

А. Г. Чертов, А. А. Воробьев

ФИЗИКАДАН МАСАЛАЛАР ТЎПЛАМИ

Русча қайта ишланган ва тўлдирилган
бешинчи нашридан таржима

Техника олийгоҳларининг талабалари учун
ўқув қўлланмаси

Тошкент «Ўзбекистон» 1997

РУСЧА БЕШИНЧИ НАШРИГА СЎЗ БОШИ

«Физикадан масалалар тўплами» нинг бешинчи нашри қайта ишланди ва мазкур кўринишда олий техника ўқув юртларининг физика курси дастурига мос келади*.

Масалалар дастур қисмларига биноан тартибга солинган. Жавобларда баъзи энг қийин масалалар бўйича ечиш учун кўрсатмалар ёки ҳисоблаш формулалари келтирилган. Олдинги нашрдаги каби, жавоблар вергулдан кейин учта сон аниқлигигача берилган. Масалалар шартларидаги ҳамда маълумотнома жадвалларидаги катталиклар ҳам шундай аниқликда ифодаланган. Ёзувни қисқартириш мақсадида вергулдан кейинги сонларнинг охирида келган ноллар ташлаб юборилган.

Тўртинчи нашрдан фарқли ўларок (М. Высшая школа, 1981) мазкур нашрга бир қанча ўзгартишлар киритилди. Диэлектрикларга тааллуқли масалалар 10-бобдан 3-бобга, моддаларнинг магнит хоссаларига тааллуқли масалалар 5-бобга кўчирилди. 2- боб «Молекуляр физика ва термодинамика» ҳам бир оз қайта ишланди ва баъзи масалалар билан тўлдирилди. Атом ядроси физикасига тааллуқли масалалар мажмуи ҳам анчагина ўзгартирилди.

Тўпламнинг қайта ишланиши муносабати билан масалаларнинг тартиб рақамлари ҳам бир мунча ўзгарди.

Муаллифлар Москва электрон машинасозлик олийгоҳи умумий физика кафедраси (кафедра мудири — проф. А. Н. Губкин) ўқитувчиларига миннатдорчилик изҳор этадилар. Тўпламни янги нашрга тайёрлашда муаллифлар уларнинг қимматли маслаҳатларидан фойдаландилар.

Муаллифлар

* Бу ўринда 1988 йилгача амалда бўлган дастур назарда тутилмоқда (муҳарр.).

1-606

МЕХАНИКАНИНГ ФИЗИК АСОСЛАРИ

1-§. КИНЕМАТИКА

Асосий формулалар

● Моддий нуктанинг фазодаги ўрни радиус-вектор \vec{r} билан аниқланади:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z,$$

бу ерда \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} — йўналишларни кўрсатувчи бирлик векторлар (ортлар); x , y , z — нуктанинг координаталари.

Харакат кинематик тенгламасининг координата шакли қуйидагича:

$$x = f_1(t), y = f_2(t), z = f_3(t),$$

бу ерда t — вақт.

● Ўртача тезлик

$$\langle \vec{V} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t},$$

бу ерда $\Delta \vec{r}$ — моддий нуктанинг Δt вақт оралиғидаги кўчиши.
Ўртача тезлик

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

бу ерда ΔS — нуктанинг Δt вақт оралиғида ўтган йўли.
Оний тезлик

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i}v_x + \vec{j}v_y + \vec{k}v_z,$$

бу ерда $v_x = \frac{dx}{dt}$, $v_y = \frac{dy}{dt}$, $v_z = \frac{dz}{dt}$ — тезлик \vec{V} нинг координата ўқларига проекцияси.

Тезлик модули

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

● Тезланиш

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z$$

бу ерда $a_x = \frac{dv_x}{dt}$; $a_y = \frac{dv_y}{dt}$; $a_z = \frac{dv_z}{dt}$ — тезланиш \vec{a} нинг координата ўқларига проекциялари.

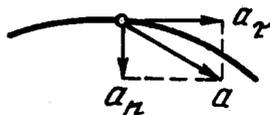
Тезланиш модули

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2},$$

Эгри чизикли ҳаракатда тезланишни нормал \vec{a}_n ва тангенциал \vec{a}_τ тезланишларнинг йиғиндиси сифатида ифодалаш мумкин (1.1- расм):

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$$

1.1- расм



Бу тезланишларнинг модуллари

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \quad a_\tau = \frac{dv}{dt}; \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

бу ерда R — траекториянинг муайян нуктаси учун эгрилик радиуси.

● Моддий нуктанинг x ўқи бўйлаб текис ҳаракат кинематик тенгламаси

$$x = x_0 + vt,$$

бу ерда x_0 — бошланғич координата; t — вақт. Текис ҳаракатда

$$v = \text{const} \quad \text{ва} \quad a = 0.$$

● x ўқи бўйлаб текис ўзгарувчан ҳаракатнинг ($a = \text{const}$) кинематик тенгламаси

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

бу ерда v_0 — бошланғич тезлик; t — вақт.

Текис ўзгарувчан ҳаракатда нуктанинг тезлиги

$$v = v_0 + at.$$

- Қаттиқ жисмнинг ўрни (айланиш ўқи берилганда) бурилиш бурчаги (ёки бурчак кўчиш) φ ёрдамида аниқланади. Айланма ҳаракат кинематик тенгламаси

$$\varphi = f(t).$$

- Ўртача бурчак тезлик

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

бу ерда $\Delta\varphi$ — бурилиш бурчагининг Δt вақт оралиғида ўзгариши. Оний бурчак тезлик*

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

- Бурчак тезланиш*

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

- Текис айланишнинг кинематик тенгламаси

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t,$$

бунда φ_0 — бошланғич бурчак кўчиш; t — вақт
Текис айланишда

$$\omega = \text{const} \text{ ва } \varepsilon = 0.$$

Айланиш частотаси

$$n = \frac{N}{t} \text{ ёки } n = \frac{1}{T},$$

бу ерда N — жисмнинг t вақтдаги айланишлар сони; T — айланиш даври (бир марта тўлиқ айланиш учун кетган вақт).

- Текис ўзгарувчан айланишнинг кинематик тенгламаси ($\varepsilon = \text{const}$)

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

бу ерда ω_0 — бошланғич бурчак тезлик; t — вақт.

*Бурчак тезлик ва бурчак тезланиш аксиал векторлар бўлиб, уларнинг йўналиши айланиш ўқи билан мос тушади.

Текис ўзгарувчан ҳаракатда бурчак тезлик

$$\omega = \omega_0 + \epsilon t,$$

● Моддий нуктанинг айланишини ҳарактерловчи чизикли ва бурчак катталиклар орасидаги боғланишлар куйидаги формулалар ёрдамида ифодаланлади:

нуктанинг R радиусли айлана ёйи бўйлаб ўтган йўли

$$S = \varphi R \quad (\varphi \text{ — жисмнинг бурилиш бурчаги});$$

нуктанинг чизиклиги тезлиги

$$v = \omega R; \quad \vec{V} = [\vec{\omega} \vec{R}];$$

нуктанинг тезланиши:

тангенциал тезланиш

$$a_t = \epsilon R; \quad \vec{a}_t = [\epsilon \vec{R}];$$

нормал тезланиш

$$a_n = \omega^2 R; \quad \vec{a}_n = -\omega^2 \vec{R}.$$

Масалаларни ечишга доир мисоллар

1- мисол. Моддий нуктанинг тўғри чизикли (x ўқи бўйлаб) ҳаракати кинематик тенгламасининг кўриниши мана бундай: $x = A + Bt + Ct^3$, бу ерда $A = 4\text{м}$, $B = 2\text{м/с}$, $C = -0,5\text{м/с}^3$. Вақтнинг $t = 2\text{ с}$ пайти (моменти) учун: 1) нуктанинг координатаси x_1 , 2) оний тезлик v_1 , 3) оний тезланиш a_1 лар аниқлансин.

Е ч и ш. 1. Ҳаракатининг кинематик тенгламаси маълум бўлган нуктанинг координатасини тенгламадаги t ўрнига вақтнинг берилган қиймати t_1 ни қўйиб топамиз:

$$x_1 = A + Bt_1 + Ct_1^3.$$

Бу ифодага A, B, C, t_1 ларнинг қийматларини қўйиб ҳисоблаймиз:

$$x_1 = (4 + 2 \cdot 2 - 0,5 \cdot 2^3) \text{ м} = 4 \text{ м}.$$

2. Координата x ни вақт бўйича дифференциаллаб, вақтнинг исталган қиймати учун оний тезликни топамиз:

$$v = \frac{dx'}{dt} = B + 3Ct^2.$$

У ҳолда берилган t_1 пайт (момент) учун оний тезлик

$$v_1 = B + 3Ct_1^2.$$

Бу ифодага B, C, t_1 ларнинг қийматларини қўйиб, ҳисоблаймиз:

$$v_1 = -4\text{м/с}.$$

Манфий ишора $t_1 = 2\text{с}$ пайтда нукта координата ўқининг манфий йўналиши бўйлаб ҳаракат қилишини кўрсатади.

3. Вақтнинг исталган пайти учун оний тезланишни координата x дан вақт бўйича иккинчи тартибли ҳосила олиб топамиз:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = 6Ct.$$

Берилган t_1 пайт учун оний тезланиш

$$a_1 = 6Ct_1.$$

C , t_1 ларнинг қийматларини қўйиб, ҳисоблаймиз:

$$a_1 = (-6 \cdot 0,5 \cdot 2) \text{ м/с}^2 = -6 \text{ м/с}^2.$$

Манфий ишора тезланиш векторининг йўналиши координата ўқининг манфий йўналиши билан мос келишини кўрсатади. Шунинг қайд этиш лозимки, бу масалада вақтнинг исталган оми учун бу ҳол ўринлидир.

2-мисол. Моддий нуқтанинг тўғри чизикли (x ўқи бўйлаб) ҳаракат кинематик тенгламасининг кўриниши қуйидагича

$$x = A + Bt + Ct^2,$$

бу ерда $A = 5$ м, $B = 4$ м/с, $C = -1$ м/с². 1. Координата x ва йўл S нинг вақтга боғлиқлик графикалари чизилсин; 2. $t_1 = 1$ с дан $t_2 = 6$ с гача вақт оралиғи учун ўртача тезлик $\langle v_x \rangle$ аниқлансин; 3. Вақтнинг шу оралиғи учун ўртача йўл тезлиги $\langle v \rangle$ топилсин.

Ечиш. 1. Нуқта координаталарининг вақтга боғлиқлик графигини чизиш учун координатанинг ҳарактерли бошланғич ва максимал қийматларини ҳамда мазкур координаталарга мос келувчи вақт моментларини, шунингдек нолга тенг бўлган координатага мос келувчи вақт моментини топамиз.

Бошланғич координата $t = 0$ пайтга мос келади. Унинг қиймати

$$x_0 = x \Big|_{t=0} = 5 \text{ м.}$$

Координатанинг максимал қийматига нуқта тескари йўналишда ҳаракат қила бошлаган пайтда (тезлик ўз ишорасини ўзгартирганда) эришилади. Бу пайтни координатадан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилани нолга тенглаштириб топамиз:

$$v = \frac{dx}{dt} = B + 2Ct = 0,$$

бундан эса

$$t = -\frac{B}{2C} = 2 \text{ с.}$$

Максимал координата

$$x_{\max} = x \Big|_{t=2} = 9 \text{ м.}$$

Координата $x=0$ бўлган t вақт моментини куйидаги ифодадан топамиз:

$$X = A + Bt + Ct^2 = 0.$$

Ҳосил бўлган t га нисбатан квадрат тенгламани ечамиз:

$$t = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4ac}}{2C}.$$

A, B, C ларнинг қийматларини қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$t = (2 \pm 3)c.$$

Шундай қилиб, вақтнинг иккита қиймати: $t' = 5c$ ва $t'' = 1c$ ларни оламиз. Вақтнинг иккинчи қийматини масаланинг шарти ($t \geq 0$) ни қаноатлантирмаганлиги учун ташлаб юборамиз.

Нуқта координатасининг вақтга боғлиқлик графиги иккинчи тартибли чизиқдан иборат бўлади. Уни тузиш учун бешта нуқтани билмок керак, чунки иккинчи тартибли чизиқ тенгламасида бешта коэффицент иштирок этади. Шунинг учун ҳам координатанинг ҳисобланган учта характерли қийматидан ташқари яна иккита $t_1 = 1c$ ва $t_2 = 6c$ пайтларга мос қийматларини топамиз:

$$x_1 A + Bt_1 + Ct_1^2 = 8m, \quad x_2 = A + Bt_2 + Ct_2^2 = -7m.$$

Олинган натижаларни жадвал кўринишида тасвирлаймиз:

Вақт, с	$t_0=0$	$t_1=1$	$t_k=2$	$t'=5$	$t_2=6$
Координата, м	$x_0=A=5$	$x_1=8$	$x_{max}=9$	$x=0$	$x_2=-7$

Жадвалдаги қийматлардан фойдаланиб, координатанинг вақтга боғланиш графигини чизамиз (1.2- расм)

Йўл графигини куйидаги мулоҳазаларга асосланиб тузамиз:
 1) тезликнинг ишораси ўзгаргунча йўл ва координата мос келади;
 2) қайтиш momenti (t_k) дан бошлаб нуқта тескари йўналишда ҳаракат қила бошлайди ва бинобарин, координата камайиб, йўл эса координатанинг камайиш қонуни бўйича ўсиб боради.

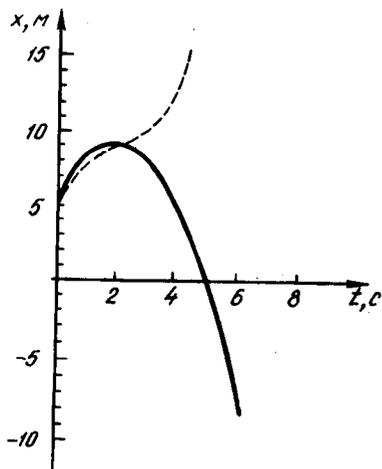
Демак, йўл графиги $t_k = 2c$ гача координата графиги билан мос келиб, шу ондан бошлаб координата графигининг кўзгудаги тасвиридек бўлади.

2. $t_2 - t_1$ вақт оралиғидаги ўртача тезлик $\langle v_x \rangle$ куйидаги ифода ёрдамида аниқланади:

$$\langle v_x \rangle = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1).$$

Жадвалдан x_1, x_2, t_1, t_2 ларнинг қийматларини қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$\langle v_x \rangle = (-7 - 8) / (6 - 1) \text{ м/с} = -3 \text{ м/с}.$$



1.2- расм

3. Ўртача йўл тезлиги $\langle v \rangle$ ни қуйидаги ифодадан топамиз

$$\langle v \rangle = S / (t_2 - t_1),$$

бу ерда S — вақт оралиғи $(t_2 - t_1)$ да ўтилган йўл. 1.2- расмдаги графикдан кўриниб турибдики, бу йўл иккита йўл бўлаги: нукта $t_k - t_1$ вақт оралиғида ўтган $S_1 = x_{max} - x_1$ ва $t_2 - t_k$ оралиғида ўтган $S_2 = x_{max} - |x_2|$ ларнинг йиғиндисидан иборат. Шундай қилиб, йўл

$$S = S_1 + S_2 = (x_{max} - x_1) +$$

$$+ (x_{max} + |x_2|) =$$

$$= 2x_{max} + |x_2| - x_1,$$

Бу ифодага $x_1, |x_2|, x_{max}$ ларнинг қийматларини қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$\langle S \rangle = (2 \cdot 9 + 7 - 8) \text{ м} = 17 \text{ м}$$

У ҳолда изланган ўртача йўл тезлиги

$$\langle v \rangle = 17 / (6 - 1) \text{ м/с} = 3,4 \text{ м/с}.$$

Шуни қайд этмок керакки, ўртача йўл тезлиги доимо мусбат бўлади.

3- мисол. Автомобиль йўлнинг эгрилик радиуси $R = 50$ м бўлган бурилиш қисмида ҳаракатланмоқда. Автомобилнинг ҳаракат тенгламаси* $\xi(t) = A + Bt + Ct^2$, бу ерда $A = 10$ м, $B = 10$ м/с, $C = -0,5$ м/с².

1) вақтнинг $t = 5$ с пайти учун автомобилнинг тезлиги v , унинг тангенциал a_t , нормал a_n ва тўла a тезланиши; 2) ҳаракат бошланган ондан бошлаб $\tau = 10$ с вақт оралиғи учун йўл узунлиги S ва автомобилнинг кўчиш модули $|\Delta r|$ топилсин.

Е ч и ш: 1. Ҳаракат тенгламасини билганимиз ҳолда координатдан вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила олиб тезликни топамиз:

$$v = \frac{d\xi}{dt} = B + 2Ct.$$

*Мазкур ҳаракат тенгламасида ξ айланадаги бирор бошланғич нуктадан бошлаб ҳисобланган эгри чизикли координатани билдиради.

Бу ифодага B, C, t ларнинг қийматларини қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$v = 5 \text{ м/с.}$$

Тезликдан вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила олиб тангенциал тезланишни топамиз:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = 2c.$$

C нинг қийматини қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$a_\tau = -1 \text{ м/с}^2.$$

Нормал тезланиш $a_n = v^2/R$ формула бўйича аниқланади. Унга тезликнинг топилган ва траектория эгрилик радиусининг берилган қийматини қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$a_n = 0,5 \text{ м/с}^2.$$

1.1-расмдан кўришиб турганидек, тўлиқ тезланиш \vec{a}_τ ва \vec{a}_n тезланишларнинг геометрик йиғиндисига тенг: $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ тезланиш модули $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$. Бу ифодага a_τ ва a_n ларнинг топилган қийматларини қўйиб қуйидагини оламиз:

$$a = 1,12 \text{ м/с}^2.$$

2. Автомобиль ўтган S йўлни аниқлаш учун ҳаракат бир йўналишда бўлган ҳолида (мазкур масала шартидагидек) йўл узунлиги S эгри чизикли координата ξ нинг ўзгаришига тенг, яъни

$$S = \xi(\tau) - \xi(0) \text{ ёки } S = A + B\tau + C\tau^2 - A = B\tau + C\tau^2$$

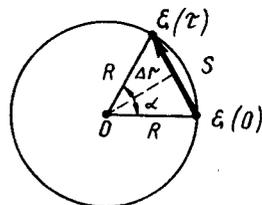
бўлишини қайд этамиз. Ҳосил қилинган ифодага B, C, τ ларнинг қийматларини қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$S = 50 \text{ м.}$$

1.3-расмдан кўришиб турибдики, силжиш модули

$$|\Delta \vec{r}| = 2R \sin(|\alpha|/2).$$

бу ерда α — автомашинанинг траекториядаги бошланғич $\xi(0)$ ва охириги $\xi(\tau)$ ҳолатлари билан аниқланувчи радиус-векторлар орасидаги бурчак. Бу бурчакни (радианларда) йўл узунлиги S нинг траекториянинг эгрилик радиуси R га нисбати, яъни $\alpha = S/R$ каби аниқлаймиз. Шундай қилиб



$$|\Delta \vec{r}| = 2R \sin(S/2R).$$

1.3-расм

R, S ларнинг кийматларини бу ерга қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$|\Delta\vec{r}| = 47,9 \text{ м.}$$

4- мисол. $n_0 = 10 \text{ с}^{-1}$ ўзгармас частота билан айланаётган ғилдирак тормозланиш натижасида текис секинланувчан айлана бошлади. Тормозланиш тўхтагандан сўнг ғилдиракнинг айланиши яна бир текис бўлди, лекин энди у $n = 6 \text{ с}^{-1}$ айланиш частотаси билан айлана бошлади. Агар текис секинланувчан ҳаракат вақтида ғилдирак $N = 50$ марта айланган бўлса, ғилдиракнинг бурчак тезланиши ε ва тормозланиш давом этган вақт t аниқлансин.

Ечиш: ғилдиракнинг бурчак тезланиши унинг бошланғич ω_0 ва охириги ω бурчак тезликлари билан ушбу муносабат орқали боғланган $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\varphi$, бундан $\varepsilon = (\omega^2 - \omega_0^2) / (2\varphi)$. Лекин $\varphi = 2\pi N$, $\omega = 2\pi n$ эканлигидан

$$\varepsilon = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi} = \frac{\pi(n^2 - n_0^2)}{N}.$$

π, n, n_0, N ларнинг кийматларини қўйиб, ҳисобласак:

$$\varepsilon = 3,14(6^2 - 10^2) / 50 \text{ рад/с}^2 = -4,02 \text{ рад/с}^2.$$

Манфий ишора ғилдиракнинг секинланувчан айланишини кўрсади.

Бурилиш бурчаги φ ни айланишнинг ўртача бурчак тезлиги $\langle \omega \rangle$ ва вақт t билан боғловчи $\varphi = \langle \omega \rangle t$ формуладан фойдаланиб тормозланишнинг давом этиш вақтини топамиз. Шартга кўра бурчак тезлик вақт билан чизиқли боғланган ва шунинг учун ушбунни ёзиш мумкин: $\langle \omega \rangle = (\omega_0 + \omega) / 2$, у ҳолда

$$\varphi = (\omega_0 + \omega)t / 2 = \pi(n_0 + n)t,$$

бундан эса

$$t = \frac{\varphi}{\pi(n_0 + n)} = \frac{2N}{n_0 + n}.$$

Сон кийматларини қўйиб ва ҳисоблаб, қуйидагини оламиз

$$t = \frac{2 \cdot 50}{(10 + 6) \text{ с}^{-1}} = 6,25 \text{ с.}$$

Масалалар

Тўғри чизиқли ҳаракат

1.1. Иккита тўғри йўл ўзаро $\alpha = 60^\circ$ бурчак остида кесишади. Улар бўйлаб икки машина чорраҳадан: бири $v_1 = 60 \text{ км/соат}$, бошқаси $v_2 = 80 \text{ км/соат}$ тезлик билан узоқлашмоқда. Машиналарнинг бир-биридан узоқлашиш тезликлари v' ва v'' аниқлансин. Машиналар чорраҳадан бир пайтда ўтган.

1.2. Нукта $t_1=15$ с давомида $v_1=5$ м/с, $t_2=10$ с давомида $v_2=8$ м/с ва $t_3=6$ с давомида $v_3=20$ м/с тезлик билан ҳаракатланди. Нуктанинг шу йўлдаги ўртача тезлиги $\langle v \rangle$ аниқлансин.

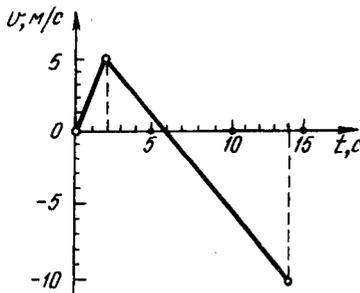
1.3. Автомобиль ўз йўлининг тўртдан уч қисмини $v_1=60$ км/соат тезлик билан, йўлнинг қолган қисмини эса $v_2=80$ км/соат тезлик билан ўтди. Автомобилнинг шу йўлдаги ўртача тезлиги $\langle v \rangle$ қандай?

1.4. Жисм йўлнинг биринчи ярмида $v_1=2$ м/с тезлик билан, иккинчисида $v_2=8$ м/с тезлик билан ҳаракатланади. Ўртача тезлик $\langle v \rangle$ аниқлансин.

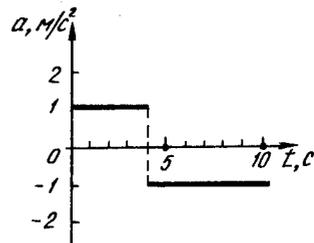
1.5. Жисм йўлнинг биринчи ярмини $t_1=2$ с давомида, иккинчисини $t_2=8$ с давомида босиб ўтди. Агар йўлнинг узунлиги $S=20$ м бўлса, ўртача тезлик $\langle v \rangle$ аниқлансин.

1.6. Жисм ҳаракат тезлигининг вақтга боғланиши 1.4- расмда тасвирланган. $t=14$ с вақт учун ўртача тезлик $\langle v \rangle$ аниқлансин.

1.7. Жисм ҳаракат тезланишининг вақтга боғланиши 1.5- расмда тасвирланган. $t=8$ с вақт учун ўртача тезлик аниқлансин. Бошланғич тезлик $v_0=0$.



1.4- расм



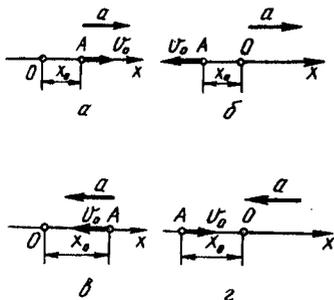
1.5- расм

1.8. Тўғри қизикли ҳаракат тенгламаси $x=At+Bt^2$ кўринишга эга (бунда $A=3$ м/с, $B=-0,25$ м/с²). Берилган ҳаракат учун координатанинг ва йўлнинг вақтга боғланиш графиклари тузилсин.

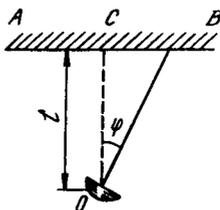
1.9. Жисм ҳаракат тезланишининг вақтга боғлиқлик графиги 1.5- расмда берилган. Агар бошланғич пайтда жисм тинч турган бўлса, мазкур ҳаракат учун тезликнинг ва йўлнинг вақтга боғлиқлик графиги тузилсин.

1.10. Моддий нуктанинг ҳаракати $x=At+Bt^2$ тенглама билан берилган. Бунда $A=4$ м/с, $B=-0,05$ м/с². Нуктанинг тезлиги v нолга тенг бўлган пайт аниқлансин. Шу пайт учун координата ва тезланиш топилсин. Шу ҳаракат учун координата, йўл, тезлик ва тезланишларнинг вақтга боғлиқлик графиклари тузилсин.

1.11. 1.6- расмда тасвирланган тўртта ҳол учун нукта ҳаракатининг кинематик тенгламаси $x=f(t)$ ёзилсин. Расмнинг ҳар бир —



1.6- расм



1.7- расм

а, б, в, г — вазияتلари учун координата ўқи Ox тасвирланган; A моддий нуктанинг бошланғич ҳолати x_0 ва тезлиги \vec{V}_0 шунингдек унинг тезланиши \vec{a} кўрсатилган.

1.12. O прожектор AB девордан $l=100$ м масофада жойлаштирилган ва шу деворга ёруғ из туширади (1.7- расм) Прожектор тик ўк атрофида $T=20$ с даврга эга бўлган айланма ҳаракат қилмоқда. 1) айланишнинг биринчи чорагида изнинг девор бўйлаб ҳаракати тенгламаси; 2) $t=2$ с вақт momentiда ёруғ изнинг девордаги ҳаракат тезлиги v топилсин. Ҳисобнинг бошланиши қилиб нурнинг йўналиши OC ўқ билан мос келган пайт қабул қилинсин.

1.13. Одам поезд билан ёнма-ён, поезднинг олди қалқонлари билан бир чизикда турибди. Поезд $a=0,1$ м/с² тезланиш билан ҳаракат қила бошлаган лаҳзада одам ҳам шу йўналишда $v=1,5$ м/с тезлик билан ҳаракатлана бошлади. Қанча t вақтдан кейин поезд одамга етиб олади? Шу пайтдаги поезднинг тезлиги v_1 ва одамнинг шу вақт ичида ўтган йўли аниқлансин.

1.14. Икки нукта бир жойдан бир хил йўналишда текис тезланувчан ҳаракат қила бошлади, бунда иккинчи нукта ўз ҳаракатини биринчисидан 2 с кейин бошлади. Биринчи нукта $v_1=1$ м/с бошланғич тезлик ва $a_1=2$ м/с² тезланиш билан, иккинчиси эса $v_2=10$ м/с бошланғич тезлик ва $a_2=1$ м/с² тезланиш билан ҳаракатлана бошлаган бўлса, қанча вақтдан кейин ва бошланғич жойдан қанча масофада иккинчи нукта биринчисига етиб олади?

1.15. Икки моддий нуктанинг ҳаракатлари қуйидаги тенгламалар орқали ифодаланади:

$$x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2, \quad x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2,$$

бунда $A_1=20$ м, $A_2=2$ м, $B_2=B_1=2$ м/с, $C_1=-4$ м/с², $C_2=0,5$ м/с². Вақт t нинг қайси momentiда бу нукталарнинг тезликлари бир хил бўлади? Шу момент учун нукталарнинг тезликлари v_1 ва v_2 ҳамда тезланишлари a_1 ва a_2 аниқлансин.

1.16. Икки моддий нукта куйидаги тенгламаларга биноан ҳаракатланмоқда:

$$x_1 = A_1 t + B_2 t^2 + C_1 t^3, \quad x_2 = A_2 t + B_2 t^2 + C_2 t^3,$$

бунда $A_1 = 4$ м/с, $B_1 = 8$ м/с², $C_1 = -16$ м/с³, $A_2 = 2$ м/с, $B_2 = -4$ м/с², $C_2 = 1$ м/с³. Вақт t нинг қайси моментида бу нукталарнинг тезлишлари бир хил бўлади? Шу момент учун нукталарнинг тезликлари v_1 ва v_2 аниқлансин.

1.17. Агар жисм ўз йўлининг сўнги метрини $t = 0,1$ с вақт давомида ўтган бўлса, у қандай H баландликдан тушган?

1.18. Тош $h = 1200$ м баландликдан тушмоқда. Тош тушиш вақтининг сўнги секундида қандай s йўлни ўтади?

1.19. Тош $v_p = 20$ м/с бошланғич тезлик билан юқорига тик отилган. Қанча вақтдан кейин тош $h = 15$ м баландликда бўлади? Шу баландликда тошнинг тезлиги v топилсин. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин. $g = 10$ м/с² деб олинсин.

1.20. Тош $v_0 = 20$ м/с бошланғич тезлик билан юқорига тик отилган. $t = 1$ с дан кейин шундай бошланғич тезлик билан бошқа тош ҳам юқорига тик отилган. Тошлар қандай h баландликда тўқнашишади?

1.21. Юқорига тик отилган жисм $h = 8,6$ м баландликда $\Delta t = 3$ с оралиқ билан икки марта бўлди. Ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олмай, отилган тошнинг бошланғич тезлигини ҳисобланг.

1.22. Коптокни $v_0 = 5$ м/с бошланғич тезлик билан балкондан юқорига тик отдилар. $t = 2$ с дан кейин копток ерга тушди. Балконнинг ердан баландлиги ва коптокнинг ерга урилиш пайтидаги тезлиги аниқлансин.

1.23. Жисм $v_0 = 10$ м/с бошланғич тезлик билан балкондан юқорига тик отилди. Балконнинг ер сатҳидан баландлиги $h = 12,5$ м. Жисмнинг отилиш пайтидан то ерга тушиш пайтигача ҳаракат тенгламаси ва ўртача тезлиги $\langle v \rangle$ аниқлансин.

1.24. Нуктанинг тўғри чизик бўйлаб ҳаракати $x = At + Bt^2$ тенглама билан берилган, бунда $A = 2$ м/с, $B = -0,5$ м/с². $t_1 = 1$ с дан $t_2 = 3$ с гача вақт оралиғида нукта ҳаракатининг ўртача тезлиги $\langle v \rangle$ аниқлансин.

1.25. Нукта $x = At + Bt^3$ тенглама бўйича тўғри чизик бўйлаб ҳаракатланмоқда, бунда $A = 6$ м/с, $B = -0,125$ м/с³. $t_1 = 2$ с дан $t_2 = 6$ с гача вақт оралиғи учун нуктанинг ўртача тезлиги $\langle v \rangle$ аниқлансин.

Эгри чизикли ҳаракат

1.26. Моддий нукта текисликда $r = iAt^3 + jBt^2$ тенглама бўйича ҳаракатланмоқда. 1) $V(t)$; 2) $a(t)$ боғланишлар ёзилсин.

1.27. Моддий нуктанинг ҳаракати $r(t) = A(\cos \omega t + j \sin \omega t)$ тенглама билан берилган, бунда $A = 0,5$ м; $\omega = 5$ рад/с. Нуктанинг траекторияси чизилсин. Тезлик модули $|V|$ ва нормаль тезланиш модули $|a_n|$ аниқлансин.

1.28. Моддий нуктанинг ҳаракати $r(t) = i(A + Bt^2) + jCt$ тенглама билан берилган, бунда $A = 10$ м, $B = -5$ м/с², $C = 10$ м/с. Нуктанинг траекторияси чизилсин. $V(t)$ ва $a(t)$ ифодалар топилсин. Вақтнинг $t = 1$ с моменти учун: 1) тезлик модули $|V|$; 2) тезланиш модули $|a|$; 3) тангенциал тезланиш модули $|a_t|$; 4) нормал тезланиш модули $|a_n|$ лар ҳисоблансин.

1.29. Нукта эгри чизик бўйлаб ўзгармас $a_t = 0,5$ м/с² тангенциал тезланиш билан ҳаракатланмоқда. Эгри чизикнинг эгрилик радиуси $R = 3$ м бўлган қисмида нукта $v = 2$ м/с тезлик билан ҳаракатланса, чизикнинг шу қисмида нуктанинг тўла тезланиши a аниқлансин.

1.30. Нукта радиуси $R = 4$ м бўлган айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. Нуктанинг бошланғич тезлиги $v_0 = 2$ м/с тангенциал тезланиши $a_t = 1$ м/с². Вақтнинг $t = 2$ с пайти учун: 1) нуктанинг ўтган йўли узунлиги S ; 2) кўчиш модули $|\Delta l|$; 3) ўртача тезлиги $\langle v \rangle$; 4) ўртача тезлик векторининг модули $|\langle v \rangle|$ аниқлансин.

1.31. Моддий нукта радиуси $R = 5$ м бўлган айлана бўйлаб $v = 5$ м/с тезлик билан текис ҳаракатланмоқда. Йўл узунлиги S ва кўчириш модули $|\Delta l|$ нинг вақт t га боғлиқлик графиклари тузилсин. Вақтнинг бошланғич моменти $t = 0$) учун $S(0)$ ва $|\Delta l(0)|$ нолга тенг деб олинсин.

1.32. $t = 6$ с давомида нукта радиуси $R = 0,8$ м бўлган айлана узунлигининг ярмига тенг бўлган йўлни ўтди. Шу вақт учун ўртача тезлик $\langle v \rangle$ ва ўртача тезлик векторининг модули $|\langle v \rangle|$ аниқлансин.

1.33. Моддий нуктанинг радиуси $R = 4$ м бўлган айлана бўйлаб ҳаракати* $\xi = A + Bt + Ct^2$ тенглама билан берилган, бунда $A = 10$ м, $B = -2$ м/с, $C = 1$ м/с². Вақтнинг $t = 2$ с киймати учун нуктанинг тангенциал a_t , нормаль a_n ва тўла a тезланишлари топилсин.

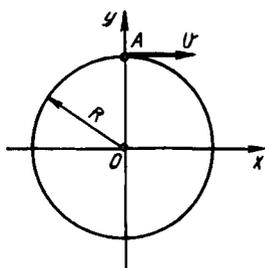
1.34. Нукта $R = 10$ м радиусли айлана ёйи бўйлаб ҳаракатланмоқда. Вақтнинг бирор моментида нуктанинг нормал тезланиши $a_n = 4,9$ м/с²; шу моментда тўла ва нормал тезланиш векторлари $\varphi = 60^\circ$ бурчак ташкил қилади. Нуктанинг тезлиги v ва тангенциал тезланиши a_t топилсин.

1.35. Нукта радиуси $R = 2$ м бўлган айлана бўйлаб $\xi = At^3$ тенгламага биноан ҳаракатланмоқда, бунда $A = 2$ м/с³. Вақтнинг қайси t моментида нуктанинг a_n нормал тезланиши тангенциал тезланишига тенг бўлади? Шу момент учун тўла тезланиш a аниқлансин.

1.36. Нуктанинг эгри чизик бўйлаб ҳаракати $x = A_1 t^3$ ва $y = A_2 t$ тенгламалар билан берилган, бунда $A_1 = 1$ м/с³, $A_2 = 2$ м/с. Вақтнинг $t = 0,8$ с моменти учун нукта траекториясининг тенгламаси, тезлиги v ва тўла тезланиши a топилсин.

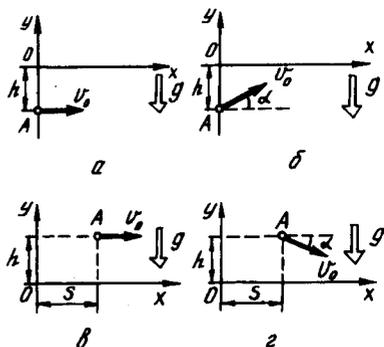
*11- бетдаги изоҳга қаранг.

1.37. А нукта R радиусли айлана бўйлаб v тезлик билан текис ҳаракатланмоқда. Нуктанинг бошланғич ҳолати ва ҳаракат йўналиши 1.8- расмда кўрсатилган. А нукта проекциясининг x ўқи йўналишида ҳаракатининг кинематик тенгламаси ёзилсин.



1.8- расм

1.38. Нукта R радиусли айлана бўйлаб v тезлик билан текис ҳаракат қилмоқда ва бошланғич деб қабул қилинган ($t=0$) моментда 1.8- расмда кўрсатилган ҳолатни эгаллайди. Ўқлар суратда кўрсатилгандек жойлашган деб олиб: 1) Декарт координата тизимида; 2) қутб координаталар тизимида (x ўқ қутб ўқи деб ҳисоблансин) нукта ҳаракатининг кинематик тенгламаси ёзилсин.



1.9- расм

1.39. 1.9- расмда кўрсатилган тўртала ҳолат учун: 1) ҳаракатнинг кинематик тенгламаси $x=f_1(t)$ ва $y=f_2(t)$ 2) траектория тенгламаси $y=\varphi(x)$ ёзилсин. Расмдаги ҳар бир $a, б, в, г$ — ҳолатларда координата ўқлари тасвирланган, А нуктанинг бошланғич ҳолати, унинг бошланғич тезлиги v_0 ва тезланиш \vec{g} кўрсатилган.

1.40. Минорадан горизонтал йўналишда тош отдилар. Тош $t=2$ с дан кейин минора асосидан $S=40$ м масофада ерга тушди. Тошнинг бошланғич v_0 ва охириги v тезликлари аниқлансин.

1.41. Минорадан $v=20$ м/с тезлик билан горизонтал йўналишда отилган жисм минора баландлиги h дан икки марта катта S масофада (минора асосидан) ерга тушди. Миноранинг баландлиги топилинсин.

1.42. Пистолет ўқи тик ўрнатилган, ораларидаги l масофа 30 м га тенг бўлган иккита қоғозни тешиб ўтди. Иккинчи қоғоздаги тешик биринчисидадиган 10 см пастда бўлиб чиқди. Агар ўқ биринчи қоғозгача горизонтал ҳаракат қилган бўлса, ўқнинг тезлиги v аниқлансин. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

1.43. $h=2940$ м баландликда $v=360$ км/с тезлик билан учаётган тайёра бомба ташлади. Нишонга уриш учун нишоннинг

устидан ўтишидан қанча t вақт олдин ва ундан қанча S масофада тайёра бомбани ташлаши керак? Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

1.44. Жисм уфққа нисбатан бирор α бурчак остида отилган. Агар жисмнинг горизонтал йўналишдаги учиш масофаси траекториясининг максимал баландлиги H дан тўрт мартаба катта бўлса, α бурчак топилсин.

1.45. Миномент $h=40$ м баландликдаги бино томида уфққа нисбатан $\alpha=60^\circ$ бурчак остида ўрнатилган. Минанинг бошланғич тезлиги $v_0=50$ м/с. 1) ҳаракатнинг кинематик тенгламаси ва траектория тенгламасини ёзиш ҳамда бу траекторияни миқёс бирлиги (масштаб) сакланган ҳолда чизиш; 2) минанинг учиш вақти t , унинг максимал кўтарилиш баландлиги H , учишнинг горизонтал узоқлиги s , минанинг ерга тушиш вақтидаги тезлиги v ларни аниқлаш талаб қилинади. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Кўрсатма. Координатанинг боши ер сиртига шундай ўрнатилсинки, у миномет билан битта вертикалда жойлашсин ва V тезлик вектори xOy текисликда ётсин.

1.46. Қуролдан уфққа нисбатан $\alpha=30^\circ$ бурчак остида отилган снаряд бир хил h баландликда икки марта, отилганидан $t_1=10$ с ва $t_2=50$ с вақтлардан кейин бўлди. Бошланғич тезлик v_0 ва баландлик h аниқлансин.

1.47. Ўқ уфққа нисбатан $\alpha=60^\circ$ бурчак остида $v_0=200$ м/с бошланғич тезлик билан отилди. Энг баланд кўтарилиш баландлиги H , учиш узоқлиги S ва траекториянинг энг юқори нуқтасидаги эгрилиқ радиуси R аниқлансин. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

1.48. Тош минорадан $v_0=30$ м/с бошланғич тезлик билан уфқ йўналишида отилди. Ҳаракат бошланганининг иккинчи секунди охирида тошнинг тезлиги v , тангенциал a_t ва нормал a_n тезланишлари аниқлансин.

1.49. Жисм уфққа нисбатан $\alpha=30^\circ$ бурчак остида отилган. Ҳаракатнинг бошланиш momentiдаги тангенциал a_t ва нормаль a_n тезланишлар топилсин.

Жисмнинг қўзғалмас ўқ атропоида айланиши

1.50. Ер сиртида ётган нуқталарнинг: 1) экватордаги; 2) Москва кенглигидаги ($\varphi=56^\circ$) чизиқли тезлиги v ва марказга интилма тезланиши $a_{м.и}$ аниқлансин.

1.51. Айланаётган диск айланаси нуқталарининг чизиқли тезлиги $v_1=3$ м/с. Ўққа $\Delta R=10$ см яқинроқ жойлашган нуқталарнинг чизиқли тезлиги эса $v_2=2$ м/с. Дискнинг айланиш частотаси n аниқлансин.

1.52. Иккита қоғоз диск умумий горизонтал ўққа текисликлари параллел равишда бир-биридан $d=30$ см узоқликда ўрнатилган. Дисклар $n=25$ с⁻¹ частота билан айланмоқда. Айланиш ўқидан $r=12$ см масофада унга параллел равишда учиб бораётган ўқ

иккала дискни ҳам тешиб ўтди. Дисклардаги тешиклар бир-биридан, айлана ёйи бўйича ҳисобланганда, 5 см га силжиган. Ўқнинг дисклар орасидаги ўртача тезлиги $\langle v \rangle$ топилсин ва оғирлик кучи таъсирида юзага келадиган тешиклар орасидаги тик йўналишдаги силжиш баҳолансин. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

1.53. Горизонтал ўқи атрофида айлана оладиган цилиндрга ип ўралган. Ипнинг учига юкча уланиб, унинг тушишига имконият яратилди. Юкча текис тезланувчан ҳаракат қилиб, $t=3\text{с}$ вақтда $h=1,5\text{ м}$ га тушди. Агар цилиндрнинг радиуси $r=4\text{ см}$ бўлса, унинг бурчак тезланиши ϵ аниқлансин.

1.54. Радиуси $r=10\text{ см}$ бўлган тинч ҳолатдаги диск ўзгармас $\epsilon=0,5\text{ рад/с}^2$ бурчак тезланиш билан айлана бошлади. Ҳаракат бошланганининг иккинчи секунди охирида диск айланасидаги нукталарнинг тангенциал a_τ , нормал a_n ва тўла a тезланишлари топилсин.

1.55. $r=20\text{ см}$ радиусли диск $\varphi=A+Bt+Ct^3$ тенгламага биноан айланмоқда, бунда $A=3\text{ рад}$, $B=1\text{ рад/с}$, $C=0,1\text{ рад/с}^3$. Вақтнинг $t=10\text{ с}$ моменти учун диск айланасидаги нукталарнинг тангенциал a_τ , нормал a_n ва тўла a тезланишлари аниқлансин.

1.56. Ғилдирак текис тезланувчан айлана бўйлаб $\Delta t=10\text{ с}$ вақт оралиғида $n=300\text{ мин}^{-1}$ айланиш частотасига эришди. Ғилдиракнинг бурчак тезланиши ϵ ва шу вақт ичидаги айланишлар сони N аниқлансин.

1.57. Велосипед ғилдираги $n=5\text{с}^{-1}$ частота билан айланмоқда. Қаршилиқ кучи таъсирида у $\Delta t=1\text{ мин}$ вақт оралиғидан кейин тўхтади. Бурчак тезланиш ϵ ва ғилдиракнинг шу вақт оралиғидаги айланишлари сони N топилсин.

1.58. Автомашина ғилдираги текис тезланувчан айланмоқда. У $N=50$ марта тўла айланиб, айланиш частотасини $n_1=4\text{с}^{-1}$ дан $n_2=6\text{с}^{-1}$ гача ўзгартирди. Ғилдиракнинг бурчак тезланиши ϵ аниқлансин.

1.59. Диск $\epsilon=-2\text{ рад/с}^2$ бурчак тезланиш билан айланмоқда. Айланиш частотаси $n_1=240\text{ мин}^{-1}$ дан $n_2=90\text{ мин}^{-1}$ гача ўзгарганда диск неча марта N айланади? Бунинг учун кетган вақт Δt топилсин.

1.60. Аэрочананинг ҳаво винти (парраги) $n=360\text{ мин}^{-1}$ частота билан айланмоқда. Аэрочананинг илгариланма v ҳаракат тезлиги 54 км/соат га тенг. Агар винтнинг радиуси 1 м га тенг бўлса, винт учларидан бири қандай u тезлик билан ҳаракат қилади?

1.61. Токарлик станогида диаметри $d=60\text{ мм}$ бўлган вал йўнилмоқда. Кескичнинг бир айланишдаги бўйлама силжиши $h=0,5\text{ мм}$. Агар $\Delta t=1\text{ мин}$ вақт оралиғида валнинг $l=12\text{ см}$ узунликдаги қисми йўнилса, кесиш тезлиги v қандай?

Асосий формулалар

● Моддий нуктанинг ҳаракат тенгламаси (Ньютоннинг иккинчи қонуни):

вектор шакли

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \text{ ёки } m\vec{a} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$$

бу ерда $\sum_{i=1}^N \vec{F}_i$ — моддий нуктага таъсир этувчи кучларнинг геометрик йиғиндиси; m — масса; \vec{a} — тезланиш; $\vec{p} = m\vec{v}$ — импульс;

N — нуктага таъсир этувчи кучлар сони;

Координата (скаляр) шакли

$$ma_x = \sum F_{xi}, ma_y = \sum F_{yi}, ma_z = \sum F_{zi}$$

ёки

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{xp}, m \frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{yp}$$

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{zp}$$

бунда йиғинди белгиси остида \vec{F}_i кучнинг мос координата ўқларидаги проекциялари турибди.

● Қайишқоқлик (эластиклик) кучи*

$$F_{эл} = -kx,$$

бу ерда k — қайишқоқлик (эластиклик) коэффиценти (пружина ҳолида бикрлик); x — абсолют деформация.

Ўзаро тортишиш кучи*

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

бу ерда G — тортишиш доимийси; m_1 ва m_2 — моддий нукталар сифатида қаралаётган ўзаро таъсирлашувчи жисмларнинг массалари; r — улар орасидаги масофа.

* Қайишқоқлик (эластиклик) ва ўзаро тортишиш кучлари 4-§ да муфассалроқ кўриб чиқилган.

- Сирпаниш ишқаланиш кучи

$$F_{\text{ишқ}} = fN,$$

бу ерда f — сирпаниш ишқаланиш коэффициенти; N — тик (нормал) босим кучи.

- Моддий нукталар тизими массалар марказининг координаталари

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, \quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i},$$

бу ерда m_i — i -моддий нуктанинг массаси; x_i , y_i , z_i — унинг координаталари.

- Импульснинг сакланиш қонуни

$$\sum_{i=1}^N P_i = \text{const} \quad \text{ёки} \quad \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

бу ерда N — тизимга кирувчи моддий нукталар (ёки жисмлар) сони.

- Ўзгармас куч таъсирида бажарилган иш

$$\Delta A = F \Delta r \quad \text{ёки} \quad \Delta A = F \Delta r \cdot \cos \alpha,$$

бу ерда α — куч F ва кўчиш $\Delta \vec{r}$ векторлари йўналишлари орасидаги бурчак.

- Ўзгарувчан куч таъсирида бажарилган иш

$$A = \int_L F(r) \cos \alpha dr,$$

бу ерда интеграллаш L билан белгиланган траектория бўйлаб бажарилади.

- Δt вақт оралиғи учун ўртача қувват

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

- Оний қувват

$$N = \frac{dA}{dt} \quad \text{ёки} \quad N = F v \cos \alpha,$$

бу ерда dA — dt вақт оралиғида бажарилган иш.

- Илгариланма ҳаракат қилаётган моддий нукта (ёки жисм) нинг энергияси

$$T = \frac{mv^2}{2} \quad \text{ёки} \quad T = \frac{p^2}{2m}.$$

● Жисмнинг потенциал энергияси ва майдоннинг муайян нуктасида жисмга таъсир этаётган куч ўзаро қуйидаги муносабат орқали боғланган

$$\vec{F} = -\text{grad}n \text{ ёки } \vec{F} = -\left(\vec{i}\frac{\partial n}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial n}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial n}{\partial z}\right),$$

бу ерда $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — бирлик векторлар (ортлар). Хусусий ҳолда, куч майдони марказий майдон (мисол учун гравитацион майдон) бўлганда

$$F = -\frac{\partial n}{r}.$$

● Қайишқоқ (эластик) деформацияланган жисм (кисилган ёки чўзилган пружина) нинг потенциал энергияси

$$n = \frac{kx^2}{2}.$$

● Массалари m_1 ва m_2 бўлган, бир-биридан r масофада жойлашган икки моддий нукта (ёки икки жисм) орасидаги гравитацион ўзаро тортишиш потенциал энергияси

$$П = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

● Бир жинсли оғирлик кучи майдонидаги жисмнинг потенциал энергияси

$$П = mgh,$$

бу ерда h — жисмнинг потенциал энергияни ҳисоблашда бошланғич деб қабул қилинган сатҳдан баландлиги. Бу формула $h \ll R$ шарт бажарилганда ўринли бўлади (R — Ернинг радиуси).

● Механикада энергиянинг сақланиш қонуни фақат консерватив кучлар таъсир этадиган ёпиқ тизимдагина бажарилади ва қуйидагича ёзилади

$$T + П = \text{const.}$$

● Шарларнинг тўғри марказий урилиш ҳодисасига энергия ва импульснинг сақланиш қонунларини татбиқ этиб, абсолют ноқайишқоқ (ноэластик) шарларнинг урилишдан кейинги тезлиги учун

$$U = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2},$$

ва абсолют қайишқоқ шарларнинг урилишдан кейинги тезликлари учун

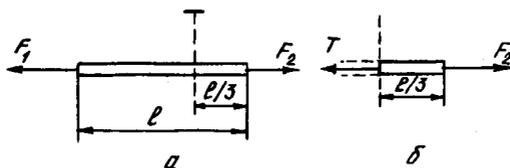
$$U_1 = \frac{v_1(m_1 - m_2) + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2},$$

$$y_2 = \frac{ж_2(m_2 \pm m_1) = 2m_1ж_1}{m_1 = m_2}$$

формуларни оламиз. Бу ерда m_1 ва m_2 шарларнинг массалари, v_1 , ва v_2 уларнинг урилишгача бўлган тезликлари.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Бир жинсли таёкчаларнинг учларига иккита қарама-қарши йўналган кучлар қўйилган: $F_1 = 40$ Н ва $F_2 = 100$ Н (2.1, а- расм). Таёкчани 1:2 нисбатда иккига бўлувчи, кўндаланг кесимига қўйилган T чўзувчи куч аниқлансин.



2.1- расм

Ечиш: агар F_1 ва F_2 кучлар ўзаро тенг бўлганда эди, унда исталган кўндаланг кесимдаги чўзиш кучи бир хил бўлиб, таёкча ҳаракатсиз турарди. Лекин, таёкчага таъсир этувчи кучлар йиғиндиси нолга тенг бўлмагани туфайли таёкча тезланиш билан ҳаракат қилади. Тезланишнинг катталиги ва йўналиши Ньютоннинг иккинчи қонунига биноан аниқланади: $\vec{a} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) / m$, бу ерда m — таёкча массаси. Иккала куч ҳам тўғри чизик бўйлаб таъсир этиши туфайли уларнинг геометрик йиғиндисини алгебраик йиғинди билан алмаштириш мумкин:

$$a = \frac{F_1 - F_2}{m} \quad (1)$$

Тезланиш билан ҳаракат қилганда турли кўндаланг кесимларда таёкчани чўзиш кучи турлича бўлади. Бу кучларни аниқлаш учун қуйидаги усулни қўллаймиз: таёкчани бизни қизиқтирувчи кўндаланг кесимдан иккига ажратамиз ва бирини, мисол учун чапдаги бўлагини ташлаб юборамиз. Чапдаги бўлакнинг ўнгдагига таъсирини чўзиш кучи T билан алмаштирамиз (2.1, б- расм). Натижада таёкчанинг m_1 массали ўнгдаги қисми $F_2 - T$ кучлар фарқининг таъсири натижасида микдори

$a = \frac{F_2 - T}{m_1}$ га тенг ва йўналиши (1) формула билан ифодаланувчи,

олдинги тезланиш билан мос келувчи тезланиш билан ҳаракат қилади. Таёқча бир жинсли бўлганлигидан $m_1 = m/3$ ва бинобарин,

$$a = \frac{F_2 - T}{m/3}. \quad (2)$$

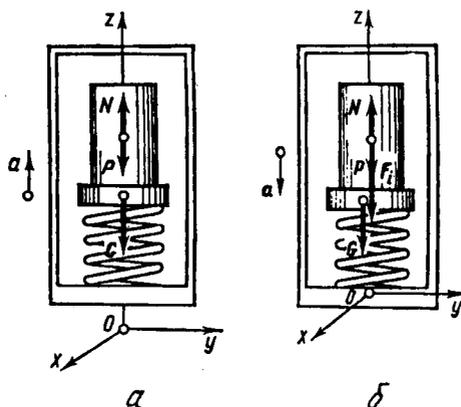
(1) ва (2) тенгликларнинг ўнг томонларини тенглаштириб, топилган натижадан чўзиш кучи T ни аниқлаймиз:

$$T = F_2 - \frac{F_2 - F_1}{3}.$$

F_2 ва F_1 ларнинг қийматларини ўрнига қўйсақ:

$$T = 80 \text{ Н}.$$

2- мисол. Лифт ичидаги пружинали тарозидида массаси $m = 10$ кг бўлган жисм турибди (2.2, а-расм). Лифт $a = 2 \text{ м/с}^2$ тезланиш билан ҳаракатланмоқда. Лифтнинг тезланиши: 1) тик юқорига; 2) тик пастга йўналганда, тарозининг кўрсатишлари аниқлансин.



2.2- расм

Ечиш. Тарозининг кўрсатишларини топиш жисмнинг вазни \vec{G} ни, яъни жисм томонидан пружинага таъсир этувчи кучни топиш демакдир. Лекин бу куч, Ньютоннинг учинчи қонунига биноан, пружина ўзига маҳкамланган тарози палласи воситасида жисмга таъсир этувчи N қайишқоқ кучга (таянчнинг реакция кучига) миқдоран тенг ва йўналиши қарама-қаршидир, яъни

$$\vec{G} = -N \text{ ёки } G = N. \quad (1)$$

Бинобарин, тарозининг кўрсатишини аниқлаш таянчнинг реакцияси N ни аниқлаш масаласига келтирилади.

Масалани инерциал санок тизимида ҳам, ноинерциал санок тизимида ҳам ечиш мумкин.

Инерциал санок тизимида ечиш. Жисмга иккита куч — оғирлик кучи \vec{P} ва \vec{N} куч таъсир этади. \vec{Z} ўқни тик юкорига йўналтирамиз ва жисмга таъсир этувчи барча кучларни унга проекциялаймиз. Кучлар ва уларнинг проекциялари миқдоран мос келганликлари туфайли проекциялардаги z кўрсаткичларни ташлаб юборамиз. Кучларнинг йўналишларини мусбат ёки манфий ишора билан ҳисобга оламиз. Ҳаракат тенгламасини ёзамиз:

$$N - P = ma,$$

бундан

$$N = P + ma = m(g + a). \quad (2)$$

(1) ва (2) тенгламалардан

$$G = m(g + a).$$

Тарози кўрсатишини ҳисоблашда тезланишнинг ишорасини ҳисобга олмок керак:

1) тезланиш тик юкорига йўналган ($a > 0$), у ҳолда

$$G_1 = 10(9,81 + 2)H = 118 \text{ H}.$$

2) тезланиш тик пастга йўналган ($a < 0$), у ҳолда

$$G_2 = 10(9,81 - 2)H = 78 \text{ H}.$$

Шуни таъкидлаб ўтамизки, лифт тезлигининг модули ҳам, йўналиши ҳам тарозининг кўрсатишига таъсир этмайди. Фақат тезланишнинг катталиги ва йўналиши аҳамиятга эга.

Ноинерциал санок тизимида, яъни лифт билан биргаликда тезланиш билан ҳаракат қилаётган санок тизимида ечиш. Бундай санок тизимида Ньютон қонунлари бажарилмайди. Бирок, Даламбер тамойили (принципи) га асосан, жисмга таъсир этувчи кучларга қўшимча

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}$$

инерция кучи ҳам қўйилса, унда бу куч ҳисобга олинганда Ньютон қонунлари ўринли бўлади (бунда \vec{a} — санок тизимининг тезланиши). Бу ҳолда жисмга учта куч таъсир қилади: оғирлик кучи \vec{P} , қайишқоклик кучи \vec{N} ва инерция кучи \vec{F}_i (2,2 б-расм). Бу кучлар таъсирида жисм мазкур ноинерциал санок тизимида тинч туради. Демак, динамика тенгламалари (Ньютон қонунлари) ўрнига статика қонунларидан фойдаланиш мумкин. Агар жисм кучлар тизими таъсирида ҳаракатсиз турса, демак бу кучларнинг геометрик йиғиндиси нолга тенг. Мазкур ҳолда бу қуйидаги тенгликда ифодаланади:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_i = 0.$$

Бу кучларни z ўқига проекциялаймиз ва уларнинг проекциялари учун мос тенгликларни ёзамиз (z индексини тушириб қолдирамиз):

$$N - P - ma = 0,$$

бундан таянчнинг реакция кучи

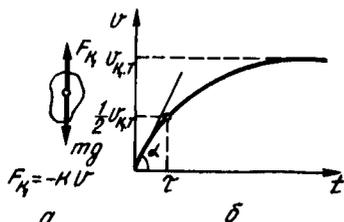
$$N = P + ma = m(g + a).$$

(1) ва (3) тенгликдан

$$G = m(g + a)$$

натижа келиб чиқадики, у инерциал санок тизимида олинган натижа билан мос.

3- мисол. Жисм катта баландликдан тушганда унинг ҳаракат қарор топгандаги $v_{к.т}$ тезлиги 80 м/с га етади. Жисмнинг тушиш бошланган моментдан тезлиги $1/2v_{к.т}$ га эришгунча кетган вақт τ аниқлансин. Ҳавонинг қаршилик кучи жисм тезлигига мутаносиб (пропорционал) деб олинсин.



2.3- расм

Ечиш. Тушаётган жисмга иккита куч (2.3, а- расм) — оғирлик кучи mg ва ҳавонинг қаршилик кучи \vec{F}_k таъсир қилади. Масаланинг шартига кўра, ҳавонинг қаршилик кучи жисмнинг тезлигига мутаносиб ва йўналишига қарама-қаршидир:

$$\vec{F}_k = -k\vec{v},$$

бунда k — жисмнинг ўлчамлари, шакли ва атроф муҳитнинг хоссаларига боғлиқ бўлган мутаносиблик (пропорционаллик) коэффициентиди.

Ньютоннинг иккинчи қонунига биноан, жисмнинг ҳаракат тенгламасини вектор кўринишда ёзамиз:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - \vec{F}_k$$

\vec{F}_k ни (1) га асосан алмаштириб, қуйидагини оламиз

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - k\vec{v}. \quad (2)$$

Барча вектор катталикларни тик йўналган ўкка проекциялаб,
(2) тенгламани проекциялар учун ёзамиз:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv,$$

ўзгарувчиларни ажратиб қуйидагини оламиз

$$\frac{dv}{mg - kv} = \frac{dt}{m}.$$

Вақт нолдан то изланаётган вақт τ гача ўзгарганда тезлик нолдан $1/2 v_{к.т.}$ гача ўсишини ҳисобга олиб (2.3, б- расм), интеграллашни бажарамиз:

$$\int_0^{1/2} \frac{dv}{mg - kv} = \int_0^{\tau} \frac{dt}{m}, \quad -\frac{1}{k} \ln(mg - kv) \Big|_0^{1/2 v_{к.т.}} = \frac{\tau}{m}.$$

Тенгликнинг чап томонига интеграллашнинг чегара қийматларини қўямиз:

$$-\frac{1}{k} \ln \frac{mg - \frac{1}{2} kv_{к.т.}}{mg} = \frac{\tau}{m},$$

ҳосил бўлган ифодадан изланаётган вақтни топамиз:

$$\tau = \frac{m}{k} \ln \frac{mg}{mg - \frac{1}{2} kv_{к.т.}}. \quad (3)$$

Ифодада қатнашаётган мутаносиблик коэффициенти k ни қуйидаги мулоҳазаларга асосланиб аниқлаймиз. Ҳаракат қарор топганда (тезлик ўзгармас) жисмга таъсир этувчи кучлар проекцияларининг (y ўқиға) алгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлади, яъни $mg - kv_{к.т.} = 0$, бундан $k = \frac{mg}{v_{к.т.}}$.

k нинг топилган қийматини (3) формулага қўямиз:

$$\tau = \frac{mv_{к.т.}}{mg} \ln \frac{mg}{mg - \frac{1}{2} \frac{mg}{v_{к.т.}} \cdot v_{к.т.}}$$

қискартириш ва соддалаштиришларни бажариб, қуйидагини оламиз

$$\tau = \frac{v_{к.т.}}{g} \ln 2.$$

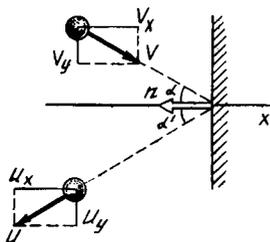
Мазкур ҳолда ўлчамларни текшириб ўтириш шарт эмас, чунки натижа очик ойдin кўриниб турибди. Бу формулага $v_{к.г.} \ln 2$ лар қийматларини қўйиб ва ҳисоблашни бажариб, вақтни топамиз.

$$\tau = 5,66 \text{ с.}$$

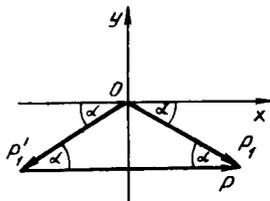
4- мисол. $m = 0,3$ кг массали шар $v = 10$ м/с тезлик билан ҳаракат қилиб, тезлик йўналиши урилиш нуқтасига ўтказилган нормал билан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ҳосил қилган ҳолда кўзғалмас силлик деворга қайишқок урилади. Девор олган импульс аниқлансин.

Ечиш. Дастлаб масала шартини таҳлил қилайлик. Девор кўзғалмас, шунинг учун унга бириктирилган санок тизими инерциал бўлади. Деворга урилиш қайишқок, демак механик энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланиш мумкин. Бундан эса, агар деворнинг массаси шарнинг массасидан жуда катта эқанлигини ҳисобга олсак, урилишгача $|\vec{v}|$ ва урилишдан кейинги $|\vec{u}|$ шғ тезликлари модулларининг тенг эканлиги равшан.

Шарнинг девордан қайтиш бурчаги α' шарнинг урилиш бурчаги α га тенглигини кўрсатайлик. \vec{v} ва \vec{u} векторларнинг Ox ва Oy координата ўқларига проекциясини туширамиз (2.4- расм). Девор силлик бўлганлиги туфайли $u_y = v_y$. Бундан ташқари $|\vec{u}| = |\vec{v}|$ лигини ҳисобга олиб, $u_x = -v_x$ ни ҳосил қиламиз. Бундан эса тушиш ва қайтиш бурчакларининг тенглиги ($\alpha' = \alpha$) келиб чиқади.



2.4- расм



2.5- расм

Девор олган импульснi аниқлаш учун импульснинг сақланиш қонунидан фойдаланамиз. Бизнинг ҳол учун бу қонунни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\vec{P}_1 = \vec{P}'_1 + \vec{P},$$

бунда \vec{P}_1 ва \vec{P}'_1 шарнинг урилишгача ва урилишдан кейинги импульслари ($|\vec{P}_1| = |\vec{P}'_1|$).

Бундан девор олган импульс

$$\vec{P} = \vec{P}_1 - \vec{P}'_1.$$

2.5- расмдан кўриниб турибдики, \vec{p} вектор Ox ўк билан бир томонга йўналган ва унинг модули $P = |\vec{P}| = 2P_1 \cos \alpha$. Бунга импульснинг ифодаси $P_1 = mv$ ни қўйиб қуйидагини оламиз.

$$P = 2mv \cos \alpha.$$

Ҳисоблаш ўтказамиз:

$$P = 2 \cdot 0,3 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ кг} \cdot \text{м/с} = 5,20 \text{ кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

5- мисол. Узунлиги α ва массаси m бўлган қайиқ сокин ҳовуз сувида қирғоққа тик, тумшуғи билан ўгирилиб турибди. Унинг қуйруқ қисмида m массали одам бор. Агар одам қайиқнинг қуйруғидан тумшуғига ўтса, қайиқ қирғоққа қанча s масофага яқинлашади? Сув ва ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Ечиш. *1- усул.* Ечишни соддалаштириш учун одам қайиқда ўзгармас тезлик билан юрмоқда деб ҳисоблаймиз. Бу ҳолда қайиқ ҳам текис ҳаракатланади. Шунинг учун қайиқнинг қирғоққа нисбатан силжишини қуйидаги формула ёрдамида аниқлаймиз.

$$S = vt, \quad (1)$$

бунда v — қайиқнинг қирғоққа нисбатан тезлиги; t — одамнинг ва қайиқнинг ҳаракатланиш вақти. Одамнинг кўчиш йўналишини мусбат деб қабул қиламиз.

Қайиқнинг тезлиги v ни импульснинг (ҳаракат микдорининг) сақланиш қонунидан фойдаланиб топамиз*. Масаланинг шартига кўра, одам — қайиқ тизими бошланғич моментда қирғоққа нисбатан тинч ҳолатда бўлганлиги учун, импульснинг сақланиш қонунидан $Mv - mu = 0$ формулани оламиз, бунда u — одамнинг қирғоққа нисбатан тезлиги; манфий ишора одам ва қайиқ тезликлари йўналишларининг қарама-қаршилигини кўрсатади. Бундан $v = \frac{mu}{M}$.

Қайиқнинг ҳаракатланиш вақти t одамнинг қайиқ бўйлаб кўчиш вақтига тенг, яъни $t = s_1/t = (\alpha - s)/u$, бунда s_1 — одамнинг қирғоққа нисбатан кўчиши.

v ва t учун ҳосил қилинган ифодаларни (1) га қўйиб қуйидагини топамиз

$$s = \frac{mu}{M} \cdot \frac{\alpha - s}{u} = \frac{m}{M}(\alpha - s),$$

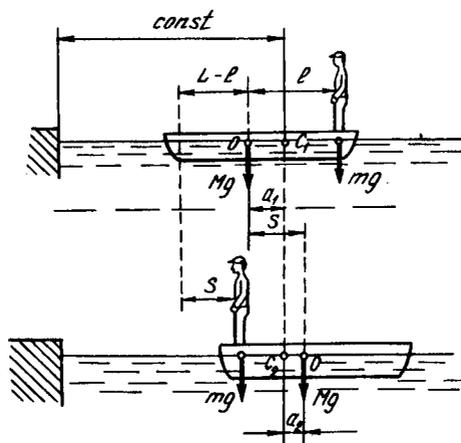
бундан

$$s = m\alpha / (m + M).$$

* Мазкур ҳолда одам — қайиқ тизимини аниқ деб ҳисоблаш мумкин, чунки тизимнинг алоҳида олинган жисмларга таъсир этувчи ташқи кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг.

Шуни таъкидлаймизки, одамнинг ҳаракатини бир текис деб қабул қилиш шарт эмас. Қуйида келтириладиган масалани ечишнинг умумийроқ усулида бундай фараздан фойдаланилмайди.

2- усул. Импульснинг сақланиш қонунининг натижасига кўра, жисмлар тизимининг ички кучлари тизим оғирлик марказининг* ўрнини ўзгартирмайди. Бу натижани одам — қайиқ тизимига кўллаб, одам қайиқ бўйлаб кўчганда тизимнинг оғирлик маркази ўз ўрнини ўзгартирмайди, яъни қирғоққа нисбатан дастлабки масофада қолади, деб ҳисоблаш мумкин.



2.6- расм

Айталик, бошланғич пайтда одам — қайиқ тизимининг оғирлик маркази қайиқнинг C_1 нуктасидан ўтувчи тикликда (2.6- расм), қайиқ кўзгалгандан кейин эса, унинг бошқа C_2 нуктасидан ўтувчи тикликда ётсин. Бу тиклик қирғоққа нисбатан кўзгалмас бўлганлигидан, қайиқнинг қирғоққа нисбатан қидириладиган кўчиши s қайиқнинг тикликка нисбатан кўчишига тенг. Кейингисини эса қайиқнинг оғирлик маркази O нинг кўчишидан осонгина аниқлаш мумкин. 2.6- расмдан кўриниб турибдики, бошланғич пайтда O нукта тикликдан чап томонда a_1 масофада, одам ўтгандан кейин эса — ўнг томонда a_2 масофада турибди. Демак, қайиқнинг изланаётган кўчиши

$$s = a_1 + a_2. \quad (2)$$

* Аниқроғи масса маркази (tizimning inertsia markazi) ҳақида гапириш керак эди. Лекин, қаттиқ жисмлар тизими оғирлик кучининг б-р жиғисы майдонда бўлгани ҳолида массалар маркази ва оғирлик кучи маркази мос келади.

a_1 ва a_2 ни аниқлаш учун эса тизимнинг оғирлик кучи марказига нисбатан қайик ва одамнинг оғирлик кучлари моментларининг тенглигидан фойдаланамиз. C_1 нукта учун $Mga_1 = mg(l - a_1)$ ўринли, бунда l — одамдан қайикнинг оғирлик марказигача бўлган дастлабки масофа. Бундан $a_1 = ml / (M + m)$ натижани оламиз. C_2 нукта учун эса $Mga_2 = mg(\alpha - a_2 - l)$, бундан $a_2 = m(\alpha - l) / (M + m)$.

a_1 ва a_2 ларнинг ифодаларини (2) формулага қўйиб, биринчи усул билан олинган натижага мос келувчи

$$S = m\alpha / (M + m)$$

ифодани ҳосил қиламиз.

6- мисол. Иккита $m_1 = 2,5$ кг ва $m_2 = 1,5$ кг массали шар бири-бирига томон $v_1 = 6$ м/с ва $v_2 = 2$ м/с тезликлар билан ҳаракатланмоқда. 1) Шарларнинг урилишдан кейинги тезлиги u ; 2) шарларнинг урилишдан олдинги T_1 ва урилишдан кейинги T_2 кинетик энергиялари; 3) Шарлар кинетик энергиясининг ички энергияга айланган қисми w аниқлансин. Урилиш тўғри, ноқайишқоқ деб ҳисоблансин.

Ечиш: 1. Ноқайишқоқ шарлар тўқнашишидан сўнг ўзининг дастлабки шаклини тикламайдилар. Демак, шарларни бири-биридан итарувчи кучлар вужудга келмайди ва улар урилишдан сўнг биргаликда, бир хил u тезлик билан ҳаракат қиладилар. Бу тезликни ҳаракат микдорининг сакланиш қонунидан аниқлаймиз. Шарлар бир тўғри чизик бўйлаб ҳаракатланганлиги учун ҳам бу қонунни скаляр шаклда ёзиш мумкин:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)u,$$

бундан

$$u = (m_1v_1 + m_2v_2) / (m_1 + m_2).$$

Биринчи шар тезлигининг йўналишини мусбат деб қабул қиламиз. Унда, биринчи шарга қарама-қарши ҳаракатланаётган иккинчи шарнинг тезлигини манфий ишора билан олмоқ керак:

$$u = (2,56 - 1,52) / (2,5 + 1,5) \text{ м/с} = 3 \text{ м/с}.$$

2. Шарларнинг урилишдан олдинги ва урилишдан кейинги кинетик энергияларини қуйидаги формулалардан аниқлаймиз:

$$T_1 = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}, \quad T_2 = \frac{(m_1 + m_2)}{2}u^2.$$

Шу формулалар бўйича ҳисоблашларни ўтказиб қуйидагиларни оламиз

$$T_1 = \left(\frac{2,56^2}{2} + \frac{1,52^2}{2} \right) \text{ Ж} = 48 \text{ Ж}.$$

$$T_2 = \frac{(2,5 + 1,5) \cdot 3^2}{2} \text{ Ж} = 18 \text{ Ж}.$$

3. Шарларнинг урилишдан олдинги ва урилишдан кейинги кинетик энергияларини солиштириш ноқайишқок урилиш натижа-сида шарларнинг кинетик энергияларининг камайганлигини ва бунинг ҳисобига уларнинг ички энергияларининг ортганлигини кўрсатади. Шарлар кинетик энергиясининг уларнинг ички энергия-сини орттиришга сарфланган қисмини қуйидаги муносабатдан аниқлаймиз:

$$\omega = \frac{T_1 - T_2}{T_1}; \quad \omega = 0,62.$$

7- мисол. Массаси m_1 бўлган, муайян v_1 тезлик билан уфқ йўналишида ҳаракатланаётган шар m_2 массали ҳаракатсиз шар билан тўқнашди. Урилиш тўғри, шарлар эса абсолют қайишқок. Биринчи шар ўз кинетик энергиясининг қанча қисми ω ни иккинчи шарга берди?

Ечиш. Биринчи шар энергиясининг қанча қисми иккинчи шарга берилганлиги ушбу муносабат оркали ифодаланади:

$$\omega = \frac{T_2'}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 v_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{u_2}{v_1} \right)^2 \quad (1)$$

бу ерда T_1 — биринчи шарнинг урилишгача бўлган кинетик энергияси; u_2 ва T_2' — иккинчи шарнинг урилишдан кейинги тезлиги ва кинетик энергияси

(1) ифодадан кўриниб турибдики, ω ни аниқлаш учун u_2 ни топиш керак. Абсолют қайишқок қисмлар тўқнашганда бир пайтнинг ўзида иккита — ҳаракат микдорининг ва механик энергиянинг сақланиш қонуни бажарилишидан фойдаланамиз.

Урилишгача иккинчи шар ҳаракатсиз бўлганлигини ҳисобга олиб, ҳаракат микдорининг сақланиш қонунидан $m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2$ ифодани оламиз. Механикада энергиянинг сақланиш қонунидан

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}.$$

Бу сўнги икки тенгламани бирга-ликда ечиб, қуйидагини топамиз

$$u_2 = 2m_1 v_1 / (m_2 + m_1).$$

U_2 нинг бу ифодасини (1) тенгликка қўйиб ω ни топамиз

$$\omega = \frac{m_2}{m_1} \left[\frac{2m_1 v_1}{v_1 (m_1 + m_2)} \right]^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Бу муносабатдан кўриниб турибдики, энергиянинг узатиладиган қисмининг катталиги тўқнашувчи шарларнинг массаларигаги-на боғлиқ. Агар шарларнинг ўринлари алмашса ҳам энергиянинг узатиладиган қисми катталиги ўзгармайди.

8- мисол. $m_1 = 200$ кг массали боскон сандон билан биргаликдаги массаси 2500 кг бўлган m_2 массали болғаланувчига тушмоқда. Босконнинг зарба пайтидаги кинетик энергияси T_1 ; 2) асосга берилган энергия T_2 ; 3) болғаланувчининг шаклини ўзгартиришга сарфланган энергия T ; 4) босконнинг болғаланувчига зарбасининг фойдали иш коэффициенти (ФИК) η аниқлансин. Босконнинг болғаланувчига зарбаси ноқайишқок деб қаралсин.

Ечиш: 1. Босконнинг зарба пайтидаги кинетик энергиясини $T_2 = \frac{m_1 v_1^2}{2}$ формулага асосан топамиз. m_1 ва v_1 ларнинг қийматларини қўйиб ва ҳисоблаш ўтказиб T_1 ни топамиз

$$T_1 = 400 \text{ Ж.}$$

2. Асосга берилган энергияни аниқлаш учун бевосита зарбадан сўнгги ондаги боскон — болғаланувчи (сандон билан биргаликда) тизимининг тезлигини топамиз. Бунинг учун, икки жисмнинг ноқайишқок урилиши ҳолида қуйидаги кўринишга эга бўладиган импульснинг сақланиш қонунини қўллаймиз

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u, \quad (1)$$

бу ерда v_2 — болғаланувчининг (сандон билан биргаликдаги) зарбадан олдинги тезлиги; u — боскон ва болғаланувчининг (сандон билан биргаликда) бевосита зарбадан кейинги тезлиги. Зарбагача болғаланувчи ва сандон ҳаракатсиз турганликлари учун $v_2 = 0$. Ноқайишқок урилишда деформация (шаклнинг ўзгариши) тикланмайди, натижада боскон ва болғаланувчи (сандон билан биргаликда) бир бутун тизим сифатида, яъни бир хил u тезлик билан ҳаракатланади. (1) формуладан бу тезликни топамиз:

$$u = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1. \quad (2)$$

Асоснинг қаршилиги натижасида тезлик u тез сўнади, боскон — болғаланувчи (сандон билан биргаликда) тизимининг кинетик энергияси эса асосга узатилади. Бу энергияни қуйидаги формула бўйича топамиз

$$T_2 = \frac{m_1 + m_2}{2} u^2.$$

Тезлик u ни (2) ифодаси билан алмаштирамиз:

$T_2 = \frac{m_1^2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)}$ ёки $T_1 = m_1 v_1^2 / 2$ эканлигини ҳисобга олиб, ёзамиз:

$$T_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} T_1.$$

1458052

m_1, m_2 ва T_1 ларнинг қийматларини (3) тенгламага қўйиб ва ҳисоблаш ўтказиб, T_2 ни топамиз:

$$T_2 = 29,6 \text{ Ж.}$$

3. Босқоннинг зарбагача бўлган энергияси T_1, T_2 — асосга берилган энергия. Бинобарин болғаланувчининг шаклини ўзгартириш учун фойдаланилган энергия

$$T = T_1 - T_2.$$

Бу ифодага T_1 ва T_2 ларнинг қийматларини қўйиб, T ни топамиз:

$$T = 370 \text{ Ж.}$$

4. Босқоннинг вазифаси — сандон устида турган болғаланувчига зарба бериш йўли билан унинг шаклини ўзгартиришдир. Демак, T энергияни фойдали энергия деб ҳисоблаш керак. Босқоннинг болғаланувчига зарбасининг ФИК болғаланувчининг шаклини ўзгартиришга сарфланадиган T энергиянинг сарфланган тўла энергия T_1 га нисбатига тенг:

$$\eta = \frac{T}{T_1} \text{ ёки } \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

(3) дан T_2 ни охириги ифодага қўйсақ,

$$\eta = m_2 / (m_1 + m_2).$$

m_1 ва m_2 ларнинг қийматларини қўйиб, η ни топамиз

$$\eta = 92,6\%$$

(9- мисолнинг охиридаги эслатмага қаранг).

9- мисол. $m_1 = 500$ кг массали қозикоёк кокувчи болғанинг ургичи $m_2 = 100$ кг массали қозикоёкка $v_1 = 4$ м/с тезлик билан тушади. 1) Ургичнинг урилиш пайтидаги кинетик энергияси T_1 ; 2) қозикоёкни тупрокка киритиш учун сарфланган энергия T_2 ; 3) Кинетик энергиянинг тизимнинг ички энергиясига ўтган қисми T ; 4) ургичнинг қозик оёкка урилишининг ФИК η аниқлансин. Ургичнинг қозикоёкка урилишини ноқайишқок деб қаралсин.

Ечиш: 1. Ургичнинг қозикоёкка урилиш пайтидаги кинетик энергиясини $T_1 = m_1 v_1^2 / 2$ формулага биноан топамиз. m_1 ва v_1 ларнинг қийматларини қўйиб ҳисобласак,

$$T_1 = (500 \cdot 4^2) / 2 \text{ Ж} = 4000 \text{ Ж} = 4 \text{ кЖ.}$$

2. Қозикни тупрокка киритишга сарфланган энергияни топиш учун ургич — қозикоёк тизимининг бевосита зарбадан кейинги тезлигини топамиз. Бунинг учун ноқайишқок урилиш ҳолида қуйидаги кўринишга эга бўладиган импульснинг сақланиш қонунидан фойдаланамиз:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u, \quad (1)$$

бу ерда v_2 — ургичнинг зарбадан олдинги тезлиги; u — ургич ва қозикоёкнинг бевосита зарбадан кейинги тезлиги. Қозикоёк зарбагача ҳаракатсиз турганлиги учун $v_2=0$. Урилиш ноқайишқоқ бўлганлиги туфайли ургич ва қозикоёк урилишдан кейин бир бутун тизим сифатида, яъни бир хил u тезлик билан ҳаракатланади. (1) формуладан бу тезликни топамиз:

$$U = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1.$$

Тупрокнинг қаршилиги натижасида ургич ва қозикоёкнинг урилишдан кейинги тезлиги тезда сўнади. Ургич — қозикоёк тизимининг кинетик энергияси эса қозикоёкни тупроққа киритишга сарфланади. Бу энергияни $T_2 = \frac{(m_1 + m_2)}{2} u^2$ формулага асосан топамиз. Тезлик u ни (2) ифода билан алмаштираемиз:

$$T_2 = \frac{m_1^2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)}$$

ёки $T_1 = m_1 v_1^2 / 2$ эканлигини ҳисобга олсак,

$$T_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} T_1. \quad (3)$$

m_1 , m_2 ва T_1 ларнинг қийматларини (3) тенгламага қўйиб, ҳисоблашларни ўтказсак,

$$T_2 = [500 / (500 + 100)] \cdot 4 \cdot 10^3 \text{ Ж} = 3,33 \cdot 10^3 \text{ Ж} = 3,33 \text{ кЖ}$$

3. Ургичнинг зарбагача бўлган энергияси T_1 ; T_2 — қозикоёкни тупроққа киритиш учун сарфланган энергия. Демак, энергиянинг қозикоёкнинг ноқайишқоқ деформацияланиши натижасида ички энергияга айланган қисми

$$T = T_1 - T_2.$$

Бу ифодага T_1 ва T_2 ларнинг қийматларини қўйсак,

$$T = 0,67 \text{ кЖ}.$$

4. Қозикоёк қоқадиган болға қозикоёкни тупроққа киритишга хизмат қилади; демак T_2 энергияни фойдали энергия деб ҳисоблаш мумкин. Ургичнинг қозикоёкка урилишининг ФИК қозикоёкни тупроққа киритиш учун сарфланган T_2 энергиянинг сарфланган тўла энергия T_2 га нисбати каби ифодаланеди:

$$\eta = \frac{T_2}{T_1}.$$

(3) формуладаги T_2 ни охирги ифодага қўйиб, қуйидагини оламиз

$$\eta = m_1 / (m_1 + m_2).$$

m_1 ва m_2 ларнинг қийматларини қўйиб ҳисобласак,

$$\eta = 83,3\%.$$

8- ва 9- мисолларга эслатма. Иккала мисол ҳам ягона фарқини ҳисоб га олмаганда, бир хилда ечилди. Фарқ фақат шундаки, фойдали энергия сифатида сандон ургичи болғаланувчига урилганда болғаланувчи шаклини ўзгартиришга сарфланган T энергия, болғанинг ургичи козикоёкка урилганда эса — козикоёкни тупроқка киритиш учун сарфланган T_2 энергия олинди.

Масалалар

Ньютоннинг иккинчи қонуни

2.1. Силлик стол устида массаси $m=4$ кг бўлган тахтача (брусок) турибди. Тахтачага чилвир боғланган бўлиб, чилвирнинг иккинчи учида стол сиртига параллел йўналган $F=10$ Н куч қўйилган. Тахтачанинг тезланиши a топилсин.

2.2. Столда $m_1=4$ кг массали аравача турибди. Аравачага иккинчи учи чигир орқали ташланган чилвир боғлаб қўйилган. Агар чилвирнинг иккинчи учига $m_2=1$ кг массали тош осилса, аравача қандай a тезланиш билан ҳаракат қилади?

2.3. Пружинали тарозига чигир осилган. Чигир орқали ташланган чилвирнинг учларига массалари $m_1=1,5$ кг ва $m_2=3$ кг бўлган юкларни боғладилар. Юклар ҳаракатланган пайтда тарозининг кўрсатиши қандай бўлади? Чигирнинг ва чилвирнинг массалари ҳисобга олинмасин.

2.4. Массалари $m_1=1$ кг ва $m_2=4$ кг бўлган, чилвир билан бирлаштирилган иккита тахтача стол устида ётибди. Агар улардан бирига горизонталь йўналган $F=10$ Н куч қўйилса, таёкчалар қандай a тезланиш билан ҳаракатланадилар? Агар 10 Н куч биринчи таёкчага қўйилган бўлса, чилвирнинг таранглик кучи T нимага тенг бўлади? Иккинчи таёкчага қўйилган бўлса-чи? Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

2.5. Массаси $m=4$ кг бўлган таёкча силлик стол устида ётибди. Таёкчага столнинг карама-қарши қирраларида ҳаракатсиз қилиб маҳкамланган чигирлар орқали ошириб ташланган иккита чилвир боғланган. Чилвирларнинг учларига массалари $m_1=1$ кг ва $m_2=2$ кг бўлган тошлар осилган. Таёкчанинг ҳаракатланиш тезланиши a ва ҳар бир чилвирнинг таранглик кучи T топилсин. Чигирларнинг массалари ва ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

2.6. Уфқ текислиги билан $\alpha=25^\circ$ бурчак ташкил қилувчи қия текисликнинг узунлиги $l=2$ м. Текис тезланувчан ҳаракат қилувчи жисм бу текисликдан $t=2$ с вақтда сирпаниб тушди. Жисмнинг текисликка ишқаланиш коэффиценти f аниқлансин.

2.7. Массаси $m=2$ кг бўлган моддий нукта F куч таъсирида $x=A+Bt+Ct^2+Dt^3$ тенглама бўйича ҳаракат қилади (бу ерда $C=1$ м/с², $D=0,2$ м/с³). Вақтнинг $t_1=2$ с ва $t_2=5$ с моментлари учун бу кучнинг қиймати топилсин. Вақтнинг қайси momentiда куч нолга тенг бўлади?

2.8. $m=1$ т массали боскон $h=2$ м баландликдан сандонга тушади. Зарбанинг таъсир этиш вақти $t=0,01$ с. Зарба кучининг ўртача қиймати $\langle F \rangle$ аниқлансин.

2.9. Муз сирти бўйлаб $v_0=20$ м/с бошланғич тезлик билан ҳаракатлантирилган шайба $t=40$ с дан кейин тўхтади. Шайбанинг музга ишқаланиш коэффициентини f топилсин.

2.10. $m=1$ кг массали моддий нукта текис ҳаракатланиб, $t=2$ с вақт давомида радиуси $r=1,2$ м бўлган чорак айлана чизади. Нукта импульсининг ўзгариши Δp топилсин.

2.11. $m=5$ кг массали жисм уфқ текислигига нисбатан $\alpha=30^\circ$ бурчак остида $v_0=20$ м/с бошланғич тезлик билан отилган. Ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олмай: 1) учиш вақтида жисмга таъсир этувчи куч импульси F ; 2) учиш вақтида жисм импульсининг ўзгариши Δp топилсин.

2.12. Массаси $m=100$ г бўлган шарча $h=2,5$ баландликдан массаси шарчанинг массасидан кўп марта катта бўлган горизонталь тоштахтага тушди ва урилиб ундан юқорига сакради. Урилишни абсолют қайишқоқ деб ҳисоблаб, тоштахта олган импульс p аниқлансин.

2.13. Массаси $m=300$ г бўлган шарча деворга урилди ва сакраб орқага қайтди. Агар урилишдан олдинги онда шарча девор сиртига $\alpha=30^\circ$ бурчак остида йўналган ва $v_0=10$ м/с тезликка эга бўлган бўлса, девор олган импульс P_1 аниқлансин. Урилиш абсолют қайишқоқ деб ҳисоблансин.

2.14. Массаси $m=0,2$ кг бўлган жисм баландлиги $h=2$ м бўлган новдан ишқаланишсиз сирпаниб тушмоқда. Жисмнинг бошланғич тезлиги v_0 нолга тенг. Жисм импульсининг ўзгариши ва жисм ҳаракатланганда нов оладиган импульс P топилсин.

2.15. Ер сиртидан тик юқорига қараб учирилган $m=1$ т массали фазовий кема $a=2g$ тезланиш билан кўтарилмоқда. Соплодан отилиб чиқаётган газ оқимининг тезлиги $v=1200$ м/с. Сарфланаётган ёқилғи миқдори Q_m топилсин.

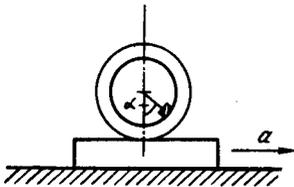
2.16. Фазо кемасининг массаси $m=3,5$ т. Маневр пайтида унинг двигателидан $v=800$ м/с тезликда газ оқими отилиб чиқади; ёқилғи сарфи $Q_m=0,2$ кг/с. Двигателларнинг реактив кучи R ва унинг кемага берадиган тезланиши a топилсин.

2.17. Паррагининг d диаметри 18 м, массаси $m=3,5$ т бўлган вертолет ҳавода муаллақ турибди. Паррак ҳаво оқимини қандай тезлик билан тик пастга ҳайдайди? Оқим диаметри паррак диаметрига тенг, деб ҳисоблансин.

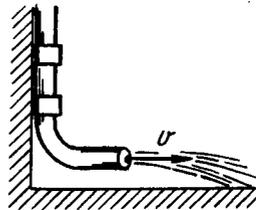
2.18. $m_2=5$ кг массали тахтача уфқ текислигида ишқаланишсиз эркин сирпанади. Унинг устида $m_1=1$ кг массали бошқа тахтача бор. Тахтачаларнинг ўзаро тегиб турган сиртлари орасидаги ишқаланиш коэффициенти $f=0,3$. Юқоридаги тахтача сирпана бошлаши учун пастдаги тахтача қуйилиши керак бўлган кучнинг максимал қиймати F_{max} аниқлансин.

2.19. Уфқ текислигида $m_1=2$ кг массали таёкча (брусок) турибди. Таёкчанинг сирт билан ишқаланиш коэффициенти $f_1=0,2$. Таёкча устида массаси $m_2=8$ кг бўлган бошқа таёқ турибди. Юқоридаги таёқнинг пастдагиси билан ишқаланиш коэффициенти $f_2=0,3$. Юқоридаги таёққа F куч қўйилган. 1) таёқлар биргаликда сирпана бошлаши учун зарур бўлган F_1 кучнинг қиймати; 2) юқоридаги жисм пастдагисига нисбатан сирпана бошлаши учун зарур бўлган F_2 кучнинг қиймати аниқлансин.

2.20. Массаси $M=6$ т бўлган фазо кемаси тик юқорига кўтарилмокда. Кема двигатели тортиш кучини $F=500$ кН гача ошира олади. Кеманинг тезланиши a ва кемага эркин осилиб турган темир арконнинг маҳкамланган жойдан узунлигининг $1/4$ қисмига тенг узокликда жойлашган нуктадаги таранглик кучи T аниқлансин. Темир арконнинг массаси 10 кг. Ҳавонинг қаршилиқ кучи ҳисобга олинмасин.



2.7- расм



2.8- расм

2.21. Ясси уфқ текислигида массаси жуда кичик бўлган чамбарак турибди. Чамбаракнинг ички қисмига 2.7- расмда кўрсатилгандек қилиб кичкина юкча маҳкамланган. Бурчак $\alpha=30^\circ$. Юкчали чамбарак текисликка нисбатан ўз ҳолатини ўзгартирмаслиги учун текисликни суратда кўрсатилган йўналишда қандай тезланиш a билан ҳаракатлантириш керак? Чамбарак текисликда сирпанмйди.

2.22. Тайёра уфқ текислиги йўналишида $a=20$ м/с² тезланиш билан учмокда. Тайёрадаги йўловчининг ортикча юкланиши қанча? (Ортиқча юкланиш деб йўловчига таъсир этувчи F кучнинг оғирлик кучи P га нисбатига айтилади).

2.23. Керосин солинган автоцистерна $a=0,7$ м/с² тезланиш билан ҳаракатланмоқда. Цистернадаги керосин сатҳи уфқ текислигига нисбатан қандай φ бурчак остида жойлашган?

2.24. Бевосита паровозга тиркалган сув сақланадиган вагон (тендер) даги идишнинг узунлиги $l=4$ м. Поезд $a=0,5$ м/с² тезланиш билан ҳаракатланганда идишнинг олд ва орқа қисмларидаги сув сатҳларининг фарқи Δl қандай бўлади?

2.25. Кўндаланг кесимининг юзаси $S=10$ см² бўлган ҳаракатсиз қувур $\varphi=90^\circ$ бурчак остида букилган ва деворга маҳкамланган (2.8-расм). Қувурдан ҳажмий сарфи $Q_v=50$ л/с бўлган сув окмоқда. Сув оқимининг қувур букилиши натижасида ҳосил бўлган босими P топилсин.

2.26. Сув оқими оқим йўналишига $\varphi=60^\circ$ бурчак остида кўйилган ҳаракатсиз текисликка урилади. Оқимнинг тезлиги $v_1=20$ м/с. Кўндаланг кесимининг юзаси $S=5$ см². Оқимнинг текисликка босим кучи F аниқлансин.

2.27.* Двигателининг қуввати $N=50$ кВт, массаси $m=2$ т бўлган катер $v_{max}=25$ м/с максимал тезликка эришади. Мотор ўчирилгач, қанча вақт t ўтгандан кейин катер ўз тезлигининг ярмини йўқотади? Катер ҳаракатига қаршилик кучи тезликнинг квадратига мутаносиб равишда ўзгаради, деб қабул қилинсин.

2.28.* $m=10$ кг массали снаряд зенит тўпидан тик юқорига қараб $v_0=800$ м/с тезлик билан отилди. Ҳавонинг қаршилик кучини тезликка мутаносиб деб ҳисоблаб, снаряднинг энг юқори нуқтага кўтарилиши учун кетган вақт t аниқлансин. Қаршилик коэффициенти $k=0,25$ кг/с.

2.29.* Ер сиртидан муайян баландликда муаллақ турган вертолетдан массаси $m=100$ кг бўлган юк ташланди. Ҳавонинг қаршилик кучи тезликка мутаносиб равишда ўзгаради деб ҳисоблаб, қанча Δt вақт оралиғидан кейин юкнинг тезланиши a эркин тушиш тезланишининг ярмига тенг бўлиши аниқлансин. Қаршилик коэффициенти $k=10$ кг/с.

2.30.* $m=400$ кг массали моторли қайик қўлда ҳаракатлана бошлади. Моторнинг тортиш кучи $F=0,2$ кН. Қаршилик кучи F_k тезликка мутаносиб деб ҳисоблаб, ҳаракат бошланганидан $\Delta t=20$ с кейин қайикнинг тезлиги v қандай бўлиши аниқлансин. Қаршилик коэффициенти $k=20$ кг/с.

2.31. Массаси $m=2$ т бўлган катер сокин сувда ҳаракатлана бошлаб $t=10$ с давомида $v=4$ м/с тезликка эришди. Моторнинг тортиш кучи аниқлансин. У ўзгармас деб ҳисоблансин. Ҳаракатга қаршилик кучи F_k тезликка мутаносиб деб олинсин; қаршилик коэффициенти $k=100$ кг/с.

* 2.27—2.30 масалаларни ечишдан олдин 2-§-даги 3- мисолни таҳлил қилиш керак.

2.32. Ўқнинг бошланғич тезлиги $v_0 = 800$ м/с. Ҳавода ҳаракатланишда $t = 0,8$ с вақт давомида унинг тезлиги $v = 200$ м/с гача камайди. Ўқнинг массаси $m = 10$ г. Ҳавонинг қаршилиқ кучи тезликнинг квадратига мутаносиб деб ҳисоблаб, қаршилиқ коэффициентини k аниқлансин. Оғирлик кучининг таъсири ҳисобга олинмасин.

2.33. Массаси $m = 80$ кг бўлган парашютчи узок чўзиладиган сакрашни амалга оширди. Ҳавонинг қаршилиқ кучини тезликка мутаносиб деб ҳисоблаб, қанча Δt вақт оралиғидан сўнг парашютчининг тезлиги ҳаракатнинг қарор топган тезлигининг $0,9$ қисмига тенг бўлиши аниқлансин. Қаршилиқ коэффициентини $k = 10$ кг/с. Парашютчининг бошланғич тезлиги қолга тенг.

Импульснинг сақланиш қонуни

2.34. Массаси $m_1 = 10$ кг бўлган, $v_1 = 4$ м/с тезлик билан ҳаракатланаётган шар массаси $m_2 = 4$ кг, тезлиги $v_2 = 12$ м/с бўлган бошқа бир шар билан тўқнашади. Урилишни тўғри ноқайишқок деб ҳисоблаб, қуйидаги икки ҳол учун шарларнинг урилишдан кейинги тезлиги u топилсин: 1) кичик шар шу йўналишда ҳаракатланаётган катта шарни қувиб етади; 2) шарлар бир-бирига томон ҳаракатланади.

2.35. $m_1 = 240$ кг массали қайикда $m_2 = 60$ кг массали одам турибди. Қайик $v_1 = 2$ м/с тезлик билан сузмақда. Одам қайикдан горизонтал йўналишда $v = 4$ м/с тезлик билан сакрайди (қайикқа нисбатан). Қайикнинг одам сакрагандан кейинги ҳаракат тезлиги u қуйидаги икки ҳол учун топилсин: 1) Одам қайик ҳаракати йўналиши томонга сакрайди; 2) қайик ҳаракати йўналишига қарама-қарши томонга сакрайди.

2.36. Енгилгина филдираклар билан таъминланган узун тахта кўринишидаги аравача полда турибди. Тахтанинг бир учида одам турибди. Одамнинг массаси $M = 60$ кг, тахтанинг массаси $m = 20$ кг. Агар одам тахта бўйлаб $v = 1$ м/с тезлик билан (тахтага нисбатан) ҳаракатлана бошласа, аравача қандай u тезлик билан (полга нисбатан) ҳаракатлана бошлайди? Филдиракларнинг массаси ва втулкаларнинг ишқаланиши ҳисобга олинмасин.

2.37. Олдинги масалада: 1) агар одам тахтанинг иккинчи учига ўтса, тахтанинг силжиши; 2) одамнинг полга нисбатан кўчиши; 3) аравача — одам тизими массалар марказининг тахтага ва полга нисбатан кўчиш масофалари d қандайлиги топилсин. Тахтанинг узунлиги $l = 2$ м.

2.38. Темирйўл платформасига қурол ўрнатилган. Платформанинг қурол билан биргаликдаги массаси $M = 15$ т. Қурол уфқка нисбатан $\varphi = 60^\circ$ бурчак остида юқорига, йўл йўналишида ўк отади. Агар ўқнинг массаси $m = 20$ кг ва у $v_2 = 600$ м/с тезлик билан учса, тепки натижасида платформа қандай v_1 тезлик билан орқага юради?

2.39. $m = 10$ кг массали тўп ўки траекториясининг энг юкори нуктасида $v = 200$ м/с тезликка эга бўлган. Шу нуктада у икки бўлакка бўлиниб кетди. $m_1 = 3$ кг массали кичик бўлак дастлабки йўналишда $u_1 = 400$ м/с тезлик олди. Катта иккинчи бўлакнинг бўлинишдан кейинги тезлиги u_2 топилсин.

2.40. Олдинги масалада, агар ўкнинг кичик бўлаги олдинга қараб уфкка нисбатан $\varphi_1 = 60^\circ$ бурчак остида учса, ўкнинг катта бўлаги қандай тезлик u_2 ва уфкка нисбатан қандай φ_2 бурчак остида учад?

2.41. Массалари $m_1 = 80$ кг ва $m_2 = 50$ кг бўлган иккита конькида югурувчи узун, таранг тортилган чилвирнинг учларидан тутганча муз остида ҳаракатсиз туришибди. Улардан бири чилвирни $v_1 = 1$ м/с тезлик билан йиғиштириб қискартира бошлайди. Конькида югурувчилар муз бўйлаб бир-бирига томон қандай u_1 ва u_2 тезликлар билан ҳаракатланишади? Ишқаланиш эътиборга олинмасин.

Айлана бўйлаб ҳаракатланувчи моддий нукта динамикаси

2.42. $R = 40$ см радиусли диск тик ўк атрофида айланмоқда. Дискнинг чеккасида кубча турибди. Ишқаланиш коэффициентини $f = 0,4$ деб олиб, кубча дискдан сирпаниб кетиши учун зарур бўлган айланиш частотаси n ни топинг.

2.43. Акробат мотоциклда радиуси $r = 4$ м бўлган «ўлим ҳалқа си»ни ясамоқда. Йиқилиб кетмаслик учун акробат ҳалқанинг энг юкори нуктасидан қандай энг кичик v_{min} тезлик билан ўтмоғи керак?

2.44. Чилвирга қадоктош осилган. Тошни чилвир горизонтал кўринишни оладиган қилиб четлатдилар ва қўйиб юбордилар. Қадоктош мувозанат ҳолатидан ўтадиган пайтда чилвирнинг T таранглик кучининг қатталиги қанча? Чилвирнинг таранглик кучи қадоктошнинг оғирлик кучига тенг бўлган пайтда чилвир тиклик билан қандай бурчак ташкил қилади?

2.45. Тайёра $R = 200$ м радиусли Нестеров ҳалқасини ясамоқда. Агар тайёранинг тезлиги $v = 200$ м/с бўлса, учувчининг энг пастки нуктадаги ўриндиққа босим кучи F учувчининг оғирлик кучи P дан неча марта катта бўлади?

2.46. Узунлиги $l = 50$ см бўлган чилвирга боғланган юкча уфк текислигида айланмоқда. Агар айланиш частотаси $n = 1\text{с}^{-1}$ бўлса, чилвир тиклик билан қандай φ бурчак ҳосил қилади?

2.47. Узунлиги $l = 1$ м бўлган ипга боғланган юкча уфк текислигида айланмоқда. Агар ип тикликдан $\varphi = 60^\circ$ бурчакка оingan бўлса, айланиш даври T аниқлансин.

2.48. Филдирак ўкка ўрнатилганда оғирлик маркази айланиш ўқидан $r = 0,1$ мм масофага силжиб қолди. Агар филдиракнинг айланиш частотаси $n = 10\text{с}^{-1}$ бўлса, ўкнинг подшипникларга босим кучи F қандай ораликда ўзгаради? Филдиракнинг массаси $m = 100$ кг.

2.49. Мотоцикл $R=11,2$ м радиусли тик цилиндрнинг ички сирти бўйлаб юрмоқда. Одам ва мотоциклнинг оғирлик маркази цилиндрнинг сиртидан $l=0,8$ м масофада жойлашган. Покришканинг цилиндр сиртига ишқаланиш коэффициентини $f=0,6$. Мотоциклчи қандай энг кичик v_{min} тезлик билан юриши керак? Шунда унинг уфқ текислигига эгилиш бурчаги φ қандай бўлади?

2.50. Массаси $m=5$ т бўлган автомобиль $v=10$ м/с тезлик билан қаварик кўприкда ҳаракатланмоқда. Агар кўприкнинг эгрилик радиуси $R=50$ м бўлса, энг юқори қисмда автомобилнинг кўприкка босим кучи F аниқлансин.

2.51. Ичига суюклик солинган идиш тик ўқ атрофида $n=2c^{-1}$ частота билан айланмоқда. Суюкликнинг сирти воронка кўринишига эга. Ўқдан $r=5$ см масофада жойлашган нукталарда суюклик сиртининг қиялик бурчаги φ нимага тенг?

2.52. Автомобиль йўлнинг эгрилик радиуси $R=200$ м бўлган айлана қисмида бормоқда. Ғилдиракнинг йўл копламаси билан ишқаланиш коэффициентини $f=0,1$ (йўл музлаган, яхвонлик). Автомобилнинг тезлиги қандай қийматга етганда сурилиб кетиш бошланади?

2.53. Агар велосипед ғилдираги копламаси ва асфальт орасидаги сирпаниш ишқаланиш коэффициентини $f=0,3$ бўлса, велосипедчи $R=50$ м радиусли айланишдан ўтишда қандай энг катта v_{max} тезликка эришиши мумкин? Айланиш бўйлаб ҳаракатланганда велосипеднинг тикликдан оғиш бурчаги φ қандай бўлади?

2.54. Массаси $m=2,5$ т бўлган тайёра $v=400$ км/с тезлик билан учмоқда. У горизонтал текисликда вираж ҳосил қилади (вираж — тайёранинг айлана ёйи бўйлаб бирор бурчакка оғиб учиши). Тайёра траекториясининг радиуси $R=500$ м. Тайёра оғишининг кўндаланг бурчаги φ ва учиш пайтида қанотларнинг кўтариш кучи F топилсин.

2.55. Вал $n=2400$ мин⁻¹ частота билан айланмоқда. Валга узунлигига кўндаланг қилиб, учларида ҳар бири вал ўқидан $r=0,2$ м масофада, массалари $m=1$ кг бўлган юкчалари бор, жуда кичик массали таёқча маҳкамланган. 1) Вал айланганда таёқчани чўзадиган F куч; 2) агар таёқча вал ўқиға $\varphi=89^\circ$ бурчак остида қия қилиб ўрнатилган бўлса, валга таъсир этувчи куч моменти M топилсин.

2.56. Радиуси $R=10$ см бўлган юпка, бир жинсли мис ҳалқа $\omega=10$ рад/с бурчак тезлик билан ҳалқа марказидан ўтувчи ўқ атрофида айланмоқда. Қуйидаги икки ҳол учун ҳалқада вужудга келадиган нормаль кучланиш аниқлансин: 1) айланиш ўқи ҳалқа текислигига тик бўлганда ва 2) ҳалқа текислигида ётганда. Айланишда ҳалқа шаклининг ўзгариши (деформация) ҳисобга олинмасин.

Иш ва энергия

2.57. Ўзгармас F куч таъсирида вагонча $s=5$ м йўлни ўтди ва $v=2$ м/с тезлик олди. Агар вагончанинг массаси $m=400$ кг ва ишқаланиш коэффициенти $f=0,01$ бўлса, кучнинг иши A аниқлансин.

2.58. $m=100$ кг массали юкни $t=2$ с вақт давомида $h=4$ м баландликка текис тезланувчан кўтариш учун бажариладиган A иш ҳисоблансин.

2.59. Юкни узунлиги $l=2$ м бўлган қия текисликдан кўтаришда бажариладиган иш A топилсин. Юкнинг массаси $m=100$ кг, қиялик бурчаги $\varphi=30^\circ$, ишқаланиш коэффициенти $f=0,1$ ва юк $a=1$ м/с² тезланиш билан ҳаракатланмоқда.

2.60. Текис ўсувчи кучнинг $s=12$ м йўлни ўтишда бажарган иши A ҳисоблансин. Йўлнинг бошида $F_1=10$ Н, йўлнинг охирида эса $F_2=46$ Н.

2.61. $m=20$ кг массали юк тик юкорига йўналган $F=400$ Н ўзгармас куч таъсирида $h=15$ м баландликка кўтарилган. Кўтарилган юк қандай P потенциал энергияга эга бўлади? F куч қандай A ишни бажаради?

2.62. Минорадан уфқ текислиги йўналишида $v=20$ м/с тезлик билан отилган $m=1$ кг массали жисм $t=3$ с дан кейин ерга тушди. Ерга тушиш пайтида жисм эга бўлган кинетик энергия T аниқлансин. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

2.63. Тош уфқ текислигига $\varphi=60^\circ$ бурчак остида юкорига отилган. Тошнинг бошланғич пайтдаги кинетик энергияси $T=20$ Ж. Ҳаракат траекториясининг энг юқори нуқтасида тошнинг кинетик T ва потенциал P энергиялари аниқлансин. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

2.64. Насос диаметри $d=2$ см бўлган сув оқимини $v=20$ м/с тезлик билан ҳайдайди. Сувни ҳайдаш учун керак бўлган қувват топилсин.

2.65. Ҳаво оқимининг кесими $S=0,55$ м, тезлиги $v=20$ м/с бўлса, нормал шароитда унинг қуввати N қандай бўлади?

2.66. Массаси $m=3$ т бўлган вертолет ҳавода муаллақ турибди. Ротор диаметри d нинг икки қиймати 1) 18 м; 2) 8 м учун вертолет моторининг шу ҳолатда эришиши мумкин бўлган қуввати N аниқлансин. Ҳисоблашда ротор ўз диаметрига тенг диаметрли цилиндрик ҳаво оқимини пастга ҳайдайди, деб қабул қилинсин.

2.67. $m=2$ кг массали нуқта Qx ўқи бўйлаб йўналган қандайдир куч таъсирида $x=A+Bt+Ct^2+Dt^3$ тенгламага биноан ҳаракат қилади (бунда $B=-2$ м/с, $C=1$ м/с², $D=0,2$ м/с³). Вақтнинг $t=2$ с ва $t=5$ с онларида куч таъсирида эришиладиган қувват N топилсин.

2.68. Радиуси $R=4$ м бўлган «ўлим сиртмоғи» шаклидаги йўлакчадан ўтиши ва халқанинг энг юқори нуктасида йўлакчадан ажралмаслиги учун велосипеддаги акробатчи (оёқларни ишлатмасдан) қандай энг кичик баландлик h дан ҳаракатлана бошлаши керак. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

2.69. Тошча ярим сфера гумбазнинг энг юқори нуктасидан сирпаниб тушади. Тошча гумбаз сиртидан узилишидан олдин қандай α ёй чизади?

2.70. Мотоциклчи горизонтал йўлдан кетмоқда. У моторни ўчириб $R=4$ м радиусли «ўлим ҳалқаси» шаклидаги трекдан ўтиб кетиши учун қандай энг кам v тезликка эришган бўлиши керак? Ишқаланиш ва ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

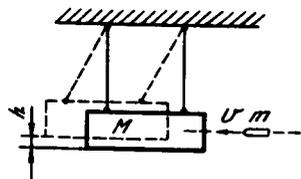
2.71. Тўпдан отилганда $m=10$ кг массали снаряд $T_1=1,8$ МЖ кинетик энергия олади. Агар тўп стволининг массаси $m=600$ кг бўлса, тепки натижасида ствол оладиган кинетик энергия T_2 аниқлансин.

2.72. Атом ядроси иккита $m=1,6 \cdot 10^{-25}$ кг ва $m=2,4 \cdot 10^{25}$ кг массали бўлакка парчаланиб кетади. Агар биринчи парчанинг кинетик энергияси $T_1=18$ нЖ бўлса, иккинчи парчанинг кинетик энергияси T_2 аниқлансин.

2.73. Конькида учувчи муз устида турганча $m_1=5$ кг массали қадоқ тошни олдинга отди ва тепки натижасида $v=1$ м/с тезлик билан оркага қараб силжиди. Конькида учувчининг массаси $m_2=60$ кг. Конькида учувчининг қадоқ тошни отишда бажарган иши A аниқлансин.

2.74. Молекула иккита атомга парчаланadi. Атомлардан бирининг массаси иккинчисининг массасидан $n=3$ марта катта. Агар атомлар кинетик энергияларининг йиғиндиси $T=0,032$ нЖ бўлса, молекуланинг дастлабки кинетик энергияси ва импульсини эътиборга олмай, атомларнинг кинетик энергиялари T_1 ва T_2 лар аниқлансин.

2.75. Темирйўлда тепкига қарши мосламасиз, стволи уфк текислиги бўйлаб жойлашган тўп бириктирилган платформа турибди. Тўпдан темирйўл йўналишида ўқ отилди. Ўқнинг массаси $m_1=10$ кг ва тезлиги $u_1=1$ км/с. Агар қаршилиқ коэффиценти $f=0,002$ бўлса, отишдан кейин платформа қандай масофага силжиб кетади?



2.9- расм

2.76. $v=600$ м/с тезлик билан учаётган $m=10$ г массали ўқ $M=5$ кг массали баллистик тебрангич (маятник) га тегиб, санчилиб қолди (2.9-расм). Зарбадан силкиниб кетган тебрангич қандай h баландликка кўтарилади?

2.77. $m=10$ г массали ўқ $M=5$ кг массали баллистик тебрангичга тегиб

санчилиб колди. Агар зарбадан силкиниб кетган тебрангич $h=10$ см баландликка кўтарилган бўлса, ўқнинг тезлиги v топилсин.

2.78. Иккита $m_1=10$ кг ва $m_2=15$ кг массали юклар бир-бирига тегадиган қилиб, узунлиги $l=2$ м бўлган ипга осилган. Қичик юк $\varphi=60^\circ$ бурчакка оғдириб қўйиб юборилди. Юкларнинг урилишини ноқайишқоқ деб ҳисоблаб, урилишдан сўнг иккала юкнинг кўтарилиш баландлиги h аниқлансин.

2.79. Иккита $m_1=2$ кг ва $m_2=3$ кг массали ноқайишқоқ шарлар мос равишда $v_1=8$ м/с ва $v_2=4$ м/с тезликлар билан ҳаракатланишмоқда. Қуйидаги икки ҳол учун уларнинг урилиши натижасида шарлар ички энергиясининг ортиши ΔU аниқлансин: 1) кичик шар каттасини қувиб етади; 2) шарлар бир-бирига томон ҳаракат қиладилар.

2.80. $v_1=5$ м/с тезлик билан ҳаракатланаётган m_1 массали шар m_2 массали ҳаракатсиз шарга урилади. Урилиш тўғри ноқайишқоқ. Шарларнинг урилишдан кейинги тезлиги u ҳамда ҳаракатланаётган шар кинетик энергиясининг қанча ω қисми шарларнинг ички энергияларини орттиришга сарфланиши аниқлансин. Қуйидаги икки ҳол қаралсин: 1) $m_1=2$ кг, $m_2=8$ кг; 2) $m_1=8$ кг, $m_2=2$ кг.

2.81. $m_1=2$ кг массали шар учиб келиб $m_2=8$ кг массали ҳаракатсиз шар билан тўқнашади. Ҳаракатланаётган шарнинг импульси $P_1=10$ кг·м/с. Шарларнинг тўқнашиши тўғри қайишқоқ. Бевосита урилишдан кейинги: 1) биринчи шарнинг p'_1 ва иккинчи шарнинг p'_2 импульслари; 2) биринчи шар импульсининг ўзгариши Δp_1 ; 3) биринчи шарнинг T'_1 ва иккинчи шарнинг T'_2 кинетик энергиялари; 4) биринчи шар кинетик энергиясининг ўзгариши ΔT_1 ; 5) биринчи шар кинетик энергиясининг иккинчи шарга берилган қисми ω аниқлансин.

2.82. $m_1=6$ кг массали шар учиб келиб $m_2=4$ кг массали ҳаракатсиз шар билан тўқнашади. Биринчи шарнинг импульси $p'_1=5$ кг·м/с. Урилиш тўғри ноқайишқоқ. Бевосита урилишдан кейинги: 1) биринчи шарнинг p'_1 ва иккинчи шарнинг p'_2 импульслари; 2) биринчи шар импульсининг ўзгариши ΔP_1 ; 3) биринчи шарнинг T_1 ва иккинчи шарнинг T_2 кинетик энергиялари; 4) биринчи шар кинетик энергиясининг ўзгариши ΔT_1 ; 5) биринчи шар кинетик энергиясининг иккинчи шарга берилган қисми ω_1 ва кинетик энергиянинг биринчи шарда қолган қисми ω_2 ; 6) шарлар ички энергиясининг ўзгариши Δu ; 7) биринчи шар кинетик энергиясининг шарлар ички энергиясига айланган қисми ω аниқлансин.

2.83. $m_1=5$ кг массали болға сандонда турган унча катта бўлмаган темир бўлагига урилади. Сандоннинг массаси $m_2=100$ кг. Темир бўлагининг массаси эътиборга олинмасин. Урилиш ноқайишқоқ. Берилган шароитларда болға зарбасининг ФИК η аниқлансин.

2.84. $m_1=500$ кг массали қозикоёқ қоқувчи болғанинг ургичи муайян баландликдан $m_2=100$ кг массали қозикоёққа тушади.

Урилишни ноқайишқок деб ҳисоблаб, ургичнинг уриш ФИК η топилсин. Қозикоёқ чуқурлаша бориши билан потенциал энергиясининг ўзгариши ҳисобга олинмасин.

2.85. Массаси $m_1=1$ кг бўлган болғача билан массаси $m_2=75$ г бўлган миҳ деворга қокилмоқда. Берилган шартларда болғача зарбасининг ФИК η аниқлансин.

2.86. $v_1=10$ м/с тезлик билан ҳаракатланаётган $m_1=200$ г массали шар массаси $m_2=800$ г бўлган ҳаракатсиз шарга урилди. Урилиш тўғри абсолют қайишқок. Урилишдан кейин шарларнинг тезликлари v_1 ва v_2 қандай бўлади?

2.87. $m=1,8$ кг массали шар ҳаракатсиз катта M массали шар билан тўқнашади. Тўғри урилиш натижасида шар ўз кинетик энергияси T_1 нинг $\omega=0,36$ қисмини йўқотди. Катта шарнинг массаси аниқлансин.

2.88. Тўқнашаётган иккита абсолют қайишқок шарнинг каттаси ҳаракатсиз. Тўғри урилиш натижасида кичик шар ўз кинетик энергияси T_1 нинг $\omega=3/4$ қисмини йўқотди. Шарлар массаларининг нисбати $k=M/m$ топилсин.

2.89. $m_1=2 \cdot 10^{-22}$ г массали зарра урилишгача ҳаракатсиз $m_2=6 \cdot 10^{-22}$ г массали зарра билан қайишқок тўқнашганда кинетик энергияси T_1 нинг кўпи билан қанча қисми ω ни бериши мумкинлиги аниқлансин.

2.90. $m=10^{-25}$ кг массали зарра $P=5 \cdot 10^{-20}$ кг·м/с импульсга эга. Бу зарра урилишгача ҳаракатсиз $m=4 \cdot 10^{-25}$ кг массали зарра билан қайишқок тўқнашганда қандай максимал p_2 импульс бериши мумкинлиги аниқлансин.

2.91. Ҳаракатсиз шарга у билан бир хил массали шар $v_1=2$ м/с тезлик билан учиб келиб урилади. Тўқнашиш натижасида бу шар ҳаракат йўналишини $\alpha=30^\circ$ бурчакка ўзгартиради. 1) шарларнинг урилишдан кейинги u_1 ва u_2 тезликлари; 2) иккинчи шар тезлик вектори билан биринчи шарнинг дастлабки ҳаракат йўналиши орасидаги бурчак β аниқлансин. Урилиш қайишқок деб ҳисоблансин.

2.92. $m_1=10^{-24}$ г массали зарра $T_1=9$ нЖ кинетик энергияга эга. $m_2=4 \cdot 10^{-24}$ г массали ҳаракатсиз зарра билан қайишқок тўқнашиш натижасида унга $T_2=5$ нЖ кинетик энергия беради. Зарранинг дастлабки йўналишидан четланиш бурчаги α аниқлансин.

3- §. ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ ҚУЗҒАЛМАС УҚ АТРОФИДАГИ АЙЛАНМА ҲАРАКАТИ ДИНАМИКАСИ

Асосий формулалар

● Жисмга таъсир этаётган \vec{F} кучнинг айланиш ўқига нисбатан моменти

$$M = F_1 l,$$

бу ерда $F_{\perp} - \bar{F}$ кучнинг айланиш ўқиға тик текисликдаги проекцияси; l — куч елкаси (айланиш ўқидан кучнинг таъсир чизигигача бўлган энг қиска масофа).

● Айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти:

а) моддий нукта учун
$$J = mr^2,$$

бу ерда m — нукта массаси; r — ундан айланиш ўқиғагача бўлган масофа;

б) дискрет каттик жисм учун

$$J = \sum_{i=1}^n \Delta m r_i^2,$$

бу ерда Δm — жисм i - элементининг массаси; r_i — шу элементдан айланиш ўқиғагача бўлган масофа; n — жисм элементлари сони;

в) яхлит каттик жисм учун

$$J = \int r^2 dm.$$

Агар жисм бир жинсли, яъни унинг зичлиги ρ бутун ҳажм бўйича бир хил бўлса, у ҳолда

$$dm = \rho dV \text{ ва } J = \rho \int r^2 dV,$$

бу ерда V — жисмнинг ҳажми.

● Баъзи тўғри геометрик шаклга эга бўлган жисмларнинг инерция моментлари

• Баъзи тўғри геометрик шаклга эга бўлган жисмларнинг инерция моментлари

Жисм	Ўқ (инерция моменти унга нисбатан аниқланади)	Инерция моменти формуласи
Массаси m ва узунлиги l бўлган бир жинсли ингичка таёқча (стержень)	Таёқчага тик равишда унинг оғирлик марказидан ўтади	$\frac{1}{12} ml^2$
	Таёқчага тик равишда унинг бир учидан ўтади	$\frac{1}{3} ml^2$
Массаси m ва радиуси R бўлган ингичка ҳалқа, чамбарак, қувур; массаси (m) гардиш бўйлаб текис тақсимланган R радиусли ғилдирак	Асос текислигига тик равишда марказдан ўтади	mR^2
	Асос текислигига тик йўналишда диск марказидан ўтади	$\frac{1}{2} mR^2$
Массаси m ва радиуси R бўлган юмалоқ бир жинсли диск (цилиндр)		
Массаси m ва радиуси R бўлган бир жинсли шар	Шар марказидан ўтади	$\frac{2}{5} mR^2$

● Штейнер теоремаси. Ихтиёрий ўққа нисбатан жисмнинг инерция моменти

$$J = J_0 + ma^2,$$

бу ерда J_0 — шу жисмнинг берилган ўққа параллел ва оғирлик марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти; a — ўқлар орасидаги масофа; m — жисмнинг массаси.

● Айланаётган жисмнинг ўққа нисбатан импульс моменти

$$L = J\omega.$$

● Импульс моментининг сақланиш қонуни

$$\sum_{i=1}^n L_i = \text{const},$$

бу ерда L_i — тизим таркибига кирувчи i - жисмнинг импульс моменти.

Иккита ўзаро таъсирлашувчи жисмлар учун импульс моментининг сақланиш қонуни

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = J'_1\omega'_1 + J'_2\omega'_2,$$

бу ерда $J_1, J_2, \omega_1, \omega_2$ — жисмларнинг ўзаро таъсиргача бўлган инерция моментлари ва бурчак тезликлари; $J'_1, J'_2, \omega'_1, \omega'_2$ ўзаро таъсирдан кейинги ўша катталиклар.

Инерция моменти ўзгарадиган битта жисм учун импульс моментининг сақланиш қонуни

$$\dot{J}_1\omega_1 = \dot{J}_2\omega_2,$$

бу ерда \dot{J}_1 ва \dot{J}_2 бошланғич ва охириги инерция моментлари; ω_1 ва ω_2 — жисмнинг бошланғич ва охириги бурчак тезликлари.

● Кўзғалмас ўққа нисбатан қаттиқ жисм айланма ҳаракат динамикасининг асосий қонуни.

$$Mdt = d(J\vec{\omega}),$$

бу ерда M — dt вақт давомида жисмга таъсир этувчи куч моменти; J — жисмнинг инерция моменти; $\vec{\omega}$ — бурчак тезлик; $J\vec{\omega}$ — импульс моменти.

Агар куч моменти ва инерция моменти ўзгармас бўлса, у ҳолда бу тенглама қуйидаги кўринишда ёзилади

$$M\Delta t = J\Delta\vec{\omega}.$$

Инерция моменти ўзгармас бўлган ҳолда айланма ҳаракат динамикасининг асосий қонуни қуйидаги кўринишни олади.

$$M = J\varepsilon,$$

бу ерда ε — бурчак тезланиш.

● Айланаётган жисмга таъсир этувчи M ўзгармас куч моментининг иши

$$A = M\varphi,$$

бу ерда φ — жисмнинг бурилиш бурчаги.

- Жисм айланаётганда эришиладиган оний қувват

$$N = M\omega.$$

- Айланаётган жисмнинг кинетик энергияси

$$T = \frac{1}{2}J\omega^2.$$

- Текислик бўйлаб сирпанишсиз думалаётган жисмнинг кинетик энергияси

$$T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2,$$

бу ерда $\frac{1}{2}m\omega^2$ — жисмнинг илгариланма ҳаракат кинетик энерги-

яси; v — жисм инерция марказининг тезлиги, $\frac{1}{2}J\omega^2$ — жисмнинг инерция марказидан ўтувчи ўқ атрофидаги айланма ҳаракат кинетик энергияси.

- Жисм айланишида бажариладиган иш ва унинг кинетик энергиясининг ўзгариши қуйидаги муносабат орқали боғланган

$$A = \frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}J\omega_1^2.$$

- Айланма ҳаракат динамикасини характерловчи катталиклар ва бу ҳаракатни ифодаловчи тенгламалар, илгариланма ҳаракатнинг мос катталиклари ва формулаларига ўхшашдир.

Бу ўхшашлик қуйидаги жадвалда намоён бўлади:

Илгариланма ҳаракат	Айланма ҳаракат
<i>Динамиканинг асосий қонуни</i>	
$F\Delta t = m v_2 - m v_1$	$M\Delta t = J\omega_2 - J\omega_1$
$F = ma$	$M = J\varepsilon$
<i>Сақланиш қонуни</i>	
<i>Импульсининг</i>	<i>Импульс моментининг</i>
$\sum_{i=1}^n m_i v_i = \text{const}$	$\sum_{i=1}^n J_i \omega_i = \text{const}$
<i>Иш ва қувват</i>	
$A = FS$	$A = M\varphi$
$N = Fv$	$N = M\omega$
<i>Кинетик энергия</i>	
$T = \frac{1}{2}mv^2$	$T = \frac{1}{2}J\omega^2$

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. NO_2 молекуланинг атом ядроларини таркибига олган текисликка тик равишда молекуланинг масса марказидан ўтувчи ўқига нисбатан инерция моменти J ҳисоблансин. Бу молекуланинг ядролари орасидаги масофа $d=0,118$ мм, валент бурчаги $\alpha=140^\circ$.

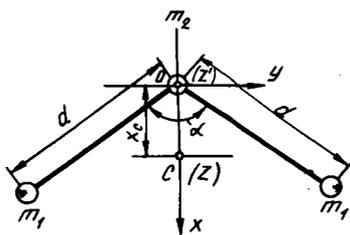
Ечиш. NO_2 молекулани умумий массаси

$$m = 2m_1 + m_2.$$

бўлган учта моддий нуктадан иборат тизим сифатида қараш мумкин (бу ерда m_1 — кислород атоми массаси, m_2 — азот атоми массаси).

Молекулани координата ўқига нисбатан 3.1-расмда кўрсатилгандек жойлаштирамиз (координата ўқининг бошини молекуланинг масса маркази C билан устма-уст туширамиз, z ўқини чизма текислигига тик қилиб «биз томонга» йўналтирамиз). J_z ни аниқлаш учун Штейнер теоремасидан фойдаланамиз:

$$J = J_c + ma^2.$$



3.1- расм

Мазкур ҳол учун бу теорема $J_{z'} = J_z + ma^2$ кўринишда ёзилади (бу ерда $J_{z'}$ — азот атомидан ўтувчи (3.1-расмда O нукта) ва z' ўқига параллел бўлган z' ўқига нисбатан инерция моменти). Бундан қидирилади инерция моменти.

$$J_z = J_{z'} - ma^2. \quad (2)$$

$J_{z'}$ инерция моментини иккита моддий нукта (кислород атомлари) инерция моментлари йиғиндиси сифатида топамиз:

$$J_{z'} = 2m_1 d^2.$$

Z ва Z' ўқлари орасидаги масофа тизим масса марказининг координатаси J_c га тенг ва шунинг учун ҳам ушбу формула ёрдамида ифодаланиши мумкин (қаранг 2-§. 15-бет) $x_c = \sum m_i x_i / \sum m_i$. Мазкур ҳол учун

$$a = x_c = (2m_1 x_1 + m_2 x_2) / (2m_1 + m_2)$$

ёки $x_1 = d \cos \left(\frac{\alpha}{2} \right)$ ва $x_2 = 0$ эканлигини ҳисобга олсак,

$$a = x_c = \frac{2m_1}{2m_1 + m_2} d \cos \frac{\alpha}{2}.$$

J_z , m , a ларнинг қийматларини мос равишда (3), (1), (4) ифода-лардан (2) формулага қўйиб, қуйидагини оламиз

$$J_z = 2m_1 d^2 - (2m_1 + m_2) \left(\frac{2m_1}{2m_1 + m_2} \right)^2 d^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

ёки ўзгартиришлардан кейин,

$$J_z = 2m_1 d^2 \left(1 - \frac{2m_1}{2m_1 + m_2} \cos^2 \frac{\alpha}{2} \right). \quad (5)$$

23- жадвалдан кислород ($A_c = 16$) ва азот ($A_N = 14$) нисбий атом массаларини топамиз ва бу элементларнинг атом массаларини атом масса бирлигида (а.м.б.) ёзамиз, сўнгра эса килограммларда ифодалаймиз ($1 \text{ а. м. б.} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ кг}$, 9- жадвалга к.)

$$m_1 = 16 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 2,66 \cdot 10^{-26} \text{ кг};$$

$$m_2 = 14 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 2,32 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

m_1 , m_2 , d ва α ларнинг қийматларини (5) формулага қўямиз ва ҳисоблаймиз*

$$J_3 = 6,80 \cdot 10^{-46} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

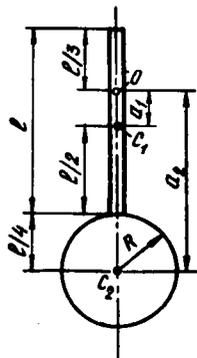
2- мисол. Физик тебрангич (маятник) узунлиги $l = 1 \text{ м}$ ва массаси $m_1 = 1 \text{ кг}$ бўлган учларидан бирига массаси $m = 0,5 \text{ м}$ бўлган диск маҳкамланган стержендан иборат. Шундай тебрангичнинг таёқчадаги O нуқтадан ўтувчи, чизма текислигига тик бўлган (3.2-расм) Oz ўқиға нисбатан инерция моменти J_z аниқлансин.

Ечиш. Тебрангичнинг умумий инерция моменти стерженнинг J_{z_1} ва дискнинг J_{z_2} инерция моментларининг йиғиндисига тенг:

$$J_z = J_{z_1} + J_{z_2} \quad (1)$$

Стерженнинг ва дискнинг масса марказларидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моментлари J_1 ва J_2 ларни ҳисоблаш формулалари 53- бетдаги жадвалда берилган. J_{z_1} ва J_{z_2} инерция моментларини аниқлаш учун эса Штейнер теоремасидан фойдаланиш керак:

$$J = J_c + ma^2.$$



3.2- расм

* Қавс ичидаги ифодани ҳисоблаганда атом массалари ўрнига уларнинг нисбий атоми массаларини қўйиш мумкин, чунки бу ерда массалар нисбати қатнашади.

(2) формулага асосан стерженнинг инерция моментини ифодалай-
миз

$$J_{z_1} = \frac{1}{12} m l^2 + m a_1^2$$

Оз ўқ ва унга параллел равишда стерженнинг масса маркази C_1 дан ўтувчи ўқ орасидаги a_1 масофа, 3.2- расмдан келиб чиқадиганидек, ушбуга тенг $\frac{1}{2} l - \frac{1}{3} l = \frac{1}{6} l$. Буни ҳисобга олиб, қуйидагини ёзамиз

$$J_{z_1} = \frac{1}{12} m l^2 + m_1 \left(\frac{1}{6} l \right)^2 = \frac{1}{9} m l^2 = 0,111 m l^2$$

(2) формулага асосан, дискнинг инерция momenti

$$J_{z_2} = \frac{1}{2} m R^2 + m a_2^2$$

бу ерда R — диск радиуси; $R = \frac{1}{4} l$. Ор ўқ ва унга параллел бўлган, дискнинг масса марказидан ўтувчи ўқ орасидаги a_2 масофа ушбуга тенг: $\frac{2}{3} l + \frac{1}{4} l = \frac{11}{12} l$ (3.2- расм). Буни ҳисобга олиб қуйидагини ёзамиз

$$J_{z_2} = \frac{1}{2} m_2 \left(\frac{1}{4} l \right)^2 + m_2 \left(\frac{11}{12} l \right)^2 = 0,0312 m_2 l^2 + 0,840 m_2 l^2 = 0,871 m_2 l^2$$

J_{z_1} ва J_{z_2} лар учун ҳосил қилинган ифодаларни (1) формулага қўйсак,

$$J_z = 0,111 m_1 l^2 + 0,871 m_2 l^2 = (0,111 m_1 + 0,871 m_2) l^2$$

ёки $m_2 = 0,5 m_1$ эканлигини ҳисобга олсак,

$$J_z = 0,547 m_1 l^2$$

Ҳисоблаш ўтказиб, физик тебрангичнинг Oz ўқига нисбатан инерция моментининг қийматини оламиз:

$$J_z = 0,547 \cdot 1 \cdot 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 = 0,547 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

3- мисол. Массаси $m_1 = 10$ кг бўлган яхлит цилиндр шаклидаги вал уфқ текислигидаги (горизонтал) ўққа ўрнатилган. Цилиндрга эркин учига массаси $m_2 = 2$ кг ли қадоктош осилган чилвир ўралган (3.3- расм). Агар қадоктош эркин қўйилса, қандай тезланиш билан тушади?

Е чи ш. Қадоктошнинг чизикли тезланиши a валнинг цилиндрик сиртида ётувчи нукталарнинг тангенциал тезланишига тенг ва валнинг бурчак тезланиши ϵ билан қуйидаги муносабат орқали боғланган

$$a = \varepsilon r,$$

бу ерда r — вал радиуси.

Валнинг бурчак тезланиши айланаётган жисм динамикасининг асосий тенгламаси орқали ифодаланади:

$$\varepsilon = \frac{M}{J},$$

бу ерда M — валга таъсир этаётган айланиш momenti; J — валнинг инерция momenti. Вални бир жинсли цилиндр сифатида қараймиз. У ҳолда, унинг геометрик ўққа нисбатан инерция momenti

$$J = \frac{1}{2} m_1 r^2.$$

Валга таъсир этаётган M айланиш momenti эса чилвирнинг таранглик кучи T нинг вал радиусига кўпайтмасига тенг: $M = Tr$.

Чилвирнинг таранглик кучини қуйидаги мулоҳазалардан топамиз. Қадоктошга иккита куч таъсир қилади: пастга йўналган

$m_2 g$ оғирлик кучи ва юқорига йўналган T_1 чилвирнинг таранглик кучи. Бу кучларнинг тенг таъсир этувчиси қадоктошни текис тезланувчан ҳаракатга келтиради. Ньютоннинг иккинчи қонунига биноан $m_2 g - T = m_2 a$, бундан $T = m_2 (g - a)$. Шундай қилиб айланувчи момент $M = m_2 (g - a) r$.

M ва J ларнинг ифодаларини (2) формулага қўйиб, валнинг бурчак тезланишини топамиз:

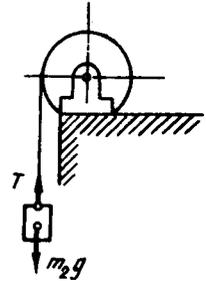
$$\varepsilon = \frac{m_2 (g - a) r}{\frac{1}{2} m_1 r^2} = \frac{2 m_2 (g - a)}{m_1 r}.$$

Қадоктошнинг чизикли тезланишини топиш учун ε нинг бу ифодасини (1) формулага қўйсак, $a = \frac{2 m_2 (g - a)}{m_1}$ ни оламиз, бундан

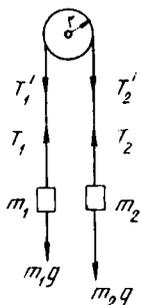
$$a = \frac{2 m_2}{m_1 + 2 m_2} g = 2,80 \text{ м/с}^2.$$

4- мисол. Массаси $m = 80$ г бўлган диск шаклидаги чиғир орқали учларига массалари $m_1 = 100$ г ва $m_2 = 200$ г бўлган юklar боғланган ингичка қайишқоқ ип ташланган (3.4- расм). Агар юklar эркин қўйилса қандай тезланиш билан ҳаракатланадилар. Ишқаланиш инобатга олинмасин.

Ечиш. Масалани ечишга илгарилама ва айланма ҳаракатнинг асосий қонунларини қўллаймиз. Ҳаракатланувчи юklarнинг ҳар бирига иккита куч таъсир қилади: пастга йўналган mg оғирлик кучи ва юқорига йўналган T ипнинг таранглик кучи.



3.3- расм



3.4- расм

m_1 юкнинг тезланиш вектори \vec{a} юкорига йўналганлиги туфайли $T_1 > m_1g$. Бу кучларнинг тенг таъсир этувчиси текис тезланувчан ҳаракатни вужудга келтиради ва Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан $T - m_1g = m_1a$. Бундан

$$T_1 = m_1g + m_1a. \quad (1)$$

m_2 юкнинг тезланиш вектори \vec{a} пастга йўналган, бинобарин $T_2 = m_2g$. Бу юк учун иккинчи қонун формуласини ёзамиз: $m_2g - T_2 = m_2a$. Бундан

$$T_2 = m_2g - m_2a. \quad (2)$$

Айланма ҳаракат динамикасининг асосий қонунига биноан, дискка қўйилган айланувчи момент

дискнинг инерция моменти J нинг унинг бурчак тезланиши ϵ га кўпайтмасига тенг:

$$M = J\epsilon. \quad (3)$$

Айлантирувчи моментни аниқлаймиз. Ипларнинг таранглик кучлари фақат юкларгагина таъсир этиб қолмай, балки дискка ҳам таъсир этади. Ньютоннинг учинчи қонунига биноан, дискнинг гардишига қўйилган T'_1 ва T'_2 кучлар мос равишда T_1 ва T_2 кучларга тенг, лекин йўналиши жиҳатидан қарама-қарши. Юклар ҳаракатланганда диск соат милининг ҳаракат йўналиши бўйича тезланиш билан айланади. Бинобарин, $T'_2 > T'_1$. Дискка қўйилган айлантирувчи момент бу кучлар фарқининг елкага (диск радиусига тенг) кўпайтмасига тенг, яъни $M = (T'_2 - T'_1)r$. Дискнинг инерция моменти $J = mr^2/2$. Бурчак тезланиш юкларнинг чизиқли тезланишлари билан ушбу муносабат $\epsilon = a/r$ орқали боғланган. M , J ва ϵ ларнинг ифодаларини (3) формулага қўйиб, қуйидагини оламиз

$$(T'_2 - T'_1)r = \frac{mr^2}{2} \cdot \frac{a}{r},$$

бундан

$$T'_2 - T'_1 = \frac{m}{2} a.$$

$T'_1 = T_1$ ва $T'_2 = T_2$ бўлганлигидан T'_1 ва T'_2 кучларни (1) ва (2) формуладаги ифодалари орқали алмаштириш мумкин, у ҳолда

$$m_2g - m_2a - m_1g - m_1a = \frac{m}{2} a, \text{ ёки } (m_2 - m_1)g = \left(m_2 + m_1 + \frac{m}{2}\right)a,$$

бундан

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + m/2} g.$$

(4) формуланинг ўнг томонидаги массалар нисбати ўлчамсиз катталиқ. Шунинг учун ҳам m_1 , m_2 ва m_3 массаларнинг қийматларини масала шартда берилганидек, граммларда ифодалаш мумкин. Барча қийматларни ўрнига қўйсақ,

$$a = \frac{0,2 - 0,1}{0,2 + 0,1 + 0,04} \cdot 9,81 \text{ м/с}^2 = 2,88 \text{ м/с}^2.$$

5- мисол. Массаси $m = 50$ кг ва радиуси $r = 20$ см бўлган диск кўринишидаги ғилдирак $n = 480$ мин⁻¹ частотагача айлантирилган ва сўнгра эркин қўйилган. Ишқаланиш натижасида ғилдирак тўхтади. Ишқаланиш кучининг моменти M ни ўзгармас деб ҳисоблаб, у қуйидаги икки ҳол учун топилсин: 1) ғилдирак $t = 50$ с дан кейин тўхтади; 2) ғилдирак тўла тўхтагунча $N = 200$ марта айланди.

Ечиш. 1. Айланма ҳаракат динамикасининг асосий қонунига биноан айланма ҳаракат қилаётган жисм импульс моментининг ўзгариши жисмга таъсир этаётган куч моменти билан шу момент таъсир вақтининг кўпайтмасига тенг:

$$M \cdot \Delta t = J\omega_2 - J\omega_1,$$

бу ерда J — ғилдиракнинг инерция моменти; ω_1 ва ω_2 — бошланғич ва охириги бурчак тезликлар. $\omega_2 = 0$ ва $\Delta t = t$ бўлганлигидан $Mt = -J\omega_1$, бундан

$$M = -J \frac{\omega_1}{t}. \quad (1)$$

Дискнинг геометрик ўқиға нисбатан инерция моменти

$J = \frac{1}{2} mr^2$. Бу ифодани (1) формулага қўйсақ,

$$M = - \frac{mr^2 \omega_1}{2t}. \quad (2)$$

Бурчак тезлик ω_1 ни айланиш частотаси n_1 орқали ифодалаб, (2) формулага асосан ҳисоблаш ўтказсақ,

$$M = -1H \cdot m.$$

2. Масаланинг шартда ғилдиракнинг тўхтагунча қилган айланишлар сони, яъни унинг бурчак силжиши берилган. Шунинг учун ҳам иш билан кинетик энергия ўзгаришининг ўзаро боғланишини ифодаловчи формулани қўллаймиз:

$$A = J \frac{\omega_2^2}{2} - J \frac{\omega_1^2}{2}.$$

ёки $\omega_2 = 0$ эканлигини ҳисобга олсақ,

$$A = -J \frac{\omega_1^2}{2}. \quad (3)$$

Айланма ҳаракатда иш $A = M\varphi$ формула ёрдамида аниқланади. Ишнинг ва инерция моментининг ифодаларини (3) формулага қўйсак,

$$M\varphi = -mr^2 \frac{\omega_1^2}{4}.$$

Бундан ишқаланиш кучининг momenti

$$M = -mr^2 \frac{\omega_1^2}{4\varphi}.$$

Бурилиш бурчаги $\varphi = 2\pi N = 2 \cdot 3,14 \cdot 200$ рад = 1256 рад. (1) формулага асосан ҳисоблашларни ўтказиб қуйидагини оламиз

$$M = -1H \cdot m.$$

Манфий ишора ишқаланиш кучи momenti тўхтатувчи таъсир кўрсатишини ифодалайди.

6- мисол. Радиуси $R = 1,5$ м ва массаси $m_1 = 180$ кг бўлган диск кўринишидаги платформа тик ўқи атрофида инерция бўйича $n = 10$ мин⁻¹ частота билан айланади. Платформа марказида $m_2 = 60$ кг массали одам турибди. Агар одам платформанинг чеккасига ўтса, унда одамнинг бино полига нисбатан чизикли тезлиги қандай бўлади?

Е ч и ш . Импульс моментининг сақланиш қонунига биноан

$$(J_2 + J_2)\omega = (J_1 + J_2)\omega', \quad (1)$$

бунда J_1 — платформанинг инерция momenti; J_2 — платформа марказида турган одамнинг инерция momenti; ω — одам марказида турган пайтдаги платформанинг бурчак тезлиги; J_2' — платформанинг чеккасида турган одамнинг инерция momenti; ω' — одам чеккасида турган пайтдаги платформанинг бурчак тезлиги.

Платформанинг чеккасида турган одамнинг чизикли тезлиги бурчак тезлик билан қуйидаги муносабат орқали боғланган

$$v = \omega'R. \quad (2)$$

(1) тенгламадан ω' ни аниқлаб ва олинган ифодани (2) формулага қўйиб қуйидагини оламиз

$$v = \frac{(J_1 + J_2)\omega R}{J_1 + J_2'}. \quad (3)$$

Платформанинг инерция momentини дискники каби ҳисоблаймиз, бинобарин $J_1 = \frac{1}{2}m_1R^2$. Одамнинг инерция momentини эса моддий нуктаникидек ҳисоблаймиз. Шунинг учун $J_2 = 0$, $J_2' = m_2R^2$. Одам четига ўтгунча платформанинг бурчак тезлиги $\omega = 2\pi n$.

(3) формуладаги J_1, J_2, J_2' ва ω катталикларни ўз ифодалари билан алмаштириб, қуйидагини оламиз

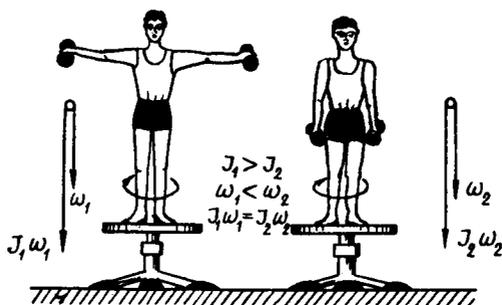
$$v = \frac{\frac{1}{2} m_1 R^2}{\frac{1}{2} m_1 R^2 + m_2 R^2} \cdot 2\pi n R = \frac{m_1}{m_1 + 2m_2} \cdot 2\pi n R.$$

m_1, m_2, n, R ва π ларнинг қийматларини ўрнига қўйиб, одамнинг чизиқли тезлигини топамиз:

$$v = \frac{180}{180 + 260} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot \frac{10}{60} \cdot 1,5 \text{ м/с} = 0,942 \text{ м/с}.$$

7- мисол. Одам Жуковский курсисининг ўртасида турибди ва инерция бўйича у билан биргаликда айланмоқда. Айланиш частотаси $n_1 = 0,5 \text{ с}^{-1}$. Одам жисмининг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти $J_0 = 1,6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Одам ён томонға чўзилган қўлларида ҳар бирининг массаси $m = 2 \text{ кг}$ дан бўлган тошларни тутиб турибди. Тошлар орасидаги масофа $l_1 = 1,6 \text{ м}$. Одам қўлларини туширганда ва тошлар орасидаги масофа $l = 0,4 \text{ м}$ бўлиб қолганда курсининг одам билан биргаликдаги айланиш частотаси n_2 аниқлансин. Курсининг инерция моменти ҳисобға олинмасин.

Ечиш. Тошларни тутиб турган одам (3.5- расм) курси билан биргаликда ёпиқ механик тизимни ташкил этади*, шунинг учун ҳам бу тизимнинг импульс моменти $J\omega$ ўзгармас қийматға эға бўлиши керак. Бинобарин, мазкур ҳол учун



3.5- расм

* Бу тизимға таъсир этаётган барча ташки кучлар моменти (оғирлик кучи ва реакция кучи) айланиш ўқиға нисбатан мувозанатлашган деб фарз қилинади. Ишқаланиш инобатға олинмасин.

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2$$

бу ерда J_1 ва ω_1 — одам жисмининг инерция моменти ва курси ҳамда кўллари чўзилган одамнинг бурчак тезлиги; J_2 ва ω_2 — одам жисмининг инерция моменти ва курсининг кўллари тушилган одам билан биргаликдаги бурчак тезлиги. Бундан

$$\omega_2 = \frac{J_1}{J_2} \omega_1$$

Бу тенгламада бурчак тезликлар ω_1 ва ω_2 ни айланиш частоталари n_1 ва n_2 лар орқали ифодалаб, $\omega = 2\pi n$ ва 2π га қисқартириб, қуйидагини оламиз

$$n_2 = \frac{J_1}{J_2} n_1 \quad (1)$$

Мазкур масалада кўрилатган тизимнинг инерция моменти одам жисмининг инерция моменти J билан одам кўлидаги тошлар инерция моментининг йиғиндисига тенг. Тошларнинг ўлчамлари улардан айланиш ўқигача бўлган масофадан кўп марта кичик бўлганлиги туфайли тошнинг инерция моментини моддий нуктанинг инерция моменти формуласи ёрдамида аниқлаш мумкин: $J = mr^2$. Бинобарин*,

$$J_1 = J_0 + 2m \left(\frac{l_1}{2}\right)^2, \quad J_2 = J_0 + 2m \left(\frac{l_2}{2}\right)^2,$$

бу ерда m — ҳар бир тошнинг массаси; l_1 ва l_2 — тошлар орасидаги бошланғич ва охириги масофалар J_1 ва J_2 ларнинг ифодаларини (1) формулага қўйсақ,

$$n_2 = \frac{J_1 + 2m \left(\frac{l_1}{2}\right)^2}{J_0 + 2m \left(\frac{l_2}{2}\right)^2} n_1 \quad (2)$$

(2) формула бўйича ҳисоблашни бажариб қуйидагини топамиз

$$n_2 = 1,18 \text{ с}^{-1}.$$

8- мисол. Узунлиги $l = 1,5$ м ва массаси $M = 10$ кг бўлган таёкча юкори учидан ўтувчи кўзгалмас ўк атрофида айлана олади. (3.6- расм). Таёкчанинг ўртасига массаси $m = 10$ г бўлган уфқ

* Аслини олганда, одам кўлининг ҳолати ўзгариши билан (тошсиз) унинг жисмининг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти ҳам ўзгаради. Лекин, бу ўзгаришни ҳисобга олиш қийинлиги туфайли одам жисмининг инерция моменти J_0 ни ўзгармас деб ҳисоблаймиз.

текислиги йўналишида $v_0 = 500$ м/с тезлик билан учаётган ўқ урилади ва таёкчага қадалиб қолади. Урилишдан кейин таёкча қандай φ бурчакка оғади?

Ечиш. Ўқнинг урилишини ноқайишқок деб қараш керак: урилишдан кейин ўқ ва таёкчанинг мос нуқтаси бир хил тезликлар билан ҳаракат қилади. Урилишда рўй берадиган ҳодисаларни муфассалроқ қараб чиқайлик. Дастлаб, таёкчага урилган ўқ жуда кичик вақт оралиғида уни ω бурчак тезлик билан ҳаракатга келтиради ва унга

$$T = \frac{J\omega^2}{2} \quad (1)$$

кинетик энергия беради (бу ерда J — таёкчанинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти).

Сўнгра эса таёкча изланаётган φ бурчакка бурилади, бунда унинг масса маркази $h = \frac{l}{2}(1 - \cos\varphi)$ баландликка кўтарилади. Оғдирилган ҳолатда таёкча

$$n = Mg \frac{l}{2} (1 - \cos\varphi) \quad (2)$$

потенциал энергияга эга бўлади.

Потенциал энергия кинетик энергия ҳисобига олинган ва энергиянинг сақланиш қонунига биноан унга тенг. (1) ва (2) тенгликларнинг ўнг томонларини тенглаштириб, қуйидагини оламиз

$$M \cdot g \frac{l}{2} (1 - \cos\varphi) = \frac{J\omega^2}{2}.$$

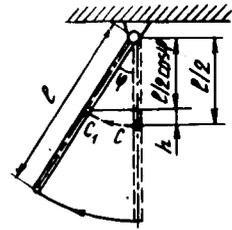
Бундан

$$\cos\varphi = 1 - \frac{J\omega^2}{Mgl}.$$

Бу формулага таёкчанинг инерция моментининг ифодаси $J = \frac{ml^2}{3}$ ни қўйиб, қуйидагини оламиз

$$\cos\varphi = 1 - \frac{l\omega^2}{3g}.$$

(3) ифодадан φ ни топиш учун олдин ω нинг қийматини аниқлаб олиш керак. Урилиш пайтида ўққа ва таёкчага таъсир қизиги айланиш ўқи орқали ўтувчи ва пастга тик йўналган оғирлик кучлари таъсир қилади. Бу кучларнинг айланиш ўқига нисбатан моментлари нолга тенг. Шу сабабли ўқнинг таёкчага урилишида импульс моментининг сақланиш қонуни ўринли бўлади.



3.6-расм

Урилишнинг бошланғич онда таёкчанинг бурчак тезлиги $\omega_0=0$, шунинг учун унинг импульс моменти ҳам $L_{01}=J\omega_0=0$. Ўқ таёкчага тегди ва унга бурчак тезланиш берган ҳамда таёкчанинг ўқ атрофида айланишида иштирок этган ҳолда унга сукула бошлади. Ўқнинг бошланғич импульс моменти $L_{02}=mv_0r$, бунда r — айланиш ўқидан урилиш нуқтасигача бўлган масофа. Урилишнинг сўнгги онда таёкча ω бурчак тезликка, ўқ эса айланиш ўқидан r масофадаги таёкча нуқталарнинг чизикли тезлигига тенг бўлган v чизикли тезликка эга бўлди. $v = \omega r$ бўлганлигидан, сўнгги онда ўқнинг импульс моменти $L_2 = mr \cdot r = mr^2\omega$.

Импульснинг сакланиш қонунини қўллаб, қуйидагини ёзишимиз мумкин

$$L_{01} + L_{02} = L_1 + L_2 \text{ ёки } mv_0r = J\omega + mr^2\omega,$$

бундан

$$\omega = \frac{mv_0r}{J + mr^2},$$

бу ерда $J = \frac{Ml^2}{3}$ таёкча ўқ тизимининг инерция моменти.

Агар (4) да $mr^2 \ll J = \frac{mv^2}{3}$ эканлигини ҳамда $r = \frac{l}{2}$ эканлигини ҳисобга олсак, унча мураккаб бўлмаган ўзгартиришлардан кейин қуйидагини оламиз:

$$\omega = \frac{3mv_0}{2ml}.$$

Қатталикларнинг сон кийматларини (5) га қўйсак,

$\omega = \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot 500}{2 \cdot 10 \cdot 1,5}$ рад = 0,5 рад. (3) ёрдамида эса қуйидагини оламиз.

$$\cos\varphi = 1 - 1,5 \cdot (0,5)^2 / (3 \cdot 9,81) = 0,987.$$

Бинобарин,

$$\varphi = 9^\circ 20'.$$

Масалалар

Инерция моменти

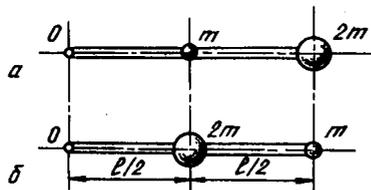
3.1. $m=0,3$ кг массали моддий нуктанинг нуктадан $r=20$ см узоқликдан ўтган ўққа нисбатан инерция моменти J аниқлансин.

3.2. Ҳар бирининг массаси $m=10$ г дан бўлган иккита кичик шарча узунлиги $l=20$ см бўлган ингичка, вазнсиз таёкча ёрдамида маҳкамланган. Тизимнинг таёкчага тик ва массалар марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти J аниқлансин.

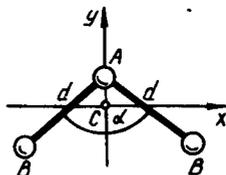
3.3. Массалари m ва $2m$ бўлган ($m = 10\text{г}$) иккита шар узунлиги $l = 40$ см бўлган ингичка вазнсиз таёкчага 3.7, а, б- расмда кўрсатилгандек қилиб маҳкамланган. Ҳар иккала ҳол учун тизимнинг таёкчага тик ва унинг O учидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти J аниқлансин. Шарларнинг ўлчамлари инобатга олинмасин.

3.4. Массалари $m = 10$ г бўлган учта кичкина шарча томонларини $a = 20$ см бўлган тенг томонли учбурчакнинг учларида жойлашган ва ўзаро маҳкамланган. Тизимнинг инерция моменти J қуйидаги ўқларга нисбатан аниқлансин: 1) учбурчак текислигига тик равишда унинг ташқи айланасининг марказидан ўтувчи; 2) учбурчак текислигида ётувчи ва унинг ташқи айланасининг маркази ҳамда учбурчак учларининг биридан ўтувчи. Шарларни туташтиривчи таёкчаларнинг массаси ҳисобга олинмасин.

3.5. Уч атомли AB_2 типдаги молекуланинг молекула инерция маркази C дан ўтувчи x , y , z ўқларига нисбатан (J ўқи xy текислигига тик) инерция моментлари J_x , J_y , J_z аниқлансин (3.8- расм). AB ядролар орасидаги масофа d билан, валент бурчаги эса α билан белгиланган. Қуйидаги молекулалар учун ҳисоблашлар бажарилсин:



3.7- расм



3.8- расм

1) H_2O ($d = 0,097$ нм, $\alpha = 104^\circ 30'$); 2) SO_2 ($d = 0,145$ нм, $\alpha = 124^\circ$).

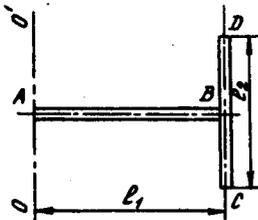
3.6. Узунлиги $l = 30$ см ва массаси $m = 100$ г бўлган ингичка бир жинсли таёкчанинг таёкчага тик ва унинг: 1) учларидан; 2) ўртасидан; 3) таёкчанинг учидан ҳисоблаганда узунлигининг $1/3$ қисмига тенг масофадаги нуктадан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти J аниқлансин.

3.7. Узунлиги $l = 60$ см ва массаси $m = 100$ г бўлган ингичка бир жинсли таёкчанинг унга тик ва таёкчанинг учларидан биридан $a = 20$ см масофадаги нуктасидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти J аниқлансин.

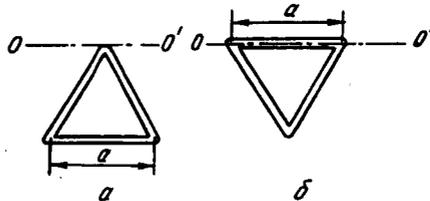
3.8. Томонлари $a = 12$ см ва $b = 16$ см бўлган, симдан ясалган тўғри тўртбурчакнинг тўғри тўртбурчак текислигида ётувчи ва кичик томоннинг ўртасидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти J ҳисоблансин. Масса сим узунлиги бўйлаб $\tau = 0,1$ кг/м чизикли зичлик билан бир текис тақсимланган.

3.9. Иккита бир жинсли: узунлиги $l_1=40$ см ва массаси $m_1=900$ г бўлган AB ҳамда узунлиги $l_2=40$ см ва массаси $m_2=400$ г бўлган CD ингичка таёқча тўғри бурчак остида ўзаро маҳкамланган (3.9- расм). Таёқчалар тизимининг AB таёқчанинг учидан ўтувчи, CD таёқчага параллел бўлган OO' ўқка нисбатан инерция моменти J аниқлансин.

3.10. Олдинги масала OO' ўқ A нуктадан чизма текислигига тик равишда ўтган ҳол учун очилсин.



3.9- расм

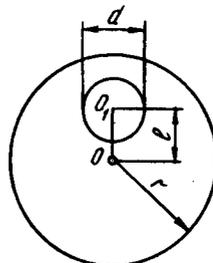
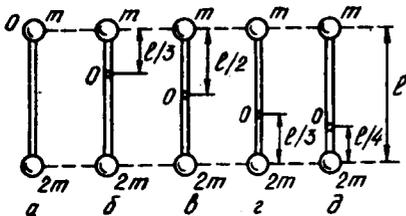


3.10- расм

3.11. Томони $a=10$ см бўлган тенг томонли сим учбурчакнинг инерция моменти J : 1) учбурчак текислигида ётувчи ва унинг учидан қарама-қарши томонга параллел бўлиб ўтувчи ўқка нисбатан (3.10, а- расм); 2) учбурчак томонларидан бири билан мос тушувчи ўқка нисбатан (3.10, б- расм) аниқлансин. Учбурчакнинг массаси $m=12$ г ва сим узунлиги бўйлаб текис тақсимланган.

3.12. Узунлиги l ва массаси $3m$ бўлган ингичка бир жинсли таёқчанинг учларига массалари m ва $2m$ бўлган кичкина шарчалар маҳкамланган. Шундай тизимнинг таёқчага тик ва таёқча ўқида ётган O нуктадан ўтувчи ўқка нисбатан инерция моменти J аниқлансин. Ҳисоблашлар 3.11- расмда тасвирланган а, б, в, г, д ҳоллар учун бажарилсин. Ҳисоблашда $l=1$ м, $m=0,1$ кг деб қабул қилинсин. Шарчалар моддий нукталар сифатида қаралсин.

3.13. Радиуси $R=20$ см ва массаси $m=100$ г бўлган ингичка бир жинсли ҳалқанинг ҳалқа текислигида ётувчи ва унинг марказидан ўтувчи ўқка нисбатан инерция моменти J топилсин.



3.12- расм

3.14. Массаси $m = 50$ г ва радиуси $R = 10$ см бўлган ҳалканинг халкага уринма бўлган ўққа нисбатан инерция моменти J аниқлансин.

3.15. Дискнинг диаметри $d = 20$ см, массаси $m = 800$ г. Дискнинг радиусларидан бирининг марказидан диск текислигига тик равишда ўтган ўққа нисбатан инерция моменти J аниқлансин.

3.16. Массаси $m = 1$ кг ва радиуси $r = 30$ см бўлган бир жинсли дискдан диаметри $d = 20$ см ва маркази диск ўқидан $l = 15$ см масофада бўлган доира кесиб ташланган (3.12-расм). Ҳосил бўлган жисмнинг диск текислигига тик равишда унинг марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти топилсин.

3.17. Массаси $m = 800$ г бўлган ясси бир жинсли тўғри бурчакли пластинанинг томонларидан бири билан мос тушувчи ўққа нисбатан инерция моменти J топилсин. Пластинанинг бошқа томонининг узунлиги $a = 40$ см деб олинсин.

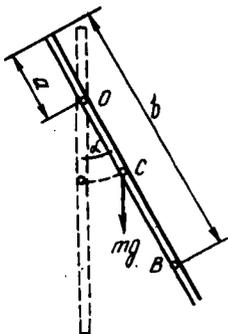
3.18. Томонлари $a = 10$ см ва $b = 20$ см бўлган юпка ясси пластинанинг катта томонига параллел равишда унинг марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти J аниқлансин. Пластина массаси юза бўйлаб $\sigma = 1,2$ кг/м² сирт зичлиги билан бир текис тақсимланган.

Айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси

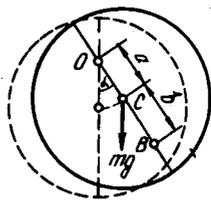
3.19. Узунлиги $l = 1$ м бўлган ингичка ва бир жинсли таёқча таёқчадаги O нуктадан ўтувчи горизонтал ўқ атрофида эркин айлана олади (3.13-расм). Таёқчани тикликдан α бурчакка оғдириб қўйиб юбордилар. Таёқчадаги B нуктанинг вақтнинг бошланғич ондаги бурчак ϵ ва тангенциал a_t тезланишлари аниқлансин. Ҳисоблашлар қуйидаги ҳоллар учун ўтказилсин: 1) $a = 0$, $b = \frac{2}{3}l$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$; 2) $a = \frac{l}{3}$, $b = l$, $\alpha = \frac{\pi}{3}$; 3) $a = \frac{l}{4}$, $b = \frac{l}{2}$, $\alpha = \frac{2}{3}\pi$.

3.20. Радиуси $R = 10$ см бўлган бир жинсли диск текислигига тик ва ундаги O нуктадан ўтувчи горизонтал ўқ атрофида эркин айлана олади (3.14-расм). Дискни α бурчакка оғдирдилар ва қўйиб юбордилар. Дискдаги B нуктанинг вақтнинг бошланғич ондаги бурчак ϵ ва тангенциал a_t тезланишлари аниқлансин. Ҳисоблаш қуйидаги ҳоллар учун бажарилсин: 1) $a = R$, $b = l/2$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$; 2) $a = R/2$, $b = R$, $\alpha = \frac{\pi}{6}$; 3) $a = \frac{2}{3}R$, $b = \frac{2}{3}R$, $\alpha = \frac{2}{3}\pi$.

3.21. Узунлиги $l = 50$ см ва массаси $m = 400$ г бўлган ингичка бир жинсли таёқча ўртасидан таёқчага тик равишда ўтадиган ўқ атрофида $\epsilon = 3$ рад/с² бурчак тезланиш билан айланади. Айлантирувчи момент M аниқлансин.



3.13- расм



3.14- расм

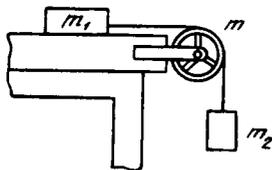
3.22. Филдирак ва радиуси $R=5$ см бўлган енгил шкив горизонтал ўққа ўрнатилган. Шкивга массаси $m=0,4$ кг бўлган юк боғланган чилвир ўралган. Юк текис тазланувчан ҳаракат қилиб тушишда $t=3$ с вақтда $S=1,8$ м йўлни ўтди. Филдиракнинг инерция моменти J аниқлансин. Шкивнинг массаси ҳисобга олинмайдиган даражада кичик деб ҳисоблансин.

3.23. Массаси $m=100$ кг ва радиуси $R=5$ см бўлган вал $n=8$ с⁻¹ частота билан айланаётган эди. Цилиндрик сиртига $F=40$ Н кучга эга тормоз дастасининг босилиши натижасида $t=10$ с дан кейин вал тўхтади. Ишқаланиш коэффициентини f аниқлансин.

3.24. Цилиндрга массаси цилиндр массасига нисбатан ҳисобга олинмайдиган даражада кичик бўлган ингичка қайишқок чўзилмас тасма ўралган. Тасманинг эркин учини таянчга маҳкамладилар ва цилиндрга оғирлик кучи таъсирида тушишга имкон бердилар. Агар цилиндр: 1) яхлит; 2) деворлари юпка ковак бўлса, цилиндр ўқининг чиққили тезлиги a аниқлансин.

3.25. Диск шаклидаги чиғир орқали чилвир ташланган. Чилвирнинг учларига массалари $m_1=100$ г ва $m_2=110$ г бўлган юкчалар боғланган. Агар чиғирнинг массаси $m=400$ г бўлса, юкчалар қандай a тезланиш билан ҳаракат қилади? Чиғирнинг айланишидаги ишқаланиш аҳамиятсиз даражада кичик.

3.26. Массалари $m_1=0,25$ кг ва $m_2=0,15$ кг бўлган иккита жисм чиғир орқали ташланган ингичка ип билан боғланган (3.15- расм). Чиғир сирти бўйлаб m_1 массали жисм сирпанадиган горизонтал столнинг чеккасига маҳкамланган. Жисмлар қандай a тезланиш билан ҳаракат қиладилар ва ипнинг чиғирнинг ҳар иккала томонидаги T_1 ва T_2 таранглик кучлари қандай? Жисмнинг стол сиртига ишқаланиш коэффициентини $f=0,2$. Чиғирнинг массаси $m=0,1$ кг ва уни гардиш бўйлаб текис тақсимланган деб ҳисоблаш мумкин. Ипнинг массаси ва чиғир ўқи подшишникларидаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.



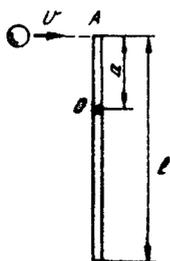
3.15- расм

3.27. Массаси $m=0,2$ кг бўлган қўзғалмас чиғир оркали ошириб ташланган чилвирнинг учларига массалари $m_1=0,3$ кг ва $m_2=0,5$ кг бўлган юклар осилган. Агар чиғирнинг массаси гардиш бўйлаб текис тақсимланган бўлса, юклар ҳаракатланган пайтда чиғирнинг ҳар иккала томонидаги чилвирнинг таранглик кучлари T_1 ва T_2 аниқлансин.

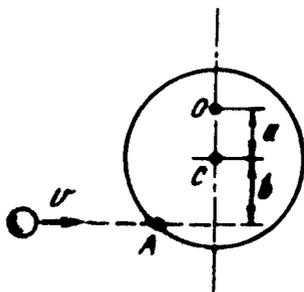
3.28. Массаси $m=10$ кг ва радиуси $R=20$ см бўлган шар ўз марказидан ўтувчи ўқ атропофида айланади. Шарнинг айланиш тенгламаси $\varphi=A+Bt^2+Ct^3$ кўринишга эга, бунда $B=4$ рад/с², $C=-1$ рад/с³. Шарга таъсир этаётган куч моментининг ўзгариш қонуни топилсин. Вактнинг $t=2$ с онисидаги куч momenti M аниқлансин.

Импульс моментининг сақланиш қонуни

3.29. Массаси $m_1=0,2$ кг ва узунлиги $l=1$ м бўлган бир жинсли ингичка таёкча O нуктадан ўтувчи горизонтал z ўқ атропофида эркин айлана олади (3.16- расм). Горизонтал йўналишда (z ўқиға тик) $v=10$ м/с тезлик билан учиб келаётган пластилин шарча таёкчанинги A нуктасига теғади ва таёкчаға ёпишиб қолади. Шарчанинги массаси $m_2=10$ г. Вактнинг бошланғич онисидаги таёкчанинги бурчак тезлиги ω ва таёкчанинги пастки учининги чизиқли тезлиги u аниқлансин. Ҳисоблаш A ва O нукталар орасидаги масофанинги қуйидаги кийматлари учун бажарилсин: 1) $l/2$; 2) $l/3$; 3) $l/4$.



3.16- расм

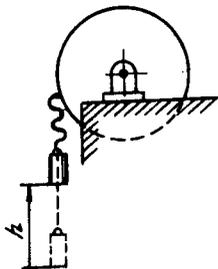


3.17- расм

3.30 Массаси $m_1=0,2$ кг ва радиуси $R=20$ см бўлган бир жинсли диск текислигига тик ва C нуктадан ўтувчи горизонтал z ўқ атропофида эркин айлана олади (3.17- расм). Горизонтал йўналишда (z ўқиға тик) $v=10$ м/с тезлик билан учиб келаётган пластилин шарча диск ясовчисининги A нуктасига теғади ва унинг сиртиға ёпишиб қолади. Шарчанинги массаси $m_2=10$ г. Вактнинг бошланғич онисидаги дискинги бурчак тезлиги ω ва дискдаги O нуктанинги чизиқли тезлиги u аниқлансин. Ҳисоблаш a ва

b ларнинг қуйидаги қийматлари учун бажарилсин: 1) $a=b=R$; 2) $a=\frac{R}{2}$; $b=R$; 3) $a=\frac{2R}{3}$; $b=\frac{R}{2}$; 4) $a=\frac{R}{3}$; $b=\frac{2R}{3}$.

3.31. Жуковский курсида турган одам уфқ текислиги йўналишида $v=20$ м/с тезлик билан учиб келаётган массаси $m=0,4$ кг бўлган тўпни қўли билан тутиб олади. Тўпнинг траекторияси курси айланаётган тик ўқдан $r=0,8$ м масофадан ўтади. Агар одам ва курсининг йиғинди инерция моменти $J=6$ кг·м² бўлса, Жуковский курсиси тўпни ушлаган киши билан биргаликда қандай ω бурчак тезлик билан айлана бошлайди?



3.18- расм

3.32. Радиуси $R=40$ см ва массаси $m_1=48$ кг бўлган диск шаклидаги ғилдирак уфқ текислигидаги ўқ атрофида айлана олади. Унинг цилиндрик сиртига иккинчи учига $m_2=0,2$ кг массали юк осилган чўзилмас ипнинг учи маҳкамланган (3.18-расм). Юк кўтарилган ва сўнгра қўйиб юборилган. $h=2$ м баландликдан эркин тушган юк ипни таранглаштирди ва бунинг натижасида ғилдиракни айлантирди. Бунда юк ғилдиракка қандай ω бурчак тезлик берган?

3.33. Радиуси $R=2$ м бўлган диск шаклига эга уфқ текислигидаги платформанинг чеккасида $m_1=80$ кг массали одам турибди. Платформанинг массаси $m_2=240$ кг. Платформа ўзининг марказидан ўтувчи тик ўқ атрофида айлана олади. Агар одам унинг чеккаси бўйлаб платформага нисбатан $v=2$ м/с тезлик билан юрса, платформа қандай ω бурчак тезлик билан айланиши топилсин. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

3.34. Диск шаклига эга бўлган платформа тик ўқ атрофида айлана олади. Платформанинг чеккасида $m_1=60$ кг массали одам турибди. Агар одам платформа чеккасидан юриб уни айланиб, дастлабки турган нуқтасига қайтиб келса, платформа қандай φ бурчакка бурилади? Платформанинг массаси $m_2=240$ кг. Одамнинг инерция моменти J ни моддий нуқтаникидек деб ҳисоблансин.

3.35. Радиуси $R=1$ м бўлган диск кўринишидаги платформанин инерция бўйича $n_1=6$ мин⁻¹ частота билан айланади. Платформанин чеккасида массаси $m=80$ кг бўлган одам турибди. Агар одам платформанин марказига ўтса, у қандай n_2 частота билан айланади? Платформанин инерция моменти $J=120$ кг·м². Одамнинг инерция моменти моддий нуқтаникидек деб ҳисоблансин.

3.36. Жуковский курсисининг марказида узунлиги $l=2,4$ м ва массаси $m=8$ кг бўлган, курсининг айланиш ўқи бўйлаб тик жойлашган таёқчани қўлида тутган одам турибди. Курси одам билан биргаликда $n_1=1$ с⁻¹ частота билан айланмоқда. Агар одам таёқчани горизонтал ҳолатга бурса, курси одам билан биргаликда қандай n частота билан айланади? Одам ва курсининг йиғинди инерция моменти $J=6$ кг·м².

3.37. Жуковский курсисид а турган одам курсининг айланиш ўқи бўйлаб тик жойлашган таёқчани қўлида тутиб турибди. Таёқча юкори қисмида жойлашган ғилдиракнинг айланиш ўқи бўлиб хизмат қилади. Курси ҳаракатсиз, ғилдирак эса $n_1 = 10 \text{ с}^{-1}$ частота билан айланмоқда. Ғилдиракнинг радиуси $R = 20 \text{ см}$, массаси $m = 3 \text{ кг}$. Одам таёқчани 180° га бурганда курсининг айланиш частотаси n_2 қандай бўлиши аниқлансин. Одам ва курсининг йиғинди инерция моменти $J = 6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Ғилдиракнинг массасини гардиш бўйлаб текис таксимланган деб ҳисоблаш мумкин.

Иш ва энергия

3.38. Узунлиги $l_1 = 1 \text{ м}$ бўлган ипнинг учига боғланган $m = 100 \text{ г}$ массали шарча уфқ текислигида сирпанганча $n = 1 \text{ с}^{-1}$ частота билан айланмоқда. Ип қискартирилиб, шарча айланиш ўқига $l_2 = 0,5 \text{ м}$ масофагача яқинлашди. Бунда шарча қандай n_2 частота билан айланади? Ипни қискартиришда ташки куч қандай A иш бажаради? Шарчанинг текисликка ишқаланиши инобатга олинмасин.

3.39. Ғилдирак $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$ тенглама билан ифодаланувчи конун бўйича айланмоқда. Бунда $A = 2 \text{ рад}$, $B = 32 \text{ рад/с}$, $C = 4 \text{ рад/с}^2$. Агар ғилдиракнинг инерция моменти $J = 100 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ бўлса, ғилдиракнинг айланишидан то тўхтагунигача унга таъсир этувчи кучлар эришадиган ўртача қувват $\langle N \rangle$ топилсин.

3.40. Ғилдирак $\varphi = A + Bt + Ct^2$ тенглама билан ифодаланувчи конун бўйича айланмоқда. Бунда $A = 2 \text{ рад}$, $B = 16 \text{ рад/с}$, $C = -2 \text{ рад/с}^2$. Ғилдиракнинг инерция моменти $J = 50 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Айлантирувчи момент M ва қувват N нинг ўзгариш қонуни топилсин. Вақтнинг $t = 3 \text{ с}$ онда қувват нимага тенг?

3.41. Моторнинг якори $n = 1500 \text{ мин}^{-1}$ частота билан айланмоқда. Агар мотор қувватни $N = 500 \text{ Вт}$ гача ошира олса, айлантирувчи момент M аниқлансин.

3.42. Диаметри $d = 0,48 \text{ м}$ бўлган шкивдан тасма орқали $N = 9 \text{ кВт}$ қувват узатилмоқда. Шкив $n = 240 \text{ мин}^{-1}$ частота билан айланмоқда. Тасманинг етакловчи тармоғининг таранглик кучи T_1 етакланувчи тармоғининг таранглик кучи T_2 дан икки марта катта. Тасманинг иккала тармоғининг ҳам таранглик кучлари топилсин.

3.43. Моторнинг қувватини аниқлаш учун унинг $d = 20 \text{ см}$ диаметрли шкивига тасма ташладилар. Тасманинг бир учига динамометр маҳкамланган, бошқасига эса P юк осдилар. Агар мотор $n = 24 \text{ с}^{-1}$ частота билан айланаётган, юкнинг массаси $m = 1 \text{ кг}$ ва динамометрнинг кўрсатиши $F = 24 \text{ Н}$ бўлса, моторнинг қуввати N топилсин.

3.44. Массаси $m = 80 \text{ кг}$ ва радиуси $R = 30 \text{ см}$ бўлган диск кўринишидаги ғилдирак тинч ҳолатда турибди. Ғилдиракка

$n = 10 \text{ с}^{-1}$ частота бериш учун қандай A_1 иш бажариш керак? Агар диск шу массаси билан кичикрок қалинликка эга бўлиб, радиуси икки марта катта бўлганда, қандай A_2 иш бажариш лозим бўлар эди?

3.45. Айланаётган ғилдиракнинг кинетик энергияси $T = 1 \text{ кЖ}$. Ўзгармас тормозловчи момент таъсирида ғилдирак текис секинланувчан айлана бошлади ва $N = 80$ марта айланиб тўхтади. Тормозловчи куч momenti M аниқлансин.

3.46. Инерция momenti $J = 40 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ бўлган тинч ҳолатдаги ғилдирак $M = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}$ куч momenti таъсирида текис тезланувчан айлана бошлади. Айланиш $t = 10 \text{ с}$ давом этди. Ғилдирак олган кинетик энергия T аниқлансин.

3.47. $m = 10 \text{ г}$ массали ўк бўйлама ўк (ўзаги) атрофида $n = 3000 \text{ с}^{-1}$ частота билан айланганча, $v = 800 \text{ м/с}$ тезлик билан учмоқда. Ўкни $d = 8 \text{ мм}$ диаметри цилиндрича деб қабул қилиб, ўкнинг тўла кинетик энергияси T аниқлансин.

3.48. $m = 4 \text{ кг}$ массали яхлит цилиндр горизонтал сирт бўйлаб сирпанишсиз думаламоқда. Цилиндр ўкининг чизикли тезлиги $v = 1 \text{ м/с}$. Цилиндрнинг тўла кинетик энергияси T аниқлансин.

3.49. Бир хил $m = 2 \text{ кг}$ массага эга бўлган чамбарак ва яхлит цилиндр бир хил $v = 5 \text{ м/с}$ тезлик билан сирпанишсиз думалашмоқда. Бу жисмларнинг кинетик энергиялари T_1 ва T_2 топилсин.

3.50. Шар горизонтал сирт бўйлаб сирпанишсиз думаламоқда. Шарнинг тўлиқ кинетик энергияси $T = 14 \text{ Ж}$. Шарнинг илгариланма ва айланма ҳаракат кинетик энергиялари T_1 ва T_2 аниқлансин.

3.51. Баландлиги $h = 1 \text{ м}$ бўлган қия текисликдан сирпанишсиз думалаётган шар марказининг чизикли тезлиги v аниқлансин.

3.52. Чамбарак узунлиги $l = 2 \text{ м}$ ва баландлиги $h = 10 \text{ см}$ бўлган қия текисликдан қанча t вақт сирпанишсиз думалайди?

3.53. Узунлиги $l = 1 \text{ м}$ бўлган ингичка тўғри таёқча ўзининг учидан ўтувчи уфқ текислигида ўққа маҳкамланган. Таёқчани мувозанат ҳолатидан $\varphi = 60^\circ$ бурчакка оғдириб, қўйиб юбордилар. Таёқчанинг қуйи учининг мувозанат ҳолатидан ўтаётган пайтдаги чизикли тезлиги v аниқлансин.

3.54. $l = 1 \text{ м}$ узунликка эга бўлган бир жинсли ингичка таёқча, таёқчадаги O нуктадан ўтувчи уфқ текислигидаги z ўк атрофида эркин айлана олади. Таёқчани мувозанат ҳолатидан α бурчакка оғдириб қўйиб юбордилар (3.13-расмга қаранг). Мувозанат вазиятидан ўтаётган пайтдаги таёқчанинг бурчак тезлиги ω ва таёқчадаги B нуктанинг чизикли тезлиги v аниқлансин. Ҳисоблаш қуйидаги ҳоллар учун бажарилсин: 1) $a = 0$, $b = l/2$, $\alpha = \pi/3$; 2) $a = l/3$, $b = 2l/3$, $\alpha = \pi/2$; 3) $a = l/3$, $b = 1$, $\alpha = 2\pi/3$.

3.55. $l = 15 \text{ см}$ узунликдаги тик қўйилган қалам столга йиқилиб тушаёпти. Йиқилишнинг охирида: 1) қаламнинг ўртаси; 2) унинг юқори учи қандай ω бурчак тезликка ва v чизикли тезликка эга

бўлади? Ишқаланиш шу қадар каттаки, каламнинг қуйи учи сирпанмайди, деб ҳисоблансин.

3.56. $R=20$ см радиусли бир жинсли диск текислигига тик ва O нуктадан ўтувчи уфқ текислигидаги z ўқ атрофида эркин айлана олади (3.14-расмга қ.). Дискдаги B нуктанинг мувозанат вазиятидан ўтаётган пайтдаги ω бурчак тезлиги ва v чизикли тезлиги аниқлансин. Ҳисоблаш қуйидаги ҳоллар учун бажарилсин:

- 1) $a=b=R$, $\alpha=\frac{\pi}{2}$; 2) $a=R/2$, $b=0$, $\alpha=\pi/3$; 3) $a=2R/3$, $b=2R/3$, $\alpha=\frac{5\pi}{6}$; 4) $a=\frac{R}{3}$, $b=R$, $\alpha=\frac{2\pi}{3}$.

4-5. МЕХАНИКАДА КУЧЛАР

Асосий формулалар

- Бутун олам тортишиш қонуни

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

бу ерда F — икки моддий нуктанинг ўзаро тортишиш кучи; m_1 ва m_2 — уларнинг массалари, r — нукталар орасидаги масофа; G — тортишиш доимийси. Бутун олам тортишиш қонунининг юқорида ёзилган шаклини массалари сферик жиҳатдан симметрик тақсимланган шарларнинг ўзаро таъсирига ҳам қўллаш мумкин. Бу ҳолда r шарларнинг масса марказлари орасидаги масофа бўлади.

- Тортишиш майдони (гравитацион майдон) кучланганлиги

$$g = \frac{F}{m},$$

бу ерда F — майдоннинг бирор нуктасида жойлашган m массали моддий нуктага таъсир этаётган тортишиш кучи.

● Массаси M ни сферик жиҳатдан симметрик тақсимланган деб ҳисоблаш мумкин бўлган сайёра ҳосил қиладиган тортишиш майдони кучланганлиги

$$g = G \frac{M}{r^2},$$

бу ерда r — сайёра марказидан майдоннинг сайёрадан ташқарида жойлашган бизни қизиқтирадиган нуктасигача бўлган масофа.

Ер сиртидан h баландликдаги эркин тушиш тезланиши

$$g_h = \frac{g}{(1+h/R)^2},$$

бу ерда R — Ер радиуси; g — Ер сиртидаги эркин тушиш тезланиши.

Агар $h \ll R$ бўлса, у ҳолда

$$g_h \approx \left(1 - \frac{2h}{R}\right)g.$$

● Бир-биридан r масофада жойлашган m_1 ва m_2 массали икки моддий нуктанинг (массалари сферик жиҳатдан симметрик жойлашган шарларнинг) гравитацион таъсир потенциал энергияси

$$П = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

(Бир-биридан чексиз узоклаштирилган моддий нукталарнинг потенциал энергиялари нолга тенг деб қабул қилинган).

● Тортишиш майдонининг потенциали

$$\varphi = \frac{П}{m},$$

бу ерда $П$ — майдоннинг муайян нуктасига жойлаштирилган m массали моддий нуктанинг потенциал энергияси.

● Массаси M ни сферик жиҳатдан симметрик таксимланган деб ҳисоблаш мумкин бўлган сайёра ҳосил қиладиган тортишиш майдони потенциали

$$\varphi = -G \frac{M}{r},$$

бу ерда r — сайёра марказидан майдоннинг сайёрадан ташқарида жойлашган бизни қизиқтирадиган нуктасигача бўлган масофа.

● **Кеплер қонунлари**

1. Сайёралар фокусларидан бирида Қуёш жойлашган муайян эллипс бўйлаб ҳаракатланадилар.

2. Сайёраларнинг радиус-векторлари тенг вақтлар ичида тенг юзалар чизади.

3. Ихтиёрий икки сайёранинг айланиш даврлари квадратларининг нисбати улар орбиталарининг катта ярим ўқлари кублари нисбатига тенг

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

Кеплер қонунлари йўлдошларнинг сайёралар атрофидаги ҳаракатлари учун ҳам ўринлидир.

● Жисмнинг бўйлама чўзилишидаги ёки сиқилишидаги нисбий деформация

$$\varepsilon = \frac{x}{l},$$

бу ерда ϵ — нисбий чўзилиш (сикилиш); x — абсолют (мутлак) чўзилиш (4.1- расм); l — жисмнинг бошланғич узунлиги.

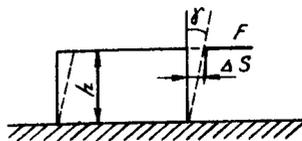
Силжишдаги нисбий деформация

$$tg\gamma = \frac{\Delta S}{h}$$

формуладан аниқланади; бу ерда $tg\gamma$ — нисбий силжиш; ΔS — жисм параллел қатламларининг бир-бирига нисбатан мутлак (абсолют) силжиши (4.2- расм); h — қатламлар орасидаги масофа; γ — силжиш бурчаги. (Кичик бурчаклар учун $tg\gamma = \gamma = \Delta S/h$.)



4.1- расм



4.2- расм

● Нормал кучланиш

$$\sigma = \frac{F_k}{S},$$

бу ерда F_k — жисмнинг кўндаланг кесимига тик йўналган қайишқоқлик (эластиклик) кучи; S — шу кесимнинг юзаси.

● Тангенциал кучланиш

$$\tau = \frac{F_k}{S},$$

бу ерда F_k — жисм қатлами бўйлаб таъсир этувчи қайишқоқлик кучи; S — шу қатламнинг юзаси.

● Бўйлама чўзилиш ёки сиқилиш учун Гук қонуни

$$F_k = -kx \text{ ёки } \sigma = \epsilon E,$$

бу ерда k — қайишқоқлик коэффиценти (пружина ҳолида — бикрлик), E — юнг модули.

Силжиш учун Гук қонуни

$$\Delta S = \frac{F \cdot h}{GS} \text{ ёки } \tau = G\gamma,$$

бу ерда G — кўндаланг қайишқоқлик модули (силжиш модули).

● Бир жинсли юмалоқ таёқчани ϕ бурчакка буровчи момент

$$M = C\phi,$$

бу ерда C — буралиш доимийси.

- Жисми деформациялаганда бажариладган иш

$$A = \frac{kx^2}{2}.$$

Чўзилган ёки сиқилган таёкчанинг потенциал энергияси

$$П = \frac{kx^2}{2} \text{ ёки } П = \frac{\sigma^2}{2E} V \text{ ёки } П = \frac{E\epsilon^2}{2} V,$$

бу ерда V — жисмнинг ҳажми.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Ер сиртидан учирилган фазовий кеманинг иккинчи космик тезлиги v_2 аниқлансин.

Э с л а т м а : Иккинчи космик (ёки параболик тезлик) v_2 деб, жисм Ер сиртидан чексизликкача узоклашиши учун унга берилиши зарур бўлган энг кичик тезликка айтлади (бунда ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмайди ва жисмга фақатгина Ернинг тортиш майдони таъсир қилади деб фараз қилинади).

Е ч и ш : m массали жисм чексизликкача узоклашганда унинг потенциал энергияси камаяётган кинетик энергияси ҳисобига орта боради ва чексизликда нолга тенг бўлмиш максимал қийматига эришади. Иккинчи космик тезликнинг таърифига биноан чексизликда жисмнинг кинетик энергияси ҳам нолга тенг. Шундай қилиб, чексизликда $T_\infty = 0$ ва $П_\infty = 0$. Механикада энергиянинг сақланиш қонунига биноан

$$T + П = T_\infty + П_\infty \text{ ёки } \frac{mv_2^2}{2} - G \frac{mM}{R} = 0,$$

бу ерда M — ернинг массаси. Бундан $v_2 = \sqrt{2GM/R}$ ни топамиз. Илдиз остидаги ифодани R га кўпайтириб ва бўлиб, бу формулани ўзгартирамиз:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}.$$

$\frac{GM}{R^2} = g$ эканлигидан (бунда g — Ер сиртидаги эркин тушиш тезланиши),

$$v_2 = \sqrt{2gR}.$$

Бу формулага g ва R ларнинг қийматларини қўйиб ва ҳисоблаб қуйидагини оламиз:

$$v_2 = 11,2 \text{ км/с.}$$

2- мисол. Фазовий кема тик йўналишда учириниш мақсадида Ер сиртида ўрнатилган. Кема Ер сиртидан унинг радиусига тенг ($R=6,37 \times 10^6$ м) масофага узоклашиши учун учиринишда кемага қандай энг кичик v_1 тезлик берилиши керак? Фазовий кема ва Ернинг ўзаро тортишиш таъсир кучидан бошқа кучлар инобатга олинмасин.

Ечиш. Фазовий кеманинг энг кичик тезлиги v_1 ни аниқлаш учун унинг энг кичик кинетик энергияси T_1 ни топиш керак. Буниёғ учун механик энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланамиз. Бу қонун фақат консерватив кучлар таъсир этадиган, жисмларнинг ёпиқ тизими учун бажарилади. Кема — Ер тизимини ёпиқ деб ҳисоблаш мумкин. Тизимга таъсир этадиган ягона куч — консерватив куч бўлиши тортишиш ўзаро таъсир кучидир.

Санок тизими сифатида инерциал санок тизимини танлаймиз, чунки фақат шундай тизимдагина динамика қонулари, хусусан сақланиш қонулари ўринлидир. Маълумки, жисмлар ёпиқ тизимининг масса маркази билан боғлиқ бўлган санок тизими инерциал бўлади. Қўрилаётган ҳолда кема — Ер тизимининг масса маркази амалда Ернинг маркази билан мос келади, чунки Ернинг массаси M кема массаси m дан анча катта. Бинобарин, Ернинг маркази билан боғлиқ санок тизимини амалда инерциал деб ҳисоблаш мумкин. Механик энергиянинг сақланиш қонунига биноан қуйидагини ёзамиз:

$$T_1 + P_1 = T_2 + P_2, \quad (1)$$

бу ерда T_1 ва P_1 — кема — Ер тизимининг бошланғич ҳолатдаги (Ер сиртида) кинетик ва потенциал энергияси; T_2 ва P_2 — охириги ҳолатдаги (Ер радиусига тенг масофадаги) мазкур катталиклар.

Танланган санок тизимида Ернинг кинетик энергияси нолга тенг. Шунинг учун ҳам T_1 кеманинг бошланғич кинетик

энергиясидир: $T_1 = \frac{mv_1^2}{2}$. Тизимнинг бошланғич ҳолатдаги потен-

циал энергияси* $P_1 = -GmM/R$. Кема Ер сиртидан узоклашган сари унинг потенциал энергияси ортиб, кинетик энергияси эса камайиб боради. Охириги ҳолатда кинетик энергия T_2 нолга тенг бўлади, потенциал энергия P_2 эса энг катта қийматига эришади: $P_2 = -GmM/(2R)$. T_1 , P_1 , T_2 , ва P_2 ларнинг қийматларини (1) ифодага қўйиб қуйидагини оламиз

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - G\frac{mM}{R} = -G\frac{mM}{2R},$$

буни m га қисқартирсак,

$$v_1 = \sqrt{\frac{gM}{R}}.$$

*Бир-бирдан чексиз узоклаштирилган жисмларнинг тортишиш ўзаро таъсир потенциал энергияси нолга тенг деб қабул қилинади.

$GM/R^2 = g$ (g — Ер сиртидаги эркин тушиш тезланиши) эканлигини назарда тутиб, бу формулани куйидаги кўринишда ёзамиз:

$$v_1 = \sqrt{gR},$$

бу биринчи коинот тезлиги ифодаси билан мос келади (1- мисолга к.) катталикларнинг сон қийматларини қўйиб, ҳисоблаш ўтказсак,

$$v_1 = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

3- мисол. Ернинг сиртидан ташқарида унинг марказидан r масофада жойлашган m массали жисмнинг Ер билан тортишиш ўзаро таъсир потенциал энергиясининг ифодаси топилсин. $\Pi(r)$ боғланишнинг графиги тузилсин.

Е ч и ш. Консерватив кучлар майдонидаги потенциал энергия (тортишиш кучлари консервативдир) куч билан куйидаги муносабат орқали боғланган

$$\vec{F} = -\text{grad}\Pi = -\left(\vec{i}\frac{\partial\Pi}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial\Pi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial\Pi}{\partial z}\right)$$

бунда \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} — координата ўқларининг бирлик векторлари (ортлар); $\frac{\partial\Pi}{\partial x}$, $\frac{\partial\Pi}{\partial y}$, $\frac{\partial\Pi}{\partial z}$ — потенциал энергиянинг мос координата-

лар бўйича хусусий ҳосилалари. Куч майдони сферик жиҳатдан симметрикликка эга бўлганда бу ифода соддалашади. Агар x ўқ сфера радиуси бўйлаб йўналган радиус-вектор z билан мос келтирилса, унда $\frac{\partial\Pi}{\partial y}$ ва $\frac{\partial\Pi}{\partial z}$ нолга айланади ва бу ҳолда $F = -\vec{i}\frac{\partial\Pi}{\partial x}$. \vec{r} ва \vec{i} векторлар мос келганлиги (4.3- расм) ҳамда

Π фақат r га боғлиқ бўлганлиги туфайли

$$\vec{F} = -\frac{d\Pi}{dr} \cdot \frac{\vec{r}}{r}. \quad (1)$$

Бутун олам тортишиш қонунини вектор шаклда ёзамиз

$$F = -G \frac{mM}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad (2)$$

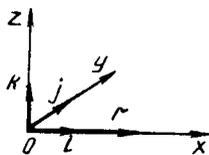
бу ерда G — тортишиш доимийси; M — Ернинг массаси. (1) ва (2) ифодаларни солиштириб, $\frac{d\Pi}{dr} = G \frac{mM}{r^2}$ ни топамиз, бундан

$$d\Pi = G \frac{mM}{r} dr.$$

Бу тенгликдан аниқмас интеграл олиб қуйидагини топамиз

$$\Pi = -G \frac{mM}{r} + C,$$

бу ерда C — интеграллаш доимийси.



4.3- расм

Олинган ифодага биноан, потенциал энергия бирор ўзгармас катталиқкача аниқликда топилиши мумкин.

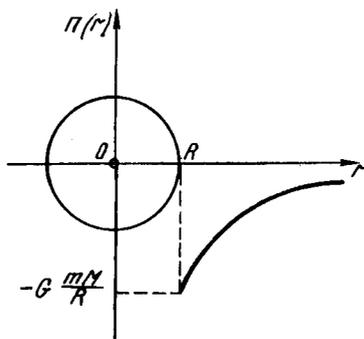
1. Агар бир-биридан чексиз катта масофага узоклаштирилган икки жисмнинг потенциал энергиясини нолга тенг деб қабул қилсак, ундан ўзгармас C нолга тенг бўлади. Бу ҳол учун қуйидагини ёзамиз

$$\Pi(r) = -G \frac{mM}{r}.$$

$\Pi(r)$ га мос келувчи боғланиш 4.4-расмда келтирилган график ёрдамида тасвирланади.

2. Агар Ер сиртидаги потенциал энергияни нолга тенг деб қабул қилсак, у ҳолда $\Pi(r) = -G \frac{mM}{R} + C = 0$, $C = G \frac{mM}{R}$ ва бунда

$$\Pi(r) = G \frac{mM}{R} - G \frac{mM}{r}.$$



4.4- расм

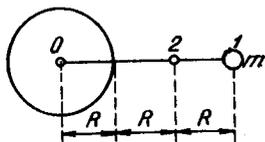
Лекин, $r = R + h$ бўлганидан (бунда h — жисмнинг Ер сиртидан баландлиги)

$$\Pi(h) = G \frac{mM}{R} - G \frac{mM}{R+h} = G \frac{mM}{(R+h)} h.$$

Агар $h \ll R$ бўлса, у ҳолда $\Pi(h) = G \frac{mM}{R^2} h$ ёки $g = G \frac{M}{R^2}$ эканлигидан

$$\Pi(h) = mgh.$$

4- мисол. Ернинг тортишиш майдонида жойлашган m массали жисм 1 нуктадан 2 нуктага кўчади (4.5- расм). Агар жисмнинг 1 нуктадаги тезлиги $v_1 = \sqrt{gR} = 7,9$ км/с бўлса, жисмнинг 2 нук-



4.5- расм

тадаги тезлиги v_2 аниқлансин. Эркин тушиш тезланиши g маълум деб ҳисоблансин.

Е ч и ш. Жисм — Ер тизими ёпиқ тизим бўлиб, унда консерватив куч — тортишиш кучи таъсир қилади. Шунинг учун ҳам энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланиш мумкин (инерциал санок тизимини тизимнинг масса маркази билан боғлаймиз). У ҳолда қуйидагини ёзиш мумкин

$$E_1 = E_2 \text{ ёки } T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2, \quad (1)$$

бунда T_1 , Π_1 ва T_2 , Π_2 — бошланғич 1 ва охириги 2 ҳолатларга мос келувчи кинетик ва потенциал энергиялар. Шунини таъкидлаймизки, жисм — Ер тизимининг масса маркази амалда Ернинг масса маркази билан мос келади ($m \ll M$) ва шунинг учун ҳам Ернинг бошланғич ҳамда охириги ҳолатлардаги кинетик энергиялари нолга тенг. У ҳолда

$$T_1 = \frac{mv_1^2}{2}; \Pi_1 = -G \frac{Mm}{3R}; T_2 = \frac{mv_2^2}{2}; \Pi_2 = -G \frac{Mm}{2R}.$$

Бу ифодаларни (1) га қўйиб қуйидагини оламиз

$$\frac{mv_1^2}{2} - G \frac{Mm}{3R} = \frac{mv_2^2}{2} - G \frac{Mm}{2R}.$$

GM ни gR^2 билан алмаштириб ($GM = gR^2$) ва қискартириш ўтказиб, $v_2^2 = v_1^2 + \frac{1}{3}gR$ ни топамиз, бундан $v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{1}{3}gR}$.

$v_1^2 = gR$ эканлигидан (масаланинг шартига кўра),

$$v_2 = \sqrt{\frac{4}{3}gR} = v_1 \sqrt{\frac{4}{3}}.$$

Ҳисоблашларни амалга оширсак,

$$v_2 = \sqrt{\frac{4}{3}} \cdot 7,9 \text{ км/с} = 9,12 \text{ км/с}.$$

5- мисол. $m = 10$ кг массали жисмнинг 1 нуктадан 2 нуктага кўчирилишида Ернинг тортишиш майдони кучлари бажарган иш A_{12} ҳисоблансин (4.5- расм). Ернинг радиуси R ва Ер сирти яқинидаги эркин тушиш тезланиши g маълум деб ҳисоблансин.

Е ч и ш. Масалани ечиш учун иш A ва потенциал энергиянинг ўзгариши $\Delta\Pi$ орасидаги муносабатдан фойдаланамиз. Тизим кучлари — тортишиш кучлари — консерватив кучлар турига кирганлиги учун ҳам майдон кучларининг иши потенциал энергиянинг камайиши ҳисобига бажарилади, яъни

$$A_{12} = -\Delta\Pi = \Pi_1 - \Pi_2, \quad (1)$$

бу ерда Π_1 ва Π_2 — жисм — Ер тизимининг мос равишда бошланғич ва охириги ҳолатларидаги потенциал энергиялари.

Жисм Ердан чексиз катта масофада бўлганида жисм билан Ернинг ўзаро таъсир потенциал энергияси нолга тенг деб шартлашамиз. У ҳолда r масофадаги потенциал энергия ушбу тенглик орқали ифодаланadi $\Pi = -G \frac{mM}{r}$, бу ерда M — Ернинг массаси.

Масала шартларида берилган $r_1 = 3R$ ва $r_2 = 2R$ масофалар учун (4.5- расм) потенциал энергиянинг куйидаги икки ифодасини топамиз:

$$\Pi_1 = -G \frac{mM}{3R}; \Pi_2 = -G \frac{mM}{2R}.$$

Π_1 ва Π_2 ларнинг бу ифодаларини (1) формулага қўйиб, куйидагини оламиз

$$A_{12} = -G \frac{mM}{3R} - \left(-G \frac{mM}{2R} \right) = \frac{1}{6} G \frac{mM}{R}.$$

$G \frac{M}{R^2} = g$ эканлигини назарда тутсак, охириги ифодани куйидаги кўрнишга келтирамиз

$$A_{12} = \frac{1}{6} mgR.$$

m, g, R ларнинг қийматларини бу ифодага қўйиб, ҳисоблашларни бажарсак

$$A_{12} = \frac{1}{6} 10 \cdot 9,81 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ Ж} = 1,04 \cdot 10^8 \text{ Ж} = 104 \text{ МЖ}.$$

6- мисол. Узунлиги $l = 5$ м, кўндаланг кесимининг юзаси $S = 4 \text{ см}^2$ бўлган пўлат стерженнинг юқори учи ҳаракатсиз маҳкамланган, пастки учига эса $m = 2 \cdot 10^3$ кг массали юк осилган. 1) стержен материалининг нормал кучланиши σ ; 2) стерженнинг абсолют x ва нисбий ϵ чўзилиши; 3) чўзилган стерженнинг потенциал энергияси Π аниқлансин.

Е ч и ш . 1. Чўзилган стержен материалининг нормал кучланиши $\sigma = \frac{F}{S}$ формула орқали ифодаланadi (бунда F — стержен ўқи бўйлаб таъсир этувчи куч). Мазкур ҳолда F куч оғирлик кучи mg га тенг ва шунинг учун

$$\sigma = \frac{mg}{S}$$

деб ёзишимиз мумкин. Ҳисоблашларни бажарсак,

$$\sigma = 49 \text{ МПа}$$

2. Абсолют чўзилиш

$$x = \frac{Fl}{E \cdot S}$$

формула орқали ифодалангани, бунда E — Юнг модули. Бу формулага F , l , S ва E катталикларнинг қийматларини қўйиб (E нинг қиймати 11-жадвалдан олинсин) ҳисоблашни бажарсак,

$$x = \frac{Fl}{ES} = \frac{mgl}{E \cdot S} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 5}{200 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} \text{ м} = 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,23 \text{ мм}.$$

Стерженнинг нисбий чўзилиши

$$\varepsilon = \frac{x}{l} = 2,46 \cdot 10^{-4}.$$

3. Чўзилган стерженнинг потенциал энергияси $\Pi = \frac{e\sigma}{2}V$, бу ерда $V = Sl$ — жисмнинг ҳажми. Шунинг учун $\Pi = \frac{e\sigma}{2}Sl$. Шу формула бўйича ҳисоблашни бажарсак,

$$\Pi = 12,1 \text{ Ж}.$$

7- мисол. Пружинани пистолетдан тик юқорига ўқ отилган. Агар пружинанинг қаттиқлиги $k = 196 \text{ Н/м}$ бўлиб отишдан олдин у $x = 10 \text{ см}$ га сиқилган бўлса, $m = 20 \text{ г}$ массали ўқ кўтариладиган баландлик h аниқлансин. Пружинанинг массаси ҳисобга олинмасин.

Ечиш. Ер—ўқ тизими (пистолет билан биргаликда) ёпик тизим бўлиб, унда консерватив кучлар, қайишқоқлик (эластиклик) кучлари ва тортишиш кучи таъсир қилади. Шунинг учун ҳам масалани ечишда механикадаги энергиянинг сақланиш қонунини қўллаш мумкин. Бу қонунга биноан тизимнинг бошланғич ҳолатдаги тўла энергияси E_1 (мазкур ҳолда отишдан олдин), охириги ҳолатдаги тўла энергияси E_2 га (ўқ h баландликка кўтарилганда) тенг, яъни

$$E_1 = E_2 \text{ ёки } T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2. \quad (1)$$

бунда T_1 ва T_2 — тизимнинг бошланғич ва охириги ҳолатлардаги кинетик энергиялари; Π_1 ва Π_2 — ўша ҳолатлардаги потенциал энергиялар.

Ўқнинг бошланғич ва охириги ҳолатлардаги кинетик энергиялари нолга тенг бўлганлигидан (1) тенглик қуйидаги кўринишни олади.

$$\Pi_1 = \Pi_2. \quad (2)$$

Агар Ер тортишиш майдонининг потенциал энергиясини унинг сиртида нолга тенг деб қабул қилсак, у ҳолда тизимнинг бошланғич ҳолатдаги потенциал энергияси сиқилган пружинанинг потенциал энергиясига тенг, яъни $\Pi_1 = \frac{kx^2}{2}$, охириги ҳолатда эса — ўкнинг баландликдаги потенциал энергиясига тенг, яъни $\Pi_2 = mgh$ бўлади.

Π_1 ва Π_2 ларнинг келтирилган ифодаларини (2) формулага қўйиб куйидагини топамиз.

$$\frac{kx^2}{2} = mgh, \quad h = \frac{kx^2}{2mg}$$

Охириги формулага биноан ҳисоблашни бажарсак,

$$h = 5 \text{ м.}$$

Масалалар

Тортишиш кучлари. Тортишиш (гравитация) майдони

4.1. Иккита бир хил бир жинсли шарларнинг масса марказлари бир-биридан $r = 1$ м масофада жойлашган. Ҳар бир шарнинг массаси $m = 1$ кг дан. Шарларнинг тортишиш таъсир кучи F аниқлансин.

4.2. Ҳар бирининг массаси $m = 10$ т дан бўлган иккита фазовий кема бир-бирига $r = 100$ м масофагача яқинлашишса, уларнинг ўзаро тортишиш кучи F нинг катталиги қандай бўлади?

4.3. Ҳар бирининг диаметри $d = 20$ см дан бўлган, бир-бирига тегиб турган иккита темир шарнинг ўзаро тортишиш кучи F аниқлансин.

4.4. Ер сиртидан қандай h баландликда тортишиш майдони кучланганлиги $g_h = 1$ Н/кг бўлади? Ернинг радиуси R маълум деб ҳисоблансин.

4.5. Тик юқорига қараб отилган ракета $h = 3200$ км баландликка кўтарилди ва қайтиб туша бошлади. Тушишининг биринчи секундидан кема қандай s йўлни ўтади?

4.6. Марс сайёрасининг радиуси $R = 3,4$ Мм, унинг массаси $M = 6,4 \cdot 10^{23}$ кг. Марс сиртидаги тортишиш майдони кучланганлиги аниқлансин.

4.7. Ернинг радиуси Ойнинг радиусидан $n = 3,66$ марта катта; Ернинг ўртача зичлиги Ойнинг ўртача зичлигидан $k = 1,66$ марта катта. Ер сиртидаги эркин тушиш тезланиши g ни маълум деб ҳисоблаб, Ой сиртидаги эркин тушиш тезланиши $g_{\text{ой}}$ аниқлансин.

4.8. Кичик бир сайёранинг радиуси $R = 250$ км, ўртача зичлиги $\rho = 3$ г/см³. Сайёра сиртидаги эркин тушиш тезланиши аниқлансин.

4.9. Ернинг массаси Ой массасидан $n = 81,6$ марта катта. Ер ва Ойнинг масса марказлари орасидаги масофа $l = 60,3R$ (R —

Ернинг радиуси), Ер ва Ой тортишиш майдонлари кучланганликларининг йиғиндиси нолга тенг бўлган нукта Ер марказидан қандай r (R ларда ҳисоблаганда) масофада бўлади?

4.10. Сунъий йўлдош Ер атропоида $h=3,6$ мм баландлиқда айланма орбита бўйлаб айланади. Йўлдошнинг чизикли тезлиги v аниқлансин. Ернинг радиуси R ва Ер сиртидаги эркин тушиш тезланиши g маълум деб ҳисоблансин.

4.11. Ер сунъий йўлдошининг айланиш даври $T=2$ соат. Йўлдош орбитасини айлана деб ҳисоблаб, унинг Ер сиртидан қандай h баландлиқда ҳаракатланаётгани топилсин.

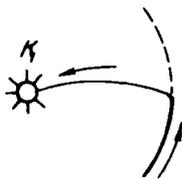
4.12. Сунъий йўлдош айланма орбита бўйлаб Ер экватори текислигида ҳаракатланади ва ҳамма вақт Ер сиртидаги битта жой устида қолади. Йўлдошнинг бурчак тезлиги ω ва орбитасининг радиуси R аниқлансин.

4.13. Нептун сайёраси Куёшдан Ерга нисбатан $R=30$ марта узокда. Нептуннинг Куёш атропоида айланиш даври T (йилларда) аниқлансин.

4.14. Ой Ер атропоида $v_1=1,02$ км/с тезлик билан ҳаракатланади. Ердан Ойгача бўлган ўртача масофа $l=60,3R$ (R — Ер радиуси). Шу маълумотлар бўйича Ер сиртидан унча катта бўлмаган баландлиқда Ер атропоида айланадиган сунъий йўлдош қандай тезлик билан ҳаракатланиши кераклиги аниқлансин.

4.15. Ернинг Куёш атропоидаги ҳаракатининг ўртача тезлиги v_1 ни билган ҳолда (30 км/с), орбитасининг радиуси Ер орбитаси радиусидан $n=4$ марта катта бўлган кичик сайёра қандай v_2 ўртача тезлик билан ҳаракатланиши аниқлансин.

4.16. Биринчи сунъий сайёрага айланган совет космик кемаси куёш атропоида эллипс бўйлаб айланади. Куёшдан кемагача бўлган энг кичик масофа $r_{min}=0,97$ ф.б. энг катта масофа эса $r_{max}=1,32$ ф.б. (Ер ва Куёш орасидаги ўртача масофа). Сунъий сайёранинг айланиш даври T (йилларда) аниқлансин.



4.6- расм



4.7- расм

4.17. Фазовий кема. Куёш атропоида қарийб Ер орбитаси билан мос келувчи орбита бўйлаб ҳаракатланади. Тормозловчи қурилма ишлатилгач кема тезда ўз тезлигини йўқотиб Куёшга кулаб туша бошлайди (4.6- расм). Кеманинг кулаш вақти t аниқлансин.

Кўрсатма. Куёшга кулаётиб кема катта ўки Ер орбитасининг радиусидан, эксцентриситети эса бирдан кўп фарк қилмайдиган эллипс бўйлаб ҳаракатланади, деб қабул қилинсин. Эллипс бўйлаб айланиш даври эксцентриситетга боғлиқ эмас.

4.18. Ердан Марсга томон учирилган фазовий кема Куёш атрофида эллиптик орбита бўйлаб ҳаракатланмоқда (4.7-расм). Куёшдан Марсгача бўлган ўртача масофа $r=1,5$ ф.б. Кема Марс билан учрашгунча канча t вақт давомида учади?

4.19. Сунъий йўлдош Ер атрофида эксцентриситети $\epsilon=0,5$ бўлган эллипс бўйлаб ҳаракатланмоқда. Йўлдошнинг перигейдаги (йўлдош орбитасининг Ер марказига энг яқин нуктаси) чизикли тезлиги апогейдаги (орбитанинг энг узокдаги нуктаси) чизикли тезлигидан неча марта катта?

Кўрсатма. Импульс моментининг сақланиш қонуни қўлланилсин.

4.20. Комета Куёш атрофида эксцентриситети $\epsilon=0,6$ бўлган эллипс бўйлаб ҳаракатланмоқда. Комета орбитасининг куёшга энг яқин бўлган нуктасидаги чизикли тезлиги энг узок бўлган нуктасидаги чизикли тезлигидан неча марта катта?

4.21. Марснинг энг яқин йўлдоши сайёра марказидан $r=9,4$ мм масофада бўлиб, унинг атрофида $v=2,1$ км/с тезлик билан ҳаракатланади. Марснинг массаси M аниқлансин.

4.22. Ой марказидан Ер марказигача бўлган масофа r ва Ойнинг Ер атрофида айланиш даври T ёрдамида Ер массаси M аниқлансин (T ва r лар маълум деб ҳисоблансин).

4.23. Сатурн сайёрасининг йўлдошларидан бири сайёрадан тахминан Ердан Ойгача бўлган масофага тенг r узокликда жойлашган. Лекин унинг сайёра атрофида айланиш даври T Ойникидан қарийб $n=10$ марта кичик. Сатурн ва Ер массаларининг нисбати аниқлансин.

4.24. Ҳамма нукталаридаги зичлиги ρ ни бир хил деб ҳисоблаш мумкин бўлган сайёрадаги эркин тушиш тезланиши g нинг унинг марказидан бошлаб ҳисобланган масофа r га боғланиши топилсин. $g(r)$ боғланишнинг графиги тузилсин. Сайёранинг радиуси R маълум деб ҳисоблансин.

4.25. $m=1$ кг массали жисм Ер сиртида турибди. Қуйидаги икки ҳол учун оғирлик кучининг ўзгариши ΔP аниқлансин: 1) Жисмни $h=5$ км баландликка кўтарилганда; 2) жисмни чуқурлиги $h=5$ км бўлган шахтага туширилганда. Ер радиуси $R=6,37$ мм ва зичлиги $\rho=5,5$ г/см³ бўлган бир жинсли курра (шар) деб ҳисоблансин.

4.26. $m=1$ кг массали жисм: 1) Ер радиусига тенг h баландликдан; 2) чексизликдан Ер сиртига тушганда Ер тортишиш майдонининг бажарган иши A аниқлансин. Ернинг радиуси R ва унинг сиртидаги эркин тушиш тезланиши g маълум деб ҳисоблансин.

4.27. Юкорига тик учирилган фазовий кеманинг бошланғич тезлиги v биринчи космик тезликка тенг бўлса, кема Ер сиртидан қандай h баландликка кўтарилади?

4.28. Ер ва Қуёш сиртларидаги тортишиш майдони потенциалининг қиймати аниқлансин.

4.29. Ой сирти яқинидаги биринчи (айланма) ва иккинчи (параболик) космик тезликларнинг қийматлари ҳисоблаб топилсин.

4.30. Қуёш сирти яқинидаги биринчи ва иккинчи космик тезликлар топилсин.

4.31. Кичик сайёранинг радиуси $R=100$ км, сайёрадаги моддаларнинг ўртача зичлиги $\rho=3$ г/см³. Шу сайёра сиртидаги параболик тезлик v аниқлансин.

4.32. Агар фазовий кема Ердан $v_0=10$ км/с бошланғич тезлик билан учирилган бўлса, кеманинг Ер радиусига тенг баландликдаги тезлиги қандай бўлади? Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин. Ернинг радиуси R ва Ер сиртидаги эркин тушиш тезланиши g маълум деб ҳисоблансин.

4.33. Фазовий кема Ердан $v_0=15$ км/с бошланғич тезлик билан учирилган. Агар Ердан кемагача бўлган масофа чексиз ортиб борса, кеманинг тезлиги қандай чегаравий қийматга интилади? Ҳавонинг қаршилиги ва Ердан бошқа осмон жисмларининг тортишиши ҳисобга олинмасин.

