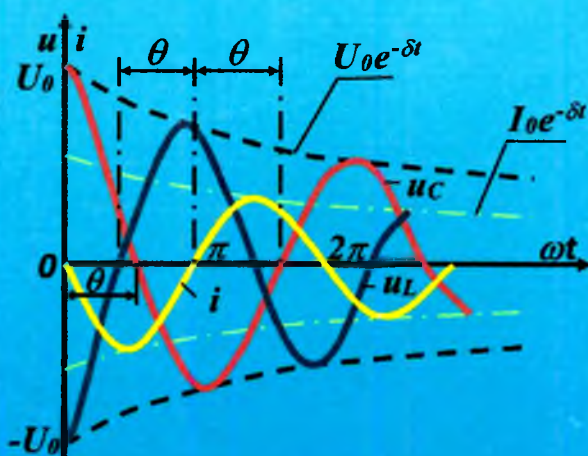
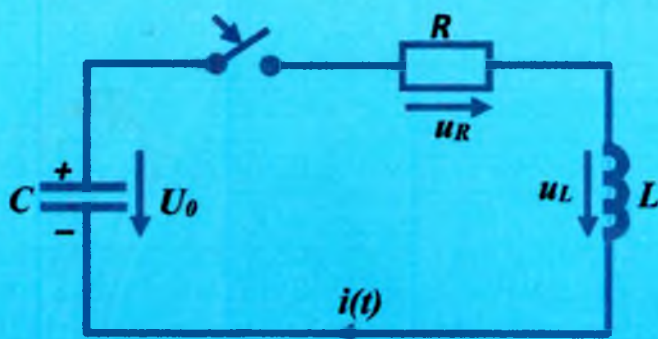


A. KARIMOV, M. IBADULLAEV,
B. ABDULLAEV

ELEKTROTEXNIKANING NAZARIY ASOSLARI

I-QISM



TOSHKENT

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS
TA'LIM VAZIRLIGI**

A.C. KARIMOV, M. IBADULLAYEV, B. ABDULLAYEV

**ELEKTROTEXNIKANING
NAZARIY ASOSLARI**

(Darslik)

I QISM

*O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan
5310200-Elektroenergetika (tarmoqlari bo'yicha), 5310700-Elektrotexnika,
elektromexanika va elektrotexnologiya (tarmoqlari bo'yicha), 5311000-
Texnologik jarayonlar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish (tarmoqlari
bo'yicha), 5311100-Radioelektron qurilmalar va tizimlar (tarmoqlari bo'yicha),
5310800-Elektronika va asbobsozlik (tarmoqlari bo'yicha) ta'lim yo'nalishlari
bakalavriat talabalari uchun darslik sifatida tavsiya etilgan.*

TOSHKENT – 2017

UO'K: 621.3.01 (075)

KBK 31.21

K-25

K-25 **A.C.Karimov, M.Ibadullayev, B.Abdullayev. Elektrotexnika-
ning nazariy asoslari. Darslik, I qism. –T.: «Fan va
texnologiya», 2017, 324 bet.**

ISBN 978–9943–11–549–1

Darslik ikki qismdan iborat bo'lib, uning birinchi qismida chiziqli elektr va magnit zanjirlari nazariyasi asoslari yoritilgan. U oliy o'quv yurtlarining elektroenergetika, elektrotexnika, radiotexnika, avtomatika va boshqa yo'natishlarida ta'lim oladigan bakalavr talabalar uchun mo'ljallangan bo'lib, elektrotexnikaning eng zamonaviy o'quv dasturiga asoslangan. Darslikdan bakalavriat talabalari va magistrantlar, doktorantlar hamda soha mutaxassislari foydalanishlari mumkin.

Учебник состоит из двух частей. В первой части учебника "Теоретические основы электротехники" изложены основы теории линейных электрических и магнитных цепей. Он предназначен для студентов бакалавриатуры по направлениям: электроэнергетики, электротехники, радиотехники, автоматики и т.д. Учебником также могут пользоваться магистранты, докторанты и инженерно-технические специалисты по данной отрасли.

The tutorial consists of two parts: the first part tutorial "Theoretical bases of electrical engineering "the basics of the theory of linear electric and magnetic circuits and is designed for undergraduate students in the following areas: Electricity, electrical engineering, radio engineering, Automatics etc. Tutorial can also use magisranty, doktoranti and tehničeskiespecialisty in the industry.

Taqrizchilar:

Q.R.Allayev – texnika fanlari doktori, «Elektrstansiya va tarmoq tizimlari» kafedrası professori;

Q.G.Abidov – texnika fanlari nomzodi, «Elektrotexnika» kafedrası dotsenti.

***Darslik Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat texnika universiteti
ilmiy-uslubiy Kengashi qaroriga asosan chop etildi.***

ISBN 978–9943–11–549–1

© «Fan va texnologiya» nashriyoti, 2017;
© Toshkent Davlat texnika universiteti, 2017.

MUQADDIMA

Har qanday mustaqil va rivojlangan davlatning iqtisodiy va industrial qudratiga baho berishda uning energetikasi va energoresurslari (ko'mir, neft, gaz va h.k.) hisobga olinadi. Bu ma'noda O'zbekiston Respublikasining sanoati, qishloq xo'jaligi va xalq farovonligi tabiat boyliklariga asoslangan bo'lib, tobora rivojlanuvchi energetikasi bilan ta'minlanib borayotir. Ayni shu kunlarda respublika miqyosida o'rnatilgan va uzluksiz elektr energiya beruvchi elektrostansiyalarning quvvati qariyb 14 mln. kilovattni (14×10^6 kVt) tashkil etadi. Yil mobaynida ular ishlab chiqadigan elektr energiyasi 80-85 mlrd. kilovatt-soatga tengdir. Ammo respublika aholisining kishi boshiga to'g'ri keladigan, ya'ni ishlatiladigan-yillik energiyasi 4000 kilovatt-soatdan oshmaydi, buni Yevropa mamlakatlaridagi o'rtacha ko'rsatkichdan (10-12 ming kVt-soat) ancha past deb bilish kerak. Bu respublikamiz resurslarini yanada ko'proq ishga solib, elektr stansiyalarning sonini va quvvatini tobora ko'paytirishga majbur etadi. Shuni alohida ta'kidlash kerakki, yirik issiqlik va gidravlik elektrostansiyalar qatorida quyosh energiyasi va suv quvvatidan foydalanishga mo'ljallangan kichik va hatto mayda elektrostansiyalarni keng masshtabda qurish lozim. Elektroenergetikaning bunday sur'atda rivojlanib borishini uning ilmiy - nazariy asosi bo'lmish nazariy elektrotexnikasiz tasavvur qilib bo'lmaydi. Umuman olganda, elektrotexnika (shu jumladan, nazariy elektrotexnika) hamma zamonaviy elektrotexnik ilmiy yo'nalishlar (elektromexanika va elektrodinamika, elektronika va yarimo'tkazgich texnikasi, avtomatika, aloqa va hisoblash texnikasi, radio va televideniye va h.k.) uchun fundamental fan tarmog'i hisoblanadi. Shuning uchun ham XX asrning 30-yillarida elektrotexnika fanini chegaralash maqsadida unga maxsus fizik va matematik sayqal berilib, asosan elektr va elektromagnetizm qonunlarini o'rganish hamda ularning nazariyalarini chuqurlashtirish topshirilgan. Natijada yangi va tez kunda taraqqiy topgan **nazariy elektrotexnika** fani vujudga keldi.

Elektrotexnikaning nazariy asoslarini o'zlashtirmagan muhandis energetika sohasida zamonaviy mutaxassis bo'lib yetishishi mumkin emas. U hozirgi kunda yaratilayotgan elektroenergetik va elektronika asbob-uskunalarini savodli ravishda ishlatolmasligi aniq. Bo'lajak muhandis o'z ongi bilan elektr zanjirlar va magnit maydonlardagi fizik jarayonlarni chuqur o'rgangan holdagina faol ijodkor bo'la oladi.

Elektrotexnika tarixi o'z ildizlari bilan qadim zamonlarga kirib ketgan. U musbat va manfiy zaryadlangan elektr zarrachalar va ohangrabo temirlar (magnitlar) xususiyatlarini o'rganishdan boshlangan. Ammo shunga qaramay, XIX asrning boshlariga qadar, 300–400-yillar mobaynida, hech kim elektr va magnit hodisalarini bir-biri bilan chambarchas bog'langanligini aytib berolmagan. Aynan elektr va magnit hodisalari yagona tabiatli elektromagnit maydonining ikki turli, ikki tomonli xususiyati ekanligi isbotlanganidan keyin elektrotexnika qudratli texnika sohasiga aylana boshladi.

Birinchi izlanishlar – elektr va magnit hodisalarini o'rganishdagi dastlabki yutuqlar sababchilari sifatida ingliz fizigi U. Gilbert (1544–1603 y.), rus olimlari M.V. Lomonosov (1711–1765 y.) va F. Enipus (1724–1802 y.), fransuz fizigi Sh. Kulon (1736–1806 y.) va boshqalarni ko'rsatish o'rinlidir. Ular tufayli insoniyat hayoti bilan chambarchas bog'langan tabiatning vujudi to'la-to'kis elektromagnit hodisalardan iboratligi isbotlandi. Qolaversa, bu olimlar ochgan qonun-qoidalar hozirgi zamonaviy fundamental fanlarga ham asos bo'ldi.

1735-yilda Sh. Kulon har qanday ikkita q_1 va q_2 elektrlangan zarrachalar (zaryadlar) o'rtasida elektr maydon kuchlari hosil bo'lishini isbotlab, ular o'rtasidagi o'zaro tortishbosh (yoki itarilish) kuchi shu zaryadlarning massalariga to'g'ri proporsional va ular orasidagi masofaning kvadratiga teskari proporsionalligini ko'rsatib berdi. Undan tashqari, Kulon elektr zaryadlar tok o'tkazgichlarning faqat sirtidagina joylashishini aytib berdi. Magnit momenti va zaryadlarning qutblanishi to'g'risidagi ma'lumotlarni ham ushbu olim qoldirgan.

1820-yilda daniyalik fizik X. Ersted (1777–1851y.) harakatdagi zaryad (yoki elektr toki) o'z atrofida magnit maydoni hosil qilishini isbotladi: bu hodisa elektr va magnit maydonlarining o'zaro bog'langan holatda vujudga kelishini tajribada tasdiqladi.

Xuddi o'sha 1820-yilda fransuz olimi A. Amper (1775–1836y.) dumaloq g'altak (solenoid) atrofida, o'zgarmas tok o'tishi natijasida hosil bo'lgan magnit maydoni tabiiy temir magnitlarining maydonidan farq qilmasligini ko'rsatdi. Demak, o'zgarmas magnitlar maydoni ham ular tarkibidagi molekulyar toklar oqimi natijasida vujudga keladi, deb xulosa qildi olim. Shunisi qiziqarliki, yer magnetizmi to'g'risidagi zamonaviy nazariyalar ham yer atrofidagi magnit maydonini yer yuzidagi toklar bilan bog'laydi.

Keyingi o'ta muhim kashfiyot – 1831-yilda topilgan elektromagnit induksiya hodisasi, ya'ni magnit maydonida harakat qilayotgan o'tkaz-

gich sim chekkalarida elektr yurituvchi kuch hosil bo'lishi hisoblanadi. Bu fizikaviy fundamental qonunni yaratgan ingliz olimi M.Faradey (1791-1867 y.) yana bir bor magnit va elektr hodisalari bir-biridan ajralgan holatda mavjud bo'la olmasligini isbotladi.

1833-yilda rus olimi E.X.Lens (1804-1865y.) elektr toki hosil qilgan magnit maydoni kompas milini harakatlantirishi va magnit maydonida harakatda bo'lgan o'tkazgichda elektr yurituvchi kuch (e.yu.k.) hosil bo'lishi qonuniyatlariga yagona elektromagnit va o'zaro teskari jarayonlar – deb baho berdi. Ammo, shu bilan birga, bu izlanishlar X.Ersted va M.Faradey yaratgan qonunlarning bir-biriga bog'liqligini namoyish etgan.

Elektr manbalari yaratishda va ular energiyasining iste'mol qilinishi, boshqa turli energiyalarga aylanishi nazariyasini ishlab chiqishda yana bir guruh olimlar faol ijod qilganlar. Bular ichida: italyan fizigi A.Volta (1745-1824 y.) o'zining kashfiyoti bilan dunyoda birinchi elektr kimyoviy generator yaratgan (1799 y.); rus akademigi V.V.Petrov (1761-1834 y.) tarixda birinchi bo'lib (1822 y.) elektr yoy kashf etgan; nemis fizigi G.S.Om (1787-1854y.) elektr tokining kuchini zanjir qarshiligi bilan bog'lagan (Om qonuni – 1826 y.); nemis olimi G.R.Kirxgof (1824-1887 y.) o'z vatandoshi G.S.Omning galvanik elektr zanjirlariga bag'ishlagan nazariyasini muvaffaqiyat bilan davom ettirib, 1847-yilda o'zining mashhur "I va II Kirxgof qonunlari"ni yaratdi. Natijada XIX asrning ikkinchi yarmidan boshlab elektrotexnika ham nazariy, ham amaliy jihatdan juda rivojlanib ketdi. Yevropaning deyarli hamma yirik davlatlarida (Fransiya, Angliya, Germaniya, Rossiya, Italiya va h.k.) sanoat energetikasi oyoqqa tura boshladi: elektr mashinalar, transformatorlar, elektr uzatuvchi liniyalar va boshqa energetika texnikasi yaratilishi avj oldi. Shu bilan bir qatorda elektr aloqa texnikasi (telegraf, telefon va h.k.) va avtomatika elementlari paydo bo'la boshladi.

Elektrotexnika nazariyasi esa yildan-yilga boyib bordi va nihoyat, buyuk ingliz olimi J.K. Maksvell (1831-1879 y.) bu fanning to'la-to'kis g'alaba qozonishiga asosiy sababchi bo'ldi. M.Faradey asoslagan elektromagnetizmga tegishli porloq g'oyalar J.Maksvell ijrosida yangi kuchli sifatlarga ega bo'ldi. Natijada tabiatning boshqa sohalariga ham elektromagnit qiyofa berildi, shu jumladan, yorug'lik tarqalishi qonuniyatlariga ham elektromagnit sayqal berildi. Xullas, ko'p yillar mobaynida har xil ilmiy yo'nalishlarda to'planib qolgan talay muammolar Maksvell nazariyalari yordamida yechila boshladi. Fizika tarixida birinchi marta "Elektromagnit maydoni fazoning shunday bir qismiki, u

o'zini va o'z ichiga olgan moddalarni (narsalarni) elektrlangan yoki magnitlangan holatda ushlab turadi" – deb xulosaga kelindi. J.Maksvellning mashhur bo'lgan to'rtta differensial tenglamasi elektrodinamika fanining yanada rivojlanishiga asos bo'ldi. Chuqur tushunchalar berib to'xtalmaganda, bu tenglamalar tegishli: Gauss teoremasi, elektromagnit induksiya hodisasi, magnit kuch chiziqlari uzluksizligi va to'la tok qonunlarini differensial ko'rinishda aks ettiradi.

J.Maksvellning elektromagnit maydon nazariyasi XIX asrning oxiri va XX asrning boshlarida buyuk olimlar Genrix Gers (1857-1894 y.), P.N.Lebedev (1866-1912 y.), A.S.Popov (1859-1906 y.) tomonidan amaliy tasdiqlanib, elektromagnit to'lqinlar (radio to'lqinlari) hisobiga elektrotexnika, radio va televideniye vujudga kelishiga sababchi bo'ldi.

Elektrotexnikaning rivojlanishi XX asrning boshlarida fan va texnikaning yirik va amaliy sohalarini kashf qilish bilan nishonlandi. Elektr energiyasini ishlab chiqarishda katta-katta elektrogeneratorlar, uni masofaga uzatishda esa yirik va yuqori kuchlanishli transformatorlar kashf etildi. Elektr yuritgichlar (motorlar) zavod va fabrikalarda bug' mashinalarining o'rnini egalladi va sekin-asta transportda elektr yuritma vazifasini ham bajara boshladi. Bu esa elektrotexnikadan "elektr mashina va transformatorlar", "elektr yuritma", "korxona va shaharlarni elektrlashtirish", "elektr stansiyalar, elektr tarmoqlar va sistemalar" kabi yangi yo'nalishlar ajralib chiqib, ularning mustaqil fan sohalariga aylanishiga olib keldi.

Kuchsiz toklar elektrotexnikasi esa aloqa texnikasi (telefon va telegraf), radiotexnika va televideniye, avtomatika va telemexanika, elektrotexnika va hisoblash texnikasi kabi yo'nalishlarning paydo bo'lishiga sababchi bo'ldi. Natijada elektrotexnika fani chegarasiz va katta hajmli ilm xazinasiga aylandi va uni sohalariga ajratmasdan turib o'zlashtirib bo'lmaydigan bo'lib qoldi. Shuning uchun ham energetika va elektrotexnika mutaxassisliklarida o'qiydigan oliy va o'rta maxsus o'quv yurtlarining talabalari uchun "Nazariy elektrotexnika" (yoki "Elektrotexnikaning nazariy asoslari") degan fan o'qitiladi.

Elektrotexnikaning nazariy asoslari fani O'zbekiston Oliy o'quv yurtlarida asosan 1930–1935-yillardan boshlab o'qitilib kelinadi. Ilm-fanning bu yo'nalishiga O'rta Osiyo industrial instituti qoshidagi energetika fakultetida asos solingan. Yurtimizdagi barcha o'quv yurtlarida o'qitiladigan elektrotexnika fani o'quv dasturlaridan o'rin olib, boshqa texnik fanlar qatorida muhandislarning ilmiy saviyasini oshirishda o'zbek olimlari – prof. G'.R.Rahimov, prof. X.F.Fozilov, prof. M.Z.Xo-

midxonovlarning xizmatlari juda katta bo'lgan. Shuni ham aytish lozimki, Ikkinchi jahon urushi yillarida (1941-1945y.) sobiq ittifoqning markaziy shaharlaridan Toshkentga vaqtincha ko'chib kelgan rus olimlaridan – akademik L.R.Neyman va Akademiya muxbir a'zosi M.A.Shatelenlar ham bizning elektrotexnika fanimizning rivojlanishiga sezilarli hissa qo'shganlar.

Elektrotexnikaning nazariy asoslari fanini O'zbekistonda birinchi bo'lib talabalarga o'rgatgan, dastlabki laboratoriyalar tashkil etgan, bu sohada ko'plab yuqori malakali mutaxassislar tayyorlagan va nihoyat, o'zidan keyin yirik ilmiy maktab qoldirgan olim – O'zbekiston FA muxbir a'zosi, professor G'ofir Rahimovich Rahimovdir. Aynan shu mo'tabar olim va taraqqiyparvar inson tufayli Toshkent politexnika instituti (hozirgi texnika universitet) “Nazariy elektrotexnika” kafedrasini ko'p qo'shni davlatlar doirasida (Rossiya Federatsiyasi, Ukraina, Belorusiya, Qozog'iston, Kavkaz davlatlari va h.k.) obro'li maorif dargohiga aylandi. Professor G.R.Rahimov faoliyati natijasida ToshPI sobiq SSSR mamlakatlari miqyosida nazariy elektrotexnikaning “Nochiziqliq elektrotexnika yo'nalishi” bo'yicha ilmiy markazga aylandi.

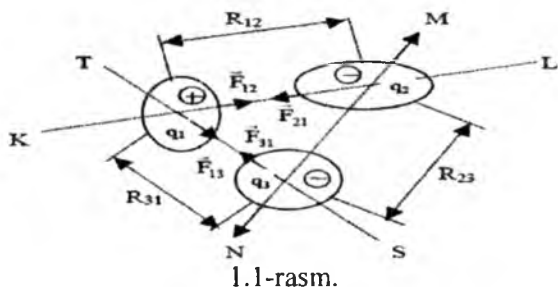
I BOB. ELEKTROMAGNIT MAYDON HAMDA ELEKTR VA MAGNIT ZANJIRLARIGA OID ASOSIY TUSHUNCHA VA QOIDALAR

1.1. Elektromagnit maydon va uning xususiyatlari. Elektr maydoni (qisqacha tavsif)

Fizikadan ma'lumki, har qanday elektr va magnit hodisalari elektr va magnit maydonlarida sodir bo'ladi.

Eng sodda misollarda ko'rganda, elektr kuchlari deb, ikki zaryad (yoki bir necha zaryadlar) o'rtasida hosil bo'ladigan kuchlarni tushunamiz. Bu kuchlar mexanikaviy kuchlarga o'xshab, o'zaro ta'sir etuvchi zaryadlar miqdoriga to'g'ri proporsional va ular orasidagi masofaning kvadratiga teskari proporsional bo'ladi (Kulon qonuni).

O'zaro tortishuvchi F_{12} va F_{21} , F_{13} va F_{31} kuchlari teskari ishorali zaryadlarni, ya'ni q_1 bilan q_2 ni va q_1 bilan q_3 ni bir-biriga yaqinlashtirishga intiladi. O'zaro tarqalish kuchlari F_{23} va F_{32} esa bir xil ishorali q_2 va q_3 zaryadlarni bir-biridan uzoqlashtirishga intiladi. Bu kuchlar tegishli - KL, MN va ST chiziqlari bo'ylab yo'nalgan bo'ladi. Kuchlarning o'zaro $F_{12} = -F_{21}$, $F_{23} = -F_{32}$ va $F_{31} = -F_{13}$ bo'lganini hisobga olsak, ularni faqat absolyut qiymatlariga murojaat qilsak ham



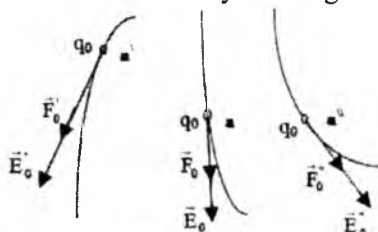
1.1-rasm.

bo'ladi. Shunday qilib, Kulon qonuniga asoslab, quyidagilarni yozamiz:

$$F_{12}=F_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}^2}; F_{23}=F_{32} = \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{23}^2}; F_{31}=F_{13} = \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{31}^2}$$

Agarda zaryadlarni biror fazo ichida ixtiyoriy tartibda joylashgan deb va ularning sonini ham ixtiyoriy deb olsak, ularning o'zaro ta'siri ostida ko'p tomonga yo'nalgan kuch chiziqlari KL, MN, ST va h.k. hosil bo'lishi aniqdir. Endi faraz qilaylik, $q_1, q_2, \dots, q_n$ zaryadlar joylashgan

fazo, ya'ni elektr maydon ichidagi biror "a" nuqtada $q_0 = 1$ zaryad ham joylashgan (1.2-rasm). Bu shartli sinov zaryadni birga teng deb olamiz



1.2-rasm.

va uning miqdorini shunchalik kichik deb hisoblaymizki, uning $q_1, q_2, \dots, q_n$ zaryadlar bilan o'zaro ta'sirlamishi natijasida hosil bo'lgan kuch F_0 faqat shu q_0 zaryadnigina harakatlantira oladi. Ya'ni zaryad q_0 boshqa zaryadlarni joyidan siljita olmaydi, deb tushunamiz. q_0 sinov zaryadga ta'sir etuvchi natijaviy kuch quyidagicha aniqlanadi:

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_n = \frac{q_1 q_0}{4\pi\epsilon_a R_1^2} + \frac{q_2 q_0}{4\pi\epsilon_a R_2^2} + \dots + \frac{q_n q_0}{4\pi\epsilon_a R_n^2}$$

Ya'ni uning yo'nalishi va miqdori fazoning qaysi joyida manzil topishiga bog'liq. Masalan, q_0 manzili a' nuqta bo'lsa, unga ta'sir etuvchi kuch $\vec{F}_0$ ' ga teng. Agar q_0 o'z joyini a' dan a" ga o'zgartirsa, unga ta'sir etuvchi kuch $\vec{F}_0$ " ga teng bo'ladi (1.2-rasm). Tabiiyki, $\vec{F}_0 \neq \vec{F}_0' \neq \vec{F}_0''$, chunki $R_1 \neq R_1' \neq R_1''$, $R_2 \neq R_2' \neq R_2''$ va h.k. Demak, fazoning har bir qismida (uchastkasida, nuqtasida va h.k.) zaryad har xil holatda bo'lib, masofalarga bog'liq o'zgaruvchan kuchlar ta'sirida bo'ladi. Agar har bir nuqtadagi kuch miqdorini ushbu sinov zaryad q_0 ga bo'lgan nisbatini olsak, y

$$\frac{\vec{F}_0}{q_0} = \vec{E}_0 = \sum_{m=1}^{m=n} \frac{q_m}{4\pi\epsilon_a R_m^2} \quad \text{bo'ladi.}$$

Bu yerda E_0 elektr maydonining kuchlanganligini ifodalaydi. Masalani soddalashtirish maqsadida q zaryadi hosil qilgan maydondagi R ga teng masofada joylashgan q_0 zaryadga $\vec{F} = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_a R^2}$ kuchi ta'sir etayotgan bo'lsa, maydon kuchlanganligi $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_a R^2}$ ga teng bo'ladi.

Ifodadan ko'rinib turibdiki, q_1 asosiy zaryad q dan qancha uzoqlashsa, maydon kuchlanganligi o'shancha kamayib boradi. Faqatgina $R = \infty$ bo'lgandagina, $F_0 = E_0 = 0$ bo'ladi, ya'ni q_0 elektr maydoni ta'siridan chiqib ketgan bo'ladi.

Elektr maydonini tavsiflovchi parametrlarning o'lchov birliklarini quyidagicha ifodalash lozim:

zaryad q [Kl] - Kulon; $1 \text{ Kl} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}$ (Amper sekund),

dielektrikning absolyut singdiruvchanligi $\epsilon_a = \epsilon_1 \cdot \epsilon_0$ [Φ/m] - Farada taqsim metr,

rostlovchi masofa R [m] - metr,

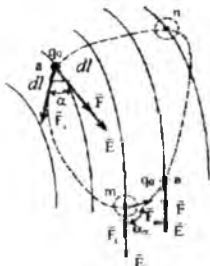
kuch F [J/m] - Joule taqsim metr,

kuchlanganlik [V/m] - Volt taqsim metr.

1.2. Elektr maydoni kuchlari va ular bajaradigan ish.

Elektr potentsiali

Yuqorida ko'rib chiqilgan oddiy elektr maydonida (1.2-rasm) bizning asosiy diqqatimiz elektr kuch chiziqlari va maydon ta'siriga tushgan sinov zaryadi q_0 ga berilgan edi. Lekin biz bir narsani hisobga olmadikki, agar $\vec{F}_0$ kuchi sinov zaryadini bir nuqtadan ikkinchi nuqtaga siljitsa mima o'zgaradi?



1.3-rasm.

Tabiiyki, har qanday harakat ish bajarish bilan bog'liqdir. Elektr maydonidagi hodisalar ham bundan mustasno emas. Faraz qilaylik, sinov zaryadi q_0 "a" nuqtadan "b" nuqtaga "n" nuqta orqali olib o'tiladi. Siljish trayektoriyasi a-n-b ni hisobga olganda, birinchi bosqich dl , kuch $\vec{F}$ yoki kuchlanganlik $\vec{E}$ yo'nalishlariga nisbatan α burchak ostidagi $\vec{F}_a$ tomonga yo'nalgan bo'ladi. Qisqacha yo'l bo'lmish $\Delta l = dl$ ni bosib o'tgan q_0 zaryad $\Delta A = F_a \Delta l = F \cos \alpha \cdot dl$ ishni bajaradi (bu yerda $\Delta l = dl$). Agarda zaryadni "a" dan "b" gacha o'tkazishdagi elektr maydon sarf qilgan energiya yoki ishni to'la-to'kis hisoblaydigan bo'lsak, unda

$$A = \int_a^b \vec{F} d\vec{l} \quad (1.1)$$

(bu yerda $\vec{F}$ – har bir nuqtada olingan kuch vektori; dl – har bir bosqichda hisobga olingan yo‘nalishli masofa qismi).

Bu ishning sinov zaryadi miqdoriga nisbatan ko‘rib chiqsak, unda

$$A/q = \int_a^b \vec{E} d\vec{l}, \text{ yoki } A = \int_a^b \vec{E} d\vec{l} \quad (\text{chunki } q_0=1) \quad (1.2)$$

Sinov zaryadining trayektoriyasini “m” yoki “n” nuqtalaridan o‘tishini hisobga olinganda (1.2) o‘rniga

$$A = \int_a^m \vec{E} d\vec{l} + \int_m^b \vec{E} d\vec{l}, \text{ yoki } A = \int_a^n \vec{E} d\vec{l} + \int_n^b \vec{E} d\vec{l} \quad (1.3)$$

Ya’ni elektr maydon tomonidan bajariladigan ish ikki nuqta: “a” va “b” o‘rtasidagi yo‘l trayektoriyasiga (ya’ni uning shakli yoki uzunligiga) bog‘liq emas. Masalan, elektr maydon biror q zaryad tufayli hosil bo‘lgan bo‘lsa va shu manbaga nisbatan “a” nuqta R_1 ga va “b” nuqta R_2 ga teng masofalarda joylashgan bo‘lsa, q_0 ni “a” dan “b” ga ko‘chirishga sarflangan ish quyidagiga teng bo‘ladi:

$$A = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q dR}{4\pi\epsilon_a R_a^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_a} \left| \frac{1}{R} \right|_{R_1}^{R_2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_a} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] \quad (1.4)$$

Ko‘rinib turibdiki, zaryad q_0 manba q dan uzoqlashganda ($R_2 > R_1$) bajariladigan ish $A > 0$. Agarda q_0 “b” dan “a” gacha o‘tkaziladigan bo‘lsa:

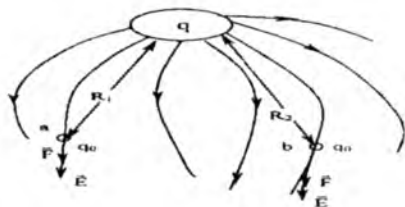
$$A = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_a} dR = \frac{q}{4\pi\epsilon_a} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) < 0,$$

ya’ni buning uchun manba kuchiga qarshi yo‘nalgan tashqi kuch (yoki energiya) sarflanishi kerak. Aytilgan fikr 1.3-rasmdan ham ko‘rinib turibdiki: “m” nuqtada kuzatilayotgan harakat $\vec{E}$ vektorga nisbatan $\alpha_m > \pi/2$ burchak ostida bajarilayapti, ya’ni $\Delta A = F \cos \alpha_m dl < 0$.

Yuqorida keltirilgan (1.1) - (1.4) ifodalardan kelib chiqadiki, elektr maydonida joylashgan har bir nuqta o‘ziga xos potensial energiyasiga yoki soddalashtirganda, **potensial** ga ega. Shuning uchun ham (1.2) bilan ifodalangan birlamchi (solishtirma) ish **potensiallar farqi** deb ataladi, ya’ni

$$\varphi_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \int_a^b \vec{E} d\vec{l} \quad (1.5)$$

Ko‘rinib turibdiki, agar q_0 “b” dan “a” ga qaytariladigan bo‘lsa (1.3-rasm), bajariladigan ish yoki potensiallar farqi ($\varphi_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \int_a^b \vec{E} d\vec{l}$; ya’ni u (1.5) dagiga teng, ammo teskari ishorada bo‘ladi. Boshqacha qilib aytganda, $\varphi_{ab} + \varphi_{ba} = 0$, ya’ni sinov zaryadi q_0 “a” nuqtadan chiqib, har qanday trayektoriyali yo‘l bosib yana shu nuqtaga qaytib kelsa, u bajargan ish nolga teng bo‘ladi.



1.4-rasm.

Ammo potensiallar farqidan (ya'ni $\varphi_a - \varphi_b$ dan) ularning mutlaq qiymatini bilib bo'lmaydi, chunki maydondagi ixtiyoriy ravishda olingan har qanday ikki nuqta q va S ham bir xil farqqa ega bo'lishi mumkin: $\varphi_q - \varphi_s = \varphi_a - \varphi_b$, lekin $\varphi_q \neq \varphi_a$ va $\varphi_q \neq \varphi_b$. Ikkinchi tomondan elektr maydonining ta'sir etish chegaralari cheklangan bo'lmaydi: masalan, yakkalangan q manbaning q_0 ga nisbatan ta'sir kuchi $\vec{F}_0$ faqatgina $R=\infty$ da nolga teng bo'ladi. Bu albatta nazariy, 1.4-rasmga qaraganda shunday; amalda esa har qanday kuchli zaryad ham cheksiz yoyilgan maydonga ega bo'lolmaydi. Shunga qaramay, biror aniq nuqta "k" uchun maydon potentsiali nazariya asosida topilgani ma'qul deb bilamiz. Faraz qilaylik, shu nuqtadan q_0 zaryad manbaga nisbatan cheksiz masofaga olib chiqiladi. Unda maydon bajargan ish:

$$A = \varphi_k - \varphi_\infty = \int_{R_k}^{\infty} \frac{q dR}{4\pi\epsilon_a R^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_a} \left[\frac{1}{R_k} - \frac{1}{\infty} \right] = \varphi_k$$

ya'ni manba q dan to'g'ri chiziqli masofasi R_k bo'lgan "k" nuqtaning potentsiali:

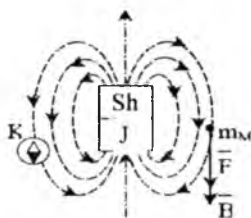
$$\varphi_k = \int_{R_k}^{\infty} \vec{E} d\vec{e} = \int_{R_k}^{\infty} \frac{q dR}{4\pi\epsilon_a R^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_a R_k}$$

Potensial yoki ikki potensial farqi o'lcham birligi Volt (V).

1.3. Magnit maydoni va uning xususiyatlari

Tabiatda shunday moddalar ham uchraydiki, ular o'z atrofida faqat o'ziga xos bo'lgan **kuchlar maydonini** hosil qiladi. Bu kuchlar xuddi shunday boshqa kuchlar maydoniga yoki o'xshash kuchlar maydoniga nisbatan mexanik kuch bilan ta'sir eta oladi. Bunday kuchlar manbai bo'lmish moddalar magnit deb ataladi. Eng oddiy magnit 1.5-rasmda ko'rsatilgan. Uning kuch chiziqlari shimol (Sh) qutbidan chiqib, janub (J) qutbiga kirgan bo'ladi. Elektr zaryad hosil qilgan elektr maydondan magnit maydoni shu bilan farqlanadiki, zaryadning ishorasiga qarab,

elektr kuch chiziqlari yoki zaryaddan tarqalgan, yoki unga yig'ilib kelgan bo'ladi.

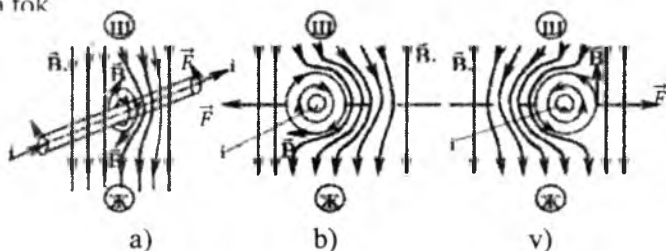


1.5-rasm.

Magnit kuch chiziqlari esa manbaning bir qismidan tarqalib, ikkinchi qismiga to'planadi, ya'ni ular uzluksizdir. Magnitning ikki qutbga bo'linishi ham shartlidir: alohida shimol va alohida janub qutblar mavjud bo'la olmaydi. Magnitni qancha parchalamang, baribir har qanday bo'limi yana bir bora ikki qutbdan iborat bo'lib qolaveradi. Magnit maydonining ta'sir kuchini ikki usul bilan sinash mumkin. Birinchisi, maydon ta'sirida biror sinov magnit massasi m_M yoki kompas strelkasi harakatga tushadi (1.5-rasm). Bu harakat kuch chiziqlar bo'ylab hosil bo'ladi. Har bir nuqtadagi kuch vektori $\vec{F}$ va uni hosil qiluvchi magnit induksiya $\vec{B}$ ning yo'nalishini ko'rsatuvchi vosita sifatida kompas strelkasi ishlatilishi mumkin. Ikkinchisi, agar maydon ichiga elektr tokli sim kiritilsa, asosiy magnit maydoni va qo'shimcha (tok hosil qilgan) maydon o'rtasidagi o'zaro ta'sir kuchini kuzatish mumkin (1.6-a,b,v rasml). Shimol qutbidan chiqib janub qutbga yo'nalgan va $\vec{B}$ induksiyaga ega bo'lgan asosiy magnit kuch chiziqlari maydonidan joy olgan sim ichidan tok i o'tayotgan bo'lsa, uning atrofida hosil bo'ladigan $\vec{B}$ induksiyali qo'shimcha magnit maydoni asosiy magnit maydoni bilan o'zaro harakatga tushadi. 1.6-a rasmdan ko'rinib turibdiki, simning chap tomonida B_m va B_i magnit induksiyalari bir-biriga qarshi yo'nalgan bo'lsa, simning o'ng tomonida ular bir-biriga mos tushgan. Natijada simning o'ng tomonida yig'indi magnit kuch chiziqlari zichlanadi, chap tomonida esa siyraklashadi. O'z navbatida magnit maydoni o'z shaklining buzilishiga qarshilik ko'rsatadi va kuch chiziqlari eng qisqa yo'l orqali bir qutbdan ikkinchi qutbga o'tishga intilgani tufayli "begona" magnit obyekt siqib chiqarila boshlaydi: tokli sim o'ngdan chapga harakatlanadi. Turtib chiqarish $\vec{F}$ kuchining yo'nalishi va kattaligi simdagi tok i ning kuchi va yo'nalishiga bog'liq. Kuchning yo'nalishi to'g'risidagi xulosa 1.6-b va v rasmlardan yaqqol

ko‘rinib turibdi. Rasmlar o‘rtasidagi doirachalar simning ko‘ndalang kesimini ifodalasa, ularning ichidagi belgilar tokning yo‘nalishini belgilaydi.

Agar tok bizdan rasm “ichiga” oqayotgan bo‘lsa, uni $\vec{F}$, ya‘ni nayzaning dumi shaklida, agar u rasm “ichidan” bizga qarab oqayotgan bo‘lsa, uni $\bullet$, ya‘ni nayzaning uchi shaklida tasvirlash odatga aylangan. Shu holda tok



1.6-rasm.

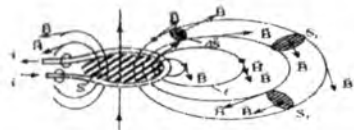
atrofida hosil bo‘ladigan o‘z magnit kuch chiziqlari tegishli soat miliga mos (1.6-b rasm) va teskari (1.6-v rasm) yo‘nalishda o‘ralgan bo‘ladi. Shuning uchun birinchi rasmda maydondan tokli simni chiqarib tashlovchi kuch $\vec{F}$ chapga, ikkinchi rasmda esa o‘ngga yo‘nalgan bo‘ladi.

1.4. Magnit oqim, magnit induksiya va magnit maydonining kuchlanganligi

Yuqorida ko‘rib chiqilgan magnit xususiyatlarini chuqurroq o‘rganish ko‘zda tutiladigan bo‘lsa, albatta, birinchi navbatda magnit maydonining asosiy ko‘rsatkichlarini, ya‘ni uni to‘la-to‘kis tavsiflaydigan magnit kattaliklarini o‘rganishimiz shart. Bular esa – magnit oqim – F , magnit induksiya vektori – B va magnit maydonining kuchlanganligi vektori – $\vec{H}$ dir. Faraz qilaylik, oddiy magnit maydonini bir o‘ramli simdan o‘tayotgan tok i hosil qilgan nazariyaga asoslanganda bu magnit maydon fazoda cheksiz joylashgan bo‘ladi. Amalda esa har qanday katta tok i ham bir necha metrdan uzoqqa tarqalmagan magnit maydonini hosil qila oladi xolos.

Shunday ekan, tokning magnit maydoni asosan tok o‘tayotgan simga yaqin masofada ta‘sir etadi va uning kuch chiziqlari tokli sim yaqinida zichroq va aksincha, undan yiroqda siyrak bo‘ladi. Ayni shu ko‘rsatkich, ya‘ni magnit kuch chiziqlarining biror juda kichik va

yoʻnalgan kesim ds ichidagi zichligi magnit induktsiyasining miqdorini bildiradi. Umuman olganda, ikkita yonma-yon olingan kuch chiziqlari ham bir yoʻnalishda boʻlmaydilar, shuning uchun magnit maydonining taʼsir kuchining yoʻnalishini induksiya bilan bogʻlar ekanmiz, kesimini yoʻnalgan deb olganimiz maʼqul. Ushbu nuqtayi nazardan qaraganda, S ga teng boʻlgan ixtiyoriy yuzadan oʻtayotgan induksiya vektorlari toʻplami $\int_S \vec{B} d\vec{s} = \Phi$ “magnit induksiya vektorlarining oqimi” yoki qisqaroq aytganda, “magnit oqimi” deb ataladi. Magnit oqimi veberda oʻlchanadi: $1Vb = 1Vs$ yoki Volt-sekund. Magnit oqimini tasavvur qilishda 1.7- rasmdan foydalanib, tokli sim oʻramining ichida joylashgan yuza s ni olish mumkin: shu halqasimon teshikka pastdan kirib tepadan chiqib ketayotgan barcha kuch chiziqlar toʻplamini “magnit oqimi” deyish mumkin. Koʻrinib turibdiki, hamma kuch chiziqlari halqaning tepa qismida atrof-fazoga tarqalayotgan boʻlsa, ular shu halqaning past tomonida qaytadan yigʻiladi. Yaʼni magnit kuch chiziqlari **uzluksizdir**: ular hech qayerdan boshlanmaydi va hech qayerda tamom boʻlmaydilar. Matematika nuqtayi nazaridan qaralganda, magnit kuch chiziqlarining uzluksizligini $\int_S \vec{B} d\vec{s} = 0$ tenglama bilan ifodalash mumkin.



1.7-rasm.

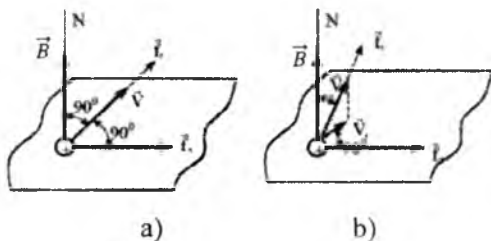
Yaʼni kesimdan kesimga oʻtib, berk kontur boʻylab magnit oqimini kuzatib chiqsak, uning integrali (yigʻindisi) nolga teng boʻladi. Buni 1.7-rasmda belgilangan S_1 va S_2 kesimli magnit kuch chiziqlari ichidan oʻtgan magnit oqimining shaklidan ham xulosa qilsa boʻladi, chunki S_1 ga kirgan oqim S_2 dan chiqib ketyapti. Endi xuddi shu rasmdagi punktir bilani koʻrsatilgan va uzunligi l ga teng boʻlgan magnit kuch chizigʻini koʻrib chiqaylik. Faraz qilaylik, bu gʻildiraksimon berk egri chiziq koʻp tomonli koʻpburchakdan tashkil topgan boʻlsin. Unda har bir tomonning uzunligini Δl deb olsak, berk aylanani hosil qilgan magnit kuch chizigʻini $\int_S \vec{B} d\vec{l} = Bl$ ga teng deb hisoblasak ham boʻladi (bu yerda $\Delta l \cong dl \rightarrow 0$). Bu integral magnit oqimiga oʻxshash skalyar miqdorga ega, yaʼni $\int_S \vec{B} d\vec{l} = Bl$, chunki aylana boʻylab olingan berk yoʻlning har bir nuqtasida induksiya vektorining moduli oʻzgarmas deb hisoblangan.

Bu kuch chizig'ining ta'sir miqdorini tavsiflashda uni hosil qilgan tok kuchi i va magnit maydonidagi muhit xususiyati bilan bog'lash tabiiydir. Juda ko'p tajribalarda ko'rilganiga binoan, haqiqatdan ham $Bl = \mu i$ (1.7-rasm uchun). Agar magnit maydon w-o'ramli g'altakda tashkil topgan bo'lsa, unda $Bl = \mu w i$ yoki $\vec{B} = \mu \frac{wi}{l} = \mu \vec{H}$. Bu yerda $H = \frac{wi}{l}$ - **magnit maydonining kuchlanganligi** va μ - **magnit singdiruvchanligi** deb ataladi. O'lchov birliklariga o'tayotgan bo'lsak va $B = \frac{d\Phi}{ds}$ ni hisobga olsak, induksiya – bu magnit maydonining aniq nuqtasidagi zichligi – **veber taqsim metr kvadrat** yoki **tesla** da o'lchanadi ($1T=1Vb/m^2$). Magnit maydonining kuchlanganligi esa **amper taqsim metr** da o'lchanadi (A/m). Bundan ko'rinadiki, magnit singdiruvchanligi μ o'lchov birligi quyidagicha topiladi: $\frac{Tl}{Am} = \frac{B \cdot c \cdot m}{m^2 \cdot A} = \frac{Om \cdot c}{m} = \frac{\Gamma}{m}$ (genri/metr).

Magnit maydonining xarakteristikalarini ta'riflashni tugatishdan oldin yana bir marta shuni eslatish lozimki, umumiy tarzda olingan maydonning ixtiyoriy nuqtasidagi magnit induksiya va kuchlanganlik vektor miqdorlardir. Ular orasidagi bog'lanish ham $\vec{B} = \mu \vec{H}$ deb yozilishi shart.

1.5. Magnit maydonidagi harakatlanuvchi elektr zaryad. Lorens kuchi

Agar biror o'zgarmas magnit maydon mavjud bo'lgan fazoda ixtiyoriy miqdordagi q zaryad joylashgan bo'lsa va u harakatda bo'lmasa, magnit maydoni unga hech qanday ta'sir ko'rsatmaydi. Ammo shu zaryadni biror tashqi kuch $\vec{f} = q\vec{E}$ (masalan, elektr kuchlanganligi $\vec{E}$ ga teng bo'lgan elektr maydoni) $\vec{V}$ tezlikda harakatlantiradigan bo'lsa, unda magnit maydoni ham zaryadga qo'shimcha $\vec{f}_2$ kuch bilan ta'sir qila boshlaydi.

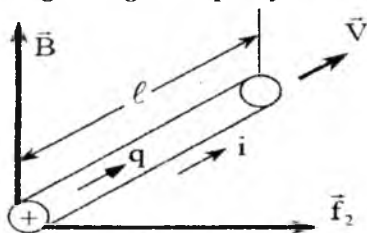


1.8-rasm.

Agar magnit maydoni induksiya vektori $\vec{B}$ 1.8-a rasmda ko'rsatilgandek zaryad harakatlanayotgan tezlik $\vec{v}$ (yoki kuch $\vec{f}_1$) yo'nalishiga perpendikulyar yo'nalgan bo'lsa, magnit maydon ta'sir ko'rsatayotgan kuch $\vec{f}_2 = q[\vec{v}\vec{B}]$ maksimal qiymatga ega bo'ladi va o'z navbatida $\vec{B}$ ga ham, $\vec{v}$ ga ham perpendikulyar yo'nalgan bo'ladi. Umumiy holatda tezlik $\vec{v}$ vektori induksiya vektori $\vec{B}$ joylashgan chiziq N bilan ixtiyoriy $\alpha \neq 90^\circ$ burchagini tashkil etishi mumkin (1.8-b rasm): unda magnit maydonining ta'sir etuvchi kuchining vektori $\vec{f}_2 = q[\vec{v}\vec{B}]$, uning moduli esa $f_2 = qvB \sin\alpha$. Ya'ni zaryad harakatining yo'nalishi N chiziq yo'nalishiga yaqinlashgan sari magnit kuchi f_2 kamayib, nolga intila boshlaydi, 1.8-a va b rasmdan ko'rinib turibdiki, kuch vektori $\vec{f}_2$ qanday katta bo'lmasin, u $\vec{B}$ va $\vec{v}$ vektorlar yotgan tekislikka nisbatan hamma vaqt perpendikulyar bo'lgani tufayli zaryad tezligi v ni o'zgartira olmaydi. Bu kuch faqat q zaryad harakatlanayotgan trayektoriyasini o'zgartiradi xolos. Shuning uchun ham zaryadni harakatlantiruvchi elektr maydon kuchi $\vec{f}_1$ bilan magnit maydonining ta'sir kuchi $\vec{f}_2$ ning yig'indisi $\vec{f} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 = q(E + \vec{v}B)$ - **Lorens kuchi** deb ataladi. Yana bir bor eslatamizki, magnit maydon ta'siri f_2 faqatgina harakatda bo'lgan zaryad uchun mavjuddir; undan tashqari xuddi shu yo'nalish va tezlik bilan mazkur magnit maydonida manfiy zaryad harakatlansa, unga ta'sir etuvchi magnit kuchi f_2 teskari yo'nalishda hosil bo'ladi. Lorens kuchi tenglamasidan yana bir qiziq xulosaga kelish mumkin: agar magnit kuchining moduli $f_2 = qvB$ bo'ladigan bo'lsa, demak, magnit induksiyasi

$$B = \frac{f_2}{qv}.$$

Demak, induksiyaga 1.1-tenglamada berilgan tavsifni quyidagicha to'ldirish mumkin: **magnit induksiyasi magnit maydonini tavsiflovchi shunday vektor kattalikki, u magnit ta'sir kuchining zaryadi va uning harakat tezligi ko'paytmasiga bo'lgan miqdoriy nisbatini ko'rsatadi.**



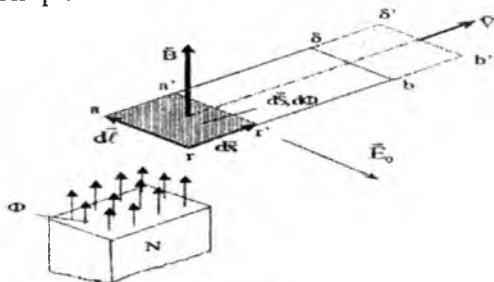
1.9-rasm.

Ko'rib chiqilgan Lorens tenglamasidan yana bir muhim xulosa chiqarish mumkin. Faraz qilaylikki, bir tekis harakatda bo'lgan zaryad q biror vaqt mobaynida qandaydir elektr simidan o'tib borayapti (1.9-rasm). Demak, o'zgaras tok uchun zaryad miqdori $q=I \cdot t$ bo'lsa, ikkinchi tomondan ushbu zaryad elektr simining l ga teng bo'lgan qismini shu t vaqt ichida o'tgan, deb olsak ham bo'ladi, ya'ni $l = v \cdot t$. U holda $f_2 = qvB$ o'rniga $f_2 = I \cdot t \cdot \frac{l}{t}$ $B=Bil$ deb yozish mumkin. Bu ifoda esa o'zgaras tok I o'tkazayotgan va l uzunlikka ega bo'lgan elektr simi B induksiyali magnit maydoniga joylashtirilganda, u magnit maydoni tomonidan $[F=Bil]$ miqdorga ega mexanik kuch ta'siri ostida bo'lishini ko'rsatadi. O'lchov birligiga o'tsak,

$$|F| = |B \cdot I \cdot l| = \left[\frac{B\delta}{M^2} \cdot A_M \right] = \left[\frac{v \cdot c}{m} A \right] = \left[\frac{Joul}{metr} \right] = [Nyuton]$$

1.6. Elektromagnit induksiya hodisasi

Bu muhim elektromagnit hodisa magnit maydonida harakatlangan elektr o'tkazgichda (simda) e.y.u.k. hosil bo'lishini namoyish qiladi va birinchi marta M.Faradey tomonidan 1831-yilda tajriba asosida isbotlangan. Yuqorida ko'rib chiqilgan Lorens kuchlarini hisobga olgan holda 1.10- rasmida ko'rsatilgan holatni o'rganaylik. Faraz qilaylik, biror o'zgaras magnitning yuqori tomonida joylashgan N - shimol qutbi Φ magnit oqimini hosil qiladi.



1.10-rasm.

Demak, magnit qutbi yaqinidagi nuqtalarda induksiya vektori $\vec{B}$ tik tepaga yo'nalgan bo'ladi. Endi oqim Φ tarkibidagi magnit kuch chiziqlarini ko'ndalang yo'nalishda ramka (to'rtburchakli berk sim halqa) $\vec{B}$ tezlikda kesib o'tsin. Biz bilamizki, ramka metallardan ishlanganligi tufayli uning ichki tarkibidagi erkin elektronlar hisobiga q_0

zaryad joy oladi va u ramka bilan V tezlikda magnit maydonida harakatda bo'ladi. Unga tegishli Lorens kuchi $f_2 = q_0[\vec{v}\vec{B}]$ ga teng bo'ladi. Ammo bu hodisani, kuzatuvchi ramka bilan bir xil tezlikda harakatda bo'lsa, unga mazkur kuch $f_2 = q_0 [\vec{v}\vec{B}]$ bo'lib, go'yo kuchlanganligi $\vec{E}_0$ ga teng bo'lgan tashqi elektr maydon ta'sirida hosil bo'lgandek tuyuladi.

Shuning uchun ham harakatdagi ramkaning kuchlanganligi $E_0=[\vec{v}\vec{B}]$ bo'lgan elektr maydon ta'sirida deb hisoblash mumkin.

Endi Δt vaqt ichida ramka Δx oralig'iga surildi deb hisoblasak, uning tezligi $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \approx \frac{d\vec{x}}{dt}$ bo'lib chiqadi va tashqi sun'iy elektr maydon kuchlanganligi $\vec{E}_0 = \left[\frac{d\vec{x}}{dt} * \vec{B} \right]$ bo'ladi. Ikkinchi tomondan, ramka surilish natijasida magnit kuch chiziqlari kesib o'tayotgan kesim $\Delta S = \Delta l' \Delta x$ miqdoriga, magnit oqimi esa $\Delta \Phi = B \cdot \Delta s$ miqdoriga o'zgaradi. Magnit induksiyasini va ramka tezligini aniq yo'nalishga ega ekanligini, ya'ni vektor son bo'lganligini va $\Delta l \approx dl$, $\Delta x \approx dx$, $\Delta \Phi \approx d\Phi$ hamda tengliklarni hisobga olsak, quyidagini yozish mumkin:

$$d\Phi \approx \oint \vec{B} d\vec{S} = \oint \vec{B} [d\vec{x} d\vec{l}] = -\oint [d\vec{x} \vec{B}] d\vec{l} \quad (1.6)$$

(Oxirgi ifodadagi ishora o'zgarishi vektor ko'paytmasidagi ko'paytiruvchi vektorlar o'rni almashgani hisobiga bo'ldi). Bu tenglamaning ikkala tomonini dt ga bo'lsak, $\frac{d\Phi}{dt} = -\oint_e \left[\frac{dx}{dt} * \vec{B} \right] d\vec{l} = -\oint_e E_0 d\vec{l}$ yoki $\oint_e E_0 d\vec{l} = \frac{-d\Phi}{dt}$ bo'ladi. Ko'rinib turibdiki, nolga teng emas va (1.2.) ifodada berilgan nazariyaga binoan mazkur ifodani potensial tushunchasiga tenglashtirib bo'lmaydi. Demak, bu ramkani magnit maydonidagi harakatlantiruvchi kuch evaziga uning simi bo'ylab elektr yurituvchi kuch hosil bo'ladi:

$$e = \oint_e E_0 d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (1.7)$$

Magnit maydonida harakatlanuvchi har qanday o'tkazgich, uning shakli va berk zanjir hosil qilish-qilmasligidan qat'i nazar, biror miqdorli e.yu.k. ga ega bo'ladi, hosil bo'lgan yoki **induksiyalangan e.yu.k.** kattaligi o'tkazgichning harakat tezligiga bog'liqdir. Masalan, 1.10-rasmda ko'rsatilgan vaziyatda e.yu.k. ramkaning faqat "ag" va "bv" qismlarida hosil bo'ladi, chunki "ab" va "vg" qismlari magnit kuch chiziqlarini umuman kesib o'tmaydi. Vaholanki, "bv" qismida ham e.yu.k. juda kichik miqdorda yoki mutlaqo nolga teng bo'lib chiqishi

mumkin; bu esa ramkaming uzoq chekkasi magnit maydoni bilan sust ravishda bog'langanligini ko'rsatadi.

Tenglama (1.7) dan ko'rinib turibdiki, o'tkazgich qancha katta tezlik bilan magnit maydonini kesib o'tsa, o'shancha katta e.yu.k. hosil bo'ladi: bir tekis o'zgarish tezlikdagi harakat uchun $e = \text{const}$, to'xtab turgan ramka uchun $e = 0$. Shuni ham ta'kidlash lozimki, ramkani kesib o'tayotgan magnit oqimi $\Phi(t)$ vaqt mobaynida oshib borsa ($\frac{d\Phi}{dt} > 0$), induksiyalangan e.yu.k. absolyut qiymati noldan katta bo'lib, o'zgarib turadi, ammo uning miqdori manfiy bo'ladi. Agarda $\Phi(t)$ vaqt bo'ylab kamayib borsa ($\frac{d\Phi}{dt} < 0$), induksiyalangan e.yu.k. musbat miqdorlarga ega bo'lib, o'zgarib turadi. Bu juda muhim qonuniyatning mazmuni shundan iboratki, magnit maydon oqimining miqdoriy o'zgarishi magnit energiyasining ramka atrofida o'zgarishini aks ettiradi: magnit oqimining zo'rayishi magnit maydon energiyasini ramkaga nisbatan ko'payishiga olib keladigan bo'lsa, unda hosil bo'lgan e.yu.k. teskari yo'nalgan bo'lib, energetik muvozanatni saqlashga intiladi. Magnit oqimi kamayib borsa ($\frac{d\Phi}{dt} < 0$), ushbu e.yu.k. o'z ishorasini o'zgartirib, uni olib kirgan energiyasini saqlab qolishga harakat qiladi.

Yana bir narsani aytib o'tish kerakki, yuqorida ko'rib chiqilgan hodisa faqatgina ramka harakatda bo'lganda emas, vaholanki, joyidan qo'zg'almas ramkaga nisbatan o'zgarish magnit (yoki tokli ramka) harakatda bo'lsa ham sodir bo'laveradi. Shunday holat ham yuz berishi mumkin, o'tkazgich yopiq kontur (ramka) o'zgaruvchan tok hosil qilgan magnit maydonda harakatda bo'ladi. Natijada induksiyalangan e.yu.k. ikkita tashkil etuvchidan tarkib topadi, ya'ni:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \oint_e [\vec{v}\vec{B}]d\vec{l}.$$

Bu yerda: $(-\partial\Phi/\partial t)$ qo'zg'almas ramkadagi magnit maydonining o'zgarishi: $\oint [\vec{v}\vec{B}]d\vec{l}$ – ramkani harakatda bo'lgani hisobiga hosil bo'lgan e.yu.k. qismidir.

Endi (1.7) ko'rinishdagi tenglamaga qaytib kelsak va berk konturda paydo bo'lgan e.yu.k. ning mazkur zanjirda tok i hosil qilishini e'tiborga olsak, undagi o'rin olgan kuchlanish $u = e = Ri$ bo'lib chiqadi. Bu yerda R – zanjirning aktiv qarshiligi. Shunday qilib,

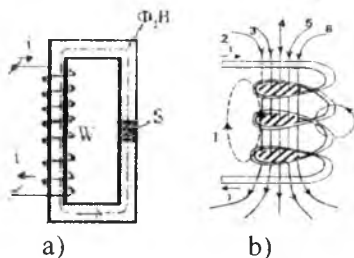
$$Ri = -\frac{d\Phi}{dt} \text{ yoki } idt = -\frac{d\Phi}{R} \text{ yoki } dq = -\frac{d\Phi}{R}$$

Aynan shunga yaqin shaklda, to'g'rirog'i $\Delta q = -\frac{\Delta \Phi}{R}$ ko'rinishda ushbu qonuniyat M. Faradey tomonidan aniqlangan edi. Olim Φ tushunchasiga bir necha magnit kuch chiziqlarining ΔN o'zgarishini tenglashtirgan, ya'ni $e = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$ deb baho bergan. Bu ifoda bilan elektromagnit induksiya qonuniyatini tushuntirishda shu joyi qulayki, magnit maydonining kuch chiziqlarini kesib o'tuvchi o'tkazgich berk konturni tashkil etishi shart emas (masalan, $\vec{B}$, $\vec{v}$ va $\vec{E}_0$ vektorlari bir-biriga nisbatan perpendikulyar bo'lgani tufayli $e_{a2} = vBl_{a2}$). Umumiy holatda bir tekis magnit maydonida v tezlik bilan harakatlanuvchi va l uzunlikka ega bo'lgan o'tkazgichlar uchlarida $e_{a2} = vBl_{a2}$ ga teng e.y.u.k. hosil bo'ladi. Uning yo'nalishini o'ng qo'l qoidasi bilan aniqlasa bo'ladi.

Yuqorida ko'rib chiqilgan nazariyadan shunday xulosa chiqarish mumkin: elektr va magnit maydonlari bir-biridan mutlaqo ayrim holatlarda mavjud bo'la olmaydilar, ular o'zaro birlashtiruvchi umumiy elektromagnit jarayonlar bilan chambarchas bog'langanlar.

1.7. Ilashgan magnit oqim. O'zinduksiya va o'zaro induksiya elektr yurituvchi kuchlari

Ma'lumki, har qanday magnit maydonida magnit kuch chiziqlari cheklangan masofada tarqalgan bo'lib, berk trayektoriyalar bo'ylab joylashgan bo'ladi (1.7-rasm). Mazkur maydonning ixtiyoriy joyida o'lgan magnit oqimi kuch chiziqlar "teshib" o'tayotgan va ixtiyoriy ravishda tanlab olingan kesim " S_k " ga bog'liqdir, ya'ni $\Phi_{sk} = \int \vec{B} d\vec{S}$



1.11-rasm.

Ammo bir o'ramli tokli simni (konturni) magnit maydonining manbai deb olsak, to'la magnit oqimini $\Phi_{sk} = \int \vec{B} d\vec{S}$ deb olishimiz shart (bu yerda "S" eslatilgan tokli konturning yuzasi). Endi faraz qilaylik, tokli sim bir necha o'ramli g'altak shaklida tuzilgan (1.11-a rasm). Shu

sababli magnit kuch chiziqlari yo'lida har bir o'ramga tegishli kesim "S" bir necha marotaba uchraydi. Undan tashqari, magnit kuch chiziqlari har xil trayektoriyalardan o'tgani tufayli ayrim o'ramlarga nisbatan boshqa-boshqa zichlikda kesib o'tgan (shartli chiziqlar 1,2,...,7). Rasmdan ko'rinib turibdiki, i tokli ko'p o'ramli manbaga g'altakka nisbatan magnit oqimini $\Phi=BS$ deb olib bo'lmaydi, chunki kuch chiziqlarining sonini tokka proporsional deb hisoblasak, har bir yangi o'ram evaziga bu chiziqlar karrali ko'payib borayapti. Shunday qilib, haqiqiy magnit oqimi $\Phi_{\Sigma}=\sum_1^w B \cdot S_k$ yoki $\psi = \Phi_{\Sigma}=w\Phi=wBS$ (bu yerda w – o'ramlar soni). Natijaviy yoki karralangan magnit oqimi $\psi=w\Phi$ – **ilashgan magnit oqimi** deb ataladi. Oddiy magnit oqimi F deb, bir o'ramga (masalan, o'rtadagi o'ramga) tegishli kuch chiziqlar yig'indisini hisoblaymiz. Agar magnit oqimi yo'lida maxsus magnit o'tkazgich temir o'zak joylashgan bo'lsa (1.11-b rasm), w – o'ramli g'altakning har bir o'rami deyarli bir xil oqim $\Phi=BS$ bilan ilashgan bo'ladi. G'altakka tegishli ilashgan magnit oqimi uchun olingan $\psi=w\Phi$ ifoda haqiqatga yanada yaqinroq bo'ladi, chunki deyarli hamma magnit kuch chiziqlari "S" kesimli temir o'zak ichida ixcham joylashib oladi.

Yuqorida (1.6) ko'rsatilganidek, magnit oqimi magnit kuch chiziqlari zichligini tavsiflaydigan ko'rsatkichdir, ya'ni $w\Phi=N$. Shuning uchun ilashgan magnit oqimi $\psi=N=w\Phi$ va uning vaqt mobaynida har qanday o'zgarishi ko'p o'ramli konturda (g'altakda) elektromagnit induksiya qonuniyatiga binoan quyidagi miqdorli e.yu.k. hosil qiladi:

$$e = \frac{-dN}{dt} = \frac{-d\psi}{dt} = -w \frac{d\Phi}{dt} \quad (1.8)$$

Ilashgan magnit oqimi to'la-to'kis g'altakdan o'tayotgan tokka to'g'ri proporsionaldir, ya'ni $\psi=Li$. Proporsionallik koeffitsiyenti L – **xususiy induktivlik** yoki to'g'ridan-to'g'ri **induktivlik** deb ataladi.

Uning o'lchov birligi: $[L] = \frac{[\psi] - BG}{[i]} = \frac{B \cdot c}{A} = Om \cdot c = G(\text{genri})$

Induktivlik magnit maydon hosil qiluvchi induktiv konturining (g'altakning) geometrik o'lchovlari g va magnit kuch chiziqlari yoyilgan muhitning magnit singdiruvchanligiga bog'liq, ya'ni $L=f(g, \mu)$. Shunday qilib, ilashgan magnit oqimi vaqt o'zgarishi natijasida hosil bo'ladigan (induksiyalanadigan) e.yu.k., ya'ni o'zinduksiya e.yu.k.

$$e = -\frac{d\psi}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt} = -L \frac{di}{dt} \quad (1.9)$$

ham tok i , ham induktivlik L o'zgaruvchanligi hisobiga vujudga kelishi mumkin. Agarda $L=\text{const}$ bo'lsa, $e = -L \frac{di}{dt}$ bo'ladi.

1.11-a rasmda ko'rsatilgan magnit maydoni atrof-muhitda shunday joylashganki, uning kuch chiziqlari faqat manba rolini o'ynovchi induktiv g'altak o'ramlari bilan ilashgan. Lekin shunday ham bo'lishi mumkinki, magnit kuch chiziqlari yo'lida boshqa induktiv konturi (yoki konturlar) joylashgan bo'ladi. O'zga konturlarning xususiy (o'z manbaidan chiqqan) toklari bo'lishi yoki bo'lmasligidan qat'i nazar, asosiy magnit maydonining kuch chiziqlari o'sha konturlarni kesib o'tib, ularda e.yu.k. hosil qilishi ham mumkin. Misol uchun 1.12-a va b rasmda ko'rsatilgan magnit maydonlarini ko'rib chiqaylik. Agar o'ramlar soni w_1 teng bo'lgan induktiv g'altakdan i_1 tok o'tayotgan bo'lsa, u hosil qilgan magnit kuch chiziqlari 1.12-a rasmda ko'rsatilgandek, qisman w_2 va w_3 o'ramli ikkinchi va uchinchi induktiv g'altaklar bilan ilashgan bo'ladi.

Tabiiyki, eng ko'p kuch chiziqlari w_1 o'ramli asosiy g'altak bilan bog'langan bo'ladi, chunki ularning talay qismi w_2 va w_3 g'altaklarga yetib bormasligi aniqdir. Qanday bo'lmasin, agar magnit maydoni faqat i_1 toki tufayli hosil bo'lsa, unda g'altaklarga ilashgan magnit oqimlarining miqdori quyidagicha aniqlanadi:

birinchi kontur uchun $\psi_{11} = L_{11}i_1$

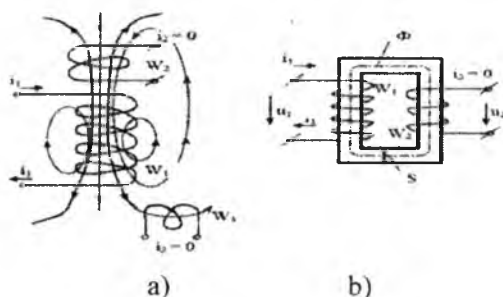
ikkinchi kontur uchun $\psi_{21} = M_{21}i_1$

uchinchi kontur uchun $\psi_{31} = M_{31}i_1$ va h.k.

Bu yerda: ψ_{11}, ψ_{21} va ψ_{31} – tegishli konturga ilashgan magnit oqimi, L_{11} – birinchi konturning (g'altakning) induktivligi, M_{21} va M_{31} – tegishli birinchi va ikkinchi hamda birinchi va uchinchi g'altaklar orasidagi **o'zaro induktivliklari**. Ikkinchi va uchinchi konturlardagi toklar nolga teng bo'lsa ham, ($i_2 = i_3 = 0$), mazkur g'altaklarda o'zaro induksiya e.yu.k. lar hosil bo'ladi:

$$\begin{aligned} e_{2M} &= \frac{-d\psi_{21}}{dt} = -M_{21} \frac{di_1}{dt}, \\ e_{3M} &= \frac{-d\psi_{31}}{dt} = -M_{31} \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \quad (1.10)$$

Agar (1.8), (1.9) va (1.10) ifodalarda keltirilgan e.yu.k.larning (-) (minus) ishorasini tushuntirishga o'tsak, bu E.X. Lens ochgan muhim qonuniyat, ya'ni **elyektromagnit inersiya** qonuniyati bilan bog'langandir. Ya'ni har qanday induksiyalangan e.yu.k. o'z konturida shunday tok hosil qiladiki, uning harakati boshqa magnit oqimining o'zgarishiga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi: oqim ko'payishiga intilsa, induksiyalangan tok uni susaytirishga harakat qiladi, oqim kamayishiga intilsa, mazkur tok uni eski miqdorda saqlab qolishga harakat qiladi.



1.12-rasm.

O'zaro induksiyalanib hosil bo'ladigan e.y.u.k. larni ta'riflashda shuni ham aytib o'tish lozimki, bu hodisa elektr energiyasini magnit maydon vositasida uzatishda o'ta muhim rol o'ynaydi. 1.12-b rasmda o'zaro induktiv bog'langan w_1 va w_2 g'altaklar yagona temir o'zakka o'rnatilgan. Shu sababli magnit kuch chiziqlari atrof-muhitga tarqoq bo'lmagan holda deyarli to'la-to'kis g'altaklar o'ramlari bilan ilashgan. Har bir o'ram kesimi "S" dan bir xil bo'lgan magnit oqimi Φ o'tib turgani tufayli, g'altaklardagi ilashgan magnit oqimlari tegishlicha $\psi_1 = w_1 \Phi$ va $\psi_2 = w_2 \Phi$ ga teng bo'ladi. G'altaklardagi ichki qarshiliklarni $R_1 = R_2 = 0$ deb olsak, ularning qismlaridagi kuchlanishlar

$$u_1 = -e_1 = w_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{va} \quad u_2 = -e_2 = w_2 \frac{d\Phi}{dt}.$$

Ya'ni elektr tokini bir konturdan ikkinchi konturga magnit maydon orqali (ya'ni elektr ulanishsiz) va uning kuchlanishlarini $U_1:U_2 = w_1:w_2$ nisbatda o'zgartirib turib uzatish mumkin ekan. Bu effekt transformatorlar nazariyasida keng qo'llaniladi.

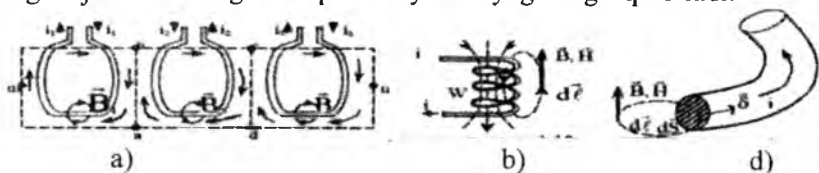
1.8. To'liq tok qonuni

Yuqorida (1.4-rasm) ko'rsatildiki, har qanday tok o'tayotgan o'tkazgich (sim, kontur, o'ram va h.k.) atrofida magnit maydoni hosil bo'ladi. O'z navbatida shu magnit maydonini tashkil etuvchi magnit kuch chiziqlari (magnit oqim yo'llari) mazkur tokli simni qurshab olgan bo'ladi (1.7-rasm).

Biror ixtiyoriy ravishda tanlangan kuch chizig'i uchun magnit holatni

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu i \quad (1.11)$$

tenglamasi bilan tavsiflana bo'ladi. Agarda magnit maydoni bir necha tokli konturlar ishtirokida tashkil topgan bo'lsa, magnit kuch chiziqlar shakllari ham ancha murakkab bo'ladi va ularni tavsiflovchi berk integral $\oint \vec{B} d\vec{l}$ tanlangan miqdori trayektoriyaga bog'liq bo'ladi.



1.13-rasm.

Faraz qilaylik, biror magnit maydoni i_1 , i_2 va i_3 toklari o'tayotgan bir o'rnamli konturlar atrofida vujudga kelgan (1.13-rasm). Ayrim magnit maydon manbalari atrofidagi magnit holatiga baho beradigan bo'lsak, quyidagilarni yozishga haqlimiz:

$$\oint_{\text{amba}} \vec{B} d\vec{l} = \mu i_1, \quad \oint_{\text{abcda}} \vec{B} d\vec{l} = -\mu i_2 \quad \text{va} \quad \oint_{\text{acnd}} \vec{B} d\vec{l} = \mu i_3,$$

Ko'rinib turibdiki,

$$\begin{aligned} \oint_{\text{amba}} \vec{B} d\vec{l} + \oint_{\text{abcda}} \vec{B} d\vec{l} + \oint_{\text{acnd}} \vec{B} d\vec{l} &= \\ &= \oint_{\text{ambcnda}} \vec{B} d\vec{l} = \mu(i_1 - i_2 - i_3) \end{aligned} \quad (1.12)$$

Chunki berk konturlar bo'yicha olingan integrallarni uchastkalarga (qismlarga) yoyib turib, qo'shish natijasida

$$\int_b^a \vec{B} d\vec{l} + \int_a^b \vec{B} d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} d\vec{l} + \int_d^c \vec{B} d\vec{l} = 0$$

Ikkinchi tokning minus ishorali (ya'ni, $-i_2$) olishimizning sababi integrallashda olingan yo'nalish bu konturdagi $\vec{B}_2$ induksiya yo'nalishiga qarama-qarshi bo'lganligidir. Agar integrallash trayektoriyasi ixtiyoriy yo'nalgan i_1 , i_2 , ... i_k toklar konturlarini qurshab olgan bo'lsa, yuqoridagi tenglama

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu \sum_1^k i_k \quad (1.13)$$

ko'rinishida yozilishi mumkin.

Amalda, ya'ni magnit maydonini hisob-kitob qilishda, bizni ko'proq induksiya V emas, balki magnit maydoni kuchlanganligi H qiziqtiradi. Shuning uchun $\vec{B} = \mu \vec{H}$ ifodadan foydalamb, (1.11), (1.12) va (1.13) o'rniga tegishli

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = I \quad \text{yoki} \quad \oint \vec{H} d\vec{l} = i_1 - i_2 + i_3 \quad \text{va} \quad \oint \vec{H} d\vec{l} = \sum_1^k i_k$$

Ushbu tenglamalar to'liq tok qonunini aks ettiradi, ya'ni biror berk kontur bo'ylab olingan va magnit kuchlanganlikka tegishli integral shu kontur qurshagan kesimdan o'tgan barcha toklarning algebraik yig'indisiga tengdir. Toklar yig'indisi deb, ko'p o'ramli induktiv g'altak yordamida hosil bo'lgan magnit maydoni uchun $\sum i = \sum w_i$ ni qabul qilish o'rinalidir (1.13-b rasm). Bu holda to'liq tok qonuni quyidagicha yoziladi:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum w_i$$

Shunday bo'lishi ham mumkinki, integral olinayotgan berk trayektoriya tok o'tgan simning kesimini o'z ichiga qisman olgan bo'ladi (1.13-d rasm). Bu holda to'liq tok qonuni $\oint \vec{H} d\vec{l} = \oint_s \vec{\delta} d\vec{s} = \Delta i$ shaklida yoziladi. Bu yerda: $\vec{\delta}$ – sim kesimidagi tok zichligi vektori [A/m^2], $d\vec{s}$ – aniq yo'nalishdagi elementar yuza vektori, Δi – simdagi to'la tok i ning integral doirasiga tushgan qismi.

Magnit zanjirlar tahlilida $\oint \vec{H} d\vec{l}$ yordamida topilgan miqdor **magnit yurituvchi kuch** (m.yu.k.) sifatida ham ishlatiladi. M.yu.k. uchun olinadigan integral berk kontur tashkil qilishi shart emas. Masalan, ixtiyoriy ikki nuqta A va B oralig'ida mazkur kattalik quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$F = \int_A^B \vec{H} d\vec{l}$$

To'liq tok qonunini o'rganish natijasida yana bir bora shu xulosaga kelamizki, elektr maydomida sodir bo'ladigan har qanday hodisa o'ziga oid magnit hodisa vujudga kelishiga sababchi bo'ladi va aksincha, elektr maydoni magnit maydonidan mustasno vujudga kela olmaydi – hamma hodisalar elektromagnit tabiatga egadir.

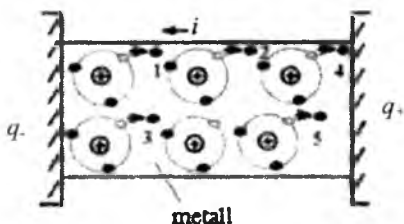
1.9. Elektr toki va uning turlari

Yuqoridagi (1.1) ifodada elektr maydonini tavsiflash jarayonida asosiy diqqat-e'tiborimizni elektr zaryadlarda to'xtatgan edik. Haqiqatdan ham elektr kuchlarining negizida zaryadlar turadi. Ammo zaryadlarning bir-biriga bo'lgan ta'sir kuchlarini bayon eta turib, ularning harakatdagi xususiyatlarini yoritmagan edik. Shu sababli biz ko'rib chiqqan elektr maydon qo'zg'almas zaryadlar maydoni edi: bunday elektr maydoni – **elektrostatik maydon** deb ataladi.

Endi faraz qilaylikki, manba zaryadi q ta'sirida q_0 sinov zaryadi harakatga keladi, ya'ni u bir nuqtadan Δt vaqt ichida ikkinchi nuqtaga

o'tdi. Demak, elektr maydonidagi muvozanat buzildi: zaryadlar tuzumida $i = \Delta q / \Delta t$ ga teng o'zgarish paydo bo'ldi (bu yerda kichik zaryad $q = q_0$ esa **elektr tok** yoki **zaryadlar oqimidir**). Zaryadning bir joydan ikkinchi joyga o'tishi birinchi joyda elektrning kamayishi, ikkinchi joyda ko'payishiga olib keladi. Bu esa elektr energiyasining almashinuviga sabab bo'ladi. Shunday qilib, elektr toki – bu zaryadlar harakatining natijasidir.

1.O'tkazuvchanlik toki. Elektr maydonidagi zaryadlar harakati, ya'ni elektr tok har xil sabablar bilan bog'liq bo'lishi mumkin. Bularidan biri – **o'tkazuvchanlik** omili. Ma'lumki, har qanday materiyaviy moddalar atom strukturaga ega bo'ladilar, ya'ni ularning zarrachalari atomlardan iborat bo'ladi.



1.14-rasm.

O'z navbatida har bir atom musbat yadro (+) va uning atrofida joylashgan bir necha (-) elektronlardan tashkil topgan bo'ladi.

Yadro (yoki proton) va elektronlar elementar (oddiy) elektr zaryadlarga ega bo'ladilar, ammo ularning ishorasi har xil bo'lgani tufayli atom hajmida zaryad rolini o'tay olmaydilar ($+q_{\text{prog}} + q_{\text{elek}} = 0$). Lekin bu elektr muvozanat puxtaligi moddaning kimyoviy xususiyatlariga bog'liq: ayrim hollarda muvozanat buzilishi ham mumkin. Misol sifatida metallarni keltirish mumkin: bu kimyoviy elementlardagi atom zarrachalari o'z elektronlaridan bir qismini tashqi kuchlar ta'sirida, masalan, qizish, nurlanish va elektrlanish natijasida yo'qotishi mumkin.

Shu sababli o'z atom orbitasini tashlab chiqib ketuvchi elektronlar – **erkin elektronlar** deb ataladi. Ayni shu nazariyada biz ko'rib chiqadigan tok asos topgan.

Faraz qilaylik, har xil ishorali ikkita zaryad $q_1 = q_1$ va $q_2 = q_2$ orasida metall, ya'ni elektr o'tkazuvchan modda joylashgan (1.14-rasm). Tashqi maydon ta'sirida metall atomlarining elementar zarrachalari harakatga

keladi; elektronlar q^+ tomonga, protonlar esa q_- tomonga intila boshlaydi.

Natijada erkin elektronlar (1,2,3,4, va h.k.) atomlar orasidan o'ng tomonga yura boshlaydi. Ammo ularning hammasi q^+ zaryadga yetib borishi shart emas, vaholanki, yetib bormaydi ham. Ular yo'lda uchragan boshqa atom orbitalaridagi erkin elektronlardan bo'shagan joylarni egallaydi. Ya'ni elektronlarning o'ngga surilishi tikka va yonmayon terilgan g'ishtlarning bir-birini to'liqsimon yiqitishiga o'xshash jarayon hisoblanadi. Faqat elektronlar yurish tezligi deyarli nur tezligiga teng bo'ladi. Shuni ham eslatish kerakki, q_- ga taqalgan qatlamda atomlardan chiqib ketgan erkin elektronlar o'rni shu tashqi manfiy zaryad hisobiga qoplanadi. Shu tufayli tok $i = dq/dt$ o'tgan sari q_- manba zaryadining absolyut qiymati kamayib boradi. Xuddi shuningdek, metall o'tkazgichning tashqi zaryad q^+ ga taqalgan qatlamidagi ortiqcha va manfiy zaryadli erkin elektronlari shu musbat zaryadni qisman neytrallaydi va kuchsizlantiradi. Ya'ni q^+ zaryadning ham absolyut qiymati kamayib boradi. Agar zaryadlarning qiymatlarini to'xtovsiz tiklab turadigan kuch – vosita (masalan, elektr yurituvchi kuch) bo'lmasa, tok sekin-asta kamayadi va nolga teng bo'lib qoladi. Misol sifatida kimyoviy elementlardan tashkil topgan o'zgarmas tok batareyalarini keltirish mumkin.

Shuni ham eslatish lozimki, o'tkazuvchan tokning kattaligi q^+ va q_- zaryadlar hosil qilgan va metall o'tkazgichning uchlaridan o'rin olgan $\varphi = \varphi^+ - \varphi^-$ potentsiallar farqiga va o'tkazgichning qarshiligiga bog'liqdir. Shuni ham ta'kidlash kerakki, tokning kattaligi qanchalik ortib borsa, o'shancha ko'proq atomlar erkin elektronlar chiqarishda ishtirok etadi va aksincha. Tok q^+ dan q_- ga yo'nalgan bo'ladi.

1.14-rasmga ko'ra, harakatlangan elementar zaryadlar (ya'ni tok) mazkur o'tkazgichning kesimidan ma'lum bir zichlik bilan o'tib turadi. Agar eslatilgan kesimni S deb olsak va o'tayotgan tok $i = \frac{dq}{dt}$ ni skalyar miqdor deb hisoblasak, har bir elementar yuzacha ΔS dan o'tayotgan zaryadlar aniq yo'nalishga ega bo'ladi (1.15-rasm). Yuzacha ΔS qancha kichik bo'lsa ($\Delta S \rightarrow 0$), o'sha darajada unga tegishli tok qismi Δi aniq yo'nalishga ega bo'lib boradi. Shuning uchun ham zaryadlarning o'tkazgich ichida joylashganligi va ularning harakat yo'nalishlarini aniqlash maqsadida **tok zichligi vektori** tushunchasi kiritiladi.

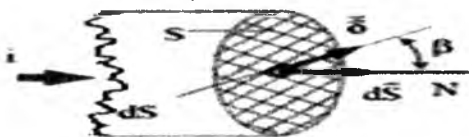
$$\vec{\delta} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{di}{\Delta S} = \frac{di}{ds} \left[\frac{A}{m^2} \right]$$

Bu vektor musbat zaryadlar harakat qilayotgan tomonga yo'nalgan bo'ladi. Agarda uning yo'nalishi dS yuzaga normal bo'lgan N chiziq bilan β burchagini tashkil etsa, to'la yuza S - dan o'tayotgan tok.

$$i = \int \delta \cos \beta ds = \int \vec{b} d\vec{s} \quad (1.14)$$

Shu narsa ham ma'lumki, agar o'tkazgich bir tekis moddadan iborat bo'lsa, Y (ya'ni, bir jinsli o'tkazuvchan muhit tashkil etgan bo'lsa) o'zgarmas harakatli sharoitda **tok zichligi tashqi elektr maydon kuchlanganligiga proporsionaldir**:

$$\vec{\delta} = \gamma \vec{E} \quad (1.15)$$



1.15-rasm.

Bu yerdagi proporsionallik koeffitsiyenti γ o'tkazgichning **solishtirma o'tkazuvchanligi**. Uning o'lchov birligi $[1/(Om \cdot m)] = [Sm/m] = [Simens/metr]$. Unga teskari bo'lgan **solishtirma qarshilik** $\rho = 1/\gamma [Om \cdot m]$ kattaligidan foydalanib, elektr kuchlanganligini $\vec{E} = \rho \vec{\delta}$ tenglamasi bilan ifodalash mumkin.

O'tkazuvchanlik toki asosan metallarda, ayrim suyuqlik va gazlarda kuzatiladi.

2. Siljish toki. Faraz qilaylik, elektr maydonini hosil qiluvchi q_+ va q_- zaryadlar orasiga dielektrik, ya'ni o'tkazuvchanlik xususiyatiga ega bo'lmagan modda joylashtirilgan bo'lsin. Agar tashqi zaryad manbalari dielektrikka biriktirilgan bo'lmasa, ya'ni $q_1 + q_2 = 0$ bo'lsa, tok o'tkazmas modda atomlari dastlabki tinch holatlarida qolaveradi (1.16-a rasm). Bu ixtiyoriy 1-1', 2-2', 3-3' va h.k. shartli (nazariy) qatlamlar yoki chiziqlarga nisbatan hech qanday elektrlanish kuzatilmaydi, demakdir. Tok nolga teng ($i = 0$).

Endi xuddi shu dielektrik 1.16-rasm chegaralariga q_- va q_+ zaryadlarni biriktiraylik, ya'ni uni tashqi potensial manbaiga ulaylik (1.16-b rasm).

Dielektrik o'tkazuvchanlikka ega bo'lmagan sababli, ya'ni uning atomlari erkin elektronlarga ega bo'lmaganligi tufayli, uzluksiz oqadigan o'zgarmas tok paydo bo'lmaydi. Ammo tashqi elektr maydonining ta'siri ostida bog'langan (ya'ni orbitasidan chiqib keta olmaydigan) elektronlar q_+ tomonga intila boshlaydi. Elektronlar bir bog'lamda qola

turib, o'z orbitasini ikki tomonga cho'zib, doira shaklidan ellips shakliga keltiradi (1.16-b rasm). Natijada 1-1', 2-2' va h.k. chiziqlarga nisbatan elektr muvozanat buziladi: har bir qatlamning ikki tomoni har xil zaryadga ega bo'lib qoladi, ya'ni ular orasida $\Delta\varphi$ potentsiali paydo bo'ladi. Muvozanat buzilishi elementar zaryadlar joylashishi tartibi buzilgani tufayli bo'lgani uchun, biror Δt vaqt ichida Δq zaryad tashqaridan kirib kelishi shart bo'ladi, chunki ichki zaryadlar siljishi tashqi elektr kuchi hisobiga bo'lishi mumkindir. Shunday qilib, elementar zaryadlar (atom elektronlari) siljishi natijasida va aynan shu harakat davrida $i_c = \frac{\Delta q}{\Delta t} \cong \frac{dq}{dt}$ **siljish toki** kuzatiladi. Bu tok faqat elektron orbitalari deformatsiyalanayotganda (ya'ni orbita cho'zilishi mobaynida) oqadi xolos va $\Sigma\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ bo'lishi bilan nolga yaqinlashadi (bu yerda $\Delta\varphi$ – qatlamlarda hosil bo'lgan mikropotensiallar, $\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$, q' va q'' zaryadlari hosil qilgan tashqi kuchlanishdir).

Dielektrikdagi elementar zaryadlar maxsus tartibda joylashganligi tufayli (1.16-b rasm), atomlar tarkibida **elektr kuchlanish** sodir bo'ladi. Har bir molekula dipol, ya'ni ikki har xil ishorali q^+ va q^- zaryadlar jufti tarzida qaralishi mumkin. Dielektrik muhitning qutblanishi darajasi **qutblanganlik** $-P$ vektori bilan ifodalanadi. O'z navbatida bu vektor elektr maydonining kuchlanganligiga proporsionaldir, ya'ni:

$$\vec{P} = \chi \vec{E} \quad [J/m^2]$$

Bu yerda: $\chi = \chi_n - \epsilon_0$ – absolyut dielektrik kirituvchanlik $[F/m] = [Farad/metr]$, χ_n – nisbiy dielektrik kirituvchanlik (o'lchovsiz son) ϵ_0 – dielektrik doimiy $[F/m]$.

1.16-b rasmga qaytar ekanmiz, tashqi asosiy zaryad q_+ ga eng yaqin bo'lgan 3-3' qatlam atrofidagi dipol e qutblari q^+ (chap tomonda) va q^- (o'ng tomonda) joylashganligini qayd qilamiz. Shu qatlamning kesim yuzasini S deb olsak, qutblanish natijasida chapga siljigan zaryadni quyidagicha ifodalashimiz mumkin: $q_+ = \int \vec{P} d\vec{S}$.

Qatlamning o'ng tomoniga siljigan zaryad esa $q'_- = q'_+ = \oint \vec{P} d\vec{S}$ chunki dielektrikning har bir molekula va atomi uchun elektr muvozanatli doim saqlanib qolishi lozim, ya'ni $q'_+ + q'_- = 0$.

Demak, natijaviy elektr maydon E kuchlanganligi sodir bo'lishiga q^+ va q^- zaryadlar sabab bo'layotganligini inobatga olsak,

$$\oint \epsilon_0 \vec{E} d\vec{S} = q'_+ + q'_- = q_+ - \oint \vec{P} d\vec{S}_0$$

ko‘rinishidagi tenglamani yozish o‘rinli bo‘ladi. Uning asosida $\oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{p}) d\vec{S} = q_+$ ga o‘tsak ham bo‘ladi. Endi $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ ifodali vektorni qabul qilamiz va uni **elektr siljish vektori** $\vec{D}$ deb ataymiz.

Shunday qilib

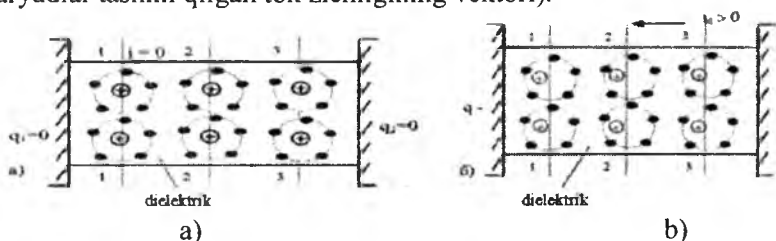
$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q_+$$

tarzdagi tenglama (yoki umumiy holda $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q_+$) Maksvellning elektromagnit maydoniga oid tuzgan asosiy tenglamalaridan biri hisoblanadi. **Maksvell postulati** nomiga ham ega bo‘lgan bu tenglama, har qanday berk yuza S ichida joylashgan hajmdan tarqalayotgan elektr siljish vektorlari oqimi shu hajmdagi erkin zaryadga tengligini ko‘rsatadi. Elektr siljish vektorini $\vec{D} = \vec{D}_0 + \vec{P}$ ko‘rinishida ham yozish mumkin va uning tarkibidagi D_0 vektori vakuum holatida paydo bo‘ladigan elektr zaryadlar siljishini ko‘rsatadi.

Agarda elektr zaryadlarni (erkin va bog‘langan bo‘lishidan qat’i nazar) vaqt mobaynida o‘zgarishini hisobga olsak, har bir nuqtadagi tok zichligi

$$\vec{\delta}_{silj} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\vec{D}_0}{dt} + \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{\delta}_0 + \vec{\delta}'$$

(bu yerda: $\vec{\delta}_0$ – vakuumdagi siljish tok zichligi vektori, $\vec{\delta}'$ – bog‘langan zaryadlar tashkil qilgan tok zichligining vektori).

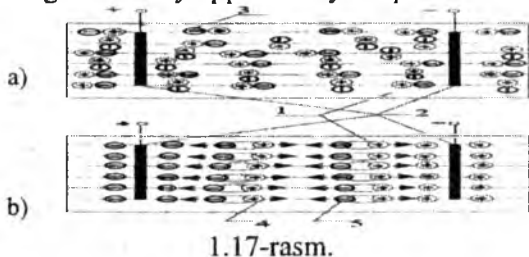


1.16-rasm

Siljish toki asosan kondensatorlarga xos jarayondir, lekin u ayrim hollarda bo‘shliq sharoitida ham kuzatilishi mumkin.

3. Ko‘chma tok. Ko‘chma tok (yoki ko‘chish toki) o‘tkazuvchanlik va siljish tokidan shu bilan farqlanadiki, u faqatgina zaryad harakatidan iborat bo‘lmaydi. Har qanday tokdek bu tok ham zaryadning vaqt ichida o‘zgarish tezligini qabul etadi. Ammo ko‘chma tok zaryadlari biror kimyoviy elementlar vositasida harakatda bo‘ladi. Ya’ni bu tok olib

o'tgan musbat va manfiy zaryadlar tegishlicha zaryadlangan (ionlangan) kimyoviy zarrachalar yordamida **ko'chirilgan** bo'ladl. Shuning uchun ham uning nomi **ko'chma** (yoki ko'chish) tokdir. Bu fizik hodisaning nazariyasini quyidagi misolda yaqqol namoyish qilish mumkin.



Faraz qilaylik, biror maxsus idishga mis kuporos eritmasi quyilgan (1.17-rasm). Kimyo nazariyasidan ma'lumki, mis kuporos CuSO_4 saqich qatroni (H_2SO_4) bilan mis (Cu) va manfiy (SO_4) ionlaridan tashkil topgan bo'lib, qo'shma holatda zaryadga ega bo'lmaydi, ya'ni neytral bo'ladilar. Agarda eritma ichida joylashtirilgan ikkita elektrodga tashqi elektr manbai ulanmagan bo'lsa (1.17-a rasm), eritma har qanday elektr harakatlardan mustasno bo'lib qolaveradi. Endi elektrodning birinchisiga musbat va ikkinchisiga manfiy zaryadlar beramiz (1.17-b rasm).

Natijada molekullar parchalana boshlaydi va manfiy zaryadlangan kislota qoldig'i (anionlar) chap elektrodga, musbat zaryadlangan mis atomlari (kationlar) o'ng elektrodga tarqala boshlaydi. Bu esa elektr tok o'ta boshlaganidan darak beradi. Mazkur ko'chma tok qancha uzoq vaqt oqsa, shunchalik ko'p miqdorda ikki elektrod kimyoviy moddalar Cu va SO bilan qoplanadi. Ko'chma tokning bu xususiyati elektrod sifatida ishlatiladigan bir turli metall buyumlarning ikkinchi turli metallar bilan qoplashda ishlatiladi (masalan, galvanik jarayonlar). Ko'chma tokning elektrod yuzasiga nisbatan zichligi eritmaning (elektrolitning) hajmiy zaryad zichligiga va ionlarning harakat tezligiga proporsionaldir:

$$\vec{\delta} = \rho_+ \vec{v}_+ + \rho_- \vec{v}_-$$

bu yerda: ρ_+ – kationlar hajmiy solishtirma zichligi [Kl/m^3];

ρ_- – anionlar hajmiy solishtirma zichligi [Kl/m^3];

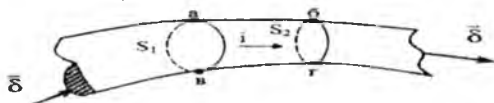
$\vec{v}_\pm$ – tegishlicha musbat va manfiy ionlar ko'chish tezligi;

$\vec{\delta} = i_{ku+}/S$ – tok zichligi vektori [A/m^2];

S – elektrod yuzasi [m^2].

1.10. Elektr tokining uzluksizligiga oid nazariya

Magnit maydonining kuch chiziqlari (magnit oqimi) kabi elektr toki ham uzluksiz tarzda namoyon bo'ladi: elektr zaryadlar oqimining boshlanish joyi ham, oxiri ham bo'lmaydi. Mazkur prinsipni (nazariyani, qonuniyatni) o'zgaras tok o'tish jarayoni misolida namoyish qilish mumkin. Faraz qilaylik, biror notekis kesimli o'tkazgichdan i toki o'tayotgan bo'lsin (1.18-rasm).



1.18-rasm.

Agar ixtiyoriy ravishda olingan kesimlar $s_1 \neq s_2$, ya'ni bir-biriga teng bo'lmasa, ularni "teshib" o'tayotgan zaryadlar oqimini quyidagicha ifodalashimiz kerak bo'ladi:

$$i_1 = - \int_{S_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} \text{ va } i_2 = - \int_{S_2} \vec{\delta}_2 d\vec{s}, \quad (1.16)$$

chunki S_1 ga kirayotgan zaryadlar manfiy, S_2 dan chiqayotgan zaryadlar musbat hisoblanadi. Ikki kesim orasidagi o'tkazgich hajmi "abvg" – elektr zaryadlar manbai deb qaralgani sababli, i_1 va i_2 toklar o'z miqdorlari bilan farqlansa, ya'ni $|i_1| \neq |i_2|$ bo'lsa, mazkur hajmdagi elektr muvozanat buziladi. Masalan, $|i_1| > |i_2|$ bo'lsa va toklar uzoq vaqt davomida oqib turadigan bo'lsa, S_1 va S_2 kesimlar orasida zaryadlar to'plana boshlaydi va ularning hajmi cheksizlikka intiladi.



1.19-rasm.

Bu esa g'ayritabiiy hisoblanadi. Xuddi shuningdek, $|i_1| < |i_2|$ bo'lganda ham, ko'proq zaryadlar olib ketayotgan tok i_2 ga tok i_1 zaryadlarini yetkazib berolmaydi. Agar yagona tok i o'tkazayotgan berk zanjirning har qanday uchastkasini olmaylik, unga kirib kelayotgan tok undan chiqib ketayotgan tok bilan teng bo'ladi, ya'ni $i_1 + i_2 = 0$ yoki $i_1 = -i_2 = i$.

Yuqoridagi (1.16) ifodaga qaytsak, bu qoida (aniqrog'i qonuniyat)

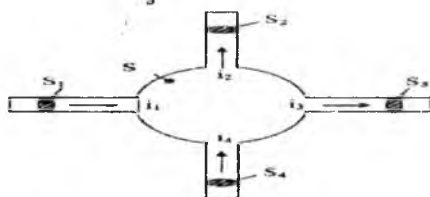
$$-\int_{s_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} + \int_{s_2} \vec{\delta}_2 d\vec{s} = 0, \quad \text{yoki} \quad \int_s \vec{\delta} d\vec{s} = 0 \quad (1.17)$$

(bu yerda δ – umumiy tok zichligi vektori). Tenglama (1.17) elektr tokining uzluksizligiga oid qonuniyatni (prinsipini) ifodalaydi.

U shuni ham ko'rsatadiki, biror zaryad o'tayotgan ixtiyoriy hajm olinadigan bo'lsa (1.19-rasni), uni qoplovchi S yuzasining har qanday qismlaridan kirib kelgan zaryadlar miqdori o'sha yuzaning boshqa qismlaridan chiqib ketayotgan zaryadlar miqdoriga tengdir. Ko'rinib turibdiki, tanlangan hajm yuzasiga qancha tok kuchlari chiziqlari kirib kelayotgan bo'lsa, shuncha chiziqlar chiqib ketayapti.

Tepadan uchinchi bo'lgan tokni hisoblaydigan bo'lsak, u kirish holatida $i_1 \int_{s_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} = \int_{s_1} \delta \cos \beta_2 ds < 0$, chunki $\beta_1 > \pi/2$ va chiqish holatida $i_2 \int_{s_2} \vec{\delta}_1 d\vec{s} = \int \delta \cos \beta_2 ds > 0$.

Lekin $i_1 + i_2 = 0$, chunki $\oint_s \vec{\delta} d\vec{s} = 0$.



1.20-rasm.

Endi aniqroq (konkret bo'lgan) misol sifatida zanjirning to'rtta tokli tarmoqlarini birlashtiruvchi tugunni ko'raylik (1.20-rasm). Tugunga bog'langan simlarning kesimini S_1 , S_2 , S_3 va S_4 deb, ulardagi toklar zichligini δ_1 , δ_2 , δ_3 va δ_4 deb qabul qilsak, tugunning qoplovchi yuzasi S ga nisbatan olingan zaryadlar oqimining muvozanati quyidagicha ifodalanadi:

$$\int_{s_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} + \int_{s_2} \vec{\delta}_2 d\vec{s} + \int_{s_3} \vec{\delta}_3 d\vec{s} - \int_{s_4} \vec{\delta}_4 d\vec{s} = \int_s \vec{\delta} d\vec{s} = 0 \quad (1.18)$$

Bu tenglamani boshqacha qilib yozganda, quyidagi $i_1 - i_2 - i_3 + i_4 = 0$ chiqadi, ya'ni tugunga bog'langan barcha toklarning algebraik yig'indisi nolga teng (Kirxgofning 1-qonuni). Demak, elektr zanjirining muvozanat tenglamalaridan biri elektr tokning uzluksizlik prinsipidan kelib chiqar ekan.

II BOB. ELEKTR ZANJIRLAR NAZARIYASIGA OID TUSHUNCHA VA QONUNIYATLAR

2.1. Elektr zanjir va uning tarkibidagi elementlar

Kitobning oldingi bobida ko'rsatildiki, har qanday elektromagnit hodisa fazoning biror qismida hamda elektr va magnit jarayonlarining chambarchas bog'langan holatida kuzatiladi. Shu sababli elektr (yoki magnit) hodisasi energiya o'zgartirishi (almashinuvi) jarayoni bilan bog'langan bo'lib, biror berk kontur (trayektoriya, ixtiyoriy chiziqli yo'l) bo'ylab kuzatiladi. Masalan, magnit maydoni (yoki uning kuch chiziqlari) ma'lum bir murakkab berk chiziq bilan cheklangan bo'lib, o'z yo'lida har xil magnit xususiyatiga ega bo'lgan muhit va elementlarni kesib o'tadi. O'z navbatida, magnit maydoni biror (yoki bir necha) manbalar tufayli hosil bo'lgan bo'ladi. Mazkur maydonning ushbu holatda ushlab turgan barcha manba, muhit va elementlar **magnit zanjirini** tashkil etadi.

Shunga o'xshash elektr hodisalari ham elektr zaryadlar (yoki toklar) hosil qiladigan manbalaridan boshlab, har xil elektr xususiyatiga ega bo'lgan muhit va elementlar tufayli ayon bo'ladi. Elektr zaryadlari harakati natijasida vujudga kelgan toklar bir necha (yoki biror) berk konturlardan iborat bo'lgan **elektr zanjir** orqali oqadi.

Aytilgan tushunchalar asosida quyidagi ikkita muhim ta'rifiy xulosaga o'tish mumkin:

1. Magnit yurituvchi kuch va magnit oqimi kabi tushunchalar yordamida ifodalanadigan hamda magnit jismlardan tashkil topgan har qanday qurilmalar to'plami **magnit zanjiri** deb ataladi.

2. Elektromagnit jarayonlari elektr yurituvchi kuch, tok va kuchlanish kabi tushunchalar yordamida ifodalanadigan hamda tok o'tish yo'llarini ta'minlovchi har qanday qurilma va vositalar to'plami **elektr zanjiri** deb ataladi.

Ammo elektr zanjirga doir to'la-to'kis ma'lumotga ega bo'lmasdan turib, uning xususiyatlarini o'rganib bo'lmaydi. Undan tashqari, elektr zanjirlardagi elektromagnit jarayonlari elektromexanika nazariyasi uchun fundamental tushuncha va qoidalar manbaidir.

