Д. А. Мираҳмедов

АВТОМАТИК БОШҚАРИШ НАЗАРИЯСИ

Ўзбекистон Республикаси Олий
ва ўрта махсус таълим вазирлиги
олий техника ўқув юртлари талабалари
учун дарслик сифатида тавсия этган

ТОШКЕНТ
«ЎЗБЕКИСТОН»
1993

32.965
М 53

Тақризчилар — ТДТУнинг «Автоматика ва телемеханика» кафедраси, ЎзФА мухбир аъзолари, техника фанлари докторлари, профессорлар М. М. ҚОМИЛОВ, Т. Ф. БЕКМУРОДОВ, техника фанлари номзоди, доцент Н. А. АХРОРОВ

Муҳаррир С. МИРБОБОЕВА

ISBN 5-640-01602-7

$М\ \frac{2103000000 - 63}{М\ 351\ (04)\ 93}\ 93$

Падари бузрукворим АЪЗАМ Мираҳмедовнинг ёрқин хотирасига бағишлайман.

СЎЗ БОШИ

Сўнги йилларда халқ хўжалиги ва саноатни ривожлантиришда ишлаб чиқаришни автоматлаштиришга катта эътибор берилмоқда. Бу ишларни бажариш учун малакали мухандислар талаб қилинади. Бундай малакали мухандислар тайёрлаш учун ҳозирги замон талабига жавоб берадиган дарсликлар зарур.

Мазкур китоб техника олий ўқув юртларининг кибернетика ихтисосликлари бўйича таҳсил кўрувчи талабалари учун мўлжалланган.

Китоб кириш қисми ва бешта бўлимдан иборат. Биринчи бўлимда автоматик системалар тўғрисида умумий маълумотлар берилади, чизиқли, чизиқли бўлмаган, импульсли ва параметрлари тақсимланган системаларни математик тавсифлаш ҳамда структура таҳлили усуллари баён этилади. Иккинчи бўлим автоматик бошқариш системаларининг барқарорлигини текшириш усулларига бағишланган. Учинчи бўлимда детерминацияланган сигналлар ва тасодифий таъсирлар остидаги турли автоматик системалардаги бошқариш жараёнлар сифатини аниқлаш усуллари баён этилган. Тўртинчи бўлим автоматик системаларни синтезлаш муаммоларига бағишланган. Бу ерда чизиқли ва махсус автоматик системалар динамик хусусиятларини коррекциялаш усуллари ҳамда автоматик бошқариш системаларини лойиҳалашни автоматлаштириш усуллари баён этилган. Ниҳоят, V бўлимда оптимал ва мосланувчан системалар назарияси асослари ҳамда бу системалар яратилиши билан боғлиқ бўлган бошқарилувчи объект хусусиятларини идентификациялаш масалалари баён этилади.

Ушбу дарсликни ёзишда Ўзбекистон Фанлар академиясининг мухбир аъзолари, профессорлар Т. Ф. Бекмуродов, М. М. Комилов ҳамда Тошкент давлат техника дорилфунунининг профессорлари С. Қ. Ғаниев, О. А. Қодиров ва П. Ф. Ҳасановлар ўзларининг фойдали маслаҳатлари билан яқиндан ёрдам бердилар. Муаллиф уларга чуқур миннатдорчилигини мамнуният билан билдиради.

Ушбу дарсликнинг сифатини яхшилаш борасида ўз фикр-мулоҳазаларингизни қуйидаги манзилгоҳга юборишингиз сўралади:

Тошкент 700129, Навоий кўчаси, 30. «Ўзбекистон» нашриёти.

Муаллиф

КИРИШ

1. АВТОМАТИК БОШҚАРИШ НАЗАРИЯСИ ВА АМАЛИЁТИНИНГ РИВОЖЛАНИШИ

Автоматик бошқариш назарияси мустақил фан сифатида ўтган асрнинг ўттизинчи йилларидан, Понселе, Эри, Д. К. Максвелл, П. Л. Чебишев каби машҳур механик ва физиклар марказдан қочирма ростлагич назариясининг баъзи масалаларини муҳокама қилишларидан бошлаб шакллана борди. Аммо ростлагичларнинг умумий назариясини яратиш шарафи йирик рус олими И. А. Вишнеградскийга мансубдир. У ўзининг «Ростлагичларнинг умумий назарияси хусусида» (1876 й.) деб аталувчи асарида ростлагичлардан фойдаланиш тажрибасини ҳамда ўша вақтгача эришилган назарий тадқиқотлар натижасини умумлаштирди ва ишлаб чиқаришга лаёқатли ростлагичларни ҳисоблаш имкониятини берувчи илмий асосланган назарияни яратди. И. А. Вишнеградский биринчи бўлиб ростлашнинг сифати билан боғлиқ бўлган муҳим масалалардан бирини, яъни бевосита таъсир ростлагичли буғ машинасида юкланишнинг бир лаҳзада тушишини таъминловчи ўтиш жараёнининг монотонлик шартини аниқлади.

Ростлагич назариясининг чизиқли бўлмаган масалаларига тааллуқли дунёдаги биринчи асар ҳам И. А. Вишнеградский қаламига мансубдир. И. А. Вишнеградский автоматик ростлашнинг чизиқли назариясига ҳам асос солди. Бу назариянинг кейинги ривожини А. Стодол, А. Леот ва бошқаларнинг асарларида кўриш мумкин. Автоматик бошқариш назариясининг ривожланишида А. М. Ляпуновнинг асарлари катта аҳамиятга эга бўлди. Ўтган асрнинг тўқсонинчи йиллари ва ҳозирги асрнинг бошларида яратилган асарлар ичида Н. Е. Жуковскийнинг машина ишини ростлаш назариясига доир маърузалари алоҳида ўрин тутади. Кейинги даврда И. И. Вознесенский, В. С. Кулебакин асарлари муҳим аҳамият касб этди. И. И. Вознесенский мустақил ростлаш назариясини ривожлантирган бўлса, В. С. Кулебакин автоматик ростлаш назариясини электр машиналарига татбиқини ривожлантирди. Бошқариш назарияси механика, электротехника ва бошқа фанларнинг қисмидан автоматик ростлаш назарияси фанига айланди.

Автоматик ростлаш назариясининг ривожланишида А. В. Михайлов асарлари катта ўрин тутади. А. В. Михайлов томонидан чизиқли системалар барқарорлигининг янги мезони, автоматик ростлаш системаларининг динамик бўғинларини турларга ажратиш ғояси ва таҳлилининг тузилиш усуллари тавсия қилинди. Унинг асарлари автоматик ростлашнинг чизиқли назариясини ривожлантиришнинг йўлларини кўрсатиб берди ва булар асосида В. В. Солодовников, Ю. И. Неймарк ва бошқа олимлар янги тадқиқотлар яратдилар.

Н. М. Крилов, Н. Н. Боголюбов, А. А. Андронов, А. И. Лурье, Л. С. Гольдфарб, В. А. Котельников ва бошқа кўплаб олимлар автоматик ростлашнинг чизиқли бўлмаган назарияси бўйича ниҳоятда зарур, амалий қийматга эга бўлган муҳим тадқиқотларни амалга оширдилар.

Автоматик ростлашнинг дискрет системаларини таҳлил ва синтез қилиш назарий асосларини Я. З. Ципкин ривожлантирган бўлса, А. А. Фельдбаум релели ростлаш системалари назарияси бўйича салмоқли натижаларга эришди.

Л. С. Понтрягин, А. А. Красовский, Б. Н. Петров, А. М. Летов ва бошқа қатор олимларнинг асарларида энг мақбул системалар, экстремал ростлагичлар, инвариант системалар ва ростлагичларни ҳисоблаш йўли билан лойиҳалаш бўйича муҳим натижалар олинди.

2. АВТОМАТИК БОШҚАРИШ НАЗАРИЯСИНИНГ МАВЗУИ ВА МАСАЛАЛАРИ

Автоматик бошқариш назарияси инженерлик билимларини шакллантиришда жуда муҳим аҳамиятга эга бўлган асосий фанлардан бири ҳисобланади.

Автоматик бошқариш назарияси автоматик бошқариш системалари умумий тузилишини ва уларни тадқиқ қилиш усулларини ўрганади. Бу усуллар системалардаги физик табиати ҳар хил бўлган жараёнлар учун яроқли бўлиб, халқ хўжалигининг турли соҳаларида бошқариш системаларини лойиҳалашда назарий асос ҳисобланади.

Автоматик системаларни лойиҳалашда уларга турли-туман талаблар қўйилади. Бу талабларни қуйидаги туркумларга ажратиш мумкин:

— система барқарорлиги қийматига қўйилган талаблар;

— барқарорлашган тартибда ростланувчи параметрнинг оғиш қийматига қўйилган талаблар;

— ўтиш тартибида система ҳолатига қўйилган талаблар.

Автоматик бошқариш назариясида қуйидаги иккита масалани ечишга тўғри келади:

— мавжуд автоматик бошқариш системасини *тадқиқ қилиш*. Бунда системанинг унга қўйилган талабларни қай даражада қаноатлантира олиши аниқланади. Бу масала системанинг таҳлили деб юритилади;

— берилган талаблар бўйича системани лойиҳалаш — системани синтезлаш масаласи. Бу масала автоматик системани қуришни, автоматик бошқариш системаларига қўйилган талабларнинг бажарилишини таъминловчи бошқариш принципи ва схемасини, уларнинг алоҳида элементлари ва параметрларини танлашни ўз ичига олади.

Ҳозирги вақтда системаларни таҳлил қилиш ва синтезлаш масалалари бир хил даражада ишлаб чиқилмаган. Ўтиш жараёнлари ҳар хил даражали оддий дифференциал тенгламалар ёрдамида тавсифланувчи чизиқли автоматик системаларни тадқиқ қилиш усуллари етарли даражада ишлаб чиқилган. ЭҲМларни қўллаш чизиқли бўлмаган системаларни моделлаш ёки шу системаларни тавсифловчи чизиқли бўлмаган тенгламаларни сонли ечими орқали тадқиқлаш имконини кенгайтирди.

Автоматик системаларни синтезлаш усуллари охирги ўн йилликда ривожланди. Аммо чизиқли бўлмаган системаларни синтезлашнинг умумий усуллари ҳозиргача етарли ишлаб чиқилмаган ва бу ерда ҳозирги замон ЭҲМларни қўллаш айниқса катта аҳамиятга эга.

Автоматик бошқариш назариясини шартли равишда тўрт бўлимга ажратиш мумкин.

Биринчи бўлим автоматик бошқариш системаларини математик тавсифлаш усуллари билан боғлиқ. Иккинчи бўлим бошқариш жараёнининг сифатини таҳлил қилиш билан боғлиқ. Учинчи бўлим автоматик системаларнинг барқарорлиги муаммоларини ўз ичига олади. Тўртинчи бўлим адаптив ва оптимал системалар билан боғлиқ бўлган масалаларни ўз ичига олади.

Автоматик бошқариш назарияси унга яқин техник ва илмий соҳалар билан чамбарчас боғланган ва бу соҳалар натижаларидан ўз масалаларини ечишда фойдаланади. Автоматик бошқариш назариясига тааллуқли масалалар доираси жуда кенг. Шунинг учун ҳам автоматик бошқариш назариясини ўрганишни автоматик бошқариш системаларининг умумий хусусиятлари ва уларни тадқиқ қилишнинг умумий усуллари билан танишишдан бошлаш керак.

I бўлим

АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИНГ МАТЕМАТИК ТАВСИФИ

1-боб

АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИНГ УМУМИЙ ТАЪРИФИ

1.1. УМУМИЙ ТУШУНЧА

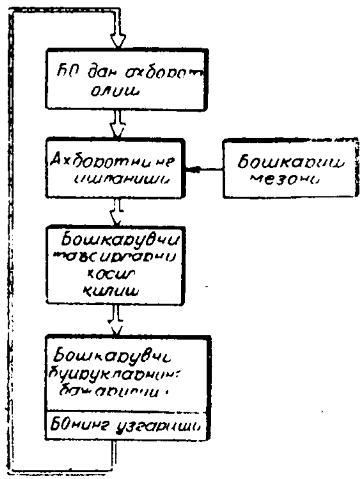
Бошқариш тушунчаси билан инсон ўз ҳаёти мобайнида ҳар соатда дуч келади. Бошқариш турли-туман ҳолларда қўлланилиб, ҳар бир ҳолда ўз мезонини, мақсадини ва усулини ўзгартиради. Масалан, давлат ва халқ хўжалигини бошқаришни, соҳа ва корхонани бошқаришни, цех ва участка, технологик жараён, алоҳида қурилма ва дастгоҳни бошқаришни, ишлаб чиқаришга оид бўлмаган соҳадаги бошқаришни, тирик мавжудотдаги ва жонсиз табиатдаги бошқаришни фарқлаш мумкин.

Давлатни, халқ хўжалигини, ишлаб чиқариш соҳаларини бошқаришни ижтимоий ҳодиса деб қараш мумкин. У бутун ижтимоий механизмнинг мақсадга мувофиқ ишлаши доирасида инсонлар фаолиятини ва иқтисодиётнинг кенгайтирилган такрор ишлаб чиқариш жараёнларини аниқ бир мақсадни кўзда тутган ҳолда тартибли бошқаришни таъминлайди. Корхоналарни, цехларни, участкаларни, технологик жараёнларни бошқариш моддий ишлаб чиқариш жараёнининг унумли ишлашини таъминлашга қаратилган.

Ҳар бир бошқарилувчи система ўз даражасидаги қонун-қоидаларга бўйсунади. Шу билан бирга унга бу системани ўз ичига олувчи даражаси юқорироқ бўлган система параметрлари ҳам таъсир этади.

Демак, бошқариш масаласи мақсад ва самарадорликнинг турли мезонларини ўзида мужассамлаштирган ҳолда бошқарилувчи системанинг даражасига қараб ўзгаради. Бу ўзгаришлар ҳақидаги фикр-мулоҳазалар фақат мақсад мезонлари, бошқариш масаласи ва мазмунига тегишлидир. Аммо, ҳар хил даражали системалардаги бошқариш жараёнларини ташкил қилинишида чуқур ўхшашлик ва умумийлик мавжуд. Бунга сабаб бошқариш жараёни доимо *ахборот жараёни* эканлигидир (1.1-расм).

Маълум даражали системада бошқариш жараёнини ахборот жараёни сифатида кўрилиши бошқаришни бажаришдан аниқ ажратишга имкон беради. Бошқариш — келаётган ахборотни қайта ишлаш йўли билан олинган ечимга асосланган буйруқ ахборотини ҳосил қилиш. Бошқаришнинг моҳияти академик А. И. Берг асарларида етарлича тўла ривожлантирилган.



1.1-расм. Бошқариш ахборот жараёни сифатида

Унинг таъбирича, *бошқариш* — системани уни параметрларига таъсир этиш йўли билан янги, олдиндан белгиланган ҳолатга ўтказиш жараёнидир. Ҳақиқатан ҳам, ҳар қандай системанинг ҳолати унинг ўзгарувчилари ёки координаталарининг вақт ва фазода ўзгарувчан параметрлари орқали аниқланади. Системанинг у ёки бу параметрига таъсир этиш йўли билан уни дастлабки ҳолатидан бошқариш мақсадларига мувофиқ олдиндан аниқланган бошқа ҳолатига ўтказилади.

Юқорида айтилганларга хулоса сифатида бошқаришнинг қуйидаги, турли кўринишдаги тартибли системаларга тааллуқли, етарлича кенг маъноли таърифини тузиш мумкин:

Бошқариш — бир системанинг иккинчи системага, унинг ҳолатини аниқ йўналишда ўзгартиришга интилувчи, бир мақсадни кўзда тутган ахборот таъсиридир.

Ҳар қандай бошқариш жараёнида бир ёки бир нечта бошқарилувчи объект мавжудлиги фараз қилинади. Модда, энергия ёки ахборот берилишини ўзгартириш йўли билан чиқиш йўлларига таъсир этувчи ихтиёрий объектни *бошқариш объекти* деб юритамиз. Бошқариш мақсади умумийлиги туфайли уюшган бир нечта бошқарилувчи объектлар мажмуини *бошқарилувчи система* деб атаймиз. Бошқарилувчи система томонидан маълум мақсадни амалга оширилишини таъминлашга интилувчи воситалар мажмуини *бошқарувчи система* деб атаймиз. Бир-бири билан ўзаро таъсирдаги бошқарилувчи ва бошқарувчи системалар *бошқариш системасини* ташкил этади. Автоматик системалар автоматлаштирилган системалардан фарқ қилади. Йиғилиб, созлангандан сўнг инсоннинг бевосита иштироксиз ишлай оладиган бошқариш системаси *автоматик* система деб аталади. Бошқаришнинг *автоматлаштирилган* системаси ўзининг узвий таркибий қисми сифатида инсоний звенони (операторларни, бошқаришнинг маъмурий аппаратини) ўз ичига олиши шарт.

Бошқарилувчи системалар ва объектлар қуйидаги ўзгарувчилар туркумлари билан характерланади:

— *ҳолат ўзгарувчилари* $X = \{x_1(t), x_2(t), \ldots, x_7(t)\}$ (ҳолат тушунчаси кейинроқ, 3.1-параграфда батафсил кўриб чиқилади, бу ерда эса объект ҳолати деганда объектнинг кейинги ҳаракатини аниқлаш учун зарур бўлган унинг ўтган ва ҳозирги ҳолатининг қисмигина тушунилади);

— *бошқарувчи ўзгарувчилар* $U = \{u_1(t),\ u_2(t),\ \ldots,\ u_m(t)\}$ ёки қисқача бошқаришлар;

— *ташқи мустақил ўзгарувчилар* ёки атроф-муҳит ва ташқи шароитлар ҳосил қилувчи *тойдирувчи таъсирлар (тойдирувчилар)*. Улар *назорат қилинувчи* $Z = \{z_1(t), z_2(t),\ \ldots,\ z_r(t)\}$ ва *назорат қилинмайдиганларга* $F = \{f_1(t),\ f_2(t)\ \ldots\}$ бўлинади;

— *чиқиш йўли* ёки *ростланувчи ўзгарувчилар* $Y = \{y_1(t),\ y_9(t),\ \ldots,\ y_k(t)\}$. Бу ўзгарувчилар бошқариш мақсади мезони ифодасида иштирок этади ва уларга нисбатан одатда технологик чеклашлар қўйилади. Хусусан, ҳолат ўзгарувчилари $\{X\}$ чиқиш йўли ўзгарувчилари сифатида кўрилиши мумкин. Бир қанча бошқариш объектларини кўриб чиқамиз.

1.1-мисол. Сунъий йўлдош. Сунъий йўлдош ҳолати моддий нуқта ҳолати каби фазода учта координата ва бу кординаталар тезликларининг учта қиймати орқали тўла ифодаланади. Бу катталикларнинг маълум бир вақтдаги қийматини билиш йўлдош ҳаракати траекториясини механика қонунларига асосан олдиндан айтиб бериш имконини беради.

1.2-мисол. Икки координатали фрезалаш дастгоҳининг электрик юритмаси. Бу ерда қуйидаги чиқиш йўли ўзгарувчиларини кўрсатиш мумкин:

y_1— фрезанинг айланиш тезлиги; y_2, y_3— биринчи ва иккинчи координата бўйича фреза жойининг ўзгариши.

Бошқарувчи таъсирлар: u_1— фреза узатиш двигателининг бошқариш чулғамидаги кучланиш u_2, u_3— столни иккита ўқ бўйича жойини ўзгартирувчи двигатель бошқарувчи чулғамидаги кучланишлар.

Назорат қилинувчи тойдирувчилар: z_1, z_2— электр тармоғидаги частота ва кучланиш.

Назорат қилинмайдиган тойдирувчилар: f_1 — фрезанинг ейилиши; f_2— ишланаётган материал қаттиқлигининг ўзгариши; f_3, f_4— дастгоҳ механизмлари, электр элементлари ва ш. ў. ларнинг ейилиши.

1.3-мисол. Электр қиздириш печи қуйидаги ўзгарувчилар орқали ифодаланиши мумкин.

y_1— печга жойлаштирилган маҳсулот ҳарорати (оддийлик учун ҳароратнинг фазовий тақсимланишини ҳисобга олмаслик мумкин);

u_1— печга бериладиган электр энергияси катталиги;

z_1— тармоқ кучланиши;

z_2— маҳсулот ҳажми ёки массаси;

f_1— печь иссиқлик изоляциясининг ўзгариши (футеровканинг куйиши, ейилиши ва ш. ў.);

f_2— материал хусусияти ва ш. ў. ларнинг ўзгарувчанлигига боғлиқ ҳолда маҳсулот иссиқлик сиғимининг ўзгариши.

1.2. АВТОМАТИК БОШҚАРИШ ВА РОСТЛАШ МАСАЛАЛАРИ

Дифференциал тенгламалар орқали тасвирланувчи бирор бошқарилувчи система t ихтиёрий вақт онида X_0 бошланғич ҳолат ва U_0, Z_0 векторлар ёрдамида аниқланади, яъни

$$X(t) = F\{X_0;\ U_0;\ Z_0\} \tag{1.1}$$

ёки

$$DX = F\{X;\ U;\ t\}, \tag{1.2}$$

бу ерда $D = \frac{d}{dt}$ — дифференциаллаш оператори.

(1.2) да Z_0 тойдирувчи векторнинг таъсири F операторнинг t вақтга ошкора боғлиқлиги кўринишида ҳисобга олинган.

(1.1) ва (1.2) ифодаларни бошқарувчи системанинг математик модели сифатида қабул қилиш мумкин.

Амалда X ҳолат векторининг ўзгаришига (ёки унинг ҳосилаларига) ва U бошқариш векторига қуйидагича чеклашлар қўйилади

$$X \in A;\ U \in B, \tag{1,3}$$

яъни, X ва U векторларнинг ўзгариши бошқариш вектор фазосининг A ва B берк соҳалари билан чегараланган бўлиши шарт.

Фараз қилайлик, бошқариш мақсади унинг кўрсаткичи деб аталувчи қандайдир J функционалнинг экстремумга эришиш зарурияти билан аниқланади:

$$J = J\{X;\ U;\ Z\}. \tag{1.4}$$

Бошқариш муаммосининг ечилиши система ички хусусиятлари қўядиган чеклашлар ва боғланишларни қаноатлантирган ҳолда қуйидаги шартнинг бажарилишини таъминловчи U бошқариш векторини топишдан иборатдир:

$$J\{X;\ U;\ Z\} = \text{extremum}. \tag{1.5}$$

Бу муаммонинг мураккаблиги туфайли, уни ечиш кетма-кет яқинлашиш усулига асосланади. Бу усулга кўра биринчи босқичда (1.5) масала идеаллаштирилган (бошқариш системасининг фақат муҳим хусусиятларини ҳисобга олувчи) қўйилишда ечилади ва *идеал бошқариш вектори* ҳамда амалда ишлатилмайдиган бошқаришнинг *идеал алгоритми* топилади. Иккинчи босқич идеал ечимдан жуда кам фарқланувчи ва шунинг билан бирга амалда *ишлатилувчи* ечимни топишдан иборат.

Амалда ишлатиладиган оптимал ечимнинг идеал ечимга нисбатини миқдорий ифодалаш мақсадида бошқариш сифати кўрсаткичи катталиги киритилади:

$$Q = Q\{J_{\text{ид}} - J\} \tag{1.6}$$

бу ерда $J_{\text{ид}}$ — идеал бошқариш системасига мос келувчи бошқариш мақсади кўрсаткичининг экстремуми;

J — ҳақиқий система таъминловчи бошқариш мақсади кўрсаткичининг қиймати.

Q катталигининг минимумини таъминлашга интилиш автоматик системани амалга ошириш шартлари (система мураккаблиги, қиймат ишончлилиги ва ш. ў.) туфайли зиддиятга олиб келади. Шунинг учун бошқариш системаларини синтезлаш масаласи бошқаришни амалга ошириш ва унинг сифати орасидаги қарама-қарши талабларни муросага келтиришнинг энг афзал шартига эришишдан иборатдир.

Бошқарувчи системанинг амалга оширилиши шартини ифодаловчи R катталигини киритиб, бошқариш самарадорлигини ифодаловчи кўрсаткични қуйидаги функционал кўринишда аниқлаш мумкин:

$$G = G\{Q,\ R\}. \tag{1.7}$$

Бошқариш масаласи бошқариш мақсадига (1.5) эришишда бошқариш самарадорлиги кўрсаткичининг (1.7) экстремумини таъминловчи ва мавжуд боғланишларни (масалан, (1.2) кўринишидаги) ва чеклашларни (масалан, (1.3) кўринишидаги) қаноатлантирувчи U бошқариш векторини аниқлаш ва амалга оширишдан иборатдир.

Бошқариш масаласининг бу тарзда қўйилишида бошқариш мақсади кўрсаткичи бўйича ΔQ хатоликни шакллантириш зарурияти маълум қийинчилик туғдиради. Бундан ташқари, $X_{ид}$ идеал тартиб билан ҳақиқий жорий тартибни бевосита таққослаш бажарилмайди Шунинг учун бошқариш масаласининг бу тарзда қўйилиши оддийроқ бўлган қуйидаги функционални минималлаштириш масаласи билан алмаштирилади:

$$e(t) = \Psi\{\ _{ид}\}. \tag{1.8}$$

Бу масалани мавжуд чеклашлар ва боғланишларни ҳисобга олган ҳолда ечилиши ҳолатнинг оптимал вектори $X_{орт}$ ни топишга имкон беради.

$e(t)$ функцияси X ҳақиқий ҳолат векторининг (0, T) оралиқда U вектор ўзгаришидаги мавжуд чеклашларга тўғри келувчи $X_{ид}$ идеал ҳолат векторидан четлашиш ўлчовидир.

$$E_{ид} = X_{ид} - X \tag{1.9}$$

Ҳолатнинг оптимал вектори X_{opt} *топшириқ вектори* деб ҳам юритилади ва Y_0 орқали белгиланади.

Ростлаш масаласи бошқариш масаласининг хусусий ҳолидир. Бошқариш қуйидаги соддалаштирувчи тахминлар ёрдамида ростлашга келтирилади:

1) ҳолатнинг оптимал вектори X_{opt} ёки топшириқ вектори Y_0 маълумлиги тахмин қилинади;

2) бошқариш самарадорлигининг умумлаштирилган кўрсаткичи (1.7) экстремумини қидириш масаласи n самарадорлик

кўрсаткичлари экстремумини қидирувчи мустақил масалалар билан алмаштирилади:

$$e_i = \Psi_i\{E_i\}, \qquad (1.10)$$

буларнинг ҳар бири E хатолик векторининг фақат битта ташкил этувчисига боғлиқ;

3) бошқариш вектори U ҳолат вектори X га боғлиқ бўлмай, E хатолик векторига боғлиқдир.

Юқорида айтилганларга асосан ростлаш масаласини қуйидагича таърифлаш мумкин:

топшириқ векторининг маълумлигини тахмин қилган ҳолда самарадорликнинг n хусусий кўрсаткичлари (1.10) *экстремумини таъминловчи ва мавжуд боғланишлар* (1.2) *ҳамда чеклашларни* (1.3) *қаноатлантирувчи U бошқариш вектори E хатолик вектори функцияси сифатида топилсин:*

$$U = U\{F;t\}. \qquad (1.11)$$

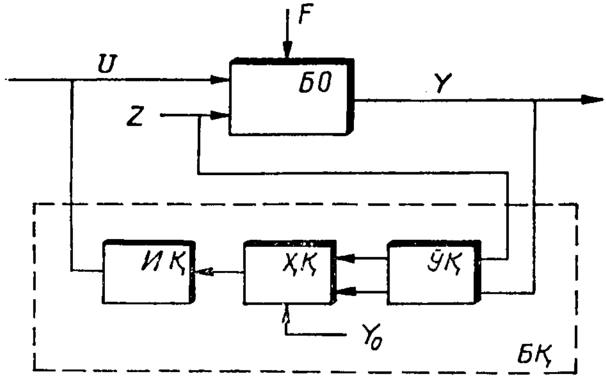
Ростлаш масаласи кўрилган чоғда (1.11) тенглама *ростлаш қонунини* ифодалайди.

Юқоридаги таърифга биноан ростлаш назариясини бошқариш назариясининг бўлими сифатида, ростлаш системаларини эса бошқариш системаларининг хусусий ҳоли сифатида тасаввур этиш мумкин. Амалда у ёки бу терминни танлаш яқин вақтларгача етарлича ихтиёрий бўлиб, кўпинча система мураккаблиги билан аниқланар эди. Нисбатан содда ва биринчи навбатда бир ўлчамли системалар, одатда росташ системалари, мураккаброқ кўп ўлчамли системалар эса бошқариш системалари деб юритилар эди. Юқорида берилган ростлашнинг таърифи бу масалани ечишга қатъийроқ ёндашишга имкон беради ҳамда бошқаришнинг умумий назариясидаги нисбатан содда, аммо кўп жиҳатдан шаклланган бўлимини ажрата олиши нуқтаи назаридан фойдалидир.

1.3. АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАСИНИНГ ФУНКЦИОНАЛ СТРУКТУРАСИ

Юқорида ростлаш муаммосига бошқаришнинг хусусий ҳоли сифатида умумий математик таъриф берилган эди. Автоматик ростлаш системалари 1.2-расмдаги схема ёрдамида бажарилади. Бу схема автоматик ростлаш системаларининг элементлари бажарадиган вазифаларни кўрсатади ва *вазифа тасвири (функциональная схема)* деб юритилади. Умумий ҳолда у бошқариш (ёки ростланувчи) объекти *БО,* ўлчаш қурилмаси *ЎҚ,* ҳисоблаш қурилмаси *ҲҚ* ва ижрочи қурилмаси *ИҚ* дан иборат. Ўлчаш, ҳисоблаш ва ижрочи қурилмалар мажмуи бошқариш қурилмаси *БҚ* ни ёки оддий ҳолда ростлагични ташкил қилади.

Бошқариш объектларининг вазифалари, ишлаш, асослари тузилишлари турлича бўлиб, ва, демак, бошқарилув-



1,2-расм. Автоматик бошқариш системасининг функционал схемаси

чи катталикларнинг физик табиати ҳам ҳар хилдир. У кучланиш, айланишлари сони, қувват, ҳарорат, босим, сатҳ ва ҳоказолар орқали ифодаланиши мумкин.

Бошқариш нуқтаи назаридан, кириш ва чиқиш йўллари параметрлари ўртасидаги боғланиш тенгламалари (1.1) ёки (1.2) кўриниши бўйича бошқарилувчи объектлар бир ўлчамли ва кўп ўлчамли, чизиқли ва чизиқли бўлмаган, параметрлари тўпланган ва тақсимланган, барқарор ва беқарор, стационар ва ностационар объектларга бўлинади.

Бир кириш ва бир чиқиш йўлли оддий объектлар *бир ўлчамли* ҳисобланади. Агар бошқарилувчи объект математик моделида икки ва ундан ортиқ кириш ва чиқиш йўллари бўлса, объект *кўп ўлчамли* ҳисобланади.

Параметрлари *тўпланган* объектларда (1.1) математик тавсифдаги ўзгарувчилари фақат вақтга боғлик бўлади. Параметрлари *тақсимланган* объектларда объектларнинг ёки уларнинг элементлари геометрик ўлчамларининг катталиги туфайли параметрларнинг фазовий тақсимланишини ҳисобга олиш зарур. Бундай объектларда (1.1) даги параметрлар вақтдан ташқари, фазовий координаталарга ҳам боғлиқ бўлади. Масалан, электр узатиш линияларида актив қаршилик тақсимланишини ва линия бўйича сиғимни ҳисобга олиш зарур. Газ ва нефть қувурларида тўлқинли жараёнларни, қувур бўйича қаршилик тақсимланишини ҳисобга олиш зарур. Бундай объектлар, одатда *кечикиш* деб аталувчи хусусиятга эга бўлади. Бу хусусият кириш йўлида юкланиш ўзгариши билан чиқиш йўли катталигининг бирданига эмас, балки кечикиш вақти деб аталувчи қандайдир τ вақт мобайнидан сўнг ўзгара бошлашида намоён бўлади.

Математик тавсифи чизиқли алгебраик ёки дифференциал тенгламалар орқали ифодаланувчи объектлар *чизиқли* объектлар деб аталади. Бундай объектларнинг хусусиятлари график кўринишида текис тўғри чизиқ орқали ифодаланади. *Чизиқли бўлмаган* объектларнинг математик модели чизиқли бўлмаган алгебраик ва дифференциал тенгламалар орқали ифодаланади.

Шуни айтиш лозимки, абсолют чизиқли объектлар мавжуд эмас, аммо кўп сонли объектлар ишлаш вақти оралиғида (интервалида) ҳисоблаш аниқлигига зиён етказмаган ҳолда чизиқли деб қабул қилинади.

Барқарор объектлар деб шундай объектларга айтиладики, уларнинг чиқиш йўли катталиги кириш йўлидаги таъсир тугаганидан сўнг бошқариш қурилмаси ёрдамисиз бирор барқарор қийматни олади. *Беқарор* объектларда чиқиш йўли катталиги кириш йўлидаги таъсир тугаганидан сўнг вақт ўтиши билан дастлабки қийматидан бениҳоя четлашади.

Вақт ўтиши билан бошқарилувчи объект характеристикалари ўзгармаса, бундай объектлар *стационар* деб юритилади. *Ностационар* бошқарилувчи объектларда объект характеристикаси вақт ўтиши билан ўзгаради.

Ўлчаш қурилмаси ростланувчи катталикнинг ҳақиқий қийматини ўлчаш учун хизмат қилади. Ростланувчи катталик табиатига қараб ўлчаш қурилмалари ҳам ҳар хил бўлиши мумкин. Ҳар қандай ўлчаш қурилмаси ростланувчи катталикни фойдаланишга қулай катталикка ўзгартирувчидир. Ўлчаш қурилмасига хос хусусият унинг кам қувват истеъмол қилишидир, яъни ўлчаш қурилмаси ростланувчи катталик қийматига амалда таъсир қилмайди.

Ҳисоблаш қурилмаси унга келаётган ростланувчи катталик ва назорат қилинувчи тойдирувчилар ҳақидаги ахборот асосида махсус алгоритмлар ёрдамида бошқариш қонунини шакллантиради.

Ижрочи қурилманинг вазифаси объектнинг бошқарувчи ёки ростловчи органига таъсир этишдир. Энг кўп тарқалган ижрочи қурилма электр юриткич (двигател)идир. Барча ижрочи қурилмалар, улар турлича бўлишига қарамай ташқи манбадан энергия олади. Ростловчи таъсир даражаси ижрочи қурилманинг тузилиши билан чекланади.

2-боб

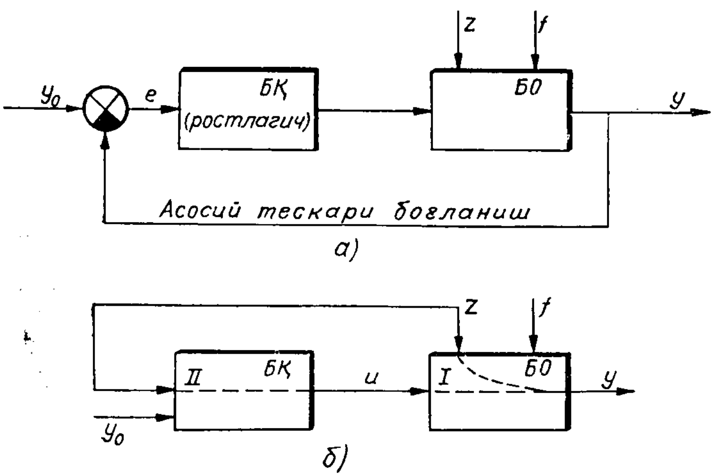
АВТОМАТИК РОСТЛАШ ПРИНЦИПЛАРИ. АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИ ТУРКУМЛАРГА АЖРАТИШ

2.1. АВТОМАТИК РОСТЛАШ ПРИНЦИПЛАРИ

Ростлашнинг икки асосий принципи мавжуд: четлашиш бўйича ростлаш — Ползунов (1765 й), Уатт (1785 й) принципи ва тойдириш бўйича ростлаш — Понселе принципи.

Четлашиш бўйича ростлашда ростланувчи катталикнинг ҳақиқий қиймати исталган қиймат билан таққосланади ва бошқариш қурилмасида (ростлагичда) $e=y_0-y$ четлашишга (ростланиш хатолигига) боғлиқ ҳолда бошқариш шаклланади (2.1-расм, а). Бунда бошқариш натижаси текширилганлиги сабабли бу хилдаги система туташтирилган (*ёпиқ*) автоматик ростлаш системаси (АРС) (*замкнутые* САР) номини олди. Бу системанинг блоксхемасидан кўриниб турибдики, унда тескари боғланиш (т. б.) занжири бўлиб, у орқали АРС чиқиш йўлидаги бошқариш объектининг ҳолати тўғрисидаги ахборот исталган ҳолатга доир ахборот билан таққослаш учун системанинг кириш йўлига берилади. Шуни айтиш лозимки, қатор ҳолларда АРС хусусиятларини яхшилаш (коррекция қилиш) учун унга асосий (ахборот) тескари боғланишдан фарқлаш мақсадида *тузатувчи* (корректирующая) деб аталувчи тескари боғланишлар киритилади. Шундай қилиб, z тойдирувчининг y ростланувчи катталикка таъсири ёпиқ АРС да e четлашишга боғлиқ бўлган u бошқарувчи таъсир ўзгариши ҳисобига қопланади (компенсация қилинади).

Тойдириш бўйича ростлашда бошқариш z тойдирувчига боғлиқ ҳолда ва y_0 бошқарилувчи катталикнинг исталган ўзгариши асосида ҳосил қилинади (2.1-расм, б). Бу ҳолда бошқариш натижаси текширилмайди ва система *узуқ (очиқ)* бўлади. Ростланувчи катталикка тойдирувчи таъсирини, қоплаш бошқаришга унинг тойдирувчига боғлиқ бўлган қисмини киритиш ҳисобига амалга оширилади. Бунда, агар тойдирувчи таъсирининг тўла қопланишига эришилса, ҳосил қилинган АРС берилган тойдирувчига *инвариант* (бефарқ) бўлади. Инвариантликни таъминлаш учун системада тойдирувчи таъсирини узатувчи иккинчи каналини (2.1-расм, *б* даги пунктир



2.1-расм. Ростлаш схемалари:

а) четлашиш бўйича, *б*) тойдириш бўйича.

чизиқ) ташкил қилиш лозим (инвариант АРС ларни яратишдаги Б. Н. Петровнинг икки каналлик принципи). Бу принцип бўйича ростлашни муваффақият билан амалга ошириш учун бошқарилувчи катталикка таъсир қилувчи ҳамма тойдирувчиларни назорат қилиш лозим. Афсуски, доимо буни амалга ошириб бўлмайди (масалан, баъзи бир тойдирувчилар учун датчиклар йўқлиги, беқарор объектларни етарлича узоқ вақт мобайнида бошқариб бўлмаслиги оқибатида). Шундай қилиб тойдирувчи бўйича ростлаш чекланган имкониятларга эга. Аммо у битта афзалликка эга: инерцион объектлар (ишлаб чиқаришнинг кўп объектлари бунга киради) учун тойдирувчи бўйича бошқариш четлашиш бўйича бошқаришга нисбатан катта тезкорликка эга. Чунки, 2.1-расм, а даги АРС да бошқаришни шакллантириш учун *БО* чиқиш йўлида тойдирувчи таъсири намоён бўлиши керак. Инерцион объектларда бунинг учун кўп вақт талаб қилинади. 2.1-расм, б даги АРС да эса бошқариш тойдирувчи таъсири суръатида шаклланади. Шунинг учун ҳозирги вақтда бир системада иккала принципни мужассамлаштиришга ҳаракат қилинади. Ҳосил қилинган *аралаш* АРС да ёпиқ системаларнинг аниқлиги, очиқ системаларнинг тезкорлиги намоён бўлади, яъни системанинг сифати фақат битта принцип бўйича тузилганлигига қараганда юқори бўлади.

БҚ да (ростлагичда) шакллантирилувчи бошқариш қонунлари қуйидаги кўринишда бўлиши мумкин:

1) $u = a_0 e$ — *мутаносиб* (пропорционал) қонуни (*М* — ростлагич);

2) $u = b_0 \int_0^t e dt$ — *интеграл* қонун (*И* — ростлагич);

3) $u = c_0 \dot{e}$ — *дифференциал* қонун (*Д* — ростлагич).

Бу қонунлар соф кўринишда ишлаб чиқариш ростлагичларида одатда ишлатилмайди (айниқса 3-банддагиси бўйича, чунки ака-ука Сименслар (1945 й.) томонидан тавсия қилинган ҳосила бўйича ростлаш ишлаш қобилиятига эга эмас). Қуйидаги бошқариш қонунлари кенг тарқалган:

4) $u = a_0 \dot{e} + b_0 \int_0^t e dt$ — мутаносиб-интеграл қонун (*МИ* — ростлагич);

5) $a_0 e + c_0 \dot{e}$ — мутаносиб-дифференциал қонун (*МД* — ростлагич);

6) $u = a_0 e + b_0 \int_0^t e dt + c_0 \dot{e}$ (*МИД* — ростлагич).

Тойдирувчи бўйича бўлиши мумкин бўлган таъсирни ҳисобга олувчи ростлаш қонунининг (алгоритмининг) умумий кўриниши қуйидагича:

$$u = u(e,\ \dot{e},\ \ldots,\ \int_0^t e dt,\ \int_0^t\int_0^t e dt^2,\ \ldots,\ z,\ \dot{z}\ \ldots). \quad (2.1)$$

АРС хусусияти бошқариш қонунига боғлиқ бўлади ва хусусий ҳолда, бирор таъсирга нисбатан статик ёки астатик бўлиши мумкин.

Агар барқарор ҳолатда ҳар қандай ўзгармас таъсир қиймати учун ростланиш хатолиги бўлмаса, бундай АРС ўша таъсирга нисбатан *астатик* дейилади. Акс ҳолда система *статик* деб юритилади. Статик ва астатик ростлашни идишдаги суюқлик сатҳини автоматик ростлаш системаси (2.2-расм) мисолида тушунтириш мумкин. Суюқлик сатҳи таъминлаш магистралидаги заслонкани (тўсиқни) кўтариб ва тушириб ростланади. 2.2-расм, *а* даги система P таъсирга (идишдаги суюқлик сарфига) нисбатан статикдир. Ҳақиқатан ҳам, системани шундай ростлаш керакки, белгиланган P_0 сарфда суюқлик сатҳи y_0 га тенг бўлсин. Агар сарф оширилса, мувозанатни сақлаш учун суюқликнинг оқиб келишини ҳам шунчага ошириш керак. Бунинг учун заслонкани кўтариш, яъни қалқовични y_0 сатҳдан пастга тушириш лозим. Шундай қилиб, мувозанатга (барқарор ҳолатга) фақат $e = y_0 - y$ доимий четлашиш бўлгандагина эришиш мумкин. Ўхшаш ҳодиса сарфни P_0 дан камайтирганда ҳам содир бўлади, аммо бунда четлашиш ишораси ўзгаради (2.2-расм, *б*, 2-чизиқ). Шундай қилиб, системада нотекис ростланиш юзага келади. Бу нотекисликни *статизмни* нисбий катталиги орқали баҳолаш мумкин

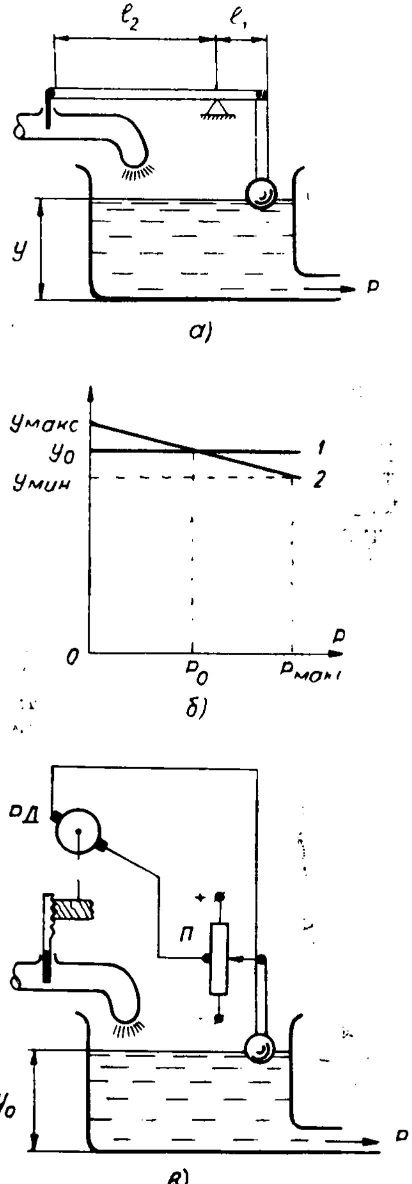
$$\delta = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{y_0} 100\,\%. \quad (2.2)$$

АРС нинг бу режимидаги доимий четлашиш *статик хатолик* деб аталади.

2.2-расм, *в* даги системада қалқович жойининг ўзгариши ўрта нуқтали потенциометр (*П*) сурилгичига узатилади. Системани шундай ростлаш мумкинки, $y = y_0$ да потенциометр сурилгичи ўрта нуқтада бўлсин (ростлашни заслонка берклигида ва $P = 0$ да бажарган маъқул). Бунда (*РД*) реверсив двигателга кучланиш берилмайди ва заслонка ўз жойини ўзгартирмайди. Ихтиёрий доимий сарф $0 \leqslant P \leqslant P_{\text{макс}}$ учун барқарор ҳолатга фақат потенциометр сурилгичи ўрта нуқтада бўлгандагина ($y = y_0$) эришиш мумкин (2.2-расм, *б*, 1-чизиқ). Шундай қилиб, бу системада статик хатолик бўлмайди ва АРС астатик ҳисобланади.

Астатик АРС да статик АРС га нисбатан аниқлик системанинг мураккаблашиши, яъни қўшимча двигатель-серводвигатель киритилиши ҳисобига ошади.

Юқорида кўрилган системаларнинг ишлашини бошқариш қонуни нуқтаи назаридан тавсифлайлик. Айтайлик, $y = y_0$ да



2.2- расм. *а*) статик АРС; *б*) икки хил АРСнинг статик характеристикалари; *в*) астатик АРС.

бошқариш (заслонка ўрни) нулга тенг. У вақтда статик система (2.2- расм, *а*) учун қуйидагини ёзиш мумкин.

$$u = k(y_0 - y) = k\varepsilon$$

бу ерда $k = l_2/l_1$,
астатик система (2.2- расм, *в*) учун эса

$$u = k\theta = k_1\int_0^t \Omega\,dt,$$

бу ерда Θ, Ω — валнинг бурилиш бурчаги ва тезлиги (бурчак ўзгариши тишли рейкаси бўлган червякли механизм ёрдамида чизиқли ўзгаришга айлантирилади). $\Omega = R_2(y_0 - y)$ деб қабул қилиб (амалда эса двигателдаги тезлик билан кучланишнинг боғланиши аниқ бўлмай, дифференциал тенглама ёрдамида берилади) қуйидагини ёзамиз.

$$u = k_1 k_2\int_0^t \varepsilon\,dt.$$

Шундай қилиб, статик АРС да (2.2- расм, *а*) бошқаришнинг мутаносиблик қонуни, астатик АРС да (2.2- расм, *в*) эса бошқаришнинг интеграл қонуни ишлатилади. Бу қонуниятни қуйидагича таърифлаш мумкин: *астатизмни ҳосил қилиш учун ростлаш қонунига интеграл ташкил этувчисини киритиш лозим.*

2.2. АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИНГ ТУРКУМЛАНИШИ

Автоматик бошқариш системалари бошқарилувчи катталикнинг хусусияти; ички динамик жараёнларнинг хусусияти ва уларни математик тавсифлашда қабул қилинган идеаллаштириш даражаси; автоматик бошқариш системаларининг нозорат қилинувчи хусусиятлари бўйича туркумларга ажратилади.

Ростланувчи катталик ўзгаришининг исталган хусусиятига кўра қуйидаги системалар фарқланади:

а) ростланувчи катталикнинг ўзгармас $y_0^{Б} = \mathrm{const}$ бўлишини таъминловчи автоматик *барқарорлаш* системалари;

б) ростланувчи катталикни олдиндан маълум бўлган қонун $y_0^{ПР}(t)$ бўйича ўзгаришини таъминловчи *программали* ростлаш системалари;

в) ростланувчи катталикни номаълум қонун $y_0^{КС}$ бўйича ўзгаришини таъминловчи *кузатувчи* системалар;

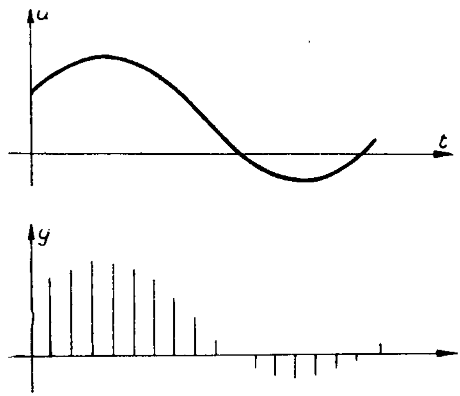
г) ростланувчи катталикнинг максимал (ёки минимал) $y_0^{ЭР}(t) \to \max(\min)$ бўлишини таъминловчи *экстремал* ростлаш системалар; бунда катталик қиймати олдиндан маълум бўлмаслиги мумкин.

Автоматик бошқариш системаларини ички динамик жараёнларнинг характери ва уларни математик тавсифлашда қабул қилинган идеаллаштириш даражаси бўйича туркумлашда иккита асосий белги ҳисобга олинади:

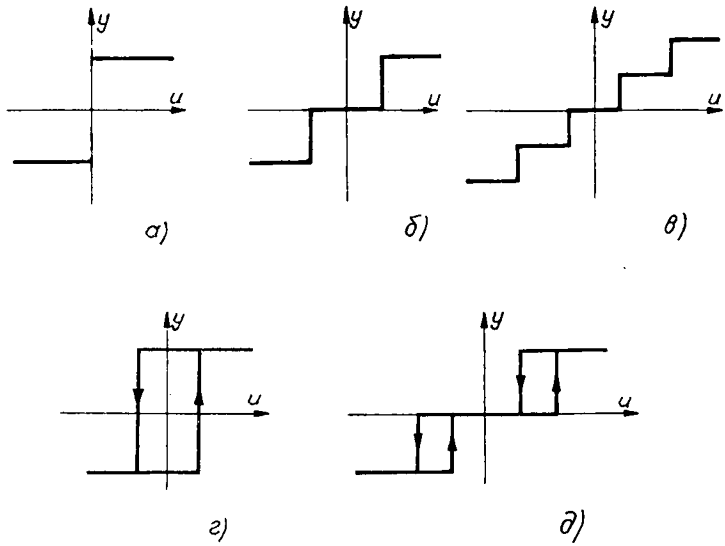
1) динамик жараёнларнинг вақт бўйича узлуксизлиги ва узлуклилиги (дискретлиги);

2) бошқариш жараёнларининг динамикасини тавсифловчи тенгламаларнинг чизиқлилиги ва ночизиқлилиги (чизиқли бўлмаган).

Биринчи белги бўйича автоматик системалар узлуксиз, дискрет (импульсли) ва релели системаларга бўлинади. *Узлуксиз* автоматик системаларда унинг ҳар бир элементида кириш йўли катталигининг вақт бўйича узлуксиз ўзгаришига чиқиш йўли катталигининг узлуксиз ўзгариши мос келади. *Дискрет* системаларда кириш йўли катталигининг узлуксиз ўзгаришида системанинг лоақал битта элементини чиқиш йўли катталигининг ўзгариши маълум вақт оралиқларида пайдо бўлувчи алоҳида импульслар кўринишида бўлади (2.3- расм). Кириш



2.3- расм. Дискрет автоматик системаларда кириш ва чиқиш йўллари ўзгарувчилари ўзгаришининг хусусиятлари



2.4- расм. Релели автоматик системаларда кириш ва чиқиш йўллари ўзгарувчилари ўзгаришининг хусусиятлари

йўлидаги узлуксиз сигналларни импульслар кетма-кетлигига ўзгартирувчи элементар *импульсли* элементлар номини олган. *Релели* автоматик бошқариш системаларида лоақал битта элементи кириш йўли катталигининг узлуксиз ўзгариши унинг чиқиш йўли катталигининг кириш йўли катталигига боғлиқ бўлган вақт онларида сакраб ўзгаришига олиб келади. Бундай элементнинг релели деб аталувчи статик характеристикаси 2.4-расмда кўрсатилганидек, узилиш нуқталарига эга.

Иккинчи белги бўйича юқорида кўрсатилган туркумлар (релелидан ташқари) *чизиқли* ва *чизиқли бўлмаган* автоматик системаларга бўлинади. Релели системалар чизиқли бўлмаган автоматик системаларга тааллуқлидир. Бундай бўлиниш автоматик бошқариш системаларини тадқиқ қилишда чизиқли ёки чизиқли бўлмаган *моделни* танлашга боғлиқ.

Кириш йўли таъсирлари хусусиятига қараб юқорида келтирилган ҳар бир туркум автоматик бошқариш системалари (ёки уларнинг математик тавсифлари) детерминистик (аниқланган) ёки эҳтимолий бўлиши мумкин. Агар АБС математик тавсифи қўйилган таъсир ва уни ифодаловчи параметрлар ўзгармас ёки ҳолат ва вақт ўзгарувчиларининг детерминистик функциялари деб фараз қилинса, бундай АБС тавсифи *аниқланган* деб аталади. Агар АБС математик тавсифига қўйилган таъсирлар ва у тавсифни ифодаловчи параметрлар тасодифий функциялар ёки тасодифий катталиклар бўлса, бундай АБС нинг тавсифини *эҳтимолий* деб аталади.

Системада унинг хусусиятларини назоратланувчи ўзгартириш имконияти мавжудлиги ёки йўқлигига қараб *адаптив* (мосланувчи) ва *адаптив бўлмаган* АБС лар фарқланади. Адаптив бўлмаган системаларни лойиҳалашда бошқариш қурилмасининг схемалари ва параметрлари ахборот асосида танланади. Яъни бундай АБС ларда бошқариш қурилмаси хусусиятларини автоматик ўзгартириш имконияти йўқ. Адаптив АБС ларда бошқариш қурилмаси хусусиятларининг ўзгариши (созланиши) системанинг танлаб олинган бирор мезон бўйича энг яхши ишлашини таъминлаши шарт.

Объектларни бирор мақсадга мувофиқ бошқариш нуқтаи назаридан танланган мезон бўйича ўз вазифаларини сифатли бажарувчи *оптимал* АБС ларни яратиш мақсадга мувофиқ. Бошқариш объекти таъсирига боғлиқ ҳолда системанинг ишлаш шароити ўзгариши мумкинлиги оптимал АБС лардаги бошқариш қурилмаси хусусиятларининг ўзгаришига олиб келиши мумкин (масалан, бошқариш алгоритмлари ва уларнинг параметрлари ўзгариши мумкин).

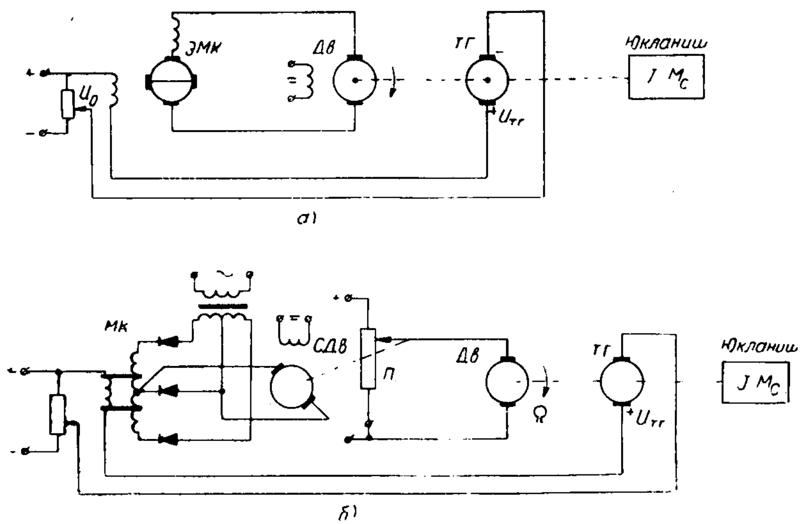
2.3. АВТОМАТИК РОСТЛАШ СИСТЕМАЛАРИГА МИСОЛЛАР

2.1-мисол. Электр двигатели тезлигини автоматик ростлаш системаси (2.5-расм). Бошқариш объекти — электр двигатели, ростланувчи катталик — тезлик Ω. Амалий системаларда тезликнинг ўзгариши $\Omega = \text{const}$ ёки $\Omega_0 = -\Omega_0^{\text{ПР}}(t)$ бўлиши мумкин (2.5-расмда $\Omega = \text{const}$).

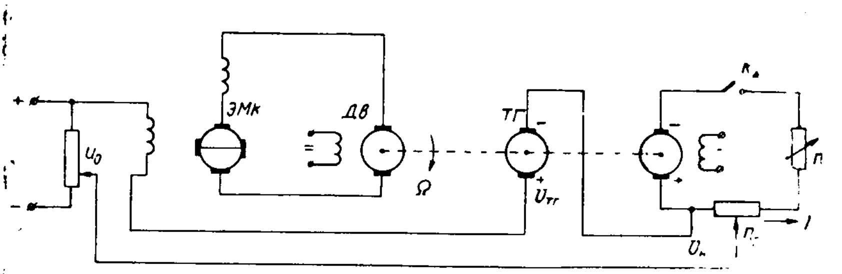
Статик АРС схемасини кўрайлик (2.5-расм, *а*). Тахогенератор *ТГ* ёрдамида ўлчанган двигатель *Дв* тезлигининг ҳақиқий қиймати $U_{\text{ТГ}} = k_{\text{ТГ}}\Omega$ кучланиш кўринишида U_0 уставка (топширгич) катталиги билан таққосланади ва $\Delta U = U_0 - U$ фарқ двигатель якори занжирига уланган ЭМК электромагнит кучайтиргичининг уйготиш чулғамига берилади. Юкланишнинг қаршилик моменти $M_{\text{к}}$ ўзгариши билан (юкланиш инерция моменти J билан ҳам ифодаланади) двигатель тезлиги ўзгаради ва бу ўзгариш ΔU катталигининг ўзгаришига, демак, двигателдаги кучланиш ўзгаришига олиб келади. Тезлик шу тарзда ростланади.

Юқорида қурилган системанинг статик эканлигига ишонч ҳосил қилиш мумкин; юкланишнинг қаршилик моменти $M_{\text{к}}$ ошса, тезликнинг барқарор қиймати камаяди. Ҳақиқатан ҳам, агар тескари фараз қилинса (яъни, тезлик олдинги ҳолида колади), ΔU катталиги бошланғич қийматида бўлади ва, демак, двигатель юқоридаги кучланиш қийматидаги, аммо қаршилик моменти катта бўлгандаги тезликка эга бўлади. Бундай ҳолатнинг бўлиши мумкин эмас. $\Omega(M_{\text{с}})$ боғланиш 2.2-расм, *б* даги 1-чизиқдек бўлади.

Статик системада (2.5-расм, *б*) ΔU нинг кучайган қиймати бошқарилувчи двигатель якори занжирига уланган потенциометр сурилгичини сурувчи СДв серводвигателни бошқаради. Исталган ўзгармас юкланишда ΔU катталиги нулга тенг бўлмагунча, яъни тезлик белгиланган $\Omega_0 = U_0 k_{\text{ТГ}}^{-1}$ қийматига тенглашмагунча серводвигатель $П_1$ потенциометрнинг сурилгичини суради ва *Дв* двигатели якоридаги кучланишини ўзгартиради. Олдин қурилган астатик АРС мисолидагидек (2.2-расм, *в*) статизмни йўқотиш ростлаш қонунига четлашишнинг интеграл ташкил этувчисини киритиш йўли билан амалга оширилади бу (серводвигатель ёрдамида бажарилади). Қурилаётган системада асосий тойдирувчи таъсир ҳисобланувчи юкланишнинг қаршилак моменти $M_{\text{с}}$ ни ўлчаш имкони бўлса, қаршилик моментини қопловчи (компенсацияловчи) системани ($M_{\text{с}}$ га инвариант бўлган АРС ни) яратиш мумкин. Аммо бундай имконият ҳар доим ҳам бўлавермайди. Масалан, двигатель юкланиши генератор бўлганда генера-



2.5- расм. Электрик двигатели тезлигини икки хил автоматик ростлаш системаси: *а*) статик АРС; *б*) астатик АРС.

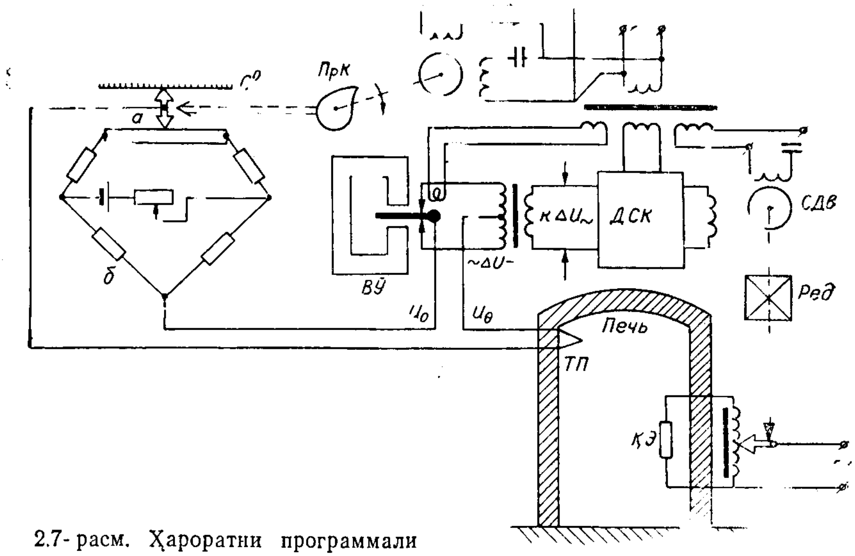


2.6- расм. Юкланиш бўйича компенсацияланувчи автоматик ростлаш системаси

тор ўки қаршилиги тезлик ўзгармаганда генератор якори токи кучига мутаносиблиги туфайли бу токни ўлчаш қийинчилик туғдирмайди.

Двигатель тезлигичи юкланиш бўйича компенсациялаш билан статик ростловчи системада тойдирувчи қиймат $M_c = kI$ ни генератор чиқиш йўли занжирига ўрнатилган кичик қаршилик ёрдамида ўлчаш мумкин. $П_2$ потенциометр сурилгичи ҳолатини ўзгартириб, исталган ўзгармас юкланишда Ω тезликнинг барқарор қийматига эришиш мумкин. У ҳолда $\Omega(M_c)$ характеристика астатик системасидек бўлади. Аммо двигатель валидаги қаршилик моментининг ўлчанувчи юкланишга боғлиқ бўлмаган ўзгаришида (масалан, двигатель ва генератор подшипникларидаги мойнинг қотиши, янги, ишқалаб мосланмаган чўткаларнинг ўрнатилиши) АРС статизмга эга бўлади.

2.2- мисол. Ҳароратни программа бўйича ростлаш системаси (2.7- расм). тБошқариш объекти — электр печи; ростланувчи катталик — ҳарорат σ. Бу катталик *ҚЭ* қиздириш элементига берилаётган электр энергияси катталиги (бошқариш таъсири) ҳисобига ҳамда печь ичидаги маҳсулотнинг иссиқликни ютиши асосий тойдирувчи таъсир) ҳисобига ўзгаради. *ТП* термопара ёрдамида ўлчан-



2.7-расм. Ҳароратни программали ростлаш системаси

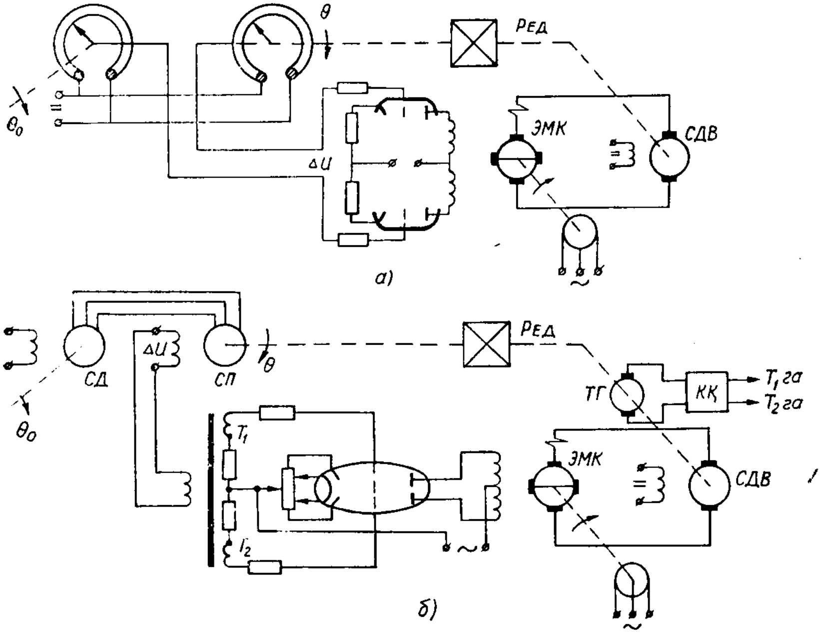
ган печь ҳароратининг қиймати $U_v = k_{ТП} v$ кучланиш кўринишида уставка қиймати U_0 билан таққосланади. Тўрт елкали кўприкнинг *а* ва *б* нуқталари оралиғидаги U_0 кучланиш *Р* реохорд сурилгичини суриб узатилади. Сурилгичнинг шкаласи Цельсий градусларида даражаланган. Сурилгич ПрМ программали мослама (кулачок) ёрдамида сурилади.

$\Delta U = U_0 - U_v$ номослик кучланиши катталиги жуда кичик (милливольт улушларда) бўлгани учун уни кучайтириш мақсадида дрейфсиз кувватли кучайтиргич ишлатиш лозим. Бунинг учун ΔU ўзгармас ток кучланиши электромеханик вибро ўзгарткич *ВЎ* ёрдамида олдиндан модулланиши шарт. Фаза сезгир кучайтиргичда (*ФСК*) кучайтирилган $\Delta U_{\sim}$ кучланиши (ΔU нинг қутби тўғрисидаги информация $\Delta U_{\sim}$ даврида сақланади) қиздирувчи элементини ростловчи элементнинг сурилишини таъминловчи *СДв* реверсив серводвигатели бошқаради. Бу система астатик ҳисобланади.

2.3-мисол. Кузатувчи система. Бошкариш объекти — бирор иш бажарувчи вал бўлиб, унинг бурилиш бурчаги θ топширгич вал бурилиш бурчаги θ_0 ни кузатиши зарур. Бу валлар орасида механик боғланиш бўлиши мумкин эмас.

Бу масалани иккита кузатиш системаси орқали (2.8-расм) амалга оширилишини кўрайлик. $\Delta\theta = \theta_0 - \theta$ фарқни аниқлашда ҳар бири ўз ўқида жойлашган иккита бир хил айланма потенциометрдан фойдаланилади. Уларнинг сурилгичлари орасидаги ΔU кучланиш $\Delta\theta$ катталигига мутаносиб. Электрон ва электромашина кучайтиргичларида кучайтирилган ΔU кучланиши *СДв* серводвигателни бошқаради. Серводвигатель бошқарувчи ўқнинг бурилиш бурчаги θ топширгич ўқи бурилиш бурчаги θ_0 га тенг бўлмагунча айланаверади.

Ўқлар орасидаги номосликни ўлчовчи қурилма сифатида сельсин-датчик *СД* ва сельсин-приёмник *СП* дан ташкил топган сельсинли жуфтликли кузатувчи система кенг тарқалган. *СП* чиқиш йўли чулғамидаги ΔU кучланиш қиймати бўйича $\Delta\theta$ номосликка мутаносиб, унинг фазаси эса номослик ишораси орқали аниқланади. Бундай системаларнинг барқарорлигини таъминлаш ва кузатиш системасида ўтиш жараёни сифатини ошириш мақсадида тузатувчи занжирлар ишлатилади. Тескари боғланиш (двигателнинг чиқиш йўлидан кучайтиргич кириш йўлига) кўринишидаги тахогенератор *ТҚ* ёрдамида амалга оширилуви (тахометрик тескари боғланиш) коррекция схемалари (2.8-расм, *б*) кенг тарқалган, Бу ерда *СДв* айланиши тезлигига мутаносиб бўлган *ТГ* даги кучланиш *ТК* кузатувчи қурилмага, кейин эса кучайтиргич кириш йўлига берилади. Бундай тузатишнинг ишлаши ва уни ҳисоблаш 14.3-§ да кўрилади.



2.8- расм. Кузатиш системалари:

а) ўзгармас токдаги кузатиш системаси; *б*) ўзгарувчи токдаги кузатиш системаси

3- б о б

АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИНГ МАТЕМАТИК ТАВСИФЛАРИ

Системаларнинг математик ёки бошқа шаклдаги тавсифида тадқиқот мавзуи бўлиб, система ўзгарувчилари орасидаги боғланиш шакли ҳисобланади. Боғланишларнинг математик ёзув шакллари, яъни тавсифлаш усуллари хилма-хил. Масалан, тавсифлашни ўзгарувчилар орасидаги боғланишларнинг кўзга ташланувчанлиги ёки физик маъносининг соддалиги, муайян масалаларни ечишдаги система тадқиқининг соддалиги, бошқариш системасини синтезлашнинг соддалиги нуқтаи назаридан кўриш мумкин. Барча талабларни бир вақтнинг ўзида қаноатлантиришга уларнинг кўпинча субъективлиги имкон бермайди. Шунинг учун таҳлилнинг турли босқичларида тавсифнинг турли, аммо бир системага тааллуқли бўлгани учун бир-бирига боғланган шакллар қўлланилиши мумкин.

Автоматик бошқариш системалари ва уларнинг элементларини тавсифи фақат уларга таъсир этувчи таъсирлар ва бошқарилувчи ўзгарувчилар орасидаги боғланишларни ифодалаши шарт.

Объектни бошқариш мезони ва мақсадини белгилаш ҳамда унинг баъзи ўзгарувчиларга қўйилган чекланишларни аниқлаш бизни қизиқтирувчи чиқиш йўли ўзгарувчиларини, улар қийматига етарлича таъсир этувчи таъсирларни ва ниҳоят объектни бошқариш системасининг математик тавсифи структурасини белгилашга имкон беради. Шу сабабли мазкур бобда АБС лардаги таъсирларнинг турлари, математик ифодалари, АБС тавсифлари ва элементларининг туркумлари кўриб чиқилади.

3.1. АБС ЛАРДАГИ СИГНАЛЛАР ВА ТАЪСИРЛАР

АБС ишига таъсир этувчи ҳар қандай омилни таъсир деб атаймиз. Таъсир кўп қиррали бўлгани сабабли биз таъсирларнинг энергетик, метаболик ва ахборот белгиларини фарқлаймиз.

Таъсирнинг *энергетик аломати* унинг энергия элтиш имкониятини ифодалайди ва энергияни ҳосил қилишда, ўзгартиришда ва узатишда муҳим ҳисобланади. *Метаболик аломати* таъсирнинг моддий томонини ифодалаб, моддани, унинг миқдорини, шакли ва ўрнини ўзгартиришда муҳим ҳисобланади. *Ахборот аломати* таъсирнинг ахборот элтувчи хусусияти имкониятини ифодалайди.

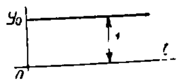
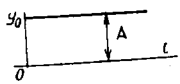
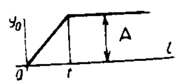
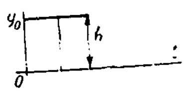
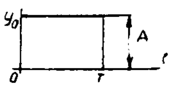
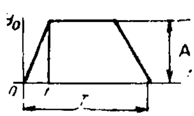
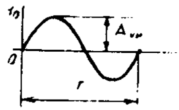
Ахборот элтувчи таъсир *сигнал* деб аталади. Автоматикада сигнал одатда вақтнинг бирор функцияси кўринишида ифодаланади. Автоматик бошқариш назариясида таъсирнинг фақат ахборот томони муҳим ҳисобланади.

Таъсирнинг қуйидаги кўринишлари мавжуд: топширувчи, тойдирувчи ва бошқарувчи. *Топширувчи таъсирга* электр кучланиши, ҳаво босими, суюқлик ва газларнинг сарфи ва шу каби бирор физик катталиклар киради. *Тойдирувчи таъсир* деб бошқарилувчи катталикнинг берилган ўзгариш қонунини бузувчи таъсирга айтилади. Уларга объект юкланишининг, ташқи шароитнинг (ҳарорат, босим, намлик ва ш. ў.) ўзгариши тегишли. *Бошқарувчи таъсир* эса бошқарилувчи катталикнинг берилган қонун бўйича ўзгаришини таъминлайди. Бошқарувчи таъсир бошқариш қурилмасида топширувчи таъсир ёрдамида шаклланади.

АБС ларни тадқиқ қилишда *намунавий, стандарт* деб аталувчи қатор таъсирлар қўлланилади. 3.1-жадвалда учрайдиган намунавий таъсирлар ва уларнинг математик тавсифи келтирилган.

Тойдирувчи таъсирлар 3.1-жадвалда келтирилганидек аниқ бир қонун бўйича ёки тасодифан ўзгариши мумкин. Биринчи ҳолда бу таъсир *детерминистик,* яъни вақтнинг аниқ бир функцияси кўринишида берилган дейилади. Бундай таъсирнинг бошланғич онидаги қиймати унинг кейинги онларидаги қийматларини аниқлайди. Иккинчи ҳолда, тойдирувчи таъсир тасодифан ўзгарганда, таъсирнинг ўзгариш қонуни эҳтимолий, *стахастик* дейилади. Бу қонунни бошланғич онда билиш кейинги вақт онларидаги таъсирнинг фақат у ёки бу қийматининг эҳтимоллигини аниқлашга имкон беради.

3.1- жадвал

№	Типик таъсир	График тасвири	Математик ифодаси
1.	Идеал бирлик сакраш		$y_0(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \text{ бўлганда} \\ 1, & t \geqslant 0 \text{ бўлганда} \end{cases}$
2.	Идеал поғонали таъсир		$y_0(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \text{ бўлганда} \\ A, & t \geqslant 0 \text{ бўлганда} \end{cases}$
3.	Реал поғонали таъсир		$y_0(t) = \begin{cases} 0, \; t < 0 & \text{бўлганда} \\ \frac{A}{t_1}, \; t \; 0 \leqslant t \leqslant t_1 & \text{бўлганда} \\ A, \; t_1 \leqslant t \geqslant \infty & \text{бўлганда} \end{cases}$
4.	Бирлик импульси		$y_0(0) = \begin{cases} 0, \; 0 > t > T \text{ бўлганда} \\ 1, \; 0 < t < T \text{ бўлганда} \\ \lim\limits_{T<0} y_0 = 1 \end{cases}$
5.	Тўғри тўрт бурчакли импульс		$y_0(t) = \begin{cases} 0, & 0 > t > T \text{ бўлганда} \\ A, & 0 < t < T \text{ бўлганда} \end{cases}$
6.	Трапецеидаль импулье		$y_0(t) = \begin{cases} 0, \; 0 > t > T & \text{бўлганда} \\ \frac{At}{t_1}, \; 0 \leqslant t \leqslant t_1 & \text{бўлганда} \\ A \; t_1 \leqslant t \leqslant T - t_1 & \text{бўлганда} \\ A_1 \frac{T-t}{t_1} \; T - t_1 < t \leqslant T & \text{бўлганда} \end{cases}$
7.	Гармоник синусоидаль таъсир		$y_0(t) = A_{\text{кир}} \sin \omega t$

3.2. МАТЕМАТИК ТАВСИФЛАР ТУРКУМИ ВА АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИ ТАВСИФЛАШ УСУЛЛАРИ

Автоматик бошқариш назарияси бошқарилувчи объектларнинг ва автоматик бошқариш элементларининг муайян хусусиятларини эмас, балки уларнинг автоматик бошқариш жараёнига жиддий таъсир этувчи умумий статик ва динамик хусусиятларини ўрганади. Бу нуқтаи назардан бошқарилувчи объектлар ва бошқариш қурилмалари физик система сифатида кўп умумийликка эга. Чунки уларнинг бир хил статик ва динамик хусусиятлари системадаги ўтиш жараёнларига бирдек таъсир этади. Шунинг учун, автоматик бошқариш системасининг хусусиятини ёки унинг математик тавсифини ўрганаётиб бошқариш объекти ва бошқариш қурилмаси элементларини бир-биридан ажратмасдан, уларга АБС нинг бир хил элементлари ёки оддийгина, система элементлари сифатида қараш мумкин.

АБС ларнинг математик тавсифлари уларда кечувчи динамик жараёнлар моҳияти ҳамда уларни математик тавсифлашда қабул қилинган идеаллаштириш даражаси орқали аниқланади. 2.2-параграфда айтилганидек, АБС лар ва улар элементларининг математик тавсифлари бир ўлчамли ва кўп ўлчамли, чизиқли ва чизиқли бўлмаган, параметрлари тўпланган ва тақсимланган, стационар ва стационар бўлмаганларга бўлинади. Бу моделлар туркумларининг қисқача таърифи 2.2-§ да берилган. Бу ерда кейинчалик муҳим бўлган чизиқли системаларнинг асосий хусусияти — суперпозиция принципини қайд этамиз:

агар чизиқли системага бир вақтнинг ўзида бир қанча таъсир бўлса, система реакцияси ҳар бир таъсир алоҳида ҳолда қўзғатган реакциялар йиғиндисига тенг бўлади.

АБС математик тавсифи — оператор F шунда чизиқли ҳисобланадики, агарда у *аддитивлик*

$$F=(Y,\ U,\ Z)=F(Y,\ 0,\ 0)+F(0,\ U,\ 0)+F(0,\ 0,Z), \tag{3.1.a}$$

ва *бир жинсли хусусиятларига*

$$F(kY,\ kU,\ kZ)=kF(Y,\ U,\ Z) \tag{3.1.б}$$

эга бўлса.

Суперпозиция принципини қаноатлантирмайдиган системалар чизиқли бўлмайди.

АБС нинг энг содда математик тавсифи параметрлари тўпланган бир ўлчовли стационар чизиқли тавсиф бўлса, тадқиқ қилиш учун энг мураккаби параметрлари тақсимланган ностационар кўп ўлчамли чизиқли бўлмаган тавсифлардир. Математик тавсифларни соддалаштиришда қуйидаги усуллардан кенг фойдаланилади:

1. Кўп ўлчамли системани кичик ўлчамли қатор системаларга ажратиш.

2. Энг муҳим таъсирларни қолдириб, қолганларини параметрик шаклида ҳисобга олиб тавсиф ўлчамини кичрайтириш.

3. Тавсифнинг стационарлиги ёки квазистационарлиги гипотезани қабул қилиш (*«қотирилган» коэффициентлар* усули).

4. Системанинг фазовий хусусиятларини ҳисобга олмаслик (параметрлари тўпланган тавсифларга келтириш) ёки ҳар бир фазода параметрлар ўзгаришини ҳисобга олмайдиган соҳаларга ажратиш (*ҳужайрасимон тавсифлар усули*).

5. Система ўзгарувчилари ўзгаришининг баъзи соҳаларида чизиқли бўлмаган системаларни чизиқли системаларга келтириши (*кичик четланишлар* усули).

Мазкур бобда сони чекланган ўзгарувчилар ёрдамида тўла тавсифланувчи параметрлари тўпланган чизиқли системага келтирилувчи автоматик системалар қурилади.

Амалда бундай автоматик бошқариш системаларини тавсифлаш учун иккита усулдан фойдаланилади:

1) *«кириш йўли — чиқиш йўли»* характеристикалари ёрдамида;

2) *ҳолат ўзгарувчилари* учун тенгламалар (умумлаштирилган координаталар) ёрдамида.

АБС ни «кириш йўли — чиқиш йўли» характеристикалари ёрдамида тавсифлаш қуйидагилар орқали амалга оширилиши мумкин:

1) система ўзгарувчиларининг вақт бўйича ва фазода ўзгаришини тавсифловчи дифференциал тенгламалар;

2) вақт функцияси сифатида берилган ўзгарувчилар орасидаги боғланишни акс эттирувчи вақт характеристикалари;

3) ўзгарувчиларнинг Фурье ва Лаплас бўйича тасвирлари орасидаги боғланишни акс эттирувчи частота характеристикалари.

АБС ни умумлаштирилган координаталар ёрдамида математик тавсифлаш классик механикадан бошланган. Кейинчалик уни электрик ва электромеханик системаларни, яқиндан эса ижтимоий, биология ва бошқа системаларни тавсифлашда ишлатила бошланди. Бунда «умумлаштирилган координата» термини ўрнига кўпинча «ҳолат ўзгарувчиси» термини ишлатилади.

Реал системани ихтиерий вақт онида ҳолат ўзгарувчилари деб аталувчи $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *катталиклар гуруҳи ёрдамида тўла тавсифлаш мумкин.* (3.2)

$x_1, x_2 \ldots, x_n$ ўзгарувчиларни ҳолат вектори X нинг компонентлари ва система ҳаракатининг X вектори учининг ҳолатлар фазосида сурилиши сифатида кўриш мумкин. Эркин ҳолат ўзгарувчиларининг энг кичик сони n система *эркинлик даражалари миқдори* деб аталади.

Ҳолат тушунчасини мисол орқали тушунтириб, унга хос белгиларни кўрсатиш мумкин.

Ўзгармас коэффициентли чизиқли дифференциал тенгламани ечишни кўрайлик. Маълумки, бундай дифференциал тенгламани ечишда t_0 ондаги бошланғич шартлардан аниқланувчи ихтиёрий ўзгармаслар тўғрисидаги ахборотдан бўлак ахборот талаб қилинмайди. Шунинг учун бу бошланғич шартлар системанинг t_0 онидаги ҳолати каби шартланиши мумкин. Бу ерда «ҳолат» тушунчаси мос система хотираси билан боғланади. Турли бошланғич шартлар турли ечимларга олиб келади. Ҳолат ўзгарувчилари кўринишида оралиқ параметрларининг киритилишидан асосий мақсад — бошқарувчи таъсирлар билан объект чиқиш йўли координаталари ўртасидаги бундай кўп маънoликни йўқотишдир.

Чиқиш йўли координаталарининг бўлажак қиймати жорий ҳолатга қандай эришилганига боғлиқ эмас. Шунинг учун берилган вақт онидаги система ҳолати, кириш йўллари параметрларининг жорий ва бўлажак қиймати унинг чиқиш йўллари параметрларининг ҳозирги ва бўлажак қийматларини бир маъноли аниқлайди. Демак, вақтнинг ихтиёрий онларида система ҳолатлари ўртасида аниқ боғланиш мавжуд.

Ҳолатнинг юқорида келтирилган хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда бошқарилувчи системаларнинг (1.1) ва (1.2) боғланиш тенгламаларини, одатда биринчи даражали тенгламаларнинг ҳолат тенгламалари шаклида ифодалаш мумкин:

$$\begin{cases} \dot{X} = f(X,\ U,\ Z),\ X(t_0) = X_0, \\ Y = g(X), \end{cases} \tag{3.3}$$

бу ерда f, g — бир маноли функциялар.

Юқорида келтирилган усулларнинг бирортаси ҳам кўзга ташланувчан, оддий физик маънога эга эмас ёки бирор амалий масалаларни ечишда қулай эмас. Масалан, кенг қўлланилувчи АБС нинг нормал шаклидаги дифференциал тенгламалар орқали тавсифи берилган таъсирлар ва чиқиш йўли ўзгарувчилари ўртасидаги боғланишни ифодалаш ва таҳлил қилишда жуда ноқулай бўлса, бундай тавсиф ҳисоблаш машинасида системани тавсифлашда жуда қўл келади. Аксинча, АБС ни вақт хусусиятлари, оддий физик маънога эга бўлса-да, амалий ҳисоблашларда ва тавсифлашда ноқулай. Шундай қилиб, дифференциал тенгламалар ҳамда вақт характеристикалари орқали тавсифлаш оддий физик маънога эга, аммо дифференциал ва интеграл тенгламаларнинг ечилишини тақозо этганлиги сабабли амалий ҳисоблашларда ноқулайлик туғдиради. Маълум бўлишича, муҳандислик тадқиқини частота характеристикалари ёрдамида амалга ошириш қулай. Фурье ва Лаплас ўзгартирувчилари математик аппаратини ўрганиш бўйича бироз меҳнат сарфини системани тавсифлаш ва тадқиқлашдаги қулайлик тўла қоплайди, чунки бунда интеграл-дифференциал тенгламалар ўрнига фақат алгебраик тенгламалар ечилади. Шундай қилиб, тавсифлашнинг турли усулларини ўрганиш зарурдир.

Бундан кейин, қулайлик нуқтаи назаридан таъсирларни бошқарувчи ва тойдирувчиларга ажратмай, уларни кириш йўли таъсирларининг ягона вектори $V = (v_1, \ldots, v_i, \ldots, v_s)$ га тегишли деб ҳисоблаймиз. Чиқиш йўли ўзгарувчиларининг векторини $Y = (y_1, \ldots, y_i, \ldots, y_q)$, ҳолат ўзгарувчиларининг (координаталарнинг) векторини $X = (x_1, \ldots, x_v, \ldots, x_n)$ орқали белгилаймиз.

«Кириш йўли — чиқиш йўли» ўзгарувчиларига нисбатан дифференциал тенгламаларнинг стандарт шакли қуйидагича:

$$\sum_{n=0}^{N} a_{kn} \frac{d^n y_k}{dt^n} = \sum_{i=1}^{s} \sum_{m=0}^{M} b_{im} \frac{d^m v_i}{dt^m}; \qquad (3.4)$$

ёки дифференциаллаш оператори ёрдамида

$$a_k(D)\, y_k = \sum_{i=1}^{s} b_i(D)\, v_i; \quad k = \overline{1, q}; \qquad (3.4,\ a)$$

бу ерда

$$a_k(D) = \sum_{n=0}^{N} a_{kn} D^n; \quad b_i(D) = \sum_{m=0}^{M} b_{im} D^m; \quad k = \overline{1, q};$$

(3.4, *а*) ни вектор-матрица шаклида қайта ёзиш мумкин

$$A \cdot Y(t) = B \cdot V(t), \qquad (3.4\ б)$$

бу ерда матрицалар $A = [A_{kn}]$, $B = [B]_{im}$ мос ҳолда $(q \times q)$, $(q \times s)$ ўлчамларга эга.

Амалда (3.4, *в*) стандарт шаклдагисидан, яъни ҳар бир чиқиш йўли ўзгарувчилари y_k га нисбатан ечилган тенгламалардан (диагонал стандарт шакл) фойдаланиш қулай. Ёзилишининг бундай шаклида система ik каналидан динамик хусусиятларни олиш осон.

Реал АБС ларни тавсифлаганда олинадиган дифференциал тенгламалар чизиқли бўлмаслиги мумкин. Бу эса кириш йўли таъсирларининг жуда кичик четлашишида жуда кам бўлади. Бундай ҳолларда тенгламалар кичик четлашишлар усули ёрдамида чизиқлаштирилади. Бу усулнинг физик маъноси қуйидагича: АБС ни тойдирувчиларга қаршилик қила оладиган, номинал тартибда ишловчи сифатида лойиҳаланиши сабабли унинг тойдирувчи таъсирида бу тартибдан четлашиши айтарлича кичик бўлади. Шундай қилиб, четлашишнинг кичиклиги гипотезаси бажарилади, яъни чизиқлимаслик текис бўлса, уни ҳисобга олмаса бўлади. Олинган тенгламаларни чизиқлаштириш математик тарзда уни Тейлор қаторига ёйиш ва чизиқли бўлмаган ҳадларини ҳисобга олмаслик йўли билан бажарилади.

Чизиқлаштириш техникасини кўриб чиқамиз.

Боғланишнинг оператор тенгламасини (1.1) умумийликни сақлаган ҳолда ўзгарувчилар ва уларнинг ҳосилалари бўйича функционал тенглама кўринишида қайта ёзамиз

$$F(Y,\ \dot{Y},\ \ldots,\ Y^{k},\ U,\ \dot{U},\ \ldots,\ U^{r},\ Z,\ \dot{Z},\ \ldots,\ Z^{(s)}) = 0, \quad (3.5)$$

бу ерда $F = (f_1,\ \ldots,\ f_n)$ — вектор-функция.

Системанинг барқарор тартиби яқинидаги ўзгарувчилар бир-бирига тенг ва ўзгармас $Y = Y_0$, $U = U_0$, $Z = Z_0$ бўлгандаги тавсифини кўрамиз. Барқарор тартиб тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$F(Y_0,\ 0,\ \ldots,\ 0,\ U_0,\ 0,\ \ldots,\ 0,\ Z_0,\ 0,\ \ldots,\ 0) = 0. \quad (3.6)$$

(3,5) ни $(Y_0,\ U_0,\ Z_0)$ нуқтада Тейлор қаторига ёйиб, ўзгарувчиларнинг орттирмалари Δ учун қуйидагини оламиз

$$\begin{aligned} &F(Y_0,\ 0,\ U_0, 0,\ \ldots,\ 0,\ \ldots,\ 0,\ Z_0,\ 0,\ \ldots,\ 0) + \\ &+ \left(\frac{\partial F}{\partial Y}\right)_0 \Delta Y + \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{Y}}\right)_0 \Delta \dot{Y} + \ldots + \left(\frac{\partial F}{\partial Y^{(k)}}\right) \Delta Y^{(k)} + \\ &+ \left(\frac{\partial F}{\partial U}\right)_0 \Delta U + \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{U}}\right)_0 \Delta \dot{U} + \ldots + \left(\frac{\partial F}{\partial U^{(r)}}\right)_0 \Delta U^{(k)} + \quad (3.7) \\ &+ \left(\frac{\partial F}{\partial Z}\right)_0 \Delta Z + \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{Z}}\right)_0 \Delta \dot{Z} + \ldots + \left(\frac{\partial F}{\partial Z^{(s)}}\right)_0 \Delta Z^{(s)} + R = 0, \end{aligned}$$

бу ерда $\left[\frac{\partial F}{\partial (\cdot)}\right]_0$ — $Y_0,\ U_0,\ Z_0$ нуқтадаги функция хусусий ҳосилаларининг сон матрицаси. R — ёйилманинг юқори даражали орттирмалари бўлган ҳадларини ўз ичига олувчи қолдиқ ҳад.

(3.7) даги қолдиқ ҳадни ташлаб юбориш (3.6) ни ҳисобга олиб, системаларнинг чизиқли дифференциал тенгламаларига эга бўламиз.

Орттирмалар кичик ҳисобланиши сабабли қолдиқ ҳад R ташлаб юборилиши мумкин бўлган юқори даражали кичик қийматларни ўз ичига олади. Бу ҳолда охирги тенгламадан барқарор тартиб ифодаси (3.6) ни чиқариб ташлаб, орттирмалар учун чизиқли биринчи яқинлашиш тенгламалари «вариация» тенгламалар деб аталувчи тенгламаларни оламиз. Одатда тенгламаларни ёзишда орттирма белгиси Δ тушириб қолдирилади.

Бутун автоматик бошқариш системаси учун математик тавсифни дифференциал тенгламалар кўринишида ёзиш жуда мураккаб. Соддалаштириш учун, одатда система алоҳида элементларга бўлинади ва улардаги жараёнлар учун ҳамда улар орасидаги боғланишларга математик тавсиф берилади. АБС элементлари тенгламаси уларда кечувчи жараённи аниқловчи физик қонуниятлар асосида тузилади, масалан:

а) модданинг ҳосил бўлиши, ўзгариши ва кўчиши билан боғлиқ бўлган жараёнлар учун *модданинг сақланиш қонуни* қўлланилади ва материал баланси тенгламаси олинади;

б) ҳар хил кўринишдаги энергиянинг ўзгариши билан боғлиқ бўлган жараёнлар учун *энергиянинг сақланиш қонуни* қўлланилади ва энергетик баланс тенгламаси, хусусан, иссиқлик баланси тенгламаси олинади;

в) жисм ва материалларнинг механик кўчиши ва ўзаро таъсири билан боғлиқ бўлган жараёнлар учун *Ньютон қонунлари* қўлланилади. Хусусан, айланувчи жисмлар учун Даламбер тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$J\frac{d\Omega}{dt} = M_{\text{х}} - M_{\text{қ}}, \tag{3.8}$$

бу ерда Ω — жисмнинг бурчак тезлиги; J — айланиш ўқига нисбатан инерция моменти; $M_{\text{х}}, M_{\text{қ}}$ — мос ҳолда ҳаракатлантирувчи ва қаршилик моментлари;

г) электр ва электрон схемалар учун *Ом* ва *Кирхгоф қонунлари* ишлатилади.

$$\sum_k U_k = 0, \tag{3.9}$$

бу ерда $\sum_{\text{к}} U_{\text{к}}$ — ёпиқ контур бўйича кучланишлар йиғиндиси;

$$\sum_i I_i = 0, \tag{3.10}$$

бу ерда $\sum_i I_i$ — тугундаги токлар йиғиндиси.

Шуни айтиш ўринлики, ҳар хил физик жараёнлар ўхшаш тенгламалар орқали тавсифланади. Бундай ўхшашлик диалектик материализмнинг табиат бирлиги тўғрисидаги қоидасидан келиб чиқади.

3.1-мисол. Ҳароратни ростловчи системаларда кўпинча термопаралар қўлланилади. Агар совуқ кавшар ҳарорати нулга тенг бўлса, термо — э.ю.к. E иссиқ кавшар ҳарорати θ_1 га мутаносиб бўлади:

$$E = k\theta_1 \tag{3.11}$$

Аммо, иссиқ кавшар атрофидаги соҳа ҳарорати θ_1 ҳароратга мос келмайди. Термопара корпуси ва атроф-муҳит орасида конвектив иссиқ алмашишда иссиқлик баланси тенгламасига биноан термопарадаги иссиқ кавшар ҳарорати ўзгаришининг тезлиги муҳит ва иссиқ кавшар ҳароратлари фарқига мутаносибдир яъни

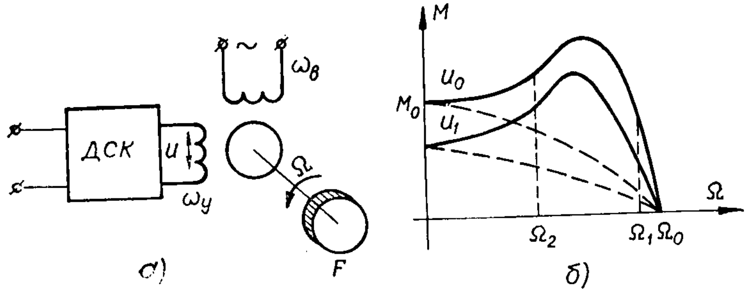
$$\rho\frac{d\theta_1}{dt} = \alpha s(\theta_c - \theta_1), \tag{3.12}$$

бу ерда: ρ — термопара корпусининг иссиқлик сиғими; s — термопара корпуси сиртининг юзи; α — иссиқлик бериш коэффициенти; t — вақт.

(3.11), (3.12) тенгламалардан ўлчанаётган муҳит ҳарорати ва термо — э.ю.к. ўртасидаги боғланишни топамиз:

$$T\frac{dE}{dt} + E = k\theta_c. \tag{3.13}$$

бу ерда $T = \rho(\alpha s)^{-1}$.



3.2- расм. Асинхрон икки даврли двигатель

бан сифатида двигателнинг бошқариш чулғамига уланган фаза сезгир кучайтиргич (ФСК) хизмат қилиши мумкин (3.2- расм, *а*). Двигателнинг механик характеристикалари 3.2- расм, *б* да келтирилган бўлиб, унда Ω — синхрон тезлик ($R_p \gg R_u$ бўлгандаги характеристикалар пунктир чизиқ билан кўрсатилган). Кўрниб турибдики, механик хусусияти 3.2- мисолда кўрилган чизиқли характеристикалардан ажралиб туради. $M(u, \Omega)$ текис чизиқли бўлмаган функцияни u ва Ω орттирмалар бўйича каторга ёйиб, чизиқли бўлмаган ҳадларини ташлаб юборсак (3.14) га ўхшаш чизиқли тенгламани ҳосил қиламиз

$$\Delta M = b_{01}\Delta u + b_{02}\Delta\Omega, \tag{3.17}$$

бу ерда

$$b_{01} = \left(\frac{\partial M}{\partial u}\right)_0, \quad b_{02} = \left(\frac{\partial M}{\partial \Omega}\right)_0.$$

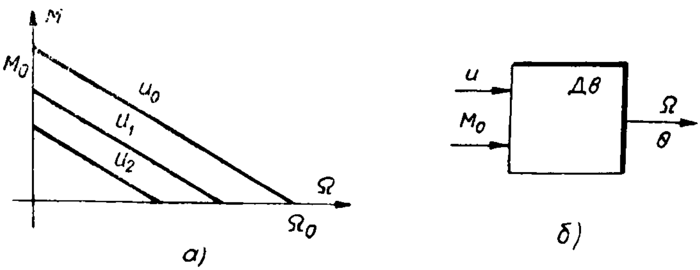
3.4. АБС НИНГ ВАҚТ ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ

(3.1) суперпозиция принципидан фойдаланиб, функцияни тавсифлаш масаласини соддалаштирамиз: бир нечта кириш йўли таъсирлари $v_1, \ldots, v_m$ ўрнига фақат биттасини $v_i(t)$ кўрамиз; бундан ташқари, бу таъсирни вақт бўйича бир-бирини қопламайдиган давомийлиги чексиз кичик бўлган $\Delta t_n \to 0$ импульслар (3.3- расм, *а*) йиғиндиси кўринишида тасаввур қиламиз. У вақтда системанинг битта импульсга реакциясини билган ҳолда унинг ихтиёрий таъсирга бўлган реакциясини аниқлаш мумкин. Демак, импульсли таъсир система ik каналини (i таъсир қўйилган нуқта билан k чиқиш йўли ўзгарувчиси ўлчанадиган нуқта орасидаги) тўла-тўкис тавсифлайди.

Чизиқли АБС вақт характеристикалари — импульсли характеристика $w_{ik}(t, t_n)$ ва ўтиш функцияси $h_{ik}(t, t_n)$.

Импульсли характеристика $w_{ik}(t, t_n)$ қўзғалмаган система (бошланғич шартлари нолга тенг бўлганда) i кириш йўлига t_n вақт онида қўйилган δ-функция кўринишидаги импулсли таъсирга унинг k чиқиш йўлида t вақт онидаги реакциясидир.

Соддалаштириш учун бундан кейин i, k индексларни тушириб қолдирамиз. Шуни айтиш лозимки, қувватли ва қисқа импульсларни (δ — функция каби таъсир чексиз қувватга эга



3.1-расм. Чизиқли механик характеристикали двигатель

3.2-мисол. АБС ларнинг ижрочи қурилмалари сифатида кўпинча двигател лар қўлланилади. Механик хусусиятлари чизиқли бўлган (3.1-расм, *а*) двигателни кўрамиз. Бу двигателда ҳаракатлантирувчи момент *u* бошқаришга мутаносиб ўсса, Ω тезликка мутаносиб камаяди:

$$M_X = ku - \frac{M_0}{\Omega_0}\Omega, \qquad (3.14)$$

бу ерда M_0 — ишга тушириш моменти; Ω_0 — салт юриш тезлиги. Даламбер бўйича (3.8) га қаранг);

$$I\frac{d\Omega}{dt} + ku - \frac{M_0}{\Omega_0}\Omega - M_K$$

ёки

$$T\frac{d\Omega}{dt} + \Omega - k_u u - k_м M_K, \qquad (3.15)$$

бу ерда

$$T = I\frac{\Omega_0}{M_0}; \quad k_u = k\frac{\Omega_0}{M_0}; \quad k_м = \frac{\Omega_0}{M_0}.$$

Шундай қилиб, двигатель АБС элементи сифатида иккита кириш йўли таъсирига — бошқарувчи *u* ва тойдирувчи M_K га (3.1-расм, *б*) ва чиқиш йўли ўзгарувчиси — тезлик Ω га эга. Аммо, қатор ҳолларда бизни двигатель валининг тезлиги эмас, балки унинг бурчак ҳолати θ қизиқтиради. $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$ бўлгани учун ва (3.15) ни ҳисобга олган ҳолда двигателнинг вал ҳолатига нисбатан тенгламасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$T\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{d\theta}{dt} = k_u u - k_м M_K. \qquad (3.16)$$

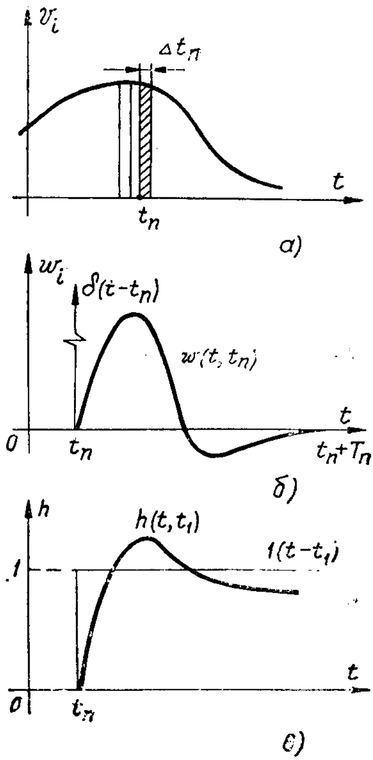
Шуни эътиборга олиш лозимки, двигатель тенгламаси (3.15) ва термопара тенгламаси (3.13) ҳар хил физик системалардаги жараёнларни (термопара-термоэлектрик система; двигатель электромеханик система) тавсифлар $M_c = 0$ да бир-бирига ўхшашдир.

Кейинчалик Ω чиқиш йўли термопаралар ва двигателлар тузилиш схемаларида битта бўгин — инерцион бўгин орқали тасвирланиши кўрсатилган.

3.3-мисол. Ковак ёки қисқа туташган роторли икки фазали асинхрон двигатель. Айтайлик, R_r роторнинг келтирилган қаршилиги бошқариш кучланиш манбаининг чиқиш йўли қаршилиги R_r билан ўлчовдош бўлсин. Кучланиш ман бўлиши шарт) амалда қилиш қийин бўлганлиги сабабли барқарор системаларнинг импульсли характеристикаларини тажриба йўли билан тақрибан чекланган импульсли таъсирлар бериш орқали аниқланади. Импульсли характеристикани қуйидаги ифода орқали системанинг ўтиш функциясидан аниқлаш мумкин.

$$w(t,\ t_n) = \frac{dh(t,\ t_n)}{dt}. \qquad (3.18)$$

Ўтиш функцияси $h(t,\ t_n) - t$ *вақт онида кўзғалмас системанинг унга* t_n *вақт онида қўйилган бирлик поғонали* $1(t - t_n)$ *таъсирга бўлган* (3.1-жадвал) *реакцияси* (3.3-расм, *в*).



3.3-расм. *а*) жамлаш тенгламасини чиқариш; *б*) импульсли характеристика; *в*) ўтиш функцияси.

Импульсли хусусият орқали хулоса чиқаришга имкон берувчи чизиқли системаларнинг хоссаларини келтирамиз.

1. *Сабаб:*

$$w(t,\ t_n) \equiv 0,\ t_n > t \text{ бўлганда.} \qquad (3.19)$$

Бунинг маъноси шундан иборатки, реал физик система ҳали унга қўйилмаган таъсирга жавоб бера олмайди. (3.19) ифода системанинг амалий рўёбга чиқариш шарти деб юритилади.

2. *Барқарорлик:*

$$\int_{t_n}^{\infty} |w(t,\ t_n)| dt < \infty. \qquad (3.20)$$

3. *Хотиранинг чеклилиги:*

$$w(t,\ t_n) = 0,\quad t > t_n + T_x \text{ бўлганда,} \qquad (3.21,\ a)$$

бу ерда T_x — хотира вақти.

Барқарор чизиқли системалар учун охирги тенглик тақрибан бажарилади, чунки,

$w(t,\ t_n) \to 0,\ t \to \infty$ бўлганда, аммо бу ҳолда ихтиёрий кичик қиймат ε учун шундай вақт $T_x(\varepsilon)$ кўрсатилиши керакки, бунда

$$\int_{t_n+T_x}^{\infty} |W(t,\ t_n)| dt < \varepsilon \qquad (3.21,\ б)$$

бўлади.

4. *Стационарлик* Ихтиёрий t_n учун

$$w(t, t_n) = w(t - t_n) = w(\tau), \qquad (3.22)$$

чунки бу ҳолда δ—импульсга бўлган реакция; фақат таъсир қўйилган t_n они биланреакцияни кузатиш t они ўртасидаги фарқга ($\tau = t - t_n$ силжишга) боғлиқ.

Агар система импульси характеристикаси $w(t, t_n)$ маълум бўлса, системанинг ихтиёрий $v(t)$ таъсирга реакциясини қандай топиш мумкин? $v(t)$ таъсирни бир-бирига ёндошувчи, аммо бир-бирини қопламайдиган давомийлиги $\Delta t_n \ll T_x$ бўлган импульслар йиғиндиси (3.3-расм, *а*) деб фараз қилиб чиқиш йўли ўзгарувчисининг n-ташкил этувчиси учун (фақат n, юзаси $v(t_n)\Delta t_n$ бўлган таъсирга реакция) қуйидагини ёзишимиз мумкин:

$$y_n(t) = \lim_{\Delta t_n \to 0} w(t, t_n)\, v(t_n)\, \Delta t_n.$$

Суперпозиция принципига биноан ва (3.19) ни ҳисобга олиб t онида i таъсирга бўлган тўлиқ реакцияни аниқлаймиз:

$$y(t) = \sum_n y_n(t) = \int_{-\infty}^{t} w(t, t_n)\, v(t_n)\, dt_n.$$

(3.22) ни ҳисобга олган ҳолда стационар система учун t_n ни $t - \tau$ га алмаштириб қуйидагини оламиз:

$$y(t) = \int_0^{\infty} w(\tau)\, v(t-\tau)\, d\tau. \qquad (3.23)$$

Агар $t<0$ бўлганда $v(t) = 0$ бўлса, қуйидагини ёзиш мумкин:

$$y(t) = \int_0^{t} w(\tau)\, v(t-\tau)\, d\tau = w(t) * v(t); \qquad (3.24)$$

бу ерда «$*$» белги функция йиғиндисини кўрсатади.