4.34. Метеорит амалда чексиз деб ҳисоблаш мумкин бўлган, жуда катта масофадан Қуёшга қулаб тушмоқда. Метеоритнинг бошланғич тезлиги ҳисобга олинмайдиган даражада кичик. Метеорит билан Қуёш орасидаги масофа Ер ва Қуёш ўртасидаги ўртача масофага тенг бўлган пайтда метеоритнинг тезлиги қандай бўлади?

4.35. Комета парабола деб ҳисоблаш мумкин бўлган орбита бўйлаб ҳаракатланиб Қуёшни айланиб ўтмоқда. Комета перигейдан ўтаётган (ўз орбитасининг Қуёшга энг яқин нуқтаси) пайтда Қуёшдан кометагача бўлган масофа $r=50$ Гм бўлса, комета шу нуқтада қандай v тезлик билан ҳаракатланади?

4.36. Ер сиртидан $h=2,6$ Мм баландликдаги фазовий кемага Ер маркази билан кемани туташтирувчи чизикка тик йўналишда $v=10$ км/с тезлик берилди. Кема Ерга нисбатан қандай орбита бўйлаб ҳаракатланади? Конус кесимининг кўриниши аниқлансин.

Қайшиқоқлик кучлари. Механик кучланиш. Мустақкамлик

4.37. Диаметри $d=2$ мм бўлган симга $m=1$ кг массали юк осилган. Симда вужудга келадиган кучланиш σ аниқлансин.

4.38. Диаметри $d=2$ см ва узунлиги $l=60$ м бўлган қўрғошин симнинг юкори учи қўзғалмас қилиб маҳкамланган. Пастки учига эса $m=100$ кг массали юк осилган. Симнинг 1) пастки учидаги; 2) ўртасидаги; 3) юкори учидаги кучланиши топилсин.

4.39. Диаметри $d=1$ мм бўлган пўлат сим қайишқоқлик (эластиклик) чегараси $\sigma_{\text{кин}}=294$ МПа дан чиқмасдан кўпи билан қанча юкка чидаши мумкин? Шу юк таъсирида симнинг чўзилиши унинг бошланғич узунлигининг қандай қисмини ташкил этади?

4.40. Кўрғошин сим юқори учидан тик ҳолатда осилган. Оғирлик кучи таъсирида узилиб кетмаслиги учун сим қандай энг катта узунликка эга бўлиши мумкин? Кўрғошиннинг мустаҳкамлик чегараси $\sigma_{\text{мус}}=12,3$ МПа.

4.41. Симга боғланган $m=10$ кг массали кадоктош $n=2\text{с}^{-1}$ частота билан горизонтал сиртда ишқаланишсиз сирпанганича симнинг учидан ўтувчи тик ўқ атрофида айланади. Симнинг узунлиги $l=1,2$ м ва кўндаланг кесимининг юзаси $S=2$ мм². Сим материалининг кучланиши топилсин. Унинг массаси ҳисобга олинмасин.

4.42. Узунлиги $l=1,2$ м, кўндаланг кесимининг юзаси $S=2$ см² ва массаси $m=10$ кг бўлган бир жинсли таёкча горизонтал сирт бўйлаб ишқаланишсиз сирпанганича, таёкча учидан ўтувчи тик ўқ атрофида $n=2$ с частота билан айланмоқда. Шу айланиш частотаси учун таёкча материалининг энг катта кучланиши топилсин.

Қайишқоқлик модули. Бикрлик

4.43. Узунлиги $l=5$ м ва кўндаланг кесимининг юзаси $S=2$ мм² бўлган симга $m=5,1$ кг массали юк осилди. Натижада сим $x=0,6$ мм га узайди. Сим материали учун Юнг модули E топилсин.

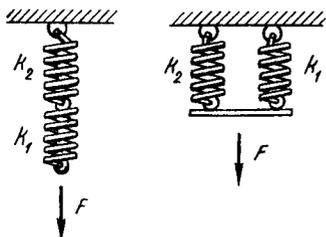
4.44. Узунлиги $l=3$ м ва диаметри $d=2$ см бўлган пўлат таёкчага массаси $m=2,5 \cdot 10^3$ кг бўлган юк осилган. Таёкчадаги кучланиш σ ҳамда таёкчанинг нисбий ϵ ва абсолют x чўзилиши аниқлансин.

4.45. Узунлиги $l=2$ м ва диаметри $d=1$ мм бўлган сим амалда горизонтал тортилган. Симнинг ўртасига $m=1$ кг массали юк осганларида сим юк осилган нуқта $h=4$ см гача пасаядиган даражада чўзилди. Сим материалининг Юнг модули аниқлансин.

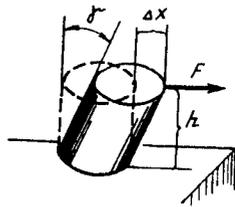
4.46. Бикрликлари $k_1=0,3$ кН/м ва $k_2=0,8$ кН/м бўлган икки пружина кетма-кет уланган. Агар иккинчи пружина $x_2=1,5$ см га деформацияланган бўлса, биринчи пружинанинг абсолют деформацияси x_1 аниқлансин.

4.47. Иккита пружинадан иборат тизимнинг улар кетма-кет ва параллел уланганларидаги бикрлиги k аниқлансин (4.8- расм). Пружиналарнинг бикрлиги $k_1=2$ кН/м ва $k_2=6$ кН/м.

4.48. Диаметри $d=20$ см ва баландлиги $h=20$ см бўлган цилиндр шаклига эга темир ғўланинг пастки асоси кўзғалмас қилиб маҳкамланган. Ғўланинг юқори асосига $F=20$ кН куч таъсир қилмоқда (4.9- расм). 1) ғўла материалга қўйилган тангенциал кучланиш τ ; 2) нисбий деформация ν (силжиш бurchаги); 3) ғўла юқори асосининг силжиши Δx аниқлансин.



4.8- расм



4.9- расм

4.49. Ингичка таёқчанинг бир учи маҳкамланган, иккинчи учига эса $M=1$ кН·м куч момент қўйилган. Агар буралиш доимийси $C=120$ кН·м/рад бўлса, таёқчанинг буралиш бурчаги аниқлансин.

4.50. Ингичка бир жинсли металл тасма юқори учидан маҳкамланган. Пастки учига $M=1$ Мн·м куч момент қўйилган. Тасманинг буралиш бурчаги $\varphi=10^\circ$. Буралиш доимийси C аниқлансин.

Қайишқоқлик кучининг иши. Деформацияланган жисмнинг энергияси

4.51. Уzunлиги $l=1$ м ва қўндаланг кесимининг юзаси $S=1$ см² бўлган пўлат таёқчани $x=1$ мм га чўзиш учун қандай A иш бажариш керак?

4.52. Пружинани $x=1$ см га сиқиш учун $F=10$ Н куч қўшиш керак. Агар куч сиқишга пропорционал бўлса, пружинани $x=10$ см га сиқиш учун қандай A иш бажариш керак?

4.53. Бикрлиги $k=10$ кН/м бўлган пружина $F=200$ Н куч билан сиқилган. Шу пружинани яна қўшимча $x=1$ см га сиқишда ташки кучлар бажарадиган иш A аниқлансин.

4.54. Бикрлиги $k=1$ кН/м бўлган пружина $x_1=4$ см га сиқилган. Пружинанинг сиқилишини $x_2=18$ см гача орттириш учун қандай A иш бажариш керак?

4.55. Пружинанинг юқори учига турган тахтача устига қўйилган қадоктош пружинани $x=2$ мм га сиқади. Пружина учига $h=5$ см баландликдан тушган шу қадоктошнинг ўзи пружинани қанчагача сиқади?

4.56. $m_1=10$ г массали ўқ затворининг массаси $m_2=200$ г бўлган автоматик тўппонча стволининг оғзидан $v=300$ м/с тезлик билан учиб чиқади. Тўппончанинг затвори стволга бикрлиги $k=25$ кН/м бўлган пружина билан сиқилади. Отишдан кейин затвор қандай l масофага сурилади? Тўппонча қаттиқ маҳкамланган деб ҳисоблансин.

4.57. Бикрликлари $k_1=0,3$ кН/м ва $k_2=0,5$ кН/м бўлган икки пружина кетма-кет бириктирилган ва шундай чўзилганки, иккинчи

пружинанинг x абсолют деформацияси 3 см га тенг. Пружиналарни чўзишда бажарилган иш A ҳисоблансин.

4.58. Бикрлиги $k=100$ кН/м бўлган пружина $x_1=4$ см га чўзилган. Қуйидаги куч камайтира борилиб, пружинага бошланғич ҳолатига (чўзилмаган) қайтишга имконият берилди. Сўнгра пружинани $x_2=6$ см га сиқилди. Бунда ташки куч бажарган иш A аниқлансин.

4.59. $m=3,9$ кг массали пўлат таёкча ўз бошланғич узунлигининг $x=0,001$ қисмига чўзилган. Чўзилган таёкчанинг потенциал энергияси Π топилсин.

4.60. Узунлиги $l=2$ м ва кўндаланг кесим юзаси $S=2$ см² бўлган темир таёкча муайян куч билан чўзилмокда ва бунда чўзилиш $x=0,4$ см га тенг. Чўзилган таёкчанинг потенциал энергияси Π ва энергиянинг ҳажмий зичлиги ω ҳисоблансин.

4.61. Узунлиги $l=2$ м ва кўндаланг кесими юзаси $S=2$ см² бўлган пўлат таёкча $F=10$ кН куч билан чўзилмокда. Чўзилган таёкчанинг потенциал энергияси Π ва энергиянинг ҳажмий зичлиги ω топилсин.

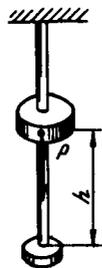
4.62. Бикрликлари $k_1=1$ кН/м ва $k_2=3$ кН/м бўлган икки пружина параллел бириктирилган. Шу тизимнинг абсолют деформация $x=5$ см бўлган ҳолдаги потенциал энергияси аниқлансин.

4.63. $m=10$ г массали шарча пружинаси $x=5$ см га сиқилган пружинали тўппончадан қандай v тезлик билан учиб чиқади? Пружинанинг бикрлиги $k=200$ Н/м

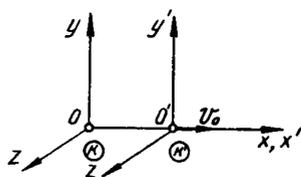
4.64. Пружинали қуролнинг пружинаси $x_1=20$ см га сиқилган. Тепки отиш ҳолатига келтирилганда уни яна $x_2=30$ см га сиқдилар. Агар пружинанинг бикрлиги $k=120$ Н/м бўлса, массаси $m=50$ г бўлган ўк қуролдан қандай v тезлик билан учиб чиқади.

4.65. $m=12$ т массали вагон $v=1$ м/с тезлик билан ҳаракатланаётган эди. У пружинали буферга урилиб, буфер пружинасини $x=10$ см га сиқиб тўхтади. Пружинанинг бикрлиги k топилсин.

4.66. Пўлат таёкча шундай чўзилганки, таёкча материалидаги кучланиш $\sigma=300$ МПа бўлган. Чўзилган таёкча потенциал энергиясининг ҳажмий зичлиги ω топилсин.



4.10- расм



5.1- расм

4.67. Пулат таёкнинг узунлиги $l=2$ м ва кўндаланг кесимининг юзаси $S=10$ мм². Таёкнинг юкори учи кўзгалмас қилиб маҳкамланган, пастки учига эса тиргак маҳкамланган. Таёкқа ўртасидан тешилган $m=10$ кг массали юк кийдирилган (4.10-расм). Юк $h=10$ см баландликдан тушиб, тиргакда тутилиб қолади. 1) юк урилганда таёкнинг чўзилиши x ; 2) бунда таёк материалда вужудга келадиган нормал кучланиш σ топилсин.

5-§. РЕЛЯТИВИСТИК МЕХАНИКА АСОСИЯ ФОРМУЛАЛАР

Махсус нисбийлик назариясида фақат инерциал санок тизимлари қаралади. Барча масалаларда y, y' ва z, z' нинг йўналишлари бир хил, K' координата тизимининг K тизимга нисбатан нисбий тезлиги v_0 эса умумий ўқ xx' бўйлаб йўналган деб олинади (5.1-расм).

Таёкча узунлигининг релятивистик (Лоренц) қисқариши $l=l_0\sqrt{1-(v/c)^2}$, бу ерда l_0 — таёкчанинг K' координата тизимидаги, яъни таёкча ҳаракатсиз бўлган координата тизимидаги узунлиги (хусусий узунлик). Таёкча x' ўқига параллел; l — таёкчанинг K тизимидаги, яъни таёкча унга нисбатан v тезлик билан ҳаракатланаётган тизимдаги узунлиги; C — электромагнит нурланишининг тарқалиш тезлиги.

- Соат юришининг релятивистик секунлашуви

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}},$$

бу ерда Δt_0 — K' тизимда бир нуқтада рўй берган икки ҳодиса орасидаги тизимнинг соат билан ўлчанган вақт оралиғи (ҳаракатланувчи соатнинг хусусий вақти); Δt — икки ҳодиса орасидаги K тизимнинг соат билан ўлчанган вақт оралиғи.

- Тезликларни релятивистик қўшиш

$$v = \frac{v' + v_0}{1 + v_0 v' / c^2},$$

бу ерда v' — нисбий тезлик (жисмнинг K' тизимга нисбатан тезлиги); v_0 — кўчма тезлик (K' тизимнинг K га нисбатан тезлиги); v — мутлак (абсолют) тезлик (жисмнинг K тизимга нисбатан тезлиги).

Нисбийлик назариясида *мутлақ тезлик* деб жисмнинг шартли равишда ҳаракатсиз деб қабул қилинган координата тизимидаги тезлигига айтилади.

- Релятивистик масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \text{ ёки } m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

бу ерда m_0 — тинчликдаги масса; β — зарранинг ёруғлик тезлиги улушларида ифодаланган тезлиги ($\beta = v/c$).

● Релятивистик импульс

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad \text{ёки} \quad p = m_0 c \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

● Релятивистик зарранинг тўлик энергияси

$$E = m \cdot c^2 = m_0 c^2 + T,$$

бу ерда T — зарранинг кинетик энергияси; $m_0 \cdot c^2 = E_0$ — зарранинг тинчликдаги энергияси. Агар зарранинг тезлиги ёруғлик тезлигига якин бўлса, зарра *релятивистик*, агар $v \ll c$ бўлса, *классик* дейилади.

● Релятивистик зарранинг тўлик энергияси ва импульси орасидаги боғланиш

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4.$$

● Релятивистик зарранинг кинетик энергияси ва импульси орасидаги боғланиш

$$p^2 c^2 = T \cdot (T + 2v_0 c^2).$$

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Фазовий кема $v = 0,9 c$ тезлик билан Ер маркази томон ҳаракатланмоқда. Кема ўзида жойлаштирилган (K' тизим) соат билан ҳисобланган $\Delta t_0 = 1c$ вақт оралиғида Ер билан боғланган (K тизим) ҳисоб тизимида қандай l масофани ўтади? Ернинг суткалик айланиши ва Куёш атрофидаги орбитал ҳаракати ҳисобга олинмасин.

Е чи ш. Фазовий кеманинг Ер билан боғланган (K' тизим) ҳисоб тизимида ўтган l масофасини ушбу формула орқали аниқлаймиз

$$l = v \cdot \Delta t, \quad (1)$$

бу ерда Δt — K санок тизимида ҳисобланган вақт оралиғи. Бу вақт оралиғи K' тизимда ҳисобланган вақт оралиғи билан

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

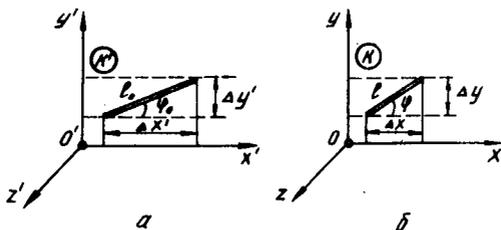
муносабат орқали боғланган. Δt нинг ифодасини (1) формулага қўйиб қуйидагини оламиз:

$$l = \frac{v \cdot \Delta t_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}.$$

ҳисоблашларни бажарсак,

$$l = 619 \text{ Мм.}$$

2- мисол. Таёк лаборатория санок тизимида (K тизим) $v = 0,8c$ тезлик билан ҳаракатланмоқда. K тизимда ўтказилган ҳисоблашларга биноан унинг узунлиги $l = 10$ м, x ўқи билан ҳосил қилган бурчаги эса $\varphi = 30^\circ$ бўлиб чиқди. Таёкнинг ўзи билан боғланган K' — тизимнинг хусусий узунлиги l_0 ва x' билан ҳосил қиладиган бурчаги φ_0 аниқлансин (5.2- расм).



5.2- расм

Е ч и ш. K' тизимда таёк $x' O' y'$ текисликда ётган бўлсин. 5.2, а- расмдан кўриниб турибдики, таёкнинг хусусий узунлиги l_0 ва унинг x' ўқи билан ҳосил қилган бурчаги φ_0 куйидаги тенгликлар

$$l_0 = \sqrt{(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2} \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{\Delta y'}{\Delta x'} \quad (1)$$

Мазкур катталиклар K — тизимда куйидагига тенг бўлади (5.2, б- расм):

$$l = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (2)$$

Шуни қайд этамизки, K' тизимдан K га ўтишганда таёкнинг y ўқи йўналишидаги ўлчамлари ўзгармайди, x ўқи йўналишида эса у релятивистик (Лоренц) кискаради, яъни

$$\Delta y = \Delta y', \Delta x = \Delta x' \sqrt{1 - \beta^2} \quad (3)$$

Охирги муносабатлар ҳисобга олинганда таёкнинг хусусий узунлиги куйидаги тенглик орқали ифодаланади.

$$l_0 = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\sqrt{1 - \beta^2}}\right)^2 + (\Delta y)^2} = \frac{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 - \beta^2 (\Delta y)^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

ёки

$$l_0 = \frac{\sqrt{l^2 - \beta^2 (\Delta y)^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Бу ифодада Δy ни $l \sin \varphi$ билан алмаштириб (5.2,6- расм), куйидагини оламиз

$$l_0 = \frac{\sqrt{l^2 - \beta^2 l^2 \sin^2 \varphi}}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{l}{\sqrt{1 - \beta^2}} \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2 \varphi}.$$

l , β , φ катталикларнинг кийматларини бу ифодага кўйиб, ҳисоблашларни бажарсак,

$$l_0 = 15,3 \text{ м.}$$

φ_0 бурчакни аниқлаш учун эса (1), (2) ва (3) муносабатлардан фойдаланамиз

$$tg \varphi_0 = \frac{\Delta y}{\Delta x} \sqrt{1 - \beta^2} \text{ ёки } tg \varphi_0 = tg \varphi \sqrt{1 - \beta^2},$$

бундан

$$\varphi_0 = \arctg(tg \varphi \sqrt{1 - \beta^2}).$$

φ ва β ларнинг кийматларини бу ифодага кўйиб ҳисоблашларни бажарсак,

$$\varphi_0 = 19,1^\circ$$

3- мисол. Электроннинг кинетик энергияси $T = 1$ МэВ. Электроннинг тезлиги аниқлансин.

Е ч и ш . Кинетик энергиянинг релятивистик формуласи

$$T = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$$

β га нисбатан ўзгартиришлар қилиб зарранинг ёруғлик тезлигининг улушларида ($\beta = v/c$) ифодаланган тезлигини топамиз:

$$\beta = \frac{\sqrt{(2E_0 + T)T}}{E_0 + T}, \quad (1)$$

бу ерда E_0 — электроннинг тинчликдаги энергияси (22- жадвалга к.) Бу формула бўйича ҳисоблашларни энергиянинг исталган бирликларида бажариш мумкин, чунки формуланинг ўнг томонидаги бирликлар қисқариб кетади ва ҳисоблаш натижасида бирликсиз сон олинади.

E ва T ларнинг сон кийматларини мегаэлектронвольтларда кўйиб, куйидагини оламиз:

$$\beta = 0,941.$$

$v = \beta c$ эканлигидан,

$$v = 2,82 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

T кинетик энергияли зарра релятивистик ёки классик эканлигини аниқлаш учун зарранинг кинетик энергиясини унинг тинчликдаги энергияси билан солиштириш етарли. Агар $\frac{T}{E_0} \ll 1$ бўлса, у ҳолда заррани классик деб ҳисоблаш мумкин. Бу ҳолда (1) релятивистик формула классикка ўтади:

$$\beta = \sqrt{2T/E_0} \text{ ёки } v = \sqrt{2T/m_0}.$$

4- мисол. $v = 0,9 c$ тезлик билан ҳаракатланаётган электроннинг релятивистик импульси p ва кинетик энергияси T аниқлансин (бунда c — ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги).

Е ч и ш. Релятивистик импульс

$$p = m_0 c \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (1)$$

(1) формула бўйича ҳисоблаш ўтказиб қуйидагини оламиз

$$p = 5,6 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Релятивистик механикада зарранинг кинетик энергияси T_k зарранинг тўлиқ E ва тинчликдаги E_0 энергиялари орасидаги фарқ сифатида аниқланади, яъни

$$T = E - E_0.$$

$E = mc^2$ ва $E_0 = m_0 c^2$ эканлигидан, массанинг тезликка боғлиқлигини назарда тутиб, қуйидагини оламиз

$$T = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 c^2$$

ёки узил-кесил равишда

$$T = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \quad (2)$$

ҳисоблашларни бажарсак

$$T = 106 \text{ фЖ}.$$

Энергиянинг системага кирмайдиган бирликларида электроннинг тинчликдаги энергияси $m_0 c^2 = 0,51 \text{ МэВ}$. Бу қийматни (2) формулага қўйсак,

$$T = 0,66 \text{ МэВ}.$$

5- мисол. Кинетик энергияси $T = m_0 c^2$ бўлган релятивистик зарра (m_0 — зарранинг тинчликдаги массаси) тинчликдаги (лабо-

ратория санок тизимида) худди шундай заррага нокайишқок урилади. Бунда қўшма зарра ҳосил бўлади. 1) ҳаракатланувчи зарранинг релятивистик массаси m ; 2) қўшма зарранинг релятивистик массаси m ва тинчликдаги массаси m_0 ; 3) унинг кинетик энергияси T аниқлансин.

Е ч и ш . 1. Ҳаракатланаётган зарранинг урилишгача бўлган релятивистик массаси m ни релятивистик зарра кинетик энергиясининг ифодаси $T = (m - m_0)c^2$ дан топамиз. $T = m_0c^2$ эканлигидан $m = 2m_0$.

2. Қўшма зарранинг релятивистик массасини топиш учун зарраларнинг йиғинди релятивистик массаси сақланишидан* фойдаланамиз: $m + m_0 = m'$, бунда $m + m_0$ — зарраларнинг тўқнашишгача бўлган йиғинди релятивистик массаси; m' — қўшма зарранинг релятивистик массаси, $m = 2m_0$ эканлигидан

$$m' = 3 m_0$$

Қўшма зарранинг тинчликдаги массаси m_0 ни

$$m' = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v'/c)^2}} \quad (1)$$

муносабатдан топамиз. Қўшма зарранинг v' тезлигини (у масса марказининг лаборатория санок тизимидаги тезлиги билан мос келади) импульснинг сақланиш қонуни $p = p'$ дан топиш мумкин (бунда p — релятивистик зарранинг тўқнашишгача бўлган импульси; p' — қўшма релятивистик зарранинг импульси). p ни кинетик энергия T орқали ифодаalayмиз:

$$p = (1/c) \sqrt{(2E_0 + T)T}$$

$$T = E_0 = m_0c^2 \text{ эканлигидан}$$

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{(2m_0c^2 + m_0c^2)m_0c^2} = m_0c \sqrt{3}$$

Релятивистик импульс $p' = m'v'$ $m' = 3m_0$ эканлигини ҳисобга олиб, импульснинг сақланиш қонунини $m_0c \sqrt{3} = 3 \cdot m \cdot v'$ кўринишида ёзиш мумкин. Бундан

$$v' = \frac{c}{\sqrt{3}}$$

* Бу қонунни, мисол учун, қуйидаги китобдан қаранг: Савельев И. В. Курс общей физики. М., 1977. I-Т., 70-§.

v' ва m' ларнинг ифодасини (1) формулага қўйиб, қўшма зарранинг тинчликдаги массасини топамиз:

$$m'_0 = 3m_0 \sqrt{1 - (1/\sqrt{3})^2} \quad \text{ёки} \quad m'_0 = m_0 \cdot \sqrt{6}.$$

3. Қўшма релятивистик зарранинг кинетик энергияси T' ни унинг тўлиқ энергияси $m'c^2$ ва тинчликдаги энергияси m'_0c^2 нинг фарқи сифатида топамиз

$$T' = (m' - m'_0) \cdot c^2.$$

m' ва m'_0 ларнинг ифодаларини ўрнига қўйиб, қуйидагини оламиз

$$T' = (3m_0 - \sqrt{6} \cdot m_0) c^2 = (3 - \sqrt{6}) m_0 c^2 = 0,55 m_0 c^2.$$

Масалалар

Узунлик ва вақт оралигининг релятивистик ўзгариши

5.1. Таёкчанинг узунлигини $\Delta l = 0,1$ мкм гача аниқликда ўлчай оламиз деб фараз қилайлик. Иккита инерциал санок тизимининг қандай нисбий v тезлигида хусусий узунлиги $l_0 = 1$ м бўлган таёкча узунлигининг релятивистик қисқаришини аниқлаш мумкин бўлар эди?

5.2. Иккита соат ўзаро тўғриландан кейин бир-бирига нисбатан ҳаракатланаётган k ва k' тизимларда жойлаштирилган. Агар ўлчанаётган вақт оралигининг хусусий давом этиш вақти $\tau_0 = 1$ с ни ташкил этса, тизимлар нисбий ҳаракатининг қандай v тезлигида соатлар юришининг релятивистик секинлашувини аниқлаш мумкин? Вақт $\Delta t = 10$ пс аниқликда ўлчади.

5.3. Йўлдош фазовий кема ичида учишдан олдин Ердаги соатга тўғриланган соат бор. Йўлдошнинг тезлиги $v_0 = 7,9$ км/с. Ердаги кузатувчи ўз соати билан $\tau = 0,5$ йилни ўлчаганда йўлдошдаги соат қанча орқада қолади?

5.4. Фотонли фазовий кема Ерда нисбатан $v = 0,6$ с тезлик билан ҳаракат қилади. Ердаги кузатувчининг нуқтаи назарича кемада вақтнинг ўтиши неча марта секинлашади?

5.5. Хусусий узунлиги $l_0 = 1$ м бўлган таёкча тизимда ҳаракатсиз турибди. Таёкча x' ўқ билан $\varphi_0 = 45^\circ$ бурчак ҳосил қилиб жойлашган. Агар K' тизимнинг K га нисбатан тезлиги $v_0 = 0,8$ с бўлса, таёкчанинг тизимдаги узунлиги l ва бурчак φ аниқлансин.

5.6. K' тизимда томонлари x' ўқига параллел бўлган квадрат турибди. Агар K' тизим K тизимга нисбатан $v = 0,95$ с тезлик билан ҳаракатланаётган бўлса, K тизимда квадрат диагоналлари орасидаги бурчак аниқлансин.

5.7. Лаборатория санок тизимида (K — тизим) пи-мезон пайдо бўлганидан то парчалангунигача $l = 75$ м масофани учиб

ўтди. Пи-мезоннинг тезлиги $v=0,995 c$. π -мезоннинг хусусий яшаш вақти τ_0 аниқлансин.

5.8. Мю-мезоннинг хусусий яшаш вақти $\tau_0=2$ мкс. Лаборатория санок тизимида мю-мезон туғилиш нуктасидан парчаланиш нуктасигача бўлган $l=6$ км масофани учиб ўтди. Мю-мезон қандай тезлик билан (ёруғлик тезлиги улушларида) ҳаракатланган?

Тезликларни релятивистик қўшиш

5.9. $v \ll c$ да релятивистик зарралар тезликларини қўшиш формуласи классик механикадаги мос формулага ўтиши кўрсатилсин.

5.10. Икки релятивистик зарра лаборатория санок тизимида бир тўғри чизик бўйлаб $v_1=0,6c$ ва $v_2=0,9c$ тезликлар билан ҳаракатланмоқда. Қуйидаги икки ҳол учун уларнинг нисбий тезлиги v_{21} аниқлансин: 1) зарралар бир хил йўналишда ҳаракатланмоқдалар; 2) зарралар карама-қарши йўналишларда ҳаракатланмоқдалар.

5.11. Лаборатория санок тизимида иккита зарра бир хил модулли тезликлар билан бир-бирдан узоқлашишмоқда. Шу санок тизимининг ўзида уларнинг нисбий тезлиги $v=0,5c$. Зарраларнинг тезликлари аниқлансин.

5.12. Тезлаткичдан учиб чиққан ион ўз ҳаракати йўналишида фотон чиқарди. Агар ионнинг тезлаткичга нисбатан тезлиги $v=0,8c$ бўлса, фотоннинг тезлаткичга нисбатан тезлиги аниқлансин.

5.13. Тезлаткич радиоактив ядрога $v_1=0,4c$ тезлик берди. Ядро тезлаткичдан учиб чиқиш онда ўз ҳаракат йўналишида тезлаткичга нисбатан тезлиги $v_2=0,75c$ бўлган β заррачани чиқарди. Заррачаниннг ядрога нисбатан тезлиги v_{21} топилсин.

5.14. Иккита тезлаткич карама-қарши йўналишларда тезликларини $v=0,9c$ бўлган зарраларни чиқаради. Зарралардан бири билан ҳаракатланаётган санок тизими учун зарралар яқинлашувининг нисбий тезлиги v_{21} аниқлансин.

Релятивистик масса ва релятивистик импульс

5.15. Зарра $v=0,5c$ тезлик билан ҳаракатланмоқда. Зарраниннг релятивистик массаси тинчликдаги массасидан неча марта катта?

5.16. Агар зарраниннг релятивистик массаси тинчликдаги массасидан уч марта катта бўлса, зарра қандай v тезлик билан ҳаракатланаётган бўлади?

5.17. Ҳаракатланаётган электрон зарядининг массасига нисбати учун тажрибадан аниқланган қиймат $0,88 \cdot 10$ Кл/кг га тенг. Электроннинг релятивистик массаси m ва унинг тезлиги v аниқлансин.

5.18. $v=30$ Мм/с тезликда зарраниннг релятивистик массаси тинчликдаги массасидан неча фоиз кўп?

5.19. $v \ll c$ да релятивистик импульснинг ифодаси импульснинг классик механикадаги мос ифодасига ўтиши кўрсатилсин.

5.20. Электрон $v=0,6c$ тезлик билан ҳаракатланмоқда. Электроннинг релятивистик импульси p аниқлансин.

5.21. Релятивистик зарранинг импульси $p = m_0 v$ (m_0 — тинчликдаги масса). Зарранинг тезлиги v (ёруғлик тезлиги улушларида) аниқлансин.

5.22. Лаборатория санок тизимида иккита бир хил зарранинг бири ҳаракатсиз, иккинчиси эса ҳаракатсиз зарра томонга $v=0,8c$ тезлик билан ҳаракатланмоқда. 1) Ҳаракатланаётган зарранинг лаборатория санок тизимидаги массаси; 2) зарраларнинг тизимнинг инерция маркази билан боғланган санок тизимидаги тезлиги; 3) зарраларнинг инерция маркази билан боғланган санок тизимидаги релятивистик массаси аниқлансин.

5.23. Лаборатория санок тизимида икки зарра мавжуд. Тинчликдаги массаси m_0 бўлган биринчи зарра $v=0,6c$ тезлик билан ҳаракатланмоқда, массаси $2m_0$ бўлган бошқаси эса тинч турибди. Зарралар тизими масса марказининг тезлиги V_c аниқлансин.

*Масса ва энергия орасидаги боғланиш**

5.24. Жисмнинг тўлиқ энергияси $\Delta E = 1 \text{ Ж}$ га ошган. Бунда жисмнинг массаси қанчага ўзгаради?

5.25. Жисмнинг релятивистик массаси $m = 1 \text{ г}$ га ортиши учун унинг тўлиқ энергияси қанчага ортиши керак?

5.26. 1) Электроннинг; 2) протоннинг; 3) α -зарранинг тинчликдаги энергияси ҳисоблансин. Жавоб жоулларда ва мега-электронвольтларда ҳисоблансин.

5.27. Океандаги сувнинг ҳажми $1,37 \cdot 10^9 \text{ км}^3$ эканлиги маълум. Агар сувнинг ҳарорати $\Delta t = 1^\circ\text{C}$ га кўтарилса, океандаги сувнинг массаси қанчага ортиши аниқлансин. Океандаги сувнинг зичлигини $\rho = 1,03 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ деб қабул қилинсин.

5.28. Куёш доимийси C (Ердан Куёшгача бўлган ўртача масофага тенг бўлган масофада Куёш электромагнит нурланиш энергияси оқимининг зичлиги) $1,4 \text{ кВт/м}^2$ га тенг. 1) Куёшнинг бир йил давомида йўқотадиган массаси аниқлансин; 2) агар океан сиртига тушаётган нурланиш энергиясининг 50% ютилади деб фараз қилинса, унда океандаги сув массаси бир йилда қанчага ўзгаради? Ҳисоблашда океан сиртининг юзаси $S = 3,6 \cdot 10^8 \text{ км}^2$ деб қабул қилинсин.

* Ядролар бирдан иккинчисига айланиши ҳақидаги ушбу мавзуга тааллуқли масалалар 43- § га киритилган.

Релятивистик зарранинг кинетик энергияси

5.29. Электроннинг кинетик энергияси $T=10$ МэВ. Унинг релятивистик массаси тинчликдаги массасидан неча марта катта? Шундай ҳисоб-китоб протон учун ҳам қилинсин.

5.30. Агарда протон ҳамда электрон бир хил $T=1$ ГэВ кинетик энергияга эга бўлса, у ҳолда протоннинг релятивистик массаси электроннинг релятивистик массасидан неча марта катта бўлади?

5.31. Электрон $v=0,8c$ тезлик билан учмоқда. Электроннинг кинетик энергияси T (мегаэлектрон-вольтларда) аниқлансин.

5.32. Қандай v тезликда исталган модда заррасининг кинетик энергияси унинг тинчликдаги энергиясига тенг бўлади?

5.33. Агар электроннинг кинетик энергияси: 1) $T=4$ МэВ; 2) $T=1$ КэВ бўлса, унинг тезлиги v аниқлансин.

5.34. Агар кинетик энергияси 1) $T=1$ МэВ; 2) $T=1$ ГэВ бўлса, протоннинг тезлиги v топилсин.

5.35. $v \ll c$ да кинетик энергиянинг $T=(m-m_0)c^2$ релятивистик ифодаси классик механиканинг мос ифодасига ўтиши кўрсатилсин.

5.36. Релятивистик зарранинг кинетик энергиясини ҳисоблашда $T=(m-m_0)c^2$ релятивистик ифода ўрнига $T=\frac{1}{2}m_0v^2$ классик ифодадан фойдаланилса қандай нисбий хатога йўл қўйилади? Ҳисоблаш қуйидаги икки ҳол учун бажарилсин: 1) $v=0,2c$; 2) $v=0,8c$.

5.37. Кинетик энергиялари (лаборатория санок тизимида) тинчликдаги энергияларига тенг бўлган бир хил энергияли икки релятивистик зарра бир-бирига томон ҳаракатланмоқда. 1) Зарраларнинг лаборатория санок тизимидаги тезликлари; 2) зарралар яқинлашувининг нисбий тезлиги (c бирликларида); 3) зарраларнинг бирининг бошқа зарра билан боғланган санок тизимидаги нисбатан кинетик энергияси (m_0c^2 бирликларда) аниқлансин.

Релятивистик зарранинг энергияси ва импульси орасидаги боғланиш

5.38. $v \ll c$ да релятивистик импульснинг кинетик энергия орқали ёзилган $p=(1/c) \sqrt{(2E_0+T)T}$ ифодаси классик механиканинг мос ифодасига ўтиши кўрсатилсин.

5.39. Кинетик энергияси тинчликдаги энергиясига тенг бўлган зарранинг импульси p аниқлансин (m_0c бирликларда).

5.40. Импульси $p=m_0c$ бўлган релятивистик зарранинг кинетик энергияси T аниқлансин (m_0c^2 бирликларда).

5.41. Релятивистик зарранинг кинетик энергияси унинг тинчликдаги энергиясига тенг. Агар зарранинг кинетик энергияси $n=4$ марта ошса, унинг импульси неча марта ортади?

5.42. Релятивистик зарранинг импульси $p=m_0c$. Ташқи куч таъсирида зарра импульси икки марта ортди. Бунда зарранинг: 1) кинетик; 2) тўлиқ энергияси неча марта ортади?

5.43. $p = m_0 c$ импульсга эга бўлган зарра худди шундай ҳаракатсиз зарра билан ноқайишқоқ тўқнашиши натижасида кўшма зарра ҳосил бўлди. 1) зарранинг тўқнашишдан олдинги тезлиги v (c бирликларда); 2) кўшма зарранинг релятивистик массаси (m_0 бирликларда); 3) кўшма зарранинг тезлиги; 4) кўшма зарранинг тинчликдаги массаси (m_0 бирликларда); 5) зарранинг тўқнашишдан олдинги кинетик энергияси ҳамда кўшма зарранинг кинетик энергияси ($m_0 c^2$ бирликларда) аниқлансин.

5.44. $T = m_0 c^2$ кинетик энергияли зарра лаборатория санок тизимида ҳаракатсиз бўлган худди шундай бошқа заррага урилади. Зарралар тизимининг инерция маркази билан боғланган санок тизимидаги зарраларнинг йиғинди кинетик энергияси T топилсин.

6-§. МЕХАНИК ТЕБРАНИШЛАР

Асосий формулалар

- Гармоник тебранишлар тенгламаси

$$x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

бу ерда x — тебранаётган нуктанинг мувозанат ҳолатидан четланиши; t — вақт; A , ω , φ — мос равишда амплитуда, бурчак частота, тебранишларнинг бошланғич фазаси; $(\omega t + \varphi)$ — t ондаги тебраниш фазаси

- Тебранишнинг бурчак частотаси

$$\omega = 2\pi\nu \text{ ёки } \omega = 2\pi / T,$$

бу ерда ν ва T — тебраниш частотаси ва даври.

- Гармоник тебранаётган нуктанинг тезлиги

$$v = \dot{x} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi).$$

- Гармоник тебранишда тезланиш

$$a = \ddot{x} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi).$$

● Бир хил частотали, бир тўғри чизик бўйлаб рўй берадиган икки тебранишнинг қўшилиши натижасида ҳосил бўладиган натижавий тебранишнинг амплитудаси

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

формула билан аниқланади; бу ерда A_1 ва A_2 — қўшилувчи тебранишларнинг амплитудалари; φ_1 ва φ_2 — уларнинг бошланғич фазалари.

● Натижавий тебранишнинг бошланғич фазаси φ қуйидаги формуладан топилиши мумкин:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

● Турли хил аммо қийматлари бир-бирига яқин бўлган v_1 ва v_2 частотали, бир тўғри чизик бўйлаб рўй берадиган икки тебранишнинг қўшилишидан вужудга келадиган тепкили тебраниш частотаси

$$v = v_1 - v_2.$$

● Амплитудалари A_1 ва A_2 бошланғич фазалари φ_1 ва φ_2 бўлган, иккита ўзаро тик тебранишларда иштирок этадиган нукта траекториясининг тенгламаси

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Агар ташкил этувчи тебранишларнинг бошланғич фазалари φ_1 ва φ_2 бир хил бўлса, у ҳолда траекториянинг тенгламаси

$$y = \frac{A_2}{A_1} x \text{ ёки } y = -\frac{A_2}{A_1} x$$

кўринишни олади, яъни нукта тўғри чизик бўйлаб ҳаракатланади.

Агар фазалар фарқи $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2$ бўлса, тенглама

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$$

кўринишни олади, яъни нукта эллипс бўйлаб ҳаракатланади.

● Моддий нукта гармоник тебранишининг дифференциал тенгламаси

$$m\ddot{x} = -kx \text{ ёки } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

бу ерда m — нукта массаси; k — квазиқайишқоқ куч коэффициентини ($k = m\omega^2$).

● Гармоник тебранаётган моддий нуктанинг тўлиқ энергияси

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} k A^2.$$

Пружинага осилган жисм (пружинали тебрангич (маятник))нинг тебраниш даври

$$T = 2\pi \sqrt{m/k},$$

бу ерда m — жисмнинг массаси; k — пружинанинг каттиклиги. Мазкур формула Гук қонуни бажариладиган соҳалардаги қайишқоқ тебранишлар учун (пружинанинг массаси жисм массасига нисбатан кичик бўлганда) ўринли.

Математик тебрангичнинг тебраниш даври

$$T = 2\pi \sqrt{l/g},$$

бу ерда l — маятникнинг узунлиги; g — эркин тушиш тезланиши
Физик тебрангичнинг тебраниш даври

$$T = 2\pi \sqrt{l/g} = 2\pi \sqrt{J/(mga)},$$

бу ерда J — тебранаётган жисмнинг тебраниш ўқиға нисбатан инерция моменти; a — тебраниш ўқидан тебрангичнинг масса марказиғача бўлган масофа; $l = J/(ma)$ — физик тебрангичнинг келтирилган узунлиги.

Келтирилган формулалар чексиз кичик тебраниш амплитудалари учунгина аниқ бажарилади. Чекли амплитудалар учун эса бу формулалар фақат тақрибий натижаларни беради, холос. $\approx 3^\circ$ дан катта бўлмаган амплитудалар учун давр кийматининг хатолиги 1% дан ошмайди.

Қайишқок ипға осилган жисмнинг буралма тебраниш даври

$$T = 2\pi \sqrt{J/k},$$

бу ерда J — жисмнинг қайишқок ип билан устма-уст тушувчи ўққа нисбатан инерция моменти; k — қайишқок ипнинг буралиши натижасида вужудға келадиган қайишқоклик моментининг ип буралган бурчакқа нисбатига тенг бўлган каттиклиги.

● Сўнувчи тебранишларнинг дифференциал тенгламаси

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} \text{ ёки } \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

бу ерда r — қаршилиқ коэффициентини; δ — сўниш коэффициентини; $\delta = r/(2m)$; ω_0 — тебранишнинг хусусий бурчак частотаси* ($\omega_0 = \sqrt{k/m}$).

● Сўнувчи тебранишлар тенгламаси

$$x = A(t) \cos(\omega t + \varphi).$$

бу ерда $A(t)$ — сўнувчи тебранишларнинг t пайтдаги амплитудаси; ω — уларнинг бурчак частотаси.

● Сўнувчи тебранишларнинг бурчак частотаси

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

* Гармоник тебранишларнинг олдин келтирилган формулаларида бу катталиқ олдийгина қилиб ω билан (0 кўрсаткичсиз) белгиланган эди.

- Сўнувчи тебранишлар амплитудасининг вақтга боғлиқлиги

$$A(t) = A_0 e^{-\delta t},$$

бу ерда A_0 — вақтнинг $t=0$ ондаги тебраниш амплитудаси.

- Тебранишларнинг логарифмик декременти

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T,$$

бу ерда $A(t)$ ва $A(t+T)$ — вақт бўйича бир-биридан бир даврга фарқ қиладиган икки кетма-кет тебранишларнинг амплитудалари.

- Мажбурий тебранишларнинг дифференциал тенгламаси

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t \quad \text{ёки} \quad \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t,$$

бу ерда $F_0 \cos \omega t$ — тебранаётган моддий нуктага таъсир этувчи ва мажбурий тебранишларни вужудга келтирувчи ташқи даврий куч; F_0 — унинг амплитудавий қиймати; $f_0 = F_0 / m$.

- Мажбурий тебранишлар амплитудаси

$$A = f_0 / \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}$$

- Резонанс частота ва резонанс амплитуда

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \quad \text{ва} \quad A_{\text{рез}} = f_0 / (2\delta \sqrt{\omega_0^2 + \delta^2}).$$

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Нукта $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ конун бўйича тебранади, бунда $A = 2$ см. Агар $x(0) = -\sqrt{3}$ см ва $\dot{x}(0) < 0$ бўлса, бошланғич фаза φ аниқлансин. $t=0$ он учун векторли диаграмма тузилсин.

Е ч и ш. Ҳаракат тенгламасидан фойдаланамиз ва $t=0$ ондаги силжишни бошланғич фаза орқали ифодалаймиз: $\ddot{x}(0) = A \cos \varphi$. Бундан бошланғич фазани топамиз:

$$\varphi = \arccos \frac{x(0)}{A}.$$

Бу ифодага $x(0)$ ва A ларнинг берилган қийматларини қўйсақ:
 $\varphi = \arccos(-\sqrt{3}/2)$.

Аргументнинг $(-\sqrt{3}/2)$ қийматини бурчакнинг иккита, $\varphi = 5\pi/6$ ва $\varphi_2 = 7\pi/6$ қийматлари қаноатлантиради. φ бурчакнинг бу қийматларидан қайси бири $\dot{x}(0) < 0$ шартни ҳам қаноатлантиришини аниқлаш учун аввал $\dot{x}(t)$ ни топамиз:

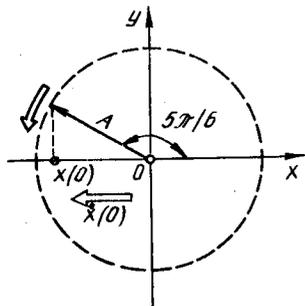
$$\dot{x}(t) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi).$$

Бу ифодага $t=0$ қийматни ва навбат билан бошланғич фазаларнинг қийматлари $\varphi_1=5\pi/6$ ва $\varphi_2=7\pi/6$ ларни қўйиб, қуйидагиларни топамиз

$$\dot{x}_1(0) = -\frac{1}{2}A\omega \text{ ва } \dot{x}_2(0) = \frac{1}{2}A\omega.$$

Ҳар доим $A > 0$ ва $\omega > 0$ бўлганлигидан $x(0) < 0$ шартни фақат бошланғич фазанинг биринчи қийматигина қаноатлантиради. Шундай қилиб изланаётган бошланғич фаза $\varphi = 5\pi/6$.

φ нинг топилган қиймати бўйича вектор диаграммани тузамиз (6.1- расм).



6.1- расм

2- мисол. $m=5$ г массали моддий нукта $\nu=0,5$ Гц частота билан гармоник тебранади. Тебраниш амплитудаси $A=3$ см. 1) Нуктанинг силжиш $x=1,5$ см бўлган ондаги тезлиги v ; 2) нуктага таъсир этувчи максимал куч F_{max} ; 3) тебранаётган нуктанинг тўлиқ энергияси E аниқлансин.

Е ч и ш. 1. Гармоник тебраниш тенгламаси қуйидаги кўринишга эга

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi). \quad (1)$$

Тезлик формуласини эса силжишдан вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила олиб топамиз:

$$v = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi). \quad (2)$$

Тезликни силжиш орқали ифодалаш учун (1) ва (2) формулардан вақтни йўқотиш керак. Бунинг учун ҳар иккала тенгламани квадратга кўтарамиз, биринчисини A га, иккинчисини $A^2\omega^2$ га бўламиз ва уларни қўшамиз:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2\omega^2} = 1 \text{ ёки } \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{4\pi^2\nu^2 A^2} = 1.$$

Охириги тенгламани v га нисбатан ечиб, қуйидагини топамиз:

$$v = \pm 2\pi\nu \sqrt{A^2 - x^2}.$$

Шу формула бўйича ҳисоблашларни бажарсак:

$$v = \pm 8,2 \text{ см/с.}$$

Мусбат ишора тезликнинг йўналиши x ўқининг мусбат йўналиши билан мос келган ҳолга, манфий ишора эса тезликнинг йўналиши x ўқининг манфий йўналиши билан мос келган ҳолга тўғри келади.

Гармоник тебранишлардаги силжиш (1) тенгламадан ташқари қуйидаги тенглама билан ҳам аниқланиши мумкин:

$$x = A \cdot \sin(\omega t + \varphi) .$$

Бу тенглама билан ҳам юқоридаги ечишни такрорласак, шу жавобнинг ўзини оламиз.

2. Нуктага таъсир этувчи кучни Ньютоннинг иккинчи қонунига биноан топамиз:

$$F = m \cdot a ,$$

бу ерда a — нуктанинг тезликдан вақт бўйича ҳосила олиб топиладиган тезланиши

$$a = \ddot{x} = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) \text{ ёки } a = -\varphi\pi^2 v^2 A \cos(\omega t + \varphi) .$$

Тезланишнинг ифодасини (3) формулага қўйсак,

$$F = -\varphi\pi^2 v^2 m a \cos(\omega t + \varphi) .$$

Бундан кучнинг максимал қиймати,

$$F_{max} = 4\pi^2 v^2 mA .$$

Бу тенгламага π , v , m ва A катталикларнинг қийматларини қўйсак,

$$F_{max} = 1,49 \text{ мН} .$$

3. Тебранаётган нуктанинг тўлиқ энергияси исталган вақт они учун кинетик ва потенциал энергияларнинг йиғиндисига тенгдир.

Тўлиқ энергияни ҳисоблашнинг энг осон йўли—уни кинетик энергия максимал қийматига эришган онда ҳисоблашдир. Бу онда потенциал энергия нолга тенг бўлади. Шунинг учун ҳам тебранаётган нуктанинг тўлиқ энергияси E максимал кинетик энергия T_{max} га тенг бўлади:

$$E = T_{max} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 .$$

Максимал тезликни (2) формулага $\sin(\omega t + \varphi) = -1$ ни қўйиб аниқлаймиз:

$$v_{max} = 2\pi v A .$$

Тезликнинг ифодасини (4) формулага қўйсак,

$$E = 2\pi^2 m v^2 A^2 .$$

Катталикларнинг кийматларини бу формулага қўйиб, ҳисоблашларни ўтказасак:

$$E = 2 \cdot (3,14)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot (0,5)^2 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 \text{Ж} = 22,1 \cdot 10^{-6} \text{Ж}$$

ёки

$$E = 22,1 \text{ мкЖ.}$$

3- мисол. Узунлиги $l = 1$ м ва массаси $m_3 = 400$ г бўлган ингичка таёкчанинг учларига массалари $m_1 = 200$ г ва $m_2 = 300$ г бўлган кичкина шарчалар маҳкамланган. Таёкча ўзига тик ва ўртасидан ўтувчи (6.2- расмдаги O нукта) горизонтал ўқ атрофида тебранади. Таёкчанинг тебранишлари даври T аниқлансин.

Е ч и ш. Физик тебрангичнинг тебраниш даври (шарчалар таёкча шундай тебрангичдир)

$$T = 2\pi \sqrt{J / mg l_c} \quad (1)$$

муносабат билан аниқланади; бу ерда J — тебрангичнинг тебраниш ўқиға нисбатан инерция моменти; m — унинг массаси; l_c — тебрангичнинг масса марказидан ўққача бўлган масофа.

Мазкур тебрангичнинг инерция моменти шарчалар инергия моментлари J_1 , J_2 ва таёкчанинг J_3 инерция моментиғинг йиғиндисига тенг:

$$J = J_1 + J_2 + J_3. \quad (2)$$

Шарчаларни моддий нукталар сифатида қабул қилиб, уларнинг инерция моментларини бундай ифодалаймиз:

$$J_1 = m_1 \left(\frac{l}{2}\right)^2; J_2 = m_2 \left(\frac{l}{2}\right)^2.$$

Ўқ таёкчанинг ўртасидан ўтганлиги учун ҳам, унинг бундай ўққа нисбатан инерция моменти $J_3 = \frac{1}{12} m l^2$ J_1 , J_2 ва J_3 ларнинг олинган ифодаларини (2) формулага қўйиб, физик тебрангичнинг умумий инерция моментиғини топамиз:

$$J = m_1 \left(\frac{l}{2}\right)^2 + m_2 \left(\frac{l}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} m l^2 = \frac{1}{12} l^2 (3m_1 + 3m_2 + m_3).$$

Бу формула бўйича ҳисоблашларни бажарсак,

$$J = 0,158 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Тебрангичнинг массаси шарчаларнинг ва таёкчанинг массасидан иборатдир:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 = 0,9 \text{ кг.}$$

Тебраниш ўқидан тебрангичнинг масса марказигача бўлган l_c масофани қуйидаги мулоҳазаларга асослашиб топамиз. Агар x ўқи таёқча бўйлаб йўналтирилса ва координата ўқларининг боши O нукта билан мос келтирилса, у ҳолда изланаётган l_c масофа тебрангич масса марказининг координатасига тенг бўлади, яъни

$$l_c = x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 \left(-\frac{l}{2}\right) + m_2 \left(\frac{l}{2}\right) + m_3 \cdot 0}{m_1 + m_2 + m_3}$$

ёки

$$l_c = \frac{(m_2 - m_1)l}{2(m_1 + m_2 + m_3)} = \frac{(m_2 - m_1)l}{2m}$$

m_1 , m_2 , m_3 , l катталикларнинг қийматларини формулага қўйиб, ҳисобласак,

$$l_c = 5,55 \text{ см.}$$

(1) формулага асосан ҳисоб-китоб ўтказиб, физик тебрангичнинг тебраниш даврини топамиз:

$$T = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{0,158 / (0,9 \cdot 9,81 \cdot 5,55 \cdot 10^{-2})} \text{ с} = 11,2 \text{ с}$$

4- мисол. Физик тебрангич учларидан бирида диаметри $d = \frac{1}{2}l$ ва массаси m_1 бўлган обрuch маҳкамланган, узунлиги $l = 1$ м ва массаси $3m_1$ бўлган таёқчадан иборатдир. Тебрангичнинг горизонтал ўқи таёқчанинг ўртасидан унга тик равишда ўтади (6.3- расм). Шу тебрангичнинг тебраниш даври T аниқлансин.

Е чи ш: Физик тебрангичнинг тебраниш даври

$$T = 2\pi \sqrt{J / mgl_0}.$$

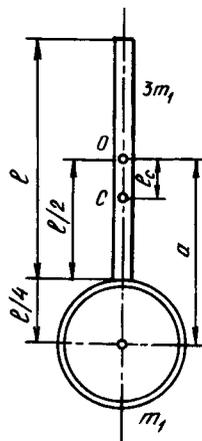
бу ерда J — тебрангичнинг тебраниш ўқиға нисбатан инерция моменти; m — унинг массаси; l_c — тебрангичнинг марказидан тебраниш ўқиғача бўлган масофа:

Тебрангичнинг инерция моменти таёқча ва обрuch инерция моментларининг йиғиндисига тенг:

$$J = J_1 + J_2 \quad (2)$$

Таёқчанинг ўзига тик ва масса маркази оркали ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти $J_1 = \frac{1}{12}ml^2$ формула билан аниқланади. Маз-

кур ҳолда $m = 3m_1$ ва $J_1 = \frac{1}{4}m_1 l^2$.



6.3- расм

Обручнинг инерция моментини Штейнер теоремаси $J = J_0 + ma^2$ дан фойдаланиб топамиз; бунда J — ихтиёрий ўққа нисбатан инерция momenti; J_0 — берилган ўққа параллел равишда масса марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция momenti; a — кўрсатилган ўқлар орасидаги масофа. Бу формулани обручга кўллаб, куйидагини оламиз

$$J_2 = m_1 \left(\frac{l}{4}\right)^2 + m_1 \left(\frac{3l}{4}\right)^2 = \frac{5}{8} m_1 l^2.$$

J_1 ва J_2 ларнинг ифодаларини (2) формулага кўйиб, тебрангичнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моментини топамиз:

$$J = \frac{1}{4} m_1 l^2 + \frac{5}{8} m_1 l^2 = \frac{7}{8} m_1 l^2.$$

Тебрангичнинг ўқидан унинг масса марказигача бўлган масофа

$$l_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{3m_1 \cdot 0 + m_1(3l/4)}{3m_1 + m_1} = \frac{3}{4} m_1 l$$

ёки

$$l_c = \frac{3}{16} l.$$

J , l_c ва тебрангич массасининг ($m = 3m_1 + m_1 = 4m_1$) ифодаларини (1) формулага кўйиб, унинг тебраниш даврини топамиз:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(7/8) m_1 l^2}{4m_1 g \cdot (3/16) l}} = 2\pi \sqrt{\frac{7l}{6g}}$$

Шу формула бўйича ҳисоблашларни бажарсак,

$$T = 2,17 \text{ с.}$$

5- мисол. $x_1 = A_1 \cos \omega(t + J_1)$; $x_2 = A_2 \cos \omega(t + J_2)$ тенгламалар билан ифодаланадиган, бир хил йўналишли иккита тебраниш кўшилади. Бунда $A_1 = 1$ см, $A_2 = 2$ см, $\tau_1 = \frac{1}{6}$ с; $\tau_2 = \frac{1}{2}$ с, $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$. 1) Кўшилиувчи тебранишларнинг бошланғич фазалари φ_1 ва φ_2 лар аниқлансин; 2) Натижавий тебранишнинг амплитудаси A ва бошланғич фазаси φ топилсин. Натижавий тебранишнинг тенгламаси ёзилсин.

Ечиш. 1. Гармоник тебранишнинг тенгламаси

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

кўринишга эга. Масала шартда берилган тенгламаларни шундай кўринишга келтирамиз:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \omega \tau_1), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \omega \tau_2). \quad (2)$$

(2) ифодани (1) тенглик билан солиштиришдан биринчи ва иккинчи тебранишларнинг бошланғич фазаларини топамиз:

$$\varphi_1 = \omega \tau_1 = \frac{\pi}{6} \text{ рад ва } \varphi_2 = \omega \tau_2 = \frac{\pi}{6} \text{ рад.}$$

2. Натижавий тебранишнинг амплитудаси A ни аниқлаш учун 6.4-расмда тасвирланган вектор диаграммадан фойдаланиш кулай. Косинуслар теоремасига биноан қуйдагини оламиз

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \Delta \varphi}, \quad (3)$$

бу ерда $\Delta \varphi$ — қўшилувчи тебранишларнинг фазалар фарқи. $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ бўлганлигидан, φ_2 ва φ_1 ларнинг топилган қийматларини ўрнига қўйсақ, $\Delta \varphi = \frac{\pi}{3}$ рад.

A_1 , A_2 ва $\Delta \varphi$ ларнинг қийматларини (3) формулага қўйиб ҳисоблашларни бажарсак,

$$A = 2,65 \text{ см.}$$

Натижавий тебранишнинг бошланғич фазаси тангенсини бевосита 6.4-расмдан аниқлаймиз:

$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$, бундан бошланғич фаза

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

A_1 , A_2 , φ_1 , φ_2 ларнинг қийматларини қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$\varphi = \operatorname{arctg}(5/\sqrt{3}) = 70,9^\circ = 0,394 \text{ л рад.}$$

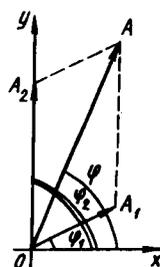
Қўшилувчи тебранишларнинг бурчак частоталари бир хил бўлганлиги туфайли, натижавий тебраниш ҳам шундай ω частотага эга бўлади. Бу натижавий тебраниш тенгласини қуйидаги кўринишда ёзишга имконият беради: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, бунда $A = 2,65$ см, $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$, $\varphi = 0,39$ рад.

6- мисол. Моддий нукта бир пайтнинг ўзида тенгламалари

$$y = A_1 \cos \omega t, \quad (1)$$

$$y = A_2 \cos \frac{\omega}{2} t \quad (2)$$

кўринишда бўлган иккита ўзаро тик гармоник тебранишда иштирок этади. Бунда $A_1 = 1$ см, $A_2 = 2$ см, $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$. Нукта



6.4- расм

траекториясининг тенгламаси топилсин. Масштабга риоя қилган ҳолда траектория тузилсин ва нукта ҳаракатининг йўналиши кўрсатилсин.

Ечиш. Нукта траекториясининг тенгламасини топиш учун, берилган (1) ва (2) тенгламалардан t вақтни йўқотамиз. Бу максалда $\cos(\alpha/2) = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos\alpha)}$ формуладан фойдаланамиз. Мазкур ҳолда $\alpha = \omega t$, шунинг учун

$$y = A_2 \cos \frac{\omega}{2} t = A_2 \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos\omega t)}.$$

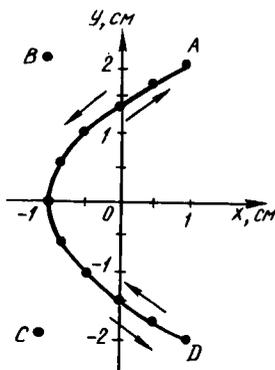
(1) формулага биноан $\cos\omega t = \frac{x}{A_1}$ эканлигидан, траектория тенгламаси

$$y = A_2 \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{x}{A_1}\right)}. \quad (3)$$

Ҳосил қилинган ифода ўқи Ox ўқ билан мос келувчи парабола тенгламасидир. (1) ва (2) тенгламадан кўриниб турибдики, нуктанинг координата ўқлари бўйлаб силжиши чекланган ва Ox ўқи бўйича -1 дан $+1$ гача, Oy ўқи бўйича -2 дан $+2$ гача ораликда жойлашган.

Траекторияни чизиш учун (3) тенгламага биноан, x нинг $x \leq 1$ см шартни қаноатлантирувчи қатор қийматларига мос келувчи y нинг қийматларини тўпамиз ва жадвал тузамиз:

$x, \text{см}$	-1	$-0,75$	$-0,5$	0	$+0,5$	$+1$
$y, \text{см}$	0	$\pm 0,707$	± 1	$\pm 1,41$	$\pm 1,73$	± 2



6.5- расм

Координата ўқларини чизиш ва масштаб танлаб xOy текисликда топилган нукталарни қайд этамиз. Уларни силлик чизик билан бирлаштириб, (1) ва (2) тенгламаларга биноан тебранаётган нуктанинг траекториясини оламиз (6.5- расм).

Нуктанинг ҳаракат йўналишини кўрсатиш учун вақт ўтиши билан унинг ўрни қандай ўзгаришини кузатамиз. $t=0$ бошланғич онда нуктанинг координаталари $x(0) = 1$ см ва $y(0) = 2$ см. Вақтнинг кейинги онда, мисол учун $t=1$ с да, нуктанинг координаталари ўзгариб $x(1) = -1$ см, $y(1) = 0$ бўлади. Бошланғич ва кейинги (яқин) вақт онларида нукта ҳолатларини

билиб, нуктанинг траектория бўйлаб ҳаракат йўналишини кўрсатиш мумкин. 6.5-расмда бу йўналиш стрелка билан кўрсатилган (A нуктадан координата бошига томон). $t=2$ с онда тебранаётган нукта D нуктага етгач, тескари йўналишда ҳаракатлана бошлайди.

Масалалар

Гармоник тебранишлар кинематикаси

6.1. Нуктанинг тебраниш тенгламаси $x=A\cos\omega(t+\tau)$ кўри-нишга эга, бунда $\omega=\pi\cdot c^{-1}$, $\tau=0,2$ с. Тебранишнинг даври T ва бошланғич фазаси φ аниқлансин.

6.2. $X=A\sin\omega(t+\tau)$ тенглама билан берилган тебранишнинг даври T , частотаси ν ва бошланғич фазаси φ аниқлансин. Бунда $\omega=2,5\pi\cdot c^{-1}$, $\tau=0,4$ с.

6.3. Нукта $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ қонун бўйича тебранади, бунда $A=4$ см. Агар 1) $x(0)=2$ см ва $\dot{x}(0)<0$; 2) $x(0)=2\sqrt{2}$ см ва $\dot{x}(0)<0$; 3) $x(0)=2$ см ва $\dot{x}(0)>0$; 4) $x(0)=-2\sqrt{3}$ см ва $\dot{x}(0)>0$ бўлса, бошланғич фаза φ аниқлансин. $t=0$ момент учун вектор диаграмма тузилсин.

6.4. Нукта $x=A\sin(\omega t+\varphi)$ қонун бўйича тебранади, бунда $A=4$ см. Агар: 1) $x(0)=2$ см ва $\dot{x}(0)<0$; 2) $x(0)=2\sqrt{3}$ см ва $\dot{x}(0)>0$; 3) $x(0)=-2\sqrt{2}$ см ва $\dot{x}(0)<0$; 4) $x(0)=-2\sqrt{3}$ см ва $\dot{x}(0)>0$ бўлса, бошланғич фаза φ аниқлансин. $t=0$ момент учун вектор диаграмма тузилсин.

6.5. Нукта $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ қонун бўйича тебранмоқда, бунда $A=2$ см; $\omega=\pi\cdot c^{-1}$; $\varphi=\frac{\pi}{4}$ рад. 1) силжишнинг $x(t)$; 2) тезлик-нинг $\dot{x}(t)$; 3) тезланишнинг $\ddot{x}(t)$ вақтга боғлиқлик графиги тузилсин.

6.6. Нукта $A=4$ см амплитуда ва $T=2$ с давр билан тебранмоқда. $t=0$ моментда силжиш $x(0)=0$ ва $\dot{x}(0)<0$ деб ҳисоблаб, бу тебранишларнинг тенгламаси ёзилсин. Вақтнинг қуйидаги икки momenti учун фаза ($\cos\varphi$) аниқлансин: 1) силжиш $x=1$ см ва $\dot{x}>0$ бўлганда, 2) тезлик $x=-6$ см/с ва $x<0$ бўлганда.

6.7. Нукта айлана бўйлаб $T=6$ с давр билан соат милининг йўналишига тескари йўналишда текис ҳаракат қилмоқда. Айлананинг диаметри $d=20$ см. Агар бошланғич момент деб қабул қилинган пайтда нуктанинг x ўқидаги проекцияси нолга тенг бўлса, нуктанинг айлана марказидан ўтувчи x ўқидаги проекциясининг ҳаракат тенгламаси ёзилсин. $t=1$ с момент учун нукта проекциясининг силжиши x , тезлиги \dot{x} ва тезлиниши \ddot{x} топилинсин.

6.8. $A=3$ см амплитуда ва $\omega=\frac{\pi}{2}c^{-1}$ бурчак частота билан

гармоник тебранаётган нукта тезлигининг \dot{x}_{\max} ва тезланишнинг \ddot{x}_{\max} максимал қийматлари аниқлансин.

6.9. Нукта $X=A\cos\omega t$ конун бўйича тебранади, бунда $A=5$ см; $\omega=2$ с⁻¹. Нуктанинг тезлиги $\dot{x}=8$ см/с бўлган моментдаги тезланиши \ddot{x} аниқлансин.

6.10. Нукта гармоник тебранмокда. Нуктанинг энг катта силжиши $x_{\max}=10$ см, энг катта тезлиги $\dot{x}_{\max}=20$ см/с. Тебранишнинг бурчак частотаси ω ва максимал тезланиши \ddot{x}_{\max} топилсин.

6.11. Гармоник тебранаётган нуктанинг максимал тезлиги $\dot{x}_{\max}=10$ см/с, максимал тезланиши $\ddot{x}_{\max}=100$ см/с². Тебранишнинг бурчак частотаси ω унинг даври T ва амплитудаси A топилсин. Бошланғич фазани нолга тенг деб қабул қилиб, тебраниш тенгламаси ёзилсин.

6.12. Нукта $x=Asint$ конун бўйича тебранмокда. Вақтнинг муайян momentiда нуктанинг силжиши $x_1=5$ см бўлди. Тебраниш фазаси икки марта ошганда силжиш $x_2=8$ см бўлди. Тебраниш амплитудаси A топилсин.

6.13. Нуктанинг тебраниши $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ конун бўйича рўй бермокда. Вақтнинг муайян momentiда нуктанинг силжиши $x=5$ см, унинг тезлиги $\dot{x}=20$ см/с ва тезланиши $\ddot{x}=8$ см/с² бўлди. Вақтнинг кўриლაётган momenti учун тебраниш амплитудаси A , бурчак частота ω , давр T ва фаза $(\omega t+\varphi)$ топилсин.

Тебранишларни қўйиши

6.14. Иккита амплитудалари $A=10$ см ва $A=6$ см бўлган бир хил даврли, бир томонга йўналган гармоник тебранишлар қўшилиб, амплитудаси $A=14$ см бўлган битта тебраниш ҳосил қилади. Қўшилувчи тебранишларнинг фазалар фарқи $\Delta\varphi$ топилсин.

6.15. Бир тўғри чизик бўйлаб йўналган, амплитудалари ва даврлари бир хил бўлган икки гармоник тебранишлар қўшилиб, шундай амплитудали битта тебраниш ҳосил қилади. Қўшилувчи тебранишнинг фазалар фарқи $\Delta\varphi$ топилсин.

6.16. Иккита бир хил йўналишли ва даврли $x_1=A_1\sin\omega t$ ва $x_2=A_2\sin(t+\tau)$ тебранишларнинг қўшилиши натижасида вужудга келган тебранишнинг амплитудаси A ва бошланғич фазаси φ аниқлансин. Бунда $A_1A_2=1$ см; $\omega=\pi c^{-1}$; $\tau=0,5$ с. Натижавий тебранишнинг тенгламаси топилсин.

6.17. Нукта иккита бир хил йўналишли $x_1=A_1\sin\omega t$ ва $x_2=A_2\cos\omega t$ тебранишларда иштирок этади. Бунда $A_1=2$ см; $A_2=2$ см; $\omega=1$ с⁻¹. Натижавий тебранишнинг амплитудаси A , унинг частотаси ν ва бошланғич фазаси φ аниқлансин. Бу ҳаракатнинг тенгламаси топилсин.

6.18. Йўналишлари бир хил бўлган бир хил $T_1 = T_2 = 1,5$ с даврли ва $A_1 = A_2 = 2$ см амплитудали иккита гармоник тебранишлар қўшилишади. Тебранишларнинг бошланғич фазалари $\varphi_1 = \pi/2$ ва $\varphi_2 = \pi/3$. Натижавий тебранишнинг амплитудаси A ва бошланғич фазаси φ аниқлансин. Унинг тенграмаси топилсин ва масштабга риоя қилиб амплитудалар қўшилишининг вектор диаграммаси тузилсин.

6.19. Йўналишлари бир хил бўлган бир хил $T_1 = T_2 = T_3 = 2$ с даврли ва $A_1 = A_2 = A_3 = 3$ см амплитудали учта гармоник тебранишлар қўшилишади. Тебранишларнинг бошланғич фазалари $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi/3$, $\varphi_3 = 2\pi/3$. Амплитудалар қўшилишининг вектор диаграммаси тузилсин. Чизмадан натижавий тебранишнинг амплитудаси A ва бошланғич фазаси φ аниқлансин. Унинг тенграмаси топилсин.

6.20. Иккита: бир хил частотали ва йўналишлари бир хил бўлган $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ ва $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ гармоник тебранишлар қўшилишди. Вактнинг $t = 0$ momenti учун вектор диаграмма чизилсин. Тахлилий (аналитик) усул билан натижавий тебранишнинг амплитудаси A ва бошланғич фазаси φ аниқлансин. A ва φ вектор диаграммага қўйилсин. Натижавий тебраниш тенграмаси (тригонометрик кўринишда косинус орқали) топилсин. Масала куйидаги икки ҳол учун ечилсин: 1) $A_1 = 1$ см, $\varphi_1 = \frac{\pi}{3}$;

$A_2 = 2$ см, $\varphi_2 = \frac{5\pi}{6}$; 2) $A_1 = 1$ см, $\varphi_1 = \frac{2\pi}{3}$; $A_2 = 1$ см, $\varphi_2 = \frac{7\pi}{6}$.

6.21. Иккита камертон бир пайтда овоз чиқармоқда. Уларнинг тебраниш частоталари ν_1 ва ν_2 мос равишда 440 ва 440,5 Гц га тенг. Тепкили тебраниш даври T аниқлансин.

6.22. $x = A_1 \sin \omega t$ ва $y = A_2 \cos \omega(t + \tau)$ тенграмалар билан ифодаланувчи иккита ўзаро тик тебранишлар устма-уст тушмоқда. Бунда $A_1 = 2$ см, $A_2 = 1$ см, $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$, $\tau = 0,5$ с. Траектория тенграмаси топилсин ва у нуктанинг ҳаракат йўналиши кўрсатилиб тузилсин.

6.23. Нукта бир пайтнинг ўзида $x = A_1 \cos \omega t$ ва $y = A_2 \cos \omega(t + \tau)$ тенграмалар билан ифодаланувчи, ўзаро тик йўналишларда рўй бераётган иккита гармоник тебранишни амалга оширади. Бунда $A_1 = 4$ см, $A_2 = 8$ см, $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$, $\tau = 1$ с. Нукта траекториясининг тенграмаси топилсин ва унинг ҳаракат графиги тузилсин.

6.24. Нукта бир пайтнинг ўзида ўзаро тик йўналишларда рўй берадиган, куйидаги тенграмалар билан ифодаланадиган бир хил частотали иккита гармоник тебраниш амалга оширади: 1) $x = A_2 \cos \omega t$ ва $y = A \cos \omega t$; 2) $x = A \cos \omega t$ ва $y = A_1 \cos \omega t$; 3) $x = \cos \omega t$ ва $y = A \cos(\omega t + \varphi_1)$; 4) $x = A_2 \cos \omega t$ ва $y = A \cos(\omega t + \varphi_2)$; 5) $x = A_1 \cos t$ ва $y = A_1 \sin \omega t$; 6) $x = A \cos \omega t$ ва $y = A_1 \sin \omega t$; 7) $x = A_2 \sin \omega t$ ва $y = A_1 \sin \omega t$; 8) $x = A_2 \sin \omega t$ ва $y = A \sin(\omega t + \varphi_2)$.

Нукта траекториясининг тенгламаси топилсин (саккиз ҳол учун), у масштабга риоя қилиниб тузилсин ва ҳаракат йўналиши кўрсатилсин. $A=2$ см, $A_1=3$ см, $A_2=1$ см; $\varphi_1=\pi/2$, $\varphi_2=\pi$ деб қабул қилинсин.

6.25. Нукта бир пайтнинг ўзида $x=A_1\cos\omega t$ ва $y=A_2\sin\omega t$ тенгламалар билан ифодаланувчи иккита ўзаро тик тебранишларда иштирок этади, бунда $A_1=2$ см, $A_2=1$ см. Нукта траекториясининг тенгламаси топилсин ва у ҳаракат йўналиши кўрсатилиб тузилсин.

6.26. Нукта бир пайтнинг ўзида ўзаро тик йўналишларда рўй берадиган ва $x=A_1\sin\omega t$ ва $y=A_2\cos\omega t$ тенгламалар билан ифодаланадиган иккита гармоник тебранишни амалга оширади: бунда $A_1=0,5$ см; $A_2=2$ см. Нукта траекториясининг тенгламаси топилсин ва у ҳаракат йўналиши кўрсатилган ҳолда тузилсин.

6.27. Нуктанинг ҳаракати $x=A_1\sin\omega t$ ва $y=A_2\sin\omega(t-\tau)$ тенгламалар билан берилган; бунда $A_1=10$ см, $A_2=5$ см, $\omega=2c^{-1}$, $\tau=\frac{\pi}{4}$ с. Траектория тенгламаси ва вақтнинг $t=0,5$ с моменти учун нуктанинг тезлиги топилсин.

6.28. Моддий нукта бир пайтнинг ўзида $x=A_1\cos\omega t$ ва $y=A_2\cos 2\omega t$ тенгламалар билан ифодаланувчи иккита ўзаро тик тебранишларда иштирок этади; бунда $A_1=2$ см, $A_2=1$ см. Траектория тенгламаси топилсин ва у тузилсин.

6.29. Нукта бир пайтнинг ўзида ўзаро тик йўналишларда рўй берадиган ва қуйидаги тенгламалар билан тавсифланадиган иккита гармоник тебранишда иштирок этади: 1) $x=A\sin\omega t$ ва $y=A\cos 2\omega t$; 2) $x=A\cos\omega t$ ва $y=A\sin 2\omega t$; 3) $x=A\cos 2\omega t$ ва $y=A_2\cos\omega t$; 4) $x=A_1\sin\omega t$ ва $y=A\cos\omega t$.

Нукта траекториясининг тенгламаси топилсин, у масштабга риоя қилиниб тузилсин ва ҳаракат йўналиши кўрсатилсин. $A=2$ см, $A_1=3$ см деб қабул қилинсин.

6.30. Нукта бир пайтнинг ўзида $x=A_1\cos\omega t$, ва $y=A_2\sin 0,5\omega t$ тенгламалар билан ифодаланувчи иккита ўзаро тик тебранишларда иштирок этади; бунда $A_1=2$ см, $A_2=3$ см. Нукта траекториясининг тенгламаси топилсин ва у ҳаракат йўналиши кўрсатилган ҳолда тузилсин.

6.31. Осциллограф экрандаги яркироқ нуктанинг силжиши қуйидаги тенгламалар билан тавсифланувчи иккита ўзаро тик тебранишларнинг қўшилиши натижасидир: 1) $x=A\sin 3\omega t$ ва $y=A\sin 2\omega t$, 2) $x=A\sin 3\omega t$ ва $y=A\cos 2\omega t$; 3) $x=A\sin 3\omega t$ ва $y=A\cos\omega t$.

Қўйишининг чизма усулини қўллаб ва масштабга риоя қилиб, яркироқ нуктанинг экрандаги траекторияси тузилсин. $A=4$ см деб қабул қилинсин.

Гармоник тебранишлар динамикаси.
Тебрангичлар.

6.32. $m=50$ г массали моддий нукта тенгламаси $x=A\cos\omega t$ кўринишга эга бўлган тебранишларни амалга оширади. Бунда $A=10$ см, $\omega=5$ с⁻¹. Қуйидаги икки ҳол учун нуктага таъсир этувчи куч топилсин: 1) фаза $\omega t=\pi/3$ бўлган момент учун, 2) нуктанинг энг кўп силжиган ҳолати учун.

6.33. $m=0,1$ г массали моддий нуктанинг тебраниши $x=A\cos\omega t$ тенгламага мувофиқ рўй беради. Бунда $A=5$ см; $\omega=20$ с⁻¹. Қайтарувчи кучнинг F_{\max} ва кинетик энергиянинг T_{\max} максимал қийматлари аниқлансин.

6.34. $x=A\cos\omega t$ конун бўйича тебранаётган моддий нуктанинг тўлиқ энергияси E ва $t=1$ с момент учун қайтарувчи куч F топилсин. Бунда $A=20$ см; $\omega=\frac{2\pi}{3}$ с⁻¹. Моддий нуктанинг массаси $m=10$ г.

6.35. Моддий нуктанинг тебраниши $x=A\cos\omega t$ тенгламага мувофиқ рўй беради. Бунда $A=8$ см, $\omega=\pi/6$ с⁻¹. Қайтарувчи куч F биринчи марта 5 мН қийматга эришган моментда нуктанинг потенциал энергияси $P=100$ мкЖ бўлди. Вақтнинг шу momenti ва унга мос келувчи фаза ωt топилсин.

6.36. Пружинага осилган $m=250$ г массали юк $T=1$ с давр билан тик йўналишда тебранади. Пружинанинг бикрлиги k аниқлансин.

6.37. Ўрама пружинага юкча осдилар, бунинг натижасида пружина $x=9$ см га чўзилди. Агар юкча пастга озроқ тортиб кўйиб юборилса, унинг тебраниш даври T қандай бўлади?

6.38. Пружинага осилган кадоктош $A=4$ см амплитуда билан тик йўналишда тебранмоқда. Агар пружинанинг бикрлиги $k=1$ кН/м бўлса, кадоктош тебранишининг тўлиқ энергияси E аниқлансин.

6.39. Тебраниш даврларининг нисбати 1,5 га тенг бўлган иккита математик тебрангич узунликларининг нисбати топилсин.

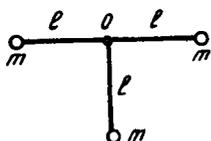
6.40. Узунлиги $l=1$ м бўлган математик тебрангич лифтнинг ичида ўрнатилган. Лифт $a=2,5$ м/с тезланиш билан кўтарилмоқда. Тебрангичнинг тебраниш даври T аниқлансин.

6.41. Узунлиги $l=30$ см бўлган ингичка таёкча учларининг ҳар бирига биттадан бир хил юкчалар маҳкамланган. Таёкча юкчалари билан биргаликда таёкча учларининг бирдан $d=10$ см узокликдаги нуктадан ўтувчи горизонтал ўк атрофида тебранади. Шундай физик тебрангичнинг келтирилган узунлиги L ва даври T аниқлансин. Таёкчанинг массаси инобатга олинмасин.

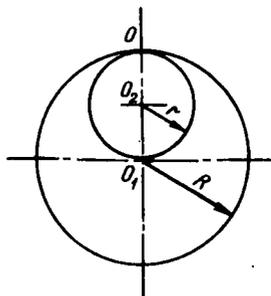
6.42. Узунлиги $l=30$ см бўлган таёкчага иккита бир хил юк маҳкамланган; биттаси таёкчанинг марказига, бошқаси — учларидан бирига. Таёкча юки билан таёкчанинг юксиз учидан ўтувчи горизонтал ўк атрофида тебранади. Шундай тизимнинг келти-

рилган узунлиги L ва тебраниш даври T аниқлансин. Таёқчанинг массаси ҳисобга олинмасин.

6.43. $l=30$ см узунликдаги таёқчалар билан бириктирилган учта юкдан иборат тизим (6.6- расм) O нуқтадан ўтувчи чизма текислигига тик бўлган горизонтал ўкка нисбатан тебранмоқда. Тизимнинг тебраниш даври T топилсин. Таёқчанинг массаси ҳисобга олинмасин, юклар моддий нуқталар сифатида қаралсин.



6.6- расм



6.7- расм

6.44. Деворга горизонтал қилиб қоқилган михга осилган ингичка обруч девор текислигига параллел текисликда тебранади. Обруч радиуси $R=30$ см. Обручнинг тебраниш даври T ҳисоблансин.

6.45. $R=30$ см радиусли бир жинсли диск унинг цилиндрик сиртининг ташкил этувчиларидан бири орқали ўтувчи горизонтал ўк атрофида тебранмоқда. Унинг тебраниш даври T қандай?

6.46. $R=24$ см радиусли диск унинг текислигига тик равишда радиусларидан бирининг ўртасидан ўтувчи горизонтал ўк атрофида тебранмоқда. Шундай тебрангичнинг келтирилган узунлиги ва тебраниш даври T аниқлансин.

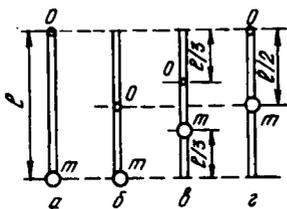
6.47. $R=20$ см радиусли ингичка бир жинсли дискдан радиуси $r=10$ см бўлган доира кўринишидаги қисми 6.7- расмда кўрсатилгандек қилиб кесиб олинган. Дискнинг қолган қисми эса дискнинг цилиндрик сиртининг ташкил этувчиларидан бири билан мос келувчи O горизонтал ўк атрофида тебранади. Шундай тебрангичнинг тебраниш даври T топилсин.

6.48. Узунлиги $l_1=40$ см бўлган математик тебрангич билан узунлиги $l_2=60$ см бўлган ингичка тўғри таёқча кўринишидаги физик тебрангич битта горизонтал ўк атрофида баравар тебранмоқда. Тебраниш ўқидан таёқчанинг масса марказигача бўлган масофа a аниқлансин.

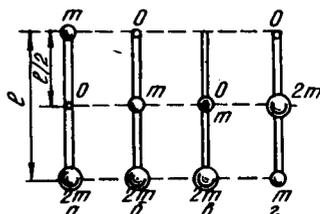
6.49. Узунлиги $l=120$ см бўлган ингичка тўғри таёқча кўринишидаги физик тебрангич таёқчанинг масса марказидан

қандайдир a масофадаги нукта орқали ўзига тик равишда ўтувчи горизонтал ўқ атрофида тебранмоқда. a нинг қандай қийматида тебраниш даври T энг кичик бўлади?

6.50. Физик тебрангич m массали кичкина шарча маҳкамланган, массаси m бўлган ингичка бир жинсли таёқчадан иборат. Тебрангич таёқчадаги O нукта орқали ўтувчи горизонтал ўқ атрофида тебранмоқда. 6.8- расмда тасвирланган $a, б, в, г$ ҳоллар учун тебрангичнинг гармоник тебранишлар даври T аниқлансин. Таёқчанинг узунлиги $l=1$ м. Шарча моддий нукта сифатида қаралсин.



6.8- расм



6.9- расм

6.51. Физик тебрангич массалари m ва $2m$ бўлган иккита кичкина шарчалар маҳкамланган m массали ингичка бир жинсли таёқчадан иборат. Тебрангич таёқчадаги O нукта орқали ўтувчи горизонтал ўқ атрофида тебранмоқда. 6.9- расмда тасвирланган $a, б, в, г$ ҳоллар учун тебрангичнинг гармоник тебранишлар частотаси ω аниқлансин. Таёқчанинг узунлиги $l=1$ м. Шарчалар моддий нукталар сифатида қаралсин.

6.52. Горизонтал ўққа маҳкамланган $m=4$ кг массали жисм $T=0,8$ с давр билан тебранмоқда. Бу ўққа ўқи жисмнинг тебраниш ўқи билан мос келадиган қилиб диск ўрнатганларида тебраниш даври $T=1,2$ с га тенг бўлди. Дискнинг радиуси $R=20$ см бўлиб, массаси жисмнинг массасига тенг. Жисмнинг тебраниш ўқи га нисбатан инерция моменти J топилсин.

6.53. Трубкасининг диаметри $d=1$ см, массаси $m=50$ г бўлган ареометр сувда сузмоқда. Ареометрни озроқ сувга ботириб сўнгра эркин қўйдилар ва натижада у гармоник тебрана бошлади. Бу тебранишларнинг даври T топилсин.

6.54. Кўндаланг кесимининг юзаси $S=0,4$ см бўлган, иккала учи ҳам очик U симон шаклдаги трубкага $m=200$ г массали симоб тез қуйилади. Симобнинг трубкада тебраниш даври T аниқлансин.

6.55. Кўндаланг кесими бутун узунлиги бўйича ўзгармас бўлган шишган хода сувдан ташқарида фақат озгина қисми (узунлигига нисбатан) қоладиган қилиб тик йўналишда сувга ботирилди. Ёғочнинг тебраниш даври $T \pm 5$ с. Ёғочнинг узунлиги l аниқлансин.

Сўнувчи тебранишлар

6.56. Тебрангич сўнувчи тебранишларининг амплитудаси $t=5$ мин вақтда икки марта камайди. Бошланғич моментдан ҳисоблаганда қанча t вақтда амплитуда саккиз марта камаяди?

6.57. $t=8$ мин вақтда тебрангич сўнувчи тебранишларининг амплитудаси уч марта камайди. Сўниш коэффициенти δ аниқлансин.

6.58. Узунлиги $l=1$ м бўлган тебрангич сўнувчи тебранишларнинг амплитудаси $t=10$ мин вақтда икки марта камайди. Тебранишларнинг логарифмик декременти θ аниқлансин.

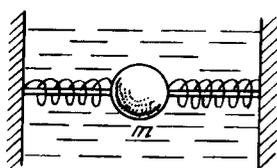
6.59. Тебрангич тебранишининг логарифмик декременти $\theta=0,003$. Тебрангичнинг амплитудаси икки марта камайиши учун керак бўлган тўла тебранишлар сони N аниқлансин.

6.60. $m=500$ г массали қадоктош бикрлиги $K=20$ Н/м бўлган спираль пружинага осилган бўлиб, муайян муҳитда қайишқоқ тебранади. Тебранишнинг логарифмик декременти $\theta=0,004$. Қадоктошнинг тебранишлар амплитудаси $n=2$ марта камайиши учун керак бўлган тўла тебранишлар сони N аниқлансин. Бу камайиш қанча вақтда рўй беради?

6.61. $m=5$ г массали жисм сўнувчи тебранмоқда. $t=50$ с вақт давомида жисм ўз энергиясининг 60 % ни йўқотди. Қаршилиқ коэффициенти b аниқлансин.

6.62. Агар тизимнинг хусусий тебранишлар даври $T=1$ с ва тебранишнинг логарифмик декременти $\theta=0,628$ бўлса, сўнувчи тебранишларнинг даври T аниқлансин.

6.63. Тизимнинг энергияси $n=2$ марта камайган вақт давомидаги тўла тебранишлари сони N топилсин. Тебранишларнинг логарифмик декременти $\theta=0,01$.



6.10- расм

6.64. $m=1$ кг массали жисм қаршилиқ коэффициенти $b=0,05$ кг/с бўлган ковушқоқ муҳитда жойлашган. Жисм ҳар бирининг бикрлиги $k=50$ Н/м бўлган иккита бир хил пружина ёрдамида мувозанат ҳолатида тутиб турилибди ва бунда пружиналар деформацияланмаган (6.10- расм). Жисмни мувозанат ҳолатидан силжитдилар ва қўйиб юбордилар. Амплитуда e марта

камайган вақтдаги: 1) сўниш коэффициенти δ ; 2) тебраниш частотаси ν ; 3) тебранишнинг логарифмик декременти θ ; 4) тебранишлар сони N аниқлансин.

Мажбурий тебранишлар. Резонанс

6.65. Электродвигателнинг оғирлик кучи таъсирида ўрнатилган тўсин $n=1$ мм г эгилди. Электродвигатель якорининг қандай айланиш частотасида резонанс ҳавфи вужудга келиши мумкин?

6.66. $m=80$ т массали вагоннинг тўртта рессори бор. Ҳар бир рессор пужинасининг бикрлиги $k=500$ кН/м. Агар рельснинг узунлиги $l=12,8$ м бўлса, қандай v тезликда вагон рельсларнинг туташиш жойидаги туртки натижасида қаттиқ тебрана бошлайди?

6.67. Тебраниш тизими $\nu=1000$ Гц частотали сўнувчи тебранишларни бажармоқда. Агар резонанс частота $\nu_{\text{рез}}=998$ Гц бўлса, хусусий тебранишлар частотаси ν_0 аниқлансин.

6.68. $\delta=400$ с⁻¹ сўниш коэффициентини билан тавсифланувчи тизимнинг резонанс частотаси унинг хусусий тебранишлар частотаси $\nu_0=1$ кГц дан қанчага фарқ қилиши аниқлансин.

6.69. Резонанс хусусий частотаси $\nu_0=10$ кГц дан $\Delta\nu+2$ Гц га кичик бўлган частотада кузатиладиган тебраниш тизимининг логарифмик декременти θ аниқлансин.

6.70. Пружинали тебрангичнинг хусусий тебранишлар даври $T=0,55$ с. Қовушқоқ муҳитда шу тебрангичнинг хусусий тебраниш даври $T=0,56$ с бўлди. Тебранишнинг резонанс частотаси $\nu_{\text{рез}}$ аниқлансин.

6.71. Пружинали тебрангич (пружинанинг бикрлиги $k=10$ Н/м, юкнинг массаси $m=100$ г) қаршилик коэффициенти $r=2 \cdot 10^{-2}$ кг/с бўлган қовушқоқ муҳитда мажбурий тебранмоқда. Агар мажбурловчи кучнинг амплитуда қиймати $F_0=10$ мН бўлса, унда сўниш коэффициенти δ ва резонанс амплитуда $A_{\text{рез}}$ аниқлансин.

6.72. Жисм қаршилик коэффициенти $r=1$ г/с бўлган муҳитда мажбурий тебранмоқда. Агар резонанс амплитуда $A_{\text{рез}}=0,5$ см ва хусусий тебранишлар частотаси $\nu_0=10$ Гц бўлса, сўнишни кичик деб ҳисоблаб, мажбурловчи кучнинг амплитудавий қиймати аниқлансин.

6.73. $\nu_1=400$ Гц ва $\nu_2=600$ Гц частоталарда мажбурий гармоник тебранишлар амплитудаси бир-бирига тенг. Резонанс частота $\nu_{\text{рез}}$ аниқлансин. Сўниш ҳисобга олинмасин.

6.74. Бикрлиги $k=10$ Н/м бўлган спирал пужинага $m=1\theta$ г массали юк осдилар ва бутун тизимни қовушқоқ муҳитга ботирдилар. Қаршилик коэффициентини $b=0,1$ кг/с деб қабул қилиб: 1) хусусий тебранишлар частотаси ν_0 ; 2) Резонанс частота $\nu_{\text{рез}}$; 3) агар мажбурловчи куч гармоник қонун бўйича ўзгарса ва унинг амплитуда қиймати $F_0=0,02$ Н бўлса, резонанс амплитуда $A_{\text{рез}}$; 4) резонанс амплитуданинг F_0 куч таъсиридаги статик силжишга нисбати аниқлансин.

6.75. Агар мажбурловчи кучнинг ўзгариш частотаси резонанс частотадан: 1) 10 % га; 2) икки марта катта бўлса, мажбурий тебранишлар амплитудаси резонанс амплитудадан неча марта кичик бўлади? Ҳар иккала ҳолда ҳам сўниш коэффициенти $\delta=0,1\omega_0$ деб қабул қилинсин (ω_0 — хусусий тебранишларнинг бурчак частотаси).

7-§. ҚАЙИШҚОҚ МУҲИТДАГИ ТЎЛҚИНЛАР. АКУСТИКА
Асосий формулалар

- Ясси тўлқин тенгламаси

$$\xi(x, t) = A \cos \omega(t - x/v) \text{ ёки } \xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx),$$

бу ерда $\xi(x, t)$ — x координатали муҳит нуқталарининг вақтнинг t моментидаги силжиши; ω — бурчак частота; v — тебранишларнинг муҳитда тарқалиш тезлиги (фазовий тезлик); k — тўлқин сони, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; λ — тўлқин узунлиги.

- Тўлқин узунлиги тебраниш даври T ва частота ν билан

$$\lambda = vT \text{ ва } \lambda = v/\nu$$

муносабатлар орқали боғланган.

- Муҳитнинг ораларидаги масофа (йўл фарқи) Δx га тенг бўлган икки нуқтаси тебранишларининг фазалар фарқи

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x,$$

бу ерда λ — тўлқин узунлиги

- Турғун тўлқин тенгламаси

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \frac{x}{v} \cdot \cos \omega t \text{ ёки } \xi(x, t) = A \cos kx \cdot \cos \omega t.$$

- Қайишқоқ муҳитда бўйлама тўлқинларнинг фазавий тезлиги:

$$\text{каттик жисмларда } v = \sqrt{E/\rho},$$

бунда E — Юнг модули; ρ — модда зичлиги;

$$\text{газларда } v = \sqrt{\gamma RT/M} \text{ ёки } v = \sqrt{\gamma P/\rho},$$

бунда γ — адиабата кўрсаткичи ($\gamma = c_p/c_v$ — газнинг ўзгармас босимдаги ва ҳажмдаги солиштирма иссиқлик сифимларининг нисбати); R — моляр газ доимийси; T — термодинамик ҳарорат; M — моляр масса; ρ — газ босими.

Доплернинг акустик ҳодисаси

$$\nu = \frac{v + u_a}{v + u_M} \nu_0$$

бу ерда ν — ҳаракатланувчи асбоб (ёки қулоқ) қабул қиладиган товуш частотаси; v — товушнинг муҳитдаги тезлиги; u_a — асбобнинг муҳитга нисбатан тезлиги; u_M — товуш манбаининг муҳитга нисбатан тезлиги; ν_0 — манба чиқараётган товуш частотаси.

- Товуш босимининг амплитудаси

$$P_0 = 2\pi\nu\rho v A,$$

бу ерда v — товуш частотаси; A — мухит зарраларининг тебраниш амплитудаси; v — товушнинг мухитдаги тезлиги; ρ — мухитнинг зичлиги.

- Товуш майдони энергиясининг ўртача ҳажмий зичлиги

$$\langle \omega \rangle = \frac{1}{2} \rho \xi_0^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_0^2}{\rho v^2} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2,$$

бу ерда ξ — мухит зарралари тезлигининг амплитудаси; ω — товуш тўлқинларининг бурчак частотаси.

- Муайян V ҳажмда мужассамланган товуш майдонининг энергияси

$$W = \langle \omega \rangle V.$$

- Товуш энергияси оқими

$$\Phi = W/t,$$

бу ерда W — берилган сирт орқали t вақтда кўчириладиган энергия.

- Товуш интенсивлиги (товуш энергияси оқимининг зичлиги)

$$I = \Phi/S.$$

● Товуш интенсивлиги товуш майдони энергиясининг ўртача ҳажмий зичлиги билан

$$I = \langle \omega \rangle v$$

муносабат орқали боғланган; бунда v — товушнинг мухитдаги тезлиги.

● Товушнинг нуқтавий изотроп манбаи қуввати N нинг товуш интенсивлиги билан боғланиши

$$I = \frac{N}{4\pi r^2},$$

бунда r — товуш манбаидан товуш майдонининг интенсивлик аниқланаётган нуқтасигача бўлган масофа.

- Мухитнинг солиштира акустик қаршилиги

$$z_s = \rho v.$$

- Акустик қаршилиқ

$$z_0 = z_s/S,$$

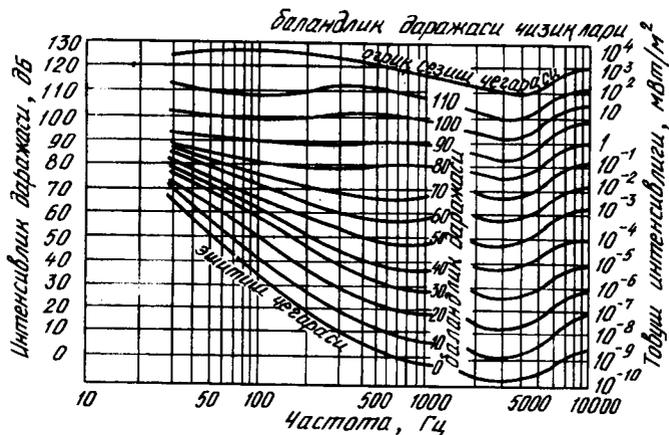
бунда S — акустик майдон қисми кесимининг юзаси (мисол учун, товуш тарқалаётган қувур кўндаланг кесимининг юзаси).

- Товуш интенсивлиги даражаси (товуш қуввати даражаси) (дБ)

$$L_p = 10 \lg(I/I_0),$$

бунда J_0 — интенсивликнинг нолинчи даражасига мос келувчи шартли интенсивлик ($I_0 = 1 \text{ пВт/м}^2$).

● Товушнинг баландлик даражаси L_N умумий ҳолда интенсивлик даражаси ва товуш частотасининг мураккаб функцияси бўлиб, баландлик даражаси эгри чизиклари воситасида аниқланади (7.1- расм). Графикда горизонтал ўққа товуш частоталарининг логарифми қўйилган (частоталарнинг ўзи эса уларга мос келувчи логарифмларнинг остида кўрсатилган). Тик ўққа эса товушнинг интенсивлик даражалари децибелларда қўйилган. Эталон частота $\nu = 1000 \text{ Гц}$ га мос келувчи товушнинг баландлик даражалари тик



7.1- расм

ўққа қўйилган. Бу частота учун децибелларда ҳисобланган баландлик даражаси децибелларда ҳисобланган интенсивлик даражасига тенг. Бошқа частоталар учун товушларнинг баландлик даражалари графикда келтирилган баландлик эгри чизиклари ёрдамида аниқланади. Ҳар бир эгри чизик муайян баландлик даражасига мос келади.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Кўндаланг тўлқин қайишқок чилвир бўйлаб $v = 15 \text{ м/с}$ тезлик билан тарқалмоқда. Чилвир нуқталарининг тебраниш даври $T = 1,2 \text{ с}$ амплитудаси $A = 2 \text{ см}$. 1) тўлқин узунлиги λ ; 2) $t = 4 \text{ с}$ вақтда тўлқин манбаидан $x = 45 \text{ м}$ масофага орқада қолган нуқтанинг тебраниш фазаси ϕ , силжиши ξ , тезлиги $\dot{\xi}$ ва тезланиши $\ddot{\xi}$; 3) тўлқин манбаидан $x_1 = 20 \text{ м}$ ва $x_2 = 30 \text{ м}$ масофаларга орқада қолган ва нурда ётувчи икки нуқта тебранишларининг фазалар фарқи $\Delta\phi$ аниқлансин.

Е ч и ш. 1. Тўлқин узунлиги тўлқин бир даврда ўтган масофага тенг бўлиб,

$$\lambda = vT$$

муносабатдан топилиши мумкин. v ва T катталикларнинг қийматларини қўйсак,

$$\lambda = 18 \text{ м.}$$

2. Тўлқин тенгламасини ёзамиз:

$$v = A \cos \omega(t - x/v), \quad (1)$$

бунда ξ — тебранаётган нуқтанинг силжиши; x — тўлқин манбаидан нуқтагача бўлган масофа; v — тўлқиннинг тарқалиш тезлиги.

Вақтнинг t momentiда координатаси x бўлган нуқтанинг тебраниш фазаси тўлқин тенгламасида косинус белгиси остида турган ифода билан аниқланади:

$$\varphi = \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \text{ ёки } \varphi = \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right),$$

бу ерда $\omega = \frac{2\pi}{T}$ эканлиги ҳисобга олинган.

Охирги формула бўйича ҳисоблаш ўтказсак,

$$\varphi = 5,24 \text{ рал ёки } \varphi = 300^\circ.$$

(1) тенгламага амплитуда A ва фаза φ нинг қийматларини қўйиб, нуқтанинг силжишини аниқлаймиз:

$$\xi = 1 \text{ см.}$$

Силжишдан вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила олиб, нуқтанинг тезлиги $\dot{\xi}$ ни ёзамиз:

$$\dot{\xi} = \frac{d\xi}{dt} = -A\omega \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = -\frac{2\pi A}{T} \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = \frac{2\pi A}{T} \sin \varphi.$$

π , A , T ва φ катталикларнинг қийматларини қўйиб, ҳисоблашларни бажарсак,

$$\dot{\xi} = 9 \text{ см/с.}$$

Тезланиш тезликдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг, шунинг учун

$$\ddot{\xi} = \frac{d\dot{\xi}}{dt} = -A\omega^2 \cos \left(t - \frac{x}{v} \right) = -\frac{4\pi^2 A}{T^2} \cos \varphi.$$

Шу формула бўйича ҳисоблаш ўтказсак,

$$\ddot{\xi} = 27,4 \text{ см/с}^2.$$

3. Тўлқиннинг икки нуқтаси тебранишларининг фазалар фарқи $\Delta\varphi$ бу нуқталар орасидаги масофа Δx билан

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} (x_2 - x_1)$$

муносабат орқали боғланган.

λ , x_1 ва x_2 катталикларнинг қийматларини қўйиб, ҳисобласак,

$$\Delta\varphi = 3,49 \text{ рад ёки } \Delta\varphi = 200^\circ.$$

2- мисол. $\nu = 400$ Гц частотали ясси тўлқинлар манбаидан $l = 4$ м масофада тарқалиш йўналишига тик равишда девор жойлашган. Тўлқинлар манбаидан чиқувчи ва девордан қайтувчи тўлқинларнинг қўшилиши натижасида ҳосил бўладиган турғун тўлқинларнинг дастлабки учта тугуни ва қаварик нуқталаригача бўлган масофа аниқлансин. Тўлқин тезлиги $v = 340$ м/с деб ҳисоблансин.



7.2- расм

Ечиш. Координата тизимини x ўқи югурувчи тўлқинлар нурунини йўналиши билан, координаталар боши O ни эса MN ясси тўлқин манбаида жойлашган нуқта билан мос келадиган қилиб танлайлик (7.2- расм). Шулар ҳисобга олинганда, югурувчи тўлқин тенгламаси қуйидаги кўринишда ёзилади;

$$\xi_1 = A \cos(\omega t - kx). \quad (1)$$

Модомики, тўлқин $l - x$ масофани икки марта ўтиб, x координатали нуқтага қайтар ва зичроқ муҳит бўлмиш девордан қайтишида фазасини π га ўзгартирар экан, қайтган тўлқиннинг тенгламасини

$$\xi_2 = A \cos\{\omega t - k[x + 2(l - x)] + \pi\}$$

кўринишда ёзиш мумкин. Содда кискартиришлардан сўнг қуйидагини оламиз:

$$\xi_2 = -A \cos[\omega t - k(2l - x)]. \quad (2)$$

(1) ва (2) тенгламаларни қўшиб, турғун тўлқинлар тенгламасини топамиз:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = A \cos(\omega t - kx) - A \cos[\omega t - k(2l - x)].$$

Косинуслар айирмаси формуласидан фойдаланиб, қуйидагини топамиз:

$$\xi = -2A \cdot \sin k(l - x) \cdot \sin(\omega t - kl).$$

$A \sin k(l - x)$ ифода вақтга боғлиқ бўлмаганлигидан, унинг модулини турғун тўлқин амплитудаси сифатида қараш мумкин:

$$A_T = |A \sin k(l - x)|.$$

Амплитуданинг ифодасини билгач, тугун ва дўнгликларнинг координаталарини топишимиз мумкин.

Тугунлар турғун тўлқин амплитудаси нолга тенг бўладиган $|2A\sin k(1-x)|=0$ нукталарда вужудга келади. Бу тенглик координаталари x_n

$$k(1-x_n) = n\pi \quad (n=0,1, 2, \dots) \quad (3)$$

шартни қаноатлантирадиган нукталар учун бажарилади, лекин $k=2\pi/\lambda$ ёки $\lambda=v/v$ эканлигидан

$$k = 2\pi v/v. \quad (4)$$

k нинг бу ифодасини (3) га қўйсақ,

$$2\pi v(1-x_n) = n\pi v,$$

бундан эса, тугунлар координаталари

$$x_n = l - \frac{nv}{2v}.$$

Бунга l, v, v ва $n=0,1,2$ ларнинг қийматларини қўйиб, дастлабки учта тугуннинг координаталарини топамиз:

$$x_0 = 4 \text{ м}, x_1 = 3,61 \text{ м}, x_2 = 3,23 \text{ м}.$$

Дўнглик турғун тўлқин амплитудаси максимал бўлган $2A\sin k(1-x') = 2A$ нукталарда вужудга келади. Бу тенглик координаталари x'_n

$$k(1-x'_n) = (2n+1) \frac{\pi}{2} \quad (n=0,1,2,3 \dots)$$

шартни қаноатлантирадиган нукталар учун бажарилади. Бунда k ни (4) формула бўйича ифодалаб қуйидагини оламиз

$$4vx'_n = 4vl - (2n+1)v,$$

бундан дўнглик координаталари

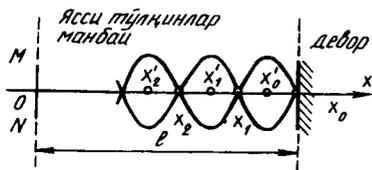
$$x'_n = l - (2n+1)v/(4v).$$

Бунга l, v, v ва $n=0,1,2$ қийматларни қўйиб, дастлабки учта дўнгликнинг координаталарини топамиз:

$$x'_n = 3,81 \text{ м}, x'_1 = 2,42 \text{ м}, x'_2 = 3,14 \text{ м}.$$

Муҳит нукталари максимал силжиш чегараларининг уларнинг координаталарига боғлиқлиги 7.3- расмда келтирилган. Тугунларнинг x_0, x_1, x_2 ва дўнгликларнинг $x'_0, x'_1, x'_2 \dots$ координаталари ҳам ўша ерда белгиланган.

3- мисол. $\nu = 18$ кГц частотали товуш манбаи кўзгалмас қилиб ўрнатилган. $\lambda = 1,7$ см узунликдаги акустик тўлқинга тўғрилланган резонаторга яқинлашмоқда. Қўзғатадиган товуш тўлқинлари резонаторда тебраниш ҳосил қилиши учун товуш манбаи қандай тезлик билан ҳаракатланиши керак? Ҳавонинг ҳарорати 290 К га тенг.



7.3- расм

Ечиш. Доплер принцигига биноан, асбоб (резонатор) қабул қиладиган товуш частотаси ν товуш манбаининг тезлиги u_M га ва асбобнинг тезлиги u_a га боғлиқ. Бу боғланиш

$$\nu = \frac{v + u_a}{v - u_M} \nu_0 \quad (1)$$

формула билан ифодаланади. Бунда v — мазкур муҳитда товуш тезлиги; ν_0 — манба чиқараётган товуш тўлқинларининг частотаси

Резонатор ҳаракатсиз қолишини ($u_a=0$) ҳисобга олиб,

(1) формуладан $\nu = \frac{v}{v - u_M} \nu_0$ ифодани оламиз, бундан

$$u_M = v \left(1 - \frac{\nu_0}{\nu} \right). \quad (2)$$

Бу ифодада товуш тезлиги v ва частотаси ν нинг қийматлари номаълум. Газлардаги товуш тезлиги газнинг табиати ва ҳароратига боғлиқ бўлиб,

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} \quad (3)$$

формуладан аниқланади.

Резонаторга келаётган тўлқинлар унинг тебранишини вужудга келтириши учун резонатор қабул қиладиган товуш частотаси ν резонаторнинг хусусий частотаси $\nu_{\text{рез}}$ билан мос келиши керак, яъни

$$\nu = \nu_{\text{рез}} = v / \lambda_{\text{рез}} \quad (4)$$

бунда $\lambda_{\text{рез}}$ — резонатор хусусий тебранишларининг тўлқин узунлиги. v ва ν ларнинг (3) ва (4) тенгликлардаги ифодаларни (2) формулага қўйиб қуйидагини оламиз:

$$u_M = v \left(1 - \frac{\nu_0 \lambda_{\text{рез}}}{v} \right) = v - \nu_0 \lambda_{\text{рез}} \quad \text{ёки} \quad u_M = \sqrt{\gamma RT} - \nu_0 \lambda_{\text{рез}}$$

$\gamma = 1,4$; $M = 0,029$ кг/моль қийматларни олиб ва шунингдек, R , T ν_0 , $\lambda_{\text{рез}}$ ларнинг қийматларини охириги формулага қўйиб, ҳисоблашларни бажарсак,

$$u_M = 36 \text{ м/с.}$$

4- мисол. Частоталари $\nu_1 = 50$ Гц ва $\nu_2 = 400$ Гц бўлган икки хил оҳангли (тонли) товушларнинг баландлик даражаси L_N бир хил ва 10 дБ га тенг. Бу оҳанглارнинг интенсивлик даражаси L_p ва товуш интенсивлиги I аниқлансин.

Ечиш. Масалада кидирилаётган $\nu_1 = 50$ Гц ва $\nu_2 = 400$ Гц частоталарга мос келувчи интенсивлик даражаларини 7.1- расмда-

ги графикдан фойдаланиб топамиз. Пастдан иккинчи эгри чизик баландлик даражаси 10 дБ га мос келувчи чизикдир. Горизонтал ўқдаги ν_1 ва ν_2 частоталарга мос келувчи нуқталардан баландлик даражаси 10 дБ бўлган чизикқача ординаталарни тиклаймиз. Бу ординаталарнинг қийматлари изланаётган интенсивлик даражаларини кўрсатади: $\nu_1=50$ Гц частота учун $L_{p1}=60$ дБ ва $L_{p2}=400$ Гц частота учун $L_{p2}=20$ дБ.

Интенсивлик даражалари L_{p1} ва L_{p2} ларни билган ҳолда, уларга мос келувчи I_1 ва I_2 интенсивликларни

$$L_p = 10 \lg(I/I_0)$$

формула бўйича аниқлаймиз. Бунда I — берилган товушнинг интенсивлиги; I_0 — нолинчи интенсивлик даражасига мос келувчи интенсивлик ($I_0=1$ пВт/м).

Келтирилган формуладан қуйидагини оламиз:

$$\lg I = 0,1L_p + \lg I_0.$$

Бунга I_p ва I_0 ларнинг қийматларини қўйиб ва 1 пВт/м² = 10^{-12} Вт/м эканлигини ҳисобга олиб, $\nu_1=50$ Гц ва $\nu_2=400$ Гц лар учун мос равишда қуйидагиларни топамиз:

$$\begin{aligned} \lg I_1 &= 0,1 \cdot 60 + \lg 10^{-12} = 6 - 12 = -6; I_1 = 10^{-6} \text{ Вт/м}^2, \\ \lg I_2 &= 0,1 \cdot 20 + \lg 10^{-22} = 2 - 12 = -10; I_2 = 10^{-10} \text{ Вт/м}^2. \end{aligned}$$

I_1 ва I_2 ларнинг бу қийматларини, товушнинг интенсивлик шкаласидан фойдаланиб график бўйича ҳам топиш мумкин (7.1-расмдаги ўнг шкала).

Олинган натижаларни солиштирамиз: биринчи оҳангнинг интенсивлиги иккинчи оҳангнинг интенсивлигидан 10^4 марта катта; биринчи оҳангнинг интенсивлик даражаси иккинчи оҳангнинг интенсивлик даражасидан 40 дБ га кўп; ҳар иккала оҳангнинг ҳам баландлик даражалари бир хил ва 10 дБ га тенг.

Масалалар

Ясси тўлқин тенгламаси

7.1 $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$ ясси тўлқин тенгламаси берилган, бунда $A=0,5$ см, $\omega=628$ с⁻¹, $k=2$ м⁻¹. 1) тебраниш частотаси ν ва тўлқин узунлиги λ ; 2) фазавий тезлик v ; 3) муҳит зарралари тебраниш тезлигининг ξ_{\max} ва тезланишининг $\dot{\xi}_{\max}$ максимал қийматлари аниқлансин.

7.2. $\xi(x, t) = A \cos(\omega t + kx)$ ифода $\omega = kv$ шартда $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} =$
 $= -\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ тўлқин тенгламасини қаноатлантириши кўрсатилсин.

7.3. Ясси товуш тўлқини $\nu=200$ Гц частотали тебранишлар манбаи томонидан қўзғотилмоқда. Манбанинг тебраниш амплиту-

даси $A=4$ мм. Агар бошланғич моментда манба нукталарининг силжиши максимал бўлса манбанинг тебраниш тенгламаси $\xi(0, t)$ ёзилсин. $t=0,1$ с моментда манбадан $x=100$ см масофадаги мухит нукталарининг силжиши $\xi(x, t)$ топилсин. Товуш тўлқинининг тезлиги $v=300$ м/с деб олинсин. Сўниш ҳисобга олинмасин.

7.4. $v=0,5$ кГц частотали ва $A=0,25$ мм амплитудадаги товуш тебранишлари қайишқок мухитда тарқалмоқда. Тўлқин узунлиги $\lambda=70$ см. 1) тўлқиннинг тарқалиш тезлиги v ; 2) мухит зарраларининг максимал тезлиги ξ_{\max} топилсин.

7.5. Ясси товуш тўлқинининг даври $T=3$ мс, амплитудаси $A=0,2$ мм ва тўлқин узунлиги $\lambda=1,2$ м. Тебраниш манбаидан $x=2$ м масофада бўлган мухит нукталари учун: 1) $t=7$ мс моментдаги силжиш $\xi(x, t)$; 2) шу моментнинг ўзи учун тезлик ξ ва тезланиш $\ddot{\xi}$ топилсин. Тебранишнинг бошланғич фазаси нолга тенг деб қабул қилинсин.

7.6. Тебраниш манбаидан тўғри қизиқ бўйлаб тўлқин тарқалмоқда. Тебраниш амплитудаси $A=10$ см. Тебраниш бошланишидан $t=0,9$ Т вақт ўтган моментда манбадан $x=\frac{3}{4}\lambda$ узоқликдаги нуктанинг силжиш катталиги қанча?

7.7. Даври $T=1,2$ с ва тебраниш амплитудаси $A=2$ см бўлган тўлқин $v=15$ м/с тезлик билан тарқалмоқда. Манбанинг тебраниши бошланишидан $t=4$ с вақт ўтгандан кейинги моментда тўлқин манбаидан $x=45$ см масофада бўлган нуктанинг силжиши $\xi(x, t)$ нимага тенг?

7.8. Бир-биридан $\Delta x=50$ см масофада бўлган икки нукта $v=50$ м/с тезлик билан тарқалаётган тўлқин йўналишига мос келувчи тўғри қизиқда ётади. Тебраниш даври $T=0,05$ с. Бу нукталардаги тебранишларнинг фазалар фарқи $\Delta\varphi$ топилсин.

7.9. Қайишқок мухитда турган тўлқинлар манбаи ва манбадан $x=2$ м узоқликдаги шу мухит нукталари тебранишларининг фазалар фарқи $\Delta\varphi$ аниқлансин. Тебранишлар частотаси $\nu=5$ Гц; тўлқинлар $v=40$ м/с тезлик билан тарқалади.

7.10. Тўлқин қайишқок мухитда $v=100$ м/с тезлик билан тарқалмоқда. Мухитнинг тебраниш фазалари қарама-қарши бўлган энг яқин нукталари орасидаги масофа $\Delta x=1$ м. Тебраниш частотаси ν аниқлансин.

7.11. Агар мухитнинг бир-биридан $\Delta x=10$ см масофадаги икки нуктаси тебранишларининг фазалар фарқи $\Delta\varphi=\frac{\pi}{3}$ бўлса, қайишқок мухитда тўлқиннинг тарқалиш тезлиги v аниқлансин. Тебраниш частотаси $\nu=25$ Гц.

Товуш тезлиги *

7.12. Бўйлама қайишқок тебранишларнинг: 1) алюминий, 2) мис; 3) вольфрам металларида тарқалиш тезлиги v топилсин.

7.13. Одам қулоғи эшита оладиган $\nu_1=16$ Гц ва $\nu_2=20$ кГц чегаравий частоталарга мос келувчи λ товуш тўлкини узунликларининг максимал ва минимал қийматлари топилсин. Товуш тезлиги 340 м/с га тенг деб қабул қилинсин.

7.14. Ҳарорати $T=300$ К бўлган азотдаги товуш тезлиги v аниқлансин.

7.15. $T_1=290$ К ва $T_2=350$ К ҳароратларда товушнинг ҳаводаги тезлиги v аниқлансин.

7.16. Товуш манбаидан $l=800$ м масофада бўлган кузатувчи ҳаводан келган товушни сувдан келган товушдан $\Delta x=1,78$ с кеч эшитди. Агар ҳавонинг ҳарорати $T=350$ К бўлса, товушнинг сувдаги тезлиги v топилсин.

7.17. Нормал шароитда муайян газда товушнинг тезлиги $v=308$ м/с. Газнинг зичлиги $\rho=1,78$ кг/м³. Мазкур газ учун c_p/c_v нисбат аниқлансин.

7.18. Бир хил ҳароратли газлар водород ва карбонат ангидридаги товуш тезликларининг нисбати v_1/v_2 топилсин.

7.19. Ер сиртидаги ҳавонинг ҳарорати $T=300$ К; юқорига кўтарилган сари ҳарорат ҳар бир метр баландликда $\Delta T=17$ мК га пасаяди. Тарқалаётган товуш қанча вақтдан кейин $z=8$ км баландликка етади?

Тўлқинлар суперпозицияси

7.20. Бир хил фазада тебранувчи ва атроф муҳитда бир хил частотали ҳамда амплитудали ($A_1=A_2=1$ мм) ясси тўлқин кўзғатувчи иккита манба мавжуд. Биринчи тебраниш манбаидан $x_1=3,5$ м ва бошқасидан $x=5,4$ м масофада бўлган муҳит нуқтасининг тебраниш амплитудаси A топилсин. Кўрилаётган нуқтада тебранишлар йўналиши мос келади. Тўлқин узунлиги $\lambda=0,5$ м.

7.21. Югурувчи тўлқин ва тўлқин тарқалиш йўналишига тик жойлашиб, муҳитларни ажратиб турувчи тўсикдан қайтган тўлқинларнинг устма-уст тушиши натижасида турғун тўлқин ҳосил бўлади. Агар қайтиш: 1) зичлиги камроқ бўлган муҳитдан; 2) зичлиги кўпроқ бўлган муҳитдан бўлса, турғун тўлқиннинг тугунлари ва дўнгликларининг ўрни (муҳитларни ажратувчи чегарадан узоклиги) топилсин. Товуш тебранишларининг тарқалиш тезлиги $v=340$ м/с ва частотаси $\nu=3,4$ кГц.

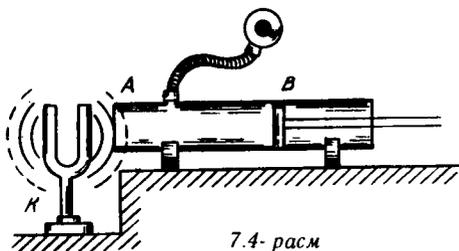
* Товуш тезлиги кўрсатилмаган ва уни ҳисоблаш учун керак бўладиган катталиклар берилмаган масалаларда тезлик қийматини 16-жадвалдан олинш керак.

7.22. Агар турғун тўлкинда: 1) биринчи ва еттинчи дўнгликлар орасидаги; 2) биринчи ва тўртинчи тугунлар орасидаги масофа $l=15$ см бўлса, югурувчи тўлкиннинг узунлиги λ аниқлансин.

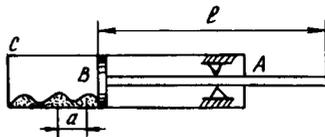
7.23. Узунлиги $l=1,2$ м бўлган қувурда ҳарорати $T=300$ К бўлган ҳаво бор. 1) Қувур очик; 2) қувур ёпик бўлган ҳоллар учун ҳаво устуни тебранишининг мумкин бўлган минимал частотаси ν_{\min} аниқлансин.

7.24. Пастдан ёпилган ва тик ўрнатилган кенг қувурча лабигаҳа сув билан тўлдирилган. Қувурчанинг лабига тебраниш частотаси $\nu=440$ Гц бўлган товуш чиқарувчи камертон ўрнатилган. Пастдаги жўмрак орқали суви секин чиқариб юборилмоқда. Қувурчадаги сувнинг сатҳи $\Delta H=19,5$ см га пасайганда камертоннинг товуши кучаяди. Тажриба шароитида товуш тезлигига аниқлансин.

7.25. Товуш тезлигини ўлчашнинг усулларидан бири қуйидагича. Кенг A қувурчада B поршен силжиши мумкин. A қувурчанинг резина трубкача ёрдамида кузатувчининг қулоғига танган очик учи олдида товуш чиқарувчи K камертон жойлашган (7.4-расм). Кузатувчи B поршени A қувурчанинг охиридан бошлаб суриб, товуш баландлигининг кетма-кет келувчи бир неча кучайиш ва сусайишларини кайд этади. Агар $\nu=400$ Гц тебранишлар частотасида товуш интенсивлигининг иккита кетма-кет кучайишига мос келувчи поршендаги ҳолатлар орасидаги масофа $\Delta l=0,375$ м бўлса товушнинг ҳаводаги тезлиги v топилсин.



7.4-расм



7.5-расм

7.26. 7.5-расмда каттик жисмларда ва газларда товуш тезлигини аниқлашга хизмат қилувчи қурилма тасвирланган. Ўртасидан қисилган A жез таёқчада тебраниш қўзғотилади. Таёқчанинг учида маҳкамланган енгил B доирачанинг маълум ҳолатида C қувурчадаги пўкак қуқуни тенг масофаларда унча катта бўлмаган тўдачалар кўринишида жойлашади. Агар тўдачалар орасидаги масофа $a=8,5$ см бўлиб чикса, товушнинг жездаги тезлиги v топилсин. Таёқчанинг узунлиги $l=0,8$ м.

7.27. Ўртасидан маҳкамланган узунлиги $l=1$ м бўлган пўлат таёқчада канифоль сепилган мовут парчаси билан артилади. Бунда таёқчада вужудга келадиган хусусий бўйлама тўлкинлар частотаси ν аниқлансин. Бўйлама тўлкинларнинг пўлатдаги тезлиги v ҳисоблансин.

7.28. Поезд бекат ёнидан $u=40$ м/с тезлик билан ўтмоқда. Электровоз гудоги товуш тонининг частотаси $\nu_0=300$ Гц. 1) поезд яқинлашаётган; 2) поезд узоклашаётган ҳолларда платформада турган одам учун товуш тонининг туюлма частотаси аниқлансин.

7.29. Гудоги $\nu_0=300$ Гц частотали сигнал берадиган ҳаракатсиз электровоз ёнидан $u=40$ м/с тезлик билан поезд ўтмоқда. Поезддаги йўловчи учун овознинг туюлма частотаси ν : а) поезд электровозга яқинлашганда; б) ундан узоклашганда қандай бўлади?

7.30. Темирйўл платформаси ёнидан электропоезд ўтмоқда. Платформада турган кузатувчи поезд сиренасининг товушини эшитади. Поезд яқинлашаётганда товушнинг туюлма частотаси $\nu_1=1100$ Гц; узоклашаётганда туюлма частота $\nu_2=900$ Гц. Электровознинг тезлиги ва сирена чиқараётган товуш частотаси ν_0 топилсин.

7.31. Поезд ҳаракатсиз кузатувчининг ёнидан ўтганида сигнал товушининг баландлиги кескин ўзгаради. Агар поезднинг тезлиги $u=54$ км/соат бўлса, частотанинг нисбий ўзгариши $\Delta\nu/\nu$ аниқлансин.

7.32. Резонатор ва $\nu_0=8$ кГц частотали товуш манбаи бир тўғри чизикда жойлашган. Резонатор $\lambda=4,2$ см тўлқин узунлигига тўғриланган ва кўзғалмас қилиб ўрнатилган. Товуш манбаи эса тўғри чизикли йўналтирувчи бўйлаб кўчиши мумкин. Вужудга келтирадиган товуш тўлқинлари резонаторда тебраниш қўзғотиши учун товуш манбаи қандай u тезлик билан ва қандай йўналишда ҳаракатланиши керак?

7.33. Поезд $u=120$ км/соат тезлик билан ҳаракатланмоқда. У $t_0=5$ с давом этувчи ҳуштак чалди. Ҳаракатсиз кузатувчи учун, агар: 1) поезд унга яқинлашаётган бўлса; 2) узоклашаётган бўлса, ҳуштакнинг туюлма давом этиш вақти қанча бўлади? Товуш тезлиги 348 м/с га тенг деб қабул қилинсин.

7.34. Тезюрар поезд йўлда турган электропоездга $u=72$ км/соат тезлик билан яқинлашмоқда. Электропоезд $\nu_0=0,6$ кГц частотали товуш сигнали беради. Товуш частотасининг тезюрар поезд ҳайдовчиси қабул қиладиган туюлма частотаси ν аниқлансин.

7.35. Тезликлари $u=30$ м/с ва $u=20$ м/с бўлган иккита автомашина бир-бирига яқинлашмоқда. Биринчиси $\nu_1=600$ гц частотали товуш сигнали беради. Қуйидаги икки ҳол учун товушнинг иккинчи автомашина ҳайдовчиси қабул қиладиган туюлма частотаси ν_2 топилсин: 1) учрашишгача; 2) учрашишдан кейин. Сигнал иккинчи машинадан берилган ҳолида жавоб ўзгарадими (агар ўзгарса, қандай)?

* 125-бетдаги изоҳга қаранг.

7.36. $\nu_0=50$ кГц частотали ультратовуш тўлқинларининг ингичка дастаси ҳаракатсиз локатордан яқинлашаётган сувости кемасига йўналтирилган. Агар тепкили тебраниш (манба тебраниши ва сувости кемасидан қайтган сигнал частоталарининг фарқи) частотаси $\nu_1=250$ Гц бўлса, сувости кемасининг тезлиги u аниқлансин. Ультратовушнинг денгиз сувидаги тезлиги $v=1,5$ км/с деб қабул қилинсин.

Товуш тўлқинлари энергияси

7.37. Диаметри $d=20$ см ва узунлиги $l=5$ м бўлган, курук ҳаво билан тўлдирилган цилиндрик қувурдан бир даврдаги ўртача интенсивлиги $I=50$ мВт/м² бўлган товуш тўлқини тарқалмоқда. Қувур ичидаги товуш майдонининг энергияси U топилсин.

7.38. Товушнинг интенсивлиги $I=1$ Вт/м². Агар товуш нормал шароитда, курук ҳавода тарқалаётган бўлса, товуш тўлқини энергиясининг ўртача ҳажмий зичлиги $\langle \omega \rangle$ аниқлансин.

7.39. Товуш тўлқинларининг изотропик нуктавий манбаининг қуввати $N=10$ Вт. Тўлқинлар манбаидан $r=10$ м масофада энергиянинг ўртача ҳажмий зичлиги $\langle \omega \rangle$ қандай бўлади? Ҳавонинг ҳарорати $T=250$ К деб қабул қилинсин.

7.40. Агар манбадан $r=25$ м масофада товушнинг интенсивлиги $I=20$ мВт/м² бўлса, бу изотроп нуктавий товуш манбаининг қуввати N топилсин. Шу масофада энергиянинг ўртача ҳажмий зичлиги $\langle W \rangle$ қандай?

*Товуш босими. Акустик қаршилик **

7.41. Ҳавонинг нормал шароитдаги солиштирма акустик қаршилиги Z_s аниқлансин.

7.42. Сувнинг $t=15^\circ\text{C}$ ҳароратдаги солиштирма акустик қаршилиги Z_s аниқлансин.

7.43. Агар ҳарорати $T=300$ К ва босими $p=100$ кПа бўлган кислороддан товуш босимининг амплитудаси $p=0,2$ Па бўлган товуш тўлқинлари ўтса, кислород зарралари тебранма ҳаракатининг максимал тезлиги ξ_{\max} қандай бўлади?

7.44. $d=20$ см диаметри қувурдаги ҳавонинг $T=309$ К ҳарорат ва $P=200$ кПа босимдаги акустик қаршилиги Z_a аниқлансин.

7.45. $\nu=400$ Гц частотали товуш ҳарорати $T=290$ К ва босими $P=104$ кПа бўлган азотда тарқалмоқда. Товуш босимининг амплитудаси $P_0=0,5$ Па. Азот зарралари тебранишининг амплитудаси A аниқлансин.

7.46. Агар ҳаво зарраларининг тебраниш амплитудаси $A=1$ мкм бўлса, товуш босимининг амплитудаси p_0 аниқлансин. Товуш частотаси $\nu=600$ Гц.

7.47. Нуктавий изотроп товуш манбаидан $r=100$ м масофада товуш босимининг амплитудаси $p_a=0,2$ Па. Агар ҳавонинг

* 125-бетдаги изоҳга қаранг.

солиштирма акустик қаршилиги $Z_s=420$ Па·с/м бўлса, манбаининг қуввати P аниқлансин. Товушнинг ҳавода ютилиши ҳисобга олинмасин.

7.48. Чизикли ўлчамлари унча катта бўлмаган товуш манбаи $P=1$ Вт қувватга эга. Товуш манбаини изотроп деб ҳисоблаб, ундан $r=100$ м масофадаги товуш босимининг амплитудаси P_0 топилсин. Товушнинг сўниши ҳисобга олинмасин.

7.49. Нормал шароитда қуруқ ҳавода товуш интенсивлиги $I=10$ пВт/м². Берилган шартларда ҳавонинг солиштирма акустик қаршилиги R_s ва товуш босимининг амплитудаси P_0 аниқлансин.

7.50. Товуш босимининг $P_{01}=700$ мкПа ва $P_{02}=40$ мкПа амплитудаларига мос келувчи товуш интенсивликлари I_1 ва I_2 лар топилсин.

Товушнинг интенсивлик даражаси ва баландлик даражаси

7.51. Агар товушнинг интенсивлиги: 1) 100 пВт/м²; 2) 10 пВт/м² га тенг бўлса, унинг интенсивлик даражаси аниқлансин.

7.52. Нуктавий изотропик товуш манбаидан $r=24$ м масофада унинг интенсивлик даражаси $L_p=32$ дБ. Шу манбадан $r=16$ м масофада товуш интенсивлигининг даражаси L_p топилсин.

7.53. Товуш тўлкини тўсиқдан ўтди, бунинг натижасида товушнинг интенсивлик даражаси 30 дБ га камайди. Бунда товуш интенсивлиги неча марта камайди?

7.54. Мотор шовкиннинг интенсивлик даражаси $L_p=60$ дБ. Агар бир пайтнинг ўзиде: 1) иккита шундай мотор; 2) ўнга шундай мотор ишласа, интенсивлик даражаси қандай бўлади?

7.55. Частоталари мос равишда $\nu_1=50$ Гц, $\nu_2=200$ Гц ва $\nu_3=1$ кГц бўлган учта товуш бир хил $L=40$ дБ интенсивлик даражасига эга. Шу товуш тонларининг баландлик даражаси L_N аниқлансин.

7.56. $\nu=1$ кГц частотали товуш $L=50$ дБ интенсивлик даражасига эга. 7.1- расмдаги графикдан фойдаланиб, баландлиги у билан бир хил бўлган $\nu_1=1$ кГц; $\nu_2=5$ кГц; $\nu_3=2$ кГц; $\nu_4=300$ Гц, $\nu_5=50$ Гц частотали товушларнинг интенсивлик даражалари топилсин.

7.57. $\nu=30$ Гц частотали овознинг баландлик даражаси олдин $L_{N1}=10$ фон эди, сўнгга эса $L_{N2}=80$ фонгача кўтарилди. Бунда овознинг интенсивлиги неча марта кўпаяди?

7.58. Агар товуш частотаси $\nu=2$ кГц ва товуш босимининг амплитудаси $P_0=0,1$ Па бўлса, 7.1- расмдаги даражалар графигидан фойдаланиб товушнинг баландлик даражаси топилсин. Ҳаво турган шароит нормал шароитдир.

7.59. $\nu=2$ кГц частотали товуш учун: а) эшитиш чегарасига; б) оғрик сезиш чегарасига мос келувчи интенсивлик I , интенсивлик

даражаси L_p ва баландлик даражаси L_N топилсин. Масалани ечишда 7.1-расмдаги графикдан фойдаланилсин.

7.60. Нуктавий изотроп товуш манбаининг қуввати $P=100$ мкВт. $\nu=500$ Гц частотада товуш мабадан $r=10$ м масофадаги баландлик даражаси L_N топилсин.

7.61. $\nu=500$ Гц частотада нуктавий изотроп манбадан $r=100$ м масофада товушнинг баландлик даражаси $L_N=20$ дБ. Товуш манбаининг қуввати P аниқлансин.

2-б о б . МОЛЕКУЛЯР ФИЗИКА ВА ТЕРМОДИНАМИКА

8-§. МОДДАНИНГ МОЛЕКУЛЯР ТУЗИЛИШИ. ИДЕАЛ ГАЗ ҚОНУНЛАРИ

Асосий формулалар

- Жисмнинг (тизимнинг) модда микдори*

$$\nu = \frac{N}{N_A}$$

бу ерда N — жисмни (тизимни) ташкил қилувчи таркибий элементлар (молекулалар, атомлар, ионлар ва ҳоказолар) сони; N_A — Авагадро доимийси: $N_A=6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹

- Модданинг моляр массаси

$$M = m/\nu,$$

бу ерда m — бир жинсли жисм (тизим) массаси; ν — шу жисмдаги модда микдори.

- Жисмнинг нисбий молекуляр массаси

$$M_r = \sum_i n_i A_{r,i}$$

бунда n_i — мазкур модда молекуласининг таркибига қирувчи i -кимёвий элементнинг атомлари сони; $A_{r,i}$ — шу элементнинг нисбий атом массаси. Нисбий атом массалари Д. И. Менделеев жадвалида келтирилади.

● Модданинг моляр массаси M билан нисбий молекуляр массаси M_z орасидаги боғланиш

$$M = M_z k,$$

бу ерда $k=10^{-3}$ кг/моль.

* Модда микдори — бу тизим ёки жисмда мавжуд бўлган таркибий элементлар (молекула, атом, ион ва ҳоказолар) сонидир. Модда микдори молларда ифодаланади. Моль — таркибий элементларининг сони 0,012 кг массали углерод 12 да мавжуд бўлган атомлар сонига тенг бўлган тизимнинг модда микдоридир.

- Газлар аралашмасининг моляр массаси

$$M_{AP} = \sum_i^k m_i / \sum_{i=1}^k \nu_i,$$

бу ерда m_i — аралашма i -таркибий қисмининг массаси; ν_i — аралашма i -таркибий қисмининг модда миқдори; k — аралашма таркибий қисмлари сони.

- Газлар аралашмаси i -таркибий қисмининг масса улуши*

$$\omega_i = m_i / m,$$

бунда m_i — аралашма i -ташкил этувчисининг массаси; m — аралашманинг массаси.

- Идеал газ ҳолатининг тенгламаси (Клапейрон — Менделеев тенгламаси)

$$PV = \frac{m}{M} RT \text{ ёки } PV = \nu RT,$$

бу ерда m — газнинг массаси; M — унинг моляр массаси; R — газнинг моляр доимийси; T — термодинамик ҳарорат (температура), ν — модда миқдори.

- Дальтон қонуни

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_k,$$

бу ерда p — газ аралашмасининг босими; p_i — аралашма i -таркибий қисмининг парциал босими; R — аралашма таркибий қисмлари сони.

Масалаларни ечишга доир мисоллар

1- мисол. Карбонат ангидрид газининг CO_2 нинг моляр массаси M аниқлансин.

Ечиш. Берилган модданинг моляр массаси

$$M = M_r k \quad (1)$$

формула ёрдамида аниқланиши мумкин; бунда M — модданинг нисбий молекуляр массаси; $k = 10^{-3}$ кг/моль.

Нисбий молекуляр массани

$$M_r = \sum n A_{r,i} \quad (2)$$

* Аралашма таркибий қисмининг масса улуши деб таркибий қисм массасининг аралашма массасига нисбати билан аниқланадиган ўлчамсиз миқдорга айтилади.

муносабатдан топамиз. Бунда n_i — берилган модда молекуласининг таркибига кирувчи i -кимёвий элементнинг атомлари сони; $A_{r,i}$ — i - кимёвий элементнинг нисбий атом массаси.

Бизнинг ҳолимизда карбонат ангидрид гази учун (2) формула

$$M_r = n_c A_{r,c} + n_o A_{r,o} \quad (3)$$

кўринишни олади. Бунда $n_c = 1$ (карбонат ангидрид гази молекуласидаги углерод атомларининг сони); $n_o = 2$ (ўша формуладаги кислород атомлари сони); $A_{r,c}$ ва $A_{r,o}$ — углерод ва кислороднинг нисбий атом массалари.

Д. И. Менделеев жадвалидан қуйидагиларни топамиз:

$$A_{r,c} = 12, A_{r,o} = 16.$$

$n_c, n_o, A_{r,c}$ ва $A_{r,o}$ ларнинг қийматларини (3) формулага қўйсақ,

$$M_r = 1 \cdot 12 + 2 \cdot 16 = 44.$$

Нисбий молекуляр массанинг бу қийматини ҳамда k нинг қийматини (1) формулага қўйиб, карбонат ангидрид газининг моляр массасини топамиз:

$$M = 44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} = 4,4 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}$$

2- мисол. $m_1 = 25$ г массали кислород ва $m_2 = 75$ г массали азот аралашмасининг моляр массаси M топилсин.

Е ч и ш. Аралашманинг моляр массаси M_{ap} аралашма массаси m_{ap} нинг аралашмадаги модда миқдори v_{ap} га нисбатига тенг, яъни

$$M_{ap} = \frac{m_{ap}}{v_{ap}}. \quad (1)$$

Аралашманинг массаси аралашманинг ташкил этувчилари массалари йиғиндисига тенг: $m_{ap} = m_1 + m_2$.

Аралашманинг модда миқдори аралашманинг ташкил этувчилари модда миқдорларининг йиғиндисига тенг

$$v_{ap} = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}.$$

M_{ap} ва v_{ap} ларнинг ифодаларини (1) формулага қўйиб, қуйидагини оламиз

$$M_{ap} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}}$$

1- мисолда фойдаланилган усулдан фойдаланиб кислороднинг M_1 ва азотнинг M_2 моляр массаларини топамиз:

$$M_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}, M_2 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Катталикларнинг қийматларини (2) га қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$M_{\text{ар}} = \frac{25 \cdot 10^{-3} + 75 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-3} / (32 \cdot 10^{-3}) + 75 \cdot 10^{-3} / (28 \cdot 10^{-3})} \text{ кг/моль} = \\ = 28,9 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

3- мисол. 1) $t = 4^\circ \text{C}$ ҳароратда $V = 1 \text{ мм}^3$ ҳажми эгалловчи сув молекулаларининг сони N ; 2) сув молекуласининг массаси m_1 ; 3) молекулалар бир-бирига тегиб турувчи шарчалар шаклига эга, деб ҳисоблаб, сув молекуласининг диаметри d аниқлансин.

Ечиш. 1. Бирор m массали жисмдаги молекулалар сони N Авогадро доимийси N_A нинг модда микдори ν га кўпайтмасига тенг: $N = N_A \nu$. $\nu = m/M$ эканлигидан (бунда M — моляр масса), $N = (m/M) N_A$ формуладаги массани зичлик ρ нинг ҳажми V га кўпайтмаси сифатида ифодалаб, қуйидагини оламиз:

$$N = \left(\frac{\rho V}{M} \right) N_A \quad (1)$$

Сувнинг моляр массасидан ташқари (1) га кирувчи барча катталиклар маълум: $\rho = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ (9- жадвалга қаранг), $V = 1 \text{ мм}^3 = 1 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3$, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль (24- жадвалга қаранг).

Сувнинг кимёвий формуласи (H_2O) ни билган ҳолда, сувнинг моляр массасини топамиз (1- мисолга қаранг):

$$M = M_{\text{к}} = (2,1 + 1,16) \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Катталикларнинг қийматларини (1) га қўямиз ва ҳисоблаш ўтказамиз:

$$N = 1 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-9} / (18 \cdot 10^{-3}) / 6,02 \cdot 10^{23} \text{ та молекула} = 3,34 \times 10^{19} \text{ та молекула}.$$

2. Сувнинг битта молекуласининг массасини унинг моляр массасини Авогадро доимийсига бўлиб топамиз: $m_1 = \frac{M}{N_A}$. Шу формулага биноан ҳисоблашларни бажарсак,

$$m_1 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} \text{ кг} = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

3. Молекулалар бир-бирига жипс бўлиб турибди, деб ҳисоблаймиз. Унда d диаметрли ҳар бир молекулага $V = d^3$ ҳажм (куб ҳажмли катакча) мос келади. Бундан

$$d = \sqrt[3]{V_1}. \quad (1)$$

V_1 ҳажми модданинг моляр ҳажми V_m ни молдаги молекулалар сони, яъни N_A — Авогадро доимийсига бўлиб топамиз: $V_1 = V_m / N_A$. Моляр ҳажм моляр массанинг модда зичлигига нисбатига тенг,

яъни $V_m = M/\rho$. Шунинг учун $V_1 = M/(\rho N_A)$ деб ёзишимиз мумкин. V_1 учун ҳосил қилинган ифодани (1) формулага қўйсак,

$$d = \sqrt[3]{M/(\rho N_A)}.$$

(2) ифоданинг ўнг томони узунлик бирлигини беришини текшира-
миз:

$$[d] = \left\{ \frac{[M]}{[\rho][N_A]} \right\}^{1/3} = \left\{ \frac{\text{кг/моль}}{(\text{кг/м}^3) \cdot (1/\text{моль})} \right\}^{1/3} = \text{м}.$$

Энди катталикларнинг қийматларини (2) формулага қўямиз ва ҳисоблаш ўтказамиз:

$$d = 3,11 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 311 \text{ пм}.$$

4- мисол. $V = 10$ л ҳажмли баллонда $P = 1$ МПа босим остида $T_1 = 300$ К ҳароратли гелий бор. Баллондаги $m = 10$ г гелий сарфлангандан кейин баллондаги ҳарорат $T = 290$ К гача пасайди. Баллонда қолган гелийнинг босими T_2 аниқлансин.

Ечиш. Масалани ечиш учун икки марта газнинг бошланғич ва охири ҳолатлари учун Клапейрон — Менделеев формуласидан фойдаланамиз. Бошланғич ҳолат учун тенглама

$$P_1 V = \frac{m_1}{M} RT_1 \quad (1)$$

кўринишга эга, охири ҳолат учун эса

$$P_2 V = \frac{m_2}{M} RT_2 \quad (2)$$

бунда m_1 ва m_2 бошланғич ва охири ҳолатлардаги гелий массаси, (1) ва (2) тенгламалардан m_1 ва m_2 массаларни ифодалаймиз:

$$m_1 = M p_1 V / (RT_1); \quad (3)$$

$$m_2 = M p_2 V / (RT_2). \quad (4)$$

(3) дан (4) тенгликни айирсак,

$$m = m_1 - m_2 = \frac{M p_1 V}{RT_1} - \frac{M p_2 V}{RT_2}.$$

Бундан кидирилайтган босимни топамиз:

$$P_2 = \frac{RT_2}{MV} \left(\frac{M p_1 V}{RT_1} - m \right) = \frac{T_2}{T_1} P_1 - \frac{m}{M} \frac{RT_2}{V}. \quad (5)$$

(5) тенгликнинг ўнг томони босим бирлигини беришини текшира-
миз. Бунинг учун унга кирувчи барча катталикларни мос
бирликларда ифодалаймиз. Биринчи қўшилувчи ифодаланадиган

бирлик шубха туғдирмайди, чунки T_1/T_2 нисбат ўлчамсиз катталиқдир. Иккинчи қўшилувчи қандай бирликларда ифодаланишини текширайлик

$$\frac{[m] [R] [T_2]}{[M] [V]} = \frac{\text{кг}}{\text{кг/моль}} \frac{[\text{Ж}/(\text{К} \cdot \text{моль})] \cdot \text{К}}{\text{м}^3} = \frac{\text{кг} \cdot \text{Ж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К} \cdot \text{моль}} = \frac{\text{Ж}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$$

Олинган ҳисоблаш формуласининг ўнг томони изланаётган катталиқ — босимнинг бирлигини беришига ишонч ҳосил қилгандан кейин, (5) га барча катталиқларнинг қийматларини қўйишимиз ва ҳисоблаш ўтказишимиз мумкин.

(5) формуладаги гелийнинг моляр массаси M дан бошқа барча катталиқлар маълум. Уни топамиз (1- мисолга қаранг). Гелий бир атомли газ бўлганлиги туфайли унинг нисбий молекуляр массаси нисбий атом массаси A_r га тенг.

Д. И. Менделеев жадвалидан $A_2 = 4$ ни топамиз. Шундай қилиб, гелийнинг моляр массаси:

$$M = A_r \cdot 10^{-3} \text{кг/моль} = 4 \cdot 10^{-3} \text{кг/моль}.$$

Катталиқларнинг қийматларини (5) га қўйиб, натижани оламиз:

$$P_2 = \frac{290}{300} \cdot 10^6 \frac{10 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31 \cdot 290}{10 \cdot 10^{-3}} \text{Па} = 3,64 \cdot 10^5 \text{Па} = 364 \text{кПа}.$$

Масалалар

Модданинг молекуляр тузилиши

8.1. 1) сувнинг; 2) карбонат ангидрид CO_2 нинг; 2) ош тузи NaCl нинг нисбий молекуляр массаси M_r аниқлансин.

8.2. Сульфат кислота H_2SO_4 нинг моляр массаси M топилсин.

8.3. 1) карбонат ангидрид; 2) ош тузи молекулаларининг массаси m_1 аниқлансин.

8.4. Сигими $V = 2$ л бўлган идишда модда миқдори $\nu = 0,2$ моль бўлган кислород бор. Газнинг зичлиги ρ аниқлансин.

8.5. Массаси $m = 0,2$ кг бўлган азотнинг модда миқдори ν ва молекулалар сони N аниқлансин.

8.6. Сигими $V = 3$ л бўлган идишда массаси $m = 4$ г бўлган кислород бор. Газнинг модда миқдори ν ва молекулалар сони N аниқлансин.

8.7. Кислород нормал шароитда сигими $V = 11,2$ л бўлган идишни тўлдириб турибди. Газнинг модда миқдори ν ва унинг массаси m аниқлансин.

8.8. Агар зичлиги $\rho = 6,65 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3 бўлса, сигими $V = 3$ л бўлган идишни тўлдириб турган водороднинг модда миқдори ν аниқлансин.

8.9. Сигими $V=0,5$ л бўлган колбада нормал шароитдаги газ бор. Колбадаги газ молекулаларининг сони N аниқлансин.

8.10. 1 г массали: 1) гелий; 2) углерод; 3) фтор; 4) полоний газларнинг ҳар бирида нечтадан атом бор?

8.11. Сигими $V=5$ л бўлган идишда модда миқдори $\nu=0,2$ моль бўлган бир жинсли газ бор. Агар газнинг зичлиги $\rho=1,12$ кг/м³ бўлса, у қандай газ эканлиги аниқлансин.

8.12. $m=10$ г массали азотнинг учдан бир қисми атомларга парчаланди. Газдаги барча зарраларнинг сони N аниқлансин.

8.13. Суюқлик молекулаларини бир-бирига тегиб турувчи шарчалар сифатида қараб, углерод сульфид CS_2 молекулалари диаметри катталигининг тартиби баҳолансин. Шу фаразларда симоб атоми диаметри катталигининг тартиби баҳолансин. Суюқликларнинг зичликлари маълум деб ҳисоблансин.

8.14. Нормал шароитда сув буғлари молекулаларининг марказлари орасидаги ўртача масофа $\langle l \rangle$ аниқлансин ва у молекулаларнинг ўзининг диаметри d билан солиштирилсин ($d=0,311$ нм).

8.15. Сигими $V=1,12$ л бўлган идишда нормал шароитда азот бор. Муайян ҳароратгача қиздирилган газ молекулаларининг бир қисми атомларга ажралди (диссоциланди). Диссоциланиш даражаси $\alpha=0,3$. 1) Азотнинг қизигунгача бўлган ν ; 2) қизигандан кейинги молекуляр азотнинг $\nu_{\text{мол}}$; 3) қизигандан кейинги атомлар азотнинг $\nu_{\text{ат}}$; 4) қизигандан кейин бутун азотнинг $\nu_{\text{бут}}$ модда миқдори аниқлансин.

Изоҳ. Диссоциланиш даражаси деб атомларга ажралган молекулалар сонининг газнинг барча молекулаларига нисбатига айтилади. Ажралиш даражаси молекулаларнинг қанча қисми атомларга ажралганини кўрсатади.

Газ ҳолати тенгламаси

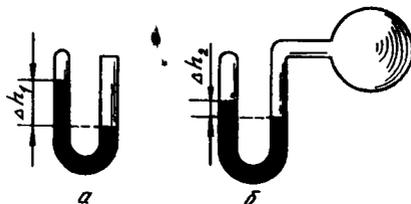
8.16. Узунлиги $l=1,6$ м бўлган, нормал атмосфера босими P_0 да ҳаво билан тўлдирилган цилиндр ичига юзаси $S=200$ см² бўлган поршенни секин кирита бошладилар. Агар поршен цилиндр тубидан $l=10$ см масофада тўхтатилса, унга таъсир этувчи F куч аниқлансин.

8.17. Сигими $V=300$ см³ бўлган жўмракли тиқин билан беркитилган колбада сийраклашган ҳаво бор. Колбадаги босимни ўлчаш учун колбанинг бўғзини бироз сувга ботирдилар ва жўмракни очдилар. Натижада колбага массаси $m=292$ г га тенг сув кирди. Агар атмосфера босими $P=100$ кПа бўлса, колбадаги дастлабки босим аниқлансин.

8.18. U симон манометрга симоб қуйилган. Манометрнинг очик тирсаги P_0 нормал атмосфера босимидаги атроф муҳит билан туташтирилган ва очик тирсакдаги симоб сатҳи ёпиқ тирсакдагисидан $h=10$ см юқорида турибди. Бунда ёпиқ тирсакнинг симобсиз қисмининг узунлиги $l=20$ см. Очик тирсакни ҳаволи баллонга

туташтирганларида симоб сатҳларининг фарқи ортди ва $\Delta h_1 = 26$ см қийматга етйшди. Баллондаги ҳаво босими p топилсин.

8.19. Ички диаметри $d = 5$ мм бўлган, U симон шиша трубка кўринишидаги манометр (8.1, а-расм) симоб билан шундай тўлдирилганки, трубканинг ёпик тирсагида қолган ҳаво нормал атмосфера босимида $V_1 = 10$ мм³ ҳажми эгаллайди. Мазкур ҳолда трубканинг ҳар иккала тирсагидаги сатҳлар фарқи $\Delta h_1 = 10$ см. Трубканинг очиқ учи катта идиш билан туташтирилганда (8.1, б-расм) симоб сатҳларининг фарқи $\Delta h_2 = 1$ см гача камайди. Идишдаги босим p аниқлансин.



8.1-расм

8.20. Баллонда $t = 100^\circ\text{C}$ ҳароратли газ бор. Газнинг босими икки марта ортиши урун уни қандай t_2 ҳароратгача қиздириш керак?

8.21. Идеал газ ўзгармас босим остида $\Delta T = 1\text{K}$ га қиздирилганда унинг ҳажми дастлабки ҳажмининг $1/350$ қисмига ортди. Газнинг бошланғич ҳарорати T топилсин.

8.22. $T = 573$ К ҳароратли ҳаво билан тўлдирилган, сифими $V = 10$ см³ бўлган ғовак шарни трубка ёрдамида симоб билан тўлдирилган косага туташтирилди. Ичидаги ҳавонинг ҳарорати $T = 293$ К гача совиганда шарга қирадиган симобнинг массаси аниқлансин. Шар сифимининг ўзгариши инobatга олинмасин.

8.23. Сифими $V = 800$ м³ бўлган ҳаво шарининг қобиғи ҳарорати $T = 273$ К бўлган водород билан тўлдирилган. Ҳарорат $T = 293$ К гача оширилганда шарнинг кўтариш кучи қанчага ўзгаради? Қобикнинг сифими V ўзгармас ва ташқи босим нормал деб ҳисоблансин. Қобикнинг пастки қисмида атроф муҳитга водород чиқиши мумкин бўлган тешик мавжуд.

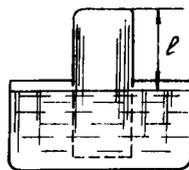
8.24. Шар шаклидаги аэростат қобиғининг ичида қобикни қисмангина тўлдирадиган $V = 1500$ м³ ҳажмли газ бор. Агар аэростатдаги газ $T_0 = 273$ К дан $T = 293$ К гача иситилса, аэростатнинг кўтариш кучи қанчага ўзгаради? Қобикдаги газнинг ва атрофдаги ҳавонинг босими ўзгармас бўлиб, нормал атмосфера босимига тенг.

8.25. Газ ҳарорат ўлчагичи шардан ва унга пайвандланган горизонтал шиша трубкадан иборат. Трубкада жойлаштирилган

симоб томчиси шар ҳажмини ташқи муҳитдан ажратиб туради (8.2- расм). Трубканинг кўндаланг кесим юзаси $S=0,1 \text{ см}^2$. $T_1=273 \text{ К}$ ҳароратда томчи шар сиртидан $l=30 \text{ см}$ масофада туради, $T_2=278 \text{ К}$ да эса $l=50 \text{ см}$ масофада туради. Шарнинг сифими V топилин.



8.2- расм



8.3- расм

8.27. $V=12 \text{ л}$ сифимли баллонда карбонат ангидрид гази бор. Газнинг босими $p=1 \text{ МПа}$, ҳарорати $T=300 \text{ К}$. Баллондаги газ массаси аниқлансин.

8.28. Модда миқдори $V=1 \text{ кмоль}$ бўлган $p=1 \text{ МПа}$ босимдаги $T=400 \text{ К}$ ҳароратли идеал газ қандай V ҳажми эгаллайди?

8.29. $V=2 \text{ м}^3$ сифимли қозонда $T=500 \text{ К}$ ҳароратли $m=10 \text{ кг}$ массали ўта қиздирилган сув буғлари бор. Қозондаги буғнинг босими p аниқлансин.

8.30. Сифими $V=20 \text{ л}$ бўлган баллонда $P=1,3 \text{ МПа}$ босим остида $m=500 \text{ г}$ массали карбонат ангидрид бор. Газнинг ҳарорати аниқлансин.

8.31. Ҳарорати $T=309 \text{ К}$ ва босими $P=0,7 \text{ МПа}$ бўлган газ $\rho=12 \text{ кг/м}^3$ зичликка эга. Газнинг нисбий молекуляр массаси m , аниқлансин.

8.32. $T=300 \text{ К}$ ҳароратда ҳаводаги тўйинган сув буғларининг зичлиги ρ аниқлансин. Шу ҳароратда тўйинган сув буғининг босими $P=3,55 \text{ кПа}$.

8.33. Ҳаво шарининг қобиғи $V=1600 \text{ м}^3$ сифимга эга. Қобикни тўлдирувчи водороднинг босими $p=60 \text{ кПа}$ ва ҳарорати $T=280 \text{ К}$ бўлган баландликдаги кўтариш кучи F топилин. Шар кўтарилаётганда водород шарнинг қуйи қисмидаги тешикдан чиқиши мумкин.

8.34. Сифими $V=25 \text{ л}$ бўлган баллонда $T=290 \text{ К}$ ҳароратли водород бор. Водороднинг бир қисмини сарфлаганларидан кейин баллондаги босим $p=0,4 \text{ МПа}$ га пасайди. Сарфланган водороднинг массаси m аниқлансин.

8.35. Ер сиртида турган, сиғими $V=1600 \text{ м}^3$ бўлган аэростат қобиғи $P=100 \text{ кПа}$ босимда ва $T=290 \text{ К}$ ҳароратда $k=7/8$ қисмга водород билан тўлдирилган. Аэростатни босими $p_2=9 \text{ кПа}$ ва ҳарорати $T_2=280 \text{ К}$ бўлган маълум баландликка кўтардилар. Кўтарилишда қобикдан чиқиб кетадиган водороднинг массаси m аниқлансин.

Газ аралашмалари

8.36. $m_1=1 \text{ кг}$ массали азот ва $m_2=1 \text{ кг}$ массали гелий газларининг аралашмаси нормал шароитда қандай v ҳажми эгаллайди?

8.37. Сиғимлари $v_1=20 \text{ л}$ ва $v_2=44 \text{ л}$ бўлган баллонларда газ сақланмоқда. Биринчи баллондаги босим $p_1=2,4 \text{ мПа}$, иккинчисидagi эса $p_2=1,6 \text{ мПа}$. Агар газнинг ҳарорати олдингидек қолса, баллонлар улангандан кейин умумий босим p ва парциаль босимлар p_1 ва p_2 қандай бўлади?

8.38. Сиғими $v=0,01 \text{ м}^3$ бўлган идишда $m=7 \text{ г}$ массали азот ва $m=1 \text{ г}$ массали водород газларининг $T=280 \text{ К}$ ҳароратдаги аралашмаси сақланади. Газ аралашмасининг босими p аниқлансин.

8.39. Водород ва кислородларнинг масса улушлари w_1 ва w_2 мос равишда $1/9$ ва $8/9$ га тенг бўлган аралашмасининг зичлиги топилсин. Аралашманинг босими $p=100 \text{ кПа}$, ҳарорати $T=300 \text{ К}$.

8.40. Кислород ва азотдан иборат газ аралашмаси $p=1 \text{ мПа}$ босим остида баллонда турибди. Агар аралашмада кислороднинг масса улуши $w_1=0,2$ бўлса, кислороднинг p_1 ва азотнинг p_2 парциал босимлари аниқлансин.

8.41. Қурук ҳаво асосан кислород ва азотдан иборат. Агар ҳавонинг бошқа таркибий қисмлари инобатга олинмаса, унда кислороднинг ва азотнинг масса улушларини мос равишда $w_1=0,232$ ва $w_2=0,768$ деб ҳисоблаш мумкин. Ҳавонинг нисбий молекуляр массаси N_r аниқлансин.

8.42. $V=30 \text{ л}$ сиғимли баллонда $T=300 \text{ К}$ ҳароратда ва $p=828 \text{ кПа}$ босимда водород ҳамда гелий аралашмаси сақланади. Аралашманинг массаси $m=24 \text{ г}$. Водороднинг m_1 ва гелийнинг m_2 массалари аниқлансин.

8.43. $V=15 \text{ л}$ сиғимли идишда $T=23^\circ \text{ С}$ ҳароратда ва $p=200 \text{ кПа}$ босимда азот ва водород аралашмаси бор. Агар азотнинг аралашмадаги масса улуши $w=0,7$ бўлса, аралашманинг ва унинг ташкил этувчиларининг массалари аниқлансин.

8.44. Сиғими $v=5 \text{ л}$ бўлган баллонда $p=600 \text{ кПа}$ босим остида гелий ва водород аралашмаси сақланади. Аралашманинг массаси $m=4 \text{ г}$, гелийнинг масса улуши $w_1=0,6$. Аралашманинг ҳарорати T аниқлансин.

8.45. Идишда кислород ва водород аралашмаси бор. Аралашманинг массаси $m=3,6$ г. Кислороднинг w_1 массавий улуши 0,6 ни ташкил этади. Аралашманинг v ва ҳар бир газнинг алоҳида v_1 ҳамда v_2 модда микдорлари аниқлансин.

9- §. ГАЗЛАРНИНГ МОЛЕКУЛЯР-КИНЕТИК НАЗАРИЯСИ

Асосий формулалар

● Бир жинсли тизим зарраларининг (молекула, атом ва ҳ.к.) концентрацияси

$$n = \frac{N}{V},$$

бу ерда V — тизимнинг ҳажми.

● Газлар кинетик назариясининг асосий тенгламаси

$$p = \frac{2}{3}n \langle \epsilon_n \rangle,$$

бу ерда p — газ босими, $\langle \epsilon \rangle$ — молекула илгариланма ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси*.

● Ўртача кинетик энергия:

молекуланинг битта эркинлик даражасига мос келувчи ўртача кинетик энергия

$$\langle \epsilon_i \rangle = \frac{1}{2}kT,$$

молекуланинг барча эркинлик даражаларига мос келувчи ўртача кинетик энергия (молекуланинг тўлиқ энергияси)

$$\epsilon = \frac{1}{2}kT,$$

молекула илгариланма ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси

$$\epsilon_n = \frac{3}{2}kT,$$

бу ерда k — Больцман доимийси; T — термодинамик ҳарорат; i — молекула эркинлик даражалари сони;

● Молекула айланма ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси

$$\epsilon_{\text{айл}} = \frac{i-3}{2}kT.$$

* Бу ерда ва бундан кейин молекулаларнинг ва бошқа зарраларнинг кинетик энергиялари ϵ билан белгиланади.

● Газ босимининг молекулалар концентрацияси ва ҳароратига боғлиқлиги

$$p = nkT.$$

● Молекулалар тезлиги
ўртача квадратик тезлик

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{3kT/m_1} \text{ ёки } \langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{3RT/M};$$

ўртача арифметик тезлик

$$\langle v \rangle = \sqrt{8kT/(\pi m_1)} \text{ ёки } \langle v \rangle = \sqrt{8RT/\pi M},$$

энг катта эҳтимолли тезлик

$$v_s = \sqrt{2kT/m_1} \text{ ёки } v_s = \sqrt{2RT/M},$$

бу ерда m_1 — битта молекуланинг массаси.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Сигими $V=6,9$ л бўлган баллонда $m=2,3$ г массали азот бор. Қиздиришда молекулаларнинг бир қисми атомларга диссоциланди. Диссоциланиш коэффициенти* $\alpha=0,2$. 1) Қиздиришдан аввалги азот молекулаларининг умумий сони N_1 ва азот молекулаларининг концентрацияси n_1 ; 2) қиздирилгандан кейин азот молекулаларининг n_2 ва атомларининг n_3 концентрациялари аниқлансин.

Ечиш. Таърифга биноан, газ зарраларининг концентрацияси зарралар сонининг газ эгаллаган идиш сифимига нисбатига тенгдир:

$$n = \frac{N}{V}.$$

1. Қиздиришдан аввалги газ молекулалари сони N_1 ни

$$N_1 = v \cdot N_A = \frac{m}{M} N_A = \frac{m}{kM_r} N_A \quad (2)$$

муносабатдан топамиз. Бунда v — азотнинг модда миқдори; N_A — Авогадро доимийси; M — азотнинг моляр массаси; M_r — азотнинг нисбий молекуляр массаси; $k=10^{-3}$ кг/моль (8-§ нинг 1- мисолига к.).

Катталикларнинг қийматларини (2) га қўйсақ,

$$N_1 = \frac{2,3 \cdot 10^{-3}}{10^{-3} \cdot 8} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ дона молекула} = 4,94 \cdot 10^{23} \text{ дона молекула.}$$

* 8.15- масаладаги эслатмага қараиш.

n_1 концентрацияни катталиклар қийматини (1) га қўйиб топамиз:

$$n_1 = N_1/V = 4,94 \cdot 10^{23} / (6,9 \cdot 10^{-3}) \text{ м}^{-3} = 7,16 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

2. Қиздирилгандан кейинги концентрацияни

$$n_2 = \frac{N_2}{V} = \frac{N_1(1-\alpha)}{V} \quad (3)$$

муносабатдан топамиз. Бунда N_2 атомларга ажралмаган молекулаларнинг сони

Катталикларнинг қийматларини (3) га қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$n_2 = \frac{4,94 \cdot 10^{23}(1-0,2)}{6,9 \cdot 10^{-3}} \text{ м}^{-3} = 5,73 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Азот қиздирилгандан кейин атомларнинг концентрацияси:

$$n_3 = \frac{2N_1\alpha}{V}. \quad (4)$$

(4) формуладаги 2 сони ҳар бир молекула иккитадан атомга парчаланишини ифодалайди. (4) га катталикларнинг қийматларини қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$n_3 = \frac{2 \cdot 4,94 \cdot 10^{23} \cdot 0,2}{6,9 \cdot 10^{-3}} \text{ м}^{-3} = 0,286 \cdot 10^{26} \text{ м}^{-3} = 2,86 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

2- мисол. Сигими $V=0,5$ л бўлган қолбада нормал шароитда кислород бор. Қолбадаги ҳамма молекулаларнинг илгариланма ҳаракат ўртача энергияси $\langle W_n \rangle$ аниқлансин.

Е ч и ш. Ҳамма молекулаларнинг илгариланма ҳаракат ўртача энергияси

$$\langle W_n \rangle = \langle \epsilon_n \rangle N \quad (1)$$

муносабат ёрдамида ифодаланиши мумкин. Бунда $\langle \epsilon_n \rangle$ битта молекуланинг илгариланма ҳаракат ўртача энергияси; N — қолбадаги барча молекулалар сони.

Маълумки,

$$\langle \epsilon_n \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

бунда k — Больцман доимийси; T — термодинамик ҳарорат.

Қолбадаги молекулалар сонини

$$N = \nu V_A \quad (3)$$

формуладан топамиз. Бунда ν — кислороднинг модда микдори; N_A — Авогадро доимийси.

Модда микдори v ни қўйидаги мулоҳазалардан топамиз: маълумки, нормал шароитларда моляр ҳажм $V_m = 22,4 \times 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$. Масаланинг шартига биноан колбадаги кислород нормал шароитда бўлганлигидан, колбадаги кислороднинг модда микдори.

$$v = \frac{V}{V_m} \quad (4)$$

муносабат билан ифодаланади.

v нинг (4) бўйича ифодасини (3) га қўйиб қўйидагини оламиз

$$N = V \frac{N_A}{V_m} \quad (5)$$

(2) ва (5) ҳисобга олинганда, молекуланинг илгарилама ҳаракат энергияси (1)

$$W_n = \frac{3kTVN_A}{2V_m} \quad (6)$$

кўринишни олади.

Ҳисоблаш формуласининг ўнг томони энергия бирлигини (жоуль) беришини текшираемиз. Бунинг учун катталикларнинг белгилари ўрнига шу катталиклар ифодаланадиган бирликларни кўямиз:

$$[W_n] = \frac{(\text{Ж/К}) \cdot \text{К} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль}^{-1}}{\text{м}^3/\text{моль}} = \frac{\text{Ж} \cdot \text{К} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль}}{\text{м}^3 \cdot \text{К} \cdot \text{моль}} = \text{Ж}.$$

катталикларнинг қийматларини (6) га қўйиб, ҳисоблашни бажарсак,

$$W_n = \frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 22,4 \cdot 10^{-3}} \text{ Ж} = 75,9 \text{ Ж}.$$

3- мисол. $t = 27^\circ\text{C}$ ҳароратда аммиак битта молекуласи NH_3 нинг ўртача кинетик энергияси ва шу ҳароратнинг ўзида шу молекуланинг айланма ҳаракат ўртача энергияси топилсин.

Ечиш. Молекуланинг ўртача тўлик энергияси

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{i}{2} kT. \quad (1)$$

формула бўйича аниқланади. Бунда i — молекуланинг эркинлик даражалари сони; k — Больцман доимийси; T — газнинг термодинамик ҳарорати: $T = t + T_0$, бунда $T_0 = 273 \text{ К}$.

Тўрт атомли молекула (аммиак молекуласи шунақа молекула) эркинлик даражаларининг сони $i = 6$.

Катталикларнинг қийматларини (1) га қўямиз:

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{6}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot (27 + 273) \text{ Ж} = 6,21 \cdot 10^{-21} \text{ Ж}.$$

Молекуланинг айланма ҳаракат ўртача энергияси

$$\langle \epsilon_{\text{айл}} \rangle = \frac{i-3}{2} kT. \quad (2)$$

формула билан аниқланади, бунда 3 сони илгариланма ҳаракатнинг эркинлик даражалари сонини билдиради.

Катталикларнинг қийматларини (2) га қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$\langle \epsilon_{\text{айл}} \rangle = \frac{6-3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} (27 + 273) \text{Ж} = 6,21 \cdot 10^{-21} \text{Ж}.$$

Шуни қайд этамизки, аммиак молекуласининг айланма ҳаракат энергиясини бошқача йўл билан — тўлиқ энергия $\langle \epsilon \rangle$ ни иккита тенг қисмларга бўлиб топиш мумкин эди. Гап шундаки, уч (ва ундан кўп) атомли молекулаларнинг илгариланма ва айланма ҳаракатларига тўғри келувчи эркинлик даражаларининг соғи бир хил (3 тадан), шунинг учун илгариланма ва айланма ҳаракат энергиялари бир хил. Мазкур ҳолда

$$\langle \epsilon_n \rangle = \langle \epsilon_{\text{айл}} \rangle = \frac{\langle \epsilon \rangle}{2} = \frac{1,242 \cdot 10^{-20}}{2} \text{Ж} = 6,21 \cdot 10^{-21} \text{Ж}.$$

Масалалар

Молекулалар концентрацияси

9.1. Сигими $V=12$ л бўлган идишда молекулаларининг сони $N=1,44 \cdot 10^{18}$ та бўлган газ бор. Газ молекулаларининг концентрацияси n аниқлансин.

9.2. Молекулаларининг концентрацияси $n=1,25 \cdot 10^{26} \text{ м}^3$, уларнинг умумий сони $N=2,5 \cdot 10^{23}$ бўлган газ сақланаётган идишнинг сигими V аниқлансин.

9.3. $V=20$ л сигимли идишда модда микдори $\nu=1,5$ кмоль бўлган газ бор. Идишдаги молекулаларнинг концентрацияси n аниқлансин.

9.4. Епиқ идишда нормал шароитдаги идеал газ бор. Газ молекулаларининг концентрацияси n аниқлансин.

9.5. Сигими $V=5$ л бўлган идишда молекулаларининг концентрацияси $n=9,41 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$ бўлган кислород бор. Газ массаси m аниқлансин.

9.6. Сигими $V=5$ л бўлган баллонда $m=17,5$ г массали азот бор. Баллондаги азот молекулаларининг концентрацияси аниқлансин.

9.7. Агар идишдаги водород молекулаларининг концентрацияси $n=2 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$ бўлса, $V=3$ л сигимли идишни тўлдириб турган мазкур газнинг модда микдори ν аниқлансин.

9.8. Сигимлари бир хил бўлган иккита идишда турли газлар бор: биринчисила — водород, иккинчисила — кислород. Агар газ-

ларнинг массалари бир хил бўлса, газлар концентрацияларининг нисбати n_1/n_2 топилсин.

9.9. Массаси $m=58,5$ г бўлган газ $V=5$ л сифимли идишда сақланмоқда. Газ молекулаларининг концентрацияси $n=2,2 \times 10^{26} \text{ м}^{-3}$. Бу қандай газ?

9.10. Сифими $V=2$ л бўлган баллонда $m=1,17$ г массали кислород бор. Идишдаги молекулаларнинг концентрацияси $n=1,1 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$. Шу берилганлар бўйича Авогадро доимийси N_A аниқлансин.

9.11. Баллонда нормал шароитдаги кислород бор. Маълум ҳароратгача қизитилгандан сўнг, молекулаларнинг бир қисми атомларга диссоциланди. Диссоциланиш даражаси $\alpha=0,4$. 1) n_1 киздирилишдан аввалги газнинг; 2) n_2 киздирилгандан кейинги молекуляр кислород зарраларининг, 3) n_3 киздирилгандан кейинги атомар кислород зарраларининг концентрацияси аниқлансин.

*Газлар кинетик назариясининг асосий тенгламаси.
Молекулалар энергияси*

9.12. $T=300$ К ҳароратдаги ва $p=1$ МПа босим остидаги идеал газ молекулаларининг концентрацияси n аниқлансин.

9.13. Газ ҳароратининг икки хил: 1) $T=3$ К; 2) $T=1$ кК қийматларида идеал газнинг босими P аниқлансин. Газ молекулаларининг концентрацияси $n=10^{19} \text{ см}^{-3}$ деб қабул қилинсин.

9.14. $V=30$ л сифимли баллонда $T=300$ К ҳарорат ва $p=5$ МПа босим остида қанча газ молекуласи бўлади?

9.15. Сифими $V=240$ см бўлган колбада $T=290$ К ҳароратда ва $p=50$ кПа босим остида сақланаётган газнинг модда миқдори ν ҳамда молекулаларининг концентрацияси n аниқлансин.

9.16. Сифими $V=100 \text{ см}^3$ бўлган колбада $T=300$ К ҳароратда муайян газ сақланмоқда. Агар сиркиб чиқиш натижасида колбадан 10^{20} та молекула чикса, колбадаги газ босими p қанчага пасаяди?

9.17. Сифими $V=240 \text{ см}^3$ бўлган колбада $T=290$ К ҳарорат ва $p=50$ кПа босим остида газ бор. Газнинг модда миқдори ва унинг молекулалар сони n аниқлансин.

9.18. Газнинг босими $p=1$ МПа, молекулаларининг концентрацияси $n=10^{10} \text{ см}^{-3}$. 1) Газнинг ҳарорати T ; 2) газ молекулаларининг илгарилама ҳаракат ўртача кинетик энергияси ϵ_n аниқлансин.

9.19. $T=600$ К ҳароратдаги сув буглари молекулаларининг илгариланма ҳаракати ўртача кинетик энергияси $\langle \epsilon_n \rangle$ ва тўла кинетик энергиясининг ўртача қиймати $\langle \epsilon \rangle$ аниқлансин. Шунингдек $\nu=1$ кмоль модда миқдоридаги барча буг молекулаларининг илгариланма ҳаракат кинетик энергияси W топилсин.

9.20. $T=400$ К ҳароратда гелийнинг, кислороднинг ҳамда сув бугининг битта молекуласи тўла кинетик энергиясининг ўртача қиймати $\langle \epsilon \rangle$ аниқлансин.

9.21. $T=1$ кК ҳароратдаги азот молекуласининг ўрта ҳисобда битта эркинлик даражасига тўғри келувчи кинетик энергияси $\langle \epsilon_1 \rangle$ ва шунингдек, молекуланинг илгариланма ҳаракат $\langle \epsilon_n \rangle$, айланма ҳаракат $\langle \epsilon_{\text{айл}} \rangle$ ўртача кинетик энергиялари ҳамда тўлиқ кинетик энергиясининг ўртача қиймати $\langle \epsilon \rangle$ аниқлансин.

9.22. Агар $t=20^\circ\text{C}$ ҳароратда тўйинган симоб буғларининг босими $p=0,13$ Па бўлса, шу ҳароратда симоб билан заҳарланган хонанинг $v=1$ м³ ҳажмдаги ҳавоси таркибида бўлган симоб молекулаларининг сони N аниқлансин.

9.23. Шиша идишда юкори вакуум ҳосил қилиш учун ютилган газларни чиқариб ташлаш мақсадида ҳавони сўриб олишда идишни қиздириш керак. Агар барча ютилган газлар девордан идишга ўтса, радиуси $R=10$ см бўлган сферик идишдаги босим қанчага кўтарилиши аниқлансин. Девордаги молекулалар қатлами мономолекуляр, битта молекуланинг кесими эса $\sigma=10^{-15}$ см деб ҳисоблансин. Газни сўриб олиш амалга ошириладиган пайтдаги ҳарорат $T=600$ К.

9.24. Агар водороднинг диссоциланиш моляр энергияси $V_m=419$ кЖ/моль бўлса, водороднинг қандай T ҳароратида молекуласининг илгариланма ҳаракат ўртача кинетик энергияси $\langle \epsilon_m \rangle$ уларни атомларга ажратишга етарли бўлиши аниқлансин.

Изоҳ. Диссоциланиш моляр энергияси деб модда микдори $\nu=1$ моль бўлган газнинг барча молекулаларини диссоциллаш учун сарфланадиган энергияга айтилади.

Молекулаларнинг тезликлари

9.25. Водород молекуласининг ўртача арифметик $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ ва энг катта эҳтимолий v_3 тезликлари топилсин. Ҳисоблаш ҳароратнинг учта қиймати 1) $T=20\text{K}$; 2) $T=300\text{K}$; 3) $T=5$ кК учун бажарилсин.

9.26. Қандай T ҳароратда гелий атомининг ўртача квадратик тезлиги иккинчи космик тезлик $v_2=11,2$ км/с га тенг бўлади?

9.27. Қандай T ҳароратда кислород молекуласи водород молекуласи $T=100$ К ҳароратда эга бўладиган $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ ўртача квадратик тезликка эга бўлади?

9.28. Сигими $V=4$ л бўлган қолбада $m=0,6$ г массали маълум бир газ $p=200$ кПа босим остида сақланмоқда. Газ молекулаларининг ўртача квадратик тезлиги $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ аниқлансин.

9.29. Идишдаги гелий ва аргон аралашмасининг ҳарорати $T=1,2$ кК. Гелий ва аргон атомларининг ўртача квадратик тезлиги $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ ҳамда ўртача кинетик энергияси аниқлансин.

9.30. Ҳавода муаллақ сузиб юривчи майда чанг зарралари гўёки жуда катта молекулалар каби ҳаракатланади. Агар ҳавонинг ҳарорати $T=300$ К бўлса, $m=10^{-10}$ г массали чанг заррачасининг ўртача квадратик тезлиги $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ аниқлансин.

9.31. Кислород молекуласининг ўртача квадратик тезлиги $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ кислород молекулаларининг орасида бўлган $m = 10^{-8}$ г массали чанг заррачасининг ўртача квадратик тезлигидан неча марта катта бўлади?

9.32. Газ молекуласининг ўртача квадратик тезлиги $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 2$ км/с бўлса, унинг ўртача арифметик тезлиги $\langle v \rangle$ аниқлансин.

9.33. $T = 400$ К ҳароратдаги водород молекуласининг энг катта эҳтимолий тезлиги v , аниқлансин.

10-§. СТАТИСТИК ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТЛАРИ

Асосий формулалар

● Больцман тақсимоти (зарраларнинг куч майдонидаги тақсимоти)

$$n = n_0 \cdot e^{-U/(kT)},$$

бу ерда n — зарралар концентрацияси; U — уларнинг потенциал энергияси; n_0 — майдоннинг $U = 0$ бўлган нукталаридаги зарралар концентрацияси; k — Больцман доимийси; T — термодинамик ҳарорат; e — натурал логарифмлар асоси.

● Барометрик формула (бир жинсли оғирлик кучи майдонида босим тақсимоти)

$$p = p_0 \cdot e^{-mgz/(kT)} \text{ ёки } p = p_0 e^{-Mgz/(RT)},$$

бу ерда p — газ босими; m — зарра массаси; M — моляр масса; Z — нолинчи деб қабул қилинган сатҳга нисбатан нуктанинг координатаси (баландлиги); p_0 — шу сатҳдаги босим; g — эркин тушиш тезланиши; R — моляр газ доимийси.

● Молекулани характерловчи физик катталиқ x нинг, x дан $x + dx$ гача қийматлар оралиғида ётиш эҳтимолиги

$$dW(x) = f(x) dx^*$$

формула билан аниқланади. Бу ерда $f(x)$ — молекулаларнинг берилган физик катталиқ x нинг қийматлари бўйича тақсимот функцияси (эҳтимолик зичлиги).

● Характерловчи x физик катталиқларининг қийматлари x дан $x + dx$ гача қийматлар оралиғида бўлган молекулаларнинг сони

$$dN = N dW(x) = N f(x) dx.$$

* Келтирилган формула, шунингдек, x физик катталиги x дан $x + dx$ гача ораликда бўлган молекулалар улушини ҳам ифодалайди.

● Максвелл таксимоти (молекулаларнинг тезликлар бўйича таксимоти) иккита муносабат билан ифодаланади:

а) тезликлари v дан $v + dv$ гача чегарада бўлган молекулалар сони

$$dN(v) = Nf(v)dv = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-m v^2 / (2kT)} v^2 dv,$$

— бу ерда $f(v)$ — молекулаларнинг тезлик модуллари бўйича таксимот функцияси бўлиб, молекулалар тезликлари v дан $v + dv$ гача ораликда ётиш эҳтимолининг шу интервал катталигига ҳамда тезликлари кўрсатилган ораликда ётувчи молекулалар сонининг улушига нисбатини ифодалайди; N — молекулаларнинг умумий сони; m — молекуланинг массаси.

б) нисбий тезликлари u дан $u + du$ гача ораликда бўлган молекулалар сони

$$dN(u) = Nf(u)du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N e^{-u^2} u^2 du,$$

бу ерда $u = v/v_0$ — нисбий тезлик, тезлик v нинг энг катта эҳтимолий тезлик v_0 га нисбатига тенг (молекулаларнинг тезликлари ҳақида 9-§ га қаранг); $f(u)$ — нисбий тезликлар бўйича таксимот функцияси.

● Молекулаларнинг импульслар бўйича таксимоти. Импульслари p дан $p + dp$ гача бўлган ораликда жойлашган молекулалар сони

$$dN(p) = Nf(p)dp = 4\pi N \left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{3/2} e^{-p^2 / (2mkT)} p^2 dp,$$

бу ерда $f(p)$ — импульслар бўйича таксимот функцияси.

● Молекулаларнинг энергиялар бўйича таксимоти. Энергиялари ϵ дан $\epsilon + d\epsilon$ гача бўлган ораликда жойлашган молекулалар сони

$$dN(\epsilon) = Nf(\epsilon)d\epsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N \frac{e^{-\epsilon / (kT)}}{(kT)^{3/2}} \cdot \epsilon^{1/2} d\epsilon,$$

бу ерда $f(\epsilon)$ — энергиялар бўйича таксимот функцияси.

● Умумий ҳолда физик катталик x нинг ўртача қиймати*

$$\langle x \rangle = \frac{\int x f(x) dx}{\int f(x) dx},$$

таксимот функцияси бирга нормаллаштирилган ҳолда эса

$$\langle x \rangle = \int x f(x) dx,$$

* Ўртача қийматларни ҳисоблаш учун интеграллар 2-жадвалда келтирилган

бу ерда $f(x)$ — таксимот функцияси, интеграллаш эса x катталикнинг барча ўзгаришлар мажмуаси бўйича олиб борилади.

Мисол учун, молекулалар тезликларининг ўртача қиймати

(яъни ўртача арифметик тезлик) $\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v f(v) dv$; ўртача

квадратик тезлик $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \langle v^2 \rangle^{1/2}$, бунда $\langle v^2 \rangle = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv$; молекула илгариланма ҳаракатининг ўртача

кинетик энергияси $\langle \epsilon \rangle = \int_0^{\infty} \epsilon f(\epsilon) d\epsilon$.

● Вақт бирлигида газнинг битта молекуласи тўқнашишларининг ўртача сони

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle,$$

бу ерда d — молекуланинг самарали (эффektiv) диаметри; n — молекулалар концентрацияси; $\langle v \rangle$ — молекулаларнинг ўртача арифметик тезлиги.

● Газ молекулалари эркин югуриш йўлининг ўртача узунлиги

$$\langle l \rangle = 1 / (\sqrt{2} \pi d^2 n).$$

● Молекулалар сирт элементи орқали газнинг бир қатламидан бошқасига кўчирадиган импульс (ҳаракат миқдори)

$$dp = \eta \frac{dv}{dz} \Delta S dt,$$

бу ерда η — газнинг динамик ковшоклиги; $\frac{dv}{dz}$ — унинг қатламларининг оқиш тезлиги градиенти (кўндаланг); ΔS — сирт элементининг юзаси; dt — кўчириш вақти.

● Динамик ковшоклик

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle,$$

бу ерда ρ — газнинг (суюқликнинг) зичлиги; $\langle v \rangle$ унинг молекулаларининг тартибсиз (хаотик) ҳаракати ўртача тезлиги; $\langle l \rangle$ — уларнинг эркин югуриш йўлининг ўртача узунлиги

● Ньютон қонуни

$$F = \frac{dp}{dt} = \eta \frac{dv}{dz} \Delta S,$$

бу ерда F — ҳаракатланувчи газ қатламлари орасидаги ички ишқаланиш кучи.

● Фурье қонуни

$$\Delta Q = -\lambda \frac{dT}{dx} S \cdot \Delta t,$$

бу ерда ΔQ — иссиқлик ўтказувчанлик натижасида S юзали кўндаланг кесим орқали Δt вақтда ўтган иссиқлик миқдори; λ — иссиқлик ўтказувчанлик; $\frac{dT}{dx}$ — ҳарорат градиенти.

● Газнинг иссиқлик ўтказувчанлиги (иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентлари)

$$\lambda = \frac{1}{3} C_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle \text{ ёки } \lambda = \frac{1}{6} k n \langle v \rangle \langle l \rangle,$$

бу ерда C_v — газнинг ўзгармас ҳажмдаги солиштирма иссиқлик сифими; ρ — газнинг зичлиги; $\langle v \rangle$ — унинг молекуласининг ўртача арифметик тезлиги; $\langle l \rangle$ — молекулалар эркин югуриш йўлининг ўртача узунлиги.

● Фик қонуни

$$\Delta m = -D \frac{dn}{dx} m_1 \cdot S \cdot \Delta t,$$

бу ерда Δm — диффузия натижасида S юзали сирт орқали Δt вақтда кўчирилган газнинг массаси; D — диффузия (диффузия коэффициентлари); $\frac{dn}{dx}$ — молекулалар концентрацияси градиенти; m_1 — битта молекуланинг массаси.

● Диффузия (диффузия коэффициентлари)

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. $m = 10^{-18}$ г массали чанг заррачаси ҳавода муаллақ турибди. Ҳаво қатламнинг чанг заррачаларининг концентрацияси 1% дан кўпга фарқ қилмайдиган қалинлиги аниқлансин. Бутун ҳажмда ҳавонинг ҳарорати T бир хил ва 300 К га тенг.

Ечиш. Чанг заррачаларининг мувозанатли тақсимоотида уларнинг концентрацияси фақатгина тик йўналган ўқ билан мос келувчи f нинг координатасига боғлиқ бўлади. Бу ҳолда чанг заррачаларининг тақсимоотиغا Больцман формуласини қўллаш мумкин:

$$N = n e^{-U/(kT)}, \quad (1)$$

Оғирлик кучининг бир жинсли майдонида $U = mgz$ бўлганлигидан,

$$n = n_0 e^{-mgz/(kT)}, \quad (2)$$

Масаланинг шартига кўра, концентрациянинг Δh баландлик бўйича ўзгариши n га нисбатан кам ($\Delta h/n = 0,01$), шунинг учун ҳам концентрациянинг ўзгариши Δn ни унча катта бўлмаган хатолик билан дифференциал dn га алмаштириш мумкин.

(2) ифодани z бўйича дифференциаллаб, қуйидагини оламиз

$$dn = -n \frac{mg}{kT} e^{-mgz/(kT)} \cdot dz.$$

$N e^{-mgz/(kT)} = n$ эканлигидан,

$$dn = -\frac{mg}{kT} n dz.$$

Бундан бизни қизиқтирувчи координата ўзгаришини топамиз:

$$dz = -\frac{kT}{mg} \frac{dn}{n}.$$

Манфий ишора координатанинг мусбат ўзгариши ($dz > 0$) нисбий концентрациянинг камайишига ($dn < 0$) мос келишини кўрсатади. Манфий ишорани ташлаб юборамиз (мазкур ҳолда у аҳамиятга эга эмас) ва dz , dn дифференциалларни Δz , Δn чекли орттирмалар билан алмаштирамиз:

$$\Delta z = \frac{kT}{mg} \cdot \frac{\Delta n}{n}.$$

Бу формулага катталикларнинг $\Delta n/n = 0,01$, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Ж/К, $T = 300$ К, $m = 10^{-21}$ кг, $g = 9,81$ м/с² қийматларини қўямиз ва ҳисоблаб, натижани топамиз:

$$\Delta z = 4,23 \text{ мм.}$$

Олинган натижадан кўриниб турибдики, ҳатто шундай кичик чанг заррачаларининг ($m = 10^{-18}$ г) концентрацияси ҳам баландлик ўзгариши билан жуда тез ўзгарар экан.

2- мисол. Идишда модда микдори $\nu = 1,2$ моль бўлган газ сақланади. Бу газни идеал газ сифатида қараб, тезликлари v энг катта эҳтимоллий тезлик v_0 нинг $0,001$ қисмидан кам бўлган молекулалар сони ΔN аниқлансин.

Ечиш. Масалани ечиш учун молекулаларнинг нисбий тезликлар ($u = v/v_0$) бўйича тақсимотидан фойдаланиш қулай. Нисбий тезликлари u дан $u + \Delta u$ гача ораликда жойлашган молекулаларнинг сони

$$dN(u) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} u^2 du$$

формула билан аниқланади; бу ерда N --- молекулаларнинг тўлиқ сони.

Масаланинг шартига кўра, бизни кизиктирадиган молекулаларнинг максимал тезлиги $v_{max} = 0,001 v_3$ бундан $U_{max} = v_{max}/v_3 = 0,001$. u нинг бундай қийматлари учун (1) ифодани жиддий қисқартириш мумкин. Чиндан ҳам $u \ll 1$ учун $e^{-u^2} \approx 1 - u^2$ ни оламиз. $u = (0,001)^2 = 10^{-6}$ қийматни бирга нисбатан эътиборга олмай, (1) ифодани

$$dN(u) = \frac{dN}{\sqrt{\pi}} u^2 du \quad (2)$$

кўринишда ёзамиз. Бу ифодани u бўйича 0 дан u_{max} гача чегарада интеграллаб, қуйидагини оламиз:

$$\Delta N = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \int_0^{u_{max}} u^2 du = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left| \frac{u^3}{3} \right|_0^{u_{max}} \text{ ёки } \Delta N = \frac{4N}{3\sqrt{\pi}} u_{max}^3 \quad (3)$$

(3) даги молекулалар сони N ни модда микдори ва Авогадро доимийси орқали ифодалаб, ҳисоблаш формуласини топамиз:

$$\Delta N = \frac{4vN_A}{3\sqrt{\pi}} u_{max}^3 \quad (4)$$

v , N_A катталикларнинг қийматларини (4) га қўйиб ҳисобласак:

$$\Delta N = \frac{4 \cdot 1,2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{3 \cdot 1,77} (10^{-3})^3 \text{ та молекула} = 5,44 \cdot 10^{14} \text{ та молекула.}$$

3- мисол. Молекулаларнинг импульслар бўйича тақсимот функцияси $f(p)$ ни билган ҳолда импульс квадратининг ўртача қиймати $\langle p^2 \rangle$ аниқлансин.

Ечиш. Импульс квадратининг ўртача қиймати $\langle p^2 \rangle$ ни ўртача қийматни ҳисоблашнинг умумий қондасига биноан аниқлаш мумкин:

$$\langle p^2 \rangle = \int_0^{\infty} p^2 f(p) dp / \int_0^{\infty} f(p) dp. \quad (1)$$

Молекулаларнинг импульслар бўйича тақсимот функцияси

$$f(p) = 4\pi \left(\frac{1}{2\pi mkT} \right)^{3/2} e^{-p^2/(2mkT)} p^2. \quad (2)$$

кўринишга эга. Бу тақсимот функцияси аллақачон бирга нормаллаштирилган, яъни $\int_0^{\infty} f(p) dp = 1$. Нормаллаштиришни

ҳисобга олиб, (1) формулани бошқачарок кўринишда ёзамиз:

$$\langle p^2 \rangle = \int_0^{\infty} p^2 f(p) dp. \quad (3)$$

$f(p)$ нинг (2) формула бўйича ифодасини (3) формулага қўямиз ва p га боғлиқ бўлмаган катталикларни интеграл белгисидан ташқарига чиқарамиз:

$$\langle p^2 \rangle = 4\pi \left(\frac{1}{2\pi mkT} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} p^4 e^{-p^2/(2mkT)} dp.$$

Бу интегрални, $a = \frac{1}{2mkT}$ деб қўйиб, жадвал интегрални кўринишига келтириш мумкин (2- жадвалга қarang):

$$\int_0^{\infty} x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\pi} a^{-5/2}.$$

Бизнинг ҳолимизда бу қўйидагини беради:

$$\langle p^2 \rangle = 4\pi \left(\frac{1}{2\pi mkT} \right)^{3/2} \cdot \frac{3}{8} \sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2mkT} \right)^{-5/2},$$

содалаштириш ва қискартиришлардан кейин қўйидагини топамиз:

$$\langle p^2 \rangle = 3mkT.$$

4- мисол. Карбонат ангидрид гази молекуласи эркин югуриш йўлининг ўртача узунлиги $\langle l \rangle$ нормал шароитда 40 нм га тенг. Молекуланинг ўртача арифметик тезлиги $\langle v \rangle$ ва одавомида молекулага урилишлар сони f аниқлансин.

Е чи ш. Молекуланинг ўртача арифметик тезлиги

$$\langle v \rangle = \sqrt{8RT/\pi M}$$

формула бўйича аниқланади бунда M — молданинг моляр массаси

Сон қийматларни қўйиб, ҳисобласак,

$$\langle v \rangle = 362 \text{ м/с.}$$

1 с да молекула тўқнашишларининг ўртача сони $\langle z \rangle$ молекуланинг ўртача тезлиги $\langle v \rangle$ нинг эркин югуриш йўлининг ўртача узунлиги $\langle l \rangle$ га нисбати билан аниқланади:

$$\langle z \rangle = \langle v \rangle / \langle l \rangle$$

Бу формулага $\langle v \rangle = 362 \text{ м/с}$, $\langle l \rangle = 40 \text{ нм} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ м}$ қийматларни қўйиб қўйидагини оламиз

$$\langle z \rangle = 9,05 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}.$$

5- мисол. Узунликлари $l = 10 \text{ см}$ дан бўлган иккига олқа деворли коаксиал цилиндрлар умумий ўқлари атрофида эркин

айланишади. Катта цилиндрнинг радиуси $R=5$ см. Цилиндрлар орасида ўлчами $d=2$ мм бўлган тирқиш бор. Иккала цилиндр ҳам нормал шароитда ҳавода турибди. Ички цилиндрни ўзгармас $n=20$ с⁻¹ частота билан айлантирилди. Ташқи цилиндр тормозланган. Бўшатишдан қанча вақт ўтганидан кейин ташқи цилиндр $n=1$ с⁻¹ айланиш частотасига эга бўлиши аниқлансин. Ҳисоблашларда цилиндрлар нисбий тезликларининг ўзгариши инobatга олинмасин. Ташқи цилиндрнинг массаси $m=100$ г.

Ечиш. Ички цилиндр айланганда ҳаво қатлами унинг орқасидан эргашади ва айланма ҳаракатда қатнаша бошлайди. Амалда бу цилиндр сирти ёнидаги ҳаво қатлами вақт ўтиши билан цилиндр сиртидаги нуқталар тезлигидек, яъни $v=2\pi n_1(R-d)$ чизикли тезликни олади. $d \ll R$ эканлигидан, қуйидагини тахминан ёзиш мумкин:

$$v \approx 2\pi n_1 R. \quad (1)$$

Ички ишқаланиш натижасида импульс моменти газнинг қўшни қатламларига ва пировардида ташқи цилиндрга узатилади. t вақт оралиғида ташқи цилиндр $L=pR$ импульс моментини олади, бунда p ташқи цилиндр Δt вақтда олган импульс. Бундан

$$p=L/R. \quad (2)$$

Бошқа томондан

$$p=\eta \frac{dv}{dz} S \cdot \Delta t, \quad (3)$$

бу ерда η — динамик ковушоклик; $\frac{dv}{dz}$ — тезлик градиенти; S — цилиндр сиртининг юзаси ($S=2\pi R$).

(2) ва (3) ифодаларнинг ўнг томонларини тенглаштириб ва топилган тенгликдан изланаётган вақт оралиғи Δt ни ифодалаб қуйидагини оламиз.

$$\Delta t = \frac{L}{\eta R \cdot \frac{dv}{dz} \cdot S}. \quad (4)$$

Бу формулага кирувчи $L, \frac{dv}{dz}$ ва S катталикларни топамиз. Импульс моменти $L=J\omega_2$. Бунда J — цилиндрнинг инерция моменти ($J=mR^2$); m — унинг массаси; ω_2 — ташқи цилиндрнинг бурчак тезлиги ($\omega_2=2\pi n_1$). Буни ҳисобга олиб, қуйидагини ёзамиз:

$$L = mR^2 \cdot 2\pi n = 2\pi m R n_2$$

Тезлик градиенти $\frac{dv}{dz} = \frac{v}{z} = \frac{v}{d}$. Цилиндрнинг юзаси $S=2\pi Rl$.

$L, \frac{dv}{dz}, S$ ларнинг ифодаларини (4) га қўйсақ,

$$\Delta t = \frac{mdn_2}{\eta v l}.$$

Бу ерда v ни (1) бўйича алмаштириб, қуйидагини топамиз:

$$\Delta t = \frac{mdn_2}{2\pi\eta R l n_1}. \quad (5)$$

Ҳавонинг динамик қовушоклиги $n = 17,2$ мкПа·с $= 1,72 \cdot 10^{-5}$ Па·с (14- жадвалга қаранг).

(5) га қирувчи катталикларнинг қийматларини қўйиб, ҳисобласак,

$$\Delta t = \frac{100 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,72 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 10^{-2} \cdot 20} c = 18,5 c.$$

6- мисол. Учаётган тайёра кабинасидаги барометр ҳамма вақт бир хил $p = 79$ кПа босимни кўрсатади, шунинг натижасида учувчи h_1 учиш баландлигини ўзгармас деб ҳисоблайди. Лекин тайёрадан ташқаридаги ҳавонинг ҳарорати $t = 5^\circ\text{C}$ дан $t = 1^\circ\text{C}$ гача ўзгарди. Учувчи баландликни аниқлашда қандай Δh хатоликка йўл қўйди? Ер сиртидаги босим p_0 нормал деб ҳисоблансин.

Е ч и ш . Масалани ечиш учун барометрик формуладан фойдаланамиз

$$p = p_0 \cdot e^{-Mgh/(RT)}.$$

Тайёрадан ташқаридаги ҳарорат турли хил: T_1 ва T_2 бўлганда барометр ўзгармас p босимни кўрсатиши фақат бир ҳолда, тайёра h_1 баландликда эмас (учувчи ўзгармас деб ҳисоблаётган), балки бошқа бирор h_2 баландликда тургандагина бўлиши мумкин.

Бу икки ҳол учун барометрик формулани ёзамиз:

$$p = p_0 \cdot e^{-Mgh_1/(RT_1)}, \quad p = p_0 \cdot e^{-Mgh_2/(RT_2)}.$$

p_0/p нисбатни топамиз ва ҳосил қилинган тенгликларнинг иккала томонларини ҳам логарифмлаймиз:

$$\ln \frac{p_0}{p} = \frac{Mgh_1}{RT_1}; \quad \ln \frac{p_0}{p} = \frac{Mgh_2}{RT_2}.$$

Олинган муносабатлардан h_1 ва h_2 баландликларни ифодалаймиз ва уларнинг фарқини топамиз:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{R \ln(p_0/p)}{Mg} (T_2 - T_1). \quad (1)$$

(1) тенгликнинг ўнг томони узунлик бирлигини беришини текширамиз.

$$\frac{[R] [T]}{[M] [g]} = \frac{[J / (\text{моль} \cdot K)] \cdot K}{[1 \text{ кг/моль}] \cdot [m/c^2]} = \frac{1J}{1H} = 1 \text{ м.}$$

(1) га катталикларнинг кийматларини кўямиз (ρ_0/ρ нисбатдаги босимларни килопаскалларда ифодалаш мумкин, бу охириги натижага таъсир кўрсатмайди);

$$\Delta h = \frac{8,31 \cdot \ln(101/79)}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8} (1 - 5) \text{ м} = -28,5 \text{ м.}$$

«—» ишораси $h_2 < h_1$ эканлигини билдиради, демак тайёра мўлжалланган баландликдан 28,5 м га пасайган.

Масалалар

Больцман тақсимоти

10.1. Ҳавода муаллақ турган чанг зарралари $m = 10^{-18}$ г массага эга. Баландлик $\Delta h = 10$ м га ортганда уларнинг концентрацияси n неча марта камаяди? Ҳавонинг ҳарорати $T = 300$ К.

10.2. Ҳар бирининг массаси $m = 10^{-12}$ г дан бўлган бир хил зарралар кучланганлиги $G = 0,2$ мкН/кг бўлган бир жинсли гравитацион майдонда тақсимланган. Бир-биридан $\Delta z = 10$ м узокликда бўлган эквипотенциал сатҳлардаги зарралар концентрациясининг нисбати n_1/n_2 аниқлансин. Ҳарорат барча қатламларда бир хил ва $T = 290$ К деб ҳисобланади.

10.3. Ҳавода муаллақ турган чанг зарраларининг ҳар бирининг массаси $m = 1$ аг дан. $h_1 = 1$ м баландликдаги чанг зарралари концентрацияси n_1 нинг уларнинг $h_0 = 0$ баландликдаги концентрацияси n_0 га нисбати 0,787 га тенг. Ҳавонинг ҳарорати $T = 300$ К. Шу берилганлар бўйича Авогадро доимийси N_A нинг киймати топилсин.

10.4. Агар бир-биридан $\Delta Z = 1$ м масофада бўлган иккита сатҳлардаги зарралар концентрацияларининг нисбати $n_1/n_2 = e$ бўлса, ташки бир жинсли оғирлик кучи майдонида бўлган заррага таъсир этувчи F куч аниқлансин. Ҳарорат T ҳамма жойда бир хил ва 300 К га тенг деб ҳисоблансин.

10.5. Ер сиртидаги кузатувчи $h = 100$ м баландликка кўтарилганда $p = 100$ кПа атмосфера босими қанчага камаяди? Ҳавонинг ҳарорати $T = 290$ К ва баландликка боғлиқ эмас деб ҳисоблансин.

10.6. Ер сиртидан қанча h баландликда атмосфера босими унинг сиртидагидан икки марта кичик бўлади? Ҳавонинг ҳарорати $T = 290$ К ва баландликка боғлиқ эмас деб ҳисоблансин.

10.7. Учаётган вертолет кабинасидаги барометр $p=90$ кПа босимни кўрсатмоқда. Агар учиш майдончасида барометр $p=100$ кПа босимни кўрсатган бўлса вертолет қандай балангликда учмоқда? Ҳавонинг ҳарорати $T=290$ К ва балангликка боғлиқ эмас деб ҳисоблансин.

10.8. Босимнинг $\Delta p=100$ Па га ўзгаришига мос келувчи балангликнинг ўзгариши Δh қуйидаги икки ҳол учун топилсин: 1) ҳарорат $T_1=290$ К ва босим $p_1=100$ кПа бўлган Ер сирти яқинида; 2) ҳарорат $T_2=220$ К, босим $p_2=25$ кПа бўлган бирор балангликда.

10.9. Учаётган тайёра кабинасидаги барометр ҳамма вақт бир хил $p=8$ кПа босимни кўрсатди, шунинг натижасида учувчи h учиш баланглигини ўзгармас деб ҳисоблади. Лекин, ҳавонинг ҳарорати $\Delta T=1$ К га ўзгарди. Учувчи балангликни аниқлашда қандай Δh хатоликка йўл қўйди? Ҳарорат балангликка боғлиқ эмас ва Ер сиртидаги босим $p_0=100$ кПа деб ҳисоблансин.

10.10. Центрифуганинг ротори ω бурчак тезлик билан айланмоқда. Больцманнинг тақсимот функциясида фойдаланиб центрифуга роторидаги m массали зарралар концентрацияси n нинг тақсимоти айланиш ўқидан узоқлик r нинг функцияси сифатида аниқлансин.

10.11. Роторнинг радиуси $a=0,5$ м бўлган центрифугада нисбий молекуляр массаси $M_r=10^3$ бўлган $T=300$ К ҳароратдаги газсимон модда бор. Агар ротор $n=30$ с⁻¹ частота билан айланаётган бўлса, ротор деворлари ёнидаги ва унинг марказидаги молекулалар концентрацияларининг нисбати n_a/n_o аниқлансин.

10.12. Радон билан тўлдирилган центрифуганинг ротори $n=50$ с⁻¹ частота билан айланмоқда. Роторнинг радиуси $a=0,5$ м. Агар ротор марказидаги босим p_0 нормал атмосфера босимига тенг бўлса, газнинг ротор деворларига босими p аниқлансин. Ҳарорат бутун ҳажм бўйича бир хил ва $T=300$ К деб ҳисоблансин.

10.13. Центрифугада $T=271$ К ҳароратдаги муайян газ бор. $a=0,4$ м радиусли центрифуганинг ротори $\omega=500$ рад/с бурчак тезлик билан айланмоқда. Агар ротор девори ёнидаги босим p унинг марказдаги босим p_0 дан 2,1 марта катта бўлса, газнинг нисбий молекуляр массаси M_r аниқлансин.

10.14. Радиуси $a=0,2$ м бўлган ультрацентрифуганинг ротори $T=3$ К ҳароратдаги хлор атомлари билан тўлдирилган. Хлор иккита изотопдан иборат: ³⁷Cl ва ³⁵Cl. ³⁷Cl изотопи атомларининг улуши $v_1=0,25$. Агар роторга $\omega=10^4$ рад/с айланиш бурчак тезлиги берилса, ротор деворлари ёнидаги у ва бу изотоплар атомларининг улушлари v'_1 ва v'_2 аниқлансин.

Молекулаларнинг тезликлар ва импульслар бўйича тақсимоти

10.15. Молекулаларнинг тезликлар бўйича тақсимот функция-сидан энг катта эҳтимолли тезлик формуласи келтириб чиқарилсин.

10.16. Молекулаларнинг тезликлар бўйича тақсимот функция-си ёрдамида молекулаларнинг нисбий тезликлар u ($u = v/v_0$) бўйича тақсимотини ифодаловчи функция олинсин.

10.17. Идеал газнинг муайян молекуласининг $1/2 v_0$ тезликдан кўпи билан 1% га фарқ қиладиган тезликка эга бўлиш эҳтимолли-ги W қандай бўлади?

10.18. Идеал газнинг муайян молекуласининг $2v_0$ тезликдан кўпи билан 1% га фарқ қиладиган тезликка эга бўлиш эҳтимоллиги W топилсин.

10.19. Молекулаларнинг тезликлар бўйича тақсимот функция-сидан v тезликлари энг катта эҳтимолли тезлик v_0 дан жуда кичик бўлган молекулалар улуши w ни аниқловчи формула келтириб чиқарилсин.

10.20. Тезликлари нолдан то энг катта эҳтимолли тезлик v_0 нинг юздан бир бўлагигача ораликда жойлашган идеал газ молекулала-рининг нисбий сони w аниқлансин.

10.21. Молекулаларнинг тезликлар бўйича тақсимот функция-сидан уларнинг ўртача арифметик тезлиги $\langle v \rangle$ аниқлансин.

10.22. Молекулаларнинг тезликлар бўйича тақсимот функция-сидан ўртача квадратик тезлик $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ аниқлансин.

10.23. $\langle 1/v \rangle$ ва $1/\langle v \rangle$ ўртача қийматлардан қайси бири катта эканлиги аниқлансин ва уларнинг нисбати R топилсин.

10.24. Эффузион оқишда * молекулалар дастасидаги молекула-ларнинг тезликлар бўйича тақсимоти Максвелл тақсимотидан фарқ қилади ва $f(v)dv = Cv^3 \cdot e^{-mv^2/(2RT)} v^3 dv$ кўринишга эга. Нор-маллаштириш шартидан C коэффициент аниқлансин.

10.25. Муайян молекуляр дастадаги молекулаларнинг тезлик-лар бўйича тақсимот функцияси $f(v) = \frac{m^2}{2k^2T^2} e^{-mv^2/(2KT)} v^3$ дан:

1) энг катта эҳтимолли тезлик v_0 ; 2) ўртача арифметик тезлик $\langle v \rangle$ учун ифодалар топилсин.

10.26. Нормал шароитдаги водород $V = 1 \text{ см}^3$ ҳажми эгаллаб турибди. Шу ҳажмда бирор $v_{\text{max}} = 1 \text{ м/с}$ дан кичик тезликка эга бўлган молекулалар сони N аниқлансин.

* Газнинг молекуланинг эркин югуриш йўли узунлигидан кичик тиркиш оркали оқишга эффузион оқим дейилади.

10.27. Идеал газ молекулаларининг энг катта эҳтимолли импульси p , формуласи чиқарилсин.

10.28. Импульслари энг катта эҳтимолли импульс p , га теппа-тенг бўлган идеал газ молекулаларининг сони N топилсин.

10.29. Идеал газ молекуласи импульсининг ташкил этувчисининг ўртача қиймати $\langle p_x \rangle$ ни аниқловчи формула чиқарилсин.

10.30. Ҳарорат бир фоизга ўзгарганда идеал газ молекуласи импульсининг энг катта эҳтимолли қиймати p , неча фоизга ўзгаради?

10.31. Энергияси энг катта эҳтимолли энергияга тенг бўлган идеал газ молекуласи импульсининг ифодаси топилсин.

Молекулаларнинг кинетик энергиялар бўйича тақсимооти

10.32. Молекулаларнинг илгариланма ҳаракат ўртача кинетик энергияси ϵ_n нинг ифодаси топилсин. Молекулаларнинг энергиялар бўйича тақсимот функцияси маълум деб ҳисоблансин.

10.33. Молекулаларнинг энергиялар бўйича тақсимооти формуласи молекулаларнинг нисбий энергиялар $v (v = \epsilon_n / \langle \epsilon_n \rangle)$ бўйича тақсимоотини ифодаловчи формулага айлантирилсин. Бунда ϵ_n — кинетик энергия; $\langle \epsilon_n \rangle$ — молекулалар илгарилама ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси.

10.34. Бир хил ҳароратда энергияси молекула илгариланма ҳаракат ўртача энергияси $\langle \epsilon_n \rangle$ дан 1% дан кўп фарк қилмайдиган идеал газ молекулаларининг улуши ω аниқлансин.

10.35. ϵ энергияси kT дан кўп марта кичик бўлган молекулаларнинг улуши v ни аниқловчи формула келтириб чиқарилсин. Молекулаларнинг энергия бўйича тақсимот функцияси маълум деб ҳисоблансин.

10.36. Энергиялари $\epsilon_1 = 0$ дан $\epsilon_2 = 0,01kT$ гача ораликда жойлашган молекулаларнинг улуши v аниқлансин.

10.37. Энергиялари 0 дан бирор ϵ гача ораликда жойлашган молекулаларнинг сони молекулалар умумий сонининг 0,1% ини ташкил қилади. ϵ нинг катталиги kT улушларида аниқлансин.

10.38. Молекулаларнинг энергиялар бўйича тақсимот функцияси маълум деб ҳисоблаб, энергияси E молекулаларнинг иссиқлик ҳаракат энергиясидан жуда кўп бўлган молекулалар улуши ω ни аниқловчи формула келтириб чиқарилсин.

10.39. Энергияси бирор ϵ_1 қийматдан кўп бўлган молекулалар сони молекулалар умумий сонининг 0,1 қисмини ташкил қилади. $\epsilon_1 \gg kT$ деб ҳисоблаб, ϵ_1 нинг катталиги kT улушларида аниқлансин.

Кўрсатма. Ҳосил бўлган трансцендент тенглама график усулда ечилсин.

10.40. Молекулаларнинг энергиялар бўйича тақсимот функциясидан фойдаланиб энергиянинг энг катта эҳтимолли қиймати ϵ , аниқлансин.

10.41. Молекулаларнинг кинетик энергиялар бўйича тақсимот функцияси $f(\epsilon)d\epsilon$ молекулаларнинг нисбий кинетик энергиялар бўйича тақсимот функцияси $f(\theta)d\theta$ га ўзгартирилсин (бунда $\theta = \epsilon = \epsilon_1, \epsilon_2, \dots$ — молекулалар кинетик энергиясининг энг катта эҳтимолли қиймати).

10.42. Кинетик энергияси энергиянинг энг катта эҳтимолли қиймати ϵ_0 дан кўпи билан 1% га фарқ қиладиган идеал газ молекулаларининг нисбий сони ω топилсин.

10.43. Кинетик энергиялари нолдан $0,01\epsilon_0$ га тенг қийматгача ораликда жойлашган идеал газ молекулаларининг нисбий сони ω аниқлансин (ϵ_0 — молекулалар кинетик энергиясининг энг катта эҳтимолли қиймати).

10.44. Импульслари импульснинг энг катта эҳтимолли қиймати p_0 га тенг бўлган идеал газ молекулаларининг кинетик энергиялари учун ифода топилсин.

10.45. Агар газнинг ҳарорати T икки марта ортса идеал газ молекулаларининг энергиялар бўйича тақсимот функцияси $f(\epsilon)$ нинг максимум қиймати неча марта ўзгаради? Ечим график билан тушунтирилсин.

10.46. Бир хил ҳароратда идеал газ молекулалари илгариланма ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси $\langle \epsilon_n \rangle$ илгариланма ҳаракат кинетик энергиясининг энг катта эҳтимолли қиймати ϵ_0 дан неча мартага фарқ қилиши аниқлансин

*Эркин югуриш йўли узунлиги ва молекулаларнинг
тўқнашишлар сони*

10.47. $p=0,1$ Па босим ва $T=100$ К ҳароратда водород молекулалари эркин югуриш йўлининг ўртача узунлиги топилсин.

10.48. Агар газнинг ҳарорати $T=300$ К бўлса қандай P босимда азот молекулалари эркин югуриш йўлининг ўртача узунлиги $\langle l \rangle = 1$ м бўлади?

10.49. $V=10$ л сифимли баллонда массаси $m=1$ г бўлган водород сақланади. Молекулалар эркин югуриш йўлининг ўртача узунлиги $\langle l \rangle$ аниқлансин.

10.50. $T=280$ К ҳароратда азот сақланаётган $d=20$ см диаметрли қолбада ҳосил қилинган $p=100$ мкПа босимда вакууми юқори вакуум деб ҳисоблаш мумкинми?

10.51. Агар молекулалари эркин югуриш йўлининг ўртача узунлиги $\langle l \rangle = 1$ см бўлса, сийраклашган водороднинг зичлиги аниқлансин.

10.52. Нормал шароитда $t=1$ с давомида кислород молекуласи-га урилишларнинг ўртача сони $\langle z \rangle$ топилсин.

10.53. Нормал шароитда $V=1$ мм³ ҳажми эгаллаб турган водороднинг барча молекулалари орасида $t=1$ с давомида бўладиган ҳамма урилишлар сони N товилсин.

10.54. Газ разрядли трубкада $T=300$ К ҳарорат ва $p=1$ Па босимда неон бор. $t=1$ с вақтда юзаси $S=1$ см² бўлган диск шаклига эга катодга урилувчи неон атомларининг сони N топилсин.

10.55. $T=250$ К ҳарорат ва $p=100$ Па босим остидаги кислород молекуласи эркин югуришининг ўртача давом этиши $\langle \tau \rangle$ топилсин.