Elektromagnit energiya manbalari, elektromagnit energiyasini o'zgartiruvchi va uzatuvchi qurilmalar shu energiyani qabul (iste'mol) qiluvchi obyektlari elektr zanjirlarning asosiy elementlari hisoblanadi.

Issiqlik, kimyoviy, yadroviy, mexanik, daryo suvlari va quyosh energiyalarini elektromagnit energiyasiga aylantirib beruvchi generatorlar **elektromagnit energiya manbalari** sifatida xizmat qiladi (lotincha: **“generator”** - ishlab chiqaruvchi).

Masalan, issiqlik energiyasidan foydalanganda, dastavval suv isitilib bug‘ga aylantiriladi, bug‘ esa bug‘ turbinasini katta tezlikda aylantiradi. Undan olingan mexanik energiya esa elektr generatori orqali elektr energiyasiga aylanadi. Bunday elektr generatori **turbogenerator** deb ataladi. Yadroviy va quyosh energiyalari ham asosan suv bug‘i vositasida turbogeneratorlar orqali elektr energiyasiga aylanadi. Shuni ham aytib o‘tish kerakki, dunyo miqyosida ishlab chiqariladigan barcha elektr energiya 85% dan ziyodi issiqlik energiyasidan olinadi.

Kimyoviy elektr manbalariga har xil galvanik, ya’ni kimyoviy reaksiyalar hisobiga tok hosil qiluvchi elementlar kiradi. Bu qatorga elektr energiyasini vaqtincha jamgarib qo‘yuvchi **elektr akkumulyatorlari** ham kiradi.

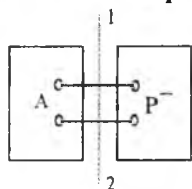
Umuman olganda, mexanik energiyani suv turbinalari, shamol parraklari, kuchli dengiz to‘lqinlari va shu kabi kuchlar hisobiga olish mumkin. Har bir holda ham mexanik energiya baribir elektr energiyasiga aylanadi.

Elektr tokini uzatuvchi liniyalarni, elektr tarmoqlar va ulagich-uzgichlar elektromagnit yoki soddaroq qilib aytganda, elektr energiyasini **uzatuvchi elementlar** (qurilmalar) deb ataladi. **Elektr energiyasini o‘zgartirishda** esa har xil transformator, inverter, tok to‘g‘rilagich, chastota o‘zgartirgich hamda shu kabi apparat va asboblarning qatnashadi. Bular ichida, masalan, eng ko‘p tarqalgan transformatorlar yordamida o‘zgaruvchi tok va kuchlanishlarning amplitudalarini ixtiyoriy miqyosda o‘zgartirish mumkin. Yarim o‘tkazgichli to‘g‘rilagich o‘zgaruvchan tokni o‘zgarmas tokka aylantirsa, inverter shunga teskari vazifani bajaradi va h.k.

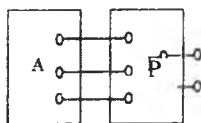
Va nihoyat, elektr energiyasini **iste’mol qiluvchi** elementlarga o‘tadigan bo‘lsak, birinchi navbatda metall simlardan yasalgan aktiv qarshiliklarni olishimiz kerak. Bu qarshiliklarda (yoki rezistorlarda) elektr energiyasi issiqlik energiyasiga aylanadi: elektr lampalari, elektr pechlar (o‘choqlar), elektr dazmollari va suv qaynatgichlari bunga yaqqol misol bo‘la oladi. Elektr iste’molchilaridan yana biri elektr yuritgichlar (motorlar, dvigatellar) dir. Ular elektr energiyasini mexanik energiyaga aylantiradi. Elektr energiyasi iste’molchilar yordamida energiya yana boshqa turlariga (radio orqali – tovush energiyasiga,

akkumulyatorda – kimyoviy energiyaga va h.k.) aylanishi mumkin. Umuman olganda, elektr zanjir elementlari ko'p funksional (ya'ni ko'p vazifa bajaradigan) bo'lgani sababli, ular zimmasiga turli talablar (energiyani aniq miqdorda o'zgartirish (yoki uzatish), uni sifatini saqlash, yuqori foydali ish koeffitsiyentiga va davomli ish bajarish qobiliyatiga ega bo'lish, ishonchiilik garovi va h.k.) qo'yilgan bo'ladi. Har qanday murakkab elektr zanjir, o'z tarkibidagi elementlar soni va ulanish shaklidan qat'i nazar, asosan ikki turkumga bo'lingan bo'ladi. Agar zanjir (yoki uning biror qismi) o'z tarkibiga e.y.u.k. yoki tok manbalarini olgan bo'lsa, bunday zanjir (yoki uning qismi) **aktiv** hisoblanadi. Agarda ularning tarkibida elektr manbalari bo'lmasa (yoki bo'la turib, bir-biriga qarama-qarshi va teng ta'sirli bo'lsa), zanjir (yoki uning qismi) **passiv** hisoblanadi.

Bunday zanjirlarni **aktiv va passiv ikkiqutbliklar** deb ham aytamiz.



2.1-rasm.



2.2-rasm.

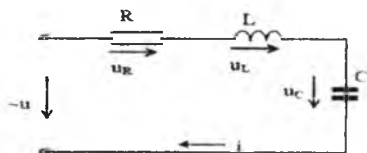
2.1-rasmdagi zanjir aktiv va passiv qismlardan iborat. Ular tegishlicha A va P harflar bilan belgilangan.

Agar zanjirni 1-2 chiziq yordamida ikkiga ajratsak, ikkita mustaqil – aktiv va passiv zanjirlar chiqadi.

Ko'rinib turibdiki, qutblar (yoki tashqi zanjirga ulanuvchi simlar) ixtiyoriy bo'lishi mumkin. Masalan, 2.2-rasmda aktiv uchqutblik bilan passiv beshqutblik yagona murakkab zanjir tashkil qilganlar.

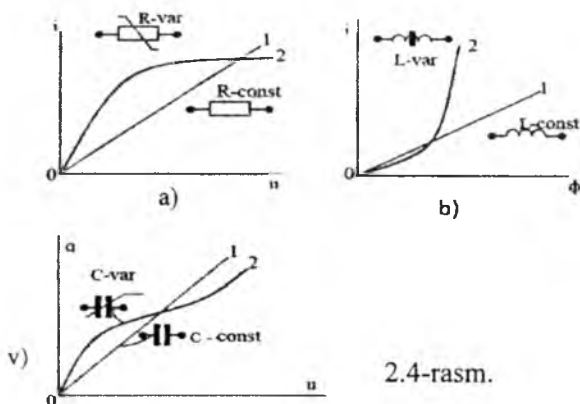
2.2. Elektr zanjirlarning parametrlari va ularning tavsiflari

Elektr zanjirlarda elektr energiyasining boshqa tur (issiqlik, yorug'lik, mexanika, kimyo va boshqa) energiyalarga aylanishi kabi murakkab jarayon ro'y beradi. Bunday o'zgarishning muhim ko'r-satkichi zanjirdagi biror elementning fizik xususiyatiga bog'liq bo'lib, boshqa turga aylantirilgan energiya zanjirning ana shu elementiga miqdor jihatdan bog'liqdir.



2.3-rasm.

Masalan, elektr zanjir ketma-ket ulangan qarshilik (reostat) R , induktivlik (g'altak) L va sig'im (kondensator) S dan tuzilgan bo'lsin (2.3-rasm). Manba toki yoki kuchlanishining vaqt bo'yicha o'zgarishiga zanjirning har bir elementi parametrining ta'siri turlicha bo'ladi. O'tkazuvchi elementning qarshiligi R (parametri) o'tkazgichdagi erkin elektronlarning tartibli harakatiga va o'tkazish tokida qatnashmayotgan bog'liq elektronlar harakatiga to'sqinlik qiladi. Erkin va bog'liq elektronlarning o'zaro to'qnashishi natijasida mexanik ish bajarilib, ishqalanish kuchi hosil bo'ladi va issiqlik ajralib chiqadi. Bu ish R elementdagi $U_R = IR$ kuchlanishga bog'liq. Agar bog'liq va erkin elektronlarning to'qnashishlari ehtimoli erkin elektronlarga bog'liq bo'lmasa, o'tkazgichlardagi tok uning qismlaridagi kuchlanishning tushuviga proporsional bo'ladi.



2.4-rasm.

Bu holda bunday elementning volt-amper xarakteristikasi va parametri chiziqli (2.4-a rasm) bo'ladi (1-tavsif).

Haqiqiy sharoitda o'tkazgichning qarshiligi R undan o'tayotgan tok kuchi i ga bog'liq. Chunki tok kuchining ortishi bilan issiqlikka aylanayotgan energiya va u hilan bog'liq elektronlarning qarshilik ko'rsatish ta'siri ham ortib boradi. Bundan tashqari, o'tkazgichdagi tok

zichligi vektori $\vec{\delta}$ solishtirma o'tkazuvchanlik γ va elektr maydon kuchlanganligi $\vec{E}$ ga bog'liq bo'lib, ular orqali tok i quyidagicha ifodalanadi:

$$i = \int_S \vec{\delta} d\vec{s},$$

bu yerda $\vec{\delta} = Y\vec{E} \left[\frac{A}{m^2} = \left(\frac{1}{\Omega \cdot m} \right) \cdot \left(\frac{V}{m} \right) \right]$ va o'tkazgichning ko'ndalang kesimi S ning geometrik o'lchamlari bilan ham aniqlanadi. Shunday qilib, R parametri solishtirma o'tkazuvchanlik γ , harorat t° va geometrik o'lchamlari g ga bog'liq ravishda biror funksiya tarzida ifodalanadi: $r=f_1(\gamma, t^\circ, g)$. Agar γ , t° va g tok i ga va maydon kuchlanganligi $\vec{E}$ ga bog'liq bo'lmasa, u holda R parametri chiziqli bo'ladi. Aks holda parametr egri chiziqli bo'ladi (2.4-a rasm) (2-tavsif).

Induktivlik zanjirning parametri tarzida g'altakdan o'tayotgan tok hosil qilgan magnit maydonning zichligini (g'altakni qurshab olgan fazoda) bildiradi. Parametr L (g'altakning o'zinduksiya koeffitsiyenti) qanchalik katta bo'lsa, har xil qiymatdagi tok uchun magnit oqim Φ shunchalik katta bo'ladi:

$$\Phi = Li$$

Elektromagnit induksiya qonuniga binoan, induksiya g'altakdagi tok i ning har qanday o'zgarishi teskari (qarama-qarshi yo'nalgan) e.yu.k. ni hosil qiladi:

$$e = \frac{-d\phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

Bu e.yu.k. ning g'altak qismlariga berilgan kuchlanishni $u_L = L \frac{di}{dt}$ kompensatsiyalaydi. E.yu.k. ning yo'nalishi (ya'ni ishorasi) g'altakdagi tokning o'zgarish tezligiga va yo'nalishiga bog'liq. Tok orta borgan sari e.yu.k. manfiy bo'lib, g'altakdan tokning o'tishiga to'sqinlik qiladi. Tok kamaya borgan sari e.yu.k. musbat bo'lib, g'altakdagi tokning qiymatini dastlabki miqdorida tutib turishga intiladi. Kirxgofning ikkinchi qonuniga binoan, $e = -u_L$, ya'ni e.yu.k. g'altakka berilgan kuchlanishni doimo muvozanatlaydi. Demak, tokning o'zgarish tezligi di/dt (yoki oqim uchun $d\phi/dt$) cheklangan bo'ladi. G'altakdagi tok ham, uning oqimi ham sakrab o'zgarmaydi, ya'ni magnit maydonining hosil bo'lishi va yo'qolishi inersiyali jarayon hisoblanadi (Lens prinsipi).

Agar g'altakdan vaqt bo'yicha o'zgarmas tok $I = \text{const}$ oqib o'tsa, teskari e.yu.k. va uning qismlaridagi kuchlanish nolga teng bo'ladi

($U_L=0$), ya'ni g'altakning qarshiligi o'zgarmas tok uchun nazariy jihatdan nolga teng.

G'altak tok o'tkazuvchi metall simlardan o'ralgani uchun u xususiy (Om qonuniga binoan) ichki qarshilik g_i ga ega. Bunda $U=I_{or_p}$ kuchlanishning pasayishi hosil bo'ladi. Bu esa o'zining absolyut miqdori jihatidan tokning vaqt bo'yicha o'zgarishi tufayli (masalan, zanjirni elektr tarmog'iga ulash va uzish paytida) hosil bo'ladigan teskari e.y.u.k. $e = -L \frac{di}{dt}$ dan har doim bir oz kichik. Induktivlik L asosan g'altakning geometrik o'lchamlari (o'ramlar soni, uning ichki va tashqi diametri hamda simlarning ko'ndalang kesimi va h.k. (g) ga va g'altak tokini qo'zgatgan magnit oqim tutashgan muhitning magnit kirituvchanligi (μ) ga bog'liq:

$$L=f_2(\mu, g)$$

Bu kattaliklar o'zgaras bo'lib, g'aitakdagi tokka va magnit oqimga bog'liq bo'lmasa, u holda parametr L o'zgaras va uning xarakteristikasi chiziqli (2.4-b rasm) bo'ladi (1-tavsif). Amalda L ning ortishi uchun magnit singuvchanligi (kirituvchanligi) yuqori bo'lgan ferromagnit o'zaklar ishlatiladi. Bu o'zaklar orqali g'altakning magnit maydoni oqimi tutashadi. Ammo bu holda $i = f(\Phi)$ bog'lanish to'yinish effekti tufayli egri chiziqli bo'ladi. Shuningdek, parametr L ham bu holda egri chiziq bilan ifodalanadi (2.4-b rasm) (2-tavsif).

Kondensatorning sig'imi C bu elementning o'zida qandaydir q miqdordagi musbat va manfiy elektr zaryadlarini yig'a olishini (konsentratsiyalarini) tavsiflovchi parametr hisoblanadi.

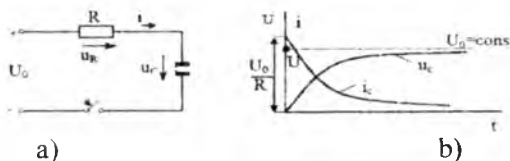
Kondensator qismlaridagi kuchlanishning miqdori o'zgaras bo'lgani holda, uning S sig'imi qanchalik katta bo'lsa, kondensator qoplamalari orasida yig'ilayotgan q elektr zaryadlari ham shunchalik ko'p bo'ladi, ya'ni $q=CU$.

Zaryad o'zgarishi bilan kuchlanish u ham miqdori va yo'nalishi bo'yicha o'zgaradi. Boshqa tomondan, zaryad q ning har qanday o'zgarishi biror miqdordagi elektr zaryadini manbadan sig'imga yoki sig'imdan manbaga olib o'tishi bilan bog'liq. Albatta, bu jarayon elektr zanjirda i tok hosil qiladi; bu son jihatidan Δq zaryad o'sishining Δt vaqtga nisbati bilan ifodalanadi: $i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ $\Delta t \rightarrow 0$ bo'lganda, bu tok:

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt} \quad (2.1)$$

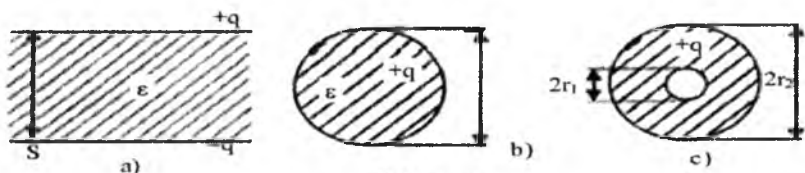
U holda kondensator qismlaridagi kuchlanishlar:

$$u_c = \frac{1}{C} \int i dt$$



2.5-rasm.

Agar kondensatorning qismlari (qoplamalari) dagi kuchlanish $u_c = U_c = \text{const}$ (vaqt bo'yicha o'zgarmas bo'lsa), u holda (2.1) ifodaga binoan kondensatordagi tok nolga teng bo'ladi. Shuning uchun o'zgarmas tokda kondensatorning qarshiligi cheksizga teng. Kondensator qismlaridagi kuchlanish o'zgartirilganda (orttirilganda yoki kamaytirilganda) ahvol birmuncha boshqacha bo'ladi. Masalan, boshlang'ich zaryadi $q = 0$ bo'lgan kondensator S ga R qarshilik orqali U kuchlanish berilsa (2.5-a rasm), dastlab $t=0$ bo'lgan paytda uning qarshiligi nolga teng (qutblanishning boshlanishi) bo'lib, undan zudlik bilan $I_0 = U_0/R$ tok o'ta boshlaydi (2.5-b rasm). Bu tokning miqdori kondensatorga berilgan kuchlanishning va unga ketma-ket ulangan R qarshilikning qiymati bilan aniqlanadi. q zaryadlar kondensator dielektrigida elektr maydon hosil qilganligi tufayli, bu tok (kondensatorning zaryad toki) vaqt o'tishi bilan tezda g'oyib bo'ladi. Kondensator plastinkalari orasidagi potentsiallar ayirmasi $u_s = q/C$ ga yetganda $u_c = U_0$ qiymatga erishiladi, tok tamomila yo'q bo'ladi. Endi kondensatordan tashqi U_0 kuchlanishni ajratish mumkin. U holda kondensatorda yig'ilgan q zaryad nazariy jihatdan cheksiz uzoq vaqt saqlanadi. Agar zanjirga U_0 kuchlanish ulangan holda (2.5-a rasm) $U'_0 = U_0$ qiymatgacha kamaytirilsa, zaryad q ning va kuchlanish $u_s = q/C$ ning kamayishi kondensatordagi elektr energiyaning bir qismini yana manbaga qaytaruvchi qarama-qarshi yo'nalishdagi tok (kondensatorning zaryadsizlanish toki) paydo bo'ladi. Tashqi kuchlanish uzluksiz ravishda orttirib va kamaytirib turilsa, sig'im toki ham miqdori va yo'nalishi bo'yicha uzluksiz o'zgaradi.



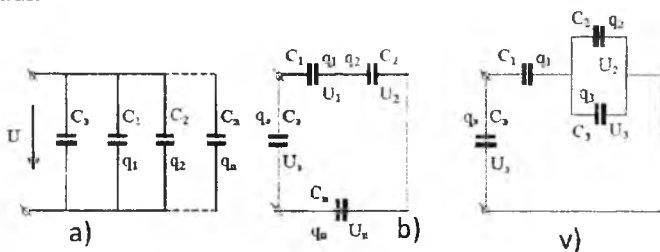
2.6-rasm.

Shunday qilib, kondensatorning berilgan kuchlanishga (yoki tokka) ko'rsatadigan qarshiligi qarama-qarshi yo'nalishdagi zaryadsizlanish tokining ta'siri bilan belgilanadi. Bu esa induktivlikda teskari e.y.u.k. ning hosil bo'lishiga aynan o'xshash (ekvivalent) bo'ladi. Shunga ko'ra, kondensatorning zaryadsizlanishi va uning qoplamalaridagi kuchlanish sakrab o'zgara olmaydi, ya'ni elektr maydonining paydo bo'lishi va yo'q bo'lishi inersiyali jarayon hisoblanadi. Kondensatorning sig'imi C asosan uning geometrik o'lchamlariga va qoplamalarining tuzilishi g (plastinka yuzasi, shakli va boshq.) ga hamda plastinkalar orasiga joylashtirilgan dielektrikning dielektrik kirituvchanligi ϵ ga bog'liq, ya'ni:

$$C = f_3(\epsilon, g)$$

Masalan, yassi kondensatorning (2.6-a rasm) sig'imi $C = \frac{\epsilon \cdot S}{d}$, sferik kondensatorning (2.6-b rasm) sig'imi $C = 4\pi \epsilon r_0$ va silindrik kondensatorning (2.6-b rasm) sig'imi $C = \frac{2\pi \epsilon l}{\ln r_2/r_1}$ ifodalar bilan aniqlanadi.

Agar dielektrikning dielektrik kirituvchanligi ϵ va geometrik o'lchamlari zaryad q o'zgarishi bilan o'zgarmasa, u holda C sig'im o'zgarmas bo'lib, uning tavsifi (2.4-v rasm) to'g'ri chiziqdan iborat bo'ladi.



2.7-rasm.

Agar sig'im zaryad miqdoriga bog'liq bo'lsa (ϵ -var), kulon-volt tavsifi egri chiziqli bo'ladi (2.4-b rasm), (2- tavsif).

Elektr zanjir sxemalarida ayrim $C_1, C_2, \dots, C_n$ kondensatorlar (sig'imlar) alohida-alohida o'zaro parallel (2.7-a rasm) hamda ketma-ket (2.7-b rasm) va aralash (2.7-v rasm) ulanadi.

Birinchi holda sig'imlar bir xil kuchlanishning ta'sirida bo'lib, birlaridan miqdor jihatidan farq qiluvchi

$$q_1 = C_1 U, q_2 = C_2 U, \dots, q_n = C_n U \quad (2.2)$$

zaryadlarga ega bo'ladi. Shuning uchun barcha zaryadlarning yig'indisi $\Sigma q = q_3$ butun zanjirning ekvivalent sig'imi C_e ga to'planadi. Demak,

$q_e = q_1 + q_2 + \dots + q_n$ yoki $C_e U = C_1 U + C_2 U + \dots + C_n U$,
u holda (2.7-rasm) dagi zanjirning ekvivalent sig'imi:

$$C_e = C_1 + C_2 + \dots + C_n \quad (2.3)$$

Kondensatorlar ketma-ket ulanganda bir xil tok (demak, bir xil q zaryad) bilan zaryadlanadi. Ammo kuchlanishlar $U_1; U_2, \dots, U_n$ o'zaro farqli bo'lib, ularning yig'indisi C_e ekvivalent sig'imga beriladi. Demak,

$$U = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

yoki

$$\frac{q}{C_3} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_n} \quad (2.4)$$

2.7-b rasmdagi zanjirning ekvivalent sig'imi:

$$C_3 = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

[2.3] va [2.4]lar hisobga olingan holda (2.7-v rasm) dagi aralash ulangan zanjirning ekvivalent sig'imi xususiy holda quyidagicha bo'ladi:

$$C_3 = \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$$

Yuqorida aytilganidek, sig'imning o'lchov birligi Farada (Φ)=Kulon (K) : Volt (V) bo'lib, bu juda katta miqdor hisoblanadi. Ammo amalda ishlatiladigan kondensatorlarning sig'implari Faradaning milliondan yoki milliarddan bir ulushlarini, ya'ni mikrofarada (mkF) va pikofarada (pF) ni tashkil etadi: $1 \Phi = 10^6 \text{mk}\Phi = 10^{12} \text{p}\Phi$.

2.3. Mujassam (yig'iq) va tarqoq parametrli zanjirlar to'g'risida tushunchalar

Yuqorida uch xil aniq (R, L, va C) parametrlarga ega bo'lgan elektr zanjir qurilgan edi (2.3-rasm). Bu zanjir mujassam (yoki yig'iq) parametrli zanjir hisoblanadi, ya'ni uning har bir elementi yagona xususiyatga ega deb qabul qilingan. Qarshilik R ga sig'im yoki induktivlik xos emas, induktivlik L ga esa sig'im va aktiv qarshilik xos emas va h.k.. Amalda esa elementlarni bunday ideal (mukammal) qilib ko'rsatish haqiqatni nazariya nuqtayi nazaridan buzishga olib keladi. Chunki aslida yakka xususiyatli element, aniqrog'i, ko'rsatilgan parametrli buyum (reostat, induktiv g'altak yoki kondensator) tayyorlab bo'lmaydi.

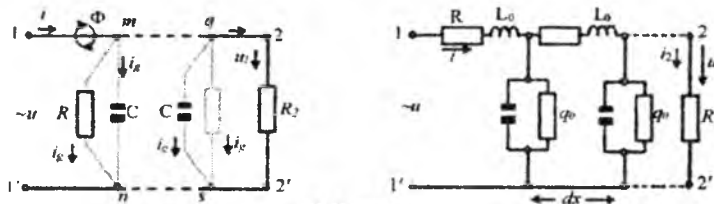
Masalan, reostatni olaylik. U faqat aktiv qarshilikka ega deb hisoblab bo'lmaydi. Chunki uning simlari silindrik yuzada g'altaksimon

joylashgan bo'ladi. Demak, reostat atrofida kuchsiz bo'lsa-da magnit maydoni hosil bo'ladi. Bu – reostat L_R induktivlikka ega deganidir. Endi har bir o'ram yondosh o'ramdan o'tkazgich bo'lmagan vosita yordamida ajratilganini (izolatsialanganini) hisobga olsak, ular o'rtasida elementar (juda kichik bo'lgan) sig'im C_R paydo bo'lishini inkor eta o'lmaydi. Bundan chiqadiki, oddiy reostat uchala parametrga ham ega ekan. Ammo maxsus materialdan yasalgani tufayli, aktiv qarshilik shunchalik R-parametrga boy bo'ladiki, uning oldida L_R va C_R parametrlari hisobga olib bo'lmaydigan darajada kichrayib ketadi. Shuni ham ta'kidlab o'tish kerakki, reostatning L_R va C_R parametrlari asosan katta (bir necha yuz kilo gersli) chastotalarda seziladi xolos.

Shunga o'xshash induktiv g'altak simdan yasalgani uchun, u R_L aktiv qarshiligiga ega bo'lmasdan iloji yo'q. Reostat kabi o'ramlarning C_L - sig'imdan ham ozod emas. Va nihoyat, dielektrikdan iborat kondensator ideal sig'im bo'la olmaydi. Chunki unda biroz bo'lsa-da o'tkazgich toki (erkin elektronlar hisobiga) bo'ladi. Demak, unda R_C qarshilik yoki to'g'rirog'i, g_C o'tkazuvchanlik yo'q emas. Lekin R_L , C_L va g_C parametrlar o'ta kichik miqdorda bo'lgani sababli, ular hisoblashilmaydi.

Mujassam parametrli zanjirlar tavsifi ko'rsatkichlari real elektr zanjirlarga juda yaqin bo'ladi. Undan tashqari, ayrim darajada zanjir parametrlarini ideallashtirish maqsadga muvofiqdir. Chunki zanjir tahlilini talaygina soddalashtiradi va shu bilan birga hisoblash aniqligiga ko'p ta'sir etmaydi.

Ammo shunday zanjirlar borki, ularning parametrlarini zanjirning u yoki bu qismida joylashgan deb hisoblab bo'lmaydi. Misol sifatida elektr uzatish yoki telefon liniyasini ko'rsatish mumkin (2.8-rasm).



2.8-rasm.

Liniya bir necha kilometrdan boshlab, bir necha yuz va hatto minglab kilometrlargacha bo'lishi mumkin. Tabiiyki, liniyaning boshidagi, manba ulangan 1-1' nuqtalar orasidagi U_1 kuchlanish bilan liniyaning oxiridagi R_2 qarshilikdagi, ya'ni 2-2' nuqtalar orasidagi $U_2 = R_2 i_2$ kuchlanishni tenglashtirib bo'lmaydi. Chunki o'rtadagi borish

va qaytish simlarining qarshiligi nolga teng emas. Ularda Δu ga teng kuchlanish hosil bo'ladi, ya'ni $u_1 - u_2 = \Delta u$. Lekin 1-1¹ va 2-2¹ oraliq'idagi liniyada R_2 dan boshqa iste'molchi ulanmagan bo'lsa ham i_1 va i_2 toklar o'zaro teng emas. Sababi shundaki, liniyaning ikkala simi o'zaro yaqin joylashgani tufayli, ular o'rtasida havo orqali ham o'tkazuvchanlik, ham sig'im toklari o'tib turadi.

Bu toklar bir necha metr masofasida hisobga olishga arzimaydigan miqdorda bo'lsa-da, ko'p kilometrli oraliqda yig'ilgan miqdorda talay bo'lib chiqadi. Undan tashqari, har bir tokli sim atrofida magnit oqim Φ mavjud (2.8-a rasm). Shu sababli, uzun liniya atrofidagi magnit maydoni sezilarli induktivlik tashkil etishi ravshandir. Shunday qilib, liniya bo'ylab har bir tanlangan uchastkada (kichik oraliqda) R_0 va L_0 teng qarshilik va induktivlik o'rin olgan bo'lsa, uning har qanday masofadagi ixtiyoriy nuqtalari (m-n, q-s va h.k.) orasida o'tkazuvchanlik i_g va sig'im i_c toklari oqib turadi. Shu sababli butun liniya uchun umumiy bo'lgan qarshilik R_n , induktivlik L_n , o'tkazuvchanlik q va sig'im S parametrlari asosida tuzilgan mujassam parametrlil ekvivalent zanjirini tuzib bo'lmaydi. Uzun liniyalardagi parametrlar masofa bilan chambarchas bog'langan bo'ladi va masofa qilinadigan hisob-kitobda imobatga olinishi shart. Ekvivalent sxemaga kelganda, u 2.8-b rasmda keltirilgan. Undagi R_0 , L_0 , g_0 va S_0 parametrlar liniyaning Δx (masalan, 1 km) qismiga hisoblangan. Bunday usulda tahlil qilinadigan elektr zanjirlar **tarqoq parametrlil zanjirlar** qatoriga kiradi. Ular to'g'risidagi chuqurroq bo'lgan ma'lumotlar keyingi boblarda keltiriladi.

2.4. Elektr zanjiridagi elementlarning tok va kuchlanishlari

Uch xil parametrlil eng oddiy zanjirga qaytib kelar ekanmiz (2.3-rasm), ulardagi tok va kuchlanishlarning o'zaro bog'langanligi to'g'risida aniq tushuncha berishimiz lozim. Mazkur zanjir ketma-ket ulanganligi tufayli, uning har qaysi elementi uchun yagona bo'lgan i toki o'tadi. Shuning uchun elementlar chekkalarida (qismalarida) to'plangan u_R , u_L va u_C kuchlanishlarni ushbu tok bilan bog'lash maqsadga muvofiqdir.

Om qonunidan foydalangan holda, rezistordagi (yoki aktiv qarshilikdagi) kuchlanish quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$u_R = Ri$$

U shu elementning qarshiligini yengib o'tib, tok i o'rnatishga sarf qilinadi.

Ikkinchi element, ya'ni induktivlik L parametriga ega induktiv g'altak, qismalarida hosil bo'lgan kuchlanish u_L ni topishda esa Ohm qonunidan bevosita foydalanib bo'lmaydi. Bu kuchlanish tokni o'ziga emas, balki uning o'zgarish tezligiga bog'liqdir. Gap shundaki, induktiv g'altakdan o'tayotgan tok uning atrofidagi magnit maydonining miqdorini rostlaydi, chunki bu maydon hosil qiluvchi ilashgan magnit oqimi $\psi = Li$.

Tok o'zgargan sari g'altak qismalarida $e = \frac{-d\psi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$ qiymatga ega e.yu.k. hosil bo'ladi. Buni qoplash uchun $u_L = -e_L = L \frac{di}{dt}$ ga teng tashqi kuchlanish talab etiladi. Shunday qilib, induktiv g'altakda hosil bo'ladigan kuchlanish bilan tok o'rtasidagi bog'lanish quyidagicha ifodalanadi:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \frac{d\psi}{dt} = W \frac{d\Phi}{dt}$$

Agar tok g'altak kuchlanishiga bog'liq bo'lsa, $i = \frac{1}{L} \int_0^t u_L dt + i(0)$ yoki

$$Li = \psi = \int_0^t u_L dt + L \cdot i(0) = \int_0^t u_L dt + \psi_L(0)$$

(bu yerda: $i(0)$ va $L i(0) = \psi_L(0)$ – tok va ilashgan magnit oqimining $t=0$ ondagi qiymatlari).

Uchinchi element, ya'ni sig'im C parametriga ega bo'lgan kondensator qismalarida hosil bo'ladigan u_C kuchlanishi ham energiya (aniqrog'i, elektr zaryadlar energiyasi) o'zgarishi bilan bog'liqdir. Kondensator toki uning qobiqlari orasidagi zaryadlar harakati tezligi bilan aniqlanadi, ya'ni:

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

Shu sababli kondensatorning zaryad va kuchlanishi tegishli:

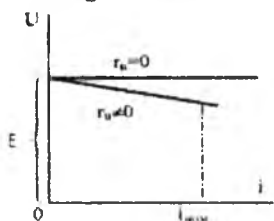
$$q = \int_0^t i dt + q(0) \text{ va } u_C = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t i dt + \frac{q(0)}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t i dt + u_C(0)$$

(bu yerda: $q(0)$ va $u(0)$ – kondensatordagi zaryad va kuchlanishning $t=0$ ondagi qiymatlari) deb yozamiz.

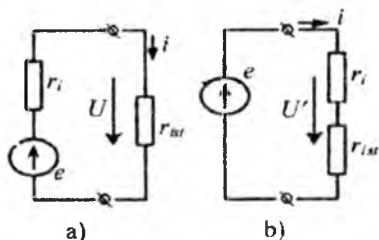
2.5. Elektr yurituvchi kuch va tok manbalari

Elektr zanjirida tok (toklar) o'tishi uchun uni elektr energiya manbaiga ulash shartdir. O'z navbatida manba biror o'zgarmas (yoki nisbatan o'zgarmas) ichki kuchlanish (e.yu.k.) yoki tokka ega bo'lishi

kerak. Shu ko'rsatkichlarga ko'ra, elektr manbalari e.y.u.k. va tok manbalariga bo'linadi.



2.9-rasm.



2.10-rasm.

“E.YU.K manbai” deb shunday manba tushuniladiki, undan energiya iste'mol qilayotgan zanjirdagi tok qanchalik o'zgarmasin, manba qismlaridagi e.y.u.k. (kuchlanish) o'zgarmay (deyarli o'zgarmay) qolaveradi. Zanjirning kirish qismidagi tokni i va kuchlanishni u deb, manbaning tashqi volt-ampere tavsifi 2.9-rasmda ko'rsatilgandek bo'ladi.

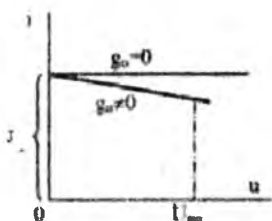
Tokning miqdori noldan biror mo'ljallangan muvozanat (nominal) i_n qiymatigacha o'zgargan sharoitda kuchlanish u deyarli o'zgarmaydi, ya'ni $u \approx e$. Agar manba ichki qarshiligi $r_H = 0$ bo'lsa, tashqi kuchlanish $u = e - \text{const}$ bo'ladi: bu holda e.y.u.k. manbai cheksiz quvvatga ega elektr manbai yoki ideal e.y.u.k manbai hisoblanadi.

Real e.y.u.k. manbai (ya'ni $r_n \neq 0$) tashqi zanjirning qarshiligi yagona (ekivalent) R_{ist} (ya'ni iste'molchi) qarshiligiga teng deb olingan holatda 2.10-a rasmdagi sxema keltirilgan. Iste'molchi qarshiligidagi tashqi kuchlanish $U = E - r_i \cdot I = R_{ist} \cdot I$. Manbaning ichki qarshiligi r_i ni iste'molchi qarshiligi R bilan birlashtirsak, shartli ideal e.y.u.k. manbai chiqadi (2.10-b rasm):

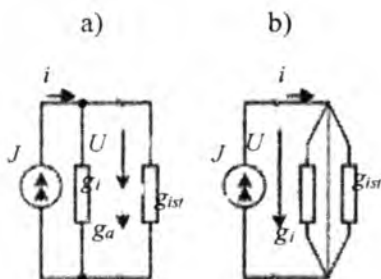
$$U' = (R_{ist} + r_i)I = E$$

Tok manbai deb shunday manba tushuniladiki, unga ulangan iste'molchining qarshiligi R_{ist} yoki o'tkazuvchanligi q_{ist} qanchalik o'zgarmasin, manbadan chiqayotgan tok i o'zgarmay (deyarli o'zgarmay) qolaveradi, ya'ni $i = \text{const}$.

Manbaning ichki o'tkazuvchanligi nolga teng bo'lish yoki bo'lmasligiga bog'liq tashqi Volt-ampere tavsifi 2.11-rasmda keltirilgan. Tok manbaining ichki qarshiligi deyarli cheksiz bo'ladi, ya'ni $R_H = \infty$. Yoki uning ichki o'tkazuvchanligi $g_H = 1/R_H = 0$. Shuning uchun ham iste'molchi qismlarida hosil bo'lgan kuchlanish $U = J/g_{ist}$ katta diapazonda o'zgarishi mumkin va uning nominal qiymati shu iste'molchining qarshiligiga bog'liqdir, ya'ni $U_{nom} = R_{ist} \cdot J$.



2.11-rasm.



2.12-rasm.

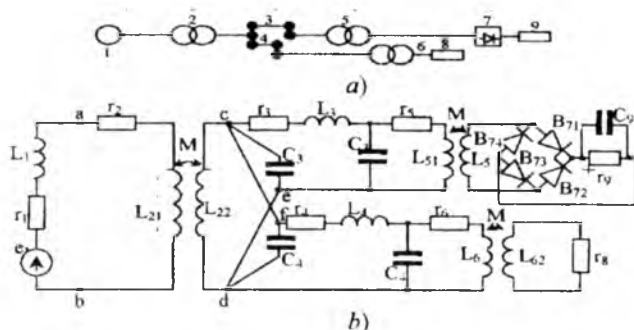
Agar tok manbaini ichki o'tkazuvchanligi $g=0$ bo'lsa, tashqi zanjirdagi to'la tok manba tokiga teng bo'ladi ($i=I=\text{const}$) va bunday manba ideal tok manbai hisoblanadi. Agar manbaini ichki o'tkazuvchanligi noldan farq qilsa ($g_i \neq 0$), iste'molchiga borayotgan tok i manba tokidan kichikroq bo'ladi ($i < I$). Bu tarzda manba va iste'molchi ulanishi 2.12-a rasmda ko'rsatilgan. Iste'molchi qarshiligi qismlarida hosil bo'lgan kuchlanish $U = I : (g_i + g_{ist})$ bo'ladi, ya'ni ideal manba-nikidan farq qiladi (ideal manba uchun $U = I : (g_i + g_{ist})$). Keltirilgan sxemadagi real tok manbaini ideallashtirmoqchi bo'lsak, uning ichki o'tkazuvchanligini iste'molchi o'tkazuvchanligi bilan birlashtirishimiz kerak bo'ladi (2.12-b rasm). Endi umumiy tok $i = I = \text{const}$ go'yo ideal manbadan chiqayotgan bo'lib tuyuladi. Real tok manbai shartli ideal tok manbaiga aylanadi.

2.6. Elektr zanjir sxemalari (shakllari)

Elektr zanjirlarini hisob-kitob chizma vositalarida grafik tasvirlash ma'nosida sxemalar yoki shartli belgilardan iborat shakllar bilan ifodalash odatga kirgan.

Qisqacha qilib aytganda, har qanday zanjir ma'lum bir sxema yordamida ifodalanadi. O'z navbatida, har qanday sxema ikkita asosiy ko'rinishda tuzilishi mumkin, ya'ni yagona tarkibli elektr zanjir ham strukturaviy, ham elementli sxemalarga ega bo'lishi mumkin. Misol uchun 2.13-a va b rasmdagi sxemalarni ko'rib chiqaylik. Yuqoridagi 2.13-a rasmdagi strukturaviy sxemada zanjirning ayrim tashkil etuvchilari qismlari (funktional elementlari) raqamlar bilan belgilangan: 1-o'zgaruvchan tok (e.yu.k.) generatori, 2-kuchlanishni o'zgartiruvchi (ko'taruvchi) transformator, 3 va 4—elektr uzatuvchi liniyalar, 5 va 6 —

kuchlanishni pasaytiruvchi transformatorlar, 7–yarim-o'tkazgichli to'g'rilagich, 8 va 9 – yuklama qarshiliklar (energiya iste'molchilari).

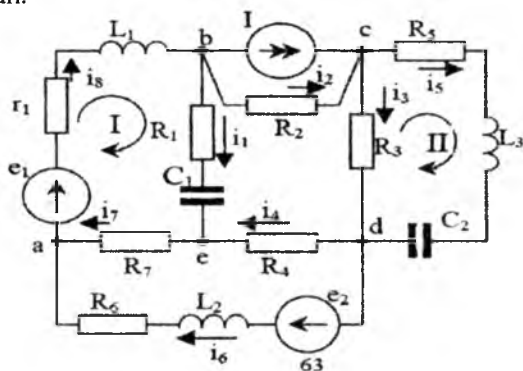


2.13-rasm.

Zanjirning mazkur ko'rinishidan uning tuzilishi va bajaradigan vazifalarini aniqlash mumkin. Ammo undagi elektromagnit hodisalarga miqdoriy baho berib bo'lmaydi, ya'ni boshqacha qilib aytganda, undagi tok va kuchlanishlarni hisob-kitob qilib bo'lmaydi. Bunga sabab, zanjirning parametrlari (R, L, C) va o'zaro joylashish tartiblari bu toifadagi sxemada noaniq bo'lib qolgan. Zanjirdagi elektromagnit hodisalarni tahlil qilish hamda undagi toklar va kuchlanishlarni hisoblash uchun zanjir tashkil etgan elementlarni konkret parametrlarga ega bo'lgan qarshilik, induktivlik va sig'imga almashtirish lozimdir. Natijada hosil bo'lgan sxema (2.13-b rasm) almashinuv yoki ekvivalent sxema deb ataladi.

Ekvivalent sxemadagi elementlar parametrlari quyidagi qonun-qoidalarga (prinsiplarga) asosanib topilgan va tuzilgan. Generator 1 o'rniga e.yu.k. manbai I_1 o'zining ichki aktiv qarshiligi g : va induktivligi L_1 bilan birgalikda olingan. Transformator 2-abcd nuqtalari orasida joylashgan to'rtqutblik shaklida ko'rsatilgan va uning asosiy parametrlari sifatida aktiv qarshilik r_2 , birlamchi chulg'amining induktivligi L_{21} , ikkilamchi chulg'am induktivligi L_{22} va ular orasidagi magnit bog'lanish ko'rsatkichi M_2 (o'zaro induktivlik) keltirilgan. Elektr uzatish liniyalari (3 va 4) tegishli "ce" va "fd" nuqtalari orasida joylashgan bo'lib, ekvivalent parametrlar r_3, L_3, C_3 va r_4, L_4, C_4 yordamida ifodalangan. Transformator 5 va 6 tegishli r_5, L_{51}, M_5 va r_6, L_{61}, M_{62} parametrlarga almashtirilgan bo'lib, biri to'g'rilagich "ko'prigi" – $B_{71}, B_{72}, B_{73}, B_{74}$ (ventillar) orqali $R_9 - C_9$ yuklamaga

(iste'molchiga), ikkinchisi bevosita iste'molchi qarshiligi R_8 ga ulangan holda ko'rsatilgan.



2.14-rasm.

Sxemani 2.13-b rasmda keltirilgan shaklda olishdan maqsad – berilgan parametrlardan foydalanib, ma'lum kattalikdagi e.y.u.k. manbai ta'sirida berilgan zanjirning hamma elementlarida hosil bo'lgan tok va kuchlanishlarni aniqlashdir. Jumladan, asosiy aniqlanuvchi toklar sifatida R_8 va R_9 qarshiliklardan o'tayotgan toklar hisoblanadi. Shuni ham ta'kidlab o'tish lozimki, B₇₁-B₇₄ belgili ventillar egri chiziqli volt-ampere tavsiflarga ega bo'ladi. Ulardan o'tgan tok o'zgaruvchandan o'zgarmasga aylanadi va shu sababli nochiziqli tenglamalar yordamida aniqlanadi. Bu masalaga tegishli nazariya kitobning maxsus bobida keltirilgan.

Elektr zanjirini umumiy tahlil etish masalalariga o'tadigan bo'lsak, uning hamma tuzilish belgilari va xususiyatlarini batafsil qarab chiqishimiz lozimdir. Shu maqsadda 2.14-rasmda ko'rsatilgan ko'p manbali va ko'p elementli ixtiyoriy zanjirni ko'rib chiqaylik. Mazkur murakkab shaklli zanjir uchta energiya manbai (e , ye va I) va o'n uchta R , L va C parametrlarga ega elementlardan tashkil topgan. Zanjirning har bir uchastkasida (qismida) uning o'ziga xos miqdorda tok o'tadi va tegishli kuchlanishlar hosil bo'ladi. Zanjirning tok o'tkazayotgan yo'llarining bir-biri bilan bog'langan, birikkan joylari tugun deb ataladi.

2.14-rasmdagi zanjirda, masalan, beshta tugun bor. Bular – a, b, c, d, e nuqtalardir. Ixtiyoriy bir juft tugun orasidagi har qanday mustaqil tok o'tkazuvchi yo'llar "zanjir tarmoqlari yoki shaxobchalari" deb ataladi. Masalan, 2.14-rasmdagi zanjirda to'qqizta tarmoq (shaxobcha) bor: "a" va "b" tugunlar orasida – r_1 , L_1 , e_1 elementlardan iborat (toki i);

“b” va “c” tugunlar orasida – tok manbai I va R_2 elementli (toki i_2) ikkita mustaqil tarmoq;

“s” va “d” tugunlar orasida – yana ikkita mustaqil tarmoq, ya’ni i_3 tok va R_3 qarshilikka ega va R_5 , L_3 , C_2 elementlarga ega (toki i);

“d” va “e” tugunlari orasida – i_4 tok va R_4 qarshilikka ega;

“e” va “a” tugunlari orasida – i_7 tok va R_7 qarshilikka ega;

“a” va “d” tugunlari orasida – e_2 manba va R_6 , L_2 elementlardan iborat (toki i_6);

“b” va “e” tugunlari orasida – R_1 va C_1 elementlardan iborat (toki i_1).

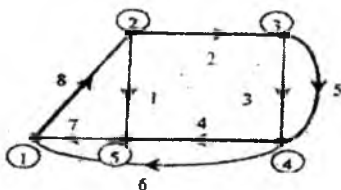
Agar tugundan tugunga o’tib, tok yo’llarini biror berk trayektoriya bo’ylab aylanib, yana qaytib boshlang’ich tugunga kelsak – berk elektr kontur ifodalagan bo’lamiz. Kontur tashkil qilishda aylanish yo’nalishi ixtiyoriy bo’lishi mumkin. Masalan, 2.14-rasmdagi sxema uchun O belgisi bilan ko’rsatilgan berk kontur soat miliga mos aylanib olingan. Natijada konturdagi elementlar: e.yu.k. e_1 , r_1 , L_1 , R_1 , C_1 va R_7 ketma-ketlikda keladi. Shu bilan bir vaqtda aylanish yo’nalishi e.yu.k. va hamma toklar i_0 , i_1 va i_7 yo’nalishlariga mos tushadi.

Zanjirning ayrim uchastkalarida uning elementlari o’zaro ketma-ket yoki parallel ulangan bo’lishi mumkin. Ketma-ket ulangan zanjirda (yoki uning biror tarmog’ida) ulanishni tashkil qilgan barcha elementlardan yagona tok o’tadi. Ketma-ket ulangan zanjirlar qatoriga, masalan, 2.3-rasmdagi R , L va C elementli zanjir kiradi. Ketma-ket ulangan tarmoq sifatida 2.14-rasmdagi zanjir uchun i_5 tok o’tayotgan R_5 , L_3 , C_2 tarmog’ini ko’rsatish mumkin. Parallel ulangan tarmoqlar deb bir juft tugun orasidagi mustaqil toklarga ega ikkita (yoki bir necha) tarmoqni aytadilar. 2.14-rasmdagi zanjirni misol qilib olganda, undagi i_3 va i_5 toklarni yoki i_2 va I toklarni o’tkazayotgan tarmoqlar o’zaro parallel ulangan hisoblanadi. Bir xil tugunlar orasida joylashgani tufayli, parallel ulangan tarmoqlarning kuchlanishl bir-biriga teng bo’ladi, chunki bu kuchlanishlar tugunlararo kuchlanishlar demakdir.

2.7. Elektr zanjirlar topologiyasi. Sxema grafi to’grisida tushunchalar

Elektr zanjirni sxemalar yordamida tasvirlashda bir qancha shartli belgilar ishlatilishi hammaga ma’lumdir. Shu belgilar ichida tugunlarni yirik (qalin bo’lgan) nuqtalar bilan belgilash odatda kirgan. Umuman, shunday nuqtalar bilan ikkita (yoki bir nechta) elektr tarmoqlarining bir-biriga ulangan joyi belgilanadi. Shu tufayli sxemalardagi hamma

nuqtalar ham mustaqil nuqtalar rolini o'ynayvermaydi. Masalan, 2.13-rasmdagi sxemada c, d, e va f nuqtalar mustaqil tugunlarga o'xshab tuzilgan, ammo c va f, shuningdek, d va e nuqtalari o'rtasida hech qanday qarshilik ulanmagan, ya'ni ular o'zaro to'gridan-to'g'ri biriktirilgan va mustaqil tugun bo'la olmaydi – c bilan f yagona tugundir (d bilan e ham huddi shundaydir). Shu nuqtayi nazardan qaraganda, sxemalarning elementlarini aks etmagan holda, faqat tugun va tarmoqlarni belgilash yo'li bilan ifodalash usulini ko'rib chiqish maqsadga muvofiqdir.



2.15-rasm.

Bunday topologik usul elektr sxemalarni graflash usuliga qarashlidir. Sxemaning mazkur ko'rinishi – uning **grafi** deb ataladi. 2.15-rasmda 2.14-rasmdagi murakkab zanjirning grafi keltirilgan. Topologik sxemada eng avval ko'zga tashlanadigan xususiyat – e.yu.k. va tok manbalari mutlaqo ko'rsatilmaydi. Undan tashqari, tok manbai joylashgan tarmoqning o'tkazuvchanligi nolga teng bo'lganligi tufayli, tarmoqning o'zi ham grafik tasvirda keltirilmaydi.

Oddiy sxemaga o'xshash bu yerda ham tugun va graf tarmoqlari deb ataladi. Faqat sxema grafida tugunlar aylana ichida olingan raqamlar bilan belgilanadi. 2.15-rasmda 2.14-rasmdagi a, b, c, d va e tugunlar o'rniga tegishli 1, 2, 3, 4 va 5 keltirilgan. Ular oralaridagi tarmoqlar to'g'ri yoki egri chiziqlar bilan ko'rsatilgan, bular tufayli graf bog'langan deb hisoblanadi. Agar sxema grafi tuzilayotganda tarmoqlardagi tok va e.yu.k. lar yo'nalishi ma'lum bo'lsa, u holda graf yo'nalishli deb ataladi.

O'z navbatida graf yordamida tasvirlangan sxemalarda tarmoqlar oddiy raqamlar bilan belgilanadi: 1, 2, ..., 8 (2.15-rasm). Har qanday grafning daraxti, ya'ni hamma tugunlarni o'zaro bog'lovchi chiziqlar yig'indisi bo'ladi. Sxema grafining daraxti qalinroq chiziq bilan belgilanadi. Ko'rinib turibdiki, Graf daraxti boshqacha shaklda, masalan, 7, 1, 2 va 3 yoki 8, 2, 7 va 4 tarmoqlar yordamida ham tuzilishi mumkin edi. Daraxt tarkibiga kirmay qolgan tarmoqlar – graf aloqalari

deb ataladi. Agar graf “p” ta tarmoq va “q” ta tugunga ega bo’lsa, uning daraxti (q-1) tarmoq hisobiga tuzilgan bo’ladi, aloqalar soni $n=p-(q-1)$ ga teng bo’ladi.

2.8. Elektr sxemadagi ulanishlar matritsasi

Endi yuqorida ko’rilgan va 2.14-rasmda tasvirlangan elektr zanjiri elementlarining o’zaro ulanishi va bog’lanishiga matematik siymo berib ko’raylik.

2.1-jadval

j \ k	1	2	3	4	5	6	7	8
1						-1	-1	+1
2	+1	+1						-1
3		-1	+1		+1			
4			-1	+1	-1	+1		
5	-1			-1			+1	

Ya’ni undagi elementlarning parametrlaridan qat’i nazar, zanjirdagi (sxemadagi) bog’lanishlar tartibiga e’tibor beraylik. Shunday jadval qilaylikki, uning soni sxema grafining tarmoqlar soniga teng bo’lsin. Qatorlar va ustunlarni tegishli tuginlar va tarmoqlar tartib sonlari bilan belgilaymiz.

Tuginlar va tarmoqlar sonidan qat’i nazar, jadvalning ixtiyoriy katakchasi “j” qatorda va “k” ustun bo’ylab joylashgan bo’lsa, (jk) deb hisoblanadi. Shu ixtiyoriy katakchaga agar, “j” tugin bilan “k” tarmoq bog’langan bo’lsa, [+1] yoki [-1] raqamini qo’yamiz. Shu bilan birga quyidagi qoidaga rioya qilamiz: agar tarmoq aloqa belgisi (yo’nalishi) j tugundan tashqariga qaragan bo’lsa – [+1], tugin tomonga qaragan bo’lsa – [-1] olinadi. Agar “j” tugin “k” tarmoq bilan aloqador bo’lmasa, tegishli katakcha bo’sh qolishi lozim (masalan, jadvalimizda [14], [25], [38] va h.k. kataklar).

Qoidalar ichiga shu ham kiradiki, jadvalning har bir ustunida faqatgina ikkita katak to’ldirilgan bo’ladi. Shu tufayli mazkur jadvaldan matritsa ma’nosida foydalanish mumkin. Ulanishlar matritsasi sifatida shunday to’g’riburchak matritsa olinishi kerakki, uning qatorlar soni sxemadagi tuginlar sonidan bittaga kam bo’lib, ustunlar soni tarmoqlar soniga teng bo’lsin. Matritsa elementlari tegishli: agar tugin tarmoq bilan bog’lanmagan bo’lsa – nolga teng, plyus bo’lsa – birga teng.

Ushbu shart-sharoitlar bajarilgan holda, 2.15-rasm grafi uchun quyidagi matritsa tuzilishi mumkin:

$$A = \left| a_{jk} \right| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

k \ j	1	2	3	4	5	6	7	8
1						-1	-1	1
2	1	1						-1
3		-1	1		1			
4			-1	1	-1	1		

q-1=4ta qator

P=8 ta ustun

Yuqorida keltirilgan misoldagi matritsa tartibi $(q-1)p=4 \cdot 8$ ga teng (bu ko'paytma shartlidir, ya'ni matritsa tartibi $4 \cdot 8=32$ emas). Nihoyat mazkur matritsani teskari o'girilgan (ag'darilgan) shaklini ko'rib chiqaylik: bu tuzilishda qatorlar va ustunlar joy almashadi (ruscha-транспонирование матрицы). 2.15-rasmdagi graf ag'darilgan matritsa

$$A' = \left| a'_{jk} \right| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

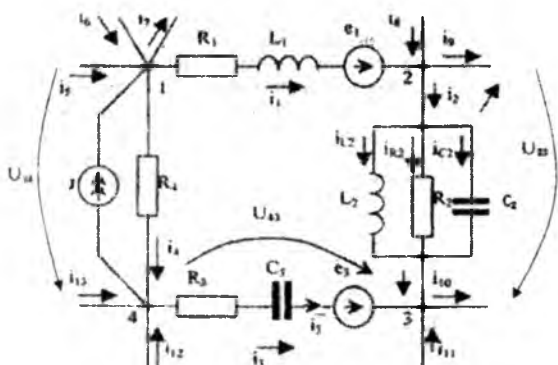
k \ j	1	2	3	4
1		1		
2		1	-1	
3			1	-1
4				1
5			1	-1
6	-1			1
7	-1			
8	1	-1		

shaklda tuzilgan bo'lishi kerak.

2.9. Elektr zanjirlariga oid qonunlar

Elektr zanjirining har bir qismi (elementi, tarmog'i, uchastkasi) uchun ikkita elektromagnit tavsif (yoki ko'rsatkich) – tok va kuchlanishning mavjudligidir. Agar birinchi ko'rsatkich (ya'ni tok) zanjirdagi elektr zarjatlarning muvozanatini aks ettiradi desak; ikkinchisi (ya'ni, kuchlanish) zanjirning ayrim elementlaridagi energiya aylanish

sur'atining tavsifi hisoblanadi. O'z navbatida ikkala ko'rsatkich ham zanjirga ulangan energiya manbalari kuchiga va zanjir elementlarining parametrlariga bog'liq bo'ladi. Shu qonuniyatlarining miqdoriy munosabatlarini namoyish qilishda Kirgxfning birinchi va ikkinchi qonunlari qo'llaniladi.



2.16-rasm.

Kirgxfning birinchi qonuni tokning uzluksizligini aks ettirgan bo'lib (1.10), zanjirning har qanday tugunidagi barcha toklarning algebraik yig'indisi nolga tengligini bildiradi. Misol sifatida 2.16-rasmda ko'rsatilgan murakkab elektr zanjirining 1, 2, 3, va 4 tugunlari orasida joylashgan biror konturni ko'rib chiqaylik. Unga 8 ta passiv R, L va C elementlar, 2 ta e.yu.k. va I tok manbai kirgan. Zanjirning ichki (ya'ni elementlari aniq ko'rsatilgan) qismida i_1, i_2, i_3, i_4 va I toklar oqayotganini ta'kidlasak, uning tashqi tarmoqlarida $i_5, i_6, \dots, i_{13}$ toklar oqishini hisobga olishimiz lozimdir.

Kirgxfning birinchi qonuniga binoan, to'rtta tugun uchun quyidagi tenglamalarni yozish mumkin:

$$J - i_1 - i_4 + i_5 + i_6 - i_7 = 0 \quad (1\text{-tugun uchun})$$

$$i_1 + i_2 + i_8 - i_9 = 0 \quad (2\text{-tugun uchun})$$

$$i_2 + i_3 + i_{10} + i_{11} = 0 \quad (3\text{-tugun uchun})$$

$$-J + i_4 - i_{12} + i_{13} = 0 \quad (4\text{-tugun uchun})$$

Ikkinchi tarmoqdagi i_2 tokni, o'z navbatida, uchta parallel ulangan tarmoqlardagi i_{L2} , i_{R2} va i_{C2} toklardan hosil bo'lganini hisobga olsak, Kirgxfning birinchi qonunini yana bir marta ishlatib bo'ladi, ya'ni:

$$i_2 - i_{L2} - i_{R2} - i_{C2} = 0, \text{ yoki } i_{L2} + i_{R2} + i_{C2} = i_2$$

Shunday qilib, tugunga bog'langan tarmoqlar sonidan qat'i nazar, toklarning algebraik yig'indisi hamma vaqt va har bir onda nolga teng bo'ladi, ya'ni

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0$$

(bu yerda k – tarmoq soni tartibi, n – tarmoqlar soni).

Kirgixofning ikkinchi qonuni elektr toklari o'tayotgan ixtiyoriy konturda hosil bo'lgan kuchlanishlarning algebraik yig'indisi o'sha konturda joylashgan e.yu.k. lar yig'indisiga tengligini ko'rsatadi. 2.16-rasmdagi murakkab zanjirning 1, 2, 3 va 4 tugunlari orasida joylashgan kontur uchun Kirgixofning bu qonuniga oid quyidagi muvozanat tenglamasini tuzish mumkin:

$$R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_{12}}{dt} - R_3 i_3 - \frac{1}{C_3} \int i_3 dt - R_4 i_4 = e_1 - e_3 \quad (2.5)$$

(Tenglamani tuzishda konturni musbat yo'nalishi soat miliga mos aylanishga nisbatan olingan kuchlanishlar keltirilgan).

Asosiy tenglama (2.5) ga qo'shimcha 2 va 3-tugunlar orasidagi parallel ulangan R_2 , L_2 va C_2 elementlar uchun yagona bo'lgan kuchlanish U uchun quyidagini keltirish mumkin:

$$u_{23} = R_2 i_{R2} = L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = \frac{1}{C_2} \int i_{C2} dt \quad (2.6)$$

Ammo shuni ham aytib o'tish zarurki, Kirgixofning ikkinchi qonuniga oid tenglama tuzish uchun tanlangan kontur faqatgina tok o'tgan yo'llar orqali berkitilgan bo'lishi shart emas. Masalan, 2.16-rasmdagi 3 va 4-tugunlar orasidagi kuchlanishni

$$u_{43} = \tilde{u}_3 = u_3 - e_3 = R_3 i_3 + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt - e_3$$

shaklda ko'rsatsak va uni 4-tugundan 3-tugunga yo'nalgan deb olsak, mazkur konturning tashqi qismi zanjirning qaysi elementlarini aylanib o'tganining hech qanday ahamiyati yo'q. Undan tashqari, tarmoqning yig'indi kuchlanishini $\tilde{u}_3 = u_3 - e_3$ tarzda, ya'ni undagi e.yu.k. ni ichiga olib yozilishi graf usulini ishlatishda juda qo'l keladi.

Shunday qilib, har qanday murakkab zanjirning ixtiyoriy tanlangan konturi uchun Kirgixofning ikkinchi qonuni

$$\sum_{k=1}^{k=n} u_k = \sum_{k=1}^{k=n} e_k$$

tarzda yozilishi lozim bo'lsa, shu ifodaning o'zini graf usuliga moslaganda,

$$\sum_{k=1}^p \tilde{u}_k = 0$$

(bu yerda p – tarmoqlar soni) shaklda keltrish mumkin, chunki har qanday tartibga ega “ k ”-tarmoqni U_k kuchlanishda uning tarkibidagi e.yu.k.lar hisobga olingan bo‘ladi.

Xuddi shunga o‘xshash, tanlangan tarmoq tok manbai I_k bilan parallel ulangan bo‘lsa, graf usulida tahlil olib borilayotganda tarmoqdagi tok $i_4 = i_k + I_k$ bo‘ladi va unga nisbatan Kirgxfning birinchi qonuni quyidagicha tuziladi:

$$\sum_{k=1}^p \tilde{i}_k = 0$$

Masalan, 2.16-rasmdagi zanjirning 4-tarmog‘i uchun graf toki $\tilde{i}_4 = (i_4 - I)$ ga teng bo‘ladi.

2.10. Zanjir toklarining tugun tenglamalari (graf-sxemalari asosida)

Endi yuqorida keltirilgan va graf-sxemalar uchun moslangan Kirgxfning birinchi qonuni asosida 2.14-rasmdagi zanjir toklarining matritsasini tuzaylik.

Zanjirda $q=5$ ta tugun bor. Ammo ular uchun $q-1=4$ ta mustaqil tenglama tuzish mumkin. Chunki har qanday beshinchi tenglama oldingi to‘rttadan kelib chiqqan bo‘ladi. Undan tashqari, har qanday “ k ”-tarmoqdagi i_k tok, “ k ”-tugunlar orasida joylashgan bo‘lsa, u tugunlarning biridan chiqib, ikkinchisiga kirib ketayotgan bo‘ladi. Umumiy holatda ixtiyoriy tarmoq toki $a_{jk}\tilde{i}_k = \pm i_k$ tarzda yozilishi lozim bo‘ladi (bu yerda: $a_{jk} = \pm 1$ yoki 0; agar tanlangan tugunga tasodifiy olingan tarmoq toki aloqador bo‘lmasa). Mazkur shartlar bajarilgan holda Kirgxfning birinchi qonuni quyidagicha ta’riflanadi:

$$\sum_{k=1}^p a_{jk} \tilde{i}_k = 0$$

bu yerda $j=1,2, \dots, (q-1)$.

Yana bir marta eslatamizki, “ k ” - tarmoqdagi tok I tegishli “ j ” - tugundan chiqayotgan bo‘lsa, $a_{jk}=1$, unga kirayotgan bo‘lsa, $-a=-1$ va nihoyat, mazkur tugunga aloqador bo‘lmasa, $-a=0$ bo‘ladi. Misol uchun

2.14-rasmdagi zanjir uchun yoki uning 2.15-rasmdagi graf-sxemasi uchun quyidagilar mansubdir:

$$1\text{-tugun uchun } -\tilde{l}_6 - \tilde{l}_7 + \tilde{l}_8 = 0 \quad a_{10}=-1, a_{17}=-1, a_{18}=1$$

$$2\text{-tugun uchun } -\tilde{l}_1 + \tilde{l}_2 + \tilde{l}_8 = 0 \quad a_{21}=-1, a_{22}=-1, a_{28}=1$$

$$3\text{-tugun uchun } -\tilde{l}_2 + \tilde{l}_3 + \tilde{l}_5 = 0 \quad a_{32}=-1, a_{33}=-1, a_{35}=1$$

$$4\text{-tugun uchun } -\tilde{l}_6 - \tilde{l}_3 + \tilde{l}_5 + \tilde{l}_6 = 0 \quad a_{43}=-1, a_{46}=+1, a_{45}=-1, a_{46}=1$$

Mazkur qoidalar 2.8-mavzuda keltirilgan matritsa tuzish qoidalariga mos bo'lgani tufayli, graf-sxema uchun ham toklarni bir ustunli matritsa shaklida "P" qatorga yoyib ko'rsatishimiz mumkin:

$$\tilde{t} = \|\tilde{t}_k\| = \begin{bmatrix} \tilde{t}_1 \\ - \\ \tilde{t}_2 \\ \vdots \\ \tilde{t}_p \end{bmatrix}, \quad (k=1,2,\dots,p)$$

Bunday ustunsimon matritsaning tartibi $(P \times 1)$ deb hisoblansa, u **p o'lchamli vektor** deb ham ataladi. Ushbu matritsaning har bir qatori uchun raqami tegishli tugun raqamiga to'g'ri kelgan va Kirgixofning birinchi qonuniga oid tuzilgan tenglama koeffitsiyentlaridan tuzilganidir.

Boshqacha aytganda, ixtiyoriy tugun uchun tuziladigan **tugun tenglamasi** matritsaviy ko'paytma shaklida quyidagicha bo'ladi:

$$j[a_{j1}] \cdot [a_{j2}] \cdot \dots \cdot [a_{jp}] \otimes \begin{bmatrix} \tilde{t}_1 \\ \tilde{t}_1 \\ \vdots \\ \tilde{t}_p \end{bmatrix} = a_{j1} \cdot \tilde{t}_1 + \dots + a_{jk} \cdot \tilde{t}_k + \dots + a_{jp} \cdot \tilde{t}_p = \sum a_{jk} \tilde{t}_k = 0$$

Agar tugunlar soni q bo'lsa, bunday tenglamalardan $(q-1)$ ta tuzishga to'g'ri keladi, ya'ni qatorlar soni $(q-1)$ ga teng bo'ladi. 2.15-rasmda keltirilgan graf-sxema uchun quyidagi matritsani tuzish mumkin:

$$A\tilde{t}=0$$

yoki

$$A\tilde{t} = \begin{array}{c|cccccccc} \begin{matrix} k \backslash j \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 1 & & & & & & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & & & & & & -1 \\ 3 & & -1 & 1 & & 1 & & & \\ 4 & & & -1 & 1 & -1 & 1 & & \end{array} \times \begin{bmatrix} \tilde{t}_1 \\ \tilde{t}_2 \\ \tilde{t}_3 \\ \tilde{t}_4 \\ \tilde{t}_5 \\ \tilde{t}_6 \\ \tilde{t}_7 \\ \tilde{t}_8 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} -\bar{l}_6 - \bar{l}_7 + \bar{l}_8 \\ \bar{l}_1 + \bar{l}_2 - \bar{l}_8 \\ -\bar{l}_2 + \bar{l}_3 + \bar{l}_5 \\ -\bar{l}_3 + \bar{l}_4 + \bar{l}_6 - \bar{l}_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = 0$$

Oxirgi tenglamaning har bir qatori tegishli tugun uchun Kirgxfonning birinchi qonunini aks ettiradi.

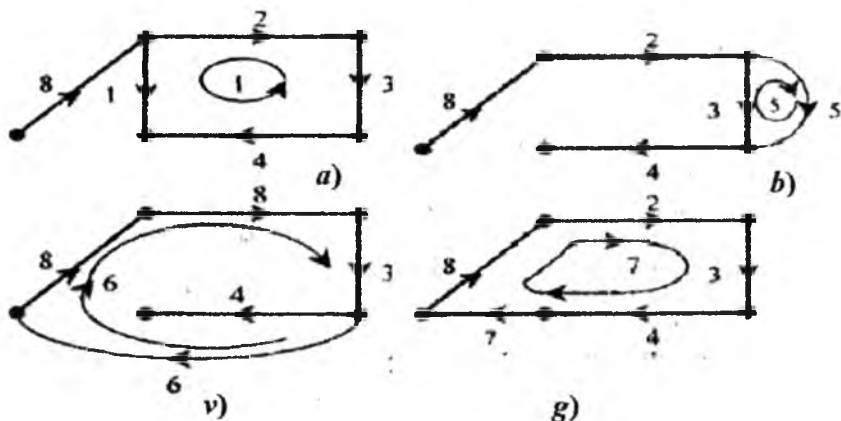
2.11. Zanjir graf-sxemasining kontur tenglamalari (Konturlar matritsasi)

Har qanday murakkab zanjir uchun uning qatorlariga o'rnatilgan kuchlanishlarga oid Kirgxfonning ikkinchi qonunini qo'llar ekanmiz, zanjirdagi muvojanat to'g'ri aks etilishi uchun, tuzilgan tenglamalar o'zaro mustaqil bo'lishi kerak. Bu esa, o'z navbatida, tanlangan konturlarning o'zaro mustaqil bo'lishini talab qiladi. Ma'lumki, bunday talabni bajarish uchun tanlangan konturlar hech bo'lmaganda o'zaro bitta yangi tarmoqqa farqlanishi shart. Ikkinchi tomondan, biz yaxshi bilamizki, tahlilga kerak tenglamalar soni noma'lum toklar soniga, ya'ni tarmoqlar soniga teng bo'lishi kerak. Agar zanjirning tugunlar soni q va tarmoqlar soni p bo'lsa, Kirgxfonning birinchi qonuni asosida (q-1) tenglama, ikkinchi qonuni asosida esa [p-(q-1)] tenglama tuziladi. Yuqorida aytib o'tilgan fikrga ko'ra, mazkur masala zanjirning graf-sxemasiga nisbatan juda oson yechiladi. Haqiqatdan shunday ekanligi 2.14-rasmdagi zanjirning 2.15-rasmdagi graf-sxemasidan ko'rinib turibdi: grafning daraxti qanday tuzilgan bo'lmasin, u ochiq kontur bo'lib qolaveradi. Demak, bu daraxtning (yoki uning tarmoqlar qismini) biror frak aloqa tarmog'i bilan berkitisa, darhol mustaqil kontur tashkil topadi.

Buni 2.17-rasmda keltirilgan mustaqil graflari konturlardan ko'rsa bo'ladi. 2.17-a rasmdagi mustaqil kontur daraxtning 2, 3 va 4-tarmoqlariga 1-graf aloqa tarmog'i qo'shilishi natijasida hosil bo'lgan; 2.17-b rasm 5-mustaqil kontur daraxtning 3-tarmog'i va grafning 5-alloqa tarmog'i o'rtasida hosil bo'lgan; 2.17-v rasmdagi 6-mustaqil kontur daraxtning 8, 2 va 3-tarmoqlarini 6-alloqa tarmog'i bilan berkitish natijasida va 2.17-g rasmdagi 7-mustaqil kontur to'la daraxtga 7-alloqa tarmoq qo'shilishi natijasida hosil bo'lgan.

Shunday qilib, biz ko'rib chiqayotgan zanjir uchun (2.14-rasm) $n=p-(q-1)=8-(5-1)=4$ ta mustaqil konturga nisbatan Kirgxfonning ikkinchi qonuni asosida tenglamalar tuzish mumkin. Endi graf-sxemalar uchun

kontur tenglamalar tuzaylik. Bu tenglamalar 1, 5, 6 va 7-konturlarga tegishlidir.



2.17-rasm.

Tanlangan kontur ichiga kirgan ixtiyoriy “k”-tarmoqning kuchlanishini u_k deb olamiz va uning ishorasini aylanish yo‘nalishiga bog‘laymiz. Mazkur yo‘nalish esa aloqa tarmog‘ining yo‘nalishiga mos keladi, ya’ni ixtiyoriy tarmoq kuchlanishi $b_{sk}\tilde{u}_k = \mp \tilde{u}_k$ tarzda yozilishi lozim bo‘ladi (bu yerda $b_{sk}=1$ yoki 0; agar “k”-tarmoq “s”-konturga kirmasa). Natijada Kirgxofigning ikkinchi qonuni graf-sxema uchun

$$\sum_{k=1}^p b_{sk} \tilde{u}_k = 0, \quad s=q \div p$$

shaklda yoziladi. Masalan, 1-kontur uchun (2.17-a rasm)

$$-\tilde{u}_1 - \tilde{u}_2 - \tilde{u}_3 - \tilde{u}_4 = 0; b_{11} = 1, b_{12} = -1, b_{13} = -1, b_{14} = -1$$

Beshinchi kontur uchun (2.17-b rasm)

$$-\tilde{u}_3 + \tilde{u}_5 = 0; b_{53} = 1, b_{55} = 1$$

Oltinchi kontur uchun (2.17-v rasm)

$$\tilde{u}_2 + \tilde{u}_3 + \tilde{u}_4 + \tilde{u}_6 + \tilde{u}_8 = 0; b_{62} = 1, b_{63} = 1, b_{64} = 1, b_{66} = 1, b_{68} = 1$$

Yettinchi kontur uchun (2.17-g rasm)

$$\tilde{u}_2 + \tilde{u}_3 + \tilde{u}_4 + \tilde{u}_7 + \tilde{u}_8 = 0; b_{72} = 1, b_{73} = 1, b_{74} = 1, b_{77} = 1, b_{78} = 1$$

Endi koeffitsiyentlardan shunday jadval – matritsa B tuzamizki, uning qatorlar soni mustaqil konturlar soniga, ustunlar soni esa tarmoqlar soniga teng bo‘ladi. Jadval kataklaridagi sonlar +1, -1 va 0 bo‘lishi mumkin: birinchi holda “k”- tarmoqdagi yo‘nalish “s”- kontur

yo'nalishiga mos, ikkinchi holda ular bir-biriga teskari va uchinchi holda "k"- tarmoq "s"- konturga kirmagan bo'ladi.

Bunday matritsa – **konturlar matritsasi** deb ataladi.

Agar tarmoqlardagi kuchlanishlarni bir ustun va "P" qatordan iborat matritsa shaklida ifodalamoqchi bo'lsak, unda

$$\tilde{u} = \|\tilde{u}_k\| = \begin{bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \\ \vdots \\ \tilde{u}_p \end{bmatrix}, (k=1,2,\dots,p)$$

shaklli matritsaning tartibi (px1) deb hisoblanadi. Shunday qilib, ixtiyoriy kontur (qator) uchun tuziladigan kontur tenglamasi matritsaviy ko'paytma shaklida quyidagidek bo'ladi:

$$s[b_{s1}] \cdot [b_{s2}] \cdot \dots \cdot [b_{sp}] \otimes \begin{bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \\ \vdots \\ \tilde{u}_p \end{bmatrix} = b_{s1}\tilde{u}_1 + b_{s2}\tilde{u}_2 + \dots b_{sp}\tilde{u}_p =$$

$$= \sum_{k=1}^p b_{sk}\tilde{u}_k = 0 \text{ vektor qator (Px1) vektor ustun (Px1) matritsa (1x1).}$$

Mazkur tenglama ixtiyoriy murakkablikka ega bo'lgan graf-sxema uchun – aloqali strukturali matritsa tuzishda ishlatilishi mumkin.

Natijaviy matritsa umumiy holda B_y ko'rinishida yoziladi. 2.14-rasmdagi sxema uchun quyidagicha ifodalanadi:

$$B\tilde{u} = \begin{bmatrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & & & & \\ 5 & & -1 & & 1 & & & & \\ 6 & & 1 & 1 & & 1 & 1 & & \\ 7 & & 1 & 1 & & 1 & 1 & & \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \\ \tilde{u}_3 \\ \tilde{u}_4 \\ \tilde{u}_5 \\ \tilde{u}_6 \\ \tilde{u}_7 \\ \tilde{u}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{u}_1 - \tilde{u}_2 - \tilde{u}_3 - \tilde{u}_4 = 0 \\ -\tilde{u}_3 + \tilde{u}_5 = 0 \\ \tilde{u}_2 + \tilde{u}_3 + \tilde{u}_4 + \tilde{u}_6 + \tilde{u}_8 = 0 \\ \tilde{u}_2 + \tilde{u}_3 + \tilde{u}_4 + \tilde{u}_7 + \tilde{u}_8 = 0 \end{bmatrix} =$$

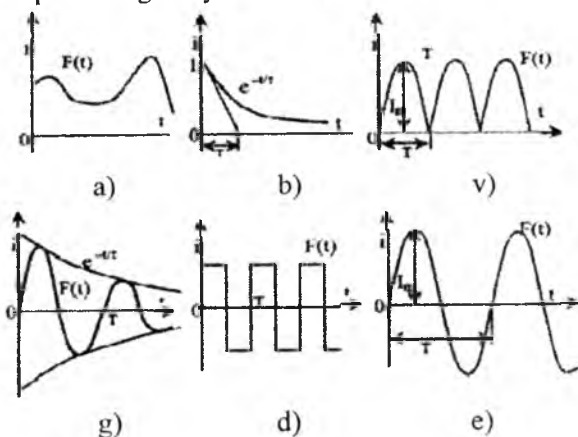
$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

Bu yerdagi $b\tilde{u}$ matritsa ko'paytmasining har bir qatori tegishli konturning Kirgixofning ikkinchi qonuni asosida yozilgan tenglamasini aks ettiradi. Yana bir marta shuni eslatib o'tamizki, zanjirdagi e.y.u.k. larni tegishli tarmoqning umumiy kuchlanishi o'z ichiga olgan: $\tilde{u}_k = u_k - e_k$.

III BOB. CHIZIQLI ELEKTR ZANJIRLAR NAZARIYASI. BIR FAZALI SINUSOIDAL O'ZGARUVCHAN TOK ZANJIRLARI

3.1. Sinusoidal o'zgaruvchan elektr yurituvchi kuch va toklar

Amalda elektromagnit energiyasini bir turdan boshqa turga aylantirishning barcha fizik jarayonlari hozirgi zamon elektrotexnikasining (elektromashinalar, elektronika, radiotexnika, aloqa, elektroavtomatika, yarimo'tkazgichlar, hisoblash texnikasi va boshqalar) asosini tashkil etadi, ya'ni e.yu.k., kuchlanish, tok va boshqa elektromagnit miqdorlarning vaqt bo'yicha o'zgarishi bilan bog'liq bo'ladi. Bunday miqdorlarni o'zgaruvchan tokning asosiy tushunchalari bilan umumlashtirib, o'zgaruvchan tok qonuniyatlari shunga o'xshash o'zgaruvchan miqdorlarga ham taalluqli ekanligini aytib o'tamiz.



3.1-rasm.

Umuman, o'zgaruvchan tok vaqt bo'yicha ma'lum qonun asosida o'zgaradi, ya'ni tokning miqdori vaqtning funksiyasidir:

$$i = F(t)$$

bunda i – tokning oniy qiymati, t – vaqt.

O'zgaruvchan tokni uchta turga bo'lish mumkin:

- 1) miqdori o'zgaruvchan, ammo yo'nalishi o'zgarmas (pulsatsiyalanuvchi) tok (3.1-a,b va v-rasm);
- 2) miqdori va yo'nalishi o'zgaruvchan tok (3.1-g,d va e rasm);
- 3) davriy o'zgaruvchan tok (3.1-v,d va e rasm).

Davriy o'zgaruvchan tokning oniy qiymatlari davr deb ataladigan teng vaqtlar ichida ma'lum qonuniyatlar bilan takrorlanib turadi, ya'ni:

$$i = F(t) = F(t + kT), \quad (k=1,2,\dots,n)$$

Masalan, 3.1-e rasmdagi davriy sinusoidal tokning ifodasi quyidagicha:

$$i = I_m \sin 2\pi t/T \quad i = I_m \sin 2\pi f t = I_m \sin \omega t$$

bunda $f = 1/T$ – tokning chastotasi (takrorchanligi), (gers): $1 \text{ Gts} = 1/\text{S}$.

Bu holda, tokning yo'nalishi birinchi yarim davr ($0 < t < T/2$) davomida musbat, ikkinchi yarim davr ($T/2 < t < T$) davomida manfiy deb hisoblanadi. Vaqt $t = 0, T/2, T$ va h.k. bo'lganda zanjirdagi tok nolga teng.

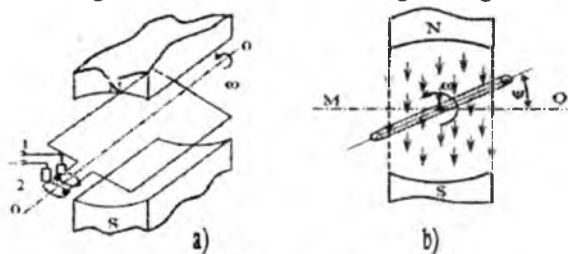
Elektrotexnikada ishiatiladigan davriy toklarning chastotalari doirasi juda keng bo'lib, gersning o'ndan biridan tortib, to milliardlarga teng bo'lgan qiymatlarini tashkil etadi. Elektrotexnikadagi standart chastotalar O'rta Osiyo va Yevropada 50 Gts, AQSHda, Osiyo va Afrikadagi ayrim mamlakatlarda 50 - 60 Gts chastota ishiatilishi quyidagilar bilan bog'liq: chastotalarning 50 - 60 Gts dan kichik qiymatlarida elektr mashinalar va transformatorlarning o'lchamlari kattalashib, tanarxi ortadi. Shuningdek, elektr lampochkalar yorug'ligining lipillashi ko'zga sezilarli bo'ladi. Chastotani 50 Gts dan birmuncha orttirish elektr mashinalarida energiya isrofining ortishiga sabab bo'lib, hosil bo'ladigan o'zinduksiya e.yu.k. va elektr sig'imi hodisalari o'zgaruvchan tok qurilmalarining ishiga salbiy ta'sir qiladi.

Simli aloqa texnikasida va sanoat elektronikasida chastotasi 100 Gersdan 10 000 Gersgacha bo'lgan toklar ishlatiladi. Radiotexnika va televideniya chastotasi o'nlab kilogers va megagerslargacha ($1 \text{ mGts} = 10 \text{ Gts}$) bo'lgan toklardan foydalaniladi.

3.2. Bir fazali sinusoidal o'zgaruvchan tok

O'zgaruvchan tokning eng ko'p tarqalgan manbalaridan biri mexanik energiyani elektr energiyasiga aylantirib beruvchi sinxron generatoridir. Qo'zg'almas magnitli (elektromagnitli) elektr mashina oddiy bir fazali o'zgaruvchan tok generatori bo'lib, uning magnit maydonida ramka ko'rinishidagi o'ramli g'altak 00' o'q atrofida aylanadi (3.2-a rasm), g'altakning ikkala uchi aylanayotgan halqalarga ulangan, bu halqalarga esa 1-2 qismlariga ulangan cho'tkalar tegib turadi. 3.2-b rasmda bitta o'ramdan iborat ramkaning ko'ndalang kesimi ko'rsatilgan, u burchak tezlik bilan soat mili yo'nalishiga teskari yo'nalishda aylansa, ramkada

uning yuzasiga proporsional bo'lgan e.y.u.k. $e = -d\phi/dt$ hosil bo'ladi, bunda Φ – ramka yuzasiga tik o'tgan magnit oqim. Ifoda oldidagi manfiy ishora e.y.u.k. ning uni hosil qilgan kuchga nisbatan har doim qarama-qarshi yo'nalganligini bildiradi. O'ramning yuqori kesimidagi ishora shartli ravishda unda induktivlangan e.y.u.k. yo'nalishining rasmdan bizga, pastki kesimidagi ishora esa bizdan rasmga bo'lganini bildiradi.



3.2-rasm.

Ramka tekisligi gorizontaal vaziyatni egallaganda (ramkaning boshlang'ich burilish burchagi $\psi = 0$), uning yuzasini magnit oqim kuch chiziqlari eng ko'p miqdorda kesib o'tib, magnitaviy oqimning oniy qiymati ramka tekisligiga nisbatan $\Phi = \Phi_{\max} \cos \omega t$ qonuniyat bilan, ramkaning aylanishi hisoblash o'qi MQ ga nisbatan ψ burchak ostida bo'lganda aylana boshlasa, $\Phi = \Phi_m \cos(\omega t + \psi)$ (bunda $\omega t = F_{\max}$) qonuniyat bilan o'zgaradi. Bu oqim quyidagi e.y.u.k. ni induksiyalaydi:

$$e = \frac{-d\phi}{dt} = \omega \Phi_m \sin(\omega t + \psi_e) = E_m \sin(\omega t + \psi_e) \quad (3.1)$$

bunda: $E_m = \omega \Phi_m$ – e.y.u.k. amplitudasi, chunki ω [1/s] ning oqimga ko'paytmasi ($1 \text{ Bb} = 1 \text{ B} \cdot 1 \text{ cek}$) o'lchov birligi bo'yicha 1 Volt. Bu yerda: ω – o'zgaruvchan sinusoidal e.y.u.k.ning burchak chastotasi (rad/cek); $(\omega t + \psi_e)$ – t vaqtdagi e.y.u.k.ning fazasi; ψ_e – boshlang'ich faza, ya'ni $t=0$ bo'lgandagi faza.

Agar generatorning 1-2 qismlariga yuklama qarshiligini ulasak, undan quyidagi tok o'ta boshlaydi:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \quad (3.2)$$

bunda: I_m – tok amplitudasi; ψ_i – uning boshlang'ich fazasi. Yuklama qismlarida hosil bo'lgan kuchlanishning tushuvi:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) \quad (3.3)$$

bunda: U_m – kuchlanish amplitudasi; ψ_u – uning boshlang'ich fazasi.

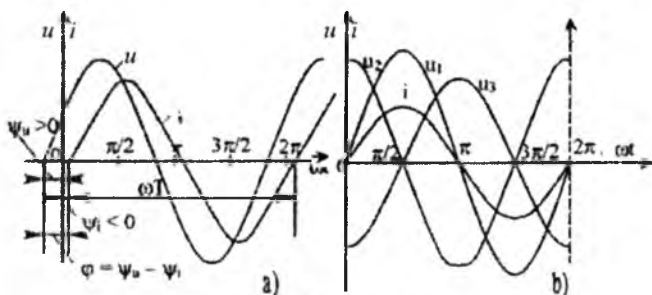
Yuqorida ko'rsatilganidek, o'zgaruvchan tokning burchak chastotasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (3.4)$$

(bu yerda: $f = 1/T$ chiziqli chastota yoki soddalashtirilganda - chastota).

Bu ifoda o'zgaruvchan tok fazasining 1 sekundda necha radian o'zgarishini ko'rsatadi. Masalan, $f=50$ Gts chastota uchun burchak chastota $\omega=314$ rad/sek. Tajriba shuni ko'rsatadiki, e.yu.k., kuchlanish va toklar oniy qiymatlarini vaqt bo'yicha emas, balki ωt (rad) burilish burchagiga (fazasiga) bog'liq ravishda grafiklar (diagrammalar) yordamida ko'rish qulayroqdir. 3.3-rasmga ko'ra, musbat boshlang'ich fazalar ($\psi_u > 0$) koordinatalar boshidan chapga, manfiylari ($\psi_i < 0$) esa o'ngga qo'yilishi kerak. Bunda manfiy qiymatlardan musbat qiymatlarga o'tish nuqtasidan funksiyaning musbat yo'nalishdagi sinusoidasi boshlanadi.

Agar ikkita bir xil chastotali $u_1 = U_{m1} \sin \omega t$ va $i = I_m \sin \omega t$ sinusoidal miqdorlari bir xil boshlang'ich $\varphi_u F = \psi_i = 0$ fazalarga ega bo'lsa, ularning yo'nalishlari faza jihatdan mos deyiladi (3.3-b rasm). Agarda sinusoidal kuchlanishlar u_2 va u_3 ning boshlang'ich fazalari farqi $\psi_{u2} - \psi_{u3} = \pi$ ga teng bo'lsa, u holda ular qarama-qarshi fazali deyiladi (3.3-rasm) va nihoyat, $\psi_i - \psi_{u2}$ yoki $\psi_i - \psi_{u3} = \pm \pi/2$ bo'lsa, u holda tok i va kuchlanish u_2 (yoki u_3) kvadraturada (3.3-b rasm) bo'ladi. 3.3-a rasm-dagi holda u kuchlanishning oniy qiymati i tokning oniy qiymatiga nisbatan $\varphi = \psi_u - \psi_i$ burchakka o'tadi.

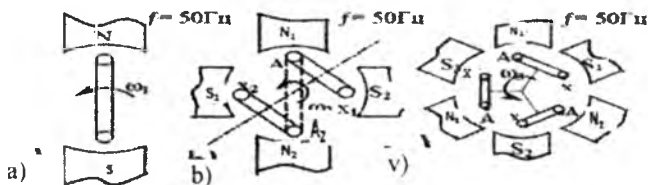


3.3-rasm.

Yuqorida aytilganidek, bizning xalq xo'jaligimizda ishlatiladigan elektr tok chastotasi $f=50$ Gts. Bu o'zgaras kattalikka ega bo'lgan parametr barcha elektrostansiyalardagi generatorlarning aylanish tezligi har xil bo'lishiga qaramasdan bir me'yorda ushlab turiladi. 3.2-b rasm-dagi bir juft qutbli generatorning tok hosil qiluvchi ramkasi o'z o'qi atrofida 1 sekund vaqt ichida 50 marta aylansa, undagi tok (e.yu.k.) chastotasi $f = 50$ Gts bo'ladi. Xuddi shu tezlikda (ya'ni $n_0 = 50$ ayl/sek. yoki $n_0 = 3000$ ayl/min.), issiqlik elektrostansiyalardagi turbogeneratorlar bug' turbinalari yordamida aylantiriladi. Ammo bu juda katta tezlik

hisoblanadi va har qanday sharoitlarda mexanik energiyaning elektr energiyaga aylanishini bu tezlikda ta'minlab bo'lmaydi. Masalan, juda katta qudratga ega bo'lgan va daryo suvlari yordamida ishlaydigan suv turbinalari (gidroturbinalari) ham minutiga eng ko'pi bilan bir necha yuz marta aylana oladi, xolos. Demak, 3.2-b rasmdagi generator toki bunday kichik tezliklarda 5-15 Gts dan oshiq chastotaga ega bo'la olmaydi. Generator ishlash prinsipidan ko'rinib turibdiki, uni hosil qilayotgan e.y.u.k. (yoki tok) chastotasi faqatgina aylanish tezligiga bog'liq bo'lmay, balki magnit qutblar soniga ham bog'liqdir. 3.4-a rasmda keltirilgan bir juft ($p=1$) qutbga ega bo'lgan generatorda $f=50$ Gts chastotali tok olish uchun ramkani 1 sekund ichida ellik marta aylantirish kerak bo'lsa, ikki juft ($p=2$) qutbli generatorda (3.4-b rasm) bir sekund ichida yigirma besh marta aylantirish kifoya. Haqiqatan ham, ramkaning tegishli N_1 va S_1 (ya'ni shimol va janub) qutblar tagida joylashgan A va X tomonlari bir marta to'la aylanib chiqib, o'z joyiga qaytib kelsa, o'ramdagi tok ikki to'la davrli o'zgarishdan o'tadi.

Ya'ni bir xil tezlikda aylanuvchi ramka ikki qutbli generatorga nisbatan to'rt qutbli generatorda chastotasi ikki barobar katta e.y.u.k. (yoki tok) hosil qila oladi. Lekin tok chastotasi ikkala generatorda ham bir xil bo'ladi.



3.4-rasm.

$$p_1 = 1, n_{01} = 3000 \frac{\text{ayl}}{\text{min}} \quad p = 2, n_{02} = 1500 \frac{\text{ayl}}{\text{min}}$$

$$p = 3, n_{03} = 1000 \frac{\text{ayl}}{\text{min}}$$

desak, to'rt qutbli generatorning tok hosil qiluvchi o'ramlarini ikki marta kichikroq tezlikda aylantirish kerak bo'ladi. Xuddi shunday generatorning qutblar soni oltita bo'lsa (3.4-v rasm), bir qutbli generator bilan bir xilda chastota ishlab chiqarish uchun uni tezligini uch barobar kamroq olish lozim va h.k. Bundan chiqadiki, generator tokining chastotasi uning qutblar soni va tezligi bilan quyidagicha bog'langan: $f = \frac{pn_0}{60}$ (bu yerda: p – juft qutblar soni, n_0 – aylanish tezligi; ayl/min).

Jumlani yakunlab, shuni eslatib o'tamizki, qutblar soni oshgan sari generator ichida aylanuvchi ramkalar sonini ham oshirib borish maqsadga muvofiqdir. Ulardagi bir xil e.yu.k. ga ega bo'lgan elementar ramkalar ($A_1x_1, A_2x_2, \dots A_r x_r$) o'zaro ketma-ket yoki parallel ulangan holda ishlab chiqarilayotgan umumiy e.yu.k. yoki tokni zo'raytirishga sabab bo'ladi.

3.3. O'zgaruvchan tokning effektiv va o'rtacha qiymatlari

O'zgaruvchan tok ham o'zgarmas tok kabi elektr zanjirda ma'lum ishni bajaradi: simlarni qizdiradi, magnit va elektr maydonlar hosil qiladi, elektr kuchlarini hosil qilishga sababchi bo'ladi va h.k. Ko'p hollarda elektr toki bajargan ish shu tok kuchining kvadratiga proporsionaldir. Masalan, qarshiligi R bo'lgan o'tkazgichdan T vaqt davomida o'zgarmas tok I o'tganda ajralib chiqqan issiqlikning bajargan ishi:

$$A = I^2 R T \quad (3.5)$$

Shu zanjirdan o'sha T vaqt (avvalgiga teng vaqt) davomida miqdori o'zgarmas tokning issiqlik effektini beruvchi o'zgaruvchan tok o'tganda uning bajargan ishi:

$$A = \int_0^T i^2 R dt \quad (3.6)$$

Agar t vaqtini davriy o'zgaruvchan tokning davri T ga teng desak, u holda o'zgarmas va o'zgaruvchan toklarning bajargan ishlari bo'yicha ekvivalentlik sharti:

$$I^2 R T = \int_0^T i^2 R dt \text{ yoki } I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt$$

$$\text{Bundan: } I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} \quad (3.7)$$

Bu sinusoidal (o'zgaruvchan) tokning o'rta kvadratik yoki effektiv qiymati deyiladi va shunday miqdordagi o'zgarmas tokka ekvivalent bo'ladi. Sinusoidal tok $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ uchun

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t + \psi_i) dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} \int_0^T [1 - \cos(2\omega t + 2\psi_i)] dt} = \\ &= \frac{\sqrt{I_m^2}}{2} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (3.8)$$

chunki $\int_0^T \cos(2\omega t + 2\psi_i) dt = 0$, ya'ni sinusoida (yoki kosinusoida) musbat va manfiy yarim to'liqlari yuzalarining yig'indisi nolga teng.

Shunday qilib, sinusoidal tokning effektiv qiymati uning amplituda (maksimal) qiymatidan $\sqrt{2}$ marta kichik. Shunga o'xshash, sinusoidal e.y.u.k. va kuchlanishlarning ham effektiv qiymatlari tegishli:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \text{ va } U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad (3.9)$$

Sinusoidal miqdor amplitudasini uning effektiv qiymatiga nisbati $k_a = \sqrt{2}$ **amplituda koeffitsiyenti** deb ataladi.

Zanjirdan o'zgaruvchan tok o'tganda unda quyidagi miqdordagi elektr zaryad aylanib (sirkulatsiyalanib) yuradi:

$$q = \int_0^t i dt$$

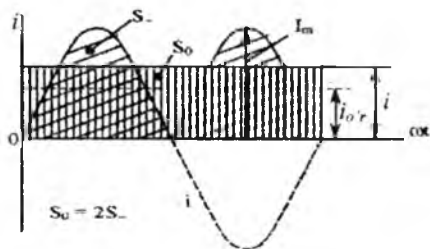
Bu kattalik son jihatidan tok sinusoidasining (3.1-e rasm) $t = T/2$ vaqt oralig'i uchun olingan yarim to'liq bilan chegaralangan yuzaga teng. Ammo o'zgaruvchan tokning to'la davrida zanjirga qanday miqdordagi elektr zaryadi keltirilsa, manbaga shuncha miqdordagi elektr zaryadi qaytariladi. Shu tufayli elektr zaryadlari miqdorlarining yig'indisi:

$$\sum q = \int_0^T i dt = \int_0^T I_m \sin(\omega t + \psi_i) dt = \frac{-I_m}{\omega} [\cos(\omega t + \psi_i)]_0^{2\pi} = 0$$

Demak, o'zgaruvchan tokning to'la davri o'rtacha qiymati nolga teng, chunki

$$\frac{1}{T} \int_0^T I_m \sin(\omega t + \psi_i) dt = \frac{-I_m}{\omega} [\cos(\omega t + \psi_i)]_0^{2\pi} = 0$$

Agar o'zgaruvchan tokning ikkala yo'nalishida ham qandaydir miqdorda elektr zaryadi olib o'tilishi hisobga olinsa, u holda uning



3.5-rasm.

o'rtacha qiymatini o'shanday vaqtda shuncha miqdordagi elektr zaryadi olib o'tuvchi o'zgarmas tokning o'rtacha qiymati bilan solishtirish

maqsadga muvofiq. Masalan, o'zgaruvchan tokni (3.5-rasm) o'zgarmas tokka aylantirish zanjirlarida o'zgaruvchan tokning davri uchun o'rtacha qiymati asosi T bo'lgan to'g'ri to'rtburchakning balandligini ifodalaydi, uning yuzasi esa tok $i = I_m \sin \omega t$ ning musbat yarim to'lqin chegaralagan yuzasiga teng, ya'ni

$$I_{o'r} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \cong 0,91 I \quad (3.10)$$

Shunday qilib, o'zgaruvchan tokning o'rtacha qiymatini musbat yarim to'lqinning birlik vaqti uchun, ya'ni (3.10) bo'yicha hisoblash qabul qilingan. Tok effektiv qiymatining o'rtacha qiymatiga nisbati $I: I_{ur}$ sinusoida shaklining egriligi, ya'ni **forma koeffitsiyenti** K_Φ ni ifodalaydi:

$$K_\Phi = \frac{I}{I_{o'r}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cong 1,11 \quad (3.11)$$

Shunga o'xshash e.yu.k. va kuchlanishning o'rtacha qiymatlari:

$$E_{o'r} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} E \quad \text{va} \quad U_{o'r} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U$$

Amalda davriy o'zgaruvchan magnit oqim (F)dan hosil bo'lgan e.yu.k. ning o'rtacha qiymati ilashgan magnit oqim ψ – ning maksimal va minimal qiymatlari orqali ifodalanadi:

$$\begin{aligned} E_{o'r} &= \frac{2}{T} \int_0^{T/2} e dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \left(-\frac{d\psi}{dt}\right) dt = \\ &= -\frac{2}{T} \int_{\psi_{maks}}^{\psi_{min}} d\psi = 2f(\psi_{maks} - \psi_{min}) \end{aligned}$$

Chunki e.yu.k. $\psi = \psi_{maks}$ va $\psi = \psi_{min}$ bo'lganda, nol qiymatlardan o'tib, magnit oqim maksimum va minimum oraliqda o'zgarganda, u musbat bo'ladi. Simmetrik egri chiziq $\psi(\omega t)$ uchun: $\psi_{maks} = -\psi_{min} = \psi_m$, u holda $E_{yr} = 4f \psi_m = 4f w F$, bunda w – e.yu.k. induktivlanadigan chulg'amning o'ramlar soni; F – magnit oqim.

Bu e.yu.k.ning effektiv qiymati tegishli:

$$E = K_\Phi E_{o'r} = 4,44 f w \Phi \quad (3.12)$$

To'g'rilagich sxemali magnitoelektrik sistema asboblardan tashqari (bular o'rtacha qiymatni o'lchaydi), o'zgaruvchan tokni o'lchash uchun mo'ljallangan barcha asboblari (elektromagnitaviy, elektrodinamikaviy va b.) uning effektiv qiymatini o'lchaydi.

3.4. Sinusoidal funksiyalarni aylanuvchi vektorlar yordamida ifodalash. Vektor diagrammalar

Sinusoidal o'zgaruvchan tok elektr zanjirlarini hisoblash, o'zgarmas tok zanjirlarini hisoblash kabi trigonometrik funksiyalardan iborat turli algebraik amallarni (masalan, toklarni, kuchlanishlarni va e.yu.k. larni Kirxgof qonunlari bo'yicha qo'shish va ayirish amallarini) bajarish bilan bog'liq. Hatto bir xil chastotali ikkita

$$i_1 = I_{m1} \sin(\omega t + \psi_1) \text{ va } i_2 = I_{m2} \sin(\omega t + \psi_2)$$

sinusoidal miqdorni oddiy usulda qo'shish (yoki ayirish) ularning har birini sinusoidal va kosinusoidal tashkil etuvchilarga ajratish bilan bog'liq bo'lgan murakkab trigonometrik almashtirishlarni talab qiladi. Masalan, yuqoridagi ikkita sinusoidal funksiyaning yig'indisini olsak,

$$\begin{aligned} i &= i_1 + i_2 = (I_{m1} \cos \psi_1 + I_{m2} \cos \psi_2) \sin \omega t \\ &\quad + (I_{m1} \sin \psi_1 + I_{m2} \sin \psi_2) \\ &\quad \times \cos \omega t = I_m \sin(\omega t + \psi), \end{aligned}$$

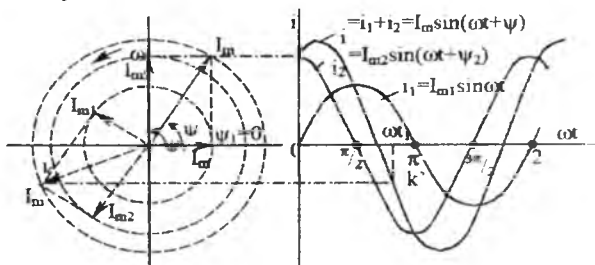
bunda $I_m = \sqrt{I_{m1}^2 + I_{m2}^2 + 2I_{m1}I_{m2}\cos(\psi_1 + \psi_2)}$ – tokning amplitudasi, $\varphi = \arctg \frac{I_{m1}\sin\psi_1 + I_{m2}\sin\psi_2}{I_{m1}\cos\psi_1 + I_{m2}\cos\psi_2}$ – uning boshlang'ich fazasi.

Bu holda, tokning amplitudasini va boshlang'ich fazasini aniqlash vektorlarni geometrik qo'shishdan iborat bo'ladi. Ularning moduli toklarning amplitudasiga teng bo'lib, toklarning boshlang'ich fazasining siljish burchaklari biror o'qqa nisbatan olinadi (3.6-rasm).

3.6-rasmda keltirilgan vektor diagramma i_1 , i_2 va i_3 toklarning $t=0$ vaqtda olingan amplituda va faza nisbatlarining geometrik ifodasi bo'ladi. Vaqt o'zgarishi bilan bu toklarning fazalari bir xildagi ωt burchakka ortib boradi. Bu esa uchala vektorlarning +I o'qqa nisbatan soat strelkasiga teskari yo'nalishda bir vaqtda ωt burchakka burilishiga teng. Boshqacha qilib aytganda, toklarning vaqt bo'yicha harakatini burchak chastotaga teng ω burchak tezlik bilan aylanayotgan vektorlarning davriy funksiyasi tarzida ifodalash mumkin.

Tok vektorlari harakat trayektoriyasining proyeksiyasini i o'qqa $i(t)$ [yoki $i(\omega t)$] egri chiziqlar tarzida tushirib, sinusoidal miqdorlarni aylanuvchi vektorlar bilan almashtirish mumkinligiga to'la ishonch hosil qilamiz (masalan, K nuqtadan K' nuqttagacha o'tishni ko'ring). Demak, sinusoidal e.yu.k. kuchlanish va toklar (sonidan qat'i nazar) ustida har qanday algebraik amallarni (ularni berilgan shartli vektorlar bilan

almashtirib) bajarish mumkin. Vektorlarga o'tishda quyidagi shart va qoidalarni doimo yodda tutish kerak:



3.6-rasm.