Кўп ўлчамли чизиқли система учун суперпозиция принципига биноан m таъсирларга бўлган реакцияни қуйидагича ёзамиз:

$$y_k(t) = \sum_{i=1}^{m} \int_0^{\infty} w_{ik}(\tau)\, v_i(t-\tau)\, d\tau, \quad k = \overline{1, q},$$

ёки вектор-матрица кўринишида

$$Y(t) = \int_0^{\infty} W(\tau) V(t-\tau) d\tau, \qquad (3.25)$$

бу ерда $W = [w_{ik}]$ — системанинг импульсли матрица характеристикаси.

Демак, вақт динамик хусусиятлари система кириш ва чиқиш йўллари орасидаги боғланишни интеграл тенгламалар шаклида ифодалайди. Бундай шакл инженерлик ҳисоблашларда ноқулай бўлгани сабабли, динамик хусусиятларнинг яна бир кўриниши устида фикр юритамиз.

3.5. АБС ЛАРНИНГ ЧАСТОТА ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ

Агар вақт бўйича функция ўрнига унинг Лаплас бўйича тасвирини кўрсак

$$V(p) \doteqdot L\{v(t)\}; \; Y(p) \doteqdot L\{y(t)\}; \; W(p) \doteqdot L\{w(t)\},$$

унда функция йиғиндиси (3.24) ўрнига қуйидагини ёзиш мумкин:

$$Y(p) = W(p) \cdot V(p),$$

бу ерда $W(p)$ — узатиш функцияси.

Узатиш функцияси — бошланғич шартлари нолга тенг бўлганда система кириш ва чиқиш йўллари таъсирларининг Лаплас бўйича тасвирларининг бир-бирига нисбатидир

$$W(p) = \frac{Y(p)}{V(p)}\bigg|_{\text{Б. Ш.} = 0}. \tag{3.27}$$

Дифференциал тенгламалар вақт динамик хусусиятлардан фарқли ўлароқ узатиш функцияси оддий физик маънога эга эмас. Аммо инженерлик ҳисоблашларда тасвирлар устидаги амаллардан фойдаланилади [3, 22, 23].

Узатиш коэффициенти маъносининг янада тушунарли бўлиши учун унга яқин динамик хусусият — кучайтириш комплекс коэффициенти (ККК) киритиш лозим

$$W(j\omega) = \Phi\{w(t)\}, \tag{3.28}$$

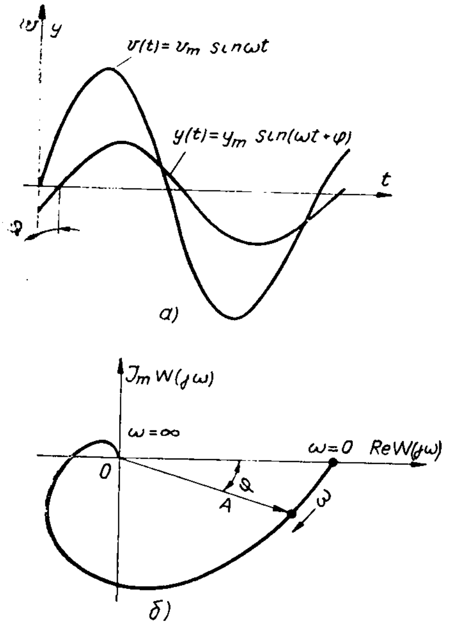
бу ерда Φ — Фурье бўйича тасвирнинг белгиси, ω — частота.

Узатиш функцияси каби бунда ҳам қўзғалмаган система ($t<0$ бўлганда) учун қуйидагини ёзиш мумкин:

$$W(i\omega) = Y(i\omega)/V(i\omega)$$

бу ерда $V(j\omega)$, $Y(j\omega)$ — кириш ва чиқиш йўллари таъсирларининг Фурье бўйича тасвири.

Агар кириш таъсири гармоник $v(t) = v_m \sin \omega t$ бўлса, ўрнатилган тартибда системанинг чиқиш йўлида ҳам гармоник $y(t) = y_m \sin(\omega t + \varphi)$ таъсир бўлади. Бу ҳолда комплекс коэффициент оддий маъно касб этади: *у система чиқиш йўлидаги гармоник сигнал комплекс амплитудасининг* ($\dot{Y}_m = y_m e^{j(\omega t + \varphi)}$) *кириш йўлидаги гармоник сигнал комплекс амплитудасига* ($\dot{Y}_m = x_m e^{j\omega t}$) *нисбатини ифодалайди* (3.4-расм, *а*). Бу нисбат уму-



3.4- расм. Амплитуда-фаза характеристикаларини аниқлаш ва уларнинг тасвири.

мий ҳолда, кириш йўли гармоник сигналининг частотасига боғлиқ. Шунинг учун ККК ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$W(j\omega) = \dot{Y}_m / \dot{Y}_m = A\omega) e^{j\varphi(\omega)}. \qquad (3.29)$$

бу ерда $A(\omega) = |W(j\omega)| = y_m/v_m$ — ККК модули (сигнал амплитудасининг частотага боғлиқ ҳолда ўзгаришини кўрсатувчи амплитуда-частота хусусияти АЧХ; $\varphi(\omega)$ — ККК аргументи (фаза силжишини кўрсатувчи фаза частота характеристика).

Амалда (3.29) ифода кўпинча комплекс текисликда, частота нулдан то чексизликкача ўзгарганда тасвирланади ва *амплитуда-фаза характеристикаси* (АФХ) деб юритилади. Баъзан у ККК нинг *годографи* деб ҳам аталади. Инерцион объект (ишлаб чиқариш жараёнларининг кўпчилиги шундай объектларга мансуб) АФХ сининг типик кўриниши 3.4-расм, *б* да келтирилган. Бу ифодалардан кўриниб турибдики, чиқиш йўлидаги тебраниш амплитудаси частота ошиши билан нулгача камаяди. Фазаси эса кириш йўлидаги тебраниш фазасидан тобора ортда қолади ($\varphi < 0$).

Амалда бир контурли системаларни таҳлил қилиш ва синтезлашда қуйидаги логарифмик частота характеристикалари кўп қўлланилади: амплитудаси логарифмик масштаб $L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$ [децибел] ва частота ўқи бўйича логарифмик масштабли логарифмик амплитуда частота характеристика (ЛАЧХ) ва фақат частота ўқи бўйича логарифмик масштаб логарифмик фазо-частота характеристикаси (ЛФЧХ). Уларнинг қўлланилишига сабаб биринчидан, амплитуда-частота характеристикалар бир-бирига кўпайтирилганда мос ҳолда логарифмик характеристикалар оддийгина қўшилади, иккинчидан, характеристикаларни логарифмик масштабда қурганда улар эгрилигининг ўзгариши сабабли ЛАЧХларни тўғри чизиқ кесмалари кўринишида осон йўл билан кўриш имконияти пайдо бўлади. Кучайтириш комплекс коэффициентлари бир-бирига кўпайтирилганда уларнинг аргументлари (фаза характеристикалари) қўшилиши сабабли фаза аргументлари (фаза характеристикалари) қўшилиши сабабли фаза учун логарифм масштабни қўллашга ҳожат қолмайди.

3.6. АБС НИ ҲОЛАТЛАР ФАЗОСИДА ТАВСИФЛАШ

АБС нинг ҳолатлар фазосидаги тавсифи ҳолат тенгламалари (3.3) шаклида берилади. Бунда ҳолат ўзгарувчиларини тенглашга ихтиёрийлик имконияти мавжуд. Айтайлик, ҳолатлар фазоси координаталарига мос келувчи ҳолат ўзгарувчилари X' танлаб олинган бўлсин. Вектор X ва вектор X' битта системага тааллуқли бўлгани сабабли улар функционал боғланишда бўлиши шарт

$$X^1=\varphi(X),$$

бу ерда ψ — вектор-функция.

Бундай ўзгартириш характерини тадқиқ қилиш учун бирор X_0' нуқтада чексиз кичик орттирмаларини кўрайлик:

$$\begin{aligned} dx_1' &= \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial x_2}\right)_0 dx_1 + \ldots + \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial x_n}\right)_0 dx_n \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ dx_n' &= \left(\frac{\partial\varphi_n}{\partial x_r}\right)_0 dx_1 + \ldots + \left(\frac{\partial\varphi_n}{\partial x_o}\right)_0 dx_n \end{aligned} \qquad (3.31)$$

ёки

$$dX' = AdX$$

бу ерда $A = [(\partial\varphi_i/\partial x_j)_0]$ матрицанинг элементлари X_0' берилган нуқта учун доимий вазифасини ўтайди.

Детерминант катталиги

$$I = det\left[\left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial x_j}\right)_0\right] \qquad (3.32)$$

ўзгартириш якобиани деб юритилади: агар $I = 0$ бўлса $x_1, \ldots, x_n$ ўзгарувчилар эрксиз ҳисобланади:

Системанинг бошқариш жараёнининг мавжудлиги ва бу бошқаришнинг

$$I=\int_{t_0}^{T} G(Y,\ U,\ Z,\ t)\,dt = \int_{t_0}^{T} G_1(X,\ U,\ Z,\ t)\,dt \to \min_U \qquad (3.33)$$

функционал ёрдамида баҳоланиши туфайли оптимал бошқарувчи система кенгайтирилган $(n+1)$ ўлчамли (қўшимча $n+1$— кординатага киритилган) фазода тасвирлаш қўлланилади:

$$x_0(t) = \int_{t}^{t} G_1(X,\ U,\ Z,\ t)\,dt,\ t_0 \leqslant t \leqslant T, \qquad (3.34,\ a)$$

ёки нормал шаклида

$$\dot{x}_0 = G_1(X,\ U,\ Z,\ t),\ x(t_0) = 0. \qquad (3.34,\ б)$$

(3.29) тенглама (3.34) тенглама билан биргаликда система ҳаракатини тасвирлаш билан бир вақтда уни баҳолайди: (3.33) мезон минималлаштирилганда бошқариш оптимал бўлади, яъни система «координата бўйича энг қуйи» x_0 ҳолатга ўтказилади.

Ҳолатлар тушунчаси тойдирувчисиз системаларнинг бошқарувчанлик, кузатувчанлик, нормаллик каби хусусиятларини кўрганда асосий хизматни ўтайди.

Агарда системани бошланғич ҳолатидан $[X(t_0)]$ исталган ҳолатга $[X^*(T)]$ чекланган $T—t_0$ вақт оралиғида ўтказувчи бошқариш $U(t)$, $t_0 \leqslant t \leqslant T$ мавжуд бўлса, у ҳолда бундай системага тўла бошқарилувчан система дейилади.

U векторнинг ҳар бир ташкил этувчилари бўйича бошқарилувчи система нормал система ҳисобланади.

Агарда $t \geqslant t_0$ учун берилган кириш йўли $U(t)$ ва чиқиш йўли $Y(t)$ таъсирлари $X(t_0)$ ҳолатни аниқлашга етарли бўлса, у ҳолда бундай система тўла кузатувчан система дейилади.

Баъзи ҳолларда системанинг тўла бошқарилиш соҳаси чегараланади.

Бошқарувчанлик ва кузатувчанлик ҳолат ўзгарувчиларни тўғри танлашга жиддий боғлиқ. Ҳақиқатдан ҳам, система ҳолатини аниқлашда керагидан кўп ўзгарувчилар танланса, система тўла ёки қисман «ортиқча» координаталар ўқлари йўналишида бошқарилувчан бўлмаслиги мумкин. Агар ўзгарувчилар сони керагидан кам бўлса, система ҳолатини тўла аниқлаб бўлмайди. Бундай вазият, масалан, янги ўзгарувчиларга ўтишда агар ўзгартириш якобиани $I=0$ бўлса (яъни бир ёки бир нечта координаталар қолганлари билан чизиқли боғланишда бўлса) содир бўлади.

АБС лар тадқиқлашда боғланиш тенгламаларининг қандай шаклидан фойдаланиш мақсадига мувофиқ деган саволга бир маъноли жавоб йўқ. Масала шундаки, ўзгарувчилар орасидаги боғланишларга ҳамда берилган системада жараёнларнинг кечиши қонуниятларини аниқлашга асосланган ҳолат тенгламаларини олишнинг бевосита *аналитик* йўли жуда мураккаб. Чунки бу йўл системада кечаётган жараёнлар механизмларини етарлича чуқур тушунишни тақозо этади. Бундан ташқари, бу йўл бизни қизиқтираётган ўзгарувчиларга бевосита олиб бормаслиги мумкин. Бу ерда шуни эслатиб ўтиш ўринлики, мураккаб система жуда кўп сонли ўзгарувчилар билан тасвирланиши мумкин, бизни эса ундаги бир ёки иккита ўзгарувчи қизиқтиради. Ҳолатларни тавсифлаш системани қандайдир идеаллаштириш билан боғлиқ бўлишини ҳисобга олмаганда ҳам ҳатто мураккаб системанинг координаталарини танлашнинг ўзи муаммо.

Бу мулоҳазаларга кўра бизни қизиқтирувчи «кириш йўли—чиқиш йўли» характеристикаларини аниқлашда *тажриба* усули оддийроқ ва аниқроқ бўлиши мумкин. Аммо, «судралма эмпиризм» дан ташқари яна бир камчилик — «кириш йўли — чиқиш йўли» характеристикалари орқали тавсифланувчи системаларни оптималлашнинг математик назарияси ривожланмаганлиги мавжуд. Шу сабабли, олинган «кириш йўли — чиқиш йўли» характеристикалари қандайдир аналитик ифодалар ёрдамида аппроксимацияланади ва ҳолат тенгламаларига ўтилади.

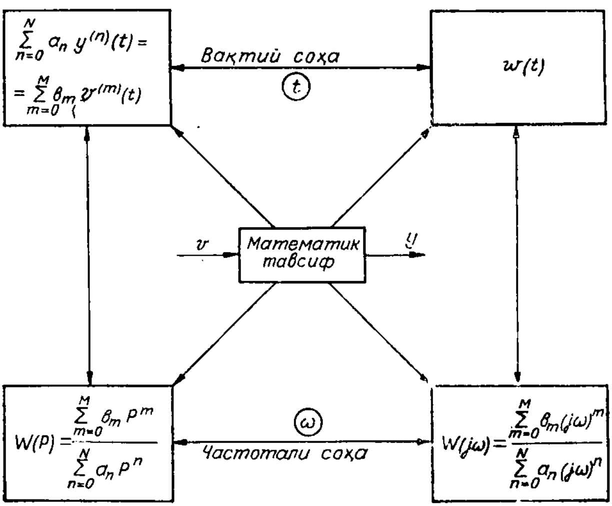
Шундай қилиб, АБС ларни ҳолат тенгламалари ёрдамида бевосита тавсифлаш объектив, тўла ва система хусусиятларини ифодаловчи ҳисобланса, «кириш йўли — чиқиш йўли» характеристикалари ёрдамида тавсифлаш эса — субъектив, чала ва фақат бошқарилувчи ва тойдирувчи ўтиш каналларининг динамик хусусиятларини ифодалашга хизмат қилади.

3.7. АБС ЛАРНИНГ ТУРЛИ МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАРИ ОРАСИДАГИ БОҒЛАНИШ

Ҳар бир математик модели шаклини исталган бошқа маълум модель шаклига нисбатан топиш мумкин. Шу масалани батафсилроқ кўрайлик. Стационар чизиқли система ёки параметрлари жамланган система элементи ўзгармас коэффициентли оддий дифференциал тенгламалар ёрдамида тавсифланади:

$$\sum_{n=0}^{N} a_n y^{(n)}(t) = \sum_{m=0}^{M} b_m v^{(m)}(t). \qquad (3.35)$$

Импульсли характеристика $w(t)$ ёки ўтиш функцияси $h(t)$ бу тенгламанинг бошланғич шартлари нулга тенг бўлганида $x(t)=\delta(t)$ ни ёки $x(t)=1(t)$ ни ўрнига қўйиш билан олинган



3.5- расм. Математик моделлар орасидаги муносабат.

ечими каби топилиши мумкин. (3.35) ифодадан узатиш функциясини аниқлаш учун бошланғич шартлари нулга тенг бўлганда оригинални дифференциаллаш теоремасидан фойдаланамиз:

$$\sum_{n=0}^{N} a_n Y(p)\, p^n = \sum_{m=0}^{M} b_m X(p)\, p^m, \tag{3.36}$$

бу ерда $Y(p)$ ва $X(p)$ ни жамлаш белгисидан ташқарига чиқариб (3.27) га мувофиқ қуйидагини оламиз

$$W(p) = \left.\frac{Y(p)}{X(p)}\right|_{\text{б.ш.}=0} = \frac{\sum\limits_{m=0}^{M} b_m p^m}{\sum\limits_{n=0}^{N} a_n p^n} = \frac{B(p)}{A(p)}. \tag{3.37}$$

Демак параметрлари чизиқли системаларнинг узатиш функцияси доимо касрли рационал бўлади. Лаплас ва Фурье ўзгартиришлари орасидаги боғланишлардан қуйидагини ҳосил қиламиз

$$W(j\omega) = W(p)\,|_{p=j\omega}. \tag{3.33}$$

Шундай қилиб, вақт соҳадаги (3.35) математик моделдан частотали соҳадаги (3.39) математик моделга ўтиш унча қийинчилик туғдирмайди. Тескарисига ўтиш, масалан узатиш функциясидан (3.37) дифференциал тенгламага (3.35) ўтишда (3.36) да фақат $p \equiv \frac{d}{dt}$ (дифференциаллаш оператори) ни ўрнига қўйиш лозим.

Импульсли характеристикани узатиш функциясидан Лапласнинг тескари ўзгартириши (L^{-1}) сифатида олиш мумкин

$$w(t) = L^{-1}\{W(p)\} = \frac{1}{2\pi j} \int\limits_{c-j\omega}^{c+j\omega} W(p) e^{pt} dp, \tag{3.39}$$

бу ерда c — абсолют яқинлашиш абсциссаси.

Амалда (3.39) ўзгаритириш ўрнига Хевисайднинг (3.37) хилдаги касрий-рационал функциялар учун ёйиш теоремасидан фойдаланилади

$$w(t) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1}^{m_k} \frac{c_{kj}}{(m_k - j)!}\, t^{m_k - 1} e^{p_k t}, \tag{3.40, a}$$

бу ерда p_k — $A(p) = 0$ — алгебраик тенгламанинг илдизлари; n — $A(p) = 0$ тенгламанинг ҳар хил илдизлари сони; m_k — p_k илдизнинг карралиги $\left(\sum\limits_{n=1}^{n} m_k = N\right)$; c_{kj} — қуйидаги формуладан аниқланувчи коэффициент

$$c_{kj} = \frac{1}{(j-1)!}\left[\frac{d^{j-1}}{dp^{j-1}} \cdot \frac{(p-p_k)^{m_k-1} B(p)}{A(p)}\right]_{p=p_k} \qquad (3.40\ б)$$

3.4-мисол. Двигателнинг (3.16) дифференциал тенгламасини кўрамиз. (3.37) дан узатиш функцияси қуйидагига тенг бўлади:

$$W(p) = \frac{\theta(p)}{u(p)} = \frac{k_u}{p(1+pT)}.$$

$A(p)=0$ — тенгламанинг илдизлари оддий ва $p_1=0$, $p_2= -\frac{1}{T}$. Ейиш теоремасига биноан [22] қуйидагини топамиз:

$$\underset{t\geqslant 0}{w(t)} = k_u(1-e^{-\frac{t}{T}}).$$

4-боб.

МАХСУС ЧИЗИҚЛИ АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИНГ МАТЕМАТИК ТАВСИФИ

Автоматик бошқариш техникасида оддий чизиқли системалардан қатор ўзига хос хусусиятлари билан ажралиб турувчи махсус чизиқли АБС лар ҳам ишлатилади. Бу гуруҳга параметрлари тақсимланган кечикишли параметрлари ўзгарувчан импульсли чизиқли системалар тааллуқлидир.

4.1. ПАРАМЕТРЛАРИ ТАҚСИМЛАНГАН СИСТЕМАЛАРНИНГ МАТЕМАТИК ТАВСИФЛАРИ

Математик тавсифи таркибида **хусусий ҳосилали дифференциал** тенгламалар бўлган система **параметрлари тақсимланган** чизиқли АБС (ПТ-АБС) деб аталади. Физика нуқтаи назаридан бу система параметрларининг нафақат вақт бўйича, балки фазода ҳам ўзгаришини ҳисобга олинишига мос келади. Мисол тариқасида узун электр линияларида, улар орқали АБС бўғинларининг биридан иккинчисига таъсир узатилаётганда содир бўладиган тўлқин жараёнларини кўрсатиш мумкин.

Параметрлари тақсимланган АБС нинг дифференциал тенгламалари. Чизиқли ПТ-АБС динамикаси умумий ҳолда n-даражали коэффициентлари координаталарга боғлиқ бўлган хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар орқали тавсифлана-

$$A_{1\ldots 1}\frac{\partial^n y}{\partial x_1^n} + A_{1\ldots 2}\frac{\partial^n y}{\partial x_1^{n-1}\partial x_2} + A_{1\ldots r}\frac{\partial^n y}{\partial x_1^{n-1}\partial x_r} + \ldots + A_{11}\frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2} + \ldots + A_{rr}\frac{\partial^2 y}{\partial x_r^2} + A_1\frac{\partial y}{\partial x_1} + A_r\frac{\partial y}{\partial x_r} + A_0 y = v(x_1, \ldots, x_r) \qquad (4.1,\ a)$$

ди ёки оператор шаклида

$$PY(X)=V(X), \qquad (4.1,б)$$

бу ерда D — объект оператори.

$$D \equiv A_{1\,\ldots\,1}\frac{\partial^n}{\partial x_1^n}+A_{1\,\ldots\,2}\frac{\partial^n}{\partial x_1^{n-1}\partial x_2}+\ldots+A_{1\,\ldots\,r}\frac{\partial^n}{\partial x_1^{n-1}\partial x_r}+$$
$$+\ \ldots\ +A_{rr}\frac{\partial^2}{\partial x_n^2}+A_1\frac{\partial}{\partial x_1}+A_r\frac{\partial}{\partial x}+A_0. \qquad (4.2)$$

x_i координаталаридан бири вақт координатасидир. (4.1, a) ифода ПТ-АБС ни тавсифловчи дифференциал тенгламанинг умумий кўринишидир.

Кўпинча ПТ-АБС битта фазовий координата $x_1=\varkappa$ орқали тавсифланади.

ПТ-АБС ларни математик тавсифлашнинг қатор масалалари қуйидаги кўринишларга келтирилади:

$$\begin{cases} a_1\dfrac{\partial y}{\partial t}+b_1\dfrac{\partial y}{\partial \varkappa}+c_1y+d_1\dfrac{\partial u}{\partial t}+e_1\dfrac{\partial u}{\partial \varkappa}+g_1u=v_1(t,\ \varkappa),\\ a_2\dfrac{\partial y}{\partial t}+b_2\dfrac{\partial y}{\partial \varkappa}+c_2y+d_2\dfrac{\partial u}{\partial t}+e_2\dfrac{\partial u}{\partial \varkappa}+g_2u=v_2(t,\ \varkappa)\end{cases} \qquad (4.3)$$

(4.3) системани иккинчи даражали битта хусусий ҳосилали дифференциал тенгламага келтириш мумкин

$$a\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+b\frac{\partial^2 y}{\partial \varkappa^2}+c\frac{\partial^2 y}{\partial t\partial \varkappa}+d\frac{\partial y}{\partial t}+e\frac{\partial y}{\partial \varkappa}+gy=v(t,\ \varkappa) \qquad (4.4)$$

$$0\leqslant x\leqslant L$$

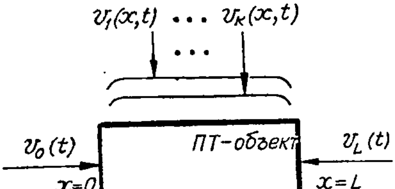
Битта фазовий координатаси $\varkappa$ бўлган параметрлари тақсимланган бошқариш объектлари (ПТ-объектлари) тўртта таъсир остида бўлиши мумкин (4.1-расм).

а) $\varkappa=0$ нуқтага қўйилган тўпланган таъсир $v(t,\ 0)$;

б) $\varkappa=L$ нуқтага қўйилган тўпланган таъсир $v(t,\ L)$;

в) ПТ — объектга унинг бутун бўйи бўйлаб қўйилган тақсимланган таъсир $v\ (t, \varkappa)$;

г) параметрик таъсир (маълумки, кўплаб ишлаб чиқариш объектларининг параметрлари иш жараёнида етарлича кенг доирада ўзгариши мумкин).



4.1-расм. Параметрлари тақсимланган бошқариш объектларидаги таъсирлар

Чегаралардаги ($\varkappa=0$ ва $\varkappa=L$ нуқталардаги) таъсирларнинг кўп қисми чегара шартлари орқали аниқланади.

Чизиқли ПТ-объектлар

учун, шунингдек чизиқли параметрлари тўпланган объектлардагидек таъсирлар суперпозицияси принципи ўринлидир.

Суперпозиция принципига биноан чегаралардаги ва тақсимланган таъсирлар остида система реакцияси учта ечим йиғиндиси кўринишида берилиши мумкин:

а) $\varkappa=0$ чегара шартлар нуль бўлгандаги тегишли бир жинсли тенгламанинг ечими —1-эркин ташкил этувчи;

б) $\varkappa=L$ чегарада шартлар нуль бўлгандаги худди шундай тенгламанинг ечими —2-эркин ташкил этувчи;

в) чегара шартлари нуль бўлгандаги бир жинсли бўлмаган тенгламанинг (4.4) ечими — мажбурий ташкил этувчи.

Шундай қилиб

$$Y(t, \varkappa) = Y_0(t, \varkappa)_{\varkappa=0} + Y_L(t, \varkappa)_{\varkappa=L} + V_{\Omega\varkappa}(t, \varkappa). \qquad (4.5)$$

Параметрлари тақсимланган АБС нинг вақт характеристикалари. Қурилаётган дифференциал тенгламанинг чизиқлик хусусияти агар системанинг бирорта типик таъсирга реакцияси маълум бўлса, система чиқиш йўли ўзгарувчиси $Y(t, \varkappa)$ ни ихтиёрий таъсирлардаги интеграл тенглама кўринишида ифодалаш мумкин. Параметрлари тақсимланган система учун энг қулай таъсир кўп ўлчамли функция [21] кўринишида бўлиб, у ўлчов сони ихтиёрий бўлган фазода қуйидагича аниқланади:

$$\begin{aligned}&\delta(\varkappa_1 - x_1, \varkappa_2 - x_2, \varkappa_3 - x_3, \ldots, \varkappa_r - x_r) = \\ &= \begin{cases} 0 & x_1 \neq \varkappa_1, \ldots, x_r \neq \varkappa_r \text{ бўлганда} \\ \infty & x_i = \varkappa_i;\ i = \overline{1, r}. \text{ бўлганда}\end{cases}\end{aligned} \qquad (4.6)$$

ва

$$\int_{a_1}^{b_1} d\varkappa_1 \int_{a_2}^{b_2} d\varkappa_2 \ldots \int_{a_r}^{b_r} d\varkappa_r\, \delta(\varkappa_1 - x_1, \ldots, \varkappa_r - x_r) = 1.$$

$$a_1 < x_1 < b_1, \ldots;\ a_r < x_r < b_r \text{ бўлганда} \qquad (4.7)$$

(4,6) ва (4.7) шартларни хусусан t, $\varkappa$ скаляр ўзгарувчилари δ-функцияларининг кўпайтмаси қаноатлантиради, яъни

$$\delta(t, x) = \delta(t) \cdot \delta(\varkappa). \qquad (4.8)$$

Шунинг учун кўп ўлчамли δ-функцияларни мос бир ўлчамли δ-функциялар кўпайтмаси деб қараш мумкин.

Параметрлари тўпланган системалардан фарқли ўлароқ ПТ — объектларнинг динамик хусусиятлари, умумий ҳолда, импульсли характеристикалари $w_0(\varkappa, t)$, $w_L(\varkappa, t)$ (чегарадаги таъсирлар) бўйича ва $w_\Omega(\varkappa, \chi, t, \tau)$ (тақсимланган таъсир бўйича) орқали аниқланади (4.1-расм).

$w_0(\varkappa, t)$ ни (4.4) нинг ўнг томони нуль бўлганда $\varkappa=0$ чегарада таъсирнинг нуллигида

$$v_0(t) = \delta(t) \qquad (4.9)$$

ва бошқа чегара шартларининг нуллигидаги ечими эканлигини тасаввур этиш қийин эмас.

Худди шундай бошқа бошланғич тойдирувчи учун

$$v_L(t) = \delta(t) \tag{4.10}$$

ва $\varkappa = 0$ чегара шартнинг нуллигида $w_L(\varkappa, t)$ ечим ҳисобланади. $w_\Omega(\varkappa, \chi, t, \tau)$ импульсли функция (4.4) нинг ўнг томони қуйидаги кўринишда бўлади:

$$v(\varkappa, t) = \delta(\varkappa - \chi)\delta(t) \tag{4.11}$$

ва $\varkappa=0$, $\varkappa=L$ шартларининг нуллигида ечимга эга.

Агарда чегара кесимлари кўрилаётган қисмдан етарлича ўзгармаган бўлса, яъни чегара шартларининг таъсири бўлмаса ПТ объект динамик хусусиятлари кўрилаётган кесимда қуйидаги функция орқали аниқланади:

$$w_\Omega(\varkappa, \chi, t, \tau) = w_\Omega(\varkappa - \chi, t, \tau). \tag{4.12}$$

$w_\Omega(\varkappa, \chi, t, \tau) \equiv G(\cdot)$ функция (4.4) системанинг Грин функцияси деб ҳам юритилади.

Параметрлари тақсимланган АБС нинг динамик характеристикалари. ПТ-объектнинг ихтиёрий таъсирга реакциясини кўрайлик. δ-функция тушунчасидан фойдаланиб $0 \leqslant \tau \leqslant t$ оралиқда аниқланган чегара таъсирларини йиғма интеграл кўринишида ифодалаймиз:

$$v_i(t) = \int_0^t \delta(t - \tau) v_i(\tau) d\tau; \; i = 1,2, \tag{4.13}$$

бу ерда $v_1 = v_0(t) = v(t, 0)$ ва $v_2 = v_L(t) = v(t, L)$, тақсимланган таъсир эса $0 \leqslant \varkappa \leqslant L$, $0 \leqslant \tau \leqslant t$ оралиқда қуйидагига тенг

$$v(\varkappa, t) = \int_0^L \delta(\varkappa - \chi) d\chi \int_0^t \delta(t - \tau) v(\chi, \tau) d\tau. \tag{4.14}$$

$\varkappa=0$ нуқтадаги ихтиёрий чегара таъсири ва $\varkappa=L$ даги нуллик чегара шарти учун, тақсимланган таъсир $v(\varkappa, t)$ йўқлигида система реакцияси қуйидагича ифодаланиши мумкин:

$$y_0(\varkappa, t) = \int_0^\infty y_0(t - \tau) v_0(\varkappa, \tau) d\tau. \tag{4.15}$$

Худди шундай $y_L(\varkappa, t)$ учун қуйидагини оламиз:

$$y_2(\varkappa, t) = \int_0^\infty y_L(t - \theta) w_L(\varkappa, \theta) d\theta. \tag{4.16}$$

Системанинг тақсимланган таъсирга реакциясини импульсли функция $w_\Omega(\varkappa, \chi, t, \tau)$ орқали ифодалаймиз:

$$v(\varkappa, t) = \int_0^t d\chi \int_0^\infty v(\chi, t-\tau)\, w_\Omega(\varkappa, \chi, \tau)\, d\tau. \qquad (4.17)$$

Шундай қилиб, системанинг тўлиқ реакцияси:

$$y(\varkappa, t) = \int_0^\infty y_0(t-\tau)\, w_0(\varkappa, \tau)\, d\tau + \int_0^\infty y_L(t-\theta)\, w_L(\varkappa, \theta)\, d\theta +$$

$$+ \int_0^L d\chi \int_0^\infty v(\chi, t-\tau)\, w_\Omega(\varkappa, \chi, \tau)\, d\tau. \qquad (4.18)$$

(4.18) ифода (4.4) объектнинг ихтиёрий чегара шартларида ихтиёрий таъсирга бўладиган реакциясини беради.

Параметрлари тақсимланган АБСнинг частота характеристикалари. ПТ объектнинг импульсли характеристика ёки узатиш функция орқали берилган динамик характеристикаларини кўрганда тадқиқ қилинаётган объект хусусиятлари узатиш (ёки импульс) функциясининг аналитик ифодаси шаклида намоён бўлади. Агар оддий чизиқли АБС нинг узатиш функцияси каср-рий-рационал ифодалар кўринишида бўлса, ПТ—объектларнинг узатиш функциялари умумий ҳолда мураккаб трансцендент ёки иррационал ифодалар кўринишида бўлади [12]

$$W(\sqrt{p}) = \frac{\prod\limits_{l=1}^{\varkappa} K_l \prod\limits_{l=1}^{\mu} (\tau_i\sqrt{p} + 1) \prod\limits_{l=1}^{q} (\tau_{dl}^2 p^2 + 2\xi d_l \tau_{dl}\sqrt{p} + 1)}{(\sqrt{p})^{\pm\nu} \prod\limits_{l=1}^{\rho} (T_i\sqrt{p} + 1) \prod\limits_{i=1}^{\sigma} (T_{kl}^2 p^2 + 2\xi_{kl} T_{kl}\sqrt{p} + 1)}\, e^{\frac{A(p)}{B(p)}} \qquad (4.19,a)$$

ёки

$$W(\sqrt{p}) = e^{F(\sqrt{p})}. \qquad (4.19, б)$$

бу ерда $F(\sqrt{p})$ $\sqrt{p}$ нинг бирор функцияси.

ПТ-объектлар учун частота характеристикаларининг аналоглари сифатида $w_0(\varkappa, t)$ ва $w_L(\varkappa, t)$ функцияларнинг Фурье ўзгартиришларини кўрсатиши мумкин. Улар мажбурий гармоник тебранишлар амплитуда ва фазаларининг кириш йўли сигнали тебраниш частотасига ва фазовий координатага боғлиқ ҳолда ўзгаришини кўрсатади.

Ҳақиқатдан ҳам, айтайлик (4.4) системага қуйидаги таъсир қўйилган бўлсин:

$$v(\varkappa, t) = A\delta(\varkappa)\cos\omega t. \qquad (4.20)$$

(4.4) ни ечишни осонлаштириш мақсадида қуйидагини қабул қиламиз:

$$v(x,\ t) = A\delta(x)\, e^{j\omega t}. \qquad (4.21)$$

Узун суперпозиция принципига ва Эйлер формуласи $e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t$ га асосан (4.20) учун ечим (4.21) тойдирувчи учун олинган ечимнинг ҳақиқий қисми $y(x,\ t)$ ҳисобланади. (4.4) нинг хусусий ечими қуйидаги кўринишдан қидирилади:

$$y(x,\ t) = A\Phi(x,\ \omega)\cdot e^{j\omega t}. \qquad (4.22)$$

(4.22) ни (4.4) га қўйиб қуйидагини оламиз:

$$\left[a(j\omega)^2\Phi(x,\ \omega) + b\frac{d}{dx^2}\Phi(x,\ \omega) + cj\omega\frac{d}{dx} + \Phi(x,\ \omega) + \right.$$

$$\left. + dj\omega\Phi(x,\ \omega) + e\frac{d}{dx}\Phi(x,\ \omega) + v\Phi(x,\ \omega)\right] = \delta(x).$$

Бундан:

$$\Phi(\omega_\chi, \omega_t) = \frac{1}{a(j\omega_t)^2 + b(j\omega_\chi)^2 + c(j\omega_\chi\, j\omega_t + dj\omega_t + ej\omega_\chi + v} \qquad (4.23)$$

Системанинг таъсир бўйича мажбурий тартиби ҳамда АЧХ ва ФЧХ лар (4.22) ечимнинг ҳақиқий қисмини ажратиш йўли билан аниқланади.

Унда системанинг амалга ошириш шарти [21] қуйидагича ёзилади:

$$\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega_x \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega_x,\ \omega_t)\, e^{-j(\omega_{xx}+\omega_t t)}\, d\omega_t = \begin{cases} \omega\ (x,\ \chi,\ t) & t > \text{бўлганда}, \\ 0 & t < \text{бўлганда}. \end{cases}$$

4.2. ПАРАМЕТРЛАРИ ТАҚСИМЛАНГАН СИСТЕМАЛАРГА МИСОЛЛАР

4.1-мисол. Индукцион ёки радиацион қиздирилувчи объект.

Ярми чегараланган жисмдаги (4.2-расм) иссиқлик жараёнлари тақрибан қуйидаги кўринишдаги бир ўлчамли иссиқлик ўтказувчанлик тенгламаси орқали тавсифланади [24];

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{c}{\gamma}\frac{\partial y}{\partial t} - \frac{\rho}{\gamma}, \qquad (4.24)$$

чегара ва бошланғич шартлари

$$\begin{aligned} &\frac{\partial y}{\partial x}(\infty,\ t) = 0; \\ &\frac{\partial y}{\partial x}(0,\ t) = \mu y(0,\ t); \\ &y(x,\ 0) = 0, \end{aligned} \qquad (4.25)$$

бу ерда:

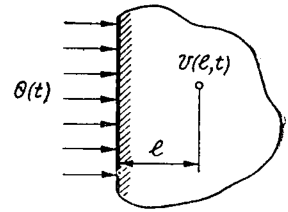
c — материалнинг солиштирма ҳажмий иссиқлик сиғими;

ρ — ички иссиқлик манбаининг солиштирма ҳажмий қуввати;

μ — материал юзасининг иссиқлик чиқариш коэффициенти;

$y = y(x,\ t)$ — фазовий координат x ва вақт t га боғлиқ бўлган кириш катталиги.

(4.24) оркали тавсифланувчи объект кўриниши кириш йўли сигналини ва чиқиш йўли сигнали ўлчанадиган жойни ҳисобга олувчи чегара шартларига жиддий боғлиқ бўлган иррационал узатиш функциясига эга. [24] да кўрсатилгандек, индукцион ёки радиацион қиздирилувчи объект учун, кириш йўли параметри сифатида маҳсулотнинг бирлик юзасига мос келувчи иссиқлик тарқалиш куввати, чиқиш йўли параметри сифатида эса юза ҳарорати қабул қилинганда узатиш функцияси қуйидагича бўлади.



4.2- расм. Радиацион қиздирилувчи объект

$$W(x,\ p)=\frac{\widetilde{y}(x,\ p)}{\widetilde{\theta}(p)}=\frac{\alpha a}{\gamma(p-\alpha^2 a)}\left[e^{-\alpha x}-\frac{\alpha+\mu}{\sqrt{p/a}+\mu}\,e^{-x\sqrt{p\,a}}\right], \qquad (4.26)$$

бу ерда a - γ/c.

$x=0$ да, агар маҳсулотнинг фақат юзаси қиздирилса, яъни $\alpha\to\infty$, $1/\alpha^2 a\to 0$ бўлса, қуйидагича ёзиш мумкин:

$$W(p)=\frac{K}{1+\sqrt{pT}}, \qquad (4.27)$$

бу ерда $K=1/\mu\gamma$; $T=1/\mu^2\alpha$.

Агар кириш йўли катталиги сифатида юза ҳарорати $y_0(t)$, чиқиш йўли катталиги сифатида эса l, чуқурликдаги ҳароратни $y(l,\ t)$ деб олсак (4.2-расм), унда

$$W(p)=\frac{\widetilde{y}(l,\ p)}{\widetilde{y}(o,\ p)}=e^{-\lambda\sqrt{p}}, \qquad (4.28)$$

бу ерда $\lambda^2=a^2 l$.

4.2- мисол. Абсорбер колонналаридаги хемосорбция жараёни.

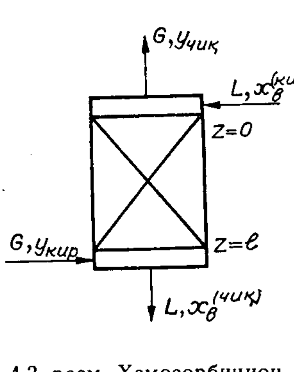
Хемосорбция жараёни газларни аралашмалардан тозалашда, химиявий моддаларни ишлаб чиқаришда, газ аралашмаларни ажратишда ишлатилади.

4.3- расмда фазалар бир-бирига қарама- қарши оқимли абсорбер схемаси келтирилган. Фазаларнинг бир-бирига қарама-қарши оқимда газ фазаси таркибининг ютилиши унинг абсорбцияланиши ва юткич билан ўзаро химиявий таъсири натижасида рўй беради.

Карбонат ангидрит газининг (CO_2) моноэтаноламининг (МЭА) сувли қоришмаси билан хемосорбциясини кўрайлик. Агар газнинг CO_2 дан тозалаш жараёни иккинчи даражали қийтмас химиявий реакция билан ўтади деб қабул қилинса, идеал сиқиб чиқаришнинг икки зонали модели учун жараённинг назарий таҳлили қуйидаги кўринишдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар системасини ечиш билан боғлиқ.

1- зона (химиявий абсорбция зонаси)

$$\begin{cases} G\dfrac{\partial y}{\partial z}-aK_{or}(x_b)y=h_G\dfrac{\partial y}{\partial t}; \\ -\dfrac{L}{b}\dfrac{\partial x_b}{\partial z}-a_0K_{or}(x_b)y=\dfrac{h_L}{b}\dfrac{\partial x_b}{\partial t}; \end{cases} \qquad (4.29)$$



4.3- расм. Хемосорбицион колонна

чегара ва бошланғич шартлар:

$z=0$; $x_b=x_{b\ юқори}$ берилган; $y=y(0,\ t)$ —

— ростланувчи катталик;

$z=z_1$; $x_b=0$;

$=0;\ x_b=0;$

2-зона (физик абсорбция зонаси)

$$\begin{cases} G\dfrac{\partial y}{\partial z}-aK_{\text{ОГ}}(y-rx)=h_G\dfrac{\partial y}{\partial t}; \\ -L\dfrac{\partial x}{\partial z}+aK_{\text{ОГ}}(y-rx)=h_L\dfrac{\partial x}{\partial t}; \end{cases} \tag{4.30}$$

чегара ва бошланғич шартлар:

$z=z_1;\ x=0;\ y=y(z_1,\ t);$
$z=l;\ x=x(l,\ t);\ y=y(l,\ t)=y_l(t)$ — берилган.

бу ерда: G, L — газ ва суюқлик сарфи [кг./м^2 соат];
h_G, h_L —газ ва суюқлик бўйича тутиб қолиш қобилияти, [м^3/м^3];
$aK_{\text{ОГ}}$— хемосорбциянинг ҳажмий коэффициенти;
a — насадканинг солиштирма юзаси, [м^2/м^3];
z — васадка баландлиги, |м|.
b, r — доимийлар.

4.3- мисол. Метаннинг каталитик конверсиялаш жараёни. Метан конверторларда каталитик конверсиялачади (4.4- расм). Конвертор динамикасини тавсифловчи дифференциал тенгламалар [11] қуйидаги кўринишга эга:

$$c_{\text{Г}}f_{\text{I}}\frac{\partial t_{\text{ГII}}}{\partial\tau}+c_{\text{Г}}f_{\text{I}}v\frac{\partial t_{\text{ГII}}}{\partial h}=\alpha_{\text{I}}^{*}(t_{\text{КII}}=t_{\text{ГII}}); \tag{4.31}$$

$$c_{\text{К}}(1-f_{\text{I}})\frac{\partial t_{\text{КII}}}{\partial\tau}=\alpha_{\text{I}}^{*}(t_{\text{ГII}}-t_{\text{КII}}); \tag{4.32}$$

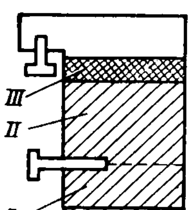
$$c_{\text{Г}}f_{\text{III}}\frac{\partial t_{\text{ГIII}}}{\partial\tau}+c_{\text{Г}}f_{\text{III}}v\frac{\partial t_{\text{ГIII}}}{\partial h}=\alpha_{\text{III}}^{*}(t_{\text{Ш}}-t_{\text{ГIII}}); \tag{4.33}$$

$$c_{\text{Ш}}(1-f_{\text{III}})\frac{\partial t_{\text{Ш}}}{\partial\tau}=\alpha_{\text{III}}^{*}(t_{\text{ГIII}}-t_{\text{Ш}}); \tag{4.34}$$

$$gc_{\text{Т}}\frac{\partial t_{\text{Т}}}{\partial\tau}=\alpha_{\text{Г}}F(t_{\text{ГIII}}-t_{\text{Т}}); \tag{4.35}$$

бошланғич ва чегара шартлар:

$$h=0;\ t_r=k_c c_{\text{н}}=k_{\text{Т}}T_{\text{п}};\qquad \tau=0;\ t_k=0; \tag{4.36}$$



4.4- расм. Метанни каталитик конверсиялаш конвертори

бу ерда $c_{\text{г}}$, $c_{\text{к}}$, $c_{\text{т}}$, $c_{\text{Ш}}$ — мос ҳолда газнинг, катализаторнинг термопара ғилофи материалининг, шамот ғиштининг иссиқлик сиғими, [ккал/м^3 град];

f — қатламнинг бўлак-бўлаклиги; F — термопара ғилофининг юзаси, [м^2]; g — термопара ғилофининг оғирлиги, [кг]; h — қатлам баландлиги, [м]; R — қатлам радиуси, [м]; $t_{\text{Г}}$, $t_{\text{К}}$, $t_{\text{Т}}$, $t_{\text{Ш}}$ — мос ҳолда газ, ғилоф, термопаранинг шамот ғиштининг ҳарорати [°C]; v — оқимнинг ҳақиқий тезлиги, [м/сек]; α — иссиқлик узатишнинг ҳажмий коэффициенти, [ккал/ м^3·сек·град] α^* — иссиқлик узатишнинг жамланган коэффициенти [ккал/м^3·сек·град]; α_F — газдан термопара ғилофига иссиқлик узатиш коэффициенти, [ккал/м^2·сек·град]; τ — вақт [сек[;

(4.31) ва (4.32) тенгламалар катализаторнинг (II қатлам) 1 (утун ҳажм-бўйича иссиқик алмашувини. (4.33) ва (4.34) тенгламалар шамот ғишти қатламидаги (III қатлам) иссиқлик алмашувини, (4.35) эса конвертор чиқиш йўлида жойлашган термопара динамикасини тавсифлайди.

Конверторнинг кириш йўли — «конвертор кириш йўлидаги газ ҳароратининг ўзгариши» чиқиш йўли = «конвертор чиқиш йўлидагига ҳароратининг ўзгариши» — канал бўйича узатиш функцияси қуйидаги кўринишда бўлади [II]:

$$W(p) = e^{-\frac{h}{v}} e^{-k} e^{\frac{k}{1+pT}}, \tag{4.37}$$

$$\text{бу ерда } K = \frac{\alpha^* h}{c_\Gamma f v}; \; T = \frac{c_\kappa (1-f)}{\alpha^*}.$$

Математик тавсифи мураккаб хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар орқали ифодаланувчи объектларга тезкорлик билан қиздирувчи кўп зонали печлар, сочилувчи материалларни қуритиш ва пиширишга мўлжалланган кўп зонали печлар, иссиқлик алмашинувчан турли аппаратлар, реакторлар, агломерацион ленталар ва бошқалар киради.

4.3. КЕЧИКИШЛИ АБС ЛАРНИНГ МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАРИ

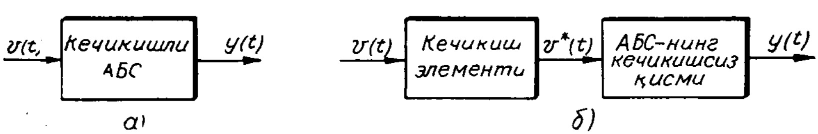
Чиқиш йўли параметрларининг ўзгариши (кириш йўлидагиси ўзгара бошлангандан сўнг) вақт бўйича қандайдир τ катталикка кечикувчи элементлари мавжуд бўлган АБС ларни *кечикишли чизиқли* АБС лари дейилади. τ вақт кечикиш вақти деб юритилади.

Одатда, кечикиш бошқарилувчи объектларга хос бўлиб, жуда кам ҳолларда бошқариш системаларда бўлади. Чунки бошқариш системаси элементлари доимо кечикишсиз қилиб танланиши мумкин.

Кечикишли объектга шарли тегирмон, қуритувчи ва пиширувчи печь, флотацион машина, транспортёр мисол бўла олади.

Кечикишли АБС тенгламаси оддий чизиқли системадагидек тузилади. Умумий ҳолда, чизиқли кечикишли АБС динамикасининг тенгламасини иккита тенгламага ажратиш мумкин (3.4, *а* га қаранг)

$$\left.\begin{aligned} &a_\kappa(D)\, y_\kappa(t) = \sum_{i=1}^{s} b_i(D)\, v_i^*(t), && a)\\ &v_i^*(t) = v_i(t-\tau), \;\; k = \overline{1,\, q}. && б) \end{aligned}\right\} \tag{4.38}$$



4.5-расм. Кечикишли системанинг декомпозицияси

Бундай ажратиш чизиқли системани шартли равишда даражаси ва коэффициентлари ўзгармаган тенгламалар орқали тавсифланувчи оддий қисмга ва ундан олдинги кечикиш қисмига ажратишга хос келади. Бир ўлчамли ҳол учун бундай ажратиш 4.5-расмда келтирилган.

Бир ўлчамли ҳолни кўрамиз ва (4.38, *a*) нинг ўнг томонини Тейлор қаторига ёямиз:

$$v_i(t-\tau) = v(t) + \frac{\dot v(t)}{1!}(-\tau) + \frac{\ddot v(t)}{2!}(-\tau)^2 + \ldots + \frac{v^{(n)}(t)}{n!}(-\tau)^n + \ldots$$

ёки символик оператор кўринишида:

$$v(t-\tau) = \left[1 + \frac{-D\tau}{1!} + \frac{(-D\tau)^2}{2!} + \ldots + \frac{(-D\tau)_n}{n!} + \ldots\right] v \doteq e^{-p\tau}\cdot v. \tag{4.39}$$

(4.39) ифода функция тасвирларининг кечикиш теоремаси формуласига мос келади [3, 22]. Шундай қилиб, соф кечикишли элемент учун қуйидаги узатиш функциясини ёзиш мумкин:

$$W_к(p) = e^{-p\tau}. \tag{4.40}$$

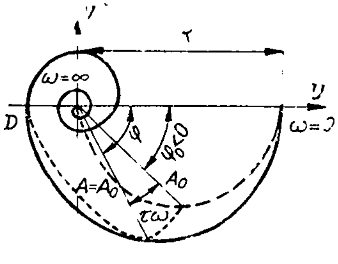
Кечикишли АБС узатиш функцияси қуйидагича ёзилади:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{V(p)} e^{-p\tau} = W_0(p)\,e^{-p\tau}, \tag{4.41}$$

бу ерда $W_0(p)$ — кечикиш бўлмаган оддий системага мос келувчи қисмнинг узатиш функцияси.

Кучайтиришнинг комплекс коэффициенти (4.41) дан $p=j\omega$ ни ўрнига қўйиб қуйидагини оламиз:

$$W(j\omega) = W_0(j\omega)e^{-j\omega\tau} = A_0(\omega)e^{-j[\varphi(\omega)-\omega\tau]}, \tag{4.42}$$



4.6-расм. Кечикишли системанинг АФХни қуриш

бу ерда $A_0(\omega)$ ва $\varphi(\omega)$ — кучайтириш комплекс коэффициентининг модули ва аргументи.

(4.42) формула ихтиёрий чизиқли кечикишли АБС АФХ сини қуриш қоидасини ифодалайди. Бунинг учун мос кечикиши бўлмаган оддий система АФХ сини олиб, унинг ҳар бир нуқтасини айлана бўйлаб соат мили бўйича $\omega\tau$ бурчакка буриш лозим. ω — характеристиканинг берилган нуқтасидаги тебраниш частотаси қиймати (4.6-

расм). АФХ бошланишида $\omega=0$, охирида эса $\omega=\infty$ бўлганк учун бошланғич нуқта ўзгармайди, характеристика охири эса асимптотик равишда координата бошига ўралади.

4.4. ПАРАМЕТРЛАРИ ЎЗГАРУВЧАН АБС ЛАРНИНГ МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАРИ

Коэффициентлари вақт бўйича ўзгарувчан дифференциал тенгламалар орқали тавсифланувчи системалар параметрлари ўзгарувчан чизиқли АБС лар дейилади. Умумий ҳолда бундай дифференциал тенгламалар қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\sum_{n=0}^{N} a_{kn}(t)\frac{d^n y_k}{dt^n}=\sum_{i=1}^{S}\sum_{m=0}^{M} b_{im}(t)\frac{d^m v_i}{dt^m},\quad k=\overline{1,q}; \qquad (4.43,\ a)$$

ёки илгари қабул қилинган дифференциаллашнинг шартли оператори ёрдамида:

$$a_k(D,\ t)y_k=\sum_{i=1}^{S} b_i(D,\ t)v_i;\quad k=\overline{1,q}, \qquad (4.43,\ б)$$

бунда a_z, b_i — коэффициентлари вақт функцияларидир.

Қуйида бир ўлчамли ҳолни кўрамиз ва $t<0$ да $v(t)=0$ деб фараз қиламиз.

Параметрлари ўзгарувчан чизиқли АБС нинг импулсли характеристикаси деб нуллик ёки бир жинсли бошланғич шартларда $t=\tau$ онида қўйилган δ — функция кўринишидаги $\delta(t-\tau)$ таъсир учун (4.43, *а*) *ёки* (4.43, *б*) *тенгламанинг умумий ечимига айтилади, яъни $t=t_n$ да $y(t)=\dot y(t)=\ldots=y^{\tau}(t)=0$.*

Шундай қилиб, $w(t,\ \tau)$ функцияни аниқловчи дифференциал тенглама қуйидаги кўринишга эга бўлади.

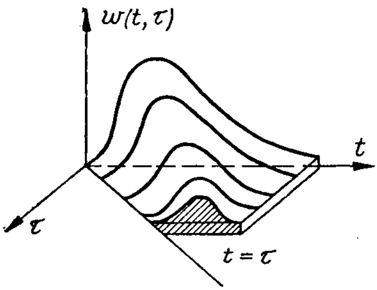
$$a(D,\ t)w(t,\tau)=b(D,\ t)\,\delta(t-\tau). \qquad (4.44)$$

Оддий чизиқли АБС да импульсли характеристика $w(t,\ \tau)$ фақат бир ўзгарувчига боғлиқ, параметрлари ўзгарувчан система эса иккита ўзгарувчига боғлиқ бўлган импульсли ўтиш функциясига $W(t,\ \tau)$ эга: t — вақтнинг жорий они ёки кузатиш они; τ — δ-функция кўринишидаги таъсирнинг қўйилиш они.

Параметрлари ўзгарувчан чизиқли системанинг хусусиятлари вақт бўйича ўзгаради ва, демак, системанинг импульсли таъсирга реакцияси вақтнинг жорий онидан (кузатиш онидан) ташқари бу таъсир қўйилган онга боғлиқ бўлади.

Параметрлари ўзгарувчан АБС нинг импульсли характеристикаси $w(t,\ \tau)$ график усулда $t=\tau$ тўғри чизиқ билан чегараланган сирт кўринишида берилиши мумкин (4.7-расм).

Параметрлари ўзгарувчан АБС нинг узатиш коэффициентини аниқлаймиз.



4.1-расм. Параметрлари ўзгарувчан чизиқли АБСнинг импульсли характеристикаси

Лаплас ўзгартиришига биноан

$$W(p,\ t) = \int_{-\infty}^{t} w(t,\ \tau) e^{-p(t-\tau)}\, d\tau =$$

$$= \int_{0}^{t} w(t,\ t-\tau) e^{-p\tau} d\tau. \qquad (4.45)$$

(4.45) ифода учун тескарилаш формуласи қуйидагича ёзилади:

$$W(t,\ \tau) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} W(p,\ t) e^{p(t-\tau)}\, dp. \qquad (4.46)$$

Параметрлари ўзгарувчан чизиқли АБС чиқиш йўлидаги катталикни система узатиш функцияси $W(p,\ t)$ орқали ифодалаймиз. Айтайлик,

$$v(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\omega}^{c+j\omega} V(p) e^{pt} dp. \qquad (4.47)$$

Унда (4.47) ифодани (3.23) формулага қўйиб қуйидагини оламиз:

$$y(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-j\infty}^{c+i\infty} V(p) dp \int_{-\infty}^{t} w(t,\ \tau) e^{p\tau} d\tau =$$

$$= \frac{1}{2\pi j} \int_{c-i\infty}^{c+j\infty} V(p) e^{pt} dp \int_{-\infty}^{t} \omega(t,\ \tau) e^{-p(t-\tau)} d\tau. \qquad (4.48)$$

(4.45) ифодани ҳисобга олсак қуйидагига эришамиз:

$$y(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} V(p)\, W(p,\ t) e^{pt} dp. \qquad (4.49)$$

Охирги ифода умумлаштирилган формула бўлиб, унда узатиш функцияси t параметрга боғлиқ. Демак, параметрлари ўзгарувчан система узатиш функциясини $W(p,\ t)$ билган ҳолда унда ихтиёрий таъсир $v(t)$ қўзғатган ўтиш жараёнини топиш мумкин.

Хусусий ҳолда, $v(t) = \delta(t-\tau)$ ва $V(p) = e^{-p\tau}$ бўлса, (4.49) формула (4.46) ифодага келтирилади.

Параметрлари ўзгарувчан чизиқли АБС нинг частота характеристикалари $W(j\omega,\ t) = A(\omega,\ t) e^{j\varphi(\omega,\ t)}$ узатиш функциясига $W(p,\ t)$ ўхшаб, параметрлари ўзгармас системадан фарқли равишда иккита параметрга (w ва t га) боғлиқ.

Шундай қилиб, параметрлари ўзгарувчан чизиқли АБСларни таҳлил қилиш системанинг импульсли характеристикаси ёки узатиш функцияси маълум бўлса етарлича оддий бўлади. Аммо кўпинча бу характеристикалар маълум бўлмайди ва фақат системанинг дифференциал тенгламаси берилади. Шунинг учун кўп ҳолларда $w(t)$ ёки $W(p, t)$ ни системанинг маълум дифференциал тенгламаси бўйича аниқлаш масаласи қўйилади. Бу масаланинг ечилиши ўзгармас параметрли АБС учун анча оддий бўлса ҳам, параметрлари ўзгарувчан чизиқли АБС лар учун анча қийин. Бу қийинчиликлар ҳозирги вақтда (4.43) дифференциал тенгламалар ечимини топувчи мунтазам усуллар йўқлигининг оқибатидир.

5-боб

ИМПУЛЬСЛИ АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИНГ МАТЕМАТИК ТАВСИФИ

Вақт бўйича квантлаш жараёни мавжуд бўлган системалар *импульсли системаларга* (ИС) тааллуқлидир. *Вақт бўйича квантлаш* деганда вақт бўйича узлуксиз сигнални унинг $t=0$, τ, 2τ... дискрет вақт онларидаги қийматлари кетма-кетлигига ўзгартириш тушунилади. τ катталик квантлаш даври (сўроқлаш даври) деб юритилади. Сонларнинг кетма-кетлиги эса баъзан *панжарасимон функция* деб ҳам аталади.

Агар системаларда вақт бўйича квантлаш билан бир қаторда *сатҳ бўйича квантлаш* мавжуд бўлса, бундай системалар *рақамли системалар* деб аталади. Амалий ҳолларда, масалан, квантлаш сатхлари сони етарлича катта бўлганида (бунга катталиклари камида еттита иккилик хонали сонлар билан ифодаланувчи бошқарувчи рақамли ҳисоблаш машиналари БРҲМ бўлган системалар ва микропроцессорли системалар мисол бўла олади) сатхлар бўйича квантлаш таъсирини ҳисобга олмаслик мумкин. Шунинг учун қуйида фақат ИС хусусида фикр юритилади.

5.1. ИМПУЛЬСЛИ СИСТЕМАЛАРНИНГ УМУМИЙ ТАВСИФИ ВА ХУСУСИЯТЛАРИ

Импульсли системаларнинг автоматикада кенг жорий қилиниши 60-йиллардан бошланди. Бундай системаларнинг қуйидаги муҳим хусусиятларини кўрсатиш мумкин:

— кўпгина бошқариш объектларга (масалан, ростлагич ёки бошқарувчи рақамли ЭҲМ) вақт бўлиниши тартибида ишлайдиган битта бошқариш қурилмаси хизмат қилиш имконияти; бундай имкониятнинг амалга оширилиши ишлаб чиқариш ва транспортда (масалан, кўп каналли телемеханик системаларда) ҳамда коинотдаги ва бошқа ҳаракатдаги объектларни бошқаришда жуда муҳим ҳисобланади;

— узлуксиз системаларда эришиб бўлмайдиган хусусиятларнинг олиши мумкинлиги; масалан, импульсли тартибда хусусиятларнинг олиши мумкинлиги; масалан, импульсли тартибда қувват бўйича ғоят катта кучайтиргич коэффициентларини (10^{14}гача), қувватли импульсли сигналларни (радиолокация системаларида), ўтиш жараёнининг чекли вақтда тугалланишини (энг мувофиқ системаларда), аниқликнинг ошишини (рақамли кузатувчи системаларда, программали бошқарилувчи дастгоҳларда ва бошқаларда);

— бошқарувчи рақамли ЭҲМ нинг бевосита ростлаш занжирида (контурида) ишлатилиши имконияти (бевосита рақамли бошқариш, технологик жараёнларни автоматлаштирилган бошқариш системалари — ТЖ АБС).

Охирги омил, ҳар қалай, асосий ҳисобланади. Масала шундаки, ТЖ АБС комплекс автоматлаштирилган системаларини бошқарувчи рақамли ЭҲМ ва микропроцессорлар (МП) асосида яратишни кўзда тутади. Бундай системаларнинг мослапувчанлиги ва универсаллиги бошқаришнинг янги имкониятларини юзага келтиради;

— узлуксиз техникада рўёбга чиқариб бўлмайдиган ва АБС сифатини оширувчи ростлашнинг мураккаб қонунларини амалга оширишда (оптимал, структураси ўзгарувчан ва шажарали, мосланувчанлик элементлари билан ва ҳоказо).

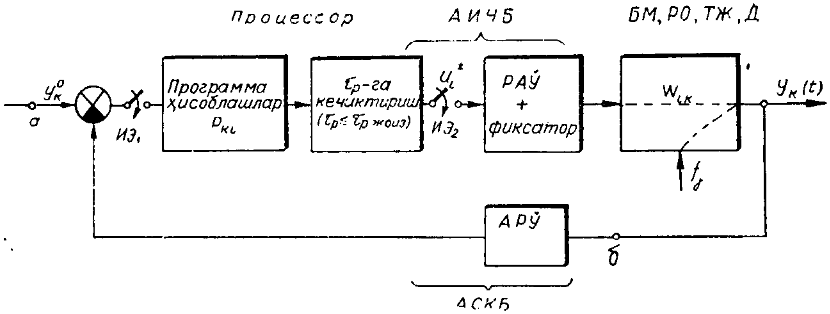
— бутун системанинг интеграл характеристикалари ҳисобланиб, катта ҳажмли маълумотларнинг ишланишини талаб қилувчи техник-иқтисодий кўрсаткичлар (масалан, таннарх ёки фойда) ҳамда билвосита параметрлар бўйича катта ишлаб чиқариш комплексларини бошқаришда;

— назорат ва бошқариш масалаларини ечишни бирхиллаштириш (унификациялаш) ҳисобига.

Ҳозирги вақтда бошқарувчи рақамли ЭҲМ ва МП лар асосидаги бошқариш системалари нафақат янги ишлаб чиқаришларда қўлланилади, балки улар ростлашнинг эскирган ва маълум бир ишгагина мўлжалланган (локал) системаларини сиқиб чиқармоқда. Агар яқинда 50 та локал ростлагични битта БРҲМ ва МП билан алмаштирилиши иқтисодий фойдали ҳисобланган бўлса, ҳозирда бу рақам айтарлича кичрайган, чунки вақт бўлиниши тартибида ишловчи РҲМ бошқариш билан бевосита боғлиқ бўлмаган қатор ёрдамчи масалаларни ҳам ечиши мумкин.

Шуни қайд қилиш лозимки, импульсли системалардаги вақт бўйича квантлашнинг салбий томонлари ҳам бор:

— сўроқлаш онлари орасида ахборот йўқолади: тез ўзгарувчан сигналлар учун уни сўроқлаш секин ўзгарувчанларга нисбатан тез-тез бўлиши шарт; бу камчилик кейинроқ аниқланувчи Котельников-Шеннон теоремаси шартларида йўқотилиши мумкин;



5.1- расм. Технологик жараённи бошқариш ik каналининг соддалаштирилган эквивалент структура схемаси

— одатда ростлаш сифати узлуксиз системалардагига нисбатан пасаяди, аммо система параметрларини (сўроқлаш даври, ростлагич параметрларини) танлаш йўли билан бу пасайишни жоиз катталикка келтириш мумкин.

Бошқарувчи рақамли ЭҲМ ва МП асосида технологик жараённи бевосита рақамли бошқариш (БРБ) системасида кўрамиз. БРБ системаларида ахборот бошқариш объекти датчикларидан бевосита бошқарувчи рақамли ЭҲМ га узатилади. Бошқариш сигналлари эса бошқарувчи рақамли АРҲМ дан бевосита бошқариш объектининг ижрочи механизмлари ва қурилмаларига узатилади.

БРБ системаси бошқариш битта контурининг соддалаштирилган тузилиш структура схемаси 5.1-расмда келтирилган. Схема технологик жараённинг W_{ik} динамик характеристикали ik каналини, i бошқариш таъсирини РҲМ да ҳисоблаш программасини амалга оширувчи p_{ki} операторни ўз ичига олади. Бундан ташқари схемада қуйидагилар ўз аксини топган:

k — ростланувчи ўзгарувчи $y_k(t)$ ни сўроқлаш жараёни ва ҳисоблашлар натижасини (рақам шаклида) вақтнинг дискрет онларида (дискрет онлар $ИЭ_1$ ва $ИЭ_2$ импульсли элементлар ёрдамида амалга оширилади) бериш;

— ҳисоблашлар натижасини беришни $\tau_p \leqslant \tau_{ржоиз}$ вақтгача кечиктириш жараёни;

— мос ҳолда РАЎ ва АРЎ ларида амалга оширилувчи рақам — аналог ва аналог — рақам ўзгартиришлар жараёни;

— вақт бўйича дискрет бошқариш сигнали $u_i(t)$ ёрдамида тикланиш жараёни.

Ҳақиқий схемадаги сигналларнинг вақт бўйича „а" нуқтада квантланиш жараёни (РҲМ ОҲҚ сидан эталон параметрини чақириш) ва „б" нуқтада квантланиш жараёни (y_k ростланувчи катталикни дискрет вақт онларида сўроқлаш) берилган эквивалент схемада $ИЭ_1$ импульсли элементга ҳавола этилган.

Импульсли системаларда вақт бўйича квантланган сигнал турли шаклда берилиши (модуляция) мумкин. Агар импульсни фақат маълум шаклда (масалан, тўғри тўртбурчак шаклида) берилиши билан чегараланса ҳам, қуйидаги модуляция турларини қайд қилиш мумкин.

— *амплитуда-импульсли модуляция* (АИМ) — амплитудаси ўзгаради, кенглиги эса ўзгармайди;

— *кенглик-импульсли модуляция* (КИМ) — импульс кенглиги τ_u ўзгаради; амплитудаси эса ўзгармайди, яъни $v = \tau_u/\tau \leqslant 1$ импульслар оралиғи ўзгаради.

Модуляциянинг бошқа турлари ҳам бўлиши мумкин. Масалан, квантлаш частотасини (даврини), давр оралиғида импульс фазасини, импульс шаклини ва ҳоказо ўзгартириш мумкин бўлганда. Автоматик системаларда АИМ қўлланилгани сабабли (хусусан, БРҲМ ли системаларда) қуйида фақат шундай системалар устида фикр юритамиз.

Импульсли системаларни таҳлил қилиш ва лойиҳалаш узлуксиз системалардагидек вақт ва частота характеристикаларидан фойдаланиб бажарилса-да, ўзига хос хусусиятларга эга. Масала шундаки, чизиқли узлуксиз системалар учун универсал бўлган Лаплас ўзгартиришини импульсли системага татбиқ этиш узундан-узоқ ифодаларга олиб келади. Маълум бўлишича, импульсли системадаги вақт бўйича алгебраик реккурент ифодалар орқали ёки айирмали тенглама шаклида тавсифланувчи жараёнлар частота соҳасида Лапласнинг дискрет ўзгартириши ёки, янада қулайроқ. Z — ўзгартириши ёрдамида тавсифланиши мумкин.

Z — ўзгартириши бошқариш системаларини ЭҲМ да программалашда ёки моделлашда жуда қулай бўлиб, сўроқлашнинг дискрет онларида аниқланган оригиналларни — вақт функцияларини осонгина топишга имкон беради. Бироқ узлуксиз сигнални дискрет сигнал бўйича тиклашнинг етарлича содда усуллари мавжуд [10, 26].

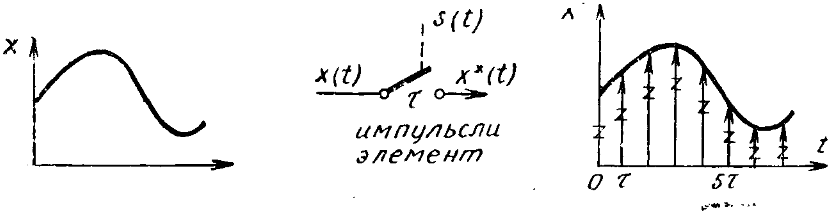
5.2. ИМПУЛЬСЛИ АБС ЛАРДА ВАҚТ БЎЙИЧА КВАНТЛАШ

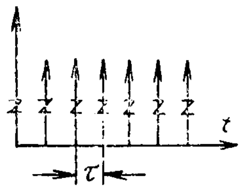
$x(t)$ сигнални амплитуда-импульсли модуляциялашни ва $x^*(t)$ квантланган сигнални олишни дастлабки сигнални $s(t)$ квантловчи сигналга кўпайтириш жараёни каби тасаввур қилиш мумкин (5.2-расм). Бунда $s(t)$ сигнал τ интервал ёрдамида вақт бўйича ажратилган δ—импульслар кетма-кетлиги кўринишида идеаллаштирилиши мумкин:

$$s(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - k\tau). \qquad (5.1)$$

У вақтда квантланган сигнални қуйидагича ёзиш мумкин:

$$x^*(t) = x(t) \cdot s(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x(t)\delta(t - k\tau). \qquad (5.2)$$



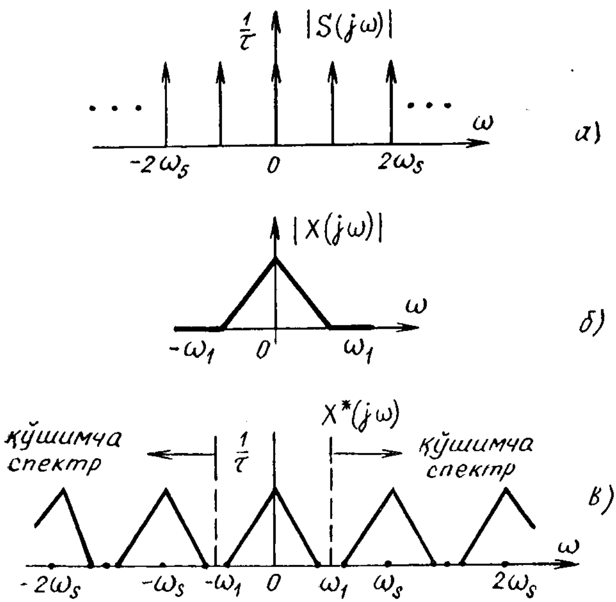


5.2- расм. Амплитуда-импульсли модуляция

Квантлаш даври τ ни қандай танлаш кераклигини ва у нотўғри танланганида қандай кўнгилсизликлар пайдо бўлишини аниқлаш учун $x^*(t)$ нинг частота спектрини кўриш мақсадга мувофиқ.

Квантловчи сигнал (5.1) $\omega_s = 2\pi/\tau$ частота билан даврли бўлганлиги сабабли у гармоник функциялар бўйича Фурье қатори кўринишида ифодаланиши мумкин. $s(t)$ да ω_s га каррали амплитудалаш тенг бўлган барча частоталар мавжуд эканлигини кўрсатиш қийин эмас (5.3- расм, *а*).

$$s(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - k\tau) = \frac{1}{\tau} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn\omega_s t} . \qquad (5.3)$$



5.3- расм. Вақт бўйича квантлаш жараёни

Агар $x(t)$ сигнал $X(j\omega)$ спектрга эга бўлса (5.3-расм, *б*) (5.2) модуляция квантланувчи сигнал частоталарини каррали катталикларга силжитади (5.3-расм, в). Ҳақиқатан ҳам (5.2) жараён учун (5.3) дан фойдаланган ҳолда Фурье ўзгартиришига биноан қуйидагича ёзиш мумкин:

$$X^*(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{\tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t) e^{jn\omega_s t} \right\} e^{-j\omega t} dt =$$

$$= \frac{1}{\tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{0}^{\infty} x(t) e^{-j(\omega - n\omega_s)t} dt = \frac{1}{\tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\omega - jn\omega_s). \qquad (5.4)$$

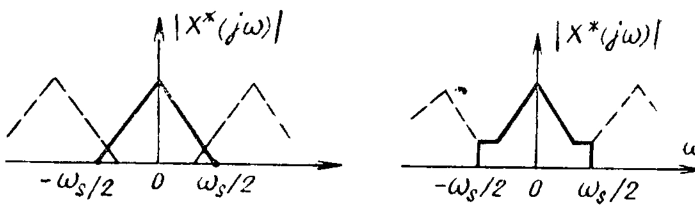
5.3-расм, *в* дан кўриниб турибдики, квантланган сигналнинг спектри $[\omega_s/2, \omega_s/2]$ асосий полосада дастлабки спектрга нисбатан τ марта камаяди. Буни сигнал тиклашда ҳисобга олиш зарур. Асосий полосадан ташқаридаги спектрлар баъзида қўшимча спектрлар деб аталади. Равшанки, $x(t)$ сигнал спектри $\pm\omega_s/2$ доирасида бўлганда, яъни сигналнинг максимал частотаси $\omega_1 \leqslant \omega_s/2$ $x^*(t)$ спектрда хатолик бўлмайди. Аммо, акс ҳолда (квантлаш даври нотўғри танланганда $\omega_1 > \omega_s/2$ бўлганда) асосий ва қўшимча спектрларнинг қопланиш хатолиги пайдо бўлади (5.4-расм). Қопланиш бўлмаганда дастлабки сигнални квантланган сигналдан уни паст частотали ўтказиш полосаси $\omega_s/2$ га тенг бўлган фильтрга (5.5-расм, *а*) ўтказиш йўли билан тиклаш мумкин. 5.5-расм, *а* даги $A_0(\omega)$ (идеал) мукаммал паст частотали фильтрнинг амплитуда-частотали характеристикаси. Бу Котельников-Шеннон теоремаси сифатида маълум:

Агар сўраш частотаси ω_s га тенг, яъни $\omega_s > 2\omega$ бўлса, у ҳолда вақт бўйича квантланган, спектрлари чегараланган $(-\omega_1 \leqslant \omega \leqslant \omega_1)$ узлуксиз сигнални хатосиз тиклаш мумкин. (5.5)

Амалда квантлаш частотасини (5.5) шартдагига қараганда юқорироқ олинади, чунки:

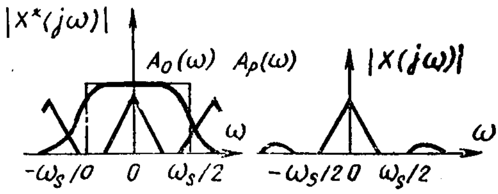
— даврий бўлмаган вақт функциялари частота полосаси бўйича чексиз спектрга эга;

— муайян (реал) паст частотали фильтрлар чексиз ўтказиш минтақасига эга $\left(\omega > \frac{\omega_s}{2}\right.$ даги сўнишни исталганча катта қилиш мумкин$\left.\right)$.



5.4-расм. Квантланган сигнал спектрининг бузилишлари

Паст частотали фильтр ва сўраш частотасини танлаб квантланган сигнал спектрининг олдини олиб бўлмайдиган бузилишларнинг жоиз бўлганидан ошмаслигига эришилади.



5.5- расм.

Чизиқли системаларни таҳлил қилишда Лаплас ўзгартиришини тадқиқ қилиш қулай ҳисобланади. Уни (5.2) дискрет сигналга қўллаб, тасвирни — Лапласнинг дискрет ўзгартиришини қуйидаги кўринишда оламиз:

$$X^*(p) = L\{x^*(t)\} = \int_0^\infty \left\{\sum_{k=0}^{\infty} x(t)\delta(t-k\tau)\right\} e^{-pt}\, dt =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} x[k\tau] \int_0^\infty \delta(t-k\tau) e^{-pt}\, dt = \sum_{k=0}^{\infty} x[k\tau] e^{-pk\tau}. \qquad (5.6)$$

Оддий (узлуксиз) ва дискрет тасвирлар орасидаги боғланиш қуйидаги кўринишда бўлади.

$$X^*(p) = \frac{1}{\tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(p - jn\omega_s). \qquad (5.7)$$

Бу ифода (5.4)га $j\omega = p$ ни қўйиш йўли билан осонгина ҳосил бўлади.

5.1 мисол. $x(t) = e^{\alpha t}$ функция учун Лапласнинг дискрет ўзгартиришини қўллайлик. (5.6) га биноан

$$X^*(p) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{\alpha k\tau} e^{-pk\tau} = \frac{1}{1 - e^{\alpha\tau} e^{-p\tau}} \qquad (5.8)$$

$\alpha = j\omega$ бўлганда (5.8) дан гармоник сигналнинг Лаплас бўйича дискрет тасвирини осонгина олиш мумкин.

Амалда муҳим бўлган қуйидаги тасвирлар учун Лаплас бўйича оддий ва дискрет ўзгаришлар орасидаги боғланишни кўрайлик.

$$x_a(p) = \frac{B(p)}{A(p)}, \quad x_б(p) = \frac{B(p)}{A(p)} e^{-p\tau}, \qquad (5.9)$$

бу ерда $A(p)$, $B(p)$ — p бўйича мос ҳолда N ва $M \leqslant N$ даражали полиномлар. Агар $A(p)$ полином илдизлари p_ν $(\nu = i, N)$ оддий бўлса, ёйиш теоремасига (3.2- жадвал) билан қуйидагини ёзиш мумкин:

$$x_a(t) = L^{-1}\{x_a(p)\} = \sum_{\nu=1}^{N} \frac{B(p_\nu)}{A'(p_\nu)} e^{p_\nu t}, \quad A'(p) = \frac{dA(p)}{dp};$$

$$x_б(t) = L^{-1}\{x_б(p)\} = x_a(t-T). \qquad (5.10)$$

5.1-мисол натижасидан фойдаланиб, Лаплас ўзгартиришининг чизиқлилиги туфайли қуйидагини олиш мумкин.

$$X_a^*(p) = L\{x_a^*(t)\} = \sum_{\nu=1}^{N} \frac{B(p_\nu)}{A'(p_\nu)} \cdot \frac{1}{1-e^{p_\nu \tau} e^{-p\tau}};$$

$$X_a^*(p) = L\{x_б^*(t)\} = X_a^*(p)e^{-pT} \qquad (5.11)$$

Аммо бундай оддий ифодалар нисбатан камдан-кам ҳосил бўлади. Шунинг учун қулайроқ ҳисобланган Z — ўзгартиришини кўриш мақсадга мувофиқ.

5.3. ДИСКРЕТ СИГНАЛЛАРНИНГ Z- ТАСВИРИ

Z — тасвир ИС даги жараёнларни ЭҲМ ёрдамида программалашда ва моделлашда энг қулай ҳисобланади. (5.6) ифодани

$$Z = e^{p\tau} \qquad (5.12)$$

тенгликни ҳисобга олиб, қайта ёзамиз.

$$X(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} x[k\tau]Z^{-k}. \qquad (5.13)$$

Бу ифода квантланган сигналнинг Z — *тасвири* деб аталади. Бунда белгилашдаги юлдузчани тушириб қолдириш мумкин, чунки Z — тасвир Лаплас ёки Фурье тасвиридан фарқли ўлароқ фақат вақт буйича квантланган сигнални аниқлайди. Чексиз қатор (5.13) берилган вақт функциясига боғлиқ бўлган $|Z| = a$ радиусли айлана ташқарисида яқинлашади деб фараз қилинади. Масалан, агар $|x[k\tau]| \leqslant Me^{ak}$ бўлса, (5.13) қатор $|Z| > e^a$ бўлганда яқинлашади. (5.13) нинг ёзилиш шакли (5.4) ёки (5.6) каби узун бўлишига қарамай амалдаги муҳим квантланган вақт функциялари ихчам. Z — тасвирлар орқали ифодаланиши мумкин.

5.1-жадвалда баъзи бир (квантланган) вақт функцияларининг Z — тасвири келтирилган(таққослаш мақсадида бу функцияларнинг оддий Лаплас бўйича тасвирлари ҳам берилган).

Z — тасвир бевосита Лаплас ўзгартиришидан олингани сабабли, унда Лаплас ўзгартиришининг барча муҳим хусусиятлари сақланади [26], аммо бу хусусиятларнинг ифодаланиш шакллари бошқача. Амалдаги кўпгина масалаларда Лаплас бўйича узлуксиз тасвирлари билан берилган вақт функцияларининг. Z — тасвирини аниқлашга тўғри келади. Хусусан, узлуксиз системаларни РҲМ да моделлашда бирор $W(z)$ операторни топишга тўғри келадики, бу оператор система кириш йўли сигналига таъсир этиб, уни чиқиш йўлида $X(p)$ узатиш функцияли узлуксиз система чиқиш йўлидан олишга имкон берсин.

№	Вақт функцияси	Леплес бўйича тасвир	Z—тасвир $F(z)$
1	$\delta(t)$	1	мавжуд эмас
2	$1(t)$	$1/p$	$1/(1-Z^{-1})$
3	t	$1/p^2$	$(\tau - Z^{-1})(1 - Z^{-1})^2$
4	$e^{\pm at}$	$1/(p \pm a)$	$1/(1 - e^{\pm a\tau} \cdot Z^{-1})$
5	$t \cdot e^{\pm at}$	$1/(p \pm a)^2$	$\tau e^{\mp a\tau} Z^{-1}/(1 - e^{\mp a\tau} Z^{-1})^2$
6	$e^{-at} \sin bt$	$b\{(p+a)^3 + b^2\}$	$\dfrac{Ze^{-a\tau} \cdot \sin b\tau}{1 - 2Z^{-1a\tau} \cos b\tau \pm Z^{-2} e^{-ba\tau}}$

$W(Z)$ дискрет узатиш функциясини $W(p)$ узлуксиз тимсоли бўйича аниқлаш масаласи анча мураккаб, чунки $p = 1/\tau \ln Z$ ни бевосита қўйиш $W(p)$ дан $W(Z)$ каср-рационал функцияни олишга имкон бермайди (қуйида кўрсатилганидек, фақат каср-рационал функциялар осонгина программаланади). Бундай ўтишни амалга ошириш учун $p = 1/\tau lnZ$ аниқ ифодани турли аппроксимациялашдан фойдаланилади, масалан, чизиқли Z — ўзгартириши

$$p = \frac{2}{\tau} \cdot \frac{1 - Z^{-1}}{1 + Z^{-1}}.$$

Аммо бундай аппроксимациялаш ишлатилишидаги аниқликни баҳолаш ҳар доим ҳам осон эмас. Шунинг учун фақат импульсни инвариант усулни тавсия этиш мумкин. Бу усулга биноан, $W(Z)$ ни берилган узатиш функциясининг Лаплас бўйича тескари ўзгартириши масаласидан топилувчи импульсли характеристика $w(t)$ бўйича аниқланади.

5.2-мисол. Услуксиз прототипи қуйидаги узатиш функцияси орқали берилган дискрет фильтр ифодасини топайлик:

$$W(T)p = \frac{1}{p + a}.$$

Бичизиқ Z — ўзгартиришдан фойдалансак, қуйидаги дискрет фильтрнинг аппроксимациясини топамиз:

$$W_a(Z) \cong \frac{\tau(1 + Z^{-1})}{2 + \tau a + (\tau a - 2)Z^{-1}}.$$

Аниқ ифода импльсли инвариант усул ёрдамида топилади. Берилган узатиш функциясига биноан импульсли характермстикани топамиз:

$$w(t) = L^{-1}\{W(p)\} = e^{-at}.$$

Дискрет фильтр реакциясининг узлуксиз системанинг 0, τ, 2τ, . . . вақт онларидаги реакциясидан фарқланмаганлиги сабабли қуйидагини ёзиш мумкин: [(5.8) ифодага қаранг]

$$W(Z) = Z\{w^*(t)\} = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-ak\tau} Z^{-\kappa} = \frac{1}{1-e^{-a(\tau)}Z^{-1}}$$

бўлгани сабабли ва Z^{-1} бир сўраш тактига кечиктириш оператори эканлигини ҳисобга олган ҳолда жорий кириш йўли сигнали ва бир тактга кечиктирилган чиқиш йўли сигнали бўйича дискрет фильтр чиқиш йўли сигналини аниқловчи ифодани топамиз

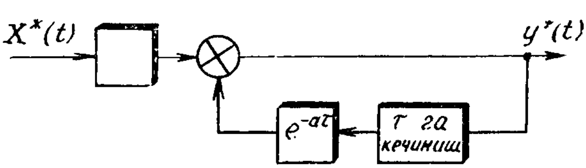
$$y[k\tau] = x[k\tau] + e^{-a\tau}y[(k-1)\tau],\ k = 0, 1, 2, \ldots \qquad (5.14)$$

Бу ифода импульс кетма-кетлиги ҳилидаги кириш йўли сигналлари учун яхши натижалар беради. Бундай фильтрнинг схемаси 5.6- расмда келтирилган.

Энди тескари Z — ўзгартиришни кўрайлик. Z — ўзгартиришдан сигналларни вақтнинг дискрет онларида тавсифлаш учун фойдаланилгани сабабли, тескари ўзгартириш (тескарилаш) натижасида унинг 0, τ, 2τ, . . .— вақт онларидаги қийматларининг кетма-кетлиги кўринишидаги панжарасимон вақт функцияси олинади.

$$x[k\tau] = Z^{-1}\{x(Z)\} = \frac{1}{2\pi j} = \oint_{\Gamma} x(Z)Z^{k-1}dZ,\ k = 0, 1, 2, \ldots \qquad (5.15)$$

бу ерда Γ — $x(Z)$ функциянинг барча махсус нуқталарини ўз ичига олувчи контур Z — текисликдаги ихтиёрий берк контур, хусусан, $|Z| > e^{a}$ радиусли ихтиёрий айлана (бу ерда x_k экспоненциал чегараланган деб фараз қилинади, яъни $x[k\tau]/ \leqslant Me^{ak}$ (5.15) интеграл қийматини кўпинча *чегириш теоремаси* ёрдамида олиш мумкин. Чегириш теоремасининг $X[Z]$ каср-рационал функцияси учун хусусий ҳоли ёйиш теоремаси сифатида маълум. (5.3- жадвалнинг 9- бандига қаранг). Аммо, қатор ҳолларда тескарилашни янада оддийроқ усуллар ёрдамида, оддий алгебраик амалларни бажариш орқали амалга ошириш мумкин.



5.6- расм. (5—14) дискрет фильтрнинг схемаси

№	Хусусият	Уклуксиз оригинал $x(t)$, $t>0$	Квантланган оригинал $-x_K=x[k\tau]$, $K=0, 1, 2,$ кетма-кетлик	Z—тасвир
1	Чизиқлилик	$\alpha x(t)+\beta y(t)$	$\alpha x_R+\beta x_R$	$\alpha x(Z)+\beta x(Z)$
2	Кечикиш теоремаси	$x(t-v\tau)$, $v=1, 2, \dots$	x_{R-r}	$x(Z)-Z^{-v}$
3	Илгарилаш теоремаси	$x(t+v\tau,)$ $v=1, 2, \dots$	x_{R+v}	$x(Z)Z^{v}-$ $-\sum_{l=0}^{n-1} x_l Z^{v-\varsigma}$
4	Чекли айирмалар (кўтарилувчи)	$x(R\tau)-$ $-x\{(R-1)\tau\}$	$x_R-x_{R-1}=\nabla x_R$	$x(Z)\cdot\frac{Z-1}{Z}$
5	Интеграллаш	$\int_0^{R\tau} x(t)dt$	$\sum_{l=0}^{R} x_l$	$x(Z)\cdot\frac{Z}{Z-1}$
6	Функциялар йиғиндиси	$\int_0^{\infty} w(\tau)x(t-\tau)d\tau=$ $=\int_0^{\infty} w(t-\tau)x(\tau)d\tau$	$\sum_{l=0}^{\infty} w_l x_{R-l}=$ $=\sum_{l=0}^{\infty} w_{R-l}x_l$	$W(Z)\cdot x(Z)$
7	Охирги (бошланғич) қийматлар тўғрисидаги теорема	$\lim\limits_{t\to\infty} x(t)$ $(t\to 0)$	$\lim\limits_{R\to\infty} x_R$ $(R\to 0)$	$\lim\limits_{z\to 1} x(Z)\,\frac{Z-1}{Z}$ $(\lim\limits_{z\to\infty} x(Z))$
8	Хусусий ҳосилани олиш	$\frac{\partial}{\partial a}[x(t, a)]$	$\frac{\partial}{\partial a}x_R(a)$	$\frac{\partial}{\partial a}x(Z, a)$
9	Ёйиш теоремаси		$x_R=\sum_{n-1}^{N}\lim\limits_{z\to z_n}\left[\left\{z-z_n\right\}\frac{B(z)}{A(z)}\cdot z^{R-1}\right]$ $z_nA(z)=0$ нинг илдизлари $N\cdot A(z)$ номинал даражаси	$x(Z)=\frac{B(Z)}{A(Z)}$

Агар тасвир Z^{-1} нинг даражалари бўйича қуйидагича ёйилган бўлса, тескарилаш жуда осон бўлади:

$$X[Z] = C_0 + C_1 Z^{-1} + C_2 Z^{-2} + \dots \qquad (5.16)$$

Буни (5.13) билан таққослаб, $C_к$ коэффициентлар қидирилаётган панжарасимон вақт функциясини тўла-тўкис аниқлашини белгилаш мумкин:

$$x[k\tau] = C_k, \ k = 0, \ 1, \ 2, \ \dots \qquad (5.17)$$

Хусусан, тасвир каср-рационал функция бўлса,

$$X(Z) = \frac{b_m z_m + a_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0}, \qquad (5.18)$$

унда бир полиномни иккинчисига бўлиш йўли билан (5.16) формулага келамиз. Бу усул бўлиш усули сифатида маълум. $C_к$ коэффициентлар a_i, $в$ коэффициентлар орқали (5.16) ва (5.18) ларнинг ўнг томонларини таққослаш йўли билан осонгина топилади.

Буни амалиётнинг муҳим ҳоли учун, $t < 0$ да $x(t) = 0$ ва, демак (5.18) ифодада $m \leqslant n$ бўлганда кўрсатамиз. (5.18) ни қайта ёзамиз

$$x(Z) = \frac{\beta_n Z^n + \beta_{n-1} Z^{n-1} + \dots + \beta_0}{Z^n + \alpha_{n-1}^{n-1} + \dots + \alpha_0} = C_0 + C_1 Z^{-1} + C_2 Z^{-2} + \dots$$

бу ерда C_k коэффициентлар қидирилаётган коэффициентлар ҳисобланади. Унда қуйидагини ёзиш қийин эмас:

$$\begin{aligned} C_0 &= \beta_n; \\ C_1 &= \beta_{n-1} - \alpha_{n-1} C_0; \\ C_2 &= \beta_{n-2} - \alpha_{n-1} C_1 - \alpha_{n-2} C_0; \qquad (5.19) \\ &\dots\dots\dots\dots\dots \\ C_k &= \beta_{n-k} - \alpha_{n-1} C_{k-1} - \dots - \alpha_{n-k-1} C_1 - \alpha_{n-k} C_0; \ k = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

5.3- мисол.

$$x[k\tau] = Z^{-1}\left\{\frac{z}{z - 0,5}\right\} \text{ ни топайлик.}$$

Бу ҳолда $n = 1$, $\beta_1 = 1$, $\beta_0 = 0$, $\alpha_1 = 1$, $\alpha_0 = -0,5$ шунинг учун $C_0 = 1$; $C_1 = 0,5$; , . .; $C_k = (0,5)^k$.

Демак, $x[k\tau] = 0,5^k$; $k = 0, \ 1, \ 2, \ \dots$

$$x^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} (0,5)^k \delta(t - k\tau).$$

Тескарилашнинг бошқа бир усули рекуррент ифодаларни олишга асосланган бўлиб, бу ифодалар ўтган қийматларга биноан жорий қийматларни топишга имкон беради. Бу усул ЭҲМ да программалашда (моделлашда) жуда қулай. Тескарилашнинг бундай шакли x ва y ўзгарувчилари ўртасидаги боғланиш қуйидаги шаклда берилганда осон бўлади:

$$Y(Z)\cdot A(Z)=X(Z)B(Z)$$

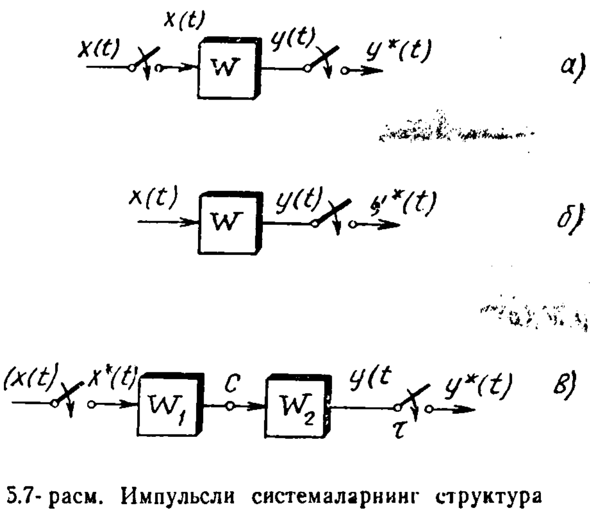
бу ерда A, B—Z^{-1} бўйича полиномлар.

Бу ҳолда вақт соҳасидаги (аммо дискрет аргументли) ўзгарувчилар орасидаги боғланишни айирма тенгламаси кўринишида олишга имкон берувчи силжиш хусусиятидан (5.9 жадвалнинг 6-бандига қаранг) фойдаланилади. Z — тасвирини тескарилаш Лаплас бўйича тасвирни тескарилашга қараганда анча осонроқ.

5.4. ИМПУЛЬСЛИ СИСТЕМАЛАРНИНГ МАТЕМАТИК ТАВСИФЛАРИ

Импульсли системаларни математик тавсифлаш узлуксиз қисмдаги жараёнларнинг боришини (3-бобга қаранг) аниқловчи физик қонунларни кўришга асосланади. Аммо импульсли элементнинг мавжудлиги бундай тавсифга маълум хусусиятлар киритади. Шуни айтиш лозимки, ИС да ҳар хил ёки ўзгарувчан частотада сўралувчи асинхрон ишловчи бир нечта импульс элементлари бўлиши мумкин. Бундай системаларни тавсифлаш қўшимча қийинчиликларни туғдиради. Бундан кейин фақат барча импульсли элементлари идеал ва бир хил частотали синхрон ишловчи стандарт ИС лар кўрилади. $W(p)$ узатиш функцияли узлуксиз қисмдан ва иккита синхрон импульсли элементдан иборат бўлган импульсли системани (5.7-расм, *а*) кўрамиз. Узлуксиз қисм чиқиш йўли сигнали учун қуйидагини ёзиш мумкин

$$Y(p)=W(p)X^{*}(p)$$



5.7- расм. Импульсли системаларнинг структура схемалари

(5.6) га биноан квантланган сигналнинг Лаплас бўйича тасвири қуйидагига тенг;

$$Y^*(p) = \frac{1}{\tau}\sum_{n=-\infty}^{8} Y(p - jn\omega_s) = \frac{1}{\tau}\sum_{n=-\infty}^{\infty} W(p - jn\omega_s)X^*(p - jn\omega_s)$$

$X^*(p - jn\omega_s)$ — даврий функция (ω_s даври билан) бўлганлиги сабабли охирги ифодани фақат Лаплас бўйича дискрет тасвирлар учун қайта ёзиш мумкин:

$$Y^*(p) = X^*(p)\frac{1}{\tau}\sum_{n=-\infty}^{\infty} W(p - jn\omega_s) = X^p W^*(p),$$

ёки Z — тасвирга ўтиб импульсли системанинг *узатиш функциясини* оламиз (баъзан *«импульсли узатиш функцияси»* термини ҳам ишлатилади)

$$W(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)}, \qquad (5.20)$$

бу ерда $W(Z) = Z\{W^*(p)\}$

ИС динамикаси хусусиятини тушунтириш мақсадида $W(p)$ узатиш коэффициентли ўзгармас қисм олдида битта импульсли элементи бўлган системани кўрамиз (5.8-расм, *б*). Бу система учун қуйидагини ёзиш мумкин:

$$Y(p) = X(p)W(p) \text{ ва } Y^*(p) = [X(p)\cdot W(p)]^*$$

ёки охирги ифодани Z — ўзгартиришдан сўнг

$$Y(Z) = XW(Z),$$

бу ерда $XW(Z)$ ёзув Z — ўзгартиришнинг $X(p)W(p)$ кўпайтмадан бутунлай (кўпайтманинг алоҳида қисмларидан эмас) олинишини белгилайди.

Демак, бундай ИС нинг узатиш функцияси қуйидагига тенг бўлади:

$$W(Z) = \frac{XW(Z)}{X(Z)}, \qquad (5.21)$$

яъни, у умумий ҳолда $x(t)$ кириш йўли сигналига боғлиқ. Узлуксиз чизиқли системада эса узатиш функцияси фақат системанинг параметрларига боғлиқ бўлади.

ИС динамикасининг бошқа бир хусусиятини кўрсатиш мақсадида 5.7-расм, *в* да келтирилган системани кўрайлик. Бу система учун $Y(p) = W_1(p)W_2(p)X^*(p)$, ва Z — ўзгартиришдан сўнг қуйидагини оламиз

$$Y(Z) = Z\{W_1(p)W_2(p)X^*(p)\} = W_1W_2(Z)X(Z). \qquad (5.22)$$

Бу ерда кўрилаётган ИС нинг узатиш функцияси:

$$W(Z) = W_1W_2(Z).$$

Охирги характеристиканинг хусусияти шундан иборатки, умумий ҳолда:

$$W_1W_2(Z) = W_2(Z)W_2(Z).$$

Охирги ифодада тенглик белгисини фақат 5.7-расм, *в* даги схеманинг С нуқтасида синхрон ишловчи яна бир импульсли элемент мавжуд бўлгандагина қўйиш мумкин.

Шундай қилиб, узлуксиз қисмларнинг узатиш функцияларини (Лаплас бўйича тасвирларни) кўпайтувчиларга (уларни алоҳида Z — ўзгартириш мақсадида) ажратиш мумкин эмас (5.2-жадвалнинг 4,5 бандига қаранг).

Кириш ва чиқиш йўлидаги жараёнлар дискрет (вақт бўйича) кетма-кетликдан иборат бўлган динамик системалар дискрет фильтрлар деб аталади. Улар импульсли системаларнинг муҳим туркумини ташкил этади. Чизиқли дискрет фильтрлар чизиқли тенгламалар айирмаси орқали тасвирланади

$$\sum_{n=0}^{N} a_n y[k-n] = \sum_{m=0}^{M} b_m x[k-m], \quad a_0 = 1; \qquad (5.23)$$

бунда N ва M га чегараланишлар йўқ.

(5.23) нинг иккала томонида Z — ўзгартиришни олсак, қуйидагини ҳосил қиламиз (5-3-жадвалнинг 2-бандига қаранг):

$$Y(Z)\left(1 + \sum_{n=}^{N} a_n Z^{-n}\right) = X(Z) \sum_{m=0}^{M} b_m Z^{-m},$$

бу ердан дискрет фильтрнинг узатиш функцияси

$$W(Z) = \left.\frac{Y(Z)}{X(Z)}\right|_{\text{б.ш.}=0} = \frac{\sum\limits_{m=0}^{M} b_m Z^{-m}}{1 + \sum\limits_{n=1}^{N} a_n Z^{-n}} = \frac{B(Z)}{A(Z)}, \qquad (5.24)$$

бу ерда б.ш. = 0 ёзуви бошланғич шартларнинг нуллигини белгилайди; А ва Б — даражаси N ва M сонларнинг энг каттасига тенг бўлган Z — бўйича полиномлар (бунинг учун сурат ва махражни агар $N > M$ бўлса, Z^N га ёки агар $N < M$ бўлса, Z^M га кўпайтириш лозим). Бундан кейин аниқлик нуқтаи назаридан $N \geqslant M$ деб ҳисоблаймиз.

Дискрет фильтрнинг ихтиёрий $x[k]$ таъсирига ($k \geqslant 0$) реакцияси умумий ҳолда қуйидагига тенг

$$y[k] = Z^{-1}\{W(Z)X(Z)\} + \sum_{n=1}^{N} c_n Z_n^k, \quad k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots \qquad (5.25)$$

бу ерда биринчи қўшилувчи фильтр реакциясининг мажбурий ташкил этувчисини, иккинчиси эса нулга тенг бўлмаган бошланғич шартларга боғлиқ бўлган эркин ташкил этувчини ифодалайди, Z_n — фильтрнинг қуйидаги характеристик тенгламасининг илдизлари:

$$A(Z) = 0. \tag{5.26}$$

C_n коэффициентлар бошланғич шартлардан аниқланади. (5.25) ифодада йиғма шаклидаги эквивалент вақт ёзувига (5.3-жадвалнинг 6-бандига қаранг) ўтсак, у ҳолда қуйидагига эга бўламиз:

$$y[k] = \sum_{i=0}^{\infty} w[i]x]k-i] + \sum_{n=1}^{N} C_n Z_n^k, \quad k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots \tag{5.27}$$

бу ерда $w[i] = Z^{-1}\{W(Z)\}$ — дискрет фильтрнинг импульсли характеристикаси бўлиб, уни (5.24) дан юқорида тасвирланган бўлиш усули ёрдамида осонгина топиш мумкин. $x[k] = 0$ $(k < 0)$ таъсир учун айирма тенгламанинг (5.23) шаклида ёзилишида бошланғич шартлар одатда $y[k]$ чиқиш йўлининг олдинги N вақт онларидаги қийматлари орқали берилади: $y[-1], \ldots, y[-N]$. Унда C_n доимийлар қуйидаги тенгламалар системасининг ечими сифатида аниқланади

$$\sum_{n=1}^{N} C_n Z_n^{\nu} = \varphi[\nu], \quad \nu = -1,\ -2,\ \ldots,\ -N. \tag{5.28}$$

(5.27) дан хулоса қилиб шуни айтиш мумкинки, *агар* $x[k] = 0$ *бўлса, мажбурий ташкил этувчи нулга тенг бўлади; эркин ташкил этувчи эса бошланғич шартлар нул бўлганда нулга тенг бўлади. Агар ихтиёрий бошланғич шартларда унинг реакцияси вақт ўтиши билан* ($k \to \infty$) *ўзининг мажбурий ташкил этувчисига интилса, у ҳолда бундай дискрет фильтрларга барқарор дискрет фильтрлар дейилади.* Ифода (5.27) дан кўриниб турибдики, бунинг учун ифода (5.26) да келтирилган характеристик тенгламанинг барча илдизлари модул бўйича бирдан кичик бўлиши зарур ва етарли:

$$|Z_n| < 1, \quad n = 1,\ \ldots,\ N. \tag{5.29}$$

Шундай қилиб, чизиқли импульсли системаларнинг динамик характеристикасини айирма тенглама (5.23) *импульсли характеристика* $w[i]$ ва *узатиш функцияси* $W(Z)$ (5.24) орқали тўла ифодалаш мумкин.

6-боб

ЧИЗИҚЛИ БЎЛМАГАН АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИНГ МАТЕМАТИК ТАВСИФИ

Олдинги бобларда аниқлиги йўл қўйилган даражада бўлган чизиқли дифференциал тенгламалар орқали тавсифланувчи АБС лар кўрилган эди. Аммо, бир қанча системалар ҳам борки, улардаги жараёнларни чизиқли дифференциал тенгламалар орқали мутлақо тавсифлаш мумкин эмас. Бундай системаларни тадқиқлашда система элементлари ҳақиқий характеристикаларининг чизиқли эмаслигини ҳисобга олишга имкон берувчи чизиқли бўлмаган дифференциал тенгламалардан фойдаланиш лозим.

6.1. ЧИЗИҚЛИ БЎЛМАГАН АБС ЛАРНИНГ ХУСУСИЯТЛАРИ

Таркибида камида битта чизиқли бўлмаган ёки қиймати бўйича чегараланган (қуввати, силжиши, ҳарорати ва бошқа қийматлари чегараланган) таъсир қилувчи элементи бўлган системалар *чизиқли бўлмаган* АБС лар деб юритилади.