10.56. Ушбу: 1) Изохора; 2) изотерма жараёнлари учун идеал газ молекулалари эркин югуришининг ўртача узунлиги $\langle l \rangle$ нинг босим p га боғлиқлиги топилсин. Бу боғланишлар графикларда тасвирлансин.

10.57. 1) Изохорик; 2) изотермик жараёнлар учун идеал газ молекулалари эркин югуриш йўли ўртача узунлиги $\langle l \rangle$ нинг ҳарорат T га боғлиқлиги топилсин. Бу боғланишлар графикларда тасвирлансин.

10.58. 1) Изохорик, 2) изотермик жараёнлар учун идеал газ молекуласи l с да тўкнашишлари ўртача сони $\langle z \rangle$ нинг босим p га боғлиқлиги топилсин. Бу боғланишлар графикларда тасвирлансин.

10.59. 1) Изохорик; 2) изобарик жараёнлар учун идеал газ молекуласи l с да тўкнашишлари ўртача сони $\langle z \rangle$ нинг ҳарорат T га боғлиқлиги топилсин. Бу боғланишлар графикларда тасвирлансин.

Кўчиш ҳодисалари: диффузия, қовушоқлик, иссиқлик ўтказувчанлик

10.60. Нормал шароитда гелий атомлари эркин югуриш йўлининг ўртача узунлиги $\langle l \rangle = 180$ нм. Гелийнинг диффузияси D аниқлансин.

10.61. $t=0^\circ\text{C}$ ҳароратда кислороднинг диффузияси $D=0,19$ см²/с. Кислород молекулалари эркин югуриш йўлининг ўртача узунлиги $\langle l \rangle$ аниқлансин.

10.62. Азот диффузияси D : 1) нормал шароитда; 2) $p=100$ Па босим ва $T=300$ К ҳароратда ҳисоблансин.

10.63. Бир хил шароитда бўлган газ ҳолатидаги водороднинг диффузияси D_1 газ ҳолатидаги кислороднинг диффузияси D_2 дан неча мартага фарк қилиши аниқлансин.

10.64. 1) Изобарик; 2) изохорик жараёнлар учун диффузия D нинг ҳарорат T га боғлиқлиги аниқлансин.

10.65. 1) Изотермик, 2) изохорик жараёнлар учун диффузия D нинг босим p га боғлиқлиги аниқлансин.

10.66. Нормал шароитдаги кислороднинг динамик қовушоқлиги ҳисоблансин.

10.67. Динамик қовушоқлиги $\eta=17$ мкПа·с бўлган азот молекулалари эркин югуриш йўлининг ўртача узунлиги $\langle l \rangle$ топилсин.

10.68. Нормал шароитларда гелийнинг диффузияси $D = 1,06 \times 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$. Шу шароитларда гелийнинг динамик ковушоклиги η топилсин.

10.69. 1) Изобарик; 2) изохорик жараёнлар учун динамик ковушоклик η нинг харорат T га боғлиқлиги аниқлансин. Бу боғланишлар графикларда тасвирлансин.

10.70. 1) Изотермик; 2) изохорик жараёнлар учун динамик ковушоклик η нинг босим p га боғлиқлиги аниқлансин. Бу боғланишлар графикларда тасвирлансин.

10.71. Радиуси $R_1 = 10 \text{ см}$ ва узунлиги $l = 30 \text{ см}$ бўлган цилиндр $R_2 = 10,5 \text{ см}$ радиусли цилиндр ичига ҳар иккала цилиндрининг айланиш ўқлари мос келадиган қилиб жойлаштирилган. Кичик цилиндр ҳаракатсиз, каттаси эса геометрик ўқига нисбатан $n = 15 \text{ с}^{-1}$ частота билан айланмоқда. Цилиндрлар турган газнинг динамик ковушоклиги $\eta = 8,5 \text{ мкПа}$. 1) Ички цилиндрининг $S = 1 \text{ м}^2$ юзали сиртига таъсир этаётган уринма куч F_τ ; 2) шу цилиндрга таъсир этаётган айлантирувчи момент M аниқлансин.

10.72. Радиуслари $R = 20 \text{ см}$ дан бўлган иккита горизонтал диск бир-бирининг устида ўқлари мос тушадиган тарзда жойлашган. Дискларнинг сиртлари орасидаги масофа $d = 0,5 \text{ см}$. Юқоридаги диск ҳаракатсиз, пастдагиси эса геометрик ўқига нисбатан $n = 10 \text{ с}^{-1}$ частота билан айланмоқда. Юқоридаги дискка таъсир этадиган айлантирувчи момент M топилсин. Дисклар турган ҳавонинг динамик ковушоклиги $\eta = 17,2 \text{ мкПа}$ — с.

10.73. $p = 1 \text{ МПа}$ босим ва $T = 300 \text{ К}$ харорат остида турган ўта сийраклаштирилган азотда иккита параллел пластина бир-бирига нисбатан $v = 1 \text{ м/с}$ тезлик билан ҳаракатланмоқда. Пластиналар орасидаги масофа ўзгармайди ва молекулалар эркин югуриш йўлининг ўртача узунлигидан жуда ҳам кичик. Пластиналарнинг $S = 1 \text{ м}^2$ юзали сиртига таъсир этадиган ички ишқаланиш кучи F аниқлансин.

10.74. Нормал шароитдаги гелийнинг иссиқлик ўтказувчанлиги λ ҳисоблансин.

10.75. Кўчиш ҳодисасининг тахминий назариясида $\lambda/\eta = c_0$ муносабат ҳосил бўлади. Аниқроқ назария эса $\lambda/\eta = k$ қийматга олиб келади, бунда R — ўлчамсиз коэффициент ($k = (9\gamma - 5)/4$; γ — адиабата кўрсаткичи). Ушбу газлар: 1) аргон; 2) водород; 3) кислород; 4) сув буғлари учун келтирилган формула ва 12-жадвалда келтирилган тажрибалар натижалари бўйича k нинг қийматлари топилсин.

10.76. Нормал шароитда ҳавонинг динамик ковушоклиги $\eta = 17,2 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$. Худди шу шароит учун ҳавонинг иссиқлик ўтказувчанлиги λ топилсин. k нинг қиймати 10.75-масалادا келтирилган формула бўйича ҳисоблансин.

10.77. 1) Изобарик, 2) изохорик жараёнлар учун иссиқлик ўтказувчанлик λ нинг харорат T га боғлиқлиги аниқлансин. Бу боғланишлар графикларда тасвирлансин.

10.78. 1) Изотермик; 2) изохорик жараёнлар учун иссиқлик ўтказувчанлик λ нинг босим p га боғлиқлиги аниқлансин. Бу боғланишлар графикларда тасвирлансин.

10.79. Ораларидаги масофа $d=5$ мм бўлган иккита катта параллел пластина орасидаги бўшлиқ гелий билан тўлдирилган. Битта пластинанинг ҳарорати $T_1=290$ К, бошқасиники $T_2=310$ К қилиб тутиб турилади. Иссиқлик оқимининг зичлиги $|q|$ ҳисоблансин. Ҳисоблаш гелийнинг босими p : 1) 0,1 мПа га; 2) 1 мПа га тенг ҳоллар учун бажарилсин.

11-§. ТЕРМОДИНАМИКАНИНГ ФИЗИК АСОСЛАРИ

Асосий формулалар

● Газнинг моляр (C_m) ва солиштирма (c) иссиқлик сиғимлари орасидаги боғланиш

$$C_m = cM,$$

бу ерда M — газнинг моляр массаси.

Ўзгармас ҳажмдаги ва ўзгармас босимдаги моляр иссиқлик сиғимлари * мос равишда қуйидагиларга тенг:

$$C_v = iR/2; \quad C = (i+2)R/2,$$

бу ерда i — эркинлик даражалари сони; R — моляр газ доимийси.

● Ўзгармас ҳажмдаги ва ўзгармас босимдаги солиштирма иссиқлик сиғимлари

$$c_v = \frac{i}{2} \frac{R}{M}, \quad c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{M}$$

● Майер тенгламаси

$$C_p - C_v = R.$$

● Адиабата кўрсаткичи

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad \text{ёки} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad \text{ёки} \quad \gamma = \frac{i+2}{i}.$$

● Идеал газнинг ички энергияси $U = N \langle \epsilon \rangle$ ёки $U = \nu C_v T$, бу ерда $\langle \epsilon \rangle$ — молекуланинг ўртача кинетик энергияси; N — газ молекулалари сони; ν — модда миқдори.

* Бу ерда ва бундан кейин ўзгармас босимдаги ва ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сиғимларини белгилашда кўрсаткичлар билан ёзишни соддалаштириш мақсадида « m » ҳарфини ёзмаймиз.

● Газ хажмининг ўзгариши билан боғлиқ бўлган иш умумий ҳолда қуйидаги формулага мувофиқ ҳисобланади:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV,$$

бу ерда V_1 — газнинг бошланғич ҳажми; V_2 — унинг охириги ҳажми.

Газнинг иши:

а) изобарик жараёнда ($P = \text{const}$)

$$A = P(V_2 - V_1);$$

б) изотермик жараёнда ($T = \text{const}$)

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1};$$

в) адиабатик жараёнда

$$A = \frac{m}{M} C(T_1 - T_2) \quad \text{ёки} \quad A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right],$$

бу ерда T — газнинг бошланғич ҳарорати; T_2 — унинг охириги ҳарорати.

● Пуассон тенгламаси (адиабатик жараёнда газ ҳолати тенгламаси)

$$PV^\gamma = \text{const}.$$

● Адиабатик жараёнда газ ҳолати параметрларининг бошланғич ва охириги қийматлари орасидаги муносабатлар

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(\gamma - 1)/\gamma}$$

Термодинамиканинг биринчи қонуни умумий ҳолда қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$Q = \Delta U + A,$$

бу ерда Q — газга берилган иссиқлик миқдори; ΔU — унинг ички энергиясининг ўзгариши; A — газнинг ташқи кучларга қарши бажарган иши.

Термодинамиканинг биринчи қонуни:

а) изобарик жараёнда

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{M} C_p \Delta T + \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{m}{M} C_p \Delta T;$$

б) изохорик жараёнда ($A=0$)

$$Q = \Delta U = \frac{m}{M} C_V \Delta T;$$

в) изотермик жараёнда ($\Delta U=0$)

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1};$$

г) адиабатик жараёнда ($Q=0$)

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_V \Delta T.$$

● Умумий холда, циклиннг фойдали иш коэффиценти (ФИК)

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

бу ерда Q_1 — ишчи жисм (газ) иситкичдан олган исиклик микдори; Q_2 — ишчи жисм совиткичга берган исиклик микдори.

Карно циклиннг ФИК

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad \text{ёки} \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

бу ерда T_1 — иситкичнинг харорати; T_2 — совиткичнинг харорати.

● Энтропиянинг ўзгариши

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

бу ерда A ва B — тизимнинг бошланғич ва охири холатларига мос келувчи интеграллаш чегаралари. Жараён мувозанатли бўлганлигидан интеграллаш исталган йўл бўйича олинади.

● Больцман формуласи

$$S = k \ln W,$$

бу ерда S — тизимнинг энтропияси; W — унинг холатининг термодинамик эҳтимоллиги; k — Больцман доимийси.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Неон ва водородни идеал газ деб ҳисоблаб, уларнинг ўзгармас ҳажм (C_V) ва босим (C_P) даги солиштирма исиклик сифимлари ҳисоблансин.

Е ч и ш. Идеал газларнинг солиштирма иссиқлик сиғимлари

$$C_V = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M}; \quad (1)$$

$$C_P = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{M} \quad (2)$$

формулалар билан ифодаланadi. Неон (бир атомли газ) учун $i_1=3$, $M_1=20 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. i_1 , M_1 ва R ларнинг қийматларини (1) ва (2) формулаларга қўйиб ҳисобласак; $C_{V_1}=624$ Ж/(кг·К); $C_{P_1}=1,04$ кЖ/(кг·К).

Водород (икки атомли газ) учун $i_2=5$; $M_2=2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

(1) ва (2) формулалар бўйича ҳисоблаш водороднинг солиштирма иссиқлик сиғимлари учун қуйидаги қийматларни беради:

$$C_{V_2}=10,4 \text{ кЖ/(кг·К)}; C_{P_2}=14,6 \text{ кЖ/(кг·К)}.$$

2- мисол. Неон ва водород аралашмасининг солиштирма иссиқлик сиғимлари C_V ва C_P лар ҳисоблансин. Газларнинг массавий улушлари мос равишда $v_1=0,8$ ва $v_2=0,2$. Газларнинг солиштирма иссиқлик сиғимларининг қийматлари 1- мисолдан олинсин.

Е ч и ш. Аралашманинг ўзгармас ҳажмдаги солиштирма иссиқлик сиғими C_V ни қуйидаги мулоҳазалардан топамиз. Аралашмани ΔT га иситиш учун зарур бўлган иссиқлик миқдорини иккита муносабат орқали ифодалаймиз:

$$Q = C_V(m_1 + m_2) \cdot \Delta T,$$

бу ерда C_V —аралашманинг солиштирма иссиқлик сиғими; m_1 —неоннинг массаси; m_2 —водороднинг массаси;

$$Q = (C_{V_1} \cdot m_1 + C_{V_2} \cdot m_2) \Delta T,$$

бу ерда C_{V_1} ва C_{V_2} —мос равишда неон ва водороднинг солиштирма иссиқлик сиғимлари.

(1) ва (2) ифодаларнинг ўнг томонларини тенглаштириб ва ҳосил қилинган тенгликнинг иккала қисмини ҳам ΔT га бўлиб, қуйидагини топамиз:

$$C_V(m_1 + m_2) = C_{V_1}m_1 + C_{V_2}m_2$$

бундан

$$C_V = C_{V_1} \frac{m_1}{m_1 + m_2} + C_{V_2} \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

$V_1 = m_1/(m_1 + m_2)$ ва $v_2 = m_2/(m_1 + m_2)$ муносабатлар мос равишда неоннинг ва водороднинг массавий улушларини ифода-

лайди. Бу белгилашларни ҳисобга олсак, охириги формула куйидаги кўринишни олади:

$$C_V = C_{V_1}v_1 + C_{V_2}v_2.$$

Бу формулага катталикларнинг сон қийматларини қўйсак,

$$C_V = 2,58 \text{ кЖ}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Шундай мулоҳазалар юришиб, аралашманинг ўзгармас босимдаги солиштирма иссиқлик сифимини ҳисоблаш формуласини ҳам оламыз:

$$C_P = C_{P_1}v_1 + C_{P_2}v_2$$

Бу формула бўйича ҳисоблаш ўтказсак,

$$C_P = 3,73 \text{ кЖ}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

3- мисол. $m = 0,2$ кг массали водород ўзгармас босимда $t_1 = 0^\circ\text{C}$ ҳароратдан то $t_2 = 100^\circ\text{C}$ ҳароратгача қиздирилганда ютадиган иссиқлик миқдори аниқлансин. Шунингдек, газ ички энергиясининг ўзгариши ва бажарган иш топилсин.

Е ч и ш. Изобарик кизитишда газ ютадиган иссиқлик миқдори

$$Q = mC_P\Delta T \quad (1)$$

формула бўйича аниқланади; бунда m — қиздирилаётган газнинг массаси; C_P — унинг ўзгармас босимдаги солиштирма иссиқлик сифими; ΔT — газ ҳароратининг ўзгариши.

Маълумки $C_P = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{M}$. C_P нинг бу ифодасини (1) формулага қўйсак,

$$Q = m \frac{i+2}{2} \frac{R}{M} \Delta T.$$

Бу формула бўйича ҳисоблаш ўтказсак,

$$Q = 291 \text{ кЖ}.$$

Ички энергия $U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT$ формула билан ифодаланади, бинобарин, ички энергиянинг ўзгариши

$$\Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R \Delta T.$$

Бу формулага катталикларнинг сон қийматларини қўйиб ҳисоблашни бажарсак,

$$\Delta U = 208 \text{ кЖ}.$$

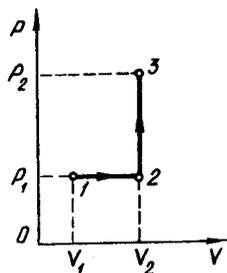
Газнинг кенгайишдаги ишини термодинамиканинг биринчи қонуни ифодаловчи формула $Q = \Delta U + A$ дан аниқлаймиз:

$$A = Q - \Delta U.$$

Q ва ΔU ларнинг қийматларини ўрнига қўйсақ,

$$A = 83 \text{ кЖ}.$$

4- мисол. Кислород $V_1 = 1 \text{ м}^3$ ҳажми эгаллаган ва $p_1 = 200 \text{ кПа}$ босим остида турибди. Газни олдин ўзгармас босимда $V_2 = 3 \text{ м}^3$ ҳажмгача, сўнгра эса ўзгармас ҳажмда $p = 500 \text{ кПа}$ босимгача киздирдилар. Жараённинг графиги тузилсин ва: 1) газ ички энергиясининг ўзгариши ΔU ; 2) у бажарган иш A ; 3) газга берилган иссиқлик микдори Q топилсин.



11.1- расм

Ечиш. Жараённинг графигини тузамиз (11.1- расм). Графикда 1,2,3 нукталар билан газнинг (P_1, V_1, T_1) , (P_2, V_2, T_2) , (P_3, V_3, T_3) параметрлар билан характерланувчи ҳолатлари белгиланган.

1. Газнинг 1 ва 3 ҳолатга ўтишида ички энергиясининг ўзгариши

$$\Delta U = C_v m \Delta T$$

формула билан ифодаланади; бунда C_v — газнинг ўзгармас ҳажмдаги солиштирма иссиқлик сифими; m — газ массаси; ΔT — охири 3 ва бошланғич 1 ҳолатларга мос келувчи ҳаро-

ратлар фарқи, яъни $\Delta T = T_3 - T_1$. $C_v = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M}$ бўлганлигидан (бунда M — газнинг моляр массаси),

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R (T_3 - T_1). \quad (1)$$

T_1 ва T_3 ҳароратларни Менделеев — Клапейрон формуласи $(PV = \frac{m}{M} RT)$ дан ифодалаймиз:

$$T_1 = \frac{M_1 P_1 V_1}{mR}; \quad T_3 = \frac{M P_3 V_3}{mR}.$$

Бу тенгликларни ҳисобга олиб, (1) ни

$$\Delta U = \frac{i}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

кўринишда ёзамиз. Бунга катталикларнинг қийматларини қўямиз (кислород икки атомли газ бўлганлиги учун $i = 5$ лигини ҳисобга оламиз) ва ҳисоблаймиз:

$$\Delta U = 3,25 \text{ мЖ}.$$

2. Газ бажарган тўла иш $A = A_1 + A_2$, бунда A_1 иш 1—2 қисмдаги иш; A_2 иш 2—3 қисмдаги иш.

1—2 қисмда босим ўзгармас ($p = \text{const}$). Бу ҳолда иш $A_1 = p_1 \Delta V = p_1 (V_2 - V_1)$ формула билан ифодаланади. 2—3 қисмда газнинг ҳажми ўзгармайди ва демак, бу қисмда газнинг иши нолга тенг ($A_2 = 0$). Шундай қилиб,

$$A = A_1 = p_1 (V_2 - V_1).$$

Бу формулага физик катталикларнинг қийматларини қўйиб, ҳисобласак:

$$A = 0,4 \text{ Мж.}$$

3. Термодинамиканинг биринчи қонунига мувофиқ газга берилган иссиқлик миқдори Q газ бажарган иш A ва ички энергиянинг ўзгариши ΔU нинг йиғиндисига тенг:

$$Q = A + \Delta U \text{ ёки } Q = 3,65 \text{ Мж.}$$

5- мисол. Модда миқдори $\nu = 1$ моль бўлган икки атомли идеал газ $P_1 = 250$ кПа босим остида $V_1 = 10$ л ҳажми эгаллаб турибди. Олдинга, газни $T_2 = 400$ К ҳароратгача изохорик равишда қиздирилди. Кейин эса изотермик кенгайтириб, уни бошланғич босимгача олиб борилди. Бундан кейин изобарик сиқиш йўли билан газни бошланғич ҳолатга қайтарилди. Циклнинг термик ФИК η аниқлансин.

Ечиш. Кўргазмалilik учун олдин изохора, изотерма ва изобаралардан иборат циклнинг графигини тузайлик. P, V координаталарда бу цикл 11.2- расмда тасвирлангандек кўринишга эга. Циклнинг характерли нукталарини 1, 2, 3 билан белгилаймиз.

Исталган циклнинг термик ФИК

$$\eta = (Q_1 - Q_2) / Q_1 \text{ ёки } \eta = 1 - Q_2 / Q_1. \quad (1)$$

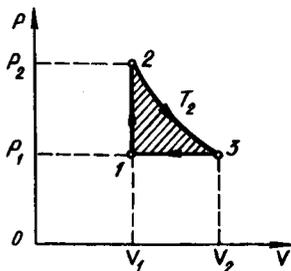
ифода билан аниқланади, бунда Q_1 — цикл давомида газнинг иситкичдан олган иссиқлик миқдори; Q_2 — цикл давомида газнинг совитгичга берган иссиқлик миқдори.

Иссиқлик миқдорларининг фарқи $Q_1 - Q_2$ цикл давомида газ бажарган A ишга тенг бўлишини таъкидлаймиз. P, V координаталардаги графикда (11.2- расм) бу иш цикл юзаси билан ифодаланади (цикл юзаси штрихланган).

Ишчи модда (газ) Q_1 иссиқлик миқдорини иккита қисмда олади: Q_{1-2} , 1—2 қисмда (изохорик жараён) ва Q_{2-3} , 2—3 қисмда (изотермик жараён). Шундай қилиб, $Q_1 = Q_{1-2} + Q_{2-3}$.

Газ изохорик жараёнда олган иссиқлик миқдори

$$Q_{1-2} = C_V \nu (T_2 - T_1),$$



11.2- расм

бунда C_V — газнинг ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сифими; ν — модда миқдори. Газнинг бошланғич ҳолатдаги ҳарорати T_1 ни Клапейрон — Менделеев тенгласидан фойдаланиб топамиз:

$$T_1 = P_1 V_1 / (\nu R).$$

Сон қийматларини қўйиб, ҳисобласак,

$$T_1 = \frac{260 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}}{1.8,31} K = 300 K.$$

Изотермик жараёнда газ олган иссиқлик миқдори

$$Q_{2-3} = \nu R T_2 \ln(V_2/V_1),$$

бунда V_2 — газнинг T_2 ҳарорат ва P_2 босимда эгаллаган ҳажми (графикда 3 нукта).

3—1 қисмда газ

$$Q_2 = Q_{3-1} = C_p \nu (T_2 - T_1)$$

иссиқлик миқдорини беради; бунда C_p — изобарик жараёнда газнинг моляр иссиқлик сифими.

Q_2 ва Q_1 ларнинг топилган қийматларини (1) формулага қўямиз:

$$\eta = 1 - \frac{\nu \cdot C_p (T_2 - T_1)}{\nu C_V (T_2 - T_1) + \nu R T_2 \ln(V_2/V_1)}$$

Ҳосил қилинган ифодадаги ҳажмлар нисбати V_2/V_1 ни Гей-Люссак қонунига мувофиқ ҳароратлар нисбати билан алмаштирамиз ($V_2/V_1 = T_2/T_1$) ва C_V ҳамда C_p ларни молекулаларнинг эркинлик даражалари орқали ифодалаймиз: [$C_V = iR/2$, $C_p = (i+2)R/2$]. У ҳолда ν ва R/T га қисқартиришдан сўнг қуйидагини оламиз:

$$\eta = 1 - \frac{(i+2)(T_2 - T_1)}{i(T_2 - T_1) + 2T_2 \ln(T_2/T_1)}$$

i , T_1 , T_2 ва R ларнинг қийматларини қўйиб, ҳисобласак,

$$\eta = 1 - \frac{(5+2)(400-300)}{5(400-300) + 2 \cdot 400 \cdot \ln(400/300)} = 0,041 = 4,1 \%$$

6- мисол. Цилиндрда поршень остида $T_1 = 300$ К ҳароратда массаси $m = 0,02$ кг бўлган водород бор. Водород адиабатик равишда кенгай бошлаб ўз ҳажмини беш мартага орттирди, сўнгра эса, изотермик равишда сиқилиб газ ҳажми беш мартага камайди. Адиабатик кенгайишнинг охиридаги ҳарорат T_2 ва газ бажарган иш A топилсин. Жараён график равишда тасвирлансин.

Ечиш. Адиабатик жараённи амалга ошираётган газнинг ҳароратлари ва ҳажмлари ўзаро

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

муносабат орқали боғланган, бунда γ — адиабата кўрсаткичи (икки атомли водород газининг учун $\gamma = 1,4$).

Бундан охириги ҳарорат T_2 учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

Берилган катталикларнинг сон қийматларини қўйиб, қуйидагини топамиз:

$$T_2 = 300 \left(\frac{1}{5}\right)^{1,4-1} \text{ К} = 300 \left(\frac{1}{5}\right)^{0,4} \text{ К}$$

Ҳосил қилинган ифоданинг икки томонини ҳам логарифмлаймиз:

$$\begin{aligned} \lg T_2 &= \lg 300 + 0,4(\lg 1 - \lg 5) = 2,477 + 0,4(-0,699) = \\ &= 2,477 - 0,280 = 2,197. \end{aligned}$$

$\lg T_2$ ни билган ҳолда антилогарифмлар жадвалидан T_2 нинг изланаётган қийматини топамиз:

$$T_2 = 157 \text{ К}$$

Газнинг адиабатик кенгайишидаги A_1 иши

$$A_1 = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_1 - T_2)$$

формулага мувофиқ аниқланади. Бунга катталикларнинг сон қийматларини қўйиб ҳисобласак,

$$A_1 = \frac{0,02}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{5}{2} \cdot 28,31 (300 - 157) \text{ Ж} = 29,8 \cdot 10^3 \text{ Ж} = 29,8 \text{ кЖ}$$

Газнинг изотермик сиқилишидаги A_2 иши

$$A_2 = RT_2 \left(\frac{m}{M}\right) \ln(V_2/V_1)$$

формула билан ифодаланadi. Бу формула бўйича ҳисоблаш ўтказсак,

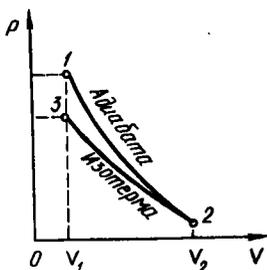
$$A_2 = -21 \text{ кЖ}$$

Манфий ишора газ сиқилганда иш ташки кучлар томонидан бажарилишини кўрсатади.

Қўрилган жараёнларда газ бажарган тўла иш

$$A = A_1 + A_2 = 29,8 \text{ кЖ} + (-21 \text{ кЖ}) = 8,8 \text{ кЖ}$$

Жараённинг графиги 11.3-расмда келтирилган.



11.3- расм

$\eta = (T_1 - T_2) / T_1$ ифодадан фойдаланиб топамиз. Бундан

$$T_2 = T_1(1 - \eta). \quad (1)$$

Иссиқлик машинасининг термик ФИК механик иши A га айлантирилган иссиқлик микдорининг иссиқлик машинасининг ишчи жисми ташки муҳитдан (иситкичдан) оладиган иссиқлик микдори Q_1 га нисбатини ифодалайди, яъни $\eta = A / Q_1$. Бу ифодани (1) формулага қўйиб, қуйидагини топамиз:

$$T_2 = T_1(1 - A / Q_1). \quad (2)$$

$T_1 = 473 \text{ K}$ эканлигини ҳисобга олиб, (2) формула бўйича ҳисобласак,

$$T_2 = 284 \text{ K}.$$

8- мисол. Массаси $m = 100 \text{ г}$ бўлган сувни $t_1 = 0^\circ\text{C}$ ҳароратдан $t_2 = 100^\circ\text{C}$ ҳароратгача қиздиришда ва сувнинг шундай ҳароратли буғга айланишида энтропиянинг ўзгариши ΔS топилсин.

Е ч и ш. Сувнинг қизишида энтропиянинг ўзгариши $\Delta S'$ ва уни буғга айланишида энтропиянинг ўзгариши $\Delta S''$ ни алоҳида-алоҳида топамиз. Энтропиянинг тўлиқ ўзгариши $\Delta S'$ ва $\Delta S''$ ларнинг йиғиндиси каби ифодаланади.

Маълумки, энтропиянинг ўзгариши

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_0^2 \frac{dQ}{T} \quad (1)$$

умумий формула билан ифодаланади.

Қиздириладиган жисм ҳароратининг чексиз кичик dT ўзгаришига $dQ = mCdT$ иссиқлик микдори сарфланади, бунда m — жисм массаси, C — унинг солиштирма иссиқлик сифими. dQ нинг ифодасини (1) формулага қўйиб, сувнинг қизишида энтропиянинг ўзгаришини ҳисоблаш учун формулани топамиз:

$$\Delta S' = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mCdT}{T}.$$

Ўзгармас катталикларни интеграл белгисидан ташқарига чиқарамиз ва интеграллаймиз:

$$\Delta S' = m \ln(T_2/T_1).$$

Ҳисоблашларни бажарсак,

$$\Delta S' = 132 \text{ Ж/К}.$$

Сувнинг шундай ҳароратли бугга айланишида энтропиянинг ўзгаришини (1) формулага биноан ҳисоблаганда ўзгармас ҳарорат T интеграл белгисидан ташқарига чиқарилади. Интегрални ҳисоблаб, қуйидагини топамиз:

$$\Delta S'' = \frac{1}{T} \int_1^2 dQ = \frac{Q}{T}, \quad (2)$$

бунда Q — киздирилган сувнинг шундай ҳароратли бугга айланишида берилган иссиқлик миқдори.

(2) тенгликка иссиқлик миқдорининг $Q = \lambda m$ ифодасини қўйиб (бунда λ — буг ҳосил бўлишининг солиштирма иссиқлиги), қуйидагини оламиз:

$$\Delta S'' = \frac{\lambda m}{T}. \quad (3)$$

(3) формула бўйича ҳисоблаш ўтказсак,

$$\Delta S'' = 605 \text{ Ж/К}.$$

Сувнинг қизишида ва кейин унинг шундай ҳароратли бугга айланишида энтропиянинг тўлиқ ўзгариши

$$\Delta S = \Delta S' - \Delta S'' = 737 \text{ Ж/К}.$$

9- мисол. Массаси $m = 10$ г бўлган кислороднинг $V_1 = 25$ л ҳажмдан $V_2 = 100$ л ҳажмгача изотермик равишда кенгайишида энтропиянинг ўзгариши ΔS аниқлансин.

Е ч и ш. Жараён изотермик бўлганлигидан энтропиянинг умумий $\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$ ифодасида ҳароратни интеграл белгисидан ташқарига чиқарилади. Буни бажариб қуйидагини оламиз:

$$\Delta S = \frac{1}{T} \int_1^2 dQ = \frac{Q}{T}. \quad (1)$$

Газ олган иссиқлик миқдори Q ни термодинамиканинг биринчи қонунидан топамиз: $Q = \Delta U + A$. Изотермик жараён учун $\Delta U = 0$, бинобарин,

$$Q = A, \quad (2)$$

бу жараён учун эса иш

$$A = \frac{m}{M} R T \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \quad (3)$$

формула билан аниқланади.

(2) ва (3) ҳисобга олинганда (1) куйидаги кўринишни олади:

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right). \quad (4)$$

(4) га сон қийматларни қўйиб ҳисобласак,

$$\Delta S = (10 \cdot 10^{-3} / (32 \cdot 10^{-3})) \cdot 8,31 \ln(100 \cdot 10^{-3} / (25 \cdot 10^{-3})) \text{ Ж/К} = 3,60 \text{ Ж/К}.$$

Масалалар

Идеал газнинг иссиқлик сифими

11.1. 1) Гелий; 2) водород; 3) карбонат ангидрид газларининг солиштирма иссиқлик сифимлари c_V ва c_P лар ҳисоблансин.

11.2. Муайян икки атомли газнинг солиштирма иссиқлик сифимларининг фарқи $c_P - c_V = 260 \text{ Ж/(кг} \cdot \text{К)}$. Газнинг моляр массаси M ва унинг солиштирма иссиқлик сифимлари c_V ва c_P лар топилсин.

11.3. Таркибида массаси $m = 10 \text{ г}$ кислород ва массаси $m = 20 \text{ г}$ азот бўлган газ аралашмасининг солиштирма иссиқлик сифимлари c_V ва c_P қандай бўлади?

11.4. Таркибида $V_1 = 5 \text{ л}$ водород ва $V_2 = 3 \text{ л}$ гелий бўлган газ аралашмасининг солиштирма иссиқлик сифими c_V аниқлансин. Газлар бир хил шароитда турибди.

11.5. Агар биринчи ташкил этувчисининг модда миқдори $\nu = 2 \text{ моль}$ *, иккинчисининг модда миқдори эса $\nu = 4 \text{ моль}$ бўлса, кислород ва азот аралашмасининг солиштирма иссиқлик сифими c_P аниқлансин.

11.6. Баллонда аргон ва азот бор. Агар аргоннинг ω_1 ва азотнинг ω_2 массавий улушлари бир хил ва $\omega = 0,5$ бўлса, бу газлар аралашмасининг солиштирма иссиқлик сифими c_V аниқлансин.

11.7. Газ аралашмаси бир хил шароитларда ва тенг ҳажмларда олинган хлор ҳамда криптон газларидан иборат. Аралашманинг солиштирма иссиқлик сифими c_P аниқлансин.

11.8. Агар аралашмадаги газларнинг модда миқдорлари бир хил ва ν га тенг бўлса, ксенон ва кислород аралашмасининг солиштирма иссиқлик сифими c_V аниқлансин.

* 131-бетдаги изоҳга к.

11.9. Таркибида массаси $m_1=10$ г гелий ва массаси $m_2=4$ г водород бўлган газ аралашмаси учун адиабата кўрсаткичи γ топилсин.

11.10. Газ аралашмаси бир хил шароитларда ва бир хил ҳажмларда олинган аргон ҳамда азот газларидан ташкил топган. Бундай аралашманинг адиабата кўрсаткичи γ аниқлансин.

11.11. Агар аралашмадаги ҳар иккала газнинг массавий улушлари * бир хил ва $\omega=0,5$ бўлса, водород ҳамда неон аралашмасининг адиабата кўрсаткичи γ топилсин.

11.12. Агар аралашмадаги газларнинг модда миқдорлари бир хил ва ν га тенг бўлса, кислород ҳамда аргондан иборат газлар аралашмасининг адиабата кўрсаткичи γ топилсин.

11.13. Газ ҳолатидаги водороднинг диссоциланиш даражаси ** $\alpha=0,6$. Шундай қисман диссоциланган водороднинг солиштирма иссиқлик сифими C_ν топилсин.

11.14. Диссоциланиш даражаси $\alpha=0,4$ бўлган қисман диссоциланган газ ҳолатидаги азотнинг адиабата кўрсаткичи γ аниқлансин.

11.15. Қисман диссоциланган газ ҳолатидаги хлорнинг адиабата кўрсаткичи $\gamma=1,55$ бўлса, бундай газнинг диссоциланиш даражаси α аниқлансин.

11.16. Массаси $m=160$ г бўлган кислородни $\Delta T=12$ К га қиздиришга $Q=1,76$ кЖ иссиқлик миқдори сарфланади. Жараён қандай кечган: ўзгармас ҳажмдами ё ўзгармас босимдами?

11.17. Газни адиабатик сиқишда унинг ҳажми $n=10$ марта камайди, босими эса $k=21,4$ марта ошди. Газ солиштирма иссиқлик сифимларининг нисбати C_p/C_ν аниқлансин.

Газ кенгайишининг иши

11.18. Массаси $m=4$ г бўлган водород ўзгармас босим остида $T=10$ К га қиздирилган. Газ кенгайишининг иши A аниқлансин.

11.19. $V_1=12$ л ҳажми эгаллаган $P_1=100$ кПа босим остидаги газ $T_1=300$ К ҳароратдан то $T_2=400$ К ҳароратгача изобарик равишда қиздирилади. Газ кенгайишининг иши A аниқлансин.

11.20. Агар $m=5$ г массали водород $T=290$ К ҳароратда изотермик равишда кенгайганда унинг ҳажми уч марта ошган бўлса, бунда қандай A иш бажарилган?

11.21. Массаси $m=1$ кг бўлган кислородни адиабатик сиқишда $A=100$ кЖ иш бажарилди. Агар сиқилгунча кислород $T_1=300$ К ҳароратда бўлган бўлса, газнинг охириги ҳарорати T_2 аниқлансин.

11.22. Агар массаси $m=4$ г бўлган водород адиабатик кенгайишида унинг ҳарорати $\Delta T=10$ К га пасайса, адиабатик кенгайишидаги иш A аниқлансин.

* 131-бетдаги изоҳга к.

** 9.11-масалага к.

11.23. Массаси $m=2$ г бўлган $T_1=300$ К ҳароратдаги азот шундай адиабатик сиқилганки, ҳажми $n=10$ марта камайган. Газнинг охириги ҳарорати T_2 ва сиқиш иши A аниқлансин.

11.24. $P=1,2$ мПа босим остида $V_1=1$ л ҳажмни эгаллаган кислород $V_2=10$ л ҳажмгача адиабатик кенгайди. Газ кенгайишининг иши A аниқлансин.

Термодинамиканинг биринчи қонуни

11.25. $\Delta T=150$ К га қиздирилган $m=5$ кг массали азот V ҳажмини ўзгармас сақлади. 1) газга берилган иссиқлик миқдори Q ; 2) ички энергиянинг ўзгариши ΔU ; 3) газ бажарган иш A топилсин.

11.26. Водород $p_1=100$ кПа босимда $V_1=10$ м³ ҳажмни эгаллайди. Газ ўзгармас ҳажмда $p_2=300$ кПа босимгача қиздирилди. 1) газнинг ички энергиясининг ўзгариши ΔU ; 2) газ бажарган A иш; 3) газга берилган Q иссиқлик миқдори аниқлансин.

11.27. Ҳажми $V=50$ л бўлган кислородни изохорик равишда қиздирилганда унинг босими $\Delta p=0,5$ мПа га ўзгарди. Газга берилган иссиқлик миқдори Q топилсин.

11.28. $V=20$ л сиғимли идишда $T=300$ К ҳароратда ва $p=0,4$ мПа босим остида водород сақланмоқда. Агар газга $Q=6$ кЖ иссиқлик миқдори берилса, унинг ҳарорати T_1 ва босими p_1 қандай бўлади?

11.29. Ўзгармас $p=80$ кПа босимдаги кислород қиздирилмоқда. Унинг ҳажми $V_1=1$ м³ дан то $V_2=3$ м³ гача ортди. 1) Кислороднинг ички энергиясининг ортиши ΔU ; 2) кенгайишида унинг бажарган иши A ; 3) газга берилган иссиқлик миқдори Q аниқлансин.

11.30. Азот ўзгармас босим остида қиздирилди ва бунда унга $Q=21$ кЖ иссиқлик миқдори берилди. Бунда газ бажарган иш A ва унинг ички энергиясининг ўзгариши ΔU аниқлансин.

11.31. $m=2$ кг массали кислород $P_1=0,2$ мПа босим остида $V_1=1$ м³ ҳажмни эгаллаб турибди. Газ олдинга ўзгармас босимда $V_2=3$ м³ ҳажмгача, кейин эса ўзгармас ҳажмда $p_3=0,5$ мПа босимгача қиздирилди. 1) Газнинг ички энергиясининг ўзгариши ΔU ; 2) у бажарган иш A ; 3) газга берилган иссиқлик миқдори Q топилсин. Жараённинг графиги тузилсин.

11.32. $m=1$ г массали гелий ўзгармас p босимда $T=100$ К га қиздирилди. 1) Газга берилган иссиқлик миқдори Q ; 2) кенгайиш иши A ; 3) газ ички энергиясининг орттирмаси ΔU аниқлансин.

11.33. Изобарик жараёнда идеал газга берилган Q_1 иссиқлик миқдорининг қандай ω_1 улуши газ ички энергиясининг ΔU ортишига ва қандай ω_2 улуши кенгайиш иши A га сарфланади? Газ: 1) бир атомли; 2) икки атомли; 3) уч атомли бўлган ҳоллар қаралсин.

11.34. Сув буғи ўзгармас босимда кенгаймоқда. Агар буғга $Q=4$ кЖ иссиқлик миқдори берилган бўлса, кенгайиш иши A аниқлансин.

11.35. $m=200$ г массали азот $T=280$ К ҳароратда изотермик кенгаймоқда ва бунда газнинг ҳажми икки марта ортди. 1) Газ ички энергиясининг ўзгариши ΔU ; 2) газ кенгайишида бажарилган иш A ; 3) газ олган иссиқлик миқдори Q топилсин.

11.36. Цилиндрдаги поршень остида $V_1=1,2$ м³ ҳажми эгаллаган $T=560$ К ҳароратдаги $m=0,6$ кг массали азот бор. Иссиқлик миқдори узатилиши натижасида газ кенгайиб, $V_2=4,2$ м³ ҳажми эгаллади ва бунда ҳарорат ўзгармай қолди. 1) Газ ички энергиясининг ўзгариши ΔU ; 2) у бажарган иш A ; 3) газга берилган иссиқлик миқдори топилсин.

11.37. $m=10$ г массали водород $T=200$ К га киздирилди ва бунда унга $Q=40$ кЖ иссиқлик миқдори берилди. Газ ички энергиясининг ўзгариши ΔU ва у бажарган иш A топилсин.

11.38. $T=280$ К ҳароратга эга бўлган $m=1$ г массали водород изотермик равишда кенгайганда унинг ҳажми уч марта ортди. Газ кенгайишининг иши A ва газ олган иссиқлик миқдори Q аниқлансин.

11.39. $p_1=0,2$ мПа босим остида $V_1=10$ л ҳажми эгаллаган азот $V_2=28$ л ҳажмгача изотермик кенгайди. Газ кенгайишининг иши A ва газ олган иссиқлик миқдори Q аниқлансин.

11.40. Модда миқдори $\nu=1$ моль бўлган $T=300$ К ҳароратдаги кислород изотермик кенгайганда унга $Q=2$ кЖ иссиқлик миқдори берилди. Газнинг ҳажми неча марта ортган?

11.41. Агар $T=280$ К ҳароратдаги ва $p=0,1$ мПа босим остидаги $m=1$ г массали азот $p=1$ мПа босимгача изотермик сиқилса қанча иссиқлик миқдори ажрлади?

11.42. Водород кенгаётиб $A=6$ кЖ иш бажаради. Агар жараён: 1) изобарик; 2) изотермик равишда кечган бўлса, газга узатилган иссиқлик миқдори Q аниқлансин.

11.43. Автомобиль шинасига $T=290$ К ҳароратда $p=220$ кПа босимгача дам уришган. Ҳаракат пайтида у $T=330$ К ҳароратгача қизиди ва ёрилди. Шина ёрилгандан кейин рўй берган жараённи адиабатик деб ҳисоблаб ундан чиққан ҳаво ҳароратининг ўзгариши ΔT аниқлансин. Ҳавонинг ташқи босими $p=100$ кПа.

11.44. Бошланғич ҳарорати $T_1=320$ К бўлган кислород адиабатик кенгайишида ички энергияси $\Delta U=8,4$ кЖ га камайди, ҳажми эса $n=10$ марта ошди. Кислороднинг массаси m аниқлансин.

11.45. Нормал шароитда водород $V_1=100$ м³ ҳажмга эга эди. У адиабатик равишда $V_2=150$ м³ ҳажмгача кенгайтирилганда ички энергиясининг ўзгариши ΔU топилсин.

11.46. Цилиндрдаги поршень остида $T=300$ К ҳароратда $m=0,02$ кг массали водород бор. Водород олдиниға адиабатик равишда кенгайиб ўз ҳажмини беш марта орттирди, кейин эса изотермик равишда сиқилди ва бунда газнинг ҳажми беш марта камайди. Адиабатик кенгайиш охиридаги ҳарорат T_2 ва газ бажарган тула иш A топилсин. Жараён график равишда тасвирлансин.

11.47. Адиабатик сиқилиш натижасида $m=20$ г массали кислороднинг ички энергияси $\Delta U=8$ кЖ га ортди ва ҳарорати $T_2=900$ К гача кўтарилди. 1) ҳароратнинг ортиши ΔT ; 2) агар бошланғич босим $p_1=200$ кПа бўлса, газнинг охириги босими p_2 топилсин.

11.48. $V_1=10$ л ҳажми эгаллаган $p=100$ кПа босим остидаги ҳаво $V_2=1$ л ҳажмгача адиабатик сиқилди. Сиқилишдан кейин ҳаво қандай P_2 босим остида бўлади?

11.49. Дизель двигателидаги ёқилғи аралашмаси $T_2=1,1$ кК ҳароратда алангаланади. Аралашманинг бошланғич ҳарорати $T=350$ К. Алангаланиши учун сиқилда аралашма ҳажмини неча марта камайтириш керак? Сиқил адиабатик деб ҳисоблансин. Аралашма учун адиабата кўрсаткичи $\gamma=1,4$ деб қабул қилинсин.

11.50. Массаси $m=400$ г бўлган карбонат ангидрид газ CO_2 ўзгармас босим остида $T=50$ К га қиздирилди. Газнинг ички энергиясининг ўзгариши ΔU , газ олган иссиқлик миқдори Q ва у бажарган иш A аниқлансин.

11.51. $t_1=100^\circ\text{C}$ ҳароратдан то $t_2=20^\circ\text{C}$ ҳароратгача совитилган $m=800$ г массали кислород V ҳажмини ўзгармас сақлади. 1) Газ олган иссиқлик миқдори Q ; 2) ички энергиясининг ўзгариши, ΔU ва 3) газ бажарган иш A аниқлансин.

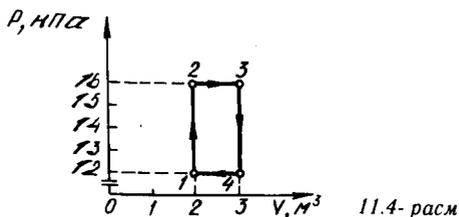
11.52. Қиздиришда $V=3$ л ҳажмли азотнинг босими $\Delta p=1$ МПа га ошади. Агар газнинг ҳажми ўзгармай қолган бўлса, газ олган иссиқлик миқдори Q аниқлансин.

Айланма жараёнлар. Термик ФИК. Қарно цикли

11.53. Айланма жараён натижасида газ $A=1$ Ж иш бажарди ва совиткичга $Q_2=4,2$ Ж иссиқлик миқдори берди. Циклнинг термик ФИК η аниқлансин.

11.54. Ёпик жараённи бажариб, газ иситкичдан $Q=4$ кЖ иссиқлик миқдори олди. Агар термик ФИК $\eta=0,1$ бўлса, цикл ўтишида газнинг бажарган иши A аниқлансин.

11.55. Модда миқдори $\nu=1$ моль бўлган икки атомли идеал газ иккита изохора ва иккита изобарадан иборат циклни бажармоқда. Энг кичик ҳажм $V_{\min}=10$ л, энг каттаси $V_{\max}=20$ л, энг кичик босим $P_{\min}=246$ кПа, энг каттаси $P_{\max}=410$ кПа. Циклнинг графиги тузилсин. Циклнинг характерли нуқталари учун ҳарорат T ва унинг термик ФИК η аниқлансин.



11.4-расм

11.56. Модда микдори $\nu = 1$ кмоль бўлган икки атомли идеал газ графиги 11.4-расмда тасвирланган ёпик цикли бажаради. 1) иситкичдан олинган иссиқлик микдори Q_1 ; 2) совиткичга берилган иссиқлик микдори Q_2 ; 3) газнинг цикл давомида бажарган A иши; 4) циклнинг термик ФИК η аниқлансин.

11.57. Модда микдори $\nu = 1$ моль бўлган $T_1 = 300$ К хароратдаги ва $p_1 = 0,1$ мПа босим остидаги икки атомли идеал газни ўзгармас хажмда $p_2 = 0,2$ мПа босимгача киздирилди. Бундан кейин эса газ бошланғич босимгача изотермик кенгайди ва сўнгра бошланғич хажми V_1 гача изобарик сиқилди. Циклнинг графиги тузилсин. Циклнинг характерли нукталари учун газнинг харорати T ва унинг термик ФИК η аниқлансин.

11.58. Модда микдори $\nu = 0,1$ кмоль бўлган бир атомли газ $p_1 = 100$ кПа босим остида $V_1 = 5$ м³ хажми эгаллаган. Газ $V_2 = 1$ м³ хажмгача изобарик сиқилди, кейин адиабатик сиқилди ва ўзгармас хароратда бошланғич хажм ва босимгача кенгайди. Жараённинг графиги тузилсин. 1) циклнинг характерли нукталарига мос келувчи T_1, T_2 хароратлар, V_1, V_2 хажмлар ва P босим; 2) газнинг иситкичдан олган Q_1 иссиқлик микдори; 3) газ совиткичга берган Q_2 иссиқлик микдори; 4) бутун цикл давомида газ бажарган A иш; 5) циклнинг термик ФИК η топилсин.

11.59. Кўп атомли идеал газ иккита изохора ва иккита изобарадан иборат цикли бажарди. Бунда газнинг энг катта босими энг кичик босимдан икки марта катта, энг катта хажми эса энг кичик хажмдан тўрт марта катта бўлди. Циклнинг термик ФИК η аниқлансин.

11.60. Карно циклини бажараётган идеал газ иситкичдан олинган Q_1 иссиқлик микдорининг $2/3$ қисмини совиткичга беради. Совиткичнинг харорати $T = 280$ К. Иситкичнинг харорати T_1 аниқлансин.

11.61. Идеал газ Карно циклини бажармокда. Совиткичнинг харорати $T_2 = 290$ К. Агар иситкичнинг харорати $T_1 = 400$ К дан $T_2 = 600$ К гача кўтарилса, циклнинг ФИК неча марта ортади?

11.62. Идеал газ Карно циклини бажармокда. Иситкичнинг харорати T_1 совиткичнинг харорати T_2 дан уч марта юқори. Иситкич газга $Q = 42$ кЖ иссиқлик микдори берди. Газ қандай A иш бажарди?

11.63. Идеал газ Карно циклини бажармокда. Иситкичнинг харорати $T_1 = 470$ К, совиткичнинг харорати эса $T_2 = 280$ К. Изотермик кенгайишда газ $A = 100$ Ж иш бажаради. Циклнинг термик ФИК η ҳамда изотермик сиқилишда газ совиткичга берган иссиқлик микдори Q_2 аниқлансин.

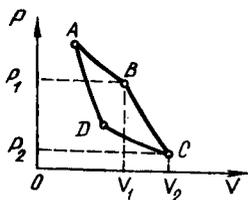
11.64. Идеал газ Карно циклини бажармокда. Иситкичнинг харорати T_1 совиткичнинг харорати T_2 дан тўрт марта юқори. Газ бир циклда иситкичдан олинадиган иссиқлик микдорининг қандай ω улушини совиткичга беради?

11.65. Карно циклини бажараётган идеал газ иситкичдан $Q_1=4,2$ кЖ иссиқлик миқдори олиб, $A=590$ Ж иш бажарди. Бу циклниң термик ФИК η топилсин. Иситкичнинг ҳарорати T_1 совиткичнинг ҳарорати T_2 дан неча марта катта?

11.66. Идеал газ Карно циклини бажармоқда. Газнинг изотермик кенгайишидаги иши $A_1=5$ Ж. Агар циклниң термик ФИК $\eta=0,2$ бўлса, изотермик сиқилишдаги иш A_2 аниқлансин.

11.67. Карно циклини бажараётган газнинг энг кичик ҳажми $V_1=153$ л. Агар газнинг изотермик кенгайишининг охиридаги V_2 ҳажми ва изотермик сиқилишнинг охиридаги V_4 ҳажми мос равишда 600 л ва 189 л га тенг бўлса, энг катта ҳажм V_3 аниқлансин.

11.68. Икки атомли идеал газ графиги 11.5- расмда тасвирланган Карно циклини бажармоқда. B ва C ҳолатларда газ ҳажмлари мос равишда $V_1=12$ л ва $V_2=16$ л. Циклниң термик ФИК η топилсин.



11.5- расм

Энтропия

11.69. $T_1=280$ К ҳароратдаги $m_1=5$ кг массали сувни $T_2=350$ К ҳароратдаги $m_2=8$ кг массали сув билан аралаштирдилар. 1) Аралашманиң ҳарорати θ ; 2) аралаштиришда энтропиянинг ўзгариши ΔS топсин.

11.70. Массаси $m=1$ г бўлган водородни изохорик қиздириш натижасида газнинг босими икки марта ортди. Газ энтропиясининг ўзгариши ΔS аниқлансин.

11.71. $m=4$ г массали азотнинг $V_1=5$ л ҳажмдан то $V_2=9$ л ҳажмгача изобарик кенгайишида энтропиянинг ўзгариши ΔS топилсин.

11.72. $T_1=10^\circ\text{C}$ ҳароратдаги $m=200$ г массали муз парчаси $T_2=0^\circ\text{C}$ гача иситилиб эритилган ва сўнгра ҳосил бўлган сув $t=10^\circ\text{C}$ гача иситилган. Кўрсатилган жараёнлар давомида энтропиянинг ўзгариши ΔS аниқлансин.

11.73. $t_1=0^\circ\text{C}$ ҳароратдаги $m_1=2$ кг массали муз ҳарорати $t_2=100^\circ\text{C}$ бўлган буғ ёрдамида худди ўша (0°C) ҳароратдаги сувга айлантирилди. Сарфланган буғнинг массаси m_2 аниқлансин. Муз — буғ тизими энтропиясининг ўзгариши ΔS қандай?

11.74. $m=2$ кг массали кислород бир марта изотермик, бошқасида адиабатик равишда ўз ҳажмини $n=5$ мартага оширди. Кўрсатилган жараёнларнинг ҳар бирида энтропиянинг ўзгариши топилсин.

11.75. $m=100$ г массали водород шундай изобарик қиздирилдики, унинг ҳажми $n=3$ марта ошди, кейин водород шундай изохорик совитилдики, босими $n=3$ марта камайди. Кўрсатилган жараёнлар давомида энтропиянинг ўзгариши ΔS топилсин.

12-§. РЕАЛ ГАЗЛАР. СУЮҚЛИКЛАР

АСОСИЙ ФОРМУЛАЛАР

- Бир моль газ учун Ван-дер-Ваальс тенгламаси

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT,$$

газнинг ихтиёрий ν модда микдори учун

$$\left(P + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu RT,$$

бу ерда a ва b — Ван-дер-Ваальс доимийлари (бир моль газга мўлжалланган); V — газ эгаллаган ҳажм; V_m — моляр ҳажм; P — газнинг идиш деворларига босими.

Молекулаларнинг ўзаро таъсир кучлари вужудга келтирадиган ички босим

$$P' = \frac{a}{V_m^2} \quad \text{ёки} \quad P' = \nu^2 \frac{a^2}{V^2}.$$

- Критик параметрлар — ҳажм, босим ва газ температурасининг Ван-дер-Ваальс доимийлари a ва b бўлган боғланиши:

$$V_{m_{кр}} = 3b; \quad P_{кр} = \frac{a}{27b^2}; \quad T_{кр} = \frac{3a}{27Rb}.$$

- Реал газнинг ички энергияси

$$U = \nu \left(C_V T - \frac{a}{V_m} \right),$$

бу ерда C_V — газнинг ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сифими.

- Сирт таранглиги

$$\delta = \frac{F}{l},$$

бу ерда F — суюқлик сиртини ўраб турган l контурга таъсир этаётган сирт таранглик кучи, ёки

$$\delta = \frac{\Delta E}{\Delta S'},$$

бу ерда ΔE — суюқлик пардаси юзасининг ўзгариши $\Delta S'$ га боғлиқ бўлган парда сирти эркин энергиянинг ўзгариши.

●Лаплас формуласи умумий ҳолда қуйидаги кўринишда ёзилади

$$p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

бу ерда p — суюқликнинг эгри сирти ҳосил қиладиган босим; σ — сирт таранглик; R_1 ва R_2 — суюқлик сиртининг иккита ўзаро тик кесимларининг эгрилик радиуслари.

Сферик сирт ҳолида эса

$$p = 2\sigma/R.$$

●Суюқликнинг капилляр найда кўтарилиш баландлиги

$$h = 2\sigma \cos\theta / (\rho g R),$$

бу ерда θ — чегаравий бурчак; R — найча каналининг радиуси; ρ — суюқликнинг зичлиги; g — эркин тушиш тезланиши.

●Суюқликнинг бир-бирига яқин ва параллел текисликлар орасида кўтарилиш баландлиги

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho d g},$$

бу ерда d — текисликлар орасидаги масофа.

●Оқим найидаги суюқлик сарфи (12.1- расм):

а) ҳажмий сарф $Q_v = v \cdot S$.

б) массавий сарф $Q_m = \rho v S$,

бу ерда S — оқим найининг кўндаланг кесим юзаси; v — суюқликнинг тезлиги; ρ — унинг зичлиги.

●Оқимнинг узлуксизлик тенгламаси

$$v_1 S_1 = v_2 S_2,$$

бу ерда S_1 ва S_2 — оқим найидаги икки жойнинг кўндаланг кесим юзалари; v_1 ва v_2 — мос оқим тезликлари.

●Идеал сиқилмайдиган суюқлик учун Бернулли тенгламасининг умумий кўриниши:

$$P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2$$

бу ерда P_1 ва P_2 — суюқликнинг оқим найининг иккита кесимидаги статик босимлари, v_1 ва v_2 — уларнинг бирор сатҳдан баландлиги (12.1- расм); $\rho g h_1$ ва $\rho g h_2$ — гидростатик босимлар.

Иккала кесим ҳам бир хил баландликда ($h_1 = h_2$) бўлган ҳол учун Бернулли тенгламаси

$$P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

●Суюкликнинг очик кенг идишнинг кичкина тешигидан оқиш тезлиги

$$v = \sqrt{2gh},$$

бу ерда h — идишдаги суюклик сатҳига нисбатан тешик турган чуқурлик.

●Пуазейл формуласи. Узун найдан l вақтда оқадиган суюкликнинг (газнинг) ҳажми

$$V = \frac{\pi r^4 + \Delta P}{8l\eta},$$

бу ерда r — най радиуси; l — унинг узунлиги; ΔP — най учларидаги босимлар фарқи; η — суюкликнинг динамик қовушоқлиги (ички ишқаланиш коэффициенти).

●Узун найлардаги суюклик оқими учун Рейнольдс сони

$$Re = \rho \langle v \rangle \frac{d}{\eta},$$

бунда $\langle v \rangle$ — кесим бўйича суюклик оқимининг ўртача тезлиги; d — найнинг диаметри. Шарчанинг суюкликдаги ҳаракати учун Рейнольдс сони

$$Re = \rho \frac{vd}{\eta},$$

бу ерда v — шарчанинг тезлиги, d — унинг диаметри.

Рейнольдс сони Re жисм тезлиги v нинг, жисм ўлчамларини аниқловчи чизикли катталик l нинг, зичлик ρ нинг ва суюкликнинг динамик қовушоқлиги η нинг функциясидир, яъни

$$Re = f(\rho, \eta, l, v).$$

Рейнольдс сонининг муайян критик қиймат $Re_{кр}$ дан кам бўлган кичик қийматларида суюкликнинг оқими ламинлар бўлади. $Re \gg Re_{кр}$ қийматларда суюкликнинг ҳаракати турбулентга ўтади.

Шарчанинг суюкликдаги ҳаракати учун Рейнольдснинг критик сони $Re_{кр} = 0,5$; узун найдаги суюклик оқими учун $Re_{кр} = 2300$.

●Стокс формуласи. Суюкликнинг ичида секин ҳаракатланаётган шарчага кўрсатаётган F қаршилик кучи

$$F = 6\pi\eta r v,$$

бу ерда r — шарча радиуси; v — унинг тезлиги.

Формула Рейнольдс сони бирдан жуда кичик ($Re \ll 1$) бўлган тезликлар учун ўринлидир.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Сигими $V = 8$ л бўлган баллонда $T = 300$ К ҳароратда массаси $m = 0,3$ кг бўлган кислород бор. Идиш сигимининг қандай

қисмини газ молекулаларининг хусусий ҳажми ташкил қилишини топилсин. Газ ички босими p' нинг газнинг идиш деворларига босими p га нисбатан аниқлансин.

Е ч и ш. Масаланинг биринчи саволига жавоб топиш учун

$$R = V'/V \quad (1)$$

нисбатни топиш зарур, бунда V' — молекулаларнинг хусусий ҳажми.

Молекуланинг хусусий ҳажмини реал газнинг бир молида мавжуд бўлган молекулалар ҳажмининг тўртга кўпайтирилганига тенг бўлган Ван-дер-Ваальс доимийси b дан фойдаланиб топамиз. Ван-дер-Ваальс тенгламаси

$$(P + v^2 a/V^2)(V - vb) = vRT \quad (2)$$

даги vb тузатма газдаги барча молекулалар ҳажмининг тўртланганини билдиради, яъни $vb = 4V'$. Бундан

$$V' = vb/4 \text{ ёки } V' = mb/(4M),$$

бу ерда $v = m/M$ — модда микдори; M — моляр масса.

V' нинг топилган қийматини (1) ифодага қўйиб қуйидагини топамиз:

$$k = mb/(4MV),$$

бу формула бўйича ҳисобласак,

$$k = 0,91 \%$$

Бинобарин, молекулаларнинг хусусий ҳажми идиш ҳажмининг 0,91 % ини ташкил қилади.

Масаланинг иккинчи саволига жавоб бериш учун

$$k_1 = p'/p$$

нисбатни топиш керак.

(2) тенгламадан кўринадики,

$$p' = \frac{v^2 a}{V^2} \text{ ёки } p' = \left(\frac{m}{M}\right)^2 \frac{a}{V_2} \quad (4)$$

бу ерда a — бир моль учун Ван-дер-Ваальс доимийси.

(4) формула бўйича ҳисоблашларни бажарсак,

$$p' = 179 \text{ кПа.}$$

Газнинг идиш деворларига кўрсатаётган босими p ни (2) тенгламадан топамиз:

$$p = \frac{vRT}{V - vb} - v^2 \frac{a}{V^2}$$

Бу формула бўйича ҳисоблаб, қуйидагини оламиз:

$$p = \left[\frac{\frac{0,3}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 300}{8 \cdot 10^{-3} - \frac{0,3}{32 \cdot 10^3} \cdot 3,17 \cdot 10^{-5}} - \left(\frac{0,3}{32 \cdot 10^{-3}} \right)^2 \frac{136 \cdot 10^{-5}}{(8 \cdot 10^{-3})^2} \right] \text{Па} = 2,84 \cdot 10^6 \text{Па} = 2,84 \text{ МПа} .$$

p' ва p ларнинг қийматларини (3) ифодага қўйиб, ҳисобласак,

$$R_1 = 6,3\% .$$

Бинобарин, молекулаларнинг тортишиш кучлари натижасида вужудга келадиган газ босими газнинг идиш деворларига босимнинг 6,3 % ини ташкил қилади.

2- мисол. Модда микдори $\nu=1$ моль бўлган карбонат ангидрид критик ҳолатда турибди. Газ изобарик қиздирилганда унинг V ҳажми $R=2$ марта ошди. Агар критик ҳарорати $T_{кр}=304$ К бўлса, газ ҳароратининг ўзгариши ΔT аниқлансин.

Е ч и ш. Масалани ечиш учун Ван-дер-Ваальс тенгламасининг келтирилган шаклидан, яъни реал газнинг босими p , моляр ҳажми V_m ва ҳарорати T мос критик параметрлар билан

$$\pi = p/p_{кр}; \quad \omega = V_m/V_{m,кр}; \quad \tau = T/T_{кр}$$

кўринишдаги муносабатлар каби тасвирланган шаклидан фойдаланиш қулай. Бу тенгликлардан қуйидагиларни оламиз:

$$p = \pi p_{кр}; \quad V_m = \omega V_{m,кр}; \quad T = \tau T_{кр} .$$

Бунга $p_{кр}$, $V_{кр}$ ва $T_{кр}$ ларнинг Ван-дер-Ваальс доимийлари a ва b лар орқали ифодаларини қўйиб қуйидагиларни оламиз:

$$p = \frac{a}{27b^2} \pi; \quad V_m = 3b\omega; \quad T = \frac{8a}{27bR} \tau .$$

p , V_m ва T лар учун олинган ифодаларни оддий Ван-дер-Ваальс тенгламасига қўямиз

$$\left[\frac{a}{27b^2} \pi + \frac{a}{(3b\omega)^2} \right] [3b\omega - b] = R \frac{8a}{27bR} \tau .$$

Бу ифодани $Q/(27b)$ га, ўнг қисмини эса R га бўлиб, қуйидагини оламиз:

$$(\pi + 3/\omega^2)(3\omega - 1) = 8\tau . \quad (1)$$

Мана шу Ван-дер-Ваальс тенгламасининг келтирилган шаклидир. У газнинг хусусий хоссаларини ифодаловчи ҳеч қандай параметрларга эга эмас ва шунинг учун ҳам универсалдир.

Энди масаланинг саволига жавоб берайлик. Босим ўзгармай қолганлиги ($P/P_{кр}$) туфайли $\pi=1$ шартга кўра газнинг моляр

ҳажми икки марта ошди, яъни $V_m = 2V_{m\text{кр}}$, бинобарин, $\omega = 2$. (1) тенгламадан келтирилган ҳарорат τ ни ифодалаймиз

$$\tau = \frac{1}{8} \left(\pi + \frac{3}{\omega^2} \right) (3\omega - 1).$$

Бу ерга π ва ω ларнинг қийматларини қўйиб ҳисобласак,

$$\tau = 35/32.$$

Ҳарорат T юқорида қайд қилингандек келтирилган τ ва критик $T_{кр}$ ҳароратлар билан $T = \tau T_{кр}$ муносабат орқали боғланган. Шу формула бўйича ҳисоблаш ўтказсак,

$$T = 332 \text{ К}.$$

3- мисол. Цилиндрдаги поршень остида $m = 20$ г массали хлор бор. Ҳажми $V_1 = 200 \text{ см}^3$ дан то $V_2 = 500 \text{ см}^3$ гача изотермик кенгайтирилганда хлор ички энергиясининг ортиши ΔU аниқлансин.

Е ч и ш. Реал газнинг (Ван-дер-Ваальс газининг) ички энергияси

$$U = \nu (C_V T - a/V_m) \quad (1)$$

ифода билан аниқланади.

(1) тенгликдаги моляр V_m ҳажми V ҳажм ва модда миқдори $\nu (V_m = V/\nu)$ орқали ифодалаб ва $\nu = m/M$ эканлигини ҳисобга олиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$U = \frac{m}{M} \left(C_V T - \frac{ma}{MV} \right). \quad (2)$$

Изотермик кенгайиш натижасида ички энергиянинг ўзгариши ΔU ни V_2 ва V_1 ҳажмларга мос келувчи ички энергиянинг икки қиймати орасидаги фарқ сифатида аниқлаймиз:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{m^2 a (V_2 - V_1)}{M^2 V_1 \cdot V_2}. \quad (3)$$

(3) га каттадиқларнинг қийматларини қўйиб ҳисобласак,

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{(20 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0,650 \cdot (5 - 2) \cdot 10^{-4}}{(71 \cdot 10^{-3}) \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} \text{ Ж} = 154 \text{ Ж}.$$

Идеал газ учун ички энергиянинг бундай ўзгариши 26,3 К га киздиришга мос келишини таъкидлаймиз.

4- мисол. Диаметри $d = 10$ см бўлган совун пуфагининг ичидаги қўшимча p босим топилсин. Бу пуфакни пуфлаш учун бажариши керак бўлган иш A аниқлансин.

Е ч и ш. Совун пуфагининг пардаси иккита — ташқи ва ички сферик сиртга эга. Ҳар иккала сирт ҳам пуфак ичидаги ҳавога

босим беради. Парда калинлиги жуда кам бўлганлигидан ҳар иккала сиртларнинг ҳам диаметрлари амалда тенг. Шунинг учун қўшимча босим $p = 2 \cdot 2\delta/r$, бунда r — пуфак радиуси. $r = \frac{d}{2}$ эканлигидан

$$p = \frac{8\sigma}{d}.$$

Бу формулага $\sigma = 40 \cdot 10^{-3}$ Н/м (15-жадвалга к.) ва $d = 0,1$ м қийматларни қўйиб, ҳисобласак,

$$p = 3,2 \text{ Па.}$$

Пардани чўзиб, унинг сиртини ΔS га орттириш учун бажарилиши зарур бўлган иш

$$A = \sigma \Delta s \text{ ёки } A = \sigma(S - S_0)$$

формула билан ифодаланади.

Мазкур ҳолда S — совун пуфагининг ҳар иккала сиртининг умумий юзаси; S_0 — пуфакни пуфлаб бўлгунча найча тешигини коплаб турувчи ясси парда иккала сиртининг умумий юзаси, S_0 ни инobatга олмай, қуйидагини ҳосил киламиз:

$$A = \sigma \cdot S = 3\pi d^2 \sigma.$$

Катталиклар қийматларини ўрнига қўйсақ,

$$A = 2,5 \text{ мЖ.}$$

5- мисол. Ҳажми $V_1 = 10 \text{ см}^3$ дан $V_2 + 2V_1$ гача изотермик равишда ортган совун пуфаги сиртининг эркин энергиясининг ўзгариши E аниқлансин.

E ч и ш. Суюклик сиртининг эркин энергияси E шу сирт юзаси S га пропорционал $E = \sigma S$, бунда σ — сирт таранглиги.

Совун пуфагининг иккита — ташки ва ички сиртлари бор, уларнинг юзаси эса совун пардасининг калинлиги жуда кичиклиги туфайли амалда тенг. Шунинг учун ҳам совун пуфаги сиртининг эркин энергияси (ташки ва ички сиртларини биргаликда)

$$E = 2\sigma S. \quad (1)$$

Масаланинг шартига кўра жараён изотермик бўлганлигидан, мазкур суюклик учун фақат ҳароратнинг функцияси бўлган сирт таранглиги ўзгармаслигича қолади. Бинобарин, (1) формулага асосан эркин энергиянинг ўзгариши

$$\Delta E = 2\sigma \Delta S,$$

бунда ΔS — пуфак сиртининг (биттасининг — ичкисининг ёки ташқисининг) ўзгариши.

Совун пуфаги шар шаклига эга деб ҳисоблаб, сирт юзасининг ўзгаришини топамиз:

$$\Delta S = 4\pi r_2^2 - 4\pi r_1^2, \quad (3)$$

бунда r_1 ва r_2 бошланғич V_1 ва охириги V_2 ҳажмларга мос келувчи шар радиуслари: $r_1 = \left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{1/3}$, $r_2 = \left(\frac{3V_2}{4\pi}\right)^{1/3}$: Энди (3) формула куйидаги кўринишни олади:

$$\Delta S = 4\pi \left[\left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{2/3} - \left(\frac{3V_2}{4\pi}\right)^{2/3} \right].$$

$V_2 = 2V_1$ эканлигини ҳисобга олиб умумий ҳад $\left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{2/3}$ ни кавсдан ташқарига чиқаргандан кейин куйидагини оламиз:

$$\Delta S = 4\pi \left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{2/3} (2^{2/3} - 1).$$

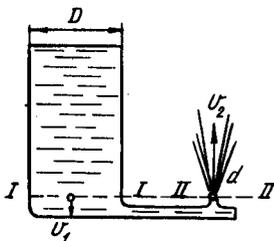
ΔS нинг ифодасини (2) формулага кўямиз:

$$\Delta E = 8\pi\sigma \left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{2/3} (2^{2/3} - 1). \quad (4)$$

(4) формула бўйича ҳисобласак,

$$E = 106 \text{ мкЖ}.$$

6- мисол. Сув фавворага катта цилиндрик бакдан берилади (12.2- расм) ва II — II тешикдан $v_2 = 12$ м/с тезлик билан чиқади.



12.2- расм

Бакнинг диаметри $D = 2$ м, II — II кесимнинг диаметри $d = 2$ см. 1) Бакдаги сувнинг пасайиш тезлиги v_1 ; 2) қандай босим p остида сув фавворага берилиши; 3) бакдаги сув сатҳининг баландлиги h_1 ва фавворадан чиқаётган сув оқимининг баландлиги h_2 аниқлансин.

Е ч и ш. I. Фавворанинг II — II кесими сатҳида бакда I — I кесим ўтказамиз. I — I кесимнинг S_1 юзаси II — II кесимнинг S_2 юзасидан кўп марта катта бўлганлигидан,

кичкина вақт оралиғи учун бакдаги сув сатҳини ўзгармас, оқимни эса барқарор деб ҳисоблаш мумкин. Барқарор оқим учун эса оқимнинг узлуксизлик шарти ўринлидир: $v_1 S_1 = v_2 S_2$, бундан

$$v_1 = \frac{v_2 S_2}{S_1} \text{ ёки } v_1 = v_2 \left(\frac{d}{D}\right)^2. \quad (1)$$

Берилган катталикларнинг қийматларини (1) тенгликка қўйиб ва ҳисоблаб куйидагини топамиз:

$$v_1 = 0,0012 \text{ м/с}.$$

Бакдаги сув сатҳи шундай тезлик билан пасаяди. Кўриниб турибдики, бу тезлик фавворадаги сув оқимининг тезлигидан жуда кичик.

2. Қандай p_1 босим остида сув фавворага берилаётганини Бернулли тенгламасидан топамиз. Оқимнинг горизонтал найи учун унинг кўриниши куйидагича:

$$p_1 + \rho v_1^2 / 2 = p_2 + \rho v_2^2 / 2. \quad (2)$$

$p_2 = 0$ эканлигини ҳисобга олиб (босим деб атмосфера босимидан ортикчаси тушунилади), (2) тенгламадан куйидагини оламиз:

$$p_1 + \rho v_2^2 / 2 = \rho v_1^2 / 2. \quad (3)$$

$v_1 \ll v_2$ бўлганлиги туфайли (3) тенгликдан:

$$p_1 = \rho \frac{v_2^2}{2}.$$

Шу формула бўйича ҳисоблашларни бажарсак,

$$p_1 = 72 \text{ кПа}.$$

3. Бакдаги сув сатҳининг баландлиги h_1 ни $p_1 = h_1 \rho g$ муносабатдан топамиз, бундан

$$h_1 = \frac{p_1}{\rho g}.$$

Ҳисоблашни бажарсак,

$$h_1 = 7,35 \text{ м}.$$

Сувнинг фаввора бўлиб отилиш тезлиги v_2 ни билганимиз ҳолда у отилаётган баландлик h_2 ни топамиз:

$$h_2 = \frac{v_2^2}{2g} = 7,35 \text{ м}.$$

Бакдаги сув сатҳининг баландлиги фавворадаги сув кўтариладиган баландликка тенг (туташ жисмлар қондасига биноан) эканлигини таъкидлаймиз. Бу эслатма ҳавонинг қаршилигини инобатга олмаган ҳолдагина ўринлидир.

7- мисол. Глицеринли идишнинг тубига кўрғошин шарча тушмоқда. Шар тушиши натижасида вужудга келадиган глицерин қатламларининг ҳаракати ламинар бўлиши учун шарча диаметрининг максимал қиймати қандай бўлиши лозимлиги аниқлансин. Ҳаракатни барқарор деб ҳисоблансин.

Ечиш. Агар ковушок суюқликда жисм ҳаракатланаётган бўлса, унда жисмга ёпишиб олган суюқлик қатлами ҳам у билан бирга бир жисмдек ҳаракат қилади. Бу қатлам ички ишқаланиш натижасида бошқа қатламларни ҳам кетидан эргаштиради. Суюқликнинг вужудга келган ҳаракати жисмнинг шакли ва ўлчамларига ҳамда унинг тезлигига қараб ламинар ёки турбулент бўлади. Ҳаракат характери, шунингдек, суюқликнинг хоссаларига боғлиқ ва ўлчамсиз Рейнольдс сони билан аниқланади.

Агар суюкликда ҳаракатланаётган жисм d диаметри шар шаклида бўлса, Рейнольдс сони

$$Re = \rho v d / \eta \quad (1)$$

формула билан аниқланади, унинг критик қиймати эса $Re_{кр} = 0,5$.

Тезлик v ни қуйидаги мулоҳазалар асосида ифодалаймиз. Глицеринга тушаётган кўрғошин шарчага учта куч таъсир қилади:

1) шарчанинг оғирлик кучи $P = \rho_k / g V = \frac{1}{6} \pi \rho_k g d^3$, бу ерда ρ_k — кўрғошиннинг зичлиги; V — шарчанинг ҳажми;

2) Архимед қонуни билан аниқланадиган итарувчи куч

$$F_{ит} = \rho_{г\ell} V g = \frac{1}{6} \pi \rho_{г\ell} g d^3,$$

бу ерда $\rho_{г\ell}$ — глицериннинг зичлиги;

3) Стокс формуласи билан аниқланувчи ички ишқаланиш кучи

$$F_{ишк} = 6\pi\eta r v = 3\pi\eta d v.$$

Шарчанинг суюкликдаги барқарор ҳаракати ($v = \text{const}$) шарчанинг оғирлик кучи, итарувчи ва ички ишқаланиш кучлари йиғиндиси билан мувозанатга келади, яъни

$$\frac{1}{6} \pi \rho_k g d^3 = \frac{1}{6} \pi \rho_{г\ell} g d^3 + 3\pi\eta d v,$$

бундан

$$v = \frac{(\rho_k - \rho_{г\ell}) g}{18\eta} d^2. \quad (2)$$

(1) ва (2) тенгламаларни d га нисбатан биргаликда ечиб қуйидагини топамиз:

$$d = \sqrt[3]{\frac{18\eta Re}{\rho_{г\ell} (\rho_k - \rho_{г\ell}) g}}.$$

Диаметрнинг ҳаракат ҳали ламинар бўлиб қолишига мос келувчи максимал қиймати d_{\max} Рейнольдс сонининг критик қиймати $Re_{кр}$ мос келади. Шунинг учун

$$d_{\max} = \sqrt[3]{\frac{18\eta^2 Re_{кр}}{\rho_{г\ell} (\rho_k - \rho_{г\ell}) g}}$$

Бунга η (14- жадвалга қ.), $Re_{кр}$, ρ_k , $\rho_{г\ell}$ ва g ларнинг қийматларини қўйиб ва ҳисоблаб, натижани оламиз:

$$d_{\max} = 5,29 \text{ мм}$$

Масалалар

Ван-дер-Ваальс тенгламаси

12.1. $V=10$ л сифимли идишда $m=0,25$ кг массали азот бор. 1) Газнинг ички босими p ; 2) молекулаларнинг хусусий ҳажми V' аниқлансин.

12.2. $\nu=1$ моль модда микдоридан иборат кислород $T=300$ К ҳароратда $V=0,5$ л ҳажмни эгаллаган бўлса, у кўрсатадиган босим P аниқлансин. Олинган натижа Менделеев-Клапейрон формуласи бўйича ҳисобланган босим билан солиштирилсин.

12.3. $V=0,3$ л сифимли идишда $T=300$ К ҳароратда модда микдори $\nu=1$ моль бўлган карбонат ангидрид бор. Газнинг босими p : 1) Менделеев-Клапейрон формуласи бўйича; 2) Ван-дер-Ваальс тенгламаси бўйича аниқлансин.

12.4. Модда микдори $\nu=1$ моль бўлган криптон $T=300$ К ҳароратда турибди. Босимни ҳисоблашда Ван-дер-Ваальс тенгламаси ўрнига Менделеев-Клапейрон тенгламасидан фойдаланишда йўл кўйиладиган нисбий хатолик $\epsilon=\Delta p/p$ аниқлансин. Ҳисоблашлар ҳажмнинг икки қиймати: 1) $V=2$ л; 2) $V=0,2$ л учун бажарилсин.

12.5. Хона ҳароратида калин деворли пўлат баллоннинг ичини ярмигача сувга тўлдирдилар. Шундан кейин баллонни герметик равишда маҳкамладилар ва $T=650$ К ҳароратгача қиздирдилар. Шу ҳароратда баллондаги сув буғининг босими p аниқлансин.

12.6. Кислороднинг босими $p=7$ мПа, зичлиги $\rho=100$ кг/м³. Кислороднинг ҳарорати T топилсин.

12.7. $T=380$ К ҳароратда ҳажми: 1) 1000 л; 2) 10 л; 3) 2 л бўлган $m=1$ кг массали сув буғларининг босими p аниқлансин.

Критик ҳолат

12.8. Агар критик ҳарорат $T_{кр}=126$ К ва босим $P_{кр}=3,39$ мПа лар маълум бўлса, азот учун Ван-дер-Ваальс тенгламасидаги a ва b доимийлар ҳисоблансин.

12.9. 1) Кислороднинг; 2) сувнинг критик ҳарорати $T_{кр}$ ва критик босими $p_{кр}$ ҳисоблансин.

12.10. Аргон учун критик ҳарорат $T_{кр}=151$ К ва критик босим $p_{кр}=4,86$ мПа. Шу берилганлар бўйича аргоннинг критик моляр ҳажми $V_{мкр}$ аниқлансин.

12.11. Мустаҳкам кварц қолба зичлиги $\rho=626$ кг/м³ бўлган суюқ пентан C_5H_{12} билан қисман тўлдирилади ва уни пентан устида фақат тўйинган буғ қоладиган қилиб маҳкамланади. Қиздиришда модданинг критик нуқтадан ўтишини кузатиш мумкин бўлиши учун қолба ички ҳажмининг қандай ϵ қисмини пентан эгаллаши кераклиги аниқлансин. Ван-дер-Ваальс доимийси $b=14,5 \cdot 10^{-5}$ м³/моль.

12.12. Модда микдори $\nu=1$ моль бўлган сув эгаллаши мумкин бўлган энг катта ҳажм V_{\max} аниқлансин.

12.13. Критик ҳолатдаги сув буғларининг зичлиги ρ аниқлансин.

12.14. Тўйинтирувчи сув буғларининг энг катта босими p_{\max} аниқлансин.

12.15. Критик ҳолатдаги азот молекулаларининг концентрацияси $n_{\text{кр}}$ нормал шароитдаги азот молекулаларининг концентрацияси n_0 дан неча марта катта?

12.16. 1) Массаси $m=0,5$ г бўлган кислороднинг; 2) массаси $m=1$ г бўлган сувнинг критик ҳажми $V_{\text{кр}}$ топилсин.

12.17*. Модда микдори $\nu=1$ моль бўлган газ критик ҳароратда турибди ва критик ҳажми эгаллаган. Газнинг бу ҳолатдаги босими p критик босим $p_{\text{кр}}$ дан неча марта кичик?

12.18*. Агар ҳажми V ва босими p мос критик $V_{\text{кр}}$ ва $p_{\text{кр}}$ қийматлардан $k=3$ марта ортик бўлса, азот оксиди қандай T ҳароратда турибди? Азот оксидининг критик ҳарорати $T_{\text{кр}}=180$ К.

12.19*. Газ критик ҳолатда турибди. Агар газнинг ҳарорати T ва ҳажми V бир пайтнинг ўзида $k=2$ марта орттирилса, унинг босими p критик босим $p_{\text{кр}}$ дан қандай ва неча марта фарк қилади?

12.20*. Газ критик ҳолатда турибди. Агар унинг ҳарорати T изохорик равишда $k=2$ марта орттирилса, газнинг босими p неча марта ошади?

Ички энергия

12.21. $T_{\text{кр}}=126$ К критик ҳароратдаги $\nu=1$ моль модда микдоридан иборат азотнинг ички энергияси U аниқлансин. Ҳисоблаш V ҳажмнинг қуйидаги тўртта қиймати учун бажарилсин: 1) 20 л; 2) 2 л; 3) 0,2 л; 4) $V_{\text{кр}}$

12.22. Модда микдори $\nu=1$ моль бўлган кислород $T=350$ К ҳароратда турибди. Агар у идеал газ сифатида қаралса ички энергияни ҳисоблашда йўл қўйиладиган нисбий хатолик ϵ топилсин. Ҳисоблаш V ҳажмнинг қуйидаги иккита қиймати учун бажарилсин: 1) 2 л; 2) 0,2 л.

12.23. Нормал p_0 босим ва $T=300$ К ҳароратдаги массаси $m=132$ г бўлган карбонат ангидрид газини: 1) идеал газ; 2) реал газ деб қараб, ички энергияси U топилсин.

12.24. Массаси $m=8$ г бўлган кислород $T=300$ К ҳароратда $V=20$ см³ ҳажми эгаллайди. Кислороднинг U ички энергияси аниқлансин.

* 12.17—12.20 масалаларни ечишда Ван-дер-Ваальс тенгламасининг қелтирилган шаклидан фойдаланиш қулай (2-мисолга қ.).

12.25. Модда микдори $\nu=1$ моль бўлган неоннинг ҳажми $V_1=1$ л дан $V_2=2$ л гача изотермик равишда кенгайганда ички энергиясининг ўзгариши ΔU аниқлансин.

12.26. $m=0,1$ кг массали карбонат ангидрид газининг ҳажми $V_1=10^3$ л дан то $V_2=10^4$ л гача ортди. Газнинг бу кенгайишида молекулалар ички ўзаро таъсир кучларининг иши A топилсин.

12.27. Сигими $V_1=1$ л бўлган идишда $m=10$ г азот сақланади. Агар азот бўшлиқда $V_2=10$ л ҳажмгача кенгайса, унинг ҳароратининг ўзгариши T аниқлансин.

12.28. $m=7,1$ г массали газсимон хлор сигими $V_1=0,1$ л бўлган идишда турибди. Бўшлиқда $V_2=1$ л ҳажмгача кенгайишида газнинг ҳарорати ўзгармай қолиши учун хлорга қандай Q иссиқлик микдори берилиши керак?

Сирт таранглиги. Капилляр ҳодисалар

12.29. Капилляр найдан оқиб чиқаётган 100 томчи спиртнинг массаси $m=0,71$ г. Агар узилиш пайтида томчи бўйнининг диаметри $d=1$ мм бўлса, спиртнинг сирт таранглиги аниқлансин.

12.30. Найнинг диаметри $d_1=0,2$ см. Найнинг қуйи учида узилиш пайтида шарча кўринишига эга бўлган сув томчиси осилиб турибди. Шу томчининг диаметри d топилсин.

12.31. Пуфлаб совун пуфагининг диаметрини $d_1=1$ см дан $d_2=11$ см гача орттириш учун қандай A ишни бажариш керак? Жараён изотермик деб ҳисоблансин.

12.32. Ҳар бирининг радиуси $r=1$ мм дан бўлган иккита симоб томчиси битта қатта томчига бирлашишди. Бу қўшилишда қандай E энергия ажралади? Жараён изотермик деб ҳисоблансин.

12.33. Диаметри $d=2$ мкм бўлган ҳаво пуфаги сувнинг айни сиртида турибди. Агар сув сирти устидаги ҳаво нормал шароитда турган бўлса, пуфакдаги ҳаво зичлиги ρ аниқлансин.

12.34. Агар совун пуфагининг диаметри $d=5$ мм бўлса, пуфак ичидаги ҳаво босими p атмосфера босими p_0 дан қанча катта?

12.35. Ўлчамлари 10×10 см дан бўлган ўзаро параллел жойлашган иккита шиша пластинкалар орасидаги масофа $l=22$ мкм бўлиб, ораларидаги бўшлиқ сув билан тўлдирилган бўлса, бу пластинкаларни бир-бирига сиқувчи F куч аниқлансин. Мениск ботик, диаметри эса пластинкалар орасидаги масофага тенг деб ҳисоблансин.

12.36. Микроскопнинг коплама шишаси диаметри $d=16$ мм бўлган доира кўринишига эга. Унинг устига $m=0,1$ г сувни суртдилар ва худди шундай бошқа шишани ётқиздилар; натижада шишалар бир-бирига ёпишиб қолди. Ажратиш учун шишалар сиртига тик бўлган қандай F куч билан уларни тортиш керак? Сув шишани тўла ҳўллайди ва шунинг учун сув қатлами ён сирти эгрилигининг кичик радиуси шишалар орасидаги масофа d нинг ярмига тенг деб ҳисоблансин.

12.37. Глицерин капилляр найда $H=20$ мм баландликка кўтарилди. Агар най каналнинг диаметри $d=1$ мм бўлса, глицериннинг сирт таранглиги аниқлансин.

12.38. Қосачали симоб барометрнинг шиша найи каналнинг диаметри $d=5$ мм. Бундай барометр билан ҳисоблаганда атмосфера босимининг тўғри қийматини олиш учун қандай Δp тузатма киритиш керак?

12.39. U симон най тирсакларидаги суюқлик сатҳларининг фарқи $\Delta h=23$ мм. Най тирсаклари каналларининг диаметрлари d_1 ва d_2 лар мос равишда 2 ва 0,4 мм га тенг. Суюқликнинг зичлиги $\rho=0,8$ г/см³. Суюқликнинг сирт таранглик коэффициенти аниқлансин.

12.40. Ички диаметрлари $d_1=0,05$ см ва $d_2=0,1$ см бўлган иккита тик капилляр най пастки учлари билан суюқликка туширилган. Найлардаги суюқлик сатҳларининг фарқи $\Delta h=11,6$ мм. Суюқликнинг зичлиги $\rho=0,8$ г/см³. Суюқликнинг сирт таранглик коэффициенти σ топилсин.

12.41. Ички каналнинг диаметри $d=1$ мм бўлган шиша най сувга жуда оз чуқурликка ботирилган. Найга кирган сувнинг массаси m топилсин.

12.42. Диаметри $d=0,5$ мм бўлган капилляр най сув билан тўлдирилган. Найнинг пастки учида сув томчи кўринишида осилиб қолди. Бу томчини радиуси $r=3$ мм бўлган шарнинг бир қисми сифатида қабул қилиш мумкин. Найдаги сув устунининг баландлиги h топилсин.

12.43. U симон симоб манометри кенг тирсагининг диаметри $d_1=4$ см, ториники $d_2=0,25$ см. Тирсаклардаги симоб сатҳларининг фарқи $\Delta h=200$ мм. Капиллярлик тузатмасини ҳисобга олиб манометр кўрсатаётган босим p топилсин.

12.44. Агар ораларидаги масофа $d=0,2$ мм бўлса, ўзаро параллел бўлган иккита шиша пластинка орасидаги сув қандай баландликка кўтарилади?

Гидродинамика

12.45. Кесими ўзгарувчан бўлган горизонтал равишда жойлашган қувурдан сув окмоқда. Қувурнинг кенг қисмида сувнинг тезлиги $v_1=20$ см/с. Қувурнинг диаметри d_2 кенг қисмининг диаметри d_1 дан 1,5 марта кичик бўлган тор қисмидаги тезлик v_2 аниқлансин.

12.46. Горизонтал жойлашган қувурнинг кенг қисмидан нефть $v_1=2$ м/с тезлик билан окмоқда. Агар қувурнинг кенг ва тор қисмларидаги босимлар фарқи $\Delta p=6,65$ кПа бўлса, нефтнинг қувурнинг тор қисмидаги тезлиги v_2 аниқлансин.

12.47. Кўндаланг кесимининг юзаси $S_1=20$ см² бўлган горизонтал равишда жойлашган қувурдан суюқлик окмоқда. Қувурнинг бир жойида кесимининг юзаси $S_2=12$ см² бўлган торайиш

бор. Қувурнинг кенг ва тор қисмларидаги манометрик найчалардаги сатҳлар фарқи $\Delta h = 8$ см. Суюқликнинг ҳажмий сарфи Q_v аниқлансин.

12.48. Насос горизонтал цилиндрининг диаметри $d_1 = 20$ см. Унда $d = 2$ см диаметрли тешикдан сувни ҳайдаганча $v_1 = 1$ м/с тезлик билан поршень ҳаракатланади. Сув тешикдан қандай v_2 тезлик билан оқиб чиқади? Сувнинг цилиндрдаги ортикча босими p қандай бўлади?

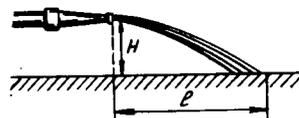
12.49. Горизонтал жойлашган дорипуркагич поршенига $F = 15$ Н куч қўйилган. Агар поршеннинг юзаси $S = 12$ см² бўлса, дорипуркагичнинг учлигидан сувнинг оқиб чиқиш тезлиги v аниқлансин.

12.50. Шамолнинг деворга босими $p = 200$ Па. Агар шамол деворга тик равишда эсаётган бўлса, унинг тезлиги v аниқлансин. Ҳавонинг зичлиги $\rho = 1,29$ кг/м³.

12.51. Диаметри $d = 2$ см бўлган, $v = 10$ м/с тезлик билан ҳаракатланаётган сув оқими оқимга тик қўйилган ҳаракатсиз ясси сиртга урилади. Сув зарраларининг сиртга урилгандан кейинги тезлигини нолга тенг деб ҳисоблаб, сув оқимининг сиртга босим кучи F топилсин.

12.52. Баландлиги $h = 1,5$ м бўлган бак сув билан лиммо-лим қилиб тўлдирилган. Бакнинг юқори чегарасидан $h = 1$ м масофада кичик диаметрли тешик ҳосил бўлади. Тешикдан чиқадиган сув оқими полга бакдан қанча l масофада тушади.

12.53. Ер сиртидан $H = 2$ м баландликда жойлашган резина ичакнинг учлигидан қўндаланг кесимининг юзаси $S_1 = 4$ см² бўлган сув горизонтал йўналишда оқиб чиқади ва $l = 8$ м масофада Ерга тушади (12.3- расм). Агар резина ичак қўндаланг кесимининг юзаси $S_2 = 50$ см² бўлса, сув ҳаракатига ҳаво қаршилигини инобатга олмай, сувнинг резина ичакка қўшимча босими p топилсин.



12.3- расм

12.54. Баландлиги $H = 2$ м бўлган бак суюқлик билан лиммо-лим тўлдирилган. Отилиб чиқадиган суюқлик оқими бакдан энг узок масофада тушиши учун бак деворидан очилган тешик қандай h баландликда бўлиши керак?

12.55. Сув диаметри $d = 5$ см бўлган юмалоқ силлик қувурдан ўртача $\langle v \rangle = 10$ см/с тезлик билан оқмоқда. Қувурдаги суюқлик оқими учун Рейнольдс сони Re аниқлансин ва суюқликнинг оқиш характери кўрсатилсин.

12.56. Қувурдан машина ёғи оқмоқда. Ёғнинг бу қувурдаги ҳаракати ламинар бўлиб қоладиган максимал тезлик $v_{\max} = 3,2$ см/с. Шу қувурнинг ўзида қандай v тезликда глицериннинг ҳаракати ламинарликдан турбулентликка ўтади?

12.57. Ички диаметри $d = 3$ см бўлган қувурдан сув оқмоқда. Ламинар оқимда сувнинг максимал сарфи Q_{\max} аниқлансин.

12.58. Канакунжут мойида $d=1$ см диаметри мис шарча ўзгармас тезлик билан тушмоқда. Шарча тушиши натижасида вужудга келган мой ҳаракати ламинар бўлади? Рейнольдс сонининг критик қиймати $Re_{кр}=0,5$.

12.59. Диаметри $d=0,5$ бўлган жез шарча глицеринда тушмоқда. 1) Шарчанинг барқарор ҳаракатининг тезлиги v ; 2) шу тезликда шарча атрофидан айланиб оқиш ламинарми ёки йўқлиги аниқлансин.

12.60. $r_1=2,4$ мм радиусли шарчанинг канакунжут мойидаги ҳаракатида шарчанинг v_1 тезлиги 10 см/с дан ошмаганида ламинар айланиб оқиш кузатилади. $r_2=1$ мм радиусли шарчанинг глицериндаги қандай минимал v_2 тезлигида айланиб оқиш турбулент бўлади?

3-6 о б.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

13-§. КУЛОН ҚОНУНИ. ЗАРЯДЛАНГАН ЖИСМЛАРНИНГ ЎЗАРО ТАЪСИРИ

Асосий формулалар

● Кулон қонуни

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2},$$

бу ерда F — иккита нуктавий заряд Q_1 ва Q_2 ларнинг ўзаро таъсир кучи; r — зарядлар орасидаги масофа; ϵ — муҳитнинг диэлектрик сингдирувчанлиги; ϵ_0 — электр доимий:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ Ф/м} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м.}$$

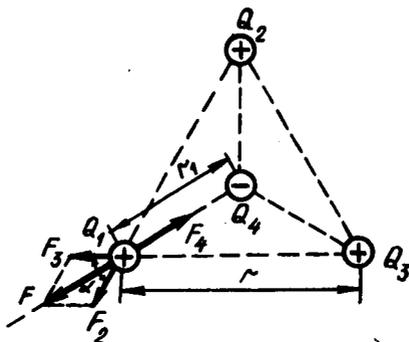
● Заряднинг сақланиш қонуни

$$\sum_{i=1}^n Q = \text{const},$$

бу ерда $\sum_{i=1}^n Q_i$ — изоляцияланган тизимга кирувчи зарядларнинг алгебраик йиғиндиси; n — зарядлар сони.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Учта бир хил мусбат $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$ нКл заряд тенг томонли учбурчакнинг учларида жойлашган (13.1- расм). Улар билан тортишиш кучи бу зарядларнинг ўзаро итариш кучларини мувозанатга келтириши учун учбурчакнинг марказига қандай Q_1 манфий заряд жойлаштириш керак?



13.1- расм

Е ч и ш: Учбурчакнинг учларида жойлашган ҳар учала заряд ҳам бир хил шароитда турибди. Шунинг учун ҳам масалани ечиш учун учта заряддан бирортаси, мисол учун Q_1 , мувозанатда бўлиши учун учбурчакнинг марказида қандай зарядни жойлаштириш кераклигини аниқлаш етарлидир.

Суперпозиция принципига биноан зарядга ҳар бир заряд бошқаларидан мустақил равишда таъсир қилади. Шунинг учун ҳам заряд агар унга таъсир этувчи кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг бўлсагина мувозанат ҳолатда бўлади:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0, \quad (1)$$

бунда $\vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ — мос равишда Q_1 зарядга Q_2, Q_3 ва Q_4 зарядларнинг таъсир кучлари; $\vec{F} - \vec{F}_2$ ва \vec{F}_3 кучларнинг тенг таъсир этувчиси.

\vec{F} ва \vec{F}_4 кучлар бир тўғри чизик бўйлаб йўналганликлари учун, (1) вектор йиғиндини скаляр йиғинди билан алмаштириш мумкин:

$$F - F_4 = 0 \text{ ёки } F_4 = F.$$

Охири тенгликдаги F ни F_2 ва F_3 лар орқали ифодалаб ва $F_3 = F_2$ эканлигини ҳисобга олиб, қуйидагини оламиз:

$$F_4 = F_2 \sqrt{2(1 + \cos\alpha)}.$$

Кулон қонунини қўллаб ва $Q_1 = Q_2 = Q_3$ эканлигини назарда тутиб, қуйидагини топамиз:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_4}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1^2}{r^2} \sqrt{2(1 + \cos\alpha)}, \quad (2)$$

бундан

$$Q_4 = \frac{Q_1 r_1^2}{r^2} \sqrt{2(1 + \cos\alpha)} .$$

Тенг томонли учбурчакнинг геометрик тузилишидан

$$r_1 = \frac{r/2}{\cos 30^\circ} = \frac{r}{2\cos 30^\circ} = \frac{r}{\sqrt{3}} ; \cos\alpha = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

келиб чиқади.

Буларни ҳисобга олганда, (2) куйидаги кўринишни олади

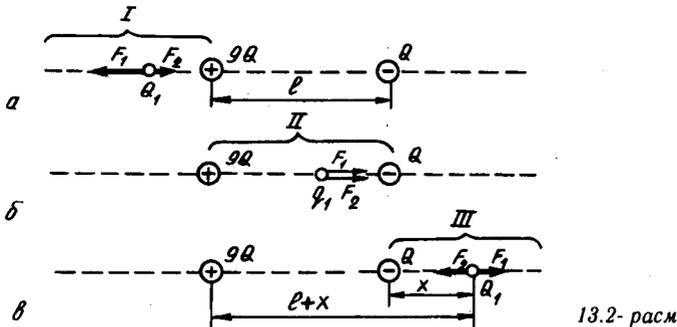
$$Q_4 = Q_1 / \sqrt{3} .$$

Бунга Q_1 нинг қийматини қўйсақ,

$$Q_4 = 0,53 \text{ нКл} .$$

Зарядлар тизимининг мувозанати турғун бўлмаслигини таъкидлаб ўтаемиз.

2- мисол. Иккита $9Q$ ва $-Q$ зарядлар бир-биридан $l=50$ см масофада маҳкамланган. Учинчи Q_1 заряд фақат шу зарядлар орқали ўтадиган тўғри чизик бўйлаб ҳаракатланиши мумкин. Q_1 заряднинг у мувозанат ҳолатда бўладиган ўрни аниқлансин. Заряд қандай ишорали бўлганда мувозанат турғун бўлади *?



13.2- расм

Е ч и ш. Q_1 заряд, агар унга таъсир этувчи кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг бўлса, мувозанат ҳолатда бўлади. Бундан чикди, Q_1 зарядга модуллари тенг ва йўналишлари қарама-қарши бўлган икки куч таъсир қилиши керак. I, II, III қисмларнинг қайси бирида (13.2- расм) бу шарт бажарилиши мумкинлигини кўраемиз. Аниқлик учун Q_1 зарядни мусбат деб ҳисоблаймиз**.

* Агар заряд ўз мувозанат ҳолатидан озроқ силжиганда уни мувозанат ҳолатга қайтарувчи кучлар вужудга келса, мувозанат турғун дейилади.

** Ўқувчига манфий заряд учун масалани мустақил ечиш тавсия этилади.

I қисмда (13.2, а-расм) Q_1 зарядга иккита қарама-қарши йўналган кучлар: \vec{F}_1 ва \vec{F}_2 таъсир этади. $9Q$ заряд томонидан таъсир этаётган \vec{F}_1 куч шу қисмнинг исталган нуктасида — Q заряд томонидан таъсир этаётган \vec{F}_2 кучдан катта бўлади. Чунки катта (модул жиҳатдан) бўлган $9Q$ заряд кичик — Q зарядга нисбатан Q_1 зарядга яқинроқ жойлашади. Бинобарин, бу қисмда мувозанат бўлиши мумкин эмас.

II қисмда (13.2, б-расм) ҳар иккала \vec{F}_1 ва \vec{F}_2 кучлар ҳам бир томонга, — Q зарядга йўналган. Демак, иккинчи қисмда ҳам мувозанат бўлиши мумкин эмас.

III қисмда (13.2, в-расм) \vec{F}_1 ва \vec{F}_2 кучлар, худди I қисмдагидек, қарама-қарши томонларга йўналган, лекин ундан фарқли ўлароқ кичик (модул бўйича) ($-Q$) заряд, катта ($9Q$) зарядга нисбатан доимо Q_1 зарядга яқинроқ жойлашган бўлади. Демак, тўғри чизикда шундай нуктани топиш мумкинки, унда \vec{F}_1 ва \vec{F}_2 кучлар модуллари жиҳатидан бир хил бўлишади, яъни

$$|\vec{F}_1| = |-\vec{F}_2|. \quad (1)$$

Кичик заряддан Q_1 зарядгача бўлган масофа x бўлсин. У ҳолда катта заряддан бўлган масофа $l+x$ бўлади. (1) тенгликда F_1 ва F_2 ларни Кулон қонунига мувофиқ ифодалаб қуйидагини оламиз:

$$\frac{9QQ_1}{(l+x)^2} = \frac{QQ_1}{x^2}.$$

Тенгликни QQ_1 га қискартириб ва иккала томонидан ҳам квадрат илдиз чиқариб, $l+x = \pm 3x$ ни топамиз, бундан

$$x_1 = +l/2 \text{ ва } x_2 = -l/4.$$

x_2 илдиз масаланинг физикавий шартини қаноатлантирмайди (бу нуктада F_1 ва F_2 кучлар гарчи модуллари бўйича тенг бўлишса-да, лекин бир томонга йўналишган).

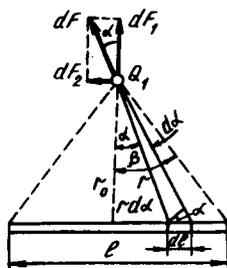
Мувозанат турғун бўлиши учун заряднинг ишораси қандай бўлишини аниқлайлик. Қуйидаги икки ҳол учун Q_1 заряднинг силжишини қарайлик: 1) заряд мусбат; 2) заряд манфий.

1. Агар Q_1 заряд мусбат бўлса, унинг чапга силжиши билан ҳар иккала F_1 ва F_2 кучлар ҳам ўса боради, лекин F_1 секин ўсади ($9Q$ заряд — Q зарядга қараганда доимо узокроқда бўлади). Бинобарин, F_2 (модули бўйича) F_1 дан катта бўлади ва Q_1 зарядга ҳам чап томонга йўналган натижавий куч таъсир этади. Бу куч таъсирида заряд Q_1 мувозанат ҳолатидан четлашади. Q_1 заряд ўнгга силжиганда ҳам шу ҳол рўй беради. F_2 куч F_1 дан тезроқ камаяди. Бу ҳолда кучларнинг вектор йиғиндиси ўнгга йўналган бўлади. Бу куч таъсирида заряд ҳам ўнг томонга силжийди, яъни мувозанат ҳолатидан четлашади. Шундай қилиб, мусбат заряд ҳолида мувозанат турғунмас бўлади.

2. Агар Q_1 заряд манфий бўлса, унинг чапга силжиши F_1 ва F_2 кучларнинг ортишига олиб келади, лекин F_1 куч F_2 га қараганда секинроқ ўсади, яъни $|F_2| > |F_1|$. Натижавий куч ўнгга йўналган бўлади. Бу куч таъсирида Q_1 заряд мувозанат ҳолатига кайтади. Q_1 ўнгга силжиганда эса, F_2 куч F_1 га қараганда тезроқ камаяди, яъни $|F_1| < |F_2|$. Натижавий куч чапга йўналган ва Q_1 заряд яна мувозанат ҳолатига кайтади. Манфий заряд ҳолида мувозанат турғун бўлади. Q_1 заряднинг микдори эса аҳамиятга эга эмас.

Шуни қайд этамизки, электростатикада турғун вазият фақат маълум чекланишлар билангина бўлиши мумкин. Бизнинг мисоли-мизда Q_1 заряд $9Q$ ва $-Q$ зарядлар орқали ўтувчи тўғри чизик бўйлабгина силжиши мумкин. Агар бу чекланиш олинса, унда турғун мувозанат бўлмайди. Фақат электростатик кучлар таъсирида бўлган зарядлар тизимида турғун мувозанат бўлиши мумкин эмас (Ирншоу теоремаси).

3- мисол. Узунлиги $l=30$ см бўлган ингичка таёкча (13.3- расм) бутун таунлиги бўйлаб $\tau=1$ мкКл/м чизикли зичлик билан бир текис тақсимланган зарядга эга. Таёкчадан $r_0=20$ см масофада таёкча учларидан тенг узоқликда $Q_1=10$ нКл заряд бор. Нуктавий заряднинг зарядланган таёкча билан ўзаро таъсир кучи F аниқлансин.



13.3- расм

Е чиш. Кулон қонуни нуктавий зарядларнинг ўзаро таъсир кучларини ҳисоблашга имкон беради. Масаланинг шартига кўра, зарядлардан бири нуктавий бўлмай, таёкчанинг узунлиги бўйича текис тақсимланган заряддан иборатдир. Бирок, агар таёкчадан узунлиги dl бўлган кичик бўлакча ажратилса, ундаги $dQ=\tau dl$ зарядни нуктавий заряд сифатида қараш ва унда Кулон қонуни * бўйича Q_1 ва dQ зарядлар орасидаги ўзаро таъсир кучини аниқлаш мумкин:

$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \tau dl}{r^2}, \quad (1)$$

бу ерда r — ажратилган элементдан Q_1 зарядгача бўлган масофа.

Чизмадан (13.3- расм) $r = \frac{r_0}{\cos\alpha}$ ва $dl = \frac{r d\alpha}{\cos\alpha}$ лар келиб чиқади, бунда r_0 — Q_1 заряддан таёкчагача бўлган масофа. r ва dl ларнинг бу ифодаларини (1) формулага қўйиб, қуйидагини оламиз:

* Бу ерда ва бундан кейин агар масалада муҳит кўрсатилмаган бўлса, заряд вакуумда ($\epsilon=1$) деб ҳисобланади.

$$dF = \frac{Q_1 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} d\alpha. \quad (2)$$

dF — векторлигини назарда тутмок керак, шунинг учун интеграллашдан олдин уни иккита ташкил этувчига ажратамиз: таёкчага тик $d\vec{F}_1$ ва унга параллел $d\vec{F}_2$.

13.3- расмдан кўриниб турибдики, $dF_1 = dF \cos\alpha$, $dF_2 = dF \sin\alpha$. dF нинг (2) ифодадаги қийматини бу формулаларга қўйсақ:

$$dF_1 = \frac{Q_1 \tau \cos\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0} d\alpha; \quad dF_2 = \frac{Q_1 \tau \sin\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0} d\alpha.$$

Бу ифодаларни $-\beta$ дан $+\beta$ гача чегараларда интеграллаб, куйидагини оламиз:

$$\begin{aligned} F_1 &= \int_{-\beta}^{+\beta} \frac{Q_1 \tau \cos\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0} d\alpha = \frac{Q_1 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} \int_{-\beta}^{+\beta} \cos\alpha d\alpha = \frac{Q_1 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left| \sin\alpha \right|_{-\beta}^{+\beta} = \\ &= \frac{Q_1 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} |\sin\beta - \sin(-\beta)| = \frac{Q_1 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} 2\sin\beta; \end{aligned}$$

$$F_1 = \frac{Q_1 \tau}{2\pi\epsilon_0 r_0} \sin\beta.$$

Q_1 заряднинг таёкчага нисбатан симметрик жойлашганлигидан иккинчи ифоданинг интеграли нолни беради:

$$\begin{aligned} F_2 &= \int_{-\beta}^{+\beta} \frac{Q_1 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} \sin\alpha d\alpha = \\ &= -\frac{Q_1 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left| \cos\alpha \right|_{-\beta}^{+\beta} = -\frac{Q_1 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} (\cos\beta - \cos\beta) = 0. \end{aligned}$$

Шундай қилиб, Q_1 зарядга таъсир этувчи куч

$$F = F_1 = \frac{Q_1 \tau}{2\pi\epsilon_0 r_0} \sin\beta. \quad (3)$$

13.3- расмдан $\sin\beta = \frac{l/2}{\sqrt{r_0^2 + l^2/4}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$. $\sin\beta$ нинг бу ифода-сини (3) формулага қўйсақ,

$$F = \frac{Q_1 \tau}{2\pi\epsilon_0 r_0} \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}. \quad (4)$$

(4) формула бўйича ҳисоблашларни бажарамиз:

$$F = \frac{10 \cdot 10^{-9} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,2} \cdot \frac{0,3}{\sqrt{4 \cdot 0,2^2 + 0,3^2}} N = 5,4 \cdot 10^{-4} N = 0,54 \text{ мН.}$$

Масалалар

Нуқтавий зарядларнинг ўзаро таъсири

13.1. Вакуумда бир-биридан $r=1$ м масофада бўлган иккита $Q_1=Q_2=1$ Кл нуқтавий заряднинг ўзаро таъсир кучи аниқлансин.

13.2. Ҳар бирининг массаси $m=0,1$ г дан бўлган иккита шарча узунликлари $l=20$ см дан бўлган иплар ёрдамида бир нуқтада осилган. Шарчалар бир хил зарядлангач, шундай ажралишдики, иплар ўзаро $\alpha=60^\circ$ бурчак ҳосил қилишди. Ҳар бир шарчанинг заряди топилсин.

13.3. Иккита бир хил зарядланган шарча узунликлари бир хил бўлган иплар билан бир нуқтада осилган. Бунда иплар α бурчакка ажралишган. Шарчаларни зичлиги $\rho_0=8 \cdot 10^2$ кг/м³ бўлган ёғга ботирдилар. Агар шарчалар ёғга ботирилгандан кейин ҳам ипларнинг ажралиш бурчаги ўзгармай қолса, ёғнинг диэлектрик сингдирувчанлиги ϵ аниқлансин. Шарчалар материалининг зичлиги $\rho=1,6 \cdot 10^3$ кг/м³.

13.4. Ҳар бирининг массаси $m=1$ г дан бўлган иккита шарча берилган. Зарядларининг ўзаро итаришиш кучи шарчаларнинг Ньютон қонуни бўйича ўзаро тортишиш кучи билан мувозанатлашиши учун ҳар бир шарчага қандай Q заряд берилиши керак? Шарчалар моддий нуқталар сифатида қаралсин.

13.5. Водород атомининг элементар назариясида электрон ядро атрофида доиравий орбита бўйлаб айланади, деб қабул қилинади. Агар орбита радиуси $r=53$ пм бўлса, электроннинг v тезлиги ҳамда электроннинг айланиш частотаси n аниқлансин.

13.6. Иккита $Q_1=1$ мкКл ва $Q_2=-Q_1$ нуқтавий зарядлар орасидаги масофа 10 см га тенг. Биринчи заряддан $r_1=6$ см ва иккинчисидан $r_2=8$ см масофада бўлган $Q=0,1$ мкКл нуқтавий зарядга таъсир этувчи F куч аниқлансин.

13.7. Томони $a=10$ см бўлган тўғри олтибурчакнинг учларида $Q, 2Q, 3Q, 4Q, 5Q, 6Q$ ($Q=0,1$ мкКл) нуқтавий зарядлар жойлашган. Олтибурчак текислигида ётувчи ва унинг учларидан тенг узокликда жойлашган Q нуқтавий зарядга таъсир этувчи F куч топилсин.

13.8. Бир хил ўтказувчанликли, зарядланган иккита шар бир-биридан $r=60$ см масофада турибди. Шарларнинг итаришиш кучи $F_1=70$ мкН. Шарлар бир-бирига теккизилиб, сўнгра олдинги масофага узоклаштирилгач итаришиш кучи орди ва $F_2=160$ мкН бўлди. Бир-бирларига теккизилгунча шарларда бўлган Q_1 ва Q_2 зарядлар ҳисоблансин. Шарларнинг диаметрлари улар орасидаги масофадан кўп марта кичик деб ҳисоблансин.

13.9. Бир хил ўтказувчанликли, зарядланган иккита шар бир-биридан $r=30$ см масофада турибди. Шарларнинг тортишиш кучлари $F_1=90$ мкН. Шарлар бир-бирига теккизилиб, олдинги масофага узоқлаштирилгандан кейин улар $F_2=160$ мкН куч билан итаришиша бошлашди. Бир-бирларига теккизилгунча шарларда бўлган Q_1 ва Q_2 зарядлар аниқлансин. Шарларнинг диаметрлари улар орасидаги масофадан кўп марта кичик деб ҳисоблансин.

13.10. Иккита мусбат Q ва $4Q$ нуктавий зарядлар бир-биридан $l=60$ см масофада маҳкамланган. Мувозанат вазиятида бўлиши учун учинчи Q_1 зарядни берилган зарядлар орқали ўтувчи тўғри чизикнинг қайси нуктасида ўрнатиш керак? Агар заряд фақат маҳкамланган зарядлар орқали ўтувчи тўғри чизик бўйлаб ҳаракатлана олса, мувозанат турғун бўлиши учун заряд қандай ишорали бўлиши кераклиги кўрсатилсин.

13.11. Эркин $Q_1=180$ нКл ва $Q_2=720$ нКл зарядлар орасидаги масофа $l=60$ см. Зарядлар тизими мувозанатда бўлиши учун, учинчи Q_1 зарядни ўрнатиш лозим бўлган зарядлар орқали ўтувчи тўғри чизикдаги нукта аниқлансин. Заряднинг катталиги ва ишораси аниқлансин. Мувозанат турғун бўладими ёки турғунмасми?

13.12. Ҳар бири $Q=1$ нКл дан бўлган учта заряд тенг томонли учбурчакнинг учларида жойлашган. Тортишиши зарядларнинг итариш кучларини мувозанатга келтириши учун учбурчакнинг марказига қандай Q_1 манфий заряд ўрнатиш керак? Бу мувозанат турғун бўладими?

13.13. Квадратнинг учларида ҳар бири $Q=0,3$ нКл дан бўлган бир хил зарядлар бор. Мусбат зарядларнинг ўзаро итаришиш кучлари манфий заряднинг тортишиш кучи билан мувозанатга келтирилиши учун квадратнинг марказига қандай Q_1 манфий заряд ўрнатиш керак?

Нуктавий заряднинг текис тақсимланган заряд билан ўзаро таъсири

13.14. Узунлиги $l=10$ см бўлган ингичка таёкча бир текис зарядланган. Заряднинг чизикли зичлиги $\tau=1$ мкКл/м. Таёкча ўқининг давомида, яқин учидан $a=20$ см масофада $Q=100$ нКл ли нуктавий заряд турибди. Зарядланган таёкча ва нуктавий заряднинг ўзаро таъсир кучи F аниқлансин.

13.15. Узун ингичка таёкча $r=10$ мкКл/м чизикли заряд зичлиги билан бир текис зарядланган. Таёкча ўқининг давомида, яқин учидан $a=20$ см масофада $Q=10$ нКл нуктавий заряд турибди. Зарядланган таёкча ва нуктавий заряднинг таъсир кучи F аниқлансин.

13.16. Ингичка жуда узун таёкча $\tau=10$ мкКл/м чизикли заряд зичлиги билан бир текис зарядланган. Учидан таёкча ўқига ўтказилган тикликда (перпендикуляр)да $Q=10$ нКл нуктавий

заряд турибди. Таёкча учидан зарядгача бўлган масофа $a=20$ см. Зарядланган таёкча ва нуқтавий заряднинг таъсир кучи F топилсин.

13.17. Узунлиги $l=20$ см бўлган ингичка тола $\tau=10$ нКл/м чизикли зичлик билан зарядланган. Ўртасидан ўтган тикликда, толадан $a=10$ см масофада $Q=1$ нКл нуқтавий заряд турибди. Шу зарядга зарядланган тола томонидан таъсир этувчи F куч ҳисоблансин.

13.18. Узун ингичка таёкча $\tau=10$ мкКл/м чизикли зичлик билан бир текис зарядланган. Унинг ўртасига яқин жойдан $a=20$ см масофада жойлашган $Q=10$ нКл нуқтавий зарядга таъсир этаётган F куч қандай бўлади?

13.19. Ингичка чексиз узун тола 90° бурчак остида эгилган. Толада $\tau=1$ мкКл/м чизикли зичлик билан текис тақсимланган заряд бор. Томонларидан бирининг давомида бурчакдан $a=50$ см узокликда жойлашган, $Q=0,1$ мкКл нуқтавий зарядга таъсир этаётган F куч аниқлансин.

13.20. Радиуси $R=10$ см бўлган ингичка ҳалқада текис тақсимланган $Q=0,1$ мкКл заряд бор. Ҳалқанинг ўртасидан унинг текислигига ўтказилган тикликда $Q_1=10$ нКл нуқтавий заряд турибди. Агар Q_1 нуқтавий заряд ҳалқа марказидан: 1) $l_1=20$ см; 2) $l_2=2$ м узокликда бўлса, зарядланган ҳалқа томонидан унга таъсир этаётган F куч аниқлансин.

13.21. Радиуси $R=10$ см бўлган ингичка яримҳалқада $\tau=1$ мкКл/м чизикли зичлик билан текис тақсимланган заряд бор. Яримҳалқа эгрилигининг марказида $Q=20$ нКл заряд турибди. Нуқтавий заряд ва зарядланган яримҳалқанинг ўзаро таъсир кучи F аниқлансин.

13.22. Радиуси $R=10$ см бўлган ингичка ҳалқада заряд $\tau=1$ нКл/м чизикли зичлик билан текис тақсимланган. Ҳалқанинг марказида $Q=0,4$ мкКл заряд бор. Ҳалқани чўзиб кенгайтирувчи F куч аниқлансин. Ҳалқадаги зарядларнинг ўзаро таъсири инobatга олинмасин.

14-§. ЭЛЕКТР МАЙДОН КУЧЛАНГАНЛИГИ. ЭЛЕКТР СИЛЖИШ

Асосий формулалар

- Электр майдон кучланганлиги

$$\vec{E} = \vec{F}/Q,$$

бу ерда \vec{F} — майдоннинг берилган нуктасига жойлаштирилган нуқтавий мусбат Q зарядга таъсир этувчи куч.

- Электр майдонга жойлаштирилган нуқтавий Q зарядга таъсир этувчи куч

$$\vec{F} = Q\vec{E}.$$

● Электр майдон кучланганлик вектори \vec{E} нинг оқими.

а) бир жинсли бўлмаган майдонга жойлаштирилган ихтиёрий S сирт орқали

$$\Phi_E = \int_S E \cos \alpha dS \quad \text{ёки} \quad \Phi_E = \int_S E_n dS,$$

бу ерда α — кучланганлик вектори \vec{E} ва сирт элементига нормал \vec{n} орасидаги бурчак; dS — сирт элементининг юзаси; E_n — кучланганлик векторининг нормалга проекцияси;

б) бир жинсли электр майдонга жойлаштирилган ясси сирт орқали

$$\Phi_E = E \cdot S \cdot \cos \alpha.$$

● Кучланганлик вектори \vec{E} нинг ёпик сирт орқали оқими

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS,$$

бунда интеграллаш бутун сирт бўйлаб бажарилади.

Остроградский — Гаусс теоремаси. Q_1, Q_2, \dots, Q_n — зарядларни ўз ичига олган ихтиёрий ёпик сирт орқали кучланганлик вектори \vec{E} нинг оқими

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} \sum_{i=1}^n Q_i$$

бу ерда $\sum_{i=1}^n Q_i$ — ёпик сирт ичида жойлашган зарядларнинг алгебраик йиғиндиси; n — зарядлар сони.

● Q нуқтавий заряднинг заряддан r масофада ҳосил қиладиган электр майдон кучланганлиги

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

● Радиуси R га тенг бўлган Q зарядли металл сферанинг сфера марказидан r масофада ҳосил қиладиган электр майдон кучланганлиги:

а) Сферанинг ичида ($r < R$)

$$E = 0;$$

б) сферанинг сиртида ($r = R$)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^2};$$

в) сферадан ташқарида ($r > R$)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

● Электр майдоннинг суперпозиция (қўшилиш) принципига биноан икки (ва ундан кўп) нуқтавий зарядлар ҳосил қилган майдоннинг натижавий кучланганлиги \vec{E} қўшилувчи майдонлар кучланганликларининг вектор (геометрик) йиғиндисига тенг:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n.$$

● \vec{E}_1 ва \vec{E}_2 кучланганликли иккита электр майдон бўлган ҳолда кучланганлик векторининг модули

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos\alpha},$$

бунда α — \vec{E}_1 ва \vec{E}_2 векторлар орасидаги бурчак.

● Бир текис зарядланган чексиз узун тола (ёки цилиндр) ўз ўқидан r масофада ҳосил қиладиган майдон кучланганлиги

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\tau}{er},$$

бу ерда τ — заряднинг чизикли зичлиги.

Заряднинг чизикли зичлиги тола бўйлаб тақсимланган заряднинг тола (цилиндр) узунлигига нисбатига тенг катталиқдир:

$$\tau = \frac{\Delta Q}{\Delta l}.$$

● Бир текис зарядланган чексиз текислик ҳосил қиладиган майдон кучланганлиги

$$E = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon},$$

бу ерда σ — заряднинг сирт зичлиги.

Заряднинг сирт зичлиги сирт бўйлаб тақсимланган заряднинг шу сирт юзасига нисбатига тенг бўлган катталиқдир:

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S}.$$

Зарядлари сирт зичликлари σ нинг модуллари тенг бўлган карама-қарши ишорали зарядлар билан бир текис зарядланган иккита параллел чексиз текислик ҳосил қиладиган майдон (ясси конденсатор майдони) кучланганлиги

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}.$$

Конденсатор қопламалари орасидаги масофа қопламаларнинг чизикли ўлчамларидан кўп марта кичик бўлган ҳолдагина

келтирилган формула ясси конденсатор қопламалари орасидаги (унинг ўрта қисмидаги) майдон кучланганлигини ҳисоблаш учун ўринлидир.

● Электр силжиш \vec{D} электр майдон кучланганлиги \vec{E} билан

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$$

муносабат орқали боғланган. Бу муносабат фақат изотроп диэлектриклар учун ўринлидир.

● Электр силжиш векторининг оқими электр майдон кучланганлиги вектори оқими каби ифодаланеди:

а) бир жинсли майдон ҳолида ясси сирт орқали оқим

$$\Delta \Psi = D \cdot \Delta S \cos \alpha;$$

б) бир жинсли бўлмаган майдон ҳолида ихтиёрий сирт орқали

$$\Psi = \int D \cdot dS,$$

бунда D_n — \vec{D} векторнинг юзаси dS га тенг бўлган сирт элементи нормалининг йўналишига проекцияси.

● **Остроградский — Гаусс теоремаси.** Q_1, Q_2, \dots, Q_n — зарядларни ўз ичига олган ихтиёрий ёпик сирт орқали электр силжиш вектори оқими

$$\Psi = \sum_{i=1}^n Q_i,$$

бунда n — ёпик сирт ичида жойлашган зарядлар сони (ўз ишораси билан).

Электр майдон кучланганлиги векторининг циркуляцияси сон жихатдан мусбат бирлик нуқтавий зарядни ёпик контур бўйлаб кўчиришда бажарилган ишга тенгдир. Циркуляция ёпик контур бўйича интеграл $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ орқали ифодаланеди, бу ерда E_l — контурнинг шу нуқтасидаги кучланганлик вектори \vec{E} нинг контурнинг шу нуқтасидан ўтказилган уринма йўналишига проекцияси.

Электростатик майдон ҳолида кучланганлик векторининг циркуляцияси нолга тенг:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0.$$

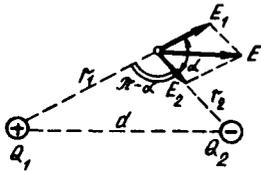
Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Электр майдонни иккита нуқтавий заряд ҳосил қилган бўлиб $Q_1 = 30$ нКл ва $Q_2 = 10$ нКл зарядлар орасидаги масофа $d = 20$ см. Биринчи заряддан $r_1 = 15$ см ва иккинчисидан $r_2 = 10$ см масофада турган нуқтадаги электр майдон кучланганлиги аниқлансин.

Е ч и ш. Электр майдоннинг суперпозиция принципига асосан ҳар бир заряд фазода бошқа зарядлар бўлишдан қатъи назар, мустақил равишда майдон ҳосил қилади. Шунинг учун ҳам қидирилаётган нуктадаги электр майдон кучланганлиги \vec{E} ҳар бир, заряд мустақил равишда ҳосил қилган майдонлар кучланганлик-лари \vec{E}_1 ва \vec{E}_2 ларнинг вектор йиғиндиси сифатида топилиши мумкин: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

Вакуумда * биринчи ва иккинчи зарядлар ҳосил қилган электр майдон кучланганликлари мос равишда:

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}; \quad E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}. \quad (1)$$



14.1-расм

\vec{E}_1 вектор (14.1-расм) куч чизиғи бўйлаб Q_1 заряддан чиқадиган қилиб йўналтирилган, чунки заряд $Q_1 > 0$; \vec{E}_2 вектор ҳам куч чизиғи бўйлаб йўналган, лекин Q_2 зарядга томон, чунки $Q_2 < 0$.

\vec{E} векторнинг модулини косинуслар теоремасига биноан топамиз:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos\alpha}, \quad (2)$$

бунда α бурчак томонлари r_1 , r_2 ва d бўлган учбурчакдан топилиши мумкин:

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}.$$

Узундан-узун ёзувлардан фойдаланмаслик учун мазкур ҳолда $\cos\alpha$ нинг қийматини алоҳида ҳисоблаймиз. Шу формула бўйича

$$\cos\alpha = 0,25$$

ни топамиз. E_1 ва E_2 ларнинг (1) формуладаги ифодаларини (2) тенгликка қўйиб ва умумий кўпайтувчи $1/(4\pi\epsilon_0)$ ни илдириш остидан ташқарига чиқариб қуйидагини оламиз:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2 \frac{|Q_1| |Q_2|}{r_1^2 r_2^2} \cos\alpha}.$$

* 217-бетдаги изоҳга қ.

π , ϵ_0 , Q_1 , Q_2 , r_1 , r_2 ва α катталарнинг қийматларини охириги формулага қўйиб, ҳисобласак

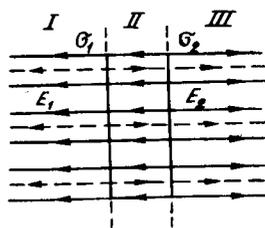
$$E = 9 \cdot 10^9 \sqrt{\frac{(30 \cdot 10^{-9})^2}{(15 \cdot 10^{-2})^4} + \frac{(10 \cdot 10^{-9})^2}{(10 \cdot 10^{-2})^4} + 2 \frac{(30 \cdot 10^{-9})(10 \cdot 10^{-9})}{(15 \cdot 10^{-2})^2(10 \cdot 10^{-2})^2} \cos \alpha} \text{ В/м} =$$

$$= 1,67 \cdot 10^4 \text{ В/м} = 16,7 \text{ кВ/м.}$$

2- мисол. Электр майдонни зарядларнинг сирт зичликлари $\sigma_1 = 0,4 \text{ мкКл/м}^2$ ва $\sigma_2 = 0,1 \text{ мкКл/м}^2$ бўлган иккита параллел, зарядланган чексиз текислик ҳосил қилади. Бу зарядланган текисликлар ҳосил қилган электр майдон кучланганлиги аниқлансин.

Е ч и ш. Суперпозиция принципига асосан ҳар бир зарядланган текислик ҳосил қилган майдон алоҳида ҳолда бир-бирининг устига тушади. Шу билан бирга ҳар бир зарядланган текислик бошқа зарядланган текислик бўлишидан қатъи назар, ўз майдонини ҳосил қилади (14.2- расм).

Биринчи ва иккинчи текисликлар ҳосил қиладиган бир жинсли электр майдон кучланганликлари мос равишда



14.2- расм

$$E_1 = \frac{1}{2} \frac{\sigma_1}{\epsilon_0}; \quad E_2 = \frac{1}{2} \frac{\sigma_2}{\epsilon_0}.$$

Текисликлар бутун фазони учта: I, II ва III соҳаларга бўлади. Расмдан кўриниб турибдики, биринчи ва учинчи соҳаларда иккала майдоннинг ҳам электр куч чизиклари бир томонга йўналган ва натижада, биринчи ва учинчи соҳалардаги йиғинди майдон кучланганлиги ўзаро тенг ва биринчи ҳамда иккинчи текисликлар ҳосил қилган майдонлар кучланганликларининг йиғиндисига тенг:

$$E^{(I)} = E^{(III)} = E_1 + E_2 \text{ ёки } E^{(I)} = E^{(III)} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\epsilon_0}. \text{ Иккинчи соҳада}$$

(текисликлар орасида) майдонларнинг электр куч чизиклари қарама-қарши томонларга йўналган ва демак, майдон кучланганлиги $E^{(II)}$ биринчи ва иккинчи текисликлар ҳосил қилган майдонлар кучланганликларининг фарқига тенг: $E^{(II)} = |E_1 - E_2|$ ёки

$$E^{(II)} = \frac{1}{2} \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{\epsilon_0}.$$

Берилганларни ўрнига қўйиб, ҳисобласак,

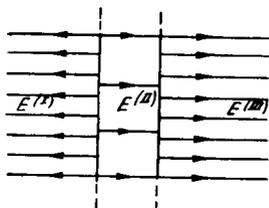
$$E^{(I)} = E^{(III)} = 28,3 \text{ кВ/м}; \quad E^{(II)} = 17 \text{ кВ/м.}$$

Йиғинди майдон куч чизиклари таксимотининг манзараси 14.3-расмда тасвирланган.

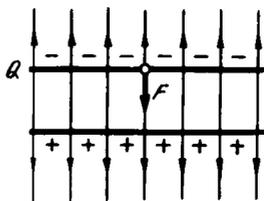
3- мисол. Ясси ҳаво конденсаторининг копламаларида $Q = 10$ нКл заряд бор. Конденсатор ҳар бир копламасининг юзаси $S = 10$ см². Қопламаларнинг тортишиш кучи F аниқлансин. Қопламалар орасидаги майдон бир жинсли деб ҳисоблансин.

Е ч и ш: Битта копламанинг заряди Q конденсаторнинг бошқа копламасининг заряди ҳосил қилган майдонда туради. Демак биринчи зарядга

$$F = E_1 \cdot Q. \quad (1)$$



14.3- расм



14.4- расм

куч таъсир қилади (14.4- расм), бунда E_1 — битта копламанинг заряди ҳосил қилган майдон кучланганлиги. Аммо $E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} =$

$= \frac{Q}{2\epsilon_0 S}$, бунда σ — копламадаги заряднинг сирт зичлиги.

(1) формула E_1 нинг ифодасини ҳисобга олганда

$$F = Q^2 / (2\epsilon_0 S)$$

кўришни олади.

Q , ϵ_0 ва S катталикларнинг қийматларини бу формулага қўйиб ҳисобласак,

$$F = 565 \text{ мкН.}$$

4- мисол. Электр майдон $\sigma = 400$ нКл/м² сирт зичлиги билан зарядланган чексиз текислик ва $\sigma = 100$ нКл/м чизикли зичлик билан зарядланган чексиз тўғри тола томонидан ҳосил қилинади. Толадан $r = 10$ см масофада $Q = 10$ нКл нуқтавий заряд турибди. Агар заряд ва тола зарядланган текисликка параллел бўлган бир текисликда ётса, зарядга таъсир этувчи куч ва унинг йўналиши аниқлансин.

Е ч и ш. Майдонга жойлаштирилган зарядга таъсир этувчи куч

$$F = EQ, \quad (1)$$

бу ерда E — заряд Q турган нуқтадаги майдон кучланганлиги.

Масаланинг шартига кўра зарядланган чексиз текислик ва зарядланган чексиз тола ҳосил қиладиган майдон кучланганлиги E ни аниқлаймиз. Зарядланган чексиз текислик ҳосил қиладиган майдон бир жинсли бўлиб, исталган нуктада унинг кучланганлиги

$$E_1 = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (2)$$

Зарядланган чексиз тола ҳосил қиладиган майдон бир жинслимас. Унинг кучланганлиги масофага боғлиқ ва

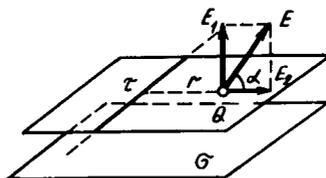
$$E_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (3)$$

формулага мувофиқ аниқланади.

Электр майдоннинг суперпозиция принципига мувофиқ, Q заряд турган нуктадаги майдон кучланганлиги \vec{E}_1 ва \vec{E}_2 кучланганликларнинг вектор йиғиндисига тенг (14.5- расм): $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. \vec{E}_1 ва \vec{E}_2 векторлар ўзаро тик бўлганлиги туфайли

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}.$$

14.5- расм



Бу тенгликка E_1 ва E_2 ларнинг (2) ва (3) формулалардаги ифодаларини қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$E = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}\right)^2} \text{ ёки } E = \frac{1}{2\epsilon_0} \sqrt{\sigma^2 + \frac{\tau^2}{\pi^2 r^2}}.$$

Энди E нинг ифодасини (1) формулага қўйиб, зарядга таъсир этувчи F кучни топамиз:

$$F = EQ = \frac{Q}{2\epsilon_0} \sqrt{\sigma^2 + \frac{\tau^2}{\pi^2 r^2}}. \quad (4)$$

Q , ϵ_0 , σ , τ , π ва r катталиқларнинг қийматларини (4) формулага қўйиб, ҳисобласак

$$F = 289 \text{ мкН.}$$

Мусбат заряд Q га таъсир этувчи F кучнинг йўналиши майдон кучланганлиги вектори \vec{E} нинг йўналиши билан мос тушади.

\vec{E} векторнинг йўналиши эса зарядланган текисликка нисбатан α бурчак билан аниқланади. 14.5-расмдан куйидаги олинади:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_1}{E} = \pi r \frac{\sigma}{\tau}, \text{ бундан } \alpha = \operatorname{arctg} \pi r \frac{\sigma}{\tau}.$$

π , r , σ ва τ катталикларнинг қийматларини бу ифодага қўйиб ва ҳисоблаб, натижани оламиз:

$$\alpha = 51^\circ 34'$$

5- мисол. Нуктавий заряд $Q = 25$ нКл, $\sigma = 2$ мкКл/м² сирт зичлиги билан бир текис зарядланган $R = 1$ см радиусли тўғри чексиз цилиндр ҳосил қилган майдонда турибди. Цилиндр ўқидан $r = 10$ см масофада жойлаштирилган зарядга таъсир этувчи куч аниқлансин.

Е чи ш. Майдонда турган Q зарядга таъсир этувчи куч

$$F = QE, \quad (1)$$

бу ерда E — заряд Q турган нуктадаги майдон кучланганлиги.

Маълумки, бир текис зарядланган чексиз узун цилиндрнинг майдон кучланганлиги

$$E = \tau / (2\pi\epsilon_0 r), \quad (2)$$

бунда τ — заряднинг чизикли зичлиги.

Чизикли зичлик τ ни сирт зичлиги σ орқали ифодалаймиз. Бунинг учун цилиндрнинг l элементини ажратиб, ундаги заряд Q ни икки хил усул билан ифодалаймиз:

$$Q_1 = \sigma \cdot S = \sigma \cdot 2\pi Rl \text{ ва } Q_1 = \tau l.$$

Бу тенгликларнинг ўнг томонларини тенглаштириб, ушбуни оламиз: $\tau l = 2\pi Rl\sigma$. Буни l га қисқартирсак, $\tau = 2\pi R\sigma$. Бу формула ҳисобга олинганда (2) формула $E = R\sigma / (\epsilon_0 r)$ кўринишни олади. E нинг бу ифодасини (1) формулага қўйиб, изланаётган кучни топамиз:

$$F = Q\sigma R / (\epsilon_0 r). \quad (3)$$

Формулага R ва r лар нисбат кўринишида қирганликлари туфайли, улар исталган, лекин бир хил бирликларда ифодаланиши мумкин.

(3) формулага биноан ҳисоблаш ўтказсак,

$$F = 25 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-2} / (8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 10^{-2}) \text{ Н} = \\ = 565 \cdot 10^{-6} \text{ Н} = 565 \text{ мкН}.$$

\vec{F} кучнинг йўналиши кучланганлик вектори \vec{E} нинг йўналиши билан мос келади, у эса симметриклик туфайли (цилиндр чексиз узун) цилиндрга тик йўналган.

6- мисол. Электр майдон $\tau = 30 \text{ нК/м}$ чизикли зичлик билан бир текис зарядланган ингичка, чексиз узун тола томонидан ҳосил қилинган. Толадан $a = 20 \text{ см}$ масофада $r = 1 \text{ см}$ радиусли ясси доиравий майдонча турибди. Агар майдончанинг юзаси унинг марказидан ўтувчи кучланганлик чизиғи билан $\beta = 30^\circ$ бурчак ҳосил қилса, майдонча орқали ўтувчи кучланганлик векторининг оқими аниқлансин.

Е ч и ш. Бир текис зарядланган чексиз тола ҳосил қиладиган майдон бир жинсли бўлмайди. Бундай ҳолда кучланганлик векторининг оқими

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (1)$$

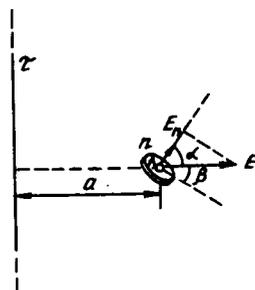
интеграл билан ифодаланadi, бунда E_n — вектор \vec{E} нинг dS майдонча юзасига ўтказилган \vec{n} нормалга проекцияси. Интеграллаш майдончанинг кучланганлик чизиклари сингувчи тўла юзаси бўйича бажарилади.

14.6- расмдан кўришиб турибдики, кучланганлик векторининг проекцияси қуйидагига тенг:

$$E_n = E \cos \alpha,$$

бу ерда α — вектор йўналиши ва нормал \vec{n} орасидаги бурчак. Бу ҳисобга олинса (1) формула

$$\Phi_E = \int_S E \cos \alpha dS$$



14.6- расм

кўринишни олади.

Майдонча юзасининг катталиклари толагача бўлган масофадан анча кичик ($r \ll a$) бўлганлигидан, амалда майдонча яқинидаги майдонни бир жинсли деб ҳисоблаш мумкин. Демак, кучланганлик вектори \vec{E} нинг модули ва йўналиши майдонча атрофида жуда кам ўзаради, бу эса интеграл остидаги E ва $\cos \alpha$ қийматларни уларнинг ўртача қийматлари $\langle E \rangle$ ва $\langle \cos \alpha \rangle$ билан алмаштиришга ва интеграл белгисидан ташқарига чиқаришга имкон беради:

$$\Phi_E = \int_S \langle E \rangle \langle \cos \alpha \rangle dS = \langle E \rangle \langle \cos \alpha \rangle \int_S dS.$$

Интеграллашни бажариб $\langle E \rangle$ ва $\langle \cos \alpha \rangle$ ларни майдончанинг ўрта нуктаси учун ҳисобланган тақрибий қийматлари E_A ва $\cos \alpha_A$ билан алмаштириб, қуйидагини оламиз:

$$\Phi_E = E_A \cos \alpha_A \cdot S = \pi r^2 E_A \cos \alpha_A \quad (2)$$

E_A кучланганлик $E_A = \tau / (2\pi\epsilon_0 a)$ формула бўйича ҳисобланади.

14.6- расмдан $\cos\alpha_A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \sin\beta$ келиб чиқади.

E_A ва $\cos\alpha_A$ ларнинг ифодалари ҳисобга олинса, (2) тенглик

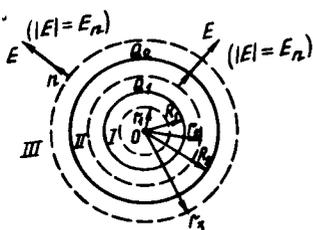
$$\Phi_E = \frac{\pi r^2 \tau}{2\pi\epsilon_0 a} \sin\beta \text{ ёки } \Phi_E = \frac{\tau r^2}{2\epsilon_0 a} \sin\beta$$

кўринишни олади.

Охирги формулага берилганларни қўйиб ва ҳисоблаб, натижани топамиз:

$$\Phi_E = 424 \text{ мВ} \cdot \text{м.}$$

7- мисол. Радиуслари $R_1 = 6$ см ва $R_2 = 10$ см бўлган иккита ўтказувчи моддадан ясалган концентрик сфераларда мос равишда $Q_1 = 1$ нКл ва $Q_2 = -0,5$ нКл зарядлар бор. Шарлар марказидан $r_1 = 5$ см, $r_2 = 9$ см ва $r_3 = 15$ см масофаларда бўлган нуқталардаги майдон кучланганлиги E топилин. $E(r)$ боғланишнинг графиги тузилсин.



14.7- расм

Е чи ш. Таъкидлашимиз лозимки, электр майдоннинг кучланганликларини топиш керак бўлган нуқталар учта соҳада ётади (14.7- расм): I соҳа ($r_1 < R_1$), II соҳа ($R_1 < r_2 < R_2$), III соҳа ($r_3 > R_2$).

I. I соҳадаги кучланганлик E_1 ни аниқлаш учун радиуси r_1 бўлган шарсимон сирт S_1 ўтказамиз ва Остроградский-Гаусс теоремасидан фойдаланамиз. I соҳанинг ичида зарядлар бўлмаганлиги учун, юқорида кўрсатилган теоремага асосан

$$\oint_{S_1} E \cdot dS = 0 \quad (1)$$

тенгликни ҳосил қиламиз, бу ерда E_n — электр майдон кучланганлигининг нормал ташкил этувчиси.

Симметриклик ҳақидаги мулоҳазалардан нормал ташкил этувчи E_n кучланганлиқнинг ўзига тенг ва шарнинг ҳамма нуқталари учун ўзгармас бўлиши керак, яъни $E_n = E_1 = \text{const}$. Шунинг учун уни интеграл белгисидан ташқарига чиқариш мумкин. (1) тенглик

$$E_1 \oint_{S_1} dS = 0$$

кўринишни олади.

Шарнинг юзаси нолга тенг бўлмаганлиги туфайли

$$E_1 = 0,$$

яъни майдон кучланганлиги $r_1 < R_1$ шартни қаноатлантирувчи барча нуқталарда нолга тенг бўлади.

2. II соҳада r_2 радиусли шарсимон сирт ўтказамиз. Бу сиртнинг ичида Q_1 заряд бўлганлигидан, унинг учун Остроградский — Гаусс теоремасига биноан

$$\oint_{S_2} E_n dS = Q_1 / \epsilon_0 \quad (2)$$

тенгликни ёзиш мумкин.

$E_n = E_2 = \text{const}$ бўлганлиги туфайли, симметрия шартидан $E \oint_{S_2} dS = Q_1 / \epsilon_0$ ёки $E S_2 = Q_1 / \epsilon_0$ келиб чиқади, бундан

$$E_2 = Q_1 / (\epsilon_0 S_2).$$

Бунга шар сирти юзасининг ифодасини қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$E_2 = Q / (4\pi\epsilon_0 r_2^2). \quad (3)$$

3. III соҳада r_3 радиусли шарсимон сирт ўтказамиз. Бу сирт йиғинди $Q_1 + Q_2$ зарядни қамраб олади. Демак, у учун Остроградский — Гаусс теоремаси асосида ёзилган тенглама

$$\oint_{S_3} E_n dS = \frac{Q_1 + Q_2}{\epsilon_0}$$

кўринишга эга бўлади.

Бундан дастлабки икки ҳол учун қўлланилган қоидадан фойдаланиб қуйидагини топамиз

$$E_3 = (Q_1 + Q_2) / (4\pi\epsilon_0 r_3^2). \quad (4)$$

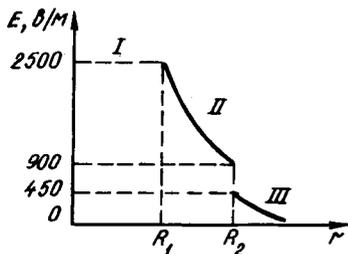
(3) ва (4) тенгликларнинг ўнг томонлари электр майдон кучланганлигининг бирлигини беришига ишонч ҳосил қиламиз:

$$\frac{[Q]}{[\epsilon_0] [r^2]} = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ Ф/м} \cdot 1 \text{ м}^2} = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ Ф} \cdot 1 \text{ м}} = 1 \text{ В/м}.$$

Ҳамма катталикларни СИ бирликларида ифодалаймиз ($Q_1 = 10^{-9}$ Кл, $Q_2 = -0,5 \cdot 10^{-9}$ Кл, $r_1 = 0,09$ м, $r_2 = 15$ м, $1/(4 \cdot \pi \epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф) ва ҳисоблаймиз:

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-9}}{(0,09)^2} \text{ В/м} = 1,11 \cdot 10^3 \text{ В/м} = 1,11 \text{ кВ/м};$$

$$E_3 = 9 \cdot 10^9 \frac{(1-0,5) \cdot 10^{-9}}{(0,15)^2} \text{ В/м} = 200 \text{ В/м}.$$



14.8- расм

4. $E(r)$ графикни тузамиз. I соҳада ($r_1 < R_1$) кучланганлик $E=0$. II соҳада ($R_1 \leq r < R_2$) кучланганлик $E_2(r)$ ушбу $1/r^2$ конун бўйича ўзгаради. $r=R_1$ нуктада кучланганлик $E_2(R_1) = Q_1 / (4\pi\epsilon_0 R_1^2) = 2500$ В/м. $r=R_2$ нуктада (r чапдан R_2 га интилади) $E_2(R_2) = Q_1 / (4\pi\epsilon_0 R_2^2) = 900$ В/м. III соҳада ($r > R_2$) кучланганлик $E_3(r)$ ушбу $1/r^2$ конун бўйича ўзгаради, бунда $r=R_2$ нуктада (r ўнгдан R_2 га интилади) $E_3(R_2) = (Q_1 - |Q_2|) / (4\pi\epsilon_0 R_2^2) = 450$ В/м. Шундай қилиб, $E(r)$ функция $r=R_1$ ва $r=R_2$ нукталарда узилишга эга бўлади. $E(r)$ боғланишнинг графиги 14.8- расмда тасвирланган.

Масалалар

Нуктавий зарядларнинг майдон кучланганлиги

14.1. $Q=10$ нКл нуктавий заряд ўзидан $r=10$ см масофада ҳосил қилган электр майдон кучланганлиги аниқлансин. Диэлектрик — ёғ.

14.2. Иккита $Q_1=+8$ нКл ва $Q_2=-5,3$ нКл нуктавий заряд орасидаги масофа $d=40$ см. Зарядларнинг ўртасида ётган нуктадаги майдон кучланганлиги E ҳисоблансин. Агар иккинчи заряд мусбат бўлса, кучланганлик нимага тенг бўлади?

14.3. Электр майдон бир-биридан $d=20$ см масофада жойлашган $Q_1=10$ нКл ва $Q_2=-20$ нКл нуктавий зарядлар томонидан ҳосил қилинган. Биринчи заряддан $r_1=30$ см ва иккинчисидан $r_2=50$ см узоқликда жойлашган нуктадаги майдон кучланганлиги E аниқлансин.

14.4. Иккита $Q_1=9Q$ ва $Q_2=Q$ нуктавий мусбат заряд орасидаги масофа $d=8$ мм. Зарядлар майдонининг кучланганлиги E нолга тенг бўлган нукта биринчи заряддан қандай r масофада жойлашган? Агар иккинчи заряд манфий бўлганда бу нукта қаерда бўларди?

14.5. Иккита $Q_1=2Q$ ва $Q_2=-Q$ нуктавий заряд бир-биридан d масофада жойлашган. Шу зарядлардан ўтадиган тўғри чизикда ётувчи майдон кучланганлиги E нолга тенг бўладиган нуктанинг ўрни топилсин.

14.6. Электр майдон бир-биридан $d=10$ см масофада жойлашган иккита $Q_1=40$ нКл ва $Q_2=-10$ нКл нуктавий зарядлар томонидан ҳосил қилинган. Биринчи заряддан $r_1=12$ см ва иккинчисидан $r_2=6$ см узоқликда жойлашган нуктадаги майдон кучланганлиги E аниқлансин.

Ҳалқа ва сфера бўйлаб тақсимланган заряд майдонининг кучланганлиги

14.7. $R=8$ см радиусли ингичка ҳалқада $\tau=10$ нКл/м чизикли зичлик билан текис тақсимланган заряд бор. Ҳалқанинг ҳамма нукталаридан $r=10$ см узоқликда жойлашган нуктадаги электр майдон кучланганлиги E қандай бўлади?

14.8. Яримсфера $\sigma=1$ нКл/м² сирт зичлиги билан бир текис тақсимланган зарядга эга. Яримсферанинг геометрик марказидаги электр майдоннинг кучланганлиги E топилсин.

14.9. $R=10$ см радиусли металл сферада $Q=1$ нКл заряд бор. Қуйидаги нукталардаги электр майдон кучланганлиги аниқлансин: 1) сфера марказидан $r_1=8$ см масофада; 2) унинг сиртида; 3) сфера марказидан $r_2=15$ см масофада. ϵ нинг r га боғлиқлик графиги тузилсин.

14.10. Радиуслари $R_1=6$ см ва $R_2=10$ см бўлган иккита концентрик металл сфера мос равишда $Q_1=1$ нКл ва $Q_2=0,5$ нКл зарядлар билан зарядланган. Сфералар марказидан $r_1=5$ см, $r_2=9$ см ва $r_3=15$ см масофаларда бўлган нукталардаги майдон кучланганлиги E топилсин. $E(r)$ боғланишнинг графиги тузилсин.

Зарядланган чизиксимон ўтказгич майдонининг кучланганлиги

14.11. Жуда узун ингичка тўғри ўтказгичда бутун узунлиги бўйлаб текис тақсимланган заряд бор. Агар ўтказгич ўртасининг қаршисида ундан $a=0,5$ м масофадаги майдон кучланганлиги $E=200$ В/м бўлса, заряднинг чизикли зичлиги τ ҳисоблансин.

14.12. Ўзаро параллел жойлашган иккита узун ингичка симлар орасидаги масофа $d=16$ см. Симлар $|\tau|=150$ мкКл/м чизикли зичлик билан бир текисда турли ишорали зарядлар билан зарядланган. Биринчи симдан ҳам, иккинчи симдан ҳам $r=10$ см узоқликда жойлашган нуктадаги майдон кучланганлиги E қандай бўлади?

14.13. Диаметри $d=5$ см ва узунлиги $l=4$ м бўлган тўғри металл таёкчада сирти бўйлаб бир текис тақсимланган $Q=500$ нКл заряд бор. Таёкча ўртасининг қаршисида унинг сиртидан $a=1$ см масофада жойлашган нуктадаги майдон кучланганлиги E аниқлансин.

14.14. Радиуси $R=2$ см бўлган юпка деворли чексиз узун металл найда сирти бўйлаб бир текис тақсимланган заряд бор ($\sigma=1$ нКл/м²). Найнинг ўкидан $r_1=1$ см, $r_2=3$ см масофаларда жойлашган нукталардаги майдон кучланганликлари E аниқлансин. $E(r)$ боғланишнинг графиги чизилсин.

14.15. Радиуслари $R_1=2$ см ва $R_2=4$ см бўлган иккита узун юпка деворли коаксиал найларда $\tau_1=1$ нКл/м ва $\tau_2=-0,5$ нКл/м чизикли зичлик билан узунликлари бўйлаб бир текис тақсимланган зарядлар бор. Найлар орасидаги бўшлиқ эбонит билан тўлди-

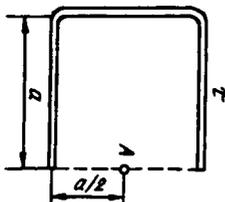
рилган. Найлар ўқидан $r_1=1$ см, $r_2=3$ см, $r_3=5$ см масофаларда жойлашган нуқталардаги майдон кучланганликлари E аниқлансин. E нинг τ га боғлиқлик графиги чизилсин.

14.16. Узунлиги $l=10$ см бўлган ингичка узун ўтказгич бўлагиди $\tau=3$ мкКл/м заряд чизикли зичлик билан бир текис тақсимланган. Заряднинг ўтказгич ўқидаги бўлакнинг яқин учидан бўлак узунлигига тенг бўлган узокликда жойлашган нуқтада ҳосил қиладиган майдон кучланганлиги E ҳисоблансин.

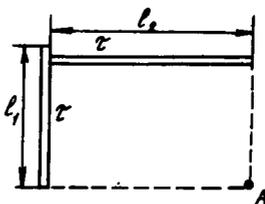
14.17. Узунлиги $l=12$ см бўлган ингичка таёқча $\tau=200$ нКл/м чизикли зичлик билан зарядланган. Таёқча ўртасининг қаршисида ундан $r=5$ см масофада жойлашган нуқтадаги электр майдон кучланганлиги E топилсин.

14.18. Узунлиги $l=10$ см бўлган ингичка таёқча $\tau=400$ нКл/м чизикли зичлик билан зарядланган. Таёқчанинг бирор учидан унга тик ўтказилган чизикда ётувчи, шу учидан $r=8$ см масофада жойлашган нуқтадаги электр майдон кучланганлиги E топилсин.

14.19. Электр майдон квадратнинг уч томони сифатида қайирилган, ингичка бир текис зарядланган таёқчанинг заряди томонидан ҳосил қилинади (14.9- расм). Квадрат томонининг узунлиги $a=20$ см. Зарядларнинг чизикли зичлиги $\tau=500$ нКл/м. A нуқтадаги майдон кучланганлиги E ҳисоблансин.



14.9- расм



14.10- расм

14.20. Узунликлари $l_1=12$ см ва $l_2=16$ см дан бўлган иккита тўғри ингичка таёқчанинг ҳар бири $\tau=400$ нКл/м чизикли зичлик билан зарядланган. Таёқчалар ўзаро тўғри бурчак ҳосил қилади. A нуқтадаги майдон кучланганлиги E топилсин (14.10- расм).

Зарядланган текислик майдонининг кучланганлиги

14.21. Электр майдон юзалари бўйлаб бир текис тақсимланган бир хил ($\sigma=1$ нКл/м²) зарядли иккита чексиз параллел пластина томонидан ҳосил қилинган. 1) пластиналар орасидаги; 2) пластиналардан ташқаридаги майдон кучланганлиги E аниқлансин. Кучланганликнинг пластиналарга тик чизик бўйлаб ўзгариш графиги тузилсин.

14.22. Электр майдон зарядлари юза бўйлаб бир текис тақсимланган, сирт зичликлари $\sigma_1=1$ нКл/м² ва $\sigma_2=3$ нКл/м² бўл-

ган иккита параллел чексиз пластина томонидан ҳосил қилинган. 1) пластиналар орасидаги 2) пластиналардан ташқаридаги майдон кучланганлиги E аниқлансин. Кучланганликнинг пластиналарга тик чизик бўйлаб ўзгариш графиги тузилсин.

14.23. Электр майдон зарядлари юза бўйлаб бир текис тақсимланган, сирт зичликлари $\sigma_1=2$ нКл/м² ва $\sigma_2=-5$ нКл/м² бўлган иккита параллел чексиз пластина томонидан ҳосил қилинган. 1) пластиналар орасидаги; 2) пластиналардан ташқаридаги майдон кучланганлиги E аниқлансин. Кучланганликнинг пластиналарга тик чизик бўйлаб ўзгариш графиги тузилсин.

14.24. Томонларининг узунликлари $a=10$ см ва $b=15$ см бўлган иккита тўғри бурчакли бир хил параллел пластина бир-биридан узок бўлмаган (пластиналарнинг чизикли ўлчамларига нисбатан) масофада жойлашган. Пластиналардан бирида $Q_1=50$ нКл, бошқасида $Q_2=150$ нКл заряд текис тақсимланган. Пластиналар орасидаги электр майдон кучланганлиги E аниқлансин.

14.25. Иккита чексиз параллел пластина $\sigma_1=10$ нКл/м² ва $\sigma_2=-30$ нКл/м² сирт зичликлари билан текис зарядланган. $S=1$ м² юзага тўғри келувчи пластиналар орасидаги ўзаро таъсир кучи аниқлансин.

14.26. Радиуслари $R=10$ см дан бўлган иккита доиравий параллел пластина бир-бирига яқин (радиусга нисбатан) масофада туришибди. Пластиналарга қарама-қарши ишорали, лекин модуллари жиҳатидан тенг $|Q_1|=|Q_2|=Q$ зарядлар берилди. Агар пластиналар $F=2$ мН куч билан тортишишса, берилган Q заряд аниқлансин. Зарядлар пластиналар бўйлаб бир текис тақсимланган деб ҳисоблансин.

Ҳажм бўйлаб тақсимланган заряд майдонининг кучланганлиги

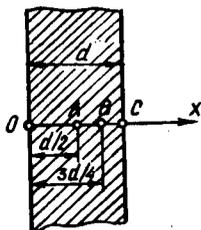
14.27. Радиуси $R=5$ см бўлган яхлит эбонит шарда $\rho=10$ нКл/м³ ҳажмий зичлик билан текис тақсимланган заряд бор. Қуйидаги нукталарда электр майдоннинг кучланганлиги E ва силжиши D аниқлансин; 1) шар марказидан $r_1=3$ см масофада; 2) шар сиртида; 3) шар марказидан $r_2=10$ см масофада. $E(r)$ ва $D(r)$ боғланишларнинг графикалари тузилсин.

14.28. Қовак шиша шарда ҳажм бўйлаб текис тақсимланган заряд бор. Унинг ҳажмий зичлиги $\rho=100$ нКл/м³. Шарнинг ички радиуси $R_1=5$ см, ташқиси $R_2=10$ см. Шар марказидан 1) $r_1=3$ см; 2) $r_2=6$ см; 3) $r_3=12$ см узокликда жойлашган нукталардаги электр майдоннинг кучланганлиги E ва силжиши D ҳисоблансин. $E(r)$ ва $D(r)$ боғланишларнинг графиги тузилсин.

14.29. Парафиндан ясалган $R=2$ см радиусли узун цилиндрда заряд $\rho=10$ нКл/м³ ҳажмий зичлик билан ҳажм бўйлаб бир текис тақсимланган. Цилиндр ўқидан: 1) $r_1=1$ см; 2) $r_2=3$ см масофада жойлашган нукталарда электр майдоннинг кучланганлиги E ва

силжиши D аниқлансин. Ҳар иккала нукта ҳам цилиндр учларидан тенг узоқликда жойлашган. $E(r)$ ва $D(r)$ боғланишларнинг графиклари тузилсин.

14.30. Қалинлиги $d=1$ см бўлган катта ясси пластинада $\rho=100$ нКл/м³ ҳажмий зичлик билан ҳажм бўйлаб текис тақсимланган заряд бор. Марказий қисмига яқин жойда, ташқарида, сиртидан унча катта бўлмаган масофада электр майдоннинг кучланганлиги E топилсин.



14.11-расм

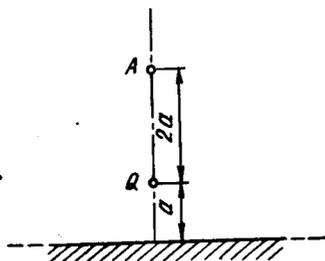
14.31. Қалинлиги $d=2$ см бўлган ойна $\rho=1$ мКл/м³ ҳажмий зичлик билан бир текис зарядланган. A, B, C нукталардаги (14.11-расм) электр майдоннинг кучланганлиги E ва силжиши D аниқлансин. $E(x)$ боғланишнинг графиги тузилсин (x координата ўқи ойна сиртига тик йўналган).

Кўзгу тасвир усули

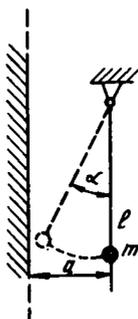
14.32. Чексиз ўтказувчан текисликдан қандайдир $a=5$ см масофада $Q=1$ нКл нуктавий заряд бор. Зарядга шу заряднинг ўзи текисликда индукциялаган заряд томонидан таъсир этувчи F куч аниқлансин.

14.33. Чексиз ўтказувчан текисликдан $a=10$ см масофада $Q=20$ нКл нуктавий заряд турибди. Текисликдан a ва Q заряддан $2a$ масофада жойлашган нуктадаги электр майдон кучланганлиги E ҳисоблансин.

14.34. $Q=40$ нКл нуктавий заряд чексиз ўтказувчан текисликдан $a=30$ см масофада жойлашган. A нуктада электр майдон кучланганлиги E қандай бўлади (14.12-расм)?



14.12-расм



14.13-расм

14.35. Катта металл пластина тик текисликда жойлашган ва ерга уланган (14.13-расм). Пластинадан $a=10$ см масофада ҳаракатсиз нукта турибди, унга эса $m=0,1$ г массали кичкина шарчали, узунлиги $l=12$ см бўлган ип осилган. Шарчага Q заряд берилганда у пластинага тортилди ва натижада ип ўзининг тик ҳолатидан $\alpha=30^\circ$ бурчакка оғди. Шарчанинг заряди Q топилсин.

Электр майдондаги зарядга таъсир этувчи куч

14.36. Ингичка толада $\tau=2$ мкКл/м чизикли зичлик билан узунлик бўйлаб бир текис тақсимланган заряд бор. Толанинг ўрта қисмига яқин жойда — унинг узунлигига нисбатан кичик бўлган $r=1$ см масофада $Q=0,1$ мкКл нуктавий заряд турибди. Зарядга таъсир этувчи F куч аниқлансин.

14.37. Катта металл пластинада сирти бўйлаб бир текис тақсимланган заряд бор ($\sigma=10$ нКл/м²). Пластинадан узок бўлмаган жойда $Q=100$ нКл нуктавий заряд турибди. Зарядга таъсир этувчи F куч топилсин.

14.38. $Q=1$ мкКл нуктавий заряд катта бир текис зарядланган пластина яқинида, ўртасининг қаршисида турибди. Агар нуктавий зарядга $F=60$ мН куч таъсир этса, пластинадаги заряднинг сирт зичлиги σ ҳисоблансин.

14.39. Ясси конденсатор қопламалари орасида $Q=30$ нКл нуктавий заряд бор. Конденсатор майдони зарядга $F_1=10$ мН куч билан таъсир этади. Агар ҳар бир қопламанинг юзаси $S=100$ см² дан бўлса, қопламаларнинг ўзаро тортишиш кучи F_2 аниқлансин.

14.40. Заряди $\sigma=20$ нКл/м² сирт зичлиги билан юза бўйлаб бир текис тақсимланган чексиз пластинага параллел равишда заряди узунлиги бўйлаб бир текис тақсимланган ($\tau=0,4$ мКл/м) ингичка тола жойлашган. Узунлиги $l=1$ м бўлган тола бўлагига таъсир этувчи F куч аниқлансин.

14.41. Ҳар бирининг юзаси $S=100$ см² дан бўлган иккита бир хил доиравий пластиналар бир-бирига параллел жойлашган. Биринчи пластинанинг заряди $Q_1=+1000$ нКл, бошқасиники $Q_2=-100$ нКл. Пластиналар орасидаги масофа: 1) $r_1=2$ см; 2) $r_2=10$ м бўлганда, уларнинг ўзаро тортишиш кучи F аниқлансин.

14.42. Ясси конденсатор шиша билан ажратилган иккита қопламадан иборат. Агар конденсатор тешилиши олдидан электр майдон кучланганлиги $E=30$ МВ/м бўлса, бу пайтда қопламалар шишага қандай p босим кўрсатади?

14.43. Иккита параллел, чексиз узун тўғри толаларда $\tau_1=0,1$ мкКл/м ва $\tau_2=0,2$ мкКл/м чизикли зичликлар билан узунлик бўйлаб текис тақсимланган заряд бор. Толаларнинг узунликлари $l=1$ м бўлган бўлагига тўғри келувчи ўзаро таъсир кучи F аниқлансин. Толалар орасидаги масофа $r=10$ см.

14.44. Тўғри чексиз ингичка толада узунлиги бўйлаб бир текис тақсимланган заряд бор ($\tau_1 = 1$ мкКл/м). Тола сақланадиган текисликда толага тик йўналишда узунлиги l бўлган ингичка таёқча жойлашган. Таёқчанинг толага яқин бўлган учи ундан l масофада жойлашган. Агар таёқча $\tau_2 = 0,1$ мкКл/м чизикли зичлик билан зарядланган бўлса, унга таъсир этувчи F куч аниқлансин.

14.45. Металл шарда $Q_1 = 0,1$ мкКл заряд бор. Шар сиртидан унинг радиусига тенг бўлган масофада куч чизиклари бўйлаб узалган толанинг учи жойлашган. Толада узунлиги бўйлаб бир текис тақсимланган $Q_2 = 10$ нКл заряд бор. Толанинг узунлиги шарнинг радиусига тенг. Агар шарнинг радиуси $R = 10$ см бўлса, толага таъсир этувчи F куч аниқлансин.

14.46. Заряди бир текис тақсимланган ($\tau_2 = 20$ нКл/м) яримҳалқа шундай жойлашганки, у чексиз узун тўғри бир текис зарядланган ($\tau_1 = 0,5$ мкКл/м) тола билан ўқдошдир. Тола ва яримҳалқанинг ўзаро таъсир кучи F аниқлансин.

14.47. Чексиз узун тўғри толада $\tau_1 = 1$ мкКл/м чизикли зичлик билан бир текис тақсимланган заряд бор. Унга ўқдош бўлиб $\tau_2 = 10$ нКл/м чизикли зичлик билан бир текис зарядланган ингичка ҳалқа жойлашган. Ҳалқани чўзувчи F куч аниқлансин. Ҳалқанинг алоҳида элементлари орасидаги ўзаро таъсир инобатга олинмасин.

14.48. Иккита чексиз узун бир текис зарядланган ингичка тола ($\tau_1 = \tau_2 = \tau = 1$ мкКл/м) тўғри бурчак остида бир-бирига чалиштирилган. Уларнинг ўзаро таъсир кучлари F аниқлансин.

Кучланганлик оқими ва электр силжиш оқими

14.49. Чексиз текисликда $\sigma = 1$ мкКл/м² сирт зичлиги билан бир текис тақсимланган заряд бор. Текисликдан қандайдир масофада унга параллел равишда $r = 10$ см радиусли доира жойлашган. Шу доира орқали кучланганлик векторининг оқими Φ_E ҳисоблансин.

14.50. Томонининг узунлиги $a = 10$ см бўлган ясси квадрат пластина бир текис зарядланган ($\sigma = 1$ мкКл/м²) чексиз текисликдан муайян масофада турибди. Пластина юзаси майдон чизиклари билан $\beta = 30^\circ$ бурчак ҳосил қилган. Шу пластина орқали электр силжиши оқими Ψ топилсин.

14.51. $R = 20$ см радиусли сфера марказида $Q = 10$ нКл нуктавий заряд турибди. Сфера сиртининг юзаси $S = 20$ см² бўлган қисми орқали кучланганлик векторининг оқими Φ_E аниқлансин.

14.52. $\omega = 0,5$ страд фазовий бурчакли конуснинг учида $Q = 30$ нКл нуктавий заряд турибди. Конус сиртининг бошка исталган сирт билан кесишиши натижасида ҳосил бўлган чизиклар билан чегараланган юза орқали электр силжишининг оқими Ψ ҳисоблансин.

14.53. Томонларининг a ва b узунликлари мос равишда 3 ва 2 см га тенг бўлган тўғри бурчакли ясси юза $Q = 1$ мкКл нуктавий заряддан $R = 1$ м масофада турибди. Юзача куч чизиклари унинг

сирти билан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ҳосил қиладиган қилиб жойлаштирилган. Юзача орқали кучланганлик векторининг оқими Φ_E топилсин.

14.54. Электр майдон $Q = 0,1$ мкКл нуктавий заряд томонидан ҳосил қилинган. Радиуси $R = 30$ см бўлган доиравий юзача орқали электр силжишининг оқими Ψ аниқлансин. Заряд юзача четларидан бир хил узоқликда жойлашган ва унинг марказидан $a = 40$ см масофада турибди.

14.55. $Q = 1$ мкКл заряд доиравий юзача четларидан бир хил $r = 20$ см узоқликда жойлашган. Юзачанинг радиуси $R = 12$ см. Юзача чегараларида кучланганликнинг ўртача қиймати $\langle E \rangle$ аниқлансин.

14.56. Электр майдон чексиз узун тўғри бир текис зарядланган ($\tau = 0,3$ мкКл/м) чизик томонидан ҳосил қилинган. Иккита катта томони зарядланган чизикқа параллел ва ундан бир хил $r = 20$ см масофага узоқлаштирилган тўғри бурчакли юза орқали электр силжишининг оқими Ψ аниқлансин. Юзача томонларининг зунлиги $a = 20$ см ва $b = 40$ см.

15-§. ПОТЕНЦИАЛ. ЭЛЕКТР ЗАРЯДЛАРИ ТИЗИМИНИНГ ЭНЕРГИЯСИ. ЗАРЯДНИ МАЙДОНДА КЎЧИРИШДА БАЖАРИЛГАН ИШ

Асосий формулалар

● Электр майдоннинг потенциали майдоннинг шу нуктасида ўрнатилган нуктавий мусбат заряд потенциал энергиясининг шу заряд микдорига нисбатига тенгдир:

$$\varphi = P/Q$$

ёки электр майдоннинг потенциали нуктавий мусбат зарядни майдоннинг шу нуктасидан чексизликка кўчиришда майдон кучлари бажарган ишнинг шу заряд микдорига нисбатига тенгдир:

$$\varphi = A/Q.$$

Чексизликда электр майдоннинг потенциали шартли равишда нолга тенг деб қабул қилинган.

Зарядни электр майдонда кўчиришда ташқи кучларнинг иши $A_{т.к.}$ модули бўйича майдон кучларининг иши $A_{м.к.}$ га тенг ва ишораси қарама-қарши эканлигини таъкидлаб ўтамыз:

$$A_{т.к.} = -A_{м.к.}$$

● Нуктавий заряд Q нинг заряддан r масофада ҳосил қиладиган электр майдонининг потенциали

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

● Q зарядга эга бўлган R радиусли металл сферанинг сфера марказидан r масофада ҳосил қиладиган электр майдоннинг потенциали:

$$\text{сферанинг ичида } (r < R) \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R};$$

$$\text{сферанинг сиртида } (r = R) \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R};$$

$$\text{сферадан ташқарида } (r > R) \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}.$$

Зарядланган сферанинг потенциали учун келтирилган барча формулаларда ϵ сферани ўраб турган бир жинсли чексиз диэлектрикнинг сингдирувчанлигидир.

● Берилган нуктада n та нуктавий зарядлар тизими ҳосил қилган электр майдоннинг потенциали, электр майдон суперпозицияси принципига асосан, ҳар бир нуктавий заряд Q_1, Q_2, \dots, Q_n алоҳида ҳосил қилган потенциал $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ ларнинг алгебраик йиғиндисига тенг:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i$$

● Q_1, Q_2, \dots, Q_n нуктавий зарядлар тизимининг ўзаро таъсир энергияси W шу зарядлар тизими уларни бир-биридан чексизликка узоқлаштирганда бажарадиган иш билан аникланади ва

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i \varphi_i$$

формула билан ифодаланади; бу ерда φ_i — Q_i заряд турган нуктада қолган $n - 1$ та зарядлар (i -дан ташқари) ҳосил қилган майдон потенциали.

● Потенциал электр майдон кучланганлиги билан қуйидаги муносабат орқали боғланган

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi.$$

Бу муносабат сферик симметриклик хусусиятига эга бўлган электр майдон учун қуйидагича ифодаланади

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dr} \frac{\vec{r}}{r}$$

ёки скаляр шаклда

$$E = -\frac{d\varphi}{dr},$$

бир жинсли, яъни ҳар бир нуктасидаги кучланганлик ҳам модули, ҳам йўналиши бўйича бир хил бўлган майдон ҳолида эса

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d,$$

бунда φ_1 ва φ_2 — иккита эквипотенциал сирт нукталаридаги потенциаллар; d — электр куч чизиғи йўналишида бу сиртлар орасидаги масофа.

● Q нуктавий зарядни майдоннинг φ_1 потенциалга эга бир нуктасидан φ_2 потенциалга эга бошқа нуктасига кўчиришда электр майдон бажарадиган иш

$$A = Q(\varphi_1 - \varphi_2) \text{ ёки } A = Q \int_L E_l dl,$$

бу ерда E_l — кучланганлик вектори \vec{E} нинг кўчиш йўналишига проекцияси; dl — кўчиш.

Бир жинсли майдон холида охириги формула

$$A = QEl \cos \alpha$$

кўринишни олади, бу ерда l — кўчиш; α — \vec{E} векторнинг йўналиши ва l кўчиш орасидаги бурчак.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. $Q_1 = 3$ мкКл ва $Q_2 = 20$ нКл мусбат зарядлар вакуумда бир-биридан $r_1 = 1,5$ м масофада турибди. Зарядларни $r_2 = 1$ м масофагача яқинлаштириш учун бажариш керак бўлган A' иш аниқлансин.

Е ч и ш : Биринчи заряд Q ҳаракатсиз, иккинчи заряд Q_2 эса ташқи кучлар таъсирида Q_1 заряд ҳосил қилган майдонда кўчиб, унга $r_1 = 1,5$ м масофадан $r_2 = 1$ м масофагача яқинлашади деб фараз қиламиз. Ташқи кучларнинг Q зарядни майдоннинг φ_1 потенциалли нуктасидан потенциалли φ_2 бўлган бошқа нуктасига кўчиришдаги A' иши зарядни шу нукталар орасида кўчиришдаги майдоннинг иши A га модули бўйича тенг, ишораси эса қарама-қарши

$$A' = -A.$$

A зарядни кўчиришда майдон кучларининг иши $A = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Унда ташқи кучларнинг иши A' қуйидаги кўринишда ёзилиши мумкин

$$A' = -Q(\varphi_1 - \varphi_2) = Q(\varphi_2 - \varphi_1); \quad (1)$$

Йўлнинг бошланғич ва охириги нукталаридаги потенциаллар

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1}; \quad \varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_2}$$

формулалар ёрдамида ифодалананади.

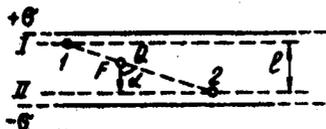
φ_1 ва φ_2 ларнинг ифодаларини (1) формулага қўйиб ва мазкур ҳолда кўчириладиган заряд $Q = Q_2$ эканлигини ҳисобга олиб, қуйидагини топамиз

$$A' = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right).$$

Агар $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$ эканлигини ҳисобга олсак, катталарнинг қийматларини (2) формулага қўйгандан кейин натижани ҳисоблаб топамиз:

$$A' = 180 \text{ мкЖ.}$$

2- мисол. Ораларидаги масофа $l = 3 \text{ см}$ бўлган $\sigma = 0,4 \text{ мкКл/м}^2$ сирт зичлиги билан ва ҳар хил исмли зарядлар билан зарядланган иккита чексиз параллел текислик орасида турган $Q = 10 \text{ нКл}$ зарядни 1 нуктадан 2 нуктага (15.1- расм) кўчиришда майдон бажарган A иш топилсин.



15.1- расм

Ечиш: Масалани икки хил усулда ечиш мумкин.

1- усул. Q зарядни φ_1 потенциалли 1 нуктадан φ_2 потенциалли 2 нуктага кўчиришдаги майдон кучларининг иши A ни

$$A = Q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (1)$$

формуладан топамиз.

1 ва 2 нукталардаги потенциалларни аниқлаш учун шу нукталар орқали I ва II эквипотенциал сиртларни ўтказамиз. Бу сиртлар текисликлардан иборат бўлади, чунки иккита бир текис зарядланган чексиз параллел текислик орасидаги майдонгина бир жинслидир. Бундай майдон учун қуйидаги муносабат ўринли

$$\varphi_1 - \varphi_2 = El, \quad (2)$$

бу ерда E — майдон кучланганлиги; l — эквипотенциал сиртлар орасидаги масофа.

Турли хил ишора билан зарядланган параллел чексиз текисликлар орасидаги майдон кучланганлиги $E = \sigma/\epsilon_0$. E нинг бу ифодасини (2) формулага қўйиб ва сўнгра $\varphi_1 - \varphi_2$ нинг ифодасини (1) формулага қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$A = Q(\sigma/\epsilon_0)l.$$

2- усул. Майдон бир жинсли бўлганлигидан Q заряднинг кўчишида унга таъсир этаётган куч ўзгармасдир. Шунинг учун ҳам заряднинг 1 нуктадан 2 нуктага кўчишидаги ишни

$$A = F\Delta r \cos\alpha \quad (3)$$

формула ёрдамида ҳисоблаш мумкин; бунда F — зарядга таъсир этаётган куч; $\Delta r = Q$ заряднинг 1 нуктадан 2 нуктага кўчиш модули; α — кўчиш ва куч йўналишлари орасидаги бурчак. Аммо, $F = QE = Q \frac{\sigma}{\epsilon_0}$. F нинг бу ифодасини (3) тенгликка қўйиб ва

$\Delta r \cos \alpha = l$ эканлигини ҳисобга олиб қуйидагини топамиз

$$A = Q(\sigma/\epsilon_0)l. \quad (4)$$

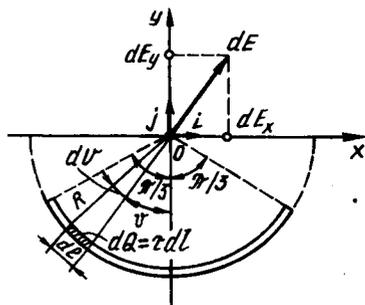
Шундай қилиб, ҳар иккала ечим ҳам битта натижага олиб келди. Q , σ , ϵ_0 ва l катталикларнинг қийматларини (4) ифодага қўйиб, натижани оламиз

$$A = 13,6 \text{ мкЖ.}$$

3- мисол. Заряд R радиусли айлананинг ёйи кўринишида қайрилган ингичка тола бўйлаб $\tau = 10$ нКл/м чизикли зичлик билан текис тақсимланган. Шундай тақсимланган заряднинг ёйнинг эгрилик радиуси билан мос келувчи O нуктада ҳосил қилган электр майдоннинг кучланганлиги \vec{E} ва потенциали ϕ аниқлансин. Толанинг l узунлиги айлана узунлигининг $1/3$ қисмини ташкил қилади ва 15 см га тенг.

Ечиш. Координатанинг боши ёй эгрилигининг маркази билан мос келадиган, y ўқни эса ёй учларига нисбатан симметрик жойлашадиган қилиб танлаймиз (15.2- расм). Толадан dl элементни ажратамиз. Ажратилган қисмдаги $dQ = \tau dl$ зарядни эса нуктавий деб ҳисоблаш мумкин.

Электр майдоннинг O нуктадаги кучланганлигини аниқлаймиз. Бунинг учун олдин майдоннинг dQ заряд ҳосил қиладиган кучланганлиги $d\vec{E}$ ни топамиз:



15.2- расм

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r},$$

бу ерда \vec{r} — элемент dl дан кучланганлиги ҳисобланаётган нуктага йўналган радиус-вектор. $d\vec{E}$ векторни координата ўқларидаги проекциялар dE_x ва dE_y орқали ифодалаймиз:

$$d\vec{E} = \vec{i}dE_x + \vec{j}dE_y,$$

бунда \vec{i} ва \vec{j} — йўналишларнинг бирлик векторлари (ортлар).

Кучланганлик \vec{E} ни интеграллаш йўли билан топамиз:

$$\vec{E} = \int_1 d\vec{E} = \vec{i} \int_1 dE_x + \vec{j} \int_1 dE_y.$$

Интеграллаш ёйнинг l узунлиги бўйлаб бажарилади. Симметрикликдан $\int_l dE_x$ интеграл нолга тенг. У ҳолда

$$\vec{E} = \vec{j} \int_l dE_y,$$

бу ерда $dE_y = dE \cos\theta = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta$ ва $r = R = \text{const}$ ва $dl = R d\theta$

бўлганлигидан

$$dE_y = \frac{\tau R d\theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos\theta = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \cos\theta d\theta.$$

dE_y нинг топилган ифодасини (1) га қўйиб ва ёйнинг O_y ўқиға нисбатан симметрик жойлашганлигини назарда тутиб, интеграллаш чегарасини 0 дан $\pi/3$ гача оламиз, натижани эса иккига кўпайтирамиз:

$$\vec{E} = \vec{j} \frac{2\pi}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi/3} \cos\theta d\theta = \vec{j} \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 R} \left| \sin\theta \right|_0^{\pi/3}.$$

Кўрсатилган чегара кийматларни қўйиб ва R ни ёй узунлиги оркали ифодалаб ($3l = 2\pi R$), куйидагини оламиз

$$\vec{E} = \vec{j} \frac{\tau}{6\epsilon_0 l} \sqrt{3}.$$

Бу формуладан кўриниб турибдики, \vec{E} вектор O_y ўқнинг мусбат йўналиши билан мос келади. τ ва l ларнинг кийматларини охириги формулага қўйиб, ҳисобласак,

$$E = 2,18 \text{ кВ/м.}$$

O нуқтадаги электр майдон потенциалини аниқлаймиз. Олдин нуқтавий заряд dQ нинг O нуқтада ҳосил қиладиган потенциалини топамиз:

$$d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

r ни R билан алмаштирамиз ва интеграллаймиз:

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^l dl = \frac{\tau l}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

$L = \frac{2\pi R}{3}$ эканлигидан

$$\varphi = \tau / (6\epsilon_0).$$

Шу формула бўйича ҳисоблаб, натижани оламиз:

$$\varphi = 188 \text{ В.}$$

4- мисол. Электр майдон $\tau = 20 \text{ нКл/м}$ чизикли зичлик билан бир текис зарядланган $R = 1 \text{ см}$ радиусли узун цилиндр томонидан ҳосил қилинган. Шу майдоннинг цилиндрининг ўрта қисмида, унинг сиртидан $a_1 = 0,5 \text{ см}$ ва $a_2 = 2 \text{ см}$ масофада турган икки нуқтаси орасидаги потенциаллар фарқи аниқлансин.

Ечиш: Потенциаллар фарқини аниқлаш учун майдон кучланганлиги ва потенциалнинг ўзгариши орасидаги $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$ муносабатдан фойдаланамиз. Цилиндрнинг майдони каби ўққа нисбатан симметрик бўлган майдонлар учун бу муносабатни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \text{ ёки } d\varphi = -E dr.$$

Охирги ифодани интеграллаб цилиндр ўқидан r_1 ва r_2 узокликдаги иккита нуқта потенциалларининг фарқини топамиз:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = - \int_{r_1}^{r_2} E dr. \quad (1)$$

Цилиндр узун ва нуқталар унинг ўрта қисмига яқин жойда олинганлигидан, майдон кучланганлигининг ифодаси учун $E = \tau / (2\pi\epsilon_0 r)$ формуладан фойдаланиш мумкин. E нинг бу ифодасини (1) тенгликка қўйиб қуйидагини оламиз:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} \text{ ёки}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

r_1 ва r_2 катталиклар формулада нисбат кўринишида катнашганлиги учун, уларни исталган, фақат бир хил бирликларда ифодалаш мумкин:

$$r_1 = R + a_1 = 1,5 \text{ см}; \quad r_2 = R + a_2 = 3 \text{ см.}$$

τ , ϵ_0 , r_1 ва r_2 катталикларнинг қийматларини (2) формулага қўйиб ва ҳисоблаб, натижани топамиз

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 250 \text{ В.}$$

5- мисол. Электр майдон заряд узунлиги бўйлаб $\tau = 0,1 \text{ мкКл/м}$ зичлик билан бир текис тақсимланган ингичка таёқча томонидан ҳосил қилинган. Таёқча учларидан унинг узунлигига тенг узокликда турган нуқтадаги майдон потенциали φ аниқлансин.

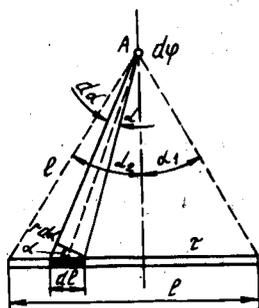
Е чи ш: Таёкчадаги зарядни нуктавий деб ҳисоблаш мумкин эмас, шу сабабли потенциални ҳисоблашга фақат нуктавий зарядлар учун ўринли бўлган ушбу

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (1)$$

формулани бевосита қўллаш мумкин эмас. Лекин, таёкчани dl кесмачаларга бўлсак, уларнинг ҳар биридаги τdl зарядни нуктавий деб қараш мумкин ва бу ҳолда (1) формула ўринли бўлади: Бу формулани қўлаб, қуйидагини оламиз

$$d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (2)$$

бу ерда r — потенциали аниқланаётган нуктадан таёкча бўлагига-ча бўлган масофа.



15.3- расм

15.3- расмдан кўриниб турибдики, $dl = \frac{r d\alpha}{\cos\alpha}$. dl нинг бу ифодасини (2) формулага қўйсак,

$$d\varphi = \frac{\tau r d\alpha}{4\pi\epsilon_0 \cos\alpha}$$

Олинган ифодани α_1 дан α_2 гача ораликда интеграллаб, таёкча бўйлаб тақсимланган барча заряд ҳосил қилган потенциални топамиз:

$$\varphi = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\tau r d\alpha}{4\pi\epsilon_0 \cos\alpha} = \frac{\tau r}{4\pi\epsilon_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}$$

А нуктанинг таёкча учларига нисбатан симметрик жойлашганлигидан $\alpha_1 = \alpha_2$ ни оламиз ва шунинг учун

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = 2 \int_0^{\alpha_1} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}$$

Бинобарин,

$$\varphi = \frac{2\tau r}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\alpha_1} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}$$

$$= \int \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) + C$$

лигидан (2- жадвалга к.)

$$\varphi = \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \Big|_0^{\pi/6}$$

Интеграллашнинг чегара кийматларини кўйсақ,

$$\varphi = \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0} \left(\ln \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - \ln \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \right) = \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$$

Шу формула бўйича ҳисоблаб, натижани топамиз:

$$\varphi = 990 \text{ В.}$$

6- мисол. Электрон майдон кучланганлиги векторига қарама-карши йўналишда $v = 1,13 \cdot 10^6$ м/с тезлик билан бир жинсли электр майдонга учиб кирди. $E_1 = 13,6$ эВ* энергияга эга бўлиши учун электрон қандай U потенциаллар фарқини ўтиши керак? (Шундай энергияга эга бўлган электрон водород атоми билан тўқнашганда уни ионлантириши мумкин. 13,6 эВ энергия водороднинг ионланиш энергияси дейилади).

Ечиш. Электрон шундай U потенциаллар фарқини ўтиши керакки, бунда у олган W энергия билан майдонга кириш олдида эга бўлган T кинетик энергиясининг йиғиндиси ионланиш энергияси E_i га тенг бўлиши керак, яъни $W + T = E_i$. Бу формулада

$$W = eU \text{ ва } T = mv^2/2 \text{ ифодалардан фойдалансак, } eU + \frac{mv^2}{2} = E_i$$

ифодани оламиз. Бундан

$$U = \frac{2E_i - mv^2}{2e}$$

СИ бирликлар тизими (системаси) да ҳисоблашни бажарсак,

$$U = 4,15 \text{ В.}$$

7- мисол. Бир-бирдан етарли даражада узок масофада турган протонларнинг яқинлашиши мумкин бўлган энг кичик масофаси $r_{\min} = 10^{-11}$ см бўлса, уларнинг яқинлашишдаги бошланғич тезлиги v_0 аниқлансин.

Ечиш: Иккита протон орасида итарилиш кучлари таъсир этганлиги учун протонларнинг ҳаракати секинланувчан бўлади. Шунинг учун масалани ҳам инерциал (иккита протоннинг массалари марказига боғланган) санок тизимида, ҳам нонинерциал

* Электрон-вольт (эВ) — электрон зарядига тенг зарядга эга бўлган заррачанинг 1 В потенциаллар фарқидан ўтишида оладиган энергияси. Энергиянинг тизим (система) га қирмайдиган бу бирлиги ҳозирги пайтда физикада қўлланилишига рухсат этилган.

(тезланиш) билан ҳаракатланаётган протонларнинг бирортасига боғланган санок тизимида ечиш мумкин. Иккинчи ҳолда Ньютон қонуни бажарилмайди. Даламбер принципини қўллаш эса, тизимнинг тезланиши ўзгарувчан бўлганлиги туфайли, анча қийин. Шунинг учун ҳам масалани инерциал ҳисоб тизимида қараш қулай.

Координата бошини иккита протоннинг массалар марказида жойлаштирамиз. Модомики биз бир хил зарралар билан иш кўраётган эканмиз, масса маркази зарраларни туташтирувчи кесмени тенг иккига бўлувчи нуқтада бўлади. Вақтнинг исталган пайтида масса марказига нисбатан заррача тезлигининг модули бир хил бўлади. Зарралар бир-биридан етарли даражада узоқ масофада бўлганидан, ҳар бир зарранинг v_1 тезлиги v_0 нинг ярмига тенг бўлади, яъни

$$v_1 = v_0/2.$$

Масалани ечиш учун энергиянинг сақланиш қонунини қўлаймиз. Унга мувофиқ ажратилган тизимнинг тўлиқ механик энергияси E ўзгармас, яъни

$$E = T + P,$$

бу ерда T — ҳар иккала протоннинг массалар марказига нисбатан кинетик энергияларининг йиғиндиси; P — зарядлар тизимининг потенциал энергияси.

Ҳаракатнинг бошланғич ва охири моментларидаги потенциал энергияларни P_1 ва P_2 лар билан ифодалаймиз.

Масаланинг шартига кўра, бошланғич моментда протонлар бир-биридан узоқ масофада туради, шунинг учун потенциал энергияни ҳисобга олмаслик мумкин ($P_1=0$). Бинобарин, бошланғич моментда тўлиқ энергия протонларнинг кинетик энергияси T_1 га тенг бўлади, яъни

$$E = T_1 \quad (1)$$

Протонлар бир-бирига максимал яқинлашган охири моментда уларнинг тезликлари ва кинетик энергиялари нолга тенг, тўла энергия эса P_2 потенциал энергияга тенг бўлади, яъни

$$E = P_2 \quad (2)$$

(1) ва (2) тенгликларнинг ўнг томонларини тенглаштирсак

$$T_1 = P_2. \quad (3)$$

Кинетик энергия протонлар кинетик энергияларининг йиғиндисига тенг:

$$T_1 = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} = mv_1^2 = \frac{mv_0^2}{4}. \quad (4)$$

Бўшликда турган Q_1 ва Q_2 зарядлар тизимининг потенциал энергияси $\Pi = Q_1 Q_2 / (4\pi\epsilon_0 r)$ формула билан аниқланади, бунда r — зарядлар орасидаги масофа. Бу формуладан фойдаланиб куйидагини оламиз

$$\Pi_2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\min}}. \quad (5)$$

(4) ва (5) тенгликларни инobatга олганда (3) формула куйидаги кўринишни олади:

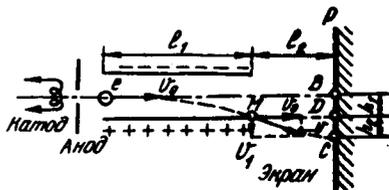
$$\frac{mv_0^2}{4} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\min}}, \text{ бундан } v_0 = e / \sqrt{\pi\epsilon_0 m r_{\min}}.$$

Олинган формула асосида ҳисоблаш ўтказиб, натижани топамиз

$$v_0 = 2,35 \text{ Мм/с.}$$

8- мисол. Бошланғич тезликка эга бўлмаган электрон $v_0 = 10$ кВ потенциаллар фарқини ўтиб, $U_1 = 100$ В потенциаллар фарқигача зарядланган ясси конденсатор қопламалари орасидаги бўшликка қопламаларга параллел бўлган AB чизик бўйлаб учиб кирди (15.4- расм). Қопламалар орасидаги масофа $d = 2$ см. Электроннинг учиб йўналишидаги қоплама узунлиги $l_1 = 20$ см. Конденсатордан $l_2 = 1$ м узоқликда бўлган P экрандаги BC масофа аниқлансин.

Ечиш. Электроннинг конденсатор ичидаги ҳаракати иккита ҳаракатнинг йиғиндисидан иборат: 1) электрон конденсаторгача ўтган U_0 потенциаллар фарқи таъсирида олинган ўзгармас v_0 тезлик билан қилинган ҳаракат; 2) конденсатор майдонининг ўзгармас кучи таъсирида мусбат қопламага



15.4- расм

томон тик йўналишдаги текис тезланувчан ҳаракат. Электрон конденсатордан чиққанда конденсатордан учиб чиқиш momentiда M нуктада эга бўлган v тезлик билан текис ҳаракат қилади.

15.4- расмдан кўриниб турибдики, изланаётган масофа $|BC| = h_1 + h_2$, бунда h_1 — конденсаторда ҳаракатланган вақтида электроннинг тик йўналишда силжиш масофаси; h_2 — конденсатордан чиққандан кейин бошланғич v_0 тезлик йўналиши билан ҳаракат қилгандан электроннинг экранга тушиш нуктаси D билан электроннинг ҳақиқатда тушадиган нуктаси C орасидаги масофа. h_1 ва h_2 ларни алоҳида ифодалаймиз.

Текис тезланувчан ҳаракат йўли узунлигининг формуласидан фойдаланиб, куйидагини топамиз;

$$h_1 = \frac{at^2}{2}, \quad (1)$$

бунда a — электроннинг конденсатор майдони таъсирида олган тезланиши; t — электроннинг конденсатор ичида учиб вақти.

Ньютоннинг иккинчи қонунига мувофиқ $a = \frac{F}{m}$, бунда F — майдон томондан электронга таъсир этаётган куч; m — унинг массаси. Ҳз навбатида $F = eE = eU_1/d$, бунда e — электроннинг заряди; U_1 — конденсатор қопламалари орасидаги потенциаллар фарқи; d — улар орасидаги масофа.

Электроннинг конденсатор ичида учиб вақтини текис ҳаракат йўл формуласи $l_1 = v_0 t$ дан топамиз, бундан

$$t = l_1/v_0,$$

бу ерда l_1 — конденсаторнинг электроннинг учиб йўналишидаги узунлиги. v_0 тезлигининг ифодасини электронни кўчиришда майдон бажарган ишнинг у олган кинетик энергияга тенглиги шартидан топамиз: $\frac{mv_0^2}{2} = eU_0$. Бундан

$$v_0^2 = \frac{2eU_0}{m}. \quad (2)$$

(1) формулага кетма-кет равишда, мос ифодалардан a , F , t ва v_0^2 ларнинг қийматларини қўйиб, қуйидагини оламиз

$$h_1 = \frac{v_1 l_1^2}{4dU_0}.$$

h_2 кесманинг узунлигини МДС ва векторли учбурчакларнинг ўхшашлигидан топамиз:

$$h_2 = \frac{v_1 l_2}{v}, \quad (3)$$

бу ерда v_1 — M нуқтада электроннинг тик йўналишдаги тезлиги; l_2 — конденсатордан экрангача бўлган масофа.

v_1 тезлигини $v_1 = at$ формуладан топамиз. У эса a , F ва t ларнинг ифодаларини инобатга олганда

$$v_1 = \frac{eU_1 l_1}{dmv_0}$$

кўришни олади.

v_1 нинг ифодасини (3) формулага қўйиб $h_2 = \frac{eU_1 l_1 l_2}{dmv_0^2}$ ни ола

миз ёки v_0^2 ни (3) формула бўйича алмаштириб қуйидагини топамиз

$$h_2 = \frac{U_1 l_1 l_2}{2dv_0}$$

Ниҳоят изланаётган (BC) масофа учун

$$|BC| = h_1 + h_2 = \frac{U_1 l_1^2}{4dU_0} + \frac{U_1 l_1 l_2^2}{2dU_0} = \frac{U_1 l_1}{2dU_0} \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right)$$

га эга бўламиз. Бу ифодага v_1 , U_0 , d , l_1 ва l_2 катталикларнинг қийматларини қўйиб ва ҳисоблаб, натижани оламиз:

$$|BC| = 5,5 \text{ см.}$$

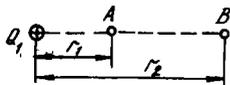
Масалалар

15. Нуктавий зарядларнинг потенциал энергияси ва майдон потенциаллари

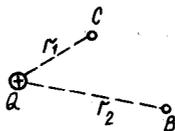
15.1. Майдоннинг муайян нуктасида турган $Q = 10$ нКл нуктавий заряд $\Pi = 10$ мкЖ потенциал энергияга эга. Майдоннинг шу нуктасидаги потенциал ϕ топилсин.

15.2. $Q = 20$ нКл зарядни майдоннинг икки нуктаси орасида кўчиришда ташки кучлар томонидан $A = 4$ мкЖ иш бажарилган. Майдон кучларининг иши A_1 ва майдоннинг шу нукталари орасидаги потенциаллар фарқи $\Delta\phi$ аниқлансин.

15.3. Электр майдон $Q_1 = 6$ нКл мусбат нуктавий заряд томонидан ҳосил қилинган. Q_2 мусбат заряд майдоннинг A нуктасидан B нуктасига кўчирилади (15.5- расм). Агар $r_1 = 20$ см ва $r_2 = 50$ см бўлса, кўчириладиган бирлик зарядга мос келувчи потенциал энергиянинг ўзгариши $\Delta\Pi$ қандай бўлади?



15.5- расм



15.6- расм

15.4. Электр майдонни $Q_1 = 50$ нКл нуктавий заряд ҳосил қилган. Агар $r_1 = 10$ см ва $r_2 = 20$ см бўлса, потенциал тушунчасидан фойдаланмасдан $Q_2 = -2$ нКл нуктавий зарядни C нуктадан B нуктага кўчиришда ташки кучлар бажарган A иш ҳисоблансин (15.6- расм). Шунингдек, зарядлар тизими потенциал энергиясининг ўзгариши $\Delta\Pi$ аниқлансин.

15.5. Майдонни $Q_1=1$ нКл нуктавий заряд ҳосил қилган. Заряддан $r=20$ см узоқликда турган нуктадаги майдон потенциали аниқлансин.

15.6. $Q_1=-0,2$ мкКл ва $Q_2=0,5$ мкКл зарядлардан мос равишда $r_1=15$ см ва $r_2=25$ см узоқликдаги электр майдон потенциали аниқлансин. Ечим мавжуд бўлиши учун зарядлар орасидаги минимал ва максимал масофалар қандай бўлиши лозимлиги ҳам аниқлансин.

15.7. $Q_1=1$ мкКл ва $Q_2=-1$ мкКл зарядлар бир-биридан $d=10$ см масофада турибди. Биринчи заряддан $r=10$ см узоқликдаги Q_1 дан Q_2 йўналишига тик ва биринчи заряддан ўтадиган тўғри чизикда ётувчи нуктадаги майдон потенциали ϕ ва кучланганлик E аниқлансин.

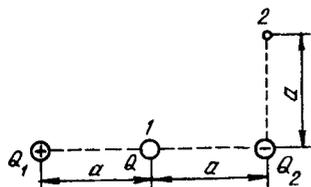
15.8. Бир-биридан $d=10$ см масофада турган иккита $Q_1=100$ нКл ва $Q_2=10$ нКл нуктавий зарядлар тизимининг потенциал энергияси Π ҳисоблансин.

15.9. Томонларининг узунлиги $a=10$ см дан бўлган тенг томонли учбурчакнинг учларида жойлашган учта $Q_1=10$ нКл, $Q_2=20$ нКл ва $Q_3=-30$ нКл нуктавий зарядлар тизимининг потенциал энергияси Π топилин.

15.10. Томонларининг узунлиги $a=10$ см дан бўлган квадратнинг учларида жойлашган тўртта бир хил $Q=10$ нКл нуктавий зарядлар тизимининг потенциал энергияси Π қандай бўлади?

15.11. Томонларининг узунлиги $a=10$ см дан бўлган квадратнинг учларида жойлашган тўртта нуктавий зарядлар тизимининг потенциал энергияси аниқлансин. Зарядларнинг модуллари бир хил $Q=10$ нКл, лекин уларнинг иккитаси манфий. Зарядлар жойлашишининг иккита мумкин бўлган ҳоли қаралсин.

15.12. Майдонни бир-биридан $d=12$ см масофада турган иккита $+2Q$ ва $-Q$ нуктавий заряд ҳосил қилган. Текисликда потенциали нолга тенг бўлган нукталарнинг геометрик ўрни аниқлансин (потенциали нол бўлган чизикнинг тенгламаси ёзилсин).



15.7- расм

15.13. Тизим учта -- иккита катталиги жихатдан тенг $Q_1 = |Q_2| = 1$ мкКл ва қарама-қарши ишорали ҳамда тизимнинг бошқа иккита зарядларининг ўртасидаги 1 нуктада жойлаштирилган $Q=20$ нКл заряддан ташкил топган (15.7- расм). Q зарядни 1 нуктадан 2 нуктага кўчирганда тизим потенциал энергиясининг ўзгариши аниқлансин. Бу нукталар Q_2 манфий заряддан $a=0,2$ м узоқликда жойлашган.

Чизиқли тақсимланган зарядлар майдонининг потенциали

15.14. Заряд $R=10$ см радиусли ингичка ҳалқада $\tau=10$ нКл/м чизиқли зичлик билан бир текис тақсимланган. Ҳалқа ўқида ётувчи ва марказидан $a=5$ см масофада жойлашган нуктадаги потенциал ϕ аниқлансин.

15.15. Заряд ингичка тўғри ўтказгич кесмасида $\tau=10$ нКл/м чизиқли зичлик билан бир текис тақсимланган. Шу заряднинг ўтказгич ўқида ва кесманинг яқин учидан унинг узунлигига тенг масофада жойлашган нуктада ҳосил қиладиган потенциали ϕ ҳисоблансин.

15.16. Узунлиги $l=10$ см бўлган ингичка таёқчада текис тақсимланган $Q=1$ нКл заряд бор. Таёқча ўқида ётувчи ва унинг яқин учидан $a=20$ см масофада жойлашган нуктадаги электр майдон потенциали ϕ аниқлансин.

15.17. Ингичка таёқчалар томонининг узунлиги a бўлган квадрат ҳосил қиладилар. Таёқчалар $\tau=1,33$ нКл/м чизиқли зичлик билан зарядланишган. Квадратнинг марказидаги потенциал ϕ топилсин.

15.18. Чексиз узун ингичка тўғри толада $\tau=0,01$ мкКл/м чизиқли зичлик билан тола узунлиги бўйлаб бир текис тақсимланган заряд бор. Толадан $r_1=2$ см ва $r_0=4$ см масофаларда жойлашган майдоннинг икки нуктаси орасидаги потенциаллар фарқи $\Delta\phi$ аниқлансин.

Сирт бўйлаб тақсимланган зарядлар майдонининг потенциали

15.19. Юпка айлана шаклидаги пластина текислик бўйлаб бир текис тақсимланган $Q=1$ нКл зарядга эга. Пластинанинг радиуси $R=5$ см. Икки нуктадаги электр майдоннинг потенциали ϕ аниқлансин: 1) пластина марказида; 2) пластина текислигига тик ўқда ётувчи ва пластина марказидан $a=5$ см узокда жойлашган нуктада.

15.20. Радиуслари $R_1=3$ см ва $R_2=6$ см бўлган иккита концентрик металл сфера бор. Сфералар орасидаги бўшлиқ парафин билан тўлдирилган. Ички сферанинг заряди $Q_1=-1$ нКл, ташқисиники $Q_2=2$ нКл. Сфералар марказидан: 1) $r_1=1$ см; 2) $r_2=5$ см; 3) $r_3=9$ см масофадаги электр майдон потенциали ϕ топилсин.

15.21. $R=5$ см радиусли металл шарда $Q=1$ нКл заряд бор. Шар $d=2$ см қалинликдаги эбонит қатлами билан ўралган. Шарнинг марказидан: 1) $r_1=3$ см; 2) $r_2=6$ см; 3) $r_3=9$ см масофадаги электр майдон потенциали ϕ ҳисоблансин. $\phi(r)$ боғланишнинг графиги тузилсин.

15.22. Радиуси $R=10$ см бўлган металл шар $\phi_1=300$ В потенциалгача зарядланган. Қуйидаги икки ҳол учун бу шарнинг потенциали аниқлансин: 1) уни $R_2=15$ см радиусли ўтказувчан

1) сферик қобик билан ўраб ва қиска пайт у билан ўтказгич оркали улангандан кейин; 2) агар уни $R_2 = 15$ см радиусли ерга уланган ўтказувчан сферик қобик билан ўралса.

15.23. Заряд чексиз текисликда $\sigma = 10$ нКл/м² сирт зичлиги билан бир текис тақсимланган. Майдоннинг бири текисликда жойлашган, бошқаси эса текисликдан $d = 10$ см узоқликда бўлган икки нуқтаси орасидаги потенциаллар фарқи $\Delta\phi$ аниқлансин.

15.24. Агар ҳавонинг тешилиши рўй берадиган майдон кучланганлиги $E = 3$ МВ/м бўлса, $R = 10$ см радиусли яқкаланган металл шарни қандай ϕ потенциалгача зарядлаш мумкинлиги аниқлансин. Шунингдек, тешилиш олдидан электр зарядларининг максимал сирт зичлиги σ топилсин.

15.25. Иккита чексиз параллел текислик бир-биридан $d = 0,5$ см масофада турибди. Текисликларда заряд $\sigma_1 = 0,2$ мкКл/м² ва $\sigma_2 = -0,3$ мкКл/м² сирт зичликлари билан бир текисликда тақсимланган. Текисликлар орасидаги потенциаллар фарқи U аниқлансин.

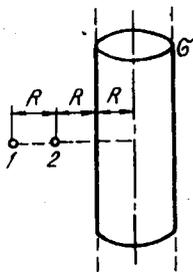
15.26. Иккита чексиз параллел текислик бир-биридан $d = 1$ см масофада турибди. Текисликларда $\sigma_1 = 0,2$ мкКл/м² ва $\sigma_2 = 0,5$ мкКл/м² зичликлар билан текислик бўйлаб бир текис тақсимланган зарядлар бор. Текисликлар орасидаги потенциаллар фарқи U топилсин.

15.27. Диаметри $d = 2$ см бўлган металл шарча $\phi = 150$ В потенциалгача манфий зарядланган. Шарча сиртида нечта электрон бор?

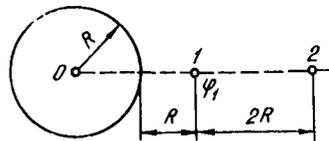
15.28. $\phi = 20$ В потенциалгача зарядланган юзта бир хил симоб томчиси қўшилиб битта катта томчи ҳосил қилди. Ҳосил бўлган томчининг потенциали ϕ_1 қандай?

15.29. Ҳар бирининг радиуси $R = 10$ см дан бўлган икки юмалок металл пластина турли исмли зарядланган, бир-бирининг қарши-сида параллел жойлашган ва $F = 2$ мН куч билан ўзаро тортишишади. Пластиналар орасидаги масофа $d = 1$ см. Пластиналар орасидаги потенциаллар фарқи U аниқлансин.

15.30. Электр майдон чексиз узун, текис зарядланган ($\sigma = 0,1$ мкКл/м²) радиуси $R = 5$ см бўлган цилиндр томонидан хо-



15.8- расм



15.9- расм

сил қилинган. 1 нуктадан 2 нуктага кўчиришда бир зарядли мусбат ион потенциал энергиясининг ўзгариши ΔW аниқлансин (15.8-расм).

15.31. Электр майдонни манфий зарядланган металл шар ҳосил қилган. $Q=40$ нКл зарядни потенциали $\varphi_1=300$ В бўлган биринчи нуктадан иккинчи нуктага кўчиришда ташқи кучлар бажарган $A_{1,2}$ иш аниқлансин (15.9-расм).

Ҳажм бўйлаб тақсимланган зарядлар майдонининг потенциали

15.32. Қалинлиги $d=2$ см бўлган ясси ойна $\rho=10$ мкКл/м² ҳажмий зичлик билан бир текис зарядланган. Ойнанинг сиртида ётган нукта ва ойнанинг ичида унинг ўртасида ётган нукта орасидаги потенциаллар фарқи $\Delta\varphi$ топилсин. Ойнанинг ўлчамлари унинг қалинлигига нисбатан жуда катта деб ҳисоблансин.

15.33. $R=10$ см радиусли яхлит парафин шар $\rho=1$ мкКл/м² ҳажмий зичлик билан бир текис зарядланган. Шар марказидаги ва унинг сиртидаги электр майдон потенциали φ аниқлансин. $\varphi(r)$ боғланишнинг графиги тузилсин.

15.34. Деворлари қалин, эбонитдан ясалган ғовак шарда $\rho=2$ мкКл/м³ зичлик билан ҳажм бўйлаб текис тақсимланган заряд бор. Шарнинг ички радиуси $R_1=3$ см, ташқиси $R_2=6$ см. Қуйидаги нукталарда шарнинг потенциали φ аниқлансин: 1) шарнинг ташқи сиртида; 2) шарнинг ички сиртида; 3) шарнинг марказида.

Потенциал градиенти ва унинг майдон кучланганлиги билан боғланиши

15.35. Чексиз текислик $\sigma=4$ нКл/м² сирт зичлиги билан бир текис зарядланган. Шу текислик ҳосил қилган электр майдон потенциали градиентининг қиймати ва йўналиши аниқлансин.

15.36. Бир жинсли электр майдоннинг муайян нуктасидаги кучланганлиги $E=600$ В/м. Шу нукта ва кучланганлик вектори билан $\alpha=60^\circ$ бурчак ҳосил қиладиган тўғри чизикда ётувчи бошқа бир нукта орасидаги потенциаллар фарқи U ҳисоблансин. Нукталар орасидаги масофа $\Delta r=2$ мм.

15.37. Бир жинсли электр майдоннинг кучланганлиги $E=120$ В/м. Шу нукта билан шу куч чизигининг ўзида, биринчи нуктадан $\Delta r=1$ мм узоқликда ётувчи бошқа бир нукта орасидаги потенциаллар фарқи U аниқлансин.

15.38. Электр майдонни мусбат нуктавий заряд ҳосил қилган. Заряддан $r=12$ см узоқликдаги нуктада майдон потенциали $\varphi=24$ В. Шу нуктадаги потенциал градиентининг йўналиши ва қиймати аниқлансин.

15.39. Чексиз узун ингичка тўғри толада $\tau=1$ нКл/м зичлик билан тола узунлиги бўйлаб бир текис тақсимланган заряд бор.

Толадан $r=10$ см узокликдаги нуқтада потенциал градиенти қандай бўлади? Потенциал градиентининг йўналиши кўрсатилсин.

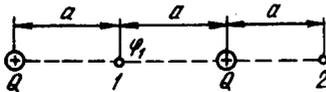
15.40. Радиуси $R=10$ см бўлган, диэлектрикдан ясалган ($E=3$) яхлит шар $\rho=50$ нКл/м³ ҳажмий зичлик билан зарядланган. Бундай шар ичидаги ва сиртидаги электр майдон кучланганлиги $E=\frac{\rho}{3\epsilon_0\epsilon}r$ формула билан ифодаланади, бунда r — шарнинг

марказидан майдон кучланганлиги ҳисобланаётган нуқтагача бўлган масофа. Шарнинг марказида ва унинг сиртида ётувчи нуқталар орасидаги потенциаллар фарқи $\Delta\phi$ ҳисоблансин.

Зарядни майдонда кўчиришда бажарилган иш

15.41. $Q_1=1$ мкКл ва $Q_2=0,1$ мкКл нуқтавий зарядлар бир-биридан $r_1=10$ см масофада туришибди. Агар иккинчи заряд биринчисидан итарилиб ундан: 1) $r_2=10$ м; 2) $r_3=\infty$ масофага узоклашса, бунда майдон кучлари қандай A ишни бажаради?

15.42. Электр майдон иккита бир хил мусбат Q нуқтавий зарядлар томонидан ҳосил қилинган. $Q_1=10$ нКл зарядни $\phi_1=300$ В потенциалли биринчи нуқтадан иккинчи нуқтага кўчиришда майдон кучларининг бажарган иши $A_{1,2}$ топилсин (15.10- расм).

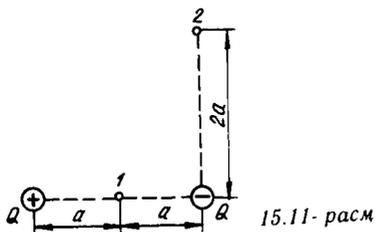


15.10- расм

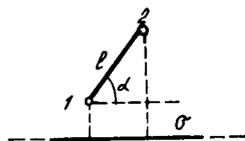
15.43. Модуллари $|Q|=1$ мкКл бўлган иккита нуқтавий заряд ҳосил қилган майдонда $a=0,1$ м бўлганда $Q_1=50$ нКл зарядни 1 нуқтадан 2 нуқтага кўчиришда бажарилган $A_{1,2}$ иш аниқлансин (15.11- расм).

15.44. Электр майдон $\sigma=2$ мкКл/м² сирт зичлиги билан бир текисда зарядланган чексиз текислик томонидан ҳосил қилинган. Шу майдонда текислик билан $\alpha=60^\circ$ бурчак ҳосил қилувчи тўғри чизик бўйлаб ораларидаги масофаси $l=20$ см бўлган 1 нуқтадан 2 нуқтага $Q=10$ нКл нуқтавий электр заряд кўчирилади (15.12- расм). Зарядни кўчиришда майдон кучлари бажарган A иш аниқлансин.

15.45. Заряд тўғри ўтказгич бўлагиди $\tau=1$ мкКл/м чизикли зичлик билан бир текис тақсимланган. $Q_1=1$ нКл зарядни B нуқтадан C нуқтага кўчиришдаги майдон кучларининг иши A аниқлансин (15.13- расм).