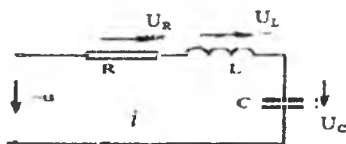
1. Vektorlarga faqat bir xil ω chastotali sinusoidal miqdorlar bo'lgandagina o'tish mumkin.

2. Ifodalovchi vektorlar nazariy mexanikadagi kabi fazoviy vektorlar bo'lmagan, vaqt bo'yicha o'zgaradigan vektorlardir. Ularning modullari tegishli amplitudaviy miqdorlarni ifodalasa, yo'nalishlari orasidagi burchaklar berilgan sinusoidal miqdorlarning (vaqt bo'yicha) fazaviy siljishini ifodalaydi. Masalan, faza $\Pi/2$ ni tashkil etsa, o'zgaruvchi miqdorlar $T/4$ davrga siljiganini bildiradi.

3. Vektorli ifodaga $t=0$ da o'tiladi, barcha tegishli hisoblashlarni ω chastotani hisobga olmasdan bajarish mumkin, chunki har qanday $t \neq 0$ da vektorlarning o'zaro joylanishi o'zgarmaydi (3.6-rasm, $\omega t = \omega t$ fazadagi holatni ko'ring).

3.5. Rezistor, induktiv g'altak va kondensator ketma-ket ulangan zanjirdagi turg'un (o'rnashgan) tok

Parametrlari R , L va C bo'lgan va ketma-ket ulangan oddiy zanjir $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ sinusoidal kuchlanish manbaiga ulangan deb faraz qilaylik (3.7-rasm). Bu kuchlanish tufayli zanjirdan $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ tok o'ta boshlaydi.



3.7-rasm.

Zanjir parametrlari chiziqli bo'lganligi tufayli, tok sinusoidal qonun bo'yicha o'zgaradi. Umuman olganda, bu tokning fazasi manba kuchlanishi fazasiga nisbatan $\varphi = \psi_u - \psi_i$ burchakka siljigan bo'lishi mumkin. Bu burchak siljish burchagi φ deb ataladi.

Hisoblashni soddalashtirish maqsadida $\psi_i = 0$ (yoki $\psi_u = \varphi$) deb olamiz. U holda zanjirdagi tokning amplitudasini va zanjir elementlaridagi (qismlaridagi) omy kuchlanishlarni aniqlash osonlashadi. Kirxgofning ikkinchi qonuniga ko'ra, $u_R + u_L + u_C = u$ yoki

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = U_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.12)$$

bunda: u_R – rezistor R dagi kuchlanishning pasayishi; u_L – g'altak L ning qismlaridagi kuchlanish; u_C – kondensator C ning qoplamalaridagi kuchlanish. (3.12) tenglikda $i = I_m \sin \omega t$ deb olinsa, quyidagi tenglik kelib chiqadi:

$$RI_m \sin \omega t + \omega L I_m \cos \omega t - \frac{I_m}{\omega C} \cos \omega t = U_m \sin(\omega t + \varphi) \\ = U_m \cos \varphi \cdot \sin \omega t + U_m \sin \varphi \cdot \cos \omega t. \quad (3.13)$$

(3.13) tenglikning chap va o'ng qismlaridagi sinusli va kosinusli tashkil etuvchilarni bir-biriga tenglashtirsak,

$$\left. \begin{aligned} RI_m &= U_m \cos \varphi \\ \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I_m &= U_m \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

(3.14) dagi φ burchakni yo'q qilish maqsadida uni kvadratga oshirsak va qo'shsak, quyidagini hosil qilamiz:

$$I_m^2 \left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right] = U_m^2 \quad (3.15)$$

bunda

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

Bu o'zgaruvchan tokning amplituda miqdori bo'lib, ketma-ket ulangan zanjir uchun O_m qonunini ifodalaydi. Effektiv qiymatlariga o'tsak,

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \quad (3.16)$$

Ildiz ostidagi ifoda zanjirning qarshilik birligida o'lchanadigan to'la qarshiligi (Z) deb ataladi:

$$Z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{r^2 + x^2} \quad (3.17)$$

bunda: R – aktiv qarshilik (Om); $x = (x_L - x_C)$ – zanjirning reaktiv qarshiligi (Om); $x_L = \omega L$ – g'altakning induktiv qarshiligi (Om); $x_C = 1/\omega C$ – kondensatorning sig'im qarshiligi (Om).

(3.14) dan kuchlanish u bilan tok i orasidagi fazaviy siljish burchagi

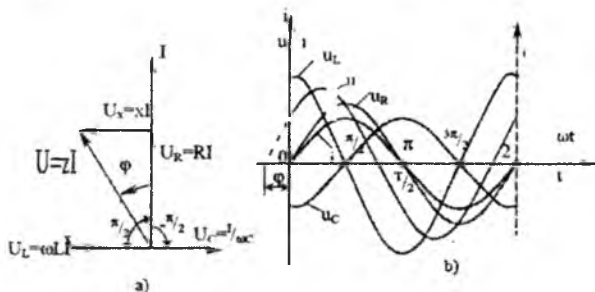
$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (3.18)$$

Shuningdek, (3.13) dan ayrim R , L va C elementlardagi oniy kuchlanishlarning qiymatlarini aniqlash mumkin:

$$U_R = R i = R I_m \sin \omega t = U_{Rm} \sin \omega t \quad (3.19)$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = U_{Lm} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (3.20)$$

$$u_C = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{-I_m}{\omega C} \cos \omega t = U_{Cm} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$



3.8-rasm.

Bu kuchlanishlarning fazalarini tok $i = I_m \sin \omega t$ ning fazasi bilan taqqoslab, quyidagi xulosaga kelish mumkin. Rezistordagi kuchlanish fazasi tok fazasi bilan mos tushadi, induktivlik va sig'imdagi u_L , u_C kuchlanishlar esa u bilan kvadraturada bo'ladi.

Bunda induktiv kuchlanish U_L tok dan $\pi/2$ burchakka (yoki vaqt bo'yicha $T/4$ davrga) o'zib boradi, sig'im kuchlanish U_C esa tokdan $\pi/2$ burchakka orqada qoladi.

3.8-rasmda tok va kuchlanishlarning effektiv miqdorlari uchun vektor diagrammasi va oniy qiymatlari uchun egri chiziqlar berilgan.

Rasmdan aktiv qarshilik $R \neq 0$ bo'lganda zanjir uchun berilgan kuchlanishning boshlang'ich fazasi $\psi_u = \varphi$ reaktiv elementlardagi kuchlanishlarning nisbatiga bog'liq bo'lishi ko'rinib turibdi:

1) $U_L > U_C$ (yoki $X_L > X_C$) bo'lganda, u musbat ($\varphi > 0$) bo'lib, zanjirdagi tok berilgan kuchlanishdan φ burchakka orqada qoladi;

2) $U_L < U_C$ (yoki $X_L < X_C$) bo'lganda, u manfiy ($\varphi < 0$) bo'lib, zanjirdagi tok berilgan kuchlanishdan φ burchakka oldinda boradi;

3) $U_L = U_C$ (yoki $X_L = X_C$) bo'lganda, u nolga teng ($\varphi = 0$) bo'lib, zanjirdagi tok berilgan kuchlanish bilan ustma-ust tushadi.

Birinchi holda zanjir aktiv-induktiv, ikkinchi holda aktiv-sig'im va uchinchi holda esa aktiv (rezonansli) deb ataladi. Rezonansli holat keyinroq ko'rib chiqiladi. Shunday qilib, φ burchak $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$ oraliqda (chegarada) o'zgaradi.

Endi (3.14), (3.17) va (3.18) tenglamalar asosida aktiv R , induktiv X_L va sig'im X_C qarshiliklar ketma-ket ulangan zanjir uchun quyidagilarni yozish mumkin:

$$\left. \begin{aligned} U &= \sqrt{U_R^2 + U_X^2} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = IZ \\ U_L &= IX_L; U_C = IX_C \text{ va } U_X = IX = I(X_L - X_C) \\ U_R &= U \cos \varphi; U_X = U \sin \varphi \text{ va } \operatorname{tg} \varphi = \frac{U_X}{U_R} \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

(zanjir qismlaridagi kuchlanishlar uchun);

$$\left. \begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \\ X_L &= \omega L; X_C = \frac{1}{\omega C} \text{ va } X = X_L - X_C \\ R &= Z \cos \varphi; X = Z \sin \varphi \text{ va } \operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R} \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

(barcha zanjir va elementlarning qarshiliklari uchun).

3.1-misol. 3.7-rasmdagi zanjirga $u=160 \sin \left(314t + \frac{\pi}{4}\right)$ kuchlanish berilgan. $R = 20 \text{ Om}$, $L = 0,1 \text{ G}$ va $C = 48,4 \text{ mkF}$; zanjir elementlaridagi tok va kuchlanishlarning oniy qiymatlari aniqlansin.

Yechish: Zanjirning induktiv, sig'im va to'la qarshiliklari tegishli-cha quyidagiga teng:

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0,1 = 31,4 \text{ Om},$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 48,4} = 66 \text{ Om},$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{20^2 + (31,4 - 66)^2} = 40 \text{ Om}. \quad (3.22-a)$$

Siljish burchagi:

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{-34,6}{20} = \arctg(-\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{3}$$

Demak, zanjirdagi tok:

$$i = \frac{Um}{Z} \sin \left(314t + \frac{\pi}{4} - \varphi\right) = 4 \sin \left(314t + \frac{7}{12}\pi\right)$$

Zanjir elementlaridagi kuchlanishlar:

$$U_R = Ri = 80 \sin \left(314t + \frac{7\pi}{12}\right)$$

$$u_L = I_m X_L \sin\left(314t + \frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{2}\right) = 125,6 \sin\left(314t + \frac{13\pi}{12}\right) \quad (3.22-b)$$

$$u_C = I_m X_C \sin\left(314t + \frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{2}\right) = 264 \sin\left(314t + \frac{\pi}{12}\right) \quad (3.22-v)$$

3.6. Rezistor, induktiv g'altak va kondensator parallel ulangan zanjirdagi o'rtnashgan tok

Aktiv o'tkazuvchanligi g bo'lgan rezistor induktivlik L va kondensator C dan tuzilgan zanjir $u = U_m \sin \omega t$ sinusoidal kuchlanish manbaiga parallel ulangan (3.9-rasm). Kirxgofning birinchi qonuniga binoan, ayrim parallel tarmoqlardagi toklarning yig'indisi manbadan kelayotgan tokka, ya'ni i ga teng:

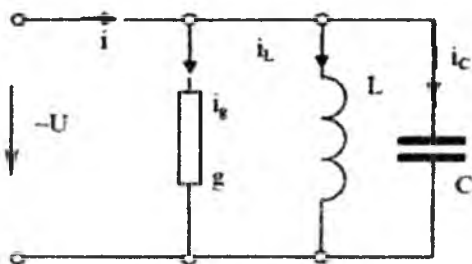
$$i_g + i_L + i_C = i$$

bunda: $i_g = g u$ – rezistordagi tok; $i_L = \frac{1}{L} \int u dt$ – induktivlik L dagi tok (chunki

$u = L di / dt$; $i = C du / dt$ – sig'imi C dagi tok (chunki $u = \frac{1}{C} \int i dt$).

Zanjir parametrlari chiziqli bo'lganligi tufayli, yig'indi tok i ham berilgan kuchlanish kabi sinusoidal bo'ladi, ammo undan faza bo'yicha φ burchakka farq qiladi, ya'ni

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi) \quad (3.23)$$



3.9-rasm.

$u = U_m \sin \omega t$ ni hisobga olgan holda (3.23) ni (3.22) ga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$g U_m \sin \omega t - \frac{1}{\omega L} U_m \cos \omega t + \omega C U_m \cos \omega t = I_m \sin(\omega t - \varphi) = I_m \cos \varphi \cdot \sin \omega t - I_m \sin \varphi \cos \omega t \quad (3.24)$$

(3.24) ning chap va o'ng qismlaridagi sinusli va kosinusli tashkil etuvchilarni bir-biriga tenglashtirsak,

$$\left. \begin{aligned} gU_m &= I_m \cos \varphi \\ \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) U_m &= I_m \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (3.25)$$

bo'ladi. (3.25) tenglamani kvadratga ko'tarib, so'ngra qo'shsak, undagi φ yo'qoladi:

$$\left[g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)^2 \right] U_m^2 = I_m^2$$

yoki

$$I_m = U_m \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)^2} \quad (3.26)$$

(3.26) ning ikkala tomonini $\sqrt{2}$ ga bo'lganda

$$I = U \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)^2} = U \cdot y \quad (3.27)$$

Bu tenglama butun zanjir uchun tok va kuchlanishning effektiv qiymatlari orasidagi bog'lanishni ifodalaydi va sinusoidal tokning parallel zanjiri uchun Om qonunining ifodasi bo'ladi:

$$y = \frac{I}{U} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)^2} = \sqrt{g^2 + b^2} \quad (3.28)$$

Olingan miqdor o'tkazuvchanlik o'lchami ($1/Om$) bilan o'lchanganligi uchun g , L va C elementli parallel zanjirning to'la o'tkazuvchanligi deb ataladi. Bunda $b = b_L - b_C = \frac{1}{\omega L} - \omega C$ reaktiv o'tkazuvchanlik bo'lib, o'z navbatida, induktiv $b_L = \frac{1}{\omega L}$ va sig'im $b_C = \omega C$ o'tkazuvchanliklariga bo'linadi.

(3.28) ga binoan, faza siljishi burchagi:

$$\varphi = \arctg \frac{b_L - b_C}{g} = \arctg \frac{b}{g}$$

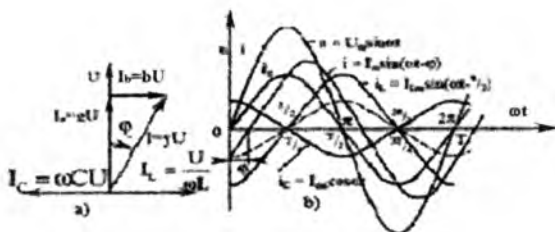
Zanjirning ayrim tarmoqlaridagi oniy toklar:

$$I_g = gU = gU_m \sin \omega t = I_{gm} \sin \omega t \quad (3.29)$$

$$i_L = \frac{1}{L} \int u dt = -\frac{U_m}{\omega L} \cos \omega t = I_{Lm} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (3.30)$$

$$i_C = C \frac{du}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = I_{Cm} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (3.31)$$

Demak, rezistordagi tok i_g zanjirga berilgan kuchlanish bilan faza bo'yicha ustma-ust tushadi (yo'nalishi bir xil); induktivlikdagi tok i_L kuchlanishdan $\frac{\pi}{2}$ burchakka orqada qoladi; sig'imdagi tok i_C esa undan $\pi/2$ burchakka o'zib boradi. 3.10-rasmda zanjir tarmoqlaridagi toklar-ni vektor diagrammasi va egri chiziqlari berilgan.



3.10-rasm.

Agar umumiy holda $g \neq 0$ bo'lsa, faza siljish burchagi φ reaktiv toklar $I_L = I/\omega L U$ va $I_C = \omega C U$ ning nisbatlariga bog'liq, ya'ni:

1) $I_L > I_C$ (yoki $b_L > b_C$) bo'lganda $\varphi > 0$ bo'lib, butun zanjirdagi tok I berilgan kuchlanish U dan φ burchakka orqada qoladi;

2) $I_L < I_C$ (yoki $b_L < b_C$) bo'lganda $\varphi < 0$ bo'lib, butun zanjirdagi tok I berilgan kuchlanish U dan φ burchakka oldinda boradi;

3) $I_L = I_C$ (yoki $b_L = b_C$) bo'lganda $\varphi = 0$ bo'lib, tok kuchlanish U bilan faza bo'yicha ustma-ust tushadi.

Bu hollarda zanjir tegishlixa aktiv-induktiv, aktiv-sig'im va aktiv tavsifli deb ataladi. Rezonans holati keyinchalik alohida ko'rib chiqiladi. Shunday qilib, R , L va C elementlari ketma-ket ulangan zanjirdagi kabi g , L va C elementlari parallel ulangan zanjirda ham burchak $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ oralig'ida o'zgaradi.

3.10-a rasmdagi vektor diagrammaga ko'ra, aktiv g , induktiv b_L va sig'im b_C o'tkazuvchanliklar parallel ulangan zanjir toklar uchun asosiy nisbatlar quyidagicha yoziladi:

$$\left. \begin{aligned} I &= \sqrt{I_g^2 + I_b^2} = \sqrt{I_g^2 + (I_L - I_C)^2} = yU \\ I_L &= b_L U, \quad I_C = b_C U, \quad I_b = bU = (b_L - b_C)U \\ I_g &= gU = I \cos \varphi; \quad I_b = bU = I \sin \varphi; \\ &\quad \operatorname{tg} \varphi = I_b / I_g \end{aligned} \right\} \quad (3.32)$$

O'tkazuvchanliklar uchun esa:

$$\left. \begin{aligned} y &= \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} \\ b_L &= \frac{1}{\omega L}, \quad b_C = \omega C, \quad b = b_L - b_C; \quad g = y \cos \varphi; \quad b = y \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

3.2-misol. 3.9-rasmdagi zanjirga $u=141 \sin 314 t$ kuchlanish berilgan. Parametrlari $g=0,04$ 1/Om, $L=0,01$ Gn va $C=159$ mkF bo'lgan zanjir-

ning parallel tarmoqlaridagi I_g , I_L va I_c toklarning effektiv qiymatlari va butun zanjirdagi tokning oniy qiymati topilsin.

Yechish: Zanjirning induktiv b_L va b_c o'tkazuvchanliklari turlicha

$$b_L = \frac{1}{\omega L} = \frac{1}{314 \cdot 0,04} = 0,08 \text{ Sm}$$

$$b_c = \omega C = 314 \cdot 159 \cdot 10^{-6} = 0,05 \text{ Sm}$$

Zanjir qismlaridagi effektiv kuchlanish:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{141}{\sqrt{2}} = 100 \text{ V}$$

Tarmoqlardagi effektiv toklar:

$$I_g = gU = 0,04 \cdot 100 = 4 \text{ A}$$

$$I_L = b_L U = 0,08 \cdot 100 = 8 \text{ A}$$

$$I_c = b_c U = 0,05 \cdot 100 = 5 \text{ A}$$

Zanjirning tarmoqlanmagan qismidagi (umumiy) tok:

$$I = \sqrt{4^2 + (8 - 5)^2} = 5 \text{ A}$$

Kuchlanish U va tok I vektorlari orasidagi faza siljishi burchagi:

$$\varphi = \arctg \frac{b}{g} = \arctg \frac{0,08 - 0,05}{0,04} = \arctg \frac{3}{4} = 36^\circ 50'$$

Butun zanjirning oniy toki (manbadan kelayotgan tok):

$$I = I_m \sin(314t - \varphi) = \sqrt{2} \cdot 5 \sin(314t - 36^\circ 50') = 7,07 \sin(314t - 36^\circ 50')$$

3.7. Zanjirdagi sinusoidal o'zgaruvchan tok quvvati

Zanjirga har qanday sinusoidal o'zgaruvchan tok i berilganda, u kuchlanish ta'sirida t vaqtda $A = \int_0^t u i dt$ ish bajariladi. Bu ish miqdor jihatidan kuchlanish u , tok i hamda vaqt t ning ko'paytmasi bilan aniqlanadi. Ya'ni ishning intensivligi $p = ui$ ko'paytmaga bog'liq bo'lib, manbadan zanjirga kelayotgan (iste'mol qilinayotgan) quvvatning oniy qiymati deb ataladi. Agar umumiy holda $u = U_m \sin \omega t$ va $i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$ bo'lsa,

$$p = U_m I_m \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \frac{1}{2} U_m I_m [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] = UI [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] \quad (3.34)$$

ya'ni oniy quvvat ikkita tashkil etuvchidan iborat bo'lib, ulardan birinchisi vaqtga bog'liq bo'lmay, ikkinchisi vaqt (davr) ichida miqdor va yo'nalish bo'yicha ikkilangan chastota (2ω) bilan o'zgaradi. $P > 0$ bo'lganda, zanjir manbadan energiya qabul qiladi. $P < 0$ bo'lganda esa qabul qilingan energiya manbaga (qisman yoki to'la) qaytariladi. Agar $\pi/2 < \varphi < 3\pi/2$ bo'lsa, zanjirga kelayotgan energiya qaytarilgan energiyadan

doimo ortiq bo'ladi. (3.34) dan ko'rinib turibdiki, faqat $\varphi = \pm\pi/2$ holda bu ulushlar baravrlashadi, chunki $UI\cos\varphi = 0$ va $p = \pm UI\sin 2\omega t$.

Shunday qilib, manbadan kelayotgan energiya quvvati T davr ichida o'zining o'rtacha qiymati atrofida o'zgaradi. Bu qiymat son jihatidan quyidagicha aniqlanadi:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{UI}{T} \int_0^T [\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] dt = UI \cdot \cos\varphi$$

chunki $\int_0^T \cos(2\omega t - \varphi) \cdot dt = 0$

Ya'ni quvvatning o'rtacha qiymati:

$$P = UI\cos\varphi \quad (3.35)$$

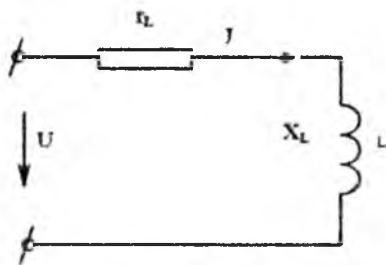
Bu quvvat sinusoidal tok zanjirining aktiv (yoki foydali) quvvati deb ataladi. SI sistemasida aktiv quvvat Watt (Wt), kiloWatt (kWt) va megaWatt (MWt) hisobida o'lchanadi (bu yerda $1 \text{ kWt} = 10^3 \text{ Wt}$ va $1 \text{ MWt} = 10^6 \text{ Wt}$). Quvvat son jihatidan t vaqt birligi ichida elektr energiyasining boshqa tur (issiqlik, mexanik, kimyoviy va h.k.) energiyalariga aylanish intensivligini aniqlaydi. Ko'paytiruvchi $\cos\varphi$ **quvvat koeffitsiyenti** deb ataladi. O'zgaruvchan tok zanjiri energiya to'plovchi reaktiv L va C elementlarga ega bo'lganligi tufayli, hamma vaqt $\cos\varphi < 1$ (yoki $P < UI$) bo'ladi. Shunga ko'ra, o'zgarmas tok zanjiridan farqli o'laroq, sinusoidal tok zanjirining quvvati ko'p hollarda to'la quvvat deb ataladigan $S = UI$ miqdordan kichik bo'ladi. To'la quvvat energiya qurilmalarni (elektr mashinalar, transformatorlar, uzatish liniyalari va h.k.ning) ishlatish vaqtida kuchlanish va tok bo'yicha hera oladigan nominal qiymatlarini ifodalaydi. To'la quvvat S SI sistemasida voltamper (VA) (asosiy birlik), kilovoltamper (kVA) va megavoltamper (mVA) hisobida o'lchanadi ($1 \text{ kVA} = 10^3 \text{ VA}$, $1 \text{ mVA} = 10^6 \text{ VA}$). (3.35) tenglamaga binoan quvvat koeffitsiyenti $\cos\varphi$ to'la quvvatdan foydalanish effektining mezonini hisoblanadi; chunki $\cos\varphi = 1$ bo'lganda, quvvat S butunlay ish bajarish uchun sarf bo'ladi. Aksincha, $\cos\varphi$ qancha kichik bo'lsa, bir xil miqdordagi ishni bajarish uchun S ning qiymatini ko'proq qilib olish kerak bo'ladi. Masalan, $U = 500 \text{ B}$ kuchlanishda $R = 4.5 \text{ kWt}$ bo'lgan aktiv quvvatni ta'minlash uchun tarmoqdan iste'mol qilinadigan tok I teng bo'lishi kerak:

$\cos\varphi = 1$ bo'lganda, $I = 9 \text{ A}$;

$\cos\varphi = 0.9$ bo'lganda, $I = 10 \text{ A}$;

$\cos\varphi = 0.6$ bo'lganda, $I = 15 \text{ A}$;

$\cos\varphi = 0.5$ bo'lganda, $I = 18 \text{ A}$ va h.k.



3.11-rasm.

Shunday qilib, zanjirdagi foydali ishni tokning faqat bir qismigina, ya'ni $I_g = I \cos \varphi$ ga teng bo'lgan aktiv tashkil etuvchisi bajaradi. Tokning reaktiv tashkil etuvchisi $I_b = I \sin \varphi$ elektr va magnit maydonini hosil qilish uchun sarf bo'lib, ularning energiyasi L va C elementlarda davriy ravishda yig'ilib, yana manbaga qaytariladi. Shu sababdan «reaktiv quvvat» tushunchasi kiritilib, u son jihatidan quyidagicha qabul qilingan: $Q = UI \sin \varphi$. Bu quvvat SI sistemasida reaktiv voltamper (asosiy birlik), kilovoltamper, megavoltamper hisobida o'lchanadi. Ketma-ket va parallel ulangan zanjirlar uchun tuzilgan nisbatlarga asoslanib quyidagilarni yozish mumkin:

$$P = UI \cos \varphi = U_R I = I^2 R;$$

$$Q = UI \sin \varphi = U_X I = I^2 X \quad (R/L \text{ va } C \text{ zanjir uchun}), \quad S = UI = I^2 Z;$$

$$P = UI \cos \varphi = UI_g = gU^2;$$

$$Q = UI \sin \varphi = UI_b = bU^2 \quad (g, L \text{ va } C \text{ zanjir uchun}), \quad S = UI = YU^2.$$

Doimo musbat bo'lgan S lardan farqli o'laroq va reaktiv Q quvvat $f > 0$ bo'lganda musbat (induktiv rejim), $f < 0$ bo'lganda esa R manfiy (sig'im holat) dir.

3.3-misol. Aktiv r_L va x_L qarshilikli induktiv g'altak, chastotasi $f = 50$ Gts va effektiv kuchlanishi $U = 130$ V bo'lgan manbada $I = 2$ A tok iste'mol qiladi. Agar shu g'altakning o'zi o'zgarmas kuchlanishga ulansa, ilgarigi tok $I = 2$ A o'rnalishi uchun $U = 50$ V kifoya. G'altak induktivligini toping.

Yechish. G'altakning to'la qarshiligi:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{130}{2} = 650 \text{ m}$$

G'altakning aktiv qarshiligi o'zgarmas tok uchun:

$$r = Z_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{50}{2} = 250 \text{ m}$$

G'altakning induktiv qarshiligi:

$$x_L = \sqrt{Z^2 - r_L^2} = \sqrt{65^2 - 25^2} = 60 \text{ Om}$$

G'altakning induktivligi:

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{60}{2\pi \cdot 50} = 0,191 \text{ H}$$

3.8. Zanjirdagi sinusoidal o'zgaruvchan tok energiyasining tebranishi. Zanjir elementlaridagi oniy quvvatlar

Yuqorida ko'rsatilganidek, aktiv va reaktiv elementlardan tuzilgan zanjirdagi sinusoidal o'zgaruvchan tok quvvati o'zining o'rta qiyamati $P = UI \cos \varphi$ atrofida 2ω ga teng chastota bilan o'zgaradi. Endi 3.9-rasmda keltirilgan zanjirning elementlaridagi energetik munosabatlarni tahlil qilaylik. Kirxgofning birinchi qonuniga ko'ra, manbadan kelayotgan tok

$$i = i_g + i_L + i_C = gu + \frac{\psi}{L} + C \frac{du}{dt}$$

bo'ladi; bunda $\psi = \int u dt$ g'altakdagi i_L tok hosil qilgan magnit oqimning ilashishi. Zanjirning elementlarida oniy quvvatlar quyidagicha taqsimlanadi:

$$\begin{aligned} P = ui &= p_g + p_L + p_C = gu^2 + \frac{\psi}{L} \cdot \frac{d\psi}{dt} + Cu \frac{du}{dt} = \\ &= gu^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{\psi^2}{2L} \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{Cu^2}{2} \right) = gu^2 + \frac{dw_M}{dt} + \frac{dw_e}{dt} \quad (3.36) \end{aligned}$$

dan kelib chiqadiki, aktiv o'tkazuvchanlik g , tarmoqdagi $p_g = gu^2$ quvvat doimo noldan katta bo'lib, elektr energiyasining issiqlik energiyasiga faqat qaytmas tarzda aylanishini ko'rsatadi.

Induktivlikdagi $P_L = \frac{d}{dt} \left(\frac{\psi^2}{2L} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{Li^2}{2} \right)$ quvvat g'altak magnit maydoni bilan manba orasidagi energiyaning sirkulatsiyalanishi tezligini ko'rsatadi: $p_L > 0$ bo'lganda, manbadan kelayotgan energiya induktivlikda magnit maydonga o'tadi, $p_L < 0$ bo'lganda esa, manbaga qaytadi. Xuddi yig'iladigan oniy quvvat $P_C = \frac{d}{dt} \left(\frac{Cu^2}{2} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{q^2}{2C} \right)$ uning elektr maydoni bilan manba orasida energiyaning sirkulatsiyalanishi tezligini aniqlaydi: $p_C > 0$ bo'lganda manbadan kelayotgan energiya sig'imdagi elektr maydonga o'tadi, $p_C < 0$ bo'lganda esa, u manbaga qaytadi. Agar umumiy holda parallel zanjirga (3.9-rasm) berilayotgan kuchlanishni $u = U_m \sin \omega t$ deb olsak, zanjirning ayrim tarmoqlaridagi (elementlaridagi) toklarni quyidagicha ifodalaymiz:

$$i_g = gU_m \sin \omega t, i_L = \frac{-U_m}{\omega L} \cos \omega t \text{ va } i_g = \omega C g U_m \cos \omega t$$

U holda zanjirning tarmoqlaridagi oniy quvvat tegishli:

$$p_g = u i_g = g U_m^2 \sin^2 \omega t = g U^2 (1 - \cos 2\omega t) \\ = U I \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) \quad (3.37)$$

$$p_L = u i_L = \frac{-U_m^2}{\omega L} \sin \omega t \cdot \cos \omega t = -b_L U^2 \sin 2\omega t = \\ -U I_L \sin 2\omega t \quad (3.38)$$

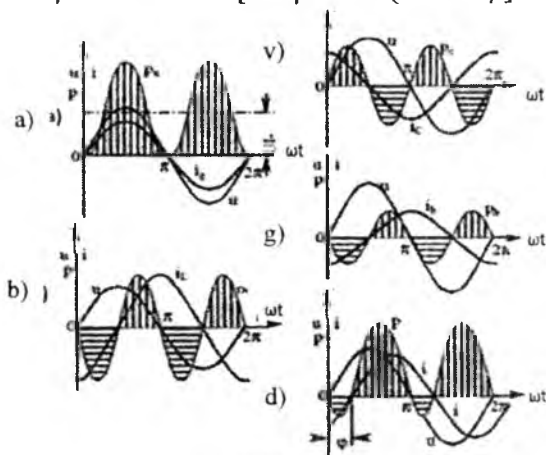
$$p_c = u i_c = \omega C U_m^2 \sin \omega t \cdot \cos \omega t = -b_c U^2 \sin 2\omega t = U I_c \sin 2\omega t \quad (3.39)$$

Reaktiv elementlarning yig'indi quvvati:

$$p_b = p_L + p_c = -(I_L - I_C) U \sin 2\omega t = -b U^2 \sin 2\omega t = -U I \sin \varphi \sin 2\omega t \quad (3.40)$$

Butun zanjirning oniy quvvati:

$$p = p_g + p_L + p_c = p_g + p_b = U I \cos \varphi - U I \sin \varphi \cdot \sin 2\omega t - \\ - U I \cos \varphi \cos 2\omega t = U I [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] \quad (3.41)$$



3.12-rasm.

(3.40) va (3.41) ifodalarga ko'ra, bir davr ichida reaktiv elementlar quvvatlarining o'rtacha qiymati nolga teng. Bunga i_g , i_L va i_c toklarning va kuchlanish u ning vaqt bo'yicha o'zgaradigan diagrammalarini qurib (3.12-rasm), ishonch hosil qilish mumkin.

Aktiv elementning P_n oniy quvvati (3.12-a rasm) istagan oniy vaqtda [$u = i_g = 0$ ($\omega t = 0, \pi, 2\pi$ va h.k.) dan tashqari] noldan katta bo'lib, o'zining o'rtacha $P = UI \cdot \cos \varphi$ qiymati atrofida ikkilangan chastota 2ω bilan o'zgarib turadi. Uning bunday o'zgarishi (3.37) dan kelib chiqadi. Buning sababi shuki, i tok yo'nalishi kuchlanish u yo'nalishi bilan

ustma-ust tushadi. Bunga o'zgaradigan diagrammalarni qurib (3.12-rasm), ishonch hosil qilish mumkin.

Induktiv elementning oniy quvvati $p_L = u_L i_L$ (3.12-b rasm) har chorak ($T/4$) davrda o'zining ishorasini teskarisiga o'zgartiradi: kuchlanish u va tok i_L ning yo'nalishlari mos bo'lgan choraklarda uning ishorasi musbat, ular yo'nalishlari qarama-qarshi bo'lgan chorakda esa manfiy bo'ladi. U va i_L lar nol qiymatlardan o'tgan oniy vaqtlarda quvvat $p_L = 0$. Kuchlanish u va tok i_L ning orasida faza siljishi burchagi $\pi/2$ ga teng bo'lgani uchun, oniy quvvatning musbat va manfiy yarim to'liqlari o'zaro teng, ya'ni g'altakning magnit maydoniga qancha energiya kelib tushsa (musbat yarim to'liqin), undan o'shancha energiya manbaga qaytariladi (manfiy yarim to'liqin).

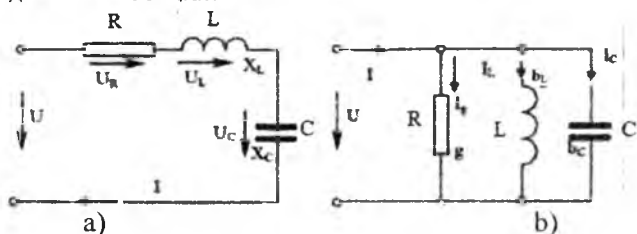
Xuddi shunga o'xshash, sig'im elementlaridagi ohiy quvvat p_C (3.12-v rasm) induktiv quvvatga qarama-qarshi fazada o'zgaradi. Keyingi ikki holatda, shuningdek, (3.38) va (3.39) tenglamalarga ko'ra, quvvatning o'rtacha qiymati nolga teng. Magnit energiya g'altakda tokning mutlaq miqdori ortgan choraklarda yig'ilib, kamaygan choraklarda manbaga qaytadi. Sig'imdagi elektr energiyaning aylanish yo'nalishi esa uning qoplamalaridagi kuchlanish mutlaq qiymatning ortishi yoki kamayishi bilan aniqlanadi. Energiya to'plovchi elementlarning reaktiv quvvati yig'indisi 3.12-rasmda ko'rsatilgan. Induktiv I_L va sig'im I_C toklarning effektiv qiymatlari bir-biriga qanchalik yaqin bo'lsa, bu yig'indi shunchalik katta bo'ladi. Bu hol (3.40) tenglamadan ko'rinib turibdi.

Nihoyat, $I_L = I_C$ bo'lganda, bu quvvat nolga teng. Demak, g'altakning magnit maydoni energiyasi kondensatorning elektr maydoni energiyasiga davriy ravishda o'tadi va aksincha: bu holda manbadan iste'mol qilinayotgan energiya faqat aktiv o'tkazuvchanlikdagi energiya sarfini qoplashga ketadi. 3.12-d rasmda $I_L > I_C$ holati uchun butun zanjir oniy quvvatining o'zgarish diagrammasi berilgan, undan ko'rinib turibdiki, manbadan kelayotgan energiyaning bir qismi o'ziga qaytyapti. (3.40-tenglama) ga binoan, qaytarilayotgan energiya qismi (quvvat) son jihatidan faza siljishi φ ning miqdoriga bog'liqdir. 3.12-g rasmdagi $p(\omega t)$ quvvat sinusoidasi to'liqini pastki qismining yuzasi manbaga qaytarilayotgan energiyani tasvirlaydi. Siljish burchagi φ qancha katta bo'lsa, bu energiya shuncha katta bo'ladi. Davr ichida manba kuchlanishi (yoki istagan tarinoqdagi tok) bir marta o'zgarsa, zanjir ayrim elementlardagi (3.12-a,b,v va g rasm), shuningdek, butun zanjirdagi (3.12-d rasm) oniy quvvat to'la ikki marta o'zgaradi.

Demak, oniy quvvat zanjirda va uning elementlarida ikkilangan chastota 2ω bilan o'zgaradi. Yuqorida keltirilgan mulohazalar R, L va C elementlari ketma-ket ulangan zanjirlarga ham tegishlidir. Har qanday ketma-ket ulangan zanjirni parallel ulangan zanjirga yoki teskarisiga almashtirish mumkinligi quyida ko'rsatilgan.

3.9. Ketma-ket va parallel ulangan sinusoidal o'zgaruvchan tok zanjirlarini ekvivalent zanjirlarga almashtirish prinsipi (O'xshashlik parametrlari)

Bir fazali manbadan ta'minlanayotgan o'zgaruvchan tok murakkab zanjirlari ko'rib chiqilayotganda zanjirga berilayotgan kuchlanish u , iste'mol qilinayotgan tok i va faza siljish burchagi φ ning miqdori hamda yo'nalishi asosiy parametrlar hisoblanadi. Agar bu zanjirni qandaydir passiv ikkiqutblik tarzida tasavvur qilsak, u ketma-ket (3.13-a rasm) va parallel (3.13-b rasm) ulangan zanjirlarning bir xil ehtimollik va aniqlikdagi ifodasi bo'ladi.



3.13-rasm.

Agar bu zanjir uchun U , I va φ qiymatlar ma'lum bo'lsa, u holda ikkiqutblikning parametrlari zanjir qismlarining qarshiliklari yoki o'tkazuvchanliklari bo'yicha aniqlanadi. Birinchi holda

$$Z = \frac{U}{I}, \quad R = Z \cos\varphi; \quad x = x_L - x_C = Z \sin\varphi$$

(bunda $\varphi > 0$ bo'lsa, $x_L > x_C$ va $\varphi < 0$ bo'lsa, $x_L < x_C$). Ular asosida ketma-ket (3.13-a rasm) va parallel (3.13-b rasm) ulangan ikkita zanjirning bir-biriga ekvivalentligi aniqlanadi. Buning uchun quyidagi ekvivalentlik shartlari bajarilishi kerak:

$$Z = \frac{U}{I} \quad \text{va} \quad Y = \frac{I}{U} \quad \text{va} \quad Z = \frac{1}{Y} \quad (3.41)$$

$$\sin\varphi = \frac{x}{Z} = \frac{b}{y} \quad (3.42)$$

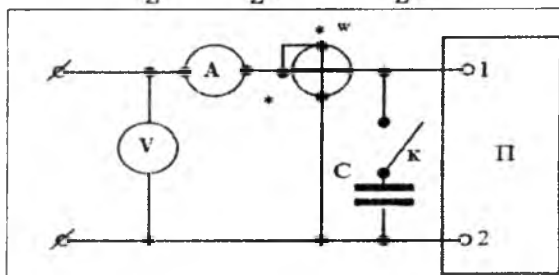
$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{g}{y} \quad (3.43)$$

Aralash ulangan murakkab zanjirlarni hisoblashda ba'zan zanjirning barcha elementlarini ketma-ket yoki parallel ulashga keltirish zarur bo'ladi. Bu keltirish (3.41) - (3.43) tenglamalar asosida bajariladi. Agarda y , g va r ekvivalent bo'lgan ketma-ket zanjirning qarshiliklari

$$Z = \frac{1}{y}; R = \frac{gZ}{y} = \frac{g}{y^2}; x = \frac{bZ}{y} = \frac{b}{y^2}$$

Aksincha, ketma-ket ulangan va Z , x va R qarshiliklari ma'lum bo'lgan zanjir berilgan bo'lsa, unga ekvivalent parallel zanjir o'tkazuvchanliklari quyidagicha topiladi:

$$y = \frac{1}{Z}; g = \frac{R}{Z^2} \text{ va } b = \frac{x}{Z^2}$$



3.14-rasm.

Ba'zan amaliy hisoblarda ichki ulanish sxemasi noma'lum zanjirning ekvivalent qarshiligi (yoki o'tkazuvchanligi) va siljish fazasi φ ni aniqlash kerak bo'ladi. Bu holda berilgan zanjirning tashqi qismlari 1 va 2 bilan belgilanib, passiv ikkiqutblilik Π (3.14-rasm) shaklida ko'rsatiladi. Voltmetr V , ampermetr A va vattmetr W ko'rsatishlari bo'yicha kuchlanish U , tok I va quvvat P ni aniqlaymiz. Agar bunda $P < UI$ bo'lsa, $\varphi \neq 0$ bo'lib, uning mutlaq qiymati quyidagicha hisoblanadi:

$$\varphi = \arccos \frac{P}{UI}$$

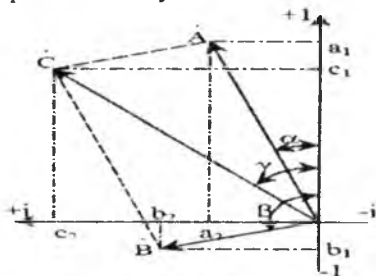
φ ning ishorasini fazometr yordamida, fazometr bo'lmasa, quyidagicha aniqlash mumkin. Tekshirilayotgan zanjirning 1-2 kirish qismlariga fazani aniqlovchi sig'im C ulanadi (3.14-rasm): bu sig'imdan o'tadigan tok umumiy tok I ni o'zgartirishi kerak. Agar zanjir induktivlik xarakterida bo'lsa ($\varphi > 0$), induktiv tashkil etuvchini qisman kompensatsiyalash hisobiga umumiy tok $I' < I$ gacha kamayadi. Agar zanjir aktiv-sig'im ($\varphi < 0$) xarakteriga ega bo'lsa, reaktiv sig'im tokining ortishi hisobiga umumiy tok $I' > I$ gacha ortadi. Yuqoridagidek aniqlashda tajriba natijasi zanjir elementlarini ikkiqutblilik ichida ulash usuliga bog'liq bo'lmaydi.

IV BOB. O'ZGARUVCHAN TOK ZANJIRLARINI KOMPLEKS USULDA HISOBLASH

4.1. Hisoblashning kompleks usuli haqida tushuncha

Ma'lumki, sinusoidal o'zgaruvchan tok zanjirlarida turg'unlashgan holatlar (e.yu.k., kuchlanish va h.k.) differensial tenglamalarning xususiy yechimlaridan iborat bo'lib, ular bilan zanjirlarning muvozanat holatlari tavsiflanadi. Parametrlari chiziqli bo'lgan zanjirga o'zgaruvchan kuchlanish berilganda uning hamma tarmoqlari va qismlarida xuddi shunday shakldagi reaksiya ro'y beradi. Boshqacha qilib aytganda, zanjirning muvozanat holati Kirxgof qonunlariga binoan o'zgaruvchan elektr va elektromagnit miqdorlarining balansi bilan ifodalanadi. Murakkab sinusoidal o'zgaruvchan tok zanjirlarini oddiy matematik usul bilan hisoblash noqulay va ko'p mehnat talab qiladi hamda undan amaliy hisoblashda foydalanish qiyin. Bunday hisoblashdagi asosiy noqulaylik har bir sinusoidal miqdor (e.yu.k., kuchlanish va tok) o'zining amplitudasi va boshlang'ich fazasi bilan aniqlanishidan kelib chiqadi. O'zgaruvchan miqdorlarni geometrik usulda aylanuvchi vektorlar tarzida ifodalash (3.4) ham o'z navbatida murakkab zanjirlar uchun bajarish qiyin bo'lgan murakkab vektor diagrammalar tuzishni talab etadi.

Shunga qaramasdan, bu usul o'zgaruvchan tok zanjirlarini kompleks usulda hisoblashning asosi qilib olingan. Kompleks usul, ya'ni aylanuvchi vektorlarni kompleks sonlar yordamida ifodalash geometrik



4.1-rasm.

yasashlarni talab qilmay, sonlar ustida amallar bajarishga imkon beradi.

4.1-rasmda haqiqiy (+I) va mavhum (+j) ortogonal o'qlarda kompleks tekislik ko'rsatilgan bo'lib, unda A, B va C kompleks sonlar tasvirlangan (elektrotexnikada bunday vektorlar nuqta bilan belgilanadi).

Bu sonlarning tasviri koordinata boshidan chiqib, A,B,C modullarga ega bo'lgan vektorlarni ifodalaydi. Vektorlarning holati +1 o'qdan boshlab soat miliga teskari yo'nalishda hisoblangan boshlang'ich α β γ va fazalar (argumentlar) bilan yoki bu vektorlarning tegishli o'qlarga bo'lgan proyeksiyalari: a_1 va a_2 ; b_1 va b_2 ; c_1 va c_2 orqali belgilanadi. Birinchi holda vektorlar quyidagicha ko'rsatkichli shaklda berilgan deb hisoblanadi:

$$\dot{A} = Ae^{j\alpha}, \dot{B} = Be^{j\beta}, \dot{C} = Ce^{j\gamma}$$

bunda: e – natural logarifmlarning asosi, $j = \sqrt{-1}$. Ikkinchi holda tasvir algebraik (yoki trigonometrik) shaklda berilgan hisoblanadi:

$$\dot{A} = a_1 + ja_2, \dot{B} = b_1 + jb_2, \dot{C} = c_1 + jc_2$$

yoki

$$\dot{A} = A(\cos\alpha + j\sin\alpha), \dot{B} = B(\cos\beta + j\sin\beta) \text{ va } \dot{C} = C(\cos\gamma + j\sin\gamma).$$

Keltirilgan shakldagi ifodalar Eylerning kompleks sonlar uchun berilgan formulalaridan kelib chiqadi, ya'ni

$$e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi$$

$$e^{-j\varphi} = \cos\varphi - j\sin\varphi$$

$A = Ae^{j\varphi} = a_1 + ja_2$ kompleks sonlar uchun quyidagi nisbatlarni keltirish mumkin: $A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$, $\varphi = \arctg \frac{a_2}{a_1}$

bunda: $a_1 = A \cos\alpha = \operatorname{Re}(A)$ – kompleks sonning haqiqiy qismini ifodalaydi, $a_2 = A \sin\alpha = \operatorname{Im}(A)$ – kompleks sonning mavhum qismini ifodalaydi.

Xususi holda:

$$1) \varphi = 0 \text{ bo'lsa, } A = A = a_1; a_2 = 0.$$

$$2) \varphi = \pm\pi/2 \text{ bo'lsa, } A = \pm jA = \pm ja_2; a_1 = 0.$$

$$3) \varphi = \pm\pi \text{ bo'lsa, } A = -A = -a_1; a_2 = 0 \text{ va h.k.}$$

$$4) e^{\pm\pi/2} = \pm j, \frac{1}{j} = -j, j^2 = -1, j^3 = -j \text{ va } j^4 = 1 \text{ ekanligi ko'rinib turibdi.}$$

Endi bizga qandaydir kompleks son berilgan bo'lsin: $I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = I_m \cos(\omega t + \psi_i) + j I_m \sin(\omega t + \psi_i)$; uni quyidagicha yozish mumkin:

$$I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = I_m e^{j\omega t} \cdot e^{j\psi_i} \doteqdot I_m e^{j\omega t}$$

Bu esa burchak tezlik bilan aylanayotgan biror I_m vektoring tasviridir. Boshqa tomondan $I_m e^{j(\omega t + \psi_i)}$ vektoring mavhum qismi oddiy sinusoidadir, ya'ni

$$\operatorname{Im}[e^{j(\omega t + \psi_i)}] = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

Demak, biz boshlang'ich fazasi va amplitudasi I_m bo'lgan ω chastotali sinusoidani kompleks formada tasvirladik. Agar sinusoidal

o'zgaruvchan tokning oniy qiymatini xuddi ana shunday shaklda ko'rsatilishini hisobga olsak, kompleks son

$$I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

tok $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ ning simvolik tasviri bo'lib chiqadi. Bu yerda $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$ tokning kompleksli amplitudasi. Ko'paytiruvchi $e^{j\omega t}$ kompleks sonni o'zining boshlang'ich o'qi atrofida o'zgarmas burchak tezlik bilan aylanayotgan vektor ekanligini ko'rsatadi. (3.3) da ko'rsatilganidek, bir xil chastotalardagi elektr miqdorlar vektorlarining bir vaqtda aylanishi bu vektorlar orasidagi fazaviy hamda amplitudaviy nisbatlarni buzmaydi. Demak, $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ tokka kompleks tekislikda I_m amplituda va ψ_i argument bilan aniqlanadigan $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$ vektor mos keladi, deb hisoblash mumkin. Xuddi shuningdek, e.yu.k. $e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$ va kuchlanish $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ uchun tegishli

$$\dot{E}_m = E_m e^{j\psi_e} \text{ va } \dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u} \text{ ga ega bo'lamiz.}$$

Haqiqiy hisoblashda toklar, e.yu.k.lar va kuchlanishlarning effektiv qiymatlari beriladi; u hoida tegishli komplekslar quyidagi ko'rinishda yoziladi: $\dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = I e^{j\psi_i}$, $\dot{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = E e^{j\psi_e}$ va $\dot{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = U e^{j\psi_u}$,

Shunday qilib, kompleks usul sinusoidal funksiyalardan (originallardan) kompleks sonlarga (ularning tasviriga) o'tish imkonini beradi.

Agar ushbu usul funksiyadan, ya'ni originaldan, kompleks tasvirga o'tishni x belgisi bilan ifodalaydigan bo'lsak, unda quyidagilarni yozish mumkin:

$$\begin{aligned} i &= I_m \sin(\omega t + \psi_i) = I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} \doteq \dot{I}_m e^{j\omega t} \\ u &= U_m \sin(\omega t + \psi_u) = U_m e^{j(\omega t + \psi_u)} \doteq \dot{U}_m e^{j\omega t} \\ e &= E_m \sin(\omega t + \psi_e) = E_m e^{j(\omega t + \psi_e)} \doteq \dot{E}_m e^{j\omega t} \text{ va h.k.} \end{aligned}$$

Elektr zanjirlarini kompleks usulda hisoblash jarayonida tok, kuchlanish va e.yu.k. lar faqatgina vaqt funksiyasi tarzida emas, balki uning hosilasi yoki integrali tarzida uchrashi mumkin. Masalan:

$$\frac{di}{dt} = \omega I_m \cos(\omega t + \psi_i) = \omega I_m \sin\left(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}\right);$$

Demak, mazkur funksiyaning tasviri quyidagicha topiladi:

$$\begin{aligned} \omega I_m \sin\left(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}\right) &\Leftrightarrow \omega I_m e^{j(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2})} = j\omega I_m e^{j\psi_i} \cdot e^{j\omega t} \\ &= j\omega \dot{I}_m e^{j\omega t} \end{aligned}$$

$$\text{Demak, } \frac{di}{dt} = j\omega \dot{I}_m e^{j\omega t},$$

ya'ni kompleks usuli qo'llanayotganda funksiyadan hosila olish ushbu funksiyaning tasvirini **"j ω "ga ko'paytirish** operatsiyasiga to'g'ri keladi. Xuddi shunga o'xshash, funksiyaning "n" – darajali hosilasi tasviri

$$\frac{d^n i}{dt^n} = (j\omega)^n i m e^{j\omega t}$$

ko'rinishda tuzilishi aniqdir.

Endi shu tokni integrallashga o'tsak,

$$q(t) = \int_0^t i dt \int_0^t I_m \sin(\omega t + \psi_i) dt = \frac{-I_m}{\omega} \cos(\omega t + \psi_i) + q(0) \\ = \frac{I_m}{\omega} \sin\left(\omega t + \psi_i - \frac{\pi}{2}\right) + q(0)$$

(Bu yerda: q(0) – kondensatorli element uchun boshlang'ich zaryad).

Kompleks usuli faqatgina o'zgaruvchan (aynan sinusoidal) miqdorlarga nisbatan ishlatilishi mumkinligini e'tiborga olsak, q(0) ni hisobga olmaymiz. Shu sharti bilan integrallangan tok tasviri quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\int_0^t i dt I_m \sin\left(\omega t + \psi_i - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{I_m}{\omega} e^{j(\omega t + \psi_i - \frac{\pi}{2})} = \frac{I_m}{\omega} e^{j(\psi_i - \frac{\pi}{2})} \cdot e^{j\omega t} \\ = \frac{I_m}{\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{j\omega t} = \frac{I_m}{j\omega} e^{j\omega t}$$

Demak, kompleks shaklda berilgan har qanday sinusoidal funksiyaning tasviri $I_m e^{j\omega t}$ bo'lsa, u funksiyaning integralini tasvirlash funksiya tasvirini **"j ω "ga bo'lish** bilan barobar ekan.

4.2. Om va Kirxgof qonunlarining kompleks shaklda ifodalanishi.

Kompleks qarshiliklar va o'tkazuvchanliklar

Berilgan biror passiv zanjir $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ kuchlanish manbaiga ulangan, deb faraz qilaylik. Zanjir elementlarining ulanish usullaridan qat'i nazar, butun zanjirning tokini $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ desak, kuchlanish va tok effektiv qiymatlarining komplekslari:

$$\dot{U} = U e^{j\psi_u} \text{ va } \dot{I} = I e^{j\psi_i}$$

bo'ladi. Om qonuniga binoan, bu zanjirning to'la qarshiligi kompleks shaklda quyidagicha yoziladi:

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U}{I} e^{j(\psi_u - \psi_i)} = Z e^{j\varphi} = R + jX \quad (4.1)$$

Bunda $\underline{Z} = ze^{j\varphi} = R + jx$ – **zanjirning kompleks qarshiligi**; R , X va Z – tegishlicha zanjirlarning aktiv, reaktiv va to'la qarshiliklarining modullari (mutlaq qiymatlari).

Zanjirning **kompleks o'tkazuvchanligi** ham xuddi shunday aniqlanadi:

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{1}{\underline{Z}} = ye^{-j\varphi} = y \cos\varphi - jy\sin\varphi = g - jb \quad (4.2)$$

Bunda g , b va y – zanjirning mos holda aktiv, reaktiv va to'la o'tkazuvchanliklarining modullari.

Shunday qilib, Om qonunini umumiy ko'rinishda quyidagi shakllarda yozish mumkin:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}, \quad \underline{U} = \underline{I}\underline{Z}; \quad \underline{I} = Y\underline{U} \text{ va } \underline{U} = \frac{\underline{I}}{\underline{Y}}$$

Agar zanjirning elementlari va ularni ulash usullari ma'lum bo'lsa, u holda kompleks qarshilikni (ketma-ket ulash uchun) yoki kompleks o'tkazuvchanlikni (parallel ulash uchun) yanada aniq shaklda yozish mumkin:

$$\underline{Z} = R + jx = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\underline{Y} = g - jb = g - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) = g + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C$$

Kirxgofning birinchi qonuni kompleks shaklda quyidagi ko'rinishda yoziladi:

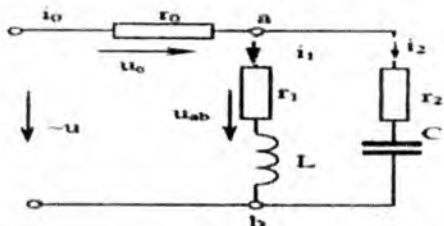
$$\sum_{k=1}^n \underline{I}_k = 0, \quad (4.3)$$

ya'ni zanjir tuguni uchun kompleks toklarning algebraik yig'indisi nolga teng. Ayrim kompleks toklarning oldidagi ishorasi sxemadagi toklarning shartli qabul qilingan yo'nalishlariga bog'liq; masalan, tugunga kelayotgan toklar "+", tugundan chiqib ketayotganlari esa "-" ishoraga ega.

Tanlangan kontur uchun Kirxgofning ikkinchi qonuni kompleks shaklda quyidagicha yoziladi:

$$\sum_{K=1}^n \underline{E}_K = \sum_{K=1}^m \underline{U}_K = \sum_{K=1}^m \underline{I}_K \underline{Z}_K, \quad (4.4)$$

ya'ni konturga kiruvchi barcha e.yu.k. larning kompleks yig'indisi shu konturning ketma-ket qismlaridagi kuchlanishlar pasayishining komplekslari yig'indisiga teng.



4.2-rasm.

4.1-misol. 4.2-rasmdagi zanjirga sinusoidal $u=107,5 \sin(400t - 30^\circ)$ V kuchlanish berilgan. Zanjirning parametrlari: $r_0=0,6 \text{ Om}$, $r_1=5 \text{ Om}$; $L=0,0125 \text{ H}$; $r_2=15 \text{ Om}$ va $C=125 \text{ mkF}$. Kompleks usuldan foydalanib, zanjir tarmoqlaridagi toklarning o'liy qiymatlari va qismlaridagi kuchlanishlarning pasayishi aniqlansin.

Yechish. Zanjirning to'la qarshiligi: $\underline{Z} = \underline{Z}_0 + \underline{Z}_{ab} = r_0 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 0,6 \frac{(5+j5)(15-j20)}{20-j15} = 6,8 + j3,4 = 7,6e^{j25^\circ 30'} \text{ Om}$

Yig'indi tok effektiv qiymatining kompleksi:

$$\underline{I}_0 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{107,5e^{-j30^\circ}}{7,6e^{j25^\circ 30'}} = 10e^{-j56^\circ 30'} [A]$$

Tarmoqlardagi toklarning komplekslari:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_0 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 10e^{-j56^\circ 30'} \frac{15 - j20}{20 - j15} = 10e^{-j52^\circ 50'} [A]$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_0 \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 10e^{-j56^\circ 30'} \frac{5 + j5}{20 - j15} = 10e^{-j52^\circ 50'} [A]$$

r_0 qarshilikdagi va ab tugunlar orasidagi kuchlanishlarning komplekslari tegishli

$$\underline{U}_0 = \underline{I}_0 r_0 = 10e^{-j56^\circ 30'} 0,6 = 6e^{-j56^\circ 30'}$$

$\underline{U}_{ab} = \underline{I}_0 \underline{Z}_{ab} = 10e^{-j56^\circ 30'} 5\sqrt{e^{-j28^\circ 40'}} = 50\sqrt{2}e^{-j27^\circ 50'}$ bo'ladi. Tok va kuchlanishlarning o'liy qiymatlariga o'tib, quyidagilarni hosil qilamiz.

Toklar uchun:

$$i_0 = 10\sqrt{2}\sin(400t - 56^\circ 30') [A]$$

$$i_1 = 10\sqrt{2}\sin(400t - 72^\circ 50') [A] \quad i_2 = 4\sin(400t + 25^\circ 20') [A]$$

Kuchlanishlar uchun:

$$u_0 = 6\sqrt{2}\sin(400t - 56^\circ 30') [V]$$

$$u_{ab} = u_1 - u_2 = 100\sin(400t - 27^\circ 50') [V]$$

4.3. Quvvat kompleksi

Sinusoidal tok zanjiridagi aktiv, reaktiv va to'la quvvatlarni kuchlanish U va tok I ning berilgan effektiv qiymatlari, shuningdek, bu miqdorlarning vektorlari orasidagi faza siljishi burchagi $\varphi = \psi_u - \psi_i$ orqali hisoblash yuqorida ko'rsatilgan edi, ya'ni $P = UI \cos \varphi$, $Q = UI \sin \varphi$ va $S = UI$.

Ammo quvvat kompleksini hisoblash maqsadida kuchlanish $\dot{U} = Ue^{j\psi_u}$ va tok $\dot{I} = I e^{j\psi_i}$ vektorlarini to'g'ridan-to'g'ri ko'paytirsak, to'g'ri modulli $S = UI$ bilan bir qatorda fizik real (haqiqiy) bo'lmagan argument $\varphi = \psi_u - \psi_i$ ga duchor bo'lamiz. Agar $\dot{S} = \dot{U}\dot{I}$ ko'paytmaning komplekslari $\dot{U}$ (yoki $\dot{I}$) dan birortasining argumenti teskari ishorali qilib olinsa, ko'paytma vektorining argumenti $\pm \varphi$ ga teng bo'ladi, ya'ni:

$$U \cdot e^{j\psi_u} I e^{-j\psi_i} = UI e^{+j\varphi} = UI \cos \varphi - j UI \sin \varphi = P + jQ$$
$$\underline{S} = \dot{U}\dot{I} \quad (4.5)$$

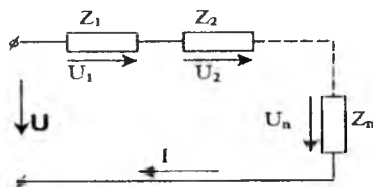
$$U e^{-j\psi_u} I e^{j\psi_i} = UI e^{-j\varphi} = UI \cos \varphi - j UI \sin \varphi = P - jQ$$
$$\underline{S} = \dot{U}\dot{I} \quad (4.6)$$

Shunday qilib, kuchlanish va tokning ishorada olingan argumentli komplekslari, ya'ni argumentning ishorasini sun'iy ravishda teskarisiga almashtirish kompleksi S ning moduliga teng to'la quvvatni va uning aktiv P , reaktiv Q tashkil etuvchilarini bir vaqtda hisoblashga imkon beradi. Bu holda P va Q tegishlicha olingan kompleks sonning haqiqiy va mavhum qismlariga teng. Garchi $\dot{U}$ va $\dot{I}$ komplekslarning ikkala o'zgartirish varianti teng kuchli bo'lsa ham, zanjir xarakterini aniqlashning quyidagi qoidalarini yodda tutish lozim: agar kuchlanish kompleksi $\dot{U} = Ue^{j\psi_u}$ ning o'rniga $\Delta U = Ue^{-j\psi_u}$ ni olsak, manfiy mavhum $-Q$ qism zanjirlarning induktiv xarakteriga, $+Q$ qism esa sig'im xarakteriga, tok kompleksi $\dot{I} = Ie^{j\psi_i}$ ning o'rniga $\Delta I = Ie^{-j\psi_i}$ ni olsak, aksincha, $-Q$ qism zanjirning sig'im xarakteriga, $+Q$ esa induktiv xarakteriga ega ekanligiga mos keladi.

4.4. Oddiy va murakkab zanjirlarni kompleks usul bilan hisoblash

1) Qarshiliklarning ketma-ket ulangandagi kompleks ko'rinishi (ifodasi).

Ketma-ket ulangan qarshiliklardan tuzilgan oddiy zanjir o'zgaruvchan kuchlanish manbaiga ulangan deb faraz qilaylik (4.3-rasm). Zanjirning barcha elementlari uchun umumiy bo'lgan tok $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ qarshiliklarda tegishlicha kuchlanishlar hosil qiladi:



4.3-rasm.

$$\dot{U}_1 = \dot{I} \underline{Z}_1, \dot{U}_2 = \dot{I} \underline{Z}_2 \dots \dots \dots \dot{U}_n = \dot{I} \underline{Z}_n,$$

Bu kompleks kuchlanishlar vektorlarining geometrik yig'indisi manba kuchlanishining $\dot{U}$ kompleksiga teng. Kompleks belgilashlarga o'tilganda, uni quyidagicha yozish mumkin:

$$\dot{U} = \sum_1^n \dot{U}_k = \sum_1^n \dot{I} \underline{Z}_k = \dot{I} \sum_1^n \underline{Z}_k \quad (4.7)$$

bunda $Z_k = R_k + jX_k$ k-qismning kompleks qarshiligi. Agar to'la qarshiliklar

$$\underline{Z}_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2}, \quad \underline{Z}_2 = \sqrt{R_2^2 + X_2^2}, \dots \dots \dots \underline{Z}_n = \sqrt{R_n^2 + X_n^2}$$

ning tashkil etuvchilari berilgan bo'lsa, u holda butun zanjirning kompleks qarshiligini quyidagicha hisoblash mumkin:

$$\underline{Z} = \sum \sum_{k=1}^n \underline{Z}_k = \sum_{k=1}^n R_k + j \sum_{k=1}^n X_k = R + jX$$

bunda R – butun zanjirning aktiv qarshiligi ($R_1, R_2, \dots R_n$ qarshiliklarning algebraik yig'indisiga teng); X – butun zanjirning reaktiv qarshiligi [musbat (induktiv) va manfiy (sig'im) $x_1, x_2, \dots x_n$ qarshiliklarning algebraik yig'indisiga teng]. Kuchlanish $\dot{U}$ va tok $\dot{I}$ ning vektorlari orasidagi siljish burchagi: $\varphi = \arctg X/R$.

Agar $\dot{U} = Ue^{j\varphi_u}$ kompleks ko'rinishdagi kuchlanish berilgan bo'lsa, u holda zanjirdagi tokning kompleksi

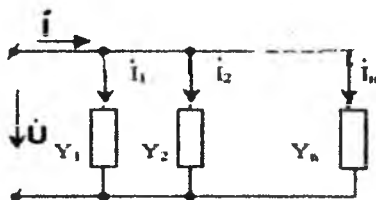
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{Ue^{j\varphi_u}}{\underline{Z}e^{j\varphi}} = Ie^{j\varphi_I}$$

bo'ladi. Endi zanjirning ayrim qismlaridagi $\dot{U}_1 = \dot{I} \underline{Z}_1$, $\dot{U}_2 = \dot{I} \underline{Z}_2$ va h.k. effektiv kuchlanishlarning komplekslarini aniqlash qiyin emas.

2) O'tkazuvchanliklarni parallel ulanishdagi kompleks ifodasi.

Parallel ulangan $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ o'tkazuvchanliklardan tuzilgan oddiy zanjir va o'zgaruvchan kuchlanish $\dot{U}$ manbai berilgan (4.4-rasm).

Zanjirning barcha elementlari uchun umumiy bo'lgan $\dot{U}$ effektiv kuchlanish tarmoqlarining o'tkazuvchanliklariga proporsional bo'lgan $\dot{I}_1 = \underline{Y}_1 \dot{U}$, $\dot{I}_2 = \underline{Y}_2 \dot{U}$, ... $\dot{I}_n = \underline{Y}_n \dot{U}$ toklarni hosil qiladi. Bu toklar effektiv qiyinatlari vektorlarining geometrik yig'indisi zanjirning tarmoqlanmagan qismidagi $\dot{I}$ effektiv tokning vektoriga teng.



4.4-rasm.

Kompleks belgilashlarga o'tib, uni quyidagicha yozish mumkin:

$$\dot{I} = \sum_{k=1}^n \dot{I}_k = \sum_{k=1}^n \underline{Y}_k \dot{U} = \dot{U} \sum_{k=1}^n \underline{Y}_k = \underline{Y} \dot{U}$$

bunda: $\underline{Y}_k = g_k - jb_k$ k tarmoqning kompleks o'tkazuvchanligi. Agar to'la o'tkazuvchanliklarning tashkil etuvchilari $y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2}$, $y_n = \sqrt{g_n^2 + b_n^2}$ berilgan bo'lsa, u holda butun zanjirning kompleks o'tkazuvchanligini quyidagicha hisoblash mumkin:

$$\underline{Y} = \sum_{k=1}^n \underline{Y}_k = \sum_{k=1}^n g_k - j \sum_{k=1}^n b_k = g - jb$$

bunda: g – butun zanjirning aktiv o'tkazuvchanligi (alohida tarmoqlar aktiv o'tkazuvchanliklarining yig'indisiga teng); b – butun zanjirning reaktiv o'tkazuvchanligi [musbat (induktiv) va manfiy (sig'im) – reaktiv $b_1, b_2, \dots, b_n$ o'tkazuvchanliklarning algebraik yig'indisiga teng].

Kuchlanish $\dot{U}$ va tok $\dot{I}$ ning vektorlari orasidagi siljish burchagi:

$$\varphi = \arctg b/g$$

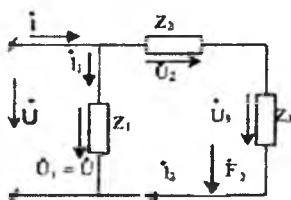
Agar kompleks ko'rinishdagi $\dot{U} = U e^{j\psi_u}$ kuchlanish berilgan bo'lsa, u holda zanjirning tarmoqlanmagan qismidagi tok kompleksi – ($\psi_u - \psi_i$).

$\dot{I} = \underline{Y} \cdot \dot{U} = y e^{-j\varphi} \cdot U e^{j\psi_u} = I \cdot e^{j\psi_i}$ bo'ladi. Tegishli tarmoqlardagi toklarning komplekslari:

$$\dot{I}_1 = \dot{U} \underline{Y}_1, \dot{I}_2 = \dot{U} \underline{Y}_2 \text{ va h.k.}$$

3) Aralash ulangan zanjir.

Aralash ulangan zanjirlarni (ya'ni elementlari ketma-ket va parallel ulangan zanjirlarni) kompleks usul bilan hisoblashda yuqorida bayon qilingan qoidalar zanjir ayrim qismlarining ulanish usullariga ko'ra asos qilib olinadi. Misol tariqasida kuchlanishi $\dot{U}$ bo'lgan manbaga (4.5-rasm) parallel (Z_1) va ketma-ket (Z_2 va Z_3) ulangan uchta $Z_1(R_1, X_1, \varphi_1)$, $Z_2(R_2, X_2, \varphi_2)$ va $Z_3(R_3, X_3, \varphi_3)$ qarshilikdan tuzilgan zanjirni ko'rib chiqaylik. Butun zanjirning toki $\dot{I}_1$ va $\dot{I}_2$ toklarning yig'indisiga teng; $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2$ va $\dot{U}_3 = \dot{I}_3 Z_3$ kuchlanishlar tushuvining yig'indisi esa manbaning kuchlanishi U ga teng.



4.5-rasm.

Bu kompleks shakida shunday yoziladi:

$$\dot{I} = \dot{I}_2 + \dot{I}_2 \dot{U} = \dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \dot{U}_3 = \dot{I}_2 \underline{Z}_2 + \dot{I}_2 \underline{Z}_3$$

bunda $\dot{I}_1 = \dot{U} / Z_1$ birinchi tarmoqning kompleks toki;

$\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = (R_2 + R_3) + j(X_2 + X_3)$ ketma-ket ulangan zanjir qismining kompleks qarshiligi.

Ikkala tenglamani birlashtirib, quyidagimi hosil qilamiz:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{U} \underline{Y}_1 + \dot{U} \underline{Y}_{23} = \dot{U} (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_{23}) = \dot{U} \underline{Y}$$

bunda:

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_{23} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{1}{R_1 + jX_1} + \frac{1}{(R_2 + R_3) + j(X_2 + X_3)} = g - jb$$

butun zanjirning to'la o'tkazuvchanligi;

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{R_1 + jX_1} = \frac{-R_1}{Z_1^2} - j \frac{X_1}{Z_1^2} = g_1 - jb_1$$

birinchi tarmoqning kompleks o'tkazuvchanligi;

$$\underline{Y}_{23} = \frac{R_2 + R_3}{(R_2 + R_3)^2 + (x_2 + x_3)^2} - j \frac{x_2 + x_3}{(R_2 + R_3)^2 + (x_2 + x_3)^2} = g_{23} - jb_{23}$$

tarmoqning kompleks o'tkazuvchanligi.

Zanjirning tarmoqlanmagan qismidagi kompleks tok:

$$\dot{I} = Y\dot{U} = (Y_1 + Y_{23})\dot{U}$$

Kuchlanish $\dot{U}$ va tok $\dot{I}$ vektorlari orasidagi siljish burchagi:

$$\varphi = \arctg \frac{b}{g} = \arctg \frac{b_1 + b_{23}}{g_1 + g_{23}}$$

Tarmoqlardagi toklar tegishlilcha

$$\dot{I}_1 = Y_1 \dot{U} = y_1 e^{-j\varphi_1} \dot{U}$$

$$y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2}, \varphi_1 = \arctg \frac{b_1}{g_1}$$

$$\dot{I}_1 = Y_{23} \dot{U} = y_{23} e^{-j\varphi_{23}} \dot{U}$$

$$y_{23} = \sqrt{g_{23}^2 + b_{23}^2}, \varphi_{23} = \arctg \frac{b_{23}}{g_{23}}$$

bo'ladi. Elementlari ketma-ket ulangan zanjirning kuchlanish kompleksi:

$$\dot{U} = \dot{I}_2 Z_2 = \dot{I}_2 (R_2 + jX_2) \quad \text{va} \quad \dot{U}_3 = \dot{I}_2 Z_3 = \dot{I}_2 (R_3 + jX_3)$$

Demak, ulanish sxemalari turlicha bo'lgan zanjirlarni hisoblashga oid yuqoridagi misollarga muvofiq, sinusoidal o'zgaruvchan tok zanjirlarini hisoblash uchun kompleks usul tatbiq etilganda, o'zgarmas tok zanjirlaridagi kabi tok va kuchlanishga oid o'shanday oddiy matematik amallarni bajarishga to'g'ri keladi, deyish mumkin. Aktiv va reaktiv tashkil etuvchilarni, shuningdek, tok va kuchlanishlar orasidagi faza siljishi burchagini hisoblash avtomatik ravishda bajariladi, chunki bu amal kompleks sonlar tuzilishi va tahlili asosini tashkil qiladi. O'zgarmas tok zanjirlarini hisoblashning o'zgaruvchan tok zanjirlarini hisoblashdan farqi shundaki, $R_1, R_2, \dots, R_n$ qarshiliklar o'rniga $Z_1 = R_1 + jX_1, Z_2 = R_2 + jX_2, \dots, Z_n = R_n + jX_n$ to'la qarshiliklar olinadi, shuningdek, tok I_k va kuchlanish U_k kompleks sonlar $I_k = \dot{I}_k e^{j\psi_{ik}}$ va $\dot{U}_k = \dot{U}_k e^{j\psi_{uk}}$ tarzida ko'rsatiladi.

4.5. Elektr yurituvchi kuch manbalarini kompleks usulda tok manbalariga va tok manbalarini elektr yurituvchi kuch manbalariga almashtirish

Amalda elektr yurituvchi kuch va tok manbalarini almashtirishga imkon beruvchi, noldan farq qiladigan ichki parametrlar ($r \neq 0$ va $g \neq 0$) mavjud; shu tufayli ularni o'zaro ekvivalent almashtirish mumkin. Masalan, e.yu.k. manbalarini tok manbalariga almashtirish tugun kuchlanishlari (potensiallari) usulida tenglamalar sistemasiga asos qilib olingan edi. e.yu.k. va tok manbalarining ekvivalent almashtirishning murakkab zanjirlar tuzilishini soddalashtirish imkonini berishi quyida ko'rsatiladi.

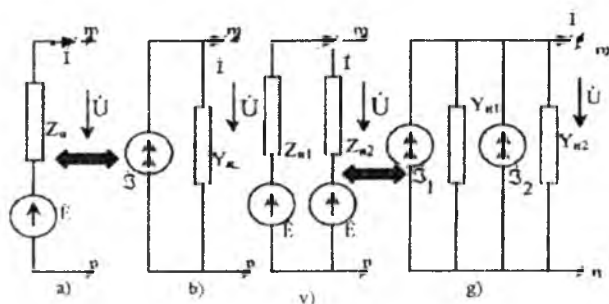
Masalan, elektr yurituvchi kuch $\dot{E}$ manbai bilan generatorming $\underline{Z}_H = r_i + jX_H$ ichki qarshiligidan (4.6-a rasm) iborat murakkab zanjirning m-n tarmog'ini berilgan bo'lsin. m-n tarmoqning tashqi qismlaridagi kuchlanish yuklama iste'mol qilayotgan tok kuchi I ga bog'liq, ya'ni:

$$\dot{U} = \dot{E} - \underline{Z}_H \dot{I}$$

O'z navbatida tashqi zanjirga bu manba berayotgan tok quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\underline{Z}_H} - \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_H} \quad (4.8)$$

Endi Y_H ichki o'tkazuvchanlikka ega bo'lgan qandaydir I tok manbaini (4.6-b rasm) olaylik. U tashqi zanjirga tok I berib, xuddi e.yu.k. manbai (4.6-a rasm) kabi m-n qismlarda U kuchlanishni hosil qilsin.



4.6-1 a.s.m.

Bu holda yuklama toki

$$\dot{I} = \dot{I} - \dot{U} Y_u \quad (4.9)$$

Bu ikki manbani o'zaro almashtirish yuklama toki $\dot{I}$ ning o'zgarish qonuniyati va uning qismlaridagi kuchlanish $\dot{U}$ yuklama qarshiligidan miqdori va xarakteriga bog'liq bo'lmagan holdagina mumkin bo'ladi. Demak, (4.1) va (4.2) ifodalar bir xildir:

$$\frac{\dot{E}}{\underline{Z}_m} = \dot{I}; \quad \dot{E} = \frac{1}{\underline{Y}_m} \dot{I} \quad \text{va} \quad \frac{1}{\underline{Z}_m} = \underline{Y}_m \quad (4.10)$$

$\dot{E}_1$ va $\dot{E}_2$ elektr yurituvchi kuch manbalari bo'lgan ikkita parallel tarmoqni (4.6-v rasm) $\dot{I}_2$ va $\dot{I}_1$ tok manbalari bo'lgan parallel tarmoqqa (4.6-g rasm) almashtirish uchun (4.10) ifodadan foydalanamiz. Agar elektr yurituvchi kuch manbalarining ichki qarshiliklari $\underline{Z}_{1u}$ va $\underline{Z}_{2u}$ berilgan bo'lsa, (4.10) ga binoan,

$$\underline{Y}_{1u} = \frac{1}{\underline{Z}_{1u}}, \quad \underline{Y}_{2u} = \frac{1}{\underline{Z}_{2u}} \quad \underline{J}_1 = \underline{Y}_{1u} \underline{E}_1, \quad \underline{J}_2 = \underline{Y}_{2u} \underline{E}$$

va tegishli bo'ladi.

Endi tok komplekslari va ichki o'tkazuvchanliklarini qo'shish yo'li bilan (4.6-g rasm) da ko'rsatilgan zanjirdan unga ekvivalent bo'lgan (4.6-b rasm) tarmoqqa o'tish qiyin emas:

$$\underline{J} = \underline{J}_1 + \underline{J}_2 \text{ va } \underline{Y}_H = \underline{Y}_{1u} + \underline{Y}_{2u}$$

Ammo 4.6-a rasmga 4.6-v rasm ekvivalentdir, u holda:

$$\underline{E} = \underline{J} : \underline{Y}_H = (\underline{J}_1 + \underline{J}_2) : (\underline{Y}_{1u} + \underline{Y}_{2u}) = (\underline{E}_1 \underline{Y}_{1u} + \underline{E}_2 \underline{Y}_{2u}) : (\underline{Y}_{1u} + \underline{Y}_{2u})$$

Shubhasiz, ikkita parallel e.yu.k. manbaini bitta ekvivalent manbaga almashtirishning yuqorida bayon qilingan usuli ichki qarshiliklari $\underline{Z}_{1H}$, $\underline{Z}_{2H}$, ..., $\underline{Z}_{nH}$ bo'lgan $\underline{E}_1, \underline{E}_2, \dots, \underline{E}_n$ manbalar uchun ham tatbiq qilinadi. Ekvivalent manbaning e.yu.k. quyidagicha aniqlanadi:

$$\underline{E} = (\underline{E}_1 \underline{Y}_{1u} + \underline{E}_2 \underline{Y}_{2u} + \dots + \underline{E}_n \underline{Y}_{nu}) : (\underline{Y}_{1u} + \underline{Y}_{2u} + \dots + \underline{Y}_{nu}) = \frac{\sum_{k=1}^n \underline{E}_k \underline{Y}_{ku}}{\sum_{k=1}^n \underline{Y}_{ku}}$$

uning ichki qarshiliklari esa:

$$\underline{Z}_u = \frac{1}{\underline{Y}_{1u} + \underline{Y}_{2u} + \dots + \underline{Y}_{nu}}$$

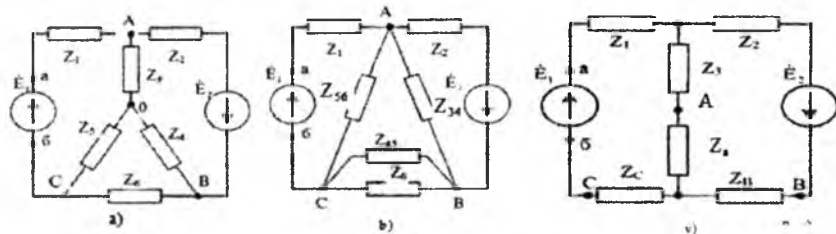
4.6. "Yulduz" va "uchburchak" tarzida ulangan tarmoqlarni o'zaro almashtirish usuli

Murakkab elektr zanjirlarni turli usullar bilan hisoblashda ba'zan zanjirning yoki uning qismining ekvivalent qarshiligini (ekvivalent o'tkazuvchanligini) ixtiyoriy olingan ikkita qismga (tugunga) nisbatan aniqlash zarur bo'ladi. Ammo barcha hollarda ham murakkab ulanishni oddiy ketma-ket va parallel ulanish bilan almashtirib bo'lmaydi.

Masalan: 4.7-a rasmdagi zanjirning ekvivalent qarshiligi (a-b qismlarga va e.yu.k. manbai E ga nisbatan) uning A, O, B va C tugunlari orasidagi elementlarining qarshiliklarini bir-biriga qo'shish bilan aniqlab bo'lmaydi. Haqiqatan ham bu yerda ulangan qarshiliklarni o'zaro ketma-ket yoki parallel ulangan deb bo'lmaydi.

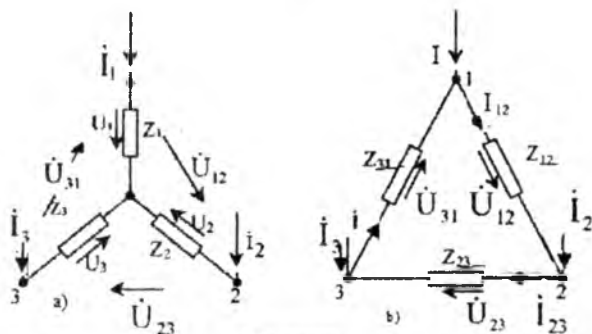
Masalani hal etish uchun A, B va C tugunlari orasida yulduz usulida ulangan (4.7-a rasm) $\underline{Z}_3$, $\underline{Z}_4$ va $\underline{Z}_5$ qarshiliklarni uchburchak usulida ulangan $\underline{Z}_{34}$, $\underline{Z}_{45}$ va $\underline{Z}_{56}$ (4.7-b rasm) qarshiliklar bilan almashtirish kerak. Boshqa vaziyatda esa O, B va C tugunlari orasida (4.7-a rasm) uchburchak usulida ulangan $\underline{Z}_4$, $\underline{Z}_5$ va $\underline{Z}_6$ qarshiliklarni unga ekvivalent

bo'lgan yulduz usulida ulangan Z_D , Z_B va Z_C qarshiliklarga almashtirsak (4.7-v rasm), xuddi avvalgidek effekt olish mumkin.



4.7-rasm.

Endi yulduz usulidan uchburchak usuliga va uchburchak usulidan yulduz usuliga o'tishning ekvivalent shartlarini aniqlaylik. Faraz qilaylik, umumiy holda zanjirning biror qismi yulduz usulida ulangan Z_1 , Z_2 va Z_3 qarshiliklar bo'lib, ularga tashqi zanjirdan ixtiyoriy I_1 , I_2 va I_3 (4.8-a rasm) toklar kelayotgan bo'lsin.



4.8-rasm.

Endi unga ekvivalent bo'lgan uchburchak usulida (4.8-b rasm) ulangan zanjir, qarshiliklari Z_{12} , Z_{23} va Z_{31} bo'lgan 1, 2 va 3 tugunlar ichiga joylashgan bo'lib, sifatidan yangi rejimda ishlaydi, lekin barcha zanjirning avvalgi ish rejimini o'zgartirmaydi. Bundan shunday xulosa qilish mumkin:

1) 1, 2 va 3 tugunlarga kelayotgan I_1 , I_2 va I_3 toklar o'zlarining avvalgi yo'nalishlari va miqdorlarini saqlashi kerak;

2) tugunlar orasida U_{12} , U_{23} va U_{31} kuchlanishlar o'zlarining avvalgi yo'nalishlari miqdorlarini o'zgartirmasliklari kerak.

Birinchi shart 4.8-a,b rasmdagi tok va kuchlanishlarning berilgan yo'nalishlari bo'yicha tuzilgan tenglamalar sistemasini o'z ichiga oladi:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0 \quad \left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31} \\ \dot{I}_2 &= \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12} \\ \dot{I}_3 &= \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Ikkinchi shart bo'yicha:

$$\dot{I}_{12} + \dot{I}_{23} + \dot{I}_{31} = 0 \quad \left. \begin{aligned} \dot{I}_{12} &= \dot{I}_1 - \dot{I}_2 \\ \dot{I}_{23} &= \dot{I}_2 - \dot{I}_3 \\ \dot{I}_{31} &= \dot{I}_3 - \dot{I}_1 \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

Endi (4.11) va (4.12) tenglamalar sistemasiga ko'ra, yulduz usulidan uchburchak usuliga o'tish shartlarini yozaylik:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{12} = \dot{U}_1 - \dot{U}_2 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1 - \dot{I}_2 \underline{Z}_2 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1 + (\dot{I}_1 + \dot{I}_3) \underline{Z}_2 = \\ = \dot{I}_1 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) + \dot{I}_3 \underline{Z}_2; \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{23} = \dot{U}_2 - \dot{U}_3 = \dot{I}_2 \underline{Z}_2 - \dot{I}_3 \underline{Z}_3 = (-\dot{I}_1 - \dot{I}_3) \underline{Z}_2 - \dot{I}_3 \underline{Z}_3 = \\ = \dot{I}_1 \underline{Z}_2 - \dot{I}_3 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3); \end{aligned} \quad (4.14)$$

(4.14) tenglamaga asoslanib va $\dot{I}_3$ tokimi $\dot{I}_3$ orqali belgilab,

$$\dot{I}_3 = -\frac{\dot{U}_{23} + \dot{I}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} \quad (4.15)$$

(4.13) ni quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{12}}{D} (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) + \frac{\dot{U}_{23}}{D} \underline{Z}_2 \quad (4.16)$$

Bunda

$$D = \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \underline{Z}_1$$

tenglamada ifodalangan murakkab kasrning umumiy maxraji.

(4.16) tenglamani hisobga olgan holda (4.15) tenglamani qayta yozamiz:

$$\dot{I}_3 = -\dot{U}_{12} \frac{\underline{Z}_2}{D} - \dot{U}_{23} \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{D} \quad (4.17)$$

Boshqa tomondan, yulduz usulida ulangan zanjir toklarining uchburchak usulida ulangan zanjir toklariga nisbati quyidagicha:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31} = \dot{U}_{12} \frac{1}{\underline{Z}_{12}} = \dot{U}_{31} \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \dot{U}_{12} \frac{1}{\underline{Z}_{12}} + (\dot{U}_{12} + \dot{U}_{23}) \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \\ = \dot{U}_{12} \left(\frac{1}{\underline{Z}_{12}} + \frac{1}{\underline{Z}_{31}} \right) + \dot{U}_{23} \frac{1}{\underline{Z}_{31}} \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23} = \frac{\dot{U}_{31}}{\underline{Z}_{31}} - \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_{23}} = -\frac{(\dot{U}_{12} + \dot{U}_{23})}{\underline{Z}_{31}} - \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_{23}} = \dot{U}_{12} \frac{1}{\underline{Z}_{31}} -$$

$$-\dot{U}_{23} \left(\frac{1}{\underline{Z}_{31}} + \frac{1}{\underline{Z}_{23}} \right) \frac{1}{\underline{Z}_{12}} \quad (4.19)$$

(4.16) tenglamani (4.18) tenglama bilan va (4.17) tenglamani (4.19) tenglamani bilan solishtirib, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$\frac{1}{\underline{Z}_{12}} + \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}{D}; \quad \frac{1}{\underline{Z}_{23}} + \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{D}; \quad \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_2}{D} \quad (4.20)$$

Endi bulardan ko'rinadiki:

$$\frac{1}{\underline{Z}_{12}} + \frac{\underline{Z}_3}{D}; \quad \frac{1}{\underline{Z}_{23}} + \frac{\underline{Z}_1}{D}; \quad \frac{1}{\underline{Z}_{31}} + \frac{\underline{Z}_2}{D}$$

yoki

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{12} &= \frac{D}{\underline{Z}_3} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3} \\ \underline{Z}_{23} &= \frac{D}{\underline{Z}_1} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1} \\ \underline{Z}_{31} &= \frac{D}{\underline{Z}_2} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

ekanligi ko'rinib turibdi.

Shunday qilib, berilgan uchta yulduz usulida ulangan zanjir qarshiliklari $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ va $\underline{Z}_3$ bo'yicha unga ekvivalent bo'lgan uchburchak usulida ulangan zanjir qarshiliklari $\underline{Z}_{12}$, $\underline{Z}_{23}$ va $\underline{Z}_{31}$ aniqlanadi. Xuddi shunday yo'l bilan uchburchak usulida ulangan zanjirning berilgan qarshiliklari bo'yicha unga ekvivalent bo'lgan yulduz usulida ulangan zanjir qarshiliklari $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ va $\underline{Z}_3$ ni aniqlash mumkin. (4.21) tenglamadan

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31} &= \frac{D^2}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \underline{Z}_3}, \\ \underline{Z}_{12} \underline{Z}_{23} &= \frac{D^2}{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3} \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

Demak, yulduz ulanishdagi qarshiliklar:

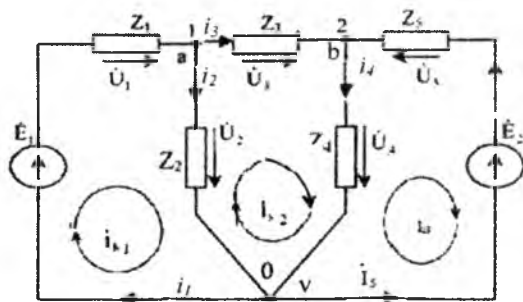
$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_1 &= \frac{\underline{Z}_{12} \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}, \\ \underline{Z}_2 &= \frac{\underline{Z}_{12} \underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}, \\ \underline{Z}_3 &= \frac{\underline{Z}_{23} \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}} \end{aligned} \right\} \quad (4.23)$$

Yulduz va uchburchak usulida ulanishlarni o'zaro almashtirishdan faqat zanjir elementlarining soddalashtirilgan aralash ulanishini olish mumkin bo'libgina qolmasdan, balki yuqoridagi usullarning birortasi bilan murakkab zanjir hisoblanganda uning konturi va tugunlarining sonini o'zgartirishda ham foydalaniladi. Shuni esda tutish kerakki, bunda ekvivalent ulashning qarshiliklaridagi toklar boshlang'ich ulashning real tarmoqlaridagi (berilgan) toklardan farq qiladi. Boshlang'ich ulashning real tarmoqlaridagi toklarni aniqlash uchun, (4.11) va (4.12) tenglamalarga binoan, toklarni qayta hisoblash kerak.

Shuni ham esda tutish kerakki, yulduz usulidan uchburchak usuliga o'tkazish prinsipini yanada murakkabroq – ko'p uchli yulduz va ko'p burchak usulida ulashga tatbiq qilish mumkin.

4.7. Kirxgof qonunlarini bevosita tatbiq etish usuli

Bu usul bilan elektr zanjir tahlil qilinganda ayrim tarmoqlardagi toklarni va shu tarmoqlardagi qarshiliklarda kuchlanishning pasayishini hisoblash uchun Kirxgofning birinchi va ikkinchi qonuniga binoan, berilgan zanjirning tenglamasi (elektr muvozanat tenglamasi) tuziladi. Tuzilgan tenglamalar soni noma'lum toklarning, ya'ni tarmoqlarning soniga teng bo'lishi kerak. Masalaning shartiga binoan, e.yu.k. (yoki toklar) manbalarining va zanjir qarshiliklarining miqdorlari beriladi. Agar zanjirning tarmoqlar soni r ga, tugunlar soni q ga teng bo'lsa, u holda Kirxgofning birinchi qonuni bo'yicha ($q-1$), ikkinchi qonuni bo'yicha esa ($p-q+1$) ta zanjirning muvozanat tenglamasi tuziladi. Tenglamalar sistemasini birgalikda yechish natijasida p -ta noma'lum $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_p$ toklar aniqlanadi. Zanjirning bir qismi uchun Om qonuniga binoan, ixtiyoriy $\underline{Z}_k$ qarshilikda kuchlanishning tushuvi $\dot{U}_k = \dot{I}_k Z_k$ ni aniqlaymiz.



4.9-rasm.

Faraz qilaylik, ikkita $\dot{E}_1$ va $\dot{E}_2$ e.yu.k. manbaidan ta'minlanayotgan uch tugun va beshta tarmoqdan tarkib topgan (4.9-rasm) murakkab zanjir berilgan bo'lsin.

$\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \dots, \underline{Z}_3$ qarshiliklardan o'tayotgan toklarni $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_p$ ixtiyoriy ravishda (4.9-rasmda ko'rsatilganidek) yo'naltiramiz.

Agar toklarning yo'nalishlari ularning haqiqiy yo'nalishiga teskari bo'lsa, unda hisoblangan toklar ishorasi manfiy (-) bo'lib chiqadi. Ammo bu shartli yo'nalish hisoblashda xatoga olib kelmaydi.

Tugunlar soni uchta (a, b va v) bo'lgani uchun Kirxgofning birinchi qonuniga ko'ra,

$$\dot{I}_2 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \quad (4.24)$$

$$\dot{I}_3 - \dot{I}_4 + \dot{I}_5 = 0 \quad (4.25)$$

0-nchi yoki "v" tugun uchun tuzilgan $-\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_4 - \dot{I}_5 = 0$ tenglama (4.24) va (4.25) tenglamalarda takrorlangani uchun mustaqil bo'lmaydi.

Noma'lum toklar sonidan (ular beshta) tenglamalar soni kam, shu sababli Kirxgofning ikkinchi qonuniga ko'ra, II va III konturlar uchun sxemada strelka bilan ko'rsatilgan yo'nalish bo'yicha tenglamalar tuzamiz, ya'ni

$$\dot{I}_1 \underline{Z}_1 + \dot{I}_2 \underline{Z}_2 = \dot{E}_1 \quad (4.26)$$

$$-\dot{I}_2 \underline{Z}_2 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3 + \dot{I}_4 \underline{Z}_4 = 0 \quad (4.27)$$

$$\dot{I}_4 \underline{Z}_4 + \dot{I}_5 \underline{Z}_5 = 0 \quad (4.28)$$

(4.24) - (4.28) tenglamalarni birgalikda yechib, noma'lum $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_5$ toklarni aniqlaymiz. Bular orqali esa $\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1, \dot{U}_2 = \dot{I}_2 \underline{Z}_2, \dots, \dot{U}_5 = \dot{I}_5 \underline{Z}_5$, kuchlanishlarning tushuvlarini ham aniqlaymiz. Ammo ko'p tarmoqli zanjirlarni hisoblashda bu usul noqulay va murakkab bo'lganligidan kam tatbiq qilinadi.

4.8. Kontur toklari usuli

Bu usul berilgan zanjirni Kirxgofning ikkinchi qonuniga binoan tuzilgan tenglamalar bo'yicha tahlil qilishga asoslangan. 4.9-rasmdagi I, II va III konturlardan faqat kontur toklari deb ataladigan $\dot{I}_{k1}, \dot{I}_{k2}$ va $\dot{I}_{k3}$ toklar o'tayapdi va bu toklar zanjirning qarshiliklarida kuchlanishning tushuvini hosil qiladi, deylik. Agar biror $\underline{Z}_k$ qarshilik orqali faqat bitta $\dot{I}_{kk}$ kontur toki o'tsa, bu tok shu tarmoqning haqiqiy toki hisoblanadi. Agar $\underline{Z}_q$ qarshilikdan ikkita kontur toki o'tsa, ustlash (superpozitsiya) prinsipiga ko'ra, haqiqiy $\dot{I}_q$ tok (yo'nalishlari ixtiyoriy olingan) o'sha kontur toklarining algebraik yig'indisiga teng. Masalan, 4.9-rasmdagi

$\Delta_{qs} = \Delta_{sq}$ – bosh aniqlovchining algebraik to'ldiruvchisi (minori) bo'lib, Δ - ning q-qatori va s-ustunini (yoki aksincha) o'chirib, (-1) ga ko'paytirish yo'li bilan olingan.

Masalan, 4.9-rasmdagi zanjir uchun $\dot{E}_{11} = \dot{E}_1$, $\dot{E}_{22} = 0$ va $\dot{E}_{33} = \dot{E}_2$ hamda

$$\Delta = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) & -\underline{Z}_2 & 0 \\ -\underline{Z}_2 & (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) & \underline{Z}_4 \\ 0 & \underline{Z}_4 & \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 \end{vmatrix} =$$

$$= (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4)(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \underline{Z}_2^2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \underline{Z}_4^2(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2);$$

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) & \underline{Z}_4 \\ \underline{Z}_4 & \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 \end{vmatrix} = (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) \cdot (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \underline{Z}_4^2;$$

$$\Delta_{12} = \Delta_{21} = \begin{vmatrix} -\underline{Z}_2 & \underline{Z}_4 \\ 0 & \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 \end{vmatrix} = -\underline{Z}_2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) \cdot (-1)^{(1+2)} = \underline{Z}_2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5);$$

$$\Delta_{13} = \Delta_{31} = \begin{vmatrix} -\underline{Z}_2 & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4 \\ 0 & \underline{Z}_4 \end{vmatrix} = (-\underline{Z}_2) \cdot \underline{Z}_4;$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) & 0 \\ 0 & (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) \end{vmatrix} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_5);$$

$$\Delta_{23} = \Delta_{32} = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) & -\underline{Z}_2 \\ 0 & \underline{Z}_4 \end{vmatrix} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) \cdot \underline{Z}_4(-1)^5 = -(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)\underline{Z}_4;$$

$$\Delta_{33} = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) & -\underline{Z}_2 \\ -\underline{Z}_2 & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4 \end{vmatrix} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) - \underline{Z}_2^2;$$

Endi $\dot{I}_{k1}$, $\dot{I}_{k2}$ va $\dot{I}_{k3}$ kontur toklarini topish qiyin emas, ya'ni

$$\dot{I}_{k1} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} \dot{E}_1 + \frac{\Delta_{13}}{\Delta} \dot{E}_2$$

$$\dot{I}_{k2} = \frac{\Delta_{21}}{\Delta} \dot{E}_1 + \frac{\Delta_{23}}{\Delta} \dot{E}_2$$

$$\dot{I}_{k3} = \frac{\Delta_{31}}{\Delta} \dot{E}_1 + \frac{\Delta_{33}}{\Delta} \dot{E}_2$$

4.9. Tugun kuchlanishlar potentsiallari usuli

Shunday ko'p elementli murakkab zanjirlar borki, ularning tarmoqlar soni talaygina bo'lsa-da, tugunlar soni cheklangan bo'ladi. Bunday zanjirlar uchun tugunlararo kuchlanishlarni topish osonroq hisoblanadi. Bunga asoslangan hisoblash usuli esa **tugun kuchlanishlari usuli** deb ataladi.

Endi ixtiyoriy elektr zanjirdagi $q=(n+1)$ tugunlardan bittasini (masalan, $(p+1)$ -n tugunni) ajratib olib, uning nisbiy kuchlanishini nolga teng deb olsak ($\dot{U}_{n+1} = \dot{U}_0 = 0$), u holda qolgan barcha tugunlarning kuchlanishi ana shu tugunga nisbatan aniqlanishi osonlashadi va quyidagini beradi:

$$\dot{U}_{10} = \dot{U}_{(1)} - \dot{U}_0, \dot{U}_{20} = \dot{U}_{(2)} - \dot{U}_0 \dots, \dot{U}_{n0} = \dot{U}_{(n)} - \dot{U}_0.$$

Bunda q va s tugunlari orasiga joylashgan $q-s$ tarmoqning qismlaridagi kuchlanishlar ayirmasi $\dot{U}_{q3} = \dot{U}_{q0} - \dot{U}_{s0}$ bo'ladi. $\dot{U}_{10}$, $\dot{U}_{20}$, $\dot{U}_{n0}$ tugun kuchlanishlari ma'lum bo'lsa, ular orasidagi ayirma har doim shunday aniqlanadi.

Endi Kirxgofning birinchi qonuniga binoan, zanjirning " n "-ta muvozanat tenglamasi tuziladi. Tenglamadagi tegishli tarmoqlarning toklarini shu tarmoq o'tkazuvchanligini uning elementidagi kuchlanishning pasayishiga ko'paytmasi tarzida ifodalaymiz.

Masalan, 4.9-rasmdagi zanjir uchun bunday tenglamalar soni ikkita, ya'ni (4.14) va (4.15) bo'ladi. Tugunlarning kuchlanishlarini tegishlicha $\dot{U}_a = \dot{U}_{10}$, $\dot{U}_b = \dot{U}_{20}$ va $\dot{U}_s = \dot{U}_0$ orqali belgilab, butun zanjirning toklari uchun quyidagi tenglamalarni tuzamiz:

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} (\dot{E}_1 - \dot{U}_{10}) = \underline{Y}_1 (\dot{E}_1 - \dot{U}_{10})$$

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} \dot{U}_{10} = \underline{Y}_2 \dot{U}_{10},$$

$$\dot{I}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_2} (\dot{U}_{10} - \dot{U}_{20}) = \underline{Y}_3 \dot{U}_{12}$$

$$\dot{I}_4 = \frac{1}{\underline{Z}_4} \dot{U}_{20} = \underline{Y}_4 \dot{U}_{20},$$

$$\dot{I}_5 = \frac{1}{\underline{Z}_5} (\dot{E}_2 - \dot{U}_{20}) = \underline{Y}_5 (-\dot{U}_{20} + \dot{E}_2)$$

bunda: $\underline{Y}_1, \underline{Y}_2, \dots, \underline{Y}_5$ -zanjirning tegishli tarmoqlarining kompleks o'tkazuvchanliklari.

Bu toklarning qiymatlarini (4.14) va (4.15) tenglamalarga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\underline{Y}_1 (\dot{E}_1 - \dot{U}_{10}) = \underline{Y}_2 \dot{U}_{10} - \underline{Y}_3 (\dot{U}_{10} - \dot{U}_{20}) = 0,$$

$$\underline{Y}_3 (\dot{U}_{10} - \dot{U}_{20}) = \underline{Y}_4 \dot{U}_{20} + \underline{Y}_5 (\dot{E}_2 - \dot{U}_{20}) = 0,$$

yoki

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{10}(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3) - \dot{U}_{20}\underline{Y}_3 &= \underline{Y}_1 \dot{E}_1 = \check{\mathfrak{S}}_1 \\ -\dot{U}_{10}\underline{Y}_3 + \dot{U}_{20}(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_4 + \underline{Y}_5) &= \underline{Y}_5 \dot{E}_2 = \check{\mathfrak{S}}_2 \end{aligned} \right\} \quad (4.31)$$

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$Y_{11}=Y_1+Y_2+Y_3$ - birinchi tugunning xususiy o'tkazuvchanligi (1/Om);

$$Y_{22} = Y_3 + Y_4 + Y_5 \text{ -- ikkinchi tugunning xususiy o'tkazuvchanligi (1/Om);}$$

$\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21} = -\underline{Y}_3$ – birinchi va ikkinchi tugunlarning o‘zaro o‘tkazuvchanligi (Sim).

Ular tufayli (*) ni quyidagicha soddalashtirish mumkin:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{10}Y_{11} + \dot{U}_{20}Y_{12} &= \mathfrak{J}_1 \\ \dot{U}_{10} + Y_{21} + \dot{U}_{20}Y_{22} &= \mathfrak{J}_2 \end{aligned} \right\} \quad (4.32)$$

Ravshanki, xuddi shu tarzda n -ta tugun kuchlanishli ixtiyoriy murakkab zanjir uchun tenglanmalar sistemasini umumlashgan ko'rinishda quyidagicha tuzish mumkin:

[illegible]

Tenglamaning chap qismida faqat bittadan $\dot{U}_{k0}$ Y_{kk} musbat ko'paytma, qolganlari $\dot{U}_{q0}$ Y_{qs} ko'rinishdagi manfiy ko'paytmadir. Har bir tenglamaning o'ng qismida "**k**" **tugunga** bevosita bog'liq bo'lgan energiya manbalaridan kelayotgan toklarning yig'indisi $\dot{S}_k$ yozilgan.