Чизиқли бўлмаган элементларнинг характеристикалари ҳар хил бўлиши мумкин. 6.1-расмда АБС ларнинг амалда кўп учрайдиган эгри чизиқлари келтирилган.

Чизиқли бўлмаган характеристикалар бир маъноли (6.1-расм *а, б, в*) ва кўп маъноли (6.1-расм *г, д, е*) бўлиши мумкин. Ўз навбатида бу гуруҳларни узлуксиз (6.1-расм, *г*) ва узлуклига (6.1-расм, *б*) ажратиш мумкин.

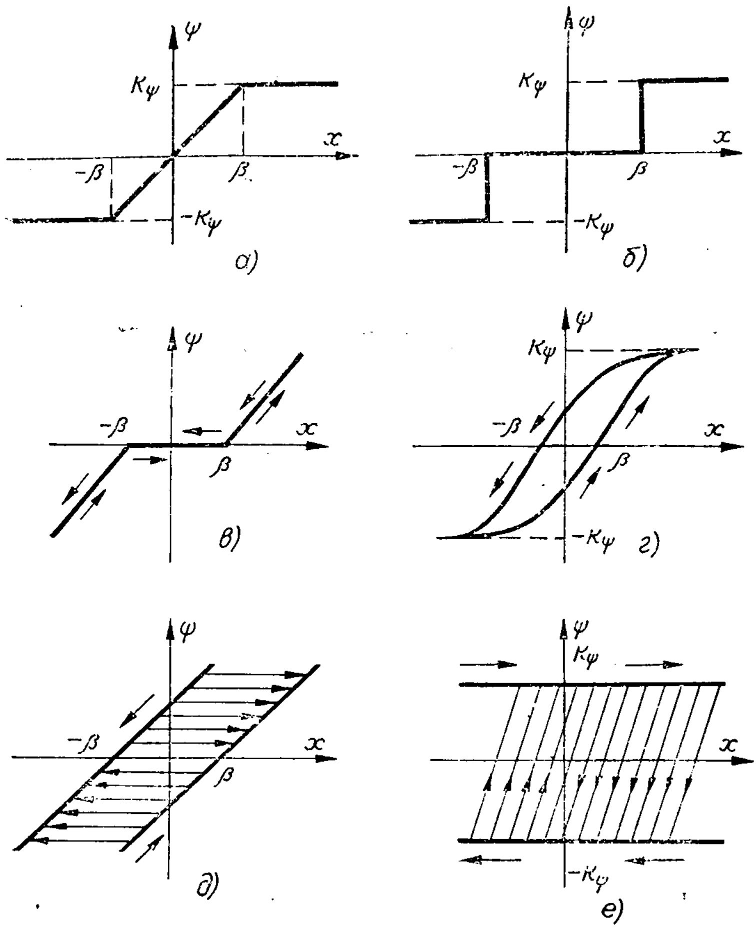
Кучайтириш коэффициенти ўзгарувчан бўлган элементлар чизиқли бўлмаган элементларга тегишли. Оғишнинг катталашиши билан кучайтириш коэффициенти камайиши қувватнинг тўйиниши ёки чегараланишига ўхшаш. Аммо, баъзи ҳолларда атайлаб оғиш катталикларнинг ортиши билан кучайтириш коэффициентлари ўсадиган элементлар лойиҳаланади. Чизиқли бўлмаган элементларга логик қурилмалар ҳам тегишли бўлиб, улар ёрдамида эгри чизиқларнинг турли шаклларини яратиш мумкин.

Чизиқли бўлмаган автоматик бошқариш системалари (ЧБАБС) бир қанча ўзига хос хусусиятларга эга:

— чизиқли системаларни тадқиқлашда кенг қўлланиладиган суперпозиция принципи ЧБАС тадқиқи учун яроқсиз, чунки система кириш йўли сигналининг чиқиш йўлидаги натижаси бошқа сигналларга ва сигнал сатҳига боғлиқ;

— чизиқли бўлмаган системаларда автотебранишлар бўлиши мумкин. Бу тебранишлар система ички хусусиятлари туғдирувчи даврий ҳаракатлардир (ташқи даврий таъсирлар иштирокида эмас);

— ўтиш жараёнларининг характери ва барқарорлик шартлари бўйича чизиқли бўлмаган системалар қатор ҳолларда чизиқли системалардан жиддий фарқ қилади. Барқарор чизиқ-



6.1- расм. Чизиқли бўлмаган элементларнинг характеристикалари

ли система ўрнатилган ҳолатдан ихтиёрий бошланғич четлашишларда барқарор қолаверади, чизиқли бўлмаган система эса кичик четлашишларда барқарорликни йўқотиши мумкин.

Бу хусусиятлар ЧБ АБС тадқиқини қийинлаштиради. Бундан ташқари, ҳозирги замон чизиқли бўлмаган системалар назарияси чизиқли назария каби инженерлик амалиётини қизиқтирадиган, тўлиқ жавобни берувчи тадқиқотнинг умумий ҳисоблаш йўли билан аниқланадиган усулларига эга эмас. Бу чизиқли бўлмаган тенгламаларни ечувчи аниқ усулларнинг йўқлиги билан боғлиқ. Охирги вақтда фақат чизиқли дифференциал тенгламалар аппаратидан фойдаланиб, релели характеристикали (6.1-расм, *б)* ЧБ АБС ни аниқ ва тўла тадқиқлашга эришилди. Қолган барча ҳолларда чизиқли бўлмаган системаларни тадқиқлашнинг махсус усулларига (масалан, бўлак-бўлак чизиқли, аппроксимация усули, частота-амплитуда усули ва б.) мурожаат қилишга тўғри келади [3, 5, 24].

Ҳар бир усул қўлланиш соҳаси, ечимнинг аниқлик даражаси ва ечиладиган масалалар кўлами билан ажралиб туради.

6.2. ФАЗАВИЙ ФАЗО ВА УНИНГ ЧИЗИҚЛИ БЎЛМАГАН АБС ЛАРНИ ТАВСИФ ВА ТАҲЛИЛ ҚИЛИШДА ҚЎЛЛАНИЛИШИ

Фазавий фазо — координаталари қиймати кўрилаётган система ҳолатини тўла-тўкис аниқловчи фазодир. Иккинчи тартибли дифференциал тенглама орқали тавсифланувчи системани тадқиқлаганда фазавий фазо *фазавий текисликка* ўзгаради.

Одатда фазавий текислик координаталар ўқларининг бири бўйича ростланувчи катталикнинг оғиш қиймати $x(t)$, иккинчиси бўйича эса бу оғишнинг тезлиги $\frac{dx}{dt}=Z$ қўйилади (6.2-расм). Умумий ҳолда фазавий текислик координаталари вазифасини иккинчи даражали система ҳолатини ихтиёрий вақт онида бир маъноли тавсифловчи ихтиёрий иккита ўзгарувчи ўташи мумкин.

Ҳар бир вақт онида система ҳолатини тавсифловчи фазавий текисликдаги Q нуқта *тасвирловчи нуқта* деб аталади. Тасвирловчи нуқтанинг кўчиш траекторияси *фазавий траектория* деб аталади. Бўлиши мумкин бўлган ҳаракатлар ва мувозанат ҳолатлар тўғрисида тўла тушунча бера оладиган ҳамма траекторияларни ўз ичига олувчи фазавий текислик системанинг *фазавий тасвири* (портрети) деб юритилади.

Айтайлик, иккинчи тартибли ЧБ АБС динамикасини тавсифловчи тенглама қуйидаги кўринишда берилган бўлсин:

$$\frac{d^2x}{dt^2}=F\left(x,\ \frac{dx}{dt}\right). \tag{6.1}$$

Фазавий текисликда ўтиш жараёнини тасвирлаш учун $\frac{dx}{dt}=f(x)$ функционал боғланишни олиш зарур.

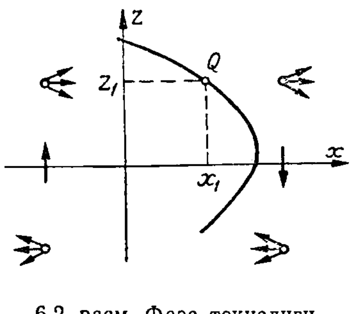
$$\frac{dx}{dt}=z \tag{6.2}$$

деб белгилаб, (6.1) ни қуйидагича ёзиш мумкин.

$$\frac{dz}{dt}=F(x,\ z). \tag{6.3}$$

(6.3) ни (6.2) га бўлиб, биринчи тартибли дифференциал тенгламани оламиз:

$$\frac{dz}{dx}=\frac{F(x,\ z)}{z}. \tag{6.4}$$



6.2- расм. Фаза текислиги

(6.4) тенглама ечими $Z=f(x)$ нинг фазавий текисликдаги график тасвири фазавий траекторияни беради. Вақт t ўтиши билан тасвирловчи Q нуқта $Z(x)$ фазавий траектория бўйлаб кўчади.

Баъзи ҳолларда (6.4) дифференциал тенгламани аналитик йўли билан ечиш қийин ва бунда графоаналитик усулидан фойдаланиб ечишга тўғри келади. Бунинг учун фазавий текисликдаги уринма йўналишларининг майдони ишлатилади. Уринма йўналиши бир хил бўлган фазавий текислик нуқталарини бирлаштирувчи эгри чизиқлар *изоклинлар* деб аталади. Изоклинлар тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$\frac{dz}{dx} = \text{const} = c. \tag{6.5}$$

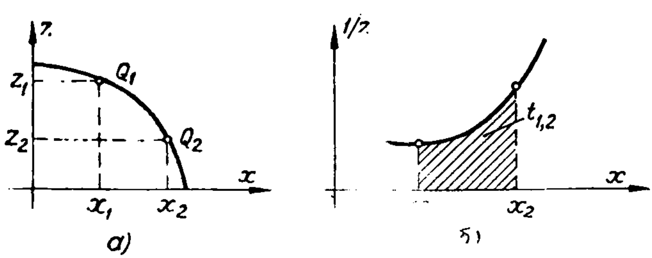
$F(x, z)$ ва z бир вақтнинг ўзида нулга тенг бўлмаган фазавий текисликнинг барча нуқталар учун фазавий тезлиги $\frac{dz}{dx}$ бир маъноли аниқланади. Агар $F(x,z)$ ва z бир вақтнинг ўзида нулга тенг бўлса, мос нуқтадаги уринма йўналишини аниқлаб бўлмайди. Бундай нуқта *махсус нуқта* деб аталади. Махсус нуқталар система мувозанат ҳолатларига мос келади. ЧБ АБС да бир нечта мувозанат нуқталари бўлиши мумкин ва улардан баъзилари мувозанатнинг барқарор нуқталари, бошқалари эса — беқарор бўлиши мумкин.

Система фазавий траекторияси бўйича ўтиш жараёнини аниқлашнинг иккита усули мавжуд: график интеграллаш усули ва Франк усули — вақт оралиқлари маълум бўлган усул.

График интеграллаш усули. Фазавий траекторияда иккита Q_1 ва Q_2 нуқталар берилган бўлсин (6.3-расм, *а*), унда таъриф бўйича $z=\frac{dx}{dt}$, бу ердан $dt=\frac{dx}{z}$, ва демак,

$$t_{1,2} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{z}\, dx. \tag{6.6}$$

6.3-расм, *б* да (6.6) оралиқни график аниқлаш кўрсатилган.



6.3-расм. Тасвирловчи нуқта ҳаракати вақтини аниқлаш масаласи

Франк усули. Франк тавсия этган ёнли учбурчакларни ичига чизиш усули қуйидаги муносабатларга асосланган. 6.4-расм, *а* дан орттирма учун қуйидагини оламиз:

$$\Delta x_{i+1} = x_{i+1} - x_i = \Delta t \left(\frac{dx}{dt}\right)_{i+\frac{1}{2}} = \Delta t \cdot z_{i+\frac{1}{2}}. \qquad (6.7)$$

Иккинчи томондан, *авс* учбурчакдан (6.4- расм, *а*)

$$ac = bc \cdot tg\frac{\beta}{2},$$

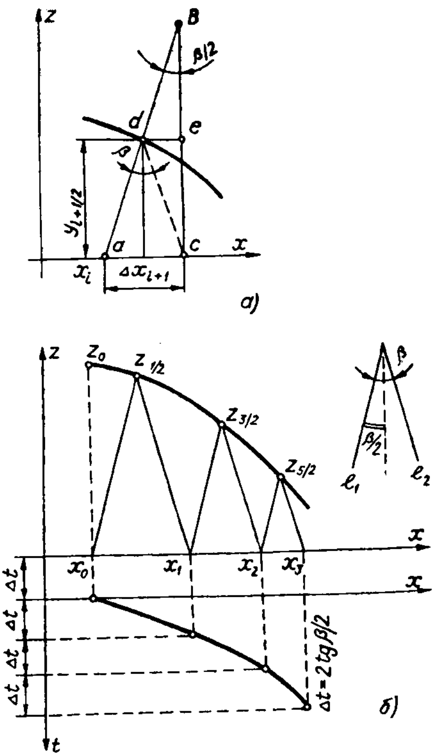
ёки бошқача шаклда

$$\Delta x_{i+1} = 2z_{i+\frac{1}{2}} tg\frac{\beta}{2}. \qquad (6.8)$$

(6.7) ни (6.8) билан таққослаб, қуйидагини оламиз:

$$\Delta t = 2tg\frac{\beta}{2}. \qquad (6.9)$$

Шундай қилиб, Δt ни бериб, x $(k \cdot \Delta t)$ ни аниқлаш мумкин.



6.4- расм. Франк усули бўйича ўтиш жараёнини қуриш

Ўтиш жараёнининг изланаётган эгри чизиғини қуриш тартиби қуйидагича [7].

1. Фазавий текисликда ўзаро β бурчак ва z ўқига параллел бўлган вертикал тўғри чизиқ билан эса $\beta/2$ бурчак ташкил қилувчи иккита l_1 ва l_2 нур ўтказамиз. Бу ерда $\beta = 2\mathrm{arc}\,tg\frac{\Delta t}{2}$.

2. Бошланғич шартларда берилган x_0 нуқтадан фазавий траектория билан $z_{\frac{1}{2}}$ нуқтада учрашгунча l_1 нурга параллел тўғри чизиқ ўтказамиз.

3. $z_{1/2}$ нуқтадан x ўқи билан x_1 нуқтада учрашгунча l_2 нурга параллел тўғри чизиқ ўтказамиз. Олинган x_1 қиймат изланаётган $x(t)$ функциянинг $t = \Delta t$ бўлгандаги тақрибий қийматини ифодалайди.

4. Олинган x_1 нуқтани бошланғич нуқта деб қабул қилиб ва тенг ёнли учбурчакларни ичига чизишни такрорлаб, x (t) нинг $t=2\cdot\Delta t$ бўлгандаги тақрибий қийматига мос келувчи кейинги x_2 нуқтани оламиз.

Фазавий текислик усули ихтиёрий бошланғич шартларда ва ҳаракат жараёнини тадқиқлашда барча ўтиш жараёнларининг кўзга ташланувчан ва аниқ кўринишини олишга имкон беради. Аммо фазавий текислик усулининг қўлланилиши қуйидаги шартлар билан чегараланган:

— фазавий текислик фақат иккинчи тартибли ЧБ АБС ларни таҳлил қилишда қўлланилади;

— фазавий текисликни система ўтиш жараёнларини унинг кириш йўлида поғонали ёки чизиқли таъсир бўлганда тадқиқлаш учун қўллаш мумкин. Кириш йўлида синусоидал таъсир бўлганда системани тадқиқ қилиш мумкин эмас.

— фазавий текислик усулини кириш йўли катталигига боғлиқ ва вақтга боғлиқ бўлмаган чизиқли бўлмаганларга қўллаш мумкин.

6.3. БИР ТУРКУМЛИ ЧИЗИҚЛИ БЎЛМАГАН АБС ЛАРНИНГ ВАҚТ ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ

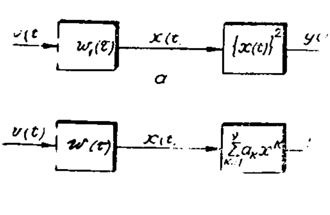
Суперпозиция принципи чизиқли системаларнинг вақт ва частота характеристикалари орқали тавсифи самарадорлигини оширса, чизиқли бўлмаган система учун фақат дифференциал тенгламалар орқали тавсифлаш универсал ҳисобланади.

Аммо барқарор чизиқли қисм (ЧҚ) ва «кириш йўли — чиқиш йўли» боғланиши аналитик функциялар орқали аниқланувчи чизиқли бўлмаган (инерцион бўлмаган) қисмни (ЧВҚ) кетма-кет уланиш каби берилувчи кенг туркум чизиқли бўлмаган системалар учун юқорида қурилган вақт ва частота характеристикаларининг таққослари (*аналоглари*) қўлланиши мумкин.

Соддалик нуқтаи назаридан юқорида қурилган туркумдаги бир ўлчамли объектни (6.5-расм, *а*) қурайлик. Бу объектнинг чизиқли қисми $w_1(\tau)$ импульсли характеристика орқали тавсифланса, чизиқли бўлмаган қисми квадратордир.

Чизиқли қисмининг чиқиш йўлидаги катталиги $x(t)$ қуйидагига тенг:

$$x(t) = \int_0^\infty w_1(\tau)v(t-\tau)d\tau, \qquad (6.10)$$



6.5-расм. Оддий чизиқли бўлмаган объектлар

квадраторнинг чиқиш йўлида эса

$$y(t) = x^2(t) \qquad (6.11)$$

(6.10) ифодани (6.11) га қўйсак, қуйидагини оламиз:

$$y(t) = \int_0^\infty w_1(\tau_1)v(t-\tau_1)d\tau_1 \cdot \int_0^\infty w_1(\tau_2)v(t-\tau_2)d\tau_2 \qquad (6.12)$$

ёки

$$y(t)=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} w_2(\tau_1\tau_2)v(t-\tau_1)v(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2$$

бу ерда

$$w_2(\tau_1\tau_2)=w_1(\tau_1)w_1(\tau_2)$$

Айтайлик, $v(t)=\delta(t)$, унда $x(t)=w(t)$ ва, демак, $y(t)$ ни (6.12) тенгламага биноан қуйидагича ёзиш мумкин

$$y(t)=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} w_2(\tau_1,\tau_2)\delta(t-\tau_1)\delta(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2=w_2(t). \qquad (6.13)$$

Шундай қилиб, $w_2(\tau_1, \tau_2)$ ифодани чизиқли бўлмаган қисмининг (6.5-расм, a) импульсли характеристикаси сифатида кўриш мумкин.

Энди ситтеманинг чизиқли бўлмаган қисми ўзгарувчилар ўзгаришининг берилган доирасида (чегарасида) ихтиёрий аниқликда қандайдир полином орқали аппроксимацияланиши мумкин бўлган, умумийроқ ҳолни кўрайлик (6.5-расм, *б*).

Юқоридагидек мулоҳаза юритиб, чиқиш йўли катталиги учун қуйидагини оламиз

$$y(t)=a_0+a_1\int_0^{\infty} w_1(\tau)v(t-\tau)d\tau+a_2\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} w_2(\tau_1\tau_2(v(t-\tau_1)\cdot$$

$$\cdot v(t-\tau_2)\cdot d\tau_1 d\tau_2+\ \ldots\ +a_n\int_0^{\infty}\ldots\int_0^{\infty} w_n(\tau_1\tau_2,\ \ldots,\ \tau_n)\cdot$$

$$\cdot v(t-\tau_1)\ \ldots\ v(t-\tau_n)\cdot d\tau_1 d\tau_2\ \ldots\ d\tau_n$$

ёки қискартирилган шаклда

$$y(t)=\sum_{k=0}^{q} a_k\int_0^{\infty}\ldots\int_0^{\infty} w_k(\tau_1\ \ldots,\ \tau_k)v(t-\tau_1)\ \ldots\ v(t-\tau_k)d\tau_1\ \ldots\ d\tau_k \qquad (6.14)$$

бу ерда $w_0=a_0$ — кириш йўли таъсирига боғлиқ бўлмаган доимий; $w_k(\tau_1\ \ldots,\ \tau_k)$—$k$ тартибли Вольтер ядроси;

(6.14) ифодага биноан система чизиқли қисмининг импульсли характеристикаси $w_1(\tau)$ система чизиқли бўлмаган қисмининг ихтиёрий таъсир реакциясини аниқлайди ва демак, импульсли характеристикани системанинг универсал динамик характеристикаси сифатида кўриш мумкин. Аммо ядроси бир ўлчамли суперпозиция интеграли ўрнига таркибида ядролари кўп ўлчамли кўп каррали интеграллар бўлган (6.14) ифодани оламиз.

Қуйидаги кўринишдаги функционаллар k тартибли бир жинсли мунтазам функционаллар деб юритилади.

$$x^k(t)=\int\limits_0^\infty \ldots \int\limits_0^\infty w_k(\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_k)v(t-\tau_1) \ldots v(t-\tau_k)d\tau_1 \ldots d\tau_k \qquad (6.15)$$

(6.15) функционалнинг ядроси k тартибли Вольтер ядроси деб аталади ва қуйидагича ифодаланади:

$$w_k(\tau_1, \ldots, v_k)=\prod_{i=1}^{k} w_i(\tau_i),, \qquad (6.16)$$

яъни *бўлинувчанлик* хусусиятига эга.

(6.15) функционал *бир жинслили хусусиятга* ҳам эга. Бу хусусиятга биноан функционалда $v(t)$ ни $av(t)$ билан алмаштирилса, $x^k(t)=a^k x^k(t)$ бўлади.

Чизиқли системалардагидек қуйидаги шартни қаноатлантирувчи $w_k(\tau_1, \tau_1, \ldots \tau_k)$ ўзак физика нуқтаи назаридан амалга оширилувчи ҳисобланади:

$$\tau_i < 0 \forall; i=\overline{1, k} \text{ бўлганда } w_k(\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_k)=0.$$

Қурилган «ЧК—ЧБҚ» полиноминал системалардан ташқари қуйидаги тенгламалар орқали ифодаланувчи чизиқли бўлмаган системалар ҳам Вольтер қаторлари ёрдамида тавсифланиши мумкин.

$$D(p)y(t)+F(y, \dot{y}, \ldots, y^{(r)})=v(\mathrm{t}), \qquad (6.17)$$

бу ерда D — чизиқли дифференциал оператор бўлиб, $p \equiv \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}$ бўйича полином ҳисобланади; F—ҳосилалари Липшицнинг экспоненциал чегараланиш шартларини қаноатлантирувчи чизиқли бўлмаган аналитик функция.

6.4. ЧИЗИҚЛИ БЎЛМАГАН СИСТЕМАЛАРНИНГ УЗАТИШ ФУНКЦИЯЛАРИ

Чизиқли бўлмаган системаларда кўп ўлчамли ядроларни ифодалаш учун қуйидагича аниқланувчи кўп ўлчамли Лаплас ўзгартиришлари қўлланилади

$$W_k(p_1, p_2, \ldots p_n)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} w_k(t_1, \ldots, t_n)e^{p_{n_1} t_{n_1}} \ldots$$
$$\ldots e^{-p_k t_k} dt_1 \ldots dt_k. \qquad (6.18)$$

Умумий таърифга биноан W_k функцияни чизиқли ва чизиқли бўлмаган қисмларга эга системанинг (6.5-расм) кўп ўлчамли узатиш функцияси деб аташ мумкин. Хусусий ҳолда, Лапласнинг икки ўлчамли ўзгартириши қуйидаги кўринишга эга

$$W(p_1, p_2)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} w_2(t_1, t_2)e^{-p_1 t_1}e^{-p_2 t_2}dt_1 dt_2=$$

$$= \int_{-8}^{\infty} w(t_1)e^{-p_1t_1}dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} w(t_2)e^{-p_2t_2}dt_2 = W(p_1)W(p_2). \qquad (6.19)$$

Худди шундай, умуман;

$$W_k(p_1, p_2, \ldots, p_n)\ W(p_1)W(p_2)\ \ldots\ W(p_n). \qquad (6.20)$$

Демак, *булинувчанлик хусусиятига эга бўлган k ўлчамли ядро учун k ўлчамли Лаплас ўзгартириши ҳам бўлинувчан бўлади.*

$$x^k(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int_{-\infty}^{+\infty} w(\tau_1, \ldots, \tau_k)v(t-\tau_1)\ \ldots .v(t-\rho_k)d\tau_1\ \ldots\ d\tau_k \qquad (6.21)$$

ифода учун қуйидаги кўп ўлчамли Лаплас ўзгартиришини топамиз

$$X^k(p_1, \ldots, p_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \ldots \int_{-\infty}^{\infty} y_k(\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_k)e^{-p\tau_1}\ \ldots\ e^{-p\tau_k}\cdot \cdot d\tau_1\ \ldots\ d\tau_k \qquad (6.22)$$

Бундан

$$X^k(p_1, \ldots\ p_k) = W(p_1, \ldots, p_n)V(p_1)\ \ldots\ V(p_n).$$

эканлигини кўриш қийин эмас.

Агар $X^k(p_1, \ldots, p_k)$ учун тескари Лаплас ўзгартириши $x^k(t_1, \ldots, t_k)$ ни топиб ва ундан кейин $t_1 = t_2 = \ldots = t_k = t$ ларни ўрнига қўйиб мос вақт функцияси $x^k(t)$ ни топиш мумкин, яъни

$$x^k(t) = a_0 + a_1L_1^{-1}\{W(p)X(p)\} + a_2\{L_2^{-1}[W(p_1)W(p_2)\cdot \cdot V(p_1)V(p_2)]\}_{t_1=t_2=t} + \ \ldots\ + a_n\{L_n^{-1}[W(p_1)\ \ldots\ W(p_n)\cdot \cdot F(p_1)F(p_2)\ \ldots\ F(p_n)]\}_{t_1=t_2=\ldots=t}. \qquad (6.21)$$

Шундай қилиб, агар чизиқли қисмнинг узатиш функцияси маълум бўлса, (6.22) ифода ёрдамида ихтиёрий таъсир $v(t)$ учун кўрилаётган туркумдаги чизиқли бўлмаган система ўтиш жараёнини топиш мумкин.

7-боб

АВТОМАТИК БОШҚАРИШ НАЗАРИЯСИДА СТРУКТУРА УСУЛИ

Оддий динамик системанинг дифференциал тенгламасини тузиш ҳам мураккаб ҳисобланади. Ҳар қандай қурилманинг тузилиши бир нечта оддийроқ бўлган элементлардан ташкил топганидек, ҳар қандай автоматик бошқариш системасини ҳам қатор бир-бирига боғланган элементлар — *бўғинлардан* ташкил топган деб қараш мумкин. Шуни айтиш лозимки, АБС ни тасвирлашда икки хил тасвирдан (схемадан *функционал* ва *тузилиш (структура)* тасвирлардан фойдаланилади. Одатда АБС функционал схемаси тузилганидан сўнг тузилиш тасвирига ўтилади. АБС тузилиш тасвири унинг асосий хусусиятларини аниқлаш, барқарорлиги ва бошқариш жараёни сифатини таҳлил қилиш, керак бўлганда системани *мослаш (коррекциялаш)* имконини беради.

7.1. СТРУКТУРА УСУЛИНИНГ УМУМИЙ ТАЪРИФИ

Структура усули вақт бўйича ўзгарувчи сигналларни ўзгартиришнинг математик томонини алоҳида элементлар ва бутун система орқали *график тасвирлашдан* иборат.

Тузилиш сигналларни ўзгартириш шартлари умумий ҳолда дифференциал тенгламалар орқали тавсифланувчи вақт соҳасида ва алгебраик муносабатлар ўринли бўлган Лаплас ёки Фурье бўйича тасвирлаш ёки ўзгартириш соҳасида берилиши мумкин. Элементлар хусусияти оддийгина узатиш функциялари орқали берилувчи параметрлари ўзгармас чизиқли АБС назариясида структура усули кенг тарқалган.

Параметрлари вақт бўйича ўзгарувчи АБС вақт аргументи соҳасидаги математик тавсифи параметрлари ўзгармас системалардаги каби график тасвирга эга. Қўшма дифференциал тенгламалар таркибидаги иккинчи вақт аргументи соҳасидаги боғланишга ўтишда структура усули етарлича самарали ҳисобланади. Бу структуралар тенгламаларнинг структура тасвирлари дейилади. Параметрлари ўзгарувчи АБС учун комплекс аргумент соҳасида структура схемалар мавжуд бўлиб, улар жуда қийин ўзгартирилувчи параметрнинг узатиш функциясини ўз ичига олади.

Чизиқли бўлмаган АБС учун функционал структура тушунчаси киритилади. Аммо, суперпозиция принципининг чизиқли бўлмаган системаларда ноўрин бўлганлиги уларда структура усулларнинг қўлланишини чегаралайди. Чизиқли схемаларга ўтганда структура таҳлил соҳаси жиддий кенгаяди.

Структура усуллар берилган дастлабки маълумотлар бўйича система тузилишини чизиш қоидасини, схемани таҳлил қилишда унинг характерли нуқталари орасидаги система узатиш хусусиятларини аниқлаш мақсадида берилган структураларни эквивалент ўзгартириш усулларини ва, ниҳоят, системани синтезлашда унинг тузилишини аниқ бир мақсадга йўналтирган ҳолда ўзгартиришни ўз ичига олади.

Структура усулларини алоҳида динамик элементларга қўллаш уларнинг ички тузилишини ечишга имкон беради. Бу ўз навбатида элементларда кечувчи жараён моҳиятини очиқ-ойдин тушунишга ва ижобий таъсир кўрсатувчи ёки номақбул ички боғланишларнинг таъсирини йўқотувчи қўшимча ташқи боғланишлар ташкил қилиш йўли билан хусусиятларни яхшилашга имкон беради.

Структура усули бутун системага қўлланилиши нуқтаи назаридан АБС нинг унга топширган асосий масаласи системага қўйилган тойдирувчи таъсирларни *бадал* қилмоқ (компенсациялаш) билан бир вақтда бошқариш таъсирини шакллантириш масаласини бажаришдаги маъқуллигини аниқлашга имкон беради.

Структура усулларнинг асоси чизиқли ўзгартиришлар усулларига қарама-қарши эмас, балки уларни кўзга ташланувчан ва амалда қулай қилади. Структура усулларга ўхшаш электр занжирларини ҳисоблашда контур токлари ёки тугун кучланиши усуллари ўрнига қўлланиладиган юлдуз усулида уланган тармоқларни унга эквивалент бўлган учбурчак усулида уланган тармоқларга ва аксини ўзгартириш усулини кўрсатиш мумкин.

Структура усуллар вазифасига бўғинлар ва бутун системанинг дифференциал тенгламасини тўла ечиш кирмайди, аммо батафсиллаштирилган тузилиш қидирилаётган ечимни олиш вазифаси юкланган ЭҲМ да бевосита ишлатилади.

7.2. АБС НИНГ ФУНКЦИОНАЛ ВА СТРУКТУРА СХЕМАЛАРИ

Маълум вазифаларни бажарувчи система қисмини *функционал элемент* деб атаймиз. Функционал элемент қуйидагиларни бажариши мумкин (Б. С. Сотсков фикрича):

1) назоратланувчи катталикни сигналга айлантиради (датчик, реле);

2) сигналнинг қиймати бўйича (кучайтиргич), характери бўйича (аналог—рақам, рақам—аналог ўзгартиргичлари), физик табиати бўйича, кириш йўли ва чиқиш йўли сигналлари орасидаги функционал боғланиш кўриниши бўйича (интегратор, дифференциаллар ва ҳоказо) ўзгартиради;

3) сигналларни таққослайди (таққослаш қурилмалари, нуль-орган ва ҳоказо);

4) сигнални сақлаш (тўплагич, регистр), сигнални ишлаб чиқариши (программали қурилма, генератор ва ҳоказо) мумкин;

5) сигнални бошқарилувчи жараёнга таъсир учун ишлатиш (ижрочи қурилма, сервомеханизм) мумкин.

Функционáл элементлар орасидаги боғланиш кўрсатилган тасвир *функционал схема* деб аталади. Хусусий, аммо автоматик системаларни ўрганишда мухим ҳисобланган функционал схема хили сигналларни фақат математик ўзгартиришини акс эттирувчи структура схемадир. Структура схема қуйидагиларни ўз ичига олади:

1) сигналлар устида чизиқли интеграл-дифференциал амалларни бажарувчи чизиқли бўғинлар ва чизиқли бўлмаган алгебраик амалларни бажарувчи чизиқли бўлмаган ўзгарткичлар;

2) сигналлар қўшиладиган ёки айириладиган жамлагичлар;

3) сигналларнинг тармоқланиш нуқталари (тугунлар);

4) сигналларнинг узатилиш йўналишларини кўрсатувчи боғланишлар.

Чизиқли АБС лар фақат чизиқли намунавий (типовой) бўғинлар (жамлагичлар, қисмлар ва боғланишлар) ёрдамида берилиши мумкин. *Намунавий бўғин* деб қуйидаги учта шартни қаноатлантирувчи кузатилувчи ихтиёрий чизиқли ёки чизиқлантирилган объект ҳисобланиши мумкин:

1) у бир кириш йўли ва бир чиқиш йўли таъсирига эга;

2) чиқиш йўли таъсири кириш йўли таъсирига боғлиқ, тескари таъсир йўқ;

3) у тартиби кўпи билан иккита чизиқли оддий дифференциал тенглама орқали тавсифланади.

Шуни айтиш лозимки, охирги шарт параметрлари тўпланган объект ва системаларга тааллуқли.

Барча намунавий бўғинлар касрий-рационал функция кўринишидаги $W(p)=\frac{B(p)}{A(p)}$ узатиш функциясига тенг. Бу узатиш функциясининг нуллари ($B(p)=0$ тенгламанинг илдизлари) ва қутблари ($A(p)=0$ тенгламанинг илдизлари) чап ярим текисликда ёки унинг чегарасида мавҳум ўқда ётади. Юқорида келтирилган учта шартни қаноатлантирувчи, аммо охиргини қаноатлантирмайдиган бўғинлар намунавийга тегишли эмас.

Булар узатиш функциясининг қутб ва нуллари ўнг ярим текисликда бўлган беқарор ва номинимал фазавий бўғинлардир.

Бир нечта кириш йўли ва чиқиш йўли таъсирларга эга бўлган ва тартиби иккидан ортиқ бўлган дифференциал тенгламалар орқали тавсифланувчи системанинг битта чизиқли функционал элементи тузилиш тасвирида бир нечта намунавий бўғинларнинг бирор боғланиши кўринишида берилиши мумкин.

Намунавий бўғинларни санаб ўтамиз:

1) нулинчи тартибли дифференциал тенглама орқали тавсифланувчи *инерцион бўлмаган* (мутаносиб, статик) бўғин;

2) биринчи тартибли дифференциал тенглама орқали тавсифланувчи *инерцион нодаврий (апериодик)* бўғин;

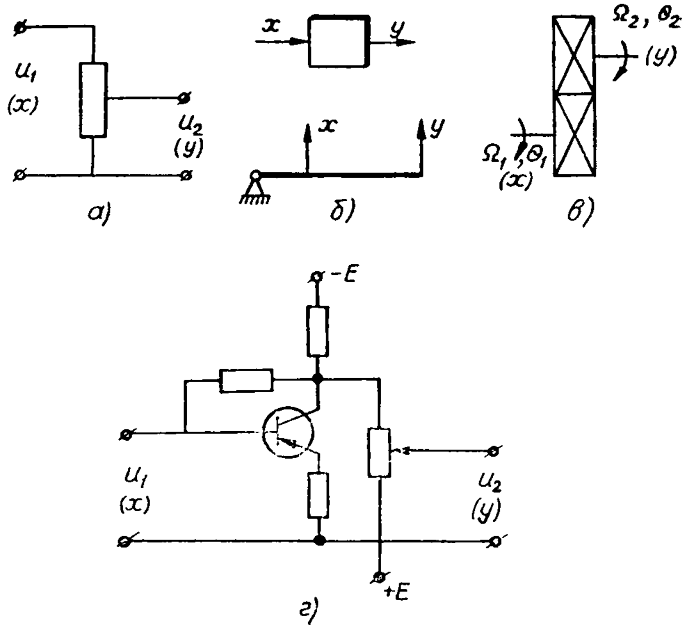
3) биринчи тартибли дифференциал тенглама орқали тавсифланувчи *интегралловчи* бўғин;

4) биринчи тартибли дифференциал тенглама орқали тавсифланувчи *дифференциалловчи* бўғин;

5) биринчи тартибли дифференциал тенглама орқали тавсифланувчи *эластик* (қайишқоқ, интегро-дифференциалловчи) бўғин;

6) иккинчи тартибли дифференциал тенглама орқали тавсифланувчи *тебранувчи* бўғин.

Қатор ҳолларда намунавий бўғинларга аргументи кечикувчи тенглама орқали тавсифланадиган кечикиш бўғинини тегишли деб ҳисобланади. Бундай бўғин фақат параметрлари тақсимланган системаларда учраса ҳам, уни намунавий қаторга кири-



7.1-расм. Инерцион бўлмаган бўгин намуналари

тилиши амалда учрайдиган бошқариш объекти доирасини кенгайтиради. Қуйида функционал ва структура (тузилиш) тавсифларни тузишдан намуналар келтирамиз.

7.3. НАМУНАВИЙ БЎҒИНЛАР ВА УЛАРНИНГ ТАВСИФЛАРИ

Қуйидаги белгилашни қабул қиламиз:

$x(t)$ — кириш йўли таъсири;

$y(t)$ — бўғиннинг чиқиш йўли ўзгарувчиси;

1. Инерцион бўлмаган бўғин (7.1-расм) қуйидаги тенглама орқали тавсифланади:

$$y = kx \qquad (7.1)$$

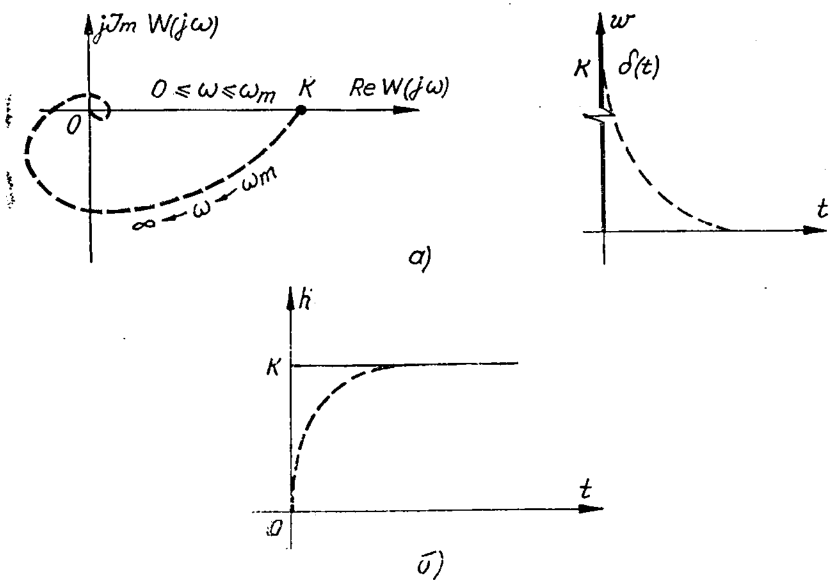
бу ерда k — бўғиннинг кучайтиргич коэффициенти.

Кириш йўли сигналининг чиқиш йўлига бир онда, инерциясиз узатилиши фараз қилинади. Демак, бўғиннинг узатиш функцияси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$W(p) = k \qquad (7,2)$$

Шунинг учун бўғин АФХ си (k, $j0$) нуқтага чўзилган. $x(t) = \delta(t)$ ни ўрнига қўйиб, импульсли характеристика $w(t) = k \cdot \delta(t)$ ни ўтиш функцияси $h(t) = k \cdot 1(t)$ ни аниқлаймиз (7.2-расм, *б*).

Амалда ҳатто 7.1-расмда келтирилган намуналарни ҳам қатъий инерцион бўлмаган деб ҳисоблаш мумкин эмас. Масалан, тақсим-



7.2- расм. Инерцион бўлмаган бўғинларнинг динамик характеристикалари.

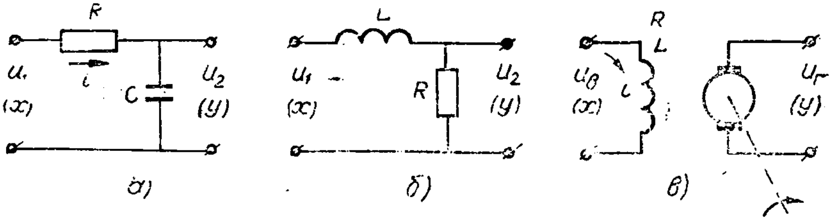
лагичда (7.1-расм, *а*) потенциометр чулғамлари, ўрамлари ва чиқиш йўли симлари орасидаги сиғим ва индуктивлик ҳисобга олинмайди; пишангли узатмада пишанг (ричаг) массаси, қайишқоқлиги ҳисобга олинмайди ва ҳоказо. Шунинг учун аслида, масалан, ўтиш функцияси пунктир чизиқ кўринишида (7.2-расм, *б*) бўлади, яъни чиқиш йўли ўзгарувчиси кириш йўли ўзгарувчисига бир онда эргашмайди. Шунга ўхшаш АФХ ҳам $\omega > \omega_m$ частоталар учун пунктир чизиқ кўринишида бўлади (7.2-расм, *а*). Аммо нисбатан паст частота диапазонида $0 \leqslant \omega \leqslant \omega_m$ ишловчи АБС ларда кўрилган қурилмалар инерционлиги жиддий эмас, шунинг учун уларни инерцион бўлмаган деб ҳисоблаймиз. Бундай бўғинларга кўрилганлардан ташқари кўпгина датчиклар тааллуқлидир.

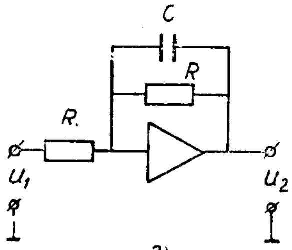
Қатор ростловчи системаларда элтувчи частотада ишловчи қурилмалар (сельсинлар, модуляцияли ва демодуляцияли ўзгарувчи ток кучайтиргичлари ва ҳоказо) қўлланилади. Кириш йўли таъсирли частоталар элтувчи частотадан бироз кичик бўлганда бу қурилмаларни инерцион бўлмаганларга оид деб ҳисоблаш мумкин [28].

2. **Инерцион бўғин** қуйидаги тенглама орқали тавсифланади:

$$T\frac{dy}{dt} + y = kx \qquad (7.8)$$

бу ерда k, T — мос ҳолда статик кучайтиргич коэффициенти ва бўғиннинг вақт доимийси.





7.3-расм. Инерцион бўғин намуналари

Инерцион бўғинлардан намуналар: чизиқли механик характеристикали двигатель (3.2 мисолга қаранг), термопара (3.1-мисол). Яна намуна сифатида қуйидагиларни кўрамиз:

7.1-мисол. RC — занжир (7.3-расм, *а*). Кирхгоф тенгламасидан фойдаланиб қуйидагиларни ёзамиз:

$$u_1 = iR + u_2;\ i = C\frac{du_2}{dt}$$

демак, $RC\frac{du_2}{dt} + u_2 = u_1$ бу эса (7.3) га мос келади. Худди шундай LR-занжир (7.3-расм, *б*) инерцион бўғин эканлигини кўрсатиш мумкин. Амалий кучайтиргичлар ёрдамида 7.3-расм, *г* даги схема орқали инерцион бўғинларни моделлаш мумкин, бу ерда $T = RC$, $к = R/R_1$

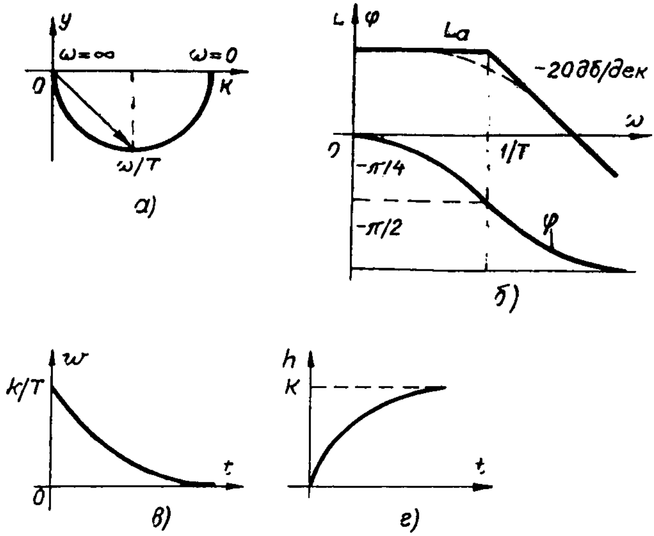
7.2-мисол. Мустақил уйғотишли ўзгармас ток генератори (7.3-расм, *в*). Кириш йўли таъсири L индуктивликка ва R актив қаршиликка эга бўлган генераторнинг уйғотиш чулғамига берилган уйғотиш кучланиши u; чиқиш йўли ўзгарувчиси — генератор э.ю.к.

Чизиқлантирилган генератор учун тўйинганлик ва гистеризис туфайли $u_Г(i)$ боғланиш чизиқли бўлмаган характерга эга орттирма ишорасини тушириб қолдириб $u_Г = k_1 \cdot i$ ни ёзиш мумкин. $u = k_i + L\frac{di}{dt}$ бўлгани сабабли $\frac{L}{R}\frac{du_Г}{dt} + u_Г = \frac{k_1}{R}u$. Бу инерцион бўғин тенгламасига (7.3) мос келади, бу ерда вақт доимийси $T = L/R$, кучайтириш коэффициенти эса $k = k_1/R$.

Инерцион бўғиннинг бошқа динамик характеристикаларини кўрайлик. (7.3) дан узатиш функцияси учун қуйидаги ифодани оламиз.

$$W(p) = \frac{k}{1+pT},\quad W(j\omega) = \frac{k}{1+j\omega T}. \tag{7.4}$$

АФХ (7.4-расм, *а*) ярим айлана кўринишида бўлиб, туташтирувчи частота $\omega_T = T^{-1}$ да фазавий силжиш $\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ га, модуль эса $\frac{\sqrt{2}}{2}k$ га тенг.



7.4-расм. Инерцион бўғинларнинг динамик характеристикалари

АЧХ ва ФЧХ лар учун умумий ифода қуйидагича ёзилади:

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}, \qquad (7.5,\ a)$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arc\,tg} \omega T. \qquad (7.5,\ б)$$

Логарифмик частота характеристикаларини қурамиз:

$$L(\omega) = 20\lg A\omega = 20\lg k - 20\lg \sqrt{1+(\omega T)^2} \qquad (7.6,\ a)$$

Бу боғланиш 7.4-расм, *б* да пунктир чизиқ билан кўрсатилган. Одатда, асимптоталар қурилишига асосланган ЛАЧХ ни қуришнинг соддалаштирилган усулидан фойдаланилади. Инерцион бўғин учун аниқ характеристика иккита асимптота билан алмаштирилади; биринчи асимптота (7.6, *a*) дан $0 \leqslant \omega \leqslant T^{-1}$ частоталар учун $(\omega T)^2$ ҳадни ташлаб юбориш орқали олинади, иккинчиси эса $\omega > T^{-1}$ частоталар учун бирни ташлаб юбориб олинади. Шундай қилиб, асимптотик ЛАЧХ қуйидагича ёзилади:

$$L_a(\omega) = \begin{cases} 20\lg k; & 0 \leqslant \omega \leqslant T^{-1}; \\ 20\lg k - 20\lg \omega T; & \omega > T^{-1}. \end{cases}$$

Иккинчи асимптотанинг оғиши — 20 дб/дек эканлигини кўриш қийин эмас. Аниқ ЛАЧХ (7.6, *a*) ўрнига асимптотик ЛАЧХ (7.6, *б*) дан фойдаланишда максимал хатолик 3 дб га тенг бўлиб, туташтирувчи частотага тўғри келади. Бу хатолик туташтирувчи частотадан ўн баравардан кўпроқ фарқланувчи частоталарда, яъни частотанинг битта декадага ўзгаришида йўқолади. Частотанинг туташтирувчи частотадан битта декадага ўзгаришида $\operatorname{arc\,tg} \omega T$ характеристика аслида ўзининг чекка қийматларида 0 ва $-\frac{\pi}{2}$ дан фарқланмайди.

Ейиш теоремаси (3.2-жадвалга қаранг) бўйича вақт соҳасидаги характеристикаларни топамиз (7.4-расм, *в, г*)

$$w(t) = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}}, \quad h(t) = k(1 - e^{-t/T}). \qquad (7.7)$$

3. Интегралловчи бўғин қуйидаги тенглама орқали тавсифланади:

$$y = \frac{1}{T} \int_0^t x dt + v_0$$

ёки

$$T \frac{dy}{dt} = x, \qquad (7.8)$$

бу ерда T — вақт доимийси (мутаносиблик коэффициенти).

7.3- мисол. Интегралловчи бўғин намуналари сифатида қуйидагилар кўрсатиш мумкин: электрик сиғим (7.6- расм, а), индуктивлик (б), айланувчи вал (в), гидравлик идиш (г). Ҳақиқатан ҳам сиғимдаги кучланиш:

$$u = \frac{1}{C} \int_0 i dt + u_0$$

ўрамлари сони ω га тенг бўлган индуктивликдаги магнит оқими

$$\Phi = \frac{1}{\omega} \int_0^t u dt + \Phi_0,$$

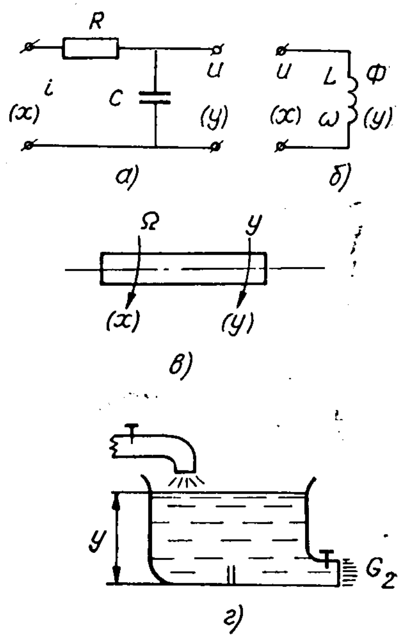
Ω тезлик билан айланувчи ўқнинг (валнинг) бурилиш бурчаги

$$\varphi = \int_0 \Omega dt + \varphi_0,$$

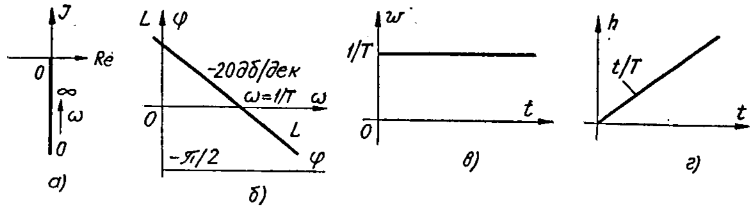
S кесимли цилиндрик идишдаги сув сатҳи

$$y = \frac{1}{S} \int_0^t (G_1 - G_2) dt + y_0.$$

Интегралловчи бўғиннинг узатиш функцияси (7.8) дан оригинални дифференциаллаш (ёки бошланғич шартлар нуллигида интеграллаш) теоремаси (3.2-жад-



7.5- расм. Интегралловчи бўғин намуналари



7.6- расм. Интегралловчи бўғиннинг динамик характеристикалари

валнинг 5, 6-бандларига қаранг) бўйича осонгина топилади:

$$W(p) = \frac{1}{pT}, \quad W(j\omega) = \frac{1}{j\omega T}. \tag{7.9}$$

АФХ (7.6-расм, *а*) тўғри чизиқ кўринишида бўлиб, барча частоталар фазавий силжиш $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ га тенг.

ЛАЧХ ҳам оғиши 20 дб/дек бўлган тўғри чизиқ кўринишида бўлади (7.6-расм, *б*):

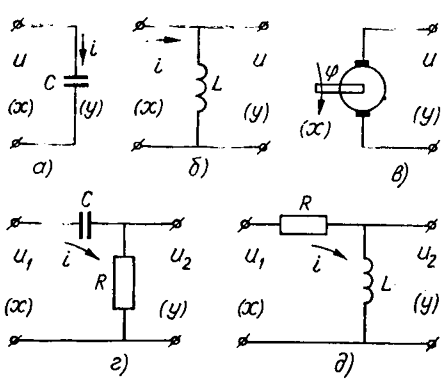
$$L(\omega) = -20\lg \omega T, \qquad \varphi\omega = -\frac{\pi}{2}. \tag{7.10}$$

Вақт динамик характеристикалар (7.6-расм, *в, г*) қуйидагича ёзилади:

$$\omega(t) = \frac{1}{T}\cdot 1(t), \; h(t) = \frac{1}{T}t\cdot 1(t). \tag{7.11}$$

4. Дифференциалловчи бўғин қуйидаги тенглама орқали тавсифланади:

$$y = T\frac{dx}{dt} \tag{7.12}$$



7.7- расм. Идеал ва реал дифференциалловчи бўғин намуналари

7.4- мисол. Дифференциалловчи бўғин намуналари сифатида қуйидагиларни кўрсатиш мумкин: электрик сиғим (7.7- расм, *а*), индуктивлик (*б*), ўзгармас магнитли тахогенератор ТГ (*в*). Ҳақиқатан ҳам, сиғимдаги ток:

$$i = C\frac{du}{dt},$$

индуктивликдаги кучланиш:

$$u = L\frac{di}{dt},$$

ўзгармас ток тахогенераторидаги кучланиш:

$$u = k\Omega = k\frac{d\varphi}{dt}.$$

Шуни айтиш лозимки, аслида чиқиш йўлида ихтиёрий кириш йўли сигналининг ҳосиласи акс эттирилувчи муайян элементлар мавжуд эмас, акс ҳолда бундай элементга сакрама кириш йўли таъсири бериб, чиқиш йўлида δ-функциясини олиш мумкин бўлар эди, бу эса муайян элементларда мумкин эмас.

Индуктивликдаги ва сиғимдаги токлар ва кучланишлар учун расмий ёзувлар (7.4-мисол) электрик схемалардаги коммутация қонунларини акс эттирмайди (сиғимдаги кучланиш ва индуктивликдаги ток муайян системаларда сакраб ўзгара олмайди). Худди шундай, масалан, муайян тахогенератор ўқининг бурилиш бурчагини сакраб ўзгаришини таъминлаш мумкин эмас. Чунки бунинг учун чексиз катта момент талаб қилинади.

Шунинг учун, тузилиш тасвирларида идеал дифференциалловчи схемаларни қўллаш ўринли бўлса ҳам, амалда абстракция ҳисобланади. Муайян дифференциалловчи бўғин қуйидаги тенглама орқали тавсифланади:

$$T\frac{dy}{dt}+y=T\frac{dx}{dt}. \qquad (7.13)$$

Бу бўғин қуйидаги узатиш функциясига эга бўлиб

$$W(p)=\frac{pT}{1+pT},\quad W(j\omega)=\frac{j\omega T}{1+j\omega T}, \qquad (7.14)$$

идеал дифференциалловчи ва инерцион бўғинларнинг кетма-кет уланиши билан ифодаланиши мумкин.

7.5-мисол. Бундай бўғин намуналари сифатида RC ва RL занжирларни (7.7-расм, *г*, *д*) кўрсатиш мумкин. RC занжир учун қуйидагини ёзиш мумкин

$$u_1=\frac{1}{C}\int_0^t i\,dt+u_2,$$

бу ерда $i=\frac{u_2}{R}$, шунинг учун дастлабки тенгламанинг иккала қисмини дифференциаллаб, қуйидагини оламиз:

$$RC\frac{du_2}{dt}+u_2=RC\frac{du_1}{dt}.$$

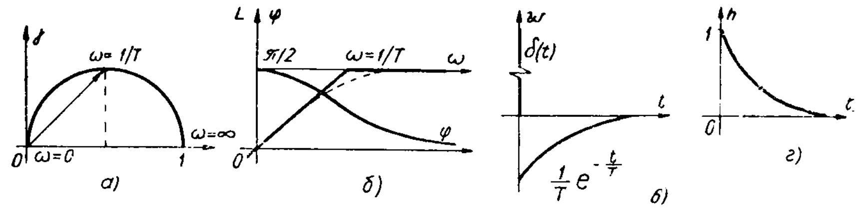
RL занжир учун қуйидагини ёзиш мумкин:

$$u_2=L\frac{di}{dt},$$

бу ерда $i=\frac{u_1-u_2}{R}$, шунинг учун қуйидагини ёзиш мумкин:

$$RL^{-1}\frac{du_2}{dt}+u_2=LR^{-1}\frac{du_1}{dt},$$

Муайян дифференциалловчи бўғиннинг механик қиёси (аналоги) сифатида механик АБС ларида кенг қўлланиладиган мой



7.8- расм. Реал дифферецниалловчи бўғиннинг динамик характеристикалари

катарактини (авиация ва дизел двигателлари учун) кўрсатиш мумкин.

Муайян дифференциалловчи бўғин АФХ си (7.8-расм, *а*) ярим айлана кўринишида бўлиб, туташтирувчи частотада бўғиннинг кучайтиргич коэффициенти $\frac{\sqrt{2}}{2}$ га, фазавий силжиши эса $+\frac{\pi}{4}$ га тенг (катта частоталарда фаза бўйича илгарилаш йўқолади.). Дифференциалловчи бўғинларнинг фаза бўйича илгарилатиш АБС ларни коррекциялашда кенг ишлатилади. АЧХ ва ФЧХ учун умумий ифода қуйидаги кўринишга эга:

$$A(\omega) = \frac{\omega T}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}, \quad \varphi\omega = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \omega T,$$

Бўгин ЛАЧХ си қуйидагича ёзилади:

$$L(\omega) = 20 \lg \omega T - 20 \lg \sqrt{1+(\omega T)^2}.$$

Бу ифода бўйича асимптотик ЛАЧХ ни қуриш инерцион бўғин каби иккита асимптота ёрдамида қурилади (7.8-расм, *б*)

$$L_a(\omega) = \begin{cases} 20 \lg \omega T, & 0 \leqslant \omega \leqslant T^{-1}; \\ 0 & \omega > T^{-1}. \end{cases} \tag{7.15}$$

Ёйиш теоремаси бўйича (3.2-жадвалнинг 9-бандига қаранг) вақт соҳасидаги характеристикаларни топамиз (7.8-расм, *в, г*).

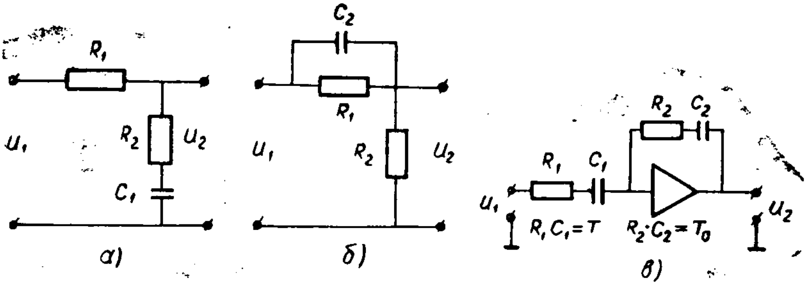
$$h(t) = e^{-\frac{\;}{T}} \cdot 1(t) \tag{7.16, а}$$

ва уларни дифференциаллаб ($t=0$ да ўтиш функциясининг сакрашини ҳисобга олган ҳолда) қуйидагини оламиз:

$$\omega(t) = \frac{dh}{dt} = \delta(t) - \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}}. \tag{7.16, б}$$

5. Қайишқоқ (инерцион-жадаллаштирувчи) бўғин қуйидаги тенглама орқали тавсифланади:

$$T\frac{dy}{dt} + y = T_0 \frac{dx}{dt} + x. \tag{7.17}$$



7.9-расм. Қайишқоқ бўғин намуналари

$\tau = T_0/T$ нисбатга боғлиқ ҳолда бўғин қайишқоқ интеграллoвчи ($\tau<1$) ёки қайишқоқ дифференциаллoвчи ($\tau<1$) бўғин деб аталади. Биринчи ҳолда, қуйида кўрсатилганидек, фаза бўйича кечикиш содир бўлса, иккинчи ҳолда фаза бўйича илгарилаш содир бўлади. Бўғиннинг узатиш функцияси қуйидагича ёзилади:

$$W(p) = \frac{1 + pT_0}{1 + pT}; \quad W(j\omega) = \frac{1 + j\omega T_0}{1 + j\omega T}. \qquad (7.18)$$

7.6-мисол. RC кучланиш тақсимлагичларини 7.9-расм, *а*, *б* бўйича кўрамиз.

7.9-расм, *а* учун оператор узатиш коэффициенти

$$Z_1 = R_1, \quad Z_2 = R_2 + \frac{1}{pC}.$$

7.9-расм, *б* учун эса:

$$Z_1 = \frac{R_1}{1 + pR_1C_2}, \quad Z_2 = R_2.$$

Шунинг учун 7.9-расм, *а* даги схема ($T_0 = R_2C$, $T = (R_1 + R_2)C$) қайишқоқ интеграллoвчи бўғин, 7.9-расм, *б* даги схема эса $\left(T_0 = R_1C_2,\ T\,\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R^0} \cdot C_2\right)$ қайишқоқ дифференциаллoвчи бўғин деб юритилади. Бундай схемалар кўпинча АРС ларни мослашда қўлланилади.

(7.18) бўғин учун АФХ 7.10-расм, *а*, *б* да берилган, бунда

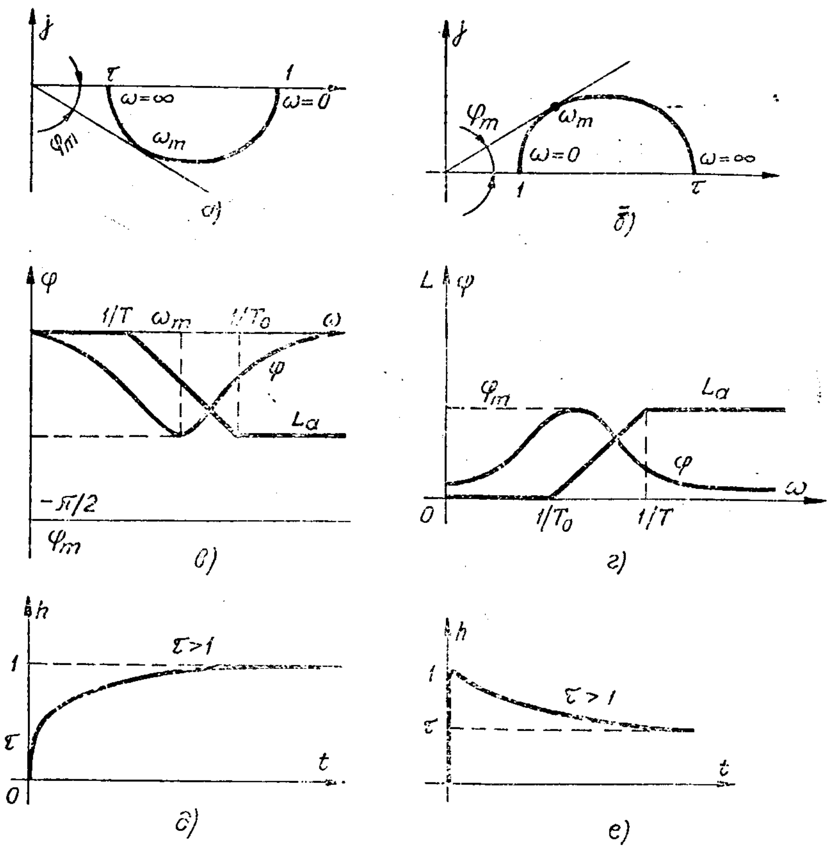
$$A(\omega) = \sqrt{\frac{(1 + \omega T_0)^2}{(1 + \omega T_0)^2}}, \quad \varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\omega T_0 - \operatorname{arctg}\omega T \qquad (7.19)$$

7.19 тенгламадан фазавий силжиш модул бўйича максимал бўлган частота ω_m ни топиш мумкин:

$\frac{\partial\varphi}{\partial\omega} = 0$ шартдан қуйидагини оламиз:

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\tau}}, \quad \varphi_m = \arcsin\frac{\tau - 1}{\tau + 1}. \qquad (7.20)$$

Асимптотик ЛАЧХ қуйидагича кўринишга эга (7.10-расм, *в*, *г*):



7.10-расм. Қайишиоқ бўғинларнинг динамик характеристикалари

$\tau < 1$ учун

$$L_a(\omega) = \begin{cases} 0, & 0 \leqslant \omega \leqslant T^{-1}, \\ -20\lg \omega T, & T^{-1} \leqslant \omega \leqslant T_0^{-1}, \\ \quad 20\lg \tau, & \omega > T_0^{-1}. \end{cases}$$

$\tau > 1$ учун

$$L_a(\omega) = \begin{cases} 0, & 0 \leqslant \omega \leqslant T_0^{-1} \\ 20\lg \omega T_0, & T_0^{-1} \leqslant \omega \leqslant T^{-1} \\ 20\lg \tau, & \omega > T^{-1} \end{cases}$$

Ўтиш функциясини (7.10-расм, *д, е*) ёйиш теоремасидан топамиз:

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{p}\cdot\frac{1+pT_0}{1+pT}\right\} = 1 + (\tau - 1)e^{-\frac{t}{T}}. \qquad (7.21)$$

Импульсли характеристика дифференциалловчи бўғиндаги каби дельта-функцияни ўз ичига олади.

6. Тебраниш бўғини қуйидаги тенглама орқали тавсифланади:

$$T^2\frac{d^2y}{dt^2} + 2\xi T\frac{dy}{dt} + y = kx, \qquad (7.22)$$

бу ерда k — сўниш даражаси $0 \leqslant \xi < 1$ бўлгандаги статик кучайтириш коэффициенти бўлиб, $(pT)^2 + 2\xi Tp + 1 = 0$ тенгламанинг комплекс илдизларига мос келади. Агар кейинги тенгламанинг илдизлари ҳақиқий бўлса, кўрилаётган бўғинни иккита кетма-кет уланган инерцион бўғинлар кўринишида тасаввур қилиш мумкин (масалан, $\xi = 1$ бўлганда иккита вақт доимийси T бир хил бўлган инерцион бўғинни оламиз).

Тебраниш бўғинининг вақт доимийси T резонанс частотаси $\omega_0 = T^{-1}$ билан боғлиқ бўлгани сабабли баъзан (7.22) тенглама қуйидагича ёзилади:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\xi\omega_0\frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = k_1 x, \ \ k_1 = k\,\omega_0^2. \qquad (7.28)$$

7.7-мисол. Тебраниш бўғини намуналари сифатида RLC контурни (7.11-расм, *а*) ёки ўтиш жараёни тебранишли оддий кузатувчи системани, маълум массага эга бўлган қайишқоқ механик системани (7.11-расм, *б*) кўрсатиш мумкин. Тебраниш бўғинини моделлаш мисоли (7·11-расм, *б*) да келтирилган. RLC контур учун (7-11-расм, *а*).

$$LC\frac{d^2u_2}{dt^2} + RC\frac{du_2}{dt} + u_2 = u_1,$$

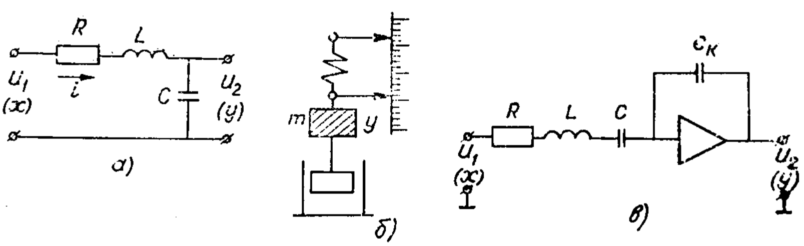
шунинг учун $\xi = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{L}{C}} < 1$ да $T^2 = LC$, $2\xi T = RC$, $k = 1$ параметрли тебраниш бўғинини оламиз. Механик система (7.11-расм, *б*) учун m массали жисмга таъсир этувчи куч тенгламаси қуйидаги кўринишга эга:

$$a(x - y) = m\frac{d^2y}{dt^2} + b\frac{dy}{dt},$$

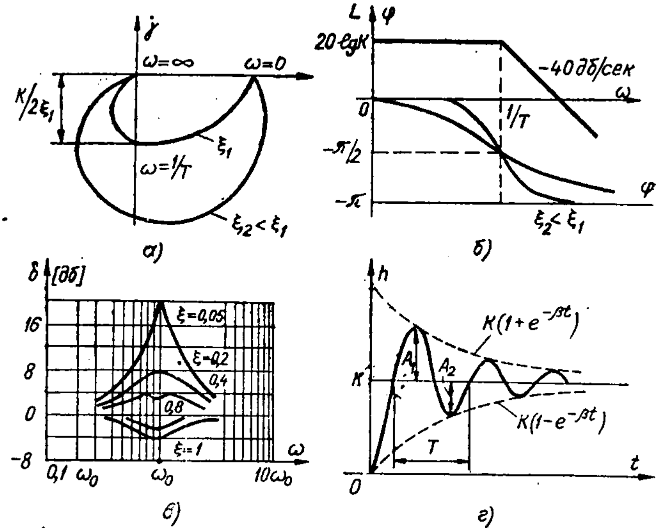
бу ерда a, b — пружина ва тинчлантиргичнинг коэффициентлари.

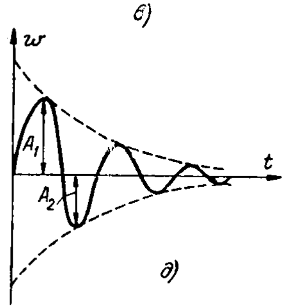
Тебраниш бўғинининг узатиш функцияси:

$$W(p) = \frac{k}{1 + 2\xi Tp + (pT)^2}; \quad W(j\omega) = \frac{k}{1 + 2\xi Tj\omega + (j\omega T)^2}. \qquad (7.24)$$



7.11-расм. Тебраниш бўғини намуналари





7.12- расм. Тебраниш бўғинининг динамик характеристикалари

Тебраниш бўғинининг АФХ 7.12-расм, *а* да келтирилган. Агар $\omega = T^{-1}$, яъни $W(j\omega) = k/2j$ бўлса, фазавий силжиш $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ га тенг бўлади. Сўниш даражаси камайган сари АФХ ўлчамлари оша боради (7.12-расм, *а*) ва $\xi = 0$ бўлганда иккита ярим тўғри чизиққа айланади. Асимптотик ЛАЧХ (7.12 расм, *б*) қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$L_a(\omega) = \begin{cases} 20\lg k; & \omega \leqslant T^{-1}; \\ 20\lg k - 40\lg \omega T; & \omega > T^{-1}; \end{cases} \qquad (7.25)$$

аммо, характеристикага $\delta(\omega) = L(\omega) - L_a(\omega)$ узатма $\xi \to 0$ бўлганда исталганча катта бўлиши мумкин (маълумки, инерцион ёки муайян дифференциалловчи бўғин учун $\delta \leqslant 3$ дб). Шунинг учун тузатиш графигидан (7.12- расм, *в*) одатда ЛАЧХ қуришда фойдаланилади $0{,}4 < \xi < 0{,}8$ бўлганда, тузатишдан фойдаланмаслик мумкин. Импульсли характеристика ва узатиш функциясини топишда ёйиш теоремасидан фойдаланиш учун (7.23) тенгламанинг илдизларини топамиз:

$$p_{1,2} = \frac{-\xi \pm \sqrt{1-\xi^2}}{T^2} = -\beta \pm j\omega_c, \qquad (7.26)$$

бу ерда $\beta = \xi T^{-1} = \xi\omega_0$ — сўниш коэффициенти;

$\omega_c = \omega_0\sqrt{1-\xi^2}$ — бўғин тебранишининг хусусий частотаси.

Шунинг учун импульсли характеристика

$$w(t) = \frac{k}{T^2\omega_c} e^{-\beta t} \sin \omega_c t \qquad (7.27)$$

ва ўтиш функцияси

$$h(t) = k\left[1 - e^{-\beta t}\left(\cos \omega_c t + \frac{\beta}{\omega_c} \sin \omega_c t\right)\right], \qquad (7.28)$$

Бу характеристикаларнинг графиги 7.12-расм, *г, д,* да келтирилган.

7. Кечикиш бўғини қуйидаги тенглама орқали тавсифланади:

$$y(t) = x(t - \tau_0) \qquad (7.29)$$

бу ерда τ_0— кечикиш вақти.

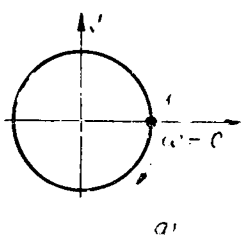
Шундай қилиб, бўғин чиқиш йўли ўзгарувчиси кириш йўли таъсирини инерцион бўлмаган бўғин каби, аммо кечикиш билан қайтаради. Автоматикада кечикиш бўғини кўпинча транспорт кечикиши кўринишида учрайди (қаттиқ ва сочилувчи жисмларни конвейер ва транспортёрлар, суюқликларни трубопровод, электр энергиясини электр узатиш линиялар орқали узатиш ва ҳоказо). Кечикиш теоремасига (3.2-жадвалга қаранг) биноан (7.29) ифодадан узатиш функциясини оламиз:

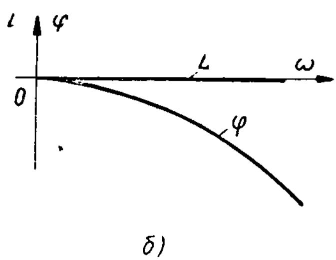
$$W(p) = e^{-p\tau_0}, \quad W(j\omega) = e^{-j\omega\tau_0}, \qquad (7.30)$$

$e^{j\omega\tau_0} = \cos\omega\tau_0 - j\sin\tau_0$ ни ҳисобга олиб қуйидагиларга эришамиз:

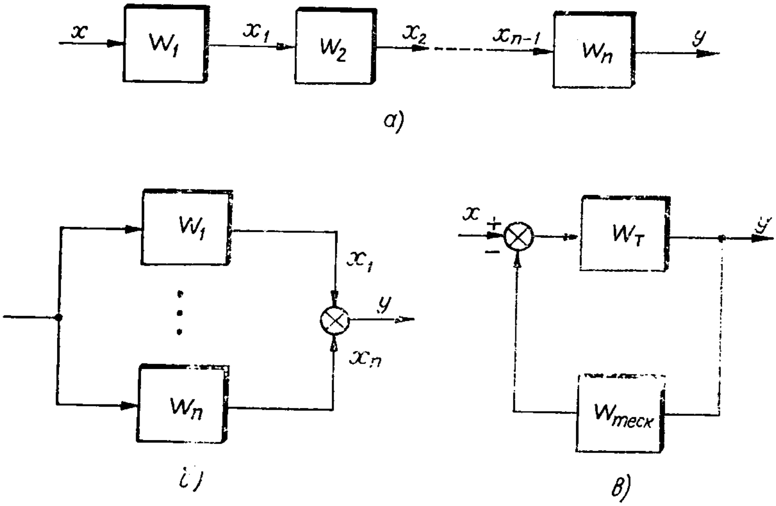
$$A(\omega) = 1, \quad \varphi\omega = -\omega\tau_0.$$

Кечикувчи бўғиннинг АФХ ва ЛАЧХ лари 7.13-расм, *а, б* да келтирилган. Бўғиннинг бошқа турлари [3, 5, 24] да батафсил кўрилган.





7.13- расм. Кечикиш бўғинининг частота характеристикалари



7.14- расм. Бўғинларни бирлаштиришнинг асосий усуллари

7.4. БЎҒИНЛАРНИ БИРИКТИРИШНИНГ АСОСИЙ УСУЛЛАРИ

Бўғинларни бириктириш (улаш)нинг асосий учта усули (7.14-расм) фарқланади: кетма-кет (каскадли), параллел ва тескари боғланишли (антипараллел).

Кетма-кет бириктиришда бўғин чиқиш йўли ўзгарувчиси кейингисининг кириш йўлига берилади (7.14-расм, *а*). Шунинг учун

$$Y(p) = X_{n-1}(p)W_n(p) = X_{n-2}(p)W_{n-1}(p)W_n(p) = \dots = \prod_{i=1}^{n} W_1(p)X(p).$$

Шундай қилиб каскаднинг узатиш функцияси

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \prod_{i=1}^{n} W_i(p). \qquad (7.31)$$

Кетма-кет бириктирилган элементларнинг узатиш функцияси алоҳида элементлар узатиш функцияларининг кўпайтмасига тенг.

Параллел бириктиришда битта таъсир бўғинлар кириш йўлига берилади, бўғинлар чиқиш йўллари ўзгарувчилари эса жамланади (7.14-расм, *б*).

$$Y(p) = \sum_{i=1}^{n} W_i(p)X(p) \text{ бўлгани сабабли}$$

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \sum_{i=1}^{n} W_i(p). \qquad (7.32)$$

Параллел бириктирилган элементларнинг узатиш функцияси алоҳида элементлар узатиш функцияларининг йиғиндисига тенг.

Агар жамлаш манфий ишорали бўлса, мос узатиш функциясига манфий ишора берилади.

Тескари боғланишли бириктиришда тўғри занжирдаги бўғин чиқиш йўли ўзгарувчиси тескари боғланиш бўғини орқали тўғри занжирдаги бўғиннинг кириш йўлига мусбат (+) ишора билан (мусбат тескари боғланиш — мусб. т. б.) ёки манфий ишора билан (манфий тескари боғланиш — манф. т. б.) берилади (7.14-расм, *в*). Бу боғланиш учун қуйидагини ёзиш мумкин:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{W_n(p)}{1 \pm W_n(p) W_{..}(p)}, \qquad (7.33)$$

бу ерда мусбат ишораси манфий тескари боғланиш учун, манфий ишораси эса мусбат тескари боғланиш учун олинади.

Тескари боғланишли бириктиришнинг узатиш функцияси касрга тенг бўлиб, каср сурати тўғри қисмнинг узатиш функциясини ифодаласа, махражи эса мусбат тескари боғланишда манфий ишора билан, манфий тескари боғланишда мусбат ишора билан биттага орттирилган очиқ система узатиш функциясини ифодалайди.

Тескари боғланишли бириктиришнинг тескари узатиш функцияси учун қуйидагини оламиз:

$$W^{-1}(p) = W_1^{-1}(p) \pm W_2(p .$$

Тескари боғланишли бириктиришнинг тескари узатиш функцияси тўғри қисмнинг тескари узатиш функцияси билан тескари боғланиш элементи узатиш функциясининг алгебраик йиғиндисига тенг.

Бўғинларни бириктиришни кўрганда бошқа бўғин чиқиш йўлига уланаётган бўғин таъсирини ҳисобга олиш зарур. Масалан, 7.6-мисолда (7.9-расм, *а, б*) кўрилган кетма-кет уланган иккита қайишқоқ бўғинларнинг узатиш функцияси

$$W_1(p) = \frac{1 + pT}{1 + 2pT}; \quad W_2(p) = \frac{1 + 2pT}{2(1 + pT)}; \quad T = RC$$

бўлса ҳам, $C_2 = 2C_1 = 2C$, $R_1 = R_2 = R$ бўлганда 1 2 га тенг эмас.

Бунга сабаб шуки, узатиш функциясини аниқлашда юкланиш қаршилиги чексизга тенг деб қабул қилинган эди, ваҳоланки, оддий бириктиришда у чекли. Бўғинларни бириктириш уларнинг узатиш функцияларига таъсир этмаслиги учун кейинги бўғин кириш йўли қаршилиги ёки олдинги бўғин чиқиш йўли сигналининг қуввати чексиз катта қиймат деб ҳисобланиши зарур. Шунинг учун, масалан, пассив RLC занжирларни бириктиришда улар орасига ажратувчи каскад, масалан, лампали катод такрорлагичи ($R_{кир} \cong \infty$, $R_{чиқ} \cong 0$, уланиши лозим.

Бўғинларни бириктиришда кўпинча частота характеристикасини қуриш талаб қилинади.

Комплекс катталиклар устида амаллар қоидаларига биноан, кетма-кет бириктиришда аргументларни кўпайтириб фазаларни қўшиш лозим, параллел бириктиришда эса ҳар бир бўғиннинг ҳар бир танланган частоталардаги комплекс кучайтириш коэффициентлари ҳақиқий ва мавҳум қисмларини алоҳида қўшиш лозим.

Инженерлик амалида бир контурли системаларни таҳлил қилишда одатда қатор кетма-кет уланган намунавий бўғинлардан ташкил топган очиқ системанинг логарифмик характеристикасини қуриш талаб қилинади. Бунда бўғинлар узатиш функцияларининг кўпайтирилишини ҳисобга олган ҳолда алоҳида бўғинлар учун L(ω) ва φ(ω) қуриб, кейин уларни қўшиш мумкин. Аммо бу характеристикаларни қуйидагича қуриш қулайроқ ҳисобланади (7.8-мисолга қаранг).

7.8- мисол.

$$W(j\omega) = \frac{100(1 + j\omega 1,25)^2}{j\omega(1 + j\omega 5)^2(1 + j\omega 0,04)},$$

комплекс кучайтириш коэффициентли очиқ система учун $L(\omega)$ ва $\varphi(\omega)$ ни қурамиз. Юқоридаги ифодада вақт доимийлари секундларда берилган.

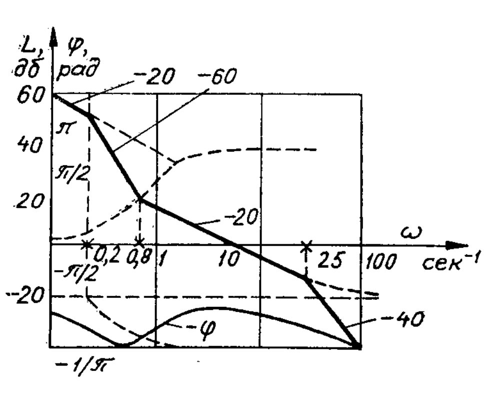
Қуришнинг қуйидаги тартибига риоя қилиш қулай:

1. Туташтирувчи частоталарни (ўсиш тартибида) аниқлаймиз:

$$\omega_1 = 1/5 = 0,2 \text{ сек}^{-1};$$
$$\omega_2 = 1/1,25 = 0,8 \text{ сек}^{-1};$$
$$\omega_3 = 1/0,04 = 25 \text{ сек}^{-1}.$$

2. Частота диапазонлари учун асимптоталар кесимларини (7.15-расм) аниқлаймиз:

$$0 \leqslant \omega \leqslant \omega_1:\ L_{1a}(\omega) = 20\lg 100 - 20\lg \omega;$$
$$\omega_1 < \omega \leqslant \omega_2;\ L_{2a}(\omega) = L_{1a}(\omega) - 2\cdot 20\lg \omega_5;$$
$$\omega_2 < \omega \leqslant \omega_3:\ L_{3a}(\omega) = L_{2a}(\omega) + 2\cdot 20\lg \omega 1,20;$$
$$\omega_3 < \omega < \infty:\ L_{4a}(\omega) = L_{3a}(\omega) - 20\lg \omega 0,04.$$



7.15- расм. Логарифмик частота характеристикаларини қуриш

Изоҳ. $L_{1a}(\omega)$ биринчи асимптота ҳолатини аниқлаш учун яхшиси $\omega = 1$ деб қабул қилиш, унда $L_{1a}(1) = 40$ дб. Бу нуқта орқали биринчи асимтоптани мос оғиш билан (бизнинг ҳолда — 20 дб/дек) ўтказилади. Аммо бу асимптота биринчи туташтирувчи частотагача ҳақиқий (7.15-расмга қаранг).

3. ФЧХ ни қуриш учун комплекс кўпайтувчи аргументи φ (фаза)нинг қуйидагига тенглигини ҳисобга оламиз:

$$\varphi\{(j\omega)^k\} = k\cdot\pi/2,$$

$$\varphi\{1 \pm j\omega T)^k\} = k\operatorname{arctg}(\pm\ \omega T),$$

$$\varphi\{([1+2\xi j\omega T)+(j\omega T)^2]^k = k\mathrm{arctg}\frac{2\xi\omega T}{1-(\omega T)^2},$$

$$\varphi\{e^{\pm j\omega\tau_0}\} = \pm\,\omega\tau_0.$$

Бизнинг мисол учун қуйидагини оламиз:

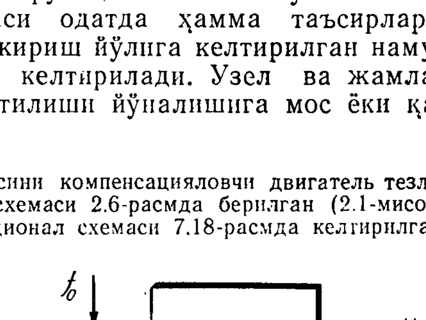
$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - 2\mathrm{arctg}\,\omega 5 + 2\mathrm{arctg}\,\omega 1{,}25 - \mathrm{arctg}\,\omega 0{,}04$$

ФЧХ ни нуқталар бўйича одатдаги қуриш билан бирга қуйидаги тақрибий усулни тавсия қилиш мумкин. Арктангенс битта декада чегарасида туташтирувчи частота ω_i да.і иккала томонда $\frac{\pi}{4}$ дан $(\omega_{i\,жонз})\approx 0$ гача ($u = 0{,}1\omega_i$ да) ва $\approx$ гача ($\omega = 10\omega_i$) қийматларини олишини ҳисобга олиб келтирилган учта нуқтани равон чизиқ билан бирлаштириш мумкин. 5.15-расмда ФЧХ нинг бу ташкил этувчилари штрих-пунктир чизиқ билан кўрсатилган. Буларни қўшиб очиқ системанинг ФЧХ сини оламиз.

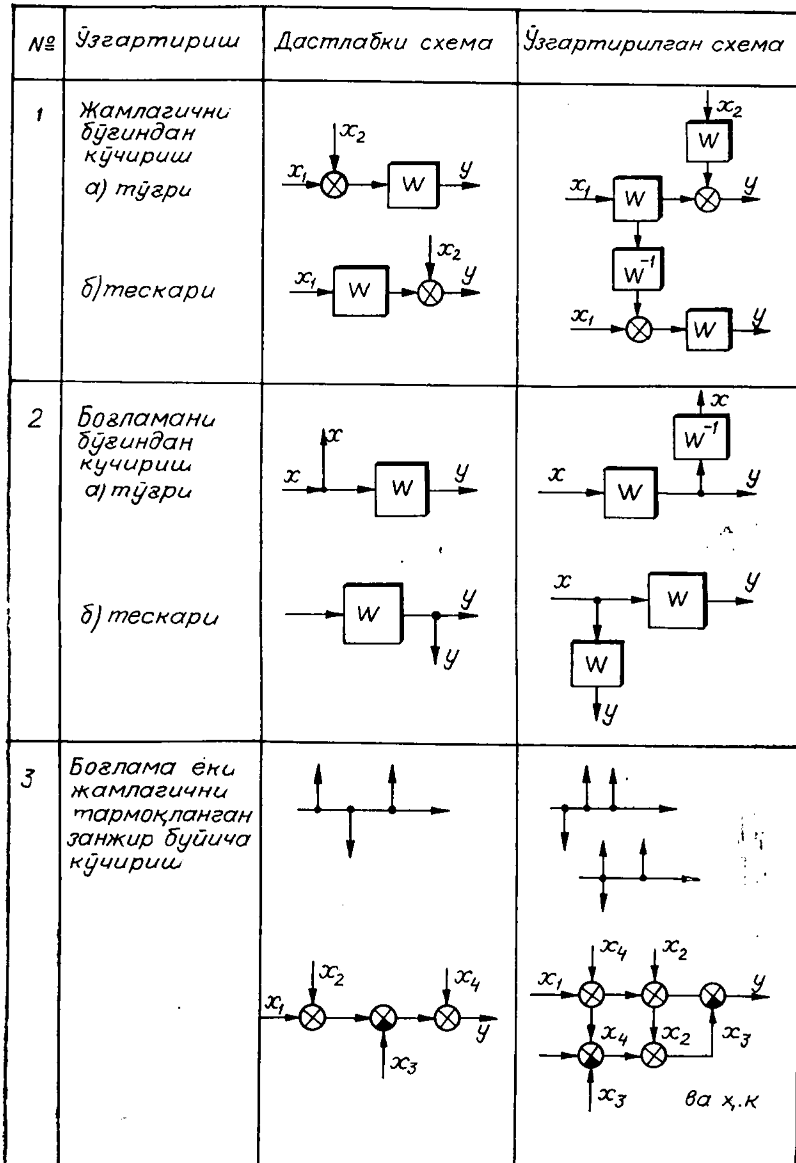
7.5. СТРУКТУРА СХЕМАЛАРНИ ЎЗГАРТИРИШ

АРС ларни, айниқса тойдирувчи бўйича таъсир, коррекция сигналлари ва ш. ў. ларнинг киритилиши ҳисобига ҳосил бўлган бир нечта контурли системалар таҳлилининг қулайлигини таъминлаш учун мураккаб структура тасвирларини оддийроқ схемаларга ўзгартиришни билиш лозим. Структура схемаларни ўзгартириш назариясини Б. Н. Петров ишлаб чиққан. АРС структура схемасини ўзгартириш билан янги схемани, дастлабкисига фақат кириш йўли ва чиқиш йўли таъсирларига эквивалент схемани оламиз. Ўзгартириш схемани соддалаштирувчи узел ва жамлагичларни кўчириш, алоҳида контурлари айқаш бўлмаган боғланишли схемаларни олишдан иборат. Ҳар бир контур эквивалент узатиш функцияли битта бўғин билан алмаштирилади ва АРС схемаси одатда ҳамма таъсирлари (берилувчи y_0, тойдирувчи f_0) кириш йўлига келтирилган намунавий структурага (7.16-расм) келтирилади. Узел ва жамлагичларни кўчириш сигнал узатилиши йўналишига мос ёки қарама-қарши бўлиши мумкин.

7.9-мисол. Юкланиш тойдирувчисини компенсацияловчи двигатель тезлигини АРС сини кўрайлик. Система схемаси 2.6-расмда берилган (2.1-мисолга қаранг). Бундай АРС нинг функционал схемаси 7.18-расмда келтирилган. Ростланувчи объект — двигатель, ростланувчи катталик — двигатель тезлиги Ω бўлиб, у ўлчаш қурилмаси техогенератор) ёрдамида аниқланиб, уставка билан таққосланади. Δu кучланиш кўринишидаги хатолик кучайтирувчи қурилмага (электромашина кучайтиргичига) берилади ва кучайтиргич чиқиш йўлидаги кучланиш двигатель учун бошқарувчи катталик ҳисобланади. Двигатель тезлиги юкланиш моменти $M_{юк}$ га ҳам боғ-



7.16- расм. АРСнинг намунавий структураси



7.17- расм. Структура ўзгартиришларнинг асосий қоидалари

лиқ. Шунинг учун юкланиш моменти ўлчанади ва компенсациялаш мақсадида кучайтирувчи қурилмага берилади. Шундай қилиб, бу ерда юкланиш тойдирувчисига бефарқ (инвариант) бўлган АРС олишдаги зарур шарт — Б. Н. Петровнинг икки каналлик принципи амалга оширилади. Битта кириш йўлли ва битта чиқиш йўлли йўналтирилган таъсирли бўғинларни, жамлагичларни, узелларни ва боғланишларни ўз ичига олувчи АРС структура схемаси 7.18-расм, *б* да келтирилган. Бунда қуйидаги белгилашлар қабул қилинган.

$$W_1(p) = \frac{u(p)}{\Delta u(p)} = \frac{K_{эмк}}{(1+pT_0)(1+pT_1)}$$ — ЭМК узатиш коэффициенти;

$$W_2(p) = \frac{\Omega(p)}{u(p)} = \frac{K_{н}}{(1+pT_2)}$$ — двигателнинг «кучланиш-тезлик» канали бўйича узатиш функцияси;

$$W_3(p)\cdot W_2(p) = \frac{\Omega(p)}{M_{ю}(p)} = -\frac{K_{м}}{(1+pT_2)}$$ — двигателнинг «юкланиш моменти-тезлик канали бўйича узатиш функцияси;

$$W_4(p) = \frac{u_{ТГ}(p)}{\Omega(p)} = K_{ТГ}$$ — тахогенераторнинг узатиш функцияси.

$$W_5(p) = \frac{u_{н}(p)}{M_{н}(p)}$$ — ҳозирча номаълум бўлган компенсация занжирининг узатиш функцияси бўлиб, уни АРС нинг юкланиш тойдирувчисига инвариантлик шартидан топиш зарур.

Изоҳ: Двигатель узатиш функцияси ва 7.18-расм, *б* да келтирилган иккита бўғин ва жамлагич $Ж_2$ кўринишидаги двигателнинг структура тасвири двигатель тенгламасига (3.15) мос келади, бунда (3.15) даги манфий ишора жамлагичга сид W_5 ни топиш мақсадида $Ж_2$ жамлагични W_1 бўғин орқали кўчириб, жамлагичларни бирлаштирамиз. Структура схемасини бундай ўзгартириш тойдирувчини ҳандайдир юкланишнинг эквивалент келтирилган кучланиши $u_{юк.\,к}$ кўринишида система кириш йўлининг бир нуқтасига берилишини таъминлашга мос келади (7.18-расм, в). Бунда кетма-кет уланган бўғинлар $W(P) = W_1(P)\cdot W_2(P)\cdot W_3(P)$ узатиш функцияли битта бўғин билан алмаштирилади, параллел бириктирилган бўғинлар учун эса қуйидагини оламиз:

$$W_{юк}(p) = W_5(p) - W^3(p)W_1^{-1}(p).$$

АРС нинг юкланиш тойдирувчисига нисбатан абсолют инвариантлигини таъминлаш учун $W_{юк}(p) = 0$ шартини таъминлаш зарур. Демак, қидирилаётган узатиш функция қуйидагига тенг

$$W_5(p) = W_3(p)W_1^{-1}(p) = \frac{K_{м}(1+pT_0)(1+pT_1)}{K_{н}\cdot K_{эмк}}.$$

Афсуски, суратидаги p бўйича полином тартиби махражига нисбатан каттароқ бўлган узатиш функцияларини аниқ амалга ошириб бўлмайди. Бу ҳол, мукаммал дифференциаллаш бўғин хусусиятларини муҳокама қилинганда (7.14 мисолга қаранг) кўрсатилгандек, бундай бўғинларни амалга ошириб бўлмаслиги билан боғлиқ. Аммо, $W_5(p)$ га катта бўлмаган инерционлик киритиб, қуйидаги узатиш функциясини олиш мумкин:

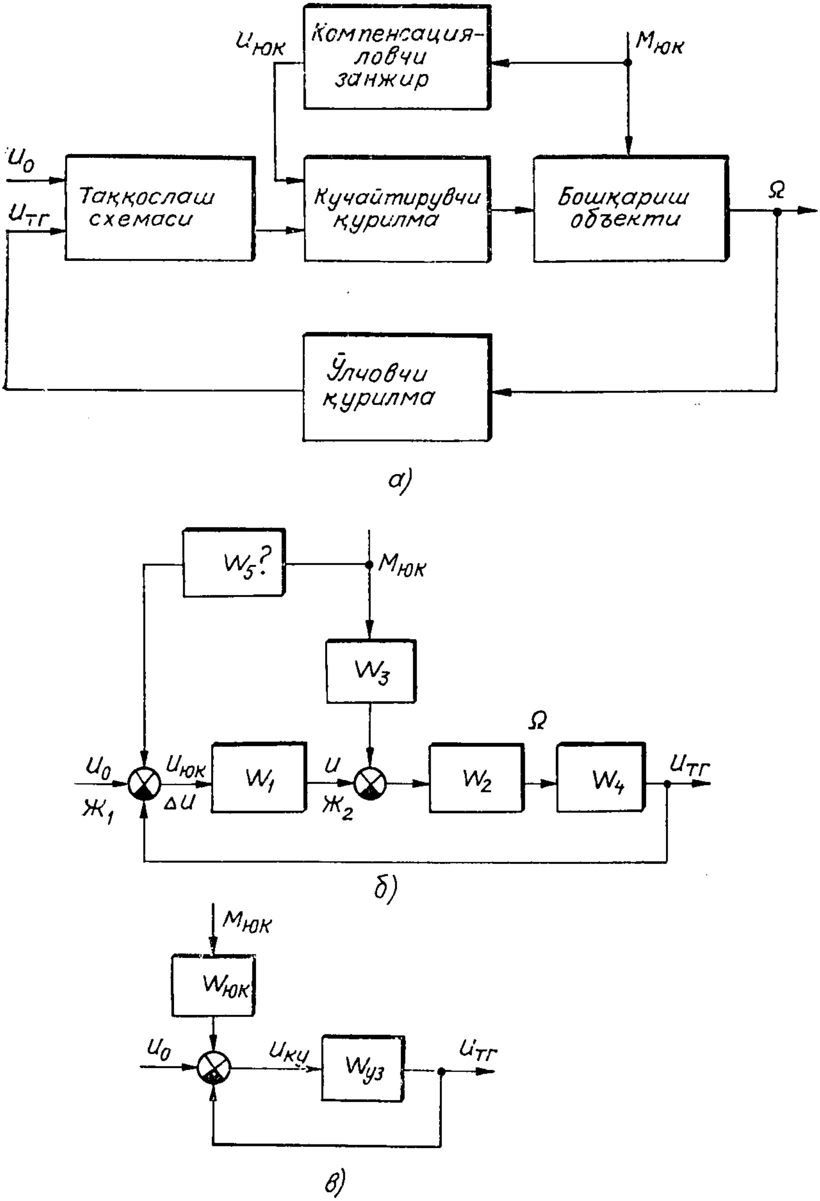
$$W_{51}(p) = K_{к}\frac{(1+pT_0)(1+pT_1)}{(1+p\varepsilon T_0)(1+p\varepsilon T_1)}, \quad K_{к} = \frac{K_{м}}{K_{н}\cdot K_{эму}}$$

бу ерда ε — кичик катталик, масалан, 5%.

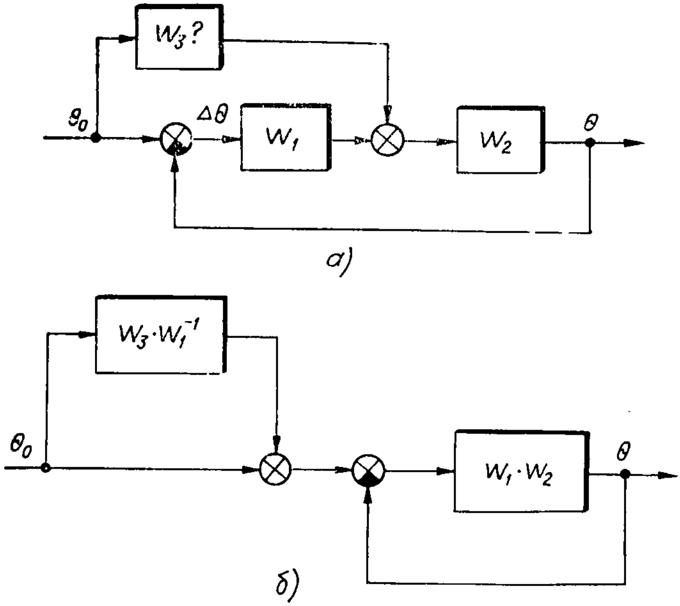
Бунда ҳосил қилинган АРС абсолют инвариант, фақат ε гача инвариант бўлади, яъни ўтиш тртибида юкланиш таъсири кучсиз намоён бўлади.

Компенсацияловчи занжир инерцион бўлмаган $W_{52}(p) = K_{к}$ кўринишида олинганда $K_{к}$ коэффициент тажриба йўли билан $П_2$ потенциометр сургичини силжитиб танланади (2.6-расмга қаранг). Бундай компенсацияловчи занжир АРС нинг $M_{юк}$ га нисбатан инвариантлигини фақат барқарор тартибдагина таъминлайди. Буни тажриба йўли билан $К_л$ калитнинг коммутацияланишида юкланишни сакраб ўзгартириб осонгина текшириш мумкин.

7.10-мисол. Аралаш кузатувчи системани кўрайлик (7.19-расм, *а*). Динамик хусусиятларини яхшилаш мақсадида унга ҳозирча номаълум бўлган $W_3(p$ узатиш функцияли занжир киритилган. Бу занжирни идеал кузатиш системас



7.18- расм. Двигатель тезлигини АРСнинг функционал ва структура схемалари



7.19- расм. Аралаш кузатувчи системанинг структура схемаси

шартидан топамиз, яъни кузатиш системасининг узатиш функцияси $W(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_0(p)} = 1$.

Жамлагични система кириш йўлига кўчириб (7.19- расм, *б*) қуйидагини оламиз.

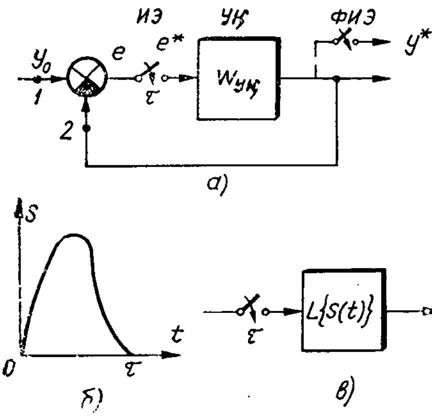
$$W(p) = [\,1 + W_3(p)W_1^{-1}(p)]\,\frac{W_1(p)W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} = 1.$$

Шундай қилиб, қидирилаётган занжир $W_3/(p) = W_2^{-1}(p)$ узатиш функциясига эга бўлиши керак. $W_2(p)$ двигателга мос бўлиши бундай занжирни керакли аниқлик билан амалга ошириш дифференциалловчи қурилмани яратиш қийин бўлганлиги учун осон эмас. Олдинги мисолдагидек, кузатувчи система хусусиятларини $W_2^{-1}(p)$ ни тақрибан амалга ошириш билан анча яхшилашга эришиш мумкин.

Аралаш системаларни яратишдаги асосий қийинчилик тойдирувчи датчиклари, баъзида эса таъсир топширгичлари муаммосидир.

7.6. ИМПУЛЬСЛИ СИСТЕМАЛАР НАЗАРИЯСИДА СТРУКТУРА УСУЛИ

Импульсли АБС ларда структура усулининг ишлатилиши реал импульсли системаларни мумкин бўлган ҳолларда намунавий кўринишига келтиришга имкон беради.



7.20- расм. Импульсли система таҳлилининг структура усулига мисол

Намунавий структурали автоматик ростлашнинг импульсли системаси (АРИС) (7.19-расм, *а*) таққослаш қурилмасидан ташқари импульсли элемент (ИЭ) ва $W_{уқ}(p)$ узатиш функцияли узлуксиз қисмга (УҚ) эга; бирлик манфий тескари боғланиш ростланувчи ўзгарувчининг ҳақиқий қиймати y ни исталган қиймат y_0 билан таққослашга хизмат қилади. Бундай схемада хатолик узлуксиз қисмга дискрет вақт онларида берилиши туфайли берк импульсли системанинг (ИС) туташув тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлади.

$$e^*(t) = y_0^*(t) - y^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} e(t)\delta(t - k\tau). \tag{7.34}$$

Реал ИС ларда ИЭ нинг чиқиш йўлида ихтиёрий шаклдаги s(t) импульслар (7.20-расм, *б*) бўлиши мумкин. Бу ҳолда бундай ИЭ квантловчи сигнали δ— импульслар кетма-кетлигидан иборат бўлган идеал ИЭ билан шакллантирувчи бўғиннинг кетма-кет уланиши кўринишида берилиши мумкин. Шакллантирувчи бўғин системанинг узлуксиз қисмига тегишли ҳисобланади ва қуйидаги узатиш функциясига эга:

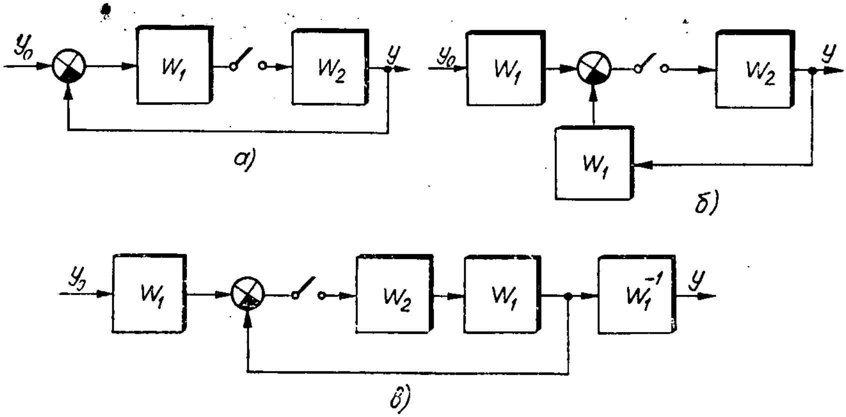
$$W_{\Phi}(p) = L\{s(t)\}, \tag{7.35}$$

бу ерда L — Лаплас бўйича ўзгартириш.

Алоҳида қайд қилиш лозимки, структура ўзгартиришларда импульсли элементни узлуксиз бўғинлар орқали кўчириш (инерцион бўлмаган ва кечиктириш бўғинлари бундан мустасно) мумкин эмас. Акс ҳолда кейинги элементларнинг кириш йўлидаги жараёнлар хусусиятининг ўзгариши содир бўлади. Бу эса структура усулнинг ИС лардаги имконияти чизиқли узлуксиз системалардаги имкониятидан бирмунча паст эканлигидан далолат беради.

ИС схемаларини намунавий структурага келтириш мисолларини кўришдан аввал қуйидагиларни қайд этиш лозим:

системанинг узлуксиз қисмида структура схемаларни ўзгартириш (жамлагичларни, узелларни ва ш. ў. ларни тўғри ва тескари кўчириш) оддий қоидалар бўйича амалга оширилади (7.17-расмга қаранг).



