω частотанинг 0 до $+\infty$ гача ўзгаришида чексиз катта радиусли айлананинг $-v\pi/2$ бурчакга мос ёйи билан тўлдирилган узилган астатик тизимнинг $W(j\omega)$ амплитуда-фазавий характеристикаси $(-1, j0)$ нуқтани мусбат йўналишда $l/2$ марта айланиб ўтса, ёпиқ тизим турғун бўлади, бу ерда l – узилган тизим характеристик тенгламасининг ўнг илдизлари сони.

8- расмда астатизм тартиби $v=2$ бўлган узилган тизимнинг амплитуда-фазавий характеристикаси келтирилган. Ёпиқ тизим бу ҳолда турғун эмас, чунки чексиз катта радиусли айлананинг $-v\pi/2 = -\pi$ бурчакга мос ёйи билан тўлдирилган $W(j\omega)$ амплитуда-фазавий характеристика ҳамма вақт $(-1, j0)$ нуқтани манфий йўналишда(соат стрелкаси бўйича) айланиб ўтади. 9-расмда иккинчи тартибли астатизмга эга узилган тизимнинг амплитуда-фазавий характеристикаси келтирилган. Бу характеристика уни чексиз катта радиусли айлананинг $-v\pi/2 = -\pi$ бурчакга мос ёйи билан тўлдирилгандан сўнг $(-1, j0)$ нуқтани айланиб ўтмайди($(-\infty, -1)$ кесма орқали мусбат ва манфий ўтишлар сони нолга тенг). Натижада, қаралаётган ёпиқ тизим турғундир.

Мустақил ишлаш учун саволлар.

1. Чизиқли тизимнинг характеристик тенгламаси деб нимага айтилади?
2. Алгебраик турғунлик тизимларининг моҳияти нимада?
3. Чизиқли тизим турғунлигининг зарурий шарти характеристик тенглама коэффициентлари орқали қандай ифодаланади?
4. Раус жадвали қандай тўлдирилади?
5. Рауснинг турғунлик мезонини таърифланг.
6. Биринчи ва иккинчи тартибли тизимлар учун Раус мезонидан қандай натижа келиб чиқади?
7. Гурвицнинг бош детерминанти қандай тузилади?
8. Гурвицнинг турғунлик мезонини таърифланг.
9. Тизим қайси ҳолда даврий бўлмаган турғунлик чегарасида, қачон эса тебранувчи турғунлик чегарасида ётишини қандай текшириш мумкин?
10. Лъенар–Шипарнинг турғунлик мезонини таърифланг.
11. Алгебраик турғунлик мезонларининг ютуқ ва камчиликлари нимада?
12. Характеристик кўпхад учун қўлланилган аргумент принциpidан қандай хулоса келиб чиқади?
13. Частотали турғунлик мезонлари нимага асосланган?
14. Михайлов годографи деб нимага айтилади?
15. Михайлов турғунлик мезонини таърифланг.
16. Михайловнинг ҳақиқий ва мавҳум функциялари илдизларининг жойлашиш тартиби орқали Михайлов турғунлик мезони қандай ифодаланади?
17. Найквист турғунлик мезонини таърифланг.
18. Астатик тизимлар учун Найквист турғунлик мезони қандай ифодаланади?

ТУРҒУН АВТОМАТИК БОШҚАРУВ ТИЗИМЛАРИНИНГ ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ

Режа:

1. Структуравий турғунлик тушунчаси.
2. Турғунлик захираси тушунчаси.
3. Турғунлик соҳасини қуришнинг D-бўлаклаш усулини асослаш.
4. Битта параметр бўйича D-бўлаклаш.

Таянч иборалар: *динамик бўғинлар, бўғин параметрлари, интегралловчи бўғин, структуравий турғунлик, структуравий турғунмаслик, Найквист мезони, АБТ, АФЧХ, астатик АБТ, астатизм тартиби, турғунлик захираси, амплитуда бўйича турғунлик захираси, фаза бўйича турғунлик захираси, кучайтиришнинг критик коэффиценти, турғунлик соҳаси, характеристик тенглама, коэффицентлар фазоси, D-соҳалар, D-бўлаклаш чегарасининг тенграмаси, D-бўлаклаш усули, битта параметр бўйича D-бўлаклаш, турғунлик кесмаси.*

1. Структуравий турғунлик тушунчаси.

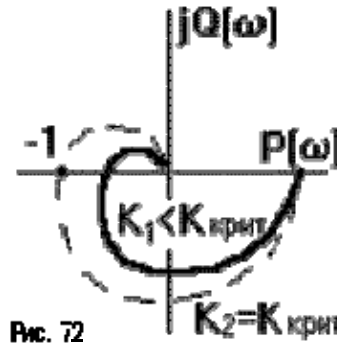
Автоматик бошқарув тизими(АБТ) иккита сабабга кўра турғун бўлмаслиги мумкин: 1) динамик бўғинлар таркибининг бир-бирига мос келмаслиги; 2) бўғинлар параметрлари қийматларининг бир-бирига мос келмаслиги.

Биринчи сабабга кўра турғун бўлмаган АБТларга *структуравий турғунмас тизимлар* дейилади. Бу эса АБТ параметрларини ўзгартириш билан уларни турғун қилиб бўлмаслигини англатади. Бу ҳолда АБТ турғун бўлиши учун бошқа типдаги динамик бўғинлардан фойдаланиш ва уларни зарур тарзда бириктириш ёрдамида АБТ структурасини ўзгартириш керак бўлади.

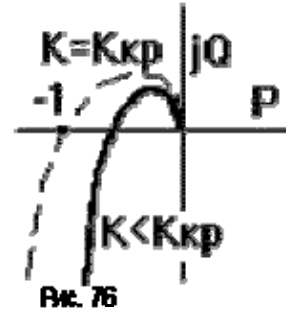
Агар АБТ иккинчи сабабга кўра турғун бўлмаса, у ҳолда баъзи параметрларнинг қийматларини керакли равишда ўзгартириб, тизимнинг турғунлигига эришиш мумкин. Бу ҳолда тизим *структуравий турғун* дейилади.

Масалан, агар АБТ исталган сондаги инерцияли ва тебранувчи бўғинлардан ташкил топган бўлса, унинг амплитуда-фазавий частотали характеристикаси(АФЧХ) 1-расмда кўрсатилгандек бўлади. АБТнинг кучайтириш коэффиценти K орттирилганда АФЧХнинг ҳақиқий ўқ билан ҳар бир кесишиш нуқтаси координаталар бошидан узоқлашади. Кучайтириш коэффицентининг қандайдир $K_{крит}$ қийматида АФЧХ $(-1, j0)$ нуқтадан ўтади. K кучайтириш коэффицентининг янада орттирилишида АФЧХ $(-1, j0)$ нуқтани айланиб ўтади ва натижада АБТ турғун бўлмай қолади. Ва аксинча K кучайтириш коэффицентини камайтириб, АБТни турғун тизимга айлантириш мумкин. Демак бундай тизим структуравий турғундир.

Агар АБТ астатик бўлса, уни узганда характеристик тенгламасини $p^{\nu}D_1(p) = 0$ кўринишда тасвирлаш мумкин, бу ерда ν – астатизм тартиби бўлиб, кетма-кет уланган интегралловчи бўғинларнинг сонига тенг. Бу тенглама нолга тенг илдизларга эга бўлгани сабабли $\omega \rightarrow 0$ да АФЧХ ∞ га интилади.



1-расм



2-расм

Масалан, фараз қилайлик, узилган ҳолатдаги АБТнинг узатиш функцияси

$$W(p) = \frac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

кўринишда бўлсин. Бу ерда астатизм тартиби $\nu = 1$. Кўриш қийин эмаски, ушбу узатиш функцияси махражининг битта нол илдиздан бошқа барча илдизлари чап ярим текисликда ётади. Шу сабабли, қаралаётган тизимнинг ёпиқ ҳолатда турғун бўлиши учун унинг АФЧХси $(-1, j0)$ нуктани ўз ичига олмаслиги зарур ва етарлидир. Ушбу АБТга қуйидаги

$$W(j\omega) = \frac{K}{j\omega(j\omega T_1 + 1)(j\omega T_2 + 1)}$$

частотали узатиш функцияси мос келади. $W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$ комплекс соннинг ҳақиқий ва мавҳум қисмлари

$$U(\omega) = -\frac{K(T_1 + T_2)}{(1 + \omega^2 T_1^2)(1 + \omega^2 T_2^2)}, \quad V(\omega) = -\frac{K(1 - \omega^2 T_1 T_2)}{\omega(1 + \omega^2 T_1^2)(1 + \omega^2 T_2^2)}.$$

бўлади. Тушунарлики, $U(\omega) \rightarrow -\infty, V(\omega) \rightarrow -\infty, \omega \rightarrow 0$ ва $U(\omega) \rightarrow 0, V(\omega) \rightarrow 0, \omega \rightarrow \infty$. Мос АФЧХ 2-расмда тасвирланган. Бу расмдан келиб чиқадики, тизимнинг турғунлигига эга бўлиш учун АФЧХнинг ҳақиқий ўқ билан кесишиш нуктаси

$(-1, j0)$ нуктадан ўнгга ётиши керак. АФЧХ ҳақиқий ўқни

$$V(\omega) = -\frac{K(1 - \omega^2 T_1 T_2)}{\omega(1 + \omega^2 T_1^2)(1 + \omega^2 T_2^2)} = 0$$

бўлганда, яъни $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$ бўлганда кесиб ўтади. Шундай қилиб, ёпиқ

тизимнинг турғун бўлиши учун

$$|U(\omega_0)| = K \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} < 1$$

шартга, ёки $K < \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} = K_{\text{крит.}}$ шартга эга бўламиз. Демак қаралаётган АБТ

структуравий турғундир. Бу нарсa *Найквист мезонининг* қўлланиши тасвирланган 2-расмдан ҳам кўриниб турибди.

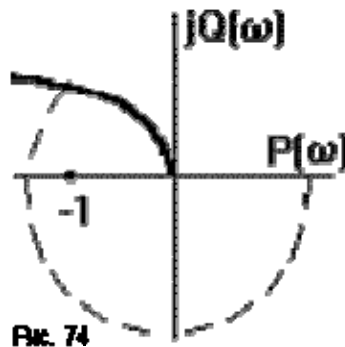
Агар АБТ иккита интегралловчи бўғинга эга бўлса (астатизм тартиби $\nu=2$), унинг АФЧХси иккинчи квадрантда чексизликга кетади (3-расм). Масалан, узатиш функцияси

$$W(p) = \frac{K}{p^2(Tp + 1)}$$

бўлсин. У вақтда частотали узатиш функцияси

$$W(j\omega) = \frac{K}{(j\omega)^2(j\omega T + 1)} = -\frac{K}{\omega^2 + j\omega^3 T} = -\frac{K\omega^2}{\omega^4 + \omega^6 T^2} + j\frac{K\omega^3 T}{\omega^4 + \omega^6 T^2} = U(\omega) + jV(\omega).$$

бўлади.



3-расм

Кўриниб турибдики, $\omega \rightarrow 0$ да $U(\omega) \rightarrow -\infty$, $V(\omega) \rightarrow +\infty$. Найквист мезонини қўллаб, шунга ишонч ҳосил қилиш қийин эмаски, бундай АБТ параметрларнинг ҳеч бир қийматида турғун бўлмайди, яъни у структуравий турғун эмас.

Структуравий турғунмас АБТни турғун тизимга айлантириш учун унга янги бўғинлар киритиш (масалан, дифференциалловчи ёки кучайтирувчи бўғинлар) ёки унинг таркибига маҳаллий тескари боғланишлар ёрдамида ўзгартиришлар киритиш лозим бўлади.

2. Турғунлик захираси тушунчаси.

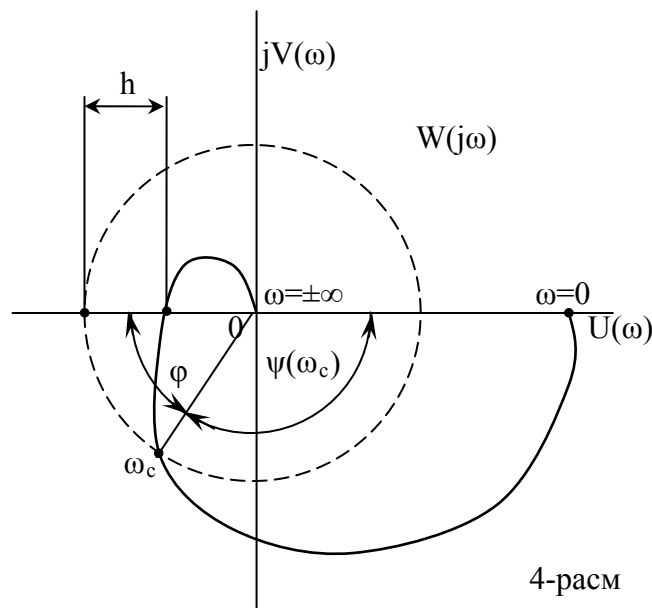
Бошқариш тизимларини ишлатиш шароитида унинг параметрлари у ёки бу сабабларга кўра (эскириш, температура тебранишлари ва шу кабилар) муайян чегараларда ўзгариши мумкин. Агар тизим турғунлик чегарасига яқин вазиятда ишлаётган бўлса, параметрларнинг бундай ўзгаришлари натижасида тизим ўз турғунлик хоссасини йўқотиши мумкин. Шунинг учун

хам АБТни шундай лойихалаштиришга ҳаракат қилинадики, у турғунлик чегарасидан узоқда ишлай олсин. Турғунлик чегарасидан бундай четланишнинг даражасига *турғунлик захираси* дейилади.

Найквист мезонини таҳлил этиб, кўриш қийин эмаски, турғунлик захираси $W(j\omega)$ амплитуда-фазавий частотали характеристиканинг $(-1, j0)$ нуқтадан четланиш баҳоси билан аниқланади. АФЧХ $(-1, j0)$ критик нуқтадан қанчалик узоқроқда жойлашган бўлса, турғунлик захираси шунчалик каттароқ бўлади. Амплитуда(модул) ва фаза бўйича турғунлик захиралари фарқланадилар.

Амплитуда бўйича турғунлик захираси узилган АБТ АФЧХси годографининг критик нуқтадан ҳақиқий ўқ йўналишида четланишини характерлайди ва годографнинг абсцисса ўқи билан кесишиш нуқтасидан то критик нуқтагача бўлган h масофа билан аниқланади(4-расм).

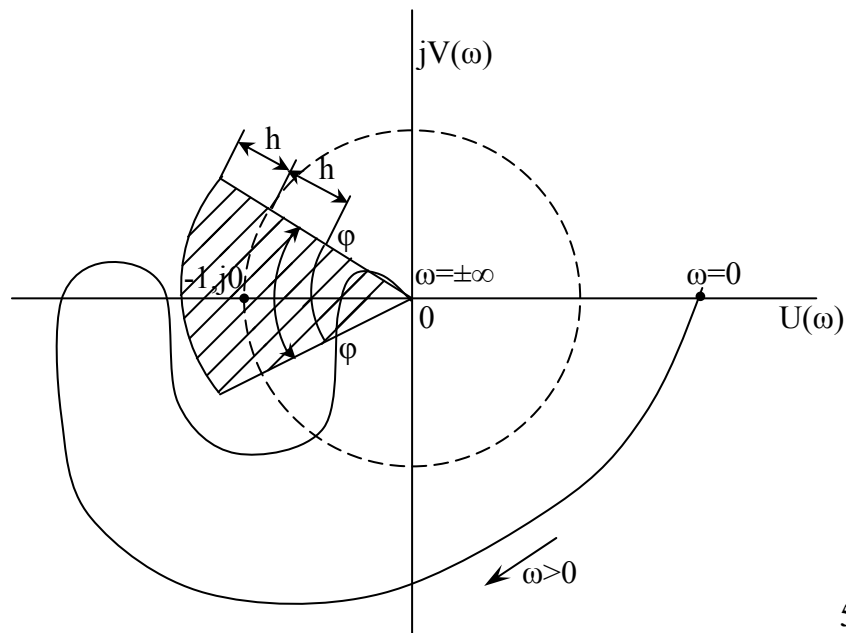
Фаза бўйича турғунлик захираси годографнинг критик нуқтадан бирлик радиусли айлана ёйи бўйлаб четланишини характерлайди ва ҳақиқий ўқ манфий йўналиши билан координаталар бошидан годографнинг бирлик айланани кесган нуқтасига ўтказилган нур орасидаги φ бурчак билан аниқланади(4-расм), яъни $\varphi = \pi - |\psi(\omega_c)|$, бу ерда ω_c – шундай частотаки, унинг учун $|W(\omega_c)| = 1$.



Узилган тизимнинг кучайтириш коэффиценти ортиши билан амплитуда-фазавий характеристиканинг модули ҳам ортади ва кучайтириш коэффицентининг қандайдир $K = K_{kp}$ критик қийматида амплитуда-фазавий характеристика $(-1, j0)$ нуқтадан ўтади, яъни тизим турғунлик чегарасида бўлади. $K > K_{kp}$ бўлганда тизим турғун бўлмайди.

Аммо шундай тизимлар(ички тескари боғланишли) учрайдики, уларда турғунликнинг йўқолиши на фақат кучайтириш коэффицентининг ортиши, балки кучайтириш коэффицентининг камайиши билан ҳам юз бериши

мумкин. Бундай ҳолга мос АФЧХ 5-расмда келтирилган. Ушбу ҳолларда амплитуда бўйича турғунлик захираси $(-1, j0)$ критик нукта ва АФЧХ орасида жойлашган иккита h кесмалар катталиги билан аниқланади.



5-расм

Одатда АБТларни яратишда тизимнинг талаб этилган турғунлик захирасига эга бўлиши талаб этилади. Турғунлик захираси эса юқорида кўрсатилган h ва φ катталиклар билан аниқланади.

3. Турғунлик соҳасини қуришнинг D-бўлаклаш усулини асослаш.

АБТ параметрларини муайян мақсадда ўзгартириш унинг динамика тенгламаси коэффициентларининг ўзгаришига олиб келади. Табиий равишда параметрлар ўзгаришининг АБТ турғунлигини сақлаб қолишга имкон берувчи чегарасини топиш масаласи пайдо бўлади. Ушбу масалани тадқиқ этиш эса АБТнинг *турғунлик соҳасини* аниқлашга олиб келади.

Турғунликга таъсири текшириладиган битта ёки қандайдир иккита параметрлар текислигида турғунлик соҳасини қуриш катта аҳамиятга эга. Бундан ташқари учинчи параметрнинг ҳар хил белгиланган қийматлари учун икки параметр текислигида турғунлик соҳалари оиласини қуриш ҳам амалиёт нуқтаи назаридан қизиқарлидир.

Ю. И. Неймарк томонидан ишлаб чиқилган ва у томонидан *D-бўлаклаш усули* деб аталган турғунлик соҳасини қуриш усули амалиётда кенг қўлланилади.

n –тартибли ёпиқ тизимнинг *характеристик тенгламасини* қараймиз. Бу тенгламани ҳамма вақт

$$D(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n = 0, \quad a_0 = 1, \quad (1)$$

кўринишга келтириш мумкин(бунинг учун тенглама иккала тарафини s нинг энг юқори даражаси олдидаги коэффициентга бўлиш керак).

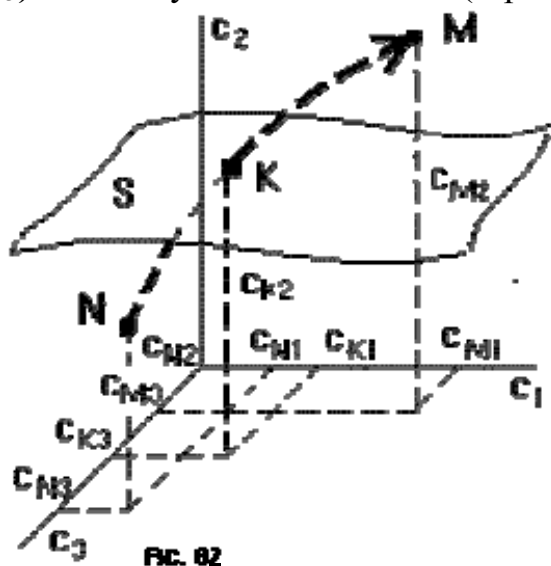
Шундай n ўлчовли фазони қараймизки, унинг координата ўқлари бўйлаб (1) тенгламанинг $a_1, a_2, \dots, a_n$ коэффициентлари қўйилган бўлсин. Бу фазога *коэффициентлар фазоси* дейилади. Коэффициентлар фазосининг ҳар бир нуқтасига (1) тенглама коэффициентларининг аниқ соний қийматлари ва уларга n – тартибли кўпхад мос келади.

(1) тенглама n та илдизга эга булиб, бу илдизларнинг комплекс текисликда жойлашиши a_i коэффициентларнинг соний қийматларидан боғлиқ. Агар (1) тенглама a_i коэффициентлари ўзгартирилса, бу коэффициентлардан узлуксиз боғлиқ бўлган унинг илдизларининг комплекс текисликда ҳаракати натижасида илдизли годографлар ҳосил бўлади.

Буни геометрик тасаввур этиш учун учинчи тартибли ($n = 3$) характеристик тенгламани қараймиз:

$$D(s) = s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 = 0. \quad (2)$$

Ўзаро перпендикуляр бўлган учта координаталар ўқларини олиб ва улар бўйича a_1, a_2, a_3 коэффициентларнинг қийматларини жойлаштириб, уч ўлчамли коэффициентлар фазосига эга бўламиз. Бу фазонинг ҳар бир нуқтасига учинчи даражали муайян кўпхад ва унинг комплекс текисликдаги учта илдизи мос келади. Масалан, (c_{N1}, c_{N2}, c_{N3}) координатали N нуқтага (s_{N1}, s_{N2}, s_{N3}) илдизларга эга бўлган $D_N(p) = s^3 + c_{N1}s^2 + c_{N2}s + c_{N3}$ кўпхад мос келади, (c_{M1}, c_{M2}, c_{M3}) координатали M нуқтага эса (s_{M1}, s_{M2}, s_{M3}) илдизларга эга бўлган $D_M(s) = s^3 + c_{M1}s^2 + c_{M2}s + c_{M3}$ кўпхад мос келади. АБТ қандайдир параметри ўзгарганда характеристик тенгламанинг коэффициентлари ўзгаради. Бунда ушбу тенгламага мос келувчи нуқта коэффициентлар фазосида қандайдир траектория бўйлаб ҳаракатланади, масалан у N ҳолатдан M ҳолатга ўтади(6-расм). Коэффициентлар фазосидаги нуқтанинг бу ҳаракатига комплекс текисликдаги илдизларнинг (s_{N1}, s_{N2}, s_{N3}) ҳолатдан (s_{M1}, s_{M2}, s_{M3}) ҳолатга ўтиши мос келади(7-расм).



6-расм

Бундай ҳаракат давомида (2) тенгламанинг баъзи илдизлари комплекс текисликдаги мавҳум ўқ орқали чап ярим текисликдан ўнг ярим текисликга ўтади ва аксинча. Ўтиш моментида қандайдир k -илдиз $s_k = j\omega$ қиймат қабул қилади, тенгламанинг коэффициентлари эса коэффициентлар фазосида K нуқтани аниқловчи муайян c_{K1}, c_{K2}, c_{K3} қийматларга эга бўлади. s_k илдизни характеристик тенгламага қўйиб, қуйидаги айниятга эга бўламиз:

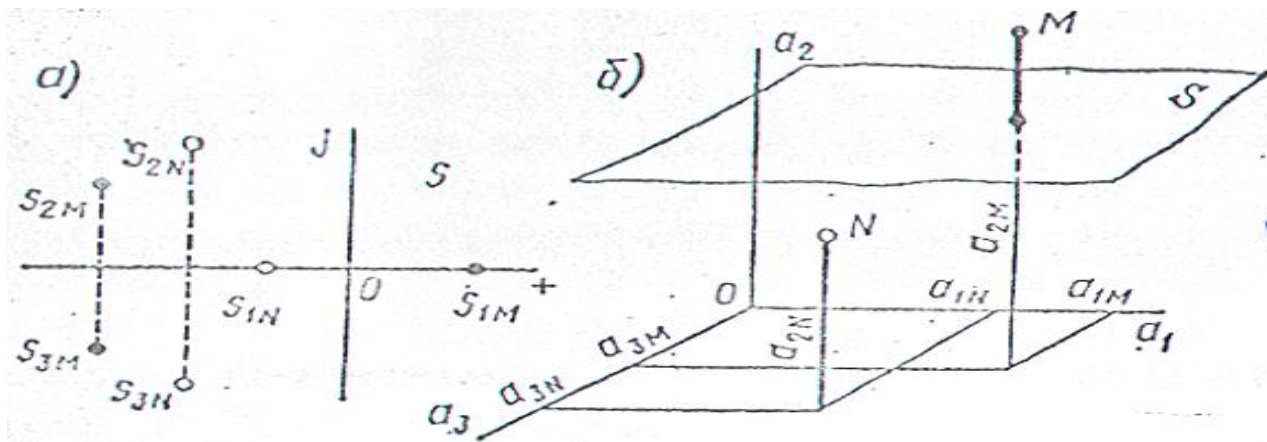
$$D(j\omega_k) = (j\omega_k)^3 + c_{K1}(j\omega_k)^2 + c_{K2}(j\omega_k) + c_{K3} = 0.$$

Бу ердан шу нарса тушунарлики, K нуқта коэффициентлар фазосидаги

$$D(j\omega) = (j\omega)^3 + c_1(j\omega)^2 + c_2(j\omega) + c_3 = 0, \quad -\infty < \omega < +\infty. \quad (3)$$

муносабатлар билан аниқланувчи қандайдир S сиртга келиб тушади.

Шундай қилиб, биз шунга ишонч ҳосил қилдикки, c_i коэффициентларнинг ўзгариши давомида характеристик тенгламанинг илдизлари ҳам ўзгарадилар ва нуқта коэффициентлар фазосидаги (3) тенглама билан аниқланувчи S сиртга келиб тушгандагина улар мавҳум ўқга келиб тушадилар. Бундай S сирт кесиб ўтилганда характеристик тенгламанинг илдизлари бир ярим текисликдан бошқасига кўчиб ўтадилар. Натижада, S сирт коэффициентлар фазосини шундай соҳаларга ажратадики, бу соҳаларнинг ҳар бир нуқтасига муайян бир хил сондаги ўнг ва чап илдизлар мос келади.



7-расм

Шунга ўхшаш мулоҳазаларни ихтиёрий n учун ўтказиш мумкин. ω частотани $-\infty$ дан $+\infty$ гача ўзгартириб ва ҳар бир ω частотада

$$D(j\omega) = (j\omega)^n + c_1(j\omega)^{n-1} + c_2(j\omega)^{n-2} + \dots + c_n = 0, \quad (4)$$

тенгламани қаноатлантирувчи $c_1, c_2, \dots, c_n$ коэффициентларнинг барча мумкин бўлган қийматларини топиб, n -ўлчовли коэффициентлар фазосида бу фазони D -соҳалар деб аталувчи соҳаларга ажратувчи мураккаб S сиртни аниқлаш мумкин. Ҳосил қилинган (4) тенгламага D -бўлаклаш чегарасининг тенгламаси дейилади. (4) дан кўриниб турибдики, D -бўлаклаш чегарасининг тенгламасини ҳосил қилиш учун (1) характеристик тенгламада $s=j\omega$ деб олиш керак.

S сирт орқали бир D -соҳадан бошқасига ўтишга илдизлар комплекс текислигида бир ёки бир нечта илдизнинг мавҳум ўқ орқали ўтиши мос келади. Демак, муайян D -соҳанинг ичидаги ҳар бир нуқта маълум бир сондаги чап ва ўнг илдизларга эга бўлган характеристик тенгламага мос келади. Шунинг учун бу соҳаларни $D(m)$ деб белгилайдилар, бу ерда m – характеристик тенгламанинг ўнг илдизлар сони.

D -соҳаларни қуриш учун аввало коэффициентлар фазосидаги ихтиёрий нуқтани олиш ва унга мос характеристик тенгламанинг ўнг илдизлар сонини аниқлаш керак. Кейин коэффициентлар фазосида S сиртнинг чегараси орқали ҳаракат қилиб, қолган барча бошқа D -соҳаларни аниқлаш мумкин. Тушунарлики, $D(0)$ соҳага ўнг илдизларга эга бўлмаган характеристик тенглама мос келади. Бу соҳа *турғунлик соҳасидир*. Турғунлик соҳаларини топишнинг баён этилган усулига D -бўлаклаш усули дейилади.

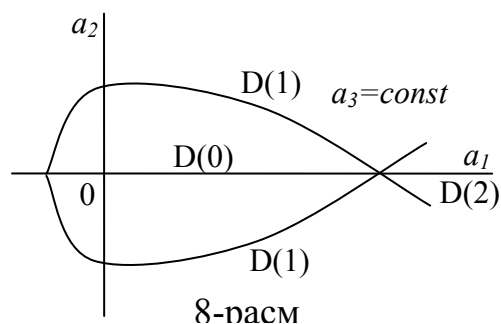
Ушбу усул коэффициентлар фазосини характеристик тенгламанинг бир хил m сондаги илдизлари билан аниқланувчи $D(m)$ соҳаларга ажратиш ва улар орасидан турғунлик соҳаси $D(0)$ ни топиб олишга имкон беради.

D -бўлаклашнинг мураккаб n -ўлчовли тасвирини қуриш шарт эмас. Масалан, фақат иккита коэффициентни ўзгартириб, қолган коэффициентларни ўзгаришсиз қолдириш мумкин. D -бўлаклаш чегараси бўлган S сиртни фақатгина коэффициентлар фазосида эмас, балки коэффициентлар боғлиқ бўлган муайян параметрлар фазосида ҳам қуриш мумкин.

Учинчи тартибли характеристик тенгламалар учун коэффициентлар фазосида тўртта D -соҳаларни аниқлаш мумкин: $D(3)$, $D(2)$, $D(1)$, $D(0)$. Охирги $D(0)$ соҳа турғунлик соҳаси бўлади.

Агар (2) тенгламанинг барча коэффициентлари эмас, балки улардан бир қисми, масалан, a_1 ва a_2 ўзгарса ҳамда a_3 ўзгаришсиз қолса ($a_3 = \text{const}$), у ҳолда

S сиртнинг $a_3 = \text{const}$ текислик билан кесишишидан ҳосил бўлган чизикга эга бўламиз. Бу чизик a_1 , a_2 коэффициентлар текислигини бир хил ўнг илдизларга мос соҳаларга ажратади (8-расм).



4. Битта параметр бўйича D -бўлаклаш.

Фараз қилайлик, характеристик тенгламага чизикли равишда кирувчи қандайдир v параметрнинг турғунликга таъсирини аниқлаш талаб этилаётган бўлсин. Бунинг учун дастлаб характеристик тенглама қуйидаги

$$D(s) = G(s) + v N(s) = 0 \quad (5)$$

кўринишга келтирилади, бу ерда $G(s)$ ва $N(s)$ кўпхадлар v параметрдан боғлиқ эмас.

D - бўлаклар чегараси

$$D(j\omega) = G(j\omega) + vN(j\omega) = 0 \quad (6)$$

тенглама билан аниқланади. Бу ердан топамиз:

$$\bar{v} = -G(j\omega)/N(j\omega) = X(\omega) + jY(\omega) \quad (7)$$

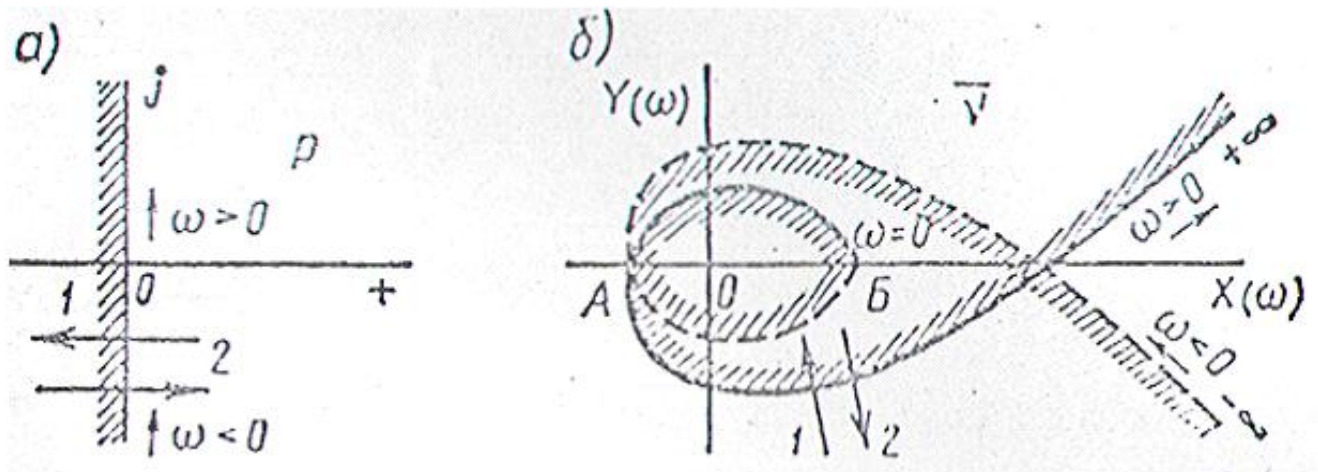
(5) чизикли тизимдаги ўзгарувчи v параметр комплекс эмас, балки ҳақиқий сон бўлгани учун (7) муносабатни $Y(\omega) = 0$ шарт билан тўлдириш лозим эди. Аммо дастлабки бажарилаётган ишларда ушбу чеклашни инобатга олмаймиз ва ўзгарувчи параметрни вақтинча $\bar{v}$ комплекс сон деб ҳисоблаймиз.