Agar e.yu.k. manbai bo'lsa, u holda $\mathfrak{S}_k$ ga barcha e.yu.k. larning ularga ulangan tarmoqlar o'tkazuvchanliklari ko'paytmasining algebratik yig'indisi kiradi. $E_q Y_q$ ning hosil qilgan toki tugunga qarab yo'nalsa, ko'paytmaning ishorasi musbat va tugundan ketayotgan bo'lsa, manfiy bo'ladi. Toklar manbai mavjud bo'lganda, $\mathfrak{S}_k$ yig'indisining miqdorlari tarmoqning o'tkazuvchanligiga bog'liq bo'lmaydi (k -tugunga nisbatan yo'nalishini hisobga olganda, agar s tugunga e.yu.k. ham, tok manbai ham tegishli bo'lmasa, unda $\mathfrak{S}_k=0$ bo'ladi).

Kontur toklari usuliga o'xshash, bu yerda ham (4.33) tenglamaning yechimi aniqlovchilar yordamida topiladi, ya'ni:

$$\dot{U}_{ko} = \frac{\Delta_{k1}}{\Lambda} \dot{\mathfrak{J}}_1 + \frac{\Delta_{k2}}{\Lambda} \dot{\mathfrak{J}}_2 + \dots + \frac{\Delta_{kn}}{\Lambda} \dot{\mathfrak{J}}_n,$$

bundagi

$$\Delta = \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & Y_{nn} \end{vmatrix} - \text{bosh aniqllovchi.}$$

$\Delta_{qs} = \Delta_{sq}$ - uning minorlari bo'lib, ishorasi $(-1)^{q+s}$ ga ko'paytirish yo'li bilan aniqlanadi.

Tarmoqlardagi haqiqiy toklar quyidagicha aniqlanadi, ya'ni $k, q, \dots, S$ tugunlarni nolinchi tugun bilan ulovchi tarmoqlar uchun

$$\dot{I}_k = \dot{U}_{ko} Y_k, \quad \dot{I}_q = \dot{U}_{qo} Y_q, \quad \dot{I}_s \dot{U}_{so} Y_s$$

va xuddi shunday k va q, q, S va h.k. tugunlarni ulovchi tarmoqlar uchun

$$\dot{I}_{kq} = \dot{U}_{kq} Y_{kq} = (\dot{U}_{ko} - \dot{U}_{qo}) Y_{kq},$$

$$\dot{I}_{qs} = \dot{U}_{qs} Y_{qs} = (\dot{U}_{qo} - \dot{U}_{so}) Y_{qs} \quad \text{va h.k}$$

Yuqorida keltirilgan usul amalda eng ko'p tarqalgan, elektr energetik tarmoqlarini o'rnatish toklarini hisoblashda juda katta miqyosda joriy etiladi. Ko'p tarmoqli elektr uzatuvchi zanjirlarning shakli ma'lum strukturaga ega bo'lganligi sababli, mazkur hisoblashlar graf-sxemalar va matritsalar yordamida bajariladi.

Masalan, ixtiyoriy "**k**" va "**m**" tugunlar orasida joylashgan "**s**" tarmoqni oladigan bo'lsak (4.10-rasm), unda o'rnatish kuchlanish $\dot{U}_{km}$ tugunlardagi $\dot{U}_{ko}$ va $\dot{U}_{mo}$ kuchlanishlar ayirmasiga teng bo'ladi, ya'ni:

$$\dot{U}_s = \dot{U}_{km} = \dot{U}_{ko} - \dot{U}_{mo} = a_{sk} \dot{U}_{ko} + a_{sm} \dot{U}_{mo} \quad (4.34)$$

bu yerda: $a_{sk} = 1$, chunki $\dot{U}_s$ vektor sifatida "**k**"-dan chiqqan, $a_{sm} = -1$, chunki $\dot{U}_s$ "**m**"-ga yo'nalgan).

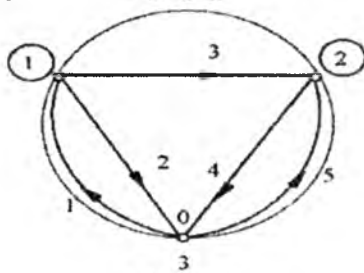
Agarda (4.34) tenglama tuzilish qoidasini matritsalar to'ldirish qoidasi bilan taqqoslasak, shuni yaqqol ko'ramizki, graflangan sxemaning tarmoqlardagi kuchlanishlar ustun-matritsasi tugun kuchlanishlari ustun-matritsasiga nisbatan quyidagi ko'paytma orqali ifodalanadi:

$$\underline{\dot{U}} = \underline{A}' = \underline{\dot{U}}_0 = \underline{A}' \begin{vmatrix} \dot{U}_{10} \\ \dot{U}_{20} \\ \dots \\ \dot{U}_{n0} \end{vmatrix}$$

Haqiqatdan ham $\underline{A}'$ matritsaning qatorlari graflangan sxemaning tarmoqlari soniga, ustunlari esa sxema tugunlari soniga bog'liqdir. Shu sababli, garchi tanlangan tarmoq "0"-nchi tugunga (ya'ni bazis tugunga) ulangan bo'lmasa, tegishli qatordan faqatgina ikkita qarama-qarshi ishorali birlamchi element joy oladi. Bunday qator matritsaning

$$\underline{A} = (\underline{Z} + \underline{Y}E = \begin{pmatrix} \underline{Z}_1 \\ \underline{Z}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \underline{Z}_n \end{pmatrix}$$

Ushbu usul bilan tashkil topgan tenglamalar sistemasini yechish natijasida har bir graf-sxema tarmoqlaridagi kuchlanishlarni $\underline{\tilde{U}} = \underline{A}^t \underline{U}_0$ orqali, passiv elementlardagi kuchlanishlarni $\underline{U} = \underline{E} + \underline{\tilde{U}}$ orqali topish qiyin bo'lmaydi. Xuddi shunga o'xshash elementlardagi toklar $\underline{\tilde{I}} = \underline{Y} \underline{\tilde{U}}$ tarzida, umumiy tarmoq toklari esa $\underline{\tilde{I}} = \underline{I} + \underline{J}$ ko'rinishida topilishi tabiiydir.



4.11-rasm.

Misol sifatida 4.9-rasmdagi sxema uchun tugun kuchlanishlar usulini ushbu sxemaning grafiga nisbatan matritsaviy tahlilini ko'zdan kechiraylik. Buning uchun eng avvalo sxemaning grafini ko'raylik (4.11-rasm). Ko'rinib turibdiki, bu graf-sxema uchun bog'lanishlar matritsasi quyidagicha bo'ladi:

$$A = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & & & & \\ \hline 1 & & -1 & & 1 & & \\ 2 & & & & -1 & & 1 & & -1 \end{array}$$

Kuchlanish, e.yu.k. va toklar matrisalarini ag'darilgan shakllari:

$$\begin{aligned} \underline{\tilde{U}}^t &= \|\underline{\tilde{U}}_1 \underline{\tilde{U}}_2 \underline{\tilde{U}}_3 \underline{\tilde{U}}_4 \underline{\tilde{U}}_5\|, \\ \underline{E}^t &= \|\underline{\tilde{E}}_1 0 0 0 \underline{\tilde{E}}_2\|, \quad \underline{Y} = \text{diag}(Y_1 Y_2 Y_3 Y_4 Y_5), \\ \underline{\tilde{I}}^t &= \|\underline{\tilde{I}}_{10} \underline{\tilde{I}}_2 \underline{\tilde{I}}_3 \underline{\tilde{I}}_4 \underline{\tilde{I}}_5\|, \\ \underline{U}_0^t &= \|\underline{\tilde{U}}_{10} \underline{\tilde{U}}_{20}\| \end{aligned}$$

$\underline{AY}$ – matritsaning xususiyatlarini va $\underline{Y}$ – matritsaning diagonal xarakterga egaligini hisobga olsak, quyidagini yozishimiz mumkin:

	1	2	3	4	5
$\underline{AY} =$	2	$-Y_1$	Y_2	Y_3	
	2			$-Y_3$	Y_4
					$-Y_5$

va

$\underline{AY} \cdot \underline{A}' =$	1	$Y_1 + Y_2 + Y_3$	$-Y_3$
	2	$-Y_3$	$Y_3 + Y_4 + Y_5$

Shunga o'xshash

$$\underline{Y}\underline{E}' = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & Y_3 \\ -Y_3 & Y_3 + Y_4 + Y_5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}(\underline{S} + \underline{Y}\underline{E}) = \begin{bmatrix} 1 & -Y_1 \\ 2 & -Y_3 \end{bmatrix} \underline{E} = \underline{S}$$

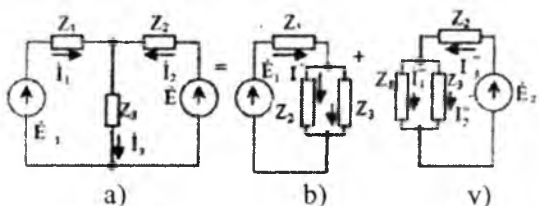
chunki tok manbai zanjirda yo'q va $\underline{j} = 0$. Hamma yozuvlarni umumlashtirish natijasida quyidagini olamiz:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{11}\underline{U}_{10} + \underline{Y}_{12}\underline{U}_{20} &= \underline{S}_1, \\ \underline{Y}_{21}\underline{U}_{10} + \underline{Y}_{22}\underline{U}_{20} &= \underline{S}_2, \end{aligned} \quad (4.35)$$

ya'ni yuqorida (4.35) belgisi bilan ko'rsatilgan tenglamalar sistemasini takroran hosil qildik, chunki $\underline{Y}_{11} = Y_1 + Y_2 + Y_3$, $\underline{Y}_{22} = Y_3 + Y_4 + Y_5$, $\underline{Y}_{12} = Y_{21} = Y_3$, shuningdek, $\underline{S}_1 = Y_1 \underline{E}_1$ va $\underline{S}_2 = Y_5 \underline{E}_2$.

4.10. Superpozitsiya yoki ustlash prinsipi va uning asosida tuzilgan hisoblash qoidalari

Yuqorida ko'rib chiqilgan elektr zanjirlarini hisoblash usullari shuni ko'rsatadiki, har qanday zanjirning ixtiyoriy tarmoq toki I_k shu zanjirning barcha e.yu.k. va tok manbalarining ta'sirida hosil bo'ladi. Demak, mazkur tokning miqdori va yo'nalishi aniqlanishida har bir manbaning o'z ulushi bor deb hisoblash kerak. Shu nuqtayi nazardan faraz qilaylikki, alohida olingan manba ulushini ushbu manbadan boshqa barcha manbalar olib tashlangan sharoitda aniqlanadi. Buning uchun quyidagi ikkita e.yu.k. manbaga ega bo'lgan soddagina zanjirni ko'rib chiqaylik (4.12-a rasm).



4.12-rasm.

Agar noma'lum toklarni $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ va $\dot{I}_3$ deb oladigan bo'lsak, ularning $\dot{E}_1$ va $\dot{E}_2$ manbalardan hosil bo'lgan tashkil etuvchilarini tegishlicha $\dot{I}_1'$, $\dot{I}_1''$ va $\dot{I}_2'$ hamda $\dot{I}_2''$, $\dot{I}_3'$ va $\dot{I}_3''$ bilan ajratamiz. 4.12-b rasmda to'la zanjir faqatgina $\dot{E}_1$ ta'sirida hosil bo'lgan $\dot{I}_1'$, $\dot{I}_2'$ va $\dot{I}_3'$ toklarga ega. 4.12-v rasmda esa faqatgina manba $\dot{E}_2$ ta'sirida oqayotgan $\dot{I}_1''$, $\dot{I}_2''$ va $\dot{I}_3''$ toklar ko'rsatilgan. Agar zanjirni to'la ko'rinishiga qaytadigan bo'lsak (4.12-a rasm), undagi haqiqiy toklar "ulash toklari" bilan quyidagi munosabatda bo'ladi: $\dot{I}_1 = \dot{I}_1' - \dot{I}_1''$, $\dot{I}_2 = -\dot{I}_2' - \dot{I}_2''$ va $\dot{I}_3 = \dot{I}_3' - \dot{I}_3''$ (tok tashkil etuvchilarining ishorasi asosiy tok yo'nalishiga bog'liq olingan: mos kelganda (+) bilan, qarama-qarshi kelganda (-) bilan). Toklarni bu tarzda yozilishi superpozitsiya (yoki ustlash) prinsipiga asoslangandir: bu prinsip chiziqli zanjirlarning eng muhim qonun-qoidalaridan biri hisoblanadi. Endi mazkur prinsipni haqiqiylikni misollar bilan tasdiqlaylik.

4.12-b rasmdagi sxema uchun:

$$\dot{I}_1' = \dot{E}_1 : \left[\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} \right] = \dot{E}_1 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) : [\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \underline{Z}_1] = \frac{\dot{E}_1 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3)}{D}$$

$$\dot{I}_2' = \dot{I}_1' \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_3}{D} \quad \text{va} \quad \dot{I}_3' = \dot{I}_1' \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_2}{D}$$

(bu yerda: $D = \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \underline{Z}_1$)

4.12-v rasmdagi sxema uchun:

$$\dot{I}_2'' = \dot{E}_2 : \left[\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} \right] = \frac{\dot{E}_2 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)}{D}$$

$$\dot{I}_1'' = \dot{I}_2'' \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{\dot{E}_2 \underline{Z}_3}{D} \quad \text{va} \quad \dot{I}_3'' = \dot{I}_2'' \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{\dot{E}_2 \underline{Z}_1}{D}$$

Haqiqiy toklarga o'tsak:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_1' - \dot{I}_1'' = [\dot{E}_1 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) - \dot{E}_2 \underline{Z}_3] : D \quad (4.36)$$

$$\dot{I}_2 = -\dot{I}_2' - \dot{I}_2'' = [-\dot{E}_1 \underline{Z}_3 + \dot{E}_2 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)] : D \quad (4.37)$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_3' - \dot{I}_3'' = (\dot{E}_1 \underline{Z}_2 + \dot{E}_2 \underline{Z}_1) : D \quad (4.38)$$

bo'lib chiqadi. Bu toklarni aniq topilganiga ishonch hosil qilish uchun, asosiy zanjirni (4.12-a rasm) tugun kuchlanishlar usuli bilan hisoblab ko'raylik. Yagona mustaqil (1) tugun uchun tenglama quyidagicha ko'rinishda bo'ladi:

$$Y_{11}\dot{U}_{10} = \dot{E}_1 Y_1 + \dot{E}_2 Y_2 = \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_2 + \dot{E}_2 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2},$$

$$(\underline{y}_1 + \underline{y}_2 + \underline{y}_3)\dot{U}_{10} = \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_2 + \dot{E}_2 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}$$

$$\dot{U}_{10} = [\dot{E}_1 \underline{Z}_2 + \dot{E}_2 \underline{Z}_1] \cdot \frac{\underline{Z}_3}{D}$$

Demak, $\underline{Z}_3$ qarshilikdagi tok $\dot{I}_3 = Y_3 \dot{U}_{10} = \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_2 + \dot{E}_2 \underline{Z}_1}{D}$, ya'ni (4.38) dagi ifodani tasdiqlaydi. Shunga o'xshash birinchi tarmoqdagi tok

$$\dot{I}_1 = Y_1(\dot{E}_1 - \dot{U}_{10}) \text{ yoki } \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{\underline{Z}_1} - \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1} \cdot \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_2 + \dot{E}_2 \underline{Z}_1}{D} =$$

$\frac{1}{D} [\dot{E}_1 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) - \dot{E}_2 \underline{Z}_3]$, ya'ni (4.36) dagi ifodani tasdiqlaydi.

Ikkinchi tarmoqdagi tok $\dot{I}_2 = Y_2(\dot{E}_2 - \dot{U}_{10})$ yoki $\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2}{\underline{Z}_2} - \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \cdot \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_2 + \dot{E}_2 \underline{Z}_1}{D} =$
 $\frac{1}{D} [\dot{E}_2 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3) - \dot{E}_1 \underline{Z}_3]$, ya'ni (4.37) dagi ifodani tasdiqlaydi.

4.12-a rasmdagi ikki manbali zanjirni ikki marotaba bir manbali qilib ko'rsatish (4.12-b va v rasm) har qanday "n" ta manbali murakkab zanjirni soddalashtirishda qo'llanilishi mumkin. Shu bilan bir vaqtda shuni esda tutish kerakki, zanjirdagi yo'q qilib ko'rsatilgan e.yu.k. manba o'rinlari, agarda ularni ichki qarshiliklari nolga teng bo'lsa, qisqa tuta-shuv shaklida olinishi lozim. Manbalar soni ko'p bo'lmagani holdagina ustlash prinsipi zanjir hisoblash usuli sifatida qo'llanilishi ma'qul. Aks holda "ulushli" toklar topilishi murakkablashadi va sun'iy (bir manbali) sxemalar soni ko'payib ketadi.

4.11. Mutanosiblik prinsipi va uning asosida tuzilgan hisoblash qoidalari

Chiziqli zanjirlar uchun Maksvell kiritgan *mutanosiblik prinsipi* taalluqlidir. Bu prinsipga ko'ra, har qanday murakkab zanjirning "av" tarmog'ida joylashgan $\dot{E}_{ab} = \dot{E}$ e.yu.k. manbai boshqa manbalar bo'lmagan sharoitda shu zanjirni o'zidagi ixtiyoriy "cd" tarmog'ida $\dot{I}_{cd} = \dot{I}$ tok

hosil qilgan bo'lsa, shu e.yu.k. manbaining o'zi "cd" tarmog'iga ko'chirilgan holda (endi $\dot{E}_{cd} = \dot{E}$) birinchi tarmoqda $\dot{I}_{ab} = \dot{I}$ tokni hosil qiladi.

Bu qoidani haqqoniyligiga kontur toklar usulini ishlatib, ishonch hosil qilamiz. "ab" tarmoq zanjirining $\wedge$ - konturiga, "cd" tarmog'i esa "s"- konturiga kirgan deb faraz qilaylik. Shunday ekan, konturlardagi kontur toklari $\dot{I}_{ab} = \dot{I}_q$ va $\dot{I}_{cd} = \dot{I}_s$ bo'ladi va e.yu.k. manbaining joylashgan tarmog'idan qat'i nazar ularning miqdorlari tengishlixa:

$$\dot{I}_{ab} = \dot{I}_q = \dot{E} \frac{\Delta_{qs}}{\Delta}$$

$$\dot{I}_{cd} = \dot{I}_s = \dot{E} \frac{\Delta_{sq}}{\Delta}$$

ni tashkil etadi. Ko'rinib turibdiki, $\dot{I}_{ab} = \dot{I}_{cd} = \dot{I}$, chunki $\Delta_{qs} = \Delta_{sq}$ va tegishli nisbat $\dot{E}_{ab} : \dot{I}_{cd} = \dot{E}_{cd} : \dot{I}_{ab} = \dot{E} : \dot{I}$ "q" va "s" konturlar orasidagi o'zaro qarshilik Z_{qs} ni beradi.

Aytilgan nazariyani tasdiqlash maqsadida 4.10-rasmga murojaat qilishimiz mumkin, shu sharti bilanki, 4.12-b va v rasmdagi sxemalarda $\dot{E}_1 = \dot{E}_2 = \dot{E}$, ya'ni manba birinchi konturdan ikkinchi konturga ko'chiriladi. Bu holda $\dot{E}_1 = \dot{E}$ birinchi konturda joylashganda, ikkinchi konturdagi tok:

$$\dot{I}_2 = \frac{\Delta_{21}}{\Delta} \dot{E}_1 = \frac{Z_3}{D} \dot{E}_1 = \frac{Z_3}{D} \dot{E} \quad [D = \Delta = Z_1 \cdot Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1]$$

Teskari holda, ya'ni $\dot{E}_2 = \dot{E}$ ikkinchi konturda joylashganda, birinchi konturdagi tok:

$$\dot{I}_1 = \frac{\Delta_{12}}{\Delta} \dot{E}_2 = \frac{Z_3}{D} \dot{E}_2 = \frac{Z_3}{D} \dot{E}$$

ya'ni $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I} = \frac{Z_3}{D} \dot{E}$ - mutanosiblik prinsipi tasdiqlandi.

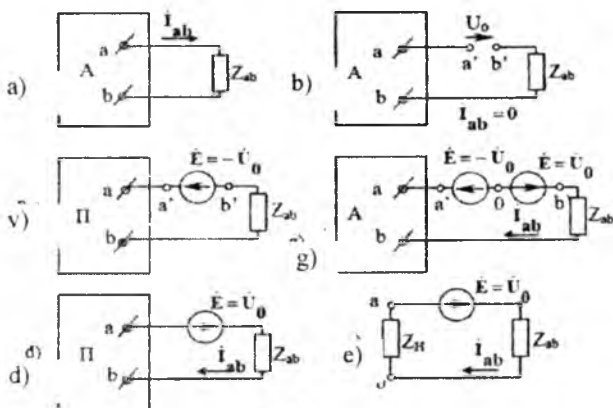
4.12. Ekvivalent generator usuli

Bu usul bilan elektr zanjirni tahlil qilish kompensatsiyalash to'grisidagi teorema va ustlash (superpozitsiya) prinsipiga asoslangan. Energiya manbaiga ega bo'lgan ixtiyoriy murakkab zanjir (4.13-a rasm) berilgan deb faraz qilaylik. Bu zanjir tarmoqlarining biridan o'tayotgan tokni ushbu usul bilan aniqlash kerak (masalan, Z_{ab} ulangan qismida).

Zanjirning e.yu.k. (yoki tok) manbali chap qismi Z_{ab} qarshilikli "a-b" qismlariga nisbatan aktiv ikkiqutblilik A tarzida ko'rinishi mumkin.

Ikkiqutblilik A ning ekvivalent e.yu.k. miqdorini aniqlash uchun "a" va "b" qismlari orasidagi tashqi zanjirni uzib, hisoblash (yoki tajriba

yo'li bilan "a" va "v" (4.13-b rasm) nuqtalar kuchlanishlar ayirmasi (salt ishlash kuchlanishi) $\dot{U}_0$ aniqlanadi.



4.13-rasm.

Agar "a" va "b" (4.13-b rasm) nuqtalar orasiga teskari yo'nalgan e.yu.k. $\dot{E}' = -\dot{U}_0$ kiritish orqali tarmoqni qaytadan ulasak, tarmoqdagi tok $\dot{I}_{ab} = 0$ (rejim) o'zgarmay qoladi. Agar miqdori $\dot{E}' = \dot{U}_0$ bo'lgan yana bitta e.yu.k. manbai (yo'nalishi $\dot{U}_0$ bilan mos bo'lgan) (4.13-g rasm) kiritsak, zanjirning (umuman tarmoqning) normal rejimi qayta tiklanadi.

Endi teskari e.yu.k. $[-E]$ ni aktiv ikkiqutblilik Aning ichiga kiritsak, teskari yo'nalishli e.yu.k. ikkiqutblilikning ekvivalent e.yu.k. ni kompensatsiyalashi natijasida aktiv ikkiqutblilik "a" va "v" qismlariga nisbatan passiv bo'lib qoladi (4.13-d rasm).

Endi (manbalar ajratilgan holatda) ikkiqutblilik Π ning barcha qarshiliklarini Z_{ab} ga nisbatan ichki hisoblangan (4.13-e rasm) qandaydir ekvivalent Z_n qarshilik bilan almashtirish mumkin. Bu holda Z_{ab} va Z_n qarshiliklar ketma-ket ulangan zanjirda manba $\dot{E} = \dot{U}_0$ hosil qilgan tok quyidagini beradi:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{E}}{Z_{ab} + Z_n} = \frac{\dot{U}_0}{Z_{ab} + Z_n} \quad (4.39)$$

Bu tenglama aktiv ikkiqutblilikka oid teorema (yoki ekvivalent generator haqidagi teorema) ning matematik ifodasidir.

Ushbu teoremadan zanjirlarni hisoblashda salt ishlash kuchlanishini hisoblash uchun boshqa usullarga asoslangan murakkab hisoblashlar talab etilmaganda va toki izlanayotgan tarmoqni ajratish, tekshirilayot-

gan zanjirning tugunlar va konturlar soni keskin kamaytirilganda foydalaniladi.

Ekvivalent generator usuli bilan boshqa usullar asosida topilgan toklarning qiymatlari tekshiriladi. Masalan, 4.9-rasmda berilgan zanjirdagi $\dot{I}_3$ tokni aniqlash uchun, shu tok o'tayotgan "a-b" tarmoqni sxemadan ajratsak, zanjir $\dot{E}_1$ va $\dot{E}_2$ manbalari bo'lgan ikkita mustaqil konturga aylanadi. Salt ishlash rejimida bu konturlarning tarmoqlaridagi toklar tegishli:

$$\begin{aligned}\dot{I}_{10} &= \dot{I}_{20} = \dot{E}_1 : (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2), \\ \dot{I}_{40} &= \dot{I}_{50} = \dot{E}_2 : (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5),\end{aligned}$$

Salt ishlash kuchlanishi $\dot{U}_{30} = \dot{U}_{20} - \dot{U}_{10}$, ya'ni

$$\dot{U}_{30} = \dot{I}_{20}\underline{Z}_2 - \dot{I}_{10}\underline{Z}_4 = \dot{E}_1\underline{Z}_2 : (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) - \dot{E}_2\underline{Z}_4 : (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5)$$

"a-b" tarmoqdan tashqarida unga nisbatan hosil bo'lgan ikkiquatb-
lilikning ichki qarshiligi

$$\underline{Z}_u = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} + \frac{\underline{Z}_4 \cdot \underline{Z}_5}{\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5}$$

bo'ladi; "a-b" tarmoqdagi $\dot{I}_3$ tokni aniqlaymiz:

$$\begin{aligned}\dot{I}_3 &= \frac{\dot{U}_{30}}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_u} = \\ &= \frac{\dot{E}_1\underline{Z}_2(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) - \dot{E}_2\underline{Z}_4(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) + \underline{Z}_4\underline{Z}_5(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) + \underline{Z}_3(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5)}\end{aligned}$$

V BOB. O'ZARO INDUKTIV BOG'LANGAN ZANJIRLAR

5.1. Induktiv bog'langan zanjirlarni hisoblash usullari

Elektromagnit maydon nazariyasiga ko'ra, tokli har qanday o'tkazgich undagi tok hosil qilgan magnit maydon bilan qurshalgan. Bu tokning (shuningdek, shu tok hosil qilgan magnit maydonning ham) vaqt bo'yicha har qanday o'zgarishi o'tkazgichda o'zinduksiya e.yu.k. ni hosil qiladi:

$$e_L = \frac{-d\varphi}{dt} = -L \frac{di}{dt} \quad (5.1)$$

Agar shu tokli o'tkazgich hosil qilgan magnit maydonda boshqa o'tkazgich ham bo'lsa, uning qismlarida o'zaro induksiyanuvchi e.yu.k. hosil bo'ladi:

$$e_M = -M \frac{di}{dt} \quad (5.2)$$

Birinchi o'tkazgichdagi tokning vaqt mobaynida o'zgarishi $\frac{di}{dt}$ bilan, ikkinchi o'tkazgichdagi induksiyanuvchi e.yu.k. orasidagi proporsionallik koeffitsiyenti o'zaro induktivlik (MГ) deb, o'tkazgichlardan tuzilgan zanjirlar esa induktiv bog'langan zanjirlar deb ataladi.

Misol tariqasida o'ramlar soni w_1 va w_2 bo'lgan induktiv bog'langan ikkita konturni ko'rib chiqaylik. Ulardagi i_1 va magnit i_2 toklar tegishli Φ_{11} va Φ_{22} magnit oqimlarni hosil qiladi (5.1-rasm). Birinchi holda ikkala konturni i_1 tok hosil qilgan magnit maydon qurshab olgan $i_2=0$ deb faraz qilamiz (5.1-a rasm). U holda ilashgan magnit oqim va o'zinduksiya koeffitsiyenti tegishli

$$\psi_{11}=w_1\Phi_{11} \text{ va } L_1 = \frac{\psi_{11}}{i_1} \text{ bo'ladi.}$$

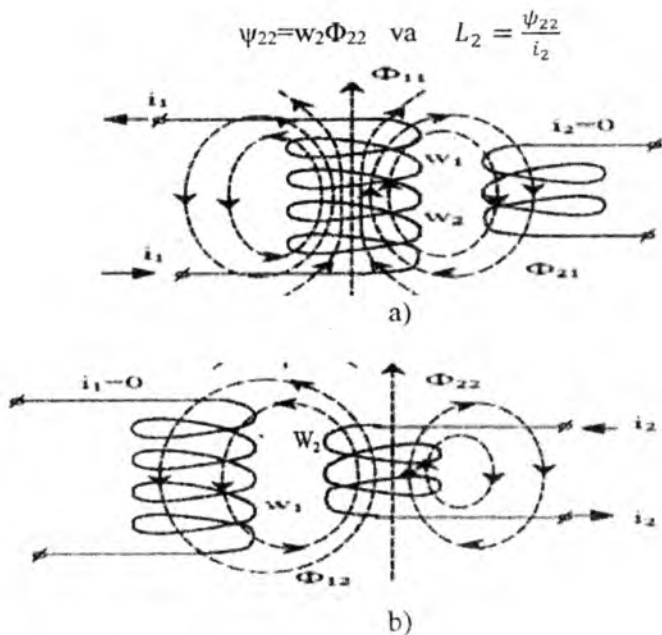
Zanjirlararo induktiv bog'lanish sharti bo'yicha umumiy oqim Φ_{11} ning Φ_{21} ga teng bo'lgan qismi ($\Phi_{21}<\Phi_{11}$) w_2 konturda ilashgan magnit oqimning o'zaro induksiyasini hosil qiladi:

$$\Psi_{21}= w_2\Phi_{21}$$

U son jihatidan o'zaro induksiya koeffitsiyenti bilan aniqlanadi:

$$M_{21}=\frac{\psi_{21}}{i_1}$$

Xuddi shunga o'xshash $i_2\neq 0$ va $i_1=0$ (4.14-b rasm) bo'lgan holda ilashgan magnit oqim va o'zaro induksiya koeffitsiyenti tegishli:



5.1-rasm.

Bunda umumiy oqim Φ_{22} ning Φ_{12} ga teng qismi ($\Phi_{12} < \Phi_{22}$) konturda ilashgan magnit oqimning o'zaro induksiyasini hosil qiladi:

$$\psi_{12} = W_1 \Phi_{12}$$

U son jihatidan o'zaro induksiya koeffitsiyenti bilan aniqlanadi:

$$M_{12} = \frac{\psi_{12}}{i_2}$$

O'zaro magnit oqimlar Φ_{22} va Φ_{12} bir xil masofada magnit qarshiligi R_μ bir xil bo'lgan muhit orqali tutashadi; demak,

$$\Phi_{12} = \frac{i_2 w_2}{R_\mu} \text{ va } \Phi_{21} = \frac{i_1 w_1}{R_\mu}$$

bunda

$$M_{12} = \frac{w_1 \Phi_{12}}{i_2} = \frac{w_1 w_2}{R_\mu} \text{ va } M_{21} = \frac{w_2 \Phi_{21}}{i_1} = \frac{w_1 w_2}{R_\mu}$$

chiqadi, ya'ni o'zaro induktivlik $M = M_{12} = M_{21}$ istalgan har bir induktiv bog'lanishli konturlarda bir xil bo'ladi. Konturlarning xususiy induktivliklari L_1 va L_2 doimiy musbat, chunki i_1 va i_2 toklar Φ_{11} va Φ_{22} magnit oqimlariga shartli ravishda mosdir (o'naqay parma qoidasi).

O'zaro induktivlik M ning ishorasi esa konturlarning o'zaro ulanish sxemasiga bog'liq. Agar $i_1 \neq 0$ va $i_2 \neq 0$ bo'lganda, o'zaro magnit oqimlar Φ_{21} va Φ_{12} konturlarning xususiy oqimlari Φ_{11} va Φ_{22} yo'nalishi bilan mos tushsa, bunday konturlar mos ravishda ulangan deyiladi va $M > 0$ bo'ladi.

Agar o'zaro magnit oqimlar konturlarning xususiy oqimlariga qarshi yo'nalgan bo'lsa, bunday konturlar qarama-qarshi ulangan deyiladi va $M < 0$ bo'ladi.

Xususiy induktivliklari L_1 va L_2 hamda o'zaroinduktivligi M bo'lgan ikki konturning induktiv bog'liqlik darajasi bog'lanish koeffitsiyenti K_{bog} orqali aniqlanadi:

$$K_{bog} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (5.3)$$

Bunda doimo $K_{bog} < 1$, chunki $\Phi_{11} > \Phi_{21}$ va $\Phi_{22} > \Phi_{12}$, ya'ni birinchi konturning xususiy magnit maydoni ikkinchi konturni to'la qurshab ololmaydi.

5.2. Induktiv bog'langan zanjirlarni hisoblash

Misol tariqasida, bitta manbadan ta'minlanayotgan, elementlari induktiv bog'langan eng oddiy zanjirni hisoblashni ko'rib chiqaylik (5.1-rasm). Birinchi holda aktiv qarshiliklari r_1 va r_2 , induktivliklari L_1 va L_2 , o'zaro induktivligi M bo'lgan ikki g'altak o'zaro ketma-ket ulangan hamda o'zgaruvchan kuchlanish u manbai bilan tutashtirilgan, deb faraz qilaylik (5.1-a rasm), (ikkala g'altak mos ulanganda kirish qismlarini shartli ravishda yulduzcha bilan belgilaymiz). Induktiv bog'langan elementlari mos ulangan zanjirning tenglamasi:

$$u = u_1 + u_2 = \left(r_1 i + L_1 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} \right) + \left(r_2 i + L_2 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} \right) = (r_1 + r_2)i + (L_1 + L_2 + 2M) \frac{di}{dt} \quad (5.4)$$

(bunda: $e_{L1} = -L_1 \frac{di}{dt}$ va $e_{L2} = -L_2 \frac{di}{dt}$ - o'zinduksiya e.yu.k.).

Buni kompleks shaklda quyidagicha ham yozish mumkin:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = (r_1 + r_2) \dot{I}_{mos} + j\omega(L_1 + L_2 + 2M) \dot{I}_{mos} \\ &= [(r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)] \dot{I}_{mos} \\ &= Z_{mos} \cdot \dot{I}_{mos} \end{aligned} \quad (5.5)$$

bunda: $\underline{Z}_{mos}$ – zanjirning kompleks to'la qarshiligi, $\dot{E}_M = j\omega M \dot{I}_{mos}$ – kompleks o'zaro induksiya e.y.u.k.; $\dot{I}_{mos}$ – kompleks tok.

Zanjir elementlari qarama-qarshi ulanganda (5.1-b rasmi), (L_1 g'altakning kirish qismi va L_2 g'altakning chiqish qismi ulanish sxemasida yulduzcha bilan ko'rsatilgan) o'zaro induksiyaning hisobga olgan holda zanjirning turg'unlashgan rejimdagi muvozanat tenglamasi yoki kompleks shaklda:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = (r_1 + r_2)\dot{I}_{kk} + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)\dot{I}_{kk} = \\ &[(r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)]\dot{I}_{kk} = \underline{Z}_{kk} \cdot \dot{I}_{kk} \end{aligned} \quad (5.6)$$

bunda: $\underline{Z}_{qq}$ – elementlari qarama-qarshi ulangandagi zanjirning kompleks to'la qarshiligi; $\dot{I}_{kk}$ – kompleks tok.

Keltirilgan nisbatlarga ko'ra, elementlari mos ulangan sxemada butun zanjirning qarshiligi o'zining induktiv tashkil etuvchisi $X_m = 2\omega M$ miqdorlari ortishi hisobiga birmuncha ortadi. Elementlari qarama-qarshi ulanganda, aksincha, induktiv tashkil etuvchining $X_M = 2\omega M$ miqdori kamayishi hisobiga zanjirning qarshiligi kamayadi. Elementlari mos ulanganda konturdagi magnit oqimlar o'zaro kuchayib, tokning vaqt jihatidan o'zgarishida induktiv elementlarning umumiy reaksiyasi ortadi va zanjirdagi tok kamayadi. Qarama-qarshi ulangan sxemada esa konturlardagi oqimlar o'zaro kuchsizlanadi, buning natijasida g'altakdagi teskari e.y.u.k. kamayib, zanjirdagi tok ortadi. To'la qarshilik $\underline{Z}_{mos} > \underline{Z}_{qq}$ ($f_{mos} < f_{qq}$) faktidan ikkita induktiv bog'langan konturning ulanish sxemasi usulini va o'zaro induktivligi miqdori M ni eksperimental aniqlashda foydalanish mumkin. Masalan, 5.1-rasmdagi zanjir uchun berilgan kuchlanish U da I_{mos} va I_{qq} toklar eksperimental ravishda o'lchanib, so'ngra

$$\underline{Z}_{mos} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} \quad \text{va} \quad \underline{Z}_{kk} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}_{kk}}$$

O'zaro induksiya koeffitsiyenti M quyidagicha aniqlanadi:

$$M = (\underline{Z}_{mos} - \underline{Z}_{kk}) : 4\omega$$

chunki $\underline{Z}_{mos} = (r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)$

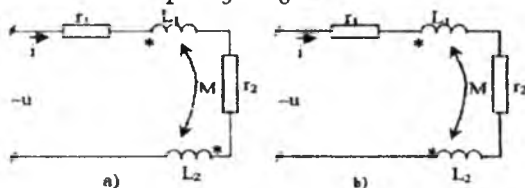
va

$$\underline{Z}_{kk} = (r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)$$

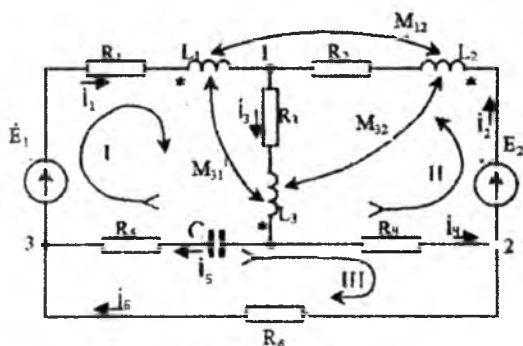
Endi 5.3-rasmdagi murakkab zanjirni hisoblash maqsadida, Kirxgofning birinchi va ikkinchi qonunlariga binoan, tenglamalar sistemasini tuzaylik. Sxemada $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ va $\dot{I}_3$ toklarning qabul qilingan yo'nalishlari bo'yicha L_1 va L_2 g'altaklar mos ulangan ($M_{21} = M_{12} > 0$), ammo L_3 g'altak L_1 va L_2 larga nisbatan qarama-qarshi ulangan ($M_{13} = M_{31} < 0$ va

$M_{23}=M_{32}<0$). Agar zanjirning boshqa parametrlari qatorida o'zaro induktivlikning ham absolyut miqdori $|M_{12}|$ va $|M_{23}|$, $|M_{31}|$ berilgan bo'lsa, tenglama tuzilganda bu miqdorlarning oldidagi ishora g'altaklarning ulanish sxemasiga ko'ra aniqlanadi. U holda 1, 2 va 3-tugunlar uchun Kirxgofning birinchi qonuniga binoan,

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 &= 0 \\ -\dot{I}_1 + \dot{I}_4 - \dot{I}_6 &= 0 \\ -\dot{I}_1 + \dot{I}_5 + \dot{I}_6 &= 0 \end{aligned}$$



5.2-rasm.



5.3-rasm.

bo'ladi. Kirxgofning ikkinchi qonuniga binoan, I, II va III konturlar uchun (belgilangan yo'nalishlar bo'yicha aylanib chiqib) quyidagi tenglamalarni hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= (R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 + j\omega M_{12}\dot{I}_2 - j\omega M_{31}\dot{I}_1 + (R_3 + j\omega M_3)\dot{I}_3 \\ &\quad - j\omega M_{32}\dot{I}_2 - j\omega M_{31}\dot{I}_1 + \left(R_5 + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_5; \\ \dot{E}_2 &= (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 + j\omega M_{21}\dot{I}_1 - j\omega M_{23}\dot{I}_3 + (R_3 + j\omega L_3)\dot{I}_3 \\ &\quad - j\omega M_{32}\dot{I}_2 - j\omega M_{31}\dot{I}_1 + R_4\dot{I}_4; \\ 0 &= R_4\dot{I}_4 - \left(R_5 + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_5 + R_6\dot{I}_6 \end{aligned}$$

Olingan tenglamalar sistemasiga ko'ra, o'sha noma'lum toklarning sonida zanjir ayrim elementlari orasidagi o'zaro induktiv boglanish

hisobga olinganda, o'zaro induktiv e.yu.k.i hisobiga hosil bo'lgan qo'shimcha kuchlanish tushuvlari zanjirni murakkablashtiradi. Induktiv bog'lanishda murakkab zanjirlar yuqorida bayon qilingan usullarning biri bilan hisoblanadi.

5.1-misol. Parametrlari bir xil bo'lgan, induktiv bog'langan ikkita ketma-ket ulangan, avval $U_0=12B$ o'zgarmas kuchlanish manbaiga ulanganda, tok $I_0=1A$ ni tashkil etadi. Shu zanjir effektiv qiymati $U=60 V$ bo'lgan sinusoidal o'zgaruvchan kuchlanish manbaiga ulanganda $I_{mos}=3A$ (g'altaklar mos ulanganda) va $I_{qq}=4A$ (g'altaklar qarama-qarshi ulanganda) iste'mol qiladi. Induktiv boglanish koefitsiyenti K_{bog} aniqlansin.

Yechish: Alohida olingan har bir g'altak $Z=r+jX$ kompleks qarshilikka ega deb, o'zgarmas tok zanjirida $X=0$ ekanligini e'tiborga olsak,

$$2r = \frac{U_0}{I_0} = 12 \text{ Om}$$

bo'ladi, ya'ni har bir g'altakning aktiv qarshiligi $r=6 \text{ Om}$. O'zgaruvchan tokda esa zanjirning to'la qarshiligi mos ulanganda:

$$\underline{Z}_{mos} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}_{mos}} = 20 \text{ Om}$$

qarama-qarshi ulanganda esa:

$$\underline{Z}_{kk} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}_{kk}} = 15 \text{ Om}$$

Bu rejimlar uchun zanjirning induktiv qarshiligi tegishlixa:

$$X_{mos} = 2\omega(L + M) = \sqrt{x_{mos}^2 - 4r^2} = 16 \text{ Om}$$

$$X_{kk} = 2\omega(L - M) = \sqrt{x_{mos}^2 - 4r^2} = 9 \text{ Om}$$

Har bir g'altakning xususiy induktiv qarshiligi:

$$x_L = \omega L = \frac{1}{4}(x_{mos} + x_{kk}) = 6,25 \text{ Om}$$

Har bir g'altakning o'zaro induktiv qarshiligi:

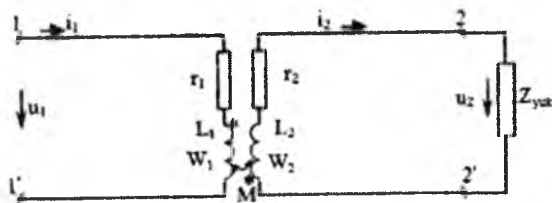
$$x_M = \omega M = \frac{1}{4}(x_{mos} - x_{kk}) = 1,75 \text{ Om}$$

Induktivlik $L_1=L_2=L$ hisobga olinganda bog'lanish koefitsiyenti:

$$K_{bog} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{M}{L} = \frac{1,75}{6,25} = 0,28$$

5.3. O'zaksiz transformator. Transformatorning ekvivalent sxemasi va vektor diagrammasi

Biror zanjirda e.y.u.k.ning induksiyanishi faqat o'zidagi tokning vaqt bo'yicha o'zgarishi natijasidagina bo'lmasdan, balki u bilan induktiv bog'langan boshqa zanjirdagi tokning ham o'zgarishi natijasida vujudga kelishi yuqorida aytilgan edi. Bu holda zanjirlardan birortasining xususiy energiya manbai bo'lmasa, boshqa zanjirdagi tok ta'siridan induksiyanlangan o'zaro induksiya e.y.u.k. uning uchun manba va energiya yetkazib beruvchi vazifasini bajarishi mumkin. Shunday qilib, bir zanjirdan ikkinchi zanjirga energiya faqat o'tkazgichlar vositasida uzatilmay, balki magnit maydon bilan bilvosita bog'langan shu zanjirning elementlari orqali ham uzatiladi. Transformator (o'zgaruvchan kuchlanish va toklarning miqdorini o'zgartuvchi statik qurilma) induktiv bog'langan zanjirlar orasida energiyani uzatish asosida ishlaydi. Oddiy transformator umumiy magnit oqimi bilan induktiv bog'langan (5.4-rasm) o'ramlar w_1 va w_2 bo'lgan ikkita qo'zg'almas g'altak (chulg'am) dan iborat bo'ladi.



5.4-rasm.

Chulg'amlararo induktiv bog'lanishni yaxshilash maqsadida, chulg'amlar w_1 va w_2 bir-biridan izolatsiyalanib, yupqa elektrotexnik po'lat tunukalardan dastalangan umumiy ferromagnitaviy o'zakka kiydiriladi.

O'zgaruvchan tokning yuqori (o'n va yuz kilogers) chastotalarida transformator o'zaksiz qilib yasaladi. Zanjir tabililini qulaylashtirish uchun xuddi shunday turdagi transformatorni ko'rib chiqaylik (5.4-rasm).

Rasmda ko'rsatilganidek, g'altakning har bir qutblarini yulduzcha bilan belgilab, parametrlari r_1 va L_1 bo'lgan birlamchi w_1 chulg'amni u_1 sinusoidal kuchlanishga ulaymiz-da, transformatorning muvozanat holati tenglamasini tuzamiz. Parametrlari r_2 va L_2 bo'lgan ikkilamchi w_2 chulg'am qarshiligi Z_{yuk} ga teng yuklamaga ulangan. Har bir chulg'amdan o'tayotgan i_1 va i_2 toklar tegishlicha kuchlanish manbai u_1 ning va w_2 chulg'amda i_1 tok induksiyanlangan o'zaro induksiya e.y.u.k.

$e_M = M \frac{di_1}{dt}$ ning ta'siri natijasida paydo bo'ladi.

Kirxgofning ikkinchi qonuniga ko'ra, birlamchi va ikkilamchi zanjirlar uchun quyidagini yozamiz:

$$\begin{aligned} u_1 &= r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ 0 &= r_1 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + u_2 \end{aligned} \quad (5.7)$$

(bunda: u_2 – yuklamaning Z_{yuk} qarshiligi qismalaridagi kuchlanish). Bu tenglamalar kompleks shaklda quyidagicha yoziladi:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= r_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 \\ 0 &= r_2 \dot{I}_2 + j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1 + \dot{U}_2 \end{aligned} \quad (5.8)$$

Yuklama qarshiligini $Z_{yuk} = R_{yuk} + jX_{yuk}$ olamiz va quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$\omega L_1 = X_1; \quad r_2 + R_{yuk} = r_n; \quad \omega L_2 + X_{yuk} = X_n \quad \text{va} \quad \omega M = X_M$$

Endi tenglamalar sistemasini quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= (r_1 + jX_1) \dot{I}_1 + jX_M \dot{I}_2 \\ -jX_M \dot{I}_1 &= (r_n + jX_n) \dot{I}_2 \end{aligned}$$

Toklardan $\dot{I}_2 = -jX_M \dot{I}_1 / (r_n + jX_n)$ ni tushirib, $\dot{U}_1$ va $\dot{I}_1$ larning orasidagi bog'lanishni hosil qilamiz:

$$\dot{U}_1 = \left[(r_1 + jX_1) + \frac{X_M^2}{r_n + jX_n} \right] \cdot \dot{I}_1$$

Uncha murakkab bo'lmagan o'zgartirishlarni kiritib, kirish toki I_1 ning transformator parametrlariga bog'liqligini aniqlash mumkin:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{[r_1^2 + r_n \cdot X_M^2 : (r_n^2 + X_n^2)] + j[X_1 - X_n \cdot X_M^2 : (r_n^2 + X_n^2)]} = \frac{\dot{U}_1}{Z_{kir}}$$

Transformatorning kirish qismalaridagi to'la kompleks qarshilik

$$Z_{kir} = R_{kir} + jX_{kir} = \left(r_1 + \frac{r_n \cdot X_M^2}{r_n^2 + X_n^2} \right) + j \left(X_1 - \frac{X_n \cdot X_M^2}{r_n^2 + X_n^2} \right)$$

kuchlanish manbaidan iste'mol qilinayotgan $\dot{I}_1$ tok faqat birlamchi zanjirning r_1 va x_1 qarshiligiga bogliq bo'lmay, u bilan induktiv bog'langan ikkilamchi zanjirning r_n va x_n qarshiligiga ham bog'liq ekanligini ko'rsatadi.

Transformatorning ikkala zanjirini yagona tenglama bilan birlashtirish natijasida hosil bo'lgan to'la kirish qarshiligi Z_{kir} ning aktiv va reaktiv (Δr va Δx) orttirmalari:

$$\Delta r = \frac{r_n x_M^2}{r_n^2 + x_n^2} \quad \text{va} \quad \Delta x = \frac{-x_n x_M^2}{r_n^2 + x_n^2}$$

ya'ni tegishli transformatorning kiritilgan *aktiv* va *reaktiv qarshiliklari* deb ataladi.

Endi transformatorning oldingi tenglamalar sistemasini quyidagicha yozsak bo'ladi:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= r_1 \dot{I}_1 + j\omega(L_1 - M)\dot{I}_1 + j\omega M(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) \\ 0 &= r_1 \dot{I}_2 + j\omega(L_2 - M)\dot{I}_2 + j\omega M(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + Z_{yuk} \dot{I}_2 \end{aligned} \quad (5.9)$$

Demak, transformatorning sxemasini induktiv bog'lanishsiz, ya'ni zanjir elementlari orasida to'g'ri elektr bog'lanishli biror ekvivalent sxema bilan almashtirish mumkin.

Ekvivalent sxemasiga ko'ra, tok $\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ transformatorning salt ishlash rejimidagi ($Z_{yuk} = \infty$ va $\dot{I}_2 = 0$ bo'lganda) magnit oqim Φ_0 ning miqdorini aniqlaydi. Aslida U_1 kuchlanish manbaidan iste'mol qilinayotgan salt ishlash toki

$$\dot{I}_{10} = \dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_1}{r_1 + j\omega L_1} \quad (5.10)$$

bo'ladi va uning miqdori $\dot{I}_2$ tokka bog'liq bo'lmaydi. Oqim Φ_0 chulg'am w_1 bilan to'la ilashgan bo'lib, unda salt ishlashga mos teskari e.yu.k. ni hosil qiladi:

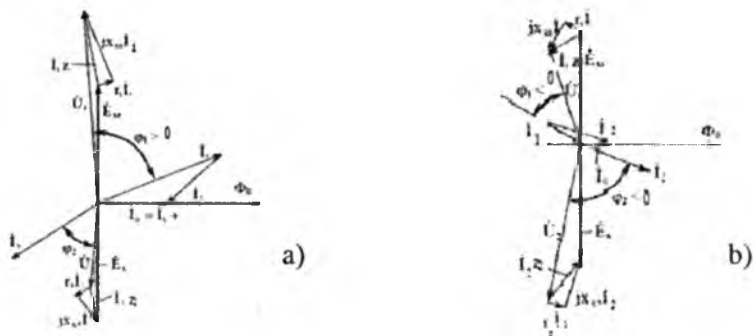
$$\dot{E}_{10} = -j\omega L_1 \dot{I}_0 \quad (5.11)$$

Oqim Φ_0 ning Φ_M ga teng bo'lgan bir qismi w_2 chulg'amni kesib o'tib, unda teskari o'zinduksiya e.yu.k.ni induktivlaydi:

$$\dot{E}_M = -j\omega M \dot{I}_0 \quad (5.12)$$

Ammo real sharoitda $M < 1$ bo'lganidan $|\dot{E}_M| < |\dot{E}_{10}|$ bo'ladi. E.yu.k. lar ayirmasi $\dot{E}_{10} - \dot{E}_M = \dot{E}_s = -j\omega L_s \dot{I}_0$ tarqalgan oqimga doir xususiy induktivlik $L_{s1} = (L_1 - M)$ dan ilashgan oqim $\psi_{11} = W_1 L_1 I_1$ ning $\psi_{s1} = W_1 L_{s1} I_1$ ga teng birlamchi w_1 chulg'am bilan ilashgan qismidan hosil bo'ladigan va tarqalgan oqimga sarflanayotgan teskari o'zinduksiyaning e.yu.k. si, deb ataladi. Shunday qilib, ekvivalent almashtirish sxemasidagi (5.4-rasm) $(L_1 - M)$ va $(L_2 - M)$ induktivliklar w_1 va w_2 g'altaklardagi L_{s1} va L_{s2} induktivliklarni ifodalaydi. Tok $\dot{I}_2$ ning miqdori faqat birlamchi zanjirning parametrlariga bog'liq bo'lmay, ikkilamchi zanjirning parametrlariga ham bog'liqligi yuqorida aytilgan edi. Demak, $\dot{I}_2$ tokning ortishi (masalan, $\varphi_2 > 0$ li aktiv-induktiv yuklamada $\dot{I}_1$ tokning ham ortishiga olib keladi. Ammo yig'indi tok $\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ o'zgarmasdan qolishi uchun $\dot{I}_1$ va $\dot{I}_2$ toklarning orasidagi burchak 90° dan katta bo'ladi. 5.5-rasmda aktiv-induktiv xarakterli yuklama $Z_{yuk} = Z_e^{j\varphi_2}$ bilan yuklangan transformatorning tok va kuchlanishlar vektor diagrammasi berilgan. Diagrammada $\dot{I}_1$ va $\dot{I}_2$ toklarning vektorlari deyarli qarama-qarshi fazada, demak, $\dot{I}_2$ tokning har qanday ortishi (yoki kamayishi) transformatorning

U_1 kuchlanishli manbaidan iste'mol qilayotgan I_0 tokining xuddi o'shanday o'zgarishiga olib keladi: chunki tok I_0 va u hosil qilgan oqim Φ_0 o'zgarishsiz qolishi kerak.



5.5-rasm.

5.5-b rasmda aktiv sig'im yuklamali ($Z_{yuk} = Ze^{j\varphi_2}$) transformatorning tok va kuchlanishlar vektor diagrammasi ko'rsatilgan. Diagrammada kirish toki I_1 transformatorning faqat iste'mol toki miqdoriga bog'liq bo'lmay, fazasiga ham bog'liq. Demak, I_2 sig'im tokining anchagina katta qiymatlarida, transformator (elektromagnit apparat bo'lishiga qaramay) ta'minlovchi tarmoqqa nisbatan aktiv-sig'im yuklama hisoblanishi mumkin ($\varphi_1 < 0$).

Yuklangan transformatorlarda asosiy ilashgan oqim $w_1\Phi_0$ birlamchi va ikkilamchi magnetlovchi kuchlarning ta'siridan hosil bo'ladi:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 W_1 + \dot{I}_2 W_2 &= \dot{I}_0 W_1 \\ \dot{I}_1 W_1 &= -\dot{I}_2 W_2 + \dot{I}_0 W_1, \end{aligned} \quad (5.13)$$

ya'ni birlamchi tokning magnetlovchi kuchi ikkilamchi tokning magnitsizlash ta'sirini muvozanatlab, ikkala chulg'am uchun umumiy bo'lgan oqim Φ_0 ni miqdoriy jihatdan o'zgarishsiz ushlab turadi. Tenglama (5.13) ni toklar tenglamasiga keltiramiz:

$$I_1 = -I_2 \frac{w_2}{w_1} + I_0 = I_2 + I_0, \quad (5.14)$$

bunda

$I_2 = -I_2 : n$ – keltirilgan ikkilamchi tok;

nisbat $n = \frac{w_1}{w_2}$ – transformatorning transformatsiyalash koeffitsiyenti.

Agar real sharoitda $f_0 < f_1$ bo'lishini hisobga olsak, u holda $f_1 \approx f_2$ yoki $I_1 \approx I_2 \frac{w_2}{w_1} = \frac{I}{n}$, yoki $f_1:f_2 = w_1:w_2$, ya'ni chulg'amlardagi toklarning nisbati transformator chulg'amlari o'ramlar sonining nisbatiga teskari proporsionaldir.

Boshqa tomondan, salt ishlash rejimida transformatorning tegishli birlamchi va ikkilamchi chulg'amlarida induktivlangan e.y.u.k. larning effektiv qiymatlari:

$$E_1 = 4,44 w_1 f \Phi_0 \text{ va } E_2 = 4,44 w_2 f \Phi_0$$

yoki

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} = n$$

Agar bu rejimda $U_{20} = E_2$ va $U_{10} \approx E_1$ ni ($X_{s1} \ll X_M$ va $I_0 \approx 0$ bo'lgani uchun) hisobga olsak,

$$U_{10}:U_{20} \cong \frac{w_1}{w_2} = n \quad (5.15)$$

deb yozish mumkin, ya'ni transformator birlamchi va ikkilamchi chulg'amlari kuchlanishlarining nisbati shu chulg'amlar o'ramlar sonining nisbatiga to'g'ri proporsional (yoki transformatsiya koeffitsiyentiga teng). Demak, transformatorning transformatsiya koeffitsiyentini yetarlicha aniqlik bilan salt ishlash rejimidan topish mumkin:

$$n = U_{10} : U_{20}.$$

Transformator bo'ladigan fizik jarayonlarning muhim xususiyatlaridan biri shuki, uning yordamida chiqish qismida o'zgaruvchan tokni kamaytirish hisobiga kuchlanishni o'ttirish mumkin va aksincha:

$$\frac{U_2}{U_1} \approx \frac{E_2}{E_1} \approx \frac{I_1}{I_2} \quad (5.16)$$

ya'ni

$$U_1 I_1 \approx U_2 I_2$$

Buning sababi shuki, transformator zanjirining o'z energiya manbai bo'lmagan passiv elementidir, ya'ni u manbadan birlamchi zanjirga keltirilgan energiyani taxminan o'shanday miqdorda ikkilamchi zanjirga uzatadi (transformatsiyalaydi). Transformator faqat tok I_1 va kuchlanish U_1 ning miqdorlarini tegishli I_2 va U_2 ga o'zgartiradi, lekin keltirilayotgan energiya miqdorini o'zgartirolmaydi.

Manbadan keltirilayotgan energiyaning miqdori transformatorning chiqish qismidagi yuklama bilan rostlanadi.

Transformator elektrotexnika sohasida eng ko'p tarqalgan apparatdir. Uning yordamida turli energiya iste'molchilarining kuchlanishlari

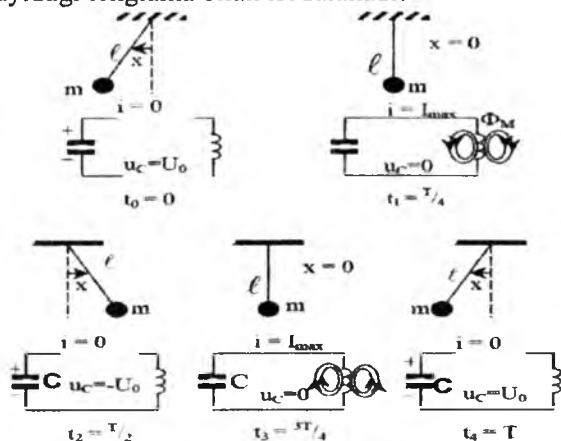
standart (0,22 kV, 0,38 kV, kV, 3 kV, 6 kV, 35 kV, 110 kV, 220 kV va h.k.) kuchlanishlarga keltirilib, 50 Gts chastotali manba kuchlanishlari bilan moslashtiriladi.

Katta quvvatli transformatorlarda w_1 va w_2 chulg'amlar maxsus magnit o'tkazgich (po'lat o'zak) orqali birlashtirilgan bo'lib, u orqali chulg'amlararo induktiv bog'lanish hosil qilinadi. Ulardagi fizik jarayonlar yuqorida ko'rib o'tilganlarga nisbatan ancha murakkabdir. Bu to'g'rida tegishli ma'lumotlar keyingi boblarda bayon qilinadi.

VI BOB. ELEKTR ZANJIRLARIDA REZONANS HODISALARI

6.1. Tebranish sistemasi va rezonans hodisasi (umumiy tushunchalar)

Rezonans hodisalari tebranish sistemalarida, ya'ni energiyaning tebranib o'zgarishi ro'y beradigan elementli (energiya to'plovchi) sistemalarda sodir bo'ladi. Matematik mayatnik bilan elektr tebranish konturi texnikada eng ko'p tarqalgan tebranish sistemalari hisoblanadi (6.1-rasm). Mayatnikning harakati (ishqalanish kuchlarini hisobga olmaganda) quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:



6.1-rasm.

$$ml \frac{d^2 x}{dt^2} + mgx = 0 \quad (6.1)$$

bunda: m – mayatnikning massasi (kg); l – mayatnikning uzunligi (m); g – yerning tortish kuchi tezlanishi (m/s^2); x – og'ish burchagi (rad.). (6.1) ni quyidagi ko'rinishda qayta yozamiz:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad \left[\omega_0^2 = \frac{g}{l} \right] \quad (6.2)$$

buning yechimi esa:

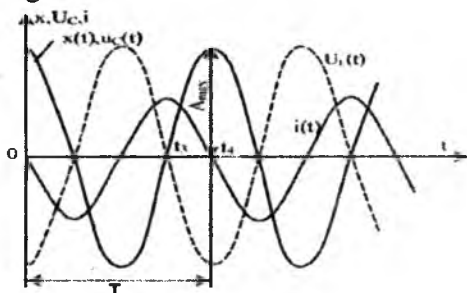
$$x = A_{\max} \cos \omega_0 t = X_{\max} \cos \omega t \quad (6.3)$$

bo'ladi, ya'ni tebranma harakat ham

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad \left(\frac{rad}{s} \right)$$

chastotali sinusoidal qonuniyat bilan o'zgaradi (6.2-rasm).

Xuddi shunga o'xshash, C sig'imga boshlang'ich $q_0 = CU_0$ (U_0 – kondensator qoplamalaridagi boshlang'ich kuchlanish) zaryad berilgan L-C tebranish konturida elektr o'shanday tebranadi. Zanjirning muvozanat holati tenglamasi:



6.2-rasm.

$$LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c = 0$$

yoki

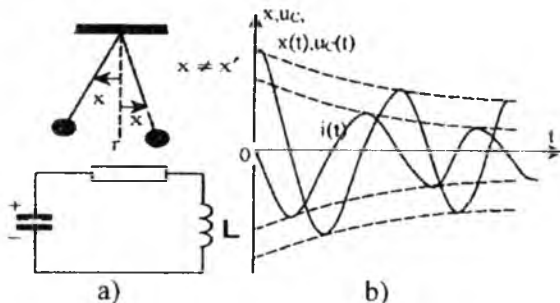
$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \omega_0^2 u_c = 0 \quad (6.4)$$

bo'ladi; bunda, u_c – C sig'imdagi oniy kuchlanish (V); L – konturning induktivligi (G); C – sig'im (Φ); $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – konturning xususiy tebranish chastotasi (rad/s). (6.3) ning yechimi $u_c = A_{\max} \cos \omega_0 t = U_0 \cos \omega_0 t$ bo'ladi, ya'ni C sig'imdagi kuchlanishning tebranishi avvalgi holdagiga o'xshash chastota bilan sinusoidal qonun asosida o'zgaradi (6.2-rasm).

Ikkala sistema uchun ham $t_0=0$, $t_2=T/2$, $t_4=T$ va h.k. paytlarda sistemaning energiyasi potensial bo'lib, $t_1=T/4$, $t_3=3T/4$ va h.k. paytlarda ular kinetik shaklga o'tishi muhimdir.

Elektr konturida kondensatorning elektr maydoni energiyasi $W_3 = \frac{CU_0^2}{2}$ g'altakning magnitaviy maydoni energiyasi $W_M = L \frac{i_{\max}^2}{2}$ ga davriy ravishda aylanib turadi. Ammo real tebranish sistemalarida (6.3-a rasm) tebranishning amplitudasi A_m o'zgarmay qolishiga qarshilik ko'rsatuvchi kuchlar doimo mavjud. Bu esa ishqalanish kuchlari va tebranish konturining aktiv qarshiligi tufayli issiqlik isrofi bo'ladi demakdir. Shular natijasida sistemada to'plangan energiyaning bir qismi sarf bo'ladi. Bu esa tebranish amplitudasining har bir siklda monoton

kamayib borishiga olib keladi, ya'ni tebranish *so'nuvchi tebranish* deyiladi.



6.3-rasm.

Yuqorida bayon qilingan tebranish sistemalarida tebranishlar qat'iy, aniq chastotada sodir bo'lib, bu chastota sistemaning faqat ichki parametrlaridan aniqlanib, tashqi energiya kiritgan boshlang'ich impulsning miqdoriga bog'liq emas. Shuning uchun bunday tebranishlar *erkin tebranishlar* deb ataladi.

Tebranish sistemalaridagi erkin tebranishlarni o'zgarmas amplitudali qilib tutib turish uchun unda isrof bo'ladigan energiya o'rnini tashqi manbadan to'ldirib turish kerak. Agar manbaning ta'sir etuvchi ω chastotasi tebranish sistemasining xususiy tebranishlar chastotasi ω_0 ga teng bo'lsa, u holda tebranishlar tashqaridan minimal energiya iste'mol qilish hisobiga saqlanadi. Bu esa rezonans holati demakdir. Shunday qilib, rezonansli tebranishlar sistemasi deganda, xususiy tebranishlar chastotasining tashqi kuchlar (energiya manbai) chastotasi bilan mos tushish hodisasi tushuniladi.

Endi ketma-ket, parallel va aralash ulangan, energiya to'plovchi L va C elementli elektr zanjirlarda rezonans hodisasi ro'y berishining ayrim xususiyatlarini ko'rib chiqaylik.

6.2. R, L va C elementlari ketma-ket ulangan zanjirda rezonans (kuchlanishlar rezonansi)

$u = U_m \sin \omega t$ kuchlanish manbaiga aktiv r , induktiv $X_L = \omega L$ va sig'imi $X_C = \frac{1}{\omega C}$ qarshiliklar ketma-ket ulangan zanjir berilgan, deb faraz qilaylik (6.4-a rasm).

Zanjirning muvozanat tenglamasi (Kirxgofning ikkinchi qonuniga ko'ra):

$$u_r + u_L + u_c = u$$

yoki

$$ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = u \quad (6.5)$$

Tenglama kompleks shaklda yozilganda:

$$rI + j\omega L I \frac{1}{j\omega C} = \dot{U} \quad (6.6)$$

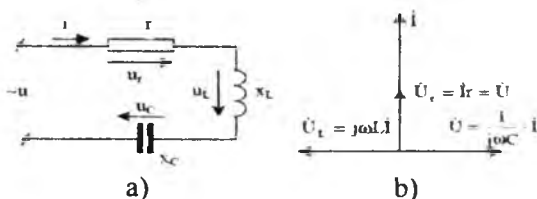
Zanjirning kompleks qarshiligi:

$$Z = r + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = r + jx = \underline{Z} e^{j\varphi}$$

Zanjirda rezonans hodisasi sodir bo'lganda, unga berilayotgan kuchlanish aktiv qarshilikdagi U_r kuchlanishning pasayishini to'ldirilib turishi kerak:

$$\dot{U}_r = rI = \dot{U}$$

bu $jI \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = \dot{U}_L + \dot{U}_C = 0$ bo'lganda, $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, ya'ni reaktiv elementlarning qarshiliklari o'zaro teng ($x_L = x_C$) bo'lishi mumkin.



6.4-rasm.

Rezonans vaqtida $Z_{\min} = r$ va $\varphi=0$ bo'lib, zanjirdagi tok I bilan manba kuchlanishi U bir xil fazada turadi. Rezonans payti uchun tok va kuchlanishlarning vektor diagrammasi 6.4-b rasmda berilgan. Rezonans holatiga asosan ikkita usul bilan erishiladi:

a) tebranish konturining parametrlari o'zgarmas ($L=\text{Const}$ va $C=\text{Const}$) bo'lganda, manba chastotasi uni o'zgartirib (rostlab), xususiy tebranishlar chastotasi bilan tenglashtiriladi:

$$\omega = \omega_0 \text{ yoki } \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}, \quad \omega_0^2 LC = 1;$$

b) manba chastotasi o'zgarmas ($\omega=\text{Const}$) bo'lganda, tebranish konturi parametrlari L (yoki C) birortasini o'zgartirib, quyidagi tenglik hosil qilinadi:

$$L_0 = \frac{1}{\omega^2 C}, \quad C_0 = \frac{1}{\omega^2 L};$$

Bunda $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ chastota **rezonans chastotasi** deyiladi. Rezonans vaqtida zanjirning to'la qarshiligi minimal qiymatga erishadi ($Z_{\min} = r(X_L - X_C) = 0$ bo'lgani uchun). Bu vaqtda manbadan maksimum tok iste'mol qilinadi:

$$I_{\max} = I_{\text{rez}} = \frac{U}{r}$$

Bu tok o'z navbatida katta miqdordagi reaktiv $U_L = Ix_L$ va $U_C = Ix_C$ kuchlanishlarni hosil qiladi: bu kuchlanishlar manba kuchlanishi U dan bir necha marta katta bo'lishi mumkin. Kuchlanishlar rezonansi deyish ham ana shundan kelib chiqqan.

Reaktiv kuchlanishlar miqdoriy jihatdan manba (yoki aktiv) kuchlanishdan necha marta katta bo'lishiga bog'liq. Rezonans vaqtida

$$x_L = x_C = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$$

ya'ni g'altak va kondensator reaktiv qarshiligidining miqdorlari ($L : C$) nisbatiga bog'liq:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{Om})$$

Bu nisbat qarshilik birligi o'lchamiga ega bo'lgani uchun tebranish konturining **to'la qarshiligi** deb ataladi.

Reaktiv kuchlanishlar $U_{L0} = U_{C0}$ ning U dan necha marta kattaligi quyidagi nisbatdan aniqlanadi:

$$Q = \frac{U_{L0}}{U} = \frac{U_{C0}}{U} = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{\rho}{r},$$

bunda: Q – konturning sarxilligi yoki **sifat koeffitsiyenti**, unga teskari bo'lgan miqdor $d = \frac{1}{Q} = \frac{r}{\rho}$ **konturning so'nishi** deyiladi.

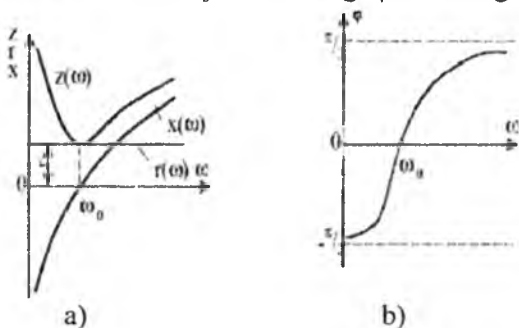
6.3. Ketma-ket ulangan rezonans zanjirning chastotaviy (rezonansli) tavsiflari

6.5-rasmda zanjirning to'la qarshiligi Z va uning tashkil etuvchilari r va X , shuningdek, burchak siljishi φ ni manba chastotasining o'zgarishiga $\omega = \text{Var}$ ga (manba kuchlanishi o'zgarmas $U = \text{const}$ bo'lganda) bog'liqligi (egri chiziqlar) ko'rsatilgan.

$$Z(\omega) = \sqrt{r^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

funksiyali egri chiziq ω ning 0 dan ∞ gacha o'zgarganda $r(\omega)$ to'g'ri chiziq va $x(\omega)$ egri chiziqlarning koordinatalarini geometrik qo'shish natijasida hosil qilingan (6.5-a rasm).

Aktiv qarshilik r ning qiymati tokning chastotasiga bog'liq emas (bundan radio chastotali zanjirlar mustasno), ya'ni $r(\omega)$ absissalar o'qidan r masofada joylashgan to'g'ri chiziqdir. X reaktiv qarshilik $- \infty$ dan $+\infty$ gacha o'zgaradi, ya'ni $X(0)=-\infty$ va $X(\infty)=\infty$ bo'lgan $X(\omega)$ egri chizig'i bilan ifodalanadi. Rezonans paytida ($\omega=\omega_0$), $\omega_0 L \frac{-1}{\omega_0 C} = 0$ bo'lgani uchun $X=0$. Shu tufayli, to'la qarshilik $Z(\omega)$ ning manba chastotasiga bog'liqligi $Z(0)=-\infty$ $Z(\omega_0)=r$ va $Z(\infty)$ tegishli noll, rezonans va cheksiz katta chastotalarga mos keluvchi uchta xarakterli qiymatga ega. Shunga mos ravishda faza siljishi burchagi φ ham o'zgaradi:

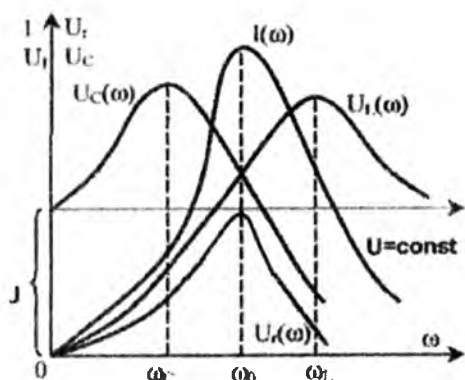


6.5-rasm.

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r} \quad (6.7)$$

bu 6.5-b rasmdagi $\varphi(\omega)$ egri chiziqdir. Agar $\omega=0$ bo'lsa, zanjir sig'imi xarakteriga ega, ya'ni $\varphi=-\frac{\pi}{2}$; $\omega \rightarrow \infty$ da u induktiv xarakterga ega, ya'ni $\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}$. Rezonans nuqtasida ($\omega=\omega_0$) zanjir aktiv xarakterga ega, ya'ni $\varphi=0$ bo'lib, tok manba kuchlanishi bilan faza jihatidan ustma-ust tushadi.

Shunday qilib, $\omega=\omega_0$ nuqtasida zanjir xarakteri sig'imdan induktivga o'zgaradi. Energiya isrof bo'lmaydigan ideal ($r=0$) kontur ko'rib chiqilganda, zanjir xarakteri sakrash bilan o'zgarib, ($\omega=\omega_0$) nuqtada siljish burchagi $\varphi_C=-\frac{\pi}{2}$ dan $\varphi_L=\frac{\pi}{2}$ gacha o'zgaradi, ya'ni "faza to'ntarilishi" sodir bo'ladi. Endi tok $I(\omega)$ kuchlanish $U_r(\omega)$ va $U_L(\omega)$ larning zanjir qismlaridagi kuchlanish effektiv qiymati o'zgarmas ($U=\text{const}$) bo'lganda, ularning manba chastotasiga bog'liqligini ko'rib chiqamiz.



6.6-rasm.

Egri chiziq $\underline{Z}(\omega)$ ga binoan (6.5-a rasm) tok:

$$I = U: \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (6.8)$$

chastota $\omega=0$ bo'lganda, $\underline{Z}(0)=\infty$ bo'lgani uchun nolga teng. Noldan boshlab $I(\omega)$ egri chizig'i $\omega=\omega_0$ nuqtada maksimumga erishadi; chunki bu yerda $\underline{Z}(\omega_0) = r$, ya'ni minimaldir. Shundan so'ng $\underline{Z}(\omega) \rightarrow \infty$ (6.6-rasm) tufayli nolgacha monoton kamayib boradi.

Egri chiziq $U_L(\omega)=rI(\omega)$ qandaydir o'zga masshtabda $I(\omega)$ egri chiziqni takrorlaydi va uning maksimumi bo'lganda (rezonans) kirish kuchlanishi U ga teng. Induktivlik va sig'imdagi kuchlanishlar tegishlixa quyidagi funksiyalar bilan ifodalanadi:

$$U_L = \omega L \cdot I = \frac{U \cdot \omega L}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = U_L(\omega); \quad (6.9)$$

$$U_C = \frac{I}{\omega C} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = U_C(\omega); \quad (6.10)$$

chastota $\omega=0$ va $\omega=\infty$ bo'lganda, ularning miqdori tegishlixa $U_L(0)=0$; $U_C(0)=U$ va $U_L(\infty)=U$, $U_C(\infty)=0$ bo'ladi. Buning sababi quyidagicha: $\omega=0$ bo'lganda, tok $I=0$ va manbaning barcha kuchlanishi kondensator C ning qismlariga to'planadi, chunki uning qarshiligi o'zgarmas tok bo'yicha ∞ ga teng. Chastota $\omega \rightarrow \infty$ da tok yana nolgacha kamayib, manbaning kuchlanishi g'altak qismlariga to'planadi, chunki uning

qarshiligi $X_L = \omega L$ cheksiz katta bo'ladi. Rezonans nuqtasida ($\omega = \omega_0$) U_L va U_C kuchlanishlar o'zaro teng va bir-birini kompensatsiyalaydi, chunki $I_{xL} = I_{xC} = I_p$, manbaning kuchlanishi esa aktiv qarshilik r ning qismalarida tushadi. To'liq qarshiligi $\rho > r$ ($Q > 1$ va $d < 1$) bo'lganda, $U_L = U_C > U$ bo'lishi yuqorida aytilgan edi.

Demak, $U_L(\omega)$ va $U_C(\omega)$ funksiyalar ayon ifodalangan maksimumlarga ega bo'lishi kerak. Bu funksiyalar $U_L(\omega)$ va $U_C(\omega)$ ekstremumlarini mavjud shartlaridan aniqlash qiyin emas:

$$\frac{dU_L(\omega)}{d\omega} = 0 \quad (6.11) \quad \frac{dU_C(\omega)}{d\omega} = 0 \quad (6.12)$$

Bu tenglamalarning yechimlari quyidagicha:

$$\omega_L = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{d^2}{2}}} \text{ va } \omega_C = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{d^2}{2}}$$

Demak, $U_L(\omega)$ funksiyaning maksimumi $\omega_L > \omega_0$ va $U_C(\omega)$ funksiyaning maksimumi $\omega_C < \omega_0$ chastotalarga to'g'ri keladi (6.6-rasm).

Agar $d \geq 1$ bo'lsa, $U_L(\omega)$ va $U_C(\omega)$ larning egri chiziqlari monoton xarakterga ega bo'lib, absissalar o'qi bilan $U = \text{const}$ to'g'ri chiziq oralig'iga joylashadi.

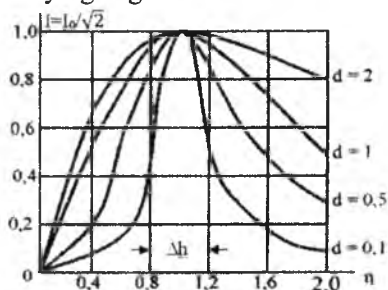
6.6-rasmda keltirilgan $I(\omega)$, $U_r(\omega)$, $U_L(\omega)$ va $U_C(\omega)$ larning bog'lanishlari rezonans zanjirining chastotaviy xarakteristika yoki **rezonans egri chiziqlari** deyiladi.

Muhandislik hisoblashlarda $I(\omega)$ egri chizig'ining chastotaviy xarakteristikasi $I/I_0 = f(\eta)$ ko'proq amaliy ahamiyatga ega, ya'ni tok I o'rniga I/I_0 nisbat, chastota ω o'rniga esa $\eta = \frac{\omega}{\omega_0}$ nisbat olingan (bu yerda $I_0 = \frac{U}{r}$ va $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, u holda,

$$\begin{aligned} \frac{I}{I_0} &= \frac{U}{Z} \cdot \frac{U}{r} = \frac{r}{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{\omega_0 L}{r} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right]^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{d^2} \left(\eta - \frac{1}{\eta}\right)^2}} \end{aligned}$$

6.7-rasmda $0 < d < 2$ qiymatlari uchun qurilgan $I/I_0 = f(\eta)$ chastotaviy xarakteristikalar berilgan. Egri chiziqlarning shakli faqat konturning so'nishiga bog'liqligi grafikdan ko'rinib turibdi. **Konturning so'nishi** qanchalik katta bo'lsa, $I/I_0 = f(\eta)$ egri chiziq shunchalik yotiq bo'ladi va aksincha, konturning so'nishi d kichik bo'lganda (yoki Q katta bo'lgan-

da), rezonans egri chiziqlarning tikligi birmuncha ortadi, ya'ni chastotaning o'zgarishiga tokning reaksiyasi keskinroq bo'ladi. Bu hollarda rezonans ayon ifodalangan bo'lib, U_L va U_C kuchlanishlar miqdori jihatidan manba kuchlanishidan keskin farq qiladi. Bu tebranish konturini manbaning umumiy chastotalari spektridan birorta aniq chastotaga sozlaganda muhim ahamiyatga ega.



6.7-rasm.

6.1-misol. Parametrlari $r=0,5 \text{ Om}$, $L=0,01 \text{ g}$ va $C=10^{-4} \Phi$ bo'lgan zanjirda (6.4-a rasm) kuchlanishlar rezonansi mavjud. Zanjirga berilayotgan kuchlanishning effektiv qiymati $U=1 \text{ V}$. Zanjir elementidagi tok va kuchlanish manba tokining chastotasi, zanjirning to'liq qarshiligi. Konturning asillik koeffitsiyenti (Q) va so'nish (d) aniqlansin.

$$I_0 = \frac{U}{r} = \frac{1}{0,5} = 2A$$

Zanjirning g , L va C elementlaridagi kuchlanishlar tegishlixa:

$$U_r = I \cdot r = 2 \cdot 0,5 = 1V$$

$$U_L = I x_L = I \cdot \omega_0 L = I \cdot \rho = 2 \sqrt{\frac{0,01}{10^{-4}}} = 20 B U_C = U_L = 20 V$$

Manba tokining chastotasi:

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-2} \cdot 10^{-4}}} = 10^3 \text{ rad/s}$$

Tebranish konturining to'liq qarshiligi:

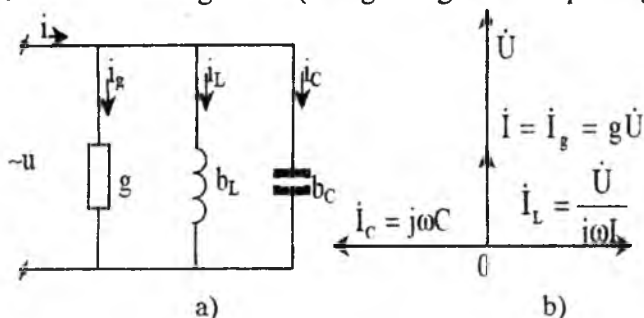
$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{10^2} = 10 \text{ Om}$$

Tebranish konturining sarxillik koeffitsiyenti va so'nishi tegishlixa:

$$Q = \frac{\rho}{r} = \frac{10}{0,5} = 20, d = \frac{\rho}{Q} = 0,05$$

6.4. R, L va C elementlari parallel ulangan zanjirda rezonans (toklar rezonansi)

O'tkazuvchanliklari tegishli g , $b_L = 1/\omega L$ va $b_C = \omega C$ bo'lgan aktiv, induktiv va sig'im tarmoqlardan tuzilgan parallel zanjir $u = U_m \sin \omega t$ kuchlanish manbaiga ulangan (6.8-a rasm) deb faraz qilaylik. Zanjirning muvozanat holati tenglamasi (Kirxgofning birinchi qonuniga ko'ra):



6.8-rasm.

$$i = i_g + i_L + i_C \text{ yoki } i = gu + \frac{1}{L} \int u dt + C \frac{du}{dt} \quad (6.13)$$

(6.13) tenglamani kompleks shaklda qayta yozsak:

$$g\dot{U} + \frac{\dot{U}}{j\omega L} + j\omega C\dot{U} = \dot{I} \quad (6.14)$$

Zanjirning kompleks to'la o'tkazuvchanligi:

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = g - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) = g - jb = ye^{-j\varphi}$$

Rezonans sharti bo'yicha butun zanjirning toki I aktiv tarmoqdagi I_g tokka teng:

$$i_g = g\dot{U} = \dot{I}$$

Bu faqat g 'altak va sig'imning reaktiv o'tkazuvchanliklari teng ($b_L = b_C$) bo'lganda, ya'ni $b = \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) = 0$ da mumkin bo'ladi.

U holda $Y = g$ va $\varphi = 0$ bo'ladi.

Demak, rezonans paytida zanjirning tarmoqlanmagan qismidagi tok I manba kuchlanish U bilan faza jihatidan ustma-ust tushadi. Rezonans payti uchun tok va kuchlanishning vektor diagrammasi 6.8-b rasmda berilgan. Elementlari ketma-ket ulangan zanjirdagi kabi, parallel ulangan zanjirda ham rezonans ikki usulda:

a) zanjirning parametrlari L va C o'zgarmas ($L = \text{const}$ va $C = \text{const}$) bo'lsa, manbaning rostlanuvchi chastotasini (ω) tebranish konturining xususiy chastotasi ($\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$) rostlash;

b) tebranish konturining chastotasi ω_0 ni L (yoki S) parametrlaridan birortasini o'zgartirish hisobiga manba chastotasi ω ning qiymatigacha

$$L = \frac{1}{\omega^2 C} \text{ yoki } C = \frac{1}{\omega^2 L}$$

bo'ladigan qilib o'zgartirish usuli bilan hosil qilinadi.

Bunda $\omega = \omega_0$ – rezonans chastotasi.

Rezonans paytida ($b_L - b_C = 0$) bo'lgani uchun zanjirning to'la o'tkazuvchanligi minimal $Y_{\min} = g$ qiymatga erishadi. Bu vaqtda zanjirning manbadan iste'mol qilayotgan toki ham minimal bo'ladi:

$$I_{\min} = I_{\text{rez}} g U$$

Ammo o'zaro kompensatsiyalangan $I_L = U/\omega L$ va $I_C = \omega C U$ reaktiv toklar miqdorlari jihatidan manbadan kelayotgan umumiy tok I dan birmuncha ortib ketishi mumkin. Shuning uchun ham bu hodisa **toklar rezonansi** deb ataladi. Reaktiv o'tkazuvchanlik b_L va b_C lar qanchalik katta bo'lsa, I_L va I_C toklar ham shunchalik katta bo'ladi:

$$b_L = b_C = \frac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C = \sqrt{\frac{C}{L}} = \gamma \left[\frac{1}{\Omega m} \right],$$

bunda γ – rezonansli parallel ulangan zanjirning (tebranish konturining) to'liq o'tkazuvchanligi deyiladi.

$I_{L0} = I_{C0}$ ning $I = I_{\text{rez}}$ dan necha karra kattaligi quyidagi nisbatdan aniqlanadi:

$$Q = \frac{I_{L0}}{I} = \frac{I_{C0}}{I} = \frac{\gamma U}{g U} = \frac{\gamma}{g}$$

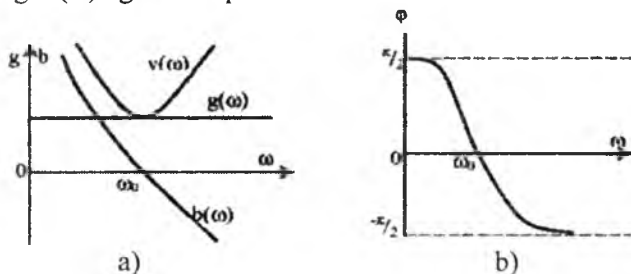
bunda: Q – konturning sarxilligi yoki sifat koeffitsiyenti, unga teskari miqdor $d = \frac{1}{Q} = \frac{g}{\gamma}$ – **konturning so'nishi** deyiladi.

6.5. Parallel ulangan zanjirlarning chastotaviy (rezonansli) xarakteristikalar

6.9-rasmda zanjirning to'la o'tkazuvchanligi u va uning tashkil etuvchilari g va b , shuningdek, faza siljishi burchagi φ ning (manba kuchlanishi o'zgarmas $U = \text{const}$ bo'lganda) o'zgaruvchan chastotaga $\omega = \text{var}$ bog'liqligini ko'rsatuvchi egri chiziqlar berilgan. Egri chiziqli

$y(\omega) = \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$ chastota ω ning 0 dan ∞ gacha o'zgarishidan kelib chiqqan to'g'ri chiziqli $g(\omega)$ va egri chiziqli $b(\omega)$ larning ordinatalarini geometrik qo'shish natijasida olinadi (6.9-a rasm). Aktiv o'tkazuvchanlik g ning qiymati manba tokining chastotasiga bog'liq emas (bundan radio chastotali zanjirlar mustasno), ya'ni $g(\omega)$

absissalar o'qidan g masofada joylashgan to'g'ri chiziqdir. Reaktiv o'tkazuvchanlik $b = \frac{1}{\omega L} - \omega C$, $b(0) = \infty$ dan $b(\infty) = -\infty$ gacha o'zgaradi va 6.9-a rasmdagi $b(\omega)$ egri chiziqdan iborat bo'ladi.

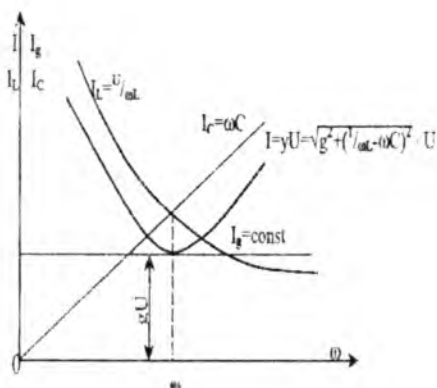


6.9-rasm.

Rezonans paytida ($\omega = \omega_0$ bo'lganda) $\frac{1}{\omega_0 L} - \omega_0 C = 0$ bo'lgani uchun, u nolga teng. Shu tufayli, to'la o'tkazuvchanlik $Y(\omega)$ bilan manba chastotasi orasidagi bog'lanishlar $Y(0) = \infty$, $Y(\omega_0) = g$ va $Y(\infty) = \infty$ tegishli noldir, rezonans va cheksiz katta chastotalarga mos keluvchi uchta xarakterli qiymatga ega. Shunga mos ravishda faza siljishi burchagi φ ham o'zgaradi:

$$\varphi = \arctg \frac{b_L - b_C}{g}$$

va 6.9-b rasmdagi $\varphi(\omega)$ egri chiziqdan iborat bo'ladi. Chastota $\omega = 0$ bo'lganda, zanjir induktiv xarakterga ($\varphi = \pi/2$), $\omega \rightarrow \infty$ da esa sig'im xarakterga ega ($\varphi = -\pi/2$) bo'ladi. Rezonans paytida ($\omega = \omega_0$) zanjir aktiv xarakterga erishadi ($\varphi = 0$), butun zanjirning toki manba kuchlanishi bilan faza bo'yicha ustma-ust tushadi. Kuchlanishlar rezonansi kabi chastotaning $\omega = \omega_0$ nuqtasidan o'tishi zanjir xarakterining o'zgarishi bilan birga sodir bo'ladi. Ammo bunda zanjir induktiv xarakterdan sig'im xarakterga o'tadi. Aktiv o'tkazuvchanlik $g = 0$ bo'lganda (isrofsiz kontur), bu o'tish sakrashsimon bo'ladi. Rezonans nuqtasida ($\omega = \omega_0$) faza siljishi burchagi $\varphi = \pi/2$ dan $\varphi = -\pi/2$ gacha sakrab o'zgaradi, ya'ni faza "to'ntarilishi" sodir bo'ladi. Manba kuchlanishi bilan zanjirning parametrlari o'zgarmas ($U = \text{const}$, $L = \text{const}$ va $C = \text{const}$) bo'lganda va manba chastotasi $\omega = 0 \div \infty$ gacha o'zgarganda olingan $I(\omega)$, $I_g(\omega)$, $I_L(\omega)$ va $I_C(\omega)$ kabi chastotaviy xarakteristikalar (rezonans egri chiziqlari) 6.10-rasmda ko'rsatilgan.



6.10-rasm.

Aktiv o'tkazuvchanlikdagi tok I_g chastotaga bog'liq bo'lmagani tufayli $I_g = \text{const}$ to'g'ri chiziqdır. Induktivlikdagi tok $I_L = U/\omega L$ manba tokining chastotasiga teskari proporsional, ya'ni $\omega=0$ bo'lganda, cheksizlikka teng va $\omega \rightarrow \infty$ dan olg'a tushadi. Sig'imdagi tok $I_c = \omega C U$ chastotaga to'g'ri proporsional bo'lib, uning bog'lanishi to'g'ri chiziq bilan ifodalanadi. O'zining tashkil etuvchilaridan farqli o'laroq, to'la tokning egri chizig'i $I(\omega) = U \cdot \sqrt{g^2 + (1/\omega L - \omega C)^2}$ rezonans nuqtasida $\omega = \omega_0$ chastotaga mos keluvchi ayon ifodalangan minimumga ega $I_{\min} = U \cdot g$; $\omega=0$ va $\omega \rightarrow \infty$ da $I(\omega)$ ning qiymati cheksizlikka intiladi.

6.6. Elementlari ketma-ket va parallel ulangan rezonansli zanjirda energiya ning tebranishi

Tebranish sistemalari rezonans rejimida o'ziga xos xususiyatga ega bo'lib, bu sistemalarning energiya to'plovchi elementlarida (tebranish konturining L va C elementlarida) energiya manbaga qaytarilmasdan, elementlar orasida aylanib yuradi. Bunga zanjirdagi tebranishning bir davri ichida L va C elementlarda oniy quvvatning o'zgarishini ko'rib chiqib, ishonch hosil qilish mumkin. Masalan, elementlari ketma-ket ulangan zanjirda (6.4-a rasm) kuchlanishlar rezonansi ro'y berganda, oniy tok $i = I_m \sin \omega t$ manbaning oniy kuchlanishi $u = U_m \sin \omega t$ bilan faza bo'yicha ustma-ust tushadi. Reaktiv elementlardagi kuchlanishlar quyidagi qonun bilan o'zgaradi:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \omega_0 L I_m \cos \omega_0 t \quad \text{va} \quad u_C = -\frac{I_m}{\omega_0 C} \cos \omega_0 t$$

ya'ni qarama-qarshi fazada bo'ladi. Induktiv va sig'im elementlaridagi oniy quvvatlar tegishlixa quyidagicha bo'ladi:

$$P_L = u_L i = \omega_0 L I_m^2 \sin \omega_0 t \cdot \cos \omega_0 t = \omega_0 L I^2 \sin 2\omega_0 t = U_L I \sin 2\omega_0 t$$

$$P_C = u_C i = \frac{-I_m^2}{\omega_0 C} \sin \omega_0 t \cdot \cos \omega_0 t = \frac{I^2}{\omega_0} \sin 2\omega_0 t = -U_C I \sin 2\omega_0 t$$

Ammo rezonans paytida $U_L = U_C$ bo'lgani uchun istagan vaqtda $P_L + P_C = 0$ bo'ladi. Boshqa tomondan, oniy quvvatlar

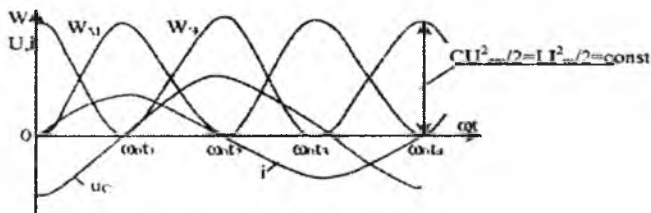
$$p_L = u_L i = Li \frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(L \frac{i^2}{2} \right) = \frac{dw_M}{dt}$$

$$p_C = u_C i = Cu_C \frac{du_C}{dt} = \frac{d}{dt} \left(C \frac{u_C^2}{2} \right) = \frac{dw_3}{dt}$$

Miqdor jihatidan g'altak magnit maydoni $\left[W_M = \frac{Li^2}{2} \right]$ va

kondensatorning elektr maydoniga $\left[W_3 = \frac{Cu_C^2}{2} \right]$ energiyaning kirib kelish

tezligi bilan aniqlanadi. Bu, demak: $\frac{dw_M}{dt} + \frac{dw_3}{dt} = 0$ yoki $w_M + w_3 = \text{const}$, ya'ni maydonlar energiyalarining yig'indisi istagan vaqtda o'zgarmas demakdir. 6.11-rasmda g'altakdagi tok i , sig'imdagi kuchlanish u va induktiv L hamda sig'im C elementlarida to'plangan energiyalar oniy qiymatlarining o'zgarish qonuniyatlari ko'rsatilgan.



6.11-rasm.

Egri chiziq $w_M(t)$ va $w_3(t)$ lardan oniy qiymatlari yig'indisi o'zgarmas ekanligi yaqqol ko'rinib turibdi:

$$w_M + w_3 = \frac{Li_m^2}{2} \sin^2 \omega_0 t + \frac{CU_{cm}^2}{2} \cos^2 \omega_0 t = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{CU_{cm}^2}{2} = \text{Const}$$

chunki chastota $\omega = \omega_0$ da

$$\rho^2 = \frac{L}{C} = \frac{U_C^2}{I^2}, \quad \frac{LI_m^2}{2} = LI^2 = CU_C^2.$$

Kondensatorning elektr maydoni energiyasi $t_0=0$, $t_2=T/2$, $t_4=T$ va h.k. (kuchlanish $u_c(t)$ o'zining amplitudaviy $\pm U_{cm}$ qiymatiga erishgan) vaqt paytlarida maksimumga erishadi, ya'ni $w_{\max}=C \frac{U_{cm}^2}{2}$.

Oniy kuchlanish $u_c(t)$ noldan o'tayotgan paytlarda yuqorida ko'rsatilgan energiya ham nolga teng. G'altakning magnit maydoni energiyasi $t_1=T/4$, $t_3=3T/4$, $t_5=5T/4$ va h.k. vaqt paytlarida, ya'ni $i(t)$ tokning maksimumlarida maksimal ($w_{\max}=L \cdot \frac{I_{\max}^2}{2}$) bo'lib, butun zanjirning oniy toki nolga teng bo'lganda u ham nolga teng (6.11-rasm). Kondensatordagi kuchlanish u_c mutlaq qiymatining kamayib borishi bilan, elektr maydon energiyasi w_3 ham kamaya boshlaydi, ammo w_3 ning kamaya borishi natijasida magnit maydon energiyasi w_M ning ortib borishi bilan bir vaqtda davom etadi va aksincha.

Shunday qilib, tebranish konturining elektromagnit maydon energiyasining yig'indisi $LI^2=CU_c^2=\text{const}$ bo'lib, o'zgarishsiz qoladi, ya'ni energiya goh kondensatorda, goh g'altakda navbatma-navbat to'planadi. Aktiv qarshilikda issiqlikka aylanayotgan energiyaning o'rni manbadan uzluksiz to'ldirilib turiladi. Shunday qilib, butun zanjirning quvvati $P=UI=U_c I=I^2 r$ elementda iste'mol qilayotgan aktiv quvvatga teng.

Parallel tebranish konturida ham energiyaning ayanib yurish qonuniyati yuqorida bayon etilganlardan hech qanday farq qilmaydi.

6.7. Elementlari aralash ulangan zanjirda rezonans hodisalari

Umuman aytganda, rezonans hodisalari tarkibida L va C energiya to'plovchi elementlar (ularning soni va ulanish usulidan, shuningdek, rezistorli elementlarning soni va ulanishidan qat'i nazar) bo'lgan har qanday murakkab zanjirda paydo bo'lishi mumkin. Aralash ulangan rezonansli zanjirlardan eng ko'p tarqalganlari tarzida 6.12-a rasmda berilgan sxemani ko'rib chiqaylik. Bunday zanjirning to'la kompleks qarshiligi:

$$\underline{Z} = \frac{Z_1 Z_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{(r_1 + j\omega L)(r_2 + \frac{1}{j\omega C})}{(r_1 + r_2) + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

Kasrning surat va maxrajini $\left[(r_1 + r_2) - j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \right]$ 1 ga ko'paytirib, murakkab bo'lmagan o'zgarishlar kiritib, quyidagini hosil qilish mumkin:

$$Z = \frac{r_1 \left(r_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \right) + r_2 (r_1^2 + \omega^2 L^2)}{(r_1 + r_2)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} + j \frac{\omega^2 LC \left(r_2^2 - \frac{L}{C} \right) - \left(r_1^2 - \frac{L}{C} \right)}{(r_1 + r_2)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} =$$

$$= r_e + jx_e$$

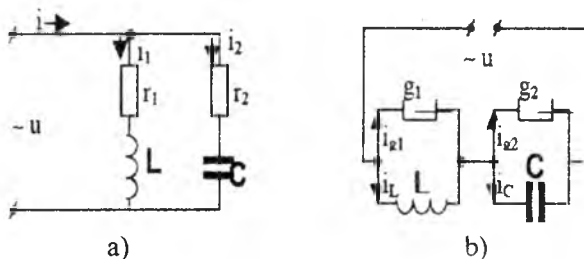
bunda: r_e va X_e – butun zanjirning ekvivalent aktiv va reaktiv qarshiliklari.

Har qanday zanjirda rezonans hosil bo'lishining asosiy belgisi butun zanjirdagi tokning manba kuchlanishi bilan faza bo'yicha ustma-ust tushishidir, shu tufayli ko'rib chiqilayotgan zanjir uchun $X_{\Sigma}=0$ shart bajarilishi lozim, ya'ni;

$$\omega^2 LC \left(r_2^2 - \frac{L}{C} \right) - \left(r_1^2 - \frac{L}{C} \right) = 0$$

Demak, 6.12-a rasmdagi zanjirning rezonans chastotasi quyidagicha bo'ladi:

$$\omega_{rez} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{r_1^2 \frac{L}{C}}{r_2^2 - \frac{L}{C}}} \quad (6.15)$$



6.12-rasm.

Ketma-ket va parallel ulangan oddiy zanjirlardan farqli o'laroq, bu chastota faqatgina energiya to'plovchi L va C elementlarning parametrlariga bog'liq bo'lmasdan, r_1 va r_2 aktiv qarshiliklarga ham bog'liq. Real tebranish konturini hisoblashda buni bilish muhim ahamiyatga ega, chunki ideallashtirilgan zanjirga qanday xususiyat bermaylik, baribir real induktiv g'altak L va sig'im C ideal faza siljishiga ega bo'lmaydi. Amalda har qanday induktivlik simdan o'ralgan g'altak bo'lib, uning aktiv qarshiligi nolga teng emas. $r_1 \neq 0$, shuningdek, real kondensatorning qoplamalari orasidagi har qanday dielektrik biroz bo'lsa-da, aktiv o'tkazuvchanlikka ega ($g_C \neq 0$). Muhandislik hisoblashlarida 6.12-a rasm-

da berilgan zanjirdagi aktiv qarshilik g_2 ni ko'pincha nol deb olinadi, ya'ni $r_2=0$. U holda (6.15) quyidagi ko'rinishga ega:

$$\omega_{rez} = \sqrt{\frac{1 - r_1^2 C : L}{\sqrt{LC}}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r_1^2}{L^2}} \quad (6.16)$$

Aktiv qarshiliklar $r_1 = r_2 = r = \sqrt{\frac{L}{C}}$ bo'lgan holat alohida qiziqish tug'diradi. Tenglik (6.15) bo'yicha rezonans chastotasi $\omega_{rez} = 0$ noaniqlik, ya'ni zanjir manbaning har qanday chastotasida rezonans bo'la oladi. Bu $r_1 = r_2 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ shartiga rioya qilinganda, 6.12-a rasmdagi zanjir chastotasiga bog'liq bo'lmay, aktiv xarakterga ega bo'lishi ta'minlanadi, demakdir.