7.21- расм. Импульсли системани намунавий структурага келтиришга мисол

Зарур бўлганида намунавий тузилишда (7.20-расм, *а*) узлуксиз қисм олдидаги ИЭ *1* ва *2* нуқталарда синхрон ишловчи иккита ИЭ билан алмаштирилиши мумкин. Асосий муносабат (7.34) га зид бўлмаган бундай ўзгартириш 5.2-расмдаги схемада ишлатилган эди;

тахлил жараёнида бизни квантланган сигнал $y^*(t)$ қизиқтирса, АРИС чиқиш йўлида сохта ИЭ ўрнатилиши мумкин; намунавий структурани узлуксиз элеметлар билан кетма-кет боғланиши ҳам намунавий тузилишни беради.

7.11-мисол. Импульсли системани (7.21-расм, а) намунавий тузилишга ўзгартирамиз.

Узлуксиз қисмда жамлагични ва ж узелни тўғри кўчириб (7.21-расм, б) намунавий тузилиши ИСни оламиз.

Намунавий тузилишли ИС учун (7.34) дан фойдаланиб ва $Y(z) = W_0(z)E(z)$ ни ҳисобга олиб қуйидагиларни ёзиш мумкин:

$$Y(Z) = \frac{W_{01}(Z)}{1 + W_{01}(Z)}\, Y_0(Z);$$

$$E(Z) = \frac{1}{1 + W_{01}(Z)}\, Y_0(Z).$$

бу ерда $W_{04}(Z) = Z\{W^*_{\text{ку}}(p)\}$ узуқ ИС узатиш функцияси бўлиб, системанинг келтирилган узлуксиз (КУ) қисмининг импульсли узатиш функциясига тенг ва $W_{\text{оу}}(p) = W_{\text{ф}}(p)W_{\text{уқ}}(p)$.

Буларга асосан АРИС нинг берк ИС топширгич таъсири бўйича узатиш функцияси

$$W_{\text{ё}}(Z) = \frac{Y(Z)}{Y_0(Z)} = \frac{W_0(Z)}{1 + W_0(Z)}. \qquad (7.36)$$

АРИС нинг хатолик бўйича узатиш функцияси эса

$$W_{\text{ё}}(Z) = \frac{E(Z)}{Y_0(Z)} = \frac{1}{1 + W_0(Z)} \qquad (7.37)$$

Очиқ ИС нинг частота характеристикаларини келтирилган узлуксиз қисмининг АФХ си $W_{\text{ку}}(j\omega)$ орқали ифодалаймиз.

$$W_{\text{о}}^{*}(j\omega)=\frac{Y^{*}(j\omega)}{E^{*}(b\omega)}=W_{\text{ку}}^{*}(j\omega),$$

(5.4) ни ҳисобга олиб, бу ифодани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$W_{\text{о}}^{*}(l\omega)=\frac{1}{\tau}\sum_{n=-\infty}^{\infty}W_{\text{ку}}(j\omega)-jn\omega_s), \qquad (7.37\ a)$$

Очиқ ИС нинг АФХ си $W_{\text{ку}}^{*}(t)$ функциянинг спектри бўлиб, вақт бўйича квантланган сигналлар спектрининг барча хусусиятларига эга, масалан, у частота бўйича даврий. Демак, очиқ ИС нинг АФХ си квантланган сигналнинг спектри каби фақат частоталарнинг асосий диапазони $[-\omega_s, 2,\ \omega_s, 2]$ да кўрилиши мумкин.

Амалда системанинг келтирилган узлуксиз қисмича АЧХ си частота ўсиши билан тездан сўнади, яъни $\omega>\omega_s$ да $|W_{\text{ку}}(j\omega)|\approx 0$ бўлади. Демак, (7.5, *а*) ифодада етарлича аниқлик билан фақат иккита қўшилувчи билан ($_n=0,1$ учун) чегараланса бўлади:

$$W_{\text{о}}^{*}(j\omega)\simeq\frac{1}{\tau}[W_{\text{ку}}(j\omega)+W_{\text{ку}}(j\omega-j\omega_s)], \qquad (7.37,\ б)$$

Агар системанинг келтирилган узлуксиз қисми АЧХ си ўтказиш минтақага эга бўлса, яъни

$$(W_{\text{ку}}^{*}(j\omega))=0; \quad \omega\geqslant\omega_s/2$$

бўлса, (7.37, *а*) ифодада барча қўшилувчилар ($n=0$ бундан истисно) йўқолади ва демак, $\left|-\frac{\omega_s}{2},\frac{\omega_s}{2}\right|$ асосий частота минтақасида ИС нинг АФХ си системанинг келтирилган узлуксиз қисми АФХ сига мос келади.

$$W_{0}^{*}(j\omega)\cong\frac{1}{\tau}W_{\text{ку}}(j\omega), \qquad (7.37,\ в)$$

Юқоридаги шарт одатда сўроқлаш частотаси ω_s етарлича катта ва система узлуксиз қисмининг кириш йўлида нуль тартибли қайд этувчи мавжудлигида бажарилади. Бу ҳолда ИС нинг частота характеристикаси узлуксиз системанинг (ИЭ сиз) характеристикасига кўпайтувчи аниқлигида тўғри келади, яъни АРИС топширгич таъсирига кучайтиргич коэффициенти камайтирилган АРС каби жавоб беради.

II қисм

АВТОМАТИК СИСТЕМАЛАРНИНГ БАРҚОРОРЛИГИ

8- боб.

ЧИЗИҚЛИ АБС ЛАР БАРҚАРОРЛИГИНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ

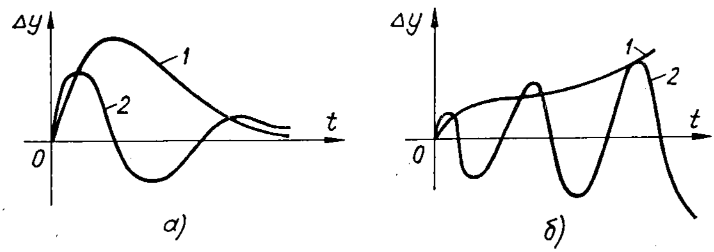
8.1. БАРҚАРОРЛИК ТУШУНЧАСИ

Автоматик бошқариш системаси доимо уни исталган тартибдан четлатувчи турли хил тойдирувчилар таъсирида бўлади ва АБС нинг асосий вазифаси бу четланишларни камайтиришдир. Агар АБС исталган тартибга қайтишга қодир бўлса, у *барқарор* ва демак, ишлашга лаёқатли бўлади. Акс ҳолда *беқарор* ва ишлашга лаёқатсиз ҳисобланади.

Исталган тартиб барқарор ва беқарор бўлиши мумкин. Барқарорлашган тартибдаги барқарорликни (бундай тартиб автоматик стабиллаш, позицион кузатувчи системаларга ва бошқаларга характерлидир) батафсилроқ кўриб чиқайлик. Агар системанинг барқарорлашган тартибдан қисқа муддатли тойдирувчи таъсирида Δy четлашиши кўрилса, барқарор системада бу четлашиш вақт ўтиши билан йўқолади (8.1-расм, *а*), беқарор системада эса ўсади (8.1-расм, *б*). Бу вақтда жараён характери нодаврий (1-эгри чизиқ) ёки тебранувчи (2-эгри чизиқ) бўлиши мумкин. Четлашиш бўйича ростлашли АРСда агар тескари боғланиш қутби нотўғри танланса (манфий тескари боғланиш ўрнига мусбат тескари боғланиш уланса) нодаврий ўсувчи жараён пайдо бўлиши мумкин. Бу ҳолда бошқарувчи қурилма четлашишни йўқотиш ўрнига уни катталаштиради. Тебранувчи ўсувчи жараён, системанинг ниҳоятда катта кучайтириш коэффициентида бошланиши мумкин. Бунда пайдо бўлган четлашиш системани барқарорлашган тартибга шу қадар кескин қайтарадики, система инерция ёки кечикиш туфайли ундан ўтиб кетади ва янада катта четлашишга олиб келади ва ҳоказо.

Жараёнларнинг шунга ўхшаш хусусияти беқарор тартибларда ҳам ўринлидир: агар чегараланган тойдирувчилар таъсирида системанинг исталган тартибдан четлашиш катталиги чегараланган бўлса, бундай система барқарор ҳисобланади.

Системанинг барқарорлигини таҳлил қилиш А. М. Ляпунов яратган усулларга асосланади. Чизиқли ёки чизиқлантирилган системалар учун барқарорликнинг зарур ва етарли шарти сифатида биринчи яқинлашиш тенгламаси учун тузилган харак-



8.1- расм. Барқарор [*а*] ва беқарор [*б*] АРСда четлашишнинг ўзгариши

теристик тенгламанинг барча илдизлари ҳақиқий қисмларининг манфий ишораси хизмат қилади. Агар битта илдиз мусбат ҳақиқий қисмга эга бўлса ҳам система беқарор ҳисобланади. Шундай қилиб, система барқарорлигини тадқиқлаш учун унинг характеристик тенгламалари илдизларини билиш лозим.

8.2. АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИНГ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕНГЛАМАЛАРИ БЎЙИЧА БАРҚАРОРЛИКНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ

Параметрлари тўпланган АБС нинг барқарорлашган тартибдан кичик четланишдаги тавсифи 3-бобда кўрсатилганидек, умумий ҳолда қуйидаги кўринишдаги биринчи яқинлашиш тенгламаси орқали ифодаланади:

$$\sum_{n=0}^{N} a_n \frac{d^n y}{dt^n} = \sum_{m=0}^{M} b_m \frac{d^m v}{dt^m}, \tag{8.1}$$

бу ерда v — системага қўйилган таъсир;

y — чиқиш йўли ўзгарувчиси.

(8.1) нинг ечими қуйидаги кўринишга эга:

$$y(t) = y_{\text{м}}(t) + y_{\text{ў}}(t) \tag{8.2}$$

бу ерда $y_{\text{м}}$ — мажбурий ташкил этувчиси; $y_{\text{ў}}$ — ўтиш ташкил этувчиси.

АБС барқарорлигини таҳлил қилиш учун фақат ўнг тарафи нулга тенг бўлган (8.1) тенглама ечимидан олинувчи ўтишли ташкил этувчини тадқиқ қилиш лозим. Ҳақиқатан ҳам, таърифга биноан барқарорлик системанинг тойдирувчи таъсири тугагандан сўнг ($t=0$) барқарорлашган тартибга қайтиш қодирлигидир, яъни системанинг фақат нулга тенг бўлмаган бошланғич шартларидаги ҳаракатидир.

Маълумки,

$$\sum_{n=0}^{N} a_n \frac{d^n y}{dt^n} = 0, \quad \left(\frac{d^n y}{dt^n}\right)_{t=0} = y_{n0}, \quad n = 0,\ 1,\ \ldots,\ N-1. \tag{8.3}$$

Тенгламанинг ечимини

$$y(t) = y_{ў}(t) = Ce^{pt},$$

кўринишга келтирамиз (C, p—доимийлар).

Бу ечимни (8.3) га қўйиб (n марта дифференциаллаб), Ce^{pt} умумий кўпайтирувчига қисқартиргандан сўнг характеристик деб аталувчи алгебраик тенгламани оламиз:

$$\sum_{n=0}^{N} a_n p^n = 0. \tag{8.4}$$

(8.4) ҳар бири (8.3) нинг ечимини берувчи N илдизларга (p_1, ... p_N) эга бўлгани сабабли ва ечимлар йиғиндиси ҳам ечим эканлигини ҳисобга олиб қуйидагини оламиз:

$$y_{ў} = \sum_{i=0}^{N} C_i p_i^{pt}. \tag{8.5}$$

Умумий ҳолда p_i нинг илдизлари комплексдир. Характеристик тенглама ҳақиқий коэффициентларга эга бўлгани сабабли илдизлар комплекс-туташ бўлади: $p_i = \alpha_i + j\beta_i$.

Илдизларнинг ҳар бир жуфти (8.5) ифодада қуйидагига тенг бўлган ташкил этувчини беради:

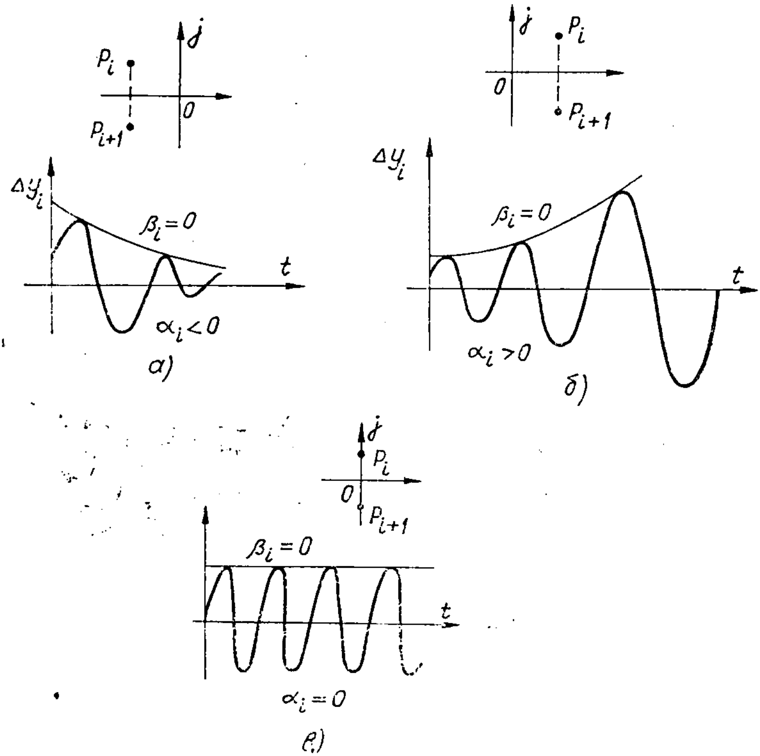
$$C_i e^{(\alpha_i + j\beta_i)t} + C_{i+1} e^{(\alpha_i - j\beta_i)t} = e^{\alpha_i t}(C_i e^{j\beta_i t} + C_{i+1} e^{-j\beta_i t}) =$$

$$= \beta_i e^{\alpha_i t} \sin(\beta_i t + \varphi_i),$$

бу ерда β_i, φ_i C_i ва C_{i+1} орқали аниқланади.

Бу ташкил этувчи вақт бўйича $\alpha_i < 0$ да сўнади, (8.2-расм, *а*), $\alpha_i > 0$ да ўсади (8.2-расм, *б*), $\alpha_i = 0$ да сўнмайдиган тебранишларни (8.2-расм, *б*) ёки ўзгармас ташкил этувчини (агар $\beta_i = 0$ бўлса) оламиз. Шундай қилиб, тадқиқланувчи жараён нодаврий ва тебранувчи ташкил этувчиларнинг йиғиндисидан иборат. Агар ҳар бир ташкил этувчи сўнса (барча $\alpha_i < 0$), ўтиш ташкил этувчиси ҳам вақт ўтиши билан сўнади. Аммо, гарчанд битта илдиз мусбат ҳақиқий қисмга эга бўлса ҳам ўтишли ташкил этувчи вақт бўйича ўсади, бу эса беқарор системага мувофиқ $\alpha_i = 0$ да система *барқарорлик чегарасида* бўлади.

Агар (8.4) характеристик тенглама тартиби $N \leqslant 3$ бўлса, илдизларни аналитик йўл билан топиш мумкин, аммо $N > 3$ да илдизларни топиш қийин. Барқарорликни тадқиқ қилишда илдизларнинг ўзини эмас, балки фақат ҳақиқий қисмларининг ишорасини ва ҳатто барча илдизларнинг мавҳум ўқдан чапда ёки биттаси бўлса ҳам ўнгда ётишини билиш кифоя. Бундай илдизларни топмасдан аниқлашга имкон берувчи қоидалар барқарорлик мезонлари деб юритилади. Барқарорлик мезонлари *алгебраик* (барқарорлик хусусидаги мулоҳаза характе-



8.2- расм. Система характеристик тенгламасининг илдизлари ва барқарорлик ўртасидаги боғланиш

ристик тенгламани кўриш орқали чиқарилади) ёки *частотали* (барқарорлик тўғрисида система частота характеристикалари бўйича фикр юритилади) бўлади. Барқарорлик мезонларини кўришдан аввал (8.4) характеристик тенглама кўринишига эътибор берамиз, унинг ўнг тарафи тадқиқланаётган система узатиш функциясининг махражига мос келади.

7-бобда кўрсатилганидек, чизиқли системанинг тузилишини ўзгартириб, бир хил кўринишга (7.16-расмга қаранг) келтириш мумкин. Очиқ системанинг (тескари боғланиш узилган) узатиш функцияси

$$W_{\text{очиқ}}(p) = \frac{K(p)}{D(p)}, \tag{8.6}$$

ёпиқ система учун эса

$$W_{\text{ёпиқ}}(p) = \frac{W_{\text{очиқ}})p)}{1 + W_{\text{очиқ}}(p)} = \frac{K(p)}{K(p) + D(p)}.$$

Шунинг учун очиқ система учун характеристик тенглама қуйидаги кўринишга эга;

$$D(p) = 0, \tag{8.7}$$

ёпиқ система учун эса

$$K(p) + D(p) = 0. \tag{8.8}$$

8.3. РАУС-ГУРВИЦ БАРҚАРОРЛИК МЕЗОНИ

Бу мезон алгебраикдир. Гурвиц тавсия этган (8.4) характеристик тенглама коэффициентларидан N устун ва қаторларга эга бўлган квадратик матрица (Гурвиц жадвали) тузилади.

$$\begin{matrix} a_{N-1} & a_N & 0 & \dots \\ a_{N-3} & a_{N-2} & a_{N-1} & \dots \\ a_{N-6} & a_{N-4} & a_{N-3} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{matrix}$$

Бу мисолдан жадвални тузиш тартиби кўриниб турибди. Етишмаган коэффциентлар ўрнига ноль берилади.

Системанинг барқарорлиги учун $a_N > 0$ бўлганда Δ_n матрица бош диагонал минорларининг (Гурвиц аниқловчиларининг) мусбат бўлиши зарур ва етарлидир.

$$\Delta_1 = a_{N-1} > 0, \ \Delta_1 = \begin{vmatrix} a_{N-1} & a_N \\ a_{N-3} & a_{N-2} \end{vmatrix} > 0, \ \dots, \ \Delta_N > 0. \tag{8.9}$$

$N \geqslant 5$ да Гурвиц аниқловчиларини ҳисоблаш маълум даражада қийинчилик туғдиради. Бу ҳолда Раус шакли қулайроқ ҳисобланади. Бунга биноан $N+1$ қаторга эга бўлган Раус жадвали тузилади.

	$c_{11} = a_N$	$c_{21} = a_{N-2}$	$c_{31} = a_{N-4}$	...
	$c_{12} = a_{N-1}$	$c_{22} = a_{N-3}$	$c_{32} = a_{N-5}$	...
$\lambda_3 = c_{11} \cdot c_{12}^{-1}$	$c_{13} = c_{21} - \lambda_3 c_{22}$	$c_{23} = c_{31} - \lambda_3 c_{32}$	$c_{33} = c_{41} - \lambda_3 c_{42}$	...
$\lambda_4 = c_{12} \cdot c_{13}^{-1}$	$c_{14} = c_{22} - \lambda_4 c_{23}$	$c_{24} = c_{32} - \lambda c_{33}$	$c_{34} = c_{42} - \lambda_4 c_{43}$	...
...	...	...	...	...

Жадвални тузиш қоидаси мисолидан кўриниб турибдики, манфий индексли коэффициентларга нуллар мувофиқ келади.

Системанинг барқарорлиги учун Раус жадвали биринчи устун коэффициентларининг мусбат бўлиши зарур ва етарлидир:

$$c_{1n} > 0; \ n = 1, \dots, N \tag{8.10}$$

Агар система беқарор бўлса, биринчи устундаги ишоралар ўзгариши сони характеристик тенглама ўнг илдизларининг сонига тенг бўлади.

Раус-Гурвиц мезони система барқарорлик чегарасида бўлганда АРС параметрларининг чегаравий қийматларини топиш учун қулай. Бу қийматлар $\Delta_n = 0$ ёки $c_{1n} = 0$ шартларидан топилади.

(8.9) ифодада $\Delta N = a_n \Delta_{N-1}$ бўлгани сабабли $\Delta N = 0$ характеристик тенглама илдизларидан бири нулга тенг бўлганда система *нодаврий барқарорлик чегарасида* $a_0 = 0$ бўлади ёки иккита туташ илдизлар мавҳум ўқда ётса *тебранма барқарорлик чегарасида* ($\Delta_{N-1} = 0$) бўлади.

8.1-мисол. Двигатель тезлигини статик АРС барқарорлиги шартларини кўрайлик. Очиқ системанинг узатиш функцияси

$$W_{0}(p) = \frac{k}{(1+pT_1)(1+pT_2)(1+pT_3)},$$

бу ерда $k = k_{эмк} k_к k_{тг}$ — статик кучайтириш коэффициенти. Бу ҳолда ёпиқ системанинг характеристик тенгламаси (8.8) қуйидаги кўринишда бўлади:

$$a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0;$$

бу ерда $a_3 = T_1 T_2 T_3$; $a_2 = T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3$, $a_1 = T_1 + T_2 + T_3$; $a_0 = 1 + k_0)$

Гурвиц аниқловчилари қуйидагиларга тенг:

$$\Delta_1 = a_2 > 0$$

$$\Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 = (T_1 + T_2 + T_3)(T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) - (1+k) T_1 T_2 T_3,$$

$$\Delta_3 = a_0 \Delta_2.$$

k коэффициентнинг чегаравий қийматини топамиз. $\Delta_2 = 0$ шартидан система тебранма барқарорлик чегарасида бўлувчи k нинг чегара қийматини топамиз:

$$k_{ч.1} = \frac{(T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3)(T_1 + T_2 + T_3) - T_1 T_2 T_3}{T_1 T_2 T_3} =$$

$$= (1 + \tau_2 + \tau_3)(1 + \tau_2^{-1} + \tau_3^{-1}) - 1 \qquad (8.11)$$

бу ерда

$$\tau_2 = T_2 T_1^{-1}, \ \tau_3 = T_3 T_1^{-1}$$

$\Delta_3 = 0$, яъни $a_0 = 0$ шартидан иккинчи чекка қиймат $k_{ч.2} = -1$ ни топамиз (манфий k мусбат тескари боғланишга мос келади). Бунда система нодаврий барқарорлик чегарасида бўлади. Олинган натижаларни таҳлил қилиб, АРС $k_{ч.2} < k < k_{ч.1}$ да барқарор эканлигига ишонч ҳосил қиламиз.

(8.11) дан кўриниб турибдики, системанинг чегара кучайтириш коэффициенти фақат вақт доимийлари нисбати билан аниқланади. $T_1 = T_2 = T_3$ да минимал қиймат $k_{ч.\min} = 8$ бўлади.

Амалда чегаравий кучайтириш коэффициенти жуда ҳам катта бўлган системаларни ҳосил қилишга интилади. Чунки кейинчалик кўрсатилганидек, системада катта кучайтириш коэффициенти ростлаш аниқлигининг ошишига олиб келади. Коэффициенти фақат чегарагача катталаштириш мумкинлиги сабабли чегарани катталаштиришга интилади. Бунинг учун

(8. 11) дан кўриниб турибдики, вақт доимийларини «Икки томонлама суриш ҳисобига оширмоқ» («кериш») лозим. Масалан, $T_1 = T_2 = 100\ T_3$ да $k_{r\cdot 1} < 200$ ни оламиз. Аммо буни аслида амалга ошириб бўлмайди. Гап шундаки, ускуналарни лойиҳалашда вақт доимийларини кичрайтиришга интилинади ва уларни янада кичрайтириш деярли мумкин эмас. Вақт доимийларини бемалол катталаштириш мумкин, масалан, двигатель вақт доимийсини катталаштириш учун унинг ўқига салмоқли маховик ўрнатиш мумкин, натижада инерция моменти катталашади ва (3.15) га биноан вақт доимийси катталашади. Аммо бу система тезкорлигининг пасайишига олиб келади. Бу эса мақсадга мувофиқ эмас. Чегаравий кучайтириш коэффициентини катталаштиришнинг умумий йўли АРС структура схемасини қўшимча бўғинлар ва контурлар киритиб ўзгартиришдир. Бу йўл кейинчалик 14-бобда қўрилади.

8.4. НАЙКВИСТ МЕЗОНИ. БАРҚАРОРЛИК КЎЛАМИ

АРС барқарорлиги хусусида очиқ система частота характеристикалари (амплитуда-фазавий ёки логарифмик) бўйича мулоҳаза юритишга имкон берувчи бу мезон кенг тарқалган. Бу мезон нафақат аналитик частота характеристикаларини, балки тажриба йўли билан қурилган частота характеристикалардан фойдаланишга ҳам имкон беради.

Мезон 1932 йилда Найквист томонидан тескари боғланишли электрон кучайтиргичлар учун тавсия қилинган. 1938 йили А. Б. Михайлов томонидан умумлаштирилиб, АРС ларни таҳлил қилиш учун қўлланилган.

Айтайлик, очиқ системанинг узатиш функцияси $W(p) = \frac{K(p)}{D(p)}$ бўлсин. Бунда, физик мулоҳазалардан маълумки, $K(p)$ полиномнинг M даражаси $D(p)$ полиномнинг N даражасидан юқори эмас.

Найквист функциясини қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$N(j\omega) = 1 + W_p(j\omega) = \frac{K(b\omega) + D(j\omega)}{D(j\omega)} \qquad (8.12)$$

ва ω нинг 0 дан ∞ гача ўзгаришидаги функция аргументи ўзгаришини $\Delta\arg N(j\omega)$ кўрамиз ва $D(p)$ очиқ системанинг характеристик полиноми, $K(p) + D(p)$ эса ёпиқ системанинг характеристик полиноми ва N иккала полиномнинг даражасилигига эътибор берамиз.

Очиқ системанинг учта мумкин бўлган ҳолини кўрамиз: барқарор, беқарор ва нейтрал.

1-ҳол. **Система очиқ ҳолида барқарор.**

Система туташтирилганда барқарор бўладими ва бунинг учун қандай шартлар бажарилиши керак?

$D(j\omega)$ ва $K(j\omega) + D(j\omega)$ функциялар аргументининг ўзгаришини кўрамиз:

8—141

$D(p)$ полиномни қуйидаги кўринишда бериш мумкин.

$$D(p) = \sum_{n=0}^{N} a_n p^n = a \prod_{Ni=1}^{N} (p - p_i),$$

бу ерда $p_1, \ldots, p_p$ $D(p) = 0$ характеристик тенглама илдизлари. Унда

$$D(j\omega) = a_N \prod_{i=1}^{N} (j\omega - p_i) \text{ ва } \Delta\arg D(j\omega) = \sum_{i=1}^{N} \Delta\arg (j\omega - p_i)$$

$(j\omega - p_i)$ комплекс сонининг ω нинг белгиланган қийматида вектор кўринишидаги геометрик тасвирлашни (8.3-расм) кўрамиз. $(j\omega - p_i)$ векторининг учи p_i нуқтасида, охири эса — мавҳум ўқининг $j\omega$ нуқтасида ётади. Шунинг учун $\omega = 0$ да вектор охири координата бошида, $\omega \to \infty$ да эса мавҳум ўқда чексиз узоқ нуқтада ётади. ω 0 дан ∞ гача ўзгарганида $(j\omega - p_i)$ вектор мусбат томонга $+\varphi_i$ бурчакка, $(j\omega - p_{i+1})$ вектор эса $+\varphi_{i+1}$ бурчакка бурилади. Равшанки. $\varphi_i + \varphi_{i+1} = \pi$. Шундай қилиб, бир чап илдиз $D(j\omega)$ функция аргументининг $\pi/2$ га ўзгаришини, жуфт комплекс қовушган чап илдизлар эса π га ўзгаришини беради. Натижада

$$\Delta\arg E(j\omega) = N \cdot \pi/2,$$

чунки очиқ система барқарор $(D(p))$ нинг барча илдизлари чапки.

Ёпиқ система барқарор бўлиши учун $K(p) + D(p) = 0$ нинг барча илдизлари чапки бўлиши учун юқоридагига ўхшаш мулоҳазаларга биноан

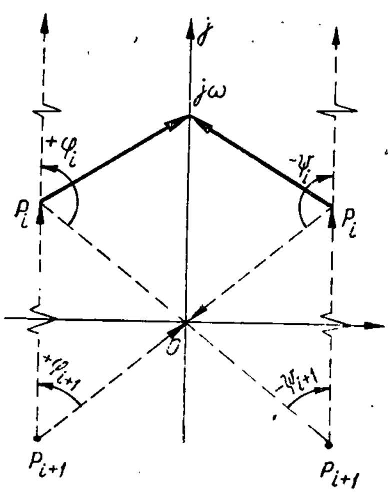
$$\Delta\arg [D(j\omega) + K(j\omega)] = N \cdot \frac{\pi}{2}$$

бўлиши лозим.

Бу ҳолда Найквист функцияси аргументининг ўзгариши қуйидагича ёзилади:

$$\Delta\arg N(j\omega) = \arg [D(j\omega) + K(j\omega)] - \Delta\arg D(j\omega) = 0, \tag{8.13}$$

Найквист функцияси — очиқ системанинг ўнг томонга бир бирликка силжиган АФХ си бўлгани сабабли Найквист функцияси аргументининг координата бошига нисбатан ўзгаришини эмас, балки АФХ аргументининг (фазасининг)



8.3-расм. Найквист мезонига доир

(—1, jo) нуқтага нисбатан ўзгаришини кўриш мумкин. Шунинг учун (8. 13) барқарорлик шартини қуйидагича таърифлаш мумкин:
агар барқарор очиқ системанинг АФХ си (—1, j0) *нуқтани қамраб олмаса, ёпиқ система барқарор бўлади.*

8.2-мисол. (8.1) мисолда кўрилган АРС кучланишини чегара коэффициентини топайлик. Бу системанинг k нинг турли қийматлари учун амплитуда фаза характеристикалари 8.4-расмда кўрсатилган. Найквист мезонига биноан k_1 да АРС барқарор, k_2 да эса система беқарор, $W_{0.2}(j\omega)$ аргументининг $(-1, j0)$ нуқтага нисбатан ўзгариши π га тенг. Агар $k = k_{r.}$ бўлса, АФХ $(-1, j0)$ нуқта орқали ўтади, яъни

$$ImW_p(j\omega_\pi) = Im\frac{k_r}{(1 + j\omega_\pi T_1)(1 + j\omega_\pi T_2)(1 + j\omega_\pi T_3)} = 0,$$

$$ReW_p(j\omega_\pi) = -1.$$

Бу тенгламаларни $k_{r.}$ ва ω_π (фаза силжишга тенг бўлган частота)га нисбатан ечиб қуйидагини оламиз:

$$\omega_\pi = \sqrt{\frac{T_1 + T_2 + T_3}{T_1 \cdot T_2 \cdot T_3}}.$$

Бу эса олинган (8.11) ифодага мос келади.

2- ҳ о л. **Система очиқ ҳолида беқарор.**

Агар система очиқ ҳолида беқарор бўлса, унинг $D(p) = 0$ характеристик тенгламасининг ўнги илдизларга эга. Бу илдизлар сонини m орқали белгиласак

$$\Delta\arg D(j\omega) = (N - m)\pi/2 - m\pi\ 2,$$

бўлади, чунки ҳар бир ўнг илдиз аргументнинг манфий ўзгаришини беради ($\psi_i + \psi_{i+1} = -\pi$) (8.3-расмга қаранг).

Ёпиқ системанинг барқарорлигини талаб қилайлик, унда қуйидаги шарт бажарилиши лозим:

$$\Delta\arg[D(j\omega) + K(j\omega)] = N \cdot \pi/2$$

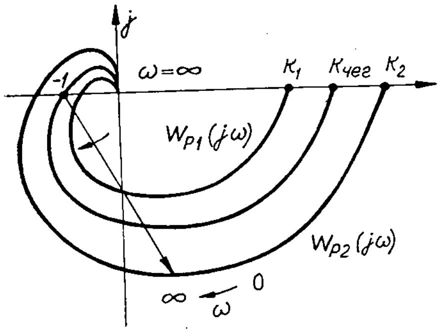
Аммо бу ҳолда

$$\Delta\arg N(j\omega) = 2m\pi/2 = \frac{m}{2} 2\pi. \tag{8.14}$$

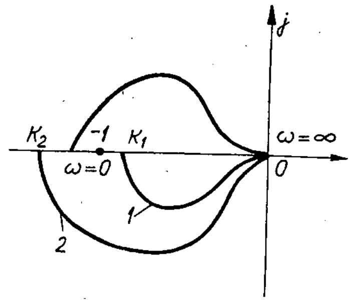
Шундай қилиб,
агар очиқ система АФХ си ўнг йўналишида (—1, j0) *нуқтани m /2 марта қамраб олса, ёпиқ система барқарор бўлади. Бу таъриф $m = 0$ учун биринчи ҳол таърифини умумлаштиради.*

8.3-мисол. 8.5-расмдаги очиқ система АФХ си

$$W_{O.}(j\omega) = \frac{k}{(pT_1 - 1)(pT_2 + 1)}$$



8.4- расм. АРС кучланишининг чегара коэффициентининг қийматини аниқлашга доир



8.5- расм. Очиқ беқарор система АФХси

$T_1 < T_2$ да АФХ тўртинчи квадрант га (8.5-расм 3-характеристика), $T_1 > T_2$ да эса учинчи квадрантга ўтади. (1.2-характеристикалар). Бу холда очиқ системанинг характеристик тенгламаси

$$(pT_1 - 1)(pT_2 + 1) = 0$$

битта ўнг илдизга $p_1 = T_1^{-1}$ эга бўлганлиги сабабли ёпиқ системанинг барқарорлиги учун АФХ $(-1;\ j0)$ нуқтани ярим қамраб олиши керак, яъни унинг аргументининг ўзгариши нуқтага нисбатан $+\pi$ га тенг бўлиши шарт. Буни фақат 2- характеристика қаноатлантиради (3- характеристика учун аргумент ўзгариши $-\pi$ га тенг).

Шундай қилиб, АРС нинг барқарорлиги иккита ҳолда таъминланади:

$$k > k_{ч.} = 1 \quad \text{ва} \quad T_1 > T_2.$$

3-ҳол. Система очиқ ҳолида нейтрал

Бу ҳолда системанинг очиқ ҳолидаги узатиш функцияси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

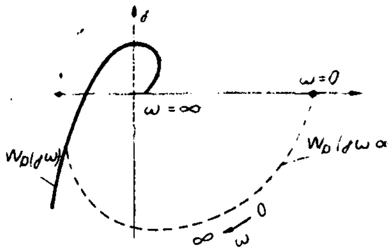
$$W_{О.}(p) = \frac{K(p)}{p^{\nu} \cdot D_1(p)}, \tag{8.15}$$

бу ерда ν — системадаги интегралловчи бўғинлар сони.

(8.15) дан кўриниб турибдики, $\omega \to 0$ да АФХ чексизликка интилади, шунинг учун кичик частоталарда АФХ йўли тўғрисида фикр юритиш қийин. Қуйидаги $\omega \to 0$ да дастлабки АФХ га қўшимча АФХ ни кўрамиз

$$W_{О.}(j\omega,\ \alpha) = \frac{K(j\omega)}{(j\omega + \alpha)^{\nu}\ D_1(j\omega)}. \tag{8.16}$$

Агар α нинг кичик қиймати $\alpha \neq 0$ да «қўшимча АФХ» қурилса, унинг кўриниши кичик частоталарда пунктир орқали кўрсатилган, катта частоталарда эса у дастлабкига мос бўлади. α параметрнинг киритилиши 3-ҳолни иккита олдингисига келтиради, «чексизликка қўшимча» эса (8.6-расмдаги пунктир қўшимча шундай деб аталади, унинг сиртмоғи $\alpha \rightarrow 0$ да чексизликка кетади) нейтрал система АФХ сига ёпиқ кўриниш беради. Бунга биноан АФХ аргументининг $(-1, j0)$ нуқтага нисбатан ўзгариши тўғрисида мулоҳаза юритиш мумкин. «Чексизликка қўшимча» одатда фикрий равишда пунктир чизиқни мусбат ярим ўқдаги бирор нуқтадан ҳақиқий АФХ билан учрашгунча соат мили ҳаракати йўналишида v квадрантлар орқали ўтказиб қурилади.



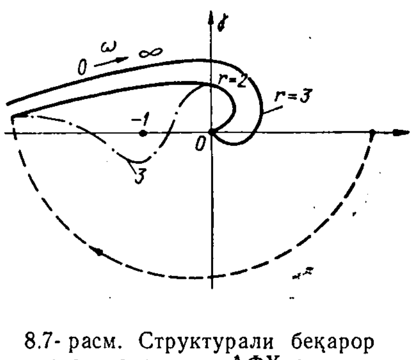
8.6- расм. Очиқ нейтрал система АФХларини қуриш

Найквист мезони таърифи олдингиларидан фарқ қилмайди: *агар «чексизликка қўшимча» билан бирга очиқ система АФХ си* $(-1, j0)$ *нуқтани* m *марта қамраб олса, ёпиқ система барқарор бўлади,* бу ерда m $D(p)=0$ тенгламанинг ўнг илдизлари сони.

8.4- мисол. 2-тартибли астатизмга эга бўлган системани кўрамиз:

$$W_p(p) = \frac{k}{p^2 \prod_{n=1}^{r} (1+pT_n)}, \qquad (8.17)$$

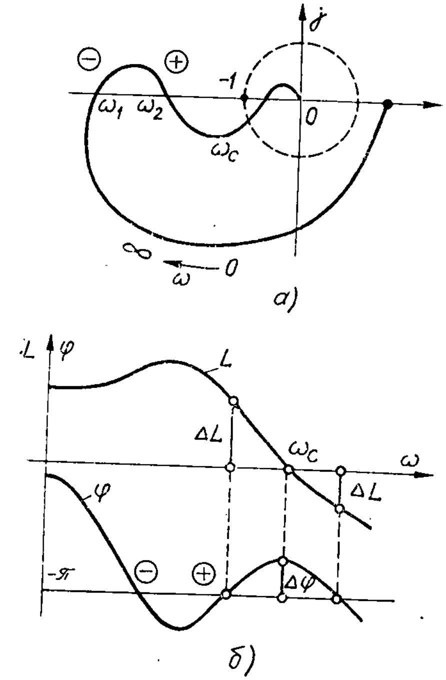
Очиқ система АФХ си $r = 2, 3$ учун 8.7- расмда тасвирланган, бу ерда пунктир орқали «чексизликка қўшимча» қурилган. Найквист мезонига биноан бу система ихтиёрий k, T_n, $r = 1, 2, \ldots$ да туташганда беқарор бўлади. Бу хилдаги системалар структурали беқарор системалар деб аталади. 2-тартибли астатизмга эга бўлган барқарор система олиш учун $(-1, j0)$ нуқта атрофидаги частоталарда ситема АФХ си бу нуқтани қамраб олмайдиган 3-эгри чизиқ кўринишига эга бўладиган чизиқ ўтказиш лозим. Бунда, масалан, системага кўрсатилган частоталарда фаза бўйича ўсувчи бўғинларни (масалан, кайишқоқ дифференциалловчи бўғинларни) киритиш йўли билан эришиш мумкин.



8.7- расм. Структурали беқарор системаларнинг АФХларига мисоллар

Найквист мезонини очиқ система логарифмик характеристикалари учун осонгина қўллаш мумкин. Буни 8.8-расм, *а* даги АФХ ли очиқ система мисолида кўрайлик. Унга мос логарифмик характеристикалар $L(\omega)$ ва $\varphi(\omega)$ 8.8-расм, *б* да кўрсатилган.

$(-\infty, -1)$ кесманинг амплитуда-фаза характеристика томонидан ўтили-



5.8-расм. ЛЧХлар учун Найквист мезонига доир

шини агар бу ўтиш частота ўсишида (ω_2 частотада) юқоридан пастга қараса мусбат ва пастдан юқорига (ω_1 частотада) қараса манфий деб атаймиз. Логарифмик характеристикаларда бу ўтишларга $L(\omega)>0$ бўлганда частота чегараларида $\varphi(\omega)$ характеристиканинг $-\pi$, -3π, ... сатҳларни кесишиш нуқталари мос келади. Шунинг учун, барқарорлик мезонини қуйидагича таърифлаш мумкин: *агар логарифмик характеристиканинг мусбат ва манфий ўтиш сонлари ўртасидаги айирма* $\frac{m}{2}$ *га тенг бўлса, АРС барқарор бўлади,* бу ерда m — очиқ система характеристик тенгламасининг ўнг илдизлари сони $m=0$ да бу айирма нулга тенг бўлиши шарт.

Барқарорликни таҳлил қилишда, одатда барқарорлик кўламн, яъни системанинг барқарорлик чегарасидан узоқлик даражаси баҳоланади. Барқарорлик кўламини таъминлаш учун АФХ $(-1, j0)$ «хавфли» нуқтадан етарлича узоқдан ўтиши лозим. Қуйидагилар фарқланади:

1) *фаза бўйича барқарорлик кўлами* $\Delta\varphi$—АФХнинг фаза катталиги. Система барқарорлик чегарасида бўлиши учун ω_k частотада фаза шу катталикка камайтирилиши шарт;

2) *амплитуда бўйича барқарорлик кўлами* ΔL — ЛАХЧнинг жоиз кўтарилиш (тушиш) катталиги. Бу катталикда система барқарорлик чегарасида бўлади.

АРС ни лойиҳалашда $\Delta\varphi \geqslant 30°$, $\Delta L \geqslant 6_{\text{дб}}$ олиш тавсия қилинанади, $\Delta L \geqslant 6$ тахминан кучайтириш коэффициентининг икки ҳисса кўламига тўғри келади, яъни ҳақиқий кучайтириш коэффициенти чегара кучайтириш коэффициентидан тахминан икки марта кичик бўлади.

9-боб.

МАХСУС ЧИЗИҚЛИ АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИНГ БАРҚАРОРЛИГИНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ

Махсус чизиқли АБС барқарорлигини таҳлил қилиш баъзи ўзига хос хусусиятга эга. Масалан, параметрлари ўзгарувчан АБС учун барқарорлик тушунчаси кузатиш вақти оралиғига ёки (4.43) тенглама коэффициентлари ўзгаришининг тезлигига боғлиқ. ПТ-АБС ва кечикишли АБС учун барқарорликни тадқиқлаш хусусияти узатиш функцияларининг трансцендентлигига боғлиқ бўлиб, барқарорликнинг алгебраик мезонларидан фойдаланишга имкон бермайди. Бундай системалар учун, [3.23] да кўрсатилганидек, Найквистнинг частота мезонини қўллаш мумкин.

9.1. ПАРАМЕТРЛАРИ ТАҚСИМЛАНГАН СИСТЕМАЛАР БАРҚАРОРЛИГИНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ

Одатда, Найквистнинг частота мезонини исботлашда очиқ АБС узатиш функциясининг p бўйича касрий-рационал функция эканлиги фараз қилинади. Аммо бу чегараловчи фараз зарур шарт эмас. Узатиш функцияларининг p бўйича касрий-рационал ёки трансцендент функциялар кўринишида бўлган АБС да қўлланиладиган частота мезонининг исботини кўрамиз.

Узатиш функцияси кўринишини чегараламай у қуйидаги шартларни қаноатлантиришини фараз қиламиз:

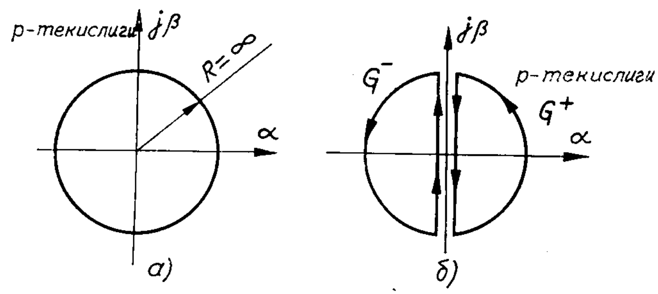
$$\left.\begin{array}{lr} \text{ўнг ярим текисликда ва мавҳум ўқда аналитик} & \\ \text{ҳисобланади;} & a) \\ W(j\omega) \neq 1,\ 0 < \omega < \infty \text{ да} & б) \\ \lim\limits_{|p| \to \infty} W(p) = \text{const} \neq -1. & в) \end{array}\right\} \quad (9.1)$$

(9.1, a) шартга биноан очиқ АБС барқарор бўлиши керак. (9.1, $б$) шарт $W_{Б.}(p) = 1 + W(p)$ ифода орқали аниқланувчи ёпиқ система характеристик тенгламасининг соф мавҳум нулларга эга бўлмаслигини талаб қилади. (9.1, $в$)шартга биноан етарлича катта $|p|$ ларда $W(p)$ функция ўсмаслиги шарт. Маълумки, бу шартларни ўтказиш йўли чегараланган барча физик системаларни қаноатлантиради ва бундай системалар учун

$$\lim_{\omega \to \infty} W(j\omega) = 0. \qquad (9.2)$$

Масала умумий ҳолда қуйидаги интеграл орқали аниқланувчи $w(t)$ импульсли характеристикани қаноатлантирувчи зарур ва етарли шартларни топишдан иборат

$$w(t) = \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{J(p)}{1 + W(p)} e^{pt}\, dp, \qquad (9.3)$$



9.1- расм.

Бу интеграл $p=\alpha+j\omega$ текисликда (9.1-расм, *а*) чексиз катта радиусли айлана бўйича олинган бўлиб, қуйидаги шарт бажарилиши керак

$$\lim_{t\to\infty} w(t)=0. \tag{9.4}$$

(9.1, *б, в*) шартларга биноан (9.3) интеграл остидаги ифода мавҳум ўқдаги хусусиятларга эга эмас, демак қуйидагини ёзиш мумкин:

$$w(t)=\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{G-}\frac{W(p)}{1+W(p)}e^{pt}\,dp+\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{G+}\frac{W(p)}{1+W(p)}e^{pt}\,dp, \tag{9.5}$$

бу ерда G^- ва G^+ контурлар — мос ҳолда чап ва ўнг ярим текисликда жойлашган, мавҳум ўқ ва чексиз катта радиусли ярим айланадан иборат бўлган ёпиқ контурлар (9.1- расм, *б*).

$t\to\infty$ да (9.5) ифоданинг ўнг томонидаги биринчи интеграл нулга интилади ва демак:

$$\lim_{t\to\infty} w(t)=\lim_{t\to\infty}\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{G+}\frac{W(p)}{1+W(p)}e_p{}^t\,dp \tag{9.6}$$

$W(p)$ функция аналитик бўлганда ва (9.1, *а*) шарти бажарилганида (9.6) интеграл остидаги ифода G^+ ичида жиддий хусусиятларга эга бўлиши мумкин эмас. G^+ ичида жойлашган (9.6) интеграл остидаги ифода қутблари (агар бундайлар мавжуд бўлса) учинчи шарт бўйича бош координатадан чекли масофада жойлашиши шарт. Бу икки қоидага биноан G^+ ичида (9.6) интеграл остидаги ифода қутбларнинг фақат чекли сонига эга бўлиши мумкин ва (9.6) ифодани интеграл чегириш назариясидан фойдаланиб ҳисобланиши мумкин. (9.6) интегралнинг тўла қиймати (t нинг энг катта қийматлари учун) чегириш назариясига биноан $\sum\limits_{i=1}^{N} c_x e^{p_i t}$ га тенг, бу ерда p_i, $i=\overline{1_i\ N}$, орқали $1+W(p)=0$ тенгламанинг илдизи, c_i орқали эса унинг тартиби белгиланган. p_i нинг ҳақиқий қисми мусбат, чунки G^+ эгри-чизиқ ичида фақат $\alpha > 0$ бўлгандаги нуқталар жойлашган. Шунинг учун система $\sum_{i=1}^{N} c_i$ ифоданинг нулга тенг ёки тенг бўлмаслигига қараб барқарор ёки беқарор бўлади.

Аммо охирги ифода Михайлов годографининг $(-1, j0)$ нуқта атрофида айланиш сонига мос келади. Шуни қайд этиш лозимки, агар p_k қутблардан бири ўнг ярим текисликда жойлашган бўлса, (9.6) га биноан $\lim_{t \to \infty} w(t) = \infty$.

Демак, барқарорлик учун $(-1, j0)$ нуқтанинг $\alpha = 0$ нуқталари геометрик ўрнидан ташқарида бўлиши зарур ва етарли.

Шундай қилиб, *очиқ ҳолидаги узатиш функцияси $W(p)$* (9.1) *шартларни қаноатлантирувчи ёпиқ системанинг барқарор бўлиши учун ω нинг* $(-1, j0)$ *нуқтага нисбатан $+\infty$ дан $-\infty$ гача ўзгаришида $W(j\omega)$ векторнинг айланиш сони нулга тенг бўлиши зарур ва етарлидир.*

Шуни қайд қилиш лозимки, мезонни ҳосил қилишда 8-бобда келтирилган исботдан фарқли ҳолда $W(p)$ функциянинг p бўйича касрий-рационал функция эканлиги фараз қилинмайди. $W(p)$ қаноатлантириши шарт бўлган ягона шарт (9.1) дир. Бу шартни трансцендент ҳамда касрий-рационал функциялар қаноатлантириши мумкин. Шунинг учун барқарорликнинг Найквист мезонини нафақат параметрлари тўпланган системаларга, балки параметрлари тақсимланган системаларга ҳам қўллаш мумкин. Юқорида таърифланган мезонни астатик системалар ҳамда очиқ ҳолида беқарор ва нейтрал бўлган системалар учун ҳам умумлаштириш мумкин. Бу системалар узатиш функциялари ўнг ярим текисликда ёки мавҳум ўқда бўлган аниқ сонли қутбларга эга. Узатиш функцияга қўйилган асосий шарт — унинг (9.1) шартни қаноатлантиришидир.

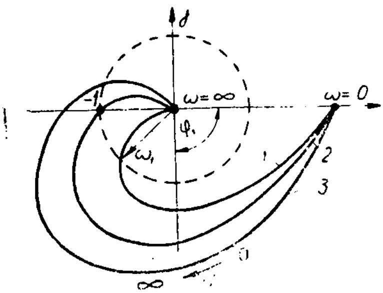
9.2. КЕЧИКИШЛИ СИСТЕМА БАРҚАРОРЛИГИНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ

4.3 параграфда кўрсатилганидек, АБС да кечикишли бўғиннинг мавжудлиги модулни ўзгартирмай фақат комплекс узатиш коэффициенти аргументига қўшимча фазавий силжиш киритади [(4.42) формулага қаранг].

Кечикишли ёпиқ система барқарорлигининг зарур ва етарли шарти Найквист мезони шартининг бажарилишидир, яъни очиқ ҳолида барқарор бўлган система АФХ (4.46) годографи $(-1, j\omega)$ критик нуқтани қамраб олмаслиги керак.

Аммо кечикишли АБС да кечикиш томонига $\omega\tau$ фазавий силжишнинг мавжудлиги сабабли $\tau = 0$ да барқарор бўлган система (9.2-расм, 1-годограф) кечикиш мавжудлигида барқарорлик чегарасида (9.2-расм, 2-годограф) ёки умуман беқарор (9.2-расм, 3-годограф) бўлиши мумкин.

Кечикишсиз АБС АФХ сининг годографи $W_0(j\omega)$ (9.2-расм, 1-годограф) бўйича системани барқарорлик чегарасига ўтка-



9.2- расм. Кечикишсиз [1] ва кечикишли [2, 3] АБСларининг АФХлари

зувчи кечикиш вақтининг критик қийматини ($\tau=\tau_{кр}$) топиш мумкин. Бунинг учун $W_0(j\omega)$ годографда модули бирга тенг бўлган нуқта қидирилади (9.2-расм). Бу нуқтага мос частотани ω_1 фазани эса φ_1 орқали белгилаймиз.

Ўзгармас кечикиш $\tau=\tau_{кр}$ киритилганда бу нуқтанинг $(-1, j0)$ нуқта билан мос тушиши шарти қуйидагича ёзилади:

$$\varphi_1-\omega_1\cdot\tau_{кр}=\pi.$$

Бундан кечикишнинг критик қийматини аниқлаймиз:

$$\tau_{кр}=\frac{\pi+\varphi_1}{\omega_1}. \tag{9.7}$$

Шунга ўхшаш „хавфли“ нуқталар мавжудлигида барча нуқталар учун ҳисоблашларни бажариб, $\tau_{кр}$ нинг энг кичик қийматини олиш зарур.

9.1- мисол. Берк система комплекс кучайтириш коэффициенти қуйидагига тенг бўлсин;

$$W_б(j\omega)=\frac{K}{j\omega(1+j\omega T)} \tag{9.8}$$

Модулни бирга тенглаштирамиз:

$$\frac{K}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}=1,$$

бу ердан критик нуқтага мос бўлган частотани топамиз:

$$\omega_1=\frac{1}{T\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{1+4k^2T^2}-1},$$

Бу частотадаги фазавий силжиш қуйидагича аниқланади:

$$\varphi_1=-\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\omega_1 T=-\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{1+4k^2T^2}-1}.$$

(9.7) формула бўйича кечикишнинг критик қийматини топамиз:

$$\tau_{кр}=\left\{\left(\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{1+4k^2T^2}-1}\right)\Big/\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{1+4k^2T^2}-1}\right\}T \tag{9.9}$$

$T=0,2$ да (9.9) ифодадан лимитли ўтишни бажариб, қуйидагини оламиз:

$$\tau_{кр}=\frac{\pi}{2}\,\frac{1}{K}$$

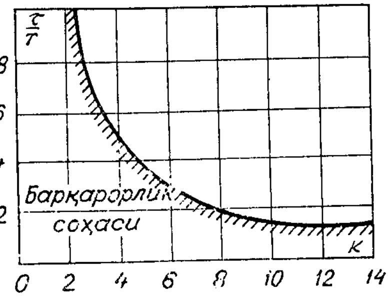
$K=10$ сек ва $T=0,2$ бўлсин. Унда система барқарорлиги йўқолганда критик кечикиш қуйидагига тенг булади:

$$\tau_{кр} = \frac{1,57 - \mathrm{arctg}\, 1,25}{1,25}\, 0,2 = $$
$$= 0,116 \text{ сек.}$$

T = 0 да эса

$$\tau_{кр} = \frac{1,57}{10} = 0,157 \text{ сек}$$

(9.9) шарт турли кучайтириш коэффициентларда кечикишнинг критик қийматларини аниқлашга имкон беради. 9.3-расмда «умумий кучайтириш коэффициенти — нисбий кечикиш» координаталарида барқарорлик соҳаси келтирилган.



9.3- расм. Кечикишли АБСнинг барқарорлик соҳаси

9.3. ПАРАМЕТРЛАРИ ЎЗГАРУВЧАН СИСТЕМАЛАР БАРҚАРОРЛИГИ

Нисбатан узоқ вақт оралиғида ишловчи оддий чизиқли АБС учун чексиз вақт оралиғидаги барқарорлик тўғрисида гапирилса, параметрлари ўзгарувчан системалар учун одатда чекли вақт оралиғидаги барқарорлик тўғрисида сўз юритилади. Чекли вақт оралиғидаги барқарорлик тушунчаси таърифларидан бири $W(t, \tau)$ импульсли характеристикани кўриш билан боғлиқ бўлиб, система реакцияси катталигига, бу реакцияни келтириб чиқарувчи таъсир катталигига қўйилган маълум чекланишларга мувофиқ чегараланишлар киритилишини талаб этади. Шундай қилиб, барқарорликнинг классик тушунчасига зид ўлароқ таъсир ва система реакцияси учун ўзгариш чегаралари олдиндан аниқланган бўлиши шарт. Одатда, бу чегаралар физик мулоҳазалар асосида танланиши мумкин. Хусусан, улар система ишлашини чизиқли соҳа ёки система координатларининг хавфсиз ўзгариш соҳаси бўйича чегаралаши мумкин. Чекли оралиқдаги барқарорликнинг бу тушунчасини қуйидагича талқин этиш мумкин.

$v(t)$ таъсирга $y(t)$ реакцияси бўлган система

$$v(t) = 0,\ t < 0;\ /v(t)/ < \varepsilon,\ t > 0 \qquad (9.10,\ а)$$

шартларни қаноатлантирса,

$$[y(t)] \leqslant c,\ 0 \leqslant t \leqslant T \qquad (9.10,\ б)$$

тенгсизликни қаноатлантиради ва ε, с берилган катталикларга нисбатан Т чекли оралиқда барқарор деб ҳисобланади.

Чекли оралиқдаги барқарорликни тадқиқ қилиш учун ε, с, T катталиклар берилиши шарт. Параметрлари ўзгарувчан системалар барқарорлигининг қуйидаги теоремасини исбот қилиш мумкин.

9.1-теорема. *Стационар бўлмаган системанинг Т чекли оралиқда ε ва с катталикларга нисбатан барқарор бўлишининг зарур ва етарли шарти қуйидаги тенгсизликнинг бажарилиши билан ифодаланади.*

$$\int_0^t |w(t, \tau)| d\tau \leqslant \frac{c}{\varepsilon} \qquad (9.11)$$

(9.11) шартининг етарлилиги қуйидаги тенгсизликдан келиб чиқади

$$y(t) = |\int_0^t w(t, \tau) v(\tau) d\tau| \leqslant \varepsilon \int_0^t |w(t, \tau)| d\tau \leqslant c, \quad 0 \leqslant t \leqslant T, \qquad (9.12)$$

чунки, фараз қилиш бўйича $v(t) \leqslant \varepsilon$.

Зарур шартни топиш учун (9.11) муносабати бажарилмаганда, яъни агар

$$\int_0^t |w[t, \tau]| d\tau > \frac{c}{\varepsilon}$$

бўлганида (9.10, *а*) шартларини қаноатлантирувчи ва бўлмаганда $[0, T]$ оралиқдаги вақт онида с дан катта бўлган $y(t)$ реакцияни ҳосил қилувчи $v(t)$ таъсирни топиш мумкинлигини кўрсатиш лозим.

Фараз қилайлик, (9.11) шарт $t = t_1$ да бузилган, яъни

$$\int_0^{t_1} |w(t_1, \tau)| d\tau > \frac{c}{\varepsilon}$$

ва $w(t_1, \tau) < 0$ бўлганда $v(\tau) = -\varepsilon$. ва $w(t_1, \tau) > 0$ бўлганда $v(\tau) = \varepsilon$.

Унда (9,12) ифодадан қуйидагини оламиз:

$$y(t_1) = \int_0^{t_1} w[t_1, \tau] v(\tau) d\tau = \varepsilon \int_0^{t_1} |w[t, \tau]| d\tau > c.$$

(9.11) шартни чексиз оралиқдаги барқарорликнинг мос классик шарти билан таққослаймиз.

$$0 \leqslant t \leqslant \infty \text{ бўлганда } \int_0^t |w[t, \tau]| d\tau = c < \infty. \qquad (9.13)$$

Бу (9.13) муносабат ўзаро боғланиш c доимийси аниқланмаган ва ихтиёрий чекли қийматни олиш мумкин. Яъни, $T = \infty$ да ҳам чекли оралиқдаги барқарорлик тушунчаси ва чексиз оралиқдаги барқарорлик тушунчаси бир-биридан фарқланади, чунки биринчи ҳолда $\frac{c}{\Sigma}$ қиймати берилган бўлади, иккинчи ҳолда эса c катталиги ихтиёрий ўзгармас катталикка тенг бўлиши мумкин.

Параметрлари ўзгармас системалар учун (9.13) шарт қуйидаги кўринишни олади:

$$\int_0^T [w(t)]d\tau \leqslant \frac{c}{\varepsilon}.$$

Шундай қилиб, параметрлари ўзгарувчан система барқарорлигини $[T]$ чекли оралиқда тадқиқ қилиш учун (9.11) мезонга биноан $w(t, \tau)$ система импульсли характеристикаси τ иккинчи аргумент функцияси сифатида аниқлаш ва (9.11) интегрални t нинг $[0, T]$ оралиқдаги қийматлари бўйича ҳисоблаш лозим.

Аммо барқарорликнинг классик тушунчасини параметрлари ўзгарувчан системаларга тадбиқ этиш мумкин эмас деб ўйлаш хато бўлади. Амалда, кўпгина параметрлари ўзгарувчан АБС лардаги ўтиш жараёни ўзининг охирги ҳолатини олиши учун катта вақт оралиғини талаб қилмайди.

10-боб.

ИМПУЛЬСЛИ АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИНГ БАРҚАРОРЛИГИ

10.1. ИМПУЛЬСЛИ АБС УЧУН БАРҚАРОРЛИК ШАРТИ

Импульсли системалар барқарорлиги, узлуксиз автоматик бошқариш системаларидек, системаларнинг ишга лаёқатлигининг зарур шартидир. Аммо ёпиқ ИС барқарорлигини таҳлил қилишда узлуксиз системаларда учрамайдиган масалалар пайдо бўлади. Бу масалалардан бири тузилиши намунавий ИС узлуксиз қисмидаги жараёнлар характерини квантлаш онлари вақт оралиғида қўшимча таҳлил қилиш масаласи; маълум бўлишича, гарчи квантланган жараён барқарор бўлса ҳам, сўроқлаш онлари оралиғида сўроқлаш частотасига каррали частотага эга бўлган вақт бўйича ўсувчи тебранишлар мавжуд бўлиши мумкин. Аммо барқарорликда бу масала кўрилмайди. Бу ҳолда ИС даги жараёнларни таҳлил қилиш дискрет фильтрлардаги жараёнларни таҳлил қилишга келтирилади.

5-бобда кўрсатилганидек

$$W(Z) = \frac{B(Z)}{A(Z)} \tag{10.1}$$

узатиш функцияли дискрет фильтрнинг барқарорлиги учун (бу ерда $A(Z)$ ва $B(Z)$—Z бўйича мос ҳолда N ва M даражали полиномлар)

$$A(Z) = 0$$

характеристик тенгламанинг барча илдизлари

$$|Z_n| < 1, \quad n = \overline{1, N} \tag{10.3}$$

шартини қаноатлантириши, яъни улар бирлик айлана ичидаги Z—илдизлар текислигида ётиши зарур ва етарли. Тузилиши намунавий ИС (7.20-расм) дискрет фильтр каби қўрилиши мумкин. Агар узлуксиз қисмнинг импульсли узатиш функцияси (10.1) ифода каби ёзилган бўлса, тузилиши намунавий ёпиқ ИС нинг характеристик тенгламасини (7.35) ни ҳисобга олган ҳолда қуйидагича ёзиш мумкин:

$$A(Z) + B(Z) = \sum_{n=0}^{N} \alpha_n Z^n = 0 \tag{10.4}$$

ва қўрилаётган ИС барқарорлиги учун бу тенглама барча илдизларининг (10.3) шартини қаноатлантириши зарур ва етарли.

(10.4) алгебраик тенглама тартиби $N \leqslant 3$ бўлса, илдизларни тенглама коэффициентлари орқали аналитик йўл билан топиш мумкин. Аммо $N > 3$ учун бу йўл сермашаққатдир. Бу ҳолда ИС барқарорлигининг бошқа мезонларидан, зарур ва етарли шартларидан фойдаланиш мақсадга мувофиқ. Бу мезонлар (10.4) тенглама илдизларининг бирлик радиусли айлана ичида ётиши (ИС беқарор) ёки илдизлардан бири айлана ташқарисида ётиши (ИС беқарор) ни аниқловчи қоидалардир. Узлуксиз системалардагидек ИС барқарорлигининг иккита мезони — алгебраик (Раус-Гурвиц) ва частота (Найквист-Михайлов) мезонлари мавжуд.

10.2. ИМПУЛЬСЛИ АБС ЛАР УЧУН РАУС-ГУРВИНЦ МЕЗОНИ

Характеристик тенглама илдизларининг мавҳум ўққа нисбатан p — текисликда ётишини билдирадиган барқарорликнинг алгебраик мезонларидан фойдаланиш учун координаталар системасини шундай ўзгартириш лозимки, бунда Z текисликдаги бирлик радиусли айлана ички соҳаси чапки ярим текислик —q текисликка акси туширилсин. Бундай ўзгартириш қуйидаги кўринишга эга:

$$Z = \frac{q+1}{q-1}. \tag{10.5}$$

Бу ўзгартириш p ва Z ўртасидаги мос тасвирлардаги муносабат $Z = e^{pt}$ каби тушунмаслик мақсадида q текислик (p текислик эмас) белгиланиши қўлланилган. Бу ҳолда бирлик радиусли айлана чапки ярим текисликда даврий такрорланувчи w_s кенгликдаги минтақага акси туширилди (10.1 - расм).

(10.5) ёрдамида (10.4) характеристик тенглама қуйидаги кўринишга келтирилиши мумкин:

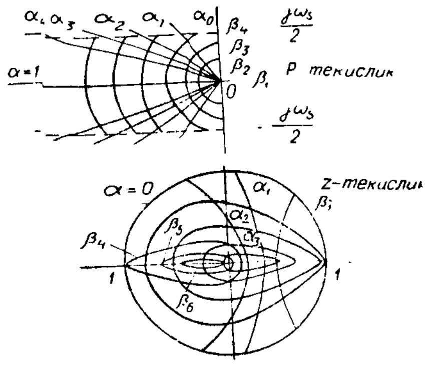
$$H(q) = \sum_{n=0}^{N} h_n q^n = 0, \; h_N > 0.$$

Гурвиц мезонидан фойдаланиш учун олинган характеристик тенглама коэффициентларидан квадрат N матрица (Гурвиц жадвали) тузилади.

$$\begin{matrix} h_{N=1} & h_N & 0 & \dots \\ h_{N-3} & h_{N-2} & h_{N-1} & \dots \\ h_{N-5} & h_{N-4} & h_{N-3} & \dots \end{matrix} \qquad (10.6)$$

бунда етишмаган коэффициентлар ўрнига ноль қўйилади.

ИС нинг барқарорлиги учун Гурвиц матрица-аниқловчиси бош диагонал минорларининг мусбат бўлиши зарур ва етарлидир, яъни



10.1- расм. Раус-Гурвиц мезонининг тавсифига

$$\Delta_1 = h_{N-1} > 0,\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} h_{N-1} & h_N \\ h_{N-3} & h_{N-2} \end{vmatrix} > 0,\ \dots,\ \Delta_n > 0, \quad (10.7)$$
$$(h_N > 0).$$

$N \geqslant 5$ да Гурвиц аниқловчиларини ҳисоблаш воситаларисиз аниқлаш машаққатли. Бу ҳолда Раус шаклидаги мезондан фойдаланиш қулай. Бунга биноан Раус жадвали тузилади. Жадвал ёрдамида баъзан зарур бўладиган беқарор илдизлар сони ҳам аниқланиши мумкин (8.3-га қаранг).

10.1-мисол. 7.12 мисолда кўрилган берк ИС узатиш функцияси қуйидаги кўринишга эга

$$W(Z) = \frac{k(1 - e^{-\tau/T})}{Z - e^{-\tau/T}},$$

Берк ИС характеристик тенгламаси (10.4) га биноан қуйидагича ёзилади:

$$Z - e^{-\frac{\tau}{T}} + k(1 - e^{-\frac{\tau}{T}}) = 0.$$

(10.5) га биноан қуйидагини оламиз:

$$h_1 = 1 - e^{-\frac{\tau}{T}} + k(1 - e^{-\frac{\tau}{T}});$$

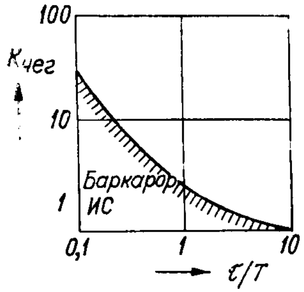
$$h_0 = 1 + e^{-\frac{\tau}{T}} - k(1 - e^{-\frac{\tau}{T}}).$$

Қуйидагилар бажарилганда (10.7) шартлар бажарилади:

$$k > -1,\ (h_1 > 0 \text{ шартидан}),$$

$$k < k_{гег} = (1 + e^{-\frac{\tau}{T}}(1 - e)^{-\frac{\tau}{T}})^{-1} = cth\frac{\tau}{2T} \quad (10.8)$$

$$(\Delta_1 = 0 \text{ шартидан}).$$



10.2- расм. [10.8] бўйича барқарорлик соҳаси

k, $\frac{\tau}{T}$ координаталарда барқарорлик соҳаси 10.2- расмда келтирилган.

10.3. ИМПУЛЬСЛИ АБС ЛАР УЧУН НАЙКВИСТ МЕЗОНИ

Найквист мезон ёпиқ ИС барқарорлиги хусусида очиқ ИС частота характеристикалари бўйича баҳолай олишга имкон беради. Очиқ ИС частота характеристикалари нафақат таҳлиллик аналитик ифода $W_0^*(j\omega)$ бўйича, балки тажриба йўли билан олинган АФХ бўйича ҳам қурилиши мумкин. Аммо узлуксиз системалардан фарқли ўлароқ ИС частота характеристикалари $[0, \infty]$ чегарасида эмас, балки фақат $[0, \omega_s/2]$ асосий чегарада олинади.

Айтайлик, очиқ ИС узатиш функцияси қуйидагига тенг бўлсин

$$W^*_{0}(p)=\frac{\sum\limits_{m=0}^{M} b_m e^{mp\tau}}{\sum\limits_{n=0}^{N} a_n e^{np\tau}}=\frac{B^*(p)}{A^*(p)}, \qquad (10.9)$$

бунда физик амалга ошириш шартидан $M \leqslant N$ Найквист функциясини оламиз

$$N^*(j\omega)=1+W^*_0(j\omega)=\frac{A^*(j\omega)+B^*(j\omega)}{A^*(j\omega)}, \qquad (10.10)$$

Бу функция аргументининг ω 0 дан $\frac{\omega_s}{2}$ гача ўзгарганда ўзгаришини кўрамиз ва буни $\Delta\arg N^*(j\omega)$ орқали белгилаймиз. Юқоридаги ифодада $A^*(p)$ очиқ системанинг $e^{p\tau}$ даражалари бўйича характеристик полином $A^*(p)+B^*(p)$ ёпиқ системанинг характеристик полиноми. Бунда иккала полином даражаси N га тенг.

Мумкин бўлган учта ҳолни, яъни очиқ ИС система барқарор, беқарор ва нейтрал бўлган ҳолларни кўрайлик.

1-ҳол. **ИС очиқ ҳолида барқарор.** Система туташтирилганида барқарор бўладими ва қандай шартларда?

$A^*(j\omega)$ ва $A^*(j\omega)+B^*(j\omega)$ функциялар ω аргументларининг 0 дан $\omega_s/2$ гача ўзгарганда ўзгаришини кўрамиз. Буни $e^{p\tau}=Z$ ни характеристик полиномга қўйиш йўли билан бажариш қулай. Бунга биноан $A^*(p)$ полиномни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин.

$$A(Z)=\sum_{n=0}^{N} a_n Z^n = a_N \prod_{i=0}^{N}(Z-Z_n)$$

бу ерда $Z_1, \ldots, Z_n$ $A(Z)=0$ характеристик тенглама илдизлари, у вақтда

$$A^*(j\omega)=a_N\prod_{n=1}^{N}(e^{j\omega\tau}-Z_n) \text{ ва } \Delta\arg A^*(j\omega)=\sum_{n=1}^{N}\Delta\arg(e^{j\omega\tau}-Z_n). \qquad (10.11)$$

$(e^{j\omega\tau} - Z_n)$ комплекс соннинг Z текисликда ω нинг белгиланган қийматида вектор кўринишидаги геометрик тасвирини кўрайлик (10.3-расм, *а*). $(e^{j\omega\tau} - Z_n)$ векторнинг боши Z_n нуқтада ётади, охири эса бирлик радиусли айланада ётади. Шунинг учун $\omega = 0$ да вектор охири $Z = 1$ нуқтада, $\omega = \frac{\omega s}{2}$ да эса вектор охири $Z = -1$ нуқтада ётади. ω 0 дан $\frac{\omega_s}{2}$ гача ўзгарганда $(e^{j\omega\tau} - Z_n)$ вектор мусбат йўналиш бўйлаб (соат милига тескари) $+\varphi_n$ бурчакка бурилади. (10.11) тенглама фақат ҳақиқий коэффициентларга эга бўлгани сабабли ҳар бир комплекс илдиз Z_n га комплекс туташ илдиз мос келади (10.3-расм, *а*). Бу ҳолда ҳам $(e^{j\omega\tau} - Z_{n+1})$ вектор частотанинг 0 дан $\frac{\omega_s}{2}$ гача ўзгаришида $\varphi_{n+1} = 2\pi - \varphi_n$ бурчакка бурилади.

Шундай қилиб, (10.11) тенгламанинг битта барқарор илдизи $A^*(j\omega)$ функция аргументининг π бурчакка ўзгаришини берса, жуфт барқарор комплекс туташ илдизлари функция аргументининг 2π бурчакка ўзгаришини беради. Очиқ ИС барқарор бўлгани, яъни $A(Z)=0$ тенгламанинг барча илдизлари барқарор бўлгани сабабли

$$\Delta \arg A^*(j\omega) = N \cdot \pi.$$

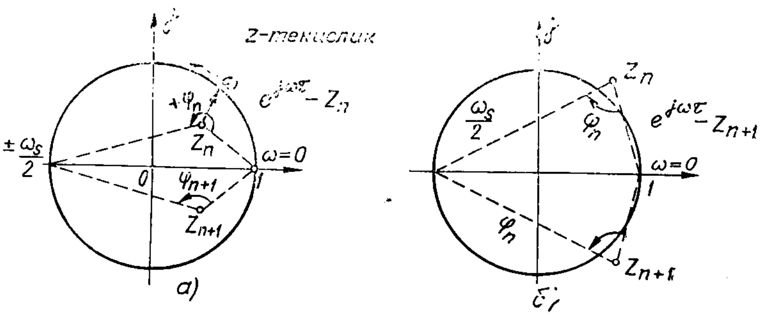
Агар ёпиқ ИС барқарорлиги, яъни система характеристик тенгламаси $A(Z)+B(Z)=0$ барча илдизларининг бирлик радиусли айлана ичида ётиши талаб қилинса, бунда қуйидаги зарур ва етарли шартни ёзиш мумкин:

$$\Delta \arg [A^*(j\omega) + B^*(j\omega)] = N \cdot \pi.$$

Аммо, бу ҳолда

$$\Delta \arg N^*(j\omega) = \Delta \arg [A^*(j\omega) + B^*(j\omega)] - \Delta \arg A^*(j\omega) = 0.$$

Найквист функцияси — абсцисса ўқи бўйича биттага силжитилган очиқ ИС АФХ си бўлгани сабабли Найквист функцияси аргументининг координата бошига нисбатан ўзгариши ўрнига



10.3-расм.

АФХ аргументининг (фазанинг) $(-1, j0)$ нуқтага нисбатан ўзгариши кўрилиши мумкин. Шунинг учун, кўрилаётган ҳол учун Найквист мезонини қуйидагича ифодалаш мумкин:

Агар ω *дан* $\frac{\omega_s}{2}$ *гача ўзгарганда очиқ ИС АФХ си* $(-1, j0)$ *нуқтани қамраб олмаса, у ҳолда ёпиқ ИС барқарор бўлади.*

Тузилиши намунали очиқ ИС (7.20-расм, *а*) барқарорлиги тўғрисида унинг узлуксиз қисми барқарорлиги бўйича ҳукм чиқариш мумкин, чунки очиқ ИС узатиш функцияси қутблари узлуксиз қисм узатиш функцияси $W_0(p)$ қутбларига мос келади. Агар узлуксиз қисм барқарор (нейтрал ёки беқарор) бўлса, мос ҳолда очиқ ИС ҳам барқарор (нейтрал ёки беқарор) бўлади.

2-ҳол. **ИС очиқ ҳолида беқарор.** Бу ҳолда система характеристик тенгламаси $A(Z)=0$ бирлик радиусли айлана ташқарисида илдизларга эга. Агар бу илдизлар сони m га тенг бўлса, 10.3-расм, *б* дан кўриниб турибдики,

$$\Delta \arg A^*(j\omega) = (N-m)\pi.$$

Ёпиқ система барқарорлигининг зарур ва етарли шарти:

$$\Delta \arg [A^*(j\omega) + B^*(j\omega)] = N \cdot \pi.$$

Аммо, бу ҳолда $\quad \Delta \arg N^*(j\omega) = m\pi.$

Шундай қилиб, *агар* ω 0 *дан* $\frac{\omega_s}{2}$ *гача ўзгарганда очиқ система АФХ си* $(-1, j0)$ *нуқтани мусбат йўналишда* $m/2$ *марта қамраб олса ёпиқ* ИС *барқарор бўлади.* Бу таъриф биринчи ҳолдаги таърифни $m=0$ бўлганида умумлаштирди.

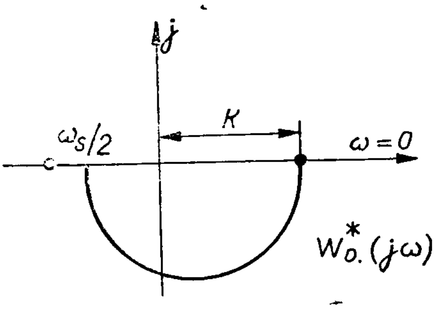
Юқорида система очиқ ҳолида беқарор ҳоли учун мустаснолик тўғрисида гап юритилган эди. Бу ҳол, $W_{\text{пн}}$ қутбларининг иккита ёки ундан кўплари ўнг ярим текисликда ётганида ва улар бир-биридан мавҳум қисмларининг ω_s га каррали қийматлари билан фарқланганида рўй беради.

Бу ҳолда, $Z=e^{p\tau}$ акслантиришнинг даврийлиги туфайли, $(-\omega_s/2 \leq Im p \leq \omega_s/2)$ асосий минтақадан ташқарида ётувчи барча қутблар Z — текисликда фақат битта қутб (комплекс — қовушган қутбларда иккита қутб) билан акслантирилади. Тушунарлики, бу ҳолда тенглама таҳлили натижасида олинган m сони (бу сонни Раус жадвали бўйича топиш осон) нотўғри беқарор қутблар „карралигини" ҳисобга олмайдиган бўлади. Аммо бу ҳол жуда кам учрайди.

3-ҳол. **ИС очиқ ҳолида нейтрал.** Бу ҳол ИС нинг келтирилган узлуксиз қисми (7.29-расм) кетма-кет уланган интеграллловчи бўғинларни ўз ичига олганда (ν — тартибли астатизм) рўй беради:

$$W_0^*(j\omega) = W_{\text{ку}}^*(j\omega) = \frac{B^*(j\omega)}{(e^{j\omega\tau}-1)\, A^*(j\omega)}. \qquad (10.12)$$

$\omega \to 0$ да (10.12) дан кўриниб турибдики, ИС АФХ си чексизликка интилади. Узлуксиз системадагидек, АФХ чексизликда тўлдирилади. Бу тўлдириш ҳақиқий мусбат ярим ўқнинг бирор нуқтасидан бошлаб квадрантларни соат мили йўналишида ўтиб, мавжуд АФХ билан учрашувчи катта радиусли



10.4- расм.

айлана ўтказиш орқали бажарилади. Бунда «қўшимча АФХ» учун мезон таърифи юқоридагига мос келади.

10.2- мисол. 7.12- мисолдаги ИС барқарорлигини кўрайлик. Очиқ ИС АФХ нинг аналитик ифодаси:

$$W_0^*(j\omega) = \frac{k(1 - e^{-\tau/T})}{e^{j\omega\tau} - e^{-\tau/T}}.$$

Частота 0 дан $\frac{\omega_s}{2}$ гача ўзгарганда АФХ ярим айлана кўринишини олади (10.4- расм).

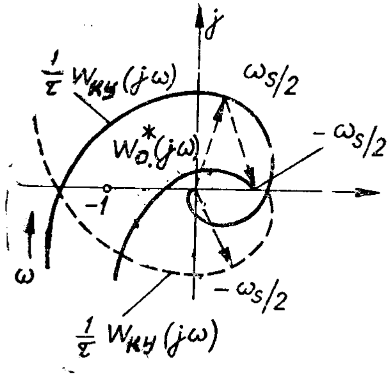
Очиқ ИС барқарор бўлгани сабабли ёпиқ системанинг барқарор (Найквист бўйича) бўлиши учун АФХ нинг $(-1, j0)$ нуқтани қамраб олмаслиги талаб қилинади, яъни

$$|W_0^*(j\omega_s/2)| = \left| \frac{k(1 - e^{-\tau/T})}{-1 - e^{-\tau/T}} \right| < 1.$$

$|W_{0.}^*(j\omega_s/2)k_{чег})| = 1$ шартидан олдин топилган (10.8) ифодага мос келувчи $k_{чег}$ қийматини топиш қийин эмас.

10.4. ВАҚТ БЎЙИЧА КВАНТЛАШНИНГ БАРҚАРОРЛИККА ТАЪСИРИ

ИЭ нинг сўроқлаш частотасининг камайиши (τ нинг катталашиши) ИС чегаравий кучайтириш коэффициентининг камайиши билан баравар юз беради. (10, *а*) ифода ва 10.2-расмга қаранг). ИС нинг ишлатиш тажрибаси τ нинг катталашиши одатда ИС ишлатилиш шароитларининг ёмонлашишига олиб келишини тасдиқлайди. Чунки бунда $W_{0.}^*(j\omega)$ АФХ нинг $1 + W_{ку}(j\omega)$ га нисбатан чап ва юқорига силжиш, яъни $(-1,0)$ „хавфли нуқтага" яқинлашиши рўй беради. Ҳақиқатан ҳам, (10.1, *б*) ифодадан кўриниб турибдики, системанинг келтирилган узлуксиз қисми АФХ си $\omega_s/2$ частотага яқин частоталарда 3- ёки 4- квадрантларда ўтса, бу АФХ нинг $\frac{1}{\tau} W_{ку}(-j\omega_s/2)$ ҳаднинг қўшилганлиги ҳисобига силжиши чап юқори (ёки чап-паст) йўналишида бўлади. Бу



10.5- расм.

силжишни камайтириш мақсадида τ катталигини нафақат Котельников-Шеннон (5.5) теоремаси шартидан, балки ИС барқарорлигини таъминлаш шартидан танлашга ҳаракат қилинади. Бунинг учун τ катталиги узлуксиз қисмнинг энг катта вақт доимийсидан жуда кичик бўлиши шарт ва $\left|\frac{1}{\tau}W_{ку}(j\omega/2)\right.$ нуқта 4- квадрантда, яхшиси 1- квадрантда ётиши маъқулдир. Шуни айтиш лозимки, ИЭ нинг киритилиши ИС барқарорлигини узлуксиздагига нисбатан катталаштириш мумкин. Бунинг учун узлуксиз қисм АФХ сининг (10.1) ифодадаги иккинчи қўшилувчи ҳисобига силжиши ўнг-паст йўналишда бўлиши зарур. Бунга $\frac{1}{\tau}W_{ку}(j\omega)$ нинг 1- квадрантда миқдори катта модулга эга бўлганлигида, сўроқлаш частотасини эса $\frac{1}{\tau}W_{ку}(j\omega/2)$ нуқтанинг 1- квадрантда ётишини таъминлаб эришиш мумкин (10.5- расм). Амалда бундай шароитлар система узлуксиз қисми (масалан, бошқариш объекти) — катта кечикиш бўғинига эга бўлганида бўлади. ИС нинг бу муҳим хусусиятидан РҲМ ёрдамида технологик жараённи (одатда катта миқдорли кечикишли) бошқаришда муваффақият билан фойдаланилади.

ИС нинг яна бир муҳим хусусияти барқарорлиги чексиз бўлган системаларни (ўтиш жараёни давомийлиги чекли бўлган системаларни) олиш имкониятидир. Айтайлик, ёпиқ ИС узатиш функцияси қуйидагига тенг:

$$W_{ё}(Z)=\frac{\sum\limits_{m=0}^{M}\beta_m Z^m}{\sum\limits_{n=0}^{N}\alpha_n Z^n},$$

ва бунда α_n коэффициентларини ўзгартириш имконияти мавжуд. Агар бунда

$$\alpha_0=\alpha_1=\ldots=\alpha_{N-1}=0 \qquad (10.13)$$

шартининг бажарилиши таъминланса, бундай система импульсли характеристикаси қуйидагича ёзилади:

$$W_{ё}^{*}(t)=Z^{-1}\{W_{ё}(Z)\}=\frac{1}{\alpha_N}Z^{-1}\left\{\sum_{m=0}^{M}\beta_m Z^{-(N-m)}\right\}$$

ва бу импульсли характеристика сўроқлаш даврининг чекли сонида сўнади. Демак, бундай системада ўтиш жараёнлари сўроқлаш тактининг (даврининг) чекли сонида сўнади. Бу хусусиятга чизиқли узлуксиз системада эришиш мумкин эмас. Система характеристик тенгламаси

$$\alpha_N Z^N = 0.$$

N та нул илдизларга эга

$$Z_n = e^{p_0\tau} = e^{\mathrm{Re}p_n\tau}\ (\cos\tau Imp_n + j\sin\tau ImP_n)$$

бўлгани сабабли фақат $\mathrm{Re}p_n \to -\infty$ бўлганда $Z_n \to 0$ бўлади (барқарорлик даражаси чексиз бўлган системалар деб аталиши шундан). Бундай импульсли системалар тезкорлик бўйича энг яхшиси ҳисобланади. Шуни айтиш лозимки, (10.13) шартнинг бажарилишини ҳар доим фақат ИС параметрларини ўзгартириш йўли билан амалга ошириб бўлмайди (бунда N параметрни ўзгартириш талаб қилинади). Шунинг учун, ИС тузилишини ўзгартириш (мослаш) қўлланилади.

10.3- мисол. 7.12-мисолда кўрилган ёпиқ ИС да ўтиш жараёни давомийлигининг чеклилиги шартини топамиз. Фараз қиламиз, k ва τ параметрларини ўзгартириш имкони мавжуд бўлсин.

(10.13) шартлардан фойдаланиб қуйидагини топамиз:

$$W_\varepsilon(Z) = \frac{W_0(Z)}{1 + W_0(Z)} = \frac{\beta_0}{Z + \alpha_0},$$

бу ерда

$$\beta_0 = k(1 - e^{-\tau/T}), \quad \alpha_0 = k - (k + 1)e^{-\tau/T},$$
$$N = 1, \quad M = 0.$$

$\alpha_0 = 0$ бўлганда (10.13) шарт бажарилади. Шундай қилиб, системанинг битта параметрини, масалан, k катталикни ўзгартириш кифоя.

$$k - (k + 1)e^{-\tau/T} = 0$$

тенгламадан $k_0 = (e^{\tau/T} - 1)^{-1}$ катталикни топамиз.

Бу катталик ўтиш жараёнининг бир тактда ўрнатилишини таъминлайди, чунки

$$W_\varepsilon^*(t, k_0) = Z^{-1}\{W_\varepsilon(Z, k_0) = e^{-\tau/T}Z^{-1}\} = e^{-\tau/T}\delta(ti - \tau$$

Системанинг барқарорлик чегарасидан қандай узоқдалигини таҳлил қилиш учун, узлуксиз системалардагидек, барқарорлик даражаси қурилади. Барқарорлик даражаси — характеристик полином $H(q)$ илдизларидан мавҳум ўққа энг яқин турган ҳақиқий қисмининг абсолют қиймати:

$$\eta = \min_{1\leqslant n\leqslant N} |\mathrm{Re}q_n| = |\mathrm{Re}q_0|, \ \mathrm{Re}q_\tau < 0. \qquad (10.15)$$

Бу ҳолда Z текисликдаги ҳамма илдизлар қуйидаги радиусли айлана ичида жойлашади:

$$|Z_\nu| = e^{-\tau/T} < 1.$$

Агар $W_0^*(j\omega)$ АФХ си бўлса, узлуксиз системалардек $\Delta\varphi$ фаза бўйича ва ΔL амплитуда бўйича барқарорлик қўлами қурилади:

$$\Delta L \cong 20lg\frac{1}{[W_0^*(j\omega_\pi)]} \qquad (10.16)$$

бу ерда ω_π $W_0^*(j\omega)$ аргументи $(-\pi)$ га тенг бўлган частота.

Узлуксиз системалардек, қуйидаги барқарорлик кўламини таъминлаш тавсия этилади:

$$\Delta\varphi \geqslant 30^\circ;\ \Delta L \geqslant 6\ дб. \qquad (10.17)$$

11-боб

ЧИЗИҚЛИ БЎЛМАГАН АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИНГ БАРҚАРОРЛИГИ

Юқорида айтиб ўтилганидек, чизиқли АБС ни тадқиқ қилишда ихтиёрий ўтиш жараёнини ўтувчи ва мажбурий ташкил этувчилар йиғиндиси кўринишида тасаввур этиш мумкин. Чизиқли АБС барқарорлигининг кўрсаткичи — кузатиш вақтининг чегараланмаган ўсишида ўтувчи ташкил этувчининг нолга интилишидир.

Чизиқли бўлмаган АБСда суперпозиция принципига риоя қилинмайди ва демак, жараённи ўтувчи ва мажбурий ташкил этувчиларига ажратиш мумкин эмас. Ундан ташқари, чизиқли бўлмаган АБС да автотебранишлар содир бўлиши мумкин. Бу хусусиятлар чизиқли бўлмаган системалар барқарорлигини тадқиқ қилиш муаммосини мураккаблаштиради.

Чизиқли бўлмаган системалар учун ташқи таъсирларга ва мувозанат ҳолатидан мумкин бўлган четлашишларга боғлиқ бўлган барқарорликнинг қатор тушунчалари характерлидир.

11.1. ЛЯПУНОВ БЎЙИЧА БАРҚАРОРЛИК ТУШУНЧАСИ

АБС ҳаракатлари мажмуини иккита кўринишга ажратиш мумкин:

— *тойдирилмаган* ҳаракат, яъни маълум бошланғич шартларда ва берилган ташқи таъсир натижасида системанинг ҳаракати;

— *тойдирилган* ҳаракат, яъни системага ташқи тойдирувчи таъсир қўйилиши натижасида содир бўладиган ҳаракат.

Мувозанат ҳолати ва автотебранишларнинг барқарорлашган тартиби автоном системанинг тойдирилмаган ҳаракатларининг муҳим ҳоллари каби кўрилиши мумкин.

Юқорида кўрсатилганидек, чизиқли АБС ларда система умумий барқарорлигини кўриш мумкин. Чунки агар системада мувозанат ҳолати барқарор бўлса, ўтувчи ва мажбурий ҳаракатларнинг суперпозициясига биноан барча мажбурий жараёнлар ҳам барқарор бўлади. Чизиқли бўлмаган АБС ларда системанинг умумий барқарорлиги тўғрисида гапириб бўлмайди, бу системаларда фақат у ёки бу мувозанат ҳолати барқарорлиги, у ёки бу ҳаракатнинг барқарорлиги тўғрисидагина гапириш мумкин.

Узлуксиз системанинг $y_k(t)$ координаталар фазавий фазодаги ҳаракатини кўрайлик. Айтайлик, тойдирилмаган ҳаракат n ва $y_к^н(t)$ функциялар мажмуаси орқали ифодаланади, ихтиёрий тойдирилган ҳаракат эса n та $y_k(t)$ функциялар мажмуаси орқали аниқланади. Жараён вариацияси $\eta_k(t)$ функциялар мажмуаси орқали тавсифланади. Барқарорликнинг умумий шартлари А. М. Ляпунов бўйича қуйидагича таърифланади.

Агарда олдиндан берилган ихтиёрий кичик мусбат сон ε *учун бошқа шундай мусбат* $\delta(\varepsilon)$ *сонни танлаш мумкин бўлсинки,*

$$|f(t)| \leqslant \delta(\varepsilon) \tag{11.1}$$

шартни қаноатлантирувчи барча $f(t)$ *тойдирувчилар (ёки бу соҳа ичида жойлашган барча бошланғич шартлар) учун тойдирувчи ҳаракат бирорта* $t \geqslant t_0$ *дан бошлаб қуйидаги тенгсизликни қаноатлантирса*

$$|y_к^н(t) - y_k(t)| = |\eta_k(t)| \leqslant \varepsilon \tag{11.2}$$

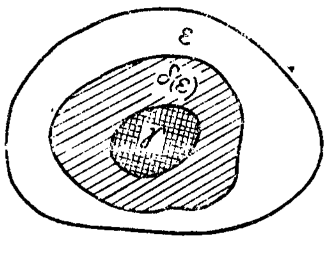
шунда тойдирилмаган ҳаракат барқарор бўлади.

Бошқача айтганда, агар тойдирувчиларни (ёки бошланғич шартларни) чегараловчи шундай берк соҳа δ ни танлаш мумкин бўлсаки, ҳаракат бошқа берк соҳа ε чегараларидан чиқиб кетмаса, ҳаракат барқарор бўлади (11.1-расм). Агар δ соҳа мавжуд бўлмаса, система беқарор бўлади.

Барқарорликни тавсифлаш мақсадида ε ва δ соҳалардан бўлак тойдирилган ва тойдирилмаган ҳаракатлар айирмасининг барқарор қийматлари соҳаси γ тушунчаси киритилади: $t \longrightarrow \infty$ бўлганда $\eta \in \gamma \cdot \gamma$ соҳа кўриниши бошланғич четлашишлар соҳасига боғлиқ бўлади. $\gamma = 0$ яъни

$$\lim_{t \to \infty} \eta_k(t) = 0 \tag{11.3}$$

бўлганда, ҳаракат *асимптотик барқарор деб* аталади. Асимптотик барқарорлик Ляпунов бўйича барқарорликнинг хусусий ҳолидир. (11.3) тенгликнинг қандай қийматларда бажарилишига қараб барқарорликнинг учта кўриниши фарқланади: агар $\delta(\varepsilon)$ чексиз кичик катталик бўлса — кичик барқарорлик, агар $\delta(\varepsilon)$ — чекланган бўлса, катта барқарорлик, агар $\delta(\varepsilon)$ — чекланмаган бўлса, умумий барқарорлик



11.1-расм. Ляпунов бўйича барқарорлик таърифига

Автоматик бошқариш назариясида А. М. Ляпунов яратган чизиқли бўлмаган АБС барқарорлигини тасдиқловчи усуллар маълум.

Ляпуновнинг биринчи усули чизиқли бўлмаган функцияларни чизиқлантиришга асосланган бўлиб, чизиқлантириш соҳасидаги чизиқли бўлмаган системани алмаштирувчи чизиқли система барқарорлигини тадқиқ қилишга мўлжалланган. Бу усул кичик барқарорлик тўғрисида фикр юритишга имкон беради. Аммо чизиқли бўлмаган система мувозанат ҳолатининг кичик барқарорлиги тўғрисида мулоҳаза юритиш критик бўлмаган ҳолларда, яъни чизиқлантирилган система характеристик тенгламасининг барча илдизлари манфий ҳақиқий қисмларга эга бўлгандагина жоиздир. Критик ҳолларда, яъни характеристик тенглама илдизлари ичида нулли ҳақиқий қисмли илдизлар бўлганида, қолган илдизлари эса мавҳум ўқнинг чап тарафида ётганида, мувозанат ҳолатнинг барқарорлиги (ёки беқарорлиги) масаласи чизиқли бўлмаган функцияларнинг кўринишига боғлиқ ва махсус тадқиқ қилишни талаб этади. Ляпуновнинг биринчи усулини чизиқли бўлмаган функциялар чизиқлантирилмайдиган ҳолларда қўллаш мумкин эмас.

11.2. ЛЯПУНОВНИНГ ИККИНЧИ УСУЛИ

Ляпуновнинг иккинчи (*бевосита*) усули махсус функцияни (*Ляпунов функциясини*) тузишга ва бу функциянинг вақт бўйича ҳосиласини таҳлил қилишга асосланган.

Ляпуновнинг иккинчи усулини кўрганда ўзгарувчиларнинг тойдирилмаган ҳаракатдан четлашишида ёзилган АБС дифференциал тенгламаларидан фойдаланамиз:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_1(x_1, \ldots, x_n, t), \; i = 1, 2, \ldots, n \qquad (11.4)$$

бу ерда f_i функцияси координаталар боши ва унинг бирор атрофини ўз ичига олувчи бирор фазавий фазо соҳаси G да узлуксиз ва қуйидаги шартни қаноатлантиради

$$f_i = (0, \ldots, 0) = 0 \; \forall \, i. \qquad (11.5)$$

Бунда системанинг тойдирилмаган ҳаракати сифатида (11.4) тенгламанинг ихтиёрий хусусий ечими $x = x^0(t)$ кўрилиши мумкин. Масалан, $x^0(t) = C = \text{const}$, бу ерда C — мувозанатлашган тартиб координаталари.

$x_1, \ldots, x_n$ ўзгарувчилар фазавий фазосида аниқланган G соҳада узлуксиз ва бу соҳада узлуксиз хусусий ҳосилалари бўлган $V(x)$ функцияни кўрамиз. Агар функция ўз аргументининг барча қийматларида фақат бир ишора қийматини олса ёки нулга тенг бўлса, у ҳолда бу функция *ўзгармас ишорали* дейилади. Бордию функция ўзгармас ишорали, аммо нул қийматини фақат координаталар бошида олса, у ҳолда бу функцияга *тайин ишорали* функция дейилади. $V(x)$ Ляпунов функцияси тайин ишорали бўлиши шарт. Чизиқли система учун бу функция, одатда системанинг тойдирилмаган ҳаракатидан, хусусан мувозанат ҳолатдан четлашиш энергияси маъносини олади.

Система барқарорлигини тадқиқ қилиш Ляпунов функциясидан вақт бўйича олинган ҳосилани тадқиқ қилиш билан боғлиқ:

$$\frac{dV}{dt}=\sum_{i=1}^{n}\frac{dV}{dx_i}\cdot\frac{dx_i}{dt},$$

Бу ифодага (11.4) нинг ўнг тарафини қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$\dot{V}=\sum_{i=1}^{n}\frac{dV}{dx_i}f_i=W(x_1,\ \ldots,\ x_n). \qquad (11.6)$$

Шундай қилиб, Ляпунов функциясидан вақт бўйича олинган ҳосиланинг ўзи четлашишнинг бирор функциясидир. Бунда (11.5) шартга биноан

$$V(x=0)=0 \text{ ва } \dot{V}\ (x=0)=0, \qquad (11{,}7)$$

шунинг учун бу функцияга бирор G соҳада киритилган тушунчаларни (тайин ишорали ва бошқалар) қўллаш мумкин.

Ляпуновнинг иккинчи усулининг асосий назарий мазмунини қуйида исботсиз келтирилган иккита теорема ташкил этади.

1-теорема. Ляпуновнинг барқарорлик тўғрисидаги теоремаси. *Агар* (11.4) *система учун G соҳада тайин ишорали $V(x)$ функция мавжуд бўлса ва бу функциянинг* (11.4) *система туфайли топилган вақт бўйича ҳосиласи $W=\frac{dV}{dt}V(x)$ функция ишорасига тескари бўлган ўзгармас ишорали функцияси бўлса, система барқарор бўлади.*

2-теорема. Ляпуновнинг асимптотик барқарорлик тўғрисидаги теорамаси. *Агар* (11.4) *система учун тайин ишорали $V(x)$ функция мавжуд бўлса ва бу функциянинг* (11.4) *система туфайли топилган вақт бўйича ҳосиласи W ҳам V ишорасига тескари тайинли ишорали бўлса, мувозанат ҳолати асимптотик барқарор бўлади.*

Келтирилган Ляпунов теоремалари оддий геометрик маънога эга: $V(x)\geqslant 0$ учун $W=\sum_{i=1}^{n}\frac{dV}{dx_i}\cdot f_i(x)<0$ тенгсизликка биноан, (11.4) система траекториялари функциянинг пасайиш тарифига йўналтирилган, яъни улар бу функция сатҳи юзасини $\left(\frac{dV}{dt}\right)^T$ градиент вектори йўналишига тескари йўналишида тескари йўналишда кесиб ўтади.

Шуни айтиш лозимки, АБС ларнинг (11.4) тенгламалари учун Ляпунов функциясининг бир қанча вариантларини танлаб олиш мумкин, чунки фақат функция ва унинг ҳосиласининг тайинли ишоралилиги талаб қилинади. Юқоридаги теоремаларни қаноатлантирувчи Ляпунов функцияларининг турли вариантлари битта АБС учун мос ҳолда барқарорликнинг турли шартларини бериши мумкин. Шундай қилиб, Ляпунов усули учун келтирилган барқарорлик шартлари етарли, аммо зарур эмас. Чунки бу шартларнинг бузилиши ҳали системанинг беқарор эканлигини билдирмайди. Муайян АБС учун барқарорликнинг зарур ва етарли шартларини берувчи Ляпунов функциясини аниқлаш масаласи мураккаб ва умумий ҳолда ечилмаган. Чунки чизиқли бўлмаган системаларнинг фазавий фазодаги фазавий траекториялари баъзан жуда мураккаб шаклга эга ва бу ҳолда барча C лар учун ичкаридан ташқарига йўналган траекториялар орқали $V=C$ берк тенгламасини топиш қийин. Чизиқли системалар учун Ляпунов функцияси, одатда $V=X^TQX$ квадрат шаклда танланади. Бунда матрица Q коэффициентлари номаълум бўлиб, улар қуйидаги шартдан топилади:

$$V=-\alpha X^T X=-\alpha \| X \|^2$$

бу ерда α— ихтиёрий ўзгармас.

(0. K) туркумга мансуб бўлган $x_к=\varphi\varepsilon$ статик характеристикали инерцион бўлмаган чизиқлимас бўғини бор намунавий структурали АБС учун Ляпунов функциясини „квадратик шакл плюс чизиқли бўлмаган функция бўйича интеграл“ (Постников-Лурье шакли) кўринишида қидириш тавсия этилади:

$$V=X^TQX=\alpha \int_0^{\sigma} \varphi(\xi)d\xi. \tag{11.7}$$

Муайян *АБС* учун Ляпунов функциясини билиш ростланувчи катталик ўзгаришини, ўтиш жараёни вақтини, ростланиш сифатини баҳолашга имкон беради. Ляпунов функцияси ёрдамида муттасил тойдирувчи таъсирини баҳолаш ва ортиқча ростланишнинг бор-йўқлиги масаласини ҳал қилиш мумкин.

11.1- мисол. Айтайлик битта инерцион бўғини бўлган чизиқли бўлмаган система ҳаракати қуйидаги биринчи тартибли тенглама орқали тавсифлансин.

$$\frac{dx}{dt}=-\frac{x}{T}-\frac{k}{T}\varphi(x),$$

бу ерда k, T — мос ҳолда инерцион бўғиннинг кучайтириш коэффициенти ва вақт доимийси;

$\varphi(x)$ — биринчи ва учинчи квадрантларда ётувчи ихтиёрий бир маъноли чизиқли бўлмаган функция.

Ляпунов функцияси (11.7) кўринишидан қидирамиз:

$$V=0{,}5x^2+\int_0^{x} \varphi(\ )d\xi.$$

Функциянинг вақт бўйича ҳосиласи:

$$W[x+\varphi(x)]\frac{dx}{dt} = -\left[\frac{x^2}{T} + \frac{k}{T}\varphi^2(x) + \frac{1+k}{T}x\varphi(x)\right].$$

Агар $k>0$ бўлса $x\varphi(x)>0$ бўлганда ҳосила бутун фазавий фазода манфийдир. Шундай қилиб, қўрилаётган система учун умуман асимптотик барқарорликнинг етарли шарти бўлиб, инерцион бўғин кучайтириш коэффициентининг мусбатлилиги хизмат қилади. Бунда $\varphi(x)$ чизиқли бўлмаган элемент характеристикаси ихтиёрий кўринишга эга бўлиши мумкин, аммо биринчи ва учинчи квадрант чегараларидан ташқарига чиқиши мумкин эмас.

11.2- мисол. Ляпунов теоремасидан ўтиш жараёни вактини баҳолаш учун фойдаланамиз. Ўтиш жараёни вақти деб Q нуқта $f(Q, t)$ траектория бўйлаб ҳаракат қилиб, O нуқтанинг берилган ε атрофига тушишига ва $t > t(Q, \varepsilon)$ да у ерда қолишига зарур бўлган $t(Q, \varepsilon)$ вақт тушунилади.

Айтайлик, q—V функциянинг δ радиусли шар сферик сирти S_δ да минимум бўлсин ва шарнинг I_δ нуқталарида $V<q$ тенгсизлик бажарилсин. Агар $t(Q,t_0) < I_\delta$ бўлса, $t \geqslant t_0$ да $t(Q, t)\in I_\varepsilon$ бўлади. Аммо, t_0 сонини $V(Q)-mt_0= = q$, тенгликдан (бу ерда $m>0$ ўзгармас) топиш мумкин, чунки $t_0=\frac{V(Q)-q}{m}$ да $V(t)(Q, t) < V(Q)-mt$ тенгсизликнинг чап тарафи q дан кичик бўлади. Шундай қилиб, қуйидагини оламиз:

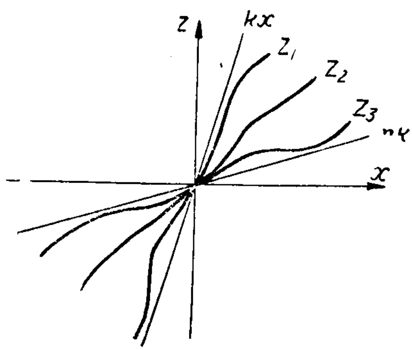
$$t(Q, \varepsilon) < \frac{V(Q)-q}{m}.$$

11.3. ЧИЗИҚЛИ БЎЛМАГАН АБС ЛАР БАРҚАРОРЛИГИНИНГ ЧАСТОТА МЕЗОНИ

Абсолют барқарорлик тушунчасини кўрайлик.

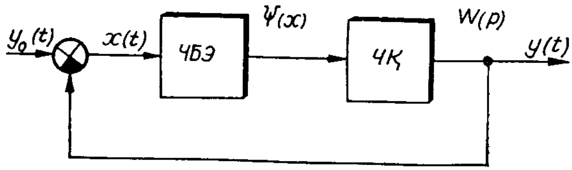
Маълум туркумга мансуб бўлган ночизиқликлар учун система мувозанатининг «бутун» асимптотик барқарорлигини абсолют барқарорлик деб аталади.

М. А. Айзерман тавсиясига биноан кўпинча биринчи ва учинчи квадрантдаги $z=kx$ ва $z=rx$ ($r<k$) тўғри чизиқлар ташкил қилган бурчак ичидаги чизиқли бўлмаган характеристикалар кўрилади (11.2-расм).