15.11- расм

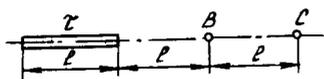


15.12- расм

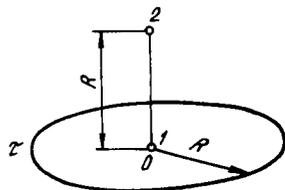
15.46. Ингичка таёкча ярим ҳалка шаклида қайирилган. Таёкча $\tau = 133$ нКл/м чизикли зичлик билан зарядланган $Q = 6,7$ нКл зарядни ярим ҳалканинг марказидан чексизликка кўчириш учун қандай A иш бажариш керак?

15.47. Ингичка таёкча $R = 10$ см радиусли ҳалка шаклида қайирилган. У $\tau = 300$ нКл/м чизикли зичлик билан зарядланган. $a = 5$ нКл зарядни ҳалканинг марказидан ҳалка ўқида ётувчи ва марказдан $l = 20$ см масофада жойлашган нуктага кўчиришда қандай A иш бажариш керак?

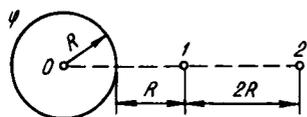
15.48. Электр майдонини ҳалка бўйлаб бир текис тақсимланган заряд ҳосил қилади $\tau = 1$ мкКл/м $Q = 10$ нКл зарядни 1 нуктадан (ҳалка марказида) ҳалка текислигига тик чизикда турган 2 нуктага кўчиришда майдон қучлари бажарган $A_{1,2}$ иш аниқлансин (15.14- расм).



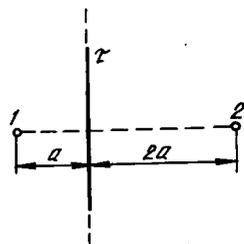
15.13- расм



15.14- расм



15.15- расм



15.16- расм

15.49. Зарядланган ўтказувчи шар ҳосил қилган майдонда $Q=1$ мкКл зарядни 1 нуктадан 2 нуктага кўчиришда майдон кучлари бажарган $A_{1,2}$ иш аниқлансин (15.15-расм). Шарнинг потенциали $\varphi=1$ кВ.

15.50. Чексиз тўғри толада текис таксимланган ($\tau=0,1$ мкКл/м) заряд бор. $Q=50$ нКл зарядни 1 нуктадан 2 нуктага кўчиришда майдон кучларининг иши $A_{1,2}$ аниқлансин (15.16-расм).

Зарядланган зарраларнинг электр майдондаги ҳаракати

15.51. Электрон кучланганлиги $E=200$ кВ/м бўлган бир жинсли электр майдонда турибди. Агар унинг бошланғич тезлиги нолга тенг бўлса $t=1$ нс вақтда электрон қандай йўлни ўтади? Шу вақт оралигининг охирида электрон қандай тезликка эга бўлади?

15.52. 1) Электронга; 2) протонга $v=30$ Мм/с тезлик бериш учун қандай U тезлантирувчи потенциаллар фарқи керак бўлади?

15.53. Электрон лампанинг катода ва аноди орасидаги потенциаллар фарқи $U=90$ В, масофа $r=1$ мм. Электрон катоддан анодга томон қандай a тезланиш билан ҳаракат қилади? Анодга урилган пайтда электроннинг тезлиги v қандай бўлади? Электрон катоддан анодгача бўлган масофани қандай t вақтда учиб ўтади? Майдон бир жинсли деб ҳисоблансин.

15.54. Бешта электрони бор $m=1$ пг массали зарра бўшлиқда $U=3$ МВ тезлантирувчи потенциаллар фарқидан ўтди. Зарранинг кинетик энергияси T қандай? Зарра қандай v тезликка эга бўлди?

15.55. Зарядланган зарра $U=600$ кВ тезлантирувчи потенциаллар фарқидан ўтиб $v=5,4$ мм/с тезлик олди. Зарранинг солиштирма заряди (заряднинг массага нисбати) аниқлансин.

15.56. Бошланғич тезлиги $v=100$ км/с бўлган протон бир жинсли электр майдонга ($E=300$ В/см) тезлик вектори кучланганлик чизиклари йўналиши билан мос келадиган бўлиб учиб кирди. Протоннинг тезлиги икки маротаба ортиши учун у майдон чизиклари йўналишида қандай йўлни ўтиши керак?

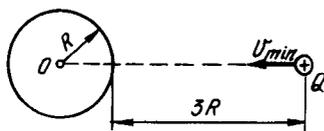
15.57. Чексиз текислик $\sigma=35,4$ нКл/м² сирт зичлиги билан манфий зарядланган. Текислик ҳосил қилган майдон куч чизиклари йўналишида электрон учмоқда. Агар текисликдан $l_0=5$ см узокликда электроннинг кинетик энергияси $T=80$ эВ бўлса, унинг текисликка яқинлашиши мумкин бўлган энг кичик масофаси l_{min} аниқлансин.

15.58. Горизонталь йўналишда $v=1,6$ Мм/с тезлик билан учаётган электрон тик юқорига йўналган $E=90$ В/м кучланганликли бир жинсли электр майдонга кирди. 1 нс дан кейин электрон тезлиги v нинг йўналиши ва модули қандай бўлади?

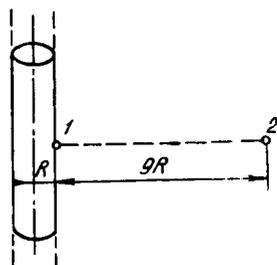
15.59. Протон бир жинсли электр майдон куч чизиклари буйлаб харакатланмокда. Майдоннинг φ_1 потенциалли нуктасида протон $v_1=0,1$ Мм/с тезликка эга эди. Протоннинг тезлиги $n=2$ марта ортадиган нуктадаги майдон потенциали φ_2 аниклансин. Протон зарядининг массасига нисбати $e/m=96$ мКл/кг.

15.60. Кучланганлиги $E=1$ кВ/м буйланган бир жинсли электр майдонга куч чизиги йуналиши буйлаб $v_0=1$ Мм/с тезликка эга буйланган электрон учиб киради. Тезлиги v_1 бошлангич тезлигининг ярмига тенг буйладиган нуктагача электрон утган масофа l аниклансин.

15.61. Протон $\varphi=400$ В потенциалгача зарядланган металл шарнинг сиртига етиб бориши учун кандай минимал v_{min} тезликка эга буйлиши керак (15.17- расм)?



15.17- расм



15.18- расм

15.62. Электрон бир жинсли электр майдоннинг куч чизиги буйлаб харакатланмокда. Майдоннинг $\varphi_1=100$ В потенциалли муайян нуктасида электрон $v_1=6$ Мм/с тезликка эга эди. Электроннинг тезлиги $v_2=0,5v_1$ буйланган нуктадаги майдон потенциали φ_2 аниклансин.

15.63. Чексиз узун, манфий зарядланган ($\tau=20$ нКл/м) цилиндр сиртидаги 1 нуктадан электрон учиб чиқади ($v_0=0$). Цилиндр сиртидан $9R$ масофада турган 2 нуктада электроннинг кинетик энергияси аниклансин, бунда R — цилиндрнинг радиуси (15.18- расм).

15.64. $v_0=3$ Мм/с бошлангич тезликли электрон $E=150$ В/м кучланганликли бир жинсли электр майдонга учиб кирди. Бошлангич тезлик вектори электр майдон кучланганлиги чизикларига тик йуналган. 1) Электронга таъсир этувчи F куч; 2) электрон оладиган a тезланиш; 3) $t=0,1$ мкс дан кейин электроннинг тезлиги v топилсин.

15.65. Электрон ясси конденсатор копламалари орасидаги буйшликка копламаларга параллел равишда $v=10$ Мм/с тезлик билан учиб кирди. Агар копламалар орасидаги масофа $d=16$ мм, потенциаллар фарқи $U=30$ В ва копламалар узунлиги $l=6$ см буйлса, конденсатор ичида харакатланиш вактида электрон мусбат

зарядланган қопламага қанча яқинлашади (майдон бир жинсли деб ҳисоблансин)?

15.66. Ясси конденсаторга қопламаларга параллел йўналган $v=10$ Мм/с тезликли электрон учиб кирди. Конденсатордан учиб чиқиш пайтида электрон тезлигининг йўналиши дастлабки тезлиги йўналиши билан $\alpha=35^\circ$ бурчак ҳосил қилди. Агар қопламаларнинг узунлиги $l=10$ см ва улар орасидаги масофа $d=2$ см бўлса, қопламалар орасидаги потенциаллар фарқи U аниқлансин (майдон бир жинсли деб ҳисоблансин).

15.67. Қопламалари орасидаги масофа $d=2$ см бўлган ясси конденсаторга қопламаларнинг ҳар биридан бир хил масофада бўлган ва уларга параллел йўналган $v=10$ Мм/с тезликли электрон учиб кирди. Ҳар бир қопламанинг узунлиги $l=10$ см. Электрон конденсатордан учиб чиқиб кетмаслиги учун қопламаларга қандай энг кичик U потенциаллар фарқи қўйилиши керак?

15.68 *. Протон α - заррага яқинлашмоқда. α -заррадан етарли даражада узокда протоннинг лаборатория ҳисоб тизимидаги тезлиги $v_1=300$ км/с, α - зарранинг тезлигини эса нолга тенг деб қабул қилиш мумкин. Протон α -заррага яқинлашиши мумкин бўлган энг кичик r_{\min} масофа ва шу пайтдаги ҳар иккала зарранинг тезликлари u_1 ҳамда u_2 аниқлансин. α -зарранинг заряди иккита элементар мусбат зарядга тенг, унинг массаси m_1 эса протон массаси m_2 дан тўрт марта катта деб ҳисобланиши мумкин.

15.69. Заряди элементар заряд l га тенг бўлган, мусбат зарядланган зарра $U=60$ кВ тезлантирувчи потенциаллар фарқини ўтиб, заряди учта элементар зарядга тенг бўлган литий атоми ядроси томон учмоқда. Зарра ядрога қандай энг кичик r_{\min} масофагача яқинлашиши мумкин? Ядродан заррагача бўлган бошланғич масофани амалда чексиз катта, зарра массасини эса ядро массасига нисбатан инобатга олинмайдиган даражада кичик деб ҳисоблаш мумкин.

15.70*. Бир-биридан катта узокликда бўлган иккита электрон $v=10$ Мм/с нисбий бошланғич тезлик билан яқинлашишмоқда. Улар бир-бирига яқинлашиши мумкин бўлган минимал масофа r_{\min} аниқлансин.

15.71 *. Иккита Q_1 ва Q_2 зарядли бир хил исмли зарядланган зарралар катта масофадан бир-бирига яқинлашишмоқда. Зарралар тезликларининг векторлари \vec{V}_1 ва \vec{V}_2 бир тўғри чизикда ётади. Агар зарраларнинг массалари мос равишда m_1 ва m_2 ларга тенг бўлса, улар бир-бирига яқинлашиши мумкин бўлган минимал масофа r_{\min} аниқлансин. Икки ҳол қаралсин: 1) $m_1=m_2$; 2) $m_2 \gg m_1$.

15.72*. Иккита зарядланган зарра массаларининг нисбати

* 15.68, 15.70—15.72 массаларни боши ҳар иккала зарранинг масса марказида турган ҳаракатланувчи инерциал санок тизимида ечиш керак.

$k = m_1/m_2$. Зарралар бир-биридан r_0 масофада турибди. Агар m_1 массали зарра иккинчи зарра билан ўзаро таъсир кучи натижасида ундан $r \gg r_0$ масофага узоклашса, унда m_1 массали зарра қандай T_1 кинетик энергияга эга бўлади? Қуйидаги уч ҳол каралсин: 1) $k=1$; 2) $k=0$; 3) $k \rightarrow \infty$. Зарраларнинг зарядлари Q_1 ва Q_2 га тенг деб қабул қилинсин. Зарраларнинг бошланғич тезликлари инобатга олинмасин.

16-§. ЭЛЕКТР ДИПОЛЬ. ДИЭЛЕКТРИКЛАРНИНГ ХОССАЛАРИ

Асосий формулалар

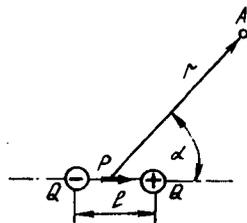
● Диполь — катталиклари жихатидан тенг ва ишоралари карама-қарши иккита нуқтавий электр заряддан иборат тизим бўлиб, улар орасидаги масофа l диполь марказидан кузатиш нуқтасигача бўлган масофа r дан жуда кичикдир.

Диполнинг манфий зарядидан унинг мусбат зарядига ўтказилган \vec{l} вектор диполнинг елкаси дейилади. Диполь заряди $|Q|$ нинг унинг елкаси \vec{l} га кўпайтмаси диполнинг электр моменти дейилади:

$$P = |Q|\vec{l}.$$

● Диполь майдонининг кучланганлиги

$$E = \frac{P}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\alpha},$$



16.1-расм

бу ерда P — диполнинг электр моменти;

r — диполь марказидан кучланганлиги

бизни кизиқтирадиган нуқтага ўтказилган радиус векторнинг модули. α — радиус вектор \vec{r} ва диполь елкаси \vec{l} орасидаги бурчак (16.1-расм).

Диполь майдонининг кучланганлиги диполь ўқида ётувчи ($\alpha = 0$) нуқтада

$$E = \frac{P}{2\pi\epsilon_0\epsilon r^3};$$

диполнинг ўртасидан унинг елкасига тик ўтказилган чизикда ётувчи нуқтада ($\alpha = \pi/2$)

$$E = \frac{P}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^3}.$$

● Диполь майдонининг потенциали

$$\varphi = \frac{P}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \cos\alpha.$$

● Диполь ўқида ётувчи ($\alpha = 0$) нуктадаги диполь майдоннинг потенциали

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^2};$$

диполнинг ўртасидан унинг елкасига тик ўтказилган чизикда ётувчи ($\alpha = \pi/2$) нуктадаги диполь майдони потенциали

$$\varphi = 0,$$

● E кучланганликли бир жинсли электр майдонга жойлаштирилган, электр моменти p бўлган диполга таъсир этувчи механик момент

$$\vec{M} = [p \cdot \vec{E}] \text{ ёки } M = pE \cos \alpha,$$

бу ерда $\alpha - \vec{p}$ ва \vec{E} векторлар йўналишлари орасидаги бурчак.

Бир жинсли бўлмаган майдонда диполга механик момент (жўфт кучлар) дан ташқари бошқа кучлар ҳам таъсир қилади. x ўқига нисбатан симметрик бўлган майдон ҳолида бу куч

$$F_x = p \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha.$$

муносабат билан ифодаланади; бу ерда $\frac{\partial E}{\partial x}$ — майдоннинг x ўқи йўналишидаги бир жинслимаслик даражасини характерловчи майдон кучланганлигининг хусусий хосиласидир.

$\alpha > \frac{\pi}{2}$ да F_x мусбат. Демак, унинг таъсирида диполь кучли майдон соҳасига тортилади.

● Кутбланганлик (бир жинсли кутбланишда)

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i,$$

бу ерда \vec{p}_i — алоҳида (i -) молекуланинг (ёки атомнинг) электр моменти; $N - \Delta V$ ҳажмдаги молекулалар сони.

● Кутбланганликнинг диэлектрикдаги ўртача макроскопик майдон кучланганлиги E билан боғланиши

$$P = \chi \epsilon_0 E,$$

бу ерда χ — диэлектрик кабул қилувчанлик; ϵ_0 — электр доимий.

● Диэлектрик сингдирувчанлик ϵ билан диэлектрик кабул қилувчанлик орасидаги боғланиш

$$\epsilon = 1 + \chi.$$

● Диэлектрикдаги ўртача макроскопик майдон кучланганлиги E ташқи майдон кучланганлиги E_0 билан қуйидаги муносабатлар орқали боғланган

$$E = E_0 / \epsilon \text{ ва } E = E_0 - P / \epsilon_0.$$

● Кутбланмаган суюкликлар ва куб сингоник кристаллар ичидаги локал майдон кучланганлиги E_M

$$E_M = E + \frac{1}{3} \frac{P}{\epsilon_0} \text{ ва } E_M = \frac{\epsilon + 2}{3\epsilon} E_0$$

формулалар билан ифодаланади.

● Молекуланинг индукцияланган электр моменти

$$p = \alpha \epsilon_0 E_M,$$

бу ерда α — молекуланинг кутбланувчанлиги ($\alpha_e + \alpha_a$, бунда α_e — электрон кутбланувчанлик; α_a — атом кутбланувчанлик).

● Диэлектрик қабул қилувчанликнинг молекуланинг кутбланувчанлиги билан боғланиши

$$\frac{\kappa}{\kappa + 3} = \frac{1}{3} \alpha n,$$

бу ерда n — молекулалар концентрацияси

● Клаузиус — Мосотти тенгламаси

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{1}{3} \alpha n \text{ ёки } \frac{M}{\rho} \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{1}{3} \alpha N_A,$$

бу ерда M — модданинг моляр массаси; ρ — модда зичлиги

● Лоренц — Лорентц формуласи

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{1}{3} \alpha_e n \text{ ёки } \frac{M}{\rho} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{1}{3} \alpha_e N_A,$$

бу ерда n — диэлектрикнинг синдириш кўрсаткичи; α_e — атом ёки молекуланинг электрон кутбланувчанлиги

● Молекуланинг йўналишли (ориентацион) кутбланувчанлиги

$$\alpha_p = p^2 / (3\epsilon_0 kT),$$

бу ерда p — молекуланинг электр моменти, k — Больцман доимий-си T — термодинамик ҳарорат.

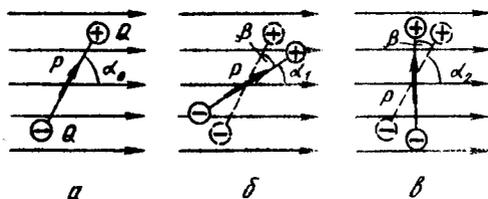
● Дебай — Ланжеван формуласи

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{1}{3} \left(\alpha + \frac{p^2}{3\epsilon_0 kT} \right) n \text{ ёки } \frac{M}{\rho} \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{1}{3} \left(\alpha + \frac{p^2}{3\epsilon_0 kT} \right) N_A$$

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Электр momenti $p = 2 \text{ нКл} \cdot \text{м}$ бўлган диполь $E = 30 \text{ кВ/м}$ кучланганлики электр майдонига жойлашган вектор майдон куч чизиги йўналиши билан $\alpha = 60^\circ$ бурчак ҳосил қилади. Диполни $\beta = 30^\circ$ га буришда ташқи кучлар бажарган A иш аниқлансин.

Е ч и ш: Диполни бошланғич ҳолатдан (16.2, а-расм) $\beta = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$ бурчакка икки хил усул билан буриш мумкин: соат мили йўналиши бўйлаб $\alpha_1 = \alpha_0 - \beta = \pi/3 - \pi/6 = \frac{\pi}{6}$ бурчакка (16.2, б-расм) ёки соат мили ҳаракатига қарама-қарши йўналишда $\alpha_2 = \alpha_0 + \beta = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ бурчакка (16.2- расм).



16.2- расм

Биринчи ҳолда диполь майдон кучлари таъсирида бурилади. Бинобарин бу ҳолда ташқи кучлар иши манфий бўлади. Иккинчи ҳолда бурилиш фақат ташқи кучлар таъсиридагина амалга оширилиши мумкин ва демак бунда ташқи кучлар иши мусбат бўлади.

Диполни буришда бажарилган ишнинг икки хил усул билан ҳисоблаш мумкин: 1) элементар иш ифодасини бевосита интеграллаш усули билан; 2) иш ва диполнинг электр майдондаги потенциал энергиясининг ўзгариши орасидаги муносабат восита-сида.

1- усул. Диполни α бурчакка буришдаги элементар иш

$$dA = M d\alpha = p E \sin \alpha d\alpha.$$

α_0 дан α гача бурчакка буришдаги тўлиқ иш

$$A = \int_{\alpha_0}^{\alpha} p E \sin \alpha d\alpha = p E \int_{\alpha_0}^{\alpha} \sin \alpha d\alpha.$$

Интеграллаш ўтказиб, куйидагини оламиз

$$A = -\rho E (\cos\alpha - \cos\alpha_0) = \rho E (\cos\alpha_0 - \cos\alpha). \quad (1)$$

Ташки кучларнинг иши: диполни соат мили ҳаракати йўналиши бўйлаб буришда

$$A_1 = \rho E (\cos\alpha_0 - \cos\alpha_1) = -21,9 \text{ мкЖ},$$

соат мили ҳаракати йўналишига карама-қарши томонга буришда

$$A_2 = \rho E (\cos\alpha_0 - \cos\alpha_2) = 30 \text{ мкЖ}.$$

2- усул. Ташки кучлар бажарган иш A потенциал энергиянинг ўзгариши $\Delta\Pi$ билан

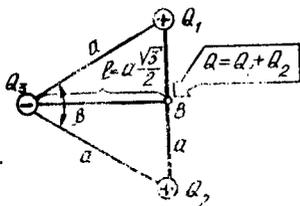
$$A = \Delta A = \Pi_2 - \Pi_1$$

муносабат воситасида боғланган; бу ерда Π_1 ва Π_2 — мос равишда бошланғич ва охири ҳолатларда тизимнинг потенциал энергиялари. Диполнинг электр майдондаги потенциал энергияси $\Pi = -\rho E \cos\alpha$ формула ёрдамида ифодаланишидан

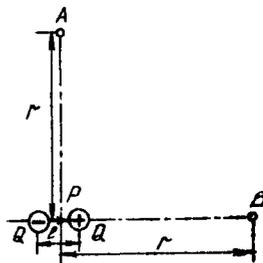
$$A = \rho E (\cos\alpha_0 - \cos\alpha), \quad (2)$$

бу эса биринчи усул билан топилган (1) формула билан мос келади.

2- мисол. Учта Q_1 , Q_2 ва Q_3 нуктавий заряд электр нейтрал тизим ҳосил қилади, бунда $Q_1 = Q_2 = 10$ нКл. Зарядлар тенг томонли учбурчакнинг учларида жойлашишган. Зарядларнинг бу тизими томонларнинг узунлиги $a = 10$ см дан бўлган учбурчак марказидан $r = 1$ м масофада ҳосил қиладиган кучланганликнинг ва потенциалнинг максимал қийматлари E_{\max} ва φ_{\max} аниқлансин.



16.3- расм



16.4- расм

Ечнш. Учта нуктавий заряддан ташкил топган нейтрал тизимни диполь сифатида тасаввур қилиш мумкин. Ҳақиқатан ҳам Q_1 ва Q_2 зарядларнинг «оғирлик маркази» шу зарядларни туташтирувчи тўғри кесманинг марказида ётади (16.3- расм). Бу

нуктада $Q = Q_1 + Q_2 = 2Q_1$ заряд мужассамланган деб хисоблаш мумкин. Зарядлар тизими нейтрал бўлганлигидан ($Q_1 + Q_2 + Q_3$)

$$Q_3 = -(Q_1 + Q_2) = -Q.$$

Кийматлари тенг бўлган Q_1 ва $-Q$ зарядлар орасидаги l масофа r дан кўп марта кичик бўлганлигидан ($l \ll r$) (16.4- расм) икки заряддан иборат тизимни

$$\vec{p} = |Q|l$$

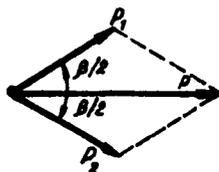
электр моментли диполь деб хисоблаш мумкин; бунда l — модули $a\sqrt{3}/2$ га тенг бўлган диполь елкаси (16.3- расмга к.). $|Q| = 2Q_1$ бўлганлигидан, бундай нуктавий диполнинг электр momenti

$$p = Q_1 \cdot a\sqrt{3}.$$

Шундай натижани бошқа усул билан ҳам олиш мумкин. Уч заряддан иборат тизимни электр моментлари p_1 ва p_2 бўлган модуллари тенг:

$$p_1 = |\vec{p}_1| = Q_1 a; \quad p_2 = |\vec{p}_2| = Q_2 a$$

иккита диполь сифатида тасаввур қиламиз (16.5- расм). Зарядлар тизимининг электр momenti p ни p_1 ва p_2 ларнинг вектор йиғиндиси, яъни $p = p_1 + p_2$ сифатида топамиз. 16.5- расмдан $p = 2p_1 \cos(\beta/2)$ эканлиги кўринади. $p_1 = Q_1 a$ ва $\beta = \pi/3$ бўлганидан



16.5- расм

$$p = 2Q_1 a \sqrt{3}/2 = Q_1 a \sqrt{3}.$$

бу эса олдин топилган натижа билан мос келади. Диполь майдонининг кучланганлиги E ва потенциали φ

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\alpha};$$

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\alpha.$$

формулалар билан ифодаланади, бунда α — \vec{p} ва \vec{r} векторлар орасидаги бурчак (16.1- расмга қаранг).

Кучланганлик ва потенциал $\alpha = 0$ да максимал кийматга эга бўлади; бинобарин

$$E_{\max} = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 r^3}; \quad \varphi_{\max} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

$\rho = Q a \sqrt{3}$ эканлигидан

$$E_{\max} = \frac{2Q_1 a}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{3}; \quad \varphi_{\max} = \frac{Q_1 a}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{3}.$$

Хисоблаш куйидаги натижаларни беради:

$$E_{\max} = 3,12 \text{ В/м}; \quad \varphi_{\max} = 1,56 \text{ В}.$$

3- мисол. Альфа-заррадан $r = 1$ нм масофада турган йод атомида $p = 1,5 \cdot 10^{-32}$ Кл м электр момент вужудга келтирилган. Йод атомининг кутбланувчанлиги α аниқлансин.

Е ч и ш: Кутбланувчанликнинг таърифига биноан у куйидаги формула бўйича ифодаланиши мумкин:

$$\alpha = \frac{p}{\epsilon_0 E_M}, \quad (1)$$

бунда p — атомнинг вужудга келтирилган электр моменти; E_M — шу атом турган муайян майдон кучланганлиги.

Мазкур ҳолда α - зарра ҳосил қилган майдон шундай майдон бўлади. Бу майдоннинг кучланганлиги

$$E_M = E = \frac{2|e|}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (2)$$

ифода билан аниқланади. (2) ифодадаги E_M нинг ифодасини (1) формулага қўйиб, куйидагини оламиз

$$\alpha = 2\pi r^2 p / |e|.$$

Шу формулага биноан хисоблаш ўтказсак,

$$\alpha = 5,9 \cdot 10^{-30} \text{ м}^3$$

4- мисол. Криптон $T = 200$ К ҳароратда $p = 10$ МПа босим остида турибди. 1) криптоннинг диэлектрик сингдирувчанлиги ϵ ; 2) агар ташки электр майдоннинг кучланганлиги $E_0 = 1$ МВ/м бўлса, унинг кутбланганлиги P аниқлансин. Криптоннинг кутбланувчанлиги

$$\alpha = 4,5 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3.$$

Е ч и ш: 1. Криптоннинг диэлектрик сингдирувчанлигини аниқлаш учун

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{1}{3} \alpha n$$

кўринишда ёзилган Клаузиус — Мосотти тенгламасидан фойдаланамиз; бунда n — Криптон атомининг концентрацияси. Бу формуладан диэлектрик сингдирувчанликни топамиз:

$$\epsilon = \frac{1 + \frac{2}{3} \alpha n}{1 - \frac{1}{3} \alpha n}.$$

Молекулаларнинг (атомларнинг) концентрацияси босим ва ҳарорат билан $n = p / (kT)$ муносабат орқали боғланганлигидан

$$\epsilon = \frac{1 + \frac{2}{3} \frac{\alpha P}{kT}}{1 - \frac{1}{3} \frac{\alpha P}{kT}}$$

Бу формулага кирувчи барча катталикларни СИ даги бирликларда ифодалаб ($\alpha = 4,5 \cdot 10^{-29}$ м³; $p = 10$ МПа = 10^7 Па, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Ж/К, $T = 210$ К), ҳисоблашни бажарсак:

$$E = 1,17.$$

2. Таърифга биноан кутбланганлик

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum \vec{p}_i,$$

бунда \vec{p}_i — i -атомда вужудга келтирилган электр диполь моменти; $N = \Delta V$ ҳажмдаги атомлар сони. Бир жинсли электр майдонда барча \vec{p}_i лар модуллари ва йўналишлари бўйича мос келади, шунинг учун геометрик йиғиндини арифметик йиғинди билан алмаштириш мумкин, $|\vec{p}_i| = p$ деб белгилаб, қуйидагини оламиз:

$$P = \frac{Np}{\Delta V}.$$

Атомлар сони N нинг ҳажм ΔV га нисбати атомлар концентрацияси n ни беради. У ҳолда

$$P = np.$$

Атомнинг электр диполь моменти муайян майдон кучланганлиги E_M га пропорционал бўлганлигидан ($p = \alpha \epsilon_0 E_M$), кутбланганлик

$$P = \alpha \epsilon_0 n E_M$$

E_M ни ташқи майдон кучланганлиги E_0 ($E_M = \frac{3\epsilon}{\epsilon + 2} E_0$) ва n ни босим p ҳамда ҳарорат T орқали ($n = p/kT$) ифодалаб, қуйидагини оламиз:

$$P = \frac{3\alpha \epsilon_0 \epsilon p}{(\epsilon + 2) kT} E_0$$

Сон қийматларини қўямиз ва ҳисоблаймиз (бунда мазкур мисолнинг 1- бандида топилган $\epsilon = 1,17$ қийматдан фойдаланамиз):

$$P = 1,60 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2 = 1,60 \text{ мкКл/м}^2.$$

5- мисол: Суюқ бензол $\rho = 890$ кг/м³ тикка ва $n = 1,50$ синдириш кўрсаткичига эга. Нормал шароитларда 1) бензол молекула-

ларнинг α_e электрон кутбланувчанлиги; 2) бензол бугининг диэлектрик сингдирувчанлиги ϵ аниқлансин.

Е ч и ш: 1. Электрон кутбланувчанликни аниқлаш учун Лоренц — Лорентц формуласидан фойдаланамиз:

$$\frac{M}{\rho} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{1}{3} \alpha_e \cdot N_A$$

бундан

$$\alpha_e = \frac{3M(n^2 - 1)}{\rho N_A (n^2 + 2)} \quad (1)$$

Ҳосил қилинган ифодага бензолнинг моляр массаси M киради. Уни топамиз. Бензолнинг кимёвий формуласи C_6H_6 бўлганлигидан унинг нисбий молекуляр массаси $M_r = 6 \cdot 12 + 6 \cdot 1 = 78$. Бинобарин моляр масса $M = 78 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

(1) формулага физик катталикларнинг сони қийматларини қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$\alpha_e = \frac{3 \cdot 78 \cdot 10^{-3} [(1,50)^2 - 1]}{8 \cdot 99 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} [(1,30)^2 + 2]} M^3 = 1,27 \cdot 10^{-28} \text{ м}^3$$

2. Бензол бугининг диэлектрик сингдирувчанлигини Клаузиус-Мосотти формуласидан фойдаланиб топамиз:

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{1}{3} \alpha_e \cdot n, \quad (2)$$

бунда n — бензол молекулаларининг концентрацияси.

Бензолнинг молекулалари кутбланмаган бўлганлиги учун у фақат икки тур кутбланишга эга: электрон ва атом кутбланиш, бунда атом кутбланиш кичик ва $\alpha = \alpha_e$ деб ҳисоблаб уни инobatга олмаслик мумкин. Бундан ташқари нормал шароитда ϵ бирдан кўп фарқ қилмайди ва тахминан $\epsilon + 2 \approx 3$ деб ҳисоблаш мумкин. Бу мулоҳазаларни ҳисобга олганда (2) формулани қискартириш мумкин:

$$\epsilon - 1 \approx \alpha_e n,$$

бундан

$$\epsilon = 1 + \alpha_e n.$$

Нормал шароитда молекулаларнинг концентрацияси n маълум ва Лошмидт сонига тенг ($n_s = 2,69 \cdot 10^{19} \text{ см}^3$). Бензол молекулаларининг концентрациясини СИ да ифодалаймиз ($n = 2,29 \cdot 10^{25} \text{ см}^3$) ва ҳисоблаймиз:

$$\epsilon = 1 + 1,27 \cdot 10^{-28} \cdot 2,69 \cdot 10^{25} = 1,00342.$$

Масалалар

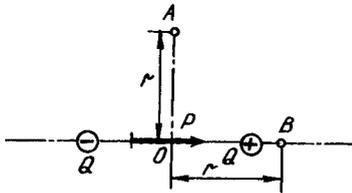
Дипол майдонининг кучланганлиги ва потенциали

Диполнинг электр momenti

16.1. Агар заряди $Q=10$ нКл, елкаси $l=0,5$ см бўлса, диполнинг электр momenti p ҳисоблансин.

16.2. Диполнинг $Q=\pm 3,2$ нКл зарядлари орасидаги масофа $l=12$ см. Ҳар иккала заряддан $r=8$ см узоқликда турган нуқтада диполь ҳосил қилган майдоннинг кучланганлиги E ва потенциали φ топилсин.

16.3. $p=0,12$ нКл·м электр momentли диполь иккита $Q=\pm 1$ нКл нуқтавий зарядлар томонидан ҳосил қилинган. Диполнинг марказидан $r=8$ см масофада турган A ва B нуқталардаги (16.6- расм) майдон кучланганлиги E ва потенциали φ топилсин.



16.6- расм

16.4. Диполнинг A ва B нуқталарда ҳосил қилган майдон кучланганлиги E ва потенциали φ аниқлансин (16.6- расм). Унинг электр momenti $p=1$ нКл·м, A ва B нуқталардан диполь марказигача бўлган r масофа эса 10 см га тенг.

16.5. Электр momenti $p=4$ пКл·м бўлган диполнинг электр momenti вектори билан $\alpha=60^\circ$ бурчак ташкил қиладиган йўналишда, диполь марказидан $r=10$ см масофада ҳосил қилган майдон кучланганлиги E ва потенциали φ аниқлансин.

16.6. Электр momenti $p=1$ пКл·м бўлган диполь диполнинг марказидан унинг елкасига тик бўлиб ўтган ўққа нисбатан $n=10^3$ с⁻¹ частота билан бир текис айланмоқда. Диполнинг айланиш текислигида ётувчи ва дипол марказидан $r=1$ см узоқликдаги муайян нуқта учун вақтнинг функцияси сифатида потенциалнинг ўзгариш қонуни чиқарилсин. Бизни қизиқтирадиган нуқтанинг бошланғич пайтдаги φ_0 потенциали нолга тенг деб қабул қилинсин. $\varphi(t)$ боғланишнинг графиги тузилсин.

16.7. Электр momenti $p=1$ пКл·м бўлган диполь диполь елкасига тик ва унинг марказидан ўтувчи ўққа нисбатан $\omega=10^4$ рад/с бурчак тезлик билан бир текис айланмоқда. Айланиш текислигида ётувчи ва диполь марказидан $r=2$ см масофада турган $Q=1$ нКл заряднинг: 1) ярим давр ($t_1=0$ дан $t_2=T/2$ гача); 2) $t \gg T$ вақт давомидаги ўртача потенциал энергияси $\langle P \rangle$ аниқлансин. Бошланғич онда $P=0$ деб ҳисоблансин.

16.8. Электр моментлари $p_1=1$ пКл·м ва $p^2=4$ пКл·м бўлган икки дипол бир-биридан $r=2$ см масофада турибди. Агар диполларнинг ўқлари бир тўғри чизикда ётган бўлса, уларнинг ўзаро таъсир кучлари аниқлансин.

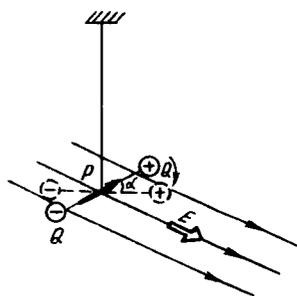
16.9. Электр моментлари $p_1=20$ пКл·м ва $p_2=50$ пКл·м бўлган иккита дипол бир-биридан $r=10$ см масофада ўқлари бир тўғри чизикда ётадиган бўлиб турибди. Диполларнинг турғун мувозанатига мос келган ўзаро таъсир потенциал энергияси ҳисоблансин.

Электр майдонидаги диполь

16.10. $p=100$ пКл·м электр моментли диполь қайишқоқ ипга маҳкамланган (16.7- расм). Диполь турган жойда диполь елкасига ва ипга тик $E=3$ кВ/м кучланганликли майдон ҳосил қилинганда диполь $\alpha=30^\circ$ бурчакка бурилди. Ипнинг буралиш доимийси * С аниқлансин.

16.11. Олдинги масаладаги шартларда диполь майдон таъсирида кичик бурчакка бурилади. Ипнинг буралиш доимийси S аниқлансин.

16.12. Электр momenti $p=20$ мКл·м бўлган диполь $E=50$ кВ/м кучланганликли бир жинсли электр майдонда турибди. Электр моментининг вектори майдон чизиклари билан $\alpha=60^\circ$ бурчак ташкил қилади. Диполнинг потенциал энергияси Π қандай?



16.7- расм

Кўрсатма: Нолинчи потенциал энергия деб диполнинг диполь электр моментининг вектори майдон чизикларига тик жойлашган ҳолатига мос келувчи энергияси қабул қилинсин.

16.13. $p=100$ пКл·м электр моментли диполь кучланганлиги $E=150$ кВ/м бўлган бир жинсли электр майдонда эркин жойлашган. Диполни $\alpha=180^\circ$ бурчакка буриш учун бажарилиши керак бўлган A иш ҳисоблансин.

16.14. $p=100$ пКл·м электр моментли диполь кучланганлиги $E=10$ кВ/м бўлган бир жинсли электр майдонда эркин жойлашган. Диполни $\alpha=60^\circ$ га бурганда унинг потенциал энергиясининг ўзгариши $\Delta\Pi$ аниқлансин.

16.15. Электр momenti $p=12$ пКл·м бўлган диполь елкасига тик $E=-300$ кВ/м кучланганликли бир жинсли электр майдон юзага келтирилган. Майдон кучлари таъсирида диполь ўзининг марказидан ўтувчи ўқ атрофида бурила бошлайди. Диполнинг мувозанат

* Буралиш доимийси деб ипни 1 рад га буриш учун зарур куч моментига тенг бўлган катталikka айтылади.

ҳолатдан ўтаётган пайтдаги бурчак тезлиги ω топилсин. Диполнинг елкасига тик ва марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти $J=2 \cdot 10^{-9}$ кг·м².

16.16. $P=100$ пКл·м электр моментли диполь кучланганлиги $E=9$ мВ/м бўлган бир жинсли электр майдонда эркин жойлашган. Диполни кичик бурчакка буриб ўз холига қўйиб бердилар. Диполнинг электр майдондаги хусусий тебранишлар частотаси ν аниқлансин. Диполнинг унинг марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти $J=4 \cdot 10^{-12}$ кг·м².

16.17. $P=200$ пКл·м электр моментли диполь бир жинсли бўлмаган майдонда турибди. Майдоннинг бир жинслимаслик даражаси диполь ўқи йўналишида олинган $\frac{dE}{dx}=1$ мВ/м катталик билан характерланади. Шу йўналишда диполга таъсир этувчи F куч аниқлансин.

16.18. $P=5$ пКл·м электр моментли диполь $Q=100$ нКл нуқтавий заряд майдонида, ундан $r=10$ см масофада эркин жойлашган. Шу нуқта учун куч чизиғи йўналишида майдоннинг бир жинслимаслик даражасини характерловчи $\left| \frac{dE}{dx} \right|$ катталик ҳамда диполга таъсир этувчи F куч аниқлансин.

16.19. $p=4$ пКл·м электр моментли диполь $\tau=500$ нКл/м чизикли зичлик билан зарядланган чексиз тўғри тола ҳосил қилган майдонда ундан $r=10$ см масофада эркин ўрнашган. Шу нуқтада куч чизиғи йўналишида майдоннинг бир жинслимаслик даражасини характерловчи $\left| \frac{dE}{dr} \right|$ катталик ҳамда диполга таъсир этувчи куч аниқлансин.

Диэлектрикларнинг қутбланиши

16.20. Қуйидаги атом ва молекулаларнинг қутбланишнинг қандай (электрон — е, атом — а, йўналтирилган — й) турига эга эканлиги кўрсатилсин: 1) Н; 2) Не; 3) О₂; 4) НСl; 5) Н₂О; 6) СО; 7) СО₂; 8) СН₃; 9) ССl.

16.21. HF молекуласи $p=64 \cdot 10^{-30}$ Кл·м электр моментига эга. Ядролараро масофа $d=92$ пМ. Шундай диполнинг заряди Q топилсин ва Q нинг топилган қиймати нима учун $|e|$ элементар заряднинг қийматидан кескин фарқ қилиши тушунтирилсин.

16.22. Ясси конденсатор қопламалари орасидаги d масофа 2 мм, потенциаллар фарқи $U=1,8$ кВ. Диэлектрик — шиша. Шишанинг диэлектрик кабул қилувчанлиги χ ва шиша сиртидаги қутбланган (боғланган) зарядларнинг сирт зичлиги σ' аниқлансин.

16.23. $R=5$ см радиусли металл шар $d=2$ см қалинликдаги чинни қатлами билан бир текисда ўралган. Мос равишда диэлектрикнинг ички ва ташқи сиртларидаги боғланган зарядлар зичликлари σ_1' ва σ_2' лар аниқлансин. Шарнинг заряди $Q=10$ нКл.

16.24. Эбонитдан ясалган ясси параллел пластина кучланганлиги $E=2$ мВ/м бўлган бир жинсли электр майдонда жойлашган. Пластинанинг қирралари кучланганлик чизикларига тик. Пластина қирраларидаги боғланган зарядларнинг сирт зичлиги σ' аниқлансин.

Диэлектрикдаги электр майдони

16.25. Ясси конденсатор қопламалари орасидаги бўшлик молекулаларини $\mu_m=2 \cdot 10^{-30}$ Кл/м электр моментига эга каттик диполь сифатида қараш мумкин бўлган диэлектрик билан тўлдирилган. Диполларнинг концентрацияси $n=10^{26}$ м⁻³. Агар диэлектрик бўлмаганда конденсатор қопламалари орасидаги кучланганлик $E_0=100$ мВ/м бўлса, диэлектрикдаги ўртача макроскопик майдоннинг кучланганлиги E аниқлансин. Молекулаларнинг ориентирсизлантирувчи иссиқлик ҳаракатининг таъсири инобатга олинмасин.

16.26. $E_0=1$ мВ/м кучланганликли электр майдонга диэлектрик ($\epsilon=3$) пластинасини киритдилар. Ички майдонни Лоренц майдони деб фараз қилиб, унинг диэлектрикдаги алоҳида молекулага таъсир этувчи, муайян (локал) майдоннинг кучланганлиги E_m аниқлансин.

16.27. Кубик сингония кристаллидаги муайян майдон кучланганлиги E_m ўртача макроскопик майдон кучланганлиги E дан неча марта катта? Кристаллнинг диэлектрик сингдирувчанлиги $\epsilon=2,5$.

16.28. Диэлектрик сингдирувчанлик ϵ нинг қандай максимал қийматида муайян майдоннинг кучланганлиги E_m ни ташқи майдон кучланганлиги E_0 билан алмаштиришдаги хатолик 1% дан ошмайди.

16.29. Муайян майдон кучланганлиги E_m ўрнига диэлектрикдаги ўртача макроскопик майдон кучланганлиги E олинганда йўл қўйиладиган нисбий хатолик аниқлансин. Ҳисоблашлар қуйидаги икки ҳол учун бажарилсин: 1) $\epsilon=1,003$; 2) $\epsilon=2$.

Диэлектрикнинг қутбланганлиги

16.30. Диэлектрикнинг ($\epsilon=5$) қандай P қутбланганлигида муайян майдон кучланганлиги $E_m=10$ мВ/м бўлади?

16.31. Диэлектрикдаги ($\epsilon=3$) ўртача макроскопик майдон кучланганлиги E нинг қандай қийматида P қутбланганлик 200 мкКл/м² га тенг қийматга етишади.

16.32. $E_0=5$ мВ/м кучланганликли ташқи электр майдонга жойлаштирилган шишанинг қутбланганлиги P аниқлансин.

16.33. Диэлектрикни $E_0=20$ кВ/м кучланганликли электр майдонга жойлаштирдилар. Агар диэлектрикдаги ўртача макроскопик майдон кучланганлиги $E=4$ кВ/м бўлиб чиккан бўлса, диэлектрикнинг қутбланганлиги P нимага тенг бўлади?

16.34. $E_0=40$ мВ/м кучланганликли ташқи электр майдондаги суюқ азотнинг қутбланганлиги $P=100$ мкКл/м² бўлиб чикди.

1) Суюқ азотнинг диэлектрик сингдирувчанлиги ϵ ; 2) битта молекуланинг вужудга келтирилган индукцияланган электр momenti P аниқлансин. Суюқ азотнинг зичлиги $\rho=804 \text{ кг/м}^3$ деб қабул қилинсин.

Электрон ва атом қутбланиш

16.35. Қутбланмаган суюқликлар ва куб сингонияли кристаллар учун қутбланувчанлик α нинг диэлектрик қабул қилувчанлик κ билан боғланиши $\kappa / (\kappa - 3) = \alpha n / 3$ ифода билан берилади; бунда n — молекулаларнинг концентрацияси. Агар $\kappa = \alpha n$ тақрибий формуладан фойдаланилса, κ нинг қандай энг катта қийматида α ни ҳисоблашдаги хатолик 1 % дан ошмайди?

16.36. ϵ ни ҳисоблашдаги хатолик 1 % дан ошмаслиги учун αn кўпайтманинг қандай энг катта қийматида $(\epsilon - 1) / (\epsilon + 2) = \alpha n / 3$ Клаузиус — Мосотти формуласи анча соддарок $\epsilon = 1 + \alpha n$ формула билан алмаштирилиши мумкин?

16.37. Агар суюқ азотнинг диэлектрик сингдирувчанлиги $\epsilon = 1,445$ ва унинг зичлиги $\rho = 804 \text{ кг/м}^3$ бўлса, азот молекулаларининг қутбланувчанлиги α аниқлансин.

16.38. Водород молекуласининг қутбланувчанлиги α ни $1,0 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$ га тенг деб қабул қилиш мумкин. Водороднинг диэлектрик қабул қилувчанлиги κ қуйидаги икки ҳолат учун аниқлансин: 1) нормаль шароитда газсимон; 2) зичлиги $\rho = 70,8 \text{ кг/м}^3$ бўлган суюқ.

16.39. Газсимон аргоннинг нормал шароитдаги диэлектрик қабул қилувчанлиги $\kappa = 5,34 \cdot 10^{-4}$. Суюқ ($\rho_1 = 1,40 \text{ г/см}^3$) ва каттик ($\rho_2 = 1,65 \text{ г/см}^3$) аргоннинг диэлектрик сингдирувчанликлари ϵ_1 ва ϵ_2 аниқлансин.

16.40. Тизим эластиксимон кучлар билан боғланган иккита қийматлари бир хил ишоралари қарама-қарши $|Q| = 0,1 \text{ нКл}$ зарядлардан ташкил топган. Зарядлар тизимининг қайишқоклик коэффициенти $k = 1 \text{ мН/м}$. Тизимнинг қутбланувчанлиги α аниқлансин.

16.41. Нормал шароитда водород атомининг қутбланувчанлиги α ва атомар водороднинг диэлектрик сингдирувчанлиги ϵ ҳисоблансин. Электрон орбитасининг радиуси $r = 53 \text{ пм}$ деб қабул қилинсин.

16.42. Водород атоми кучланганлиги $E = 100 \text{ кВ/м}$ бўлган бир жинсли электр майдонда турибди. Вужудга келтирилган (индукцияланган) диполнинг электр momenti P ва елкаси l аниқлансин. Электрон орбитасининг радиуси $r = 53 \text{ пм}$.

16.43. Нормал шароитда аргоннинг диэлектрик сингдирувчанлиги $\epsilon = 1,00055$. Аргон атомининг қутбланувчанлиги α аниқлансин.

16.44. Ксенон атоми (қутбланувчанлиги $\alpha = 5,2 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$) протондан $r = 1 \text{ нм}$ масофада турибди. Ксенон атомида вужудга келтирилган электр momenti P аниқлансин.

16.45. Сув молекуласидан $r=1$ нм масофада турган неон атомида қандай максимал P_{\max} электр момент вужудга келтирилади? Сув молекуласининг электр momenti $p=6,2 \cdot 10^{-30}$ Кл·м. Неон атомининг қутбланувчанлиги $\alpha=4,7 \cdot 10^{-30}$ м³.

16.46. Криптон нормал шароитда $E=2$ мВ/м кучланганликли бир жинсли электр майдонда турибди. Агар криптон атомининг қутбланувчанлиги $\alpha=4,5 \cdot 10^{-29}$ м³ бўлса, қутбланган криптоннинг ҳажмий энергия зичлиги ω аниқлансин.

16.47. Олмос углерод атомларининг қутбланувчанлиги α аниқлансин. Олмоснинг диэлектрик сингдирувчанлиги $E=5,6$, зичлиги $\rho=3,5 \cdot 10^3$ кг/м³.

16.48. Газсимон кислороднинг нормал шароитдаги синдириш кўрсаткичи $n=1,000272$. Кислород молекулаларининг электрон қутбланувчанлиги α_e аниқлансин.

16.49. Газсимон хлорнинг нормал шароитдаги синдириш кўрсаткичи $n=1,000768$. Агар суюк хлорнинг зичлиги $\rho=1,56 \cdot 10^3$ кг/м³ бўлса, унинг диэлектрик сингдирувчанлиги ϵ аниқлансин.

16.50. Нормал шароитда карбонат ангидрид гази CO_2 нинг синдириш кўрсаткичи $n=1,000450$. Агар суюк CO_2 нинг зичлиги $\rho=1,19 \cdot 10^3$ кг/м³ бўлса, унинг диэлектрик сингдирувчанлиги E аниқлансин.

16.51. Суюк углерод сульфид CS_2 нинг синдириш кўрсаткичи $n=1,62$. Углерод сульфиднинг зичлигини билган ҳолда унинг электрон қутбланувчанлиги α_e аниқлансин.

16.52. Аргон атомининг қутбланувчанлиги $p=2,03 \cdot 10^{-29}$ м³. Зичлиги $\rho=1,44 \cdot 10^3$ кг/м³ бўлган суюк аргоннинг диэлектрик синдирувчанлиги E ва синдириш кўрсаткичи n аниқлансин.

16.53. Агар нормал шароитда газсимон кислороднинг синдириш кўрсаткичи $n_2=1,000272$ бўлса, суюк кислороднинг синдириш кўрсаткичи n_1 аниқлансин. Суюк кислороднинг зичлиги $\rho_1=1,19 \cdot 10^3$ кг/м³.

Йўналтирилган (ориентацияланган) қутбланиш

16.54. Агар сув молекуласининг электр momenti $p=6,1 \cdot 10^{-30}$ Кл·м бўлса, $t=27^\circ\text{C}$ ҳароратда сув молекуласининг йўналтирилган қутбланувчанлиги α_n ҳисоблансин.

16.55. Нормал шароитда сув буғларининг синдириш кўрсаткичи $n=1,000252$ эканлигини ва сув молекулалари $p=6,1 \cdot 10^{-30}$ Кл·м электр momentiга эга бўлишини билган ҳолда умумий қутбланганликдан (электрон ва йўналтирилган) қанча ҳиссасини молекулаларнинг электрон қутбланувчанлиги ташкил қилиши аниқлансин.

16.56. Диэлектрик молекуласининг электр momenti $P=5 \cdot 10^{-30}$ Кл·м. Диэлектрик ($\epsilon=2$) кучланганлиги $E=100$ мВ/м бўлган электр майдонга жойлаштирилган. Электр momentининг E_m вектор йўналишдаги проекциясининг ўртача қиймати $\langle p_i \rangle = \frac{1}{2} p$ бўладиган ҳарорат T аниқлансин.

16.57. Молекуласи $p = 5 \cdot 10^{-30}$ Кл·м электр моментига эга бўлган диэлектрик $T = 300$ К ҳароратда кучланганлиги $E_m = 100$ мВ/м бўлган электр майдонда турибди. «Майдон бўйлаб» ($0 \leq \theta \leq 1^\circ$) йўналган молекулалар сони, «Майдонга қарши» ($179^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) йўналган молекулалар сонидан неча марта кўплиги аниқлансин. θ бурчакни \vec{p} ва \vec{E}_m векторлар ҳосил қилган.

17-§. ЭЛЕКТР СИФИМ. КОНДЕНСАТОРЛАР

Асосий формулар

- Яккаланган ўтказгич ёки конденсаторнинг электр сифими

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta \lambda},$$

бунда Q — ўтказгичга (конденсаторга) берилган заряд; $\Delta \phi$ — шу заряд вужудга келтирган потенциалнинг ўзгариши.

- ϵ диэлектрик сингдирувчанликли чексиз муҳитда жойлашган R радиусли яккаланган ўтказувчи сферанинг электр сифими

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon / R.$$

Агар сфера ковак ва диэлектрик билан тўлдирилган бўлса, бунинг натижасида унинг электр сифими ўзгармайди.

- Ясси конденсаторнинг электр сифими

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d},$$

бунда S — қопламалар (ҳар бир қопламанинг) юзаси; d — улар орасидаги масофа; ϵ — қопламалар орасидаги бўшлиқни тўлдириб турувчи диэлектрикнинг диэлектрик сингдирувчанлиги.

Ҳар бирининг диэлектрик сингдирувчанлиги ϵ_i ва қалинлиги d_i бўлган n та диэлектрик қатлами билан тўлдирилган ясси конденсатор (катламли конденсатор) нинг электр сифими

$$C = \frac{\epsilon_0 S'}{d_1/\epsilon_1 + d_2/\epsilon_2 + \dots + d_n/\epsilon_n}$$

Сферик конденсаторнинг электр сифими (иккита R_1 ва R_2 радиусли концентрик сфералар орасидаги бўшлиқ E диэлектрик сингдирувчанликли диэлектрик билан тўлдирилган)

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R_1 R_2 / (R_2 - R_1).$$

- Цилиндрик конденсаторнинг электр сифими (узунликлари l ва радиуслари R_1 ҳамда R_2 бўлган иккита коаксиал цилиндрнинг

орасидаги бўшлик диэлектрик сингдирувчанлиги ϵ бўлган диэлектрик билан тўлдирилган)

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{l_n(R_2/R_1)}$$

● Кетма-кет уланган конденсаторларнинг электр сиғими c ; умумий ҳолда $\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \dots + \frac{1}{c_n}$, бунда n — конденсаторлар сони;

Иккита конденсаторлар ҳолида $c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$; ҳар бирининг

сиғими c_1 бўлган n та бир хил конденсаторлар ҳолида $c = \frac{c_1}{n}$.

● Параллел уланган конденсаторларнинг электр сиғими; умумий ҳолда $c = c_1 + c_2 + \dots + c_n$;

иккита конденсатор ҳолида $c = c_1 + c_2$;

ҳар бирининг сиғими c_1 бўлган n та бир хил конденсаторлар ҳолида

$$c = n c_1.$$

Масала ечишга мисоллар

1- мисол. Агар қопламаларининг юзаси $S = 100 \text{ см}^2$ бўлса, иккита диэлектрик қатлами қалинлиги $d_1 = 2 \text{ мм}$ бўлган чинни ва қалинлиги $d_2 = 1,5 \text{ мм}$ бўлган эбонит ясси конденсаторнинг электр сиғими C аниқлансин.

Е ч и ш: Таърифга кўра конденсаторнинг сиғими $C = \frac{Q}{U}$, бунда Q — конденсатор қопламаларидаги заряд; U — қопламалар потенциаллари фарқи. Бу тенгликда конденсатордаги умумий потенциаллар фарқи U ни диэлектрик қатламларидаги кучла-нишлар йиғиндиси $U_1 + U_2$ билан алмаштириб қуйидагини оламиз

$$C = Q / (U_1 + U_2). \quad (1)$$

$Q = \sigma S$, $U_1 = E_1 d_1 = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_1}$ ва $U_2 = E_2 d_2 = \frac{D}{\epsilon_1 \epsilon_2} d_2$ эканлигини эътиборга олиб, (1) тенгламани

$$C = \frac{\sigma S}{\frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_1} d_1 + \frac{D}{\epsilon_1 \epsilon_2} d_2} \quad (2)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бунда σ — қопламалардаги заряднинг сирт зичлиги; E_1 ва E_2 мос равишда диэлектрикларнинг биринчи ва иккинчи қатламларидаги майдон кучланганликлари; D — диэлектриклардаги майдоннинг электр силжиши.

(2) тенгликнинг сурат ҳамда маҳражини ϵ_0 га кўпайтириб ва $D = \sigma$ эканлигини ҳисобга олсак

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d_1/\epsilon_1 + d_2/\epsilon_2}.$$

Охирги формула бўйича ҳисоблаш ўтказиб, натижани топамиз

$$C = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 100 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-3}/5 + 1,5 \cdot 10^{-3}/3} \Phi = 9,83 \cdot 10^{-11} \Phi = 98,3 \text{ пФ}.$$

2- мисол. Иккита бир хил $C_1 = C_2 = C$ электр сифимли ясси конденсатордан кетма-кет улаш усулида батарея ҳосил қилинган ва электр юритувчи кучи ϵ бўлган ток манбаига уланган. Агар ток манбаини узмасдан туриб иккинчи конденсатор копламалари орасидаги бўшлиқ диэлектрик сингдирувчанлиги $\epsilon = 7$ бўлган диэлектрик билан тўлдирилса, биринчи конденсатор копламаларидаги потенциаллар фарқи U_1 кандай ўзгаради?

Е ч и ш: Иккинчи конденсатор диэлектрик билан тўлдирилгунгача ҳар иккала конденсатор копламаларидаги потенциаллар фарқи бир хил $U_1 = U_2 = \frac{\epsilon}{2}$ бўлган. Тўлдирилгандан кейин иккинчи конденсаторнинг электр сифими ϵ марта ошди:

$$C'_2 = \epsilon C_2 = \epsilon C.$$

Биринчисининг электр сифими ўзгармади, яъни $C'_1 = C$.

Ток манбаи узилмаганлиги туфайли конденсаторлар батареясидаги умумий потенциаллар фарқи олдингидек қолди, у фақат конденсаторлар орасида қайта тақсимланди. Биринчи конденсаторда

$$U'_1 = \frac{Q}{C'_1} = \frac{Q}{C}, \quad (1)$$

бунда Q — конденсатор копламаларидаги заряд. Конденсаторлар кетма-кет уланганида ҳар бир копламадаги ва бутун батареядаги заряд бир хил бўлганлиги учун

$$Q = C'_{\text{бат}} \cdot \epsilon,$$

бунда

$$C'_{\text{бат}} = \frac{C'_1 C'_2}{C'_1 + C'_2} = \frac{C \epsilon C}{C + \epsilon C} = \frac{\epsilon C}{1 + \epsilon}.$$

Шундай қилиб,

$$Q_1 = \frac{\epsilon C}{1 + \epsilon} \mathcal{E}.$$

Заряднинг бу ифодасини (1) формулага қўйиб қуйидагини топамиз

$$U'_1 = \frac{Q}{C} = \frac{\epsilon C \mathcal{E}}{1 + \epsilon C} = \frac{\epsilon}{1 + C} \mathcal{E}.$$

Биринчи конденсатор копламаларидаги потенциаллар фарқи қандай ўзгарганлигини топиш учун

$$\frac{U'_1}{U_1} = \frac{\epsilon \mathcal{E} 2}{(1 + \epsilon) \mathcal{E}} = \frac{2\epsilon}{1 + \epsilon}$$

нисбатни ҳисоблаймиз. \mathcal{E} нинг қийматини ўрнига қўйсақ,

$$U'_1 / U = 1,75.$$

Бинобарин, иккинчи конденсатор диэлектрик билан тўлдирилгандан кейин биринчи конденсатор копламаларидаги потенциаллар фарқи 1,75 марта ошган.

Масалалар

Ўтказувчан сферанинг электр сиғими

17.1. $R=1$ см радиусли яккаланган металл шарнинг электр сиғими C топилсин

17.2. Сувга ботирилган $R=2$ см радиусли металл сферанинг электр сиғими C аниқлансин.

17.3. Ерни $R=6400$ км радиусли шар деб қабул қилиб, унинг электр сиғими C ҳисоблансин.

17.4. Радиуслари $R_1=2$ см ва $R_2=6$ см бўлган иккита металл шар сиғимини инобатга олмаслик мумкин бўлган ўтказгич билан туташтирилган. Шарларга $Q=1$ нКл заряд берилган. Шарлардаги заряднинг сирт зичлиги σ топилсин.

17.5. $R_1=6$ см радиусли шар $\varphi_1=300$ В потенциалгача, $R_2=54$ см радиусли шар эса $\varphi_2=500$ В потенциалгача зарядланган. Шарларнинг металл ўтказгич билан улангандан кейинги потенциали φ аниқлансин. Уловчи ўтказгичнинг сиғими инобатга олинмасин.

Ясси конденсаторнинг электр сиғими

17.6. Қопламаларнинг юзаси $S=100$ см², улар орасидаги масофа 0,1 мм бўлган слюдали ясси конденсаторнинг электр сиғими C аниқлансин.

17.7. $U=600$ В потенциаллар фарқигача зарядланган ясси конденсатор копламалари орасида иккита диэлектрик қатлами бор: қалинлиги $d_1=7$ мм бўлган шиша ва қалинлиги $d_2=3$ мм бўлган эбонит. Конденсатор ҳар бир копламасининг юзаси $S=200$ см². 1) Конденсаторнинг сиғими C ; 2) ҳар бир қатламдаги.

майдон силжиши D , кучланганлиги E ва потенциал тушиши $\Delta\varphi$ топилсин.

17.8. Ясси конденсатор копламалари орасидаги масофа $d=1,33$ м, копламаларнинг юзаси $S=20$ см². Конденсатор копламалари орасидаги бўшликда диэлектрикларнинг иккита қатлами бор: калинлиги $d_1=0,7$ мм ли слюда ва калинлиги $d_2=0,3$ мм ли эбонит. Конденсаторнинг электр сиғими C аниқлансин.

17.9. Ясси конденсатор копламаларида заряд $\tau=0,2$ мкКл/м² сирт зичлиги билан бир текис тақсимланган. Қопламалар орасидаги d масофа 1 мм га тенг. Қопламалар орасидаги масофа 3 мм гача орттирилганда копламалардаги потенциаллар фарки қанчага ўзгаради?

17.10. Ясси конденсаторга, унинг копламаларига жипслашиб турадиган қилиб калинлиги $d=1$ см бўлган парафин тахтачани киритдилар. Дастлабки сиғимни ҳосил қилиш учун копламалар орасидаги масофани қанчага орттириш керак?

17.11. Ясси конденсаторнинг электр сиғими 1,5 мкФ га тенг. Қопламалар орасидаги масофа $d=5$ мм. Агар пастдаги копламага $d_1=3$ мм калинлиги эбонит тахтачаси қўйилса, конденсаторнинг электр сиғими C қандай бўлади?

17.12. Ясси конденсатор копламалари орасида зич ёпишиб турган шиша тахтача бор. Конденсатор $U_1=100$ В потенциаллар фаркигача зарядланган. Агар шиша тахтача конденсатордан чиқариб олинса, потенциаллар фарки U_2 қандай бўлади?

Сферик конденсаторнинг электр сиғими

17.13. Радиуслари $R_1=2$ см ва $R_2=2,1$ см бўлган иккита концентрик металл сфера сферик конденсаторни ҳосил қилади. Агар сфералар орасидаги бўшлик парафин билан тўлдирилган бўлса, конденсаторнинг сиғими C аниқлансин.

17.14. Конденсатор иккита концентрик сферадан ташкил топган. Ички сферанинг радиуси $R_1=10$ см, ташкисиники $R_2=10,2$ см. Сфералар орасидаги соҳа парафин билан тўлдирилган. Ички сферага $Q=5$ мкКл заряд берилган. Сфералар орасидаги потенциаллар фарки U аниқлансин.

Конденсаторларни улаш

17.15. $U=600$ В потенциаллар фаркигача зарядланиб, кучланиш манбаидан узилган ҳаво конденсаторига параллел равишда шундай ўлчамли ва шаклли, лекин диэлектрикли (чинни) зарядланмаган иккинчи конденсатор уланди. Агар иккинчи конденсатор улангандан кейин потенциаллар фарки $U_1=100$ В гача камайган бўлса, чиннининг диэлектрик сингдирувчанлиги ϵ аниқлансин.

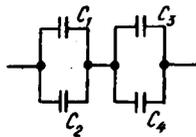
17.16. $C_1=3$ мкф ва $C_2=6$ мкф сиғимли конденсаторлар ўзаро

уланган ва $\epsilon = 120$ В ЭЮК ли батареяга бириктирилган. Агар конденсаторлар: 1) параллел; 2) кетма-кет уланган бўлса, конденсаторлардаги Q_1 ва Q_2 зарядлар ва уларнинг копламалари орасидаги U_1 ва U_2 потенциаллар фарқи аниқлансин.

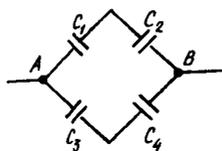
17.17. $C_1 = 0,2$ мкФ электр сиғимли конденсатор $U_1 = 320$ В потенциаллар фарқида зарядланган. Уни $U_2 = 450$ В потенциаллар фарқида зарядланган иккинчи конденсатор билан параллел улаганларидан кейин ундаги кучланиш 400 В гача ўзгарди. Иккинчи конденсаторнинг сиғими C_2 ҳисоблансин.

17.18. $C_1 = 0,6$ мкФ электр сиғимли конденсатор $U_1 = 300$ В потенциаллар фарқида зарядланган ва сиғими $C_2 = 0,4$ мкФ бўлган $U_2 = 150$ В потенциаллар фарқида зарядланган иккинчи конденсатор билан уланган. Биринчи конденсатор копламасидан иккинчисиникига оқиб ўтадиган ΔQ заряд топилсин.

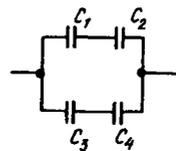
17.19. Учта бир хил ясси конденсатор кетма-кет уланган. Бундай конденсаторлар батареясининг электр сиғими $C = 89$ пФ. Ҳар бир копламанинг юзаси $S = 100$ см². Диэлектрик — шиша. Шишанинг қалинлиги d қандай?



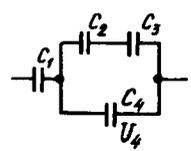
17.1- расм



17.2- расм



17.3- расм



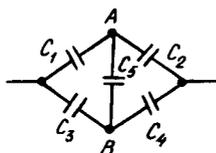
17.4- расм

17.20. Конденсаторлар 17.1- расмда кўрсатилгандек қилиб уланган. Конденсаторларнинг электр сиғимлари: $C_1 = 0,2$ мкФ; $C_2 = 0,1$ мкФ; $C_3 = 0,3$ мкФ; $C_4 = 0,4$ мкФ. Конденсаторлар батареясининг электр сиғими C аниқлансин.

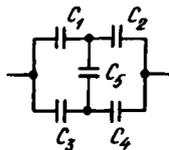
17.21. Электр сиғимлари $C_1 = 0,2$ мкФ, $C_2 = 0,6$ мкФ, $C_3 = 0,3$ мкФ, $C_4 = 0,4$ мкФ бўлган конденсаторлар 17.2- расмда кўрсатилгандек қилиб уланган. A ва B нукталар орасидаги потенциаллар фарқи $U = 320$ В. Ҳар бир конденсатор копламаларидаги потенциаллар фарқи U_i ва заряд Q_i аниқлансин ($i = 1, 2, 3, 4$).

17.22. Электр сиғимлари $C_1 = 10$ нФ, $C_2 = 40$ нФ, $C_3 = 2$ нФ ва $C_4 = 30$ нФ бўлган конденсаторлар 17.3- расмда кўрсатилгандек қилиб уланган. Конденсаторлар бирикмасининг электр сиғими C аниқлансин.

17.23. Электр сиғимлари $C_1 = 2$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ, $C_4 = 1$ мкФ бўлган конденсаторлар 17.4- расмда кўрсатилгандек қилиб уланган. Тўртинчи конденсатор копламаларидаги потенциаллар фарқи $U_4 = 100$ В. Ҳар бир конденсатор копламаларидаги зарядлар ва потенциаллар фарқлари ҳамда конденсаторлар батареясининг умумий заряди ва потенциаллар фарқи топилсин.



17.5- расм



17.6- расм

17.24. 17.5- расмда тасвирланган тарх (схема)нинг электр сиғими аниқлансин, унда $C_1=1$ пФ, $C_2=2$ пФ, $C_3=2$ пФ, $C_4=3$ пФ.

17.25. Бешта турли хил конденсатор 17.6- расмда келтирилган тарх(схема) бўйича уланган. Уюшманинг тўла электр сиғими C_5 электр сиғимнинг катталигига боғлиқ бўлмаган хол учун C_4 нинг электр сиғими қандай бўлиши аниқлансин. $C_1=8$ пФ, $C_2=12$ пФ, $C_3=6$ пФ деб қабул қилинсин.

18- §. ЗАРЯДЛАНГАН УТКАЗГИЧНИНГ ЭНЕРГИЯСИ ЭЛЕКТР МАЙДОННИНГ ЭНЕРГИЯСИ

Асосий формулалар

● Зарядланган ўтказгичнинг энергияси заряд Q , потенциал ва ўтказгичнинг электр сиғими C ёрдамида қуйидаги муносабатлар орқали ифодаланadi:

$$W = \frac{1}{2} C \varphi^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q \varphi.$$

● Зарядланган конденсаторнинг энергияси

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q U,$$

бунда C — конденсаторнинг электр сиғими; U — унинг копламаларидаги потенциаллар фарқи.

● Энергиянинг хажмий зичлиги (бирлик ҳажмга мос келувчи электр майдон энергияси)

$$\omega = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} E D,$$

бунда E — диэлектрик сингдирувчанлиги ϵ бўлган муҳитдаги электр майдон кучланганлиги; D — электр силжиш.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол: $C_1=3$ мкФ сиғимли конденсатор $U_1=40$ В потенциаллар фарқигача зарядланган. Ток манбаи узилгандан кейин конденсатор $C_2=5$ мкФ электр сиғимли зарядланмаган бошқа

конденсатор билан параллел уланган. Иккинчи конденсаторни улаш пайтида вужудга келган учкунни ҳосил қилишга сарфланган ΔW энергия аниқлансин.

Е ч и ш: Учкун ҳосил қилиш учун сарфланган энергия

$$\Delta W = W_1 - W_2, \quad (1)$$

бунда W_1 — биринчи конденсаторнинг унга иккинчи конденсатор улангунча бўлган энергияси; W_2 — биринчи ва иккинчи конденсаторлардан ташкил топган батареянинг энергияси. (1) тенгликка зарядланган конденсаторнинг энергияси $W = \frac{1}{2}CU^2$ ни қўйиб ва

параллел уланган конденсаторларнинг умумий электр сифими, алоҳида конденсаторлар электр сифимларининг йиғиндисига тенглигини эътиборда тутиб қуйидагини оламиз

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) U_2^2}{2}, \quad (2)$$

бунда C_1 ва C_2 — биринчи ва иккинчи конденсаторларнинг электр сифимлари; U_1 — биринчи конденсатор зарядланган потенциаллар фарқи; U_2 — конденсаторлар батареяси қисқичларидаги потенциаллар фарқи.

Иккинчи конденсатор улангандан кейин ҳам заряд олдингидек колганини ҳисобга олиб, U_2 потенциаллар фарқини қуйидагича ифодалаймиз:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}.$$

U_2 нинг бу ифодасини (2) формулага қўйсақ,

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) C_1^2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2}.$$

Оддий ўзгартиришлардан кейин қуйидагини топамиз

$$\Delta W = \frac{1}{2} \frac{C_1 + C_2}{C_1 + C_2} U_1^2.$$

Бу формула бўйича ҳисоблаш ўтказсак,

$$\Delta W = 1,5 \text{ мЖ}.$$

2- мисол. Қопламасининг юзаси $S = 500 \text{ см}^2$ бўлган ясси ҳаво конденсатори ЭЮК $\mathcal{E} = 300 \text{ В}$ бўлган ток манбаига уланган. Қуйидаги икки ҳол учун копламаларни $d_1 = 1 \text{ см}$ масофадан $d_2 = 3 \text{ см}$ гача суришда ташки кучлар бажарадиган А иш аниқлансин: 1) копламалар икки ёққа сурилишдан олдин ток манбаидан узилади; 2) копламалар икки ёққа сурилиш жараёнида унга уланганлигича қолади.

Е ч и ш: 1- ҳол. Иккита зарядланган ва ток манбаидан узилган қопламалардан иборат тизимни изоляцияланган ва энергиянинг сақланиш қонуни ўринли бўладиган тизим сифатида қараш мумкин. Бу ҳолда ташқи кучларнинг иши тизим энергиясининг ўзгаришига тенг:

$$A = \Delta W = W_2 - W_1, \quad (1)$$

бунда W_2 — охири ҳолатда конденсатор майдонининг энергияси (қопламалар d_2 масофада турибди); W_1 бошланғич ҳолатдаги майдон энергияси (қопламалар d_1 масофада турибди).

Бу ҳолда энергияни қопламалардаги Q заряд орқали ифодалаш қулайдир, чунки манбадан узилган қопламалардаги заряд қопламалар сурилганда ҳам ўзгармайди (1) тенгликка $W_2 = Q^2 / 2C_2$ ва $W_1 = Q^2 / (2C_1)$ ифодаларни қўйсақ,

$$A = \frac{Q^2}{2C_2} - \frac{Q^2}{2C_1} \text{ ёки } A = \frac{Q^2}{2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right).$$

Бу формуладаги зарядни ток манбаининг ЭЮК \mathcal{E} ва бошланғич электр сиғими C_1 орқали ифодалаб ($Q = C_1 \mathcal{E}$) қуйидагини топамиз

$$A = \frac{C_1 \mathcal{E}^2}{2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right) \quad (2)$$

(2) формулага ясси конденсаторлар электр сиғимларининг ифодаларини $\left(C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d_1} \text{ ва } C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d_2} \right)$ қўйсақ

$$A = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}^2}{2d_1^2} (d_2 - d_1). \quad (3)$$

$\mathcal{E} S$ га қискартирилгандан кейин формула

$$A = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}^2}{2d^2} (d_2 - d_1)$$

қўринишни олади. (3) формула бўйича ҳисоблаш ўтказиб натижани топамиз:

$$A = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} 500 \cdot 10^{-4} \cdot 300^2}{2 \cdot (1 \cdot 10^{-2})^2} (3 - 1) \cdot 10^{-2} \text{Ж} = 3,98 \cdot 10^{-6} \text{Ж} = 3,98 \text{ мЖ}$$

2- ҳол. Қопламалар ток манбаига уланганича қолади ва икки қопламадан иборат тизим энди изоляцияланган бўлмайди (улар узоклаштирилганда қопламалардаги заряд батарея қискичларига кўчади). Шунинг учун бу ҳолда энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланиб бўлмайди.

Конденсатор копламалари сурилганда: а) улар потенциалларнинг фарқи ўзгармай қолиши ($U = \mathcal{E}$) га; б) сўғим камайиши ($C = \mathcal{E} \frac{S}{d}$) га эътибор берамиз. Шунингдек, копламалардаги заряд ($Q = CU$) ва электр майдон кучланганлиги ($E = U/d$) ҳам камайди. Ишни аниқлаш учун зарур бўлган E ва Q катталиклар ўзгарувчан бўлганлигидан ишни интеграллаш йўли билан ҳисоблаш керак. Элементар иш учун ифодани ёзамиз:

$$dA = QE_1 dx, \quad (4)$$

бунда E_1 — битта копламадаги зарядлар ҳосил қиладиган майдон кучланганлиги.

Майдон кучланганлиги E_1 ва заряд Q ни копламалар орасидаги масофа x орқали ифодалаймиз:

$$E_1 = \frac{1}{2} E = \frac{\mathcal{E}}{2x} \text{ ва } Q = C \mathcal{E} \text{ ёки } Q = \mathcal{E}_0 \frac{S}{x} \mathcal{E}.$$

E_1 ва Q нинг бу ифодаларини (4) тенгликка қўйиб қуйидагини оламиз

$$dA = \frac{1}{2} \mathcal{E}_0 \frac{S \mathcal{E}^2}{x^2} dx.$$

Бу тенгликни d_1 ва d_2 гача чегараларда интеграллаб ишнинг изланаётган ифодасини топамиз

$$A = \frac{1}{2} \mathcal{E}_0 S \mathcal{E}^2 \int_{d_1}^{d_2} \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{2} \mathcal{E}_0 S \mathcal{E}^2 \left| -\frac{1}{x} \right|_{d_1}^{d_2} = \frac{1}{2} E S \mathcal{E}^2 \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right).$$

Қискартиришлардан кейин охириги формула

$$A = \frac{1}{2} \mathcal{E}_0 \frac{S \mathcal{E}^2}{d_1 d_2} (d_2 - d_1)$$

кўринишни олади.

Олинган формулага биноан ҳисоблаб натижани топамиз:

$$A = 1,33 \text{ мкЖ}.$$

3- мисол. Ясси конденсатор $U = 1$ кВ потенциаллар фарқи гача зарядланган. Қопламалар орасидаги масофа $d = 1$ см. Диэлектрик — шиша. Конденсатор майдони энергиясининг ҳажмий зичлиги аниқлансин.

Е ч и ш. Конденсатор майдони энергиясининг ҳажмий зичлиги

$$\omega = W/V, \quad (1)$$

бундан W — конденсатор майдонининг энергияси; V — майдон эгаллайдиган ҳажм, яъни конденсатор копламалари орасидаги фазонинг ҳажми.

Конденсатор майдонининг энергияси

$$W = CU^2/2. \quad (2)$$

формула билан аниқланади; бунда U — конденсатор копламаларининг зарядланиши натижасида вужудга келган потенциаллар фарқи; C — унинг электр сифими. Лекин $C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$, $V = SdC$ нинг ифодасини (2) формулага ва сўнгра W ва V ларнинг ифодаларини (1) формулага қўйиб қуйидагини оламиз:

$$\omega = \epsilon\epsilon_0 U^2 / (2d^2)$$

катталикларнинг қийматларини охириги формулага қўйиб ва ҳисоблаб натижани топамиз:

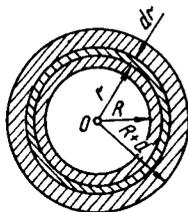
$$\omega = 0,309 \text{ Ж/м}^3.$$

4- мисол: $R = 3$ см радиусли металл шарда $Q = 20$ нКл заряд бор. Шар $d = 2$ см калинликли парафин катлами билан ўралган. Диэлектрик катламида мужассамлашган электр майдон энергияси W аниқлансин.

Е чиш: Зарядланган шар ҳосил киладиган майдон бир жинслимас бўлганлигидан диэлектрик қатламидаги майдон энергияси нотекис тақсимланган. Лекин, зарядланган шарнинг майдони сферик симметриклик хусусиятига эга бўлганлиги учун шар марказидан бир хил узокликдаги барча нукталарда энергиянинг ҳажмий зичлиги бир хил бўлади.

Диэлектрикнинг сферик катламининг элементар dv ҳажмидаги энергияни ифодалаймиз:

$$dW = \omega dV,$$



18.1- расм

бунда ω — энергиянинг ҳажмий зичлиги (18.1- расм).

Тўла энергия қуйидаги интеграл билан ифодланади

$$W = \int \omega dV = 4\pi \int_R^{R+d} \omega r^2 dr, \quad (1)$$

бунда r — элементар шарсимон катламнинг радиуси; dr — унинг калинлиги. Энергиянинг ҳажмий зичлиги $\omega = \frac{1}{2}\epsilon\epsilon_0 E^2$ формула билан аниқланади, бунда E — майдон кучланганлиги. Бизнинг ҳолимизда

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}$$

ва бинобарин,

$$\omega = \frac{Q^2}{32\pi^2\epsilon_0\epsilon r^4}$$

Зичликнинг бу ифодасини (1) формулага қўйиб ва ўзгармас катталикларни интеграл белгисидан ташқарига чиқариб қуйидагини оламиз

$$W = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon} \int_R^{R+d} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+d} \right) = \frac{Q^2 d}{8\pi\epsilon_0\epsilon R(R+d)}$$

Шу формула бўйича ҳисоблаш ўтказиб, натижани топамиз:

$$W = 12 \text{ мкЖ.}$$

Масалалар

Ясси конденсаторнинг энергияси

18.1. Электр сифими $C = 10$ пФ бўлган конденсаторга $Q = 1$ пКл заряд берилган. Конденсаторнинг энергияси W аниқлансин.

18.2. Ясси конденсатор копламалари орасидаги d масофа 2 см га тенг, потенциаллар фарқи $U = 6$ кВ. Ҳар бир копламанинг Q заряди 10 нКл га тенг. Конденсатор майдонининг энергияси W ва копламаларнинг ўзаро тортишиши кучи F ҳисоблансин.

18.3. Агар копламалари орасидаги потенциаллар фарқи $U = 15$ кВ, масофа $d = 1$ мм, диэлектрик — слюда ва ҳар бир копламанинг юзаси $S = 300$ см² дан бўлса, ясси конденсатор разрядланишида канча микдордаги иссиқлик Q ажралади?

18.4. Ҳаво конденсатори копламалари орасидаги тортишиш кучи $F = 50$ мН. Ҳар бир копламанинг юзаси $S = 200$ см². Конденсатор майдони энергиясининг зичлиги ω топилсин.

18.5. Ясси ҳаво конденсатори ҳар бирининг радиуси $r = 10$ см дан бўлган иккита юмалоқ пластинкадан ташкил топган. Пластинкалар орасидаги масофа $d_1 = 1$ см. Конденсаторни $U = 1,2$ кВ потенциаллар фаркигача зарядладилар ва ток манбаидан ажратдилар. Пластинкаларни бир-биридан узоқлаштириб улар орасидаги масофани $d_2 = 3,5$ см гача орттириш учун қандай A иш бажариш керак?

18.6. Сифими $C = 1,11$ нФ бўлган ясси ҳаво конденсатори $U = 300$ В потенциаллар фаркигача зарядланган. Ток манбаидан ажратилгандан кейин конденсатор пластиналари орасидаги масофа беш марта орттирилган. 1) Сурилгандан кейинги конденсатор копламалари орасидаги потенциаллар фарқи U ;

2) пластиналарни суришда ташқи кучларнинг бажарган иши A аниқлансин.

18.7. Электр сиғими $C_1=666$ пФ бўлган конденсаторни $U=1,5$ кВ потенциаллар фаркигача зарядладилар ва ток манбаидан ажратдилар. Сўнгра конденсаторга параллел равишда сиғими $C_2=444$ пФ бўлган зарядланмаган иккинчи конденсаторни уладилар. Конденсаторларни улаш пайтида чиқадиган учқунни ҳосил қилишга сарфланган энергия аниқлансин.

18.8. Электр сиғимлари $C_1=1$ мкФ, $C_2=2$ мкФ, $C_3=3$ мкФ бўлган конденсаторлар $U=1,1$ кВ кучланишли занжирга уланган. Улар: 1) кетма-кет уланган; 2) параллел уланган ҳоллар учун ҳар бир конденсаторнинг энергияси аниқлансин.

18.9. Ясси конденсаторнинг электр сиғими $C=111$ пФ. Диэлектрик чинни. Конденсаторни $U=600$ В потенциаллар фаркигача зарядладилар ва кучланиш манбаидан ажратдилар. Диэлектрикни конденсатордан тортиб чиқариш учун қандай A ишни бажариш керак? Ишқаланиш инобатга олинмайдиган даражада кичик.

18.10. Ясси конденсатор копламалари орасидаги бўшлиқ ҳажми $V=100$ см³ бўлган диэлектрик (чинни) билан тўлдирилган. Конденсатор копламаларидаги заряднинг сирт зичлиги $\delta=8,85$ нКл/м. Диэлектрикни конденсатордан олиб ташлаш учун бажариш керак бўлган A иш ҳисоблансин. Диэлектрик ва конденсатор копламалари орасидаги ишқаланиш инобатга олинмасин.

18.11. Қалинлиги $d=2$ мм ва юзаси $S=300$ см² бўлган эбонит пластинани куч чизиқлари ясси сиртига ток йўналадиган қилиб кучланганлиги $E=1$ кВ/м бўлган бир жинсли электр майдонга жойлаштирдилар. 1) Пластина сиртидаги боғланган зарядлар зичлиги δ ; 2) Пластинада мужассамлашган электр майдон энергияси W топилсин.

18.12. Олдинги масаладаги пластинани майдондан фазонинг ташқи майдон бўлмаган соҳасига кўчирдилар. Вақт ўтиши билан электрикдаги майдоннинг камайишини инобатга олмаган ҳолда пластинадаги электр майдон энергияси W аниқлансин.

Зарядланган сфера майдонининг энергияси

18.13. $R=4$ см радиусли $\varphi=500$ В потенциалгача зарядланган яккаланган сферанинг энергияси W топилсин.

18.14. Агар диаметри $d=20$ см бўлса, $Q=100$ нКл заряд берилган металл шар электростатик майдонининг энергияси W ҳисоблансин.

18.15. $C=10$ пФ электр сиғимли яккаланган металл сфера $\varphi=3$ кВ потенциалгача зарядланган. Бу сфера радиуси сферанинг радиусидан уч марта катта бўлган, унга концентрик сферик сирт билан ташқи муҳитдан ажратилган. Сферик катламда мужассамланган майдон энергияси W аниқлансин.

18.16. Электр майдон $R=10$ см радиусли зарядланган ($Q=0,1$ мкКл) сфера томонидан ҳосил қилинган. Сфера ва радиуси сферанинг радиусидан икки марта катта бўлган унга концентрик сферик сирти билан чегараланган ҳажмдаги майдон энергияси W қандай бўлади?

18.17. $R=6$ см радиусли яккаланган металл шарда Q заряд бор. Шарга концентрик сирт фазони икки қисмга шундай бўлади (ички чекли ва ташки чексиз) ҳар иккала қисмдаги электр майдон энергияси бир хил. Шу шарсимон сиртнинг радиуси R_2 аниқлансин.

18.18. Радиуси $R=10$ см бўлган яхлит парафин шар $\rho=10$ нКл/м³ ҳажмий зичлик билан ҳажм бўйлаб бир текис зарядланган. Электр майдонининг шарнинг ўзида мужассамлашган энергияси W_1 ва ундан ташқаридаги энергияси W_2 аниқлансин.

18.19. Эбонит шар ҳажм бўйлаб бир текис зарядланган. Шардан ташқаридаги электр майдон энергияси шарда мужассамлашган майдон энергиясидан неча марта кўп?

4-6 о б

УЗГАРМАС ЭЛЕКТР ТОК

19- §. УЗГАРМАС ТОКНИНГ АСОСИЙ ҚОНУНЛАРИ

Асосий формулалар

- Ўзгармас токнинг кучи

$$I = \frac{Q}{t},$$

бунда Q — ўтказгичнинг кўндаланг кесимидан t вақтда ўтадиган электр миқдори.

- Электр токнинг зичлиги вектор катталиқ бўлиб, ток кучининг ўтказгич кўндаланг кесимининг юзаси S га нисбатига тенгдир:

$$\vec{j} = \frac{I \vec{k}}{S},$$

бунда \vec{k} — йўналиши мусбат заряд ташувчиларнинг ҳаракат йўналиши билан мос келувчи бирлик вектор.

- Бир жинсли ўтказгичнинг қаршилиги

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

бунда ρ — ўтказгич моддасининг солиштирма қаршилиги; l — унинг узунлиги.

- Ўтказгичнинг ўтказувчанлиги G ва модданинг солиштирма ўтказувчанлиги γ

$$G = \frac{1}{R}, \quad \gamma = \frac{1}{\rho}.$$

- Солиштирма қаршиликнинг ҳароратга боғлиқлиги

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

бунда ρ ва ρ_0 — мос равишда t ва 0°C даги солиштирма қаршиликлар; t — ҳарорат (Цельсий шкаласида); α — қаршиликнинг ҳарорат коэффиценти.

Ўтказгичлар бирикмасининг қаршилиги:

кетма-кет уланганда $R = \sum_{i=1}^n R_i,$

параллел уланганда $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$

бунда R_i — i -ўтказгичнинг қаршилиги; n — ўтказгичлар сони.

● Ом қонуни:

Занжирнинг бир жинслимас бўлган қисми учун

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \mathcal{E}_{12}}{R} = \frac{U}{R},$$

Занжирнинг бир жинсли қисми учун $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R},$

Епик занжир учун ($\varphi_1 = \varphi_2$) $I = \frac{\mathcal{E}}{R},$

бунда $(\varphi_1 - \varphi_2)$ — занжир қисмининг учларидаги потенциаллар фарқи; \mathcal{E}_{12} — қисмга кирувчи ток манбаларининг ЭЮК; U — занжир қисмидаги кучланиш; R — занжирнинг (занжир қисмининг) қаршилиги; \mathcal{E} — занжирдаги барча ток манбаларининг ЭЮК.

● Кирхгоф қондалари. Биринчи қоида: тугунда қўшилувчи ток кучларининг алгебраик йиғиндиси нолга тенг, яъни

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0,$$

бунда n — тугунда қўшилувчи тоқлар сони;

Иккинчи қоида: ёпик контурда контурнинг барча қисмларидаги кучланишларнинг алгебраик йиғиндиси электр юритувчи кучларнинг алгебраик йиғиндисига тенг, яъни

$$\sum_{i=1}^n I R_i = \sum_{i=1}^k \mathcal{E}_i,$$

бунда I_i — i -қисмдаги ток кучи; R_i — i -қисмдаги фаол қаршилик; \mathcal{E}_i — i -қисмдаги ток манбаларининг ЭЮК; n — фаол қаршилиги бўлган қисмлар сони; R — ток манбаига эга қисмлар сони.

● Ўзгармас ток занжирининг қисмида t вақтда электростатик майдон ва чет кучлар бажарадиган иш

$$A = IUt.$$

● Токнинг қуввати

$$P = IU.$$

● Жоуль-Ленц қонуни

$$Q = I^2 Rt,$$

бунда Q — t вақтда занжирнинг қисмида ажраладиган иссиқлик миқдори. Жоуль-Ленц қонуни занжирнинг қисми ҳаракатсиз ва унда кимёвий реакциялар содир бўлмагандагина ўринли бўлади.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Қаршилиги $R = 30$ м бўлган ўтказгич учларидаги кучланишнинг $t = 20$ с давомида $U_0 = 2$ В дан $U = 4$ В гача бир текис ўсишда ўтказгичдан ўтган Q заряд миқдори аниқлансин.

Е ч и ш: Ўтказгичдаги ток кучи ўзгарувчан бўлганлиги туфайли зарядни ҳисоблашда $Q = It$ формуладан фойдаланиш мумкин эмас. Шунинг учун заряднинг дифференциали $dQ = Idt$ ни оламит ва интеграллаймиз:

$$Q = \int_0^t Idt. \quad (1)$$

Ток кучини Ом қонуни ёрдамида ифодалаб, қуйидагини оламит

$$Q = \int_0^t \frac{U}{R} dt. \quad (2)$$

Мазкур ҳолда кучланиш U ўзгарувчан. Бир текис ўсишини назарда тутганда у қуйидагича ифодаланиши мумкин:

$$U = U_0 + kt, \quad (3)$$

бунда k — пропорционаллик коэффициентини. U нинг бу ифодасини (2) формулага қўйиб, қуйидагини топамиз:

$$Q = \int_0^t \left(\frac{U_0}{R} + \frac{kt}{R} \right) dt = \frac{U_0}{R} \int_0^t dt + \frac{k}{R} \int_0^t t dt.$$

Буни интегралласак,

$$Q = \frac{U_0 t}{R} + \frac{kt^2}{2R} = \frac{t}{2R} (2U_0 + kt). \quad (4)$$

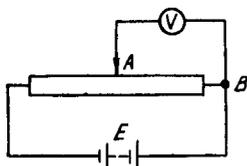
Агар $t=20$ с да $U=4$ В бўлишини назарда тутсак, пропорционаллик коэффициентини k нинг қийматини (3) формуладан топамиз.

$$K = (U - U_0) / t = 0,1 \text{ В/с.}$$

Катталикларнинг қийматларини (4) формулага қўйиб, натижани топамиз:

$$Q = 20 \text{ Кл.}$$

2- мисол. Қаршилиги $R=100$ Ом бўлган потенциометр ЭЮК $\mathcal{E}=150$ В ва ички қаршилиги $r=50$ Ом бўлган ток манбаига уланган (19.1- расм). Сим ёрдамида потенциометр қисқичларидан бири ва потенциометр ўрамининг ўртасига кўзгалувчан туташтирувчи орқали уланган $R_B=500$ Ом қаршиликли вольтметрнинг кўрсатиши аниқлансин. Вольтметр ажратилганда шу нукталар орасидаги потенциаллар фарқи қандай бўлади?



19.1- расм

Е ч и ш: A ва B нукталарга уланган U_1 вольтметрнинг кўрсатиши (19.1- расм)

$$U_1 = I_1 R_1 \quad (1)$$

формула билан аниқланади. Бунда I_1 — занжирнинг тармоқланмаган қисмидаги ток кучи, R_1 — параллел уланган вольтметр ва потенциометр ярмининг қаршилиги.

Ток кучи I ни тўла занжир учун Ом қонунидан топамиз:

$$I_1 = \mathcal{E} / (R + r), \quad (2)$$

бунда R — ташқи занжирнинг қаршилиги.

Ташқи қаршилик R иккита қаршиликнинг йиғиндисига тенг:

$$R = R/2 + R_1. \quad (3)$$

Параллел уланган R_1 қаршилик $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R/2}$ формуладан топилиши мумкин. Бундан

$$R_1 = R \cdot R_B / (R + 2R_B).$$

Бу формулага катталикларнинг сон қийматларини қўйиб ва ҳисоблаш ўтказиб натижани топамиз:

$$R = 45,0 \text{ Ом.}$$

(2) ифодага (3) тенгликнинг ўнг қисмини қўйиб, ток кучини аниқлаймиз:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R/2 + R_1 + r} = 1,03 \text{ А.}$$

Агар I_1 ва R_1 ларнинг қийматларини (1) формулага қўйсақ, вольтметрнинг кўрсатишини топамиз:

$$U_1 = 46,9 \text{ В.}$$

Вольтметр ажратилганда A ва B нукталар орасидаги потенциаллар фарқи I_2 ток кучининг потенциометр қаршилигининг ярмига кўпайтмасига тенг, яъни $U_2 = I_2(R/2)$ ёки

$$U_2 = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \cdot \frac{R}{2}.$$

Бунга \mathcal{E} , R ва r катталикларнинг қийматларини қўйиб, натижани оламиз

$$U_2 = 50 \text{ В.}$$

3- мисол. Электр юритувчи кучлари \mathcal{E}_1 ва \mathcal{E}_2 бўлган ток манбалари занжирга 19.2- расмда кўрсатилгандек уланган. Агар $\mathcal{E}_1 = 10 \text{ В}$ ва $\mathcal{E}_2 = 4 \text{ В}$ ҳамда $R_1 = R_4 = 2 \text{ Ом}$ ва $R_2 = R_3 = 4 \text{ Ом}$ бўлса, R_2 ва R_3 қаршиликлардан оқаётган ток кучлари аниқлансин. Ток манбаларининг қаршиликлари инobatга олинмасин.

Е чиш: Тармоқланган занжирдаги ток кучлари Кирхгоф коидалари ёрдамида аниқланади. Ток кучининг тўртта қийматини топиш учун тўртта тенглама тузиш керак.

Кўрсатма: Кирхгоф коидаларига биноан тенгламалар тузишдан олдин, биринчидан, қаршиликлардан оқадиган токларнинг ихтиёрий йўналишларини танлаб чизмада уларни стрелкалар билан кўрсатиш ва иккинчидан, контурнинг айланиш йўналишини танлаш (охиргиси фақатгина Кирхгофнинг иккинчи коидасига биноан тенглама тузиш учун) керак.

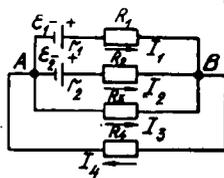
Токларнинг йўналишларини 19.2- расмда кўрсатилгандек танлаймиз ва контурни соат мили ҳаракати йўналишида айланишга келишамиз.

Масалада кўрилаётган схема иккита: A ва B тугунга эга. Лекин, Кирхгофнинг биринчи коидасига биноан тенгламани фақат битта тугун учун тузмок керак, чунки иккинчи тугун учун тузилган тенглама биринчисининг натижаси бўлади.

Кирхгофнинг биринчи коидасига биноан тенглама тузилганда ишоралар ҳақидаги койдага амал қилмок керак: тугунга кирувчи ток тенгламага мусбат ишора билан, тугундан чикувчиси эса манфий ишора билан катнашади.

Кирхгофнинг биринчи коидасига биноан B тугун учун куйидагини оламиз:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0.$$



19.2- расм

Етишмаётган учта тенгламани эса Кирхгофнинг иккинчи қондасига биноан оламиз. Кирхгофнинг иккинчи қондасига биноан тузилиши мумкин бўлган ўзаро боғлиқ бўлмаган тенгламалар сони ҳам контурлар сонидан кам (бизнинг ҳолимизда контурлар олтига, ўзаро боғлиқ бўлмаган тенгламалар сони эса учта). Зарур бўлган эркили тенгламалар сонини топиш учун қуйидаги қондага амал қилмоқ керак: контурларни шундай танлаш керакки, ҳар бир янги контурга ҳеч бўлмаганда олдин фойдаланилган контурларнинг бирортасида ҳам қатнашмаган бирорта тармоқ кирсин.

Кирхгофнинг иккинчи қондасига биноан тенгламалар тузишда қуйидаги ишоралар қондасига амал қилмоқ керак:

а) агар токнинг йўналиши контурни айланиб ўтиш йўналиши билан мос келса, мос IR кўпайтма тенгламага мусбат ишора билан киради, тескари ҳолда IR кўпайтма тенгламага манфий ишора билан киради.

б) агар ЭЮК контурни айланиб ўтиш йўналишида потенциални орттирса, яъни агар контурни айланиб ўтишда манба ичида манфийдан мусбатга қараб юришга тўғри келса, унда мос ЭЮК тенгламага мусбат ишора билан киради, тескари ҳолда — манфий ишора билан. Кирхгофнинг иккинчи қондасига биноан мос равишда AR_1BR_2A , AR_3BR_3A , AR_3BR_4A контурлар учун:

$$I_1R_1 - I_2R_2 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2, \quad (1)$$

$$I_1R_1 - I_3R_3 = \mathcal{E}_1 \quad (2)$$

$$I_3R_4 + I_4R_4 = 0. \quad (3)$$

(1) — (3) тенгликларга қаршилиқларнинг ва ЭЮК ларнинг қийматларини қўйиб, қуйидаги тенгламалар тизимини оламиз:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0,$$

$$2I_1 - 4I_2 = 6,$$

$$2I_1 - 4I_3 = 10,$$

$$4I_3 + 2I_4 = 0.$$

Иккита токни топиш керак бўлганлиги туфайли аниқловчилар (детерминантлар) усулидан фойдаланиш қулайдир. Шу мақсадда тенгламаларни яна бир қарра қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0,$$

$$2I_1 - 4I_2 + 0 - 0 = 6,$$

$$2I_1 + 0 - 4I_3 + 0 = 10,$$

$$0 + 0 + 4I_4 + 2I_4 = 0.$$

Токларнинг изланаётган қийматларини

$$I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta} \quad \text{ва} \quad I_3 = \frac{\Delta I_3}{\Delta}$$

ифодалардан топамиз. Бунда Δ — тенгламалар тизимининг аниқловчиси; Δ_2 ва Δ_3 — Δ аниқловчининг мос устунларини юқорида келтирилган тўртта тенгламаларнинг озод хадларидан тузилган устун билан алмаштириб ҳосил қилинган аниқловчилар.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 96;$$

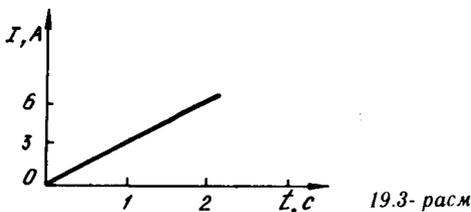
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 6 & 0 & 0 \\ 2 & 10 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 0; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & -4 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = -96.$$

Бундан қуйидагини оламиз:

$$I_2 = 0, \quad I_3 = -1A.$$

I_3 ток кучининг қиймати олдидаги манфий ишора суратда кўрсатилган ток кучининг йўналишини ихтиёрый танлаганимизда I_3 токнинг йўналиши унинг ҳақиқий йўналишига қарама-қарши кўрсатилганлигидандир. Аслида I_3 ток B тугундан A тугунга қараб оқади.

4- мисол: Қаршилиги $R = 20$ Ом бўлган ўтказгичдаги ток кучи $\Delta t = 2$ с вақт давомида чизиқли қонунга биноан $I_0 = 0$ дан $I_{max} = 6$ А гача ўсади (19.3- расм). Бу ўтказгичда биринчи ва иккинчи секундларда ажралган Q_1 ва Q_2 иссиқлик микдорлари ҳамда бу иссиқлик микдорларининг нисбати Q_2/Q_1 аниқлансин.



Е чи ш : $Q = I^2 R t$ Жоуль-Ленц қонуни ўзгармас ток ($I = \text{const}$) ҳолида қўлланилиши мумкин. Агар ўтказгичдаги ток кучи ўзгарувчан бўлса, кўрсатилган қонун фақат вақтнинг чексиз кичик оралиғи учунгина ўринли ва

$$dQ = I^2 R dt \quad (1)$$

кўринишда ёзилади.

Бу ерда ток кучи I вақтнинг қандайдир функцияси бўлади. Бизнинг ҳолимизда

$$I = kt, \quad (2)$$

бунда k — пропорционаллик коэффициенти бўлиб, ток кучи орттирмасининг бу ортиш рўй берган вақт оралиғига нисбатига тенгдир:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

(2) тенгликни ҳисобга олганда (1) тенглама

$$dQ = k^2 R t^2 dt \quad (3)$$

кўринишни олади.

Чекли Δt вақт оралиғида ажралган иссиқлик миқдорини аниқлаш учун (3) ифодани t_1 дан то t_2 гача ораликда интеграллаш керак:

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3).$$

Биринчи секундда ажралиб чиққан иссиқлик миқдорини аниқлашда интеграллаш чегаралари $t_1 = 0$, $t_2 = 1$ с бўлади ва натижада

$$Q = 60 \text{ Ж},$$

иккинчи секундда эса интеграллаш чегаралари $t_1 = 1$ с, $t_2 = 2$ с ва бу ҳолда

$$Q_2 = 420 \text{ Ж}.$$

Бинобарин

$$Q_2/Q_1 = 7,$$

яъни иккинчи секундда биринчи секунддагига нисбатан 7 марта кўп иссиқлик миқдори ажралади.

Масалалар

Занжирнинг бир қисми учун Ом қонуни

19.1. Ўтказгичдаги ток кучи $t_1 = 10$ с вақт давомида $I_0 = 0$ дан $I = 3$ А гача бир текисда ўсади. Ўтказгичдан ўтган заряд Q аниқлансин.

19.2. Агар сим $U = 6$ В кучланиш остида турган бўлса, узунлиги $l = 10$ м бўлган темир ўтказгичдаги ток зичлиги j аниқлансин.

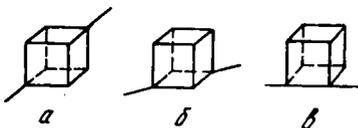
19.3. Электростанция шиналаридаги кучланиш $U = 6,6$ кВ. Истеъмолчи $l = 10$ км масофада турибди. Агар йўналишдаги ток кучи $I = 20$ А ва симлардаги кучланишнинг йўқолиши 3 % дан ошмаслиги лозим бўлса, қўш симли узатиш линиясини яшаш учун ишлатиш керак бўладиган мис симнинг кесим юзаси аниқлансин.

19.4. Баландлиги $h=20$ см ва асосларининг радиуслари $r_1=12$ мм ва $r_2=8$ мм бўлган, тўғри кесик конус кўринишида ясалган графит ўтказгичнинг қаршилиги R ҳисоблансин. Ўтказгичнинг ҳарорати $t=20^\circ\text{C}$.

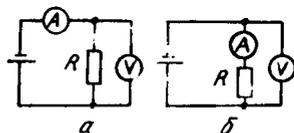
19.5. Қаршилиги $R_0=10$ Ом (0°C да) бўлган цилиндр шаклидаги мис ўтказгичнинг бир учида $t_1=20^\circ\text{C}$, бошқасида $t_2=400^\circ\text{C}$ ҳарорат сақланади. Ҳарорат градиенти ўтказгич ўқи бўйлаб ўзгармас деб ҳисоблаб, ўтказгичнинг қаршилиги топилсин.

19.6. Сим куб ўтказгичлардан ташкил топган. Кубнинг қиррасини ташкил этган ҳар бир ўтказгичнинг қаршилиги $R_1=1$ Ом. Агар куб электр занжирига 19.4, а- расмда кўрсатилгандек қилиб уланган бўлса, бу кубнинг қаршилиги R ҳисоблансин.

19.7. Худди шу вазифа (19.6- масалага қаранг) куб занжирга 19.4, б- расмда кўрсатилганидек қилиб уланган ҳол учун бажарилсин.



19.4- расм



19.5- расм

19.8. Худди шу вазифа (19.6- масалага қаранг) куб занжирга 19.4, в- расмда кўрсатилгандек қилиб уланган ҳол учун бажарилсин.

19.9. Ғалтак ва амперметр кетма-кет уланиб ток манбаига қўшилган. Ғалтак қискичларига қаршилиги $R_B=1$ кОм бўлган вольтметр бирлаштирилган. Амперметрнинг кўрсатиши $I=0,5$ А ва вольтметрники $U=100$ В. Ғалтакнинг қаршилиги R аниқлансин. Агар вольтметрнинг қаршилиги ҳисобга олинмаса, хатолик ғалтак қаршилиги аниқ қийматининг неча фоизини ташкил қилади?

19.10. Шунтланган амперметр $I=10$ А гача ток кучини ўлчайди. Агар амперметрнинг қаршилиги $R_a=0,02$ Ом ва шунтнинг қаршилиги $R_{ш}=5$ мОм бўлса, бу амперметр шунтсиз қандай энг катта ток кучини ўлчashi мумкин?

19.11. 19.5, а, б- расмларда кўрсатилган тарҳлардан қайси бири катта қаршилиқларни ва қайси бири кичик қаршилиқларни ўлчашга кўпроқ яроқли? Шу тарҳлар ёрдамида $R_1=1$ кОм ва $R_2=10$ Ом қаршилиқларни ўлчашда йўл қўйиладиган хатоликлар ҳисоблансин. Вольтметр ва амперметрларнинг қаршилиқлари мос равишда $R_B=5$ кОм ва $R_A=2$ Ом деб қабул қилинсин

Тўлиқ занжир учун Ом қонуни

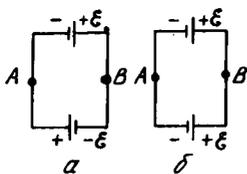
19.12. Аккумуляторлар батареясининг ички қаршилиги $r=3$ Ом. Агар батарея қисқичларидаги потенциаллар фарқини $R_B=200$ Ом қаршиликли вольтметр билан ўлчаб уни ЭЮК сифатида қабул қилинса, хатолик ЭЮК нинг хақиқий қиймати-нинг неча фоизини ташкил қилади?

19.13. ЭЮК $\mathcal{E}=1,5$ В бўлган ток манбаига $R=0,1$ Ом қаршиликли ғалтакни уладилар. Амперметр $I_1=0,5$ А ток кучини кўрсатди. Ток манбаига худди шундай ЭЮК ли яна битта ток манбаини кетма-кет улаганларида ўша ғалтакдаги ток кучи $I=0,4$ А бўлди. Биринчи ва иккинчи ток манбаларининг ички қаршиликлари r_1 ва r_2 лар аниқлансин.

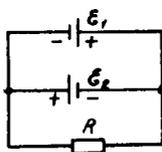
19.14. Ҳар бири учтадан кетма-кет уланган элементлардан иборат бўлган икки гуруҳ элементлар параллел уланган. Ҳар бир элементнинг ЭЮК $\mathcal{E}=1,2$ В, ички қаршилиги $r=0,2$ Ом. Ҳосил бўлган батарея $R=1,5$ Ом ташқи қаршилик билан ёпилган. Ташқи занжирдаги ток кучи I топилсин.

19.15. Ҳар бирининг ЭЮК \mathcal{E} ва ички қаршилиги r бўлган N та бир хил гальваник элемент бор. Шу элементлардан n та кетма-кет уланган элементлардан иборат бўлган бир нечта параллел уланган гуруҳлардан ташкил топган батарея тузиш талаб қилинади. n нинг қандай қийматида R қаршиликли ташқи занжирдаги ток кучи I максимал бўлади? n нинг шу қийматида батареянинг ички қаршилиги R_i нимага тенг бўлади?

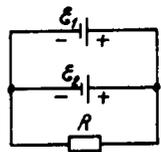
19.16. ЭЮК $\mathcal{E}=1,5$ В ва ички қаршилиги $r=0,4$ Ом бўлган 12 та элемент берилган. Улардан тузилган батареядан қаршилиги $R=0,3$ Ом бўлган ташқи занжирда энг катта ток кучини олиш учун бу элементлар қандай уланиши керак? Максимал ток кучи I_{max} аниқлансин.



19.6- расм



19.7- расм



19.8- расм

19.17. ЭЮК $\mathcal{E}=1,2$ В ва ички қаршилиги $r=0,4$ Ом бўлган иккита бир хил ток манбаи 19.6. а, б- расмларда кўрсатилгандек қилиб уланган. Биринчи ва иккинчи ҳоллар учун занжирдаги ток кучи I ҳамда A ва B нуқталар орасидаги потенциаллар фарқи U аниқлансин.

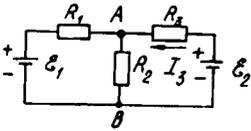
19.18. Иккита элемент ($E_1=1,2$ В, $r_1=0,1$ Ом; $E_2=0,9$ В, $r_2=0,3$ Ом) бир хил исмли қутблари билан уланган. Туташтирувчи симларнинг қаршилиги $R=0,2$ Ом. Занжирдаги ток кучи I аниқлансин.

Кирхгоф қоидалари

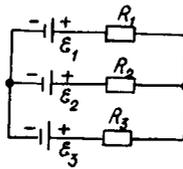
19.19. Иккита аккумуляторлар батареяси ($\mathcal{E}_1=10\text{ В}$, $r_1=1\text{ Ом}$, $\mathcal{E}_2=8\text{ В}$, $r_2=2\text{ Ом}$) ва реостат ($R=6\text{ Ом}$) 19.7- расмда кўрсатилгандек қилиб уланган. Батареялардаги ва реостатдаги ток кучи топилсин.

19.20. Иккита ток манбаи ($E_1=8\text{ В}$, $r_1=2\text{ ом}$; $E_2=6\text{ В}$; $r_2=1,5\text{ ом}$) ва реостат ($R=10\text{ Ом}$) 19.8- расмда кўрсатилгандек қилиб уланган. Реостат оркали оқувчи ток кучи I ҳисоблансин.

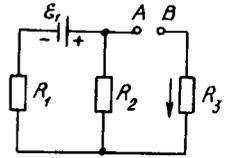
19.21. Агар $E_1=4\text{ В}$, $E_2=3\text{ В}$, $R_1=6\text{ Ом}$, $R_3=1\text{ Ом}$ (19.9- расм) бўлса, R_3 қаршиликли резистордаги I_3 ток кучи ва резистор учларидаги кучланиш U_3 аниқлансин. Ток манбаларининг ички қаршиликлари ҳисобга олинмасин.



19.9- расм



19.10- расм



19.11- расм

19.22. ЭЮК лари $E_1=12\text{ В}$, $E_2=5\text{ В}$, $E_3=10\text{ В}$ ва $r=1\text{ Ом}$ бир хил ички қаршиликли учта батарея бир хил исмли қутблари билан ўзаро уланган. Туташтирувчи симларнинг қаршиликлари жуда кичик. Ҳар бир батареядан оқаётган ток кучи I аниқлансин.

19.23. ЭЮК лари $E_1=11\text{ В}$, $E_2=4\text{ В}$ ва $E_3=6\text{ В}$ бўлган учта ток манбаи ва $R_1=5\text{ Ом}$, $R_2=10\text{ Ом}$ ва $R_3=2\text{ Ом}$ қаршиликли учта реостат 19.10- расмда кўрсатилгандек қилиб уланган. Реостатлардаги ток кучлари I аниқлансин. Ток манбаларининг ички қаршиликлари ҳисобга олмайдиган даражада кичик.

19.24. $R_1=5\text{ Ом}$, $R_2=1\text{ Ом}$ ва $R_3=3\text{ Ом}$ ли учта қаршилик ҳамда $\mathcal{E}_1=1,4\text{ В}$ ЭЮК ли ток манбаи 19.11- расмда кўрсатилгандек қилиб уланган. R_3 қаршиликдан мил (стрелка) билан кўрсатилган йўналишда $I=1\text{ А}$ ток оқиши учун занжирнинг A ва B нукталари орасига уланиши керак бўлган ток манбаининг ЭЮК \mathcal{E} аниқлансин. Ток манбаининг қаршилиги инobatга олинмасин.

Токнинг иши ва қуввати

19.25. Қетма-кет уланган лампочка ва реостат ток манбаига туташтирилган. Лампочка қискичларидаги кучланиш $U=40\text{ В}$, реостатнинг қаршилиги $R=10\text{ Ом}$. Ташки занжир $P=120\text{ Вт}$ қувват истеъмол қилади. Занжирдаги ток кучи I топилсин.

19.26. Аккумуляторлар батареясининг ЭЮК $\mathcal{E}=12\text{ В}$, қиска туташувнинг ток кучи $I=5\text{ А}$. Шундай батареяга уланган ташки занжирда қандай энг катта қувват P_{\max} олиш мумкин?

19.27. ЭЮК $\mathcal{E}=2\text{В}$ ва ички қаршилиги $r=0,5\text{ Ом}$ бўлган аккумуляторлар батареясига ўтказгич уладилар. 1) Унда ажраладиган қувват максимал бўлиши учун лозим бўладиган ўтказгичнинг R қаршилиги, 2) бу ҳолда ўтказгичда ажраладиган қувват P аниқлансин.

19.28. Батареянинг ЭЮК $\mathcal{E}=20\text{ В}$. Ташқи занжирнинг қаршилиги $R=2\text{ Ом}$, ток кучи $I=4\text{ А}$. Батареянинг ФИК топилсин. Ташқи қаршилик R нинг қандай қийматида ФИК 99% га тенг бўлади?

19.29. Аккумуляторлар батареясининг қисқичларига иситгич уланган. Батареянинг ЭЮК $\mathcal{E}=24\text{ В}$, ички қаршилиги $r=1\text{ Ом}$. Занжирга уланган иситгич $P=80\text{ Вт}$ қувват истеъмол қилади. Занжирдаги ток кучи I ва иситгичнинг ФИК ҳисоблансин.

19.30. Электр қайнатгичнинг ўрама икки бўлимга эга. Агар фақат биринчи бўлим уланса, унда сув $t_1=15\text{ мин}$ да қайнайди. Фақат иккинчиси уланганда эса $t_2=30\text{ мин}$ да қайнайди. Агар иккала бўлим ҳам кетма-кет; параллел уланса сув неча минутдан кейин қайнайди?

19.31. $I_1=3\text{ А}$ ток кучида аккумуляторлар батареясининг ташқи занжирида $P_1=18\text{ Вт}$ қувват ажралади. $I_2=1\text{ А}$ ток кучида эса мос равишда $P_2=10\text{ Вт}$. Батареянинг ЭЮК \mathcal{E} ва ички қаршилиги r аниқлансин.

19.32. Қаршилиги $r=100\text{ Ом}$ бўлган ўтказгичдаги ток кучи $\tau=30\text{ с}$ давомида $I_0=0$ дан $I_{\max}=10\text{ А}$ гача бир текисда ўсади. Шу вақт давомида ўтказгичда ажралган иссиқлик миқдори Q аниқлансин.

19.33. Қаршилиги $R=12\text{ Ом}$ бўлган ўтказгичдаги ток кучи $\tau=10\text{ с}$ давомида $I_0=5\text{ А}$ дан $I=0$ гача бир текисда камаяди. Кўрсатилган вақт давомида шу ўтказгичда қанча иссиқлик миқдори Q ажралади?

19.34. $R=3\text{ Ом}$ қаршиликли ўтказгичдан кучи ортиб бораётган ток оқмоқда. $\tau=8\text{ с}$ вақт давомида ўтказгичда ажралган иссиқлик миқдори $Q=200\text{ Ж}$. Шу вақт давомида ўтказгичдан оқиб ўтган заряд миқдори аниқлансин. Бошланғич деб қабул қилинган вақт онда ўтказгичдаги ток кучи нолга тенг.

19.35. $R=15\text{ Ом}$ қаршиликли ўтказгичдаги ток кучи $\tau=5\text{ с}$ вақт давомида $I_0=0$ дан муайян максимал қийматгача бир текисда ўсади. Бу вақтда ўтказгичда $Q=10\text{ кЖ}$ иссиқлик миқдори ажралди. Шу вақт оралиғи учун ўтказгичдаги ток кучининг ўрта қиймати $\langle I \rangle$ топилсин.

19.36. Ўтказгичдаги ток кучи $\tau=10\text{ с}$ вақт давомида $I_0=0$ дан бирор максимал қийматгача бир текисда ортади. Бу вақт ичида ўтказгичда $Q=1\text{ кЖ}$ иссиқлик миқдори ажралди. Агар ўтказгичнинг қаршилиги $R=3\text{ Ом}$ бўлса, ундаги токнинг ўсиш тезлиги аниқлансин.

Асосий формулалар

● Ток зичлиги \vec{j} заряд ташувчилар тартибли ҳаракатининг ўртача тезлиги $\langle v \rangle$ ва уларнинг концентрацияси n

$$\vec{j} = en \langle \vec{v} \rangle$$

муносабат орқали боғланган, бунда e — элементар заряд.

● Ом конунининг дифференциал кўриниши

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

бунда γ — ўтказгичнинг солиштирма ўтказувчанлиги; \vec{E} — электр майдоннинг кучланганлиги.

● Жоуль — Ленц конунининг дифференциал кўриниши

$$\omega = \gamma E^2,$$

бунда ω — иссиқлик қувватининг ҳажмий зичлиги.

● Солиштирма электр ўтказувчанлик

$$\gamma = \frac{1}{2} e^2 n \langle l \rangle / (m u),$$

бунда e ва m — электроннинг заряди ва массаси; n — электронларнинг концентрацияси; $\langle l \rangle$ улар эркин югуришининг ўртача узунлиги; u — электронлар хаотик ҳаракатининг ўртача тезлиги.

● Видеман — Франц конуни:

$$\frac{\lambda}{\gamma} = 3 \frac{h^2}{e^2} T,$$

бунда λ — иссиқлик ўтказувчанлик.

● Термопарада вужудга келадиган иссиқлик электр юритувчи кучи

$$\mathcal{E} = \alpha (T_1 - T_2),$$

бунда α — солиштирма иссиқлик ЭЮК; $(T_1 - T_2)$ — термопара улоқларидаги ҳароратлар фарқи.

● Электролиз учун Фарадей конунлари. Биринчи конун:

$$m = kQ,$$

бунда m — электролит орқали Q электр заряди ўтганда электролитда ажралган модда массаси; k — модданинг электрохимиявий эквиваленти.

Иккинчи конун:

$$k = M / (FZ),$$

бунда F — Фарадей доимийси ($F = 96,5$ кКл/моль); M — берилган модда ионларининг моляр массаси; Z — ионларнинг валентлиги.

Умумлашган конун:

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{Z} Q = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{Z} It,$$

бунда I — электролит оркали ўтадиган ток кучи; t — ток оқиб ўтган вақт.

● Ионларнинг ҳаракатчанлиги

$$b = \langle v \rangle / E,$$

бунда $\langle v \rangle$ — ионлар тартибли ҳаракатининг ўртача тезлиги; E — электр майдоннинг кучланганлиги.

● Электролитлар ва газлардаги тўйинишдан узок бўлган мустақил разрядлар соҳаси учун Ом конунининг дифференциал кўриниши

$$\vec{j} = Qn(b_+ + b_-)\vec{E},$$

бунда Q — ионнинг заряди; n — ионларнинг концентрацияси; b_+ ва b_- — мос равишда мусбат ва манфий ионларнинг ҳаракатчанлиги.

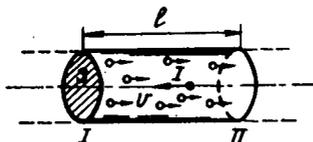
● Тўйиниш тоқининг зичлиги

$$j_{\text{тўй}} = Qn_0d,$$

бунда n_0 — вақт бирлигида бирлик ҳажмда ионлантирувчи (ионизатор) ҳосил қиладиган жуфт ионлар сони; d — электродлар орасидаги масофа [$n_0 = N/(Vt)$], бунда N — t вақтда, электродлар орасидаги фазода ионлантирувчи ҳосил қиладиган ионлар жуфтлари сони; V — шу фазонинг ҳажми].

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Кесимининг диаметри $d=0,6$ мм бўлган темир ўтказгичдан 16 А ток оқмоқда. Эркин электронлар концентрацияси n ни ўтказгич атомларининг концентрацияси n' га тенг деб ҳисоблаб, электронлар йўналган ҳаракатининг ўртача тезлиги $\langle v \rangle$ аниқлансин.



20.1- расм

Е ч и ш: Электронларнинг йўналган (тартибли) ҳаракатининг ўртача тезлиги

$$\langle v \rangle = l/t \quad (1)$$

формула бўйича аниқланади, бунда t — ўтказгичнинг I ва II кесимлар орасида турган бўлагидаги барча эркин электронларнинг II кесимдан ўтиш вақти (20.1-расм). Улар $Q = eN$ зарядни олиб ўтади ва

$$J = \frac{Q}{t} = \frac{eN}{t} \quad (2)$$

ток ҳосил қилади, бунда e — элементар заряд; N ўтказгич бўлагидаги электронлар сони; l — унинг узунлиги.

V ҳажмли ўтказгич бўлагидаги эркин электронлар сонини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$N = nV = n l S, \quad (3)$$

бунда S — кесим юзаси.

Масаланинг шартига кўра $n = n'$. Бинобарин,

$$n = n' = \frac{N_A}{V_M} = \frac{N_A}{M/\rho} = \frac{N_A \rho}{M}, \quad (4)$$

бунда N_A — Авогадро доимийси, V_M — металлнинг моляр ҳажми; M — металлнинг моляр массаси; ρ — унинг зичлиги

Кетма-кет равишда (4) формуладан n нинг ифодасини (3) тенгликка ва (2) формуладан N ни (2) тенгликка қўйиб қуйидагини оламиз:

$$J = \frac{N_A \cdot \rho l S e}{M t}$$

Бундан эса

$$l = \frac{J N t}{N_A \rho S e}$$

l нинг ифодасини (1) формулага қўйиб, t га қисқартириб ва ўтказгич кесимининг юзаси S ни диаметр d орқали ифодалаб, электронлар йўналган ҳаракатининг ўртача тезлигини топамиз:

$$\langle v \rangle = \frac{4JM}{\pi d^2 N_A \rho e} \quad (5)$$

Шу формулага биноан ҳисоблашни бажарамиз:

$$\langle v \rangle = \frac{4,16 \cdot 56 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot (0,6 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 98 \cdot 10^{-9} \cdot 1,60 \cdot 10^{-9}}$$

$$\frac{M}{c} = 4,20 \cdot 10^{-3} \frac{M}{c} = 4,20 \frac{MM}{c}$$

2- мисол. ЭЮК $\mathcal{E}=6$ В бўлган ўзгармас ток манбаи занжирига $R=80$ Ом қаршиликли резистор уланган. 1) Қўндаланг кесимнинг юзаси $S=2$ мм² бўлган туташтирувчи симлардаги ток зичлиги; 2) $t=1$ с вақтда симлар кесимидан ўтаётган электронлар сони N аниқлансин. Ток манбаининг ва туташтирувчи симларнинг қаршиликлари ҳисобга олинмасин.

Е чиш: 1. Таърифга биноан ток зичлиги ток кучи I нинг симнинг қўндаланг кесимининг юзасига нисбатига тенг:

$$j = \frac{I}{S}. \quad (1)$$

Бу формуладаги ток кучини Ом қонуни бўйича ифодаalayмиз:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + R_1 + r_i}, \quad (2)$$

бунда R — резисторнинг қаршилиги; R_1 — туташтирувчи симларнинг қаршилиги; r_i — ток манбаининг ички қаршилиги.

(2) формуладаги R_1 ва r_i қаршиликларни ҳисобга олмаган ҳолда қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}.$$

Ток кучининг бу ифодасини (1) га қўйсақ,

$$j = \mathcal{E} / (R \cdot S).$$

Шу формула бўйича ҳисоблаш ўтказиб натижани оламиз:

$$j = \frac{6}{80 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{H}{m^2} = 3,75 \cdot 10^4 A/m^2.$$

2. t вақтда қўндаланг кесим юзасидан ўтадиган электронлар сонини шу вақтда кесим орқали оқиб ўтган Q зарядни элементар зарядга бўлиб топамиз:

$$N = Q/e$$

ёки $Q = It$ ва $I = \mathcal{E}/R$ эканлигини ҳисобга олганда,

$$N = \frac{\mathcal{E}t}{Re}.$$

Бунга катталикларнинг сон кийматларини қўямиз ва ҳисоблаймиз (элементар зарядни 24-жадвалдан оламиз: $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл):

$$N = \frac{6 \cdot 1}{80 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19}} \text{ та электрон} = 4,69 \cdot 10^{17} \text{ та электрон.}$$

3- мисол. Ясси конденсатор қопламалари орасидаги фазонинг ҳажми $V=375$ см³ бўлиб, қисман ионланган водород билан гўлдирилган. Конденсатор қопламаларининг юзаси $S=250$ см². Агар ҳар икки хил ишорали ионларнинг ҳам газдаги концентрация-

си $n=5,3 \cdot 10^7$ см бўлса, конденсатор копламалари орасидаги қандай U кучланишда конденсатор орқали оқаётган J ток кучи 2 мкА қийматга етишади? Ионларнинг ҳаракатчанлиги $b_+ = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$, $b_- = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$ деб қабул қилинсин.

Ечиш: Конденсатор копламаларидаги U кучланиш копламалар орасидаги электр майдон кучланганлиги E ва улар орасидаги масофа d билан қуйидаги муносабат орқали боғланган:

$$U = E \cdot d. \quad (1)$$

Майдон кучланганлиги ток зичлигининг ифодасидан топилиши мумкин.

$$j = Qn(b_+ + b_-)E,$$

бунда Q — ионнинг заряди. Бундан

$$E = \frac{j}{Qn(b_+ + b_-)} = \frac{J}{Qn(b_+ + b_-)S}.$$

(1) формулага кирувчи копламалар орасидаги d масофани

$$d = \frac{V}{S}$$

муносабатдан топамиз

E ва d ларнинг ифодаларини (1) га қўйиб қуйидагини оламиз:

$$U = \frac{JV}{Qn(b_+ + b_-)S^2}. \quad (2)$$

Ҳосил қилинган ҳисоблаш формуласининг ўнг томони кучланиш бирлигини бериш-бермаслигини текшираемиз:

$$\frac{[J][V]}{[Q][n][b][S^2]} = \frac{1\text{А} \cdot 1\text{м}^3}{1\text{Кл} \cdot 1\text{м}^{-3} [\text{м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})] \text{м}^4} = \frac{1\text{А} \cdot 1\text{м}^6 \cdot 1\text{с} \cdot 1\text{В}}{1\text{Кл} \cdot 1\text{м}^6} = \frac{1\text{Кл} \cdot 1\text{В}}{1\text{Кл}} = 1\text{В}.$$

(2) формулага катталикларнинг қийматларини қўйиб ҳисобласак,

$$U = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 375 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5,3 \cdot 10^{13} (5,4 + 7,4) 10^{-4} (250 \cdot 10^{-4})^2} B = 110 \text{ В}.$$

4-мисол. Агар электролит орқали оқаётган ток зичлиги $j=30$ А/м бўлса, электролиз натижасида металлнинг ясси сиртидаги никель қатламнинг ўсиш тезлиги u (мкм/соат) аниқлансин. Никель икки валентли деб ҳисоблансин.

Ечиш: Масалани ечиш учун Фарадейнинг умумлашган қонунидан фойдаланамиз:

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{Z} It. \quad (1)$$

Никелнинг электролитик ажралишни металлнинг бутун сирти бўйлаб бир текисда бўлади деб ҳисоблаймиз. Унда t вақтда ажралган никелнинг массаси m ни зичлик ρ металл сиртининг юзаси S ва никель катламининг қалинлиги h орқали ифодалаш мумкин:

$$m = \rho S h. \quad (2)$$

Ток кучи I ни ток зичлиги ва металл сиртининг юзаси орқали ифодалаймиз:

$$I = j S. \quad (3)$$

Массанинг (2) ва ток кучининг (3) ифодаларини (1) формулага қўйиб қуйидагини оламиз:

$$\rho h = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{Z} j t. \quad (4)$$

Ток зичлиги ўзгармас бўлганда бирор вақт оралиғида ўсган қатлам қалинлигининг шу ораликка нисбати билан аниқланадиган $u = R/t$ никель катламининг ўсиши ўзгармас u тезлик билан рўй беради. У ҳолда (4) формуладан қуйидаги келиб чиқади:

$$u = \frac{1}{F} \cdot \frac{M j}{Z \rho}.$$

Тенгликнинг ўнг томони тезлик бирлигини беришига ишонч ҳосил қиламиз:

$$\frac{[M][j]}{[F][\rho]} = \frac{1 \text{ кг/моль} \cdot 1 \text{ А/м}^2}{1 \text{ кг/моль} \cdot 1 \text{ кг/м}^3} = \frac{1 \text{ н} \cdot 1 \text{ м}}{1 \text{ А} \cdot \text{с}} = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Бунда валентлик Z номланмаган (ўлчамсиз) катталиқ эканлиги ҳисобга олинган.

СИ бирликларида ифодалаб, катталиқларнинг қийматларини ёзамиз: $F = 9,65 \cdot 10^4$ Кл/моль (24-жадвалга қараган). $M = 58,7 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (Д. И. Менделеевнинг элементлар даврий тизимига қараган $Z = 2$, $j = 30$ А/м², $\rho = 8,8 \cdot 10^3$ кг/м³ (9-жадвалга қараган).

Сон қийматларни қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$u = \frac{58,7 \cdot 10^{-3} \cdot 30}{9,65 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 8,8 \cdot 10^3} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 1,04 \cdot 10^{-9} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 3,74 \frac{\text{мкм}}{\text{соат}}.$$

Масалалар

Металларда ток

20.1. Кесимининг юзаси $S = 4$ мм² бўлган металл ўтказгичдаги ток кучи $I = 0,8$ А. Металлнинг ҳар бир сантиметр кубидида $n = 2,5 \cdot 10^{22}$ та эркин электрон бор деб ҳисоблаб, уларнинг тартибли характерининг ўртача тезлиги $\langle v \rangle$ аниқлансин.

20.2. Ўтказгич кесимининг юзаси $S = 1$ мм², ток кучи $I = 10$ А бўлганда мис ўтказгичдаги электронларнинг тартибли

харакатининг ўртача тезлиги $\langle v \rangle$ аниқлансин. Миснинг ҳар бир атомига иккита ўтказувчан электрон тўғри келади, деб қабул қилинсин.

20.3. Алюминий симдаги ток зичлиги $j=1$ А/мм². Алюминийнинг 1 см³ даги эркин электронлари сони атомлари сонига тенг деб фараз қилиб, электронларнинг тартибли ҳаракатининг ўртача тезлиги $\langle v \rangle$ топилсин.

20.4. Мис ўтказгичдаги токнинг зичлиги $j=3$ А/мм². Ўтказгичдаги электр майдон кучланганлиги E топилсин.

20.5. Узунлиги $l=2$ м ва кўндаланг кесимининг юзаси $S=0,4$ мм² бўлган мис ўтказгичдан ток оқмоқда. Бунда ҳар бир секундда $Q=0,35$ Ж иссиқлик миқдори ажралмоқда. Бу ўтказгичнинг кўндаланг кесим юзасидан 1 с да нечта N электрон ўтади?

20.6. $t=1$ мин давомида $V=6$ см³ ҳажмли мис ўтказгичдан ўзгармас ток ўтганида $Q=216$ Ж иссиқлик миқдори ажралиб чиқди. Ўтказгичдаги электр майдон кучланганлиги E ҳисоблансин.

Металлар ўтказувчанлигининг мумтоз назарияси

20.7. Металл ўтказгич $a=100$ м/с² тезланиш билан ҳаракатланмоқда. Эркин электронлар моделидан фойдаланиб ўтказгичдаги электр майдон кучланганлиги E аниқлансин.

20.8. Радиуси $R=0,5$ м бўлган мис диск марказидан ўтувчи ва диск текислигига тик бўлган ўққа нисбатан бир текисда айланмоқда ($\omega=10^4$ рад/с). Диск маркази ва унинг чекка нукталари орасидаги потенциаллар фарқи аниқлансин.

20.9. Металл таёқча ўз ўқи бўйлаб $v=200$ м/с тезлик билан ҳаракатланмоқда. Агар таёқчанинг узунлиги $l=20$ м тўлиқ занжирнинг (гальванометр занжирини ҳам ҳисоблаганда) қаршилиги $R=10$ МОм бўлса, таёқча кескин тўхтатилганда унинг учларига уланган гальванометр орқали оқиб ўтувчи заряд миқдори Q аниқлансин.

20.10. Металлнинг солиштирма қаршилиги $\gamma=10$ Мм/м. Агар эркин электронларнинг концентрацияси $n=10^{28}$ м бўлса, электронларнинг металлдаги эркин югуриш йўлининг ўртача узунлиги $\langle l \rangle$ ҳисоблансин. Электронлар тартибсиз ҳаракатининг ўртача тезлиги $u=1$ мм/с деб қабул қилинсин.

20.11. Агар эркин электронларнинг концентрацияси $n=10^{29}$ м⁻³ бўлса, эркин электронлар моделига асосланиб металлнинг ичидаги электроннинг $t=1$ с вақт давомидаги урилишларининг ўртача сони Z аниқлансин. Металлнинг солиштирма қаршилиги $\gamma=10$ МОм/с деб қабул қилинсин.

20.12. Агар иссиқлик ўтказувчанлигининг солиштирма ўтказувчанлигига нисбати $\lambda/\gamma=6,7 \cdot 10^{-6}$ В²/К бўлса, металлар электр ўтказувчанлигининг мумтоз назариясига асосланиб электронларнинг металлдаги ўртача кинетик энергияси $\langle \mathcal{E} \rangle$ аниқлансин.

20.13. Агар ток зичлиги $j=10$ А/мм² бўлса, металл ўтказгичдаги иссиқлик қувватининг ҳажмий зичлиги ω аниқлансин. Ўтказгичдаги электр майдоннинг кучланганлиги $E=1$ мВ/м.

20.14. Каршилиги $R_1=50$ м бўлган мис — константан термпара $R_2=100$ Ом каршиликли гальванометрга уланган. Термпаранинг битта кавшарланган жойи эриётган музга, бошқаси эса қайнок суюқликка ботирилган. Занжирдаги ток кучи $I=37$ мкА, термпара доимийси $k=43$ мкВ/К. Суюқликнинг ҳарорати t аниқлансин.

20.15. Кавшарларидаги Δt ҳароратлар фарқи 50°C га тенг бўлганда $R_1=4$ Ом каршиликли термпара ва $R_3=80$ Ом каршиликли гальванометрдан ташкил топган занжирдаги ток кучи $I=26$ мкА. Термпара доимийси k аниқлансин.

Суюқликларда ток

20.16. Ток кучи $I=5$ А бўлганда $t=10$ мин вақт давомида электролитик ваннада $m=1,02$ г икки валентли металл ажралди. Унинг нисбий атом массаси A_r аниқлансин.

20.17. Иккала электролитик ванна кетма-кет уланган. Биринчи ваннада $m_1=3,9$ г рух, иккинчисида шу вақт давомида $m_2=2,24$ г темир ажралди. Рух икки валентли. Темирнинг валентлиги аниқлансин.

20.18. Мис купоросининг эритмаси солинган электролитик ванна ЭЮК $\mathcal{E}=4$ В ва ички каршилиги $r=0,1$ Ом бўлган аккумуляторлар батареясига уланган. Агар кутбланиш ЭЮК $\mathcal{E}_k=1,5$ В ва эритманинг каршилиги $R=0,5$ Ом бўлса, электролизда $t=10$ мин вақтда ажраладиган мис массаси аниқлансин. Мис икки валентли.

20.19. Агар мис купоросидаги электролиздан оқаетган токнинг зичлиги $j=80$ А/м² бўлса, $t=5$ соат вақтда ажраладиган мис катламнинг қалинлиги h аниқлансин.

20.20. Мис купоросининг эритмаси солинган электролитик ваннадан ўтаётган ток кучи $\Delta t=20$ с вақт давомида $I_0=0$ дан $I=2$ А гача бир текис ўсади. Шу вақт давомида ванна католида ажралган миснинг массаси m аниқлансин.

20.21. Электролитик ваннадаги эритма оркали $Q=193$ К заряд ўтди. Бунда катодда модда микдори $\nu=1$ моль бўлган металл ажралди. Металлнинг валентлиги Z аниқлансин.

20.22. Агар эритма оркали $t=5$ мин вақт давомида кучи $I=2$ А бўлган ток оккан бўлса, электролитик ванна католида ўтириб қоладиган икки валентли металлнинг модда микдори ν ва атомлар сони N аниқлансин.

20.23. Ток зичлиги $j=10$ А/м² бўлганда $t=5$ мин вақтда электрод сиртининг 1 см² юзасидан икки валентли металлнинг нечта атоми ажралади?

Газларда ток

20.24. Водород атомининг ионланиш энергияси $E_i=2,18 \cdot 10^{-18}$ Ж. Водороднинг ионланиш потенциалли U_i аниқлансин.

20.25. Агар азотнинг ионланиш потенциалли $U_i=14,5$ В бўлса, азот атоми ионлантириш учун электрон қандай энг кичик ν_{min} тезликка эга бўлиши керак?

20.26. Атомларнинг илгариланма ҳаракат ўртача кинетик энергияси тўкнашиш йўли билан ионлантиришга етарли бўлиши учун атомар водороднинг ҳарорати T қандай бўлиши керак? Атомар водороднинг ионланиш потенциали $U_i = 13,6$ В.

20.27. Ионизацион камера электродларининг ўртасидан электродларга параллел равишда ва ўз йўлида ионлар занжирини ҳосил қилганича α зарра учиб ўтди. Агар электродлар орасидаги масофа $\alpha = 4$ см, потенциаллар фарқи $U = 5$ кВ ва ҳар иккала ишорали ионларнинг ҳам ҳаракатчанлиги ўртача $b = 2$ см²/(В·с) бўлса, α -зарра учиб ўтганидан қанча вақтдан кейин ионлар электродларга етиб боради?

20.28. Азот рентген нурлари билан ионлантирилмоқда. Агар мувозанат шартида газнинг ҳар бир куб сантиметрида $n_0 = 10^7$ жуфт ион бўлса, азотнинг ўтказувчанлиги G аниқлансин. Мусбат ионларнинг ҳаракатчанлиги $b_+ = 1,28$ см²/(В·с), манфийлариники эса $b_- = 1,81$ см²/(В·с)

20.29. Ионизацион камера ясси электродлари орасидаги ҳаво рентген нурлари билан ионлантирилмоқда. Камера орқали оқаётган ток кучи $I = 1,2$ мкА. Ҳар бир электроднинг юзаси $S = 300$ см², улар орасидаги масофа $d = 2$ см, потенциаллар фарқи $= 100$ В. Агар ток тўйиниш ҳолатидан узоқда бўлса, пластиналар орасидаги жуфт ионлар концентрацияси n топилсин. Мусбат ионларнинг ҳаракатчанлиги $b_+ = 1,4$ см²/(В·с) ва манфийлариники $b_- = 1,9$ см²/(В·с). Ҳар бир ионнинг заряди элементар зарядга тенг.

20.30. Ионизацион камера электродлари орасидаги газнинг ҳажми $V = 0,5$ л. Газ рентген нурлари билан ионлантирилмоқда. Тўйиниш токининг кучи $I_{тўй} = 4$ нА. 1 с да 1 см³ газда неча жуфт ион ҳосил бўлади? Ҳар бир ионнинг заряди элементар зарядга тенг.

20.31. Ионизатор таъсирида конденсатор қопламалари орасидаги фазонинг ҳар бир сантиметр кубидида ҳар секундда ҳар бири элементар зарядга эга бўлган $n_0 = 10^8$ ион жуфти ҳосил бўлса, конденсатор қопламалари орасидаги тўйиниш токининг кучи топилсин. Конденсатор қопламалари орасидаги масофа $d = 1$ см, қопламаларнинг юзаси $S = 100$ см².

20.32. Ясси электродлари орасидаги масофаси $d = 5$ см бўлган ионизацион камерада зичлиги $j = 16$ мкА/м² бўлган тўйиниш токи ўтади. Камера ичидаги ҳар бир сантиметр кубда 1 с да ҳосил бўладиган жуфт ионлар сони n аниқлансин.

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

21-§. УЗГАРМАС ТОКНИНГ МАГНИТ МАЙДОНИ

Асосий формулалар

- Био — Савар — Лаплас қонуни

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} [d\vec{l}, \vec{r}] \frac{I}{r^3},$$

бунда $d\vec{B}$ — токли ўтказгич элементи ҳосил қиладиган магнит майдон индукцияси; μ — магнит сингдирувчанлик; μ_0 — магнит доимийси ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Гн/м}$); dl — модули бўйича ўтказгич узунлиги dl га тенг ва йўналиши бўйича ток билан мос келувчи вектор (ўтказгич элементи); I — ток кучи; \vec{r} — ўтказгич элементи-нинг марказидан магнит индукцияси аниқланадиган нуқтага ўтказилган радиус-вектор.

$d\vec{B}$ векторнинг модули

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl$$

формула билан ифодаланади, бунда α — $d\vec{l}$ ва \vec{r} векторлар орасидаги бурчак

- Магнит индукцияси \vec{B} магнит майдон кучланганлиги $I\vec{l}$ билан (бир жинсли изотроп муҳит ҳолида)

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

муносабат орқали боғланган; вакуумда эса

$$\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}.$$

- Токли айланма ўтказгич марказидаги магнит индукцияси.

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2} \cdot \frac{I}{R},$$

R — ўтказгичнинг эгрилик радиуси.

- Токли чексиз узун тўғри ўтказгич ҳосил қиладиган магнит майдон индукцияси

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I}{R_0},$$

бунда r — ўтказгичнинг ўқигача бўлган масофа

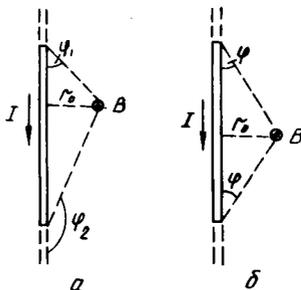
Ўтказгичнинг бир бўлаги ҳосил қиладиган магнит майдон индукцияси

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I}{r_0} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2).$$

Белгилашлар 21.1, а-расмдан кўриниб турибди. Индукция вектори \vec{B} чизма текислигига тик, биз томонга йўналган ва шунинг учун нуқта билан тасвирланган.

Ўтказгич учлари магнит индукцияси аниқланаётган нуқтага нисбатан симметрик жойлашганда (21.1, б-расм) — $\cos\varphi_2 = \cos\varphi_1 = \cos\varphi$ ва натижада

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{r_0} \cos\varphi,$$



21.1-расм

● Соленоиднинг ўзининг ўрта қисмида (ёки тороиднинг ўз ўқида) ҳосил қилган магнит майдон индукцияси

$$B = \mu_0 n I,$$

бунда n — соленоиднинг бирлик узунлигига тўғри келувчи ўрамлар сони; I — бир ўрамдаги ток кучи.

● Магнит майдонларининг суперпозиция принципи: натижавий майдоннинг магнит индукцияси \vec{B} қўшилувчи майдонлар магнит индукциялари $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \dots, \vec{B}_n$ ларнинг вектор йиғиндисига тенг, яъни

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i,$$

Хусусий ҳолда, икки майдон устма-уст тушганда

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

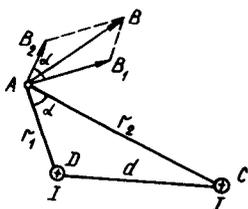
Йиғинди майдон индукциясининг модули эса

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos\alpha},$$

бунда α — \vec{B}_1 ва \vec{B}_2 векторлар орасидаги бурчак.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Бир хил йўналишда $I = 60$ А дан ток оқаётган иккита чексиз узун параллел сим бир-биридан $d = 10$ см масофада жойлашган. Ўтказгичлардан биридан $r_1 = 5$ см ва бошқасидан



21.2- расм

$r_2=12$ см масофада турган нуқтадаги магнит индукция B аниқлансин.

Е чи ш. Кўрсатилган A нуқтадаги (21.2- расм) магнит индукцияни топиш учун ҳар бир ўтказгич алоҳида ҳосил қилган майдонлар индукция векторлари \vec{B}_1 ва \vec{B}_2 ларнинг йўналишларини аниқлаймиз ва уларни геометрик қўшамиз, яъни $\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2$. индукция модулини косинуслар теоремасидан топамиз:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}. \quad (1)$$

B_1 ва B_2 индукцияларнинг қийматлари мос равишда ток кучи I ва симдан нуқтагача бўлган масофалар r_1 ва r_2 орқали ифодаланadi. Биз ҳисоблаётган индукциялар:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}; \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

B_1 ва B_2 ларни (1) формулага қўйиб, $\frac{\mu_0 I}{2\pi}$ ни илдиз белгисидан ташқарига чиқарсак,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos\alpha}. \quad (2)$$

Бу тенгликнинг ўнг томони магнит индукциясининг бирлиги (Тл) ни беришига ишонч ҳосил қиламиз:

$$\frac{\mu_0 I}{[r^2]^{1/2}} = \frac{1 \text{ Гн} \cdot \text{м} \cdot 1 \text{ А}}{1 \text{ м}} = \frac{1 \text{ Гн} (1 \text{ А})^2}{1 \text{ А} \cdot (1 \text{ м})^2} = \frac{1 \text{ Ж}}{1 \text{ Н} (1 \text{ м})^2} = \frac{1 \text{ Н}}{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}} = 1 \text{ Тл}.$$

Бу ерда биз магнит индукциясини аниқловчи формула (B) дан фойдаландик. Ундан

$$1 \text{ Тл} = \frac{1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м}}{1 \text{ А} \cdot (1 \text{ м})^2} = \frac{1 \text{ Н}}{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}}$$

келиб чиқади.

$\cos\alpha$ ни ҳисоблаймиз. $\alpha = \angle DAC$ эканлигини қайд этамиз. Шунинг учун косинуслар теоремасига асосан $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos\alpha$ ни ёзамиз, бунда d — симлар орасидаги масофа. Бундан

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}.$$

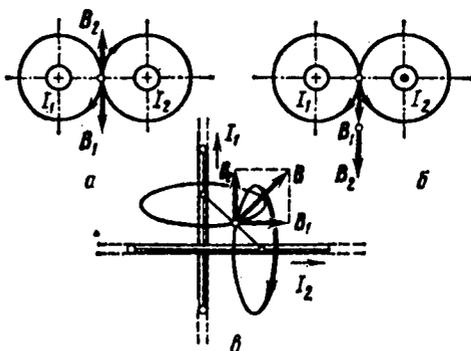
Берилганларни қўйиб, косинуснинг қийматини ҳисоблаймиз:

$$\cos\alpha = 0,576.$$

(2) формулага μ_0 , I , r_1 , r_2 ва $\cos\alpha$ ларнинг қийматларини қўйиб натижани топамиз:

$$B = 286 \text{ мкТл.}$$

2- мисол. Ҳавода, бир-биридан $r=5$ см масофада турган иккита тўғри узун симнинг ҳар биридан $I=10$ А дан ток оқмоқда. Қуйидаги ҳоллар учун симлар орасидаги масофанинг ўртасидаги нуқтада тоқлар ҳосил қиладиган майдоннинг магнит индукцияси B аниқлансин: 1) Симлар параллел, тоқлар бир хил йўналишда оқмоқда (21.3, а- расм); 2) симлар параллел, тоқлар қарама-қарши йўналишларда оқмоқда (21.3, б- расм); 3) симлар ўзаро тик, тоқларнинг йўналишлари 21,3. в- расмда кўрсатилган.



21.3- расм

Е чи ш: Магнит майдоннинг натижавий индукцияси вектор йиғиндига тенг: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, бунда \vec{B}_1 — I_1 ток ҳосил қиладиган майдон индукцияси; \vec{B}_2 — I_2 ток ҳосил қиладиган майдон индукцияси.

Агар \vec{B}_1 ва \vec{B}_2 лар бир тўғри чизик бўйлаб йўналган бўлса, вектор йиғинди алгебраик йиғинди билан алмаштирилиши мумкин:

$$B = B_1 + B_2. \quad (1)$$

Бунда B_1 ва B_2 қўшилувчилар мос ишоралари билан олиниши керак. Мазкур масаладаги ҳар уччала ҳолда ҳам B_1 ва B_2 индукцияларнинг модуллари бир хил, чунки нуқта тенг ток оқаётган симлардан тенг масофаларда танланган. Бу индукцияларни

$$B = \mu_0 I / (2\pi r) \quad (2)$$

формула бўйича ҳисоблаймиз.

Катталикларнинг қийматларини (2) формулага қўйиб, B_1 ва B_2 ларнинг модулларини топамиз:

$$B_1 = B_2 = 80 \text{ мкТл.}$$

1- ҳол. \vec{B}_1 ва \vec{B}_2 векторлар бир тўғри чизик бўйлаб бир томонга йўналган (21.3, а- расм); бинобарин натижавий индукция \vec{B} (1) формулага биноан аниқланади. Юқорига йўналишни мусбат деб, пастга йўналишни эса манфий деб қабул қилиб, ёзамиз: $B_1 = -80$ мкТл, $B_2 = 80$ мкТл.

B_1 ва B_2 ларнинг бу қийматларини (1) формулага қўйсақ,

$$B = B_1 + B_2 = 0.$$

2- ҳол. \vec{B}_1 ва \vec{B}_2 векторлар бир тўғри чизик бўйлаб бир томонга йўналган (21.3, б- расм). Шунинг учун қуйидагини ёзишимиз мумкин:

$$B_1 = B_2 = -80 \text{ мкТл.}$$

B_1 ва B_2 ларнинг қийматларини (1) формулага қўйсақ,

$$B = B_1 + B_2 = -160 \text{ мкТл.}$$

3- ҳол. Тоқларнинг симлар орасидаги масофанинг ўртасида жойлашган нуқтадаги магнит майдон индукция векторлари ўзаро тик йўналган (21.3, в- расм). Натижавий индукция модули ва йўналиши бўйича томонлари \vec{B}_1 ва \vec{B}_2 векторлардан иборат бўлган квадратнинг диагонаlidir. Пифагор теоремасига биноан:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}.$$

B_1 ва B_2 ларнинг қийматларини (3) формулага қўйиб, ҳисобласак,

$$B = 113 \text{ мкТл.}$$

3- мисол. Чексиз узун тўғри сим бўлагининг бўлак учларидан бир хил узоқликда ва унинг ўртасидан $r_0 = 20$ см масофада турган нуқтада ҳосил қилган майдоннинг магнит индукцияси B аниқлансин (21.4- расм). Симдан оқаётган ток кучи $I = 30$ А, бўлакнинг узунлиги $l = 30$ см.

Е ч и ш: Сим бўлаги ҳосил қиладиган майдон магнит индукциясини аниқлаш учун Био — Савар — Лаплас формуласидан фойдаланамиз:

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl. \quad (1)$$

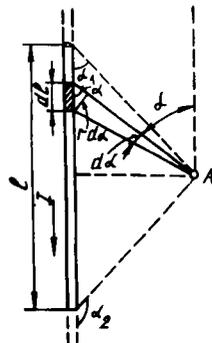
(1) ифодани интеграллашдан олдин уни α бурчак бўйича интеграллаш мумкин бўладиган қилиб ўзгартирамиз. Ўтказгич элементининг узунлиги dl ни $d\alpha$ оркали ифодалаймиз.

21.4- расмга биноан $dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha}$ ни ёзамиз. dl нинг бу ифодасини (1) формулага кўйсақ:

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin\alpha r d\alpha}{4\pi r^2 \sin\alpha} = \frac{\mu_0 I d\alpha}{4\pi r}$$

Лекин r катталиқ α га боғлиқ бўлган ўзгарувчан катталиқ ва $r = \frac{r_0}{\sin\alpha}$ ни олдинги формулага кўйиб, қуйидагини топамиз

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \sin\alpha d\alpha. \quad (2)$$



21.4- расм

Ўтказгич бўлаги ҳосил қиладиган магнит майдон индукциясини аниқлаш учун (2) ифодани α_1 дан α_2 гача чегараларда интеграллаймиз:

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha d\alpha$$

ёки

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \quad (3)$$

A нукта сим бўлагига нисбатан симметрик жойлашганда $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$ бўлишини кайд этамиз. Бу формулани ҳисобга олганда (3) формула

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \cos\alpha_1 \quad (4)$$

кўринишни олади.

21.4- расмдан $\cos\alpha_1 = \frac{l/r}{\sqrt{l^2/4 + r^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r^2 + l^2}}$ келиб чиқади. $\cos\alpha_1$ нинг ифодасини (4) формулага кўйсақ,

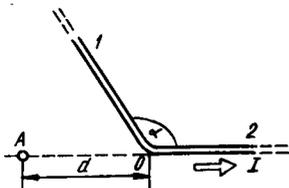
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \cdot \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}. \quad (5)$$

Сон қийматларни (5) формулага кўямиз ва ҳисоблаймиз:

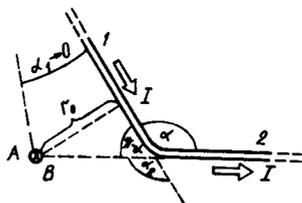
$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30}{2\pi \cdot 0,2} \cdot \frac{0,6}{\sqrt{4 \cdot (0,2)^2 + (0,6)^2}} \text{Тл} = 2,49 \cdot 10^{-5} \text{Тл} = 24,9 \text{мкТл}.$$

4- мисол. $I=50$ А токли узун сим $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ бурчак остида қайирилган. А нуктадаги магнит индукция B аниқлансин (21.5- расм). Масофа $d=5$ см.

Е ч и ш: Қайирилган симни учлари O нуктада бириктирилган иккита узун сим сифатида қараш мумкин. Магнит майдоннинг суперпозиция принципига биноан A нуктадаги магнит индукция



21.5- расм



21.6- расм

B узун симнинг 1 ва 2 бўлаклари ҳосил қилган магнит майдон индукциялари \vec{B}_1 ва \vec{B}_2 ларнинг йиғиндисига тенг, яъни $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. \vec{B}_2 магнит индукция нолга тенг. Бу Био — Савар — Лаплас қонунидан чиқади, унга биноан ўтказгич ўқида ётувчи нукталар учун $d\vec{B} = ([d\vec{l} \vec{r}]) = 0$.

\vec{B}_1 магнит индукцияни эса 3- мисолда ҳосил қилинган (3) формуладан фойдаланиб топамиз:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

бунда r_0 масофа — 1 ўтказгичдан A нуктагача бўлган энг қисқа масофа (21.6- расм).

Бизнинг ҳолимизда $\alpha_1 \rightarrow 0$ (ўтказгич узун), $\alpha_2 = \alpha = \frac{2\pi}{3}$ ($\cos \alpha_2 = \cos(2\pi/3) = -\frac{1}{2}$). Масофа $r_0 = d \sin(\pi - \alpha) = d \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = d \frac{\sqrt{3}}{2}$. У ҳолда магнит индукция

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d \frac{\sqrt{3}}{2}} \left(1 + \frac{1}{2}\right).$$

$B = \vec{B}_1$ ($\vec{B}_2 = 0$) эканлигидан

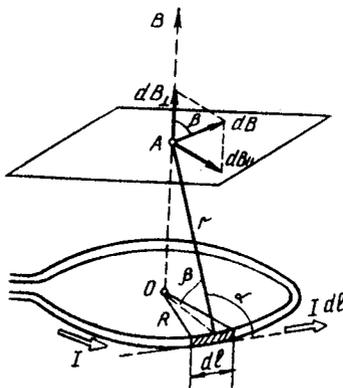
$$B = \frac{\sqrt{3} \mu_0 I}{4\pi d}.$$

\vec{B} ва \vec{B}_1 векторлар бир хил йўналишга эга ва уларнинг йўналиши ўнг винт қондасига биноан аниқланади. 21.6- расмда бу йўналиш \times белги билан ажратилган (биздан чизма текислигига тик йўналган).

Бирликни текшириш 1- мисолда бажарилгандагига ўхшаш.
 Ҳисоблаш ўтказамиз:

$$B = \frac{\sqrt{3} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50}{4\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3}} \text{Тл} = 3,46 \cdot 10^{-5} \text{Тл} = 34,6 \text{ мкТл}.$$

5- мисол. Радиуси $R=10$ см бўлган ингичка ўтказувчан ҳалқадан $I=80$ А ток оқмоқда. Ҳалқанинг барча нукталаридан бир хил $r=20$ см узоқликда жойлашган A нуктадаги магнит индукция \vec{B} топилсин.



21.7- расм

Е ч и ш: Масалани ечиш учун Био — Савар — Лаплас қонунидан фойдаланамиз:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I [d\vec{l} \vec{r}]}{r^3},$$

бунда $d\vec{B}$ — $I d\vec{l}$ ток элементининг \vec{r} радиус-вектор билан аниқланувчи нуктада ҳосил қилган майдонининг магнит индукцияси.

Ҳалқада $d\vec{l}$ элементни ажратамиз ва ундан A нуктага \vec{r} радиус-вектор ўтказамиз (21.7- расм). $d\vec{B}$ векторни парма қондасига биноан йўналтирамиз.

Магнит майдоннинг суперпозиция принципига биноан A нуктадаги магнит индукция

$$\vec{B} = \int_{\alpha} d\vec{B}$$

интеграл билан аниқланади. Бунда интеграллаш ҳалқанинг барча $d\vec{l}$ элементлари бўйлаб бажарилади.

$d\vec{B}$ векторни иккита ташкил этувчига ажратамиз: $d\vec{B}_\perp$ — ҳалқа текислигига тик ва $d\vec{B}_\parallel$ — ҳалқа текислигига параллел, яъни

$$d\vec{B} = d\vec{B}_\perp + d\vec{B}_\parallel.$$

У ҳолда

$$\vec{B} = \int_\alpha d\vec{B}_\perp + \int_\alpha d\vec{B}_\parallel.$$

Симметриклик мулоҳазаларига асосан $\int_\alpha d\vec{B}_\parallel = 0$ ва $d\vec{l}$ турли эле-

ментларнинг $d\vec{B}_\perp$ векторлари бир хил йўналганлигини ҳисобга олиб, вектор йиғиндини (интеграллашни) скаляр йиғинди билан алмаштирамиз:

$$B = \int_\alpha dB_\perp,$$

бунда $dB_\perp = Db \cdot \cos\beta$ ва $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{r^2}$ (чунки $d\vec{l}$ элемент \vec{r} га тик ва демак $\sin\alpha = 1$).

Шундай қилиб,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^2} \cos\beta \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I \cos\beta \cdot 2\pi R}{4\pi r^2}.$$

2π га қисқартиргандан ва $\cos\beta$ ни R/r (21.7- расм) билан алмаштиргандан кейин қуйидагини оламиз:

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3}.$$

Барча катталиқларни СИ бирликларда ифодалаймиз ва ҳисоблаймиз:

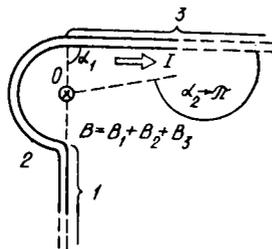
$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80 \cdot (0,1)^2}{2 \cdot (0,2)^3} \text{Тл} = 6,28 \cdot 10^{-5} \text{Тл},$$

ёки $B = 62,8$ мкТл.

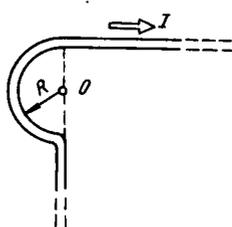
Парма коидасига биноан вектор B ҳалқа ўқи бўйлаб йўналган (21.7- расмдаги пунктирли стрелка).

6- мисол. Чексиз узун ўтказгич 21.8- расмда тасвирлангандек қилиб қайрилган. Айлана ёйининг радиуси $R = 10$ см. Шу ўтказгичдан оқаётган $I = 80$ А токнинг O нуқтада ҳосил қиладиган майдонининг магнит индукцияси B аниқлансин.

Е ч и ш: O нуқтадаги магнит индукция \vec{B} ни магнит майдоннинг суперпозиция принципи $\vec{B} = \sum \vec{B}_i$ дан фойдаланиб топамиз. Бизнинг ҳолимизда ўтказгични ўрта бўлакка бўлиш мумкин



21.8- расм



21.9- расм

(21.9- расм): бир учи чексизликка кетган иккита тўғри чизикли ўтказгич (I ва 3) ва R радиусли ярим айлананинг ёйи (2). У ҳолда

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3,$$

бунда \vec{B}_1 , \vec{B}_2 ва \vec{B}_3 — мос равишда ўтказгичнинг биринчи, иккинчи ва учинчи қисмларидан оқаётган тоқлар ҳосил қиладиган майдонларнинг O нуқтадаги магнит индукциялари.

O нуқта I ўтказгичнинг ўқида ётганлигидан, $B_1 = 0$ ва бунда

$$\vec{B} = \vec{B}_2 + B_3.$$

\vec{B}_2 ва \vec{B}_3 векторлар парма қондасига биноан биздан чизма текислигига тик йўналганлигини ҳисобга олиб геометрик йиғинди-ни алгебраик йиғинди билан алмаштириш мумкин:

$$B = B_2 + B_3.$$

Магнит майдон индукцияси B_2 ни I тоқли айланма ўтказгич марказидаги магнит индукцияси ифодасидан фойдаланиб топиш мумкин:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

O нуқтадаги магнит индукцияси B_2 шундай тоқли айланма ўтказгичнинг ярми томонидан ҳосил қилинаётганлигидан, ўтказгичнинг ҳар бир ярмининг магнит индукцияга тенг ҳиссасини ҳисобга олиб

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

ни ёзиш мумкин.

B_3 магнит индукцияни 3- мисолдаги (3) формуладан фойдаланиб топамиз:

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Бизнинг ҳолимизда $r_0=R$, $\alpha_1=\frac{\pi}{2}$ ($\cos\alpha_1=0$), $\alpha_2\rightarrow\pi$ ($\cos\alpha_2=1$).

У ҳолда

$$B_3=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}.$$

B_2 ва B_3 лар учун топилган ифодалардан фойдаланиб куйидагини топамиз

$$B=B_2+B_3=\frac{\mu_0 I}{4R}+\frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

ёки

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\pi+1).$$

Ҳисоблашни бажарсак,

$$B=3,31\cdot 10^{-4}\text{ Тл}=331\text{ мкТл}.$$

Масалалар

Вакуумда магнит майдон индукцияси ва кучланганлиги орасидаги боғланиш

21.1. Магнит майдоннинг кучланганлиги $H=79,6$ кА/м, Вакуумда шу майдоннинг магнит индукцияси B аниқлансин.

21.2. Майдоннинг вакуумдаги магнит индукцияси $B=10$ мТл. Магнит майдоннинг кучланганлиги H аниқлансин.

21.3. Агар магнит майдоннинг вакуумдаги индукцияси $B_0=0,05$ Тл бўлса, унинг кучланганлиги H ҳисоблансин.

Айланма токнинг ва соленоиднинг майдони

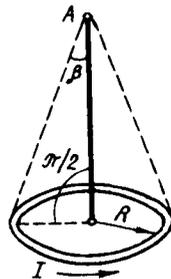
21.4. $I=10$ А ток оқаётган ингичка халка марказидаги магнит индукция топилсин. Ҳалқанинг радиуси $r=5$ см.

21.5. Радиуси $r=16$ см бўлган жуда калта ғалтак чулғамидан $I=5$ А ток оқади. Агар ғалтак марказидаги магнит майдоннинг кучланганлиги $H=800$ А/м бўлса, ғалтакдаги ўрамлар сони N қанча?

21.6. Радиуси $r=8$ см бўлган айланма ўрам марказидаги магнит майдон кучланганлиги $H=30$ А/м. H_1 кучланганлик аниқлансин.

21.7. $R=0,2$ м радиусли ингичка ўтказувчан халқадан оқаётган ток кучи I нинг қандай қийматида халқанинг барча нукталаридан тенг $r=0,3$ м масофада жойлашган нуктадаги магнит индукция $B=20$ мкТл бўлади?

21.8. $R = 10$ см радиусли ингичка ҳалка кўринишидаги ўтказгичдан ток окмокда. Майдоннинг A нуктадаги магнит индукцияси $B = 1$ мкТл бўлса, ток кучи I нимага тенг (21.10- расм)? Бурчак $\beta = 10^\circ$.



21.10- расм

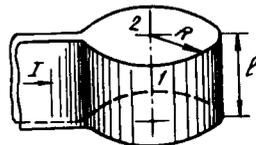
21.9. Узунлиги $l = 20$ см бўлган ғалтак $N = 100$ ўрамдан иборат. Ғалтак чулғамидан $I = 5$ А ток окмокда. Ғалтакнинг диаметри $d = 20$ см. Ғалтак учидан $a = 10$ см масофада ва унинг ўқида ётувчи нуктадаги магнит индукция B аниқлансин.

21.10. Узун тўғри соленоид ўрамлари бир-бирига зич жипслашиб турадиган қилиб, диаметри $d = 0,5$ мм бўлган симдан ўралган ток кучи $I = 4$ А бўлганда соленоид ичидаги магнит майдон кучланганлиги H қандай бўлади?

21.11. Диаметри $d = 10$ см бўлган ғалтак чулғами зич жипслашиб турган ингичка сим ўрамларидан иборат. Ўртасидаги магнит индукцияси узунлик бирлигида шунча ўрамга эга бўлган чексиз соленоид магнит индукциясидан $0,5\%$ дан кўпга фарк қилмаслиги учун ғалтакнинг минимал узунлиги l_{min} қандай бўлиши лозим? Чулғамлардан оқаётган ток кучлари ҳар иккала ҳолда ҳам бир хил.

21.12. Соленоид чулғами ингичка симдан бир-бирига зич жипслашиб турадиган ўрамлардан иборат қилиб ясалган. Ғалтакнинг узунлиги $l = 1$ м, унинг диаметри $d = 2$ см. Чулғамдан ток окмокда. Магнит индукцияси чексиз узун соленоиднинг формуласи бўйича $0,1\%$ дан ошмайдиган хатолик билан ҳисобланиши мумкин бўлган, ўқ чизиғидаги қисм участканинг ўлчамлари аниқлансин.

21.13. Кенглиги $l = 40$ см бўлган ингичка тасма радиуси $R = 30$ см бўлган ўрамадек бураб қўйилган. Тасмадан кенглиги бўйлаб бир текис тақсимланган $I = 200$ А ток окмокда (21.11- расм). Қуйидаги икки ҳол учун ўрама ўқидаги магнит индукция B аниқлансин: 1) ўрта нуктасида; 2) ўрама қирраси билан мос келувчи нуктада.



21.11- расм

Тўғри токнинг майдони

21.14. Тўғри чексиз узун ўтказгичдан $I = 50$ А ток окмокда ўтказгичдан $r = 5$ см узоқликда турган нуктадаги магнит индукция B аниқлансин.

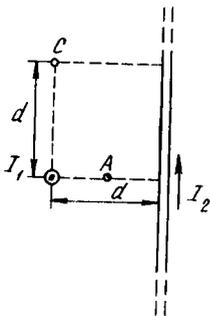
21.15. Иккита узун параллел сим бир-биридан $r = 5$ см масофада турибди. Симларнинг ҳар биридан қарама-қарши йўналишларда $I = 10$ А дан ток окмокда. Симларнинг биридан $r_1 = 2$ см ва бошқасидан $r_2 = 3$ см масофада турган нуктадаги магнит майдон кучланганлиги H топилсин.

21.16. Иккита узун параллел сим орасидаги масофа $d=5$ см. Симларнинг ҳар биридан бир хил йўналишда бир хил $I=30$ А ток оқмоқда. Симларнинг биридан $r_1=4$ см ва бошқасидан $r_2=3$ см масофада турган нуктадаги магнит майдон кучланганлиги H топилин.

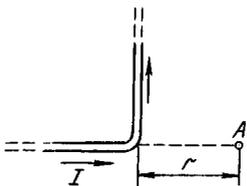
21.17. Иккита чексиз узун тўғри параллел симлардан қарама-қарши йўналишларда $I_1=50$ А ва $I_2=100$ А тоқлар оқмоқда. Симлар орасидаги масофа $d=20$ см. Биринчи симдан $r_1=25$ см ва иккинчисидан $r_2=40$ см узоқликда турган нуктадаги магнит индукция B аниқлансин.

21.18. Иккита чексиз узун тўғри параллел симлардан бир хил йўналишда $I_1=20$ А ва $I_2=30$ А тоқлар оқмоқда. Симлар орасидаги масофа $d=10$ см. Ҳар иккала симдан ҳам бир хил $r=10$ см узоқликда жойлашган нуктадаги магнит индукция B ҳисоблансин.

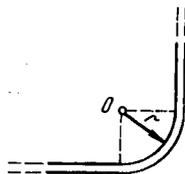
21.19. Иккита чексиз узун тўғри сим ўзаро тўғри бурчак остида кесишадиган қилиб жойлаштирилган (21.12- расм). Ўтказгичлардан $I_1=80$ А ва $I_2=60$ А ток оқмоқда. Симлар орасидаги масофа $d=10$ см. Ҳар иккала симдан бир хил узоқликда турган A нуктадаги магнит индукция B аниқлансин.



21.12- расм



21.13- расм



21.14- расм

21.20. Бир-бири билан тўғри бурчак остида кесишадиган қилиб жойлаштирилган иккита чексиз узун тўғри симдан $I=30$ А ва $I_2=40$ А ток оқмоқда. Симлар орасидаги d масофа 20 см га тенг. Ҳар иккала симдан бир хил d масофада жойлашган C нуктадаги (21.12- расм) магнит индукция B аниқлансин.

21.21. Тўғри бурчак остида букилган чексиз узун тўғри симдан $I=20$ А ток оқмоқда. Агар $r=50$ см бўлса, A нуктадаги магнит индукция B қандай бўлади (21.13- расм).

21.22. 21.14- расмда кўрсатилгандек қилиб букилган чексиз узун тўғри ўтказгичдан $I=100$ А ток оқмоқда. Агар $r=10$ см бўлса, O нуктадаги магнит индукция B аниқлансин.

21.23. Чексиз узун тўғри сим тўғри бурчак остида букилган. Симдан $I=100$ А ток оқмокда. Бурчак биссектрисасида ётувчи ва бурчак учидан $a=10$ см узоқликда жойлашган нукталардаги магнит индукция B ҳисоблансин

21.24. $\alpha=120^\circ$ бурчак остида букилган чексиз узун тўғри симдан $I=50$ А ток оқади. Бурчак биссектрисасида ётувчи ва унинг учларидан $a=5$ см узоқликда жойлашган нукталардаги магнит индукция B топилсин.

21.25. Тенг томонли учбурчак кўринишдаги контурдан $I=40$ А ток оқмокда. Учбурчак томонининг узунлиги $a=30$ см. Баландликлар кесишадиган нуктадаги магнит индукция B аниқлансин.

21.26. Квадрат кўринишдаги контур бўйлаб $I=50$ А ток оқмокда. Квадрат томонининг узунлиги $a=20$ см. Диагоналлар кесишган нуктадаги магнит индукция B аниқлансин.

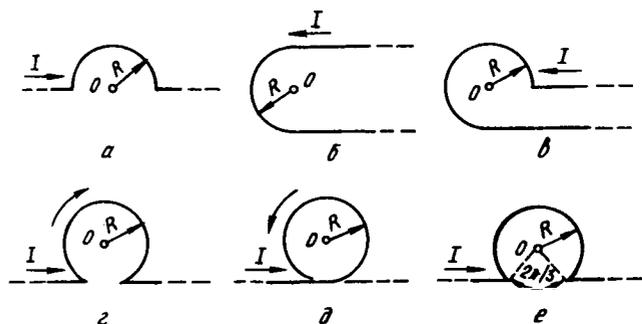
21.27. Тўғри тўртбурчак кўринишида қайрилган ингичка симдан $I=60$ А ток оқмокда. Тўғри тўртбурчак томонларининг узунликлари $a=30$ см ва $b=40$ см. Диагоналлар кесишган нуктадаги магнит индукция B аниқлансин.

21.28. Ингичка сим тўғри олтибурчак кўринишида букилган. Олтибурчак томонининг узунлиги $d=10$ см. Агар симдан $I=25$ А ток оқаётган бўлса, олтибурчак марказидаги магнит индукция B аниқлансин.

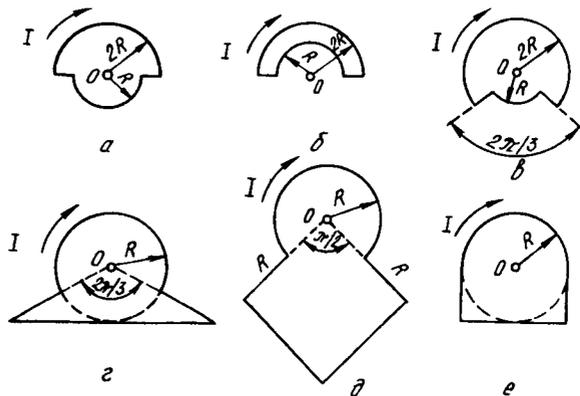
21.29. Томонининг узунлиги $a=20$ см бўлган тўғри олтибурчак кўринишида букилган симдан $I=100$ А ток оқмокда. Олтибурчак марказидаги магнит майдон кучланганлиги H топилсин. Солиштириш учун берилган олтибурчакка ташки чизилган айлана билан мос келувчи айланма ток марказидаги майдон кучланганлиги H_0 аниқлансин.

21.30. Ингичка сим ҳалқадан ток оқмокда. Ўтказгичдаги ток кучини ўзгартирмасдан унга квадрат шаклини бердилар. Контур марказидаги магнит индукция неча мартага ўзгаради?

21.31. $I=50$ А ток оқаётган чексиз узун ингичка ўтказгич $R=10$ см радиусли бурилишга (ясси ҳалқага) эга. 21.15- расмда



21.15- расм



21.16- расм

кўрсатилган $a-e$ ҳоллар учун шу токнинг O нуктада ҳосил қиладиган майдонининг магнит индукцияси B аниқлансин.

21.32. Ингичка симдан ясалган ясси контур бўйлаб $I=100$ А ток оқмоқда. 21.16- расмда тасвирланган $a-e$ ҳоллар учун шу токнинг O нуктада ҳосил қилган майдонининг магнит индукцияси B аниқлансин. Контурнинг букилган жойининг радиуси $R=20$ см

Ҳаракатланувчи заряднинг майдони

21.33. Ғалаёнланмаган водород атомидаги электрон ядро атрофида $r=53$ пм радиусли айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. Эквивалент айланма ток кучи I ва айлана марказидаги майдон кучланганлиги H ҳисоблансин.

21.34. $v=10$ мм/с тезлик билан тўғри чизиқли ҳаракат қилаётган электроннинг траекториядан $d=1$ нм масофада турган нуктада ҳосил қиладиган майдонининг максимал магнит индукцияси B_{max} аниқлансин.

21.35. Тўғри чизиқли ҳаракат қилаётган электроннинг траекториясидан $r=10$ нм масофада магнит индукциянинг максимал қиймати $B_{max}=160$ мкТл. Электроннинг тезлиги v аниқлансин.

22- §. МАГНИТ МАЙДОНДАГИ ТОКЛИ УТКАЗГИЧГА ТАЪСИР ЭТАДИГАН КУЧ

Асосий формулалар

● Ампер қонуни. Магнит майдондаги токли ўтказгичга таъсир этадиган куч

$$\vec{F} = [\vec{e} \vec{B}],$$

бунда I — ток кучи; \vec{l} — модули жиҳатидан ўтказгич узунлиги l га тенг ва йўналиши ток йўналиши билан мос келувчи вектор; \vec{B} — майдоннинг магнит индукцияси.

\vec{F} векторнинг модули

$$F = B \cdot I \cdot l \sin \alpha$$

ифода билан аниқланади. Бунда α — \vec{l} ва \vec{B} векторлар орасидаги бурчак.

● Бир-биридан d масофада турган I_1 ва I_2 ток кучили иккита тўғри чексиз узун параллел ўтказгичнинг l узунликли бўлакларига тўғри келувчи ўзаро таъсир кучи қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$F = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{d} l.$$

● Токли контурнинг магнит моменти

$$\vec{P}_m = IS,$$

бунда S — модули жиҳатидан контур ўраб турган S юзага тенг, йўналиши унинг текислигига ўтказилган нормаль билан мос келувчи вектор.

● Бир жинсли магнит майдонга жойлаштирилган токли контурга таъсир этаётган механик момент.

$$\vec{M} = [\vec{P}_m \cdot \vec{B}].$$

Механик моментнинг модули

$$M = P_m \cdot B \cdot \sin \alpha,$$

бунда α — \vec{P}_m ва \vec{B} векторлар орасидаги бурчак.

● Магнит майдондаги токли контурнинг потенциал (механик) энергияси

$$\Pi_{\text{мех}} = \vec{P}_m \cdot \vec{B} = P_m \cdot B \cos \alpha.$$

● Магнит майдондаги токли контурга таъсир этаётган куч (x ўқи бўйлаб ўзгарувчи)

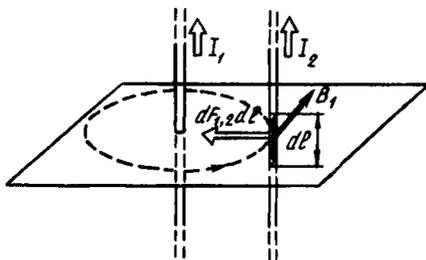
$$F = P_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha,$$

бунда $\frac{\partial B}{\partial x}$ — магнит индукциянинг Ox ўқи бўйлаб узунлик бирлигига мос келувчи ўзгариши; α — \vec{P}_m ва \vec{B} векторлар орасидаги бурчак.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Бир-биридан $d=20$ см масофада турган, ҳар бирининг узунлиги $l=2,5$ м дан бўлган иккита параллел тўғри симдан бир хил $I=1$ кА ток оқмокда. Токларнинг ўзаро таъсир кучи F ҳисоблансин.

Е ч и ш: Ток оқаётган икки ўтказгичнинг ўзаро таъсири магнит майдон орқали амалга оширилади. Ҳар бир ток бошқа ўтказгичга таъсир этадиган магнит майдонни ҳосил қилади. Ҳар иккала ток ҳам (уларни I_1 ва I_2 деб белгилаймиз) бир йўналишда оқмокда деб фараз қилайлик.



22.1- расм

I_1 ток томонидан ҳосил қилинган магнит майдоннинг I_2 токли ўтказгичга таъсир этадиган $\vec{F}_{1,2}$ кучини ҳисоблаймиз. Бунинг учун магнит куч чизиқларини (22.1- расмда штрихли чизик) I_2 токли ўтказгичга тегадиган қилиб ўтказамиз. Куч чизигига уринма бўйлаб магнит индукция вектори \vec{B}_1 ни ўтказамиз. Магнит индукция \vec{B}_1 нинг модули

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \quad (1)$$

муносабат билан аниқланади*.

Ампер конунига биноан, I_2 токли иккинчи ўтказгичнинг dl_2 узунликли ҳар бир элементига магнит майдонида

$$dF_{1,2} = I_2 B_1 dl_2 \sin(\widehat{dl_2 \cdot \vec{B}_1})$$

куч таъсир қилади

$d\vec{l}$ кесма \vec{B}_1 векторга тик бўлганлигидан

$$\sin(\widehat{dl \vec{B}}) = 1$$

ва унда

$$dF_{1,2} = I_2 B_1 dl_2.$$

(2) ифодага (1) дан B_1 ни қўйиб қуйидагини оламиз

$$dF_{1,2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl.$$

* Узун ўтказгични ($l \gg d$) тақрибан чексиз узун деб қараш мумкин.

Токли ўтказгичларнинг ўзаро таъсир кучи $F_{1,2}$ * ни иккинчи ўтказгичнинг бутун узунлиги бўйича интераллаб қуйидагини топамиз

$$F_{1,2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^{l_2} dl_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l_2$$

$I_1 = I_2 = I$ ва $l_2 = l$ лигини эътиборга олсак,

$$F_{1,2} = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}$$

Бу тенгликнинг ўнг томони куч бирлиги (Н) ни беришга ишонч ҳосил қиламиз:

$$\frac{[\mu_0] [I^2] [l]}{[d]} = \frac{1 \text{ Гн/м} \cdot (1 \text{ А})^2 \cdot 1 \text{ м}}{1 \text{ м}} = \frac{1 \text{ Ж}}{1 \text{ м}} = 1 \text{ Н}$$

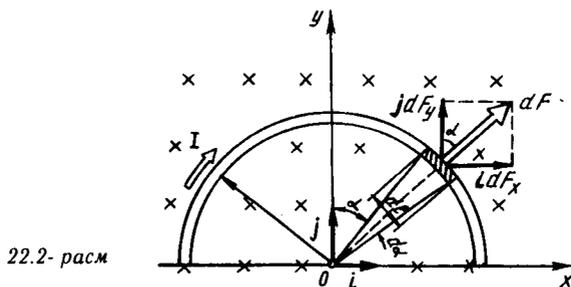
Ҳисоблаш ўтказамиз

$$F_{1,2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} (10^3)^2 \cdot 2,5}{2\pi \cdot 0,2} \text{ Н} = 2,5 \text{ Н}$$

$\vec{F}_{1,2}$ куч $d\vec{F}_{1,2}$ куч билан бир томонга йўналган (22.1- расм) ва чап қўл қоидага биноан аниқланади (мазкур ҳолда бу осонроқ).

2- мисол: $R = 10$ см радиусли ингичка ярим ҳалқа кўринишидаги сим бир жинсли магнит майдонда ($B = 50$ м/Тл) турибди. Симдан $I = 10$ А ток оқмоқда. Агар ярим ҳалқа текислиги магнит индукция чизиқларига тик, уловчи симлар эса майдондан ташқарида бўлса, ўтказгичга таъсир этувчи \vec{F} куч топилсин.

Е ч и ш: Ўтказгични магнит индукция чизиқларига тик қилиб чизма текислигида жойлаштирамиз (22.2- расм) ва ундан токли кичик dl элементни ажратамиз. Токнинг бу Idl элементига Ампер



* Ньютоннинг учинчи қонунига мувофиқ, биринчи ўтказгичга иккинчи ўтказгич томонидан таъсир этадиган куч топилган кучга модули бўйича тенг ва йўналиши қарама-қарши бўлади.

конунига биноан $dF = I[d\vec{l} \cdot \vec{B}]$ куч таъсир қилади. Бу кучнинг йўналишини вектор кўпайтма қоидаси ёки чап қўл қоидаси бўйича аниқлаш мумкин.

Симметрикликдан фойдаланиб, координата ўқларини 22.2- расмда тасвирлагандек қилиб танлаймиз. $d\vec{F}$ кучни

$$d\vec{F} = \vec{i}dF_x = \vec{j}dF_y$$

кўринишда ифодалаймиз. Бунда \vec{i} ва \vec{j} — бирлик векторлар (ортлар); dF_x ва dF_y — $d\vec{F}$ векторнинг Ox ва Oy координата ўқларига проекциялари.

Бутун симга таъсир этаётган \vec{F} кучни интераллаш йўли билан топамиз:

$$\vec{F} = \int_L d\vec{F} = \vec{i} \int_L dF_x + \vec{j} \int_L dF_y$$

бунда L белги интеграллаш симнинг тўлиқ узунлиги L бўйича олинишини кўрсатади.

Симметриклик мулоҳазаларидан биринчи интеграл нолга тенг ($\int_L dF_x = 0$). У ҳолда

$$F = \vec{j} \int_L dF_y \quad (1)$$

22.2- расмдан кўринадики,

$$dF_y = dF \cos \alpha,$$

бунда $d\vec{F}$ — $d\vec{F}$ векторнинг модули ($dF = IBdl \sin(\widehat{d\vec{l}\vec{B}})$). $d\vec{l}$ вектор \vec{B} векторга тик ($\sin(\widehat{d\vec{l}\vec{B}}) = 1$), шу туфайли $dF = IBdl$.

Ёй узунлиги dl ни радиус R ва бурчак α орқали ифодалаб қўйидагини оламиз

$$dF = IBRd\alpha,$$

у ҳолда

$$dF_y = IBR \cos \alpha d\alpha.$$

DF_y ни (1) муносабатдаги интеграл остига киритамиз ва $-\pi/2$ дан $+\pi/2$ гача ораликда интеграллаймиз (22.2- расмдан кўриниб турганидек)

$$\vec{F} = jIBR \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \alpha d\alpha = 2jIBR.$$

Олинган ифодадан кўриниб турибдики \vec{F} кучнинг йўналиши OY ўқининг мусбат йўналиши билан (\vec{j} бирлик вектор билан) мос келади.

\vec{F} кучнинг модулини топамиз:

$$F = |\vec{F}| = 2IBR.$$

Бу тенгликнинг ўнг томони куч бирлиги (Н) ни беришига ишонч хосил қиламиз:

$$[I] [B] [R] = 1\text{А} \cdot \text{Тл} \cdot 1\text{м} = 1\text{А} \frac{1\text{Н} \cdot 1\text{м}}{1\text{А} \cdot (1\text{м})^2} \cdot 1\text{м} = 1\text{Н}.$$

Ҳисоблаймиз:

$$F = 2 \cdot 10 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 \text{ Н} = 0,1 \text{ Н}.$$

3- мисол. Магнит қутблари орасида жойлаштирилган $r = 10$ см радиусли сим ўрамга $M_{\max} = 6,5$ мкН максимал механик момент таъсир қилмоқда. Ўрамдаги ток кучи $I = 2$ А. Магнит қутблари орасидаги майдоннинг магнит индукцияси B аниқлансин. Ер магнит майдонининг таъсири инобатга олинмасин.

Ечиш: Магнит майдон индукцияси B ни магнит майдондаги токли ўрамга таъсир этувчи механик моментнинг ифодасидан аниқлаш мумкин:

$$M = P_m \cdot B \sin \alpha \quad (1)$$

Агар механик моментнинг максимал қиймати $\alpha = \frac{\pi}{2}$ да ($\sin \alpha = 1$) бўлишини ҳамда $P_m = I \cdot S$ эканлигини ҳисобга олсак, (1) формула қуйидаги кўринишни олади

$$M_{\max} = I \cdot B \cdot S.$$

Бундан $S = \pi r^2$ эканлигини ҳисобга олиб, қуйидагини топамиз

$$B = M_{\max} / (\pi \cdot r^2 \cdot I) \quad (2)$$

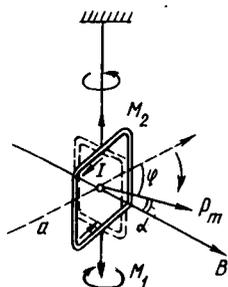
(2) формулага биноан ҳисоблаш ўтказсак,

$$B = 104 \text{ мкТл}.$$

4- мисол. Томонларининг узунлиги $a = 2$ см дан бўлган $N = 100$ та ингичка сим ўрамидан иборат квадрат рамка бурлиш доимийси $c = 10$ мкН·м/град бўлган қайишқок ипга осилган. Рамка текислиги ташқи магнит майдони индукция чизиқларининг йўналиши билан мос келади. Агар рамкадан $I = 1$ А ток ўтказилганда у $\alpha = 60^\circ$ бурчакка бурилган бўлса ташқи магнит майдоннинг индукцияси аниқлансин.

Ечиш: Ташқи майдон индукцияси B рамканинг майдондаги мувозанатлик шартидан топилиши мумкин. Агар рамкага таъсир этувчи механик моментларнинг йиғиндисини нолга тенг бўлса, унда у мувозанат ҳолатида бўлади:

$$\sum \vec{M} = 0.$$



22.3- расм

Мазкур ҳолда рамкага иккита момент таъсир қилади (22.3- расм). \vec{M}_1 — ташқи магнит майдоннинг токли рамкага таъсир кучи моменти ва \vec{M}_2 — рамка осилган ипнинг бурилиши натижасида, вужудга келадиган қайишқоклик кучининг моменти. Бинобарин, (1) формула

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = 0$$

кўринишда қайта ёзилиши мумкин. Бу тенгликдаги M_1 ва M_2 ларни куч моментлари боғлиқ бўлган катталиклар орқали ифода-лаб қуйидагини оламиз

$$P_m \cdot B \sin \alpha - c\varphi = 0. \quad (2)$$

M_2 момент олдидаги манфий ишора бу момент ўз йўналиши бўйича M_1 моментга қарама-қарши бўлганлиги туфайли қўйилади.

Агар $P_m = ISN = I a^2 N$ эканлигини ҳисобга олсак (бунда I — рамкадаги ток кучи; $S = a^2$ — рамка юзаси; N — ундаги ўрамлар сони), (2) тенгликни қуйидаги кўринишда қайта ёзамиз

$$N \cdot I \cdot a^2 B \sin \alpha - c\varphi = 0,$$

бундан

$$B = \frac{c\varphi}{N I a^2 \sin \alpha}. \quad (3)$$

22.3- расмдан $\alpha = \pi/2 - \varphi$ эканлиги кўришиб турибди, демак, $\sin \alpha = \cos \varphi$. Бу тенгликни ҳисобга олганда (3)

$$B = \frac{c\varphi}{N I a^2 \cos \varphi} \quad (4)$$

кўринишни олади.

Буралиш доимийси C нинг градусларда ҳисобланган қиймати-ни (СИ да ифодаланиши керак бўлган радианларда эмас)

$$c = 10 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{град}.$$

кўринишда ёзамиз. Чунки φ бурчакнинг қиймати ҳам градусларда берилган.

Берилганларни (4) формулага қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$B = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 60}{100 \cdot 1 \cdot (0,02)^2 \cdot \frac{1}{2}} \text{ Тл} = 0,03 \text{ Тл} = 30 \text{ мТл}.$$

5- мисол. Томонларининг узунлиги $a = 10$ см дан бўлган $I = 100$ А ток оқаётган ясси квадрат контур индукцияси $B = 1$ Тл бўлган бир жинсли магнит майдонда эркин ўрнашган. Контурни

унинг қарама-қарши томонларининг ўртасидан ўтувчи ўққа нисбатан қуйидаги бурчакларга буришда ташқи кучлар бажарадиган A иш аниқлансин: 1) $\varphi_1=90^\circ$; 2) $\varphi_2=3^\circ$. Контур бурилишида ундаги ток кучи ўзгармас сақланади.

Е чи ш: Магнит майдондаги токли контурга

$$M = P_m \cdot B \sin \varphi \quad (1)$$

механик момент таъсир қилади.

Масаланинг шартига кўра бошланғич моментда контур магнит майдонда эркин ўрнашган. Бунда кучлар моменти нолга тенг ($M=0$) ва демак $\varphi=0$, яъни \vec{P}_m ва \vec{B} векторларнинг йўналишлари ўзаро мос.

Агар ташқи кучлар контурни мувозанат ҳолатидан чиқарса, у ҳолда вужудга келган ва (1) формула билан аниқланувчи куч моменти контурни дастлабки ҳолатига қайтаришга ҳаракат қилади. Ташқи кучлар томонидан мана шу моментга қарши иш бажарилади. Куч моменти ўзгарувчан бўлганидан (у бурилиш бурчаги φ га боғлиқ) ишни ҳисоблаш учун унинг дифференциал кўринишдаги формуласини қўллаемиз:

$$dA = md\varphi. \quad (2)$$

Бунга M нинг (1) формула бўйича ифодасини кўйиб ва $P_m = IS = I a^2$ эканлигини ҳисобга олиб, (бунда I — контурдаги ток кучи $S = a^2$ контур юзаси) қуйидагини оламиз

$$dA = I \cdot B \cdot a^2 \sin \varphi d\varphi.$$

Бу ифодадан интеграл олиб чекли бурчакка бурилишдаги ишни топамиз:

$$A = I \cdot B \cdot a^2 \int_0^{\varphi} \sin \varphi d\varphi. \quad (3)$$

1. $\varphi_1=90^\circ$ бурчакка бурилишдаги иш

$$A_1 = I \cdot B \cdot a^2 \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = I B a^2 | -\cos \varphi |_0^{\pi/2} = I B a^2. \quad (4)$$

Бу тенгликнинг ўнг томони иш бирлиги (Ж) ни беришига ишонч ҳосил қиламиз:

$$[I] [B] [a^2] = 1 \text{А} \cdot 1 \text{Тл} \cdot (1 \text{м})^2 = 1 \text{Н} \cdot 1 \text{м} = 1 \text{Ж}.$$

(4) формулага биноан ҳисоблаб, қуйидаги натижани оламиз

$$A_1 = 1 \text{Ж}.$$

2. $\varphi_2=3^\circ$ бурчакка бурилишдаги иш. Бу ҳолда φ_2 бурчак кичиклигини ҳисобга олиб (3) ифодадаги $\sin \varphi$ ни φ билан алмаштирамиз:

$$A_2 = I \cdot B \cdot a^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} I \cdot B \cdot a^2 \varphi_2^2 \quad (5)$$

φ_2 бурчакни радианларда ифодалаймиз (9- жадвалга к.):

$$\varphi_2 = 3^\circ = 3 \cdot 1,75 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = 0,0525 \text{ рад.}$$

I , B , a ва φ_2 ларнинг қийматларини (5) формулага қўйсақ,

$$A_2 = 1,37 \text{ мЖ.}$$

Масалалар

Ампер кучи

22.1. $I=1$ кА ток оқаётган тўғри сим бир жинсли магнит майдонда индукция чизикларига тик равишда жойлашган. Агар магнит индукция $B=1$ Тл бўлса, майдон симнинг узунлиги $l=1$ м бўлган кесмасига қандай F куч билан таъсир қилади?

22.2. $I=20$ А ток оқаётган узунлиги $l=10$ см бўлган тўғри ўтказгич индукцияси $B=0,01$ Тл бўлган бир жинсли магнит майдонда турибди. Агар симга $F=10$ мН куч таъсир этаётган бўлса, вектор \vec{B} ва ток йўналишлари орасидаги α бурчак топилсин.

22.3. Симдан ясалган квадрат рамка узун тўғри сим билан икки томони симга параллел ҳолда бир текисликда жойлашган. Рамкадан ва симдан бир хил $I=1$ кА ток оқмоқда. Агар рамканинг симга яқин турган томони унинг узунлигига тенг масофада бўлса, рамкага таъсир этувчи F куч аниқлансин.

22.4. $R=15$ см радиусли халқанинг учдан бирини ташкил этувчи ёй кўринишидаги ингичка сим бир жинсли магнит майдонда ($B=20$ мТл) турибди. Симдан $I=30$ А ток оқмоқда. Ёй ётган текислик магнит индукция чизикларига тик, уловчи симлар эса майдондан ташқарида жойлашган. Симга таъсир этувчи F куч аниқлансин.

22.5. $R=20$ см радиусли халқа кўринишидаги ингичка симдан $I=100$ А ток оқмоқда. Халқа текислигига қарши тик равишда $B=20$ мТл индукцияли бир жинсли магнит майдон ҳосил қилинган. Халқани чўзувчи F куч топилсин.

22.6. Қўш симли электр узатиш йўли бир-биридан $d=4$ мм масофада жойлашган узун параллел тўғри симлардан иборат. Симлардан бир хил $I=50$ А ток оқмоқда. Токларнинг симларнинг бирлик узунлигига тўғри келувчи ўзаро таъсир кучи аниқлансин.

22.7. Генераторнинг шиналари бир-биридан $d=20$ см масофада турган, ҳар бирининг узунлиги $l=2$ м дан бўлган иккита мис тасмадан иборат. Улардан $I=10$ кА ток оққан пайтда қисқа тутатиш ҳодисаси рўй берганда шиналарнинг ўзаро итариш кучи F қандай бўлиши аниқлансин.

22.8. Ҳар бирининг узунлиги $l=1$ м дан бўлган иккита параллел симдан бир хил ток оқмоқда. Симлар орасидаги d масофа 1 см га тенг. Токлар $F=1$ мН куч билан ўзаро таъсирлашишади. Симлардаги ток кучи I топилсин.

22.9. Бир-биридан бир хил $a=10$ см масофада турган учта параллел тўғри симдан бир хил $I=100$ А дан ток оқмоқда. Иккита симда тоқларнинг йўналиши мос келади. Ҳар бир симнинг $l=1$ м ли кесмасига таъсир этувчи F куч ҳисоблансин.

22.10. $R=10$ см радиусли ҳалқа кўринишида букилган иккита ингичка симнинг ҳар биридан бир хил $I=10$ А дан ток оқмоқда. Агар ҳалқалар ётган текисликлар параллел, ҳалқаларнинг марказлари орасидаги d масофа эса 1 мм га тенг бўлса, бу ҳалқаларнинг ўзаро таъсир кучи F топилсин.

22.11. Томонлари $a=20$ см дан бўлган иккита бир хил ясси квадрат контурнинг ҳар биридан бир хил $I=10$ А дан ток оқмоқда. Агар контурларнинг мос томонлари орасидаги d масофа 2 мм га тенг бўлса, контурларнинг ўзаро таъсир кучи F аниқлансин.

Магнит момент

22.12. $r=5$ см радиусли ўрамдан $I=10$ А ток оқмоқда. Айланма токнинг магнит momenti P_m аниқлансин.

22.13. Жуда қалта ғалтак ингичка симнинг $N=1000$ та ўрамдан иборат. Ғалтак томонларининг узунлиги $a=10$ см бўлган квадрат кесимга эга. $I=1$ А ток кучида ғалтакнинг магнит momenti P_m топилсин.

22.14. Ўрамнинг магнит momenti $P_m=0,2$ Ж/Тл. Агар ўрамнинг диаметри $d=10$ см бўлса, ундаги ток кучи I аниқлансин.

22.15. Айланма ўрам марказидаги магнит майдон кучланганлиги $H=200$ А/м. Ўрамнинг магнит momenti $P_m=1$ А·м². Ўрамдаги ток кучи I ва ўрамнинг радиуси R ҳисоблансин.

22.16. R радиусли ҳалқадан ток оқмоқда. Ҳалқа ўқида унинг текислигидан $d=1$ м масофадаги магнит индукция $B=10$ нТл. Тоқли ҳалқанинг магнит momenti P_m аниқлансин. R радиус d дан анча кичик деб ҳисоблансин.

22.17. Ғалаёнланмаган водород атомидаги электрон ядро атрофида $r=53$ пм радиусли айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. Агар атом индукция чизиқлари электрон орбитаси текислигига параллел бўладиган қилиб магнит майдонида жойлаштирилган бўлса, эквивалент айланма токнинг магнит momenti P_m ва айланма токка таъсир этувчи механик момент M ҳисоблансин. Майдоннинг магнит индукцияси $B=0,1$ Тл.

22.18. Водород атомидаги электрон ядро атрофида муайян радиусли айлана орбита бўйлаб ҳаракатланмоқда. Эквивалент айланма ток магнит momenti P_m нинг электроннинг орбитал ҳаракати импульснинг momenti L га нисбати топилсин. Электроннинг массаси ва заряди маълум деб ҳисоблансин. \vec{P}_m ва \vec{L} векторларнинг йўналишлари кўрсатилсин.

22.19. Узунлиги $l=20$ см бўлган ингичка таёкчада $Q=240$ нКл заряд бир текис тақсимланган. Таёкча ўзининг марказидан ўтувчи ва унга тик йўналган ўққа нисбатан $\omega=10$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланма ҳаракатга келтирилган. Агар таёкчанинг массаси $m=12$ г бўлса: 1) зарядланган таёкчанинг айланиши натижасида вужудга келадиган магнит momenti P_m ; 2) магнит моментининг импульс моментига нисбати P_m/L аниқлансин.

22.20. $R=10$ см радиусли ингичка ҳалқада $Q=10$ нКл заряд бор. Ҳалқа марказидан ўтувчи ва ҳалқа текислигига тик йўналган ўққа нисбатан $n=10$ с⁻¹ частота билан бир текис айланмоқда. Агар ҳалқанинг массаси $m=10$ г бўлса: 1) ҳалқа ҳосил қиладиган айланма токнинг магнит momenti P_m ; 2) магнит моментининг импульс моментига нисбати (P_m/L) топилсин.

22.21. Худди олдинги масаладаги шартларда ҳалқа диаметрларидан бири билан мос келувчи ўққа нисбатан айланадиган ҳол учун ўша вазифа бажарилсин.

22.22. $R=10$ см ли дискда сирт бўйлаб бир текис тақсимланган $Q=0,2$ мкКл заряд бор. Диск учининг марказидан ўтувчи текислигига тик йўналган ўққа нисбатан $n=20$ с⁻¹ частота билан бир текис айланмоқда. Агар дискнинг массаси $m=100$ г бўлса: 1) диск ҳосил қиладиган айланма токнинг магнит momenti P_m ; 2) магнит моментининг импульс моментига нисбати (P_m/L) аниқлансин.

22.23. Радиуси $R=10$ см бўлган юпка деворли металл сферада сирти бўйлаб бир текис тақсимланган $Q=3$ мКл заряд бор. Сфера ўзининг марказидан ўтувчи ўққа нисбатан $\omega=10$ рад/с бурчак тезлик билан бир текисда айланмоқда. Агар шарнинг массаси $m=100$ г бўлса: 1) сферанинг айланишида ҳосил қилинадиган доиравий токнинг магнит momenti P_m ; 2) магнит моментининг импульс моментига нисбати (P_m/L) топилсин.

22.24. $R=10$ см радиусли яхлит шарда ҳажм бўйлаб бир текис тақсимланган $Q=200$ нКл заряд бор. Шар ўзининг марказидан ўтувчи ўққа нисбатан $\omega=10$ рад/с бурчак тезлик билан айланмоқда. Агар шарнинг массаси $m=10$ кг бўлса: 1) шар айланиши натижасида вужудга келадиган доиравий токнинг магнит momenti P_m ; 2) магнит моментининг импульс моментига нисбати (P_m/L) аниқлансин.

Магнит майдондаги контур

22.25. $R=5$ см радиусли сим ҳалқа кучланганлиги $H=2$ кА/м бўлган бир жинсли магнит майдонга жойлашган. Ҳалқа текислиги майдон йўналиши билан $\alpha=60^\circ$ бурчак ҳосил қилади. Ҳалқадан $I=4$ А ток оқмоқда. Ҳалқага таъсир этувчи механик момент M топилсин.

22.26. $d=20$ см диаметрли ҳалқа диаметрларидан бири билан мос келувчи вертикал ўқ атрофида айланиши мумкин. Ҳалқани магнит меридиани текислигида ўрнатдилар ва ундан $I=10$ А ток

окиздилар. Ҳалқани бошланғич ҳолатда тутиш учун унга қандай M механик момент қўйилиши керак*.

22.27. Узунлиги $a=4$ см, кенлиги $b=1,5$ см бўлган ва ингичка симнинг $N=200$ ўрамадан иборат гальванометр рамкаси $B=0,1$ Тл индукцияли магнит майдонда турибди. Рамка текислиги индукция чизиқларига параллел. 1) ўрамларидан $I=1$ мА ток оққанда рамкага таъсир этувчи механик момент M ; 2) шу токда рамканинг магнит momenti P_m топилсин.

22.28. Қўндаланг кесимининг юзаси $S=150$ см² бўлган калтагина ғалтак $N=200$ та сим ўрамадан иборат ва ундан $I=4$ А ток оқмоқда. Ғалтак кучланганлиги $H=8$ кА/м бўлган бир жинсли магнит майдонга жойлаштирилган. Агар ғалтакнинг ўқи индукция чизиқлари билан $\alpha=60^\circ$ бурчак ташкил қилса, ғалтакнинг магнит momenti P_m ва унга майдон томонидан таъсир этадиган айлантирувчи момент M аниқлансин.

22.29. Ингичка симнинг $N=200$ та ўрамадан иборат гальванометр рамкаси қайишқоқ ипга осилган. Рамканинг юзаси $S=1$ см². Рамка юзасининг нормали магнит индукция ($B=5$ мТл) чизиқларига тик йўналган. Гальванометрдан $I=2$ мкА ток ўтказилганда рамка $\alpha=30^\circ$ бурчакка бурилди. Ипнинг буралиш доимийси C топилсин,

22.30. $m=2$ г массали ингичка симдан қилинган квадрат рамкадан $I=6$ А ток ўтказилган. Рамка томонларидан бирининг ўртасидан ноқайишқоқ ипга эркин осилган. Бундай рамканинг $B=2$ мТл индукцияли бир жинсли магнит майдонидаги кичик тебранишлар даври T аниқлансин. Тебранишнинг сўниши ҳисобга олинамасин.

22.31. Массаси $m=3$ г бўлган ҳалқа кўринишидаги ингичка сим бир жинсли магнит майдонда ноқайишқоқ толага эркин осилган. Ҳалқадан $I=2$ А ток оқмоқда. Вертикал ўққа нисбатан кичик буралма тебранишларнинг даври $T=1,2$ с. Майдоннинг магнит индукцияси B топилсин.

22.32. Магнит momenti $P_m=10$ мА/м² бўлган токли контур ўқида бошқа худди шундай контур турибди. Иккинчи контур магнит моментининг вектори ўққа тик йўналган. Иккинчи контурга таъсир этаётган механик момент M ҳисоблансин. Контурлар орасидаги d масофа 50 см га тенг. Контурларнинг ўлчамлари улар орасидаги масофага нисбатан кичик.

22.33. Магнит майдонини $I=100$ А ток оқаётган $R=20$ см радиусли ҳалқасимон ўтказгич ҳосил қилган. Ҳалқа ўқида магнит momenti $P_m=10$ мА бўлган ўлчамлари кичик бошқа ҳалқа жойлашган. Ҳалқаларнинг текисликлари параллел, марказлари орасидаги d масофа эса 1 см га тенг. Кичик ҳалқага таъсир этувчи куч топилсин.

* Ер майдони магнит индукциясининг горизонтал ташкил этувчиси B , ни 20 мкТл га тенг деб қабул қилинсин.

Магнит диполь

22.34. Магнит майдон $I=100$ А токли чексиз узун ўтказгич томонидан ҳосил қилинган. Ўтказгичдан $a=10$ см масофада магнит моментининг ($P_m=1\text{МА}\cdot\text{м}^2$) вектори ўтказгич билан бир текисликда ётган ва унга тик йўналган нуқтавий диполь турибди. Магнит диполга таъсир этувчи куч F аниқлансин.

22.35. Агар нуқтавий магнит диполга таъсир этувчи максимал куч $F_{\text{max}}=1$ мН бўлса, магнит майдоннинг бир жинслимаслик даражаси (dB/dx) аниқлансин. Нуқтавий диполнинг магнит моменти $P_m=2$ $\text{МА}\cdot\text{м}^2$.

22.36. Радиуси $R=20$ см бўлган сим ҳалка магнит меридиани текислигида жойлашган. Ҳалканинг ўртасига компас ўрнатилган. Агар компаснинг магнит мили магнит меридиани текислигидан $\alpha=9^\circ$ бурчакка четлашган бўлса, ҳалкадан қандай I ток оқаётир*?

22.37. Чулғамидан оқаётган ток кучи сон жиҳатдан чулғам марказида жойлаштирилган магнит мили четланиш бурчагининг тангенсига тенг бўлган тангенс-гальванометр ғалтагининг ўрамлар сони N аниқлансин. Ғалтакнинг радиуси $r=25$ см. Ғалтакнинг ўқи магнит меридиани текислигига тик йўналган.*

22.38. Узунлигининг ҳар бир сантиметрида $n=5$ тадан ўрам бўлган узун тўғри соленоид магнит меридиани текислигига тик ҳолатда ўрнашган. Соленоиднинг ичида унинг ўрта қисмида Ернинг магнит майдони бўйлаб жойлашган магнит мили бор. Соленоиддан ток ўтказганларида мил $\alpha=60^\circ$ бурчакка четлашди. Ток кучи I топилсин.

22.39. Қалта тўғри магнит магнит меридиани текислигига тик равишда ўрнашган. Магнит ўқида унинг марказидан $r=50$ см (магнитнинг узунлигидан кўп марта катта) масофада магнит мили турибди. Агар мил магнит меридиани текислигидан $\alpha=6^\circ$ бурчакка четлашса, магнитнинг магнит моменти P_m ҳисоблансин*.

22.40. $C=50$ мкФ электр сифмли конденсатор ЭЮК $\mathcal{E}=80$ В бўлган ток манбаидан зарядланади ва махсус алмашлаб улагич ёрдамида магнит меридиани текислигида жойлашган тангенс гальванометрнинг чулғами орқали секундига 100 марта тўла зарядсизланади*. Агар тангенс-гальванометрнинг чулғами $r=25$ см радиусли $N=10$ ўрамдан иборат бўлса, унинг марказида турган магнит мили қандай α бурчакка бурилади?

22.41. $R=10$ см радиусли айланма симнинг марказида жойлаштирилган магнит мили сим турган вертикал текислик билан $\alpha=20^\circ$ бурчак ҳосил қилади. Симдан $I=3$ А ток ўтказганларида мил α бурчак ортадиган томонга бурилди. Милнинг бурилиш бурчаги аниқлансин.

* 22.26- масалага тааллуқли изоҳга қ.

**23-§. МАГНИТ МАЙДОНДА ҲАРАКАТЛАНАЕТГАН ЗАРЯДГА
ТАЪСИР ЭТУВЧИ КУЧ**

Асосий формулалар

\vec{B} индукцияли магнит майдонда \vec{V} тезлик билан ҳаракатланаётган Q зарядга таъсир этувчи \vec{F} куч (Лоренц кучи)

$$\vec{F} = Q[\vec{V}\vec{B}] \text{ ёки } F = |Q|vB\sin\alpha,$$

бунда α — ҳаракатланувчи заряднинг тезлик вектори \vec{V} ва магнит майдон индукция вектори \vec{B} ҳосил қилган бурчак.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол: Электрон $U = 400$ В тезлантирувчи потенциаллар фаркидан ўтиб, $B = 1,5$ мТл индукцияли бир жинсли магнит майдонга кирди. 1) Электрон траекториясининг эгрилик радиуси R ; 2) электроннинг магнит майдондаги айланиш частотаси n аниқлансин. Электроннинг тезлик вектори индукция чизикларига тик йўналган.

Ечиш: 1. Электрон траекториясининг эгрилик радиусини қуйидаги мулоҳазаларга асосланиб аниқлаймиз: магнит майдонда ҳаракатланаётган электронга Лоренц кучи F таъсир қилади (оғирлик кучининг таъсирини инобатга олмаслик мумкин). Лоренц кучи вектори тезлик векторига тик йўналган ва демак, Ньютоннинг иккинчи қонунига мувофиқ электронга нормал тезланиш a_n беради: $F = ma_n$. Бунга F ва a_n ларнинг ифодаларини қўйиб қуйидагини оламиз

$$|e|vB\sin\alpha = \frac{mv^2}{R},$$

бунда e , v , m — электроннинг заряди, тезлиги, массаси; B — магнит майдон индукцияси; R — траекториянинг эгрилик радиуси; α — тезлик вектори \vec{V} ва индукция вектори \vec{B} ларнинг йўналишлари орасидаги бурчак (бизнинг ҳолимизда $\vec{V} \perp \vec{B}$ ва $\alpha = 90^\circ$, $\sin\alpha = 1$). (1) формуладан топамиз

$$R = \frac{mv}{|e|B}. \tag{2}$$

(2) ифодага кирган импульс mv ни электроннинг кинетик энергияси T орқали ифодалаймиз:

$$mv = \sqrt{2mT}. \tag{3}$$

Тезлантирувчи U потенциаллар фаркидан ўтган электроннинг кинетик энергияси эса $T = |e|U$ тенглик билан аниқланади. T нинг бу ифодасини (3) формулага қўйиб $mv = \sqrt{2m|e|U}$ ни оламиз. Унда эгрилик радиуси учун ёзилган (2) ифода

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{|e|}} \quad (4)$$

кўринишни олади.

Бу тенгликнинг ўнг томони узунлик бирлиги (м) ни беришига ишонч ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} \frac{[m]^{1/2} [U]^{1/2}}{[B] [e]^{1/2}} &= \frac{(1\text{кг})^{1/2} \cdot (1\text{В})^{1/2}}{1\text{Тл} \cdot (1\text{Кл})^{1/2}} = \\ &= \left[\frac{1\text{кг} \cdot 1\text{В}}{(1\text{Тл})^2 1\text{Кл}} \right]^{1/2} = \left[\frac{1\text{кг} \cdot 1\text{В} \cdot (1\text{л})^2 \cdot (1\text{м})^2}{(1\text{Н})^2 1\text{Н} \cdot 1\text{с}} \right]^{1/2} = \\ &= \left[\frac{1\text{кг} \cdot 1\text{Ж} \cdot (1\text{м})^2}{1\text{Н} \cdot 1\text{с}^2} \right]^{1/2} = \left[\frac{1\text{кг} \cdot 1\text{м}^3}{1\text{Н} \cdot 1\text{с}^2} \right]^{1/2} = 1\text{м}. \end{aligned}$$

(4) формулага биноан ҳисоблашни бажарамиз:

$$R = 45 \text{ мм.}$$

2. Айланиш частотасини аниқлаш учун частотани тезлик ва траекториянинг эгрилик радиуси билан боғловчи формуладан фойдаланамиз

$$n = \frac{v}{2\pi R}.$$

Бу формулага (2) ифодадаги R ни қўйиб қуйидагини оламиз

$$n = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{|e|}{m} B,$$

Ҳисоблашни бажарсак,

$$n = 4,20 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}.$$

2- мисол. $v = 2 \text{ Мм/с}$ тезликка эга бўлган электрон $B = 30 \text{ мТл}$ индукцияли бир жинсли магнит майдонга индукция чизиқлари йўналишига $\alpha = 30^\circ$ бурчак остида учиб кирди. Электрон ҳаракатланадиган бурама чизиқнинг радиуси R ва қадами h аниқлансин.

Ечиш: Маълумки, магнит майдонга учиб қирган зарядланган заррачага магнит индукция \vec{B} ва зарра тезлиги \vec{V} векторларига тик йўналган Лоренц кучи таъсир қилади:

$$F = Q \cdot v \cdot B \sin \alpha, \quad (1)$$

бунда Q — зарранинг заряди.

Зарра электрон бўлган ҳолида (1) формулани

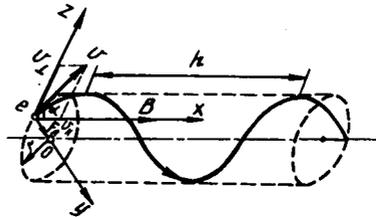
$$F = |e| v B \sin \alpha$$

кўринишда ёзиш мумкин.