Bu holda butun zanjirning qarshiligi: $Z_3 = r_3 = r = \sqrt{\frac{L}{C}}$, chunki

$$r_3 = r \frac{\omega^2 L^2 + 2r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}{4r^2 + \omega^2 L^2 - 2\frac{L}{C} + \frac{1}{\omega^2 C^2}} = r \frac{\left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right)^2}{\left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right)^2} = r$$

Agar zanjirning kirish qismlaridagi kuchlanish $U = U$ bo'lsa, u holda butun zanjirdagi tok:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = I_1 e^{-j\varphi_1} + I_2 e^{-j\varphi_2} = \frac{U}{r}$$

Sig'im C dagi kuchlanish:

$$\dot{U}_C = I_2 \frac{1}{\omega C} e^{-j(\varphi_2 + \frac{\pi}{2})}$$

Faza siljish burchaklari φ_1 va φ_2 tegishli:

$$\varphi_1 = \arctg \frac{\omega L}{r} = \arctg \omega \sqrt{LC} \quad \text{va} \quad \varphi_2 = \arctg \left(\frac{1}{r\omega C} \right) = \arctg \left(\frac{-1}{\omega \sqrt{LC}} \right)$$

yoki $tg\varphi_1 = -ctg\varphi_2 = tg\left(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right)$

Demak, $\varphi_1 = \varphi_2 + \frac{\pi}{2}$, ya'ni L induktivlikdan o'tayotgan tok $i_1 = I_1 e^{-j\varphi_1}$ va

C sig'imidagi kuchlanish $\dot{U}_C = \frac{I_2}{\omega C e^{-j(\varphi_2 + \frac{\pi}{2})}}$ fazalari bo'yicha ustma-ust

tushadi. Energetik nuqtayi nazardan, g'altakning magnit maydoni va sig'imning elektr maydonidagi energiyalari bir vaqtda (simfazaviy) ortadi va kamayadi. 6.12-a rasmdagi zanjirning L va C energiya to'plovchi elementlari orasida energiya almashinish jarayoni sodir bo'lmaydi. Manbadan olinayotgan energiya chorak davr davomida

g'altak va kondensatorning elektromagnit maydonlarida to'planib, qisman r_1 va r_2 qarshiliklarda sarflanadi. Keyingi chorak davr davomida ham manbadan o'sha miqdorda energiya olinib, r_1 va r_2 elementlarida sarf bo'ladi. Avvalgi chorak davrda g'altak va kondensatorlarda to'plangan energiyaning bir qismi shu chorak davrda r_1 va r_2 elementlarida sarf bo'ladi. Uchinchi chorak davrda birinchi chorak davridagi energetik jarayon takrorlanadi, to'rtinchi chorak davrda esa ikkinchi chorak davridagi energetik jarayon takrorlanadi va h.k.

6.12-b rasmda berilgan aralash zanjir o'z xarakteri jihatidan 6.12-a rasmdagi zanjir bilan bir xil bo'lib, rezonans holatining tenglamalari yuqorida olinganlarga o'xshashdir. Masalan, ayrim parallel konturning ekvivalent reaktiv qarshiliklari tegishlixa:

$$x_{L3} = b_L: (g_1^2 + b_L^2) = \frac{\omega L}{1 + \omega^2 L^2 g^2}; \quad x_{C3} = \frac{b_C}{g_2^2 + b_C^2} = \frac{\omega C}{g_2^2 + \omega^2 C^2}$$

$$\text{Rezonans sharti } x_{L3} = x_{C3}, \frac{1}{\omega L (g_1^2 + \frac{1}{\omega^2 L^2})} = \frac{\omega C}{g_2^2 + \omega^2 C^2},$$

bundan rezonans chastotasi:

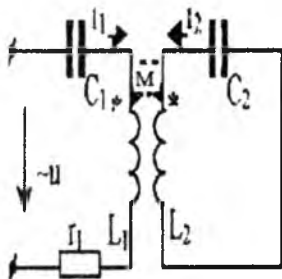
$$\omega_{rez} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\left(g_2^2 - \frac{C}{L}\right) : \left(g_1^2 - \frac{C}{L}\right)} \quad (6.17)$$

qarshiliklari $r_1=r_2=\sqrt{\frac{L}{C}}$ bo'lgan 6.12-a rasmdagi zanjirga xos xususiyatlar

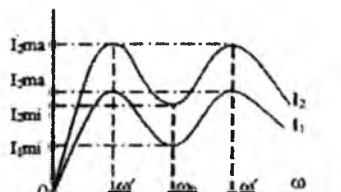
o'tkazuvchanliklari $g_2 = g_1 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ bo'lgan bu zanjirga ham tegishlidir.

6.8. Induktiv bog'langan zanjirlardagi rezonans hodisalari

Transformatorning yuklangan rejimdagi vektor diagrammasiga (6.19-rasm) ko'ra, zanjirning kirish qismlaridagi tok bilan kuchlanish orasidagi faza siljish burchagi, ikkilamchi zanjirdagi yuklamaning xarakteriga bog'liq holda musbat ($\varphi_1 > 0$) yoki manfiy ($\varphi_1 < 0$) bo'lishi mumkin. Demak, ikkilamchi zanjir parametrlarini $Z_{kir}=R_{kir}$, $X_{kir}=0$ va $\varphi_1=0$ qilib tanlash mumkin. Reaktiv qarshilik $X_{kir}=0$ bo'lishi uchun induktiv bog'langan ikkala konturdan birortasida C_1 (yoki C_2) sig'im bo'lishi kerak. Tahlil qilish qulay bo'lishi uchun ikkilamchi zanjirda isrof ($r_H=0$) yo'q: bo'ylama sig'im kompensatsiya esa ikkala g'altakda ham bor, deb faraz qilamiz (6.13-a rasm).



a)



b)

6.13-rasm.

Rezonans shartidan zanjirning kirish qismida $x_{kir} = x_1 \cdot \frac{x_M^2}{x_{II}} = 0$ ga ega bo'lamiz. Ammo $x_I = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}$; $x_M = \omega M$ va $x_{II} = \omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}$ bo'lgani uchun $\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{\omega^2 M^2}{\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}} = 0$ yoki

$$\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right) \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) = \omega^2 M^2 \quad (6.18)$$

bo'ladi. Agarda L_1 va C_b L_2 hamda C_c parametrlarini ixtiyoriy deb olsak, (6.18) ning ω ga nisbatan yechimi murakkab rezonansni ifodalovchi $a\omega^4 + b\omega^2 + c = 0$ bikvadrat tenglama bilan bog'langan bo'ladi. Endi amaliy ahamiyatga ega xususiy hollarni ko'rib chiqamiz.

Birinchi hol. Sig'im. $C_2=0$ da rezonansga C_1 ni rostlash yo'li bilan erishiladi. U holda xususiy rezonans quyidagi chastotada hosil bo'ladi:

$$\omega_{rez} = \frac{\omega_{01}}{\sqrt{1 - K_{bog}^2}}$$

bunda: $\omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ – kontur $L_1 - C_1$ ning xususiy tebranish chastotasi; $\dot{U}_L = j\omega \dot{L}I$ – bog'lanish koeffitsiyenti.

Ikkinchi hol. Sig'im $C_1=0$ da rezonansga C_2 ni rostlash yo'li bilan erishiladi. Endi xususiy rezonans $\omega_{rez} = \frac{\omega_{02}}{\sqrt{1 - K_{bog}^2}}$ da ro'y beradi;

bunda: $\omega_{02} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$ – kontur $L_2 - C_2$ ning xususiy tebranish chastotasi.

Ikkala holda ham rezonans nuqtasida toklar maksimumga erishadi:

$$I_{1max} = \frac{U_1}{r_1} \quad \text{va} \quad I_{2max} = \frac{U_1 \omega M}{r_2 x_2}$$

Uchinchi hol. Sig'imlar $C_1 \neq 0$ va $C_2 \neq 0$, ammo $L_1 - C_1$ va $L_2 - C_2$ konturlarning xususiy tebranish chastotalari o'zaro teng:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$

U holda manbaning chastotasi $\omega = \omega_0$ bo'lganda, $X_{kir} = -\infty$ va $I_1 = 0$ bo'ladi. Real zanjirlarda $r_2 \neq 0$ bo'lgani tufayli, I_1 va I_2 toklar nolga teng bo'lmay, tegishli I_{1min} va I_{2min} – minimal qiymatlarga erishadi (6.13-b rasm). Agar $\omega \neq \omega_0$ chastotada $X_{kir} = 0$ shartga erishilsa, zanjirda

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 \pm K_{bog}}},$$

yoki $\omega' = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+K_{bog}}}$, $\omega'' = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-K_{bog}}}$ chastotalarda kuchlanishlar rezonans hodisasi sodir bo'ladi. Tok I_1 va I_2 larning manba chastotasiga bog'liqligi 6.13-b rasmda ko'rsatilgan. Bunda:

$$I_{1max} = \frac{U_1}{r_1} \text{ va } I_{2max} = \frac{\omega M U_1}{r_1 x_2}$$

6.9. Elektr zanjirlardagi rezonanslarning amaliy ahamiyati

Yuqorida bayon etilganlarga ko'ra, kuchlanish va toklar rezonansi-ning sababi – manba o'zgaruvchan tok I chastotasi tebranish konturining xususiy tebranishlar chastotasi bilan mos tushganda ulardagi reaktiv kuchlanish va toklar tebranish amplitudalarining ortishidir. Demak, L va C parametrlarida rostlanadigan tebranish konturidagi rezonansdan aniq chastotali signallarni kuchaytirish uchun foydalanish mumkin. Xuddi ana shu xususiyatga yagona zanjirda birlashib ishlayotgan turli chastotali signallardan (toklardan) kerakli chastotali signalni ajratib olish prinsipi asoslangan. Shunga ko'ra, barcha radio va televizion priyomniklarning kirish qismlarida tashqi antenna bilan ulangan tebranish konturi bor. Bu antenna radio va televizion stansiyalar tarqatayotgan elektromagnit to'lqinlar maydoniga joylashib, priyomnikning $L-C$ tebranish konturidagi induktivlikda e.yu.k. hosil qiladi. Parametr C ni (yoki L va C ni bir vaqtda) bir tekis (radio priyomniklarda) yoki pog'onali (televizorlarda) rostlab, tebranish konturining xususiy tebranishlar chastotasi yoki aniqrog'i, tanlangan stansiyaning chastotasiga moslanadi. Bu, rezonans hodisasi hisobiga, priyomnikda qabul qilinayotgan stansiyaning signalini oldindan kuchaytirib beradi. So'ngra signal maxsus elektron kuchaytirgichlar yordamida yana ham kuchaytirilib hamda halaqit beruvchi

o'zga signallardan "tozalanib", priyomniklarning chiqish qismlariga tovush yoki tasvir tarzida beriladi.

Ko'p kanalli uzoq masofali telefon aloqasida ham kuchlanishlar rezonansi hodisasi asos qilib olingan. Bunda uzatilayotgan tovush signallari chastotalarning amplitudasi o'zgarish qonuniyati bo'yicha o'zgaruvchi (eltuvchi) chastotalarga ega bir necha tok bir juft simdan yuboriladi. Informatsiya qabul qilinayotgan joyida yuborilayotgan signal (tok)lar tegishli "eltuvchi" chastotalarga sozlangan alohida rezonans konturlariga kiradi va halaqit beruvchi yot signallardan "tozalanib", o'zlarining kanallari bo'yicha tegishli abonentning telefon apparatiga beriladi. Kuchlanishlar rezonansi hodisasi 50 Gts chastotali elektr tarmoqlarining ayrim qismlarida ham sodir bo'lishi mumkin. Bu holda induktiv g'altak rolini har xil transformatorlar (reaktorlar), kondensator rolini esa uzatgich simlar oralig'idagi sig'im, kabellarda uning simlari orasidagi sig'im, kabelning o'zi bilan yer orasidagi sig'im bajaradi. Bunday hollarda rezonans hodisasi o'ta kuchlanish hosil qilib, elektr tarmoqning nominal kuchlanishiga mo'ljallangan elektr apparatlar, mashinalar va sistemalarning boshqa elementlari buzilishiga sabab bo'ladi. Rezonansning oldini olish uchun xususiy tebranishlar chastotasida hosil bo'ladigan tebranish konturining "sozini buzish" maqsadida, elektr tarmoqlariga sun'iy ravishda reaktiv qarshiliklar va o'tkazuvchanliklar kiritiladi.

Aksincha, toklar rezonansi hodisasi esa elektr sistemalarining ishlashi uchun birmuncha qulay bo'lib, energiya manbalarining quvvat imkoniyatidan to'la foydalanishga yordam beradi. Toklar rezonansida reaktiv energiya faqat L va C elementlar orasida sirkulyatsiyalanib, shunga ko'ra, "manba" – "iste'molchi" uzatish liniyasini qo'shimcha toklar bilan yuklamaydi. Masalan, quvvati $P=600$ kVt va quvvat koeffitsiyenti $\cos\varphi=0,8$ bo'lgan induktiv xarakterli bir fazali iste'molchi $U_{nom}=3$ kV nominal kuchlanishda $I_{nom}=25$ A tok iste'mol qilayotgan bo'lsin. Agar uning reaktiv quvvati parallel ulangan C sig'im bilan kompensatsiyalansa, butun qurilmaning quvvat koeffitsiyenti $\cos\varphi=1$ gacha ko'tarilib, avvalgi foydali quvvat $I_H=20$ A tok kuchida ham ta'minlanadi. Bu holda iste'molchining ta'minlanayotgan elektr uzatish liniyasi, avvalgi $I_H=25$ A tok bilan endilikda yana qo'shimcha $S_{kush}=3000 \times 5=15$ kVA foydali quvvatni uzata oladi. Shunday qilib, toklar rezonansi (yoki reaktiv quvvatlarni parallel kompensatsiyalash) hodisasi elektr energiyasi generatorlarining va elektr uzatish liniyalarining (EUL) quvvat manbalaridan to'laroq foydalanish imkoniyatini

beradi. Bu hodisadan amalda keng tarqalgan sinxron kompensatorlar sanoat ahamiyatiga ega bo'lgan energetik qurilmalarning quvvat koeffitsiyenti $\cos\phi$ ni oshirishda ko'proq foydalaniladi.

6.2-misol. Quvvati $P_n=1,65$ kVt bo'lgan bir fazali asinxron yuritgich (motor) $U_H=220$ V nominal kuchlanishli manbaga ulangan. Quvvat koeffitsiyenti $\cos\phi_H = 0,75$ va tarmoq chastotasi $f=50$ Gts bo'lgan ushbu qurilma toklar rezonansi rejimida ($\cos\phi=1$) ishlashi uchun motorga parallel qanday sig'imli kondensator ulash kerak?

Yechish: Motorning manbadan iste'mol qilayotgan toki:

$$I_H = P_H : (U \cdot \cos\phi_H) = 1650 : (220 \cdot 0,75) = 10 \text{ A}$$

Sig'imdagi tokka teng bo'lgan ($I_C=I_p$) yuritgichning kompensatsiyalanadigan reaktiv toki:

$$I_p = I_H \cdot \sin\phi_H = 10 \cdot 0,66 = 6,6 \text{ A.}$$

Kondensatorning qarshiligi:

$$x_c = \frac{U_H}{I_p} = \frac{220}{6,6} = 33,3 \text{ Ohm}$$

Burchak chastota $\omega = 2\pi f = 314$ rad / s da kondensatorning sig'imi quyidagicha:

$$C = \frac{1}{\omega x_c} = \frac{1}{314 \cdot 33,3} = 95,5 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 95,5 \text{ mkF}$$

7.1. Ko'p fazali o'zgaruvchan tok zanjirlari haqida tushuncha

Iste'molchi manbadan uzoq masofada bo'lganda, elektr energiyasini uzatish uchun boshlang'ich b fazalari turlicha, ammo chastota hamda amplitudalari bir xil bo'lgan bir nechta o'zgaruvchan e.yu.k. manbalarini yagona sistemaga birlashtirish ancha samarali bo'ladi. Bunday o'zgaruvchan tok elektr zanjirlarining yig'indisi **ko'p fazali elektr sistemasi** deyiladi. 7.1-a rasmda $e_1, e_2, \dots, e_m$ e.yu.k. larning ko'p fazali sistemasi ko'rsatilgan. Ularning har biri o'zlarining avtonom $z_1, z_2, \dots, z_m$ iste'molchilariga borish va qaytish simlari orqali ulangan hamda tegishli generatorlarning boshlang'ich ($\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m$) va oxirgi ($O_1, O_2, \dots, O_m$) qismlariga tutashtirilgan. Bunday ko'p fazali sistema **bog'lanmagan sistema** deyilib, energiyani iste'molchiga uzatish uchun 2 m-ta liniya simi kerak bo'ladi. Aksincha, 7.1-b rasmda ko'rsatilgan e.yu.k. larning ko'p fazali sistemasi **bog'langan sistema** deyiladi. Bu holda e.yu.k. manbalarining sistemasi bilan iste'molchi $(m+1)$ ga liniya simlari yordamida bog'langan. Bunda $(m+1)$ sim **"neytral sim"** deb ataladi.

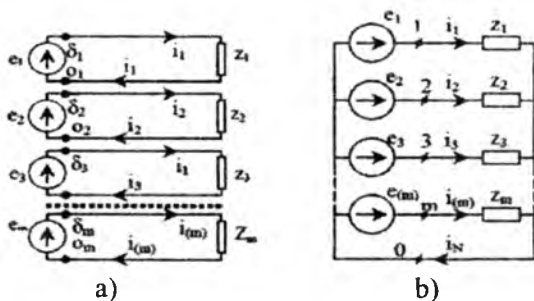
Umumiy holda ko'p fazali sistema e.yu.k. (yoki tok) manbalaridan tuzilgan bo'lib, bir xil chastotali tok hosil qilgan holda bir-birlaridan amplituda va boshiang'ich fazalari bilan farq qiladi. Bunday sistema **ko'p fazali nosimmetrik sistema** deb ataladi. Agar umumiy ko'p fazali sistemaga kiruvchi e.yu.k. lar bir xil amplitudalarga ega bo'lib, har bir keyingi e.yu.k. e_k oldingisi $e_{(k-1)}$ ga nisbatan faza bo'yicha $\frac{2\pi}{m}q$ burchakka siljigan bo'lsa, u holda bunday e.yu.k.larning sistemasi **simmetrik sistema** deb ataladi (bunda $q=1,2,\dots,m$ – ayrim e.yu.k.lar fazalarining almashinish tartibi). Masalan, m -fazali e.yu.k.larning simmetrik sistemasi $q=1$ uchun (fazalarning to'g'ri ketma-ketligi) quyidagicha:

$$\begin{aligned} e_1 &= E_m \sin \omega t, \\ e_2 &= E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{m} \right), \\ e_3 &= E_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{m} \right), \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

$$e(m) = E_m \sin \left[\omega t - \frac{2\pi}{m}(m-1) \right] = E_m \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{m} \right)$$

yoki kompleks shaklda

$$\dot{E}_1 = E, \quad \dot{E}_2 = E e^{-j\frac{2\pi}{m}}, \quad \dot{E}_3 = E e^{-j\frac{4\pi}{m}}, \dots \dots \dots, \quad \dot{E}_{(m)} = E e^{-j\frac{2\pi}{m}}$$



7.1-rasm.

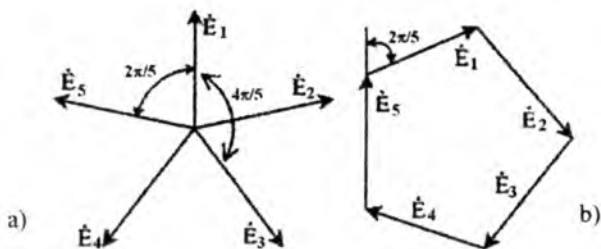
Ya'ni har bir keyingi e.y.u.k. oldingisiga nisbatan $\frac{2\pi}{m}$ burchakka orqada qolgan bo'ladi. Shunday qilib, 7.1-b rasmdagi ko'p fazali zanjirning har bir tarmog'i o'zining iste'molchisi bilan avtonom e.y.u.k. manbaiga ega bo'lib, uning tok kuchi boshqa tarmoqlarning na parametrlariga va na undagi e.y.u.k ning miqdoriga bog'liq. Ayrim tarmoqlarning e.y.u.k.lari faqat boshlang'ich fazalari bilan farq qilgani uchun, ular faza e.y.u.k.lari deb, tarmoqlaridagi toklar esa **faza toklari** deb ataladi. Ko'p fazali sistemalardagi avtonom manba va iste'molchisi bo'lgan tarmoqlar ko'pincha **faza** deb ataladi. Bu holda ko'p fazali sistemaning fazasi deyilganda, e.y.u.k.larning (yoki toklarning) vektorlari orasidagi faza siljishi tushunilmasdan, shu sistemani tashkil etuvchi ayrim zanjir (tarmoq) lar tushuniladi.

Ko'p fazali simmetrik sistemalar uchun faza e.y.u.k.larining yig'indisi nolga teng ekanligini ko'rsatish mumkin (7.1-b rasm), ya'ni

$$\sum_{k=1}^m e_k = 0 \text{ yoki } \sum_{k=1}^m \acute{E}_k = 0,$$

chunki bu miqdorlarning vektorlari yig'indisi nolga teng bo'lgan m-nurli simmetrik yulduzni tashkil etadi (7.2-a rasm). Besh nurli simmetrik yulduzning vektorlari (faza e.y.u.k.lari) $\acute{E}_1, \acute{E}_2, \dots, \acute{E}_5$ bir-birlari bilan qo'shilib, yopiq (muntazam) beshburchaklik hosil qiladi (7.2-b rasm), demak,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m=5} \acute{E}_k &= \acute{E}_1 + \acute{E}_2 + \acute{E}_3 + \acute{E}_4 + \acute{E}_5 = \\ &= E \left(1 + e^{-j\frac{2\pi}{5}} + e^{-j\frac{4\pi}{5}} + e^{-j\frac{6\pi}{5}} + e^{-j\frac{8\pi}{5}} \right) = 0 \end{aligned}$$



7.2-rasm.

Faza e.yu.k.laridan farqli bo'lgan tarzda, ko'p fazali simmetrik sistemasining faza toklari bir-biridan o'zlarining amplituda miqdorlari, hamda boshlang'ich fazalari bilan farq qilishi mumkin. Bu ayrim faza iste'molchilarining parametrlariga bog'liq bo'lib, umumiy holda $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots + \dot{I}_{(m)} = \sum_{k=1}^m \dot{I}_k \neq 0$ bo'ladi.

Shu sababli 7.2-b rasmdagi zanjir uchun $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots + \dot{I}_m = \dot{I}_0$, ya'ni faza toklarining yig'indisi neytral simdagi tokka teng.

Agar $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \dots = \underline{Z}_m = \underline{Z}_{yuk} e^{j\varphi_{10}}$ bo'lsa, faza toklari ham o'zlarining oniy miqdorlari bilan simmetrik sistema hosil qiladi:

$$i_1 = I_m \sin(\omega t - \varphi_{yu}),$$

$$i_2 = I_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{m} - \varphi_{yu}\right)$$

$$\dots \dots \dots$$

$$i_{(m)} = I_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{m} - \varphi_{yu}\right)$$

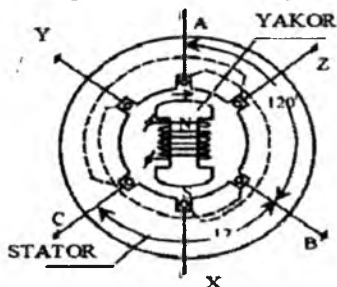
va ularning yig'indisi nolga teng bo'ladi. Neytral simdagi tok $I_0 = 0$ bo'lgani tufayli, m-fazali simmetrik sistemada generatorlar iste'molchilarga m-ta sim bilan ulanishi mumkin.

7.2. Uch fazali o'zgaruvchan tok sistemasi

Ko'p fazali sistemaning amalda eng ko'p tarqalgani sinusoidal o'zgaruvchan uch fazali tok sistemasidir. Uch fazali sistemaga asos qilib, uch fazali generator olingan (7.3-rasm). Bu generator ichiga uchta bir fazali generator joylashtirilgan sinxron elektr mashinadir. Mashina pazlariga generatorning uchta chulg'ami (fazalari) - A, B va C joylashtirilgan qo'zg'almas silindrik statordan va ω burchak tezlik bilan aylanuvchi rotor (elektromagnit) dan iborat. Mashinaning ishlash prinsipini o'rganish qulay va ayon bo'lishi uchun generatorning har bir fazasi statorning diametral qarama-qarshi pazlariga joylashtirilgan bo'-

lib, bitta o'ram hosil qiluvchi juft simlar tarzida ko'rsatilgan. Statorning old tomonida har bir o'ram simlarining uchlari tegishli generator ayrim fazalarining boshlanish (A,B,C) va oxirgi (x,y,z) uchlarini tashkil etadi. Statorning orqa tomonida esa yarim o'ramlar tashqi simlarga ulangan (bu 7.3-rasmda punktir chiziqli bilan ko'rsatilgan). Bunda ayrim fazalarning o'ramlari shunday joylashtirilganki, B fazaning o'ram tekisligi A fazaning o'ram tekisligiga nisbatan (soat strelkasi bo'yicha) 120° , C fazaning o'ram tekisligi esa B fazaning o'ram tekisligiga nisbatan o'sha yo'nalishda 120° ga faza bo'ylab siljigan.

Generatorning fazalarida faza chulg'amlarini rotor bilan aylanayotgan o'zgarmas (rotorni magnitlab turuvchi o'zgarmas tok hosil qiluvchi) magnit oqimni kesib o'tishi natijasida e.yu.k. hosil bo'ladi. Rotorning chulg'ami w ikkita kontakt halqa va grafit cho'tka yordamida tashqi o'zgarmas kuchlanish manbaiga ulanadi. Bunday konstruksiyali mashina



7.3-rasm.

har bir fazada elektromagnit miqdorining tebranishi bir xil chastota va amplituda bo'lishini ta'minlaydi, chunki rotorning to'la bir marta aylanishi ayrim fazalardagi e.yu.k. ning to'la siqqlik (sinusoida qonuni bo'yicha) o'zgarishi bir davr T ga teng vaqtda sodir bo'ladi. Ammo generatorning fazalaridagi (chulg'amlardagi) e.yu.k. ning oniy miqdori rotorning fazaviy o'rni, biror chulg'am (o'ram) bilan ilashgan magnit oqimning yo'nalishi va miqdori bilan aniqlanadi. Agar rotorning fazaviy o'rniga A fazadagi e.yu.k.ning maksimumi to'g'ri kelsa, B fazada e.yu.k.ning xuddi shunday maksimumiga rotorning uchdan bir marta aylanishidan (yoki $T/3$ vaqtdan) keyin erishiladi (7.3-rasm).

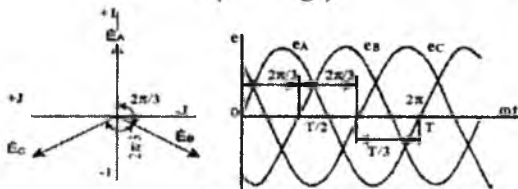
Shunga o'xshash C fazada ham e.yu.k.ning maksimumi yana uchdan bir davr $2T/3$ dan so'ng hosil bo'ladi. Shunday qilib, A,B,C fazalarda e.yu.k.ning o'zgarishi sinusoida qonuni bo'yicha sodir bo'lsa, ularni tasvirlovchi sinusoidalar ham vaqt bo'yicha $T/3$ qadar siljigan

bo'lad (7.4-rasm). Faza e.y.u.k. larining vektorlari simvolik (kompleks) shaklda quyidagicha yoziladi:

$$\dot{E}_A = E, \quad \dot{E}_B = E e^{-j\frac{2\pi}{3}}, \quad \dot{E}_C = E e^{-j\frac{4\pi}{3}}$$

Fazalardagi oniy e.y.u.k.lar tegishli:

$$e_A = E_m \sin \omega t, \quad e_B = E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right); \quad e_C = E_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$



7.4-rasm.

Uch fazali zanjirni tahlil qilishda ko'pincha A faza – birinchi faza, B faza – ikkinchi faza, C faza – uchinchi faza deb olinadi, u holda:

$$e_1 = E_m \sin \omega t,$$

$$e_2 = E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$e_3 = E_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

yoki kompleks shaklda

$$\dot{E}_1 = E, \quad \dot{E}_2 = E e^{-j\frac{2\pi}{3}} \quad \text{va} \quad \dot{E}_3 = E e^{-j\frac{4\pi}{3}}$$

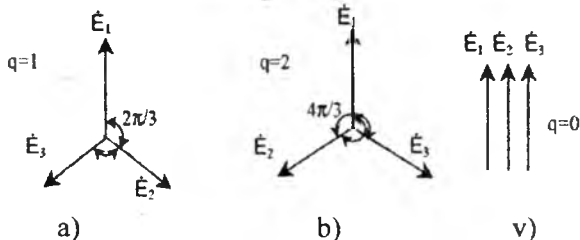
bo'lad (bunda va bundan keyin A,B,C fazalar tegishli 1, 2 va 3 raqamlar bilan belgilanadi).

Yuqorida ko'p fazali simmetrik sistema e.y.u.k. (kuchlanish, toklar) vektorlari sistemasidan iborat ekanligi to'g'risida ta'rif berilganidek, har bir keyingi vektor oldingisidan $\frac{2\pi}{m}$ q burchakka orqada qoladi (m – fazalar soni; $q=0,1,2,3,\dots,m$).

Shu nuqtayi nazardan uch fazali simmetrik sistemani, ayrim faza elektr miqdorlari vektorlarining o'zaro joylashuviga ko'ra, uch xil ketma-ketlikdagi sistemaga ajratish mumkin. Boshqacha aytganda, fazalarning almashinish tartibi q ning qiymatiga bog'liq. Masalan, $q=1$ bo'lganda, fazalardagi e.y.u.k. lar maksimumdan quyidagi tartib nomerlari bo'yicha o'tadi (1,2,3; 1,2,3 va h.k.) (7.5-a rasm), $q=2$ bo'lganda, teskari tartibda boradi (1, 3, 2; 1, 3, 2 va h.k.) (7.5-b rasm) va nihoyat, $q=3$ bo'lganda (yoki $q=0$ da) faza e.y.u.k.larining vektorlari mos tushadi (7.5-

v rasm). Bu vektorlarning simmetrik sistemasi tegishliha “to‘g‘ri, teskari va nol ketma-ketlikdagi sistemalar” deb ataladi.

Vektorlarni kompleks shaklda qisqa yozish uchun “fazaviy ko‘paytiruvchi” deb ataladigan $a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$ belgilash kiritiladi. U holda:



7.5-rasm.

a) to‘g‘ri ketma-ketlik uchun: $q=1$

$$\dot{E}_1 = E, \quad \dot{E}_2 = a^2 \cdot E \quad \text{va} \quad \dot{E}_3 = a \cdot E$$

b) teskari ketma-ketlik uchun: $q=2$

$$\dot{E}_1 = E, \quad \dot{E}_2 = a \cdot E \quad \text{va} \quad \dot{E}_3 = a^2 \cdot E,$$

bunda: $a = e^{j2\pi/3}$, $a^2 = e^{j4\pi/3}$, $a^3 = e^{j2\pi} = 1$, $a^4 = a = e^{j2\pi/3}$ va h.k. Shu ma‘noda: $a + a^2 + a^3 = 0$ yoki $1 + a + a^2 = 0$.

Shunday qilib, vektorlarni a ga ko‘paytirish, uni soat strelkasi yo‘nalishda $2\pi/3$ burchakka burish degan ma‘noni bildiradi; a^2 ga ko‘paytirish esa, uni o‘sha yon‘alishda $4\pi/3$ burchak yoki teskari yo‘nalishda ($-2\pi/3$) burchakka burish demakdir.

Xuddi shunga o‘xshash amalni har qanday boshqa (kuchlanish, tok va h.k.) vektorlarning uch fazali simmetrik sistemasi bilan ham bajarish mumkin.

7.3. Uch fazali zanjirlarni ulash usullari.

"Yulduz-yulduz" shaklida ulash

Uch fazali sistemada generatorlarni va iste‘molchilarni ulash usuli iste‘molchi fazasining nominal kuchlanish qiymati, ya‘ni energiya iste‘molchisining normal ish rejimini ta‘minlovchi kuchlanish bilan aniqlanadi. 7.6-a rasmda nol simli "yulduz-yulduz" usulida ulash ko‘rsatilgan. Bunda uch fazali generatorning har bir fazasi iste‘molchining faza qarshiligi bilan bevosita bog‘lanishda bo‘ladi. Generator chulg‘amlari yulduz shaklida ulanganda uning boshlang‘ich qismlari (A, B va C) tegishliha 1-, 2- va 3-liniya simlariga ulanadi. Oxirgi (x,y,z) qismlarini

esa yagona 0 tugunga, shuningdek, yerga ulash mumkin. Bu hol faza e.yu.k. larining miqdorlari uch fazali iste'molchining faza qisınlaridagi kuchlanishga (yoki ulash simlarining qarshiligini hisobga olish kerak bo'lganda) taxminan teng deyish mumkin bo'lgan hol uchun yaroqlidir. Agar ulash (liniya va neytral) simlarining qarshiligi nolga teng deb hisoblansa, u holda yuklama qarshiliklaridagi faza kuchlanishlarining effektiv qiymatlari U_1 , U_2 va U_3 tegishlicha fazalar e.yu.k.larining E_1 , E_2 va E_3 effektiv qiymatlariga teng. Bu kompleks shaklda quyidagicha yoziladi:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \dot{E}_1 = E_\Phi, \\ \dot{U}_2 &= \dot{E}_2 = E_\Phi e^{\frac{-2\pi}{3}}, \\ \dot{U}_3 &= \dot{E}_3 = E_\Phi e^{j\frac{2\pi}{3}}\end{aligned}$$

Shunday qilib, generator va iste'molchining neytral nuqtalari (neytrallari): 0 va 0' ni yagona tugunga ulash uch fazali iste'molchida kuchlanishning fazalari bo'yicha simmetrik taqsimlanishini ta'minlaydi, ya'ni

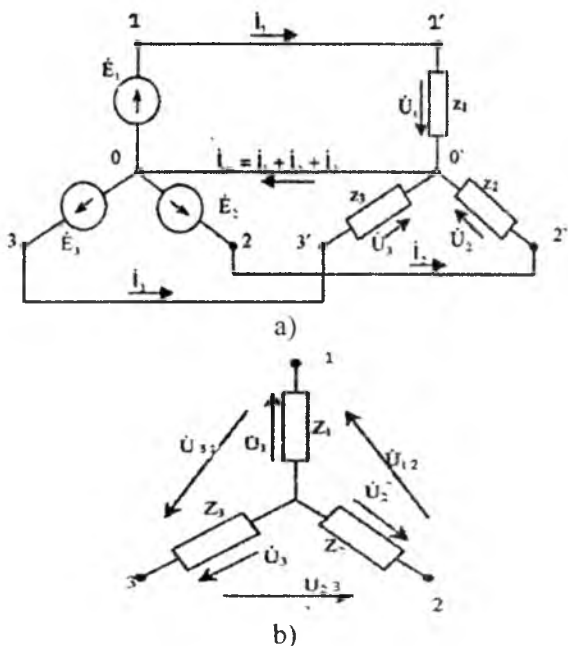
$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}_3 = \dot{U}_\Phi$$

bu yerda $\dot{U}_\Phi = E_\Phi$.

1', 2' va 3' tugunlarning har biri bilan iste'molchining 0' neytrali orasida sodir bo'lgan (7.6-a rasm) $\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$ va $\dot{U}_3$ faza kuchlanishlaridan tashqari, yana 1', 2' va 3' tugunlaridan istagan ikkitasining orasida hosil bo'luvchi (7.6-b rasm) $\dot{U}_{12}$, $\dot{U}_{23}$ va $\dot{U}_{31}$ liniya kuchlanishlari sodir bo'ladi. Liniya kuchlanishlari faza kuchlanishlarining ayirmasi hisoblangani uchun, faza kuchlanishlaridan o'zlarining miqdorlari va yo'nalishi jihatidan farq qiladi.

Faza kuchlanishlarining ($\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$ va $\dot{U}_3$) vektorlari 7.6-a rasmda ko'rsatilgani bo'yicha 1', 2' va 3' tugunlardan shartli "nol kuchlanishli" (sistemaning 0 nuqtasi yerga ulanganda) 0' nuqtaga ulangan bo'ladi. Agar $\dot{U}_{12}$, $\dot{U}_{23}$ va $\dot{U}_{31}$ liniya kuchlanishlarining vektorlarini tegishlicha 1' dan 2' ga, 2' dan 3' ga va 3' dan 1' ga yo'nalgan deb qabul qilsak, u holda quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{12} &= \dot{U}_1 - \dot{U}_2 = U_\Phi(1 - a^2) = \sqrt{3}U_\Phi \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) = U_L e^{j\frac{\pi}{6}} \\ \dot{U}_{23} &= \dot{U}_2 - \dot{U}_3 = U_\Phi(a^2 - a) = -j\sqrt{3}U_\Phi = U_L e^{j\frac{\pi}{2}} \\ \dot{U}_{31} &= \dot{U}_3 - \dot{U}_1 = U_\Phi(a - 1) = \sqrt{3}U_\Phi \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) = U_L e^{j\frac{5\pi}{6}}\end{aligned}$$



7.6-rasm.

Yuqoridagi formulalarga ko'ra, $\dot{U}_{12}$, $\dot{U}_{23}$ va $\dot{U}_{31}$ liniya kuchlanishlarining miqdorlari o'zaro teng, shuningdek, $\dot{U}_{12}$, $\dot{U}_{23}$ va $\dot{U}_{31}$, U_{12} , U_{23} va U_{31} vektorlari ham o'zaro $2\pi/3$ burchakka siljigan. Keltirilgan nisbatlarga binoan, uch fazali kuchlanishlarning simmetrik sistemasida liniya kuchlanishi faza kuchlanishidan $\sqrt{3}$ marta katta, ya'ni $U_L = \sqrt{3}U_\Phi$.

Shunga o'xshash munosabatlarni generatorning e.yu.k. vektorlari uchun ham yozish mumkin:

$$\dot{E}_{12} = \sqrt{3}E_\Phi e^{j\frac{\pi}{6}} = E_L e^{j\frac{\pi}{6}}, \quad \dot{E}_{31} = E_L e^{j\frac{5\pi}{6}},$$

$\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$ va $\dot{U}_3$ vektorlarining haqiqiy yo'nalishlariga ko'ra, 7.6-b rasmda qabul qilingan kuchlanishlarning shartli belgilanishi juda qulay deb hisoblash mumkin. Bu esa 7.6-a rasmda ko'rsatilgan vektorlarning o'zaro joylashuvini buzmaydi.

Faza kuchlanishlarining ta'rifidan iste'molchining faza qarshiliklarida $\dot{I}_1, \dot{I}_2$ va $\dot{I}_3$ faza toklari hosil bo'lib, ularning qiymatlari Z_1, Z_2 va Z_3 qarshiliklarning miqdorlariga bog'liq. Umumiy holda faza qarshiliklari modullari va argumentlari jihatidan bir xil bo'lmasligi mumkin. Unda bu toklarning vektorlari quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\dot{U}_1}{Z_1} = \frac{U_\phi}{Z_1} e^{-j\varphi_1} = I_1 e^{-j\varphi_1} \\ I_2 &= \frac{\dot{U}_2}{Z_2} = I_2 e^{-j\frac{2\pi}{3}-j\varphi_2} = I_2 e^{-j(\frac{2\pi}{3}+\varphi_2)} \\ I_3 &= \frac{\dot{U}_3}{Z_3} = I_3 e^{-j(\frac{4\pi}{3}+\varphi_3)} \end{aligned}$$

Bu toklarning yig'indisi esa neytral simda 0' nuqtadan 0 nuqtaga oqib o'tayotgan I_0 tokni hosil qiladi, uning vektori esa $\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$ bo'ladi. Fazalar bo'yicha nosimmetrik yuklama uchun tok va kuchlanishlarning vektor diagrammasi 7.7-a rasmda ko'rsatilgan. Vektor diagrammaga ko'ra, nol simdagi $\dot{I}_0$ tok vektorining yo'nalishi va moduli har bir fazadagi tokning xarakteriga va miqdoriga bog'liq.

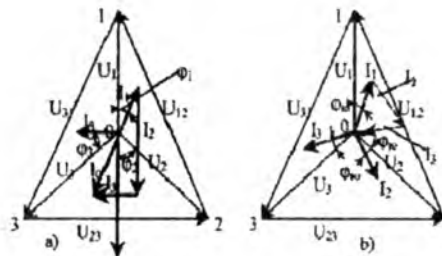
Agar fazalar bo'yicha yuklovchi qarshiliklar Z_1, Z_2 va Z_3 miqdori bir xil bo'lmay, xarakteri jihatidan bir xil bo'lsa (masalan, $0 \leq \varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \varphi_3 \leq \frac{\pi}{2}$), tok I_0 ning moduli doimo eng katta faza tokidan kichik bo'ladi (7.7-a rasm). Bu xususiyatdan amalda uch fazali tokni to'rt simli liniya bilan uzatishda eng ko'p foydalaniladi. Shuning uchun rangli metallarni tejash maqsadida nol sim diametrik faza (liniya) simlariga nisbatan bir oz kichik qilib olinadi.

Agar yuklama fazalar bo'yicha har xil xarakterli bo'lsa (masalan),

$$\varphi_1 = 0, \varphi_2 \cong -\frac{\pi}{2} \text{ va } \varphi_3 \cong \frac{\pi}{2}$$

nazariy jihatdan tok I_0 o'zining miqdori bo'yicha har qanday faza tokidan birmuncha katta bo'lishi mumkin. Fazalar bo'yicha simmetrik yuklama ($Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_{yuk} = Z_{yuk} e^{j\varphi_{yuk}}$) bo'lgan holda, $\dot{I}_1, \dot{I}_2$ va $\dot{I}_3$ faza toklari faza kuchlanishlari vektorlarining simmetrik sistemasini tashkil qiladi, ya'ni

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}_1}{Z_{yuk}} = \frac{U_\phi}{Z_{yuk}} e^{-j\varphi_{yuk}} = I_\phi e^{-j\varphi_{yuk}}; \\ \dot{I}_2 &= \frac{\dot{U}_2}{Z_{yu}} = I_\phi e^{-j(\frac{2\pi}{3}+\varphi_{yuk})} \\ \dot{I}_3 &= \frac{\dot{U}_2}{Z_{yuk}} = I_\phi e^{-j(\frac{4\pi}{3}+\varphi_{yuk})}; \end{aligned}$$



7.7-rasm.

Bu hol uchun qurilgan vektor diagrammada (7.7-b rasm) faza toklarining yig'indisi nolga teng bo'lib, neytral simda tok I_0 bo'lmaydi. Bu esa ana shu uch fazali iste'molchilar guruhlarining elektr energiyasi bilan ta'minlashni faqat uch simli elektr uzatish liniyalari orqali bajarishga imkon beradi va uch simli sistemada bitta liniya simi tejaladi. Uch fazali simmetrik iste'molchilar kategoriyasiga amalda keng tarqalgan uch fazali asinxron dvigatellarni, katta quvvatli (kuchli) transformatorlarni, elektr pechlarni, o'zgaruvchan tokni o'zgarmas tokka aylantiruvchi to'g'rilagichlarni va boshqalarni kiritish mumkin.

Uch fazali tokni to'rt simli liniya bilan uzatishdan asosan, elektr yoritish tarmoqlarini, maishiy korxonalarni va turar joylarni elektr energiyasi bilan ta'minlashda foydalaniladi. Uch fazali manbani uch fazali iste'molchi bilan "yulduz-yulduz" usulida ulashda liniya simlaridagi toklar (liniya toklari) bir vaqtda iste'molchilarning faza toklari hisoblanadi, ya'ni $I_L = I_\phi$.

7.4. Uch fazali iste'molchini "uchburchak" shaklida ulash

Uch fazali iste'molchi "uchburchak" shaklida ulanganda, faza qarshiliklarning boshi va oxiri tegishlicha uch fazali generatordan kelayotgan liniya simlarining 1'-2', 2'-3', 3'-1' qismlariga ulanadi (7.8-rasm). Endi generator chulg'amlarini ulash usulidan qat'i nazar, iste'molchi tomonidan faqat liniya U_{12} , U_{23} va U_{31} kuchlanishlarining sistemasi hosil bo'ladi. Bu kuchlanishlar bir vaqtda uch fazali yuklamaning faza kuchlanishlari ham hisoblanadi. Agar e.y.u.k. va liniya simlarining qarshiliklari hisobga olinmasligi mumkin bo'lsa, yuklama qarshiliklari ($Z_{12} \neq Z_{23} \neq Z_{31} \neq 0$) ning istalgan qiymatida liniya (faza) kuchlanishlarining simmetriyasi saqlanadi. Iste'molchining fazalari bo'yicha yuklama nosimmetrikligi faqat generator ayrim fazalarining quvvat bo'yicha

turlicha yuklanishiga olib keladi. Iste'molchilarni "uchburchak" usulida ulashning yana bir afzalligi shundaki, iste'molchi manbaga faqat uchta sim bilan ulanadi. E.yu.k.lari

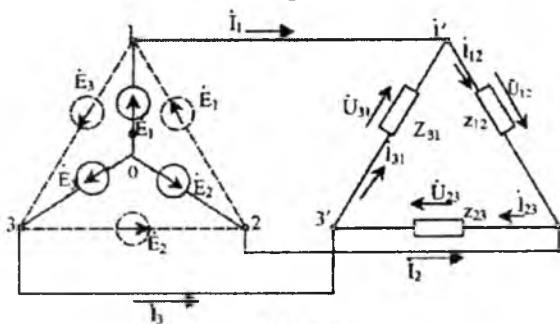
$$\dot{E}_1 = E_{1m}, \quad \dot{E}_2 = E_{2m}e^{-j\frac{2\pi}{3}}, \quad \dot{E}_3 = E_{3m}e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

bo'lgan generatorning chulg'amini ulash usuli iste'molchining faza qarshiligi qanday nominal kuchlanishga (U_{fnom}) mo'ljallanganligiga bog'liq. Agar $U_L = G = \sqrt{3}U_\phi$ bo'lsa, generatorning chulg'ami (fazalari) yulduz shaklida ulanadi (7.8-rasm yo'g'on chiziqlari).

Agar uch fazali iste'molchining faza kuchlanishi faza e.yu.k. ga teng, ya'ni $U_{\phi\text{Nom}} = E_\phi$ bo'lsa, u holda generator fazalari "uchburchak" shaklida ulanadi (7.8-rasm punktir chiziqlari). Zanjirlarning tahlilini osonlashtirish maqsadida generatorning 1, 2 va qismlari orasidagi liniya kuchlanishlarini "simmetrik sistemaning fazalari" deb hisoblaymiz. Bu sistemalardan iborat bo'lib,

$$\dot{U}_{12} = \dot{U}_L = \dot{U}_\phi, \quad \dot{U}_{23} = U_\phi e^{-j\frac{2\pi}{3}} \text{ va } \dot{U}_{31} = U_\phi e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

ularning vektorlaridan teng tonionli uchburchaklik hosil bo'ladi (7.9-a rasm). 7.8-rasmdagi zanjirning ulanish sxemasiga ko'ra, iste'molchilarning $\dot{I}_{12}$, $\dot{I}_{23}$ va $\dot{I}_{31}$ faza toklari Kirxgofning birinchi qonuniga

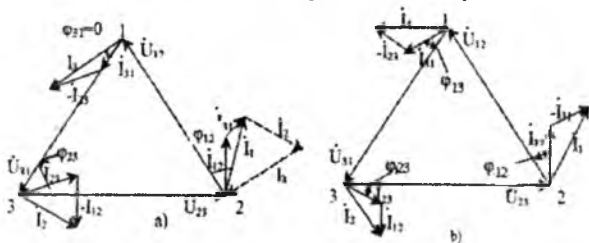


7.8-rasm.

ko'ra, liniya simlaridagi $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ va $\dot{I}_3$ toklar (liniya toklari) bilan quyidagicha bog'langan bo'ladi: $\dot{I}_1 = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31}$, $\dot{I}_2 = \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12}$, $\dot{I}_3 = \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23}$, ya'ni liniya toklarining geometrik yig'indisi har doim nolga teng. Bu esa generator fazalari yulduz usulida ulanganda, 0 tugundagi toklarning balansidan ham kelib chiqadi. Bu xulosaga yana $\underline{Z}_{12}$, $\underline{Z}_{23}$ va $\underline{Z}_{31}$ qarshiliklarni "uchburchak" shakldan $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ va $\underline{Z}_3$ qarshiliklardan iborat ekvivalent "yulduz" shakliga almashtirish bilan ham kelish mumkin.

Bu holda hosil bo'lgan nolinchi tugunda $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$ shartga rioya qilinadi.

7.9-b rasmda uch fazali sistemaning fazalari bo'yicha



7.9-rasm.

nosimmetrik yuklama ($Z_{12} \neq Z_{23} \neq Z_{31}$) holati uchun tok va kuchlanishlarning vektor diagrammasi ko'rsatilgan. Uchburchakning tomonlarini tashkil etuvchi tarmoqlaridagi toklar, ya'ni faza toklari tegishlicha

$$\dot{I}_{12} = \frac{\dot{U}_{12}}{Z_{12}}, \quad \dot{I}_{23} = \frac{\dot{U}_{23}}{Z_{23}} \quad \text{va} \quad \dot{I}_{31} = \frac{\dot{U}_{31}}{Z_{31}},$$

bo'lib, bir-biridan miqdorlari hamda fazalari jihatidan farq qiladi. Agar iste'molchining har bir fazasining qarshiligi $Z_{yuk} = Z_{yu} e^{j\varphi_{yu}}$ bo'lsa, faza toklari o'zaro teng bo'ladi, ya'ni

$$\dot{I}_{12} = \dot{I}_{23} = \dot{I}_{31} = \dot{I}$$

Bu faza toklarining vektorlari esa simmetrik sistemani tashkil etadi:

$$\dot{I}_{12} = I_{\phi} e^{-j\varphi}; \quad \dot{I}_{23} = I_{\phi} e^{-j(\varphi_{yu} + \frac{2\pi}{3})}; \quad \dot{I}_{31} = I_{\phi} e^{-j(\varphi_{yu} - \frac{2\pi}{3})}$$

yoki 7.9-b rasmda tasvirlangan vektor diagrammadan

$$\dot{I}_{12} = I_{\phi} e^{-j\varphi_{yu}}; \quad \dot{I}_{23} = a^2 \dot{I}_{12} \quad \text{va} \quad \dot{I}_{31} = a \dot{I}_{12} \quad \text{bo'lib,}$$

bu vektorlarning yig'indisi nolga teng, chunki

$$\dot{I}_{12} + \dot{I}_{23} + \dot{I}_{31} = (1 + a^2 + a) \cdot I_{\phi} e^{-j\varphi_{yu}} = 0$$

Liniya toklari $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ va $\dot{I}_3$ ning vektorlari simmetrik yulduz tashkil qiladi, chunki

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31} = I_{\phi} e^{-j\varphi} (1 - a) = \sqrt{3} I_{\phi} e^{-j(\varphi + \frac{5\pi}{6})} = I_L e^{-j(\varphi + \frac{\pi}{6})}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12} = I_{\phi} e^{-j\varphi} (a^2 - 1) = I_L e^{-j(\varphi + \frac{5\pi}{6})}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23} = I_{\phi} e^{-j\varphi} (a - a^2) = I_L e^{-j(\varphi + \frac{\pi}{2})}$$

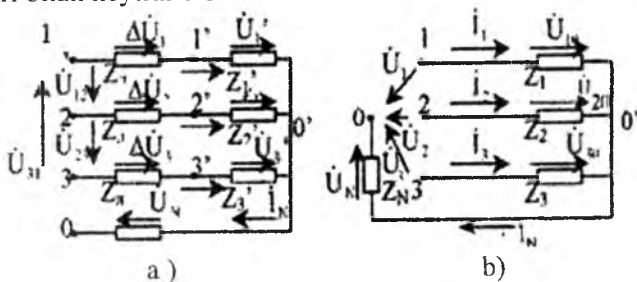
Bunga ko'ra, yuklama simmetrik bo'lganda, liniya simlaridagi toklar miqdor jihatidan o'zaro teng bo'lib, ularning vektorlari faza bo'yicha bir-biriga nisbatan $2\pi/3$ burchakka siljiydi, chunki liniya tokining

miqdori faza tokidan $\sqrt{3}$ marta katta: $I_L = \sqrt{3}I_\phi$, ammo shu bilan bir vaqtda $U_L = U_\phi$.

7.5. To'rt simli uch fazali nosimmetrik yuklamali zanjirni hisoblash

7.10-a rasmda fazalarida yuklama qarshiliklari Z_1' , Z_2' va Z_3' bo'lgan uch fazali zanjir sxemasi ko'rsatilgan. Fazalardagi yuklama qarshiliklari liniya simlarining Z_L qarshiliklari orqali "yulduz" usulida uch fazali generatorning 1, 2 va 3-fazalariga ulanadi. Iste'molchining nol ($0'$) nuqtasi generatorning 0 neytrali bilan ulovchi neytral simning qarshiligi Z_N ga teng. Bu hisoblashdan maqsad, generatorning qismlaridagi kuchlanish ma'lum bo'lganda, zanjir tarmoqlaridagi toklarning va zanjir qismlaridagi kuchlanishning taqsimlanishini aniqlashdir.

Zanjirni tahlil qilish qulay bo'lishi uchun, uch fazali generatorning kuchlanishlarini simmetrik va liniya simlarining qarshiliklarini esa, o'zaro teng deb qabul qilamiz. Birinchi shartga ko'ra, generatorning 1, 2 va 3-fazalari bilan neytral 0 orasida ta'sir etuvchi faza kuchlanishlari



7.10-rasm.

$$\dot{U}_1 = U_\phi, \quad \dot{U}_2 = U_\phi e^{-j\frac{2\pi}{3}}, \quad \dot{U}_3 = U_\phi e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

bo'ladi. Demak, liniya bosh qismlaridagi liniya kuchlanishi:

$$\dot{U}_{12} = \sqrt{3}U_\phi e^{j\frac{\pi}{6}} = \dot{U}_L e^{j\frac{\pi}{6}}, \quad \dot{U}_{23} = \dot{U}_{12} e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \dot{U}_L e^{-j\frac{\pi}{2}},$$

$$\dot{U}_{31} = \dot{U}_{12} e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \dot{U}_L e^{-j\frac{5\pi}{6}}$$

Zanjir tahlilini boshlashdan avval uni soddalashtirish maqsadida har bir faza uchun $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_L + \underline{Z}_1'$, $\underline{Z}_2 = \underline{Z}_L + \underline{Z}_2'$ va $\underline{Z}_3 = \underline{Z}_L + \underline{Z}_3'$ yig'indi qarshiliklarni hosil qilib, 7.10-b rasmdagi zanjirga almashtiramiz.

Endi $0'$ tugun uchun Kirxgofning birinchi qonuniga binoan:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \dot{I}_N \quad (7.1)$$

Kirxgofning ikkinchi qonuniga binoan (faza-neytral konturlar bo'ylab):

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{10} + \dot{U}_N \quad (7.2)$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{20} + \dot{U}_N \quad (7.3)$$

$$\dot{U}_3 = \dot{U}_{30} + \dot{U}_N \quad (7.4)$$

Fazalardagi toklar tegishli:

$$\dot{I}_1 = Y_1 \dot{U}_{10}, \quad \dot{I}_2 = Y_2 \dot{U}_{20} \quad \text{va} \quad \dot{I}_3 = Y_3 \dot{U}_{30},$$

bo'lgani uchun, (7.2), (7.3) va (7.4) tenglamalarni hisobga olgan holda, (7.1) tenglamaning o'rniga quyidagini yozish mumkin:

$$Y_1(\dot{U}_1 - \dot{U}_N) + Y_2(\dot{U}_2 - \dot{U}_N) + Y_3(\dot{U}_3 - \dot{U}_N) = Y_N \dot{U}_N \quad (7.5)$$

bunda: $Y_1 = 1/Z_1$, $Y_2 = 1/Z_2$ va $Y_3 = 1/Z_3$ – fazalarning kompleks o'tkazuvchanliklari, $Y_N = 1/Z_N$ – neytral simning to'la kompleks o'tkazuvchanligi, (7.5)-tenglikka ko'ra, 0 va 0' nuqtalar orasidagi kuchlanish vektori yoki neytral simdagi kuchlanish siljishining vektori quyidagicha bo'ladi:

$$\dot{U}_N = \frac{Y_1 \dot{U}_1 + Y_2 \dot{U}_2 + Y_3 \dot{U}_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_N} \quad (7.6)$$

Endi $\dot{U}_{10} = \dot{U}_1 - \dot{U}_N$, $\dot{U}_{20} = \dot{U}_2 - \dot{U}_N$ va $\dot{U}_{30} = \dot{U}_3 - \dot{U}_N$ nisbatlardan $\dot{U}_{10}$, $\dot{U}_{20}$ va $\dot{U}_{30}$ kuchlanishlarni aniqlash qiyin emas. Yuklama qarshiliklardagi faza kuchlanishlari tegishli:

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z_1 = Y_1 Z_1 \dot{U}_{10}, \quad \dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2 = Y_2 Z_2 \dot{U}_{20} \quad \text{va} \quad \dot{U}_3 = Y_3 Z_3 \dot{U}_{30}$$

Liniya simlaridagi kuchlanishlarning kamayishini (isrofini) zanjir qismi uchun Om qonuniga binoan:

$$\Delta \dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z, \quad \Delta \dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z \quad \text{va} \quad \Delta \dot{U}_3 = \dot{I}_3 Z$$

deb aniqlash mumkin yoki Kirxgofning ikkinchi qonuniga binoan:

$$\Delta \dot{U}_1 = \dot{U}_{10} - \dot{U}_1, \quad \Delta \dot{U}_2 = \dot{U}_{20} - \dot{U}_2.$$

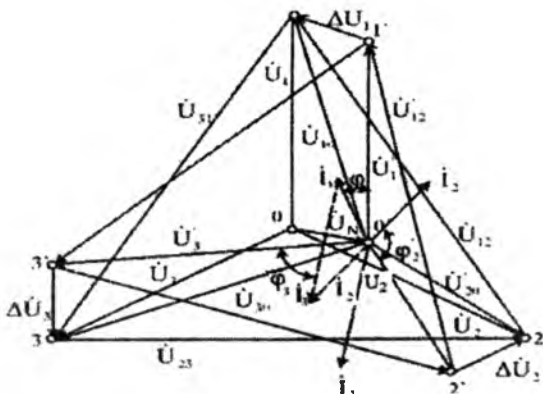
7.11-rasmda neytral simning to'la qarshiligi bo'lib, zanjir iste'molchilarining faza qarshiliklari

$$Z_1 = z_1 e^{j\varphi_1} \left(\frac{-\pi}{2} < \varphi_1 < 0 \right)$$

$$Z_2 = z_2 e^{j\varphi_2} \left(\varphi_2 = \frac{-\pi}{2} \right)$$

$$Z_3 = z_3 e^{j\varphi_3} (\varphi_3 < 0)$$

sig'im xarakteriga va liniya simlarining qarshiliklari $Z_L = Z_L e^{j\varphi_L} (\varphi_L > 0)$ induktiv xarakterga ega bo'lgan hol uchun tok va kuchlanishlarning vektor diagrammasi ko'rsatilgan. Bu hol amaliy jihatdan katta ahamiyatga ega bo'lib, nosimmetrik yuklamada neytral simning uzilib, tez-tez bo'lib turadigan avariya holatini aks ettiradi. Bu holda yuklamalardagi faza kuchlanishlarining assimetriyasi eng katta bo'ladi.



7.11-rasm.

Topografik deb ataladigan bu diagrammadan yuklamaning faza qarshiliklarining eng noqulay (z_1' : z_2' : z_3') nisbatlarida ularning xarakterlari bir xil bo'lsa ham, 0 nuqta uchburchaklik 1-2-3 ning ichida holatini ko'rish mumkin. Bunda faza kuchlanishlari $\dot{U}_1\dot{U}_2$ va $\dot{U}_3$ o'z miqdorlari jihatidan doimo generator liniya kuchlanishidan kichik bo'ladi. z_1' : z_2' va z_3' qarshiliklarni shunday tanlash mumkinki (masalan, $(\varphi_2' < \varphi_3' > 0)$), natijada yuklamaning neytrali 0' uchburchaklik 1-2-3 ning tashqarisiga chiqib qoladi. Bu yuklamaning bitta (yoki ikkita) faza kuchlanishi generatorning liniya kuchlanishidan katta bo'lishiga olib keladi. Bunday hollarda neytral simning uzilishiga sira yo'l qo'yib bo'lmaydi.

Yana tekshirilayotgan zanjirning ikkita xarakterli ish rejimiga to'xtab o'tamiz.

1. Uch fazali yuklama simmetrik, ya'ni $\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 = \underline{Y}_3 = \underline{Y}_{yu}$, ammo $\underline{Y}_n \neq 0$.

2. Uch fazali yuklama nosimmetrik, neytral simning qarshiligi esa $z_N = 0$ ($\underline{Y}_N = \infty$).

(7.6)-ifodaga ko'ra, ikkala holda ham $\dot{U}_N = 0$, ya'ni $\dot{U}_{10} = \dot{U}_1$, $\dot{U}_{20} = \dot{U}_2$ va $\dot{U}_{30} = \dot{U}_3$ yoki iste'molchining fazalaridagi $U_1' = U_2' = U_3' = U_{TM}$ kuchlanishlari bir xil.

Birinchi holda faza kuchlanishlarining simmetriyasi neytral simning qarshiligiga bog'liq emas, chunki $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$. Ikkinchi holda faza kuchlanishlarining simmetriyasi aynan $z_N = 0$ bo'lgani tufayli ta'minlanadi, chunki $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \dot{I}_N \neq 0$.

7.6. Uch fazali zanjirdagi o'zgaruvchan tok quvvati va uni o'lchash usullari

Umumiy holda uch fazali nosimmetrik zanjirning k-fazasidagi oniy quvvat quyidagicha aniqlanadi:

$$p_k = u_k i_k = \sqrt{2} U_{\phi k} \sin(\omega t + \psi_k) \sqrt{2} I_{\phi k} (\omega t + \psi_k - \varphi_k) \\ = U_{\phi k} I_{\phi k} [\cos \varphi_k - \cos(\omega t + \psi_k - \varphi_k)]$$

bunda: U_{mk} va I_{mk} - k - faza toki va kuchlanishining effektiv qiymatlari; ψ_k - kuchlanishning boshlang'ich fazasi; φ_k esa U_{mk} va I_{mk} orasidagi faza siljishi burchagi. Ana shu fazadagi quvvatning o'rtacha yoki aktiv qiymati quyidagicha bo'ladi:

$$P_k = \frac{1}{T} \int_0^T u_k i_k dt = U_{\phi k} I_{\phi k} \cdot \cos \varphi_k$$

Butun zanjirning quvvati ayrim fazalar quvvatlarining yig'indisiga teng:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = U_{\phi 1} I_{\phi 1} \cos \varphi_1 + U_{\phi 2} I_{\phi 2} \cos \varphi_2 + U_{\phi 3} I_{\phi 3} \cos \varphi_3$$

Simmetrik bo'lganda:

$$U_{\phi 1} = U_{\phi 2} = U_{\phi 3} = U_{\phi}, \quad I_{\phi 1} = I_{\phi 2} = I_{\phi 3} = I_{\phi}$$

bo'lib, butun zanjirning quvvati esa: $P = 3P_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi$

Bu quvvatni kuchlanish va tokning liniya qiymatlari orqali ifodalasak,

a) "yulduz" usulida ulash uchun:

$$P_Y = 3 \frac{U_{\phi}}{\sqrt{3}} I_{\phi} \cos \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi$$

b) "uchburchak" usulida ulash uchun:

$$P_{\Delta} = 3 U_{\phi} \frac{I_{\phi}}{\sqrt{3}} \cos \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi$$

ya'ni quvvatning butun sistema uchun bunday ko'rinishidagi formulasi "yulduz" va "uchburchak"lik usullarida ulash uchun bir xil.

Uch fazali simmetrik sistemaning to'la va reaktiv quvvatlari xuddi shunga o'xshash ifodalanishi mumkin:

$$S = 3S_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} = \sqrt{3} U_L I_L,$$

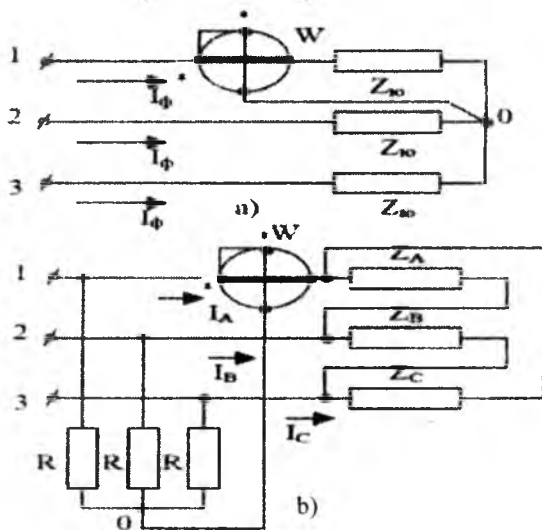
$$Q = 3U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi$$

Yuqorida qayd qilinganlarga ko'ra, bir fazali zanjirlarning oniy quvvati ikkilangan chastota 2ω bilan tebranuvchi tashkil etuvchilar $P = UI \cos(2\omega t - \varphi)$ ga ega. Bundan farqli o'laroq, uch fazali simmetrik zanjirning oniy quvvati vaqt t ga bog'liq bo'lmay, quyidagicha aniqlanadi:

$$P = \sum_1^3 u_k i_k = 3U_\phi I_\phi \cos\varphi = P - \text{const}$$

Chunki yig'indining quyidagi tashkil etuvchilari nolga teng, ya'ni:

$$\sum p_{\approx} = U_\phi I_\phi \left[\cos(2\omega t - \varphi) + \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \right] = 0$$

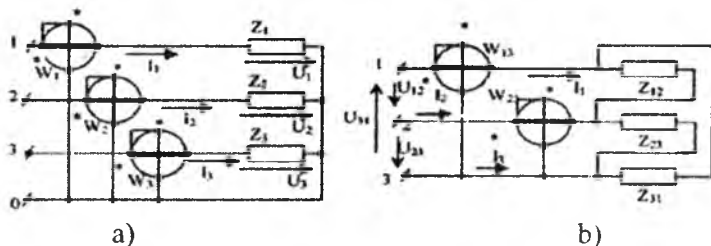


7.12-rasm.

Bunday sistemalar “muvozanatlashgan sistemalar” deyiladi. Bularga ikki fazali ortogonal simmetrik sistemadan tashqari, $m > 2$ bo‘lgan barcha m -fazali sistemalar ham kiradi. 7.12-a rasmda nolli “yulduz” usulda ulangan uch fazali simmetrik zanjirning quvvatini o‘lchash sxemasi ko‘rsatilgan. Bir fazali vattmetr W ning tok chulg‘ami, ampermetr kabi, fazalardan birortasiga ketma-ket, kuchlanish chulg‘ami esa shu fazaning kuchlanishiga parallel (masalan, 7.12-a rasmda ko‘rsatilganidek, 1-faza bilan 0 orasiga) ulangan. Vattmetrning ko‘rsatishi shu fazaning U_ϕ kuchlanishiga, I_ϕ tokiga va $\cos\varphi_{yu}$ quvvat koeffitsiyentiga proporsional bo‘ladi. Butun zanjirning quvvatini aniqlash uchun o‘lchangan $P_\phi = U_\phi I_\phi \cos\varphi$ quvvatni uchga ko‘paytirish kifoya. Amalda manba tomonda neytral simsiz simmetrik sistema tez-tez uchrab turadi.

Yuklama “uchburchak” (7.12-b rasm) yoki noli tashqariga chiqarilmagan “yulduz” usulida ulanishi mumkin.

Bunday hollarda vattmetr uchun 0 sun’iy ravishda olinishi mumkin. Buning uchun uchta bir xil va katta qiymatli R qarshilikni “yulduz” usulida ulab, faqat o’lchash paytidagina ulanadigan qo’shimcha zanjir hosil qilinadi.



7.13-rasm.

7.13-a rasmda nolli “yulduz” usulida ulangan uch fazali nosimmetrik yuklamaning quvvatini o’lchash sxemasi ko’rsatilgan. Bunday sxemada har bir fazaning quvvati alohida W_1 , W_2 va W_3 vattmetrlar yordamida o’lchanadi. Butun zanjirning quvvati uchala vattmetr ko’rsatishining yig’indisiga teng bo’ladi, ya’ni $p=p_1+p_2+p_3$. Quvvatni bunday o’lchash usuli **uch vattmetr usuli** deyiladi.

Endi, yuklamalarni ulash usulidan qat’i nazar, uch fazali zanjirning quvvatini ikkita vattmetr yordamida ham o’lchash mumkinligini ko’rib chiqaylik. Haqiqatdan ham uch fazali manbaning oniy quvvatlari yig’indisi (7.13-b rasm) quyidagicha bo’ladi:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = u_{11}i_1 + u_{22}i_2 + u_{33}i_3$$

bunda: u_1 , u_2 va u_3 – generator faza kuchlanishlarining oniy qiymatlari; i_1 , i_2 va i_3 – sistemaning liniya simlaridagi oniy toklar.

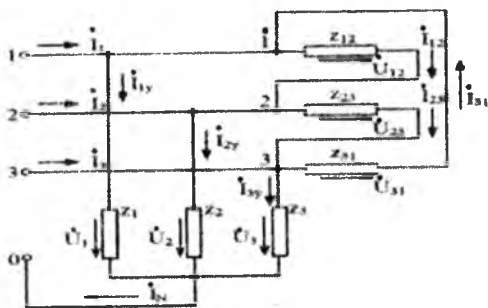
Neytral sim bo’lmaganda, liniya toklarining yig’indisi doimo nolga teng $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ bo’lgani uchun, quvvat p ifodasidan tok i_3 ni tushirib qoldirib, quyidagiga ega bo’lamiz:

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 (-i_1 - i_2) = (u_1 - u_3) i_1 + (u_2 - u_3) i_2 = u_{13} i_1 + u_{23} i_2$$

Bu demak, tok chulg’amlari i_1 va i_2 liniya toklari bilan ta’minlanayotgan ikkita vattmetrning tegishli kuchlanish chulg’amlari u_{13} va u_{23} liniya kuchlanishlariga ulangan bo’lsa, bu vattmetrlar butun zanjirning quvvatini o’lchay oladi (7.13-b rasm). Umuman aytganda, vattmetrlar tok bo’yicha istalgan ikkita fazaga ulangan bo’lib, kuchlanish chulg’amlari o’z fazasidan tashqari toki vattmetrdan o’tmayotgan fazaga (liniya simiga) ulanishi kerak. Quvvatni o’lchashning bunday usuli **ikkita vattmetr usuli** deyiladi. O’lchashning bayon etilgan sxemalari faqat uch

simli sistemaning faza iste'molchilari ixtiyoriy ulangan nosimmetrik (yoki simmetrik) yuklamasi uchun foydalaniladi. Amalda o'z ichiga ikkita vattmetr joylashtirilgan yagona konstruksiyali uch fazali vattmetrlar ko'proq ishlatiladi. Bunday uch fazali vattmetr ikkita tok chulg'ami (g'altak) bilan ikkita kuchlanish chulg'amiga egadir.

7.1-misol. Liniya kuchlanishi $U_L=380$ V bo'lgan simmetrik uch fazali generatorga tegishli noli simli "yulduz" va "uchburchak" usulida ikki grupp iste'molchilarning faza qarshiliklari quyidagicha: $Z_1=55$ Om, $Z_2=(33-j44)$ Om, $Z_3=(44+j33)$ Om, $Z_{12}=Z_{23}=Z_{31}=Z_\Delta=38e^{j\frac{\pi}{6}}$ Om (liniya va neytral simlarning qarshiliklari e'tiborga olinmaydi). Butun sistemaning to'la, aktiv va reaktiv quvvatlari aniqlansin.



7.14-rasm.

Yechish: Generator faza kuchlanishlarining komplekslari:

$$\dot{U}_1 = 220B, \dot{U}_2 = 220e^{-j\frac{2\pi}{3}}V \text{ va } \dot{U}_3 = 220e^{j\frac{2\pi}{3}}V,$$

chunki

$$U_\phi = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220V$$

Zanjirning kirish qismlaridagi liniya kuchlanishlarining komplekslari esa:

$$\dot{U}_{12} = 380e^{j\frac{\pi}{6}}, \dot{U}_{23} = 380e^{-j\frac{\pi}{2}} \text{ va } \dot{U}_{31} = 380e^{j\frac{5\pi}{6}}$$

"Uchburchak" usulida ulangan iste'molchilarning faza toklari:

$$\dot{I}_{12} = \frac{\dot{U}_{12}}{Z_\Delta} = \frac{380e^{-j\frac{\pi}{6}}}{38e^{j\frac{\pi}{6}}} = 10A,$$

$$\dot{I}_{23} = \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_{\Delta}} = \frac{380e^{-j\frac{\pi}{6}}}{38e^{j\frac{\pi}{6}}} = 10e^{-\frac{2\pi}{3}} A,$$

$$\dot{I}_{31} = \frac{\dot{U}_{31}}{\underline{Z}_{\Delta}} = \frac{380e^{j\frac{5\pi}{6}}}{38e^{j\frac{\pi}{6}}} = 10e^{j\frac{2\pi}{3}} A$$

Yuklamalar iste'mol qilayotgan liniya toklari esa:

$$\dot{I}_{1\Delta} = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31} = 10(1 - a) = 10\left(\frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 10\sqrt{3}e^{-j\frac{\pi}{6}} A,$$

$$\dot{I}_{2\Delta} = \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12} = 10(a^2 - 1) = 10\left(\frac{-3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 10\sqrt{3}e^{-j\frac{5\pi}{6}} A$$

$$\dot{I}_{3\Delta} = \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23} = 10(a - a^2) = 10(0 + j\sqrt{3}) = 10\sqrt{3}e^{+j\frac{\pi}{2}} A$$

"Yulduz" usulida ulangan iste'molchilarning faza (liniya) toklari tegishli:

$$\dot{I}_{1\lambda} = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1} = \frac{220}{55} = 4 A;$$

$$\dot{I}_{1\lambda} = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{55e^{-j53^\circ 10'}} = 4e^{-j66^\circ 50'} A;$$

$$\dot{I}_{2\lambda} = \frac{\dot{U}_3}{\underline{Z}_3} = \frac{220e^{j120^\circ}}{55e^{j36^\circ 50'}} = 4e^{j83^\circ 10'} A;$$

Neytral simdagi tok esa:

$$\begin{aligned} \dot{I}_N &= \dot{I}_{1\lambda} + \dot{I}_{2\lambda} + \dot{I}_{3\lambda} = 4(1 + e^{-j66^\circ 50'} + e^{j83^\circ 10'}) = \\ &= 4(1,513 + j0,07) \cong 6 A \end{aligned}$$

Liniya simlaridagi yig'indi (yoki generatorning faza toklari):

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{1\lambda} + \dot{I}_{2\Delta} = 4 + 17,3e^{-j30^\circ} = 20,8e^{-j24^\circ 30'}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{2\lambda} + \dot{I}_{2\Delta} = -13,42 - j12,33 = 18,3e^{-j133^\circ 30'}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{3\lambda} + \dot{I}_{3\Delta} = 0,48 + j21,26 \approx 21,3e^{j90^\circ}$$

Generatorning fazalari bo'yicha quvvatlarning komplekslari:

$$\begin{aligned} a) \dot{S}_1 &= \dot{U}_1 \dot{I}_1 = 220 \cdot 20,8e^{-j24^\circ 30'} = 4180 - j1900 = \\ &= P_1 - jQ_1 = 4580e^{-j24^\circ 30'} \end{aligned}$$

$$[P_1 = 4,18 \text{ kVt}, Q_1 = 1,9] \text{ kvar (induktiv xarakterli) va } S_1 = 4,58 \text{ kVA};$$

$$\begin{aligned} b) \dot{S}_2 &= \dot{U}_2 \dot{I}_2 = 220e^{j120^\circ} \cdot 18,3e^{-j137^\circ 30'} = \\ &= 4026e^{-j17^\circ 30'} = 3840 - j1208 \end{aligned}$$

$$[P_2 = 3,84 \text{ kVt}, Q_2 = 1,2 \text{ kvar (ind. xar.) va } S_2 = 4,03 \text{ kVA}];$$

$$\begin{aligned} v) \dot{S}_3 &= \dot{U}_3 \dot{I}_3 = 220e^{-j120^\circ} \cdot 21,3e^{j90^\circ} = 4686e^{-j30^\circ} = \\ &= 4060 - j2343 \end{aligned}$$

$[P_3 = 4,06 \text{ kVt}, Q_3 = 2,34 \text{ kvar (ind. xar.) va } S_3 = 4,69 \text{ kVA}]$;

g) Butun zanjirning to'la quvvati:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = 13,3 \text{ kVA.}$$

Butun zanjirning aktiv quvvati:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 12,08 \text{ kVt.}$$

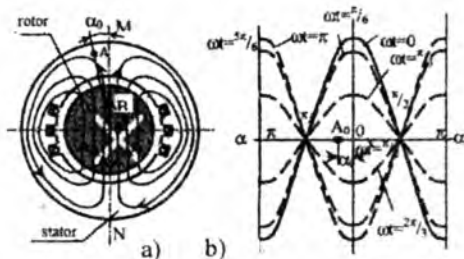
Butun zanjirning reaktiv (induktiv xarakterli) quvvati:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 5,45 \text{ kvar.}$$

7.7. Uch fazali tok yordamida aylanuvchi magnit maydon hosil qilish

Yuqorida aytilganlarga ko'ra (7.2-rasm), o'zgaruvchan tok generatorining ishlash prinsipi uning qo'zg'almas chulg'amlarini aylanma harakatda bo'lgan magnit maydonning kuch chiziqlari kesib o'tganda (elektromagnit induksiya qonuniga binoan) e.yu.k. induktivlanishga asoslangan. Shuningdek, uch fazali tok generatorida elektromagnit (rotor tarzida) o'zining aylanma harakati davomida aylanuvchan magnit maydoni hosil qiladi. Undagi aylanuvchi magnit maydon elektr energiyasiga aylantirilayotgan tashqi mexanik kuch ta'sirida hosil qilinadi. Agar shunday mashinaning stator chulg'amlari uch fazali e.yu.k. manbaiga ulansa, tashqaridan iste'mol qilinayotgan tok hisobiga unda xususiy aylanuvchi magnit maydon hosil bo'ladi. Bu magnit maydon rotorning qo'zg'almas magnit maydoni bilan o'zaro ta'sirlashib, rotorni statorning magnit maydoni yo'nalishida aylanishga majbur etuvchi mexanik kuch hosil qiladi. Bu rejim **yuritgich rejimi** deyilib, barcha elektr mashinalarga xos qaytuvchanlik prinsipiga dahldordir. Sinxron va asinxron o'zgaruvchan tok yuritgichlarining ishlashi ana shu prinsipga asoslangan. Endi bir va uch fazali mashinalarda aylanuvchi magnit maydonining hosil qilinish jarayonini ko'rib chiqaylik.

1. **Pulsatsiyalanuvchi magnit maydon.** 7.15-a rasmda bir fazali o'zgaruvchan tok mashinasi ko'rsatilgan (uni uch fazali mashinaning bir fazasi deb qarash mumkin). Ko'rib chiqilayotgan onda statorning tashqi manbaiga ulangan chulg'amlaridan o'tayotgan tok uning o'ng tomonidagi yarim o'ramlarida kirib borayotgan (krestchalar), chap tomondagi yarim o'ramlarida esa chiqib kelayotgan (nuqtalar) bo'lsin. U holda chulg'amlardan o'tgan tokning magnit maydoni kuch chiziqlari parma qoidasiga binoan, uning o'ng tomonida soat strelkasi, chap tomonida esa soat strelkasiga teskari yo'nalishda bo'ladi.



7.15-rasm.

Agar tashqi sinusoidal tok manbai hosil qilgan magnit induksiyasi $b = B_m \cos \omega t$ qonuniyat asosida o'zgaradi deb qabul qilsak, u holda 7.16-rasmda aks ettirilgan $t=0$ vaqt paytida u B_m ga teng bo'lib, pastdan yuqoriga yo'nalgan bo'ladi. Vaqt o'tishi bilan magnit induksiyaning oniy qiymati va yo'nalishi o'zgaradi. Masalan, $\omega t = \pi/2$ da u nolga teng, $\omega t = \pi$ da esa maksimum bo'lib, teskari yo'nalishga ega.

Agar $b = B_m \cos \omega t$ ni kompleks shaklda ifodalasak,

$$\vec{B}_m = \frac{1}{2} B_m (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) = \frac{B_m}{2} e^{j\omega t} + \frac{B_m}{2} e^{-j\omega t}$$

bo'ladi, demak, uni elektr mashina ichida hosil bo'lgan magnit maydoni ω va $(-\omega)$ burchak tezliklar bilan qarama-qarshi yo'nalishda aylanayotgan ikkita moduli $B_m/2$ ga teng bo'lgan induksiya vektori tarzida tasavvur qilish mumkin.

Bulardan har birining aylanuvchi magnit maydoni o'ziga tegishli aylanuvchi momentni hosil qiladi. Ammo bu momentlarning yo'nalishi bir-biriga qarama-qarshi bo'lgani uchun harakatlanuvchi kuch hosil bo'lmaydi. Shunday qilib, bir fazali o'zgaruvchan tok generator dvigatel rejimida ishlay olmaydi. Amalda ishlatiladigan bir fazali dvigatellar maxsus yasalgan bo'lib, ulardagi bir yo'nalishli aylanuvchi magnit maydonni **sun'iy fazaga** bo'lish yo'li bilan erishiladi.

Endi t vaqtda mashinaning statori aylanasi bo'ylab bir fazali tok hosil qilgan magnit maydonining taqsimlanishini ko'rib chiqaylik. Statorning ichki aylanasi tomonida normal MN ga nisbatan α_0 burchak hosil qilib joylashgan biror A_0 nuqtani tanlaylik. Magnit induksiyaning vaqt jihatidan o'zgarish qonuniyatiga ko'ra, shu nuqtadagi induksiya miqdori quyidagicha: $b = B_m \cos \omega t \cdot \cos \alpha$ bo'ladi.

Statorning halqasini fikran nN bo'lamiz-da, uni 7.15-b rasmda ko'rsatilganidek, α - $(-\alpha)$ o'q bo'ylab «to'g'rilaymiz». U holda $t=0$ vaqtda magnit induksiyaning taqsimlanish qonuniyati sinusoidal shaklidagi uzluksiz egri chiziq bilan tasvirlanadi-da, maksimum $\alpha=0$ ga

to'g'ri keladi (MN chiziq bo'ylab). Vaqt t ga 0 dan $\frac{2\pi}{\omega}$ gacha (yoki $\omega t=0$ dan $\omega t=2\pi$ gacha) turli qiymatlar berib, bir nechta sinusoidal egri chiziqlarni (punktir shaklda ko'rsatilgan) hosil qilamiz. Bu esa magnit induksiyaning statorning turli nuqtalari uchun bir xil bo'lmagan (musbat va manfiy) maksimumlari orasida tebranishini ko'rsatadi. Bunday magnit maydon **pulsatsiyalanuvchi maydon** deyiladi.

2. Aylanuvchi magnit maydon. Endi uch fazali elektr mashinaning stator chulg'amlaridan o'tayotgan faza toklarining bir vaqtdagi ta'siri natijasida hosil bo'lgan magnit maydonning paydo bo'lishini va uning fazo – vaqt jihatidan o'zgarishini ko'rib chiqaylik. 7.16-rasmda shunday mashinaning modeli ko'rsatilgan, uning statorining ichki aylanasi bo'ylab o'qlari bir-biridan fazoviy 120° burchakka siljigan uchta simmetrik A – x, B – y va C – z faza chulg'amlari joylashtirilgan. Bunda B va C fazalar chulg'amlarining birinchi o'ramlari (boshi) joylashgan pazlar (konussimon ariqchalar)ning radial o'qlari A faza birinchi o'rami pazining radial o'qiga nisbatan (soat strekasing yuradigan tomoniga) 120° va 240° burchaklarga siljigan.

Mashinaning stator chulg'amlarini simmetrik uch fazali kuchlanish manbaiga ulasak, ulardagi toklarning simmetrik sistemasi hosil bo'ladi:

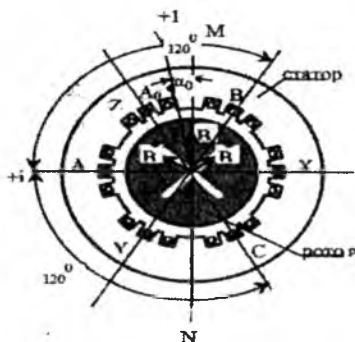
$$\begin{aligned}i_A &= I_m \sin \omega t, \\i_B &= I_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \\i_C &= I_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)\end{aligned}$$

Bu toklar, o'z navbatida, induksiya quyidagi qonuniyat bilan o'zgaruvchi magnit maydonini hosil qiladi:

$$\begin{aligned}b_A &= B_m \cos \omega t, \\b_B &= B_m \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \\b_C &= B_m \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)\end{aligned}$$

Induksiya oniy qiymatlari b_A , b_B va b_C ning yig'indisi, xuddi i_A , i_B va i_C toklarning yig'indisiga o'xshash, istalgan vaqtda nolga teng. Ammo bu faqat vaqt jihatidan fazasi siljigan toklar uchun to'g'ri bo'lib, ham vaqt bo'yicha, ham fazaviy siljigan induksiya uchun to'g'ri kelmaydi. Haqiqatan ham A – x, B – y va C – z faza chulg'amlarining o'qlari fazaviy siljimaganidagi $t=0$ vaqtda magnit induksiyalari $b_A=B_m$, $b_B=B_m \cos(\omega t-120^\circ)=B_m \cos(-120^\circ)$ va $b_C=B_m \cos(\omega t-240^\circ)=B_m \cos(-240^\circ)$ bo'lib, ularning yig'indisi $\Sigma b=0$ bo'ladi.

Biz ko'rib chiqayotgan holda chulg'amlar stator aylanasi bo'ylab fazaviy siljiganligi tufayli (7.16-rasm) magnit induksiya kompleks tekislikda fazaviy vektorlar bilan ko'rsatiladi:



7.16-rasm.

$$\vec{B}_A = B_m, \quad \vec{B}_B = \frac{1}{2} B_m e^{j60^\circ} \quad \text{va} \quad \vec{B}_C = \frac{1}{2} B_m e^{-j60^\circ}$$

Bu vektorlarning yig'indisi:

$$B_0 = \vec{B}_A + \vec{B}_B + \vec{B}_C = B_m \left(1 + \frac{1}{4} + j \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4} - j \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{3}{2} B_m$$

bo'ladi va $t=0$ vaqt uchun yo'nalishi jihatidan $+1$ o'q bilan mos tushadi. Istalgan vaqtda magnit induksiya oniy qiymatlarining yig'indisi $\sum b = \frac{3}{2} \cdot B_m - \text{Const}$ ekanligini ham isbotlash mumkin.

Ammo yig'indi induksiya vektori $\vec{B}$ ning yo'nalishi vaqt o'tishi bilan aylanish qonuni bo'yicha biror o'q atrofida o'zgarmas burchak tezligi ω bilan o'zgaradi. Buning uchun yuqorida pulsatsiyalanuvchi maydonni tahlil qilish uchun keltirilgan mulohazalardan foydalanamiz. Xuddi bir fazali mashinalardagiga o'xshash uch fazali mashinaning statorida ham MN o'qqa ($+1$ o'qqa) nisbatan α_0 burchak hosil qilib joylashgan biror A_0 qo'zgalmas nuqtani tanlaymiz (7.16-rasm). Ayrim faza induksiylari b_A , b_B va b_C ning bu nuqtaga nisbatan fazo hamda vaqt jihatidan ta'siri quyidagi qonuniyatlar bilan ifodalanadi:

$$b_A = B_m \cos \omega t \cdot \cos \alpha_0,$$

$$b_B = B_m \cos (\omega t - 120^\circ) \cdot \cos (\alpha_0 + 120^\circ),$$

$$b_C = B_m \cos (\omega t - 240^\circ) \cdot \cos (\alpha_0 + 240^\circ).$$

Statorning teng ta'sir etuvchi magnit maydoni induksiya yig'indisi:

$$b_0 = B_m [\cos \omega t \cdot \cos \alpha_0 + \cos(\omega t - 120^\circ) \cdot \cos(\alpha_0 + 120^\circ) + \cos(\omega t - 240^\circ) \cdot \cos(\alpha_0 + 240^\circ)]$$

$$\cos X \cdot \cos Y = \frac{1}{2} [\cos(X + Y) + \cos(X - Y)]$$

Formula bo'yicha trigonometrik o'zgartirishlarni bajarib, uni quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$b_0 = \frac{B_m}{2} [\cos(\omega t + \alpha_0) + \cos(\omega t - \alpha_0) + \cos(\omega t + \alpha_0) + \cos(\omega t - \alpha_0 - 240^\circ) + \cos(\omega t + \alpha_0) + \cos(\omega t - \alpha_0 - 240^\circ)] =$$

$$= \frac{3}{2} B_m \cos(\omega t + \alpha_0)$$

chunki

$\cos(\omega t - \alpha_0) + \cos(\omega t - \alpha_0 - 240^\circ) + \cos(\omega t - \alpha_0 + 240^\circ) = 0$ bo'lishi, xuddi teskari ketma-ketlikdagi simmetrik sistemani hosil qiluvchi uchta vektorning yig'indisini tasvirlaydi.

Shunday qilib, A_0 nuqta statorda qo'zg'almas bo'lib, MN o'qqa (+1 o'qqa) nisbatan α_0 burchak hosil qilib joylashgan bo'lsa (7.16-rasm), magnit maydonining yig'indi induksiya unga nisbatan quyidagi qonuniyat bilan o'zgaradi:

$$b_0 = B_0 = \frac{3}{2} B_m \cos(\omega t + \alpha_0).$$

Endi bu nuqtani stator bo'ylab $[-\omega]$ burchak tezlikda aylanadi, deb faraz qilsak, u holda $\alpha_0 = -\omega t$ va teng ta'sir etuvchi magnit maydonining induksiya istalgan vaqtda A_0 nuqtaga nisbatan o'zgarmas va miqdor jihatidan:

$$b_0 = B_0 = \frac{3}{2} B_m \text{Const}$$

Demak, miqdori jihatidan o'zgarmas magnit induksiyaning vektori $\vec{B}_0$ stator o'qi atrofiga soat strekasi yuradigan tomonga (+ ω) burchak tezlik bilan aylanadi. Natijada mashinaning statori bo'ylab aylanuvchi magnit maydoni hosil bo'ladi.

Manba toklari i_A , i_B va i_C fazalarining ketma-ketlik tartibi o'zgartirilganda (buning uchun, masalan, B va C chulg'amlarining uchlari tashqi manbaning C va B fazalariga ulash kifoya), yig'indi induksiyaning oniy qiymati quyidagi ko'rinishni oladi:

$$b_0 = B_m [\cos \omega t \cdot \cos \alpha_0 + \cos(\omega t - 120^\circ) \cdot \cos(\alpha_0 + 120^\circ) + \cos(\omega t - 240^\circ) \cdot \cos(\alpha_0 + 240^\circ)] = \frac{3}{2} B_m \cos(\omega t - \alpha_0)$$

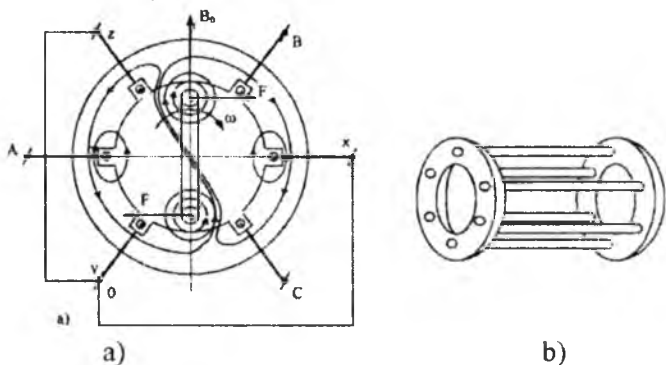
ya'ni teng ta'sir etuvchi magnit maydonining induksiya vektori o'zining aylanish yo'nalishini teskarisiga o'zgartiradi, chunki $\alpha = \omega t$ bo'lganda, $b_0 = 3/2 B_m = \text{Const}$.

Demak, uch fazali mashinaning statorida hosil bo'lgan aylanuvchi magnit maydonining aylanish yo'nalishini o'zgartirish uchun, stator chulg'amlarini uch fazali kuchlanish manbai bilan ulovchi uchta faza simlaridan istagan ikkitasini manbaga ulanish joylarini almashtirish kifoya.

3. Ishlash prinsipi aylanuvchan magnit maydonga asoslangan o'zgaruvchan tok yuritgichlari.

Ko'p fazali (xususan uch fazali) o'zgaruvchan tok zanjirlarining asosiy afzalliklaridan biri shuki, bunda ular o'zgaruvchan tok dvigatellari yaratish uchun zarur bo'lgan aylanuvchi magnit maydonini hosil qiladi.

7.17-a rasmda uch fazali oddiy dvigatelning modeli ko'rsatilgan, uning aylanuvchi magnit maydonida chulg'amlari (ramkasi) qisqa tutashgan rotor joylashgan.



7.17-rasm.

Fizik jarayonlarning tadqiqini soddalashtirish maqsadida, statorning $A - x$, $B - y$ va $C - z$ chulg'amlarini yagona o'ramlar bilan almashtiramiz. Chulg'amlarning bosh uchlari A, B, C tashqi uch fazali manbaga, oxirgi uchlari x, y, z bitta tugunda ulangan bo'lib, O neytralni hosil qiladi.

Rotor chulg'ami bitta o'ram tarzida ko'rsatilgan bo'lib, tekisligi vertikal o'q bilan mos tushadi. 7.17-a rasmda $b_{1(0)} = B_m$, $b'_{2(0)} = B_m/2$ va $b'_{3(0)} = -B_m/2$ (xuddi shunday vaqt 7.15-a rasmda ko'rsatilgan) bo'lgan, $t=0$ vaqt uchun yig'indi induksiya B_0 bo'lgan magnit maydonining tasviri ko'rsatilgan.

Yig'indi induksiya vektori $B_0=3/2 B_m$ o'zgarmas ω burchak tezlik bilan soat strelkasi yuradigan tomonga aylanmoqda deb olib, tormozlangan rotor chulg'aming qo'zg'almas berk o'tkazgichiga aylanuvchi magnit maydonining ta'sirini ko'rib chiqaylik. Aylanuvchi magnit maydonining berilgan yo'nalishda aylanishi bilan statorning qo'zg'almas magnit maydonida rotor ramkasining yarim o'ramlarida e.yu.k. induktivlanadi; tokning yo'nalishi esa o'ng qo'l qoidasiga binoan yuqori o'tkazgichda bizdan, pastkisida esa bizga qarab yo'naladi. O'z navbatida bu tok hosil qilgan yangi magnit maydonining kuch chiziqlari yuqorida soat strelkasi yuradigan tomonga, pastda esa unga teskari yo'nalishda tutashadi. Bu magnit maydonining stator maydoni bilan o'zaro ta'siri natijasida yig'indi magnit kuch chiziqlari rotor o'tkazgichining chap va o'ng tomonlarida bir tekis taqsimlanmaganligi tufayli (7.17-a rasmga qarang) magnit maydonining boshlang'ich ko'rinishi bir muncha deformatsiyalangan bo'ladi. Stator magnit maydonining rotor magnit maydoni tomonidan deformatsiyalanishi stator chulg'amlaridan o'tayotgan tokning ortishiga va shu bilan birga, manbadan yana qo'shimcha energiya keltirishiga sabab bo'ladi. Bu qo'shimcha energiya B_0 induksiyaning dastlabki qiymatini va magnit kuch chiziqlarining yana avvalgi taqsimlanishini tiklashga sarflanadi. Natijada statorning magnit maydoni ta'sirida tokli o'tkazgichni surib chiqarish jarayoni sodir bo'ladi.

Rotor o'ramining statorning aylanuvchi magnit maydoni yo'nalishida burishga intiluvchi F-h juft kuch hosil bo'ladi. Natijada ramka aylanuvchi magnit maydonining aylanish tezligi n_2 ga yaqin bo'lgan n_2 tezlik bilan stator maydoni yo'nalishida aylana boshlaydi. Bunday aylanuvchi magnit maydonining aylanish tezligi $n_1 = 60f_1/p$ tarmoq tokining chastotasi f_1 ga va statorning uch fazali chulg'ami hosil qilgan juft qutblar soni p ga bog'liq. Qisqa tutashgan ramkaning (dvigatel rotorining) tezligi esa ana shu miqdorlarga bilvosita bog'liq, chunki xarakterlanayotgan ramkaning mexanik kuchish u ramkadan o'tayotgan tok kuchiga ham bog'liq bo'ladi. Qisqa tutashgan ramkada (7.17-b rasm) tok hosil bo'lishi uchun energiya manbai ramka yarim o'ramlarining stator aylanuvchi magnit maydoni kuch chiziqlarini kesib o'tishi natijasida hosil bo'lgan e.yu.k. hisoblanadi. Demak, aylanuvchi magnit maydoni yo'nalishida ramkaning tezligi ortib borgan sari bu e.yu.k.ning miqdori kamayib boradi, $n_2=n_1$ bo'lganda, u nolga tenglashadi. Bu ramkadagi tok va u hosil qilgan ikkilamchi magnit oqim ham nolga tenglashadi, demakdir. Binobarin, $n_2=n_1$ rejim hech qachon sodir bo'lmaydi, chunki bunga rotor o'qida nolga teng bo'lgan aylanuvchi

magnit maydoni to'g'ri keladi. Qisqa tutashgan chulg'amli rotorning tezligi doimo aylanuvchi magnit maydonining aylanish tezligidan kichik, ya'ni $n_2 < n_1$ bo'ladi. Statorning aylanuvchi magnit maydoni tezligi bilan vaqt jihatdan bir xil bo'lmaganligi tufayli, bu xil konstruksiyali o'zgaruvchan tok mashinalari **asinxron mashinalar** deb ataladi. Asinxronlik darajasi sirpanish deb ataluvchi quyidagi nisbat bilan aniqlanadi:

$$S = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

Dvigatelni yurgizish paytida $n=0$ va $S=1$ bo'lib, salt ishlash rejimida $n_2 \rightarrow n_1$, $S \rightarrow 0$. Bunda rotordagi tokning chastotasi $f_2 = f_1 * S$ bo'lib, u statordagi tokning chastotasiga va sirpanishiga bog'liq. Bu – asinxron mashinadan chastota o'zgartirgich elektr mashina sifatida ham foydalanish mumkin, demakdir.

Yuqorida bayon qilingan o'zgaruvchan tok dvigateli rotorining chulg'ami o'zgarmas tok manbaiga ulansa, u $n_2 = n_1$ rejimda ham ishlay oladi. Bu hoida rotor chulg'amidan o'tayotgan tok hosil qilgan o'zgarmas magnit maydon aylanuvchi magnit maydonga bog'liq bo'lmaydi, ularning fazodagi o'zaro ta'siri qat'iy aniq bo'lib, stator va rotor magnit maydonlari bir xil tezlik bilan aylanadi. Shuning uchun bunday dvigatellar **sinxron dvigatellar** deb ataladi.

7.8. Nosimmetrik sistemalarning tashkil etuvchilari.

Simmetrik tashkil etuvchilar usuli

Ko'p fazali (shuningdek, uch fazali) har qanday nosimmetrik e.y.u.k., kuchlanish va toklar vektorlari sistemasi fazalarining ketma-ketlik tartibi oldindan belgilangan tartibda almashinadigan simmetrik sistemalar yig'indisi bilan almashtirishi mumkin.

Buni umumiy holda nol, to'g'ri va teskari tartibdagi ($A_0 = B_0 = C_0$) simmetrik tashkil etuvchilarga ajratish mumkin bo'lgan uch fazali nosimmetrik sistemalar misolida ko'rib chiqamiz. 7.18-a rasmda ixtiyoriy uch fazali nosimmetrik sistema $\vec{A}$, $\vec{B}$ va $\vec{C}$ vektorlar sistemasi tarzida ifodalangan. Bu sistemani simmetrik tashkil etuvchilarga ajratish maqsadida undagi har bir vektorni o'z navbatida quyidagicha $\vec{A} = \vec{A}_0 + \vec{A}_1 + \vec{A}_2$, $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, $\vec{C} = \vec{C}_0 + \vec{C}_1 + \vec{C}_2$ va tashkil etuvchi vektorlar yig'indisi tarzida tasavvur qilish mumkin. Shu bilan bir vaqtda quyidagi shartlar bajarilishi kerak deb bilamiz:

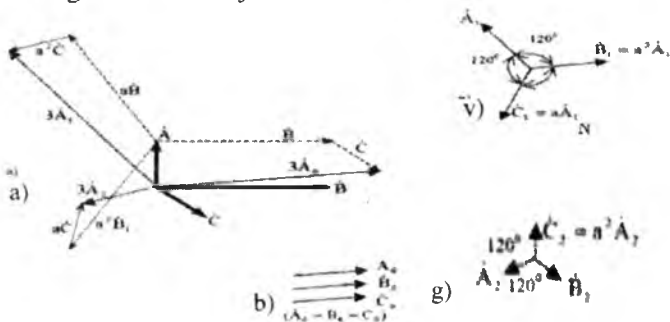
$$\vec{A}_0 = \vec{B}_0 = \vec{C}_0; \quad \vec{B}_1 = \alpha^2 \vec{A}_1; \quad \vec{C}_1 = \alpha \vec{A}_1$$

$$\vec{B}_2 = \alpha \vec{A}_2; \quad \vec{C}_2 = \alpha^2 \vec{A}_2 \quad (7.7)$$

(bunda $a = e^{j120^\circ} = \frac{-1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$; $a^2 = e^{-j120^\circ} = \frac{-1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$ ekanligini eslatib o'tamiz).

Umumiy holda 7.18-a rasmda berilgan $\vec{A}$, $\vec{B}$ yoki $\vec{C}$ vektorlardan sanoqsiz ko'p (ixtiyoriy yo'nalgan) vektorlarga ajratish mumkin. Ammo (7.7) ifodada keltirilgan shartlarga rioya qilinsa, vektorlarning mo'ljallangan yo'nalishda ajratishning yagona varianti chiqadi. Bunda $\vec{A}$, $\vec{B}$ va $\vec{C}$ vektorlarning tegishli tashkil etuvchilari nolinch (A_0, B_0, C_0), to'g'ri $\vec{A} - \vec{B}$ va $\vec{C}$ va teskari ($\vec{A}_2, \vec{B}_2$ va $\vec{C}_2$) ketma-ketlikdagi simmetrik sistemalarni hosil qiladi. **Simmetrik tashkil etuvchilar usuli** degan nom ana shundan kelib chiqqan.

Uch fazali nosimmetrik sistemani simmetrik tashkil etuvchilarga analitik hamda grafik usulda ajratish mumkin.



7.18-rasm.

1. Analitik usul. Berilgan $\vec{A}$, $\vec{B}$ va $\vec{C}$ vektorlarning aniqlanadigan komponentalarining balansini quyidagi tenglamalar sistemasi ko'rinishida ifodalaymiz:

$$\begin{aligned}\vec{A} &= \vec{A}_0 + \vec{A}_1 + \vec{A}_2, \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 + \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \\ \vec{C} &= \vec{C}_0 + \vec{C}_1 + \vec{C}_2,\end{aligned}\quad (7.8)$$

(7.8) dagi shartlarni hisobga olganda (7.9) ni quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{aligned}\vec{A} &= \vec{A}_0 + \vec{A}_1 + \vec{A}_2, \\ \vec{B} &= \vec{A}_0 + a^2 \vec{A}_1 + a \vec{A}_2, \\ \vec{C} &= \vec{A}_0 + a \vec{A}_1 + a^2 \vec{A}_2,\end{aligned}\quad (7.9)$$

Endi $\vec{A}_0$, $\vec{A}_1$, $\vec{A}_2$ larni aniqlash uchun ketma-ket uchta amalni bajaramiz:

(7.9) tenglamalar sistemasining o'ng va chap qismlarini qo'shish natijasida $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = 3\vec{A}_0$ ga ega bo'lamiz, chunki $1 + a + a^2 = 0$ bo'lgani uchun $A_1(1 + a^2 + a) = A_2(1 + a + a^2) = 0$ bo'ladi. Shunday qilib,

$$\vec{A}_0 = \frac{1}{3}(\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}) \quad (7.10)$$

kelib chiqadi.