11.2- расм. Секторнинг чизиқли бўлмаган туркуми

1959 йили Руминия математиги В. М. Попов томонидан намунавий структурали ёпиқ чизиқли бўлмаган АБС абсолют барқарор-



11.3-расм. Чизиқли бўлмаган ёпиқ АБС структураси

лигининг оддий ва кўзга ташланувчан частота мезони тавсия этилди (11.3-расм). Мезон барқарорликнинг фақат етарли шартларини аниқлайди, яъни агар система барқарорликнинг В. М. Попов шартига биноан беқарор бўлса, система ҳақиқатан ҳам беқарор деган маъно келиб чиқмайди. Аммо, агар система мезонга биноан барқарор бўлса, у ҳақиқатан ҳам барқарар бўлади.

Чизиқли қисми барқарор бўлган чизиқли бўлмаган АБС учун В. М. Попов мезони. Бу ҳол учун абсолют барқарорликнинг мезони қуйидагича таърифланади: *агар ёпиқ система* (11.3-расм) *барча қутблари чап ярим текисликда жойлашган $W(p)$ узатиш функцияли барқарор чизиқли қисмдан ташкил топган бўлса, қуйидаги тенгсизлик барқарорликнинг етарли шарти бўлади:*

$$\operatorname{Re}\Pi(j\omega) = \operatorname{Re}[(1 + j\mu\psi)\, W(j\omega) + \frac{1}{k}[>0 \qquad (11.9)$$

$$(\text{барча } \omega > 0 \text{ ва } 0 < \frac{\psi(x)}{x} < k \text{ учун})$$

бу ерда μ— ихтиёрий ўзгармас;

k— чизиқли бўлмаган функция жойини чегараловчи ҳақиқий сон; $\Pi(j\omega)$ — Попов функцияси.

(11.9) ифода мезоннинг чизиқли бўлмаган функцияга қўйган талабларни ўз ичига олади, (11.9) га биноан чизиқли бўлмаган функция биринчи ва учинчи квадрантларда жойлашиши мумкин ва координаталар бошидан $\Psi(x)$ нинг ихтиёрий нуқтасига ўтказилган қия тўғри чизиқнинг тангенс бурчаги k дан кичик бўлиши шарт, яъни бутун чизиқли бўлмаган характеристика $tg\alpha = k$ муносабатидан аниқланувчи α бурчак секторида жойлашиши шарт.

Попов мезонининг геометрик талқинини кўрайлик. Система чизиқли қисми АФХ сини қуйидагича ифодалаймиз:

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$$

унда

$$\operatorname{Re}\Pi(j\omega) = \operatorname{Re}\{(1 + j\mu\omega)[U(\omega) + jV(\omega)] + \frac{1}{k}\} =$$

$$= U(\omega) - \mu\omega V(\omega) + \frac{1}{k} > 0. \qquad (11.10)$$

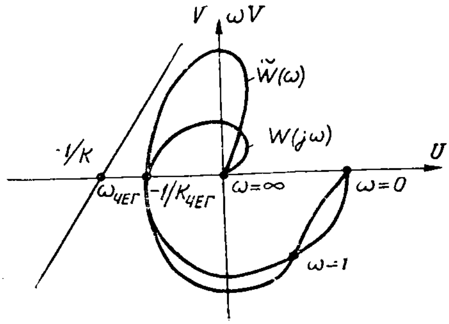
Чизиқли қисм АФХ сини ўзгартириш тушунчасини киритамиз:

$$\widetilde{W}(\omega) = U(\omega) + j\omega V(\omega). \qquad (11.11)$$

Агар $\widetilde{W}(\omega)$ годограф қуриб ва шунда

$$U(\omega) = -\frac{1}{k}\mu\omega V(\omega) \qquad (11.12)$$

тенглама билан тавсифланувчи тўғри чизиқ ўтказилса, (11.10) тенгсизликнинг бажарилиши шарти — годографнинг бу тўғри чизиқнинг ўнг тарафида жойлашиши бўлади (11.4-расм).

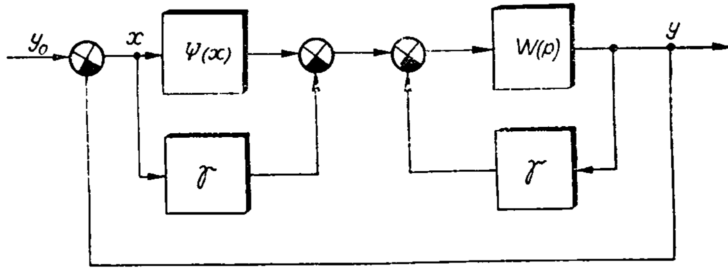


11.4-расм. Попов мезонининг геометрик талқини

Шундай қилиб, Попов мезонини қуйидагича таърифлаш мумкин: *барқарор чизиқли қисми чизиқли бўлмаган АБС нинг абсолют барқарорлиги учун ўзгартирилган частота характеристикаси* $W(\omega)$ *текислигида* $\left(-\frac{1}{k}, jo\right)$ *нуқта орқали* $W(\omega)$ *годографни бутунлай ўнг тарафида қолдирувчи тўғри чизиқ ўтказиш имконияти етарлидир.*

Шуни айтиш лозимки, Попов мезони зарур шартлар сифатида чизиқлантирилган система барқарорлиги шартларини ўз ичига олади, чунки чизиқлантирилган система хусусий ҳол бўлиб, чизиқли бўлганда [0, k] секторининг ичида ётади. Чизиқлантирилган система барқарорлигининг зарур ва етарли шарти бўлиб W(ω) годографнинг $\left(-\frac{1}{k}, jo\right)$ нуқтадан чапдаги ҳақиқий ўқ билан кесишмаслиги хизмат қилади. Агар бунда $W(\omega)$ эгри чизиқ чап ярим текисликда қавариқ бўлса, худди шу талаб абсолют барқарорликнинг етарли шарти бўлади, чунки бу ҳолда $W(\omega)$ эгри чизиқнинг чап тарафида доимо Попов тўғри чизиғини ўтказиш мумкин. Агар $W(\omega)$ эгри чизиқ чап ярим текисликда қавариқ бўлмаса, чизиқлантирилган система бутун |o, k| сектор ичида барқарор бўлсада, абсолют барқарорлик шарти бажарилмаслиги мумкин.

Чизиқли қисми беқарор бўлган чизиқли бўлмаган АБС учун Попов мезони. Агар система чизиқли қисми беқарор бўлса, чизиқли бўлмаган характеристика [o, k] секторга тааллуқли бўла олмайди, чунки $k=0$ да очиқ системада) олдиндан беқарор системани оламиз: етарлича кичик k ларда ҳам система беқарор бўлади.



11.5-расм. Попов мезонининг беқарор чизиқли қисми чизиқли бўлмаган АБС га умумлаштирилиши

Чизиқли бўлмаган АБС устида структура ўзгартиришларни бажариб, уни 11.5-расмда тасвирланган кўринишга келтирамиз. Схемада γ манфий тескари боғланишнинг узатиш коэффициенти. Ўзгартирилган система чизиқли қисмининг узатиш функцияси қуйидаги кўринишга эга:

$$W_1(j\omega) = \frac{W(j\omega)}{1 + \gamma W(j\omega)}. \qquad (11.13)$$

$\Psi_1(x)$ чизиқли бўлмаган характеристика қуйидаги кўринишда ёзилади

$$\psi_1(x) = \psi(x) + \gamma(x). \qquad (11.14)$$

Узатиш коэффициентининг қиймати система чизиқли қисми барқарорлиги шартидан танланади.

Ўзгартирилган чизиқли бўлмаган АБС учун Попов мезони қуйидагича таърифланади: система қуйидаги тенгсизликлар бажарилганда барқарор бўлади:

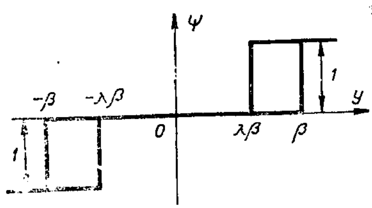
$$\mathrm{Re}(1 + j\mu\omega)W_1(j\omega) + \frac{1}{k_1} > 0 \qquad (11.15, a)$$

$$0 < \frac{\psi_1(x)}{x} < k_1 \qquad (11.15, б)$$

(11.14) ни ҳисобга олган ҳолда (11.15, *б*) тенгсизликни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\gamma < \frac{\psi(x)}{x} < k_1 + \gamma = k_0 \qquad (11.16)$$

Шундай қилиб, система барқарорлигини аниқлаш учун $\Psi(x)$ нинг жойлашиши бўйича γ ва k_1 ларнинг зарур қийматларини топиш лозим. Кейин γ катталигининг система чизиқли қисмини барқарорлашга етарли эканлигини текшириш керак. Агар етарли бўлмаса, ёпиқ чизиқли бўлмаган АБС умуман беқарор бўлади. Агар етарли бўлса, комплекс текисликда АФХ нинг барқарорлаштирилган чизиқли қисми $W_1(j\omega)$. қурилади. $W_1(j\omega)$ ни қуришда барқарорлаштиришга зарур бўлган минимал қиймат $\sigma_{min} < k_1$ ни олиш лозим.



11.6- расм. Сезмайдиган зонали ва бир маъноли бўлмаган реле характеристикаси

Агар комплекс текисликда $-\frac{1}{k_1}$ нуқта орқали $W_1(j\omega)$ ни кесмайдиган тўғри чизиқ ўтказиш мумкин бўлса, ёпиқ система барқарор, ўтказиш мумкин бўлмаса, система беқарор бўлади.

11.4. БЎЛАК-БЎЛАК ЧИЗИҚЛИ АППРОКСИМАЦИЯЛАШ УСУЛИ

Бўлак-бўлак чизиқли аппроксимациялаш тартиби 3 гача бўлган чизиқли бўлмаган дифференциал тенгламаларни ечишда ишлатилади. Усулнинг моҳияти чизиқли бўлмаган функцияни бўлак-бўлак чизиқли боғланиш кўринишида тасвирлаб, уларнинг ҳар бири кўрилаётган бўлак-бўлак чизиқли боғланишдаги битта чизиқли кесимдаги чизиқли дифференциал тенгламалар системасини ечиш ва мос ечимларни «бириктириш»дан иборатдир.

Бўлак-бўлак чизиқли аппроксимациялаш усулини характеристикаси 11.6-расмда берилган реле элементи билан узатиш

$$W(p) = \frac{1}{p(p+1)}$$

функцияси бўлган чизиқли қисмининг кетма-кет уланишидан иборат чизиқли бўлмаган АБС ни тадқиқ қилиш мисолида кўрайлик.

Топширгич таъсири бўлмаганида система қуйидагича тасвирланади:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = -\psi(y). \qquad (11.17)$$

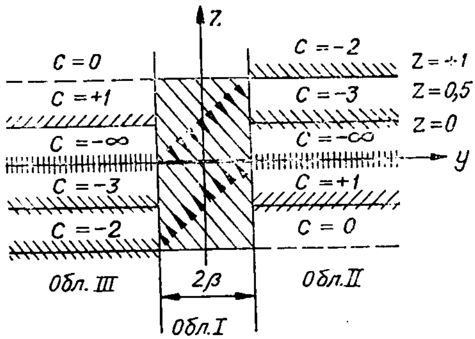
Қайта улаш шарти $\psi(y)$ ва λ қийматлари орқали аниқланади:

$$\left.\begin{aligned} y &= \pm\beta \ \text{— улаш} \\ y &= \pm\lambda\beta \ \text{— узиш} \end{aligned}\right\} \qquad (11.18)$$

(11.17) тенгламани тадқиқ қилишда фаза текисликдан фойдаланамиз. Фаза траекториялар тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\frac{dz}{dy} = -\frac{z + \psi(y)}{z}, \qquad (11.19)$$

бу ерда $z = dy/dt$.



11.7- расм. Бир ҳол учун изоклиналар майдони ва фазовий траекториялар

Изоклинлар тенгламаси

$$-\frac{z+\psi(y)}{z}=C. \qquad (11.20)$$

(11.20) дан кўриниб турибдики, изоклинлар y ўқига параллел бўлган тўғри чизиқлардир.

$\lambda=1$ ва $y>\beta$ бўлса, (11.20) тенглама $z=-\frac{1}{1+C}$ кўринишини олади, $|y|<\beta$ бўлганда $C=-1$ бўлади; $y<-\beta$ бўлганда $z=\frac{1}{1+C}$ ни бўлади.

11.7-расмда $|y|>\beta$ $\alpha=1$ бўлгандаги изоклинлар майдони ҳамда $|y|<\beta$ да фазавий траекториялари кўрсатилган.

11.19 тенгламани интеграллаб, қуйидагиларни оламиз:

а) I соҳа учун

$$|y|<\beta,\ [\psi(y)=0],\ z=-y+k, \qquad (11.21)$$

бу ерда k — интеграллаш доимийси;

б) II соҳа учун

$$y>\beta,\ [\psi(y)=1],\ y_{бош}-y=z-z_{бош}+\ln\frac{z_{бош}+1}{z+1}, \qquad (11.22)$$

бу ерда $y_{бош}$, $z_{бош}$ — бошланғич нуқта координаталари;

в) III соҳа учун

$$y<-\beta,\ [\psi(x)=-1],$$
$$y_{бош}-y=z-z_{бош}+\ln\frac{z_{бош}-1}{z-1}, \qquad (11.23)$$

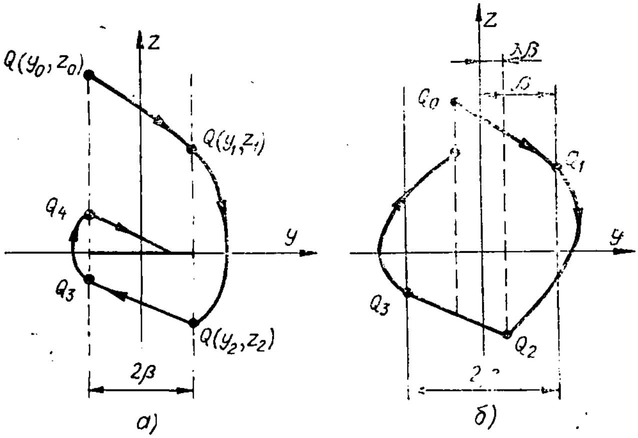
(11.19) га биноан қуйидагига эришамиз:

$$z=-\psi(y)-z\frac{dz}{dy}. \qquad (11.24)$$

$|\psi(y)|_{max}=1$ ва $|z|=1$ тўғри чизиқлар фаза траекторияларга ўринма бўлгани сабабли тезликнинг максимал қиймати

$$|t_{max}|=\left|\frac{dy}{dz}\right|_{max}=1 \text{ бўлади} \qquad (11.25)$$

$\lambda=1$ ҳол учун фазавий траекторияни кўрайлик (11.8-расм, a). Бу ҳолда ихтиёрий бошланғич шартларда жараённинг мувозанат қисмига яқинлашишини кўрсатиш қийин эмас. Ҳақиқатан ҳам,



11.8- расм. [11.12] система фазовий траекториялари

айтайлик, системанинг бошланғич ҳолати $Q(y_0, z_0)$ нуқта орқали берилган бўлсин. Исбот қилиш учун $Q_2(y_2, z_2)$ нуқта координаталари $|z_2| < |z_0|$ эканлигини кўрсатиш кифоя. Бу ҳолда тебраниш ярим даврларининг симметриклиги туфайли $Q_4(y_4, z_4\}$ нуқта координаталари $|z_4| \ll |z_0|$ бўлади, яъни система барқарор. $z_1 < z_0$ бўлгани сабабли юқоридагини исботлаш учун фақат $|z_2| < |z_1|$ эканлигини кўрсатиш кифоя. Охирги тенгсизлик (11.22) дан бевосита келиб чиқади.

$\lambda < 1$ ҳол учун фазавий траекторияни кўрайлик (11.8-расм, б), Q_0Q_1 ва Q_2Q_3, Q_1Q_2, Q_3Q_4 фазавий траектория кесмалари мос ҳолда (11.21), (11.22) ва (11.23) тенгламалар орқали берилади. Айтайлик, системанинг бошланғич ҳолати $y_0(-\lambda\beta;\ z_0)$ координатали Q_0 нуқта орқали берилган бўлсин.

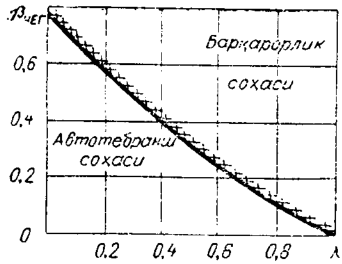
$$Q_1(y_1 = \beta;\ z_1),\ Q_2(y_2 = \lambda\beta;\ z_2),\ Q_3(y_3 = -\beta;\ z_3)$$

нуқталар координаталари мос ҳолда (11.21), (11.22), (11.23) тенгламалар орқали аниқланади. Чегаравий давр шарти $z_4 = z_0$. Фазавий траекториянинг симметриклиги сабабли бу шартни $|z_2| = z_0$ кўринишда ёзиш мумкин.

Тенгламалар тадқиқи шуни кўрсатдики [7[охирги шарт $\beta < \beta_{кр}$ бўлганда бажарилади, бу ерда $\beta_{кр}$ қуйидаги тенглама орқали аниқланади:

$$e^{-2\beta_{кр}} = 1 - (1 + \lambda)\beta_{кр}, \qquad (11.26)$$

$\beta_{кр}(\lambda)$ муносабат (11.28) ифодага биноан 11.9-расмда келтирилган. $\beta_{кр}(\lambda)$ эгри чизиқ тагидаги соҳа автотебранишларга мос келса, юқоридаги соҳа барқарорлик соҳасига тўғри келади, яъни автотебранишлар рўй бермайди ва система тинч ҳолатга $|y| \leqslant \beta z = 0$ га интилади.



11.9- расм. β (α) муносабати графиги

Шуни айтиш лозимки, чизиқли бўлмаган АБС да автотебранишларнинг бўлишини доимо системанинг салбий томони деб бўлмайди. Мабодо автотебраниш тартиби исталган тартиб ҳисобланса, чизиқли бўлмаган АБСларни тадқиқ қилишда автотебранишлар параметрларини аниқлаш ва бу тартиб барқарорлигини баҳолаш масаласи пайдо бўлади.

11.5. ГАРМОНИК ЧИЗИҚЛАНТИРИШ УСУЛИ

Гармоник чизиқлантириш усули системада бўлиши мумкин бўлган автотебранишларни аниқлаш, автотебранишлар частотаси ва амплитудасини топиш, чизиқли бўлмаган АБС барқарорлигининг етарли шартларини аниқлаш имконини беради. Н. М. Крилов ва А. Н. Боголюбов асослаган бу усулни Л. С. Гольдфарб 1947 йилда тавсия этган.

Усул асосини ночизиқликларни частота ёки гармоник чизиқлантириш ва чизиқли бўлмаган элементнинг эквивалент комплекс кучайтириш коэффициенти тушунчаси ташкил этади. Чизиқли бўлмаган тебранишларни гармоник ташкил этувчиларга гармоникларга ёйишдан келиб чиққан чизиқлантиришни гармоник чизиқлантириш деб аташ қабул қилинган. Элементлар хусусиятлари вақт ўтиши билан ўзгармаса ва чизиқли бўлмаган элемент чиқиш йўли катталиги кириш йўли катталигига боғлиқ бўлса шу билан бирга унинг ҳосилаларига ва интегралларига боғлиқ бўлмаса, шундагина гармоник чизиқлантириш усулини қўллаш мумкин.

Гармоник чизиқлантиришнинг моҳияти қуйидагича. Фараз қилайлик, чиқиш йўли ва кириш йўли катталиклари ўртасидаги боғланиш $y=\varphi(x)$ кўринишдаги чизиқли бўлмаган функцияли чизиқлимас элемент мавжуд бўлсин. Чизиқли бўлмаган элементнинг кириш йўлига қуйидаги гармоник таъсирни берамиз:

$$x = A\sin\omega t. \qquad (11.27)$$

Унда чизиқли бўлмаган элементнинг чиқиш йўлида даврий ўзгарувчи катталик пайдо бўлади:

$$y = \psi(A\sin\omega t) = y_0 + \sum_{k=1}^{\infty}(y_{k1}\sin k\omega t + y_{k2}\cos k\omega t). \qquad (11.28)$$

(11.28) ёйилмадаги биринчи қўшилувчи ўзгармас ташкил этувчидир. Кўпгина чизиқлимасларда ўзгармас ташкил этувчи бўлмайди, шунинг учун бундан буён биринчи қўшилувчи нулга тенг деб ҳисоблаймиз. Ёйилмадаги юқори гармоникаларни ҳам ташлаб юбориб, ёйилманинг фақат биринчи гармоникаси эътиборга олинади. Бу охирги натижага хатолик киритса ҳам, аммо амалий ҳисоблашларда, одатда жоиз ҳисобланади, чунки реал АБСларда чизиқли қисми паст частотали фильтри ҳисобланади. Бу «паст частотали фильтр» фарази кейинги мулоҳазалар учун муҳим. Юқорида айтилганларга асосан (11.28) тенгламани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$y = y_{11}\sin\omega t + y_{12}\cos\omega t = A[\partial(A)\sin\omega t + в(A)\cos\omega t], \qquad (11.29)$$

бу ерда y_{11}—$y(t)$ ёйилма биринчи гармоникасининг синусли ташкил этувчисининг амплитудаси.

y_{12}— биринчи гармониканинг косинусли ташкил этувчисининг амплитудаси.

Ўтказувчанликлар $\partial(A) = \frac{y_{11}}{A}$ ва $в(A) = \frac{y_{12}}{A}$ эса Фурье коэффициентлари каби ҳисобланади.

$$\partial(A) = \frac{1}{\pi A}\int_0^{2\pi} \psi(A\sin\varphi)\sin\varphi d\varphi \qquad (11.30)$$

$$в(A) = \frac{1}{\pi A}\int_0^{2\pi} \psi(A\sin\varphi)\cos\varphi d\varphi \qquad (11.31)$$

катталикни чизиқли бўлмаган элементнинг чиқиш йўли ўзгарувчиси спектрининг биринчи гармоникаси бўйича тўла ўтказувчанлигини элементнинг *эквивалент комплекс кучайтириш коэффициенти* деб атаймиз.

(11.31) ифодани бошқача қилиб қуйидагича ёзиш мумкин:

$$W_{нэ}(A) = |W_{нэ}|e^{jQ_{нэ}(A)}, \qquad (11.32)$$

бу ерда эквивалент комплекс кучайтириш коэффициенти модули:

$$|W_{нэ}| = \sqrt{\partial^2(A) + в^2(A)}, \qquad (11.33)$$

аргументи эса

$$Q_{нэ}(A) = \operatorname{arc\,tg}\frac{в(A)}{\partial(A)}. \qquad (11.34)$$

Шундай қилиб *модули чизиқли бўлмаган элемент чиқиш йўлидаги биринчи гармоника амплитудасининг элемент кириш йўлидаги синусоидал таъсири амплитудаси нисбатига тенг, аргументи эса — элемент чиқиш йўли биринчи гармоника ва элемент кириш йўлидаги синусоидал таъсир фазаларининг айирмасига тенг бўлган комплекс сонга чизиқли бўлмаган элемент эквивалент комплекс кучайтириш коэффициенти деб аталади.*

Эквивалент комплекс кучайтириш коэффициенти $W_{нэ}(A)$ қиймати элемент кириш йўлидаги синусоидал таъсир амплитудасига боғлиқ ва унинг частотаси ω га боғлиқ эмас.

11.3. Мисол. 6.1-расм, *a* да берилган $\psi(x)$ чизиқли бўлмаган характеристика учун эквивалент комплекс кучайтириш коэффициентини аниқлаймиз.

$\psi(x)$ характеристика $-\beta < x < +\beta$ оралиқда $C_\psi = \operatorname{tg}\alpha$ узатиш коэффициентли чизиқли қисмга эга (11.10-расм). Шунинг учун бу қисмдаги x нинг ўзгаришида чизиқлимас элемент чиқиш йўли сигналининг шакли синусоидал кўринишни олади. $x > \beta$, $x < -\beta$ қийматларда чизиқлимас элемент чиқиш йўли сигнали амплитудаси K_ψ $(-K_\psi)$ га тенг бўлади. Кўрилаётган характеристика $\psi(x)$ бир маъноли бўлгани сабабли $b(A) = 0$ бўлади. Ундан ташқари, $\varphi(x)$ характеристика координаталар бошига нисбатан симметрикдир.

Шундай қилиб, қуйидагини оламиз (11.10-расм):

$$W_{нэ}(A) = \partial(A) = \frac{1}{\pi A}\int_0^{2\pi} \psi(A\cdot\sin\omega t)\sin\omega t d\omega t =$$

$$= \frac{4}{\pi A}\left[C_\psi \int_\psi^{\varphi_1} A\sin\omega t\sin\omega t d\omega t + \int_0^{\pi/2} K_\psi \sin\omega t d\omega t\right] =$$

$$= \frac{2C_\psi}{\pi}\left[\arc\sin\frac{K_\psi}{AC_\psi}\sqrt{1-\frac{K_\psi^2}{A^2C_\psi^2}}\right].$$

11.4-мисол. Сезмайдиган зонаси бўлган релели характеристика $\psi(x)$ (6.1-расм, *б*) учун эквивалент комплекс кучайтириш коэффициентини топамиз. Бу ҳолда $\psi(x)$ бир маъноли бўлгани учун $\partial(A)$ ҳам нулга тенг. $\psi(x)$ характеристиканинг симметриклигини ҳисобга олган ҳолда қуйидагини ёзиш мумкин:

$$W_{нэ}(A) = \partial(A) = \frac{4}{\pi A}\int_0^{\pi/4} \psi(A\cdot\sin\omega t)d\omega t =$$

$$= \frac{4}{\pi A}\int_\psi^{\pi/2} K_\psi \sin\omega t d\omega t = \frac{4K_\varphi}{\pi A}(-\cos\omega t)\Big|_\varphi^{\pi/2} =$$

$$= \frac{4}{\pi}\cdot\frac{K_\varphi}{A}\sqrt{1-\beta^2/A_2}.$$

$\cos\varphi$ нинг қийматини қуйидаги муносабатга асосан топилади!

$$A\sin\varphi = \beta,$$

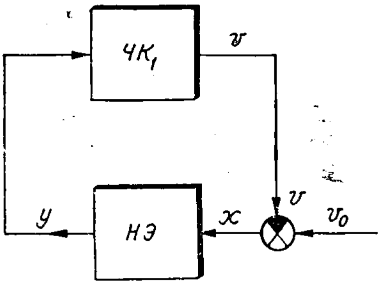
$$\cos\varphi = \sqrt{1-\sin^2\varphi} = \sqrt{1-\beta^2/A^2}.$$

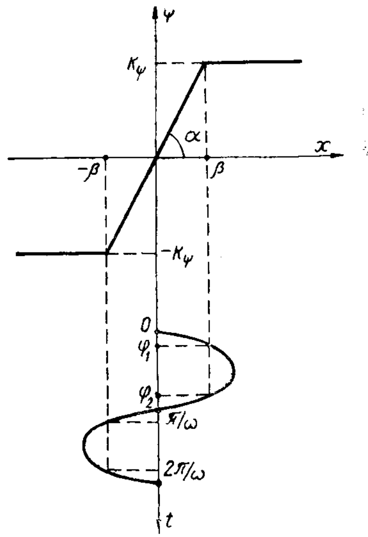
Ёпиқ АБС нинг (11.11-расм) барқарорлашган тартибини кўрайлик. Айтайлик, чизиқли бўлмаган элемент кириш йўлига қуйидаги синусоидал таъсир берилган бўлсин:

$$x = A\sin\omega t.$$

Унда гармоник чизиқлантиришдан фойдаланиб, эквивалент комплекс кучайтириш коэффициентини топамиз ва система чизиқли қисми чиқиш йўли сигнали қийматини юқори гармоникалар аниқлигида топамиз:

$$V = AW_{нэ}(A)W(j\omega).$$





11.10- расм. Эквивалент комплекс кучайтириш коэффициентини аниқлаш масаласига

11.11- расм. Ёпиқ чизиқли бўлмаган АБС структура схемаси

Айтайлик, система топширгич сигнали $v_0(t)$ гармоник ўзгарсин. Унда системанинг тақрибий комплекс тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$A = \frac{1}{1 + W(j\omega)W_{\text{нэ}}(A)} Ce^{j\alpha}, \tag{11.35}$$

ёки

$$\frac{A}{C} e^{-j\alpha} = \frac{1}{1 + W(j\omega)W_{\text{нэ}}(A)}. \tag{11.36}$$

Автоном системани кўрайлик. Бу ҳолда $C=0$ бўлгани сабабли

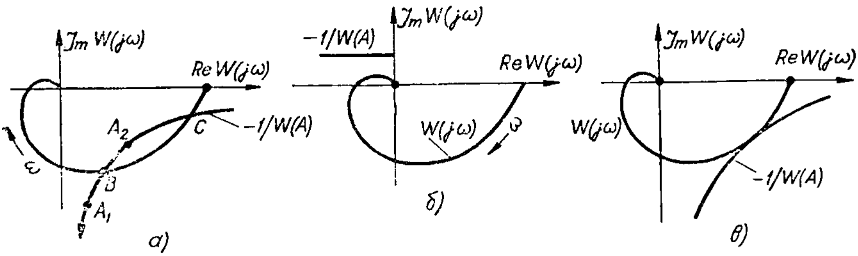
$$1 + W(j\omega)W_{\text{нэ}}(A) = 0 \tag{11.37}$$

шарт бажарилса, системада автотебранишлар пайдо бўлиши мумкин.

(11.37) ифода — система *эркин тебранишлар* тенгламасидир. Тенглама чап тарафи комплекс катталик. Унинг ҳақиқий ва мавҳум қисмларини алоҳида нулга тенглаб, икки номаълумли (частота ω ва амплитуда A) иккита тенглама ҳосил қиламиз. Бу тенгламаларни ечиш натижасида ҳақиқий сонлар ҳосил бўлса, демак, системада аниқланган частота ва амплитудали тебранишлар бўлиши мумкин. Ечиш натижасида мавҳум сонлар олинса, демак, системада тебранишлар бўлмайди ва система барқарор ҳисобланади.

Графоаналитик усул — кўрилаётган система мураккаблигига боғлиқ бўлмаган, оддий кўзга ташланувчан усулдир. (11.37) ифодадан қуйидагини олиш мумкин:

$$W(j\omega) = -\frac{1}{W_{\text{нэ}}(A)}, \tag{11.38}$$

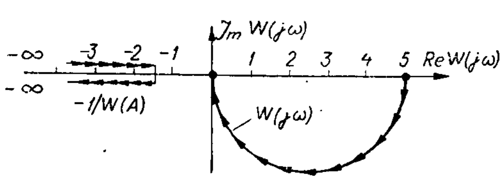


11.12-расм. [11.37] тенгламани график усулда ечиш

Агар иккала $W(j\omega)$ ва $W_{нэ}(A)$ характеристикалар битта координаталар системасида чизилса, бу характеристикалар кесишган нуқта (11.38) ифоданинг ечимини беради. Бунда тебранишлар частотаси АФХ даги кесишиш нуқтаси частотаси орқали аниқланади, тебранишлар амплитудаси эса чизиқли бўлмаган элемент амплитуда характеристикасидаги ўша нуқта амплитуда қиймати орқали аниқланади (11.12-расм, *а*). Агар $W(j\omega)$ ва $W_{нэ}(j\omega)$ эгри чизиқлар кесишмаса, (11.12-расм, б) системада автотебранишлар бўлмайди. Агар бу эгри чизиқлар бир-бирига тегиб турса (11.12-расм, *в*) система барқарорлик чегарасида бўлади. Чизиқли бўғиннинг амплитуда характеристикасига эга бўлиб, система чизиқли қисми параметрларини шундай танлаш мумкинки, юқорида кўрсатилган эгри чизиқлар кесишмасин ва, демак, система барқарор бўлсин.

Системадаги тебранишлар барқарорлигини тадқиқ этамиз. B нуқтада (11.12-расм, *а*) тебраниш амплитудасига катта бўлмаган орттирма берамиз. Мусбат орттирма $+\Delta A$ да тескари амплитуда характеристикасида, масалан, A_1 нуқтани оламиз, манфий орттирма — ΔA да эса A_2 нуқтани оламиз. Агар барқарор очиқ (узуқ) чизиқли қисмнинг АФХ си амплитуданинг мусбат орттирмаси —ΔA га мос келувчи A_1 нуқтани қамраб олмай, амплитуданинг манфий орттирмасига мос келувчи A_2 нуқтани қамраб олса, автотебранишлар барқарор бўлади. Бу таърифга биноан 11.12-расм, *а* нинг B нуқтада автотебранишлар барқарор, C нуқтада эса беқарор бўлади.

11.15-мисол. Реле элементли ва чизиқли қисми узатиш функцияси $W(p) = \dfrac{k}{1+pT}$ бўлган чизиқли бўлмаган АБС барқарорлигини гармоник чизиқлантириш усулидан фойдаланиб аниқлаймиз.



11.13-расм. [11.3] мисолни график усулда ечиш

Чизиқли қисмнинг АФХ сини топамиз.

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega T}. \tag{11.39}$$

Агар релели элемент 6.1-расм, *б* да тасвирланган характеристикага эга бўлса, ёйилма коэффициентлари куйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\partial(A) = \frac{4K_{\Phi}}{\pi A}\sqrt{1-\left(\frac{\beta}{A}\right)^2};\ b(A) = 0;\ \beta < A.$$

Бу ҳолда эквивалент комплекс кучайтириш коэффициенти ҳақиқий сон бўлади.

$$W_{\text{нэ}}(A) = \frac{4K_{\Phi}}{\pi A}\sqrt{1-\left(\frac{\beta}{A}\right)^2}.$$

Тескари амплитуда характеристикаси

$$-\frac{1}{W_{\text{нэ}}(A)} = \frac{\pi A}{4K_{\Phi}\sqrt{1-\left(\frac{\beta}{A}\right)^2}}. \tag{11.40}$$

Айтайлик, $T = 2$ с: $K = 5$; $\beta = \pm\, 0{,}1$; $K_{\Phi} = 0{,}1$ бўлсин. Унда бу катталикларни (11.39) ва (11.40) тенгламага қўйиб куйидагини оламиз

$$W(j\omega) = 5/(1 + 2j\omega); \tag{11.41}$$

$$-\frac{1}{W_{\text{нэ}}(A)} = -\frac{3{,}14\cdot A}{0{,}4\sqrt{1-\left(\frac{0{,}1}{A}\right)^2}}. \tag{11.42}$$

11.13- расмда (11.41), (11.42) тенгламалар бўйича комплекс текисликда мос ҳолда чизиқли қисм АФХ си ва чизиқли бўлмаган элемент тескари амплитуда характеристикаси қурилган. 11.13- расмдан кўриниб турибдики, чизиқли ва чизиқли бўлмаган қисмлар параметрларининг ҳар қандай қийматларида бу характеристикалар кесишмайди, яъни бундай система барқарордир.

III қисм

БОШҚАРИШ ЖАРАЁНЛАР СИФАТИНИ ТАДҚИҚ ҚИЛИШ

12-боб.

ЧИЗИҚЛИ АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИНГ СИФАТ КЎРСАТКИЧЛАРИ

Барқарорлик автоматик бошқариш системалар учун зарур, аммо етарли шарт эмас. АБС ростлаш жараёнларининг исталган сифатига ҳам эга бўлиши шарт. Бошқариш жараёнлар сифатини турли намунавий тартибларда ростлаш жараёнининг бирор кўрсаткичлари орқали баҳолайди. Намунавий тартибларга тинч (статик бўлган) тартиби, поғонали топширувчи ва тойдирувчи, вақт бўйича чизиқли ўсувчи ёки гармоник таъсирларнинг ишланиш тартиблари ва шунга ўхшашлар мисол бўла олади. Табиийки берилган муайян АБСга хос бўлган тартиб учун сифат кўрсаткичлари жуда муҳим ҳисобланади. Масалан, барқарор (стабилизация) системалар учун статик тартибдаги кўрсаткичлар жуда муҳим, позицион кузатувчи ва программали ростлаш системалари учун поғонали топширувчи таъсир ишланиши тартибидаги кўрсаткичлар, чайқалишида кемани барқарор қилиш системаси учун гармоник таъсир ишланиши тартибидаги кўрсаткичлар жуда муҳим ҳисобланади.

Агарда қуйидаги берилган кўрсаткичлар таъминланса, унда АРС берилган сифатга эга дейишади:

а) *намунавий тартибдаги хатолар орқали тавсифланувчи аниқлик;*

б) *системадаги ўтиш жараёнлари кечувчининг вақт орқали тавсифланувчи тезкорлик;*

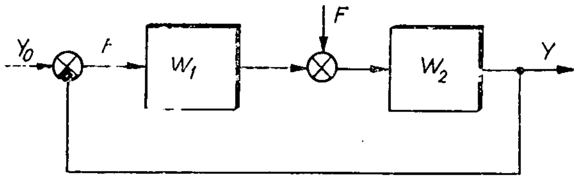
в) *системанинг тебранишларга мойиллиги орқали аниқланувчи барқарорлик кўлами.*

12.1. РОСТЛАШ АНИҚЛИГИ

АРС аниқлиги барқарор бўлган тартибдаги хатолик (12.1-расм) орқали тавсифланади. Уни аниқлаш учун чекли қиймат теоремасидан фойдаланилади:

$$e_{\text{ўрн}} = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{p \to 0} pE(p) \tag{12.1}$$

бу ерда $E\ (p)$ — хатоликнинг Лаплас бўйича тавсифи.



12.1- расм. АРС аниқлиги масаласига доир

Агар чизиқли система бир нечта таъсир остида бўлса, хатолик, суперпозиция принципига биноан, умумий ҳолда уларнинг ҳар бири фақат ўз таъсирининг (қолганлари нул бўлганида) шунча ташкил этувчиларидан иборат бўлади. Масалан, иккита таъсир (топширувчи y_0 ва тойдирувчи f) остида бўлган система (12.1-расм) учун хатолик иккита ташкил этувчидан иборат:

$$e(t) = e_0(t) + e_f(t),$$

бу ерда e_0 — y_0 топширувчи таъсир натижасидаги хатолик e_f — тойдирувчи таъсир натижасидаги хатолик.

Бу хатоликлар учун Лаплас тасвирларини суперпозиция принципи асосида осонгина топилади:

$$E_0(p) = E(p)|_{F\equiv 0} = Y_0(p)\frac{1}{1+W_1(p)W_2(p)} = Y_0(p)W_e^0(p), \qquad (12.2, a)$$

$$E_f(p) = E(p)|_{Y_0\equiv 0} = F(p)\cdot\frac{-W_2(p)}{1+W_1(p)W_2(p)} = -F(p)\cdot W_{ef}(p), \qquad (12.2, б)$$

бу ерда $W_{eo}^0(p)$, $W_{ef}(p)$ — системанинг мос ҳолда топширувчи ва тойдирувчи таъсирлар бўйича хатоликларга нисбатан узатиш функциялари.

Таъсирлар хусусиятига қараб системада турли барқарорлашган ҳолатлар мавжуд бўлиши мумкин:

1) вақт мобайнида ўзгармас таъсирларда — *статик тартиб*
2) вақт мобайнида чизиқли ўсувчи таъсирларда — *кинетик тартиб;*
3) ихтиёрий ўзгарувчи таъсирларда — *динамик тартиб.*

Бундай тартибларда ўрнатилган хатоликлар мос номлар билан аталади ва кўпинча хатоликнинг ташкил этувчиси кўрсатилади.

1. а. Берилган таъсир бўйича статик хатолик (12.2. *а*) дан (12.1) ёрдамида $y_0(t) = A_0\cdot 1(t)$ бўлганида топилади.

Унда $Y_0(p) = A_0/p$ ва $e_{ост} = A_0\cdot W_e^0(0)$. (12.3)

Агар $e_{ост} = 0$ бўлса, система топширувчи таъсирларига нисбатан *астатик* дейилади, акс ҳолда — *статик* дейилади. (12.3) дан кўриниб турибдики,

$$|W_{уэ}(0)| = \infty \text{ бўлганда } e_{ост} = 0 \qquad (12.4, a)$$

яъни очиқ система узатиш функцияси қуйидаги кўринишга эга бўлганда топширувчи таъсир бўйича статик хатолик бўлмайди:

$$W_{\text{оr}}(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) = \frac{K(p)}{p^{\nu}\, D_1(p)}, \qquad (12.4,\ б)$$

бу ерда ν — система астатизмнинг тартиби;

K, D_1—p бўйича p нинг нуллик даражасига эга бўлган полином.

(12.4) дан кўриниб турибдики, система астатизми интегралловчи бўғинларнинг мавжуд бўлишига боғлиқ.

1. б. Тойдирувчи бўйича статик хатолик $f(t) = C_0 \cdot 1(t)$ бўлганда (12.2, *б*) дан (12.1) ёрдамида топилади. Унда

$$e_{f\text{ст}} = -C_0 W_{ef}(0). \qquad (12.5)$$

Тойдирувчи бўйича хатолик бўлмаслиги шарти қуйидагича:

$$|W_1(0)| = \infty \text{ бўлганда } e_{f\text{ст}} = 0; \qquad (12.6)$$

Ҳақиқатан ҳам. (12.5) ни қуйидагича ёзамиз

$$e_{f\text{ст}} = \frac{-C_0}{W_1(0)} \cdot \frac{W_1(0) W_2(0)}{1 + W_1(0) W_2(0)} = -\frac{C_0}{W_1(0)} W_{\text{бер}}(0),$$

аммо $W_{\text{ё}}(0) \neq 0$,

бу ерда $W_{\text{ё}}(p)$ — ёпиқ система узатиш функцияси;

$W_1(p)$ — тойдирувчи қўйилган ва хатолик ўлчанувчи нуқталар орасидаги система қисмининг узатиш функцияси.

(12.6) шарт кўрсатилган система қисмида интегралловчи бўғинларнинг бўлишини талаб қилади [(12.4) га қаранг].

2. Топширувчи таъсир бўйича кинетик хатолик $y_0(t) = \Omega_0 t \cdot 1(t)$ бўлганда (12.2, *а*) дан (12.1) ёрдамида топилади (Ω_0 — таъсир тезлиги). Унда

$$Y_0(p) = \frac{\Omega_0}{p^2}$$

ва

$$e_{\text{окин}} = \Omega_0 \lim_{p \to 0} p \cdot \frac{W_{e_0}(p)}{p^2}. \qquad (12.7)$$

Агар система ν тартибли астатизмга эга бўлса ва унинг узатиш функцияси қуйидаги кўринишда бўлса:

$$W_{\text{у}}(p) = W_1(p) W_2(p) = \frac{k}{p_{\nu}\, D_1(p)}, \qquad (12.8)$$

унда (12.7) дан қуйидагини оламиз:

$$e_{\text{окин}} = \begin{cases} \dfrac{\Omega_0}{k}, & \nu = 1, \\ 0, & \nu \geq 2 \end{cases} \qquad (12.9)$$

Кузатувчи системаларда (12.8) даги k катталикни *сифатлилик* деб юритилади. (12.9) дан кўриниб турибдики, кузатувчи система кинетик хатолиги унинг сифати ошиши билан камаяди. Шунга ўхшаш йўл билан тойдирувчи бўйича кинетик хатоликни топиш мумкин.

3. *Динамик хатолик* таъсирлар гармоник бўлган ҳолда кўрилади. Агар $y_0(t) = C_m \sin \omega_0 t$ бўлса, (12.2, *б*) дан тойдирувчи бўйича ўрнатилган хатолик амплитудасини топамиз:

$$e_{cm} = C_m |W_{ef}(j\omega_f)| \cong \frac{C_m}{|W_1(j\omega_f)|}.$$

12.1-мисол. Двигатель тезлигининг АРС ни кўрамиз (2.5-расмга қаранг). Бу стабилловчи система учун ишлашнинг статик тартиби характерлидир. Система статик хатолигини топамиз.

Хатолик АРС структура схемаси 7.18-расм, *б* да берилган, бу ерда $W_5 = 0$. Топширувчи таъсирга нисбатан хатолик бўйича узатиш функцияси:

$$W_{e0}(p) = \left.\frac{\Delta U(p)}{\Delta U_0(p)}\right|_{M_c=0} = \frac{(1+pT_0)(1+pT_1)(1+pT_2)}{k+(1+pT_0)(1+pT_1)(1+pT_2)}.$$

Тойдирувчига (юкланиш қаршилиги моментига) нисбатан хатолик бўйича узатиш функцияси.

$$W_{ef}(p) = \left.\frac{\Delta U}{M_ч(p)}\right|_{U_0=0} = \frac{k_м \cdot K_{тг}(1+pT_0)(1+pT_1)}{k+(1+pT_0)(1+pT_1)(1+pT_2)}.$$

Шундай қилиб,

$$\Delta U(p) = U_0(p) \cdot W_{eo}(p) + M_c(p) \cdot W_{ef}(p)$$

$$U_0(t) = U_0 \cdot 1(t), \; M_c(t) = M_c \cdot 1(t),$$

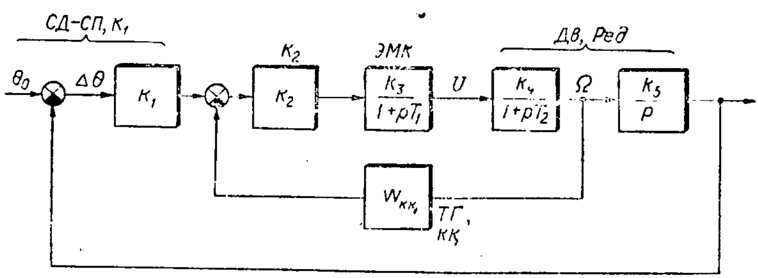
ўзгармас қийматларда чекли қиймат теоремаси (12.1) бўйича қуйидагини оламиз:

$$\Delta U_{ст} = \frac{U_0 + M_c \cdot k_м \cdot k_{тг}}{1+k},$$

бундан тезликка қайта ҳисоблаш йўли билан статик хатоликни оламиз:

$$\Delta\Omega_{ст} = \frac{1}{1+k}\left\{\frac{U_0}{k_{тг}} + M_c \cdot T_м\right\}.$$

12.2-мисол. Кузатувчи системани кўрайлик, (12.2-расм). Унинг топширувчи таъсир θ_0 бўйича статик ва кинетик хатоликларини топамиз.



12.2-расм. Кузатувчи системанинг структура схемаси

Дастлабки очиқ система (12.2- расм) узатиш функцияси:

$$W_O(p) = \frac{k}{p(1+pT_1)(1+pT_2)},$$

бу ерда k — система сифатлилиги,

$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5; \; W_{кқ} = 0.$$

(12.4) дан кўриниб турибдики, статик хатолик йўқ. Амалда статик хатолик асосан сезмайдиган зонани туғдирувчи серводвигателдаги ишқаланиш ҳисобига пайдо бўлади. $\theta_0(t) = \Omega_0 . t \cdot 1(t)$ (12.9) га қаранг) бўлганда кинетик хатолик

$$e_{окин} = \frac{\Omega_0}{k}.$$

Агар кузатувчи система тахометрни тескари боғланиш орқали стабиллаштирилса (12.2- расмга қаранг) $|W_{ку} \neq 0|$ коррекцияли очиқ система узатиш функцияси;

$$W_к(p) = \frac{W_O(p)}{1 + W_ф(p) \cdot W_{кқ}(p},$$

бу ерда

$$W_қ(p) = \frac{k_2 k_3 k_4}{(1+pT_1)(1+pT_2)}.$$

Агар қатъий тескари боғланиш қўлланилса, яъни бўлганда кинетик хатолик

$$e'_{окин} = \frac{\Omega\left(1 + \frac{k_2 k_3 k_4}{k_{ТБ}}\right)}{k} > e_{окин}.$$

Ўзгарувчан боғланиш қўлланилмаганда, яъни

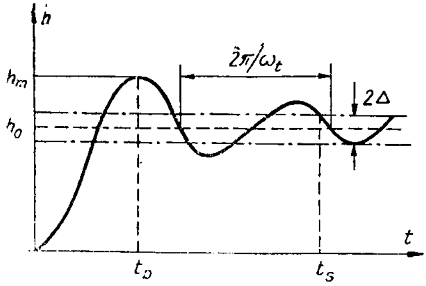
$$W_{кқ}(p) = \frac{k_{ТБ} \cdot pT_{ТБ}}{1 + pT_{ТБ}} \text{ бўлганда}$$

$$e''_{окин} = \Omega_0 / k = e_{окин}$$

Шундай қилиб, системани ўзгарувчан тескари боғланиш орқали барқарор қилиш, қатъий тескари боғланиш орқали барқарор қилишга нисбатан афзалроқ. Чунки бунда системанинг сифатлилиги пасаймайди ва, демак, кинетик хатолик ўсмайди. Амалда сифатлиликни пасайиши ишқаланиш ҳисобига рўй берадиган статик хатоликни ўсишига олиб келади.

12.2. РОСТЛАШ ЎТИШ ЖАРАЁНЛАРИ СИФАТИНИНГ КЎРСАТКИЧЛАРИ

АБС даги ўтиш жараёнлар система тезкорлиги ва барқарорлигининг кўлами ҳақида ҳукм чиқаришга имкон беради. АБС сифати тўғрисида тўла ҳукм чиқаришга поғонали таъсирлардаги ўтиш жараёни имкон беради. Бундай таъсирлар системаларда кўпроқ учрайди. Хатоликларни кўрганимиздек, АРС сифати тўғрисида алоҳида топширувчи ва тойдирувчи таъсирлар остида ҳукм чиқариш мумкин. Содда бўлиши учун АРС нинг намунавий тузилишини (12.1-расм) ва, унда $f=0$ бўлганда қараймиз (яъни ўтиш жараёни сифати кўрсаткичларини фақат топширувчи таъсир y_0 га нисбатан кўрамиз). Агар $y_0(t)=1(t)$ деб олсак, чиқиш йўлида ёпиқ системанинг ўтиш функцияси $y(t)=h(t)$ ни кузатамиз (12.3-расм). Бу функция бўйича қуйидаги сифат кўрсаткичлар тўғрисида фикр юритиш мумкин:



12.3-расм. Ўтиш жараёнларининг сифати масаласига оид

1) *барқарор қиймат* — $h_{б.}=\lim\limits_{t\to\infty}h(t)$ таъсир тикланиш аниқлигини ифодалайди;

2) *ростланиш вақти* t_s қуйидаги шартдан аниқланади;

$$t\geqslant t_s \text{ бўлганда } |h(t)-h_{б.}|\leqslant\Delta,$$

бу ерда Δ — система тезкорлигини ифодаловчи қўйим (одатда, $\Delta=5\%\ h_{б.}$);

3) *чиқиш йўли катталиги ўсиш тезлиги* нуқтаи назаридан АБС тезкорлигини ифодаловчи ортиқча ростлашгача бўлган вақт t;

4) *система тебранишларини ифодаловчи максимал ростлаш:*

$$\gamma=\frac{h_{max}-h_{б.}}{h_{б.}}\cdot 100\,\%;$$

5) *хусусий тебраниш частотаси* ω_t ёки t_s вақт мобайнида ортиқча ростлашлар сони.

Сифатнинг бу кўрсаткичлари устида мулоҳаза юритиш учун ўтиш функциясини қурувчи бевосита усулдан ёки билвосита усуллардан фойдаланиш мумкин.

$$h(t)=L^{-1}\left\{\frac{1}{p}W_{ё}(p)\right\} \qquad (12.11)$$

ўтиш функциясини бевосита қуриш учун АБС узатиш функциясининг қутбларини билиш зарур. АБС узатиш функциясининг тартиби юқори бўлганда унинг қутбларини аниқлаш анча қийин.

АБС сифатини баҳоловчи билвосита усулларга кенг тарқалган частота усуллари (сифат тўғрисида частота характеристикалари бўйича ҳукм чиқариш) ва инженерлик амалиётида камдан-кам қўлланувчи илдиз усуллари (сифат тўғрисида АБС узатиш функциялари қутблари) тааллуқлидир. Энг яхши сифатли системаларни яратишда интеграл баҳолаш усули самарали ҳисобланади.

12.3. ЎТИШ ЖАРАЁНИ СИФАТИНИ ЧАСТОТА ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ БЎЙИЧА БАҲОЛАШ

Бу баҳолаш АРС ўтиш функциясининг бирор кўрсаткичи билан унинг ҳақиқий частота характеристикаси (ҲЧХ) $R(\omega)$ орасидаги боғланишни ифодалайди.

Ёпиқ система барқарор бўлгани учун $W_ё(p)$ узатиш функцияси ўнг ярим текисликда ва мавҳум ўқда қутбларга эга эмас.

Шунинг учун тескари Фурье ўзгаришдан фойдаланиб қуйидагини оламиз.

$$h(t)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{i\omega}W_б(j\omega)e^{j\omega t}d\omega=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{j\omega}\left[R(\omega)+jI(\omega)\right](\cos\omega t+j\sin\omega t)d\omega=$$

$$=\frac{2}{\pi}\int\limits_{0}^{\infty}\frac{R(\omega)}{\omega}\sin\omega t d\omega, \qquad (12.12)$$

бу ерда R, I — мос ҳолда АБС узатиш функциясининг ҳақиқий ва мавҳум қисмлари.

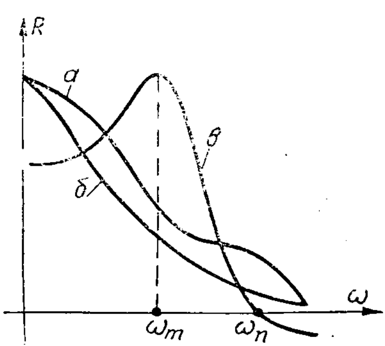
(12.12) формула бўйича қуйидаги баҳолашлар олинган.

1. *$h(t)$ нинг бошланғич ва барқарорлашган қийматлари*

$$h(0)=\lim_{\omega\to\infty}R(\omega);$$

$$h_{ўрн}=\lim_{\omega\to 0}R(\omega).$$

Бу тенгликлар бошланғич ва охирги қийматлар тўғрисидаги теоремалардан осонгина топилади (8.3-параграфга қаранг).



12.4- расм. Ўтиш жараёни сифатини частота характеристикалари бўйича баҳолаш

2. *Кичик ортиқча ростлашлар мезони.*

Агар ёпиқ система ҲЧХ си узлуксиз мусбат ўсмайдиган функция (12.4-расм, a) бўлса, ортиқча ростлаш катталиги ν 18% дан ошмайди.

Ҳақиқатдан ҳам (12.12) ифодани қуйидаги қатор кўринишида ёзиш мумкин.

$$h(t)=\frac{2}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\int\limits_{k\pi/t}^{(k+1)\pi/t}R(\omega)\cdot\frac{\sin\omega t}{\omega}d\omega,$$

бунда $\omega^{-1}\cdot\sin\omega t$ функцияси $[k, \ (k+1)\pi/t]$ оралиқда ё мусбат, ё манфий бўлади. $\frac{dR}{d\omega} \leqslant 0$ бўлгани сабабли яқинлашув қатори (12.13) ўзгарувчи ишорали камаювчи бўлади. Шунинг учун, биринчи ҳад билан қаноатланиб, қуйидагини оламиз.

$$h(t) \leqslant 2/\pi \int_0^{\pi/t} R(\omega)\cdot\frac{\sin\omega t}{\omega}d\omega < \frac{2R(0)}{\pi}\int_0^{\pi/t}\frac{\sin\omega t}{\omega}d\omega =$$

$$\text{р} \qquad = 1{,}18R(0) = 1{,}18h_{\text{ўрн}};$$

3. *Монотонлик мезони.* $h(t)$ монотон функция бўлиши учун ёпиқ система ҲЧХ си манфий ва монотон ўсувчи ҳосилали мусбат функция (12.4-расм, *б*) бўлиши етарлидир.

4. *Ростлаш вақтининг пастки чегараси мезони.* $[0, \omega_n]$, частоталар оралигида $R(\omega) > 0$ бўлса, $t_s > \frac{\pi}{\omega_n}$ бўлади.

5. ҲЧХ даги ω_m частотада *кескин экстремумнинг мавжудлиги* (12.4-расм, *в*) ω_m га яқин хусусий частотали тебранма жараёндан дарак беради.

Юқорида келтирилган сифатни баҳолашлардан фойдаланиш учун $R(\omega)$ бўлиши лозим. Ҳақиқатда эса аксарият очиқ системанинг ЛАЧХ си ва ФЧХ си $L(\omega)$ ва $\varphi(\omega)$ лар бўлади. Бу характеристикалар орасидаги боғланишни кўрсатиш қийин эмас.

Очиқ система комплекс коэффициентини (3.29) кўринишида ифодалаш мумкин бўлгани сабабли ёпиқ система учун қуйидагини ёзиш мумкин

$$W_{\text{Б}}(j\omega) = \frac{W_{\text{O}}(j\omega)}{1 + W_{\text{O}}(j\omega)} = \frac{A(\omega)}{A(\omega) + \cos\varphi(\omega) - j\sin\varphi(\omega)}.$$

Махраждаги иррационалликни йўқотиб, қуйидагини оламиз:

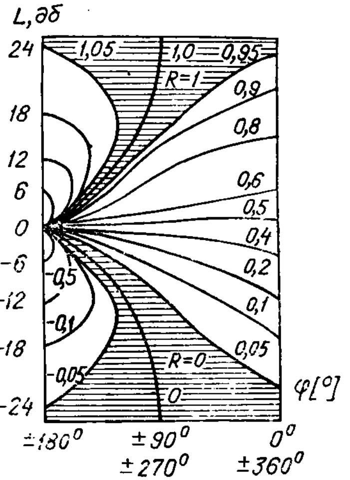
$$R(\omega) = \operatorname{Re}W_{\text{Б}}(j\omega) = \frac{A(\omega)[A(\omega) + \cos\varphi(\omega)]}{A^2(\omega) + 2A(\omega)\cos\varphi(\omega) + 1}. \qquad (12.14)$$

Бу формула бўйича *R номограммалар* (12.5-расм) қурилган бўлиб, улар бўйича $A(\omega)$ ва $\omega(\varphi)$ га эга бўлган ҳолда $R(\omega)$ ни қуриш қийин эмас. Бунда очиқ система амплитуда—частота характеристикаларининг қийматлари децибелларда берилган.

(12.14) даги $\cos\varphi$ функция жуфт бўлгани сабабли ФЧХ қийматлари фазанинг мусбат ва манфий қийматлари учун берилган. Шуни айтиш лозимки, (12.14) га биноан φ фазага боғлиқ бўлмаган ҳолда

$A(\omega) > 31{,}62 = 30$ дб бўлганда $R(\omega) \cong 1$.
$A(\omega) < (31{,}62)^{-1} = -30$ дб бўлганда $R(\omega) \cong 0$.

Шунинг учун (—30 дб, +30 дб) чегара АБС *жиддий динамик чегараси* деб юритилади: агар иккита АБС нинг логарифмик



12.5- расм. *R*- номограммалар

характеристикалари бу чегарада мос бўлса ва ундан ташқарида фарқланса уларнинг ҲЧХ лари 2,5% дан каттага фарқланмайди. Шундай қилиб АРС сифати юқорида кўрсатилган динамик чегарадаги частота характеристикалар ёрдамида тўла-тўкис аниқланади.

Кўп ҳолларда (кузатувчи системаларни ҳамда даврий тойдирувчилар таъсиридаги системаларни ҳисоблаганда) *тебраниш кўрсаткичи* қиймати бўйича сифат тўғрисидаги соддалашган мулоҳазадан фойдаланилади

$$M_m = \frac{\max|W_Б(j\omega)|}{W_Б(0)}.$$

бу кўрсаткич 12.2-параграфда кўрилган сифат кўрсаткичлари билан боғлиқ. Ўтиш жараёни сифатининг қониқарли бўлиши учун максимал ортиқча ростлаш $\nu = (10 \div 30)\,\%$ бўлиши керак.

Бунда, агар тадқиқланаётган системанинг амплитуда-частота характеристикаси тебраниш кўрсаткичи

$$M_m = (2\xi\sqrt{1-\xi^2})^{-1}, \quad \xi < 0{,}707$$

ва резонанс чўққиси частотаси ω орқали тавсифланувчи тебраниш бўғинининг ўхшаш характеристикасига яқин бўлса, кўрсатилган чегарада ортиқча ростлашни таъминлаш учун

$$M_m = 1{,}1 \div 1{,}5$$

ёки фаза бўйича [$L(\omega)$ ва $\varphi(\omega)$ дан топилади, $\Delta\varphi = 30° \div 50°$ ни таъминлаш етарлидир. Охирги шарт амалда кенг қўлланилади.

Намунавий ЛАЧХ ли АБС сифатини номограммалар бўйича баҳолаш. Агар система минимал — фазавий бўлса ва намунавий ЛАЧХга (12.6-расмга қаранг, бу ерда рақамлар асимптота оғишини кўрсатади) эга бўлса, 12.2-параграфда кўрсатилган ўтиш функциясининг барча кўрсаткичларини номограммалардан топиш мумкин [23]. Агар ЛАЧХ [—30 дб, +30 дб] чегарадан ташқарида намунавийдан фарқланса, номограммалардан фойдаланиш жуда кичик хатоликларга олиб келади.

Намунавий ЛАЧХни олтита параметр ёрдамида аниқлаш мумкин:

$$\mu_1,\ \omega_к,\ \frac{\omega_1}{\omega_к},\ \frac{\omega_3}{\omega_к},\ \underset{(-40,\ -60)}{AB\text{ — оғма}},\ \underset{(-40,\ -60)}{CD\text{ оғма}} \qquad (12.15,\ a$$

кўрсатилган параметрли ҳар бир ЛАЧХ га тўла аниқланган қуйидаги кўринишдаги узатиш функцияси мос келади:

$$W_{\text{O}}(p)=\frac{k(1+p\omega_2^{-1})^e}{p(1+p\omega_1^{-1})^e(1+p\omega_3^{-1})^r};\quad v=1{,}2 \qquad (12.15,\ б)$$

(12.15, *а*) га параметрлар қийматларини бериб, мос (12.15, *б*) система учун ўтиш функциясини ҳисоблаш ва сифат кўрсаткичлари $|\,t_s,\ t_p,\ h_m,\ \omega_t,\ M_m,\ \omega_m|$ни кўрсатиш мумкин.

Аввал $\frac{\omega_3}{\omega_к}$ нисбат бўйича керакли номограммалар туркуми топилади. Бунда $\frac{\omega_3}{\omega_к}$ учун ҳаммаси бўлиб бешта туркум номограммаларига эга бўлиш кифоя. $\frac{\omega_3}{\omega_к}=1,\ 2,\ 4,\ 8,\ \infty$. Кейин *АВ* ва *СБ* асимптоталар чизиғидан (12.6-расмга қаранг) номограмманинг ўзи топилади. Бундай номограммалар туркумда, равшанки, тўртта бўлиши мумкин. Демак, номограммаларнинг умумий сони 20 га тенг. Номограммада қолган учта параметр қиймати ёзилган, μ катталиги учун қийматлар дискретдир, $(\mu=80,\ 60,\ 40,\ 30,\ 20)$.

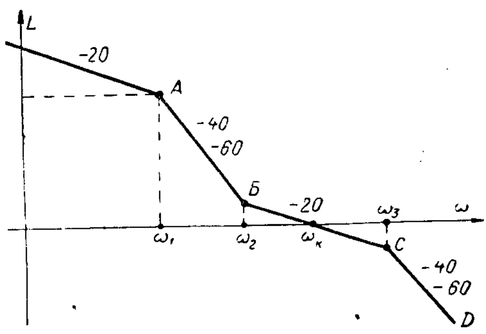
Номограмма (12.7-расм) икки қисмдан иборат. Юқоридаги номограмма бўйича $\frac{\omega_1}{\omega_к}$ ва μ боғлиқликдан h_m ва M_m ларни топиш мумкин. Пастки номограмма бўйича $\frac{\omega_t}{\omega_к}$ ва $\frac{\omega_m}{\omega_к}$ ҳамда $\omega_k\cdot t_s$, $\omega_k\cdot t_p$ лар топилади. $\omega_к$ қийматини билган ҳолда ω_m, ω_t, t_s, t_p ларнинг қийматларини топиш мумкин. Агар ҳақиқий қиймат номограммадаги дискрет қийматлардан фарқ қилса, чизиқли интерполяциядан фойдаланилади.

Ёпиқ система ҲЧҲ си бўйича ўтиш функциясини қуриш. Агар система намунавий бўлмаган ЛАЧХ га эга бўлса ва минимал фазавий бўлмаса (12.12) ифодадан фойдаланиб бевосита $h(t)$ қурилади. Аммо билвосита ҳисоблашлар жуда қийин. Соддалаштирилган номограмма қуриш қуйидагидан иборат.

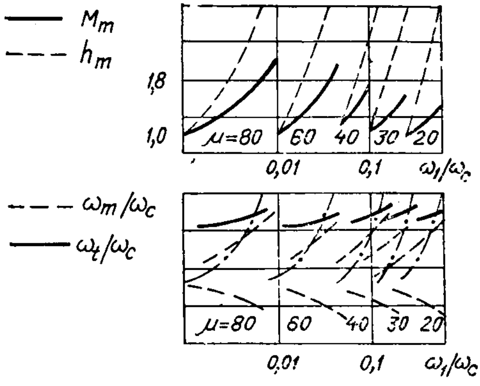
Частота ўқи бўйича натурал масштабда қурилган $R(\omega)$ характеристикани $R_c(\omega)$ стандарт характеристикалар бўйича аппроксимациялаймиз

$$R(\omega)=\sum_{n=}^{N}R_{nc}(\omega),$$

унда, равшанки,



12.6-расм. Намунавий логарифмик амплитуда-частота характеристикаси



12.7- расм.

$$h(t)=\sum_{n=1}^{N}h_{nc}(t),$$

бу ерда $h_{nc}(t) =$

$$=\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{R_{nc}(\omega)}{\omega}\sin\omega t d\omega. \quad (12.16)$$

Ҳозирги вақтда стандарт характеристика сифатида кўпинча трапециялар (12.8-расм) ишлатилади, бунда (12.16) интеграл қуйидагича ҳисобланиши мумкин:

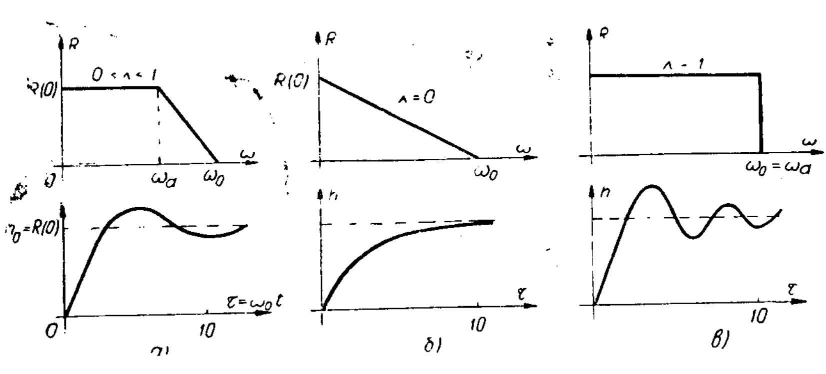
$$h_c(\tau)=\frac{2R(0)}{\pi}\,\frac{1}{1-\lambda}\left(\sin\tau-\lambda\sin\lambda\tau+\frac{\cos\lambda-\cos\lambda\tau}{\tau}\right)=R(0)h(\tau,\lambda), \quad (12.17)$$

бу ерда $\lambda=\frac{\omega_d}{\omega_0}$ — трапеция параметри бўлиб, унинг шаклини тавсифлайди $(0\leqslant\lambda\leqslant1)$ (12.8-расм, *а, б, в* га қаранг).
$\tau=\omega_0 t$ — ўлчовсиз вақт; ω_0 — ўтказиш частотаси; ω_d — равон ўтказиш частотаси; Si — интеграл синуси.

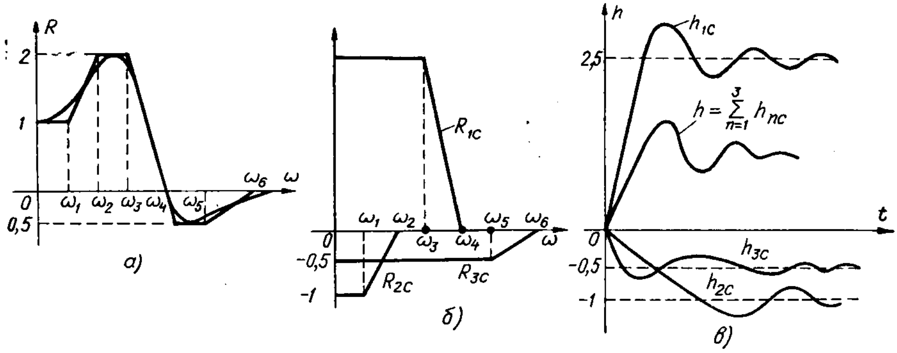
(12.17) ДАГИ $h(\tau,\lambda)$ ФУНКЦИЯЛАРИ ЖАДВАЛЛАРДА БЕРИЛГАН

12.3-мисол. ҲЧҲ си 12.9-расм, *а* да кўрсатилган. АБС нинг ўтиш функциясини қуришни кўрайлик.

Бу синиқ чизиқни аппроксимациялаб учта трапеция (12.9-расм, *б*) ёрдамида етарлича аниқ яқинлашишни оламиз, бунда ҳар бир трапеция учун ўзининг h—функцияси топилади. Ҳар бир ташкил этувчи учун натурал вақт $t=\tau\cdot\omega_0^{-1}$ га ўтиб $h(t)=\sum_{n=1}^{3}h_{nc}(t)$ ни оламиз.



12.8- расм. Ёпиқ системанинг ҲЧҲси бўйича ўтиш функциясини қуриш масаласига оид



12.9- расм. Ёпиқ системанинг ҲЧХси бўйича ўтиш функциясини қуришга мисол

12.4. ЎТИШ ЖАРАЁНИ СИФАТИНИ ИНТЕГРАЛ БАҲОЛАШ

Баҳолаш ростлаш хатолиги ва унинг функцияларидан вақт бўйича олинган интеграллардан фойдаланишга асосланган. Интеграл баҳолаш қуйидаги умумий кўринишга эга:

$$I_F = \int_0^\infty F\{e(t) - e_{\text{ўрн}}, t\} dt, \qquad (12.18)$$

бу ерда $e(t)$ — ростлаш хатолиги; $e_{\text{ўрн}}$ — ростлаш хатолигининг ўрнатилган қиймати.

(12.18) даги F функция шундай танлаб олинадики, I_F баҳо осонгина ҳисобланадиган бўлсин ҳамда АБС сифати тавсифлансин. Бунда баҳо $I_F(t)$ ни топмасдан, билвосита аниқланади. Ростлаш хатолиги қанча кичик бўлса (амплитудаси ва давомлилиги бўйича) система шунчалик сифатли бўлади, яъни I_F катталик шунча кичик бўлиши шарт.

Агар ростлаш хатолиги системага бирлик поғонали таъсир берилганда аниқланса, интеграл баҳолашлар оддийгина аниқланади. Бу ҳолда $e_{\text{ўрн}} = e_{\text{ст}}$, шунинг учун таъсири нисбатан астатик бўлган системаларда $e_{\text{ст}} = 0$ бўлгани сабабли интеграл баҳолаш оддий кўринишда бўлади.

$$I_F = \int_0^\infty F\{e(t), t\} dt.$$

Қуйидаги баҳолашлар кенг тарқалган:
чизиқли интеграл баҳолаш

$$I_1 = \int_0^\infty e(t) dt; \qquad (12.19)$$

квадратик интеграл баҳолаш

$$I_2=\int\limits_0^\infty e^2(t)dt. \qquad (12.20)$$

Кейинги вақтда ростлаш системасини аналитик лойиҳалашнинг ривожланиши умумлаштирилган интеграл баҳолашларни қўллашни тақозо этади:

$$I_V=\int\limits_0^\infty V(e,\ \dot{e},\ \ddot{e},\ \ldots)dt,$$

бунда $V=e^2+\beta_1\dot{e}^2+\beta_2\ddot{e}^2+\ \ldots\ +\beta_N\left(\frac{d^Ne}{dt^N}\right)^2$,

бу ерда $\{\beta_i\}$ — вазн коэффициентлари.

Аммо ҳар бир алоҳида ҳисобланган рақам кўринишидаги ёки система параметрлари орқали ифодаланган баҳолаш система сифати тўғрисида фикр юритишга имкон бермайди, айниқса t_s, t_m ва бошқалар каби ўтиш жараёни сифатининг кўрсаткичларини аниқлашга имкон бермайди. Шубҳасизки, баҳолаш қанча кичик бўлса, система шунча яхши ҳисобланади. Идеал ростлаш системаси учун $I_F=0$, чунки бу системада ҳаттоки ўтиш жараёнларида ҳам хатолик содир бўлмайди. Шунинг учун агар системада $a_1,\ \ldots,\ a_N$ параметрларни ўзгартириш имкони бўлса (12.10) расм, a) иккита мумкин бўлган параметрлар тўплами $\{a_n^1\}$ ва $\{a^2$ дан энг кичик I_F баҳолашни берадиганини танлаш лозим. Шундай қилиб, сифатнинг интеграл баҳолаш усулининг асосий қиймати — системани яхшилаш қуйидагича амалга оширилади.

Аввал $I_F=I_F(a_1,\ \ldots,\ a_N)$ топилади, кейин I_F функциянинг $\{a_n\}$ ўзгарувчиларининг зарур минимал шартидан

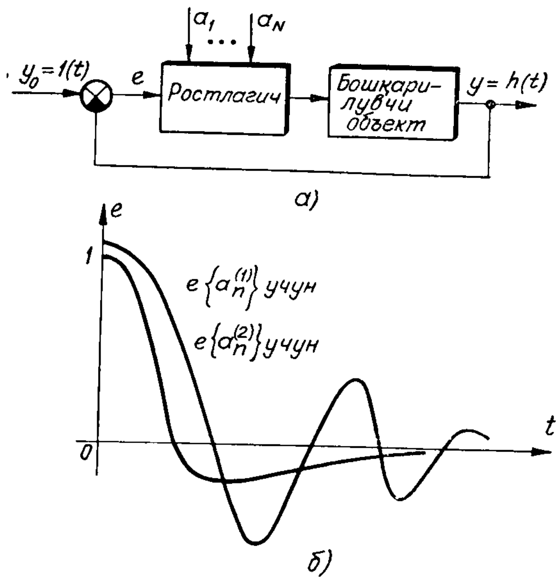
$$\frac{\partial I_F}{\partial a_n}=0,\ n=1,\ \ldots,\ N \qquad (12.21)$$

танланган баҳолаш минимуми мезони бўйича оптимал система параметрлари $\{a_n^*\}$ ни аниқлаш мақсадида тенгламалар системаси олинади. Агар бунда баъзи оптимал параметрлар нулга (ёки чексизликка) тенг бўлиши керак бўлса, уларнинг қиймати системага қўйилаётганда имкон борича кичрайтирилади (катталаштирилади).

(12.19) баҳолашни қуйидагича осонгина топиш мумкин

$$I_1=\lim_{p\to 0}\int\limits_0^\infty e(t)\exp(-pt)dt=\lim_{p\to 0}E(p).$$

Аммо бунда системадаги ўтиш жараёнида ортиқча ростлаш мавжуд эмаслигига кафолат бўлиши шарт. Акс ҳолда система-а энг юқори аниқликдан жуда узоқ бўлган $I_1=0$ ҳол рўй бериши мумкин (12.10-расмда $e(t)$ жараён $\{a_n^{(2)}\}$ да нуль юзага эга).



12.10-расм. Ўтиш жараёни сифатининг интеграл баҳолаш масаласига оид

(12.20) баҳолаш ишончли натижалар беради. Бу баҳолашлардан 40-йилларнинг охирида учувчи аппаратларни бошқариш системаларини лойиҳалашда кенг фойдаланилган. Баҳолаш етарлича осон топилади:

$$I_2 = \int_0^{\infty} e^2(t)dt = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} E(p)E(-p)dt =$$

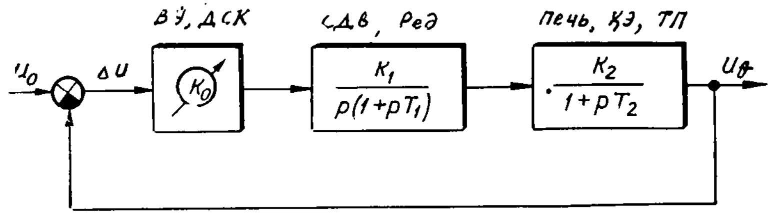
$$= \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{B(p)}{A(p)A(-p)}dp \qquad (12.22,\ a)$$

бу ерда

$$\left.\begin{aligned} A(p) &= a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \ldots + a_0 \\ B(p) &= b_{n-1}p^{2n-2} + b_{n-2}p^{2n-4} + \ldots + b_0 \end{aligned}\right\} \qquad (12.22,\ б)$$

$A(p)$ ва $B(p)$ полиномлар коэффициентлари бўйича I_2 ни ҳисоблаш натижаси қуйидагича бўлади.

$$I_2 = \frac{(-1)^{n-1}}{2a_n}\cdot\frac{\det\begin{vmatrix} b_{n-1} & b_{n-2} & \ldots & b_0 \\ a_n & a_{n-2} & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots\ldots & a_0 \end{vmatrix}}{\det\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & \ldots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \ldots\ldots & \cdot \\ 0 & a & \ldots\ldots & a_0 \end{vmatrix}} \qquad (12.22,\ б)$$



12.11-расм. Ҳароратни программали ростловчи системани тузилиш тасвири

(12.22, *в*) ифода бўйича $n \leqslant 7$ учун жадвал тузилган (12.-1-жадвал). Шунга эътибор бериш лозимки, (12.22, *в*) махражида Гурвицнинг бош детерминанти турибди. Шунинг учун барқарор системалар учун $\Delta_n > 0$, $I_2 > 0$; барқарорлик чегарасидаги системалар учун $\Delta_n = 0$, $I_2 = \infty$.

12.1-жадвал

n	I_2
$n = 1$	$b_0/(2a_1 \cdot a_0)$
$n = 2$	$(-a_0b_1 + b_0a_2)/(2a_2a_1a_0)$
$n = 3$	$(a_0a_1b_2 - a_0a_3b_1 + a_2a_3b_0)/\{2a_3(a_1a_2 - a_0a_3) \cdot a_0$

12.4-мисол. I_2 минимуми мезони бўйича ҳароратни программали ростловчи системани ҳисоблаш.

АРС схемаси 2.7-расмда, тузилиш тасвири эса 12.11-расмда берилган АРС астатик бўлгани учун (12.20) ифодадан фойдаланамиз.

$$I_2 = \int_0^\infty \Delta U^2(t)dt = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \Delta U(p) \cdot \Delta U(-p)dp,$$

бу ерда ростлаш хатолиги қуйидагича ифодаланади.

$$\Delta U(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{1 + W_p(p)} = \frac{1 + pT_1)(1 + pT_2)}{p(1+pT_2)(1+pT_2)+k},$$

бу ерда $k = k_0 \cdot k_1 \cdot k_2$. Шунинг учун (12.22, *б*) полиномлар қуйидагича аниқланади:

$$A(p) = T_1T_2p^3 + (T_1 + T_2)p^1 + p + k;$$
$$B(p) = T_1^2T_2^2p^4 - (T_1^2 + T_2^2)p^2 + 1.$$

Шундай қилиб, $n = 3$ учун 12.1-жадвалдан қуйидагини топамиз;

$$I_2 = \frac{T_1 + T_2 + T_1T_2k + (T_1^2 + T_2^2\ k}{2k(T_1 + T_2 - kT_1T_2)} = \frac{1}{2k} + \frac{(T_1 + T_2)^2}{2(T_1+T_2-kT_1T^2},$$

Системада k параметрни ўзгартириш имконияти (k_9 ўзгартириш ҳисобига) мавжуд бўлгани учун (12.21) нинг минималлик шарти қуйидагича аниқланади:

$$\frac{\partial I_2}{\partial k}=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{k_2}+\frac{T_1T_2(T_1+T_2)^2}{(T_1+T_2-kT_1T_2)^2}\right)=0.$$

Бундан квадрат тенгламани оламиз

$$k^2T_1T_2(T_1^2+T_1T_2+T_2^2)+2kT_1T_2(T_1+T_2)-(T_1+T_2)^2=0.$$

Қурилаётган система учун энг мақбул бўлган k нинг фақат мусбат қийматларини танлаб оламиз:

$$k^*=\frac{T_1+T_2}{T_1T_2+(T_1+T_2)\sqrt{T_1T_2}},\quad k_0^*=\frac{k^*}{k_1k_2}.$$

Шуни айтиш лозимки, k параметрнинг, масалан, Гурвиц мезони бўйича олинган чегаравий қиймати қуйидагига тенг:

$$k_{\text{чег}}=\frac{T_1+T_2}{T_1T_2}>k^*.$$

Қизиғи шундаки, $T_1=T_2=T$ бўлганда $k^*=\frac{1}{3}k_{\text{чег}}$ ни оламиз.

13- б о б

МАХСУС АВТОМАТИК СИСТЕМАЛАРДА БОШҚАРИШ СИФАТИНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ

Махсус автоматик системаларда бошқариш сифатини баҳолашда сифатнинг частота мезонларидан фойдаланиш қулай. Ўтиш характеристикаларни ҳақиқий частота характеристикалари ёрдамида қўшиш ҳам қулайдир [3]. Шунинг учун автоматик системаларда бошқариш жараёнларини таҳлил қилишнинг частота усулларини кўриш билан чегараланамиз.

13.1. ПАРАМЕТРЛАРИ ТАҚСИМЛАНГАН СИСТЕМАЛАРДА БОШҚАРИШ СИФАТИ

Параметрлари тўпланган АБС ни таҳлил қилишнинг частота усуллари параметрлари тақсимланган динамик элементларни ўз ичига олган АБС ларга ҳам унча мураккаблантирилмай татбиқ этилиши мумкин. Маълумки параметрлари тўпланган элементлар учун асимптотик логарифмик характеристикалар усули қўлланилади. Параметрлари тақсимланган системаларни берилган комплекс узатиш коэффициенти бўйича частота характеристикаларининг аналитик ифодалашни умумий ҳолати топилгандан сўнг ω га турли қиймат бериб ҳисоблаш орқали баҳолаш мумкин.

Бундан ташқари, параметрлари тақсимланган системаларни таҳлил қилиш учун бир вақтнинг ўзида амплитуда ва фаза частота характеристикаларни кўриш лозим. Параметрлари тўп-

-ланган минимал фазовий системаларда эса амплитуда характеристикага эга бўлиш кифоя эди.

Қолган ҳолларда частота усуллари тўлиқ қўлланилади. Шунинг учун қуйидаги қисқа мулоҳазалар билан чегараланиш мумкин.

Параметрлари тақсимланган АБС ўтиш жараёнини таҳлил қилишни фақат параметрлари тўпланган АБС лардагидек системанинг берк ҳолатида барқарорлиги аниқлангандан кейингина бажариш лозим.

Фараз қилайлик, параметрлари тақсимланган АБС барқарорлигининг таҳлили 9.1-параграфда берилган усул ёрдамида бажарилган бўлсин. Берилган $v(t)$ вақт функцияси таъсири натижасидаги ўтиш жараёни $h(t)$ қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} W(p)V(p)e^{p\epsilon}dp,$$

бу ерда W(p) параметрлари тақсимланган АБС узатиш функцияси бўлиб, бу функция (9.1) шартни қаноатлантирувчи аналитик функциялар, $V(p)$ функция эса ўнг ярим текислик ва мавҳум ўқда ўзига хос хусусиятларга эга эмас (қутбларнинг чегараланган сони бундан мустасно).

12.3-§ да олинган формулалар, равшанки, параметрлари тақсимланган АБС лар учун ҳам ўринлидир. Масалан, бирлик поғонали таъсир келтириб чиқарган ўтиш жараёни қуйидаги кўринишдаги ифода ёрдамида аниқланади:

$$h(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{R(\omega)}{\omega}\sin\omega t\, d\omega;\quad t > 0; \tag{13.2, а}$$

$$h(t) = R(0) + \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\hat{Q}(\omega)}{\omega}\cos\omega t\, d\omega;\quad t > 0. \tag{13.2, б}$$

$\hat{R}(\omega)$, $\hat{Q}(\omega)$ функцияларнинг графиги туташ оддий ҳақиқий ва мавҳум номограммалар ёрдамида очиқ система логарифмик частота характеристикалари бўйича аниқланиши мумкин. $\hat{R}(\omega)$ функция графиги топилгандан сўнг параметрлари тақсимланган АБС даги ўтиш жараёни оддий трапециядан частота усули ёрдамида h — функция жадвалидан фойдаланиб аниқланиши мумкин. Демак, частота усулининг мавжудлиги ўтиш жараёнини таҳлиллаш тартибини мураккаблаштирмайди.

13.2. КЕЧИКИШЛИ СИСТЕМАЛАР ЎТИШ ЖАРАЁНЛАРИНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ

Кечикишли системалардаги ростлаш сифати кечикишсиз системалардагидек, системанинг берк ҳолатида барқарорлиги аниқланганидан сўнг баҳоланади.

Ўтиш жараёнини қуришда график ва рақамли график усуллардан фойдаланиш мумкин. Кечикишли АБС учун [3, 5, 23] да баён этилган сонли график усулининг қўлланилишини кўрайлик. Система математик тавсифи қуйидаги дифференциал тенглама кўринишида берилган.

$$T\frac{dy}{dt}+y=v+f(t), \qquad (13.3,\ а)$$

$$v=ky(t-\tau), \qquad (13.3,\ б)$$

бу ерда $f(t)$ — ихтиёрий тойдирувчи таъсир; y — ростланувчи катталикнинг четлашиши; v — ростлаш воситасининг силжиши; τ — ростлагичнинг кечикиш вақти.

Система характеристик тенгламаси:

$$T_p+1+ke^{-\tau p}=0. \qquad (13.4)$$

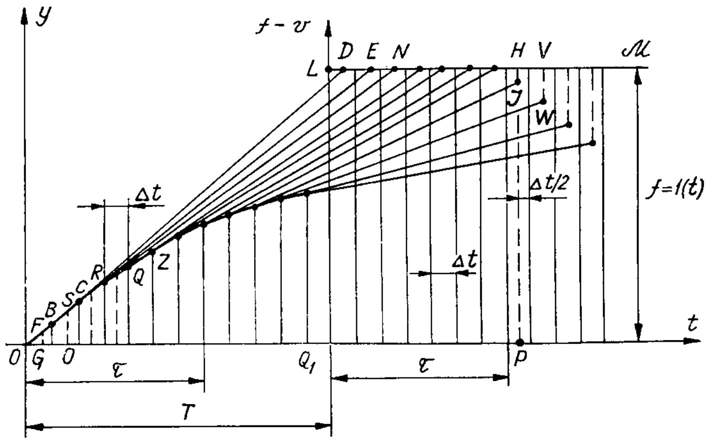
Бу тенгламага очиқ системанинг қуйидаги узатиш функцияси мос келади.

$$W(p)=\frac{ke^{-\tau p}}{1+pT}=W_0(p)e^{-\tau p}. \qquad (13.5)$$

(13.5) узатиш функцияси кечикишли АБС учун барқарорлик соҳаси қурилган (9.2-§; 9.3-расм).

Айтайлик, қурилаётган системада ростлагичнинг кечикиш вақти $\tau=0{,}1\cdot T$ бўлсин; $t\leqslant 0$ ростланувчи катталик $y=0$ ва тойдирувчи таъсир $f(t)=I(t)$. Ўтиш жараёнининг қуришнинг рақамли-график усулини кўрамиз.

Бу ҳолда, (13.3, *а*) тенгламани ҳисобга олган ҳолда, координата бошидан абсцисса ўқи бўйича T катталик наридан $f-v$ функциянинг вақт бўйича графигини қуриш талаб қилинади. Аммо v катталиги номаълум. Шунинг учун дастлаб $f(t)$ ни қурамиз (LM тўғри чизиғи). (13.3, *б*) ва дастлабки шартдан $|y=0,\ t\leqslant 0|$ маълумки, фақат $t\leqslant 0$ бўлганда эмас, балки $0\leqslant t\leqslant\tau$ бўлганда ҳам $v=0$ бўлади. Шунинг учун L нуқтадан τ кесмани қўйиб $V(t)$ функциянинг LN қисми бир вақтнинг ўзида $0\leqslant t\leqslant\tau$ бўлганда $f-v$ функцияни тасвирлашини таъкидлаш мумкин. Кейин Δt интеграллаш қадамини танлаймиз ва 13.1-расмга мос тўрни қайд этамиз. Интеграллаш биринчи қадамининг ўрта нуқтаси D дан (13.1 расм) 0 нуқтага ($y=0;\ t=0$ бўлганда) тўғри чизиқ ўтказамиз. Бу ўтиш жараёни $y\ (t)$ нинг қидирилаётган эгри чизиғининг биринчи OB қисмини беради. Энди кейинги интеграллаш қадамининг ўрта нуқтаси E ни оламиз ва уни B нуқта билан туташтирамиз. Натижада $y(t)$ эгри чизиқнинг иккинчи BC қисмини оламиз. Бундай ясашларни давом эттириб LN қисмда охирги қадамда мос ҳолда, координата ўқи бошидан τ масофада ётувчи $y(t)$ эгри чизиқнинг қандайдир R нуқтасига етамиз. Кейин, $t>\tau$ бўлганда $v\neq 0$ бўлади. Шунинг учун (13.3, *б*) га асосан $f-v$ нинг қийматини аниқлаш учун (N нуқтадан кейинги биринчи



13.1- расм. Ўтиш жараёнини рақам график усули бўйича қуришга доир

қадам ўрта нуқтасида) $y=FG$ қийматини олиб ($y(t)$ эгри чизиқнинг дастлабки қадам ўрта нуқтасида) ва уни кучайтириш коэффициенти қиймати K га кўпайтириб, уни HJ кесма кўринишида қўямиз. Унда JP кесма $f—V$ нинг талаб қилинган қийматига эга бўлади. Топилган J нуқтани R нуқта билан бирлаштирамиз, натижада қидирилаётган $y(t)$ эгри чизиқнинг янги RQ қисмини оламиз.

Кейинги қуришни шу тарзда давом эттирамиз, SV кесма олинади (у эгри чизиқ иккинчи қадамининг ўрта нуқтасида). $VW=K \cdot SV$ кесма қўйилади (N нуқтадан кейинги иккинчи қадам ўрта нуқтасида); топилган W нуқта Q нуқта билан туташтирилади, натижада қидирилаётган ростлаш жараёни $y(t)$ чизиғининг кейинги қисми OZ олинади ва ҳоказо. Шу йўл билан ўтиш жараёнининг кучайтириш коэффициентининг турли қийматларига мос келувчи эгри чизиқлар тўпламини олиш мумкин.

Баён этилган рақамли-график усулидан фойдаланиб чизилган график шуни кўрсатадики, бунда кечикиш вақти ўзгармаганда кучайтириш коэффициентининг ўсиши билан системадаги ўтиш жараёни нодаврийдан аста-секин тебранмага ўтади. Бунда бу тебранишларнинг частота ва амплитудаси барқарорлик чегарасига яқинлашган сари ошиб боради.

Шуни айтиш лозимки, мазкур система кечикиш бўлмаганида (13.3) га биноан $\tau=0$ да кучайтириш коэффициенти K га ва вақт доимийси T нинг ихтиёрий мусбат қийматларида барқарор бўлар эди. Шу билан бирга $f=\text{const}$ да ростлаш жараёни доимо оддий экспонент орқали ифодаланган бўлар эди (тебраниш умуман бўлмаган бўлар эди). Вақт бўйича ўзгармас кечикишнинг мавжудлиги система хусусиятини тубдан ўзгартиради, тебранишлар пайдо бўлади ва системада беқарорлик туғилади.

13.3. ПАРАМЕТРЛАРИ ЎЗГАРУВЧАН СИСТЕМАЛАРДА БОШҚАРИШ СИФАТИНИ БАҲОЛАШ ТЎҒРИСИДА

Параметрлари ўзгарувчан системаларда бошқариш сифатини ўтиш функцияси ёки импульс характеристикаси бўйича баҳолаш мумкин. Шу мақсадда вақтнинг белгиланган они $0<\tau<T$ учун аниқланган нормал импульсли характеристика ва нормал ўтиш функциясидан фойдаланиш шарт.

Қуйидаги кўринишдаги дифференциал тенглама (оператор кўринишидаги) орқали тавсифланувчи системада бошқарувчи таъсирлар учун хатолик коэффициентини аниқлашни кўрайлик:

$$a(D,\ t)e(t)=b(D,\ t)u(t) \tag{13.6}$$

бу ерда $e(t)$ — система хатолиги $u(t)$ — бошқарувчи таъсир, $u(t)=\delta(t-\tau,\ \tau)$ да (13.6) системанинг ечими системанинг «бошқариш — чиқиш йўли» бўйича импульс характеристикасини ифодалайди. $\tau=t-\tau$ реверс-силжишдан фойдаланиб, система хатолиги билан бошқариш ўртасидаги интеграл боғланишни қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$e(t)=\int_0^t w_e(\tau,\ t-\tau)u(t-\tau)d\tau. \tag{13.7}$$

Бошқарувчи таъсирни t нуқта атрофида Тейлор қаторига ёйиб ва уни (13.7) га қўйсак қуйидагини оламиз:

$$e(t)=u(t)\int_0^t w_e(\tau,\ t-\tau)d\tau-\frac{\dot u(t)}{1!}\int_0^t \tau w_e(\tau,\ t-\tau)d\tau+$$
$$+\frac{\ddot u(t)}{2!}\int_0^t w_e(\tau,\ t-\tau)\tau^2 d\tau+\ \ldots \tag{13.8}$$

$t>t_n$ бўлгандаги ҳолат билан чегараланамиз (бу ерда t_n — импульс характеристиканинг сўниш вақти). У вақтда (13.8) да интеграллашнинг юқори чегарасини чексизликка тенглаш мумкин. Натижада (13.8) ни қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$e(t)=c_0(t)u(t)+\frac{c_1(t)}{1!}\dot u(t)+\frac{c_2(t)}{2!}\ddot u(t)+\ \ldots \tag{13.9}$$

бу ерда $c_i(t)=(-1)^i\int_0^\infty \tau^i w_e(\tau,\ t-\tau)d\tau$ — хатолик коэффициенти.

Хатолик коэффициентини хатолик бўйича параметрик узатиш функцияси $W_e(p,\ t)$ дан фойдаланиб, қуйидаги формула орқали ҳисоблаш мумкин.

$$c_i(t)=\left.\frac{d^iW_e(p,\ t)}{dp^i}\right|_{p=0}. \tag{13.11}$$

Хатолик коэффициентларини тойдирувчи таъсир учун ҳам бу таъсирга нисбатан мос импульсли характеристика ёки параметрик узатиш функцияси бўйича ҳам аниқлаш мумкин.

13.4. ИМПУЛЬСЛИ СИСТЕМАЛАРДА БОШҚАРИШ СИФАТИ

Импульсли системада сўроқлаш частотаси ω_s етарлича катта танланган бўлса ва система узлуксиз қисми олдида қайд қилувчи мослама (фиксатор) мавжуд бўлса, бундай системани (7.37, *в*) га биноан узлуксиз система каби таҳлил қилиш мумкин.

Импульсли АБС нинг аниқлиги. Импульсли АБС қандайдир таъсирнинг ўзгариши келтириб чиқарган барқарорлашган хатоликни аниқлаш учун чизиқли системалардагидек чекли қиймат теоремасидан фойдаланилади (5.3-жадвалнинг 7-бандига қаранг). Масалан, типавий структурали импульсли АБС (7.20-расм, *а*) топширувчи таъсир ишланишидан ҳосил бўлган барқарорлашган хатолик (7.36) га биноан икки қиймат теоремаси бўйича қуйидагича аниқланади:

$$e_{0\text{ бар.}} = \lim_{t\to\infty} e^*(t) = \lim_{s\to 1}\left\{\frac{Z-1}{Z}\cdot\frac{Y_0(Z)}{1+W_0(Z)}\right\}, \tag{13.12}$$

бу ерда $W_p(Z)$ — импульсли АВС нинг узатиш функцияси.

Хусусан, статик хатолик ёки ўзгарувчи таъсир бўйича хатолик $y_0(t)=1(t)$ (5.2- жадвалнинг 2- бандига қаранг) қуйидагича аниқланади

$$e^*_{\text{ост}} = \lim_{z\to 1}\left\{\frac{1}{1+W_0(Z)}\right\} \tag{13.13}$$

кинетик хатолик ёки тезлик бўйича хатолик ($y_0(t)=t\cdot 1(t)$ да) (5.2-жадвалнинг 3-бандига қаранг) эса қуйидагича аниқланади:

$$e^*_{\text{окин}} = \tau\lim_{z\to 1}\left\{\frac{1}{(Z-1(1+W_0Z)}\right\}, \tag{13.14}$$

Агар системага $f_1, \dots, f_к$ тойдирувчилар таъсир қилса, уларнинг ҳар бири учун суперпозиция принципига биноан мос хатолик ташкил этувчилари аниқланади. Бунда ҳар бир тойдирувчи жамлагич орқали тўғридан-тўғри система кириш йўлига келтирилиши қулай. Масалан, бошқариш объектига таъсир қилувчи j- тойдирувчи $f_j(t)$ (5.2-расм) учун шу каналнинг узатиш функцияси $W_{jk}(P)$ маълум бўлса, бу тойдирувчи юзага келтирган хатоликнинг барқарорлашган ташкил этувчисини топиш мумкин:

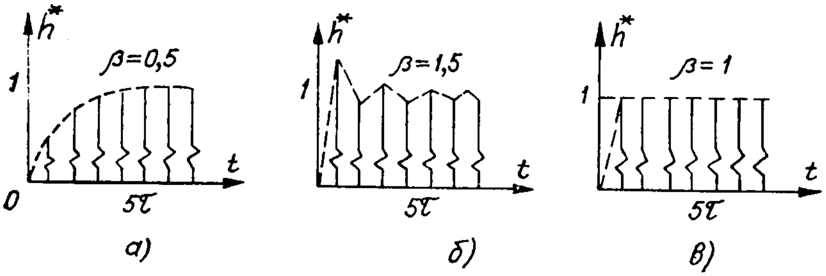
$$e^*_{j\text{бар}} = \lim_{z\to 1}\left\{\frac{Z-1}{Z}\cdot\frac{W_{jk}Fj(Z)}{1+W_0(Z)}\right\}. \tag{13.15}$$

Ростлаш ўтиш жараёнининг сифати. Импульсли АБС лардаги ўтиш жараёнлари уларнинг тезкорлиги ва барқарорлиги тўғрисида фикр юритишга имкон беради. Бу кўрсаткичлар тўғрисидаги тўла-тўкис маълумотни ўтиш характеристикаси беради, яъни импульсли АБСнинг поғонали таъсирга реакцияси орқали қуйидагиларни топиш мумкин:

— системанинг ста тартибда аниқлигини тавсифловчи ўтиш функциясининг *ўрнатилган қиймати* $h_{бар}$ ни;

— система тезкорлигини тавсифловчи *ростлаш вақти* t_s ва *максимал ортиқча ростлаш вақти* $t_р$;

— система ба рророрлиги кўламини тавсифловчи максимал ортиқча ростлаш ν ва t_s вақт мобайнидаги *ортиқча ростлашлар сонини*. $h(t)$ реакция импульсли АБС да вақтнинг фақат дискрет онларида аниқланган бўлсада, амалда сўроқлаш частотаси катта бўлганлиги сабабли, олинган дискрет ахборот бизни қизиқтирувчи сифат кўрсаткичларини етарлича тўла аниқлайди.



13.2- расм. Турли β ларда импульсли системанинг ўтиш характеристикалари

Поғонали топширувчи таъсир $y_0(t) = 1(t)$ берилгандаги система реакцияси $h^*(t)$ ва (7.35) ифодадан фойдаланиб ва $Z\{1(t)\} = \frac{Z}{Z-1}$ ни ҳисобга олган ҳолда осонгина топиш мумкин:

$$h^*(t) = Z^{-1}\left\{\frac{Z}{Z-1} W(Z)\right\}. \qquad (13.16)$$

13.1- мисол. Импульсли АБС узатиш функцияси қуйидаги кўринишга эга

$$W_б(Z) = \frac{\beta}{Z+\beta-1}$$

7.12, 13.3- мисоллардаги система тавсифи билан таққосланг. β параметрнинг ўтиш характеристикаси $h^*(t)$ кўринишига таъсирини кўрайлик.

(13.16) дан қуйидагини топамиз.

$$Z\{h^*(t)\} = \frac{Z}{Z-1}\cdot\frac{\beta}{Z-\beta-1}.$$

Тескарилаш учун бўлиш усулини қўллаб қуйидагини оламиз.

$$h[k\tau] = 1-(1-\beta)^k, \ k = 0, 1, 2, \ldots$$

Охирги ифодани таҳлил қилиб, қуйидаги фикрни айтиш мумкин:

$0 < \beta < 1$ да ўтиш характеристикаси монотон кўринишига эга (13.2- расм *а*);

$1 < \beta < 2$ ўтиш характеристикаси сўнувчи тебраниш кўринишига эга (13.2- расм, *б*). $\beta > 2$ да система беқарордир (узоқлашувчи тебранишлар);

— $\beta = 1$ да система чексиз барқарорликка эга (ўтиш жараёни бир давр мобайнида тамом бўлади (13.2- расм, *в*).

14-боб

ТАСОДИФИЙ ТАЪСИРЛАРДАГИ АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИ СИФАТИНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ

АБС лар кўпинча тасодифий характерга эга бўлган ва шунинг учун вақтнинг аниқ функцияси кўринишида берилаолмайдиган доимий таъсир қилувчи тойдирувчи остида бўлади. Масалан, кузатувчи системанинг (2.5-мисол) етакчи вали ҳолати кузатиш объектлари тўпламида мақсаднинг биридан бошқасига кўчириш имкониятида тасодифий функция ҳисобланади. Электр двигателининг юкланиш моменти двигатель тезлигини АБС сида (2—3 мисол) асосий тойдирувчи таъсир бўлиб, у ҳам тасодифий ўзгаради. Электр генератори кучланишини АБС сида тасодифий тойдирувчи сифатида қайта уланиш ва электр қувватини истеъмол қилиш тартибларига боғлиқ бўлган тармоқдаги юкланишнинг ўзгаришини кўрсатиш мумкин. Ташқи тойдирувчилар билан бир қаторда системага ички тойдирувчилар, масалан: кучайтиргичларнинг тасодифий хусусиятга эга бўлган флюктуцион шовқинлари жиддий таъсир этиши мумкин. Юқорида тавсифланган барча тойдирувчилар тасодифий тойдирувчилар деб аталади.

Автоматик бошқариш системасидаги тасодифий жараёнларни тадқиқ қилиб, ҳар бир таъсирнинг вақт функцияси кўринишидаги ёзилишлари тўплами қурилади. Тўплам бу таъсирларнинг реализация (амалга ошириш) ансамбли деб юритилади. Амалга ошириш ансамбли бирор статистик боғланиш орқали тавсифланади. Тасодифий жараёнларни бундай тавсифлаш усулининг математик асосини А. А. Хинчин (1938), Н. Винер (1949), А. М. Колмогоров (1941), В. С. Пугачев (1968) ва бошқа қатор олимларнинг асарларида ишлаб чиқилган стационар тасодифий жараёнлар назарияси ташкил этади.

Тасодифий таъсирларда АВС ҳолатини қуришдан аввал тасодифий жараёнлар ва уларнинг эҳтимолий хусусиятлари тўғрисидаги баъзи маълумотларни эслайлик.

14.1. ТАСОДИФИЙ ЖАРАЁНЛАР, АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР ВА ТАСОДИФИЙ ЖАРАЁНЛАРНИНГ ЭҲТИМОЛЛИК ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ

Агар қандайдир жараённи тавсифловчи физик параметрлар вақт (ёки фазо) бўйича тасодифан ўзгарса, бундай жараён *тасодифий* ёки *статистик* деб аталади. Бундай жараён тасодифий функция орқали тавсифланади. Тасодифий функция бир ёки бир нечта аргументнинг функцияси бўлиб, бу аргументларнинг бирор қийматларида тасодифий катталик ҳисобланади. АБС да жараёнлар вақт бўйича кечади, шу сабабли битта аргумент t вақтнинг тасодифий функциясини кўрамиз. Тасодифий функцияларни ҳар бири тасодифий жараёнларнинг мумкин бўлган амалга оширишнинг биридан иборат бўлган функциялар мажмуи каби кўриш мумкин. Айтайлик $x(t)$ тасодифий жараён амалга оширувчи ансамбл $x_1(t), \ldots, x_2(t), \ldots, x(t)$ (14.1-расм, а) бўлсин. Эҳтимолий характеристикаларнинг ҳисоблаш бошининг вақт бўйича силжиш имкониятига қараб тасодифий жараёнлар *стационар* ва *ностационарларга* бўлинади.

Агар тасодифий жараён маълум гуруҳининг эҳтимолий характеристикалари вақт бўйича инвариант бўлса, бундай жараён *стационар* деб аталади.