Лоренц кучининг вектори тезлик векторига тик бўлганлигидан бу куч таъсирида тезлик модули ўзгармайди. Лекин тезлик ўзгармас бўлганида (1) формуладан кўришиб турганидек, Лоренц кучининг қиймати ҳам ўзгармай қолади. Механикадан маълумки, тезликка тик йўналган ўзгармас куч айлана бўйлаб ҳаракатни вужудга келтиради. Бинобарин, магнит майдонга учиб кирган электрон индукция чизиқларига тик йўналган текисликда айлана бўйлаб тезлигининг кўндаланг ташкил этувчиси v_{\perp} га тенг бўлган тезлик билан ҳаракат қилади (23.1-расм); бир пайтнинг ўзида у майдон бўйлаб v_{\parallel} тезлик билан ҳам ҳаракатланади:

$$v_{\perp} = v \sin \alpha, \quad v_{\parallel} = v \cos \alpha.$$

Бир пайтнинг ўзида айлана бўйлаб ва тўғри чизик бўйлаб ҳаракатларда қатнашиши натижасида электрон бурама чизик бўйлаб ҳаракатланади.



23.1-расм

Электрон ҳаракатланаётган айлананинг радиусини қуйидагича топамиз. Лоренц кучи F электронга нормал тезланиш a_n беради. Ньютоннинг иккинчи қонунига мувофиқ $F = ma_n$, бунда $F = |e|v_{\perp}B$ ва $a = v_{\perp}^2/R$. У ҳолда

$$|e|v_{\perp}B = mv_{\perp}^2/R,$$

бундан, v_{\perp} га қисқартиргандан кейин бурама чизикнинг радиусини топамиз:

$$R = \frac{mv_{\perp}}{|e|B} \text{ ёки } R = \frac{mv \cdot \sin \alpha}{|e|B}.$$

m, v, e, B ва α катталикларнинг қийматларини қўйиб, ҳисобласак

$$R = 0,19 \text{ мм.}$$

Бурама чизикнинг қадами электроннинг v_{\parallel} тезлик билан электрон бир марта айланиши учун зарур бўлган вақт мобайнида майдон бўйлаб ўтган йўлига тенг

$$h = v_{\parallel}T,$$

бунда $T = l\pi R/v_{\perp}$ — электроннинг айланиш даври. T нинг бу ифодасини (2) формулага қўйиб қуйидагини оламиз:

$$h = \frac{2\pi R v_{\parallel}}{v_{\perp}} \text{ ёки } h = \frac{2\pi R v \cos\alpha}{v \sin\alpha} = 2\pi R \operatorname{ctg}\alpha.$$

Бу формулага π , R ва α катталикларнинг қийматларини қўйиб, ҳисобласак.

$$H = 2,06 \text{ мм.}$$

3- мисол: Электрон индукцияси $B = 0,03$ Тл бўлган бир жинсли магнит майдонда $r = 10$ см радиусли айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. Электроннинг тезлиги v аниқлансин.

Е ч и ш : Электроннинг бир жинсли магнит майдондаги айлана бўйлаб ҳаракати Лоренц кучи таъсирида амалга ошади (1-, 2- мисолларга к.) Шунинг учун қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\frac{mv^2}{r} = |e|Bv, \quad (1)$$

бундан электроннинг импульсини топамиз:

$$P = mv = |e|Br. \quad (2)$$

Релятивистик импульс

$$P = m_0\beta / \sqrt{1 - \beta^2}$$

формула билан ифодаланadi

Алмаштиришларни бажариб зарра тезлигини аниқлаш учун қуйидаги формулани оламиз:

$$\beta = \frac{P / (m_0c)}{\sqrt{1 + (P / (m_0c))^2}}. \quad (3)$$

Мазкур ҳолда $P = |e|Br$. Бинобарин,

$$\beta = \frac{|e|Br / (m_0c)}{\sqrt{1 + (|e|Br / (m_0c))^2}}. \quad (4)$$

(4) формуланинг суратига ҳам, маҳражига ҳам $|e|Br / (m_0c)$ ифода киради. Уни алоҳида ҳисоблаймиз:

$$|e|Br / (m_0c) = 1,76.$$

$|e|Br / (m_0c)$ нисбатнинг топилган қийматини (4) формулага қўйиб, натижани оламиз

$$\beta = 0,871 \text{ ёки } v = c\beta = 2,61 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Бундай тезликка эга бўлган электрон релятивистик бўлади (5- § га к.)

4- мисол. Альфа-зарра $U=104$ В тезлантирувчи потенциаллар фаркини ўтди ва тўғри бурчак остида кесишган электр ($E=10$ кВ/м) ва магнит ($B=0,1$ Тл) майдонларга учиб кирди. Агар зарра ҳар иккала майдонда ҳам тик йўналишда ҳаракатланиб тўғри чизиqli траекториясидан оғмаса, альфа-зарра зарядининг унинг массасига нисбати топилсин.

Ечиш: Альфа-зарра заряди Q нинг унинг массаси m га нисбатини топиш учун электр майдон кучларининг иши ва зарра кинетик энергиясининг ўзгариши орасидаги боғланишдан фойдаланамиз:

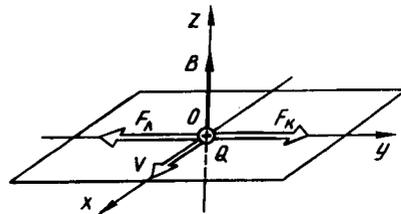
$$Qv = \frac{mv^2}{2},$$

бундан

$$\frac{Q}{m} = \frac{v^2}{2U}. \quad (1)$$

Альфа-зарранинг тезлиги v ни қуйидаги мулоҳазалардан топамиз. Кесишган электр ва магнит майдонларда ҳаракатланаётган зарядли заррага иккита куч таъсир қилади:

а) тезлик вектори \vec{V} ва магнит индукция вектори B ларга тик йўналган Лоренц кучи $\vec{F}_L = Q[\vec{v}\vec{B}]$;



23.2- расм

б) электростатик майдон кучланганлиги вектори \vec{E} билан бир томонга йўналган ($Q > 0$) Кулон кучи $\vec{F}_k = QE$. Координата ўқлари ва вектор катталиклар тасвирланган расмни чизамиз. Магнит индукция вектори B ни Oz ўқи бўйлаб (23.2- расм), тезлик \vec{V} ни Ox ўқининг мусбат йўналиши бўйлаб йўналтирамиз, унда \vec{F}_L ва \vec{E}_k суратда кўрсатилгандек йўналган бўлади.

Агар кучларнинг геометрик йиғиндиси $\vec{F}_L + \vec{F}_k$ нолга тенг бўлса, альфа-зарра оғмайди. Oy ўққа проекциясидан қуйидаги тенгликни оламиз (бунда тезлик вектори \vec{V} магнит индукция вектори \vec{B} га тик йўналган ва $\sin(\vec{V}\vec{B}) = 1$ эканлиги ҳисобга олинган):

$$QE - QvB = 0,$$

бундан

$$v = E/B.$$

Тезликнинг бу ифодасини (1) формулага қўйиб, қуйидагини оламиз

$$Q/m = E^2 / (2vB^2).$$

Тенгликнинг ўнг томони заряднинг массага нисбати бирлиги (Кл/кг) ни беришига ишонч ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} \frac{[E]^2}{[U][B^2]} &= \frac{(1В/м)^2}{1В \cdot (1Тл)^2} = \frac{(1В \cdot А)^2}{1В \cdot (1Н)^2} = \\ &= \frac{1Ж \cdot Кл}{(1Н \cdot с)^2} = \frac{1Кл \cdot м}{1Н \cdot с^2} = 1Кл/кг. \end{aligned}$$

Ҳисоблашни бажарамиз:

$$\frac{Q}{m} = \frac{(10^4)^2}{2 \cdot 10^4 \cdot (0,1)^2} \frac{Кл}{кг} = 4,88 \cdot 10^7 \frac{Кл}{кг} = 48,1 \frac{МКл}{кг}.$$

Масалалар

Лоренц кучи

23.1. $v = 4$ Мм/с тезлик билан бир жинсли магнит майдонга индукция чизикларига нисбатан $\alpha = 30^\circ$ бурчак остида учиб кирган электронга таъсир этувчи Лоренц кучи F аниқлансин. Майдоннинг магнит индукцияси $B = 0,2$ Тл.

23.2. Агар протоннинг тезлиги $v = 2$ мм/с бўлса, протоннинг $B = 15$ мТл индукцияли магнит майдонда чизадиган айланаси ёйининг радиуси R ҳисоблансин.

23.3. Икки қарра ионланган гелий атоми (α -зарра) кучланганлиги $H = 100$ кА/м бўлган бир жинсли магнит майдонда $R = 10$ см радиусли айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. α -зарранинг тезлиги v топилсин.

23.4. Битта элементар зарядга эга бўлган электрон индукцияси $B = 0,015$ Тл бўлган бир жинсли магнит майдонда $R = 10$ см радиусли айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. Ионнинг импульси p аниқлансин.

23.5. Битта элементар зарядга эга бўлган зарра $B = 0,5$ Тл индукцияли бир жинсли магнит майдонга учиб кирди. Агар унинг траекторияси $R = 0,2$ см радиусли айлананинг ёйдан иборат бўлса, зарра магнит майдонда ҳаракатланганида эга бўлган импульс моменти L аниқлансин.

23.6. Электрон $B = 0,02$ Тл индукцияли магнит майдонда $R = 1$ см радиусли айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. Электроннинг кинетик энергияси T (жоулларда ва электрон-вольтларда) аниқлансин.

23.7. Зарядланган зарра муҳитда вужудга келтирилган бир жинсли магнит майдонга унинг куч чизикларига тик йўналишда

учиб кирди. Зарра майдонда бўлган вақтида модда билан ўзаро таъсирлашиб дастлабки энергиясининг ярмини йўқотди. Йўлнинг бошланишидаги ва охиридаги траекториянинг эгрилик радиуслари R неча мартага фарк қилади?

23.8. Зарядланган зарра магнит майдонда $R_1=2$ см радиусли айлананинг ёйи бўйлаб ҳаракатланиб, ўз йўлида жойлашган кўрғошин пластина орқали ўтди. Зарра ўз энергиясини йўқотиши натижасида траекториясининг эгрилик радиуси ўзгарди ва $R_2=1$ см бўлиб қолди. Зарра энергиясининг нисбий ўзгариши аниқлансин.

23.9. $U=600$ В тезлантирувчи потенциаллар фаркидан ўтган протон $B=0,3$ Тл индукцияли бир жинсли магнит майдонга учиб кирди ва айлана бўйлаб ҳаракатлана бошлади. Унинг радиуси R ҳисоблансин.

23.10. $U=2 \cdot 10^6$ м/с тезликка эга бўлган зарядланган зарра $B=0,52$ Тл индукцияли бир жинсли магнит майдонга учиб кирди. Агар зарра майдонда $R=4$ см радиусли айлананинг ёйини ясаб учса, зарра зарядининг унинг массасига нисбати Q/m топилсин. Шу нисбатга қараб бу қандай зарра эканлиги аниқлансин.

23.11. $U=2$ кВ тезлантирувчи потенциаллар фаркини ўтган зарядланган зарра $B=15,1$ мТл индукцияли бир жинсли магнит майдонда $R=1$ см радиусли айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. Зарра зарядининг унинг массасига нисбати $|e|/m$ ва зарранинг тезлиги v аниқлансин.

23.12. $T=1$ кэВ энергияли зарядланган зарра бир жинсли магнит майдонда радиуси $R=1$ мм бўлган айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. Заррага майдон томонидан таъсир этувчи F куч топилсин.

23.13. Электрон $B=0,1$ Тл индукцияли бир жинсли магнит майдонда индукция чизикларига тик йўналишда ҳаракатланмоқда. Агар траекториянинг эгрилик радиуси $R=0,5$ см бўлса, майдон томонидан электронга таъсир этаётган F куч аниқлансин.

23.14. Электрон $H=4$ кН/м кучланганликли бир жинсли магнит майдонда $v=10$ Мм/с тезлик билан ҳаракатланмоқда. Тезлик вектори кучланганлик чизикларига тик йўналган. Майдон томонидан электронга таъсир этаётган F куч ва у ҳаракатланаётган айлананинг радиуси R топилсин.

23.15. Кинетик энергияси $T=1$ МэВ бўлган протон индукция чизикларига тик равишда бир жинсли магнит майдонга учиб кирди ($B=1$ Тл). Протон ҳаракат йўналишини қарама-қарши томонга ўзгартира олиши учун у майдондан ташқарида бўлган вақтда майдоннинг протоннинг учуши йўналишидаги минимал узунлиги l қандай бўлиши керак?

23.16. Электрон кучланганлиги $H=10$ кА/м бўлган бир жинсли магнит майдонда айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. Электроннинг айланиш даври T ҳисоблансин.

23.17. Электроннинг индукцияси $B=0,2$ Тл бўлган магнит майдонда айланма орбита бўйлаб айланиш частотаси n аниқлансин.

23.18. Электрон $B=0,1$ Тл индукцияли бир жинсли магнит майдонда айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. Электроннинг ҳаракати билан вужудга келтирилаётган эквивалент доиравий токнинг кучи топилсин.

23.19. Электрон $B=0,2$ Тл индукцияли бир жинсли магнит майдонга учиб кириб $R=5$ см радиусли айлана бўйлаб ҳаракатлана бошлади. Эквивалент айланма токнинг магнит моменти P_m аниқлансин.

23.20. Иккита бир зарядли ион бир хил тезлантирувчи потенциаллар фарқини ўтиб, индукция чизикларига тик йўналишда бир жинсли магнит майдонга учиб кирди. m_1 массаси 12 а.м. б. га* тенг бўлган бир ион $R_1=4$ см радиусли айлананинг ёйини ясаб учди. $R_2=6$ см радиусли айлана ёйини ясаб учган иккинчи ионнинг массаси m_2 аниқлансин.

23.21. Бир хил зарядли, лекин турли массаларга эга бўлган икки ион бир жинсли магнит майдонга учиб кирди. Биринчи ион $R_1=5$ см радиусли, иккинчи ион эса $R_2=2,5$ см радиусли айланалар бўйлаб ҳаракатлана бошлади. Агар улар бир хил тезлантирувчи потенциаллар фарқини ўтишган бўлса, ионлар массаларининг нисбати m_1/m_2 топилсин.

23.22. Электрон $B=100$ мкТл индукцияли бир жинсли магнит майдонда бурама чизик бўйлаб ҳаракатланмоқда. Агар бурама чизикнинг қадами $h=20$ см, радиуси эса $R=5$ см бўлса, электроннинг тезлиги v аниқлансин.

23.23. Электрон $B=9$ мТл индукцияли бир жинсли магнит майдонда радиуси $R=1$ см ва қадами $h=7,8$ см бўлган бурама чизик бўйлаб ҳаракатланмоқда. Электроннинг айланиш даври T ва тезлиги v аниқлансин.

23.24. $B=2$ Тл индукцияли бир жинсли магнит майдонда протон ҳаракатланмоқда. Унинг ҳаракат траекторияси $R=10$ см радиусли ва қадами $h=60$ см бўлган бурама чизикдан иборат. Протоннинг кинетик энергияси T аниқлансин.

23.25. $v=8$ Мм/с тезликка эга бўлган электрон кучланганлиги $H=16$ кА/м бўлган бир жинсли магнит майдонга учиб кирди. Тезлик вектори индукция чизиклари билан $\alpha=60^\circ$ бурчак ташкил қилади. Электрон магнит майдонда ҳаракатланаётган бурама чизикнинг радиуси R ва қадами h аниқлансин. Шунингдек индукция чизикларига нисбатан кичик бурчак остида учиб кирган электронлар учун бурама чизикнинг қадами аниқлансин.

23.26. Агар циклотрон электродлари орасидаги ўзгарувчан потенциаллар фарқининг максимал қиймати $U_{max}=60$ кВ бўлса, протоннинг циклотрон магнит майдонида $N=40$ марта айланганда оладиган энергияси ϵ аниқлансин. Шунингдек, тинчликдаги

* а.м.б.— атом масса бирлигининг белгиланиши.

массаси билан солиштирганда протон массасининг нисбий ортиши $\Delta m/m_0$ ҳамда протоннинг тезлиги v аниқлансин.

23.27. Агар циклотрондан чиқаётган α -зарра чиқиш туйнуғи олдида $R=50$ см радиусли айлана бўйлаб ҳаракатланса, унинг тезлиги v ва кинетик энергияси T ҳисоблансин. Циклотрон магнит майдонининг индукцияси $B=1,7$ Тл.

23.28. Циклотрон магнит майдонининг индукцияси $B=1$ Тл. Агар циклотронда дейтонлар тезлаштирилса, электродлар орасидаги тезлаштирувчи майдоннинг частотаси ν қандай бўлади?

23.29. Циклотронда гелий ионлари (He^{++}) ни тезлантириш талаб қилинади. Электродларга қўйилган ўзгарувчан потенциаллар фарқининг частотаси $\nu=10$ МГц. Ионларнинг айланиш даври T потенциаллар фарқининг ўзгариш даври билан мос келиши учун магнит майдоннинг индукцияси B қандай бўлиши керак?

23.30. Агар протон ҳар бир айланишда циклотрон электродлари орасидаги $U=30$ кВ потенциаллар фарқини ўтса, $T=100$ МэВ кинетик энергия олиши учун протоннинг циклотрон магнит майдонида қилиши керак бўлган айланишлар сони N аниқлансин.

23.31. Электрон бир жинсли магнит майдонда айлана бўйлаб $v=0,8$ с (c — ёруғликнинг бўшлиқдаги тезлиги) тезлик билан ҳаракатланмоқда. Майдоннинг магнит индукцияси $B=0,01$ Тл. Қуйидаги икки ҳол учун айлана радиуси аниқлансин: 1) тезлик билан бирга массанинг ортиши ҳисобга олинмай; 2) бу ортиш ҳисобга олинб.

23.32. Электрон магнит майдонда $R=2$ см радиусли айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. Майдоннинг магнит индукцияси $B=0,1$ Тл. Электроннинг кинетик энергияси T аниқлансин*.

23.33. Вильсон камерасига учиб кирган электрон $R=10$ см радиусли айланининг ёйи кўринишида из қолдирди. Камера $B=10$ Тл индукцияли бир жинсли магнит майдонда турибди. Электроннинг кинетик энергияси T аниқлансин*.

23.34. α -зарранинг кинетик энергияси $T=500$ МэВ. Зарра бир жинсли магнит майдонда $R=80$ см радиусли айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. Майдоннинг магнит индукцияси B аниқлансин*.

23.35. $T=1,5$ МэВ кинетик энергияга эга бўлган электрон бир жинсли магнит майдонда айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. Майдоннинг магнит индукцияси $B=0,02$ Тл. Айланиш даври t аниқлансин*.

Зарядланган зарраларнинг қўшма электр ва магнит майдонларидаги ҳаракати

23.36. $B=0,1$ Тл индукцияли магнит майдонга тик равишда $E=100$ кВ/м кучланганликли электр майдон ҳосил қилинган. Ҳар иккала майдонга ҳам тик равишда, тўғри чизикли траекторияси-

* 23.32—23.35- масалаларни ечишда зарра массасининг унинг тезлигига боғлиқ равишда ўзгариши ҳисобга олинсин.

дан оғмасдан зарядланган зарра ҳаракатланмоқда. Зарранинг тезлиги v ҳисоблансин.

23.37. Зарядланган зарра тўғри бурчак остида қовушган электр ($E=400$ кВ/м) ва магнит ($B=0,25$ Тл) майдонларга тик йўналишда маълум бир v тезликда ҳаракатланишда ўз траекториясидан оғмайди. Шу тезлик ва агар, электр ҳамда магнит майдонларнинг қийматлари $0,2\%$ дан ошмаган аниқликда таъминланиши мумкин бўлса, бу тезликдан эҳтимолий четланиш Δv аниқлансин

23.38. Протон $U=800$ В тезлантирувчи потенциаллар фаркидан ўтиб, бир жинсли, тўғри бурчак остида қовушган магнит ($B=50$ мТл) ва электр майдонларга учиб қиради. Агар протон қовушган майдонларда тўғри чизиқли ҳаракат қилса, электр майдон қучланганлиги E аниқлансин.

23.39. Зарядланган зарра $B=0,1$ Тл индукцияли бир жинсли магнит майдонда радиуси $R=1$ см бўлган айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. Магнит майдонга параллел равишда $E=100$ В/м қучланганликли электр майдон ҳосил қилинган. Зарранинг кинетик энергияси икки марта ортиши учун электр майдон таъсир қилиши керак бўлган Δt вақт оралиғи ҳисоблансин.

23.40. $v=100$ км/с тезликка эга бўлган протон фазонинг электр ($E=210$ В/м) ва магнит ($B=3,3$ мТл) майдонлар бўлган соҳасига учиб қиради. Электр майдон қучланганлиги E ва магнит индукцияси B ларнинг йўналишлари мос келади. Агар протон v тезлиги векторининг йўналиши: 1) \vec{E} ва \vec{B} векторларнинг умумий йўналиши билан мос келса, 2) бу йўналишга перпендикуляр бўлса, майдондаги ҳаракатнинг бошланғич они учун протоннинг тезланиши аниқлансин.

24-§. ТҲЛИҚ ТОҚ ҚОНУНИ. МАГНИТ ОҚИМИ. МАГНИТ ЗАНЖИРЛАР

Асосий формулалар

● Магнит индукция вектори \vec{B} нинг ёпик контур бўйлаб уюрмаси

$$\oint B_i dl,$$

бунда B_i — магнит индукция векторининг L контур бўйлаб элементар кўчиш dl йўналишидаги проекцияси. Қучланганлик вектори H нинг ёпик контур бўйлаб уюрмаси

$$\oint H_i dl.$$

● Тўлик ток қонуни (бўшлиқ (вакуум)даги магнит майдон учун)

$$\oint B_i dl = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i.$$

бунда μ_0 — магнит доимийси, $\sum_{i=1}^n I_i$ — контур камраб олган тоқларнинг алгебраик йиғиндиси; n — тоқларнинг сони. Тўлиқ тоқ қонуни (ихтиёрий муҳит учун)

$$\oint_L H dl = \sum_{i=1}^n I_i.$$

S юзали ясси контур орқали магнит оқими Φ :

а) бир жинсли майдон ҳолида

$$\Phi = BS \cos \alpha \text{ ёки } \Phi_n = B_n \cdot S,$$

бунда α — контур текислигининг нормаль вектори \vec{n} ва магнит индукция вектори \vec{B} лар орасидаги бурчак; $B_n = \vec{B}$ векторнинг нормаль n га проекцияси ($B_n = B \cos \alpha$);

б) бир жинсли бўлмаган майдон ҳолида

$$\Phi = \int_S B_n dS,$$

бунда интеграллаш бутун S сирт бўйича бажарилади.

● Оқим илашуви, яъни соленоид ёки тороиднинг барча ўрамларига илашган тўлиқ магнит оқими

$$\Psi = M\Phi,$$

бунда Φ — битта ўрам орқали ўтувчи магнит оқими; N — соленоид ёки тороиддаги ўрамлар сони.

Ўзаги магнит киритувчанликлари турлича бўлган моддалардан ясалган икки қисмдан иборат бўлган тороиднинг магнит майдони:

а) тороиднинг ўқ чизигидаги магнит индукция

$$B = \frac{IN}{l_1/(\mu_1\mu_0) + l_2/(\mu_2\mu_0)},$$

бунда I — тороид чулғамидаги тоқ қучи; N — унинг ўрамлар сони; l_1 ва l_2 — тороид ўзагининг биринчи ва иккинчи қисмларининг узунликлари; μ_1 ва μ_2 — тороид ўзагининг биринчи ва иккинчи қисмлари моддаларининг магнит синдирувчанликлари; μ_0 — магнит доимийси;

б) ўзакнинг биринчи ва иккинчи қисмларида тороиднинг ўқ чизигидаги магнит майдон қучланганлиги

$$H_1 = \frac{B}{\mu_1\mu_0}, \quad H_2 = \frac{B}{\mu_2\mu_0};$$

в) тороид ўзагида магнит оқими

$$\Phi_m = \frac{I \cdot N}{l_1/(\mu_1\mu_0 S) + l_2/(\mu_2\mu_0 S)}$$

ёки Ом қонунига қиёсан (Гопкинсон формуласи)

$$\Phi_m = F_m / R_m,$$

бунда F_m — магнит юритувчи куч; R_m — занжирнинг тўлиқ магнит қаршилиги;

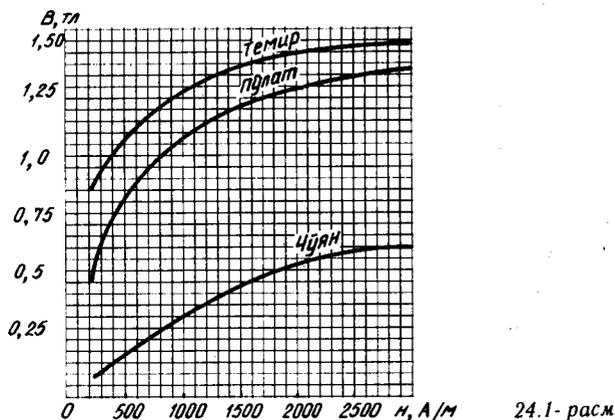
г) занжир қисмининг магнит қаршилиги

$$R_m = l / (\mu_0 S).$$

● Ферромагнетикларнинг магнит сингдирувчанлиги μ ундаги майдоннинг магнит индукцияси B ва магнитловчи майдоннинг кучланганлиги H билан

$$\mu = B / (\mu_0 H).$$

муносабат орқали боғланган.



24.1-расм

● Ферромагнетикдаги майдоннинг магнит индукцияси B ва магнитловчи майдоннинг кучланганлиги H орасидаги боғланиш график усулда ифодаланади (24.1-расм).

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. $I = 50$ А ток оқаётган чексиз узун тўғри сим билан бир текисликда, узунликлари $l = 65$ см ли иккита катта томони симга параллел бўлган тўғри тўртбурчакли рамка жойлашган бўлиб, симдан то бу томонларнинг яқиндагисигача бўлган масофа унинг кенглигига тенг. Рамкага қирадиган магнит оқими Φ қандай?

Ечиш: S юзали текислик орқали ўтувчи магнит оқими

$$\Phi = SB_n dS$$

ифода билан аниқланади. Бизнинг ҳолимизда магнит индукция вектори \vec{B} рамка текислигига тик йўналган. Шунинг учун рамканинг ҳамма нукталари учун $B_n = B$. Токли чексиз узун тўғри

Ўтказгич хосил қиладиган магнит индукцияси қуйидаги формула орқали аниқланади:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a},$$

бунда x — симдан B аниқланаётган нуқтагача бўлган масофа.

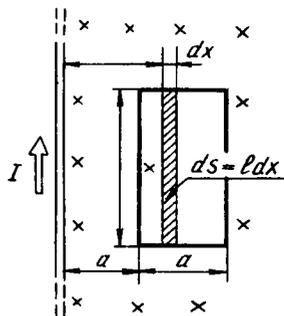
Магнит оқимини ҳисоблаш учун, B катталиқ x га боғлиқ бўлишини назарда тутсак, элементар оқим Φ ҳам x га боғлиқ бўлади, демак

$$d\Phi = B(x) dS.$$

Рамка юзасини узунлиги l , кенглиги dx ва юзаси $dS = l dx$ бўлган торгина элементар юзачаларга бўламиз (24.2- расм). Шу юзачалар чегарасида магнит индукцияни ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин, чунки юзачаларнинг барча қисмлари симдан тенг (x масофага) узоқликда.

Юритилган мулоҳазалар асосида элементар магнит оқимини қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин

$$d\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l dx.$$



24.2- расм

Олинган ифодани $x_1 = a$ дан то $x_2 = 2a$ гача чегарада интеграллаб қуйидагини топамиз

$$\Phi = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \int_a^{2a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln x \Big|_a^{2a}$$

Чегара қийматларни қўйсак,

$$\Phi = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln 2. \quad (1)$$

Олинган тенгликнинг ўнг томони магнит оқимининг бирлигини беришига ишонч хосил қиламиз:

$$[\mu_0] [I] [l] = 1 \text{ Гн/м} \cdot 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м} = 1 \text{ Вб}.$$

(1) формулага асосан ҳисоблашни бажарамиз:

$$\Phi = 4,5 \text{ мкВб}.$$

2- мисол. $N = 200$ та ўрамдан иборат чулғамидан $I = 5$ А ток оқаётган ўзаксиз тороиднинг ўқидаги магнит майдоннинг индукцияси B ва кучланганлиги H аниқлансин. Тороиднинг ташқи диаметри $d_1 = 30$ см ва ички $d_2 = 20$.

Ечиш: Тороид ичидаги магнит майдон кучланганлигини аниқлаш учун H векторнинг майдон магнит индукцияси чизиғи бўйлаб уюмасини ҳисоблаймиз:

$$\oint H dl.$$

Симметриклик шартига кўра тороиднинг магнит индукция чизиклари айланалардан иборат ва бу чизикнинг ҳамма нуқталарида кучланганликлар бир хил. Шунинг учун ҳам уюрманинг ифодасида кучланганлик H интеграл белгисидан ташқарига чиқарилиб, интеграллаш нолдан то $2\pi r$ гача чегараларда бажарилади (бунда r — индукция чизиғи билан мос келувчи уюрма ҳисобланаётган айлананинг радиуси), яъни

$$\oint_L H dl = H \int_0^{2\pi r} dl = 2\pi r H. \quad (1)$$

Бошқа томондан, тўлиқ ток қонунига мувофиқ, магнит майдон кучланганлиги векторининг уюрмаси уюрма ҳисобланаётган контур камраб олган тоқларнинг йиғиндисига тенг:

$$\oint_L H dl = \sum_{i=1}^n I_i. \quad (2)$$

(1) ва (2) тенгликларнинг ўнг томонларини тенглаштириб қуйидагини оламиз

$$2\pi r H = \sum_{i=1}^n I_i. \quad (3)$$

Тороид бўйлаб ўтадиган чизик тороид ўрамларининг сонига тенг бўлган миқдордаги тоқларни камраб олади. Барча ўрамлардаги ток кучи бир хил. Шунинг учун (3) формула $2\pi r H = NI$ кўринишни олади, бундан

$$H = \frac{NI}{2\pi r}. \quad (4)$$

Тороиднинг ўрта чизиғи учун $r = \frac{1}{2}(R_1 + R_2) = \frac{1}{2}(d_1 + d_2)$.

r нинг бу ифодасини (4) формулага қўйсақ,

$$H = \frac{2NI}{\pi(d_1 + d_2)}. \quad (5)$$

Бўшлиқдаги магнит индукцияси B майдон кучланганлиги билан $B_0 = \mu_0 H$ муносабат орқали боғланган. Демак

$$B_0 = \frac{2\mu_0 NI}{\pi(d_1 + d_2)}. \quad (6)$$

Катталикларнинг кийматларини (5) ва (6) ифодаларга қўйиб, натижани оламиз:

$$H=1,37 \text{ кН/м}; B_0=1,6 \text{ мТл.}$$

3- мисол: Чўян ҳалқада узунлиги $l_0=5$ мм бўлган ҳаво тирқиши бор. Ҳалқа ўрта чизигининг узунлиги $l=1$ м. Агар $I=4$ А ток кучида ҳаво тирқишидаги магнит майдон индукцияси $B=0,5$ Тл бўлса, ҳалқадаги чулғам нечта N ўрамдан иборат бўлади. Ҳаво тирқишида магнит окимининг сочилишини ҳисобга олмаслик мумкин. Гистерезис ҳодисаси ҳисобга олинмасин.

Ечиш: Магнит окимининг сочилишини ҳисобга олмай, ҳаво тирқишидаги майдон индукцияси чўяндаги майдон индукциясига тенг деб қабул қилишимиз мумкин. Тўлиқ ток қонунига асосан ёзамиз:

$$IN=H \cdot l + H_0 l_0.$$

Графикдан (24.1- расмга к.) $B=0,5$ Тл да чўяндаги магнит майдон кучланганлиги $H=1,2$ кА/м ни топамиз. Ҳаво учун $\mu=1$ бўлганлиги туфайли, ҳаво тирқишидаги майдон кучланганлиги

$$H_0=B/\mu_0=0,4 \text{ МА/м.}$$

Қидирилатган ўрамлар сони

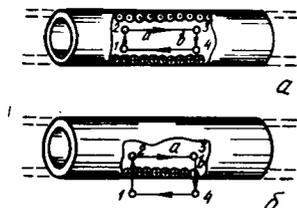
$$N=(Hl + H_0 l_0)/I=800.$$

Масалалар

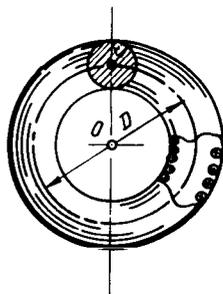
Тўлиқ ток қонуни

24.1. Узунлиги $l=1$ м бўлган, $N=10^3$ та ўрамга эга ўзаксиз соленоиддан $I=20$ А ток оқмоқда (24.2- расм) 24.3, а, б- расмларда тасвирланган контур бўйлаб магнит индукция векторининг уюрмаси аниқлансин.

24.2. Бир томонга оқувчи $I_1=10$ А, $I_2=15$ А ва қарама-қарши томонга оқувчи $I_3=20$ А тоқларни камраб олган контур бўйлаб индукция векторининг уюрмаси ҳисоблансин.



24.3- расм



24.4- расм

24.3. $j=2$ МА/м² зичликли ток ўтказгич кесими бўйлаб бир текис таксимланган. Ўтказгич ичидан ўтувчи ва текислиги ток зичлиги вектори билан $\alpha=30^\circ$ бурчак ҳосил қилувчи $R=5$ мм радиусли айлана бўйлаб кучланганлик векторининг уюрмаси топилсин.

24.4. Ўзаксиз тороиднинг ўрта чизик бўйлаб диаметри $D=30$ см. Тороиднинг кесимида $r=5$ см радиусли доира бор. $N=2000$ та ўрамдан иборат тороид чулғамидан $I=5$ А ток оқди (24.4- расм). Тўлиқ ток қонунидан фойдаланиб тороиддаги магнит индукцияси B нинг максимал ва минимал қийматлари аниқлансин.

Магнит оқими

24.5. Агар соленоид узунлигининг ҳар бир сантиметрида $n=10$ та ўрам бўлса, кесими $S=10$ см² бўлган соленоиднинг $I=20$ А ток кучида ҳосил қиладиган магнит оқими Φ топилсин.

24.6. Юзаси $S=25$ см² бўлган ясси контур $B=0,04$ Тл индукцияли бир жинсли магнит майдонда турибди. Агар контур текислиги индукция чизиклари билан $\beta=30^\circ$ бурчак ташкил қилса, контурга қирадиган магнит оқими Φ аниқлансин.

24.7. Магнит қутбини $I=100$ А токли ўтказгич аτροφидан икки марта айлантиришда $A=1$ мЖ иш бажарилди. Қутб ҳосил қилган магнит оқими Φ топилсин.

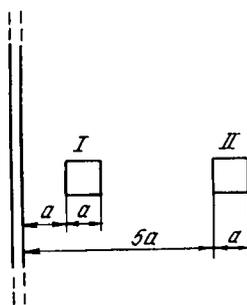
24.8. Узунлиги $l=1$ м ва кесими $S=16$ см² бўлган соленоид $N=200$ та ўрамга эга. Чулғамдаги ток кучи $I=10$ А бўлганда оқим илашуви Ψ ҳисоблансин.

24.9. Томони $a=20$ см дан бўлган ясси квадрат рамка $J=100$ А ток оқаётган чексиз узун тўғри ўтказгич билан бир текисликда ётибди. Рамка шундай жойлашганки, симга яқин томони унга параллел ва симдан $l=10$ см масофада турибди. Рамкага сингадиган магнит оқими Φ аниқлансин.

24.10. Рамкага сингувчи магнит окимлари унинг 24.5- расмда тасвирланган токли тўғри ўтказгичга нисбатан икки хил ҳолатида неча марта фарқ қилиши аниқлансин.

24.11. Томонининг узунлиги $a=20$ см бўлган квадрат рамка тўғри чексиз узун токли сим билан бир текисликда жойлашган. Симдан рамканинг ўртасигача бўлган масофа $l=1$ м. Агар рамка чегараларида майдонни бир жинсли, магнит индукциясини эса унинг рамка марказидаги қийматига тенг деб ҳисобланса, рамкага сингувчи магнит оқимини ҳисоблашда йўл қўйиладиган нисбий хатолик топилсин.

24.12. Квадрат кесимли тороид $N=1000$ та ўрамдан иборат. Тороиднинг ташқи диаметри $D=40$ см, ички $d=20$ см. Агар



24.5- расм

чулғамдан оқаётган ток кучи $I=10$ А бўлса, тороиддаги магнит оқими Φ топилсин.

Кўрсатма. Тороид магнит майдонининг бир жинслимаслиги ҳисобга олинсин.

Ферромагнетикдаги магнит индукция

24.13. Темир ўзак $H=1$ кА/м кучланганликли бир жинсли магнит майдонда турибди. Ўзакдаги магнит майдон индукцияси B ва темирнинг магнит сингдирувчанлиги μ аниқлансин*.

24.14. Темир ҳалқага $N=500$ та сим ўрами бир қатлам қилиб ўралган. Ҳалқанинг ўрта диаметри $d=25$ см. Агар чулғамдаги ток кучи J : 1) 0,5 А; 2) 2,5 А бўлса, темирдаги магнит индукция B ва темирнинг магнит сингдирувчанлиги μ аниқлансин*.

24.15. Пўлат ўзакли* ёпик соленоид (тороид) узунлигининг ҳар бир сантиметрида $n=10$ та ўрам бор. Соленоиддан $I=2$ А ток оқади. Агар ўзакнинг кесими $S=4$ см² бўлса, ундаги магнит оқими Φ ҳисоблансин.

24.16. Ёпик соленоиднинг (тороиднинг) темир* ўзагида $\Phi=0,3$ мВб магнит оқими олиш учун зарур бўлган магнит юритувчи куч F_m аниқлансин. Ўзак ўрта чизигининг узунлиги $l=120$ см, кесимининг юзаси $S=2,5$ см².

24.17. Соленоид кесими $S=5$ см² бўлган чўян* ҳалқага ўралган. $I=1$ А ток кучида магнит оқими $\Phi=250$ мкВб. Соленоиднинг ҳалқа ўрта чизигининг узунлиги 1 см бўлган кесмасига тўғри келувчи ўрамлари сони n аниқлансин.

Магнит занжирлар

24.18. Электромагнит тороид кўринишида тайёрланган, ўртача диаметри $d=51$ см бўлган тороид ўзаги $l_0=2$ мм узунликли бўш вакуумли тиркишга эга. Тороид чўлғами унинг бутун узунлиги бўйлаб бир текис таксимланган. Агар чулғамдаги ток кучи ўзгартирилмасдан тиркиш $n=3$ марта орттирилса, тиркишдаги магнит майдон индукцияси неча мартага камаяди? Тиркиш ёнида магнит майдоннинг сочилиши ҳисобга олинмасин. Ўзакнинг магнит сингдирувчанлиги μ доимий деб ҳисоблансин ва 800 га тенг деб қабул қилинсин.

24.19. Узунлиги $l=90$ см бўлган темир* ўзакли ва $b=5$ мм узунликли ҳаво оралиғига эга электромагнитда $B=1,4$ Тл индукцияли магнит майдон ҳосил қилиш учун зарур бўлган магнит юритувчи куч F_m аниқлансин. Ҳаво оралиғида магнит оқимининг сочилиши инобатга олинмасин.

* Магнит сингдирувчанликни аниқлаш учун графикдан фойдаланилсин (24.1-расмга қ.). Гистерезис ходисаси ҳисобга олинмасин.

24.20. Соленоиднинг темир ўзагида индукция $B = 1,3$ Тл. Темир ўзакни пўлат билан алмаштирадилар. Ўзакдаги индукция ўзгармай колиши учун соленоид чулғамидаги ток кучини неча мартага ўзгартириш кераклиги аниқлансин.

24.21. Ўрта чизик бўйича узунлиги $l = 1$ м бўлган тороид пўлат* ўзагининг $l_0 = 4$ мм узунликли бўш тиркиши бор. Чулғамнинг ҳар бир сантиметри $n = 8$ ўрамга эга. Ток кучи I нинг қандай қийматида тиркишдаги индукция $B = 1$ Тл бўлади?

24.22. Тор бўш тиркишли пўлат* ўзакка эга бўлган тороид чулғами $N = 1000$ та ўрамдан иборат. Чулғамдан $I = 1$ А ток оқмоқда. Бўш тиркишнинг қандай l_0 узунлигида ундаги магнит майдон индукцияси $B = 0,5$ Тл бўлади? Тороиднинг ўрта чизик бўйича узунлиги $l = 1$ м.

24.23. Темир* ўзакли тороиднинг $l_0 = 3,6$ мм узунлиги тор бўш тиркишдаги магнит индукцияси $B = 1,4$ Тл бўлган ҳол учун магнит юритувчи куч аниқлансин. Тороиднинг ўрта чизик бўйлаб узунлиги $l = 0,8$ м.

24.24. Чўян тороиднинг ўрта чизик бўйлаб узунлиги $l = 1,2$ м, кесими $S = 20$ см². Тороид чулғамидан унинг тор бўш тиркишида $\Phi = 0,5$ мВб магнит оқими ҳосил қиладиган ток оқмоқда. Тиркишнинг узунлиги $l_0 = 8$ мм. Ток кучининг шу қийматининг ўзида тиркишдаги магнит оқими икки марта ортиши учун тиркишнинг узунлиги қандай бўлиши керак?

25-§. МАГНИТ МАЙДОНДА ТОКЛИ УТКАЗГИЧНИ КЎЧИРИШДА БАЖАРИЛГАН ИШ. ЭЛЕКТРОМАГНИТ ИНДУКЦИЯ. ИНДУКТИВЛИК

Асосий формулалар

● Магнит майдонда токли контурни кўчиришда бажарилган иш

$$A = I \cdot \Delta\Phi,$$

бунда $\Delta\Phi$ — контур билан чегараланган сиртга сингувчи магнит оқимининг ўзгариши; I — контурдаги ток кучи.

● Электромагнит индукциянинг асосий қонуни (Фарадей — Максвелл қонуни).

$$\mathcal{E}_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt},$$

бунда \mathcal{E}_i — индукция электр юритувчи куч; N — контурнинг ўрамлар сони; Ψ — оқим илашуви.

Электромагнит индукциянинг асосий қонуни қўлланиладиган хусусий ҳоллар:

а) бир жинсли магнит майдонда v тезлик билан ҳаракатланаётган l узунликли ўтказгич учларидаги потенциаллар фарқи

$$v = Bl \sin \alpha,$$

бунда α — тезлик вектори \vec{v} ва магнит индукция вектори \vec{B} орасидаги бурчак:

б) S юзали N та ўрамдан иборат рамканинг B индукцияли бир жинсли магнит майдонда ω бурчак тезлик билан айланишида рамкада вужудга келадиган индукция электр юритувчи куч

$$\mathcal{E}_i = BNS\omega \sin \omega t,$$

бунда $\omega t - \vec{B}$ вектор ва рамка текислигига нормаль вектор \vec{n} лар орасидаги бурчакнинг оний қиймати.

● Контурдан оқаётган электр микдори

$$Q = \Delta \Psi / R,$$

бунда R — контурнинг қаршилиги; $\Delta \Psi$ — оқим илашувининг ўзгариши

● Елик контурда ундаги ток кучининг ўзгариши натижасида вужудга келадиган ўзиндукция электр юритувчи куч

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt} \text{ ёки } \langle \mathcal{E}_i \rangle = -L \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

бунда L — контурнинг индуктивлиги.

● Контурнинг оқим илашуви

$$\Psi = LI,$$

бунда L — контурнинг индуктивлиги.

● Соленоиднинг (тороиднинг) индуктивлиги

$$L = \mu_0 \mu n^2 V.$$

Келтирилган формулага асосан, ўзакли соленоид (тороид) индуктивлигини ҳисоблашнинг барча ҳолларида магнит киритувчанликни аниқлаш учун \vec{B} нинг \vec{H} га боғлиқлик графигидан (24.1-расмга қ.) сўнгра эса

$$\mu = B / (\mu_0 H)$$

формуладан фойдаланиш керак.

● R актив қаршилик ва L индуктивликка эга бўлган занжирдаги ток кучи I нинг оний қиймати:

а) занжир уланганидан кейин

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r} \left(1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right)$$

бунда \mathcal{E} — ток манбаининг ЭЮК; t — занжир улангандан кейин ўтган вақт;

б) занжир узилганидан кейин

$$I = I_0 e^{-(R/L)t},$$

бунда $I_0 - t = 0$ да занжирдаги ток кучи; t — занжир узилгандан кейин ўтган вақт.

Масалалар ечишга мисоллар

1- мисол. $I = 20$ А ток оқаётган ҳалқа $B = 16$ мТл индукцияли бир жинсли магнит майдонда эркин ўрнашган. Ҳалқанинг диаметри $d = 10$ см. Ҳалқани диаметри билан мос келувчи ўққа нисбатан аста-секин $\alpha = \frac{\pi}{2}$ бурчакка буриш учун қандай иш бажариш керак?

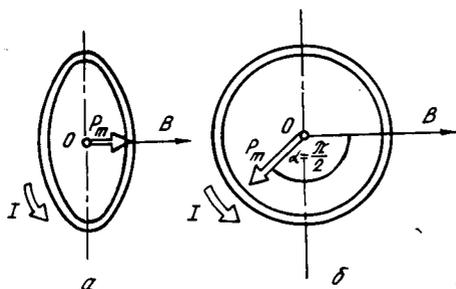
Ечиш: магнит майдондаги контурни секин буришда индукцион тоқларни ҳисобга олмаслик ва контурдаги токни ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин. Бундай ҳолда майдон кучларининг иши қуйидаги ифода билан аниқланади.

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1),$$

бунда Φ_2 ва Φ_1 — бошланғич ва охириги ҳолатларда контурга сингувчи магнит оқимлари.

Ташқи кучларнинг иши модули бўйича майдон кучларининг ишига тенг ва ишораси бўйича унга қарама-қаршидир, яъни

$$A_1 = I(\Phi_1 - \Phi_2). \quad (1)$$



25.1- расм

Бошланғич ҳолатда контур эркин ўрнашганлигидан (турғун мувозанат ҳолати), контурга таъсир этувчи ташқи кучлар momenti нолга тенг бўлади. Бу ҳолатда контур магнит моментининг вектори \vec{P}_m , \vec{B} вектор билан бир томонга йўналган (25.1, а- расм) ва магнит оқими Φ_1 максимал бўлади ($\alpha = 0$, $\cos \alpha = 1$), яъни $\Phi_1 = BS$ (бунда S — контур юзаси). Охириги ҳолатда (25.1, б- расм) \vec{P}_m вектор

\vec{B} векторга тик йўналган ($\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\cos\alpha = 0$) ва магнит оқими $\Phi_2 = 0$, Юритилган мулохазаларни ҳисобга олиб, (1) ифодани қайта ёзамиз:

$$A_{\tau} = I\Phi_1 = I \cdot B \cdot S.$$

Контурнинг юзаси $S = \frac{\pi d^2}{4}$ бўлганлигидан иш

$$A_{\tau} = \frac{\pi}{4} I \cdot B \cdot d^2.$$

Тенгликнинг ўнг томони иш бирлиги (Ж) ни беришига ишонч ҳосил қиламиз:

$$[I] [B] [d^2] = 1\text{А} \cdot 1\text{Тл} \cdot 1\text{м}^2 = \frac{1\text{Н} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2}{1\text{Н} \cdot \text{м}^2} = 1\text{Н} \cdot \text{м} = 1\text{Ж}.$$

Ҳисоблаймиз:

$$A_{\tau} = \frac{3,14}{4} \cdot 20 \cdot 16 \cdot 10^{-3} (0,1)^2 \text{Ж} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{Ж} = 2,5 \text{мЖ}.$$

2- мисол. $N = 1000$ та ўрамдан иборат рамка $B = 0,1$ Тл индукцияли бир жинсли магнит майдонда $n = 10 \text{ см}^{-1}$ частота билан бир текис айланмоқда. Рамканинг юзаси $S = 150 \text{ см}^2$. Рамканинг 30° бурилиш бурчагига мос келувчи ЭЮК нинг оний қиймати \mathcal{E}_i аниқлансин.

Е чиш: Индукция ЭЮК нинг оний қиймати \mathcal{E}_i Фарадей — Максвеллнинг электромагнит индукциянинг асосий тенгламаси

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Psi}{dt}$$

билан аниқланади. Оқим илашуви $\Psi = N\Phi$, бунда N — магнит оқими Φ сингадиган ўрамлар сони. Ψ нинг ифодасини (1) формулага қўйиб, қуйидагини оламиз

$$\mathcal{E}_i = - N \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

Рамка айланганда, вақтнинг t моментида рамкага сингувчи Φ магнит оқими $\Phi = B \cdot S \cdot \cos\omega t$ қонун билан ўзгаради, бунда B — магнит индукция; S — рамканинг юзаси; ω — бурчак частота. Φ нинг ифодасини (2) формулага қўйиб ва вақт бўйича дифференциаллаб индукция ЭЮКнинг оний қийматини топамиз:

$$\mathcal{E}_i = NBS\omega \sin\omega t. \quad (3)$$

Бурчак частота ω айланиш частотаси n билан $\omega = 2\pi n$ муносабат орқали боғланган. ω нинг ифодасини (3) формулага қўйиб ва ωt ни α бурчак билан алмаштириб қуйидагини оламиз

$$\mathcal{E}_i = 2\pi n NBS \sin\omega t. \quad (4)$$

Олинган тенгликнинг ўнг томони ЭЮК бирлиги (В) ни беришига ишонч ҳосил қиламиз. 2л, N ва $\sin\omega t$ лар бирликсиз ва номланмаган катталиклар эканлигини ҳисобга олиб, ушбуни ҳосил қиламиз

$$[n] [B] [S] = 1\text{с}^{-1} \cdot 1\text{Тл} \cdot 1\text{м}^2 = \frac{1\text{Н} \cdot 1\text{м}^2}{1\text{Н} \cdot 1\text{м} \cdot 1\text{с}} = \frac{1\text{Ж}}{1\text{Кл}} = 1\text{В}.$$

(4) формулага асосан ҳисоблаб, натижани топамиз

$$\mathcal{E}_i = 47,1\text{В}.$$

3- мисол. Соленоиддан $I=2$ А ток оқмоқда. Соленоиднинг кўндаланг кесимига сингувчи магнит оқими $\Phi=4$ мкВб. Агар соленоид $N=800$ ўрамга эга бўлса, унинг индуктивлиги L аниқлансин.

Е ч и ш: Соленоиднинг индуктивлиги L оқим илашуви Ψ билан $\Psi=LI$ муносабат орқали боғланган, бундан $L=\Psi/I$. Бу ерда оқим илашуви Ψ ни унинг магнит оқими Φ ва соленоиддаги ўрамлар сони N орқали ифодаси ($\Psi=N\Phi$) билан алмаштириб, қуйидагини оламиз

$$L = \Phi N / I. \quad (1)$$

(1) формулага асосан ҳисоблаб, натижани топамиз

$$L = 1,6 \text{ мГц}.$$

4- мисол. Соленоиддаги ток кучининг ўзгариш тезлиги $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 50 \frac{\text{А}}{\text{с}}$ бўлганда, унинг учларида $\mathcal{E}_i = 0,08$ В ўзиндукция ЭЮК вужудга келади. Соленоиднинг индуктивлиги L аниқлансин.

Е ч и ш. Соленоиднинг индуктивлиги ўзиндукция ЭЮК ва унинг чулғамидаги ток кучининг ўзгариши тезлиги билан

$$\mathcal{E}_i = - \frac{\Delta \Psi}{\Delta t} = - \frac{\Delta(LI)}{\Delta t}$$

муносабат орқали боғланган*. Ўзгармас катталик L ни орттирма белгисидан ташқарига чиқариб қуйидагини оламиз

$$\mathcal{E}_i = -L \left(\frac{\Delta I}{\Delta t} \right).$$

Бу тенгликдаги манфий ишорани тушириб қолдириб (ЭЮК нинг йўналиши мазкур ҳолда аҳамиятсиз) ва бизни қизиқтираётган катталик — индуктивликни ифодалаб, ушбуни оламиз

$$L = \frac{\mathcal{E}_i}{\Delta I / \Delta t}.$$

* Олдинги масала билан такқосланг.

Шу формулага биноан натижани ҳисоблаймиз;

$$L = 1,6 \text{ мГн.}$$

5- мисол. Соленоиднинг чулгами $d = 0,2$ мм диаметри мис симларнинг бир-бирига қаттиқ жиқлашиб турган бир қатламидан иборат. Соленоиднинг диаметри $D = 5$ см. Соленоиддан $I = 1$ А ток оқмоқда. Агар чулғам учлари қисқа туташтирилса, у орқали оқадиган электр микдори аниқлансин.

Ечиш: Ечишнинг икки хил усули мавжуд. *1- усул.* Ток кучи I га тенг бўлганда dt вақтда ўтказгичдан оқадиган электр микдори dQ қуйидаги тенглик билан аниқланади:

$$dQ = It. \quad (1)$$

t вақтда ўтказгич орқали оқадиган тўла электр микдори $Q = \int_0^t Idt$ бўлади. Мазкур ҳолда ток кучи вақт бўйича экспоненциал равишда камаёди ва

$$I = I_0 e^{-(R/L)t}$$

формула билан ифодаланади. Ток кучи I нинг ифодасини интеграл ишораси остига киритиб ва 0 дан ∞ гача интеграллаб ($t \rightarrow \infty$ да $I \rightarrow 0$) қуйидагини оламиз

$$Q = \int_0^{\infty} I_0 e^{-(R/L)t} dt = I_0 \int_0^{\infty} e^{-(R/L)t} dt = I_0 \left(-\frac{L}{R} \right) e^{-(R/L)t} \Big|_0^{\infty}.$$

Интеграллаш чегараларини кўямиз ва чулғам орқали оқувчи электр микдорини аниқлаймиз:

$$Q = I_0 \left(-\frac{L}{R} \right) (0 - 1) = I_0 L / R. \quad (2)$$

2- усул. (1) формуладаги ток кучи I нинг ўрнига унинг индукция ЭЮК \mathcal{E}_i ва соленоид қаршилиги R орқали ифодасини, яъни $I = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$ ни кўйиб, ушбуни топамиз $dQ = \frac{\mathcal{E}_i}{R} dt$.

Бирон \mathcal{E}_i оқим илашуви Ψ нинг ўзгариш тезлиги билан Фрадей-Максвелл қонуни бўйича боғланган: $\mathcal{E}_i = -d\Psi/dt$, у ҳолда

$$dQ = -d\Psi/R.$$

Интеграллаб қуйидагини оламиз

$$Q = -(\Psi_2 - \Psi_1)/R. \quad (3)$$

Оқим илашуви Ψ соленоиддаги ток кучига пропорционал. Бинобарин, $\Psi_1 = LI_0$; Ψ_2 занжирдаги ток нолга тенг бўлган моментга мос келганлигидан $\Psi_2 = 0$. Ψ_1 ва Ψ_2 ларнинг ифодаларини (3) формулага кўйиб, $Q = \Psi_1/R$ ни оламиз ёки

$$Q = I_0 L / R,$$

бу (2) формула билан мос келади.

Соленоид чулғамидан оқаётган зарядни аниқлаш учун соленоиднинг индуктивлиги L ва соленоид чулғамининг қаршилиги R ларни топиш керак. Улар куйидаги формулалар билан ифодаланади

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l_1} S_1 = \frac{\mu_0 \pi d_1^2 N^2}{4l_1}; \quad R = \rho \frac{l}{S} = \frac{4\rho l}{\pi d^2},$$

бунда μ_0 — магнит доимийси; N — ўрамлар сони; l_1 — соленоиднинг узунлиги; S_1 — соленоид кесимининг юзаси; ρ — симнинг солиштира қаршилиги; l — симнинг узунлиги; S — сим кесимининг юзаси; d — симнинг диаметри; d_1 — соленоид диаметри.

L ва R ларнинг топилган қийматларини (2) формулага қўйиб куйидагини оламиз

$$Q = I_0 \frac{L}{R} = \frac{\mu_0 N^2 \pi d_1^2}{4l_1 4\rho l} \cdot \pi d^2 I_0 \quad (4)$$

Симнинг узунлиги l соленоиднинг диаметри d_1 орқали $l = \pi d_1 N$ муносабат билан ифодаланиши мумкинлигини назарда тутамиз, бунда N — ўрамлар сони. Унда (4) формулага

$$Q = \frac{\mu_0 N^2 \pi d_1^2 \pi d^2}{16l_1 \rho \pi d_1 N} \cdot I_0 = \frac{\pi \mu_0 N d_1^2 d^2}{16\rho l_1} I_0$$

кўринишни бериш мумкин.

Лекин, ўрамлар бир-бирига қаттиқ жипслашиб турганлигидан $\frac{l_1}{N}$ симнинг диаметрига тенг бўлади. Бинобарин

$$Q = \frac{\pi \mu_0 d_1^2 d^2}{16\rho d} \cdot I_0 = \frac{\pi \mu_0}{16\rho} d d I_0. \quad (5)$$

(5) формула бўйича ҳисоблаб, натижани оламиз

$$Q = 363 \text{ мкКл.}$$

Масалалар

*Ўтказгични магнит майдонда кўчиришда** бажарилган иш

25.1. $B = 0,01$ Тл индукция бир жинсли магнит майдонда индукция чизикларига тик жойлашган узунлиги $l = 8$ см бўлган тўғри сим турибди. Симдан $I = 2$ А ток оқмоқда. Майдон кучлари таъсирида сим $s = 5$ см масофага силжиди. Майдон кучларининг иши A топилсин.

* Токли ўтказгич ёки контурнинг магнит майдондаги кўчиши шунчалик секин ҳисобланадики, вужудга келадиган индукцион тоқларни инобатга олмаслик мумкин.

25.2. Юзаси $S=300 \text{ см}^2$ бўлган ясси контур $B=0,01 \text{ Тл}$ индукцияли бир жинсли магнит майдонда турибди. Контур юзаси индукция чизикларига тик жойлашган. Контурдаги $I=10 \text{ А}$ ток ўзгармас қилиб тутиб турилади. Токли контурни фазонинг магнит майдони бўлмаган соҳасига кўчиришдаги ташки кучларнинг иши A аниқлансин.

25.3. Томонининг узунлиги $a=10 \text{ см}$ бўлган, квадрат шаклида букилган симдан ўзгармас қилиб сақлаб турилган $\Delta I=20 \text{ А}$ ток окмокда. Квадратнинг текислиги бир жинсли магнит майдон ($B=0,1 \text{ Тл}$) индукция чизиклари билан $\alpha=20^\circ$ бурчак ҳосил қилади. Симни майдондан ташқарига чиқариш учун бажариш керак бўлган A иш ҳисоблансин.

25.4. Ингичка қайишқоқ симдан ясалган $R=10 \text{ см}$ радиусли ҳалқадан $I=100 \text{ А}$ ток окмокда. Ҳалқа текислигига тик равишда, йўналиши ҳалқанинг хусусий магнит майдонининг индукцияси $B \perp$ билан мос келувчи $B=0,1 \text{ Тл}$ индукцияли магнит майдон ҳосил қилинган. Симга таъсир қилиб унинг шаклини ўзгартириб, квадрат шаклини берадиган ташки кучлар иши A аниқлансин. Бунда ток кучи ўзгармас сақланади. Қайишқоқлик кучларига қарши бажарилган иш ҳисобга олинмасин.

25.5. (1) $I=20 \text{ А}$ ток оқаётган ҳалқа $B=0,016 \text{ Тл}$ индукцияли бир жинсли магнит майдонда эркин ўрнашди. Ҳалқанинг диаметри $d=10 \text{ см}$. Ҳалқани унинг диаметри билан мос келувчи ўкка нисбатан $\alpha=\pi/2$ бурчакка буриш учун бажарилиши керак бўлган A иш аниқлансин. Шунингдек $\alpha=2\pi$ бўлган ҳол учун ҳам.

25.5. (2) $I=200 \text{ А}$ ток оқаётган томонлари $a=10 \text{ см}$ дан бўлган квадрат рамка бир жинсли магнит майдонда ($B=0,2 \text{ Тл}$) эркин ўрнашган. Рамкани рамка текислигида ётувчи ва магнит индукция чизикларига тик йўналган ўк атрофида $\theta=\frac{2\pi}{3}$ бурчакка буриш учун бажарилиши керак бўлган иш аниқлансин.

Индукция электр юритувчи куч

25.6. $\Phi=40 \text{ мВб}$ магнит оқими ёпик контурга сингади. Агар магнит оқими $\Delta t=2 \text{ мс}$ вақт давомида нолгача ўзгарса контурда вужудга келувчи индукция ЭЮК нинг ўртача қиймати $\langle \mathcal{E}_i \rangle$ аниқлансин.

25.7. Узунлиги $l=40 \text{ см}$ бўлган тўғри сим $v=5\frac{\text{м}}{\text{с}}$ тезлик билан индукция чизикларига тик равишда бир жинсли магнит майдонда ҳаракатланмоқда. Сим учларидаги потенциаллар фарқи $U=0,6 \text{ В}$. Магнит майдон индукцияси B ҳисоблансин.

25.8. $B=1 \text{ Тл}$ индукцияли бир жинсли магнит майдонда учлари майдондан ташқарида ёпилган, узунлиги $l=20 \text{ см}$ бўлган тўғри сим турибди. Занжирнинг тўлиқ қаршилиги $R=0,1 \text{ Ом}$. Симни

индукция чизикларига тик йўналишда $v=2,5$ м/с тезлик билан силжитиш учун симга қуйилиши керак бўлган F куч топилсин.

25.9. Узунлиги $l=10$ см бўлган тўғри сим индукцияси $B=1$ Тл бўлган бир жинсли магнит майдонга жойлаштирилган. Унинг учлари майдондан ташқарида турган эгилувчан сим ёрдамида уланган. Занжирнинг тўлиқ қаршилиги $R=0,4$ Ом. Симни индукция чизикларига тик йўналишда $v=20$ м/с тезлик билан ҳаракатлантириш учун қандай P қувват зарур бўлади?

25.10. $\mathcal{E}=0,5$ В ЭЮК ли ва жуда кичик ички қаршиликли ток манбаига горизонтал ҳолатда жойлашган ва бир-бирига параллел бўлган иккита металл таёкча уланган. Таёкчалар орасидаги масофа $l=20$ см. Таёкчалар вертикал йўналган бир жинсли магнит майдонда туришибди. Магнит индукцияси $B=1,5$ Тл. Қаршилиги $R=0,02$ Ом бўлган тўғри сим $v=1$ м/с тезлик билан майдон кучлари таъсирида таёкчалар устидан сирпанмоқда. Таёкчаларнинг қаршиликлари эътиборга олмайдиган даражада кичик. 1) индукция ЭЮК \mathcal{E}_i ; 2) симга майдон томонидан таъсир этаётган F куч; 3) занжирдаги ток кучи I ; 4) симни ҳаракатлантириш учун сарф қилинадиган P_1 қувват; 5) симни қиздириш учун сарф қилинадиган P_2 қувват; 6) ток манбаининг занжирга бериладиган P_3 қувват аниқлансин.

25.11. Узунлиги $l=10$ см бўлган таёкча $B=0,4$ Тл индукцияли бир жинсли магнит майдонда, майдон индукция чизикларига тик текисликда айланмоқда. Айланиш ўқи таёкчанинг учларидан бирдан ўтади. $n=16$ с⁻¹ айланиш частотасида таёкча учларидаги потенциаллар фарқи U аниқлансин.

25.12. Юзаси $S=200$ см² бўлган рамка ўз текислигида ётувчи ва бир жинсли магнит майдон ($B=0,2$ Тл) индукция чизикларига тик йўналган ўққа нисбатан $n=10$ с⁻¹ частота билан бир текис айланмоқда. Рамкага сингувчи магнит оқимининг нолдан максимал қийматигача ўзгариш вақтида индукция ЭЮК нинг ўртача қиймати $\langle \mathcal{E}_i \rangle$ қандай бўлади?

25.13. $B=0,35$ Тл индукцияли бир жинсли магнит майдонда $N=500$ та ўрамга эга, $S=50$ см² юзали рамка $n=480$ мин⁻¹ частота билан бир текис айланмоқда. Айланиш ўқи рамка текислигида ётибди ва индукция чизикларига тик йўналган. Рамкада вужудга келадиган максимал индукция ЭЮК \mathcal{E}_{max} аниқлансин.

25.14. $S=100$ см² юзали рамка $R_2=120$ м қаршиликли $N=10^3$ та сим ўрамига эга. Чулғамнинг учларига $R_2=20$ Ом ташқи қаршилик уланган. Рамка бир жинсли магнит майдонда ($B=0,1$ Тл) $n=8$ с⁻¹ частота билан бир текис айланмоқда. Ўзгармас токнинг занжирдаги максимал қуввати P_{max} аниқлансин.

25.15. Икки қутбли генераторнинг қутблари орасидаги магнит майдон индукцияси $B=0,8$ Тл. Ротор $S=400$ см² юзали $N=100$ та ўрамга эга. Агар индукция ЭЮК нинг максимал қиймати $\mathcal{E}_i=200$ В бўлса, якорнинг айланиш частотаси n аниқлансин.

25.16. $N = 1000$ та ўрамли калта ғалтак индукцияси $B = 0,04$ Тл бўлган бир жинсли магнит майдонда ғалтакнинг диаметри билан мос келувчи ва майдон индукция чизикларига тик йўналган ўққа нисбатан $\omega = 5$ рад/с бурчак тезлик билан бир текис айланмокда. Вактнинг ғалтак текислиги майдон индукция чизиклари билан $\alpha = 60^\circ$ бурчак ташкил қилган қиймати учун индукция ЭЮКнинг оний қиймати \mathcal{E}_i аниқлансин. Ғалтакнинг юзаси $S = 100 \text{ см}^2$.

Магнит оқими ўзгарганда контурда оқадиган электр миқдори*

25.17. $R = 0,01$ Ом қаршиликка эга бўлган $r = 4$ см радиусли сим ҳалқа индукцияси $B = 0,04$ Тл бўлган бир жинсли магнит майдонда жойлашган. Рамканинг текислиги майдон индукция чизиклари билан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ташкил қилади. Агар магнит майдон йўқолса, ҳалқадан қанча электр миқдори Q оқади?

25.18. $r = 10$ см радиусли сим ҳалқа столда ётибди. Агар ҳалқа бир томондан бошқа томонига ағдарилса, ундан қанча миқдорда электр Q оқади? Ҳалқанинг қаршилиги $R = 1$ Ом. Ер магнит майдони индукцияси B нинг ташкил этувчиси 50 мкТл га тенг.

25.19. Баллистик гальванометрга уланган сим ҳалқанинг ичига тўғри оҳанраболи кўйдилар. Занжирдан $Q = 10 \text{ мкКл}$ миқдорда электр оқиб ўтди. Агар гальванометр занжирининг қаршилиги $R = 30$ Ом бўлса, ҳалқа кесиб ўтган магнит оқим Φ аниқлансин.

25.20. Электромагнитнинг кутблари орасида балластик гальванометрга уланган ғалтак жойлаштирилган. Ғалтакнинг ўқи индукция чизикларига параллел. $R_1 = 4$ Ом қаршиликли ғалтак $S = 2 \text{ см}^2$ юзали $N = 15$ та ўрамга эга. Гальванометрнинг қаршилиги $R_2 = 46$ Ом. Электромагнитнинг чулғамидаги токни узганларида гальванометр занжиридан $Q = 90 \text{ мкКл}$ электр миқдори оқиб ўтди. Электромагнит майдонининг магнит индукцияси B ҳисоблансин.

25.21. $R = 0,01$ Ом қаршиликли симдан ясалган рамка индукцияси $B = 0,5$ Тл бўлган бир жинсли магнит майдонда бир текис айланмокда. Айланиш ўқи рамка текислигида ётибди ва индукция чизикларига тик йўналган. Рамканинг юзаси $S = 100 \text{ см}^2$. Куйидаги учта ҳолда рамкани $\alpha = 30^\circ$ бурчакка буриш вақтида рамка орқали қанча миқдорда Q электр оқиб ўтади: 1) $\alpha_1 = 0$ дан $\alpha_2 = 30^\circ$ гача; 2) α_1 дан $\alpha_2 = 60^\circ$ гача; 3) α_2 дан $\alpha_3 = 90^\circ$ гача?

25.22. $m = 1$ г массали ингичка мис сим квадрат кўринишида букилган ва учлари туташтирилган. Квадрат бир жинсли магнит майдонда ($B = 0,1$ Тл) текислиги майдон индукция чизикларига тик йўналган равишда ўрнатилган. Агар квадратнинг қарама-

* Бу бўлимдаги масалаларни ечишда контурнинг хусусий магнит оқимини ҳисобга олмаслик мумкин.

қарши учларидан тортиб сим тўғри чизик кўринишига келтирилса, ўтказгичдан оқиб ўтадиган электр микдори Q аниқлансин.

25.23. $I=1$ кА токли узун тўғри ўтказгичдан $a=1$ м масофада $r=1$ см радиусли ҳалқа турибди. Ҳалқа шундай жойлаштирилганки, унга сингадиган оқим максимал. Ўтказгичдаги ток узилганда ҳалқадан оқиб ўтадиган электр микдори Q аниқлансин. Ҳалқанинг қаршилиги $R=10$ Ом.

Кўрсатма: Ҳалқа чегарасида майдон бир жинсли деб ҳисоблансин.

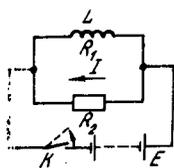
25.24. Узун тўғри симдан ток окмокда. Сим ёнида қаршилиги $R=0,02$ Ом бўлган ингичка симдан ясалган квадрат рамка жойлашган. Сим рамка текислигида ётибди ва рамканинг симгача бўлган масофалари мос равишда $a_1=10$ см ва $a_2=20$ см бўлган икки томонига параллел. Агар ток уланганда рамка орқали $Q=693$ мкКл электр микдори оқиб ўтган бўлса, симдаги ток кучи I топилсин.

Ўзиндукция ва ўзароиндукция

25.25. Индуктивлиги $L=0,03$ мГн бўлган ғалтакдан $I=0,6$ А ток окмокда. Занжир узилгандан кейин ток кучи $\Delta t=120$ мкс вақтда амалда нолгача камаяди. Контурда вужудга келадиган ўзиндукция ЭЮК нинг ўртача қиймати $\langle \mathcal{E}_i \rangle$ аниқлансин.

25.26. Реостат ёрдамида ғалтакдаги ток кучи 1 с да $\Delta I=0,1$ А дан бир текис орттирилмокда. Ҳалтакнинг индуктивлиги $L=0,01$ Гн. Ўзиндукция ЭЮК нинг ўртача қиймати $\langle \mathcal{E}_i \rangle$ топилсин.

25.27. Ҳалтакнинг индуктивлиги $L=2$ мГн. Ҳалтакдан оқадиган $\nu=50$ Гц частотали ток синусоидал конун бўйича ўзгаради. Ҳалтакдаги ток минималдан то максимал қийматгача ўзгарадиган Δt вақт оралиғида вужудга келадиган ўзиндукция ЭЮК нинг ўртача қиймати $\langle \mathcal{E}_i \rangle$ аниқлансин. Ток кучининг амплитудавий қиймати $I_0=10$ А.



25.2-расм

25.28. Қаршилиги $R_1=0,5$ Ом ва индуктивлиги $L=4$ мГн бўлган ғалтак $I=1$ А ўзгармас ток оқаётган $R_2=2,5$ Ом қаршиликли ўтказгичга параллел уланган. Занжир K қалит ёрдамида ажратилганда (25.2-расм) ғалтакда индукцияланадиган электр микдори Q аниқлансин.

25.29. Узунлиги $l=50$ см ва кесимининг юзаси $S=4$ см² бўлган картон каркасга диаметри $d=0,2$ мм бўлган сим ўрамлари бир-бирига қаттиқ жипслаштирилиб (ажратгичнинг изоляция қалинлиги ҳисобга олинмасин) бир қатлам қилиб ўралган. Ҳосил бўлган соленоиднинг индуктивлиги L ҳисоблансин.

25.30. Магнит бўлмаган каркасга бир қатлам қилиб ўралган узунлиги $l=1$ м бўлган соленоиднинг индуктивлиги $L=1,6$ мГн.

Соленоид кесимининг юзаси $S=20$ см². Соленоид узунлигининг хар бир сантиметридаги ўрамлар сони n аниқлансин.

25.31. $L=1$ мГн индуктивликли бир қатламли ғалтак ҳосил қилиш учун диаметри $D=2$ см бўлган картон цилиндрга ажратгичининг қалинлиги жуда кичик бўлган $d=0,4$ мм диаметрли симдан неча ўрам ўраш керак? Ўрамлар бир-бирига каттик жипслашиб туради.

25.32. Номагнит цилиндр каркасга ўралган ғалтак $N_1=750$ та ўрам ва $L_1=25$ мГн индуктивликка эга. Ғалтак индуктивлигини $L_2=36$ мГн гача орттириш учун чулғамни ғалтакдан олдилар ва ғалтак узунлиги олдингидек қоладиган қилиб янада ингичкароқ симдан қилинган чулғам билан алмаштирдилар. Қайта ўралгандан кейинги ғалтакдаги ўрамлар сони N_2 аниқлансин.

25.33. Икки симли линиянинг узунлиги $l=1$ км бўлган қисмидаги индуктивлиги L аниқлансин. Симнинг R радиуси 1 мм га тенг, ўк чизиклари орасидаги масофа $d=0,4$ м.

Кўрсатма: Фақат ички магнит оким, яъни симлар билан чегараланган контурга сингувчи окимгина ҳисобга олинсин.

25.34. $L=4$ мГн индуктивликли соленоидда $N=600$ та ўрам бор. Агар чулғамдан оқаётган ток кучи $I=12$ А бўлса, магнит оқими Φ аниқлансин.

25.35. Ўзаксиз ғалтакнинг индуктивлиги $L=0,02$ Гн. Чулғамдан $I=5$ А ток оқанда қандай оким илашуви Ψ ҳосил қилинади?

25.36. Номагнит каркасга ўралган узун тўғри соленоид $N=100$ та ўрам ва $L=3$ мГн индуктивликка эга. $I=1$ А ток кучида соленоид қандай магнит оқими Φ ва қандай оким илашуви Ψ ҳосил қилади?

25.37. Кесимнинг юзаси $S=5$ см² бўлган соленоидда $N=1200$ та ўрам бор. $I=2$ А ток кучида соленоид ичидаги магнит майдон индукцияси $B=0,01$ Тл. Соленоиднинг индуктивлиги L аниқлансин.

25.38. Соленоидда $N=1000$ та ўрам бор. Ўзак кесимининг юзаси $S=10$ см². Чулғамдан $B=1,5$ Тл индукцияли майдон ҳосил қиладиган ток оқади. Агар ток $t=500$ мкс вақтда нолгача камайса, соленоидда вужудга келадиган индукция ЭЮК нинг ўртача қиймати $\langle \mathcal{E}_i \rangle$ топилсин.

25.39. Темир ўзакли соленоид чулғамида $N=500$ та ўрам бор. Ўзакнинг узунлиги $l=50$ см. Агар чулғамдан оқаётган ток кучи $I_1=0,1$ А дан $I_2=1$ А гача ўсса, соленоиднинг индуктивлиги L қандай ва неча марта ўзгаради (24.1-расмга қ.)

25.40. Иккита ғалтак бир-биридан унча катта бўлмаган масофада жойлашган. Биринчи ғалтакдаги ток кучи $\frac{\Delta I}{\Delta t}=5 \frac{\text{А}}{\text{с}}$ тезлик билан ўзгарганда иккинчи ғалтакда $\mathcal{E}_i=0,1$ В индукция ЭЮК вужудга келади. Ғалтакларнинг ўзаро индукция коэффициенти M аниқлансин.

25.41. Номагнит ўзакли тороид чулғамида $N_1 = 251$ та ўрам бор. Тороиднинг ўртача диаметри $\langle D \rangle = 8$ см, ўрамнинг диаметри $d = 2$ см. Тороидга $N_2 = 100$ та ўрами бор иккиламчи чулғам ўралган. Бирламчи чулғам туташтирилганда унда $t = 1$ мс вақт давомида $I = 3$ А ток кучи қарор топади. Иккиламчи чулғамда вужудга келадиган индукция ЭЮКнинг ўртача қиймати $\langle \mathcal{E}_i \rangle$ топилсин.

Туташтириш ва ажратишдаги экстратоклар

25.42. Занжирдан $I_0 = 50$ А ток окмокда. Занжирни ажратмасдан туриб ток манбаини узиш мумкин. Занжирни ток манбаидан узгандан $t = 0,01$ с дан кейинги ундаги ток кучи I аниқлансин. Занжирнинг қаршилиги $R = 20$ Ом, индуктивлиги $L = 0,1$ Гн.

25.43. Ток манбаини қаршилиги $R = 10$ Ом ва индуктивлиги $L = 1$ Гн бўлган ғалтакка туташтирдилар. Қанча вақт ўтгандан кейин туташтириш ток кучи чегаравий қийматнинг 0,9 қисмига етади?

25.44. Индуктивлиги $L = 1$ Гн ва қаршилиги $R = 10$ Ом бўлган ғалтақдан иборат. Ток манбаини занжирни узмасдан ажратиш мумкин. Ток кучи қанча t вақтдан кейин бошланғич қийматининг 0,001 қисмигача камаяди?

25.45. Ички қаршилиги $R_i = 2$ ом бўлган ток манбаига индуктивлиги $L = 0,5$ Гн қаршилиги $R = 8$ Ом бўлган ғалтак уланади. Ғалтақдаги ток кучи қанча t вақт давомида ўсиб максимал қийматидан 1% фарқ қиладиган қийматга эришиши топилсин.

25.46. Занжирда (25.2- расмга к.) $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 95$ Ом, $L = 0,34$ Гн, $\mathcal{E} = 38$ В. Ток манбаининг ички қаршилиги эътиборга олмайдиган даражада кичик. R_2 қаршиликли резистордаги ток кучи қуйидаги учта ҳол учун аниқлансин: 1) занжир K калит билан ажратилгунча; 2) ажратиш онда ($t_1 = 0$); 3) ажратилгандан $t_2 = 0,01$ с дан кейин.

Бетатрон

25.47. Бетатрондаги магнит оқимининг $T = 60$ МэВ энергия учун мўлжалланган $\langle \Delta\Phi / \Delta t \rangle$ ўртача ўзгариш тезлиги 50 Вб/с ни ташкил қилади. Агар орбитанинг радиуси $r = 20$ см бўлса: 1) тезланувчан ҳаракат вақтида электроннинг орбитада айланишлар сони N ; 2) электрон ўтган йўл l аниқлансин.

25.48. Бетатрондаги магнит индукциянинг ўзгариш тезлиги $\frac{d\langle B \rangle}{dt} = 60 \frac{\text{Тл}}{\text{с}}$; 1) Агар электрон орбитасининг радиуси $r = 0,5$ м бўлса, унда шу орбитадаги уюрмалы электр майдоннинг кучланганлиги E ; 2) электронга таъсир этувчи куч F аниқлансин.

25.49. Электрон бетатронда $r = 0,4$ м радиусли орбита бўйлаб ҳаракатланади ва бир айланишда $T = 20$ эВ кинетик энергия олади.

Бизни кизиктираётган вақт оралиғида ўзгармай қолади деб ҳисоблаб, магнит индукциясининг ўзгариш тезлиги $\frac{d\langle B \rangle^*}{dt}$ ҳисоблансин.

26-§. МАГНИТ МАЙДОННИНГ ЭНЕРГИЯСИ

Асосий формулалар

● Ток L индуктивликли ёпиқ контурда ҳосил қиладиган магнит майдонининг энергияси

$$W = \frac{1}{2} LI^2$$

бунда I — контурдаги ток кучи.

Бир жинсли магнит майдоннинг (мисол учун, узун соленоид майдонининг (ҳажмий фазовий) энергия зичлиги

$$\omega = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}$$

● Томсон формуласи. Актив қаршилиги бўлмаган контурдаги ҳусусий тебранишлар даври

$$T = 2\pi \sqrt{LC},$$

бунда L — контурнинг индуктивлиги; C — унинг сиғими.

● Электромагнит тўлқинлар узунлигининг давр T ва тебраниш частотаси ν билан боғланиши

$$\lambda = cT \text{ ёки } \lambda = \frac{c}{\nu},$$

бунда c — электромагнит тўлқинларнинг бўшлиқ (вакуум) даги тезлиги ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с)

● Электромагнит тўлқинларнинг муҳитдаги тезлиги

$$v = c / \sqrt{\mathcal{E}\mu},$$

бунда \mathcal{E} — муҳитнинг диэлектрик сингдирувчанлиги; μ — магнит сингдирувчанлиги.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Узунлиги $l = 50$ см бўлган номагнит материалдан ясалган таёқчага унинг узунлигининг ҳар бир сантиметрига 20 та ўрам тўғри келадиган қилиб бир қатлам сим ўралган. Агар

* $\langle B \rangle$ электроннинг орбитаси ўраб турган доира чегарасидаги магнит индукциянинг ўртача қиймати.

чулғамдаги ток кучи $I=0,5$ А бўлса, соленоид ичидаги магнит майдоннинг энергияси W аниқлансин. Таёкча кесимининг юзаси $S=2$ см².

Ечиш: Чулғамидан I ток оқаётган L индуктивликли соленоид магнит майдонининг энергияси куйидаги формула билан ифодаланади

$$W = \frac{1}{2}LI^2. \quad (1)$$

Ўзаги номагнит бўлган ҳолда соленоиднинг индуктивлиги фақат узунлик бирлигидаги ўрамлар сонига ва ўзакнинг ҳажмига боғлиқ бўлади: $L = \mu_0 n^2 V$, бунда μ_0 — магнит доимийси. Индуктивлик L нинг ифодасини (1) формулага қўйиб $W = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 V I^2$ ни оламыз.

$V = l \cdot S$ эканлигини ҳисобга олиб, ушбунни ёзамиз

$$W = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 S l I^2. \quad (2)$$

(2) формула бўйича ҳисоблаб, натижани топамиз

$$W = 126 \text{ мкЖ.}$$

2- мисол. Пўлат ўзакли узун соленоиднинг чулғамидан $I=2$ А ток оқмоқда. Агар соленоид узунлигининг ҳар бир сантиметрига тўғри келувчи ўрамлар сони $n=7$ см⁻¹ бўлса, ўзакдаги магнит майдон энергиясининг ҳажмий зичлиги ω аниқлансин.

Ечиш: Магнит майдон энергиясининг ҳажмий зичлиги куйидаги формула билан аниқланади.

$$\omega = \frac{BH}{2\mu_0}. \quad (1)$$

Магнит майдонининг кучланганлиги H ни $H=nI$ формулага биноан топамиз. Бунга n нинг ($n=7$ см⁻¹=700 м⁻¹) ва I нинг кийматларини қўйсақ,

$$H = 1400 \text{ А/м.}$$

Магнит индукцияси B ни B нинг H га боғлиқлик графигидан (24.1- расмга қ.) топамиз. $H=1400$ А/м кучланганликка $B=1,2$ Тл магнит индукцияси мос келишини топамиз.

(1) формулага биноан ҳисоблаб энергиянинг ҳажмий зичлигини топамиз:

$$\omega = 840 \text{ Ж/м}^3.$$

3- мисол: Узунлиги $l=20$ см бўлган кичик кесимли ($d \ll l$) темир ўзакка $N=2000$ та ўрам ўралган. $I=0,4$ А ток кучида темирнинг магнит сингдирувчанлиги μ аниқлансин.

Ечиш. Магнит сингдирувчанлик μ магнит индукция B ва магнит майдон кучланганлиги H билан қуйидаги муносабат воситасида боғланган

$$B = \mu_0 \mu H. \quad (1)$$

Бу ифода B нинг H га чизиқли боғлиқлигини ифодаламайди, чунки μ катталиқ H нинг функциясидир. Шунинг учун ҳам магнит сингдирувчанликни аниқлашда одатда $B(H)$ боғланишнинг графикдан фойдаланилади (24.1- расмга к.) (1) формуладан магнит сингдирувчанликни ифодалаймиз:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}. \quad (2)$$

Магнит майдон кучланганлиги H ни $H = nI$ формула бўйича ҳисоблаймиз (кичик кесимли ғалтакни соленоид сифатида қабул қилиш мумкин); бунда n — ғалтақнинг l м узунликли бўлагига тўғри келувчи ўрамлар сони. Бу формуладаги n ни ғалтақдаги ўрамлар сони N ва унинг узунлиги l орқали ифодалаб қуйидагини оламиз:

$$H = \frac{N}{l} I.$$

Бунга N , l ва I ларнинг қийматларини қўйиб ва ҳисоблаб H ни топамиз

$$H = 400 \text{ А/м.}$$

Графикдан $H = 400$ А/м кучланганликка $B = 1,05$ Тл магнит индукцияси мос келишини топамиз. B ва H ларнинг топилган қийматларини ва шунингдек, μ_0 нинг қийматини (2) формулага қўйиб магнит сингдирувчанликни ҳисоблаймиз:

$$\mu = 2,09 \cdot 10^3.$$

4- мисол. Қопламаларининг ҳар бирининг юзаси $S = 100 \text{ см}^2$ дан бўлган икки қопламали ҳаво конденсаторидан ва индуктивлиги $L = 1 \text{ мкГн}$ бўлган ғалтақдан ташкил топган тебраниш контури узунлиги $\lambda = 10$ м бўлган тўлқинга резонанс беради. Конденсатор қопламалари орасидаги d масофа аниқлансин.

Ечиш: Конденсатор қопламалари орасидаги масофани ясси кенденсаторнинг электр сифими формуласи $c = \epsilon_0 \epsilon S/d$ дан топиш мумкин, бунда ϵ — конденсаторни тўлдириб турган муҳитнинг диэлектрик сингдирувчанлиги, бундан

$$d = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{c}. \quad (1)$$

Электр контуридаги тебраниш даврини аниқловчи Томсон формуласи $T=2\pi\sqrt{LC}$ дан электр сиғимни топамиз

$$c = T^2 / (4\pi^2 L). \quad (2)$$

Масала шартида берилмаган тебраниш даврини контур резонанс берадиган тўлқин узунлиги λ ни билган ҳолда аниқлаш мумкин. $\lambda = cT$ муносабатдан қуйидагини оламиз

$$T = \lambda / c.$$

T даврнинг ифодасини (2) формулага, кейин эса электр сиғим c ни (1) формулага қўйиб, қуйидагини оламиз

$$d = c^2 \frac{4\pi\epsilon_0 SL}{\lambda^2},$$

ҳисоблашни бажарсак

$$d = 3,14 \text{ мм.}$$

5- мисол. Тебраниш контури индуктивлиги $L = 1,2$ мГн бўлган ғалтакдан ва электр сиғими $c_1 = 12$ пФ дан $c_2 = 80$ пФ гача ўзгарадиган конденсатордан ташкил топган. Бу контурда резонанс уйғотиши мумкин бўлган электромагнит тўлқинлар узунлигининг диапазони аниқлансин. Контурнинг актив қаршилиги нолга тенг деб қабул қилинсин.

Ечиш: Тебраниш контурида резонанс вужудга келтирадиган электромагнит тўлқиннинг узунлиги λ контурнинг тебраниш даври T билан қуйидаги муносабат орқали боғланган.

$$\lambda = cT. \quad (1)$$

Тебраниш даври ўз навбатида тебраниш контуридаги ғалтакнинг индуктивлиги L ва конденсаторнинг электр сиғими C билан $T = c\pi\sqrt{LC}$ муносабат (Томсон формуласи) воситасида боғланган. Бинобарин

$$\lambda = 2\pi c \sqrt{LC}. \quad (2)$$

Масаланинг шартига кўра контурнинг индуктивлиги ўзгармас контурнинг электр сиғими эса c_1 дан c_2 гача чегарада ўзгаради. Электр сиғимларнинг бу қийматларига резонанс вужудга келтириши мумкин бўлган тўлқин узунликлари диапазонини белгиловчи λ_1 ва λ_2 тўлқин узунликлари мос келади. (2) формулага биноан ҳисоблашларни бажарсак

$$\lambda_1 = 226 \text{ м; } \lambda_2 = 585 \text{ м.}$$

Масалалар

Соленоид ва тороид магнит майдонининг энергияси

26.1. Индуктивлиги $L=0,2$ Гн бўлган соленоиднинг чулғамидан $I=10$ А ток оқмоқда. Соленоид магнит майдонининг энергияси аниқлансин.

26.2. Ғалтакнинг (ўзаксиз) индуктивлиги $L=0,1$ мГн. Ток кучи I нинг қандай қийматида магнит майдоннинг энергияси $W=100$ мкЖ бўлади?

26.3. Соленоидда $N=1000$ та ўрам бор. Унинг чулғамидagi ток кучи $I=1$ А, кўндаланг кесими орқали ўтадиган магнит оқими $\Phi=0,1$ мвБ. Магнит майдон энергияси W ҳисоблансин.

26.4. Темир ҳалкага $N=200$ та ўрам бир қатлам қилиб ўралган. Агар $I=2,5$ А ток кучида темирдаги магнит оқими $\Phi=0,5$ бўлса, магнит майдоннинг энергияси W аниқлансин.

26.5. Тороид чулғамидан кучи $I=0,6$ А бўлган ток оқмоқда. $d=0,4$ мм диаметрли сим ўрамлари бир-бирига зич жипслашган (изоляторнинг қалинлиги ҳисобга олинмасин). Агар кесимининг юзаси $S=4$ см², ўрта чизигининг диаметри $D=30$ см* бўлса, тороиднинг пўлат ўзагидаги магнит майдон энергияси W топилсин.

Энергиянинг ҳажмий зичлиги

26.6. Майдон индукцияси $B=1$ Тл бўлганда темирдаги магнит майдон энергиясининг зичлиги $\omega=200$ Ж/м³. Шу шартларда темирнинг магнит сингдирувчанлиги μ аниқлансин*.

26.7. Агар магнит майдон индукцияси $B=0,5$ Тл бўлса, пўлат ўзакдаги магнит майдон энергиясининг ҳажмий зичлиги ω аниқлансин*.

26.8. Пўлат ўзакли тороид магнит майдонининг индукцияси $B_1=0,5$ Тл дан $B_2=1$ Тл гача ортди. Магнит майдон энергиясининг ҳажмий зичлиги ω неча мартага ўзгарганлиги топилсин*.

26.9. Агар магнитлантирувчи майдоннинг кучланганлиги $H=1,2$ кА/м бўлса, ёпик соленоиднинг темир ўзагидаги магнит майдон энергиясининг ҳажмий зичлиги ω ҳисоблансин*.

26.10. Пўлат ўзакли тороид магнит майдонининг кучланганлиги $H_1=200$ А/м дан $H_2=800$ А/м гача ортди. Магнит майдон энергиясининг ҳажмий зичлиги ω неча мартага ўзгарганлиги аниқлансин*.

26.11. Ток кучи I нинг муайян қийматида соленоид (ўзаксиз) магнит майдони энергиясининг зичлиги $\omega=0,2$ Ж/м³. Агар соленоиднинг темир ўзаги бўлса, ток кучининг шу қийматида майдон энергиясининг зичлиги неча мартага ортади?

26.12. Агар магнитловчи майдоннинг кучланганлиги $H=1,6$ кА/м бўлса, соленоиднинг темир ўзагидаги магнит майдон энергиясининг зичлиги ω топилсин*.

* Магнит сингдирувчанликни аниқлаш учун 24.1-расмдаги графикдан фойдаланиш керак. Гистерезис ҳодисаси ҳисобга олинмасин.

26.13. Номагнит ўзакли тороид чулғами узунлигининг ҳар бир сантиметрига $n=10$ та дан ўрам тўғри келади. Агар чулғамдан $I=16$ А ток оқаётган бўлса, майдон энергиясининг зичлиги ω аниқлансин.

26.14. Гороид чулғами узунлигининг ҳар бир сантиметрига $n=10$ тадан ўрам тўғри келади. Ўзак номагнит. Чулғамдаги ток кучи I нинг қандай қийматида магнит майдон энергиясининг зичлиги $\omega=1$ Ж/м³ бўлади.

26.15. Индуктивлиги $L=1$ мГн бўлган ғалтак ва диаметрлари $D=20$ см дан бўлган иккита айланма қопламадан иборат ҳаво конденсатори параллел уланган. Қопламалар орасидаги масофа $d=1$ см. Тебраниш даври T аниқлансин.

26.16. Электр сиғими $c=500$ пФ бўлган конденсатор узунлиги $l=40$ см ва кесимининг юзаси $S=5$ см² бўлган ғалтак билан параллел равишда уланган. Ғалтак $N=1000$ та ўрамга эга. Ўзак номагнит. Тебраниш даври T топилсин.

26.17. Тебраниш контури $L=20$ мкГн индуктивликли ғалтак ва $c=80$ нФ электр сиғимли конденсатордан иборат. Сиғимнинг катталиги кўрсатилган қийматдан 2% га фарқ қилиши мумкин. Контурда резонанс вужудга келтирадиган тўлқинларнинг узунлиги қандай чегараларда ўзгариши мумкинлиги ҳисоблансин.

26.18. Тебраниш контури $L=1,6$ мГн индуктивлик. $c=40$ мкФ электр сиғими ва қисқичларида 200 В га тенг максимал кучланиш U_{max} га эга. Контурдаги максимал ток кучи I_{max} аниқлансин. Контурнинг қаршилиги жуда ҳам кичик.

26.19. Тебраниш контури $c=8$ пФ электр сиғимли конденсаторга ва $L=0,5$ мГн индуктивликли ғалтакка эга. Агар максимал ток кучи $I_{max}=40$ мА бўлса, конденсатор қопламаларидаги максимал кучланиш U_{max} қандай бўлади?

26.20. Узунлиги $l=50$ см ва кесимининг юзаси $S_1=3$ см² бўлган ғалтак (ўзаксиз) $N=1000$ та ўрамга эга бўлиб конденсатор билан параллел уланган. Конденсатор ҳар бирининг юзаси $S_2=75$ см² дан бўлган иккита қопламадан иборат. Қопламалар орасидаги масофа $d=5$ мм. Диэлектрик — ҳаво. Контур тебранишларининг даври T аниқлансин.

26.21. Тебраниш контури параллел уланган $c=1$ мкФ электр сиғимли конденсатор ва $L=1$ мГн индуктивликли ғалтакдан ташкил топган. Контурнинг қаршилиги жуда ҳам кичик. Тебранишлар частотаси ν топилсин.

26.22. Тебраниш контурининг индуктивлиги $L=0,5$ мГн $\lambda=300$ м тўлқин узунлигида резонанс бўлиши учун контурнинг электр сиғими қандай бўлиши керак?

26.23. $L=4$ мкГн индуктивликли ғалтак ва $c=1,11$ нФ электр сиғимли конденсатордан ташкил топган контурда қандай тўлқин λ узунлигида резонанс рўй беради?

26.24. Электромагнит тўлқинларнинг синиши билан боғлиқ бўлган Герц тажрибаларини намоиш қилиш учун баъзан

парафиндан ясалган катта призмани олишади. Агар парафиннинг диэлектрик сингдирувчанлиги $\epsilon = 2$ ва магнит сингдирувчанлиги $\mu = 1$ бўлса, унинг синдириш кўрсаткичи аниқлансин.

26.25. Глицеринга ботирилган иккита параллел сим $v = 420$ мГц частотали электромагнит тебранишлар генератори билан индукция йўли орқали боғланган. Симлардаги турғун тўлқинларнинг йўналишлари орасидаги масофа $l = 7$ см. Глицериннинг диэлектрик сингдирувчанлиги ϵ топилсин. Магнит сингдирувчанлик $\mu = 1$ деб қабул қилинсин.

27-§. МОДДАНИНГ МАГНИТ ХОССАЛАРИ

Асосий формулалар

● Магнитланганлик \vec{J} модданинг кичик ҳажми ΔV даги магнит моментининг шу ҳажмга нисбатига тенг катталиқдир:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{\mu}_{M_i},$$

бунда $\vec{\mu}_{M_i}$ — алоҳида (i -чи) молекуланинг магнит моменти; N — муайян ΔV ҳажмдаги молекулалар сони.

● Изотроп магнетикда магнитланганлик \vec{J} магнит майдон кучланганлиги H га пропорционал:

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

бунда χ — магнит қабул қилувчанлик (ўлчамсиз).

● Солиштирма магнит қабул қилувчанлик $\chi_{\text{сол}}$ магнит қабул қилувчанлик χ билан

$$\chi_{\text{сол}} = \chi / \rho$$

муносабат орқали боғланган, бунда ρ — модданинг зичлиги.

● Моляр магнит қабул қилувчанлик χ_m магнит қабул қилувчанлик χ билан

$$\chi_m = \frac{\mu}{\rho} \chi$$

муносабат орқали боғланган.

Бор магнетони μ_B — элементар магнит момент

$$\mu_B = e \hbar / (2m_e)$$

формула билан аниқланади, бунда e — элементар заряд; m_e — электроннинг массаси.

● Магнит индукция \vec{B} , кучланганлик \vec{H} ва изотроп магнетикдаги магнитланганлик \vec{J}

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J})$$

муносабат орқали боғланган, бунда μ_0 — магнит доимийси.

Изотроп парамагнетикнинг магнитланганлиги (Ланжеван назариясига мувофик)

$$J = n\mu_m L(a),$$

бунда n — молекулаларнинг концентрацияси; μ_m — алоҳида олинган молекуланинг магнит моменти; $L(a)$ — Ланжеван функцияси.

● Ланжеван функцияси

$$L(a) = \frac{e^a + e^{-a}}{e^a - e^{-a}} - \frac{1}{a},$$

бунда $a = \mu_m B / (kT)$.

Ланжеван функциясининг тақрибий қийматини ишораси алмашувчи қатор кўринишида тасвирлаш мумкин

$$L(a) = \frac{1}{3}a - \frac{1}{45}a^3 + \frac{2}{945}a^5 - \dots$$

$a \ll 1$ бўлганда ($\mu_m B \ll kT$) $L(a) \approx \frac{1}{3}$ ва магнитланганлик

$$J = \frac{n\mu_m}{3kT}B \text{ ёки } J = \mu_0 \frac{n\mu_m^2}{3kT}.$$

● $\mu_m B \ll kT$ бўлганда парамагнит моддаларнинг магнит қабул қилувчанлиги

$$\chi = \mu_0 \frac{n\mu_m^2}{3kT}.$$

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Агар висмутнинг солиштирма магнит қабул қилувчанлиги $\chi_{\text{сол}} = -1,3 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3/\text{кг}$ бўлса, унинг магнит қабул қилувчанлиги χ ва моляр қабул қилувчанлиги χ_m аниқлансин.

Ечиш: Магнит қабул қилувчанлик χ

$$\chi = J/H$$

муносабат билан аниқланади, бунда J — магнитланганлик, H — магнит майдон кучланганлиги.

Ўз навбатида магнитланганлик J қуйидаги формула ёрдамида аниқланади:

$$J = |\vec{J}| = |\Sigma \vec{\mu}_m| / V,$$

бунда $\Sigma \mu_m$ — V ҳажмдаги барча молекулаларнинг йиғинди магнит моменти (магнетик бир жинсли деб фараз қилинади).

Шунингдек $\chi_m = J_m/H$; $J_m = \Sigma \mu_m / v$,

бунда v — модда микдори (берилган моддадаги моллар сони) ва

$$\chi_{\text{сол}} = J_{\text{сол}}/H, \quad J_{\text{сол}} = \Sigma \mu_m/m,$$

бунда m — модда массаси.

1. Солиштирма магнит қабул қилувчанликни аниқлаш учун қуйидаги нисбатни топамиз

$$\chi/\chi_{\text{сол}} = J/J_{\text{сол}} = m/v = \rho,$$

бундан

$$\chi = \rho \chi_{\text{сол}}$$

бунда ρ — зичлик.

Тенгликнинг ўнг томони χ каби ўлчамсиз (номсиз) катталиқ эканлигига ишонч ҳосил қиламиз:

$$[\rho] [\chi_{\text{сол}}] = 1 \text{ кг/м}^3 \cdot 1 \text{ м}^3/\text{кг} = 1.$$

9- жадвалдан висмутнинг зичлигини ($\rho = 9,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$) ёзиб олиб, ҳисоблаймиз

$$\chi = 9,8 \cdot 10^{-3} (-1,3 \cdot 10^{-9}) = -1,3 \cdot 10^{-5}.$$

2. Моляр магнит қабул қилувчанликни аниқлаш учун қуйидаги нисбатни топамиз

$$\chi_m/\chi_{\text{сол}} = J_m/J_{\text{сол}} = M,$$

бунда M — моляр масса

У ҳолда

$$\chi_m = M \chi_{\text{сол}}$$

Бу тенгликнинг ўнг томони моляр магнит қабул қилувчанлик бирлигини ($\text{м}^3/\text{моль}$) беришига ишонч ҳосил қиламиз:

$$[M] [\chi_{\text{сол}}] = 1 \text{ кг/моль} \cdot 1 \text{ м}^3/\text{кг} = 1 \text{ м}^3/\text{моль}.$$

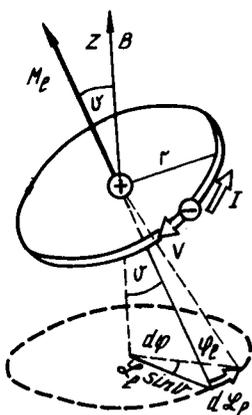
Олдин висмутнинг нисбий молекуляр массасини топамиз: $M_r = 209$. Нисбий молекуляр масса сон жиҳатдан г/моль ларда ифодаланган моляр масса M га тенг, у ҳолда $M = 209 \text{ г/моль} = 0,209 \text{ кг/моль}$, бу эса моляр массанинг СИ даги ифодасига мос келади.

Ҳисоблашни бажарсак:

$$\chi_m = 0,209 \cdot (-1,3 \cdot 10^{-9}) \approx -2,7 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3/\text{моль}.$$

2- мисол. Бир жинсли магнит майдонда ($B=T$) турган атомдаги электрон орбитаси лормор прецессиясининг частотаси ω_L аниқлансин.

Е чи ш: Электрон r радиусли айланма орбита бўйлаб v тезлик билан 27.1- расмда стрелка билан кўрсатилган йўналишда ҳаракатланаётган бўлсин. Винг қоида­сига мувофиқ электрон орбитал ҳаракатининг импульс моменти \vec{L}_e , расмда кўрсатилганидек, орбита текислигига тик йўналган.



27.1- расм

$\vec{\mu}_e$ орбитал магнит момент \vec{Z}_e векторга қарама-қарши йўналган бўлади. Or ўқи бўйлаб ҳосил қилинган ташқи магнит майдон (B) таъсирида электрон орбитасига йўналиши $\vec{\mu}_e$ ва \vec{B} векторлар ётган текисликка тик бўлган $\vec{M} = [\vec{\mu}_e \cdot \vec{B}]$ куч momenti таъсир қилади. Бу момент таъсирида \vec{J}_e вектор m билан мос йўналишда $d\vec{J} = \vec{M} dt$ ортирма олади, бунинг натижасида $\vec{\mu}_e$ ва \vec{B} векторлар ётган текислик $d\phi$ бурчакка бурилади. 27.1- расмдан кўри-ниб турибдики,

$$d\phi = \frac{dJ_e}{J_e \cdot \sin\theta}$$

У ҳолда прецессиянинг бурчак тезлиги (Лармор частотаси)

$$b_L = \frac{d\phi}{dt} = \frac{dJ_e}{J_e \sin\theta dt}$$

$DZ_e = \mu_e dt$ ҳамда $M = \mu_e \cdot B \sin\theta$ эканлигидан,

$$\omega_L = \frac{\mu_e B \sin\theta dt}{Z_e \cdot \sin\theta dt} = \frac{\mu_e}{Z_e} B$$

Гиромангнит нисбат $\mu_e/Z_e = \frac{1}{2} \|e\|/m$ дан фойдаланиб, қуйда-гини оламиз:

$$\omega_L = \frac{1}{2} \cdot \frac{\|e\|}{m} B$$

Тенгликнинг ўнг томони бурчак тезлик бирлиги (c^{-1}) ни беришига ишонч ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} \frac{[e] [B]}{[m]} &= \frac{1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ Тл}}{1 \text{ кг}} = \frac{1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ н}}{1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ А} \cdot \text{н}} = \frac{1 \text{ н} \cdot \text{с}}{1 \text{ кг} \cdot \text{с}} \\ &= \frac{1 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{1 \text{ кг} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}} = 1 \text{ с}^{-1} \end{aligned}$$

Ҳисоблашни бажарамиз:

$$\omega_L = \frac{1}{2} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \cdot 1 \text{ с}^{-1} = 8,8 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$$

3- мисол: NO молекуласи $\mu_L = 1,8 \mu_B$ магнит моментга эга. Нормал шароитда газсимон азот оксидининг солиштирма парамагнит қабул қилувчанлиги $\chi_{\text{сол}}$ аниқлансин.

Ечиш: Ланжевен назариясига биноан парамагнит моддаларнинг магнит қабул қилувчанлиги қуйидаги ифода билан аниқланади

$$\chi = \mu_0 \frac{n \cdot \mu_e}{3kT}, \quad (1)$$

бунда μ_0 — магнит доимийси ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Гн/м}$), n — молекулалар концентрацияси (ҳажм бирлигидаги молекулалар сони); μ_e — атомнинг магнит моменти; k — Больцман доимийси; T — термодинамик ҳарорат.

Солиштирма магнит қабул қилувчанлик $\chi_{\text{сол}}$ магнит қабул қилувчанлик χ билан қуйидаги муносабат орқали боғланган

$$\chi_{\text{сол}} = \lambda/\rho.$$

Бу ифодада χ ни (1) га асосан алмаштириб, қуйидагини оламиз

$$\chi_{\text{сол}} = \mu_0 \frac{\mu_J^2}{3kT} \cdot \frac{n}{\rho},$$

молекулаларнинг концентрациясини ва газнинг зичлигини қуйидагича ифодалаш мумкинлигини таъкидлаймиз:

$$n = N_A/V_m \text{ ва } \rho = M/V_m,$$

бунда N_A — Авогадро доимийси; M — моляр масса; V_m — моляр ҳажм. У ҳолда $\frac{n}{\rho} = \frac{N_A}{M}$ ва

$$\chi_{\text{сол}} = \mu_0 \frac{N_A \cdot \mu_J^2}{2kTM}.$$

Тенгликнинг ўнг томони солиштирма магнит қабул қилувчанлик бирлигини ($\text{м}^3/\text{кг}$) беришига ишонч ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} \frac{[\mu_0] [N_A] [\mu_J^2]}{[k] [T] [M]} &= \frac{1 \text{Гн/м} \cdot 1 \text{моль}^{-1} \cdot 1 \text{Н}^2 \text{м}^4}{1 \text{Ж/К} \cdot 1 \text{К} \cdot 1 \text{кг/моль}} = \\ &= \frac{1 \text{Гн} \cdot 1 \text{Н}^2 \cdot \text{м}^3}{1 \text{Ж} \cdot \text{кг}} = 1 \text{м}^3/\text{кг}. \end{aligned}$$

Ҳисоблашни бажарамиз ($1 \mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{Ам}^2$ ва $M = 30 \cdot 10^{-3} \text{кг/моль}$ эканлигини ҳисобга оламиз):

$$\chi_{\text{сол}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{6,02 \cdot 10^{23} \cdot (1,8 \cdot 9,27 \cdot 10^{-24})^2}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 276 \cdot 30 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{\text{м}^3}{\text{кг}} = 6,2 \cdot 10^{-7} \text{м}^3/\text{кг}.$$

Масалалар

Магнитланганлик. Магнит қабул қилувчанлик

27.1. Агар ҳар бир атомнинг магнит моменти Бор магнетони μ_B га ва атомларнинг концентрацияси $6 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ га тенг бўлса, тўйинишда жисмнинг магнитланганлиги J аниқлансин.

27.2. Марганецнинг магнит қабул қилувчанлиги $\chi = 1,21 \times 10^{-4}$. Кучланганлиги $H = 100$ кА/м бўлган магнит майдондаги марганецнинг магнитланганлиги J , солиштирма магнитланганлиги $J_{\text{сол}}$ ва моляр магнитланганлиги J_m ҳисоблансин. Марганецнинг зичлигини маълум деб ҳисоблансин.

27.3. Агар AgVg нинг моляр магнит қабул қилувчанлиги $\chi_m = 7,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3/\text{моль}$ бўлса, унинг магнит қабул қилувчанлиги χ топилсин.

27.4. Агар платинанинг солиштирма магнит қабул қилувчанлиги $\chi = 1,30 \cdot 10^{-9}$ бўлса, унинг магнит қабул қилувчанлиги χ ва моляр магнит қабул қилувчанлиги χ_m аниқлансин.

27.5. Алюминийнинг магнит қабул қилувчанлиги $\chi = 2,1 \times 10^{-5}$. Унинг солиштирма магнит $\chi_{\text{сол}}$ ва моляр χ_m қабул қилувчанликлари аниқлансин.

27.6. $R = 1$ см радиусли висмут шарча бир жинсли магнит майдонга жойлаштирилган ($B = 0,5$ Тл). Агар висмутнинг магнит қабул қилувчанлиги $\chi = 1,5 \cdot 10^{-4}$ бўлса, шарча олган магнит момент P_m аниқлансин.

27.7. Мисдаги магнит майдоннинг кучланганлиги $H = 1$ МА/м. Агар миснинг солиштирма магнит қабул қилувчанлиги $\chi_{\text{сол}} = 1,1 \times 10^{-9} \text{ м}^3/\text{кг}$ бўлса, унинг магнитланганлиги J ва магнит индукцияси B аниқлансин.

Диа- ва парамагнетизм

27.8. Ернинг магнит майдонида турган ($B = 50$ мкТл) атомдаги электрон орбитаси Лармор прецессиясининг частотаси аниқлансин.

27.9. Водород атоми $B = 1$ Тл индукцияли магнит майдонда турибди. Электрон орбитасининг прецессияси вужудга келтирган магнит момент μ_m ҳисоблансин. Ядродан электронгача бўлган масофа квадратининг ўртача қиймати $\langle r^2 \rangle = \frac{2}{3} r_1^2$ деб қабул қилинсин (r_1 — биринчи бор орбитасининг радиуси).

27.10. Хром оксиди Cr_2O_3 нинг моляр магнит қабул қилувчанлиги $\chi_m = 5,8 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3/\text{моль}$. Агар ҳарорат $T = 300$ К бўлса, Cr_2O_3 молекуласининг магнит моменти μ_m (Бор магнетонларида) аниқлансин.

27.11. $t = 17^\circ\text{C}$ да ваннадий уч оксид (V_2O_3) нинг солиштирма парамагнит қабул қилувчанлиги $\chi_{\text{сол}} = 1,89 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3/\text{кг}$. Агар

ваннадий уч оксиднинг зичлиги $\rho = 4,87 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ бўлса, V_2O_3 нинг битта молекуласига тўғри келувчи магнит момент μ_m (Бор магнетонларида) аниқлансин.

27.12. Кислороднинг молекуласи $\mu_m = 2,8 \mu_B$ магнит моментга эга (бунда μ_B — Бор магнетони). Нормал шароитда кучсиз магнит майдондаги ($B_0 = 10 \text{ мТл}$) ва жуда кучли майдондаги газсимон кислороднинг магнитланганлиги J аниқлансин.

27.13. Ҳисоблашдаги хатоликлар 1% дан ошмаслиги учун магнит индукцияси B нинг қандай энг катта қийматидан бошлаб Ланжевен функциясининг тахминий ифодаси $L(a) \approx \frac{a}{3}$ дан

эмас, балки аниқ қийматидан фойдаланиш кераклиги аниқлансин. Ҳисоблашларда молекулаларнинг магнит моменти Бор магнетонига тенг деб қабул қилинсин. Ҳарорат $T = 300 \text{ К}$.

27.14. Ланжевен функциясининг аниқ ифодасини тахминий ифода $L(a) \approx a/3$ билан алмаштириш натижасида вужудга келадиган хатолик 1% дан ошмаслиги учун a катталиқнинг энг катта қиймати қандай бўлиши кераклиги аниқлансин.

27.15. Берилган молекуланинг ташқи магнит майдон йўналишига нисбатан манфий магнит момент проекциясига эга бўлишининг эҳтимоллиги 10^{-3} га тенг бўладиган ҳарорат T аниқлансин. Молекуланинг магнит моменти бир Бор магнетонига тенг деб ҳисоблансин, майдоннинг магнит индукцияси эса $B = 8 \text{ Тл}$.

27.16. Қуйидаги икки ҳолда: ташқи майдон магнит индукцияси ($B = 1 \text{ Тл}$) йўналишида мусбат магнит моменти проекциясига эга бўлган молекулалар сони манфий проекцияга эга бўлган молекулалар сонидан неча марта кўп: 1) $T_1 = 300 \text{ К}$; 2) $T_2 = 1 \text{ К}$? Молекуланинг магнит моменти Бор магнетонига тенг деб қабул қилинсин.

27.17. $T_1 = 300 \text{ К}$ ҳарорат ва $B = 0,5 \text{ Тл}$ магнит индукциясида парамагнетикнинг маълум магнитланганлиги J га эришилди. Ҳарорат $T_2 = 450 \text{ К}$ гача кўтарилганда шу магнитланганлик сакланиб қолиши учун зарур бўлган магнит индукцияси B_2 аниқлансин.

Ферромагнетизм

27.18. Пўлат парчасини кучланганлиги $H = 1600 \text{ А/м}$ бўлган магнит майдонга киритдилар. Пўлатнинг магнитланганлиги аниқлансин.

Кўрсатма. 24.1-расмдаги графикдан фойдаланиш керак (332-бет).

27.19. Ҳажми $V = 10 \text{ см}^3$ бўлган тўғри бурчакли тўрт қиррали ферромагнит жисм кучланганлиги $H = 800 \text{ А/м}$ бўлган магнит майдонда $P_m = 0,8 \text{ А} \cdot \text{м}^2$ магнит моменти олди. Ферромагнетикнинг магнит сингдирувчанлиги μ аниқлансин.

27.20. Агар тўйинишда темирнинг магнитланганлиги $1,84 \text{ МА/м}$

га тенг бўлса, темирнинг битта атомига тўғри келувчи Бор магнетокларининг ўртача сони $\langle n \rangle$ ҳисоблансин.

27.21. Темирнинг битта атомида тўлдирилмаган $3d$ -қобигига тўртта жуфтлашмаган электрон тўғри келади. Тўйинишда темир магнитланганлигининг назарий қиймати $J_{\text{тў}}$ аниқлансин.

6-БОБ. ОПТИКА

28-§. ГЕОМЕТРИК ОПТИКА

Асосий формулалар

- Сферик кўзгунинг фокус масофаси

$$f = R/2,$$

бунда R — кўзгунинг эгрилик радиуси.

Сферик кўзгунинг оптик кучи

$$D = 1/f.$$

Сферик кўзгу формуласи

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

бунда a ва b — мос равишда кўзгунинг кутбидан нарса ва тасвиргача бўлган масофалар.

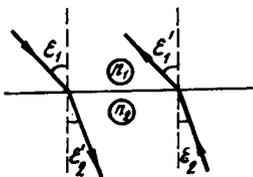
Агар нарсанинг тасвири мавҳум бўлса, унда b катталиқ манфий ишора билан олинади.

Агар сферик кўзгунинг фокуси мавҳум (кўзгу қаварик) бўлса, у ҳолда f катталиқ манфий ишора билан олинади.

- Еруғликнинг синиш қонуни

$$\frac{\sin \epsilon_1}{\sin \epsilon_2} = n_{21},$$

бунда ϵ_1 — тушиш бурчаги; ϵ_2 — синиш бурчаги; $n_{21} = n_2/n_1$ — иккинчи муҳитнинг биринчи муҳитга нисбатан нисбий синдириш кўрсаткичи; n_1 ва n_2 — мос равишда биринчи ва иккинчи муҳитларнинг абсолют синдириш кўрсаткичлари.



28.1-расм

Бурчакларни белгилашдаги қуйи кўрсаткичлар нур қайси муҳитда (биринчи ёки иккинчи) тарқалаётганлигини кўрсатади. Агар нур бўлиниш сиртига $\epsilon_2 = \epsilon_1'$ бурчак остида тушиб иккинчи муҳитдан биринчисига ўтса, унда ёруғлик нурларининг қайтиш принципига асосан ϵ_1 синиш бурчаги ϵ_1 бурчакка тенг бўлади (28.1-расм).

- Еруғликнинг оптик зичрок муҳитдан оптик зичлиги камрок бўлган муҳитга ўтишидаги тўла қайтишнинг чегаравий бурчаги

$$e_w = \arcsin(n_2/n_1) \quad (n_2 < n_1).$$

- Юпқа линзанинг оптик кучи

$$\Phi = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_l}{n_m} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

бунда f — линзанинг фокус масофаси; n_l — линза моддасининг абсолют синдириш кўрсаткичи; n_m — ўраб турган муҳитнинг (линзанинг ҳар иккала томонидан ҳам бир хил) абсолют синдириш кўрсаткичи.

Келтирилган формулада қаварик сиртларнинг радиуслари (R_1 ва R_2) мусбат ишора билан, ботиклариники эса манфий ишора билан олинади.

- Бир-бирига ёпиштириб қўйилган иккита юпқа линзанинг оптик кучи

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2.$$

- Юпқа линза формуласи

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

бунда a — линзанинг оптик марказидан нарсагача бўлган масофа; b — линзанинг оптик марказидан тасвиргача бўлган масофа.

Агар фокус мавҳум бўлса (сочувчи линза), у ҳолда f манфий катталиқ бўлади. Агар тасвир мавҳум бўлса, b — манфий катталиқ бўлади.

- Лупанинг бурчак катталаштириши

$$\Gamma = D/f,$$

бунда D — энг яхши кўриш масофаси ($D = 25$ см).

- Телескопнинг бурчак катталаштириши

$$\Gamma = f_{об}/f_{ок}$$

бунда $f_{об}$ ва $f_{ок}$ — мос равишда объективнинг ва окулярнинг фокус масофалари.

Телескопнинг объективидан то окуляригача бўлган масофа

$$L = f_{об} + f_{ок}$$

Бу формулаларни телескопдан жуда узоқдаги нарсаларни кузатгандагина қўллаш мумкин.

- Микроскопнинг бурчак катталаштириши

$$\Gamma = \delta D / (f_{об}/f_{ок}),$$

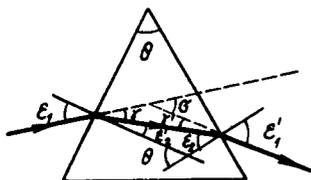
бунда δ — объективнинг орқа фокуси билан окулярнинг олд фокуси орасидаги масофа.

Микроскопнинг объективидан окуляригача бўлган масофа

$$L = f_{об} + \delta + f_{ок}$$

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. $\theta = 50^\circ$ синдириш бурчагига эга бўлган шиша призмага $\epsilon = 30^\circ$ бурчак остида ёруғлик нури тушмоқда. Агар шишанинг синдириш кўрсаткичи $n = 1,56$ бўлса, нурнинг призмадан огиш бурчаги аниқлансин.



28.2- расм

Ечиш. Бу масалани одатдагидек умумий кўринишда эмас, балки барча оралик ҳисоблашларни бажара бориб ечиш мақсадга мувофиқдир. Бу ҳолда биз ҳисоблаш аниқлиги бўйича бир оз юткизсак ҳам, лекин ҳисоблашларнинг яққоллиги ва соддалигидан ютамыз. 28.2- расмдан кўрииб турибдики, огиш бурчаги

$$\sigma = \gamma + \gamma' \quad (1)$$

γ ва γ' бурчаклар эса ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ'_1 , ϵ'_2 бурчаклар орқали соддагина ифодаланеди ва буларни кетма-кет ҳисоблаймиз:

1) Синиш қонуни $\sin \epsilon_1 / \sin \epsilon_2$ дан қуйдагини оламыз:

$$i_2 = \arcsin\left(\frac{\sin \epsilon_1}{n}\right) = 18,7^\circ;$$

2) 28.2- расмдан кўрииб турибдики, призманинг иккинчи қиррасига тушиш бурчаги

$$\epsilon_2 = \theta - \epsilon'_2 = 31,3^\circ.$$

ϵ_2 бурчак чегаравий бурчакдан кичик ($\epsilon_{2\text{чег}} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) = 39,9^\circ$). Шунинг учун ҳам нур иккинчи қиррада синади ва призмадан чиқади;

$$3) \frac{\sin \epsilon_2}{\sin \epsilon'_1} = \frac{1}{n} \text{ эканлигидан } \epsilon'_1 = \arcsin(n \sin \epsilon_2) = 54,1^\circ.$$

Энди γ ва γ' бурчакларни топамиз:

$$\gamma = \epsilon_1 - \epsilon'_1 = 11,3^\circ \text{ ва } \gamma' = \epsilon'_1 - \epsilon_2 = 22,8^\circ.$$

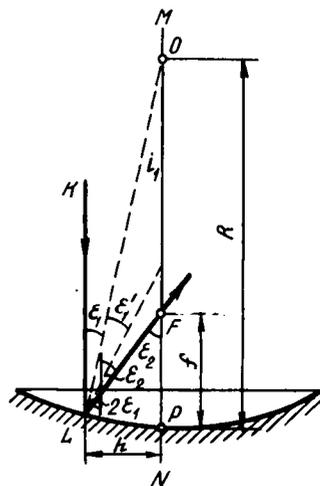
(1) формулага биноан:

$$\sigma = \gamma + \gamma' = 34,1^\circ.$$

2- мисол. Оптик тизим қаварик сирти қумушланган юпка яссиқаварик шиша линзадан иборат. Агар линзанинг сферик сиртининг эгрилик радиуси $R = 60$ см бўлса, бундай тизимнинг бош фокус масофаси f аниқлансин.

Ечиш. Линзага унинг бош оптик ўқи MN га параллел бўлган параксиаль KL нур тушаётган бўлсин (28.3- расм). KL нур

линзанинг ясси сиртига тик бўлганлиги туфайли ундан синмасдан ўтади. Нур кумушланган қавариқ сиртга L нуктада ϵ_1 бурчак остида тушади ва ундан $\epsilon'_1 = \epsilon$ бурчак остида қайтади. Қайтган нур линзанинг ясси сиртининг чегарасига $2\epsilon_1$ бурчак остида тушади ва линзадан чиқиши билан F нуктада бош оптик ўкни ўк билан ϵ_2 бурчак ҳосил қилиб кесади. Бунда ҳосил бўлган FP кесманинг узунлиги кўриладиган оптик тизимнинг изланаётган фокус масофасига тенг. Агар KL нурнинг параксиаллигини ҳисобга олсак, ϵ_1 ва ϵ_2 бурчаклар кичик, уларнинг синус ва тангенслари эса амалда радианларда ифодаланган бурчакларнинг ўзига тенг, у ҳолда 28.3- расмдан



28.3- расм

$$f = \frac{h}{\epsilon_2} = \frac{R \cdot \epsilon_1}{\epsilon_2} = R \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}.$$

(1) формулага кирувчи бурчаклар нисбати ϵ_1/ϵ_2 ни бизнинг ҳолимизда ушбу кўринишда ёзиладиган ёруғликнинг синиш қонунидан фойдаланиб топамиз $2\epsilon_1/\epsilon_2 = 1/n$, бундан

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{1}{2n}.$$

Бурчакларнинг бу нисбатини (1) формулага қўйиб, қуйидагини топамиз

$$f = R/(2n).$$

Шундай натижани расмий мулоҳазалар асосида ҳам олиш мумкин. KL нур кетма-кет равишда линзадан ўтиши, қавариқ кўзгудан қайтиши ва яна бир марта линзадан ўтиши туфайли мазкур оптик тизимни бир-бирига жипслашган иккита ясси қавариқ линза ва юмалок кўзгудан ташкил топган марказлашган тизим сифатида қараш мумкин. Оптик тизимнинг фокус масофаси қуйидаги формулага биноан топилиши мумкин

$$f = 1/\Phi,$$

бунда Φ — тизимнинг оптик кучи.

Маълумки тизимнинг оптик кучи тизимни ташкил этувчилар

оптик кучларининг алгебраик йиғиндисига тенг. Бизнинг ҳоли-
мизда

$$\Phi = (n-1) \frac{1}{R} + \frac{2}{R} + (n-1) \frac{1}{R} = \frac{2n}{R}, \text{ яъни}$$

$$f = 1/\Phi = R/(2n),$$

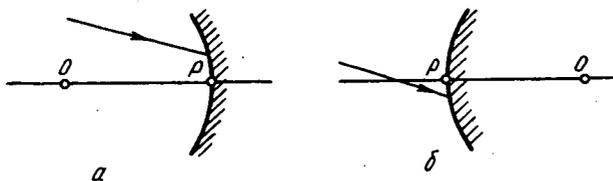
бу эса (2) формулада ифодаланган натижага мос келади.

Масалалар

Ёруғликнинг қайтиши ва синиши

28.1. Иккита ясси тўғри тўртбурчакли кўзгу икки қиррали $\varphi = 170^\circ$ бурчак ҳосил қилади. Кўзгуларнинг тегиб туриш чизиғи-
дан $l = 10$ см масофада ва, ҳар бир кўзгудан бир хил масофада
нуктавий ёруғлик манбаи турибди. Манбанинг кўзгулардаги
мавҳум тасвирлари орасидаги d масофа аниқлансин.

28.2. Сферик кўзгуга ёруғлик нури тушмоқда. Қуйидаги икки
хол учун нурнинг қайтгандан кейинги қуриш йўли билан топилсин:
а) ботик кўзгудан (28.4, а-расм); б) қаварик кўзгудан (28.4,
б-расм) Суратда: P — кўзгунинг қутби; O — оптик марказ.

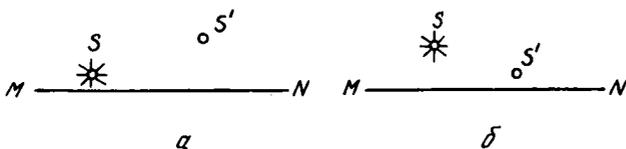


28.4-расм

28.3. Ботик юмалок кўзгу экранда нарса тасвирини $\Gamma = 4$ марта
катталаштириб беради. Нарсадан кўзгугача бўлган масофа
 $a = 25$ см. Кўзгунинг эгрилик радиуси R аниқлансин.

28.4. Ботик кўзгунинг фокус масофаси $f = 15$ см. Кўзгу
нарсанинг ҳақиқий тасвирини уч марта кичрайтириб беради.
Нарсадан кўзгугача бўлган a масофа аниқлансин.

28.5. 28.5. а, б-расмларда сферик кўзгунинг бош оптик ўқи MN
нинг ўрни, нурланувчи нукта S ва унинг тасвири S' кўрсатилган.
Тузиш йўли билан кўзгунинг оптик маркази O , унинг қутблари P ва
бош фокуси F нинг ўрни топилсин. Берилган кўзгу ботик ёки
қавариклиги аниқлансин. Тасвир ҳақиқий бўладими ёки мав-
ҳумми?

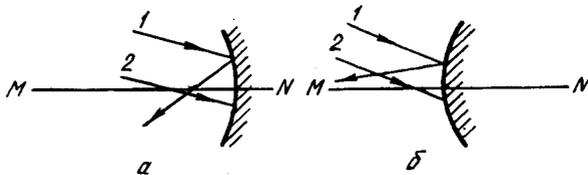


28.5-расм

28.6. Ботик кўзгу экранда куёшнинг тасвирини $d=28$ мм ли доира кўринишида беради. Осмондаги Куёшнинг диаметри бурчак ўлчагичда $\beta=32'$. Кўзгунинг эгрилик радиуси R аниқлансин.

28.7. Қаварик кўзгунинг эгрилик радиуси $R=50$ см. Баландлиги $h=15$ см бўлган жисм кўзгудан $a=1$ м масофада турибди. Кўзгудан тасвиргача бўлган масофа b ва унинг баландлиги H аниқлансин.

28.8. 28.6, а,б- расмларда юмалоқ кўзгунинг бош оптик ўқи MN нинг ўрни ва l нурнинг йўли кўрсатилган. Кўзгудан қайтган 2 нурнинг йўли тузилсин.



28.6- расм

28.9. Столда қоғоз варағи ётибди. Қоғозга $\epsilon=30^\circ$ бурчак остида тушаётган ёруғлик нури унда ёруғ доғ ҳосил қилади. Агар қоғоз устига $d=5$ см қалинликдаги ясси параллел шиша пластина қўйилса бу доғ қанчага силжийди?

28.10. Нур $d=30$ мм қалинликдаги шиша пластинкага $\epsilon=60^\circ$ бурчак остида тушади. Пластинкадан чиққандан кейин нурнинг ён томонга силжиши аниқлансин.

28.11. Параллел нурлар дастаси $\epsilon=60^\circ$ бурчак остида қалин шиша пластинага тушади ва синиб шишага ўтади. Дастанинг ҳаводаги кенглиги $a=10$ см. Дастанинг шишадаги кенглиги b аниқлансин.

28.12. Еруғлик нури синдириш кўрсаткичи n_1 бўлган муҳитдан синдириш кўрсаткичи n_2 бўлган муҳитга ўтади. Агар қайтган ва синган нурлар орасидаги бурчак $\pi/2$ га тенг бўлса, $\operatorname{tg}\epsilon_1=n_2/n_1$ (ϵ_1 — тушиш бурчаги) шарт бажарилиши кўрсатилсин.

28.13. Еруғлик нури синдириш кўрсаткичи n бўлган призма қиррасига кичик бурчак остида тушади. Агар призманинг синдириш бурчаги Θ кичик бўлса, у ҳолда нурларнинг оғиш бурчаги σ тушиш бурчагига боғлиқ бўлмаслиги ва $\Theta=(n-1)$ эканлиги кўрсатилсин.

28.14. $\Theta=60^\circ$ синдириш бурчагига эга бўлган шиша призмага ёруғлик нури тушади. Агар нур призма ичида симметрик юрганда оғиш бурчаги $\sigma=40^\circ$ бўлса, шишанинг синдириш кўрсаткичи n аниқлансин.

28.15. Шиша призманинг синдириш бурчаги $\Theta=30^\circ$. Еруғлик нури призма қиррасига унинг сиртига тик равишда тушади ва дастлабки йўналишдан $\sigma=20^\circ$ бурчакка оғган ҳолда, бошқа

киррасидан ҳавога чиқади. Шишанинг синдириш кўрсаткичи n аниқлансин.

28.16. Ғуғлик нури шиша призма киррасига унинг сиртига тик равишда тушади ва дастлабки йўналишидан $\sigma = 25^\circ$ бурчакка оғган ҳолда қарама-қарши киррасидан чиқади. Призманинг синдириш бурчаги Θ аниқлансин.

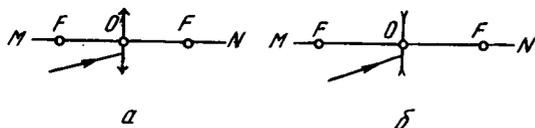
28.17. Синдириш бурчаги $\Theta = 60^\circ$ бўлган шиша призманинг киррасига $\epsilon_1 = 45^\circ$ бурчак остида ғуғлик нури тушади. Нурнинг призмадан чиқишдаги синиш бурчаги ϵ_2 ва нурнинг дастлабки йўналишидан оғиш бурчаги σ топилсин.

28.18. Призманинг синдириш бурчаги $\Theta = 60^\circ$. Нурнинг дастлабки йўналишидан энг кам оғиш бурчаги $\sigma = 30^\circ$. Призма ясалган шишанинг синдириш кўрсаткичи n аниқлансин.

28.19. Ўткир учли пона шаклидаги призманинг синдириш бурчаги $\Theta = 2^\circ$. Агар призма шишасининг синдириш кўрсаткичи $n = 1,6$ бўлса, нурнинг призма орқали ўтишдаги энг кам оғиш бурчаги аниқлансин.

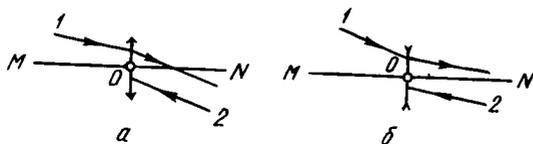
Оптик тизимлар

28.20. Юпқа линзага ғуғлик нури тушмоқда. Нурнинг: а) йиғувчи (28.7, а-расм); б) сочувчи (28.7 б-расмда) линзада синишидан кейинги йўли ясаш усули билан топилсин. Расмда: O — линзанинг оптик маркази; F — бош фокус.



28.7- расм

28.21. 28.8, а, б- расмда линзанинг бош оптик ўқи MN нинг ўрни ва нурнинг йўли 1 кўрсатилган. Нурнинг линзада сингандан кейинги йўли 2 тузилсин*.



28.8- расм

28.22. Агар нурнинг а) йиғувчи (28.9, а-расм); б) сочувчи (28.9, б-расм), линзаларда сингандан кейинги йўли маълум бўлса, тузиш йўли билан ғуғлик тарқатувчи нуктанинг ўрни топилсин. Расмда: O — линзанинг оптик маркази; F — унинг бош ўқи.

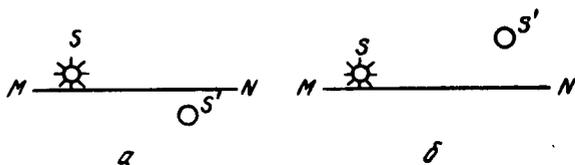
* Линзанинг ҳар иккала томонидаги муҳит ҳам бир хил деб ҳисоблансин.

28.9- расм



28.23. 28.10, а, б-расмда юпка линзанинг бош оптик ўқининг, ёруғ нуқта S нинг ва унинг тасвири S' нинг ўринлари кўрсатилган. Тузиш йўли билан* линзанинг оптик маркази O ва унинг фокуслари F топилсин. Берилган линза йиғувчи ёки сочувчи эканлиги кўрсатилсин. Тасвир ҳақиқий бўладими ёки мавҳумми?

28.10- расм



28.24. Лампочка ва экраннинг ўртасида оптик курсида жойлаштирилган линза экранда лампочканинг кескин катталашган тасвирини беради. Лампочканинг экранга $\Delta l = 40$ см га яқинлаштирилганларида экранда лампочканинг кескин кичрайтирилган тасвири пайдо бўлди. Агар лампочкадан экрангача бўлган масофа $l = 80$ см бўлса, линзанинг фокус масофаси f аниқлансин.

28.25. Нарса ва унинг бош фокус масофаси $f = 12$ см бўлган йиғувчи линза ҳосил қиладиган ҳақиқий тасвири орасидаги мумкин бўлган энг кичик масофа l қандай бўлади?

28.26. Одам фотоаппарат объективининг бош оптик ўқи бўйлаб $v = 5$ м/с тезлик билан ҳаракатланмоқда. Ундаги одам тасвири доимо ёрқин бўлиб қолиши учун фотоаппаратнинг хира ойнасини қандай u тезлик билан силжитиш керак? Объективнинг бош фокус масофаси $f = 20$ см. Ҳисоблашлар одам фотоаппаратдан $a = 10$ м масофада турган ҳол учун бажарилсин.

28.27. Шишадан оптик кучи $\Phi = 5$ дптр бўлган ясси каварик линза тайёрлаш талаб қилинади. Линзанинг каварик сиртининг эгрилик радиуси R аниқлансин.

28.28. Икки ёклама каварик линза сиртларининг эгрилик радиуслари бир хил. Линза сиртларининг эгрилик радиуси R нинг қандай қийматида унинг бош фокус масофаси $f = 20$ см бўлади?

28.29. Линза сиртларининг эгрилик радиусларининг нисбати $k = 2$. Каварик сиртининг эгрилик радиуси R нинг қандай қийматида линзанинг оптик кучи $\Phi = 10$ дптр бўлади?

* Линзанинг ҳар иккала томонидаги муҳит ҳам бир хил деб ҳисоблансин.

28.30. Агар линза сиртларининг эгрилик радиусларининг нисбати $K=3$, унинг оптик кучи $\Phi=-8$ дптр бўлса, линза каварик сиртининг эгрилик радиуси R аниқлансин.

28.31. Эгрилик радиуслари бир хил, $R=0,5$ м бўлган иккита соат шишасидан икки ёқлама ботиқ «ҳаво» линзаси ёпиштириб ясалган. Шундай линза сувда қандай Φ оптик кучга эга бўлади?

28.32. Линза синдириш кўрсаткичи қизил нур учун $n_{\kappa}=1,50$, бинафша нур учун $n_{\phi}=1,52$ бўлган шишадан тайёрланган. Линзанинг ҳар иккала сиртининг ҳам эгрилик радиуслари бир хил ва $R=1$ м. Линзанинг қизил ва бинафша нурлар учун фокуслари орасидаги Δf масофа аниқлансин.

28.33. Диаметри $d=10$ см бўлган ясси каварик линзанинг бош фокус масофаси f аниқлансин. Линзанинг марказидаги қалинлиги $n=1$ см, чеккаларидаги қалинлигини ногла тенг деб қабул қилиш мумкин.

28.34. Агар менискнинг* каварик ва ботиқ сиртларининг эгрилик радиуслари мос равишда $R_1=1$ м ва $R_2=40$ см бўлса, унинг оптик кучи Φ аниқлансин.

28.35. Ҳавода йиғувчи линзанинг бош фокус масофаси $f=10$ см. У: 1) сувда; 2) долчин мойида нимага тенглиги аниқлансин.

28.36. Ҳавода турган линзанинг фокус масофаси $f_1=5$ см, шаклар эритмасига ботирилганини эса $f_2=35$ см. Эритманинг синдириш кўрсаткичи n аниқлансин.

28.37. Ҳаводаги юпка линза $\Phi_1=5$ дптр оптик кучга, муайян суюқликка жойлаштирилганда эса $\Phi_2=-0,48$ дптр оптик кучга эга. Агар линза ясалган шишанинг синдириш кўрсаткичи $n_1=1,52$ бўлса, суюқликнинг синдириш кўрсаткичи n_2 аниқлансин.

28.38. Жипслаштирилган иккита юпка линзадан иборат тизимнинг оптик кучи Φ шу линзаларнинг ҳар бирининг оптик кучлари Φ_1 ва Φ_2 ларнинг йиғиндисига тенглиги исботлансин.

28.39. $R=20$ см радиусли ботиқ юмалоқ кўзгуга юпка глицерин қатлами қуйилган. Бундай тизимнинг бош фокус масофаси f аниқлансин.

28.40. Ясси каварик линзанинг оптик кучи $\Phi=4$ дптр. Линзанинг каварик сиртини кумушладилар. Шундай сферик кўзгунинг оптик кучи Φ_2 топилсин.

28.41. Эгрилик радиуси $R=20$ см бўлган каварик сферик кўзгунинг устидан юпка сув қатламини қуйдилар. Шундай тизимнинг бош фокус масофаси f аниқлансин.

28.42. Одам ўз олдида $a=12,5$ см масофада жойлаштирилган китобни кўзойнаксиз ўқимокда. У оптик кучи Φ қандай бўлган кўз ойнак тақиши керак?

28.43. Яқинни кўрувчи киши кўзининг кўз ойнаксиз кўришга мослашув чегаралари $a_1=16$ см ва $a_2=80$ см оралиғида ётади.

* Мениск деб, бир хил эгрилик йўналишларига эга иккита сферик сирт билан чегараланган линзага айтилади.

Кўзойнак билан у узоқдаги нарсаларни яхши кўради. Кўзойнак тақиб ўқиганда у китобни қандай энг кичик d масофада тутиб туриши керак?

28.44. Икки ёклама қаварик линзадан иборат лупа синдириш кўрсаткичи $n=1,6$ бўлган шишадан тайёрланган. Линзалар сиртларининг эгрилик радиуслари бир хил ва $R=12$ см. Лупанинг катталаштириши Γ аниқлансин.

28.45. Лупа $\Gamma=2$ марта катталаштириб беради. Унга зич қилиб оптик кучи $\Phi_1=20$ дптр бўлган йиғувчи линзани кўйдилар. Бундай қўшма лупа қандай катталаштириш F_2 ни беради?

28.46. Телескоп объективининг оптик кучи $\Phi=0,5$ дптр. Окуляр $\Gamma_1=10$ катталаштириш берадиган лупадек ишлайди. Телескоп қандай Γ_2 катталаштириш беради?

28.47. Фокус масофаси $f=50$ см бўлган окулярда телескоп $\Gamma_1=60$ бурчак катталаштириш беради. Агар окуляр олиниб ва оддий кўз билан энг яхши кўриш масофасидан объектив ҳосил қилган ҳақиқий тасвир қаралса, объективнинг ўзи қандай Γ_2 бурчак катталаштиришни беради?

28.48. Телескоп объективининг фокус масофаси $f_1=1$ м. Телескопда $a=1$ км масофада турган бинони кўрмоқдалар. Қуйидаги икки ҳолда аниқ тасвирни олиш учун окулярни, қайси йўналишда ва қанча силжитиш керак: 1) агар бинодан кейин ой қаралса; 2) агар ойнинг ўрнига $a=100$ м масофада турган яқинроқ нарсалар қаралса?

28.49. Телескоп Қуёшга тўғриланган. Телескоп объективининг фокус масофаси $f_1=3$ м. Фокус масофаси $f_2=50$ мм бўлган окуляр объектив ҳосил қилган ҳақиқий Қуёш тасвирини окулярдан $b=60$ см масофада жойлашган экранга туширади. Экран текислиги телескопнинг оптик ўқига тик йўналган. Агар осмонда Қуёшнинг диаметри оддий кўз билан $\alpha=32'$ бурчак остида кўринса, экрандаги Қуёш тасвирининг чизиқли диаметри d аниқлансин.

28.50. Микроскоп объективининг фокус масофаси $f_1=8$ мм, окуляриники $f_2=4$ см. Нарса объективдан бош фокусга нисбатан $-0,5$ мм узоқликда турибди. Микроскопнинг катталаштириши Γ аниқлансин.

28.51. Микроскоп объективининг фокус масофаси $f_1=1$ см, окуляриники $f_2=2$ см. Объективдан окуляргача бўлган масофа $L=23$ см. Микроскоп қандай Γ катталаштириш беради? Нарса объективдан қандай a масофада турибди?

28.52. Микроскоп ичида объектив ва окуляр фокуслари орасидаги b масофа 16 см га тенг. Объективнинг фокус масофаси $f_1=1$ мм. $\Gamma=500$ катталаштириш олиш учун қандай f_2 фокус масофали окуляр олиш керак?

29-§. ФОТОМЕТРИЯ

Асосий формулалар

● Изотропик* нуктавий ёруғлик манбаининг учиди манба турган ω фазовий бурчак чегарасида таркатадиган ёруғлик оқими

$$\Phi_{\theta} = I \cdot \omega,$$

бунда I — манба ёруғлигининг кучи; $\omega = 2\pi(1 - \cos\theta)$; θ — конус ўқи ва унинг ташкил этувчиси орасидаги бурчак.

● Изотропик нуктавий ёруғлик манбаи таркатадиган тўла ёруғлик оқими

$$\Phi_0 = 4\pi I.$$

● Сиртнинг ёритилганлиги

$$E_{\theta} = \Phi/d,$$

бунда S — тушадиган ёруғлик оқими Φ_{θ} бир текис тақсимланувчи текисликнинг юзаси.

Изотропик нуктавий ёруғлик манбаи ҳосил қиладиган ёритилганлик

$$E_{\theta} = \frac{I}{r^2} \cos\epsilon,$$

бунда r — сиртдан ёруғлик манбаигача бўлган масофа; ϵ — нурларнинг тушиш бурчаги.

● Косинусоидал таркатувчи сиртнинг исталган элементининг ёруғлик кучи

$$I = I_0 \cos\varphi,$$

бунда φ — сирт элементига ўтказилган нормал ва кузатиш йўналиши орасидаги бурчак; I_0 — сирт элементининг шу элемент нормали йўналишидаги ёруғлик кучи.

● Ёруғлик таркатувчи сиртнинг равшанлиги

$$L_{\nu} = I/\sigma,$$

бунда I — кузатиш йўналишидаги ёруғлик кучи; σ — ёруғлик таркатувчи сиртнинг ёруғлик йўналишига тик бўлган текисликдаги проекциясининг юзаси.

● Еритувчанлик

$$M_{\nu} = \frac{\Phi_{\nu}}{S},$$

бунда Φ_{ν} — сирт чиқараётган ёруғлик оқими; S — шу сиртнинг юзаси.

* Агар манба ёруғлигининг кучи ҳамма йўналишларда бир хил бўлса, бундай манба изотропик дейилади.

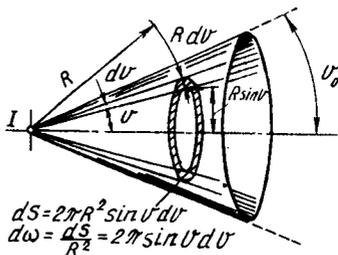
Косинусоидал тарқатувчиларнинг ёритувчанлиги

$$M_v = \pi L_v.$$

Эслатма. ГОСТ 26148—84 га биноан ёруғлик катталиклари, уларга мос келувчи нурланишнинг энергетик катталиклари билан бир хил ҳарфлар орқали белгиланади. Белгилашлар фақат кўрсаткичлари билан фарқ қилишади: e — энергетик ва v — ёруғлик катталиклари учун. Аммо тушунмовчиликка олиб келмайдиган ҳолларда ёруғлик катталикларини белгилашдаги v кўрсаткичини ташлаб юборишга рухсат берилади (мисол учун, энергетик равшанлик — L_e , равшанлик — L_v ёки L).

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Яқиндан ёритувчи прожектор $2v = 40^\circ$ очилиш бурчаги билан кесик конус кўринишидаги ёруғлик дастасини беради. Прожекторнинг ёруғлик оқими $\Phi = 80$ клм. Ёруғлик оқими конус ичида текис тақсимланган деб фараз қилиб, прожекторнинг ёруғлик кучи I аниқлансин.



29.1- расм

Е ч и ш. Изотропик манбанинг ёруғлик кучи I ёруғлик оқими Φ нинг ёруғлик оқими тарқаладиган чегарадаги фазовий бурчак ω га нисбатига тенг, яъни

$$I = \Phi / \omega. \quad (1)$$

Фазовий бурчакни очилиш бурчаги орқали ифодалаймиз. 29.1- расмдан кўриниб турибдики, элементар фазовий бурчак $d\omega = 2\pi \sin\theta d\theta$. Конуснинг 2θ очилиш бурчагига мос келувчи фазовий бурчак қуйидаги интеграл орқали ифодаланади:

$$\omega = 2\pi \int_0^{\theta_0} \sin\theta d\theta.$$

ёки

$$\omega = 2\pi (1 - \cos\theta_0) = 4\pi \sin^2(\theta_0/2).$$

ω нинг ифодасини (1) формулага қўйиб, қуйидагини оламиз

$$I = \frac{\Phi}{4\pi \sin^2(\theta/2)}. \quad (2)$$

(2) формула бўйича ҳисоблаб, натижани топамиз

$$I = 211 \text{ ккд.}$$

2- мисол: Диаметри $d=2,5$ см ва узунлиги $l=40$ см бўлган люминесцент цилиндрик лампа ўқига тик йўналишда $r=5$ м масофада $E_\theta=2$ лк ёритилганлик ҳосил қилади. Лампани косинусоидал тарқатувчи сифатида қараб: 1) берилган йўналишдаги ёруғлик кучи I ; 2) равшанлик L ; 3) лампанинг ёрқинлиги M аниқлансин.

Ечиш: 1. Лампанинг иккита ўлчамидан каттаси — узунлик ёритилганлик ўлчанган масофадан 12 марта кичик. Демак, берилган йўналишдаги ёруғлик кучини ҳисоблашда лампани нуқтавий манба деб қабул қилиш ва қуйидаги формуладан фойдаланиш мумкин:

$$E = I/r^2, \text{ бундан } I = Er^2.$$

Катталикларнинг қийматларини бу формулага қўйиб, ҳисобласак,

$$I = 25 \text{ кг.}$$

2. Равшанликни ҳисоблаш учун

$$L = I/\sigma$$

формулани қўллаймиз, бунда σ — чўзилган ёруғлик манбаининг кузатиш йўналишига тик текисликдаги проекциясининг юзаси.

Цилиндрик люминесценцияга асосланган лампа холида проекция узунлиги l ва кенглиги d бўлган тўғри тўртбурчак шаклига эга бўлади. Бинобарин

$$L = I/(ld).$$

Шу формулага биноан ҳисоблаб, L ни топамиз:

$$L = 2,5 \text{ кд/м}^2.$$

3. Люминесцент лампани косинусоидал тарқатувчи деб ҳисоблаш мумкин бўлганлигидан, унинг ёрқинлиги

$$M = \pi L = 7,9 \text{ клк.}$$

Масалалар*

Ёруғлик оқими ва ёруғлик кучи

29.1. Тўла ёруғлик оқими $\Phi = 1$ лм бўлган нуқтавий манбаининг ёруғлик кучи I аниқлансин.

* Фотометрияга тааллуқли масалаларни ечишда электр лампочкалар изотропик нуқтавий ёруғлик манбаи сифатида қабул қилинсин.

29.2. $P=75$ Вт қувват истеъмол қиладиган лампочка $r=3$ см масофада нурлар тик тушганда $E=8$ лк ёритилганлик ҳосил қилади. Лампочканинг солиштирма қуввати p (ватт таксим канделаларда) ва лампочканинг ёруғлик бериши (люмен таксим ваттларда) ҳисоблансин.

29.3. Конус бўйлаб $\Phi=76$ лм ёруғлик оқими жўнатадиган нуқтавий ёруғлик манбаи айланма конуснинг учида турибди. Манбанинг ёруғлик кучи $I=120$ кд. Фазовий бурчак ω ва конуснинг очилиш бурчаги 2θ аниқлансин.

29.4. Агар селенли фотоэлементдан $r=75$ см масофада тўла ёруғлик оқими $\Phi=1,2$ клм бўлган лампочка жойлаштирилган бўлса, фотоэлементга уланган гальванометр қандай I ток кучини кўрсатади? Фотоэлементнинг ишчи сиртининг юзаси 10 см^2 , сезгирлиги эса $i=300$ мкА/лм.

Ёритилганлик

29.5. Ёруғлик кучи $I=8$ кд бўлган лампочка диаметри $d=12$ см ва бош фокус масофаси $f=40$ см бўлган йиғувчи линзадан $a=2$ м масофада турибди. Линза ўзидан $b=30$ см масофада жойлашган экранда юмалок ёруғ доғ ҳосил қилади. Экраннинг шу доғ ҳосил бўлган жойидаги ёритилганлик E топилсин. Ёруғлиكنинг линзада ютилиши ҳисобга олинмасин.

29.6. Фотосуратни чиқаришда негатив $r_1=50$ см масофадан ёруғлик кучи $I_1=15$ кд бўлган лампочка билан $t_1=3$ с давомида ёритиб турилди. Қоралик даражаси биринчи ҳолтагидек бўлган суратни чиқариш учун негатив $r_2=2$ м масофадан ёруғлик кучи $I_2=60$ кд бўлган лампочка билан қанча t_2 вақт давомида ёритилиши керак?

29.7. Ердан $h=3$ м баландликда ва девордан $r=4$ м масофада ёруғлик кучи $I=100$ кд бўлган лампа осилиб турибди. Деворнинг E_1 ва ϵ_p горизонтал сиртининг улар кесишган чизикдаги E_2 ёритилганликлари аниқлансин.

29.8. Баландлиги $h=8$ м бўлган симёғочга ёруғлигининг кучи $I=1$ ккд бўлган лампа осилган. Лампани нуқтавий ёруғлик манбаи сифатида қабул қилиб, симёғоч асосидан қандай l масофада, ер сиртидаги ёритилганлик $E=1$ лк бўлиши аниқлансин.

29.9. Доиравий майдонча устида лампа осилиб турибди. Майдончанинг ўртасидаги ёритилганлик $E_1=40$ лк, чеккасидаги ёритилганлик $E_2=5$ лк. Нур майдонча чеккасига қандай ϵ бурчак остида тушмоқда?

29.10. Радиуси $r=80$ см бўлган доиравий стол марказининг устида $h=60$ см баландликда ёруғлик кучи $I=100$ кд бўлган лампа осилиб турибди. Қуйидагилар аниқлансин: 1) стол марказидаги ёритилганлик E_1 ; 2) стол чеккасидаги ёритилганлик E_2 ; 3) столга тушаётган ёруғлик оқими Φ ; 4) столнинг ўртача ёритилганлиги $\langle E \rangle$.

29.11. Стол чеккасидаги ёритилганлик максимал бўлиши учун лампани радиуси $r=1$ м бўлган доиравий стол марказидан қандай h баландликка осиш мумкин?

Равшанлик ва ёритувчанлик

29.12. Фонарь қобигидаги тиркиш ўлчамлари 10×15 см бўлган ясси хира шиша билан ёпилган. Фонарнинг нормал билан $\varphi=60^\circ$ бурчак ташкил қиладиган йўналишидаги ёруғлик кучи $I=15$ кд. Шишанинг равшанлиги L аниқлансин.

29.13. Диаметрлари мос равишда $d_1=2$ мм ва $d_2=20$ см бўлган $L_1=3$ ккд/м² равшанликли қизиб чўғ бўлиб турган металл шарча ва $L_2=5$ ккд/м² равшанликли шарсимон чирокларнинг ёруғлик кучлари ҳисоблансин ва ўзаро солиштирилсин.

29.14. Хира шишали чирок диаметри $d=20$ см бўлган шар шаклига эга. Чирокнинг ёруғлик кучи $I=80$ кд. Чирокнинг тўла ёруғлик оқими Φ , ёрқинлиги M ва равшанлиги L аниқлансин.

29.15. Зенит яқинидаги Қуёш горизонтал сиртда $E=0,1$ Млк ёритилганлик ҳосил қилади. Қуёшнинг диаметри $\alpha=32^\circ$ бурчак остида кўринади. Қуёшнинг кўзга кўринадиган равшанлиги L аниқлансин.

29.16. Оппок чўғ бўлгунча қиздирилган металл толанинг узунлиги $l=30$ см, диаметри $d=0,2$ мм. Толанинг унга тик йўналишидаги ёруғлик кучи $I=24$ кд. Толанинг равшанлиги L аниқлансин.

29.17. Ёруғлик тарқатувчи кубнинг равшанлиги L ҳамма йўналишларда бир хил ва 5 ккд/м² га тенг. Кубнинг қирраси $a=20$ см. Қайси йўналишда куб ёруғлигининг кучи I максимал бўлади. Кубнинг максимал ёруғлик кучи I_{max} аниқлансин.

29.18. Нур тарқатувчи конус ҳамма йўналишларда бир хил $B=2$ ккд/м² равшанликка эга. Конуснинг асоси нур тарқатмайди. Асосининг диаметри $d=20$ см ва баландлиги $h=15$ см. Қуйидаги йўналишларда конуснинг ёруғлик кучи I аниқлансин:

1) ўқи бўйлаб; 2) ўқига тик.

29.19. Горизонтал текислик устида $h=1$ м баландликда унга параллел равишда унча катта бўлмаган ёруғлик тарқатувчи диск жойлашган. Дискнинг унинг ўқи йўналишидаги ёруғлик кучи $I_0=100$ кд. Дискни ёруғлик кучи косинусоидал қонун бўйича тақсимланувчи нуқтавий манба сифатида қабул қилиб, горизонтал текисликнинг диск марказининг остида жойлашган нуқтадан $r=3$ м масофада жойлашган A нуқтадаги ёритилганлиги E топилсин.

29.20. A нуқтадаги ёритилганлик максимал бўлиши учун нур тарқатувчи дискни горизонтал текисликдаги қандай h баландликда жойлаштириш керак (олдинги масалага қаранг)?

29.21. Агар киноаппарат (кинолентасиз) объективидан экранга тушаётган ёруғлик оқими $\Phi=1,75$ клм бўлса, ёруғликни ҳамма йўналишларда бир текисда сочадиган киноэкрандаги ёритилган-

лик E , ёритувчанлик M ва равшанлик L аниқлансин. Экраннинг катталиги $5 \times 3,6$ м, қайтариш коэффиценти $\rho = 0,75$.

29.22. Агар жилосиз ок қоғознинг қайтариш коэффиценти $\rho = 0,8$ бўлса, унинг равшанлиги $L = 1$ кд/м² бўлиши учун ёруғлигининг кучи $I = 10$ кд бўлган лампочкани қоғоз варағи устида қандай баландликда осиш керак?

29.23. Қорақуя қуруми қатлами билан қопланган сиртнинг ёритилганлиги $E = 150$ лк, равшанлиги L ҳамма йўналишларда бир хил ва 1 кд/м² га тенг. Қурумнинг қайтариш коэффиценти ρ аниқлансин.

30-§. ЁРУҒЛИК ИНТЕРФЕРЕНЦИЯСИ

Асосий формулалар

- Ёруғликнинг муҳитдаги тезлиги

$$v = c/n$$

бунда c — ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги; n — муҳитнинг абсолют синдириш кўрсаткичи.

- Ёруғлик тўлкини оптик йўлининг узунлиги

$$L = nl,$$

бунда l — ёруғлик тўлкинининг синдириш кўрсаткичи n бўлган муҳитдаги геометрик йўлининг узунлиги.

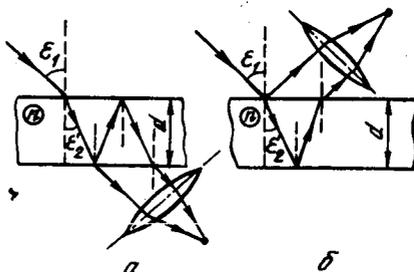
- Иккита ёруғлик тўлкинининг оптик йўл фарқи

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

• Ҳавода турган юпка ясси параллел пластинка ёки юпка парданинг юкори ва қуйи сиртларидан қайтган ёруғлик тўлкинларининг оптик йўли фарқи (30.1, а- расм)

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \epsilon_1} + \lambda/2 \text{ ёки } \Delta = 2d n \cos \epsilon_2 + \lambda/2,$$

бунда d — пластинканинг (юпка парданинг) калинлиги; ϵ_1 — тушиш бурчаги; ϵ_2 — синиш бурчаги.



30.1- расм

Бу формулалардаги иккинчи йиғинди ёруғлик тўлкинининг оптик зичрок муҳитдан қайтишда унинг оптик йўлининг узунлиги $\lambda/2$ га ўзгаришини ҳисобга олади.

Ўтувчи ёруғликда (30.1, б- расм) ёруғлик тўлкинининг қайтиши оптик зичлиги камрок бўлган муҳитдан амалга ошади ва ёруғлик нурларининг кўшимча йўл фарқи вужудга келмайди.

● Тебранишларнинг йўл фарқи $\Delta\varphi$ нинг тўлкинларнинг оптик йўл фарқи билан боғланиши

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}.$$

● Интерференцияда ёруғлик интенсивлигининг максимумлар шарти

$$\Delta = \pm k\lambda \quad (k=0, 1, 2, 3, \dots).$$

● Интерференцияда ёруғлик интенсивлигининг минимумлар шарти

$$\Delta = \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

● Қайтган ёруғлик учун Ньютоннинг ёруғ (ёки ўтгани учун коронфу) ҳалқаларининг радиуслари

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\frac{\lambda}{2}},$$

бунда k — ҳалқа тартиб рақами ($r=1, 2, 3, \dots$); R — ясси параллел шиша пластинкага тегиб турувчи линза сиртининг эгрилик радиуси.

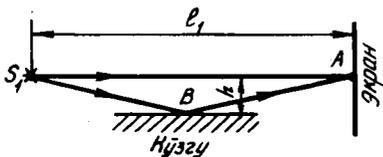
Қайтган ёруғлик учун коронфу (ёки ўтгани учун ёруғ) ҳалқаларнинг радиуслари

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}.$$

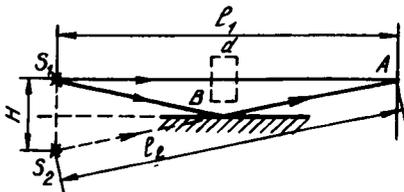
Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол: Экраннинг A нуктасига тўлқин узунлиги $\lambda=0,5$ мкм бўлган монохроматик ёруғликнинг S_1 манбаидан иккита нур келади: бевосита манбадан экранга тик йўналишда S_1A нур ва S_2A нурга параллел жойлашган кўзгунинг B нуктасидан қайтган S_1BA нур (30.2- расм). Манбадан экрангача бўлган масофа $l=1$ м, S_1A нурдан кўзгу текислигигача бўлган масофа $h=2$ мм. Қуйидагилар аниқлансин: 1) экраннинг A нуктасида нима кузатилади — интенсивликнинг кучайишими ёки сусайишими; 2) агар S_1A нурнинг йўлига унга тик равишда қалинлиги $d=6$ мкм бўлган ясси параллел шиша ($n=1,55$) пластинка жойлаштирилса, A нуктадаги интенсивлик қандай ўзгаради?

Ечиш: S_1 манбанинг кўзгудаги мавҳум тасвири S_2 ни ясаймиз (30.3- расм). S_1 ва S_2 манбалар когерент бўлади, шунинг учун бу манбалардан экранга келадиган тўлқинларнинг қўшилишида



30.2- расм



30.3- расм

интерференцион манзара вужудга келади. Экраннынг у ёки бу нуктасида интенсивликнинг ортиши ёки камайиши интерференцияга киришувчи нурларнинг оптик йўллариининг фарқи Δ га, бошқача айтганда оптик йўл фаркида жойлашадиган ярим тўлқинлар сони m га боғлиқ бўлади:

$$m = \frac{\Delta}{\lambda/2}. \quad (1)$$

Агар m — бутун жуфт сон бўлса, интенсивлик максимал, агар m — бутун ток сон бўлса, интенсивлик минимал бўлади. m каср сон бўлганда ё қисман кучайиш (агар m жуфт сонга яқин бўлса) ё қисман сусайиш (агар m ток сонга яқин бўлса) рўй беради.

1. Оптик йўл фарқи Δ_1 геометрик фарк $l_2 - l_1$ (иккала нур ҳам ҳавода юради) билан тебраниш фазасининг оптик зичрок муҳитдан қайтишида вужудга келадиган λ га ўзгаришига боғлиқ бўлган қўшимча йўл фарқи $\lambda/2$ нинг қўшилишидан ҳосил бўлади. Шундай қилиб

$$\Delta_1 = l_2 - l_1 + \lambda/2. \quad (2)$$

$l_2 = \sqrt{l_1^2 + n^2}$ эканлигидан (30.3- расм)

$$l_2 - l_1 = l_1 \sqrt{1 + (H/l_1)^2} - l_1 = l_1 [\sqrt{1 + (H/l_1)^2} - 1].$$

$H/l_1 \ll 1$, шунинг учун илдишни ҳисоблашда тахминий формуладан фойдаланиш мумкин (3- жадвалга қаранг): $a \ll 1$ ва $\sqrt{1+a} \approx 1 + \frac{1}{2}a$. Уни қўллаб, қуйидагини оламиз

$$l_2 - l_1 \approx l_1 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{H}{l_1} \right)^2 - 1 \right] = \frac{H^2}{2l_1}.$$

$l_2 - l_1$ нинг олинган ифодасини (2) формулага қўйсак,

$$\Delta_1 = \frac{H^2}{2l_1} + \frac{\lambda}{2}.$$

Δ_1 ни билган ҳолда (1) формулага биноан m_1 ни топамиз:

$$m_1 = \frac{H^2/(2l_1) + \lambda/2}{\lambda/2} = \frac{H^2}{l_1 \lambda} + 1.$$

$H = 2h$ эканлигидан, узил-кесил равишда куйидагини оламиз

$$m_1 = 4 \frac{h^2}{l_1 \lambda} + 1.$$

Ҳисоблашни бажарсак,

$$m_1 = 33.$$

Йўл фаркига ток сондаги яримтўлқинлар жойлашганлигидан A нуктада интенсивликнинг минимуми кузатилади.

2. S_1A нурнинг йўлига қўйилган A қалинликдаги шиша пластина оптик йўл узунлигини ўзгартиради (30.3-расм). Энди оптик йўл узунлиги L геометрик йўл узунлиги $l_1 - d$ ва нурнинг пластинанинг ўзидаги оптик йўлининг узунлиги nd лар йиғиндисидан иборат бўлади, яъни

$$L = (l_1 - d) + nd = l_1 + (n - 1)d.$$

Нурларнинг оптик йўл фарки

$$\Delta_2 = l_2 - L + \lambda/2 = l_2 - [l_1 + (n - 1)d] + \lambda/2$$

ёки

$$\Delta_2 = \Delta_1 - (n - 1)d.$$

(1) формуладан фойдаланиб, куйидагини топамиз

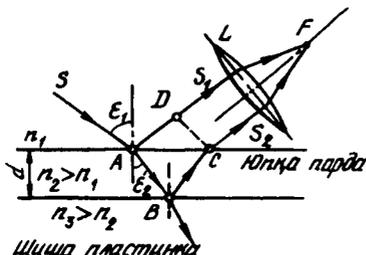
$$m_2 = \frac{\Delta_2}{\lambda/2} = \frac{\Delta_1 - (n - 1)d}{\lambda/2} = m_1 - 2 \frac{d(n - 1)}{\lambda}.$$

Ҳисоблашларни бажарсак,

$$m_2 = 19,8.$$

Яримтўлқинлар сони каср бўлиб чикди. 19,8 сони бутун ток 19 сонидан кўра бутун жуфт 20 сонига яқин бўлганлиги учун A нуктада қисман кучайиш бўлади.

2- мисол. Синдириш кўрсаткичи $n = 1,4$ бўлган моддадан жуда юпка парда қопланган қалин шиша пластинкага монохроматик ёруғликнинг ($\lambda = 0,6$ мкм) параллел дастаси нормал тушади. Қайтаётган ёруғлик интерференция натижасида максимал сусайган. Юпка парданинг қалинлиги d аниқлансин.



30.4-расм

Ечиш. Юпка пардага тушадиган ёруғлик тўлкинидан ингичка SA дастани ажратамиз. Тушиш бурчаги $\epsilon_1 \neq 0$ бўлган ҳол учун бу нурнинг йўли 30.4-расмда кўрсатилган. A ва B нукталарга тушаётган даста қисман қайтади ва қисман синади. Ёруғликнинг қайтган AS_1 ва BCS_2 дасталари йиғувчи L линзага тушади, унинг F фокусиди кесишишади ва ўзаро интерференцияга киришади.

Хавонинг синдириш кўрсаткичи ($n=1,00029$) юпка парда моддасининг синдириш кўрсаткичи ($n_2=1,4$) дан кичик, у эса ўз навбатида шишанинг синдириш кўрсаткичи ($n_3=1,5$) дан кичик бўлганлигидан, ҳар иккала ҳолда ҳам қайтиш тушаётган тўлқин юраётган муҳитдан кўра оптик жиҳатдан зичроқ муҳитдан рўй беради. Шунинг учун ҳам AS_1 ёруғлик дастасининг тебраниш фазаси A нуктадан қайтганида π радианга ўзгаради ва худди шунингдек, BCS_2 ёруғлик дастасининг тебраниш фазаси ҳам B нуктадан қайтишида π радианга ўзгаради. Натижада бу ёруғлик дасталарининг линзанинг F фокусиди кесишишидаги интерференция натижаси худди на у ва на бу дастанинг тебраниш фазаларида ҳеч қандай ўзгариш бўлмаганидек рўй беради.

Маълумки, юпка пардалардаги интерференцияда ёруғликнинг максимал сусайиш шарти интерференцияга кировчи тўлқинларнинг оптик йўл фарқи тоқ сондаги ярим тўлқинларга тенг бўлиши кераклигидан иборатдир: $\Delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$.

30.4-расмдан кўриниб турибдики, оптик йўл фарқи

$$\Delta = l n_2 - l n_1 = (|AB| + |BC|) n_2 - |AD| n_1.$$

Бинобарин, ёруғлик интенсивлигининг минимумлик шарти қуйидаги кўринишни олади

$$(|AB| + |BC|) n_2 - |AD| n_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Агар ϵ_1 бурчак нолга интилган ҳолда камайиб борса, унда $AD \rightarrow 0$ ва $|AB| + |BC| \rightarrow 2d$, бунда d — юпка парданинг қалинлиги $\epsilon_1 = 0$ чегарада қуйидагига эга бўламиз:

$$\Delta = 2dn_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2},$$

бундан қидирилаётган юпка парданинг қалинлиги

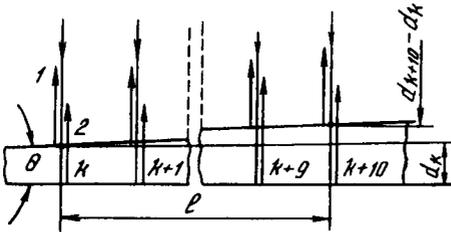
$$d = \frac{(2k + 1)\lambda}{4n}.$$

$k=0, 1, 2, 3, \dots$ деб олиб, юпка парда қалинлигининг мумкин бўлган қатор қийматларини оламиз:

$$d_0 = \frac{\lambda}{4n_2} = 0,111 \text{ мкм}; \quad d_2 = \frac{3\lambda}{4n_2} = 3d_0 = 0,33 \text{ мкм}$$

ва ҳоказо.

3- мисол. Шиша понага, унинг киррасига нормал равишда тўлқин узунлиги $\lambda = 0,6$ мкм бўлган монохроматик ёруғлик тушади. Бунда вужудга келадиган интерференцион манзаранинг 1 см ли кесмасида 10 та соҳа кўринади. Понанинг синдириш бурчаги θ аниқлансин.



30.5- расм

Ечиш. Пона киррасига тушаётган ёруғликнинг параллел дастаси юқори киррадан ҳам пастки киррадан ҳам қайтади. Бу дасталар когерент ва шунинг учун барқарор интерференция манзараси кузатилади. Интерференция соҳалари понанинг кичик бурчакларида кузатилиши туфайли ёруғликнинг қайтган 1 ва 2 дасталари амалда параллел бўлади (30.5- расм).

Коронғу соҳалар йўл фарқи тоқ сонли ярим тўлқин узунлигига қаррали бўлган жойлардагина кўринади:

$$\Delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \text{ бунда } k = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Иккита тўлқиннинг йўл фарқи бу тўлқинларнинг оптик йўллари узунликларининг фарқи $(2d n \cos \epsilon_2)$ ва ярим тўлқин узунлиги $(\lambda/2)$ нинг йиғиндисидан иборат. $(\lambda/2)$ катталиқ тўлқиннинг оптик зичрок муҳитдан қайтиши натижасида вужудга келадиган қўшимча йўл фарқини кўрсатади. Йўл фарқи Δ нинг қийматини (1) формулага қўйиб қуйидагини оламиз

$$2d n \cos \epsilon_2 + \lambda/2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

бунда n — шишанинг синдириш коэффициенти ($n = 1, 5$); d_k — понанинг k - ракамга мос келувчи қора йўл кўринадиган жойдаги калинлиги; ϵ_2 — синиш бурчаги.

Шартга кўра тушиш бурчаги нолга тенг, демак синиш бурчаги ҳам нолга тенг ҳамда $\cos \epsilon_2 = 1$. (2) тенгликнинг ўнг томонидаги қавсни очиб, қискартиришдан кейин қуйидагини оламиз

$$2d_k n = k \lambda. \quad (3)$$

Айтайлик k - ракамли ихтиёрий коронғу йўлга понанинг шу жойдаги маълум d_k калинлиги мос келсин, $k + 10$ - ракамли коронғу йўлга эса понанинг d_{k+10} калинлиги мос келсин. Масаланинг

шартига кўра $l=1$ см кесмага 10 та соха жойлашади. У ҳолда қидирилаётган бурчак (30.5- расм) қуйидагига тенг бўлади:

$$\theta = (d_{k+10} - d_k) / l, \quad (4)$$

бу ерда синдирувчи бурчак θ нинг кичиклигидан $\sin\theta \approx \theta$ (θ бурчак радианларда ифодаланган).

(3) формуладан d_k ва d_{k+10} ларни ҳисоблаб, уларни (4) формулага қўйиб ва алмаштириш ўтказиб, ушбуни топамиз

$$\theta = 5\lambda / (nl).$$

Ҳисоблашни бажарамиз:

$$\theta = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

θ ни градусларда ифодалаймиз. Бунинг учун радиан ва секунд орасидаги муносабатдан фойдаланамиз (6- жадвалга к.):
1 рад = $2,06'' \cdot 10^5$, яъни

$$\theta = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,06'' \cdot 10^5 = 41,2''$$

ёки радиандан градусга ўтишнинг умумий қоида­сига мувофиқ

$$\theta_{\text{град}} = \frac{180}{\pi} \theta \text{ рад, } \theta = \frac{180}{3,14} \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 1,15 \cdot 10^{-2} = 0,688' = 41,2''.$$

Қидирилаётган бурчак $41,2''$ га тенг.

Масалалар

Икки когерент манба тўлқинларининг интерференцияси

30.1. Узунлиги $l=1,2$ мм бўлган йўлга тебраниш частотаси $\nu=5 \cdot 10^{14}$ Гц бўлган монохроматик ёруғликнинг нечта тўлқин узунлиги жойлашади: 1) вакуумда; 2) шишада?

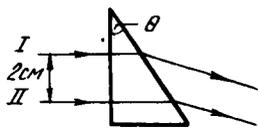
30.2. Сувда $l_2=3$ мм кесмада қанча тўлқин узунлиги жойлашса. вакуумда шунча тўлқин узунлиги жойлашиши учун лозим бўлган кесманинг узунлиги l_1 аниқлансин.

30.3. Монохроматик ёруғликнинг тўлқин fronti сувда узунлиги $l_2=1$ м бўлган йўлни ўтган вақтга тенг вақт давомида вакуумда қандай l_1 йўлни босиб ўтади?

30.4. Ҳавода харакатланаётган ёруғлик тўлқинининг йўлига қалинлиги $h=1$ мм бўлган шиша пластинка қўйди­лар. Агар тўлқин пластинкага: 1) нормал; 2) $\epsilon=30^\circ$ бурчак остида тушса, оптик йўл узунлиги қанчага ўзгаради?

30.5. Тўлқин узунлиги $\lambda=0,6$ мкм бўлган монохроматик ёруғликнинг йўлида қалинлиги $d=0,1$ мм бўлган ясси параллел шиша пластинка турибди. Ёруғлик пластинкага нормал тушади. L оптик йўл узунлиги $\lambda/2$ га ўзгариши учун пластинкани қандай φ бурчакка буриш керак?

30.6. Ёруғлик тўлқинининг иккита I ва II параллел дастаси $\theta=30^\circ$ синдириш бурчагига эга бўлган шиша призмага тушади ва сўниб ундан чиқади (30.6- расм). Ёруғлик тўлқинларининг улар призмада сингандан кейинги оптик йўл фарқлари Δ топилсин.



30.6- расм

30.7. Монохроматик ёруғликнинг интерференцияланувчи иккита тўлқинлари орасидаги оптик йўл фарқи $\Delta = 0,3\lambda$; фазалар фарқи $\Delta\phi$ аниқлансин.

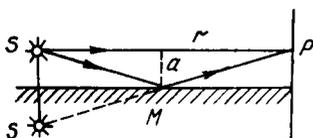
30.8. Интерференцияланувчи тўлқинларнинг оптик йўл фарқи $\Delta = 1,8$ мкм бўлганда кўзга кўринувчи ёруғликнинг (0,76 дан 0,38 мкм гача): 1) максимал кучайган; 2) максимал сусайган барча тўлқин узунликлари топилсин.

30.9. Иккита когерент ёруғлик ($\lambda = 0,5$ мкм) манбалари орасидаги масофа $d = 0,1$ мм. Интерференция манзарасининг ўрта қисмида экрандаги интерференция йўллари орасидаги масофа $b = 1$ см. Манбалардан экрангача бўлган масофа l аниқлансин.

30.10. Юнг тажрибасида иккита тирқиш орасидаги масофа $d = 1$ мм, тирқишлардан экрангача бўлган масофа $l = 3$ м. Агар экранда интерференцион йўлларнинг кенглиги $b = 1,5$ мм бўлса, монохроматик ёруғлик манбаи чиқараётган тўлқиннинг узунлиги λ аниқлансин.

30.11. Юнг тажрибасида тирқишлар орасидаги масофа $d = 0,8$ мм. Интерференцион йўлларнинг кенглиги $b = 2$ мм бўлиши учун экранни тирқишдан қандай l масофада жойлаштириш керак?

30.12. Кўзгулари билан ўтказилган Френел тасвирбасида ёруғлик манбаининг мавҳум тасвирлари орасидаги d масофа 0,5 мм га, улардан экрангача бўлган l масофа эса 3 м га тенг. Тўлқиннинг узунлиги $\lambda = 0,6$ мкм. Экрандаги интерференцион йўлларнинг кенглиги b аниқлансин.



30.7- расм

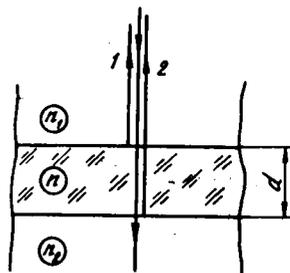
30.13. Ёруғлик ($\lambda = 0,6$ мкм) манбаи S ва ясси кўзгу M 30.7- расмда кўрсатилгандек жойлашган (Ллойд кўзгуси). Агар $|SP| = r = 2$ м, $a = 0,55$ мм, $|SM| = |MP|$ бўлса, экраннинг SP ва SMP нуралар учрашадиган P нуктасида нима кузатилади, ёруғлими ёки қоронғуликми?

Юнқа пардаларда ёруғлик интерференцияси

30.14. Ллойд кўзгусининг муайян жойлашишида экрандаги интерференция йўлининг кенглиги $b = 1$ мм бўлди. Кўзгуни ўзига параллел равишда $\Delta d = 0,3$ мм масофага силжитганларидан кейин интерференцион йўлларнинг кенглиги ўзгаради. Интерференцион йўлларнинг кенглиги олдингидек қолиши учун экранни қайси йўналишда ва қанча Δl масофага силжитиш керак? Монохроматик ёруғликнинг тўлқин узунлиги $\lambda = 0,6$ мкм.

30.15. Қалинлиги $d = 1,2$ мкм ва синдириш кўрсаткичи $n = 1,5$ бўлган ясси параллел шиша пластинка синдириш кўрсаткичлари n_1 ва n_2 бўлган иккита муҳит орасига жойлаштирилган

(30.8- расм). Тўлқин узунлиги $\lambda = 0,6$ мкм бўлган ёруғлик пластинкага нормал тушади. Пластинканинг юқори ва қуйи сиртларидан қайтган 1 ва 2 тўлқинларнинг оптик йўл фарқи аниқлансин ва қуйидаги ҳоллар учун интерференцияда ёруғлик интенсивлигининг кучайиши ёки сусайиши рўй бериши кўрсатилсин: 1) $n_1 < n < n_2$; 2) $n_1 > n > n_2$; 3) $n_1 < n > n_2$; 4) $n_1 > n < n_2$.



30.8- расм

30.16. Ҳавода турган совун пардасига ($n=1,3$) оқ ёруғлик нурларининг дастаси нормал тушади. Парданинг қандай энг кичик d қалинлигида тўлқин узунлиги $\lambda=0,55$ мкм бўлган қайтган ёруғлик интерференция натижасида максимал кучайган бўлади?

30.17. Монохроматик ёруғлик тўлқинлари дастаси $\lambda=0,6$ мкм ҳавода турган совун пардаси ($n=1,3$) га $\epsilon_1=30^\circ$ бурчак остида тушади. Парданинг қандай энг кичик қалинлигида интерференция натижасида қайтган ёруғлик тўлқинлари: а) максимал сусайган; б) максимал кучайган бўлади?

30.18. Юпқа шиша понага ($n=1,55$) монохроматик ёруғлик нормал тушади. Пона сиртлари орасидаги икки қиррали бурчак $\alpha=2'$. Агар қайтган ёруғлик учун қўшни интерференцион максимумлар орасидаги масофа $b=0,3$ мм бўлса, ёруғлик тўлқинининг узунлиги λ аниқлансин.

30.19. Шиша понанинг сиртлари ўзаро $\theta=0,2^\circ$ бурчак ташкил қилади. Понага унинг сиртига нормал равишда тўлқин узунлиги $\lambda=0,55$ мкм бўлган монохроматик ёруғлик нурлари дастаси тушади. Интерференцион йўл (полоса) нинг кенглиги b аниқлансин.

30.20. Юпқа шиша понага унинг сиртига нормал йўналишида монохроматик ёруғлик ($\lambda=600$ нм) тушади. Агар қайтган ёруғлик учун қўшни интерференцион минимумлар орасидаги масофа $b=4$ мм бўлса, пона сиртлари орасидаги бурчак θ аниқлансин.

30.21. Иккита ясси параллел шиша пластинка орасига пластинкаларнинг туташ чизиғига параллел ва ундан $l=75$ мм масофада жуда ингичка симчани қўйдилар. Қайтган ёруғликда ($\lambda=0,5$ мкм) баландлиги пластинкада интерференцион йўллар кўринади. Агар $a=30$ мм масофада $m=16$ та ёруғ йўл саналса, симча кўндаланг кесимининг диаметри d аниқлансин.

30.22. Иккита ясси параллел шиша пластинкалар бир-бирининг устига шундай қўйилганки, улар орасида $\theta=30''$ бурчакли ҳаво понаси вужудга келган. Пластинкалардан бирига монохроматик ёруғлик ($\lambda=0,6$ мкм) нормал тушади. Қайтган ёруғликда биринчи ва иккинчи ёруғ йўллар (интерференцион максимумлар) плас-

тинкаларнинг туташ чизикларидан қандй l_1 ва l_2 масофаларда кузатилади?

30.23. Иккита ясси параллел шиша пластинка $\theta = 30''$ бурчакли пона ҳосил қилади. Пластинкалар орасидаги фазо глисерин билан тўлдирилган. Понага унинг сиртига нормал равишда тўлқин узунлиги $\lambda = 500$ нм бўлган монохроматик ёруғлик дастаси тушади. Қайтган ёруғликда интерференция манзараси кузатилади. Понанинг 1 см узунлигига нечта N қоронғу интерференцион йўллар тўғри келади?

30.24. Қайтган ёруғликдаги Ньютоннинг иккинчи ва биринчи қора ҳалқалари орасидаги $\Delta r_{2,1}$ масофа 1 мм га тенг. Учинчи ва тўққизинчи ҳалқалар орасидаги $\Delta r_{10,9}$ масофа аниқлансин.

30.25. Ясси каварик линза каварик томони билан шиша пластинка устида ётибди. Қайтган ёруғликда ($\lambda = 0,6$ мкм) биринчи ёруғ Ньютон ҳалқаси кўринган жойдаги ҳаво қатламининг қалинлиги d аниқлансин.

30.26. Қайтган ёруғликда ($\lambda = 0,6$ мкм) кузатиладиган Ньютоннинг иккинчи ёруғ ҳалқасининг диаметри $d_2 = 1,2$ мм. Тажриба учун олинган ясси каварик линзанинг оптик кучи D аниқлансин.

30.27. Оптик кучи $\Phi = 2$ дптр бўлган ясси каварик линза ясси томони билан шиша пластинкада ётибди. Утаётган ёруғликда Ньютоннинг тўртинчи қоронғу ҳалқасининг радиуси $r_4 = 0,7$ мм. Ёруғлик тўлқинининг узунлиги аниқлансин.

30.28. Ньютоннинг иккита ёруғ ҳалқаларининг диаметрлари мос равишда $d_1 = 4,0$ ва $d_2 = 4,8$ мм. Ҳалқаларнинг тартиб рақамлари аниқланмаган, лекин иккита ўлчанган ҳалқалар орасида яна учта ёруғ ҳалқа жойлашганлиги маълум. Ҳалқалар қайтган ёруғликда кузатилган ($\lambda = 500$ нм). Тажриба учун олинган ясси каварик линзанинг эгрилик радиуси топилинсин.

30.29. Шиша пластинка ва унинг устида ётган ясси каварик шиша линза орасига синдириш кўрсаткичи шишанинг синдириш кўрсаткичидан кичик бўлган суюқлик қўйилган. Қайтган ёруғликда ($\lambda = 700$ нм) кузатилаётган Ньютоннинг саккизинчи қора ҳалқасининг радиуси $r_8 = 2$ мм. Линзанинг каварик сиртининг эгрилик радиуси $R = 1$ м. Суюқликнинг синдириш кўрсаткичи n топилинсин.

30.30. Ньютон ҳалқаларини кузатувчи қурилмада қайтган ёруғликдаги учинчи қоронғу ҳалқанинг ($k = 3$) радиуси ўлчанди. Ясси параллел пластина ва линза орасидаги бўшлиқни суюқлик билан тўлдирганларида шу радиусга тартиб рақами биттага катта бўлган ҳалқа эга бўлди. Суюқликнинг синдириш кўрсаткичи n аниқлансин.

30.31. Ньютон ҳалқаларини кузатиш учун мўлжалланган қурилмада эгрилик радиуси $R_2 = 2$ м бўлган ясси ботиқ линзанинг ботиқ сиртига каварик томони билан қўйилган $R_1 = 1$ м эгрилик радиусли ясси каварик линзага тўлқин узунлиги $\lambda = 0,5$ мкм бўлган ёруғлик нормал равишда тушади. Қайтаётган ёруғликда

кузатилаётган Ньютоннинг учинчи қора ҳалқасининг радиуси r_3 аниқлансин.

30.32. Ньютон ҳалқалари эгрилик радиуслари $R=1$ м дан бўлган каварик томонлари билан жипслаб қўйилган (линзаларнинг ясси сиртлари параллел) иккита бир хил ясси каварик линза ёрдамида кузатилмоқда. Ёруғлик юқоридаги линзанинг сиртига нормал тушганида қайтаётган ёруғликда ($\lambda=660$ нм) кузатилаётган иккинчи ёруғ ҳалқанинг радиуси r_2 аниқлансин.

Интерференцияга оид қурилмалар

30.33. Экранда тўлқин узунлиги $\lambda=480$ нм бўлган иккита когерент ёруғлик манбаининг интерференцион манзараси кузатилади. Ёруғлик дасталаридан бирининг йўлига синдириш кўрсаткичи $n=1,46$ бўлган эритилган кварцдан ясалган юпка пластинкани жойлаштирилганларида интерференция манзараси $m=69$ та йўлга силжиди. Кварц пластинканинг қалинлиги d аниқлансин.

30.34. Жамен интерферометрининг ҳар иккала дастасига ҳам узунлиги $l=10$ см бўлган иккала учидан ҳам ясси параллел шаффоф пластинкалар билан ёпилган цилиндр шаклидаги трубка жойлаштирилган; трубкалардаги ҳаво сўриб ташланган. Шу ҳолда ёруғ ва қоронғу йўллар кўринишидаги интерференцион манзара кузатилди. Трубкалардан бирига водород киритилгандан кейин интерференция манзараси $m=23,7$ та йўлга силжиди. Водороднинг синдириш кўрсаткичи n топилсин. Ёруғликнинг тўлқин узунлиги $\lambda=590$ нм.

30.35. Жамен интерферометрида узунликлари $l=15$ см дан бўлган иккита бир хил трубка ҳаво билан тўлдирилган. Ҳавонинг синдириш кўрсаткичи $n_1=1,000292$. Трубкалардан биридаги ҳавони ацетилен билан алмаштирилганларида интерференция манзараси $m=80$ та йўлга силжиди. Агар интерферометрда тўлқин узунлиги $\lambda=0,590$ мкм бўлган монохроматик ёруғлик манбаидан фойдаланилган бўлса, ацетиленнинг синдириш кўрсаткичи n_2 аниқлансин.

30.36. Агар интерференция манзараси $n=100$ та йўлга силжиган бўлса, Майкельсон интерферометридаги кўзгунинг кўчиши аниқлансин. Тажриба тўлқин узунлиги $\lambda=546$ нм бўлган ёруғлик билан ўтказилган.

30.37. Аргоннинг синдириш кўрсаткичини ўлчаш учун Майкельсон интерферометрининг елкаларидан бирига узунлиги $l=12$ см бўлган кўндаланг кесими ясси параллел сиртлардан иборат бўш шиша трубкани жойлаштирилди. Трубка аргон билан тўлдирилганда (нормал шароитда) интерференция манзараси $m=106$ та йўлга силжиди. Агар ёруғликнинг тўлқин узунлиги $\lambda=639$ нм бўлса, аргоннинг синдириш кўрсаткичи n аниқлансин.

30.38. Майкельсон интерферометрида интерференцияланувчи ёруғлик ($\lambda=590$ нм) дасталаридан бирининг йўлига иккала

томонидан ҳам беркитилган узунлиги $l=10$ см бўлган юксак вакуумгача ҳавоси сўриб олинган шиша трубкани жойлаштирдилар. Трубкани водород хлорид билан тўлдирганларида интерференция манзарасининг силжиши рўй берди. Водород хлоридни водород бромид билан алмаштирганларида эса интерференция манзарасининг силжиши $\Delta m=42$ та йўлга ортди. Водород бромид ва водород хлоридлар синдириш кўрсаткичларининг фарқи Δn аниқлансин.

31- §. ЁРУҒЛИК ДИФРАКЦИЯСИ

Асосий формулалар

- Френель k - зонасининг радиуси;
Сферик тўлқинлар учун

$$\rho_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} k\lambda,$$

бунда a — нуқтавий ёруғлик манбаидан юмалоқ тиркишли диафрагмагача бўлган масофа; b — дифракцион манзара кузатилаётган экрандан диафрагмагача бўлган масофа; k — Френель зонасининг тартиб рақами; λ — тўлқин узунлиги;
ясси тўлқин учун

$$\rho_k = \sqrt{bk\lambda}.$$

- Нурлар тикка тушганда битта тиркишдаги ёруғлик дифракцияси. Ёруғлик интенсивлигининг минимумлари шarti

$$a \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, \quad k=1, 2, 3, \dots$$

бунда a — тиркишнинг кенглиги; φ — дифракция бурчаги; k — минимумнинг тартиб рақами, λ — тўлқин узунлиги.

Ёруғлик интенсивлигининг максимумлари шarti

$$a \sin \varphi' = (2k+1) \frac{\lambda}{2}, \quad k=1, 2, 3, \dots,$$

бунда φ' — дифракция бурчагининг тахминий киймати.

- Нурлар тикка тушганда дифракцион панжарадаги ёруғлик дифракцияси. Интенсивликнинг бош максимумлари шarti

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad k=0, 1, 2, 3, \dots,$$

бунда d — панжаранинг даври (доимийси); k — бош максимумнинг тартиб рақами; φ — панжара сиртининг нормали ва дифракцияланган тўлқинлар йўналиши орасидаги бурчак.

- Дифракцион панжаранинг ажрата олиш кучи

$$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = kN,$$

бунда $\Delta\lambda$ — шу панжара ёрдамида олинган спектрда алохида кўриниши мумкин бўлган, иккита кўшни спектрал чизиқлар (λ ва $\lambda + \Delta\lambda$) тўлқин узунлиқларининг энг кам фарқи; N — панжарадаги штрихлар сони; k — дифракцион максимумнинг тартиб рақами.

● Дифракцион панжаранинг бурчак дисперсияси

$$D_{\varphi} = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d \cos\varphi},$$

дифракцион панжаранинг чизикли дисперсияси

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta\lambda}.$$

Дифракциянинг кичик бурчаклари учун

$$D_l \approx f D_{\varphi} \approx f \frac{k}{d},$$

бунда f — дифракцияланувчи тўлқинлари экранда тўплайдиган линзанинг бош фокус масофаси.

● Телескоп объективининг ажрата олиш кучи

$$R = \frac{1}{\beta} = \frac{D}{1,22\lambda},$$

бунда β — объективнинг фокал текислигидаги тасвирлари бошқа-бошқа кўриниши мумкин бўлган иккита ёруғ нукталар орасидаги энг кичик бурчак масофаси; D — объективнинг диаметри; λ — тўлқин узунлиги.

● Вульф-Брэгг формуласи

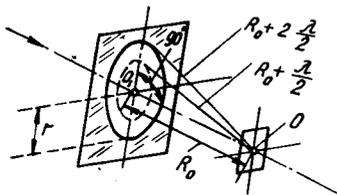
$$2d \sin\theta = k\lambda.$$

бунда d — кристаллнинг атом текислиқлари орасидаги масофа; θ — сирпаниш бурчаги (кристаллга тушаётган параллел нурлар дастасининг йўналиши ва кристаллнинг қирраси орасидаги бурчак), нурларнинг кўзгувий қайтиши (дифракцион максимум) тўй берадиган йўналишни аниқлади.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Радиуси $r = 1$ мм бўлган юмалок тиркишли диафрагмага тўлқин узунлиги $\lambda = 0,05$ мкм бўлган ёруғликнинг параллел дастаси тикка тушади. Тиркишдан ўтган нурлар йўлига экран жойлаштирилди. Дифракцион манзаранинг марказида қора доғ кўриниши учун тиркиш марказидан экрангача бўлиши керак бўлган максимал масофа b_{max} аниқлансин.

Ечиш. Қора доғ кўринадиган масофа тиркишда жойлашадиган Френель зоналарининг сони билан аниқланади. Агар зоналар сони жуфт бўлса, унда дифракцион манзара марказида қора доғ бўлади.



31.1- расм

Тиркишда жойлашадиган Френель зоналарининг сони экран тиркишдан узоклашган сари камая боради. Энг кам жуфт зоналар сони иккига тенг. Демак экраннинг марказида кора доғ кузатиладган максимал масофа тиркишда Френелнинг иккита зонаси жойлашиш шартидан аниқланади.

31.1- расмдан кўриниб турибдики, кузатиш нуқтаси O дан тиркишнинг чеккасигача бўлган масофа $R_0 = b_{max}$ масофадан $2(\lambda/2)$ га катта.

Пифагор теоремасига биноан, қуйидагини оламиз

$$r^2 = \left(b_{max} + 2\frac{\lambda}{2}\right)^2 - b_{max}^2 = 2\lambda b_{max} + \lambda^2.$$

$\lambda \ll b_{max}$ эканлигини ҳисобга олиб ва λ^2 ни ўз ичига олган ҳадни ҳисобга олмаслик мумкинлигидан, охириги тенгликни қуйидаги кўринишда қайта ёзамиз

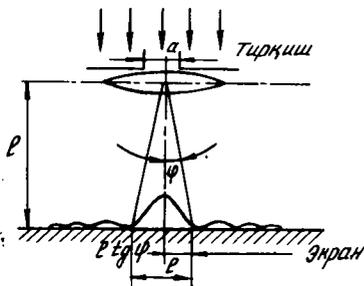
$$r^2 = 2\lambda b_{max}, \text{ бундай } b_{max} = r^2 / (2\lambda).$$

Охириги формулага биноан ҳисоблаб, натижани топамиз

$$b_{max} = 1 \text{ м.}$$

2- мисол. Кенглиги $a = 0,1$ мм бўлган тиркишга монохроматик манбадан ($\lambda = 0,6$ мкм) параллел нурлар дастаси тикка равишда тушади. Бевосита тиркишдан кейин жойлашган линза ёрдамида, линзадан $L = 1$ м масофада турган экранга проекцияланадиган дифракцион манзарадаги марказий максимумнинг кенглиги l аниқлансин.

Ечиш. Еруғлик интенсивлигининг марказий максимуми ундан ўнг ва чап томонлардаги энг яқин интенсивликлар минимуми орасидаги соҳани эгаллайди. Шунинг учун интенсивликнинг марказий максимуми кенглигини шу икки интенсивлик минимумлари орасидаги масофага тенг деб қабул қиламиз (31.2- расм).



31.2- расм

Бир тирқишдаги дифракцияда ёруғлик интенсивлигининг минимуми φ бурчак остида кузатилади ва

$$a \sin \varphi = \pm r \lambda \quad (1)$$

шарт билан аниқланади, бунда k — минимумнинг тартиби (бизнинг ҳолимизда бирга тенг).

Экрандаги иккита минимум орасидаги масофани бевосита чизма бўйича аниқлаймиз: $l = 2L \operatorname{tg} \varphi$. Кичик бурчакларда $\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi$ эканлигини назарда тутиб, бу формулани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$L = 2L \sin \varphi. \quad (2)$$

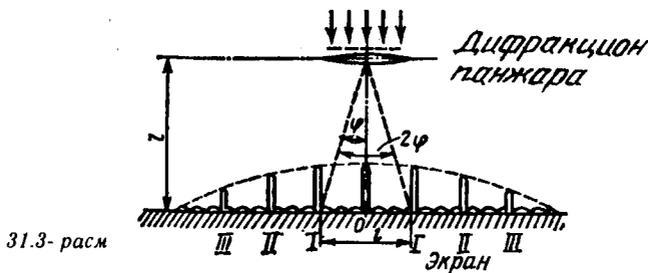
(1) формуладан $\sin \varphi$ ни ифодалаймиз ва уни (2) тенгликка кўямиз:

$$l = 2Lk\lambda/a. \quad (3)$$

(3) формулага биноан ҳисоблаб, натижани оламиз:

$$L = 1,2 \text{ см.}$$

3- мисол. Дифракцион панжарага, унинг сиртига тик равишда тўлқин узунлиги $\lambda = 0,5$ мкм бўлган параллел нурлар дастаси тушади. Панжара яқинида жойлаштирилган линза ундан $L = 1$ м узоклаштирилган ясси экранга дифракцион манзарани проекциялайди. Экранда кузатилаётган иккита биринчи тартибли интенсивлик максимумлари орасидаги масофа $l = 20,2$ см (31.3- расм). Қуйидагилар аниқлансин: 1) дифракцион панжара доимийси d ; 2) 1 см даги штрихлар сони n ; 3) дифракцион панжара берадиган максимумлар сони; 4) охириги дифракцион максимумга мос келувчи нурларнинг максимал оғиш бурчаги φ_{\max} .



Е чи ш. 1. Дифракцион панжара доимийси d , тўлқин узунлиги λ ва k - дифракцион максимумга мос келувчи нурларнинг оғиш бурчаги φ

$$d \sin \varphi = k \lambda \quad (1)$$

муносабат билан боғланган, бунда k — спектрнинг тартиби, ёки монохроматик ёруғлик ҳолида максимумнинг тартиби

Мазкур ҳолда $k=1$, $\sin\varphi = \operatorname{tg}\varphi (l/2 \ll L$ бўлганлиги учун), $\operatorname{tg}\varphi = \left(\frac{1}{2}\right)L$ (31.3- расмдан кўриниб турибди). Охирги учта тенглик ҳисобга олинганда (1) тенглик қуйидаги кўринишни олади

$$d \frac{l}{dL} = \lambda,$$

бундан панжара доимийси

$$d = 2L\lambda/l.$$

Берилганларни ўрнига қўйсақ,

$$d = 4,95 \text{ мкм.}$$

2. 1 см даги штрихлар сонини

$$n = 1/d$$

формуладан топамиз. Сон қийматларини ўрнига қўйсақ,

$$n = 2,02 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}.$$

3. Дифракцион панжара берадиган максимумлар сонини аниқлаш учун нурларнинг панжарада оғиш бурчаги 90° дан ошиши мумкин эмаслигига асосланиб, олдин максимал қиймат k_{max} ни ҳисоблаймиз.

(1) формуладан ёзамиз:

$$k_{max} = \frac{d}{\lambda} \sin\varphi. \quad (2)$$

Бунга катталикларнинг қийматини қўйиб, ҳисоблаймиз:

$$k_{max} = 9,9.$$

k сон албатта бутун бўлмоғи лозим. Шу билан бирга у 10 га тенг қийматни қабул қила олмайди, чунки бу қийматда $\sin\varphi$ бирдан катта бўлиши керак, бу эса мумкин эмас. Демак, $k_{max} = 9$.

Дифракцион панжара ёрдамида ҳосил қилинган дифракцион манзарадаги максимумларнинг умумий сонини аниқлаймиз. Марказий максимумдан ўнгда ва чапда бир хил сондаги k_{max} га тенг максимумлар қузатилади, яъни ҳаммаси бўлиб $2k_{max}$ та. Агар шунингдек марказий нолинчи максимумни ҳам ҳисобга олсак, максимумларнинг умумий сонини

$$N = 2k_{max} + 1.$$

k_{max} нинг қийматини қўйиб, натижани топамиз

$$N = 2 \cdot 9 + 1 = 19.$$

4. Охирги дифракцион максимумга мос келувчи нурларнинг максимал оғиш бурчагини аниқлаш учун (2) муносабатдан шу бурчакнинг синусини аниқлаймиз:

$$\sin\varphi_{max} = k_{max} \cdot \lambda/d.$$

Бундан

$$\varphi_{max} = \arcsin \left(\frac{k_{max} \cdot \lambda}{d} \right).$$

Бунга λ , d , k_{max} катталикларнинг қийматларини қўйиб ҳисобласак,

$$\varphi_{max} = 65,4^\circ.$$

Масалалар

Френель зоналари

31.1. Сферик тўлқинлар учун Френелнинг k - зонасининг радиуси формуласини билган ҳолда ($\rho_k = \sqrt{abk\lambda/(a+b)}$) ясси тўлқин учун мос формула чиқарилсин.

31.2. Агар тасвир вазиятини топиш учун тўлқин фронтдан $b=1$ м масофада турган кузатиш нуктаси учун бажарилаётган бўлса, ясси тўлқин fronti учун ($\lambda=0,5$ мкм) бешинчи Френель зонасининг радиуси ρ_5 ҳисоблансин.

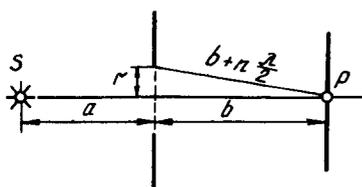
31.3. Ясси тўлқин учун тўртинчи Френель зонасининг радиуси $\rho_4=3$ мм. Олтинчи Френель зонасининг радиуси аниқлансин.

31.4. $d=4$ мм диаметрли думалоқ тирқишли диафрагмага монохроматик ёруғлик ($\lambda=0,5$ мкм) нурларининг парраллел дастаси тик равишда тушади. Кузатиш нуктаси тирқиш ўқида ва ундан $b=1$ м масофада жойлашган. Тирқишда неча Френель зонаси жойлашади? Агар кузатиш нуктасига экран жойлаштирилса, дифракция манзарасининг марказида қандай доғ ҳосил бўлади, қорами ёки ёруғми?

31.5. Ясси ёруғлик тўлкини ($\lambda=0,5$ мкм) $d=1$ см диаметрли думалоқ тирқишли диафрагмага тик равишда тушади. Тирқиш: 1) Френелнинг битта зонасини; 2) Френелнинг иккита зонасини очиши учун кузатиш нуктаси тирқишдан қандай b масофада туриши керак?

31.6. Ясси ёруғлик тўлкини думалоқ тирқишли диафрагмага тик равишда тушади. Дифракция натижасида тирқиш ўқининг баъзи, унинг марказидан b_i масофаларда турган нукталарида интенсивлик максимумлари кузатилади. 1) $b=f(r, \lambda, n)$ — функциянинг кўриниши олинсин, бунда r — тирқиш радиуси; λ — тўлқин узунлиги; n — тирқиш ўқининг шу нуктаси учун очадиган Френель зоналарининг сони; 2) шу вазифа тирқиш ўқининг минимум интенсивликлар кузатилаётган нукталари учун бажарилсин.

31.7. Ясси ёруғлик тўлқин ($\lambda=0,7$ мкм) радиуси $r=1,4$ мм бўлган думалоқ тирқишли диафрагмага тик равишда тушади. Диафрагмадан энг кўп узокликдаги, интенсивликнинг минимумлари кузатиладиган учта нуктагача бўлган b_1 , b_2 , b_3 масофалар аниқлансин.



31.4- расм

31.8. Ёруғликнинг нуқтавий манбаи S ($\lambda=0,5$ мкм), радиуси $r=1$ мм бўлган думалок тирқишли ясси диафрагма ва экран 31.4- расмда кўрсатилгандек жойлашган ($a=1$ м). Тирқиш P нуқта учун урта Френель зонасини очадиган экрандан диафрагмагача бўлган b масофа аниқлансин.

31.9. Агар диафрагма олинса P нуқтадаги интенсивлик қандай ўзгаради (31.8- масалага к.)?

Якка тирқишдаги дифракция. Дифракцион панжара

31.10. Кенглиги $a=0,05$ мм бўлган тирқишга монохроматик ёруғлик ($\lambda=0,6$ мкм) тик тушади. Ёруғлик дастасининг дастлабки йўналиши ва тўртинчи қоронғу дифракцион йўлдаги йўналиши орасидаги бурчак φ аниқлансин.

31.11. Тор тирқишга монохроматик ёруғлик тик равишда тушади. Иккинчи ёруғ дифракцион йўлга мос келувчи ёруғлик дастасининг оғиш бурчаги $\varphi=1^\circ$. Тирқиш кенглиги тушаётган ёруғлик тўлкин узунлигининг нечасига тенг?

31.12. Кенглиги $a=0,1$ мм бўлган тирқишга монохроматик ёруғлик ($\lambda=0,5$ мкм) тик тушади. Тирқишнинг ортида фокал текислигида экран турган йиғувчи линза жойлаштирилган. Агар дифракция бурчаги φ : 1) $17'$; 2) $43'$ га тенг бўлса, экранда нима кузатилади?

31.13. Агар монохроматик ёруғлик ($\lambda=0,6$ мкм) холида кузатилганда бешинчи тартибли максимум $\varphi=18^\circ$ бурчакка оғган бўлса, дифракцион панжаранинг ҳар бир миллиметрида нечадан штрих бор?

31.14. 1 мм да $n=100$ тадан штрихи бўлган дифракцион панжарага монохроматик ёруғлик тик тушади. Спектрометрнинг кўриш қувури учинчи тартибли максимумга тўғрилланган. Қувурни шу тартибдаги бошка максимумга тўғрилаш учун уни $\Delta\varphi=20^\circ$ бурчакка буриш керак. Ёруғликнинг тўлкин узунлиги λ аниқлансин.

31.15. Дифракцион панжара тик равишда тушаётган монохроматик ёруғлик билан ёритилган. Дифракцион манзарада иккинчи тартибли максимум $\varphi_1=14^\circ$ га оғган. Учинчи тартибли максимум қандай φ_2 бурчакка оғган?

31.16. Дифракцион панжаранинг 1 мм да $n=200$ та штрих бор. Панжарага монохроматик ёруғлик ($\lambda=0,6$ мкм) тик равишда тушади. Бу панжара қандай энг юқори тартибли максимумни беради?

31.17 1 мм да $n=400$ та штрихи бўлган дифракцион панжарага монохроматик ёруғлик ($\lambda=0,6$ мкм) тик равишда тушади. Шу панжара берадиган дифракцион максимумларнинг умумий сони

топилсин. Охирги максимумга мос келувчи дифракция бурчаги φ аниқлансин.

31.18. Дифракцион панжарани ок ёруғлик билан ёритилганда иккинчи ва учинчи тартибли спектрлар бир-бирини қисман ёпади. Учунчи тартибли спектрнинг бинафша чегараси ($\lambda=0,4$ мкм) иккинчи тартибли спектрдаги қандай тўлқин узунлиги билан устма-уст тушади?

31.19. 1 мм да $n=500$ тадан штрихи бўлган дифракцион панжара сиртига тик йўналишида ок ёруғлик тушади. Спектр панжара ёнида жойлашган линза ёрдамида экранга прокцияланади. Агар линзадан экрангача бўлган масофа $L=3$ м бўлса, экрандаги биринчи тартибли спектрнинг кенглиги b аниқлансин. Спектрнинг кўриниш чегаралари $\lambda_k=780$ нм, $\lambda_\phi=400$ нм.

31.20. Даври $d=10$ мкм бўлган дифракцион панжарага $\alpha=30^\circ$ бурчак остида тўлқин узунлиги $\lambda=600$ нм бўлган монохроматик ёруғлик тушади. Иккинчи бош максимумга мос келувчи дифракция бурчаги φ аниқлансин.

31.21. Дифракцион манзара узунлиги $l=1,5$ см ва даври $d=5$ мкм бўлган дифракцион панжара ёрдамида ҳосил қилинган. Агар тўлқин узунликларининг фарқи $\Delta\lambda=0,1$ нм бўлган иккита спектрал чизиқлар спектрнинг чекка қизил қисмида ётишса ($\lambda=760$ нм), бу манзаранинг қандай энг кичик тартибли спектрида мазкур чизиқларнинг ажралган тасвирлари ҳосил бўлади?

31.22. Калийнинг иккита спектрал чизиғини ($\lambda_1=578$ нм ва $\lambda_2=680$ нм) ажрата олиши учун дифракцион панжара қандай энг кичик ажрата олиш кучи R га эга бўлиши керак? Ажратиш иккинчи тартибли спектрда мумкин бўлиши учун бу панжара қандай энг кам N та штрихга эга бўлиши керак?

31.23. Даври $d=20$ мкм бўлган дифракцион панжара ёрдамида натрийнинг икки чизиғини ($\lambda_1=589,0$ нм ва $\lambda_2=589,6$ нм) иккинчи тартибли спектрда ажратиш талаб қилинади. Дифракцион панжаранинг қандай энг кичик l узунлигида бу мумкин бўлади?

31.24. Баъзи тўлқин узунликли нурланишлар учун (кичик дифракция бурчакларида) дифракцион панжаранинг D_ϕ бурчак дисперсияси 5 мин/нм ни ташкил қилади. Агар панжаранинг l узунлиги 2 см га тенг бўлса, ўша тўлқин узунликли нурланиш учун бу панжаранинг ажрата олиш кучи аниқлансин.

31.25. $\varphi=30^\circ$ дифракция бурчаги ва $\lambda=600$ нм тўлқин узунлиги учун дифракцион панжаранинг D_ϕ бурчак дисперсияси аниқлансин. Жавоб СИ бирликларида ва минут таксим нанометрларда ифодалансин.

31.26. 1 мм да $n=500$ та дан штрих бўлган дифракцион панжарага тўлқин узунлиги $\lambda=700$ нм бўлган монохроматик ёруғлик тик равишда тушади. Панжара орқасида бош фокус масофаси $f=50$ см бўлган йиғувчи линза ўрнатилган. Линзанинг фокал текислигида экран жойлашган. Учунчи тартибли максимум учун шундай тизимнинг чизиқли дисперсияси D_ϕ аниқлансин. Жавоб миллиметр таксим нанометрларда ифодалансин.

31.27. Еруғлик дастаси дифракцион панжара сиртига тик тушади. Панжара орқасига оптик кучи $\Phi = 1$ дптр бўлган йиғувчи линза ўрнатилган. Линзанинг фокал текислигида экран жойлашган. Агар дифракциянинг кичик бурчакларида чизикли дисперсия $D_i = 1$ мм/нм бўлса, панжаранинг 1 мм даги штрихлар сони n аниқлансин.

31.28. Дифракцион панжарага сиртига тик равишда монохроматик ёруғлик ($\lambda = 650$ нм) тушади. Панжара орқасида эса фокал текислигида экран жойлаштирилган линза турибди. Экранда $\varphi = 30^\circ$ дифракция бурчаги остида дифракцион манзара кузатилади. Линзанинг қандай бош фокус масофаси f да чизикли дисперсия $D_i = 0,5$ мм/нм бўлади?

Кристалл панжарадаги дифракция

31.29. Ош тузи кристаллининг қиррасига рентген нурларининг ($\lambda = 147$ нм) параллел дастаси тушади. Агар иккинчи тартибли дифракцион максимум нурлар кристалл сиртига $\theta = 31^\circ 30'$ бурчак остида тушганида кузатилса, кристаллнинг атом текисликлари орасидаги масофа d аниқлансин.

31.30. Агар биринчи тартибли дифракцион максимум тушаётган нур йўналиши ва кристалл юзаси орасидаги бурчак $\theta = 3^\circ$ бўлганда кузатилса, кальцит кристаллига тушаётган монохроматик рентген нурларининг тўлқин узунлиги λ қандай бўлади? Кристаллнинг атом текисликлари орасидаги d масофа 0,3 нм га тенг деб қабул қилинсин.

31.31. Рентген нурларининг параллел дастаси кристалл юзасига тушади. Юза текислигига $\theta = 65^\circ$ бурчак остида биринчи тартибли максимум кузатилади. Кристаллнинг атом текисликлари орасидаги масофа $d = 280$ пм. Рентген нурларининг тўлқин узунлиги λ аниқлансин.

Телескоп объективининг ажрата олиш кучи

31.32. Телескоп объективининг диаметри $D = 8$ см. Объективнинг фокал текислигидаги дифракцион тасвирлари бошқа-бошқа бўладиган иккита юлдуз орасидаги энг кичик бурчак масофаси β қандай бўлади? Кам ёритилганликда одамнинг кўзи тўлқин узунлиги $\lambda = 0,5$ мкм бўлган ёруғликка энг сезгир бўлади.

31.33. Баланд бинонинг гумбазига устма-уст қилиб иккита қизил лампа ($\lambda = 640$ нм) маҳкамланган. Лампалар орасидаги масофа $d = 20$ см. Бинога тунда $r = 15$ км масофадан телескоп орқали қарашмоқда. Объективнинг фокал текислигида ажратилган дифракцион тасвир ҳосил бўладиган энг кичик диаметри D_{min} аниқлансин.

Нисбий синдириш кўрсаткичи шу муҳитларнинг абсолют синдириш кўрсаткичларининг нисбатига тенг. Демак,

$$\operatorname{tge}_{1B} = n_2/n_1.$$

Масаланинг шартига биноан, қайтган нур тушаётган нурга нисбатан φ бурчакка бурилган. Тушиш бурчаги қайтиш бурчагига тенг бўлганлигидан $\epsilon_1 = \frac{\varphi}{2}$ ва демак,

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{n_2}{n_1},$$

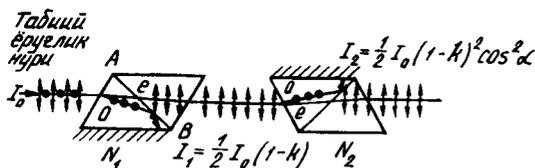
бундан

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2}\right)}.$$

Сон қиймаатлари қўйиб, натижани оламиз:

$$n_1 = 1,33.$$

2- мисол. Иккита N_1 ва N_2 николлар шундай жойлашганки, уларнинг ўтказиш текисликлари орасидаги α бурчак 60° га тенг. Қуйидагилар аниқлансин: 1) битта (N_1) николдан ўтгандан кейин ёруғликнинг интенсивлиги неча марта камаяди; 2) ҳар иккала николдан ҳам ўтгандан кейин ёруғликнинг интенсивлиги неча марта камаяди? Ҳар бир николдан ўтишда қайтиш ва ютилиш натижасида ёруғликнинг йўқотилиши 5% ни ташкил қилади.



32.2- расм

Е чи ш. 1. Табий ёруғлик дастаси N_1 николнинг юзасига тушиб (32.2- расм), ёруғликнинг иккига ажралиб синиши натижасида иккита нурга ажраллади: оддий ва ғайри оддий. Ҳар иккала нурнинг ҳам интенсивликлари бир хил ва тўла қутбланган. Ғайриоддий нурнинг тебраниш текислиги чизма текислигида ётади (бош кесим текислиги). Оддий нурнинг тебраниш текислиги чизма текислигига тик. Оддий (O) нур AB чегарадан тўла қайтиши натижасида призманинг қорайтирилган сиртига томон буралади ва у томонидан ютилади. Ғайри оддий нур (I) никол орқали ўтади. Бунда никол моддасида ютилиши натижасида ёруғликнинг интенсивлиги камаяди.

Шундай қилиб N_1 никол орқали ўтган ёруғликнинг интенсивлиги

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - k),$$

бунда $k = 0,05$ — ёруғлик интенсивлигининг николдаги нисбий йўқотилиши; I_0 — никол N_1 га тушаётган табиий ёруғликнинг интенсивлиги.