(7.9) sistemaning ikkinchi va uchinchi tenglamalarini tegishli a va a^2 ga ko'paytirib, shu sistemaning birinchi tenglamasiga qo'shsak, quyidagini hosil qilamiz:

$$\vec{A} + a\vec{B} + a^2\vec{C} = 3\vec{A}_1 \quad (7.11)$$

chunki $A_0(1 + a + a^2) = A_2(1 + a^2 + a^4) = 0$

$$\text{Demak,} \quad \vec{A}_1 = \frac{1}{3}(\vec{A} + a\vec{B} + a^2\vec{C}) \quad (7.11, a)$$

(7.9) sistemaning ikkinchi va uchinchi tenglamalarini tegishli a^2 va a ga ko'paytirib, shu sistemaning birinchi tenglamasiga qo'shsak, quyidagini hosil qilamiz:

$$\vec{A} + a^2\vec{B} + a\vec{C} = 3\vec{A}_2; \quad \vec{A}_2 = \frac{1}{3}(\vec{A} + a^2\vec{B} + a\vec{C}) \quad (7.12)$$

Shunday qilib, (7.7) ni hisobga olgan holda (7.10) - (7.12) larga binoan, $\vec{A}$, $\vec{B}$ va $\vec{C}$ vektorlar ma'lum bo'lsa, $\vec{A}_0$, $\vec{A}_1$ va $\vec{A}_2$; $\vec{B}_0$, $\vec{B}_1$ va $\vec{B}_2$, shuningdek, $\vec{C}_0$, $\vec{C}_1$ va $\vec{C}_2$ larning simmetrik tashkil etuvchilarini aniqlash mumkin.

2. Grafik usul. Bu usul $\vec{A}$, $\vec{B}$ va $\vec{C}$ vektorlar bilan bajariladigan algebraik amallarni ularning tekishdagi tasvirlari bilan bajariladigan geometrik amallarga almashtirish imkonini beradi. Bu holda bayon qilingan uch amal 7.18-rasmda keltirilgan geometrik amallardan iborat bo'ladi.

$\vec{B}$ vektorning boshi $\vec{A}$ vektorning oxiriga, $\vec{C}$ vektorning boshi $\vec{B}$ vektorning oxiriga (7.18-a rasmda $\vec{B}$ va $\vec{C}$ vektorlarning yangi vaziyatlari punktir chiziqlar bilan ko'rsatilgan) ko'chirib qo'yamiz. Yig'indi vektor $3\vec{A}_0$ bo'lib, ular asosida ketma-ketlikda yo'nalgan $\vec{A}_0$, $\vec{B}_0$ va $\vec{C}_0$ (7.18-b rasm) simmetrik sistemani tuzish mumkin;

$\vec{A}$ vektorning oxiridan soat strelkasiga teskari yo'nallishda 120° burchakka burilgan $\vec{C}$ vektorni qo'yamiz (bu $\vec{A} = a\vec{B}$ amalga to'g'ri keladi). Bunga yana soat strelkasi yuradigan yo'nalishga 120° burchak burilgan vektor $\vec{C}$ ni qo'shamiz (bu esa vektor $a_2\vec{S}$ ni qo'shishga mos keladi). Yig'indi vektor $3\vec{A}_1$ bo'lib, uning asosida, (7.7) ni hisobga olgan

holda, to'g'ri ketma-ketlikda yo'nalgan A_1 , B_1 va C_1 (7.18-v rasm) simmetrik sistemani tuzish mumkin;

ikkinchi punktdagiga o'xshash yo'l bilan (7.12) tenglamaga mos geometrik yasashlarni bajarish natijasida A , a^2B va C vektorlarni qo'shib, $3A$ ga teng vektorni hosil qilamiz (7.18-a rasm). Sistema (7.7) ni hisobga olgan holda, A vektorning miqdori va yo'nalishini bilib, teskari ketma-ketlikda yo'nalgan simmetrik sistemani tuzamiz (7.18-g rasm).

Endi haqiqiy uch fazali elektr zanjirlarda e.yu.k., kuchlanish va toklarning sistemalarida nosimmetriya paydo bo'lishi muhim fizik jarayonlar ekanligi haqida to'xtalib o'tamiz. Bunda har qanday uch fazali uzgaruvchan tok sistemasining eng yaxshi ishlash rejimi generator e.yu.k.larining iste'molchi fazalari to'la (uzatish liniya simlarining qarshiliklari bilan birgalikda) qarshiliklarning tamomila simmetriyada bo'lishi hisoblanadi. Bu holda barcha liniyaviy va fazaviy e.yu.k., kuchlanish va toklarning vektorlari simmetrik yopiq uchburchak va uch nurli yulduz hosil qiladi. Bunday sistemalar tarkibida nol va teskari ketma-ketlikda yo'nalgan tashkil etuvchilar bo'lmaydi. Animo katta quvvatli elektr sistemalarda bunday ideal rejimni amalda hosil qilib bo'lmaydi.

Generatorning fazalari va elektr uzatish liniyalari (EUL (LEP)) simmetriyada bo'lganiga qaramasdan, sistema nosimmetrik, chunki uning fazalarida to'la qarshiliklarning miqdori va xarakteri har xil. Uch fazali generatorning fazalarida yuklama qarshiliklari asimmetriyasi paydo bo'lishining asosiy sababi shuki, uch fazali sistemaning ayrim fazalariga ulangan qarshiliklar turlicha va ko'pchiligi bir fazali iste'molchilar (induksion pechlar, bir fazali yuritgichlar, elektr yoritish sistemasi, maishiy korxonalar va boshqalar) bo'ladi. Shu tufayli faza va liniya toklari keskin asimmetriya rejimini tashkil etadi. Fazalarning parametrlari bir-biridan keskin farq qilganda faza va liniya kuchlanishlari vektorlarining sistemasida nol (faza kuchlanishlari uchun) hamda teskari ketma-ketlikda yo'nalgan tashkil etuvchilarning ulushi sezilarli darajada ortadi. Faza kuchlanishlari vektorlari sistemasida nol inchi ketma-ketlikda yo'nalgan tashkil etuvchilarning bo'lishi generator bilan iste'molchilarning nol nuqtalari orasidagi $\vec{U}_N = \vec{U}_{00}$ teskari kuchlanishning paydo bo'lganligini bildiradi (7.10-rasm). Teskari ketma-ketlikda yo'nalgan simmetrik tashkil etuvchilarning bo'lishi elektr tarmog'iga fazalari tartibi teskari ketma-ketlikda bo'lgan yangi uch fazali manbani ulash bilan baravardir. Bu, o'z navbatida, bunday nosimmetrik sistemadan elektr energiyasi iste'mol qiluvchi uch fazali

o'zgaruvchan tok dvigatellarida asosiy aylanuvchi magnit maydonidan tashqari, yana unga qarama-qarshi yo'nalishda aylanuvchi magnit maydonini hosil qiladi (tormozlovchi momentni vujudga keltiradi). Bunday sharoitda kuchlanishlar, shuningdek, toklar sistemasi uchun miqdorlari anchagina bo'lgan teskari ketma-ketlikda yo'nalgan tashkil etuvchilarning bo'lishiga yo'l qo'yib bo'lmaydi. Uch fazali sistemalarning real ishlashi sharoitida faza va liniya toklarining simmetriyasini amalda bir tekis ushlab turish imkoniyati bo'lmaganligidan, tegishli simmetriyalash shartlari faza va liniya kuchlanishlari sistemasiga nisbatan qo'yiladi. Elektr energiyasining bu muhim sifat ko'rsatkichi **asimmetriya koeffitsiyenti** deb ataladigan koeffitsiyent bilan aniqlanadi. Bu koeffitsiyent simmetrik sistemalardagi teskari ketma-ketlikda yo'nalgan $\dot{U}_{(2)}$ tashkil etuvchilar bilan to'g'ri ketma-ketlikda yo'nalgan tashkil etuvchilar $\dot{U}_{(1)}$ effektiv qiymatlarining nisbatiga teng, ya'ni

$$\varepsilon_u = \frac{U_{(2)}}{U_{(1)}}$$

Xuddi shunga o'xshash yo'l bilan toklar vektorlarining asimmetriya koeffitsiyenti $\varepsilon_i = \dot{I}_{(2)} : \dot{I}_{(1)}$ aniqlanadi. Katta quvvatli uch fazali sistemalarning liniya kuchlanishlari asimmetriya koeffitsiyentining GOST bo'yicha mumkin bo'lgan eng katta qiymati $\varepsilon_{u(max)} = 0,02$ bo'lib, tok asimmetriya koeffitsiyenti ε_i (alohida hollardan tashqari) aniq chegaraga ega emas.

Elektr energiyasining sifati va energosistemaning kuchlanish hamda toklarining mo'tadilligi maxsus avtomatik qurilmalar bilan nazorat qilinadi, kuchlanish va toklarning asimmetriya darajasi esa texnik o'lchash asboblari yordamida qayd qilinadi. Bu qurilmalarga **simmetriyalovchi tashkil etuvchilarning elektr filtrlari** asos qilib olingan.

VIII BOB. NOSINUSOIDAL DAVRIY KUCHLANISH VA TOKLAR

8.1. Umumiy tushunchalar

Deyarli barcha hollarda davriy o'zgaruvchan tok deyilganda, har doim sinusoidal qonuniyat bilan o'zgaruvchi tok tushuniladi. Ammo, asosan sanoat chastotasidagi e.yu.k. kuchlanish va toklar sinusoidal shaklga ega bo'ladi. Chunki miqdorlarning bunday davriy qonuniyat bo'yicha o'zgarishi chiziqli elektr zanjirlarda elektr energiyasini boshqa tur energiyaga aylanishi uchun qulay. Agar elektrotexnikaga oid radiotexnika, elektronika, aloqa, avtomatika va telemexanika, hisoblash texnikasi va avtomatik boshqarish sohalarini olib ko'rsak, bularda foydalaniladigan o'zgaruvchan elektr miqdorlari deyarli hech qachon sinusoidal bo'lmaydi. 8.1-rasmda nosinusoidal deb ataladigan elektr miqdorlari toklarining xarakterli va tez-tez uchrab turadigan egri chiziqdari ko'rsatilgan.

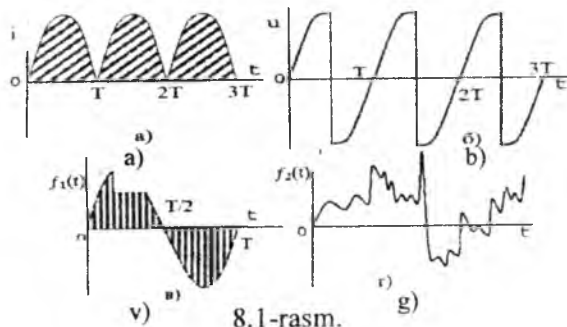
Bu o'zgaruvchan miqdorlarning oniy qiymatlari umumiy holda $i=f(t)$ qonuniyat bilan o'zgarishi mumkin. Nosinusoidal miqdorlar ham ma'lum vaqt oralig'ida o'sha fazada qayta takrorlanganligi uchun, u davriy hisoblanadi, ya'ni bu $f(t) = f(t + kT)$ shartni qanoatlantiruvchi formula vaqt funksiyasidir. Bunda T – shu funksiyaning davri; k – har qanday butun musbat son. Masalan, to'g'rilangan o'zgaruvchan tok $i(t)=i(t+kT)$ (8.1-a rasm) tiristorlar bilan boshqariladigan sinusoidal manbaning kuchlanishi $u(t)=u(t+kT)$ (8.1-b rasm), shuningdek, amplituda – impuls modulatsiya natijasida avtonom inventrlarning tashqi qismlarida hosil bo'lgan egri chiziqlari (8.1-v rasm) ana shular jumlasidandir. Davriy bo'lmagan miqdorlar (signallar) toifasiga mikrofon orqali elektr to'lqinlariga aylantirilgan tovush to'lqinlarini kiritish mumkin (8.1-g rasm).

Oliy matematika kursidan ma'lumki, Dirixle shartini qanoatlantiruvchi har qanday uzluksiz davriy funksiya $f(t)$ ni Furiye qatoriga yoyish mumkin:

$$f(t) = A_0 + A_1 \sin(\omega t + \alpha_1) + A_2 \sin(2\omega t + \alpha_2) + \dots + A_k \sin(\omega t + \alpha_k) + \dots \quad (8.1)$$

Bunda $A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(\omega t) dt$ – o'zgarmas tashkil etuvchi; $A_1 \sin(\omega_0 t + \alpha_1)$ – asosiy yoki birinchi garmonika; $A_k \sin(k\omega t + \alpha_k)$ – "k" – tartibli yuqori garmonika (yoki "k" – garmonika) A_k va α_k – uning

amplituda va boshlang'ich fazasi; $\omega=2\pi/T$ va T – berilgan funksiyaning burchak chastotasi va o'zgarish davri.



8.1-rasm.

Amalda elektr va elektron zanjirlarning elementlarida hosil bo'lgan barcha davriy nosinusoidal elektromagnit miqdorlar (e.yu.k., kuchlanish, tok, magnit oqim va boshqalar) Dirixle shartini qanoatlantiradi.

Shuning uchun Furye qatorini hosil qiluvchi o'zgarmas va sinusoidal tashkil etuvchilar ekvivalent tarzda almashtirilishi mumkin. Nazariy jihatdan olganda, Furye qatori cheksiz ($k \rightarrow \infty$) bo'lib, amalda har qanday o'ta murakkab davriy chiziqlarni yetarlicha katta aniqlikda (tashkil etuvchilari soni o'ntadan ortiq bo'lmagan) Furye qatori bilan ko'rsatish mumkin.

Furye qatorining koeffitsiyentini aniqlash uchun (8.1) ni quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\begin{aligned} f(t) &= A_0 + A_1 \cos \alpha_1 \cdot \sin \omega t + A_1 \sin \alpha_1 \cdot \cos \omega t + \\ &\quad + A_2 \cos \alpha_2 \cdot \sin 2\omega t + A_2 \sin \alpha_2 \cdot \cos 2\omega t + \\ &\quad + \dots + A_k \cos \alpha_k \cdot \sin k\omega t + A_k \sin \alpha_k \cdot \cos k\omega t = \\ &= A_0 + B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + \dots + B_k \sin k\omega t + \\ &\quad + \dots + C_1 \cos \omega t + C_2 \cos 2\omega t + \dots + C_k \cos k\omega t. \end{aligned} \quad (8.2)$$

Endi "k" - garmonika tashkil etuvchilarning quyidagicha ekanligini ko'rish qiyin emas:

$$B_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin k\omega t \cdot dt \quad C_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos k\omega t \cdot dt$$

Tashkil etuvchilar B_k va C_k ning miqdorlarini bilgach, "k"-garmonikaning amplitudasini va boshlang'ich fazasini quyidagidek aniqlaymiz:

$$A_k = \sqrt{B_k^2 + C_k^2} \text{ va } \alpha_k = \arctg \frac{C_k}{B_k}$$

Shunday qilib, nosinusoidal e.yu.k., kuchlanish, toklarning oniy qiymatlarini quyidagi analitik yig'indi ko'rinishida ifodalash mumkin:

$$e=e_0+e_1+e_2+\dots+e_k+\dots$$

$$u=u_0+u_1+u_2+\dots+u_k+\dots$$

$$i=i_0+i_1+i_2+\dots+i_k+\dots$$

Bu qatorlardagi e.yu.k., kuchlanish, garmonikalarining tartibi tegishli qator hadining indeksi bilan ko'rsatilgan. Ana shu garmonikalar ta'sir etayotgan zanjir chizig'i bo'lsa, ustma-ustlash (superpozitsiyalash) usulini tatbiq etib, berilgan signal bo'yicha har doim uning ayrim elementlari reaksiyasini aniqlash mumkin. Ammo yagona garmonikali e.yu.k. va tok manbali chiziqli zanjirga nisbatan turlicha chastotalar spektri ta'sirida bo'lgan zanjir reaksiyasi ushbu zanjir elementlarining parametrlariga va ulash usullariga (zanjir strukturasi) bog'liq. Agar R, L, S elementlari ketma-ket ulangan birorta murakkab zanjir

$$u=U_0+U_{1m}\sin(\omega t+\psi_{u2})+U_{2m}\sin(2\omega t+\psi_{u2})+\dots+U_{km}\sin(k\omega t+\psi_{uk})+\dots$$

kuchlanish ta'sirida bo'lsa, manbadan iste'mol qilinayotgan tok $i=\sum_0^n i_k$ zanjirga berilgan kuchlanishdan egri chizig'ining shakli jihatidan farq qiladi. Buning sababi shuki, garmonika tarkibi bir xil bo'lmaydi. Bu esa zanjirning to'la qarshiligi turli garmonikalar uchun turlicha ekanligidan kelib chiqadi.

Masalan, "k"-garmonika tokining oniy qiymati quyidagicha bo'ladi:

$$i_k = I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk} - \varphi_{ik}),$$

bunda $I_{km}=U_{km}:Z_k$ – tok amplitudasi qiymati;

$Z_k = \sqrt{R^2 + (k\omega L - \frac{1}{k\omega C})^2}$ – zanjirning "k"-garmonikadagi to'la qarshiligi;

$\varphi_k = \arctg \left[\left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C} \right) : R \right]$ – kuchlanish u_k va tok i_k orasidagi faza siljishi burchagi.

Bu ifodalarga ko'ra, R, L, C elementlari ketma-ket ulangan zanjirda $Z_0 = \sqrt{R^2 + (0 - \infty)^2} = \infty$ bo'lgani uchun, tokda o'zgarmas tashkil etuvchilar bo'lmaydi, chunki o'zgarmas tok uchun $\omega=0$.

8.2. Nosinusoidal elektr miqdorlarining maksimal, effektiv va o'rtacha qiymatlari

Nosinusoidal e.yu.k., kuchlanish va tokli zanjirlarni hisoblashda, nosinusoidal elektr miqdorlarining zanjir elementlariga ta'siri foydali

bo'lishini bilishda davriy va effektiv funksiyalarning amplitudalari hamda o'rtacha qiymatlarini aniqlash muhim ahamiyatga ega.

Davriy nosinusoidal funksiya $f(\omega t)$ ning amplituda qiymati deb, bir davr ichidagi o'zgarishi natijasida erishgan oniy qiymatlaridan eng kattasi olinadi.

Funksiya $f(\omega t)$ ning effektiv qiymati deb, sinusoidal funksiyalarda-giga o'xshash bo'lgan bir davr ichidagi o'rtacha kvadratik qiymati olinadi:

$$A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(\omega t) dt} \quad (8.3)$$

Umuman, nosinusoidal e.yu.k., kuchlanish va toklarning miqdorlari haqida gapirilganda, $f(\omega t)$ funksiyaning (8.2) formula yordamida topilgan qiymati tushuniladi. Elektr o'lchash asboblarning ko'rsatuvi ana shu miqdorga moslangan bo'ladi.

Ixtiyoriy davriy nosinusoidal kuchlanishning o'zgarish qonuniyati va spektr tarkibi berilgan, deb faraz qilaylik:

$$u(\omega t) = \sum_0^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ku})$$

(8.3) tenglamaga binoan, bu kuchlanishlar effektiv qiymati quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sum_0^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ku})^2 dt} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{T} \sum_0^{\infty} \int_0^T U_{km}^2 \sin^2(k\omega t + \psi_{ku}) dt +} \\ &+ \frac{1}{T} \sum_{\substack{q=0 \\ s=0 \\ q \neq s}}^{\infty} \int_0^T U_{qm} \cdot U_{sm} \sin(q\omega t + \psi_{qu}) dt \cdot \sin(s\omega t + \psi_{su}) dt \end{aligned} \quad (8.4)$$

(8.4) da ko'rsatilganidek, ildiz ostidagi ifodaning ikkinchi tashkil etuvchisining integrali nolga teng. Demak, berilgan kuchlanish effektiv qiymatini kvadrati endi quyidagicha bo'ladi:

$$U^2 = \sum_0^{\infty} \frac{1}{T} \int_0^T U_{km}^2 \sin^2(k\omega t + \psi_{ku}) dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_0^2 dt +$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_1^{\infty} \int_0^T \frac{U_{km}^2}{2} [1 - \cos(2k\omega t + 2\psi_{ku})] dt = \\
 & = U_0^2 + \sum_1^{\infty} U_k^2 = \sum_0^{\infty} U_k^2
 \end{aligned} \quad (8.5)$$

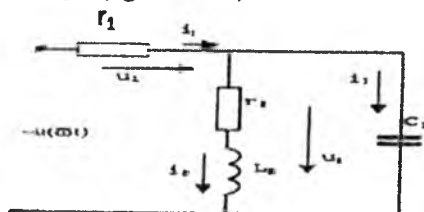
chunki har bir $k\omega$ chastotali garmonikaning effektiv kuchlanishi:

$$U_k = \frac{U_{km}}{\sqrt{2}}.$$

Agar kuchlanish quyidagi ko'rinishda berilgan bo'lsa,

$$u = U_0 + U_{1m} \sin(\omega t + \psi_{1u}) + U_{2m} \sin(2\omega t + \psi_{2u}) + \dots + U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ku}) + \dots$$

u holda effektiv qiymati (8.5) ga binoan,



8.2-rasm.

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2 + \dots} \quad (8.6)$$

E.yu.k. va toklarning effektiv qiymatlari shunga o'xshash yo'l bilan hisoblab topiladi:

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + \dots + E_k^2 + \dots} \quad (8.7)$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2 + \dots} \quad (8.8)$$

Nosinusoidal davriy funksiya $f(\omega t)$ ning o'rtacha qiymati umumiy holda

$$A_{or} = \frac{1}{T} \int_0^T f(\omega t) dt, \quad (8.9)$$

ya'ni bu qiymat asosi T davrga teng bo'lgan shartli to'g'ri to'rtburchaklikning balandligiga barobar. Bu to'g'ri to'rtburchakning yuzasi esa $(\omega t_2 - \omega t_1) = \omega T$ oralig'ida $f(\omega t)$ egri chiziq bilan chegaralangan yuzalarning arifmetik yig'indisiga teng. Agar $f(\omega t)$ egri chiziq ωt o'qiga nisbatan simmetrik bo'lsa:

$$A_{ur} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(\omega t) dt \quad (8.10)$$

8.1-misol. 8.2-rasmda elektr zanjiriga $u(\omega t) = 60 + (100 \sin \cdot 100t) + 80 \sin (300t - 60^\circ)$ B nosinusoidal kuchlanish berilgan. Zanjirning parametrlari $r_1 = 8 \text{ Om}$; $r_2 = 12 \text{ Om}$, $L = 0,16 \text{ G}$ va $C = 50 \text{ mkF}$ bo'lsa, zanjir qismlaridagi toklarning oniy va effektiv qiymatlari aniqlansin.

Yechish. 1. Avval r_2 ni g'altak L_2 ning to'la qarshiligi Z_2 ning aktiv tashkil etuvchisi deb hisoblab, garmonikalar bo'yicha zanjir qismlarining kompleks to'la qarshiliklarini aniqlaymiz:

$\underline{Z}_{1(0)} = r_1 = 8$; $\underline{Z}_{2(0)} = r_2 = 12$ va $\underline{Z}_{3(0)} = -jx_{c3(0)} = -j\omega$, chunki $\omega_0 = 100 \text{ [1/sek]}$

$$\underline{Z}_{1(1)} = r_1 = 8; \quad \underline{Z}_{2(1)} = r_2 + j\omega_1 L_2 = 12 + j16 = 20e^{j53^\circ 10'}$$

$$\underline{Z}_{3(1)} = -jx_{c3(1)} = -j \frac{10^6}{100 \cdot 50} = -j200;$$

$$\underline{Z}_{1(3)} = r_1 = 8; \quad \underline{Z}_{2(3)} = r_2 + j\omega_2 L_2 = 12 + j48 = 49,6e^{j76^\circ}$$

$$\underline{Z}_{3(3)} = -jx_{c3(3)} = -j \frac{1}{\omega_2 C_3} = -j66,7;$$

chunki $\omega_1 = 100 \text{ [1/sek]}$; $\omega_2 = 300 \text{ [1/sek]}$.

2. Tarmoqlardagi toklarning va zanjir qismlaridagi kuchlanishlarning effektiv va oniy qiymatlarini aniqlash uchun tegishli garmonikalarning butun zanjir uchun to'la qarshiligi komplekslarini topamiz:

$$\underline{Z}_{(0)} = r_1 + r_2 = 8 + 12 = 20 \text{ om}''$$

$$\underline{Z}_{(1)} = \underline{Z}_{1(1)} + \frac{\underline{Z}_{2(1)} \cdot \underline{Z}_{3(1)}}{\underline{Z}_{2(1)} + \underline{Z}_{3(1)}} = 8 + \frac{20e^{j53^\circ 10'} \cdot 200e^{-j90^\circ}}{12 + j16 - j200} = 21 + j17,4 = 27,3e^{j39^\circ 36'};$$

$$\underline{Z}_{(3)} = \underline{Z}_{1(3)} + \frac{\underline{Z}_{2(3)} \cdot \underline{Z}_{3(3)}}{\underline{Z}_{2(3)} + \underline{Z}_{3(3)}} = 116 + j104 = 156e^{j42^\circ}$$

3. Tok i_1 ning garmonikalar bo'yicha komplekslari:

$$i_{1(0)} = i_{1(0)} = \frac{U_0}{Z_0} = \frac{60}{20} = 3A, \quad i_{1(1)} = \frac{\dot{U}_{1(1)}}{\underline{Z}_{(1)}} = \frac{100}{\sqrt{2} \cdot 27,3e^{j39^\circ 36'}} = 2,6e^{-j39^\circ 36'} A,$$

$$i_{1(3)} = \frac{80e^{-j60^\circ}}{\sqrt{2} \cdot 156e^{j42^\circ}} = 0,364e^{-j102^\circ} A.$$

Tok i_1 ning oniy qiymati:

$$i_1 = I_{1(0)} + I_{1m(1)} \sin(\omega t + \psi_{1u} - \varphi_{11}) + I_{1m(3)} \sin(3\omega t + \psi_{3u} - \varphi_{13}) = 3 + 3,67 \sin(100t - 39^\circ 36') + 0,515 \sin(300t - 102^\circ) A$$

Tok i_1 ning effektiv qiymati esa:

$$I_1 = \sqrt{3^2 + 2,6^2 + 0,364^2} \cong 4A$$

4. r_1 qarshilikdagi oniy kuchlanish:

$$u_1 = r_1 i_1 = 24 + 29,48 \sin(100t - 39^\circ 36') + 4,12 \sin(300t - 102^\circ) V$$

bo'lib, uning effektiv qiymati: $U_1 = r_1 I_1 = 8 \cdot 4 = 32 V$

5. Garmonikalar bo'yicha kondensator qobiq qismlaridagi kompleks kuchlanishlar:

$$U_{2(0)} = U_0 - U_{1(0)} = 60 - 24 = 36 V$$

$$U_{2(1)} = \dot{U}_{(1)} - \dot{U}_{1(1)} = \frac{100}{\sqrt{2}} - 8 \cdot 2,6 e^{-j39^\circ 36'} = 56,5 e^{j13^\circ 30'} V$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{2(3)} &= \dot{U}_{(3)} - \dot{U}_{1(3)} = \frac{80}{\sqrt{2}} e^{-j60^\circ} - 2,9 e^{-j102^\circ} = 28,9 - j46,2 \\ &= 54,5 e^{-j58^\circ 48'} V \end{aligned}$$

Bu kuchlanishning tegishli oniy va effektiv qiymatlari:

$$u_2 = 36 + 80 \sin(100t + 13^\circ 30') + 77 \sin(300t - 58^\circ 48') V,$$

$$U_2 = \sqrt{U_{2(0)}^2 + U_{2(1)}^2 + U_{2(3)}^2} = \sqrt{36^2 + 56,5^2 + 54,5^2} = 85,7 V.$$

6. Aktiv-induktiv tarmoqdagi i_2 tokning garmonik tashkil etuvchilarining komplekslari quyidagicha aniqlanadi:

$$i_2(0) = I_{2(0)} = 36:12 = 3A$$

$$\dot{I}_{2(0)} = \frac{U_{2(1)}}{Z_{2(1)}} = 56,5 e^{j13^\circ 39'} : 20 e^{j53^\circ 10'} = 2,825 e^{-j39^\circ 40'} A$$

Bu tokning tegishli oniy va effektiv qiymatlari:

$$i_2 = 3 + 4 \sin(100t - 39^\circ 40') + 1,54 \sin(300t - 134^\circ 48') A$$

$$I_2 = \sqrt{3^2 + \left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right)^2 + 1,09^2} = 4,25 A.$$

$$I_{2(3)} = \dot{U}_{2(3)} : Z_{2(3)} = 54,5 \cdot e^{-j58^\circ 48'} : 49,6 e^{j76^\circ} = 1,09 e^{-j134^\circ 48'} A$$

7. Sig'im tarmoqdagi kompleks tok i_3 garmonik tashkil etuvchilar bo'yicha quyidagicha aniqlanadi:

$$i_2(0) = I_{3(0)} = U_{3(0)} : \infty = 0,$$

$$\dot{I}_{3(1)} = \frac{\dot{U}_{2(1)}}{Z_{3(1)}} = 56,5 e^{j13^\circ 30'} : 200 e^{-j90^\circ 30'} = 0,28 \cdot e^{j103^\circ 30'}$$

$$\dot{I}_{3(3)} = \dot{U}_{2(3)} : Z_{3(3)} = 54,5 \cdot e^{-j58^\circ 48'} : 66,7 \cdot e^{-j90^\circ 12'} = 0,815 e^{j31^\circ 12'} A$$

Bu tokning oniy va effektiv qiymatlari:

$$i_s = 0,815 \sin(300t + 31^\circ 12')$$

$$i_3 = 0,4 \sin(100t + 103^\circ 30') + 1,15 \sin \omega A$$

$$I_3 = \sqrt{I_{3(1)}^2 + I_{3(3)}^2} = \sqrt{0,28^2 + 0,815^2} = 0,864$$

8. Zanjirning kirish qismlaridagi kuchlanishning effektiv qiymati:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_{(1)}^2 + U_{(3)}^2} = \sqrt{60^2 + \frac{1}{2}100^2 + \frac{1}{2}80^2} = 108,63V$$

8.3. Davriy nosinusoidal tokning quvvati

Zanjirdagi (yoki uning ayrim qismlaridagi) o'zgaruvchan kuchlanishning oniy quvvati tok i bilan (egri chiziq shaklidan qat'i nazar) u hosil qilgan kuchlanish u tushuvining ko'paytmasiga teng, ya'ni $p=ui$. Bu quvvatning bir davr ichidagi o'rtacha qiymati yoki aktiv quvvat:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt$$

Agar nosinusoidal o'zgaruvchan kuchlanish va tok qiymatini ikkita trigonometrik qatorga yoysak,

$$u = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk})$$

$$i = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ik})$$

Quvvat quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T \left[U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk}) \right] \times \\ &\times \left[I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ik}) \right] dt = U_0 I_0 + \\ &+ \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} I_{km} \cos \varphi_k dt = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \\ &+ \dots + U_k I_k \cos \varphi_k = P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_k. \end{aligned}$$

Turli $q\omega$ va $S\omega$ chastotalarning sinus tashkil etuvchilari yig'indilarining integrali nolga teng bo'lgani uchun (8.2)

$$P = U_0 I_0 + \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} U_{km} I_{km} [\cos(\psi_{uk} - \psi_{ik}) -$$

$$\begin{aligned}
 -\cos(2\omega t + \psi_{uk} + \psi_{ik})]dt &= U_0 I_0 \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k dt = \\
 &= U_0 I_0 + U_k I_k \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots + U_k I_k \cos \varphi_k + \\
 &\quad + \dots = P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_k + \dots \quad (8.11)
 \end{aligned}$$

ya'ni davriy nosinusoidal o'zgaruvchan tokning aktiv quvvati kuchlanish va tok spektrlariga kiruvchi o'zgarmas va tashkil etuvchi barcha garmoniklarning aktiv quvvatlari yig'indisiga teng.

Sinusoidal tokdagiga o'xshash, yana to'la va reaktiv quvvatlar haqidagi tushunchani kiritamiz:

$$\begin{aligned}
 S &= UI = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2 + \dots} \times \\
 &\quad \times \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2 + \dots}, \quad (8.12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q &= Q_1 + Q_2 + \dots + Q_k + \dots = \\
 &= U_1 I_1 \sin \varphi_1 + U_2 I_2 \sin \varphi_2 + \dots + U_k I_k \sin \varphi_k + \dots \quad (8.13)
 \end{aligned}$$

Aktiv quvvatning to'la quvvatga nisbatini α bilan belgilasak,

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{P}{S} = \\
 &= \frac{P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_k + \dots}{\sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2 + \dots} \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + \dots + I_k^2 + \dots}} \quad (8.14)
 \end{aligned}$$

bo'ladi va uni **"davriy nosinusoidal o'zgaruvchan tokli zanjirning quvvat koeffitsiyenti"** deb ataymiz. Davriy nosinusoidal o'zgaruvchan tokli zanjir quvvat koeffitsiyentidan farqli ravishda kuchlanish bilan tok orasidagi faza siljishi burchagining kosinusiga teng emas. Zanjirdagi kuchlanish va tok nosinusoidal o'zgaruvchan bo'lgani tufayli, "faza siljishi" tushunchasi fizik ma'noga ega bo'lmay qoladi. Shunga qaramasdan muhandislik hisoblarida "kosinus φ " o'rniga, ko'pincha

$$\alpha = \cos \theta = P/S$$

ifoda ishlatiladi. Bu yerda: θ - (8.6) va (8.8) bo'yicha nosinusoidal o'zgaruvchan kuchlanish va tokning effektiv qiymatlariga ekvivalent kuchlanish hamda tok sinusoidalari orasidagi shartli siljish burchagini bildiradi.

Har qanday ixtiyoriy parametrlarga ega bo'lgan zanjirga o'zgaruvchan nosinusoidal kuchlanish va tok ta'sir etsa, bu zanjirning to'la quvvati $S > \sqrt{P^2 + Q^2}$ bo'lishi (8.11), (8.12) va (8.13) dan ko'rinib turibdi. Zanjir faqat rezistordan iborat bo'lganda, $Q=0$ bo'lgani tufayli,

ya'ni $S = P$ bo'lgani uchun quvvat koeffitsiyenti $\alpha = 1$; qolgan barcha hollarda $\alpha < 1$ bo'ladi. Shunday qilib, kuchlanish va toklarning egri chiziqlarida yuqori garmonikalarning bo'lishi zanjir quvvat koeffitsiyentining pasayishiga olib keladi. Shu nuqtayi nazardan katta quvvatli elektro-energetik sistemalarda manba kuchlanishi egri chizig'ining shakli iloji boricha sinusoidaga yaqin bo'lishi muhim ahamiyatga ega. Elektr energiyasining sifatiga bo'lgan bu talab yirik sinxron generatorlarni loyihalashda hisobga olinadi.

8.2-misol. 8.1-misolda berilganlar asosida 8.2-rasmdagi zanjir uchun aktiv, reaktiv va zanjirning kirish qismasidagi to'la quvvat, shuningdek, butun zanjirning quvvat koeffitsiyenti aniqlansin.

Yechish. 1. Zanjirning kirish qismalaridagi aktiv quvvat quyidagicha:

$$P = P_0 + P_1 + P_3 = U_0 I_0 + U_{(1)} \cdot I_{(1)} \cos \varphi_1 + U_{(3)} \cdot I_{(3)} \cos \varphi_3 = 60 \cdot 3 + 70,7 \cdot 2,6 \cos 39^\circ 36' + 56,6 \cdot 0,364 \cos 42^\circ = 336,3 \text{ Bm}$$

Manba bilan zanjir orasidagi sirkulatsiyalanuvchi reaktiv quvvat:

$$Q = U_{(1)} \cdot I_{(1)} \sin \varphi_1 + U_{(3)} \cdot I_{(3)} \sin \varphi_3 = 117 + 13,8 = 130,8 \text{ var}$$

$$\text{To'la quvvat: } S = UI_1 = 108,63 \cdot 4 = 434 \text{ BA}$$

$$\text{Zanjirning quvvat koeffitsiyenti: } \alpha = \frac{P}{S} = \frac{336,3}{434} = 0,775.$$

8.4. Nosinusoidal o'zgaruvchan tokli zanjirdagi rezonans hodisalari

Rezonans hodisasi ta'rifiga ko'ra, "rezonans" deganda nosinusoidal o'zgaruvchan kuchlanishli zanjirda tebranish konturi xususiy chastotasining manba kuchlanishi (yoki toki) chastotasi bilan mos tushuvi tushuniladi. Chastotalarning bunday mos tushuvi faqat asosiy garmonikada sodir bo'lmasdan, balki har qanday yuqori garmonikada ham ro'y berishi mumkin. Agar R , L va C chiziqdagi elementlari ketma-ket ulangan zanjirning $k\omega$ chastotasida to'la qarshilik:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^2}$$

bo'lsa, shu chastotada rezonans hosil bo'lganda:

$$k\omega L = \frac{1}{k\omega C} \text{ yoki } k^2 \omega^2 LC = 1 \quad (8.15)$$

Garmonikalarning tartibi k , ya'ni ularning chastotasi $k\omega$ avvaldan berilgan bo'lsa, L va C parametrlar $k\omega L = 1/k\omega C$ shartga ko'ra tanlanadi. Rezonansli garmonikada zanjirning qarshiligi minimal ($Z_k = R$), uning toki esa maksimal bo'ladi. Agar aktiv qarshilik R kichik bo'lsa, k

garmonikadagi rezonans paytida butun zanjirdagi tokning effektiv qiymati

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + \dots + I_k^2 \dots}$$

biroz ortib boradi. Rezonans natijasida "k"-garmonika tokining amplitudasi boshqa garmonika toklarining amplitudasidan ancha ortib ketishi mumkin.

Bu holda butun zanjir umumiy tokining effektiv qiymati asosan "k"-garmonika tokining amplitudasi bilan aniqlanadi:

$$I \cong I_k = \frac{U_k}{\sqrt{R^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^2}} = \frac{U_k}{R}$$

Aks holda murakkab zanjirlarning parametrlari shunday bo'lishi mumkinki, bunda $k\omega$ rezonans chastotali zanjirning to'la o'tkazuvchanligi amalda nolga teng bo'lib qoladi:

$$Y_k = \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{k\omega L} - k\omega C\right)^2} = g \approx 0$$

U holda bu garmonikaning toki boshqa garmonikalarning tokiga nisbatan hisobga olmaslik darajada kichik bo'ladi. Bu ikkala effektidan foydalanib, chastotaviy filtrlarining sxemalarini hisoblashda isme'molchining zanjirida tanlangan signal chastotalarini ajratish va uni kuchaytirish hamda iste'molchi uchun "*begona*" bo'lgan (halaqit beruvchi) chastotalarni tutib qolish ishlari bajariladi.

8.5. Uch fazali tok zanjiridagi yuqori garmonik tashkil etuvchilar

Sanoat chastotasidagi katta quvvatli o'zgaruvchan tok generatorlarida induktivlanayotgan e.yu.k. ning shakli sinusoid a ga yaqin ekanligi yuqorida aytilgan edi. Eng mukammal konstruksiyali uch fazali generatorlar ham ideal shakldagi sinusoidal e.yu.k. hosil qilmaydi. Agar zanjirda tavsiflari chiziqli bo'lmagan elementlar bo'lsa, iste'mol qilinayotgan tok tarkibida yuqori garmonikalar yanada kuchayadi. Tavsiflari chiziqli bo'lmagan elementlar nosinusoidal tebranishlarning manbai ekanligi keyinroq alohida ko'rsatib o'tiladi. Uch fazali o'zgaruvchan tok zanjirlarida yuqori garmonik tashkil etuvchilarning bo'lishi uch fazali zanjirlarning ayrim xususiyatlarini o'rganishni talab etadi. Uch fazali zanjirlar simmetrik bo'lgani tufayli, uchala fazada ham garmonikalarning amplitudaviy va chastotaviy tarkibi bir xil bo'ladi.

Fazalardagi e.yu.k. larning egri chiziqlari o'zaro $2\pi/3$ burchakka yoki nosinusoidal funksiya T davrining uchdan biriga siljigan. Davr T bir vaqtda birinchi garmonikaning ham davri bo'lgani uchun, k – tartibdagi yuqori garmonikalar qo'shni ikkala fazada $k \cdot \frac{2\pi}{3}$ ga qadar (yoki vaqt jihatidan $-\frac{1}{3}KT$ ga qadar) siljigan bo'ladi. Shunday qilib, k- va q-garmonikalar uchun generatorning ikkita qo'shni fazalaridagi faza siljishi burchaklari teng bo'lmaydi. Masalan, A fazaning faza e.yu.k. quyidagicha garmonik tashkil etuvchilarga ega deylik:

$$e_A = E_{1m}\sin\omega t + E_{3m}\sin(3\omega t + \psi_3) + E_{5m}\sin(5\omega t + \psi_5) + E_{7m}\sin(7\omega t + \psi_7)$$

(Eslatma: simmetrik uch fazali sistemalarda juft garmonikalar va o'zgarmas tashkil etuvchilar bo'lmaydi.).

Faza e.yu.k. y_e ning y_A dan $2\pi/3$ ga qadar orqada qolishini va y_e ning y_A ga nisbatan $2\pi/3$ burchak oldin kelishini bilgach, quyidagilarni yoza olamiz:

$$\begin{aligned} e_B &= E_{1m}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + E_{3m}\sin\left(3\omega t + \psi_3 - 3\frac{2\pi}{3}\right) + \\ &E_{5m}\sin\left(5\omega t + \psi_5 - 5\frac{2\pi}{3}\right) + E_{7m}\sin\left(7\omega t + \psi_7 - 7\frac{2\pi}{3}\right) = \\ e_{1m}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) &+ E_{3m}\sin(3\omega t + \psi_3) + E_{5m}\sin\left(5\omega t + \psi_5 + \frac{2\pi}{3}\right) + \\ &E_{7m}\sin\left(7\omega t + \psi_7 - 7\frac{2\pi}{3}\right); \\ e_C &= E_{1m}\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) + E_{3m}\sin(3\omega t + \psi_3) \\ &+ E_{5m}\sin\left(5\omega t + \psi_5 - \frac{2\pi}{3}\right) + E_{7m}\sin\left(7\omega t + \psi_7 + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

Faza siljishiaridagi farq ayrim garmonikalarning fazalari almashinish tartibi bir xil emasligi sabab bo'lganini yozilganlardan ko'rish qiyin emas. Masalan, tartibi uchga teng yoki unga karrali bo'lgan ($k=3, 6, 9, 12, 15$ va h.k.), garmonikalar nolinchii ketma-ketlikdagi simmetrik sistemani hosil qiladi, ya'ni bu garmonikalarning oniy e.yu.k. lari uchala fazada faza jihatidan mos tushadi (sinfazali bo'ladi). Agar garmonikaning tartibi k bo'lib va (k-1) uchga bo'linsa ($k=4, 7, 10, 13$ va h.k.), bunday tartibli garmonikalar to'g'ri ketma-ketlikdagi simmetrik sistemani hosil qiladi. Bu garmonika e.yu.k. larining vektorlari birinchi garmonika kabi bir-biridan o'shanday ketma-ketlikda siljigan bo'ladi.

Agar (k + 1) uchga bo'linsa ($k=2, 5, 8, 11$ va h.k.), bu garmonikalaridagi faza e.yu.k.lari teskari ketma-ketlikdagi simmetrik sistemani hosil qiladi.

Endi yuqorida qayd qilingan xossalarga binoan, simmetrik uch fazali zanjirning o'ziga xos bir qancha xususiyatlarini ko'rsatib o'tamiz.

Uch fazali generatorning faza chulg'amlari "yulduz" usulida ulanganda faza kuchlanishining effektiv qiymati:

$$U_{\phi} = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + U_7^2 + U_9^2 + U_{11}^2 + \dots}$$

bo'lsa, faza kuchlanishlarining tarkibiga kiruvchi uchga karrali garmonikalar liniya kuchlanishlari $U_{AB} = U_A - U_B$, $U_{BC} = U_B - U_C$ va $U_{CA} = U_C - U_A$ larning tarkibida bo'lmaydi. Shuning uchun liniya kuchlanishining effektiv qiymati:

$$U_L = \sqrt{3} \cdot \sqrt{U_1^2 + 0 + U_5^2 + U_7^2 + 0 + U_{11}^2 + \dots}$$

ya'ni $U_L < \sqrt{3} \cdot U_{\phi}$ bo'ladi. Tarkibida toq yuqori garmonikalar bo'lgan e.yu.k. manbaiga nol simsiz "yulduz" usulida ulangan uch fazali simmetrik iste'molchining fazalaridagi kuchlanishning tarkibida ham uchga karrali garmonikalar bo'lmaydi:

$$U_{\phi} = \sqrt{U_1^2 + U_5^2 + U_7^2 + U_{11}^2 + \dots}$$

Buning sababi shuki, uchga karrali garmonikalar bo'lganda faza toklari yig'indisi nolga teng bo'lmaydi. Bu garmonikalar generatorning faza e.yu.k. lari tarkibida bo'lgani uchun zanjirdagi muvozanat. Kirxgofning ikkinchi qonuniga binoan, generator bilan iste'molchining 0 va 0' nuqtalari 3-, 9- va hokazo garmonikalarning hosil bo'lishi hisobiga vujudga keladi:

$$U_{00'} = \sqrt{U_3^2 + U_9^2 + U_{15}^2 + \dots}$$

Agar uch fazali iste'molchi nol simli "yulduz" usulida ulansa, uning fazalaridagi kuchlanish o'zining garmonika tartibi bo'yicha generatorning faza e.yu.k. lari bilan bir xil bo'ladi:

$$U_{\phi} = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + \dots}$$

Xuddi shu garmonikalar faza (liniya) toklarining tarkibida ham bo'ladi:

$$I_{\phi} = I_A = \sqrt{I_1^2 + I_5^2 + I_7^2 + \dots}$$

Bunda simmetrik rejimda toklarning asosiy chastotalari va uchga karrali bo'lmagan barcha yuqori garmonikalari oniy qiymatlarining yig'indisi nolga teng, chunki ular to'g'ri va teskari ketma-ketlikdagi

simmetrik sistema hosil qiladi. Uchga karrali bo'lgan toklarning garmonikalari nolinchi ketma-ketlikdagi sistema hosil qilib, neytral sim orqali tutashadi. Bu yig'indi tokning effektiv qiymati esa betaraf:

$$I_N = 3\sqrt{I_3^2 + I_9^2 + I_{15}^2 + \dots}$$

Uch fazali generatorning faza chulg'amlarini "uchburchak" usulida ulaganda, garmonikalari uchga karrali bo'lgan e.y.u.k. larning yig'indisi nolga teng bo'lmaydi. Agar chulg'amlar voltmeter bilan ketma-ket ulansa, unda voltmeter o'lchagan kuchlanishning effektiv qiymati:

$$U_V = 3\sqrt{E_3^2 + E_9^2 + E_{15}^2 + \dots}$$

Bu kuchlanish, generator yuklanganligidan qat'i nazar, uning chulg'amlari yuqori tartibli garmonikali tok ta'sirida bo'ladi. Bunga iste'molchining qismalaridagi fazaviy kuchlanishlar ham, liniyaviy kuchlanishlar ham uchga karrali garmonikalarga ega emas, vaholanki, bu xil rejimga generator chulg'amlarining ortiqroq qizishi hisobiga erishiladi.

8.6. Davriy nosinusoidal funksiyalarning simmetriklik alomatlari

Nosinusoidal simmetrik egri chiziqlarning garmonika tarkiblari. Amalda uchraydigan davriy nosinusoidal o'zgaruvchan elektr miqdorlari berilgan koordinatalar sistemasida biror simmetrik alomatlariga ega bo'lgan egri chiziqlar bilan ifodalanadi. Quyida qanday ko'rinishdagi simmetrik egri chiziqlarning tez-tez uchrab turadigan turlari va ularni Furiye qatoriga yoyishning xususiyatlari bayon qilinadi.

Agar $f(t)$ nosinusoidal davriy o'zgaruvchan funksiya $f(t) = -f(t+T/2)$ shartni qanoatlantirsa, uning egri chizig'i absissalar o'qiga nisbatan simmetrik hisoblanadi. 8.1-v rasmdagi egri chiziq ana shunday simmetriklik alomatiga ega, chunki uning manfiy yarim to'liqini yarim davrdan keyingi musbat yarim to'liqinning aksidir. Furiye qatoriga yoyganda egri chiziqning garmonikalari tarkibida o'zgarmas tashkil etuvchilar va juft garmonikalar bo'lmaydi. Haqiqatan ham, π faza siljishi burchagiga mos yarim davrdan so'ng (7.2) Furiye qatoridagi tokning barcha garmonikalari ishorasi teskarisiga almashinib, $f(t) = -f(t + T/2)$ shartni qanoatlantiradi. O'zgarmas tashkil etuvchilar va juft garmonikalar nol yoki butun bir davrga siljisa ham o'zining avvalgi ishorasini saqlashi tufayli yuqoridagi simmetriya shartini qanoatlantirmaydi. Demak, ular absissa o'qiga nisbatan simmetrik bo'lgan egri chiziqlarning tarkibida

uchraydi. Agar $f(t)$ davriy nosinusoidal o'zgaruvchan funksiya $f(t)=f(-t)$ shartni qanoatlantirsa, uning egri chizig'i ordinatalar o'qiga nisbatan simmetrik hisoblanadi. 8.1-a rasmdagi egri chiziq ana shunday simmetriklik alomatga ega, chunki funksiyaning manfiy yarim $(-t)$ vaqt o'qidagi tasviri uning o'ng tomonidagi $(+t)$ inusbat yarim to'lqin tasviri bilan bir xil. Egri chiziqni Furiye qatoriga yoyganda, (8.2) tenglamaga binoan, uning garmonikalari tarkibida sinusli tashkil etuvchilar bo'lmaydi, chunki o'zgarmas tashkil etuvchi A vaqtga bog'liq bo'lmay, kosinusli tashkil etuvchilari qo'yilgan simmetrik shartni qanoatlantiradi: har doim $C_k \cos k\omega t = C_k \cos(-k\omega t)$. Demak, ordinatalar o'qiga nisbatan simmetrik bo'lgan egri chiziqlarni (7.2) ko'rinishdagi qatorga yoyganda, sinusoidal tashkil etuvchilar amplitudalarining nolga tengligini ko'ramiz, ya'ni:

$$B_1 = B_2 = \dots = B_k = 0.$$

Agar $f(t)$ nosinusoidal davriy funksiya $f(t)=-f(-t)$ shartni qanoatlantirsa, uning egri chizig'i koordinatalar sistemasining markaziy nuqtasiga nisbatan simmetrik hisoblanadi. 8.1-b rasmdagi egri chiziq ana shunday simmetriya belgisiga ega, uning $u(t)$ funksiyasi orqali tasvirlanuvchi oniy qiymatlari musbat va manfiy ishorali vaqt o'qlarida absolyut miqdorlari bo'yicha bir xil bo'lib, ishoralari jihatidan qarama-qarshidir, ya'ni $u(t)=-u(-t)$. Furiye qatoriga yoyish (8.2) formulasida simmetriya shartlarini faqat uning sinusli tashkil etuvchilari qanoatlantiradi, ya'ni

$$f(t) = B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \dots + B_k \sin k\omega t + \dots$$

Haqiqatan ham, o'zgarmas tashkil etuvchilar vaqtga bog'liq bo'lmay, kosinusli tashkil etuvchilari argumentining ishorasi o'zgarganda ham o'zining ishorasini o'zgartirmaydi, ya'ni $C_k \cos k\omega t = C_k \cos(-k\omega t)$. Demak, koordinatalar o'qlari markaziga nisbatan simmetrik bo'lgan egri chiziqlar Furiye qatorida o'zgarmas va kosinusli tashkil etuvchilarga ega bo'lmaydi.

8.7. Davriy cheklangan nosinusoidal egri chiziqlar. Pulsatsiya. Modulatsiyalangan tebranishlar

Bir davriy tebranishiga boshqa davriy tebranishning ta'siri natijasida olingan tebranish egri chiziqlari **"davriy cheklangan egri chiziqlar"** deyiladi. Bu tebranishlar tashqi belgilari va davriylik xususiyatlari jihatidan nosinusoidal funksiyalarning alohida turini tashkil etadi. Misol tariqasida pulsatsiyani va amplitudasi bo'yicha modulatsiyalangan sinusoidal tebranishlarni ko'rib chiqamiz.

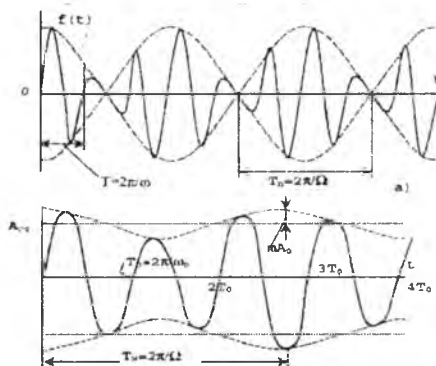
1. Pulsatsiya. Pulsatsiya – amplitudalari bir-biriga teng bo‘lgan, ammo chastotalari o‘zaro yaqin va lekin teng bo‘lmagan ($\omega_1 > \omega_2$) sinusoidal tebranishlarning bir-birlariga ustma-ust tushishi natijasida olingan davriy tebranishlarning murakkab turi hisoblanadi. Pulsatsiya egri chizig‘i vaqt jihatidan quyidagi qonun asosida o‘zgaradi:

$$f(t) = A_m(\sin\omega_1 t + \sin\omega_2 t) \quad (8.16)$$

Triginometrik funksiyalarga oid $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ dan foydalanilgan holda (8.16) ni quyidagi ko‘rinishga keltiramiz:

$$f(t) = 2A_m \cdot \cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t \cdot \sin\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t = 2A_m \cos\Omega t \cdot \sin\omega t \quad (8.17)$$

bunda: $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ – funksiya $f(t)$ ning oniy qiymatini o‘zgartiradigan burchak chastota; $\Omega = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)$ – nosinusoidal $f(t)$ ning asosiy to‘lqinining amplitudasini o‘zgartiradigan burchak chastota.



8.3-rasm.

Shunday qilib, miqdori jihatidan davriy o‘zgaruvchan ko‘paytiruvchi $\cos \Omega t$ ni amplitudasi $2A_m$ ga teng bo‘lgan egri chiziq $f(t)$ ning vaqt jihatidan o‘zgaruvchan koeffitsiyenti deb qaraladi.

Natijaviy egri chiziq (8.3-a rasm) davri $T = \frac{2\pi}{\omega}$ tebranish amplitudasi kosinusoida $2A_m \cos \Omega t$ bilan cheklangan sinusoidani ifodalaydi. $f(t)$ funksiya $f(t)$ davriy bo‘lib, har bir teng oraliq T_n vaqtdan so‘ng, $\sin \omega t$ funksiyasining argumentidan qat‘i nazar noldan o‘tadi, chunki

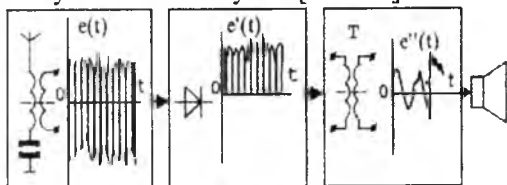
$$t = \frac{\pi}{2} \Omega, \frac{3\pi}{2} \Omega, \frac{5\pi}{2} \Omega \quad \text{va} \quad \text{hokazo} \quad \text{onlarda} \quad \text{funksiya} \quad 2A_m \cos \Omega t = 2A_m \cos\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = 0, \text{ ya'ni nolga teng.}$$

"Pulsatsiya davri" deb ataladigan xuddi shunday $T_1 = \pi/\Omega$ vaqt oralig'idan so'ng, $f(t)$ funksiya o'zining maksimal amplitudasi $2A_m$ ga erishadi. Qo'shiladigan sinusoidalarning chastotalari ω_1 va ω_2 o'zlarining miqdorlari jihatidan bir-biridan qanchalik kam farq qilsa, pulsatsiya davri T_P shunchalik katta bo'ladi.

2. Amplitudaviy modulatsiyalash. Bu o'zgarmas ω_0 chastotali sinusoidal funksiya amplitudasini avvaldan berilgan $A_m(t)$ qonun bo'yicha boshqarish demakdir. Vaqt bo'yicha o'zgarish qonuni, ya'ni $A_m(t)$ amplitudaning modulatsiyasi umumiy holda ixtiyoriy bo'lib, davriy yoki davriy emas. Oddiy misol tariqasida amplitudasi $A_m(t) = (1 + m\cos\Omega t) \cdot A_{0m}$ qonun bo'yicha o'zgaruvchi $f(t) = A_m \sin\omega_0 t$ funksiyani ko'rib chiqamiz:

$$f(t) = A_{0m} (1 + m \cdot \cos\Omega t) \cdot \sin\omega_0 t \quad (8.18)$$

bunda: ω_0 – o'zgartirilayotgan signalning asosiy yoki eltuvchi chastotasi; Ω – amplitudaning o'zini o'rtacha miqdori atrofidagi o'zgarish chastotasi; m – modulatsiyalash koeffitsiyenti [$0 < m < 1$].



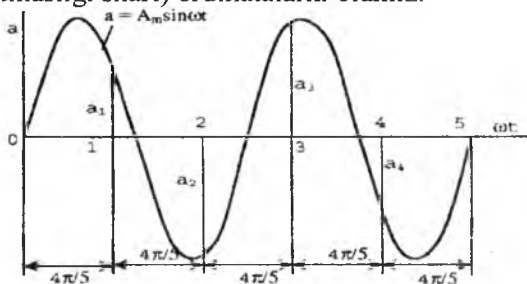
8.4-rasm.

8.3-b rasmda chastotalarning nisbati $\omega_0 : \Omega = 3$ va modulatsiyalash koeffitsiyenti $m=0,25$ bo'lgan modulatsiyalangan tebranishlarning egri chizig'i ko'rsatilgan. Modulatsiyalangan signallar hosil bo'lishining barcha amaliy hollarida $m < 1$ bo'lgani uchun, davriy cheklangan $A_{0m}(1+m \cos\Omega t)$ vaqt o'qiga nisbatan noldan o'tmaydigan bir juft simmetrik egri chiziqni ifodalaydi. Amplitudaviy modulatsiyalash aloqa texnikasida, radioda, televideniyeda, informatsiya uzatish va obyektida distansion boshqarish signallarini hosil qilishda eng ko'p tarqalgan. 8.4-rasmda tovush signalini radiokanal orqali uzatishning soddalashtirilgan blok-chizmasi ko'rsatilgan. Amplitudaviy modulatsiyalangan tovush tebranishlari yuqori chastotali sinusoidal signal tarzida uzatgich orqali efirga tarqaladi. Efirga tarqatilgan bu signal keyinchalik antenna orqali priyomnikning L - C tebranish konturiga tushadi (I blok). Uzatilayotgan signal chastotasi bilan rezonansga sozlangan tebranish konturi boshqa radiosignallar to'plamidan kerakli signalni ajratib, uni sinusoidal e.yu.k.

- $e(t)$ tarzda dastlabki kuchaytirish chizmasiga uzatadi. So'ngra signal detektorlanadi, ya'ni to'g'rilanib, natijada uning yo'nalishi o'zgarmaydi va miqdori pulsatsiyalanuvchi bo'ladi (II blok). So'ngra signal quvvat bo'yicha kuchaytirilib, o'zgaras tashkil etuvchini ushlab qoluvchi kondensatorli yoki transformatorli filtrlardan o'tadi (III blok). Priyomnikka kirgan boshlang'ich signallar begona signallardan "tozalanishi" natijasida faqat foydali tovush signali qoldirilib, dinamikka (radio-karnaychaga) uzatiladi.

8.8. Nosinusoidal o'zgaruvchan funksiya egri chiziqlarini Furye qatoriga yoyishning grafik usuli (Chebishev usuli)

Ma'lum sharoitda $f(t)=f(t+kT)$ turdagi barcha davriy uzluksiz funksiyalar faqat analitik usul bilan emas, shuningdek, grafik usul bilan ham Furye qatoriga yoyiladi. Grafik usullarning eng ko'p tarqalgan usullaridan biri, absissa o'qlariga nisbatan simmetrik bo'lgan funksiya egri chiziqlarini yoyishda tatbiq qilinadigan Chebishev usulidir. Bu usul sinusoidalarining quyidagi xususiyatlariga asoslangan. Agar $a=A_m\sin\omega t$ sinusoidaning k -ta to'la davri p -ta teng qismlarga bo'lsin, u holda bo'linish nuqtalaridagi ordinalarning algebraik yig'indisi (buning uchun k/p butun son bo'lmashligi shart) nolga teng. Masalan, ikkita to'la davrli sinusoidani beshta qismga bo'lsak (8.5-rasm), ordinalarning yig'indisi ($a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$)=0, chunki $a_1=-a_4$, $a_2=-a_3$ va $a_5=0$. Agar k/p nisbat butun son bo'lsa, bo'linish nuqtalarida noldan farq qiladigan o'zaro teng (buning uchun bo'linish nuqtalari sinusoidalarining nolli qiymatlaridan o'tmasligi shart) ordinalarni olamiz.



8.5-rasm.

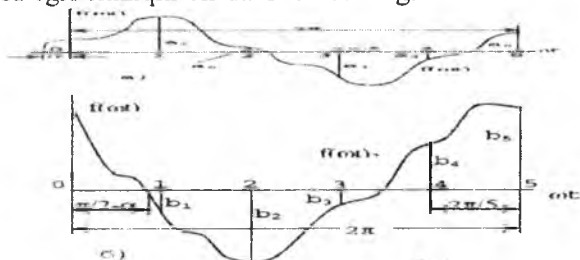
Shunday qilib, koordinatalar boshiga nisbatan qandaydir burchakka qadar (8.6-a rasm) siljigan ixtiyoriy tok davriy nosinusoidal $f(a, t)$ funksiyani olib, uni p -ta teng qismlarga bo'lsak, u holda bo'linish nuqta-

laridagi ordinalarning yig'indisi faqat uning p ga teng yoki unga karrali garmonikalari uchun nolga teng bo'lmaydi. Misol uchun "p beshga teng", deb faraz qilaylik. U holda (8.2) formulaga va 8.6-a rasmda bajarilgan bo'linishlarga binoan, ordinalarning yig'indisi $M_5 = \sum_1^5 a_q$ beshinchi va unga karrali kosinusoidalar ordinalarining yig'indisiga teng. Endi berilgan egri chiziq $f(\omega t)$ - ni 8.6-a rasmda ko'rsatilganidek, to'rtidan bir davrga surib, uni yana beshta teng qismga bo'lsak, u holda, ordinalarning yangi yig'indisi $N_5 = \sum_1^5 b_q$ o'sha tashkil etuvchilari garmonikalari sinusoidalari ordinalarining yig'indisiga teng bo'ladi.

Ixtiyoriy simmetrik tok funksiya

$$f(\omega t) = B_1 \sin \omega t + B_3 \sin 3\omega t + B_5 \sin 5\omega t + \dots + C_1 \cos \omega t + C_3 \cos 3\omega t + C_5 \cos 5\omega t + \dots$$

uchun bu holni umumlashtirib, 8.6-a rasmda tasvirlangan egri chiziqning qanday garmonikalardan tuzilganligini quyidagicha aniqlaymiz. $\omega t = 0$ da barcha garmonikalar ordinalarining yig'indisi $M_1 = f(0) = C_1 + C_3 + C_5 + \dots = a_5$; bu esa egri chiziqni bir davr ichida birga bo'lish demakdir.



8.6-rasm.

Bunda $f(\omega t)$ egri chiziqning sinusli tashkil etuvchilari nolga teng. Egri chiziq $f(\omega t)$ ni uchta teng qismga bo'lib, bo'linish nuqtalarida ordinalarining uchta tashkil etuvchisini olamiz, ularning yig'indisi esa:

$$M_3 = 3(C_3 + C_9 + C_{15} + \dots) = \sum_{i=1}^3 a_i$$

Xuddi shunga o'xshash, egri chiziq $f(\omega t)$ ni besh, yetti, to'qqiz va h.k. qismlarga bo'lganda, tegishli ravishda quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$M_5 = 5(C_5 + C_{15} + C_{25} + \dots) = \sum_{i=1}^5 a_i$$

$$M_7 = 7(C_7 + C_{21} + C_{35} + \dots) = \sum_{i=1}^7 a_i$$

$$M_9 = 9(C_9 + C_{27} + C_{45} + \dots) = \sum_{i=1}^9 a_i$$

va h.k.

Egri chiziq $f(\omega t)$ ning sinusli tashkil etuvchilaridagi $B_1, B_3, \dots, B_k$ koeffitsiyentlarni aniqlash uchun uni koordinatalar boshiga nisbatan $\pi/2$ burchakka (yoki to'rtidan bir davrga) suramiz (8.6-b rasm). Endi berilgan egri chiziqning bir davrini birga, uchga, beshga, yettiga, to'qqizga va hokazo qismlarga bo'lganda, yangi bo'linish nuqtalarida tegishli qayidagilarga ega bo'lamiz:

$$N_1 = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = B_1 - B_3 + B_5 - B_7 + B_9 + \dots = B_5$$

$$N_3 = 3(-B_3 + B_9 - B_{15} + \dots) = \sum_{i=1}^3 b_i$$

$$N_5 = 5(B_5 - B_{15} + B_{25} - \dots) = \sum_{i=1}^5 b_i$$

$$N_7 = 3(-B_7 + B_{21} - B_{35} + \dots) = \sum_{i=1}^7 b_i \quad \text{va h.k.}$$

Yuqori tartibdagi garmonikalarning amplitudalari unchalik katta emasligini hisobga olgan holda, egri chiziqlarni yoyishning yetariicha aniqligini ta'minlovchi n -tartibli garmonikani ko'rish bilan cheklanamiz. Masalan, $k=9$ da quyidagi nisbatlarga egamiz:

$$M_1 = C_1 + C_3 + C_5 + C_7 + C_9 \quad N_1 = B_1 - B_3 + B_5 - B_7 + B_9$$

$$M_3 = 3(C_3 + C_9) \quad N_3 = 3(-B_3 + B_9)$$

$$M_5 = 5C_5 \quad N_5 = 5B_5$$

$$M_7 = 7C_7 \quad N_7 = -7B_7$$

$$M_9 = 9C_9 \quad N_9 = 9B_9$$

bulardan k -garmonikaning sinusli va kosinusli tashkil etuvchilaridagi B_k va C_k koeffitsiyentlarni osongina aniqlash mumkin, demak, bu garmonikalarning to'la sinusoidasiga o'tish mumkin:

$$f_n(\omega t) = A_n \sin(k\omega t + \psi_n)$$

bunda: $A_n = \sqrt{B_{2n}^2 + C_{2n}^2}$ n -garmonikaning amplitudasi; $\psi_n = \arctg(C_n/B_n)$ n -garmonikaning boshlang'ich fazasi. Bunda A_n dan farqli, ψ_n fazasi C_n va B_n larning ishoralariga bog'liq, ya'ni egri chiziqni p -ta qismga bo'lish nuqtalaridagi koordinatalarning ishoralariga bog'liq bo'ladi.

IX BOB. YIG'IQ, O'LCHAMLI ELEKTR ZANJIRLARDAGI O'TKINCHI JARAYONLAR

9.1. Umumiy tushunchalar

Elektr zanjirlarning bitta turg'unlashgan holatdan boshqasiga o'tishini xarakterlovchi jarayon **"o'tkinchi jarayon"** deb ataladi. Elektr zanjirining asosiy ish holati (rejimi) quyidagi omillar: manbaga ulanishi va undan ajratilishi, zanjir o'lchamlarining keskin o'zgarishi (yuklamaning keskin ortishi yoki kamayishi), ishlayotgan zanjirga qo'shimcha manbalarning ulanishi, zanjir tarkibiy qismlarining qisqa tutashuvi, alohida tarmoqlarning uzilishi va boshqalar tufayli o'zgarishi mumkin. Elektr zanjirlarining ish holatlarini o'zgarishga olib keluvchi barcha sabablar oddiy ravishda ***kommutatsiya yoki kommutatsion jarayonlar*** natijasida vujudga keladi. Muhandislik hisoblarida, elektr zanjirdagi o'rganilgan holat kommutatsiya sodir bo'lgan ondan (zanjirga yuklama ulangandan yoki uzilgandan) keyin boshlanadi, deb taxmin qilinadi. Ammo bunday taxmin zanjir faqat birlgina aktiv qarshilikdan iborat bo'lgandagina to'g'ri, agar zanjirda bitta bo'lsa ham energiya to'plovchi element (induktivlik yoki sig'im) bo'lsa, bunday taxmin noto'g'ri hisoblanadi. Gap shundaki, induktivlik va sig'im uchun bir turg'unlashgan holatdan boshqasiga o'tishi, shu elementlarning magnit va elektr maydonlarida to'plangan elektromagnit energiyasining miqdor jihatidan o'zgarishiga bog'liq. Energiyaning son jihatidan chekli miqdorga o'zgarishi bir zumda sodir bo'la olmasligi tufayli, zanjirning turg'unlashgan holatdan boshqasiga o'tishi ma'lum (noldan farq qiladigan) vaqtni talab etadi. Elektr zanjirlarining o'tkinchi holati reaktiv element: L va C larning xususiyatlaridan kelib chiquvchi kommutatsiya qoidalari (qonunlari) orqali izohlanadi.

1. Kommutatsiyaning birinchi qonuni. *Har qanday induktivlikka ega tarmoqdagi tok va magnit toki kommutatsiya paytida o'zining kommutatsiyaga qadar bo'lgan qiymatini saqlaydi va bundan so'ng ana shu qiymatlaridan boshlab o'zgaradi.*

Bu hol matematik ravishda quyidagicha ifodalanadi:

$$i_L(0+) = i_L(0-) \text{ yoki } \Phi(0+) = \Phi(0-).$$

Buni induktiv g'altakni o'zgarish kuchlanish manbaiga ulash misolida ko'rib chiqamiz. Agar ilgari (kommutatsiyaga qadar) g'altakdan tok o'tmagan bo'lsa [$i_L(0-)=0$ va $\Phi(0-)=0$], kommutatsiya paytida g'altakdan o'tayotgan tok va uning hosil qilgan magnit oqimi nolga teng bo'ladi

$[i_L(+0)=0$ va $\Phi(+0)=0]$. Bu miqdorlarning noldan to barqaror qiymatlari i va Φ gacha birdaniga ortib ketishi nazariy jihatdan mumkin emas. Chunki buning uchun tok va magnit oqimining o'zgarish tezliklari cheksiz katta bo'lishi kerak; boshqacha qilib aytganda, kommutatsiya paytida $u_L(0)=(L di/dt)=\infty$ bo'lishi lozim. Elektr zanjirining muvozanati nuqtayi nazaridan esa Kirxgofning ikkinchi qonuni buziladi.

Energetik nuqtayi nazardan bu qonun g'altak magnit maydoni energiyasi $1/2 Li^2$ ning birdaniga ma'lum miqdorga o'zgarishi mumkin emasligidan kelib chiqadi, chunki bu holda manbadan cheksiz katta quvvat talab qilinadi.

2. Kommutatsiyaning ikkinchi qonuni. *Har qanday tarmoqda sig'imdagi kuchlanish va zaryad kommutatsiya paytida o'zining kommutatsiyaga qadar bo'lgan qiymatini saqlaydi va bundan so'ng ana shu qiymatlaridan boshlab o'zgaradi.*

Bu hol matematik ravishda quyidagicha ifodalanadi:

$$u_c(+0) = u_c(-0) \text{ yoki } q(+0) = q(-0)$$

Buni sig'im C ni o'zgarmas kuchlanish manbaiga ulash misolida ko'rib chiqamiz. Agar kommutatsiyaga qadar kondensatorda hech qanday zaryad bo'lmasa [$U_C(-0)=0$ va $q(-0)=0$], kommutatsiya paytida kuchlanish kabi zaryad ham nolga teng bo'lib qolaveradi [$U_C(+0)=0$ va $q(+0)=0$]. Kuchlanish U_C va zaryad q ning $t=0$ paytda birdaniga o'zgarishi mumkin emas. Chunki bunday holda $i = \frac{dq}{dt} = \left(C \frac{du_C}{dt} \right)_{t=0} = \infty$ bo'lishi tufayli zanjirning muvozanat holati buziladi.

Energetik nuqtayi nazaridan bu qonun kondensator elektr maydoni energiyasini $\frac{Cu_C^2}{2}$ ning birdaniga sakrab o'zgarishining mumkin emasligi bilan tasdiqdanadi; chunki manbadan bu holda cheksiz katta quvvat talab qilinadi.

9.2. O'tkinchi, turg'unlashgan va erkin holatlar haqida tushunchalar

Yuqorida ko'rsatilib o'tilganidek, elektr zanjirining bir turg'unlashgan holatdan boshqa holatga o'tishi bir zumda sodir bo'lmasdan, energiya manbai bilan zanjirning energiya to'plovchi elementlari orasida energiya taqsimlanish jarayoniga ketgan vaqt qadar davom etadi. Modomiki, chegaraviy oniy vaqtda (kommutatsiya paytida $t=0$) elektromagnit energiyasining oniy miqdorlari kommutatsiyaga qadar bo'lgan va undan keyingi turg'unlashgan rejimlarda o'zaro teng emas ekan,

demak, zanjirda ana shu energiya farqini kompensatsiyalovchi kuch mavjud bo'lishi kerak. Masalan, rezistor R va induktiv L ketma-ket ulangan zanjirni o'zgaras kuchlanish U_0 manbaiga ulash $t=0$ chegarada bir-biriga teng bo'lmagan ikkita turg'unlashgan tok o'zaro "tutashuvi" kerak. Bular tegishli kommutatsiyaga qadar va undan keyin $i_{tur}(-0)=0$ va $i_{tur}=U_0/R$ qiymatlarga ega. Kommutatsiyaning birinchi qonuniga binoan $i(-0)=i(0)=0$; demak, o'tkinchi tok vaqt bo'yicha o'zgaruvchan yana bitta erkin tashkil etuvchi $i_{erk}(t)$ ga ega bo'ladi. Uning oniy qiymati $t=0$ paytida $i_{erk}(0)=-U_0/R$ bo'ladi. Bu holda kommutatsiya qonuni induktivlik tarmoq uchun quyidagicha yoziladi:

$$i(-0) = i(0) = i_{tur}(0) + i_{erk}(0) = 0$$

Vaqt o'tishi bilan tokning erkin tashkil etuvchisi kamaya borib, $t=\infty$ bo'lganda nolga teng bo'lishi kerak. Chunki bu vaqt ichida zanjirda energiyaning qayta taqsimlanishi va o'tkinchi jarayon tugallanadi. Tok erkin tashkil etuvchisining yoki oddiy qilib aytganda, erkin tokning o'zgarish va so'nish tezligining qonuni tashqi ta'sirning miqdori va xarakteriga bog'liq bo'lmay, zanjir o'lchamlariga bog'liqdir.

Bu qonunni va undan kelib chiqadigan miqdorlarni aniqlash uchun berilgan zanjirning differensial muvozanat tenglamasi tuzilgan va yechilgan bo'lishi kerak.

Misol tariqasida aktiv qarshilik R , induktivlik L va sig'im C ketma-ket ulangan zanjirning kuchlanish manbai $u(t)$ ga ulanishini ko'rib chiqamiz (9.1-rasm).

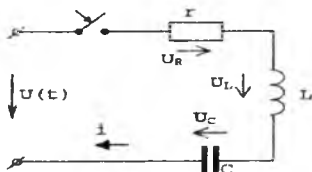
Berilgan zanjirning elektr muvozanat tenglamasi Kirxgofning ikkinchi qonuniga binoan,

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = u(t) \quad (9.1)$$

bo'ladi; bunda: i – tokning $t=0$ dan to $t=\infty$ gacha bo'lgan vaqtdagi oniy qiymati yoki oddiy qilib aytganda, o'tkinchi tok; $u(t)$ – manba kuchlanishining analitik ko'rinishdagi, vaqtga bog'liq uzluksiz funksiyasi (masalan, $u=U_m \sin(\omega t + \psi_u)$).

Zanjirda o'tkinchi jarayon tugashi bilan manba kuchlanishining o'zgarish qonuni $u(t)$ ga bo'ysungan turg'unlashgan majburiy rejim boshlanadi. U holda (9.1)ning o'rniga quyidagini yozish mumkin.

$$Ri_{tur} + L \frac{di_{tur}}{dt} + \frac{1}{C} \int i_{tur} dt = u(t) \quad (9.2)$$



9.1-rasm

Ammo o'tkinchi tok i majburiy i_{tur} turg'un va erkin i_{erk} tashkil etuvchilardan iborat, ya'ni $i = i_{tur} + i_{erk}$ bo'lsa, unda (9.1) dan (9.2) ni

$$Ri_{tur} + L \frac{di_{tur}}{dt} + \frac{1}{C} \int i_{tur} = 0 \quad (9.3)$$

yoki

$$U_{Rerk} + U_{Lerk} + U_{Cerk} = 0$$

ni hosil qilamiz, ya'ni kuchlanishlar tushuvi erkin tashkil etuvchilarining yig'indisi yoki kuchlanishning erkin tushuvi nolga teng. Demak, kuchlanish manbai zanjirda erkin tebranishlar hosil qilmaydi. Aslida bunday erkin tebranishlar kommutatsiya paytida zanjirdagi energiya jamlovchi elementlarning tashqi ta'siriga bo'lgan reaksiyasi natijasida paydo bo'ladi. Shunday qilib, zanjir elementlaridagi o'tkinchi kuchlanishlarni xuddi tok kabi, turg'unlashgan va erkin tashkil etuvchilardan iborat deb qarash mumkin, ya'ni

$$U_R = U_{Rerk} + U_{Rtur}; \quad U_L = U_{Lerk} + U_{Ltur}; \quad U_C = U_{Cerk} + U_{Ctur}$$

Endi 9.1-rasmda ko'rsatilgan zanjirdagi o'tkinchi jarayon ifodasini olish uchun, (9.3) tenglamaning yechimiga murojaat qilamiz. Buning uchun (9.3) tenglamani avval quyidagi ko'rinishga keltirib olamiz.

$$\frac{d^2 i_{erk}}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di_{erk}}{dt} + \frac{i_{erk}}{LC} = 0 \quad (9.4)$$

$2\delta = \frac{R}{L}$ va $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ belgilar kiritib, tavsifiy tenglamaga o'tamiz:

$$\alpha^2 + 2\delta\alpha + \omega_0^2 = 0 \quad (9.5)$$

Uning ildizlari esa $\alpha_{1,2} = \delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$.

Shunday qilib, bir jinsli differensial tenglama (9.4) ning umumiy yechimi:

$i_{erk} = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}$ bo'ladi;

bunda: A_1 va A_2 – kommutatsiya qonunlarining chegaraviy (boshlang'ich) shartlardan kelib chiqadigan integrallash doimiylari.

Erkin tokning o'zgarish qonuni $i_{erk}(t)$ tavsifiy tenglamaning ildizlari α_1 , α_2 ning qiymati va xarakteriga bog'liq. Ammo $i_{erk}(t)$ funksiya doimo $t \rightarrow \infty$ da nolgacha so'nuvchi egri chiziq bilan ifodalanadi.

Zanjirlar murakkab bo'lgan sari o'tkinchi jarayonlarni hisoblash yanada yuqori tartibdagi differensial tenglamalarni yechishga olib keladi.

Masalan, shunday zanjirning k- tarmog'idagi o'tkinchi tok n-tartibli differensial tenglama bilan ifodalanadi:

$$a_n \frac{d^n i_k}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} i_k}{dt^{n-1}} + \dots + a_2 \frac{d^2 i_k}{dt^2} + a_1 \frac{di_k}{dt} + a_0 i_k = f(t) \quad (9.6)$$

Erkin tok esa quyidagicha bo'ladi:

$$i_{\text{erk}} = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t} + \dots + A_n e^{\alpha_n t} \quad (9.7)$$

Zanjirdagi o'tkinchi jarayonlarni hisoblashning differensial tenglamalarini tahlil qilishga asoslangan usul "klassik usul" deyiladi. Bu usulni quyidagi misollarda ko'rib chiqamiz.

9.3. Induktiv g'altakni o'zgaras kuchlanishga ulash

9.2-rasmda vaqt $t=0$ da o'zgaras kuchlanish U_0 ga ulanadigan r, l o'lchamlarga ega induktiv g'altak sxemasi berilgan. Ana shu zanjirdagi o'tkinchi jarayonni tekshiramiz. Zanjirning differensial tenglamasi

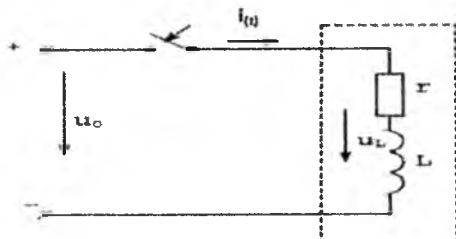
$$ri + L \frac{di}{dt} = U_0$$

bo'lib, unga mos bir jinsli tenglama quyidagi ko'rinishga ega.

Bu tenglama yordamida erkin tok i_{erk} aniqlanadi uning tavsifiy tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$L \cdot \alpha + r = 0$ birgina haqiqiy va manfiy $\alpha = -r/L$ ildizga ega. Demak, erkin tok quyidagi qonun bo'yicha o'zgaradi:

$i_{\text{erk}} = Ae^{-\frac{r}{L}t}$ bunda: $|\alpha| = r/L$ – so'nish koeffitsiyenti, unga teskari qiymat ($\tau = \frac{L}{r}$ (sek) – vaqt doimiysi.



9.2-rasm.

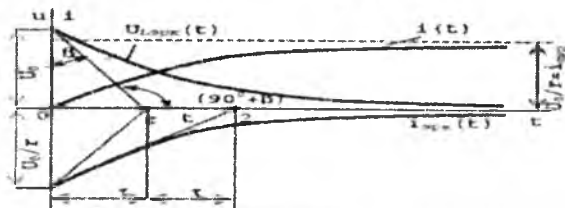
Integrallash doimiysi A ni aniqlash uchun boshlang'ich shartlarga murojaat qilamiz, ya'ni kommutatsiyaga qadar zanjirdan tok o'tmagan [$i(-0)=0$]. Demak, zanjirni ulash paytida ham u nolga teng bo'lgan $i(0)=0$. Zanjirda o'tkinchi jarayon (protssess) tugagandan so'ng, faqat g

ning qarshiligi bilan aniqlanadigan va miqdori jihatidan barqaror bo'lgan tok $i_{tur} = U_0/r$ bo'ladi. Shuning uchun:

$$i(0) = i_{tur}(0) + i_{erk}(0) = \frac{U_0}{r} + A = 0$$

Shunday qilib, $A = -U_0/r$ bo'lib, o'tkinchi tok i esa:

$$i(t) = i_{tur} + i_{erk} = \frac{U_0}{r} - \frac{U_0}{r} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (9.8)$$



9.3-rasm.

zanjirning ayrim elementlaridagi o'tkinchi kuchlanishlarni (9.8) tenglamaga ko'ra, quyidagicha aniqlash mumkin:

$$u_R(t) = ri = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (9.9)$$

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = \frac{L}{r} U_0 \left[0 - \left(-\frac{1}{\tau}\right) e^{-\frac{t}{\tau}}\right] = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (9.10)$$

9.3-rasmda ko'rsatilgan i va u_L ning o'zgarish grafiklari noldan boshlanuvchi va qandaydir o'zgarish miqdoriga intiluvchi yoki teskarisi bo'lgan bir xilda (monoton) o'zgaruvchi eksponentialarni ifodalaydi.

Agar $t=0$ da $u_L(t)$ egri chiziqqa o'rinma o'tkazsak, u $t=0$ qida vaqt doimiysi τ ga teng kesmani ajratadi; chunki istagan vaqtda $\frac{du_L}{dt} = \frac{-u_L}{\tau}$ bo'ladi. Haqiqatdan ham, kuchlanish $u_L(t)$ ning birinchi hosilasi $u_L'(t)$ $t=0$ da

$$\left|\frac{du_L}{dt}\right|_{t=0} = \left|\frac{U_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}\right|_{t=0} = -\frac{U_0}{\tau} = -tg(90^\circ + \beta) = -ctg\beta$$

bo'ladi; bundan $ctg\beta = U_0/\tau$, $\tau = U_0/tg\beta$. Bu esa grafikdan ham ko'rinib turibdi. Vaqt τ ichida o'tkinchi kuchlanish $u_L = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ ning oniy miqdori $e=2,718...$ marta kamayadi, ya'ni $t=\tau$ bo'lganda, $u_L(\tau) = U_0 e^{-1} = \frac{U_0}{e}$.

Bundan keyingi t vaqtda o'tkinchi kuchlanish yana o'shancha marta kamayadi. Shu sababli yig'indi vaqt $t=k\tau$ davomida u_L miqdor e^k marta kamayadi. Vaqt doimiysi t faqat $t=0$ nuqtada o'rinma ostidagi chiziqning uzunligi bo'lib qolmasdan, ixtiyoriy $t=t_1$: da ham i_{erk} uchun 9.3-rasmda

ko'rsatilgandek grafik usulda topiladi. O'tkinchi miqdorlar $i(t)$ va $u_L(t)$ ning o'zgarish grafiklariga ko'ra, zanjirdagi o'tkinchi jarayonning davom etish vaqti faqat nazariy hisoblashlarda cheksizga teng. Amalda esa zanjirdagi turg'unlashgan holat bir necha τ teng, nisbatan juda qisqa vaqt oralig'ida sodir bo'ladi. Masalan, 9.2-rasmdagi zanjir parametrlarining miqdorlari tegishlixa: $r=50$ Om va $L=0,1$ Gn ni tashkil etsa, kuchlanish $U_0=200$ V da zanjirdagi turg'unlashgan tok $i_{tur}=I_0=U_0/r=200/50=4$ A ni tashkil etadi. Nazariy jihatdan tok bunday qiymatga zanjir ulangandan keyin $t=\infty$ vaqtdan so'ng erishadi, chunki

$$i = I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

bunda: $\tau = L/r = 0,002$ sek. Amalda esa o'tkinchi tok $t=5\tau=0,01$ sek. dan so'ng $i=4(1-e^5)=4 * 0,99325 = 3,97$ A miqdorga erishib, turg'unlashgan qiymatidan 1 % dan kamroq farq qiladi. Ammo shunday r , L elementli zanjirdagi L ning induktivligi kattaligi (masalan, yirik elektromagnitlar yoki katta quvvatli elektr mashinalarning va transformatorlarning chulg'amlari) va r qarshiligining kichikligi tufayli vaqt doimiysi sekundlar hisobida o'lchanib, bunday zanjirdagi o'tkinchi jarayonlar hatto bir necha sekund davom etishi mumkin.

9.4. Induktiv g'altakni sinusoidal o'zgaruvchan kuchlanish manbaiga ulash

Aktiv qarshiligi r va induktivligi L bo'lgan g'altakning sinusoidal kuchlanish $u=U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ manbaiga ulashdagi o'tkinchi jarayonni ko'rib chiqamiz (9.4-rasm). Bunday zanjirning differensial tenglamasi quyidagicha bo'lib, $L \frac{di}{dt} + ri = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$, xususiy yechimi turg'unlashgan tok $i_{tur} = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi)$ ga teng bo'ladi; bunda: $Z = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}$ - zanjirning to'la qarshiligi; $\varphi = \arctg \frac{\omega L}{r}$ - kuchlanish u va tok i_{tur} orasidagi siljish burchagi.

Oldingi paragrafdan ma'lumki, tokning erkin tashkil etuvchisi $i_{erk} = A e^{-\frac{t}{\tau}}$ bo'ladi. Demak, zanjirdagi o'tkinchi tok quyidagi qonuniyat bo'yicha o'zgaradi:

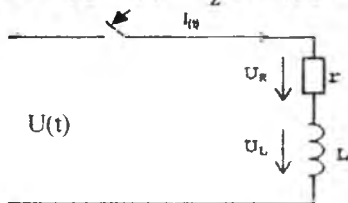
$$i_t = i_{tur} + i_{erk} = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Integrallash doimiysi A ni aniqlash uchun boshlang'ich shartlarga murojaat qilamiz: kommutatsiyaning birinchi qonuniga ko'ra, $t = 0$

$$i_0(0_-) = i(0) = \frac{U_m}{Z} \sin(\psi_u - \varphi) + A = 0$$

ya'ni $A = -\frac{U_m}{Z} \sin(\psi_u - \varphi)$. Shunday qilib, zanjirdagi o'tkinchi tok:

$$i(t) = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - \frac{U_m}{Z} \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (9.11)$$



9.4-rasm.

G'altakning qismlaridagi o'tkinchi induktiv kuchlanishi quyidagicha:

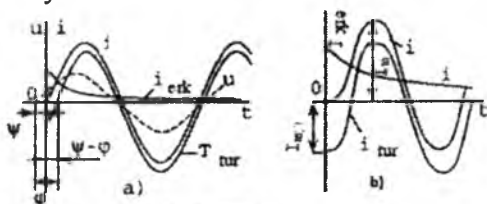
$$\begin{aligned} u_L &= L \frac{di}{dt} = \frac{\omega L}{Z} U_m \cos(\omega t + \psi_u - \varphi) + \frac{r}{Z} U_m \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} = \\ &= U_m \left[\sin \varphi \cdot \sin \left(\omega t + \psi_u - \varphi + \frac{\pi}{2} \right) + \cos \varphi \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \end{aligned} \quad (9.12)$$

Induktivlikdagi o'tkinchi tok va kuchlanishlar uchun olingan ifodalarning to'g'riligiga vaqt t ga 0 dan ∞ gacha chegaraviy qiymatlar berib, ishonch hosil qilish mumkin. Masalan, vaqt $t=0$ bo'lganda (9.11) tenglamaning o'ng qismi nolga aylanadi, u esa induktivli tarmoqdagi tok uchun kommutatsiya qonuni bilan tasdiqlanadi: $i(-0)=i(0)=0$. O'tkinchi jarayon tugagandan so'ng ($t=\infty$, $i=i_{\text{ur}} = U_m/Z \sin(\omega t + \psi_u - \varphi)$); chunki $i_{\text{erk}}=0$.

(9.12) tenglamaga ko'ra, kommutatsiya paytida

$u_L(0) = U_m [\sin \varphi \cdot \cos(\psi_u - \varphi) + \cos \varphi \cdot \sin(\psi_u - \varphi)] = U_m \sin \psi_u$
ya'ni vaqt $t=0$ da g'altak qismlaridagi kuchlanish zanjirga berilgan kuchlanishning oniy qiymatiga teng. 9.5-a rasmda $\psi > 0$, $\varphi > 0$ va $\psi - \varphi < 0$ hollar uchun zanjirga berilgan kuchlanish $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$ ning (punktir chiziq) va o'tkinchi tok i ning (yo'g'on chiziq) egri chiziqlari ko'rsatilgan. Bulardan ko'rinadiki, erkin tok $i_{\text{erk}} = \frac{-U_m}{Z} \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}}$ ning miqdori va yo'nalishi kommutatsiya paytidagi erkin turg'unlashgan tokning boshlang'ich fazasi $\psi_i = \psi_u - \varphi$ ga bog'liq. Agar kommutatsiya paytida zanjirga berilgan kuchlanishning boshlang'ich fazasi ψ_u siljish burchagiga teng bo'lib qolsa, u holda o'tkinchi tok i faqat

turg'unlashgan tok i_{tur} ning qiymatlaridan iborat bo'ladi, chunki 9.11-tenglamaga binoan $i_{erk}=0$. Bu, demak, zanjirni ulagandan so'ng, darhol unda hech qanday oraliq erkin tebranishlarsiz sinusoidal tok $i=\frac{U_m}{Z}\sin\omega t$ turg'unlashadi va aksincha, demakdir. Agar zanjirni ulash $\psi = \varphi \pm \frac{\pi}{2}$ da sodir bo'lsa, erkin tokning boshlang'ich chayqalishi o'zining mumkin bo'lgan eng yuqori qiymatiga erishadi (9.5-b rasm). Shu tufayli zanjirga berilgan kuchlanish davrining yarmiga teng bo'lgan vaqtdan so'ng, o'tkinchi tok ham o'zining eng katta qiymati i_{maks} ga erishadi. Ammo nazariy jihatdan tokning bu maksimumi hatto vaqt doimiysi t ning eng katta qiymatlarida ham turg'unlashgan tok amplitudaviy qiymatini ikkilanganidan ortmaydi.



9.5-rasm.

9.1-misol. Parametrlari $r_L=10$ Om va $L=0,2$ G bo'lgan induktiv g'altak $t=0$ da $U_0=100$ V o'zgarmas kuchlanish manbaiga ulangan.

O'tkinchi tok oniy qiymatining $i(t_1) = 7,5$ A bo'lish vaqti aniqlansin.

Yechish. Zanjirdagi o'tkinchi tok quyidagi qonun bo'yicha o'zgaradi:

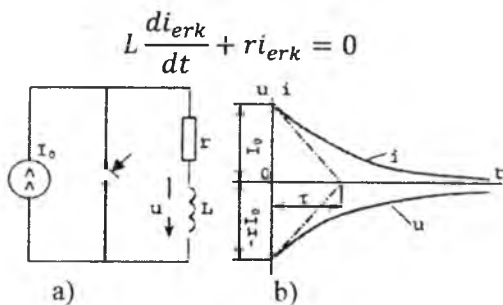
$$i(t) = \frac{U_0}{r_L} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 10(1 - e^{-50t})$$

bunda: $\tau=L/r=0,02$ sek, t_1 vaqtdagi o'tkinchi toki $i(t_1) = 7,5 = 10 - 10e^{-50t}$ bo'ladi; bundan $e^{-50t_1} = 0,25$ yoki $e^{50t_1} = 4$. Demak, $t_1 = \ln^4/50 = 1,385/50 = 0,0277$ sek.

9.5. Qoldiq tokka ega bo'lgan induktiv g'altakdagi qisqa tutashuv

Endi boshlang'ich (qoldiq) toki $i(0) \neq 0$ bo'lgan g'altakni qisqa tutashganda vujudga keluvchi o'tkinchi jarayonlarni ko'rib chiqamiz. Bu zanjir kommutatsiyaga qadar o'zgarmas tok manbai I_0 ga ulangan bo'lib, $t=0$ paytida qisqa tutashadi, deb faraz qilaylik (9.6-a rasm). Agar

kommutatsiyaga qadar turg'unlashgan tok I_0 bo'lsa, kommutatsiyadan so'ng u nolga teng, chunki kontur manbadan ajralgan bo'lib, ilgari g'altakka tok I_0 olib kirgan magnit maydonning energiyasi $W_M = \frac{1}{2}LI_0^2$ g'altakning aktiv qarshiligi r da issiqlik energiyasiga aylanib, asta-sekin nolgacha kamayadi. O'tkinchi jarayondagi zanjirning differensial tenglamasi:



9.6-rasm.

o'tkinchi tok esa $i = i_{erk} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

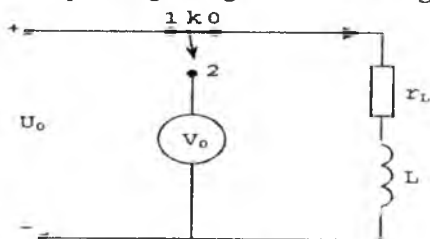
Integrallash doimiysi A ni $i(0) = i(0)$ shartidan topamiz, ya'ni $A = I_0$, shunday qilib

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (9.13)$$

Induktiv g'altakdagi kuchlanish:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -rI_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (9.14)$$

ya'ni u miqdori jihatidan qarshiligi r dagi kuchlanishning



9.7-rasm.

tushuvi: $u_r = r \cdot i = rI_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ ga teng, ishorasi qarama-qarshi bo'ladi. Kommutatsiya paytida o'tkinchi tokning avvalgi qiymati $i(0) = i(0) = I_0$ ni

saqlagan tok i dan farqli, g'altakdagi induktiv kuchlanish $u_L(0)=0$ dan $u_L(+0)=rI_0$ gacha sakrab o'zgarishi mumkin (9.6-b rasm).

G'altakdagi e.yu.k. $e_L = -L \frac{di}{dt}$ ning qutb ishoralari kuchlanishga va tokning vaqt bo'yicha o'zgarishiga bog'liq: agar induktivlikka ega tarmoqdagi tok ortib borsa, e.yu.k. ning ishorasi $e_L = -u_L$ manfiy (9.3-rasm), kamayib borsa musbat bo'ladi (9.6-b rasm). Shunday qilib, induktiv g'altakni o'zgarish kuchlanish manbaiga ulash va ajratish natijasida induktiv tarmoqdagi tokning har qanday o'zgarishi e.yu.k. ni hosil qilishga va uning zanjirdagi boshlang'ich muvozanat holatini saqlab turishga sabab bo'ladi.

Endi induktiv g'altakni energiya manbaidan ajratganda undagi kommutatsiyaga qadar turg'unlashgan tok I_0 bilan uni ixtiyoriy R_0 qarshilikka qayta ulash jarayoni qator hollarda nazariy masaladan muhandislik ishlari muhim bo'lgan amaliy masalaga aylanishini ko'rib chiqamiz. Masalan, xususiy aktiv qarshiligi r_L bo'lgan real induktiv g'altak turg'unlashgan tok $I_0 = U_0/r_L$ va $t=0$ da ichki qarshiligi $r_V = R_0 > r_L$ bo'lgan voltmetrga qayta ulangan bo'lsin (9.7-rasm). U holda (9.13) ifodaga binoan, kommutatsiya paytida ($t=0$) voltmetrning qismalarida ilgari zanjirga berilgan kuchlanish U_0 dan R_0/r_L marta ortiq bo'lgan kuchlanish $u_V(0) = R_0 I_0$ bir zumda paydo bo'ladi. Bu kuchlanish faqat voltmetr uchun xavfli bo'lib qolmasdan, g'altak uchun ham xavflidir, buning sababi shuki, (9.14) tenglamaga binoan, g'altak qismalaridagi kuchlanishning qiymati birdaniga $I_0 R_0$ gacha ortib ketishi mumkin. G'altakni manbadan tokli zanjirni bevosita uzish bilan ajratish yanada xavfli, bunda I_0 tokli induktiv tarmoq $R_0 \approx \infty$ qarshilikka ulangandek bo'ladi. Bunday hollarda g'altak qismalarida paydo bo'lgan xaddan tashqari katta elektr yurituvchi kuch (o'ta kuchlanish) uning chulg'am-lari izolatsiyasini yemirishi mumkin. Chulg'amning induktivligi katta bo'lib, ammo aktiv qarshiligi kichik bo'lgan katta quvvatli elektr mashinalar hamda transformatorlar bilan kommutatsion ishlar bajarilganda, bu hodisa har doim hisobga olinishi kerak.

Endi 9.6-a rasmdagi zanjirda qisqa tutashuv hodisasi sodir bo'lgandan keyin r qarshilikdan issiqlik tarzida ajralib chiqqan energiyani hisoblaymiz. Zanjir qisqa tutashuv paytidan boshlab to o'tkinchi jarayon tugaguncha tok $i = I_0 e^{t/\tau}$ qonuni bo'yicha o'zgarishi tufayli aniqlanayotgan energiya:

$$W_r = \int_0^\infty r i^2 dt = \int_0^\infty r I_0^2 e^{\frac{-2t}{\tau}} dt = \frac{-r I_0^2 \tau}{2} \left| e^{\frac{-2t}{\tau}} \right|_0^\infty = \frac{1}{2} L I_0^2$$

bunda: $\tau = \frac{L}{r}$ qisqa tutashgan kontur r , L ning vaqt doimiysi.

Issiqlikka aylanayotgan energiyaning katta-kichikligi boshlang'ich vaqt ($t=0$) da I_0 tokka ulangan induktiv g'altakning aktiv qarshiligiga bog'liq bo'lmay, magnit maydonning energiyasi $W_M = L \frac{i_0^2}{2}$ miqdori bilan aniqlanadi.

9.2-misol. Parametrlari $r = 40 \text{ Om}$ va $L=0,022 \text{ G}$ bo'lgan induktiv g'altak $t=0$ vaqtda $u=120 \sin(314t - 30^\circ) \text{ V}$ sinusoidal o'zgaruvchan kuchlanish manbaiga ulangan. Ammo $t=0,01 \text{ sek.}$ dan so'ng induktiv g'altak manbadan ajralib, zanjir qisqa tutashtirilgan. Shu ikkinchi kommutatsiyadan keyin g'altakning r_L qarshiligida ajralgan issiqlik miqdori aniqlansin.

Yechish. 1. G'altakning o'zgaruvchan tokdagi to'la qarshiligi:

$$z = \sqrt{r_L^2 + \omega^2 L^2} = \sqrt{40^2 + 69,1^2} = 80 \text{ m}$$

2. Zanjirdagi turg'unlashgan tok va kuchlanish orasidagi sljish burchagi:

$$\varphi = \text{artg} \frac{\omega L}{r} = \text{arctg} \frac{69,1}{40} = 60^\circ$$

3. Zanjirdagi turg'unlashgan tok:

$$i_{tur} = \frac{U_m}{z} \sin(314t - 30^\circ - \varphi) = 1,5 \sin(314t - 90^\circ)$$

4. Tokning erkin tashkil etuvchisi:

$$i_{tur} A e^{-\frac{t}{\tau}} = A e^{-\frac{t}{5,5 \cdot 10^{-4}}}$$

bunda: $A - i_{tur}(0) = -1,5 \sin(-90^\circ) = 1,5$

5. Zanjirdagi o'tkinchi tok:

$$i(t) = i_{tur} + i_{erk} = 1,5 \sin(314t - 90^\circ) + 1,5 e^{-\frac{10^4}{5,5} t}$$

6. Zanjir qisqa tutashtirilgandagi o'tkinchi tokning oniy qiymati:

$$i(t_1) = 1,5 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t_1 - \frac{\pi}{2}\right) + 1,5 e^{-\frac{10^4}{5,5} t_1} = 1,5 \sin\left(\frac{2\pi \cdot 0,01}{0,02} - \frac{\pi}{2}\right) + 1,5 e^{-10^4 \frac{10^{-2}}{5,5}} = 1,5 \sin \frac{\pi}{2} + 1,5 e^{-18,2} = 1,5 A$$

7. Ikkinchi kommutatsiyadan keyin g'altakning r_L qarshiligida ajralgan issiqlik energiyasi induktiv g'altakning magnit maydoni energiyasiga teng:

$$W_r = W_L = \frac{L i_0^2}{2} = \frac{0,22 \cdot 1,5^2}{2} = 0,2475 \cong 0,25 \text{ Joul}$$

chunki qisqa tutashuv paytidagi birlamchi tok: $I_0 = i(t_1) = 1,5 \text{ A}$

9.6. Kondensatorni rezistor orqali o'zgaras kuchlanish manbaiga ulash

9.8-a rasmda vaqtning $t=0$ paytida R , C elementlari ketma-ket ulangan zanjirni o'zgaras kuchlanish U_0 manbaiga ulash sxemasi ko'rsatilgan. Endi ana shu zanjirdagi o'tkinchi jarayonni tekshiramiz. Buning uchun sig'imdagi kuchlanish u_c ni o'zgaruvchan hisoblab, zanjirning differensial tenglamasini tuzamiz:

$$RC \frac{du_c}{dt} + u_c = U_0$$

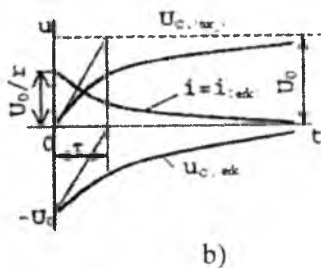
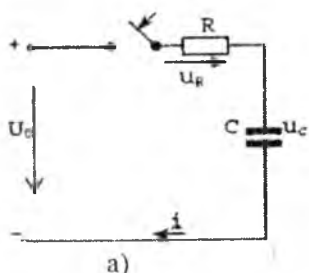
bunda: $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt}$ – kondensator C qoplamalaridagi o'tkinchi tok.