ω га $-\infty$ дан $+\infty$ гача қиймат бериб, (7) га кўра $X(\omega)$ ва $Y(\omega)$ ларни ҳисоблаш ҳамда $\bar{v}$ комплекс текисликда D -бўлаклар чегарасини куриш мумкин.

D -бўлаклар чегарасини куриш учун уни дастлаб ω нинг мусбат қийматлари учун куриб, кейин чегаранинг қурилган қисмини ҳақиқий ўқга нисбатан кўзгусимон акс эттириш натижаси билан аввалги қисмни тўлдириш ёрдамида ҳосил қилиш мумкин(9-б расм).

Агар ω нинг $-\infty$ дан $+\infty$ гача ўзгаришида илдизлар текислигида мавҳум ўқ бўйлаб ҳаракат қилинса ва уни чапдан штрихлаб бориlsa(9-а расм), бундай ҳаракатга $\bar{v}$ комплекс текисликда D -бўлаклар чегараси бўйлаб шундай ҳаракат мос келадики, бунда чегара ҳам ω нинг $-\infty$ дан $+\infty$ гача ўзгаришида чап томондан штрихлаб борилади(9-б расм).

Агар $\bar{v}$ текисликда D -бўлаклар чегарасини штрихлаш йўналиши бўйлаб кесиб ўтилса(9-расмда 1-стрелка), илдизлар текислигида илдизлардан бири ўнг ярим текисликдан чап ярим текисликга ўтади. Агар $\bar{v}$ текисликда D -бўлаклар чегарасини штрихлашга тескари йўналишда кесиб ўтилса(9-расмда 2-стрелка), илдизлар текислигида илдизлардан бири чап ярим текисликдан ўнг ярим текисликга ўтади.



9-расм

Агар D -бўлаклар чегарасини кесиб ўтилган жойда штрихлар икки карали бўлса(масалан, чизикларнинг кесишиш нуқтасида), шунга мос ҳолда мавҳум ўқни иккита илдиз кесиб ўтади.

$D(m)$ соҳани аниқлаш, хусусий ҳолда, $D(0)$ турғунлик соҳасини топиш учун параметрнинг қандайдир ихтиёрий $\bar{v} = \bar{v}_0$ қийматига мос ҳолда характеристик тенглама илдизларининг жойлашишини(яъни ўнг ва чап илдизлар сонини) билиш етарлидир. $\bar{v}$ текисликда параметрнинг шу қийматидан исталган бошқа қийматига ўтиб, D -бўлаклар чегарасини кесиб ўтишлар сонига, йўналишига ва штрихларлар сонига қараб $D(m)$ нинг қийматини ихтиёрий бошқа нуқтада топиш мумкин.

Турғунлик соҳасига номзод сифатида шундай соҳани оламизки, унинг ички томонига қараб штрихлар йўналтирилган бўлади ва шунинг учун унга характеристик тенгламанинг энг кўп чап илдизлари мос келади. Бу соҳанинг ҳақиқатан ҳам турғунлик соҳаси эканлигига ишонч ҳосил қилиш учун аввало унда ётувчи қандайдир $\bar{v}_0$ қийматни қараш лозим. Кейин $\bar{v}_0$ ни характеристик тенгламага қўйиб, ихтиёрий турғунлик мезонини қўллаб, характеристик тенглама барча илдизларининг чап илдизлар эканлигини кўрсатиш керак бўлади. Агар бунда чап илдиз бўлмаган илдизлар топилса, турғунлик соҳаси мавжуд эмас, яъни фақат v параметрни ўзгартириш билан тизимни турғун қилиб бўлмайди.

Ўзгартирилаётган параметр ҳақиқий сон бўлганлиги учун ҳосил қилинган турғунлик соҳасидан ҳақиқий ўқда ётувчи *турғунлик кесмаси* ажратиб кўрсатилади(масалан, 9-б расмда AB кесма).

1-мисол. Фараз қилайлик, ёпиқ тизимнинг характеристик тенграмаси

$$D(s) = (1 + T_1 s)(1 + T_2 s)(1 + T_3 s) + K = 0$$

кўринишда бўлсин, бу ерда K – узилган тизимнинг кучайтириш коэффиценти, T_1, T_2, T_3 – алоҳида динамик бўғинларнинг вақт ўзгармаслари.

Узилган тизимнинг K кучайтириш коэффиценти текислигида D -бўлаклар чегарасини қуриш талаб этилади.

Характеристик тенграмани $D(s) = G(s) + \bar{v} N(s) = 0$ кўринишда ёзамиз, бу ерда $G(s) = (1 + T_1 s)(1 + T_2 s)(1 + T_3 s)$, $N(s) = 1$, $\bar{v} = K$. Характеристик тенгламада $s = j\omega$ деб олиб, D -бўлаклар чегараси учун ифодага эга бўламиз:

$$D(j\omega) = (1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)(1 + j\omega T_3) + K = G(j\omega) + \bar{v} N(j\omega) = 0.$$

Бундан

$$\bar{v} = K = -G(j\omega)/N(j\omega) = -(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)(1 + j\omega T_3) = X(\omega) + jY(\omega),$$

келиб чиқади, бу ерда

$$X(\omega) = (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) \omega^2 - 1; Y(\omega) = \omega [T_1 T_2 T_3 \omega^2 - (T_1 + T_2 + T_3)].$$

$\omega > 0$ частотага ҳар хил қийматлар бериб, $X(\omega)$ ва $Y(\omega)$ ни аниқлаймиз ва комплекс текисликда мусбат частоталарга мос келувчи D -бўлаклар чизигини курамиз(10-расмдаги узлуксиз чизик). D -бўлаклар чизигининг манфий $\omega < 0$ частоталарга мос келувчи тармоғи унинг мусбат $\omega > 0$ частоталар учун қурилган қисмини ҳақиқий ўқга нисбатан кўзгусимон акс эттириб ҳосил қилинади(10-расмдаги пунктир чизик). Кейин D -бўлаклар

чизиғини ω частотанинг $-\infty$ дан $+\infty$ гача ўзгаришига мос ҳолда чапдан(чизик бўйлаб ҳаракат йўналишига нисбатан) штрихлаймиз.

D -бўлаклар чегаравий чизиғи текисликни учта соҳага ажратади. Бу соҳаларни I , II ва III рақамлари билан белгилаймиз. I рақамли соҳа турғунлик соҳасига номзод бўлади, чунки штрихлар унинг ички томонига қараб йўналтирилган. Бу соҳанинг ҳақиқатан ҳам турғунлик соҳаси бўлишини текшириш учун шу соҳада ётувчи $\bar{v} = \bar{v}_0 = 0$ қийматни қараймиз. Параметрнинг бу қийматини характеристик тенгламага қўямиз ва ҳосил бўлган

$$D(s) = (1 + T_1 s)(1 + T_2 s)(1 + T_3 s) = 0$$

характеристик тенгламанинг илдизларини топамиз. Бу илдизлар

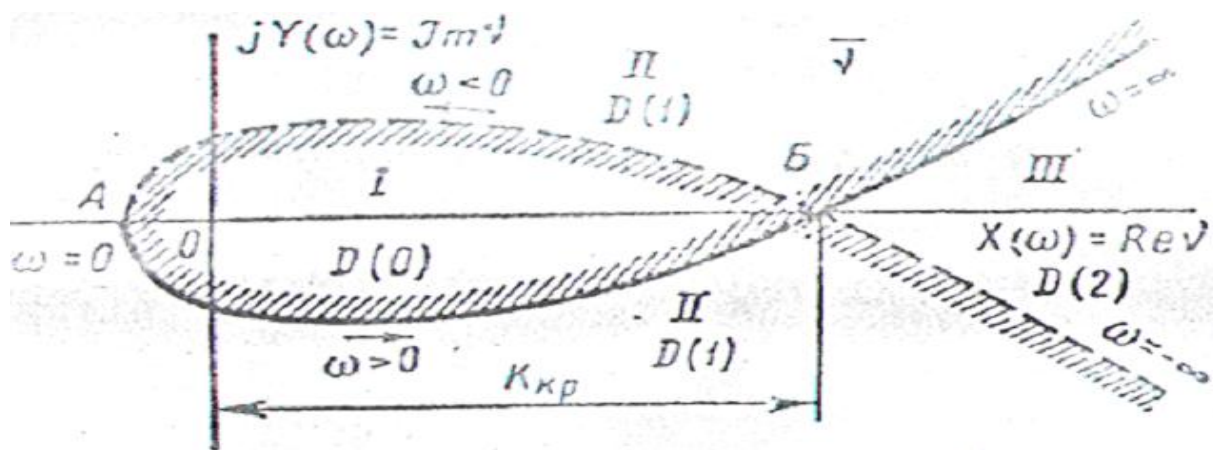
$$s_1 = -1/T_1, s_2 = -1/T_2 \text{ и } s_3 = -1/T_3$$

бўлиб, ҳаммаси чап илдизлардир. Демак I рақамли соҳа $D(0)$ турғунлик соҳасидир.

Кучайтириш коэффициентини K комплекс миқдор бўлмаганлиги сабабли бизни фақат AB турғунлик кесмаси қизиқтиради. Бу кесма ҳақиқий ўқнинг турғунлик соҳасига тегишли қисмидан иборатдир(10-расм).

Агар K кучайтириш коэффициентининг қиймати $-1 < K < K_{кр}$ чегарада ўзгарса, тизим турғун бўлади. K нинг манфий қийматларига мусбат тескари боғланиш мос келади. $K_{кр}$ қийматни аниқлаш учун дастлаб ω нинг $Y(\omega) = 0$ шартни қаноатлантирувчи қийматини топамиз. Агар охириги тенгламанинг илдизи $\omega = \omega_0$ бўлса, $K_{кр} = X(\omega_0)$ бўлади. Зарур ҳисоблашларни бажариб, қуйидагига эга бўламиз:

$\omega_0^2 = (T_1 + T_2 + T_3)/(T_1 T_2 T_3)$; $K_{кр} = X(\omega_0) = (1 + \tau_2 + \tau_3)(1 + 1/\tau_2 + 1/\tau_3) - 1$,
бу ерда $\tau_2 = T_2/T_1$; $\tau_3 = T_3/T_1$.



10-расм

10-расмда $D(0)$, $D(1)$ ва $D(2)$ соҳалар кўрсатилган. Бу ҳолда $D(3)$ соҳа йўқ. Бу шуни англатадики, T_1 , T_2 ва T_3 нинг мусбат қийматларида ва K нинг исталган қийматида характеристик тенгламанинг учала илдизи ҳам бир вақтда ўнг илдиз бўлиши мумкин эмас.

2-мисол. Яна аввалги мисолдаги тизимни қараймиз, аммо энди T_1 вақт ўзгармасининг турғунликга таъсири билан қизиқамиз.

Характеристик тенгламани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$D(s) = [(1 + T_2 s)(1 + T_3 s) + K] + T_1 [s(1 + T_2 s)(1 + T_3 s)] = G(s) + \bar{v} N(s) = 0,$$

бу ерда $G(s) = (1 + T_2 s)(1 + T_3 s) + K$; $N(s) = s(1 + T_2 s)(1 + T_3 s)$; $\bar{v} = T_1$.

Характеристик тенгламада $s = j\omega$ деб олиб, D -бўлаклар чегараси учун қуйидаги

$$D(j\omega) = G(j\omega) + \bar{v} N(j\omega) = (1 + j\omega T_2)(1 + j\omega T_3) + K + T_1 j\omega (1 + j\omega T_2)(1 + j\omega T_3) = 0$$

ифодага эга бўламиз. Бундан

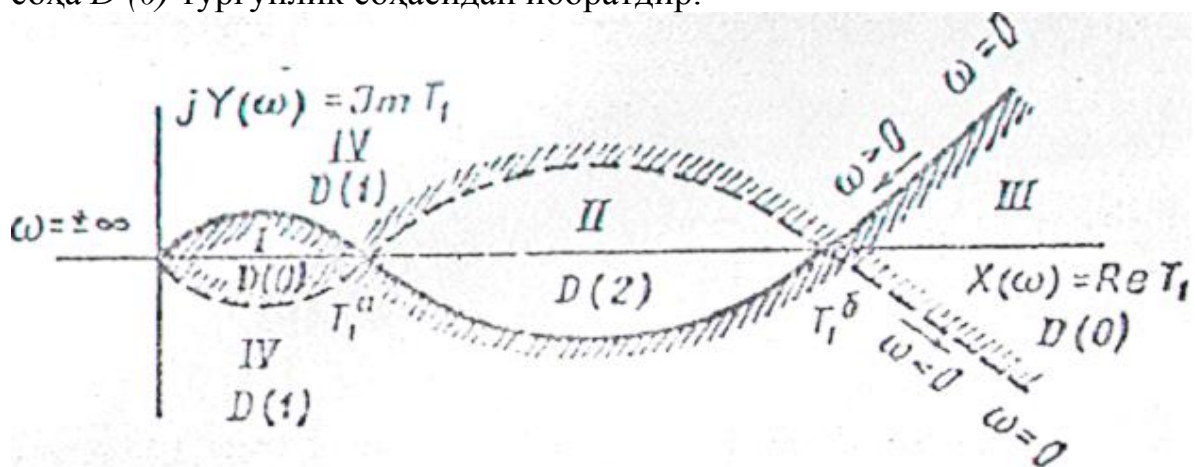
$$\begin{aligned} \bar{v} = T_1 &= -[(1 + j\omega T_2)(1 + j\omega T_3) + K] / [j\omega (1 + j\omega T_2)(1 + j\omega T_3)] = \\ &= X(\omega) + jY(\omega) \end{aligned}$$

келиб чиқади.

ω частотага ҳар хил қийматлар бериб, $X(\omega)$ ва $Y(\omega)$ ларни ҳисоблаш, кейин эса 11-расмда кўрсатилган D -бўлаклар чегарасини қуриш мумкин. Бу чизик ҳам ω частота $-\infty$ дан $+\infty$ гача ўзгарганда ҳаракат йўналишига мос равишда чапдан штрихланади.

D -бўлаклар чегаравий чизиғи текисликни I , II , III ва IV рақамли соҳаларга ажратади. I ва II рақамли соҳалар турғунлик соҳаси бўлиши мумкин бўлган соҳалардир. I рақамли соҳанинг турғунлик соҳаси бўлишини текширамиз. $T_1 = 0$ бўлганда қаралаётган тизимнинг характеристик тенгламаси коэффициентлари мусбат бўлган иккинчи тартибли тенгламадан иборат бўлади ва демек, у фақат чап илдизларга эга.

Қатъий қилиб айтганда, I рақамли соҳа $T_1 \neq 0$ ҳолга мос келади ва бунда характеристик тенглама учинчи даражага эга бўлади. T_1 параметр кичрайтирилганда характеристик тенгламанинг илдизларидан бири илдизлар текислигида чапга қараб ҳаракатланади ва у $T_1 = 0$ бўлганда чексиз катта манфий қийматли бўлади. Илдизларнинг тенглама коэффициентларидан узлуксиз боғлиқлиги ҳақидаги натижадан фойдаланиб, шуни тасдиқлаш мумкинки, тизим на фақат $T_1 = 0$, балки T_1 параметрнинг қандайдир кичик қийматлари соҳасида ҳам турғун бўлиб қолади. Шундай қилиб, I рақамли соҳа $D(0)$ турғунлик соҳасидан иборатдир.



11-расм

Юқорида баён этилган усулга кўра иш тутиб, D -бўлаклар чегаравий чизигини штрихлар сони ва йўналишлари бўйича кесиб ўтишлар асосида D (1) ва D (2) соҳаларни аниқлаймиз. Қаралаётган ҳолда иккита $D(0)$ турғунлик соҳаси мавжуд.

Тизим $0 < T_l < T_1^a$ ва $T_l > T_1^b$ бўлганда турғун, $T_1^a < T_l < T_1^b$ бўлганда эса турғун эмас (11-расм).

Мустақил ишлаш учун саволлар.

1. Қандай АБТлар структуравий турғун, қандайлари эса структуравий турғунмас ҳисобланади?
2. Агар узилган АБТ да астатизм тартиби иккига тенг бўлса, унинг АФЧХси қайси квадрантда чексиз узоқлашади? Бундай АБТ ёпиқ ҳолатда структуравий турғун бўладими?
3. Структуравий турғунмас тизимни қандай қилиб турғун тизимга айлантириш мумкин?
4. АБТнинг турғунлик захираси тушунчаси нимани англатади?
5. Амплитуда бўйича турғунлик захираси деб нимага айтилади?
6. Фаза бўйича турғунлик захираси нима?
7. АБТ турғунлик захирасини аниқлашда қандай ўзига хос ҳолатлар бўлиши мумкин?
8. АБТнинг кучайтириш коэффициенти турғунлик захирасига қандай таъсир кўрсатади?
9. АБТ параметрлари динамика тенгламаси кўринишига қандай таъсир кўрсатади?
10. АБТ параметрлари ўзгарганда характеристик кўпхад илдизлари қандай ўзгаради?
11. Коэффициентлар фазоси ва илдизлар текислиги деб нималарга айтилади?
12. D -бўлаклар чегараси деб нимага айтилади?
13. D -бўлаклар чегарасининг тенгламаси қандай топилади?
14. D -бўлаклар чегараси қандай қурилади?
15. D -соҳалар нима ва улар қандай рақамланади?
16. Турғунлик соҳаси нима?
17. Битта параметр бўйича D -бўлаклар ҳолида штрихлар қоида қандай таърифланади?
18. Битта параметр бўйича D -бўлаклар ҳолида D -соҳалар қандай рақамланади?

ЧИЗИҚЛИ ТИЗИМЛАРНИ БОШҚАРИШ СИФАТИНИ БАҲОЛАШ УСУЛЛАРИ

Режа:

1. Бошқариш сифати ва сифатни баҳолаш усуллари ҳақида умумий тушунчалар.
2. Поғонасимон функция таъсири натижасидаги ўтиш жараёни сифатини баҳолаш.
3. Гармоник таъсирлар берилганда бошқариш сифатини баҳолаш.
4. Бошқариш сифатини баҳолашнинг илдизли усули.
5. Сифатнинг интеграл мезонлари.
6. Фарққа асосланган бошқариш алгоритми.

Таянч иборалар: *динамик тенгламаси, характеристик тенглама, бошқариш сифати, тўғри усуллар, билвосита усуллар, сифатни баҳолаш, ўтиш жараёни, бошқариш сифатининг кўрсаткичлари, поғонасимон таъсир, статик хато, ўтиш жараёни(созланиш) вақти, тебранишлар частотаси, тебранишлар сони, тебранувчанлик кўрсаткичи, резонанс частотаси, тизимнинг ўтказиш полосаси, ёпиқ АБТ, илдизли усул, тизимнинг турғунлиги, турғунлик даражаси, тебранувчанлик, сифатнинг интеграл мезонлари, бошқариш сифатининг чизиқли баҳоси, сифатнинг квадратик баҳолари.*

1. Бошқариш сифати ва сифатни баҳолаш усуллари ҳақида умумий тушунчалар.

Автоматик бошқарув тизимларининг турғунлиги унинг самарали фаолият кўрсатиши учун зарурий шарт бўлсада, аммо етарли эмас. Бошқариш сифати, яъни ўтиш жараёнига қўйиладиган талабларни қаноатлантириш даражаси катта аҳамиятга эга. Бу талаблар мажмуи тизимнинг муайян берилган шароитларда ишлай олишга яроқлилигини аниқлаб беради. Шунинг учун автоматик бошқарув(созлаш) тизимларини тадқиқ этиш ва ишлаб чиқишда ўтиш жараёни сифатининг бир қатор муҳим кўрсаткичларини таъминлаш масаласини ҳал этишга тўғри келади. Бундай кўрсаткичлар қаторига тез таъсир, тебранувчанлик, қайта созланиш кабиларни киритиш мумкинки, улар ўтиш жараёни кечишининг аниқлиги ва силлиқлигини белгилаб беради.

Ҳар хил АБТлар сифатини таққослаш учун уларнинг типик таъсирларга кўрсатадиган реакцияси тадқиқ этилади. Бундай типик таъсирлар қаторига одатда кўзғалишларнинг энг номақбул кўринишларидан бўлган поғонасимон таъсир киритилади. Бундан ташқари импульсли таъсирдан ҳам фойдаланилади. Даврий кўзғалишлар шароитида ишловчи тизимлар учун бошқариш сифатини гармоник таъсирлар ёрдамида баҳолаш мақсадга мувофиқдир.

Фараз қилайлик, автоматик бошқарув тизими(АБТ) қуйидаги ўзгармас коэффициентли чизикли дифференциал тенглама билан ифодаланган бўлсин:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = b_0 g^{(m)} + \dots + b_{m-1} g' + b_m g. \quad (1)$$

Яхши маълумки, бундай чизикли тизим киришига $g(t)$ таъсир берилганда чиқиш миқдори $y(t)$ ни қуйидагича ифодалаш мумкин: $y(t) = y_0(t) + y_m(t)$, бу ерда $y_0(t)$ – ўтиш жараёнининг эркин ташкил этувчиси бўлиб, у қаралаётган (1) дифференциал тенгламага мос бир жинсли дифференциал тенгламанинг умумий ечимидан иборат, $y_m(t)$ – кириш таъсири $g(t)$ нинг ўзгаришига мос ўтиш жараёнининг мажбурий ташкил этувчиси бўлиб, у (1) дифференциал тенгламанинг хусусий ечимидир.

Шундай қилиб, тушунарлики, $y(t)$ ўтиш жараёнининг сифатини унинг $y_0(t)$ ва $y_m(t)$ ташкил этувчилари бўйича баҳолаш мумкин. Шу маънода икки гуруҳ кўрсаткичлар фарқланади: биринчи гуруҳ – ўтиш жараёни $y_0(t)$ эркин ташкил этувчисининг сифат кўрсаткичлари; иккинчи гуруҳ – тизим аниқлигини белгилаб берадиган $y_m(t)$ мажбурий(ўрнатилган) ташкил этувчини характерловчи кўрсаткичлар.

Бошқариш сифатини таҳлил этишнинг барча замонавий усуллари *тўғри* ва *билвосита* усулларга ажратиш мумкин. Ўтиш жараёни чизиги бўйича бевосита аниқланувчи сифат кўрсаткичларига сифатнинг тўғри баҳолари дейилади. Ўтиш жараёни чизиги назарий ёки экспериментал(тажриба) йўли билан ҳосил қилиниши мумкин.

Ўтиш жараёнини аниқлашдаги ҳисоблашлар катта қийинчиликлар билан боғлиқ бўлган ҳолларда сифатни баҳолашнинг билвосита усуллари қўлланилади. Бу усуллар АБТ динамикасининг дифференциал тенгламасини ечмасдан бошқарув жараёнининг баъзи сифат кўрсаткичларини аниқлаш имконини беради. Масалан, сифатнинг билвосита баҳолари қаторига фаза ва амплитуда бўйича турғунлик захираларини киритиш мумкин. Бошқариш сифатини баҳолашнинг билвосита усуллари сифатида *илдизли*, *интегралли* ва *частотали* усулларида фойдаланилади.

2. Поғонасимон функция таъсири натижасидаги ўтиш жараёни сифатини баҳолаш.

АБТ сифатининг тўғри баҳолари бирлик поғонасимон

$$g(t)=l(t)= \begin{cases} 1 & \text{при } t > 0, \\ 0 & \text{при } t \leq 0 \end{cases}$$

функциянинг таъсирини нолга тенг бошланғич шартларда таҳлил этиш натижасида олинади.

Поғонасимон функция таъсири натижасидаги ўтиш жараёни сифатини баҳолашни қараймиз. Фараз қилайлик, берилган y_0 иш режимига эга автоматик созлаш тизимига $t=0$ вақт моментиди поғонасимон функция кўринишдаги g кўзгатувчи омил таъсир этаётган бўлсин(1-расм). У

вақтда нолга тенг бошланғич шартларда динамик режим тизимнинг g кўзгатувчи таъсирга реакциясини англатувчи $h(t)$ ўтиш характеристикаси билан ифодаланади. Бу характеристика бўйича бошқарув сифатининг барча энг муҳим кўрсаткичларини аниқлаш мумкин.

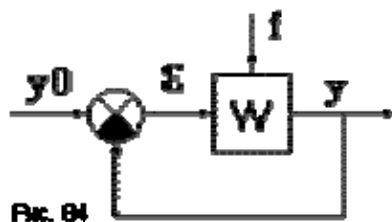


Рис. 84

1-рasm

1. *Статик хато* $\varepsilon_{\text{урн.}} = y_0 - h_{\text{урн.}}$ – бу бошқарувчи миқдорнинг талаб этилган ва ҳақиқатда ўрнатилган режимдаги қийматлари орасидаги фарқ. Статик тизимлар учун статик хато нолдан фарқли(2-а расм) бўлиб, у g кўзгатувчи омилнинг миқдори(чизикли АБТларда) ва тизимнинг берилган кўзгалиш бўйича узатиш коэффициентига пропорционалдир. Астатик тизимлар учун статик хато нолга тенг(2-б расм).

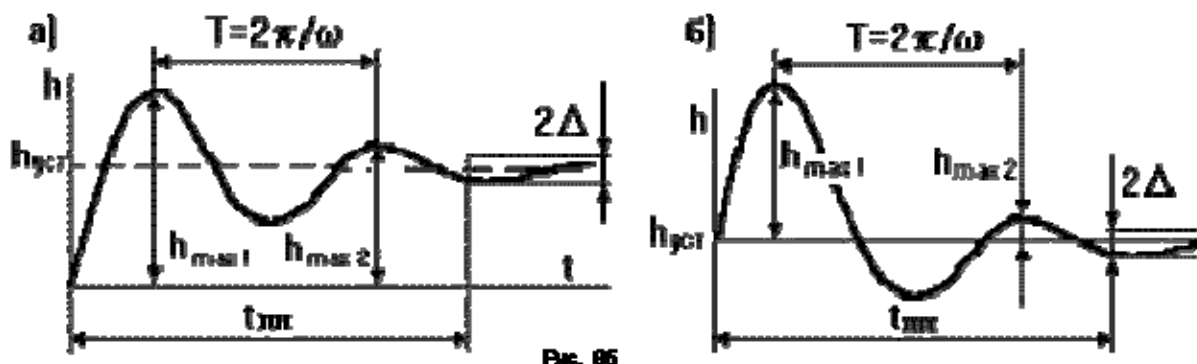


Рис. 85

2-рasm

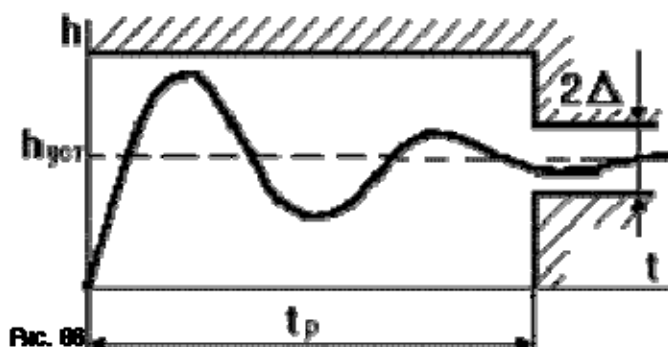


Рис. 86

3-рasm

2. *Ўтиш жараёни вақти(созланиш вақти)* $t_{\text{ў.ж.}}$ – бу шундай минимал вақтки, у ўтгандан сўнг соzланувчи миқдор ўрнатилган қийматга берилган

аниқликда яқин бўлиб қолаверади, яъни $|h(t) - h_{\text{ўрн.}}| \leq \Delta$, буерда Δ ўзгармас миқдор бўлиб, унинг қиймати ҳақида олдиндан маълумот берилади (одатда Δ миқдор чиқувчи миқдор $h_{\text{ўрн.}}$ ўрнатилган қийматининг фойизларида берилади, кўпинча $\Delta = 0.05 h_{\text{ўрн.}}$ деб олинади.)

3. *Қайта созланиш* σ – бу бошқарилувчи миқдорнинг ўрнатилган қийматдан четланишининг нисбий бирликлар ёки фойизларда ифодаланишидир:

$$\sigma = \frac{h_{\text{max1}} - h_{\text{ўрн.}}}{h_{\text{ўрн.}}} 100.$$

Бу ерда h_{max1} – ўтиш характеристикаси биринчи максимумининг қиймати. σ нинг мумкин бўлган қийматлари тизимни ишлатиш тажрибасидан аниқланади. Одатда у 10 – 30% бўлиб, баъзан 70% гача йўл қўйилади. Қайта созланишга умуман йўл қўйиб бўлмайдиган ҳоллар бўлиши ҳам мумкин.

4. *Тебраниш частотаси* $\omega = 2\pi / T$, бу ерда T – тебранишлар даври.

5. Созланиш вақти $t_{\text{ў.ж}}$ давомида $h(t)$ ўтиш характеристикасининг *тебранишлар сони* n . Тизимларни лойиҳалашда кўпинча $n = 1, 2$, баъзан 3, 4 гача йўл қўйилади, баъзи ҳолларда эса тебраниш умуман мумкин эмас.

6. Биринчи максимумга эришиш вақти t_{max} .

7. Ўтиш жараёнининг тезлашиш вақти $t_m - h(t)$ ўтиш характеристикаси чизиғининг $h_{\text{ўрн.}}$ ўрнатилган қийматга мос сатҳ чизиғи билан кесишиш нуқтаси абсциссаси.

8. Сўниш декременти δ – бу миқдор иккита қўшни қайта созланишларнинг нисбати каби аниқланади:

$$\delta = \frac{|h_{\text{max1}} - h_{\text{ўрн.}}|}{|h_{\text{max2}} - h_{\text{ўрн.}}|}.$$

Санаб ўтилган сифат кўрсаткичлари Яна бошқалари билан тўлдирилиши мумкин, аммо бу конкрет тизимларнинг спецификаси билан боғлиқ.

АБТларни куришда сифат кўрсаткичларининг йўл қўйиб бўлинадиган қийматлари муайян техник шартлар билан берилади. Бу шартлар сифат кўрсаткичларининг диаграммаси кўринишда тасвирланади. Бу диаграмма геометрик равишда қандайдир соҳани ифодалайдики, ушбу соҳадан ўтиш характеристикаси чиқиб кетмаслиги лозим (3-расм).

Шуни қайд этиш лозимки, ҳисоблаш техникаси жадал ривожланаётган ҳозирги пайтда ўтиш жараёнларини ҳисоблаш ва тизимнинг параметрларини танлаш билан боғлиқ қийинчиликларни ҳал этиш мумкин бўлиб қолди. Шунинг учун АБТларни лойиҳалашда сифатни баҳолашнинг тўғри усуллари аҳамияти ошиб бормоқда.

3. Гармоник таъсирлар берилганда бошқариш сифатини баҳолаш.

Гармоник таъсирлар берилганда тизимни амплитуда-фазавий, амплитуда-частотали, фаза частотали ва логарифмик частотали характеристикалар бўйича баҳолаш қабул қилинган.

Одатда ёпиқ АБТнинг АЧХси $A_e(\omega)$ қўлланилади. Уни узилган АБТнинг АФЧХси $W_y(j\omega)$ орқали қуйидаги

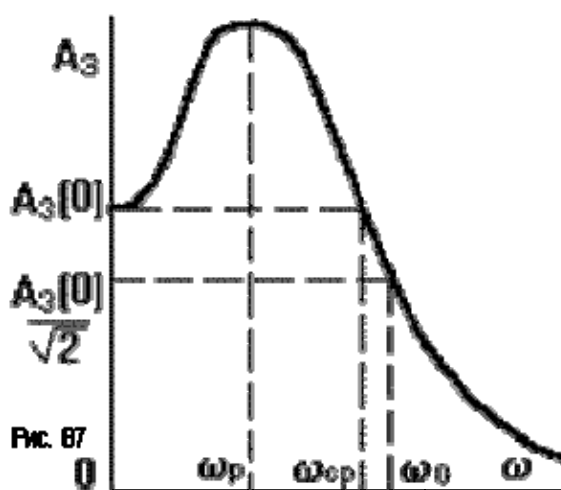
$$A_e(\omega) = \left| \frac{W_y(j\omega)}{1 + W_y(j\omega)} \right|$$

формула ёрдамида куриш мумкин. Шу чизик бўйича ўтиш жараёни сифатининг бир қатор кўрсаткичларини олиш мумкин.

1. *Тебранувчанлик кўрсаткичи* M – бу миқдор ёпиқ АБТ АЧХсининг унинг $\omega=0$ бўлгандаги қийматига нисбати билан аниқланади, яъни

$$M = A_{e\max}(\omega)/A_e(0).$$

У тизимнинг тебранишларга мойиллигини характерлайди. M қанча катта бўлса, тизим бошқа бир хил шароитларда бўлганда шунчалик кам сифатли бўлади. $1,1 \leq M \leq 1,5$ бўлса, M нинг қиймати йўл қўйиш мумкин бўлган ҳисобланади.



4-рasm

2. *Тизимнинг резонанс частотаси* ω_p – бу шундай частотаки, унинг қийматида тебранишлар тизим орқали энг кучайган ҳолда ўтади, ёпиқ АБТнинг АЧХси эса максимумга эришади.

3. *Тизимнинг ўтказиш полосаси* – бу частоталарнинг $\omega=0$ дан $\omega=\omega_0$ гача бўлган интервалидир; $\omega=\omega_0$ да $A_e(\omega_0) \leq \sqrt{2}A_e(0) \approx 0,707A_e(0)$ шарт ёки $A_e(0)=1$ бўлганда $A_e(\omega_0) \leq 0,707$ шарт бажарилиши лозим. Ўтказиш полосаси унча кенг бўлмаслиги керак, акс ҳолда тизим юқори частотали тўсқинликларни(помеха) қайта тиклайди.