Ёруғлик интенсивлигининг нисбий камайишини табиий ёруғлик интенсивлиги I_0 ни қутбланган ёруғлик интенсивлиги I_1 га бўлиб оламиз:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0}{\frac{1}{2} I_0 (1 - k)} = \frac{2}{1 - k}. \quad (1)$$

Сон қийматларини қўйсақ,

$$\frac{I_0}{I_1} = 2,10.$$

Шундай қилиб, N_1 николдан ўтишда ёруғликнинг интенсивлиги 2,10 марта камаяр экан.

2. I_1 интенсивликли ясси қутбланган ёруғлик дастаси N_2 николга тушади ва олдингидек оддий ва ғайриоддий нурларга ажралади. Оддий нур николда тўла ютилади, николдан чиққан ғайри оддий ёруғлик дастасининг интенсивлиги эса Малюс қонуни билан аниқланади (бу николдаги ютилишни ҳисобга олмаган ҳолда):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha,$$

бунда α — қутбланган дастадаги тебраниш текислиги ва N_2 николнинг ўтказиш текислиги орасидаги бурчак.

Иккинчи николдаги интенсивликнинг йўқотилишини ҳисобга олган ҳолда қуйидагини топамиз.

$$I_2 = I_1 (1 - k) \cos^2 \alpha.$$

Қидирилаётган, ёруғлик интенсивлигининг табиий ёруғликнинг хам ўтишдаги камайишини табиий ёруғлик интенсивлиги I_0 ни иккита николдан иборат тизимдан ўтган ёруғлик интенсивлиги I_2 га бўлиб топамиз:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1 (1 - k) \cos^2 \alpha}.$$

I_0/I_2 ни (1) формуладаги ифодаси билан алмаштириб, қуйидагини оламиз

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2 \alpha}.$$

Берилганларни ўрнига қўйиб ҳисобласак:

$$\frac{I_0}{I_2} = 8,86.$$

Шундай қилиб, ёруғлик ҳар иккала николдан ўтганда унинг интенсивлиги 8,86 марта камаяди.

3- мисол. Қисман қутбланган ёруғлик дастаси никол орқали қаралади. Дастлаб никол шундай ўрнатилдики, унинг ўтказиш текислиги чизикли қутбланган ёруғликнинг тебраниш текислигига параллел бўлди. Никол $\varphi = 60^\circ$ га бурилганда у ўтказаяётган ёруғлик интенсивлиги $k = 2$ марта камайдди. Берилган қисман қутбланган ёруғликнинг ташкил этувчилари бўлмиш табиий ва чизикли қутбланган ёруғликлар интенсивликларининг нисбати I_T/I_K ҳамда ёруғлик дастасининг қутбланиш даражаси аниқлансин.

Ечиш. Табиий ёруғлик интенсивлиги I_T нинг қутбланган ёруғлик интенсивлиги I_K га нисбатини қуйидаги мулоҳазалардан топамиз. Николнинг дастлабки ҳолатида у чизикли-қутбланган ёруғликни тўла ва табиий ёруғликнинг ярмини ўтказди. Бунда ўтказилган ёруғликнинг тўла интенсивлиги

$$I_1 = I_K + \frac{1}{2} I_T.$$

Николнинг иккинчи ҳолатида эса ўтказилган қутбланган ёруғликнинг интенсивлиги Малюс қонуни билан аниқланади, ўтказилган табиий ёруғликнинг интенсивлиги эса, биринчи ҳолдагидек, николга тушаётган табиий ёруғлик интенсивлигининг ярмига тенг. Иккинчи ҳолда тўла интенсивлик

$$I_2 = I_K \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} I_T.$$

Масаланинг шартига кўра $I_1 = k I_2$ ёки

$$I_K + \frac{1}{2} I_T = k \left(I_K \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} I_T \right).$$

Бунга бурчак φ , k ларнинг қийматларини қўйиб ва ҳисоблаб, ушбуни оламиз

$$I_T / I_K = 1 \text{ ёки } I_T = I_K,$$

яъни берилган дастада табиий ва қутбланган ёруғликнинг интенсивликлари ўзаро тенг.

Қисман қутбланган ёруғликнинг қутбланиш даражаси

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (1)$$

муносабат билан аниқланади, бунда I_{\max} ва I_{\min} николдан ўтказилган ёруғликнинг мос равишда максимал ва минимал интенсивликлари.

$$\text{Максимал интензивлик } I_{max} = I_1 = I_k + \frac{1}{2}I_\tau$$

ёки $I_\tau = I_k$ эканлиги ҳисобга олинса,

$$I_{max} = \frac{3}{2}I_k$$

Минимал интензивлик николнинг ўтказиш текислиги чизикли кутбланган ёруғликнинг тебраниш текислигига тик йўналган ҳолатига мос келади. Николнинг бундай ҳолатида кутбланган ёруғлик тўла ютилади ва никол орқали фақат табиий ёруғлик интензивлигининг ярмигина ўтади. Тўла интензивлик куйидаги тенглик билан ифодаланади:

$$I_{min} = \frac{1}{2}I_\tau = \frac{1}{2}I_k$$

I_{max} ва I_{min} ларнинг топилган ифодаларини (1) формулага қўйиб натижани оламиз

$$P = \frac{\frac{3}{2}I_k - \frac{1}{2}I_k}{\frac{3}{2}I_k + \frac{1}{2}I_k} = \frac{1}{2}.$$

Шундай қилиб, ёруғлик дастасининг кутбланиш даражаси

$$P = \frac{1}{2}.$$

4- мисол. Оптик ўкига тик равишда кесилган кварц кристаллининг $d_1 = 1$ мм қалинликдаги пластинкаси маълум тўлқин узунликли монохроматик ёруғликнинг кутбланиш текислигини $\varphi_1 = 20^\circ$ бурчакка буради. Қуйидагилар аниқлансин: 1) ёруғлик тўла сўниши учун иккита «параллел» николлар ўртасида жойлаштирилган кварц пластинкасининг қалинлиги d_2 қандай бўлиши керак; 2) худди шундай натижани олиш учун николлар орасига $C = 0,4$ кг/л массавий концентрацияли қанд эритмаси солинган қандай l узунликдаги найча жойлаштирилиши керак? Қанд эритмасининг солиштирма буриши $[\alpha] = 0,665$ град/(м·кг·м⁻³)

Ечиш: 1. Кварц пластинкасининг кутбланиш текислигини буриш бурчаги $\varphi = \alpha d$ муносабат билан аниқланади. Шу формуладан фойдаланиб пластинканинг қидирилаётган d қалинлигини ифодаalaymиз:

$$d_2 = \frac{\varphi_2}{\alpha},$$

бунда φ_2 — кутбланиш текислигининг, ёруғлик тўла сўнадиган бурилиш бурчаги ($\varphi_2 = 90^\circ$).

Кварц учун буралиш доимийси α ни ҳам $\varphi = \alpha d$ формуладан, унга d_1 ва Φ_1 ларнинг масаланинг шартида берилган кийматларини қўйиб топамиз:

$$\alpha = \varphi_1 / d_1.$$

α нинг бу кийматини (1) формулага қўйиб, ушбуни оламиз

$$d_2 = \left(\frac{\varphi_2}{\varphi_1} \right) d_1.$$

Бу формула бўйича ҳисоблаб пластинканинг қалинлигини топамиз:

$$d_2 = 4,5 \text{ мм.}$$

2. Қанд эритмаси солинган найча узунлигини қанд эритмасининг қутбланиш текислигини буриш бурчагини ифодаловчи $\lambda_2 = [\alpha]cd$ муносабатдан топамиз, бунда d — қанд эритмасининг қалинлиги (найчанинг узунлиги l га тенг деб қабул қилинади). Бундан қуйидагини оламиз

$$l = \varphi_2 / ([\alpha]c).$$

Бунга $\varphi_2 [\alpha]$, $c = 0,4 \text{ кг/л} = 400 \text{ кг/м}^3$ кийматларни қўйиб ва ҳисоблаб, натижани топамиз

$$l = 3,8 \text{ дм.}$$

Масалалар

Брюстер қонуни. Малюс қонуни

32.1 Ҳавода тарқалаётган ёруғлик дастаси суюқлик сиртига $\epsilon_1 = 54^\circ$ бурчак остида тушади. Агар қайтган ёруғлик тўла қутбланган бўлса, дастанинг синиш бурчаги ϵ_2 аниқлансин.

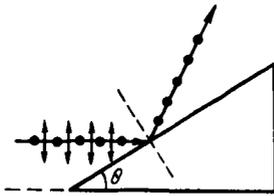
32.2. Сув сиртидан қайтган қуёш нури тўла қутбланган бўлиши учун Қуёш горизонтдан қандай φ бурчак баландликда турган бўлиши керак?

32.3. Сувда тарқалаётган табиий ёруғлик дастаси сувга ботирилган ёқутнинг юзасидан қайтади. Тушиш бурчаги ϵ_B нинг қандай кийматида қайтган ёруғлик тўла қутбланган бўлади?

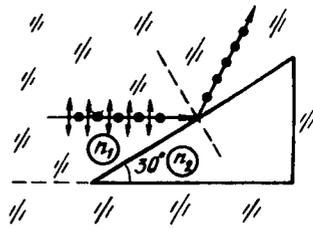
32.4. Ёруғликнинг ҳаводан ош тузи кристаллига тушишидаги Брюстер бурчаги $\epsilon_B = 57^\circ$. Бу кристаллдаги ёруғлик тезлиги аниқлансин.

32.5. Ёруғлик дастасининг суюқлик билан ҳаво чегарасидаги тўла қайтиш чегаравий бурчаги $\epsilon'_1 = 43^\circ$. Нурнинг ҳаводан шу суюқлик сиртига тушиши учун Брюстер бурчаги ϵ_B қандай бўлиши лозимлиги аниқлансин.

32.6. Табиий ёруғлик дастаси шиша ($n = 1,6$) призмага тушади (32.3- расм). Агар қайтган даста максимал қутбланган бўлса, призманинг икки қиррали бурчаги θ аниқлансин.



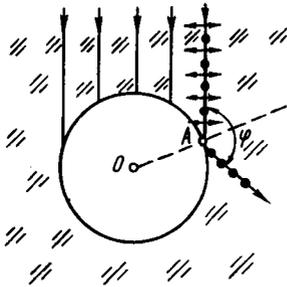
32.3- расм



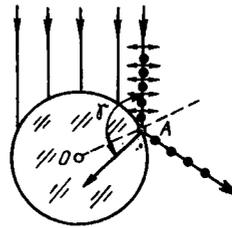
32.4- расм

32.7. Еқут призма синдириш кўрсаткичи n_1 бўлган қандайдир муҳитда турибди. Табиий ёруғлик дастаси призмага 32.4- расмда кўрсатилгандек тушади. Агар қайтаётган даста максимал қутбланган бўлса, муҳитнинг синдириш кўрсаткичи n_1 аниқлансин.

32.8. Табиий ёруғликнинг параллел дастаси юмалок сув томчисига тушмоқда. А нуктадаги тушаётган ва қайтаётган дасталар орасидаги ϕ бурчак топилсин (32.5- расм).



32.5- расм

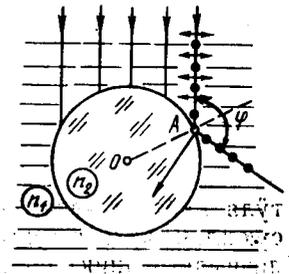


32.6- расм

32.9. Табиий ёруғлик дастаси шиша ($n=1,54$) шарга тушади. А нуктадаги синган ва тушаётган дасталар орасидаги γ бурчак топилсин (32.6- расм).

32.10. Табиий ёруғлик дастаси сувда турган шиша шарга тушади. А нуктадаги қайтаётган ва тушаётган дасталар орасидаги ϕ бурчак топилсин (32.7- расм). Шिशанинг синдириш кўрсаткичини $n=1,58$ деб қабул қилинсин.

32.11. Анализатор қутблагичдан келатган ёруғлик интенсивлигини $k=2$ марта камайтиради. Қутблагич ва анализаторларнинг ўтказиш текисликлари орасидаги α бурчак аниқлансин. Анализаторда ёруғлик интенсивлигининг йўқотилиши ҳисобга олинмасин.



32.7- расм

32.12. Қутблагич ва анализаторларнинг ўтказиш текисликлари орасидаги бурчак $\alpha = 45^\circ$. Агар бурчак 60° гача орттирилса, анализатордан чиқаётган ёруғлик интенсивлиги неча марта камаяди?

32.13. Агар ҳар бир николда унга тушаётган ёруғликнинг 10% йўқотилса, ўтказиш текисликлари $\alpha = 30^\circ$ бурчак ҳосил қиладиган иккита никол орқали ўтаётган ёруғликнинг интенсивлиги неча марта камаяди?

32.14. Фотометрда бир пайтнинг ўзида кўриш майдонининг икки бўлагига қаралмоқда: бирида $L_1 = 5$ ккд/м² равшанликли эталон нурланувчи сирт, бошқасида ёруғлиги иккита никол орқали ўтувчи синалаётган сирт кўринмоқда. Агар иккинчи никол $\alpha = 45^\circ$ га бурилса, кўриш майдонининг ҳар икки яримлари орасидаги чегара йўқолади. Агар николларнинг ҳар бирида тушаётган ёруғлик интенсивлигининг 8% камайиши маълум бўлса, синалаётган сиртнинг равшанлиги L_2 топилсин.

Ёруғликнинг қутбланиш даражаси

32.15. Қисман қутбланган ёруғликда ёруғликнинг максимал интенсивлигига мос келувчи ёруғлик векторининг амплитудаси минимал интенсивликка мос келувчи амплитудадан $n = 2$ марта катта. Ёруғликнинг қутбланиш даражаси P аниқлансин.

32.16. Қисман қутбланган ёруғликнинг қутбланиш даражаси $P = 0,5$ га тенг. Анализатор орқали ўтказилаётган ёруғликнинг максимал интенсивлиги минимал интенсивликдан неча марта фарк қилади?

32.17. Қутбланиш даражаси $P = 0,6$ бўлган, қисман қутбланган ёруғликнинг йўлига анализаторни ундан ўтадиган ёруғлик интенсивлиги максимал бўладиган қилиб қўйдилар. Агар анализаторнинг ўтказиш текислиги $\alpha = 30^\circ$ бурчакка бурилса, ёруғликнинг интенсивлиги неча марта камаяди?

32.18. Николга қисман қутбланган ёруғлик дастаси тушмоқда. Николнинг муайян ҳолатида ундан ўтадиган ёруғлик интенсивлиги минимал бўлди. Николнинг ўтказиш текислигини $\beta = 45^\circ$ бурчакка бурганларида ёруғлик интенсивлиги $k = 1,5$ марта ортди. Ёруғликнинг қутбланиш даражаси P аниқлансин.

Қутбланиш текислигининг бурилиши

32.19. Оптик ўқига тик равишда кесилган кварц кристаллининг $d_1 = 2$ мм қалинликдаги пластинкасини параллел николлар орасига жойлаштирадilar. Натижада ёруғликнинг қутбланиш текислиги $\varphi = 53^\circ$ бурчакка бурилди. Берилган монохроматик ёруғлик анализатор орқали ўтмаслиги учун пластинканинг қалинлиги d_2 қандай бўлиши кераклиги аниқлансин.

32.20. Узунлиги $d=8$ см бўлган шиша найчадаги никотин (тоза суюклик) натрий сарик ёруғлигининг кутбланиш текислигини $\varphi=137^\circ$ бурчакка буради. Никотиннинг зичлиги $\rho=1,01 \cdot 10^3$ кг/м³. Никотиннинг солиштирма буриши $[\alpha]$ аниқлансин.

32.21. Массавий концентрацияси $C_1=280$ кг/м³ бўлган шиша найчада сақланаётган глюкоза эритмаси шу эритма орқали ўтаётган монохроматик ёруғликнинг кутбланиш текислигини $\varphi_1=32^\circ$ бурчакка буради. Агар худди шундай узунликдаги найчага солинган бошқа глюкоза эритмаси кутбланиш текислигини $\varphi_2=24^\circ$ бурчакка бурса, ундаги глюкозанинг массавий концентрацияси C_2 аниқлансин.

32.22. Қанд эритмаси солинган найчадан ўтганда натрий сарик ёруғлиги кутбланиш текислигининг бурилиш бурчаги $\varphi=40^\circ$. Найчанинг узунлиги $d=15$ см. Қанднинг солиштирма буриши $[\alpha]=1,17 \cdot 10^{-2}$ рад·м³/(м·кг). Эритманинг зичлиги ρ аниқлансин.

33-§. ҲАРАКАТЛАНУВЧИ ЖИСМЛАР ОПТИКАСИ

Асосий формулалар

- Релятивистик ҳол учун Доплер эффекти

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta \cos \theta},$$

бунда v — кузатувчи кабул қиладиган электромагнит нурланишнинг частотаси; v_0 — ҳаракатсиз манба чиқарадиган электромагнит нурланишларнинг хусусий частотаси; $\beta=v/c$ — электромагнит нурланиш манбаининг кузатувчига нисбатан тезлиги; c — электромагнит нурланишларнинг вакуумда тарқалиш тезлиги; θ — кузатувчига боғлиқ санок тизимида \vec{V} вектор билан кузатиш йўналиши орасидаги бурчак.

Ёруғлик манбаи кузатувчи ва манбани туташтирувчи тўғри чизик бўйлаб ҳаракатланганида қуйидаги икки ҳол бўлиши мумкин:

- а) манба кузатувчидан узоқлашади ($\theta=0$)

$$v = v_0 \sqrt{(1-\beta)/(1+\beta)},$$

- б) манба кузатувчига яқинлашади ($\theta=\pi$)

$$v = v_0 \sqrt{(1+\beta)/(1-\beta)}.$$

- Норелятивистик ҳол учун Доплер эффекти

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\theta}{c} \cos \theta,$$

бунда Δv — частотанинг ўзгариши ($\Delta v = v - v_0$).

● Вавилов — Черенков эффекти. Зарядланган зарра бирор мухитда ёруғликнинг шу мухитдаги фазовий тезлигидан кўра каттарок v тезлик билан ҳаракатланса, ёруғлик нурланиши вужудга келади. Бу ёруғлик зарра траекторияси билан ўткири θ бурчак ҳосил қиладиган йўналишлар бўйлаб, яъни ўқи зарра тезлигининг йўналиши билан мос келувчи конуснинг ясовчиси бўйлаб тарқалади. θ бурчак куйидаги муносабатдан аниқланади:

$$\cos\theta = v/(nc) \text{ ёки } \cos\theta = 1/(\beta n),$$

бунда n — зарядланган зарра ҳаракатланаётган мухитнинг синдириш кўрсаткичи.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Тўлқин узунлиги $\lambda_0 = 600$ нм бўлган монохроматик ёруғлик манбаи кузатувчи томонга $v = 0,1$ с тезлик билан ҳаракатланмоқда (c — электромагнит тўлқинларнинг тарқалиш тезлиги). Кузатувчининг спектрал асбоби қайд этадиган нурланиш тўлқин узунлиги λ аниқлансин.

Е ч и ш . Кузатувчига боғлиқ ҳисоб тизимидаги спектрал асбоб куйидаги электромагнит нурланиш частотасини қайд этади

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2} / (1 + \beta \cos\theta), \quad (1)$$

бунда ν_0 — манба монохроматик нурланишнинг хусусий частотаси; $\beta = v/c$, θ — кузатувчига боғлиқ санок тизимида \vec{V} вектор ва кузатиш йўналиши орасидаги бурчак.

ν ва ν_0 частоталарни λ ва λ_0 тўлқин узунликлари орқали ифодалаймиз: $\nu = c/\lambda$ ва $\nu_0 = c/\lambda_0$. Бизнинг ҳолимизда $\theta = \pi$ ($\cos\theta = -1$) эканлигини назарда тутиб, (1) формулани охириги муносабатларни ҳисобга олган ҳолда қайта ёзамиз:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0} \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta},$$

бундан

$$\lambda = \lambda_0 \sqrt{(1 - \beta)/(1 + \beta)}.$$

β ($\beta = v/c = 0,1$) ва λ_0 ларнинг кийматларини олинган ифодага кўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$\lambda = 542 \text{ нм.}$$

2- мисол. Сувда Вавилов — Черенков ҳодисасини кузатиш мумкин бўлиши учун электрон қандай минимал P_{min} (МэВ/с бирликларида) импульсга эга бўлиши керак?

Е ч и ш : Вавилов — Черенков ҳодисаси зарядланган зарранинг ёруғлик тўлқинларининг шу мухитда тарқалиш тезлигидан

(фазовий тезлик каттарок v тезлик билан ҳаракатланиши натижасида вужудга келадиган ёруғлик нурланишидир. Ёруғликнинг фазовий тезлиги $v_\phi = c/n$ бўлганлигидан (c — электромагнит нурланишининг вакуумда тарқалиш тезлиги; n — муҳитнинг синдириш кўрсаткичи), Вавилов — Черенков ҳодисасининг вужудга келиш шарти қуйидагича бўлади:

$$V > v_\phi \text{ ёки } v > c/n.$$

Одатда бу шартни бошқача ёзишади, $\beta = v/c$ эканлигини ҳисобга олиб:

$$\beta n > 1. \quad (1)$$

Черенков нурланиши релятивистик зарралар учун кузатилганлигидан, олдинга релятивистик импульс учун ифодани ёзиб оламиз:

$$P = mv = m\phi / \sqrt{1 - \beta^2} \text{ ёки } P = m\phi\beta / \sqrt{1 - \beta^2},$$

бу ерда $v = \beta c$ эканлиги ҳисобга олинган.

Минимал импульсга минимал қиймат β_{min} мос келади, уни (1) шартдан топамиз:

$$\beta_{min} = 1/n.$$

У ҳолда импульснинг минимал қиймати

$$P_{min} = m\phi / \sqrt{n^2 - 1}. \quad (2)$$

Ҳисоблашни системадан ташқари бирликлар МэВ/с ларда амалга оширамиз (c — электромагнит нурланишларнинг тарқалиш тезлиги). Бунинг учун қуйидагича иш тутамиз. Маълумки, $m_0c = 0,511$ МэВ, бундан $m_0c = 0,511$ МэВ/с ни ёзамиз. (2) га $n = 1,33$ ва m_0c нинг қийматини қўйиб, ҳисобласак,

$$P_{min} = 0,583 \text{ МэВ/с.}$$

Масалалар

Доплер ҳодисаси

33.1. Агар частотани аниқлашдаги хатолик 1% дан ошмаслиги керак бўлса, манба тезлиги v нинг қандай чегаравий қийматида (ёруғлик тезлигининг улушларида) Доплер ҳодисаси учун $v = v_0 \sqrt{(1 - \beta)/(1 + \beta)}$ релятивистик формула ўрнига тахминий $v = v_0(1 - \beta)$ ифодадан фойдаланиш мумкин бўлади?

33.2. Қуёш гардишининг айланиш бурчак тезлигини аниқлаш учун Қуёшнинг шарқий ва ғарбий қирраларидаги спектрал чизиқларнинг нисбий силжиши $\Delta\lambda/\lambda$ ни ўлчадилар. У $1,5 \cdot 10^{-5}$ га тенг бўлиб чиқди. Қуёш гардишининг айланиш бурчак тезлиги ω аниқлансин. Қуёшнинг радиуси R маълум деб ҳисоблансин.

33.3. Фазовий кема Ердан $v = 10$ км/с тезлик билан узоклашмоқда. Кема антеннаси тарқатадиган электромагнит тўлқинларнинг частотаси $\nu_0 = 30$ МГц. Приемник қабул қиладиган частотанинг Доплер силжиши $\Delta\nu$ аниқлансин.

33.4. Қандайдир туманликнинг спектрал нурланиши ўрганилганда водороднинг нурланиш чизиғи ($\lambda_2 = 656,3$ нм) узун тўлқин узунликлари соҳасига $\Delta\lambda = 2,5$ нм га силжиган бўлиб чиқди (қизил силжиш). Туманликнинг Ерга нисбатан ҳаракат тезлиги v топилсин ва унинг Ердан узоклашаётганлиги ёки яқинлашаётганлиги кўрсатилсин.

33.5. Ҳарорати $T = 300$ К бўлган атомар водород спектрал нурланиш чизикларининг Доплер ходисаси натижасида кенгайиши $\Delta\lambda/\lambda$ аниқлансин.

33.6. Доплер ходисаси натижасида ядро γ -нурланиш чизикларининг кенгайиши рўй беради. Қуйидаги ҳароратларда: 1) хона ҳарорати ($T = 290$ К) да; 2) ядро портлаши ҳарорати ($T = 10$ МК) да кобальт ядроси γ -нурланиши чизикларининг кенгайиши баҳолансин.

33.7. Иккита фазовий кема бир тўғри чизик бўйлаб ҳаракатланмоқда. Муайян саноқ тизимида уларнинг v_1 ва v_2 тезликлари мос равишда 12 ва 8 км/с га тенг. Агар биринчи кеманинг антеннаси $\nu_0 = 1$ МГц частотали электромагнит тўлқинлар чиқарса, иккинчи фазовий кема қабул қиладиган электромагнит тўлқинлар сигналининг частотаси ν аниқлансин. Қуйидаги ҳоллар қаралсин: 1) фазовий кемалар бир-бирига томон ҳаракатланишмоқда; 2) фазовий кемалар бир-биридан қарама-қарши йўналишларда узоклашишмоқда; 3) биринчи фазовий кема иккинчисини қувиб етмоқда; 4) биринчи фазовий кема, шу йўналишда ҳаракатланаётган иккинчисидан узоклашмоқда.

33.8. $\lambda = 600$ нм тўлқин узунликли монохроматик ёруғлик қарама-қарши йўналишда тез айланаётган кўзгуларга тушмоқда (А. А. Белопольский тажрибаси). Кўзгулар $N = 10$ марта қайтганидан кейин ёруғлик дастаси спектрографга тушади. Кўзгулар сиртига тик тушувчи ёруғлик тўлқини узунлигининг ўзгариши $\Delta\lambda$ аниқлансин. Кўзгуларнинг чизикли тезлиги $v = 0,67$ км/с. Ёруғлик кўзгулардан қайтаётгандаги: 1) бири иккинчисига томон ҳаракатланадиган; 2) бири иккинчисидан узоклашадиган ҳоллар қаралсин.

33.9. Ясси кўзгу кузатувчидан кўзгу текислигининг нормали бўйлаб v тезлик билан узоклашмоқда. Кўзгуга $\lambda_0 = 500$ нм тўлқин узунликли ёруғлик дастаси йўналтирилади. $1/0,2$ с (s — вакуумдаги тезлик); 2) 9 км/с тезлик билан ҳаракатланаётган кўзгудан қайтган ёруғликнинг тўлқин узунлиги аниқлансин.

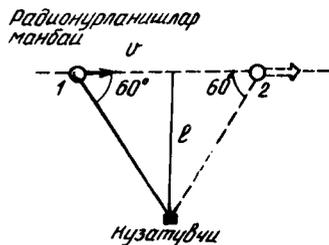
33.10. Радиолокатор приемниги передатчик узатган сигнал частотаси ва ҳаракатланувчи объектдан қайтган сигнал частотаси орасидаги тепки частотасини қайд этади. Агар локатор $\nu_0 = 600$ МГц частотада ишласа ва тепки частотаси $\nu_1 = 4$ кГц бўлса, локатор томонга яқинлашаётган ракетанинг тезлиги v аниқлансин.

33.11. Айтишларича, машҳур физик Роберт Вуд бир гал автомашинада светофорнинг қизил чироғида ўтиб, йўл қондаси назоратчиси томонидан тўхтатилган, Роберт Вуд Доплер ҳодисасини вақт келиб, ўзининг жуда тез келганлиги туфайли светофорнинг қизил чироғи унинг учун яшилга ўзгарганлигига ишонтирган. Светофорнинг қизил сигнали ($\lambda_1 = 650$ нм) яшилдек ($\lambda_2 = 550$ нм) қабул қилиниши учун автомашина қандай v тезлик билан ҳаракатланиши кераклиги баҳолансин.

33.12. Кузатувчига томон ҳаракатланаётган релятивистик атомлар нурланишининг тўлқин узунлиги норелятивистик атомларнинг мос тўлқин узунликларидан икки марта кичик бўлиб чиқди. Релятивистик атомларнинг тезлиги v (ёруғлик тезлиги улушларида) аниқлансин.

33.13. Водород нурланиши спектридаги энг қисқа тўлқин узунлиги $\lambda_1 = 410$ нм. Доплер ҳодисаси натижасида водород атомлари тўпининг нурланиш спектри кўриниш чегарасидан ташқарида бўлиши учун атомлар тўпи биздан қандай v тезлик билан узоклашиши керак? Спектр кўриниш қисмининг чегараси $\lambda_2 = 760$ нм тўлқин узунлигига мос келади.

33.14. Кузатувчидан қандайдир l масофада (33.1-расм) хусусий частотаси $\lambda_0 = 4$ ГГц бўлган радионурланишлар манбаи $v = 0,6$ с тезлик билан тўғри қизиқли ҳаракат қилмоқда. Агар кузатиш манбаининг 1 ҳолатдан 2 ҳолатгача тўла ҳаракат вақти давомида олиб борилса, кузатувчи қабул қилаётган сигнал частотаси ν қандай чегарада ўзгаради? Бурчаклар кузатувчига боғлиқ ҳисоб тизимида кўрсатилган.



33.1- расм

Вавилов-Черенков ҳодисаси

33.15. Синдириш кўрсаткичи $n = 1,60$ бўлган муҳитда Черенков нурланиши вужудга келиши учун электрон қандай энг кичик v тезликка эга бўлиши керак?

33.16. Электронларнинг қандай v тезлигида (ёруғлик тезлиги улушларида) синдириш кўрсаткичи $n = 1,80$ бўлган муҳитда уларнинг ҳаракат йўналишига нисбатан $\nu = 20^\circ$ бурчак остида Черенков нурланиши рўй беради?

33.17. Синдириш кўрсаткичи $n = 1,50$ бўлган муҳитда Черенков нурланиши вужудга келиши учун электрон ўтиши керак бўлган энг кичик тезлантирувчи потенциаллар фарқи v_{min} топилсин.

33.18. Маълумки, космик нурлар таркибига кирувчи катта тезликли зарралар ҳавода ($n = 1,00029$) Вавилов — Черенков нурланишини вужудга келтириши мумкин. Электронларни шундай зарралар деб ҳисоблаб уларнинг минимал кинетик энергияси аниқлансин.

33.19. $T=0,51$ МэВ кинетик энергияли электрон сувда ҳаракатланмоқда. Черенков нурларининг электроннинг ҳаракат йўналиши билан ҳосил қиладиган ν бурчаги аниқлансин.

33.20. Релятивистик электроннинг импульси m_0c га тенг. Мухитнинг қандай энг минимал n_{min} синдириш кўрсаткичидан бошлаб Вавилов — Черенков ҳодисасини кузатиш мумкин?

33.21. Мю ва пи мезонлар бир хил $P=100$ МэВ/с импульсга эга. μ - мезонлар учун Черенков нурланиши кузатилиши, π - мезонлар учун эса кузатилмаслиги учун мухитнинг синдириш кўрсаткичи n нинг қиймати қандай чегараларда бўлмоғи лозим?

7-6 о6

КВАНТООПТИК ҲОДИСАЛАР. АТОМ ФИЗИКАСИ

34- §. ИССИКЛИК НУРЛАНИШИ ҚОНУНЛАРИ

Асосий формулалар

- Стефан — Больцман қонуни

$$M_e = \sigma T^4,$$

бунда M_e — қора жисмнинг энергетик ёритувчанлиги; T — термодинамик ҳарорат; σ — Стефан — Больцман доимийси ($\sigma = 6,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²К²).

- Кулранг жисмнинг энергетик ёритувчанлиги

$$M_e = \epsilon \sigma T^4,$$

бунда ϵ — кулранг жисмнинг иссиқлик нурланиш коэффициентини (коралик даражаси).

- Виннинг силжиш қонуни

$$\lambda_m = b/T,$$

бунда λ_m — максимал нурланиш энергиясига тўғри келувчи тўлқин узунлиги, b — Вин силжиш қонунининг доимийси ($b = 2,90 \cdot 10^{-3}$ м · К).

- Планк формуласи

$$M_{\lambda,T} = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/(\lambda kT)} - 1};$$

$$M_{\omega,T} = \frac{\hbar \omega^2}{\pi^2 c^2} \cdot \frac{1}{e^{\hbar\omega/(kT)} - 1},$$

бунда $M_{\lambda,T}$, $M_{\omega,T}$ — қора жисм энергетик ёритувчанлигининг спектрал зичлиги; λ — тўлқин узунлиги; ω — доиравий частота; c — ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги; k — Больцман доимийси;

T — термодинамик ҳарорат; h — Планк доимийси; $h = h / (2\pi)$ — 2π га бўлинган Планк доимийси *.

● Энергетик ёритувчанлик спектрал зичлиги максимумининг ҳароратга боғлиқлиги

$$(M_{\lambda T})_{max} = CT^5,$$

бунда C — доимийлик ($C = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{Вт} / (\text{м}^3 \text{К}^5)$).

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Қуёшнинг нурланиш спектрини текшириш энергетик ёритувчанлик спектрал зичлигининг максимуми $\lambda = 500$ нм тўлқин узунлигига тўғри келишини кўрсатади. Қуёшни қора жисм сифатида қабул қилиб: 1) қуёшнинг энергетик ёритувчанлиги M_e ; 2) қуёш сочадиган энергия оқими Φ_e ; 3) қуёш 1 с да сочадиган электромагнит тўлқинларнинг (ҳамма узунликлардаги) массаси m аниқлансин.

Ечиш: 1. Қора жисмнинг энергетик ёритувчанлиги M_e Стефан — Больцман формуласи билан аниқланади:

$$M_e = \sigma T^4. \quad (1)$$

Нур сочаётган сиртнинг ҳарорати Виннинг силжиш қонунидан аниқланиши мумкин: $\lambda_m = b/T$. Бундан ҳарорат T ни ифодалаб ва уни (1) формулага қўйиб, қуйидагини оламиз

$$M_e = \sigma (b\lambda_m)^4. \quad (2)$$

(2) формула бўйича ҳисоблаймиз:

$$M_e = 64 \text{МВт} / \text{м}^2.$$

2. Қуёш сочадиган энергия оқими Φ_e Қуёшнинг энергетик ёритувчанлигининг унинг сирти S га қўпайтмасига тенг:

$$\Phi_e = M_e \cdot S \text{ ёки } \Phi_e = 4\pi r^2 M_e, \quad (3)$$

бунда r — Қуёш радиуси

(3) формулага π , r ва M_e ларнинг қийматларини қўйиб ҳисобласак.

$$\Phi_e = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}.$$

3. $t = 1$ с да Қуёш сочаётган электромагнит тўлқинларнинг (ҳамма узунликлардаги) массасини масса ва энергиянинг пропорционаллик қонуни $E = mc^2$ ни қўллаб аниқлаймиз. t вақт давомида

* Дастлаб Планк доимийси деб $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Ж·с катталиқка айтилган. Кейинроқ Планк доимийси деб $h = h / (2\pi) = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Ж·с катталиқни ҳам айта бошладилар. Мазкур қўлланмадаги бундан кейинги баёнларда h катталиқ кўпроқ қўлланилади.

сочиладиган электромагнит тўлқинларнинг энергияси энергия оқими Φ (нур сочиш қуввати) нинг вақтга кўпайтмасига тенг: $E = \Phi \cdot t$. Бинобарин, $\Phi_e = mc^2$, бундан

$$m = \Phi_e / c^2.$$

Шу формула бўйича ҳисоблаб, m ни топамиз:

$$M = 4,3 \cdot 10^9 \text{ кг.}$$

2 мисол. Қора жисм нурланиш спектрининг максимал энергиясига тўғри келувчи тўлқин узунлиги $\lambda_{max} = 0,58$ мкм. λ_m яқинида тўлқин узунликларнинг $\Delta\lambda = 1$ нм интервали учун ҳисобланган энергетик ёритувчанликнинг максимал спектрал зичлиги $(M_{\lambda,T})_{max}$ аниқлансин.

Ечиш: Энергетик ёритувчанликнинг максимал спектрал зичлиги Кельвин ҳароратининг бешинчи даражасига пропорционал бўлиб,

$$(M_{\lambda,T})_{max} = CT^5 \quad (1)$$

формула билан ифодаланлади.

Ҳароратни Виннинг силжиш қонуни $\lambda_m = b/T$ дан ифодалаймиз, бундан $T = b/\lambda_m$.

Ҳароратнинг олинган ифодасини (1) формулага қўйиб, ушбуни топамиз

$$(M_{\lambda,T})_{max} = C(b/\lambda_m)^5. \quad (2)$$

24-жадвалда C нинг қиймати СИ бирликларида, яъни тўлқин узунликларининг бирлик оралиғи $\Delta\lambda = 1$ м бўлган ҳол учун берилган. Масаланинг шартига кўра эса тўлқин узунликларининг 1 нм оралиғи учун ҳисобланган энергетик ёритувчанликнинг спектрал зичлигини ҳисоблаш талаб қилинган, шунинг учун C нинг СИ бирликларидаги қийматини ёзамиз ва уни тўлқин узунликларининг берилган оралиғи учун қайта ҳисоблаймиз

$$C = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{к}^5) = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{к}^5) = 1,30 \cdot 10^{-14} \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{нм} \cdot \text{к}^5)$$

(2) формула бўйича ҳисоблаш қуйидагини беради:

$$(M_{\lambda,T})_{max} = 40,6 \text{ кВт}/(\text{м} \cdot \text{нм}).$$

Масалалар

Стефан — Больцман қонуни

34.1. Қора жисмнинг энергетик ёритувчанлиги $M_e = 10$ кВт/м² бўладиган ҳарорат T аниқлансин.

34.2. Эритиш печининг кўриш туйнугидан сочилаётган энергия оқими $\Phi_e = 34$ Вт. Агар туйнукнинг юзаси $S = 6$ см² бўлса, печнинг ҳарорати T аниқлансин.

34.3. Агар печнинг ҳарорати $T=1,2$ кК бўлса, юзаси $S=8$ см² бўлган эритиш печининг туйнуғидан $t=1$ мин вақтда сочиладиган W энергия аниқлансин.

34.4. Сириус юлдузининг юқори қатламларидаги ҳарорат $T=10$ кК. Шу юлдузнинг $S=1$ км² юзали сиртидан сочилаётган энергия оқими Φ_e аниқлансин.

34.5. Қора жисмнинг ҳарорати 1% га ортганда унинг энергетик ёритувчанлигининг нисбий ортиши $\Delta M_e/M_e$ аниқлансин.

34.6. Қора жисмнинг энергетик ёритувчанлиги M_e икки марта ўсиши учун унинг термодинамик ҳароратини неча марта орттириш керак?

34.7. Қуёш қора жисмдек нур сочади деб қабул қилиб, унинг энергетик ёритувчанлиги M_e ва сиртидаги ҳарорат T ҳисоблансин. Қуёшнинг гардиши Ердан $v=32'$ бурчак остида кўринади. Қуёш доимийси $C=1,4$ кж/(м²·с).

34.8. Ер атмосферасидан ташқарида, Ердан Қуёшгача бўлган ўртача масофада Қуёш нурларига тик жойлашган, қорайтирилган металл пластинканинг қарор топган ҳарорати T аниқлансин. Қуёш доимийсининг қиймати олдинги масалада келтирилган.

34.9. $T=600$ К ҳароратда кўмирнинг иссиқлик нурланиш коэффициентини $\epsilon=0,8$ деб қабул қилиб: 1) кўмирнинг энергетик ёритувчанлиги M_e ; 2) $t=10$ мин вақт давомида кўмирнинг $S=5$ см² юзали сиртида сочиладиган W энергия аниқлансин.

34.10. $T=400$ К ҳароратда $t=5$ мин вақт давомида қорақуянинг $S=2$ см² юзали сиртидан $W=83$ Ж энергия сочилади. Қорақуянинг иссиқлик нурланиш коэффициенти ϵ аниқлансин.

34.11. Муффель печи $P=1$ кВт қувват истеъмол қилади. $\epsilon=25$ см² юзали очик тирқишда унинг ички сиртининг ҳарорати $T=1,2$ кК. Печнинг тирқиши қора жисмдек нурланади деб ҳисоблаб, қувватнинг қандай w қисми деворлар томонидан сочилиши аниқлансин.

34.12. Шартли равишда Ерни $T=280$ К ҳароратда нур сочаётган кулранг жисм сифатида қабул қилиш мумкин. Аган Ер сиртининг энергетик ёритувчанлиги $M_e=325$ кЖ/(м²·соат) бўлса, Ернинг иссиқлик нурланиш энергияси ϵ аниқлансин.

34.13. Муайян ўзгармас T ҳароратда $R=10$ см радиусли шарнинг нурланиш қуввати $P=1$ кВт. Шарни иссиқлик нурланиш коэффициенти $\epsilon=0,25$ бўлган кулранг жисм деб ҳисоблаб, мазкур ҳарорат T топилсин.

* Қуёш доимийси деб. Ер атмосферасидан ташқарида, Ердан Қуёшгача бўлган ўртача масофада Қуёш нурланиши энергияси оқимининг сирт зичлигига тенг бўлган катталиқка айтилади.

Винн қонуни. Планк формуласи

34.14. $t=0^\circ$ С ҳароратда қора жисм энергетик ёритувчанлиги спектрал зичлигининг максимуми $(M_{\lambda,T})_{max}$ қандай тўлқин узунлигига мос келади?

34.15. Қуёшнинг юқори қатламларининг ҳарорати 5,3 кК га тенг. Қуёшни қора жисм сифатида қабул қилиб, Қуёш энергетик ёркинлиги спектрал зичлигининг максимуми $(M_{\lambda,T})_{max}$ га мос келувчи тўлқин узунлиги λ_m аниқлансин.

34.16. Энергетик ёркинлик спектрал зичлигининг максимуми $(M_{\lambda,T})_{max}$ кўриш спектрининг ω қизил чегарасига ($\lambda_1=750$ нм); б) бинафша чегарасига ($\lambda_2=380$ нм) тўғри келганда, қора жисмнинг ҳарорати T қандай бўлади?

34.17. Арктур ёркин юлдузи энергетик ёритувчанлиги спектрал зичлигининг максимуми $(M_{\lambda,T})_{max}\lambda_m=580$ нм тўлқин узунлигига тўғри келади. Юлдуз қора жисмдек нур сочади деб қабул қилиб, унинг сиртининг ҳарорати T аниқлансин.

34.18. Қора жисм ҳароратининг ўзгариши натижасида спектрал зичликнинг $(M_{\lambda,T})_{max}$ максимуми $\lambda_1=2,4$ мкм дан $\lambda_2=0,8$ мкм га силжи. Жисмнинг энергетик ёритувчанлиги M_e ва энергетик ёритувчанлик спектрал зичлигининг максимуми қандай ва неча марта ўзгарган?

34.19. Қора жисмнинг термодинамик ҳарорати T икки марта ортганида энергетик ёритувчанлик спектрал зичлигининг максимумига тўғри келувчи λ_m тўлқин узунлиги $\Delta\lambda=400$ нм га камайди. Бошланғич ва охири ҳарорат T_1 ва T_2 лар аниқлансин.

34.20. Ёруғлик кучи бирлиги — канделанинг эталони — сиртининг юзаси $S=0,5305$ мм² бўлган ва $t=1063^\circ$ С га тенг платинанинг қотиш ҳароратига эга, тўла нур сочувчидан иборатдир (барча узунликдаги тўлқинларни сочади). Нур сочувчининг қуввати P аниқлансин.

34.21. Қора жисм энергетик ёритувчанлиги спектрал зичлигининг максимуми $(M_{\lambda,T})_{max}=4,16 \cdot 10^{11}$ (Вт/м²)/м. U қандай λ_m тўлқин узунлигига тўғри келади?

34.22. Қора жисмнинг ҳарорати $T=2$ кК; қуйидагилар аниқлансин: 2) $\lambda_1=600$ нм тўлқин узунлиги учун энергетик ёркинликнинг спектрал зичлиги M_e ; 2) $\lambda_1=590$ нм дан $\lambda_2=610$ нм гача тўлқин узунликлар оралиғидаги энергетик ёритувчанлик M_e . Бу ораликда жисм энергетик ёритувчанлиги ўртача спектрал зичлигининг қиймати $\lambda=600$ нм тўлқин узунлиги учун топилган қийматга тенг деб қабул қилинсин.

35-§. ФОТОЭЛЕКТРИК ҲОДИСА

Асосий формулалар

● Эйнштейн формуласи:

а) умумий ҳолда

$$\varepsilon = h\nu = A + T_{max} \text{ ёки } \hbar\omega = A + T_{max};$$

бунда $\varepsilon = h\nu = \hbar\omega$ — металл сиртига тушаётган фотоннинг энергияси; A — электроннинг металлдан чиқиш иши; T_{max} — фотоэлектроннинг максимал кинетик энергияси;

б) фотоннинг энергияси чиқиш ишидан жуда катта бўлган ҳолда ($h\nu \gg A$),

$$h\nu = T_{max} \text{ ёки } \hbar\omega = T_{max}.$$

Фотоэлектронларнинг максимал кинетик энергияси икки (норелятив ва релятив) ҳол учун турли хил формулалар билан ифодаланади:

а) агар фотоэффектнинг энергияси унча катта бўлмаган фотон амалга оширса ($h\nu = \hbar\omega = 5$ кэВ), у ҳолда

$$T_{max} = \frac{1}{2} m_0 v_{max}^2$$

бунда m_0 — электроннинг тинчликдаги массаси;

б) агар фотоэффектнинг катта энергияга эга бўлган фотон амалга оширса ($h\nu = \hbar\omega \gg 5$ кэВ), у ҳолда

$$T_{max} = (m - m_0) c^2 \text{ ёки } T_{max} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right),$$

бунда $\beta = v_{max}/c$, m — релятивистик электроннинг массаси

● Фотоэффектнинг қизил чегараси

$$\lambda_0 = hc/A \text{ ёки } \lambda_0 = 2\pi \hbar c/A; \quad \nu_0 = A/h \text{ ёки } \omega_0 = A/\hbar,$$

бунда λ_0 ҳали фотоэффект рўй бериши мумкин бўлган нурлашнинг энг катта тўлқин узунлиги (ν_0 ва ω_0 мос равишда минимал частота ва доиравий частота).

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол: Кумуш сиртидан: 1) тўлқин узунлиги $\lambda_1 = 0,155$ мкм ультрабинафша нурлар билан; 2) тўлқин узунлиги $\lambda_2 = 2,47$ пм бўлган γ - нурлар билан уриб чиқариладиган фотоэлектронларнинг максимал тезлиги аниқлансин.

Ечиш. Фотоэлектронларнинг максимал тезлигини Эйнштейннинг фотоэффект учун ёзилган формуласидан аниқлаймиз:

$$\epsilon = A + T_{max}. \quad (1)$$

Фотоннинг энергияси $\epsilon = hc/\lambda$ формуладан ҳисобланади, чиқиши A эса 20-жадвалда кўрсатилган бўлиб, кумуш учун $A = 4,7$ эВ.

Фотоэлектронларнинг кинетик энергияси унга қандай тезлик берилишига боғлиқ равишда мумтоз (классик)

$$T = \frac{1}{2} m v^2, \quad (2)$$

ёки релятив

$$T = (m - m_0) c^2 \quad (3)$$

формулалар билан ифодаланиши мумкин.

Фотоэлектроннинг тезлиги фотоэффектни амалга оширадиган фотоннинг энергиясига боғлиқ бўлади: агар фотоннинг энергияси ϵ электроннинг тинчликдаги энергияси E_0 дан кўп марта кичик бўлса, у ҳолда (2) формула қўлланилиши мумкин: агар ϵ катталиги бўйича E_0 га яқин бўлса, у ҳолда (2) формула бўйича ҳисоблаш қўпол хатоликка олиб келади, бу ҳолда фотоэлектроннинг кинетик энергиясини (3) формулага мувофиқ ифодалаш керак.

1) фотоннинг энергияси формуласи $\epsilon = hc/\lambda$ га h , c ва λ катталикларнинг қийматларини қўямиз ва ҳисоблаб ультраби-нафша нурланиш учун қуйидагини топамиз.

$$\epsilon_1 = 1,28 \text{ аЖ} = 8 \text{ эВ.}$$

Фотон энергиясининг бу қиймати электроннинг тинчликдаги энергияси (0,511 МэВ) дан кўп марта кичик. Демак, мазкур ҳол учун (1) формуладаги фотоэлектронларнинг максимал кинетик энергияси (2) классик формула билан ифодаланиши мумкин:

$$\epsilon_1 = A + \frac{1}{2} m v_{max}^2$$

бундан

$$v_{max} = \sqrt{2(\epsilon_1 - A)/m_0}. \quad (4)$$

(4) формулага кирувчи катталикларни ёзамиз: $\epsilon_1 = 1,28 \times 10^{-18}$ (юқорида ҳисобланган); $A = 4,7$ эВ $= 4,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ Ж $= 0,75 \cdot 10^{-18}$; $m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг (24-жадвалга к.)

Сон қийматларни (4) формулага қўйиб максимал тезликни топамиз:

$$v_{max} = 1,08 \text{ Мм/с.}$$

2. Энди γ -нурланишдаги фотон энергиясини хисоблаймиз:

$$\epsilon_2 = hc/\lambda_2 = 8,04\text{Ф Ж} = 0,502 \text{ МэВ}.$$

Электроннинг чиқиш иши ($A = 4,7 \text{ эВ}$) γ -фотоннинг энергиясига нисбатан жуда кичик, шунинг учун ҳам электроннинг максимал кинетик энергиясини фотоннинг энергиясига тенг деб қабул қилиш мумкин:

$$T_{max} = \epsilon_2 = 0,502 \text{ МэВ}$$

Бу ҳолда электроннинг кинетик энергияси унинг тинчликдаги энергияси билан таккослайдиган даражада бўлганлигидан, электроннинг тезлигини хисоблаш учун кинетик энергиянинг

$$T = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \quad (\text{бунда } E_0 = m_0 c^2) \text{ релятивистик формуласини}$$

олиш керак.

Баъзи ўзгартиришларни бажариб қуйидагини топамиз

$$\beta = \sqrt{(2e_0 + T)T / (E_0 + T)}.$$

Хисоблашни бажарсак,

$$\beta = 0,755.$$

Шундай қилиб, γ -нурлар уриб чиқарадиган фотоэлектронларнинг максимал тезлиги

$$v_{max} = c\beta = 226 \text{ Мм/с}.$$

2- мисол. Цезийнинг сирти тўлқин узунлиги $\lambda = 400 \text{ нм}$ бўлган бинафша ёруғлик билан нурлантирилганда фотоэлектронларнинг максимал тезлиги $v_{max} = 0,65 \text{ Мм/с}$ бўлса, цезий учун фотоэффектнинг қизил чегараси λ_0 аниқлансин.

Е ч и ш . Тўлқин узунлиги λ_0 фотоэффектнинг қизил чегарасига мос келган ёруғлик билан нурлантирилганда фотоэлектронларнинг тезлиги ва демак, кинетик энергияси ҳам нолга тенг бўлади. Шу туфайли фотоэффект учун Эйнштейн формуласи $\epsilon = A + T$ қизил чегара холида қуйидаги кўринишда ёзилади

$$\epsilon = A \quad \text{ёки} \quad hc/\lambda_0 = A.$$

Бундан

$$\lambda_0 = hc/A. \quad (1)$$

Цезий учун чиқиш ишини Эйнштейн формуласи ёрдамида хисоблаймиз:

$$A = \epsilon - T = \frac{hc}{\lambda} - \frac{mv^2}{2}. \quad (2)$$

Катталиқларнинг сон қийматларини СИ тизимида ифодалаб ёзамиз: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Ж} \cdot \text{с}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$; $\lambda = 400 \text{ нм} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$; $m =$

$= 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг; $v = 6,5 \cdot 10^5$ м/с. Катталикларнинг бу қийматларини (2) формулага қўйиб, ҳисоблашларни бажарсак,

$$A = 3,05 \cdot 10^{-19} \text{ Ж} = 0,305 \text{ аЖ.}$$

Фотоэффектнинг кизил чегарасини аниқлаш учун A , h ва c ларнинг қийматларини (1) формулага қўйиб ҳисобласак,

$$\lambda_0 = 651 \text{ нм.}$$

Масалалар

35.1. Агар натрий учун фотоэффектнинг кизил чегараси $\lambda_0 = 500$ нм бўлса электронларнинг натрийдан чиқиш иши A аниқлансин.

35.2. Агар кумушнинг сиртига тўлқин узунлиги $\lambda = 300$ нм бўлган ультрабинафша нурланиш йўналтирилса, фотоэффект кузатиладими?

35.3. Агар фотоэффектнинг кизил чегараси $\lambda_0 = 307$ нм ва фотоэлектроннинг максимал кинетик энергияси $T_{max} = 1$ эВ бўлса, фотон энергиясининг қандай хиссаси фотоэлектронни уриб чиқаришга сарфланган?

35.4. Литий сиртига монохроматик ёруғлик тушади ($\lambda = 310$ нм). Электронлар эмиссиясини тўхтатиш учун 1,7 В дан кам бўлмаган тутувчи потенциаллар фарқини қўйиш керак. Чиқиш иши A аниқлансин.

35.5. Платина пластинкасини ультрабинафша ёруғлик билан нурлантириш натижасида вужудга келган фотоэффектни тўхтатиш учун $U = 3,7$ В тутувчи потенциаллар фарқини қўйиш керак. Агар платина пластинка бошка пластинка билан алмаштирилса, унда тутувчи потенциаллар фарқини 6 В гача қўпайтириш керак бўлади. Электронларнинг шу пластинка сиртидан чиқиш иши A аниқлансин.

35.6. Рух пластинкага тўлқин узунлиги $\lambda = 220$ нм бўлган монохроматик ёруғлик тушади. Фотоэлектронларнинг максимал тезлиги аниқлансин.

35.7. Фотоэлектронларнинг максимал тезлиги 10 Мм/с га тенг бўлганда муайян металлнинг сиртига тушаётган ультрабинафша нурланишнинг тўлқин узунлиги λ аниқлансин. Электронларнинг металлдан чиқиш иши ҳисобга олинмасин.

35.8. Тўлқин узунлиги $\lambda = 0,3$ нм бўлган γ - нурланиш таъсирида металлдан уриб чиқарилган фотоэлектронларнинг максимал тезлиги v_{max} аниқлансин.

35.9. $\epsilon = 1,53$ МэВ энергияли γ - фотонлар билан нурлантирилганда металлдан учиб чиққан фотоэлектронларнинг максимал тезлиги v_{max} аниқлансин.

35.10. γ - фотонлар билан нурлантирилган металлдан учиб чиқаётган фотоэлектронларнинг максимал тезлиги $v_{max} = 291$ Мм/с. γ - фотонларнинг энергияси ϵ аниқлансин.

Асосий формулалар

- Нормал тушаётган ёруғлик ҳосил қилаётган босим

$$P = \frac{E_e}{c}(1 - \rho) \text{ ёки } P = \omega(1 - \rho),$$

бунда E_e — сиртнинг нурлантирилганлиги; c — электромагнит нурланишининг вакуумдаги тезлиги; ω — нурланиш энергиясининг хажмий зичлиги; ρ — қайтариш коэффициентини.

- Фотоннинг энергияси

$$\epsilon = h\nu = hc/\lambda \text{ ёки } \epsilon = \hbar\omega,$$

бунда h — Планк доимийси; $\hbar = h/(2\pi)$; ν — ёруғликнинг частота-си; ω — доиравий частота; λ — тўлқин узунлиги.

- Фотоннинг массаси ва импульси мос равишда қуйидаги формулалар билан ифодалананади

$$m = \frac{\epsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}, \quad P = mc = \frac{h}{\lambda}.$$

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол: Тўлқин узунлиги $\lambda = 663$ нм бўлган монохроматик ёруғлик дастаси яркироқ яси сиртга нормал тушади. Энергия оқими $\Phi_e = 0,6$ Вт. Бу сиртга таъсир этаётган босим кучи F ҳамда $t = 5$ с вақт давомида унга тушаётган фотонлар сони N аниқлансин.

Ечиш. Сиртга таъсир этадиган босим кучи ёруғлик босими P нинг сирт юзаси S га кўпайтмасига тенг:

$$F = P \cdot S. \tag{1}$$

Ёруғлик босими қуйидаги формула ёрдамида топилиши мумкин

$$P = E_e(P + 1)/c. \tag{2}$$

Ёруғлик босимининг (2) ифодасини (1) формулага қўйиб, қуйидагини оламиз

$$F = \frac{E_e \cdot S}{c}(\rho + 1). \tag{3}$$

Нурлантирилганлик E_e нинг сиртнинг юзаси S га кўпайтмаси нурланиш энергиясининг сиртга тушаётган оқими Φ_e га тенглигидан (3) муносабатни

$$F = \frac{\Phi_e}{c}(1 + \rho)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Φ_e ва c ларнинг қийматларини ўрнига қўйиб ва $\rho=1$ эканлигини (сирт яркирок) ҳисобга олиб, F ни топамиз:

$$F=4 \text{ нН.}$$

Δt вақтда сиртга тушаётган фотонларнинг сони

$$N=\Delta W/\varepsilon=\Phi_e \cdot \Delta t/\varepsilon$$

формула билан аниқланади; бунда ΔW — Δt вақтда сиртга тушадиган нурланиш энергияси. Бу формуладаги фотон энергиясини тўлқин узунлиги орқали ифодалаб ($\varepsilon=hc/\lambda$) қуйидагини оламиз:

$$N=\Phi_e \lambda \cdot \Delta t/(hc).$$

Бу формулага катталикларнинг сон қийматларини қўйиб, натижани топамиз:

$$N=10^{19} \text{ та фотон.}$$

2- мисол. Тўлқин узунлиги $\lambda=500$ нм бўлган ёруғликнинг параллел дастаси $P=10$ мкПа босим ҳосил қилиб қорайтирилган сиртга нормал тушади. 1) Дастадаги фотонлар концентрацияси n ; 2) $t=1$ с вақтда 1 м^2 юзали сиртга тушаётган фотонлар сони n_1 аниқлансин.

Е ч и ш . 1. Дастадаги фотонлар концентрацияси n энергиянинг ҳажмий зичлиги w нинг битта фотоннинг энергияси ε га нисбати каби топилиши мумкин:

$$n=w/\varepsilon. \quad (1)$$

Ёруғликнинг босимини аниқловчи $P=w(1+\rho)$ формуладан (бунда ρ — қайтариш коэффициенти) w ни топамиз:

$$w=P/(\rho+1). \quad (2)$$

w нинг (2) тенгламадаги ифодасини (1) формулага қўйсақ,

$$n=\frac{P}{(\rho+1)\varepsilon}. \quad (3)$$

Фотоннинг энергияси частота ν га ва демак, ёруғлик тўлқинининг узунлиги λ га ҳам боғлиқ:

$$\varepsilon=h\nu=hc/\lambda. \quad (4)$$

Фотоннинг энергияси учун топилган ифодани (3) формулага қўйиб, қидирилаётган фотонлар концентрациясини топамиз:

$$n=\frac{P\lambda}{(\rho+1)hc}. \quad (5)$$

Қорайтирилган сирт учун қайтариш коэффициенти ρ ни нолга тенг деб қабул қиламиз. Сон қийматларни (5) формулага қўйиб ҳисобласак,

$$n=2,52 \cdot 10^{13} \text{ м.}$$

2.1 с вақтда 1 м^2 юзали сиртга тушаётган фотонлар сони n_1 ни $n_1 = N / (S \cdot t)$ муносабатдан топамиз (бунда N — t вақтда S юзали сиртга тушаётган фотонлар сони). Аммо $N = n \cdot cSt$, бинобарин

$$n_1 = \frac{nc \cdot S \cdot t}{St} = nc.$$

Бунга n ва c ларнинг кийматларини қўйиб натижани оламиз

$$n_1 = 7,56 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}.$$

Масалалар .

36.1. Қуёш нурларининг уларнинг йўлига тик ва Ер атмосфера-сидан ташқарида, Ердан Қуёшгача бўлган ўртача масофада жойлаштирилган қорайтирилган пластинкага кўрсатадиган P босими аниқлансин (34.7- масалага тегишли изоҳга. қ.).

36.2. Нурларнинг тик тушишида ёруғликнинг босими $P = 10$ мкПа бўлса, яркирок сиртга тушаётган нурланиш энергия окимининг сиртий зичлиги I аниқлансин.

36.3. Электр лампаси таркатаётган Φ_e энергия окими 600 вт га тенг. Лампадан $r = 1$ м масофада тушаётган нурларга тик равишда диаметри $d = 2$ см бўлган ясси доиравий ойнача жойлашган. Лампанинг нурланиши ҳамма йўналишларда бир хил ва ойнача ўзига тушаётган ёруғликни тўла қайтаради деб ҳисоблаб, ойначага бўлаётган ёруғликнинг босим кучи F аниқлансин.

36.4. Ёруғлик электр ёйидан юзаси $S = 1,5 \text{ см}^2$ бўлган идеал қайтарувчи сиртли ойначага нормал тушади. Агар ойначага тушаётган нурланиш окимининг сирт зичлиги $\varphi = 0,1$ МВт/ м^2 бўлса, ойнача олаётган импульс P аниқлансин. Нурлантириш $t = 1$ с давом этади.

36.5. Юмалоқ шаклдаги йўлдош Ер атрофида шундай баландликда ҳаракатланадики, Қуёш нурининг атмосферада ютилишини ҳисобга олмаслик мумкин. Йўлдошнинг диаметри $d = 40$ м. Қуёш доимийсини билган ҳолда (34.7- масалага қ.) ва йўлдошнинг сирти ёруғликни тўла қайтаради деб қабул қилиб, ёруғлик нурининг йўлдошга кўрсатаётган босим кучи F аниқлансин.

36.6. $\lambda = 380$ нм тўлқин узунлигига тўғри келувчи (кўриш спектрининг бинафша чегараси) фотоннинг энергияси ϵ , массаси m ва импульси P аниқлансин.

36.7. $\epsilon = 1$ МэВ энергияли фотоннинг тўлқин узунлиги λ , массаси m ва импульси p аниқлансин. Бу фотоннинг массаси тинчликдаги электрон массаси билан таққослансин.

36.8. Импульси $v = 10$ Мм/с тезликка эга бўлган электроннинг импульсига тенг бўлган фотоннинг тўлқин узунлиги λ аниқлансин.

36.9. Массаси: 1) электроннинг; 2) протоннинг тинчликдаги массасига тенг бўлган фотоннинг тўлқин узунлиги λ аниқлансин.

36.10. Монохроматик ёруғликнинг ($\lambda = 600$ нм) тушаётган нурларга тик жойлашган қора сиртга босими $P = 0,1$ мкПа.

$S=1 \text{ см}^2$ юзали сиртга $t=1 \text{ с}$ вақтда тушувчи фотонлар сони N аниқлансин.

36.11. Тўлқин узунлиги $\lambda=500 \text{ нм}$ бўлган монохроматик нурланиш ясси ялтирок сиртга нормал тушади ва уни $F=10 \text{ нН}$ куч билан босади. Шу сиртга ҳар секундда тушаётган фотонлар сони N_1 аниқлансин.

36.12. Монохроматик ёруғликнинг ($\lambda=662 \text{ нм}$) параллел дастаси қорайтирилган сиртга тушмоқда ва унга $P=0,3 \text{ мкПа}$ босим билан таъсир кўрсатмоқда. Ёруғлик дастасидаги фотонлар концентрацияси n аниқлансин.

37-§. КОМПТОН ҲОДИСАСИ

Асосий формулалар

● Фотоннинг электронда θ бурчакка сочилиши натижасида тўлқин узунлигининг ўзгариши

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{mc}(1 - \cos\theta) \text{ ёки } \Delta\lambda = 2\frac{2\pi\hbar}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

бунда m — сочувчи электроннинг массаси; λ ва λ' — Тўлқин узунликлари.

● Комптон тўлқин узунлиги

$$\lambda_c = 2\pi\hbar / (mc)$$

(Фотон электронда сочилганида $\lambda_c = 2,436 \text{ пм}$).

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Комптон ҳодисаси натижасида фотон электрон билан тўкнашишида $\theta=90^\circ$ бурчакка сочилган. Сочилган фотоннинг энергияси $\epsilon'=0,4 \text{ МэВ}$. Фотоннинг сочилишигача бўлган ϵ энергияси аниқлансин.

Ечиш. Бирламчи фотонни аниқлаш учун Комптоннинг

$$\lambda' - \lambda = 2\frac{2\pi\hbar}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2}$$

қўринишдаги формуласидан фойдаланамиз. (1) формулани қуйидагидек қилиб ўзгартирамиз: 1) $\epsilon = 2\pi\hbar c/\lambda$ муносабатдан фойдаланиб, λ' ва λ тўлқин узунликларни мос фотонларнинг ϵ' ва ϵ энергиялари орқали ифодалаймиз; 2) формула ўнг қисмининг сурат ва махражини c га кўпайтирамиз. Натижада қуйидагини оламиз.

$$\frac{2\pi\hbar c}{\epsilon'} - \frac{2\pi\hbar c}{\epsilon} = \frac{2\pi\hbar c}{mc^2} \cdot 2\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

$2\pi \hbar c$ га қискартириб, бу формуладан энергиянинг изланаётган формуласини топамиз:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon' mc^2}{mc^2 - \varepsilon' 2 \sin(\theta/2)} = \frac{\varepsilon' E_0}{E_0 - 2\varepsilon' \cdot \sin^2(\theta/2)}, \quad (2)$$

бунда $E_0 = mc^2$ — электроннинг тинчликдаги энергияси.

(2) формула бўйича ҳисоблашни тизимга кирмайдиган бирликларда ҳисоблаш қулайдир. 22-жадвалдан электроннинг тинчликдаги энергиясининг қийматини мегаэлектрон-вольтларда олиб ва сон қийматларини қўйиб, натижани топамиз:

$$\varepsilon = 1,85 \text{ МэВ.}$$

2- мисол. Энергияси $\varepsilon = 0,75$ МэВ бўлган фотон эркин электронда $\theta = 60^\circ$ бурчак остида сочилди. Фотон билан урилишга-ча электроннинг кинетик энергияси ва импульси ҳисобга олмайди-ган даражада кичик бўлган деб ҳисоблаб, қуйидагилар аниқлансин: 1) сочилган фотоннинг энергияси ε' ; 2) сочилган электроннинг кинетик энергияси T ; 3) унинг ҳаракат йўналиши.

Е ч и ш : Сочилган фотоннинг энергиясини Комптон формуласидан фойдаланиб топамиз:

$$\lambda' - \lambda = \frac{2\pi \hbar}{mc} (1 - \cos\theta).$$

λ' ва λ тўлқин узунликларини мос фотонларнинг ε' ва ε энергиялари орқали ифодалаб, қуйидагини оламиз

$$\frac{2\pi \hbar c}{\varepsilon'} - \frac{2\pi \hbar c}{\varepsilon} = \frac{2\pi \hbar}{mc} (1 - \cos\theta).$$

Бу тенгликнинг ҳар иккала томони $2\pi \hbar c$ га бўламиз: $\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1 - \cos\theta}{mc^2}$. Бундан, қисқалик учун электроннинг тинчликдаги энергияси mc^2 ни E_0 орқали ифодалаб, ушбунни топамиз:

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{(\varepsilon/\varepsilon_0)(1 - \cos\theta) + 1}. \quad (1)$$

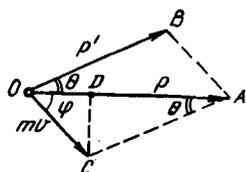
Катталикларнинг сон қийматларини ўрнига қўйсақ,

$$\varepsilon' = 0,43 \text{ МэВ.}$$

2. Сочилган электроннинг кинетик энергияси энергиянинг сакланиш қонунига асосан, тушадиган фотон энергияси ε билан сочилган фотон энергияси ε' орасидаги фарққа тенг:

$$T = \varepsilon - \varepsilon' = 0,32 \text{ МэВ.}$$

3. Сочилган электроннинг йўналишини импульснинг сақланиши қонуни қўллаб топамиз, унга биноан тушаётган фотоннинг импульси \vec{p} сочилган фотон \vec{p}' ва сочилган электрон $m\vec{v}$ импульсларининг вектор йиғиндисига тенг:



37.1- расм

$$\vec{p} = \vec{p}' + m\vec{v}.$$

Импульсларнинг вектор диаграммаси 37.1- расмда тасвирланган. Ҳамма векторлар электрон фотон билан тўқнашиш пайтида бўлган O нуктадан ўтказилган. Φ бурчак сочилган электроннинг ҳаракат йўналишини аниқлайди.

OSD учбурчакдан:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{|CD|}{|OD|} = \frac{|CA|\sin\theta}{|OA| - |CA|\cos\theta}$$

ёки

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{p'\sin\theta}{p - p'\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{p/p' - \cos\theta}.$$

$p = \epsilon/c$ ва $p' = \frac{\epsilon'}{c}$ бўлганлигидан

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{\epsilon/\epsilon' - \cos\theta}. \quad (2)$$

(2) формулани шундай ўзгартирамизки, унда φ бурчак масала шартида ϵ ва θ лар орқали бевосита ифодалансин. (1) формуладан қуйидагини ҳосил қилиш мумкин

$$\frac{\epsilon}{\epsilon'} = \frac{\epsilon}{E_0}(1 - \cos\theta) + 1. \quad (3)$$

(2) формуладаги ϵ/ϵ' муносабатни (3) формулага биноан алмаштирамиз:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{(1 + \epsilon/\epsilon_0)(1 - \cos\theta)}.$$

$\sin\theta = 2\sin(\theta/2)\cos(\theta/2)$ ва $1 - \cos\theta = 2\sin^2(\theta/2)$ эканлигини ҳисобга олиб, мос ўзгартиришлардан кейин қуйидагини оламиз

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{ctg(\theta/2)}{1 + \epsilon/E_0}. \quad (4)$$

(4) формулага биноан ҳисоблаб $\operatorname{tg}\varphi = 0,701$ ни топамиз, бундан $\varphi = 35^\circ$.

Масалалар

37.1. Тўлқин узунлиги $\lambda = 55,8$ пм бўлган рентген нурлари графит плиткасида сочилади (Комптон ҳодисаси). Тушаётган ёруғлик дастасининг йўналишига нисбатан $\theta = 60^\circ$ бурчак остида сочилган ёруғликнинг тўлқин узунлиги λ' аниқлансин.

37.2. 1) эркин электронларда; 2) эркин протонларда Комптон сочилишида тўлқин узунлигининг максимал ўзгариши аниқлансин.

37.3. Агар сочилишда тўлқин узунлигининг ўзгариши $\Delta\lambda = 3,62$ нм бўлса, эркин электрон билан тўқнашган фотоннинг сочилиш бурчаги θ аниқлансин.

37.4. $\epsilon = 0,4$ МэВ энергияли фотон эркин электронда $\theta = 90^\circ$ бурчак остида сочилади. Сочилган фотоннинг энергияси ϵ' ва сочувчи электроннинг кинетик энергияси T аниқлансин.

37.5. Агар энергияси электроннинг тинчликдаги энергиясига тенг бўлган фотон Комптон ҳодисасида $\theta = 180^\circ$ бурчакка сочилган бўлса, тушаётган фотон энергиясининг қанча ҳиссаси сочувчи электронга берилади? Сочилишдан олдин фотоннинг энергияси $\epsilon = 0,255$ МэВ бўлган.

37.7. $\epsilon = 0,25$ МэВ энергияли фотон эркин электронда сочилди. Сочилган электроннинг энергияси $\epsilon' = 0,2$ МэВ. Сочилиш бурчаги θ аниқлансин.

37.8. Фотоннинг сочилиш бурчаги $\theta = 90^\circ$. Электроннинг сочиш бурчаги $\varphi = 30^\circ$. Тушаётган фотоннинг энергияси ϵ аниқлансин.

37.9. Фотон ($\lambda = 1$ нм) эркин электронда $\theta = 90^\circ$ бурчак остида сочилди. Фотон ўз энергиясининг қанча ҳиссасини электронга берган?

37.10. Фотоннинг тўлқин узунлиги λ электроннинг Комптон тўлқин узунлиги λ_c га тенг. Фотоннинг энергияси ϵ ва импульси P аниқлансин.

37.11. Тушаётган фотоннинг энергияси ϵ электроннинг тинчликдаги энергиясига тенг. Агар сочилиш бурчаги θ : 1) 60° ; 2) 90° ; 3) 180° га тенг бўлса, тушаётган фотон энергиясининг қандай ω_1 ҳиссасини сочилган фотон ўзида сақлаши ва қандай ω_2 ҳиссасини сочувчи электрон олиши аниқлансин.

38- §. БОР НАЗАРИЯСИ БЎЙИЧА ВОДОРОД АТОМИ

Асосий формулалар

- Турғун орбиталардаги электроннинг импульс моменти *

$$L = mvr = n \hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

* Бор электронлар доиравий орбиталарда ҳаракатланади деб ҳисоблаган. Зоммерфельд Бор назариясини эллиптик орбиталарни киритиш билан тўлдириди. Замонавий физика электрон орбиталари ҳақидаги тасаввурдан воз кечди. Орбита ўрнига атомнинг энергетик сатҳлари ҳақидаги тушунча киритилган. Бунда сатҳларнинг тартиби Бор орбиталарининг тартиби билан мос келади. Лекин яққоллик учун баъзида «орбита» атамасидан фойдаланилади. Тўларок маълумот учун 47-§ га қаранг.

бунда m — электроннинг массаси; r — орбитанинг радиуси;
 v — электроннинг орбитадаги тезлиги; n — бош квант сони;
 \hbar — Планк доимийси.
 ● n — орбитада турган электроннинг энергияси

$$E_n = -\frac{me^2}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2n^2},$$

бунда ϵ_0 — электр доимийси.

● Бир стационар ҳолатдан бошқасига ўтишда водород атоми чиқарадиган ва ютадиган ёруғликнинг тўлқин узунлиги λ ёки частотаси ν ни аниқловчи сериал формула

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right); \quad \nu = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

бунда R' ва R — Ридберг доимийси ($R' = 1,097 > 10^7 \text{ м}^{-1}$; $R = cR' = 3,290 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$); n_1 ва n_2 — бутун сонлар; n_1 — спектрал чизиклар сериясининг тартиб рақами ($n_1 = 1$ — Лайман серияси; $n_1 = 2$ — Бальмер серияси; $n_1 = 3$ — Пашен серияси ва ҳ.к.). Мазкур серия учун $n_2 = n_1 + 1$, $n_1 + 2$, $n_1 + 3$ ва ҳ.к.

● Бир стационар орбитадан бошқасига ўтишда водород атоми чиқарадиган фотоннинг энергияси

$$\epsilon = E_1 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

бунда E_i — водороднинг ионланиш энергияси*: $E_i = 2\pi\hbar R = 13,6 \text{ эВ}$.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Водород атоми биринчи орбитасининг радиуси (Бор радиуси) ва электроннинг шу орбитадаги тезлиги ҳисоблансин.

Ечиш. Бор назариясига биноан электрон орбитасининг радиуси ва электроннинг ундаги тезлиги v ушбу $mvr = n\hbar$ тенглик орқали боғланган. Масалада биринчи орбитага тааллуқли катталикларни аниқлаш талаб қилинганлигидан, бош квант сони $n = 1$ ва юқорида келтирилган тенглик

$$mvr = \hbar \tag{1}$$

* Электрон-вольтларда ифодаланган ионланиш энергияси вольтларда ифодаланган ионланиш потенциалига тенг. Ионланиш потенциали деб урилувчи электрон атомни ионлантириши учун етарли энергия олиши учун ўтиши керак бўлган тезлантирувчи потенциаллар фаркига айтилади.

Иккита номаълум катталиқ r ва v ни аниқлаш учун яна битта тенглама зарур. Иккинчи тенглама сифатида электроннинг ҳаракат тенгласидан фойдаланамиз. Бор назариясига асосан электрон ядро атрофида айланади. Бунда ядродаги электр зарядлари ва электрон орасидаги ўзаро таъсир кучи электронга марказга интилма тезланиш беради. Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан қуйидагини ёзишимиз мумкин

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}$$

e ва m электроннинг заряди ва массаси) ёки

$$mv^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}. \quad (2)$$

(1) ва (2) тенгликларни r га нисбатан биргаликда ечиш қуйидаги ифодани беради:

$$r = 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / (me^2).$$

Бунга \hbar , e , m ларнинг қийматларини қўйиб ва ҳисоблаб Бор радиусини топамиз:

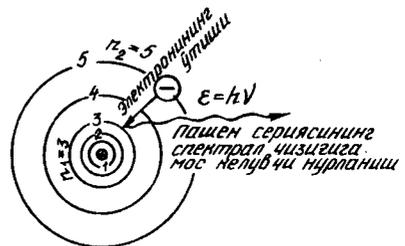
$$r_1 = a = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м.}$$

(1) тенгликдан электроннинг биринчи орбитадаги тезлиги ифодасини оламиз:

$$v = \hbar / (mr).$$

Шу формула бўйича ҳисоблаб, натижани топамиз: $v = 2,18 \text{ Мм/с.}$

2- мисол. Водород атоми биринчи инфрақизил сериясидаги (Пашен серияси) иккинчи чизиққа мос келувчи фотон энергияси ϵ аниқлансин.



38.1- расм

Ечиш. Электроннинг бир орбитадан бошқасига ўтишида водород атоми чиқарадиган фотон энергияси

$$\epsilon = E_i \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

бунда E_i — водород атомининг ионланиш энергияси; $n_1=1, 2, 3$ — электрон ўтадиган орбитанинг тартиб рақами (38.1-расм); $n_2=n_1+1; n_1+2; \dots; n_1+m$ — электрон тарқ этадиган орбитанинг тартиб рақами; m — мазкур сериядаги спектрал чизиқнинг тартиб рақами. Пашен серияси учун $n=3$; шу сериядаги иккинчи чизик учун $m=2$, $n_2=m_1+m=3+2=5$. Сон қийматларни қўйиб фотоннинг энергиясини топамиз:

$$\epsilon = 0,97 \text{ эВ.}$$

Масалалар

38.1. Водород атомидаги иккинчи ва учинчи орбиталарнинг радиуслари r_2 ва r_3 ҳисоблансин.

38.2. Электроннинг водород атомининг иккинчи орбитасидаги тезлиги v аниқлансин.

38.3. Электроннинг водород атомининг иккинчи орбитасида айланиш частотаси аниқлансин.

38.4. Водород атомининг биринчи орбитасида турган электроннинг потенциал Π , кинетик T ва тўла E энергияси аниқлансин.

38.5. Бальмер сериясидаги учинчи спектрал чизиққа мос келувчи тўлқин узунлиги λ аниқлансин.

38.6. Водород спектри биринчи инфрақизил сериясининг (Пашен серияси) энг катта λ_{max} ва энг кичик λ_{min} тўлқин узунликлари топилсин.

38.7. Электроннинг водород атомидаги учинчи энергетик сатҳдан биринчисига ўтишида чиқариладиган фотон энергияси ϵ ҳисоблансин.

38.8. Водород спектрининг ультрабинафша сериясидаги (Лайман серияси) фотоннинг энг кичик ϵ_{min} ва энг катта ϵ_{max} энергияси аниқлансин.

38.9. Маълум тўлқин узунликли ёруғлик билан ғалаёнлантирилган водород атоми асосий ҳолатга ўтганида фақат учта спектрал чизик чиқаради. Шу чизикларнинг тўлқин узунликлари аниқлансин ва улар қайси серияларга тааллуқли эканликлари кўрсатилсин.

38.10. $\epsilon=16,5$ эВ энергияли фотон ғалаёнланмаган водород атомидан электронни уриб чиқарди. Атом ядросидан узоқда электрон қандай v тезликка эга бўлади?

38.11. Гелий иони He^+ нинг иккинчи энергетик сатҳдан биринчисига ўтишида чиқарадиган тўлқин узунлиги ҳисоблансин. Шундай ҳисоб-китоб литий иони Li^{++} учун ҳам бажарилсин.

38.12. He^+ ва L^{++} ионлари ионланишининг энергияси E_i ва потенциали U_i топилсин.

38.13. Электроннинг водород атомидаги иккинчи ва учинчи орбиталарида айланиш частоталари f_1 ва f_2 лар ҳисоблансин. Бу частоталар электроннинг учинчи орбитадан иккинчи орбитага ўтишидаги нурланиш частотаси ν билан таққослансин.

38.14. Асосий ҳолатдаги водород атоми тўлқин узунлиги $\lambda = 121,5$ нм бўлган ёруғлик квантини ютди. Ғалаёнланган водород атомидаги электрон орбитасининг радиуси r аниқлансин.

38.15. Водород атоми ғалаёнланишининг биринчи потенциали U_1 аниқлансин.

39-§. РЕНТГЕН НУРЛАНИШИ

Асосий формулалар

- Туташ рентген спектрининг қисқа тўлқинли чегараси

$$\lambda_{\min} = \frac{2\pi \hbar c}{|e|U},$$

бунда e — электроннинг заряди; U — рентген трубкасига қўйилган потенциаллар фарқи; \hbar — Планк доимийси.

- Мозли қонуни:

а) умумий ҳолда

$$\omega = CR(z - \delta)^2,$$

бунда ω — рентген спектри чизигининг частотаси; z — шу спектрни чиқарадиган элементнинг атом рақами; R — Ридберг доимийси ($R = 2,02 \cdot 10^{16} c^{-1}$); δ — экранлаш доимийси; c — доимийлик.

б) K_α - чизик учун ($\delta = 1$, $c = 3/4$)

$$\omega_{k_\alpha} = \frac{3}{4}R(z-1)^2 \quad \text{ёки} \quad \frac{1}{\lambda_{k_\alpha}} = \frac{3}{4}R'(z-1)^2,$$

бунда R' — Ридбергнинг штрихланган доимийси ($R' = 1,10 \times 10^7 m^{-1}$), $1/\lambda = \omega/(2\pi c)$ — тўлқин сони*.

- Рентген нурланиши K_2 - чизиги фотонининг энергияси

$$\epsilon_{k_2} = \frac{3}{4}E_i(Z-1)^2,$$

бунда E_i — водород атомининг ионланиш энергияси.

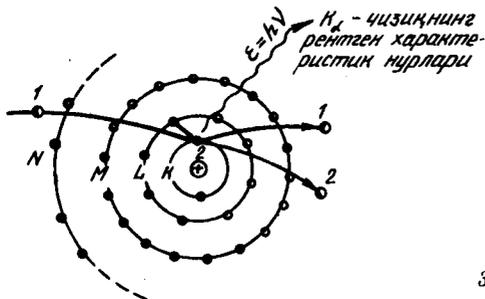
Масалалар ечишга доир мисоллар

1-мисол. Тез электронлар билан бомбардимон қилиниши натижасида вольфрам чиқарадиган рентген спектри K_α — чизиги фотонининг тўлқин узунлиги λ_{k_α} ва энергияси ϵ_{k_α} аниқлансин.

Ечиш. Вольфрамни тез электронлар билан бомбардимон қилиш натижасида чизикли спектрга эга рентген нурланиши вужудга келади. Тез электронлар атомнинг электр қобиқларига сингга бориб, электрон катламларига тегишли электронларни уриб чиқарадилар. Ядрога энг яқин электрон катлами (K - катлам)

* Тўлқин сони $\lambda = \frac{1}{\lambda}$ ни циклик тўлқин сони билан аралаштириб юбормаслик керак.

иккита электронга эга. Агар бу электронлардан бири атомдан ташқарига уриб чиқарилган бўлса, унда бўшаган жойга юқорида турган (L, M, N) катламлардан электрон ўтади. Бунда K -сериянинг мос чизиғи вужудга келади. Электроннинг L -катламдан K -катламга ўтишида рентген спектрининг энг катта интенсивликка эга бўлган K_{α} - чизиғи нурланади (39.1- расм).



39.1- расм

Бу чизиқнинг тўлқин узунлиги Мозли конунига мувофиқ аниқланади:

$$\frac{1}{\lambda_{K_{\alpha}}} = \frac{3}{4} R' (z-1)^2,$$

бундан

$$\lambda_{K_{\alpha}} = \frac{4}{3R'(z-1)^2}.$$

Бунга z (вольфрам учун $z=74$) ва R' нинг қийматларини қўйиб λ ни топамиз:

$$\lambda_{K_{\alpha}} = 2,28 \cdot 10^{-11} \text{ м} = 22,8 \text{ пм}.$$

Тўлқин узунлигини билган ҳолда фотон энергиясини

$$\lambda_{K_{\alpha}} = 2\pi \hbar c / \lambda$$

формуладан топамиз. Бу формулага $\hbar, c, \lambda_{K_{\alpha}}$ ларнинг қийматларини қўйиб, ҳисобласак,

$$\epsilon_{K_{\alpha}} = 54,4 \text{ кэВ}.$$

Рентген нурланиши K -серияси α - чизиғи фотонининг энергиясини бевосита параграфнинг бошида келтирилган

$$\epsilon_{K_{\alpha}} = \frac{3}{4} E_i (z-1)^2$$

формула ёрдамида ҳам топиш мумкинлигини таъкидлаймиз

2- мисол. Рентген тормоз нурланиши спектридаги қиска тўлқинли чегара $\lambda_{\min} = 15,5$ пм бўлса, рентген трубкаси қандай қучланиш остида ишлаётганлиги аниқлансин.

Е чи ш. Рентген тормоз нурланиши электроннинг тормозла-
нишда йўқотадиган энергияси ҳисобига вужудга келади. Рентген
трубкасида электрон тезлантирувчи потенциаллар фарқи U билан
қуйидагича муносабат орқали боғланган T кинетик энергия олади:

$$T = |e|U \quad (1)$$

бунда e — электроннинг заряди.

Энергиянинг сақланиш қонунига мувофиқ фотоннинг энергияси
электроннинг кинетик энергиясидан кўп бўла олмайди ($\hbar\omega \leq T$).
Бу ҳолда фотоннинг максимал энергияси

$$\hbar\omega_{max} = T = |e|U \quad (2)$$

тенглик билан аниқланади.

Максимал бурчак частота ω_{max} минимал тўлқин узунлиги λ_{min}
билан

$$\lambda_{min} = 2\pi c / \omega_{max}$$

муносабат орқали боғланганлиги туфайли (1) ва (2) тенгликлар-
дан қуйидагини топамиз

$$U = \frac{2\pi \hbar c}{|e| \lambda_{min}}$$

Ҳисоблашни бажарамиз:

$$U = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 1,55 \cdot 10^{-11}} B = 7,98 \cdot 10^4 B = 79,8 \text{ кВ.}$$

Масалалар

39.1. Агар туташ рентген нурланиши спектрининг минимал
тўлқин узунлиги $\lambda_{min} = 1$ нм бўлса, рентген трубкасининг антикатод-
дига тушаётган электронларнинг тезлиги v аниқлансин.

39.2. Агар Рентген трубкаси $U = 30$ кВ кучланиш остида
ишлаётган бўлса, туташ рентген нурланиши спектрининг қисқа
тўлқинли чегараси λ_{min} аниқлансин.

39.3. Скандий характеристик рентген спекрининг K -серияси-
даги энг катта тўлқин узунлиги λ_{max} ҳисоблансин.

39.4. Муайян элементнинг чизиқли рентген спектрини текши-
риш натижасида K_{α} -чизиқнинг тўлқин узунлиги $\lambda = 76$ пм
эканлиги топилди. Бу қайси элемент?

39.5. Рентген нурланишининг спектрида ваннадий K -серияси-
нинг барча чизиқлари пайдо бўлиши учун антикатоди ваннадий
($Z = 23$) билан копланган рентген трубкасига қандай энг кичик
 U_{min} потенциаллар фарқини қўйиш керак? Ваннадий K -серия-
сининг чегараси $\lambda = 226$ пм.

39.6. Марганец $Z (= 25)$ характеристик спектрининг чизиғига
мос келувчи фотон энергияси ϵ аниқлансин.

39.7. Вольфрам атомида электрон M - катламдан L - катламга ўтди. Экранны доимийси σ ни 5,5 га тенг деб қабул қилиб, чиқарилган фотоннинг тўлқин узунлиги λ аниқлансин.

39.8. Рентген трубкаси $U=1$ мВ кучланиш остида ишлайди. Рентген нурланишининг энг кичик тўлқин узунлиги λ_{min} аниқлансин.

39.9. Платина характеристик рентген нурланиши спектридаги k_{α} чизиққа тегишли фотоннинг тўлқин узунлиги λ ва энергияси ϵ ҳисоблансин.

39.10. Рентген трубкасидаги қандай U_{min} энг кичик кучланишда мис k_{α} сериясининг чизиқлари пайдо бўла бошлайди?

8- б о б

АТОМ ЯДРОСИ ВА ЭЛЕМЕНТАР ЗАРРАЛАР ФИЗИКАСИ

40- §. АТОМ ЯДРОЛАРИНИНГ ТУЗИЛИШИ

Асосий формулалар

Ядро ҳам худди нейтрал атомники каби рамзлар билан белгиланади:



бунда X — кимёвий элементнинг рамзи; Z — заряд сони (атом рақами; ядрогаги протонлар сони); A — масса сони (ядрогаги нуклонлар сони). Ядрогаги нейтронлар сони

$$N = A - Z.$$

● Ядронинг радиуси

$$r = r_0 A^{1/3}$$

муносабат билан аниқланади, бунда r_0 — барча ядролар учун ўзгармас ва $1,4 \cdot 10^{-5}$ м га тенг деб ҳисоблаш мумкин бўлган пропорционаллик коэффициентидир.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Водород дейтерий билан тўйинтирилган. Агар шундай водороднинг нисбий атом массаси $A_r=1,122$ бўлса, протийнинг ω_1 ва дейтерийнинг ω_2 массавий улушлари аниқлансин.

Е ч и ш. Протийнинг ω_1 ва дейтерийнинг ω_2 массавий улушлари куйидаги муносабатлар билан ифодаланиши мумкин:

$$\omega_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}; \quad \omega_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

бунда m_1 ва m_2 — мос равишда аралашмадаги протий ва дейтерийларнинг массалари. Бу тенгликлардан m_1 ва m_2 массаларни ифодалаймиз:

$$m_1 = \omega_1(m_1 + m_2); \quad m_2 = \omega_2(m_1 + m_2)$$

ва уларни аралашманинг моляр массаси M ни аниқловчи (8- § га к.) формуланинг махражига қўямиз:

$$M = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}}$$

бунда M_1 ва M_2 — аралашма таркибий қисмларининг моляр массалари.

Шундай қўйишдан ва оддий ўзгартиришлардан кейин, қуйидагини оламиз

$$M = \frac{M_1 M_2}{\omega_1 M_2 + \omega_2 M_1}$$

Протий ва дейтерийнинг моляр массалари уларнинг нисбий атом массаларига пропорционал бўлганлигидан (1) тенгликни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин

$$A_r \frac{A_r A_{r_2}}{\omega_1 A_{r_2} + \omega_2 A_{r_1}}, \quad (2)$$

бунда A_{r_1} ва A_{r_2} — мос равишда протий ва дейтерийларнинг нисбий атом массалари.

Барча таркибий қисмларнинг массавий улушларининг йиғиндисини бирга тенг бўлиши кераклигини таъкидлаймиз, яъни

$$\omega_1 + \omega_2 = 1. \quad (3)$$

(2) ва (3) тенгликларни биргаликда ечиб, қуйидагиларни топамиз

$$\omega_1 = \frac{A_r A_{r_2} - A_r A_{r_1}}{A_r (A_{r_2} - A_{r_1})}, \quad (4)$$

$$\omega_2 = \frac{A_r A_{r_2} - A_r A_{r_1}}{A_r (A_{r_1} - A_{r_2})}. \quad (5)$$

21- жадвалдан $A_{r_1} = 1.00783$; $A_{r_2} = 2.01410$ ларни оламиз.

Қатталиқларнинг сон қийматларини (4) ва (5) формулаларга қўйиб, натижани оламиз:

$$\omega_1 = 0,798 \quad \text{ва} \quad \omega_2 = 0,204.$$

2- мисол. Висмут $^{209}_{83}\text{Bi}$ ва алюминий $^{27}_{13}\text{Al}$ ядролари кесимларининг нисбати δ_1/δ_2 аниқлансин.

Ечиш. Ядрони r радиусли шар сифатида қараймиз. У ҳолда унинг кўндаланг кесимининг юзаси (ядронинг кесими)

$$\sigma = \pi r^2$$

формулага биноан топилиши мумкин. Ядронинг радиуси ядродаги нуксонлар сони (масса сони A) га боғлиқ ва

$$r = r_0 A^{1/3}$$

муносабат билан аниқланади, бунда r_0 — амалда барча ядролар учун бир хил бўлган пропорционаллик коэффициентини. У ҳолда

$$\sigma = \pi r_0^2 A^{2/3}.$$

Бу ифодадан фойдаланиб масса сонлари A_1 ва A_2 бўлган висмут ва алюминий ядроларининг кесимлари σ_1 ва σ_2 ларни топамиз:

$$\sigma_1 = \pi r_0^2 A_1^{2/3} \text{ ва } \sigma_2 = \pi r_0^2 A_2^{2/3}.$$

σ_1 ни σ_2 га бўлиб кесимларнинг нисбатини топамиз

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^{2/3}.$$

Сон қийматларни ($A_2 = 209$ ва $A_1 = 27$) қўйиб, натижани оламиз

$$\sigma_1 / \sigma_2 = 3,91.$$

3- мисол. Нептуний ядроси ${}_{93}^{234}\text{Np}$ атомнинг K - қобиғидаги электронни тутиб олди (K - тутилиши) ва α - заррани чиқарди. Бу ўзгаришлар натижасида қайси элементнинг ядроси ҳосил бўлади?

Ечиш. Атомнинг ядрога энг яқин бўлган электрон қобиғидан (K - қобик) K - тутилишда электрон ядро томонидан тугилади. Бунинг натижасида ядродаги протон нейтронга айланади*. Ядродаги нуклонларнинг умумий сони ўзгармайди, заряд сони эса биттага камаяди. Шунинг учун оралиқ ядро $93 - 1 = 92$ заряд сонига эга бўлади; масса сони эса олдингидек 234 бўлиб қолаверади. Д. И. Менделеев жадвалидан оралиқ ядро ураннын ${}_{92}^{234}\text{U}$ изотопи эканлигини аниқлаймиз.

Оралиқ ядро α - заррани чиқаради. α - зарра (гелий ${}^4_2\text{He}$ изотопининг ядроси) иккита протон ва иккита нейтрондан иборат бўлганлигидан, оралиқ ${}_{92}^{237}\text{U}$ ядро α - зарра чиқариши натижасида заряд сонини икки бирликка ва масса сонини тўрт бирликка камайтиради. Шундай қилиб охириги ядро $Z = 90$ ва $A = 230$ га эга бўлиб у торийнинг ${}_{90}^{230}\text{Th}$ изотопидир.

* K - тутилишда ядродан нейтрино чиқарилади, лекин мазкур масаланинг ечилишида бу айтарли аҳамиятга эга эмас.

Саволлар ва масалалар

Ядронинг массаси

40.1. Авогадро доимийси N_A ни билган ҳолда нейтрал углерод атоми ^{12}C нинг массаси m_a ва углерод масса бирлигига мос келувчи масса m аниқлансин.

40.2. Масса сони ядронинг нисбий массасидан нимаси билан фарқ қилади?

40.3. Хлор нисбий атом массалари $A_{r1}=34.469$ ва $A_{r2}=36,966$ бўлган иккита изотопнинг аралашмасидан иборат. Агар биринчи ва иккинчи изотопларнинг массавий улушлари w_1 ва w_2 лар мос равишда 0,754 ва 0,246 га тенг бўлса, хлорнинг нисбий атом массаси A_r ҳисоблансин.

40.4. Бор нисбий атом массалари $A_{r1}=10,013$ ва $A_{r2}=11,009$ бўлган иккита изотопнинг аралашмасидан иборат. Табиий бор таркибидаги биринчи ва иккинчи изотопларнинг масса улушлари w_1 ва w_2 аниқлансин. Борнинг нисбий атом массаси $A_r=10,811$.

40.5. Плутоний нейтрал атоми массасининг қандай қисмини унинг электрон қатлами ташкил этади?

40.6. Агар нейтрал литий атомининг массаси 7,01601 а.м.б. га тенг бўлса, литий ядросининг массаси аниқлансин

Ядронинг таркиби. Ядронинг ўлчамлари

40.7. Ушбу: 1) ^3_2He ; 2) $^{10}_5\text{B}$; 2) $^{23}_{11}\text{Na}$; 4) $^{54}_{26}\text{Fe}$; 5) $^{194}_{47}\text{Ag}$; 6) $^{238}_{92}\text{U}$ ядролар таркибида нечтадан нуклон, протон, нейтронлар борлиги кўрсатилсин.

40.8. Водород изотоплари ядроларининг рамзий белгиларини ёзинг ва уларнинг номларини айтинг.

40.9. Масса сони $A=3$ бўлган нечта изобар мавжудлиги кўрсатилсин. Ядроларнинг рамзий белгиларини ёзинг.

40.10. Қайси изотопларда иккита нейтрон бор? (Ядроларнинг рамзий белгиси берилсин.)

40.11. ^3_2He , ^7_4Be , $^{15}_8\text{O}$ ядроларида протонлар нейтронлар билан, нейтронлар эса протонлар билан алмаштирилганда ҳосил бўладиган кўзгу ядроларининг атом рақами, масса сони ва кимёвий рамзий белгиси аниқлансин. Ҳосил бўлган ядроларнинг рамзий ёзуви келтирилсин.

40.12. Қуйидаги ядроларнинг диаметрлари аниқлансин:

1) Li ; 2) $^{27}_{13}\text{Al}$; 3) $^{64}_{29}\text{Cu}$; 4) $^{125}_{50}\text{Sn}$; 5) $^{210}_{84}\text{Po}$.

40.13. Ядродаги нуклонларнинг концентрацияси аниқлансин.

40.14. Кобальт атоми ҳажмининг қанча қисмини унинг ядросининг ҳажми ташкил қилиши баҳолансин. Кобальтнинг зичлиги $\rho=4,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$

40.15. Барча ядролар учун ядро моддасининг ўртача зичлиги « ρ » бир хил эканлиги кўрсатилсин. Унинг қиймати (катталики тартиби бўйича) баҳолансин.

40.16. Кўпчилик энгил ядролар учун ўринли бўлган $Z = A/2$ муносабатда α фойдаланиб ядро заряднинг ўртача ҳажмий зилиги аниқлансин.

40.17. Иккита ${}^{10}_5\text{Be}$ ядроси ядро диаметрига тенг бўлган масофагача яқинлашишди. Массаси ва заряди ядро ҳажми бўйича текис тақсимланган деб ҳисоблаб, ўзаро тортишиш кучи F_1 кулон итаришиш кучи F_2 ва бу кучларнинг нисбати (F_1/F_2) аниқлансин.

Ядронинг спини ва магнит моменти

40.18. Нуклон спинининг қиймати қандай (\hbar бирликларида)?

40.19. Ядронинг спини деб нимага айтилади? У ниманинг йиғиндиси?

40.20. Ядронинг спини қандай қийматларни қабул қилиши мумкин (\hbar бирликларида)?

40.21. Қуйидаги ядролар спинининг назарий жиҳатдан қабул қилиши мумкин бўлган қийматлари қандай (\hbar бирликларида):

1) ${}^1_1\text{H}$; 2) ${}^3_1\text{He}$; 3) ${}^3_2\text{He}$ 4) ${}^4_2\text{He}$

40.22. Қуйидаги ядроларнинг спини қандай қийматларни қабул қилиши мумкин (\hbar бирликларида): 1) жуфт-жуфт; 2) жуфт-ток; 3) ток-жуфт; 4) ток-ток?

40.23. Ядронинг дастлабки моделида ядро протон ва электронлардан ташкил топган деб фараз қилинган. Бу фараз оқланмаслиги мисол тариқасида ${}^{14}_7\text{N}$ азот ядроси учун кўрсатилсин (азот ҳалокати). Азот ядросининг спини \hbar протониники $1/2 \hbar$ ва электронники $1/2 \hbar$ га тенг.

40.24. Асосий ҳолатдаги дейтроннинг спини \hbar га тенг. Протоннинг спин квант сони $1/2$ га тенглигини билган ҳолда нейтрон спинининг назарий жиҳатдан мумкин бўлган қийматлари аниқлансин.

40.25. Ядро магнетони нима ва у қандай ифодалансади?

40.26. Ядро магнетони ва Бор магнетони орасидаги муносабат қандай?

40.27. Ядронинг магнит моменти қандай ифодалансади?

40.28. Спектрал чизикларнинг ўта нозик ёйилишига сабаб нима? Ўта нозик ёйилишнинг нозик ёйилишидан фарқи нимада?

Ядро моделлари

40.29. Ядро томчи моделининг моҳияти нимада?

40.30. Ядронинг томчи модели қандай ҳодисаларни изоҳлай олади?

40.31. Ядро қобик моделининг моҳияти нимада?

40.32. Ядронинг қобик модели қандай ходисаларни изоҳлай олади?

40.33. Электронлар ядрога бўлиши мумкинми? Жавоб асослансин.

40.34. Қандай ядролар сеҳрли дейилади? Қандайлари икки қарра сеҳрли дейилади?

Ядро қучлари

40.35. Ядро қучлари ўзаро таъсирнинг қайси турига қиради?

40.36. Ядро қучларининг қиска таъсир этувчанлик табиати нимада намоён бўлади?

40.37. Заряд мустикаллиги нима?

40.38. Ядро қучларининг номарказий табиати нимада намоён бўлади?

40.39. Ядро қучларининг тўйиниш хусусияти нимани билдиради?

40.40. Виртуал зарралар деб нималарга айтилади ва ядро қучларини тушунтиришда улар қандай аҳамиятга эга?

Ядроларнинг ўзгариши

40.41. $^{226}_{88}\text{Ra}$ Радий ядроси α - зарра чиқарди (гелий атомининг ^4_2He ядроси). Янги ҳосил бўлган ядронинг масса сони A ва заряд сони Z топилсин. Д. И. Менделеев жадвалидан бу ядро қайси элементга мос келиши аниқлансин.

40.42. Азот $^{14}_7\text{N}$ ядроси α - заррани тутиб олди ва протон чиқарди. Бу жараён натижасида ҳосил бўлган ядронинг масса сони A ва заряд сони Z аниқлансин. Бу ядро қайси элементга мос келиши кўрсатилсин.

40.43. Рух ядроси $^{65}_{30}\text{Zn}$ атомнинг K - қобиғидаги электронни тутиб олди (K - тутилиш). Рух ядроси қайси элементнинг ядросига айланганлиги кўрсатилсин (элементнинг кимёвий рамзий белгиси, масса ва заряд сони ёзилсин).

40.44. Бериллий ядроси ^9_4Be атомнинг K - қобиғидан электронни тутиб олди. K - тутилиш натижасида қандай ядро ҳосил бўлади?

40.45. Углерод $^{12}_6\text{C}$ изотопининг ядросидаги нейтронлардан бири протонга айланди (β - емирилиш). Бундай айланиш натижасида қандай ядро ҳосил бўлди?

40.46. Иккита гелий (^4_2He) ядроси битта ядрога қўшилиши ва бунда протон чиқарилди. Бундай ўзгариш натижасида қайси элементнинг ядроси ҳосил бўлиши кўрсатилсин (ядронинг рамзий ёзуви келтирилсин).

40.47. Кремний ${}_{14}^{27}\text{Si}$ изотопининг ядросидаги протонлардан бири нейтронга айланди (β^+ -емирилиш). Бундай айланиш натижасида қандай ядро ҳосил бўлди?

40.48. Рух ${}_{30}^{62}\text{Zn}$ ядроси K -қобикдан электронни тутиб олди ва бир оз вақтдан кейин позитрон чиқарди. Бундай айланишлар натижасида қандай ядро ҳосил бўлди?

40.49. Плутоний ядроси ${}_{94}^{238}\text{Pu}$ кетма-кет олти марта α -емирилишни ўтказди. Оралиқ ядролари ва охири ядронинг кимёвий рамзий белгиси масса ва заряд сонларини кўрсатган ҳолда ядровий ўзгаришлар занжири ёзилсин.

40.50. Тинч ҳолатдаги ${}_{86}^{220}\text{Rn}$ радон ядроси $v=16$ Мм/с тезлик билан α -зарра чиқарди. Радон ядроси қандай ядрога айланди? Тепки натижасида у қандай v_1 тезлик олди?

41-§. РАДИОАКТИВЛИК

Асосий формулалар

- Радиоактив емирилишнинг асосий қонуни

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

бунда N — вақтнинг t моментида емирилмаган атомлар сони; N_0 — бошланғич деб қабул қилинган моментда $t=0$ да емирилмаган атомлар сони; e — натурал логарифмнинг асоси; λ — радиоактив емирилиш доимийси.

● Ярим емирилиш даври $T_{1/2}$ — емирилмаган атомлар сони икки марта камаядиган вақт оралиғи. Ярим емирилиш даври емирилиш доимийси билан қуйидаги муносабат орқали боғланган

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

- t — вақтда емирилган атомлар сони

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}).$$

Агар вақт оралиғи $\Delta \ll T_{1/2}$ бўлса, унда емирилган атомлар сонини аниқлаш учун

$$\Delta N \approx \lambda N \Delta t$$

тахминий формулани қўллаш мумкин.

Радиоактив ядронинг ўртача яшаш вақти τ — емирилмаган ядролар сони e марта камаядиган вақт оралиғидир:

$$\tau = 1/\lambda.$$

- Радиоактив изотопдаги атомлар сони

$$N = \frac{m}{M} N_A$$

бунда m — изотопнинг массаси; M — унинг моляр массаси; N_A — Авогадро доимийси.

● Радиоактив манбадаги нуклиднинг фаоллиги A (изотопнинг фаоллиги) dt вақт оралиғида изотопда емирилган ядролар сони dN нинг шу емирилиш рўй берган вақт dt га нисбатига тенг бўлган катталиқдир. Фаоллик қуйидаги формулага биноан аниқланади:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

ёки N ни радиоактив емирилишнинг асосий қонунига асосан алмаштиргандан кейин

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

Бошланғич момент ($t=0$) да изотопнинг фаоллиги

$$A_0 = \lambda N_0.$$

Изотопнинг фаоллиги вақт ўтиши билан емирилмаган ядролар сонининг ўзгариш қонунига биноан ўзгаради:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}.$$

● Радиоактив манбанинг массавий фаоллиги a унинг фаоллиги A нинг шу манбанинг массаси m га нисбатига тенг бўлган катталиқдир, яъни

$$a = \frac{A}{m}.$$

● Агар бири бошқасидан ҳосил бўладиган радиоактив изотоплар қаторининг аралашмаси кўриладиган бўлса ва агар қаторнинг биринчи ҳадининг емирилиш доимийси λ қаторнинг бошқа қолган ҳадларининг доимийларидан кўп марта кичик бўлса, у ҳолда аралашмада қаторнинг барча ҳадларининг фаоллиги ўзаро тенг бўлган радиоактив мувозанат ҳолати вужудга келади:

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \dots = \lambda_k N_k.$$

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Массаси $m=0,2$ мкг бўлган радиоактив магний ^{27}Mg нинг бошланғич фаоллиги A_0 ҳамда $t=1$ соат вақт ўтгандан кейинги фаоллиги A аниқлансин. Изотопнинг барча атомлари радиоактив деб фараз қилинади.

Е ч и ш: Изотопнинг дастлабки фаоллиги

$$A_0 = \lambda N_0, \quad (1)$$

бунда λ — радиоактив емирилиш доимийси; N_0 — бошланғич момент ($t=0$) да изотопдаги атомлар сони.

Агар $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$, $N_0 = \frac{m}{M} N_A$ эканлигини ҳисобга олсак (1) формула

$$A_0 = \frac{m N_A}{M \cdot T_{1/2}} \ln 2 \quad (2)$$

кўринишни олади. Бу формулага кирувчи катталикларни СИ да ифодаalayмиз ва ҳисоблаймиз:

$$A_0 = 5,15 \cdot 10^{12} \text{ Бк} = 5,15 \text{ ТБк}$$

Изотопнинг фаоллиги вақт ўтиши билан

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \quad (3)$$

конун бўйича ўзгаради.

(3) формуладаги емирилиш доимийси λ ни унинг ифодаси билан алмаштириб қуйидагини оламиз

$$A = A_0 e^{-\ln 2 \cdot t/T_{1/2}} = A_0 (e^{\ln 2})^{-t/T_{1/2}}$$

$e^{\ln 2} = 2$ эканлигидан,

$$A = A_0 / 2^{t/T_{1/2}}$$

га эга бўламиз.

Сон қийматларни қўйиб, ҳисобласак:

$$A = 8,05 \cdot 10^{10} \text{ Бк} = 80,5 \text{ ГБк.}$$

2- мисол. Қисқа яшовчи радиоактив изотопнинг ярим яшаш даври $T_{1/2}$ ни аниқлашда импульслар санагичидан фойдаланилган. Кузатиш бошланиши ($t=0$) да $\Delta t=1$ мин вақтда $\Delta n_1=250$ импульс, $t=1$ соат вақтнинг охирида эса $\Delta n_2=92$ та импульс саналган. Радиоактив емирилиш доимийси λ ва изотопнинг ярим емирилиш даври $T_{1/2}$ аниқлансин.

Е ч и ш: Δt вақт давомида санагич қайд қилган Δn импульслар сони емирилган атомлар сони ΔN га пропорционал. Шундай қилиб, биринчи ўлчашда

$$\Delta n_1 = k \Delta N_1 = k N_1 (1 - e^{-\lambda \Delta t}), \quad (1)$$

бунда N_1 — радиоактив атомларнинг санок бошланишидан олдинги сони; k — пропорционаллик коэффициенти (шу асбобнинг ва асбобнинг радиоактив изотопга нисбатан жойлашшининг доимийси). Қайта ўлчашда асбобларнинг жойлашуви олдингидек қолади деб фараз қилинади

$$\Delta n_2 = k \Delta N_2 = k N_2 (1 - e^{-\lambda \Delta t}), \quad (2)$$

бунда N_2 — иккинчи ўлчаш бошланишидан олдин радиоактив атомлар сони.

(1) муносабатни (2) ифодага бўлиб ва масаланинг шартига кўра ҳар иккала ҳолда ҳам Δt бир хиллигини, шунингдек N_1 ва N_2 лар ўзаро $N_2 = N_1 e^{-\lambda t}$ муносабат орқали боғланганлигини эътиборга олиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = e^{\lambda t}, \quad (3)$$

бунда t — биринчи ўлчашдан иккинчисигача ўтган вақт λ ни ҳисоблаш учун (3) ифодани логарифмлаш керак:

$$\ln \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = \lambda t,$$

бундан

$$\lambda = \frac{1}{t} \ln \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2}.$$

Сон қийматларни қўйиб радиоактив емирилиш доимийсини, сўнгра эса ярим емирилиш даврини оламиз:

$$\lambda = \frac{1}{t} \ln \frac{250}{92} \text{ соат}^{-1} = 1 \text{ соат}^{-1},$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{1} \text{ соат} = 0,693 \text{ соат} = 41,5 \text{ мин.}$$

Масалалар

Радиоактив емирилиш қонуни

41.1. Радиоактив йод ^{131}I изотопидаги берилган атомнинг яқин секундларда парчаланиш эҳтимоли W қандай?

41.2. Радийнинг $^{219}_{88}\text{Ra}$ ва $^{226}_{88}\text{Ra}$ изотопларнинг емирилиш доимийси λ аниқлансин.

41.3. Рубидий ^{89}Rb нинг емирилиш доимийси $\lambda = 0,00077 \text{ с}^{-1}$. Унинг ярим емирилиш даври $T_{1/2}$ аниқлансин.

41.4. Бир йилда торий ^{228}Th радиоактив изотопи атомлари бошланғич сонининг қанча қисми парчаланлади?

41.5. 5 суткадан кейин радиоактив актиний ^{225}Ac атомлари бошланғич сонининг қанча қисми қолади? 15 суткадан кейинчи?

41.6. Бир йил давомида радиоактив изотопнинг бошланғич миқдори уч марта камайди. Икки йил давомида у неча марта камайди?

41.7. Агар радиоактив изотопнинг ярим емирилиш даври $T_{1/2} = 24$ соат бўлса, унинг бошланғич миқдорининг $1/4$ қисми қанча t вақтда емирилади?

41.8. $t=8$ сутка давомида радиоактив изотоп бошланғич ядролари микдорининг $R=3/4$ қисми емирилди. Ярим емирилиш даври $T_{1/2}$ аниқлансин.

41.9. Радиоактив полоний ^{210}Po нинг емирилишида $t=1$ соат давомида нормал шароитда $V=89,5 \text{ см}^3$ ҳажми эгаллаган гелий ^4He ҳосил бўлди. Полонийнинг ярим емирилиш даври $T_{1/2}$ аниқлансин.

41.10. Радиоактив нуклиднинг ярим емирилиш даври $T_{1/2}=1$ соат. Бу нуклиднинг ўртача яшаш вақти τ аниқлансин.

41.11. Нуклиднинг ўртача яшаш вақти τ га тенг бўлган вақтда радиоактив нуклид бошланғич микдорининг қанча қисми емирилади?

Фаоллик. Радиоактив мувозанат

41.12. Агар радиоактив изотопнинг фаоллиги $A=0,1$ МБк бўлса, $t=10$ с вақтда парчаланадиган атомлар сони N аниқлансин. Кўрсатилган вақт давомида фаоллик доимий деб ҳисоблансин.

41.13. Модданинг фаоллиги $k=250$ марта камайди. Ўтган вақт ораллиги t неча ярим емирилиш даври $T_{1/2}$ га тенг?

41.14. $t=1$ суткада изотопнинг фаоллиги $A_1=118$ ГБк дан $A_2=7,4$ ГБк гача камайди. Бу нуклиднинг ярим емирилиш даври $T_{1/2}$ аниқлансин.

41.15. $t=30$ суткада иридий изотопи ^{192}Ir нинг фаоллиги A неча фонзга камайди?

41.16. Қандай τ вақт ораллигида стронций изотопи ^{90}Sr нинг фаоллиги A : а) $k_1=10$ марта, $k_2=100$ марта камайиши аниқлансин.

41.17. Күмуш радиоактив изотопнинг яқинида ўрнатилган Гейгер санағи β -зарралар оқимини қайд этади. Биринчи ўлчашда зарралар оқими $\Phi_1=87 \text{ с}^{-1}$ бўлган. $t=1$ сутка вақт ўтгандан кейин эса $\Phi_2=22 \text{ с}^{-1}$ бўлди. Изотопнинг ярим емирилиш даври $T_{1/2}$ аниқлансин.

41.18. Массаси $m=1$ мг бўлган фосфор ^{32}P нинг фаоллиги A аниқлансин.

41.19. Кобальт ^{60}Co нинг солиштирма фаоллиги a ҳисоблансин.

41.20. Стронций ^{90}Sr нинг массивий фаоллиги a_1 нинг радий ^{226}Ra нинг массивий фаоллиги a_2 га нисбати топилсин.

41.21. A фаоллиги $m_2=1$ мг массали стронций ^{90}Sr нинг фаоллигига тенг бўлган уран ^{232}U нинг массаси m_1 топилсин.

41.22. Массаси $m_1=1$ г бўлган радий ^{226}Ra билан радиоактив мувозанатда бўлган радон ^{222}Rn нинг массаси m_2 аниқлансин.

41.23. Уран ^{234}U энг кўп тарқалган уран изотопи ^{238}U емирилишининг маҳсулидир. Агар табиий ^{238}U уран таркибида ^{234}U ураннынг масса улуши $\omega=6 \cdot 10^{-3}$ бўлса, уран ^{234}U нинг ярим яшаш даври $T_{1/2}$ аниқлансин.

41.24. $^{22}_{11}\text{Na}$ радиоактив изотоп $\epsilon=1,28$ МэВ энергияли γ -квант чиқаради. Массаси $m=5$ г бўлган натрий изотопининг $t=5$ мин вақтда чиқарадиган гамма нурларнинг куввати P ва энергияси W аниқлансин. Ҳар бир емирилишда кўрсатилган энергияли битта γ -фотон нурланади деб ҳисоблансин.

41.25. Нуктавий изотроп радиоактив манба $r=1$ м масофада интенсивлиги $I=1,6$ мВт/м² бўлган гамма-нурланиш ҳосил қилади. Ҳар бир емирилишда ядро $\epsilon=1,33$ мэВ энергияли битта γ -фотон чиқаради деб қабул қилиб, манбанинг фаоллиги A аниқлансин.

41.26. Фаоллиги $A=148$ ГБк бўлган нуктавий изотроп радиоактив манбадан $r=5$ см масофада гамма-нурланишнинг интенсивлиги I аниқлансин. Ҳар бир емирилишда ҳар бири $\epsilon=0,51$ мэВ энергияли ўргача $n=1,8$ тадан фотон чиқарилади деб ҳисоблансин.

42-§. ИОНЛАНТИРУВЧИ НУРЛАНИШЛАРНИНГ ДОЗИМЕТРИЯ ЭЛЕМЕНТАЛАРИ

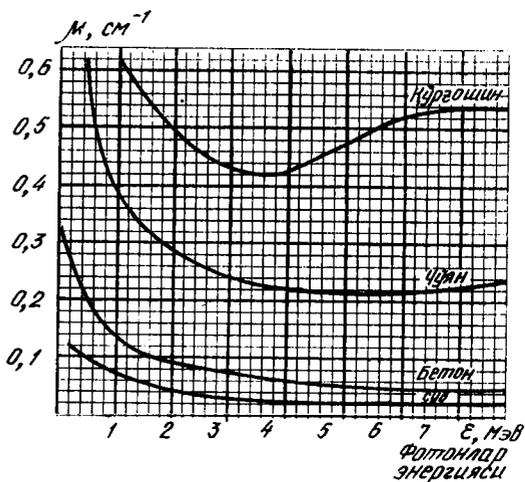
Асосий формулалар

● Моноэнергетик γ -нурлар ингичка дастасининг ютувчи модда орқали ўтишда сусайиш қонуни:

а) ионлантирувчи зарралар ёки фотонлар оқими зичлигининг сусайиши

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

бунда I_0 — модда сиртига тушаётган зарралар оқимининг зичлиги; I — зарралар оқимининг x қалинликдаги модда қатлампидан ўтгандан кейинги зичлиги; μ — сусайишнинг чизикли коэффициент (42.1-расм).



42.1-расм

б) нурланиш интенсивлигининг сусайиши

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

бунда I — γ - нурланишнинг модданинг x чуқурлигидаги интенсивлиги; I_0 — модда сиртига тушаётган γ - нурланишнинг интенсивлиги.

● Ярим сусайтириш қатлами деб ундан ўтувчи γ - нурланишнинг интенсивлиги икки марта камайдиган, қалинлиги $x_{1/2}$ бўлган қатламга айтилади:

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{0,693}{\mu}.$$

● Нурланиш дозаси (ютилган нурланиш дозаси)

$$D = \Delta W / \Delta m,$$

бунда ΔW — нурлантириладиган модда элементига берилган ионлантирувчи нурланиш энергияси; Δm — шу элементнинг массаси.

Нурланиш дозаси грейларда ифодаланади ($1 \text{ Гр} = 1 \text{ Ж/кг}$).

Нурланиш дозасининг қуввати (ютилган нурланиш дозасининг қуввати)

$$D = \Delta D / \Delta t,$$

бунда Δt — нурлантирилувчи элементнинг ΔD нурланиш дозасини ютиб туриш вақти.

Нурланиш дозасининг қуввати грей таксим секундларда ўлчанади (Гр/с)

● Фотон нурланишининг экспозицион дозаси (гамма — ва рентген нурланишининг экспозицион дозаси) деб электронларнинг ионлантирувчи имкониятларидан тўла фойдаланилганда электронлар ҳосил қиладиган, нурлантирилган ҳавода бўшалган бир хил зарядли барча ионлар электр зарядлар йиғиндиси ΔQ нинг шу ҳаво массаси Δm га нисбатига айтилади:

$$X = \Delta Q / \Delta m.$$

Экспозицион дозанинг бирлиги — Кулон таксим килограмм (Кл/кг).

● Фотон нурланиши экспозицион дозасининг қуввати X деб фотон нурланиши экспозицион дозаси ΔX нинг шу доза олинган вақт оралиғи Δt га нисбатига тенг катталиққа айтилади, яъни

$$X = \Delta X / \Delta t.$$

Экспозицион дозанинг қуввати ампер таксим килограммларда ифодаланади (А/кг).

● X қалинликдаги ҳимоя қатлами билан тўсилган объектга тушаётган рентген ва γ - нурланишнинг экспозицион дозаси

$$X = X_0 e^{-\mu x},$$

бунда X_0 — ҳимоя қатлами бўлмаган ҳолдаги экспозицион доза.

● Нуктавий манбадан R масофада ҳавода турган объектга t вақт давомида тушаётган γ -нурланишнинг экспозицион дозаси.

$$X = Xt/R^2,$$

бунда X — бир-бирликка тенг масофадаги экспозицион дозанинг куввати. γ -нурланишнинг ҳавода ютилишини ҳисобга олмаймиз.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Агар сусайишнинг чизикли коэффициенти $\mu = 0,047 \text{ см}^{-1}$ бўлса, сув учун γ -нурлар параллел дастасининг ярим сусайтириш қатламининг қалинлиги $x_{1/2}$ ҳисоблансин.

Ечиш. γ -нурланишнинг модда қатлами орқали ўтишидаги ютилиши учта омил: фотоэффект, Комптон ҳодисаси ва жуфтлик (электрон-позитрон) ҳосил бўлиши ҳисобига рўй беради. Бу учта омилнинг таъсири натижасида γ -нурланишнинг интенсивлиги қатламнинг қалинлигига боғлиқ ҳолда экспоненциал равишда камаяди.

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (1)$$

γ -нурланишнинг дастаси қалинлиги ярим сусайтириш қатламининг қалинлиги $X_{1/2}$ га тенг қатламдан ўтиб $I = I_0/2$ интенсивликка эга бўлади. I ва x ларнинг қийматларини (1) формулага қўйиб, $I_0/2 = I_0 e^{-\mu x_{1/2}}$ ни оламиз ёки I_0 га қисқартиргандан кейин

$$\frac{1}{2} = e^{-\mu x_{1/2}}.$$

Охириги ифодани логарифмлаб, кидирилайётган ярим сусайтириш қатламнинг қалинлигини оламиз:

$$x_{1/2} = \ln 2 / \mu. \quad (2)$$

(2) формулага μ ва $\ln 2$ ларнинг қийматларини қўйиб $x_{1/2}$ ни топамиз

$$x_{1/2} = 14,7 \text{ см.}$$

Шундай қилиб, 14,7 см сув қалинликдаги қатлами γ -нурланишнинг интенсивлигини икки марта камайтирар экан.

2- мисол. Нуктавий радиоактив манба ^{60}Co деворларининг қалинлиги $x = 1$ см ва ташки радиуси $R = 20$ см бўлган юмалок кўрғошин идишда сақланади. Агар γ -фотонларнинг идишдан чўкишдаги оқими зичлигининг мумкин бўлган қиймати $I_{\text{м.б.}} = 8 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} \text{ м}^{-2}$ бўлса, идишда сақланиши мумкин бўлган манбанинг максимал фаоллиги A_{max} аниқлансин. ^{60}Co ядросининг ҳар бир емирилишида ўртача энергияси $\langle \epsilon \rangle = 1,25 \text{ мэВ}$ га тенг бўлган $n = 2$ та дан γ -фотон чиқарилади деб қабул қилинсин.

Ечиш. Радиоактив манбанинг фаоллиги γ -фотонларнинг нурланиш оқими билан $\Phi = A \cdot n$ муносабат орқали боғланган, бунда n — бир емирилишда чиқариладиган γ -фотонлар сони; бундан

$$A = \Phi / n. \quad (1)$$

Бу формулага кирувчи оқим Φ ни, оқим зичлиги орқали ифодалаймиз. Нуктавий нурланиш манбаидан R масофадаги оқимнинг зичлиги

$$I_1 = \Phi / (4\pi R^2). \quad (2)$$

Нурланиш идишнинг қўрғошин деворлари орқали ўтгандан кейин оқим зичлиги камаяди ва $I_2 = I_1 e^{-\mu x}$ муносабат орқали ифодаланади. Бундан I_1 ни ифодалаб ва (2) формулага қўйиб қуйидагини топамиз

$$I_2 e^{\mu x} = \Phi / (4\pi R^2),$$

бундан

$$\Phi = 4\pi R^2 I_2 e^{\mu x}.$$

Φ нинг ифодасини (1) га қўйиб ушбуни оламиз:

$$A = 4\pi R^2 I_2 e^{\mu x} / n.$$

Агар олинган формулада $I_2 = I_{\text{м.б}}$ деб қабул қилинса, бу формула идишда сақланиши мумкин бўлган манбанинг максимал фаоллигини ифодалайди:

$$A_{\text{max}} = 4\pi R^2 I_{\text{м.б}} e^{\mu x} / n. \quad (3)$$

42.1-расмдаги графикдан $\epsilon = 1,25$ МэВ энергияли γ -фотонлар учун сусайишнинг чизикли коэффициенти $\mu = 0,64 \text{ см}^{-1}$ эканлигини тспамиз.

(3) формулага кирувчи катталикларни СИ бирликларида ифодалаймиз ва ҳисоблаб, натижани оламиз:

$$A = 3,8 \text{ МБк}.$$

3- мисол. Космик нурланишлар экваторда денгиз сатҳида $t_1 = 10$ с вақтда $V = 1 \text{ см}^3$ ҳажмли ҳавода ўртача $N = 24$ та ионлар жуптини ҳосил қилади. $t_2 = 1$ йил вақтда одам оладиган экспозицион доза X аниқлансин.

Ечиш. Одам оладиган экспозицион дозани

$$X = \dot{X} t_2$$

формула билан ифодалаш мумкин, бунда X — экспозицион нурланиш дозасининг қуввати.

Доза қуввати $\dot{X} = Q / (m t_1)$ бунда Q — нурланишнинг m масса-ли ҳавода t_1 вақтда ҳосил қилган бир хил ишорали ионларининг заряди. Ҳавонинг массасини ҳаво зичлигининг унинг ҳажми V га қўпайтмаси сифатида топиш мумкин: $m = \rho V$. Бир хил ишорали барча

ионларнинг зарядини элементар зарядни ионлар сонига кўпайтириб топамиз: $Q = |e|N$.

(1) формула \dot{X} , m ва Q ларнинг ифодаларини ҳисобга олганда

$$x = \dot{X}t_2 = \frac{Q}{mt_1}t_2 = \frac{|e|Nt_2}{\rho Vt_1} \quad (2)$$

кўринишни олади.

(2) формулага кирувчи катталикларни СИ бирликларида ифодалаймиз ва натижани ҳисоблаймиз.

$$X = 9,41 \text{ мкКл/кг.}$$

Масалалар

*Гамма-нурланишларнинг ютилиши **

42.1. γ -нурланиш ингичка дастасининг интенсивлиги I ни $R = 100$ марта камайтирадиган ярим сусайтирувчи қатламлар сони N аниқлансин.

42.2. Фотонларнинг энергияси $\epsilon = 0,6$ МэВ бўлган γ -нурланишнинг ингичка дастасини ярим сусайтирувчи бетон қатламининг калинлиги $X_{1/2}$ аниқлансин.

42.3. Сувдан чиқаётган дастанинг I интенсивлиги $R = 1000$ марта камайрилиши учун γ -нурланиш ингичка дастасининг манбаини (гамма фотонларнинг энергияси $\epsilon = 1,6$ МэВ) сувнинг қандай чуқурлигига чўктириш керак?

42.4. Калинлиги $x = 4$ см бўлган кўрғошин қатламдан ўтгандан кейин γ -нурланиш ингичка дастасининг I интенсивлиги $R = 8$ марта камайди. Гамма фотонларнинг энергияси ϵ ва ярим сусайиш қатламининг калинлиги $X_{1/2}$ аниқлансин.

42.5. γ -нурланишининг ингичка дастаси кўрғошин орқали ўтади. Гамма фотонлар энергияси ϵ нинг қандай қийматида ярим сусайтириш қатламининг калинлиги $X_{1/2}$ максимал бўлади? Кўрғошин учун ярим сусайтириш қатламининг максимал калинлиги X_{max} аниқлансин.

42.6. γ -нурланишнинг ингичка дастаси (гамма-фотонларнинг энергияси $\epsilon = 2,4$ МэВ) калинлиги $x_1 = 1$ м бўлган бетон тахта орқали ўтади. γ -нурланишнинг шу дастаси ҳолида шундай сусайишни бериши учун чўяндан ясалган плитанинг калинлиги x_2 қандай бўлиши керак?

42.7. Чўян плита γ -нурланиш ингичка дастаси (гамма-фотонларнинг энергияси $\epsilon = 2,8$ МэВ) интенсивлиги I ни $R = 10$ марта камайтиради. Шундай калиндикдаги кўрғошин плита шу дастанинг интенсивлигини неча марта камайтиради?

* 42.2—42.7- масалаларни ечишда 42.1- расмда тасвирланган графикдан фойдаланилсин.

Дозиметрия элементлари

42.8. $X=258$ мкКл/кг экспозицион дозада нормал шароитдаги барча ҳаво молекулаларининг канча ω қисми рентген нурлари томонидан ионлантирилади?

42.9. Ҳаво нормал шароитда γ -нурланиш билан нурлантирилмоқда. $X=258$ мкКл/кг экспозицион нурланиш дозасида $m=5$ г массали ҳаво томонидан ютиладиган энергия W аниқлансин.

42.10. Космик нурланишлар таъсирида, ҳажми $V=1$ см³ бўлган ҳавода денгиз сатҳида $\Delta t=1$ мин вақт оралиғида ўртача $N=120$ жуфт ион ҳосил бўлади. Одам $t=1$ сутка вақтда таъсирида бўлган нурланишнинг экспозицион дозаси X аниқлансин.

42.11. Чўнтак дозиметри ионлантирувчи бўлмасининг самарали сиғдирувчанлиги $V=1$ см³, электр сиғими $C=2$ пФ. Бўлма нормал шароитдаги ҳавони сақлайди. Дозиметр $\phi_1=150$ В потенциалгача зарядланган эди. Нурланиш таъсирида потенциал $\phi_2=110$ В гача камайди. Нурланишнинг экспозицион дозаси X аниқлансин.

42.12. Фотонларнинг энергияси $\epsilon=2$ МэВ бўлган, узоклаштирилган γ -нурланишнинг манбаи ҳосил қиладиган экспозицион дозанинг куввати $\dot{X}=0,86$ мкА/кг. Экспозицион дозанинг кувватини мумкин бўлган чегара қиймати, $\dot{X}=0,86$ нА/кг гача (42.1-расмга қаранг) қамайтира оладиган кўрғошин тўсиқнинг қалинлиги X аниқлансин.

42.13. γ -нурланишнинг нуқтавий манбадан $l=10$ см масофада экспозицион дозанинг куввати $X=0,86$ мкА/кг. Манбадан қандай энг кичик I_{min} масофада $t=6$ соат давом этадиган иш қунида нурланишнинг экспозицион дозаси X мумкин бўлган чегара қиймат 5,16 мкКл/кг дан ошмайди? γ -нурланишнинг ҳавода ютилиши ҳисобга олинмасин.

42.14. Нуқтавий манбадан $r_1=40$ см масофада гамма-нурланиш экспозицион дозанинг куввати $\dot{X}=4,30$ мкА/кг. Агар экспозицион дозанинг мумкин бўлган чегара қийматини $X=5,16$ мкКл/кг деб қабул қилинса, манбадан $r_2=6$ м масофада қанча t вақт давомида туриш мумкинлиги аниқлансин. γ -нурланишнинг ҳавода ютилиши ҳисобга олинмасин.

43-§. МАССА ДЕФЕКТИ ВА АТОМ ЯДРОЛАРИНИНГ БОШЛАНИШ ЭНЕРГИЯСИ

Асосий формулалар

● Релятивистик механикага биноан ўзаро боғланган зарралар турғун тизимининг тинчликдаги массаси m эркин ҳолатда олинган шу зарралар тинчликдаги массаларининг йиғиндисидан кичик. Бу фарк

$$\Delta m = (m_1 + m_2 + \dots + m_k) - m$$

зарралар тизимининг масса дефекти етишмовчилиги дейилади.

● Боғланиш энергияси зарралар тизимининг масса етишмовчилиги (дефекти) га тўғри пропорционал:

$$E_c = c^2 \Delta m,$$

бунда c — ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги $c^2 = 8,987 \cdot 10^{16} \text{ м}^2 \text{ с}^{-2} = 8,987 \cdot 10^{16} \left(\frac{\text{Ж}}{\text{кг}} \right)$.

Агар энергия мегаэлектрон-вольтларда, масса эса атом бирликларида ифодаланган бўлса, у ҳолда

$$c^2 = 931,4 \text{ МэВ/а.м.б.}$$

● Атом ядросининг масса етишмовчилиги (дефекти) * Δm деб эркин протон ва нейтронлар массалари йиғиндиси ва улардан ҳосил бўлган ядронинг массаси орасидаги фарққа айтилади:

$$\Delta m = (Zm_p + Nm_n) - m_{\text{я}}$$

бунда Z — заряд сони (ядродаги протонлар сони); m_p ва m_n — мос равишда протон ва нейтронларнинг массаси; $m_{\text{я}}$ — ядронинг массаси.

Агар

$$m_n = m_a - Zm_e; \quad m_p + m_e = m_{\text{H}}; \quad N = (A - Z)$$

эканлиги ҳисобга олинса, ядронинг масса етишмовчилиги формуласини

$$\Delta m = Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}$$

кўринишда тасвирлаш мумкин, бунда A — масса сони (ядродаги нуклонлар сони).

● Солиштирма боғланиш энергияси (битта нуклонга тўғри келувчи боғланиш энергияси):

$$E_c = E_{\text{с}}/A.$$

Масалалар ечишга доир мисоллар

● 1- мисол. ${}^{11}_5\text{B}$ ядросининг масса етишмовчилиги Δm ва боғланиш энергияси E_c ҳисоблансин.

Е ч и ш. Ядронинг масса етишмовчилигини

$$\Delta m = Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_a \quad (1)$$

формула бўйича аниқлаймиз

* «Масса дефекти» атамасини баъзан бошқа маънода ҳам қўллашади, айнан, масса дефекти Δ деб берилган изотопнинг нисбий массаси A_r ва унинг масса сони A орасидаги фарқга айтишади: $\Delta = A_r - A$. Демак, масса дефекти Δ нисбий атом массасининг бутун сонли қийматидан четланишини кўрсатади. Бу катталиқ тўғридан-тўғри физик маънога эга эмас, лекин ундан фойдаланиш баъзи ҳолларда ҳисоблашни сезиларли соддалаштиради.

Мазкур қўлланмада ҳамма жойда (1) умумий формула билан аниқланувчи Δm масса етишмовчилиги (дефекти) назарда тутилади.

Масса етишмовчилигини ҳисоблашни тизимдан ташқи бирликларда (а.м.б.) бажарамиз. ${}^1_1\text{H}$ ядроси учун $Z=5, A=11$. Водород (${}^1_1\text{H}$) ва бор (${}^{11}_5\text{B}$) нейтрал атомлари ва шунингдек нейтроннинг (n) массаларини 21-жадвалдан топамиз.

Топилган массаларни (1) ифодага қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$\Delta m = [5 \cdot 1,00783 + (11 - 5) \cdot 1,00867 - 11,00931] \text{ а.м.б.}$$

ёки

$$\Delta m = 0,08186 \text{ а.м.б.}$$

Ядронинг боғланиш энергияси

$$E_b \Delta m \cdot c^2 \quad (2)$$

муносабат билан аниқланади. Ядронинг боғланиш энергиясини ҳам тизимдан ташқи бирликларда (МэВ) ҳисоблаймиз. Бунинг учун масса етишмовчилигини (2) ифодага а.м.б. да пропорционаллик коэффициенти (c^2) ни МэВ (а.м.б.) да қўямиз, яъни

$$E_b = 931 \cdot 4 \cdot 0,08186 \text{ МэВ} = 76,24 \text{ МэВ}$$

олинган натижани ухта эътиборга молик сонгача яхлитлаймиз:

$$E_b = 76,2 \text{ МэВ.}$$

2- мисол. ${}^7_3\text{Li}$ ядросининг солиштирма боғланиш энергияси аниқлансин.

Е ч и ш. Солиштирма боғланиш энергияси ядронинг битта нуклонга тўғри келувчи боғланиш энергиясидир:

$$E_c = E_b / A$$

ёки

$$E_c = \frac{c^2}{A} [Zm_{\text{H}} + (A + Z)m_n - m_a].$$

Бу формулага катталикларнинг қийматларини қўямиз (21.22-жадвалларга к.) ва ҳисоблаймиз:

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{931,4}{7} [3 \cdot 1,00783 + (7 - 3) \cdot 1,00867 - 7,01601] \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}} = \\ &= 5,61 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}. \end{aligned}$$

3- мисол. ${}^{23}_{11}\text{Na}$ ядросидан нейтронни ажратиб олиш учун зарур бўлган энергия E аниқлансин.

Е ч и ш. Нейтрон ажратиб олингандан кейин ядродаги нуклонлар сони A биттага камаяди, протонлар сони Z эса ўзгармай қолади; ${}^{23}_{11}\text{Na}$ ядроси ҳосил бўлади. ${}^{23}_{11}\text{Na}$ ядрони ${}^{22}_{11}\text{Na}$ ядро эркин нейтронни тутиши натижасида ҳосил бўлган турғун тизим сифатида қараш мумкин. ${}^{23}_{11}\text{Na}$ ядродан нейтронни ажратиб олиш энергияси нейтроннинг ${}^{22}_{11}\text{Na}$ ядро билан боғланиш энергиясига тенг ($E = E_b$)

Нейтроннинг боғланиш энергиясини тизимнинг масса етишмовчилиги орқали ифодалаб, қуйидагини оламиз

$$E = E_0 = c^2 \cdot \Delta m = c^2 (m_{22Na} + m_n - M_{23Na}).$$

Сон қийматларни қўйганда ядролар массасини нейтрал атомларнинг массалари билан алмаштирамиз. Чунки ^{22}Na ва ^{23}Na атомларнинг қобикларидаги электронларнинг сони бир хил бўлганлигидан ^{23}Na ва ^{22}Na атомлари массаларининг фарқи бундай алмаштириш натижасида ўзгармайди

$$E = 931,4 \text{ МЭВ/а.м.б.} \cdot 0,01334 \text{ а.м.б.} = 12,42 \text{ МЭВ.}$$

Яхлитласак

$$E = 12,4 \text{ МЭВ.}$$

Масалалар

43.1. ^1_1H , ^2_1H , $^{12}_6\text{C}$ нейтрал атомлари ва электрон массаларининг маълум қийматларидан фойдаланиб протоннинг m_p , дейтоннинг m_d , $^{12}_6\text{C}$ ядросининг массалари аниқлансин.

43.2. Альфа-зарранинг (^4_2He гелий ядроси) массаси $m_\alpha = 4,00150$ а.м.б. Нейтрал гелий атомининг массаси m_a аниқлансин.

43.3. Литий изотопи ^7_3Li нейтрал атомининг массаси m_a ни билган ҳолда (21-жадвалга к.) бир зарядли $(^7_3\text{Li})^+$, икки зарядли $(^7_3\text{Li})^{++}$ ва уч зарядли $(^7_3\text{Li})^{+++}$ литий ионларининг массалари m_1 , m_2 ва m_3 аниқланси.

43.4. Оғир водород атоми ядросининг масса етишмовчилиги Δm ва боғланиш энергияси E_0 аниқлансин.

43.5. Битта протон ва иккита нейтрон атом ядросига бирлашганда ажралиб чиқадиган энергия E_0 аниқлансин.

43.6. $^{12}_6\text{C}$ ядросининг солиштирма боғланиш энергияси аниқлансин.

43.7. Иккита протон ва битта нейтрондан ташкил топган ядронинг боғланиш энергияси $E_0 = 7,72$ МЭВ. Шундай ядрога эга бўлган нейтрал атомнинг массаси m_a аниқлансин.

43.8. Агар атом ядроси учта протон ва иккита нейтрондан иборат ва бу ядронинг боғланиш энергияси $E_0 = 26,3$ МЭВ бўлса, нейтрал атомнинг массаси m_a аниқлансин.

43.9. γ -фотон ($\lambda = 0,47$ пм) ютган атом ядроси ғалаёнланган ҳолатга ўтди ва турли томонларга учиб кетган алоҳида нуклонларга парчаланди. Нуклонларнинг йиғинди кинетик энергияси $T = 0,4$ МЭВ. Ядронинг боғланиш энергияси E_0 аниқлансин.

43.10. ^7_3Li ва ^4_2He ядроларини алоҳида нуклонларга ажратиш учун қандай энг кам E энергия сарфланиши керак? Нимага бу энергия бериллий ядроси учун литий ядросиникига қараганда кам?

43.11. Протонлардан ва нейтронлардан массаси $m=1$ г бўлган гелий ядросини ҳосил қилишда ажраладиган E энергия аниқлансин.

43.12. ${}^1_7\text{N}$ азот ядросидан битта протонни ажратиб олиш учун қандай энг кам E энергия сарфлаш керак?

43.13. ${}^1_7\text{N}$ азот ядросидан битта протонни чиқариб юбориш учун зарур бўлган минимал энергия E топилсин.

43.14. ${}^8_8\text{O}$ кислород ядросининг E_6 боғланиш энергияси 139,8 МэВ га тенг, ${}^9_9\text{F}$ фтор ядросиники 147,8 МэВ. Фтор ядросидан битта протонни ажратиб олиш учун қандай минимал энергия E сарфлаш лозимлиги аниқлансин.

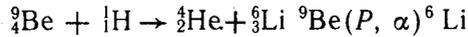
43.15. ${}^4_2\text{He}$ ядросини иккита тенг бўлакка ажратиш учун қандай энг кам боғланиш энергияси E ни сарфлаш керак?

43.16. ${}^{12}_6\text{C}$ углевод ядросини учта бир хил бўлакка ажратиш учун зарур бўлган энг кам E энергия аниқлансин.

44- §. ЯДРО РЕАКЦИЯЛАРИ

Асосий формулалар

● Ядро реакцияларининг рамзий ёзуви ёйик, мисол учун кўринишда ёки қискартирилган



кўринишда берилиши мумкин.

Қискартирилган ёзувда атомнинг тартиб рақами ёзилмайди, чунки у атомнинг кимёвий рамзий белгиси билан аниқланади. Қавс ичида биринчи ўринда бомбардимонловчи зарранинг белгиси қўйилади, иккинчи ўринда эса таркибий ядродан учиб чиққан зарра ва қавсдан ташқарида махсулий ядронинг кимёвий рамзи ёзилади.

Зарраларни белгилаш учун қуйидаги рамзлар қабул қилинган: p — протон, n — нейтрон, d — дейтон, t — тритон, α — альфа зарра; γ — гамма фотон.

● Сақланиш қонунлари;

а) нуклонлар сони учун $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$;

б) заряд учун $Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$;

в) тўлик релятивистик энергия учун $E_1 + E_2 = E_3 + E_4$;

г) импульс учун $\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_3 + \vec{P}_4$

Агар реакция натижасида ҳосил бўлган ядролар ва зарраларнинг умумий сони иккитадан кўп бўлса, унда ёзув мос равишда тўлдирилади.

● Ядро реакциясининг энергияси

$$Q = c^2 [(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)],$$

бунда m_1 ва m_2 — ядро-нишон ва бомбардимончи зарраларнинг тинчликдаги массалари; $m_3 + m_4$ — реакция махсули бўлмиш ядроларнинг тинчликдаги массаларининг йиғиндиси.

Агар $m_1 + m_2 > m_3 + m_4$ бўлса, у ҳолда энергия ажралади, энергетик самарадорлик мусбат, реакция экзотермик.

Агар $m_1 + m_2 < m_3 + m_4$ бўлса, у ҳолда энергия ютилади, энергетик самарадорлик манфий, реакция эндотермик.

Ядро реакциясининг энергияси қуйидаги кўринишда ҳам ёзилиши мумкин

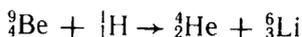
$$Q = (T_1 + T_2) - (T_3 + T_4),$$

бунда T_1 ва T_2 – мос равишда ядро-нишон ва бомбардимончи зарранинг кинетик энергиялари; T_3 ва T_4 учиб чиққан зарра ва реакция маҳсули бўлмиш ядронинг кинетик энергиялари.

Экзотермик реакцияда $T_3 + T_4 > T_1 + T_2$; эндотермик реакцияда $T_3 + T_4 < T_1 + T_2$.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Агар протоннинг кинетик энергияси $T_H = 5,45$ МэВ гелий ядросиники $T_{He} = 4$ МэВ ва гелий ядроси протоннинг ҳаракат йўналишига 90° бурчак остида учиши маълум бўлса,



реакциянинг энергияси топилсин. Ядро-нишон ${}^4_2\text{He}$ ҳаракатсиз.

Ечиш. Реакция энергияси Q реакция маҳсули бўлмиш ядроларнинг кинетик энергиялари йиғиндиси ва учиб келаётган ядро кинетик энергияси орасидаги фаркка тенг:

$$Q = T_{Li} + T_{He} + T_H \quad (1)$$

Бу ифодада литийнинг кинетик энергияси T_{Li} номаълум. Уни аниқлаш учун импульснинг сакланиш қонунидан фойдаланамиз:

$$\vec{P}_H = \vec{P}_{He} + \vec{P}_{Li}$$

Масаланинг шартига кўра \vec{P}_H ва \vec{P}_{He} векторлар ўзаро тик ва демак \vec{P}_{Li} вектор билан биргаликда тўғри бурчакли уч бурчак ташкил қиладилар. Шунинг учун

$$P_{Li}^2 = P_{He}^2 + P_H^2. \quad (3)$$

Бу тенгликдаги ядроларнинг импульсларини уларнинг кинетик энергиялари орқали ифодалаймиз. Масаланинг шартига кўра ядроларнинг кинетик энергиялари, шу ядроларнинг тинчликдаги энергияларидан кўп марта кичиклигидан (21- жадвалга к.).

$$P^2 = 2mT \quad (4)$$

классик фломуладан фойдаланиш мумкин.

(3) тенгламадаги ядролар импульсларининг квадратларини уларнинг (4) ифодалари билан алмаштириб, қисқартиргандан кейин қуйидагини оламиз

$$m_{Li}T_{Li} = m_{He}T_{He} + m_H T_H,$$

бундан

$$T_{Li} = \frac{m_{He}T_{He} + m_H T_H}{m_{Li}} = 3,58 \text{ МэВ}.$$

Сон қийматларни (1) формулага қўйиб, ушбуни оламиз

$$Q = T_{He} + T_{Li} - T_H = 2,13 \text{ МэВ}.$$

2- мисол. Олдинги масалани ядроларнинг кинетик энергиялари ва ҳаракат йўналиши номаълум деб ҳисоблаб ечинг.

Ечиш: Релятивистик тўлиқ энергиянинг сақланиш қонунини қўллаймиз

$$E_{Be} + E_H = E_{He} + E_{Li}. \quad (1)$$

Ядронинг релятивистик тўлиқ энергияси тинчликдаги энергия ва кинетик энергияларнинг йиғиндисига тенг:

$$E = mC^2 + T. \quad (2)$$

(2) формулада қисқалик учун тинчликдаги масса m_0 билан эмас, балки m билан белгиланган.

Ядро-нишон ${}^9\text{Be}$ ҳаракатсиз бўлганлигидан, (2) формулага асосан (1) тенглама қуйидаги кўринишни олади:

$$m_{Be}c^2 + m_H^2 + T = m_{He}c^2 + T_{He} + m_{Li}c^2 + T_{Li}. \quad (3)$$

Реакция энергиясини аниқлаймиз:

$$Q = T_{He} + T_{Li} - T_H = C^2[(m_{Be} + m_H) - (m_{He} + m_{Li})]. \quad (4)$$

Сон қийматларни қўйиб ҳисоблаганда ядроларнинг массасини нейтрал атомларнинг массалари билан алмаштирамиз. Бундай алмаштириш ҳисоблаш натижасига таъсир қилмаслигига осонгина ишонч ҳосил қилиш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, ядронинг массаси m нейтрал атомнинг массаси m_a ва электронлар қобиғини ҳосил қилувчи электронлар массаси Zm_e ларнинг фарқига тенглигидан

$$Q = c^2[(m_{Be} + 4m_e + m_H - m_d) - (m_{He} - 2m_e + m_{Li} - 3m_e)]. \quad (5)$$

(5) тенгламани соддалаштириб қуйидагини топамиз

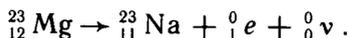
$$Q = c^2[(m_{Be} + m_H) - (m_{He} + m_{Li})]. \quad (6)$$

Пропорционаллик коэффиценти C^2 нинг (МэВ/ а.м.б.) сон қиймати ва нейтрал атомларнинг массаларини (а.м.б.) қўйиб, 1- мисолда олинган натижа билан мос келувчи қуйидаги қийматни оламиз

$$Q = 2,13 \text{ МэВ}.$$

3- мисол: Магнийнинг радиоактив ядроси ^{23}Mg позитрон ва нейтрино чиқарди. Ядро β^+ -емирилишининг энергияси Q аниқлансин.

Ечиш. Магний ядроси β^+ -емирилиш реакциясини қуйидагича ёзиш мумкин:



Магний ядросини ҳаракатсиз деб қабул қилиб ва нейтринонинг тинчликдаги массаси нолга тенглигини ҳисобга олиб, энергетик баланс тенгламасини ёзамиз. Релятивистик тўлиқ энергиянинг сақланиш қонунига асосан қуйидагича эгамиз:

$$c^2 m_{\text{Mg}} = c^2 m_{\text{Na}} + T_{\text{Na}} + c^2 m_e + T_e + T_\nu.$$

Емирилиш энергияси

$$Q = T_{\text{Na}} + T_e + T_\nu = c^2(m_{\text{Mg}} - m_{\text{Na}} - m_e). \quad (2)$$

Магний ва натрий ядроларининг массаларини нейтрал атомларнинг мос массалари орқали ифодалаймиз:

$$Q = c^2[(m_{\text{Mg}} - 12m_e) - (m_{\text{Na}} - 11m_e) - m_e].$$

Электрон ва позитроннинг тинчликдаги массалари бир хил бўлганлигидан, соддашатиришдан кейин ушбуни оламиз

$$Q = c^2(m_{\text{Mg}} - M_{\text{Na}} - 2m_e).$$

Сон қийматларини ўрнига қўйиб натижани топамиз:

$$Q = 3,05 \text{ МэВ}.$$

Масалалар

Ядро реакцияларида сақланиш қонунлари



Ядро реакциясининг рамзий ёзувида X ҳарфи билан белгиланган зарранинг тартиб рақами Z ва масса сони A аниқлансин.

44.2. Худди шу вазифа $^{27}_{13}\text{Al} + X \rightarrow ^1_1\text{H} + ^{26}_{12}\text{Mg}$ реакция учун ҳам бажарилсин.

44.3. Қуйидаги ядро реакцияларининг энергиялари Q аниқлансин:

- | | |
|---|--|
| 1) $^9_4\text{Be} + ^2_1\text{H} \rightarrow ^{10}_5\text{B} + ^1_0n$; | 4) $^7_3\text{Li} + ^1_1\text{H} \rightarrow ^7_4\text{Be} + ^1_0n$; |
| 2) $^6_3\text{Li} + ^2_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^4_2\text{He}$; | 5) $^{44}_{20}\text{Ca} + ^1_1\text{H} \rightarrow ^{41}_{19}\text{K} + ^4_2\text{He}$ |
| 3) $^7_3\text{Li} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{10}_5\text{B} + ^1_0n$; | |

Кўрсатилган реакцияларнинг ҳар бирида энергия ажраладими ёки ютиладими?

44.4. Ядро реакцияларининг энергиялари Q топилсин:

1) ${}^3\text{H}(P, \gamma) {}^4\text{He}$; 2) ${}^2\text{H}(d, \gamma) {}^4\text{He}$; 3) ${}^1\text{H}(c, \gamma) {}^3\text{H}$; 4) ${}^{19}\text{F}(P, \alpha) {}^{16}\text{O}$.

44.5. γ -фотоннинг дейтон билан тўқнашишида дейтон иккита нуклонга парчаланиб кетиши мумкин. Ядро реакциясининг тенгламаси ёзилсин ва шундай парчаланишни амалга ошира оладиган γ -фотоннинг минимал энергияси аниқлансин.

44.6. Агар ${}^9\text{Be}$ ядро учун E_0 боғланиш энергияси 58,16 МэВ, ${}^{10}\text{Be}$ ядроси учун эса 64,98 МэВ га тенглиги маълум бўлса, ${}^9\text{Be}(n, \gamma) {}^{10}\text{Be}$ реакциясининг энергияси Q аниқлансин.

44.7. Агар ${}^{14}\text{N}$ ядро учун E_0 боғланиш энергияси 104,66 МэВ, ${}^{14}\text{C}$ ядро учун 105,29 МэВ га тенг бўлса, ${}^{14}\text{N}(n, p) {}^{16}\text{C}$ ядро реакциясининг энергияси Q топилсин.

44.8. Агар дейтоннинг кинетик энергияси $T_i=1,5$ МэВ бўлса, ${}^{13}\text{C}(d, \alpha) {}^{11}\text{B}$ реакция натижасида хосил бўлган ядролар кинетик энергияларининг йиғиндиси аниқлансин. Ядро-нишон ${}^{13}\text{C}$ ҳаракатсиз деб қабул қилинсин.

44.9. ${}^9\text{Be}(\alpha, n) {}^{12}\text{C}$ ядро реакциясида $Q=5,70$ МэВ энергия ажралади. Бериллий ва гелий ядроларининг кинетик энергияларини ҳисобга олмай ва уларнинг йиғинди импульсларини нолга тенг деб қабул қилиб, реакция маҳсулларининг кинетик энергиялари T_1 ва T_2 аниқлансин.

44.10. Дейтерий ядроларининг кинетик энергияларини ҳисобга олмай ва уларнинг йиғинди импульсларини нолга тенг деб қабул қилиб,



реакция маҳсулларининг кинетик энергиялари T_1 ва T_2 ҳамда импульслари P_1 ва P_2 аниқлансин.

44.11. ${}^6\text{Li}(d, p) {}^7\text{Li}$ реакцияда $Q=5,028$ МэВ энергия ажралади. ${}^6\text{Li}$ нинг массаси m аниқлансин. Қолган атомларнинг массалари 21-жадвалдан олинсин.

44.12. ${}^2\text{H}(d, p) {}^3\text{H}$ реакцияда $Q=4,033$ МэВ энергия ажралади. ${}^3\text{H}$ атомининг массаси m аниқлансин. Қолган атомларнинг массалари 21-жадвалдан олинсин.

44.13. ${}^3\text{He}(d, p) {}^4\text{He}$ ядро реакциясида $Q=18,34$ МэВ энергия ажралади. Гелий ${}^3\text{He}$ изотопининг нисбий атом массаси A_0 аниқлансин. Қолган атомларнинг массалари 21-жадвалдан олинсин.

Бўлиниш реакцияси

44.14. Атроф муҳитнинг $t=27^\circ\text{C}$ ҳароратида иссиқлик нейтронининг кинетик энергияси T ва тезлиги v аниқлансин.

44.15. Нейтроннинг углерод ${}^{12}\text{C}$ ядроси билан тўқнашганидан кейинги тезлиги u_1 нинг ўзининг дастлабки тезлиги v_1 га нисбати топилсин. Нейтроннинг кинетик энергияси учун ҳам шундай нисбат топилсин. Тўқнашишгача углерод ядроси тинчликда бўлган, урилиш эса тўғри, марказий, қайишқоқ деб ҳисоблансин.

44.16. ${}_{92}^{235}\text{U}$ уран ядроси битта нейтронни тутиб, иккита парчага бўлинди, бунда иккита нейтрон ажралиб чиқди. Парчалардан бири ксеноннинг ${}_{54}^{140}\text{Xe}$ ядроси бўлиб чиқди. Иккинчи парчанинг тартиб рақами Z ва масса сони A аниқлансин.

44.17. Уран-235 нинг битта ядросининг бўлинишида $Q = 200$ МэВ энергия ажралади. Ажралган энергия уран-235 ядроси тинчликдаги энергиясининг қанча қисмини ташкил қилади?

44.18. $m = 1$ г массали уран-235 да бўлган барча ядроларнинг бўлиниши натижасида ажраладиган E энергия аниқлансин.

44.19. Ядро реакторининг иссиқлик қуввати $P = 1$ Вт бўлиши учун $t = 1$ с вақтда уран-235 нинг қанча ядроси парчаланиши керак?

44.20. Атом электростанциясидаги ядро реакторида ядро ёқилгиси ${}^{235}\text{U}$ нинг массавий сарфи m_f аниқлансин. Электростанциянинг иссиқлик қуввати $P = 10$ МВт. Ҳар бир бўлинишда ажраладиган энергия $Q = 200$ МэВ деб қабул қилинсин. Электростанциянинг ФИК 20% ни ташкил қилади.

44.21. Агар станциянинг ФИК $\eta = 16\%$ бўлса, бир суткада 0,1 кг уран-235 сарфлайдиган атом электростанциясининг электр қуввати P топилсин.

Ядронинг радиоактив емирилиш энергияси

44.22. Полоний ${}_{84}^{210}\text{Po}$ ядроси альфа емирилишининг энергияси Q аниқлансин.

44.23. Тинчликдаги ${}_{84}^{210}\text{Po}$ полоний ядроси $T = 5,3$ МэВ кинетик энергияли α - зарра чиқарди. Ядронинг тепки кинетик энергияси T ва α - емирилиш натижасида ажралиб чиққан тўлиқ энергия Q аниқлансин.

44.24. Углерод ${}_{6}^{14}\text{C}$ ядроси манфий зарядланган β - зарра ва антинейтрино чиқарди. Ядро бета емирилишининг тўлиқ энергияси Q аниқлансин.

44.25. Ҳаракатсиз ${}_{14}^{31}\text{Si}$ кремний ядроси $T = 0,5$ МэВ кинетик энергияга эга бўлган манфий зарядланган β - зарра чиқарди. Ядронинг тепки кинетик энергиясини инobatга олмай антинейтронининг кинетик энергияси T аниқлансин.

44.26. Позитрон ва нейтрино чиқарган углерод ядроси ${}_{6}^{10}\text{C}$ нинг емирилиш энергияси Q аниқлансин.

44.27. Азот атомининг ядроси ${}_{7}^{13}\text{N}$ позитрон чиқарди. Позитроннинг кинетик энергияси $T = 1$ МэВ. Ядронинг тепки кинетик энергиясини инobatга олмай позитрон билан бирга чиқарилган нейтронининг кинетик энергияси T_n аниқлансин.

Элементар зарралар

44.28. Эркин нейтрон радиоактивдир. У электрон ва антинейтрино чиқариб протонга айланади. Нейтроннинг ўзгариш жараёнида вужудга келадиган барча зарраларнинг йиғинди кинетик энергияси T аниқлансин. Нейтроннинг кинетик энергияси нолга

тенг ва антинейтринининг тинчликдаги массаси ҳисобга олмайди-
ган даражада кичик деб қабул қилинсин.

44.29. $\epsilon = 3$ МэВ энергияли фотон оғир ядро майдонида электрон-позитрон жуфтига айланди. Зарраларнинг кинетик энергиялари бир хил деб қабул қилиб ҳар бир зарранинг кинетик энергияси T аниқлансин.

44.30. Бир хил $0,24$ МэВ га тенг кинетик энергияли электрон ва позитрон тўқнашишда иккита бир хил фотонга айланди. Фотоннинг энергияси ϵ ва унга мос келувчи тўлқин узунлиги λ аниқлансин.

44.31. Нейтрал π -мезон (π^0) емирилиб иккита бир хил фотонга айланади. Фотоннинг энергияси ϵ аниқлансин. Мезоннинг кинетик энергияси ва импульси ҳисобга олинмасин.

9-6 о б

КВАНТ МЕХАНИКАСИ УНСУРЛАРИ

45-§. МИКРОЗАРРАЛАРНИНГ ТЎЛҚИН ХОССАЛАРИ

Асосий формулалар

● Қуйидаги икки ҳол учун тўлқин узунлигининг ҳаракатланувчи зарра импульси p билан боғлиғини ифодаловчи де Бройль формуласи:

а) классик яқинлашишда ($v \ll c$; $p = m_0v$)

$$\lambda = 2\pi \hbar / p;$$

б) релятивистик ҳолда (зарранинг тезлиги v ёруғликнинг бўшлиқдаги тезлиги c билан таққослайдиган даражада: ($p = mv = m_0v / \sqrt{1 - v^2/c^2}$)

$$\lambda = \frac{2\pi \hbar}{m_0 v} \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

● Де Бройль тўлқини узунлигининг зарранинг кинетик энергияси T билан боғлиғини:

а) классик яқинлашишда $\lambda = \frac{2\pi \hbar}{\sqrt{2m_0 T}}$;

б) релятивистик ҳолда $\lambda = \frac{2\pi \hbar}{\sqrt{T(T + 2E_0)}}$, бунда E_0 — зарра-

нинг тинчликдаги энергияси ($E_0 = m_0c^2$).

● Де Бройль тўлқинининг фазавий тезлиги

$$v = \omega / k,$$

бунда ω — доиравий частота; k — тўлқин сони ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$).

- Де Бройль тўлкиларининг гуруҳий (группавий) тезлиги

$$u = \frac{d\omega}{dk}.$$

- Де Бройль муносабатлари:

$$E = \hbar\omega; \quad \vec{p} = \hbar\vec{k},$$

бунда E — ҳаракатланаётган зарранинг энергияси; p — зарранинг импульси; k — тўлкин вектори; $|\vec{k}| = k = 2\pi/\lambda$; \hbar — Планк доимийси ($\hbar = \hbar/(2\pi) = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{Ж} \cdot \text{с}$)

Ноаникликлар муносабатлари:

а) зарранинг координатаси ва импульси учун $\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \hbar$ бунда Δp_x — зарра импульсининг x ўқидаги проекциясининг ноаниклиги; Δx — унинг координатасининг ноаниклиги;

б) энергия ва вақт учун $\Delta E \Delta t \geq \hbar$, бунда ΔE — берилган квант ҳолати энергиясининг ноаниклиги; Δt — тизимнинг шу ҳолатда бўлиш вақти.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1-мисол. Бошланғич тезлигини ҳисобга олмаслик мумкин бўлган электрон U тезлантирувчи потенциаллар фарқини ўтди. Ушбу икки ҳол учун 1) $U_1 = 51 \text{ В}$; 2) $U_2 = 510 \text{ кВ}$. Де Бройль тўлкини узунлиги λ топилсин.

Ечиш. Зарра де Бройль тўлкинининг узунлиги λ унинг импульси p га боғлиқ ва

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad (1)$$

формула билан аниқланади.

Агар зарранинг кинетик энергияси T маълум бўлса, унинг импульсини аниқлаш мумкин. Нерелятивистик ($T \ll E_0$ да) ва релятивистик ($T \approx E_0$ да) ҳоллар учун импульсининг кинетик энергия билан боғланиши мос равишда қуйидаги формулалар билан ифодаланади:

$$p = \sqrt{2m_0T}, \quad (2)$$

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + T)T} \quad (3)$$

Нерелятивистик ва релятивистик ҳоллар учун мос равишда (2) ва (3) муносабатларни ҳисобга олганда, (1) формула қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0T}}; \quad (4)$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + T)T}}. \quad (5)$$

Масаланинг шартда берилган $U_1=51$ В ва $U_2=510$ кВ потенциаллар фарқидан ўтган электроннинг кинетив энергиясini электроннинг тинчликдаги энергияси билан солиштирамиз ва шунга қараб де Бройль тўлкини узунлигини ҳисоблаш учун (4) ва (5) формулалардан қайси бирини қўллаш кераклигини ҳал қиламиз.

Маълумки, U тезлантирувчи потенциаллар фарқини ўтган электроннинг кинетик энергияси

$$T = |e|U.$$

Биринчи ҳолда $T_1 = |e|U_1 = 51 \text{ эВ} = 0,51 \cdot 10^{-4} \text{ МэВ}$. Бу электроннинг тинчликдаги энергияси $E_0 = m_0 c^2 = 0,51 \text{ МэВ}$ дан кўп марта кичик. Демак (4) формулани қўллаш мумкин.

Ҳисоб-китобни қисқартириш учун $T_1 = 10^{-4} m_0 c^2$ эканлигини назарга оламиз. Бу ифодани (4) формулага қўйиб, уни

$$\lambda_1 = \frac{2\pi \hbar}{\sqrt{2m_0 \cdot 10^{-4} m_0 c^2}} = \frac{10^2 \cdot 2\pi \hbar}{\sqrt{2} m_0 c}.$$

кўринишда ёзиб оламиз.

$\left[\frac{2\pi \hbar}{m_0 c} \right]$ Комптон тўлқин узунлиги λ_c эканлигини ҳисобга олиб,

қуйидагини оламиз

$$\lambda_1 = (10^2 / \sqrt{2}) \lambda_c.$$

$\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м эканлигидан

$$\lambda_1 = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \cdot 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 172 \text{ пм}.$$

Иккинчи ҳолда кинетик энергия $T_2 = |e|U_2 = 510 \text{ кэВ} = 0,51 \text{ МэВ}$, яъни электроннинг тинчликдаги энергиясига тенг. Демак релятивистик формула (5) ни қўллаш керак.

$T_2 = 0,51 \text{ МэВ} = m_0 c^2$ эканлигини ҳисобга олиб (5) формулага биноан қуйидагини топамиз

$$\lambda_2 = \frac{2\pi \hbar}{\frac{1}{c} \sqrt{(2m_0 c^2 + m_0 c^2) m_0 c^2}} = \frac{2\pi \hbar}{\sqrt{3} m_0 c} \text{ ёки } \lambda_2 = \frac{\lambda_c}{\sqrt{3}}.$$

λ_c нинг қийматини охириги формулага қўйиб ва ҳисоблаб, натижани топамиз:

$$\lambda_2 = 1,4 \text{ пм}.$$

2- мисол. Кенглиги $a=1$ мкм бўлган ингичка тирқишга $v=3,5$ Мм/с тезликка эга электронларнинг параллел дастаси йўналтирилган. Электронларнинг тўлқин хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда тирқишдан $L=10$ см узокликда турган экранда ҳосил бўладиган дифракцион манзарадаги иккита интенсивлик максимумлари орасидаги x масофа аниқлансин.

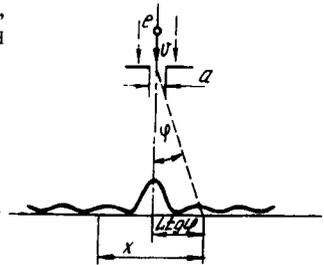
Е чиш: Де Бройль гипотезасига биноан, m массали, v тезлик билан ҳаракатланаётган заррага мос келувчи гўлкин узунлиги

$$\lambda = \frac{2\pi h}{mv} \quad (1)$$

формула билан ифодаланади.

Бир тиркишдаги дифракцияда дифракцион максимум

$$a \sin \lambda = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (2)$$



45.1- расм

шарт бажарилганда кузатилади, бунда $k=0, 1, 2, 3, \dots$ — максимумларнинг тартиб рақами, a — тиркишнинг кенглиги

Биринчи тартибли максимумлар учун ($k=1$) φ бурчакнинг кичиклиги аён, шунинг учун $\sin \varphi = \varphi$ ва натижада (2) формула

$$a \cdot \varphi = \frac{3}{2} \lambda \quad (3)$$

кўринишни олади, изланаётган катталиқ x эса, 45.1- расмдан кўриниб турибдики,

$$x = 2Li \cdot \operatorname{tg} \varphi = 2L\varphi, \quad (4)$$

чунки $\operatorname{tg} \varphi = \varphi$,

φ нинг (3) муносабатдаги қийматини (4) формулага қўйиб, қуйидагини оламиз

$$x = 2l \cdot \frac{3}{2} \frac{\lambda}{a} = 3 \frac{L \cdot \lambda}{a}$$

Де Бройль тўлкини узунлигининг (1) формула бўйича ифодасини охириги тенгликка қўйиш

$$x = 6 \frac{\pi h L}{amv} \quad (5)$$

ни беради.

(5) формула бўйича ҳисоблашни бажариб, натижани оламиз

$$x = 6 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 60 \text{ мкм.}$$

3- мисол. Никель кристаллининг юзасига электронларнинг параллел дастаси тушади. Кристалл шундай буриладики, натижада сирпаниш бурчаги ўзгаради. Бу бурчак 64° га тенг бўлганда биринчи тартибли дифракцион максимумга тўғри келувчи электронларнинг максимал қайтиши кузатилади. Кристаллнинг атом текисликлари орасидаги масофа d ни 200 пм га тенг қабул қилиб электронларнинг де Бройль тўлқин узунлиги λ ва уларнинг тезликлари v аниқлансин.

Ечиш. Электронларнинг кристалл панжарадаги дифракцияси-ни ҳисоблашга ҳам рентген нурланиши ҳолида фойдаланилган Вульф—Брегг формуласи қўлланилади (31- § га к.)

$$2d\sin\theta = k\lambda,$$

бунда d — кристаллнинг атом текисликлари орасидаги масофа; θ — сирпаниш бурчаги; k — дифракцион максимумнинг тартиб рақами; λ — де Бройль тўлкинининг узунлиги. Кўриниб турибдики,

$$\lambda = \frac{2d\sin\theta}{k}.$$

Бу формулага катталикларнинг қийматларини қўйиб, ҳисобласак

$$\lambda = 360 \text{ пм.}$$

Де Бройль тўлкини узунлигининг формуласи ($\lambda = 2\pi\hbar / cmv$) дан электроннинг тезлигини ифодалаймиз:

$$v = 2\pi\hbar / (m\lambda).$$

Бу формулага π , \hbar , m (электроннинг массаси), λ ларнинг қийматларини қўйиб 4φ ни топамиз

$$v = 2 \text{ мм/с.}$$

4- мисол. Водород атомидаги электроннинг T кинетик энергияси 10 эВ тартибидаги қийматни ташкил этади. Ноаниқлик муносабатидан фойдаланиб атомнинг минимал чизикли ўлчамлари баҳолансин.

Ечиш. Электрон координатасининг ва импульсининг ноаниқлиги қуйидаги муносабат орқали боғланган:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar, \quad (1)$$

бунда Δx — электрон координатасининг ноаниқлиги; Δp — унинг импульсининг ноаниқлиги.

Бу муносабатдан кўриниб турибдики, зарранинг фазодаги ўрни қанчалик тўғри ўлчанса, импульси ва демак зарранинг энергияси шунчалик ноаниқ бўла боради. Атомнинг чизикли ўлчами l бўлсин, унда атом электрони $\Delta x = l/2$ ноаниқликдаги соҳа атрофида бўлади. Бу ҳолда (1) ноаниқлик муносабатларини $\left(\frac{l}{2}\right) \cdot \Delta p \geq \hbar$ кўринишда ёзиш мумкин, бундан

$$l \geq 2\hbar / (\Delta p). \quad (2)$$

Физик мантиққа асосан импульсининг ноаниқлиги Δp ҳар ҳолда импульс p нинг ўзининг қийматидан катта бўлмаслиги керак, яъни

$$\Delta p \leq p.$$

Импульс p кинетик энергия T билан қуйидаги муносабат орқали боғланган $p = \sqrt{2mT}$. Δp ни $\sqrt{2mT}$ қиймат билан алмаштирамиз (бундай алмаштириш l ни орттирмайди). (2) тенгсизликдан тенгликка ўтиб қуйидагини оламиз

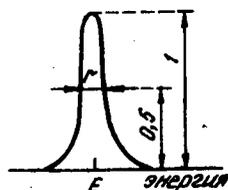
$$l_{\min} = 2 \hbar / \sqrt{2mT}$$

Сон қийматларни қўйиб ва ҳисоблаб натижани топамиз

$$l_{\min} = 124 \text{ пм.}$$

5- мисол. Энергия ва вақтнинг ноаниқликлари муносабатидан фойдаланиб, атомнинг ғалаёнланган ҳолатдан асосий ҳолатга ўтишдаги нурланиш спектрал чизиғининг табиий кенглиги $\Delta\lambda$ аниқлансин. Атомнинг ғалаёнланган ҳолатда яшашининг τ ўртача вақти 10^{-8} с га, нурланишнинг тўлқин узунлиги λ эса 600 нм га тенг деб қабул қилинсин.

Ечиш. Атомнинг ғалаёнланган ҳолатдан асосий ҳолатга ўтишида чиқарилаётган фотонлар энергиясининг муайян тарқоқлиги (ноаниқлиги) мавжуд. Бу ғалаёнланган ҳолатнинг энергияси тўғри аниқланмай, балки маълум чекли Γ кенгликка эгаллигига боғлиқдир (45.2- расм). Энергия ва вақт ноаниқликлари муносабатига асосан ғалаёнланган ҳолат энергетик сатҳининг кенглиги Γ атомнинг шу ҳолатда ўртача яшаш вақти τ билан



45.2- расм

$$\Gamma\tau \propto \hbar$$

муносабат орқали боғланган.

У ҳолда энергетик сатҳнинг кенглиги

$$\Gamma = \hbar/\tau$$

ифода билан аниқланади.

Ғалаёнланган ҳолат энергиясининг сатҳи маълум чекли кенгликка эга бўлганлиги натижасида атом чиқарадиган фотонларнинг энергияси ҳам энергетик сатҳнинг кенглигига тенг бўлган тарқоқликка эга бўлади, яъни $\Delta\epsilon = \Gamma$. У ҳолда

$$\Delta\epsilon = \hbar/\tau. \quad (1)$$

Фотоннинг энергияси ϵ тўлқин узунлиги λ билан

$$\epsilon = 2\pi \hbar c / \lambda$$

муносабат орқали боғланганлигидан, $\Delta\epsilon$ ($\Delta\epsilon \ll \epsilon$) энергия ноаниқлигига тўлқин узунлигининг $\Delta\lambda$ ($\Delta\lambda \ll \lambda$) ноаниқлиги мос келади:

$$\Delta\epsilon = \frac{2\pi \hbar c}{\lambda^2} \Delta\lambda \quad (2)$$

(манфий ишора тушириб қолдирилган).

Бу ифодага кирувчи тўлқин узунлигининг чекли оралиғи $\Delta\lambda$ спектрал чизиқнинг табиий кенглигининг ўзгинасидир. $\Delta\lambda$ ни (2) формуладан ифодалаб олиб ва $\Delta\epsilon$ ни (1) га биноан алмаштириб, қуйидагини оламиз

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\pi c \tau}$$

Ҳисоблаймиз:

$$\Delta\lambda = 2 \cdot 10^{-14} \text{ м} = 20 \text{ фм.}$$

Масалалар ва саволлар

Де Бройль тўлқини

45.1. Агар электроннинг тезлиги $v = 1 \text{ Мм/с}$ бўлса, электроннинг тўлқин хусусиятини характерловчи де Бройль тўлқин узунлиги λ аниқлансин. Шундай ҳисоб-китоб протон учун ҳам бажарилсин.

45.2. Электрон $v = 200 \text{ Мм/с}$ тезлик билан ҳаракатланади. Электрон массасининг унинг тезлигига боғлиқ равишда ўзгариши ҳисобга олинган ҳолда де Бройль тўлқин узунлиги λ аниқлансин.

45.3. Электрон учун де Бройль тўлқин узунлиги $\lambda = 0,1 \text{ нм}$ бўлиши учун у қандай тезлантирувчи потенциаллар фарқи U ни ўтиши керак?

45.4. Агар электроннинг кинетик энергияси $T = 1 \text{ кэВ}$ бўлса, унга мос келувчи де Бройль тўлқин узунлиги λ топилсин

45.5. 1) 1 кВ ; 2) 1 МВ — тезлантирувчи потенциаллар фарқидан ўтган протоннинг де Бройль тўлқин узунлиги λ аниқлансин.

45.6. Асосий ҳолатда турган, водород атомининг доиравий орбитаси бўйлаб ҳаракатланаётган электроннинг де Бройль тўлқин узунлиги λ топилсин.

45.7. Водород атомининг иккинчи орбитасида турган электроннинг де Бройль тўлқин узунлиги λ аниқлансин.

45.8. Агар электроннинг де Бройль тўлқин узунлиги λ унинг комптон тўлқин узунлиги λ_c га тенг бўлса, электрон қандай тезлик билан ҳаракатланмоқда?

45.9. Агар яхлит рентген спектрининг чегараси $\lambda = 3 \text{ нм}$ тўлқин узунлигига тўғри келса, рентген трубкасининг антикатодини бомбардимон қилаётган электронларнинг де Бройль тўлқин узунлиги λ аниқлансин.

45.10. Электрон $B = 8 \text{ мТл}$ индукцияли бир жинсли магнит майдонда радиуси $r = 0,5 \text{ см}$ бўлган айлана бўйлаб ҳаракатланмоқда. Электроннинг де Бройль тўлқин узунлиги λ аниқлансин.

45.11. Бир хил тезлик билан ҳаракатланаётган электронларнинг параллел дастаси маълум кристаллнинг қиррасига, унинг сиртига нисбатан $\alpha = 60^\circ$ бурчак остида тушади. Агар электронлар биринчи тартибли интерференцион қайтишга учрашса, уларнинг тезликлари v аниқлансин. Кристалларнинг атом текисликлари орасидаги масофа $d = 0,2 \text{ нм}$.

45.12. Бир хил $v = 1 \text{ Мм/с}$ тезлик билан ҳаракатланаётган электронларнинг параллел дастаси кенглиги $a = 1 \text{ мкм}$ бўлган узун тирқишли тўсикка нормал тушади. Электронлар тирқишдан ўтишда сочилишади ва тирқишдан $l = 50 \text{ см}$ масофада тўсик текислигига параллел жойлашган экранда дифракцион манзарани ҳосил қилишади. Биринчи дифракцион минимумлар орасидаги чизикли масофа x аниқлансин.

45.13. $U=30$ кВ тезлантирувчи потенциаллар фаркидан ўтган электронларнинг ингичка дастаси юпка олтин варағига нормал тушади, ундан ўтади ва сочилади. Варақ орқасида ундан $l=20$ см масофада жойлашган фотопластинкада доирасимон марказий доғ ва қатор концентрик айланалардан иборат бўлган дифракцион манзара ҳосил қилинган. Биринчи айлананинг радиуси $r=3,4$ мм. 1) Биринчи айланага тўғри келувчи электронларнинг олтин микрокристаллидан қайтиш бурчаги θ (бурчак кристалл сиртидан ўлчанади); 2) электронларнинг де Бройль тўлқин узунлиги λ ; 3) олтин кристалл панжарасининг доимий-си a аниқлансин.

Фазовий ва гуруҳий (группавий) тезликлар

45.14. Асбоб электромагнит импульснинг тарқалиш тезлигини қайд қилди. Асбоб қандай тезликни қайд қилган — фазавий тезликними ёки гуруҳийними?

45.15. Фазавий тезликни ўлчаш мумкинми?

45.16. Тўлқин «пакети» иккита ясси монохроматик тўлқинлар томонидан ҳосил қилинган:

$$\xi_1(x, t) = \cos(1002t - 3x); \quad \xi_2(x, t) = \cos(1003t - 3,01x)^2.$$

Ҳар бир тўлқиннинг фазавий тезликлари v_1 ва v_2 ҳамда тўлқин «пакети» нинг гуруҳий тезлиги u аниқлансин.

45.17. Маълумки, фазавий тезлик $v = \omega/k$. Норелятивистик ва релятивистик ҳоллар учун де Бройль тўлқини фазавий тезлигининг ифодаси топилсин.

45.18. Де Бройль тўлқинининг фазавий тезлиги ёруғликнинг вакуумдаги тезлигидан катта (релятивистик ҳолда). Бу нисбийлик назариясининг постулатларига зид эмасми?

45.19. Гуруҳий тезликнинг умумий ифодасини билган ҳолда норелятивистик ва релятивистик ҳоллар учун де Бройль тўлқинининг гуруҳий тезлиги u топилсин.

45.20. Норелятивистик ва релятивистик ҳоллар учун де Бройль тўлқиннинг дисперсия қонуни (яъни, фазавий тезликнинг тўлқин узунлигига боғлиқлигини ифодаловчи формула) ёзилсин.

45.21. 1) Электромагнит; 2) де Бройль тўлқинларидан ҳосил қилинган тўлқин пакетлари вакуумда ёйилиб кетадими?

Ноаниқликлар муносабати

45.22. Агар тезлигини аниқлашда йўл қўйиладиган Δv ноаниқлик унинг қийматининг 10% ни ташкил қилса, водород атомида $v=1,5 \cdot 10^6$ м/с тезлик билан ҳаракатланаётган электроннинг координатасини аниқлашдаги Δx ноаниқлик аниқлансин. Олинган ноаниқлик асосий ҳолат учун Бор назарияси бўйича ҳисобланган водород атомининг диаметри d билан солиштирилсин ва мазкур ҳолатда траектория тушунчасини қўллаш мумкин ёки мумкин эмаслиги кўрсатилсин.

45.23. $T=15$ эВ кинетик энергияли электрон диаметри $d=1$ мкм бўлган металл гардда турибди. Электроннинг тезлиги аниқланиши мумкин бўлган нисбий ноаниқлик Δv баҳолансин.

45.24. Зарранинг де Бройль тўлқин узунлиги λ импульснинг 1 % нисбий ноаниқлигига мос келувчи координатасининг ноаниқлиги Δx дан неча марта кичик?

45.25. Ҳаракатланаётган зарра координатасининг ноаниқлигини де Бройль тўлқин узунлигига тенг деб фараз қилиб, шу зарра импульсининг нисбий ноаниқлиги $\Delta p/p$ аниқлансин.

45.26. $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$ ноаниқликлар муносабатидан фойдаланиб, l кенгликдаги бир ўлчамли потенциал кутидаги электроннинг минимал энергияси E ни баҳолашга имконият берувчи ифода топилсин.

45.27. $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$ ноаниқликлар муносабатидан фойдаланиб, водород атомидаги электроннинг энг пастки энергетик сатҳи баҳолансин. Атомнинг чизикли ўлчамлари $l \approx 0,1$ нм деб қабул қилинсин.

45.28. Ядродаги нуклоннинг минимал энергиясини $E=10$ МэВ деб қабул қилиб, ноаниқликлар муносабати ёрдамида ядронинг чизикли ўлчамлари баҳолансин.

45.29. Ноаниқликлар муносабатидан фойдаланиб электронларнинг ядрога бўла олмаслиги кўрсатилсин. Ядронинг чизикли ўлчамлари 5 фм га тенг деб қабул қилинсин.

45.30. Қуйидаги ҳаёлий тажрибани кўраимиз. Моноэнергетик электронлар дастаси ($T=10$ эВ) a кенгликдаги тирқишга тушади. Агар электрон тирқиш орқали ўтган бўлса, унда унинг координатасини $\Delta x=Q$ ноаниқликкача маълум деб ҳисоблаш мумкин. Қуйидаги икки ҳолда: 1) $a=10$ нм; 2) $a=0,1$ нм электроннинг импульсини аниқлаш учун олинadиган нисбий ноаниқлик $\Delta p/p$ баҳолансин.

45.31. $m=10^{-12}$ г массали гард иссиқлик мувозанати ҳолатида ҳавода муаллақ турибди. Гард ҳаракатини кузата бориб, классик механика конунларидан четланишни аниқлаш мумкинми? Ҳаво нормал шароитда турибди, гард сферик шаклга эга деб қабул қилинсин. Гард материалнинг зичлиги $\rho=2 \cdot 10^3$ кг/м³.

45.32. $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ ноаниқликлар муносабати қандай маънога эга?

45.33. $\Delta E \cdot \Delta T \geq \hbar$ ноаниқликлар муносабатидан фойдаланиб: 1) асосий ҳолатдаги; 2) ғалаёнланган ҳолатдаги (атомнинг ғалаёнланган ҳолатдаги яшаш вақти $\tau=10^{-8}$ с) водород атоми энергетик сатҳининг кенглиги Γ баҳолансин.

45.34. Агар атомнинг ғалаёнланган ҳолатда яшаш вақти ($\tau=10^{-8}$ с) ва чиқариладиган фотоннинг тўлқин узунлиги ($\lambda=0,6$ мкм) маълум бўлса, спектрал чизикнинг нисбий кенглиги $\Delta\omega/\omega$ баҳолансин.

44.35. Бир ўлчамли чексиз чуқур потенциал қуйидаги электроннинг энергияси E аниқ аниқланган. Демак, электрон импульси

квадратининг қиймати ҳам ($p^2=2mE$) аниқланган. Бошқа томондан, электрон l чизикли ўлчамли чекланган соҳада камаб кўйилган. Бу ноаникликлар муносабатига зид келмайдими?

46- §. МИКРОЗАРРАЛАР ҲАРАКАТИНИНГ ЭНГ СОДДА ҲОЛЛАРИ

Асосий формулалар

- Шредингернинг бир ўлчамли вақтга боғлиқ тенгламаси

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2},$$

бунда i — мавҳум бирлик ($\sqrt{-1}$); m — зарранинг массаси; $\psi(x, t)$ — зарранинг ҳолатини тавсифловчи тўлқин функцияси.

Эркин зарранинг бир ўлчамли ҳаракатини тавсифловчи тўлқин функцияси

$$\psi(x, t) = A \cdot \exp\left\{-\frac{i}{\hbar}(px - Et)\right\},$$

бунда A — де Бройль тўлқинининг амплитудаси; p — зарранинг импульси, E — зарранинг энергияси.

Стационар ҳолатлар учун Шредингернинг бир ўлчамли тенгламаси

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0,$$

бунда E — зарранинг тўлиқ энергияси; $U(x)$ — потенциал энергия; $\omega(x, t)$ — тўлқин функциясининг координатавий (ёки амплитудавий) қисми.

Уч ўлчамли $\psi(x, y, z)$ ҳол учун Шредингер тенгламаси

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0$$

кўринишда ёзилади ёки операторлар шаклида

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0,$$

бунда $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — Лаплас оператори.

Шредингер тенгламасини ечишда тўлқин функцияси каноатлантириши керак бўлган стандарт шартларини назарда тутиш керак. Булар: чеклилиқ (бутун фазода), бир қийматлилиқ, ψ -функциянинг ўзининг ва унинг биринчи ҳосиласининг узлуксизлиги.

● Зарранинг x дан $x + dx$ гача ораликда (бир ўлчамли ҳолда) бўлиш эҳтимоллиги dW куйидаги формула билан ифодаланади

$$dW = |\psi(x)|^2 dx,$$

бунда $|\psi(x)|^2$ — эҳтимолликнинг зичлиги.

● Заррани x_1 дан x_2 гача ораликда бўлишининг W эҳтимоллиги dW ни кўрсатилган чегараларда интеграллаш билан топилади:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx.$$

● Чексиз чуқур, бир ўлчамли, тўғри бурчакли потенциал қутининг n - энергетик сатҳида турган зарра энергиясининг хусусий қийматлари E_n куйидаги формула билан аниқланади:

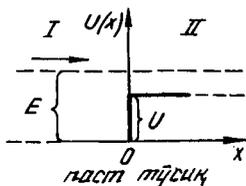
$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

бунда l — потенциал қутининг кенглиги.

Бу энергияга мос келувчи хусусий тўлқин функцияси

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x$$

кўринишга эга.



46.1- расм

● Чексиз кенг пастки потенциал тўсиқ * чегарасида де Бройль тўлқинининг синиш коэффициенти (46.1- расм)

$$n = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{k_2}{k_1},$$

бунда λ_1 ва λ_2 — де Бройль тўлқинининг I ва II соҳалардаги узунлиги (зарра I соҳадан II га қараб ҳаракатланади); k_1 ва k_2 — тўлқин сонларининг мос қийматлари

● Де Бройль тўлқинининг чексиз кенг пастки ($U < E$) потенциал тўсиқ орқали қайтиш ρ ва ўтиш τ коэффициентлари

$$\rho = \left| \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right|^2; \quad \tau = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2},$$

бунда k_1 ва k_2 — де Бройль тўлқинининг I ва II соҳалардаги тўлқин сонлари.

*Агар I соҳадан II соҳага ўтишда зарранинг потенциал энергияси камайса, бундай тўсиқни потенциал поғона деб ҳам аташади.

● Чекли кенгликка эга бўлган тўғри бурчакли потенциал тўсикнинг шаффофлик коэффициенти

$$D = \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)d} \right],$$

бунда U — потенциал тўсикнинг баландлиги; E — зарранинг энергияси; d — тўсикнинг кенглиги.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Электрон кенглиги l бўлган чексиз чуқур бир ўлчамли тўғри бурчакли потенциал кутида ғалаёнланган ҳолатдаги ($n=2$) бу электроннинг кутининг ўртадаги учдан бир қисмида топилиш эҳтимоллиги ҳисоблансин.

Е ч и ш. Зарранинг $x_1 < x < x_2$ ораликда топилиш эҳтимоллиги

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\psi_n(x)|^2 dx \quad (1)$$

тенглик билан аниқланади, $\psi(x)$ — мазкур ҳолатга мос келувчи нормаланган хусусий тўлқин функцияси.

Электроннинг потенциал кутидаги ҳолатини ифодаловчи нормаланган хусусий тўлқин функцияси

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x$$

кўринишга эга

Ғалаёнланган ($n=2$) ҳолатга

$$\psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{2\pi}{l} x \quad (2)$$

хусусий функция мос келади.

$\psi_2(x)$ ни (1) формуланинг интеграл ости ифодасига қўйиб ва ўзгармас катталиқларни интеграл белгисидан ташқарига чиқариб, қуйидагини оламиз

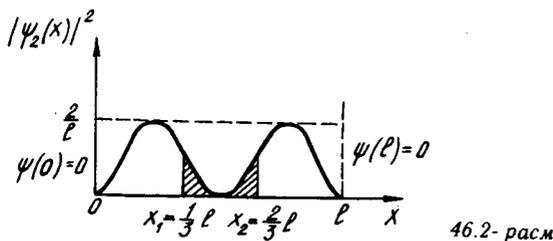
$$W = \frac{2}{l} \int_{x_1}^{x_2} \sin^2 \frac{2\pi}{l} x dx. \quad (3)$$

Масаланинг шартига кўра $x_1 = \frac{1}{3}l$ ва $x_2 = \frac{2}{3}l$ (46.2- расм). Бу

интеграллаш чегараларини (3) формулага қўйиб, $\sin^2 \frac{2\pi}{l} x =$

$= \frac{1}{2} (1 - \cos \frac{4\pi}{l} x)$ алмаштиришни бажарамиз ва интегрални

иккига ажратамиз:



$$\begin{aligned}
 W &= \frac{2}{l} \int_{l/3}^{2l/3} \sin^2 \frac{2\pi}{l} x dx = \frac{1}{l} \left\{ \int_{l/3}^{2l/3} dx - \int_{l/3}^{2l/3} \cos \frac{4\pi}{l} x dx \right\} = \\
 &= \frac{1}{l} \left\{ \frac{l}{3} - \frac{l}{4\pi} \sin \frac{4\pi}{l} x \Big|_{l/3}^{2l/3} \right\} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4\pi} \left(\sin \frac{8\pi}{3} - \sin \frac{4\pi}{3} \right).
 \end{aligned}$$

$\sin \frac{5\pi}{3} = \sin \frac{4\pi}{3}$ ҳамда $\sin \frac{\pi}{3}$ эканлигини назарда тутсак,

$$W = 0,195.$$

2- мисол: Моноэнергетик электронлар оқими ($E=100$ эВ) чексиз кенг паст* тўғри бурчакли потенциал тўсикка тушади (46.1- расм). Агар тўсикка тушаётган электронларнинг 4% қайтиши маълум бўлса, потенциал тўсикнинг баландлиги баҳолансин.

Ечиш. Паст потенциал тўсикдан қайтиш коэффициенти ρ қуйидаги формула билан ифодаланади

$$\rho = \left| \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right|^2,$$

бунда k_1 ва k_2 электронларнинг I ва II соҳалардаги ҳаракатига тўғри келувчи тўлқин сонлари (46.1- расмга қаранг).

I соҳада электроннинг кинетик энергияси E га тенг ва тўлқин сони

$$K_1 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}.$$

Электроннинг координатаси аниқланмаганлигидан, импульс аниқ аниқланади ва демак, мазкур ҳолда кинетик энергиянинг аниқ қиймати ҳақида гапириш мумкин.

II соҳада электроннинг кинетик энергияси $E - U$ га тенг ва тўлқин сони

$$k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E - U)}.$$

Кайтиш коэффициентлари куйидаги кўринишда ёзилади мумкин: *:

$$\rho = \left(\frac{\sqrt{2mE} - \sqrt{2m(E-U)}}{\sqrt{2mE} + \sqrt{2m(E-U)}} \right)^2.$$

Касрнинг сурати ва махражини $\sqrt{2mE}$ га бўламиз:

$$\rho = \left(\frac{1 - \sqrt{1-U/E}}{1 + \sqrt{1+U/E}} \right)^2.$$

Тенгламани $\sqrt{1-U/E}$ га нисбатан ечиб, куйидагини оламиз

$$\sqrt{1-U/E} = \frac{1 - \sqrt{\rho}}{1 + \sqrt{\rho}}.$$

Тенгликнинг иккала томонини квадратга кўтариб потенциал тўсиқнинг баландлигини топамиз:

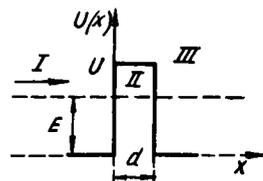
$$U = \left[1 - \left(\frac{1 - \sqrt{\rho}}{1 + \sqrt{\rho}} \right)^2 \right] E.$$

Бунга катталикларнинг қийматларини қўйиб ва ҳисоблаб, натижани топамиз:

$$U = 55,6 \text{ эВ}.$$

3- мисол. $E=4,9$ эВ энергияли электроннинг x ўқининг мусбат йўналиши бўйлаб ҳаракатланмоқда (46.3- расм). Потенциал тўсиқнинг баландлиги $U=5$ эВ. Тўсиқнинг қандай d қалинлигида, электроннинг у орқали ўтиш эҳтимоллиги $W=0,2$ бўлади?

Ечиш. Зарранинг потенциал тўсиқ орқали ўтиш эҳтимоллиги ўзининг физик маъносига кўра шаффофлик коэффициенти D билан мос келади ($W = D$). У ҳолда электроннинг тўғри бурчакли потенциал тўсиқдан ўтиш эҳтимоллиги куйидаги муносабат билан ифодаланadi



46.3- расм

$$W = \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)} d \right], \quad (1)$$

бунда m — электроннинг массаси. Бу формулани потенцирлаб, куйидагини оламиз

$$\ln W = -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)} d.$$

*Агар зарранинг энергияси E потенциал тўсиқ баландлиги U дан катта бўлса, тўғри бурчакли потенциал тўсиқ паст дейилади, акс ҳолда тўсиқ баланд дейилади.

**Паст потенциал тўсиқ ҳолида k_1 ва k_2 лар ҳақиқий бўлади, модулининг ишорасини эса ташлаб юбориш мумкин.

Ҳисоблаш қулай бўлиши учун бу тенгликнинг ҳар иккала томонининг ҳам ишораларини ўзгартирамиз ва d ни топамиз

$$d = \frac{\hbar \ln(1/W)}{2\sqrt{2m(U-E)}}.$$

Бу формулага кирувчи катталикларни СИ бирликларида ифода-лаймиз ва ҳисоблаймиз:

$$d = 4,95 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 0,495 \text{ нм}.$$

(1) формула тахминий эканлигини ва ҳисоб-китоб баҳолаш учунгина қилинаётганлигини назарда тутиб, $d \approx 0,5$ нм деб қабул қилиш мумкин.

Саволлар ва масалалар

Шрёдингер тенгламаси

46.1. Водородсимон атомдаги электрон учун Шрёдингер тенг-ламаси ёзилсин.

46.2. Чизиқли гармоник осциллятор учун Шрёдингер тенглама-си ёзилсин. Заррани мувозанат вазиятига қайтарувчи куч $f = -\beta x$ эканлиги ҳисобга олинсин) (бунда β — пропорционаллик коэффи-циенти, x — силжиш).

46.3. Шрёдингер тенгламасининг вақтга боғлиқ қисми $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = E\psi$ кўринишга эга. Тенгламанинг ечими топилсин.

46.4. X ўқининг мусбат йўналиши бўйлаб v тезлик билан ҳаракатланаётган эркин электрон учун Шрёдингер тенгламаси ёзилсин. Бу тенгламанинг ечими топилсин.

46.5. Тўлқин функциясининг физик маъноси таҳлил қилинган-да нима учун ψ -функциянинг ўзи эмас балки модулининг квадрати ψ^2 ҳақида гапирилади?

46.6. ψ функция чеклилиги талаби нимага асосланган?

46.7. Стационар ҳолатлар учун Шрёдингер тенгламаси $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(U + E)\psi = 0$ кўринишга эга. Шу тенгламага асосланиб, тўлқин функциясига қўйиладиган талаблар — унинг узлуксизлиги ва тўлқин функциясининг биринчи тартибли ҳосиласининг узлуксизлиги асослансин.

46.8. $|\psi(x)|^2$ бирдан катта бўлиши мумкинми?

46.9. ψ функция учун $|\psi(x)|^2 = \psi(x) \cdot \psi^*(x)$ тенглик ўринли бўлиши кўрсатилсин, бунда $\psi^*(x) = \psi(x)$ функцияга қўшма комплекс бўлган функцияни билдиради.

46.10. Агар ψ функция вақтга даврий равишда боғлиқ бўлса [яъни $\psi(x, t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar}Et\right)\omega(x)$], у ҳолда эҳтимолликнинг зич-лиги фақат координатанинг функцияси эканлиги исботлансин.

Бир ўлчамли чексиз чуқур потенциал қути

46.11. Электрон кенглиги l бўлган чексиз чуқур тўғри бурчакли бир ўлчамли потенциал кутида турибди (46.4- расм). II соҳа ($0 < x < l$) учун Шрёдингер тенгламаси ва унинг ечими (тригонометрик шаклда) ёзилсин.

46.12. Кенглиги l бўлган потенциал кутидаги электроннинг ҳолатини ифодаловчи тўлқин функцияси маълум: $\psi(x) = c_1 \sin kx + c_2 \cos kx$ чегаравий $\psi(0) = 0$ ва $\psi(l) = 0$ шартлардан фойдаланиб, c_2 коэффициент ва тўлқин вектори k нинг нотривиал ечимлар мавжуд бўладиган қийматлари аниқлансин.

46.13. Кенглиги l бўлган потенциал кутидаги электронга $k = \frac{\pi n}{l}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

тўлқин сони тўғри келади. Электрон энергияси E нинг тўлқин сони k га боғланишидан фойдаланиб, энергиянинг хусусий қийматлари E_n учун ифода ҳосил қилинсин.

46.14. Зарра потенциал кутида турибди. Ушбу уч ҳол учун: 1) $n=3$; 2) $n=10$; 3) $n \rightarrow \infty$ кўшни энергетик сатҳлар фарқи $\Delta E_{n+1, n}$ нинг зарра энергияси E_n га нисбати топилсин. Олинган натижалар изоҳлансин.

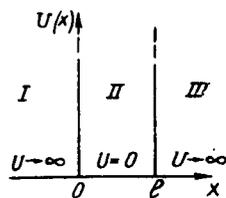
46.15. Электрон кенглиги $l=0,5$ нм бўлган потенциал кутида турибди. Электрон энергетика сатҳларининг энг кичик фарқи ΔE аниқлансин. Жавоб электрон-вольтларда ифодалансин.

46.16. Потенциал кутидаги зарра ҳолатини ифодаловчи хусусий функция $\psi_n(x) = c \sin \frac{\pi n}{l} x$ кўринишга эга. Нормалаштириш шартидан фойдаланиб ўзгармас c аниқлансин.

46.17. Чексиз чуқур бир ўлчамли тўғри бурчакли потенциал кути учун Шрёдингер тенгламасининг ечимини $\psi(x) = c_1 e^{ikx} + c_2 e^{-ikx}$ кўринишда ёзиш мумкин, бунда $k = \sqrt{2mE}/\hbar$. Чегаравий ва ψ функциянинг нормалаштириш шартларидан фойдаланиб: 1) c_1 ва c_2 коэффициентлар; 2) энергиянинг E_n хусусий қийматлари аниқлансин. Нормалаштирилган хусусий ψ -функция учун ифода топилсин.

46.18. Кенглиги l бўлган потенциал кутидаги электроннинг ҳолатини ифодаловчи дастлабки учта хусусий $\psi_n(x)$ функциянинг ҳамда $|\psi_n(x)|^2$ нинг график кўриниши тасвирлансин. Тўлқин функцияси тугунларининг сони N (яъни $0 < x < l$ ораликда тўлқин функцияси нолга айланадиган нуқталар сони) ва квант сони n орасидаги мослик аниқлансин. Функция бирга нормалаштирилган деб ҳисоблансин.

46.19. Кенглиги l бўлган потенциал кутидаги зарра ғалаёнланган ҳолатда турибди ($n=2$) $0 < x < l$ оралиқнинг қайси



46.4- расм

нукталарида заррани топиш эҳтимолининг зичлиги $|\psi_2(x)|^2$ максимал ва минимал бўлиши аниқлансин.

46.20. Электрон кенглиги l бўлган потенциал кутида турибди. Электроннинг ($0 < x < l$) ораликнинг қайси нукталарида биринчи ва иккинчи энергетик сатҳларда бўлиш эҳтимоллигининг зичлиги бир хил бўлади? Бу нукталар учун эҳтимолликнинг зичлиги ҳисоблансин. Ечим график равишда тушунтирилсин.

46.21. Зарра потенциал кутида асосий ҳолатда турибди. Заррани: 1) кутининг ўртадаги учдан бир қисмида; 2) кутининг чеккадаги учдан бир қисмида бир ўлчамли бўлиш эҳтимоллиги қандай?

46.22. Кенглиги l бўлган бир ўлчамли потенциал кутида электрон бор. Электроннинг кути деворларидан тенг узокликда $1/4$ интервалда, биринчи энергетик сатҳда бўлиш эҳтимоллиги W ҳисоблансин.

46.23. Зарра кенглиги l бўлган потенциал кутида энг пастки галаёнланган ҳолатда турибди. Зарранинг кути деворларидан тенг узокликда $1/4$ интервалда бўлиш эҳтимоллиги W ҳисоблансин.

46.24. Электроннинг кенглиги l бўлган бир ўлчамли потенциал ўра деворларидан тенг узокликдаги $1/4$ ораликда, биринчи ва иккинчи энергетик сатҳларда бўлиш эҳтимолликларининг нисбати W_1/W_2 ҳисоблансин.

46.25. Зарранинг потенциал кутидаги ҳолатини тасвирловчи $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x$ ва $\psi_m(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi m}{l} x$ хусусий функциялар ортогоналлик, яъни

$$\int_0^l \psi_n(x) \psi_m(x) dx = \begin{cases} 1, & n = m \text{ да} \\ 0, & n \neq m \text{ да} \end{cases}$$

шартни каноатлантириши кўрсатилсин.

46.26. Электрон кенглиги l бўлган бир ўлчамли потенциал кутида. Электрон координатасининг ўртача қиймати $\langle x \rangle$ аниқлансин ($0 < x < l$).

46.27. Потенциал кутида турган зарра энергиясининг ифодаси $\epsilon_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ml^2}$ дан фойдаланиб: 1) гармоник осциллятор; 2) водо-

родсимон атом энергиясининг тахминий ифодаси олинсин. Олинган натижалар энергиянинг ҳақиқий қийматлари билан такқослансин.

Икки ва уч ўлчамли потенциал кути

46.28. Ядродаги нуклонларни чизикли ўлчамлари $l=10$ фм бўлган куб шаклидаги уч ўлчамли потенциал кутида турибди деб ҳисоблаб, ядродаги нуклоннинг энг пастки энергетик сатҳи баҳолансин.

46.29. Электроннинг томонлари l_1 ва l_2 бўлган икки ўлчамли чексиз чуқур потенциал кутидаги ҳолатини тасвирловчи хусусий ψ функция $\psi_{n_1 n_2}(x, y) = c \sin \frac{\pi n_1}{l_1} x \cdot \sin \frac{\pi n_2}{l_2} y$ даги c коэффициент нормалаштириш шартидан аниқлансин.

46.30. Электрон томонлари l бўлган икки ўлчамли чексиз чуқур квадратсимон потенциал кутида, асосий ҳолатда турибди. Электроннинг қуйи деворларидан тенг узоқликдаги квадрат билан чекланган ва юзаси қуйи юзасининг $1/4$ қисмини ташкил қиладиган соҳада бўлиш эҳтимоллиги аниқлансин.

46.31. Электроннинг томонлари l_1, l_2, l_3 бўлган уч ўлчамли чексиз чуқур потенциал кутидаги ҳолатини тасвирловчи хусусий ψ функция $\psi_{n_1 n_2 n_3} = c \sin \frac{\pi n_1}{l_1} x \sin \frac{\pi n_2}{l_2} y \sin \frac{\pi n_3}{l_3} z$ даги C коэффициент нормалаштириш шартидан аниқлансин.

Чексиз кенг паст потенциал тўсиқ*

46.32. Агар I ва II соҳалар чегарасида баландлиги U бўлган паст потенциал тўсиқ (46.1-расмга қ.) мавжуд бўлса, X ўқининг мусбат йўналишида ҳаракатланаётган E энергияли электрон учун Шредингер тенгламаси ёзилсин.

46.33. I ва II соҳалар учун (олдинги масалага қ.) Шредингер тенгламасининг ечими ёзилсин. $\psi(x)$ учун A_1 ва B_1 , ва $\psi_2(x)$ учун A_2 ва B_2 коэффициентлар қандай маънога эга? B_2 коэффициент нимага тенг?

46.34. Потенциал тўсиқнинг I ва II соҳалари учун Шредингер тенгламасининг $\psi_1(x) = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_2 x}$, $\psi_2(x) = A_2 e^{ikx}$ ечимларини билган ҳолда, тўсиқ чегарасида ψ функциялар ва уларнинг биринчи тартибли ҳосилаларининг узлуксизлик шартидан эҳтимоллик амплитудаларининг нисбатлари B_1/A_1 ва A_2/A_1 лар аниқлансин.

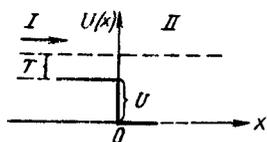
46.35. Тўсиқдан қайтган тўлқин учун $\frac{B_1}{A_1} = \frac{k_1 - k_2}{k_+ + k_2}$; ўтган тўлқин учун $\frac{A_2}{A_1} = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}$ эҳтимоллик амплитудаларининг нисбатларини билган ҳолда, қайтиш коэффициенти ρ учун ва ўтиш коэффициенти τ учун ифодалар топилсин.

46.36. Потенциал тўсиқдан қайтиш коэффициенти ρ ва ўтиш коэффициенти τ лар учун ифодаларни маълум деб ҳисоблаб, $\rho + \tau = 1$ эканлиги кўрсатилсин.

46.37. Энергияси $E = 25$ эВ бўлган электрон ўз йўлида баландлиги $U = 9$ эВ бўлган потенциал тўсиққа дуч келади

* 473-бетдаги изоҳга қаранг.

(46.1- расмга к.). Тўсик чегарасида де Бройль тўлкинининг синиш коэффициентини n аниқлансин.



46.5- расм

46.38. Протонлар учун потенциал поғона чегарасида де Бройль тўлкинининг синиш коэффициентини n аниқлансин (46.5- расм). Протонларнинг кинетик энергияси 16 эВ га, потенциал поғонанинг баландлиги эса 9 эВ га тенг.

46.39. Электрон $E=10$ эВ энергияга эга. Баландлиги $U=6$ эВ бўлган потенциал тўсик (46.1- расмга к.) оркали

неча марта ўзгариши аниқлансин.

46.40. $E=1$ МэВ энергияли протон потенциал тўсикдан ўтишда ўз де Бройль тўлкин узунлигини 1% га ўзгартирди. Потенциал тўсикнинг баландлиги U аниқлансин.

46.41. Де Бройль тўлкин узунлиги $\lambda_1=0,1$ нМ бўлган электроннинг йўлида баландлиги $U=120$ эВ бўлган потенциал тўсик бор. Тўсикдан ўтгандан кейинги де Бройль тўлкинининг узунлиги λ_2 аниқлансин.

46.42. $E=100$ эВ энергияли электрон баландлиги $U=64$ эВ бўлган потенциал тўсикка тегади. Электроннинг тўсикдан қайтиш эҳтимоллиги W ҳисоблансин.

46.43. Жуда паст потенциал тўсикдан ($U \ll E$) қайтиш коэффициентини ρ нинг тахминий ифодаси топилсин.

46.44. Протоннинг потенциал тўсикдан қайтиш коэффициенти $\rho=2,5 \cdot 10^{-5}$. Тўсикнинг баландлиги U тўсикка тушаётган протонлар кинетик энергияси T нинг неча фоизини ташкил қилади?

46.45. Де Бройль тўлкинларининг паст потенциал тўсик чегарасида синиш коэффициенти n ва ундан қайтиш коэффициенти ρ ларни боғловчи формула чиқарилсин.

46.46. Зарранинг қайтариш коэффициенти $\rho=0,5$ бўлган потенциал тўсикдан ўтишда де Бройль тўлкинининг синдириш кўрсаткичи n аниқлансин.

46.47. Потенциал тўсикнинг баландлиги U ва тўсикка тушаётган электронлар энергияси E ларнинг қандай нисбатида, қайтариш коэффициенти $\rho=0,5$ бўлади?

46.48. $E=10$ эВ энергияли электрон потенциал тўсикка тушади. Де Бройль тўлкинининг синиш кўрсаткичи n ва қайтиш коэффициенти ρ сон жиҳатдан мос келиши учун тўсикнинг баландлиги U қандай бўлиши кераклиги аниқлансин.

46.49. Электроннинг кинетик энергияси потенциал тўсикнинг баландлигидан икки марта ортик. Тўсик чегарасида электронларнинг қайтиш коэффициенти ρ ва ўтиш коэффициенти τ лар аниқлансин.

46.50. Электронларнинг паст потенциал тўсик оркали ўтиш коэффициенти τ қайтиш коэффициенти ρ га тенг. Электронларнинг

кинетик энергияси T потенциал тўсиқнинг баландлиги U дан неча марта кўплиги аниқлансин.

46.51. Электронларнинг потенциал тўсиқ орқали ўтиш коэффициентини τ ва де Бройль тўлқинининг синиш коэффициенти n ни боғловчи формула чиқарилсин.

46.52. Протонларнинг потенциал тўсиқдан ўтиш коэффициенти $\tau=0,8$. Тўсиқ чегарасида де Бройль тўлқинининг синиш кўрсаткичи n аниқлансин.

46.53. T кинетик энергияли электрон X ўқининг мусбат йўналишида ҳаракатланмоқда. Баландлиги U бўлган потенциал поғона чегарасида (46.5- расм) қайтариш коэффициенти ρ ва ўтиш коэффициенти τ лар учун ифодалар топилсин.

46.54. II соҳадаги зарраларнинг кинетик энергияси потенциал тўсиқнинг баландлиги U дан (46.1- расмга қ.) кўп марта кичик бўлган ҳолда паст потенциал тўсиқ орқали ўтиш коэффициенти τ учун тахминий ифода топилсин.

46.55. $E=100$ эВ энергияли электроннинг баландлиги $U=99,75$ эВ бўлган потенциал тўсиқ орқали ўтиш коэффициенти τ ҳисоблансин.

46.56. Паст потенциал тўсиқ мисолида зарралар сонининг тўлик сақланиши, яъни тўсиққа тушаётган электронлар оқимининг зичлиги N тўсиқдан қайтган электронлар оқимининг зичлиги N_r ва тўсиқдан ўтган электронлар оқимининг зичлиги N_t ларнинг йиғиндисига тенглиги кўрсатилсин.

46.57. Энергия оқимининг зичлиги $I=10$ Вт/м² бўлган моноэнергетик электронлар оқими паст потенциал тўсиққа йўналтирилган. Агар тўсиқнинг баландлиги $U=0,91$ эВ ва тушаётган оқимдаги электронларнинг энергияси $E=1$ эВ бўлса, тўсиқдан ўтган электронларнинг энергия оқимининг зичлиги I_2 аниқлансин.

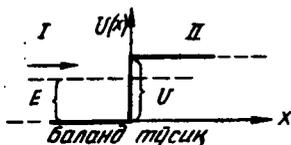
46.58. Моноэнергетик электронлар оқими паст потенциал тўсиққа тушади (46.1- расмга қ.). Ўтиш коэффициенти $\tau=0,9$. Тўсиқдан ўтган тўлқинлар энергияси оқими зичлигининг тўсиққа тушаётган тўлқинлар энергияси оқими зичлиги нисбати I_2/I_1 аниқлансин.

46.59. Паст потенциал тўсиққа моноэнергетик электронлар оқими тушмоқда. Тушаётган оқимдаги электронларнинг концентрацияси $n_0=10^9$ мм⁻³, уларнинг энергияси эса $E=100$ эВ. Агар тўсиқнинг баландлиги $U=9,7$ эВ бўлса, тўсиққа бўлаётган босим аниқлансин.

*Чексиз кенг баланд*потенциал тўсиқ*

46.60. Агар I ва II соҳалар чегарасида баландлиги U бўлган потенциал тўсиқ мавжуд бўлса (46.6- расм), x ўқининг мусбат йўналишида ҳаракатланаётган электрон учун Шредингер тенгламаси ёзилсин ҳамда I ва II соҳалар учун ечимини топилсин.

* 548- бетдаги изоҳга қаранг.



46.6- расм

46.61. Баланд потенциал тўсиқнинг I ва II соҳалари учун (46.61- расмга қаранг) ψ функция $\psi_I = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx}$ ва $\psi_{II} = A_2 e^{-kx}$ кўринишга эга. ψ функцияларнинг ва уларнинг ҳосилаларининг тўсиқ чегарасида узлуксизлигидан фойдаланиб, амплитудалар нисбати A_2/A_1 топилсин.

46.62. Агар ψ функция шундай нормалаштирилган бўлсаки, $A_1 = 1$ бўлса, унда баланд потенциал тўсиқнинг II соҳасидаги (46.6- расм) ψ_{II} учун ифода ёзилсин.

46.63. Баланд потенциал тўсиқнинг (46.6- расм) II соҳасидаги тўлкинлар амплитудаси $A_2 = 2k_1 / (k_1 + k_2)$ ($k_1 = \sqrt{2mE/\hbar}$, $k_2 = \sqrt{2m(U-E)/\hbar}$) Агар зарранинг энергияси E га, потенциал тўсиқнинг баландлиги эса U га тенг бўлса зарранинг II соҳада ($x > 0$) топилиш эҳтимоллигининг зичлиги учун ифода аниқлансин.

46.64. Паст поғонадан қайтиш коэффициентининг ифодаси $\rho = \left| \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right|^2$ дан фойдаланиб баланд поғонадан ($T < 0$) қайтиш коэффициентининг ифодаси топилсин, бунда k_1 ва k_2 тўлкин сонлари.

46.65. Агар қайтариш коэффициенти $\rho = \left| \frac{k_1 - ik}{k_1 + ik} \right|^2$ кўри- нишда ёзилиши мумкин бўлса, баланд потенциал тўсиқдан электронларнинг тўла қайтиши рўй беришлиги кўрсатилсин.

46.66. Агар электроннинг энергияси E га, потенциал тўсиқнинг баландлиги U га тенг ва ψ функция шундай нормалаштирилганки, $A = 1$ бўлса, электроннинг баланд потенциал тўсиқнинг II соҳасида $x = 0$ нуктада бўлиш эҳтимоллигининг зичлиги $|\psi_{II}(0)|^2$ аниқлансин.