Sig'imdagi o'tkinchi kuchlanish $u_c = u_{ctur} + u_{cerk}$ ni bilgach, erkin holat uchun zanjir tenglamasini tuzamiz:

$$RC \frac{du_{cerk}}{dt} + u_{cerk} = 0$$

Bunga mos tavsifiy tenglama $RC \cdot \alpha + 1 = 0$ dan chastota o'lchami $1/\text{sek.}$ ga ega bo'lgan $\alpha = -\frac{1}{RC}$ ni ildizini topamiz. **So'nish koefitsiyentining** ishorasiga ko'ra, sig'imdagi erkin kuchlanish $u_{cerk} = Ae^{\alpha t} = Ae^{-\frac{t}{RC}}$ vaqt o'tishi bilan (nazariy jihatdan $t=\infty$ da) nolgacha kamayadi. Integrallash doimiysini aniqlash uchun sig'imli zanjir qismi uchun kommutatsiya qonunlaridan kelib chiqadigan boshlang'ich shartlardan foydalanamiz. Shunga binoan $u_c(-0) = u_c(0)$ bo'ladi, ya'ni:

$$u_c(-0) = 0 = u_{ctur}(0) + u_{cerk}(0) = U_0 + A \text{ yoki } A = -U_0$$



9.8-rasm.

chunki kommutatsiyaga qadar sig'imdagi kuchlanish nolga teng edi [$u_c(0) = 0$]. O'tkinchi jarayon tugagandagi turg'unlashgan kuchlanish $u_{ctur} = U_0$, chunki o'zgaras tokdan kondensatorning qarshiligi ∞ ga teng, zanjirdagi tok $i_{tur} = 0$. Shunday qilib, sig'imdagi o'tkinchi kuchlanish

$$u_c = u_{-tur} + u_{-erk} = U_0 - U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (9.15)$$

bunda: $\tau=RC$ – o'tkinchi jarayonning intensivligini tavsiflovchi vaqt doimiyligi (sek.). t qanchalik katta bo'lsa, kondensator C ning zaryadlanishi shunchalik sekin boradi va aksincha.

O'tkinchi tok $i = C \frac{du_c}{dt}$ (9.15) tenglamaga binoan:

$$i = CU_0 \left[0 - \left(\frac{-1}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right] = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (9.16)$$

(9.16) tenglamadan zanjirning qisqa tutashuvi paytida tok i ($U_0=U_0/R$) maksimal bo'lishi, manbaming barcha kuchlanishi qarshilik R da tushishi, sig'im esa qisqa tutashgan simdek bo'lib qolishi ko'rinib turibdi. 9.8-b rasmda tekshirilayotgan zanjirdagi o'tkinchi kuchlanish va toklar grafiklari ko'rsatilgan. Grafiklardan, sig'imdagi kuchlanishdan farqli o'laroq, o'tkinchi tok i kommutatsiya paytida noldan U_0/R qiymatgacha sakrash bilan ortishini bilsa bo'ladi.

9.3-misol. Sig'im $C=100 \cdot 10^{-6}$ F bo'lgan kondensator qarshiligi $R=40$ Om rezistor orqali $U_0=200$ V o'zgarmas kuchlanish manbaiga ulangan. Agar ulangandan keyin $t_1=0,001$ sek. vaqt o'tgan bo'lsa, kondensatorning zaryadi va kuchlanishi qancha bo'ladi?

Yechish. t_1 vaqtda sig'imdagi o'tkinchi kuchlanish:

$$u_c(t_2) = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}\right) = 200 \left(1 - e^{-\frac{10^{-3}}{40 \cdot 10^{-6}}}\right) = 200 \cdot 0,22 = 44B$$

(bunda: $\tau=r \cdot C=40 \cdot 10^{-4}=0,004$ sek.)

O'sha vaqt davomida sig'imda to'plangan zaryad:

$$q(t_1) = Cu_c(t_1) = 10^{-4} \cdot 44 = 4,4 \cdot 10^{-3} Kl$$

9.7. Kondensatorni rezistor orqali sinusoidal o'zgaruvchan kuchlanishga ulash

R , C elementlari ketma-ket ulangan zanjirni sinusoidal kuchlanish $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ manbaiga ulashda (9.9-rasm) hosil bo'lgan o'tkinchi kuchlanish va toklarning o'zgarish qonunlarini aniqlash kerak, deb faraz qilaylik. O'tkinchi kuchlanish $u_c = u_{ctur} + u_{cerk}$ ikkita tashkil etuvchidan iborat bo'lib, ulardan birinchisi zanjirdagi turg'unlashgan tok i_{tur} ga bog'liq, ikkinchisi esa $u_{erk} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ ga teng. Zanjirdagi turg'unlashgan tok $i_{tur} = U_m / Z \sin(\omega t + \psi_u - \varphi)$ bo'ladi;

bunda: $z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ – zanjirning to‘la qarshiligi; $\varphi = \arctg(-1/R\omega C)$ – o‘tkinchi jarayon tugagandan zanjirdagi kuchlanish bilan tok orasidagi siljish burchagi.

Sig‘imdagi turg‘unlashgan kuchlanish:

$$u_{tur} = \frac{U_m}{z \cdot \omega C} \sin\left(\omega t + \psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

chunki u tokdan $\pi/2$ burchakka orqada qolayapti. Shunday qilib, o‘tkinchi kuchlanish vaqt jihatidan quyidagi qonun bo‘yicha o‘zgaradi:

$$u_{ctur} = \frac{U_m}{z \cdot \omega C} \sin\left(\omega t + \psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + Ae^{\frac{-t}{\tau}}$$

Integrallash doimiysi A ni aniqlash uchun 9.6-mavzuda keltirilgan boshlang‘ich shartlardan foydalanamiz:

$$u_{tur}(0) = \frac{U_m}{z \cdot \omega C} \sin\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + A = 0$$

yoki

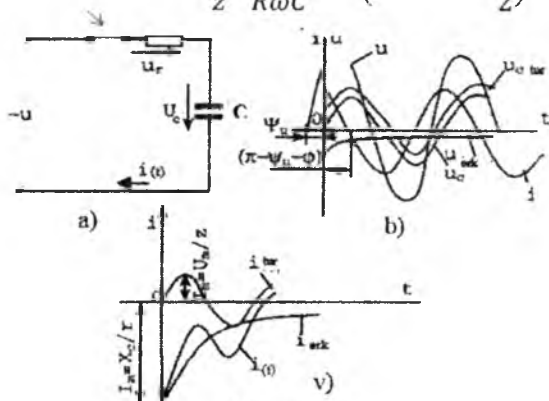
$$A = \frac{-U_m}{z \cdot \omega C} \sin\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

Kuchlanish u_c uchun quyidagi ifodaga egamiz:

$$u_c(t) = \frac{U_m}{z \cdot \omega C} \sin\left(\omega t + \psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{U_m}{z \cdot \omega C} \sin\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) \cdot e^{\frac{-t}{RC}} \quad (9.17)$$

Bundan o‘tkinchi tok $i = C \frac{du_c}{dt}$ ni topamiz.

$$i = \frac{U}{z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + \frac{U}{z} \cdot \frac{1}{R\omega C} \sin\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) \cdot e^{\frac{-t}{RC}} \quad (9.18)$$



9.9-rasm.

9.9-b rasmda ko'rsatilgan o'tkinchi miqdorlarning egri chiziqlaridan sig'imdagi o'tkinchi kuchlanish u_c o'tkinchi jarayon davomida o'zining oniy qiymati bo'yicha (xuddi r , L zanjirda kuzatilayotgandek) turg'unlashgan rejimda ushbu kuchlanish amplitudasidan ancha ortishi mumkin, lekin nazariy jihatidan ikkilangan amplituda qiymatidan kamligicha qoladi. Ammo bu kuchlanishning o'zgarish qonuni (9.17) formulaga ko'ra, berilgan kuchlanishning boshlang'ich fazasi qilib $\psi_u = \varphi + \frac{\pi}{2}$ tanlansa, nisbiy o'ta kuchlanish umuman paydo bo'lmasligi mumkin. Bu holda erkin tebranishlar tamomila bo'lmaydi, chunki $u_{\text{cerk}}=0$ sig'imdagi turg'unlashgan rejim kommutatsiyadan so'ng birdaniga sodir bo'ladi. Binobarin, o'tkinchi tok i ning paydo bo'lishi va uning xarakteri erkin tashkil etuvchisining o'zgarish qonuni bilan bog'liq. (9.18) tenglamaga binoan, bu erkin tashkil etuvchining maksimal qiymati:

$$i_{\text{erk}} = \frac{U_m}{Z} \cdot \frac{1}{R} \sin\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

sinusning argumenti faqat $\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$ ga bog'liq bo'lmay, $\frac{1/\omega C}{R}$ yoki X_c/R nisbatlarga ham bog'liq. Bordi-yu, $\psi - \varphi = 0$ bo'lsa, $t=0$ kommutatsiya paytida o'tkinchi tok:

$$i(0) = \frac{-U_m}{Z} \cdot \frac{x_c}{R}$$

ya'ni turg'unlashgan tok U_m/Z ning amplituda miqdoridan X_c/R marta ortiq (9.9-v rasm). Bu esa sig'imi o'zgarmas va o'zgaruvchan kuchlanish manbaiga ulashdagi farqdan iborat. X_c/R kattalik tegishli muhandislik hisoblarida e'tiborga olinadi. Tok tebranishining eng katta amplitudasi har qanday sharoitda ham $I_m=U_m/R$ qiymatdan ortib ketmaydi.

9.8. Zaryadlangan kondensatorni rezistorga ulash

Faraz qilaylik, boshlang'ich (qoldiq) kuchlanish U_0 ga ega bo'lgan kondensator C qarshiligi R ga teng rezistorga ulanadi (9.10-rasm).

Sig'imdagi turg'unlashgan holatda tok va zaryadning nolga tengligini bilgach, o'tkinchi yoki erkin kuchlanish i_0 uchun quyidagi ifodani yozamiz:

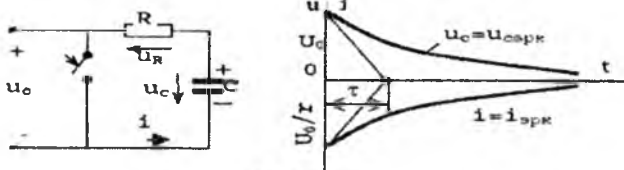
$$u_c = u_{\text{erk}} = A e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\tau = RC)$$

Integrallash doimiysi boshlang'ich shartlar, ya'ni $u_c(0)=u_c(0)=U_0$ dan aniqlanadi. Demak, $u_c(0)=A=U_0$ bo'ladi yoki

$$u_c = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (9.19)$$

Zanjirdagi o'tkinchi tok esa:

$$i = i_{erk} = C \frac{du_c}{dt} = \frac{-U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (9.20)$$



9.10-rasm.

Ikkala o'tkinchi miqdorlar vaqt o'tishi bilan eksponenta qonuni bo'yicha so'nishi va $t=\infty$ da nolga teng bo'lishi yaqqol ko'rinib turibdi. Ammo kuchlanish u_c dan farqli o'laroq, o'tkinchi tok oldidagi manfiy ishora kondensatorning zaryadsizlanishini bildiradi. O'tkinchi kuchlanish va toklarning o'zgarish egri chizig'i 9.10-b rasmda ko'rsatilgan.

O'tkinchi jarayon (ya'ni $t=0$ dan $t=\infty$ gacha) davomida qarshilik R da ajralib chiqqan issiqlik energiyasi:

$$W_r = \int_0^{\infty} Ri^2 dt = \frac{-U_0^2}{R} \int_0^{\infty} e^{-\frac{2t}{\tau}} \cdot dt = \frac{Cu_0^2}{2}$$

Demak, kondensatorning zaryadsizlanishi paytida undan ajralib chiqayotgan issiqlik energiyasi miqdori zaryadsizlanish qarshiligining miqdoriga bog'liq bo'lmay, kondensatorning zaryadsizlanishigacha unda to'plangan elektr energiyasi $W_E = C U_0^2/2$ ning miqdoriga bog'liqdir.

9.4-misol. Sig'imi $C=400$ mkF bo'lgan kondensator boshlang'ich kuchlanish $U_0=400$ V gacha zaryadlanib, so'ngra energiyaning manbaidan ajratilgan. Agar kondensatorning ichki qarshiligi $r_0=100$ kOm bo'lsa, uning o'z-o'zidan zaryadsizlanishi natijasida kuchlanishi $U_0'=10$ V ga pasayguncha qancha vaqt o'tadi?

Yechish. 1. Sig'imdagi o'tkinchi kuchlanish:

$$u_c = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 400 e^{-0,025t}, \text{ chunki } \tau = r_0 C = 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 40 \text{ sek}$$

2. t_1 vaqtda kuchlanish $u_c = U_0' = 10$ B, demak, $u_c(t_1) = 400 e^{0,025t_1} = 10$
 $10 \ln e^{0,025t_1} = 40, \ln 0,025 = \ln 40$; bundan $t_1 = 40 \ln 40 = 148$ sek. =
 2 min. 28 sek.

9.9. Kondensatorning R, L zanjirga zaryadsizlanishi

Zaryadi nolga teng bo'lmagan [$q_0(0) \neq 0$] S sig'imli kondensatorning rezistor R r va induktivligi L ga teng g'altakka ketma-ket ulanishi 9.11-rasmda ko'rsatilgan. Kondensatorning zaryadsizlanish qonuni va R, L hamda C parametrlarning qiymatlari turlicha bo'lganda o'tkinchi jarayonlar qanday bo'lishini ko'rib chiqaylik. O'tkinchi jarayon tugagandan so'ng kondensatorning elektr maydon energiyasi $W_3 = \frac{1}{2}CU_c^2(0)$ rezistor R da tamomila issiqlik energiyasiga aylanadi. Shu tufayli zanjirdagi tok va kuchlanishlarning turg'unlashgan qiymatlari nolga teng. Demak, barcha o'tkinchi va erkin miqdorlar o'rtasida hech qanday farq bo'lmaydi.

O'zgaruvchan miqdor erkin o'tkinchi tok i bo'lsa, zanjirning differensial tenglamasi quyidagicha yoziladi:

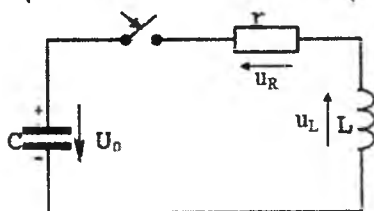
$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0 \quad (9.21)$$

Ushbu $2\delta = R/L$ va $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ belgilashlarini (9.21) ga kiritib, shunga mos tavsifiy tenglama tuzamiz:

$$\alpha^2 + 2\delta\alpha + \omega_0^2 = 0 \quad (9.22)$$

uning ildizlari:

$$\alpha_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} \text{ va } \alpha_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$



9.11-rasm.

Demak, o'tkinchi tok $i = A_1e^{\alpha_1 t} + A_2e^{\alpha_2 t}$. Kommutatsiya paytida induktivlik L tokning sakrab o'zgarishiga yo'l qo'ymasligi sababli, $i(0)=0$ yoki $A_1+A_2=0$, yoki $A_1=-A_2=A$. Kommutatsiyaning ikkinchi qonuniga binoan, xuddi shu vaqtda $u_c(0)=U_0 \neq 0$ bo'ladi. Kirxgofning ikkinchi qonuniga binoan, $u_R + u_L + u_C = 0$. Demak, $t=0$ vaqt uchun

$$\left[Ri + L \frac{di}{dt} + u_c \right]_{t=0} = 0$$

$$\text{ya'ni } \left[L \frac{di}{dt} \right]_{t=0} = -u_c(0) = -U_0$$

$$\text{yoki } LA[\alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t}]_{t=0} = -U_0$$

Bundan $A = -U_0 : L(\alpha_1 - \alpha_2)$ bo'lib, o'tkinchi tok:

$$i = \frac{-U_0}{L} \cdot \frac{e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}}{\alpha_1 - \alpha_2} \quad (9.23)$$

Induktiv g'altakdagi o'tkinchi kuchlanish:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -U_0 \frac{\alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t}}{\alpha_1 - \alpha_2} \quad (9.24)$$

Sig'imdagi o'tkinchi kuchlanishni zanjirning elektrik muvozanat tenglamasi $Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = 0$ dan aniqlaymiz.

Shunga ko'ra,

$$\begin{aligned} u_c &= -Ri - L \frac{di}{dt} = \frac{U_0}{\alpha_1 - \alpha_2} \left[\frac{R}{L} (e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}) + \alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t} \right] = \\ &= \frac{U_0}{\alpha_1 - \alpha_2} [(-\alpha_1 - \alpha_2)(e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}) + \alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t}] = \\ &= -\frac{U_0}{\alpha_1 - \alpha_2} (\alpha_2 e^{\alpha_1 t} - \alpha_1 e^{\alpha_2 t}) = \frac{U_0(\alpha_1 e^{\alpha_2 t} - \alpha_2 e^{\alpha_1 t})}{\alpha_1 - \alpha_2} \end{aligned} \quad (9.25)$$

chunki $R : L = -(\alpha_1 + \alpha_2) = 2\delta$.

Endi (9.23) - (9.25) ifodalar orqali tasvirlangan $i(t)$, $u_L(t)$ va $u_c(t)$ egri chiziqlar ko'rinishining (9.22) tavsifiy tenglama ildizlari bilan bog'liqligini ko'rib chiqamiz.

Boshqacha aytganda, zanjirdagi o'tkinchi jarayon tamomila R , L va C parametrlarning miqdorlari nisbati bilan aniqlanadi. Bu nisbatning uchta variantini ko'rib chiqamiz:

1. α_1 va α_2 ildizlar haqiqiy va turlicha, ya'ni $\delta^2 - \omega_0^2 > 0$
2. α_1 va α_2 ildizlar haqiqiy va teng, ya'ni $\delta^2 - \omega_0^2 = 0$
3. $\delta^2 - \omega_0^2 < 0$ bo'lganda, $\alpha_1 = -\delta + j\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ va $\alpha_2 = -\delta - j\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ ildizlar qo'shma (bog'liq) komplekslardan iborat.

Dastlabki ikki variantda kondensatorning zaryadsizlanishi nodavriy ravishda o'tsa, uchinchi variantda bu jarayon davriy (yoki tebranma) bo'ladi.

A. Kondensatorning nodavriy (aperiodik) zaryadsizlanishi. Endi o'tkinchi jarayonni $\delta > \omega_0$ yoki $\frac{R}{2L} > \frac{1}{\sqrt{LC}}$ yoxud $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ yoki $R > R_{kr}$ hollar uchun tekshiramiz (bunda $R_{kr} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ kondensatorning nodavriy tarzda

zaryadsizlanishini saqlab qoladigan chegaraviy qarshilik). Shunday qilib, haqiqiy va turlicha ildizlarga ega bo'lamiz:

$$\alpha_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} \text{ va } \alpha_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

shu bilan birga, $\alpha_1 < 0, \alpha_2 < 0$ va $|\alpha_2| > |\alpha_1| \dots$

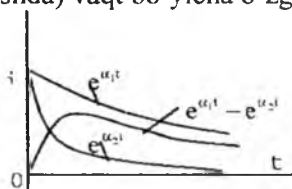
(9.23) ifodaga kiruvchi ayirma ($e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}$) ning so'nish koeffitsiyentlaridan keskin farq qiluvchi ikkita eksponentaning ayirmasini ifodalaydi (9.12-a rasm).

Ammo $(\alpha_1 - \alpha_2) > 0$; $U_0 > 0$ va $L > 0$ bo'lgani uchun, tok i ning (9.23) ifodadagi ishorasi istalgan vaqt uchun manfiyligicha qoladi.

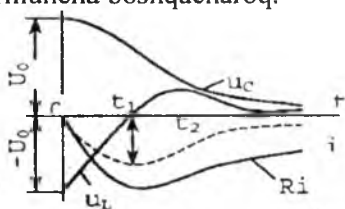
Shuning uchun $i(t)$ egri chiziq (punktir chiziq) yoki boshqacharoq mashtabda chizilgan $Ri(t)$ egri chiziqlar, vaqt o'qi t ostida joylashgan bo'lishi kerak (9.12-b rasm). Sig'imdagi o'tkinchi kuchlanish tokdan farqli o'laroq, miqdor jihatidan hamma vaqt musbat bo'lib, maksimumga ega bo'lmay, nolgacha bir xilda kamayib boradi.

Kuchlanish u_c ning musbatligi va o'tkinchi tok i ning manfiyligi zanjirdagi kondensatorning zaryadsizlanishini bildiradi.

Bunday bir tomonlama zaryadsizlanish "odaviy zaryadsizlanish" deyiladi. G'altak qismalaridagi kuchlanish u_L ning (u_c va i lardan farqli ravishda) vaqt bo'yicha o'zgarishl birmuncha boshqacharoq.



a)



b)

9.12-rasm.

O'tkinchi kuchlanish $u_L(0) = -U_0$ qiymatdan boshlab, nolgacha keskin kamayadi [$u_L(t_1)=0$], so'ngra qandaydir ma'lum maksimumga erishib, yana nolgacha monoton kamayib boradi (9.12-b rasm). Funksiya $u_L(t)$ ning ekstremal qiymatlariga mos t_1 va t_2 vaqtlar quyidagi shartlardan aniqlanadi:

$$1. u_L(t_1) = 0 \text{ yoki } \alpha_1 e^{\alpha_1 t_1} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t_1} = 0 \text{ yoki } e^{(\alpha_1 - \alpha_2)t_1} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

bundan $t_1 = [\ln(\alpha_2/\alpha_1)]/(\alpha_1 - \alpha_2)$

$$2. u_L(t)_{[t=t_2]} = 0 \text{ yoki } \alpha_1^2 e^{\alpha_1 t_2} - \alpha_2^2 e^{\alpha_2 t_2} = 0 \text{ yoki } e^{(\alpha_1 - \alpha_2)t_2} = \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^2$$

bundan $t_2 = 2t_1 = \frac{2 \ln(\alpha_2/\alpha_1)}{\alpha_1 - \alpha_2}$. Demak, $u_L = L di/dt$ bo'lgani tufayli,

$u_L(t_1)=0$ da $t=t_1$ bo'ladi va tokning maksimum bo'lgan paytiga mos keladi. Umuman, tekshirilayotgan zanjirdagi erkin jarayon vaqtini ikkita o'ziga xos davrga ajratish mumkin:

a) $0 < t < t_1$; bo'lganda, tok i mutlaq qiymati jihatidan o'zining maksimumigacha ortadi; kuchlanish u_c esa $U_R=Ri$ va $u_L=L^{di}/dt$ kuchlanishning tushuvi bilan muvozanatlashadi (kondensatorning elektr energiyasi aktiv qarshilik R da issiqlik energiyasiga aylanib, bir qismi g'altakda magnit energiyasi tarzida to'planadi).

b) $t_1: < t < \infty$ bo'lganda, tok i nolgacha monoton kamayib borib, kuchlanishlar u_c va u_L esa kuchlanish tushuvi $u_R=Ri$ bilan muvozanatlashadi (kondensatordagi qoldiq elektr energiyasi kabi, g'altakda qisman to'plangan magnit maydon energiyasi rezistor R da issiqlik energiyasiga aylanadi).

B. Nodavriy zaryadsizlanishning chegaraviy holati. Yuqorida ko'rsatilganidek, $R = R_{kr} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ bo'lganda ham nodavriy zaryadsizlanish ro'y beradi. Ana shunda fizik jarayon o'zgarish ham, ammo ildizlar $\alpha_1 = \alpha_2 = -\delta$ [$\delta = \omega_0$] ning nisbatlari miqdori birmuncha boshqacha bo'lishini ko'rsatib o'tamiz. Xolbuki, o'tkinchi miqdorlar uchun olingan (9.23), (9.24) va (9.25) ifodalarning sur'at va maxrajari nolga teng bo'lganida noaniqlikka olib keladi. Lopital qoidasidan foydalanib, bu noaniqliklarni yechamiz. Unda (9.23) ni quyidagicha yozish mumkin:

$$i(t) = -\frac{U_0}{L} \lim_{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2} \frac{\frac{d}{d\alpha_1}(e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t})}{\frac{d}{d\alpha_2}(\alpha_1 - \alpha_2)} = -\frac{U_0}{L} t e^{-\delta t}$$

ya'ni α_1 ni o'zgaruvchi hisoblab, uni $\alpha_2 = -\delta$ ga intiluvchi deb faraz qilamiz. (9.26) ifoda bo'yicha u_L va u_c ni aniqlaymiz:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -U_0(e^{-\delta t} - \delta t e^{-\delta t}) = -U_0(1 - \delta t)e^{-\delta t} \quad (9.27)$$

$$\begin{aligned} u_c &= -Ri - u_L = \frac{R}{L} U_0 e^{-\delta t} + U_0(1 - \delta t)e^{-\delta t} = \\ &= U_0 e^{-\delta t} (2\delta t - \delta t + 1) = U_0(1 + \delta t)e^{-\delta t}. \end{aligned} \quad (9.28)$$

Kondensatorning zaryadsizlanish xarakteri nodavriy bo'lib, i , u_L va u_c larning vaqt bo'yicha o'zgarish qonuni 9.12-rasmda ko'rsatilgan egri chiziqlarga o'xshash bo'ladi. Bunda oldingi holdan farqli, $t_1=1/\delta$, $t_2=2/\delta$ bo'ladi.

V. Kondensatorning davriy (tebranma) zaryadsizlanishi. (9.21) tenglamaning ildizlari qo'shma kompleks bo'lganda $\delta < \omega_0$ yoki

$r < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ hollar uchun kondensatorning zaryadsizlanish xarakterini tekshiramiz. Demak:

$$\alpha_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = -\delta + j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta + j\omega' = \omega_0 e^{j\theta}$$

$$\alpha_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = -\delta - j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta - j\omega' = \omega_0 e^{-j\theta}$$

Bunda $\theta = \arctg\left(\frac{\omega'}{\delta}\right)$ burchak $90^\circ < \theta < 180^\circ$, chunki

$$\sin\theta = \frac{\omega'}{\omega_0} > 0, \cos\theta = \frac{-\delta}{\omega_0} < 0$$

Bularni (9.23) ifodaga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{-U_0 e^{-\delta t} e^{j\omega' t} - e^{-\delta t} e^{-j\omega' t}}{L(-\delta + j\omega') - (-\delta - j\omega')} = \frac{U_0(e^{j\omega' t} - e^{-j\omega' t})}{\omega' L 2j} \cdot e^{-\delta t} = \\ &= \frac{-U_0}{\omega' L} e^{-\delta t} \cdot \sin\omega' t = -I_0 e^{-\delta t} \sin\omega' t \end{aligned} \quad (9.29)$$

(9.29) ni hisobga olgan holda, induktivlikdagi o'tkinchi kuchlanish

$$\begin{aligned} u_L &= L \frac{di}{dt} = \frac{-U_0}{\omega'} [e^{-\delta t} \cdot \omega' t - \delta \cdot e^{-\delta t} \sin\omega' t] = \frac{-U_0 \omega_0'}{\omega'} e^{-\delta t} \times \\ &\times \left[\frac{-\delta}{\omega_0} \sin\omega t + \frac{\omega}{\omega_0} \cos\omega t \right] = \frac{-U_0 \omega_0}{\omega} e^{-\delta t} [\sin\omega t \cdot \cos\theta + \\ &+ \cos\omega t \cdot \sin\theta] = -U_0 \frac{\omega_0}{\omega} \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t + \theta) \end{aligned} \quad (9.30)$$

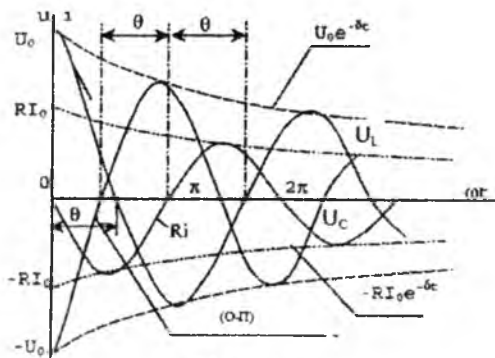
Sig'imdagi o'tkinchi kuchlanish:

$$\begin{aligned} u_c &= \frac{U_0}{\alpha_1 - \alpha_2} (\alpha_1 e^{\alpha_2 t} - \alpha_2 e^{\alpha_1 t}) \text{ bo'lgani uchun} \\ u_{c(t)} &= \frac{U_0}{\omega'} \cdot \frac{R}{L} e^{-\delta t} \sin\omega' t + U_0 \frac{\omega_0}{\omega'} e^{-\delta t} \left(\frac{-\delta}{\omega_0} \sin\omega' t + \frac{\omega}{\omega_0} \cos\omega' t \right) \\ &= \frac{U_0}{\omega'} \omega_0 e^{-\delta t} \cdot \left(\frac{-2\delta}{\omega_0} \sin\omega' t - \frac{\delta}{\omega_0} \sin\omega' t + \frac{\omega}{\omega_0} \cos\omega' t \right) \\ &= -U_0 \frac{\omega_0}{\omega'} e^{-\delta t} \left(\frac{-\delta}{\omega_0} \sin\omega' t - \frac{\omega}{\omega_0} \cos\omega' t \right) \\ &= -U_0 \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\delta t} (\sin\omega' t \cdot \cos\theta - \cos\omega' t \cdot \sin\theta) = \\ &= -U_0 \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\delta t} \sin(\omega' t - \theta) \end{aligned} \quad (9.31)$$

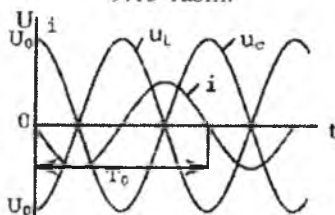
Grafikda (9.13-rasm) bu o'tkinchi miqdorlar tebranish davri $T = \frac{2\pi}{\omega}$ bo'lib, amplitudalari vaqt o'tishi bilan $e^{-\delta t}$ qonun bo'yicha kamayuvchi sinusoidalarni ifodalaydi. Bunda R_i , u_L va u_c oniy qiymatlarning istalgan

vaqtdagi yig'indisi nolga teng. 9.13-rasmdagi egri chlziqlardan ko'rindiki, tok i bilan reaktiv elementlardagi kuchlanish u_L va u_C lar orasidagi fazaviy siljish turg'unlashgan holatdagidek 90° ga teng bo'lmay, $\Theta > 90^\circ$ bo'ladi. Buning sababi shuki, o'tkinchi kuchlanish u va tok i amplitudalarining ko'paytma koeffitsiyenti $e^{-\delta t}$ bo'ladi. Shu tufayli haqiqiy amplitudalari vaqt bo'yicha sinusoida yarim to'liqini asosining o'rtasidan chappa siljigan bo'ladi. Shunga qaramasdan, tok maksimal bo'lgan paytlarda kuchlanish u_L noldan o'tadi, kuchlanish u_C ning maksimumi esa vaqt bo'yicha tok i ning nolga teng bo'lgan paytlariga mos keladi.

Buning sababi shuki, vaqtning istalgan paytida $u_L = L \frac{di}{dt}$ va $i = C \frac{du_C}{dt}$. Shunday qilib, kondensatorning avvaldagi zaryadsizlanishidan ($R > R_{kp}$ da) farqli o'laroq, o'tkinchi tok i vaqt o'tishi bilan o'zining oniy miqdorini ham, yo'nalishini ham takror o'zgartiradi.



9.13-rasm.



9.14-rasm.

Tokning sig'imi orqali musbat yo'nalishi kondensatorning zaryadsizlanishini bildirsa, o'tkinchi jarayon g'altak magnit maydoni energiyasining davriy ravishda kondensatorning elektr maydoni energiyasiga o'tishi bilan kuzatiladi va aksincha.

Tokning ikkala yo'nalishidagi davriy tebranishda uchraydigan qarshilik R ning miqdori qanchalik kichik bo'lsa, kondensator bir sikl tebranishda shunchalik kam energiya yo'qotadi, o'tkinchi jarayon shunchalik uzoq davom etadi. Kondensatorning bunday zaryadsizlanish jarayoni davriy yoki tebranma o'tkinchi harakati deyiladi. Tebranma o'tkinchi jarayonning so'nish darajasini o'tkinchi miqdorning o'zaro bir davr $T = 2\pi/\omega'$ masofada joylashgan ikkita qo'shni maksimumlarning nisbati bilan aniqlash mumkin. Bu nisbat **tebranish dekrementi** deb ataladi va u $\frac{U_0 e^{-\delta t}}{U_0 e^{-\delta(1+T')}} = e^{\delta T'} = \Delta$ bo'ladi. Ko'pincha tebranishning logarifmik dekrementi $\ln \Delta = \ln e^{\delta T'} = \delta T'$ dan foydalaniladi, $T \approx T_0$ da $\ln \Delta = \pi d$ bo'ladi.

Bunda: $d = R \sqrt{\frac{L}{C}}$ – **konturning so'nish koeffitsiyenti**.

Demak, erkin tebranishlarning so'nish tezligi sig'imdagi boshlang'ich kuchlanish $u_c(0)$ bilan aniqlanmasdan, zanjirning parametrlari R , L va C bilan aniqlanadi. Agar $R=0$ bo'lsa, erkin tebranishlar cheksiz uzoq davom etadi. Haqiqatan $R=0$ bo'lganda, $\delta = 0$; $\alpha_{12} = \pm j\omega_0$; $\omega' = \omega_0$ $\Theta = 90^\circ$ ga egamiz. Demak, o'tkinchi tok:

$$i = \frac{-U_0}{\omega_0 L} \sin \omega_0 t = -I_m \sin \omega_0 t$$

induktivlik va sig'imdagi kuchlanishlar mos ravishda:

$$u_L = -U_0 \sin \left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$u_C = -U_0 \sin \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2} \right)$$

Zanjirda bo'ladigan barcha so'nmas tebranishlarning burchak chastotasi $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ va davri $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ bo'lgan so'nmas (sinusoidal) tebranishlardir (9.14-rasm).

9.10. Murakkab zanjirlardagi o'tkinchi jarayonlarni hisoblash

9.15-rasmda e.yu.k. e_1 manbaga ega bir konturli zanjirga $t=0$ vaqtda R_2 , L_2 tarmoq orqali ikkinchi o'zgaruvchan e.yu.k. manbai $e_2 = E_{2m} \sin(\omega t + \psi_2)$ ulanadigan murakkab holat ko'rsatilgan. Zanjirning parametrlari, shuningdek, e.yu.k. $e_1 = E_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$ ning miqdori berilgan bo'lib, kommutatsiya natijasida zanjirda paydo bo'lgan o'tkinchi tok va kuchlanishlarni topish talab etiladi.

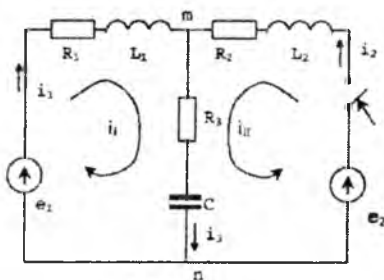
Qo'yilgan masalani kontur toklari i_I va i_{II} (toklarning yo'nalishi yoysimon chiziqlar bilan ko'rsatilgan) usuli bilan yechamiz. Kirxgofning ikkinchi qonuniga binoan, zanjirning elektr muvozanati tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$(R_1 + R_3)i_I + L \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{C_3} \int i_I dt + R_3 i_{II} + \frac{1}{C_3} \int i_{II} dt = e_1 \quad (9.32)$$

$$R_3 i_I + \frac{1}{C_3} \int i_I dt + (R_2 + R_3) i_{II} + L \frac{di_{II}}{dt} + L_3 \frac{1}{C_3} \int i_{II} dt = e_2 \quad (9.33)$$

Modomiki, (9.32) va (9.33) differensial tenglamalar chiziqli ekan, differensiallash operatsiyasi d/dt ni p simvoli bilan, integrallash operatsiyasi $\int dt$ ni esa $1/p$ simvoli bilan almashtirib, olingan tenglamalar sistemasini qayta yozamiz:

$$\begin{aligned} \left(R_1 + R_3 + pL_1 + \frac{1}{pC_3}\right)i_I + \left(R_3 + \frac{1}{pC_3}\right)i_{II} &= e_1 \\ \left(R_3 + \frac{1}{pC_3}\right)i_I + \left(R_2 + R_3 + pL_1 + \frac{1}{pC_3}\right)i_{II} &= e_2 \end{aligned} \quad (9.34)$$



9.15-rasm.

(9.34) sistemaning birinchi tenglamasidan olingan tokning qiymati:

$i_{II} = \frac{1}{R_3 + 1/pC_3} \left[e_1 - \left(R_1 + R_3 pL_1 + \frac{1}{pC_3} \right) i_I \right]$ ni ikkinchi tenglamaga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} \left(R_3 + \frac{1}{pC_3}\right)^2 i_I - \left(R_1 + R_3 + pL_1 + \frac{1}{pC_3}\right) \left(R_1 + R_3 + pL_2 + \frac{1}{pC_3}\right) i_I &= \\ = \left(R_3 + \frac{1}{pC_3}\right) e_2 - \left(R_2 + R_3 + pL_2 + \frac{1}{pC_3}\right) e_1 \end{aligned} \quad (9.35)$$

(9.35) tenglamaning ikkala qismini p ga ko'paytirib, murakkab bo'lmagan o'zgarishlardan so'ng, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$L_1 L_2 p^3 i + [(R_2 + R_2)L_1 + (R_1 + R_3)L_2]p^2 i_l + \\ + \left(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 + \frac{L_1}{C_3}\right) p i_l + \frac{R_1 - R_3 + 2R_2}{C_3} i_l = \\ = p^2 L_2 + (R_2 + R_3)p + \frac{1}{pC_3} e_1 - R_3 p - \frac{1}{pC_3} e_2$$

yoki:

$$a_3 \frac{d^3 i_l}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 i_l}{dt^2} + a_1 \frac{di_l}{dt} + a_0 i_l = b_2 \frac{d^2 e_1}{dt^2} + \\ + b_1 \frac{de_1}{dt} + b_0 e_1 - c_1 \frac{de_2}{dt} - c_0 e_2, \quad (9.36)$$

bu yerda:

$$a_0 = \frac{R_1 - R_3 + 2R_2}{C_3}; \quad a_1 = \left(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 + \frac{L_1}{C_3}\right); \\ a_2 = (R_2 + R_3)L_1 + (R_1 + R_3)L_2; \quad a_3 = L_1 L_2; \\ b_0 = \frac{1}{C_3}; \quad b_1 = (R_2 + R_3)$$

$$b_2 = L_2; \quad c_0 = \frac{1}{C_3}; \quad c_1 = R_3; \quad p^3 i_l = \frac{d^3 i_l}{dt^3}; \quad p^2 i_l = \frac{d^2 i_l}{dt^2}; \quad p i_l = \frac{di_l}{dt}$$

Shunday qilib, (9.36) tenglama birinchi kontur toki i ga nisbatan 3-tartibli differensial tenglamadir. Bu tokning kommutatsiyadan keyingi turg'unlashgan qiymati $I_{tur} = I_{lm} \sin(\omega t + \psi_{i1})$ (9.36) tenglamaning xususiy yechimi bo'lib, uning amplitudasi I_{lm} ni va boshlang'ich fazasi ψ_i ni topamiz. O'tkinchi tok i_l ning erkin tashkil etuvchilari (9.36) tenglamaning o'ng qismisiz yechish yo'li bilan topiladi. Buning uchun avval uning tavsifiy tenglamasini tuzamiz:

$$\alpha_3 \alpha^3 + \alpha_2 \alpha^2 + \alpha_1 \alpha + \alpha_0 = 0 \quad (9.37)$$

O'tkinchi tok $i_l = I_{tur} + I_{lerk}$ ekanligini bilgach, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$i_l = I_{lm} \sin(\omega t + \psi_{i1}) + A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t} + A_3 e^{\alpha_3 t} \quad (9.38)$$

Integrallash doimiylarini aniqlash uchun quyidagi shartlardan foydalanamiz:

$$1) i_L(-0) = i_L(+0); \quad 2) i_L(0) = 0; \quad 3) u_{c3}(0) = u_{ctur}(-0)$$

Birinchi shartga ko'ra, kommutatsiyaga qadar turg'unlashgan tokning qiymati ma'lum bo'lishi lozim; bu esa quyidagicha:

$$i_{ltur}(0_-) = \frac{E_{1m}}{Z_{11}} \sin(\omega t + \psi_1 - \varphi_1) = \frac{E_{1m} \sin(\omega t + \psi_1 - \varphi_1)}{\sqrt{(R_1 + R_3)^2 + \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_3}\right)^2}}$$

$$= I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1 - \varphi_1)$$

bu yerda: $\varphi_1 = \arctg \frac{\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_3}}{R_1 + R_3}, I_{1m} = \frac{E_{1m}}{Z_{11}}$

Shunday qilib, (9.38) ga binoan, birinchi shartga ko'ra, $t=0$ da

$$i_l(0) = I_{1m} \sin \psi_{i1} + A_1 + A_2 + A_3 = I_{1m} \sin(\psi_1 - \varphi_1) \quad (9.39)$$

Bundan $A_1 + A_2 + A_3 = I_{1m} \sin(\psi_1 - \varphi_1) - I_{1m} \sin \psi_{i1}$

Ikkinchi konturning turg'unlashgan toki qiymati (kommutatsiyadan keyingisi) $i_{lltur} = I_{2m} \sin(\omega t + \psi_{i2})$ ma'lum deb,

$$i_{ll} \left(R_3 + \frac{1}{pC_3} \right) = e_1 - \left(R_1 + R_3 p L_1 \frac{1}{pC_3} \right) i_l \quad (9.40)$$

tenglamadan uning amplitudaviy qiymati I_{2m} ni va boshlang'ich fazasi ψ_{i2} ni topamiz. Ana shu munosabatdan ikkinchi konturning erkin tokini aniqlaymiz:

$$i_{llerk} = A_1 e^{\alpha_2 t} + A_2 e^{\alpha_2 t} + A_3 e^{\alpha_3 t} = k_1 A_1 e^{\alpha_1 t} + k_2 A_2 e^{\alpha_2 t} + k_3 A_3 e^{\alpha_3 t}$$

$$k_1 = \frac{-R_1 + R_3 + \alpha_1 L_1 + \frac{1}{\alpha_1 C_3}}{R_3 + \frac{1}{\alpha_3 C_3}};$$

$$k_2 = \frac{-R_1 + R_3 + \alpha_2 L_1 + \frac{1}{\alpha_2 C_3}}{R_3 + \frac{1}{\alpha_3 C_3}};$$

$$k_3 = \frac{-R_1 + R_3 + \alpha_3 L_3 + \frac{1}{\alpha_3 C_3}}{R_3 + \frac{1}{\alpha_3 C_3}};$$

Shu tufayli, ikkinchi boshlang'ich shart quyidagini bildiradi:

$$i_{ll}(0) = I_{2m} \sin \psi_{i2} + k_1 A_1 + k_2 A_2 + k_3 A_3 = 0$$

C_3 sig'imli tarmoqdagi turg'unlashgan (kommutatsiyadan keyingi) tok:

$$i_3 = i_{ltur} + i_{lltur} = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{i1}) + I_{2m} \sin(\omega t + \psi_{i2})$$

$$= I_{3m} \sin(\omega t + \psi_{i3})$$

Demak, sig'imdagi turg'unlashgan kuchlanish:

$$u_{ctur} = \frac{I_{3m}}{\omega C_3} \sin \left(\omega t + \psi_{i3} - \frac{\pi}{2} \right)$$

sig'imdagi erkin kuchlanish esa:

$$u_{cerk} = \frac{1}{C_3} \int i_{3erk} dt = \frac{1}{C_3} \int i_{l1erk} dt + \frac{1}{C_3} \int i_{l2erk} dt = \frac{A_1}{\alpha_1 C_3} (1 + k_1) e^{\alpha_1 t} + \frac{A_2}{\alpha_2 C_3} (1 + k_2) e^{\alpha_2 t} + \frac{A_3}{\alpha_3 C_3} (1 + k_3) e^{\alpha_3 t}$$

(kommutatsiyaga qadar) turg'unlashgan kuchlanish qiymati:

$$u_{ctur} = \frac{I_{1m}}{\omega C_3} \sin \left(\omega t + \psi_1 - \varphi_1 - \frac{\pi}{2} \right)$$

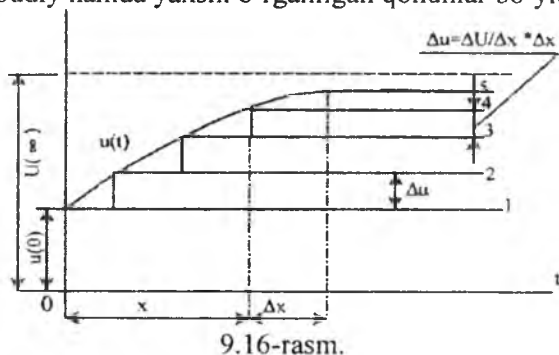
Shu sababli uchinchi boshlang'ich shart quyidagini bildiradi:

$$u_c(0) = \frac{I_{3m}}{\omega C_3} \sin \left(\psi_{i3} - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{k_1 + 1}{\alpha_1 C_3} A_1 + \frac{k_2 + 1}{\alpha_2 C_3} A_2 + \frac{k_3 + 1}{\alpha_3 C_3} A_3 = \frac{I_{1m}}{\omega C_3} \sin \left(\psi_{i3} - \varphi_1 - \frac{\pi}{2} \right) \quad (9.41)$$

(9.39), (9.40) va (9.41) tenglamalarni birgalikda yechish integrallash doimiysi A_1 , A_2 va A_3 larni va shu bilan birga, barcha erkin o'tkinchi tok va kuchlanishlarni aniqlash imkonini beradi.

9.11. Ixtiyoriy shakldagi kuchlanish ta'sir etgan zanjirdagi o'tkinchi jarayonlarni hisoblash (Dyuamel integrali)

Passiv zanjirlarni o'zgarmas (yoki sinusoidal) kuchlanishga ulanganda bo'ladigan o'tkinchi jarayonlarni hisoblash nisbatan oddiy, chunki kommutatsiyadan keyin turg'unlashgan va shuningdek, erkin tok va kuchlanishlar oddiy hamda yaxshi o'rganilgan qonunlar bo'yicha



o'zgaradi. Lekin manbaning kuchlanishi vaqt jihatidan ixtiyoriy qonunga ko'ra o'zgarsa (9.16-rasmda ko'rsatilganidek), masala birmuncha murakkablashadi. Ammo ana shu kuchlanishga ulanadigan passiv zanjirning strukturasi ma'lum bo'lsa, u holda bu masalani quyidagicha

hal qilish mumkin. Masalan, shu zanjir $t=0$ vaqtda qandaydir o'zgarmas kuchlanish u_0 ga ulangan, deb faraz qilaylik. Zanjir iste'mol qiladigan o'tkinchi tok shu kuchlanishning o'tkinchi o'tkazuvchanlik deb ataladigan $Y(t)$ ga ko'paytmasini ifodalovchi qandaydir vaqt funksiyasi bo'lsin:

$$i(t) = Y(t) \cdot U_0$$

Funksiya $Y(t)$ faqat zanjirning strukturasiga bog'liq bo'lib, berilgan kuchlanish U_0 ning miqdoriga bog'liq emas. Masalan, passiv ikkiqutblik ketma-ket ulangan R va L elementlardan iborat bo'lsa,

$i(t) = U_0 \cdot Y(t) = \frac{U_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ va tok $i(t)$ ning o'zgarish qonuni ushbu zanjir o'tkinchi o'tkazuvchanligining o'zgarish qonuni $Y(t) = 1/R(1 - e^{-Rt})$ da aks ettirilgan bo'ladi. Kuchlanish U_0 ni yagona (ya'ni 1 V ga teng bo'lgan) impuls bilan almashtirsak,

$$i(t) = 1 \cdot Y(t) = Y(t)$$

ga ega bo'lamiz. $Y(t)$ istalgan paytda o'tkinchi tok $i(t)$ ning oniy qiymatini son jihatdan aniqlaydi.

Xuddi ana shu xususiyat berilgan kuchlanishning uzluksiz funksiyasi $u(t)$ ni (9.16-rasm) vaqtning ma'lum ΔX oralig'idan so'ng ikkiqutblikka beriladigan pog'onali funksiyaning elementar impulsi. Δu ga sakrashli to'g'ri burchaklar bilan almashtirishga imkon beradi. Boshlang'ich shartlarni nolli bo'lganda, shaxobchalardagi barcha tok va kuchlanishlarni nolga tenglashtirib, zanjirning yuqoridagi Δu impulsiga ulanishidagi o'tkinchi jarayonni vaqt jihatidan bir necha burchaklarga yoyamiz. Kuchlanish $u(0)$ ning birinchi sakrashi o'tkinchi tok $i(t)$ ning $u(0)Y(t)$ ga teng birinchi tashkil etuvchisini beradi. Oraliq ΔX vaqtdan so'ng Δu ga sakrash bo'lib, o'tkinchi tokni $\Delta u \cdot Y(t - \Delta x)$ tashkil etuvchi bilan to'ldiradi.

Oraliq x vaqtdan so'ng, o'tkinchi tok $Y(t - x) \cdot \frac{\Delta u}{\Delta x}$ ni hosil qiluvchi navbatdagi sakrash paydo bo'ladi va h.k. (bu jarayon $t \rightarrow \infty$ da ham davom etadi). Kuchlanish $u(t)$ ning zanjirga natijaviy ta'siri quyidagi o'tkinchi tok bilan ifodalanadi:

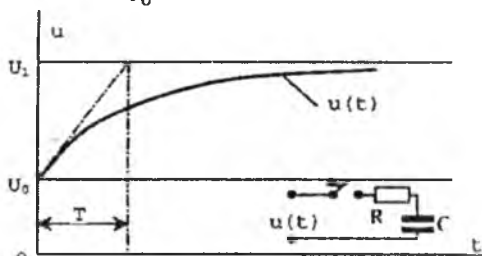
$$i(t) \cong u(0) \cdot Y(t) + \sum_{x=0}^{x=t} Y(t - x) \frac{\Delta u}{\Delta x} \cdot \Delta x \quad (9.42)$$

Orttirma Δu va Δx lar qanchalik kichik bo'lsa, (9.42) ifoda o'tkinchi jarayonning haqiqiy manzarasini shunchalik aniq ifoda etadi.

$$\Delta x \rightarrow 0 \text{ bo'lsa, } u'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \left(\frac{du}{dx} \right)_{x=1}$$

Endi (9.42) ifodaning o'rniga quyidagini yozish mumkin:

$$i(t) = u(0) \cdot Y(t) + \int_0^t Y(t-x) \cdot u'(x) dx \quad (9.43)$$



9.17-rasm.

Olingan ifoda “Dyuamel formulasi yoki integrali” deb ataladi va zanjir ixtiyoriy shakldagi kuchlanish $u(t)$ ga ulanganda, yuqorida keltirilgan o'tkinchi tokning o'zgarish qonuniyatini aniqlashga imkon beradi.

9.5-misol. Vaqt jihatdan uzluksiz o'zgaruvchan kuchlanish $u(t) = U_1 - (U_1 - U_0)e^{-\frac{t}{T}}$ ning ta'sirida 9.17-rasmdagi ($U_0 = 100$ V, $U_1 = 220$ V va $T = 0,02$ sek.) R, C zanjirda hosil bo'ladigan o'tkinchi tok aniqlansin. Agar zanjirning parametrlari $R = 10^3 \Omega$ va $C = 80$ mkF bo'lsa, o'tkinchi jarayon davomida R qarshilikda issiqlik tarzida ajralib chiqqan energiya miqdori ham hisoblansin.

Yechish. 1) Zanjir R, C ning o'tkinchi o'tkazuvchanligi quyidagicha:

$$Y(t) = \frac{1}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = 10^{-3} e^{-12,5t} [1/\Omega \cdot m],$$

bunda: $\tau = RC = 0,08$ sek.

2) Zanjirning kirish qismlaridagi kuchlanishning o'zgarish qonuni:

$$u(t) = U_1 - (U_1 - U_0)e^{-\frac{t}{T}},$$

yoki bu ham vaqtning noma'lum oralig'i x ning funksiyasida:

$$u(x) = U_1 - ((U_1 - U_0)e^{-\frac{x}{T}}) = 220 - 120e^{-50x}$$

3) Dyumel formulasi binoan quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} i(t) &= u(0) \cdot Y(t) + \int_0^t Y(t-x) \cdot u'(x) dx = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} + \int_0^t \frac{1}{R} e^{-\frac{t-x}{\tau}} \times \\ &\times \frac{U_1 - U_0}{T} e^{-\frac{x}{T}} \cdot dx = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{U_1 - U_0}{T} e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \int_0^t e^{-[\frac{1}{T} - \frac{1}{\tau}]} dx = \end{aligned}$$

$$= \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{(U_1 - U_0)\tau}{R(\tau - T)} e^{-\frac{x}{T}} \cdot \left[e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot e^{\frac{t}{\tau}} - 1 \right] =$$

$$= 0,1e^{-12,5t} + \frac{120 \cdot 0,08}{10^3 \cdot 0,06} [e^{-12,5t} - e^{-50t}] = 0,26e^{-12,5t} - 0,16e^{-50t}$$

Zanjirni ulash paytida iste'mol qilinayotgan tok maksimal bo'ladi, ya'ni $i(0) = 0,26 - 0,16 = 0,1$ A o'tkinchi jarayonning oxirida u nolga teng, ya'ni $i(\infty) = 0$.

9.12. Chiziqli elektr zanjirlardagi o'tkinchi jarayonlarni operator usulida hisoblash

O'tkinchi jarayonlarni klassik usul bilan hisoblashda asosiy qiyinchilik shundaki, zanjir murakkablashgan sari, uning muvozanat holatini anglatuvchi differensial tenglamaning darajasi ortib boradi. Bu esa integrallash doimiysi $A_1, A_2, \dots, A_k$ larni aniqlash bilan bog'liq bo'lgan hisoblash ishlarining ortib borishini bildiradi. O'tgan asrning o'rtalarida rus matematigi M.Ye.Vashchenko-Zaxarchenko chiziqli differensial tenglamalarni yechishni Laplas almashtirish formulasiga asoslangan simvollik usulini tavsiya etadi. Uning mohiyati shundan iboratki, vaqt funksiyasi $f(t)$ ning integrallash va differensiallash o'rniga, uning operator tasviri deb ataladigan funksiyasi $B(p)$ bilan algebraik amallar bajariladi. Agar sistemaning muvozanat holatini ifodalovchi differensial tenglama chizig'i bo'lsa, bunday o'tishning haqqoniyligi isbotlangan. Bunda tenglama hadlarining koeffitsiyentlari o'zgaras yoki o'zgaruvchan bo'lishi mumkin.

Shunday qilib, original deb ataluvchi har qanday vaqt funksiyasi $f(t)$ ni unga ekvivalent bo'lgan kompleks o'zgaruvchan $p = s + j\omega$ argumentli $F(p)$ funksiya bilan almashtirish mumkin. Shu bilan birga, original funksiya $f(t)$ ning tasvir funksiyasi $F(p)$ ga teng bo'lmay, balki mos bo'lishini esda tutish lozim. Bu hol matematik ko'rinishda quyidagicha ifodalanadi:

$$f(t) \div F(p) \text{ yoki } F(p) \div f(t)$$

Berilgan funksiya $f(t)$ ning tasviri $F(p)$ "Laplas almashtirishi" deb ataladigan formula

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot f(t) dt \quad (9.44)$$

bilan aniqlanadi. Bu formula bo'yicha almashtirishni har qanday $t < 0$ da faqat nolga teng va pirovard oraliq vaqtda Dirixle shartini qanoatlantiruvchi $f(t)$ funksiyalar uchungina bajarish mumkin. Bunda vaqtning

istalgan paytida original funksiya $f(t)$ ning mutlaq qiymati bo'yicha u bilan solishtiriladigan boshqa funksiya $Me^{s_0 t}$ dan kichikligicha qolishi kerak (ya'ni $[f(t)] < Me^{s_0 t}$; bu yerda $S > S_0 > 0$). Bu shartlarga rioya qilish Laplas integralini aniq qiymatli funksiya deb qaralishiga imkon beradi.

Original $f(t)$ dan uning tasviri $\varphi(p)$ ga o'tish uchun "Karson-Xevisayd almashtirishi" deb ataluvchi formula

$$\varphi(p) = p \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot f(t) dt \quad (9.45)$$

dan ham foydalaniladi, bu formula (9.44) formuladan operator ko'paytiruvchi bilan farq qiladi. Bunda $\varphi(p) = pF(p)$ ekanligini ko'rish qiyin emas. Ammo bu yerda va bundan so'ng (hisoblash masalalarida) biz asosan Laplas almashtirishlaridan foydalanamiz.

9.13. Oddiy funksiyalarni Laplas formulasi bo'yicha almashtirish

Berilgan oddiy funksiya $f(t) = U_0$ bo'lganda, uning tasviri $F(p)$ ni topish talab etiladi deb faraz qilaylik. Unda (9.44) formulaga binoan,

$$F(p) = \int_0^{\infty} U_0 e^{-pt} \cdot dt = -\frac{U_0}{p} \left| e^{-pt} \right|_0^{\infty} = \frac{U_0}{p}$$

bo'ladi, ya'ni o'zgarmas kattalikning tasviri shu kattalikning operatori p ga bo'linganiga teng.

Shuningdek, eksponensial funksiya $f(t) = e^{at}$ ning tasviri:

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-at} \cdot e^{-pt} \cdot dt = -\frac{1}{p-a} \left| e^{-(p-a)t} \right|_0^{\infty} = \frac{1}{p-a}$$

ya'ni $e^{at} \doteq \frac{1}{p-a}$. Xuddi shunga o'xshash, quyidagilarni ham isbot etish mumkin:

$$1) \quad e^{-at} \doteq \frac{1}{p+a}$$

$$2) \quad 1 - e^{-at} \doteq \frac{1}{p} - \frac{1}{p+a} = \frac{a}{p(p+a)};$$

$$3) \quad e^{j(\omega t + \psi)} \doteq e^{j\psi} \cdot e^{j\omega t} = \frac{e^{j\psi}}{p-j\omega};$$

$$4) \quad \sin \omega t = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{j2} \doteq \frac{1}{j2} \left[\frac{1}{p-j\omega} - \frac{1}{p+j\omega} \right] = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2};$$

$$5) \quad \cos \omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \doteq \frac{1}{2} \left[\frac{1}{p-j\omega} + \frac{1}{p+j\omega} \right] = \frac{p}{p^2 + \omega^2};$$

Quyidagi jadvalda o'tkinchi jarayonlarni hisoblashda ko'p uchratiladigan vaqtli funksiyalar va ularning tasvirlari ko'rsatilgan. Jadval vaqtli funksiyalardan ularning tasviriga bevosita o'tish imkonini beradi. Tasvirlar bilan tegishli operatsiyalar bajarilgandan so'ng, originallar $f_1(t)$; $f_2(t)$ va boshqa funksiyalarning originallariga qayta o'tish mumkin.

Endi vaqt jihatidan x ga siljigan original funksiyaning (bunday funksiya o'tkinchi o'tkazuvchanlik $Y(t-x)$ ko'rinishida Dyumel integralida uchragan edi) tasvirini ko'rib chiqamiz. Shunday qilib, agar $f(t) \doteq F(p)$ bo'lsa, 9.44-formulaga binoan,

$$\begin{aligned} f(t-x) &= \int_0^{\infty} f(t-x)e^{-pt} dt = e^{-px} \int_0^{\infty} f(t-x)e^{-p(t-x)} d(t-x) = \\ &= e^{-px} \int_0^{\infty} f(t')e^{-p't'} dt' = e^{-px} \int_0^{\infty} f(t)e^{-p't} dt = e^{-px} \cdot F(p) \end{aligned}$$

bo'ladi, ya'ni $f(t-x) = e^{-px}F(p)$ (bunda $t-x = t > 0$ – yangi koordinatalar boshi $t+x=0$ dan hisoblanadigan shartli vaqt, shuningdek, $(t-x)$ noldan kichik bo'lmashligi kerak).

9.1-jadval

Original (asli)	Tasvir	Original (asli)	Tasvir
A	A/p	$\sin(\omega t + \psi)$	$\frac{p \cdot \sin \psi + \omega \cos \psi}{p^2 + \omega^2}$
$e^{\pm \alpha t}$	$\frac{1}{p \pm \alpha}$	$\cos(\omega t + \psi)$	$\frac{p \cdot \cos \psi - \omega \sin \psi}{p^2 + \omega^2}$
$1 - e^{-\alpha t}$	$\frac{\alpha}{p(p + \alpha)}$	$e^{-\alpha t} \cdot \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(p + \alpha)^2 + \omega^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{e^{j\psi}}{p - j\omega}$	$e^{-\alpha t} \cdot \cos \omega t$	$\frac{p + \alpha}{(p + \alpha)^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	t	$1/p^2$
	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	$te^{-\alpha t}$	$\frac{1}{(p + \alpha)^2}$

9.14. Funksiya hosilasi va integralining Laplas bo'yicha tasviri

Berilgan hosila funksiyasining $\frac{d}{dt}[f(t)] = f'(t)$ tasvirini topish talab etiladi, deb faraz qilaylik. (9.44) formulaga binoan,

$$f'(t) = \int_0^{\infty} f'(t) \cdot e^{-pt} dt \quad (9.46)$$

Qismlar bo'yicha integrallash qoldasi

$$\int_0^t (uv)' dt = \int_0^t uv' dt + \int_0^t vu' dt$$

dan foydalanib, (9.46) ifodaning o'rniga quyidagini yozamiz:

$$f'(t) \doteq |e^{-pt} \cdot f(t)|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} f(t)(e^{-pt})' dt = p \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt - f(0) = pF(p) - f(0)$$

chunki $\int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} \cdot dt = F(p)$, $[f(t)] < M^{so't}$ va $[e^{-pt}f(t)]_{t=\infty} = 0$ ga binoan, $f(t)_{t=\infty} \neq \infty$. Agar $f(0) = 0$ bo'lsa, u holda $f'(t) = pF(p)$ bo'ladi, ya'ni $f(t)$ dan hosila olish uning tasvirini operator p ga ko'paytirish bilan barobar.

Xuddi shunga o'xshash, original $f(t)$ ning ikkinchi hosilasi quyidagi tasvirga ega ekanligini ham ko'rsatish mumkin:

$$f''(t) = p^2 F(p) - pf(0) - f'(0) = p^2 \left[F(p) - \frac{f(0)}{p} - \frac{f'(0)}{p^2} \right]$$

$f(t)$ funksiyadan n - hosila

$$f^{(n)}(t) \doteq p^n \left[F(p) - \frac{f(0)}{p} - \frac{f'(0)}{p^2} - \dots - \frac{f^{(n-1)}(0)}{p^n} \right]$$

Chunonchi, vaqtning $t=0$ paytida funksiyaning o'zi va uning barcha hosilalari 0 ga teng bo'lsa, $f^{(n)}(t)^0 = p^n F(p)$ bo'ladi.

Agar endi $f(t)$ funksiyadan integral olinadigan bo'lsa,

$$\varphi(t) = \int_0^t f(t) dt;$$

uning Laplas bo'yicha tasviri, (9.44) formulaga binoan,

$$\psi(p) = \int_0^{\infty} \varphi(t) e^{pt} dt \quad (9.47)$$

Bo'laklab integrallash qoidasiga binoan, (9.47) ni quyidagicha qayta yozamiz:

$$\psi(p) = -\frac{e^{-pt}}{p} \int_0^t f(t) dt \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \frac{e^{-pt} \cdot f(t)}{p} dt = 0 + \frac{1}{p} F(p)$$

Shuning uchun $\varphi(t) = \int_0^{\infty} f(t)dt \doteq F(p)/p$, ya'ni funksiya integralining tasviri funksiya tasvirining operator p ga bo'linganiga teng. Biroq shuni hisobga olish lozimki, boshlang'ich shartlar nolga teng bo'lmagan $f(0) \neq 0$ holda, funksiyaning integralida bu o'zgarmas kattalik $f(0)$ ham qatnashuvi lozim.

U holda (9.47) ifodaga $\varphi(t)$ tarzida $\left[\int_0^t f(t)dt + f(0) \right]$ funksiyaning kiritish kerak bo'ladi. Uning tasviri esa quyidagicha ifodalanadi:

$$\psi(p) = \frac{1}{p} F(p) + \frac{f(0)}{p}$$

Sig'imdagi kuchlanish $u_c = \int_0^t i dt + u_c(0)$ ni aniqlashda bunday ko'rinishdagi integral ilgari ham uchragan edi. Agar umumiy holda $u_c(0)=0$ bo'lsa, bu kuchlanishning tasviri:

$$u_c(p) = \frac{I(p)}{p} + \frac{u_c(0)}{p}$$

9.15. Kirxgof va Om qonunlarining operator shaklidagi tasviri

Kirxgofning birinchi qonuniga ko'ra, zanjir tugunidagi toklar oniy qiymatlarining yig'indisi nolga teng:

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0$$

Ammo har qanday tarmoqdagi tokni $i_k(t)$ tokni $I_k(p)$ kabi operator shaklda ifodalash mumkin. Shunday ekan, Kirxgofning birinchi qonunini operator shaklida quyidagicha yoza olamiz:

$$\sum_{k=1}^n I_k(p) = 0$$

Kirxgofning ikkinchi qonuniga ko'ra, berk konturning ayrim qismlaridagi kuchlanishlar yig'indisi shu konturdagi e.yu.k. larning yig'indisiga teng:

$$\sum_{k=1}^n u_k = \sum_{k=1}^m e_k$$

Demak, yuqoridagiga o'xshash, operator shaklida quyidagini yoza olamiz:

$$\sum_{k=1}^n U_k(p) = \sum_{k=1}^m E_k(p)$$

Bu tenglama esa, Kirxgofning ikkinchi qonunini operator shaklida ifodalaydi.

Endi kuchlanish $u(t)$ ta'siridagi R , L , C zanjirga qaytamiz (9.1-rasm). Bu zanjirning differensial tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt + u_c(0) = u(t) \quad (9.48)$$

Umumiy holda vaqt bo'yicha o'zgaruvchan tok $i(t)$ ning differensial tenglamasi (9.48) dan Laplasning operator tasviri bo'yicha algebraik tenglamasiga o'tish mumkin:

$$R \int_0^{\infty} i(t) e^{-pt} dt + L \int_0^{\infty} i(t) e^{-pt} dt + \frac{1}{C} \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} i dt \right] e^{-pt} dt + \int_0^{\infty} u_c(0) e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} u(t) e^{-pt} dt$$

Buni 9.14-mavzuda bayon qilinganini hisobga olgan holda, quyidagicha qayta yozish mumkin:

$$RI(p) + pLI(p) - Li(0) + \frac{I(p)}{pC} + \frac{u_c(0)}{p} = U(p) \quad (9.49)$$

chunki (9.44) formulaga binoan, $i(t) \div I(p)$ va $u(t) \div U(p)$ bo'ladi.

(9.49) tenglamadan quyidagini aniqlaymiz:

$$I(p) = \frac{U(p) + Li(0) - \frac{u_c(0)}{p}}{R + pL + 1/pC} = \frac{U(p) + Li(0) - \frac{u_c(0)}{p}}{Z(p)} \quad (9.50)$$

Bunda: $I(p)$ va $U(p)$ – zanjirning tegishli kirish qismlaridagi tok va kuchlanishning operator shakli;

$Z(p) = R + pL + 1/pC$ – operator qarshilik.

Shunday qilib, (9.50) tenglama Om qonunining operator shaklidagi ifodasidir. Ayrim boshlang'ich shartlarda:

$$I(p) = \frac{U(p)}{Z(p)}$$

Bu esa R , L , C zanjirni $i(0)$ tok va $i(0)$ kuchlanish nolga teng bo'lgan holda $u(t)$ kuchlanishga ulash jarayonini tasvirlaydi.

Qarshiliklari

$$Z_1(p) = R_1 + pL_1 + \frac{1}{pC_1} \quad \text{va} \quad Z_2(p) = R_2 + pL_2 + \frac{1}{pC_2}$$

bo'lgan ikkita parallel tarmoq kuchlanish $U(p)$ ga ulangandagi umumiy operator tok

$$I(p) = I_1(p) + I_2(p) = \frac{U(p) + L_1 i_1(0) - \frac{u_{c1}(0)}{p}}{R_1 + pL_1 + 1/pC_1} + \frac{U(p) + L_2 i_2(0) - \frac{u_{c2}(0)}{p}}{R_2 + pL_2 + 1/pC_2}$$

holda zanjirning to'la o'tkazuvchanligi $Y(p)$ ning $U(p)$ ga ko'paytmasi, deb bo'lmaydi, chunki kasrlarning sur'atlari $I_1(p)$ va $I_2(p)$ boshlang'ich shartlari nolga teng bo'lmasa, o'zaro teng bo'lmaydi; ammo $i_1(0)$, $u_{c1}(0)$, $i_2(0)$ va $u_{c2}(0)$ lar nolga teng bo'lsa,

$$I(p) = U(p) \left[\frac{1}{Z_1(p)} + \frac{1}{Z_2(p)} \right] = U(p)[Y_1(p) + Y_2(p)]$$

bunda: $Y_1(p)$ va $Y_2(p)$ – tarmoqlarning operator o'tkazuvchanliklari.

Bu holda butun zanjirning ekvivalent operator qarshiligi quyidagicha bo'ladi:

$$Z(p) = \frac{z_1(p) \cdot z_2(p)}{z_1(p) + z_2(p)}$$

9.16. O'tkinchi jarayonlarni operator usuli bilan hisoblashga doir misollar

O'tkinchi jarayonlarning ilgari klassik usul bilan hisoblangan ba'zi misollarini ko'rib chiqamiz.

1. r , L zanjirni o'zgarimas kuchlanishi U_0 ga ulash (9.2-rasm). Zanjirdagi o'tkinchi tok $i(t)$ Om qonuniga binoan, operator shaklida

$$I(p) = \frac{U_0(p)}{Z(p)} = \frac{U_0/p}{r + pL} = \frac{U_0}{r} \left[\frac{r}{p(r + pL)} \right] = \frac{U_0}{r} \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p + \frac{r}{L}} \right]$$

bo'ladi. Bu esa originalga mos keladi: $i(t) \doteq \frac{U_0}{r} \left(1 - e^{-\frac{r}{L}t} \right)$

2. r , L zanjirni sinusoidal kuchlanishga ulash (9.4-rasm). 9.1-jadvalga binoan, zanjirga berilgan kuchlanish $u(t)$ ning funksiyasi quyidagi tasvirga mos keladi:

$$U(p) = U_m \frac{p \sin \psi + \omega \cos \psi}{p^2 + \omega^2}$$

Demak, operator shaklidagi o'tkinchi tok

$$I(p) = \frac{U(p)}{Z(p)} = U_m \frac{p \sin \psi + \omega \cos \psi}{(p^2 + \omega^2)(r + pL)} = \frac{U_m / L (p \sin \psi + \omega \cos \psi)}{(p + j\omega)(p - j\omega) \left(p + \frac{r}{L} \right)}$$

bo'ladi.

Ko'rib turibmizki, bu ifoda originaldan bevosita tasvirga o'tish uchun imkon bermaydigan va qisqartirib bo'lmaydigan murakkab tasvirdir:

$$\frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} \quad (9.51)$$

(bunda $n > m$).

Bunday hollarda oliy matematika kursida ma'lum bo'lgan **yoyish teoremasidan** foydalaniladi. Uning mohiyati shundaki, ildizlar o'zaro teng bo'lmagan ko'p hadli funksiya $F_2(p)$ ning ildizlarini yoyib, uni oddiy kasrlarning yig'indisi tarzida ifodalash mumkin:

$$\frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{A_1}{p - p_1} + \frac{A_2}{p - p_2} + \dots + \frac{A_n}{p - p_n} = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{p - p_k} \quad (9.52)$$

bunda: $A_1, A_2, \dots, A_n$ – yoyish koeffitsiyentlarini ifodalovchi oddiy haqiqiy sonlar; $p_1, p_2, \dots, p_n$ $F_2(p) = 0$ – tenglamaning ildizlari.

Koeffitsiyent A_k quyidagicha aniqlanadi:

$$A_k = F_1(p_k) \lim_{p \rightarrow p_k} \frac{p - p_k}{F_2(p)} = F_1(p_k) \lim_{p \rightarrow p_k} \frac{\frac{d}{dp}(p - p_k)}{\frac{d}{dp} F_2(p)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \quad (9.53)$$

(bunda Lopital qoidasidan yana foydalaniladi, chunki $\lim_{p \rightarrow p_k} \frac{p - p_k}{F_2(p)}$ da $0/0$ turidagi noaniqlik hosil bo'ladi).

Ko'rib chiqilayotgan misolda tekshirilayotgan operator funksiya quyidagi kasrni ifodalaydi:

$$I(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{U_m/L(p \cdot \sin\psi + \omega \cdot \cos\psi)}{(p + j\omega)(p - j\omega)(p + \frac{r}{L})}$$

maxrajning $F_2(p)$ ildizlari: $p_1 = -j\omega$, $p_2 = j\omega$ va $p_3 = -r/L$.

Demak, (9.51) ga binoan, bizning misolda yoyish koeffitsiyentlari quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\frac{U_m}{L}(-j\omega)\sin\psi + \frac{U_m \cdot \omega}{L}\cos\psi}{\left(p^3 + \frac{r}{L}p^2 + \omega^2 p + \omega^2 \frac{r}{L}\right) \Big|_{p_1 = -j\omega}} = \frac{\frac{\omega}{L}U_m(\cos\psi - j\sin\psi)}{\left(3p^2 + 2\frac{r}{L}p + \omega^2\right) \Big|_{p = -j\omega}} = \\ &= \frac{U_m/L \cdot \omega e^{-j\psi}}{2\omega^2 + j2\omega \frac{r}{L}} = \frac{U_m e^{-j\psi}}{2(\omega L + jr)} = \frac{U_m e^{-j\psi}}{j2ze^{-j\varphi}} = \frac{U_m e^{-j(\psi - \varphi)}}{j2z}; \end{aligned}$$

$$A_2 = \frac{U_m \cdot \omega (\cos \psi + j \sin \psi)}{L \left(3p^2 + 2\frac{r}{L}p + \omega^2 \right) \Big|_{p_2 = j\omega}} = \frac{U_m e^{j\psi}}{2j(r + j\omega L)} = \frac{U_m e^{j\psi}}{j2z} = \frac{U_m e^{j(\psi - \varphi)}}{j2z};$$

$$A_3 = \frac{U_m / L \left(-\frac{r}{L} \sin \psi + \frac{U_m \cdot \omega}{L} \cos \psi \right)}{\left(3p^2 + 2\frac{r}{L}p + \omega^2 \right) \Big|_{p_3 = \frac{r}{L}}} = \frac{U_m (r \sin \psi - \omega L \cos \psi)}{L^2 \left(\omega^2 + \frac{r^2}{L^2} \right)}$$

$$= \frac{U_m z (\sin \psi \cdot \cos \varphi - \cos \psi \cdot \sin \varphi)}{z^2} = -\frac{U_m}{z} \sin(\psi - \varphi).$$

(bunda: $z = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}$ – zanjirning to'la qarshiligi yoki $z e^{j\varphi}$ ning moduli, shu sababli $Z = r + j\omega L$, $r = Z \cos \varphi$ va $\omega L = Z \sin \varphi$).

Endi (9.50) ifodaga binoan,

$$I(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{U_m e^{-j(\psi - \varphi)}}{j2z(p + j\omega)} + \frac{U_m e^{j(\psi - \varphi)}}{j2z(p - j\omega)} = \frac{U_m \sin(\psi - \varphi)}{z \left(p + \frac{r}{L} \right)}$$

9.1-jadvaldan oddiy kasrlar yig'indisining har bir tashkil etuvchisiga mos originalni tanlaymiz, shunda:

$$i(t) = \frac{U_m}{j2z} e^{-j(\psi - \varphi)} \cdot e^{-j\omega t} + \frac{U_m}{j2z} e^{j(\psi - \varphi)} \cdot e^{j\omega t} - \frac{U_m}{z} \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{r}{L}t}$$

$$= \frac{U_m}{j2z} \left[e^{-j(\omega t + \psi - \varphi)} - e^{-j(\omega t + \psi - \varphi)} \right] - \frac{U_m}{z} \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{r}{L}t} =$$

$$= \frac{U_m}{z} \left[\sin(\omega t + \psi - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{r}{L}t} \right]$$

Bu ifodaning ilgari (9.4) ifodada olingan natijalari bilan bir xilligi ko'rinib turibdi.

3. R, C zanjirni qisqa tutashtirish. (9.10-rasm).

Zanjirning o'tkinchi rejimdagi differensial tenglamasi:

$$Ri + \frac{1}{C} \int idt = 0$$

Bunga mos algebraik operator tenglama

$$R \cdot I(p) + \frac{I(p)}{pC} + \frac{u_c(0)}{p} = 0$$

bo'ladi. [$u_c(0)$ had boshlang'ich shart nolga teng bo'lmaganidan paydo bo'ldi; chunki kommutatsiyaga qadar sig'im zaryadlangan bo'lib, boshlang'ich kuchlanish $u_c(0) = U_0$ edi].

Shuning uchun zanjirdagi operator tok:

$$I(p) = \frac{-U_0}{p \left(R + \frac{1}{pC} \right)} = \frac{-U_0}{R} \cdot \frac{1}{p + \frac{1}{RC}}$$

9.1-jadvaldan operator shu funksiyaning originalini topamiz:

$$I(p) = i(t) = \frac{-U_0}{R} e^{\frac{-t}{RC}} \quad \text{bunda } RC = \tau.$$

Bu 9.8-mavzudagi (9.20) ifoda bilan bir xilligi yaqqol ko'rinib turibdi.

4. R, L zanjirga kondensatorning aperiodik zaryadsizlanishi (9.11-rasm).

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = 0$$

Zanjirning differensial tenglamasi. Bunga mos algebraik operator tenglama

$$R \cdot I(p) + pLI(p) - Li(0) + \frac{I(p)}{pC} + \frac{u_c(0)}{p} = 0$$

ekanligi boshlang'ich shartdan ma'lum.

Demak,

$$I(p) = -\frac{U_0}{p \left(R + pL + \frac{1}{pC} \right)} = -\frac{U_0}{L} \cdot \frac{1}{p^2 + 2\delta p + \omega^2} = -\frac{U_0}{L} \cdot \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

bunda: $F_1(p) = 1$ va $F_2(p) = p^2 + 2\delta p + \omega^2$ yoyish teoremasiga moslashtirilgan funksiyalar. $F_2(p) = 0$ ning ildizlari:

$$p_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega^2} = \alpha_1 \quad \text{va} \quad p_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega^2} = \alpha_2$$

Funksiya $F_2(p)$ ning birinchi hosilasi esa $F_2'(p) = 2p + 2\delta$, shuning uchun yoyish koeffitsiyentlarini quyidagicha aniqlaymiz:

$$A_1 = \frac{1}{(p - \alpha_1)(2\alpha_1 + 2\delta)} \quad \text{va} \quad A_2 = \frac{1}{(p - \alpha_2)(2\alpha_2 + 2\delta)}$$

Endi funksiyaning originalini yangi va unga ekvivalent tasvirdan izlaymiz:

$$\begin{aligned} I(p) &= \frac{-U_0}{L} \left[\frac{1}{(\alpha_1 - \alpha_2)(p - \alpha_1)} + \frac{1}{(\alpha_2 - \alpha_2)(p - \alpha_2)} \right] = \\ &= \frac{-U_0}{L(\alpha_1 - \alpha_2)} \left[\frac{1}{(p - \alpha_1)} - \frac{1}{(p - \alpha_2)} \right] \end{aligned}$$

chunki

$$2\alpha_1 + 2\delta = 2\alpha_1 - \alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_1 - \alpha_2;$$

$$2\alpha_2 + 2\delta = 2\alpha_2 - \alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_2 - \alpha_1 = -(\alpha_1 - \alpha_2).$$

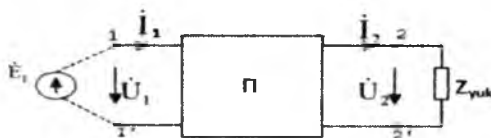
Funksiya $I(p)$ ning tasviriga qaraganda, uning originali

$$I(p) = i(t) = -\frac{U_0}{L(\alpha_1 - \alpha_2)} [e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}]$$

bo'ladi; bu esa 9.9-mavzudan olingan (9.23) ifodaga mos keladi.

10.1. Passiv to'rtqutblik zanjir asosiy tenglamasi

Ikkita kirish 1-1' va ikkita chiqish 2-2' qismlari (qutblari) bo'lgan har qanday murakkab elektr zanjir **to'rtqutblik** deb ataladi (10.1-rasm). To'rtqutblikning kirish qutblari (1-1') kuchlanish manbai U_1 ga, chiqish qutblari (2-2')



10.1-rasm.

esa elektr energiyasining qabul qiluvchi yuklama qarshiligi Z_{yuk} ga ulanadi. Ko'pqutbliklar (yoki bizning misolimizda to'rtqutbliklar) ko'rinishidagi murakkab zanjirlarni o'rganishdan asosiy maqsad, ko'pqutbliklar (to'rtqutbliklar) ning ichki tuzilishlarini tashkil etuvchi elementlarning ish rejimlaridan qat'i nazar, zanjirning kirish va chiqish qismlari orasidagi funksional bog'lanishni aniqlashdan iborat. Boshqacha qilib aytganda (to'rtqutbliklar bo'lgan holda), buning ma'nosi manbaning kuchlanishi U_1 va toki I_1 ma'lum bo'lsa, iste'molchining kuchlanishi U_2 va toki I_2 ni aniqlashning qonuniyatlarini va bog'lanishini topish demakdir. Zanjir ichki parametrlarining tavsiflariga ko'ra, to'rtqutblikning kirish va chiqish qismlarini bog'lovchi tenglama chiziqli yoki nochiqli bo'lishi mumkin. Shuning uchun to'rtqutblik birinchi holda chiziqli, ikkinchi holda esa nochiqli bo'ladi. Ichki tarmoqlarida e.yu.k. va tok manbai bo'lmagan to'rtqutblik passiv bo'ladi. To'rtqutbliklarning bu turkumiga ikkita simli elektr uzatish va aloqa liniyalari, transformatorlar, to'g'rilagichning ko'prik sxemalari, tekislovchi filtrlar va h.k.lar kiradi. Agar to'rtqutblikning ichida bitta bo'lsa ham energiya manbai bo'lsa, u **aktiv** bo'ladi. Quyida chiziqli parametrlarga ega bo'lgan faqat passiv to'rtqutbliklarni ko'rib chiqamiz.

Endi quyidagi nazariy muammoni hal etamiz: murakkab passiv zanjir P ning (10.1-rasm) parametrlari va uning kirish qismlaridagi kuchlanish U_1 bo'yicha funksional bog'lanish $U_1 = f_1(U_2, I_2)$ va $I_1 = f_2(U_2, I_2)$ larni aniqlaymiz. Bu murakkab zanjirning ixtiyoriy tarmog'ida kuchlanish va tokni shartli ravishda to'rtqutblikning chiqish qismlarida quyidagi kuchlanish U_2 va tok I_2 ga teng deb faraz qilamiz. Buning

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \end{cases} \quad (10.3)$$

chunki $Y_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}$, $Y_{22} = \frac{-\Delta_{22}}{\Delta}$, $Y_{12} = \frac{-\Delta_{12}}{\Delta}$ va $Y_{21} = \frac{\Delta_{21}}{\Delta}$ nisbatlar o'tkazuvchanlik o'lchov birligiga ega. (10.3) tenglama to'rtqutblikning Y-parametrlar orqali yozilgan tenglamasini ifodalaydi. Bunda passiv to'rtqutblikning parametrlari chiziqli bo'lganligi tufayli $Y_{12} = -Y_{21}$, chunki $\Delta_{12} = \Delta_{21}$.

(10.3) munosabatni qarshilik o'lchamlarini ko'rsatuvchi Z-parametrlar orqali ham ifodalash mumkin, u holda

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11} \cdot \dot{I}_1 + Z_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21} \cdot \dot{I}_1 + Z_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases} \quad (10.4)$$

bu yerda

$$Z_{11} = \frac{Y_{11}}{Y_{11} \cdot Y_{22} - Y_{12} \cdot Y_{21}}, \quad Z_{22} = \frac{Y_{22}}{Y_{11} \cdot Y_{22} - Y_{12} \cdot Y_{21}},$$

$$Z_{12} = \frac{Y_{12}}{Y_{11} \cdot Y_{22} - Y_{12} \cdot Y_{21}}, \quad Z_{21} = \frac{Y_{21}}{Y_{11} \cdot Y_{22} - Y_{12} \cdot Y_{21}}, \quad Z_{12} = -Z_{21}$$

Endi to'rtqutblikning kirish kompleks miqdorlari: $\dot{U}_1$ va $\dot{I}_1$ ning chiqish kompleks miqdorlari: $\dot{U}_2$ va $\dot{I}_2$ bilan bog'lanishini bevosita ifodalovchi ikkita tenglamalar sistemasiga o'tish mumkin:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \frac{-Y_{22}}{Y_{21}} \dot{U}_2 + \frac{1}{Y_{21}} \dot{I}_2 = \frac{Y_{22}}{Y_{12}} \dot{U}_2 + \frac{1}{Y_{21}} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= \frac{-1}{Z_{21}} \dot{U}_2 + \frac{Z_{22}}{Z_{12}} \dot{I}_2 = \frac{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}{Y_{21}} \dot{U}_2 + \frac{Y_{11}}{Y_{12}} \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (10.5)$$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2 \end{cases} \quad (10.5,a)$$

bunda $A = \frac{Y_{22} - \Delta_{22}}{Y_{12} \Delta_{12}}$, $B = \frac{\Delta}{\Delta_{21}}$, $C = \frac{\Delta_{11} \Delta_{22} - \Delta_{12}^2}{\Delta_{12} \Delta}$, $D = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}$ to'rtqutblikning doimiy parametrlari. Bular ham (ya'ni A, B, C va D) Y va Z parametrlar kabi kompleks sonlardir.

(10.5) tenglamadan B parametrning o'lchov birligi Om, C parametrning o'lchov birligi 1/Om ekanligini, A va D parametrlarning esa o'lchov birligi yo'qligini ko'rish oson. Bu parametrlar quyidagi tenglama vositasida o'zaro bog'langan:

$$AD - BC = 1 \quad (10.6)$$

Shuning uchun bulardan o'zaro bog'lanishsiz faqat uchtasi berilishi mumkin, to'rtinchisini esa (10.6) tenglama yordamida aniqlasa bo'ladi.

(10.6) tenglamaning to'g'riligiga A, B, C va D larning qiymatlarini ularning aniqlovchisi va algebraik to'ldiruvchisi orqali qo'yib ishonch hosil qilish mumkin:

$$AD - BC = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{12}} \cdot \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{12}} - \frac{\Delta}{\Delta_{21}} \cdot \frac{\Delta_{11} \cdot \Delta_{22} - \Delta_{12}^2}{\Delta_{12} \cdot \Delta} = 1$$

Agar kuchlanish manbai $\dot{U}_1$ to'rtqutblikning chiqish qismi 2-2' ga, yuklama Z_{yuk} ga esa uning kirish qismi 1-1' ga ulangan bo'lsa, u holda, avvalgi tok I_1 o'rniga iste'molchining teskari yo'nalishidagi toki $(-I_2)$ oqib o'tadi. Bunda tok I_2 ning o'rniga zanjirning avvalgi chiqish (hozirgi kirish) tarmog'i 2-2' ga kuchlanish $\dot{U}_1$ berayotgan tok $(-I_1)$ ma'lum bo'ladi. Shu sababli (10.5) tenglamaning o'rniga quyidagi sistemani olamiz:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= A\dot{U}_2 - B\dot{I}_1 \\ -\dot{I}_1 &= C\dot{U}_2 - D\dot{I}_1 \end{aligned} \right\}$$

Tenglamalarning birgalikdagi yechimi:

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_2}{A} + \frac{B}{A}\dot{I}_1 = \frac{1}{A}\dot{U}_2 + \frac{B}{A}\left[\frac{C}{D}\dot{U}_1 + \frac{1}{D}\dot{I}_2\right]$$

yoki

$$\dot{U}_1 \left(1 - \frac{BC}{AD}\right) = \frac{1}{A}\dot{U}_2 + \frac{B}{AD}\dot{I}_2$$

Ammo $AD - BC = 1$ bo'lgani uchun

$$\dot{U}_1 = D\dot{U}_2 + B\dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = \frac{C}{D}\dot{U}_1 + \frac{1}{D}\dot{I}_2 = C\dot{U}_2 + \left(\frac{BC}{D} + \frac{1}{D}\right)\dot{I}_2 = C\dot{U}_2 + A\dot{I}_2 \quad (10.7)$$

bo'ladi, ya'ni kuchlanish manbai $\dot{U}_1$ ni to'rtqutblikning chiqish qismi 2-2' ga, yuklama Z_{yuk} ni esa kirish qismi 1-1' ga qayta ulanganda (10.5) tenglamadagi A va D parametrlar o'rin almashadi. Agar bu parametrlar o'zaro teng bo'lsa, (10.5) ifoda o'z kuchini saqlab, to'rtqutblik "kirish-chiqish" yo'nalishida, shuningdek, teskari yo'nalishda energiya uzatishda o'zini bir xil tutadi. Parametrlari $A=D$ bo'lgan to'rtqutbliklar simmetrik hisoblanadi.

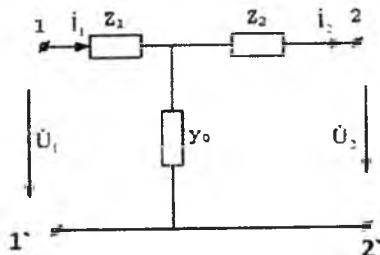
10.2. Passiv to'rtqutblik zanjir almashinish sxemasi bo'yicha ularning ekvivalent parametrlarini aniqlash

Elektr mashinalarda, transformatorlarda, elektr uzatish va aloqa liniyalarida va boshqa amaliy hollarda uchraydigan fizik jarayonning tahlilini qulaylashtirish uchun to'rtqutblik tarzida ko'rib chiqilayotgan qurilmaning real sxemasini unga ekvivalent bo'lgan almashtirish sxema-

siga keltirish mumkin. Tuzilishi jihatidan eng oddiy sxema T - shaklli (10.2-rasm) va Π -shaklli (10.3-rasm) almashinish sxemasi bo'yicha tuzilgan uch elementli to'rtqutblikdir. Bu to'rtqutbliklarning ichki tuzilishini tashkil etuvchi qarshilik va o'tkazuvchanlikning berilgan qiymatlari orqali aniqlaymiz. 10.2-rasm zanjir uchun Kirxgofning qonunlariga binoan tuzilgan quyidagi tenglamalar sistemasini olamiz:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_1 Z_1 \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}_2 + (\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_2) Y_0\end{aligned}$$

Tok 1 ning qiymatini ikkinchi tenglamadan birinchi tenglamaga



10.2-rasm.

qo'ysak,

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \dot{U}_2 Z_1 Y_0 + \dot{I}_1 Z_1 + \dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_2 Z_1 Z_2 Y_0 \\ &= (1 + Z_1 Y_0) \dot{U}_2 + (Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y_0) \dot{I}_2\end{aligned}$$

hosil bo'ladi. Olingan tenglamani natijaviy ko'rinishda qayta yozamiz:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= (1 + Z_1 Y_0) \dot{U}_2 + (Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y_0) \dot{I}_2 = A \dot{U}_2 + B \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= Y_0 \dot{U}_2 + (1 + Z_2 Y_0) \dot{I}_2 = C \dot{U}_2 + D \dot{I}_2\end{aligned}$$

Bu yerda tegishli:

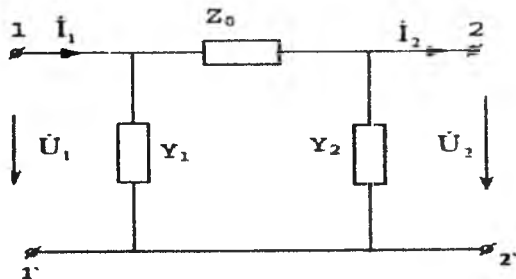
$$A=1+Z_1 Y_0; B=Z_1+Z_2+Z_1 Z_2 Y_0; C=Y_0; D=1+Z_2 Y_0$$

Shunday qilib, to'rtqutblikning parametrlari T-shaklli almashinish sxemasi bo'yicha bevosita passiv to'rtqutblik tarzida berilgan zanjir ichki elementlari qarshiliklarining va o'tkazuvchanliklarining qiymatlaridan aniqlash mumkin.

Ammo ko'pincha teskari masala qo'yilib, bunda ichki tuzilishi murakkab bo'lgan passiv to'rtqutblikning berilgan A,B,C va D parametrlari bo'yicha uning T-shaklli almashinish sxemasini tuzib (10.2-rasm) va uning uchun Z_1 , Z_2 va Y_0 larning qiymatlarini aniqlash talab etiladi.

Yuqoridagi tenglamalarga ko'ra,

$$Z_1 = \frac{A-1}{C}, Z_2 = \frac{D-1}{C} \text{ va } Y_0 = C$$



10.3-rasm.

Agar $Z_1=Z_2$ bo'lsa, T-shaklli sxema simmetrik bo'ladi, chunki bu holda $A=D$.

II-shaklli almashinish sxemasi (10.3-rasm) uchun quyidagi tenglamalar sistemasiga egamiz:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + Z_0(\dot{I}_2 + Y_2\dot{U}_2),$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + Y_2\dot{U}_2 + Y_1\dot{U}_1,$$

i yechimi (10.5) sistema ko'rinishidagi ifodani beradi:

$$\dot{U}_1 = (1 + Z_0Y_2)\dot{U}_2 + Z_0\dot{I}_2 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = (Y_1 + Y_2 + Y_1Y_2Z_0)\dot{U}_2 + (1 + Y_1Z_0)\dot{I}_2 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2$$

ya'ni

$$A=1+Z_0Y_2, B=Z_0, C=Y_1+Y_2+Y_1Y_2Z_0 \text{ va } D=1+Y_1Z_0$$

Agar shu parametrlardan foydalanib, to'rtqutblikning II-shaklli ekvivalentini tuzish talab etilsa, u holda:

$$Y_1 = \frac{D-1}{B}, Y_2 = \frac{A-1}{B} \quad \text{va} \quad Z_0 = B$$

II-shaklli almashinish sxemasi bo'yicha to'rtqutblikning simmetriya sharti $Y_1=Y_2$ dir, chunki bunda $A=D$.

10.3. To'rtqutblik zanjir parametrlarini tajriba usulida aniqlash

Passiv zanjirlarni, umuman olganda ko'pqutbliklar, xususiyl holda esa to'rtqutbliklar nuqtayi nazaridan tahlil qilishning asosiy afzalligi shuki, bu ko'pqutbliklar (to'rtqutbliklar)ning ichki tuzilishidagi murakkab zanjir va elementlarni alohida tahlil qilish shart emas. Ichki zanjirlarning kattaliklari o'zgarmas va parametrlarining xarakterlari chiziqli bo'lganda, (10.5) tenglama bilan aniqlanadigan to'rtqutblikning kirish va chiqishdagi kattaliklar orasidagi bog'lanish zanjirining har qanday ish rejimida $\dot{U}_1$, $\dot{I}_1$ va $\dot{U}_2$, $\dot{I}_2$ larning miqdoriy nisbatlarini

tavsiflovchi qat'iy matematik qonuniyatga aylanadi, ya'ni to'rtqutblikning A, B, C va D parametrlari zanjirning har qanday ish rejimida, shuningdek, salt ishlashida va qisqa tutashganda ham (agar bu rejim to'rtqutblikning ichki strukturasi o'zgarishiga sabab bo'lmasa) o'zgarishsiz qoladi. Salt ishlash va qisqa tutashish tajribalari asosida A, B, C va D parametrlarni tajriba o'tkazish yo'li bilan aniqlash uchun ana shu vaziyatdan foydalanamiz.

Salt ishlash holatida $Z_{yuk}=\infty$ va $I_{2c}=0$ bo'lsa, (10.5) sistema o'rniga quyidagi ifodani olamiz:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{1c} &= A\dot{U}_{2c} \\ \dot{I}_{1c} &= C\dot{U}_{2c}\end{aligned}$$

("c" indeks tegishli kuchlanish va toklarning qarshiligi $Z_{yuk}=\infty$ bo'lib, to'rtqutblikning salt ishlash rejimida o'lganligini bildiradi).

Qisqa tutashish holatida zanjirning tashqi (chiqish) qismlarida $Z_{yuk}=0$ va $U_{2k}=0$ bo'lsa, (10.5) sistema o'rniga quyidagini olamiz:

$$\dot{U}_{1g} = B\dot{I}_{2k}\dot{I}_{1k} = D\dot{I}_{2k}$$

("k" indeks tegishli tok va kuchlanishlarni to'rtqutblikning qisqa tutashish rejimida o'lganligini bildiradi).

Shunday qilib, to'rtqutblikning parametrlari quyidagicha aniqlanishi mumkin:

$$A = \frac{\dot{U}_{1c}}{\dot{U}_{2c}}; B = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{2k}}; C = \frac{\dot{I}_{1c}}{\dot{U}_{2c}} \text{ va } D = \frac{\dot{I}_{1k}}{\dot{I}_{2k}}$$

Bu parametrlar to'rtqutblikning kirish va chiqishlarida turg'unlashgan kuchlanish va toklarga bog'liq bo'lmaganligi tufayli, yuqoridagi tajribalarni kuchlanish U_1 va tok I_1 ning o'lchashga qulay bo'lgan har qanday qiymatlarida bajarish mumkin. Umumiy holda A, B, C va D parametrlar quyidagi ko'rinishli kompleks sonlardir:

$$\dot{A} = ae^{j\psi_a}, \quad \dot{B} = be^{j\psi_b}, \quad \dot{C} = ce^{j\psi_c} \text{ va } \dot{D} = de^{j\psi_d}$$

Yuqorida bajarilgan o'lchashlar bu miqdorlarning a; b; c va d modullarini aniqlashga imkon beradi. ψ_a , ψ_b , ψ_c va ψ_d argumentlarni aniqlash uchun bu tajribalarni boshqa chastotada bajarib va olingan natijalarni taqqoslab, noma'lum parametrlarni aniqlashning to'la kompleksiga o'tish mumkin.

Umuman, A, B, C va D parametrlarni eksperimental aniqlash to'rtqutblikning ikkita ixtiyoriy ishchi holati uchun bajarilgan o'lchashlarni taqqoslashga asoslangan bo'lishi mumkin. Bu holda, (10.5) sistemaga binoan, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \Delta \dot{U}_2 + B \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= C \dot{U}_2 + D \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \text{ va } \left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= A \dot{U}_2 + B \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= C \dot{U}_2 + D \dot{I}_2 \end{aligned} \right\}$$

Bu tenglamalar sistemasining birgalikdagi yechimi:

$$A = \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_2 - U_1 U_2}{\dot{U}_2 \dot{I}_2 - U_2 I_2} \quad B = \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_2 - U_2 \dot{U}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2 - U_2 I_2}$$

$$C = \frac{\dot{I}_1 \dot{I}_2 - I_1 I_2}{\dot{U}_2 \dot{I}_2 - U_2 I_2} \quad D = \frac{\dot{U}_2 \dot{I}_1 - \dot{U}_2 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2 - U_2 I_2}$$

bo'ladi; bunda $\dot{U}_1$, $\dot{I}_1$ va $\dot{U}_2$, $\dot{I}_2$ – to'rtqutblikning kirish va chiqishidagi birinchi ixtiyoriy holatda o'lgan kuchlanish va toklar $\dot{U}_1$, $\dot{I}_1$ va $\dot{U}_2$, $\dot{I}_2$ – boshqa ixtiyoriy rejimda $\dot{U}_2$ yoki Z_{yuk} ning o'zgarishi tufayli yuzaga kelgan kattaliklar.

10.4. To'rtqutblik zanjir uzatish funksiyalari. To'rtqutblik zanjir differensiallash va integrallash xususiyatlari

To'rtqutblikning kirish $\dot{U}_1$, $\dot{I}_1$ va chiqish $\dot{U}_2$, $\dot{I}_2$ kattaliklari orasidagi bog'lanishni ifodalovchi asosiy tenglamasi bo'lgan (10.5) tenglama shunday o'zgartirilishi mumkin, bunda to'rtqutblikning berilgan A, B, C va D parametrlarida iste'molchining Z_{yuk} qarshiligida uning bitta kirish va bitta chiqish kattaliklari orasidagi bog'lanish bevosita ifoda etilgan bo'ladi. $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2$ bo'lgani tufayli, (10.5) sistemaning o'rniga quyidagini yozamiz:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \left(A + B \frac{1}{Z_{yuk}} \right) \dot{U}_2 = f_1(\dot{U}_2) \quad \text{yoki} \quad \dot{U}_2 = F_1(j\omega) \dot{U}_1 \\ \dot{U}_1 &= (A Z_{yuk} + B) \dot{I}_2 = f_2(\dot{I}_2) \quad \text{yoki} \quad \dot{I}_2 = F_2(j\omega) \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 &= \left(C + D \frac{1}{Z_{yuk}} \right) \dot{U}_2 = f_3(\dot{U}_2) \quad \text{yoki} \quad \dot{U}_2 = F_3(j\omega) \dot{I}_1 \\ \dot{I}_1 &= (C Z_{yuk} + D) \dot{I}_2 = f_4(\dot{I}_2) \quad \text{yoki} \quad \dot{I}_2 = F_4(j\omega) \dot{I}_1 \end{aligned} \right\} \quad (10.8)$$

Bunda:

$$F_1(j\omega) = F_1(\omega) e^{j\alpha_1} = \frac{1}{A + \frac{B}{Z_{yuk}}}, \quad F_2(j\omega) = F_2(\omega) e^{j\alpha_2} = \frac{1}{A Z_{yuk} + B};$$

$$F_3(j\omega) = F_3(\omega) e^{j\alpha_3} = \frac{1}{C + D/Z_{yuk}},$$

$$F_4(j\omega) = F_4(\omega) e^{j\alpha_4} = \frac{1}{C Z_{yuk} + D}$$

– kompleks ko'paytuvchilar; ularning yordamida berilgan kirish kattaligidan noma'lum chiqish kattaligiga o'tiladi.

Umuman, murakkab zanjirlar tahlil qilinganda, zanjirning qandaydir tarmog'iga berilgan (ma'lum) tok $i_1(t)$ yoki kuchlanish $U_1(t)$ ta'sirida boshqa tarmoqlarda hosil bo'lgan tok $i_2(t)$ ni yoki kuchlanish $U_2(t)$ ni aniqlash zarurati tug'iladi. Birinchi tarmoqni qandaydir to'rtqutblikning kirish va ikkinchi tarmoqni esa chiqish qismlari deb qabul qilib, berilgan va noma'lum kattaliklar orasidagi zarur bog'lanishni olish uchun (*) tenglamalar sistemasining birontasidan foydalanish mumkin. Kirish kattaliklari $i_1(t)$ va $u_1(t)$ larni umumlashgan funksiya $x_2(t)$ orqali, chiqish kattaliklari $i_2(t)$ va $u_2(t)$ ni esa $x(t)$ orqali belgilab, bu o'zgaruvchan kattaliklar orasidagi bog'lanishni ifodalovchi va uzatuvchanlik funksiyasi deb ataladigan $F(t)=x_2(pt):x_1(pt)$ ni topamiz. Agar $x_1(t)$ va $x_2(t)$ ning o'rniga ularning operator tasviri olinsa, bu bog'lanish operator shaklida quyidagicha yoziladi:

$$F(p) = \frac{x_2(p)}{x_1(p)}, \quad (10.9)$$

bunda: $F(p)$ – operator shaklidagi uzatuvchanlik funksiyasi.