4. *Қирқим частотаси* ω_k – бу шундай частотаки, унинг қийматида ёпиқ АБТнинг АЧХси бирга тенг қиймат қабул қилади, яъни $A_e(\omega_k)=1$. Унга кўра ўтиш жараёнининг давомийлиги ҳақида хулоса қилиш мумкин. Созланиш вақти $t_{y.ж}$ қирқим частотасига тескари пропорционалдир $t_{y.ж} \approx (1 \div 2)2\pi/\omega_k$.

АБТнинг тебранишларга мойиллиги унинг амплитуда(6 дан 20 дБ гача йўл қўйилади) ва фаза(30 дан 60 градусгача йўл қўйилади) бўйича турғунлик захиралари билан ҳам характерланади.

4. Бошқариш сифатини баҳолашнинг илдизли усули.

Чизиқли АБТ характеристик тенгламаси илдизларининг жойлашиш соҳасининг чегараларини аниқлашга асосланган усулни қараймиз. Бу усул бошқариш сифатини тақрибан баҳолаш имконини беради.

АБТдаги ўтиш жараёни узатиш функциясининг кутбларидан бўлганидек, унинг нолларидан ҳам боғлиқ бўлади. Бу эса таҳлилни жиддий равишда мураккаблаштиради. Шунинг учун хусусий, аммо кенг тарқалган ҳолни, яъни ёпиқ АБТнинг узатиш функцияси нолларга эга бўлмаган ҳолни қараймиз:

$$W(s) = \frac{b_0}{a_0(s-s_1)(s-s_2)\dots(s-s_n)},$$

бу ерда $s_1, s_2, \dots, s_n$ – тизим

$$D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

характеристик тенгламасининг илдизларидир.

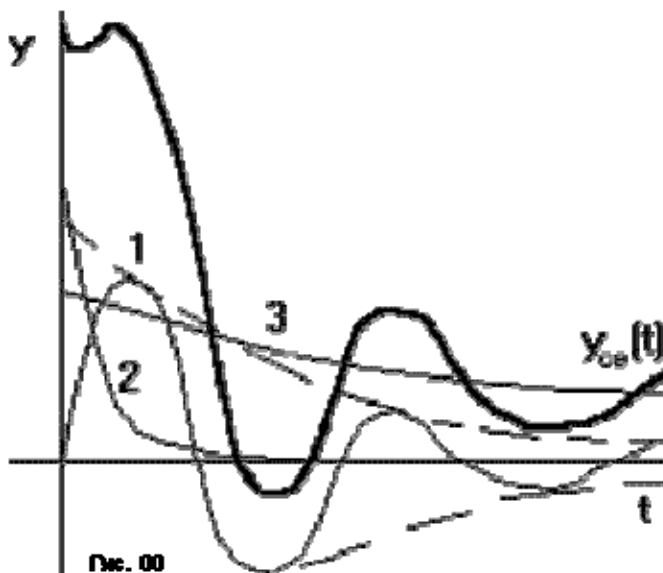
Қаралаётган ҳолда АБТ динамикаси тенгламаси куйидаги кўринишда бўлади:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = b_0 g.$$

Бу тенгламанинг $g = l(t)$ – бирлик поғонасимон таъсирга мос умумий ечими

$$y(t) = y_{\text{э}} + y_{\text{м}} = \sum_{i=1}^n C_i e^{s_i t} + b_0 / a_0$$

кўринишда тасвирланади.



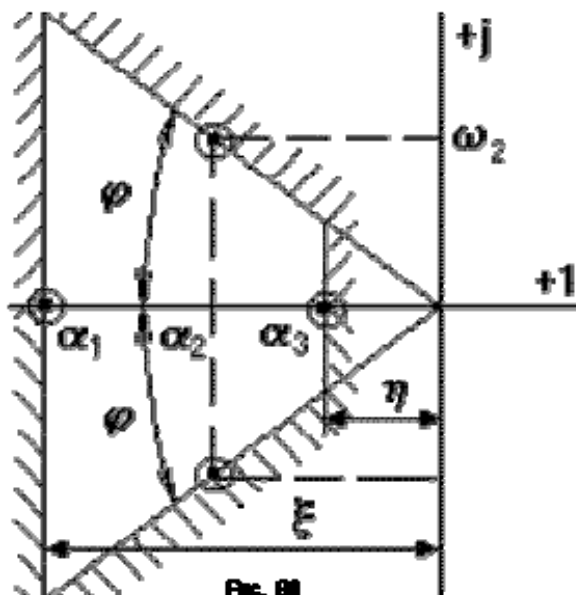
5-расм

Бу ердан тушунарлики, турғун тизимдаги ўтиш жараёни вақти $t_{\text{ў.ж}}$ $y_{\text{э}} = \sum_{i=1}^n C_i e^{s_i t}$ эркин жараённинг давомийлик вақти билан аниқланади. Бу ҳолда $y_{\text{э}}$ эркин жараён n та сўнувчи экспоненциал ташкил этувчиларнинг йиғиндисидан иборат (5-расм). Бу ерда ҳар бир ташкил этувчининг сўнувчилиги мос s_i кутб ҳақиқий қисмининг турғун тизимлар учун манфий эканлиги билан аниқланади. Ўтиш жараёнининг давомийлиги асосан энг

кичик сўнишга эга ташкил этувчи билан аниқланади. Бу энг кичик сўнишга эса узатиш функцияси қутблари орасида ҳақиқий қисмининг абсолют қиймати энг кичик бўлгани мос келади.

Агар илдизлар комплекс текислигида барча қутблар тасвирланса (6-расм), энг кичик сўнишга мос қутб (ёки қўшма комплекс қутблар жуфти) мавҳум ўқга энг яқин жойлашган бўлади.

АБТ сифатини тақрибан баҳолаш учун илдизлар текислигида трапеция кўринишдаги шундай соҳа ажратиладики, бу трапециянинг томонларида ҳеч бўлмаганда биттадан илдиз ётади, қолган барча илдизлар эса соҳа ичида жойлашади (6-расм). Бу соҳа қуйидаги параметрлар билан характерланади: η – турғунлик даражаси (мавҳум ўқдан энг яқин илдизгача ёки қўшма комплекс илдизлар жуфтигача бўлган масофага тенг), $\mu = \lg \varphi$ – тебранувчанлик (ўтиш жараёнининг тебранувчанлиги ва қайта созланиш миқдорини характерлайди); ξ – мавҳум ўқдан энг узок жойлашган илдиз ҳақиқий қисмининг абсолют миқдorigа тенг.



6-расм

Бошқарув(созлаш) сифатининг турғунлик даражаси орқали ифодаланган характеристикаси АБТни лойиҳалаштиришда катта аҳамиятга эга. АБТни тадқиқ этишда қуйидаги иккита масалани қўйиш ва ҳал этиш мумкин:

- Тизимнинг берилган параметрлари – $D(s)$ характеристик кўпхаднинг коэффицентлари бўйича тизимнинг турғунлик даражасини аниқлаш(турғунлик даражасининг таҳлили масаласи).
- Берилган турғунлик даражасига кўра тизимнинг ўзгартириладиган параметрлари қийматларини аниқлаш(берилган турғунлик даражасига кўра АБТ синтези масаласи)

Агар турғунлик даражаси η маълум бўлса, ўтиш жараёни вақти $t_{\dot{y},ж}$ ни тақрибан ҳисоблаш мумкин. У энг кичик сўнишга эга бўлган эркин ташкил

этувчининг ΔC_η миқдоргача камайган вақт моменти бўйича аниқланади, бу ерда C_η шу ташкил этувчининг бошланғич қиймати. Айтилганларга кўра, $(y_\eta)_\eta = C_\eta e^{-\eta t_{y.\text{ж.}}} = \Delta C_\eta$ тенгликдан

$$t_{y.\text{ж.}} \approx \frac{1}{\eta} \ln \frac{1}{\Delta}$$

муносабатни оламиз. Ёпиқ АБТнинг узатиш функцияси нолларга эга бўлган умумий ҳолда ушбу усулни қўллаш катта хатога олиб келиши мумкин. Аммо ҳамма вақт η қанчалик катта ва μ қанчалик кичик бўлса, бошқарув сифати шунчалик яхши бўлади.

η , ξ , μ миқдорларни билган ҳолда шундай соҳани баҳолаш мумкинки, ўтиш жараёни чизиғи бу соҳадан четга чиқмайди (7-расм). Бунинг учун иккита чизиқ ясалади: ўтиш жараёни чизиғини қуйидан ва юқоридан чегараловчи, яъни $u(t, \eta) \leq \varepsilon(t) \leq v(t, \eta)$ муносабатни қаноатлантирувчи миноранта $u(t, \eta)$ ва мажоранта $v(t, \eta)$, бу ерда $\varepsilon(t) = y_0 - y(t)$.

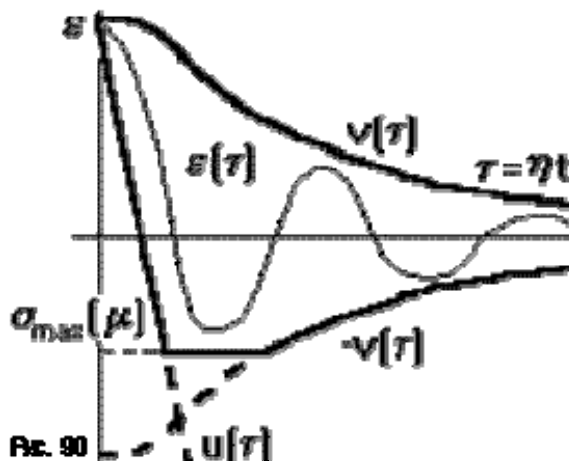


Рис. 7

Миноранта ва мажорантани аниқлаш учун қуйидаги формулалар маълум:

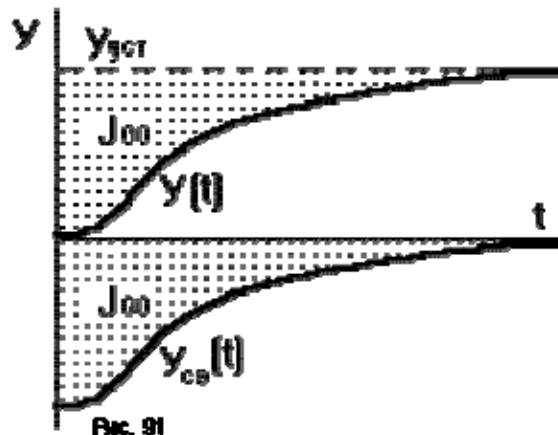
$$u(t, \eta) = e^{-\eta t}, \quad v(t, \eta) = e^{-\eta t} \left[1 + \eta t + \dots + \frac{\eta^{n-1} t^{n-1}}{(n-1)!} \right].$$

Бу формулалар характеристик тенгламанинг барча илдизлари ҳақиқий ва ўтиш жараёни учун нолга тенг бошланғич шартлар $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, ..., $y^{(n-1)}(0) = 0$ берилган ҳолда тўғри бўлади.

5. Сифатнинг интеграл мезонлари.

Интеграл мезонлар бошқарув сифати ҳақида бошқарилувчи миқдорнинг қандайдир функцияларидан олинган интегралларни ҳисоблаш йўли билан хулоса қилиш имконини беради. Бунда функция шундай йўл билан танланадики, бу функциядан вақт бўйича 0 дан + ∞ гача олинган аниқ интеграл ўтиш жараёнининг сифати билан бир қийматли боғланган бўлсин.

Шу вақтнинг ўзида ушбу интеграл тадқиқ этилаётган тизимнинг коэффициентлари орқали нисбатан оддий ҳисобланиши лозим.



8-расм

Масалан, агар $y(t)$ ўтиш характеристикаси монотон бўлса, шуни тасдиқлаш мумкинки, шу $y(t)$ чизик ва бошқарувчи миқдорнинг $y_{урн.}$ ўрнатилган қиймати билан чегараланган юза қанчалик кичик бўлса, ўтиш жараёнининг сифати шунча яхши бўлади (8-расм). Бу юза бошқарилувчи миқдорнинг $y_св(t)$ эркин ташкил этувчиси чизиги ва абсцисса ўқи билан чегараланган юзага тенг.

Агар тизим турғун бўлса, бошқарилувчи миқдорнинг эркин ташкил этувчиси лимитда нолга интилади: $\lim_{t \rightarrow \infty} y_св(t) = 0$. Шу сабабли шу чизик билан чегараланган юза чекли қийматга эга бўлади ва

$$J_{00} = \int_0^{\infty} y_св(t) dt. \quad (2)$$

формула билан аниқланади.

J_{00} миқдор бошқарув сифатининг чизикли баҳосини билдиради. У қанчалик кичик бўлса, тизимнинг тез таъсири шунчалик юқори бўлади. Тизимнинг параметрларини танлаганда J_{00} ни минимал қиймат билан таъминлашга ҳаракат қилинади.

Фараз қилайлик, ёпиқ АБТ динамикаси (1) тенглама билан ифодаланган бўлсин. У вақтда бошқарилувчи миқдорнинг $y_св(t)$ эркин ташкил этувчиси қуйидаги

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y_св = 0$$

бир жинсли тенгламани қаноатлантиради. Бу ердан

$$y_св = -\frac{a_0}{a_n} p^n y_св - \frac{a_1}{a_n} p^{n-1} y_св - \dots - \frac{a_{n-1}}{a_n} p y_св.$$

ёки

$$y_св = -\frac{1}{a_n} \left(a_0 \frac{d^n y_св}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y_св}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy_св}{dt} \right)$$

келиб чиқади. Охирги формулани ҳисобга олиб, (2) интеграл учун қуйидагига эга бўламиз:

$$J_{00} = \int_0^{\infty} y_{\text{св.}}(t) dt = -\frac{1}{a_n} \left(a_0 \frac{d^{n-1} y_{\text{св.}}}{dt^{n-1}} + a_1 \frac{d^{n-2} y_{\text{св.}}}{dt^{n-2}} + \dots + a_{n-1} y_{\text{св.}} \right) \Big|_0^{\infty}. \quad (3)$$

Фараз қилайлик, $t = 0$ бўлганда АБТ қуйидаги бошланғич шартларга эга бўлсин:

$$y_{\text{св.}}(0) = y_0, \frac{dy_{\text{св.}}}{dt}(0) = y_0^{(1)}, \dots, \frac{d^{n-1} y_{\text{св.}}}{dt^{n-1}}(0) = y_0^{(n-1)}.$$

Бундан ташқари жараён сўнувчи ва $t \rightarrow \infty$ да эркин ташкил этувчи ва унинг барча ҳосилалари нолга тенг бўлгани учун

$$y_{\text{св.}}(\infty) = 0, \frac{dy_{\text{св.}}}{dt}(\infty) = 0, \dots, \frac{d^{n-1} y_{\text{св.}}}{dt^{n-1}}(\infty) = 0$$

бўлади. Бу қийматларни (3) га қўйиб,

$$J_{00} = (a_0 y_0^{(n-1)} + a_1 y_0^{(n-2)} + \dots + a_{n-1} y_0) / a_n.$$

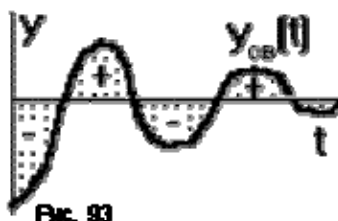
формулага эга бўламиз.

Охирги тенглик кўрсатадики, бошланғич шартларни ва дифференциал тенглама коэффициентларини билган ҳолда бошқарув сифатининг чизиқли баҳосини осонгина ҳисоблаш мумкин.

Сифатнинг бошқа чизиқли баҳолари бўлиши ҳам мумкин. Масалан,

$$J_{01} = \int_0^{\infty} y_{\text{св.}}(t) t dt; J_{02} = \int_0^{\infty} y_{\text{св.}}(t) t^2 dt; \dots; J_{0n} = \int_0^{\infty} y_{\text{св.}}(t) t^n dt.$$

Аммо улар кам қўлланилади.



9-расм



10-расм



11-расм

Сифатнинг чизиқли баҳоларини тебранувчи жараёнлар учун қўллаб бўлмайди. $y_{\text{св.}}(t)$ чизиқ ва абсцисса ўқи билан чегараланган юзалар ишорани ҳисобга олган ҳолда қўшилганлиги сабабли J_{00} интегралнинг минимал қийматига катта сондаги тебранишларга ва кичик тез таъсирга эга жараён мос келиши мумкин(9-расм). Бундай ҳолда *сифатнинг квадратик баҳолари* самаралироқ бўлади. Масалан,

$$J_{20} = \int_0^{\infty} y_{\text{св.}}^2(t) dt$$

кўринишдаги баҳодан фойдаланиш мумкин. Бу интегралнинг қийматига $y_s^2(t)$ чизиқ ва абсцисса ўқи орасидаги юза мос келади(10-расм). Бу юза ҳамма вақт мусбатдир.

АБТ параметрларини J_{20} миқдорнинг минимуми бўйича танлаб, $y_s(t)$ чизиқни координата ўқларига шундай яқинлаштирамизки, бу эса созланиш вақтининг камайишига олиб келади(11-расм).

АБТ параметрларини J_{20} миқдорнинг минимуми бўйича танланганда кўпинча жараёнинг номақбул тебранувчанлиги пайдо бўлади. Чунки $y_s(t)$ чизиқнинг ордината ўқига яқинлашиши бошланғич тезликнинг кескин ошиб кетишига олиб келади. Бу эса ўз навбатида турғунлик захирасини камайтириб, катта қайта созланишларга олиб келиши мумкин. Жараён кечишининг силлиқлигини таъминлаш учун сифатнинг квадратик баҳосига созланувчи параметрнинг $y_s'(t)$ ўзгариш тезлигидан боғлиқ бўлган кўшилувчи киритилади. Натижада қуйидаги

$$J_{21} = \int_0^{\infty} [y_s^2(t) + \tau^2 (y_s'(t))^2] dt$$

кўринишдаги сифат мезонига эга бўламиз, бу ерда τ – олдиндан берилган вақт ўзгармаси. τ миқдорнинг кичик қийматларида тебранувчанликнинг камайиши сезиларли бўлмайди. τ миқдорнинг ошиши эса ўтиш жараёни вақтининг ошишига олиб келади. Демак бу миқдорнинг танланиши конкрет шароитдан боғлиқ.

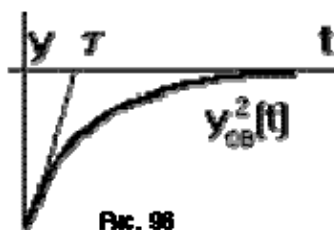


Рис. 98

Рис. 12

Ўтиш жараёни τ вақт ўзгармасига эга экспонентага мос келса J_{21} интеграл энг кичик қийматга эга бўлади(12-расм). Бошқача айтганда сифат нуқтаи назаридан шунга ҳаракат қилиш лозимки, ёпиқ АБТнинг ўтиш характеристикаси қиймати техник шароитлар билан аниқланувчи олдиндан берилган τ вақт ўзгармасига эга бўлган биринчи тартибли инерцияли бўғиннинг характеристикасидан иложи борица кам фарқ қилиши лозим.

6. Фарққа асосланган бошқариш алгоритми.

Оптималлаштириш масаласини ечиш натижасида бошқариш параметрларининг оптимал қийматлари топилади. Кейинги масала бошқариш объектини ушбу оптимал қийматларда ушлаб туриш. Уни амалга ошириш учун бошқариш алгоритмини шакллантириш лозим. Бунинг учун аввало бошқариш масаласини аниқ математик ифодалаш талаб этилади.

Берилган бошқариш объекти $\bar{Y} = F(\bar{X}, \bar{U}, \bar{Z})$ кўринишидаги тенглама билан ифодаланган бўлса, объектни бошланғич ёки жорий ҳолатидан

$Y_j = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$, $X_i = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ берилган $\bar{V}(x_i)$ имкониятдан фойдаланилган ҳолда, шундай керакли ёки талаб қилинган ҳолатга Y_j^t келтирилсинки, мақсад функцияси $R = R(X, U, Z)$ бунинг натижасида экстремум қийматга эга бўлсин.

Бошқариш алгоритми қуйдаги кетма-кетликда яратилади:

- 1) жорий ҳолат $(X^{жс}, Y^{жс})$ ҳамда оптималлаштириш масаласи ечилиб бошқарувчи параметрларнинг оптимал қийматлари (X_i^{opt}, Y_j^{opt}) топилади;

- 2) параметрларни чегаравий қийматлари аниқланади

$$\tilde{X}_i^{жс} \leq X_i^{жс} \leq \tilde{\tilde{X}}_i^{жс} \quad \tilde{Y}_j^{жс} \leq Y_j^{жс} \leq \tilde{\tilde{Y}}_j^{жс}$$

$\tilde{X}_i^{жс}$, $\tilde{\tilde{X}}_i^{жс}$ -кирувчи ва бошқарувчи параметрларни кичик ва катта чегаравий қийматлари;

$\tilde{Y}_j^{жс}$, $\tilde{\tilde{Y}}_j^{жс}$ - чиқувчи параметрларни кичик ва катта чегаравий қийматлари.

Агар ушбу чегаравий шарт бажарилмаса, бошқариш тизими автоматик ҳолда авария ҳолатини қайд этади ва авария сигналини беради.

- 3) агар $Y_j^{opt} - Y_j^{жс} \leq \delta$ бўлса, унда $X_i^{жс} = X_i^{opt}$ деб олинади ва i канали бўйича бошқариш ўзгартирилмайди ($0 \leq \delta$ – моделнинг аниқлик даражаси);

- 4) агар $Y_j^{opt} - Y_j^{жс} \geq \delta$ бўлса, у ҳолда қуйдаги шартлар кўрилади:

а) қачонки $(X_i^{opt} - X_i^{жс}) \leq \varepsilon_i$ бўлса, у ҳолда $X_i^{жс}$ бўйича бошқариш таъсири ўзгартирилмайди.

б) агар $(X_i^{opt} - X_i^{жс}) \geq \varepsilon_i$ ёки $\|X_i^{opt} - X_i^{жс}\| = \Delta x_i > \varepsilon_i$ бўлса, у ҳолда i канал бўйича созлагувчи органда Δx_i минималлаштириш учун бошқариш командаси берилади.

- 5) шундай бошқарувчи таъсир $\Delta U(X_i)$ танланадики, $Y(\Delta x_i)$ минималлаштирилади.

$\Delta U(X_i)$ ни танлаш қуйдаги тартибда топилади:

Хар бир бошқарувчи параметрнинг чегаравий қийматига мос бошқарув мавжуд бўлсин, яъни

$$U(\tilde{X}_i) \leq U(X_i) \leq U(\tilde{\tilde{X}}_i),$$

$$\tilde{X}_i \leq X_i \leq \tilde{\tilde{X}}_i$$

Бошқарув объекти хусусиятидан келиб чиққан ҳолда қуйдаги шартларни ёзамиз:

- а) $U(U_i' + U_i'') = U(X_i') \pm U(X_i'')$, бунда $U(X_i')$, $U(X_i'')$ – X_i нинг биринчи ва иккинчи қийматларига мос бўлган бошқарувчи таъсир;

- б) $U(CX_i) = CU(X_i)$ қайсики, $C = \text{const}$.

$X_i^{жс}$ нинг ҳар қандай қиймати учун бошқарувчи таъсир:

$$U(X_i^{жс}) = U(\tilde{X}_i) X_i^{жс} / \tilde{X}_i$$

Бундан келиб чиқадики, Δx_i ни минималлаштирилган бошқарувчи таъсир:

$$U(\Delta x_i) = U(\tilde{X}_i) X_i / \tilde{X}_i$$

Бундан келиб чиқадики X_i^{opt} қийматга эришиш учун бериладиган бошқарувчи таъсир:

$$U(X_i^{opt}) = U(X_i^T + \Delta x_i) = U(X_i^{жс}) + \text{sign}(U\Delta x_i)$$

Мустақил ишлаш учун саволлар.

1. Бошқарув сифати деб нимага айтилади ва уни нима учун баҳолаш керак бўлади?
2. Бошқарув сифатининг тўғри баҳолари деганда нима тушунилади?
3. Бошқарув сифатини баҳолашнинг билвосита усуллари деб нимага айтилади?
4. Қайси ҳолларда бошқариш сифатини баҳолаш учун поғонасимон таъсирдан, қайси ҳолларда эса даврий таъсирлардан фойдаланилади?
5. Поғонасимон таъсир берилганда бошқариш сифатининг тўғри баҳоларини кўрсатинг.
6. Гармоник таъсирлар берилганда бошқариш сифатининг тўғри баҳоларини кўрсатинг.
7. Сифат кўрсаткичларининг диаграммаси деб нимага айтилади?
8. АБТ характеристик кўпҳади илдизларининг комплекс текисликдаги мавҳум ўқга яқинлиги бошқариш сифатига қандай таъсир кўрсатади?
9. АБТнинг турғунлик даражаси қандай аниқланади?
10. АБТнинг тебранувчанлигини қандай аниқлаш мумкин?
11. Характеристик кўпҳаднинг илдизлари комплекс текисликда қандай жойлашганини билган ҳолда ўтиш жараёни вақтини қандай ҳисоблаш мумкин?
12. АБТ ўтиш жараёни чизигини чегараловчи мажоранта ва минорантани қандай қуриш мумкин?
13. АБТ сифатининг интеграл мезонлари деб нимага айтилади?
14. Бошқарув сифатининг чизиқли ва квадратик баҳолари қандай аниқланади?
15. Бошқарув сифати чизиқли ва квадратик баҳоларининг камчиликлари нимада?
16. Ўтиш жараёни чизигининг экспонентага яқинлашишига имкон берувчи бошқариш сифатининг баҳоси қандай кўринишга эга бўлади?

ОПТИМАЛ БОШҚАРИШ МАСАЛАСИНИНГ ҚЎЙИЛИШИ. ЛАГРАНЖ КЎПАЙТУВЧИЛАРИ УСУЛИ.

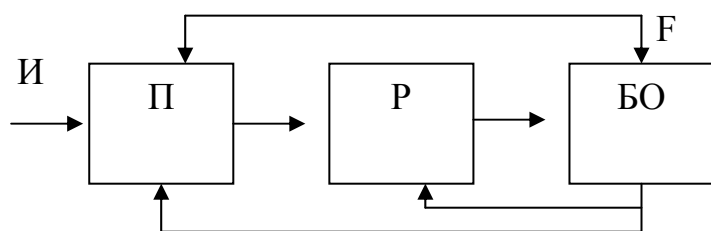
Режа:

1. Умумий қоидалар. Оптимал бошқариш масаласининг қўйилиши.
2. Оптимал бошқариш масалаларининг синфлари.
3. Классик вариацион ҳисоб усули.
4. Учлари маҳкамланган ва белгиланган вақтли масалалар. Лагранж кўпайтувчилари қоидаси.
5. Учлари қўзғалувчан ва белгиланган вақтли масалалар.
6. Учлари қўзғалувчан ва белгиланмаган вақтли масалалар.

Таянч иборалар: *бошқарув объекти, регулятор, дастурли бошқарув, тесқари боғланишли бошқарув, бошқарув чекланиши, фаза чекланиши, оптимал бошқарув, оптимал траектория, изопериметрик чекланишлар, учлари маҳкамланган масала, белгиланган вақтли масала, учлари қўзғалувчан масала, ўнг учи эркин бўлган масала, белгиланмаган вақтли масала, Больц масаласи, Лагранж масаласи, Майер масаласи, терминал бошқарув масаласи, тез ҳаракат масаласи, жойиз бошқарув, жойиз траектория, вариацион ҳисоб масаласи, Эйлер тенгламаси, экстремал, Лагранж функцияси, Лагранж кўпайтувчилари, Эйлер – Лагранж тенгламалари, Гамильтон функцияси, стационарлик шarti, Лагранж кўпайтувчилари қоидаси, трансверсаллик шартлари.*

4. Умумий қоидалар. Оптимал бошқариш масаласининг қўйилиши.

Умумий ҳолда автоматик бошқарув тизими *бошқарув объектидан*(БО), *регулятордан*(Р) ва берилувчи таъсирни ишлаб чиқувчи *программатордан*(П) ташкил топган бўлади ва у 1-расмда кўрсатилган схема билан тасвирланиши мумкин. Ушбу схемада *И* программаторга келиб тушувчи ташқи информация мажмуини билдиради.



1-расм

Оптимал тизимнинг синтези масаласи шундан иборатки, бунда қўйилган бошқарув масаласини муайян маънода энг яхши тарзда ҳал этувчи *регулятор* ва *программаторни* синтезлаш талаб этилади. Шунга мос ҳолда иккита масала қаралади: *оптимал программатор* □*на*□ *шва*□*а* *оптимал регулятор синтези*. Биринчи масаланинг ҳал этилиши одатда *программали(дастурли) бошқарувни* аниқлаш, иккинчи масаланинг ҳал этилиши эса *тесқари боғланишли*

бошқарувни аниқлаш билан боғлиқ. *Дастурли бошқарув* деб вақтнинг функцияси кўринишдаги бошқарувга, *тескари боғланишли бошқарув* деб эса фаза координаталарининг функцияси кўринишдаги бошқарувга айтилади.

Оптималь программаторли тизимларни *бошқарув режими бўйича оптималь тизимлар*, оптималь регуляторли тизимларни эса *ўтиш жараёни бўйича оптималь тизимлар* дейилади. Агар программатор ва регулятор оптималь бўлса, автоматик бошқарув тизими оптималь тизим дейилади.

Оптималь тизимларнинг синтези масаласи оптималь бошқарув масалалари синфига киради ва вариацион масала сифатида ифодаланади.

Оптималь бошқарув масаласининг умумий қўйилишини келтирамиз. Фараз қилайлик, объект тенгламаси

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (1)$$

нормал шаклда ёки

$$\dot{x}_i = f_i(x, u, t), i = 1, 2, \dots, n,$$

скаляр кўринишда берилган бўлсин, бу ерда $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ – фаза вектори, $u = (u_1, \dots, u_r)^T$ – бошқарув вектори.

Бошқарувга ва фаза векторига чеклашлар қўйилган бўлиши мумкин. Уларни умумий кўринишда қуйидагича ёзиш мумкин:

$$u(t) \in U_t, x(t) \in X_t. \quad (2)$$

Бу ерда U_t ва X_t – қандайдир берилган тўпламлар бўлиб, улар умумий ҳолда вақтдан боғлиқ бўлади, $U_t \subseteq R^r$, $X_t \subseteq R^n$. (2) да биринчи муносабат *бошқарувга қўйилган чеклаш*, иккинчиси эса *фаза векторига қўйилган чеклаш* ёки *фаза чеклаши* дейилади. Бошқарувга ва фаза векторига чеклашлар ажратилмаган бўлиши мумкин ва бу ҳолда улар қуйидагича ёзилади:

$$(u(t), x(t)) \in V_t, \quad V_t \in R^{n+r}.$$

Чегаравий шартлар – фаза векторига бошланғич ва охириги вақт моментларидаги чеклашлар умумий ҳолда

$$x(t_0) \in X_0, \quad x(t_f) \in X_f. \quad (3)$$

кўринишда ёзилади. $x(t_0)$ вектор траекториянинг чап учи, $x(t_f)$ вектор эса ўнг учи дейилади. Траекториянинг чап ва ўнг учига чеклашлар ажратилмаган ҳолда улар қуйидагича ёзилади:

$$(x(t_0), x(t_f)) \in V_0, \quad V_0 \subset R^{2n}$$

Тизим сифатининг сонли кўрсаткичи бўлган оптимальлик мезони

$$J = J(u(t), x(t)). \quad (4)$$

функционал кўринишида берилади.

Оптималь бошқариш масаласи қуйидагича ифодаланади: (1) бошқарув объектининг берилган тенгламаларида, (2) чеклашлар ва (3) чегаравий шартларда шундай дастурли $u^*(t)$ бошқариш ёки тескари боғланишли $u^*(x(t), t)$ бошқаришни ва $x^*(t)$ фаза траекториясини топиш талаб қилинадики, уларга мос ҳолда (4) мезон минимал(ёки максимал) қиймат қабул

қилсин. $u^*(t)$ ва $u^*(x(t), t)$ бошқаришларга *оптимал бошқаришлар*, $x^*(t)$ траекторияга эса *оптимал траектория* дейилади.

Бундан кейин аниқлик учун (4) функционал минималлаштирилади деб ҳисоблаймиз. Шуни қайд қиламизки, максимизация масаласини $J_1 = -J$ □на□ мезон киритиш йўли билан минимизация масаласига келтириш мумкин.

Оптимал бошқарув масаласининг қўйилишига мисоллар келтирамиз.

Учувчи аппаратни(УА) оптимал бошқариш масалалари. УА (бошқарув объекти)нинг тенгламаси вертикал текисликда

$$m\dot{v} = p + q$$

кўринишда ёки қўзғалмас координаталар тизимининг горизонтал ξ ва вертикал η ўқларига проекцияларида

$$m\ddot{\xi} = p_1 + q_1; \quad m\ddot{\eta} = p_2 + q_2$$

кўринишда бўлади, бу ерда m – УА массаси, $v = (\dot{\xi}, \dot{\eta})$ – УА тезлиги, $p = (p_1, p_2)$ – реактив куч, $q = (q_1, q_2)$ – қолган барча кучларнинг (Ернинг тортиш кучи, ҳавонинг қаршилик кучи □на□ кабилар) тенг таъсир этувчиси.