Кенглиги чекли бўлган тўғри бурчакли потенциал тўсиқ

46.67. Агар I, II ва III соҳаларнинг чегарасида баландлиги U ва кенглиги d бўлган тўғри бурчакли потенциал тўсиқ мавжуд бўлса, (46.3- расмга к.). X ўқининг мусбат йўналишида ҳаракатланаётган E энергияли зарра холида I, II ва III соҳалар учун Шредингер тенгламаси ёзилсин.

46.68. I — II ва II — III чегараларидан қайтган тўлкинларни инобатга олмай I, II ва III соҳалар учун Шредингер тенгламасининг ечими ёзилсин (олдинги масалага қаранг) ва тўсиқнинг шаффофлик коэффициенти D топилсин.

46.69. Агар тўсиқнинг кенглиги: 1) $d = 0,1$ нм; 2) $d = 0,5$ нм бўлса, $U - E = 1$ эВ энергиялар фарқида электроннинг тўғри бурчакли потенциал тўсиқдан ўтиш эҳтимоллиги W топилсин.

46.70. Электрон кенглиги $d=0,5$ нм бўлган тўғри бурчакли потенциал тўсиқ оркали ўтади. Тўсиқнинг баландлиги U электроннинг энергияси E дан 1% га катта. Агар электроннинг энергияси: 1) $E=10$ эВ: 2) $E=100$ эВ бўлса, шаффофлик коэффициенти D ҳисоблансин.

46.71. Тўғрибурчакли потенциал тўсиқнинг кенглиги $d=0,1$ нм. Энергиялар фарқи $U-E=1$ эВ. Агар энергиялар фарқи $n=10$ мартагача ошса, электроннинг тўсиқ оркали ўтиш эҳтимоллиги W неча мартага ўзгаради?

46.72. $E=9$ эВ энергияли электрон X ўқининг мусбат йўналишида ҳаракатланмоқда. Агар тўсиқнинг баландлиги $U=10$ эВ бўлса, потенциал тўсиқнинг қандай d кенглигида шаффофлик коэффициенти $D=0,1$ бўлади? I, II, III соҳаларда ҳар бирининг чегарасида тўлқин функциясининг (унинг ҳақиқий қисмининг) тахминий кўринишини суратда (46.3- расмга к.) тасвирланг.

46.73. Тўғри бурчакли потенциал тўсиқнинг қандай d кенглигида электронлар учун шаффофлик коэффициенти $D=0,01$ бўлади? Энергиялар фарқи $U-E=10$ эВ.

46.74. E энергияли электрон X ўқининг мусбат йўналишида ҳаракатланмоқда. Агар тўсиқнинг кенглиги $d=0,1$ нм бўлса, $U-E$ фарқининг электронвольтларда ифодаланган қандай қийматида шаффофлик коэффициенти $D=10^{-3}$ бўлади?

46.75. $E=9$ эВ энергияли электрон X ўқининг мусбат йўналишида ҳаракатланмоқда. Агар тўсиқнинг баландлиги $U=10$ эВ ва кенглиги $d=0,1$ нм бўлса, электроннинг бундай потенциал тўсиқ оркали ўтиш эҳтимоллиги W баҳолансин.

46.76. Тўғри бурчакли потенциал тўсиқ $d=0,1$ нм кенгликка эга. Энергиялар фарқи $U-E$ нинг қандай қийматида электроннинг тўсиқ оркали ўтиш эҳтимоллиги $W=0,99$ бўлади?

46.77. Ядро $E=5$ МэВ энергияли α - зарра чиқаради. Қўпол яқинлашишда α - зарра баландлиги $U=10$ МэВ ва кенглиги $d=5$ фм бўлган тўғри бурчакли потенциал тўсиқ оркали ўтади деб ҳисоблаш мумкин. α -зарралар учун тўсиқнинг шаффофлик коэффициенти D топилсин.

46.78. Протон ва электрон бир хил тезлантирувчи потенциаллар фарқи $\Delta\phi=10$ кВ ни ўтишиди. Агар тўсиқнинг баландлиги $U=20$ кэВ ва кенглиги $d=0,1$ пм бўлса, электронлар учун D_e ва протонлар учун D_p шаффофлик коэффициентлари бир-бирдан неча марта фарқ қилади?

47- §. АТОМНИНГ ТУЗИЛИШИ

Асосий формулалар

● Сферик координаталарда турғун ҳолатлар учун Шредингер тенгламаси

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial l} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial l} \right) + \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{\sin\theta} (\sin\theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta}) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \right] + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0,$$

бунда $\psi = \psi(r, \theta, \varphi)$ — тўлқин функцияси; E — зарранинг тўлик энергияси; U — зарранинг потенциал энергияси (координатанинг функцияси).

● Водород атомида (ёки водородсимон ионда) потенциал энергия

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

кўринишга эга, бунда Z — заряд сони; e — элементар заряд; ϵ_0 — диэлектрик доимий.

● Водород атомидаги электрон энергиясининг хусусий киймати

$$E_n = -\frac{Z^2 e^4 m}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar n^2},$$

бунда \hbar — Планк доимийси, n — бош квант сони ($n = 1, 2, 3$).

● Водород атомидаги электроннинг ҳолатини тасвирловчи ψ функциянинг рамзий ёзилиши

$$\psi_{n,l,m}(r, \theta, \varphi),$$

бунда n, l, m — бош, орбитал, магнит квант сонлари

Электроннинг r, θ, φ координатали нукта атрофида олинган dV ҳажм элементи билан чекланган соҳада бўлиш эҳтимоли

$$dW = |\psi_{n,l,m}(r, \theta, \varphi)|^2 dV,$$

бунда $dV = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi dr$ (сферик координаталар тизимида).

S -ҳолатда ($l=0, m=0$) тўлқин функция сферик жихатдан симметрик бўлади (яъни θ ва φ бурчакларга боғлиқ бўлмайди).

S -ҳолатга (асосий) ва $2S$ ҳолатга тўғри келувчи нормалаштирилган хусусий ψ -функциялар

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a} \quad \text{ва} \quad \psi_{200} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi a^3}} \left(2 - \frac{r}{a}\right) e^{-r/(2a)}$$

ёки атом бирликларида

$$\psi_{100}(\rho) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\rho} \quad \text{ва} \quad \psi_{200}(\rho) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} (2 - \rho) e^{-\rho/2},$$

бунда узунлик бирлиги сифатида $a = 4\pi\epsilon_0 \hbar / (e^2 m) = 52,9$ пм Бор радиуси қабул қилинган. Узунлик бирлигининг бундай танланишида ядрогача бўлган масофа $\rho = r/a$ — атом бирликлари дейилгувчи узунликнинг ўлчамсиз бирликларида ифодаланади.

Водород атомида S -ҳолатдаги электроннинг $(r, r+dr)$ ораликда топилыш эҳтимолиги барча йўналишлар бўйлаб бир хил ва

$$dW = |\psi_{n, 0, 0}(r)|^2 4\pi r^2 dr$$

формула билан аниқланади.

- Электроннинг орбитал импульс momenti ва магнит momenti:

$$L_e = \hbar \sqrt{e(e+1)}, \mu_e = \mu_B \sqrt{e(e+1)}$$

бунда $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ кийматларни қабул қилиши мумкин бўлган орбитал квант сони; μ_B — Бор магнетони ($\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 0,927 \cdot 10^{-23}$ Ж/Тл).

- Орбитал импульс momenti ва магнит моментининг ташқи магнит майдон йўналишига (z ўқи билан мос келувчи) проекцияси:

$$L_{e,z} = \hbar m_e, \mu_{e,z} = \mu_B m_e.$$

- Орбитал магнит ва механик моментлар учун гиромангнит нисбат

$$\frac{\mu_e}{L_e} = \frac{\mu_{e,z}}{L_{e,z}} = \frac{\mu_B}{\hbar} = \frac{1}{2} \frac{e}{m}$$

- Электроннинг спини* ва спин магнит momenti:

$$L_s = \hbar \sqrt{S(S+1)}, \mu_s = 2\mu_B \sqrt{S(S+1)},$$

бунда S — спин квант сони.

- Спин импульс momenti ва магнит моментининг ташқи магнит майдон йўналишига (z ўқи билан мос келувчи) проекцияси:

$$L_{s,z} = \hbar m_s, \mu_{s,z} = 2\mu_B m_s$$

бунда m_s — спин магнит квант сони ($m_s = -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$).

- Спин магнит ва механик моментлар учун гиромангнитик нисбат

$$\frac{\mu_s}{L_s} = \frac{\mu_{s,z}}{L_{s,z}} = 2 \frac{\mu_B}{\hbar} = \frac{e}{m}.$$

Электронларнинг атомдаги ҳолатлар бўйича тақсироти спектроскопик рамзлар ёрдамида ёзилади:

Ёрдамчи квант сонининг киймати	0	1	2	3	4	5	6	7
Спектроскопик рамзи	<i>s</i>	<i>p</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>k</i>

* Спин деб электроннинг ва бошқа элементар зарраларнинг хусусий импульс momentига айтади. Спин зарранинг бир бутунлигича ҳаракатланишига боғлиқ эмас ва квант табиатига эга. Спин Планк доимийси \hbar бирликларида ифодаланади.

Электронларнинг ўрни (конфигурацияси) қуйидагича ёзилади: спектроскопик рамздан олдин, чапда турган сон бош квант сони n ни билдиради, спектроскопик рамзнинг ўзи эса орбитал квант сони l нинг у ёки бу қийматига мос келади (мисол учун, $2p$ белги $n=2$ ва $l=1$ бўлган электронга мос келади, $2p^2$ эса бундай электронлар атомда 2 та эканлигини билдиради ва ҳоказо).

● Паули принципи. Атомда: n , l , m_l , m_s — тўртта квант сонларининг бир хил тўплами билан характерланувчи иккита (ва ундан ортиқ) электроннинг бўлиши мумкин эмас.

● Электрон импульсининг тўлиқ моменти

$$L_j = \hbar \sqrt{j(j+1)}$$

бунда j — ички квант сони ($j = l + \frac{1}{2}, l - \frac{1}{2}$).

● Атомнинг тўлиқ орбитал моменти

$$L_e = \hbar \sqrt{L(L+1)}$$

бунда L — тўлиқ орбитал квант сони.

● Атомнинг тўлиқ спин моменти

$$L_s = \hbar \sqrt{S(S+1)}$$

бунда S — тўлиқ спин квант сони.

Атом импульсининг тўлиқ моменти

$$L_i = \hbar \sqrt{J(J+1)}$$

бунда J — тўлиқ ички квант сони.

● Атом ҳолатининг рамзий белгиси (спектрал терм)

$$^{2S+1}L_J,$$

бунда $2S+1$ — мультиплетлик. Тўлиқ орбитал квант сони L нинг ўрнига қуйидаги жадвалдаги рамзлардан фойдаланилади:

Киймати	0	1	2	3	4	5
Рамзи	S	P	D	F	G	H

Мисол: $^2P_{3/2}$ терм қуйидагича тушунилади: $2s+1=2$ мультиплетлик; демак, $S=1/2$, P рамзга $L=1$ тўғри келади, ҳамда $j=3/2$.

● Атомнинг магнит моменти

$$\mu_i = g \mu_B \sqrt{J(J+1)},$$

бунда g — Ланде кўпайтирувчиси (ёки омили)

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}.$$

● Атом магнит моментининг ташки магнит майдон (z ўқи билан мос келувчи) йўналишига проекцияси

$$\mu_{j,z} = g \mu_B m_j$$

бунда m_j — тўлиқ магнит квант сони ($m_j = j, j-1, \dots, -j$).

● Бир жинсли бўлмаган магнит майдондаги атомга таъсир этувчи куч

$$F_z = \frac{\partial V}{\partial z} \mu_{j,z}$$

бунда $\partial V / \partial z$ — магнит индукциясининг градиенти.

● Лармор процессиясининг частотаси

$$\omega_L = eB / (2m)$$

бунда m — электроннинг массаси.

● Магнит майдондаги атомнинг энергияси

$$E = -\mu_{j,z} B.$$

● Зеeman ҳодисасида спектр чизиқлари ажралишининг катталиги:

а) мураккаб (аномал)

$$\Delta\omega = (m'_j g'' - m'_j g') \omega_L$$

бунда m'_j, m'_j ва g'' , g' — мос термларнинг магнит квант сонлари ва Ланде кўпайтирувчилари;

б) оддий (нормал)

$$\Delta\omega = 0 \pm \omega_{L,r}$$

● S, L, J ва m_s, m_l, m_j квант сонлари учун танлаш коидаси

$$\begin{aligned} \Delta S &= 0; \Delta m_s = 0; \\ \Delta L &= \pm 1; \Delta m_l = 0 \pm 1 \\ \Delta J &= 0, \pm 1; \Delta m_j = 0, \end{aligned}$$

$J=0 \rightarrow J=0$ ўтишлар, $J=0$ да эса $m_j=0 \rightarrow m_j=0$ ўтишлар амалга ошмайди.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Водород атоми $1s$ ҳолатда турибди. Электроннинг атомда радиуси $r=0,1a$ бўлган сфера ичида бўлиш эҳтимоллиги W аниқлансин (бунда a — биринчи Бар орбитасининг радиуси). Бу ҳолатни тасвирловчи тўлиқ функцияси маълум деб ҳисобланади.

Е ч и ш: Электронни r, θ, φ координатали нукта атрофидаги dV ҳажмда топиш эҳтимоллиги,

$$dW = |\psi_{n, l, m}(r, \theta, \varphi)|^2 dV$$

тенглик билан аниқланади.

Is ҳолатда тўлқин функцияси ψ сферик жихатдан симметрик, яъни факат r гагина боғлиқ бўлади ва шунинг учун

$$dW = |\psi_{100}(r)|^2 dV,$$

бунда $\psi_{100}(r)$ — асосий ҳолатга мос келувчи нормалаштирилган хусусий тўлқин функцияси:

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}.$$

Функция сферик жихатдан симметрик бўлганлигидан электронни r масофада топиш эҳтимоллиги ҳамма йўналишларда бир хил бўлади. Шунинг учун ҳам эҳтимолликнинг бир хил зичлигига мос келувчи dV ҳажм элементини r радиусли ва dr қалинликдаги сферик қатламнинг ҳажми кўринишида тасаввур қилиш мумкин: $dV = 4\pi r^2 dr$.

$\psi_{100}(r)$ ва dV ларнинг ифодаларини ҳисобга олганда (1) формула куйидаги кўринишда ёзилади:

$$dW = \left| \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a} \right|^2 4\pi r^2 dr = \frac{4}{a^3} e^{-2r/a} r^2 dr.$$

Эҳтимолликни ҳисоблашда узунлик бирлиги сифатида биринчи Бор орбитасининг радиуси a ни қабул қилиб, атом бирликларига ўтиш қулайдир. Агар $\rho = r/a$ ўлчамсиз катталиқни киритсак, у ҳолда

$$r^2 = \rho^2 a^2, \quad dr = a d\rho \quad \text{ва} \quad dW = 4e^{-2\rho} \rho^2 d\rho.$$

dW ни $r_1 = 0$ дан $r_2 = 0,1 a$ гача (ёки $\rho_1 = 0$ дан $\rho_2 = 0,1$ гача) чегарада интеграллаб эҳтимолликни топамиз:

$$W = 4 \int_0^{0,1} \rho^2 e^{-2\rho} d\rho.$$

Бу интеграл бўлаклаб интеграллаш усули билан аниқ ҳисобланиши мумкин, лекин кичик ρ ларда ($\rho_{max} = 0,1$) $e^{-2\rho}$ ифодани Маклорен қатори

$$e^{-2\rho} = 1 - 2\rho + \frac{1}{2!} (2\rho)^2 - \dots$$

га ёйиш ва тахминий ҳисоблаш ҳам мумкин.

Даражаси бирдан юкори бўлган барча ҳадларни инобатга олмай, интегрални

$$W = 4 \int_0^{0,1} (1 - 2\rho) \rho^2 d\rho = 4 \int_0^{0,1} \rho^2 d\rho - 8 \int_0^{0,1} \rho^3 d\rho$$

кўринишда ёзамиз.

Биринчи ва иккинчи интеграллар мос равишда куйидаги натижаларни беради:

$$4 \left[\frac{\rho^3}{3} \right]_0^{0,1} = \frac{4}{3} \cdot 10^{-3} \text{ ва } 8 \left[\frac{\rho^4}{4} \right]_0^{0,1} = 0,2 \cdot 10^{-3}.$$

Шундай қилиб кидирилайётган эҳтимоллик

$$W = 1,33 \cdot 10^{-3} - 0,2 \cdot 10^{-3} = 1,13 \cdot 10^{-3}$$

2- мисол. Электрон ғалаёнланган водород атомида 3р- ҳолатда. Атомнинг асосий ҳолатга ўтишида электроннинг ҳаракати натижа-сида вужудга келган магнит моментининг ўзгариши аниқлансин.

Е ч и ш . Магнит моментининг ўзгариши $\Delta\mu_e$ ни охириги (асосий) ва бошланғич (ғалаёнланган) ҳолатлар магнит моментларининг фарқи сифатида, яъни $\Delta\mu_e = \mu_{e_2} - \mu_{e_1}$ каби топамиз.

Электрон орбитал ҳаракатининг магнит momenti фақат орбитал квант сони l га боғлиқ бўлади:

$$\mu_e = \mu_B \sqrt{l(l+1)}$$

Бундан ушбуга эгамиз: асосий ҳолатда $l=0$ ва $\mu_{e_2}=0$, ғалаёнланган (3р) ҳолатда $l=1$ ва $\mu_{e_1} = \mu_B \sqrt{2}$. Бинобарин, магнит моментининг ўзгариши

$$\Delta\mu_e = -\mu_B \sqrt{2}.$$

Манфий ишора мазкур ҳолда магнит momenti камайганлигини кўрсатади:

$$\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{Ж/Тл}$$

қийматни қўйиб, натижани оламиз

$$\Delta\mu = -1,31 \cdot 10^{-23} \text{Ж/Тл}.$$

Саволлар ва масалалар

Водород атоми

47.1. Водородсимон атомдаги электрон учун сферик координаталар тизимида Шредингер тенгламаси куйидаги кўринишга эга:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left\{ \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \right\} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0.$$

Агар тўлқин функциясини иккита функциянинг кўпайтмаси сифатида

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \cdot Y(\theta, \varphi)$$

тасаввур қилиш мумкин бўлса, тенглама иккига ажралиши кўрсатилсин (бунда $R(r)$ — радиал ва $Y(\theta, \varphi)$ — бурчак функцияси.

47.2. $R(r)$ радиал функция учун водород атомидаги электроннинг ҳолатини ифодаловчи тенглама

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} + \left[\alpha + \frac{2\beta}{r} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0$$

кўринишга эга, бунда α, β, γ — баъзи параметрлар. $\lambda(r) = rR(r)$ алмаштиришдан фойдаланиб у

$$\frac{d^2 \chi}{dr^2} + \left[\alpha + \frac{2\beta}{r} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \chi = 0$$

кўринишга келтирилсин.

47.3. $\chi(r)$ радиал функция учун тенглама

$$\frac{d^2 \chi(r)}{dr^2} + \left[\alpha + \frac{2\beta}{r} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \chi(r) = 0$$

кўринишга келтирилиши мумкин, бунда $\alpha = 2mE/\hbar^2$; $\beta = Ze^2m/(4\pi\epsilon_0\hbar)^2$, l — бутун сон. r катта сонлар бўлган ҳол учун асимптотик ечим топилсин. $E > 0$ ли ёки $E < 0$ ли ечимлардан қайси бири боғланган ҳолатларга келтирилиши кўрсатилсин.

47.4. Олдинги масаланинг шартларида r кичик бўлганда тенгламанинг асимптотик ечимлари топилсин.

Кўрсатма. r нинг кичик қийматларида α ва $2\beta/r$ ҳадлар $l(l+1)/r^2$ ҳадга нисбатан кичик деб ҳисоблансин. $\chi(r) = z^{\gamma}$ алмаштириш қўлланин.

47.5. Тенгламанинг ($l=0$) асосий ҳолатни тасвирловчи $R(r)$ радиал функция учун ечими ва электроннинг шу ҳолатдаги энергияси аниқлансин. Радиал функция учун бу бошланғич тенглама

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} + \left[\alpha + 2\frac{\beta}{r} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0$$

кўринишда ёзилиши мумкин. Бунда $\alpha = 2mE/\hbar^2$; $\beta = Ze^2m/(4\pi\epsilon_0\hbar^2)$, l — орбитал квант сони.

Кўрсатма: $R(r) = e^{-\gamma r}$ алмаштиришдан фойдаланилсин.

47.6. Водород атоми асосий ҳолатда. Электроннинг атомдаги ҳолатини тавсифловчи хусусий тўлқин функция ($r) = c \cdot e^{-r/a}$

кўринишга эга (бунда l — маълум доимий). Нормалаштириш шартидан c доимий топилсин.

47.7. Электроннинг водород атомидаги асосий ҳолатини тасвирловчи хусусий функция $\psi(r) = ce^{-r/a}$ кўринишга эга, бу ерда $a = 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / (e^2 m)$ (Бор радиуси). Электроннинг бўлиш эҳтимоли энг катта бўлган r масофа аниқлансин.

47.8. Водород атомида асосий ҳолатдаги электрон $\psi(r) = ce^{-r/a}$ тўлқин функцияси билан тавсифланади. Электроннинг $r_1 = 0,5a$ ва $r_2 = 1,5a$ радиусли $\Delta r = 0,01a$ қалинликдаги сферик қатламда бўлиш эҳтимоликларининг нисбати ω_1/ω_2 аниқлансин.

47.9. Водород атоми асосий ҳолатда. 1) Электроннинг радиуси Бор радиуси a га тенг сфера билан чегараланган соҳа ичида бўлишининг эҳтимолиги ω_1 ; 2) электроннинг шу соҳадан ташқарида бўлишининг эҳтимолиги ω_2 ; 3) эҳтимоликларнинг нисбати ω_2/ω_1 ҳисоблансин. Тўлқин функцияси маълум деб ҳисоблансин: $\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$.

47.10. Электроннинг водород атомидаги асосий ҳолатини тавсифловчи нормалаштирилган хусусий тўлқин функцияси $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ ни билган ҳолда, электроннинг ядрогаги ўртача масофаси $\langle r \rangle$ топилсин.

47.11. Электрон булутини (орбитал) график равишда электроннинг бўлиш эҳтимоли 0,9 ни ташкил қиладиган соҳа билан чегараланувчи контур сифатида тасвирлаш қабул қилинган. Атом бирликларида водород атомидаги $1s$ -ҳолатда бўлган электрон орбитасининг радиуси ҳисоблансин. Бу ҳолатга тўғри келувчи тўлқин функцияси $\psi_{100}(\rho) = e^{-\rho} / \sqrt{\pi}$, бунда ρ — атом бирликларида ифодаланган ядродан электронгача бўлган масофа.

Кўрсатма: Ҳосил бўладиган трансцендент тенглама график равишида ечилсин.

47.12. Электроннинг водород атомидаги $2S$ ҳолатини тавсифловчи тўлқин функцияси $\psi_{200}(\rho) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} (2 - \rho) e^{-\rho/2}$ кўринишга эга, бунда ρ — атом бирликларида ифодаланган ядродан электронгача бўлган масофа. 1) Электронни топиш эҳтимоли максимум қийматни қабул қилувчи ядродан бўлган ρ_1 масофа; 2) электронни топиш эҳтимоли нолга тенг бўлувчи ядродан бўлган ρ_2 масофа аниқлансин; 3) $|\psi_{200}(\rho)|^2$ нинг ρ га ва $\rho^2 |\psi_{200}(\rho)|^2$ нинг ρ га боғлиқлик графиклари тузилсин.

47.13. $Y(\theta, \varphi)$ бурчак функцияси учун тенглама сферик санок тизимида

$$\frac{1}{Y} \left\{ \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial Y}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial\theta^2} \right\} = -\lambda$$

кўринишда ёзилиши мумкин, бунда λ — маълум доимий. Агар бурчак функциясини иккита функцияларнинг кўпайтмаси: $Y(\theta, \varphi) = \Theta(\theta) \cdot \Phi(\varphi)$ кўринишида тасвирлаш мумкин бўлса (бунда $\Theta(\theta)$ — фақат θ бурчакка, $\Phi(\varphi)$ эса фақат φ бурчакка боғлиқ бўлган функциялар), у ҳолда юқоридаги тенгламани иккига ажратиш мумкинлиги кўрсатилсин.

47.14. $\Phi(\varphi)$ бурчак функцияси $\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + m\Phi = 0$ тенгламани

каноатлантиради. Тенглама ечилсин ва m параметрнинг тенглама ечимига эга бўладиган қийматлари кўрсатилсин.

47.15. φ бурчакка боғлиқ бўлган бурчак функцияси $\Phi(\varphi) = ce^{im\varphi}$ кўринишга эга. Нормаллаштириш шартидан фойдаланиб с доимий аниқлансин.

47.16. Агар бурчак функцияси $Y_{e, m}(\theta, \varphi)$: 1) s -ҳолатда ($l=0$) $Y_{0,0} = 1/\sqrt{\pi}$; 2) p -ҳолатда ($l=1$) m нинг учта қийматида: а) $m=1, Y_{1,1} = \sqrt{3}/(8\pi) \sin\theta e^{i\varphi}$; б) $m=0, Y_{1,0} = \sqrt{3}/(4\pi) \cos\theta$; в) $m=-1, Y_{1,-1} = \sqrt{3}/(8\pi) \sin\theta e^{-2i\varphi}$ кўринишга эга бўлса, электроннинг водород атомида бўлиш эҳтимоллиги зичлигининг бурчак тақсимооти график равишда тасвирлансин. Тузишларда кутб тизимдан фойдаланилсин.

47.17. Электроннинг водород атомида топиш эҳтимоллиги зичлигининг бурчак тақсимооти $V_{e, m}(\theta, \varphi)$ кўринишдаги бурчак функцияси билан аниқланади. p -катламча эҳтимоллик зичлиги тақсимоотининг сферик симметриклигига эғалиги кўрсатилсин. Олдинги масалада берилганлардан фойдаланилсин.

Электрон орбитал ҳаракатининг импульс моменти ва магнит моменти

47.18. Атомда: 1) s -ҳолатда; 2) p -ҳолатда турган электрон орбитал ҳаракатининг импульс моменти \mathcal{L}_e ҳисоблансин.

47.19. Атомдаги электрон орбитал ҳаракатининг импульс моменти \mathcal{L}_e нинг, ташқи магнит майдон йўналишидаги проекциясининг эҳтимолий қийматлари аниқлансин. Электрон d -ҳолатда.

47.20. Дастлабки пайтда асосий ҳолатда бўлган водород атоми $\epsilon = 10,2$ эВ энергияли ёруғлик квантини ютди. Электроннинг орбитал ҳаракат импульс моменти $\Delta \mathcal{L}_e$ нинг ўзгариши аниқлансин. Электрон ғалаёнланган атомда p -ҳолатда.

47.21. Атомнинг вектор моделидан фойдаланиб атомдаги электрон орбитал ҳаракатининг импульс моменти \mathcal{L}_e векторининг ташқи магнит майдон йўналиши билан ҳосил қилиши мумкин бўлган энг кичик α бурчаги аниқлансин. Электрон атомда d -ҳолатда.

47.22. Электрон атомда f -ҳолатда. Электрон импульсининг орбитал моменти \mathcal{L}_e ва импульс моментининг ташқи магнит

майдон йўналишидаги проекцияси Z_{max} нинг максимал киймати топилсин.

47.23. Водород атомидаги электрон орбитал ҳаракатининг импульс моменти $\mathcal{L}_e = 1,83 \cdot 10^{-34} \text{ Ж} \cdot \text{с}$. Электроннинг орбитал ҳаракати натижасида вужудга келган μ_e магнит моменти аниқлансин.

47.24. Водород атомида $2p$ -ҳолатда бўлган электроннинг тўлиқ энергияси E , орбитал ҳаракатининг импульс моменти \mathcal{L}_e ва магнит моменти μ_e ҳисоблансин.

47.25. Электрон орбитал ҳаракати магнит моментининг вектори μ_e магнит индукцияси чизиғи бўйлаб қатъий ўрнашиши мумкинми?

47.26. Агар ғалаёнланиш энергияси $\epsilon = 12,09 \text{ эВ}$ бўлса, ғалаёнланган водород атомидаги электроннинг орбитал ҳаракати натижасида вужудга келадиган магнит моменти μ_e нинг қабул қилиши мумкин бўлган қийматлари аниқлансин.

*Электроннинг спин импульс моменти ва
спин магнит моменти*

47.27. Электрон импульсининг спин моменти \mathcal{L}_s ва шу моментнинг ташқи магнит майдон йўналишидаги проекцияси \mathcal{L}_{sz} ҳисоблансин.

47.28. Электроннинг спин магнит моменти μ_s ва магнит моментининг ташқи майдон йўналишидаги проекцияси μ_{sz} ҳисоблансин.

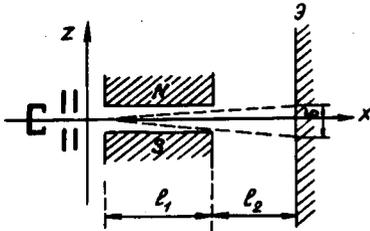
47.29. Нима учун электроннинг спинини топиш мақсадида ўтказилган Штерн—Герлах тажрибаларида даврий тизимнинг биринчи гуруҳи (группаси) даги, бунинг устига асосий ҳолатдаги атомлар дастасидан фойдаланилади?

47.30. $v = 0,6 \text{ км/с}$ тезликка эга бўлган кумуш атомлари тор тирқишдан ўтказилди ва бир жинсли бўлмаган магнит майдон индукцияси чизиқларига тик йўналтирилди (Штерн—Герлах тажрибаси). $l = 6 \text{ см}$ га чўзилган бу майдонда даста иккига ажралди. Майдондан чиқишда ажралган дастанинг ташкил этувчилари орасидаги масофа $b = 3 \text{ мм}$ бўлса, магнит майдоннинг бир жинслимаслик даражаси $\partial V / \partial z$ аниқлансин. Кумуш атомлари асосий ҳолатда.

47.31. Штерн ва Герлах тажрибасида атом водороднинг ингичка дастаси узунлиги $l = 8 \text{ см}$ бўлган кўндаланг бир жинслимас магнит майдон орқали ($\partial V / \partial z = 2 \text{ кТл/м}$) ўтказилади. Водород атомларининг тезлиги $v = 4 \text{ км/с}$. Дастанинг магнит майдондан чиқишда ажралган ташкил этувчилари орасидаги b масофа аниқлансин. Дастадаги барча водород атомлари асосий ҳолатда.

47.32. Штерн ва Герлах тажрибасида цезий атомларининг (асосий ҳолатдаги) ингичка дастаси кўндаланг бир жинслимас магнит майдон орқали ўтиб Э экранга тушади (47.1-расм). Экранда ажралган дастанинг ташкил этувчилар орасидаги b масофа 6 мм га тенг бўлиши учун магнит майдоннинг бир жинслимаслик даражаси $\partial b / \partial z$ қандай бўлмоғи керак? $l_1 = l_2 = 10 \text{ см}$ деб қабул қилинсин. Цезий атомларининг тезлиги $0,3 \text{ км/с}$ га тенг.

47.33. Рубидий атомларининг (асосий ҳолатдаги) ингичка дастаси $l_1 = 10$ см га чўзилган кўндаланг, бир жинслимас магнит майдон орқали ўтказилади (47.1-расм). Магнитдан $l_2 = 20$ см узоқликда жойлашган Э экранда дастанинг иккига ажралиши кузатилади. Агар экранда дастанинг ташкил этувчилари орасидаги b масофа 4 мм га ва атомларнинг v тезлиги 0,5 км/с га тенг бўлса, рубидий атомга таъсир этадиган F_z куч аниқлансин.



47.1-расм

$= 0,5$ км/с тезликка эга бўлса, атом магнит моментининг магнит индукция векторининг йўналишидаги проекцияси μ_x , (Бор магнитонларида) аниқлансин.

Электрон қобикларининг қурилиши

47.35. Атомнинг K -, L - ва M - электрон қатламларида туриши мумкин бўлган s -, p - ва d -электронларнинг максимал сони нечага тенг?

47.36. Паули принциpidан фойдаланиб атомдаги электронларнинг қандай N_{max} максимал сони ушбу: 1) n, l, m, m_s ; 2) n, l, m ; 3) n, l ; 4) n квант сонларининг бир хил қийматларига эга бўлиши мумкин эканлиги кўрсатилсин.

47.37. Тўлдирилган электрон қатлами $n = 3$ квант сони билан характерланади. Шу қатламда ушбу: 1) $m_s = +1/2$; 2) $m = -2$; 3) $m_s = -1/2$ ва $m = 0$; 4) $m_s = 1/2$ ва $l = 2$ квант сонларига эга бўлган электронларнинг сони N кўрсатилсин.

47.38. Асосий ҳолатда: 1) K -ва L -қатламлар, $3s$ -қобик ва $3p$ -қобикнинг ярми; 2) K -, L -ва M -қатламлар ҳамда $4s$ -, $4p$ -ва $4d$ -қобиклари тўлдирилган атомлардаги электронларнинг сони N топилинсин. Булар қайси атомлар?

47.39. 1) Бор; 2) углерод; 3) натрий атомлари электрон тузилишининг формуласи ёзилсин.

Атомнинг вектор модели. Спектрал термлар

47.40. Атомнинг вектор моделидан фойдаланишни импульс моментининг проекцияси учун ноаникликлар муносабати билан қандай мувофиқлаштириш мумкин?

47.41. Электрон водород атомида p -ҳолатда турибди. j квант сонининг мумкин бўлган қийматлари ва электроннинг тўла

импульс momenti \mathcal{L}_j ning (h бирликларида) мумкин бўлган қийматлари аниқлансин. Мос вектор диаграммалар тузилсин.

47.42. Ғалаёнланган гелий атомида электронлардан бири p -хoлатда, бошқаси эса d -хoлатда, орбитал квант сони L ning ва унга мос келувчи импульс momenti \mathcal{L}_i ning (h бирликларида) мумкин бўлган қийматлари топилсин. Мос вектор диаграммалар тузилсин.

47.43. Бири d -хoлатда, бошқаси эса f -хoлатда турган иккита электроннинг орбитал ҳаракати импульс моментлари орасидаги ϕ бурчак қуйидаги шартларда аниқлансин: 1) тўла орбитал квант сони $L=3$; 2) изланаётган бурчак — максимал 3) изланаётган бурчак — минимал.

47.44. Орбитал квант сонлари l_1, l_2, l_3 мос равишда 1, 2, 3 га тенг бўлган учта электрондан иборат тизим s -хoлатда. Биринчи иккита электроннинг орбитал ҳаракати импульс моментлари орасидаги $\phi_{1,2}$ бурчак топилсин.

47.45. d -хoлатда турган электрон импульсининг тўла momenti \mathcal{L}_j ning мумкин бўлган қийматлари қандай? Бунда спин ва орбитал импульс моментлари орасидаги ϕ бурчаклар нимага тенг бўлади?

47.46. Икки электронли тизимнинг спин импульс momenti $s = 1$ квант сони билан аниқланади. Ҳар иккала электроннинг спин импульс моментлари орасидаги ϕ бурчак топилсин.

47.47. Иккита электрондан ташкил топган тизим $L=2$ ли хoлатда турибди. p -электроннинг орбитал ҳаракат импульс momenti ва тизимнинг тўла орбитал импульс momenti \mathcal{L}_j орасидаги ϕ бурчакнинг мумкин бўлган қийматлари аниқлансин.

47.48. 1) d -электронлардан иборат бир электронли тизимнинг; 2) $L=2$ ли икки электронли тизимнинг спин импульс momenti ва тўлиқ momenti орасидаги бурчакнинг мумкин бўлган қийматлари топилсин.

47.49. 3D_3 хoлатда турган электронлар тизими спин импульс моментининг тўлиқ момент йўналишидаги проекцияси \mathcal{L}_{sz} ning мумкин бўлган қийматлари (h бирликларида) аниқлансин.

47.50. 1) $s=2$ ва $L=1$; 2) $s=1$ ва $L=3$ бўлган электронлар тизими учун квант сони I ning мумкин бўлган қийматлари аниқлансин. Тизимнинг тўла импульс momenti \mathcal{L}_j ning мумкин бўлган қийматлари h бирликларида топилсин ва мос вектор диаграммалар тузилсин.

47.51. $L=3$ ва S ушбу: 1) $3/2$; 2) 2 ; 3) $5/2$; 4) 4 қийматларни қабул қиладиган электронлар тизимининг тўлиқ импульс momenti \mathcal{L}_s га мос келувчи I квант сонининг мумкин бўлган қийматлари аниқлансин. Мос вектор диаграммалар тузилсин.

47.52. Ушбу 1) H; 2) He; 3) Be; 4) Li; 5) B атомлар учун асосий термлар ёзилсин.

47.53. Атомларнинг ушбу: 1) 2S ; 2) 2P ; 3) 4P ; 4) 5D хoлатлари учун мумкин бўлган термлар ҳисоблансин.

47.54. Ушбу: 1) ${}^2D_{3/2}$; 2) 3F_2 ; 3) 1F термларнинг айниш карраси аниклансин.

47.55. Атомнинг вектор модели асосида икки валентли электрони бор атомларда термларнинг иккита (синглет ва триплет) тизими мавжудлиги тушунтирилсин.

47.56. Ушбу атомлар: 1) Li; 2) Be; 3) B; 4) C; 5) N термларининг мумкин бўлган мультиплетлиги ($2s+1$) аниклансин.

47.57. p -ва d -электронларнинг Рассель — Саундерс боғла-ниш турига биноан комбинацияси учун мумкин бўлган барча термлар ёзилсин. Уларнинг спектрал белгиси берилсин.

Атомнинг магнит моменти. Магнит майдондаги атом

47.58. s ва p ҳолатларда битта валентли электрони бўлган атомлар учун Ланде кўпайтирувчиси g ҳисоблансин.

47.59. Синглет ҳолатларда турган атомлар учун Ланде кўпайтирувчиси g ҳисоблансин.

47.60. 1D ҳолатдаги атомнинг магнит моменти μ , аниклансин. Жавоб Бор магнетонларида (μ_B) ифодалансин.

47.61. 3P_2 ҳолатдаги атомнинг магнит моменти μ , ҳисоблансин. Жавоб Бор магнетонларида ифодалансин.

47.62. Атом ${}^2D_{3/2}$ ҳолатда. Магнит моментнинг ташқи майдон йўналишида мумкин бўлган проекцияларининг сони топилсин ва максимал проекция μ_{JZmax} (Бор магнетонларида) ҳисоблансин.

47.63. Асосий ҳолатдаги водород атомининг магнит моменти μ , Бор магнетонларида ҳисоблансин.

47.64. Атом 1F ҳолатда. Мос келувчи μ , магнит моменти ва унинг ташқи магнит майдон йўналишига проекцияси μ_{JZ} нинг мумкин бўлган қийматлари топилсин.

47.65. 2D ҳолатдаги атом магнит моментининг максимал проекцияси μ_{JZmax} тўрт Бор магнетонини ташкил қилади. Мос келувчи термнинг ($2S+1$) мультиплетлиги аниклансин.

47.66. 1) ${}^2P_{3/2}$; 2) 1D ; 3) 5F_1 ҳолатларда бўлган атомлар дастаси Штерн ва Герлах тажрибасида нечта ташкил этувчиларга ажралади?

47.67. Агар ваннадий (4F) марганец (6S) ва темир (5D) атомларининг дастаси Штерн ва Герлах усули бўйича кучли бир жинслимас магнит майдондан ўтганида мос равишда 4, 6 ва 9 та ташкил этувчиларга ажралиши маълум бўлса, у ҳолда бу атомларнинг магнит моментларининг максимал проекциялари $\mu_{J, Zmax}$ аниклансин (қавсларда атомларнинг ҳолатлари кўрсатилган).

47.68. Атомлар қобикларидаги электронларнинг: 1) Ернинг магнит майдонидаги ($B=5 \cdot 10^{-5}$ тл); 2) магнит индукцияси $B=50$ тл бўлган майдондаги лармор процессиясининг частотаси ω_1 ҳисоблансин.

47.69. Магнит майдонда ($B=10$ м Тл) жойлаштирилган атомлар: 1) 1P ; 2) ${}^2P_{3/2}$ ҳолатларда бўлган ҳолларда атомлар магнит моментлари процессияларининг бурчак тезлиги ω топилсин.

47.70. 1D ҳолатдаги атомнинг индукцияси: 1) $B=1$ Тл; 2) $B=50$ Тл бўлган магнит майдон билан магнит таъсирлашувининг максимал энергияси U_{max} аниқлансин. Жавоб электрон-вольтларда ҳисоблансин.

Зееман ҳодисаси

47.71. Зееман ҳодисасида қандай магнит майдонни: 1) «Кучсиз», 2) «кучли» деб ҳисоблаш керак?

47.72. Атомнинг ҳолати иккита спектрал терм билан ҳарактерланади. 1) 1S ва 1P ; 2) 1D ва 1E ҳолатлар учун S , L квант сонлари ва J квант сонининг мумкин бўлган қийматлари кўрсатилсин. Бу ҳолатлар учун энергетик сатҳларнинг тарҳи магнит майдони бўлмаган ҳол учун тасвирлансин.

47.73. Атомнинг ҳолати иккита спектрал терм билан ҳарактерланади. 1) 2S ва 2P ; 2) 3P ва 2D ; 3) 3S ва 3D ҳолатлар учун квант сони J нинг мумкин бўлган қийматлари кўрсатилсин. Магнит майдон бўлмаганда бу ҳолатлар учун спин-орбитал таъсирни (табiiй мультиплет ажралиш) ҳисобга олиб энергетик сатҳларнинг тарҳи тасвирлансин.

47.74. Ҳолатлари: 1) 2S ; 2) $^2P_{3/2}$; 3) $^2D_{5/2}$; 4) 1F спектрал термлар билан аниқланадиган магнит майдондаги атомнинг энергетик сатҳларининг ажралиши тарҳий кўринишда тасвирлансин ва m_j квант сонининг мумкин бўлган қийматлари аниқлансин.

47.75. Кучсиз магнит майдонда атомнинг қуйидаги термлар билан аниқланувчи ҳолатлари орасида мумкин бўлган энергетик ўтишларнинг тарҳи тузилсин: 1) $^2P_{1/2} \rightarrow ^2S$; 2) $^2P_{3/2} \rightarrow ^2S$; 3) $^2D_{3/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$.

47.76. Зееманнинг мураккаб (аномал) ҳодисасида атом $^2P_{1/2}$ терм билан аниқланувчи ҳолатдан $^2S_{1/2}$ ҳолатга ўтган ҳолида спектрал чизикларнинг силжиши $\Delta\omega$ ҳисоблансин. Силжиш бирлиги сифатида нормал (Лоренц) силжиши $\Delta\omega = \left(\frac{\mu_B}{\hbar} \right) B$ қабул қилинсин.

48-§. МОЛЕКУЛАЛАРНИНГ СПЕКТРАРИ

Асосий формулалар

- Икки атомли молекуланинг келтирилган массаси

$$\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2),$$

бунда m_1 ва m_2 — молекула таркибига кирувчи атомларнинг массалари.

- Осцилляторнинг хусусий доиравий частотаси

$$\omega = \sqrt{\beta/\mu},$$

бунда β — квазикайишқок куч коэффициентини.

● Бир ўлчамли квант гармоник осциляторнинг нолинчи хусусий тўлкин функцияси

$$\psi_0(x) = c_0 \exp(-\alpha^2 x^2 / 2),$$

бунда параметр $\alpha = \sqrt{\mu\omega / \hbar}$

● Гармоник осциляторнинг тебраниш энергияси

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2}\right),$$

бунда n — тебраниш квант сони ($n=0,1,2,3,\dots$).

Квант сони n учун танлаш қоидаси мавжуд, унга биноан $\Delta n = \pm 1$.

● Нолинчи энергия

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega.$$

● Ангармоник осциляторнинг тебраниш энергияси

$$E_v = \hbar\omega \left[\left(v + \frac{1}{2}\right) - \gamma \left(v + \frac{1}{2}\right)^2 \right],$$

бунда v — тебраниш квант сони ($v=0,1,2,\dots$); γ — ангармониклик (гармоникмаслик) коэффициент; Δv — исталган бутун сон. Квант сони v учун танлаш қоидаси мавжуд эмас. Шунинг учун ҳам Δv исталган бутун сонли қийматни қабул қилиши мумкин.

● Иккита қўшни тебраниш сатҳлари орасидаги энергиялар фарқи

$$\Delta E_{v+1,v} = \hbar\omega [1 - 2\gamma(v+1)]$$

● Квант сони v нинг максимал қиймати

$$v_{max} = \frac{1}{2\gamma} - 1.$$

● Тебранма ҳаракатнинг максимал энергияси

$$E_{max} = \hbar\omega / (4\gamma).$$

Икки атомли молекуланинг диссоциланиш энергияси

$$E_d = \frac{\hbar\omega}{4\gamma} (1 - 2\gamma).$$

● Икки атомли молекуланинг инерция марказидан ўтувчи ва атомларнинг ядроларини туташтирувчи тўғри чизикка тик ўққа нисбатан инерция моменти

$$J = \mu d^2,$$

бунда μ — молекуланинг келтирилган массаси; d — ядролараро масофа.

- Айланиш доимийси

$$B = \hbar^2 / (2z)$$

- Икки атомли молекуланинг айланма ҳаракат энергияси

$$E_z = BZ(z+1)$$

бунда z — айланиш квант сони ($z=0,1,2,\dots$).

- Спектроскопик тўлқин сони

$$\nu = 1/\lambda,$$

бунда λ — нурланишнинг тўлқин узунлиги.

Нурланиш фотоннинг энергияси ϵ спектроскопик тўлқин сони ν билан қуйидаги муносабат орқали боғланган

$$\epsilon = 2\pi \hbar c \nu,$$

бунда c — электромагнит нурланишнинг тарқалиш тезлиги.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. HCl молекуласи тебранишининг хусусий бурчак частотаси $\omega = 5,63 \cdot 10^{14} \text{c}^{-1}$ ангармониклик коэффициенти $\gamma = 0,0201$. 1) Молекуланинг биринчи тебранма энергетик сатҳдан иккинчисига ўтиш энергияси $\Delta E_{2,1}$ (электрон-вольтларда); 2) максимал квант сони ν_{\max} ; 3) максимал тебраниш энергияси E_{\max} ; 4) диссоциация энергияси E_a аниқлансин.

Е ч и ш . 1. Иккита қўшни сатҳлар орасидаги ўтиш энергияси $\Delta E_{v+1,v}$ ни тебраниш энергияси иккита қийматининг фарқи каби топамиз:

$$\Delta E_{v+1,v} = E_{v+1} - E_v.$$

Икки атомли молекуланинг тебраниш энергияси қуйидаги

$$E_v = \hbar \omega \left[\left(v + \frac{1}{2} \right) - \gamma \left(v + \frac{1}{2} \right)^2 \right] \quad (1)$$

муносабатдан аниқланишидан, қуйидагини оламиз

$$\begin{aligned} \Delta E_{v+1,v} &= \hbar \omega \left\{ \left[\left(v + \frac{3}{2} \right) - \gamma \left(v + \frac{3}{2} \right)^2 \right] - \left[\left(v + \frac{1}{2} \right) - \gamma \left(v + \frac{1}{2} \right)^2 \right] \right\} = \\ &= \hbar \omega \{ 1 - 2\gamma(v+1) \} \end{aligned}$$

\hbar , ω , γ ларнинг қийматларини қўйиб, ҳисобласак,

$$\Delta E_{2,1} = 1,09 \cdot 10^{-19} \text{Ж}$$

ёки

$$\Delta E_{2,1} = 0,682 \text{ эВ.}$$

2. Максимал квант сони v_{max} ни қўшни энергетик сатҳларнинг фарқини нолга тенглаштириб топамиз:

$$\Delta E_{v+1,v} = \hbar\omega [1 - 2\gamma(v_{max} + 1)] = 0$$

ёки $1 - 2\gamma(v_{max} + 1) = 0$, бундан

$$v_{max} = \frac{1}{2\gamma} - 1. \quad (2)$$

Бунга γ нинг қийматини қўйиб ва v_{max} учун топилган қийматнинг энг яқин (пастдан) бутунгача яхлитлаб, қуйидагини оламиз

$$v_{max} = 23.$$

3. Агар (1) ифодадаги v ўрнига v_x ни қўйсақ максимал тебраниш энергияси E_{max} ни қуйидаги формулага биноан топамиз

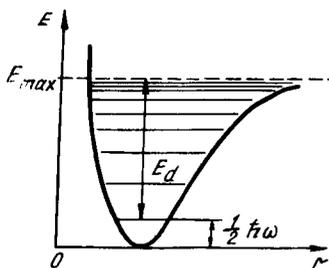
$$E_{max} = \hbar\omega \left[\left(\frac{1}{2\gamma} - 1 + \frac{1}{2} \right) - \gamma \left(\frac{1}{2\gamma} - 1 + \frac{1}{2} \right)^2 \right].$$

Оддий ўзгаришларни бажариб ва $\frac{1}{4\gamma}$ га нисбатан $\frac{\gamma}{4}$ хадни инобатга олмай, қуйидагини ҳосил қиламиз

$$E_{max} = \hbar\omega / (4\gamma).$$

\hbar , ψ , γ ларнинг қийматларини қўйиб ҳисобласак:

$$E_{max} = 7,39 \cdot 10^{-19} \text{ Ж} \quad \text{ёки} \quad E_{max} = 4,61 \text{ эВ.}$$



48.1- расм

4. Диссоциланиш энергияси молекуладаги атомларни бир-биридан ажратиш ва уларга кинетик энергия бермасдан атомларнинг ўзаро таъсири инобатга олмайдиган даражада кичик бўлаган масофагача узоклаштириш учун сарфлаш зарур бўлган энергияга тенгдир. 48.1- расмда бу энергия нолинчи тебраниш сатҳидан v_{max} га мос келувчи энг юқори ғалаёнланган сатҳга ўтишга тўғри келади. У ҳолда диссоциланиш энергияси

$$E_d = E_{max} - E_0 = \frac{\hbar\omega}{4\gamma} - \frac{1}{2} \hbar\omega \quad \text{ёки} \quad E_d = \frac{\hbar\omega}{4\gamma} (1 - 2\gamma).$$

$\frac{\hbar\omega}{4\gamma}$ ни E_{max} билан алмаштириб, қуйидагини оламиз

$$E_d = E_{max} (1 - 2\gamma).$$

ҳисоблаб, натижани топамиз

$$E_d = 4,43 \text{ эВ.}$$

2- мисол. HF молекуласи учун ушбулар аниқлансин: 1) агар ядролараро масофа $d=91,7$ пм бўлса, инерция моменти I ; 2) айланиш доимийси B ; 3) молекулани биринчи айланиш сатҳига ғалаёнлантириш учун зарур бўлган энергия.

Ечиш. 1. Агар молекуланинг келтирилган массаси μ нинг формуласидан фойдаланилса, унда унинг инерция моментини

$$I = \mu d^2 \text{ ёки } I = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} d^2$$

муносабат билан ифодалаш мумкин, бунда m_1 ва m_2 водород ва фтор атомларининг массалари.

Молекуланинг келтирилган массасини олдин а.м.б. да ифода-
лаб олиш кулай (кимёвий элементларнинг нисбий атом массалари
30- жадвалда келтирилган):

$$\mu = \frac{1 \cdot 19}{1 + 19} \text{ а.м.б.} = 0,95 \text{ а.м.б.}$$

Келтирилган массани СИ бирликларида ифодалаб ($\mu = 0,95 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,59 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$), HF молекуласининг инерция мо-
ментини топамиз:

$$I = 1,33 \cdot 10^{-47} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

2. Айланиш доимийси B , Z учун ифодани ҳисобга олганда куйидагига тенг

$$B = \hbar / (2\mu d^2).$$

h , μ , d ларнинг қийматларини қўйиб, ҳисобласак,
 $B = 4,37 \cdot 10^{-22} \text{ Ж}$ ёки $B = 2,73 \text{ мэВ}$.

3. Молекулани биринчи айланиш сатҳига ғалаёнлантириш учун зарур бўлган энергия молекуланинг биринчи ва нолинчи айланиш сатҳлари энергияларининг фарқига тенг.

Икки атомли молекуланинг айланиш энергияси $E_z = B_z(z + 1)$ муносабат билан ифодаланганлигидан, иккита қўшни айланиш сатҳлари энергияларининг фарқи

$$\Delta E_{z+1,z} = E_{z+1} - E_z = \{ [B(z+1)(z+2)] - [B_z(z+1)] \}$$

Соддалаштиришларни амалга оширсак,

$$\Delta E_{z+1,z} = 2B(z+1).$$

Бунга $z=0$ ни қўйиб, молекулани нолинчи сатҳдан биринчига ғалаёнлантириш учун зарур бўладиган энергиянинг қийматини топамиз:

$$\Delta E_{1,0} = 2B = 5,46 \text{ мэВ}.$$

Масалалар

Икки атомли молекуланинг тебраниш спектри

48.1. Осцилляторнинг нолинчи хусусий тўлқин функцияси учун $\psi_0(x)$ ва $|\psi_0(x)|^2$ боғланишлар график равишда тасвирлансин.

48.2. Нормалаштириш шартидан фойдаланиб осцилляторнинг нолинчи хусусий тўлқин функциясининг нормалаштирувчи кўпайтувчиси C_0 аниқлансин.

48.3. Молекулани асосий ҳолатда турган ($n=0$) квант гармоник осцилатори сифатида қараб A классик тебранишлар амплитудаси α параметр орқали ифодаланиб топилсин.

48.4. Гармоник осциллятор асосий ($n=0$) ҳолатда турибди. Заррани ($-A < x < A$) соҳада топиш эҳтимоллиги W қандай бўлади (бунда A — классик тебранишлар амплитудаси)?

48.5. Асосий ҳолатда турган гармоник осцилляторнинг ўртача потенциал энергияси $\langle U(x) \rangle$ ни нолинчи энергия E_0 орқали ифодалаб аниқлансин.

48.6. Водород молекуласи тебранишининг хусусий доиравий частотаси $\omega = 8,08 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$. Молекула классик тебранишларининг амплитудаси A топилсин.

48.7. CO молекуласи тебранишининг хусусий доиравий частотаси ω ни билган ҳолда ($\omega = 4,08 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$), квази қайишқок кучлар коэффиценти β топилсин.

48.8. Агар хусусий доиравий частота $\omega = 5,63 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ ва ангармониклик коэффиценти $\gamma = 0,0201$ маълум бўлса, HCl молекуласининг нолинчи тебраниш энергетик сатҳидан биринчига ғалаёнланиш энергияси $E_{\text{ғал}}$ аниқлансин.

48.9. Агар ангармониклик коэффиценти $\gamma = 0,0208$ бўлса, HBr молекуласи эга бўлган тебранма энергетик сатҳларнинг сони аниқлансин.

48.10. H_2 молекуласи учун иккита қўшни энергетик сатҳларнинг максимал ва минимал (нолдан фарқли) оралиқлари неча марта фарқ қилади ($\gamma = 0,0277$)?

48.11. Хусусий доиравий частотаси $\omega = 2,98 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ ва ангармониклик коэффиценти $\gamma = 9,46 \cdot 10^{-3}$ маълум бўлган O_2 молекуласининг максимал тебраниш энергияси E_{max} аниқлансин.

48.12. Агар CO молекуласининг хусусий частотаси $\omega = 4,08 \times 10^{14} \text{ с}^{-1}$ ва ангармониклик коэффиценти $\gamma = 5,83 \cdot 10^{-3}$ бўлса, унинг диссоциланиш энергияси D (электрон-вольтларда) аниқлансин. Потенциал эгри чизикда тебранма энергетик сатҳларнинг тарҳи тасвирлансин ва унда диссоциланиш энергияси қайд этилсин.

48.13. Агар N_2 молекуласининг диссоциланиш энергияси $D = 9,80 \text{ эВ}$ ва хусусий доиравий частотаси $\omega = 4,45 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ бўлса, унинг ангармониклик коэффиценти γ топилсин. Потенциал эгри чизикда молекула энергетик сатҳларининг тарҳи тасвирлансин ва унда диссоциланиш энергияси қайд этилсин.

48.14. NO молекуласи қуйи ғалаёнланган ҳолатдан асосий ҳолатга ўтади. Агар хусусий доиравий частота $\omega = 3,59 \cdot 10^{14} \text{с}^{-1}$ ва ангармониклик коэффициенти $\gamma = 8,73 \cdot 10^{-3}$ бўлса, бу ўтишда чиқарилган фотоннинг тўлқин узунлиги λ аниқлансин. Потенциал эгри чизикда молекула тебранма энергетик сатҳларнинг тархи тасвирлансин ва унда мос энергетик ўтиш қайд этилсин.

Икки атомли молекуланинг айланма спектри

48.15. Икки атомли молекуланинг энг паст ғалаёнланган ҳолатга мос келувчи импульс моменти \mathcal{L} топилсин.

48.16. Икки атомли молекуланинг биринчи айланма сатҳдан иккинчисига ўтишида унинг импульс моментининг ўзгариши $\Delta \mathcal{L}$ аниқлансин.

48.17. Биринчи ғалаёнланган айланма сатҳда турган S_a молекуланинг айланма ҳаракати бурчак тезлиги ω аниқлансин. Ядролараро масофа $d = 189$ пм.

48.18. Агар ядролараро масофаси $d = 113$ пм бўлса, CO молекуласи учун айланиш доимийси B ҳисоблансин. Жавоб миллиэлектрон-вольтларда ифодалансин.

48.19. Айланма ҳаракат энергияси $E_z = 2,16$ МэВ бўлган кислород молекуласининг импульс моменти \mathcal{L} топилсин.

48.20. Агар CO молекуласи чиқарадиган соф айланма спектрнинг қўшни чизиклари орасидаги ΔE интерваллар $0,48$ мэВ га тенг бўлса. CO молекуласининг инерция моменти I ва ядролараро масофаси d топилсин.

48.21. HCl молекуласи учун энергияларининг фарқи $\Delta E_{z+1,z} = 7,86$ мэВ бўлган иккита қўшни сатҳларнинг айланма квант сони z аниқлансин.

48.22. N_2 молекуласи учун ушбулар топилсин: 1) агар ядролараро масофа $d = 110$ пм бўлса, инерция моменти I ; 2) айланиш доимийси B ; 3) молекуланинг учинчи айланма энергетик сатҳдан иккинчисига ўтишида энергиянинг ўзгариши $|\Delta E|$. Нисбий атом массаси $A_N = 14$

48.23. O_2 молекуласи учун ушбулар топилсин: 1) келтирилган масса μ ; 2) агар айланиш доимийси $B = 0,178$ МэВ бўлса, ядролараро масофа d ; 3) агар молекула биринчи айланма энергетик сатҳда бўлса, айланишнинг бурчак тезлиги ω . Нисбий атом массаси, $A_0 = 16$.

48.24. NO молекуласи учун ушбулар топилсин: 1) агар ядролараро масофа $d = 115$ пм бўлса, молекуланинг инерция моменти I ; 2) молекуланинг айланиш доимийси B ; 3) молекуланинг илгариланма ҳаракат ўртача кинетик энергияси уни биринчи айланма энергетик сатҳга ғалаёнлаштириш учун зарур бўлган энергияга тенг бўладиган T ҳарорат. A_N ва A_0 нисбий атом массалари мос равишда 14 ва 16 га тенг.

48.25. Нурланиш энергияси ϵ ва спектроскопик тўлқин сони ν орасидаги сонли муносабат топилсин.

48.26. Агар СН молекуласининг соф айланма нурланиш спектрининг кўшни чизиклари орасидаги интерваллар $\Delta\nu = 29 \text{ см}^{-1}$ бўлса, бу молекуланинг ядролари орасидаги d масофа топилсин.

48.27. Соф айланма спектрга тааллуқли $\nu = 1250 \text{ мкм}$ тўлқин узунлигига эга бўлган спектрал чизик чикаришда азот молекуласининг импульси канчага ўзгариши аниқлансин.

48.28. HCl молекуласининг соф айланма спектри иккита кўшни спектрал чизикларининг тўлқин узунликлари ν_1 ва ν_2 мос равишда 117 мкм ва 156 мкм ларга тенг. HCl молекуласи учун айланиш доимийси (см^{-1}) ҳисоблансин.

48.29. $\nu = 3 \text{ мкм}$ тўлқин узунлигига эга бўлган монохроматик электромагнит нурланиш асосий ҳолатда турган HF молекуласининг айланма ва тебранма сатҳларини ғалаёнлантирадими?

48.30. Айланма квант сони z бўлган икки атомли молекула энергетик сатҳларининг қўшилиш (айланиш) карраллиги аниқлансин.

10-606

ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР ФИЗИКАСИ

49-§. КРИСТАЛЛОГРАФИЯ УНСУРЛАРИ

Асосий формулалар

- Кристаллнинг моляр ҳажми

$$V_m = M/\rho.$$

бунда M — модданинг моляр массаси; ρ — кристаллнинг зичлиги.

- Кристаллардаги элементар катакчанинг ҳажми V :

а) куб сингонияда $V = a^3$;

б) гексагонал сингонияда $V = \sqrt{3} a^2 c / 2$, бунда a ва c панжара параметрлари.

Агар гексагонал панжара учун $c = \sqrt{\frac{8}{3}} a$ назарий қийматлар қабул қилинса, у ҳолда

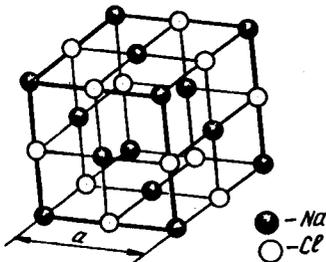
$V = \sqrt{2} a^2$.

$$V = \sqrt{2} a^2.$$

- Бир моль кристаллдаги элементар катакчалар сони Z_m

$$Z_m = V_m / V \text{ ёки } Z_m = k N_a / n,$$

бунда k — бирикманинг кимёвий ифодасидаги бир хил атомлар сони (мисол учун AgBr кристаллида бир хил Ag ёки Br атомларининг бирикманинг кимёвий ифодасидаги сони бирга тенг); N_a — Авогадро доимийси; n — элементар катакчага тўғри келувчи бир



49.1-расм

хил атомлар сони. 49.1- расмда NaCl нинг тузилиши берилган; KBr, AgBr, MnO ва бошқа бирикмалар ҳам шундай тузилишга эга.

Кристаллнинг бирлик ҳажмидаги элементар катакчалар сони Z

$$Z = Z_n / V_m$$

ёки умумий ҳолда

$$Z = \rho \frac{k}{n} \cdot \frac{N_a}{M},$$

бир хил атомлардан ($k=1$) ташкил топган кристаллар учун

$$Z = \rho \frac{N_a}{nM}.$$

● Кубсимон панжаранинг a параметри

$$a = \sqrt[3]{nM / (k\rho N_a)}.$$

Кубсимон панжарадаги қўшни атомлар орасидаги d масофа:

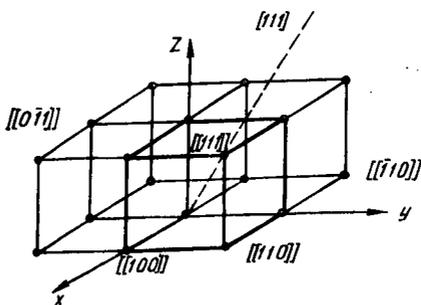
а) кирраси марказлаштирилганда $d = a / \sqrt{2}$;

б) ҳажми марказлаштирилганда $d = \sqrt{3} a / 2$.

● Панжарадаги тугунлар, йўналишлар ва текисликларни белгилаш учун махсус кўрсаткичлар киритилади.

Тугунларнинг кўрсаткичларини икки каррали квадрат қавсларда ёзилади $[[mnp]]$. Манфий кўрсаткичлар учун ҳарфнинг устига манфий белгиси қўйилади, мисол учун \bar{m} (49.2- расм).

● Йўналишларнинг кўрсаткичлари биттали квадрат қавсларда ёзилади $[mnp]$. Агар тугун орқали ўтувчи тўғри чизик бир пайтнинг ўзида санок тизимининг боши $[[000]]$ орқали ҳам ўтса, йўналишнинг кўрсаткичи тугуннинг кўрсаткичи билан мос келади (49.2- расм).



49.2- расм

Йўналишларнинг кўрсаткичлари кристаллдаги битта тўғри чизикни эмас, балки параллел тўғри чизиклар оиласини беради. Барча кўрсаткичлар ишорасининг тескарасига ўзгариши $[\bar{m}, \bar{n}, \bar{p}]$ кристаллдаги олдинги йўналишнинг ўзини кўрсатаверади.

Кубсимон панжарада $[mnp]$ кўрсаткичлар билан берилган тўғри чизик бўйлаб ўхшашлик даври

$$l = a \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}$$

муносабат билан ифодаланеди, бунда a — панжара параметри.

● Кубсимон панжарадаги $[m_1 n_1 p_1]$ ва $[m_2 n_2 p_2]$ тўғри чизиклар орасидаги φ бурчак қуйидаги формула билан ифодаланеди:

$$\cos \varphi = \frac{m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}$$

● Текисликларнинг кўрсаткичлари (Миллер кўрсаткичлари) эгри кавсларда ёзилади (hkl). Барча кўрсаткичларнинг тескарисига ўзгариши текисликларнинг олдинги оиласининг ўзини кўрсатаверади.

Миллер кўрсаткичлари текисликнинг санок тизимининг ўқларидан кесган минимал кесмалари билан боғланган.

● Кесмаларни топиш учун Миллер кўрсаткичларига тескари катталикларни олиш ($1/h$; $1/k$; $1/l$) ва уларни олинган сонларнинг ҳар бирига қаррали бўлган энг кичик бутун сонга келтириш керак. Олинган натижалар (hkl) текислигининг санок тизими ўқларида кесадиган энг кичик кесмалари бўлади.

Агар санок тизимининг ўқларида кесиладиган кесмалар маълум бўлса, унда Миллер кўрсаткичлари ҳам худди шунингдек топилади (4- мисолга қ.) Миллер кўрсаткичлари берилган текисликка нормал векторнинг йўналитурувчи косинусларига пропорционал. Шунинг учун ҳам баъзи текисликлар оиласи учун Миллер кўрсаткичлари шу текисликларга нормал йўналишнинг кўрсаткичлари билан мос келади.

● $(h_1 k_1 l_1)$ ва $(h_2 k_2 l_2)$ текисликлар орасидаги бурчак

$$\cos \varphi = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{\sqrt{h_1^2 + k_1^2 + l_1^2} \sqrt{h_2^2 + k_2^2 + l_2^2}}$$

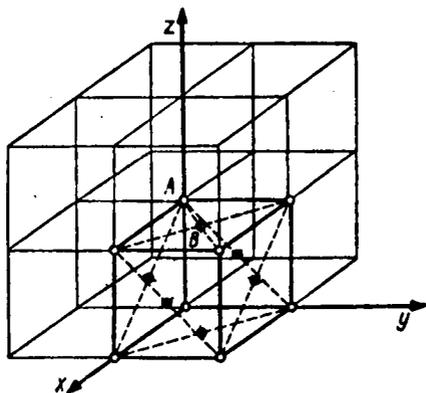
формуладан аниқланади, $[mnp]$ тўғри чизик ва (hkl) текислик орасидаги бурчак эса қуйидаги формуладан топилади

$$\cos \varphi = \frac{hm + kn + lp}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$$

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. Қирраси марказлаштирилган кубсимон панжаранинг битта энг содда катакчасига тўғри келувчи тугунлар сони n аниқлансин.

Ечиш. Кубсимон панжарада энг содда катакчани ажратамиз (43.3- расм) ва ажратилган катакчанинг у ёки бу тугуни нечта қўшни энг содда катакчаларга қарашли эканлигини аниқлаймиз.



49.3- расм

Бу катакчада икки турдаги тугунлар мавжуд: A (кубнинг учларида турган) ва B (кубнинг қирраларида диагоналлarning кесишиш нуктасида турган).

A тугун бир пайтнинг ўзида саккизта элементар ячейкага қарашли бўлади. Демак A тугун мазкур катакчага $1/8$ ҳисса билан қиради. B тугун эса бир пайтнинг ўзида фақат иккита катакчага қарашли бўлади ва демак, мазкур катакчага B тугун $1/2$ ҳисса билан қиради. Агар A турдаги тугунларнинг катакчадаги сони 8 га, B турдаги тугунлар сони 6 га, яъни қирралар сонига тенглиги ҳисобга олинса, у ҳолда қирраси марказлаштирилган панжаранинг битта энг содда катакчасига тўғри келувчи тугунларнинг умумий сони

$$n = \left(\frac{1}{8}\right)8 + \left(\frac{1}{2}\right)6 = 1 + 3 = 4.$$

Тугунлар сони атомлар сонига тенг бўлганлигидан, қўрилган тузилишда энг содда катакчага тўртта атом тўғри келади.

2- мисол Кальций кристаллининг панжара параметри a ва энг яқин қўшни атомлар орасидаги масофа d аниқлансин (панжара қирраси марказлаштирилган кубсимон сингония). Кальций кристаллининг зичлиги $\rho = 1,55 \cdot 10^3$ кг/м³.

Е чи ш. Кубсимон панжаранинг a параметри энг содда катакчанинг ҳажми билан $V = a^3$ муносабат орқали боғланган.

Бошқа томондан, энг содда катакчанинг ҳажми моляр ҳажмининг бир моль кристаллдаги энг содда катакчалар сонига нисбатига тенг: $V = V_m / Z_m$. V учун келтирилган ифодаларнинг ўнги томонларини тенглаштириб қуйидагини топамиз

$$a^3 = V_m / Z_m. \quad (1)$$

Кальцийнинг моляр ҳажми $V_m = M / \rho$, бунда ρ — кальцийнинг зичлиги; M — унинг моляр массаси. Бир молдаги энг содда катакчалар сони

$$Z_m = N_a / n,$$

бунда n — битта катакчага тўғри келувчи атомлар сони.

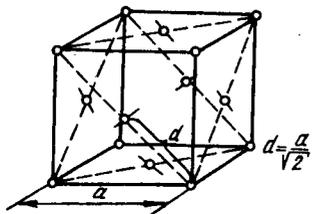
V_m ва Z_m лар учун келтирилган формулаларни (1) формулага қўйиб қуйидагини оламиз

$$a^3 = nM / (\rho N_a).$$

Бундан

$$a = \sqrt[3]{nM / (\rho N_a)}. \quad (2)$$

$n=4$ лигини ҳисобга олиб (олдинги мисолга к.) n , M , ρ ва N_a катталикларнинг қийматларини (2) формулага қўямиз. Ҳисоблаб топамиз:



49.4- расм

$$a = 556 \text{ пм.}$$

Энг яқин қўшни атомлар орасидаги d масофа 49.4- расмда кўриниб турган содда геометрик мулоҳазалардан топилади

$$d = a / \sqrt{2}.$$

Бу ифодага a нинг олдин топилган қийматини қўйсак,

$$d = 393 \text{ пм.}$$

3- мисол. Оддий кубсимон панжаранинг $[100]$ ва $[001]$ тугунлари орқали ўтадиган тўғри чизикнинг йўналиш кўрсаткичлари ёзилсин.

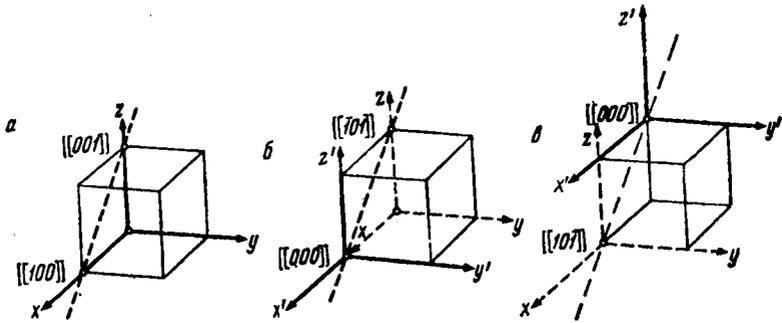
Ечиш. Бу масалани икки хил усулда ечиш мумкин.

1- усул. Оддий кубсимон катакчани тасвирлаймиз, унда $[100]$ ва $[001]$ кўрсаткичли тугунларни белгилаймиз ва бу тугунлар орқали тўғри чизикли ўтказамиз (49.5, а- расм).

Агар тўғри чизик санок тизимининг бошидан ўтганда эди унинг йўналишининг кўрсаткичлари тўғри чизик ўтадиган ва санок тизимининг бошига энг яқин бўлган тугуннинг кўрсаткичлари билан мос келган бўларди.

Берилган тўғри чизик санок тизимининг боши орқали ўтмайди. Лекин санок тизимининг бошини тўғри чизик ўтган тугунлардан бирига кўчириб бунга эришиш мумкин.

Агар санок тизимининг боши $[100]$ тугунга кўчирилса (49.5, б- расм), унда шу тўғри чизикнинг ўзида ётувчи ва танланган санок тизимининг бошига энг яқин бўлган тугун $[101]$ кўрсаткичларга эга бўлади. Қидирилаётган йўналиш эса бу ҳолда $[01]$ кўрсаткичлар билан аниқланади. Агар санок тизимининг боши $[001]$ тугунга кўчирилса (49.5, в- расм) унда мос равишда қидирилаётган йўналишнинг кўрсаткичлари $[01]$ бўлади. Шундай қилиб кристаллдаги қидирилаётган йўналишнинг кўрсаткичлари $[101]$ ёки $[01]$.



49.5- расм

2- усул. Санок тизимининг бошини кўчирганда тугунларнинг кўрсаткичлари қандай ўзгаришини аниқлаш ҳар доим ҳам осон бўлавермайди. Шунинг учун аналитик усулда ечишни ҳам кўриб ўтамиз.

Тугунларининг кўрсаткичи $[[m_1n_1\rho_1]]$ ва $[[m_2n_2\rho_2]]$ бўлган фазодаги иккита нукта орқали ўтувчи тўғри чизик тенгламасининг умумий кўринишини ёзамиз:

$$\frac{x-m_1}{m_2-m_1} = \frac{y-n_1}{n_2-n_1} = \frac{z-\rho_1}{\rho_2-\rho_1}$$

Махражда турган катталиклар тўғри чизикнинг йўналтирувчи косинусларига пропорционал. Бу катталиклар бутун сонлар бўлганлигидан, уларнинг ўзи йўналишнинг кўрсаткичлари бўлади. (1) ифоданинг махражига тугунлар кўрсаткичларининг қийматлари $m_1=1$, $n_1=0$, $\rho_1=0$ ва $m_2=0$, $n_2=0$, $\rho_2=1$ ни қўйиб қуйидагиларни оламиз:

$$\begin{aligned} m_2 - m_1 &= 0 - 1 = -1; \\ n_2 - n_1 &= 0 - 0 = 0; \\ \rho_2 - \rho_1 &= 1 - 0 = 1. \end{aligned}$$

Шундай қилиб йўналишнинг қидирилаётган кўрсаткичлари $[101]$

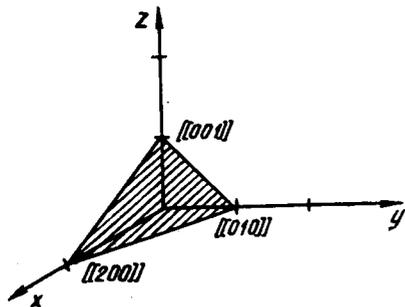
4- мисол. $[[200]]$, $[[010]]$ ва $[[001]]$ кўрсаткичли тугунларга эга бўлган текислик учун Миллер кўрсаткичлари ёзилсин. Панжара кубсимон оддий.

Е ч и ш. Масалани икки хил усулда ечиш мумкин.

1- усул. Текисликка тааллуқли тугунлар бир пайтнинг ўзида санок тизимининг ўқларида ҳам ётган, яъни текисликнинг санок тизимининг ўқларидан ажратадиган кесмалари маълум бўлган ҳол учун қўлланилиши мумкин.

Мазкур ҳолда текисликка қаршли тугунлар сон ўқларида ётади ва бу текислик сон ўқларидан ажратадиган кесмалари (панжара доимийси бирликларида) мос равишда (49.6- расм) 2, 1, 1 бўлади.

Миллер кўрсаткичларини топишнинг умумий қондасига биноан олинган сонларнинг тескари қийматларини ёзамиз $\frac{1}{2}; \frac{1}{1}; \frac{1}{1}$ ва а уларни қаррали бўлган энг кичик бутун сонларга келтираамиз. Бунинг учун сонларни иккига кўпайтираамиз. Олинган қийматлар тўпламининг кичик қавслар билан ўралгани кидирилаётган Миллер кўрсаткичларидир: (1, 2, 2).



49.6- расм

2- усул (аналитик) айниқса маълум тугунлар сон ўқларида ётмаган ҳоллар учун қулайдир. Бу усул умумий ҳисобланади ва барча ҳоллар учун қўлланилиши мумкин.

Маълумки, Миллер кўрсаткичлари текислик тенгламасидаги ўзгарувчиларнинг энг кичик бутун коэффициентларига тенгдир. Шунинг учун ҳам Миллер кўрсаткичларини топиш масаласи текисликнинг тенгламасини топиш масаласига келтирилади.

Вазияти $[[m_1 n_1 p_1]]$, $[[m_2 n_2 p_2]]$, $[[m_3, n_3, p_3]]$ бўлган учта нуқтадан ўтувчи текисликнинг тенгламаси учинчи тартибли аниқловчи билан аниқланади:

$$\begin{vmatrix} x-m_1 & y-n_1 & z-p_1 \\ m_2-m_1 & n_2-n_1 & p_2-p_1 \\ m_3-m_1 & n_3-n_1 & p_3-p_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Бизнинг ҳолимизда: $m_1=2, n_1=0, p_1=0; m_2=0, n_2=1, p_2=0; m_3=0, n_3=0, p_3=0$. Тугунлар кўрсаткичларининг қийматларини аниқловчига қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-0 & z-0 \\ 0-2 & 1-0 & 0-0 \\ 0-2 & 0-0 & 1-0 \end{vmatrix} = 0 \text{ ёки } \begin{vmatrix} x-2 & y & z \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Бу аниқловчини биринчи устун элементлари бўйича ёямиз:

$$(x-0) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} + z \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Иккинчи тарғибли аниқловчиларни очиб қуйидагини оламиз

$$(x-2)(+1) - y(-2) + z(+2) = 0 \text{ ёки } x + 2y + 2z = 2.$$

x , y , z ларнинг олдиларидаги коэффициентларни ёзиб олиб ва уларни кичик кавслар билан ўраб, Миллер кўрсаткичларини оламиз:

$$(1, 2, 2)$$

Кўрсаткичларнинг бу қийматлари, қутилганидек, биринчи усул билан олинган қийматлар билан мос келади.

Масалалар

Энг содда катакча. Панжара параметрлари

49.1. Қуйидаги ҳолларда битта энг содда катакчага нечта атом тўғри келади: 1) кубсимон сингонияли оддий панжара; 2) ҳажмида марказлаштирилган ромбсимон сингонияли панжара; 3) қирраси марказлаштирилган кубсимон сингонияли панжара; 5) гексагонал сингонияли оддий панжара; 6) зич жойлашган гексонал тузилиши?

49.2. Қуйидаги ҳолларда $V = 1\text{ м}^3$ ҳажмли кристаллдаги энг содда катакчалар сони аниқлансин: 1) цезий хлорид (ҳажмида марказлаштирилган кубсимон сингонияли панжара); 2) мис (қирраси марказлаштирилган кубсимон сингонияли панжара); 3) зич жойлашган гексогонал тузилишга эга кобальт.

49.3. Агар панжараси қирраси марказлаштирилган кубсимон сингонияли эканлиги маълум бўлса, неон кристаллининг (20 К да) зичлиги ρ топилсин. Шу ҳароратда панжара доимийси $a = 0,452$ нм.

49.4. Агар панжарасининг қирраси марказлаштирилган кубсимон сингонияли эканлиги ва энг яқин қўшни атомлари орасидаги d масофа 0,43 нм га тенглиги маълум бўлса, стронций кристаллининг зичлиги ρ топилсин.

49.5. Агар энг яқин қўшни атомлари орасидаги d масофа 0,304 нм га тенг бўлса, кристаллнинг нисбий атом массаси аниқлансин. Панжара ҳажми марказлаштирилган кубсимон сингонияли. Кристаллнинг зичлиги $\rho = 534$ кг/м³.

49.6. Қуйидаги кристалларнинг панжара доимийси a ва энг яқин қўшни атомлари орасидаги d масофа топилсин: 1) алюминий (қиррасида марказлаштирилган кубсимон сингонияли панжара); 2) вольфрам (ҳажми марказлаштирилган кубсимон сингонияли панжара).

49.7. Шарларни жойлаштириш услубидан фойдаланиб жуда зич жойлаштирилган гексонал панжара параметрларининг нисбати c/a топилсин. Ҳисобланган қийматнинг реал кристалл ҳолида бу катталиқ учун топилган қийматдан фарк қилишининг сабаблари кўрсатилсин.

49.8. Зич жойлашган гексоционал тузилишга эга бўлган магний кристалли панжарасининг доимийлари a ва c лар аниқлансин. Магний кристаллининг зичлиги $\rho = 1,74 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

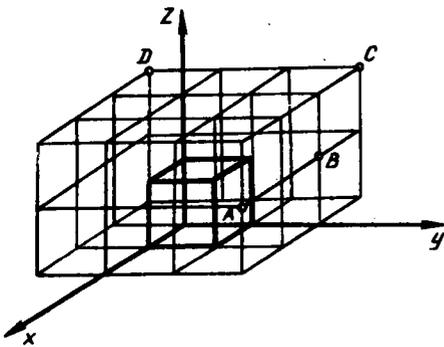
49.9. Зич жойлашган гексогонал тузилишга эга бўлган бериллий кристалли панжарасининг доимийси a ҳисоблансин. Панжара параметри $a = 0,359 \text{ нм}$. Бериллий кристаллининг зичлиги $\rho = 1,82 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

49.10. Зич жойлашган гексогонал тузилишга эга бўлган гелий кристаллининг ($T = 2 \text{ К}$ ҳароратда) зичлиги ρ топилсин. Шу ҳароратда аниқланган панжара доимийси $a = 0,397 \text{ нм}$.

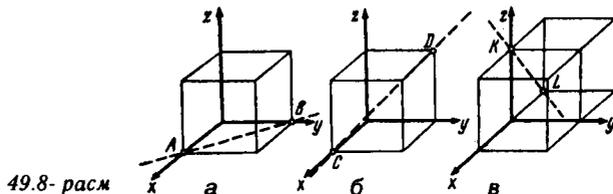
Тугунлар, йўналишлар ва текисликларнинг кўрсаткичлари

49.11. 49.7- расмда A, B, C, D ҳарфлари билан белгиланган тугунларнинг кўрсаткичлари аниқлансин.

49.12. Кубсимон панжарада санок тизимининг боши ва кристаллографик кўрсаткичлари: 1) $[[242]]$; 2) $[[112]]$ бўлган тугун орқали ўтувчи тўғри чизиклар йўналишларининг кўрсаткичлари ёзилсин.



49.7- расм



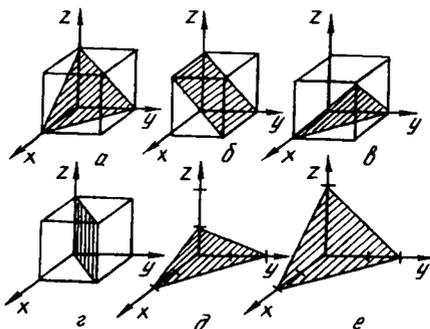
49.8- расм

49.13. 49.8, а, б, в- расмларда тасвирланган АВ, СД, К тўғри чизиклар йўналишларининг кўрсаткичлари топилсин.

49.14. Кристаллографик кўрсаткичлари (иккита хол учун): 1) $[[123]]$ ва $[[321]]$; 2) $[[121]]$ ва $[[201]]$ бўлган иккита тугун орқали ўтувчи тўғри чизик йўналишининг кўрсаткичлари ёзилсин.

49.15. Агар NaCl кристаллининг зичлиги $\rho = 2,17 \cdot 10^3$ кг/м³ бўлса, $[[111]]$ тўғри чизик бўйлаб кристалл панжарадаги ўхшашлик даври l ҳисоблансин.

49.16. $[[110]]$ ва $[[1\bar{1}]]$ кристаллографик кўрсаткичлар билан берилган кристаллнинг, кубсимон панжарасидаги иккита йўналишлар орасидаги ϕ бурчак ҳисоблансин.



49.9- расм

49.17. 49.9, а—е- расмларда тасвирланган оддий кубсимон панжарадаги текисликлар учун Миллер кўрсаткичлари ёзилсин.

49.18. Текислик кубсимон панжаранинг $[[100]]$, $[[010]]$, $[[001]]$ тугунлари орқали ўтади. Бу текислик учун Миллер кўрсаткичлари ёзилсин.

49.19. Оддий кубсимон панжарадаги текисликлар тизими (221) Миллер кўрсаткичлари билан берилган. Координата ўқларида текислик билан кесиладиган энг кичик кесмалар топилсин ва бу текислик график равишда тасвирлансин.

49.20. Кубсимон панжара текисликларидан бирининг нормали $[110]$ кўрсаткичлар билан берилган. Бу текисликлар учун Миллер кўрсаткичлари ёзилсин ва текисликнинг ўқлардан ажратувчи энг кичик кесмалари кўрсатилсин.

49.21. Қуйидаги икки ҳолда: 1) $[[111]]$, $[[112]]$, $[[101]]$; 2) $[[111]]$, $[[010]]$, $[[111]]$ кристаллографик кўрсаткичли тугунларга эга бўлган текисликлар учун Миллер кўрсаткичлари ёзилсин. Шу текисликларнинг сон ўқларидан ажратувчи кесмалари топилсин.

49.22. Оддий кубсимон панжаранинг текисликлар тизими (111) кўрсаткичлар билан берилган. Агар панжара доимийси $a = 0,3$ нм бўлса, кўшни текисликлар орасидаги d масофа аниқлансин.

49.23. Агар тузилишини рентген нурлари ёрдамида ўрганиш сулуида ўлчашда (212) Миллер кўрсаткичлари билан берилган

текисликлар тизими учун текисликлараро масофа $d=0,12$ нм бўлиб чиққан бўлса, оддий кубсимон панжаранинг параметри a аниқлансин.

49.24. Оддий кубсимон панжарадаги учта тенгламалар тизими куйидаги Миллер кўрсаткичлари билан берилган: а) (111); б) (110); в) (100). Қайси тизим учун текисликлараро масофа d минимал ва қайси тизим учун максимал бўлиши кўрсатилсин. Текисликлараро масофаларнинг d_{111} : d_{110} : d_{100} нисбатлари аниқлансин.

49.25. (111) ва (11 $\bar{1}$) Миллер кўрсаткичлари билан берилган текисликларнинг (кубсимон панжарада) нормаллари орасидаги ϕ бурчак ҳисоблансин.

49.26. Кубсимон панжарадаги иккита текислик (010) ва (011) Миллер кўрсаткичлари билан берилган. Текисликлар орасидаги ϕ бурчак аниқлансин.

49.27. Кубсимон панжарада тўғри чизикнинг йўналиши [011] кўрсаткичлар билан берилган. Шу тўғри чизик ва (111) текислик орасидаги ϕ бурчак аниқлансин.

49.28. Кубсимон панжарада [111] тўғри чизик ва (1 $\bar{1}$ 1) текислик орасидаги ϕ бурчак аниқлансин.

49.29. Кубсимон панжарада текислик (011) Миллер кўрсаткичлари билан, тўғри чизикнинг йўналиши эса (111) кўрсаткичлар билан берилган. Тўғри чизик ва текислик орасидаги ϕ бурчак аниқлансин.

50- §. ИССИҚЛИК ХОССАЛАРИ

Асосий формулалар

● Иссиқлик сифимининг классик назариясида кимёвий жиҳатдан оддий (бир хил атомлардан ташкил топган) қаттиқ жисмларнинг моляр ички энергияси

$$U_m = 3RT$$

формула билан ифодаланади, бунда R — моляр газ доимийси, T — термодинамик ҳарорат.

● Тизимнинг (жисмнинг) ўзгармас ҳажмидаги иссиқлик сифими C ички энергия U дан ҳарорат бўйича олинган ҳо. ила каби аниқланади, яъни

$$C = dU / dT.$$

● Дюлонг ва Пти қонуни. Кимёвий жиҳатдан оддий қаттиқ жисмларнинг моляр иссиқлик сифими

$$C_m = 3R.$$

● Нейман — Копп қонуни. Кимёвий мураккаб жисмларнинг (турли атомлардан ташкил топган) моляр иссиқлик сифими:

$$C_m = n \cdot 3R,$$

бунда n — бирикманинг кимёвий формуласидаги зарраларнинг умумий сони.

● Эйнштейннинг квант назариясида квант осцилляторнинг битта эркинлик даражасига тўғри келадиган энергиянинг ўртача қиймати

$$\langle \varepsilon \rangle = \varepsilon_0 + \frac{\hbar\omega}{\exp[\hbar\omega/(kT)] - 1}$$

формула билан ифодаланади; бунда ε_0 нолинчи энергия

($\varepsilon_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega$); \hbar — Планк доимийси, ω — осциллятор тебраниши-

нинг доиравий частотаси; k — Больцман доимийси; T — термодинамик ҳарорат.

● Эйнштейннинг иссиқлик сифими учун квант назариясига биноан кристаллнинг моляр энергияси

$$U_m = U_{m0} + 3R \frac{\theta_E}{\exp(\theta_E/T) - 1}$$

формула билан аниқланади, бунда $U_{m0} = \frac{3}{2} R\theta_E$ Эйнштейн назарияси бўйича моляр нолинчи энергия; $\theta_E = \hbar\omega/k$ — Эйнштейннинг характеристик ҳарорати.

Эйнштейннинг иссиқлик сифими учун квант назариясига биноан кристаллнинг моляр иссиқлик сифими

$$C_m = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{\exp(\theta_E/T)}{(\exp(\theta_E/T) - 1)^2}$$

Паст ҳароратларда

$$C_m = 3R (\theta_E/T) \exp(-\theta_E/T).$$

● Дебайнинг иссиқлик сифими учун квант назариясига биноан тебранишларнинг частотавий спектри частоталарнинг тақсимот функцияси $g(\omega)$ билан берилади. Частоталарнинг ω дан $\omega + d\omega$ гача оралиғига тўғри келувчи жисм хусусий частоталарининг сони

$$dz = g(\omega) d\omega$$

ифода билан аниқланади.

N та атомга эга бўлган уч ўлчовли кристалл учун

$$dz = \frac{gN}{2} \omega^2 d\omega, \omega_{max}$$

бунда ω_{max} — тебранишлар спектрини чегараловчи максимал частота.

● Каттик жисмнинг энергияси U квант осциляторининг ўртача энергияси $\langle \epsilon \rangle$ ва частоталарнинг таксимот функцияси $g(\omega)$ билан

$$U = \int_0^{\omega_{max}} \langle \epsilon \rangle g(\omega) d\omega$$

муносабат орқали боғланган.

● Дебай назарияси бўйича кристаллнинг моляр ички энергияси

$$U_m = U_{mo} + 3RT \cdot 3 \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3}{\exp(x) - 1} dx,$$

бунда $U_m = 9/8 R \theta_D$ — Дебай назарияси бўйича кристаллнинг моляр нолинчи энергияси; $\theta_D = \hbar \omega_{max} / k$ — Дебайнинг характеристик ҳарорати.

● Дебай назарияси бўйича кристаллнинг моляр иссиқлик сифими

$$C_m = 3R \left[12 \left(T / \theta_D \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{\exp(x) - 1} - \frac{3(\theta_D/T)}{\exp(\theta_D/T) - 1} \right]$$

Дебайнинг чегаравий қонуни. Паст ҳароратлар соҳасида* ($T \ll \theta_D$) охириги формула қуйидаги кўринишни олади:

$$C_m = \frac{12\pi^3}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3.$$

● Фононнинг энергияси** ϵ классик тўлқинлар тебранишининг доиравий частотаси ω билан қуйидаги муносабат орқали боғланган:

$$\epsilon = \hbar \omega.$$

● Фононнинг квази импульси

$$p = 2\pi \hbar / \lambda.$$

* Масалаларни ечишда агар $T / \theta_D < 0,1$ бўлса, $T \ll \theta_D$ деб ҳисоблансин.

** Фонон — кристалл панжара тебраниш майдонининг кванти ҳисобланади.

Фононнинг тезлиги товуш тўлқинларининг кристаллдаги гуруҳий (группавий) тезлигидир:

$$u = d\varepsilon / dp$$

Фонон энергиясининг кичик қийматларида тўлқин дисперсияси ни инобатга олмаслик мумкин ва бунда гуруҳий ҳамда фазовий тезликлар мос келади:

$$u = v = \varepsilon / p$$

Бўйлама (v_e) ва кўндаланг (v_t) тўлқинларнинг кристаллдаги тезлиги

$$v_e = \sqrt{E / \rho} \quad v_t = \sqrt{G / \rho}$$

формулалар билан аниқланади, бунда E ва G — мос равишда бўйлама ва кўндаланг қайишқоқлик модуллари.

Товуш тезлигининг ўртачалаштирилган v қиймати v_t ва v_e лар билан қуйидаги муносабат орқали боғланган:

$$\frac{3}{v^3} = \frac{2}{v_t^3} + \frac{1}{v_e^3}$$

● Фурье конуни. dt вақтда иссиқлик оқими йўналишига тик бўлган S юзали сирт орқали ўтган dQ иссиқлик миқдори

$$dQ = -\lambda (dT / dx) S dt,$$

бунда λ — иссиқлик ўтказувчанлик; dT / dx — ҳарорат градиенти. Формуладаги манфий ишора иссиқлик оқимининг йўналиши ҳарорат градиенти векторига қарама-қарши йўналганлигини кўрсатади.

● Иссиқлик ўтказувчанлик λ , бирлик ҳажм учун ҳисобланган иссиқлик сифими C , товуш тезлиги v (ўртачалаштирилган қиймат) ва фононларнинг ўртача эркин югуриш йўли Λ қуйидаги муносабат орқали боғланган:

$$\lambda = \frac{1}{3} cv\Lambda$$

● Доплер ҳодисаси натижасида частотанинг нисбий ўзгариши

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{v}{c} \cos\theta \quad (v \ll c),$$

бунда v — атомнинг тезлиги, c — электромагнит нурланишининг тарқалиш тезлиги; θ — \vec{V} вектор ва кузатиш йўналиши (атомдан кузатувчига) орасидаги бурчак.

● Гамма-фотон чиқарилганда ядрога бериладиган туртки энергияси

$$R = (h\omega)^2 / (2m_\pi c^2),$$

бунда $h\omega$ — гамма — фотоннинг энергияси, m_π ядронинг массаси.

- Спектрал чизикнинг табиий кенглиги

$$\Gamma = h / \tau,$$

бунда τ — ядронинг (атомнинг) ғалаёнланган ҳолатда ўртача яшаш вақти.

- Ангармоник тебранишларда заррани мувозанат ҳолатига қайтарувчи куч

$$f(x) = -\beta x + \gamma x^2$$

ифода билан аниқланади, бунда β — гармониклик коэффициентини бўлиб, кристалл атомлари орасидаги мувозанат масофаси r_0 ва бўйлама қайишқоклик модули E билан

$$\beta = r_0 E$$

муносабат орқали боғланган, γ — каттик жисмдаги атомлар тебранишининг асимметриклигини характерловчи ангармониклик коэффициентини. Катталиқнинг тартибини баҳолаш учун

$$\gamma = \frac{1}{2} \frac{\rho}{r_0}$$

деб қабул қилиш мумкин.

- Таърифга биноан чизикли кенгайиш коэффициентини

$$\alpha = \frac{1}{e} \frac{dl}{dT}$$

Назарий жиҳатдан у β ва γ коэффициентлар орқали қуйидагича ифодаланади

$$\alpha = \frac{\gamma k}{\beta^2 r_0} \text{ ёки тахминан } \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{r_0^2 \beta^2},$$

бунда k — Больцман доимийси.

Масалалар ечишга доир мисол

Мисол. Агар иситиш: 1) $T = \theta_D$; 2) $T_2 = 2k$ ҳароратлардан бошланса, унда шу икки ҳол учун $m = 20$ г массали NaCl кристаллини $\Delta T = 2$ К га иситиш учун зарур бўлган исиклик миқдори ΔQ аниқлансин. NaCl учун θ_D Дебайнинг характеристик ҳарорати 320 К га тенг деб қабул қилинсин.

Е ч и ш . Жисмни τ_1 ҳароратдан τ_2 гача иситиш учун берилиши керак бўлган ΔQ исиклик миқдори

$$\Delta Q = \int_{\tau_1}^{\tau_2} C dT \quad (1)$$

формула ёрдамида ҳисобланиши мумкин, бунда C — жисмнинг (тизимнинг) исиклик сифими.

Жисмнинг иссиқлик сифими моляр иссиқлик сифим C_m билан $c = (m/M)C_m$ муносабат орқали боғланган, бунда m — жисмнинг массаси; M — моляр масса. C нинг бу ифодасини (1) формулага қўйиб қуйидагини оламиз

$$\Delta Q = (m/M) \int_{T_1}^{T_2} C_m dT. \quad (2)$$

Умумий ҳолда C_m ҳароратнинг функциясидир, шунинг учун уни интеграл белгисидан ташқарига чиқариш мумкин эмас. Лекин биринчи ҳолда иссиқлик сифимининг ўзгаришини унинг T_1 ҳароратдаги қийматига нисбатан инobatга олмаслик ва уни ΔT ҳароратларнинг барча оралиғида ўзгармас ҳолда $C_m(T_1)$ га тенг деб қабул қилиш мумкин. Шуни назарда тутганда (2) формула

$$\Delta Q = (m/M) C_m(T_1) \Delta T \quad (3)$$

қўринишни олади. Дебай назариясига мувофиқ моляр иссиқлик сифими $C_m(T_1)$ қуйидаги формула билан ифодаланadi

$$C_m(T_1) = 3R \left[12(T_1/\theta_D)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} - \frac{3(\theta_D/T)}{e^{\theta_D/T} - 1} \right]$$

Биринчи ҳолда $T = \theta_D$ да интеграл

$$\int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \int_0^1 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 0,225$$

бўлади (2-жадвалга к.) ва демак,

$$C_m = 2,87,$$

C_m нинг бу қийматини (3) формулага қўйиб қуйидагини оламиз

$$\Delta Q = 2,87 (m/M) R \Delta T \quad (4)$$

(4) формулага биноан ҳисоблаб, ΔQ ни топамиз:

$$\Delta Q = 16,3 \text{ Ж.}$$

Иккинчи ($T \ll \theta_D$) ҳолда ΔQ ни топиш Дебайнинг чегаравий онундан фойдаланиш мумкинлиги билан осонлашади. Унга биноан иссиқлик сифими абсолют ҳароратнинг учинчи даражасига пропорционалдир. Бу ҳолда иссиқлик сифими ҳароратнинг берилган оралиғида кескин ўзгаради ва уни (2) формулада интеграл белгисидан ташқарига чиқариш мумкин эмас.

Дебайнинг чегаравий конунининг ифодаси

$$C_m = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3$$

дан фойдаланиб, куйидагини оламиз

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\theta_D^3} \int_{T_2}^{T_2 + \Delta T} T^3 dT.$$

Интеграллаш амалини бажарамиз:

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5} \cdot \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{\theta_D} \left[\frac{(T_2 + \Delta T)^4}{4} - \frac{T_2^4}{4} \right]. \quad (5)$$

$T_2 + \Delta T = 2T_2$ эканлигини ҳисобга олсак, (5) ифода куйидаги кўринишни олади

$$\Delta Q = \frac{3\pi^4}{5} \cdot \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{\theta_D^3} 15T_2^4 \text{ ёки } \Delta Q = 9\pi^4 \frac{m}{M} R \frac{T_2^4}{\theta_D^3}.$$

Охирги формулага π , m , M , R , T ва θ_D катталикларнинг кийматларини кўйиб ва ҳисоблаб, натижани топамиз:

$$\Delta Q = 1,22 \text{ мЖ.}$$

Масалалар

Иссиқлик сиғимининг классик назарияси

50.1. Иссиқлик сиғимининг классик назариясига биноан алюминий ва мис кристалларининг солиштирма иссиқлик сиғимлари C ҳисоблансин.

50.2. Классик назариядан фойдаланиб NaCl ва CaCl_2 кристалларининг солиштирма иссиқлик сиғимлари C ҳисоблансин.

50.3. Иссиқлик сиғимининг классик назариясига биноан $V = 1 \text{ м}^3$ ҳажмли алюминий бромид AlBr_3 кристаллининг иссиқлик сиғими C ҳисоблансин. Алюминий бромид кристаллининг зичлиги $\rho = 3,01 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

50.4. $t_1 = 0^\circ\text{C}$ дан $t_2 = 200^\circ\text{C}$ гача иситишда никель кристаллининг ички энергиясининг ўзгариши ΔU аниқлансин. Кристаллнинг массаси $m = 20 \text{ г}$. Иссиқлик сиғими C ҳисоблансин.

50.5. Иссиқлик мувозанатида бўлган классик чизикли гармоник осцилляторнинг ўртача энергияси $\langle \epsilon \rangle$ учун формула чиқарилсин. $T = 300 \text{ К}$ да $\langle \epsilon \rangle$ нинг киймати ҳисоблансин.

50.6. $N = 10^{25}$ та классик уч ўлчовли эркин гармоник осцилляторлардан ташкил топган тизимнинг энергияси U ва иссиқлик сиғими C аниқлансин. Ҳарорат $T = 300 \text{ К}$.

Кўрсатма: 50.5- масала ечимининг натижаларидан фойдаланилсин.

Эйнштейннинг иссиқлик сиғими назарияси

50.7. Ушбулар аниқлансин: 1) $T = \theta_E$ ($\theta_E = 200$ К) ҳароратдаги чизикли бир ўлчамли квант осциляторининг ўртача энергияси $\langle \epsilon \rangle$. 2) $T = \theta_E$ ($\theta_E = 300$ К) ҳароратдаги $N = 10^{25}$ та уч ўлчамли эрки квант осциляторлардан ташкил топган тизимнинг энергияси U .

50.8. Агар кумуш учун характеристик ҳарорат $\theta_E = 165$ К бўлса, Эйнштейннинг иссиқлик сиғими назариясига мувофиқ кумуш атомларининг тебраниш частотаси ν топилсин.

50.9. Ҳарорат $T_1 = \theta_E/2$ дан $T_2 = \theta_E$ гача ортганда квант осциляторининг битта эркинлик даражасига тўғри келувчи ўртача энергияси $\langle \epsilon \rangle$ неча марта ўзгаради? Нолинчи энергия ҳисобга олинсин.

50.10. $T = \theta_E$ ҳароратда квант осциляторининг ўртача энергиясининг идеал газ молекулаларининг иссиқлик ҳаракат ўртача энергиясига нисбати $\langle \epsilon \rangle / \langle \epsilon_T \rangle$ аниқлансин.

50.11. Эйнштейннинг иссиқлик сиғими ҳақидаги квант назариясидан фойдаланиб кристаллни $T = \theta_E/2$ ҳароратдан $\Delta T = 2$ К гача киздиришда унинг моляр ички энергиясининг ўзгариши ΔU_m ҳисоблансин.

50.12. Эйнштейннинг иссиқлик сиғими назариясидан фойдаланиб кристаллни нолдан то $T_1 = 0,1\theta_E$ гача киздиришда унинг моляр ички энергиясининг ўзгариши ΔU_m аниқлансин. Мазкур кристалл учун Эйнштейннинг характеристик ҳарорати $\theta_E = 300$ К деб қабул қилинсин.

50.13. Агар иссиқлик сиғими C ни ҳисоблашда Эйнштейн назарияси асосида олинадиган ($T = \theta_E$ да) қиймат ўрнига Дюлонг ва Пти қонуни асосида олинадиган қийматдан фойдаланилса, у ҳолда йўл қўйиладиган нисбий хатолик аниқлансин.

50.14. Эйнштейн назариясига биноан рух кристаллининг нолинчи моляр энергияси U_{m0} ҳисоблансин. Рух учун характеристика ҳарорат $\theta_E = 230$ К.

Дебайнинг иссиқлик сиғими назарияси

50.15. Дебай яқинлашишида каттик жисми бўйлама ва кўндаланг турғун тўлқинлардан иборат тизим сифатида қараб, уч ўлчовли кристалл панжарали кристалл учун частоталарнинг таксимот функцияси $g(\omega)$ аниқлансин. Ифодани чиқаришда хусусий тебранишлар сони z чекланган ва $3N$ га тенг деб қабул қилинсин (N — кўрилаётган ҳажмдаги атомлар сони).

50.16. Уч ўлчовли кристалл панжара учун частоталарнинг таксимот функцияси $g(\omega) = \frac{9N}{\omega_{max}^3} \omega^2$ ни билган ҳолда N та (Аво-

гадро доимийсига тенг) сондаги атомга эга кристаллнинг энергияси учун формула чиқарилсин.

50.17. Уч ўлчамли кристаллнинг энергияси учун ёзилган

$$U_m = 3RT \cdot 3 \cdot \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$$

формуладан фойдаланиб моляр иссиқлик сифими учун ифода ҳосил қилинсин.

50.18. Уч ўлчамли кристаллнинг моляр иссиқлик сифими

$$C_m = 3R \left[12 \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} - \frac{3(\theta_D/T)}{e^{\theta_D/T} - 1} \right].$$

Паст ҳароратларда ($\Delta \ll \theta_D$) моляр иссиқлик сифимининг чегаравий ифодаси топилсин.

50.19. Дебай назарияси бўйича мис кристаллининг моляр нолинчи энергияси $U_{m,0}$ ҳисоблансин. Миснинг характеристик ҳарорати $\theta_D = 320$ К.

50.20. Дебай назарияси бўйича олтин кристаллидаги хусусий тебранишларнинг максимал частотаси ω_{max} аниқлансин. Характеристик ҳарорат $\theta_D = 180$ К.

50.21. Агар $T = 20$ К да қумушнинг моляр иссиқлик сифими $C = 1,7$ Ж/моль·К) эканлиги маълум бўлса, Дебайнинг максимал частотаси ω_{max} ҳисоблансин.

50.22. Кристаллни нолдан то $T = 0,1 \theta_D$ гача қиздирганда унинг ички энергиясининг ўзгариши ΔU нинг нолинчи энергия U_0 га нисбати топилсин. $T \ll \theta_D$ деб ҳисоблансин.

50.23. Дебайнинг иссиқлик сифими назариясидан фойдаланиб кристаллни нолдан то $T = 0,1 \theta_D$ гача қиздиришда унинг моляр ички энергиясининг ўзгариши ΔU_m аниқлансин. Мазкур кристалл учун Дебайнинг характеристик ҳарорати $\theta_D = 300$ К деб қабул қилинсин $T \ll \theta_D$ деб ҳисоблансин.

50.24. Дебайнинг иссиқлик сифими учун квант назариясидан фойдаланиб кристаллни $T = \theta_D/2$ ҳароратдан $\Delta T = 2$ К га қиздиришда унинг моляр ички энергиясининг ўзгариши ΔU_m ҳисоблансин.

50.25. Массаси $m = 10$ г бўлган қумушни $T_1 = 10$ К дан $T_2 = 20$ К гача қиздиришда $\Delta \theta = 0,71$ Ж иссиқлик берилди. Қумушнинг Дебай характеристик ҳарорати θ_D аниқлансин. $T \ll \theta_D$ деб ҳисоблансин.

50.26. Агар Дебай назарияси берадиган ($T = \theta_D$ да) қиймат ўрнига, Дюлонг ва Пти қонуни берадиган қийматдан фойдаланилса, у ҳолда кристаллнинг иссиқлик сифимини ҳисоблашда йўл қўйиладиган нисбий хатолик аниқлансин.

50.27. Эйнштейн ва Дебай характеристик ҳароратларининг нисбати θ_E/θ_D топилсин.

Қўрсатма. Нолинчи энергиялар учун Эйнштейн ва Дебай назариялари бўйича ҳисобланган ифодалардан фойдаланилсин.

50.28. Дебай яқинлашишида каттик жисмни бўйлама ва кўндаланг турғун тўлқинлардан иборат тизим сифатида караб икки ўлчовли панжарали кристалл (яъни ўзаро таъсирлашмайдиган қатламлардан иборат кристалл) учун частоталарнинг тақсимот функцияси $g(\omega)$ аниқлансин. Ифодани чиқаришда хусусий тебранишлар сони z чекланган ва $3N$ га тенг деб қабул қилинсин (N — кўриляётган ҳажмдаги атомлар сони)

50.29. Икки ўлчовли панжарали кристалл учун частоталарнинг тақсимот функцияси $g(\omega) = \frac{6N}{\omega_{max}^3} \omega$ ни билган ҳолда N та (Аво-

гадро доимийсига тенг) атомга эга кристаллнинг ички энергияси U учун формула чиқарилсин.

50.30. Икки ўлчовли панжарали кристаллнинг моляр ички энергияси учун

$$U_m = 3RT \cdot 2 \left(\frac{T}{\theta_D} \right) \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^2 dx}{e^x - 1}$$

формуладан фойдаланиб моляр иссиқлик сиғими C_m учун ифода олинсин.

50.31. Икки ўлчовли панжарали кристаллнинг моляр иссиқлик сиғими

$$C_m = 3R \left[6 \left(T/\theta_D \right)^2 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} - \frac{2(\theta_D/T)}{e^{\theta_D/T} - 1} \right]$$

формула билан ифодаланади. Паст ҳароратларда ($T \ll \theta_D$) кристалл моляр иссиқлик сиғимининг чегаравий ифодаси топилсин.

50.32. Агар Дебайнинг характеристик ҳарорати $\theta_D = 350$ К бўлса, икки ўлчовли панжарали кристаллнинг моляр ички энергияси U_m ҳисоблансин.

50.33. Дебай яқинлашишида каттик жисмни бўйлама ва кўндаланг турғун тўлқинлардан иборат тизим сифатида караб бир ўлчовли панжарали кристалл учун (яъни, атомлари бир-бирлари билан ўзаро таъсирлашмайдиган занжир ҳосил қиладиган кристалл) частоталарнинг тақсимот функцияси $g(\omega)$ аниқлансин. Ифодани чиқаришда хусусий тебранишлар сони z чекланган ва $3N$ га тенг деб қабул қилинсин (N — кўриляётган ҳажмдаги атомлар сони).

50.34. Бир ўлчовли панжарали кристалл учун частоталарнинг тақсимот функцияси $g(\omega) = 3N/\omega_{max}$ ни билган ҳолда N та (Авогадро доимийсига тенг) атомга эга кристаллнинг ички энергияси учун формула чиқарилсин.

50.35. Бир ўлчовли панжарали кристаллнинг моляр ички энергияси учун

$$U_m = 3RT (T/\theta_D) \int_0^{\theta_D/T} \frac{x dx}{e^x - 1}$$

формуладан фойдаланиб, моляр иссиқлик сифими учун ифода олинсин.

50.36. Бир ўлчовли панжарали кристаллнинг моляр иссиқлик сифими

$$C_m = 3R \left[2(T/\theta_D) \int_0^{\theta_D/T} \frac{x dx}{e^x - 1} - \frac{\theta_D/T}{e^{\theta_D/T} - 1} \right]$$

формула билан ифодаланади. Паст ҳароратларда ($T \ll \theta_D$ кристалл моляр иссиқлик сифимининг чегаравий ифодаси топилсин.

50.37. Агар Дебайнинг характеристик ҳарорати $\theta_D = 300$ К бўлса, бир ўлчовли панжарали кристаллнинг моляр нолинчи энергияси U_{m0} ҳисоблансин.

Нометалларнинг иссиқлик ўтказувчанлиги. Фононлар

50.38. Сув $t_1 = 0^\circ\text{C}$ ҳароратда $h = 50$ см қалинликдаги муз қатлами билан қопланган. Ҳавонинг ҳарорати $t_1 = 30^\circ\text{C}$. $\tau = 1$ соат вақтда $S = 1$ м² юзали муз сирти орқали сув узатган иссиқлик миқдори Q аниқлансин. Музнинг иссиқлик ўтказувчанлиги $\lambda = 2,2$ Вт/(м·К).

50.39. Сиртининг юзаси $S = 1,5$ м², ажратувчи қатламнинг қалинлиги $h = 2$ см бўлган термостатда ташки ҳарорат $t = 20^\circ\text{C}$ бўлганда, $t_1 = 100^\circ\text{C}$ ҳароратни сақлаб туриш учун қандай қувват талаб қилинади?

50.40. Агар Дебайнинг характеристик ҳарорати $\theta_D = 250$ К бўлса, Дебайнинг максимал частотаси ω_{max} га мос келувчи фононнинг энергияси ϵ топилсин.

50.41. Фононнинг $\omega = 0,1\omega_{max}$ частотага мос келувчи квази-импульси p аниқлансин. Товушнинг кристаллдаги ўртачалаштирилган тезлиги $v = 1380$ м/с, Дебайнинг характеристик ҳарорати $\theta_D = 100$ К. Товуш тўлқинларининг кристаллдаги дисперсияси инобатга олинмасин.

50.42. $\omega = 0,01\omega_{max}$ частотага мос келувчи фононнинг тўлқин узунлиги $\lambda = 52$ нм. Агар товушнинг кристаллдаги ўртачалаштирилган тезлиги $v = 4,8$ км/с бўлса, товуш тўлқинларининг дисперсиясини инобатга олмай, Дебайнинг характеристик ҳарорати θ_D аниқлансин.

50.43. Фононларнинг кумушдаги ўртачалаштирилган тезлиги v (товуш тезлиги) ҳисоблансин. Бўйлама E ва қўндаланг G қайишқоқлик модуллари, шунингдек кумушнинг зичлиги ρ маълум деб ҳисоблансин.

50.44. Вольфрам учун Дебайнинг характеристик ҳарорати $\theta_D = 310$ К. $\nu = 0,1\nu_{max}$ частотага мос келувчи фононларнинг тўлқин узунлиги λ аниқлансин. Товушнинг вольфрамдаги ўртачалаштирилган тезлиги ҳисоблансин. Кристаллдаги тўлқин дисперсияси инобатга олинмасин.

59.45. Бир ўлчовли кристалл (атомлари бир-бирлари билан ўзаро таъсирлашмайдиган занжир ҳосил қилувчи кристалл) панжарасининг даври $d=0,3$ нм. Атомларнинг шу занжири бўйлаб тарқалувчи фонларнинг максимал энергияси ϵ аниқлансин. Товушнинг кристаллдаги ўртачалаштирилган тезлиги $v=5$ км/с.

50.46. Характеристик ҳарорати $\theta=300$ К бўлган кристаллда товушнинг ўртачалаштирилган тезлиги v аниқлансин. Кристаллдаги атомлараро масофа $d=0,25$ нм.

50.47. Агар маълум ҳароратда кварц SiO_2 нинг иссиқлик ўтказувчанлиги $\lambda=13$ Вт/(м·К), моляр иссиқлик сифими $C=44$ Ж/(моль·К) ва товушнинг ўртачалаштирилган тезлиги $v=5$ км/с бўлса, шу ҳароратда фонларнинг кварцдаги ўртача эркин югуриш йўли $\langle l \rangle$ ҳисоблансин. Кварцнинг зичлиги $\rho=2,65 \cdot 10^3$ кг/м³.

50.48. Агар хона ҳароратида NaCl кристаллининг иссиқлик ўтказувчанлиги $\lambda=71$ Вт/(м·К.) бўлса, шу ҳароратда фонларнинг ўртача эркин югуриш йўли $\langle l \rangle$ нинг панжара параметри d га нисбати топилсин. Иссиқлик сифими Нейман — Копп қонуни бўйича ҳисоблансин. Нисбий атом массалари: $A_{Na}=23$, $A_{Cl}=35,5$, кристаллнинг зичлиги $\rho=2,17 \cdot 10^3$ кг/м³. Товушнинг ўртачалаштирилган тезлиги $v=5$ км/с деб қабул қилинсин.

50.49. $T=42$ К ҳароратда қўрғошиндаги фонон босими p ҳисоблансин. Қўрғошиннинг Дебай характеристик ҳарорати $\theta_D=85$ К.

50.50. Агар $\theta_D=320$ К бўлса, $T=\theta_D$ ҳароратда мисдаги фонон босими p аниқлансин.

Доплер эффекти

50.51. Энергия ва импульсларнинг сақланиш қонунларидан фойдаланиб норелятивистик ҳол учун ҳаракатланаётган атом фотон чиқарганда $\Delta\omega/\omega$ Доплер силжишининг формуласи ҳосил қилинсин.

50.52. Қуйидаги уч ҳол учун туртки натижасида атом оладиган энергия R ҳисоблансин; 1) спектрнинг кўзга кўринадиган қисмидаги нурланишда ($\lambda=500$ нм); 2) рентген нурланишида ($\lambda=0,5$ нм); 3) гамма-нурланишда ($\lambda=5 \cdot 10^{-3}$ нм). Ҳамма ҳолларда атомнинг массаси m_a ни бир хил ва 100 а.м.б. га тенг деб ҳисоблансин.

50.53. Атом нурланиши спектрал чизиғининг кенгайиши Доплер ҳодисаси ва ноаниқликлар муносабати натижасида ҳосил бўлади. Бундан ташқари, атомга тепки бериш натижасида спектрал чизиқларнинг силжиши рўй беради. Водород атоми учун бу уч сабабнинг ҳар бири натижасида нурланиш тўлқин узунлигининг нисбий ўзгариши $\Delta\lambda/\lambda$ баҳолансин. Атомнинг иссиқлик ҳаракат ўртача тезлиги $\langle v \rangle=3$, км/соат ғалаёнланган ҳолатда яшаш вақти $\tau=10$ нс, атомнинг нурланиш энергияси $\epsilon=10$ эВ деб қабул қилинсин.

50.54. Эркин атом томонидан γ -фотон чиқарилганда спектрал чизикнинг силжиши ва кенгайиши рўй беради. Кенгайиш Доплер ходисаси ва ноаниқликлар муносабати, силжиш эса тепки ходисаси натижасида рўй беради. ^{57}Fe ядроси учун урта сабабнинг хар бири натижасида рўй берадиган нурланиш частотасининг нисбий ўзгариши $(\Delta\nu/\nu)$ баҳолансин. Ҳисоблашларда ядронинг ўртача тезлиги (иссиқлик ҳаракати натижасида) $\langle v \rangle = 300$ м/с, ядронинг ғалаёнланган ҳолатда яшаш вақти $\tau = 100$ нс ва гамма нурланишнинг энергияси $\epsilon_\gamma = 15$ кэВ деб қабул қилинсин.

50.55. Массаси m_r бўлган эркин тинч ҳолатдаги ядро e энергияли гамма фотонни тутиш натижасида эга бўладиган ғалаёнланиш энергияси топилсин.

50.56. Эркин ^{40}K ядроси $\epsilon_\gamma = 30$ кэВ энергияли гамма-фотон чиқарди. Ядрога тепки бериш натижасида спектрал чизикнинг нисбий силжиши $\Delta\lambda/\lambda$ аниқлансин.

50.57. $\Delta E = 93$ кэВ ғалаёнланиш энергиясига эга бўлган ^{67}Zn ядроси гамма-фотон чиқариб асосий ҳолатга ўтди. Эркин ядрони тепиш натижасида вужудга келадиган гамма фотон энергиясининг нисбий ўзгариши $\Delta\epsilon_\gamma/\epsilon_\gamma$ топилсин.

50.58. Кристалл панжаранинг тугунида турган атомнинг $E_{\text{боғ}}$ боғланиш энергияси 20 эВ ни ташкил қилади. Атомнинг массаси $m_0 = 80$ а.м.б. чиқарилишида тепки натижасида атом панжара тугунидан узилиши мумкин бўлган гамма фотоннинг минимал энергияси ϵ_γ аниқлансин.

50.59. ^{191}Ir ядросининг ғалаёнланиш энергияси $\Delta E = 129$ кэВ. Манба ва ютувчининг (эркин ^{191}Ir ядроларига эга) қандай v тезлик билан яқинлашишида ядрони тепиш натижасида вужудга келадиган ютиш ва нурланиш соҳаларининг силжиши Доплер ходисаси натижасида қопланиши мумкин?

50.60. Манба ва ютувчи ^{83}Kr эркин ядроларига эга. Ядроларнинг ғалаёнланиш энергияси $\Delta E = 9,3$ кэВ гамма фотоннинг резонанс ютилиши рўй бериши учун манба ва ютувчининг бири-бирига яқинлашиш тезлиги v аниқлансин.

50.61. Манба ва ютувчи ^{161}Dy ядроларига эга. Ядроларнинг ғалаёнланиш энергияси $\Delta E = 26$ эВ, ярим емирилиш даври $T_{1/2} = 28$ нс. Манба ва ютувчининг қандай v_{min} минимал тезлик билан яқинлашишида гамма-фотоннинг Мёссбауэр ютилиши бузилади?

50.62. Манба ва ютувчининг (^{193}Er эркин ядроларига эга) $v = 10$ мм/с тезлик билан яқинлашишида $\epsilon_\gamma = 98$ кэВ энергияли гамма фотоннинг Мёссбауэр ютилиши бузилади. Шу берилганлар асосида ^{153}Er ядросининг ўртача яшаш вақти τ баҳолансин.

50.63. Гамма фотонлар манбаи детектор — ютувчи устида $l = 20$ м масофада жойлашган. Детекторнинг жойлашиш ўрнида Ер билан ўзаро тортишиш таъсири натижасида гамма фотонлар энергиясининг ўзгаришини тўла қоплаш учун манбани юқорига қараб қандай v тезлик билан ҳаракатлантириш керак?

Каттиқ жисмларнинг иссиқликдан кенгайиши

50.64. Учта ўзаро тик йўналишлар бўйича чизикли кенгайиш коэффициентлари $\alpha_1 = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$; $\alpha_2 = 1,10 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$; $\alpha_3 = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$ ни ташкил қилган анизотроп кристалл учун ҳажмий кенгайиши коэффициенти β топилинсин.

50.65. Агар гармониклик коэффициенти $\beta = 50$ н/м, ангармониклик коэффициенти эса $\gamma = 500$ ГПа бўлса, каттиқ жисмнинг атоми мувозанат ҳолатига қайтарувчи максимал куч F_{max} ҳисоблансин.

50.66. Агар маълум ҳароратда, иссиқлик тебранишларининг амплитудаси ўртача атомлараро масофанинг 5% ни ташкил қилса, атомни мувозанат ҳолатига қайтарувчи (максимал силжишига мос келувчи) F куч аниқлансин. Ҳисоблашларда гармониклик коэффициенти $\beta = 50$ н/м, ангармониклик коэффициенти $\gamma = 500$ ГПа, атомлараро ўртача масофа $r_0 = 0,4$ нм деб қабул қилинсин.

50.67. Агар иссиқлик тебранишларининг амплитудаси ўртача атомлараро масофанинг 5% ни ташкил қилса, гармоник тебранишларда каттиқ жисм кристалл панжарасидаги атомлар потенциал энергиясининг максимал ўзгариши ΔP_{max} қандай бўлади? Атомлар орасидаги ўртача масофа $r_0 = 0,3$ нм, Юнг модули $E = 100$ ГПа деб қабул қилинсин.

50.68. Агар зарраларнинг каттиқ жисм кристалл панжарасидаги силжиши $F(x) = -\beta x$ Гук қонунига бўйсунса, унда иссиқлик кенгайиши бўлмаслиги кўрсатилсин.

50.69. Агар зарралар орасидаги мувозанат масофаси $r_0 = 0,3$ нм, Юнг модули $E = 200$ ГПа бўлса, каттиқ жисм зарраларининг тебраниш тенгламасидаги гармониклик коэффициенти аниқлансин.

50.70. Ангармониклик коэффициентини $\gamma \approx \beta / (2r_0)$ деб ҳисоблаб, каттиқ жисм кенгайишининг термик коэффициенти α баҳолансин. Баҳолашда Юнг модули $E = 100$ ГПа, атомлараро масофа $r_0 = 0,3$ нм деб қабул қилинсин.

50.71. Агар темир учун чизикли кенгайишнинг термик коэффициенти $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$, атомлараро масофа $r_0 = 0,25$ нм. Юнг модули $E = 200$ ГПа бўлса, унинг учун ангармониклик коэффициенти γ ҳисоблансин.

50.72. Каттиқ жисмдаги атомлараро масофа (уни $T = 400$ К гача қиздирганда) минимум потенциал энергияга тўғри келувчи $r_0 = 0,3$ нм мувозанат масофасига нисбатан неча фоизга ўзгариши аниқлансин. Ҳисоблашларда $\gamma = \beta / (2r_0)$, Юнг модули $E = 10$ ГПа деб қабул қилинсин.

50.73. Каттиқ жисмнинг фононлар босими ($T \ll \theta_D$ соҳада) вужудга келтирадиган кенгайишининг термик коэффициенти α баҳолансин. Баҳолашда кристаллнинг зичлиги $\rho = 10^4 \text{кг/м}^3$, Юнг модули $E = 100$ ГПа, нисбий атом массаси $A_r = 60$ деб қабул қилинсин.

Асосий формулалар

Металлдаги электронлар (квант статистикасига биноан)

● Фермининг металлдаги эркин электронларнинг энергиялари бўйича тақсимоти:

$$T \neq 0 \text{ да } dn(\epsilon) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{\epsilon^{1/2} d\epsilon}{\exp[(\epsilon - \epsilon_f)/(kT)] + 1};$$

$$T = 0 \text{ да } dn(\epsilon) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \epsilon^{1/2} d\epsilon \quad (\epsilon < \epsilon_f \text{ да})$$

бунда $dn(\epsilon)$ — энергиялари ϵ дан $\epsilon + d\epsilon$ гача қийматлар оралиғида бўлган электронларнинг концентрацияси; m ва \hbar — электроннинг массаси ва энергияси; ϵ_f — Ферми сатҳи (ёки энергияси).

● $T = 0$ да металлдаги Ферми сатҳи

$$\epsilon_f = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}.$$

● Айниш ҳарорати

$$T_{xp} = \frac{2\pi \hbar^2}{km} n^{2/3}.$$

Яримўтказгичлар

● Ярим ўтказгичларнинг хусусий солиштирама ўтказувчанлиги

$$\gamma = en(b_n + b_p),$$

бунда e — электроннинг заряди; n — заряд ташувчиларнинг (электронларнинг ва тешикларнинг) концентрацияси; b_n ва b_p — электронларнинг ва тешикларнинг ҳаракатчанлиги.

Холл эффекти натижасида намунанинг кирраларида вужудга келадиган U_n кучланиш

$$U_n = R_n B j l,$$

бунда R_n — Холл доимийси; B — магнит майдон индукцияси; l — намунанинг кенглиги; j — токнинг зичлиги.

Факат бир хил кўринишдаги заряд ташувчиларга n ёки p эга бўлган ёкут, кремний, германий ва бошқалар каби ярим ўтказгичлар учун Холл доимийси

$$R_n = \frac{3\pi}{8} \cdot \frac{1}{en},$$

бунда n — заряд ташувчиларнинг концентрацияси.

Магнит резонанси

- Ядронинг магнит моменти*

$$\mu_1 = g\mu_N \sqrt{I(I+1)},$$

бунда g — Ланденинг ядровий омили (фактори); μ_N — ядро магнетони ($\mu_N = eh/(2m_p)$); m_p — протоннинг массаси; I — ядронинг спин квант сони (ядронинг спини).

● Ядро магнит моментининг ядронинг импульс моменти Z_1 билан боғланиши

$$M_1 = \gamma Z_1,$$

бунда γ — гидромагнит муносабат ($\gamma = g\mu_N/h$) ва

$$L_1 = h \sqrt{I(I+1)}.$$

Ядро магнит моментининг ташки майдон магнит индукция векторининг йўналишидаги проекцияси

$$\mu_z = g\mu_N m_I$$

бунда m_I — ядронинг спин магнит квант сони $m_I = I, I-1, \dots, -I$.

● Энергиянинг резонанс ютилиши рўй берадиган ўзгарувчан магнит майдоннинг доиравий частотаси

$$\omega_0 = \gamma B_0,$$

бунда B_0 — ташки доимий магнит майдоннинг магнит индукцияси.

Энергетик сатҳларнинг бандликларининг нисбати (юкори частотали майдон бўлмаганда)

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-(E_2 - E_1)/(kT)},$$

бунда N_1 — E_1 энергетик сатҳнинг бандлиги; N_2 — E_2 энергетик сатҳнинг бандлиги; $E_2 > E_1$.

Масалалар ечишга доир мисоллар

1- мисол. $V = 20 \text{ см}^3$ ҳажмли металл парчаси $T = 0$ ҳароратда турибди. Импульслари максимал импульс p_{max} дан $0,1p_{max}$ дан кўп фарқ қилмайдиган эркин электронлар сони ΔN аниқлансин. Ферми энергияси $\epsilon_f = 5 \text{ эВ}$.

* Ядронинг магнит моменти деб ядро магнит моментининг ташки майдон магнит индукцияси вектори йўналишидаги проекциянинг максимал қийматига ҳам айтилади, яъни $\mu = \mu_{zmax} = g\mu_N I$.

Е чи ш . Металлдаги эркин электронларнинг импульслар бўйича тақсимотини ҳосил қилиш учун $T=0$ да эркин электронлар учун Ферми тақсимотидан фойдаланамиз:

$$dn(\epsilon) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar} \right)^{3/2} e^{1/2} d\epsilon. \quad (1)$$

$dn(\epsilon)$ бирлик ҳажмдаги энергиялари ϵ дан $\epsilon + d\epsilon$ гача ($\epsilon < \epsilon_f$) кийматлар оралиғида бўлган электронлар сони бўлганлигидан, у импульслари p дан $p + dp$ гача кийматлар оралиғида бўлган бирлик ҳажмдаги электронлар сони $dn(p)$ га тенг бўлиши керак, яъни

$$dn(p) = dn(\epsilon). \quad (2)$$

Бунда куйидаги шартга риоя қилинмоғи лозим. Берилган ϵ энергияга маълум импульс p ($\epsilon = p^2 / (2m)$) мос келади ва энергияларнинг $d\epsilon$ оралиғига унга мос келувчи импульсларнинг dp ($d\epsilon = \frac{p}{mdp}$) оралиғи тўғри келади. $\epsilon^{1/2} = p / (2m)^{1/2}$ эканлигини назарда тутиб, (2) тенгликнинг ўнг томонидаги $dn(\epsilon)$ ўрнига юқорида олинган муносабатларга мувофиқ ϵ ни p билан ва $d\epsilon$ ни dp билан алмаштириб (1) ифодага кўямиз, яъни

$$dn(p) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar} \right)^{3/2} \frac{p}{(2m)^{1/2}} \cdot \frac{p}{m} dp.$$

Қискартиришлардан кейин металлдаги эркин электронларнинг $T=0$ да импульслар бўйича қидирилатган тақсимотини оламиз:

$$dn(p) = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} p^2 dp.$$

Импульслари $p_{max} - 0,1p_{max}$ дан p_{max} гача ораликда бўлган бирлик ҳажмдаги электронлар сонини мос чегаравий кийматларда интеграллаш билан топамиз:

$$\Delta n = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} \int_{0,9p_{max}}^{p_{max}} p^2 dp = \frac{1}{3\pi^2 \hbar^3} p_{max}^3 [1 - (0,9)^3] \text{ ёки}$$

$$\Delta n = \frac{0,2H}{3\pi^2} \cdot \frac{p_{max}^3}{\hbar^3}$$

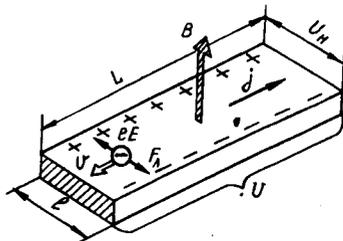
Металлдаги электронларнинг максимал импульси p_{max} ва максимал энергияси ϵ ушбу $p_{max}^2 = 2m\epsilon_f$ муносабат орқали боғланганлигини ҳисобга олиб ($T=0$ да) металлдаги эркин электронларнинг қидирилатган сони ΔN ни топамиз:

$$\Delta N = \frac{0,271}{3\pi^2 \hbar^3} (2m\epsilon_f)^{3/2} \text{ ёки } \Delta N = \frac{0,271}{3\pi^2} \left(\frac{3m\epsilon_f}{\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot V.$$

λ , m , e_f , h ва V катталикларнинг қийматларини қўйиб ва ҳисоблаб ($5 \text{ эВ} = 8 \cdot 10^{-19} \text{ Ж}$), $\Delta N = 2,9 \cdot 10^{23}$ та электронни оламиз.

2- мисол. Узунлиги $L = 10$ см ва кенлиги $b = 6$ мм бўлган пластинка кўринишидаги n -типдаги германий намунаси магнит индукция чизикларига тик равишда бир жинсли магнит майдонга ($B = 0,1 \text{ Тл}$) жойлаштирилган. Пластинканинг учларига $U = 250 \text{ В}$ кучланиш қўйилганда $U_H = 8,8$ мВ холл потенциаллар айирмаси вужудга келади. 1) Холл доимийси R_H ; 2) ток ташувчилар концентрацияси N_n аниқлансин. Германийнинг солиштира ўтказувчанлиги $\gamma = 80$ см/м деб қабул қилинсин.

Ечиш. 1. яримўтказгич магнит майдонда жойлаштирилганида (51.1-расм) унга қўйилган потенциаллар фарқи U таъсирида силжийдиган ток ташувчилар (n -типдаги яримўтказгичларда улар электронлар бўлади) кўндаланг йўналишда оғади. Лоренц кучи таъсирида вужудга келадиган бу четланиш намунанинг ён сиртларида заряднинг «тўпланишига» олиб келади, шу билан бирга бунинг натижасида ҳосил бўладиган U_H кучланиш (Холл потенциаллар фарқи) ўз таъсири билан Лоренц кучини мувозанатлаштиради. Холл потенциаллар фарқи



51.1-расм

$$U_H = R_H B j l$$

муносабат билан аниқланади, бундан Холл доимийси

$$R_H = \frac{U_H}{B j l} \quad (1)$$

Ток зичлиги j ни Ом конунининг дифференциал шаклидан фойдаланиб топамиз:

$$j = \gamma E.$$

бунда E — намунадаги майдон кучланганлиги.

Намунадаги майдонни бир жинсли деб ҳисоблаб $E = U/L$ ни ёйиш мумкин ва у ҳолда

$$j = \gamma \frac{E}{L}.$$

Ток зичлигини (1) ифодаги қўйиб, қуйидагини оламиз

$$R_H = \frac{U_H \cdot L}{B U \gamma l} \quad (2)$$

(2) тенгликнинг ўнг томони Холл доимийсининг бирлиги ($\text{м}^3/\text{Кл}$) ни беришига ишонч ҳосил қиламиз:

$$\frac{[U_H][L]}{[B][U][\gamma][e]} = \frac{1B \cdot 1\text{м}}{1\text{Тл} \cdot 1B \cdot 1\text{см}/\text{м} \cdot 1\text{м}} = \frac{1\text{м}}{1\text{Тл} \cdot 1\text{см}} =$$

$$\frac{1A \cdot 1\text{м} \cdot 1\text{м} \cdot 1B}{1H \cdot 1A} = \frac{1Ж \cdot 1\text{м}^2}{1H \cdot 1\text{Кл}} = 1\text{м}^3/\text{Кл}.$$

Барча катталикларни СИ бирликларида ифодалаймиз ($U_H = 8,8 \times 10^{-3} \text{В}$, $l = 0,1 \text{м}$; $B = 0,1 \text{Тл}$; $U = 250 \text{В}$, $\gamma = 80 \text{см}/\text{м}$, $l = 6 \times 10^{-3} \text{м}$) ва ҳисоблаймиз:

$$R_H = \frac{8,8 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1}{0,1 \cdot 250 \cdot 80 \cdot 6 \cdot 10^{-3}} \text{м}^3/\text{Кл} = 7,33 \cdot 10^{-5} \text{м}^3/\text{Кл}.$$

2. Яримўтказгичдаги бир тип (бизнинг ҳолимизда n -тип) ток ташувчиларнинг концентрацияси n ни қуйидаги муносабатдан топиш мумкин

$$R_H = \frac{3\pi}{8} \cdot \frac{1}{en}.$$

бунда e — элементар заряд. Бундан

$$n = \frac{3\pi}{8R_H e}.$$

Ҳисоблаб қуйидагини оламиз

$$n = 10^{23} \text{ электрон}/\text{м}^3$$

3- мисол. Эквивалент ядроларга (протонларга) эга бўлган моддадан ясалган намуна бир жинсли ташки магнит майдонда турибди ($B = 1\text{Тл}$). 1) $T = 300 \text{К}$ ҳароратда энергетик сатҳларнинг бандлигининг нисбий фарқи; 2) ядровий магнит резонанси рўй берадиган ν_0 частота аниқлансин. Электронлар катламларининг ва қўшни ядроларнинг тўскинлик қилувчи таъсири инобатга олинмасин.

Е ч и ш . 1. Ядролар магнит майдонда

$$E = -\mu_z B \quad (1)$$

муносабат билан аниқланувчи қўшимча энергия оладилар, бунда μ_z — ядро магнит моментининг \vec{B} вектор (OZ ўқи) йўналишидаги проекцияси. Ядро магнит моментининг проекцияси

$$\mu_z = g\mu_n m_l$$

формула билан ифодаланади, бунда g — Ланденинг ядровий омили (фактори), μ_n — ядро магнетони; m_l — ядронинг спин магнит квант сони.

Бу ифодани (1) формулага қўйиб, қуйидагини оламиз

$$E = -g\mu_N \cdot B m_I.$$

Протоннинг спин магнит квант сони m_I фақат иккита қийматни қабул қилиши мумкин: $m_I = \frac{1}{2}$ ва $m_I = -\frac{1}{2}$. $m_I = +\frac{1}{2}$ қиймат эса

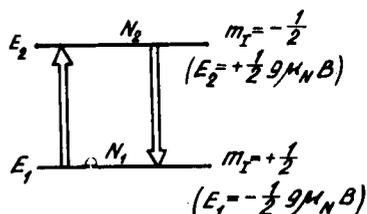
$$E_1 = -\frac{1}{2}g\mu_N B. \quad (2)$$

қуйи энергетик сатҳга мос келди. $m_I = -\frac{1}{2}$ қиймат юқори

$$E_2 = +\frac{1}{2}g\mu_N \cdot B. \quad (3)$$

энергетик сатҳга мос келади (51.2- расм).

Магнит майдон бўлмаганда спинлари қарама-қарши йўналган ядроларнинг сони бир хил ва $N/2$ га тенг (N — ядроларнинг умумий сони). Магнит майдонида ядроларнинг энергетик сатҳлар бўйича қайта тақсимланиши рўй беради. E_1 энергияли қуйи сатҳда E_2 энергияли юқори сатҳдагидан кўра кўпроқ ядролар бўлади. Қуйи энергетик сатҳ E_1 да турган ядроларнинг N_1 сони (мазкур сатҳнинг бандлиги) Больцман формуласига биноан ҳисобланиши мумкин:



51.2- расм

$$N_1 = \frac{N}{2} e^{-E_1/(kT)} \text{ ёки } N_1 = \frac{N}{2} e^{+\frac{1}{2}g\mu_N \cdot B/(kT)}.$$

Худди шунингдек, юқори энергетик сатҳда турган ядроларнинг сони N_2 ни ҳам топиш мумкин:

$$N_2 = \frac{N}{2} e^{-E_2/(kT)} \text{ ёки } N_2 = \frac{N}{2} e^{-\frac{1}{2}g\mu_N B/(kT)}.$$

$\frac{1}{2}g\mu_N B \ll kT$ (бу қуйида кўрсатилади) бўлганлигидан, агар $x \ll 1$ бўлса (3- жадвалга к.), қуйидаги $e^{-x} \approx 1 - x$ ва $e^x \approx 1 + x$ тақрибий тенгликлардан фойдаланиш мумкин. У ҳолда

$$N_1 \approx \frac{N}{2} \left(1 + \frac{1}{2}g\mu_N \cdot B/(kT) \right) \text{ ва } N_2 \approx \frac{N}{2} \left(1 - \frac{1}{2}g\mu_N B/(kT) \right).$$

Энергетик сатҳларнинг бандлигининг фарқи ΔN ни биринчи тақрибий тенгликдан иккинчисини айириб топамиз:

$$\Delta N = N_1 - N_2 = \frac{N}{2} g\mu_N B/(kT).$$

ΔN ни N га бўлиб энергетик сатҳларнинг бандлигининг нисбий фарқини оламиз:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{2} g \mu_N \cdot B / (kT). \quad (4)$$

Хамма катталикларни СИ бирликларида ифодалаймиз: $g=5,58$ (протон учун), $\mu_N=5,05 \cdot 10^{-27} \text{А} \cdot \text{м}^2$ $B=1 \text{Тл}$, $K=1,38 \cdot 10^{-23} \text{Ж/К}$, $T=300 \text{К}$. Катталикларнинг бу қийматларини (4) формулага қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{5,58 \cdot 5,05 \cdot 10^{-27} \cdot 1}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} \approx 3,4 \cdot 10^{-6}.$$

Олинган натижа бизнинг $\frac{1}{2} g \mu_N \cdot B \ll kT$ деб қабул қилган фаразимизнинг тўғрилигини кўрсатади.

2. Бурчак частотаси

$$\omega_0 = (E_1 - E_2) / \hbar$$

бўлган электромагнит нурланиш таъсирида E_1 ва E_2 энергияли сатҳлар орасида ўтишлар рўй беради, бунда энергетик сатҳларнинг эгалланганлиги бир хил бўлса, электромагнит нурланиш $E_1 \rightarrow E_2$ ва $E_2 \rightarrow E_1$ ўтишларни тенг эҳтимолликлар билан амалга оширади. Қуйи сатҳнинг эгалланганлиги юқоридагисидан кўп бўлганлиги учун ҳам, электромагнит нурланишни ютиш билан рўй берадиган ($E_2 - E_1$) ўтишлар нурланиш билан рўй берадиган ($E_1 \rightarrow E_2$) ўтишга нисбатан кўпроқ рўй беради.

Мана шу ядро магнетизми (ЯМР) натижасида рўй берадиган электромагнит нурланишнинг резонанс ютилишидир.

(2) ва (3) ларга биноан E_1 ва E_2 энергияларнинг ифодаларини (5) ифодага қўйиб ва бурчак частота ω_0 ни ν_0 частота билан алмаштириб ($\omega_0 = 2\pi\nu_0$), ташки магнит майдон B^* учун резонанс частота ν_0 ни топамиз:

$$\nu_0 = g \mu_N B / (2\pi\hbar).$$

Бу ифодага физик катталикларнинг сон қийматларини қўямиз ва ҳисоблаймиз:

$$\nu_0 = 5,58 \cdot 5,05 \cdot 10^{-27} \cdot 1) (2 \cdot 3,14 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}) \text{ Гц} = 4,27 \cdot 10^7 \text{ Гц}$$

ёки

$$\nu_0 = 42,7 \text{ МГц}.$$

* Реал намуналардаги ядрога таъсир этувчи магнит майдон B ташки доимий майдон B_0 дан ядронинг турган жойида намунанинг барча молекулаларининг ядролари ва электронлари, шу жумладан шу ядрога қарашли бўлгани ҳам, ҳосил қиладиган майдоннинг B_1 қийматига фарқ қилади. Мазкур масала холида B_1 майдонни инобатга олмаймиз.

Масалалар

Металлдаги электронлар. Ферми — Дирак тақсимоти

51.1. $T=0^\circ\text{K}$ ҳароратда металлдаги эркин электронларнинг концентрацияси n аниқлансин. Ферми энергияси $\epsilon=1$ эВ деб қабул қилинсин.

52.2. Агар литий ва цезийдаги Ферми сатҳлари мос равишда $\epsilon_{f,1}=4,72$ эВ, $\epsilon_{f,2}=1,53$ эВ га тенг эканликлари маълум бўлса, $T=0$ К да улардаги эркин электронлар концентрацияларининг нисбати n_1/n_2 аниқлансин.

51.3. $T=0$ К ҳароратда натрийнинг битта атомига тўғри келувчи эркин электронларнинг сони аниқлансин. Натрий учун Ферми сатҳи $\epsilon_f=3,12$ эВ. Натрийнинг зичлиги $\rho=970$ кг/м³.

51.4. Агар Ферми сатҳлари мос равишда $\epsilon_{f,1}=11,7$ эВ, $\epsilon_{f,2}=7,0$ эВ бўлса. $T=0$ К да алюминий металнинг битта атомига тўғри келувчи эркин электронларнинг сони мисдагига нисбатан неча марта кўп?

51.5. Ушбу 1) $T_1=290$ К; 2) $T_2=58$ К ҳароратлар учун электроннинг металлдаги Ферми сатҳидан пастда ва юқорида $\Delta\epsilon=0,05$ эВ ораликда турган энергетик ҳолатни эгаллаш эҳтимоллиги аниқлансин.

51.6. Агар Ферми сатҳи $\epsilon_f=7$ эВ бўлса, $T=0$ К ҳароратда металлдаги электронларнинг ўртача кинетик энергияси $\langle \epsilon \rangle$ ҳисоблансин.

51.7. Металл $T=0$ К ҳароратда турибди. Кинетик энергияси $\epsilon_{f/2}$ дан ϵ_f гача бўлган электронлар сони энергияси 0 дан $\epsilon_{f/2}$ гача бўлган электронлар сонидан неча марта кўплиги аниқлансин.

51.8. $T=0$ К ҳароратдаги металлда электронлар бор. Кинетик энергияси Ферми энергиясидан 2% дан кўп фарқ қилмайдиган эркин электронларнинг нисбий сони $\Delta N/N$ топилинсин.

51.9. Агар ҳар бир атомга биттадан эркин электрон тўғри келади деб қабул қилинса, калий учун айниш ҳарорати $T_{кр}$ баҳолансин. Калийнинг зичлиги $\rho=860$ кг/м³.

51.10. Металлдаги ($T=0$ К да) энергияси максимал энергиядан $\Delta\epsilon$ дан кўпга фарқ қилмайдиган электронларнинг концентрацияси n_{max} нинг энергияси $\epsilon=\Delta\epsilon$ қийматдан ошмайдиган электронлар концентрацияси n_{min} га нисбати аниқлансин. $\Delta\epsilon$ ни 0,01 ϵ_f га тенг деб қабул қилинсин.

51.11. Металлдаги электронларнинг энергия бўйича тақсимоти $dn(\epsilon)$ ни билган ҳолда электронларнинг импульслар бўйича тақсимоти $dn(p)$ аниқлансин. $T=0$ К да тақсимотнинг хусусий ҳоли топилинсин.

51.12. Қуйидаги ҳароратлар учун металлдаги электронларнинг импульслар бўйича тақсимот функцияси $dn(p)$ ёрдамида тезликлар бўйича тақсимот $dn(v)$ аниқлансин: 1) исталган T ҳароратда; 2) $T=0$ К да.

51.13. Агар Ферми сатҳи $\epsilon_f=5$ эВ бўлса, $T=0$ К да металлдаги электронларнинг максимал тезлиги v_{max} аниқлансин.

51.14. $T=0$ К да металлдаги электронларнинг ўртача тезлиги $\langle v \rangle$ максимал тезлик v_{max} орқали ифодалансин. $T=0$ К да Ферми сатҳи $\epsilon_f=6$ эВ бўлган металл учун $\langle v \rangle$ ҳисоблансин.

51.15. Металл $T=0$ К ҳароратда турибди. Тезликлари $v_{max}/2$ дан v_{max} гача бўлган электронлар сони тезликлари 0 дан $v_{max}/2$ гача бўлган электронлар сонидан неча марта кўплиги аниқлансин.

51.16. $T=0$ К да металлдаги электронларнинг ўртача квадратик тезлиги $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$ электронларнинг максимал тезлиги v_{max} орқали ифодалансин. Электронларнинг тезликлар бўйича тақсимот функцияси маълум деб ҳисоблансин.

51.17. Металлдаги электронларнинг тезликлар бўйича тақсимоти $dn(v)$ ни билган ҳолда $\langle 1/v \rangle$ катталиқ электронларнинг металлдаги максимал тезлиги v_{max} орқали ифодалансин. Металлнинг ҳарорати $T=0$ К.

Яримўтказгичлар. Холл ҳодисаси

51.18. Агар активланиш энергияси $\Delta E_0=0,1$ эВ бўлса, хусусий электр ўтказувчанликли яримўтказгичдаги Ферми сатҳи ϵ_f аниқлансин. Электронлар кинетик энергияларини ҳисоблашнинг нолинчи сатҳи сифатида ўтказиш зонасининг энг пастки сатҳи қабул қилинсин.

51.19. Хусусий электр ўтказувчанликли яримўтказгич (германий) муайян ҳароратда $\rho=0,48$ Ом·м солиштира қаршиликка эга бўлади. Агар электронларнинг ва тешикларнинг ҳаракатчанликлари b_n ва b_p лар мос равишда 0,36 ва 0,16 м²/(В·с) га тенг бўлса, заряд ташувчиларнинг концентрацияси n аниқлансин.

51.20. Аралашмали кремнийнинг солиштира ўтказувчанлиги $\rho=112$ см/м. Агар Холл доимийси $R_n=3,66 \cdot 10^{-4}$ м³/Кл бўлса, тешикларнинг ҳаракатчанлиги b_n ва уларнинг концентрацияси n_p аниқлансин. Яримўтказгич фақат тешикли ўтказувчанликка эга деб қабул қилинсин.

51.21. Германийда атомларнинг бир қисми сурма атомлари билан алмаштирилган. Қиритилган атомнинг қўшимча электрони ни Бор модели бўйича қараб унинг боғланиш энергияси E ва орбитасининг радиуси r баҳолансин. Германийнинг диэлектрик сингдирувчанлиги $\epsilon=16$.

51.22. Кенглиги $l=1$ см ва узунлиги $L=10$ см бўлган ингичка пластинка кўринишидаги яримўтказгич $B=0,2$ Тл индукцияли бир жинсли магнит майдонга жойлаштирилган. Магнит индукцияси вектори пластинка текислигига тик. Пластинка учларига (L йўналиш бўйича) $U=300$ В доимий кучланиш қўйилган. Агар Холл доимийси $R_n=0,1$ м³/Кл, солиштира қаршилиги $\rho=0,5$ Ом·м бўлса, пластинканинг ён томонларидаги Холл потенциаллар фарқи U_n аниқлансин.

51.23. Кенглиги $l=2$ см бўлган юпка кремний пластинка индукция чизикларига тик қилиб бир жинсли магнит майдонига ($B=0,5$ Тл) жойлаштирилган. Пластинка бўйлаб йўналган $j=2$ мкА/мм² ток зичлигида Холл потенциаллар фарқи $U_H=2,8$ В бўлиб чиқди. Заряд ташувчиларнинг концентрацияси n аниқлансин.

Магнит резонанси

51.24. Эркин электрон учун гиромангнит нисбат γ аниқлансин.

51.25. Эркин электрон доимий магнит майдонда ($B_0=1$ Тл) электроннинг энергияни резонанс ютиши рўй бериши учун ўзгарувчан магнит майдоннинг частотаси ν_0 қандай бўлиши кераклиги аниқлансин (эркин электрон учун g омил (фактор) 2 га тенг).

51.26. Электрон парамагнит резонанси резонанс частотасининг циклотрон частотасига нисбати $\omega_{эпр}/\omega_{цик}$ аниқласин (g - омил 2,00232 га тенг).

51.27. Электрон парамагнит резонанс (ЭПР) ни кузатиш учун мўлжалланган стандарт спектрометрлар диапазонларидан бирида қайд қилинган $\nu_0=9,9$ ГГц частотага эга. Эркин электронларнинг радио частотали майдон энергиясини резонанс равишда ютиши рўй бериши учун майдоннинг магнит индукцияси B_0 қандай бўлиши кераклиги аниқлансин (g - омил 2 га тенг).

51.28. Эркин протон учун гиромангнит нисбат γ аниқлансин.

51.29. Доимий магнит майдонда ($B_0=1$ Тл) эркин протон бор. Протоннинг энергияни резонанс ютиши рўй бериши учун ўзгарувчан магнит майдоннинг частотаси ν_0 қандай бўлиши кераклиги аниқлансин (g омил 5,53 га тенг).

51.30. Магнит резонанс усули билан асосий ҳолатдаги ^{25}Mg атомларининг магнит хоссаларини ўрганиш бўйича ўтказилган тажрибаларда майдоннинг магнит индукцияси $B_0=0,54$ Тл ва ўзгарувчан магнит майдоннинг частотаси $\nu_0=1,4$ МГц бўлганда энергиянинг резонанс ютилиши аниқлансин. Ядронинг g омили аниқлансин.

51.31. Магнит резонанс усули билан нейтроннинг магнит моменти аниқланмоқда. Резонанс ютилиш магнит майдон индукцияси $B_0=0,682$ Тл ва ўзгарувчан магнит майдоннинг частотаси $\nu_0=19,9$ МГц бўлганда кузатилди. Нейтроннинг ядровий g омили ва магнит моменти μ_n ҳисоблансин. Спин механик ва магнит моментларининг йўналишлари карама-қаршилиги маълум. Нейтроннинг спини $I=1/2$.

51.32. Асосий ҳолатдаги HD молекуласи учун ядро магнит резонанси кузатилди: 1) протон учун ($I=1/2$) ўзгармас магнит майдонда ($B_0=94$ мТл) ўзгарувчан магнит майдоннинг $\nu_0=4$ МГц частотасида; 2) дейтон учун ($I=1$) мос равишда $B_0=0,37$ Тл ва $\nu_0=2,42$ МГц да. Шу берилганлар ёрдамида протон ва дейтоннинг g - омиллари ва магнит моментлари μ_p ва μ_d (μ_N бирликларида) аниқлансин.

51.33. Ўзгармас майдоннинг магнит индукцияси $B_0 = 2,35$ Тл бўлса, ўзгарувчан магнит майдонининг қандай ν_0 частотасида ^{19}P ($I = 1/2$; $\mu = 2,63\mu_N$) ядроларининг ЯМР кузатилади?

51.34. Li ядролари ($I = 3/2$ ва $g = 2,18$) бир жинсли магнит майдонда ($B_0 = 2$ Тл) жойлашган. Атроф муҳитнинг ҳарорати $T = 80$ К. Мумкин бўлган энергетик сатҳлардан ҳар бирининг бандлигининг энг кичик энергияли сатҳнинг бандлигига нисбати топилсин.

1. ТАҚРИБИЙ ҲИСОБЛАШЛАР ҲАҚИДА

Физик масалаларни ечишда иш қўриладиган катталикларнинг сон кийматлари кўп ҳолларда тақрибий бўлади.

Бундай катталикларга, хусусан, маълумотномаларда келтириладиган кўплаб ўзгармаслар ҳам киради. Мисол учун маълумотномаларда эркин тушишнинг нормал тезланиши учун $9,81 \text{ м/с}^2$, айлана узунлигининг диаметрига нисбати учун $3,14$, электроннинг массаси учун $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ ва ш.к. лар берилади. Аниқроқ ҳисоблашларда ва ўлчашларда бу катталиклар $g = 9,80605 \text{ м/с}^2$, $\pi = 3,1416$, $m_e = 9,106 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ бўлиб чиқади. Лекин, бу кийматлар ҳам ўз навбатида ё ўлчашларнинг етарли даражада аниқ бўлмаганлиги, ёхуд янада аниқроқ кийматларнинг яхлитлаш йўли билан олинганлиги туфайли тахминий бўлади.

Тажрибасиз кишилар кўпинча ҳисоблашларда натижаларнинг шундай аниқлигигача олишадикки, олган натижалари фойдаланиш учун берилган катталикларнинг аниқлигини мутлақо окламайди. Бу эса вақтнинг ва меҳнатнинг беҳуда сарфланишига олиб келади.

Ушбу мисолни кўрайлик. Бирор жисм моддасининг зичлиги ρ ни аниқлаш талаб қилинган бўлсин. Жисмни тарозида ўлчаб унинг массасини $0,01 \text{ г}$ гача аниқликда топдилар: $m = (9,38 - 0,01) \text{ г}$. Сўнгра эса жисмнинг ҳажми $0,01 \text{ см}^3$ аниқликкача ўлчанди: $v = (3,46 \pm 0,01) \text{ см}^3$.

Ҳисоб-китобга енгил ёндошиб қуйидаги натижани олиш мумкин:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{9,38\text{г}}{3,4\text{см}^3} = 2,71098 \text{ г/см}^3.$$

$9,38$ ва $3,46$ сонлари тахминий бўлганлиги туфайли бу сонлардаги охири рақамлар шубҳали. Бу сонлар ўлчашда қуйидагидек олиниши мумкин эди: биринчиси $9,39$ ёки $9,37$, иккинчиси $3,45$ ёки $3,47$. Ҳақиқатан ҳам юқорида келтирилган аниқлик билан тортишда $0,01 \text{ га}$ хатолик массанинг ортиши томонига ҳам, камайиши томонига ҳам йўл қўйилиши мумкин. Ҳажм ҳақида ҳам худди шуни айтиш мумкин.

Шундай қилиб, жисмнинг зичлиги, юқорида қилинганидек агар уни вергулдан кейинги бешинчи сонгача аниқликда ҳисобланса, қуйидагича бўлиши мумкин:

$$\rho = \frac{9,37 \text{ г}}{3,47 \text{ см}^3} = 2,70028 \text{ г/см}^3 \text{ ёки } \rho = \frac{9,39 \text{ г}}{3,45 \text{ см}^3} = 2,72174 \text{ г/см}^3.$$

Бу учта натижани солиштириш, улар вергулдан кейинги иккинчи ракамларидан бошлаб фарк қилишини ва фақат вергулдан кейинги биринчи сонгина ишончли, иккинчиси эса шубҳали эканлигини кўрсатади. Вергулдан кейинги бошқа сонлар мутлако тасодифий ва ҳисобланган натижалардан фойдаланувчини янглишмовчиликкагина олиб келиши мумкин. Демак, бу сонларни ҳисоблашга сарфланган вақт беҳуда йўқотилган.

Ортиқча меҳнат ва вақтни беҳуда сарфламаслик учун ишончли ракамдан ташқари фақат яна битта ишончли ракамнигина ҳисоблашга келишилган.

Кўрилган мисолда ҳисоблаш вергулдан кейинги иккинчи сонгача бажарилиши керак эди:

$$\rho = \frac{9,38 \text{ г}}{3,46 \text{ см}^3} = 2,71 \text{ г/см}^3.$$

Тахминий ҳисоблар қуйидагича қоидаларга риоя қилинган ҳолда бажарилмоғи керак.

1. Тақрибий сонларни **қўшишда ва айиришда** охириги натижа шундай яхлитланадики, у тақрибий берилганларнинг ҳеч бўлмаганда бирортасида бўлмаган сонлар ўрнида аҳамиятли ракамларга* эга бўлмасин.

Мисол учун қуйидаги сонларни қўшишда

$$\begin{array}{r} 4,462 \\ 2,38 \\ 1,17273 \\ 1,0262 \\ \hline 9,04093 \end{array}$$

йиғиндини юздан биргача яхлитлаш, яъни уни 9,04 га тенг деб қабул қилиш керак.

2. **Қўпайтиришда** қўпайтувчиларни шундай яхлитлаш керакки, қўпайтувчиларнинг энг кам аҳамиятли ракамга эга бўлганининг сони нечта бўлса, уларнинг ҳар бири ҳам шунча аҳамиятли ракамга эга бўлмоғи керак.

Мисол учун қуйидаги

$$3,723 \cdot 2,4 \cdot 5,1846$$

ифодани ҳисоблаш ўрнига

$$3,7 \cdot 2,4 \cdot 5,2$$

ифодани ҳисоблаш керак.

Охириги натижада, яхлитлангандан кейин қўпайтувчилар нечта аҳамиятли ракамга эга бўлган бўлса, шунча аҳамиятли ракам қолдириш керак.

Оралик натижаларда битта ортиқ аҳамиятли ракамли сақлаш керак. Тақрибий сонларни бўлишда ҳам шундай қоидага риоя қилинади.

3. **Квадрат ёки кубга кўтаришда** даражанинг асосида нечта аҳамиятли ракам бўлса, натижада ҳам шунча аҳамиятли ракам олиш керак. Мисол учун,

$$1,32^2 \approx 1,74$$

* Аҳамиятли ракамлар деб ноҳдан бошқа барча ракамларга ва шунингдек қуйидаги икки ҳолда ноҳга ҳам айтилади: 1) у аҳамиятли ракамлар орасида турганда; 2) у соннинг охирида турганда ва мазкур сонда мос сонлар ўрнида бирлик йўқлиги маълум бўлганда.

4. Квадрат ёки куб илдиз чиқаришда илдиз остидаги ифодада нечта аҳамиятли рақам бўлса, натижада ҳам шунча аҳамиятли рақам олиш керак. Мисол учун,

$$\sqrt{1,17 \cdot 10^{-3}} \approx 1,08 \cdot 10^{-4}.$$

5. Мураккаб ифодаларни ҳисоблашда қандай амал бажарилишига қараб кўрсатилган қоидалар қўлланилиши керак. Мисол учун,

$$\frac{(3,2 + 17,062) \sqrt{3,7}}{5,1 \cdot 2,007 \cdot 10^3}$$

Кўпайтувчи 5,1 энг кам — иккита аҳамиятли рақамга эга. Шунинг учун ҳам барча оралик ҳисоблашларнинг натижалари учта аҳамиятли рақамгача яхлитланиши керак:

$$\frac{(3,2 + 17,062) \sqrt{3,7}}{5,1 \cdot 2,007 \cdot 10^3} \approx \frac{20,3 \cdot 1,92}{10,3 \cdot 10^3} \approx \frac{39,0}{19,3 \cdot 10^3} \approx 3,79 \cdot 10^{-3}.$$

Натижани иккита аҳамиятли рақамгача яхлитлагандан кейин ушбуни оламиз: $3,8 \cdot 10^{-3}$.

Ҳисоблашларда ҳисоблаш линейкаси ёки калькулятордан фойдаланишни тавсия этамиз.

II. МАТЕМАТИКАДАН БАЪЗИ МАЪЛУМОТЛАР

1. Алгебра ва тригонометрия формуллари

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - g}$$

$$Z = a + ib,$$

$$Z^* = a - ib$$

$$Z = \rho (\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$Z^* = \rho (\cos \varphi - i \sin \varphi)$$

$$Z = \rho e^{i\varphi},$$

$$Z^* = \rho e^{-i\varphi}$$

$$|Z| = \rho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$ZZ^* = |Z|^2$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$$

$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos 2x)$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2} (1 + \cos 2x)$$

$$\sin a x \sin b x = \frac{1}{2} \cos(a-b)x - \frac{1}{2} \cos(a+b)x$$

$$\sin a x \cos b x = \frac{1}{2} \sin(a+b)x + \frac{1}{2} \sin(a-b)x$$

2. Дифференциал ва интеграл ҳисоб формуллари

$$\frac{d(uv)}{dx} = v \frac{du}{dx} + u \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d(x^m)}{dx} = mx^{m-1}$$

$$\frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x$$

$$\frac{d(\operatorname{ctgx})}{dx} = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\int x^m dx = \frac{1}{m+1} x^{m+1} \quad (m \neq -1 \text{ да})$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$\int \cos x = \sin x$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right|$$

$$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n!$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$\int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-ax} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} a^{-3/2}$$

$$\int_0^{\infty} x^{3/2} e^{-ax} dx = \frac{3}{4} \sqrt{\pi} a^{-5/2}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a}$$

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4} a^{-3/2}$$

$$\frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{d(e^x)}{dx} = e^x$$

$$\frac{d(a^x)}{dx} = a^x \ln a$$

$$\frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x$$

$$\frac{d(\operatorname{tg} x)}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}$$

$$\int \sin x dx = -\cos x$$

$$\int e^x dx = e^x$$

$$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x$$

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} a^{-2}$$

$$\int_0^{\infty} x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\pi} a^{-5/2}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = 2,405$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

$$\int_0^1 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 0,225$$

$$\int_0^2 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 1,18$$

3. Тақрибий ҳисоблашлар учун формулалар

Агар $a \ll 1$ бўлса, у ҳолда биринчи яқинлашишда қуйидагиларни қабул қилиш мумкин:

$$\frac{1}{1 \mp a} = 1 \mp a;$$

$$(1 \mp a)^2 = 1 \pm 2a;$$

$$\sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{1}{2}a;$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} = 1 \mp \frac{1}{2}a;$$

$$e^a = 1 + a;$$

$$\ln(1 + a) = a.$$

Агар α бурчак кичик ($\alpha < 5^\circ$ ёки $\alpha < 0,1$ рад) ва радианларда ифодаланган бўлса, у ҳолда биринчи яқинлашишда қуйидагиларни қабул қилиш мумкин:

$$\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha = \alpha; \quad \cos \alpha = 1.$$

III. ФИЗИК КАТТАЛИКЛАРНИНГ БИРЛИКЛАРИ ҲАҚИДА БАЪЗИ МАЪЛУМОТЛАР

4. Хусусий номга эга бўлган физик катталикларнинг СИ даги бирликлари

Катталик	Бирлик	
	номи	белгиси
Узунлик	метр	м
Масса	килограмм	кг
Вақт	секунд	с
Ясси бурчак	радиан	рад
Фазовий бурчак	стерадиан	ср
Куч, оғирлик (вазн)	ньютон	Н
Босим	паскаль	Па
Кучланиш (механик)	паскаль	Па
Қайишқоқлик модули	паскаль	Па
Иш, энергия	жоуль	Ж
Қувват	ватт	Вт
Тебранишлар частотаси	герц	Гц
Термодинамик ҳарорат	кельвин	К
Ҳароратлар фарқи	кельвин	К
Иссиқлик, иссиқлик миқдори	жоуль	Ж
Модда миқдори	моль	моль
Электр заряд	кулон	Кл
Ток кучи	ампер	А

Катталик	Бирлик	
	номи	белгиси
Электр майдоннинг потенциали, электр кучланиш	вольт	В
Электр снгими	фарад	Ф
Электр қаршилиқ	ом	Ом
Электр ўтказувчанлик	сименс	См
Магнит индукция	тесла	Тл
Магнит оқим	вебер	Вб
Индуктивлик	генри	Гн
Ёруғлик кучи	кандела	кд
Ёруғлик оқими	люмен	лм
Ёритилганлик	люкс	лк
Нурланиш оқими	ватт	Вт
Нурланишнинг ютилиш дозаси (нурланиш)	грэй	Гр
Изотопнинг фаоллиги	беккерель	Бк

5. Ўнга қаррали ва улушли бирликларни ҳосил қилишнинг кўпайтувчилари ва олд қўшимчалари ҳамда уларнинг номлари

Кўпайтувчи	Олд қўшимча	Олд қўшимчанинг белгиси		Кўпайтувчи	Олд қўшимча	Олд қўшимчанинг белгиси	
		халқаро	ўзбекча			халқаро	ўзбекча
10 ¹⁸	экса	Е	Э	10 ⁻¹	деци		
10 ¹⁵	пета	Р	П	10 ⁻²	сантн		
10 ¹²	тера	Т	Т	10 ⁻³	милли		
10 ⁹	гига	Г	Г	10 ⁻⁶	микро		мк
10 ⁶	мега	М	М	10 ⁻⁹	нано		Н
10 ³	кило	К	К	10 ⁻¹²	пико		п
10 ²	гекто	г	Г	10 ⁻¹⁵	фемто		
10 ¹	дека	Да	да	10 ⁻¹³	атто		а

* Халқаро стандарт ИСО 31/0—74 га биноан ўнга қаррали ва улушли бирликлар СИ бирликлари эмас.

Изоҳ. Гекто, дека, деци ва санти қўшимчаларини фақатгина аллақачонлар кенг тарқалган (гектар, декалитр, дециметр, сантиметр ва бошқалар) каррали ва улушли бирликлардагина қўллашга рухсат этилади.

СИ ҳосилавий бирлигининг номи мураккаб бўлганда олд қўшимча қўлайтмага ёки касрнинг суратига кирувчи биринчи бирликнинг номига қўшилади. Мисол учун, кПа с/м, асло Па·кс/м эмас.

Асосли ҳолларда, вақтинча, бу коидадан истисно тарикасида, яъни кенг тарқалган ҳолларда олд қўшимча касрнинг махражига кирувчи бирликнинг номига қўшилишига рухсат этилади. Мисол учун кВ/см, А/мм², Бк/мл, кэВ/мкм.

СИ бирликларининг ўнга каррали ва улушли бирликларини танлашни энг аввало уларни қўллашнинг қулайлиги тақозо этади. Олд қўшимчалар ёрдамида ҳосил қилиш мумкин бўлган турли-туман каррали ва улушли бирликлар орасидан катталикларнинг амалда қўлланиладиган сон кийматларига олиб келувчи бирликларгина танланади. Асосан каррали ва улушли бирликларни катталикларнинг сон кийматлари 0,1 дан 1000 гача ораликда бўладиган қилиб танланади.

Ҳисоблашда хатога йўл қўйиш эҳтимоллигини камайтириш учун ўнга каррали ва улушли бирликларни фақат охириги натижагагина қўйиш, ҳисоблаш жараёнида эса олд қўшимчаларни 10 сонининг даражалари билан алмаштириб, барча катталикларни СИ бирликларида ифодалаш тавсия қилинади.

Ўнга каррали ва улушли бирликлардан ташқари вақт, ясси бурчак ва нисбий катталикларнинг ўнли бўлмаган каррали ва улушли бирликларини қўллашга рухсат этилган. Мисол учун, вақт бирликлари (минут, соат, сутка), ясси бурчак бирликлари (градус, минут, секунд).

6. СИ бирликлари билан тенг равишда қўллашга рухсат этилган тизимдан ташқари бирликлар

Катталикнинг номи	Бирлик		
	Номи	Белгиси	СИ бирлиги билан боғланиши
Масса	Тонна атом масса бирлиги	т	10 ³ кг
		а.м.б.	1,66 · 10 ⁻²⁷ кг
Вақт ¹	минут соат сутка	мин	60 с
		соат	3600 с
		сут	86400 с
Ясси бурчак	градус минут секунд град ²	...°	1,74 · 10 ⁻² рад
		...′	2,41 · 10 ⁻⁴ рад
		...″	4,85 · 10 ⁻⁶ рад
		град	(л/200) рад
Ҳажм, сигим	литр ³	л	10 ⁻³ м ³
Узунлик	астрономик бирлик ёруғлик йили парсек	а.б.	1,5 · 10 ¹¹ м
		ёр. й.	9,46 · 10 ⁵ м
		пк	3,08 · 10 ¹⁶ м

Қатталикнинг номи	Бирлик		
	Номи	Белгиси	СИ бирлиги билан боғлиниши
Оптик куч	диоптрия	дптр	1 м^{-1}
Юза	гектар	га	10^4 м^2
Энергия	электрон-вольт	эВ	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Ж}$
Тўлиқ қувват	вольт-ампер	ВА	
Реактив қувват	вар	вар	

¹ Шунингдек, кенг тарқалган бошка бирликларни қўллашга ҳам рухсат этилади. Мисол учун, hafta, ой, йил, аср, минг йил ва хоказо

² Урисча «гон» номи қўлланилишига рухсат берилди.

³ Аник ўлчашларда қўллаш тавсия этилмайди. l белгисининг l рақами билан алмашиб кетиши мумкин бўлганида L билан белгилашга рухсат этилади.

Изоҳ. Вақт бирликлари (минут, соат, сутка), ясси бурчак (градус, минут, секунд) астрономик бирлик, ёруғлик йили, диоптрия ва атом масса бирликларини олд қўшимчалар билан қўллашга рухсат этилмайди.

7. Тизимга кирмайдиган бирликлар ва СИ бирликлари орасидаги боғлиниш

Фазо ва вақт бирликлари. Механик катталикларнинг бирликлари

Узунлик	$1 \text{ ангстрем } (\text{Å}) = 10^{-10} \text{ м} = 10^{-8} \text{ м}$
Вақт	$1 \text{ сут} = 86\,400 \text{ с}$
	$1 \text{ йил} = 366,25 \text{ сут} = 3,16 \cdot 10^7 \text{ с}$
Ясси бурчак	$1^\circ = \pi/180 \text{ рад} = 1,75 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$
	$1' = \pi/108 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = 2,91 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$
	$1'' = \pi/(648 \cdot 10^{-3}) \text{ рад} = 4,85 \cdot 10^{-6} \text{ рад}$
Ҳажм, сиғим	$1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3 = 10^3 \text{ см}^3$
Масса	$1 \text{ т} = 10^3 \text{ кг}$
	$1 \text{ а.м.б} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Куч	$1 \text{ кгк} = 9,81 \text{ Н}$
Иш, энергия	$1 \text{ кгк} \cdot \text{м} = 9,81 \text{ Ж}$
	$1 \text{ Вт} \cdot \text{соат} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Ж}$
Қувват	$1 \text{ эВ} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Ж}$
	$1 \text{ о.к.} = 736 \text{ Вт}$

* СИ бирлиги билан муносабатлар учта аҳамиятли рақамгача аниқликда тақрибий берилган.

Босим	1 кгк/см ² =9,81·10 ⁴ Па
	1 мм сим. уст.=133 Па
	1 бар=10 ⁵ Па
Кучланиш (механик)	1 атм=1,01·10 ⁵ Па
Айланиш частотаси	1 кгк/мм ² =9,81·10 ⁶ Па
	1 айл/с=1 с ⁻¹
Тўлқин сони	1 см ⁻¹ =100 м ⁻¹

Молекуляр физика ва термодинамика катталикларининг бирликлари

Зарралар концентрацияси	1 см ⁻³ =10 ⁶ м ⁻³
Иссиклик (иссиклик микдори)	1 кал=4,19 Ж
	1 ккал=4,19·10 ³ Ж

Электр ва магнит катталикларининг бирликлари

Диполнинг электр моменти	1 Д=3,34·10 ⁻³⁰ Кл·м
Солиштирма электр қаршилик	1 Ом·мм ² /м=10 ⁻⁶ Ом·м.
Магнит индукция	1 Гс=10 ⁻⁴ Тл
Магнит оқими	1 Мкс=10 ⁻⁸ Вб
Магнит майдон кучланганлиги	1 Э= $\frac{10^3}{4\pi} \frac{\text{А}}{\text{м}}$ =79,6 А/м

Ёруғлик катталиклари ва энергетик фотометрия катталикларининг бирликлари

Ёритилганлик	1 фот=10 ⁴ Лк.
--------------	---------------------------

Ионлантирувчи нурланишлар катталикларининг бирликлари

Нурланиш дозаси (ютилган нурланиш дозаси)	1 рад.=0,01 Гр
Нурланиш дозасининг куввати (ютилган нурланиш дозасининг куввати)	1 рад/с=0,01 Гр/с
Рентген ва гамма-нурланишнинг экспозицион дозаси	1 рад (соат=2,78·10 ⁻⁶ Гр/с
Рентген ва гамма-нурланишлар экспозицион дозасининг куввати	1 Р=2,58·10 ⁻⁴ Кл/кг
	1 Р/соат=7,17·10 ⁻⁸ А/кг
Радиоактив манбадаги нуклиднинг фаоллиги (изотопнинг фаоллиги)	1 соч./с=1 Бк
	1 Ки=3,70·10 ¹⁰ Бк
Ионлантирувчи зарралар оқимининг зичлиги	1 зарра (с·м ⁻²)=1 с ⁻¹ м ⁻²

Вақтинча қўллашга рухсат этилган birlikлар*

Катталиқнинг номи	Бирлик			Изоҳ
	номи	Белгиси		
		халқаро	Ўзбекча	
Узунлик	Денгиз миляси	—	миля	1852 м (аниқ) Денгизда кемалар қатновида
Масса	қарат	—	қар	$2 \cdot 10^{-4}$ кг (аниқ) Қимматбаҳо тошлар ва марварид учун
Чизиқли зичлик	текс	tex	текс	10^{-6} кг/м (аниқ) Тўқимачилик саноатинда
Тезлик	узел	kp	уз	0,514(4) м/с Денгизда кемалар қатновида
Айланиш частотаси	секундига айланиш минутига айланиш	—	айл/с айл/мин	1 с^{-1} $1/60 \text{ с}^{-1} = 0,016(6) \text{ с}^{-1}$
Босим	бар	—	бар	10^5 Па
Физик катталиқнинг бошланғич деб қабул қилинадиган шу номили физик катталиққа бўлган ўлчамсиз нисбатининг натурал логарифми	непер	Нр	Нп	$1 \text{ Нп} = 0,8686... \text{ Б} = 8,686... \text{ дБ}$

* Жадвалда келтирилган катталиқлар, улар бўйича тегишли халқаро ечимга келинганча қўллашга рухсат этилган.

Баъзи нисбий логарифмик катталикларнинг рўйхати ва уларнинг бирликлари

Катталикнинг номи	Бирлик		Таъриф	Изох
	Номи	Белгиси		
		халқаро ўзбекча		
Нисбий катталик (физик катталикнинг бошланғич сифатида қабул қилинадиган шу номли физик катталikka бўлган ўлчамсиз нисбати), ФИК, нисбий узайиш, нисбий зичлик, нисбий ди-электрик ва магнит синдирувчанлик магнит қабул қилувчанлик, масса улуши, моляр улуш ва бошқалар	бирлик 1 сон Физ промилле миллон- дан бир улуш	$\frac{\%}{0/00}$ $\frac{\%}{0/00}$ мл ⁻¹	1 10 ⁻² 10 ⁻³ 10 ⁻⁶	
Логарифмик катталик (физик катталикнинг бошланғич сифатида қабул қилинадиган шу номли физик катталikka бўлган ўлчамсиз нисбатнинг логарифми: товуш босимининг даражаси, кучайиш, сусайиш ва бошқалар)*	бел децибел	В Б	$P_2 = 10P_1$ да $1Б = \lg(P_2/P_1)$ $F_2 = 10F_1$ да $1Б = 2\lg(F_2/F_1)$	P_1, P_2 — бир хил номли энергетик катталиклар (куват, энергия ва бошқалар) F_1, F_2 — бир хил номли «куч» катталikleri (кучланиш, ток кучи, босим, майдон кучланганлиги ва бошқалар)

* Халқаро электротехник комиссиянинг (хэк) зарурат бўлганда бошланғич катталикни кўрсатиш ҳақидаги 27-3 билдиришига биноан, унинг қиймати логарифмик катталикнинг белгисидан кейин қавсларда келтирилади, мисол учун товуш босимининг даражаси учун: $L_p = (re20 \mu Pa) = 20dB$; $L_p (re20 \text{ мк Па}) = 20dB$ (ге — reference, яъни бошланғич сўзининг дастлабки ҳарфлари). Киска шаклда ёзилганда бошланғич қиймат даражанинг қийматидан кейин қавсларда кўрсатилади, мисол учун 20 дБ (ге 20 μPa) ёки 20 дБ (ге 20 мкПа).

Катталикнинг номи	Бирлик		Тарифи	Изоҳ
	Номи	Белгиси		
Шундай, қаттиқлик даражаси	фон	фон	1 фон — товушнинг шундай қаттиқлик даражасига тенги, унга тенг қаттиқликли 1000 Гц частотали товушнинг товуш босимининг даражаси 1 дБ га тенг	
Шундай, частоталар оралиғи	октава	—	$f_2/f_1=2$ бўлганда 1 октава $\lg_2(f_2/f_1)$ га тенг $f_2/f_1=10$ бўлганда 1 декада $\lg(f_2/f_1)$ га тенг	f_1, f_2 — частоталар

Радиоактивлик ва нонлантурувчи нурланишларнинг тизимга кирмайдиган
бирликларнинг СИ бирликлари билан боғланиши

Катталикнинг номи	Тизимга кирмайдиган бирликлар		Белгиси		СИ бирликлари билан боғланиши
	Номи	халқаро	Ўзбекча		
Ионлантурувчи зарралар оқимининг зичлиги	сантиметрнинг минус иккинчи даражаси-соатнинг минус биринчи даражаси	cm ⁻² ·h ⁻¹	см ⁻² х Xсоат ⁻¹		2,778 м ⁻² ·с ⁻¹
Нурланиш интенсивлиги	эрг-сантиметрнинг минус иккинчи даражаси -секунднинг минус биринчи даражаси эрг-сантиметрнинг минус иккинчи даражаси -минутнинг минус биринчи даражаси эрг-сантиметрнинг минус иккинчи даражаси -соатнинг минус биринчи даражаси	erg(cm ⁻² ·Xs ⁻¹) erg(cm ⁻² ·Xmin ⁻¹) erg(cm ⁻² ·Xh ⁻¹)	эрг(см ⁻² х Xс ⁻¹) эрг(см ⁻² х Xмин ⁻¹) эрг(см ⁻² х Xсоат ⁻¹)		10 ⁻³ Вт/м ² 1,667·10 ⁻⁵ Вт/м ² 2,778·10 ⁻¹ Вт/м ²
Ютилган нурланиш дозаси	эрг-граммнинг минус биринчи даражаси рад	erg·g ⁻¹ rad	эрг·г ⁻¹ рад		10 ⁻⁴ Ж/кг 0,01 Гр
Ютилган нурланиш дозасининг куввати	эрг-граммнинг минус биринчи даражаси рад-секунднинг минус биринчи даражаси рад-минутнинг минус биринчи даражаси рад-соатнинг минус биринчи даражаси	erg(g ⁻¹ ·s ⁻¹) rad·s ⁻¹ rad·min ⁻¹ rad·h ⁻¹	эрг(г ⁻¹ ·с ⁻¹) рад·рад·с ⁻¹ рад·мин ⁻¹ рад·соат ⁻¹		10 ⁻⁴ Вт/кг 0,01 Гр 1,667·10 ⁻⁴ Гр/с 0,01 Гр/с 2,778·10 ⁻⁵ Гр/с
Рентген ва гамманурланишларнинг экспозицион дозаси	рентген тақсим секунд	R/S	R P/c		2,58·10 ⁻⁴ Кл/кг 2,58·10 ⁻⁴ А/кг
Рентген ва гамма-нурланишлар экспозицион дозасининг куввати	рентген тақсим минут рентген тақсим соат	R/min R/h	P/min P/soat		4,3·10 ⁻⁶ А/кг 7,17·10 ⁻⁶ А/кг

**ГОСТ 8.417—81 га биноан қўллашга тавсия этилган баъзи каррали
ва улушли бирликларнинг рўйхати**

Катталикнинг номи	Бирлик		Қўллашга тавсия этилган каррали ва улушли бирликларнинг белгилари
	Номи	Белгиси	
Узунлик	метр	м	км, см, мм, мкм, нм
Юза	метр квадрат	м ²	км ² , дм ² , см ² , мм ²
Хажм, снгим	куб метр	м ³	дм ³ , см ³ , мм ³
Вақт	секунд	с	кс, мс, мкс, нс
Даврий жараённинг частотаси	герц	Гц	ТГц, ГГц, МГц, кГц
Масса	килограмм	кг	Мг, г, мг, мкг
Куч	Ньютон	Н	Мн, кН, мН, мкН
Куч моменти	Ньютон-метр	Н·м	МН·м, кН·м, Мн·М, МкН·м
Босим	паскаль	Па	ГПа, МПа, кПа, рПа, ДаПа, мПа, мкПа
Динамик қовушоқлик	паскаль секунд		МПа·с
Кинематик қовушоқлик	метр квадрат тақсим секунд	м ² /с	мм ² /с
Механик кучланиш	Ньютон тақсим метр	Н/м	МН/м
Энергия, иш	жоул	Ж	ТЖ, ГЖ, МЖ, кЖ, мЖ
Кувват	ватт	Вт	Гвт, МВт, кВт, мВт, мкВт
Харорат	кельвин	К	МК, кК, мК, мкК
Иссиқлик (иссиқлик миқдори)	жоуль	Ж	ТЖ, ГЖ, МЖ, кЖ, МЖ
Иссиқлик снгими	жоуль тақсим кельвин	Ж/К	кЖ/К
Солнштира иссиқлик снгими	жоуль тақсим килограмм-кельвин	Ж/(кг·К)	кЖ/(кг·К)
Энтрoпия	Жоуль тақсим кельвин	Ж/к	кЖ/к
Фазовий ўзгаришлардаги солиштирма иссиқлик	жоуль тақсим килограмм	Ж/кг	Мж/кг, кЖ/кг

Катталикнинг номи	Бирлик		Қўллашга тавсия этилган каррали ва улушли бирликларнинг белгилари
	Номи	Белгиси	
Модда миқдори	моль	моль	кмоль, ммоль, мкмоль
Моляр масса	килограмм тақсим моль	кг/моль	г/моль
Моляр ҳажм	метр куб тақсим моль	м ³ /моль	дм ³ /моль, см ³ /моль
Моляр концентрация	моль тақсим метр куб	моль/м ³	моль/дм ³ , моль/см ³
Ички энергия	жоуль	Ж	Тж, Гж, кЖ, мЖ
Ток кучи	ампер	А	кА, ма, мкА, нА
Электр заряди	кулон	Кл	пКл, кКл, мкКл, нКл, пКл
Заряднинг фазовий (ҳажмий зичлиги)	Кулон тақсим метр, куб.	кл/м ³	Кл/мм ³ , МКл/м ³ , Кл/см ³ , кКл/м ³ , мКл/м ³ , мкКл/м ³
Заряднинг сирт зичлиги	Кулон тақсим метр квадрат	Кл/м ²	МКл/м ² , Кл/мм ² , Кл/см ² , кКл/м ² , мКл/м ² , мкКл/м ²
Электр майдоннинг кучланганлиги	вольт тақсим метр	В/м	МВ/м, кВ/м, В/мм, В/см, мкВ/м В/см, мВ/м, мкВ/м
Электр кучланиш, электр потенциал	вольт	В	МВ, кВ, мВ, мкВ, нВ
Электр силжиш	Кулон тақсим метр квадрат	Кл/м ²	Кл/см ² , кКл/см ² , мКл/м ² , мкКл/м ²
Электр силжиш оқими	Кулон	Кл	МКл, кКл, мКл
Электр сизим	Фарад	Ф	МФ, мкФ, нФ, пФ
Қутбланганлик	кулон тақсим метр квадрат	Кл/м ²	Кл/см ² , кКл/м ²
Электр токиннинг зичлиги	ампер тақсим метр квадрат	А/м ²	МА/м ² , А/мм ² , А/см ² , КА/м ²
Электр токиннинг чизикли зичлиги	ампер тақсим метр	А/м	кА/м, А/мм, А/см
Магнит майдон кучланганлиги	ампер тақсим метр	А/м	кА/м, А/мм, А/см

Катталикнинг номи	Бирлик		Қўллашга тавсия этилган каррали ва улушли бирликларнинг белгилари
	Номи	Белгиси	
Магнит индукцияси	тесла	Тл	мТл, мкТл, нТл
Индуктивлик	генри	Гн	мГн, мкГн, нГн
Тўлқин узунлиги	метр	м	мм, мкм, нм, нм
Товуш босими	паскаль	Па	МПа, мкПа
Товуш энергиясининг оқими	ватт	Вт	кВт, мВт, мкВт, пВт
Товуш интенсивлиги	ватт тақсим метр квадрат	Вт/м ²	мВт/м ² , мкВт/м ² , нВт/м ²
Ютилган нурланиш дозаси	грей	Гр	ТГр, ГГр, МГр, кГр, мГр, мкГр
Радиоактив манбадаги нуклиднинг фаоллиги	беккерель	Бк	ЭБк, ПБк, ТБк, ГБк, МБк, кБк

IV. ФИЗИК КАТТАЛИКЛАРНИНГ ЖАДВАЛЛАРИ

8. Баъзи астрономик катталиклар

Ернинг радиуси	6,37 · 10 ⁶ м
Ернинг массаси	5,98 · 10 ²⁴ кг
Кўёшнинг радиуси	6,95 · 10 ⁸ м
Кўёшнинг массаси	1,98 · 10 ³⁰ кг
Ойнинг радиуси	1,74 · 10 ⁶ м
Ойнинг массаси	7,33 · 10 ²² кг
Ернинг марказидан Кўёшнинг марказигача бўлган масофа	1,49 · 10 ¹¹ м
Ернинг марказидан Ойнинг марказигача бўлган масофа	3,84 · 10 ⁸ м
Ойнинг Ер атрофида айланиш даври	27,3 сутка = 2,36 · 10 ⁶ с

9. Каттик жисмларнинг ва суюқликларнинг зичликлари ρ (Мг/м³ ёки Г/см³)

Каттик жисмлар

Алюминий	2,70
Висмут	9,80
Вольфрам	19,3
Темир (чўян, пўлат)	7,87
Олтин	19,3
Ош тузи	2,20
Жез	8,55
Марганец	7,40
Мис	8,93

Никель	8,80
Платина	21,4
Қўрғошин	11,3
Кумуш	10,5
Уран	18,7

Суюқликлар (15°С да)

Сув (соф 4°С да)	1,00
Глицерин	1,26
Керосин	0,8
Мой (зайтун мойи, мойлаш учун ишлатиладиган)	0,9
Канақунжуг мойи	0,96
Симоб	13,6
Углерод сульфид	1,26
Спирт	0,8
Эфир	0,7

10. Нормал шароитлардаги газларнинг зичликлари (кг/м³)

Азот	1,25
Аргон	1,78
Водород	0,09
Ҳаво	1,29
Гелий	0,18
Кислород	1,43

11. Қаттиқ жисмларнинг қайишқоқлик доимийси (яхлитланган қийматлар)

Модда	Юнг модули Е, ГПа	Силжиш модули G, ГПа
Алюминий	69	24
Вольфрам	380	140
Темир (пўлат)	200	76
Мис	98	44
Кумуш	74	27

12. Нормал шароитларда газларнинг динамик қовушқоқлиги, иссиқлик ўтказувчанлиги ва молекулаларининг эффектив диаметри

Модда	Эффектив диаметр d, нм	Динамик қовушқоқлик η, мкПа·с	Иссиқлик ўтказувчанлик λ, мВт/(м·К)
Азот	0,38	16,6	24,3
Аргон	0,35	21,5	16,2
Водород	0,28	8,66	168
Ҳаво	—	17,2	24,1
Гелий	0,22	—	—
Кислород	0,36	19,8	24,4
Сув буглари	—	8,32	15,8

13. Критик параметрлар ва Ван-дер-Ваальс тузатмалари

Газ	Критик харорат, $T_{кр}, K$	Критик босим $p_{кр}, MPa$	Ван-дер-Ваальс тузатмалари	
			$H \cdot m^4 / mоль^2$	$b, 10^{-5} m^3 / mоль$
Азот	126	3,39	0,135	3,86
Аргон	151	4,86	0,134	3,22
Сув буғи	647	22,1	0,545	3,04
Кислород	155	5,08	0,136	3,17
Неон	44,4	2,72	0,209	1,70
Карбонат ан-гидрид	304	7,38	0,361	4,28
Хлор	417	7,71	0,650	5,62

14. 20°С да суюкликларнинг динамиклик ковушоклиги η (мПа·с)

Сув	1,00
Глицерин	1480
Канакунжут мойи	987
Машина мойи	100
Симоб	1,58

15. 20° С да суюкликларнинг сирт тарангликлари σ (мН/м)

Сув	73
Глицерин	62
Совунли сув	40
Симоб	$5,0 \cdot 10^2$
Спирт	22

16. Товушнинг тезлиги c , м/с

Сувда	1450
Хавода (курук нормал шароитларда)	332

17. Диэлектрик синдирувчанлик, ϵ

Сув	81
Мой (трансформатор мойи)	2,2
Парафин	2,0
Слюда	7,0
Шиша	7,0
Чинни	5,0
Эбонит	3,0

18. Утказгичларнинг солиштирма қаршилиги ρ ва ҳарорат коэффициенти α

Модда	20°С да ρ , нОм.м	α , °С ⁻¹
Темир	98	$6,2 \cdot 10^{-3}$
Мис	17	$4,2 \cdot 10^{-3}$
Алюминий	26	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Графит	$3,9 \cdot 10^3$	$-0,8 \cdot 10^3$

19. Синдириш кўрсаткичлари n

Олмос	2,42
Сув	1,33
Долчин мойи	1,60
Углерод сульфид	1,63
Шиша	1,50

Изоҳ. Шишанинг синдириш кўрсаткичи шишанинг навига ва ундан ўтаётган нурланишнинг тўлқин узунлигига боғлиқ бўлади. Шунинг учун ҳам бу ерда келтирилган қийматни шартли равишда қабул қилиш ва ундан синдириш кўрсаткичи масала шарида берилмаган ҳолатдагина фойдаланиш керак.

20. Электронларнинг металлдан чиқишиши

Металл	A, эВ	$A \cdot 10^{-19}$, Ж
Қалий	2,2	3,5
Литий	2,3	3,7
Натрий	2,5	4,0
Платина	6,3	10,1
Кумуш	4,7	7,5
Рух	4,0	6,4

21. Нейтраль атомларнинг массаси

Элемент (унсур)	Тартиб рақами	Изотопи	Масса, а. м. б.
(Нейтрон)	0	n	1,00867
Водород	1	^1H	1,00783
		^2H	2,01410
		^3H	3,01605

Элемент (унсур)	Тартиб рақами	Изотопи	Масса, а. м. б.
Гелий	2	^3He	3,01603
		^4He	4,00260
Литий	3	^6Li	6,01513
		^7Li	7,01601
Бериллий	4	^7Be	7,01693
		^9Be	9,01219
		^{10}Be	10,01354
Бор	5	^9B	9,01333
		^{10}B	10,01294
		^{11}B	11,00931
Углерод	6	^{10}C	10,00168
		^{12}C	12,00000
		^{14}C	14,00324
Азот	7	^{13}N	13,00574
		^{14}N	14,00307
		^{15}N	15,00011
Кислород	8	^{16}O	15,99491
		^{17}O	16,99913
		^{18}O	17,99916
Фтор	9	^{19}F	18,99840
Натрий	11	^{22}Na	21,99444
		^{23}Na	22,98977
Магний	12	^{23}Mg	22,99414
Алюминий	13	^{30}Al	29,99817
Кремний	14	^{31}Si	30,97535
Фосфор	15	^{31}P	30,97376
Калий	19	^{41}K	40,96184
Кальций	20	^{44}Ca	43,95549
Кургошин	82	^{206}Pb	205,97446
Полоний	84	^{210}Po	209,98297

**22. Баъзи элементар ва енгил ядроларнинг массалари
ва тинчликдаги энергиялари**

Зарра	Масса		Энергия	
	m_0 , кг	m_0 а.м.б.	E_0 , Ж	E_0 , МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Нейтрал мезон	$2,41 \cdot 10^{-28}$	0,14526	—	135
Протон	$1,67 \cdot 10^{-27}$ кг	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,68 \cdot 10^{-27}$ кг	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
α — зарра	$6,4 \cdot 10^{-27}$ кг	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733

23. Радиоактив изотопларнинг ярим емирилиш даври

Изотоп	Изотопнинг белгиси	Парчаланиш тури	Ярим емирилиш даври
Актиний	$^{225}_{89}\text{Ac}$	α	10 сутка
Йод	$^{131}_{53}\text{I}$	β^- , γ	8 сутка
Иридий	$^{192}_{77}\text{Ir}$	β^- , γ	75 сутка
Кобальт	$^{60}_{27}\text{Co}$	β^- , γ	5,3 йил
Магний	$^{27}_{52}\text{Mg}$	β^-	10 мин.
Радий	$^{219}_{88}\text{Ra}$	α	10^{-3} с
Радий	$^{226}_{88}\text{Ra}$	α , β	$1,62 \cdot 10^3$ йил
Радон	$^{222}_{86}\text{Rn}$	α	3,8 сутка
Стронций	$^{90}_{38}\text{Sr}$	β^-	28 йил
Торий	$^{220}_{90}\text{Th}$	α , γ	$7 \cdot 10^3$ йил
Уран	$^{238}_{92}\text{U}$	α , γ	$4,5 \cdot 10^9$ йил
Фосфор	$^{32}_{15}\text{P}$	β^-	14,3 сутка
Натрий	$^{22}_{11}\text{Na}$	γ	2,6 йил

24. Асосий физик доимийлар

(учта ахамиятли рақамгача аниқликда яхлитланган)

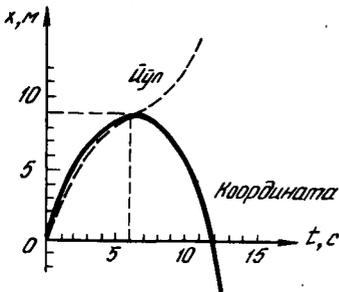
Эркин тушишнинг нормал тезланиши	$g=9,81 \text{ м/с}^2$
Тортишиш (гравитация) доимийси	$G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}$
Авогадро доимийси	$N_A=6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Моляр газ доимийси	$R=8,31 \text{ Ж/К} \cdot \text{моль}$
Стандарт ҳажм*	$V_m=22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Больцман доимийси	$k=1,38 \cdot 10^{23} \text{ Ж/К}$
Фарадей доимийси	$F=9,65 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$
Элементар заряд	$e=1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Электроннинг массаси	$m_e=9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Электроннинг солиштирма заряди	$e/m=1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Эругликнинг бўшлиқ (вакуум)даги тезлиги**	$c=3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Стефан-Больцман доимийси	$\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт (м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Вин силжиш конунининг доимийси	$c=2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Планк доимийси	$h=6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Ж} \cdot \text{с}$ $h=h/(2\pi)=1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Ж} \cdot \text{с}$
Ридберг доимийси	$R'=1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ $R=3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$
Биринчи Бор орбитасининг радиуси	$a=5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$
Электроннинг Комптон тўлқин узунлиги	$\lambda_c=2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Бор магнетони	$\mu_B=9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Ж/Тл}$
Водород атомининг ионланиш энергияси	$E_I=2,16 \cdot 10^{-18} \text{ Ж}$
Атом масса бирлиги	$1 \text{ а.м.б.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Ядро магнетони	$\mu_N=5,05 \cdot 10^{-27} \text{ Ж/Тл}$

* Нормал шароитларда идеал газнинг моляр ҳажми

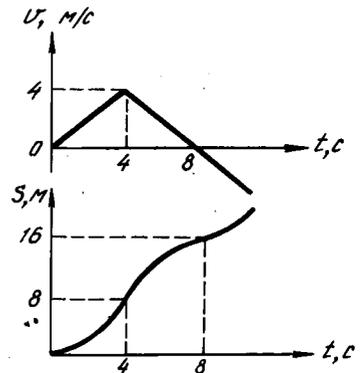
** 1973 йилда ўтказилган ўлчамларга биноан ёруғликнинг бўшлиқдаги тезлиги (299,792, 462±0,018) км/с га тенг.

ЖАВОБЛАР

1.1. $v' = 122$ км/соат; $v'' = 72,2$ км/соат. 1.2. 8.87 м/с. 1.3. 64 км/соат. 1.4. $\langle v \rangle = 2v_1v_2/(v_1 + v_2) = 3,2$ м/с. 1.5. $\langle v \rangle = s/(t_1 + t_2) = 2$ м/с. 1.6. 3,93 м/с. 1.7. 2 м/с. 1.8. Графиклар 1- расмда тасвирланган. 1.9. Графиклар 2- расмда тасвирланган. 1.10. 40 с; 80 м; $-0,1$ м/с²; графиклар 3- расмда тасвирланган. 1.11. а) $x = x_0 + v_0t + at^2/2$; б) $x = -x_0 - v_0t + at^2/2$; в) $x = x_0 - v_0t - at^2/2$; г) $x = -x_0 + v_0t + at^2/2$. 1.12. 2) $x = l \cdot \text{tg} \frac{2\pi}{T} \cdot t$; 2) $v = 2\pi l / \left(T \cos^2 \frac{2\pi}{T} t \right) = 48,0$ м/с. 1.13. 30 с;



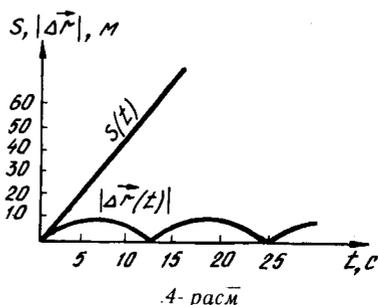
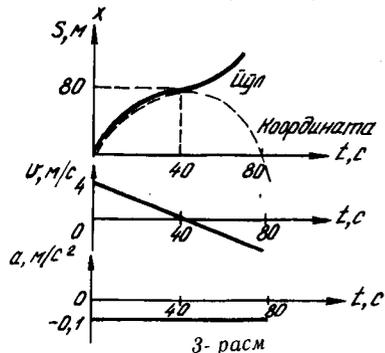
1- расм



2- расм

3 м/с; 45 м. 1.14. Икки марта учрашишди: 3,4 с дан кейин 15 м масофада ва 10,6 с дан кейин 123 м масофада. 1.15. 0; $v_1 = 2$ м/с; $v_2 = 2$ м/с; $a_1 = -8$ м/с²; $a_2 = 1$ м/с². 1.16. 0,235 с; $v_1 = 5,1$ м/с; $v_2 = 0,286$ м/с. 1.17. $H = (2S + dt^2)^2 / (8dt^2) = 5,61$ м, бунда $s = 1$ м. 1.18. 150 м. 1.19. 1 с; 10 м/с (юқорига ҳаракатланганда) 3 с; -10 м/с (пастга тушганда) 1.20. 19,2 м. 1.21. 19,6 м/с. 1.22. 0,62 см; 4,6 м/с. 1.23. $x = h + \delta_0 t - gt^2/2$; 7,77 м/с. 1.24. 0,5 м/с. 1.25. 3 м/с. 1.26. 1) $\vec{v} = \vec{i}3At^2 + \vec{j}2Bt$; 2) $\vec{a} = \vec{i}6At + \vec{j}2B$. 1.27. 2,5 м/с; 12,5 м/с². 1.28. 1) 14,1 м/с; 2) -10 м/с²; 3) 7,07 м/с²; 4) 7,07 м/с². 1.29. 1,42 м/с². 1.30. 1) 8 м; 2) 7,73; 3) м/с; 4) 3,36 м/с. 1.31. Графикларни 4- расмдан кўринг. 1.32. $\langle v \rangle = \pi R / \tau = 0,837$ м/с; $|\langle \vec{V} \rangle| = 2R / \tau = 0,267$ м/с. 1.33. 2 м/с²; 1 м/с²; 2,24 м/с². 1.34. 7 м/с;

8,5 м/с². 1.35. 0,872 с; 14,8 м/с². 1.36. $y^3 - 8x = 0$; 2,77 м/с; 4,8 м/с². 1.37. $x = R \pm \sin(v/R)$. 1.38. 1) $y = Rt \cos(v/R)$, $x = Rt \sin(v/R)$; 2) $r = R$, $\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{v}{R}t$. 1.39. а — хол: 1) $x = v_0 t$, $y = -h - gt^2/2$; 2) $y = -h - gt^2/2$. б — хол: 1) $x = v_0 t \cos \alpha$, $y = -h v$, $t \sin \alpha - gt^2/2$; 2) $y = -h + xt \operatorname{tg} \alpha - yx^2 / (2v_0^2 \cos^2 \alpha)$; в — хол: 1) $x = 3 + v_0 t$, $y = h - gt^2/2$. 2) $y = h - g(x - S)^2 / (2v_0^2)$; а — хол: 1) $x = S + v_0 t \cos \alpha$, $y = l_1 - v_0 t \sin \alpha - gt^2/2$, 2) $y = h - (x - s) \operatorname{tg} \alpha - g(x - s)^2 / (2v_0 \cos^2 \alpha)$. 1.40. 20 м/с; 28 м/с.



1.41. $h = v_2 / (2g) = 21,4$ м. 1.42. $v = l \sqrt{g / (2h)} = 210$ м/с. 1.43. 24,5 с; 2,45 км. 1.44.

45°. 1.45. 1) $y = h + v_0 t \sin \alpha \frac{gt^2}{2}$, $x = v_0 \pm \cos \alpha$; $y = h + xt \operatorname{tg} \alpha - gx^2 / (2v_0^2 \cos^2 \alpha)$;

2) 9,28 с, 136 м, 242 м, 57,3 м/с. 1.46. $v_0 = \frac{g(t_1 + t_2)}{2 \sin \alpha} = 588$ м/с; $h = gt_1 t_2 =$

$= 2,45$ км. 1.47. $H = v_0^2 \sin^2 \alpha / (2g) = 1,53$ км; $S = (2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha) / g = 3,53$ км; $R =$

$= (v_0^2 \cos^2 \alpha) / g = 1,02$ км. 1.48. 3,58 м/с; 5,37 м/с²; 8,22 м/с². 1.49. 4,9 м/с²;

8,55 м/с². 1.50. $v = (2\pi/T)R \cos \varphi$, $a_m = (4\pi^2/T^2)R \cos \varphi$ (T — Ернинг айланиш

даври); 1) 463 м/с. 3,47 см/с²; 2) 259 м/с, 1,88 см/с². 1.51. $n = (v_1 - v_2) / (2\pi b) =$

$= 1,59$ с⁻¹, бунда $b = 10$ см. 1.52. 113 м/с; 35 мкм. 1.53. $\varepsilon = 2h / (rt^2) =$

$= 8,33$ рад/с². 1.54. 5 см/с²; 10 см/с²; 11 см/с². 1.55. 1,2 м/с²; 168 м/с²; \approx

≈ 168 м/с². 1.56. $\varepsilon = 2\pi n / (\Delta t) = 3,14$ рад/с²; $N = 1/2 n \Delta t = 25$. 1.57. $-0,523$ рад/с²;

150. 1.58. $l = \pi(n_2^2 - n_1^2) / N = 1,26$ рад/с². 1.59. $N = \pi(n_2^2 - n_1^2) / \varepsilon = 21,6$; $\Delta t = 2\pi(n_2 -$

$-n_1) / \varepsilon = 7,85$ с. 1.60. $u = \sqrt{4\pi^2 n^2 R^2 + v^2} = 40,6$ м/с. 1.61. $v = \pi dl / (h \Delta t) =$

$= 0,754$ м/с. 2.1. 2,5 м/с². 2.2. $a = m_2 g / (m_1 + m_2) = 1,96$ м/с². 2.3. $F = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = 39,2$

Н. 2.4. 2 м/с²; 8 Н; 2 Н. 2.5. $a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + m} = 1,40$ м/с².

$T_1 = m_1(g + a) = 11,2$ Н; $T_2 = m_2(g - a) = 16,8$ Н. 2.6. $t = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2l}{gt^2 \cos \alpha} = 0,35$.

2.7. $F_1 = -0,8$ Н; $F_2 = -8$ Н; $t_1 = 1,67$ с да $F = 0$. 2.8. $\langle F \rangle = (m/t) \sqrt{2gh} =$

$= 626$ Н. 2.9. 0,051. 2.10. 1,33 кг·м/с. 2.11. 100 Н·с; 100 кг·м/с. 2.12. 1,4 Н·с. 2.13. $P_1 = 2mv_0 \sin \alpha = 3$ Н·с. 2.14. 1,25 Н·с; $-1,25$ Н·с. 2.15. $Q_m =$

$= m(g + a) / v = 24,5$ кг/с. 2.16. $R = -Q_m v = -160$ Н; $a = -Q_m v / m = -$

$-4,57$ см/с². 2.17. $v = \frac{1}{d} \sqrt{\frac{4mg}{\rho}} = 10,2$ м/с, бунда ρ — хавонинг зичлиги. 2.18.

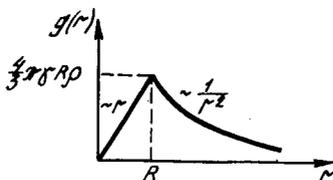
$F_{\max} = f(m_1 + m_2)g = 17,7$ Н. 2.19. $F_1 = f_1(m_1 + m_2)g = 19,6$ Н; $F_2 = (f_2 - f_1) \times$
 $\times (m_2/m_1)(m_1 + m_2)g = 39,2$ Н. 2.20. $a = \frac{F}{M + m} - g = 73,5$ м/с²; $T = \frac{3}{4} \frac{m}{M + m} F =$
 $= 625$ Н. 2.21. $a = \frac{g \sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = 36,6$ м/с². 2.22. 2,27. 2.23. $\approx 4^\circ$. 2.24. 20,4 см. 2.25.
 $\rho = \sqrt{2} \rho v / (St)^2 = 3,5 \cdot 10^6$ Н/м² (ρ — сувнинг зичлиги). 2.26. $F = 2psv^2 \sin \varphi = 346$ Н
(ρ — сувнинг зичлиги). 2.27. $t = mv_{\max} / N = 25$ с. 2.28. $t = \frac{m}{k} \ln \frac{mg + kv_0}{mg} = 44,5$ с.
2.29. $At = (m/h) \ln 2 = 6,23$ с. 2.30. $v = \frac{F}{k} (1 - e^{-(k/m)\Delta t}) = 6,3$ м/с. 2.31. $F =$
 $= \frac{hv}{1 - e^{-(k/m)\tau}} = 1,03$ кН. 2.32. $k = \frac{m}{t} \cdot \frac{v_0 - v}{v_0 v} = 4,7 \cdot 10^5$ кг/м. 2.33. $\Delta t =$
 $= (m/k) \ln 10 = 18,4$ с. 2.34. 1) 6,3 м/с; 2) $-0,57$ м/с. 2.35. 1) 1 м/с; 3) м/с. 2.36.
0,75 м/с. 2.37. 1) 1,5 м; 2) 0,5 м; 3) 1,5 м, 0. 2.38. 0,4 м/с. 2.39. $U_2 = 114$ м/с. 2.40.
 $U_2 = 250$ м/с; $\varphi_2 = -36,6^\circ$. 2.41. $U_1 = 0,385$ м/с; $U_2 = -0,615$ м/с. 2.42. 0,5 с⁻¹.
2.43. $v_{\min} = 6,26$ м/с. 2.44. 3 мг; $70^\circ 30'$. 2.45. 6,1 марта. 2.46. $\varphi = \arccos \frac{g}{4\pi^2 n^2 l} =$
 $= 60,2^\circ$. 2.47. 1,42 с. 2.48. $F = m(g \pm 4\pi^2 n^2 r)$; $F_{\max} = 1,02$ кН; $F_{\min} = 942$ Н. 2.49.
 $v_{\min} = \sqrt{g(R - l)/f} = 13$ м/с; $\varphi = \arctg f = 31^\circ$. 2.50. 39 кН. 2.51. $\varphi = \arctg (4\pi^2 n^2 r/g) =$
 $= 38^\circ 50'$. *Кўрсатма.* Суюкликнинг мувозанат ҳолатида унинг сиртида турган
суюклик заррасига таъсир этувчи барча кучларнинг тенг таъсир этувчиси суюклик
сиртига нормал бўйлаб йўналган бўлади. 2.52. $v = \sqrt{t g R} = 14$ м/с. 2.53. 12,1 м/с;
 $16^\circ 42'$. 2.54. $\varphi = \arctg \frac{v^2}{gR} = 58,2^\circ$; $F = mg / \cos \varphi = 66,2$ кН. 2.55. 1) $F =$
 $= 4\pi^2 n^2 m^2 = 12,7$ кН; 2) $M = 2Fr \cdot \cos \varphi = 86,5$ Н · м. 2.56. $\sigma = \rho \omega^2 R^2$; 1) $\sigma = 8,9$ кН/м²;
2) $\sigma = 8,9$ кН/м². 2.57. $A = f g m s + mv^2/2 = 996$ Ж. 2.58. $af = mh(g + 2h)/t^2 =$
 $= 4,72$ кЖ. 2.59. 1,35 кЖ. 2.60. 336 Ж. 2.61. 2,94 кЖ, 6 кЖ. 2.62. $T = (m/2)(v_0^2 +$
 $+ g^2 t^2) = 633$ Ж. 2.63. 5 Ж. 15 Ж. 2.64. $N = \pi \rho d^2 v^3/8 = 1,26$ кВт (ρ — сувнинг зич-
лиги). 2.65. $N = \frac{1}{2} \rho S D^3 = 2,84$ кВт (ρ — сувнинг зичлиги). 2.66. $N = \frac{1}{d} \times$
 $\times \sqrt{\frac{m^3 g^3}{\rho}}$; 1) 139 кВт; 2) 313 кВт. 2.67. 0,32 Вт; 56 Вт. 2.68. $h = 5R/2 = 10$ м.
2.69. $\alpha = \arccos(2/3) = 0,268$ рад. 2.70. $v = \sqrt{5gR} = 14$ м/с. 2.71. $T_2 = (m_1/m_2)T_1 =$
 30 кЖ. 2.72. $T_2 = (m_1/m_2)T_1 = 1,2 \cdot 10^{-8}$ Ж = 12 нЖ. Е чи ш. Импульснинг сакла-
ниш қонунига мувофиқ мувофиқ парчаланишдан кейинги бўлақларнинг импульслари
тенг бўлмағи керак: $l_1 = l_2$ (1). Импульсни кинетик энергия оркали ифодалаймиз.
 $\rho = mv$, $\rho^2 = m^2 v^2$, $T = mv^2/2$; $2mT = m^2 v^2$. Бу тенгликлардан ушбуни топамиз:
 $\rho = \sqrt{2mT}$. (1) га қўйсақ, $\sqrt{2m_1 T_1} = \sqrt{2m_2 T_2}$, бундан T_2 ни топамиз. 2.73. 390 Ж.
2.74. $T_1 = nT/(n+1) = 24$ нЖ; $T_2 = T/(n+1) = 8$ нЖ. 2.75. $l = m^2 u^2 (2fgm_2^2) =$
 $= 6,37$ м. 2.76. $h = m^2 v^2 / (2gM) = 7,34$ см. 2.77. $v = \frac{M+m}{m} \sqrt{2gh} = 701$ м/с. 2.78.
 $h = l(1 - \cos \varphi) \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) = 16$ см. 2.79. $\Delta U = \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$; 1) 9,6 Ж.