Бундай характеристикаларга қуйидагилар киради:

ўртача қиймат

$$m_x(t) = M\{x(t)\}, \tag{14.1}$$

бу ерда $M\{\cdot\}$ — тўплам бўйича ўртача оператор:

$$M\{x(t)\} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i(t) \tag{14.2}$$

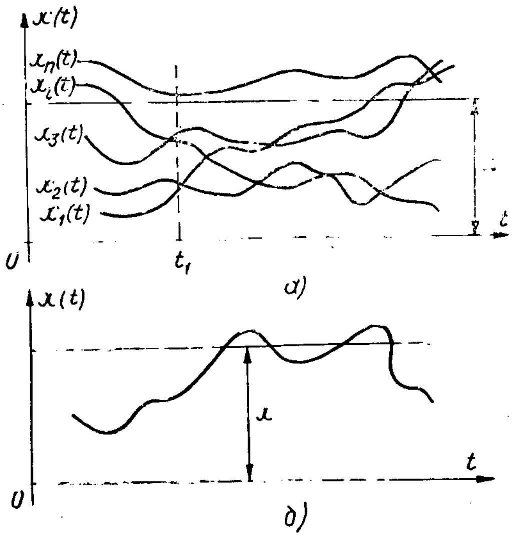
дисперсия

$$\sigma_x(t) = M\{[x(t) - m_x]^2\} = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[x_i(t) - m_x(t)^2] \tag{14.3}$$

корреляцион функция

$$R_x(t, t_1) = M\{x(t) - m_x(t)][x(t_1) - m_x(t_1)]\} \tag{14.4}$$

ва бошқалар.



14.1-расм. Тақсимот функцияси тушунчасига

Стационар жараёнлар тор ва кенг маънода фарқланадилар. *Кенг маънодаги стационар* тасодифий жараёнлар учун ўртача қиймат ва дисперсиянинг вақтга боғлиқ бўлмаслиги ва корреляцион функциянинг фақат τ вақт айирмасига боғлиқлиги характерлидир. Агар эҳтимолийларнинг n — ўлчовли (n чекли катталик) тақсимоти вақт бўйича ўзгармас бўлса, бундай жараёнлар *тор маъноли стационар* ҳисобланади. Тор маъноли стационар тасодифий жараёнлар кенг маъноли стационар ҳам бўлади, аммо тескариси эмас. *Ностационар* тасодифий жараёнларнинг эҳтимолий характеристикалари вақт функцияси бўлиб, ҳисоблаш бошланиш вақтига боғлиқ.

Биз фақат стационар тасодифий жараёнларни кўриш билан чегараланамиз. Бундай жараёнлар учун тасодифий таъсирдаги АБС нинг фақат барқарорлашган (стационар) динамик хатоликни аниқлаш мумкин.

Стационар тасодифий жараёнлар *эргодик хусусиятга* (14.5) эга. Бундай жараённинг эҳтимолий характеристикалари амалга оширишнинг етарлича давомийлиги битта вақт бўйича ўртачалаш $M_T\{\cdot\}$ амали орқали „бирлик эҳтимоли билан“ амалда ишончли аниқланиши мумкин:

$$M\{\cdot\} = M_T\{\cdot\}, \tag{14.5}$$

бу ерда

$$M_T\{\cdot\} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\{\cdot\}dt. \tag{14.6}$$

Эргодик хусусият АБС техникаси учун жуда муҳим. Чунки у ансамбль бўйича ўртачалашни (14.2) вақт бўйича ўртачалаш (14.6) билан алмаштиришга имкон беради.

Тасодифий жараёнлар кўрилаётган вақт бирлигида t аргументнинг ўзгариш характерига қараб *узлуксиз* ва *дискретга* бўлинади. Тасодифий жараёнларни туркумлаш белгиси сифатида тасодифий жараён эҳтимолий тақсимоти характери ҳам хизмат қилади. Нормал, релей жараёнлар, текис тақсимланган жараёнлар ва бошқалар фарқланади. *Нормал тасодифий жараён* кенг туркум амалий ҳодисаларни ўз ичига олиши ва АБС қурилмаларида кўп учраганлиги сабабли статистик назарияда махсус ўринни эгаллайди.

Гап шундаки, тақсимлашнинг нормал қонуни тадқиқлашда жараённи кўп сонли эркин қўшилувчилар йиғиндиси кўринишида ифодалаш мумкин бўлган барча ҳолларда кузатилади.

Нормал тасодифий жараёнларнинг қатор асосий хусусиятларини қайд этамиз:

— нормал тасодифий жараён учун математик кутиш ва корреляцион функция тўлиқ характеристикалар ҳисобланади;

— кенг маъноли стационар нормал жараён тор маънода ҳам стационар бўлади;

— нормал жараёнларнинг чизиқли ўзгариши унинг характеристикаларини ўзгартирмайди.

Тақсимот қонуни нормал бўлган тасодифий жараённинг ихтиёрий ўзгармас параметри чизиқли динамик система (шу жумладан АБС ҳам) орқали ўтиши математик кутишни, дисперсия ва бошқа характеристикаларнинг ўзгаришига олиб келади, аммо жараён тақсимоти қонуни нормаллигича қолади. *Тақсимотнинг нормал қонунининг* бундай *барқарорлик хусусияти* АБС ни тадқиқлашда муҳим ҳисобланади.

Нормал жараён ихтиёрий жараённинг инерцион тор полосали чизиқли система орқали ўтиши натижасида олиниши мумкин (тасодифий жараённинг хотиралари чизиқли системалар орқали ўтишида *нормалаш ҳодисаси*).

Энди тасодифий жараёнларнинг асосий эҳтимолий характеристикаларини кўрайлик.

Эҳтимолликлар тақсимоти характеристикалари. Унга тақсимотнинг бир ўлчовли ва кўп ўлчовли функциялари (ёки зичликлари) ва характеристик функциялар тааллуқлидир. Бир ўлчовли функция ва тақсимот зичлигини кўриш билан чегараланамиз.

$x(t)$ узлуксиз тасодифий жараён *эҳтимолликлар тақсимотининг функцияси* $F(x, t)$ белгиланган вақт они $t=t_1$ да тасодифий жараён ихтиёрий қийматининг бирор x_1 қийматидан кичик эканлиги эҳтимолини аниқлайди.

Тақсимот функцияси (тақсимотнинг интеграл қонуни) қуйидаги муносабат орқали берилади:

$$F=(x,\ t_1)=p\{x(t_1)\leqslant x_1\} \tag{14.7}$$

бу ерда $p\{\cdot\}$ катта қавс ичида кўрсатилган ҳодисаларнинг эҳтимоллиги (эслатиб ўтамиз $0\leqslant p\{\cdot\}\leqslant 1$).

Эргодик стационар тасодифий жараён учун тақсимот функцияси $F(x,\ t)=F(x)$ ва у битта узун реализация бўйича аниқланиши мумкин. Бу ҳолда тақсимот функцияси $T\longrightarrow\infty$ давомлилиги реализация қийматининг берилган x сатҳдан пастда бўлиш вақтига нисбатан тавсифланади (14.1-расм, *б*).

Тақсимот функцияси эҳтимоллик хусусиятидан келиб чиқувчи қуйидаги хусусиятларга эга:

$F(x)$ — манфий бўлмаган функция:

$F(x_i)\geqslant 0\forall>x_i;$ *а*)

$F(x)$ — камаювчи функция;

$F(x_j)\geqslant F(x_i)\ \forall\ x_j>x_i;$ *б*) (14.8)

$F(\infty)=1;\ F(-\infty)=0;\ 0<F(x)\leqslant 1;$ *в*)

$F(x)$ — чапдан узлуксиз *г*)

Тақсимот зичлиги $f(x,\ t_j)$ (*эҳтимоллик зичлиги тақсимотнинг дифференциал функцияси*) (14.7) тақсимот функциясининг ҳосиласидир

$$f(x,\ t)=\frac{\partial F(x,\ t)}{\partial x}. \tag{14.9}$$

Эргодик жараённинг стационар ҳолида юқори тартибли чексиз кичик катталик аниқлигида қуйидаги тенглик ўринлидир:

$$f(x)dx\approx P[x<x(t)\leqslant x+dx]. \tag{14.10}$$

Стационар тасодифий жараён эҳтимоллиги зичлигининг асосий хусусиятлари тақсимот функцияси хусусиятларидан осонгина олинади:

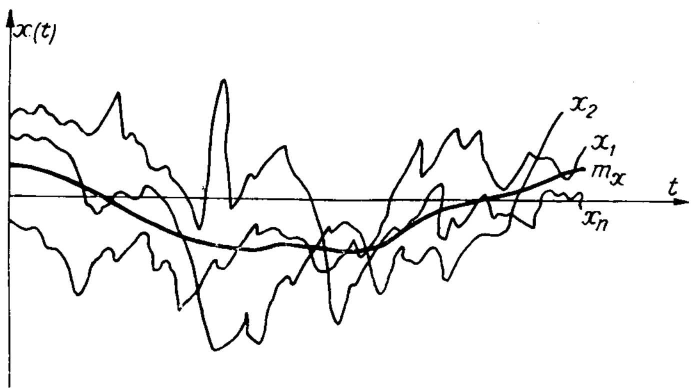
$$
\left.\begin{aligned}
&f(x_i) \geqslant 0 \ \forall\, x_i && \text{а)}\\
&\int_{-\infty}^{x} f(x)dx = F(x); && \text{б)}\\
&\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1; && \text{в)}\\
&\lim_{|x|\to\infty} f(x) = 0. && \text{г)}
\end{aligned}\right\} \qquad (14.11)
$$

Тасодифий жараёнларнинг ўртача қийматлари. Тасодифий жараёнларни ўрганишда ўртача қийматларнинг иккита бир-биридан фарқ қиладиган тушунчалари қўлланилади:

M — тўплам бўйича ўртача қиймат (ёки математик кутиш);

M_T — вақт бўйича ўртача қиймат.

Улар ўртасидаги фарқ юқорида кўрсатилган эди. Тақсимот зичлиги тўғрисида маълумот мавжуд бўлса, (14.2), (14.3) ни ва шунга ўхшаш бошқача аниқлаш мумкин.



14.2- расм. Тасодифий жараённинг математик кутиши тушунчасига

Тасодифий жараённинг *тўплам бўйича ўртача қиймати:*

$$x(t) = m_x(t) = M\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x,\ t)dx.$$

Тўплам бўйича ўртача қиймат $x(t)$ кўп бир хил системаларда бир вақт онининг ўзида кузатиш асосида олинган ўртача қиймат каби аниқланади. Умумий ҳолда тўплам бўйича ўртача қиймат вақт функцияси бўлади.

(14.6) катталик *вақт бўйича ўртача қиймат x* деб аталади. Вақт бўйича ўртача қиймат битта системани узоқ вақт мобайнида кузатиш асосида олинган ўртача қиймат каби аниқланади. Умумий ҳолда $\tilde{x}$ катталик тасодифий жараённи аниқловчи ҳар хил реализация $\{\tilde{x}_i(t)\}$ учун турлича бўлади.

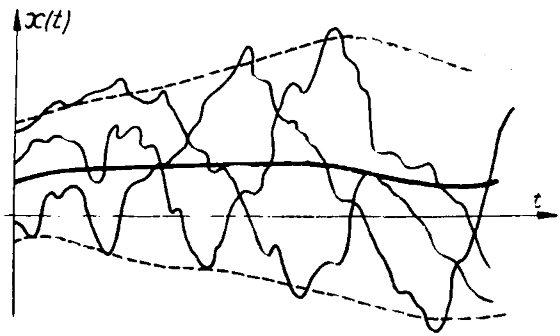
Стационар эргодик жараён учун ихтиёрий танланган ўхшаш тойдирувчи манбаларни вақтнинг бир онида катта сонли кузатиш билан битта тойдирувчи манбани ихтиёрий танланган вақт онларида катта сонли кузатишларнинг статистик хусусиятлари бир хил бўлади: $m_x = \breve{x}$.

Ўртача қиймат тасодифий жараённи тўлиқ тавсифламайди. Шунинг учун тасодифий жараённи тавсифлаш учун дисперсия тушунчаси киритилади.

Тасодифий функция дисперсияси t аргументнинг қуйидаги тасодифий бўлмаган ва манфий бўлмаган функцияси:

$$\sigma^2_x(t) = M[\{x(t) - m_x(t)\}^2 = \int\limits_{-\infty}^{\infty} [\{x(t) - m_x(t)\}^2] \cdot f(x, t) dx \tag{14.13}$$

Бу функция *тасодифий функция ва унинг ўртача қиймати орасидаги айирмаси квадратининг ўртача қийматини ёки тасодифий*



14.3-расм. Дисперсия тушунчасига

функциянинг ўртача қийматидан четлашиши квадратининг ўртача қийматини ифодалайди.

Дисперсия мумкин бўлган тасодифий функция реализациясининг ўртача қийматига нисбатан сочилганлигини тавсифлайди (14.3-расм). Стационар эргодик тасодифий жараён учун дисперсия қуйидаги ифодадан аниқланади:

$$\sigma^2_x = M\{[x(t)] - m_x\}^2 = x^2 - [x(t)]^2 \tag{14.4}$$

ва ўзгармас сон орқали тавсифланади. Масалан, тадқиқланувчи тасодифий жараён сифатида кучланиш ёки ток кўрилса (юкланиш қаршилиги (1Ом), $x^2(t)$ ҳад жараёнининг тўлиқ ўртача қувватига, $[x(t)]^2$ ҳад ўзгармас ташкил этувчи қувватига, дисперсия σ_x^2 эса ўзгарувчан ташкил этувчи қуввати мос келади.

Дисперсия сочилганликни квадратик ўлчовда тавсифлайди. Шунинг учун амалда кўпинча бундай характеристика сифатида қуйидаги ифода орқали аниқланувчи *ўртача квадратик четлашиш* ишлатилади

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}. \tag{14.14, a}$$

Шундай қилиб, тасодифий жараён сифатида электр кучланиши кўрилса, σ_x катталик бу кучланиш ўзгарувчи ташкил этувчисининг ўртача квадратик ёки эффектив қийматига мос келади.

Корреляцион функциялар. Стационар тасодифий жараённинг *корреляцион (автокорреляцион функция,* АКФ) функцияси $R_x(\tau)$ деб вақтга силжитилган реализациялар кўпайтмаларининг вақт бўйича ўртача қийматига айтилади

$$R_x(\tau) = M_T\{x(t)x(t+\tau)\}. \tag{14.15}$$

Корреляцион функция дисперсияга нисбатан тасодифий жараённи тўлароқ тавсифлайди. Корреляцион функциялар хусусиятларини баҳолаш мақсадида корреляция вақти $\tau_к$ киритилади. *Корреляция вақти* деб иккита кесим $x(t)$ ва $x(t+\tau)$ ўртасидаги оралиқ вақт тушуниладики, бу вақтдан бошлаб $x(t)$ ва $x(t+\tau)$ тасодифий катталиклар амалда корреляцияланмаган деб ҳисоблаш мумкин, яъни

$$\tau \geqslant \tau_k \text{ да } R_x(\tau) \approx 0.$$

Корреляцион функция битта тасодифий функция $x(t)$ нинг алоҳида қийматлари ўртасидаги боғланиш даражасини бирбиридан τ га кечикувчи вақт онларида аниқлайди. Иккита эргодик тасодифий жараён $x(t)$ ва $y(t)$ қийматлари ўртасидаги ўзаро боғланишни тавсифлаш учун *ўзаро корреляцион функция* (ЎКФ) хизмат қилади.

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)y(t+\tau)dt. \tag{14.16}$$

Шуни айтиш лозимки, (14.15), (14.16) формулалар ёрдамида детерминацияланган жараёнларнинг ҳам АКФ ва ЎКФ лари топилиши мумкин.

Корреляцион функция хоссаларини кўрайлик.

1. Стационар тасодифий жараён корреляцион функцияси *жуфт функциядир*

$$R_x(\tau) = \widetilde{x(t)\cdot x(t+\tau)} = \widetilde{x(t-\tau)x(t)} = \widetilde{x(t)x(t-\tau)} = R(-\tau). \tag{14.17}$$

2. $R_x(\tau)$ корреляцион функциянинг дастлабки қиймати доимо унинг ихтиёрий $R(0)$ онидаги қийматидан катта бўлади ва *тасодифий функция дисперсиясига* тенг, яъни

$$R_x(0) = \sigma_k^2 \geqslant |R_x(\tau)|. \qquad (14.18)$$

Ҳақиқатан ҳам

$$[x(t) - x(t+\tau)]^2 \geqslant 0,$$

ёки

$$x^2(t) + x^2(t+\tau) \geqslant 2x(t)x(t-\tau).$$

Тенгсизликнинг иккала томонидан вақт бўйича ўртача қийматни олсак, қуйидагига эга бўламиз

$$\widetilde{x^2} \geqslant \widetilde{x(t)x(t+\tau)} \text{ ёки } R(0) \geqslant R(\tau).$$

3. $\tau = \infty$ да корреляцион функциянинг лимитик қиймати *математик кутишнинг квадратига* тенг, яъни $R_x(\infty) = m_x^2$.

4. Даврий ташкил этувчиси бўлган тасодифий жараён корреляцион функциялари ҳам шу частотали даврий ташкил этувчига эга бўлади. Масалан: $x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$ даврий функция учун қуйидагини оламиз:

$$R_x(\tilde{\tau}) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} A^2 \sin(\omega t + \varphi) \sin[(\omega t + \tau) + \varphi] dt =$$

$$= \frac{A^2}{2} \lim_{T\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} [\cos\omega\tau - \cos(2\omega t + \omega\tau + \varphi)] dt =$$

$$= \frac{A^2}{2} \lim_{T\to\infty} \cos\omega\tau - \frac{1}{2T} \frac{\sin(2\omega T + \omega\tau + 2\varphi)}{2\omega} -$$

$$- \frac{1}{2\Gamma} \frac{\sin(2\omega T - \omega\tau - 2\varphi)}{2\omega} \Bigg] = \frac{A^2}{2} \cos\omega\tau. \qquad (14.19)$$

(14.19) дан кўриниб турибдики, корреляцион функция ҳам $x(t)$ дагидек даврга эга.

5. A доимий ташкил этувчиси бўлган тасодифий жараён корреляцион функцияси A^2 доимий ташкил этувчига эга бўлади.

14.4-расмда корреляцион функцияларнинг бир шаклдаги эгри чизиқлари кўрсатилган. Шуни ҳам айтиш лозимки, корреляцион функция кўриниши орқали тасодифий тойдирувчилар таъсиридан система инерционлигини сифат бўйича баҳолаш мумкин. Объект инерционлиги қанчалик кичик бўлса, τ нинг ўсиши билан $R(\tau)$ шунчалик тез пасаяди (14.4-расм, *б*).

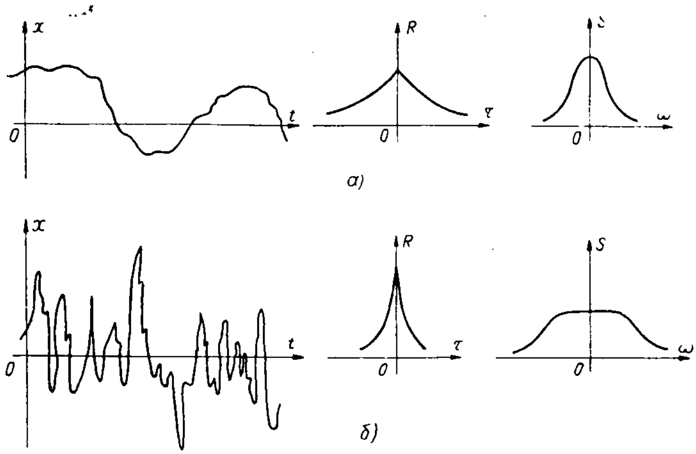
Тасодифий жараённинг спектрал зичлиги. Эргодик тасодифий жараённинг спектрал зичлиги деганда қуйидаги ифода тушунилади.

$$S_x(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} X_T(-j\omega) X_T(j\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \left| X_T(j\omega) \right|^2$$

$$X_T(j\omega) = \Phi\{x_T(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x_T(t) e^{-j\omega t} \cdot dt; \qquad (14.20)$$

бу ерда $x_T(t)$ тасодифий жараённинг кесик реализацияси;

$$|t| \geqslant T \text{ да } x(t) = 0;$$



14.4- расм. Намунавий тасодифий жараёнлар ва уларга мос корреляцион функциялар ва спектрал зичликлар

Тасодифий функция спектрал зичлиги шу жараён корелляцион функцияси $R_x(\tau)$ билан жуфт Фурье ўзгариши орқали боғланган.

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau; \qquad (14.20,\ a)$$

$$R_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega. \qquad (14.20,\ б)$$

Ўзаро спектрал бўлган зичлик ҳам худди шундай аниқланади. Равшанки, (14.20, *a*) ва (14.20, *б*) муносабатлар ёрдамида аналитик ёки график кўринишида берилган корреляцион функция $R_x(\tau)$ бўйича спектрал зичлик $S_x(\omega)$ ни аниқлаш мумкин ёки тескариси — корреляцион функцияни берилган спектрал зичлик бўйича аниқлаш мумкин.

Стационар эргодик тасодифий жараён спектрал зичлигининг физик маъноси деганда унинг ω дан $\omega+d\omega$ частоталар оралиғида жараённинг ўртача қувватини ифодалаш тушунилади.

Стационар тасодифий жараёнлар спектрал зичлигининг қуйидаги хоссаларини кўрсатиб ўтамиз.

1. Спектрал зичлик частоталарнинг 0 дан $\pm\infty$ гача бўлган оралиқдаги манфий бўлмаган функциядир,

$$\text{яъни } -\infty \leqslant \omega \leqslant \infty \text{ да } S_x(\omega) > 0.$$

2. Тасодифий жараён дисперсияси чекланганда:

$$\lim_{\omega \to \infty} S_x(\omega) = 0.$$

3. Спектрал зичлик ҳақиқий функциядир.

4. Спектрал зичлик жуфт функциядир, яъни $S_x(\omega) = S_x(-\omega)$. 3 ва 4-хоссалар корреляцион функция жуфтлигининг оқибатидир.

5. Спектрал зичликдан олинган интеграл стационар тасодифий жараён дисперсиясига тенг

$$\sigma_x^2 = R_x(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega. \qquad (14.21)$$

(14.20, *б*) га $\tau = 0$ қўйилса, (14.21) ифода шубҳасиз бўлади. (14.21) дан кўриниб турибдики, стационар тасодифий функция дисперсияси абсцисса ўқи ва спектрал зичлик $S_x(\omega)$ эгри чизиғи билан чегараланган юзага мутаносибдир.

6. Корреляцион функция аргументи τ масштаби M нинг ўзгариши частота масштабининг ва спектрал зичлик $S_x(\omega)$ катталигининг тескари ўзгаришига олиб келади, яъни агар

$R_{x2}(\tau) = R_{x1}(M \cdot \tau)$ бўлса, мос ҳолда $S_{x2}(\omega) = \dfrac{1}{M} S_{x1}\left(\dfrac{\omega}{M}\right)$ бўлади.

14.1-мисол. $x(t) = A$ ўзгармас катталик учун қуйидаги корреляцион функцияни оламиз:

$$R(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} A \cdot A dt = A^2; \qquad (14.22)$$

(14.22) га мос бўлган спектрал зичлик:

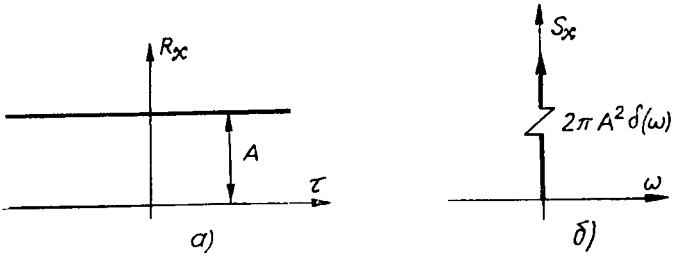
$$S(\omega) = 2\pi A^2 \delta(\omega), \qquad (14.23)$$

Жараён спектри координата бошида жойлашган δ — функция хилидаги ягона чўққидан иборат. Бу кўрилаётган жараён кувватининг ҳаммаси нул частотада жамланганлигини билдиради. 14.15-расмда (14.22) ва (14.23) га мос келувчи $R_x(\tau)$ ва $S_x(\omega)$ кўринишлар келтирилган.

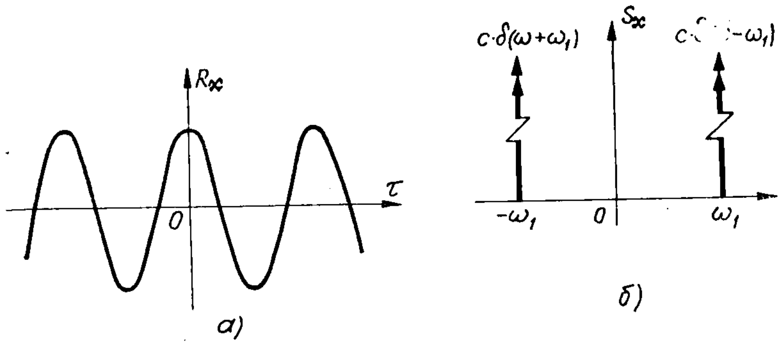
14.2-мисол. $x(t) = A\sin(\omega_1 t + \varphi)$ даврий функция учун корреляцион функция ифодаси $R_x(\tau) = \dfrac{A^2}{2}\cos\omega_1\tau$ эди. Мос спектрал зичлик қуйидаги кўринишга эга.

$$S_x(\omega) = 2\pi \frac{A^2}{4} [\delta(\omega - \omega_1) + \delta(\omega + \omega_1)] = c[\delta(\omega - \omega_1) + \delta(\omega + \omega_1)].$$

Бу ҳол учун $R_x(\tau)$ ва $S_x(\omega)$ 14.6-расмда кўрсатилган. Гармоник сигнал қуввати иккита ω_1 ва $-\omega_1$ частоталарда тўпланган.



14.5- расм. Ўзгармас катталик учун корреляцион функция (a) ва спектрал зичлик ($б$)



14.6- расм. Гармоник сигнал учун корреляцион функция (a) ва спектрал зичлик (б)

14.13- мисол. Айтайлик, стационар тасодифий жараён учун $R_x(\tau)=e^{-\alpha|\tau|}$ кўринишли корреляцион функция берилган бўлсин. Спектрал зичлик ифодасини топамиз. $e^{\pm j\omega\tau}=\cos\omega\tau\pm j\sin\omega\tau$ ва $R_x(\tau)$, $S_x(\omega)$ ҳақиқий жуфт функция эканлигини ҳисобга олган ҳолда спектрал зичлиги учун қуйидаги ифодани ёзамиз:

$$S_x(\omega)=2\int_0^{\infty}R_x(\tau)\cos\omega\tau d\tau. \qquad (14.24)$$

Унда (14.24) формула бўйича қуйидагини оламиз:

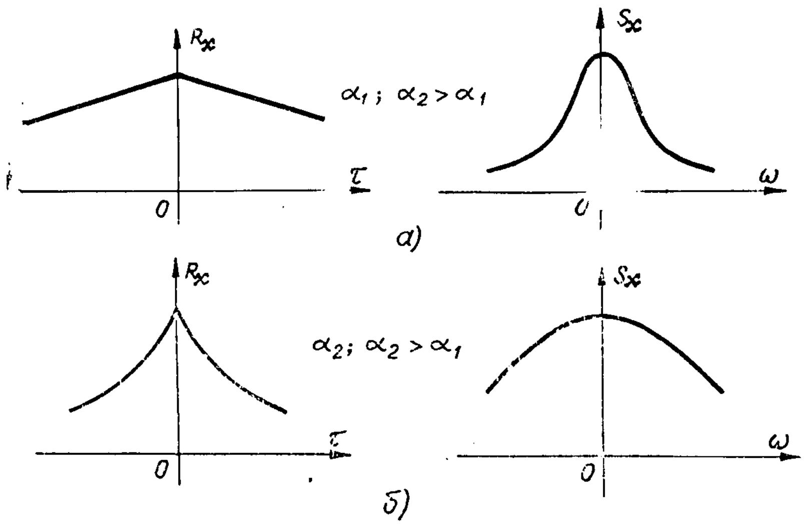
$$S_x(\omega)=2\int_0^{\infty}e^{-\alpha\tau}\cos\omega\tau d\tau=\frac{2\alpha}{\alpha^2+\omega^2}. \qquad (14.25)$$

14.7- расмда бу ҳолга мос келувчи $R_x(\tau)$ ва $S_x(\omega)$ ларнинг α нинг турли қийматларидаги ($\alpha_2>\alpha_1$) кўриниши берилган. Бундан кўриниб турибдики $R_x(\tau)$ корреляцион функция графиги қанча кенг бўлса, спектрал зичлик графиги шунчалик тор бўлади. Бу жараённинг физик маъносига мос келади: жараён қанча секин кечса, ундаги юқори частоталар шунча кам қийматга эга бўлади.

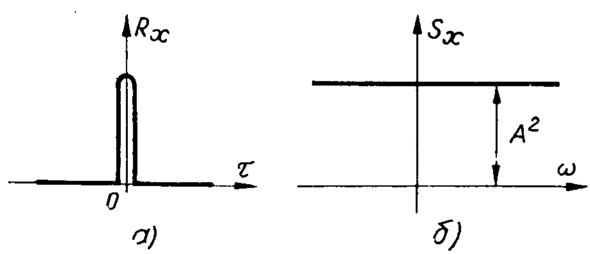
14.4- мисол. Айтайлик $R_x(\tau)$ жуда кичик вақт оралиғи Δ да нолга интилсин (14.8- расм, a). Бундай корреляцион функцияга эга бўлган тасодифий жараённинг спектрал зичлиги $-\infty$ дан $+\infty$ гача барча частоталарда бир хил қиймат-га эга бўлади.

$$-\infty \leqslant \omega \leqslant \infty \quad \text{да} \quad S(\omega) = A^2 = \text{const},$$

яъни ҳамма частоталарда текис спектрга эга бўлган тасодифий жараён оқ шовқин деб аталади.



14.7- расм. 14.3- мисол учун корреляцион функция ва спектрал зичлик кўриниши



14.8- расм. Оқ шовқин учун корреляцион функция (*а*) ва спектрал зичлик (*б*)

(14.20, *б*) га биноан оқ шовқиннинг корреляцион функцияси $R(\tau) = A\delta(t)$ кўринишига эга, яъни у δ-функциядир. Бу эса тасодифий жараённинг истаганча бир-бирига яқин қийматлари орасида корреляцион боғланишнинг йўқлигидан дарак беради.

Бу хилдаги жараён ҳақиқий жараённинг математик идеаллаштирилганидир, чунки бу жараёнга чексиз катта дисперсия тасодифий катталикнинг ўртача квадрати $R(0)=A^2\delta(0)=\infty$ ва демак, чексиз катта қувват мос келади.

14.2. ТАСОДИФИЙ СИГНАЛНИНГ ЧИЗИҚЛИ СИСТЕМА ОРҚАЛИ ЎТИШИ

Айтайлик, $W(j\,\omega)$ комплекс кучайтириш коэффициентли чизиқли система (14.9-расм) берилган бўлсин.

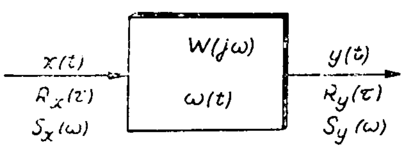
Айтайлик кириш йўлига тасодифий жараённинг битта реализацияси $x_T(t)$ таъсир қилсин, унда равшанки, чиқиш йўлидаги сигнал $y_T(t)$ вақтнинг тасодифий функциясини ифодалайди.

Айтайлик, $x_T(t)$ ва $y_T(t)$ учун Фурье ўзгартиришлари мавжуд бўлсин. Унда таърифга биноан қуйидагини оламиз.

$$W(j\omega)=\frac{Y_T(j\omega)}{X_T(j\omega)}, \qquad (14.26)$$

бу ерда $Y_T(j\omega)=\Phi\{y_T(t)\}$, $X_T(j\omega)=\Phi\{x_T(t)\}$; Φ — Фурье бўйича тасвирлаш символи.

Кириш йўли сигналининг спектрал зичлиги $S_x(\omega)$ аниқ деб ҳисоблаймиз.



14.9-расм. Тасодифий сигнал таъсиридаги чизиқли система

Чиқиш йўли сигналининг спектрал зичлигини аниқлаймиз

$$S_y(\omega)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\,Y_T(j\omega)Y_T(-j\omega). \qquad (14.27)$$

(14.27) ни ўзгартирамиз

$$S_y(\omega)=\lim_{T\to\infty}\left[\frac{Y_T(-j\omega)}{X_T(-j\omega)}\cdot\frac{Y_T(j\omega)}{X_T(j\omega)}\right]\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}X_T(j\omega)X_T(-j\omega). \qquad (14.28)$$

Қуйидагиларни қайд этамиз:

$$\lim_{T\to\infty}\left[\frac{Y_T(-j\omega)}{X_T(-j\omega)}\;\frac{Y_T(j\omega)}{X_T(j\omega)}\right]=W(-j\omega)W(j\omega)=|W(j\omega)|^2 \qquad (14.29,\ a)$$

ва

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}X_T(-j\omega)X_T(j\omega)=S_x(\omega) \qquad (14.29,\ б)$$

(14.29, a) ва (14.29, $б$) ни ҳисобга олган ҳолда (14.28) ни қуйидагича ёзамиз:

$$S_y(\omega)=|W(j\omega)|^2\cdot S_x(\omega). \qquad (14.30)$$

Шундай қилиб *чизиқли система чиқиш йўли жараёнининг спектрал зичлиги система кириш йўли жараёни спектрал зичлиги ва система комплекс кучайтириш коэффициенти модули квадратининг кўпайтмасига тенг.*

Система кириш йўли ва чиқиш йўли катталикларининг ўзаро спектрал зичлигини кўрамиз:

$$S_{xy}(j\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} X_T(-j\omega) Y_T(j\omega). \qquad (14.31)$$

Бу ифодани қуйидагича ўзгартирамиз:

$$S_{xy}(j\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{Y_T(j\omega)}{X_T(j\omega)} X_T(-j\omega) X_T(j\omega). \qquad (14.32)$$

(14.26) ва (14.30) га биноан қуйидагини оламиз:

$$S_{xy}(j\omega) = W(j\omega)\cdot S_x(\omega). \qquad (14.33)$$

(14.33) ифода маълум кириш йўли сигнали спектрал зичлиги $S_x(\omega)$ ҳамда кириш ва чиқиш йўли сигналларининг ўзаро спектрал зичлиги $S_x(\omega)$ бўйича система частота характеристикаларини топишга имкон беради.

Энди кириш ва чиқиш йўли сигналларининг ўзаро спектрал зичлиги билан кириш йўли сигнали корреляцион функцияси орасидаги боғланишни топамиз. Агар $h(0)=0$ бўлса

$$W(j\omega) = \int_0^\infty e^{-j\omega t} w(t)dt, \qquad (14.34)$$

бу ерда $\omega(t)^0$— импульсли ўтиш функцияси.

(14.33) даги спектрал зичликни корреляцион функция билан алмаштириб ва (14.34) ни ҳисобга олиб қуйидагини оламиз:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau} R_{xy}(\tau)d\tau = \int_0^\infty e^{-j\omega t} w(t)dt \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau_1} R_x(\tau_1)d\tau_1$$

ёки

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau} R_{xy}(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega(t+\tau_1)} w(t) R_x(\tau_1)d\tau. \qquad (14.35)$$

$\tau_1 = \tau - t$ деб белгилаб, қуйидагини ёзамиз:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau} R_{xy}(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau} \int_0^\infty w(t) R_x(\tau - t)dt d\tau. \qquad (14.36)$$

Бу ердан

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^\infty w(t) R_x(\tau - t)dt. \qquad (14.37)$$

(14.37) муносабат Винер-Хопф тенгламаси сифатида маълум бўлиб, система кириш ва чиқиш йўли катталикларини барқарор тартибда боғловчи (3.24) ифодага ўхшаш. Бу ифода $x(t)$ ва $y(t)$ ўлчашда халақитлар мавжуд бўлганида объект динамик характеристикаси $w(t)$ ни аниқлашга имкон беради. Бунинг учун (14.37) тенгламани $[k]=k\cdot\Delta T$ дискрет аргумент киритиб, чизиқли алгебраик тенгламалар системасига ўзгартириб, ҳисоблаш машиналарда ечилади:

$$R_{xy}\ m = \sum_{k=0}^{N_1} w[k]R_x[m-k],\ m=0,1,\ \ldots,\ N'; \qquad (14.38)$$

бу ерда N' — импульсли характеристикани баҳоловчи ординаталарнинг ҳисобланган сони.

(14.38) тенглама бошқариш объектини *идентификациялашнинг (характеристикаларни аниқлашнинг)* статистик усулларида кенг қўлланилади (20-бобга қаранг).

14.5-мисол. Айтайлик импульсли характеристикаси номаълум бўлган система берилган бўлсин, кириш йўли сигнали эса $R_x(\tau)=A^2\delta(t)$ корреляцион функцияли оқ шовкин бўлсин. Ўзаро корреляцион функция $R_{xy}(\tau)$ ни топамиз (14.37) формулага $w(t)$ ва $R_x(\tau)$ қийматларни қўйиб, қуйидагини оламиз.

$$R_{xy}(\tau)=A^2\int_0^\infty w(t)\delta(\tau-t)dt=w(\tau).$$

Шундай қилиб, системанинг оқ шовқинга яқин бўлган кириш йўли сигнасига бўлган реакциясини ўлчаб ва ўзаро корреляцион функция $R_{xy}(\tau)$ ни ҳисоблаб, бўғиннинг импульсли ўтиш функциясини аниқлаш мумкин.

14.6-мисол. Олдинги мисол шартлари учун чиқиш йўли сигналининг спектрал зичлиги $S_y(\omega)$ ҳамда кириш ва чиқиш йўллари сигналларининг ўзаро спектрал зичлиги $S_{xy}(\omega)$ ва $w(t)=\frac{k}{T}e^{-\frac{t}{T}}$ бўлганда аниқлаймиз.

(14.38) га Лаплас ўзгартиришини қўллаб, қуйидагини оламиз:

$$W(p)=L\{w(t)\}=\frac{k}{1+pT},$$

бу ердан Лаплас ва Фурье ўзгартиришларнинг бир-бирига боғлиқлигини ҳисобга олиб қуйидагини ёзиш мумкин.

$$W(j\omega)=\frac{k}{1+j\omega T}. \qquad (14.39)$$

(14.39) дан фойдаланиб, (14.30) ва (14.33) формулалардан қуйидагини оламиз:

$$S_y(\omega)=\frac{A^2k^2}{1+\omega^2T^2};\quad S_{xy}(\omega)=\frac{A^2k}{1+j\omega T}. \qquad (14.40)$$

14.7-мисол. 14.6-мисол шартлари учун вақт доимийси T нинг шундай қийматини топиш керакки, бунда чиқиш йўли сигналининг дисперсияси қандайдир C_1 қийматдан ошмасин.

(14.21) ва (14.30) формулалардан маълумки, чиқиш йўли сигналининг дисперсиясини қуйидагича аниқлаш мумкин:

$$\sigma^2=R_y(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S_y(\omega)d\omega=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty|W(j\omega)|^2S_x(\omega)_d\omega.$$

(14.40) формулага биноан қуйидагини топамиз.

$$\sigma_y^2=\frac{A^2k^2}{\pi}\int_0^\infty\frac{d\omega}{1+\omega_{\text{в}}^2T^2}=\frac{A^2k^2}{2T},$$

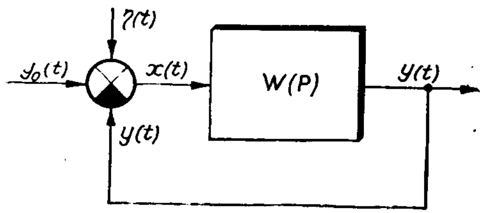
бу ерда

$$T\geqslant\frac{A^2k^2}{2C_1^2}\ \text{бўлганда}\ \sigma_y\leqslant C_1.$$

14.3. ЧИЗИҚЛИ АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИНГ СТАЦИОНАР ТАСОДИФИЙ ТАЪСИРЛАРГА БОҒЛИҚ БЎЛГАН ХАТОЛИКЛАРИНИ АНИҚЛАШ

Кириш йўлига асосий сигнал $y_0(t)$ (топширувчи таъсир) ва қўшимча халақит $\eta(t)$ лар йиғиндисидан иборат бўлган бериладиган ёпиқ АБС ни кўрайлик (14.10-расм). Чиқиш йўлида $y(t)$ сигналини оламиз.

Топширувчи таъсир ва халақитлар характерига боғлиқ ҳолда АБС хатоликларини аниқлашнинг икки йўлини кўрсатиш мумкин. Улардан биринчисига биноан топширувчи таъсир $y_0(t)$ вақтнинг детерминацияланган функцияси $\eta(t)$, халақит эса статистика характеристикалари маълум бўлган вақтнинг стационар тасодифий функцияси деб фараз қилинади. Бу ҳолда динамик хатолик бир қанча хатоликлар (12-бобга қаранг) ёрдамида аниқланса, халақитлар хатоликлари эса статистик усуллар ёрдамида аниқланади.



14.10- расм. Асосий сигнал ва халақитлар таъсиридаги чизиқли система

Умумий ҳолда топширувчи таъсир $y_0(t)$ ҳамда халақит $\eta(t)$ ва, демак, хатолик $e(t)$ вақтнинг тасодифий функцияси бўлса, уни аниқлаш учун статистик усулларни қўллаш шарт.

Фараз қилайлик, топширувчи таъсир $y_0(t)$ ва халақит $\eta(t)$ тасодифий характерга эга бўлсин. Системага қўйиладиган талаб-ростланувчи катталик $y(t)$ топширувчи таъсирга иложи борича аниқроқ тақлид қилиши шарт. Система хатолиги қуйидаги ифода орқали аниқланади:

$$\epsilon(t)=y_0(t)-y(t), \tag{14.41}$$

бунда

$$\tilde{y}=(\tilde{y}_0+\tilde{\eta})W_{\epsilon}(p),$$

ва

$$\tilde{e}=\tilde{y}_0-\tilde{y}=[1-W_{\epsilon}(P)]\tilde{y}_0-W_{\epsilon}(p)\tilde{\eta}. \tag{14.42}$$

Охирги ифода шуни кўрсатадики, система хатолиги асосий сигнални тиклаш хатолиги

$$e_{\text{а. с}} = [1 - W_{\varepsilon}(\tilde{p})]\tilde{y}_0 = \frac{1}{1 + W(P)}\tilde{y}_0 \tag{14.43}$$

ва халақит таъсирларидан келиб чиқувчи хатоликлар йиғиндисидан иборатдир.

$$\tilde{e}_x = W_{\ddot{e}}(p)\tilde{\pi} = \frac{W(P)}{1+W(P)}\tilde{\eta}, \tag{14.44.}$$

Олинган ифодалар тасодифий ҳамда детерминацияланган вақт функциялари $y_0(t)$ ва $\eta(t)$ учун ўринлидир. Шуни айтиш лозимки, асосий сигнал ва халақит ёпиқ системанинг бир нуқтасига таъсир қилса ҳам уларнинг системанинг ишлаш аниқлигига таъсири жиддий фарқланади. Ҳар қандай бир хил шароитларда асосий сигналнинг тикланиш хатолиги узатиш функцияси ёрдамида аниқланади.

$$W_0(P) = \frac{1}{1 + W(P)},$$

η халақит таъсирида ҳосил бўлган хатолик эса қуйидаги узатиш функцияси орқали аниқланади:

$$W_{\varepsilon}(P) = \frac{W(P)}{1 + W(P)}.$$

Шундай қилиб, АБС параметрларини шундай танлаш лозимки, бунда халақитлар таъсири шароитда система энг катта мумкин бўлган аниқликда берилган $y_0(t)$ сигнални тикласин. Асосий сигнал $y_0(t)$ халақит $\eta(t)$ статистик мустақил деб ҳисоблаймиз Амалда одатда шундай бўлади. Барқарорлашган хатолик ўлчови сифатида система ўртача квадратик хатолиги қийматидан фойдаланамиз.

$$\tilde{e}^2 = \tilde{e}_{\text{а.с}} + \tilde{e}^2. \tag{14.45}$$

Агар асосий сигналнинг спектрал зичлиги $S_{\text{а.с}}(\omega)$ ва халақитнинг спектрал зичлиги $S_{\eta}(\omega)$ маълум бўлса, ўртача квадратик хатоликнинг (14.45) ташкил этувчилари қуйидаги формулалар орқали аниқланади:

$$e^2_{\text{а.с}} = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\infty} S^{(e)}_{\text{а.с}}(\omega)d\omega = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\infty}\left|\frac{1}{1 + W(j\omega)}\right|^2 S_{\text{а.с}}(\omega)d\omega \tag{14.46}$$

ва

$$\bar{e}^2_{\eta} = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\infty} S^{(e)}_{\eta}(\omega)d\omega = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\infty}\left|\frac{W(j\omega)}{1+W(j\omega)}\right|^2 S_{\eta}(\omega)\,d\omega. \tag{14.47}$$

Булардан қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\bar{e}^2 = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \left|\frac{1}{1+W(j\omega)}\right|^2 S_{\text{а.с}}(\omega)d\omega + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \left|\frac{W(j\omega)}{1+W(j\omega)}\right|^2 S_\eta(\omega)d\omega. \quad (14.48)$$

Агар асосий сигнал $y_0(t)$ ва халақит $\eta(t)$ берилган бўлса, ўртача квадратик хатолик e фақат система параметрлари $\{d_i\}$ орқали аниқланади

$$\bar{e}^2 = f\{d_i\} \underset{\{d_i\}}{\rightarrow} \min, \ i=1, \ldots, n. \quad (14.49)$$

Система параметрларининг энг мақбул қийматлари назарий ҳолда (14.49) катталикнинг зарур минимумидан аниқланиши мумкин:

$$\frac{\partial \bar{e}^2}{\partial d_i} = 0, \ i = 1, \ldots, n \quad (14.50)$$

Амалда АБС нинг (бошқариш объекти, ижрочи ва ўлчаш қурилмалари) кўпгина элементлари берилган деб ҳисобланади ва ўртача квадратик хатолик минимуми шартидан коррекцияловчи элементларнинг бир ёки бир нечта параметрлари ҳисобланади.

IV қисм

АВТОМАТИК СИСТЕМАЛАРНИ СИНТЕЗЛАШ

АБС ни синтезлаш деганда унинг структура схемасини ва алоҳида бўғинларнинг параметрлари қийматини шундай танлаш тушуниладики, бунда барқарорлашган тартибда берилган аниқлик ва ўтиш жараёнларининг мақбул характери таъминлансин.

Ҳозирги вақтда синтезлаш масаласига нисбатан икки хил фикр мавжуд. Биринчидан, синтезлаш *вариацион масала каби талқин этилиб,* АБС шундай қуриладики, берилган ишлаш шароитларида хатоликнинг назарий минимуми таъминланади. Иккинчидан, синтезлаш *инженерлик масаласи каби талқин этилиб,* АБС шундай қуриладики, унга қўйилган техник талаблар таъминланади. Инженерлик синтезлашда АБС даги исталган динамик сифатларни таъминлаш мақсадида унинг бирор ўзгармайдиган қисмига қўшилиши лозим бўлган коррекцияловчи воситаларнинг кўриниши ва параметрлар аниқланади.

Бундан кейин фақат инженерлик синтез кўрилади. Автоматик бошқариш системасини инженерлик синтезларида, биринчидан, исталган аниқликни ва иккинчидан, ўтиш жараёнларининг мақбул характерларини таъминлаши лозим.

Биринчи масаланинг ечилиши кўп ҳолларда системанинг исталган умумий кучайтириш коэффициентини ва зарур бўлганда система аниқлигини оширувчи коррекцияловчи воситалар кўринишини аниқлашга келтирилади (бошқарувчи ва тойдирувчи таъсир бўйича ростлаш, изодром механизмлар ва бошқалар). Бу масала 12-бобда баён этилган аниқлик мезонлари асосида типавий тартиблардаги хатоликларни аниқлаш йўли билан ҳал қилиниши мумкин. Мураккаб ҳолларда моделлашни ишга солиш мумкин. Қийматларни параметрларнинг катта бўлмаган сонига нисбатан ўрнатилиши зарурлиги натижасида ечим нисбатан содда бўлади. Энг оддий ҳолда системанинг фақат умумий кучайтириш коэффициентини топиш зарур.

Иккинчи масаланинг ечилиши — ўтиш жараёнларининг мақбул характерини таъминлаш — катта сонли параметрларнинг вариацияланиши ва системани демпферлаш масаласи ечимининг кўп маънолиги натижасида деярли ҳар доим қийинроқ бўлади. Шунинг учун мавжуд инженерлик усуллари фақат иккинчи масалани ечиш билан чегараланади.

Ҳозирги вақтда АБС ни синтезлаш мақсадида лойиҳаланувчи системани тўла ёки қисман моделлашга имкон берувчи электрон ҳисоблаш машиналари кенг қўлланилади. Бундай моделлашда турли омилларнинг (ночизиқликлар, параметрларнинг вақтга боғлиқлиги ва ш. ў.) таъсирини тўла-тўкис тадқиқ қилиш имкони туғилади.

15-боб

ЧИЗИҚЛИ АВТОМАТИК СИСТЕМАЛАРНИ СИНТЕЗЛАШ

15.1. ЛОГАРИФМИК ЧАСТОТА ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ УСУЛИ ЁРДАМИДА СИНТЕЗЛАШ

АБСни синтезлашда унинг асосий элементлари (бошқариш объекти, датчиклар, ижрочи қурилмалар) берилган деб ҳисобланади ва уни шундай коррекциялаш лозимки, системанинг исталган сифати (берилган аниқлиги, тезкорлиги, барқарорлик кўлами) таъминлансин.

Синтезлаш масаласининг ечими умуман олганда бир маъноли, чунки берилган сифат кўрсаткичларини қаноатлантирувчи бир маъноли, аммо турли коррекцияга эга бўлган АБС ларни яратиш мумкин. АБС ни шундай лойиҳалаш лозимки, коррекцияловчи қурилмалар (КҚ) оддий бўлиши, коррекция эса оддийгина амалга оширилиши лозим.

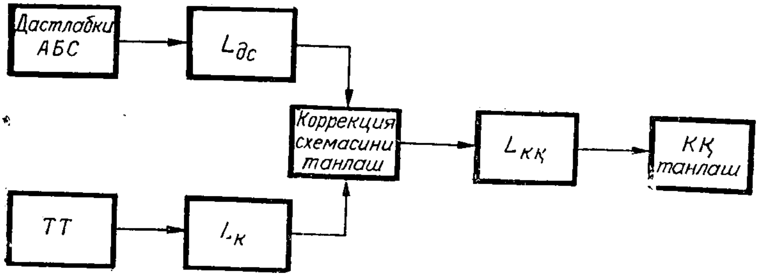
15.1.1. ЛОГАРИФМИК ЧАСТОТА ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ УСУЛИ ЁРДАМИДА СИНТЕЗЛАШНИНГ УМУМИЙ ТАВСИФИ

Ҳозирги вақтда логарифмик характеристикалардан фойдаланиб коррекциялаш усуллари энг кўп тарқалган бўлиб, минимал-фазавий системалар учун фақат ЛАЧХ ни қўллаш кифоядир (15.1-расм).

Техник топшириқ асосида коррекцияланган система ЛАЧХ $L_к(\omega)$ қурилади. Шу билан бирга дастлабки система маълум характеристикалар бўйича $L_д(\omega)$ қурилади. Иккала ЛАЧХ ни таққослаш асосида ҳамда кейинги техник амалга оширишнинг соддалиги нуқтаи назаридан коррекция схемаси (кетма-кет, тескари боғланишли, комбинациялашган) танланади. Ундан кейин коррекцияловчи қурилма ЛАЧХ и $L_{кқ}(\omega)$ топилади ва танланади. Турли коррекция схемалари ва мос КҚ ларни кўриб, улардан энг яхшиси танланади.

Техник топшириқда системага қуйидаги шартлар қўйилади:

1) *аниқлик шарти:* а) y_{om} максимал амплитуда ва ω_m частотали y_0 топширувчи гармоник таъсирнинг (одатда кузатувчи системалар



15.1- расм. АБСни коррекциялаш

учун) ёки $\dot{y}_{0m}$ максимал тезлик ва $\ddot{y}_{0ш}$ тезланишларга эга бўлган ихтиёрий таъсирларнинг системада ишланишидаги жоиз хатолик,

б) системанинг астатизм тартиби ν ёки статик баъзан кинетик хатоликка йўл қўйилмаслиги:

2) *тезкорлик шартлари*: сакрама (поғонали) таъсирни ишланишдаги ростлаш вақти t_s ёки системанинг кесилиш частотаси $\omega_к$;

3) *барқарорлик кўлами шарти*: фаза бўйича $\Delta\varphi$ ва модул бўйича ΔL кўлам, ёки поғонали таъсирни ишлашдаги жоиз ортиқча ростлаш h_m ёки тебраниш коэффициенти M_m (одатда кузатувчи системалар учун).

15.12 ТЕХНИК ТОПШИРИҚ БЎЙИЧА ЛАЧХ НИ ҚУРИШ

Амалда барча сифатли АБС лар частота характеристикаларда намунавий хусусиятларга ёки намунавий ЛАЧХ ларга эга. Намунавий ЛАЧХ лар учун уларнинг параметрлари ва техник топшириқлардаги параметрлар орасида бир маъноли боғланишни барқарорлаштирувчи номограммалар ҳисобланган. Коррекция қилинган ЛАЧХ қуриш паст частотали соҳадан бошланади.

I. Паст частоталар соҳасида системанинг аниқ ишлаш шартидан ω_m, L_m координаталари назорат нуқта K нинг ҳолати аниқланади, бу ерда ω_m—топширувчи таъсирнинг максимал частотаси

$$L_m = L(\omega_m) = 20\lg|W_к(j\omega_m)| = 20\lg\frac{y_{0m}}{e_{жоиз}}, \qquad (15.1)$$

бу ерда L_m шу частотадаги кучайтириш коэффициенти (дб).

АБС аниқлигини гармоник сигналнинг тикланиши бўйича осонгина баҳолаш мумкин. Агар техник топшириқ бўйича тиклаш учун энг қийин бўлган топширувчи таъсир қуйидаги кўринишга эга бўлса:

$$y_0(t) = y_{0m}\cdot\sin\omega_m t,$$

АБС хатолиги амплитудаси қуйидагича аниқланади:

$$e_m = y_{\text{om}}|W_{\text{eo}}(j\omega_m)| = \frac{y_{\text{om}}}{|1+W_{\text{уз}}(j\omega)|} \approx \frac{y_{\text{ом}}}{|W_{\text{уз}}(j\omega)|}, \qquad (15.2)$$

чунки иш частотаси диапазонида одатда $W_{\text{уз}}(j\omega) \geqslant 1$, $e_m \leqslant e_{\text{жоиз}}$ шартидан (15.1) ни оламиз. Агар техник топшириқда топширувчи таъсирнинг максимал тезлиги $\dot{y}_{\text{om}}$ ва максимал тезланиши $\ddot{y}_{\text{om}}$ берилган бўлса, уни қуйидаги частота ва амплитудага эга бўлган эквивалент гармоник кўринишга келтириш мумкин:

$$\omega_{\text{m}} = \ddot{y}_{\text{om}}(\dot{y}_{\text{om}})^{-1}; \quad y_{\text{om}} = \dot{y}^2_{\text{om}}(\ddot{y}_{\text{om}})^{-1}.$$

K нуқта орқали $L_к(\omega)$ кириши мумкин бўлмаган тақиқланган зонани аниқловчи иккита асимптота ўтказилади (5.2-расм). Биринчи асимптота ($\omega \leqslant \omega_{\text{m}}$ учун) $(-\nu \cdot 20)$ дб дек оғиш билан ўтказилади, бу ерда ν — техник топшириқда берилган система астатизми тартиби. Иккинчи асимптота ($\omega > \omega_{\text{m}}$) учун оғиш билан ўтказилади [3]. Агар ν катталик берилмаган бўлса, аммо техник топшириқда статик $e_{\text{ст}}$ ёки кинетик $e_{\text{кин}}$ хатоликнинг мумкинлиги ёки йўқлиги шартлари изоҳланган бўлса, ν катталик қуйидаги схема бўйича танланади:

$$e_{\text{ст}} \neq 0 \rightarrow \nu = 0;$$
$$e_{\text{ст}} = 0, \; e_{\text{кин}} \neq 0 \rightarrow \nu = 1;$$
$$e_{\text{ст}} = 0, \; e_{\text{кин}} = 0 \rightarrow \nu \geqslant 2.$$

Шуни айтиш лозимки, АБС нархи ва мураккаблиги одатда астатизм тартиби ошиши билан ошади. Коррекцияланган система ЛАЧХ си $[\omega_1 \geqslant \omega_m]$ частотагача кучайтириш каскадларининг минимал сони билан кифояланиш учун одатда жоиз соҳа чегараси бўйича ўтказилади.

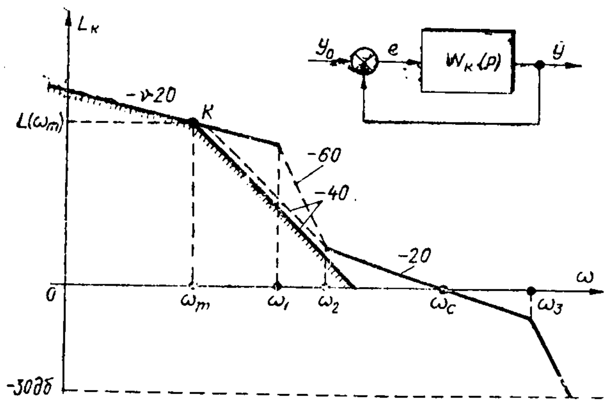
2. Ўртача частоталар соҳасида $[\omega_2, \omega_3]$ исталган тезкорликни таъминлаган ҳолда $\omega_қ$ нуқта орқали (-20) дб дек оғиш билан асимптота ўтказилади (15.2-расм). $\omega_қ$ нуқта техник топшириқда берилади ёки берилган ростлаш вақти катталиги бўйича топилади:

$$\omega_қ \cong k_қ \cdot \frac{\pi}{t_қ}, \quad k_қ = 2 \div 4.$$

Минимал фазавий системалар учун ЛАЧХ нинг бундай оғиши $[\omega_2, \omega_қ]$, $[\omega_қ, \omega_3]$ кесмалар узунлигини тегишли равишда танланганда АБС барқарорлигини таъминлайди. Бу кесмалар қанчалик узун бўлса, фаза бўйича кўлам шунчалик катта ва тебраниш шунча кичик бўлади (системанинг кучлироқ демпферланиши). Одатда бу участкалар узунлигини $\omega_қ$ дан икки томонга қараб (0,2 — 0,9) дек га тенг қилиб олинади.

Агар тебраниш кўрсаткичи $M_к$ берилган бўлса (одатда кузатувчи системалар учун) тақрибан қуйидагиларни топиш мумкин:

$$\omega_2 \leqslant \omega_қ \frac{M_{\text{m}} - 1}{M_{\text{m}}}; \qquad \omega_3 \geqslant \omega_қ \frac{M_{\text{m}} + 1}{M_{\text{m}}}. \qquad (15.5)$$



15.2- расм. Коррекцияланган система логарифмик амплитуда частота характеристикаларини қуриш

$M_m = 1{,}1 - 1{,}3$ катталик жуда яхши демпферланган системага мос келади; кўпгина кузатувчи системалар учун $M_m \leqslant 1{,}8$ катталик жоиздир.

3. ЛАЧХ нинг паст частотали кесмаси билан ўртача частотали ($[\omega_1, \omega_2]$ диапазондаги) кесмани тақиқланган зонага тушмайдиган қилиб (-40) дб дек ёки (-60) дб дек оғиш билан асимптота ўтказилади.

4. Юқори частоталар соҳасида ($\omega > \omega_3$ да) $L_к(\omega)$ иложи борича $h_д(\omega)$ оғиши билан ўтказилади. ЛАЧХ нинг бу қисмини одатда $L = -30$ дб қийматгача қурилади.

5. Номограммалар ва техник топшириқ буйича ω_2, $\omega_қ$, ω_3 қийматлари аниқланади.

Кейин коррекция схемасини танлашга ўтилади. Шуни айтиш лозимки, агар кесилиш частотаси $\omega_к$ топширувчи таъсир максимал частотасидан иккидан ортиқ тартибга катта бўлса, коррекция масаласи нисбатан осонлашади. Тракселга биноан коррекция масаласини

$$L(\omega_m) < 33n[\text{дб}] \text{ бўлса оддий деб, агар } L(\omega_қ) > 33 \cdot n(\text{дб}),$$

$\left(\text{бу ерда } n = \lg \frac{\omega_к}{\omega_m}\right)$ бўлса мураккаб деб ҳисоблаш мумкин.

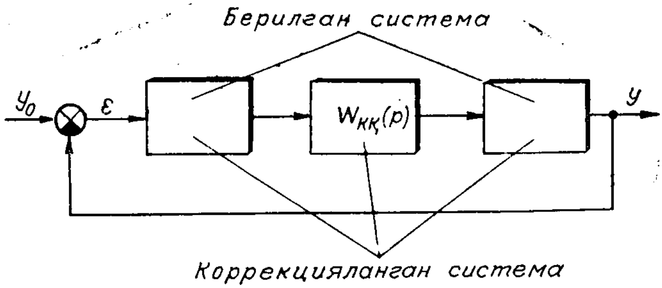
15.2. АБС КОРРЕКЦИЯСИНИНГ КЕТМА-КЕТ СХЕМАСИ

Кетма-кет коррекциялаш схемасида (15.3-расм) КҚ системада бошқа элементлар билан инженерлик нуқтаи назаридан мумкин бўлган жойда кетма-кет уланади.

$$W_к(p) = W_д(p) \cdot W_{кқ}(p).$$

Шунинг учун

$$L_к(\omega) = L_д(\omega) \cdot L_{кқ}(\omega),$$



15.3-расм. АБСни кетма-кет коррекциялаш

бундан ҚҚ нинг қидирилаётган ЛАЧХ си қуйидагича топилади:

$$L_{кқ}(\omega) = L_к(\omega) - L_д(\omega). \qquad (15.6)$$

Агар коррекциянинг кетма-кет схемаси танланган бўлса ҚҚ ЛАЧХси (16.6) га биноан жуда осон топилади. Агар ҚҚ пассив ҚҚ — занжир кўринишида электр занжирда ишлаши шарт бўлса, унинг параметрларини ҳисоблаш унча қийинчилик туғдирмайди. Агар дастлабки АБСда электр элементлар бўлмаса $L_{кқ}(\omega)$ бўйича ҚҚ узатиш функцияси топилади ва ҚҚ муносиб элементлардан йиғилади.

151-мисол. Кузатувчи системанинг коррекцияси. Дастлабки система схемаси 2.8-расм, *а* да тасвирланган, структура схемаси эса 15.4-расмда келтирилган. Дастлабки системанинг частота характеристикаси

$$W_д(j\omega) = \frac{k}{j\omega(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)},$$

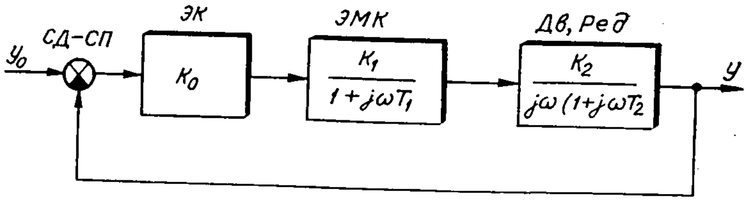
бу ерда $k = k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 = 0,4$; $T_1 = 0,0625$ сек; $T_2 = 0,25$ сек.

1. Коррекция усулига биноан $L_д(\omega)$, $\varphi_д(\omega)$ ни қурамиз (15.5-расм). $L_д(\omega)$ қуйидаги тартибда қурилади:

а) туташ частоталарни топамиз $T_2^{-1} = 4$ с$^{-1}$, $T_1^{-1} = 16$ с$^{-1}$;

б) ($\omega = 1$ с$^{-1}$, $L_д(1) = 20\lg k = -8$ дб) координатали нуқтадан T_2^{-1} частотагача (—20) дб/дек оғиш билан асимптота ўтказамиз; кейин (—40) дб/дек оғиш билан T_1^{-1} частотагача асимптота ўтказамиз; кейин (—60) дб/дек оғиш билан қуйидагини қурамиз.

$$\varphi_д(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \operatorname{arc\,tg} \omega T_1 - \operatorname{arc\,tg} \omega T_2.$$



15.4-расм. Кузатувчи системанинг структура схемаси.

2. Техник топшириқ бўйича $L_к(\omega)$ ни қурамиз. Техник топшириқда қуйидагилар кўрсатилган:

а) топширувчи гармоник таъсирнинг максимал частотаси

$$\omega_m = 0{,}05 \text{ сек}^{-1}$$

ва мумкин бўлган нисбий хатолик $\frac{e_{жоиз}}{y_{om}} \leqslant 0{,}1$ %; система астатизми $\nu = 1$;

б) ростлаш вақти $t_s \leqslant 3$ с.

Техник топшириққа асосан назорат нуқта координаталарини топамиз $\omega_m = 0{,}05$ сек$^{-1}$, $L_m = 20\lg 1000 = 60$ дб.

Тақиқланган зонани қурамиз. Коррекцияланган система кесилиш частотасини топамиз $\omega_қ \cong 4\frac{\pi}{t_s} \cong 4$ с$^{-1}$ ва (—20) дб/дек оғиш билан асимптота ўтказамиз. $[\omega_2, \omega_қ]$, $[\omega_қ, \omega_3] \cong 0{,}6$ кесмаларни шундай танлаймизки, бунда $\omega_3 = 16$ с$^{-1}$ ва $\omega_2 = 1{,}0$ с$^{-1}$ бўлсин.

Паст частотали асимптотани ўрта частотали асимптота билан туташтиришни (—40) дб/дек оғиш билан амалга оширамиз (15.5-расм, *а*). Юқори частотали асимптотани $L_д(\omega)$ дагидек (—60) дб/дек оғиш билан ўтказамиз.

3. Кетма-кет коррекциялаш схемасини танлаймиз. (15.6) дан $L_{кқ}(\omega)$ ни топамиз. Бундай КҚ ни *RC* — занжир кўринишида (15.5-расм, *б*) ва кучайтириш коэффициенти 100 га тенг бўлган кучайтиргични амалга ошириш етарлича осон бўлса-да, КҚ ни (15.5-расм, *в*) $L_{кқ_2}(\omega)$ бўйича амалга ошириш ундан ҳам осонлигини кўриш қийин эмас. $L_{кқ}(\omega)$ ни олиш учун $L_к(\omega)\omega > \omega_3$ частоталарда олдин (— 40) дб/дек оғиш билан, кейин эса (— 60) дб/дек оғиш билан (15.5-расм, *а* даги штрих-пунктир) чизиқ ўтиши лозим. Шу вариантни ва унга мос КҚ танлаб электрон кучийтиргич танлаймиз.

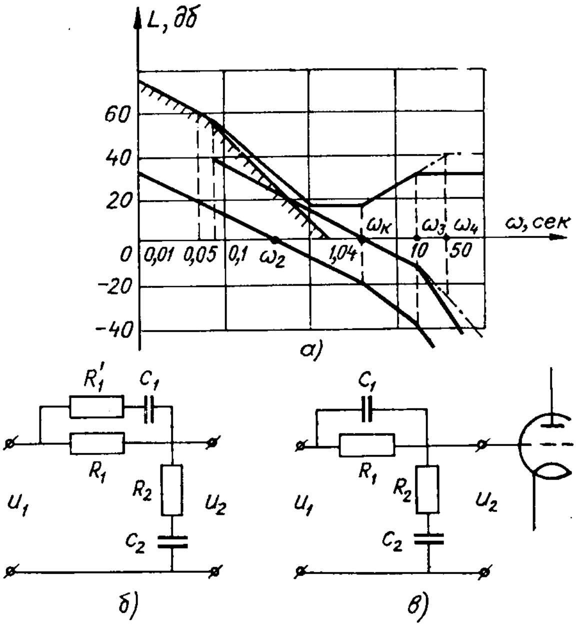
4. КҚ параметрларини ҳисоблаймиз. $L_{кқ}(\omega)$ бўйича қуйидагини топамиз:

$$W_{кқ_2}(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{100(1+p\omega_2^{-1})(1+p\omega_1^{-1})}{(1+p\omega_1^{-1})(1+p\omega_4^{-1})}.$$

бу ерда $\omega_1 = 0{,}08$ с$^{-1}$; $\omega_2 = 1$ с$^{-1}$; $\omega_қ = 4$ с$^{-1}$; $\omega_4 = 50{,}0$ с$^{-1}$.

Коррекцияловчи қурилмалар жадвалидан 3.14 кўчайтиргичсиз узатиш функциялари учун назарий йўл билан аниқланган (аналитик) ифодани топамиз:

$$W_{кқ}(p) = \frac{(1+pR_1C_1)(1+pR_2C_2)}{R_1R_2C_1C_2p^2+[R_1C_1(1+R_2R_1^{-1})R_2C_2]+1};$$



15.5- расм.

Узатиш функцияларини солиштириб қуйидагини топамиз:

$$R_1C_1 = \omega_2^{-1} = 1 \text{ с}; \quad R_2C_2 = \omega_c^{-1} = 0{,}25 \text{ с};$$
$$R_1R_2C_1C_2 = \omega_2^{-1}\omega_4^{-1} = 0{,}25 \text{ с}^2.$$
$$R_1C_1 + R_2C_2 + R_2C_1 = \omega_1^{-1} + \omega_4^{-1} = 12{,}52 \text{ с}.$$

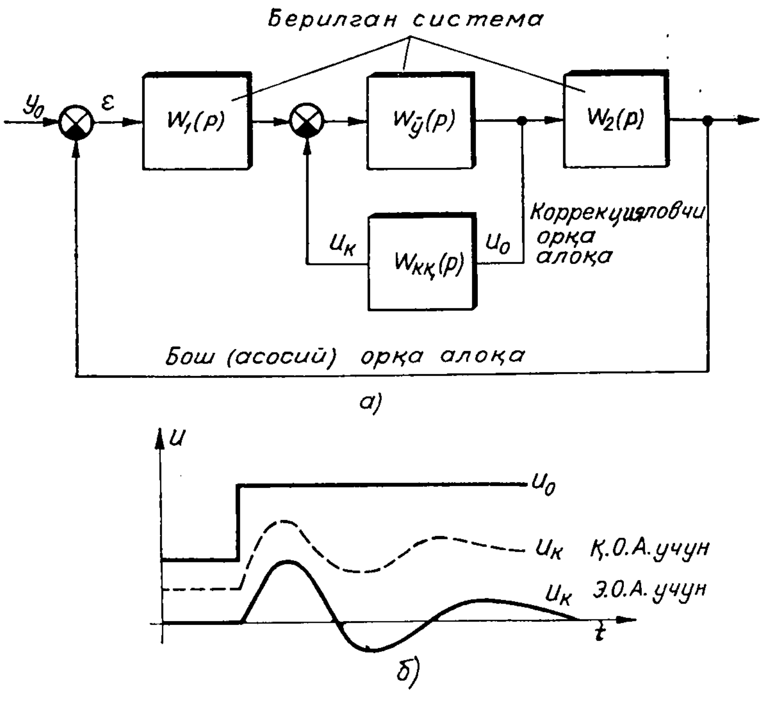
Учинчи тенглама олдинги икки тенгламани бир-бирига кўпайтириб олинган. Шундай қилиб, тўртта номаълумни топиш учун учта тенгламага эгамиз, шунинг учун КҚ нинг битта параметрини ихтиёрий танлаб олиш мумкин. Лампанинг тўр қаршилиги катталиги чекланганлиги сабабли ($R_{\text{тўр}} \leqslant 0{,}5$ Мом); $R_1 = 0{,}5$ Мом деб танлаймиз. Унда $C_1 = R_1^{-1} \cdot \omega_2^{-1} = 2$ мкФ. Охирги тенгламадан $R_2 = 5{,}63$ Мом ни оламиз. Унда $C_2 = 0{,}45$ мкФ.

Шуни айтиш лозимки, танланган КҚ ўзгармас ток занжирлари учун коррекцияловчи қурилмадир, шунингдек, масалан Lд (ω) си худди шундай ўзгарувчан токли кузатувчи системани (2.8-расм, б) коррекциялаш учун схемаси бошқача бўлган (кўприкли RC — занжир асосида) ўзгарувчан токли КҚ талаб қилинган бўлар эди.

Тескари боғланишли коррекциялаш схемасида (15.6-расм, *а*) КҚ системага системанинг $W_{қам}(p)$ узатиш функцияли қисмини қамраб олиш билан киритилади. Манфий корректирловчи тескари боғланиш қамраб олинган қисмнинг система характеристикасига таъсирини камайтириши сабабли, характеристикаларнинг барқарорлиги кичик бўлган элементларни (электрон кучайтиргичлар, коллекторли двигателлар ва ш. ў.) тескари боғланиш орқали қамраб олишга интилади.

Коррекциялашни қатъий ва мосланувчан тескари боғланиш орқали амалга ошириш мумкин. Қатъий тескари боғланиш (Қ. Т. Б.) ўтиш ва бир қатор тартибда таъсир қилса, мосланувчан тескари боғланиш (М. Т. Б.) фақат ўтиш тартибида таъсир этади (15.6-расм, *б*).

Манфий Қ. Т. Б. да система қамраб олинган жисмнинг статик кучайтириш коэффициенти камаяди. Натижада коррекцияланган система хатолиги ортади (12.2-мисолга қаранг). Шунинг учун амалда М. Т. Б. ёрдамида коррекциялаш кенг тарқалди.



15.6-расм. Тескари боғланишли коррекциялаш схемаси

ҚҚ ни топиш усулини кўрайлик. Коррекция схемасидан (15.6-расм, *a*) қуйидагини оламиз:

$$W_{\text{к}}(p) = W_1(p)\frac{W_{\text{қам}}(p)}{1+W_{\text{қам}}(p)W_{\text{кқ}}(p)}W_2(p) = \frac{W_{\text{д}}(p)}{1+W_{\text{қам}}(p)W_{\text{кқ}}(p)}.$$

Охирги ифода ЛАЧХ дан фойдаланишга ноқулай. Аммо агар частотанинг бирор оралиғида қуйидагини таъминлаш талаб этилса,

$$W_{\text{к}}(j\omega) \cong W_{\text{д}}(j\omega), \tag{15.7}$$

агар қуйидаги шарт бажарилса

$$|W_{\text{қам}}(j\omega)\cdot W_{\text{кқ}}(j\omega)| \ll 1, \text{ ёки } L_{\text{кам}}(\omega) + L_{\text{ққ}}(\omega) < 0. \tag{15.8}$$

Частота бошқа оралиғида

$$|W_{\text{қам}}(j\omega)W_{\text{кқ}}(j\omega)| \gg 1, \text{ ёки } L_{\text{қам}}(\omega) + L_{\text{кқ}}(\omega) > 0 \tag{15.9}$$

бўлса,

$$W_{\text{к}}(j\omega) \cong \frac{W_{\text{д}}(j\omega)}{W_{\text{қам}}(j\omega)W_{\text{кқ}}(j\omega)} = \frac{W_1(j\omega)W_2(j\omega)}{W_{\text{кқ}}(j\omega)} \tag{15.10}$$

бўлади.

Шундай қилиб, ҳақиқатан ҳам, юқоридаги маълум шартларда коррекцияланган система характеристикалари системанинг қамраб олинган қисмига боғлиқ бўлмайди. (15.10)дан $L_{\text{кқ}}(\omega)$ ни топишга ҳаракат қиламиз.

$$L_{\text{қам}}(\omega) + L_{\text{кқ}}(\omega) = 0 \text{ даги } \omega', \ \omega''$$

частоталар, яъни (15.8) ёки (15.9) бажариладиган частоталар оралиғининг чегаралари тескари боғланишли коррекциядаги туташ частоталар деб аталади. $L_{\text{кқ}}(\omega)$ ни қуйидаги тартибда қуриш қулай.

Дастлабки система (ЛАЧХ) $L_{\text{д}}(\omega)$ си қурилади.

2. Техник топшириқ бўйича коррекцияланган система ЛАЧХ си қурилади.

3. (15.10) га мос ҳолда, яъни [ω′, ω″] бирор частота оралиғи учун (15.9) шартидан жамланган ЛАЧХ топилади:

$$L_{\Sigma}(\omega) = L_{\text{қам}}(\omega) + L_{\text{кқ}}(\omega) = L_{\text{д}}(\omega) - L_{\text{к}}(\omega).$$

4. Техник имкониятлар ва характеристикаларнинг беқарорлиги асосида системадаги қамраб олинувчи қисм белгиланади.

5. [ω′, ω″] частоталар оралиғи учун

$$L_{\text{кқ}}(\omega) = L_{\Sigma}(\omega) - L_{\text{қам}}(\omega)$$

топилади.

6. $L_{кқ}(\omega)$ бўйича КҚ танланади. Агар уни амалга ошириш қийин бўлса, системада қамраб олинувчи қисмнинг бошқа варианти танланади.

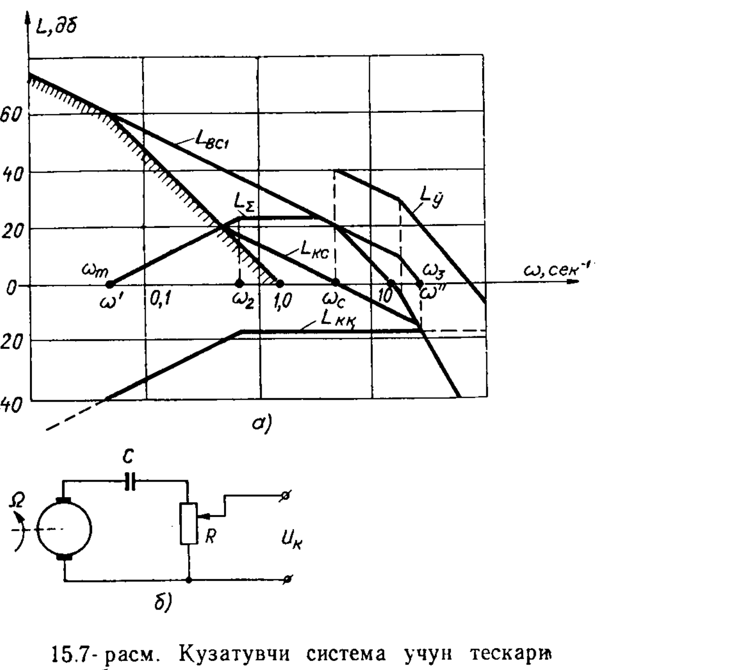
15.2- мисол. Кузатувчи система (2.8- расм, *б*) коррекциясини кўрайлик. Бу системанинг структура схемаси 15.4- расмда кўрсатилган. Дастлабки система 15.1- мисолдагидек параметрларга эга; техник топшириқ ҳам ўша мисолдагидек. Унда, назорат нуқтаси координатларини топиб дастлабки системадаги кучайтириш коэффициентини шундай оширамизки, олинган $L_{д1}(\omega)$ тақиқланган зонага кирмасин (15.7- расм, *а*)

Техник топшириқ бўйича $L_к(\omega)$ ни кўрамиз. Равшанки, $[0, \omega_m]$ частоталар оралиғида $L_к(\omega) = L_{д1}(\omega)$, ўртача частоталар соҳасида (—20) дб/дек. оғишдаги асимптотани бир томондан тақиқланган зонагача, иккинчи томондан $L_{д1}(\omega)$ билан кесишгунча ўтказамиз. Туташган асимптотани тақиқланган зона чегараси бўйича ўтказамиз. Унда тескари боғланишли коррекциядаги туташ частоталар $\omega' = m$, $\omega'' = \omega_3$ ни оламиз. Шу оралиқда $L_2(\omega)$ ни топамиз. Тахометрик тескари боғланиш орқали кучайтиргич, ЭМУ ва двигателни қамраб оламиз. Демак,

$$W_{қам}(p) = \frac{k'}{(1+pT_1)(1+pT_2)},$$

бу ерда $k' = k'_{куч} \cdot k_{эму} \cdot k_{дв} \cdot k_{тг} = 100.$

$L_{қам}(\omega)$ ни кўрамиз ва $[\omega', \omega'']$ частоталар оралиғида $L_{кқ}(\omega)$ ни топамиз. Агар кўрсатилган диапазондан ташқарида $L_{кқ}(\omega)$ (15.7- расм, *а*) олинса, КҚ жуда сод-



15.7- расм. Кузатувчи система учун тескари боғланишли коррекциялашга мисол да бўлади. Бу ҳолда (15.8) шарт ҳам қаноатлантирилади. Шундай қилиб, шу вариантда тўхтаймиз, унда

$$W_{\text{кқ}}(p) = \frac{K_{\text{Т.Б.}} \cdot p\omega_2^{-1}}{1+p\omega_2^{-1}},$$

бу эса мосланувчан тескари боғланишга мос келади. КҚ нинг амалга оширилиши 15.7- расм, *б* да кўрсатилган. Бунда $K_{\text{Т.Б}} < 1$ бўлгани сабабли тескари боғланиш кучайтиргичсиз амалга оширилган. $U_{\text{к}}$ сигнали КҚ дан дастлабки системанинг T_1, T_2 нуқталарида берилади (2.8- расм, *б*).

15.4. КОРРЕКЦИЯЛАШ УСУЛЛАРИНИ ҚИЁСИЙ БАҲОЛАШ

Кетма-кет коррекциялашнинг афзаллиги уни амалга оширишдаги соддалиги ва айниқса КҚ ни RC — занжири кўринишида бўлишидадир. Аммо бундай коррекциялашнинг имкониятлари нисбатан катта эмас: бу усул одатда дастлабки система барқарорликка яқин ёки барқарор бўлганида, аммо ўтиш жараёнларининг сифати ёмонлигида (ортиқча тебранишли, кичик тезкорли) қўлланилади. Бу ҳолларда фаза бўйича илгарилашни берувчи турли RC — занжирлар (дифференциалловчи бўғинлар) кенг қўлланилади. Аммо қатор ҳолларда улар юқори частотали халақитларнинг таъсирини таъкидлайди. Ундан ташқари, дастлабки система характеристикаларининг беқарорлигида кетма-кет коррекциялаш самарасиз.

Манфий тескари боғланиш орқали коррекциялаш, аксинча, система характеристикаларининг дастлабки системадаги қамраб олинган қисми характеристикаларининг барқарорлигига боғлиқлигини камайтиради. Бу усулнинг камчилиги сифатида КҚ ларни амалга оширишдаги нисбатан мураккабликни кўрсатиш мумкин. Бундай коррекцияни амалга ошириш учун катта датчиклар зарур (15.2-мисолда датчик сифатида тахогенератор ишлатилган). Бундай датчиклар қўпол ва қиммат бўлади.

16- боб

МАХСУС АВТОМАТИК СИСТЕМАЛАРНИ СИНТЕЗЛАШ

16.1. ПАРАМЕТРЛАРИ ТАҚСИМЛАНГАН ВА КЕЧИКИШЛИ СИСТЕМАЛАРНИ СИНТЕЗЛАШ ХУСУСИДА

Параметрлари тақсимланган ёки кечикувчи элементлари бўлган АБС ларни синтезлашнинг умумий усули, равшанки, параметрлари тўпланган системаларни синтезлашдек бўлади. Ёпиқ системанинг оптимал узатиш функциясини синтезлаш масаланинг қўйилишига боғлиқ бўлган усуллар ёрдамида амалга оширилади. Эслатиб ўтамиз, оптимал узатиш функциялари одатда p бўйича трансцендент функциялар бўлади ва уларни асосан фақат параметрлари тақсимланган системалар ёрдамида аниқ амалга оширилиши мумкин. Аммо соддалаштириш мақсадида, аввалгидек, синтез масаласи касрий-рационал узатиш функциялари орқали тавсифланувчи коррекцияловчи қурилмаларни синтезлашга келтирилади деб ҳисоблаймиз. Очиқ системанинг оптимал логарифмик частота характеристикасини аниқлашдан иборат бўлган кейинги қадам параметрлари тўпланган системалардагидек аналитик йўл билан (15-боб) ёки туташ номограммалар ёрдамида график йўл билан бажарилиши мумкин. Аммо параметрлари тақсимланган ва кечикишли системаларни синтезлаш жараёнида оптимал характеристикалардан исталган характеристикаларга ўтишда, параметрлари тақсимланмаган системаларда кўпинча мумкин бўлганидек фақат исталган амплитуда частота характеристикаларини кўриш билан чегараланиб бўлмайди, балки қўшимча исталган фаза-частота характеристикани ҳам кўриш лозим.

Синтезлашнинг кейинги босқичларини шундай бажариш лозимки, бунда бир вақтнинг ўзида амплитуда ва исталган фаза частота характеристикаларни амалга оширишдаги исталган аниқлик таъминлансин. Бунда P бўйича касрий-рационал функциялар кўринишидаги коррекцияловчи қурилмалар узатиш функцияларининг аналитик ифодаларини олиш учун 15-бобда баён этилган усуллардан фойдаланиш мумкин.

16.2. ПАРАМЕТРЛАРИ ЎЗГАРУВЧАН СИСТЕМАЛАРНИ СИНТЕЗЛАШ

Параметрлари ўзгарувчан системаларни математик усуллар ёрдамида синтезлаш ҳозирча мумкин эмас. Бу масала ЭҲМ лар ёрдамида система ишлашининг энг муҳим тартибларини қараб чиқиб, коррекцияловчи қурилмаларни танлаш йўли билан ечилади. Аммо, ўтиш тартибида система параметрлари айтарлича ўзгармас (квазистационар системалар) коррекцияловчи қурилмаларни ҳисоблаш йўли билан синтезлаш мумкин. Бунда вақт бўйича ўзгарувчилар коэффициентлари «қотириш» («заморозить») ёки параметрлари ўзгарувчан бўғинни унга эквивалент параметрлари ўзгармас бўғин билан алмаштириш усулларидан фойдаланиш мумкин.

Қотирилган коэффициентлар усули энг оддий усуллардан бири бўлиб, бирор белгиланган $t=\tau$ вақт онида вақт бўйича ўзгарувчан параметрларни қотириб қўйишдир. Бу усул (4.43) дифференциал тенглама коэффициентларининг қотишига олиб келади. Бу ҳолда параметрлари ўзгарувчан система параметрлари ўзгармайдиган системаларга келтирилади, бу эса ўз навбатида системани синтезлашдаги маълум усулларнинг (15-бобга қаранг) қўлланилишига имкон беради.

Коэффициентлари қотирилган системанинг ўзгармас коэффициентли системадан фарқи шуки, коэффициентлари қотирилган системанинг тадқиқи $0<\tau<T$ оралиқда ётувчи (T — системанинг ишлаш вақти) турли вақт онлари $t=\tau$ учун кетма-кет амалга оширилиши лозим.

Агар системанинг τ дан T гача оралиқдаги ишлатиш вақтида ростлаш системасининг сифати мақбул бўлса, тадқиқлаш оралиғида тенглама коэффициентлари ўзгарганда ҳам система ишга яроқли ҳисобланади.

Ўтиш жараёни вақти мобайнида (вазн функцияси амалда нулга етмаганида) (4.43) тенглама ўзининг қийматини ўзгартиришга улгурса, бу усул тўғри натижалар беради. Шуни айтиш лозимки, кўрилаётган усулнинг самарадорлиги коэффициентлар қотирилувчи белгиланган вақт онларининг тўғри танланишига боғлиқ бўлиши мумкин. Бу вақт онларини шундай танлаш лозимки, коэффициент қийматларининг барча мумкин бўлган вариантлари қамраб олиниши, айниқса, коэффициентлар ўзгариши айтарлича бўлган ва коэффициентлар ишораси алмашиши ва шулар рўй берувчи «хавфли» нуқталарга эътибор берилиши зарур.

Қотирилган реакциялар усули. Усулнинг ғояси қуйидагидан иборат. Айтайлик, ўз таркибида параметрлари ўзгарувчан бўғин бўлган АБС берилган бўлсин. Системанинг параметрлари ўзгармас қисми алоҳида бўғинга ажратилган.

Параметрлари ўзгармас бўғин учун фақат вақтга боғлиқ бўлган импульсли характеристика $w_1(t)$ аниқланиши мумкин. Унга мос узатиш функцияси қуйидагига тенг

$$W_1(p) = \int_0^\infty w_1(t) e^{-pt} dt. \qquad (16.1)$$

Параметрлари ўзгарувчан бўғин учун импульсли характеристика $w_2(t, \tau)$ ни аниқлаймиз. Агар бўғиннинг дифференциал тенгламаси икки тартиблидан юқори бўлмаса, бу импульсли характеристика аниқ топилиши мумкин.

w_2 *вазн функцяси* аниқлангач, уни бирор $t=\tau_0$ вақт они учун қотирамиз. Бунда вазн функцияси $t=\tau_0$ нуқта яқинида кичик оралиқда фақат $\tau=t-\tau_0$ вақтга боғлиқ ва белгиланган силжиш қийматига боғлиқ эмас, деб фараз қиламиз. Шундай қилиб, биз қуйидаги функцияни оламиз

$$w_2(t - \iota, \tau_0) = w_2(\tau, \tau_0). \qquad (16.2)$$

Шуни айтиш лозимки, биз аргумент τ ни тўлиқ белгилаймиз, балки унинг вазн функцияси рельефини цилиндрик бўлмаган қисмини белгилаймиз.

(16.2) вазн функцияси учун қуйидаги узатиш функцияси топилиши мумкин:

$$W_2(p, \tau_0) = \int_0^\infty w_2(\tau, \tau_0) e^{-\tau p} d\tau,. \qquad (16.3)$$

Бу узатиш функцияси ўз маъноси билан параметрикдир, чунки унга белгиланган τ_0 параметр киради. Аммо ўз хусусиятлари билан у параметрлари ўзгармайдиган бўғин узатиш функциясига тўла мос келади. Шу сабабли бу узатиш функциясини *эквивалент узатиш функцияси* деб атаймиз. Бу узатиш функциясига худди параметрлари ўзгармас бўғин каби қараш мумкин. Шу сабабли кўрилаётган узатиш функциясини қисқача $W_2(p, \tau_0) = W_2(p)$ кўринишида ёзиш мумкин.

Аммо бунда шуни эсда тутиш лозимки, системани тадқиқлаш белгиланган параметрнинг $0 < \tau_0 < T$ оралиғидаги турли қийматларида амалга оширилиши лозим.

Кўрилаётган система учун эквивалент узатиш функциясидан фойдаланилганда очиқ система узатиш функцияси учун қуйидагини ёзиш мумкин

$$W_{\text{o.}}(p) = W_1(p)W_2(p), \tag{16.4}$$

ёпиқ система узатиш функцияси

$$W_{\text{ё}}(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)} = \frac{W_1(p)W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} \tag{16.5}$$

ва хатолик бўйича узатиш функцияси

$$W_{\text{e.}}(p) = 1 - W(p) = \frac{1}{1 + W_1(p)W_2(p)}. \tag{16.6}$$

Бу функциялар параметрлари ўзгармас системалар учун ростлаш барқарорлиги, аниқлиги ва сифатини тадқиқлашда ишлатилганидек ишлатилиши мумкин. Аммо тадқиқлаш барча 0 дан T гача бўлган иш интервали τ ни қамраши зарур.

Коэффициентлари қотирилган ҳолдагидек бу ерда тадқиқот ўтказилиши шарт бўлган «хавфли» нуқталарни белгилашга тўғри келади. Аммо кўрилаётган усулда нафақат алоҳида вақт онларидаги коэффициентлар қийматларини ҳисобга олиш мумкин, балки уларнинг вақт бўйича ўзгаришининг характери (ўзгариш тезлиги, ўзгариш тезланиши ва ш. ў.) ҳам ҳисобга олиниши мумкин. Бу эса тадқиқлашнинг соддалигини сақлаган ҳолда тўла бўлишини таъминлайди.

Баъзи ҳолларда параметрлари ўзгарувчан бўғин ўтиш функциясини топиш ва уни қотириш мақсадга мувофиқ бўлади.

$$h_2(t - \tau, \tau_0) = h_2(\tau, \tau_0). \tag{16.7}$$

(13.18) ўтиш функцияси учун узатиш функциясини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$W_2(p\tau_0) = p\int_0^\infty h_2(\tau, \tau_0)e^{-\tau p}dt. \tag{16.8}$$

(16.3) қотирилган вазн функцияси бўйича узатиш функциясини топишга нисбатан бу ерда параметрлари ўзгарувчан бўғиннинг динамик сифатлари тўлароқ ҳисобга олинади. Бу бўғин дифференциал тангламасининг ўнг тарафида вақт бўйича ўзгарувчан коэффициентлар бўлганида сезиларлироқ бўлади. Бу коэффициентларнинг ўзгариши фақат ўтиш функциясини топишда ҳисобга олиниши мумкин, чунки вазн функциясини топишда тенгламанинг ўнг тарафидаги коэффициентлар қиймати бирлик импульси берилиш онида белгиланади.

16.3. ИМПУЛЬСЛИ СИСТЕМАЛАРНИНГ КОРРЕКЦИЯСИ

Беқарор импульсли АБС ларни барқарорлаш ёки ўтиш жараёнлар сифатини яхшилаш мақсадида қуйидаги коррекциялаш турларидан фойдаланилади:

— импульсли параметрларининг ўзгариши ҳисобига импульсли АБС динамик характеристикаларининг ўзгаришига асосланган *импульсли коррекциялаш;*

— узлуксиз (аналог) коррекцияловчи қурилма киритилиши ҳисобига импульсли АБС узлуксиз қисми динамик характеристикаларининг ўзгаришига асосланган *узлуксиз коррекциялаш;*

— орасида рақамли ҳисоблаш қурилма ёрдамида амалга оширилувчи дискрет фильтр киритилиши ҳисобига импульсли АБС характеристикаларининг ўзгаришига асосланган *рақамли коррекциялаш.* Коррекциялашнинг бу тури энг катта имкониятларга эга ва автоматик системаларда бошқарувчи РҲМ ларни қўллаш туфайли жуда қулай.

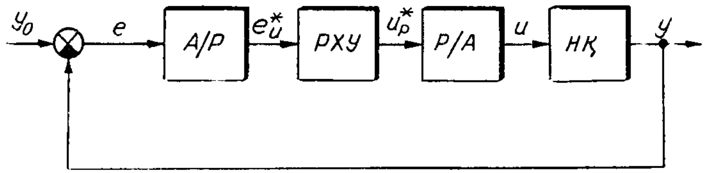
Кечикишли ёки параметрлари тақсимланган системаларда сўроқлаш частотасини қулай танлаш йўли билан барқарорликни таъминлаш ёки барқарорлаш кўламини ошириш билан боғлиқ бўлган импульсли коррекциялашнинг элементлари юқорида кўрилган эди (13.4-§ га қаранг). Шакл импульсли коррекциялаш ёрдамида системанинг келтирилган узлуксиз қисмининг АФХ си

$$W_{\text{ку}}(j\omega) = W_{\text{ф}}(j\omega)W_{\text{ук}}(j\omega) \tag{16.9}$$

модулловчи импульс $s(t)$ шаклининг ўзгариши ҳисобига керакли йўналишда ўзгартирилади, чунки бунда шаклланувчи бўғин АФХси (7.36) га биноан ўзгаради. Аммо, шуни айтиш лозимки, бундай коррекция фақат амалда кам учрайдиган сўроқлашнинг пасайтирилган частотасида самарали бўлади. Гап шундаки, чизиқли система юзаси бир хил бўлган турли шаклдаги импульсли таъсирларга, агар бу импульсларнинг давомийлиги система хотираси вақтида t_s дан анча кичик бўлса, ($\tau \leqslant 0{,}05t_s$) бир хил реакция беради.

Фақат ихтисослашган импульсли АБС ларда қўлланилувчи узлуксиз коррекциялаш усули етарлича юқори сўроқлаш частотасида узлуксиз АРС ларни коррекциялаш усулидан кам фарқланади, чунки коррекциялаш келтирилган узлуксиз қисмнинг исталган (техник топшириш бўйича қурилган) ва дастлабки частота характеристикаларни таққослаш натижалари бўйича, аммо $(0, \omega_s/2)$ частоталар диапазонида амалга оширилади [27].

Рақамли коррекциялаш, одатда кетма-кет схема бўйича (16.1-расм) амалга оширилади. Бунда рақамли ҳисоблаш қу-



16.1-расм. Рақамли коррекциянинг кетма-кетлик схемаси

рилмаси РҲҚ дан ташқари, табиийки, «аналог-рақам» ва «рақам-аналог» ўзгартгичлари зарур. Бу ўзгартгичлар импульсли элементли инерцион бўлмаган чизиқли ўзгартгичлар каби қурилиб, А/Қ да сатҳ бўйича квантлаш хатолиги ҳисобга олинмайди.

Рақамли коррекциялаш, одатда исталган узатиш функцияси усулини амалга оширади, яъни импульсли АРС сифатининг исталган кўрсаткичларини астатизмнинг керакли тартибини, берилган турдаги таъсирларга (поғонали, чизиқли, ўсувчи ва бошқалар) реакциянинг исталган характерини олишга имкон беради. Масалан:

— импульсли АБС ўтиш характеристикаси сифатнинг берилган кўрсаткичларига эга бўлиши талаб қилинса (13.4-§ га қаранг), исталган $h_n^*(t)$ дан Z — ўзгартириш аниқлангандан сўнг (13.16) ифода бўйича импульсли АБС нинг исталган узатиш функциясини қуйидаги кўринишда топиш мумкин.

$$W_{\text{ёп,и}}(Z) = \frac{Z-1}{Z} Z\{h_{\text{и}}^*(t)\}. \qquad (16.10)$$

— топширувчи таъсирнинг импульсли АБС томонидан идеал сўроқлашнинг битта тактига кечиккан ҳолда тикланиши талаб қилинса

$$W_{\text{ёп,и}}(Z) = Z^{-1}. \qquad (16.11)$$

бўлади. Шуни айтиш лозимки, охирги шарт поғонали таъсир ишланишидаги системанинг оптимал тезкорлигига қўйилган талабига мос келади.

Агар импульсли АБС нинг $y_0(t) = t^n \cdot 1(t)$; $n = 0, 1, 2 \ldots$ таъсирни сўроқлашнинг $(n+1)$ тактидан бошлаб идеал тиклаш қобилиятига эга бўлиши талаб этилса (адабиётда бу талаб минимал прототип мезони сифатида маълум) [28]

$$W_{\text{ё,и}}(Z) = \begin{cases} Z^{-1}; & n = 0 \text{ учун} \\ 2Z^{-1} - Z^{-2}; & n = 1 \text{ учун} \\ 3Z^{-1} - 3Z^{-2} + Z^{-3}; & n = 2 \text{ учун} \end{cases} \qquad (16.12)$$

бўлади.

Импульсли АБС нинг исталган узатиш функцияси $W_{\text{ё,и}}(Z)$ маълум, системанинг келтирилган узлуксиз қисмининг узатиш функцияси $W_{ку}(Z)$ берилган бўлса, дискрет коррекцияловчи қурилма (КҚ) нинг узатиш функцияси қуйидагича аниқланади:

$$W_{кқ}(Z) = \frac{W_{ё,и}(Z)}{W_{ку}(Z)[1 - W_{ё,и}(Z)]}, \tag{16.13}$$

чунки $W_{о.}(p) = W_{кқ}(Z) \cdot W_{ку}(Z)$.

Агар $W_{ку}(Z)$ $W_{ё,и}(Z)$ узатиш функциялар физик нуқтаи назардан амалга оширилувчан бўлса, олинган коррекцияловчи қурилма ҳам физик нуқтаи назардан амалга оширилувчан бўлади (яъни узатиш функциялар Z бўйича полиномлар нисбати бўлиб, суратдаги полином тартиби махраждаги полином тартибидан катта бўлмайди). Бу ҳолда КҚ узатиш функцияси (16.13) дискрет фильтр узатиш функцияси каби қуйидагича ёзилиши мумкин (15.4- § га қаранг):

$$W_{кқ}(Z) = \frac{U(Z)}{E(Z)} = \frac{\sum\limits_{m=0}^{M} b_m Z^{-m}}{1 + \sum\limits_{n=1}^{N} a_n Z^{-n}}. \tag{16.14}$$

Бу эса РҲМ да бошқариш сигналини ҳисоблаш программасига осонгина ўтишга имкон беради

$$U[k\tau] = \sum_{m=0}^{M} b_m e[(k-m)\tau] - \sum_{n=1}^{N} a_n W[(k-n)\tau], \tag{16.15}$$

бунда m ва n тактларга кечиктирилган хатоликлар ва бошқарувчи таъсир қийматлари РҲМ хотирасида сақланиши шарт.

Кейинги йилларда РҲМ ёрдамида узлуксиз (аналог) техникада амалга ошириб бўлмайдиган коррекцияловчи таъсирларни (масалан илгарилатиш билан) олиш имконияти кенг қўлланила бошланди. Илгарилатиш билан коррекциялаш усулини исталган узатиш функцияси усули импульсли АБС узатиш функциясининг номақбул нурлари ва қутбларини қисқартириш заруриятига олиб келганда тавсия қилиш мумкин. Импульсли АБС узатиш функцияларининг кўрсатилган номақбул нуллари ва қутблари беқарор бўлса (Z текисликда бирлик радиусли айлана ташқарисида ётади) «дағаллик» ноаниқлик даражаси шартини қаноатлантирмайдиган ростлаш системасига келинади

$$W_{илг}(Z) = \frac{U(Z)}{E(Z)} = Z^r, \ r \geqslant 1 \tag{16.16}$$

импульсли узатиш функцияли илгарилатувчини ростлаш контурига киритиш импульсли АРС ни барқарорлаштиришга ва суратини яхшилашга имкон беради. Тажриба йўли билан аниқланганки, битта тактга илгарилатилганда энг яхши натижа олинади. Битта тактга илгарилатиш Милн таклиф қилган шаклда осонгина амалга оширилади [32]

$$U[k\tau] = e[(k+1)\tau] = e_д[(k-1)\tau] + \frac{\tau}{3}\{8\nabla e[k\tau] -$$
$$- 5\nabla e[(k-1)\tau] + 4\nabla e[(k-2)\tau] -$$
$$- \nabla e[(k-3)\tau]\} + R, \qquad (16.17)$$

бу ерда $\Delta e[k-\tau] = e[k-i] - e[k-i-1]$ — биринчи тартибли ўсувчи айирма (5.3-жадвалнинг 4-бандига қаранг).

R — 5-тартибли хатоликни ўз ичига олувчи қолдиқ ҳад $(\tau^5 l/5760)$. Илгарилатиш билан коррекциялашни исталган узатиш функцияси билан биргаликда ишлатишни тавсия қилиш мумкин. Бунда илгарилатувчини системанинг берилган қисмига тааллуқли деб қараш лозим.

16.1-мисол. Қуйидаги узатиш функциясига эга бўлган тузилиши намунавий АРС ни барқарорлаштиришни кўрайлик

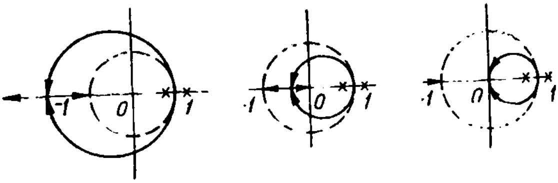
$$W(p) = \frac{k_0}{(p+1)(p-1)}, \quad k_0 > 0.$$

Узлуксиз вариантда бундай АРС ни оддий воситалар ёрдамида барқарорлаштириб бўлмайди. Нуллар ва қутбларни қисқартириш усулини, масалан, $W_{ку}(p) = \dfrac{p-1}{p+1}$ узатиш функцияси номинал фаза хилидаги кетма-кет коррекцияловчи қурилма киритиш йўли билан қисқартириш усулини тавсия этиб бўлмайди. Объект ёки коррекцияловчи қурилма параметрларининг катта бўлмаган ўзгариши системани беқарорликка олиб келади. Илгарилатувчили рақамли коррекциялашни кўрамиз (16.1-схема бўйича). Вақт бўйича, квантланган сигнални тиклаш учун нулли тартибли фиксатордан фойдаланамиз. Унда коррекцияланган очиқ системанинг импульсли узатиш функцияси қуйидагача аниқланади:

$$W_к(Z) = Z^r Z\left\{\frac{1-e^{-p\tau}}{p}\cdot\frac{k_0}{(p+1)(p-1)}\right\} = \frac{k_1 Z^r(Z+1)}{(Z-e^{-\tau})(Z-e^{\tau})}\,.$$

$$k_1 = 0{,}5k_0(e^{\tau} + e^{-\tau} - 2)$$

Импульсли ёпиқ АБС характеристик тенгламасининг траекторияси k_1 0 дан ∞ гача ўзгарганда ва $\tau = 0{,}01$ бўлганида 16.2-расмда кўрсатилган. Шундай қилиб, илгарилатувчисиз ($r=0$) импульсли АБС доимо беқарор бўлади $r \geqslant 2$ да яна беқарор бўлади. Узил-кесил $r = 1$) (16.17) ифода бўйича программали амалга оширишни танлаймиз.



$r=0$ $\quad$ $r=1$ $\quad$ $r=2$

16.2-расм.

16.4. ЧИЗИҚЛИ БЎЛМАГАН АБС ЛАРНИ СИНТЕЗЛАШ

Чизиқли бўлмаган АБС ларни синтезлашда бу масалани ечилишнинг қатор хусусиятларини ҳисобга олиш зарур. Бунда системанинг чизиқли қисмидаги ҚҚ ни ва чизиқли бўлмаган ҚҚ ни синтезлаш мумкин. Система чизиқли қисмининг ҚҚ си система частота характеристикаларини шундай ўзгартирадики, натижада система сифатининг бирор билвосита кўрсаткичлари (тебраниш, барқарорлик даражаси ва ш. ў.) қаноатлантирилади. Система чизиқли қисмини ҚҚ сини синтезлаш 15-бобдаги усулларга ўхшайди; албатта чизиқли бўлмаган буғинларнинг системага киритувчи хусусиятларини ҳисобга олиш зарур.

Ночизиқ коррекцияловчи қурилмаларни синтезлаш системадан зарарли ноаниқликлар таъсирини сусайтирилишига ёки системадаги жараёнлар: сифатини яхшиловчи ва абсолют барқарорликни таъминловчи фойдали ночизиқликларни қўшилишига келтирилади.