Реактив куч

$$p = -\dot{m}w, \quad |w| = \text{const},$$

тенглик билан аниқланади, бу ерда $w = (\omega_1, \omega_2)^T$ – ажралувчи заррачаларнинг нисбий тезлиги, $|w| = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$. Қуйидаги

$x_1 = \xi; \quad x_2 = \eta; \quad x_3 = \dot{\xi}; \quad x_4 = \dot{\eta}; \quad u_1 = p_1/m; \quad u_2 = p_2/m; \quad \bar{q}_1 = q_1/m; \quad \bar{q}_2 = q_2/m$ белгилашларни киритиб, УА тенгламасини нормал тизим

$$\dot{x}_1 = x_3; \quad \dot{x}_2 = x_4; \quad \dot{x}_3 = u_1 + \bar{q}_1; \quad \dot{x}_4 = u_2 + \bar{q}_2$$

шаклида ёки

$$\dot{x} = Ax + Bu + \tilde{q}. \quad (5)$$

векторли шаклда ёзамиз, бу ерда

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \tilde{q} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{q}_1 \\ \bar{q}_2 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Реактив кучнинг УА массасига нисбатини бошқариш сифатида қабул қиламиз:

$$u_1 = p_1/m; \quad u_2 = p_2/m.$$

УА траекторияси ер сиртини кесмаслиги керак, яъни

$$x_2 \geq 0. \quad (7)$$

кўринишдаги фаза чекланиши бажарилиши лозим.

1-масала. Уани фазонинг берилган нуқтасига энг қисқа вақтда чиқариш масаласи. Фараз қилайлик реактив куч чегараланган бўлсин: $|p| \leq p_m$. Уани белгиланган $x(t_0) = x^0$ бошланғич нуқтадан тайинланган охириги $x(t_f) = x^f$ нуқтага энг қисқа вақтда кўчириш талаб этилади. Бу масала объект тенгламалари (5), (6) кўринишда бўлган ва (7) фаза чеклашларига, бошқарувга қўйилган

$$|u| \leq u_m; \quad u_m = p_m / m, \quad (8)$$

шартга, $x(t_0) = x^0$, $x(t_f) = x^f$ чегаравий шартларга ҳамда $J = t_f - t_0$ оптималлик мезонига эга оптимал бошқарув масаласидир, бу ерда t_0 – бошланғич момент(уни белгиланган деб ҳисоблаймиз), t_f – охириги момент(белгиланмаган) – Уанинг x^f нуқтага чиқиш моменти.

2-масала. *УА ни берилган ҳолатга энг қисқа вақтда кўчириш масаласи.* Бошқарувга қўйилган (8) шартда УА ни фазонинг берилган $x(t_0) = x^0$ нуктасидан вертикал текисликдаги тайинланган $(x_1(t_f), x_2(t_f)) = (x_1^f, x_2^f)$ ҳолатига энг қисқа вақтда кўчириш талаб этилади. Ушбу масалада траекториянинг $x(t_0)$ чап учи белгиланган (яъни t_0 моментда Уанинг ҳолати ва тезлиги берилган), ўнг учи эса белгиланмаган, яъни t_f моментда УА ҳолати берилган, аммо унинг тезлигига ҳеч қандай чеклаш қўйилмаган. Бу масала 1-масаладан фақат траекториянинг $x_1(t_f) = x_1^f$, $x_2(t_f) = x_2^f$ ўнг четига қўйилган шарт билан фарқ қилади. 1-масалада X_0 ва X_f тўпламларнинг ҳар бири фақат битта нуқтадан иборат эди, бу ҳолда эса X_0 тўплам битта нуқтадан иборат, X_f тўплам эса тўрт ўлчовли фазодаги $x_1 = x_1^f$, $x_2 = x_2^f$ текисликдан иборат.

3-масала. *УА максимал узоқликга кўчириш масаласи.* Бу ҳолда реактив массанинг, яъни бошланғич $m(t_0) = m_0$ массанинг чеклилигини ҳисобга олиш муҳимдир. Берилганларга кўра

$$|u| = |p| / m = |\dot{m}|w / m$$

бўлгани учун бошқарувга қуйидаги чеклашга эга бўламиз:

$$\int_{t_0}^{t_f} |u| dt = B_1; \quad B_1 = |w| \ln(m_0 / m_f). \quad (9)$$

Охириги t_f момент $x_2(t_f) = 0$ (баландлик нолга тенг) шартдан аниқланади. Оптимал бошқариш масаласи қуйидагича ифодаланади: объектнинг (5) тенгламаси берилганда, (7) фаза чекланишида, бошқарувга қўйилган (9) шартда, $x(t_0) = x^0$, $x_2(t_f) = 0$ чегаравий шартларда $J = -x_1(t_f)$ функционални минималлаштирувчи бошқаришни топиш талаб этилади. Бу ҳолда X_0 тўплам битта нуқтадан ташкил топган, X_f тўплам эса $x_2 = 0$ муносабат билан аниқланувчи уч ўлчамли фазодан иборат.

4-масала. *УА ни максимал баландликга чиқариш масаласи.* Бу ҳолда оптимал бошқариш масаласи 3-масаладигига ўхшаш ифодаланади, фақат бунда $x(t_0) = x^0$ чегаравий шарт ва $J = -x_2(t_f)$ функционалдан фойдаланилади. Ушбу масалада траекторияларнинг ўнг учи эркин, яъни ўнг учга ҳеч қандай шарт қўйилмаган. Бу эса X_f тўпламнинг R^4 фазо билан устма-уст тушишини билдиради.

Двигателни оптиал бошқариш масалалари. Дойимий ток двигателининг тенгламаси

$$I\dot{\varphi} = i_{\text{я}} k_{\Phi} \Phi - M_c$$

кўринишда бўлади, бу ерда I – двигател айланувчи қисмининг инерция моменти, φ – двигател валининг бурилиш бурчаги, $i_{\text{я}}$ – якор занжиридаги ток, k_{Φ} – конструктива ўзгармас, Φ – магнит оқими, M_c – қаршилиқ моменти. Қуйидаги

$$b = k_{\Phi} \Phi / I, \quad x_1 = \varphi, \quad x_2 = \dot{\varphi}, \quad u = i_{\text{я}}, \quad u_c = M_c / I$$

белгилашларни киритиб, двигател тенгламасини

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = bu - u_c$$

кўринишда ёки

$$\dot{x} = Ax + Bu + \tilde{q} \quad (10)$$

векторли шаклда ёзиш мумкин, бу ерда

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}; \quad \tilde{q} = \begin{pmatrix} 0 \\ -u_c \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Бу ерда содда моделга эга бўлиш учун якор занжиридаги ток бошқариш сифатида қабул қилинган.

5-масала. Двигател валини берилган бурчакга энг қисқа вақтда буриш масаласи(талаб этилган бурчакга бурилганда двигателнинг тўхташ шарти қўйилмаган). Масаланинг физик моҳиятидан келиб чиққан ҳолда якор занжиридаги ток чекланган бўлиши лозим. (10), (11) объектни оптимал бошқариш масаласи қуйидагича ифодаланади: бошқаришга қўйилган

$$|u| \leq u_m$$

чеклашда,

$$x(t_0) = x^0, \quad x_1(t_f) = x_1^f, \quad (12)$$

чегаравий шартларда $J = t_f - t_0$ функционални минималлаштирувчи бошқарувни топиш талаб этилади.

6-масала. Двигател валини берилган бурчакга энг қисқа вақтда □на□ ишва уни тўхтатиш масаласи. Бу ерда ҳам оптимал бошқариш масаласи 5-масаладагига ўхшаш ифодаланади, аммо бунда чегаравий шартлар

$$x(t_0) = x^0; \quad x_1(t_f) = x_1^f; \quad x_2(t_f) = 0 \quad (13)$$

кўринишда бўлади.

7-масала. Двигател валини тайинланган T вақт давомида берилган бурчакга энг кам энергия сарфлаб кўчириш масаласи. Энергия бошқарув(ток кучи) квадратида олинган интегралга пропорционал бўлади. Функционал олдидаги ўзгармас вариацион масала ечимига таъсир этмаганлиги сабабли бу ерда оптималлик мезони сифатида қуйидаги интеграл

$$J = \int_{t_0}^{t_f} u^2 dt$$

қабул қилинади, бу ерда t_0 ва t_f берилган, $t_f - t_0 = T$. Бошқарувга чеклаш ҳисобга олинмайди. Агар двигател валини берилган бурчакга бургандан сўнг двигателни тўхтатиш шарт бўлмаса, чегаравий шарт (12) шартдан иборат бўлади. Агар двигател валини берилган бурчакга бургандан сўнг двигателни тўхтатиш шарт бўлса, чегаравий шарт (13) шартдан иборат бўлади.

2. Оптимал бошқариш масалаларининг синфлари.

Чеклашларнинг кўринишига қараб қуйидаги оптимал бошқариш масалалари фарқланади:

а) чеклашлар

$$\varphi_k(x, u, t) = 0, k = 1, 2, \dots, m;$$

кўринишдаги тенгликлардан иборат *классик типдаги* масалалар;

б) чеклашлар

$$\varphi_k(x, u, t) \leq 0, k = 1, 2, \dots, m. \quad (14)$$

кўринишдаги тенгсизликлардан иборат *ноклассик типдаги* масалалар.

Классик типдаги масалалар қаторига □ на *изопериметрик масалалар*, яъни

$$\int_{t_0}^{t_f} f_{n+j}(x, u, t) dt = b_j, j = 1, 2, \dots, l. \quad (15)$$

кўринишдаги *изопериметрик чеклашларга* эга масалалар ҳам киритилади. Қўшимча ўзгарувчилар киритиш ёрдамида ҳамма вақт изопериметрик чеклашлардан қутилиш мумкин. Бунда (15) изопериметрик чеклашлар ўрнига қуйидаги тенгламалар ва чегаравий шартларни киритиш етарли:

$$\dot{x}_{n+j} = f_{n+j}(x, u, t); x_{n+j}(t_0) = 0; x_{n+j}(t_f) = b_j, j = 1, 2, \dots, l$$

Қўшимча ўзгарувчилар киритиш йўли билан ноклассик типдаги масалаларни классик типдаги масалалар кўринишига формал равишда келтириш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, (14) тенгсизликларни қуйидаги

$$\varphi_k(x, u, t) + u_{1+k}^2 = 0, k = 1, \dots, m$$

тенглик типдаги чеклаш билан алмаштириш мумкин.

Ноклассик типдаги оптимал бошқарув масалалари

$$\int_{t_0}^{t_f} f_{n+s}(x, u, t) dt \leq C_s, s = 1, 2, \dots, p$$

кўринишдаги чеклашларга эга бўлиши мумкин. Қўшимча ўзгартиришлар киритиш ёрдамида бу чеклашлар

$$\dot{x}_{n+s} = f_{n+s}(x, u, t), x_{n+s}(t_0) = 0; x_{n+s}(t_f) \leq C_s, s = 1, 2, \dots, p$$

муносабатлар билан алмаштирилиши мумкин. Классик типдаги оптимал бошқарув масалаларига мисол қилиб юқорида келтирилган 3, 4 ва 7-масалаларни кўрсатиш мумкин, 1, 2, 5 ва 6-масалалар ноклассик типдаги масалаларга мисол бўлади.

Чегаравий шартларининг кўриниши бўйича қуйидаги масалалар фарқланади:

а) *учлари берилган (маҳкамланган) масалалар*; бу масалаларда X_0 ва X_f

тўпламлар ягона элементли бўлади: $x(t_0) = x^0, x(t_f) = x^f$, бу ерда x^0 ва x^f — берилган нуқталар;

б) ўнг учи қўзғалувчан(X_f тўплам биттадан кўп элементли), чап учи қўзғалувчан(X_0 тўплам биттадан кўп элементли), учлари қўзғалувчан(X_0 ва X_f тўпламлар биттадан кўп элементли) масалалар;

в) ўнг учи эркин масалалар(X_f тўплам фазо билан устма –уст тушади, яъни тректориялар ўнг учига ҳеч қандай шарт қўйилмаган).

Юқорида қаралган мисолларда 1 ва 6-масалалар учлари маҳкамланган масалалардир, 2, 3 ва 5-масалалар ўнг учи қўзғалувчан масалалар бўлади, 4-масала эса ўнг учи эркин масаладир.

Бошқариш жараёнининг бошланиши ва тугаши вақти бўйича қуйидаги масалалар фарқланади:

а) белгиланган вақтли масала(бошланғич t_0 ва охириги t_f вақт моментлари берилган);

б) белгиланмаган вақтли масала(t_0 ва t_f вақт моментларининг бирортаси берилмаган).

Оптималлик мезони бўйича қуйидаги масалалар фарқланади:

а) *Больц масаласи:* бунда мезон

$$J = g_0[x(t_0), x(t_f), t_0, t_f] + \int_{t_0}^{t_f} f_0(x, u, t) dt$$

кўринишда бўлади;

б) *Лагранж масаласи:* бунда мезон

$$J = \int_{t_0}^{t_f} f_0(x, u, t) dt$$

кўринишда бўлади;

в) *Майер масаласи:* бунда мезон

$$J = g_0[x(t_0), x(t_f), t_0, t_f]$$

кўринишда бўлади.

Хусусий ҳолда функционал $J = g_0(x(t_f), t_f)$ кўринишда бўлса, оптимал бошқарув масаласига *терминал бошқарув масаласи* дейилади; функционал $J = (t_f - t_0)$ кўринишда бўлса, максимал(оптимал) *тез ҳаракат масаласи* деб аталади.

Юқорида келтирилган 7-масала Лагранж масаласидир, қолганлари Майер масаласи бўлади. Бунда 1, 2, 5 ва 6-масалалар максимал тез ҳаракат масалаларидир.

3. Классик вариацион ҳисоб усули.

Вариацион ҳисобнинг энг содда масаласи. Эйлер тенгламаси. Вариацион ҳисобнинг энг содда масаласини қараймиз:

$$J(y) = \int_{t_0}^{t_f} f_0(y, \dot{y}, t) dt \rightarrow \text{extr}; \quad (16)$$

$$y(t_0) = y^0, y(t_f) = y^f. \quad (17)$$

Дастлаб $y(t)$ скаляр функция бўлиб, $[t_0, t_f]$ интервалда узлуксиз дифференциалланувчи функциялар синфига тегишли бўлади деб ҳисоблаймиз. Шундай қилиб, (16) функционалнинг экстремуми кўрсатилган синфга тегишли функцияларнинг (17) чегаравий шартни қаноатлантирувчилари орасида изланмоқда. Бундай функцияларга жойиз функциялар дейилади.

Фараз қилайлик, $y^* = y^*(t)$ жойиз функцияда (16) функционал экстремумга эришсин. У вақтда классик вариацион ҳисоб натижаларига кўра $y^*(t)$ функция *Эйлер тенгламасини* қаноатлантиради:

$$f'_{0y}(y^*, \dot{y}^*, t) - \frac{d}{dt} f'_{0\dot{y}}(y^*, \dot{y}^*, t) = 0. \quad (18)$$

(18) Эйлер тенгламасини қаноатлантирувчи жойиз функцияга (16), (17) масаланинг *экстремали* ёки *стационар нуқтаси* дейилади. Демак, (16), (17) масаланинг ечимлари экстремаллардан иборат бўлади.

Фараз қилайлик, энди 16), (17) масалада $y = y(t)$ — n - вектор-функция бўлсин. Бу ҳолда жойиз функциялар $y_i(t)$ компоненталари узлуксиз дифференциалланувчи ва $y_i(t_0) = y_i^0, y_i(t_f) = y_i^f, i = \overline{1, n}$, шартларни қаноатлантирувчи $y(t) = (y_1(t), \dots, y_n(t))$ вектор функциялардан иборат бўлади.

Векторли ҳол учун (16) функционалга экстремал қиймат берувчи $y^* = y^*(t)$ жойиз функция қуйидаги

$$f'_{0y_j} - \frac{d}{dt} f'_{0\dot{y}_j} = 0, j = 1, 2, \dots, n. \quad (19)$$

Эйлер тенгламалар системасини қаноатлантиради.

Вариацион ҳисоб масаласи учун Лагранж кўпайтувчилари қоидаси. *Эйлер – Лагранж тенгламалари.* Чеклашларга эга вариацион ҳисоб масаласини қараймиз:

$$\Phi_i(z, \dot{z}, t) = 0, i = 1, 2, \dots, p; \quad (20)$$

$$\varphi_k(z, t) = 0, k = 1, 2, \dots, l; \quad (21)$$

$$z(t_0) = z^0, z(t_f) = z^f; \quad (22)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \Phi_0(z, \dot{z}, t) dt \rightarrow \text{extr}, \quad (23)$$

бу ерда z — s ўлчамли устун-вектор, Φ_i ($i = 0, 1, \dots, p$), φ_k ($k = 1, 2, \dots, l$) — барча аргументлари бўйича дифференциалланувчи функция. Экстремумнинг зарурий шартига эга бўлиш учун Лагранж усулидан фойдаланамиз.

Қуйидаги функцияни тузамиз:

$$L(z, \dot{z}, \psi, \lambda, t) = \sum_{i=1}^p \psi_i \Phi_i + \sum_{k=1}^l \lambda_k \varphi_k + \psi_0 \Phi_0,$$

бу ерда $\psi_i, i = 1, 2, \dots, p$, — вақтнинг функциялари, λ_k ($k = 1, 2, \dots, l$) ва ψ_0 — ўзгармаслар. Тузилган функцияга *Лагранж функцияси* дейилади, $\psi_i, i = 1, 2, \dots, p$,

функциялар ва λ_k ($k=1,2,\dots,l$), ψ_0 сонларга эса *Лагранж кўпайтувчилари* дейилади.

Лагранж усулининг моҳияти шундаки, (20) – (23) масала қуйидаги содда вариацион ҳисоб масаласи билан алмаштирилади:

$$\tilde{J} = \int_{t_0}^{t_f} L(z, \dot{z}, \psi, \lambda, t) dt \rightarrow \text{extr}; \quad z(t_0) = z^0; \quad z(t_f) = z^f.$$

Бу охириги масалада боғлиқсиз ўзгарувчи ролини $y = (z, \psi, \lambda)$ вектор бажаради, интеграл остидаги функция эса Лагранж функциясидир. Лагранж функцияси ψ ва λ ҳосилалардан боғлиқ бўлмаганлиги сабабли Эйлер тенгламалари қуйидаги кўринишни олади ((19)га қаранг):

$$L'_{z_i} - \frac{d}{dt} L'_{\dot{z}_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, s; \quad (24)$$

$$L'_{\psi_j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, p; \quad L'_{\lambda_k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, l. \quad (25)$$

Кўриш қийин эмаски, (25) тенгламалар (20) ва (21) тенгламалар билан бир хил. (24) тенгламаларга *Эйлер – Лагранж тенгламалари* дейилади.

4. Учлари маҳкамланган ва белгиланган вақтли масалалар. Лагранж кўпайтувчилари қондаси.

Агар траекторияларнинг учлари маҳкамланган ва вақт белгиланган бўлса, классик ҳолда оптимал бошқариш масаласини умумий кўринишда қуйидаги Лагранж масаласи сифатида ифодалаш мумкин:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x, u, t), \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ \varphi_k(x, u, t) &= 0, \quad k = 1, 2, \dots, l; \\ x_i(t_0) &= x_i^0; \quad x_i(t_f) = x_i^f, \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ J &= \int_{t_0}^{t_f} f_0(x, u, t) dt \rightarrow \min. \end{aligned}$$

Бу масалада $f_i(x, u, t)$, $i = 0, 1, \dots, n$, $\varphi_k(x, u, t)$, $k = 1, 2, \dots, l$, функциялар узлуксиз ва барча аргументлари бўйича дифференциалланувчи, $u(t)$ бошқарув бўлакли-узлуксиз функциялар синфига тегишли, $x(t)$ траекториялар бўлакли-силлиқ функциялар синфидан олинади.

Эслатамизки, агар $u(t)$ функция $[t_0, t_f]$ кесмада чекли сондаги нуқталарда биринчи тур узилишларга эга бўлиб, қолган нуқталарда узлуксиз бўлса, бу функция қаралаётган $[t_0, t_f]$ ораликда бўлакли-узлуксиз дейилади. Агар $x(t)$ функция $[t_0, t_f]$ ораликда узлуксиз, унинг ҳосиласи эса шу ораликда бўлакли-узлуксиз бўлса, бу функция $[t_0, t_f]$ ораликда бўлакли-силлиқ дейилади.

Бўлакли-узлуксиз функциялар синфидан бўлган $u(t)$ бошқарувга жойиз бошқарув, бўлакли-силлиқ функциялар синфидан бўлган $x(t)$ траекторияга эса

жойиз траектория дейилади. Агар $u(t)$ – жойиз бошқарув, $x(t)$ – жойиз траектория бўлса, $(u(t), x(t))$ – жойиз жуфтлик дейилади.

Энди қўйилган оптимал бошқарув масаласини қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$f_i(x, u, t) - \dot{x}_i = 0, \quad i=1, 2, \dots, n; \quad (26)$$

$$\varphi_h(x, u, t) = 0, \quad h=1, 2, \dots, l; \quad (27)$$

$$x_i(t_0) = x_i^0; \quad x_i(t_f) = x_i^f, \quad i=1, 2, \dots, n; \quad (28)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_f} f_0(x, u, t) dt \rightarrow \min. \quad (29)$$

Лагранж функциясини тузамиз:

$$L = \psi_0 f_0 + \sum_{i=1}^n \psi_i (f_i - \dot{x}_i) + \sum_{h=1}^l \lambda_h \varphi_h.$$

Бу функцияда z аргумент ролини (x, u) вектор ўйнайди. Унга i ҳосила кирмаганлиги сабабли Эйлер – Лагранж тенгламалари қуйидаги кўринишда бўлади:

$$L'_{x_i} - \frac{d}{dt} L'_{\dot{x}_i} = 0, \quad i=1, 2, \dots, n; \quad L'_{u_j} = 0, \quad j=1, 2, \dots, r. \quad (30)$$

Эйлер – Лагранж тенгламаларини □ на Гамильтон функцияси ёки гамильтониан деб аталувчи

$$H = \sum_{j=0}^n \psi_j f_j + \sum_{k=1}^l \lambda_k \varphi_k$$

Функция ёрдамида ҳам ёзиш мумкин. Равшанки,

$$L = H - \sum_{i=1}^n \psi_i \dot{x}_i.$$

Шу сабабли (30) дан

$$\dot{\psi}_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad i=1, 2, \dots, n; \quad (31)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u_s} = 0, \quad s=1, 2, \dots, r. \quad (32)$$

муносабатларга эга бўламиз. (32) тенгламаларга *стационарлик шарт*и дейилади.

Энди асосий натижани келтирамиз:

Лагранж кўпайтувчилари қоидаси. Агар $(u(t), x(t))$ жойиз жуфтлик (26) – (29) оптимал бошқарув масаласининг ечими бўлса, бир вақтда нолга тенг бўлмаган шундай Лагранж кўпайтувчилари топиладики, бу жуфтлик (31) ва (32) Эйлер Лагранж тенгламаларини қаноатлантиради.

Келтирилган қоидага кўра оптимал бошқарув ва оптимал траекторияни топиш учун (26), (27), (31) ва (32) тенгламаларни (28) чегаравий шартларда бирга ечиш керак. Юқорида Эйлер – Лагранж тенгламалари $u(t)$ бошқарув узлуксиз функция ва $x(t)$ траектория $[t_0, t_f]$ интервалда силлиқ деган шартларда олинди. Лагранж кўпайтувчилари қоидаси $u(t)$ бошқарув бўлакли-узлуксиз функциялар синфига, $x(t)$ траектория эса бўлакли-силлиқ функциялар синфига

тегишли бўлганда ҳам тўғри бўлиб қолаверади. Агар оптимал бошқарув қандайдир нуқталарда (бу нуқталар бурчак нуқталар дейилади) 1-тур узилишларга эга бўлса, бу бошқарув ва унга мос траектория юқорида кўрсатилган тенгламаларни фақат узлуксизлик нуқталарида қаноатлантириши керак. Бурчак нуқталарда эса Вейерштрасс – Эрдман шартлари деб аталувчи

$$\psi^- = \psi^+; \quad H^- = H^+, \quad (33)$$

тенгликлар баажарилиши лозим, бу ерда «-» ва «+» мос функцияларнинг чап ва ўнг лимитларини билдиради.

Лагранж кўпайтувчилари ўзгармас кўпайтувчи аниқлигида топилади. Шунинг учун нолдан фарқли ўзгармас Лагранж кўпайтувчиларидан бирини берилган нолдан фарқли исталган сонга тенглаштириш мумкин. $\psi_0 \neq 0$ бўлган ҳолда $\psi_0 = -1$ деб қабул қиламиз.

$2n + r + l$ та $x_i, i = 1, 2, \dots, n, \psi_i, i = 1, 2, \dots, n, u_j, j = 1, 2, \dots, r$, ва $\lambda_k, k = 1, 2, \dots, l$, номаълумларни топиш учун шунча тенгламалар бор. Аммо уларнинг орасида $2n$ дифференциал тенгламалар борки, уларни ечишда $2n$ та номаълумлар(интеграллаш ўзгармаслари) пайдо бўлади. Бу номаълумларни $2n$ муносабатларни сақловчи (28) чегаравий шартлардан фойдаланиб топиш мумкин.

Шуни яна бир бор таъкидлаймизки, Эйлер – Лагранж тенгламалари фақат оптималликнинг зарурий шартидир, яъни дастлабки оптимал бошқариш масаласининг ҳар қандай ечими экстремал бўлади, аммо чегаравий шартларни қаноатлантирувчи исталган экстремал оптимал бошқариш масаласининг ечими бўлавермайди. Аммо масаланинг ечими мавжуд ва чегаравий шартларни қаноатлантирувчи экстремал ягона бўлса, равшанки шу экстремал масаланинг ечими бўлади.

1-мисол. Двигател валини энг кам энергия сарфлаб берилган бурчакга буриш масаласини қараймиз:

$$\dot{x}_1 = x_2; \quad \dot{x}_2 = u; \quad x_1(0) = x_2(0) = 0;$$

$$x_1(1) = 1; \quad x_2(1) = 0; \quad J = \int_0^1 u^2 dt \rightarrow \min.$$

Гамильтонианни тузамиз: $H = -u^2 + \psi_1 x_2 + \psi_2 u$. Эйлер – Лагранж тенгламалари ва уларнинг ечимлари қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\dot{\psi}_1 = -\frac{\partial H}{\partial x_1} = 0; \quad \dot{\psi}_2 = -\frac{\partial H}{\partial x_2} = -\psi_1; \quad \frac{\partial H}{\partial u} = -2u + \psi_2 = 0;$$

$$\psi_1 = C_1; \quad \psi_2 = -C_1 t + C_2;$$

$$u = \psi_2 / 2 = (-C_1 t + C_2) / 2.$$

Бошқарув учун олинган ифодани объект тенгламаларига қўямиз ва уларни ечиб,

$$x_2 = -C_1 t^2 / 4 + C_2 t / 2 + C_3; \quad x_1 = -C_1 t^3 / 12 + C_2 t^2 / 4 + C_3 t + C_4$$

эканлигини топамиз. Энди чегаравий шартлардан фойдаланиб топамиз:

$$x_2(0) = C_3 = 0; \quad x_1(0) = C_4 = 0; \quad C_2 = 12; \quad C_1 = 24.$$

Шунинг учун оптимал бошқарув ва оптимал фаза траекториялари қуйидагича бўлади:

$$u^*(t) = -12t + 6, \quad x_1^*(t) = -2t^3 + 3t^2, \quad x_2^*(t) = -6t^2 + 6t.$$

5. Учлари қўзғалувчан ва белгиланган вақтли масалалар.

Учлари қўзғалувчан ва белгиланган вақтли содда вариацион масалани қарашдан бошлаймиз:

$$J = g_0[y(t_0), y(t_f)] + \int_{t_0}^{t_f} f_0(y, \dot{y}, t) dt \rightarrow \text{extr}$$

Бу ерда g_0 ва f_0 функциялар узлуксиз ва ўз аргументлари бўйича дифференциалланувчи. $y(t)$ функция силлиқ функциялар синфига тегишли деб ҳисобланади.

Фараз қилайлик, J функционал экстремумга $y^*(t)$ нуқтада эришсин. Равшанки, $y^*(t)$ функция J функционалга белгиланган $y(t_0) = y^*(t_0)$ ва $y(t_f) = y^*(t_f)$ чегаравий нуқталарда экстремал қиймат беради. Шунинг учун у

$$f'_{0y} - \frac{d}{dt} f'_{0\dot{y}} = 0$$

Эйлер тенгламасини қаноатлантириши зарур. Вариацион ҳисобда кўрсатиладики, қаралаётган учлари қўзғалувчан ва белгиланган вақтли масаланинг ечими Эйлер тенгламасидан ташқари □ на *трансверсаллик шартлари* деб аталувчи қуйидаги

$$f'_{0\dot{y}} \Big|_{t=t_0} = \frac{\partial g_0}{\partial y(t_0)}; \quad f'_{0\dot{y}} \Big|_{t=t_f} = -\frac{\partial g_0}{\partial y(t_f)}$$

шартларни қаноатлантиради.

Шуни эслатамизки, агар $y(t) = (y_1(t), \dots, y_n(t))$ – вектор бўлса, трансверсаллик шартлари қуйидаги кўринишни олади:

$$f'_{0\dot{y}_i} \Big|_{t=t_0} = \frac{\partial g_0}{\partial y_i(t_0)}; \quad f'_{0\dot{y}_i} \Big|_{t=t_f} = -\frac{\partial g_0}{\partial y_i(t_f)}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Энди қуйидаги оптимал бошқарув масаласини қараймиз:

$$\dot{x}_i = f_i(x, u, t), \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (34)$$

$$\varphi_k(x, u, t) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, l; \quad (35)$$

$$g_j[x(t_0), x(t_f)] = 0, \quad j = 1, 2, \dots, q < 2n; \quad (36)$$

$$J = g_0[x(t_0), x(t_f)] + \int_{t_0}^{t_f} f_0(x, u, t) dt \rightarrow \min. \quad (37)$$

Бу ерда $g_i[x(t_0), x(t_f)]$, $i = 0, 1, \dots, q$, функциялар узлуксиз ва ўзининг барча аргументлари бўйича дифференциалланувчи деб ҳисобланади. Қолган функцияларга учлари маҳкамланган масаладагидек шартлар қўйилган.

Лагранж усулини қўллаб, бу масаладан қуйидаги Больц масаласига келамиз:

$$\tilde{J} = G[x(t_0), x(t_f), v] + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), \dot{x}(t), u(t), \psi(t), \lambda) dt \rightarrow \min,$$

$$\text{бу ерда } G = \sum_{i=0}^q v_i g_i; \quad v_0 = \psi_0; \quad L = \sum_{i=1}^n \psi_i (f_i - \dot{x}_i) + \psi_0 f_0 + \sum_{h=1}^l \lambda_h \varphi_h = H - \sum_{i=1}^n \psi_i \dot{x}_i.$$

Эйлер-Лагранж тенгламалари бу масала учун (30) ёки (31) ва (32) тенгламалар билан устма-уст тушади.

Қуйидаги

$$-\psi_i = L_{\dot{x}_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

тенгликларни ҳисобга олсак, трансверсаллик шартлари

$$\psi_i(t_0) = -\frac{\partial G}{\partial x_i(t_0)}; \quad \psi_i(t_f) = \frac{\partial G}{\partial x_i(t_f)}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (38)$$

кўринишни олади.

Хусусий ҳолда, агар бошланғич нукта маҳкамланган, яъни $x(t_0)$ нуктанинг барча координаталари берилган бўлса, (38) трансверсаллик

$$\psi_i(t_f) = \partial G / \partial x_i(t_f), \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

кўринишни олади. Агар $x(t_f)$ нуктанинг бир қисм координаталари берилган бўлса, охирги шартда $x(t_f)$ нуктанинг берилмаган координаталарига мос индекслар қатнашади.

Учлари қўзғалувчан ва белгиланган вақтли масала учун Лагранж кўпайтувчилари қондаси. Агар $(u(t), x(t))$ жойиз жуфтлик (34) – (37) масаланинг ечими бўлса, бир вақтда нолга тенг бўлмаган шундай Лагранж кўпайтувчилари топиладики, бу жуфтлик (31), (32) Эйлер-Лагранж тенгламаларини ва (38) трансверсаллик шартларини қаноатлантиради.

Агар бошқарув узилишга эга бўлса, масаланинг $(u(t), x(t))$ ечими бошқарувнинг узлуксизлик нукталарида Эйлер-Лагранж тенгламаларини қаноатлантириши лозим. Бурчак нукталарда (бошқарувнинг узилиш нукталарида) (33) Вейерштрасс – Эрдман шартлари бажарилиши керак.

Шундай қилиб, (34) – (37) масаланинг ечимига эга бўлиш учун (34) ва (35) тенгламаларни (36) чегаравий шартлар ва (38) трансверсаллик шартлари билан тўлдирилган Эйлер-Лагранж тенгламалари билан биргаликда ечиш лозим бўлади. Бу муносабатлар барча номаълумларни аниқлаш учун етарлидир.

2-мисол. Қуйидаги масалани қараймиз:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u; \quad x_1(0) = x_2(0) = 0,$$

$$x_1(1) = 1; \quad J = \int_0^1 u^2 dt \rightarrow \min.$$

Бу масала 1-мисолда қаралган масаладан фақат шу билан фарқ қиладики, траекториянинг ўнг учи маҳкамланмаган: $x_2(1)$ координата берилмаган. Шунинг учун Эйлер-Лагранж тенгламалари ва уларнинг ечимлари худди 1-мисолдагидек бўлади:

$$\psi_1 = C_1; \quad \psi_2 = -C_1 t + C_2; \quad u = \psi_2 / 2 = (-C_1 t + C_2) / 2.$$

Функция $G=0$ ва трансверсаллик шarti

$$\psi_2(1) = \partial G / \partial x_2(1) = 0$$

кўринишни олади. Шу шартни ҳисобга олиб, $\psi_2 = C_1(1-t)$, $u = C_1(1-t)/2$ эканлигини топамиз. Бошқарув учун топилган ифодани объектнинг тенгламаларига қўйиб ва уларни берилган чегаравий шартларда ечиб, оптимал бошқарув ҳамда оптимал траекторияни топамиз:

$$u^*(t) = 3(1-t); \quad x_1^*(t) = -\frac{1}{2}t^3 + \frac{3}{2}t^2; \quad x_2^*(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 3t.$$

6. Учлари қўзғалувчан ва белгиланмаган вақтли масалалар.