2) 86,4 Ж. 2.80. $U = m_1 v_1 / (m_1 + m_2)$; $\omega = m_2 / (m_1 + m_2)$; 1) $u = 1/c$; $\omega = 0,8$; 2) $u = 4 \text{ м/с}$; $\omega = 0,2$. 2.81. 1) $p'_1 = (m_1 - m_2) / (m_1 + m_2) = -6 \text{ кг м/с}$. $p'_2 = 2m^2 / (m_1 + m_2) = 16 \text{ кг м/с}$;

2) $\Delta p_1 = -p'_2 = 16 \text{ кг м/с}$; 3) $T'_1 = \frac{p_1^2}{2m_1} \left(\frac{m_1^2 - m_2}{m_1 + m_2} \right) = 9 \text{ Ж}$; $T'_2 = \frac{2m_2 p_1^2}{(m_1 + m_2)^2} = 16 \text{ Ж}$; 4) $|\Delta T_1| = T'_2 = 16 \text{ Ж}$; 5) $\omega = \frac{|\Delta T_1|}{T_1} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} = 0,64$. 2.82. 1) $p'_1 = m_1 p_1 / (m_1 + m_2) = 3 \text{ кг м/с}$, $p'_2 = m_2 p_1 / (m_1 + m_2) = 2 \text{ кг м/с}$, 2) $\Delta p_i = -p'_2 = -2 \text{ кг м/с}$; 3) $T'_1 = \frac{m_1 p_1^2}{2(m_1 + m_2)^2} = 0,75 \text{ Ж}$. $T'_2 = \frac{m_2 p_1^2}{2(m_1 + m_2)^2} = 0,5 \text{ Ж}$. 4) $|\Delta T_1| = \frac{m_2(2m_1 + m_2)p_1^2}{2(m_1 + m_2)^2 m_1} = 1,33 \text{ Ж}$; 5) $\omega_1 = \frac{T'_2}{T_1} = \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} = 0,24$, $\omega_2 = \frac{T'_1}{T_1} = \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} = 0,36$; 6) $\Delta U = \frac{m_2 p_1^2}{2m_1(m_1 + m_2)} = 0,833 \text{ Ж}$; 7) $\omega = \frac{\Delta U}{T_1} = \frac{m_1}{(m_1 + m_2)} = 0,4$. 2.83. $\eta = m_2 / (m_1 + m_2) = 0,952$. 2.84. $\eta = m_1 / (m_1 + m_2) = 0,833$. 2.85. $\eta = \frac{m_1}{m_1 + m_2} = 0,93$. 2.86. -6 м/с , 4 м/с . 2.87. $M = m(1 + \sqrt{1-\omega}) / \omega = 16,2 \text{ кг}$. 2.88. $k = (1 + \sqrt{1-\omega})^2 / \omega = 3$. 2.89. $\omega = 4m_1 m_2 / (m_1 m_2)^2 = 0,75$. 2.90. $p_2 = 2m_2 p_1 / (m_1 + m_2) = 8 \cdot 10^{-20} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$. 2.91. $u_1 = v_1 \cos \alpha = 1,73 \text{ м/с}$; $u_2 = v_1 \sin \alpha = 1 \text{ м/с}$; $\beta = \pi/2 - \alpha = 60^\circ$. 2.92. $\alpha = \arccos \frac{T_2 + (T_1 - T_2) - (m_1/m_2)T_2}{2\sqrt{T_1(T_1 - T_2)}} = 144^\circ$. 3.1. $0,012 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. 3.2. $2 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. 3.3. а) $J = 9/4 \text{ м}^2 = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; б) $J = 3/2 \text{ м}^2 = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. 3.4. $J = ma^2$, 1) $4 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; 2) $2 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. 3.5. 2) $J_x = 0,607 < 10^{-47} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ $J_f = 1,14 \cdot 10^{-47} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_z = 1,75 \cdot 10^{-47} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; 2) $J_x = 1,23 \cdot 10^{-47} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_x = 8,71 \cdot 10^{-46} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $J_f = 9,94 \cdot 10^{-46} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. 3.6. 1) $J = 1/3 ml = 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. 2) $J = \frac{1}{12} ml^2 = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. 3) $J = 1 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. 3.8. $J = \frac{1}{2} \tau a^2 \left(b + \frac{1}{3} a \right) = 1,44 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. 3.9. $J = \left(\frac{m_1}{3} + m_2 \right) l_1^2 = 0,112 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. 3.10. $J = \frac{1}{3} l_1^2 \cdot (m_1 + 3m_2) + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 = 0,114 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. 3.11. 1) $J = \frac{5}{12} ma^2 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. 2) $J = \frac{1}{6} ma^2 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. 3.12. а) $J = 3ml^2 = 0,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, б) $J = \frac{11}{9} ml^2 = 0,122 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; в) $J = \frac{5}{6} ml^2 = 0,833 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. г) $J = 7/9 ml^2 = 0,0777 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; д) $J = \frac{5}{6} ml^2 = 0,0833 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. 3.13. $J = \frac{1}{2} mR^2$. 3.14. $J = \frac{3}{2} mR^2 = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

3.15. $J = \frac{3}{4} mR^2 = 6 \cdot 10^{-3}$ кг·м. 3.16. $J = \frac{1}{2} mR^2 - \frac{md^2}{32R^2} (d^2 + Sl^2) = 4,19 \cdot 10^{-2}$ кг·м². 3.17. $J = \frac{1}{2} ma^2 = 4,27 \cdot 10^{-2}$ кг·м². 3.18. $J = \frac{1}{12} \sigma a^3 \rho = 2 \cdot 10^{-5}$ кг·м². 3.19. 1) $\varepsilon = \frac{3}{2} \cdot \frac{g}{l} = 14,7$ рад/с², $a_t = g = 9,8$ м/с. 2) $\varepsilon = \frac{3}{2} \cdot \frac{g}{l} \sin \alpha = 12,7$ рад/с², $a_t = g \sin \alpha = 8,49$ м/с²; 3) $\varepsilon = \frac{12}{7} \cdot \frac{g}{l} \sin \alpha = 14,6$ рад/с². $a_t = \frac{6}{7} g \sin \alpha = 7,27$ м/с². 3.20. 1) 65,3 рад/с², 9,8 м/с²; 2) 32,7 рад/с²; 4,9 м/с²; 3) 59,9 рад/с², 7,99 м/с². (3.19- масалага қаранг). 3.21. $m = \frac{1}{12} ml^2 \varepsilon = 0,025$ Н·м. 3.22. $J = mR^2 \left(\frac{gt}{2S} - 1 \right) = 0,0235$ кг·м². 3.23. $f = \pi m R n / (Ft) = 0,31$. 3.24. а) $= 2g/3$; б) $a = g/2$. 3.25. $a = \frac{2(m_1 - m_2)g}{(m + 2m_1 + 2m_2)} = 0,24$ м/с². 3.26. $a = \frac{(m_1 - fm_1)}{(m_2 + m_2 + m)} g = 1,96$ м/с². $T_1 = \frac{(f+1)m_1 + km}{m_1 + m_2 + m} m_1 g = 0,98$ Н, $T_2 = \frac{(f+1)m_1 + m_2}{m_1 + m_2 + m} m_2 g = 1,18$ Н. 3.27. $T_1 - \frac{m_1(m+2m_2)}{m+m_1+m_2} g = 3,53$ Н; $T_2 = \frac{m_2(m+2m_1)}{m+m_1+m_2} g = 3,32$ Н. 3.28. $M = \frac{4}{5} mR^2(B + 3Ct) = -0,64$ Н·м. 3.29. 1) $\omega = \frac{6m^2v}{(3m_2 + m_1)l} = 2,61$ рад/с, $U = \frac{3m_2v}{3m_2 + m_1} = 1,30$ м/с; 2) $\omega = \frac{3m_2v}{(m_2 + m_1)l} = 1,43$ рад/с, $U = \frac{2m_2v}{m_2 + m_1} = 0,952$ м/с; 3) $\omega = \frac{4m_2v}{(m_2 + \frac{1}{3}m_1)l} = 0,833$ рад/с, $u = \frac{3m_2v}{m_2 + 7/3m_1} = 0,625$ м/с. 3.30. 1) 4,55 рад/с, 0,909 м/с; 2) 2,27 рад/с; 0,454 м/с; 3) 3,03 рад/с; 0,303 м/с; 4) 1,52 рад/с; 0,202 м/с (3.29- масаланинг жавобларига қаранг). 3.31. $\omega = nvr / (J + mr)^2 = 1,02$ рад/с. 3.32. $\omega = \frac{2m_1 \sqrt{2gb}}{(m_1 + 2m_2)R} = 0,129$ рад/с. 3.33. $\omega = \frac{2m_1v}{(m_2 + 2m_1)R} = 0,4$ рад/с. 3.34. $\varphi = \frac{4\pi m_1}{m_2 + 2m_1} = 2\pi/3$. 3.35. $n_2 = (J + mR^2)n_1/J = 10$ мин⁻¹. 3.36. $n_2 = 12Jn_1 / (12J + ml^2) = 0,61$ с⁻¹. 3.37. $n_2 = 2mR^2n_1/J = 0,4$ с⁻¹. 3.38. $n_2 = (l_1/l_2)^2 \cdot n_2 = 4$ с⁻¹; $ef = 2\pi^2 m n_1 (l_1/l_2)^2 (l_1^2 - l_2^2) = 5,92$ Ж. 3.39. 12,8 кВт. 3.40. $M = \text{const} = 200$ Н·м; $N = D + Et$, бунда $D = 3,2$ кВт; $E = -0,8$ кВт/с; $N = 0,8$ кВт. 3.41. $M = N / (2\pi n) = 3,18$ Н·м. 3.42. $T_1 = 2N / (\pi nd) = 2,98$ кН; $T_2 = N / (\pi nd) = 1,49$ кН. 3.43. $N = \pi nd(F - mg) = 214$ Вт. 3.44. $A = \pi^2 n m R^2$, $A_1 = 7,11$ кЖ; $A_2 = 28,4$ кЖ. 3.45. $M = T / (2\pi N) = 1,99$ Н·м. 3.46. $T = M^2 (\Delta T^2) / (2J) = 500$ Ж. 3.47. $T = (m/4) (2v^2 + \pi^2 n^2 d^2) = 3,21$ кЖ. 3.48. $T = 3mv^2/4 = -3$ Ж. 3.49. $T_1 = mv^2 = 50$ Ж; $T_2 = 3mv^2/4 = 37,5$ Ж. 3.50. $T_1 = 10$ Ж; $T = 4$ Ж. 3.51. $v = \sqrt{10/(7gl)} = 3,74$ м/с. 3.52. $t = 2l/\sqrt{gh} = 4,04$ с. 3.53. $v = \sqrt{3gl(1 - \cos \varphi)} = 3,84$ м/с. 3.54. 1) $\omega = \sqrt{3g/(2l)} = 3,83$ рад/с, $v = \sqrt{3gl/8} = 1,92$ м/с; 2) $\omega = \sqrt{3g/l} = 5,42$ рад/с. $v = \sqrt{gl/3} = 1,81$ м/с; 3) $\omega = 6\sqrt{g/(7l)} = 7,10$ рад/с. $v = 9,2\sqrt{gR/7} = 5,32$ м/с. 3.55. 1) 14 рад/с.

1,05 м/с; 2) 14 рад/с. 2,1 м/с (3.54- масалага к.). 3.56. 1) $\omega = 2\sqrt{g/(3R)} = 8,08$ рад/с. $v = 4\sqrt{gR/3} = 3,23$ м/с; 2) $\omega = \sqrt{2g/(3R)} = 5,71$ рад/с; $v = 1/2\sqrt{2gR/3} = 0,571$ м/с; 3) $\omega = \sqrt{\frac{12(2+\sqrt{3})g}{17R}} = 11,4$ рад/с, $v = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{12(2+\sqrt{3}g)}{17}} = 3,04$ м/с; 4) $\omega = 3\sqrt{2g/(11R)} = 8,95$ рад/с; $v = 4\sqrt{2gR/11} = 2,39$ м/с. 4.1. 66,7 пН. 4.2. 667 пН. 4.3. $F = G(\rho r d^2/6)^2 = 1,78$ мкН (ρ — темирнинг зичлиги). 4.4. $h = R(\sqrt{g/g_n} - 1) = 1,36$ Мм. 4.5. 2,18 м. 4.6. 3,7 Н/кг. 4.7. $g_1 = g_2/(kn) = 1,61$ м/с². 4.8. $g = \frac{4}{3}\pi\sigma r R = 0,21$ м/с². 4.9. $r = \frac{l}{1+1/\sqrt{n}} = 54,3$ R. 4.10. 6,33 км/с. 4.11. 1.69 Мм. 4.12. $7,27 \cdot 10^{-5}$ рад/с; 42,2 Мм. 4.13. 164 г. 4.14. 7.92 км/с. 4.15. 15 км/с. 4.16. 1,22 йил. 4.17. 65 сут. 4.18. 255 сут. 4.19. $v_1/v_2 = (1-\epsilon)/(1+\epsilon) = 3$, v_1 — йўлдошнинг перигейдаги тезлиги, v_2 — апогейдаги). 4.20. Тўрт марта. 4.21. $6,21 \cdot 10^{23}$ кг. 4.22. $5,98 \cdot 10^{24}$ кг. 4.23. 100. 4.24. $r \leq R$ да $g(r) = \frac{4}{3}\pi\sigma r$; $r \geq R$ да $g(r) = 4\pi G\rho R^3/(3r^2)g(r)$ боғланишнинг графиги 5-расмда берилган.



5-расм

4.25. 1) $\Delta P = \frac{8}{3} \cdot \pi G\rho m h = 15,4$ мН; 2) $\Delta p = \frac{4}{3}\pi G m h = 7,71$ мН. 4.26. 1) $A_1 = \frac{1}{2}mgR = 31,2$ МЖ, 2) $A_2 = mgR = 62,4$ МЖ. 4.27. $h = R$. 4.28. $\varphi = -62,6$ МЖ/кг; $\varphi = -190$ ГЖ/кг. 4.29. $\frac{1,68}{\text{км/с}}$; 2,37 км/с. 4.30. $\frac{436}{\text{км/с}}$; 617 км/с. 4.31. 130 м/с. 4.32. $v = \sqrt{v_1^2 - gR} = 6,12$ км/с. 4.33. $v = \sqrt{v_0^2 - 2gR} = 10$ км/с. 4.34. $v = \sqrt{2GM/R} = 42,1$ км/с. 4.35. 72,6 км/с. 4.36. Ракета гипербола бўйлаб ҳаракатланади. *Кўрсатма.* Масалани ечишдан олдин 1-мисол (62-бет) билан танишиш тавсия этилади. Масаланинг шартида берилган $v = 10$ км/с тезликни, олдиндан ҳисоблаб олинган берилган баландликдаги айланма $v_{\text{айл}}$ ва параболик v_n тезликлар билан солиштирилсин. Агар $v = v_{\text{айл}}$ бўлиб чиқса, унда ракета айлана бўйлаб ҳаракат қилади; агар $v_{\text{айл}} < v < v_n$ бўлса, ракета эллипс бўйлаб ҳаракатланади. Агар $v_{\text{айл}} = v_n$ бўлса, унда ракета парабола бўйлаб ҳаракатланади; агар $v > v_n$ бўлса, унда ракетанинг траекторияси — гипербола бўлади. 4.37. $G = 4mg/(\pi d^2) = 3,12$ МПа. 4.38. 1) $\sigma = 4mg/(\pi d^2) = 3,12$ МПа; $\sigma = \frac{4mg}{\pi d^2} + \frac{1}{2}\rho g l = \frac{g}{2}\left(\frac{8m}{\pi d^2} + \rho l\right) = 6,45$ МПа; 3) $\sigma = \frac{4mg}{\pi d^2} + \rho g^2 = \lambda\left(\frac{4m}{\pi d^2} + \rho l\right) = 9,78$ МПа. 4.39. $P = \pi d^2 \sigma_m/4 = 232$ Н. $\epsilon = \sigma_{\text{эл}}/E = 1,47 \cdot 10^{-3}$. 4.40. $l = G_{\text{бўйлаб}}/(\rho g) 111$ м (ρ — кўроғошнинг зичлиги). 4.41. $\sigma = 4\pi^2 n^2 m l/S = 948$ МПа.

4.42. $\sigma_{\max} = \frac{F}{S} = \frac{4\pi^2 n^2 m}{2S} \int_0^l 2dr = \frac{2\pi^2 n^2 ml}{S} = 4,74 \text{ МПа}$. 4.43. $E = mgl/(Sx) = 208$
 ГПа. 4.44. $\sigma = 4mg/(\pi d^2) = 78,5 \text{ МПа}$. $\varepsilon = mg/(ES) = 3,9 \cdot 10^{-4}$; $x = \varepsilon l =$
 $= 1,2 \text{ мм}$. 4.45. $E = \frac{mg^3}{2\pi d^2 h^3} = 196 \text{ ГПа}$. 4.46. $x_1 = (h_2/h_1)x_2 = 4 \text{ см}$. 4.47. $k' =$
 $= \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = 1,5 \text{ кН/м}$; $k'' = k_1 + k_2 = 8 \text{ кН/м}$. 4.48. 1) $\tau = F/S = 637 \text{ кПа}$; 2) $\gamma =$
 $= \tau/G = 8,37 \text{ м/рад}$; 3) $x = hv = 1,68 \text{ мкм}$. 4.49. $\varphi = M/C = 8,37 \text{ м/рад}$. 4.50. $C =$
 $= M/\varphi = 5,71 \text{ МН} \cdot \text{м/рад}$. 4.51. $A = ES(x^2)/(2l) = 10 \text{ Ж}$. 4.52. $A = F(x^2)^2/(2x_1) =$
 $= 5 \text{ Ж}$. 4.53. $A = Fx + \frac{1}{2}k(x)^2 = 2,5 \text{ Ж}$. 4.54. $A = \frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) = 15,4 \text{ Ж}$. 4.55. 16,3
 мм. 4.56. $l = \sqrt{m^2 v_1^2 / (km_2)} = 4,25 \text{ см}$. 4.57. $A = \frac{1}{2} \frac{k_2}{k_1} (k_1 + k_2) x_2^2 = 0,6 \text{ Ж}$. 4.58.
 100 Ж (4.54- масалага к.). 4.59. $\Pi = \frac{E\varepsilon^2}{2} \frac{m}{\rho} = 50 \text{ Ж}$ (ρ — пўлатнинг зичлиги).
 4.60. $\Pi = \frac{ES^2}{l} \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 160 \text{ Ж}$; $\omega = \Pi/(Sl) = 0,4 \text{ МЖ/м}^3$. 4.61. $\Pi = F^2 l / (2ES) =$
 $= 2,5 \text{ Ж}$; $\omega = \Pi/(Sl) = 6,25 \text{ КЖ/м}^3$. 4.62. $\Pi = \frac{1}{2} (k_1 + k_2) x^2 = 5 \text{ Ж}$. 4.63. $v =$
 $= x \sqrt{k/m} = 7,07 \text{ м/с}$. 4.64. $v = \sqrt{(k/m)(x_2^2 - x_1^2)} = 22,5 \text{ м/с}$. 4.65. $k = mv^2/x^2 =$
 $= 1,2 \text{ МН/м}$. 4.66. $\omega = G^2/(2E) = 225 \text{ КЖ/м}^3$. 4.67. 4,53 мм; 2) 453 МН/м³.
 5.1. $u = c \sqrt{2\Delta l/l_0} = 134 \text{ км/с}$. 5.2. $u = c \sqrt{2\Delta\tau/\tau_0} = 1,4 \text{ км/с}$. 5.3. $\tau = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{c^2} \tau_0 =$
 $= 0,57 \text{ с}$. 5.4. 1,25. 5.5. $l = l_0 \sqrt{1 - v_0^2/c^2} = 0,825 \text{ м}$; $\varphi = \arctg \frac{\text{tg}\varphi_0}{1 - v^2/c^2} = 59^\circ$. 5.6.
 $\varphi = \arctg \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 72^\circ 66'$. 5.7. $\tau_0 = \left(\frac{l}{v}\right) \sqrt{1 - v^2/c^2} = 25 \text{ н.с.}$ 5.8. $\beta =$
 $= \frac{1}{\sqrt{1 + \tau_0^2 c^2 / l^2}} = 0,995$. 5.10. 1) 0,195 с; 2) 0,974. 5.11. 0,268 с. 5.12. С. 5.13. 0,5 с.
 5.14. 0,994 с. 5.15. 1,15. 5.16. 0,943 с. 5.17. $m = 2m_0$; 0,866 с. 5.18. 0,5 %.
 5.20. $2,05 \cdot 10^{-22} \text{ кг/м} \cdot \text{с}$. 5.21. $c/\sqrt{2} = 0,707 \text{ с}$. 5.22. 1) $5/3m_0 = 1,67 m_0$; 2) $v = 1/2 C$,
 3) $2m_0/\sqrt{3} = 1,15m_0$. 5.23. $V_c = \frac{3}{12} \text{ с}$. 5.24. 11,1 г. 5.25. 90 ГЖ. 5.26. 1) 81,6 пЖ ёки
 0,511 МэВ; 2) 150 пЖ, ёки 938 МэВ; 3) 596 пЖ, ёки $3,73 \cdot 10^3 \text{ МэВ}$.
 5.27. $6,57 \cdot 10^7 \text{ кг}$. 5.28. 1) $1,37 \cdot 10^{17} \text{ кг}$; 2) $8,82 \cdot 10^7 \text{ кг}$. 5.29. 20,6;
 1,01. 5.30. 1,94. 5.31. 0,341 МэВ. 5.32. 260 мм/с. 5.33. 1) 298 мм/с. 5.34. 1) 13,8 Мм/с;
 2) 263 Мм/с. 5.36. 1) 0,03; 2) 0,52. 5.37. 1) 0,866 с; 2) 0,0897 с;
 3) $6m_0 C^2$. 5.39. $1,73m_0 c$. 5.40. $0,414 m_0 c^2$. 5.41. 2,82. 5.42. 1) 2,98; 2) 1,58. 5.43. 1)
 0,707 с; 2) $2,4142m_0$; 3) 0,414 с; 2) $2,1973 m_0$; 5) $0,414 m_0 C^2$;
 0,217 $m_0 c^2$. 5.44. $0,551 m_0 C^2$.

6.1. 2 с; 36°. 6.2. 0,8 с; 1,25 Гц; π /рад. 6.3. 1) $\pi/3$ рад; 3) $3\pi/4$ рад; 4) $7\pi/3$ рад.
 6.4. 1) $5\pi/6$ рад; 2) $\pi/3$ рад; 3) $5\pi/4$ рад, 4) $5\pi/3$ рад. 6.6. $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, бунда $A = 4$ см, $\omega = 2\pi/T = \pi$ рад/с $\varphi = \pi/2$ рад, 1) $5\pi/3$ рад. 2) $0,842 \pi$ рад. 6.7. $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ бунда $A = d/2 = 10$ см, $\omega = \pi/3$ рад/с; $\varphi = \pi/2$ рад; $x = \pm 8,66$ см; $\dot{x} = -5,24$ см/с, $\ddot{x} = 9,50$ см/с². 6.8. 4,71 см/с; 7,40 см. 6.9. $|\ddot{x} = \omega \sqrt{(\omega^2 A - \dot{x}^2)} = 12$ см/с². 6.10. 2 с⁻¹; 40 см/с². 6.21. 10 с⁻¹; 0,628 с; 1 см; $x = A - \cos \omega t$. 6.12. $A = 2x_1^2 / \sqrt{4x_1^2 - x_2^2} = 8,33$ с. 6.13. $\omega = \sqrt{-\ddot{x}/x} = 4$ с⁻¹ $T = 2\pi/\omega = 1,57$ с; $A = \sqrt{x^2 + \omega^2 x^2} = 7,07$ см; $\omega t + \Psi = \arccos(x/A) = \pi/4$ рад. 6.14. $\pi/3$ рад. 6.15. $2\pi/3$ рад ёки $4\pi/3$ рад. 6.16. $A = 1,41$ см; $\varphi = \pi/4$ рад; $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, бунда $\omega = \pi$ с⁻¹. 6.17. $A = 2,24$ см; $v = 0,159$ Гц; $\varphi = 0,353 \pi$ рад, $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, бунда $b = 1$ с⁻¹. 6.18. $A = 3,86$ см, $\varphi = 0,417 \pi$ /рад, $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, бунда $\omega = 2\pi/T = 4,19$ с⁻¹. 6.19. $A = 6$ см; $\varphi = 0,417 \pi$ /рад; $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, бунда $\omega = 2\pi/T = 4,19$ с⁻¹. 6.20. 1) $A = 2,24$ см, $\varphi = 0,686 \pi$ рад; 2) $A = 1,41$ см, $\varphi = 0,917 \pi$ рад. 6.21. 2 с. 6.22. $f = -(A_2/A_1)x$. ёки $y = -\frac{1}{2}x$. 6.23. $y = -(A_2/A_1)x$ ёки $y = -2x$. 6.24. 1) $y = x$; 2) $y = (A_2/A_1)x$, $y = 3/2 x$; 3) $x^2 + y^2 = A^2$, $x^2 + y^2 = 4$; 4) $y = -(A_2/A_1)x$, $y = -2x$; 5) $x^2 + y^2 = A^2$, $x^2 + y^2 = 9$; 6) $\frac{x^2}{A_2^2} + \frac{y^2}{A_1^2} = 1$; $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$; 7) $\dot{y} = (A/A_1)x$, $y = 3x$; 8) $y = (A_2/A_1)x$, $y = -2x$. 6.25. $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$; $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. 6.26. $\frac{x^2}{0,25} + \frac{y^2}{4} = 1$. 6.27. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$, $v = 1,37$ м/с. 6.28. $y = -2(A_2/A_1) \times \times x^2 + A_2$, $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$. 6.29. 1) $y = A - 2\frac{x^2}{A}$, $y = -x^2 + 2$; 2) $y = 2\frac{x^2}{A} - A$, $y = x^2 - 2$; 3) $2Ay - A_1x^2 = AA_1$; $y = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}$; 4) $x = 2(A_1/A)y \sqrt{1 - y^2/A^2}$, $x = \frac{2}{2}y \sqrt{4 - y^2}$. 6.30. $y = \frac{A_2^2}{2A_1}(A_1 - x)$, $x = \frac{9}{4}(2 - x)$. 6.32. 1) -62,5 мН; 2) -125 мН. 6.33. 2 мН; 50 мкЖ. 6.34. 4,39 мН; 877 мкЖ. 6.35. 2 с; $\pi/3$. 6.36. 9,87 Н/м. 6.37. 0,0 с. 6.38. 0,8 Ж. 6.39. $\frac{l_1}{l_2} = -\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = 2,25$. 6.40. $T = 2\pi \sqrt{l/(g+a)} = 1,8$ с. 6.41. $L = \frac{l^2 - 2d(l-d)}{l-2d} = 50$ см; $T = 2\pi \sqrt{L/g} = 1,42$ с. 6.42. $L = \frac{5}{6}l = 25$ см; $T = 2\pi \sqrt{L/g} = 1$ с. 6.43. $T = 2\pi \sqrt{3l/g} = 1,90$ с. 6.44. $t = 2\pi \sqrt{2R/g} = 1,55$. 6.45. $T = 2\pi \sqrt{3R/(2g)} = 1,35$ с. 6.46. 36 см; 1,2 с. 6.47. $T = 2\pi \times \times \sqrt{\frac{3(P^2 + r^2)(R+r)}{2g(R^2 + Rr + r^2)}} = 1,14$ с. 6.48. 10 см. 6.49. $a = l/(2\sqrt{3}) = 34,6$ см. 6.50. а) $T = \frac{8}{3}\pi \sqrt{\frac{l}{2g}} = 1,89$ с; б) $T = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{3g}} = 1,64$ с; в) $T = \frac{4}{3}\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 1,34$ с; г)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{7}{3} \frac{l}{g}} = 1,53 \text{ с. 6.51. а) } v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3}{5} \frac{g}{l}} = 0,386 \text{ Гц. б) } v = \frac{3}{\pi} \sqrt{\frac{g}{31l}} =$$

$$= 0,537 \text{ Гц; в) } v = \frac{1}{5\pi} \sqrt{\frac{3g}{l}} = 0,345 \text{ Гц; г) } v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{15}{11} \frac{g}{l}} = 0,582 \text{ Гц. 6.52.}$$

$$J_1 = \frac{mR^2 T_0^2}{r(T_2^2 - T_1^2)} = 6,4 \cdot 10^{-2} \text{ кг}\cdot\text{м}^2. 6.53. T = \frac{4}{d} \sqrt{\frac{\pi m}{\rho g}} = 1,6 \text{ с (}\rho \text{ — значлик) 6.54.}$$

$$T = 2\pi \sqrt{m/(2\rho gS)} = 0,86 \text{ с (}\rho \text{ — симобнинг зичлиги). 6.55. } l = gT_2^2/(4\pi^2) =$$

$$= 6,21 \text{ м. 6.56. 15 мин. 6.57. } 0,0023 \text{ с}^{-1}. 6.58. Q = \frac{2\pi}{l} \sqrt{\frac{l}{g}} \ln \frac{A_1}{A_2} = 2,31 \cdot 10^{-3}.$$

$$6.59. N = \frac{1}{2} \ln \frac{A_1}{A_2} = 231. 6.60. N = \frac{1}{Q} \ln \frac{A_1}{A_2} = 173; t = 2\pi n \sqrt{\frac{m}{h}} = 2 \text{ мин } 52 \text{ с. 6.61.}$$

$$9,16 \cdot 10^{-5} \text{ кг/с. 6.62. } 1.005. 6.63. 35. 6.64. 1) 0,025; 2) 1,59 \text{ Гц; } 3) 0,0157; 4) 64.$$

$$6.65. n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{h}} = 16 \text{ с}^{-1}. 6.66. v = (l/\pi) \sqrt{l/m} = 10,2 \text{ м/с. 6.67. } 1002 \text{ Гц.}$$

$$6.68. \Delta v = \delta^2/(4\pi^2 v_0) = 4,05 \text{ Гц. 6.69. } \lambda = 2\pi \sqrt{\Delta v/(v_0)} = 0,089. 6.70. v_{\text{рез}} =$$

$$= \sqrt{2/T^2 - 1/T_0^2} = 1,75 \text{ с}^{-1}. 6.71. 0,11 \text{ с}^{-1}; 5 \text{ см. 6.72. } F_0 = 2\pi v_0 r A_{\text{рез}} = 0,314 \text{ мН.}$$

$$6.73. 510 \text{ Гц. 6.74. } 1) 5,03 \text{ Гц; } 2) 4,91 \text{ Гц; } 3) 6,4 \text{ мм; } 4) 3,2. 6.75. 1) 1,53; 2) 15,2.$$

$$7.1. 1) 100 \text{ Гц, } 3,14 \text{ м; } 2) 314 \text{ м/с; } 3) 3,14 \text{ м/с; } 1,97 \cdot 10^3 \text{ м/с}^2. 7.3. 1) \xi(0, t) =$$

$$= A \cos 2\pi vt; 2) \xi = 2 \text{ мкм. 7.4. } 1) 350 \text{ м/с; } 2) 0,79 \text{ м/с. 7.5. } 1) -0,1 \text{ мм; } 2) 0,363 \text{ м/с,}$$

$$0,439 \text{ км/с}^2. 7.6. 5,88 \text{ см. 7.7. } -1,73 \text{ см. 7.8. } 1,26 \text{ рад. 7.9. } 1,57 \text{ рад. 7.10. } 50 \text{ Гц. 7.11.}$$

$$15 \text{ м/с. 7.12. } 1) 5,06 \text{ км/с; } 2) 3,31 \text{ км/с; } 3) 4,44 \text{ км/с; } 7.13. 21 \text{ м; } 17 \text{ мм. 7.14. } 350 \text{ м/с.}$$

$$7.15. 339 \text{ м/с; } 375 \text{ м/с. 7.16. } 1,45 \text{ км/с. 7.17. } 1,67. 7.18. 4,8. 7.19. 25,8 \text{ с. 7.20. } 1,73 \text{ мм.}$$

$$7.21. 1) l_{\text{туч}} = (2m+1)v/(4v); l_{\text{туч}} - 2,5, 7,5, 12,5 \text{ см, ... } A_{\text{дўнг}} = mv/(2v), l_{\text{дўнг}} =$$

$$= 0,5, 10 \text{ см, ...; } 2) l_{\text{туч}} + mv/(2v); l_{\text{туч}} = 0,5, 10 \text{ см, ...; } l_{\text{дўнг}} = (2m+1)v/(4v); l_{\text{дўнг}} =$$

$$= 2,5, 7,5, 12,5 \text{ см. 7.22. } 1) 5 \text{ см; } 2) 10 \text{ см. 7.23. } 1) 144 \text{ Гц; } 2) 72 \text{ Гц. 7.24. } 343 \text{ м/с.}$$

$$7.25. 330 \text{ м/с. 7.26. } v_1 = \left(\frac{l}{a}\right) \cdot v = 3,12 \text{ км/с. 7.27. } 2,52 \text{ кгЦ; } 7.28. 1) 341 \text{ Гц;}$$

$$2) 268 \text{ Гц; } 7.29. 366 \text{ Гц. 7.30. } 120 \text{ км/с; } 990 \text{ Гц. 7.31. } 0,09. 7.32. 4,1 \text{ м/с; резонатор}$$

$$\text{томонга йўналиш бўйича. 7.33. } 1) 4,5; 4,5 \text{ с; } 2) 5,5 \text{ с. 7.34. } 636 \text{ Гц. 7.35. } 1) 699 \text{ Гц;}$$

$$2) 517 \text{ Гц. Ўзгаради: } 1) 696 \text{ Гц; } 2) 515 \text{ Гц. 7.36. } u = \frac{\Delta v}{2v_0 + \Delta v} v = 3,47 \text{ м/с. 7.37.}$$

$$23,7 \text{ мкЖ. 7.38. } 3,01 \text{ мЖ/м}^3. 7.39. 0,251 \text{ Ж/м}^3. 7.40. 157 \text{ Вт; } 60,2 \text{ мкЖ/м}^3. 7.41.$$

$$428 \text{ Па с/м. 7.42. } 1,39 \text{ МПа с/м. 7.43. } 0,472 \text{ мм/с. 7.44. } 25,7 \text{ кПа с/м}^3. 7.45. 475 \text{ н.м.}$$

$$7.46. 1,61 \text{ Па. 7.47. } 5,98 \text{ Вт. 7.48. } 82,5 \text{ м. Па. 7.49. } 430 \text{ Па с/м; } 93 \text{ мкПа. 7.50. } 27,3 \text{ пВт}$$

$$\text{ва } 1,87 \text{ пВт/м}^2. 7.51. 1) 20 \text{ дБ; } 2) 100 \text{ дБ. 7.53. } 10^3 \text{ марта. 7.54. } 1) 63 \text{ дБ; } 2) 70 \text{ дБ.}$$

$$7.55. \text{Биринчи тон эшитилмайди; } 20; 40. \text{Қўрсатма. } 101\text{-бетдаги графикдан}$$

$$\text{фойдаланилсин. 7.56. } 64 \text{ дБ; } 50 \text{ дБ; } 50 \text{ дБ, } 56 \text{ дБ, } 77 \text{ дБ. 7.57. } 100 \text{ марта.}$$

$$7.58. 70. 7.59. а) 0,4 \text{ пВт/м}^4. 4дБ. 0; б) \text{Вт/м}^2. 117 \text{ дБ. } 120. 7.60. 50. 7.61. 40 \text{ мкВт.}$$

8.1. 1) 18. 2) 44. 3) 58,4. 8.2. $M = M, k = 98$ кг/моль (M , — нисбий молекуляр масса; $k = 10^{-3}$ кг/моль). 8.3. $m_1 = M_2 k / N_1$; 1) $7,31 \cdot 10^{-26}$ кг. 8.4. $\rho = M, k v / V = 3,2$ кг/м³ (m_2 — нисбий молекуляр масса; $t = 10^{-3}$ кг/моль). 8.5. $v = 7,14$ моль $N = 4,30 \times 10^{24}$ та молекула. 8.6. 0,125 моль; $7,52 \cdot 10^{21}$ та молекула. 8.7. Маълумки, нормал шароитларда исталган газнинг моляр ҳажми $V_m = 22,4$ л/моль. Шунинг учун $n = V / V_m = 0,5$ моль; $m = M = M, h v = 16$ г. 8.8. $v = \rho V / M = 9,97 \cdot 10^{-3}$ моль. 8.9. $N = N_a \cdot V / V_m = 1,34 \cdot 10^{22}$ та молекула (V_m — идеал газнинг нормал шароитдаги моляр ҳажми; $V_m = 22,4 \cdot 10^{-3}$ м³/моль). 8.10. 1) $1,50 \cdot 10^{23}$ та атом; 2) $5,02 \cdot 10^{22}$ та атом; 3) $3,17 \cdot 10^{22}$ та атом; 4) $2,87 \cdot 10^{21}$ та атом. 8.11. Газнинг турини аниқлаш учун унинг нисбий молекуляр массасини аниқлаймиз: $M_r = \rho V / (h v) = 28$. Демак, берилган газ азот экан. 8.12. $N = \frac{4}{3} \frac{m}{M} N_A = 2,87 \cdot 10^{20}$ та зарра. 8.13. Суюклик кубни

тўлдирсин. Кубдаги молекулалар сони $N = (l/d)^3 = V/d^3$ (1) (l — куб киррасининг узунлиги, d — молекуланинг диаметри). Молекулалар массасини, шунингдек $N = v \cdot N_A = \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{\rho V}{M} N_A$ (2) формула билан ҳам ифодалаш мумкин (v —

кубдаги суюкликнинг модда микдори; m — масса; ρ — зичлик; M — суюкликнинг моляр массаси). (1) ва (2) ларнинг ўнг томонларини тенглаштириб ва олинган тенгликдан молекуланинг диаметри d ни ифодалаб, ушбуни топамиз: $d = \sqrt[3]{M / (\rho N_A)}$, $d_1 = 0,464$ нм; $d_2 = 0,290$ нм. 8.14. Сув молекуласининг диаметри $d = \sqrt[3]{M / (\rho N_A)}$ (1) (8.13-чи масалага к.). Молекулалар марказлари

орасидаги ўртача масофа $\langle l \rangle = \sqrt[3]{V_1}$ (V_1 — битта молекулага тўғри келувчи кубнинг ҳажми). Қидириладиган нисбат: $\langle l \rangle / d = \sqrt[3]{V_m \rho / m} = 10,7$. 8.15. $v = V / V_m = 50$ моль (V_m — моляр ҳажм); $V_m = 22,4 \cdot 10^{-3}$ м³/моль; $v_{\text{моль}} = v(1 - \alpha) = 35$ моль; $v_{\text{ат}} = 2v\alpha = 30$ моль; $v_{\text{тўл}} = 65$ моль. 8.16. $F = \frac{l}{n} P \cdot S = 32,3$ кН.

8.17. $P = P_0 \left(1 - \frac{m}{\rho V}\right) = 2,67$ кПа. 8.18. $P = 2 \frac{(\rho_0 + \rho g \Delta h) l}{2l + \Delta h_1 - \Delta h} - \rho g \Delta h = 47,2$ кПа.

8.19. $P = \frac{(P_0 - \rho g \Delta h_1) V_1}{V_1 + \frac{\pi d^2}{8} (\Delta h_2 - \Delta h_1)} = 2,32$ кПа. 8.20. $t_2 = \frac{P_2}{P_1} (t_1 + T_0) - T_0 = 473^\circ\text{C}$

($T_0 = 273^\circ\text{C}$). 8.21. 350 К. 8.22. $m = \rho V \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 66,5$ г (ρ — сувнинг зичлиги).

8.23. $\Delta F = (\rho_{02} - \rho_{01}) g V \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 642$ Н. 8.24. $\Delta F = \frac{\rho_0 g V (T - T_1)}{T_0} = 1,39$ кН

($T_0 = 273$ К; (ρ_0 — нормал шароитларда хавонинг зичлиги). 8.25. $V = \frac{(t_2 - t_1) S T_1}{T_2 - T_1} - l_1 S = 106$ см³. 8.26. Ҳарорат пасайгунча цилиндрсимон идишдаги

хавонинг босими p_1 атмосфера босими p_0 билан тенглашади: $p_0 = p_1$ (1) Ҳарорат пасайгандан кейин эса атмосфера босими иккита босим: Идишдаги хавонинг p_2 ва Δh баландликли сув сатҳи ҳосил қиладиган Δp ларнинг йиғиндиси билан тенглашади:

$$p_0 = p_2 + \Delta p = p_2 + \rho g \Delta h. \quad (2)$$

(1) ва (2) формулаларнинг ўнг томонларини тенглаштириб ва p_2 ни ифодалаб қуйидагини топамиз

$$p_2 = p_1 - \rho g \Delta h. \quad (3)$$

Цилиндрдаги ҳавонинг босими, ҳажми ва ҳарорати газ ҳолати тенгласи билан ўзаро боғланган.

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \text{ ёки } \frac{p_1 S h_1}{T_1} = \frac{p_2 S h_2}{T_2} \quad S \text{ га қисқартирсак } p_1 h_1 / T_1 = p_2 h_2 / T_2.$$

Бунга p_2 нинг (3) бўйича ифодасини қўйиб, ҳамда $h_2 = h_1 - \Delta h$ эканлигини ҳисобга олиб, ўзгартиришлардан кейин қуйидагини оламиз.

$$\Delta h^2 - \left(h_1 + \frac{p}{\rho g} \right) \Delta h + \frac{p_1 h_1}{\rho g} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = 0.$$

Бу квадрат тенгласи ечиб ва физик маънога эга бўлмаганлиги учун Δh нинг иккинчи қийматини ташлаб юбориб, $\Delta h = 4,5$ см ни оламиз. 8.27. $m = \rho p V / (RT) = 0,212$ кг. 8.28. $V = \nu RT / p = 3,32$ м³. 8.29. $p = mRT / (mV) = 1,16$ МПа. 8.30. $T = \rho M V / (mR) = 275$ К. 8.31. Нисбий молекуляр масса M_r ни $M = M_r k$ (1) муносабатдан топамиз (бунда M — моляр масса); $k = 10^{-3}$ кг/моль. Менделеев — Клапейрон формуласидан ушбуни оламиз $M = mRT / (pV) = \rho RT / p = 44$ кг/моль. (1) дан натижани топамиз $M_r = M / k = 44$. 8.32. $\rho = Mp / (RT) = 2,56 \cdot 10^{-2}$ кг/м³.

$$8.33. F = (M_2 - M_1) g \frac{pV}{RT} = 10,9 \text{ кН. } 8.34. m = \frac{MV}{RT} \Delta p = 8,3 \text{ г. } 8.35. \Delta m = M \times$$

$$\frac{V}{R} \left(k \frac{p_1}{T_1} - \frac{p_1}{T_2} \right) = 6,16 \text{ кг/к} = 7/8. \quad 8.36. V = (m_1 / M_1 + m_2 / M_2) \frac{RT}{P} = 5,42 \text{ м}^3.$$

$$8.37. p'_1 = \frac{p_1 V_1}{V_1 + V_2} = 0,76 \text{ МПа; } p'_2 = \frac{p_2 V_2}{V_1 + V_2} = 1,12 \text{ МПа } p = p'_1 + p'_2 = 1,88 \text{ МПа.}$$

$$8.38. p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_1}{M_1} \right) \frac{RT}{V} = 175 \text{ кПа. } 8.39. p = \frac{9M_1 M_2}{8M_1 + M_2} \cdot \frac{p}{RT} = 0,481 \text{ кг/м}^3.$$

$$8.40. p_1 = \frac{w_1 M_2 p}{(1 - w_1) M_1 + w_1 M_1} = 0,18 \text{ МПа; } p_2 = \frac{(1 - w_1) M_1 p}{(1 - w_1) M_1 + w_1 M_2} = 0,82 \text{ МПа.}$$

$$8.41. M_2 = M / k \quad (M \text{ — ҳавонинг моляр массаси; } k = 10^{-3} \text{ кг/моль); } M_{\text{хаво}} = \frac{w_1 + w_2}{w_1 / M_1 + w_2 / M_2} = 28,9 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль); } M_2 = M / k = 28,9 \cdot 10^3 \quad (10^{-3} = 28,9. \quad 8.42.$$

$$m_1 = \frac{M_1}{M_2 - M_1} \left(M_r \frac{pV}{RT} - m \right) = 16 \text{ кг; } m_2 = \frac{M_2}{M_2 - M_1} \left(m - M_1 \frac{pV}{RT} \right) = 0,8 \text{ г. } 8.43.$$

$$m = \frac{pV}{\left[\frac{w_1}{M_1} + \frac{1 - w_1}{M_2} \right] RT} = 6,87 \text{ г; } m_1 = w_1 - m = 4,81 \text{ г; } m_2 = (1 - w_1) = 2,06 \text{ г.}$$

$$8.44. T = \frac{pV}{\left(\frac{w_1}{M_1} + \frac{1 - w_1}{M_2} \right) RT} = 259 \text{ К. } 8.45. n = 0,788 \text{ моль; } \nu_1 = 67,5 \text{ ммоль;}$$

$$\nu_2 = 0,720 \text{ моль.}$$

9.1. $1,2 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$. **9.2.** 2 л. **9.3.** $n = \nu N_A / V = 4,52 \cdot 10^{28} \text{ м}^3$. **9.4.** $n = N_A / V_m = 2,69 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$ (бунда V_m — газнинг нормал шароитдаги моляр ҳажми). **9.5.** $m = M_n V / N_A = 0,25 \text{ г}$. **9.6.** $n = m N_A / (V \cdot m_2 k) = 7,52 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ ($k = 10^{-3} \text{ кг/моль}$). **9.7.** $\nu = \frac{nV}{N_A} = 9,97 \cdot 10^{-9} \text{ моль}$. **9.8.** $n_1/n_2 = M_{r,2}/M_{r,1} = 16$. **9.9.** $M_r = m N_A / (k n V) = 32 (k = 10^{-3} \text{ кг/моль})$. Демак, газ кислороддир. **9.10.** $N_A = k n V M_r / m = 6,02 \times 10^{23} \text{ моль}^{-1}$. **9.11.** $n = N_A / V_n = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$, $n_2 = n_1 (1 - \alpha) = 1,61 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-3}$, $n_3 = 2n_1 \alpha = 2,15 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$. **9.12.** $2,42 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}$. **9.13.** 414 Па; 138 кПа. **9.14.** $N = \rho V / (kT) = 3,62 \cdot 10^{25}$ та молекула. **9.15.** $\nu = \rho V / (RT) = 4,98 \text{ ммоль}$; $n = \nu N_A / V = 1,25 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}$. **9.16.** $\Delta p = \frac{N}{V} kT = 4,14 \text{ кПа}$. **9.17.** $\nu = 4,97 \text{ ммоль}$; $N = 2,99 \cdot 10^{21}$ та молекула. **9.18.** 1) $T = 7,25 \text{ кК}$; 2) $\leq \epsilon_0 \geq = 1,5 \cdot 10^{19} \text{ Ж}$. **9.19.** $\langle \epsilon_n \rangle = 1,24 \cdot 10^{20} \text{ Ж}$; $\langle \epsilon_n \rangle = 2,48 \cdot 10^{20} \text{ Ж}$; $W = \langle \epsilon \rangle \nu N_A = \frac{i}{2} kT \nu N_A = \frac{i}{2} RT \nu = 7,48 \text{ МЖ}$. **9.20.** $8,28 \cdot 10^{-21} \text{ Ж}$; $16,6 \cdot 10^{-21} \text{ Ж}$. **9.21.** $6,9 \cdot 10^{-21} \text{ Ж}$; $20,7 \cdot 10^{-21} \text{ Ж}$; $13,8 \cdot 10^{-21} \text{ Ж}$; $34,5 \cdot 10^{-21} \text{ Ж}$. **9.22.** $3,22 \cdot 10^{29}$. **9.23.** $\Delta p = 3kT / (GR) = 2,48 \text{ Па}$. **9.24.** $T = \frac{2}{3} \frac{Wm}{R} = 33,6 \text{ кК}$. **9.25.** 1) 500 м/с, 462 м/с, 407 м/с; 2) 1,94 км/с, 1,79 км/с, 1,58 км/с; 3) 7,90 км/с, 6,48 км/с. **9.26.** 20,1 кК. **9.27.** 1,6 кК. **9.28.** 2 мк/с. **9.29.** Гелий; 2,73 км/с ва $2,48 \cdot 10^{-20} \text{ Ж}$; аргон; 864 м/с ва $2,48 \cdot 10^{-20} \text{ Ж}$. **9.30.** 352 мкм/с. **9.31.** $1,37 \cdot 10^7$ марта. **9.32.** 0,92 км/с. **9.33.** 1,82 км/с.

10.1. $e^{23,6}$ марта. **10.2.** 1,65. **10.3.** $5,97 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$. **10.4.** $4,14 \cdot 10^{-21} \text{ Н}$. **10.5.** 1,18 кПа. **10.6.** 5,88 км. **10.7.** 885 м. **10.8.** 1) 8,75 м; 2) 25,8 м. **10.9.** 6,5 м. **10.10.** $n = n_0 e^{m\omega^2 r^2 / (r h T)}$ (n_0 — ротор ўқидаги зарраларнинг концентрацияси). **10.11.** 5,91. **10.12.** 304 кПа. **10.13.** 84 (криптон). **10.14.** 28 %; 72 %, **10.15.** $v_B = \sqrt{2hT/m}$. **10.16.**

$$f(u) du = \frac{u}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} u^2 du. \quad \mathbf{10.17.} \quad 4,39 \cdot 10^{-3}. \quad \mathbf{10.18.} \quad 6,63 \cdot 10^{-3}. \quad \mathbf{10.19.}$$

$$w = \frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{m}{kT} \right)^{3/2} \cdot v^3. \quad \mathbf{10.20.} \quad w = 7,52 > 10^{-7}. \quad \mathbf{10.21.} \quad \langle v \rangle =$$

$$\sqrt{8kT/(\pi m)}. \quad \mathbf{10.22.} \quad v_{kb} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{3kT/m}. \quad \mathbf{10.23.} \quad \frac{\langle 1/v \rangle}{1/\langle v \rangle} = \frac{4}{\pi} = 1,27.$$

$$\mathbf{10.24.} \quad C = \frac{m^2}{2h^2 T^2}. \quad \mathbf{10.25.} \quad v_B = \sqrt{3kT/m}. \quad \mathbf{10.26.} \quad 6,0 \cdot 10^9. \quad \mathbf{10.27.} \quad P_B = \sqrt{2 m R \cdot T}$$

$$\mathbf{10.28.} \quad 0. \quad \mathbf{10.29.} \quad \langle p_x \rangle = \sqrt{mkT/(2\pi)}. \quad \mathbf{10.30.} \quad 0,5 \%. \quad \mathbf{10.31.} \quad P = \sqrt{mkT}. \quad \mathbf{10.32.}$$

$$\langle \epsilon_0 \rangle = \frac{3}{2} kT. \quad \mathbf{10.33.} \quad dN(\omega) = \frac{3^{3/2} N}{(2\pi)^{1/2}} e^{-3\omega^2/2} \omega^{1/2} d\omega. \quad \mathbf{10.34.} \quad 9,3 \cdot 10^{-3}. \quad \mathbf{10.35.}$$

$$w = \frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{3\sqrt{\pi} (KT)^{3/2}} e^{3/2}. \quad \mathbf{10.36.} \quad 7,53 \cdot 10^{-4}. \quad \mathbf{10.37.} \quad \epsilon = 8,28 \cdot 10^{-3} RT. \quad \mathbf{10.38.}$$

$$w = \frac{\Delta N}{N} = \frac{2}{\pi^{1/2}} \left(\frac{\epsilon_0}{kT} \right)^{1/2} e^{-\epsilon_0/(kT)}. \quad \mathbf{10.39.} \quad \epsilon_1 = 8,1 kT. \quad \mathbf{10.40.} \quad \epsilon_B = \frac{1}{2} kT. \quad \mathbf{10.41.}$$

$$f(\theta) d\theta = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} e^{-\theta^2/2} \theta^{1/2} d\theta. \quad \mathbf{10.42.} \quad 4,84 \cdot 10^{-3}. \quad \mathbf{10.43.} \quad 2,67 \cdot 10^{-4}. \quad \mathbf{10.44.} \quad \epsilon = kT.$$

- 10.45. Икки марта камаяди. 10.46. Уч марта. 10.47. 6,4 см. 10.48. 3,5 мПа. 10.49. 1,55 нм. 10.50. Мумкин, чунки эркин югуриш йўли ($\langle l \rangle = 97$ м) колба-нинг диаметри d дан кўп марта катта. 10.51. 1,55 мг/м³. 10.52. $3,7 \cdot 10^9$ с⁻¹. 10.53. $1,57 \cdot 10^{21}$. 10.54. $3,38 \cdot 10^{18}$. 10.55. 288. 10.56. 1) Боғлик эмас; 2) $\langle l \rangle \sim 1/p$. 10.57. 1) Боғлик эмас; 2) $\langle l \rangle \sim T$. 10.57. 1) Боғлик эмас; 2) 10.58. 1) $\langle z \rangle \sim \sqrt{P}$; 2) $\langle z \rangle \sim P$. 10.59. 1) $\langle z \rangle \sim \sqrt{T}$. 10.60. $7,23 \cdot 10^{-5}$ м/с. 10.61. 135 нм. 10.62. 1) $90 \cdot 10^{-5}$ м²/с. 2) 0,061 м²/с. 10.63. 7.1. 10.64. 1) $D \sim \sqrt{T_0^3}$ 2) $D \sim \sqrt{T}$. 10.65. 1) $D \sim \frac{1}{D}$, 2) $D \sim \sqrt{P}$. 10.69. 1) $\eta \sim \sqrt{T}$. 10.70. 1) Боғлик бўлмайди. 2) $\eta \sim \sqrt{P}$.
- 10.71. 1) 16,8 Н; 2) $3,17 \cdot 10^{-4}$ нм. 10.72. $M = \pi^2 \eta \mu R^4$ ($d = 0,58$ мН.м.). 10.73. $F = \frac{1}{3} \left(\frac{2n}{\pi RT} \right)^{1/2} p u = 0,89$ мкН. 10.74. 38,6 мВт/(м·К). 10.75. 1) 2,5; 2,41; 2) 1,90; 1,06; 3) 1,90; 1,90; 4) 6,75; 1,38; 10.76. 23,4 мВт/(м·к). 10.77. 2) $\lambda \sim \sqrt{T}$; 2) $\lambda \sim \sqrt{T}$. 10.78. 1) Боғлик эмас; 2) $\lambda \sim \sqrt{P}$. 10.79. 1) 196 Вт/м². 2) 35 мВт/м².
- 11.1 3,12 кЖ/(кг·К), 5,19 кЖ (кг·К), 2) 10,4 кЖ (кг·К), 14,6 кЖ/(кг·К), 3) 567 Ж/(кг·К), 756 Ж (кг·К). 11.2. 0,032 кг/моль, 650 Ж/(кг·К), 910 Ж (кг·К). 11.3. 715 Ж/(кг·К), 1,01 кЖ (кг·К). 11.4. 4,53 кЖ (кг·К). 11.5. 981 Ж (кг·К). 11.6. 526 Ж (кг·К). 11.7. 417 Ж (кг·К). 11.8. 204 Ж/(кг·К). 11.9. 1,51, 11.51. 11.10. 1,50. 11.11. 1,42. 11.12. 1,50. 11.13. 11,6 кЖ (кг·К). 11.14. 1,52. 11.15. 0,517. 11.16. Ўзгармас босимда. 11.17. 1,33. 11.18. 166 Ж. 11.19. 400 Ж. 11.20. 6,62 кЖ. 11.21. 454 К. 11.22. 416 Ж. 11.22. 416 Ж. 11.23. $T_2 = T_1 n^{\gamma-1} = 754$ К; $A = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1) = 674$ Ж. 11.24. 1,81 кЖ. 11.25. 1) 556 кЖ, 2) 556 кЖ. 3) 0. 11.26. 1) 5 МЖ, 2) 0; 3) 5 МЖ. 11.27. 62,5 Ж. 11.28. 390 К; 520 кПа. 11.29. 1) 0,4 МЖ; 2) 160 кЖ; 3) 560 кЖ. 11.30. 6 кЖ; 15 кЖ. 11.31. 1) 3,25 МЖ; 2) 0,4 МЖ; 3) 3,65 МЖ. 11.32. 1) 520 Ж; 2) 208 Ж; 3) 312 Ж. 11.33. 1) 0,6; 0,4; 2) 0,71, 0,29; 3) 0,75; 0,25. 11.34. 1 кЖ. 11.35. 1) 0; 2) 11,6 кЖ; 3) 11,6 кЖ. 11.36. 1) 0; 2) 126 кЖ; 3) 126 кЖ. 11.37. 20,8 кЖ; 19,2 кЖ. 11.38. $A = Q = 1,28$ кЖ. 11.39. $A = Q = 2,06$ кЖ. 11.40. $V_2/V_1 = eQ/(VR\tau) = 2,23$ (v — кислороднинг мода микдори).
- 11.41. 191 Ж. 11.42. 1) 21 кЖ; 2) 6 кЖ. 11.43. $\Delta T = T \left(1 - \frac{T_1 P_0}{T_2 P_1} \right)^{(\gamma-1)\gamma} = 76$ К.
- 11.44. $m = \frac{M(\gamma-1)n^{\gamma-1}\Delta U}{RT} = 67,2$ г. 11.45. -3,8 МЖ. 11.46. 157 К; -21 кЖ.
- 11.47. 1) $\Delta T = 2M\Delta U/(imR) = 616$ К; 2) $P_2 = A_1(T_2 - T_1)^{\gamma(\gamma-1)} = 11,4$ МПа, бунда $T_1 = T_2 \Delta T$. 11.48. 2,52 МПа. 11.49. 17,6. 11.50. 1) $\Delta U = 11,3$ кЖ. 2) $Q = 17,1$ кЖ; 2) $A = 5,8$ кЖ. 11.51. 1) -41,6 кЖ; 2) -41,6 кЖ; 3) 0. 11.52. $Q = \Delta U = 7,5$ кЖ. 11.53. 0,193. 11.54. 400 Ж. 11.55. 300 К; 500; 1 кК; 605 К; 8,55 %.
- 11.56. 1) 7,61 МЖ; 2) 7,21 МЖ; 3) 0,4 МЖ; 4) 5,3 %. 11.57. $T_2 = T_3 = T_1 \frac{P_2}{P_1} = T_2 \ln \frac{P_2}{P_1} - (T_2 - T_1) = 600$ К; $\eta = \frac{T_2 \ln \frac{P_2}{P_1} - (T_2 - T_1)}{T_2 \ln \frac{P_2}{P_1} + (T_2 - T_1)} = 0,099 = 9,9$ %. 11.58. 1) $T_1 = 600$ К. 120 К; $V = 1$ м³; $V_2 = 0,09$ м²; $l_3 = 5,56$ МПа; 2) МЖ; 3) 1 МЖ; 4) 1 МЖ; 5) 50 %.

11.59. 0,11. 11.60. 420 К. 11.61. 1,88. 11.62. 28 КЖ. 11.63. 0,404; 59,6 Ж. 11.64. 1/4. 11.65. 14 %; 1,16 марта. 11.66. 4 Ж, 11.67. 0,74 м³. 11.68. 10,9 %. 11.69. $Q = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 = m_2} = 323 \text{ К}$; $\Delta S = c \left(m_1 \ln \frac{Q}{T_1} + m_2 \ln \frac{Q}{T_2} \right) = 0,3 \text{ кЖ/К}$ (c — сувнинг солиштирма иссиқлик сизими). 11.70. 7,2 Ж/К. 11.71. 2,43 Ж/К. 11.72. 291 Ж/К. 11.73. $m_2 = \frac{m_1 r}{\lambda = C(t_2 - t_1)} = 251 \text{ г}$; $\Delta S = \frac{m_1 r}{T_1} - \frac{m_2 \lambda}{T_0} - c m_2 \ln \frac{T_2}{T_1} = 610 \text{ Ж/кг}$. (r — буғ ҳосил бўлишининг солиштирма иссиқлиги; λ — солиштирма эриш иссиқлиги). 11.74. $\Delta S_1 = 836 \frac{\text{Ж}}{\text{К}}$; $\Delta S_2 = 0$. 11.75. $\Delta S = \frac{m}{N} (c_p - c_v) \ln n = \frac{m}{M} R$ ва $n = 457$.

12.1. 1) 108 кПа; 2) 86,2 см². 12.2. 4,78 МПа (4,99 МПа). 12.3. 1) 8,31 МПа; 2) 5,67 МПа. 12.4. 1) 0,0264; 2) 0,272. 12.5. $\rho = \frac{\rho R T}{2M - \rho B} - \frac{\rho^2 a}{4M} = 544 \text{ МПа}$ (ρ — сувнинг зичлиги, a ва b — Ван-дер Ваальс доимийлари), M — моляр масса, 12.6. $T = \frac{1}{R} \left(\frac{Mp}{\rho} - pb + \frac{ap}{M} - \frac{abp}{N^2} \right) = 287 \text{ К}$ (M — моляр масса). 12.77 1) 174

кПа; 2) 3,94 МПа; 3) 101 МПа. 12.8. $a = \frac{27}{64} \frac{T_4^2 R^2}{P_{bp}} = 0,136$, $b = \frac{1}{8} \frac{T_{кр} R}{\rho_{кр}} = 3,86$. $10^5 \text{ м}^3/\text{моль}$. 12.9. 1) 150 К, 5 МПа; 2) 654 К, 22,6 МПа. 12.10. $V_{\text{кр}} = 3b = \frac{3}{8} \frac{T_{кр} R}{\rho_{кр}} = 96,8 \text{ см}^3/\text{моль}$. 12.11. $\epsilon = \frac{M}{3b\rho} = 0,264$. 12.12. $V_{\text{max}} = V_{\text{кр}} v = 4Bv$,

$V_{\text{max}} = 91,2 \text{ см}^3$. 12.13. 197 км/м³. 12.14. $\rho_{\text{max}} = \rho_{кр} = \frac{a}{27B^2} = 21,8 \text{ МПа}$. 12.15. 193 марта. 12.16. 1) 1,45 см³; 5 см³. 12.17. 1,5 марта. 12.18. $T = 10T_{\phi}/3 = 600 \text{ К}$. 12.19. 2,45 марта ортади. 12.20. 5 марта. 12.21. 1) 2,61 кЖ; 2) 2,55 кЖ; 3) 1,94 кЖ; 4) 1,45 кЖ. 12.22. 1) $9,43 \cdot 10^{-3}$; 2) 0,103. 12.23. 1) 22,4 кЖ; 2) 9,2 кЖ. 12.24. $U = \frac{m}{M} C_V T - \frac{m^2 a}{M^2 V} = 1,13 \text{ кЖ}$ (бунда a —

Ван-дер Ваальс доимийси). 12.25. $\Delta U = \frac{a\Delta U}{V_1 V_2} = 104 \text{ Ж}$. 12.26. $A = \left(\frac{m}{M} \right)^2 a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) = 1,65 \text{ Ж}$. 12.27. $\Delta T = -\frac{ma}{Mc_v} \frac{\Delta V}{V_1 V_2} = -20,9 \text{ К}$. 12.28.

$Q = \left(\frac{m}{M} \right)^2 Q \frac{\Delta V}{V_1 V_2} = 58,5 \text{ Ж}$. 12.29. 22,2 мН/м. 12.30. 4,4 мм. 12.31. 3 мЖ.

12.32. мкЖ. 12.33. 3,2 кН/м³. 12.34. 62,5 Па. 12.35. 7. 12.36. 58,2 мН. 12.37. 62 мН/м. 12.38. $\Delta p = -399 \text{ Па}$. 12.39. 22,5 мН/м. 12.40. 22 мН/м. 12.41. 23,1 мг. 12.43. 26 кПа. 12.44. 7,3 см. 12.45. 0,45 м/с. 12.46. 4,33 м/с. 12.47. $Q_V = S_1 v = S_1 S_2 \cdot \sqrt{\frac{2q\Delta h}{S_1^2 - S_2^2}} = 1,88 \text{ л/с}$ (v_1 — суюқликнинг қувурнинг кенг қисмида

ри тезлиги). 12.48. 100 м/с 5 МПа. 12.49. 5 м/с . 12.50. $8,80 \text{ м/с}$. 12.51. $31,4 \text{ Н}$. 12.52. $1,4 \text{ м}$. 12.53. $\rho = \frac{\rho g l^2}{4H} \left[1 - \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 \right] = 77,9 \text{ кПа}$ (ρ — сувнинг зичлиги). 12.54. 1 м .

12.55. $Re = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta} = 500$ (η — динамик ковшоқлик); ҳаракат турбулент бўлади, чунки олинган Рейнольдс сони $Re > Re_{кр}$ ($Re_{кр} = 2300$). 12.56. $1,84 \text{ см/м}$.

12.57. $Q_{max} = \frac{1}{4} \pi \eta Re_{кр} d = 54,2 \text{ г/с}$ (η — мойнинг динамик ковшоқлиги) $Re_{кр}$ — Рейнольдснинг критик сони). 12.58. $Re = \rho_2 (\rho_1 - \rho_2) g d^3 / (18 \eta^2) = 4,17$ (ρ_1 ва ρ_2 — миснинг ва мойнинг зичликлари; η — мойнинг динамик ковшоқлиги), олинган Рейнольдс сони $Re > Re_{кр}$ бўлганлигидан ҳаракат турбулент бўлади. 12.59. $v = (\rho_1 - \rho_2) g d^2 / (18 \eta) = 6,71 \text{ мм/с}$ (ρ_1 ва ρ_2 жез ва глицериннинг зичликлари; η — глицериннинг динамик ковшоқлиги); 2) шарни айланиб оқиш ламинар бўлади. 12.60. $v_2 = \frac{\rho_1 \eta_1 \eta_2}{\rho_2 \eta_2 \eta_1} v = 27,7 \text{ см/с}$ (ρ_1 ва η_1 — канакунжут мойнинг зичлиги ва динамик ковшоқлиги; ρ_2 ва η_2 шу катталиқлар глицерин учун).

13.1. 9 ГН . 13.2. $Q = 4l \sin(d/2) \sqrt{\pi \epsilon_0 g m \tan(\alpha/2)} = 50,1 \text{ нКл}$. 13.3. $\epsilon = \rho / (\rho - \rho_0) = 2$. 13.4. $Q = 2m \sqrt{\pi \epsilon_0 G} = 86,7 \text{ фКл}$. $v = \frac{|l|}{\sqrt{4\pi \epsilon_0 m \epsilon}} = 219 \text{ км/с}$, $n = v / (2\pi r) = 6,59 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ (m — электроннинг массаси; l — унинг заряди). 13.6. $F = \frac{Q_2 Q}{4\pi \epsilon_0} \sqrt{\frac{1}{\eta_1^4} + \frac{1}{\eta_2^4}} = 287 \text{ мН}$. 13.7. $F = \frac{G Q^2}{4\pi \epsilon_0 d^2} = 54 \text{ мН}$. 13.8. $Q = 2r \sqrt{\pi \epsilon_0} (\sqrt{F_2} + \sqrt{F_2 - F_1}) = 0,14 \text{ мкКл}$; $Q = 2r \sqrt{\pi \epsilon_0} (\sqrt{F_1} - \sqrt{F_2 - F_1}) = 20 \text{ нКл}$. 13.9. $0,09 \text{ мкКл}$; $-0,01 \text{ мкКл}$. 13.10. Зарядлар орасида $4Q$ заряддан $x = 40 \text{ см}$ масофада; мусбат. 13.11. Нукта Q заряддан $l = 20 \text{ см}$ масофада туради; $-8 + 10^{-8} \text{ Кл}$; турғунмас. 13.12. $Q_1 = Q\sqrt{3}/3 = -0,577$; турғун бўлмайди. 13.13. $Q = \frac{1}{2} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right) = -287 \text{ нКл}$. 13.14. $F = \frac{Q\tau l}{4\pi \epsilon_0} (l + a) Q = 1,5 \text{ мН}$. 13.15. $F = Q\tau / (4\pi \epsilon_0 a) = 4,5 \text{ мН}$. 13.16. $F = \sqrt{2} Q\tau / (4\pi \epsilon_0 a) = 6,37 \text{ мН}$. 13.17. $F_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{Q\tau}{2\pi \epsilon_0 a} = 1,27 \text{ мкН}$. 13.18. 9 мН . 13.19. $F = \sqrt{5} Q\tau / (4\pi \epsilon_0 a) = 4,03 \text{ мН}$. 13.20. 1) $F_1 = \frac{Q Q_1 a}{4\pi \epsilon_0 (R^2 + l_1^2)^{3/2}} = 0,16 \text{ мН}$; 2) $F_2 = Q Q_1 / (4\pi \epsilon_0 l_2^2) = 2,25 \text{ мкН}$. 13.21. $F = Q\tau / (2\pi \epsilon_0 R) = 3,6 \text{ мН}$. 13.22. $F = Q\tau / (4\pi \epsilon_0 R) = 35 \text{ мкН}$. 14.1. $4,09 \text{ кВ/м}$.

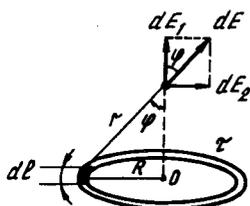
14.2. $2,99 \text{ кВ/м}$, 607 В/м . 14.3. 6 см ; 12 см . 14.5. Манфий заряд орқасида $d = r_1 = d(\sqrt{2} + 1)$ масофада. 14.6. 34 кВ/м . 14.7. $E = \frac{1}{2} \frac{\tau R \sqrt{r^2 - R^2}}{\epsilon_0 r^3} = 2,71 \text{ кВ/м}$. Е ч и ш: 6- расмдан кўриниб турибдики, dl элементда турган $d\phi$ заряд

элементи $dE = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ёки $dE = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ кучланганлик ҳосил қилади. dE ни иккита

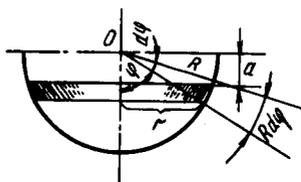
ташкил этувчига ажратамиз: dE_1 ҳалка текислигига нормал бўйлаб йўналган ҳамда dE_2 — унга параллел ва бу ташкил этувчиларни ҳалканинг барча элементлари учун қўшиб чиқамиз. Бунда ҳалка текислигига параллел ташкил этувчиларнинг йиғиндиси нолга тенг бўлади. Тик ташкил этувчиларнинг йиғиндиси

эса $E = \frac{\tau \cos\varphi}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int_0^l dl$ интеграл ёрдамида ифодаланади. $\cos\varphi$ ни r ва R лар орқали

ифодалаб интеграллашдан кейин юқорида келтирилган формулани оламиз.



6- расм



7- расм

14.8. $E = \sigma / (4\epsilon_0) = 28,3$ В/м. E ч и ш. Ярим сферани $dQ = \sigma dS + 2\pi\sigma R$ зарядли юпка халкаларга бўлиб чиқамиз (7- расм), унда бундай ҳалканинг ярим сфера марказида ҳосил қиладиган кучланганлиги $dE = \frac{adQ}{4\pi\epsilon_0 R^3}$ (14.7- масалага к.). $r =$

$= R \sin\varphi$ ва $a = R \cos\varphi$. 14.9. 1) 0; 2) 900 в/м; 3) 400 в/м; графикни 8- расмдан

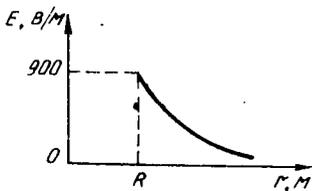
қаранг. 14.10. $E_1 = 0$. $E_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} = 1,11$ кВ/м. $E_2 = \frac{Q - |Q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_3^2} = 200$ В/м., гра-

фикни 9- расмга қаранг. 14.11. 5,55 нКл/м. 14.12. 12. 42,2 МВ/м. 14.13. 64,3 кВ/м.

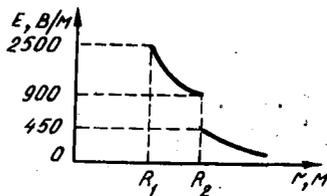
14.13. $E_1 = 0$; $E_2 = R\sigma / (\epsilon_0 r_2) = 75,5$ В/м; графикни 10- расмдан қаранг. 14.15. $E_1 = 0$;

$E_2 = \tau_1 / (2\pi\epsilon_0 r_2) = 200$ В/м. $E_3 = (\tau_1 + \tau_2) / (2\pi\epsilon_0 r_3) = 180$ В/м, графикни 11- расм-

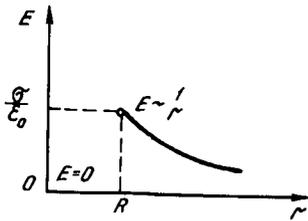
дан қаранг. 14.16. $E = \tau / (8\pi\epsilon_0 l) = 135$ кВ/м. 14.17. $E = \frac{\tau l}{2\pi\epsilon_0 r \sqrt{4r^2 + l^2}} = 55,7$



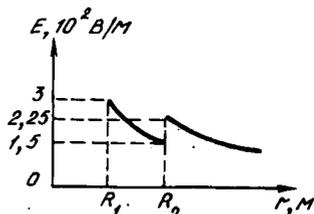
8- расм



9- расм

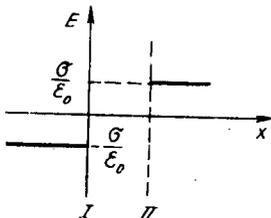


10- расм

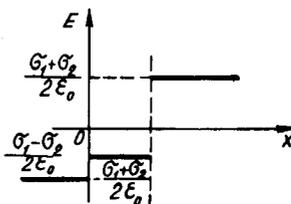


11- расм

- кВ/м. 14.18. 35,6 кВ/м. 14.19. 60,2 кВ/м. 14.20. 38,0 кВ/м. 14.21. 1) $E=0$; 2) $E=\sigma/\epsilon_0=$
 $=113$ В/м, графикни 12- расмдан қаранг. 14.22. 1) $E_1=\frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\epsilon_0} = 113$ В/м,
 2) $E_2=\frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\epsilon_0} = 226$ В/м графикни 13- расмдан қаранг. 14.23. 1) 396 В/м;

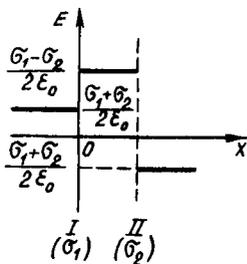


12- расм

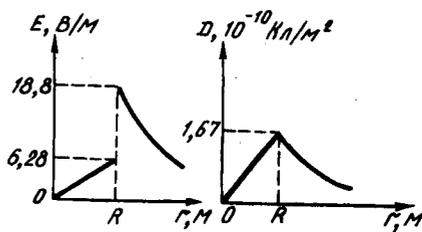


13- расм

- 2) 170 В/м; графикни 14- расмдан қаранг. 14.24. $E = \frac{|Q_1 - Q_2|}{2\epsilon_0 ab} = 377$ кВ/м.
 14.25. $F = \frac{1}{2} S = 16,9$ мкН. 14.26. $|a| = R \sqrt{2\pi\epsilon_0 F} = 33,3$ нКл. 14.27. 1)
 $E_1 = \frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon} r_1 = 3,78$ В/м; $D_1 = \frac{1}{3} \rho r_1 = 0,1$ мКл/м². 2) $E_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon} R = 18,8$ В/м.

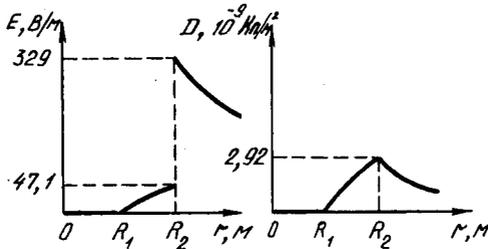


14- расм



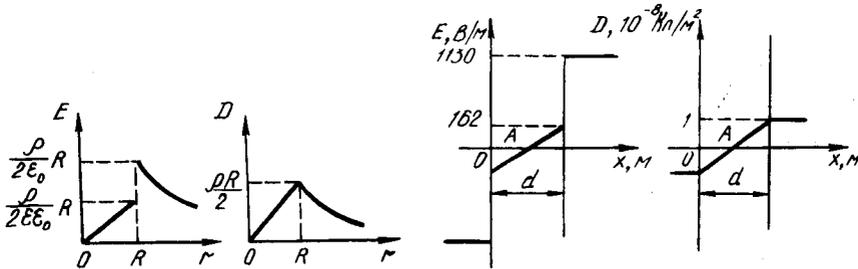
15- расм

($r \geq R$ учун); $D_2 = \frac{1}{3} \rho R = 167$ пКл/м²; 3) $E_3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{\rho R^3}{\epsilon_0 r^2} = 4,72$ В/м; $D_3 = \frac{1}{3} \rho \frac{R^3}{r^2} = 41,7$ пКл/м²; графикни 15- расмдан қаранг. 14.28. 1) $E_1 = 0$; $D_1 = 0$; 2) $E_2 = \rho / 3\epsilon_0 \epsilon \left(r_2 - \frac{R_1^2}{r^2} \right) = 13,6$ В/м; $D_1 = 843$ пКл/м²; 3) $E_3 = \frac{\rho (R_2^3 - R_1^3)}{3\epsilon_0 \epsilon r^3} = 229$ В/м; $D_3 = 2,02$ нКл/м²; графикни 16- расмдан қаранг. 14.29. 1) $E_1 = \frac{1}{2} \frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon} r_1 = 2,83$ В/м;

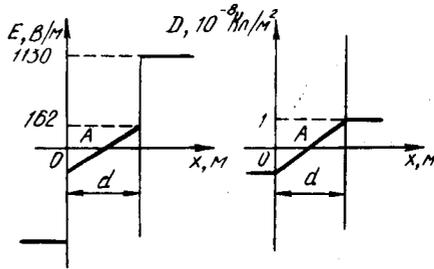


16- расм

$D_1 = 50$ пКл/м²; 2) $E_2 = \rho R^2 / (2\epsilon_0 r) = 7,55$ В/м. $D_2 = 66,7$ пКл/м², графикни 17- расмдан қаранг. 14.30. $E = \rho d / (2\epsilon_0 \epsilon) = 56,5$ В/м. 14.31. $E_A = 0$; $D_A = 0$; $E_B = \rho d / (4\epsilon_0 \epsilon) = 80,8$ В/м; $D_B = \rho d / 4 = 5$ нКл/м², $E_c = \rho d / (2\epsilon_0 \epsilon) = 162$ В/м ($x \leq d$); $E_c' = \rho d / (2\epsilon_0) = 1,13$ кВ/м ($x \leq d$); $D_c = \rho d / 2 = 10$ нКл/м²; графикни 18- расмдан



17- расм



18- расм

қаранг. 14.32. Индукцияланган заряднинг таъсири Q заряднинг кўзгу таъсири бўлмиш нуқтавий заряднинг таъсирига тенгдир. $F = Q^2 / (16\pi\epsilon_0 a^2) = 0,9$ мкН.

14.33. $E = \frac{Q}{32\pi\epsilon_0 a^2} \sqrt{5 - 2\sqrt{2}} = 3,32$ кВ/м (14.32- масалага қ.). 14.34. $E =$

$= \frac{3Q}{64\pi\epsilon_0 a^2} = 750$ В/м. 14.35. $Q = 2(a - l \sin \alpha) \sqrt{4\pi\epsilon_0 m g t g \alpha} = 20$ нКл. 14.36. $F =$

$= \alpha \tau / (2\pi\epsilon_0 r) = 0,36$ Н. 14.37. $F = Q\sigma / (2\epsilon_0) = 56,5$ мкН. 14.38. $\sigma = 2\epsilon_0 F / Q =$

$= 1,36$ мкКл/м². 14.39. $F_2 = \epsilon_0 F_1^2 S / (2Q^2) = 4,92$ мН. 14.40. $F / l = \sigma \tau / (2\epsilon_0 \epsilon) =$

$= 452$ нН/м. 14.41. 1) 56,5 мН; 2) 0,9 мкН. 14.42. $\rho = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E^2 = 27,9$ кП. 14.43.

$$F/l = \tau_1 \tau_2 / (2\pi\epsilon_0 r) = 3,6 \text{ мН/м. 14.44. } F = \frac{\epsilon_1 \tau_2}{2\pi\epsilon_0 \epsilon} \int_l^{2l} \frac{dr}{r} = \frac{\tau_1 \tau_2}{2\pi\epsilon_0 \epsilon} \ln 2 = 1,25 \text{ мН. 14.45.}$$

$$F = \frac{\tau_1 \tau_2}{2\pi\epsilon_0 \epsilon} \int_{2R}^{3R} \frac{dr}{r^2} = \frac{T}{6} \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R^2} = 150 \text{ мкН. 14.46. } F = \tau_1 \tau_2 / \tau_0 = 1,13 \text{ мН. 14.48. } F =$$

$$= \tau^2 / (2\epsilon_0) = 56,6 \text{ мН. 14.49. } \Phi_E = \pi \sigma r^2 / (2\epsilon_0) = 1,78 \text{ кВм. 14.50. } \Psi = \frac{1}{2} \sigma a^2 \sin \epsilon =$$

$$= 2,5 \text{ нКл. 14.51. } \Phi_E = QS / (4\pi\epsilon_0 R^2) = 4,5 \text{ м. 14.52. } \Psi = Q\omega / (4\pi) = 1,18 \text{ нКл.}$$

$$14.53. \Phi_E = \frac{abQ \sin \alpha}{4\pi\epsilon_0 R^2} = 2,7 \text{ Вм. 14.54. } \Psi = \frac{Qa}{2} \int_0^R \frac{r dr}{(a^2 + r^2)^{1/2}} =$$

$$= \frac{Q}{2} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + R^2}} \right) = 10 \text{ нКл. 14.55. } \langle E \rangle = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2} \left(1 - \frac{\sqrt{r^2 - R^2}}{r} \right) =$$

$$= 250 / \text{м. 14.56. } \Psi = \frac{b\tau}{\pi} \arcsin \frac{a}{2r} = 20 \text{ нКл.}$$

$$15.1. 1 \text{ кВ. 15.2. } A_1 = -A = -4 \text{ мкЖ; } \Delta\varphi = A/Q = 200 \text{ В. 15.3. } \frac{\Delta n}{Q_2} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \times$$

$$\times \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = -162 \text{ Ж/Кл. 15.4. } A = 4,5 \text{ мкЖ. } dA = F dr = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr \text{ и фодани } r_1$$

$$\text{дан } r_2 \text{ гача чегаравий кийматларида интеграллаб } A = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \text{ ни топа-$$

$$\text{миз. Потенциал энергия } \Delta W = 4,5 \text{ мкЖ га ортади. 15.5. } \varphi = 46 \text{ В. 15.6. } \varphi = 6 \text{ кВ.}$$

$$d_{\min} = r_2 - r_1 = 10 \text{ см; } d_{\max} = r_1 + r_2 = 40 \text{ см; 15.7. } E = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{(r^2 + d^2)^2} - \frac{2}{r(r^2 + d^2)}} = 664 \text{ кВ/м; } \varphi = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + d^2}} \right) =$$

$$= 26,4 \text{ кВ. 15.8. } W = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r} = 90 \text{ мкЖ. 15.9. } W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a} (Q_1 Q_2 + Q_1 Q_3 + Q_2 Q_3) =$$

$$= -63 \text{ мкЖ. 15.10. } W = \frac{Q^2}{2\pi\epsilon_0 a} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 48,8 \text{ мкЖ. 15.11. } W =$$

$$= -\frac{Q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a} \sqrt{2} = -12,7 \text{ мкЖ, агар бир хил исми зарядлар квадратнинг қарама-$$

$$\text{қарши учларида жойлашган бўлса, } W = \frac{Q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a} \sqrt{2} = 12,7 \text{ мкЖ, агар қарама-$$

$$\text{қарши учларда турли исми зарядлар жойлашган бўлса. 15.12. } (x-10)^2 - y^2 =$$

$$= 8^2. 15.13. \Delta W = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} - 1 \right) = -498 \text{ мкЖ. 15.14. } \varphi = \frac{lR}{2\epsilon_0 \sqrt{a^2 + R^2}} = 505$$

$$\text{В. 15.15. } \varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon} \ln 2 = 62,4 \text{ В. 15.16. } \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{l+a}{a} = 36,5 \text{ В. 15.17. } 33,6 \text{ В.}$$

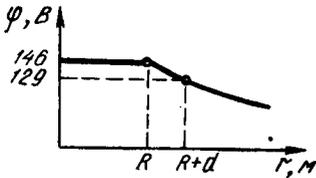
$$15.18. \Delta\varphi = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} = 125 \text{ В.}$$

$$15.19. 1) \varphi = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R} = 360 \text{ В; } 2) \varphi =$$

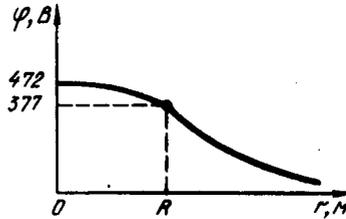
$$= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2} (\sqrt{R^2 - a^2} - a) = 148 \text{ В. } 15.20. 1) 75 \text{ В. } 2) 136 \text{ В; } 3) 100 \text{ В. } 15.21. 1) 146 \text{ В;}$$

$$2) 136 \text{ В; } 3) 100 \text{ В графикни 19- расмдан каранг. } 15.22. 1) \varphi_2 = \frac{R_1}{R_2} \varphi_1 = 200 \text{ В;}$$

$$2) \varphi_2 = \frac{R_2 - R_1}{R_2} \varphi_1 = 100 \text{ В. } 15.23. \Delta\varphi = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = 56,6 \text{ В. } 15.24. \varphi = ER = 300 \text{ кВ.}$$



19- расм



20- расм

$$G = \epsilon_0 E = 55,6 \text{ мкКл/м}^2. 15.25. U = \frac{1}{2} \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\epsilon_0} d = 141 \text{ В. } 15.26. 170 \text{ В. } 15.27.$$

$$1,04 \cdot 10^9. 15.28. 432 \text{ В. } 15.29. U = \frac{d}{R} \sqrt{\frac{2F}{\pi\epsilon_0}} = 1,2 \text{ кВ. } 15.30. \Delta\pi = \frac{\sigma R}{\epsilon_0} \ln \frac{3}{2}$$

$$= -229 \text{ эВ. } 15.31. A_{1,2} = -\frac{1}{2} Q\varphi_1 = 6 \text{ мкЖ. } 15.32. \Delta\varphi = \frac{1}{8} \frac{\rho d^2}{\epsilon_0 \epsilon} = 8,07 \text{ В. } 15.33.$$

$$\varphi_1 = \frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0} 0 = R^2 \left(1 + \frac{1}{2\epsilon}\right) = 482 \text{ В; } \varphi = \frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0} R^2 = 377 \text{ В; графикни 20- расмдан}$$

$$\text{каранг. } 15.34. 1) \varphi_1 = \frac{(R_2^3 - R_1^3)\rho}{3\epsilon_0 R_2} = 238 \text{ В, } 2) \text{ ва } 3) \varphi_2 = \varphi_3 + 116 \text{ В. } 15.35.$$

$$\text{град}\varphi = -E; |\text{град}\varphi| = E = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0} = 226 \text{ В/м; градиент текисликка томон унга}$$

$$\text{тик равишда йўналган. } 15.36. 0,6 \text{ В. } 15.37. 0,12 \text{ В. } 15.38. |\text{град}\varphi| = \varphi/2 = 100 \text{ В/м;}$$

$$\text{градиент зарядга томон йўналган. } 15.39. |\text{град}\varphi| = \tau/(2\pi\epsilon_0 r) = 180 \text{ В/м; градиент}$$

$$\text{куч чизиги бўйлаб тола томонга йўналган. } 15.40. \Delta\varphi = \frac{\rho R^2}{6\epsilon_0 \epsilon} = 3,14 \text{ В. } 15.41. A_1 =$$

$$= \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = 8,91 \text{ мЖ; } A_2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_1} = 9 \text{ мЖ. } 15.42. A_{1,2} = \frac{1}{3} Q_1 \varphi_1 \text{ мЖ.}$$

$$15.43. A_{1,2} = \frac{Q Q_1}{8\pi\epsilon_0 a} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 659 \text{ мЖ. } 15.44. A = \frac{\sigma Q l}{2\epsilon_0} \cos(\pi/2 - \alpha) = 1,96$$

$$\text{мЖ. } 15.45. 2,62 \text{ мЖ. } 199\text{- бетдаги 5- мисолга каранг. } 15.46. A = Q\tau/(4\epsilon_0) =$$

$$= 25,2 \text{ мЖ. } 15.47. A = \frac{Q\tau}{Q\epsilon_0} \left(1 - \frac{R}{\sqrt{R^2 + l^2}}\right) = 47 \text{ мЖ. } 15.48. A_{1,2} =$$

$$= \frac{Q\tau}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 165 \text{ мкЖ. 15.49. } A_{1,2} = 1/4 Q\varphi = 250 \text{ мкЖ. 15.50. } A_{1,2} =$$

$$= \frac{Q\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln 2 = 62,4 \text{ мкЖ. 15.51. } S = |l|Et^2/(2m) = 1,75 \text{ см; } v = |l|Et^2/m = 35,2 \text{ Мм/с}$$

(m в l — электроннинг массаси ва заряди). 15.52. 1) 2,55 кВ; 2) 4,69 МВ. 15.53. $1,58 \cdot 10^{16} \text{ м/с}^2$; 5,63 Мм/с; 0,356 нс. 15.54. 15 МэВ; 2,19 м/с. 15.55. 24,3 МКл/кг. 15.56.

$$l = 3mv^2/(2lE) = 5,19 \text{ мм (} m \text{ — протоннинг массаси). 15.57. } l_{\min} = l_0 - \frac{\epsilon_0 T}{|l|G} = 1$$

см. 15.58. 2,24 Мм/с дастлабки йўналишдан 45° га оғади. 15.59. $\varphi_2 = \varphi_1 - \frac{3}{2}(m/l)v_1^2 = 289 \text{ В (} m \text{ ва } l \text{ — протоннинг массаси ва заряди). 15.60. } l =$

$$= \frac{3}{8} \frac{m}{|e} \frac{v_1^2}{E} = 2,13 \text{ мм. 15.61. } v_{\min} = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{|l|}{m} \varphi} = 0,24 \text{ ММ/с (} l/m \text{ — электрон-$$

нинг солиштирма заряди). 15.62. $\varphi_2 = \varphi_1 - \frac{3}{8}(m/|l|)v_1^2 = 23,3 \text{ В (} m \text{ — электрон-$

нинг массаси). 15.63. $T = \frac{|l|\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln 10 = 828 \text{ эВ. 15.64. } F = 2,4 \cdot 10^{-17} \text{ Н, } a = 2,75 \cdot 10^{13}$

м/с^2 , $v = 407 \text{ Мм/с. 15.65. } 5,9 \text{ мм. 15.66. } 79,6 \text{ В. 15.67. } 22,5 \text{ В. 15.68.}$

$$r_{\min} = \frac{lQ(1+m_1)m_2}{2\pi\epsilon_0 m_1(v_1+v_2)^2} = 60 \text{ км/с. 15.69. } r_{\min} = \frac{3l}{4a\epsilon_0 U} = 72 \text{ фм. 15.70.}$$

$$r_{\min} = \frac{R^2}{\pi\epsilon_0 m v^2} = 10,1 \text{ ПМ (} m \text{ — электроннинг массаси). 15.71. } r_{\min} =$$

$$= \frac{Q_1 Q_2 (1+m_1/m_2)}{2\pi\epsilon_0 m_1 (v_1-v_2)^2}; r_{01} = \frac{Q_1 Q_2}{\pi\epsilon_0 m_1 (v_1+v_2)^2}; r_{02} = \frac{Q_1 Q_2}{2\pi\epsilon_0 m_1 (v_1+v_2)^2}. \quad 15.72.$$

$$T_1 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_0 (1+r)}; 1) T_1 = \frac{Q_1 Q_2}{8\pi\epsilon_0 r_0}; 2) T_2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_0}; 3) T = 0.$$

16.1. 50 Нкл·м. 16.2. 6,75 кВ/м. 16.3. $E_A = 1,08 \text{ В/м; } \varphi_0 = 0; E_B = 22 \text{ кВ/м; } \varphi_B =$
 $= 386 \text{ В. 16.4. } E_A = 9 \text{ В/м. } \varphi_A = 0; E_B = 18 \text{ В/м; } \varphi_B = 0,9 \text{ В. 16.5. } 47,6 \text{ В/м;}$
 $1,8 \text{ В. 16.6. } \varphi = A \sin \omega t$, бунда $A = 90 \text{ В, } \omega = 6,28 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$. 16.7. $\langle n \rangle =$

$$= \frac{Q_p}{4\pi\epsilon_0 r^2} \langle \sin \omega t \rangle. 1) \langle n \rangle = \frac{Q_p}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \sin \frac{2\pi}{T} t dt = 14,3 \text{ нЖ; 2) } t \geq T \text{ да}$$

$\langle \sin \omega t \rangle \rightarrow 0$ ва $\langle n \rangle = 0$. 16.8. $F = 3\rho_1 \rho_2 / (2\pi\epsilon_0 r^4) = 1,35 \text{ мкН. 16.9. } P =$
 $= \rho_1 \rho_2 / (2\pi\epsilon_0 r) = 18 \text{ нЖ. 16.10. } C = \rho E \sin \alpha / \alpha = 286 \text{ нН·м/рад. 16.11. } C = \rho E = 300 \text{ нН·м.}$

16.12. $P = -\rho E \cos \alpha = -500 \text{ мкЖ. 16.13. } A = 2\rho E = 30 \text{ мкЖ. 16.14. } \Delta P = \rho E (1 -$
 $-\cos \alpha) = 0,5 \text{ мкЖ. 16.15. } \omega = \sqrt{2\pi e/J} = 6 \text{ рад/с. 16.16. } v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\rho E/J} = 239 \text{ гц.}$

$$16.17. F = \rho \frac{dE}{dx} = 0,2 \text{ мН. 16.18. } \frac{dE}{dr} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r^3} = 1,8 \text{ МВ/м}^2; F = \frac{Q_p}{2\pi\epsilon_0 r^3} = 9 \text{ мкН.}$$

$$16.19. \frac{dE}{dr} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r^2} = 0,9 \text{ МВ/м}^2; F = \rho \frac{dE}{dr} = 3,9 \text{ мкН. 16.20. 1) } e; 2) e; 3) e; 4) e, a,$$

0; 6) $e, a, 0$; 7) $l, a, 8) l, a, 0$; 9) l, a . 16.21. $0,695 \cdot 10^{-19}$ Кл. протон якинидаги электрон булутлари фтор атомининг ядросига томон кисмангинга силжийди. 16.22. 6; 47,7 мкКл/м². 16.23. $\sigma_1 = \frac{Q}{4\pi R^2} \frac{\epsilon^{-1}}{\epsilon} = 0,0255$ мкКл/м², $\sigma_2 = \frac{Q}{4\pi(R+d)^2} \frac{\epsilon^{-1}}{\epsilon} = 0,130$ мкКл/м². 16.24. $-11,8$ мкКл/м² $\sigma_2 = -\frac{Q}{4\pi(R+d)} \frac{\epsilon^{-1}}{\epsilon} = 0,130$ мкКл/м². 16.24. $\pm 11,8$ мкКл/м². 16.25. 77,4 МБ/м. 16.26. 555 кВ/м. 16.27. 1,5 марта. 16.28. 1) 0,1%; 2) 25%. 16.30. $P = \frac{3(\epsilon-1)}{\epsilon+2} \epsilon_0 E_{\text{лок}} = 152$ мкКл/м². 16.31. 11,3 МВ/м. 16.32. $P = (\epsilon-1) \frac{\epsilon E_0}{\epsilon} = 37,9$ мкКл/м². 16.33. 142 кНл/м². 16.34. 1) 1,44; 2) $6,3 \cdot 10^{-4}$ кл м. 16.35. 0,03. 16.36. $\alpha n \leq 0,183$. 16.37. $\alpha = 3M/(\epsilon-1)/(PN_A(\epsilon_2)) = 2,24 \cdot 10^{-29}$ м³. 16.38. 1) $x = \alpha n = 2,7 \cdot 10^{-4}$. 2) $x = 3\rho N_A \alpha / (3N - \rho N_A \alpha) = 0,23$. 16.39. $\epsilon = (3M - 2x\rho V_{\text{ст}}) / (3M - x\rho V_{\text{ст}})$; $\epsilon_1 = 1,51$; $\epsilon_2 = 1,61$. 16.40. 1,13 см³. 16.41. $1,87 \cdot 10^{-30}$ м³; $\epsilon = 1 + \alpha n = 1,00005$. 16.42. $1,65 \cdot 19^{-36}$ кл. м; $1,03 \cdot 10^{-17}$ М. 16.43. $2,0 \cdot 10^{-29}$ м³. 16.44. $5,1 \cdot 10^{-31}$ кл. м. 16.45. $4 \cdot 10^{-33}$ кл. м. 16.46. 11,7 мЖ/м³. 16.47. $1,04 \cdot 10^{-29}$ м³. 16.48. $2,02 \cdot 10^{-29}$ м³. 16.49. $\epsilon = \frac{3M + 2\rho(n^2-1)V_{\text{ст}}}{3M - \rho(n^2-1)V_{\text{ст}}} = 2,02$. 16.50. 2,147 16.51. $\alpha_\epsilon = 3M(n^2-1)/(\rho E_A(n^2+1)) = 1,05 \cdot 10^{-28}$ м³. 16.52. $\epsilon = (1 - 2\beta)/(1 - \beta) = 1,52$. бунда $\beta = \alpha\rho N(3M)$; $n = \sqrt{\epsilon} = 1,23$. 16.53. $n_1 = \sqrt{\frac{1+2\beta}{1-\beta}} = 2,20$, бунда $\beta = \frac{n_1^2-1}{n_1^2+2} \cdot \frac{RT}{MP} \rho_1$. 16.54. $3,38 \cdot 10^{-28}$ м³. 16.55. 0,046. 16.56. 326 К. 16.57. 1,27 марта.

17.1. 1,11 пФ. 17.2. 180 пФ. 17.3. 712 мК. 17.4. $\sigma_1 = 49,8$ нКл/м²; $\beta_2 = 16,6$ нКл/м². 17.5. $\varphi = (R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2)/(R_1 + R_2) = 380$ В. 17.6. 6,2 нФ. 17.7. 1) 88,5 пФ; 2) $D_1 = D_2 = 2,66$ мкКл/м²; $E_1 = 42,8$ кВ/м; $E_2 = 100$ кВ/м; $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = 300$ В. 17.8. $C = \epsilon_0 S \left(\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} + \frac{d - (d_1 + d_2)}{\epsilon_3} \right)^{-1} = 35,4$ нФ. (ϵ_3 — хавонинг диэлектрик сингдирувчанлиги). 17.9. $\Delta U = (\sigma/\epsilon_0)(d_2 - d_1) = 22,6$ В. 17.10. 0,5 см. 17.11. 2,5 мкФ. 17.12. 700 В. 17.13. $c = 4\pi\epsilon_0 R R_2 / (R_2 - R_1) = 93,3$ пФ. 17.14. 4,41 кВ. 17.15. 5. 17.16. 1) 360 мкКл; 720 мкКл; 120 В; 2) 240 мкКл; 80 В; 40 В. 17.17. $C_2 = \frac{U_1 - U_2}{U_2 - U_1}$ $C_1 = 0,32$ мкФ. 17.18. $\Delta G = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} (U_1 - U_2) = 36$ мкКл. 17.19. 2,32 мм. 17.20. $C = (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)/(C_1 + C_2 + C_3 + C_4) = 0,21$ мкФ. 17.21. $U_1 = C_2 U / (C_1 + C_2) = 240$ В; $U_2 = C_1 U / (C_1 + C_2) = 80$ В; $U_3 = C_3 U / (C_3 + C_4) = 120$ В; $U_4 = C_3 U / (C_3 + C_4) = 200$ В; $Q_1 + Q_2 = C_1 C_2 U / (C_1 + C_2) = 48$ мкКл; $Q_3 = C_4 = C_3 C_4 U / (C_3 + C_4) = 60$ мкКл. 17.22. $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_4}{C_3 - C_4} = 20$ мкФ. 17.23. 20 мкКл; 120 мкКл; 100 мкКл; 110 В; 60 В; 40 В; 220 мкКл; 210 В. 17.24. 2 *Кўрсатма*. Агар C_1/C_2 бўлса, унда $\varphi_A = \varphi_B$ лигини исботлансин ва натижада схемадаги умумий сингимни аниқлашда C сингим ахамиятга эга эмас.

18.1. 0,05 мкЖ. 18.2. 30 мкЖ; 15 мН. 18.3. 0,209 Ж. 18.4. 2,5 Ж/м³. 18.5. 50 мкЖ. 18.6. 1500 В; 0,2 мЖ. 18.7. 0,3 мЖ. 18.8. 1) 0,18 Ж, 0,09 Ж, 0,06 Ж; 2) 0,605 Ж, 1,21 Ж, 1,82 Ж. 18.9. 80 мкЖ. 18.10. $A = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{\epsilon_0} \left(\frac{\epsilon-1}{\epsilon_0} \right) \left(\frac{r\epsilon-1}{\epsilon} \right) V = 63,5$ нЖ

(ϵ — диэлектрик синдирувчанлиги). 18.11. 1) $\sigma = \epsilon_0 E(\epsilon-1)/\epsilon = 5,9$ нКл/м². (ϵ — эбоитнинг диэлектрик синдирувчанлиги); 2) $W = \frac{1}{2} \epsilon_0 \times$

$\times (E^2/\epsilon) Sd = 88,5$ Ж. 18.12. $W = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \left(\frac{\epsilon-1}{\epsilon} \right)^2 \times Sd = 118$ нЖ. 18.13. 0,55 мкЖ.

18.14. 450 мкЖ. 18.15. 30 мкЖ. 18.16. $W = Q^2/(16\pi\epsilon_0 R) = 225$ мкЖ.

18.17. 12 см. 18.18. $W_1 = \frac{2\pi}{4\pi} \frac{\rho^2}{\epsilon\epsilon_0} R^5 = 7,88$ нЖ; $W_2 = \frac{2\pi}{9} \frac{\rho^2}{\epsilon_0} R^5 = 78,8$ нЖ.

18.19. $\frac{W_1}{W_2} = 5\epsilon = 15$ (ϵ — шар турган мухитнинг диэлектрик синдирувчанлиги;

18.18 масалага қаранг).

19.1. 1 В. 19.2. 6,1 М/м². 19.3. 34,2 мм². 19.4. 2,58 мОм. 19.5. 18,8 Ом. 19.6. 5/6 Ом. 19.7. 3-4 Ом. 19.8. 7/12 Ом. 19.9. 250 Ом; 20%. 19.10. 2. 19.11. а) схема учун 10,7%, 0,2%; б) схема учун 0,2%, 20%. 19.12. 1,48%. 19.13. 2,9 Ом; 4,5 Ом. 19.14. 2А. 19.15. $n = \sqrt{NR/r_i}$; $R_i = R$. 19.16. Хар бирида учтадан кетма-

кет уланган элементларнинг параллел уланган тўртта гуруҳи; 7,5 А. 19.17. $I = 3A$, $U = 0$. б) $I = 0$, $U = 1,2$ В. 19.18. 0,5. 19.19. 1,6; 0,2; 1,4. 19.20. 0. 19.21. $I_3 = 0$; $U_3 = 0$. 19.22. 3А, 4А, 1А. 19.23. 0,8 А; 0,5 А. 19.24. 3,6 В. 19.25. 2А. 19.26. 15 Вт. 19.27. 0,5 Ом; 32 Вт. 19.28. 0,4; 297 Ом. 19.29. $I_1 = 20$ А. $\eta_1 = 0,17$; $I_3 = 4A$, $\eta_2 = 0,83$. 19.30. 45 мин, 10 мин. 19.31. 12 В. 19.32. $Q = \frac{I_{\max}^2 r}{\tau} \times$

$\times \int_0^{\tau} I^2 dt = \frac{1}{2} I_{\max}^2 R \tau = q = 1/2 \sqrt{3Q\tau}/R = 20$ кл. Ечиш. Токнинг бир текис

ушли шартидан $I = kt$ чиқади ёки $dg/dt = kt$, бунда k — пропорционаллик коэффициенти, бундан $dq = kt dt$ ва $q = k \int_0^{\tau} t dt = \frac{1}{2} k \tau^2$ нинг қийматини ўтказгичда

айралаган иссиқлик микдорининг ифодасидан топамиз. $dQ = I^2 r dt = k^2 r t^2 dt$. Интеграллаб $Q = k^2 r \int_0^{\tau} t^2 dt = k^2 r^3$ ни оламиз. Бундан $k = \sqrt{3Q/(\tau r)}$ қийматлари-

ни ўрнатиб қўйгандан кейин ушбуни оламиз: $q = \frac{1}{2} \sqrt{3Q/(\tau r)} = 20$ кл. 19.35.

$\langle I \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{3Q/(\tau r)} = 10$ А (19.34-масалага қаранг). 19.36. $\frac{dI}{dt} = \frac{1}{\tau} \times$

$\times \sqrt{\frac{3Q}{R\tau}} = 1A/c$ (19.34-масалага қаранг).

20.1. 0,05 мм/с. 20.2. 3,7 мкм/с. 20.3. 0,1 мм/с. 20.4. 0,05 В/м. 20.5. $1,27 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$.
 20.6. 0,1 В/м. 20.7. 568 В/м. 20.8. 71 мкВ. 20.9. 1,14 мкКл. 20.10. 71 нм. 20.11.
 $1,4 \cdot 10^{14}$. 20.12. 39 мЭВ. 20.13. 10 Вт/м³. 20.14. 90°C. 20.15. $4,4 \cdot 10^{-5} \text{ В/К}$. 20.16.
 65,4. 20.17. 9. 20.18. 0,83 г. 20.19. 54 мкм. 20.20. 6,6 мг. 20.21. $z = Q/(vF) = 2$ (F —
 Фарадей доимийси). 20.22. $v = It/(Fz) = 3,12 \text{ ммоль}$; $N = N_{Av} = 1,87 \cdot 10^{21}$. 20.23.
 $9,3 \cdot 10^{17}$. 20.24. 13,6 В. 20.25. $2,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$. 20.26. 210 кК. 20.27. 0,8 мс. 20.28. 0,5 нСм.
 20.29. $1,52 \cdot 10^{14} \text{ м}^3$. 20.30. $5 \cdot 10^7 \text{ л}$ см³.с. 20.31. $1,6 \cdot 10^{-9} \text{ А}$. 20.32. $2 \cdot 10^9 \text{ см с}^{-1}$.

21.1. 0,1 Тл. 21.2. 7,96 кА/м. 21.3. 39,8 кА/м. 21.4. 126. 21.5. 51. 21.6. 15,4 А/м.
 21.7. $I = 2Br^2/(\mu_0 B^2) = 21,5 \text{ А}$. 21.8. $I = 2BR/(\mu_0 \sin^3 \beta) = 305 \text{ А}$. 21.9. $B =$

$$= \frac{\mu_0 N I}{2} \cdot \left(\frac{a+l}{\sqrt{a^2 + (a+l)^2}} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + d^2}} \right) = 6/6 \text{ мкТл. 21.10. } 8 \text{ кА/м. 21.11. } \dot{I} \text{ м. 21.12.}$$

$\Delta l = 68,4 \text{ см}$; майдоннинг чеккалари галтакнинг учларидан 15,8 см масофада.

21.13. 349 мк Тл. 21.14. 200 мк Тл. 21.15. 132 А/м. 21.16. 200 А/м. 21.17. $B =$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi} \sqrt{\frac{I_1^2}{r_1^2} + \frac{I_2^2}{r_2^2} - \frac{I_1 I_2}{r_1^2 r_2^2} (r_1^2 + r_2^2 - d^2)} = 21,2 \text{ мкТл. 21.18. } B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \times$$

$$\times \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_1 I_2} = 87,2 \text{ мкТл. 21.19. } B = \frac{\mu_0}{\pi d} \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 400 \text{ мкТл. 21.20. } 50$$

$$\text{мкТл. (21.19- масалага к.). 21.21. } 40 \text{ мкТл. 21.22. } b = \frac{\pi + 4}{8\pi} \frac{\mu_0 I}{r} = 357 \text{ мкТл.}$$

$$21.23. B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} (\sqrt{2} + 1) = 482 \text{ мкТл. } B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} (\sqrt{2} - 1) = 82,8 \text{ мкТл. 21.24. } B =$$

$$= \sqrt{3} \mu_0 I / (2\pi a) = 240 \text{ мкТл. 21.26. } \frac{2\mu_0 I}{\pi a} \sqrt{2} = 282 \text{ мкТл. 21.27. } B = 2\mu_0 I \times$$

$$\times \sqrt{a^2 + b^2} / (\pi a b) = 200 \text{ мкТл. 21.28. } B = \sqrt{3} \mu_0 I / (\pi a) = 173 \text{ мкТл. 21.29. } 275 \text{ А/м;}$$

$$250 \text{ А/м. 21.30. } 8\sqrt{2} / \pi^2 = 1,15. 21.31. \text{ а) } B = \mu_0 I / (4R) = 157 \text{ мкТл. б) } B =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\pi + 2) = 257 \text{ мкТл. в) } B = \frac{\mu_0 I}{8\pi R} (3\pi + 2) = 286 \text{ мкТл. г) } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \times (\pi -$$

$$- 1) = 214 \text{ мкТл. д) } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} (\pi + 1) = 414 \text{ мкТл. е) } B = \frac{\mu_0 I}{R} \times$$

$$\times \left(\frac{1}{3} - \frac{2 - \sqrt{3}}{2\pi} \right) = 182 \text{ мкТл. 21.32. а) } B = 3\mu_0 I / (8R) = 236 \text{ мкТл. б) } B =$$

$$= \mu_0 I / (8R) = 78,5 \text{ мкТл. в) } B = \mu_0 I / (3R) = 209 \text{ мкТл. г) } B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{2}}{\pi} \right) =$$

$$= 306 \text{ мкТл; д) } B = \frac{\mu_0 I}{8R} \left(3 + \frac{\sqrt{2}}{\pi} \right) = 298 \text{ мкТл. 21.33. } 1,1 \text{ МА; } 10 \text{ МА/м. 21.34.}$$

16 мТ. 21.35. 1 Мм/с.

22.1. 1 кН/м. 22.2. $\pi/6$ рад. 22.3. $F = \mu_0 I^2 / (4\pi) = 0,1$ н. 22.4. $F = IBR\sqrt{3} = 0,150$ н. 22.5. 0,4 Н. 22.6. 0,125 Н/м. 22.7. 200 Н. 22.8. 7. 22.9. $F_1 = F_2 = \mu_0 I^2 (2\pi a) = 20$ мН; $F_3 = \sqrt{3} \mu_0 I^2 / (2\pi a) = 34,6$ мН. 22.10. $F = \mu_0 I^2 r / d = 12,6$ мН. 22.11. $F = 2\mu_0 I^2 a / (\pi d) = 8$ мН. 22.12. $78,6$ мА·м². 22.13. 10 А·м². 22.14. 25,5 А. 22.15. $I = \sqrt[3]{4H^2 P_m / \pi} = 37$ А; $R = \sqrt[3]{R_m / (2\pi H)} = 9,27$ см. 22.16. $P_m = 2\pi d^3 B / \mu_0 = 50$ мАм². 22.17. $9,4 \cdot 10^{-24}$ А·м²; $9,4 \cdot 10^{-25}$ Н·м. 22.18. $\frac{P_m}{\alpha} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{m} = 87,9$ ГкЛ/кг. 22.19. 1) $P_m = QI^2 \omega / 24 = 4$ нА·м², 2) $P_m / L = Q / 2m = 10$ мкКл/кг. 22.20. 1) $P_m = \pi g n R^2 = 3,14$ нА·м², 2) 500 нКл/кг. 22.21. $P_m = \frac{1}{2} \pi g n R^2 = 1,57$ нА·м²; 500 нКл/кг. 22.22. 1) 62,8 нА·м². 2) 2 мкКл/кг. 22.23. 1) 1 нА·м²; 2) 1,5 нКл/кг. 22.24. 1) $P_m = \frac{1}{5} g R^2 \omega = 4$ нА·м²; 2) 10 нКл/кг. 22.25. $M = \mu_0 \pi S H R^2 \cos \alpha = 39,5$ мкН/м. 22.26. $M = \frac{1}{4} \pi B T I d^2 = 6,28$ мкН. M (B_Γ — Ер магнит майдон индукциясининг горизонтал ташкил этувчиси). 22.27. 1) 12 мкН/м; 2) 120 мкА·м². 22.28. $P_m = 12$ А·м²; $M = 0,1$ нм. 22.29. $C = M I S B \cos \alpha / \alpha = 332$ пН·м/рад. 22.30. $T = 2\pi \sqrt{m / (16 I B)} = 1,05$ с. 22.31. $B = 2\pi n / (L T^2) = 6,65$ мТл. 22.32. $M = \mu_0 P_m^2 / (2\pi d^3) = 160$ пН·м. 22.33. $3\mu_0 P_m d / (2R^3) = 5,89$ мН. 22.34. $F = \mu_0 P_m I / (2\pi a^2) = 2$ мкН. 22.35. $\frac{dB}{dx} = \frac{F_{\max}}{P_m} = 0,5$ Тл/м. 22.36. $I = 2r B \tan \alpha / \mu_0 = 1,01$ (B_r — Ер магнит майдон индукциясининг горизонтал ташкил этувчиси). 22.37. 8. 22.38. 55 мА. 22.39. $P_m = 2\pi r^3 B \tan \alpha = 1,32$ Ам². 22.40. 26,5°. 22.41. 33,5°.

23.1. 64 фН. 23.2. 1,38 м. 23.3. 0,61 Мм/с. 23.4. $2,4 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с. 23.5. $\alpha = B |e| R^2 = 3,2 \cdot 10^{-25}$ кг/м²/с. 23.6. $T = B^2 r^2 l^2 / (2m) = 0,563$ фЖ = 3,52 кэВ (m — электроннинг массаси). 23.7. $R_1 / R_2 = \sqrt{T_1 / T_2} = \sqrt{2}$. 23.8. $\Delta T / T = 1 (R_2 / R_1)^2 = 0,75$. 23.9. 12 мм. 23.10. $Q / m = \frac{l}{m} v / (RB) = 96,3$ МкЛ/кг; протон ва антипротон. 23.11. 175 ГкЛ/кг; 26,5 Мм/с. 23.12. $2T / R = 0,32$ пН. 23.13. $F = B^2 l^2 r / m = 1,4$ пН. 23.14. 8,05 фН 113 см. 23.15. $l = r = \sqrt{2mT} / (B |l|) = 14,5$ см (r — электрон майдонда харакатланаётган ёй айланасининг радиуси). 23.16. 2,84 нс. 23.17. $n = B |l| (2\pi m) = 562$ МГц. (m — электрон массаси). 23.18. $I = B e^2 / (2\pi m) = 448$ пА. 23.19. $P_m = B e^2 R^2 / (2m) = 7,04$ пАм² (m — электрон массаси). 23.20. $m_2 = (R_2 / R_1) m_1 = 27$ а.м.б. 23.21. 4. 23.22. $v = \frac{B |l|}{m} \sqrt{R_2 + \frac{h^2}{4\pi^2}} = 1,04$ Гм/с (m — электрон массаси). 23.23. 3,97 Нс; 25 Мм/с. 23.24. $T = (4\pi^2 R^2 + h^2) B^2 l^2 / (8\pi^2 m) = 580$ фЖ (m — протон массаси). 23.25. 1,96 мм; 7,1 мм; 14,2 мм. 23.26. $\epsilon = 2 |l| U N = 4,8$ МэВ. $\Delta m / m_0 = \Delta m c_2 / (m_0 c_2) = \epsilon$ ($E_0 = 0,5\%$); $v = \sqrt{2\epsilon / m_0} = 30$ Мм/с. *Кўрсатма.* Бир айла-нишда протон циклотрон дуантлари орасидан икки марта ўтиши ҳисобга олинсин.

- 23.27. $v = QBR/m = 41$ Мм/с; $T = QBvR/r = 34,9$ мЭВ ($m - \alpha$ -зарраинг мас-
саси, Q — унинг заряди). 23.28. $v = |l| B / (2\pi m) = 7,7$ МГц. 23.29. $B = \pi m v / |l| =$
 $= 1,3$ Тл. 23.30. $N = T(2|l|U) = 167$; 23.26- масалага к. 23.31. 1) 13,7 см; 2)
22,8 см. 23.32. 0,28 МВ. 23.33. 300 МВ. 23.34. 4,2 Тл. 23.35. $\tau = \frac{2\pi}{c^2} \frac{E_0 + T}{|l| B} =$
 $= 7,02$ нс. 23.36. $E/B = 1$ Мм/с. 23.37. $v = E/B = 1,6$ Мм/с; $\Delta v = \pm \left(\frac{\Delta t}{E} + \frac{\Delta B}{B} \right) v =$
 $= \pm 6,4$ км/с. 23.38. $E = B \sqrt{2QU/m} = 19,6$ кВ/м. 23.39. $\Delta t = BR/E = 10$ мкс.
23.40. 1) $a = |l|E/m = 20,1$ Гм/с²; 2) $a = \sqrt{(\epsilon E/m)^2 + (Bev/m)^2} = 37,5$ Гм/с².
- 24.1. а) $\oint B_{1d} dl = 0$; б) $\oint B_{1d} dl = \mu_0 NI/l = 25,2$ мТл. 24.2. $\oint B_{1d} dl = \mu_0 \sum_{i=1}^3 I_i = 6,28$
мкТл·м. 24.3. $\oint B_{1d} dl = \pi r^2 j \sin \alpha = 78,6$ А. 24.4. $B_{\max} = \frac{\mu_0 I N}{2\pi(D/2 - r)} = 20$ мТл;
 $B_{\min} = \frac{\mu_0 I N}{2\pi(D/2 + r)} = 10$ мТл. 24.5. $\Phi = \mu_0 n I s = 25,2$ мкВб. 24.6. 50 мкВб.
24.7. 5 мкВб. 24.8. $\psi = \mu_0 I (N^2/l) S = 80,5$ мВб·ўрам. 24.9. $\Phi = \frac{\mu_0 I a}{\pi} \ln \frac{l+a}{a} =$
 $= 1,62$ мкВб. 24.10. 3,81. 24.11. $\frac{\Delta \Phi}{\Phi} = \frac{1}{24} \left(\frac{a}{l} \right)^2 = 0,617\%$. 24.12. $\Phi = \frac{\mu_0 I M}{4\pi} \times$
 $\times (D-d) \ln \frac{D}{d} = 139$ мкВб. 24.13. 1,29 Тл; $1,03 \cdot 10^3$. 24.14. 1) 1 Тл; $2,5 \cdot 10^3$; 2) 1,4 Тл;
700. 24.15. 0,53 мВб. 24.16. 840 А. 24.17. 15. 24.18. 2 марта. 24.19. 7,1 кА.
24.20. 2,4 марта. 24.21. 5 А. 24.22. 2,25 мм. 24.23. 5,8 кА. 24.24. 1,8 мм.
- 25.1. 80 мкЖ. 25.2. 3 мЖ. 25.3. 6,84 мЖ. 25.4. $A = \pi l R^2 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) = 67,5$ мЖ. 25.5. (2)
 $A = I B a^2 l = 0,6$ Ж. 25.6. $\langle E_i \rangle = \Delta \Phi / \Delta t = 20$ В. 25.7. 0, 3 1 л. 25.8. $F = B^2 l^2 v / R =$
 $= 1$ Н. 25.9. 10 Вт. 25.10. 1) 0,3 В; 2) 3 Н; 3) 10 А; 4) 3 В; 5) 2 Вт, 6) 5 Вт.
25.11. $U = \pi l_2 B n = 201$ мВ. 25.12. $\langle e_i \rangle = 4nBS = 0,16$ В. 25.13. $\epsilon_{\max} = \pi NBS =$
 $= 132$ В. 25.14. $P_{\text{tax}} = (2\pi n BNS)^2 / (R_1 + R_2) = 79$ Вт. 25.15. 600 мин⁻¹. 25.16. $e_i =$
 $= \omega BNS \cos \alpha = 1$ В. 25.17. $Q = \frac{\pi B r^2}{B} \cos \alpha = 10$ мКл. 25.18. 3,14 мкКл. 25.19. 0,3 мВ.
25.20. 1,5 Тл. 25.21. $Q = \Delta \Phi / R$, 1) $Q = BS(1 - \cos \alpha_1) / P = 6,7$ мКл; 2) $Q =$
 $= BS(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) / R = 18$ мКл; 3) $Q = BS(\cos \alpha_2 - \cos \alpha_3) / R = 25$ мКл. 25.22.
 $Q = mB / 16\rho D = 41,4$ мКл (D — миснинг зичлиги). 25.23. $Q = \mu_0 I r^2 / (2aR) =$
 $= 62,8$ мкКл. 25.24. $I = \frac{2\pi R Q}{\mu_0 (a_2 - a_1) \ln(a_2/a_1)} = 1$ кА. 25.25. 0,15 В. 25.26. 11 мВ.
25.27. 4 В. 25.28. $Q = L \Delta I / (R_1 + R_2) = 1,33$ мкл. 25.29. 6,28 Гн. 25.30. 1 см ва 8 та
ўрам. 25.31. 10^3 . 25.32. 90. 25.33. $L = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d-R}{R} = 2,4$ мГн. 25.37. 3 мГн.

25.38. $\langle \epsilon_i \rangle = NBS/t = 3$ кВ. 25.39. $\frac{L_2}{L_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{1}{5,8}$. 5,8 марта камаяди. 25.40. 20 мГн. 25.41. 118 мВ. 25.42. 6,75 А. 25.43. 0,23 С. 25.44. 0,69 С. 25.45. $t = \frac{2 \ln(I_0/\Delta I)}{R+r} = 0,23$ С. 25.46. 1) 0,4 А; 2) 7,6 А; 3) 0,4 А. 25.47. 1) $1,2 \cdot 10^6$ та айланиш; 2) 1,51 Мм; 3) 5,03 Мс. 25.48 1) 12 В/М; 2) 1,92. 25.49. 40 Тл/с.

26.1. 10 Ж. 26.2. 1,4 А. 26.3. 50 мЖ. 26.4. 0,15 Ж. 26.5. $W = \pi DSIB/(2d) = 324$ пЖ. 26.6. $2 \cdot 10^3$. 26.7. 25 Ж/м³. 26.8. $\omega_2/\omega_r = BrHr/(B_1H) = 6,4$ марта ортади. 26.9. 800 Ж/м³. 26.10. 10,5 марта ортади. 26.11. $1,6 \cdot 10^3$ марта. 26.12. 1,1 кЖ/м³. 26.13. 161 Ж/м³. 26.14. $I = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{2\omega}{\mu_0}} = 1,26$ А. 26.15. $t = \pi D \sqrt{\pi \epsilon_0 L/d} = 33,2$ нс. 26.16. $T = 2\pi N \sqrt{\mu_0 SC/l} = 5,57$ мкс. 26.17. $\lambda = (2,38 \cdot 10^3 \pm 23,8)$ м. 26.18. $I_{\max} = 1$ А. 26.19. $U_{\min} = I_{\max} \sqrt{L/C} = 3,17$ В. 26.20. 628 нс. 26.21. 5,05 кГц. 26.22. 51 пФ. 26.23. 125 м. 26.24. 1,4. 26.25. 26.

27.1. 556 КА/м. 27.2. 12,1 А/м; 1,66 мА·м²/кг. 91 мкА·м²/моль. 27.3. $-7,3 \cdot 10^{-5}$. 27.4. 10^{-5} ; 10^{-10} м²/моль. 27.5. $5,8 \cdot 10^{-9}$ м³/кг; $2,1 \cdot 10^{-10}$ м³/моль. 27.6. $\frac{4}{3} \pi \times \times \frac{B_0}{\mu_0} R^3 = 250$ мкА·м². 27.7. -9,8 А/м; 1,26 Тл. 27.8. $4,4 \cdot 10^6$. 27.9. $1,31 \cdot 10^{-29}$ л·м². 27.10. 3,34 μо. 27.11. 2,24 μВ. 27.12. 15,9 мА/м; 695 А/м. 27.13. $B = 54$ Тл. 27.14. $\alpha \leq 0,387$. 27.15. 0,78 К. 27.16. 1) 1,0022 марта; 1,91 марта. 27.17. 0,75 Тл. 27.18. 991 кА/м. 27.19. 101. 27.20. 2,36 μВ. 27.21. 3,13 МА/м.

28.1. 3,5 мм. 28.3. 40 см. 28.4. 60 см. 28.6. 6 м, 28.7. -20 см; 3 см. 28.9. 1,1 см. 28.10. 15,4 мм. 28.11. 16,3 см. 28.14. 1,53. 28.15. 1,63. 28.16. 35°30'. 28.17. 53°38'. 28.18. 1,41. 28.19. 1°1'. 28.24. 15 см. 28.25. 48 см. 28.26. 2,08 мм/с. 28.27. 10 см. 28.28. 7,5 см. 28.30. 12,5 см. 28.31. -1,32 дптр. 28.32. 3,84 см. 28.33. 26 см. 28.34. -0,75 дптр. 28.35. 1) 39 см; 1) -80 см. 28.36. 1,4. 28.37. 1,6. 28.39. 8,1 см. 28.40. 24. 28.41. -8 см. 28.42. -4 дптр. 28.43. 20 см. 28.44. 2,5. 28.45. 7. 28.46. 80. 28.47. 12. 28.48. 1) Объектив томонга 1 мм; 2) объективдан 9 мм га. 28.49. 30,3 см. 28.50. 100. 28.51. 250, 10,5 мм. 28.52. 2 см.

29.1. 0,08 кд. 29.2. 1 Вт/кд; 12,1 дм/Вт. 29.3. $\omega = 0,633$ кр; $2v = 52^\circ$. 29.4. 51 мкА. 29.5. 180 лк. 29.6. 12 с. 29.7. 3,2 лк; 2,4 лк. 29.8. 18,3 м. 29.9. 60°. 29.10. 1) 278 лк; 2) 60 лк; 3) 251 лМ; 4) 125 лк. 29.11. 0,707 м. *Кўрсатма.* Дифференциал ҳисоб коидаларига биноан $E(h) = \ln/(n^2 + r^2)^{3/2}$ функциянинг максимуми топилсин.

29.12. 2 ккд/м. 29.13. 9,4 кг; 157 кг. 29.14. 2 клм, 8 клк; 2,5 ккд/м². 29.15. $B = \frac{E}{\pi t g^2 (\pi/r)} = 1,5 \text{ кд/м}^2$. 29.16. 400 м². 29.17. Кубнинг диагонали бўйлаб: $I_{\max} = \sqrt{3} B a^2 = 350 \text{ кд}$. 29.18. 1) 63 кд; 2) 30 кд. 29.19. $E = I_0 h^2 / (h^2 + r^2) = 1 \text{ лк}$. 29.20. 3 м. *Кўрсатма*. Дифференциал ҳисоб кондаларига биноан $E(h) = I_0 h^2 / (h^2 + r^2)$ функциянинг максимуми топилсин. 29.21. 97 лк; 73 лк; 23 кд/м². 29.22. 1,6 мм. 29.33. 0,98.

30.1. $2 \cdot 10^3$; $3 \cdot 10^3$; 30.2. 4 м. 30.2. 1,33 мм. 30.4. Ортади; 1) 0,50 мм га. 2) 0,548 мм га. 30.5. $\varphi = \sqrt{n\lambda/2d(n-1)} = 30 \text{ м/рад} = 1,72^\circ$. *Кўрсатма*: Масалани ечишда пластинанинг бурилиш бурчаги кичик деб ҳисоблансин. 30.6. 1,73 см. 30.7. 0,6. 30.8. 1) 0,6 ва 0,45 мкм, 2) 0,72, 0,51 ва 0,4 мкм. 30.9. 2 м. 30.10. 500 мм. 30.11. $l = db/\lambda = 2,5 \text{ м}$. 30.12. 3,6 мм. 30.13. Қоронғулик; нурларнинг геометрик йўл фарқи $\Delta_{\text{геом}} = \lambda = 0,6 \text{ мкм}$. Оптик йўл фарқи. $\Delta = \Delta_{\text{геом}} + \lambda/2$. 30.14. $\Delta l = 2 \left(\frac{\Delta d}{\lambda} \right) b = 1 \text{ м ман-бадан } 1 \text{ м га сурилган}$. 30.15. 1) 4,8 мкм; 2) 4,8 мкм; 3) 5,1 мкм; 4) 5,1 мкм; биринчи икки ҳолда кучайиш, кейинги иккитасида сусайиш. 30.16. 0,1 мкм. 30.17. 0,25 мкм; 0,125 мкм. 30.18. 541 нм. 30.19. $b = \lambda / (2nO) = 3,15 \text{ мм}$. 30.20. 10,3. 30.21. 10 мкм. 30.22. 3,1 мм; 5,2 мм. 30.23. $N = 2n\theta/\lambda = 8,55 \text{ см}^{-1}$. 30.24. 0,39 мм. 30.25. 0,15 мкм. 30.26. 1,25. 30.27. 490 нм. 30.28. 880 мм. 30.29. 1,4. 30.30. $n = (k+1)$, $k = 1,33$. 30.31. $r_{10} = \sqrt{kR_1 R_2 \lambda / R_2 - R_1} = 1,73 \text{ мм}$. 30.32. $r_k = \sqrt{(2k+1)R(\lambda/4)} = 0,704 \text{ мм}$. 30.33. $d = m\lambda / (n-1) = 72 \text{ мм}$. 30.34. $n = 1 + h - \lambda / (2l) = 1,000282$. 30.38. $\Delta n = \Delta m\lambda / (2l) = 0,000124$.

31.2. 1,58 мм. 31.3. 3,69 мм. 31.4. 8 та зона; қора доғ. 31.5. 1) 50 м; 2) 25 м. 31.6. 1) $b = r^2 / (n\lambda)$, $n = 1,3,5, \dots$ 2) $b = r^2 / (n\lambda)$, $n = 2,4,6, \dots$. 31.7. $b_4 = 1,4 \text{ м}$; $b_2 = 0,7 \text{ м}$; $b_3 = 0,47 \text{ м}$. 31.8. $b = ar^2 / (ab\lambda - h^2) = 2 \text{ м}$. 31.9. 4 марта камаяди. 31.10. $2^\circ 45'$. 31.11. 143. 31.12. 1) Биринчи дифракцион минимум; 2) $k = 2$ га мос келувчи дифракцион максимум. 31.13. 103. 31.14. 580 нм. 31.15. $21^\circ 17'$. 31.16. 8. 31.17. $8,74^\circ$. 31.18. 0,6 мкм. 31.19. 66 см. 31.20. $\varphi = \arcsin(\sin\alpha + n\lambda/d) = 38,3^\circ$. 31.21. 3. 31.22. $R = \lambda/\lambda = 290$; $N = R/k$. 31.23. $R = \lambda d / (h\delta\lambda) = 10 \text{ мм}$. 31.24. $R = D_q l = 2,9 \cdot 10^4$. 31.25. $D_\varphi = (\text{tg}\varphi) / \lambda = 9,62 \cdot 10^5 \text{ рад/м} = 3,31 \cdot 1/\text{нм}$. 31.26. 1 мм/м. 31.27. 10^3 штрих/мм. 31.28. $f = D_\varphi \lambda \cos^3\varphi / \sin\varphi = 21,1 \text{ см}$. 31.29. 0,28 нм. 31.30. 31 нм. 31.31. 506 нм. 31.32. 1,6'. 31.33. 6 см.

32.1. 36° . 32.2. 37° . 32.3. $61^\circ 12'$. 32.4. 194 Мм/с. 32.5. $55^\circ 45'$. 32.6. 32° . 32.7. 1,52. 32.8. 106° . 32.9. 156° . 32.10. 100° . 32.11. 45° . 32.12. 2 марта. 32.13. 3,3 марта. 32.14. 23,6 ккд/м². 32.15. 0,33. 32.16. 3 марта. 32.17. 1,23 марта. 32.18. 0,348. 32.19. 3,4 мм. 32.20. 169 град. см³/ (дм. г). 32.21. 0,21 г/см³. 32.22. 0,4 г/см³.

33.1. $v = 0,141$ с. 33.2. $\omega = \frac{c}{2R} \cdot \frac{\Delta v}{v} = 3,2$ мкрад/с. 33.3. Кабул қилинадиган частота ν_0 дан 10 кГц га кичик. 33.4. 1,1 Мм/с. 33.5. $\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{2}{c} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = 1,8 \times 10^{-5}$.
 33.6. 1) $2,3 \cdot 10^{-6}$; 2) $4,3 \cdot 10^{-4}$. 33.7. 1) 1000067 Гц; 2) 999933 Гц; 3) 1000013 Гц; 4) 999987 Гц. 33.8. $\Delta \lambda = \pm \frac{2Nv}{c} \lambda = 26,8$ Пм. 33.9. $\lambda = \lambda_0 \frac{1+\beta}{1-\beta} = \lambda_0$
 $\frac{c+v}{c-v} = 750$ Нм; $\lambda = \lambda_0 \left(1 + 2\frac{v}{c}\right) + 600,03$ нм. 33.10. $v = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta v}{\mu_0}\right) c = 1$ км/с. 33.11.
 $v = \frac{\lambda_1^2 - \lambda_0^2}{\lambda_1^2 + \lambda_0^2} c = 5 \cdot 10^4$ км/с. 33.12. $v = 0,6$ с. 33.13. $v = \frac{\lambda_2^2 - \lambda_1^2}{\lambda_2^2 + \lambda_1^2} c = 0,9537$ с. 33.14.
 Частота $\nu_1 = 4,57$ ГГц дан то $\nu_2 = 2,46$ ГГц гача ўзгаради. 33.15. 1,88 м/с.
 33.16. $v = 0,591$ с. 33.17. $v_{\min} = \frac{m_0 c^2}{|l|} = \left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} - 1\right) = 175$ кВ. 33.18. 29,5
 МэВ. 33.197 30°. 33.20. 1,41. 33.21. 1,45 $\langle n \rangle > 1,72$.

34.1. 648 К. 34.2. 1кК. 34.3. 3,65 кЖ. 34.4. 56,7 ГВт. 34.5. 4 %. 34.6. 1,19 марта.
 34.7. 64,7 МВт/м⁴; 5,8 кК. 34.8. 396 К. 34.9. $R_e = a_T G T^4 = 5,88$ кВт/м², $W = R_e S T = 1,76$ кЖ. 34.10. 0,9537. 34.11. $\eta = 1 - \sigma T^4 S / P = 0,71$. 34.12. $a_T = R / (\sigma T^4) = 0,267$.
 34.13. $T = \left(\frac{R}{4\pi a_T R^2 v}\right)^{1/4} = 866$ К. 34.14. 10,6 мкм. 34.15. 54 нм. 34.16. 3,8 кК;
 7,6 кК. 34.17. 4, 98 кК. 34.18. 81 ва 243 марта ортишган. 34.19. 3,62 кК; 7,24 кК.
 34.20. 95,8 мВт. 34.21. 1,45 мкм. 34.22. 1) 30 МВт/м²·мм; 2) 600 Вт/м².

35.1. 2,49 эВ. 35.2. Бўлмайдми, чунки фотоннинг энергияси (4,1 эВ) чиқиш иши (4,7 В) дан кичик. 35.3. 0,8. 35.4. 2,3 эВ. 35.5. 4 эВ. 35.6. 760 км/с. 35.7. 4,36 нм.
 35.8. Электрон релятивистик; $\beta = 0,83$; $\gamma = \beta c = 249$ Мм/с. 35.9. 291 Мм/с. 35.10.
 1,59 МэВ.

36.1. 4,6 мкПа. 36.2. 1,5 кВт/м². 36.3. 0,1 нН. 36.4. 10^{-7} кг·м/с. 36.5. 11,2 мН. 36.6.
 3,27 эВ; $5,8 \cdot 10^{-3}$ кг; $1,74 \cdot 10^{-27}$ кг·м/с. 36.7. 1,27 пм; $1,8 \cdot 10^{-30}$ кг; $5,3 \cdot 10^{-22}$
 кг·м/с; $m_\Phi = 2m_e$. 36.8. 73 пм. 36.9. 1) 2,42 пм; 2) 1,32 фм. 36.10. $9 \cdot 10^{15}$. 36.11.
 $3,77 \cdot 10^{18}$. 36.12. $12 \cdot 10^{12}$ м⁻³.

37.1. 57 пм. 37.2. 1) 4,84 пм; 2) 2,64 фм. 37.3. 120° ёки 240°. 37.4. 0,224 МэВ;
 0,176 МэВ. 37.5. $3,6 \cdot 10^{-22}$ кг м/с. Е ч и ш. Электрон оладиган туртки кинетик

энергияси $T = \frac{2}{3} E_0$; электрон релятивистик $E^2 = E_0^2 + (Pc)^2$ муносабатдан $P = 4E_0/(3C)$ ни топамиз. **37.6.** 0,5. **37.7.** $60^\circ 40'$ ёки $299^\circ 20'$. **37.8.** 0,37 МэВ. **37.9.** 70%
37.10. 0,511 МэВ; $27 \cdot 10^{-22}$ кг м/с. **37.11.** 1) $\omega_1 = 0,67$; $\omega_2 = 33$; 2) $\omega_1 = \omega_2 = 0,5$;
 3) $\omega_1 = 0,33$; $\omega_2 = 0,67$.

38.1. $r_m = 4\pi\epsilon_0 h^2 n^2 / (me^2)$; $r^2 = 122$ пм; $r_3 = 477$ пм. **38.2.** $v = e^2 / (4\pi\epsilon_0 \hbar n)$ --
 $= 1,09$ Мм/с. **38.3.** $f = v / (2\pi r) = me^4 / 32\pi^3 \epsilon_0^3 \hbar^3 n^3 = 8,19 \cdot 10^{14}$ с $^{-1}$. **38.4.** -- 27,2 эВ;
 13,6 эВ; -- 13,6 эВ. **38.5.** 434 нм. **38.6.** 1,87 мкм; 820 нм. **38.7.** 12,1 эВ. **38.8.** 10,2 эВ;
38.9. Лайман серияси; 121,6 нм; 102,6 нм; Бальмер серияси; 656,3 нм. **38.10.** 1 Мм/с.
38.11. 30,1 нм; 13,5 нм. **38.12.** Гелий: 8,64 аЖ = 54 эВ; 54 В; Литий: 19,5 аЖ = 122 эВ;
 122 В. **38.13.** $8,2 \cdot 10^{14}$ с $^{-1}$; $2,4 \cdot 10^{14}$ с $^{-1}$. $4,6 \cdot 10^{14}$ Гц. **38.14.** 212 ПМ. **38.15.** 10,2 В.

39.1. 21 Мм/с. **39.2.** 41 пм. **39.3.** 304 пм. **39.4.** Ниобий ($z = 41$). **39.5.** 5,5 кВ.
39.6. 5,9 кВ. **39.7.** 0,14 нМ. **39.8.** 1,24 пм. **39.9.** 20,5 пм; 60,5 кВ. **39.10.** 8,00 кВ.

40.1. $19,9 \cdot 10^{-27}$ кг; $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг. **40.2.** Масса сони -- ядродаги нуклонлар сони, шунинг учун у бутун сондир. Ядронинг нисбий массаси углерод ^{12}C изотопи ядро массасининг 1/12 нисбати каби аниқланади. Бу сон бутун бўлиши мумкин эмас.
40.3. 35,439; **40.4.** 0,186; 0,814. **40.5.** $2,16 \cdot 10$. **40.6.** 1,01436 а.м.б. **40.7.** 1) 3, 2, 1; 2) 10; 5, 5; 3) 23, 11, 12; 4) 54, 26, 28; 5) 104, 47, 57; 6) 238, 92, 146. **40.8.** ^1_1H -- протон; ^3_1H -- дейтон; ^3_2He -- триптон. **40.9.** Иккита ^3_1H ва ^3_2He . **40.10.** ^3_1H ; ^4_2He ; **40.11.** ^3_1H ; ^4_2He ; $^{15}_7\text{N}$.
40.12. 1) 5,6 м; 2) 8,4 м; 3) 11,2 нм; 4) 14; 5) 16,8 фм. **40.13.** $n = 3$; $(2\pi r \lambda) = 8,7 \times 10^{17}$ нуклон/м 3 . **40.14.** $3 \cdot 10^{-14}$. **40.15.** $\langle \rho \rangle = 3m_1 / (4\pi r_0^3) \approx 1,4 \cdot 10^{17}$ кг/м 3 .
Кўрсатма. Ядронинг массасини тақрибан масса сони А нинг (ядродаги нуклонлар сони) атом масса бирлигига (1 а.м.б -- $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг) тенг деб қабул қилиш мумкин бўлган битта нуклоннинг массаси m_1 га кўпайтмаси сифатида яфодаланган мкин.
40.16. $\rho = 3e / (8\pi r_0^3) = 6,96 \cdot 10^{-24}$ кл/м 3 (l -- элементар заряд). **40.17.** $F_1 = 5,05 \cdot 10^{25}$ Н; $F_2 = 735$ Н; $F_1 / F_2 = 6,87 \cdot 10^{-28}$. **40.18.** \hbar бирликларида нуклоннинг спини 1/2 га тенг. **40.19.** Ядронинг спини деб ядронинг хусусий импульс моментига айтингла.
 У нуклонлар спинларининг ва улар орбитал импульс моментларининг қўшилмасидан иборатдир. Нуклонларнинг орбитал импульс моментлари доимо бутун сонлардир. **40.20.** Ядронинг спини қуйидаги қийматлари қабул қилиш мумкин 0, 1/2, 1/2, 3/2 ва х. к. **40.21.** 1) 0,1; 2) 1/2; 3) 1/2, 3/2; 4) 0,12. **40.22.** 1) 0,2, 1/2, 3/2 ва х. к. 3) 1/2, 3/2 ва х. к; 4) 0, 1, 2. **40.23.** Агар ядронинг протон -- электрон моделини қабул қилинса, унда $^{14}_7\text{N}$ азот ядросининг таркибига 14 та протон (улар ядронинг массасини аниқлайди) ва 7 та электрон (улар протонларнинг зарядини 7 тагача компенсациялайди; $14 \cdot 7 = 7$) кириши керак. Ҳаммаси бўлиб ядро таркибига 21 та зарра кирмоғи керак. Ток сондаги зарралар спинларининг йиғиндисини доимо бутуннинг ярмидек (\hbar бирликларида) бўлади, лекин азотнинг ядроси \hbar га тенг бутун спинга эга. Бу протон электрон моделининг ноқўрғунлигини исботлайди. **40.24.**

$\frac{1}{2} \hbar$. 40.25. $\mu_N = eh/(2m_p)$ (m_p — протоннинг массаси). 40.26. $\mu_N/\mu_B = m_e/m_p = 1/1836$. 40.27. $\mu_N = \mu_{Z_{\max}} = g\mu_N I$ (g — Ланденнинг ядро фактори; μ_N — ядро магнетони, I — ядронинг спин квант сони). 40.28. Ўта назик ажралиш ядро ва атом электрон қобиклари магнит моментларининг ўзаро таъсирининг натижасидир. Назик ажралиш эса атомдаги импульснинг тўла спин моменти билан импульснинг тўла орбитал моментининг ўзаро таъсирларининг натижасидир. 40.41. $A = 222$; $Z = 86$; ${}^{222}_{86}\text{Rn}$. 40.22. $A = 17$; $Z = 8$; ${}^{17}_8\text{O}$. 40.43. ${}^{68}_{28}\text{Cu}$. 40.44. ${}^7_3\text{Li}$ — литий ядроси ҳосил бўлади. 40.45. ${}^{14}_7\text{Ni}$. 40.46. ${}^7_3\text{Li}$. 40.47. ${}^{27}_{13}\text{Al}$. 40.48. ${}^{62}_{28}\text{Ni}$. 40.49. ${}^{238}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{236}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{236}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{226}_{86}\text{Rn} \rightarrow {}^{218}_{84}\text{Pb} \rightarrow {}^{214}_{82}\text{Pb}$. 40.50. ${}^{216}_{84}\text{Po}$; 296 км/с.

41.1. 10^{-6} . 41.2. 700 с^{-1} , $13,6 \text{ пс}^{-1}$. 41.3. 15 мин. 41.4. 10^{-1} . 41.5. 0,71; 0,36. 41.7. 9 марта. 21,7, 10,5. 41.8. 4 кун. 41.9. 138 кеча-кундуз. 41.10. 1,44 йил. 41.11. 63,3 %. 41.12. 10^6 та атом. 41.13. 8,41, 14,6 соат. 41.15. 24 % га. 41.16. 93 йил; 186 йил. 41.17. 0,5 кеча-кундуз. 41.18. 10,5 ГБк. 41.19. 40,7 ТБк/г. 41.20. 145. 41.21. $m_2 = m_1 m_2 T / (m_1 T_1) = 425 \text{ кг}/M_1$ ва $T_1 - {}^{90}\text{Sr}$ нинг моляр массаси ва ярим емирилиш даври; M_2 ва T_2 ${}^{238}\text{U}$ учун шундай катталиклар). 41.22. 6,33 мкг. 41.23. $2,7 \cdot 10^5$ йил. 41.24. $W = \ln 2 \frac{e m N_A t}{M T_{1/2}} = 70,6 \text{ кЖ}$ (M ва $T_{1/2} - {}^{22}\text{N}$ учун моляр масса) ва ярим емирилиш даври). 41.25. $A = 4\pi r^2 I e = 94,4 \text{ ГБк}$. 41.26. $I = \frac{\pi A e}{4\pi r^2} = 0,6 \text{ Вт}/\text{м}^2$.

42.1. 6,6. 42.2. 3,85 см. 42.3. 115 см чуқурликда. 42.4. 2 МэВ ёки 6,2 МВ; 1,33 см. 42.5. 3,6 М В; 1,57 см. 42.6. 28,6 см. 42.7. 59 марта. 42.8. $\omega = \rho X / (n_0 e) = 7,73 \cdot 10^{-11}$ (ρ — ҳавонинг зичлиги; n_0 — нормал шароитларда ҳаво молекулаларининг концентрацияси; e — элементар электр заряди). 42.9. $W = \chi m e / l = 8,77 \text{ мкЖ}$. (l — элементар электр заряди). 42.10. $\chi = \frac{n e}{\rho V \Delta t} = 21,4 \text{ нКл}/\text{кг}$ (ρ — ҳавонинг зичлиги, e — элементар электр заряди). 42.11. 62 мкКл/кг. 42.12. 13 см. 42.13. 6 м. 42.14. 4,4 мин.

43.1. 1,00728 а.м.б.; 2,01355 а.м.б.; 11,9967 а.м.б. 43.2. 4,00260 а.м.б. 43.3. 7,01546 а.м.б.; 7,01492 а.м.б.; 7,01436 а.м.б. 43.4. 0,00240 а.м.б.; 2,23 МэВ. 43.5. 8,49 МэВ; 43.6. 7,08 МэВ/нуклон. 43.7. 3,01604 а.м.б. 43. 8. 5,01258 а.м.б. (${}^7_3\text{Li}$ литий атоми). 43.9. 2,2 МэВ. 43.10. 32,2 МэВ; 37,6 МэВ. 43.11. 682 ГЖ. 43.12. 10,6 МэВ. 43.13. 7,55 МэВ. 43.14. 8,0 МэВ. 43.15. 23,8 МэВ. 43.16. 7,26 МэВ.

44.1. $A=1$; $Z=0$; зарра — нейтрон (1_0n). 44.2. $A=0$; $Z=0$; зарра — фотон.
 44.3. 1) 4,36 МэВ, ажралади; 2) 22,4 МэВ; ажралади; 3) 2,80 МэВ, югилади;
 4) 1,64 МэВ югилади; 5) 1,05 МэВ, югилади. 44.4. 1) 19,8 МэВ ажралади;
 2) 23,8 МэВ, ажралади; 3) 6,26 МэВ, ажралади; 4) 8,12 МэВ, ажралади. 44.5.
 2,23 МэВ. 44.6. 6,82 МэВ. 44.7. 0,63 МэВ. 44.8. 6,7 МэВ. 44.9. 5,26 МэВ; 0,44 МэВ.
 44.10. 0,82 МэВ, 2,44 МэВ. $|P_{He}| = |P_n| = 3,6 \cdot 10^{20}$ кг/м. 44.11. 6,01514 а.м.б.
 44.12. 3,01604 а.м.б. 44.13. 3,01604. 44.14. $6,22 \cdot 10^{-21}$ Ж, 2,70 км/с. 44.15.
 $\frac{U_1}{v_1} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 0,847$; $\frac{T_1}{T_2} = \frac{M_1 - m_1}{m_1 + m_2} = 0,716$. 44.16. ${}^{94}_{38}\text{Sr}$. 44.17. 0,00091. 44.18. 82
 Гж. 44.19. 3,1 · 10. 44.20. 53 г. 44.21. 15 МВт. 44.22. 5,41 Мв. 44.23. 0,104 МэВ;
 5,40 МэВ. 44.24. 0,156 МэВ. 44.25. 1 МэВ. 44.26. 2,6 МэВ. 44.27. 0,2 МэВ.
 44.28. 0,78 МэВ. 44.29. 0,99 МэВ. 44.30. 0,75 МэВ, 1,65 пм. 44.31. 67,6 МэВ.

45.1. 727 пм, 0,396 пм. 45.2. 2,7 пм. 45.3. 150 В. 45.4. 39 пм. 45.5. 907 фм, 28,6 фм.
 45.6. 0,33 нм. 45.7. 0,67 нм. 45.8. 212 Мм/с. 45.9. 0,06 нм. 45.10. 0,1 нм. 45.11. 2,1
 Мм/с. 45.12. 1,10 мм. 45.13. 30; 7 пм; 0,41 нм. 45.14. Асбоб гуруҳий тезликни кайд
 этди. 45.15. Мумкин эмас. Фазавий тезликни ўлчаш учун монохроматик тўлқиннинг
 берилган қисмини бирор импульс билан белгилаш керак. Бу импульслик сымлаши
 тезлигини ўлчаб биз фазавий эмас, балки гуруҳий тезликни ўлчаймиз. 45.16. 334 м/с;
 333,23 м/с; 100 м/с. 45.17. $v/2$; c^2/v . 45.18. Зид бўлмайди. Фазавий тезлик на
 «сигнал» нинг тезлигини ва энергиянинг кўчиши тезлигини характерлайди ва шунинг
 учун ҳам у ёруғликнинг бўшлиқдаги тезлигидан катта бўлиши ҳам мумкин, кичик
 бўлиши ҳам мумкин. 45.19. Хар иккала ҳолда ҳам гуруҳий тезлик, зарранинг
 v тезлигига тенг. 45.20. 1) $v_\phi = h/(2n\lambda)$; 2) $v_\phi = c + E_0^2\lambda^2/h^2$, бунда $E_0 =$
 $= m_0 c^2$. 45.21. 1) Бўлмайди (дисперсия йўқ); 2) бўлади (дисперсия бор); $v_\phi = f(\lambda)$.
 45.22. 0,77 нм; 0,106 нм; $\Delta x \gg d$ бўлганлигидан мазкур ҳолда траектория тушунчаси
 қўлланилиши мумкин эмас. 45.23. $\Delta v/v = 10^{-4}$. 45.24. 160 марта. 45.25. 16 %.
 45.26. $E_{\min} = 2h^2/(ml^2)$. 45.27. $E_{\min} = 2h^2/(ml^2) = 15$ эВ. 45.28. $t = 2h/\sqrt{2mE} =$
 $= 2,9$ м. 45.29. 80 МэВ. Е ч и ш. Ноаникликлар муносабатидан $\Delta p \geq \frac{h}{l/2}$,

мантукан $p > \Delta p$ деб ҳисоблаш керак, бинобарин $p \geq 2h/e$, бунда $p =$
 $= \sqrt{(2F_0 + T)T/c}$ (редятивистик ҳол) $T \gg E_0$ эканлигидан $T_{\min} = 2hc/l$.

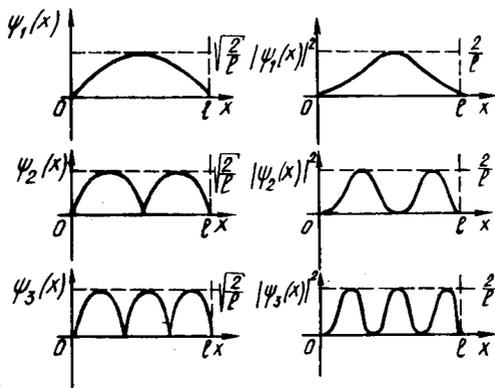
Энергия (80 МэВ) ядродаги битта нуклонга тўғри келувчи боғланиш энергияси
 (10 МэВ) дан кўп марта катта бўлганлигидан электронлар ядрога бўлиши мумкин
 эмас. 45.30. 1) $1,2 \cdot 10^{-2}$; 2) $1,2 \cdot 10$; 2) 1,2. 45.31. $\Delta p/p$ кичик бўлганлигидан
 $(3 \cdot 10)^{-11}$ зарраларнинг ўзини тутишида классик механика қонунларидан
 четланишини кайд этиш мумкин эмас. Бу ҳолда гарчи $\Delta p \perp p$ бўлса ҳам, зарранинг
 харакат траекторияси ҳақида гапириш мумкин, демак зарранинг классик
 траекториядан четланишини аниқлаш мумкин эмас. 45.32. Бу муносабатнинг
 кўрсатишича, агар тизим Δt вақт оралигида бирор энергетик ҳолатда бўлса, ва
 сўнгра бошқа ҳолатга ўтса, унда қандайдир энергетик ноаниклик $\Delta E \geq h/\Delta t$
 мавжуд бўлади. Мисол учун спектрал чизикларнинг табиий кенглиги шу билан
 тушунтирилади. 45.33. 1) Электроннинг асосий ҳолатда бўлиш вақти чексиз катта,
 натижада $\Gamma = \Delta E = 0$; 2) ғалаёнланган ҳолатда электрон $\Delta t \approx 10$ нс вақт давомида
 бўлади. Демак сатҳнинг кенглиги $\Gamma \approx h/\Delta h = 0,1$ М В. 45.34. $3 \cdot 10^{-8}$. 45.35. Йўқ.

Импульснинг квадратигина тўла аниқланган, импульснинг ўзи эса югурувчи ва куйи деворларидан кайтувчи тўлқинларга мос келувчи йўналишга боғлиқ бўлган $\pm p$ ноаниқликка эга бўлади.

46.1. $\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E^2 + \frac{2I^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0$. 46.2. $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar} \left(E - \frac{1}{2}\epsilon x^2 \right) \psi = 0$. 46.3. $\psi =$
 $= C \exp(-iEt/\hbar)$. 46.4. $i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$; $\psi(x, t) = \exp[-i(Et - px)/\hbar]$. 46.5.

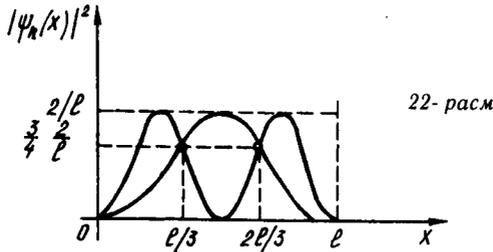
Тўлқин функцияси модулининг квадрати аниқ физик маънога эга. Тўлқин оптикисада амплитуданинг квадрати тўлқин интенсивлигининг ўлчови бўлганидек, $|\psi|^2$ ҳам зарралар концентрациясига пропорционал бўлиб, электрон тўлқини интенсивлигининг ўлчовидир (эҳтимоллик зичлиги). 46.6. ψ — функциянинг чеклилик шартигагина $|\psi|^2$ ни эҳтимолликнинг зичлиги сифатида физик таҳлил қилиш мумкин. 46.7. U ва E энергияларнинг қийматлари шунингдек, ψ ҳам чекли. Демак, $d^2\psi/dx^2$ ҳам чекланган бўлмоғи керак, бу эса $d\psi/dx$ узлуксиз бўлгандагина бўлиши мумкин. Бизни қизиқтирган барча соҳада $d\psi/dx$ мавжуд бўлиши учун эса $\psi(x)$ узлуксиз бўлмоғи керак. 46.8. Бўла олади. Заррани x дан $x + dx$ гача ораликда топиш эҳтимоллигини кўрсатувчи $|\psi(x)|^2 dx$ ифодагагина бирдан кичик бўлиши керак. Лекин $|\psi(x)^2 dx|$ ифода $|\psi(x)|^2 > 1$ шарт бажарилганда ҳам бирдан кичик бўлиши мумкин. 46.9. Агар $\psi(x) = a + ib$ бўлса, унда $\psi^*(x) = a - ib$; $[\psi(x)]^2 = a^2 + b^2$; $\psi(x)\psi^*(x) = (a + ib)(a - ib) = a^2 + b^2$. Демак, $|\psi(x)|^2 = \psi^*(x)\psi(x)$. 46.10. $[\psi(x, t)]^2 = \psi(x, t)\psi^*(x, t) = \exp(-iEt/\hbar)x\psi(x)\psi^*(x)$ ёки $|\psi(x, t)|^2 = |\psi(x)|^2$. 46.11. $\psi''(x) + (2m/\hbar^2)E\psi(x) = 0$; $\psi(x) = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx$. 46.12. $C_2 = 0$; $k = \pi n/l$. 46.13. $E = \pi^2 \hbar^2 n^2 / (2ml^2)$. 46.14. $\frac{\Delta E_n + n}{E_n} = \frac{2n + 1}{n^2}$; 1) 0,78; 2) 0,21; 3) 0. n нинг

кичик қийматларида энергетик спектрнинг дискрет характери яққол бўлади, катта қийматларида эса дискрет характерлилик йўқола боради ва энергетик спектр квази-узлуксиз бўлиб қолади. 46.15. 4,48 эВ. 46.16. $C_n = \sqrt{2/l}$. 46.17. 1) $C_1 = -C_2 = 1/\sqrt{2}$; 2) $E_n = \pi^2 \hbar^2 n^2 / (2ml^2)$ ва $\varphi_n(x) = i\sqrt{2/l} \sin \frac{\pi n}{l} x$. 46.18. 21- расмга қаранг.



21- расм

Квант сони n ўсиши билан тугунлар сони N орта боради. $N = n - 1$, яъни квант сонидан биттага кам. Энергия ортиши билан λ камая боради, тугунлар сони эса ортади. **46.19.** $x_1 = \frac{1}{4}l$ ва $x_3 = \frac{3}{4}l$ да максимал $x_2 = \frac{1}{2}l$ да минимал. **46.20.** $x_1 = \frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{2}{3}l$ $|\psi(x)|^2 = \frac{3}{2}l$ (22- расм). **46.21.** 1) 0,609; 2) 0,195. **46.22.** 0,475. **46.23.**



0,092. **46.24.** 5.22. **46.25.** Е ч и ш. $\int_0^l \varphi_n(x) \varphi_m(x) dx = \frac{2}{l} \int_0^l \sin \frac{\pi n}{l} x \sin \frac{\pi m}{l} x dx =$
 $= \frac{2}{l} \int_0^l \frac{1}{2} \cos \frac{\pi(n-m)}{l} x dx - \frac{2}{l} \int_0^l \frac{1}{2} \cos \frac{\pi(n+m)}{l} x dx.$ $n=m$ да биринчи интеграл $\frac{l}{2}$ га; иккинчиси эса нолга тенг бўлади, $n \neq m$ да ҳар иккала интеграл ҳам нолни беради ва натижада

$$\int_0^l \varphi_n(x) \varphi_m(x) dx = \begin{cases} 1, & n=m \text{ да;} \\ 0, & n \neq m \text{ да.} \end{cases}$$

46.26. $\langle x \rangle = \frac{l}{2}$. Е ч и ш. Уртача қийматни топишнинг умумий қоида­сига биноан

$$\langle x \rangle = \int_0^l x |\varphi_n(x)|^2 dx, \text{ бунда } \varphi_n(x) \text{ — бирга нормаллаштирилган } \psi \text{ функция.}$$

Чексиз чуқур потенциал куйи ҳолида ψ функция ушбу кўринишга эга бўлади: $\varphi_n = \frac{\sqrt{2}}{l} \sin \frac{\pi n}{l} x$. Демак, $\langle x \rangle = \frac{2}{l} \int_0^l x \sin^2 \frac{\pi n}{l} x dx = \frac{1}{l} \int_0^l \left(1 - \cos \frac{2\pi n}{l} x\right) dx$. Бу

ифодани интеграллаб қидирилган жавобни оламиз. **46.27.** 1) Гармоник осциллятор ҳолида $U_{\max} = l \frac{A^2}{2}$, бунда $A = \frac{l}{2}$, $k = m\omega^2$, яъни $U_{\max} = \frac{1}{2} m\omega^2 l^2$. 1) Бошқа томондан $U_{\min} = E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ml^2}$ (2). (1) ва (2) тенгликлардан l ни йўқотиб $E_n = \frac{\pi}{4} \omega l$ ни оламиз. Топилган ифода ҳақиқий қийматдан (нолинчи энергияни ҳисобга олмаганда) $\frac{\pi}{4}$ марта фарқ қилади. 2. Водород атоми ҳолида $U = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$, бунда $r = \frac{l}{2}$. $|U| = 2|E| E = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 l}$. Бошқа томондан, ml потенциал

ушбу электроннинг энергияси: $E_n = \frac{\pi \hbar}{(2nl)^2}$. Хар иккала тенгликдан ҳам l ни

йўқотиб, $E_n = \frac{4}{\pi^2} \times \frac{z^2(4m)}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 n^2}$ ни оламыз. Олинган ифода хақиқий қийматдан

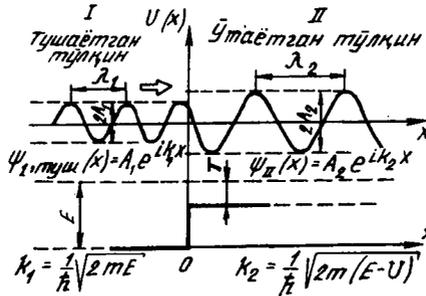
$\frac{4}{\pi^2}$ га фарк қилади. **46.28.** 6,2 МэВ. **46.29.** $C = 2/\sqrt{l_1 l_2}$. **46.30.** 0,67. **46.31.** $C =$

$= 2\sqrt{2}/\sqrt{l_1 l_2 l_3}$. **46.32.** $\psi'(x) + \hbar \psi_1(x) = 0$, $\psi_1'(x) + k_2^2 \psi_{II}(x) = 0$, бунда $k_1^2 =$

$= \frac{2mE}{\hbar^2}$; $k_2^2 = \frac{2m(E-U)}{\hbar^2}$. **46.33.** $\psi_1(x) = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 l^{-ik_1 x}$, $\psi_{II}(x) = A_2 l^{ik_2 x} +$

$+ B_2 l^{-ik_2 x}$ бунда $h = \frac{1}{h} \sqrt{2mE}$ ва $h = \frac{1}{h} \sqrt{2m(E-U)}$. A_1 — коэффициент туша-

ётган тўлқин учун эҳтимоллик амплитудаси (Ox ўқининг мусбат йўналишида), B_1 — шундай, тўсикдан қайтган тўлқин учун, A_2 — тўсикдан ўтган тўлқинлар эҳтимолликларининг амплитудаси (II -соҳа), B_2 шундай II соҳада ўнгдан чапга бораётган тўлқинлар учун. Бундай тўлқин бўлмаганлигидан $B_2 = 0$. 23- расм- да тушаётган тўлқиннинг хақиқий қисми ($\text{Re}A_2 l^{ik_2 x}$) ва ўтаётган тўлқиннинг



23- расм

хақиқий қисми ($\text{Re}A_2 e^{ik_2 x}$) тасвирланган. Бунда тўлқин функцияларининг куйидаги хоссаларидан фойдаланилган: 1) тўлқин функциясининг ўзининг узлуксизлиги — $\psi_I(0) = \psi_{II}(0)$. 2) унинг биринчи тартибли ҳосиласининг узлуксизлиги — $\psi_I'(0) = \psi_{II}'(0)$. (косинусондаларнинг туташishi силлик). **46.34.**

$$\frac{B_1}{A_1} = \frac{(k_1 - k_2)}{(k_1 + k_2)}$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{2k_1}{(k_1 + k_2)} \quad \mathbf{46.35.} \quad \rho = \left| \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right|^2, \quad r = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2} \quad \mathbf{46.36.} \quad \rho + r =$$

$$= \frac{k_1^2 - 2k_1 k_2 + k_2^2 + 4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2} = \frac{k_1 + 2k_1 k_2 + k_2^2}{(k_1 + k_2)^2} = \frac{(k_1 + k_2)^2}{(k_1 + k_2)^2} = 1. \quad \mathbf{46.37.} \quad 0,8.$$

Кўрсатма. $n = \lambda_1/\lambda_2 = k_2/k_1$. Лекин $k_1 = \sqrt{2mE}/h$ ва $h_2 = \sqrt{2m(E-U)}/h$ бўлган- лигидан $n = \sqrt{1-U/E}$. **46.38.** $n = \sqrt{1+U/E} = 1,25$. **46.39.** 0,632; 1,58; 0,632. **46.40.** 20 КэВ. **Кўрсатма.** $\lambda_1 = \lambda_2 \sqrt{1-U/E}$, чунки $U/E \ll 1$, унда $\lambda_2 \approx \lambda_1 \left[1 +$

$+U/(2E)$, бундан $U \approx 2\Delta\lambda E/\lambda_1$. **46.41.** $\lambda_2 = \frac{\lambda_2}{\sqrt{1 - mU\lambda_1^2/(2\pi^2\hbar^2)}} = 218 \text{ пм.}$

46.42. 0,0625. **46.43.** $\rho = \frac{1}{16} \left(\frac{U}{E}\right)^2$. **46.44.** 2%. **46.45.** $\rho = \left[\frac{1-n}{1+n}\right]^2$. **46.46.**

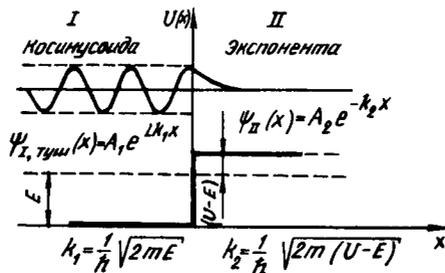
0,172 ва 5,83. Е ч и ш: Қайтариш коэффициенти $\rho = [(\sqrt{E} - \sqrt{E-U})/(\sqrt{E} + \sqrt{E-U})]^2$. Суратни \sqrt{E} га бўламиз. Сўнгра эса $\sqrt{1-U/E} = n$ билан алмаштириб (синдириш коэффициенти), $\rho = [(1-n)/(1+n)]^2$ ни оламиз. Бундан эса $n = \frac{1 \mp \sqrt{\rho}}{1 \pm \sqrt{\rho}}$. **46.47.**

0,971. Е ч и ш. Қайтариш коэффициенти $\rho = [(\sqrt{E} - \sqrt{E-U})/(\sqrt{E} + \sqrt{E-U})]^2$. Сурат ва махражни \sqrt{E} га бўламиз ва $U/E = x$ деб белгилаймиз. Унда $\rho = [(1 - \sqrt{1-x})/(1 + \sqrt{1-x})]^2$. $\rho = 1/2$ да $x = 1 - \left[\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right]^2$ ни оламиз, ёки $x = \frac{U}{E}$. **46.48.** 9,13 эВ. **46.49.** 0,295; 0,97. **46.50.** 1,03 марта. **46.51.** $\tau = 4n/(1+n)^2$. **46.52.**

0,384; 2,61. **46.53.** $\rho = \left[\frac{1 - \sqrt{1+U/T}}{1 + \sqrt{1+U/T}}\right]^2$; $\tau = \frac{4\sqrt{1+U/T}}{(1 + \sqrt{1+U/T})^2}$. **46.54.** $\tau =$

$4\sqrt{\frac{T}{U}}$. **46.55.** 0,2. **46.56.** Е ч и ш. Таърифга кўра $\rho = N_p/N = [(k_1 - k_2)/(k_1 + k_2)]^2$ ва $\tau = \frac{N_\tau}{N} = \frac{4A_1\hbar_2}{(k_1 + k_2)^2}$. Бинобарин $\rho \pm \tau = \frac{N_p}{N} + \frac{N_\tau}{N} = 1$, бундан $N_p + N_\tau = N$.

46.57. 0,64 Вт/м². **46.58.** 0,242. **46.59.** 48 мПа. **46.60.** I соҳа учун $\omega_1'(x) + \hbar^2\psi_1(x) = 0$, $\psi_1(x) = A_1 e^{ik_1x} + B_1 e^{-ik_1x}$, бунда $k_1 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE}$. II соҳа учун $\psi_{II}(x) + k_2^2\psi_{II}(x) = 0$, $\psi_{II}(x) = A_2 e^{-k_2x}$. $k_2 = ik$; $k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(U-E)}$ деб қабул қилинган. 24-расмда I



24- расм

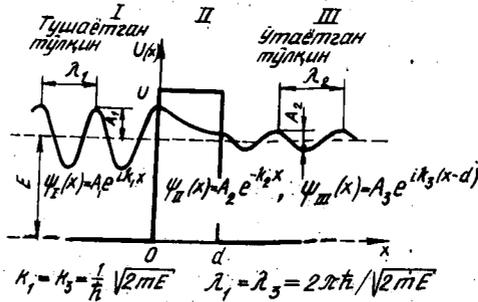
соҳада тушаётган тўлқиннинг ҳақиқий қисми $[ReA_2 e^{ik_1x} = A_1 \cos kx]$ ва II соҳада экспоненциал равишда камаядиган тўлқин функцияси $(\psi_{II}(x) = A_2 e^{-kx})$ тасвирланган. **46.61.** $A_2/A_1 = 2k_1/(k_1 + ik)$. **46.62.** $\psi_{II}(x) = 2k_1 e^{-kx}/(k_1 + ik)$. **46.63.** $|\psi_{II}(x)|^2 = \frac{4E}{U} \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U+E)}x\right)$. **46.64.** $\rho = \left[\frac{k_1 - ik}{k_1 + ik}\right]^2$. **46.65.** I. Кўрсатма. $[\rho]^2 =$

$$= \rho \rho^* = \frac{k_1 - ik}{k + ik} \cdot \frac{k_1 + ik}{k_1 - ik} = 1. \quad \mathbf{46.66.} \quad [\Psi_{II}(0)]^2 = 4E/U. \quad \mathbf{46.67.} \quad \Psi_{II}'(x) + k_1^2 \Psi_{II}(x) = 0,$$

$$\Psi_{II}'' + k_2^2 \Psi_{II}(x) = 0; \quad \Psi_{III}'(x) + k_3^2 \Psi_{III}(x) = 0, \quad \Psi_{II}' + k_2^2 \Psi_{II}(x) = 0; \quad \Psi_{III}'(x) + k_3^2 \Psi_{III}(x) = 0,$$

$$\text{бунда } k_1^2 = k_3^2 = 2mE/\hbar^2, \quad k_2^2 = 2m(E-U)/\hbar. \quad \mathbf{46.68.} \quad \Psi_I(x) = A_1 e^{ik_1 x}, \quad \Psi_{II}(x) = A_2 e^{-k_2 x}, \\ \Psi_{III}(x) = A_3 e^{ik_3 x}, \quad \text{бунда } k_1 = k_3 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}, \quad k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)}, \quad A_1 - \text{тушаётган}$$

тўлқин учун эхтимоллик амплитудаси, A_3 — шундай тўсикдан ўтган тўлқин учун.



25-расм

I — II ва II — III чегаралардан қайтган тўлқинларни инобатга олмай $A_2 \approx A_1$ ва $A_3 \approx A_2 e^{-k_2 d}$ ни ёзиш мумкин: $D = |A_3/A_1|^2 = \exp(-2kd)$ ёки $D = \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)}\right]$. 25-расмда I соҳада тушаётган тўлқиннинг хақиқий

қисми $\text{Re}A_1 e^{ik_1 x}$ II соҳада экспоненциал равишда камайдиган функция ($\Psi_{II}(x) = A_2 e^{-k_2 x}$) ва III соҳага ўтган тўлқиннинг хақиқий қисми ($\text{Re}A_3 e^{ik_3 x}$) тасвирланган. **46.69.** 0,35; $5,9 \cdot 10^{-3}$. **46.70.** 0,2; $6,5 \cdot 10^{-3}$. **46.71.** 79 марта, камаяди. **46.72.** $d =$

$$= \frac{\hbar \ln(1/D)}{2 \sqrt{2m(U_0 - E)}} = 0,22 \text{ нм. } \mathbf{46.73.} \quad 0,143 \text{ нм. } \mathbf{46.74.} \quad U_0 = E - \frac{1}{2m} = \left(\frac{\hbar \ln(1/D)}{2d}\right)^2$$

$= 0,45$ эВ. **46.75.** 0,2. **46.76.** 10^{-4} эВ. **46.77.** 0,89. **46.78.** Тахминан 74.

47.1. $\psi = RY$ ни Шрёдингер тенгласига қўямиз, унда $\frac{V}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial h}{\partial r} \right) +$

$$+ \frac{R}{r^2} \left[\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial V}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} \right] + \frac{\partial m}{\hbar^2} \left(E + \frac{z t^2}{4\pi \epsilon_0 r} \right) R Y = 0.$$

RY га бўлиб, r^2 га кўпайтириб ва ўзгарувчиларни ажратиб, ушбуни оламиз

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{z t^2}{4\pi \epsilon_0 r} \right) = -\frac{1}{Y} \left[\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial V}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} \right].$$

Агар бу тенгликнинг ҳар иккала томони ҳам битта ўзгармас λ га тенглаштирилса, унда r, ϑ ва φ ларнинг исталган қийматларида ҳам тенглик ўринли бўлиши керак. Ўзгартиришлардан кейин ушбуни олами э

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{\lambda}{r^2} \right) R = 0.$$

$$\frac{1}{\sin\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} = -\lambda V.$$

Шундай қилиб бошланғич тенглама иккига: радиал ва бурчаклига ажралди. 47.2. $\chi(r) = rR(r)$ алмаштиришни қўллаймиз ва биринчи ҳамда иккинчи ҳосилаларни

топамиз: $\frac{dR}{dr} = \frac{1}{r} \frac{d\chi}{dr} - \frac{1}{r^2} \chi$ ва $\frac{d^2R}{dr^2} = -\frac{1}{r^2} \frac{d\chi}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2\chi}{dr^2} + \frac{2}{r^3} \chi - \frac{1}{r^2} \frac{d\chi}{dr}$. Бу

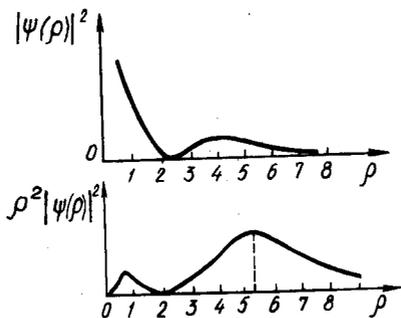
ифодаларни дастлабки тенгламага қўйиб, қискартиришдан кейин ушбуни оламиз $\frac{d^2\chi}{dr^2} + \left(d + \frac{2\beta}{r} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) \chi = 0$. 47.3. r нинг катта қийматларида α га нисбатан

кичик деб ҳисоблаб $2\beta/r$ ва $l = (l+1)r^2$ ҳадларни ҳисобга олмаслик мумкин. Бу тенгламанинг ечими: $\chi(l) = C_1 l^{-i\sqrt{\alpha r}} + C_2 l^{-i\sqrt{\alpha r}}$, $\alpha > 0 (E > 0)$. да $\chi(r)$ функция

r нинг исталган қийматларида чекли, энергетик спектр узлуксиз ва электроннинг ҳаракати боғланмаган. $\alpha < 0 (E < 0)$ да $\chi(r)$ нинг ифодаси $\chi(r) = C_1 l^{-\sqrt{|\alpha| r}} + C_2 l^{+\sqrt{|\alpha| r}}$ кўринишга ўзгаради, бунда $\alpha = -|\alpha|$ белгилаш киритил-

ган (бу билан $\alpha < 0$ эканлиги таъкидланади), у ҳолда ψ функциянинг чеклилик шартидан $C_2 = 0$ ва $\chi(r) = C_1 l^{-\sqrt{|\alpha| r}}$, $E < 0$ ли ечимлар боғланмаган ҳолатларга келтиради. 47.4. r нинг кичик қийматларида α ва $2\beta/r$ ҳадларни $l(l+1)r^2$ га нисбатан кичик деб инобатга олмаслик мумкин. Унда дастлабки тенглама ушбу

кўринишни олади: $\frac{d^2\chi}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \chi = 0$. Ушбу $\chi(r) = r^\gamma$ алмаштиришни қўллаймиз.



26-расм

У ҳолда $\gamma(\gamma-1)r^{\gamma-2} - l(l+1)r^\gamma/r^2 = 0$; ёки $\gamma(\gamma-1) = l(l+1)$, бундан $\gamma_1 = -l$ ва $\gamma_2 = l+1$. Иккита $x = r^{-l}$ ва $x(r) = r^{l+1}$ ечимдан фақат иккинчисигина r нинг кичик қийматларида функциянинг чеклилик шартини қаноатлантиради. Шунинг учун ҳам r нинг кичик қийматларида ечим $x(r) = r^{l+1}$ бўлади. 47.5. $R(r) = e^{-\beta r}$ алмаштиришни қўллаймиз. $e^{-\gamma r}$ га қискартиришдан кейин ушбуни оламиз: $\gamma^2 + \alpha = \frac{2}{r}(\gamma + \beta)l$ катнашувчи ҳад қирмади, чунки асосий ҳолатда $l=0$. Тенгликнинг ўнг

ва чап гомонлари алоҳида-алоҳида полга тенг бўлсагина, яъни $\gamma^2 + \alpha = 0$ ва $\gamma + \beta = 0$, юқоридаги тенгламанинг исталган қийматида ўринли бўлади. Иккала тенгламани биргаликда ечиб ушбуни оламиз $\beta + \alpha = 0$. Бу ифодага α ва β ларнинг қийматларини қўйиб, водород атоми асосий ҳолатининг энергияси $E = z^2 l^4 m / (32\pi^2 \epsilon_0^3 \hbar)$ ни тошамиз. 47.6. $C = 1/\sqrt{\pi a^3}$. 47.7. $r = \rho_0 \hbar^2 / (e^2 m)$. 47.8. 0,825. 47.9. 0,324; 0,676; 2,09. 47.10. $\frac{3}{2}a$. 47.11. 2,62. 47.12. 1) 0,76; 5,24; 2) 0,2; 3) 26- расмга

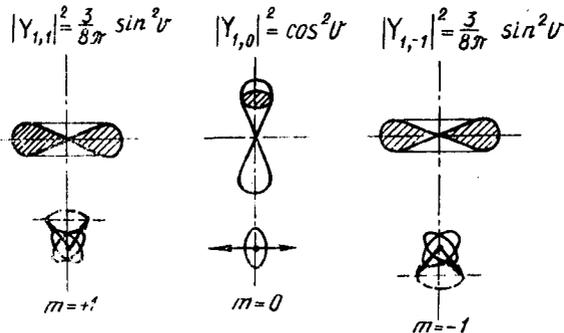
қаранг. 47.13. Берилган тенгламага $Y(\theta, \varphi) = \Theta(\theta)\Phi(\varphi)$ ни қўямиз ва φ га боғлиқ бўлган ўзгаришларни тенгликнинг ўнг томонига ўтказамиз:

$$\frac{1}{\theta} \left[\frac{1}{\sin\theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial\Theta}{\partial\theta} \right) \right] + \lambda \sin^2\theta = \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2}$$

Ўнг ва чап томонлари биз m^2 билан белгилайдиган бирор ўзгармасга тенг бўлгандагина бу тенглик θ ва φ ларнинг исталган қийматларида бажарилади, у ҳолда даражабки тенглама иккига ажралади:

$$\frac{1}{\theta} \left[\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial\Theta}{\partial\theta} \right) \right] + \lambda \sin^2\theta = m^2, \quad \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2} = -m^2.$$

47.14. $\Phi(\varphi) = C_1 l^{m^2} + C_2 l^{-m^2}$ функция тенгламанинг ечими бўлади. Қаршидан келадиган гўлқин бўлмаганлиги учун ҳам $C_2 = 0$. Бир жинслилик шартидан $l^{m^2} = C_1 \sin(\varphi + 2\pi)$, бундан $l^{2m^2} = 1$ ёки $\cos 2\pi m + i \sin 2\pi m = 1$. Сўнгги тенглик m нинг бугун қийматларидагина ўринли бўлиши мумкин. Шундай қилиб $\Phi(\varphi) = l^{m^2}$; бунда $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. 47.15. $C = 1/\sqrt{2\pi}$. 47.16. 27- расмга қаранг.



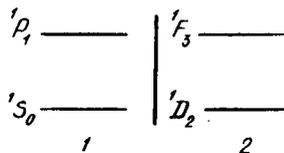
27- расм

47.17. Ҳолатларнинг суперпозиция принцинга биноан, $V_{1,m} + V_{1,0} + V_{1,1} + V_{1,-1}$; $|V_{1,m}|^2 = |V_{1,0}|^2 + |V_{1,1}|^2 + |V_{1,-1}|^2$, чунки $V_{1,0}$, $V_{1,1}$ ва х.к. Кўринишдаги барча аралаш функциялар ортогоналлиги тўғрисидаги интеграллашда нолни беради. У ҳолда

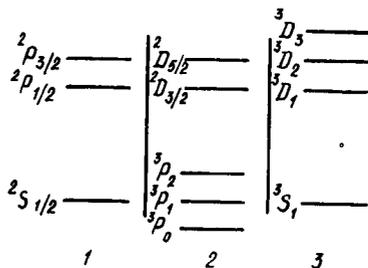
$$|V_{1,m}|^2 = \frac{3}{4\pi} \cos^2\theta + \frac{3}{8\pi} \sin^2\theta + \frac{3}{8\pi} \sin^2\theta = \frac{3}{4\pi}$$

Бундан кўришиб турибдики, эҳтимолликнинг zichлиги бурчакларга боғлиқ бўлмайди, яъни сферик симметрияга эга. 47.18. 1) 0; 2) $1,50 \cdot 10^{-34}$ Ж·с. 47.19. 0; $1,55 \cdot 10^{-34}$ Ж·с. $2,11 \cdot 10^{-34}$ Ж·с. 47.20. $1,49 \cdot 10^{-34}$ Ж·с. 47.21. $35^\circ 21'$. 47.22. $\hbar\sqrt{12} = 3,46\hbar$, $3\hbar$. 47.23. $1,61 \cdot 10^{-23}$ Ж/Тл. 47.24. $-3,4$ эВ; $1,50 \cdot 10^{-34}$ Ж·с. $1,31 \cdot 10^{-23}$ Ж/Тл.

47.25. Бўлолмайд, чунки максимал проекция $\mu_z = \hbar l$, векторнинг модули эса $\mu = \hbar \sqrt{l(l+1)}$, яъни хар донм $\mu_z < \mu$. Шундай натижа ноаникликлар муносабатидан ҳам келиб чиқади. Ҳақиқатдан ҳам, электроннинг орбитал магнит моменти нинг вектори $\vec{\mu}_m$ индукция чизиклари бўйлаб қатъиян ўрнашиб қолган бўлса, бу $\vec{\mu}_m$ векторнинг хар уччала μ_{mx} , μ_{my} , μ_{mz} проекциялари ҳам аниқ топилиши керак. Ноаниклик муносабатлари эса бунга йўл қўймайди. 47.26. 0; $1,31 \cdot 10^{-23}$ Ж/Тл. 47.27. $0,912 \cdot 10^{-34}$ Ж·с; $0,528 \cdot 10^{-34}$ Ж·с. 47.28. $1,61 \cdot 10^{-23}$ А·м²; $9,27 \cdot 10^{-24}$ А·м². 47.30. 5,8 кТл/м. 47.31. 4,46 мм. 47.32. 432 Тл/м. 47.33. $2,86 \cdot 10^{-21}$ Н. 47.34. $-\mu_B$; $+\mu_B$. 47.35. Иккита *s*-электрон; иккита *s*-электрон ва олтита *p*-электрон; иккита *s*-электрон, олтита *p*-электрон ва ўнита *d*-электрон. 47.36. 1) 1; 2) 2; 3) $2(2l+1)$; 4) $2l^2$. 47.37. 1) 9; 2) 4; 3) 2; 5) 5. 47.38. 1) 15 (фосфор атоми); 2) 46 (палладий атоми). 47.39. 1) $1s^2 2s^2 2p^1$; 2) $1s^2 2p^2$; 3) $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$. 47.41. 1/2 ва 1/3; $\hbar\sqrt{3}/2$ ва $\hbar\sqrt{15}/r$. 47.42. 1, 2, 3; $\hbar\sqrt{2}$ $\hbar\sqrt{6}$ $\hbar\sqrt{12}$. 47.43. 1) $100^\circ 45'$; 2) 45° ; 3) $160^\circ 35'$. 47.44. $54^\circ 45'$. 47.45. $\hbar\sqrt{35}/2$ ва $\hbar\sqrt{15}/2$; $61^\circ 51'$ ва 135° . 47.46. $71^\circ 31'$. 47.47. $54^\circ 45'$ ва 150° . 47.48. 1) $46^\circ 50'$ ($J=5/2$) $116^\circ 35'$ ($J=3/2$); 2) $54^\circ 45'$ ($S=1, L=3$); $106^\circ 45'$ ($S=1, L=2$); ва 150° ($S=1, L=1$). 47.49. $\hbar 2\sqrt{3}$; $\hbar 1/\sqrt{6}$; $-\hbar 1/\sqrt{2}$. 47.50. 1) 1; 2; 3; $\hbar\sqrt{2}$; $\hbar\sqrt{6}$; $\hbar\sqrt{12}$; 2) 2; 3; 4; $\hbar\sqrt{6}$; $\hbar\sqrt{12}$; $\hbar\sqrt{20}$; 47.51. 1) 3/2; 1) 5/2; 7/2; 9/2; 2) 1; 2; 3; 4; 5; 3) 1/2, 3/2, ..., 11/2; 4) 1, 2, ..., 7. 47.52. 1) $^2S_{1/2}$; 1S_0 ; 3) $^2S_{1/2}$; 4) 1S_0 ; 5) $^2P_{1/2}$. 47.53. 1) $^2S_{1/2}$; 2) $^2P_{1/2}$; $^2P_{3/2}$; 3) $^4P_{1/2}$; $^4P_{3/2}$; $^4P_{3/2}$; $^4P_{5/2}$; 4) 5D_0 ; 5D_1 ; 5D_2 ; 5D_3 ; 5D_4 . 47.54. 1) 4, 2(7; 3) 7. 47.56. 1) 2; 2) 1 ва 3; 3) 2 ва 4; 4) 1, 3 ва 6; 5) 2, 4 ва 6. 47.57. Синглет термлар; 1P_1 , 1D_2 , 1F_3 ; триплет термлар $^3P_{01/2}$, $^3D_{1,2,3}$, $^3F_{2,3,4}$. 47.58. *S*-холоатда 2; *P*-холоатда 2/3 ва 4/3. 47.59. 1. 47.60. $\sqrt{6}\mu_B$. 47.61. 3/2 $\sqrt{6}\mu_B$. 47.62. 4; 6/5 μ_B . 47.63. $\sqrt{3}\mu_B$. 47.64. $\mu_J = 2\sqrt{3}\mu_B$, $M_J, z = 3\mu_B$, $2\mu_B = 1\mu_B$, $-1\mu_B$, $-1\mu_B$, $-2\mu_B$, $-3\mu_B$. 47.65. 7($S=3$). 47.66. 1) 4; 2) 5, 3) ажралмайди, чунки $g = 0$. 47.67. $0,6\mu_B$ (ваннадий); $5\mu_B$ (марганец); $6\mu_B$ (темир). 47.68. 1) $4,4 \cdot 10^6$ с⁻¹; 2) $4,4 \cdot 10^{-12}$ С⁻¹. 47.69. 1) $8,80 \cdot 10^8$ рад/с; 2) $1,17 \cdot 10^9$ рад/с. 47.70. 1) $1,16 \cdot 10^{-4}$ эВ; 2) $5,80 \cdot 10^3$ эВ. 47.72. 1) 1S терм учун; $S=0, L=0, J=0$ 1P терм учун $S=0, L=1, J=1$; 2) 1D терм учун $S=0, L=2, J=2$. 1F терм учун $S=0, L=3, J=3$. Энергетик сатҳларнинг тархи (схемаси) 28- расмда тасвирланган. 47.73. 1S терм учун; $J=1/2$; 2P терм учун; $J=1/2, 3/2$; 2) 3P терм учун $J=0, 1, 2$; 2D терм учун $J=3/2; 5/2$; 3) 3S терм учун; $J=1$; 3D терм учун $J=1, 2, 3$ Энергетик сатҳларнинг тархи 29- расмда



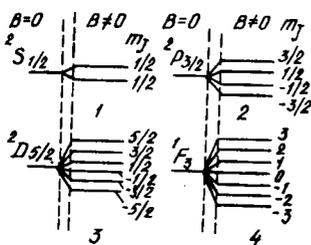
28- расм



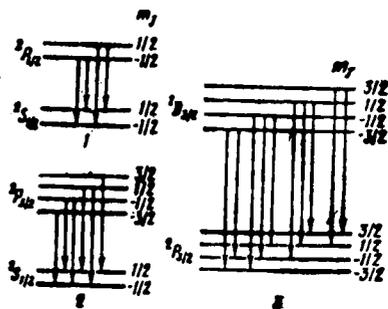
29- расм

тасвирланган. 47.74. 1) $-1/2$; 2) $-3/2$, $-\frac{1}{2}$; $1/2$, $3/2$; $3/2$; 3) $-\frac{5}{2}$, $-\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $3/2$, $5/2$; 4) -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 . Энергетик сатҳларнинг магнит

ажралиши 30- расмда тасвирланган. 47.75. Утишлар тарҳи 31- расмда тасвирланган. Утишларни тузишда $\Delta m_J = 0, 1$ танлаш коидаси ҳисобга олинади. 47.76. $4/3\Delta\omega_0$, $-2/3\Delta\omega_0$, $2/3\Delta\omega_0$, $4/3\Delta\omega_0$.



30- расм



31- расм

48.2. $C_0 = \left(\frac{\alpha^2}{\pi}\right)^{1/4}$. 48.3. $\frac{1}{\alpha}$. 48.4. 0,84. 48.5. $\frac{E_\alpha}{2}$. 48.6. $A = \sqrt{\frac{\hbar}{\mu\omega}} = 12,5$ пм.

48.7. $\beta = \mu\omega^2 = 1,89$ кН/м. 48.8. $E = \hbar\omega(1-2\gamma) = 0,356$ эВ. 48.9. 24. 48.10. 16,2.

48.11. $E_{\max} = \hbar\omega/(4\gamma) = 5,18$ эВ. 48.12. $E_d = \frac{\hbar\omega(1-2\gamma)}{4\gamma} = 11,4$ эВ. 48.13. $\gamma =$

$= \hbar\omega/(4E_d + 2\hbar\omega) = 7,36 \cdot 10^{-3}$. 48.14. $\lambda = 2\pi c / [\omega(1-2\gamma)] = 5,39$ мкм. 48.15. $1,49 \cdot 10^{-34}$

Ж·с. 48.16. $1,10 \cdot 10^{-34}$ Ж·с. 48.17. $1,57 \cdot 10^{-11}$ с $^{-1}$. 48.18. 0,238 МэВ. 48.19.

$3,66 \cdot 10^{-34}$ Ж·с. 48.20. $14,6 \cdot 10^{-46}$ кг·м 2 ; 113 пм. 48.21. 22 ва 3. 48.22. 1) $1,40 \cdot 10^{-46}$

кг·м 2 . 2) 0,259 МэВ. 3) $6B = 1,55$ нэВ. 48.23. 1) $1,33 \cdot 10^{-26}$ кг; 2) 121 пм; 3) $7,61 \cdot 10^{11}$

с $^{-1}$. 48.24. 1) $1,64 \cdot 10^{-46}$ кг·м 2 ; 2) 0,212 МэВ. 3) $T = \frac{4B}{3k} = 3,3$ К. 48.25. 1 МэВ га

$8,06 \cdot 10^9$ см $^{-1}$ мос келади. 48.26. 112 пм. 48.27. $-1,035\hbar$ ($J=2 \rightarrow J=1$). 48.28. B

$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = 10,7$ см $^{-1}$. 48.29. Фақат айланма сатҳларнигина ғалаёнлантира-

ди. 48.30. $2J+1$.

49.1. 1) 1; 2) 2; 3) 4; 4/2; 5(1; 6) 2. 49.2. 1) $1,44 \cdot 10^{-28}$; 2) $2,1 \cdot 10^{28}$;

3) $4,54 \cdot 10^{28}$. 49.3. $1,46 \cdot 10^3$ кг/м 3 . 49.4. $2,6 \cdot 10^3$ кг/м 3 . 49.5. 69,5 (литий).

49.6. 1) 0,404 нм; 0,286 нм; 2) 0,316 нм; 0,274 нм. 49.7. 1,63. Четланиш реал

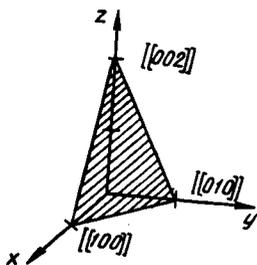
кристалларда атомларнинг сфера симметрикликка эга эмаслигининг натижасидир.

49.8. 0,320 нм, 0,521 нм. 49.9. 0,23 нм. 49.10. 207 кг/м 3 . 49.11. A [[221]]; B [[021]];

C [[122]]; D [[112]]. 49.12. 1) [[121]]; 2) [[112]]. 49.13. [110]; [111], [101].

49.14. 1) [111], 2) [[122]] ёки [122]. 49.15. 0,975 нм. 49.16. 35°5. 49.17. а) 111;

б) (01); 6) (111); г) (110); д) (112); е) (111). 49.18. (111). 49.19. x, y, z ўқлардан



32- расм

кесилдиган кесмалар мос равншда 1, 1, 2 га тенг (32- расм). 49.20. (110), ўқлардаги кесмалар 1, 1, ∞. 40.21. 1) (124) ўқлардаги кесимлар 4, 2, 1; 2) (012) ўқлардаги кесимлар ∞, 2, 1. 49.22. 0,173 нм. 49.23. 0,39 нм. 49.24. (111) учун минимал. (100) учун максимал; $d_{111}d_{110} - d_{100} = \frac{1}{\sqrt{3}} : \frac{1}{\sqrt{2}} : 1$. 49.25. $70^\circ 20'$. 49.26. $\pi/4$. 49.27. 0 (тўғри чизик текисликда ётади). 49.28. $\pi/2$. 49.29. $54^\circ 40'$.

- 50.1. 925 Ж/(кг·К); 39 Ж/(кг·К). 50.2. 825 Ж/(кг·К); 675 Ж/(кг·К). 50.3. 1,12 МЖ/К. 50.4. 1,70 кЖ. 50.5. $\langle E \rangle = kT$, $\langle E \rangle = 4,14 \cdot 10^{-21}$ Ж. 50.6. 124 кЖ; 414 Ж/К. 50.7. $2,99 \cdot 10^{-21}$ Ж, 134 кЖ. 50.8. 3,44 Т Гц. 50.9. 3,74 марта. 50.10. 1,16. 50.11. 36 кЖ/моль. 50.12. 340 Ж/моль. 50.13. 8,8 %. 50.14. 2,87 МЖ/моль. 50.15. $g(\omega) = 6N\omega^2/\omega^3$. 50.16. $U = 3RT \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$, бунда $\theta_D = \hbar\omega_{\max}/k$. 50.17. $C = 3R \left[12 \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} - \frac{2(\theta_D/T)}{e^{\theta_D/T} - 1} \right]$. 50.18. $C = \frac{12}{5} \pi^4 R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3$. 50.19. 2,99 МЖ. 50.20. $2,36 \cdot 10^{-13}$ м⁻¹. 50.21. $5,2 \cdot 10^9$. 50.23. 14,6 кЖ. 50.24. $\Delta E = 2,49 R \Delta T = 41,4$ кЖ. 50.25. 212 К. 50.26. 4,83 %. 50.27. 3/4. 50.28. $g(\omega)_{\theta_D/T} = 6N\omega/\omega^2$. 50.29. $U = 3RT \cdot 2 \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^2 dx}{e^x - 1}$. 50.30. $C = 3R \left\{ \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^2 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} - \frac{2(\theta_D/T)}{e^{\theta_D/T} - 1} \right\}$. 50.31. $C = 43,3 R(T/\theta_D)$. 50.32. 2,91 МЖ. 50.33. $g(\omega) = 3N/\omega_{\max}$. 50.34. $U = 3RT \left(\frac{T}{\theta_D} \right) \int_0^{\theta_D/T} \frac{x dx}{e^x - 1}$, бунда $\theta = \hbar\omega_{\max}/k$. 50.35. $C = 3R \left\{ 2 \left(\frac{T}{\theta_D} \right) \int_0^{\theta_D/T} \frac{x dx}{e^x - 1} - \frac{(\theta_D/T)}{e^{\theta_D/T} - 1} \right\}$. 50.36. $C = \pi^2 R(T/\theta_D)$. 50.37. 1,87 МЖ/моль. 50.38. 475 кЖ. 50.39. 600 Вт. 50.40. $3,45 \cdot 10^{21}$ Ж. 50.41. 10^{-25} Нс. 50.42. 443 К. 50.43. 1,50 км/с. 50.44. 4,8 нм. 50.45. $1,1 \cdot 10^{-21}$ Ж. 50.46. 3,13 км/с. 50.47. 4,0 нм. 50.48. 4,1. 50.49. 46 МПа. 50.50. 77,7 МПа. 50.51. $\Delta\omega/\omega \approx v \cos\theta/C$. 50.52. $R = \frac{2}{m_0} \left(\frac{\pi\hbar}{\lambda} \right)^2$. 1) 33 нЭВ. 2) 33 МэВ; 3) 0,33 эВ. 50.53. $2,10^{-6}$; $7,10^{-9}$. 50.54. $2,10^{-6}$; $1,3 \cdot 10^{-7}$; $4,4 \cdot 10^{-3}$. 50.55. $\Delta E = e\gamma [1 - e\gamma/(m_0 c^2)]$. 50.56. $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{e\gamma}{\pm 2m_0 c^2} = 4 \cdot 10^{-7}$. 50.57.

$$\frac{\Delta \varepsilon_\gamma}{\varepsilon_\gamma} = \frac{\varepsilon_\gamma}{2m_0c^2} = 7,45 \cdot 10^{-7}. \quad 50.58. \quad \varepsilon_\gamma = \sqrt{2m_0c^2 E_\delta} = 1,73 \text{ МэВ}. \quad 50.59. \quad v =$$

$$= \Delta E / (m_0c^2) = 218 \text{ м/с}. \quad 50.60. \quad v = \Delta E / (m_0c) = 36 \text{ м/с}. \quad 50.61. \quad v = \ln 2 \hbar c / (T \varepsilon_\gamma) =$$

$$= 0,19 \text{ мм/с}. \quad 50.62. \quad \tau = \hbar c / (v \varepsilon_\gamma) = 0,2 \text{ нс}. \quad 50.63. \quad v = gl/c = 65 \text{ мкм/с}. \quad 50.64. \quad 9,40 \cdot 10^{-5} \text{ К}.$$

$$51.1. \quad 4,57 \cdot 10^{27} \text{ м}^{-3}. \quad 51.2. \quad 0,9. \quad 51.4. \quad 3 \text{ марта}. \quad 51.5. \quad 1) \quad 0,893 \text{ ва} \quad -0,119; \quad 2) \quad 0,999955 \text{ ва}$$

$$4,5 \cdot 10^{-5}. \quad 51.6. \quad \langle \varepsilon \rangle = 3/5 \quad \varepsilon_i = 4,2 \text{ эВ}. \quad 51.7. \quad 1,83 \text{ марта}. \quad 51.8. \quad 0,03. \quad 51.9. \quad 31,2 \text{ мК}.$$

$$51.10. \quad 14,9 \text{ марта}. \quad 51.11. \quad dn(P) = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} \frac{p^2 dp}{\exp\left(\frac{p^2/2m - \varepsilon_i}{kT}\right)} \quad (T \neq 0 \text{ К да}); \quad dn(p) =$$

$$\frac{m}{\pi^2 \hbar^2} p^2 dp \quad (T = 0 \text{ К да}). \quad 51.12. \quad dn(v) = \frac{m}{\pi^2 \hbar^2} \frac{v^2 dv}{\exp\left(\frac{m_0^2 v^2 - 2\varepsilon_p}{2hT}\right)} \quad (T \neq 0 \text{ К да});$$

$$dn(v) = \frac{m}{\pi^2 \hbar^2} v^2 dv \quad (T = 0 \text{ К да}). \quad 51.13. \quad v_{\max} = \sqrt{2\varepsilon_+ / m} = 1,32 \text{ Мм/с}. \quad 51.14.$$

$$\langle v \rangle = \frac{3}{4} v_{\max} = 1,09 \text{ Мм/с}. \quad 51.15. \quad 7 \text{ марта}. \quad 51.16. \quad \langle v_{kb} \rangle = \sqrt{3/5} v_{\max}. \quad 51.17.$$

$$\langle \frac{1}{v} \rangle = \frac{3}{2} \frac{1}{v_{\max}}. \quad 51.18. \quad -0,05. \quad 51.19. \quad 2,5 \cdot 10^{19} \text{ м}. \quad 51.21. \quad 0,053 \text{ эВ};$$

$$0,85 \text{ нм}. \quad 51.22. \quad 1,2 \text{ эВ}. \quad 51.23. \quad 5,25 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-3}. \quad 51.24. \quad 1,76 \cdot 10^{11} \text{ (Тл} \cdot \text{с)}^{-1}. \quad 51.25. \quad \nu_0 =$$

$$= g \mu_B B_0 / (2\pi \hbar) = 28 \text{ ГГц}. \quad 51.26. \quad \omega_{ЭПР} / \omega_{цикл} = g/2 = 1,00116. \quad 51.27. \quad B = \frac{2\pi \hbar}{2\mu_B} \nu_0 =$$

$$= 0,353 \text{ Тл}. \quad 51.28. \quad 2,68 \cdot 10^8 \text{ (Тл} \cdot \text{с)}^{-1}. \quad 51.29. \quad \nu_0 = \gamma B_0 / (2\pi) = 42,6 \text{ МГц}. \quad 51.30. \quad g =$$

$$= 2\pi \hbar \nu_0 / (\mu_N B_0) = 0,34. \quad 51.31. \quad -3,82; \quad 1,91 \mu_N. \quad 51.32. \quad \text{Протон учун } g = 5,58; \quad \mu_p =$$

$$= 2,79 \mu_N, \quad \text{дейтон учун } g = 0,86; \quad \mu_n = 0,86 \mu_N. \quad 51.33. \quad \nu_0 = \frac{\mu_I}{2\pi \hbar I} B_0 = 94 \text{ МГц}.$$

$$51.34. \quad \frac{N(m_I)}{N(I)} = \exp\left\{ -\frac{g \mu_N B_0}{kT} - (I - m_I) \right\}; \quad 1 - 2 \cdot 10^{-5} \quad (m_I = 1/2); \quad 1 - 4 \cdot 10^{-5}$$

$$\left(m_I = -\frac{1}{2} \right); \quad 1 - 6 \cdot 10^{-5} \quad (m_I = -3/2).$$

ФИЗИК КАТТАЛИЖЛАРНИНГ ТУПЛАМДА ҚАБУЛ ҚИЛИНГАН БЕЛГИЛАРИ

Абсолют синдириш кўрсаткичи	n	Еритилганлик	E
Авогадро доимийси	N_A	Еруғликнинг интенсивлиги	I
Адиабата кўрсаткичи	γ	Еруғлик кучи	I
Ажрата олиш кучи	R	Еруғлик оқими	Φ
Айланиш доимийси	α	Ерқинлик	R
Айланиш частотаси	n		
Актив электр ўтказувчанлик	G	Жисмнинг импульси (харакат микдори)	P
Актив электр қаршилиқ	R	Зарранинг импульс моменти (механик моменти)	L
Акустик қаршилиқ	z_a	Зарранинг магнит моменти	μ, μ_M
Амплитуда	A	Зарранинг энергияси	ϵ
Ангармониклик коэффициентлари	γ	Заряд сони (элементнинг атом номери)	Z
Бикрлик (кайишқоклик) коэффициентлари	k	Зарраларнинг концентрацияси (зарралар сонининг зичлиги)	n
Больцман доимийси	k	Зичлик	ρ
Бор магнетони	μ_B		
Бор радиуси	a	Изотопнинг фаоллиги	A
Босим	p	Изотопнинг солиштирма фаоллиги (массавий фаоллиги)	a
Богланиш энергияси	E_b	Импульс моменти (харакат микдори моменти)	L
Бурилиш бурчаги (бурчакли силжиш)	φ	Индуктивлик	L
Бурчак тезлик	ω	Инерция моменти	J
Бурчак тезланиш	ϵ	Интерференция йўлининг кенглиги	b
Бурчак частота	ω	Ионланиш энергияси	E_i
Бурчакли катталаниш	Γ	Ионлантирувчи нурланишнинг интенсивлиги	I
Бурчакли дисперсия	D_φ	Ионлантирувчи зарралар оқимининг зичлиги	j
		Ионларнинг ҳаракатчанлиги	b
Ван-дер-Ваальс доимийлари	a, b	Иссиклик оқими	Φ
Вакт	t	Иссиклик микдори (иссиклик)	Q
Вин силжиши қонунининг доимийси	b	Иссиклик ўтказувчанлик (иссиклик ўтказувчанлик коэффициентлари)	λ
Гиромангнит нисбат	γ	Ички энергия	U
		Иш	A
Динамик қовушоклик (ички иш-қаланиш коэффициентлари)	η		
Диполь елкаси	l	Йўлнинг узунлиги	s
Диполнинг электр моменти	P	Келтирилган масса	μ
Диссоциация коэффициентлари даражаси)	α	Кинетик энергия	T
Диссоциация энергияси	D	Комптон тўлқин узунлиги	λ_c
Диффузия (диффузия коэффициентлари)	D	Куч	F
Дифракцион панжара доимийси	d		I
Диэлектрикнинг қабул қилувчанлиги	ϵ		

Куч импульси	M	Ридберг доимийси	R, R'
Куч моменти		Силжиш деформацияси	γ
Ланде кўпайтувчиси (фактори)	g	Силжиш модули	G
Лармор (бурчак) частотаси	ω_L	Синиш бурчаги	ϵ'
Лошмидт сони	n_L	Сирпаниш бурчаги	θ
Магнит доимий	μ_0	Сирпаниш ишқаланиш коэффи- циенти	f
Магнит майдон кучланганлиги	H	Сирт таранглиги (сирт таранг- лик коэффиценті)	σ
Магнит майдон индукцияси	B	Солиштирма акустик каршилик	Z_s
Магнит оқим	Φ	Солиштирма иссиқлик сифими	C
Магнит кабул қилувчанлик	χ	Солиштирма электр ўтказув- чанлик	γ
Магнитланганлик	J	Солиштирма электр каршилик	ρ
Масса	m	Солиштирма электромагнит энергия	ω
Масса дефекти	Δm	Спектрал нурланиш оқими	Φ_λ
Масса сони	A	Спектроскопик тўлқинлар сони	ν
Массавий сарф	Q_m	Стефан — Больцман доимийси	σ
Модда микдори	ν	Спектрал энергетик ёркинлик- нинг зичлиги	$r_{\nu T}$
Молекулаларнинг вақт бирлигида- ги тўқнашишлар сони (ўртача)	$\langle z \rangle$	Сўниш коэффиценті	$r_{\lambda T}$
Молекулаларнинг кутбланганлиги	a	Тебраниш даври	T
Моляр газ доимийси	R	Тебраниш частотаси	ν
Моляр иссиқлик сифими	c_m	Тебранишнинг логарифмик дек- ременти	θ
Моляр ички энергия	U_m	Термодинамик ҳарорат	T
Моляр масса	M	Тизимнинг иссиқлик сифими	C
Моляр ҳажм	V_m	Тинчликдаги энергия	E_0
Муҳит нуқталарининг унда теб- раниш тарқалгандаги зичлиги	ξ	Товуш босимининг даражаси	L_p
Нисбий атом массаси	A_r	Товуш интенсивлигининг дара- жаси	L_p
Нисбий деформация	ϵ	Товуш энергияси	W
Нисбий диэлектрик сингдирув- чанлик	ϵ	Товуш интенсивлиги (товуш кучи)	I
Нисбий магнит сингдирувчанлик	μ	Товушнинг каттиклик даражаси	L_N
Нисбий молекуляр масса	M_r	Ток кучи (ток)	I
Нисбий синдириш кўрсаткичи	n_{21}	Токли контурнинг магнит моменти	P_m
Нормал механик кучланиш	σ	Тортишиш доимийси	G
Нормал тезланиш (марказга ин- тилма)	a_n	Тортишиш майдони кучланганлиги	G
Нурланиш дозаси (ютилган нур- ланиш дозаси)	D	Тушиш бурчаги	ϵ
Нурланиш частотаси	ν	Тўлик энергия	E
Нурланиш энергияси	W	Тўлқин сони	N
Нурланиш энергиясининг оқими	Φ	Тўлқин узунлиги	λ
Нурлатилганлик (энергетик ёри- тилганлик)	E_e	Тўлқин функцияси	Ψ
Оптик зичлик	D	Тўлқин функцияси (координата- ники)	Ψ
Оптик йўл узунлиги	L	Узунлик бирлигига тўғри келувчи ўрамлар сони	n
Оптик йўл фарқи	Δ	Уринма механик кучланиш	τ
Оптик куч	D	Уринма тезланиш (тангенциал)	a_τ
Оқим илашуви	Ψ	Фазалар фарқи	$\Delta\phi$
Оғирлик кучи	P	Фарадей доимийси	F
Планк доимийси	h, \hbar	Физик маятникнинг келтирилган узунлиги	L
Пойтинг вектори	S	Фойдали иш коэффиценті	η
Потенциал энергия	P	Фокус масофаси	f
Потенциаллар фарқи	U	Фотозффектнинг қизил чегараси	λ_0, ν_0
Радиоактив парчаланиш дои- мийси	λ		
Рейнольдс сони	Re		

Характеристик харорат	θ	Эркинлик даражаси сони	L
Цельсий харорати	t	Энтрония	S
Чекка бурчак	θ	Эхтимоллик	W
Чизикли дисперсия	D_c	Юнг модули	E
Чизикли катталашини	β	Юллаган нурланиш дозасининг куввати	D
Чизикли кенгайишнинг харорат коэффиценти	α	Ядро реакциясининг энергияси	Q
Чизикли сусайиш коэффиценти	μ	Ядрога нейтронлар сони	N
Чизикли тезланиш	a	Ярим смирлиш даври	$T_{1/2}$
Чизикли ютилиш коэффиценти	a	Ярим сусайиш катламининг каллиблиги	$x_{1/2}$
Чикиш иши	A		
Эквивалент нурланиш дозаси	D_{eq}	Ўзаро индуктивлик	M
Эквивалент нурланиш дозасининг куввати	\dot{D}_{eq}	Ўзгармас босимдаги иссиқлик сизими	C_p
Экспозицион нурланиш дозаси	X	Ўзгармас хажмдаги иссиқлик сизими	C_V
Экспозицион нурланиш дозасининг куввати	\dot{X}	Ўрамлар сони	N
Электр доимий	ϵ_0	Ўртача эркин югуриш йўли	$\langle l \rangle$
Электр заряднинг чизикли зичлиги	τ	Ўртача яшаш вақти	τ
Электр заряднинг хажмий зичлиги	ρ	Ўтказиш коэффиценти	τ
Электр заряднинг сирт зичлиги	σ		
Электр майдон кучланганлиги	E	Қайтариш коэффиценти	ρ
Электр майдон кучланганлиги оқими	Φ_e	Қайшиқоқлик коэффиценти	k
Электр потенциал	φ	Қайтиш бурчаги	ϵ_1
Электр силжиш	D	Қаршилиқ коэффиценти	r
Электр силжиш оқими	Ψ	Қоралиқ коэффиценти	a_T
Электр сизим	C	Кувват	P, N
Электр токи зичлиги	j	Қутбланганлик	P
Электр эквивалент	k	Қутбланиш даражаси	P
Электр юригувчи куч	\mathcal{E}	Қутбланиш текислигининг буралиш доимийси	α
Электромагнит энергия	W	Қутбланиш текислигининг солиштирма бурилиши	$[\alpha]$
Элементар заряд	e		
Энергетик ёркинлик	R_l	Хажм	V
Энергетик равшанлик	B_e	Хажмий кенгайишнинг коэффиценти	
Энергия	E	Хажмий сиқим	
Эркин тушиш тезланиши	g		
Энергиянинг хажмий зичлиги	w		

МУНДАРИЖА

Русча бешинчи нашрига сўз боши	3
1- боб. Механиканинг физик асослари	4
1- §. Кинематика	4
2- §. Моддий нукта ва жисмнинг илгариланма ҳаракат динамикаси	20
3- §. Каттик жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофидаги айланма ҳаракати динамикаси	46
4- §. Механикада кучлар	69
5- §. Релятивистик механика	86
6- §. Механик тебранишлар	96
7- §. Қайишқоқ муҳитдаги тўлқинлар. Акустика	116
2- боб. Молекуляр физика ва термодинамика	130
8- §. Модданинг молекуляр тузилиши. Идеал газ қонунлари	130
9- §. Газларнинг молекуляр-кинетик назарияси	140
10- §. Статистик физика элементлари	147
11- §. Термодинамиканинг физик асослари	163
12- §. Реал газлар. Суюқликлар	181
3- боб. Электростатика	196
13- §. Кулон қонуни. Зарядланган жисмларнинг ўзаро таъсири	196
14- §. Электр майдон кучланганлиги. Электр силжиш	204
15- §. Потенциал. Электр зарядлари тизимининг энергияси. Зарядни майдонда кўчиришда бажарилган иш	223
16- §. Электр диполь. Диэлектрикларнинг хоссалари	245
17- §. Электр сифим. Конденсаторлар	260
18- §. Зарядланган ўтказгичнинг энергияси. Электр майдоннинг энергияси	266
4- боб. Ўзгармас электр ток	273
19- §. Ўзгармас токнинг асосий қонунлари	273
20- §. Металларда, суюқликларда ва газларда ток	285
5- боб. Электромагнетизм	294
21- §. Ўзгармас токнинг магнит майдони	294
22- §. Магнит майдондаги тоқли ўтказгичга таъсир этадиган куч	308
23- §. Магнит майдонда ҳаракатланаётган зарядга таъсир этувчи куч	321

24- §. Тўлик ток қонуни. Магнит оқими, Магнит занжирлар	330
25- §. Токли ўтказгични магнит майдонда кўчиришда бажарилган иш. Электромагнит индукция. Индуктивлик	338
26- §. Магнит майдоннинг энергияси	351
27- §. Модданинг магнит хоссалари	357
6- боб. Оптика	364
28- §. Геометрик оптика	364
29- §. Фотометрия	374
30- §. Еруғлик интерференцияси	379
31- §. Еруғликнинг дифракцияси	390
32- §. Еруғликнинг кутбланиши	399
33- §. Харақатланувчи жисмлар оптикиси	407
7- боб. Квантооптик ҳодисалар. Атом физикаси	412
34- §. Иссиклик нурланиши қонунлари	412
35- §. Фотоэлектрик ҳодиса	417
36- §. Еруғлик босими. Фотонлар	421
37- §. Комптон ҳодисаси	424
38- §. Бор назарияси бўйича водород атоми	427
39- §. Рентген нурланиши	431
8- боб. Атом ядроси ва элементар зарралар физикаси	434
40- §. Атом ядроларининг тузилиши	434
41- §. Радиоактивлик	440
42- §. Ионлантирувчи нурланишларнинг дозиметрия элементлари	445
43- §. Масса дефекти ва атом ядроларининг боғланиш энергияси	450
44- §. Ядро реакциялари	454
9- боб. Квант механикаси унсурлари	460
45- §. Микроразраларнинг тўлқин хоссалари	460
46- §. Микроразралар ҳаракатининг энг содда ҳоллари	469
47- §. Атомнинг тузилиши	481
48- §. Молекулаларнинг спектрлари	495
10- боб. Қаттиқ жисмлар физикаси	502
49- §. Кристаллография унсурлари	502
50- §. Иссиклик хоссалари	512
51- §. Қаттиқ жисмларнинг электр ва магнит хоссалари	526
Илова	537
I. Тақрибий ҳисоблашлар ҳақида	537
II. Математикадан баъзи маълумотлар	539
III. Физик катталикларнинг бирликлари ҳақида баъзи маълумотлар	541
IV. Физик катталикларнинг жадваллари	552
Жавоблар	559

Александр Георгиевич Чертов
Анатолий Александрович Воробьев
ЗАДАЧНИК ПО ФИЗИКЕ

Учебное издание

На узбекском языке

Издательство «Ўзбекистон» — 1997, 700129, Тошкент, Навои, 30.

Расмлар муҳаррири *Ж. Гулова*
Тех. муҳаррир *А. Горшкова*
Мусахҳилар *Г. Азизова, М. Раҳимбекова*

Теришга берилди 20.04.96. Босишга рухсат этилди 28.11.96. Қоғоз формати 60×90¹/₁₆. Литературная гарнитурда офсет босма усулида босилди. Шартли бос. л. 38,0. Нашр. л. 34,68. Тиражи 2000. Буюртма № 730. Баҳоси шартнома асосида.

«Ўзбекистон» нашриёти, 700129, Тошкент, Навоий, 30. Нашр. № 114—94.

Ўзбекистон Республикаси Давлат матбуот қўмитаси ижарадаги Тошкент матбаа комбинатида босилди. 700129, Тошкент, Навоий кўчаси, 30.