Умумий ҳолда, детерминацияланган таъсирдаги синтезлаш масаласи — чизиқли бўлмаган объект динамик характеристикалари маълум бўлганда детерминацияланган таъсир $y_0(t)$ нинг берилган қонун бўйича тикланиши $y_0(t)$ кириш йўли сигналининг амплитудаси одатда чекланган шартидан система чизиқли бўлмаган қисми ҚҚ сининг структура ва параметрини топиш демакдир. Бошқача айтганда, чизиқли бўлмаган ҚҚ чизиқли бўлмаган объект характеристикалари маълум бўлганда бутун ёпиқ система кириш ва чиқиш йўллари орасида олдиндан маълум бўлган муносабатни таъминлаши шарт (16.3-расм).

Математик жиҳатдан масала қуйидагича ифодаланиши мумкин:

Қуйидаги шартни қаноатлантирувчи ҚҚ нинг $k_1(\tau_1)$, $k_2(\tau_1, \tau_2)$, ... ядроларини топиш зарур

$$y(t) = \int_0^\infty w_1(t-\tau_1)y_0(\tau)d\tau_1 + \int_0^\infty\int_0^\infty w_2(t-\tau_1,\ t-\tau_2)y_0(\tau_1)\cdot y_0(\tau_2)\cdot$$

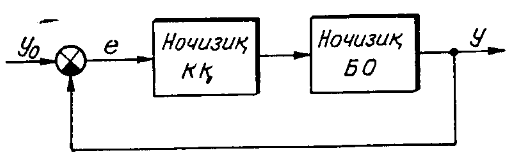
$$\cdot d\tau_1 d\tau_2 + \ldots + \int_0^\infty\int_0^\infty \ldots \int_0^\infty w_n(t-\tau_1,\ t-\tau_2,\ \ldots,$$

$$t-\tau_n)y_0(\tau_1)y_2(\tau_2)\ \ldots\ y_0(\tau_n)d\tau_1 d\tau_2\ \ldots\ d\tau_n,$$

бу ерда

$$w_1(\tau_1),\ w_2(\tau_1,\ \tau_2),\ \ldots,\ w_n(\tau_1,\ \tau_2,\ \ldots,\ \tau_n) —$$

коррекцияловчи қурилма ядролари ва чизиқли бўлмаган объектнинг деффеpенциал тенгламалари орқали аниқланувчи чизиқли бўлмаган ёпиқ система ядролари.



16.3- расм.

Умумий ҳолда, чизиқли бўлмаган бошқариш объекти дифференциал тенгламалар системаси ёки кўп ўлчамли ядролар ёрдамида берилиши мумкин.

Айтайлик, чизиқли бўлмаган бошқариш объекти қуйидаги кўринишдаги дифференциал тенглама орқали тавсифланган бўлсин:

$$Dy(t) = v(t) + cv^3(t), \tag{16.19}$$

бу ерда $D = \frac{d^2}{dt^2} + a\frac{d}{dt} + b$ — чизиқли оператор.

Коррекцияловчи қурилма чиқиш йўлидаги сигнал учун қуйидаги ифодани ёзиш мумкин:

$$v(t) = \int_0^\infty k_1(t-\tau_1)e(\tau_1)d\tau + \int_0^\infty\int_0^\infty k_2(t-\tau_1,\ t-\tau_2)e(\tau_1)e(\tau_2)\cdot$$

$$\cdot d\tau_1 d\tau_2 + \ldots + \int^\infty \ldots \int_0^\infty k_n(t-\tau_1, t-\tau_2, \ldots, t-\tau_n)e(\tau_1)e(\tau_2)\ldots$$

$$\ldots e(\tau_n)\cdot d\tau_1 d\tau_2 \ldots d\tau_n,$$

бу ерда $e(t) = y_0(t) - y(t)$. (16.20)

(16.18) ва (16.20) ифодаларни (16.19) тенгламага қўйиб $y_0(t)$ га нисбатан Лаплас ўзгартиришларни қўллаб ва ҳосил бўлган тенгламанинг бир хил ҳадларини тенглаштириб чизиқли бўлмаган КҚ нинг ядроларини топиш мумкин:

$$K_1(p) = \frac{W_1(p)\cdot W_v(p)}{1 - W_1(p)}$$

$$K_2(p_1 p_2) = \frac{W_2(p_1, p_2)[K_1(p_1+p_2) + V_y(p_1+p_2)]}{[1 - W_1(p_1)][1 - W_1(p_2)]},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \tag{16.21}$$

Чизиқли бўлмаган системалар элементларининг турли бирикмалари ядросини топишга имкон берувчи жадваллар [29] да келтирилган. Чизиқли бўлмаган коррекцияловчи фильтрлар тақрибан бажарилади, шунингдек яқинлашиш даражасини баҳолашга имкон бўлмайди.

17-боб

АВТОМАТИК БОШҚАРИШНИНГ ОПТИМАЛ СИСТЕМАЛАРИНИ СИНТЕЗЛАШ

АБС ривожлантиришнинг асосий йўналишларидан бири автоматик бошқариш усуллари ва воситаларини такомиллаштиришдир. Бунинг зарурлиги автоматлаштирилувчи жараёнларга қўйиладиган жуда юқори талаблардан (маҳсулот сифатини яхшилаш, тезкорликни, аниқликни ошириш ва бошқалар) келиб чиқади. Талабларнинг ошиши автоматик системаларнинг мураккаблашишига олиб келади. Аммо энг мукаммал ва мураккаб системалар жиддий камчиликларга эга: улар созлашни талаб этади ва бутунлай аниқ шароитларда қониқарли ишлайди. АБС учун созланган шароитлардан жиддий четланганда АБС ёмон ишлайди. Бу ҳолда объектларнинг сифатли бошқарилишини таъминлаш учун *ўз-ўзидан созланадиган* системалардан фойдаланилади. Ўз-ўзидан созланадиган системалар ўзгарувчи иш шароитларида мослашиш хусусиятига эга бўлиб, созлашни автоматик равишда шундай ўзгартирадики, бунда бошқарилувчи жараён энг мақбул тарзда бўлсин.

Автоматиканинг саноат системалари ва АБС лар самарадорлигини ошириш учун *бошқаришнинг оптимал принциплари* янада кўп қўлланилмоқда. Оптимал бошқаришда бошқарилувчи объект бирор функция нуқтаи назардан энг яхши ишлайди. Бундай системалар қуришнинг мавжуд усулларини кўрайлик.

17.1. ОПТИМАЛ АБС ЛАР ТЎҒРИСИДА УМУМИЙ ТУШУНЧАЛАР

Оптимал АБС деб маълум маънодаги энг яхши сифатлари бўлган системага айтилади. Масалан, АБС ростлаш аниқлиги маъносида (максимал аниқликка эга бўлиш) оптимал бўлиши мумкин; тезкорлик бўйича оптимал АБС бунда бир барқарор тартибдан иккинчисига энг тез ўтади; ўртача квадратик четлашиш бўйича оптимал АБС бунда тасодифий таъсирларда энг кичик ўртача квадратик хатоликни таъминлайди. АБС лар энергия сарфи, унумдорлик, маҳсулот сифати, ишончлилик ва бошқа кўрсаткичлар бўйича оптимал бўлиши мумкин.

Барча оптимал АБС учун қатор умумий томонларини кўрсатиб ўтиш муҳим. Системанинг исталган сифатларидан бири бўйича АБС оптималлашда унинг бошқа хусусиятлари чекланади (масалан, максимал аниқликка эришишда вазн, қувват, ростлагич ва объект параметрлари ўзгариши оралиқлари ва бошқалар бўйича). Амалда системани оптималлашда чекланишларни ҳисобга олиш жуда муҳим, чунки ҳар қандай ҳақиқий система чекланган қувват, инерциялик ва бир талай бошқа сифатлар (аниқлик, барқарорлик, нарх ва бошқалар) орқали тавсифланади ва улардан энг муҳими бўйича оптималлаштиришда бу сифатларга риоя қилиш зарур. Умумий ҳолда АБС ни оптималлаштириш масаласи битта сифат бўйича эмас, балки сифатларнинг аниқ комбинацияси бўйича қўйилиши мумкин. Оптимал бошқаришнинг бундай масалалари вектор оптималлаштириш деб аталади.

Оптимал АБС нинг синтезлаш масаласини ечишда ҳар бир алоҳида ҳолда оптималлаш мезонини тўғри танлаш шарт.

Оптималлаштириш мезони деб бошқариш системаси параметрларига ёки система кириш йўлидаги бошқариш катталиги *ўзгаришини белгиловчи программага боғлиқ бўлган сон катталигига айтилади.* Оптималлаш мезони шундай тузиладики, бошқаришни қониқтирувчи натижаларни олиш учун жуда кичиклаштириш зарур бўлсин.

Оптималлаштириш мезони бирор математик шаклда ифодаланади. Тезкорлик бўйича оптимал система учун оптималлаштириш мезони ўтиш жараёни вақти каби ифодаланади. Барқарорлашган аниқлик бўйича оптимал система учун оптималлаштириш мезони сифатида қуйидаги интеграл орқали ифодаланувчи бошқариш хатолигининг минимуми хизмат қилиши мумкин.

$$I = \int_0^{\infty} e^2(t)dt,$$

бу ерда $e(t)$ — бошқарувчи катталикнинг берилган қийматидан четлашиши. $e(t)$ функциянинг танланишига боғлиқ бўлган I катталик *функционал* деб аталади. Система максимал аниқлиги мезони сифатида максимал ташқи таъсирдаги статик хатоликнинг минимуми ёки тасодифий таъсирдаги ўртача квадратик хатоликнинг минимуми ҳам қурилиши мумкин. Функционал шундай тузиладики, системанинг оптималлиги доимо функционалнинг минимумига мос келсин.

Оптимал АБС нинг яна бир хусусияти синтезлашнинг 15, 16-бобларда қурилган сифатининг берилган кўрсаткичлари бўйича АБС ни синтезлашдан тубдан фарқ қилиб, бунда системанинг бошқа барча зарур хусусиятларга қўйилган талабларга риоя қилган ҳолда сифатнинг маълум тури бўйича энг яхши кўрсаткичларга эришилади. Шунинг учун оптимал АБС ни синтезлаш масаласи ўз маъноси бўйича вариацион ҳисобланади. Бунга биноан ростлашнинг программасини ёки қонунини ҳамда бошқариш қурилмаси параметрларини шундай танлаш талаб қилинадики, функционал (бу ҳолда система оптималлиги мезони) минимум бўлсин.

Оптимал АБС ни синтезлашда кетма-кет ечилувчи икки масалаларни фарқлаш зарур: бошқариш программасини оптималлаш ва бошқариш қонунини оптималлаш. Биринчи масала бошқариш объектидаги жараёнлар бошқарилувчи катталикларнинг вақт бўйича ўзгаришининг маълум программаси каби берилганида ёки вақт онига боғлиқ бўлмаган ҳолда риоя қилинувчи ўзгарувчилар орасидаги маълум боғланиш танлаб олинганида содир бўлади.

Бошқариш қонунини оптималлаш масаласи барча автоматик системаларда, бошқариш программаси оптималлаштирилганлиги ёки бошқача берилганлигидан қатъи назар, ўринлидир.

Оптимал системаларни синтезлашнинг турли усуллари — аналитик ва машина усуллари мавжуд. Бу усуллар асосида математик вариацион усуллар — классик вариацион усули; максимум принципи; динамик программалаш усуллари ётади.

Буларнинг ҳар бири сон кўринишида масаланинг ечилиш усулларининг турли вариантлари билан бирга бажарилади. Бу эса кўп ҳолларда қийин масала ҳисобланади. Шунинг учун кўпинча маълум ҳисоблаш усулларидан фойдаланган ҳолда ЭҲМ лар қўлланилади. Оддий ҳол учун аналитик ечимлар мавжуд бўлиб, баъзан фазавий фазо усулидан фойдаланилади.

17.2. ОПТИМАЛ БОШҚАРИШ МАСАЛАСИНИНГ ҚЎЙИЛИШИ

Оптимал бошқариш масаласининг математик жиҳатдан қўйилишини кўрайлик. Объект Калман бўйича бошқарилувчан (3.6-га қаранг) ва биринчи тартибли оддий дифференциал тенгламалар системаси орқали тавсифланган деб ҳисоблаймиз.

$$\dot{X}=F(X, U, Z, t),\ X(t_0)=X_0, \tag{17.1}$$

у ерда $X=(x_1, \ldots, x_n)^T$ — ҳолат ўзгарувчиларининг вектори;

$U=(u_1, \ldots, u_m)^T$ — бошқариш вектори;

$Z=(z_1, \ldots, z_s)^T$ — ташқи тойдирувчилар вектори.

Айтайлик, ҳолат ўзгарувчилари ва бошқаришга қуйидаги тенгсизликлар кўринишидаги чеклашлар қўйилган:

$$\left.\begin{array}{ll} h_i(X)\leqslant 0,\ i=1, \ldots, n_1; & \text{а)} \\ h_j(U)\leqslant 0,\ j=1, \ldots, r_1, & \text{б)} \end{array}\right\} \tag{17.2}$$

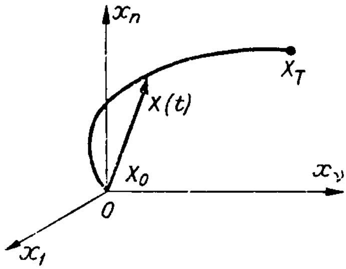
Агар h_i ва h_j — X ва U нинг бир қийматли функциялари бўлса (17.2) тенгсизликлар системаси X ва U векторлар мос фазода бирор Ω_x ва Ω_v жоиз соҳа бўйича чекланиши шартлигини билдиради, яъни $X \in \Omega_x$ ва $U \in \Omega_v$. Бу шартларни қаноатлантирувчи бошқаришлар ва ҳолатлар *жоиз бошқаршилар* ва *ҳолатлар* деб аталади.

Бошқаришдан мақсад, масалан, жоиз бошқаришлар ёрдамида объектни дастлабки X_0 ҳолатидан берилган охирги $X(t_f)=X_f$ ҳолатига шундай ўтказиш лозимки, қуйидаги функционал минималлашсин

$$I=\int_{t_0}^{t_f} G(X, U, t)dt \to \inf_U. \tag{17.3}$$

Масала шундан иборатки, жоиз бошқариш $U^*(t)$ вақт функцияси каби (оптимал программани синтезлаш), ёки $U^*(x, t)$ система ҳолат функцияси каби аниқланиши (тескари боғланиш шаклида синтезлаш масаласи) мумкин.

Масалани ҳолат фазоси ёрдамида геометрик талқин этиш мумкин. Системанинг ҳаракати ҳолат фазосида (вектор) X нуқта орқали ифодаланади (17.1-расм). Объектнинг дастлабки ҳолати бу фазодаги қандайдир X_0 нуқтага, масалан координаталар бошига мос келади. Бошқариш жараёнида объект ҳолати узлуксиз ўзгаради ва тасвирловчи нуқта X_0 дан бошланувчи траекторияни чизади. Траектория кўриниши ҳамда I мезонининг



17.1- расм. Оптимал бошқариш масаласининг геометрик талқинига

қиймати берилган тойдирувчиларда $[t_0, t_f]$ оралиқда бошқариш таъсирларнинг танланишига боғлиқ. Шундай қилиб, масала шундай бошқаришларни аниқлашга келтириладики, бу бошқаришлар коррекциялаш шарти бажарилган ҳолда нафақат объектни X_0 ҳолатидан X_f ҳолатига ўтказсин, балки мезон катталиги ҳам минимал бўлсин

Демак, оптимал АБС ни синтезлаш учун қуйидагиларни билиш зарур:

— оптималлик мезони ва бошқариш мақсади;

— ўзгарувчилар ўзгаришларнинг жоиз соҳаси (чекланишлар);

— бошқариш объектининг характеристикалари (ўзгарувчилар орасидаги боғланиш тенгламалари) ва чегара шартлари.

— оптималлаш оралиғида вақт функцияси кўринишидаги тойдирувчилар.

Охирги ҳолати белгиланган масала охири мустаҳкамланган классик бўлмаган вариацион масалаларга тегишлидир. Масалан самолётнинг бошланғич ўрни X_0 дан охирги ўрни X_f гача ёнилғининг минимал сарфи билан учиб ўтиши. Амалда кўпинча охирги шартларнинг бошқа кўринишлари ҳам учрайди, масалан, X_f нуқта қўзғалувчи ёки ҳолатлар фазосида бирорта Ω_f хилма-хилликка тегишли бўлади. Масалан, коинот кемасининг ердаги нуқтадан ер атрофида айланувчи Ойнинг берилган нуқтасига учиб ўтиши ёки X_j нуқта қўзғалмас, яъни охири эркин бўлган масала, масалан, коинот кемасининг ердаги берилган X_0 нуқтадан Ой юзасидаги ихтиёрий нуқтага учиб ўтиши. t_l вақт они берилган (аммо чекли) ёки масаланинг маъносига боғлиқ ҳолда эркин бўлиши мумкин.

17.3. ОПТИМАЛ АБС ЛАРНИНГ ЯРАТИЛИШ БОСҚИЧЛАРИ

Оптимал бошқариш қурилмасини яратиш жараёнини қуйидаги босқичларга ажратиш мумкин:

1) бошқариш мақсадини таърифлаш ва оптималлик мезонини ҳамда чекланишлар вазифаларини танлаш;

2) объект ва тойдирувчиларнинг зарур математик тавсифини олиш;

3) оптимал бошқарувчи қурилмани синтезлаш.

Бу босқичларни қисқача кўриб чиқайлик.

I босқич. Оптималлик мезонини танлаш мос соҳа мутахассиси (технолог, иқтисодчи ва бошқалар) ваколатига мансуб бўлиб, бу мутахассис бошқариш мақсадини, яъни объект ҳолатининг исталган ўзгариши қонунига $X^*(t)$ талабни таъриф-лайди.

Жараённинг кечуви ҳақидаги мулоҳаза умумий ҳамда вақт ва фазода ўзгарувчи ҳақиқий ҳолат X кузатиш ва уни X^* билан таққослаш натижасида шаклланади. Кўпинча бизни объектнинг вақтнинг маълум оралиқлари Ω_t даги ва фазо соҳалари Ω_l даги ҳолати қизиқтиради. Шунинг учун объектдаги жараён кечувининг сифати умумий ҳолда бирорта интеграл характеристика—функционал орқали баҳоланади ва бу функционал оптималлик мезони деб юритилади.

$$I = \int_{\Omega_t} \int_{\Omega_l} G(X^*(l, t) - X(l, t), U(l, t), l, t) dl dt$$

жараёнларнинг фазодаги ўзгариши ҳисобга олинмай, уларнинг фақат $[t_0, t_f]$ вақт оралиғида кўрилса оптималлик мезони қуйидагича ёзилади:

$$I = \Phi(X(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} G(X^*(t) - X(t), U(t), t) dt,$$

бу ердаги терминал ҳад $\Phi(\cdot)$ оптималлаш интервалининг охирги нуқтасидаги объект ҳолатини махсус баҳолашга имкон беради (фақат охири қўзғалувчи ёки эркин бўлган масалалар учун).

Оптималлик мезони сифатида амалда турли технологик ва иқтисодий кўрсаткичлар — унумдорлик, маҳсулот сифати, ишончлилик, хом ашё ёки энергия сарфи ва бошқалар қабул қилиниши мумкин.

Оптимал бошқариш масаласининг қўйилишига объект ҳолати ва бошқаришга қўйилган (17—2) чекланишлар ҳам киради. Бу чекланишлар объектнинг физик хусусиятларидан аниқланади (табиий чекланиш ёки системанинг нормал ишлаши нуқтаи назаридан АБС лойиҳаланаётганида қўйилади (сунъий чекланишлар). Интеграл $\int_{t_0}^{t_f} h_k(X, U) dt \leqslant = C$ хилидаги чекланишлар изопериметрик чекланишлар деб аталади.

Юқорида кўрсатилган чекланишлар *шартли* ҳисобланади: бошқариш жараёнида улар, системанинг нормал ишлаши нуқтаи назаридан номақбул бўлса-да, бузилиши мумкин. Масалан, турбовинтли двигателнинг максимал тезлигига қўйилган чеклаш, умуман двигателнинг ишдан чиқишига олиб келса ҳам бузилиши мумкин. Оптималлаштириш масаласи ечилганда шартли чеклашлардан ташқари шартсиз чеклашларни ҳам ҳисобга олиш зарур. Масалан асинхрон двигатель тезлигига қўйилган чеклаш. Бу тезлик бошқарувчи кучланишнинг ихтиёрий қийматида валга қўйилган ихтиёрий юкланишда синхрон тезликдан катта бўлмаслиги керак. Шартсиз чекланишларни таъминлаш учун шартли чекланишлардан фарқли равишда, махсус тадбир кўриш шарт эмас, чунки шартсиз чекланишларни қаноатлантириш системанинг хусусиятидир.

II босқич. Объектнинг математик тавсифини олиш босқичига *идентификациялаш* босқичи деб юритилади. Бу босқичдан олинган маълумотлар оптимал бошқариш масаласининг ечимини ва ечиш усулини аниқлайди. Идентификациялашда системада кечувчи жараёнларнинг қонуниятларини акс эттирувчи структура ва X, U, Z ўзгарувчилар орасидаги боғланиш параметрлари аниқланади.

Оптимал бошқариш назариясида кириш йўли ва чиқиш йўли ўзгарувчилари орасидаги боғланиш тенгламаси ёзилишидан фойдаланилмай, объект ҳолати тенгламасидан фойдаланилади. Маълумки, объект ҳолати тенгламаси объектдаги жараённинг энг тўла тасвирини беради.

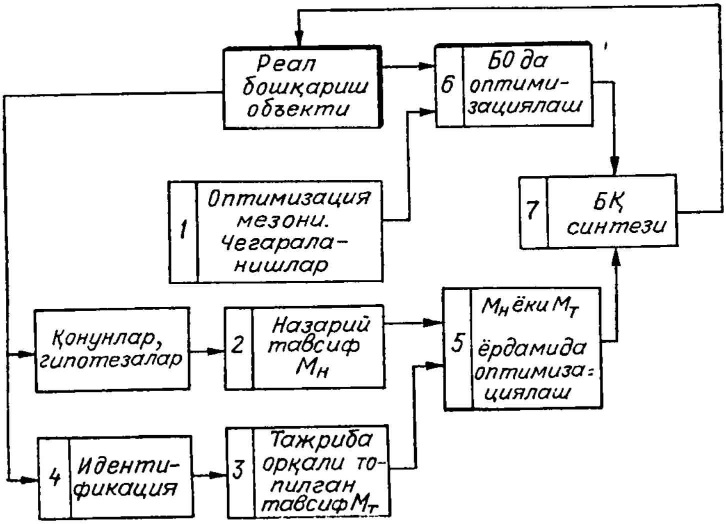
Тойдирувчиларни ва уларнинг система ҳолатига ва демак, оптималлик мезонига таъсирининг характерини аниқлаш оптималлаштириш схемасини танлашда жуда муҳим. Агар тойдирувчилар бўлмаганда оптималлаштириш масаласи бир марта ва батамом ечилган бўлар эди. Тойдирувчилар таъсири оптимал бошқаришни тузатишни, қайта ҳисобланишини (айниқса катта вақт оралиғида оптималлаштиришда) тақозо этади. Шунинг учун оптимал бошқаришдаги тойдирувчиларга оптимал бошқаришни қайта ҳисоблашга мажбур этувчи ҳамма омиллар тегишли бўлади. Бу омилларга ташқи тойдирувчиларнинг кутилмаган ўзгаришларини, система характеристикалари $F(\cdot)$ ни, чеклашлар $h(\cdot)$ ни, чегара шартлари X_f ни ва бошқалар тегишлидир.

Агар ташқи тойдирувчилар назорат қилинса, баъзан бу тойдирувчилар таъсирини йўқотувчи U ташкил этувчини бошқаришга киритиш ёрдамида уларни компенсациялаш мақсадга мувофиқ. Шундай қилиб, оптимал бошқариш схемаси тойдирувчи характери ва унинг система ҳолатига таъсири ҳамда оптималлик мезони тўғрисидаги маълумотлар асосида танланади. Турли туркум объектлар характеристикаларини идентификациялашнинг баъзи усуллари 20-бобда кўрилган.

Аммо, шуни айтиб ўтиш лозимки, априор ноаниқлик шароитида оптимал бошқариш, очиғини айтганда, *дуал (икки хиллик) хусусиятга* эга бўлиши шарт: оптимал бошқариш нафақат объектни бошқариши шарт, балки уни ўрганишга (масалан, динамик характеристикаларини аниқлашга) ҳам ёрдам бериши шарт. Бу ҳолда идентификациялаш ва бошқариш вақт бўйича бирга олиб борилади. Аммо бошқаришнинг бундай дуал стратегиясини топиш оддий ҳолларда ҳам ҳаддан ташқари мураккаб. Шунинг учун одатда масала бўлинади: синтез босқичидан олдин идентификациялаш босқичи бажарилади.

III босқич. Оптимал бошқариш масаласининг ечилиши. Бу босқичда оптимал бошқариш қурилмаси оптимал программали бошқариш (очиқ схема бўйича бошқариш) шаклида ёки тескари боғланишли оптимал бошқариш (ёпиқ система бўйича бошқариш) шаклида синтезланади.

Оптималлаштириш масаласининг ечилиш кетма-кетлиги 17.2-расмда кўрсатилган.



17.2- расм. Оптималлаштириш масаласининг ечилиш кетма-кетлиги

17.4. ОПТИМАЛ АБС ЛАРНИ ТУРКУМЛАШ

Оптимал бошқариш системалари оптималлик мезонининг характерига боғлиқ ҳолда уч турга бўлинади: текис-оптимал, статистик-оптимал ва минимакс-оптимал системалар.

Текис-оптимал система — ҳар бир алоҳида бошқариш жараёнлари оптимал бўлган система. Масалан, тезкорлик бўйича оптимал системаларда ихтиёрий дастлабки шартларда ва ихтиёрий тойдирувчиларда система исталган ҳолатга вақт бўйича энг қисқа йўл орқали келади.

Статистик-оптимал системалар ўртача ҳисобланган системалар орасида энг яхшиси ҳисобланади. Бундай системаларда мезон сифатида кўпинча минималлаштирувчи функционалнинг ўртача қиймати қатнашади, масалан, система ҳолатининг ГОСТ бўйича берилганидан четлашиш дисперсияси.

Минимакс-оптимал системалар энг ёмон шароитда ҳам мумкин бўлган энг яхши натижани берувчи система ҳисобланади. Бу системаларнинг текис-оптимал системалардан фарқи шуки, бу системаларда энг ёмон бўлмаган ҳолда бошқа система берувчи натижадан ёмон натижа бўлиши мумкин.

Оптимал системаларни бошқарилувчи объект тўғрисида маълумот олиш усули бўйича ҳам қуйидаги турларга ажратиш мумкин:

— объект тўғрисида *тўла маълумотли* оптимал АБС лар;

— объект тўғрисида *тўла маълумотга эга бўлмаган* ва *маълумотларни пассив тўпловчи* АБС лар (кўпгина маълум мосланувчан системалар);

— объект тўғрисида *тўла маълумотга эга бўлмаган* ва бошқариш жараёнида *маълумотларни актив тўпловчи* АБС лар (дуал бошқариш системалари).

17.5. ОПТИМАЛ БОШҚАРИШГА МИСОЛЛАР

Қуйида бошқариш объектининг математик тавсифи назарий нуқтаи назардан ёки идентификациялаш натижасидан маълум бўлганда оптимал бошқаришга мисоллар келтирилади.

17.1-мисол. Минимал ёқилғи сарфлаш масаласи. Бундай масала, масалан, учувчи аппаратларни (самолётдан тортиб, то коинот кемаларигача), денгиз кемаларини ва бошқаларни бошқаришда туғилади. Самолёт бир манзилдан иккинчи манзилга минимал ёнилғи сарфлаб учиб ўтсин.

Айтайлик, бошқарилувчи система ҳаракатининг тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлсин.

$$\dot{X}=F(X,\ U,\ Z(t),\ I),\ X(t_0)=X_0, \tag{17.4}$$

бу ерда: $X=(x_1,\ \ldots,\ x_n)^T$ — қўзғалувчи объектнинг ҳолат вектори (фазавий координаталар ва уларнинг тезлиги);

$U=(u_1,\ \ldots,\ u_m)^T$ — двигатель тортиш кучи вектори.

Фараз қилайлик, системани бошқариш ёнилғини истеъмол қилувчи ва маълум тортиш кучи ҳосил қилувчи двигателлар ёрдамида бажарилади. Бундан кейин двигателлар ва аппаратнинг тузилишини шиғов олиш ва тормозлашга мос икки ишорали тортиш кучи ҳосил қилишга имкон беради деб ҳисоблаймиз. Агар ёнилғи сарфини бошқариш ишорасига (шиғов олишда ҳам, тормозлашда ҳам) боғлиқсиз ҳисобга олинса, j двигатель сарфлаган ёнилғини бошқарувчи таъсир абсолют катталигига мутаносиб деб қабул қилиш мумкин, яъни ҳамма двигателлар томонидан бир ондаги ёнилғи сарфининг йиғиндиси қуйидагига тенг бўлади:

$$\dot{M}=\sum_{j=1}^{m} c_j\,|u_j|,\quad (c_j>0\ \forall\ j).$$

Бунда ҳаракат вақтидаги сарф қилинган ёнилғи массаси қуйидагича аниқланади:

$$I=\int_{t_0}^{t_f}\dot{M}dt\to \inf_{U}. \tag{17.5}$$

Равшанки, ёнилғи миқдори ва двигателларнинг тортиш кучлари катталиклари чекланган.

$$I \leqslant M_0$$

$$|u_j| \leqslant u_{j\max}, \ j = 1, \ \ldots, \ m. \quad (17.6)$$

Айтайлик, мақсад Ω_f тўплами (қўзғалувчи ёки қўзғалмас) берилган бўлсин. Унда ёнилғини минимал сарфлаш масаласини қуйидагича ифодалаш мумкин.

Берилган (17.4) *система учун* (17.6) *шартларни қаноатлантирувчи шундай бошқаришни топиш лозимки, бу бошқариш системани дастлабки ҳолати X_0 дан Ω_f га* (17.5) *функционалнинг минимал қийматида ўтказсин. tf вақти чекланган ёки эркин бўлиши мумкин.*

Шуни айтиш лозимки, система массасини ўз ичига олувчи ҳаракат тенгламаси (17.4) нинг коэффициентлари ўзгарувчандир, чунки система массасига ҳаракат вақтида камаювчи ёнилғи массаси киради. Аммо, кўпинча масалан, самолётлар, кемалар учун ёнилғи ҳисобига система массасининг ўзгариши ҳисобга олинмайди.

17.2-мисол. Оптимал ростлагич тўғрисидаги масала. Кўпгина бошқарилувчи системалар (энергосистемалар, узлуксиз технологик жараёнлар ва бошқалар) фақат мувозанат ҳолатда ёки шунга яқин ҳолатда самарали ишлайди. Тойдирувчилар таъсирида ёки ички беқарорлиги туфайли системалар мувозанат ҳолатдан чиқиши мумкин. Энди қуйидаги масала туғилади: шундай жоиз бошқариш топилсинки, бу бошқариш системани энг самарали йўл билан мувозанат ҳолатига қайтарсин ва уни шу ҳолатда ушлаб турсин. Бунда фараз қилинадики, бошқариш вазифасини бошқариш қонунини система ҳақиқий ҳолати ҳақидаги ва тойдирувчилар ҳақидаги ахборот бўйича шакллантирувчи автоматик қурилма (ростлагич) бажаради.

Бундай масалаларни А. М. Летов, А. Н. Красовский, Р. Калман ва бошқа олимлар кўрганлар. Айтайлик, X* системанинг мувозанат ҳолати:

$$\dot{X} = F(X, \ U, \ Z, \ t), X(t_0) = X_0, \quad (17.7)$$

бу ерда X—n — ҳолат вектори, U—m — бошқариш вектори; z— тойдирувчи вектор.

Бундан кейин, $X^* = 0$, z тойдирувчи эса вақт функцияси каби берилган деб ҳисоблаймиз. Буларнинг t_0 онигача таъсири дастлабки шарт X_0 нинг ихтиёрийлигида намоён бўлиши мумкин. Бошқаришга чеклашлар берилган: $U \in \Omega_v$ (17.7) системани жоиз бошқариш $U(X, \ t)$ ёрдамида дастлабки ҳолат X_0 дан координаталар бошига шундай ўтказиш талаб қилинадики, I функционал катталиги минимал бўлсин. Бунда оптималлик мезони сифатида қуйидагиларни олиш мумкин:

а) *тезкорлик* $I=\int\limits_0^\infty G_\varepsilon(X)dt \to \inf\limits_U$ бўлганда,

бу ерда $$G_\varepsilon=\begin{cases}0 & \|X\|\leqslant\varepsilon\\ 1 & \|X\|>\varepsilon\end{cases} \tag{17.8}$$

бунда ε ростлашнинг жоиз аниқлигини ифодалайди;

б) *квадратик четлашиш* $I=\int\limits_0^\infty X^T Q_x dt \to \inf$ бўлганда, бу ерда Q — мусбат аниқланган квадратик шакл ($Q>0$) коэффициентларининг n - квадратик матрицаси;

в) *четлашиш ва бошқариш энергияси*

$$I \int\limits_{t_0}^{t_f}(X^TQX+U^TRU)dt \to \inf,\ t_f\leqslant\infty \text{ бўлганда,}$$

бу ерда Q, R мос ўлчамли коэффициентлар матрицаси;

г) *тезкорлик ва бошқариш энергияси.*

$$I=\int\limits_0^\infty (G_\varepsilon(X)+U^TRU)dt \to \inf,\ R>0 \text{ бўлганда.}$$

Шуниси қизиқки, минималлаштирилувчи бошқариш энергияси мезонига (17.6) хилдаги чеклашларни бермаслик мумкин.

Шуни айтиш лозимки, масаланинг кўрсатилган мунтазам равишда қўйилиши доимо ўринли эмас, чунки ҳақиқий тойдирувчилар кўпинча тасодифий жараёнлар ва шунинг учун олдиндан бутун (0, ∞) оралиқда маълум вақт функцияси сифатида берилиши мумкин эмас.

Бу ҳолда, одатда оптималлик мезонининг тойдирувчилар тўплами бўйича ўртача қиймати минималлаштирилади

$$I=M_z\{(U,\ Z)\},$$

бунда, тойдирувчиларнинг статистик хусусиятлари оптималлаштиришнинг бутун оралиғида маълум деб фараз қилинади. Масаланинг бошқача, масалан вақтнинг бирорта оралиғида тойдирувчиларнинг жорий маълумоти мумкин бўлгандаги қўйилиши ҳам маълум [1].

17.3-мисол. Ҳаракатлар учрашуви масаласи. Иккита объект ҳаракатларининг учрашуви хусусидаги масалаларнинг икки хили мавжуд: бунда жуда бўлмаса битта объект ҳаракати дифференциал тенгламалар орқали ифодаланади;

1) кузатиш масаласи — битта объект (мақсад, жараён, уставкаси ва бошқалар) бу объектни кетма-кет ҳаракатланувчи объект ҳаракатига боғлиқ бўлмаган ҳолда ҳаракат қилади.

2) дифференциал ўйинлар — ҳар бир объект иккинчи объект ҳолатига қараб ҳаракатланади.

Кетма-кет ҳаракатланувчи объект ҳаракати траекторияси вақт функцияси $X^*(t)$ сифатида берилганда оптимал ростлагич тўғрисидаги масала умумий бўлади. Кетма-кет ҳаракатланувчи объект қуйидаги тенглама орқали тавсифланса

$$\dot{X}=F(X, U, Z, t), \; X(t_0)=X_0, \qquad (17.9)$$

$E=X^*-X$ номослик вектори киритилганда кузатиш масаласини қуйидаги функционални минималлаштириш каби ифодалаш мумкин.

$$I=\Phi(E(t_f), t_f)+\int_{t_0}^{t_f} G[E, U, t]dt \rightarrow inf, \; G\geqslant 0 \qquad (17.10)$$

(17.9) бошланиш ҳамда $H(E, U)\leqslant 0$ чеклашлар мавжуд бўлганда (17.10) формуладаги $\Phi(\cdot)$ охирги носозлик функциясидир. Умуман (17.9) формулани қуйидагича ёзиш қулай,

$$\dot{E}=F_1(E, U, Z, t), \; E(t_0)=X^*(t_0)-X_0.$$

Бу ерда шуни айтиш лозимки, (17.10) функционал ёзилишининг энг умумий шаклидир: $\Phi(\cdot)$ қўшилувчининг киритилиши вақтнинг охирги онидаги система ҳолатини алоҳида ажратишга имкон беради. Кўпгина амалий ҳолларда (самолётларни қўндириш системаларида, технологик жараёнларни охирги маҳсулот стандартидан унчалик чиқиб кетмайдиган қилиб амалга оширишда ва бошқаларда) бошқариш масаласи охирги ҳолатни бошқариш (terminal control) масаласи каби таърифланади. Бунда системанинг қолган вақт оралиғидаги ҳаракати бизни қизиқтирмайди.

Динамик система учун ҳолат бошқариш бўйича функционал бўлгани сабабли кузатиш масаласи ва унинг хусусий ҳоли-охирги ҳолатни бошқариш масаласи динамик оптималлаштириш масалаларига тегишлидир.

Н. А. Красовский, Л. С. Понтрягин ва бошқа олимларнинг асарларида кўрилган дифференциал ўйинлар қуйидагича ифодаланади.

Ҳаракат тенгламалари қуйидаги кўринишга эга бўлган иккита объект (рақиб) мавжуд:

$$X_1=F_1(X_1, U_1, t); \qquad (17.11)$$

$$X_2=F_2(X_2, U_2, t),$$

бу ерда X_1, X_2 — мос ҳолда биринчи (таъқиб қилувчи) ва иккинчи (таъқиб қилинувчи) объектлар ҳолатларини ифодалайди;

U_1, U_2 — объект ҳолатлари маълумотлари бўйича шаклланиши лозим бўлган объектларнинг бошқариш таъсирлари.

Координаталарнинг учрашиши учун муҳим бўлган $X=\varphi(X_1^-, X_2^-)$ вектор киритилади, бу ерда X_1^-, X_2^- биринчи ва иккинчи объектларнинг координаталари бўлиб, булар бўйича учрашиш хусусида фикр юритиш мумкин. Муҳим координаталар X_1 ва X_2 лардан учрашиш учун муҳим бўлмаган координаталарни ташлаб юбориш йўли билан олинади. Масалан, учрашиш учун фақат объектлар оғирлик марказларининг мос келиши муҳим бўлганлиги сабабли объектлар айланиш ўқига нисбатан бурчак силжишлар координаталарини ёки тезлик координаталарини ташлаб юбориш мумкин.

Агар X вектор берилган X^* турли-туманликка (кўпинча $X = X_1^- - X_2^-$, $X^* = 0$) тегса ўйин тугаган ҳисобланади. Бунда биринчи объект X^* қуйидаги энг кичик ўйин ҳақи кўрсаткичи билан етишишга интилади:

$$I_{12} = \Phi(X(t_f),\ t_f) + \int_{t_0}^{t_f} G(X,\ U_1,\ U_2,\ t)dt, \qquad (17.12)$$

бу ерда $X(t_f)$ — ўйин тугаши онидаги объектларнинг муҳим ҳолатлари. Бу ўйинда иккинчи объект (17.12) катталикни максималлаштириш масаласини қўяди, хусусан, X нинг X^* турли-туманликка тегмаслигига ҳаракат қилади. Иловада ўйин турли маънога эга бўлиши мумкин, масалан:

а) *учрашиш вақти*, қачонки

$$\Phi \equiv 0,\ G = \begin{cases} 0 & \|X\| \leqslant \varepsilon \text{ бўлганда;} \\ 1 & \|X\| > \varepsilon \text{ бўлганда;} \end{cases}$$

а) берилган t_f да *янглишиш*, қачонки

$$\Phi = \|X(t_f)\|,\ G \equiv 0 \text{ ва ш. ў.}$$

Ундан ташқари $H(X_1,\ X_2) \leqslant 0$ чеклашлар берилган, масалан:

а) *оний қийматларга қўйилган чеклаш:*

$$\|U_1\| \leqslant \mu_1,\ \|U_2\| \leqslant \mu_2;$$

б) *бошқарувчи (кучлар) импульсига қўйилган чеклаш:*

$$\int_{t_0}^{\infty} \|U_1\| dt \leqslant M_1(t_0)$$

$$\int_{t_0}^{\infty} \|U_2\| dt \leqslant M_2(t_0);$$

в) учувчи аппаратларнинг ер сатҳини кесиб ўтмайдиган траекторияларига қўйилган чеклашлар ва бошқалар.

$$\{X_1(t_0),\ X_2(t_0),\ M_1(t_0),\ M_2(t_0)\} = P(t_0) \qquad (17.13)$$

катталиклар мажмуаси $t = t_0$ онда юзага келган *ўйин вазияти* (позицияси) деб аталади. Ўйин вазияти рақибларга ҳар бир пайтда маълум деб фараз қилинса, юқоридаги масала икки томоннинг тўлиқ маълумотли вазият дифференциал ўйинига тегишли бўлади. Мумкин бўлган барча вазиятлар тўпламида аниқланган $U_1(P)$, $U_2(P)$ функциялар томонларнинг ***вазият стратегиялари*** деб аталади.

Масалага биноан, жоиз стратегиялар орасида шундайларини топиш керакки, ихтиёрий жоиз дастлабки $P(t_0)$ вазият учун қуйидаги тенгликларнинг бажарилишини таъминласин:

$$I_{12}^{*} = \min_{U_1} \max_{U_2}; \quad I_{12} = \max_{U_2} \min_{U_1} I_{12}. \tag{17.14}$$

Охирги муносабатдан ўйиннинг эгарсимон (седловая) нуқтаси шартлари келиб чиқади:

$$I_{12}(U_1^{*}, U_2) \leqslant I_{12}^{*} \leqslant I_{12}(U_1, U_2^{*}). \tag{17.15}$$

Бу шартларга биноан, рақибларнинг бири оптимал стратегиядан четлашса ва иккинчи рақиб ўзининг оптимал стратегиясига риоя қилса, натижа оптимал стратегиядан четлашган рақиб учун фақат ёмонлашади. Эгарсимон нуқтаси бўлмаган ўйин масалалари номунтазам ҳисобланади. Номунтазамликни масала шартини ўзгартириб тўғрилаш мумкин, масалан,

а) позицион стратегияга қараганда ахбороти тўлароқ бўлган туркумдаги оптимал стратегиялардан бирини топиш орқали (масалан, $U_1 = U_1[P(t), U_2(t)]$;

б) дастлабкидан торроқ масалани ечиш, хусусан,

$$I_{12}(U_1^{*}, U_2^{s}) = \min_{U_1} \sup_{U_2} I_{12} \text{ ни}$$

таъминловчи стратегияни топиш орқали.

17.4-МИСОЛ. ХЕМОСОРБЦИОН КОЛОННАНИ ОПТИМАЛ БОШҚАРИШ

17.3-расмда хемосорберни бошқаришнинг декомпозицион модели кўрсатилган. Бу ерда қуйидаги белгилилар қабул қилинган:

$y_1 = c_{\text{юқори}}$ — абсорбер чиқиш йўлидаги газли фазадаги CO_2 концентрацияси (назорат қилинувчи катталик), 6 % га тенг бўлиши керак [кг/кг инерт гази,],

$y_2 = \Delta P$ — абсорбердаги босимлар фарқи (назорат қилинмайдиган катталик) бўлиб, аварияни олдини олиш нуқтаи назаридан $\Delta P_{\text{жоиз}}$[ата] дан катта бўлмаслиги шарт,

$u_1 = L$ — абсорбердаги суюқлик сарфи (хемосорбер колоннасининг суюқлик бўйича юкланиши),

$x_1 = G_1$ — абсорбердаги тозаланмаган конверсияланган газнинг сарфи (колоннанинг газ билан юкланиши), кг/м^2 с,

$x_2 = c_{қуйи}$ — тозаланмаган газдаги CO_2 миқдори концентрацияси, кг/кг инерт гази,

$x_3 = c_{юқори}$ — хемосорбер кириш йўлидаги қайта тикланган аралашмадаги МЭА аралашмаси, кг/кг,

$x_4 = t_G^0$ — хемосорбер кириш йўлидаги конверсияланган газ ҳарорати, °С,

$x_5 = P$ — хемосорбер кириш йўлидаги газ босими, атм,

$x_6 = t^\circ$ — ташқи муҳит ҳарорати, °С,

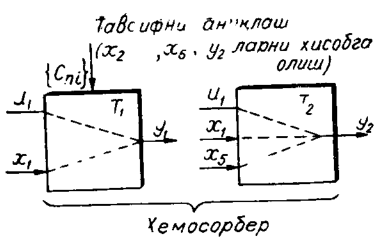
x_7 — хемосорбер колоннасидаги суюқлик сатҳи, мt.

Барча тойдирувчилар чекланган катталиклардир. Хемосорбер колоннасидаги суюқлик сатҳининг барқарорланиши, амалда колоннанинг гидродинамик тартибларини ва ўзгарувчининг барқарорланишига олиб келади. Хемосорбер иккита локал модел орқали ифодаланади (17.3-расм). Моделларда энг муҳим ўзгарувчилар, яъни чиқиш йўли ўзгарувчисига таъсир этувчи ва кенг чегара ўзгарувчилар ҳисобга олинган, модел чиқиш йўлига суст таъсир этувчи ёки унчалик ўзгармайдиган таъсирлар моделлар коэффициентларининг ўзгаришига оид қилинган (хемосорбер учун бундай моделлар 171-§ да кўрилган). M_1 ва M_2 моделлар кириш йўллари таъсирлари $И_1$ ва x_2 бўйича ўзаро боғланган, шунинг учун ростлаш системаси бу ерда икки боғламли бўлади.

M_2 модел (хемосорбердаги босим фарқини бошқарувчи модел) фақат сарф ва босим каби физик катталикларга нисбатан кўрилади, чунки ҳарорат ва концентрация хемосорбернинг гидродинамик тартибига амалда таъсир этмайди.

Технологик талабларга мувофиқ, оптималлик мезони квадратик икки шакл бўйича функционал кўринишида қуйидагича ифодаланади:

$$I = \min_{u_1} \int_0^\infty \{(y_1^* - y_1)^2 + \beta_1 + u_1\} dt,$$



17.3- расм. Хемосорбцион коллоннани бошқарув модели

$$\left.\begin{aligned} &D_1(y_1, u_1, x_1 \{C_{n1}\} = 0 \\ &D_2(y_1, u_1, x_1, x_4) = f(y_2, x_7) \end{aligned}\right\}$$

— боғланишлар,

$y_2 \leqslant y_{2\,жоиз}$, $0 \leqslant u_1 \leqslant u_{1\,max}$ — чеклашлар.

Оптималлаштириш масаласининг бундай қўйилиши классик вариацион масала ҳисобланади.

18-боб.

ОПТИМАЛ АБС ЛАРНИ СИНТЕЗЛАШ УСУЛЛАРИ

17.2 ва 17.4-параграфлардан кўриниб турибдики, оптимал бошқариш масаласи ўзгарувчилар орасидаги боғланишлар ва чекланишларда функционал (мезон) экстремумига эришиш масаласи каби таърифланади. Бирор функционалнинг экстремумини аниқлаш вариацион масалалар доирасига мансуб. Бунда вариацион ҳисобнинг учта асосий усулларидан фойдаланилади: классик вариацион усул — Эйлер-Лагранж тенгламалари, Понтрягиннинг максимум принципи ва Беллманнинг динамик программалаши.

Биринчи бўлиб Эйлер-Лагранж тенгламаларидан фойдаланувчи усул пайдо бўлди. Эйлер-Лагранж тенгламаларини тенглик хилидаги чекланишларда қўллаш мақсадга мувофиқ. Бунда, одатда объектнинг тенгламалар системаси чеклашлар сифатида хизмат қилади. Максимум принципи тенгсизликлар кўринишидаги чекланишларда чизиқли оптимал масалалар учун энг самарали ечимни беради. Динамик программалаш усули фан ва техниканинг турли соҳаларида, хусусан АБС ларда, кўп қадамли оптимал ечимларни тадқиқловчи аппарат сифатида ривожланди. Бу усул дискрет вақтли ва чекли айирмали тенгламаларда муваффақиятли қўлланилади.

18.1. ЭЙЛЕР-ЛАГРАНЖ ТЕНГЛАМАЛАРДАН ФОЙДАЛАНИБ ОПТИМАЛ БОШҚАРИШ

Эйлер-Лагранж тенгламалари оптималликнинг зарурий шартлари ҳисобланади. Вариацион ҳисобнинг қуйидаги классик масаласини кўрайлик:

$$I = \Phi\{X(t_f),\ t_f\} + \int_{t_0}^{t_f} G(x,\ \dot{x}, U,\ t)dt\} \tag{18.1}$$

функционалга экстремум берувчи функциялар туркумига тегишли $U(t) = \{u_1(t),\ \ldots,\ u_m(t)\}$ *функция топилсин*

$$f_i(X,\ \dot{X},\ U,\ t) = 0;\ i = 1,\ \ldots\ n_1 \leqslant n \tag{18.2}$$

боғланишлар ва

$$\varphi_r[X(t_0),\ x\,(t_f),\ t_0,\ t_f] = 0,\ k = 1,\ \ldots,\ n \leqslant 2n + 2. \tag{18.3}$$

чегаравий шартларда

Бунда $G\{f_i\}$, $\{\varphi_k\}$ *функциялар барча ўз аргументлари мажмуи бўйича иккинчи тартибли узлуксиз хусусий ҳосилаларга эга.*

Агар бу масалага (17.2) тенгсизлик хилидаги чеклашлар киритилса, у классик бўлмаган масалага айланади.

(18.3) чегаравий шартлар кўриниши бўйича охирлари маҳкамланган (белгиланган) $X(t_0) = X_0$, $X(t_f) = X_f$ ва охири қўзғалувчи масалалар фарқланади. Охирлари қўзғалучи масалаларда охирлар, хусусан, эркин бўлиши ёки берилган турли-туманлик Ω_0, $\Omega_f : X(t_0) \in \Omega_0$, $X(t_f) \in \Omega_f$ да ётиши мумкин.

Бунда бошқариш масалаларида траекториянинг фақат охири $X(t_f)$ қўзғалувчан ёки эркин бўлиши мумкин, бошланиши $X(t_0)$ эса доимо маҳкамланган (берилган) бўлади. Вариацион масалалар, бундан ташқари, охирги вақти эркин ёки белгиланган масалаларга бўлинади. Буни $(x_1 \ \ldots \ x_n)$ $(n+1)$ — ўлчамли фазодаги охири белгиланган ёки эркин хусусий ҳоли каби кўриш мумкин.

(18.1) функционал кўриниши бўйича масалалар Лагранж ($\Phi \equiv 0$), Майер ($G \equiv 0$) ва Больц (умумий ҳол $\Phi \not\equiv 0$, $G \not\equiv 0$) масалаларига бўлинади.

(18.1) функционал минимумлигининг зарурий шартларини (18.2) боғланишларда (объект тенгламаларида) кўрамиз. Қуйидаги функционални тузамиз.

$$I_\lambda = \Phi(X(t_f),\ t_f) + \int_{t_0}^{t_f} [G(X,\ \dot{X},\ U,\ t) + \lambda^T F(X,\ \dot{X},\ U,\ t)]dt =$$
$$= \Phi(X(t_f),\ t_j) + \int_{t_0}^{t_f} G_\lambda(\cdot)dt, \qquad (18.4)$$

бу ерда $\lambda = [\lambda_1(t),\ \ldots,\ \lambda_{n1}\ (t)]$ аниқ бўлмаган Лагранж кўпайтирувчилари вектори. Масалани функционалнинг шартсиз экстремуми бўйича ечамиз.

Оптимал бошқариш топилган деб фараз қиламиз, демак, (18.4) функционал минимал бўлган системанинг оптимал траекторияси топилган. Унинг оптимал бошқаришнинг кичик вариацияси ε ва унга мос система траекторияси вариацияси ҳисобига орттирмасини кўрамиз. Соддалик учун G ва F функциялар вақтга боғлиқмас деб қабул қиламиз.

(18.2) функциясининг силлиқлиги туфайли бошқаришнинг кичик вариацияси траекториянинг ҳам кичик вариациясини беради. Шунинг учун функционалнинг вариацияланган қиймати биринчи яқинлашишда қуйидагига тенг бўлади:

$$I_\lambda(\varepsilon) = I_\lambda(U^* + \varepsilon\delta U) = I_\lambda(U^*) + \frac{\partial\Phi}{\partial X(t_f)} \cdot \varepsilon\delta X(t_f) +$$
$$+ \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{\partial G_\lambda}{\partial X} \cdot \varepsilon\delta X + \frac{\partial G_\lambda}{\partial \dot{X}} \varepsilon\delta\dot{X} + \frac{\partial G_\lambda}{\partial \lambda} \varepsilon\delta\lambda + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial G_\lambda}{\partial U} \varepsilon\delta U \right) dt,$$

бу ерда $\varepsilon\delta X$, $\varepsilon\delta\lambda$, $\varepsilon\delta U$ — мос ҳолда траектория Лагранж кўпайтувчилари ва бошқариш вариацияларининг векторлари, ε — скаляр (вариация жадаллиги) $\varepsilon=0$ да $I_\lambda(\varepsilon)$ минимумга эришиши туфайли функционал минимумининг зарурий шартини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\left.\frac{dI}{d\varepsilon}\right|_{\varepsilon=0} = \frac{\partial\Phi(X(t_f),\ t_f)}{\partial X(t_f)}\,\delta X(t_f) + \int\limits_{t_0}^{t_f}\left(\frac{\partial G_\lambda}{\partial X}\,\delta x + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial G_\lambda}{\partial \dot X}\,\delta\dot X + \frac{\partial G_\lambda}{\partial\lambda}\,\delta\lambda + \frac{\partial G_\lambda}{\partial U}\,\delta U\right) dt = 0. \qquad (18.5)$$

Иккинчи қўшилувчини интеграллаб, охири мустаҳкамланган масала учун қуйидагини оламиз:

$$\int\limits_{t_0}^{t_f}\frac{\partial G_\lambda}{\partial\dot X}\,\delta\dot X dt = \frac{\partial G_\lambda}{\partial\dot X}\,\delta X\Big|_{t_0}^{t_f} - \int\limits_{t_0}^{t_f}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial G_\lambda}{\partial\dot X}\right)\delta X\,dt = -\int\limits_{t_0}^{t_f}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial G_\lambda}{\partial\dot X}\right)\delta x dt,$$

Қўрилаётган ҳолда охирида траектория вариациясига йўл қўйилмаслиги сабабли:

$$\delta X(t_0) = \delta X(t_f) = 0.$$

Энди вариацион ҳисобнинг қуйидаги асосий леммасидан фойдаланилади: агар ихтиёрий вариация $\delta X(t)$ учун

$$\int\limits_{t_0}^{t_f}\varphi(t)\delta X(t)dt = 0$$

бўлганда $\varphi(t)$ функция $[t_0,\ t_f]$ қисмда узлуксиз бўлса, худди шу қисмда $\varphi(t)\equiv 0$ бўлади.

Буни ва δx, $\delta\lambda$, δU вариацияларнинг ихтиёрийлигини ҳисобга олиб, узил-кесил (18.5) шарт фақат қуйидагилар бажарилгандагина бажарилади дейиш мумкин:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial G_\lambda}{\partial X} - \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial G_\lambda}{\partial\dot X}\right) = 0; \\ \left(\dfrac{\partial G_\lambda}{\partial_\lambda}\right)^T = \mathrm{F}(X,\ \dot X,\ \mathrm{U}) = 0; \\ \dfrac{\partial G_\lambda}{\partial U} = 0; \end{cases} \quad X(t_0) = X_0 \begin{cases} X(t_f) = X_f - OM & \text{шарти} \\ \text{Т шарти} - OҚ & \text{учун} \end{cases} \qquad (18.6)$$

Шундай қилиб, оптималликнинг зарурий шарти (18.5) Эйлер-Лагранж тенгламалари (18.6) га олиб келади. Шуни айтиш лозимки, (18.6) даги биринчи тенглама иккинчи тартибли дифференциал тенгламадир (Эйлер тенгламаси). Бу тенгламанинг ечими — интеграл эгри чизиқ $X^*(t,\ C_1,\ C_2)$ *экстремал* деб аталади ва бу масала учун равшан бўлган иккита чегаравий шартлардан аниқланувчи иккита ўзгармас C_1 ва C_2 га эга. Шу сабабдан, айтиш лозимки, охири қўзғалувчан ОҚ масалалар учун чегаравий шартлар мураккаброқ кўринишга эга ва трансверсаллик шартлари (T-шарт) деб аталади. Бу шартлар (18.5) функционал стационарлигининг умумий шартидан ва оптимал траектория ҳали ҳам Эйлер тенгламасини қаноатлантириши шартидан топилади. Ҳақиқатан ҳам, агар охири масалада функционал экстремумига қандайдир $X^*(t)$ траекторияда эришилса, $X^*(t)$ билан умумий чегаравий нуқталарга эга бўлган траекторияларнинг торроқ туркумига нисбатан айниқса экстремумга эришилади. Демак, $X^*(t)$ траектория экстремумнинг асосий шартини — Эйлер тенгламасини қаноатлантириши шарт. Шунинг учун (18.6) тенглама охирлари қўзғалувчан масалаларда ҳам ўринлидир, аммо улардаги чегаравий шартлар бошқа кўринишга эга бўлади. Масалан, чап охири маҳкамланган ва ўнг охири эркин бўлган (аммо белгиланган t_f да) масала учун (18.5) дан Эйлер тенгламасини ҳисобга олган ҳолда трансверсаллик шартини қуйидаги кўринишда оламиз:

$$\left.\frac{\partial\Phi(X(t_f),\, t_f)}{\partial X(t_f)} + \frac{\partial G\lambda}{\partial X}\right|_{t_f} = 0. \qquad (18.7)$$

Шунга эътибор бериш лозимки, (18.6) нинг биринчи иккита тенгламасини ечишда оптимал бошқаришнинг ҳамма назариясига хос бўлган муаммога — дифференциал тенгламаларга нисбатан икки нуқтали чегара масаласига келамиз. Битта нуқтали чегара масаласидан (Коши масаласидан) фарқли ҳолда икки нуқтали чегара масаласи функцияларнинг жоиз туркумида ечимга эга бўлмаслиги мумкин ёки ягона бўлмаган ечимга эга бўлиши мумкин. Ундан ташқари, икки нуқтали чегара масаласи ҳисоблаш нуқтаи назаридан битта нуқталидан мураккаброқ.

18.2. ДИНАМИК ПРОГРАММАЛАШ

«Динамик программалаш» термини 1957 й., шу ном билан пайдо бўлган асарда [2] турли туркумли системаларни оптималлаштириш бўйича Р. Беллман натижалари умумлаштирилгандан сўнг тарқалди. Р. Беллман тавсия этган оптималлаштириш масалаларини ечиш усули оптималлик принципига асосланади.

Оптимал ҳолат шундай хусусиятга эгаки, бошланғич ҳолат ва дастлабки ондаги ечим қандай бўлмасин, кейинги ечимлар биринчи ечимдан олинувчи ҳолатга нисбатан оптимал ҳолатни ташкил этиши шарт.

Бошқарилувчи система учун «ҳолат» деганда унинг ҳаракатини, «ечим» деганда уни бошқаришни танлаш тушунилиши лозим. Оптимал траектория ва охирги ҳолат $(X_f,\ t_f)$ топилган деб фараз қилиб оптималлик шартини оламиз. Кейинчалик бошқариш потенциали ёки оддий потенциал деб аталувчи (баъзи муаллифлар уни Ляпунов—Беллман функцияси деб аташади) скаляр функцияни (18.1) оптималлик мезонининг минимал қиймати сифатида аниқлаймиз. Бу қиймат оптимал бошқаришда вақт онида берилган X ҳолат учун олинади:

$$I^*(X,\ t) = \min_{U \in \Omega_U} I(X,\ U,\ t) = \min_{U \in \Omega_U} \left\{\Phi(X(t_f),\ t_f) + \int_t^{t_f} G(X,\ U,\ t)dt\right\}. \qquad (18.9)$$

Унда оптималлик принципидан қуйидагини оламиз:

$$I^*(X,\ t) = \min_{U \in \Omega_U} \{G(X,\ U,\ t)\,\Delta t + I^*(X + \Delta X, t + \Delta t)\}.$$

Потенциални ҳолатнинг текис функцияси (бу доимо ўринли эмас, масалан, чизиқли тезкорлик масалаларида) деб фараз қилиб, Тейлор бўйича ёйиш орқали қуйидагини оламиз:

$$I^*(X,\ t) = \min_{U \in \Omega_U} \left\{G(X,\ U,\ t)\Delta t + I^*(X,\ t) + \frac{\partial I^*}{\partial t}\Delta t + \frac{\partial I^*}{\partial X}\Delta X + O(\Delta X,\ \Delta t)\right\},$$

бу ерда $O(\Delta X,\ \Delta t)$ юқорироқ тартибли ҳадларни ўз ичига олади. $I^*(X,\ t)$ тенгликнинг иккала томонини қисқартириб ҳамда тенгликнинг иккала қисмини Δt га бўлиб $\Delta t \to 0$ да потенциалга нисбатан Белламаннинг дифференциал тенгламасини оламиз:

$$-\frac{\partial I^*}{\partial t} = \min_{U \in \Omega_U} \left\{G(X,\ U,\ t) + \frac{\partial I^*}{\partial X}\dot{X}\right\}$$

$$I^*(X_f,\ t_f) = \Phi(X_f,\ t_f) \qquad (18.10)$$

чегаравий шартлар.

Бу тенглама оптималликнинг зарур ва етарли шартини беради; катта қавслар ичидаги ифодага минимум берувчи бошқариш қидирилаётган оптимал бошқаришдир. Агар қавслар ичидаги ифода бўйича узлуксиз бўлса ва унга чеклашлар қўйилмаган бўлса қуйидаги функция минималлигининг зарурий шартидан

$$\frac{\partial\{\cdot\}}{\partial U} = 0\ \forall t \qquad (18.11)$$

экстремал (унинг ягона ҳолатида оптимал) бошқариш учун ифодани топамиз.

$$U^* = U\left(X,\ \frac{\partial I}{\partial X},\ t\right). \qquad (18.12)$$

Бу ифода бошқаришни система ҳолати бўйича функция сифатида (*тескари боғланиш хилидаги бошқаришни*) беради, чунки потенциалнинг ўзи ҳолат функциясидир. Аммо (18.10) Беллман тенгламаси ҳали ечилмагани ва $I^*(X, t)$ потенциал топилмагани сабабли биз экстремал бошқариш учун очиқ ифодани кўрсата олмаймиз. Аммо агар (18.11) дан топилган бошқариш ҳақиқатан ҳам (18.10) тенгламасининг ўнг тарафини минималлаштирса, унга (18.12) ни қўйиб, потенциалга нисбатан *Гамильтон—Якоби тенгламасини* оламиз.

$$\frac{\partial I^*}{\partial t} + G^*\left(X, \frac{\partial I^*}{\partial X}, t\right) + \frac{\partial I^*}{\partial X}\dot{X} = 0;$$
$$I^*(X_f, t_f) = \Phi(X_f, t_f), \tag{18.13}$$

бу ерда $G^*\left(X, \frac{\partial I^*}{\partial X}, t\right) = G(X, U^*, t)$.

(18.11) ва (18.13) тенгламалар *динамик программалаш тенгламалари* деб аталади ва улар потенциални ҳамда оптимал бошқаришни топишга имкон беради. Равшанки, бу тенгламалар оптималликнинг фақат зарурий шартларидир. (18.13) тенгламани энг оддий ҳолларда ечиш мумкин, чунки бу тенглама умумий ҳолда ночизиқлидир. Уни бошқача шаклда ифодалаш қулай ҳисобланади.

Скаляр функцияни гамильтонианни ($\dot{X} = F(X, U, t)$ боғланишиларда аниқлаймиз:

$$H^*\left(X, U^*, \frac{\partial I^*}{\partial X}, t\right) = G(X, U^*, t) + \frac{\partial I^*}{\partial X}F(X, U^*, t). \tag{18.14}$$

Унда битта (18.13) скаляр хусусий ҳосилали тенгламадан ҳолат ва $\left(\frac{\partial I^*}{\partial X}\right)^T = \Psi$ орқали белгиланган потенциал градиентига нисбатан иккита векторли (ёки $2n$ скаляр) Гамильтоннинг оддий дифференциал тенгламасига ўтиш мумкин:

$$\begin{cases} \dot{X} = \left(\frac{\partial H^*}{\partial \Psi}\right)^T, \ X(t_0) = X_0 \ \Big| \ X(t_f) = X_f - OM \text{ учун} & (18.15,\ a) \\ \dot{\Psi} = -\left(\frac{\partial H}{\partial X}\right)^T. \qquad T \text{ шарти—Оқ учун} & (18.15,\ б) \end{cases}$$

Ҳақиқатан ҳам тўла ҳосила формуласи бўйича қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\dot{\Psi} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dI^*}{dX}\right)^T = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial I^*}{\partial X}\right)^T + \frac{\partial^2 I^2}{\partial X^2}F(X, U^*, t). \tag{18.16}$$

Иккинчи томондан (18.16) ни X бўйича дифференциаллаб, охирги тенгламадаги иккинчи аралаш хусусий ҳосила учун ифодани оламиз:

$$-\left(\frac{\partial^2 I^*}{\partial t \partial X}\right)^T = \left(\frac{\partial G^*}{\partial X}\right)^T \frac{\partial^2 I^*}{\partial X^2}F(\cdot) + \frac{\partial F}{\partial X}\left(\frac{\partial I^*}{\partial X}\right)^T.$$

Ўрнига қўйилса, (18.15, *б*) ифода келиб чиқади.

(18.15) тенгламалар (18.13) тенгламалар каби фақат оптималликнинг зарурий шартини, аммо (18.13) га нисбатан ечиш учун қулайроқ шартини беради. Потенциал градиентини туташ ҳолат деб ҳам аташади, чунки унинг тенгламаси (18.15) дан кўриниб турибдики, шакл бўйича ҳолат тенгламаларига туташ хусусиятга эга.

[4] да кўрсатилганидек, (18.15) Гамильтон тенгламаси нафақат тенгсизлик шаклидаги чеклашлар мавжудлигида, балки $I^*(X, t)$ функциянинг текислик шарти ва ҳолатларнинг бирорта тўплами бажарилмаслигида ҳам ўринлидир. Шунинг учун Гамильтон тенгламаси динамик системаларни оптимал бошқариш барча назариясида катта ўрин тутади.

18.3. МАКСИМУМ ПРИНЦИПИ

Максимум принципини Л. С. Понтрягин ва унинг шогирдлари 1956 йилда яратган. Бу усул чизиқли системалар учун оптималликнинг зарурий ва етарли шартини ва чизиқли бўлмаган системалар учун қулай шаклда оптималликнинг зарурий шартини беради. Максимум принципининг афзаллиги яна шундан иборатки, қидирилаётган ечим туркумлари бўлак-бўлак узлуксиз функцияларни ўз ичига олади. Максимум принципининг мазмунини кўрайлик.

Қуйидаги бошқарилувчи системани кўрайлик:

$$\dot{X}=F(X, U), \; X(t_0)=X_0. \qquad (18.17)$$

Бу системани X^* нуқтага (1-масала) ёки X координата фазосининг Ω_f турли-туманлигига $U \in \Omega_U$ жоиз бошқариш ёрдамида шундай ўтказиш лозимки, қуйидаги функционал минималлашсин:

$$I=\int_{t_0}^{t_f} G(X, U)dt, \qquad (18.18)$$

бунда t_f — вақт они олдиндан белгиланмайди.

Сўнгра фараз қилинадики, $U(t)$ бўлак-бўлак узлуксиз функция, (18.17) даги $F(\cdot)$ функция эса X ва U бўйича узлуксиз ва X бўйича дифференциалланувчи. Шуни айтиш лозимки, (18.17) автоном системанинг кўрилиши, яъни F t га боғлиқ эмас ва нарх функцияси G нинг t га боғлиқ бўлмаслиги масаланинг умумийлигини пасайтирмайди, чунки F (X, U, t) ёки $G(X, U, t)$ функция учун ўзгариши $\dot{X}_{n+1}=1$, $X_{n+1}(t_0)=t_0$ тенглама орқали тавсифланувчи янги координата $X_{n+1}=t$ ни киритиб, масалани кўрилаётган масалага келтириш мумкин:

$$\dot{X}_0=G(X, U), \; X_o(t_o)=0$$

тенглама орқали аниқланувчи функцияни $x_0(t)$ билан белгилаймиз, унда (18.17) система тенгламалари ва (18.18) функционални «кенгайтирилган» система кўринишида ёзиш мумкин.

$$\dot{X}^{+} = F^{+}(X^{+}, U),\ X^{+}(t_0) = X_0^{+}, \qquad (18.19)$$

бу ерда $X^{+} = (x_0, x_1, \ldots, x_n)^T$, $F^{+} = (f_0 = G, f_1, \ldots, f_n)^T$

(18.19) системадан ташқари туташ ҳолати учун қуйидаги тенглама орқали берилувчи ёрдамчи система $\Psi = (\psi_0, \psi_1, \ldots, \psi_n)^T$ ни қўрамиз.

$$\dot{\Psi} = -\frac{\partial F^{+}}{\partial X^{+}}\Psi. \qquad (18.20)$$

Бу тенглама бир жинсли чизиқли дифференциал тенглама бўлиб, берилган $\Psi(t_0)$ учун ягона ечимни беради.

Қуйидаги гамильтонианни қўрайлик:

$$H(X^{+}, U, \Psi) = \Psi^T F^{+}(X^{+}, U). \qquad (18.21)$$

Бунинг ёрдамида (18.19) ва (18.20) ифодани 1-масала учун қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\begin{aligned} \dot{X}^{+} &= \left(\frac{\partial H}{\partial \Psi}\right)^T,\ X^{+}(t_0) = X_0^{+};\ X(t_f) = X^{*}, \\ \dot{\Psi} &= -\left(\frac{\partial H}{\partial X}\right)^T. \end{aligned} \qquad (18.22)$$

Бу тенгламаларнинг шакл бўйича ўхшаш (18.15) тенгламалардан фарқи шуки, бу ерда гамильтониан ихтиёрий бошқаришда (оптимал бўлиши шарт эмас) ҳисобланиши мумкин. Шунинг учун бу ерда туташ ҳолат умумий ҳолда потенциал градиентига мос келмайди.

Ихтиёрий жоиз бошқариш олинса, топилган $X^*(t)$ траектория учун (18.20) бўйича $\Psi(t)$ туташ траекторияни топиш мумкин. Унда белгиланган X, Ψ да гамильтонианни ихтиёрий вақт они учун параметр U нинг функцияси сифатида топиш ва теоремани таърифлаш мумкин.

18.1-теорема (максимум принципи [4]). *Айтайлик, $U(t)$ $(t_0 \leqslant t \leqslant t_f)$ шундай жоиз бошқариш ки, t_0 онда $X(t_0)$ нуқтадан чиқадиган унга мос траектория $X(t)$ t_f онида X^* орқали ўтади. $U(t)$ бошқаришнинг ва $X(t)$ траекториянинг оптималлиги учун $U(t)$ ва $X^*(t)$ функцияларга мос шундай нул бўлмаган узлуксиз $\Psi(t) = [\psi_0(t), \psi_1(t), \ldots, \psi_n(t)]^T$ вектор функциянинг мавжуд бўлишлиги зарурки:*

1) *$U(t)$ бошқариш узлуксизлигининг нуқтаси бўлган ихтиёрий он $t \in [t_0, t_f]$ учун $U \in \Omega_U$ ўзгарувчининг $H(\Psi(t), X^{+}(t)$ U функцияси $U = U(t)$ нуқтада максимумга эришади:*

$$M(\Psi(t), X^{+}(t)) = \max_{U(\cdot)} H(\Psi(t), X^{+}(t), U(t)).$$

2) *охирги он t_f да қуйидаги муносабатлар бажарилади:*

$$\psi_0(t_f) \leqslant 0, \ M(\Psi(t_f),\ X^+(t_f)) = 0. \qquad (18.23)$$

Сўнгра маълум бўлишича, агар $\Psi(t)$, $X^+(t)$, $U(t)$ катталиклар (18.22) системани ва биринчи шартни қаноатлантирса t ўзгарувчининг $\psi_0(t)$ ва $M(\Psi(t),\ X^+(t))$ функциялари ўзгармас бўлади. Шу сабабли (18.23) муносабатни t_f онда текшириш шарт эмас, балки ихтиёрий $t \in [t_0,\ t_f]$ онда текшириш мумкин.

Максимум принципи умумий ҳолда оптималликнинг зарурий шартини беради ва демак, орасида оптималликлари бўлган экстремал траекторияларни ажратишга имкон беради. [4] да олинган етарлилик шартлари максимум принципининг одатда оптимал траекторияларининг худди ўзига олиб келишини тасдиқлашга имкон беради.

18.4. МАКСИМУМ ПРИНЦИПИНИНГ АМАЛИЙ НАТИЖАЛАРИ

18.2-теорема. *Бошқаришга нисбатан чизиқли система $X = F(X) + BU$, $U \in \Omega_U$ учун (бу ерда B — сон матрицаси) (18.18) мезоннинг нарх функцияси $G(X,\ U)$ нинг бошқаришга боғлиқ бўлмаслик ёки унга чизиқли боғлиқ бўлиш шартида оптимал бошқариш чегара қийматларини қабул қилади.*

Масалан, $t \in [t_0,\ t_f]$ да нарх функцияси $G(X,\ U) \equiv 1$ бўлмаган максимал тезкорлик мезони кўрсатилган мезон хилини қаноатлантиради. [9] да аниқланганидек, $\dot{X} = AX + BU$ чизиқли системалар учун, улардаги A матрицанинг хусусий қиймати мусбат бўлмаган ҳақиқий қисмларга эга бўлса (яъни барқарор ва нейтрал системалар), системани координата бошига ўтказувчи тезкорлик бўйича оптимал бошқариш ихтиёрий дастлабки ҳолатга нисбатан мавжуд бўлади. Бу ҳол учун (18.21) гамильтониан қуйидаги кўринишни олади ($\psi_0 = -1$ ни ҳисобга олган ҳолда).

$$H = -1 + \Psi^T AX + \Psi^T BU;$$

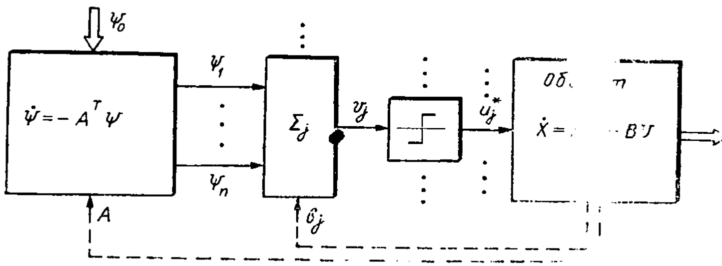
бу ерда $\Psi = (\Psi_1,\ \ldots,\ \Psi_n)^T$ қуйидаги тенгламани қаноатлантиради:

$$\dot{\Psi} = -A^T \Psi. \qquad (18.24)$$

Гамилтониан максимумлиги шарти чекланган бошқариш, масалан, $u_j(t) \leqslant M_j(t)$, $j = 1,\ m$ учун қуйидагини беради:

$$u_j^*(t) = M_j(t) \cdot \operatorname{sign} b_j^T \Psi,\ j = 1,\ \ldots,\ m; \qquad (18.25)$$

бу ерда b_j — B — матрицанинг j-нчи устуни (18.25) даги ишорани олиш амали реле ёрдамида бажарилади ва бошқаришнинг оптимал системаси релели бўлади (18.1-расм). Бундай система



18.1- расм. Тезкорлик бўйича оптимал релели система

очиқ система хилига мансубдир, чунки ундаги бошқариш объект ҳолатига боғлиқ бўлмаган ҳолда шаклланади. Аммо, бундай системанинг ишга лаёқатли бўлиши учун берилган $X(t_0)$ ҳолат учун мумкин бўлган ягона $\Psi(t_0)$ ни «топиш» лозимки, бунда система (18.25) бошқариш ёрдамида берилган охирги ҳолат X га ўтади. Вазиятнинг оғирлашишига барқарор система учун (18.24) туташ системанинг беқарорлиги ҳам сабаб бўлади. Туташ системанинг беқарорлиги ечимнинг бошланғич шарт вариацияларига катта таъсирчанлигига олиб келади. Ҳақиқатан ҳам, барқарор $X=AX+BU$ система қуйидаги характеристик тенгламаси илдизларининг ҳақиқий манфий қийматига эга

$$det[A-pI]=det[A^T-pI]=0, \qquad (18.26)$$

унда (18.24) туташ системанинг қуйидаги характеристик тенгламасининг илдизлари тескари ишорага эга:

$$det[-A^T-pI]=det[A^T+pI]=0. \qquad (18.27)$$

(18.24) системани тескариланган вақтда ечиш ноқулай, чунки тезкорлик масаласида охирги вақт они t_f номаълум.

«Қулай» $\Psi(t_0)$ га кетма-кет яқинлашиш усуллари мавжуд, аммо, (18.25) программали бошқариш ростлагични синтезлаш учун қулай бўлган тескари боғланиш шаклида ҳам олиниши мумкин:

$$u_j^*(x)=M_j(t)\operatorname{sign} v_i(X(t)),\ j=1,\ 2,\ \ldots,\ m. \qquad (18.28)$$

Ҳақиқатан ҳам, чизиқли тезкорлик масаласи ягона ечимга эга бўлгани сабабли, релели бошқариш структураси (18.25) оптималликнинг ихтиёрий бошқа зарурий шартларидан фойдаланилганда ҳам олиниши мумкин. Шунинг учун, масаланинг динамик программалаш усули ёрдамида ечилиши бошқаришни тескари боғланиши шаклида (18.12), аммо релели структурани (18.28) топишга имкон берган бўлар эди. Демак, система ҳолатларининг ҳамма фазоси иккита соҳага бўлиниб, бирида бошқариш $(+M_j)$ қийматни, иккинчисида $(-M_j)$ қийматни олади.

Энди оптимал бошқаришнинг чизиқли тезкорлик масаласидаги бошқа хусусиятини кўрайлик.

18.3-теорема. *Агар чизиқли система характеристик тенгламаси (18.26) нинг илдизлари $p_1, \ldots, p_n$ ҳақиқий бўлса, оптимал бошқаришнинг ўзгартириш сони $(n-1)$ дан ошмайди.*

Ҳақиқатан ҳам (18.27) характеристик тенглама илдизлари (18.26) характеристик тенглама илдизларидан фақат ишораси билан фарқ қилади. Шунинг учун (18.24) бир жинсли тенгламанинг ечими оддий илдизлар ҳоли учун қуйидагича ёзилиши мумкин:

$$\Psi_i(t) = \sum_{k=1}^{n} c_{ik} e^{-p_k t}, \quad i = 1, \ldots, n.$$

бу ерда c_{ik} — $\Psi_1(t_0), \ldots, \Psi_n(t_0)$ га боғлиқ бўлган ўзгармас

Бу ифодани (18.25) га қуйиб, қуйидагини оламиз:

$$u_j^*(t) = M_j(t)\mathrm{sign}\sum_{k=1}^{n} d_{jk} e^{-p_k t}; \; j = \mathrm{i}, \ldots, m,$$

бу ерда $d_{jk} = \sum_{\nu=1}^{n} b_{j\nu} \cdot c_{\nu k}$.

Экспонентлар йиғиндиси ярим чексиз $[t_0, \infty]$ оралиқда нулга айланишлари сони $(n=1)$ дан ортиқ бўлмайди, яъни теорема исботланди.

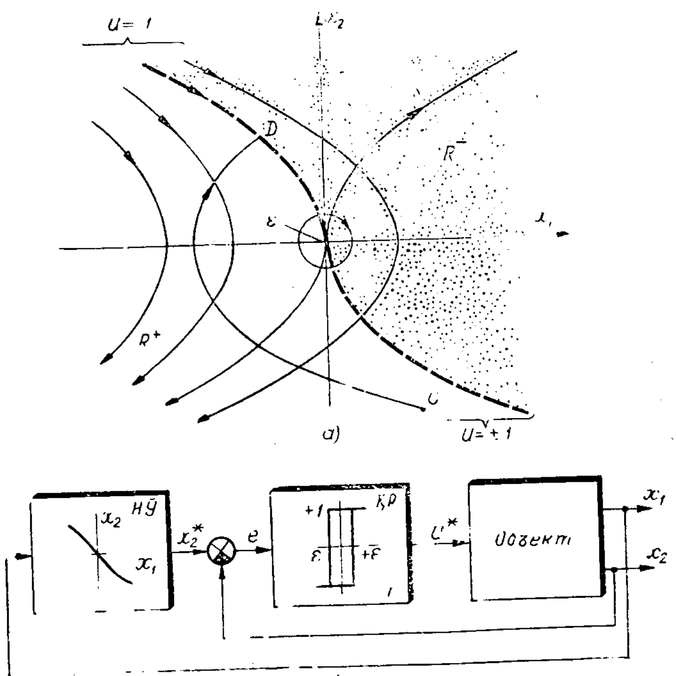
Агар (18.26) тенглама илдизлари орасида комплекс туташлари бўлса, охирги ифодадаги йиғинди бегисининг тагида $exp(-Rep_k t)\cdot\sin(w_k t + \varphi)$ кўринишдаги ҳадлар бўлади. Демак вақтнинг катта оралиғида гармониклар йиғиндиси исталган марта нулга айланиши мумкин.

Релели бошқаришнинг физик маъноси жудда содда: системанинг бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга оптимал ўтиш жараёни иккита қисмдан — бошидаги максимал тезланиш ва кейинги максимал тормозланишдан иборат.

18.5. ТЕЗКОРЛИК БЎЙИЧА ОПТИМАЛ БЎЛГАН ИККИНЧИ ТАРТИБЛИ СИСТЕМАНИ СИНТЕЗЛАШ

Илдизлари оддий, бошқарувчи таъсири ягона ва модули бўйича чекланган $(|U| \leqslant 1)$ иккинчи тартибли чизиқли барқарор системани кўрайлик. Айтайлик, X_0 дан $X^0=0$ га ўтиш вақти минималлаштирилади. 18.4 да тескари боғланиш хилидаги оптимал бошқаришни олиш кўрсатилган эди.

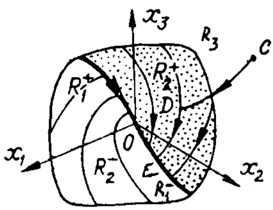
18.2 ва 18.3 теоремалар бўйича бу ҳолда оптимал бошқариш битта ўзгартиришга эга бўлиши ва $+1$ ёки -1 қийматини олиши мумкин. Бундай бошқаришлардаги система ҳаракати траекториясини кўрайлик (18.2-расм, *а*). Равшанки $X^*=0$ нуқта ҳаракатнинг охирги босқичида координата ўқидан ўтувчи фақат иккита траектория бўйича (расмда улар яхлит чизиқ орқали кўрсатилган) ҳаракатланиши мумкин. Демак, оптимал бошқаришда тезлик билан бу траекторияларнинг бирига тушиб олиш, ундан кейин бошқариш ишорасини ўзгартириб, бу траектория бўйлаб координата бошига келиш зарур. Шундай қилиб, юқорида кўрсатилган иккала траектория координата фазосида системанинг ўзгартириш чизиғини ҳосил қилади ва бу чизиққа бошқариш ишораси ўзгаради. Бу чизиқнинг бир тарафида оптимал бошқариш бир ишорага эга бўлса, иккинчи тарафида унинг ишораси бошқа бўлади. Масалан, $X_0=C$ дан координата бошига оптимал ўтиш CDO траектория бўйича амалга оширилиб, CD кесмада бошқариш $U(t)=+1$ бўлиши, DO кесмада эса $U(t)=-1$ бўлиши шарт. 18.2-расм, *а* дан кўриниб турибдики, ўзгартириш чизиғи ҳолатлар фазосини иккита соҳага бўлади (R^+ ва R^-). Объектнинг ўзгартириш чизиғига нисбатан



18.2- расм. Иккинчи тартибли системани оптимал бошқариш:

а) $u=\pm1$ бўлгандаги ҳаракат траекторияси; *б*) тескари боғланиш туридаги оптимал бошқаришни шакллантириш.

ҳақиқий ҳолатини билиб, бошқариш ишорасини танлаш мумкин.



18.3-расм. Уч ўлчамли система учун ҳолатлар фазоси

Масалан, агар $X \in R^+$ бўлса, четлашиш $e=(x_2^*-x_2)>0$ бўлади ва $U=+1$ агар $X \in R^-$ бўлса, четлашиш $e=(x_2^*-x_2)<0$ бўлади ва $U=-1$. Равшанки ўзгартириш чизиғида $e=0$ шунинг учун қутбланган реле ҚР ишида ноаниқлик содир бўлади. Бу ноаниқликни $e=0$ бўлганда ишорани ўзгартирувчи мантиқий схема ёки 18.2 расм, *б* да кўрсатилгандек гистерезиси катта бўлмаган реле ёрдамида бартараф этиш мумкин. Координаталар боши яқинида автотебранишларга йўл қўймаслик учун $\|X\|<\varepsilon$ да ҚР ўзишни кўзда тутмоқ лозим.

Юқори тартибли системалар учун бундай схема жуда мураккаблашади. Масалан, учинчи тартибли система учун ҳолатлар фазоси қуйидаги турли-туманликка бўлинади (18.3-расм): бир ўлчамли — ўзгартириш чизиқлари R_1^+ ва R_1^- икки ўлчамли — ўзгартириш текислиги R_2^+ ва R_2^- уч ўлчамли — R_2^+ ва R_2^- юзаларнинг турли тарафларида ётувчи R_3^+ ва R_3^- соҳалар. Бу турли-туманликларнинг ҳар бирида бошқариш турли-туманликнинг юқори индексига мос келувчи ишорани олади. Масалан, $X_0=c \in R_3^-$ нуқтадан чиқувчи оптимал траектория *CDEO* кўринишига эга, бунда бошқариш учта ишора доимийлик оралиғига эга: -1, $+1$. -1. Бундай системаларни амалга ошириш [25] да кўрилган.

19-боб

МОСЛАНУВЧАН АВТОМАТИК БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИНИ СИНТЕЗЛАШ

АБСларни ҳисоблаш ва лойиҳалашда уларнинг олдиндан танланган намунавий ёки ноқулай шароитларда ишлашда таҳлил қилиш ва синтезлашга асосланган оддий усул кўпинча етарлича қониқарли натижаларни беради. Бу айтарли даражада АБСда ишлатиладиган тескари боғланиш принципи орқали изоҳланади, чунки тескари боғланиш принципи ташқи ва ички шартларнинг мўлжалланганидан жуда катта бўлмаган четлашишларни компенсациялаш хусусиятига эга. Аммо, кўпинча объектларнинг ва уларга қўйилган таъсирларнинг динамик хусусиятлари ва параметрлари баъзан шундай кенг чегарада ва олдиндан айтиб бўлмайдиган тарзда ўзгарадики, лойиҳалаш босқичидаги ахборот нафақат системанинг оптимал ишлашини, балки унинг оддий барқарор ишлашини таъминлашга етарли бўлмайди. Бу ҳолда АБС га мосланувчанлик хусусиятини ёки система ишлашининг ички ва ташқи шароитларининг олдиндан кутилмаган ўзгаришларига автоматик мосланиш хусусиятини бахш этиш зарурияти туғилади. АБС га мосланувчанлик хусусияти бериш зарурияти сабабларидан бири автоматлаштирилувчи объектларнинг мураккаблигидир.

Мураккаб объектларда нафақат тўлиқ миқдорий модель бўлмайди, балки уларнинг ҳатто баъзи сифатлари айтарлича аниқ бўлмайди. Шунинг учун бундай объектларни бошқарувчи системаларга тирик мавжудотнинг атроф муҳитга мосланувчанлик хусусиятига ўхшаш иш шароитига мосланиш хусусиятини бериш лозим.

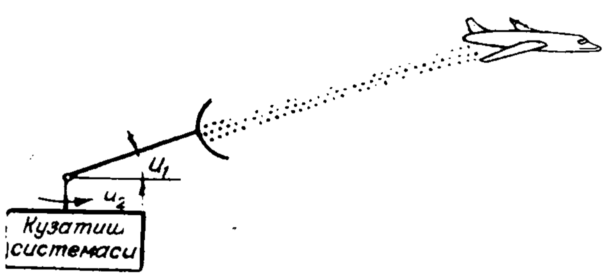
Шундай қилиб, *мосланувчан АБСлар деб шундай системаларга айтиладики, бу системаларда бошқариш таъсирларининг параметрлари ёки бошқариш алгоритмлари объектлар характеристикаларининг ёки ташқи муҳит таъсирларининг кутилмаган ўзгаришида бирор маънода объектни энг яхши бошқариш мақсадида автоматик тарзда ва аниқ бир йўналишда ўзгаради.*

19.1. МОСЛАНУВЧАН АБС ЛАРНИНГ УМУМИЙ ХАРАКТЕРИСТИКАСИ

Табиийки, мосланиш масаласи юзасидан бошқарилувчи объект ёки ташқи таъсирлар, ёки уларнинг хоссалари тўғрисидаги бирламчи ахборот ва маълумотлар ноаниқ бўлсагина сўз юритиш мумкин.

Ташқи тойдирувчига мосланиш масаласи, одатда кузатувчи системада ёки барқарорлаштириш системасида хусусан, сигналларни ўлчаш статистик характеристикалари номаълум бўлган тасодифий халақитлар шароитида амалга оширилганда пайдо бўлади.

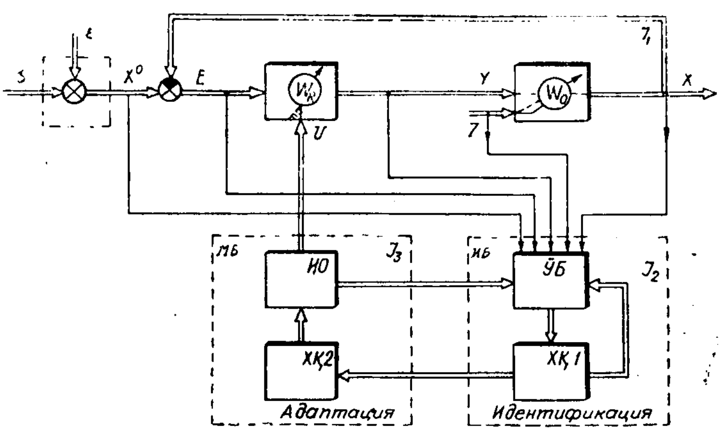
19.1- мисол. Ҳаракатдаги нишонларни кузатувчи радиолокацион система [22]. Бу ерда антенна учун (19.1- расм, *а*) бошқарувчи координаталар — жой бурчаги u_1 ва азимут бурчаги u_2 бошқарилувчи катталик — қабул қилинаётган радиолокацион сигналнинг интенсивлиги y, $y(u_1, u_2)$ (19.1- расм, *б*). Нишон ҳаракатида уни максималлаштирувчи u_1 ва u_2 нинг қийматлари ўзгаради, $y(u_1, u_2)$ нинг кўриниши нишонгача бўлган масофанинг ўзгаришига ҳам боғлиқ. Бундан ташқари, кузатувчи система ёрдамида аниқланувчи y нинг қиймати атенна қабул қилувчи табиий ёки сунъий халақитлар таъсирида тасодифий ўзгаради.



19.1- расм. Ҳаракатдаги нишонни кузатувчи система

19.2- мисол. Контурни резонансга созлаш масаласи. Бундай масала приёмникни кучайтиришнинг максимуми бўйича автоматик созлашда, фойдали иш коэффициентининг максимуми бўйича передатчикларни автоматик созлашда, индуктивлик ғалтаги сифатини ўлчовчи куметр контурини созлашда учрайди. Бу ерда созланувчи параметр — конденсатор сиғими, бошқарилувчи параметр эса — контурдаги кучланишдир. Сиғимнинг резонанс қийматида контурдаги кучланиш максимал бўлади. Бошқарилувчи объектни етарлича билмаслик натижасида АБС ларнинг мослаштирилиши объектнинг у ёки бу характеристикаларини ёпиқ система ҳолат ўзгарувчиларининг жорий қийматлари бўйича аниқлаш заруриятига олиб келади. Бу масалани идентификация масаласини ечиш усуллари 20- бобда кўрилган.

19.2-расмда мосланувчи АБС блок-схемаси келтирилган бўлиб, у ихтиёрий тарзда ўзгарувчи S_z хусусиятига Z ташқи таъсирларга ҳамда ўз ҳолатлари X ва характеристикалари W орқали тавсифланувчи ростлагичли объект параметрларига мосланувчи системалар тузилиш тасвирининг етарли даражада умумлаштирилган. Схема асосий контур, идентификациялаш блоки (ИБ) ва мослашувчи блокдан (МБ) иборат. Индентификациялаш блоки ўлчаш блоки (ЎБ) ни ўз ичига олади. Ўлчаш блокига система ўзгарувчилари тўғрисидаги зарур ва ўлчаш мумкин бўлган ҳамда объектнинг ҳисобланадиган параметлари ва асосий контур $Х_0$ га бўлган таъсирлар тўғрисидаги ахборот бирикади. Ҳисоблаш қурилмаси $ҲҚ^0 1$ да бу ахборот ишланади, натижада объект модели тенглама коэффициентлари ёки иш сифати кўрсаткичи, масалан, асосий контурнинг оптималлик мезонининг жорий қиймати I_1 олиниши мумкин. Мослаштириш блоки ҳисоблаш қурилмаси $ҲҚ_2$ ва ижро органи (ИО) дан иборат. Бу блок ёрдамида ҲҚ дан келаётган ахборот асосида жорий қийматнинг четлашиш даражаси (масалан, I_1 мезоннинг унинг экстремал қиймати I_{1extr} дан четлашиш даражаси) ҳисобланади ва U таъсир ёрдамида ёки W_R ростлагич параметрлари ёки бошқариш алгоритми қайтадан кўриб чиқилади.



19.2- расм. Мосланувчан АБСнинг умумлаштирилган блок схемаси

Мосланувчан АБС нинг муайян хиллари юқорида кўрилган умумлаштирилган схеманинг (19.2-расм) хусусий ҳолларидан келиб чиқади.

Мосланувчан АБСларда, тенгламаларнинг структура ва параметрлари маълум бўлган ҳолда, асосий контурни ишлаш сифатининг мезони I_1 танланган деб ҳисобланади.

Бу ҳолда W_R ростлагич созланишнинг оптимал характеристикаларини шундай танлаш мумкинки, $I_1(X^*, W_R^*, t)=I_{1extr}$ ва ҳолат вектори X^* оптимал бўлсин. Объект параметрлари ҳамда ташқи тойдирувчиларнинг ўзгарувчанлигида мослаштириш натижаси — I_1 мезон жорий қийматининг экстремал қийматига тенг $(I_{1ж} - I_{1extr})$ қилиб ушлаб туришдир. Бунинг устига W_0 объект характеристикалари ўзгарганида $I_{1extr} = \text{var}$ бўлади. Соддароқ ҳолларда $I_{1ж} \leqslant \max I_{eextr}$ таъминлаш етарлидир. Агар мосланувчан АБСда маълум объект структураси учун параметрлар аниқланмаган бўлса асосий контурни априор (олдиндан) тарзда оптималлаштириш мумкин эмас. Бу ҳолда, мослаштириш жараёни I_{1extr}, $I_{1ж}$ ларни ҳасоблашларни ва мослашитриш блокида $I_1 \to I_{1min}$ ни таъминловчи параметрик таъсир U ни шакллантиришни ўз ичига олади.

W_0 объект характеристикалари априор аниқланмаган ва ишлаш тартибида аниқлаб бўлмайдиган ҳолларда мослаштириш ўргатувчили системалар синфида амалга оширилади.

Шундай қилиб, $I_{1extv} = \text{var}$ бўлиши мумкин, яъни I_{1extr} мослаштириш жараёнида ҳисобланади ва $I_{1extr} = \text{const}$ ҳам бўлиш мумкин. I_{1extr} ни ҳисоблаш икки хил мосланувчан қидирувчи ёки экстремал АБС ларда ва қидирмайдиган ёки аналитик АБСларда амалга оширилиши мумкин.

Қидирувчи мосланувчан АБСларда асосий контур амплитудалар бўйича кичик бўлган синовчи таъсир ΔU лар ёрдамида кўзғатилади ва ΔI_1 орттирма ҳисобланади. Сўнгра, бу орттир-қийматининг изланаётган I_{1extr} томонига қараб камайтиш мақсадида берилади

Аналитик мосланувчан АБСларда асосий контурда синовчи таъсирлар бўлмайди. Жорий экстремал қиймат $I_{1extr}^{жорий}$ ни ва жорий қиймат $I_1^{жорий}$ ни ҳособлаш идентификациялаш блокининг ҲҚ1 да амалга оширилади. Сўнгра $\Delta I_1 = I_1^{жорий} - I_{1extr}$ жорий четлашиш бўйича мослаштириш блокининг $ХҚ2$ ва $ИО$ лари ёрдамида коррекцияловчи параметрик таъсир U ҳисобланади.

Тезкорлик бўйича (W_0 нинг ўзгаришида $W_К$ ўзгаришининг тезлиги бўйича) аналитик мосланувчан АБСлар қидирувчи системалардан устун бўлса, аммо амалга оширилишнинг соддалиги бўйича улардан қолади. Мураккаб бошқариш объектлари учун юқорида кўрсатилган идентификациялаш ва мослаштириш алгоритмини синтезлаш масаласи жуда ҳам мураккаб бўлиши мумкин. Шунинг учун мосланувчан АБС лар ривожининг тарихи учун инсоннинг атроф дунёни билиш жараёнининг динамикасини акслантирувчи қуйидаги ҳодиса қонуний бўлиб қолди: бошқариш жараёни сифатига қўйилган талабларнинг ошиши билан оддий (созланмайдиган) АБСлар қидирувчи мосланувчан АБС ларга алмаштирилди, қидирувчи мосланувчан АБС лар эса аналитик мосланувчан АБС ларга алмаштирилади. Аммо, шуни айтиш лозимки, аналитик созлаш ва қидириш бир-бирини тўлдирувчи комбинацияланган системалар энг яхши бўлиши мумкин.

Қидирувчи системаларнинг амалга оширилишида квазистационарлик фарази кенг ишлатилмоқда. Бу объект характеристикаларнинг моделнинг жоиз аниқликда олинишида зарур бўлган T вақт оралиғида нисбатан ўзгармаслигини фараз қилади, яъни

$$W_0(t) \simeq W_0(t+T)\forall t. \qquad (19.1)$$

Бу фараз мослаштириш масаласининг функция экстремумини қидиришнинг бирор масаласига келтирилишига имкон беради:

$$I_1(W_R) \to \inf_{W_R}. \qquad (19.2)$$

Ундан ташқари, ўрганиш ва бошқариш вазифаларини вақт бўйича ажратиш фарази кенг ишлатилади. Бу фаразга биноан олдин созланиш керак бўлган W_0, S_s характеристикалар аниқланади, сўнгра улар бошқаришни синтезлашда ишлатилади. Аммо, маълум ноаниқлик шартларида оптимал бошқариш бир вақтнинг ўзида ўрганиш вазифасини ҳам бажаради. (А. А. Фельдбаум бўйича бошқаришнинг дуаллик принципи.) Шу сабабли, дуал бошқаришнинг оддий, аммо одатда жуда самарадор аддитив аппроксимациясидан фойдаланилади: бошқариш таъсирига аддитив равишда, одатда асосийсидан интенсивлиги катта бўлмаган махсус ўрганувчи ташкил қилувчи ётқизилади, ўрганувчи сигнал вариациялари одатда ростлашнинг жоиз аниқлиги чегарасидан чиқиб кетмайди, аммо объект характеристикаларини идентификациялашга имкон беради.

19.2. МОСЛАНУВЧАН АБС ЛАРНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ ВА СИНТЕЗЛАШ

Мосланувчан АБСларнинг ўзига хос хусусияти шундан иборатки, уларни таҳлил қилишда ва синтезлашда оптимал бошқариш, идентификациялаш ва баҳолаш, ҳисоблаш математикасининг усуллари каби автоматик бошқариш назариясининг бўлимлари жалб этилади. Табиийки, мосланувчан системаларни таҳлил қилишда ва синтезлашда бутун система ва унинг алоҳида блокларининг барқарорлиги, аниқлиги, физик амалга оширилиши каби масалалар биринчи даражали аҳамиятга эга бўлмайди. Аммо ноаниқлик шартларида бошқаришдаги мосланувчанлик усули оптималлаштириш, идентификациялаш, таҳлил қилиш ва синтезлаш масалаларнинг ечилишида ўзига хос хусусиятларга эга. Аввало бу хусусиятларнинг ҳисоблаш жиҳатларини кўрсатиш лозим, чунки мосланувчан системаларда, аслини олганда берк система ишлаш режимида автоматик тажриба амалга оширилади.

19.1.2. ҚИДИРУВЧИ МОСЛАНУВЧАН АБСЛАРНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ ВА СИНТЕЗЛАШ

Мосланувчан АБСларни қуриш ва таҳлил қилиш структурани синтезлаш, қидириш усулларини ва уларни экстремал бошқариш контурида амалга ошириш схемаларини танлаш муаммоларининг ечилишини талаб этади. Умуман бошқариш контурларини ва хусусан экстремал контурларни синтезлаш муаммоси масалаларнинг мумкин бўлган қўйилишларининг ва уларнинг ечиш усулларининг турли-туманлиги билан тавсифланади. Физик амалга оширилиши, турли ташқи таъсирлар тўғрисидаги бошланғич ахборот ҳажми ва хусусияти билан чекланган оптималликнинг қабул қилинган мезонига боғлиқ ҳолда системада синтезлаш муаммоси турлича қўйилиши мумкин. Умумий ҳолда, координаталарнинг ташкил этувчилари вақт функциялари бўлган ёпиқ система учун махсус ечиш талаб этилади.

Қидирувчи мосланувчи АБСларни тадқиқлашнинг мавжуд усулларини таҳлил қилиш бу системаларга ва бу усуллар ёрдамида ечилиши шарт бўлган масалалар доирасига қўйилган талаблар тўғри аниқланган шартидагина бажарилиши мумкин. Экстремумни қидириш жараёнига қўйилган талаблар оддий АБСларга қўйилган талаблардек бўлади:

барқарорлик — қидириш жараёни вақт ўтиши билан экстремум бирорта атрофида бўлиши шарт:

аниқлик — қидириш жараёнида тасвирловчи нуқта экстремумнинг етарлича кичик атрофига тушиши шарт.

тезкорлик — қидириш бошланишидан то тасвирловчи нуқтанинг экстремумнинг кичик атрофига тушишигача бўлган вақт имкони борича кичик бўлиши шарт.

Қидирувчи системаларга қўйилган талабларнинг оддий АБСларга қўйилган талабларга ўхшашлиги экстремал системаларни тадқиқ қилиш масалаларининг автоматик бошқариш назарияси масалаларига ўхшашлигига олиб келади:

берилган системаларни таҳлил қилиш ва уларнинг динамик хусусиятларини (тезкорлик, аниқлик, барқарорлик) аниқлаш:

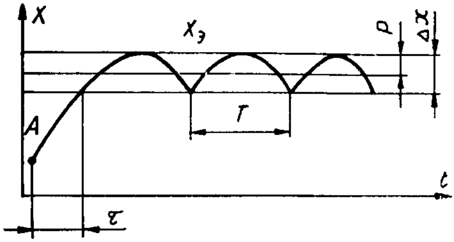
системанинг максимал аниқлиги ёки тезкорлигини таъминловчи бошқариш қурилмасининг оптимал параметрларини аниқлаш:

берилган талабларни қаноатлантирувчи системаларни синтезлаш.

Қидирувчи мосланувчан АБС ишини тавсифловчи баъзи сифат кўрсаткичларига таъриф берамиз. 19.3-расмда ҳолат вектори X нинг экстремум атрофидаги тебранишлари алоҳида кўрсатилган. Бу тебранишларнинг амплитудаси Δx *чиқиш йўли-*

даги қидириш зонаси деб аталади. Бир максимумдан иккинчи максимумгача ўзгариш учун зарур бўлган вақт *автотебраниш даври T* деб аталади.

Экстремал қиймат $X_э$ ва давр бўйича ўртача қиймат айирмаси *қидиришдаги исроф P* деб аталади. Бу катталик экстремал бошқариш амалиёти учун жуда муҳим, чунки у экстремал бошқаришнинг сифатини аниқлайди. Мутлақо равшанки, қидиришдаги исроф қанчалик кичик бўлса, экстремал бошқариш шунчалик сифатлироқ бўлади. Экстремумга (унинг сакрама силжишида) чиқиш вақтини тавсифловчи катталикни τ орқали белгилаймиз. Экстремумнинг янги қийматларини қанчалик тез топиш мумкинлигини кўрсатувчи чиқиш вақти ҳам қидирувчи мосланувчи АБСнинг муҳим характеристикаси ҳисобланади. Агар чиқиш вақти катта бўлса, система сифатининг пасайиши табиийдир, чунки система кўпроқ вақт экстремумда ишламайди.



19.3- расм. Қидирувчи мосланувчан АБС сифати кўрсаткичларини аниқлаш

Қидирувчи мосланувчан системаларни ва умуман АБСларни синтезлаш масаласининг амалда ечилиши қатор қийинчиликлар билан боғлиқ.

Энг аввал, одатда синтезланаётган системадаги таъсирларнинг статистик характеристикалари тўғрисидаги маълумотлар мавжуд бўлмайди. Сўнгра оптималлик тенгламаларини тузишда ва уларни ечишда мавжуд системаларга оид бўлган физик амалга оширишнинг ҳамма кўп сонли шартларини ҳисобга олиш қийин. Чунки, муайян системаларда оптималликнинг умумий тенгламаларининг ечимини аниқ тиклаш одатда мумкин эмас. Фақат бундай ечимларга тақрибий яқинлашиш мумкин, бу эса усул қийматини пасайтиради.