Учлари қўзғалувчан белгиланмаган вақтли масалани қараймиз. Бу масала шартларига бошланғич ва охириги вақт моментлари ошкор тарзда киради. Бу ҳолда оптимал бошқарув масаласи қуйидагича кўринишда бўлади:

$$\dot{x}_i = f_i(x, u, t), \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (39)$$

$$\varphi_k(x, u, t) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, l; \quad (40)$$

$$g_j[x(t_0), x(t_f), t_0, t_f] = 0, \quad j = 1, 2, \dots, q; \quad (41)$$

$$J = g_0[x(t_0), x(t_f), t_0, t_f] + \int_{t_0}^{t_f} f_0(x, u, t) dt \rightarrow \min. \quad (42)$$

Шу нарса равшанки, агар $(u^*(t), x^*(t))$ жойиз жуфтлик $t \in [t_0^*, t_f^*]$ бўлганда (39) – (42) масаланинг ечими бўлса, бу жуфтлик шу масаланинг белгиланган $t_0 = t_0^*$, $t_f = t_f^*$ вақтларда ҳам ечими бўладди. Шу сабабли (39) – (42) масаланинг ечими Эйлер-Лагранж тенгламаларини ва трансверсаллик шартларини қаноатлантириши керак. Бунда трансверсаллик шартлари бошланғич ва охириги вақт моментларида бажарилиши керак бўлган шартлар билан тўлдирилади ҳамда қуйидаги кўринишни олади:

$$\psi_i(t_0) = -\frac{\partial G}{\partial x_i(t_0)}; \quad \psi_i(t_f) = \frac{\partial G}{\partial x_i(t_f)}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (43)$$

$$H|_{t=t_0} = \partial G / \partial t_0 \quad H|_{t=t_f} = -\partial G / \partial t_f. \quad (44)$$

Қаралаётган масала учун Лагранж кўпайтувчилари қоидаси ҳудди белгиланган вақтли масаладагига ўхшаш ифодаланади. Бу қоидани бироз бошқачароқ шаклда келтирамиз.

Учлари қўзғалувчан ва белгиланмаган вақтли масала учун Лагранж кўпайтувчилари қоидаси. $(u(t), x(t))$ жойиз жуфтликнинг (39)-(42) масала ечими бўлиши учун ҳаммаси бир вақтда нолга тенг бўлмаган Лагранж кўпайтувчилари топилиб, бу жуфтликнинг бошқарув узлуксизлик нуқталарида (31), (32) Эйлер-Лагранж тенгламаларини ва (43), (44) трансверсаллик шартларини қаноатлантириши зарур. Бошқарувнинг узилиши нуқталарида (агар шундай нуқталар бор бўлса) Вейеритрасс – Эрдман шартлари бажарилади.

3-мисол. Қуйидагилар берилган: объект тенгламалари

$$\dot{x}_1 = x_2; \quad \dot{x}_2 = u;$$

изопериметрик чеклаш

$$\int_0^A u^2 dt = b;$$

чегаравий шартлар

$$x_1(0) = x_2(0) = 0; x_1(t_f) = d; x_2(t_f) = 0.$$

Тез ҳаракат бўйича оптимал бошқарувни топиш талаб этилади:

$$J = t_f \rightarrow \min.$$

Изопериметрик чеклашни қуйидагича алмаштирамиз:

$$\dot{x}_3 = u^2; \quad x_3(0) = 0; \quad x_3(t_f) = b.$$

Функция $G = -t_f$ ва трансверсаллик шарти шарти қуйидагича ёзилади((44)га қаранг):

$$H|_{t=t_f} = -\partial G / \partial t_f = 1.$$

Гамильтониан ва Эйлер-Лагранж тенгламалари қуйидагича бўлади:

$$H = \psi_1 x_2 + \psi_2 u + \psi_3 u^2;$$

$$\dot{\psi}_1 = -\partial H / \partial x_1 = 0; \quad \dot{\psi}_2 = -\partial H / \partial x_2 = -\psi_1;$$

$$\dot{\psi}_3 = -\partial H / \partial x_3 = 0; \quad \partial H / \partial u = \psi_2 + 2\psi_3 u = 0.$$

Охирги тенгламалардан

$$\begin{aligned} \psi_1 &= C_1; \psi_2 = -C_1 t + C_2; \psi_3 = C_3; u = (C_1 t - C_2) / (2C_3) = \\ &= C_4 t - C_5; C_4 = C_1 / (2C_3), C_5 = C_2 / (2C_3). \end{aligned}$$

муносабатларни оламиз. Бошқарув учун олинган ифодани дастлабки тенгламаларга қўйиб ва уларни чегаравий шартларни ҳисобга олган ҳолда ечиб, қуйидагиларга эга бўламиз:

$$x_2 = \frac{1}{2} C_4 t^2 - C_5 t; \quad C_4 = 2C_5 / t_f;$$

$$x_1 = \frac{1}{6} C_4 t^3 - \frac{C_5}{2} t^2; \quad C_5 = -6d / t_f^2; \quad C_4 = -12d / t_f^3;$$

$$x_3 = \frac{1}{3} C_4^2 t^3 - C_4 C_5 t^2 + C_5^2 t; \quad t_f = \sqrt[3]{12d^2 / b}.$$

Натижада, Лагранж кўпайтувчилари қоидасини

$$u^*(t) = \frac{12d}{t_f^3} \left(\frac{t_f}{2} - t \right); \quad t_f = \sqrt[3]{12d^2 / b}$$

бошқарув қаноатлантиради.

Бу мисолда трансверсаллик шартларидан оптимал бошқарувни топишда фойдаланилмади. Агар Лагранж кўпайтувчиларини ҳам аниқлаш керак бўлганда эди трансверсаллик шартларини қўллаш лозим бўлар эди.

Мустақил ишлаш учун саволлар.

1. Оптимал тизим синтези масаласининг моҳияти нимада?
2. Дастурли бошқарув нима? Қандай бошқарувга тескари боғланишли бошқарув дейилади?
3. Қандай автоматик бошқарув тизимига оптимал тизим дейилади?
4. Бошқарув объектининг тенгламаси қандай берилади?
5. Бошқарувга ва фаза векторига чеклашлар қандай берилади?

6. Оптималлик мезони нима?
7. Оптимал бошқарув масаласи қандай қўйилади? Оптимал бошқарув нима?
8. Учувчи аппаратни бошқариш масалаларига мисоллар келтиринг.
9. Двигателни бошқариш масалаларига мисоллар келтиринг.
- 10.Чеклашларнинг кўриниши бўйича қандай оптимал бошқарув масалалари бор?
- 11.Қандай оптимал бошқарув масалаларига изопериметрик масалалар дейилади?
- 12.Чегаравий шартларнинг кўриниши бўйича қандай оптимал бошқарув масалалари фарқланади?
- 13.Бошқарув жараёнининг бошланиш ва охириги вақтлари бўйича қандай оптимал бошқарув масалалари бор?
- 14.Оптималлик мезони бўйича қандай оптимал бошқарув масалалари фарқланадилар?
- 15.Вариацион ҳисобнинг энг содда масаласи қандай қўйилади?
- 16.Вариацион ҳисобнинг энг содда масаласини ечишда Эйлер тенгламаси қандай аҳамиятга эга? Экстремал нима?
- 17.Вариацион ҳисоб масаласини Лагранж формасида келтиринг.
- 18.Вариацион ҳисоб масаласи учун Лагранж функцияси қандай тузилади?
- 19.Вариацион ҳисоб масаласи учун Эйлер-Лагранж тенгламалари қандай аниқланади?
- 20.Учлари маҳкамланган ва белгиланган вақтли оптимал бошқарув масаласи учун Гамильтон функцияси қандай тузилади?
- 21.Учлари маҳкамланган ва белгиланган вақтли оптимал бошқарув масаласи учун Лагранж кўпайтувчилари қоидаси қандай ифодаланади?
- 22.Вейерштрасс-Эрдман шарти нима?
- 23.Учлари кўзғалувчан ва белгиланган вақтли оптимал бошқарув масаласи учун Лагранж кўпайтувчилари қоидаси қандай ифодаланади?
- 24.Учлари кўзғалувчан ва белгиланмаган вақтли оптимал бошқарув масаласи учун Лагранж кўпайтувчилари қоидаси қандай ифодаланади?
- 25.Трансверсаллик шарти нима?

ПОНТРЯГИННИНГ МАКСИМУМ ПРИНЦИПИ. ЧИЗИҚЛИ БОШҚАРУВ ТИЗИМЛАРИ УЧУН ОПТИМАЛЛИК ШАРТЛАРИ.

Режа:

1. Учлари маҳкамланган ва белгиланган вақтли масала.
2. Учлари қўзғалувчан масала.
3. Максимал тез ҳаракат масаласи.

Таянч иборалар: учлари маҳкамланган масала, белгиланган вақтли масала, учлари қўзғалувчан масала, Лагранж масаласи, Больц масаласи, жойиз бошқарув, жойиз траектория, жойиз жуфтлик, оптимал бошқарув, Лагранж функцияси, гамильтониан, Понтрягин функцияси, максимум принципи, қўшма тизим, трансверсаллик шarti, Эйлер-Лагранж тенгламаси, тез ҳаракат масаласи, чизиқли тез ҳаракат масаласи, нормаллик шarti, n интерваллар ҳақида теорема, чеклашли масала.

Кўпгина амалий масалаларда бошқарувга тенгсизлик кўринишида чеклашлар қўйилади. Бундай масалаларда кўпинча оптимал бошқарув узилишга эга бўлади. Лагранж кўпайтувчилари усули узилиш нуқталарининг сони ва жойлашиш ўрнини топишга имкон бермайди. Шунинг учун бундай ҳолларда Лагранж усули билан оптимал бошқарувни топиб бўлмайди. Бундай масалалар Понтрягиннинг максимум принципи ёрдамида самарали ҳал қилиниши мумкин.

1. Учлари маҳкамланган ва белгиланган вақтли масала.

Фаза чекланиши бўлмаган ҳолда оптимал бошқарув масаласини умумий кўринишда қуйидаги Лагранж масаласи каби ифодалаш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x, u, t), \quad i=1, 2, \dots, n, \quad u \in U; \\ x_i(t_0) &= x_i^0; \quad x_i(t_f) = x_i^f, \quad j=1, 2, \dots, n; \\ J &= \int_{t_0}^{t_f} f_0(x, u, t) dt \rightarrow \min. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Бу масалада барча f_i функциялар $x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_r, t$ ўзгарувчилармажмуаси бўйича узлуксиз ва $x_1, \dots, x_n, t$ ўзгарувчилар бўйича узлуксиз дифференциалланувчи. Ушбу масала аввалги лекцияда қаралган учлари маҳкамланган ва белгиланган вақтли масаладан шу билан фарқ қиладики, бошқарувга чеклаш $u \in U$ кўринишда берилган, бу ерда U – бошқарувнинг жойиз қийматлар тўплами. Бундан ташқари бу ерда $f_i, i = 0, 1, \dots, n$, функцияларнинг u бошқарув бўйича узлуксиз дифференциалланувчилиги талаб этилмайди.

Бўлакли-узлуксиз функциялар синфига тегишли ва U жойиз тўпладан қийматлар қабул қилувчи $u(t)$ бошқарувлар жойиз бошқарувлар ҳисобланади.

(1) масаланинг берилган жойиз бошқарувга мос $x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$ фаза траекториялари бўлакли-силиқдир, яъни $x_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) координаталар $[t_0, t_1]$ интервалда узлуксиз ва уларнинг ҳосилалари бошқарувнинг узилиш нуқталарида 1-тур узилишга эга бўлиши мумкин. Агар $x(t)$ фаза траекторияси бўлакли-силлиқ бўлса, у жойиз траектория дейилади. Агар $(\tilde{u}(t), \tilde{x}(t))$ жуфтлик жойиз бошқарув ва жойиз траекториядан ташкил топган бўлиб, $\tilde{x}(t)$ траектория $u(t) = \tilde{u}(t)$ бўлганда бошқарув объекти тенгламасини ва чегаравий шартларни қаноатлантирса, бу жуфтликга жойиз жуфтлик дейилади.

(1) масалага Лагранж усулини қўллаймиз. Лагранж функциясини тузамиз:

$$L = \psi_0 f_0 + \sum_{i=1}^n \psi_i (f_i - \dot{x}_i) = H - \sum_{i=1}^n \psi_i \dot{x}_i,$$

бу ерда гамильтониан

$$H = \sum_{i=0}^n \psi_i f_i. \quad (2)$$

H функцияга яна *Понтрягин функцияси* ҳам дейилади. Лагранж усулига кўра (1) масала куйидаги масалага келтирилади:

$$\begin{aligned} \tilde{J} &= \int_{t_0}^{t_f} L(x, \dot{x}, u, \psi, t) dt \rightarrow \max_{x, \psi, u \in U}; \\ x_1(t_0) &= x_i^0, x_i(t_f) = x_i^f, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (3)$$

Дастлабки (1) масалада J функционал минималлаштирилаётган бўлсада, бу ерда $\tilde{J}$ максималлаштирилмоқда, чунки f_0 олдидаги ψ_0 кўпайтувчи махсусмас ҳолда манфий қилиб олинади ($\psi_0 = -1$). Махсус ҳолда ($\psi_0 = 0$) $\tilde{J}$ функционал J функционалдан боғлиқ эмас.

Фараз қилайлик, $(x^*(t), u^*(t), \psi^*(t))$ – (3) масаланинг ечими бўлсин. У вақтда (3) масала куйидаги иккита масалага тенг кучли бўлади:

$$\begin{aligned} \tilde{J}_1 &= \int_{t_0}^{t_f} L(x, \dot{x}, u^*, \psi, t) dt \rightarrow \max_{x, \psi}; \\ \tilde{J}_2 &= \int_{t_0}^{t_f} L(x^*, \dot{x}^*, u, \psi^*, t) dt \rightarrow \max_{u \in U}, \end{aligned}$$

ёки

$$\tilde{J}_1 = \int_{t_0}^{t_f} \left[H(x, u^*, \psi^*, t) - \sum_{i=1}^n \psi_i \dot{x}_i \right] dt \rightarrow \max_{x, \psi}, \quad (4)$$

$$\tilde{J}_2 = \int_{t_0}^{t_f} \left[H(x^*, u, \psi^*, t) - \sum_{i=1}^n \psi_i^* \dot{x}_i^* \right] dt \rightarrow \max_{u \in U}. \quad (5)$$

Бу масалалар худди (3) масаладагидек чегаравий шартларда қаралади. Табиийки

(3)-(5) масалалар худи дастлабки масаладек жойиз функциялар синфида қаралади. Бунда $\psi(t)$ функция $x(t)$ функция каби бўлакли-силлиқ функция бўлса, у жойиз функция ҳисобланади.

(4) масала вариацион ҳисобнинг энг содда масаласидир. У учун зарурий шартлар(Эйлер тенгламалари) қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\dot{\psi}_j = -\partial H / \partial x_j, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (6)$$

$$\dot{x}_j = \partial H / \partial \psi_j, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

(7) тенгламалар объект тенгламалари билан бир хилдир. (6) тенгламаларга қўшма тенгламалар ёки қўшма тизим дейилади.

(5) масаланинг ечими осон кўриниб турибди: $u^*(t)$ бошқарувнинг бу масалада ечим бўлиши учун $[t_0, t_f]$ оралиқнинг $u^*(t)$ бошқарув узилиш нуқталаридан бошқа барча нуқталарида

$$\max_{u \in U} H(x^*, u, \psi^*, t) = H(x^*, u^*, \psi^*, t). \quad (8)$$

тенгликнинг бажарилиши зарур ва етарлидир.

(4) масалада оптималликнинг зарурий шартлари (8) шарт билан биргаликда (1) масалада оптималликнинг зарурий шартларини ташкил этади. Бу зарурий шартга Понтрягиннинг максимум принципи(ёки қисқача максимум принципи) дейилади.

Максимум принципи. (1) масалада $(u^*(t), x^*(t))$ жойиз жуфтликнинг ечим бўлиши учун бир вақтда нолга тенг бўлмаган $\psi_0^* \leq 0$ ўзгармас ва (6) қўшма тизимнинг $x(t) = x^*(t)$ и $u(t) = u^*(t)$ бўлгандаги $\psi^* = (\psi_1^*, \dots, \psi_n^*)^T$ ечими мавжуд бўлиб, $u^*(t)$ бошқарувнинг барча узлуксизлик нуқталарида $\tilde{H}(u) = H(x^*, u, \psi^*, t)$ функциянинг $u = u^*(t)$ бўлганда максимумга эришиши, яъни (8) муносабатнинг бажарилиши зарурдир.

2. Учлари қўзғалувчан масала.

Қуйидаги Больц масаласини қараймиз:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x, u, t), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad u \in U; \\ g_j(x(t_0), x(t_f), t_0, t_f) &= 0, \quad j = 1, \dots, q; \\ J &= g_0(x(t_0), x(t_f), t_0, t_f) + \int_{t_0}^{t_f} f_0(x, u, t) dt \rightarrow \min. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Бу ерда g_j ($j = 0, 1, \dots, q$) функциялар узлуксиз ва узлуксиз дифференциалланувчи. f_i ($i = 0, 1, \dots, n$) функциялар худди (1) масаладагидек шартларни қаноатлантиради.

Лагранж усулини қўллаб, бу масалани қуйидаги содда вариацион масалага келтириш мумкин:

$$\tilde{J} = G + \int_{t_0}^{t_f} \left(H - \sum_{i=1}^n \psi_i \dot{x}_i \right) dt \rightarrow \max ,$$

бу ерда

$$G = \sum_{j=0}^q v_j g_j; \quad v_0 = \psi_0; \quad H = \sum_{i=0}^n \psi_i f_i .$$

Учлари маҳкамланган масаладагидек кейинги масала иккита масалага ажралади ва максимум принципи кўринишда зарурий шартлар олинади. $(u(t), x(t))$ жойиз жуфтлик (9) масала учун худди (1) масаладагидек аниқланади.

Максимум принципи. (9) масала учун $(u^*(t), x^*(t)), t \in [t_0^*, t_f^*]$ жуфтликнинг ечим бўлиши учун қуйидагилар зарур:

1) ҳаммаси бир вақтда нолга айланмайдиган $\psi_0^* \leq 0$ ўзгармас, $v_j, j = 1, \dots, q$, ўзгармаслар ва (6) қўшма тизимнинг $u(t) = u^*(t)$ ва $x(t) = x^*(t)$ бўлгандаги $\psi^* = (\psi_1^*, \dots, \psi_n^*)^T$ ечими топилб, $u^*(t)$ бошқарувнинг барча узлуксизлик нуқталарида $\tilde{H}(u) = H(x^*, u, \psi^*, t)$ функциянинг $u = u^*(t)$ бўлганда максимумга эришиши, яъни (8) муносабатнинг бажарилиши;

2) трансверсаллик шартларининг бажарилиши:

$$\psi_i(t_0) = -\frac{\partial G}{\partial x_i(t_0)}; \quad \psi_i(t_f) = \frac{\partial G}{\partial x_i(t_f)}, \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

$$H|_{t=t_0} = \partial G / \partial t_0 \quad H|_{t=t_f} = -\partial G / \partial t_f .$$

Максимум принципи ва Лагранж кўпайтувчилари усули орасидаги боғланишни қараймиз. (2) Понтрягин функцияси гамильтониандан шу билан фарқ қиладики, унда бошқарувга қўйилган чеклаш ҳисобга олинмаган. Агар фаза чекланиш йўқ бўлса, (6) қўшма тенгламалар Эйлер тенгламалари билан устма-уст тушади. Гамильтон функцияси учун стационарлик шarti Понтрягин функцияси учун (8) максимум шarti билан алмаштирилган. Агар бошқарувга чеклаш тенглик типдаги муносабатлар билан берилса, Лагранж кўпайтувчилари усулини қўллаб, (8) дан Эйлер-Лагранжнинг етишмаётган тенгламасини оламиз.

1-мисол. Фараз қилайлик, бошқарувга чеклаш қўйилганда двигател валини берилган T вақт давомида максимал бурчакга буриш талаб этилаётган бўлсин. Бу масала қуйидагича ифодаланади

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \quad \dot{x}_2 = u; \quad |u| \leq a; \\ x_1(0) &= x_2(0) = 0; \quad x_2(T) = 0; \\ J &= -x_1(T) \rightarrow \min . \end{aligned}$$

Дастлаб бу масалани Лагранж кўпайтувчилари усули билан ечишга ҳаракат қиламиз. Шу мақсадда уни клссик типдаги масала кўринишига келтирамиз. Бошқарувга қўйилган чеклашни иккита тенгсизлик кўринишда тасвирлаймиз:

$$-a \leq u, \quad u \leq a .$$

Бу тенгсизликларни $u + a = z_1^2$, $u - a = -z_2^2$ тенгликлар билан алмаштириб, z_1 ва z_2 ўзгарувчиларни киритамиз. Охирги тенгликларни кўпайтириб ва $z = z_1 z_2$ деб олиб,

$$u^2 - a^2 + z^2 = 0$$

тенгликни оламир.

Шундай қилиб, битта қўшимча ўзгарувчи киритиш ёрдамида бошқарувга қўйилган тенгсизлик типидagi чеклаш эквивалент тенглик типидagi чеклаш билан алмаштирилди. Ўзгартирилган масала учун гамильтониан

$$H = \psi_1 x_2 + \psi_2 u + \lambda(u^2 - a^2 + z^2).$$

кўринишда бўлади. Эйлер-Лагранж тенгламаларини ва трансверсаллик шартларини ёзамиз:

$$\dot{\psi}_1 = -\partial H / \partial x_1 = 0; \quad \dot{\psi}_2 = -\partial H / \partial x_2 = -\psi_1;$$

$$\partial H / \partial u = \psi_2 + 2\lambda u = 0; \quad \partial H / \partial z = 2\lambda z = 0;$$

$$G = -\psi_0 x_1(T) = x_1(T); \quad \psi_1(T) = \partial G / \partial x_1(T) = 1.$$

Бу ердан $\psi_1 = 1$; $\psi_2 = C_1 - t$; $u = (t - C_1) / (2\lambda)$ келиб чиқади.

Бошқарув чегараланган бўлгани учун $\lambda \neq 0$. Шунинг учун Эйлер-Лагранж тенгламаларининг охиригисидан $z = 0$ келиб чиқади. У вақтда бошқарувга қўйилган чеклаш тенгласидан $u = \pm a$ эканлигини оламир. Аммо, дастлабки тенгламани траекториялар чап учидagi чегаравий шартларни ҳисобга олиб интегралласак, шунга ишонч ҳосил қиламизки, $u = a$ ва $u = -a$ бошқарувларнинг бирортаси ҳам траектория ўнг четидаги $x_2(T) = 0$ шартнинг бажарилишини таъминламайди. Бу эса ечимни бошқарувнинг $[0, T]$ интервалдаги барча узлуксизлик нуқталарида Эйлер-Лагранж тенгласини қаноатлантирувчи бўлакли-ўзгармас функциялар синфида излаш кераклигини билдиради. Аммо узилиш нуқталарининг сони ва уларнинг жойлашиш ўрнини классик вариацион ҳисоб усули билан аниқлаб бўлмайди.

Энди қаралаётган масалани максимум принциpidан фойдаланиб ечишга ҳаракат қиламиз. Бу масалада Понтрягин функцияси

$$H = \psi_1 x_2 + \psi_2 u$$

бўлади. Қўшма тенгламалар Эйлер-Лагранжнинг биринчи иккита тенгласи билан устма-уст тушади. Шунинг учун трансверсаллик шартини ҳисобга олиб $\psi_2 = C_1 - t$ эканлигини топамиз. Энди

$$\max_{|u| \leq a} H = \psi_1 x_2 + \max_{|u| \leq a} \psi_2 u$$

максимум шартдан фойдалансак, оптимал бошқарувнинг фақат четки қийматлар қабул қилишини (a ёки $-a$) ва унинг ишораси барча узлуксизлик нуқталарида $\psi_2(t)$ функция ишораси билан бир хил бўлишини аниқлаймиз, яъни

$$u = a \quad \text{sign} \psi_2 = a \quad \text{sign}(C_1 - t).$$

Чизиқли функция берилган интервалда ишорасини бир мартадан кўп ўзгартирмаганлиги сабабли оптимал бошқарув

$$u = \begin{cases} a, & \text{нпу } 0 \leq t < t_1; \\ -a, & \text{нпу } t_1 < t \leq T, \end{cases}$$

ёки

$$u = \begin{cases} -a, & \text{нпу } 0 \leq t < t_1; \\ a, & \text{нпу } t_1 < t \leq T \end{cases}$$

бўлади. Аммо, двигател вадини максимал мусбат бурчакга буриш лозим. Шу сабабли келтирилган бошқарувлардан фақат биринчиси оптимал бўлиши мумкин. Бошқарувнинг t_1 узилиш нуқтасини аниқлаш қолайли. Танланган бошқарувга мос объект тенгламасини бошланғич шартларни (траекториянинг чап учидаги чегаравий шарт) ҳисобга олиб интеграллаймиз. Натижада қуйидагига эга бўламиз:

$$x_2 = \begin{cases} at, & 0 \leq t < t_1; \\ C_2 - at, & t_1 \leq t < T. \end{cases}$$

$x_2(t)$ нинг узлуксизлигидан, яъни $at_1 = C_2 - at_1$ тенгликдан фойдаланиб,

$$x_2 = \begin{cases} at, & 0 \leq t < t_1; \\ a(2t_1 - t), & t_1 \leq t \leq T \end{cases}$$

эканлигини топамиз. Траекториянинг ўнг учидаги $x_2(T) = a(2t_1 - T) = 0$ шартдан $t_1 = T/2$ келиб чиқади. Шундай қилиб, оптимал бошқарув

$$u^* = \begin{cases} a, & \text{при } 0 \leq t < T/2; \\ -a, & \text{при } T/2 < t \leq T \end{cases}$$

бўлади.

3. Максимал тез ҳаракат масаласи.

Бу масала қуйидагича ифодаланади: берилган объектни бошланғич нуқтадан(тўпландан) охириги нуқтага(тўпланданга) энг қисқа вақтда кўчирувчи жойиз бошқарувни топиш талаб этилади. Бу масала учлари кўзгалувчан ва белгиланмаган вақтли масаланинг хусусий ҳоли ҳисобланади. Агар $t_0 = 0$ деб олсак, оптималлик мезони $J = t_f$ бўлади. Шунинг учун бу ҳолда

$g_0 = t_f, f_0 = 0$ ва Понтрягин функцияси $H = \sum_{i=1}^n \psi_i f_i$. Агар учлар маҳкамланган бўлса, $G = -g_0 = -t_f$ ва трансверсаллик шартлари $H|_{t=t_f} = -\partial G / \partial t_f = 1$ кўринишни олади.

2-мисол. Қуйидаги масалани ечамиз:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \quad \dot{x}_2 = u; \quad |u| \leq a; \\ x_1(0) &= x_2(0) = 0; \quad x_1(t_f) = d > 0; \quad x_2(t_f) = 0; \\ J &= t_f \rightarrow \min. \end{aligned}$$

Гамильтониан, қўшма тенгламалар ва уларнинг ечимлари қуйидаги кўринишда бўлади:

$$H = \psi_1 x_2 + \psi_2 u; \quad \dot{\psi}_1 = 0; \quad \dot{\psi}_2 = -\psi_1; \quad \psi_1 = C_1; \quad \psi_2 = -C_1 t + C_2.$$

Максимум принципини ифодаловчи

$$\max_{|u| \leq a} H = \psi_1 x_2 + \max_{|u| \leq a} \psi_2 u$$

тенгликдан $u^* = a \operatorname{sign} \psi_2(t)$ бошқарувни топамиз. $\psi_2(t)$ — чизикли функция бўлгани учун, $0 \leq t \leq t_f$ интервалда $\psi_2(t)$ ишорасини биттадан кўп марта

ўзгартирмайди. Бунда чегаравий шартлардан тушунарлики, дастлаб $u^* = a$ ёки $0 \leq t \leq t_f$ интервалда

$$u^* = \begin{cases} a, & \text{нпу } a \leq t < t_1, \\ -a, & \text{нпу } t_1 \leq t \leq t_f. \end{cases}$$

бўлади. Бу ифодани объект тенгламаларига қўйиб ва уларни ечиб,

$$x_2^* = \begin{cases} at + C_1, & 0 \leq t \leq t_1; \\ -at + C_2, & t_1 \leq t \leq t_f; \end{cases} \quad x_1^* = \begin{cases} at^2/2 + C_1t + C_3, & 0 \leq t \leq t_1; \\ -at^2/2 + C_2t + C_4, & t_1 \leq t \leq t_f \end{cases}$$

эканлигини топамиз. Чап учдаги чегаравий шартдан $C_1 = 0$ ва $C_3 = 0$, ўнг учдаги чегаравий шартдан $C_2 = at_f$, $C_4 = -at_f^2/2 + d$ келиб чиқади. Траекториянинг $t = t_1$ нуқтада узлуксизлигига кўра

$$at_1 = -at_1 + at_f; \quad at_1^2/2 = -at_1^2/2 + at_ft_1 + d - at_1^2/2.$$

Бу ердан $t_1 = t_f/2$ ва $t_f = 2\sqrt{d/a}$ келиб чиқади. Шундай қилиб, оптимал бошқарув

$$u^* = \begin{cases} a, & 0 \leq t \leq \sqrt{d/a}; \\ -a, & \sqrt{d/a} < t \leq 2\sqrt{d/a} \end{cases}$$

кўринишда бўлади.

Объект чизикли бўлганда, яъни чизикли дифференциал тенгламалар билан берилганда максимал тез ҳаракат масаласини қараймиз:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= \sum_{k=1}^n a_{ik}x_k + \sum_{j=1}^r b_{ij}u_j, \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ \alpha_j &\leq u_j \leq \beta_j; \quad \alpha_j < 0, \quad \beta_j > 0, \quad j = 1, 2, \dots, r; \\ x_i(t_0) &= x_i^0; \quad x_i(t_f) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ J &= t_f \rightarrow \min. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Бу масалага *чизикли максимал тез ҳаракат масаласи* дейилади. Матрицали шаклда объект тенгламаси

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

кўринишни олади, бу ерда $A = (a_{ik}) - n \times n$ -матрица, $B = (b_{ij}) - n \times r$ -матрица.

Понтрягин функцияси

$$H = \psi^T (Ax + Bu) = \sum_{i=1}^n \psi_i \left(\sum_{k=1}^n a_{ik}x_k + \sum_{j=1}^r b_{ij}u_j \right),$$

кўринишда бўлади, бу ерда $\psi^T = (\psi_1, \dots, \psi_n)$ қуйидаги

$$\dot{\psi}^T = -\partial H / \partial x$$

қўшма тенгламани ёки

$$\dot{\psi} = -\partial H / \partial x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

қўшма тенгламалар тизимини қаноатлантиради.

Максимум принципига кўра оптимал бошқарувни

$$\max_{u \in U} H = \sum_{i=1}^n \psi_i \sum_{k=1}^n a_{ik}x_k + \max_{u \in U} \sum_{i=1}^n \psi_i \sum_{j=1}^r b_{ij}u_j,$$

шартдан ёки

$$\max_{u \in U} \sum_{j=1}^r u_j \sum_{i=1}^n b_{ij} \psi_i = \sum_{i=1}^n \max_{u \in U} \left(u_j \sum_{i=1}^n b_{ij} \psi_j \right),$$

шартдан топадилар, бу ерда

$$U = \{u; \alpha_j \leq u_j \leq \beta_j, j = 1, 2, \dots, r\}.$$

Агар нормаллик шарт(куйига қаранг) бажарилса, $\sum_{i=1}^n b_{ij} \psi_i$ йиғинди фақат ажратилган нуқталардагина нолга айланади. Бу ҳолда охирги айниятдан келиб чиқадики, u^* оптимал бошқарувнинг u_j^* ($j = 1, \dots, r$) координаталари бўлакли-ўзгармас ва улар четки α_j ёки β_j қийматларни қабул қилади, яъни

$$u_j^* = \begin{cases} \alpha_j, & \sum_{i=1}^n b_{ij} \psi_i < 0; \\ \beta_j, & \sum_{i=1}^n b_{ij} \psi_i > 0, \quad j = 1, \dots, r. \end{cases}$$

Хусусий ҳолда, агар чеклашлар $|u_j| \leq a_j, j = 1, 2, \dots, r$, кўринишда бўлса,

$$u_j^* = a_j \operatorname{sign} \sum_{i=1}^n b_{ij} \psi_i, \quad i = 1, 2, \dots, r,$$

бўлади.

Нормаллик шарт. Куйидаги $n \times n$ - ўлчамли матрицаларни қараймиз:

$$M[j] = [B_j \ (AB)_j \dots \ (A^{n-1}B)_j], \quad j = 1, 2, \dots, r,$$

бу ерда $B_j, (AB)_j, \dots, (A^{n-1}B)_j$ векторлар мос равишда $B, AB, \dots, A^{n-1}B$ матрицаларнинг j -устунларидир.

Агар $M[j], j=1, \dots, r$, матрицалар хосмас, яъни уларнинг устунлари чизиқли боғланмаган, ёки $\det M[j] \neq 0, j=1, \dots, r$, бўлса, $\dot{x} = Ax + Bu$ бошқарув объекти учун нормаллик ёки ҳолатнинг умумийлик шарт бажарилган дейилади. Нормаллик шартини қаноатлантирувчи объектга нормал объект дейилади.

3-мисол. Куйидаги

$$\dot{x}_1 = x_2 + u_1, \quad \dot{x}_2 = u_1 + u_2$$

тизим учун нормаллик шарт бажарилади. Ҳақиқатан ҳам,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ва

$$M[1] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad M[2] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

матрицалар хосмас.

Куйидаги

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y = bu, \quad a_0 \neq 0, b \neq 0, \quad (11)$$

объект учун ҳамма вақт нормаллик шарт бажарилишини кўрсатамиз. Умумийликни йўқотмасдан $a_0 = 1$ деб қабул қиламиз. $y = x_1$ деб олиб, қаралаётган тенгламани нормал шаклга келтираемиз:

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = x_3,$$

.....

$$\dot{x}_{n-1} = x_n,$$

$$\dot{x}_n = -a_1 x_n - a_2 x_{n-2} - \dots - a_n x_1 + bu.$$

Векторли шаклда бу тенгламалар тизими $\dot{x} = Ax + Bu$ кўринишини олади, бу ерда

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a & -a_{n-1} & -a_{n-3} & \dots & -a_1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ b \end{pmatrix}.$$

Ҳисоблаш қийин эмаски,

$$AB = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ b \\ -a_1 b \end{pmatrix}; \quad A^2 B = \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ b \\ -a_1 b \\ -a_2 b + a_1^2 b \end{pmatrix}, \dots, A^{n-1} B = \begin{pmatrix} b \\ -a_1 b \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix}.$$

Шунинг учун

$$\det M = \det \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & b \\ 0 & 0 & \dots & -a_1 b \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & b & & \\ b & -a_1 b & & \end{pmatrix} = \sigma b^n \neq 0,$$

бу ерда n дан боғлиқ ҳолда σ миқдор -1 ёки 1 қиймат қабул қилади. Қаралаётган ҳолда $r = 1$ ва нормаллик шarti бажарилади.

Оптималликнинг зарурий ва етарли шarti. Нормаллик шarti бажарилганда чизикли максимал тез ҳаракат масаласи учун максимум принципи оптималликнинг на фақат зарурий, балки етарли шарт ҳам бўлади. Қуйидаги тасдиқ ўринли: *агар нормаллик шarti бажарилса, чизикли максимал тез ҳаракат масаласи учун $(u^*(t), x^*(t))$ жуфтликнинг ечим бўлиши учун унинг максимум принципини қаноатлантириши зарур ва етарлидир.*

Агар нормаллик шarti бажарилган бўлса, чизикли объектни тез ҳаракат бўйича оптимал бошқариш масаласида оптимал бошқарувнинг $u_j^*(t)$, $j = 1, \dots, r$, координатлари A матрицанинг ҳар қандай хос қийматларида фақат чегаравий қийматлар қабул қилади. Умумий ҳолда бу $u_j^*(t)$, $j = 1, \dots, r$, функциялар ихтиёрий сондаги ўтиш нуқталарига (яъни бир чегаравий қийматдан бошқасига ўтиш нуқталарига) эга. Хусусий ҳолда қуйидаги теорема ўринли.

n интерваллар ҳақида теорема. *Агар чизикли максимал тез ҳаракат масаласида объект нормал бўлса (яъни нормаллик шarti бажарилса) ва унинг*

$$\det(A - sE) = 0$$

характеристик тенгламаси фақат ҳақиқий илдизларга эга бўлса, оптимал бошқарувнинг $u_j^*(t)$ координаталари бўлакли-ўзгармас, фақат четки қийматларни қабул қилади ва n дан кўп бўлмаган ўзгармаслик интервалларига эга, яъни $n-1$ тадан кўп бўлмаган ўтишларга эга.

(11) кўринишдаги дифференциал тенглама билан ифодаланувчи нормал объект учун n интерваллар ҳақидаги теорема биринчи марта А.А. Фельдбаум томонидан айтилган ва исботланган. Юқорида (11) бошқарув объекти учун нормаллик шартининг бажарилиши кўрсатилган эди. Шу сабабли бундай объект учун n интерваллар ҳақидаги теореманинг ўринли бўлиши учун унинг характеристик тенгламасининг барча илдизлари ҳақиқий бўлиши зарур ва етарлидир.

Агар характеристик тенглама комплекс илдизларга эга бўлса, ўтишлар сони бошланғич шартлардан боғлиқ бўлади. Ҳар бир конкрет ҳолда ўтишлар сони бошланғич нуқтанинг координаталар бошидан узоқлашиши билан ошиб боради ва исталганча катта бўлиши мумкин, аммо у ҳар қандай бошланғич нуқта учун чекли бўлиб қолаверади.

Мустақил ишлаш учун саволлар.

1. Бошқарувга чеклашлар қўйилган оптимал бошқарув масаласини ечишда классик Лагранж кўпайтувчилари усули қандай камчиликга эга?
2. Учлари маҳкамланган ва белгиланган вақтли масала учун жойиз бошқарув деганда нима тушунилади?
3. Учлари маҳкамланган ва белгиланган вақтли масала учун жойиз траектория деганда нима тушунилади?
4. Лагранж формасидаги оптимал бошқарув масаласи учун Понтрягин функцияси қандай тузилади?
5. Оптимал бошқарув масаласи учун қўшма тизим қандай тузилади?
6. Оптимал бошқарув масаласи учун максимум шarti қандай ифодаланади?
7. Учлари маҳкамланган ва белгиланган вақтли масала учун максимум принципи қандай ифодаланади?
8. Учлари кўзгалувчан масала учун максимум принципи қандай ифодаланади?
9. Чизиқли бошқарув тизими учун учлари маҳкамланган максимал тез ҳаракат масаласи қандай қўйилади?
10. Чизиқли бошқарув тизимлари учун Понтрягин функцияси қандай кўринишда бўлади?
11. Чизиқли максимал тез ҳаракат масаласи учун максимум шартининг қўлланиши нимага олиб келади?
12. Чизиқли бошқарув тизимлари учун нормаллик шarti нимадан иборат?
13. Чизиқли максимал тез ҳаракат масаласи учун оптималликнинг зарурий ва етарли шarti қандай ифодаланади?
14. n интерваллар ҳақидаги теорема қандай ифодаланади?

БОШҚАРИЛУВЧАНЛИК ВА КУЗАТИЛУВЧАНЛИК. ДИСКРЕТ ТИЗИМЛАР. РАҚАМЛИ БОШҚАРУВ.

Режа:

1. Бошқарилувчанлик хоссаси тушунчаси.
2. Чизиқли стационар объектларнинг бошқарилувчанлик мезони.
3. Бошқарувга чеклашлар қўйилган ҳолда бошқарилувчанлик хоссаси.
4. Бошқарув тизимининг кузатилувчанлиги тушунчаси.
5. Чизиқли стационар объектларнинг кузатилувчанлиги.
6. Бошқарилувчанлик ва кузатилувчанлик учун иккиланмалик принципи.
7. Рақамли автоматик бошқарув тизимлари.

Таянч иборалар: *стационар бошқарув объекти, жойиз бошқарув, бошқарилувчанлик, тўла бошқарилувчанлик, бошқарилувчанлик матрицаси, бошқарилувчанлик мезони, бошқарилувчанлик соҳаси, бошқарилувчанлик қисм фазоси, бошқарилувчанликнинг каноник шакли, нуқтага нисбатан тўла бошқарилувчанлик, чиқиш вектори, фаза координатаси, кузатилувчанлик муаммоси, тикланувчанлик муаммоси, кузатиш тенгламаси, тўла кузатилувчанлик, тўла тикланувчанлик, кузатилувчанлик матрицаси, тўла кузатилувчанлик мезони, кузатилувчанлик(тикланувчанлик) қисм фазоси, кузатилувчанликнинг каноник шакли, иккиланмалик принципи.*

1. Бошқарилувчанлик хоссаси тушунчаси.

Бошқарув масалаларини ечиш учун объектнинг бошқарилувчанлик хоссасига эга эканлигини, яъни уни берилган нуқта(ёки соҳадан) тайинланган охирги нуқтага(ёки соҳага) кўчириш мумкин эканлигини билиш муҳимдир. Шунинг учун бошқарилувчанлик муаммоси – объектнинг бошқарилувчанлик хоссасига эга эканлигини аниқлаш муаммоси пайдо бўлади.

Объектнинг бошқарилувчанлик хоссасининг қатъий таърифини берамиз ва бошқарилувчанлик мезонини кўрсатамиз.

Фараз қилайлик, бошқарув объекти

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad x \in R^n, \quad u \in R^r. \quad (1)$$

тенглама билан берилган бўлсин. Бу ерда ҳозирча бошқарувнинг жойиз қўйиматлар тўплами R^r фазо билан устма-уст тушади ва жойиз бошқарув сифатида R^r дан қийматлар қабул қилувчи ихтиёрий бўлакли-узлуксиз функцияни тушунамиз.

Агар R^n нинг ихтиёрий иккита x^0 ва x^f нуқталари учун $[t_0, t_f]$ чекли интервалда аниқланган ва (1) объектни $x(t_0) = x^0$ нуқтадан $x(t_f) = x^f$ нуқтага кўчирувчи жойиз бошқарув мавжуд бўлса, объект тўла бошқарилувчан дейилади.

Стационар объект бўлган ҳолда ҳамма вақт $t_0 = 0$ деб олиш мумкин. Агар объект чизиқли бўлса, яъни у

$$\dot{x} = Ax + Bu; \quad x \in R^n, \quad u \in R^r, \quad (2)$$

кўринишда тенглама билан берилса, келтирилган таърифда x^0 ёки x^f нуқталарнинг бирортасини белгилаб олиш, масалан $x^0 = 0$ ёки $x^f = 0$ деб олиш мумкин. Ҳақиқатан ҳам (2) тенгламанинг ихтиёрий $x(t_0) = x^0$ бошланғич шартдаги ечими

$$x(t) = X(t, t_0)x^0 + \int_{t_0}^t X(t, \tau) B(\tau) u(\tau) d\tau$$

кўринишда ва $x(t_0) = 0$ бошланғич шартдаги ечими

$$x(t) = \int_{t_0}^t X(t, \tau) B(\tau) u(\tau) d\tau$$

кўринишда бўлгани учун (2) объектни ихтиёрий $x(t_0) = x^0$ бошланғич нуқтадан $x(t_f) = x^f$ нуқтага кўчириш масаласи уни $x(t_0) = 0$ бошланғич нуқтадан $x(t_f) = x^f - X(t_f, t_0)x^0$ нуқтага кўчириш масаласига тенг кучлидир. Шунга ўхшаш, (2) объектни $x(t_0) = x^0$ бошланғич нуқтадан ихтиёрий $x(t_f) = x^f$ нуқтага кўчириш масаласи уни $x(t_0) = x^0 - X^{-1}(t_f, t_0)x(t_f)$ бошланғич нуқтадан $x(t_f) = 0$ нуқтага кўчириш масаласига тенг кучлидир. Шундай қилиб, чизиқли объект учун бошқарилувчанлик хоссасини яна қуйидагича аниқлаш мумкин: *агар $[t_0, t_f]$ чекли интервалда аниқланган ва (2) объектни $x(t_0) = 0$ бошланғич нуқтадан R^n нинг ихтиёрий $x(t_f) = x^f$ нуқтасига кўчирувчи, ёки R^n нинг ихтиёрий $x(t_0) = x^0$ нуқтасидан $x(t_f) = 0$ нуқтага кўчирувчи жойиз бошқариш мавжуд бўлса, бу объект тўла бошқарилувчан дейилади.*

2. Чизиқли стационар объектларнинг бошқарилувчанлик мезони.

Фараз қилайлик, (2) тенгламада A ва B матрицалар ўзгармас бўлсин. Қуйидаги $(n \times nr)$ ўлчамли матрицани қараймиз:

$$Y = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B], \quad (3)$$

Бу матрица $B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B$ матрицалардан тузилган. Унга *бошқарилувчанлик матрицаси* дейилади.

Қуйидаги бошқарилувчанлик мезони ўринли: (2) стационар объектнинг тўла бошқарилувчан бўлиши учун (3) бошқарилувчанлик матрицасининг ранги n га тенг бўлиши зарур ва етарлидир.

1-мисол. Қуйидаги

$$\dot{x}_1 = x_1 + ax_2 + u_1 + u_2, \quad \dot{x}_2 = x_2 + bu_2$$

тенгламалар берилган объектни бошқарилувчанликга текшираемиз. Объект тенгламасини матрицали шаклда ёзамиз:

$$\dot{x} = Ax + Bu,$$

бу ерда

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & b \end{bmatrix}.$$

Ҳисоблаймиз:

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1+ab \\ 0 & b \end{bmatrix}.$$

Демак бошқарилувчанлик матрицаси қуйидаги

$$Y = [B \ AB] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1+ab \\ 0 & b & 0 & b \end{bmatrix}.$$

кўринишда бўлади. Агар $b \neq 0$ бўлса, Y матрица ранги $n = 2$ ва демак объект тўла бошқарилувчидир. Агар $b = 0$ бўлса, Y матрица ранги бирга тенг ва объект тўла бошқарилувчи эмас.

Қуйидаги махсусмас алмаштиришни қараймиз:

$$x = T \tilde{x}, \quad \det T = 0.$$

Янги ўзгарувчиларда (2) тенглама

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A} \tilde{x} + \tilde{B} u, \quad (4)$$

кўринишни олади, бу ерда, $\tilde{A} = T^{-1}AT$, $\tilde{B} = T^{-1}B$. Осонгина кўриш мумкинки, $\tilde{A}^k = T^{-1}A^kT$, $k = 1, 2, \dots, n-1$. Шунинг учун (4) объектнинг бошқарилувчанлик матрицаси

$$\tilde{Y} = [\tilde{B} \ \tilde{A} \tilde{B} \ \tilde{A}^2 \tilde{B} \dots \tilde{A}^{n-1} \tilde{B}] = T^{-1}[B \ AB \ A^2B \dots A^{n-1}B] = T^{-1}Y.$$

бўлади. T^{-1} матрицанинг ранги n га тенг бўлганлигидан $\tilde{Y}$ матрицанинг ранги Y матрицанинг ранги билан бир хилдир. Шундай қилиб, бошқарилувчанлик хоссаси координаталар тизимининг танланишидан боғлиқ эмас.

Чизикли стационар объектнинг *бошқарилувчанлик соҳаси* деб объектни чекли вақт давомида $x^0 = 0$ нуқтадан кўчириш мумкин бўлган нуқталар тўпламига айтилади. Яна бошқача айтганда бошқарилувчанлик соҳаси шундай қуқталар тўпламидан иборатки, улардан объектни чекли вақт давомида $x^f = 0$ нуқтага кўчириш мумкин. Равшанки, агар объект тўла бошқарилувчан бўлса, унинг бошқарилувчанлик соҳаси бутун фазо билан устма-уст тушади. Агар объект тўла бошқарилувчан бўлмаса, уни $x^0 = 0$ нуқтадан бошқарилувчанлик матрицасининг устунлари билан ҳосил қилинган R_y қисм фазога тегишли бўлмаган нуқтага кўчириб бўлмайди. Кўрсатиш мумкинки бошқарилувчанлик соҳаси R_y қисм фазо билан устма-уст тушади. Шунинг учун R_y қисм фазога бошқарилувчанлик қисм фазоси дейилади.

Фараз қилайлик, (2) объектнинг бошқарилувчанлик матрицасининг ранги $l (l \leq n)$ бўлсин. $\tilde{x} = T x$ алмаштиришнинг T матрицасини $T = (T_1 T_2)$ кўринишда қураимиз, бу ерда T_1 матрицасининг устунлари l ўлчовли бошқарилувчанлик қисм фазосининг базисидан иборат (хусусий ҳолда улар бошқарилувчанлик матрицасининг l та чизикли боғланмаган устунлари бўлиши мумкин), T_2 матрицанинг устун-векторлари T_1 матрицанинг устун-векторлари билан биргаликда n ўлчамли фазонинг базисини ташкил этади. У вақтда (2) тенглама янги ўзгарувчиларда *бошқарилувчанликнинг каноник шакли*ни олади:

$$\dot{\tilde{x}} = \begin{pmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ 0 & \tilde{A}_{22} \end{pmatrix} \tilde{x} + \begin{pmatrix} \tilde{B}_1 \\ 0 \end{pmatrix} u,$$

ёки

$$\left. \begin{aligned} \dot{\tilde{x}}^{(1)} &= \tilde{A}_{11}\tilde{x}^{(1)} + \tilde{A}_{12}\tilde{x}^{(2)} + \tilde{B}_1 u; \\ \dot{\tilde{x}}^{(2)} &= \tilde{A}_{22}\tilde{x}^{(2)}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

бу ерда $\tilde{x}^{(1)}$ l -вектор; $\tilde{x}^{(2)}$ $-(n-l)$ -вектор; $\tilde{A}_{11}$, $\tilde{A}_{12}$, $\tilde{A}_{22}$, $\tilde{B}_1$ — мос ўлчамли матрицалар.

(5) бошқарув тизимининг тузилишидан кўриниб турибдики, $\tilde{x}^{(2)}$ вектор бошқарилувчи эмас: унинг вақт бўйича ўзгариши бошқарувдан ҳеч қандай боғлиқ эмас. Аксинча, $\tilde{x}^{(1)}$ вектор тўла бошқарилувчи, яъни $\tilde{x} = \text{col}(\tilde{x}^{(1)}, 0)$ («col» устун векторни билдиради) ҳолат бошқарилувчанлик қисм фазосига тегишли. Объект тенгламасини бошқарилувчанликнинг каноник шаклида тасвирлаб, қуйидаги бошқарилувчанлик мезонини келтириш мумкин: *объектнинг тўла бошқарилувчан бўлиши учун унинг тенгламасини махсусмас алмаштириш ёрдамида (5) кўринишига келтириш мумкин эмаслиги зарур ва етарлидир, бунда $\tilde{x}^{(2)}$ векторнинг координатлари бўш эмас.*

3. Бошқарувга чеклашлар қўйилган ҳолда бошқарилувчанлик хоссаси.

Фараз қилайлик бошқарувга чеклаш қўйилган бўлсин ва объект

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad x \in R^n, \quad u \in U \subset R^r. \quad (6)$$

тенглама билан ифодалансин. (6) тенглама билан ифодаланувчи объект учун жойиз бошқарувлар сифатида U тўпладан қийматлар қабул қилувчи бўлакли-узлуксиз вектор-функциялар қабул қилинади. Берилган нуқтага нисбатан бошқарилувчанлик тушунчасини киритамиз.

Агар ихтиёрий $x^0 \in R^n$ нуқта учун чекли $[t_0, t_f]$ интервалда аниқланган ва (6) объектни $x(t_0) = x^0$ нуқтадан $x(t_f) = x^f$ нуқтага кўчирувчи жойиз бошқарув мавжуд бўлса, объект x^f нуқтага нисбатан тўла бошқарилувчан дейилади.

Шуни таъкидлаймизки, бошқарувга чеклаш қўйилганда ҳатто чизиқли объект учун ҳам тўла бошқарилувчанлик ва берилган нуқтага нисбатан тўла бошқарилувчанлик бир биридан фарқ қилади. Бошқарувга чеклаш қўйилмаган ҳолда чизиқли объект учун бу икки тушунча устма-уст тушади.

2-мисол. Қуйидаги скаляр тенглама билан берилган объектни қараймиз:

$$\dot{x} = -x + u; \quad |u| \leq u_m.$$

Бу ҳолда $A = -1$, $B = 1$ ва демак, объект тўла бошқарилувчи. Аммо бу объект ҳар қандай нуқтага нисбатан тўла бошқарилувчи бўлавермайди. Масалан, у $x^f = 0$ нуқтага нисбатан тўла бошқарилувчи, аммо у $|x^f| > u_m$ шартни қаноатлантирувчи нуқталар учун тўла бошқарилувчи эмас. Шуни кўрсатамиз.

Қаралаётган тенгламанинг ечими $x(0) = x^0$ бошланғич шартда

$$x(t) = x^0 e^{-t} + \int_0^t e^{-(t-\tau)} u(\tau) d\tau,$$

кўринишда бўлади ёки $u = u^0 = \text{const}$ бўлганда

$$x(t) = (x^0 - u^0)e^{-t} + u^0.$$

$x^0 > 0$ деб оламиз. У вақтда $u = -u_m$ ва $t = t_f$ бўлганда қуйидагини оламиз:

$$x(t_f) = (x^0 + u_m)e^{-t_f} - u_m.$$

Бу ифода $t_f = \ln[(x^0 + u_m)/u_m]$ бўлганла нолга айланади. Олинган t_f вақт исталган $x^0 > 0$ учун чеклидир. Равшанки, агар $u(t) = u_m \text{sign } x^0$, $0 \leq t \leq t_f$, деб олсак, объектни исталган $x^0 \neq 0$ нуқтадан $x^f = 0$ нуқтага чекли $t_f = \ln[|x^0| + u_m]/u_m$ вақт давомида кўчириш мумкин

Энди $x(0) = 0$ нуқтадан $|x^f| > u_m$ шартни қаноатлантирувчи x^f нуқтага кўчирадиган жойиз бошқарув йўқ эканлигини кўрсатамиз.

$x(0) = 0$ бўлганда

$$x(t) = \int_0^t e^{-(t-\tau)} u(\tau) d\tau$$

тенгликка эга бўламиз. Ихтиёрий жойиз бошқарувда қуйидаги тенгсизлик ўринли:

$$|x(t)| \leq \max_{|u| \leq u_m} \int_0^t e^{-(t-\tau)} u(\tau) d\tau = u_m(1 - e^{-t}) \leq u_m.$$

Шунинг сабабли, агар $|x^f| > u_m$ бўлса, $x(t_f) = x^f$ тенглик исталган $t_f > 0$ учун бажарилмайди.

Бошқарувга чеклаш қўйилган чизиқли стационар объект учун бошқарилувчанликнинг етарли шартини қараймиз:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \quad x \in R^n \\ \alpha_j &\leq u_j \leq \beta_j, \quad \alpha_j < 0, \quad \beta_j > 0, \quad j = 1, 2, \dots, r. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Бу объект учун қуйидаги тасдиқ ўринли: агар (7) чизиқли тизим тўла бошқарилувчи ва A матрицанинг барча хос қийматлари, яъни $\det[\lambda E - A] = 0$ тенгламанинг барча илдизлари векторли бошқариш ($r > 1$) учун манфий ҳақиқий қисмларга ёки скаляр бошқариш ($r = 1$) учун мусбатмас ҳақиқий қисмларга эга бўлса, бу объект $x^f = 0$ нуқтага нисбатан тўла бошқарилувчи бўлади.

3-мисол. Қуйидаги

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u, \quad |u| \leq 1$$

тенглама билан берилган объектнинг бошқарилувчанлигини текшираемиз. Бу ҳолда бошқарув скаляр ва

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \det(\lambda E - A) = \lambda^2.$$

Осонгина кўриш мумкинки, қаралаётган чизиқли тизим тўла бошқарилувчи ва A матрицанинг хос қийматлари нолга тенг. Натижада қаралаётган объект $x^f = 0$ нуқтага нисбатан тўла бошқарилувчидир.

5. Бошқарув тизимининг кузатиловчанлиги тушунчаси.

Тескари боғланишли оптимал тизимларни синтез қилишда бошқарувлар фаза координаталарининг функцияси кўринишда ҳосил бўлади. Умумий ҳолда фаза координаталари абстракт миқдорлар бўлиб, уларни ўлчаб бўлмайди. Одатда *чиқиш вектори* ёки *чиқиш ўзгарувчиси* деб, координаталари эса *чиқиш миқдорлари* деб аталувчи $y = (y_1, \dots, y_p)^T$ векторни ўлчаб(кузатиб) бўлади. Чиқиш ўзгарувчиси *фаза координаталари* билан функционал боғланган бўлиб, тескари боғланишли бошқарувни амалга ошириш учун чиқиш ўзгарувчисининг ўлчанган қийматлари бўйича фаза координаталарини аниқлаш зарур бўлади. Шу билан боғлиқ ҳолда қандайдир интервалда чиқиш ўзгарувчисининг қийматларини ўлчаш ёрдамида объект ҳолатини(фаза векторини) аниқлаш имконияти борлигини ўрнатишдан иборат *кузатиловчанлик* ва *тикланувчанлик* муаммолари пайдо бўлади

Фараз қилайлик объект

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad x \in R^n, \quad (8)$$

тенглама билан берилган бўлсин, чиқиш ўзгарувчиси эса фаза координаталари билан кузатиш тенгламаси деб аталувчи

$$y = F(x, u, t), \quad y \in R^p, \quad (9)$$

тенглама билан боғланган бўлсин.

Агар шундай t_1 , $t < t_1 < \infty$, мавжуд бўлиб, $t \leq \tau \leq t_1$ интервалда $y(\tau)$ ва $u(\tau)$ векторларни ўлчаш натижалари бўйича $x(t)$ ҳолатни аниқлаш мумкин бўлса, (8),(9) тизим тўла кузатиловчан дейилади.

Тўла кузатиловчанлик шуни англатадики, $x(t)$ ҳолатни чиқиш ўзгарувчисининг келажак вақтдаги қийматлари бўйича аниқлаш имконияти мавжуд. Аммо бошқарув масалаларида объектнинг $x(t)$ ҳолати чиқиш ўзгарувчисининг ўтган вақтдаги қийматлари билан аниқланиши зарур. Шунинг учун тўла тикланувчанлик хоссаси муҳимроқ ҳисобланади

Агар шундай t_0 , $-\infty < t_0 < t$, мавжуд бўлиб, $y(\tau)$ ва $u(\tau)$ векторларни $t_0 \leq \tau \leq t$ интервалда ўлчаш натижалари бўйича $x(t)$ ҳолатни аниқлаш мумкин бўлса, (8),(9) тизим тўла тикланувчан дейилади.

Шуни кўриш қийин эмаски, стационар тизимлар учун тўла кузатиловчанликдан тўла тикланувчанлик келиб чиқади ва аксинча. Шунинг учун бундай ҳолларда бу икки тушунчани фарқламаса ҳам бўлади.

5. Чизикли стационар объектларнинг кузатиловчанлиги.

Чизикли стационар тизимни қараймиз:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x \in R^n; \quad (10)$$

$$y = Cx + Du, \quad y \in R^p. \quad (11)$$

Кузатиловчанлик матрицаси деб аталувчи

$$H = [C^T A^T C^T \dots (A^T)^{n-1} C^T]. \quad (12)$$

матрицани киритамиз. Бу матрица C^T , $A^T C^T$, $(A^T)^2 C^T, \dots, (A^T)^{n-1} C^T$ матрицалардан тузилган бўлиб, у $(n \times \rho n)$ ўлчамлидир, бу ерда T – транспонирлаш амалининг белгиси.

Чизиқли стационар тизим учун қуйидаги кузатиловчанлик мезони ўринлидир: (10), (11) тизимнинг тўла кузатиловчан бўлиши учун (12) кузатиловчанлик матрицасининг ранги n тенг бўлиши зарур ва етарлидир.

Транспонирланган матрица

$$H^T = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (13)$$

(12) матрица билан бир хил рангга эга. Шунинг кузатиловчанликни текширишда (12) матрицанинг ўрнига транспонирланган (13) матрицани қараш мумкин.

H кузатиловчанлик матрицасининг устунлари ёрдамида ҳосил қилинган R_H қисм фазога кузатиловчанлик(тикланувчанлик) қисм фазоси дейилади. Кузатиловчанлик қисм фазоси H^T матрицанинг сатрлари билан ҳосил қилинган дейиш ҳам мумкин.

4-мисол. Қуйидаги тизимни қараймиз: $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_2 = u$, $y = cx_1 + x_2$. Бу ҳолда

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad C = (c \quad 1), \quad CA = (0 \quad c), \quad H^T = \begin{pmatrix} c & 1 \\ 0 & c \end{pmatrix}.$$

Агар $c \neq 0$ бўлса, H^T матрицанинг ранги иккига тенг ва тизим тўла кузатиловчан. Если $c = 0$ бўлса, H^T матрицанинг ранги бирга тенг ва демак, тизим тўла кузатиловчан эмас.

Хосмас

$$x = T \tilde{x}, \quad \det T \neq 0,$$

алмаштириш бажарилганда (10), (11) тенгламалар

$$\tilde{x} = \tilde{A} \tilde{x} + \tilde{B} u, \quad y = \tilde{C} \tilde{x} + D u,$$

кўринишни олади, бу ерда

$$\tilde{A} = T^{-1} A T, \quad \tilde{B} = T^{-1} B, \quad \tilde{C} = C T.$$

Текшириш қийин эмаски, алмаштирилган тизимнинг транспонирланган кузатиловчанлик матрицаси қуйидагича бўлади:

$$\tilde{H}^T = \begin{pmatrix} \tilde{C} \\ \tilde{C} \tilde{A} \\ \dots \\ \tilde{C} \tilde{A}^{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ C A \\ \dots \\ C A^{n-1} \end{pmatrix} T = H^T T.$$

T матрицанинг ранги n га тенг бўлгани учун $\tilde{H}^T$ матрицанинг ранги H^T матрицанинг ранги билан бир хил бўлади. Шундай қилиб, бошқарилувчанлик хоссасига ўхшаб кузатиловчанлик(тикланувчанлик) хоссаси ҳам координаталар тизимининг танланишидан боғлиқ эмас.

Фараз қилайлик, (10), (11) тизим кузатиловчанлик матрицасининг ранги l ($l \leq n$) бўлсин. $\tilde{x} = T x$ алмаштиришнинг T матрицасини

$$T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix},$$

кўринишда курамиз, бу ерда T_1 матрицанинг сатр-векторлари l ўлчамли R_H кузатиловчанлик қисм фазосининг базисини ташкил этади(хусусий ҳолда улар H^T транспонирланган кузатиловчанлик матрицасининг l та чизиқли боғланмаган сатрлари бўлиши мумкин), T_2 матрицанинг сатр-векторлари T_1 матрицанинг сатр-векторлари билан биргаликда n ўлчамли фазонинг базисини ташкил этади. У вақтда (10), (11) тизим янги ўзгарувчиларда *кузатиловчанликнинг каноник шаклига* эга бўлади:

$$\dot{\tilde{x}} = \begin{pmatrix} \tilde{A}_{11} & 0 \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} \end{pmatrix} \tilde{x} + \begin{pmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{B}_2 \end{pmatrix} u(t); \quad y(t) = (\tilde{C}_1 \ 0) \tilde{x}(t) + Du$$

ёки

$$\left. \begin{aligned} \dot{\tilde{x}}^{(1)} &= \tilde{A}_{11} \tilde{x}^{(1)} + \tilde{B}_1 u(t); \\ \dot{\tilde{x}}^{(2)} &= \tilde{A}_{21} \tilde{x}^{(1)} + \tilde{A}_{22} \tilde{x}^{(2)} + \tilde{B}_2 u(t); \\ y(t) &= \tilde{C}_1 \tilde{x}^{(1)} + Du, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

бу ерда $\tilde{x}^{(1)}$ - l -вектор, $\tilde{x}^{(2)}$ - $(n-l)$ -вектор; $\tilde{A}_{11}$, $\tilde{A}_{21}$, $\tilde{B}_1$, $\tilde{B}_2$, $\tilde{C}_1$ - мос ўлчамли матрицалар, бунда тизим $(\tilde{A}_{11}, \tilde{C}_1)$ матрицалар жуфтлиги билан тўла кузатиловчи. (14) тенгламалар тизимининг тузилишидан кўриниб турибдики, $\tilde{x}^{(2)}$ вектор чиқиш ўзгарувчисига ҳеч қандай таъсир кўрсатмайди. Шунинг учун унинг координаталарини $y(t)$ вектор функцияни кузатиш натижалари бўйича аниқлаб бўлмайди. Бу координаталарни табиий равишда *кузатиловчи эмас* ёки *тикланувчи эмас* дейиш мумкин. Агар тизим R_H қисм фазода ҳаракатланса, тўла кузатиловчан бўлади. Шу сабабли ҳам R_H кузатиловчанлик қисм фазоси деб аталади. Тўла тикланмайдиган вектор $col(0, \tilde{x}^{(2)})$ кўринишда бўлади. Агар $\tilde{x}^{(1)}$ векторнинг координаталар тўплами бўш бўлса, тизим *тўла кузатиловчи эмас*(*тўла тикланувчи эмас*) дейилади.

Кузатиловчанликнинг каноник шаклидан фойдаланиб, қуйидаги кузатиловчанлик(тикланувчанлик) мезонини келтириш мумкин: (10), (11) чизиқли стационар тизимнинг кузатиловчан(тикланувчан) бўлиши учун унга мос кузатиловчанликнинг каноник шаклида $\tilde{x}^{(2)}$ вектор координаталари тўпланининг бўш бўлиши зарур ва етарлидир

6. Бошқариловчанлик ва кузатиловчанлик учун иккиланмалик принципи.

Энди чизиқли стационар

$$\dot{x} = Ax + Bu; \quad y = Cx \quad (15)$$

тизимни ва унга *иккиланма* бўлган

$$\dot{\tilde{x}} = A^T \tilde{x} + C^T \tilde{u}; \quad \tilde{y} = B^T \tilde{x}. \quad (16)$$

тизимни қараймиз. (10), (11) тизимнинг бошқарилувчанлиги ва кузатилувчанлигига D матрица ҳеч қандай таъсир таъсир кўрсатмайди. Шу сабабли (15) тизим (10), (11) тизимдан $D = 0$ деб олиб ҳосил қилинган.

(15), (16) тизимларнинг бошқарилувчанлик ва кузатилувчанлик мезонларидан қуйидаги иккиланмалик принципи келиб чиқади: *(15) тизимнинг тўла кузатилувчан бўлиши учун унга иккиланма (16) тизимнинг тўла бошқарилувчан бўлиши зарур ва етарлидир; (15) тизимнинг тўла бошқарилувчан бўлиши учун унга иккиланма (16) тизимнинг тўла кузатилувчан бўлиши зарур ва етарлидир.*

7. Цифровые системы автоматического управления.