Буларнинг ҳаммаси статистик синтез усулларининг умумийлигига эришилганига ва бу соҳадаги катта кўламдаги адабиётнинг борлигига қарамай, амалий синтезлаш масалаларнинг ечишдаги катта бўлмаган натижаларни тушунтиришга ёрдам беради.

Шунга қарамай бошқаришнинг экстремал принцип бошқариш контурининг бирорта қисмини, айниқса экстремал контурни автоматик оптималлаштиришга ёки автоматик синтезлашга имкон беради. Бунга ўхшаш автоматик оптималлаштириш системанинг ишлаши жараёнида амалга оширилади ва турли тойдирувчи таъсирларнинг статистик характеристикалари кўринишидаги дастлабки ахборот талаб қилинмайди. Система ҳаракати мавжуд чекланишлар доирасида бўлади ва бу чекланишлар чегарасида сигналларнинг оптимал ўзгаришлари қидирилади ва бажарилади.

Шуни айтиш лозимки, квазистационар тартибда ишловчи қидирувчи мосланувчан системаларни таҳлил қилиш ва синтезлаш нисбатан осон, чунки бу тартибга ўзгармас ёки секин ўзгарувчан коэффициентли чизиқли тенгламалар мос келади. Аммо, объектнинг берилган инерционлигида экстремал бошқариш жараёнлари вақтини қисқартиришга интилиш экстремумга қараб ҳаракатнинг жадаллаштирилган жараёнига олиб келади. Бу жараёнлар коэффицентлари ўзгарувчан чизиқли бўлмаган дифференциал тенгламалар орқали тавсифланади ва уларнинг аналитик тадқиқи маълум қийинчиликлар туғдиради.

19.2.2. АНАЛИТИК МОСЛАНУВЧАН АБСНИ СИНТЕЗЛАШ МАСАЛАСИ

Аналитик мосланувчан АБСни лойиҳалаш иккита бир-бири билан боғлиқ масалаларни ечишни ўз ичига олади: мослаштириш алгоритмини синтезлаш ва уни техник амалга ошириш.

Ишлатиладиган аппаратларга мос ҳолда аналитик мосланувчан АБС ларни лойиҳалашнинг структура, вақт ва спектрал принципларини кўриш мумкин. *Структура принципи* асосида қурилган мосланувчан АБС дифференциал тенгламалар коэффициентларидан фойдаланади; *вақт принципи* асосида қурилган система система ва таъсирларнинг вақт характеристикаларидан фойдаланади; *спектрал принцип* асосида қурилган мосланувчан система частота характеристикалари, спектрал зичликлар ва бошқалардан фойдаланади. Аналитик мосланувчан АБСларнинг техник амалга оширилиши ҳисоблаш техникаси воситалари ёрдамида бажарилади.

Созланувчи параметрларнинг назорат қилинувчи ўзгаришлари алгоритмини синтезлаш масаласини кўрайлик. Фараз қилайлик, бошқаришнинг асосий контури бошқариш объекти иборат (19.2-расм). Объект қуйидаги вектор дифференциал иборат (19.2-расм). Объект қуйидаги вектор дифференциаль тенглама орқали тавсифланади:

$$\frac{dX}{dt} = F(X,\ Y,\ Z(\vec{f}_z,\ t),\ W_0), \tag{19.3}$$

бу ерда X — объектнинг ҳолат вектори,

Y — объектнинг бошқариш таъсирлари вектори,

Z — бирор параметрлар векторига боғлиқ бўлган тойдирувчилар вектори,

W_0 — объект параметрлари вектори.

Ростлагич ҳам қуйидаги вектор дифференциал тенлгама орқали тавсифланади,

$$\frac{tdY}{dt} = D\{Y,\ U(\overline{f}_u,\ t),\ E(\overline{f}_e,t),\ Z(\overline{f}_z,\ t),\ W_R\}; \tag{19.4}$$

бу ерда: U — бирор параметрлар вектори f_u га боғлиқ бўлган асосий контурнинг бошқариш таъсирлари вектори, E—параметрлар вектори f_e га боғлиқ бўлган ростлагичга қўйилган тойдирувчи таъсирлар вектори, W_R — ростлагич параметрлари вектори.

Умумий ҳолда объект тенгламаси ночизиқли бўлади. Объект параметрлари W_0 ҳамда ташқи таъсирлар параметрлари f_n, f_e, f_z - вақт бўйича ўзгарувчан ва тасодифий. Системани лойиҳалашда объект ва таъсирлар тенгламаси ва характеристикалари тўла маълум бўлмайди.

Аналитик мосланувчан системани синтезлаш масаласи ростлагич структурасини, яъни (19.4) тенгламани ва W_R ростлагич параметрларининг ҳисобловчи алгоритмини аниқлашдан, яъни қуйидаги тенгламани аниқлашдан иборат:

$$\frac{dW}{dt} = G\{U,\ E,\ Z;\ Y,\ W_R,\ W_0\}. \qquad (19.5$$

Қидирилаётган алгоритмни ташкил этувчи ростлагич (19.4) ва ҳисоблагич (19.5) тенгламалари бошқариш мақсадининг кўрсаткичи $I \geqslant extr$ ни оптималлаштиришни таъминлаши шарт. Бундан ташқари мослаштириш алгоритми физик амалга оширилиш шартини қаноатлантириши шарт.

(19.3)—(19.5) тенгламалардан равшанки, аналитик мосланувчан АБСлар параметрлари ташқи таъсирлар билан корреляцияланган ўзгарувчан ва тасодифий бўлган чизиқли бўлмаган системалардир. Ҳатто объект чизиқли бўлганда ва ростлагич берилган структурали ва у ҳам чизиқли бўлганда ҳам ростлагич параметрларини созловчи занжирларнинг мавжудлиги бутун системани ночизиқли қилади. Бу ҳол аналитик мосланувчан АБСларни синтезлаш масаласининг қатъий ечимини беришга имкон бермайди ва амалда бу масаланинг тақрибан ечиш усулидан фойдаланилади. Бу усулга биноан алгоритм аниқ тахминлаш билан кетма-кет яқинлашиш усули ёрдамида бир нечта босқичда шакллантирилади.

19.3. МОСЛАШТИРИШ АЛГОРИТМЛАРИ

Мослаштириш деб дастлабки ноаниқлик ва ишлаш шароитларининг ўзгаришида системанинг оптимал ҳолатига эришиш мақсадида система параметрлари ва *структурасини жорий ахборот асосида ўзгартириш жараёнига айтилади.*

Мослаштиришнинг ўзига хос хусусияти танланган сифат кўрсаткичини оптималлаштириш мақсадида жорий ахборотни жамғариш ва уни ноаниқликни бартараф этиш учун дарҳол ишлатишдан иборат. Мослаштириш аслида априор ахборот етишмаслиги шароитларидаги оптималлаштириш билан тенглаштириш мумкин.

Умумий ҳолда мослаштириш жараёни оптималлаштиришнинг учта масаласини ўз ичига олади: объект билан асосий контурни I_1 мезон бўйича оптималлаштириш (19.2-расм), координаталарнинг ўлчанган жорий қийматлари бўйича объект ёки таъсирларнинг динамик характеристикаларини идентификациялаш жараёнини I_2 мезонга мувофиқ оптималлаштириш ва мослаштириш жараёнининг ўзини мезон бўйича оптималлаштириш. Мослашувчан АБСда юқорида санаб ўтилган оптималлаштиришнинг барча масалалари ечилса бундай системани оптимал *мослашувчан система* деб, агар мослаштириш жараёни, масалан, I_3 мезоннинг экстремал баҳолашини қаноатлантирмаса бундай системани *қисмон оптимал* система деб аташ ўринли бўлади. Бундан кейин, асосий контурни I_1 мезонига мувофиқ оптималлаштириш олдиндан оптимал бошқаришнинг маълум усуллари ёрдамида бажарилган деб фараз қиламиз. У вақтда, агар қандайдир вақт онидан бошлаб асосий контурининг ҳисобланган иш тартиби объект параметрлари ва сигналлар ўзгаришининг ноаниқ характеридан бузилса, мосланувчан бошқариш масаласини асосий контурга таъсирлар характерига боғлиқ бўлган асосий контурнинг текис ёки статистик оптималлигини барқарорлаштириш масаласи сифатида қўйиш мумкин.

Равшанки, асосий контур квазистационар бўлгани сабабли система координаталари параметрлари жорий ўлчашларининг ишланиши ва мослаштириш жараёни шундай вақт мобайнида бажарилиши шартки, бунда бу вақтдан кейин ҳам мослаштириш самарали бўлсин. Бу ҳол параметрлар ва сигналлар ўзгаришининг жоиз тезликларига, мослаштириш блокларида оптималлаштириш жараёнларидаги ҳисоблашлар ва ахборотнинг олиниши ва ишланиш тезликларига чеклашлар қўяди.

Оптималликнинг I_2, I_3 мезонлари шундай талабларни қаноатлантириши шартки, бу талаблар оптималлаштиришни жорий координаталар ва параметрлар ўлчашининг натижалари бўйича (олдинги ўлчашлар натижасидан фойдаланмай) чекли вақт оралиғида ва техник воситалар ёки РХМ хотира ҳажмининг минимумидан фойдаланган ҳолда амалга оширишга имкон берсин.

Юқоридаги талабларни қаноатлантирувчи энг кўп тарқалган оптималлик мезони қуйидаги вектор шаклга эга

$$G(\nu) = M_x\{I(x,\ \nu)\} \overset{def}{=} \int_{x_\Omega} I(X,\ \nu)\ F(X)d\Omega_x \qquad (19.6)$$

$\nu = (\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_m)^T$ — параметрлар вектори (бу вектор бўйича экстремум қидирилади),
$X = (X_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_m)^T$ — система координаталари вектори,
$P(X) = p(x_1\ \ldots,\ x_m)$ — тасодифий вектор X нинг умумий тақсимот зичлиги,
Ω_x — элементар воқеаларнинг турли-туманлиги,
M_x — математик кутиш белгиси.

Мослаштириш алгоритмларини ўрганишда бундан кейин I ёки G мезонларнинг унимодал қавариқлик шартларининг бажари лишига риоя, қиламиз, чунки фақат шу ҳолда мезон экстремуми шарти созланувчи параметр γ нинг стационар ва оптимал қийматини беради. Унимодал мезон учун унинг градиентининг нулга тенглиги вектор параметр бўйича оптималликнинг зарурий ва етарли шартидир. (19.6) хилдаги мезон берилганда оптималлик шарти қуйидагича бўлади:

$$\nabla_\nu G(\nu) = \nabla_\nu M_x\{I(x, \nu)\} = M_x\{\nabla_\nu I(x, \nu)\} = 0. \qquad (19.7)$$

Мослаштириш алгоритмларини қуришдан аввал сонлар тахлилининг итератив иш тартибини эслатиб ўтамиз.

19.3.1. УМУМИЙ ИНТЕРАТИВ ИШ ТАРТИБИ

Айтайлик, вектор аргументнинг вектор функцияси $f(\gamma)$ берилган бўлсин. f, γ — $(n\times 1)$ векторлар. Айтайлик, қуйидаги вектор тенглама ўзгартирилган бўлсин:

$$f(\gamma)=0. \qquad (19.8)$$

бу ерда $0=0[n]$—$[n\times 1]$ ўлчамли $\gamma=\varphi(\gamma)$ шаклга эквивалент бўлган нулли вектор. Унда умумий кўринишдаги итератив бажариш тартиби деб қуйидаги хилдаги бажариш тартибига айтилади

$$\nu[t+1]=\varphi(\nu[t]), \ \gamma[0] \text{ — берилган}, \qquad (19.9)$$

бу ерда $t \in 0{:}T$ бутун сонли кетма-кетлик.

Берилган дастлабки қиймат $\gamma[0]$ учун фақат $t\longrightarrow\infty$ бўлганда итератив жараён вектор тенглама (19.8) нинг γ^* ечимига олиб келади, яъни $\nu[t]\xrightarrow{t\to\infty}\nu^*$. Бу далилнинг исботи қисқартирилган акслантириш теоремаси орқали берилади.

Ньютоннинг итератив алгоритми. Айтайлик $f(\gamma)=0$ берилган. Агар дастлабки қиймат яхши танланган бўлса, $\gamma[0]\cong\gamma^*$, $\varphi(\gamma[0]\cong\varphi(\nu^*)=\nu^*$ бўлади.

Берилган тенгламанинг чап тарафини Тейлор қаторига ёямиз:

$$0=f(\nu)=f(\nu[0])+f'_\nu(\nu[0])(\nu-\nu[0])+\rho(\nu).$$

Вектор γ нинг γ_0 дан кичик четлашишлари учун қолдиқ ҳад бўлади ва

$$f'_\nu(\nu[0])(\nu-\nu[0])\simeq -f(\nu[0]). \qquad (19.10)$$

Бунинг икки тарафини чапдан тескари матрица $[f'_\nu(\nu[0])]^{-1}$ га кўпайтириб, қуйидагини оламиз:

$$\nu=\nu_0-[f'_\nu(\nu[0])]^{-1}f(\nu[0]).$$

Умумий итератив бажариш тартиби (19.9) нинг таърифидан фойдаланиб қуйидаги *Ньютон алгоритми* деб аталувчи итератив жараённи ёзамиз:

$$\nu[t+1]=\nu[t]-[f'_\nu(\nu[t])]^{-1}\cdot f(\nu[t]). \qquad (19.11)$$

Ньютоннинг итератив алгоритми $f_v(v[t])$ матрицани ҳар бир итерацияда ҳисоблашни ва тескарилашни талаб этади.

Ньютон алгоритми оддий геометрик талқинга эга ва бир ўлчамли ҳолда уринма усули (Ньютон усули) сифатида маълум.

Ньютон—Рафсон интератив алгоритми. Қуйидаги тенглама ечилади:

$$f(v)=0. \qquad (19.12)$$

бу ерда θ бирор вектор.

Ньютон-Рафсон алгоритми қуйидаги хил бажариш тартибидан иборат:

$$v[t+1]=v[t]-\gamma^{-1}[t][f(v[t])-\theta], \qquad (19.13)$$

бу ерда

$$\gamma[t]=\begin{cases} a_1 & \|f'_v(v[t])\|<\mu_1; \text{ бўлганда} \\ f'_v(v[t]), & \mu_1\leqslant\|f'_v(v[t])\|\leqslant\mu_2; \text{бўлганда} \\ a_2 & \|f'_v(v[t])\|>\mu \text{ бўлганда} \end{cases} \qquad (19.14)$$

бу ерда μ_1, μ_2 — шундай доимийларки, $0\leqslant\mu_1<\mu_2<\infty$

Градиентли усул. Қуйидаги вектор аргументнинг сонли функциясини кўрамиз.

$$I(v)=\frac{1}{2}\|f(v)\|_2^2=\frac{1}{2}(f(v),\ f(v)), \qquad (19.15)$$

бунда $I(v)>0$ ва $I(v)=0\,I(v)=0$.

$I(v)$ ни минималлаштириш масаласини кўрайлик.

Фараз қилайлик, v векторга $[t]$ вақт онида $Iv[t]$ функция мос келади. Шундай $v[t+1]$ ни топиш керакки, бунда $I(v[t+1]\leqslant I(v[t]$ бўлсин. Зарур $v[t+1]$ ни топишдаги градиентли усулни ғоясига биноан $v[t]$ вектор қийматдан янги қийматга $I(v)$ функция градиентига тескари бўлган йўналишда, яъни $I'_v(v)$ ҳосилага ўтамиз.

$$v[t+1]=v[t]-\alpha I'_v(v[t]),\ v[0] \text{ — берилган, } \alpha>0 \qquad (19.1\text{-}6)$$

Шундай қилиб, градиентли усул $I(v)=v-\alpha I'_v(v)$ бўлган умумий итератив бажариш тартибининг хусусий ҳолидир.

Бу ҳолда $I(v)$ квадратик функционал, ҳисоблаш алгоритми қуйидагича бўлади.

$$v[t+1]+v[t]-\alpha[f'_v(v[t])]^T\cdot f(v[t]). \qquad (19.17)$$

ёки ихчамроқ кўринишда

$$v[t+1]=v[t]-\Gamma_t\cdot f(v[t]), \qquad (19.18)$$

бу ерда $\Gamma_t=\alpha[f'_v(v[t])]^T$ квадратик матрица α кўпайтгичли транспонирланган матрицадир. Транспонирлаш тескарилашга нисбатан оддий амалдир, ҳисоблаш нуқтаи назаридан градиентли усул содароқ, аммо унинг яқинлашиши Ньютон алгоритми яқинлашишига қараганда ёмонроқ.

Стохастик аппроксимациялаш. Стохастик аппроксимациялаш усулини Роббинс ва Монро (1951 й.) тавсия қилган бўлиб, (19.8) ва (19.12) лардаги f(v) функция тақсимот қонуни номаълум бўлган тасодифий функция бўлган ҳолларда ишлатилади.

Фараз қилайлик, $\tilde{f}(\nu[t])$ — $f(\nu)$ нинг t ондаги реализацияси. Унда Ньютон-Рафсен алгоритми (19.13) га мувофиқ қуйидагини ёзамиз:

$$\tilde{\nu}[t+1] = \tilde{\nu}[t] - \gamma^{-1}[t][\tilde{f}(\nu[\tau] - \theta], \tag{19.19}$$

бу ерда $\nu[0]$ берилган, $\nu[t]$ эса (19.14) шартлардан ва қўшимча шартлардан танлаб олинади. ν — тасодифий аргумент бўлгани сабабли, умуман $f(\nu[t])$ ни қуйидаги кўринишда ёзиш керак:

$$\hat{f}(\nu[t]) = f(\nu[t]) + \xi[t+1], \tag{19.20}$$

бу ерда $\xi_1, \ldots, \xi_n$ математик кутишлари нулга тенг бўлган эркин тасодифий катталиклар. Буни ҳисобга олиб, (19.19) ни эквивалент шаклида қайта ёзамиз

$$\tilde{\nu}[t+1] = \tilde{\nu}[t] - \gamma^{-1}[t]\{f(\nu[t]) - \theta\} - \gamma^{-1}[t] \left\{\hat{f}(\nu(t]) - f(\nu[t])\right\}. \tag{19.21}$$

(19.21) бажариш тартиби Ньютон-Рафсон усулидаги бажариш тартибидан $\xi[t+1]$ ни ўлчашдаги тасодифий хатоликни тавсифловчи $\{\gamma^{-1}[t]\{\hat{f}(\nu[t]) - f(\nu)[t])\}\}$ қўшимча қўшилувчи билан фарқ қилади.

Шундай бўлгач,

$$\nu[t+1] = \nu[t+1] - \gamma^{-1}[t]\xi[t+1] \tag{19.22}$$

бу ерда $\hat{\nu}[t+1]$—$(t+1)$ итернациядаги векторнинг реализацияси.

$\xi(\tau) \not\equiv 0$ бўлгани сабабли, $\nu[t] \xrightarrow{t\to\infty} \nu[t]$ бўлиши учун $t \to \infty$ да $\gamma[t] \to \infty$ бўлиши талаб қилинади.

Агар $\theta = 0$ ва $\lambda[t] = \gamma^{-1}[t] > 0$ кетма-кетлик қуйидаги шартларни қаноатлантирса

$$\sum_{t=1}^{\infty} \lambda[t = \infty; \quad \sum_{t=1}^{\infty} \lambda^2[t] < \infty \tag{19.23}$$

стохастик анпроксимация усулининг бажариш тартиби Роббинс-Монро жараёни деб аталувчи қуйидаги кўринишдаги итератив жараён бўлади:

$$\nu[t+1] = \nu[t] - \lambda[t]f(\nu[t], \quad \nu[0] \text{ берилган.} \qquad (19.24)$$

(19.24) бажариш тартиби $t \to \infty$ да қандайдир стационар вектор ν^* га олиб келади. Бунинг учун, биринчидан $t \to \infty$ да айирма $\nu[t+1] - \nu[t] \to 0$ шундай бўлиш керакки айирмалар амплитудаси t нинг ўтиши билан жуда тез тушмасин, акс ҳолда $\nu[t]\nu^*$ га „келишга" улгурмаслиги мумкин. Бунга (19.23) шартлардан биринчисини бажариш орқали эришилади. ν^* атрофида $\|\nu[t[+1] - \nu[t]\| \simeq 0$ айирма ва (19.24) бажариш тартибининг яқинлашиши тасодифий хатоликлардан (ўлчаш, ҳисоблаш) бузилмаслиги учун $t \to \infty$ да $\lambda[t]$ жуда ҳам катта бўлмаслиги керак. (19.24) шартлардан иккинчиси X векторнинг ν^* га нисбатан амплитудаси камаймовчи сакрашларнинг пайдо бўлишини асимптотик равишда йўқотади.

19.3.2. МОСЛАШТИРИШНИНГ ҚИДИРМАЙДИГАН АЛГОРИТМЛАРИ

Мосланувчан АБСларда ҳолат ўзгарувчилари статистик характеристикалари номаълум тасодифий жараён бўлганида ишлатувчи стохастик аппроксимациялашнинг эҳтимолий итератив алгоритмларини кўрайлик.

Агар $I = I(X, \nu)$ ягона экстремумга эга бўлса, ўлчанувчи тасодифий вектор X бўйича параметрларнинг оптимал вектори. I^* ни қидириш статистикада регрессия тенгламаси деб аталувчи қўйидаги вектор тенгламанинг ечилишига келтирилади:

$$r(\nu) \nabla_\nu G(\nu) = M_x\{\nabla_\nu I(X, \nu)\} = 0. \qquad (19.25)$$

Стохастик аппроксимациялаш усулига мувофиқ қўйидагига эга бўламиз:

$$\nu[t+1] = \nu[t] - \lambda[t] \nabla_\nu I(X[t+1], \nu[t], \qquad (19.26)$$

бу ерда агар (19.23) чеклашлар бажарилган бўлса, берилган $\nu[0]$ да ва $t \to \infty$ да $\nu[t] \to \nu^*$ бўлади.

$\nabla_\nu I(X[t+1], \nu[t])$ скаляр функциянинг ν вектор бўйича ҳосиласи $\nabla_\nu I(X, \nu)$ тасодифий векторнинг вақтнинг $t+1$ онидаги амалга ошириши ҳисобланади. Шундай қилиб, (19.26) да $\nabla_\nu I(X, \nu)$ нинг аналитик ифодаси маълум деб фараз қилинади.

$\nabla_\nu I(X, \nu)$ тасодифий вектор X га боғлиқ бўлгани ҳамда (19.20) ва (19.21) ларга асосан

$$\nabla_\nu I(X, \nu^*) \neq 0 \qquad (19.27)$$

бўлгани сабабли ва $t \to \infty$ да $\nu[t[\to \nu^*$ бўлиши учун $\lim_{t \to 0} \lambda[t] = 0$ бўлиши ва (19.23) чеклашлар бажарилиши зарур. (19.26) алгоритм га қуйидаги эквивалент шакллар мос келади:

айирма шаклида

$$\Delta_\nu[t+1] = -\lambda[t] \nabla_\nu I(X[t+1], \nu[t]) \qquad (19.28)$$

ва *йиғинди шаклида*

$$\nu[t+1]=\nu[0]-\sum_{m=0}^{t}\lambda[m]\nabla_\nu I(X[m+1],\ \nu[m]). \qquad (19.29)$$

Мослаштириш алгоритмнинг рекуррент айирма ва йиғинди шаклида қидирилаётган векторнинг дастлабки яқинлашиши $\nu[0]$ берилган деб фараз қилинади. (19.26) ва (19.28) алгоритмларга квантлаш даври $T=\text{const}$ бўлган ёпиқ дискрет система мос қўйилиши мумкин. Шу сабабли, жорий вақт $\tau\to 0,\ T,\ 2T,\ \ldots,\ tT$ бўлади (19.4-расм). Бундай системада иккита чизиқли бўлмаган блок мавжуд: $\nabla_\nu I(X,\ \nu)$ қийматларни ҳисобловчи блок ва кучайтиргич Г. $\nabla_\nu I(X[t+1],\ \nu[t])$ нинг жорий қийматини ҳисоблаш учун блок кириш йўлига мосланувчан системанинг тегишли ўлчаш блокидан тасодифий вектор X нинг реализацияси берилади. $\nabla_\nu I(X,\ \nu)$ учун аналитик ифодаси ёки, фарқи йўқ, $\nabla_\nu I(X,\ \nu)$ блокнинг алгоритми маълум бўлгани ва $\nabla_\nu(X,\ \nu)$ нинг қийматини ҳисоблаш учун синовчи сигналларга эҳтиёж бўлмагани сабабли (19.16), (19.28) ва 1 9.29) каби алгоритмларни мослаштиришнинг қидирилмайдиган алгоритмлари деб аташ мумкин.

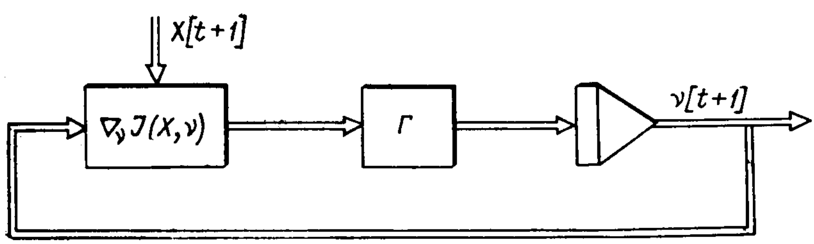
19.3.3. МОСЛАШТИРИШНИНГ ҚИДИРУВЧИ АЛГОРИТМЛАРИ

Мослаштиришнинг қидирувчи алгоритмлари $\nabla_\nu I(X,\ \nu)$ нинг аналитик ифодаси аниқ ҳолда берилиши мумкин бўлмаса, $\nabla_\nu I(X,\ \nu$ нинг ўрнига унинг қуйидаги бўлинган айирма кўринишидаги яқинлашишидан фойдаланилади:

$$\nabla_\nu I(X[t+1],\ \nu[t])\approx\triangle\nu[t]\frac{1}{2}I(X[t+1],$$
$$\nu[t]+\delta\nu[t])-I(X[t+1],\ \nu[t]-\delta\nu[t], \qquad (19.30)$$

бу ерда $\delta\nu^T=(\delta\nu_1,\ \delta\nu_2,\ \ldots,\ \delta\nu_n)$ синовчи таъсирлар; $\triangle\nu$ эса $1/\delta\nu_i$, $i=\overline{1,\ n}$ компонентли диагонал матрица.

(19.26) алгоритмда $\nabla_\nu I(X,\ \nu)$ ҳосилани амалга ошириш ўрнига бўлинган айирма (19.30) дан фойдаланиш қуйидаги Кифер-Вольфовиц алгоритмига олиб келади:



19.4-расм. Алгоритмнинг структура схемаси

$$\nu[t+1] = \nu[t] - \frac{1}{2}\lambda[t]\triangle\nu[t](I(X[t+1],$$
$$\nu[t] + \delta\nu[t]) - I(X[t+1],\ \nu[t] - \delta\nu[t]) \qquad (19.31)$$

бу ҳолда $t \to \infty$ да яқинлашиш шарти $\nu[t] \to \nu^*$ (19.23) шартлардан фарқли ва қуйидаги кўринишга эга:

$$\lim_{t\to\infty} \lambda[t] = 0;\ \lim_{t\to\infty} \delta\nu[t] = 0;\ \sum_{t=1}^{\infty} \lambda[t] = \infty \qquad (19.32)$$
$$\sum_{t=1}^{\infty} \lambda^2[t] < \infty;\ \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\delta\nu_i^2[t]}{\lambda^2[t]} < \infty;\ i = 1,\ \overline{n}$$

(19.26) изламайдиган алгоритм каби (19.32) алгоритмга ҳам ёпиқ экстремал дискрет системанинг тузилиш схемасини мос қўйиш мумкин. Бу дискрет системада бўлинган айирма (19.30) ни ҳисоблаш учун, хусусан, синхрон детекторлаш усулидан фойдаланиш мумкин.

Роббинс-Монро ва Кифер-Вольфовиц алгоритмларининг қўлланишига асосланган мослаштириш алгоритмлари асимптотик алгоритмлар бўлиб, уларнинг яқинлашиши $k \to \infty$ бўлганда, яъни танлашлар X нинг чексиз сонида таъминланади. Амалда эса танлашларнинг чекли ҳажми, яъни $t \leqslant t^0$ бўлганда маънога эга бўлади. Чекли t^0 учун стохастик аппроксимациялаш алгоритмларининг яқинлашиш масалаларига нисбатан кўп бўлмаган математик характерли асарлар бағишланган. Хусусан, агар (19.25) тенглама чизиқли бўлса (дисперсия ν — ўзгармас), детерминацияланган итератив жараён учун қисқартирилган акслантириш теоремасидагидек бу ҳолда силжиш $M\{\|\nu_k[t] - \nu^*[t]\|\}$ ва дисперсия $M\{\|\nu_k[t] - \nu^*[t]\|^2\}$ нинг ихтиёрий t итерациядаги қийматларини бериш мумкин. Аммо, бу баҳолашлар ν^* ни билишни талаб этади, ν^* эса номаълумлар априори ҳисобланади.
$\nu^* \simeq M\{\nu[n_0]\}$ деб қабул қилиш мумкин бўлганда $t = n^\circ$ қадамни аниқлашдаги амалий усул $\nu^*[t]$ кетма-кетликда текислашни қўллашдан иборат

$$S_{N_0}(t) = \frac{1}{N}\sum_{i=t}^{t+N_0} \nu_i;\ i = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots \qquad (19.33)$$

(19.33) бўйича текислаш ўртача сирпанувчи деб аталади, бу ерда $N_0 = \mathrm{const}$ ўрталаш бажариладиган қадамлар сони. Агар $i = t_0$ дан бошлаб барча $i \geqslant t_0$ лар учун қуйидаги ўринли бўлса:

$$\| S_{N_0}(iN_0) - S_{N_0}((i+1)N_0) \| < \varepsilon, \qquad (19.34)$$

бу ерда $\varepsilon > 0$ кичик параметр, унда $n^\circ = t_0 N_0$ нинг қиймати $\nu^* \simeq M\{\nu_{N_0}\}$ даги итерация номерини аниқлайди.

Мослаштириш алгоритмларининг ўзига хос хусусият универсаллиги ўлчанувчи тасодифий векторга нисбатан ҳеч қандай таъмин қилинмаслигидадир. (19.6) да тақсимот зичлиги $P(X)$ номаълум, детерминацияланган итератив алгоритмларда ишлатиладиган $\nabla_\nu I(\nu)$ ўрнига тасодифий векторнинг $\nabla_\nu I(X, \nu)$ реализациясидан фойдаланилади. Аммо эҳтимолий итератив жараёнлардан фойдаланишнинг маъноси шуки, ҳар бир итерацияда қидирилаётган вектор ν га яқинлашиш тасодифий йўналишда ва қиймати тасодифий бўлган қадамда бажарилса-да, $\lambda[t]\nabla_\nu I(X, \nu)$ га қўйилган маълум шартларда (19.26) ва (19.31) итератив бажариш тартиблар „деярли шубҳасиз" эҳтимоллиги билан қидирилаётган вектор ν^* га яқинлашади. Мослаштириш алгоритмлари яқинлашишнинг тезлиги хусусида савол туғилади. (19.26) дан стохастик аппроксимациялаш бажариш тартибининг тезлатилиш имконияти кўпайтирувчи λ ни тегишли равишда танлашдан ва $\Delta_\nu I(X, \nu)$ градиентни шакллантиришдан иборатдир. Детерминацияланган итератив бажариш тартиблардагидек ҳар бир қадамда бирор маънода оптимал бўлмаган кўпайтувчи λ ни танлаш мумкин. Аммо, масалани бошқача қўйиш мумкин: кўпайувчи λ жуда содда, аммо стохастик аппроксимациялаш яқинлашиши унинг етарли шартини қаноатлантирадиган, масалан гармоник қатор кўринишида танланади, $\nabla_\nu I(X, \nu)$ реализациянинг тасодифий характери эса ҳар бир қадамда $\nabla_\nu I(X, \nu)$ ни шакллантириш усули ҳисобига бартараф этилади. Бундай усул доирасида мослаштириш алгоритмларининг баъзи модификациялари [28] да кўрилган.

19.4. МОСЛАШТИРИШ УЧУН ЗАРУР БЎЛГАН АХБОРОТНИ ОЛИШ УСУЛЛАРИ

Берилган маънода мосланувчан АБСни созлаш учун зарур бўлган ахборот характери мослаштириш алгоритмнинг хусусиятига боғлиқ.

Мослаштириш алгоритмлари қуйидагиларга бўлинади:

— 0-тартибли алгоритмлар, бу алгоритмларда фақат мақсад функцияси қиймати тўғрисидаги ахборотдан фойдаланилади,

— 1-тартибли алгоритмлар, бу алгоритмларда мақсад функцияси градиенти тўғрисидаги ахборотдан фойдаланилади,

— 2-тартибли алгоритмлар, бу алгоритмларда мақсад функцияси гессиани тўғрисидаги ахборотдан фойдаланилади.

Созловчи алгоритм самарадорлиги унинг тартиби ошиши билан ошади, аммо зарур ахборотни олиш қийинлашади. Шу сабабли, мосланувчан АБСларда 1-тартибли алгоритмлар энг кўп ишлатилади. Градиент тўғрисидаги ахборот қуйидагилардан фойдаланилган ҳолда олинади:

— таъсирчанлик назарияси усуллари (аналитик мосланувчан АБС лар учун):

— идентификациялаш ва параметрларни баҳолаш усуллари (изловчи мосланувчан АБСлар учун).

19.4.1. СЕЗУВЧАНЛИК ФУНКЦИЯЛАРИНИ АНИҚЛАШ ВА УЛАРДАН МОСЛАНУВЧАН АБСЛАРДА ФОЙДАЛАНИШ

Л. М. Биховский, П. В. Кокотович ва бошқалар томонидан яратилган *сезувчанлик* назариясида динамик системалар қуйидагиларга бўлинади:

— *дастлабки,* агар система параметрлари (хусусан созланиш параметрлари) қандайдир тарзда белгиланган бўлса,

— *ўзгартирилган,* агар система параметрлари белгиланган қийматларга нисбатан вариацияда (ўзгартишда) бўлса,

Мос ҳолда бундай системалар ҳаракати асосий $X(\nu^\circ, t)$ ва *вариацияланувчи* $X(\nu^\circ + \delta\nu, t)$ улар орасидаги айирма

$$\delta X(t) = X(\nu^\circ, t) - X(\nu^\circ + \delta\nu, t) \qquad (19.35)$$

эса *қўшимча* ҳаракат деб аталади (қўшимча ҳаракатнинг таҳлили таъсирчанлик назариясининг асосий масаласини ташкил этади). Айтайлик, дастлабки мосланувчан АБС қуйидаги тенглама орқали тасвирлансин

$$G(\ddot{x}, \dot{x}, x, \nu^\circ, t) = 0 \qquad (19.36)$$

унда скаляр $x(\nu^\circ, t)$ берилган бошланғич шартлардаги тенгламанинг ечими. Айтайлик, $x(\nu^\circ + \delta\nu, t)$ система $G(\ddot{x}, \dot{x}, x, \nu^\circ + \delta\nu, t) = 0$ нинг вариацияланувчи ҳаракатини тасвирлайди. Унда қуйидаги ифода *i-сезувчанлик функцияси* деб аталади.

$$S_i(t, \nu^\circ) = \frac{\partial x(\nu^\circ, t)}{\partial \nu_i} = \lim_{d\nu_i \to 0} \frac{x(\nu^\circ + \delta\nu_i, t) - x(\nu', t)}{\delta\nu_i}; \qquad (19.37)$$

$$i = 1, \ldots, m.$$

Бу функцияларни *сезувчанлик тенгламаларини* ечиш натижасида аниқлаш мумкин. Сезувчанлик тенгламалари дастлабки (19.36) тенгламадан агар унинг ечими созланувчи параметрларнинг узлуксиз функцияси бўлса, қуйидаги тарзда осонгина олинади. (19.36) тенгламадан бевосита қуйидагини оламиз:

$$\frac{\partial G}{\partial \ddot{x}} \frac{\partial \ddot{x}}{\partial \nu^\circ} + \frac{\partial G}{\partial \dot{x}} \frac{\partial x}{\partial \nu^\circ} + \frac{\partial G}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \nu^\circ} + \frac{\partial G}{\partial \nu^\circ} = 0 \qquad (19.38)$$

бу ерда

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial \nu^\circ} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial x}{\partial \nu}\right)_{\nu^\circ}, \quad \frac{\partial \ddot{x}}{\partial \nu^\circ} = \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial x}{\partial \nu}\right)_{\nu^\circ}$$

белгиланган ν° да

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{dx}{d\nu}\right)^T_{\nu^\circ}=\dot{S}(t,\ \nu^\circ),\quad \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial x}{\partial \nu}\right)^T_{\nu^\circ}=S(t,\ \nu^\circ)$$

эканлигини ҳисобга олган ҳолда қуйидаги сезувчанлик тенгламасини оламиз:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial \ddot{x}}\right)_0\ddot{S}_i+\left(\frac{\partial G}{\partial \dot{x}}\right)_0\dot{S}_i+\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)_0 S_i=-\frac{\partial G}{\partial \nu_i^0};\ i=1,\ \ldots,\ m \tag{19.39}$$

Бу тенгламанинг хусусияти унинг доимо чизиқлигидадир (ҳатто чизиқли бўлмаган дастлабки тенгламада ҳам). Агар дастлабки тенглама чизиқли бўлса (19.39) нинг чап тарафи дастлабки тенгламаникидек тузилиш ва коэффициентларга эга бўлишига ишонч ҳосил қилиш қийин эмас. Умумий ҳолда сезувчанлик функцияларини бир вақтни ўзида аниқлаш учун дастлабки системанинг $(m+1)$ модели ва дастлабки ўхшаш ва у билан $\frac{\partial W}{\partial \nu_i}$ $(i=\overline{1,\ m})$ узатиш функцияли бўгинлар ёрдамида боғланган m та сезувчанлик моделлари талаб қилинади.

Агар сезувчанлик функциялари галма-гал аниқланса, сезувчанликнинг битта тавсифидан фойдаланиб, уни дастлабки тавсифи билан ҳар бир вариация $\partial\nu_i$ учун коммутацияланади. Кўп ҳолларда сезувчанлик функцияларини битта тавсифда бир вақтнинг ўзида унда *сезгир нуқталар* деб аталувчи нуқталарни ажратиш орқали (П. В. Кокотович, 1965) ёки стохастик аппроксимациялаш алгоритмларида етарлича ишга лаёқатли сезувчанлик функцияларини баҳолашлар $\hat{S}_i$ ни олинишидаги тақрибий усуллардан фойдаланиб аниқлаш мумкин:

$$M\{\hat{S}_i(t,\ \nu^\circ)\}=S_i(t,\ \nu^\circ),\ i=1,\ 2,\ \ldots,\ m \tag{19.40}$$

Ниҳоят, махсус ҳолларда сезувчанлик функциялари дастлабки системанинг ўзида, масалан, созланувчи параметрларга нисбатан чизиқли бўлган мосланувчан моделда олиниши мумкин. Мослаштириш жараёни $\nu(t)$ ни амалга оширишда сезувчанлик функциялари кўмакчи вазифасини ўтагани сабабли сезувчанлик модели кириш йўли $S(t)$ ни унинг чиқиш йўли билан боғловчи оператор *ёрдамчи оператор* деб аталади. Айрим ҳолларда бу оператор соддалаштирилиши мумкин. Буни бир контурли АБС ростлагичини қуйидаги мезон бўйича созлаш мисолида тушунамиз (19.5-расм):

$$I=\Phi\{G(e)\}\to\min_{\nu}, \tag{19.41}$$

бу ерда Φ бирор текисловчи оператор (масалан, ўрталаш оператори),

G — хатолик e нинг қавариқ функцияси.

Мезон қиймати объект C ва ростлагич ν параметрларига ва тойдирувчилар Z характерига боғлиқ.

Узлуксиз градиентли алгоритмдан фойдаланилганда ростлагични созлаш тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\dot{\nu} = -\Gamma(t)\Phi\left\{\frac{\partial G}{\partial e}\cdot\left(\frac{\partial e}{\partial \nu}\right)^T\right\}. \qquad (19.42)$$

Агар объект структураси ва тенгламасининг параметрлари маълум бўлса, ростлагичнинг берилган структурасида сезувчанлик функцияларини АБС тенгламасини хатоликка нисбатан ёзиб топиш мумкин. Ўзгарувчиларнинг Лаплас бўйича тасвирларига ўтиш қулайлик туғдиради.

y_0 ни ν га боғлиқ эмаслигини ва демак,

$$\frac{\partial e}{\partial \nu} = -\frac{\partial \varphi}{\partial \nu},\quad y(p) = W_p(p,\ \nu)\cdot W_0(p,\ c)e(p,\ c,\ \nu)$$

ҳисобга олиб, қуйидагини оламиз:

$$-\frac{\partial e}{\partial \nu} = \frac{\partial W_{\text{рост}}}{\partial \nu}W_0(p,\ c)\cdot e(p,\ c,\ \nu) + W_p(p,\ \nu)\cdot W_0(p,\ c)\frac{\partial e}{\partial \nu}$$

ёки

$$\left(\frac{\partial e(p)}{\partial \nu}\right)^T = -W_{\text{в}}(p,\ c,\ \nu)\cdot e(p); \qquad (19.43)$$

бу ерда

$$W_{\text{в}}(p,\ c,\ \nu) = (1 + W_p(p,\ \nu)\cdot W_0(p,\ c)^{-1}\cdot W_0(p,\ c)\cdot\left(\frac{\partial W_{\text{рэст}}}{\partial \nu}\right)^{\text{T}} \qquad (19.44)$$

ёрдамчи оператор. Шуни эсда тутиш лозимки,

$$W_{\text{в}}(p,\ c,\ \nu) = W_{\varepsilon}(p,\ c,\ \nu)\cdot\frac{1}{W_p(p,\ \nu)}\left(\frac{\partial W_p(p,\ \nu)}{\partial \nu}\right)^T,$$

бу ерда $W_{\varepsilon}(p)$ ёпиқ системанинг узатиш функцияси.

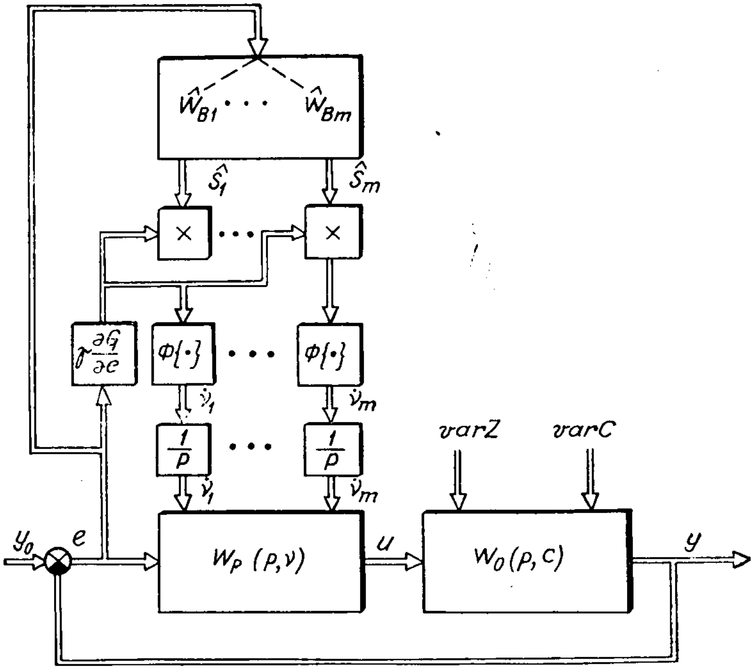
Идеал АБС да унинг узатиш функцияси $W_{\varepsilon}^*(p) = 1$ ва объект характеристикалари вариацияларига боғлиқ эмаслиги учун етарлича қулайроқ *сезувчанликнинг идеаллаштирилган функциясини* аниқлаш мумкин (чунки, бунда объект динамик характеристикаларини билиш талаб қилинмайди).

$$\left(\frac{\partial e^*}{\partial \nu}\right)^T = \hat{S}(p) = -\hat{W}_{\text{в}}(p,\ \nu)e(p,\ c,\ \nu), \qquad (19.45)$$

бу ерда

$$\hat{W}_{\text{в}}(p,\ \nu) = W_{\text{рост}}^{-1}(p,\ \nu)\left(\frac{\partial W_p(p,\ \nu)}{\partial \nu}\right)^T - \qquad (19.46)$$

идеаллаштирилган ёрдамчи оператор.



19.5- расм. Идеаллаштирилган кўмакчи оператор усули бўйича мосланувчан АБСнинг амалга оширилиши

Бундай оператордан фойдаланиш яна шунинг учун ҳам зарурки (19.74) даги $\frac{\partial W}{\partial \nu}$ олдидаги кўпайтувчи барча $i = 1, \ldots, m$ лар учун бир хил. Тадқиқотлар шуни кўрсатадики бу ёрдамчи оператор қисмининг киритилиши фақат созланиш контурига қўшимча инерционаллик бериб, унинг динамикасини ёмонлаштиради.

Идеаллаштирилган ёрдамчи оператор усули бўйича $\Gamma = \gamma_t I$ бўлгандаги мосланувчан АБСни амалга оширилиши 19.5-расмда келтирилган, бунда стохастик аппроксимациялаш шарти (19.23) бажарилганда текисловчи оператор $\Phi\ \{\cdot\}$ тушириб қолдирилиши мумкин. Аммо, объект динамикасининг ёки тойдирувчилар статистик характеристикасининг ностационарлигида $\gamma = \text{const}$ ни танлаб олиш мақсадга мувофиқ. Бунда оптимал созлаш соҳасидаги доимо етарлича камайтириш мумкин. Аммо, бу камайтириш созланувчи контур тезкорлиги ҳисобига бўлади. Аниқлик ва тезкорлик орасидаги бу қарама-қаршиликлар оддий АБС лардаги аниқлик ва барқарорлик орасидаги қарама-қаршиликларга ўхшашдир.

19.1- мисол. *Бир контурли АБС да ПИД — ростлагични хатоликнинг ўртача квадратик минимуми мезони бўйича созлаш.*

Градиентнинг стохастик амалга оширилишидан фойдаланилганда, $\Gamma = \gamma(t) I$

бўлганда $I = M\{e^2(t)\} \to \min_{\nu}$ мезони бўйича созлаш тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади

$$\dot{\nu} = \gamma(t) 2e(t)\left(\frac{\partial e}{\partial \nu}\right)^T = -\gamma_1(t)\cdot e(t)\cdot S(t),$$

Идеаллаштирилган ёрдамчи оператор (19.48) дан фойдаланилганда узатиш функцияси

$$W_{\text{рост}}(p, \nu) = K_{\text{П}} + \frac{K_{\text{u}}}{p} + K_{\text{Д}}\cdot p$$

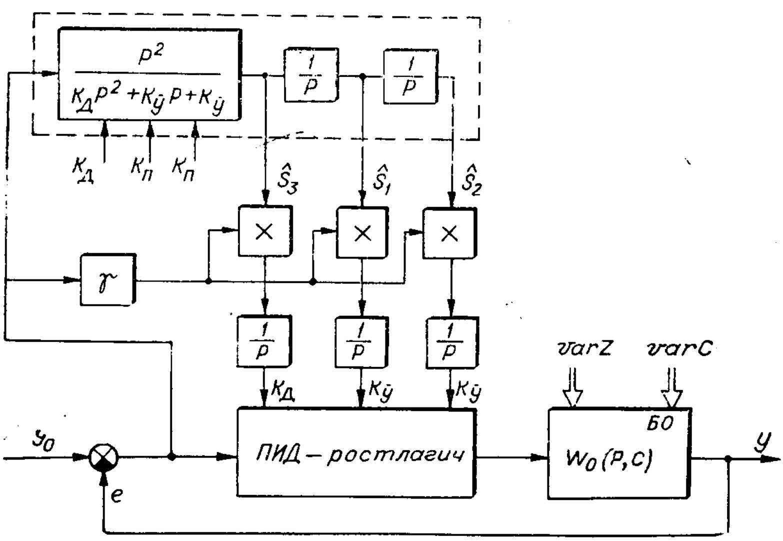
бўлган ростлагичнинг $\nu_1 = K_{\text{п}}$; $\nu_2 = K_{\text{u}}$, $\nu_3 = K_{\text{Д}}$ параметрларини созлаш учун қуйидагиларни оламиз:

$$\hat{S}_1(p) = -\hat{W}_{\text{B}1}(p)e(p), \ \hat{W}_{\text{B}1}(p) = \frac{p}{K_{\text{Д}}p^2 + K_{\text{П}}p + K_{\text{u}}};$$

$$\hat{S}_2(p) = -\hat{W}_{\text{B}2}(p)\cdot e(p), \ \hat{W}_{\text{B}2}(p) = \frac{1}{K_{\text{Д}}p^2 + K_{\text{П}}p + K_{\text{u}}};$$

$$\hat{S}_3(p) = -W_{\text{B}3}(p)\cdot e(p), \ W_{\text{B}3}(p) = \frac{p^2}{K_{\text{Д}}p^2 + K_{\text{П}}p + K_{\text{u}}}.$$

Бундай мосланувчи АБСнинг амалга оширилиши 19.6-расмда кўрсатилган. Бу схемадаги сезувчанликнинг идеаллаштирилган модели (ИМ — модел) нинг ўзи созлашни талаб этади. Бу схеманинг ИМ — моделни қуйидагилар ҳисобига соддалаштириш мумкин.



19.6- расм. Мосланувчан ПИД — ростлаш

— параметрлари объект ва тойдирувчиларнинг бирор номинал характеристикаларига мос келувчи мослаштирилмаган ИМ — моделдан фойдаланиб,

— сезгир нуқталар усули бўйича элементлар сонини камайтириб.

19.4.2. ГРАДИЕНТНИ АНИҚЛАШНИНГ ТАЖРИБА УСУЛЛАРИ

Мақсад функциясининг аналитик ифодаси мавжуд бўлмаганда градиент тўғрисидаги ахборотни тажриба йўли билан олинади. Бунинг учун кириш йўли таъсирларининг вариациялари $\delta\nu_1, \ldots, \delta\nu_m$ дан ҳосил бўлган чиқиш йўли таассуротларининг *вақт, частотали* ва *статистик* бўлинишларидан (мақсад функцияси ўлчовларида) ҳамда *тажрибани режалаш* усулларидан фойдаланилади.

Вақт бўлиниш усулларидан қуйидагилар қўлланилади:

— *қадамли усул:* бу усулга биноан кириш йўли таъсирларининг ҳар бири галма-галдан $\Delta\nu$ орттирма олади, градиентнинг баҳоси эса бўлинган айирма сифатида қуйидагича ҳисобланади:

— *вақт бўйича ҳосила* усули, бу усул асосида мураккаб функция ҳосиласининг ифодаси ётади:

$$\nabla_i \cdot G(\nu_0) = \frac{G(\nu_{10}, \ldots, \nu_{i0}, \ldots, \nu_{m0}) - G(\nu_{10}, \ldots, \nu_{i0} + \Delta\nu_i, \ldots, \nu_{m0})}{\Delta\nu_i}; \tag{19.47}$$

$$\dot{G} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial G}{\partial \nu_i} \dot{\nu}_i, \text{ бу ердан } \left(\frac{\partial \hat{G}}{\partial \nu_k}\right) = \dot{G}(\dot{\nu}_k)^{-1} \ \forall \ \dot{\nu}_i = 0; \ (i \neq k); \tag{19.48}$$

Бунда созловчи таъсирлар ўзгаришининг ўзгармас тезлиги галма-галдан берилади ва вақт бўйича синхрон равишда G ўлчанади.

Частотали ва статистик бўлинишда созловчи таъсирларга бир вақтнинг ўзида *биринчи, иккинчи ва ш.ў. тартибли ортогоналлик шартларини* қаноатлантирувчи $\delta\nu_i(t)\ (i = \overline{1,m})$ вариациялар берилади.

$$\text{а) } M_T\{\delta\nu_i(t)\} = 0 \ \forall i;$$

$$\text{б) } M_T\{\delta\nu_i(t)\delta\nu_j(t)\} = \begin{cases} M_T\{(\delta\nu_i)^2\} & j = i; \\ 0 & j \neq i; \end{cases} \tag{14.49}$$

$$\text{в) } M_T\{\delta\nu_i(t)\delta\nu_j(t)\delta\nu_k(t)\} = 0) \ j \neq i; \ k \neq i \text{ ва ш.ў.}$$

бу ерда $M_T\{\cdot\}$ T вақт мобайнида ўрталаш оператори. Амалда *а* ва *б* шартлар бажарилганда етарлиги аниқликка эришилади.

Агар кўрсатилган вариациялар вақтнинг даврий функциялари бўлса, ўрталаш вақти T вариациянинг энг катта даврига каррали қилиб танлаб олинади. Унда ҳосилаларнинг баҳолари қуйидаги маълум шартларда синхрон детектрлаш амали натижаси каби ҳисобланади:

$$\left(\frac{\partial \hat{G}}{\partial \nu_i}\right)_0 = M_T\{G(\nu_0 + \delta\nu(t)\delta\nu_i(t)\} \cdot (M_T\{\delta\nu_i^2(t)\})^{-1}, \quad i = \overline{1,m}. \qquad (19,50)$$

Ҳақиқатан ҳам, мақсад функциясининг ν_0 нуқта атрофида Тейлор қаторига ёйиб, (19.49) маъноли ортогонал вариациялар учун тўртинчи тартибли кичик ҳадгача аниқ (19.50) ифодани оламиз

$$G(\nu_0 + \delta\nu(t)) = G(\nu_0) + \left(\frac{\partial G}{\partial \nu}\right)_0^T \delta\nu(t) + \frac{1}{2}\delta\nu^T(t) H_G(\nu_0)\delta\nu(t) + R(\|\delta\nu\|^3).$$

Агар вариациялар гармоник ёки гармоник ишорали бўлса,

$$\delta\nu_i(t) = \sin\omega_i t, \quad (\omega_i < \omega_{i+1}), \quad i = \overline{1,m} \qquad (19.51)$$

$$\delta\nu_i(t) = sgn\sin\omega_i t, \qquad (19.52)$$

$T = 2K\pi\omega i$ бўлганда (бу ерда K — бутун сон).

(19.49. *б*, *в*) шартлар $\{\omega_i\}$ частоталар тоқ сонлар қонуни бўйича танланганида бажарилади:

$$\omega_i = (2i - 1)\omega_0, \quad i = 1, \ldots, m. \qquad (19.53)$$

Ишорали синхрон детектирлаш (19.50) га нисбатан соддароқ ҳисобланади,

$$\left(\frac{\partial \hat{G}}{\partial \nu_i}\right)_0 = \mu_i M_T\{G(\nu_0 + \delta\nu(t)) sgn\,\delta\nu_i(t)\}, \quad \mu_i = \text{const}. \qquad (19.54)$$

Стохастик аппроксимациялаш шартлари бажаришда созлаш алгоритмларида стохастик градиентни ишлатиш мумкин, масалан

$$\hat{\nabla}_{\nu i} G\xi = \mu_i G(\nu_0 + \delta\nu(t)) sgn\,\delta\nu_i(t). \qquad (19.55)$$

Бунда нуқтага яқинлашишни таъминлаш учун $\{\delta\nu_i\}$ вариация амплитудаси сўниши, аммо $\gamma(t)$ коэффициентга нисбатан секинроқ сўниши шарт.

Катта қийматли созловчи таъсирларда ва "$\nu_i \to G$" созланиш каналининг жиддий инерционлигида (19.51), (19.52) синовчи таъсирлар билан синхрон детектирлаш қийин ҳисобланади, чунки:

— синовчи таъсирлар частота диапазони чекланган, шунинг учун (19.53) шартни ҳар доим ҳам қаноатлантиришга эришилмайди.

— созланиш каналларининг инерционлиги туфайли, айниқса объект динамик характеристикаларининг ностационарлигида фазавий бузилишларни ҳисобга олиш қийин.

Бу ҳолда (19.49) маъноли ортогонал кенг минтақали сигналлардан фойдаланиш мақсадга мувофиқ. Бу сигналлар сифатида [8] да кўрилган сохталикни билдирувчи қўшимча тасодифий иккилик сигналлари танлаб олинади.

Градиент баҳоларини бир вақтнинг ўзида аниқлаш 2^m турли *тўла факториал тажриба* (ТФТ) усулларида бажарилади. Бу усулларга биноан v_i ўзгарувчиларнинг ҳар бири икки сатҳда маълум программа бўйича вариацияланади ва мақсад функциясининг қиймати ўлчанади. m нинг катта қийматларида 2^m ўлчашни ўтказиш кўп вақт талаб қилади, бу эса созланиш каналининг тезкорлигини камайтиради. Ўлчашлар сони $k < 2^m$ бўлганда *касрий факториал тажриба* (ҚФТ) усулларидан фойдаланилади.

20-боб

АБС ЛАРДА ИДЕНТИФИКАЦИЯЛАШ УСУЛЛАРИ

Идентификация деганда бошқарилувчи объект ва унга қўйилган таъсирлар хусусиятларини тажриба (пассив ёки актив) йўли билан аниқлаш тушунилади. Идентификациялаш муаммоси назарий жиҳатдан фақат идентификациялаш жараёнида система ташқи таъсирлар остида бўлгандагина маънога эга. Бошқарилувчи объект ва таъсирлар хусусиятларини жорий аниқлаш зарурияти кўпинча оптимал ва мосланувчан АБСларни қуришда туғилади. Идентификациялаш қобилияти фалсафа нуқтаи назаридан мосланувчан АБСнинг муҳим ўрин тутган кўрсаткичи ҳисобланади. Идентификациялаш муаммосини ечиш учун жиддий кучлар сарф этилган ва шунинг учун бу соҳада ҳозирги вақтда маълум назарий натижалар мавжуд.

20.1. ИДЕНТИФИКАЦИЯЛАШ МАСАЛАЛАРИ

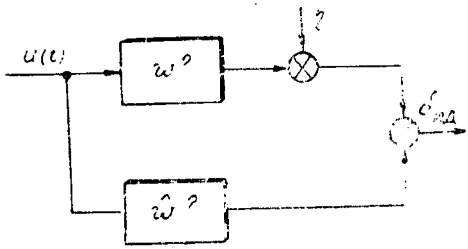
Идентификациялашда иккита масалани фарқлаш зарур:

1) Объект параметрларини баҳолаш ва ўзгарувчилар орасидаги боғланиш структурасини аниқлаш.

2) Берилган ёки қабул қилинган структурада ўзгарувчилар орасидаги боғланиш хусусиятларини аниқлаш.

Кейинги масалани кўриш билан чекланамиз ва бу масалани олдиндан берилган боғланишнинг «кириш йўли — чиқиш йўли» характеристикаларини тажриба йўли билан аниқлаш масаласи сифатида таърифлаймиз.

Гап шундаки, ўзгарувчилар орасидаги боғланиш структурасини (масалан, дифференциал тенгламалар структурасини) тажриба йўли билан аниқлаш усуллари етарлича ишлаб чиқилмаган. Бу шу билан изоҳланадики, биринчидан, бунга кўпинча зарурият йўқ, чунки кўпгина бошқарилувчи объектлар учун боғланиш структуралари маълум, иккинчидан, одатда шундай



20.1-расм. Идентификациялаш масаласининг қуйилишига доир

структурани танлаш мумкинки, олинадиган математик тавсиф хоҳлаганча аниқликка эга бўлади.

Чизиқли системани кўрайлик. Айтайлик, халақитлар чиқиш йўлига келтирилган аддитив халақит η (t) да ҳисобга олинади (20.1-расм).

Соддалик учун объектнинг битта канали $x(t)$ таъсир қўйилган нуқта ва чиқиш йўли сигнали $y(t)$ ўлчанадиган нуқта орасидаги каналнинг динамик хусусиятини аниқлашни кўрайлик. Унда идентификациялаш схемасини объект ва унинг номаълум тавсифи чиқиш йўллари ўзгарувчиларини таққословчи схема сифатида ифодалаш мумкин (20.1-расм), бу ерда $w(t)$ ва $\hat{\omega}(t)$ — объект ва тавсифнинг вақт (масалан, импульсли) характеристикалари. Бу ҳолда идентификациялаш масаласини қуйидагича таърифлаш мумкин. *Берилган $x(t)$, $y(t)$ ларда ва бирор қўшимча чеклашларда шундай $w(t)$ ни топиш лозимки, объект ва унинг модели ўртасидаги номослик минимал бўлсин.* Қўшимча чеклашлар сифатида қуйидагилар қабул қилинади:

w нинг стационарлиги, кузатиш оралиғининг чексизлиги, $x(t)$ ва $\eta(t)$ сигналларнинг эргодиклиги ва ўзаро корреляцияланмаганлиги ҳамда $\hat{w}$ функциянинг амалга оширилувчи туркумга мансублиги шарти.

Умумий ҳолда динамик хусусиятларни идентификациялаш масаласи комплекс бўлиб, қуйидаги масалаларни ўз ичига олади:

— идентификациялаш схемасини ва усулини танлаш;

— идентификацияланувчи объект кириш ва чиқиш йўллари ўзгарувчилари орасидаги боғланиш структурасини танлаш;

— идентификациялаш хатолиги минимуми маъносида оптимал синовчи сигнални танлаш (бошқариш каналларини идентификациялашнинг актив усулларидан фойдаланилганда);

— ростлаш (айниқса, тойдирувчи каналларни идентификациялашда);

— объект тавсифининг динамик параметрларини, идентификациялашнинг аниқлигини ёки керакли вақтини баҳолаш (статистик бажариш тартибларда).

Микропроцессор микро — ва мини — ЭҲМ лар асосида ҳозирги замон технологик объектларнинг АБС ларини қуришда хотирани тежаш ёки идентификациялаш алгоритмининг аниқлигини ошириш маъносидаги оптималлаштиришнинг мустақил масалалари ҳамда бир структурадан иккинчи структурага ўтиш усуллари ва алгоритмларини яратиш масаласи муҳим ҳисобланади.

20.1.1. ИДЕНТИФИКАЦИЯЛАШ УСУЛИ ВА СХЕМАСИНИ ТАНЛАШ

Равшанки, идентификациялаш усули ва схемасини танлашда объект ва таъсирлар хусусидаги ҳар қандай априор ахборот максимал ишлатилиши шарт. Шу сабабли [11] да келтирилган объектнинг назорат қилинувчи ўзгарувчиларининг ўзгариши характери бўйича идентификацияланувчи объектлар кириш ва чиқиш йўлларини тавсифловчи қуйидаги кодга мувофиқ саккизта туркумга бўлинади

$$W_{u0} = \{ef_z, ef_u, ef_y\} \tag{20.1}$$

бунда ef_z — назорат қилинувчи тойдирувчилар самараси, ef_u — бошқаришлар самараси, ва ef_y — объект скаляр чиқиш йўли самараси.

Амалда (20.1) га кирувчи самаралар ўзгарувчиларнинг у ёки бу гуруҳлари ўзгаришининг динамик диапазони орқали баҳоланиши мумкин. Нормал ишлатиш жараёнида, ўтиш жараёнлари вақти билан ўлчовдош бўлган вақтнинг етарлича катта оралиғида объект ихтиёрий ўзгарувчисининг етарлича катта бўлган ўзгаришини 1 орқали, унча катта бўлмаган ўзгаришини эса 0 орқали белгиласак, у ҳолда идентификацияланувчи объектларнинг саккизта туркумини олишимиз мумкин. Бу туркумларни берилган дастлабки тадқиқлар кейинчалик, идентификациялаш усули ва схемасини танлашда ишлатилишини ҳисобга олиб кўриб чиқамиз.

000 туркумли объектлар барча ўзгарувчиларнинг унча катта бўлмаган ўзгаришлари (статик тартиб) билан характерланади. Объектларнинг бу туркуми учун объектни стационар тартибда оптималлаштириш мақсадида бошқариш каналининг статик хусусиятларигина қизиқиш туғдириши мумкин. Бундай объектларни оптималлаштириш идентификациялашсиз, экстремал тажрибаларни режалаш усуллари ёрдамида бажарилиши мумкин.

001 туркумли объектлар ишлашнинг динамик тартиби ва назорат қилинмайдиган тойдирувчиларнинг чиқиш йўлига маълум катталикдаги таъсири билан характерланади. Бошқариш каналини идентификациялаш талаб этилади.

010 туркумли объектлар мазкур тартибда бошқаришга таъсирчан бўлмаганлиги билан характерланади (бошқариш назорат қилинмайдиган тойдирувчиларни компенсациялайдиган ва чиқиш йўлини барқарорлаштирувчи ҳоли бундан мустасно; бу ҳол бошқаришни барқарорлаштириш тартибида намоён бўлади).

Экстремал тартиб ёки тўйинишга хос бўлган таъсирчан бўлмаган бошқариш сатҳи ўзгаришида намоён бўлиши мумкин. Бу ҳолда 000 туркумли объектлардагидек бошқариш канали статистикасини идентификациялаш талаб этилади.

011 туркумли объектлар назорат қилинмайдиган тойдирувчилар таъсирини бошқаришни барқарорлаштириш йўли билан

қўшимча тадқиқлашни талаб этади. 001 тартибнинг олинишида бошқариш каналини идентификациялаш талаб этилади. 000 тартибнинг олиниши назорат қилинмайдиган тойдирувчилар таъсирини унча катта бўлмаслигидан далолат беради.

100 туркумли объектлар ишлашнинг статик тартиби ва тойдирувчиларнинг унча катта бўлмаган таъсири билан тавсифланади. Оптимал бошқариш ва идентификациялаш имкониятлари 000 туркумдагидек бўлади.

101 туркумли объектлар тойдирувчиларнинг чиқиш йўлига бўлган таъсирининг маълум катталикда бўлиши билан характерланади. Назорат қилинмайдиган тойдирувчлар таъсирининг муҳимлиги хусусида ҳукм чиқариш назорат қилинувчи тойдирувчилар каналини идентификациялашни талаб этади. Шу билан бирга, бундай объектларни оптималлаштириш учун бошқариш каналининг идентификацияланиши талаб этилади. Демак объект барча каналларининг идентификацияланиши зарур.

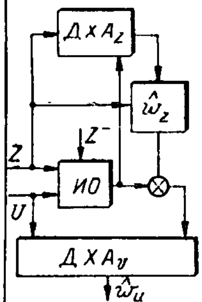
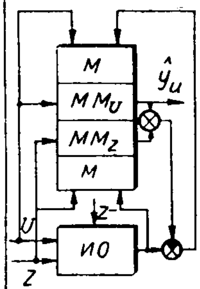
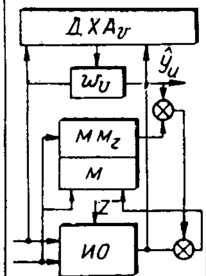
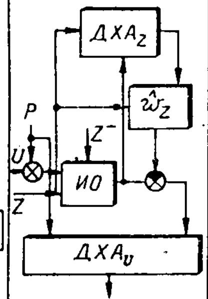
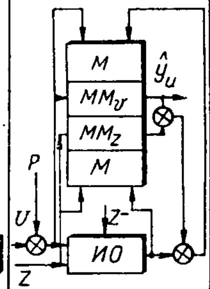
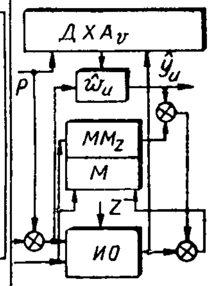
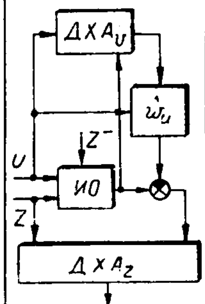
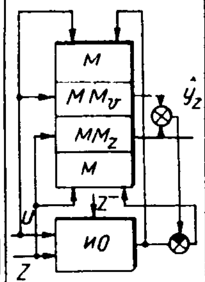
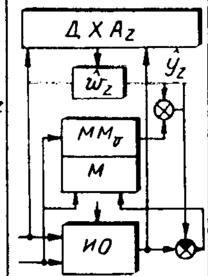
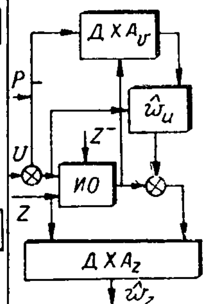
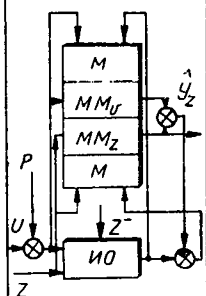
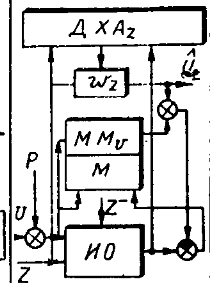
110 туркумли объектлар 010 туркумли объектлардаги каби қарши йўли таъсирларининг чиқиш йўлига таъсирини бошқаришни барқарорлаштириш йўли билан қўшимча тадқиқлашни талаб этади.

111 туркумли объектлар кириш йўли таъсирларини (шу жумладан назорат қилинмайдиганларини) чиқиш йўлига таъсирини қўшимча тадқиқлашни талаб этади. Бошқарилувчи объектнинг барча каналларини идентификациялаш зарур.

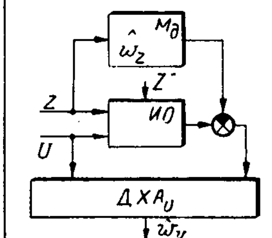
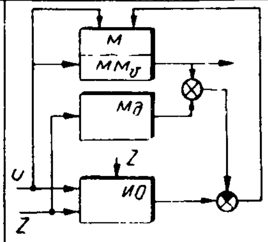
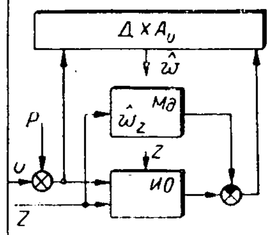
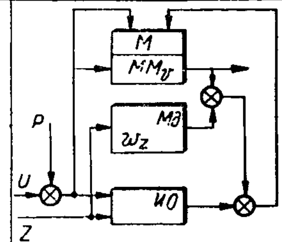
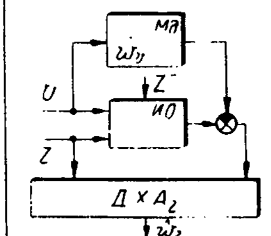
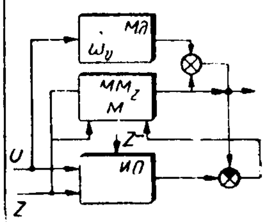
Объектни бундай априор идентификациялаш усули, схемаси ва ҳажмини ҳамда бошқариш системасининг хилини (программали, тойдирувчи бўйича, тескари боғланишли ёки комбинацияланган) танлашга имкон беради. Оптималликнинг берилган мезонини ҳисобга олган ҳолда бошқариш каналини идентификациялаш оптималлаштириш хилини (статик, динамик) аниқлашга имкон беради.

20.1 ва 20.2-жадвалларда идентификациялаш схемаларининг мумкин бўлган вариантлари келтирилган бўлиб, улар бўйича, юқорида тавсия этилган априор идентификациялаш усулига асосан объект хусусиятларига энг кўп жавоб бера олувчи схемани танлаб олиш мумкин. 20.1-жадвалда қисман априор информация йўқлигида, 20.2-жадвалда қисман априор информация мавжудлигидаги идентификациялашни туркумлаш берилган. Иккала жадвалда қуйидаги белгилашлар қабул қилинган: V — кириш йўли бошқарувчи, Z — назорат қилинувчи тойдирувчи, Z^{-}—назорат қилинмайдиган тойдирувчи, y—объект чиқиш йўли. Жадвал схемаларидаги u, z индекслар мос ҳолда бошқариш ва тойдирувчи каналларни белгилайди. $\overset{z}{w}_u$, $\overset{z}{w}_z$ динамик характеристикалар динамик характеристикаларнинг анализаторлари (ДХА) ёрдамида ёки мосланувчи созланадиган модел (ММ) ёрдамида (ёпиқ системада) олинади.

20.1 жадвал

Идентификацияламтирилаётган йўл	Пассив схемалар			Актив схемалар		
	Очиқ	Ёпиқ	Очиқ ёпиқ	Очиқ	Ёпиқ	Очиқ - ёпиқ
Бошқариш йўли						
Тойдирувчи йўли						

20.2 ж а д в а л

Идентификациялаштирилаётган йўл	Пассив схемалар		Актив схемалар	
	Очиқ	Ёпиқ	Очиқ	Ёпиқ
бошқариш йўли				
ўзгарувчи йўли				

20.1.2. МОДЕЛЛАР ТУЗИЛИШИНИ ТАНЛАШ

Динамик моделларнинг структураси бошқарилувчи объект математик тавсифининг априор шакли билан боғлиқ. 3.2-§ да математик тавсифларнинг турли туркумлари ва АБСларни тавсифлаш кўрилган эди. Одатда, бошқарилувчи объект хусусиятларини идентификациялашда бу объектга бирор танланган мезон маъносида гомоморф бўлган моделни олишга интилинади. Аммо мураккаб бошқарилувчи объектлар учун априор ахборотнинг етарли бўлмаган шароитларида динамик характеристикаларни тадқиқланувчи объектга мос келмайдиган боғланиш структурали «кириш йўли — чиқиш йўли» моделлари кўринишида қидириш қулай.

Кўп ҳолларда бундай моделлар инерцион бўғинлар ёки янада мураккаб функциялар системаси, масалан, ортогонал фильтрлар кўринишида амалга оширилади. Масалан, [1] да узатиш функциялари

$$W\ (p) = \frac{Ke^{-p\tau}}{\prod\limits_{j=1}^{0}(1+pT_j)}; \qquad (20.2,\ a)$$

$$W(p) = \frac{Ke^{-p\tau}}{(1+pT)^n} \qquad (20.3,\ a$$

бўлган юқори тартибли барқарор объектлар динамик характеристикаларини қуйидаги паст тартибли соддалаштирилган структуралар моделлари орқали тавсифлаш мумкинлиги тадқиқланган:

$$W_M(p) = \frac{K_{мв}\ ^{-p\tau_м}}{\prod\limits_{i=1}^{m}(1+pT_{M}i)},\ m<n; \qquad (20.2,\ б)$$

$$W_M(p) = \frac{K_M e^{-p\tau_M}}{(1+pT_M)^m};\ m<n. \qquad (20.3,\ б)$$

Объектларни структураси берилган моделлар орқали тасаввур этиш усуллари ичида объект динамик характеристикаларини муносиб функциялар системалари бўйича ёйиш усуллари масалан, қуйидаги шаклда кенг тарқалди:

$$w_{ik}(\cdot) = \sum_{n=1}^{N} a_n^{ik}\Psi_n(\cdot) \qquad (20.4$$

бу ерда: $\{a_{i_n}^k\}$ — ёйилманинг изланаётган коэффициентлари;

$\{\Psi_n(\cdot)\}$ — берилган чизиқли — эркин функциялар системаси;

$(\cdot)$ — τ вақтни ёки Лаплас бўйича p ўзгартириш ёки Фурье бўйича $j\omega$ ўзгартиришни белгилайди.

Муайян объект учун $\{\Psi_n\}$ системни танлаш берилаан ҳадлар сони N дан фойдаланилганда идентификациялашнинг энг кичик хатолигини олиш шарти бажарилади:

$$\delta_N^2 = \int_0^\infty \{w(\tau) - \sum_{n=1}^{N} a_n \Psi_n(\tau)\}^2 d\tau \to \inf_{\substack{\{\Psi_n\} \\ N \leqslant N_ж}} \tag{20.5}$$

(соддалик учун каналларнинг i, κ индекслари туширилиб қолдирилган) ёки берилган йўл қўйилган (жоиз) хатоликда ёйилманинг энг кам сонли ҳадини олиш шартидан (энг кичик мураккаблик мезони) амалга оширилади.

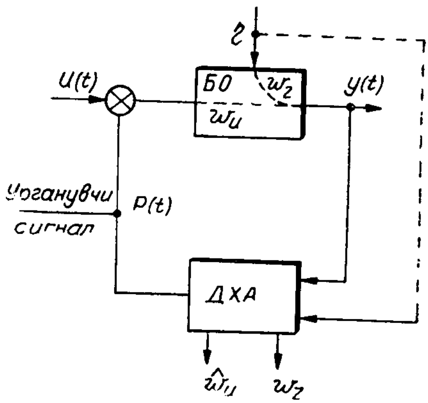
Функциялар системасини танлаш идентификациялаш алгоритмалари ва аппаратларини лойиҳалашда муҳим босқич ҳисобланади. Аппроксимацияловчи функциялар системаси $\{\Psi_n\}$ га қўйиладиган асосий талаблар — чизиқли эркинлик, $L_2(0, \infty)$ функциялар туркумида тўлиқлик, аниқланиш оралиғида ортогоналлик, N нинг ўсиши билан қатор бўлаги $\sum_{n=1}^{N} a_n \Psi_n(\cdot)$ нинг $w(0)$ да яқинлашиши. Ҳозирги вақтда идентификациялаш масалаларида Лагерр, Якоби, Лежандр функцияларининг ортогонал системалари [14] кенг тарқалган.

Бу функциялар системаларининг аппроксимациялаш хусусиятлари ва уларнинг чизиқли системалар динамик моделлари сифатида ишлатилиши [1, 11, 17] да етарлича тўлиқ ёритилган.

20.1.3. ОПТИМАЛ СИНОВЧИ СИГНАЛНИ ТАНЛАШ

Идентификациялашнинг пассив усулида, тадқиқлаш учун объект иш кириш йўли ва чиқиш йўли сигналларини ўлчаш маълумотларидан (нормал ишлаш тартиби) фойдаланилганда бир хил частоталар учун объект ва тавсиф хусусиятларининг яхши мувофиқлиги олинса, кириш йўли таъсири спектрида бўлмаган частоталар учун ёмон мувофиқлиги олинади. Бунда тор минтақали кириш йўли таъсирларида объект динамикаси хусусидаги ахборот йўқолиши мумкин [1]. Шу сабабли, идентификациялашнинг энг мақбул усули — кириш йўли таъсирининг характеристикасини кенг минтақали спектрда шакллантиришдир. Бу эса характеристикаларни аниқлашда пассив усулдан актив усулга ўтишни кўзлайди. Одатда, бу мақсадда махсус синовчи сигналлар ишлатилиб, улар 20.2-расмдаги схема бўйича асосий таъсирларга аддитив равишда шундай бериладики, объектнинг нормал ишлаш тартиби бузилмасин. Энг кўп тарқалган синовчи сигналлар хиллари [11] да келтирилган. Синовчи сигналнинг рационал танланиши тажриба натижаларининг ишланишидаги қийинчиликларни қисқартиришга ва идентификациялашни тажриба тартибига қўйилган берилган чеклашларда оптимал (вақт сарфи минимуми маъносида) тарзда бажаришга имкон беради.

Оптимал синовчи сигналларнинг параметрларини тасодифий бўлмаган функциялар туркумидан излаш лозим. Бу билан детерминацияланган сигналларнинг — гармоник, тўғри тўртбурчакли ёки учбурчакли даврий, Хаффмен, Йенсен, Паркер ва бошқаларнинг сигналларининг [29] кенг ишлатилиши изоҳланади. Гармоник бўлмаган сигналлар ичида Хаффмен сигналлари — «импульсга эквивалент бўлган сигналлар» кенг қўлланилади. Бу функцияларнинг корреляцион функцияси R бирор $|\tau|<\tau_0$ диапазонда δ функцияга яқин бўлади. Бундай сигналлар даврий шовқунсимон кетма-кет бўлиб, бир хил корреляцион функцияда амплитуда бўйича турлича тақсимот зичликларга эга бўлиши мумкин. Интерполяциялаш назариясидан маълумки, эркин ўзгарувчининг сатҳлари сони интерполяция полиноми даражасидан биттага катта бўлиши шарт. Шунинг учун *чизиқли объектларни идентификациялаш учун синовчи сигналнинг иккита сатҳи етарли; квадратик ҳадли чизиқли бўлмаган объектлар учун эса — учта ва ҳоказо.* Шу сабабли, объектнинг чизиқли тавсифини олиш учун Хаффменнинг икки сатҳли синовчи сигналлари — псевдотасодифий иккили сигналлар (ПТИС) кенг ишлатилади. Бундай сигналнинг сатҳлари, асосан, идентификацияланувчи объектнинг кам ўзгарувчи иш сигналида чизиқлантирилиш диапазонини аниқлайди. Таҳлил қилиш вақти, одатда сигнал даврига каррали қилиб танланади ва бу давр объект хотираси вақтидан катта бўлиши шарт.



20.2-расм. Синовчи сигнал билан идентификациялаш

20.1.4. ИДЕНТИФИКАЦИЯЛАШ АЛГОРИТМЛАРИНИ ОПТИМАЛЛАШТИРИШ МУАММОСИ

Бошқарувчи ЭҲМ разряд тўрининг катта бўлмаган шароитида вақтнинг ҳақиқий кўламида идентификациялаш алгоритмларни ҳисоблаш мураккаблиги, ҳисоблаш ҳажмларини камайтириш, бошқарувчи ҳисоблаш машиналарининг хотира ҳажмини минималлаштириш ва ўлчаш халақитларига алгоритмлар сезувчанлигини пасайтириш билан боғлиқ бўлган қатор муаммоларни қўяди. Ҳозирги вақтда кўрсатилган масалалар умумий бўлмаган ечимларга эга [11].

Идентификациялаш алгоритмларини оптималлаштириш масаласи қуйидагича қўйилиши мумкин.

Тезкорлик бўйича оптимал идентификациялаш. Бунда *идентификациялашнинг берилган* $\delta_{ид} \leqslant \delta_{жоиз}$ *аниқлигида маълумотлар ишланиши вақти* $T_{ид}$ *нинг минимумлигини таъминловчи идентификациялаш алгоритми* $\{A_{ид}\}$ *ни яратиш талаб этилади, яъни*

$$T_{ид}(\{A_{ид}\},\ \{Cx_{ид}\},\ \delta_{ид}) \to \min_{A_{ид}Cx_{ид}} \qquad (20.6)$$

Аниқлик бўйича оптимал идентификациялаш. Бунда *идентификациялаш вақтига берилган чеклашларда* $T_{ид} \leqslant T_{жоиз}$ *идентификациялаш хатолиги* $\delta_{ид}$ *минимумини таъминловчи идентификациялаш алгоритми* $\{A_{ид}\}$ *ни яратиш талаб этилади, яъни*

$$\delta_{ид}\{A_{ид}\},\ \{Cx_{ид}\},\ \delta_{ид}) \to \min_{T_{ид}} \qquad (20.7)$$

бунда $T_{жоиз}$ — идентификациялашнинг максимал жоиз вақти $\{Cx_{ид}\}$ идентификациялаш схемалари тўплами; $\{A_{ид}\}$ идентификациялашнинг муносиб алгоритмлари тўплами; $\delta_{жоиз}$ — идентификациялаш хатолигининг жоиз қиймати.

Идентификациялашни оптималлаштириш йўлларидан бири идентификациялашнинг актив усулида стандарт реакцияларни берилган аниқлик ва ҳисоблаш ҳажми бўйича оптимал ҳисоблаш усулини танлашдир. Идентификациялашнинг турли схемаларини (ёпиқ, очиқ, комбинацияланган, актив, пассив ва бошқалар) аниқлик ва ҳисоблаш ҳажми бўйича таққослаш (20.1; 20.2-жадваллар) ҳам катта қизиқиш туғдиради.

20.2. ИДЕНТИФИКАЦИЯЛАШНИНГ КОРРЕЛЯЦИОН УСУЛИ

Характеристикалари чизиқли бўлган системаларни уларнинг нормал ишлаш маълумотлари бўйича идентификациялашда (14.37) интеграл тенгламани $W(t)$ га нисбатан ечилишига келтирилади. (14.37) интеграл тенглама идентификациялаш назариясида маълум бўлган қуйидаги Винер-Хопф тенгламасининг ўхшашлигидир:

$$R_{uy}(\theta) = \int_0^\infty \hat{w}(\lambda R_u(\theta - \lambda)d\lambda \qquad (20.8)$$

бу ерда $\lambda = t - \tau$; $\theta = t - l$; $l \leqslant \tau$.

Агар идентификацияланувчи объект чекланган хотира вақтига эга ва демак,

$$y(t) = F\{U(\tau),\ t - T_x \leqslant \tau \leqslant t\} \qquad (20.9)$$

бўлса, (20.8) тенглама қуйидаги кўринишни олади:

$$R_{uy}(\theta)=\int_{0}^{\hat{T}_x}\hat{w}(\lambda)R_u(\theta-\lambda)d\lambda, \qquad (20.10)$$

бу ерда модел учун хотира вақти $\hat{T}_x$ ни баҳолаш $\hat{T}_x \geqslant T_x$ шартидан танланиши шарт.

(20.10) тенгламани (14.38) кўринишга келтириб, ЭҲМда ечилади. (13.38) тенгламани ечишда дастлабки маълумотлар ҳисобланган корреляцион функцияларни $\{u(t)\}$; $\{y(t)\}$ эргодик жараёнлар учун вақт бўйича ўртачаси каби топилади, масалан,

$$R_{uy}[m]=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{0}^{T}y(t)u_i(t+m\Delta T)dt.$$

Равшанки, ҳисоблашларда ўртача вақт T нинг чекланганлиги ҳисобига хатоликлар пайдо бўлади.

Корреляцион усулнинг афзаллиги унинг ҳолатларига нисбатан *ҳимояланувчанлигидир*. Бу эса ўлчашдаги шовқунларнинг юқори даражада ва объект дастлабки шартлари ноль бўлмаганда объект каналларини бир-бирига боғлиқ бўлмаган ҳолда идентификациялаш имконини беради.

Кўп ҳолларда, спектрал анализаторларининг мавжудлигида ва $r \gg 4$, $N \gg 10$ [20] бўлганида (20.8) тенгламани частота соҳасида ечиш қулайроқдир. (20.8) нинг иккала тарафини Фурье ўзгартиришидан фойдаланиб, АФХ ифодасини спектрал зичлик орқали ёзамиз:

$$W(j\omega)=\frac{S_{uy}(j\omega)}{S_u(\omega)}; \qquad (20.11)$$

ёки

$$W(jk\omega_0)=\frac{S_{uy}(jk\omega_0)}{S_u(k\omega_0)},\quad k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,$$

Бунда ҳисоблашларни

$$|W(jk\omega_0)|\leqslant 0{,}05\max_{\omega}|W|$$

бўлгандаги k учун тўхтатилади.

Усулнинг нисбатан соддалигига қарамай амалда олинадиган ечимлар дастлабки маълумотлар хатоликларига қараганда беқиёс катта хатоликларга эга бўлади. Бу эса идентификациялашнинг нокорректлигини ифодалайди.

Ечимнинг номунтазамлиги, яъни идентификациялашнинг нокорректлиги ҳодисасини математик асослаш биринчи марта А. Н. Тихонов асарларида [24] берилган эди. Бу ҳодисанинг физик сабаби қуйидагича.

Ҳақиқий чизиқли АБСлар етарлича текис вақт характеристикаларга эга бўлиб, кириш йўли таъсирларини ўзгартирилишининг интеграл характери туфайли уларга берилган таъсирларни текислайди (3-бобга қаранг). Шунинг учун кириш йўлидаги айтарлича катта «пульсацияларда» ҳам чиқиш йўлида етарлича текис реакция бўлади. (20.8) ўзгартириш «кириш йўли — чиқиш йўли» ўзгартиришга ўхшашдир ((14.20) билан таққослансин). Демак чизиқли АБС кириш ва чиқиш йўллари сигналлари ўлчовдош «пульсацияларга» эга бўлса, бу фақат импульсли характеристика текис бўлмай, балки ўз ичида импульсли функцияларга эга бўлгандагина содир бўлиши мумкин. Ҳисоблашнинг муқаррар хатоликлари туфайли (20.8) корреляцион функция ўзида шунга ўхшаш «пульсацияларга» эга бўлади ва шунинг учун топилувчи импульсли характеристика жуда нотекис бўлиши шарт.

Аммо шундай ҳолни кўрсатиш мумкинки, унда олинган ечим хатолиги дастлабки маълумотлар хатолиги билан ўлчовдош бўлади. Бу масаланинг корректлигидан далолат беради. Бу ҳол $x(t)$ жараён бошқа таъсирлар билан корреляцияланмаганида кузатилади. Бунда

$$R_x(t) = A\delta(t) \tag{20.12}$$

бўлгани учун (20.8) дан қуйидагини оламиз

$$w(t) = A^{-1}R_{xy}(t). \tag{20.13}$$

Аммо амалда ечимнинг кўрсатилган соддалигига идентификациялашнинг пассив усуллари учун эришиб бўлмайди, чунки объектнинг иш таъсирлари $x(t)$, одатда, ҳатто техника оқ шовқундан (объектнинг ўтказиш доирасида спектрлари бир текисда бўлган) ҳам узоқ бўлади. Шунинг учун (20.12) хилдаги корреляцион функцияга эга бўлган (14.8-расм) иш таъсирига аддитив синовчи сигнал $p(t)$ ни (20.2-расм) объект кириш йўлига бериш билан боғланган идентификациялашнинг актив усуллари кенг тарқалди. Аммо шуни айтиш лозимки, актив усуллар тойдирувчи каналларни идентификациялаш учун қўлланилиши мумкин эмас. Шунинг учун идентификациялаш масаласини мунтазамлаш муаммоси бу ҳолда қолади.

20.3. ИДЕНТИФИКАЦИЯЛАШНИНГ АППРОКСИМАЦИОН-КОРРЕЛЯЦИОН УСУЛИ

Апроксимацион-корреляцион усул корреляцион усулнинг баъзи камчиликларидан холидир. Корреляцион усулга хос бўлган объектга «қора қути»га каби қараш, яъни характеристикалари батамом номаълум деб қараш амалда ўринли эмас. Шунинг учун объект динамикаси хусусида бирор минимал ахборот — хотира вақти, тартиби, ўтиш жараёнлар характери (нодаврий, тебранишли ва бошқалар) хусусида ахборот бўлганида динамик характеристикаларни ифодалашнинг аппроксиматив усулларидан фойдаланиш мақсадга мувофиқ. Бу усулнинг моҳияти импульсли характеристика $w(t)$ ни (20.4) кўринишда аппроксимациялашдан иборат.

Маълум $\{\Psi_n(t)\}$ функцияларда идентификациялаш масаласи амалда объект ва модел ўртасидаги хатолик ўлчамини минималлаштирувчи модел коэффициентлари $\{a_n\}$ ни тажрибада аниқлашга келтирилади. Бундай ўлчам сифатида хатоликнинг ўртача квадрати мезонини танлаб қуйидагини оламиз:

$$M\{e^2\} = M\{[y(t) - \sum_{i=1}^{r}\sum_{n=1}^{N} a_{ni}z_{ni}(t)]^2\} \to \min_{\{a_{ni}\}} \qquad (20.14)$$

бу ерда $$z_{ni}(t) = \int_0^\infty \Psi_{ni}(\tau)p_i(t-\tau)d\tau \qquad (20.15)$$

стандарт реакциялар ($n = 1, \ldots, N$; $i = 1, \ldots, r$)

Умумийликни йўқотмаган ҳолда барча i лар учун $N_i = N$ деб ҳисоблаш мумкин. Унда (20.14) катталик ўзгарувчилар-математик тавсиф коэффициентлари $\{a_{ni}\}$ нинг функцияси бўлади. (20.14) катталикнинг минимумлиги шарти

$$\frac{\partial M\{e^2\}}{\partial a_{ni}} = 0, \quad n = 1, \ldots, N; \quad i = 1, \ldots, r \qquad (20.16)$$

дан қидирилаётган коэффициентларга нисбатан чизиқли алгебраик тенгламалар (нормал тенгламалар) системасини оламиз:

$$\sum_{j=1}^{r}\sum_{m=1}^{N} a_{mj}M\{z_{ni}(t)z_{mj}(t)\} = M\{y(t)\cdot z_{ni}(t)\} \qquad (20.17)$$

$$n = 1, \ldots, N; \quad i = 1, \ldots, r.$$

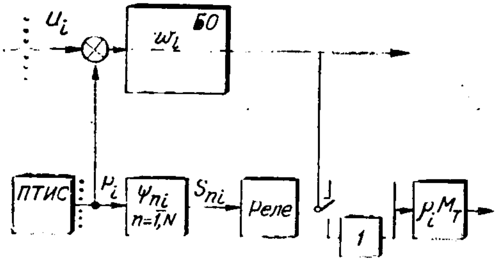
Оқ шовқун бўлган i- кириш йўли таъсирли $\{\Psi_{ni}\}$ системанинг ортогоналлик шарти бажарилганда идентификациялаш масаласи коррект ва коэффициентлар жуда оддий аниқланади:

$$a_{ni} = \frac{M\{y(t)\, z_n(t)\}}{M\{\, z_{ni}^2(t)\}}; \qquad \begin{matrix} n = 1, \ldots, N; \\ i = 1, \ldots, r \end{matrix} \qquad (20.18)$$

$L_2(0, \infty)$ фазода тўлиқ, барча ω, n учун $|\widetilde{\Psi}_{1i}(j\omega)| = |\widetilde{\Psi}_1(j\omega)|$ ва демак, $M\{|z_{ni}|\} = \mu_i$ бўлган Лагерр ва Якоби хилидаги функцияларнинг ортонормал системаси учун қуйидагини оламиз:

$$a_{ni} = \mu_i^{-1}M\{y(t)\cdot \operatorname{sgn} z_{ni}(t)\}; \quad \begin{matrix} n = 1, \ldots, N; \\ i = 1, \ldots, r \end{matrix} \qquad (20.19)$$

бунда (20.19) нинг коэффициентлари назарий ёйилманинг Фурье коэффициентларига мос келади. Коэффициентларни аниқлаш схемаси 20.3-расмда келтирилган.



20.3- расм. Фурье коэффициентларини аниқлаш схемаси.

Корреляцияланмаган таъсирлар учун корреляцион ва аппроксимацион усулларни таққослаймиз. Иккала усул ҳам амалда (14.38) ёки (20.17) чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишга олиб келади. Бунда система матрицаси шартлари ёмон бўлиши мумкин. Масаланинг мунтазамлашга ва соддалаштиришга объект кириш йўлида оқ шовқунлар бўлганда эришилади. Аргументга узлуксиз боғлиқ бўлган (текисликка эга бўлган) Ψ $(\cdot)$ функцияларнинг базис системалари танланганида аппроксимацион усул корреляцион усулдан афзалроқ ҳисобланади, чунки:

1) ҳисоблашлар ҳажми камроқ, чунки моделнинг бир хил аниқлигида $N < N'$ (одатда $N = 4 \div 6$, $N' = 15 \div 20$);

2) оқ бўлмаган таъсирларда олинадиган ечим айтарлича текисроқ бўлади, чунки кичик N да текис функцияларнинг комбинацияси текис бўлади. Демак, $\{\Psi_{ni}\}$ текис функцияларни танлаш мунтазамлаштирувчи омил ҳисобланади.

20.4. МОСЛАНУВЧАН МОДЕЛ УСУЛИ

Юқорида кўрилган идентификациялаш усулларида олинадиган моделнинг тўғрилигини текшириш амалга оширилмайди. Шу маънода идентификациялашнинг бу усуллари узуқ ҳисобланади. Шу нуқтаи назардан, моделни модел билан объект орасидаги номослик бўйича созловчи алгоритмлардан фойдаланувчи идентификациялаш аниқроқ бўлади. Модел тузилиши берилиши сабабли масала идентификациялашнинг берилган мезони уни минималлаштирувчи модел параметрлари $a_1, \ldots, a_N$ ларни созловчи алгоритмини аниқлашга келтирилади. Мезон I хатоликнинг қавариқ функционалидир:

$$I\{e\} = \frac{1}{T}\int_0^T F\{y(t) - \hat{y}(t, A)\}dt. \qquad (20.20)$$

Параметрлар вектори $A = (a_1, \ldots, a_N)^T$ нинг ўзгариш йўналиши қуйидаги градиент орқали аниқланади:

$$\nabla_A I = \frac{1}{T}\frac{\partial}{\partial A}\int_0^T F\{e(t, A)\}dt = M_T\left\{\frac{\partial F(t, A)}{\partial e}\cdot\left(\frac{\partial e}{\partial A}\right)^T\right\}.$$

(20.21)

Шундай қилиб, идентификациялаш масаласи градиентни аниқлашга келтирилди. Бунда модел параметрларини созловчи алгоритм қуйидагича ёзилади:

$$\left.\begin{array}{ll} \textit{қадамли созлашда:} & \\ A[t+1]=A[t]-\Gamma_t \nabla_A I(A[t]), & a) \\ t=1,2,\ldots & \\ \textit{узлуксиз созлашда:} & \\ \dot{A}=-\Gamma_t \nabla_A I(A(t)), & б) \end{array}\right\} \qquad (20.22)$$

бу ерда Γ $(N\times N)$ матрица бўлиб, унинг коэффициентлари вақтга боғлиқ бўлиши мумкин, шунингдек созлаш жараёнининг яқинлашиши коэффициентларни танлашга боғлиқ.

Амалда учрайдиган ҳол учун

$$\Gamma_t = \nu(t)\cdot I, \qquad (20.23)$$

бу ерда I — бирлик матрица.

(20.21) ифодани кўрайлик. $\nabla_A I$ градиент ҳам, параметрик сезувчанлик вектори $\left(\frac{\partial e}{\partial A}\right)^T$ ҳам ошкор ҳолда ўлчанмаслиги туфайли созлаш алгоритми (20.22) ни амалга оширишда биринчи галда бу векторлардан бирини топиш зарур. Ҳозирги вақтда уларни аниқловчи усуллардан қуйидагиларни кўрсатиш мумкин:

1) синхрон детектирлаш усули;

2) A ва $A+\Delta A$ параметрли иккита модел усули;

3) ҳосила усули; бу усулга биноан ўлчанган катталик:

$$\dot{I}=\frac{\partial I}{\partial A}\cdot\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial I}{\partial t} \qquad (20.24)$$

бўйича $\nabla_A I$ катталиги хусусида фикр юритиш мумкин;

4) таъсирчанлик моделлари усули (19-бобга қаранг).

Охирги усул энг кўп тарқалган. Агар хатолик созланувчи параметрларга чизиқли боғлиқ бўлса, сезувчанлик функцияларини унинг модели ёрдамида олиш кескин соддалашади. Бу ҳолда модел чиқиш йўлини коэффициентларнинг қуйидаги чизиқли комбинацияси кўринишида ифодалаш мумкин:

$$\hat{y}(t, A)=\sum_{n=1}^{N} a_n z_n(t),$$

бу ерда $\{z_n\}$ — стандарт реакция лар. Бу ҳолда сезувчанлик функциялари қуйидагига тенг:

$$\frac{\partial e}{\partial a_n}=-z_n(t), \; n=1, \ldots, N \qquad (20.25)$$

ва шунинг учун сезувчанлик моделини атайин қуриш керак эмас.

(20.25) ҳамда стохастик ампроксимациялаш алгоритмлари осонгина амалга оширилади:

$$\left.\begin{aligned} &A[t+1]=A[t]-\Gamma[t+1]\frac{\partial F[t]}{\partial e}\left(\frac{\partial e[t]}{\partial A}\right)^{T} && a)\\ &\qquad t=1,\ 2,\ \ldots, \\ \text{ёки} \\ &\dot{A}=-\Gamma_{t}\frac{\partial F(t)}{\partial e}\left(\frac{\partial e}{\partial A}\right)^{T} && б) \end{aligned}\right\}\quad (2).2$$

20.1-МИСОЛ. МОСЛАНУВЧИ МОДЕЛ ДИНАМИК ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРНИ ИДЕНТИФИКАЦИЯЛАШ ВОСИТАСИ СИФАТИДА

Фараз қилайлик, объект узатиш функцияси (20.4) кўринишида етарлича аниқ ифодаланади. Агар $\{\Psi_r\}$ элементларнинг чиқиш йўл ларини S_n орқали белгиласак, бу элементлар сезувчанлик функцияларига мос келади, чунки

$$\hat{y}=\sum_{n=1}^{m}a_{n}S_{n},\quad S_{n}(p)=a(p)\Psi_{n}(p) \qquad (20.27)$$

$$\partial e/\partial a_{n}=S_{n}$$

демак, сезувчанлик моделини атайин қуришга эҳтиёж йўқ. Стохастик аппроксимациялаш алгоритми (20.26) дан фойдаланиб, модел коэффициентларини созлаш тенгламасини оламиз:

$$\dot{a}_{n}=-2\gamma(t)e(t)S_{n}(t);\quad n=1,\ \ldots,\ m. \qquad (20.28)$$

Созлаш жараёни барқарорлигини Ляпуновнинг иккинчи усули ёрдамида қурамиз. Ляпунов функцияси сифатида қуйидаги квадратик шаклни танлаймиз:

$$V(\nu,\ t)=\|a(t)-a^{*}\|^{2} \qquad (20.29)$$

бу ерда a^* — созланган модел коэффициентларининг вектори, (20.28) туфайли қуйидагини ёзиш осон

$$\dot{V}=-4\gamma(t)[a(t)-a^{*T}S(t)]e(t),$$

шунинг учун, агар халақит $\xi(t)$ бўлмаса ва чиқиш йўлини қуйидагича ифодалаш фараз қилинса

$$y(t)=S^{T}(t)a^{*} \qquad (20.30)$$

ихтиёрий $\gamma>0$ учун $\dot{V}=-4\gamma e^{2}\leqslant 0$ бўлади. Бунда созланиш тезлигини хоҳлаганча ошириш мумкин. Кириш йўли $u(t)$ билан корреляцияланмаган $\eta(t)$ халақит мавжуд бўлса (20.1-расм)

$M\{\dot{V}\} \leqslant 0$ эканлигини, демак, созланиш жараёни ўртача барқарор эканлигини кўриш осон. Шуни ҳам айтиб ўтиш лозимки, (20.28) алгоритмнинг дискрет ўхшашлиги ишлатилганда γ катталик худди ўша шартларда [$\xi = 0$ ва (20.30)] чекланган бўлади:

$$\gamma_{t+1}^{\text{че гара}} = (S_t^T S_i)^{-1}. \qquad (20.31)$$

(20.28) хилдаги алгоритмлардан бошқа сезувчанликнинг ишорали функцияларидан фойдаланувчи, амалга оширилишда соддароқ ва кичик (a—a^*) хатоликларда тезроқ яқинлашувчи алгоритмларни тавсия этиш мумкин:

$$\dot{a}_n = -[2\gamma(t)e(t)\operatorname{sign} S_n(t), \; n = 1, \ldots, m. \qquad (20.32)$$

АДАБИЁТ

1. Александровский Н. М., Егоров С. В., Кузин Р. Е. Адаптивные системы автоматического управления сложными технологическими процессами. М., «Энергия», 1973.
2. Беллман Р. Динамическое программирование. М., ИЛ., 1960.
3. Бессекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М., «Наука», 1972 г.
4. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М., «Наука», 1969.
5. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления, ч. 1—2, М., «Энергия», 1965—1966.
6. Гибсон Д. И. Системы автоматической оптимизации или СНС. Труды I конгресса ИФАК, т. 2. М., Изд-во АН СССР, 1960.
7. Гольдфарб Л. С. Конспект лекций по курсу «Теория автоматического регулирования», ч. 2. М., Изд-во МЭИ, 1962.
8. Джури Э. Импульсные системы автоматического регулирования. М., Физматгиз, 1963.
9. Егоров С. В. Элементы идентификации и оптимизации управляемых систем. М., Изд-во МЭИ, 1974.
10. Егоров С. В., Мирахмедов Д. А. Теория автоматического управления, Ташкент, «Ўқитувчи», 1978.
11. Егоров С. В., Мирахмедов Д. А. Моделирование и оптимизация в АСУТП, Ташкент, «Меҳнат», 1987.
12. Красовский А. А. Динамика непрерывных СНС. М., Физматгиз, 1963.
13. Красовский Н. Н., Летов А. М. К теории аналитического конструирования регуляторов. «Автоматика и телемеханика», 1962, № 6.
14. Лебедев Н. Н. Специальные функции и их приложения. М., 1963.
15. Летов А. М. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов. В кн. «Нелинейная оптимизация САУ». М., «Машиностроение. 1970.
16. Лурье А. И. Некоторые нелинейные задачи теории автоматического регулирования. М., Гостехиздат, 1951.
17. Мирахмедов Д. А., Рахимов Т. Н. Идентификация в АСУТП. Ташкент, «Фан», 1977.
18. Первозванский А. А. Курс теории автоматического управления. «Наука», 1986.
19. Пугачев В. С. Теория случайных функций и её применение к задачам автоматического управления, М., Физматгиз, 1962.

20. Солодовников В. В. Статистическая динамика линейных САУ. М., Физматгиз, 1960.

21. Сотсков Б. С. Основы расчета элементов автоматики и телемеханики. М., Госэнергоиздат, 1963.

22. Теория автоматического управления под общ. ред. А. В. Нетушила, ч. 1—2. М., «Высшая школа», 1986—1972.

23. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. Под ред. Солодовникова В. В. кн. 1—4, «Машиностроение», 1967.

24. Тихонов А. Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации. «Доклады АН СССР», 1963, № 3.

25. Фелдбаум А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем. М., «Наука», 1966.

26. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., Физматгиз, 1963.

27. Цыпкин Я. З. Основы теории автоматических систем. «Наука», 1977.

28. Цыпкин Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах. «Наука», 1968.

29. La Salle I. P., The time-optimal control problem in «Contributions to Differenatil Equations». v.5. Princeton University Press. N. Y., 1960.

МУНДАРИЖА

На узбекском языке

ДИЛШОД АЪЗАМОВИЧ МИРАХМЕДОВ

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебник для студентов высших учебных заведений

Изд-во «Ўзбекистон»— 1993.
Ташкент — 700129, Навои, 30.