Дискретные системы отличаются от непрерывных тем, что среди сигналов, действующих в системе, имеются дискретные сигналы. Дискретные сигналы получаются из непрерывных квантованием по уровню, по времени или одновременно и по уровню, и по времени. Системы, в структуре которых используются цифровые устройства, контроллеры, микропроцессоры, ЭВМ, являются дискретными.

Дискретные системы (ДС) находят широкое применение в управлении разнообразными техническими устройствами. Область применения ДС - управление различными электромеханическими и электромагнитными устройствами, системами телеизмерения и телеуправления, многоканальными системами связи, системами радиоуправления и т. д.

В современных условиях сохраняется устойчивая тенденция увеличения доли цифровых методов преобразования, обработки, передачи и хранения информации во всех сферах деятельности человека, идёт смена поколений технических средств обработки информации и информационного обмена. Эти средства могут непосредственно не затрагивать традиционные области автоматизации: датчики, приводы, регуляторы, однако меняют среду существования средств автоматизации в целом.

В период бурного развития микропроцессорной техники (80-е годы 20-го века) было разработано и внедрено огромное количество технических устройств для систем автоматического управления с жёсткой логической структурой, обладавших вполне удовлетворительными характеристиками. Вместе с тем становилось ясно, что только использование перепрограммируемых и универсальных устройств обеспечит будущее технических средств автоматики. На этом этапе произошло разделение путей развития систем управления на две линии: на основе универсальных ЭВМ, и на основе контроллеров и более простых ЭВМ, но зато оптимизированных для требуемой задачи. Оба подхода получили право на жизнь, а их разумное сочетание обеспечивает высокое качество систем автоматического управления (САУ).

Современные проекты объединяет широкое использование готовых аппаратных и программных технологий открытого типа, апробированных и стандартизованных на рынке общепромышленных гражданских приложений,

наряду с развитием и совершенствованием традиционных средств автоматизации. Контроллеры средств автоматизации обычно вынуждены работать в жёстких условиях эксплуатации, а цена сбоя в системе автоматического управления также может быть гораздо выше, чем в других информационных системах, так как объект управления нуждается в управлении постоянно и в реальном времени.

В САУ обычно имеется большое количество разнообразных датчиков и преобразователей информации физических величин, таких, как температура, давление, расход жидкостей, скорость и т.п. Датчики преобразуют исходную физическую величину в некоторую стандартную величину, например, напряжение. При использовании в САУ ЭВМ встаёт задача преобразования этой промежуточной величины в цифровую форму, появилось и стремительно развивается новое поколение датчиков, в которых имеются встроенные контроллеры, осуществляющие такое преобразование. Такой интеллектуальный датчик сам становится элементом вычислительной сети, поддерживающим сетевой протокол и передающим данные в цифровой форме. Часто в контроллере такого датчика производится предварительная цифровая обработка сигнала, например, коррекция систематической погрешности преобразователя, предварительная фильтрация случайных помех, а также контроль работоспособности. Всё больше технических средств САУ становятся чисто цифровыми, в которых преобразование физических данных происходит непосредственно в цифровую форму, подготовленную к передаче по каналу связи.

Цифровыми и интеллектуальными (со встроенными микроконтроллерами) в САУ могут быть и другие составные части: исполнительные устройства, каналы связи, задатчики воздействий, фильтры и т.п. Кроме перепрограммируемости, это даёт повышение надёжности за счёт гибкости конфигурации. Количество компьютеров, используемых для управления процессами производства и в задачах управления, нарастает практически экспоненциально.

7.1. Дискретные системы автоматического управления.

Особенности дискретного управления. Работа дискретных систем связана с воздействием, передачей и преобразованием последовательности импульсов. В отдельные точки ДС сигналы управления поступают в некоторые заданные или произвольные промежутки времени. Характерной чертой любой ДС является наличие импульсных элементов (ИЭ), с помощью которых осуществляется преобразование непрерывных величин в последовательности дискретных сигналов.

Современная теория управления располагает универсальным методом исследования дискретных систем на основе специального математического аппарата - дискретного преобразователя Лапласа, который позволил максимально приблизить методологию исследования ДС к методологии исследования непрерывных систем. Однако работа ДС связана с квантованием

непрерывных сигналов и теория управления дискретными системами имеет особенности, обусловленные наличием в этих системах импульсных элементов.

При квантовании по уровню непрерывный сигнал $x(t)$ преобразуется в последовательность дискретных сигналов, фиксированных в произвольные моменты времени при условии $\Delta x = \text{const}$. Системы, в которых используются сигналы, квантованные по конечному числу уровней (часто 2-3 уровня), называются релейными системами. Квантование по уровню является нелинейным преобразованием сигналов, следовательно, релейные системы относятся к классу нелинейных систем.

При квантовании по времени сигналы фиксируются в дискретные моменты времени $\Delta t = \text{const}$. При этом уровни сигнала могут принимать произвольные значения. Системы, реализующие квантование сигналов по времени, называются импульсными системами (ИС). Квантование по времени осуществляется импульсным элементом, который в частном случае пропускает входной сигнал $x(t)$ лишь в течение некоторого времени.

При квантовании по уровню и по времени непрерывный сигнал заменяется дискретными уровнями, ближайшими к значениям непрерывного сигнала в дискретные моменты времени $\Delta t = \text{const}$. Дискретные системы, реализующие сигналы, квантованные по уровню и по времени, называются релейно-импульсными, или цифровыми. В этих системах квантование по уровню и по времени осуществляется кодоимпульсным модулятором или цифровым вычислительным устройством.

Решетчатой функцией называется функция, получающаяся в результате замены непрерывной переменной на дискретную, определенную в дискретные моменты времени nT , $n=0,1, 2, \dots$. Непрерывной функции $x(t)$ соответствует решетчатая функция $x(nT)$, где T – период квантования, при этом непрерывная функция является огибающей решетчатой функции. При заданном значении периода квантования T непрерывной функции $x(t)$ соответствует однозначная решетчатая функция $x(nT)$. Однако обратного однозначного соответствия между решетчатой и непрерывной функцией в общем случае не существует, так как через ординаты решетчатой функции можно провести множество огибающих.

Отсчеты по шкале времени удобно вести в целочисленных единицах периода квантования T . С этой целью вместо переменной t непрерывной функции введем новую переменную $\square = t/T$, при этом непрерывной функции $x(\square)$ будет соответствовать решетчатая функция $x(n) \equiv x_n$.

Импульсная модуляция. Последовательность импульсов в ИС подвергается импульсной модуляции. Процесс импульсной модуляции состоит в изменении какого-либо параметра периодически повторяющихся импульсов. Применительно к немодулированной последовательности импульсов (рис. 5.1.1, а) такими параметрами являются амплитуда импульсов A , длительность $\square\square$, и период повторения T . Величина, определяющая закон модуляции, называется модулирующей величиной.

Если по закону изменения модулирующей величины изменяется амплитуда импульсов, то модуляция называется амплитудно-импульсной

(АИМ), если изменяется ширина - широтно-импульсной (ШИМ), при изменении периода - временно-импульсной модуляцией (ВИМ).

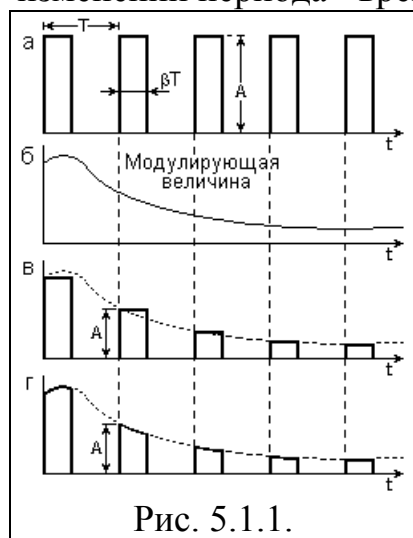


Рис. 5.1.1.

Вид модуляции, при которой параметры последовательности импульсов изменяются в зависимости от значений модулирующей величины в фиксированные равноотстоящие друг от друга моменты времени, называется импульсной модуляцией первого рода (рис. 5.1.1, в). В этом случае модулируемый параметр амплитуда, ширина или частота импульса, определяется значением модулирующей величины в равноотстоящие дискретные моменты времени.

Вид модуляции, при которой модулируемые параметры последовательности импульсов изменяются в соответствии с текущим значением модулирующей величины, называется импульсной модуляцией второго рода (рис. 5.1.1, г). В этом случае модулируемый параметр изменяется в течение времени существования импульса.

Параметры импульсных элементов (ИЭ), выполняющих в системах управления дискретизацию аналоговых сигналов и модуляцию импульсов.

Коэффициент усиления $k_{\text{и}}$ импульсного элемента - отношение величины модулируемого параметра импульсов к величине входного сигнала $x_{\text{вх}}(t)$ в соответствующий дискретный момент времени. Например, коэффициент усиления амплитудного импульсного элемента $k_{\text{и}} = A/x_{\text{вх}}$, где A - амплитуда импульса, $x_{\text{вх}}$ - соответствующее дискретное значение входной величины.

Период повторения импульсов T или частота повторения импульсов $\square_0 = 2\square/T$.

Длительность импульсов $\square = \square T$, где $\square$ - скважность импульсов, показывающая, какую часть периода повторения импульсов занимает длительность импульса.

Форма импульса $S(t)$ может быть прямоугольной, треугольной, синусоидальной, экспоненциальной, и пр.

Характеристика импульсного элемента - зависимость величины модулируемого параметра импульсов от соответствующих дискретных значений входной величины. Может быть как линейной, так и нелинейной (например, логарифмической), а также комбинированной.

Импульсные элементы разнообразны по конструкции (механические, электромеханические, фотоэлектрические, электронные). В качестве импульсного элемента может быть как простейший ключ, так и любое сложное устройство, например, контроллер. Наиболее широкое применение на практике получили амплитудные импульсные элементы, осуществляющие амплитудно-импульсную модуляцию первого и второго рода. В дальнейшем будем рассматривать, в основном, импульсные системы с амплитудными импульсными элементами первого рода.

Импульсные системы также могут быть линейными и нелинейными. В

линейных ИС соблюдается принцип суперпозиции: реакция ИС на сумму воздействий равна сумме реакций на каждое воздействие в отдельности. В этих системах параметры импульсного элемента не зависят от внешних воздействий и переменных, характеризующих состояние системы. К линейным ИС относятся, например, амплитудно-импульсные системы с линейной непрерывной частью и с линейной характеристикой импульсного элемента. В дальнейшем будут рассматриваться линейные импульсные системы, в которых ИЭ может быть включен до непрерывной части, после нее или между отдельными частями непрерывной системы. В замкнутых ИС импульсный элемент может находиться в прямой части системы, в цепи обратной связи или вне замкнутого контура.

САУ с цифровыми ЭВМ или цифровыми вычислительными устройствами (ЦВУ) называются цифровыми системами автоматического управления, или цифровыми автоматическими системами (ЦАС).

Функциональные схемы цифровых систем. В системы автоматического управления ЦВУ можно включать вне замкнутого контура управления, в замкнутый контур управления и в качестве элемента сравнения. Наиболее характерные примеры включения ЦВУ в состав систем управления приведены на рис. 5.1.2.

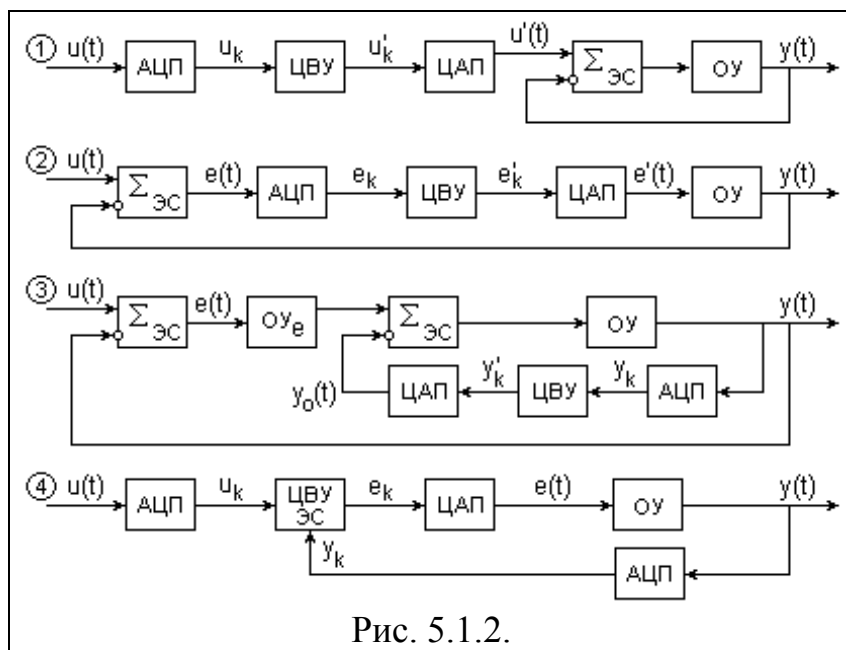


Рис. 5.1.2.

В системах первого типа (ЦВУ вне замкнутого контура управления, рис. 5.1.2-1) с помощью аналогово-цифрового преобразователя (АЦП) непрерывное (аналоговое) воздействие $u(t)$ преобразуется в цифровой код u_k . ЦВУ на основании поступающей информации вырабатывает оптимальное задающее воздействие u'_k . Последнее с помощью цифро-аналогового преобразователя (ЦАП)

преобразуется в непрерывный сигнал $u'(t)$ и поступает на элемент сравнения (ЭС) замкнутой системы, сигнал которого поступает на вход объекта управления (ОУ). Замкнутый контур системы может быть непрерывным либо импульсным. Достоинство такой ЦАС состоит в простоте изменения программы ЦВУ, в соответствии с которой вырабатывается задающее воздействие.

В системах второго типа (ЦВУ в контуре управления, рис. 5.1.2-2) вычислительное устройство, включенное в прямую цепь замкнутого контура системы, выполняет функцию последовательного корректирующего устройства. В системах третьего типа (рис. 5.1.2-3) ЦВУ включено в цепь

местной обратной связи, охватывающей непрерывную часть ОУ системы, и является параллельным корректирующим устройством. Цифровые корректирующие устройства в этих системах позволяют реализовать сложные алгоритмы управления.

В системах четвертого типа (рис. 5.1.2-4) ЦВУ выполняет функции элемента сравнения и корректирующего устройства. В этой системе на цифровой элемент сравнения задающее воздействие u_k и управляемая величина y_k поступают в цифровой форме через соответствующие АЦП. На выходе элемента сравнения сигнал рассогласования также получается в виде кода e_k . С помощью преобразователя ЦАП цифровой код преобразуется в непрерывный сигнал $e(t)$, поступающий на ОУ системы. ЦАС четвертого типа обладает всеми качествами первого, второго и третьего типов, а благодаря более высокой разрешающей способности элемента сравнения обладает более высокой точностью.

Преобразователи АЦП (аналог $\rightarrow$ код) являются устройствами, осуществляющими автоматическое преобразование непрерывно изменяющихся во времени аналоговых физических величин в дискретную цифровую форму с эквивалентными значениями числовых кодов в определенной системе счисления (двоичной, восьмеричной, десятичной и т.п.).

В качестве входных аналоговых величин обычно действуют временные интервалы, углы поворота, электрические напряжения или токи, частота колебаний, фазовые сдвиги. Важной характеристикой АЦП является количество каналов, определяющее максимальное число датчиков аналоговых величин, которые могут быть одновременно подключены к преобразователю.

Из множества применяемых преобразователей можно выделить три основных группы:

- 1) преобразователи пространственных перемещений и углов поворота в цифровой код;
- 2) преобразователи электрических величин (напряжений, токов, и др.) в код;
- 3) преобразователи интервалов времени в цифровой код.

Преобразователи угол-код делятся на преобразователи считывания и преобразователи последовательного счета. В преобразователях считывания угол поворота вала выдается со считывающего устройства непосредственно в двоичном коде. Основным элементом преобразователя является диск или барабан с кодовой шкалой (маской). Съём кодированных сигналов осуществляется с помощью фотоэлектрических устройств, контактных щеток, магнитных головок и другими способами (одно считывающее устройство на один разряд кода). Высокая точность обычно реализуется с помощью фотоэлектрических преобразователей (до 14-18 кодовых разрядов).

Преобразователи угол - код с обычной двоичной кодовой шкалой, как правило, не применяются, так как имеется вероятность появления ошибок считывания из-за того, что в двоичной системе счисления при переходе от одного числа к другому могут меняться цифры сразу в нескольких разрядах. Для устранения этого недостатка применяются диски с масками специальных

кодов - двоичного кода Грея или двоично-сдвинутого кода Баркера, ошибки считывания в которых не превышают единицы младшего разряда.

В преобразователях последовательного счета угол поворота вала преобразуется в количество импульсов. Для этого используется закрепленный на валу диск или барабан с метками регистрирующих датчиков (контактных, фотоэлектрических, и др.). При повороте диска в считывающем устройстве формируются импульсы, число которых зависит от угла поворота вала и плотности меток. Широкое применение имеют также преобразователи, работающие по методу счета, осуществляющие последовательное преобразование угол $\rightarrow$ временной интервал $\rightarrow$ код.

Преобразователи напряжения в цифровой код делятся на преобразователи, работающие по принципу последовательного счета и по принципу сравнения (взвешивания).

Для преобразователей, работающих по принципу последовательного счета характерно промежуточное преобразование измеряемого напряжения в пропорциональный временной интервал, который заполняется импульсами генератора определенной частоты, число которых переводится в кодовую форму. В преобразователях, работающих по принципу сравнения, входное напряжение сравнивается с эталонным, формируемым через ЦАП от счетчика выходного кода.

Преобразователи ЦАП (код $\rightarrow$ аналог) являются устройствами, осуществляющими автоматическое декодирование входных величин, представляемых числовыми кодами, в эквивалентные им значения какой-либо физической величины, чаще всего - напряжения.

Для преобразования цифрового кода в напряжение используются сопротивления, соединенные с кодовым счетчиком по определенной схеме, включение которых на источник эталонного напряжения происходит в соответствии с декодируемым числом, при этом выходное напряжение, снимаемое с нагрузки, пропорционально декодируемому числу. Основным типом преобразователей код-напряжение являются преобразователи с суммированием напряжений на аттенуаторе сопротивлений. Чтобы преобразовать числа разных знаков, необходимо на входе схемы установить знаковый триггер, а на выходе схемы предусмотреть возможность получения напряжения разной полярности. Преобразователи обладают высоким быстродействием, достаточной точностью (точность преобразования может быть доведена до 0,05... 0,1 %), имеют сравнительно простую схему и обеспечивают пропорциональное преобразование кодов с числом разрядов $n \leq 10$, что вполне достаточно для цифровых автоматических систем.

Мустақил ишлаш учун саволлар.

1. Қачон объект тўла бошқарилувчан дейилади?
2. Чизиқли объект учун тўла бошқарилувчанлик хоссаси қандай аниқланади?
3. Қандай матрицага бошқарилувчанлик матрицаси дейилади?

4. Стационар чизиқли объектлар учун тўла бошқарилувчанлик мезони қандай ифодаланади?
5. Бошқарилувчанлик соҳаси ва қисм фазоси қандай аниқланади?
6. Чизиқли стационар объект учун бошқарилувчанликнинг каноник шакли деб нимага айтилади?
7. Объект тенгламасининг бошқарилувчанлик каноник шаклидаги ифодасидан фойдаланилса бошқарилувчанлик мезонини қандай таърифлаш мумкин?
8. Қачон объект нуқтага нисбатан тўла бошқарилувчан дейилади?
9. Стационар чизиқли объектлар учун нуқтага нисбатан тўла бошқарилувчанлик мезони қандай ифодаланади?
10. Қачон тизим тўла кузатиловчан дейилади?
11. Қачон тизим тўла тикланувчан дейилади?
12. Стационар чизиқли тизимлар учун тўла кузатиловчанлик(тикланувчанлик) мезони қандай ифодаланади?
13. Кузатиловчанлик(тикланувчанлик) қисм фазоси нима?
14. Қачон тизим тўла кузатиловчи эмас(тўла тикланувчи эмас) дейилади?
15. Чизиқли тизимларда бошқарилувчанлик ва кузатиловчанлик хоссалари учун иккиланмалик принципи қандай ифодаланади?
16. Рақамли бошқарув тизимлари нима?

ТЕСКАРИ БОҒЛАНИШЛИ ОПТИМАЛ ТИЗИМЛАР СИНТЕЗИ УСУЛЛАРИ. АДАПТИВ, ОПТИМАЛ ВА ИНТЕЛЛЕКТУАЛ БОШҚАРУВ ХАҚИДА УМУМИЙ ТУШУНЧА.

Режа:

1. Тез ҳаракат бўйича оптимал тизим синтезининг фаза текислиги усули.
2. Интеграл квадратик мезон бўйича оптимал чизиқли тизимлар синтези.
3. Оптимал стационар чизиқли тизимлар.
4. Чизиқли чиқиш регуляторининг оптимал синтези.
5. Адаптив бошқариш тизимлари.
6. Интеллектуал тизимлар.

Таянч иборалар: *нормаллик шарти, тўла бошқарилувчанлик шарти, фаза текислиги усули, ўтиш гипертекислиги, ўтиш функцияси, оптимал тизим синтези, оптимал ностационар чизиқли регулятор, , оптимал стационар чизиқли регулятор, динамик программалаш усули, Беллман тенгламаси, Риккати матрицавий тенгламаси, чиқишнинг оптимал чизиқли регулятори, манфиймас аниқланганлик мезони.*

1. Тез ҳаракат бўйича оптимал тизим синтезининг фаза текислиги усули.

Характеристик тенгламасининг барча илдизлари ҳақиқий бўлган *тўла бошқарилувчи* чизиқли стационар объект берилган бўлсин:

$$\dot{x} = Ax + Bu. \quad (1)$$

Бошқарув скаляр бўлиб, u $|u| \leq 1$ чекланишга бўйсунди. Чекланиш умумийроқ, яъни $\alpha \leq u \leq \beta$ (бу ерда $\alpha < 0$ ва $\beta > 0$) кўринишда бўлганда, янги $v = (2u - (\alpha + \beta)) / (\beta - \alpha)$ ўзгарувчи киритилиб u қаралаётган ҳолга келтирилади.

Қаралаётган тизимни ихтиёрий нуқтадан координата бошига тез ҳаракат бўйича кўчирувчи оптимал регуляторни куриш масаласини кўриб чиқамиз.

Бошқарув скаляр бўлгани учун, тизимнинг *нормаллик шарти тўла бошқарилувчанлик* шартига мос келади, шунинг учун n -интерваллар ҳақидаги теоремага асосан оптимал бошқарув n тадан кўп булмаган доимийлик интервалига ега бўлиб, фақатгина четки қийматларни қабул қилади: -1 ёки 1 . Агар уни $y^* = y(x)$ фазовий координаталар функцияси кўринишида тасаввур қилсак, фаза фазосини 2 та қисм фазога ажратиш мумкинлигини кўришимиз мумкин. Шу қисм фазоларнинг бирида $y^* = -1$, иккинчисида эса $y^* = 1$. Фаза фазосини кўрсатилган қисм фазоларга бўладиган гипертекисликни ($n=2$ бўлганда чизиқ, $n=3$ бўлганда текислик) *ўтиш гипертекислиги* деб аталади.

Гипертекислик тенгламасини $\sigma(x)=0$ кўринишида ёзсак, аналитик геометриядан маълумки, ўтиш гипертекислигининг бир тарафида $\sigma(x)>0$, бошқа тарафида эса $\sigma(x)<0$ бўлади. Ҳамма вақт (зарур бўлганда -1 га кўпайтириш ёрдамида) $\sigma(x)$ функция $y^* = -1$ қисм фазода манфий бўлишига

ва $y^*=1$ бўлган қисм фазода эса мусбат бўлишига эришиш мумкин. Бу ҳолда $y^*=\text{sign } \sigma(x)$ бўлиши равшан. Шунинг учун оптимал бошқарув алгоритмини топиш масаласи $\sigma(x)$ ўтиш функциясини топишга келтирилади.

$n=2$ да бўлганда ўтиш функциясини топиш учун фаза текислиги усулидан фойдаланиш мумкин. Бу усулга кўра фаза текислигида фазавий траекториялар оиласи курилади. Бошқарувлари $u^* = -1$ ва $u^*=1$ бўлган фазавий траекториялар фаза текислигида курилади. Оптимал траекториялар курилган оилалар траекторияларининг бир қисми ёки икки траектория қисмларининг бирикишидан иборат бўлади. $x(t_f)=0$ шартга кўра траектория координаталар бошида тугаши керак. Оптимал траекторияларнинг бу хусусиятидан фойдаланиб, ўтиш чизигини, кейин эса ўтиш функциясини аниқлаш мумкин.

1-мисол. Қуйидаги

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u, \quad |u| \leq 1$$

тенглама билан ифодаланувчи бошқарув объекти учун тез ҳаракат бўйича оптимал регулятор синтезини амалга оширамиз. Бу ҳолда оптимал бошқарув иккита ўзгармаслик интервалига эга бўлади. $u = -1$ и $u = 1$ бўлганда фаза траекторияларининг тенгламаларини топамиз. $u = -1$ бўлганда иккинчи тенгламани биринчисига бўлиб,

$$dx_2/dx_1 = -1/x_2$$

муносабатни оламиз. Интеграллашни бажариб, бу ердан $x_2^2 = -2x_1 + C_1$ эканлигини топамиз. Худди шунга ўхшаш $u=1$ бўлганда $x_2^2 = 2x_1 + C_2$ тенгламани оламиз.

Олинган ҳар бир тенгламага мос фаза траекториялари оилалари 1-а расмда келтирилган. Оптимал фазавий траектория ҳосил қилинган оилалардан бирига тегишли траекториянинг бошланғич нуқтадан ўтувчи қисмидан ва бошқа бир оилага тегишли траекториянинг координата бошидан ўтувчи қисмидан ташкил топган бўлади. Айтилганлардан келиб чиқадики, ўтиш AO ёки OB ярим траекториялар орқали бўлиши керак. Равшанки, агар дастлаб $u^* = -1$ бўлса, ўтиш BO ярим траектория орқали бўлади. Бу ярим траектория тенгламаси юқоридаги иккинчи тенгламадан $C_2=0$ бўлганда келиб чиқади:

$$x_2^2 - 2x_1 = 0.$$

Агар дастлаб $u^*=1$ бўлган бўлса, ўтиш OA ярим траектория орқали бўлиши керак. Бу ярим траектория тенгламаси юқоридаги биринчи тенгламадан $C_1=0$ бўлганда ҳосил қилинади:

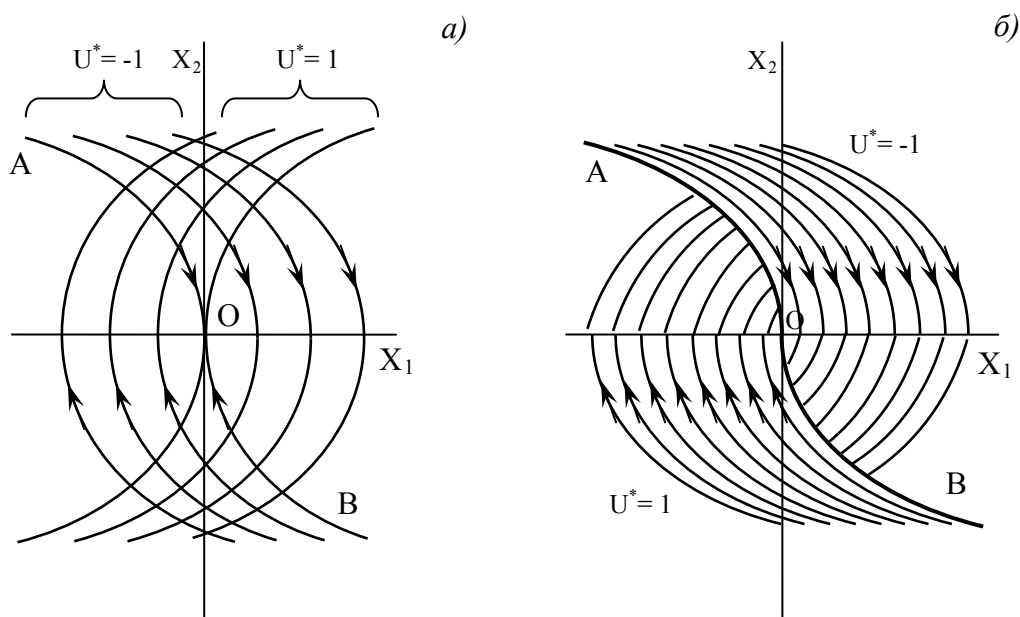
$$x_2^2 + 2x_1 = 0.$$

Оптимал тизимнинг фазавий портрети 1-б расмда келтирилган. AO ва OB ярим траекториялар тенгламаларидан келиб чиқувчи AOB ўтиш чизигининг тенгламасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$x_2^2 + 2x_1 \text{ sign } x_2 = 0, \text{ или } \sigma(x) = (x_2^2/2) \text{ sign } x_2 + x_1 = 0.$$

$\sigma(x)$ функция ўтиш чизиғидан ўнг тарафда (у ерда $u^* = -1$) манфий, ўтиш чизиғидан чап тарафда (у ерда $u^* = 1$) эса мусбат бўлишини кўриш кўриш қийин эмас. Шунинг учун $u^* = \text{sign}(x_2 \text{ sign } x_2 / 2 + x_1)$.

Энди $y = \text{sign } \sigma(x)$ бошқарув алгоритмига мос ҳолда траектория x нуктасининг ҳаракати қандай бўлишини кўрамиз ва n - ўлчамли фазода фақатгина битта $(n-1)$ -ўлчамли $\sigma(x)=0$ ўтиш гипертекислиги бўлган ҳолда n -интервалдан ташкил топган жараённинг қандай ҳосил бўлишини тушунтирамиз.



1-расм

$[x^*(t), u^*(t)]$ идеал оптимал жараён бўлган ҳолда $u^*(t)$ бошқарув ишорасининг барча алмашишлари $\sigma(x)=0$ гипертекисликда содир бўлади ва бунда албатта биринчи алмашишдан сўнг идеал оптимал жараённи тасвирловчи нукта ўтиш гипертекислиги бўйлаб ҳаракат килади. Табиийки, $y = \text{sign } \sigma(x)$ бошқарув алгоритми бундай жараённи амалга ошира олмайди. Бу алгоритм билан аниқланувчи $[x(t), u(t)]$ реал жараён қуйидагича кечади. Идеал оптимал жараённи тасвирловчи нукта биринчи марта $\sigma(x)=0$ гипертекисликга келиб тушган ва $u^*(t)$ бошқарув ўз ишорасини алмаштирган t_1 вақт momentiда реал жараённи тасвирловчи x нукта ўтиш гипертекислигини «тешиб ўтади» ва $t = t_1 + \Delta t$ ($\Delta t > 0$, Δt -чексиз кичик микдор) вақт momentiда гипертекисликнинг бошқа тарафида пайдо бўлади. Шунинг учун $\sigma(x)$ функция ва $u(t)$ бошқарув ишораларини ўзгартиради. Шундан кейин $u(t)$ бошқарув ишорасининг кейинги ўзгариш momentiгача x нукта идеал жараённинг $x^*(t)$ траекторияси яқинида гипертекисликнинг «бошқа» томонида ҳаракатланади. Фақатгина, ҳар сафар $u(t)$ бошқарув ишорасини ўзгартирган вақт momentiдагина x нукта ўтиш гипертекислигини «тешиб ўтади» ва шунга мос ҳолда $\sigma(x)$ функция ва $u(t)$ бошқарув ўз ишорасини ўзгартиради. Шунинг учун $[x(t), u(t)]$ ҳақиқий жараёнда ҳам $u(t)$ бошқарув $u^*(t)$

идеал оптимал бошқарувнинг доимийлик интерваллари сонига тенг доимийлик интервалларига эгадир.

2. Интеграл квадратик мезон бўйича оптимал чизиқли тизимлар синтези.

Бошқарув объекти

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + h(t) \quad (1)$$

тенглама билан берилганда ва оптималлик мезони

$$J = x^T(t_f)Fx(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} [x^T(t)Q(t)x(t) + u^T(t)R(t)u(t)]dt. \quad (2)$$

кўринишда бўлган ҳолда оптимал тизимнинг синтези масаласини қараймиз. Бу ерда $h(t)$ – берилган вектор-функция; F ва $Q(t)$ – манфиймас аниқланган матрицалар (ихтиёрий $x \neq 0$ ва $t \in [t_0, t_f]$ да $x^T F x \geq 0$, $x^T Q x \geq 0$); $R(t)$ – мусбат аниқланган матрица ($x \neq 0$ ва $t \in [t_0, t_f]$ да $u^T R u > 0$).

$A(t)$, $B(t)$, $h(t)$, $Q(t)$ ва $R(t)$ функцияларни $[t_0, t_f]$ да узлуксиз деб ҳисоблаймиз. Шундай тескари алоқали бошқарувни топиш талаб қилинадики, берилган (2) функционал унга мос ҳолда ихтиёрий $x(t_0) = x^0$ бошланғич шартда минимал қийматга эга бўлсин. Агар (1) муносабат четланишлар тенгламасидан иборат бўлиб, нол ҳолатга эриш мўлжалланаётган бўлса, шундай бошқарув масаласига келиш мумкин. Квадратик терминал хатони англаторувчи (2) даги биринчи қўшилувчи тизимнинг ҳолати мўлжалланган ҳолатга бошқарувнинг охириги вақт моментида максимал яқинлигини таъминлаш керак бўлганда мезон таркибига киритилади.

Қуйидаги

$$\int_{t_0}^{t_f} x^T(t)Q(t)x(t)dt$$

қўшилувчи интеграл квадратик хато бўлиб, у $[t_0, t_1]$ интервалдаги бошқарув сифатини тавсифлайди.

Ушбу

$$\int_{t_0}^{t_f} u^T(t)R(t)u(t)dt$$

интеграл бошқарувнинг ўлчанган «энергияси»ни англатади. Бу катталиқ бошқарувга қўйилган чеклаш сифатида мезон таркибига киритилади.

Агар t_f чекли бўлса, A , B , Q , R матрицалар вақтга боғлиқ ёки боғлиқмас бўлишидан қатъий назар келтирилган масалага бошқарув объекти ҳолатининг *оптимал ностационар чизиқли регуляторини синтезлаш масаласи* дейилади.

Бошқарув объекти ҳолатининг оптимал ностационар чизиқли регуляторини синтезлаш масаласининг ечими мавжуд ва ягонадир.

Бу масала учун оптимал бошқарувнинг кўриниши қуйидагичадир:

$$u^* = -(R^{-1}B^TKx + \frac{1}{2}R^{-1}B^Tp), \quad (3)$$

бу ерда симметрик $(n \times n)$ -матрица K ва n -вектор p қуйидаги

$$\dot{K} = -KA - A^TK + KBR^{-1}B^TK - Q; \quad (4)$$

$$\dot{p} = KBR^{-1}B^Tp - A^Tp - 2Kh \quad (5)$$

тенгламалар тизимидан

$$K(t_f) = F; p(t_f) = 0. \quad (6)$$

чегаравий шартларда аниқланади. u^* оптимал бошқарув учун ихтиёрий $t \in [t_0, t_f]$ нуқталарда қуйидаги тенглик ўринли:

$$x^T(t)K(t)x(t) + p^T(t)x(t) + q(t) = x^T(t_f)Fx(t_f) + \int_t^{t_f} [x^T(\tau)Q(\tau)x(\tau) + u^{*T}(\tau)R(\tau)u^*(\tau)]d\tau, \quad (7)$$

бу ерда $q(t)$ – скаляр функция бўлиб, у қуйидаги

$$\dot{q} = \frac{1}{4}p^TBR^{-1}B^Tp - p^Th \quad (8)$$

тенгламадан $q(t_f) = 0$ чегаравий шартда топилади. Функция $q(t)$ (3) – (5) тенгламалар таркибига қирмайди ва (8) тенглама оптимал бошқарувни топишда фойдаланилмайди.

(3)–(8) муносабатларга эга бўлиш учун динамик программалаш усулидан фойдаланамиз. (1), (2) масала учун Беллман тенгламаси ва мос чегаравий шартлар қуйидаги кўринишни олади:

$$\min_u \left[x^TQx + u^TRu + \frac{dS}{dx}(Ax + Bu + h) \right] = -\frac{dS}{dt}; \quad (9)$$

$$S(x(t_f), t_f) = x^T(t_f)Fx(t_f). \quad (10)$$

(9) тенгламадаги ўрта қавс ичидаги ифода бошқарув векторининг квадрат учҳади ҳисобланади. Бошқарувга чеклашлар қўйилмагани учун бу квадрат учҳад стационар нуқтада минимумга эришади. Шунинг учун (9) тенглама қуйидаги системага тенг кучлидир:

$$x^TQx + u^TRu + \frac{dS}{dx}(Ax + Bu + h) = -\frac{dS}{dt}; \quad (11)$$

$$2u^TR + \frac{dS}{dx}B = 0. \quad (12)$$

(12) нинг чап қисми (11) тенглик чап қисмининг u бошқарув бўйича ҳосиласидан иборат. (12) дан қуйидагини топамиз:

$$u = -\frac{1}{2}R^{-1}B^T\left(\frac{dS}{dx}\right)^T. \quad (13)$$

Бу ифодани (11)га қўйиб қуйидагини оламиз:

$$x^T Q x - \frac{1}{4} \frac{dS}{dx} B R^{-1} B^T \left(\frac{dS}{dx} \right)^T + \frac{dS}{dx} (Ax + h) = - \frac{dS}{dt}. \quad (14)$$

Охирги тенглама ечимини қуйидаги квадрат учхад кўринишида излаймиз:

$$S(x, t) = x^T K(t)x + p^T(t)x + q(t), \quad (15)$$

Бу ерда $K(t)$ -вақтдан боғлиқ симметрик $(n \times n)$ -матрица, $p(t)$ - n ўлчамли вектор-функция; $q(t)$ -скаляр функция.

Агар α – скаляр ифода бўлса $\alpha = \alpha^T$ эканлигини инобатга олиб, (14) тенгламага (15) квадрат учхадни қўйгандан сўнг (14) қуйидаги кўринишга келади:

$$x^T (Q - KBR^{-1}B^TK + KA + A^TK)x - x^T (KBR^{-1}B^Tp - A^Tp - 2Kh) - \frac{1}{4} p^T B R^{-1} B^T p + p^T h = -(x^T Kx + x^T p + q).$$

Бу олинган муносабатда тенгликнинг иккала қисмидаги x нинг бир хил даражалари олдидаги ифодаларни тенглаштириб, (4),(5),(8) тенгламаларни оламиз. (15) квадрат учхадни (13)га қўйиб, (3) оптимал бошқарув қонунини оламиз. Уни (10)га қўйиб, қуйидаги чегаравий шартларни оламиз:

$$K(t_f) = F; p(t_f) = 0; q(t_f) = 0. \quad (16)$$

Агар K , p ва q лар (4), (5), (8) дан (16) чегаравий шартларда аниқланган бўлса, (15) квадратик учхад Беллман функциясида иборат бўлади. Бу функция силлиқдир. Бу ерда Беллман тенгламаси оптималликнинг етарли шарти бўлиши учун барча шартлар бажариляпти. Шунинг учун (3) – (6) лар ҳақиқатдан ҳам бошқарувнинг оптимал қонунини ифодалайди.

(7) тенглик Беллман функциясининг аниқланишидан келиб чиқади:

$$S(x, t) = \min_{u(\tau), t \leq \tau \leq t_f} \left\{ x^T(t_f) F x(t_f) + \int_t^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) d\tau \right\}. \quad (17)$$

Бошқарув объекти ҳолати оптимал ностационар чизикли регулятори синтези масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги (6) чегаравий шартларда (4), (5) тенгламалар ечимининг мавжудлиги ва ягоналигидан келиб чиқади.

(4) тенгламага *Риккати матрицавий тенгламаси* дейилади. У чизиксиз тенглама бўлиб, умумий ҳолда уни A , B , R ва Q матрицалар ўзгармас бўлса ҳам аналитик йўл билан ечиб бўлмайди. (5) тенглама чизиклидир ва у (4) тенглама ечими топилгандагина ечилиши мумкин.

Ташқи таъсир $h(t)=0$ бўлганда ҳолатнинг оптимал чизикли регулятори синтези масаласи ечимини келтирамыз. Бу ҳолда иккита (5),(8) тенгламалар системаси бир жинсли бўлади. Бу системанинг нолга тенг чегаравий шартларни қаноатлантирувчи ечими $p(t)=0$ ва $q(t)=0$ бўлади. Шунинг учун $h(t)=0$ бўлганда (3) оптимал бошқарув қонуни қуйидаги кўринишни олади:

$$u^* = -R^{-1} B^T Kx, \quad (19)$$

бу ерда K – (6) чегаравий шартда (4) Риккати матрицавий тенгламасини қаноатлантиради. (7) муносабат эса қуйидаги кўринишни олади:

$$x^T(t)K(t)x(t) = x^T(t_f)Fx(t_f) + \int_t^{t_f} [x^T(\tau)Q(\tau)x(\tau) + u^{*T}(\tau)R(\tau)u^*(\tau)]d\tau. \quad (20)$$

3. Оптимал стационар чизикли тизимлар.

Энди A , B , Q ва R матрицалар ўзгармас, $h(t)=0$ ва $t_f=\infty$ бўлганда оптималликнинг интеграл квадратик мезонли оптимал тизим синтези масаласини қараймиз. Бу ҳолда $x(\infty)=0$ ва шунинг учун объект тенгламаси ҳамда оптималлик мезони

$$\dot{x} = Ax + Bu; \quad J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt$$

кўринишни олади. Бу ерда Q ва R – мос равишда $(n \times n)$ и $(r \times r)$ ўлчамли мусбат аниқланган матрицалар деб ҳисобланади. Шундай тескари боғланишли бошқарувни топиш талаб қилинадики, унга мос ёпиқ тизим асимптотик турғун бўлсин ва оптималлик мезони минимал кийматга эришсин. Бу масалага бошқарув объекти ҳолатининг *оптимал стационар чизикли регуляторини синтезлаш масаласи* дейилади.

Агар (1) чизикли тизим $h(t)=0$ бўлганда стабиллаштирилувчи бўлса, кўйилган масаланинг ечими мавжуд бўлади. Оптимал бошқарув фаза координаталарининг чизикли функциядир ва у

$$u^* = -R^{-1}B^T \bar{K}x, \quad (21)$$

кўринишга эга, бу ерда $\bar{K}$ – ўзгармас ва мусбат аниқланган матрица бўлиб, у *Риккати алгебраик тенгламаси* деб аталувчи

$$-\bar{K}A - A^T \bar{K} + \bar{K}BR^{-1}B^T \bar{K} - Q = 0. \quad (22)$$

тенгламадан топилади. $u^*(t)$ оптимал бошқарувда ихтиёрий $t \geq 0$ учун қуйидаги тенглик ўринли:

$$x^T(t)\bar{K}x(t) = \int_0^{\infty} [x^T(\tau)Qx(\tau) + u^{*T}(\tau)Ru^*(\tau)]d\tau. \quad (23)$$

(22) тенгламанинг ечими ягона эмас. Лекин $\bar{K}$ матрица мусбат аниқланганлигининг *Силвестр мезонини*, яъни

$$k_{11} > 0, \quad \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{vmatrix} > 0, \dots, \begin{vmatrix} k_{11}, \dots, k_{1n} \\ \dots \dots \dots \\ k_{n1}, \dots, k_{nn} \end{vmatrix} > 0, \quad (24)$$

муносабатларни қаноатлантирувчи ечим ягонадир.

(21) – (23) муносабатлар оптимал регулятор синтезининг ностационар масаласини ечишдаги ўхшаш муносабатлардек ҳосил бўлади. Фақат бу ҳолда

Беллман функцияси $S(x) = x^T \bar{K} x$ ($\bar{K}$ – ўзгармас матрица) квадратик форма кўринишда изланади.

Шуни эътиборга олиш керакки, агар t_f чекли бўлса, A , B , Q ва R матрицалар ўзгармас бўлса ҳам, оптимал бошқарув қонунидаги $\bar{K}$ матрица вақтга боғлиқ бўлиб, у Риккати дифференциал тенгламасидан топилади.

Стабилашувчанлик бошқарув объекти ҳолатининг оптимал стационар чизикли регуляторини синтезлаш масаласи ечими мавжудлигининг зарурий ва етарли шартни бўлади.

2-мисол. Фараз қилайлик,

$$\dot{x}_1 = x_2; \quad \dot{x}_2 = u; \quad J = \int_0^\infty (x_1^2 + qx_2^2 + ru^2) dt; \quad q \geq 0; \quad r > 0.$$

бўлсин. Қаралаётган мисолда

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & q \end{pmatrix}.$$

(21) формулага кўра

$$u^* = -\frac{1}{r} (0 \ 1) \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{r} (k_{21}x_1 + k_{22}x_2),$$

бу ерда k_{ji} коэффициентлар (22) тенгламани қаноатлантириши керак, яъни

$$-\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix} + \frac{1}{r} \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (0 \ 1) \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Бу тенглама қуйидаги тенгламалар системасига тенг кучли:

$$k_{12}^2 / r - 1 = 0; \quad -k_{11} + k_{12}k_{22} / r = 0; \quad -2k_{12} + k_{22}^2 / r - q = 0.$$

Ушбу тенгламалар системаси

$$k_{12} = \pm\sqrt{r}; \quad k_{22} = \pm\sqrt{r(q + 2k_{12})}; \quad k_{11} = k_{12}k_{22} / r.$$

ечимга эга. (24) шартни қуйидаги

$$k_{12} = k_{21} = \sqrt{r}; \quad k_{22} = \sqrt{r(q + 2k_{12})}; \quad k_{11} = \sqrt{q + 2\sqrt{r}}.$$

ечим қаноатлантиради.

3-мисол. Фараз қилайлик,

$$\dot{x}_1 = x_1 + u; \quad \dot{x}_2 = ax_2; \quad J = \int_0^\infty (x_1^2 + x_2^2 + u^2) dt$$

бўлсин. Бу ҳолда:

$$u^* = -(1 \ 0) \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = -(k_{11}x_1 + k_{12}x_2);$$

$$-2k_{11} + k_{11}^2 - 1 = 0; \quad -2ak_{12} + k_{11}k_{12} = 0; \quad -2ak_{22} + k_{12}^2 - 1 = 0.$$

Охирги тенгламалар

$$k_{11} = 1 \pm \sqrt{2}; \quad k_{12} = 0; \quad k_{22} = -1/(2a).$$

ечимга эга.

$\bar{K}$ матрица мусбат аниқланган бўлиши учун $k_{11} > 0$, $k_{22} > 0$, тенгсизликлар бажарилиши зарур. Лекин охирги тенгсизлик $a < 0$ бўлгандагина ўринли. $a > 0$ бўлганда эса масала ечимга эга эмас. Бу

объектнинг бошқарила олмаслиги билан боғлиқ. Шунинг учун ечим бошқарилмайдиган x_2 координата асимптотик турғун бўлгандагина мавжуд. Охирги шарт эса $a < 0$ бўлганда бажарилади.

4. Чизикли чиқиш регуляторининг оптимал синтези.

Қуйидаги тизимни қараймиз:

$$\dot{x} = Ax + Bu + h; \quad (28)$$

$$y = Cx, \quad (29)$$

где (28) – объект тенгламаси, (29) – кузатиш тенгламасидир. Қаралаётган тизим учун оптималлик мезони

$$J = x^T(t_f)Fx(t_f) + \int_0^{t_f} (y^T \tilde{Q}y + u^T Ru)dt. \quad (30)$$

кўринишда бўлсин, бу ерда h – вақтнинг берилган вектор функцияси; F – манфиймас аниқланган матрица; $\tilde{Q}$ ва R – умумий ҳолда вақтга боғлиқ мусбат аниқланган матрицалар. A , B , C , $\tilde{Q}$, R матрицалар вақт функциялари сифатида $[t_0, t_f]$ интервалда узлуксиз деб фараз қилинади.

Оптималлик мезонига минимал қиймат берувчи тескари алоқали бошқарувни аниқлаш талаб қилинади.

Бу масалани *оптимал чизикли чиқиш регулятори синтези масаласи* деб атаймиз; бунда агар t_f чекли бўлса, унда масалани *оптимал ностационар чизикли чиқиш регулятори синтези масаласи* деб атаймиз; агар $t_f = \infty$ ва A , B , C , $\tilde{Q}$, R матрицалар ўзгармас бўлса, бу масала *оптимал стационар чизикли чиқиш регулятори синтези масаласи* деб аталади. Чизикли чиқиш регулятори синтезининг стационар масаласида ёпиқ тизимнинг асимптотик турғун бўлиши ҳам талаб қилинади.

Оптимал чизикли чиқиш регулятори синтези масаласининг юқорида қаралган бошқарув объекти ҳолатининг оптимал чизикли регулятори синтези масаласидан фарқи шундаки, (30) оптималлик мезони таркибига ҳолат векторининг эмас, балки кузатилаётган векторнинг интеграл квадратик ҳатолиги киради ва масала шартин кузатиш тенгламаси билан тўлдирилади.

Чиқиш вектори учун (29) ифодани (30) функционалга қўйиб, қуйидагига эга бўламиз:

$$J = x^T(t_f)Fx(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} (x^T C^T \tilde{Q}Cx + u^T Ru)dt. \quad (31)$$

Шундай қилиб, формал равишда (28), (31) бошқарув объекти ҳолатининг оптимал чизикли регулятори синтези масаласидан иборат (28), (31) масалага келамиз.

Бу масаланинг олдинроқ кўрилган масаладан фарқи шундаки Q матрица ўрнида $C^T \tilde{Q} C$ кўпайтма келади ва шунинг учун оптимал ностационар чизиқли чиқиш регулятори синтези масаласининг ечими, Риккатиининг матрицавий тенгламасида $Q = C^T \tilde{Q} C$ бўлганда, бошқарув объекти ҳолатининг оптимал ностационар чизиқли регулятори синтези масаласининг (3) – (6) ечими билан устма-уст тушади. Ечимнинг мавжудлиги ва ягоналиги (6) чегаравий шартларда (4), (5) тенгламалар ечимларининг мавжудлиги ва ягоналигидан келиб чиқади.

Риккатиининг матрицавий тенгламасида $Q = C^T \tilde{Q} C$ бўлганда, оптимал стационар чизиқли чиқиш регулятори синтези масаласи ечими бошқарув объекти ҳолатининг оптимал стационар чизиқли регулятори синтези масаласининг (21), (22) ечими билан устма-уст тушади. Бу ечим (28), (29) тизим аниқлаштириладиган ва стабиллаштириладиган бўлсагина мавжуд ва ягонадир.

Энди Риккатиининг алгебраик тенгламасини қараймиз:

$$A^T \bar{K} + \bar{K} A - K B R^{-1} B^T \bar{K} + C^T \tilde{Q} C = 0. \quad (32)$$

Чиқиш регулятори синтези масаласида оптимал бошқарув қонунини аниқлаш учун бу тенгламани ечиш керак бўлади. $\tilde{Q}$ матрица мусбат аниқланган бўлса ҳам $C^T \tilde{Q} C$ матрица умумий ҳолда манфиймас аниқланган бўлади. Кўриниб турибдики, фақат $x=0$ бўлгандагина $y=0$ бўлса, y мусбат аниқланган бўлади.

$C^T \tilde{Q} C$ матрица мусбат аниқланган бўлмаган ҳолда (32) тенгламанинг ечими, яъни оптимал бошқарув қонунини аниқлайдиган ечим манфиймас аниқланган матрица бўлиши мумкин. Мисолда кўриш мумкинки, $C^T \tilde{Q} C$ матрица мусбат аниқланган матрица эмаслигидан (32) тенгламанинг ечими мусбат аниқланган матрица бўлмаслиги келиб чикмайди. (32) тенгламанинг изланаётган ечими мусбат аниқланган матрица бўлишини (28), (29) тизим тўла тикланувчи бўлган ҳолдагина кўрсатиш мумкин.

Шундай қилиб, агар (32) тенглама мусбат аниқланган матрица кўринишидаги ечимга эга бўлмаса, манфиймас аниқланган ечимни қидириш керак бўлади.

Матрицанинг манфиймас аниқланиш мезони. $\bar{K}$ симметрик матрицанинг манфиймас аниқланган бўлиши учун $\det \bar{K}$ детерминантнинг барча бош минорлари (яъни детерминантнинг бир хил номерли устун ва сатрларни ўчиришдан ҳосил бўладиган минорлари, бошқача айтганда, детерминантнинг бош диагоналига симметрик бўлган барча минорлари) манфиймас бўлиши зарур ва етарлидир.

4-мисол. Фараз қилайлик,

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u, \quad y = x_1, \quad J = \int_0^{\infty} (y^2 + u^2) dt.$$

бўлсин. Бу ҳолда

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad C = (1 \ 0); \quad \tilde{Q} = 1; \quad R = 1;$$

Риккати алгебраик тенгламаси қуйидаги

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ k_{11} & k_{12} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & k_{11} \\ 0 & k_{21} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} k_{12}k_{21} & k_{12}k_{22} \\ k_{21} & k_{22} & k_{22}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0,$$

кўринишга ёки скаляр шаклда

$$-k_{12}^2 + 1 = 0; \quad k_{11} - k_{12}k_{22} = 0; \quad 2k_{12} - k_{22}^2 = 0.$$

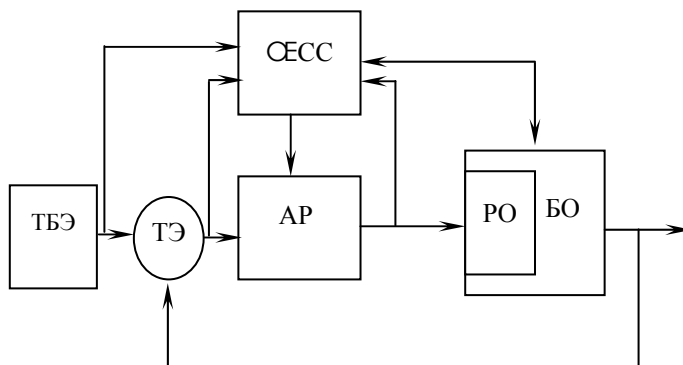
кўринишга эга. $C^T \tilde{Q} C$ матрица мусбат аниқланган бўлмаса ҳам бу тенгламалар системаси мусбат аниқланган

$$k_{11} = \sqrt{2}; \quad k_{12} = k_{21} = 1; \quad k_{22} = \sqrt{2},$$

ечимга эга:

7. Адаптив бошқариш тизимлари.

Адаптив бошқариш тизими (АБТ) иш шароити ҳақидаги тахминий ахборот тўлиқ бўлмаганда динамик хоссаларнинг кенг ўзгариш доираси мавжуд бўлганда технологик бошқариш объекти (ТБО) учун қўлланилади. Ахборотнинг тўлиқмаслиги шунчалик сезиларлики, тизимга қўйилган талабларни таъминлаш учун иш жараёнида тизим тавсифларини аниқлаш ва ростлагичнинг структура ва параметрларини қайта созлаш керак. Тизимнинг иш шароити ҳақидаги кўшимча ахборотни олиш жараёни ва бу ахборотни тизимга созлаш учун ишлатиш – *тизимнинг адаптациялаш* деб номланади. Бунинг учун адаптив АРТ нинг функционал схемаси (расм) ўзини-ўзи созлаш схемасига (ЎСС) эга. Берилган тизимнинг иш принципи қуйидагича: Q сифат ўлчови берилади (самарадорлик кўрсаткичи). Умумий ҳолда бу g, y, f, x, μ, t тизим координата ва параметрларига боғлиқ бўлган функционал ёки функция бўлиши мумкин. Иш жараёнида Q нинг ўлчов қиймати ўзгариб туриши мумкин. Ўзини-ўзи созлаш схемаси блоки бу ўлчовни ҳисоблаб топади ва Q минимумини таъминлаш учун керак бўлган АР созлаш параметрларининг қийматларини ва структурадаги ўзгаришларни аниқлайди.



Адаптив АРТ нинг функционал схемаси

Q минимуми қувват сарфининг минимумига, ўтиш жараённинг минимал вақтига, ўртача квадратик хатоликнинг минимуми ва ҳ.к. га тўғри келиши мумкин. Q_{min} ни излаш процедураси қуйидагича бўлиши мумкин: а) излаш

йўли билан, бунда тизимнинг қўшилиши шаклланади ва Q ўлчов қиймати ҳисобланади, градиент аниқланади ва Q_{min} га етишиш учун ҳаракат қилинади; б) изламайдиган йўл билан, у бошқариш тизимининг априор эталон математик моделининг мавжудлигини тахмин қилади ва бу йўл бўйича Q_{min} ни таъминлайдиган АР параметрлари ҳисобланади.

8. Интеллектуал тизимлар

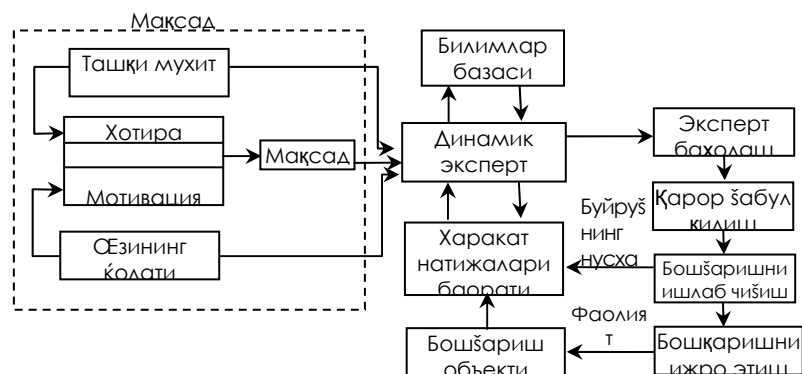
Интеллектуал тизим тушунчасининг таърифи ва концепцияси. Катта ҳажмдаги хотирали ва юқори ишлаб чиқарувчан МП ларнинг пайдо бўлиши, бир томондан параллел ҳисоблашларни амалга ошириш учун мультитранспьютерли тармоқларни ташкил қилиш имконияти, иккинчи томондан ахборотнинг катта массивларини қайта ишлаш зарурлилиги ва мақсадли фаолиятни шакллантириш учун билимлар базасини ишлатиш, интеллектуал тизимларнинг яратилишига олиб келди. Интеллектуал тизим деганда, мотивация бўлганда маълумот ва мақсадга етишишнинг рационал усуллари топа оладиган, инсон билан ёки алоҳида ишлай оладиган ахборот жараёни билан умумлашган техник воситалар ва дастурий таъминотнинг йиғиндиси тушунилади.

Интеллектуал тизимнинг структураси. Хотира ва мотивациянинг мавжудлигида ва ташқи муҳит ва тизимнинг ўз ҳолати ҳақидаги маълумотлар асосида мақсад синтез қилинади ва бошқа маълумотлар қаторида динамик эксперт тизими билан қабул қилинади. Динамик эксперт тизим эса билимлар базасини ишлатган ҳолда эксперт баҳолашни ўтказади, унинг асосида ҳаракат ҳақида қарор чиқарилади ва ҳаракатнинг натижалари башорат қилинади. Қабул қилинган қарор асосида бошқарув ишлаб чиқилади, яъни ҳар хил ижро механизмлари билан амалга ошириладиган ва бевосита бошқариш объектига таъсир қиладиган у ёки бу алгоритм ёки бошқариш қонуни синтез қилинади. Таъсирнинг натижалари башорат қилингани билан солиштирилади (тесқари алоқа механизми, ҳаракат акцептори). Натижалар мос келмаганда, янги эксперт баҳолаш асосида қарор қабул қилинади, камчиликларни йўқотадиган бошқариш ишлаб чиқилади ва амалиётга тадбиқ қилинади. Натижалар мос келса, бошқарув кучайтирилади. Мос келтириб бўлмаса, мақсад янада аниқлаштирилади.

Берилган структура бошқариш объектига инвариант ва универсал характерга эга.

Назария ва амалиёт муаммолари. Мақсад синтези масаласининг ечими, бошқариш объекти сифатидаги ўзининг ҳолатини ҳамда тизимнинг самарали идентификациясини ва ташқи муҳит ҳақидаги ахборотни олиш усуллари ва воситаларини ишлаб чиқишни талаб қилади. Мақсадни шакллантиришда билим базасининг етарлилиқ муаммоси пайдо бўлади. Динамик эксперт тизими ҳисоб, оптималлаштириш, башорат ва натижаларни моделлаштиришни амалга оширади. Шунинг учун у юқори тезкорликка эга бўлиши керак. Қарор қабул қилиш (алгоритмларни ишлаб чиқишда қабул

қилинган) алгоритмларни ва бошқаришни ишлаб чиқишда йиғилган потенциал, интеллектуал тизимларда анча самарали ишлатилиши мумкин.



Расм. Интеллектуал тизимнинг структура схемаси

Мустақил ишлаш учун саволлар.

1. Тез ҳаракат бўйича оптимал тизим синтезининг фаза текислиги усули нимага асосланган?
2. Ўтиш гипертекислиги деб нимага айтилади?
3. Тез ҳаракат бўйича реал чизиқли оптимал жараён қандай кечади?
4. Бошқарув объекти ҳолатининг оптимал ностационар чизиқли регулятори синтези ҳақидаги масала қандай қўйилади?
5. Интеграл квадратик мезон бўйича оптимал чизиқли тизим синтези масаласида Беллман тенгламаси кўринишини ва чегаравий шартларни кўрсатинг.
6. Бошқарув объекти ҳолатининг оптимал ностационар чизиқли регулятори синтези ҳақидаги масала ечими аналитик равишда қандай ифодаланади?
7. Риккати матрицавий тенгламаси деб нимага айтилади?
8. Бошқарув объекти ҳолатининг оптимал чизиқли регулятори синтези масаласи ечими нолга тенг бошланғич шартларда қандай ифодаланади?
9. Бошқарув объекти ҳолатининг оптимал ностационар чизиқли регулятори синтези ҳақидаги масала ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги нимадан келиб чиқади?
10. Бошқарув объекти ҳолатининг оптимал стационар чизиқли регулятори синтези ҳақидаги масала қандай қўйилади?
11. Бошқарув объекти ҳолатининг оптимал стационар чизиқли регулятори синтези ҳақидаги масала ечими қандай кўринишда бўлади?

12. Бошқарув объекти ҳолатининг оптимал стационар чизиқли регулятори синтези ҳақидаги масала ечими қандай шартларда мавжуд бўлади?
13. Риккатининг алгебраик тенгламаси нима?
14. Оптимал чизиқли чиқиш регулятори синтези ҳақидаги масала қандай қўйилади?
15. Бошқарув объекти ҳолатининг оптимал стационар чизиқли регулятори синтези ҳақидаги масала ва оптимал чизиқли чиқиш регулятори синтези ҳақидаги масалалар ечимлари орасида қандай боғланиш бор?

Мундарижа

1-МАЪРУЗА. Бошқариш тушунчаси. Инсон фаолиятида бошқарувнинг ўрни.....	3
2- МАЪРУЗА. Моделлаштириш, синтез ва таҳлил тушунчаси. Бошқарув ва информатика. Бошқарувда ахборотнинг ўрни. Датчиклар ва ижрочи элементлар.....	18
3-МАЪРУЗА. Бошқарув объектлари ва бошқарув тизимлари тушунчаси. Технологик жараён ва техник объектларнинг бошқарув тизимини асосий турлари. Бошқариш элементларнинг таснифланиши ва тавсифлари.....	39
4- МАЪРУЗА. Локал бошқарув тизимлари. структуралар, асосий элементлар. Тизимлар декомпозицияси. Технологик жараёнлар ва ташкилотларнинг автоматлаштирилган бошқарув тизими. Асосий функциялар структураси.....	55
5-МАЪРУЗА. Автоматик бошқарув тизимининг статика ва динамика тенгламалари.....	67
6-МАЪРУЗА. Оператор тасвирлари ва дифференциал тенгламаларни қўлланилиши. Лаплас алмаштиришлари ва узатиш функцияси.....	80
7-МАЪРУЗА. АБТ структуравий схемаларини эквивалент алмаштириш ва узатиш функцияларини ҳисоблаш.....	88
8-МАЪРУЗА. Автоматик бошқарув тизимининг вақт ва частотали характеристикалари.....	99
9-МАЪРУЗА. Элементар бўғинларнинг асосий характеристикалари. Созлаш қонунлари.....	111
10-МАЪРУЗА. Автоматик бошқарув тизимининг турғунлиги.....	124
11-МАЪРУЗА. Автоматик бошқарув тизимларининг турғунлик мезонлари	137
12-МАЪРУЗА. Турғун автоматик бошқарув тизимларининг характеристикалари.....	153

13- МАЪРУЗА. Чизиқли тизимларни бошқариш сифатини баҳолаш усуллари.....	166
14- МАЪРУЗА. Оптимал бошқариш масаласининг қўйилиши. Лагранж кўпайтувчилари усули.....	179
15- МАЪРУЗА. Понтрягиннинг максимум принципи. Чизиқли бошқарув тизимлари учун оптималлик шартлари.....	195
16- МАЪРУЗА. Бошқарилувчанлик ва кузатилувчанлик. Дискрет тизимлар. Рақамли бошқарув.	205
17- МАЪРУЗА. Тескари боғланишли оптимал тизимлар синтези усуллари. Адаптив, оптимал ва интеллектуал бошқарув хақида умумий тушунча.....	221
Мундарижа.....	234
Адабиётлар.....	236

АДАБИЁТЛАР

1. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высшая школа, 1989.
2. Бессекерский В.А., Попов Е.П. Теория САР. М.: Наука, 1982.
3. Бессекерский В.А. и др. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления. М.: Наука, 1975.
4. Жабко А.П., Прасолов А.В., Харитонов В.Л. Задачи по теории управления. Л.: Изд-во ЛГУ, 1990.
5. Зайцев Г.Ф. Теория автоматического управления и регулирования. Киев, Выща школа, 1988.
6. Иващенко Н. Н. Автоматическое регулирование. М.: 1989.
7. Коршунов Ю.М. Математические основы кибернетики. М.: Энергия, 1980.
8. Месарович М. и др. Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1983.
9. Мирахмедов Д. А. Основы построения АСУ(в 2-х частях). Ташкент, 1990.
10. Нетушил А.В. Теория автоматического управления (в 2-х частях), М.: 1982.
11. Певзнер Л.Д. Теория систем управления. М.: изд-во МГГУ, 2002.
12. Первозванский А.А. Курс теории автоматического управления. М.: Наука, 1986.
13. Первозванский А.А. Математические модели в управлении производством. М.: Наука, 1985.
14. Под ред. Воронова А.Л. Теория автоматического управления (в 2-х частях), М.: Высшая школа, 1982.
15. Под ред. Соломенцева Ю. М. Теория автоматического регулирования. М.: Машиностроение, 1992.
16. Снапелев Ю.Р., Старисельский В. А. Моделирование и управление в сложных системах. М.: 1979.
17. Топчиев Ю.И. Атлас для проектирования САР. М.: 1989.