(10.8) va (10.9) ifodalarni taqqoslab, kompleks ko'paytiruvchilar $F_1(j\omega)$, $F_2(j\omega)$ va hokazolarning $p=j\omega$ da $F_1(p)$, $F_2(p)$ va hokazo uzatuvchanlik funksiyalari ma'nosiga ega bo'lishini ko'ramiz.

Furье qatorini bevosita almashtirish shaklini olib,

$$F(j\omega) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} \cdot dt$$

uni vaqt $t < 0$ da $f(t)=0$ shartni qanoatlantiruvchi vaqt funksiyasi uchun Laplas almashtirishi

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} \cdot dt$$

ni taqqoslashdan keyin ham shunday xulosaga kelish mumkin.

(10.8) va (10.9) ifodalardan ko'rinadiki, to'rtqutblikning kirish qismlaridagi kuchlanish $u_1(t)$ dan uning chiqish qismlaridagi kuchlanish $u_2(t)$ ga yoki tok $i_1(t)$ dan tok $i_2(t)$ ga o'tishda uzatuvchanlik funksiyasi $F(j\omega)=F(p)$ ning o'lchami nolga teng. Agar $x_1(t)=i_1(t)$ va $x_2(t)=u_2(t)$ bo'lsa, u holda $F(p)$ funksiya qarshilik o'lchamiga ega bo'lib, to'rtqutblikning kirish va chiqish qutblari orasidagi umumlashgan (operatorli) o'zaro qarshilikni ifodalaydi. Agar $x_1(t)=i_1(t)$ va $x_2(t)=u_2(t)$ bo'lsa, uzatuvchanlik o'lchamiga ega bo'lib, ko'rib chiqilayotgan zanjirning qismlari orasidagi umumlashgan (operatorli) o'zaro o'tkazuvchanlikni ifodalaydi.

Yuqorida kiritilgan tushunchalarning qarshiligi $Z_1=Z_2=j\omega L$ va o'tkazuvchanligi $Y=j\omega C_0$ bo'lgan T-shaklli konkret simmetrik to'rtqutblikning (10.2-rasm) misolida ko'ramiz. Bu to'rtqutblikning parametrlari:

$$\begin{aligned} A &= 1 + Z_1 Y_0 = 1 + j\omega L \cdot j\omega C_0 = 1 - \omega^2 LC_0; \\ B &= Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 = j2\omega L - j\omega LC_0 = j\omega L(2 - \omega^2 LC_0); \\ C &= j\omega C_0 \quad D = A = 1 - \omega^2 LC_0 \end{aligned}$$

To'rtqutblikning chiqish qutblaridagi priyomnikning qarshiligini $Z_{yuk}=\infty$ deb hisoblab (salt ishlash rejimi), (10.4) sistemani keltirilgan Z-parametrlil tenglama orqali bu hol uchun mumkin bo'lgan barcha uzatuvchanlik funksiyasini ifodalaymiz. To'rtqutblikning (10.4) sistemasi bo'yicha yozilgan tenglamasining operator tasviri quyidagicha bo'ladi:

$$U_1(p) = Z_{11}(p)I_1(p) + Z_{12}(p)I_2(p)$$

$$U_2(p) = Z_{21}(p)I_1(p) + Z_{22}(p)I_2(p)$$

bunda: $Z_{yuk}=\infty$ va $I_2(p) = 0$ bo'lgani tufayli

$$F_1(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{Z_{21}(p)}{Z_{11}(p)} = \frac{1}{pC_0 \left(pL + \frac{1}{pC_0} \right)} = \frac{1}{1 + p^2 LC_0}$$

ammo (*) ga binoan,

$$F_1(j\omega) = \frac{1}{A + B/Z_{yuk}} = \frac{1}{A} = \frac{1}{1 - \omega^2 LC_0}$$

bo'lganda, $F(p)$ bilan $F(j\omega)$ bir-biriga munosib bo'ladi.

To'rtqutblikning kirish va chiqish qutblari orasidagi umumlashgan (operatorli) o'zaro qarshiligi:

$$F_3(p) = \frac{U_2(p)}{I_1(p)} = Z_{21}(p) = \frac{1}{pC_0}$$

bu esa (*) ga binoan:

$$F_3(j\omega) = \frac{1}{C + D/Z_{yuk}} = \frac{1}{C} = \frac{1}{j\omega C_0}$$

Zanjirning umumlashgan (operatorli) o'zaro o'tkazuvchanligi:

$$F_2(p) = \frac{I_2(p)}{U_1(p)} = 0$$

shuningdek,

$$F_2(j\omega) = \frac{1}{A \cdot Z_{yuk} + B} = 0$$

(demak, zanjirning umumlashgan (operatorli) o'zaro qarshiligi va o'tkazuvchanligi bir-biriga qarama-qarshi kattaliklar emas).

Uzatuvchanlik funksiyasi:

$$F_4(p) = \frac{I_2(p)}{I_1(p)} \text{ va } F_4(j\omega) = \frac{1}{CZ_{yuk} + D}$$

tok $I_2(p) = 0$ yoki $Z_{yuk} = \infty$ bo'lganidan nolga teng.

Endi to'rtqutblikning kirish operator qarshiligi to'grisida tushuncha kiritamiz; shunga ko'ra,

$$Z_{1kir}(p) = \frac{U_1(p)}{I_1(p)} \text{ bu esa } I_2(p) = \frac{U_2(p)}{Z_{yuk}} \neq 0$$

bo'lgan umumiy holda (10.8) dan quyidagicha aniqlash mumkin:

$$Z_{kir}(p) = \frac{Z_{11}(p) \cdot Z_{yuk}(p) - Z_{11}(p)Z_{22}(p) + Z_{12}(p) \cdot Z_{21}(p)}{Z_{yuk}(p) - Z_{22}(p)}$$

Yuqorida keltirilgan misol uchun (salt yurish rejimida ishlayotgan T-shaklli simmetrik to'rtqutblik) (10.8) ga binoan, quyidagiga egamiz:

$$Z_{1kir}(p) = \frac{U_1(p)}{I_1(p)} = Z_{11}(p) = pL + \frac{1}{pC_0}$$

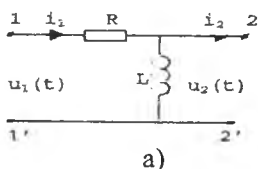
yoki kompleks shaklda:

$$Z_{kir}(p) = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_{11} = Z_1 + \frac{1}{Y_0} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C_0} = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C_0}\right)$$

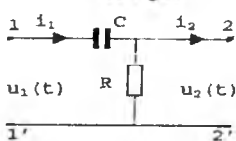
Shunday to'rtqutbliklar qurish mumkinki, ularning chiqish qismlaridagi kuchlanishlar vaqt jihatidan kirish qismlaridagi kuchlanishlarning hosilasini yoki integralini beradi.

Bu to'rtqutbliklar alohida toifani tashkil etadi. Ular **differensiallovchi va integrallovchi zanjirlar** deb ataladi va o'lchash hamda hisoblash texnikasida, avtomatika va elektronikada keng qo'llaniladi. 10.4-a,b rasmda R, L va R, C parametrlardan tuzilgan oddiy (ikki elementli) differensiallovchi zanjir tasvirlangan. To'rtqutblikning chiqish qismlaridagi qarshilik $Z_{yuk} = \infty$ va tok $i_2 = 0$ deb olinganda (real zanjirlarda $i_2 \neq 0$ bo'ladi, ammo ($i_2 \ll i_1$)), 10.4-a rasmdagi zanjirda bu nolli boshlang'ich shartlariga binoan va (10.8) ifodani hisobga olganda quyidagi bog'lanish mavjud:

$$U_2(p) = Z_{21}(p) \cdot I_1(p) = pLI_1(p) = \frac{pL}{R + pL} U_1(p)$$



a)



b)

10.4-rasm.

Bu bog‘lanish esa o‘tish funksiyasi orqali amalga oshirilishi mumkin:

$$K(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{pL}{R + pL}$$

Agar R, L zvenoning vaqt doimiysi $\tau=L/R$ unchalik katta bo‘lmasa, ya’ni kuchlanish $u_1(t)$ ning sezilarli o‘zgarishi uchun ketgan vaqt integralidan birmuncha kam deb olinsa, u holda taxminan $I(p) = \frac{U_1(p)}{R}$ deb qabul qilish mumkin.

$$\text{Demak, } U_2(p) = \frac{L}{R} p U_1(p) \text{ va } F(p) = \frac{L}{R} p$$

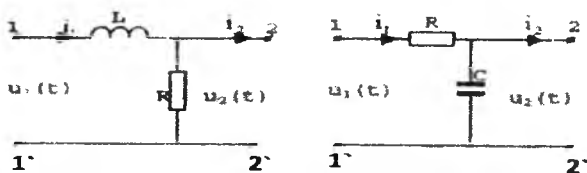
Nolli boshlang‘ich shartlarda $p U_1(p) = \frac{d}{dt} u_1(t)$ ekanligini hisobga olgan holda, quyidagini yozamiz: $u_2(t) \cong \frac{L}{R} \cdot \frac{d}{dt} u_1(t)$, ya’ni to‘rtqutblikning 2-2‘ chiqishidagi kuchlanish $u_2(t)$ uning 1-1 kirishidagi kuchlanish $u_1(t)$ ning hosilasiga proporsional (10.4-a rasm).

Xuddi shunga o‘xshash, 10.4-b rasmdagi zanjir uchun (10.8) sistema binoan

$$U_2(p) = Z_{21}(p) \cdot I_1(p) = R \frac{U_1(p)}{R + \frac{1}{pC}}, F(p) = \frac{R}{R + \frac{1}{pC}}$$

ni yozish mumkin. R, C zveno vaqt doimiysi $\tau=RC$ ning yetarlicha kichik qiymatlarida $I_1(p) \cong pC U_1(p)$, $U_2(p) \cong RC p U_1(p)$ va $F(p) \cong RC \cdot p$, deb qabul qilish mumkin; demak,

$u_2(t) \cong RC \frac{d}{dt} u_1(t)$, ya’ni zanjirning chiqish qismlaridagi kuchlanish $u_2(t)$ 10.4-b rasmda ham uning kirish qismlaridagi kuchlanish $u_1(t)$ ning hosilasiga proporsional. 10-5-a,b rasmda R, L va C parametrlardan tuzilgan oddiy (ikki elementli) integrallovchi zanjir tasvirlangan.



10.5-rasm.

Differensiallashni tatbiq etib, zanjirning kirish va chiqish qismlari orasidagi kattaliklarning bog‘lanishini ifodalovchi tenglama tuzamiz.

10.5-a rasmdagi zanjir uchun (10.8) ga binoan,

$$U_2(p) = Z_{21}(p) \cdot I_1(p) = R \frac{U_1(p)}{R + pL}, \quad F(p) = \frac{R}{R + pL}$$

10.5-a,b rasmdagi zanjir uchun ham:

$$U_2(p) = Z_n(p) \cdot I_1(p) = \frac{1}{pC} \cdot \frac{U_1(p)}{R + \frac{1}{pC}}, \quad F(p) = \frac{\frac{1}{pC}}{R + \frac{1}{pC}}$$

10.5-a rasmdagi zanjirda R ning kichik qiymatlari uchun va aksincha, 10.5-b rasmdagi zanjirda R ning yetarlicha katta qiymatlari uchun birinchi holda taxminan

$$U_2(p) \cong \frac{R}{L} \frac{1}{p} U_1(p) \text{ va } F(p) \cong \frac{R}{pL}$$

deb, ikkinchi holda $U_2(p) \cong \frac{1}{RC} \frac{1}{p} U_1(p)$ va $F(p) \cong \frac{R}{pRC}$ qabul qilish mumkin. Ammo $\frac{1}{p} U_1(p) = \int_0^t u_1(t) dt$ bo'lgani uchun, 10.5-a,b rasmdagi zanjirda kirish kuchlanishi $u_1(t)$ ni integrallash jarayoni sodir bo'ladi.

Xulosa qilib aytish mumkinki, kirish kuchlanishi $u_1(t)$ ni differensiallash va integrallashning effektiga, R, L va C parametrlarning miqdoriy nisbatlari bo'yicha qo'yilgan shartga ko'ra, kirish signalining anchagina so'nishi natijasida erishiladi. Shuning uchun aniq sharoitda fazasi bo'yicha o'zgartirilgan kuchlanish $u_2(t)$ ning yuklamaga uzatishdan avval kuchaytirish lozim bo'ladi. Parametrlarini tanlash nuqtayi nazaridan qo'yilgan shartlarni qanoatlantiruvchi eng yaxshi optimal sxema 10.4-a rasmdagi differensiallovchi zanjir, 10.5-b rasmdagi integrallovchi zanjir hisoblanadi.

10.1-misol. Agar $Z_1 = 3 + j4 \text{ Om}$, $Z_2 = 5 + j12 \text{ Om}$ va $Y_0 = j0,1 \text{ 1/Om}$ ma'lum bo'lsa, T-shaklli passiv to'rtqutblikning (10.2-rasm) parametrlari aniqlansin.

Yechish:

$$A = 1 + Z_1 Y_0 = 1 + (3 + j4)j0,1 = 0,6 + j0,3 = 0,671 \cdot e^{j26^\circ 30'}$$

$$B = Z_1 + Z_2 + Z_1 \cdot Z_2 Y_0 = 8 + j16 + 6,5e^{j210^\circ 40'} = 2,4 + j12,7 = 12,9e^{j79^\circ 20'}$$

$$C = Y_0 = j0,1 = 0,1e^{j90^\circ}; \quad D = 1 + Z_2 Y_0 = -0,2 + j0,5 = 0,54e^{j111^\circ 48'}$$

Yechimni tekshirish:

$$AD - BC = (0,6 + j0,3) \cdot (-0,2 + j0,5) - (2,4 + j12,7) \cdot j0,1 = -0,12 - j0,06 + j0,3 + j0,3 - 0,15 - j0,24 + 1,27 = 1$$

10.2-misol. Kuchlanishi $\dot{U}_1 = 220$ voltli mo'tadil manbaga passiv simmetrik to'rtqutblik (10.1-rasm) ulangan, uning 2-2' chiqish qutbiga qarshiligi $Z_{yuk} = 30e^{j60^\circ}$ Om bo'lgan yuklama ulangan. Nominal rejimda u orqali $\dot{I}_2 = -j4$ A tok oqib o'tadi. Yuklama ajratilganda (salt ishlashda) zanjirning chiqish qismlaridagi kuchlanish $\dot{U}_{2c} = 180e^{j60^\circ}$. Quyidagilar aniqlansin: 1) to'rtqutblikning A, B, C va D parametrlari;

2) to'rtqutblikning salt ishlash, qisqa tutashish va nominal rejimlarda uning kirish qarshiligi;

3) to'rtqutblikning nominal rejimida uning uzatuvchanlik funksiyasi.

Yechish: 1. A parametrini quyidagi shartdan topamiz:

$$\dot{U}_{1c} = A \cdot \dot{U}_{2c} \quad (\dot{I}_2 = 0)$$

$$\text{Shuning uchun} \quad A = \frac{\dot{U}_{1c}}{\dot{U}_{2c}} = \frac{220}{180e^{-j60^\circ}} = 1,22e^{j60^\circ} = 0,61 + j1,05$$

2. Nominal rejimda $\dot{U}_2 = Z_{yuk} \dot{I}_2$ ekanligini bilgan holda

$$\dot{U}_2 = 30e^{j60^\circ} \cdot 4e^{-j90^\circ} = 120e^{-j30^\circ} \text{ ga ega bo'lamiz; demak, } \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2.$$

Bu yerdan:

$$B = \frac{\dot{U}_1 - A\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = \frac{220 - 1,22e^{j60^\circ} \cdot 120e^{-j30^\circ}}{4e^{-j90^\circ}} = 29,6e^{j51^\circ 48'}$$

3. To'rtqutblikning simmetrikligi ($A=D$) hisobga olingan holda bog'lanish tenglamasi $AD-BC=1$ dan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$C = \frac{A^2 - 1}{B} = \frac{1,22^2 e^{j120^\circ} - 1}{29,6e^{j51^\circ 48'}} = \frac{-1,75 + j1,3}{29,6e^{j51^\circ 48'}} = 0,074e^{j91^\circ 37'} \cong j0,074$$

To'rtqutblikning kirish qarshiligi:

a) salt ishlash rejimida:

$$Z_{1kir.s} = \frac{\dot{U}_{1c}}{\dot{I}_{1c}} = \frac{A}{C} = \frac{1,22e^{j60^\circ}}{0,074e^{j90^\circ}} = 16,6e^{-j30^\circ} \text{ Om}$$

b) qisqa tutashish rejimida:

$$Z_{1kir.k} = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{1k}} = \frac{B}{D} = \frac{29,6e^{j51^\circ 48'}}{1,22e^{j60^\circ}} = 24,1e^{-j8^\circ 12'} \text{ Om}$$

v) nominal rejimda:

$$\begin{aligned} Z_{1kir} &= \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{U}_1}{(CZ_{kir} + D)\dot{I}_2} = \frac{220e^{j90^\circ}}{(0,074e^{j90^\circ} \cdot 30e^{j60^\circ} + 1,22e^{j60^\circ}) \cdot 4} \\ &= \frac{220e^{j90^\circ}}{10,1e^{j31^\circ}} = 21,8e^{-j31^\circ} \text{ Om} \end{aligned}$$

4. To'rtqutblikning nominal rejimdagi uzatuvchanlik koeffitsiyenti:

a) kuchlanish bo'yicha:

$$F_u(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{120e^{-j30^\circ}}{220} = 0,54e^{-j30^\circ} \text{ yoki operator shaklida:}$$

$$F_u(p) = 0,545 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{p}{2\omega} \right)$$

b) tok bo'yicha: $F_1(j\omega) = \frac{I_2}{I_1} = \frac{4e^{-j90^\circ}}{10,1e^{j31^\circ}} = 0,4e^{-j121^\circ}$

yoki operator shaklida: $F_i(p) \cong 0,4 \left(-0,5 - \frac{\sqrt{3}p}{2\omega} \right)$

v) umumlashgan o'zaro qarshiligi:

$$F_2(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{I_2} = \frac{120e^{-j30^\circ}}{10,1e^{j31^\circ}} = 11,9e^{-j61^\circ} \cong 11,9 \left(-0,5 - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

yoki

$$F_z(p) = 11,9 \left(0,5 - \frac{\sqrt{3}p}{2\omega} \right)$$

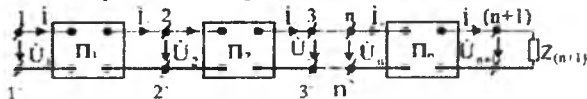
g) umumlashgan o'zaro o'tkazuvchanligi:

$$F_y(j\omega) = \frac{I_2}{\dot{U}_1} = \frac{4e^{-j90^\circ}}{220} = -j0,01818 \text{ yoki } F_y(p) = -0,01818 \frac{p}{\omega}$$

XI BOB. ZANJIRSIMON (KASKADLI) SXEMALAR. ELEKTR FILTRLARI

11.1. Zanjirsimon sxemalarning asosiy tenglamalari hamda tavsiflari

Bir qancha muhandislik masalalarida (aloqa kanali bo'ylab axborot uzatish, elektr uzatish liniyalari va h.k.) murakkab zanjirlarni tahlil qilishda ularning ayrim zvenolarini (zanjirsimon) ulash zarurati tug'iladi. Ko'pincha bunday to'rtqutbliklar passiv bo'lib, har bir kaskadning chiqish qismi keyingi kaskadning kirish qismi hisoblanadi (11.1-rasm). Bunday zanjirlar "zanjirsimon sxemalar" deb ataladi. Har qancha zvenoli barcha zanjirsimon sxemalar kirish qismlariga $\dot{U}_1$ kuchlanish va $\dot{I}_1$ tok, chiqish qismlariga esa $\dot{U}_{n+1}$ kuchlanish va $\dot{I}_{n+1}$ tok ta'sir etayotgan yagona to'rtqutblik deb qaralishl mumkin.



11.1-rasm.

Bunday to'rtqutblikning parametrlarini 10.3-mavzuda ko'rsatilgandek, nazariy hisoblash yo'li bilan, shuningdek, tajriba yo'li bilan aniqlash mumkin. To'rtqutblikning zvenosi alohida ko'rib chiqilganda, shu zvenoning ichki strukturasi bog'liq bo'lgan A,B,C va D parametrlarga ega. Shunday qilib, k-nchi passiv to'rtqutblik Π_k quyidagi bog'lanish tenglamasi bilan ifodalanadi:

$$\dot{U}_k = A_k \cdot \dot{U}_{k+1} + B_k \dot{I}_{k+1}$$

$$\dot{I}_k = C_k \cdot \dot{U}_{k+1} + D \dot{I}_{k+1}$$

Bu zvenoning kirish tomonidagi to'la qarshiligi:

$$Z_{k,kir} = \frac{\dot{U}_k}{\dot{I}_k} = \frac{A_k \cdot Z_{k+1} + B_k}{C_k Z_{k+1} + D_k}$$

bunda: $Z_{k+1} = \frac{\dot{U}_{k+1}}{\dot{I}_{k+1}}$ – to'rtqutblik Π_k ning chiqish tomonidagi qarshiligi; A_k, B_k, C_k va D_k – shu to'rtqutblikning doimiy parametrlari.

Shunday qilib, doimo har bir keyingi zvenodan oldingisiga o'tish yo'li bilan barcha zanjirli sxemaning 1-1' qismlariga nisbatan kirish qarshiligini aniqlash mumkin:

$$Z_{kir.1} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_1 \cdot Z_2 + B_1}{C_1 Z_2 + D_1}$$

Bunda A_1, B_1, C_1 va D_1 – to'rtqutblik Π_1 ning birinchi zvenosi parametrlari; $Z_2 = \dot{U}_2 / \dot{I}_2$ – zanjirsimon sxemaning 2-2' qismlariga nisbatan kirish qarshiligi yoki birinchi to'rtqutblikning chiqish tomonidagi qarshiligi.

Zanjirsimon sxemalarning zvenolarini moslashtirish amalda keng tarqalgan, ya'ni alohida olingan to'rtqutbliklarning parametrlarini bunday tanlash (11.1-rasm), zanjirsimon sxemaning chiqish tomonidagi qarshilik Z_{n+1} ni kuchlanish manbai $\dot{U}_{n+1}$ bilan, kuchlanish manbai $\dot{U}_n$ esa qarshilik $Z_1 = \dot{U}_1 / \dot{I}_1$ bilan almashtirsak, kuchlanish komplekslarining tok komplekslariga nisbatlari barcha qismlarda, bu murakkab zanjir manbaga to'g'ri ulanganidek o'zgarishsiz qoladi. Birinchi to'rtqutblik uchun bu quyidagini bildiradi:

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_1 \dot{U}_2 + B_1 \dot{I}_2}{C_1 \dot{U}_2 + D_1 \dot{I}_2} = \frac{A_1 Z_2 + B_1}{C_1 Z_2 + D_1} = Z_1 \quad (\text{to'g'ri ulash}) \quad (11.1)$$

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = \frac{D_1 \dot{U}_1 + B_1 \dot{I}_1}{C_1 \dot{U}_1 + A_1 \dot{I}_1} = \frac{D_1 Z_1 + B_1}{C_1 Z_1 + A_1} = Z_2 \quad (\text{teskari ulash}) \quad (11.2)$$

bunda: $Z_1 = Z_{1c}$ va $Z_2 = Z_{2c}$ zanjirsimon sxema mos ravishda ishlaganda to'rtqutblikning kirish va chiqish tomonlaridagi **tavsifiy qarshiliklari**.

(11.1) va (11.2) larni uncha murakkab bo'lmagan o'zgartirish natijasida quyidagilarni olish mumkin:

$$Z_{1c} = \sqrt{\frac{A_1 B_1}{C_1 D_1}}, \quad Z_{2c} = \sqrt{\frac{B_1 D_1}{A_1 C_1}}, \quad Z_{1c} \cdot Z_{2c} = \frac{B_1}{C_1}, \quad Z_{1c} : Z_{2c} = A_1 : D_1. \quad (11.3)$$

To'rtqutblikning parametrlari orasidagi bog'lanish tenglamasi

$A_1 D_1 - B_1 C_1 = 1$ ga mos bo'lgan Ch $2\gamma = A_1 D_1$ va Sh $2\gamma = B_1 C_1$ belgilashlarni kiritib va xarakteristik qarshiliklar orqali ko'rib chiqilayotgan qaytuvchan to'rtqutblikning parametrlarini aniqlashga imkon beruvchi quyidagi munosabatlarni yoza olamiz:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \sqrt{Z_{1c} / Z_{2c}} \cdot \operatorname{ch} \gamma, \quad B_1 = \sqrt{Z_{1c} \cdot Z_{2c}} \cdot \operatorname{sh} \gamma, \\ C_1 &= \frac{1}{\sqrt{Z_{1c} \cdot Z_{2c}}} \cdot \operatorname{sh} \gamma \quad \text{va} \quad D_1 = \sqrt{\frac{Z_{2c}}{Z_{1c}}} \cdot \operatorname{ch} \gamma \end{aligned} \right\} \quad (11.4)$$

“To'rtqutblikning uzatish o'lchovi” deb ataluvchi parametr umumiy holda kompleks miqdor bo'lib, u quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (11.5)$$

bunda: α – to'rtqutblikning so'nish koeffitsiyenti; β – fazaviy koeffitsiyenti.

To'rtqutblik simmetrik ($A_1 = D_1$) bo'lgan holda, (11.4) ga binoan, zanjirning umumiy tavsifiy qarshiligi:

$$Z_{1c} = Z_{2c} = Z_c = \sqrt{\frac{B_1}{C_1}}$$

Bu qarshilik, boshqacha aytganda **“to‘rtqutblikning takroriy qarshiligi”** deb ataladi, chunki u to‘rtqutblikning yuklamasi sifatida ulan-ganda keyingi to‘rtqutblikning kirish tomonida xuddi shu Z_c qarshilikka ega bo‘ladi. Agar zanjirsimon sxemaning zvenolari (11.1-rasm) faqat moslangan bo‘lmay, simmetrik ham bo‘lganda yuklamaning qarshiligi $Z_{yuk}=Z_c$ bo‘lsa, zanjirli sxemaning kirish tomonidagi qarshiligi Z_1 ham Z_c ga teng bo‘ladi.

Umumiy holda $Z_{1c} \neq Z_{2c}$ bo‘lganda, birinchi to‘rtqutblikning uzatish koeffitsiyenti γ ni quyidagi nisbatlardan ham aniqlash mumkin:

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = A_1 + \frac{B_1}{Z_{2c}} \quad \text{va} \quad \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = C_1 Z_{2c} + D_1$$

Bularni birlashtirib, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} &= A_1 C_1 Z_{2c} + A_1 D_1 + B_1 C_1 + B_1 D_1 \frac{1}{Z_{2c}} = \\ &= (\sqrt{A_1 D_1} + \sqrt{B_1 C_1})^2 = (ch\gamma + sh\gamma)^2 = e^{2\gamma} \\ ch\gamma &= \frac{1}{2}(e^\gamma + e^{-\gamma}) \quad \text{va} \quad sh\gamma = \frac{1}{2}(e^\gamma - e^{-\gamma}) \end{aligned}$$

Shunday qilib, noma’lum parametrlar:

$$\gamma = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} = \ln [\sqrt{A_1 D_1} + \sqrt{B_1 C_1}]$$

To‘rtqutblik simmetrik bo‘lganda, ya’ni $A = D$ va

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = Z_c \quad \text{va} \quad \gamma = \ln(A_1 + \sqrt{B_1 C_1})$$

Ammo

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = A_1 + \frac{B_1}{Z_1} = A_1 + \sqrt{B_1 C_1} \quad \text{va} \quad \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = A_1 + \sqrt{B_1 C_1}$$

bo‘lgani tufayli,

$$\gamma = \ln \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \ln \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \quad \text{yoki} \quad \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = e^\gamma \quad \text{ni hosil qilamiz. Ampli-}$$

tudaviy va fazaviy nisbatlarni hisobga olganda $\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{U_1}{U_2} e^{j(\varphi_{u1} - \varphi_{u2})}$ va endi (11.3) ifoda o‘rniga quyidagini yozish mumkin:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \ln \left[\frac{U_1}{U_2} e^{j(\psi_{u1} - \psi_{u2})} \right] = \ln \frac{U_1}{U_2} + j(\psi_{u1} - \psi_{u2}) \quad (11.6)$$

Koeffitsiyent γ ni haqiqiy qismi $\alpha = \ln(U_1:U_2)$ kirish kuchlanishi U_1 (yoki toki I_1) ko'rib chiqilayotgan zanjirsimon sxemadagi (11.1-rasm) Π_1 to'rtqutblikdan o'tganda uning moduli qancha o'zgarishini ko'rsatadi. To'rtqutblikning kirish va chiqish qismlaridagi oniy kuchlanishlar $u_1(t)$ va $u_2(t)$ ning boshlang'ich fazalari ayirmasiga teng bo'lgan mavhum qismi $\beta = \psi_{u1} - \psi_{u2}$ to'rtqutblikka berilgan kuchlanish fazalarining o'zgarish darajasini belgilaydi.

So'nish koeffitsiyenti a neper (nep) yoki detsibell (db) hisobida, fazalar koeffitsiyenti β esa radian (rad) hisobida. Signalning 1 nep so'nishi chiqish kuchlanish moduli U_2 ning (yoki tok I_2 ning) kirish kuchlanishi U_1 (yoki tok I_1) modulidan $e = 2,718$ marta kichikligini bildiradi, ya'ni $U_1/U_2 = I_1/I_2 = e$. So'nish birliklari 1 nep bilan 1 db orasidagi bog'lanish quyidagicha aniqlanadi:

$$1 \text{ nep} = 8,086 \text{ db} \text{ yoki } 1 \text{ db} = 0,115 \text{ nep}.$$

11.2. Chastota ajratuvchi elektr filtrlar

10.4-mavzuda ko'rsatib o'tilganidek, to'rtqutblikning kirish tomonidagi $x_1(t)$ signal bilan uning chiqish tomonidagi reaksiyasi $x_2(t)$ orasidagi miqdor va sifat nisbatlar uzatuvchanlik funksiyasi $F(j\omega)$ bilan aniqlanadi. Uzatuvchanlik funksiyasi $F(j\omega)$ ning chastotasi o'z navbatida to'rtqutblikning ichki parametrlari R , L va C ga bog'liq bo'ladi. Parametrlarning shunday nisbatini tanlash mumkinki, bunda uzatuvchanlik funksiyasi $F(j\omega)$ signal $x_1(t)$ bilan kirayotgan ayrim chastotalar va chastotalar hududi uchun tanlash xususiyatiga ega. Chastota tanlash xususiyatiga ega bo'lib, ayrim to'rtqutbliklar yoki zanjirli sxemalar tarzida tuzilgan qurilmalar ***“chastota ajratuvchi elektr filtrlar”*** deb ataladi. Ba'zi chastotalar o'z diapazoni bilan aniqlanib, ***o'tkazish chegaralari (yoki tiniqlik zonasi)*** deb ataladigan hududda elektr filtr signal $x_1(t)$ ning boshlang'ich amplitudasini deyarli kamaytirmay (bunda so'nish koeffitsiyenti $a \rightarrow 0$ bo'ladi) o'tkazadi. Aksincha, tutib qolish hududida (ya'ni, o'tkazish chegaralaridan tashqarida) signalning so'nishi maksimal bo'lib, filtrlarning chiqish tomonida signal $x_2(t)$ ning amplitudasi signal $x_1(t)$ ning amplitudasiga nisbatan hisobga olmaslik darajasida kichik bo'ladi. Elektr filtrlar aloqa texnikasida, radiotexnikada, avtomatika va telemexanika qurilmalarida hamda boshqalarda keng ko'lamda ishlatiladi. Masalan, o'ta sezgir chastota filtri bir juft sim orqali bir necha o'ntacha telefon signallarini uzatishga, ya'ni ko'p kanalli aloqani amalga oshirishga imkon beradi. Filtrlarning tanlangan

siqiq chegaralari chastotalariga ta'siri shahar radio tarmoqlari orqali uch kanalli radio uzatishga ham asos qilib olingan.

O'zining vazifasi va sxemaning tuzilishi jihatidan elektr filtrlar 1) quyi chastotali; 2) yuqori chastotali; 3) hududli (chastotalararo) va 4) to'suvchi filtrlarga bo'linadi.

Chastota ajratuvchi filtrlarning ishlash prinsipi induktivlik va sig'imler qarshiliklarining (yoki o'tkazuvchanliklarning) signal chastotasi ω qiymatiga bog'liq holda o'zgarishiga asoslangan. Chastota ajratuvchi filtrlarning reaktiv elementi L va C lardan tuzilganligining yana bir sababi shuki, ularda aktiv energiya isrofi minimal bo'ladi.

11.3. Quyi chastota filtrlari

Noldan ω_0 gacha bo'lgan chastotalardagi signallarning erkin (bemaol) o'tishini ta'minlab, chastotasi birmuncha yuqori bo'lgan signallarning o'tishiga to'sqinlik qiluvchi filtrlar *quyi chastota filtrlari* deb ataladi.

Qo'yilgan shartlarni yuqori chastotali toklarning maksimal so'nishini ta'minlovchi ketma-ket induktiv va parallel sig'im elementlaridan tuzilgan to'rtqutblik filtrlari qanoatlantiradi. 11.2-a va b rasmda tegishli ideal reaktiv element L va C dan tuzilgan T va Π - shaklli quyi chastota filtrlari ko'rsatilgan. Bu to'rtqutbliklarning filtrlash xususiyatini aniqlash uchun ularning so'nish va fazalar koeffitsiyentini, shuningdek, tavsifiy qarshiliklarini filtrlarni kirish tomonidagi signalning chastotalariga bog'liqligini tekshiramiz. Tavsifiy qarshilik $Z_{yuk}=Z_c$ ga yuklangan simmetrik va moslangan T -shaklli to'rtqutblik (11.2-a rasm) uchun (**) formula 11.1ga binoan,

$$A = \text{ch} \gamma = \text{ch}(\alpha + j\beta) = \text{cha} \cdot \text{Cos } \beta + j\text{sha} \cdot \text{Sin} \beta \quad (11.7)$$

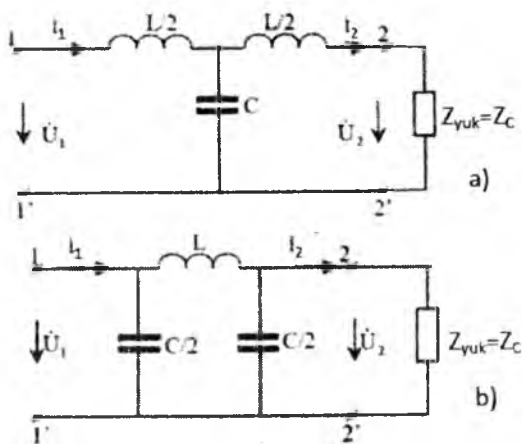
bo'ladi, bunda: A – to'rtqutblik doimiysi.

11.2-mavzuda bayon qilinganiga binoan, 11.2-a rasmdagi T -shaklli to'rtqutblik uchun

$$A = 1 + Z_1 Y_0 = 1 + \frac{j\omega_0 L}{2} \cdot j\omega C = 1 - \frac{\omega^2 LC}{2} \text{ ga ega bo'lamiz.}$$

Demak, (11.5) tenglamaning mavhum qismi nolga teng, shuning uchun:

$$A = 1 - \frac{\omega^2 LC}{2} = \text{cha} \cdot \cos \beta \quad (11.7, a)$$



11.2-rasm.

Tiniqlik (erkin o'tkazish) zonasida filtrning so'nish koeffitsiyenti $\alpha = 0$, demak, $\text{Ch}\alpha = 1$ (11.7-a) ning o'rniga $A = 1 - \frac{\omega^2 LC}{2} = \cos\beta$ ni yozish mumkin; A-kattalik -1 dan $+1$ gacha ($\beta=0 \div \pi$) o'zgaradi.

Endi $-1 \leq 1 - \frac{\omega^2 LC}{2} \leq 1$ nisbatga asoslanib, tekshirilayotgan filtrning qanday chastotalar diapazonida ishlayotganini aniqlash qiyin emas.

Filtr $\omega=0$ dan to $\omega_0 = 2/\sqrt{LC}$ gacha bo'lgan diapazondagi chastotalarni so'ndirmay ($\alpha=0$) o'tkazadi. Bunda faza koeffitsiyenti $\omega=0$ va $\beta = 0$

$\omega_0 = 2/\sqrt{LC}Y_0$ bo'lganda, $\beta=\pi$, tavsifiy qarshiligi $\omega=0$ bo'lganda, $Z=\sqrt{L/C}$ va $\omega_0 = 2/\sqrt{LC}$ bo'lganda, $Z_{et}=0$ bo'ladi, chunki

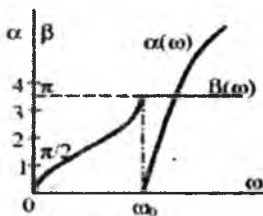
$$Z_{et} = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{1}{Y_0} (Z_1 + Z_2 + Y_0 \cdot Z_1 Z_2)} = \sqrt{\frac{L}{C} - \left(\frac{\omega L}{2}\right)^2}$$

(bunda, $Z_1=Z_2=j\omega L/2$, $Y_0=j\omega C$ formuladagi indeks T-filtrning sxemasi T-shaklli ekanligini bildiradi).

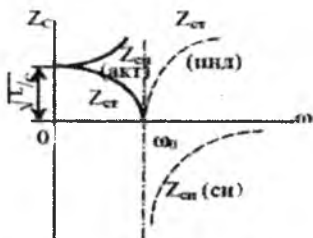
So'nish koeffitsiyentlari $a(\omega)$ va $\beta(\omega)$ ning filtrni kirish tomonidagi signalning chastotasiga bog'liqligini ifodalovchi egri chiziqlar 11.3-rasmda, bog'lanish $Z_{et}(\omega)$ ning egri chizig'i esa 11.4-rasmda ko'rsatilgan.

T-shaklli filtrning (11.2-b rasm) tavsiflari $a(\omega)$ va $\beta(\omega)$ ham xuddi 11.3-rasmda ko'rsatilganidek bo'ladi, chunki ular

$A = 1 + Z_0 Y_2 = 1 + j\omega L \cdot j \frac{\omega C}{2} = 1 - \frac{\omega^2 LC}{2} = \cos \omega\beta$ ga asoslan-
gan.



11.3-rasm.



11.4-rasm.

Bunda $Y_2 = j\omega C/2$ – parallel ulangan sig‘imli tarmoqlarning o‘tkazuvchanligi; $Z_0 = j\omega L$ ketma-ket ulangan induktiv elementning qarshiligi.

Shunday qilib, 11.2-a va b rasmdagi filtrlarning sxemalari o‘zaro ekvivalent bo‘lib, faqat bir-biridan 11.4-rasmdagiga bog‘lanish $Z_c(\omega)$ bilan farq qiladi, chunki:

$$\underline{Z}_{CH} = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{Z_0 \cdot \sqrt{Y_1 + Y_2 + Y_3 \cdot Y_2 \cdot Z_c}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{C}{L} \left(\frac{\omega C}{2} \right)^2}}$$

Ko‘rinib turibdiki, $\omega=0$ bo‘lganda Π -shaklli to‘rtqutblikning tavsifiy qarshiligi $\underline{Z}_{CP} = \sqrt{L/C}$ bo‘ladi, ammo $\omega=\omega_0=2/\sqrt{LC}$ bo‘lganda tegishli $\underline{Z}_{CH} = \infty$ ega bo‘lamiz.

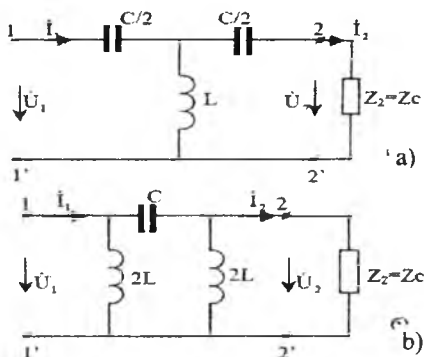
11.4 Yuqori chastota filtrlari

Tiniqlik zonasi $\omega=\omega_0$ dan to $\omega=\infty$ gacha bo‘lgan chastotalar diapazonida yotgan filtrlar **yuqori chastota filtrlari** deb ataladi. Ushbu chastotalar diapazonidagi so‘nish koeffitsiyenti a nolga teng bo‘lganidan bu xil filtrlarga asos qilib olingan to‘rtqutbliklarning doimiysi bo‘lib, chastotalarga bog‘liq holda -1 dan +1 gacha o‘zgaradi. Endi 11.5-a va b rasmda tasvirlangan T va Π -shaklli sxemalar uchun $a(\omega)$, $\beta(\omega)$ va $Z_c(\omega)$ bog‘lanishlarni tekshiramiz. Zanjirlarning strukturalaridan ko‘rinib turibdiki, ketma-ket ulangan sig‘imli elementlar quyi chastotali toklarning amplitudalarini imkoni boricha kamaytirib, parallel ulangan induktivliklar esa o‘sha toklarning manba zanjiri bilan tutashuvining qisqa yo‘lini hosil qiladi.

10.2-mavzuda bayon qilinganiga binoan, T-shaklli to‘rtqutblikning (11.5-a rasm) parametri A quyidagidek aniqlanadi:

$$A = 1 + Z_1 Y_0 = 1 + \frac{1}{j2\omega C} \cdot \frac{1}{j\omega L} = 1 - \frac{1}{2\omega^2 LC} \quad (11.8)$$

$$A = \operatorname{ch} \gamma = \operatorname{ch} (j\beta) = \operatorname{Cos} \beta \quad (11.9)$$

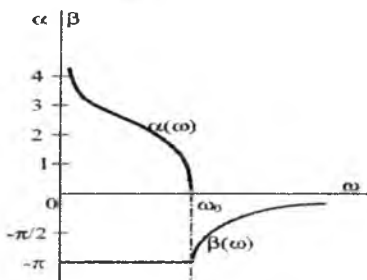


11.5-rasm.

Ammo faza koeffitsiyenti β (11.8) bo'yicha 0 dan π gacha o'zgarganligi tufayli,

$$-1 \leq 1 - \frac{1}{2\omega^2 LC} \leq 1$$

Demak, filtr $\omega_0 = \frac{1}{2\sqrt{LC}} (\operatorname{Cos} \beta - 1)$ dan $\omega = \infty (\operatorname{Cos} \beta = -1)$



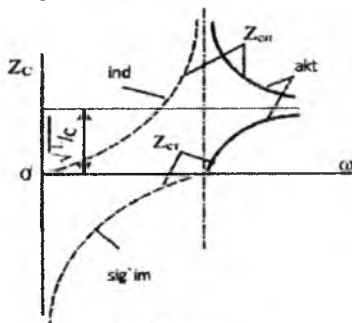
11.6-rasm.

gacha bo'lgan diapazondagi chastotalarni so'ndirmay o'tkazadi. 11.6-rasmda tekshirilayotgan zanjir uchun $\alpha(\omega)$ va $\beta(\omega)$ bog'lanishlarning egri chiziqlari ko'rsatilgan; rasmdan ko'rinadiki, quyi chastotali signal-larning eng ko'p so'nishi tavsiflarining boshlanishida bo'lib, chastota ω ning yaqinida ularning yuklama zanjiriga kirishi sezilarli bo'ladi. T-

shaklli sxema bo'yicha yig'ilgan yuqori chastotali filtri tavsifiy qarshiligi Z_{CT} ning chastotaga bog'liqligi aniqlanadi:

$$Z_{CT} = \sqrt{B/C} = \sqrt{\frac{Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y_0}{Y_0}} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{1}{4\omega^2 C^2}}$$

Bu formulaga binoan, $\omega = 0$ bo'lganda $Z = -\infty$, $\omega = \omega_0$ bo'lganda $Z_{CT} = 0$, $\omega \rightarrow \infty$ bo'lganda esa $Z_{CT} = \sqrt{L/C}$ bo'ladi. Bularga oid $Z_{CT}(\omega)$ egri chizig'i 11.7-rasmda tasvirlangan. Π -shaklli sxema bo'yicha yig'ilgan (11.5-b rasm) yuqori chastota filtri o'tkazish qobiliyati jihatidan bundan oldin bayon qilingan filtrga ekvivalent bo'lib, uning tavsiflari $a(\omega)$ va $\beta(\omega)$ 11.6-rasmda ko'rsatilgan egri chiziqlari bilan mos tushadi.



11.7-rasm.

T-shaklli filtdan farqli ravishda bog'lanish $Z_{CT}(\omega)$ quyidagicha hisoblanadi:

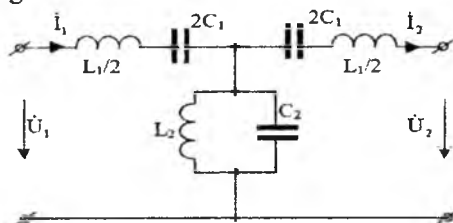
$$Z_{CT} = \sqrt{B/C} = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_1 + Y_2 + Y_1 \cdot Y_2 Z_0}} = \frac{1}{\sqrt{C/L - \frac{1}{4\omega^2 L^2}}}$$

Bu formulaga binoan, $\omega = 0$ bo'lganda $Z_{CT} = 0$, $\omega = \omega_0$ bo'lganda $Z_{CT} = \infty$, $\omega \rightarrow \infty$ bo'lganda esa $Z_{CT} = \sqrt{L/C}$ bo'ladi. Bularga oid $Z_{CT}(\omega)$ egri chizig'i 11.7-rasmda tasvirlangan.

11.5. Ikki chastota bilan chegaralangan (hududli) filtrlar

ω_1 dan ω_2 gacha bo'lgan diapazondagi chastotali signallarni so'n-dirmay (bunda $\alpha = 0$ bo'ladi) o'tkazuvchi filtrlar **hududli** yoki **chastotaviy cheklangan filtrlar** deb ataladi. Bunday filtrlar aloqa texnikasida va obyektlarni distansion boshqarish sistemalarida keng ko'lamda ishlatiladi. Bu xil yuqori chastota filtrlari chastotalarning umumiy spektridan foydali signalni eltuvchi juda siqiq chastotalar polosasini (chegaralarini)

ajratishga hamda 0 dan ω_1 gacha va ω_2 dan ∞ gacha bo'lgan barcha chastotalarni to'sishga imkon beradi.



11.8-rasm.

Oddiy hududli filtr ω_1 va uning yuqori chastotali signallarni so'ndirmay o'tkazuvchi yuqori chastota filtrlarini (11.5-a rasm) va $m=0$ dan $Y_u=Y_{u2}$ (bunda $M > Y_{u1}$) gacha bo'lgan signallarni so'ndirmay o'tkazuvchi (bunda $a=0$ bo'ladi) quyi chastota filtrlarini (11.2-a va b rasm) kaskadli ketma-ket ulash yo'li bilan tuzish mumkin. Bunday kaskadning xususiyati T-shaklli sxema bo'yicha yig'ilgan (11.8-rasm) yagona sxemada mujassamlashtirish mumkin. Bu to'rtqutblikning doimiysi A bir tomonning bo'ylama qarshiligi $Z_1=Z_2=j(\omega L_1/2 - 1/2\omega C_1)$ va ko'ndalang o'tkazuvchanligi $Y_0=-j(1/\omega L_2 - \omega C_2)$ dan quyidagicha aniqlanadi:

$$A = 1 + Z_2 Y_0 = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{L_1}{L_2} - \omega^2 L_2 C_2 - \frac{1}{\omega^2 L_2 C_2} + \frac{C_2}{C_1} \right) \quad (11.10)$$

fazaviy koeffitsiyent β ning o'zgarish chastotalari bo'yicha:

$-1 < \cos \beta < 1$, demak, $-1 < A < +1$ ligini bilgan (11.10) tenglamani avval bitta $A=1$ chegaraviy qiymat uchun

$$\omega^4 - \frac{L_1 C_1 + 4L_2 C_1 + L_2 C_2}{L_1 L_2 C_1 C_2} \omega^2 + \frac{1}{L_1 L_2 C_1 C_2} = 0 \quad (11.11)$$

ko'rinishida, so'ngra boshqa $A=1$ chegaraviy qiymat uchun

$$\omega^4 - \frac{L_1 C_1 + L_2 C_1}{L_1 L_2 C_1 C_2} \omega^2 + \frac{1}{L_1 L_2 C_1 C_2} = 0 \quad (11.12)$$

ko'rinishda yechib, ω_1 va ω_2 chegaraviy chastotalarni topamiz. Masalani osonlashtirish maqsadida $L_1 C_1 = L_2 C_2 = 1/\omega_0^2$ deb qabul qilamiz. U holda chastotalar

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$

uchun qarshiliklar Z_1 , Z_2 va o'tkazuvchanlik Y_0 nolga teng bo'ladi, bu esa $\dot{U}_2 = \dot{U}_1$ va $\dot{I}_2 = \dot{I}_1$ ekanligini bildiradi. Demak, bu chastota filtring

$\omega_4 - 2(1+2m_2) \cdot \omega_{02} \cdot \omega_2 + \omega_{04} = 0$ ni olamiz; bunda $m_2 = L_2/L_1 = C_1/C_2$. Bu bikvadrat tenglamani yechish natijasida quyidagini hosil qilamiz:

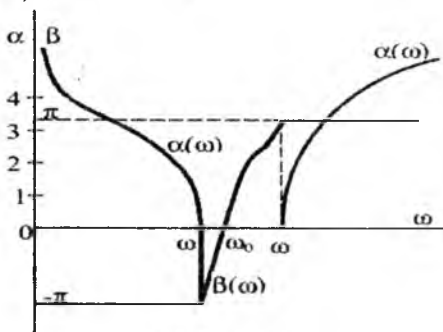
$$\omega_{1,2}^2 = \left[(1 + 2m^2) \pm 2m\sqrt{1 + m^2} \right] \omega_0^2 = \left[\sqrt{m^2 + 1} \pm m \right]^2 \omega_0^2$$

Demak,

$$\omega_1 = \omega_0(\sqrt{m^2 + 1} - m) \quad \omega_2 = \omega_0(\sqrt{m^2 + 1} + m)$$

(manfiy ildizlarni tushirib qoldiramiz, chunki ω – mushat kattalikdir).

Ko‘rinib turibdiki, $\omega_1 \omega_2 = \omega_{02}^2$. Bu esa, o‘z navbatida, rezonansli chastota ω_0 ning tekshirilayotgan filtrning tiniqligi zonasidagi chastota diapazoniga tegishli ekanligini bildiradi. Yagona $\omega = \omega_0$ ildizli tenglama (11.12) ni yechib, bunga ishonch hosil qilishimiz mumkin. 11.9-rasm so‘nish $a(\omega)$ va faza $\beta(\omega)$ koeffitsiyentlari egri chiziqlarining filtrning kirish tomonidagi signalning chastotaga bog‘liqligi ko‘rsatilgan. Egri chiziqlardan ko‘rinib turibdiki, ω chastota ω_0 chastotadan o‘tganda β ning ishorasi o‘zgarib, “faza to‘ntarish” sodir bo‘ladi.



11.9-rasm.

Nihoyat, shuni aytish mumkinki, to‘suvcchi filtrlar signallarning ω_1 dan to ω_2 gacha diapazondagi chastotalarni to‘sis uchun mo‘ljallangan bo‘lib, bu filtrlar ham quyi va yuqori chastota filtrlarini o‘zida mujassamlashtirgan. Ishlash jihatidan olganda bu filtrning hududiy filtrlardan farqi shuki, ular 0 dan ω_1 gacha va ω_2 dan ∞ gacha bo‘lgan chastotalar uchun “tiniq” bo‘lib, ω_1 - ω_2 gacha diapazondagi chastotalar uchun katta ($a \gg 1$) qiymatga ega so‘nish koeffitsiyentini ta‘minlaydi.

11.1-misol. To‘rtqutblikning Π -shaklli almashinish (ekvivalent) sxemasi (11.2-b rasm) bo‘yicha yig‘ilgan quyi chastota filtri $f=0\div 1\text{ kGts}$ diapazondagi chastotada tiniqlik zonasiga ega bo‘lganda, $L=0,05\text{ G}$ uchun quyidagilar aniqlansin:

1) filtrning parallel tarmoqdaridagi sig‘im $C'=C/2$;

- 2) $f_1=1,2$ kGts chastotadagi so'nish koeffitsiyenti;
 3) $f=0,2; 0,6; 1,2$ kGts chastotalardagi tavsifiy qarshilik Z_c .

Yechish: 1. Parallel tarmoqning sig'imini $1 - \frac{\omega^2 LC}{1} = -1$ dan quyidagicha aniqlaymiz:

$$C' = \frac{C}{2} = \frac{4}{2L\omega_0^2} = \frac{2}{0,05(2\pi \cdot 10^3)^2} \cong 10^{-6} \Phi = 1mk\Phi \quad *$$

2. To'rtqutblikning $\omega_1 = 2\pi f = 6,28 \cdot 1200 = 7550$ radian/sek. chastotadagi doimiysi

$$A = 1 - \frac{\omega_1^2 LC}{2} = 1 - \frac{57 \cdot 10^6 \cdot 0,05 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{2} = -1,85$$

Ammo $\omega > \omega_0$ chastotada $\beta = \pi - \text{const}$ bo'lgani tufayli,

$$Ch\alpha = \frac{A}{\cos\beta} = 1,85 \text{ yoki } \alpha = 1,225$$

3. Filtrning tavsifiy qarshiligi quyidagicha topiladi:

$$Z_{cr} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \omega^2/\omega_0^2}} = 158: \sqrt{1 - (f/f_0)^2}$$

Shu sababli, $f_1=200$ Gts, $f_2=600$ Gts va $f_3=1200$ Gts chastotalar uchun u tegishliicha quyidagicha bo'ladi;

$$Z_{cr1} = 158: \sqrt{1 - 0,2^2} = 161 \text{ Om}; \quad Z_{cr2} = 158: \sqrt{1 - 0,6^2} = 198 \text{ Om};$$

$$Z_{cr3} = 158: \sqrt{1 - 1,2^2} = -j238 \text{ Om}.$$

11.2-misol. T-shaklli sxema bo'yicha qurilgan (11.5-a rasm) yuqori chastota filtrining parametrlari $C=1mkF$ va $L=0,01T$. Quyidagilar aniqlansin:

- 1) filtrning tiniqlik zonasini hosil qiluvchi chastotalar diapazoni;
- 2) $\omega = 0,8$ chastotadagi so'nish koeffitsiyenti;
- 3) faza koeffitsiyenti v va filtrning $\omega=2\omega_0$ chastotadagi tavsifiy qarshiligi Z_{cr} .

Yechish: 1. Filtrning bo'sag'aviy o'tkazish chastotasi:

$$\omega_0 = \frac{1}{2\sqrt{LC}} = \frac{i}{2\sqrt{10^{-2} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}} = 5 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$$

yoki

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 797 \approx 800 \text{ Gts}$$

Demak, filtrning tiniqlik zonasi $\omega_0=5 \cdot 10^3$ dan $\omega = \infty$ gacha bo'lgan chastotalar diapazonida joylashgan.

Filtrning $\omega=0,8\omega_0$ chastotadagi parametri A to'rtqutbliknikiga o'xshash aniqlanadi:

Filtrning $\omega=0,8\omega_0$ chastotadagi parametri A to'rtqutbliknikiga o'xshash aniqlanadi:

$$A = 1 - \frac{2\omega_0^2}{\omega^2} = 1 - \frac{2}{0,64} = -2,130 \leq \omega \leq \omega_0$$

bo'lgan chastotalarda faza koeffitsiyenti $\beta = -\pi$ bo'lgani uchun, so'nish koeffitsiyenti quyidagi munosabatdan aniqlanadi:

$$\text{Ch}\alpha = \frac{A}{\cos\beta} = \frac{-2,13}{-1} = 2,13. \text{ Demak, } a = 1,39.$$

Filtrning o'tkazish chastotalaridagi faza koeffitsiyenti:

$$\cos\beta = A = 1 - \frac{2\omega_0^2}{\omega^2} \text{ dan topiladi; demak, } \omega = 2\omega_0 \text{ chastotada}$$

$$\cos\beta = A = 1 - 0,5 = 0,5 \text{ bo'ladi, bunda } \beta = \pi/3 \text{ rad.}$$

Filtrning $\omega = 2\omega_0$ chastotadagi xarakteristik qarshiligi:

$$Z_{cT} = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{(Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y_0) : Y_0} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{1}{4\omega^2 C^2}}$$

$$= \sqrt{10^4 - 0,25 \cdot 10^4} = 0,866 \cdot 10^2 = 86,6 \text{ Om}$$

(qarshilik xususiyati – aktiv).

XII BOB. TARQOQ PARAMETRLI ELEKTR ZANJIRLAR

12.1. Umumiy tushunchalar

Biz oldingi boblarda, asosan, yig'iq parametrlari, ya'ni elementlari bir-biridan yaqqol farq qiluvchi va aniq R , L va C parametrlarga ega bo'lgan zanjirlarni ko'rib chiqdik. Zanjir strukturasi bu xilda ideallashtirish unda bo'layotgan muhim fizikaviy jarayonlarning tahlilini soddalashtirib, ko'pgina hollarda muhandislik hisoblarining aniqligiga ta'sir etmaydi. Ammo zanjirning ayrim qismlarida R , L va C parametrlarni **“yig'iq”** deb qarashi to'g'ri bo'lavermaydi, bir qancha hollarda xato ham bo'lib, tekshirilayotgan zanjirdagi haqiqiy fizik manzarani buzib ko'rsatadi.

Bunga elektr energiyasini uzatish (yoki aloqa) liniyasi yaqqol misol bo'lib, uning uzunasi bo'ylab istalgan nuqtasida R , L va C parametrlardan birortasining namoyon bo'lishini ko'rsatish mumkin emas. Liniyaning oxiridagi kuchlanish U_2 liniyaning boshidagi kuchlanish U_1 ga teng emas, chunki boruvchi va qaytuvchi simlarda ularning aktiv, induktiv qarshiliklari hisobiga kuchlanishning ΔU pasayishi hosil bo'ladi. Ana shu qarshiliklar liniyaning butunlay uzunasi bo'ylab taqsimlangan, chunki liniyaning har qanday bo'lagi aktiv qarshilik R va simdagi tokning o'z magnit maydoni bilan ta'siri hisobiga hosil bo'lgan induktivlik L ga ega. Xuddi shunga o'xshash, liniyaning oxiridagi tok I_2 uning boshlanishidagi tok I_1 ga teng emas, chunki asosiy tokdan tashqari, simlarning izolatsiyasi mukammal bo'lmaganligidan ularning orasidagi o'tkazuvchanlik toki, shuningdek, sig'imlarda va simlararo hamda simlar bilan yer orasida paydo bo'luvchi siljish toki ham bo'ladi. Liniya bo'ylab uning har bir bo'lagida (masalan, har bir kilometrda) uning induktivligi va sig'imi hisobiga kuchlanish U va tok I kuchlanish U_1 dan va tok I_1 dan fazalari ψ_u va ψ_i jihatidan farq qiladi.

Shunday qilib, bunday zanjirlardagi kuchlanish va tok faqatgina vaqt funksiyasi $u(t)$ va $i(t)$ deb qaralmasdan, manba (yoki yuklama) joylashgan yerdan boshlab masofa (liniyaning uzunligi) funksiyasi $u(x)$ va $i(x)$ tarzida ham qaralishi lozim. Liniya qanchalik uzun bo'lsa, uning R, L, G va C parametrlarini yig'iq deb hisoblab bo'lmaydi.

Ko'rib chiqilayotgan holda liniyani **“faqat tarqoq parametrlari zanjir”** deb qarash lozim. Ko'rsatilgan kategoriyadagi zanjirlarni hisoblashga bunday yondoshishning ikkinchi muhim omili—vaqt omilidir, chunki liniya uzaygan sari energiya manbadan iste'molchiga yetib borish vaqti sezilarli darajada ortib boradi. Gap shundaki, elektr uzatish

(yoki aloqa) liniyasi uzunligining ortib ketishi yoki o'zgaruvchan tok generatori chastotasining ortishi bilan liniya bo'ylab signalning tarqalish tezligi va signalning tezligi bir-biriga taqqoslab bo'ladigan o'zaro yaqin kattaliklarga aylanadi. Masalan, aloqa elektr liniyalarida davriy o'zgaruvchan signal manbaini ulangan paytidan boshlab, uni iste'molchi qabul qilgunga qadar shu signalning bir nechta o'zgarish davriga teng bo'lgan vaqt o'tishi mumkin.

Endi tarqoq parametrli zanjirlar uchun hosil bo'lgan asosiy fizik qonunlarni uzun liniyalar deb ataladigan liniyalardagi turg'unlashgan jarayonlarni tahlil qilish misolida ko'rib chiqamiz. Bunda masofa va signalning tarqalish vaqti (tezligi) elektr energiyasini (yoki aloqa signallarini) uzatish liniyalari uchun muhim omil hisoblanadi.

12.2. Bir jinsli liniyaning differensial tenglamalari

Parametrlari liniyaning butun uzunligi bo'ylab bir tekis taqsimlangan liniya bir jinsli deb ataladi. 12.1-rasmda liniyaning boshlanishidan x masofada joylashgan ikki simli uzun liniya elementar dx qismining ekvivalenti, almashinish sxemasi ko'rsatilgan. Barcha liniya juda ko'p elementar qismlardan iborat bo'lib, bu qismlarning har biri qarshiligi $R_0 dx$ ga, liniya simlarining induktivlik $L_0 dx$ ga, aktiv o'tkazuvchanlik $G_0 dx$ ga va simlararo hamda simlar bilan yer orasidagi sig'im $C_0 dx$ x ga ega. Agar elementar qismning "a-v" kirish tomonidagi oniy kuchlanish u bo'lsa, uning "s-d" chiqish tomonidagi kuchlanish $\left(u + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \partial x\right)$ bo'ladi; chunki elementar qism dx ning chegaralarida kuchlanishning $\Delta u = \left(R_0 dx i + L_0 dx \frac{\partial i}{\partial t}\right)$ ga teng pasayishi sodir bo'ladi. Xuddi shunday elementar qismning kirish tomonidagi tok i uning chiqish tomonidagi tok $\left(i + \frac{\partial i}{\partial x} \partial x\right)$ ga teng emas, chunki tokning $\Delta i = \left(G_0 dx u + C_0 dx \frac{\partial u}{\partial t}\right)$ qismi bir simdan boshqasiga o'tkazuvchanlik toki $C_0 dx \cdot \partial u / \partial t$ va siljish toki tarzida tarmoqlanadi. Shunday qilib, tok i kabi simlararo kuchlanish u faqat vaqt t ga bog'liq bo'lmay, liniyaning ko'rib chiqilayotgan qismi joylashgan masofa x ga ham bog'liq.

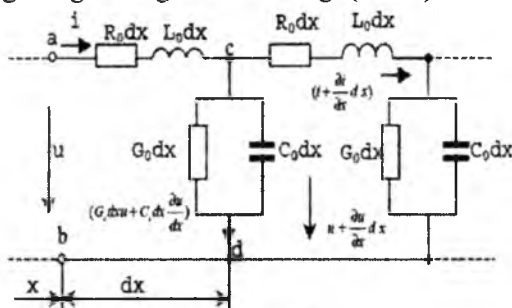
Kirxgofning ikkinchi qonuniga binoan, abcd berk konturdagi kuchlanishlar yig'indisi nolga teng, ya'ni

$$-u + \left(R_0 dx \cdot i + L_0 dx \frac{\partial i}{\partial t}\right) + \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right) = 0$$

yoki

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t} \quad (12.1)$$

Bunda $\frac{\partial u}{\partial x}$ kuchlanishning x nuqtadan $(x+dx)$ nuqtaga dx o'tishdagi orttirmasi; R_0 —boruvchi va qaytuvchi simlarning liniya uzunlik birligiga to'g'ri kelgan aktiv qarshiligi (Om/km) ga; L_0 - simlarning liniya uzunlik birligiga to'g'ri kelgan induktivligi (G/km).



12.1-rasm.

Kirxgofning birinchi qonuniga binoan, “C” tugundagi toklar oniy qiymatlarining yig'indisi nolga teng:

$$i - \left(i + \frac{\partial i}{\partial x} dx \right) - \left(G_0 dx \cdot u + dx \frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0$$

yoki

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = G_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t} \quad (12.2)$$

bunda: $\left(\frac{\partial i}{\partial x} \right)$ tokning nuqtadan $(x+dx)$ nuqtaga o'tishdagi orttirmasi; G_0 — liniyaning uzunlik birligiga to'g'ri kelgan simlararo o'tkazuvchanligi (1/Om.km); C_0 — uzunlik birligiga to'g'ri kelgan simlararo va simlar bilan yer orasidagi sig'im (Φ /km).

Uzun liniyaning R_0 , L_0 , G_0 va C_0 parametrlari uning birlamchi parametrlari deb ataladi. Agar liniya bir jinsli bo'lsa, ular liniyaning uzunligiga bog'liq bo'lmaydi, liniyaning geometrik parametrlari (simlarning yerdan balandligi, diametri va ular orasidagi masofa hamda material va uni izolatsiyalovchi modda va muhit) dan aniqlanadi.

(12.1) $\frac{\partial u}{\partial x}$ va tok $\frac{\partial i}{\partial x}$ (12.2) dagi orttirmalarining oldidagi manfiy ishora masofa x ortishi bilan u va i kattaliklarining kamayishidan darak beradi.

12.3. Sinusoidal kuchlanishga ulangan bir jinsli liniyaning turg'un holati

Uzun liniyaning boshlanishiga ulangan generatorning ω burchak chastotali kuchlanishi va toki sinusoidal qonuniyat asosida o'zgarimoqda deb faraz qilaylik. Davriy kattaliklarni hisoblashning kompleks usulini tatbiq etib, (12.1) va (12.2) tenglamalarning o'rniga ikki tenglamali sistemani yozish mumkin:

$$\begin{aligned} -\frac{d\dot{U}}{dx} &= R_0 \dot{I} + j\omega L_0 \dot{I} \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} &= G_0 \dot{U} + j\omega C_0 \dot{U} \end{aligned} \quad (12.3)$$

Bunda kuchlanish $\dot{U}$ va tok $\dot{I}$ ning komplekslari faqat liniyaning uzunligi x ning funksiyalari hisoblanadi, chunki vaqt t bu ifodalarda yaqqol namoyon bo'lmaydi. Shuning uchun xususiy hosila tenglamalaridan kuchlanish $\dot{U}$ va tok $\dot{I}$ uchun oddiy differensial tenglamalarga o'tish mumkin.

Birinchi tenglamani x bo'yicha differensiallab, so'ngra ikkinchi tenglamadan unga $\frac{d\dot{I}}{dx}$ ning qiymatini qo'yib, quyidagini olamiz:

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = (R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0) \dot{U} = \gamma^2 \dot{U} \quad (12.4)$$

Bunga mos tavsifiy tenglama $\alpha^2 - \gamma^2 = 0$ ikkita $\alpha_1 = \gamma$; $\alpha_2 = -\gamma$ ildizlarga ega. Bu yerda: $\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta$ liniyaning tarqalish koeffitsiyenti bo'lib, uning α va β tashkil etuvchilari tegishli so'nish va faza koeffitsiyentlari hisoblanadi. Shunday qilib, (12.4) tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha bo'ladi:

$$\dot{U} = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \quad (12.5)$$

Tokning o'zgarish qonuniyatini (12.3) sistemadan quyidagicha hosil qilish mumkin:

$$\begin{aligned} \dot{I} &= -\frac{1}{R_0 + j\omega L_0} \cdot \frac{d\dot{U}}{dx} = \frac{\gamma}{R_0 + j\omega L_0} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) = \\ &= \sqrt{\frac{G_0 + j\omega C_0}{R_0 + j\omega L_0}} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) = \frac{1}{Z_c} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) \end{aligned}$$

bu yerda: $Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = Z_c e^{j\theta}$ liniyaning to'lqin yoki tavsifiy qarshiligi.

Agar liniyaning boshlanishi $x=0$ dagi kuchlanish $\dot{U}_1$ va tok $\dot{I}_1$ ma'lum bo'lsa yoki liniyaning oxiri ($x = \ell$, ℓ - liniyaning uzunligi) ga ulangan iste'molchining qismlaridagi kuchlanish $\dot{U}_2$ va undan o'tayotgan tok $\dot{I}_2$ berilgan bo'lsa, integrallashning A_1 va A_2 doimiylarini boshlang'ich shartlardan aniqlash mumkin. Masalan, $x=0$ bo'lganda, $\dot{U}_1 = A_1 + A_2$ va $\dot{I}_1 Z_c = A_1 - A_2$ bo'ladi, bundan esa

$$A_1 = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_c) \text{ va } A_2 = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_c)$$

kelib chiqadi. Demak, bu liniyaning istalgan x nuqtasidagi kuchlanish va tok quyidagicha bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \frac{1}{2}(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_c)e^{-\gamma x} + \frac{1}{2}(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_c)e^{\gamma x} \\ \dot{I} &= \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_c)e^{-\gamma x} - \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_c)e^{\gamma x} \end{aligned} \right\} \quad (12.7)$$

Endi $\frac{1}{2}(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}) = \text{ch} \gamma x$ va $\frac{1}{2}(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}) = \text{sh} \gamma x$ ligini bilgan holda, (12.7) sistemaning yechilishi ixchamroq bo'lgan giperbolik funksiyali quyidagi tenglamalar sistemasi bilan almashtirish mumkin:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 \text{ch} \gamma x - \dot{I}_1 Z_c \text{sh} \gamma x \\ \dot{I} &= \dot{I}_1 \text{ch} \gamma x - \frac{\dot{U}_1}{Z_c} \text{sh} \gamma x \end{aligned} \quad (12.8)$$

Liniyaning oxiri $x=\ell$ dagi kuchlanish va tok, (12.8) tenglamaga binoan, quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \dot{U}_1 \text{ch} \gamma \ell - \dot{I}_1 Z_c \text{sh} \gamma \ell \\ \dot{I}_2 &= \dot{I}_1 \text{ch} \gamma \ell - \frac{\dot{U}_1}{Z_c} \text{sh} \gamma \ell \end{aligned}$$

Birinchi tenglamani $\text{ch} \gamma \ell$ ga, ikkinchisini esa $Z_c \text{sh} \gamma \ell$ ga ko'paytirib va ularni qo'shib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\dot{U}_1 (\text{ch}^2 \gamma \ell - \text{sh}^2 \gamma \ell) = \dot{U}_2 \text{ch} \gamma \ell + \dot{I}_1 Z_c \text{sh} \gamma \ell$$

Endi birinchi tenglamani $\frac{1}{Z_c} \text{sh} \gamma \ell$ ga, ikkinchisini esa $\text{ch} \gamma \ell$ ga avval ko'paytirib, so'ngra ularni qaytadan qo'shsak, natijada quyidagi tenglama hosil bo'ladi:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 (\text{ch}^2 \gamma \ell - \text{sh}^2 \gamma \ell) &= \dot{U}_2 \frac{1}{Z_c} \text{sh} \gamma \ell + \dot{I}_2 Z_c \text{sh} \gamma \ell \\ \text{ch}^2 \gamma \ell - \text{sh}^2 \gamma \ell &= 1 \end{aligned}$$

bo'lgani uchun:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_2 ch \gamma l + I_1 Z_c sh \gamma l \\ I_1 = \dot{U}_2 \frac{1}{Z_c} sh \gamma l + I_1 ch \gamma l \end{cases} \quad (12.9)$$

Bu sistemaning tashqi ko'rinishidan foydalanib, uni doimiylari (parametrlari) $A = D = ch \gamma l$, $B = Z_c sh \gamma l$ va $C = \frac{1}{Z_c sh \gamma l}$ bo'lgan simmetrik to'rtqutblik deb faraz qilamiz. Haqiqatan ham, to'rtqutbliklarga oid $AD - BC = Ch^2 \gamma - Sh^2 \gamma l = 1$ shart qanoatlantiriyapti.

Bundan kelib chiqadiki, uzun liniyaning unga ekvivalent bo'lgan to'rtqutblikni T yoki Π -shaklli sxema bilan almashtirish mumkin. Bunday almashtirish faqat zanjirning kirish tomonidagi kuchlanish U va tok I bilan uning chiqish tomonidagi kuchlanish U va tok I orasidagi nisbatlar bizni qiziqtirganda amalga oshirilishi mumkin. Liniyaning ayrim nuqtalaridagi kuchlanish va toklarni bilish kerak bo'lgan hollarda uzun liniya, odatda, zanjirsimon almashtirish sxemasi bilan ekvivalentlashtiriladi. Zvenolar soni ortgan sari, bajarilayotgan hisobning aniqlik darajasi ham ortib boradi.

12.4. Yugurma to'liqlar

Liniyaning har qanday nuqtasidagi kuchlanish uchun yozilgan (12.7) ifodadan ko'rinadiki, liniyaning boshidan masofa x ortib borgan sari, uning o'zgarishi q ikkita tashkil etuvchi bilan tavsiflanadi, ulardan biri

$$\dot{U}_q = \frac{1}{2} (\dot{U}_1 + I_1 Z_c) e^{-\gamma x} \quad (12.10)$$

masofa x ortishi bilan kamayadi, ikkinchisi

$$\dot{U}_s = \frac{1}{2} (\dot{U}_1 - I_1 Z_c) e^{\gamma x} \quad (12.11)$$

esa aksincha ortadi. Ularga mos holda

$$\dot{U}_q = \dot{U}_{q1} e^{-\gamma x} \text{ va } \dot{U}_s = \dot{U}_{s1} e^{\gamma x}$$

vektorlar bilan belgilab, (12.7) sistemaning birinchi tenglamasi o'rniga quyidagini yozamiz:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_{q1} e^{-\gamma x} + \dot{U}_{s1} e^{\gamma x} = \dot{U}_{q1} e^{j\psi_q} + \dot{U}_{s1} e^{j\psi_s} e^{\gamma x} = \\ &= \dot{U}_{q1} e^{-\alpha x} e^{j(\psi_q - \beta x)} + \dot{U}_{s1} e^{\alpha x} e^{j(\psi_s + \beta x)}. \end{aligned}$$

Kuchlanishning kompleks qiymatlaridan uning oniy qiymatlariga o'tib, quyidagini olamiz:

$$\begin{aligned} u &= u_q + u_s = \sqrt{2} U_{q1} e^{\alpha x} \sin(\omega t + \psi_q - \beta x) + \\ &+ \sqrt{2} U_{s1} e^{\alpha x} (\omega t + \psi_s - \beta x) \end{aligned}$$

Bundan kelib chiqadiki, liniyaning istagan nuqtasidagi kuchlanishning oniy qiymati bir tomondan vaqt t ning, boshqa tomondan esa liniyaning boshlanishidan hisoblangan x masofaning sinusoidal funksiyasi bo'ladi. Agar $x = x_0 - \text{const}$ deb qabul qilsak, u holda, liniyaning tanlangan nuqtasidagi kuchlanish vaqt t ning $u = \sqrt{2} \dot{U}_1 \sin(\omega t + \psi_1)$ ko'rinishidagi sinusoidal funksiyasi bo'lib qoladi, bunda $\dot{U}_1$ – natijaviy vektor:

$$\dot{U}_1 = \left[U_{ql} e^{-\alpha x} e^{j(\psi_q - \beta x_0)} + U_{sl} e^{\alpha x} e^{j(\psi_s + \beta x_0)} \right] = U_1 e^{j\psi_1}$$

ning moduli va ψ_1 – uning boshlang'ich fazasi.

Xuddi shunga o'xshash, $\alpha = 0$ va $t = \text{const}$ bo'lganda, liniya bo'ylab kuchlanish $u(x)$ ning taqsimlanish qonuniyati liniyaning boshlanishidan uning oxiriga qarab x masofaning sinusoidal funksiyasi bo'ladi. Ana shu taqsimlanish qonuniyatini aks ettiruvchi sinusoidal to'lqinning uzunligi λ ni tashkil etuvchi βx ni hosil qilgan va 2π ga teng faza siljishi burchagi tarzida aniqlanishi mumkin, ya'ni

$$\beta x_2 - \beta x_1 = \beta \lambda = 2\pi$$

bunda: $x_2 - x_1 = \lambda$.

Demak, to'lqinning uzunligi:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (12.12)$$

Vaqt o'tishi bilan liniya bo'ylab kuchlanishning taqsimlanish to'lqini quyidagi o'zgarmas tezlik v bilan tarqaladi. Uning qiymatini aniqlash uchun kuchlanishning fazasini o'zgarmas deb olamiz:

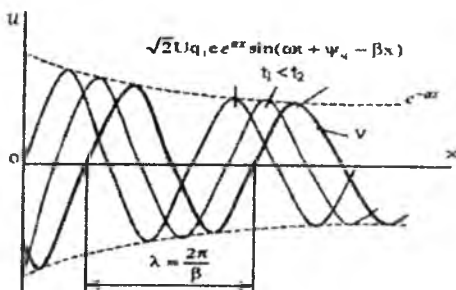
$$\omega t + \varphi_q - \beta x = \text{Const}$$

bunga binoan

$$\frac{d}{dt}(\omega t + \psi_q - \beta x) = \omega - \beta \frac{dx}{dt} = 0$$

Bunda $v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\beta}$, ya'ni to'lqin tarqalishining faza dt v tezligi deb ataladigan tezlik v burchak chastota ω ning faza koeffitsiyenti β ga bo'lgan nisbatiga teng. Shunday qilib, uzun liniyaning ixtiyoriy nuqtasidagi kuchlanishning o'zgarish xarakteri to'lqinlidir. Shu sababdan, liniya bo'ylab (biror yo'nalishda) borayotgan kuchlanish to'lqinining taqsimlanishi **yugurma to'lqinlar** deb ataladi (12.2-rasm).

Liniyaning boshlanishidan uning oxiriga qarab borayotgan to'lqinlar **to'g'ri** yoki **tushuvchi to'lqinlar** deb ataladi. Liniyaning oxiridan uning boshlanishiga qarab kelayotgan to'lqinlar esa **teskari** yoki **aks to'lqinlar** deyiladi.



12.2-rasm.

Kuchlanishning tarqalishi to'g'risida yuqorida keltirilgan mulohazalar liniyaning ixtiyoriy nuqtasidagi tok i ga ham tegishlidir. Darhaqiqat, (12.7) sistemaga binoan, tok ifodasini quyidagi ko'rinishda qayta yozish mumkin:

$$\dot{I} = \dot{I}_q + \dot{I}_s$$

bunda

$$\dot{I}_q = \frac{1}{2Z_c} (\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_c) e^{-\gamma x} \text{ va } \dot{I}_s = \frac{1}{2Z_c} (\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_c) e^{\gamma x}$$

Demak, kuchlanish kabi, tok i ham to'g'ri i va qaytgan i_q to'liqlardan iborat. To'g'ri to'liqin kuchlanishi kompleksining to'g'ri to'liqin toki kompleksiga bo'lgan nisbati qarshiligi Z_c ga, qaytuvchi to'liqinning ana shu miqdori komplekslarining nisbati esa $(-Z_c)$ ga teng ekanligini ko'rish oson:

$$\frac{\dot{U}_q}{\dot{I}_q} = Z_c \text{ va } \frac{\dot{U}_s}{\dot{I}_s} = -Z_c \quad (12.13)$$

Elektromagnit energiyaning to'liqlik tarqalish nazariyasiga binoan, to'g'ri va qaytgan to'liqlarni tushuvchi va qaytuvchi to'liqlar deb qarash mumkin. Haqiqatan ham, to'liqinning qaytishi faqat u bir muhitdan boshqasiga o'tganda sodir bo'ladi. Bizning holda muhitning o'zgarishi R_0 , L_0 , G_0 va C_0 tarmoq parametrli zanjirdan qarshiligi $Z_2 = Z_{yuk}$ bo'lgan yig'iq R_0 , L_0 , C_0 parametrli zanjirga o'tishiga ekvivalent. Bunda qarshilik Z_2 nolga, shuningdek, cheksizga teng bo'lishi mumkin. Bundan $Z_2 = Z_c$ hol mustasnodir, chunki tekshirilayotgan liniyaning oxirida bunday qarshilikni ulash liniyani cheksizga o'zgartirish bilan baravar. Tushuvchi va qaytuvchi to'liqlarning kuchlanishlari amplitudasini miqdoriy taqsimlash uchun kuchlanishni qaytish (akslanish) koeffitsiyenti K_u (yoki tok uchun K_i) deb ataladigan koeffitsiyentidan foydalanish qulay. Bu koeffitsiyent liniyaning oxiridan qaytgan to'liq $\dot{U}_{s2}$ ning to'g'ri to'liq $\dot{U}_{q2}$ (yoki $\dot{I}_{s2}$ ning $\dot{I}_{q2}$) nisbatiga

teng. Shu sababli, liniyaning oxiridagi kuchlanish $\dot{U}_2 = \dot{U}_{q2} + \dot{U}_{s2}$ (ilgari keltirilgan $\dot{U}_1 = \dot{U}_{q1} + \dot{U}_{s1}$ ga o'xshash), tok esa $\dot{I}_2 = \dot{I}_{q2} + \dot{I}_{s2} = \frac{\dot{U}_{q2}}{Z_c} - \frac{\dot{U}_{s2}}{Z_c}$ bo'lsa, u holda,

$$2\dot{U}_{s2} = \dot{U}_2 - \dot{I}_2 Z_c = \dot{I}_2 (Z_{yuk} - Z_c)$$

$$2\dot{U}_{q2} = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_c = \dot{I}_2 (Z_{yuk} + Z_c)$$

(bu yerda: $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_{yuk}$),

bundan:

$$K_u = \frac{\dot{U}_{s2}}{\dot{U}_{q2}} = \frac{Z_{yuk} - Z_c}{Z_{yuk} + Z_c} \quad \text{va}$$

$$K_i = \frac{\dot{I}_{s2}}{\dot{I}_{q2}} = \frac{Z_c - Z_{yuk}}{Z_c + Z_{yuk}} = -K_u \quad (12.14)$$

chunki

$$\dot{I}_{s2} = -\dot{I}_{s2}/Z_c \text{ bolib, } \dot{I}_{q2} = \dot{U}_{q2}/Z_c, \text{ ya'ni } k_i/k_u = -1.$$

Salt ishlash rejimida ($Z_{yuk} = \infty$) qaytish koeffitsiyentlari tegishlicha quyidagilarga teng:

$$k_u = \frac{1 - Z_c/Z_{yuk}}{1 + Z_c/Z_{yuk}} = 1 \text{ va } k_i = -k_u = -1, \text{ ya'ni o'zaro teng bo'lgan}$$

tushuvchi va qaytuvchi to'lqinlar qo'shilib, liniyaning oxirida tushuvchi to'lqin $\dot{U}_2$ ning ikkilangan qiymatiga teng bo'lgan kuchlanish $\dot{U}_{2s}$ ni hosil qiladi. Tok $\dot{I}_2 = 0$, chunki o'zaro teng, ammo ishoralari qarama-qarshi bo'lgan tushuvchi va qaytuvchi to'lqinlarning $\dot{I}_{q2}$ va $\dot{I}_{s2}$ toklar yig'indisidan iborat.

Qisqa tutashuv rejimida ($Z_{yuk} = 0$): $k_u = -1$ va $k_i = 1$, ya'ni amplitudalari bo'yicha teng, ammo ishoralari qarama-qarshi bo'lib, o'zaro teng bo'lgan tushuvchi $\dot{U}_{q2}$ va qaytuvchi $\dot{U}_{s2}$ to'lqinlar yig'indisi $\dot{U}_2 = 0$, tok $\dot{I}_{2k}$ esa tushuvchi to'lqin $\dot{I}_{q2}$ ning ikkilangan qiymatiga teng. Iste'molchining qarshiligi liniyaning tavsifiy qarshiligiga teng bo'lgan $Z_{yuk} = Z_c$ hol alohida o'ziga xos rejimdir. (12.14) formulaga binoan, qaytish koeffitsiyentlari nolga teng bo'lib, liniyada qaytuvchi to'lqinlar bo'lmaydi, ya'ni liniyaning har qanday nuqtasidagi kuchlanishning tokka nisbati xarakteristik qarshilik Z_c ga teng: $\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{\dot{U}_q}{\dot{I}_q} = Z_c$. Bunday rejim "**moslangan rejim**" deb ataladi.

12.5. Bir jinsli liniyaning tavsifi. Signal shaklini buzmaydigan liniyalar

Uzun liniyaning eng muhim parametrlari uzun liniya bo'ylab energiyani uzatishni ta'minlovchi elektromagnit to'lqinlarning miqdor va sifatining o'zgarishini tavsiflovchi so'nish koeffitsiyenti α , faza koeffitsiyenti β va tavsifiy qarshiligi Z_c dir. Bular bir jinsli liniyaning ikkilamchi parametrlari yoki oddiy qilib aytganda, tavsiflari deb ataladi.

Tarqalish koeffitsiyenti $\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta$ ni bilgach, α va β ni birlamchi parametrlar R_0 , L_0 , G_0 va C_0 orqali belgilaymiz. Tarqalish koeffitsiyentining mutlaq qiymati (moduli):

$$|\gamma| = \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (12.15)$$

boshqa tomonidan uni kompleksining kvadrati:

$$\gamma^2 = (\alpha + j\beta)^2 = \alpha^2 + j2\alpha\beta - \beta^2$$

yoki

$$\gamma^2 = R_0 G_0 - \omega^2 L_0 C_0 + j\omega(G_0 L_0 + R_0 C_0) \quad (12.16)$$

tarzida yozib: (*) va (**)ni quyidagicha keltirish mumkin:

$$\begin{aligned} \alpha^2 + \beta^2 &= \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)} \\ \alpha^2 - \beta^2 &= R_0 G_0 - \omega^2 L_0 C_0 \end{aligned} \quad (12.17)$$

bularning yechimi quyidagilarni beradi:

$$\begin{aligned} \alpha &= \sqrt{\frac{1}{2} \left[R_0 G_0 - \omega^2 L_0 C_0 + \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)} \right]} \\ \beta &= \sqrt{\frac{1}{2} \left[\omega^2 L_0 C_0 - R_0 G_0 + \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)} \right]} \end{aligned} \quad (12.18)$$

(12.13) ifodadan ko'rinadiki, α va β tavsiflar ham xuddi tavsifiy

qarshilik $Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}$ kabi, bir jinsli liniyani ta'minlovchi

manbaning birlamchi parametrlari va tok chastotasi ω ga bog'liq. Agar signal ko'p chastotali spektrga ega bo'lsa (masalan, aloqa liniyalaridagi tovush signallari), u holda turli chastotalarning kuchlanish va toklari iste'molchiga turlicha amplituda va fazalar bilan yetib keladi, ya'ni liniyaning chiqish tomonidagi nosinusoidal signal, liniyaning kirish tomoniga berilgan birlamchi nosinusoidal signaldan shakl jihatidan farq qilib, umuman informatsiya buzilgan bo'ladi. Ana shunday signal chastotasi bo'yicha sozlanmagan uzun liniyalar "signalni buzuvchi

liniyalar” deb ataladi. Bunday liniyalardan faqat bir chastotali (bir garmonikali) signallarni (masalan, sanoat chastotasidagi $f = 50$ Gts li toklarni) uzatish mumkin.

Soʻnish koeffitsiyenti α toʻlqin qarshiligi Z_c va toʻlqinning fazaviy tarqalish tezligi $v = \omega/\beta$ larning burchak chastotasi ω ga bogʻliq boʻlmasligi uchun, birlamchl parametrlar quyidagi nisbatda tanlanishi lozim:

$$\frac{R_0}{L_0} = \frac{G_0}{C_0} \quad (12.19)$$

Haqiqatan ham, shartga binoan,

$$Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \cdot \sqrt{\frac{R_0/L_0 + j\omega}{G_0/C_0 + j\omega}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad (12.20)$$

va

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \sqrt{L_0 C_0} \sqrt{\left(\frac{R_0}{L_0} + j\omega\right)\left(\frac{G_0}{C_0} + j\omega\right)} = \\ &= \sqrt{L_0 C_0} \sqrt{\left(\frac{R_0}{L_0} + j\omega\right)} = \sqrt{R_0 G_0} + j\omega \sqrt{L_0 C_0} \end{aligned} \quad (12.21)$$

Toʻlqinning liniya boʻylab fazaviy harakat tezligi:

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \quad (12.22)$$

ham burchak chastota ω ga bogʻliq emas. Faza koeffitsiyenti $\beta = \omega \sqrt{L_0 C_0}$ signalning chastotasiga toʻgʻri proporsional boʻlib, liniyaning boshlanishidan berilayotgan signalning oxirida qabul qilinayotgan signal bilan sifat jihatidan moslik (yaʼni, formasi bir xil boʻlishi) shartini qanoatlantiradi. (12.19) formulaning shartlarini qanoatlantiruvchi bir jinsli liniya “signalni buzmaydigan liniya” deyilib, aloqa kanallari tarzida keng koʻlamda ishlatiladi. Qaytuvchi toʻlqinlardan hosil boʻladigan buzilishlarning oldini olish maqsadida isteʼmolchining qarshiligi toʻlqin

qarshiligiga teng ($Z_{yuk} = Z_c = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$) qilib tanlanadi. Endi yuklama bilan moslangan liniya oʻzini manbaga nisbatan faol qarshilikdek tutadi va liniyaning har qanday nuqtasidagi oniy kuchlanish u va tok i fazalari jihatidan mos tushib, ularning nisbati: $\frac{u}{i} = z_c = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$.

Bundan kelib chiqadiki, $\frac{L_0 i^2}{2} = \frac{C_0 u^2}{2}$, ya'ni yuklama bilan moslangan signalni buzmaydigan liniyaning magnit maydoni energiyasi vaqtning istalgan paytida elektr maydonning energiyasiga teng. Real aloqa liniyalarida R_0/L_0 nisbat G_0/C_0 nisbatga qaraganda birmuncha katta bo'lib, (12.19) formulaning sharti birlamchi parametrlar birortasini to'g'rilash hisobiga qanoatlantiradi. Masalan, aktiv qarshilik R_0 ning qiymatini kamaytirish, simlarning diametrini oshirish va qimmat turadigan rangli metallar ishlatish hisobiga qanoatlantirilishi mumkin, ammo bu iqtisodiy jihatdan zararli. Yomon izolatsiya ishlatish hisobiga aktiv o'tkazuvchanlik G_0 ni oshirish signalning ko'proq so'nishiga olib keladi, sig'im C_0 ni kamaytirish amalda mumkin emas. Shuning uchun, odatda, liniyaning ma'lum masofalarida induktiv g'altak ulab, parametr L_0 ni sun'iy ravishda oshirishga harakat qilinadi. Kabelli liniyalarda bunday effektlarga kabelning tashqi izolatsiyasi qobig'i ustiga po'lat tasmalar o'rash hisobiga erishiladi.

12.6. Bir jinsli liniyaning turli holatlarda ishlashi

Endi iste'molchining $Z_{yuk}=Z_2$ ixtiyoriy qarshiligiga yuklangan uzun liniyadagi turg'unlashgan rejimlarni, shuningdek, salt ishlash ($Z_{yuk}=\infty$) va qisqa tutashish ($Z_{yuk}=0$) rejimlarini ko'rib chiqamiz. Tahlil qulay bo'lishi nuqtayi nazaridan masofa sanashni liniyaning oxiridan boshlanishi tomon $x'=l-x$ koordinatalar bo'yicha olib boramiz (bunda $x'=0$ bo'lganda, $x=l$ va $x'=l$ bo'lganda, $x=0$ bo'ladi). Aytilganlarni hisobga olib,

$$\begin{aligned}\dot{U} &= A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \\ \dot{I} Z_c &= A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}\end{aligned}$$

tenglamalar sistemasida koordinata x ni $(l-x)$ bilan almashtiramiz-da, quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned}\dot{U} &= A_1 e^{-\gamma l} e^{\gamma x} + A_2 e^{\gamma l} e^{-\gamma x} = A_3 e^{\gamma x} + A_4 e^{-\gamma x} \\ \dot{I} Z_c &= A_1 e^{-\gamma l} e^{\gamma x} - A_2 e^{\gamma l} e^{-\gamma x} = A_3 e^{\gamma x} - A_4 e^{-\gamma x}\end{aligned} \quad (12.23)$$

bunda ($A_3 = A_1 e^{-\gamma l}$ va $A_4 = A_2 e^{\gamma l}$) ozgaruvchan x -ni $(l-x)$ ga almashtirishga mos yangi integrallash doimiylari.

Endi (12.23) sistemaga binoan, kuchlanish va tok masofa $x=0$ bo'lganda, liniyaning oxiriga tegishli bo'lishini bilgan holda, $\dot{U}_2 = A_3 + A_4$ va $\dot{I}_2 Z_c = A_3 - A_4$ shartlardan A_3 va A_4 , ni aniqlashimiz mumkin; shu sababli $A_3 = 1/2(\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_c)$ va $A_4 = 1/2(\dot{U}_2 - \dot{I}_2 Z_c)$ bo'ladi. Endi liniyaning

oxiridan x masofaga joylashgan, istalgan nuqtasidagi kuchlanish $\dot{U}$ va tok $\dot{I}$ ning tegishli qiymati quyidagicha bo'lishi mumkin:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \frac{1}{2}(\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_c) e^{\gamma x} + \frac{1}{2}(\dot{U}_2 - \dot{I}_2 Z_c) e^{-\gamma x} \\ \dot{I} &= \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_c) e^{\gamma x} + \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_2 - \dot{I}_2 Z_c) e^{-\gamma x} \end{aligned} \right\} \quad (12.24)$$

Sistamani giperbolik funksiyalarda ifodalasak,

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \dot{I}_2 Z_c \operatorname{sh} \gamma x \\ \dot{I} &= \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma x \end{aligned} \right\} \quad (12.25)$$

Salt ishlash rejimida, ya'ni $Z_{yuk} = \infty$ va tok $\dot{I}_2 = 0$ bo'lganda, liniya bo'ylab (uning oxiridan boshlab) kuchlanish va tokning taqsimlanishini ko'rib chiqamiz. U holda (12.25) sistemaning o'rniga quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_0 &= \dot{U}_{20} \operatorname{ch} \gamma x \\ \dot{I}_0 &= \frac{\dot{U}_{20}}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma x \end{aligned} \right\} \quad (12.26)$$

bunda: $\dot{U}_{20}$ – uzun liniyaning oxirgi qismlaridagi ($x=0$) salt ishlash kuchlanishi.

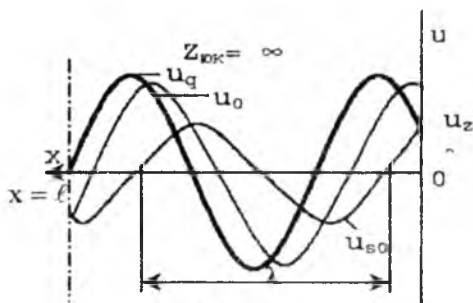
(12.26) sistemaga binoan, liniyaning generator tomondagi kirish qarshiligi:

$$Z_0 = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{I}_{10}} = \frac{\dot{U}_{20} \operatorname{ch} \gamma l}{\dot{U}_{20} / Z_c \cdot \operatorname{sh} \gamma l} = c \operatorname{th} \gamma l = \frac{Z_c}{\operatorname{th} \gamma l} \quad (12.27)$$

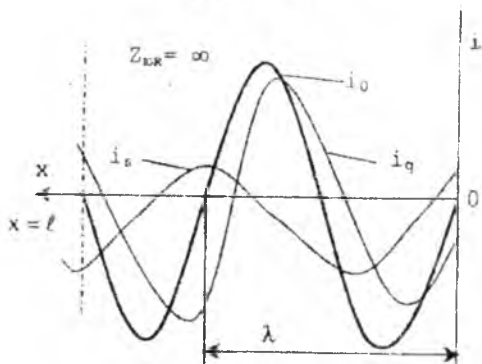
Masofa x ni liniyaning oxiridan boshlab hisoblaganimizda kuchlanishning liniya bo'ylab taqsimlanishi egri chizig'i 12.3-rasmda ko'rsatilgan. To'g'ri va teskari to'lqinlarning kuchlanishi qaytish nuqtasida o'zlarining oniy qiymatlari bo'yicha o'zaro teng va ishoralari bir xil. Demak, qaytish koeffitsiyenti $K_u = 1$ bo'lib, natijaviy kuchlanish $\dot{U}_{20}$ ning oniy qiymati $x=0$ nuqtada u_q va u_s oniy miqdorlarning yig'indisiga teng. Aksincha, salt ishlash tokning taqsimlanish egri chizig'i (12.4-rasm) $i_0 = 0$ qiymatdan boshlanadi. Chunki tokning qaytish koeffitsiyenti $K_i = -1$ bo'lib, tushuvchi va qaytuvchi to'lqinlarning toklari miqdoriy jihatidan o'zaro teng, ammo ishoralari qarama-qarshi bo'lganda, oniy qiymatlarining yig'indisi nolga teng.

Iste'molchining qismlarida qisqa tutashish ($Z_{yuk} = 0$ va $\dot{U}_2 = 0$) bo'lganda, liniya bo'ylab kuchlanish va tokning taqsimlanishi, (12.25) tenglamalar sistemasiga binoan, quyidagi qonundan kelib chiqadi:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_k &= I_{2k} \cdot Z_c \cdot \operatorname{sh} \gamma x \\ I_k &= I_{2k} \cdot \operatorname{ch} \gamma x \end{aligned} \right\} \quad (12.28)$$



12.3-rasm



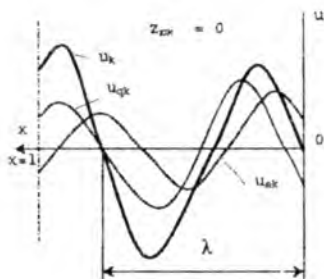
12.4-rasm.

bunda: I_{2k} – liniyaning oxiridagi qisqa tutashish toki.

Liniyaning manba tomonidan kirish qarshiligi:

$$Z_k = \frac{\dot{U}_{1k}}{I_{1k}} = Z_c \operatorname{th} \gamma l \quad (12.29)$$

12.5 va 12.6-rasmlarda vaqtning istalgan payti uchun kuchlanish va tokning taqsimlanish egri chiziqlari ko'rsatilgan. Salt ishlash rejimidan farqli ravishda, kuchlanish bo'yicha qaytish koeffitsiyenti $K_u = -1$ va kuchlanish $u_k(x)$ ning egri chizig'i $x=0$ da nol nuqtadan o'tadi.



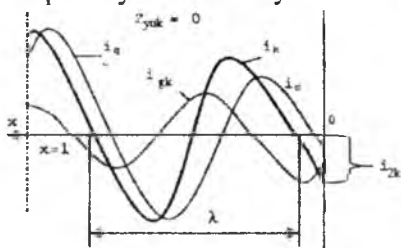
12.5-rasm.

Liniyaning oxiridagi tokning oniy qiymatlari o'zaro teng va ishoralari bir xil bo'lgan to'g'ri va teskari to'lqinlar toklarining oniy qiymatlari yig'indisiga teng bo'lib, biror i_{2k} maksimumga erishadi.

(12.27) va (12.29) formulalarga binoan, yana quyidagilarni yozish mumkin:

$$Z_c = \sqrt{Z_0 Z_r} \text{ va } \tanh \gamma = \sqrt{\frac{Z_k}{Z_0}}$$

ya'ni salt ishlash va qisqa tutashuv rejimlariga asoslanib, uzun liniyaning (agar uning uzunligi ma'lum bo'lsa) tavsifiy qarshiligi va tarqalish koeffitsiyentini aniqlash mumkin. Endi liniyaning oxiri ixtiyoriy qarshilik $Z_{yuk}=Z_2$ ga bo'lgan iste'molchiga ulanganda liniya bo'ylab kuchlanish va tokning taqsimlanish qonuniyatini umumiy holda ko'rib chiqamiz.



12.6-rasm.

Kuchlanish $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2 = \dot{I}_2 Z_{yuk}$ ekanligini bilgan holda, (12.25) sistema-ni o'rniga quyidagini yozamiz:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \left(ch\gamma x + \frac{Z_c}{Z_2} sh\gamma x \right) = \dot{U}_2 \frac{ch(\gamma x + \delta)}{ch\delta} \\ \dot{I} &= \dot{I}_2 \left(ch\gamma x + \frac{Z_2}{Z_c} sh\gamma x \right) = \dot{I}_2 \frac{sh(\gamma x + \delta)}{sh\delta} \end{aligned} \right\} \quad (12.30)$$

bunda: $Z_{yuk}=Z_2$ bo'lganda, liniyaning kirish qarshiligi:

$$Z_{kir} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_c \frac{Z_2 + Z_c \tanh l}{Z_c + Z_2 \tanh l}$$

bu yerda: $\frac{Z_c}{Z_2} = \tanh \delta$ shartli belgi ifodasi.

12.7. Isrofsiz liniya va turg'un (qo'zgalmas) to'lqinlar

Ko'pgina amaliy hollarda uzun liniyalardan aloqa va distansion boshqarish kanallari tarzida foydalanilganda, uning birlamchi parametrlari R_0 va G_0 tegishlicha L_0 va C_0 larga nisbatan hisobga olmaslik darajada kichik bo'ladi. Shuning uchun bunday liniyalarning ish rejimi hisoblanganda, R_0 va G_0 parametrlar nolga teng, deb qabul qilinadi. $R_0 \sim 0$ va $G_0 \sim 0$ shartlarni qanoatlantirgan liniyalar **"isrofsiz liniyalar"** deb ataladi.

Endi ana shunday liniyalarning ular tavsiflari bilan bog'liq bo'lgan o'ziga xos xususiyatlarini ko'rib chiqamiz. $R_0 \sim 0$ va $G_0 \sim 0$ bo'lganda, (12.1)ga binoan, quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{L_0 C_0}$$

ya'ni

$$\alpha = 0, \quad \beta = \omega\sqrt{L_0 C_0}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}; \quad v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \text{ va } \lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

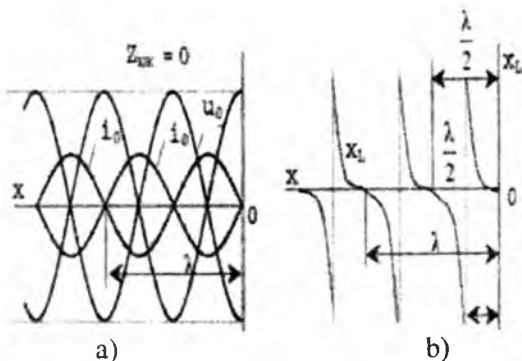
ya'ni isrofsiz liniya so'nish hosil qilmaydi; uning to'lqin qarshiligi Z_c aktiv bo'lib, chastotaga bog'liq emas. Shu bilan bir vaqtda bunday liniya **"signalni buzmaydigan liniya"** deb ham hisoblanadi.

Berilgan kuchlanish $\dot{U}_2$ va tok $\dot{I}_2$ bo'yicha liniya bo'ylab kuchlanish va tokning taqsimlanish qonuniyati quyidagicha yoziladi:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \dot{I}_2 Z_c \operatorname{sh} \gamma x = \dot{U}_2 \cos \beta x + j \dot{I}_2 Z_c \sin \beta x \\ \dot{I} &= \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma x = \dot{I}_2 \cos \beta x + j \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \sin \beta x \end{aligned} \right\} \quad (12.31)$$

Chunki $\operatorname{Ch}(j\beta x) = \cos \beta x$; $\operatorname{Sh}(j\beta x) = j \sin \beta x$; $Z_{yuk} = Z_2$ bo'lganda, isrofsiz liniyaning kirish qarshiligi:

$$Z_{kir} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{Z_2 \cdot \cos \beta l + j Z_c \sin \beta l}{\cos \beta l + \frac{j Z_2}{Z_c} \sin \beta l} = Z_c \frac{Z_2 + j Z_c \operatorname{tg} \beta l}{Z_c + j Z_2 \operatorname{tg} \beta l} \quad (12.32)$$



12.7-rasm.

Isrofsiz liniya salt ishlaganda ($Z_{yuk} = \infty$, $I_2 = 0$ va $\dot{U}_2 = \dot{U}_{20}$), (12.31) sistemaning o'rniga quyidagini yozamiz:

$$\dot{U}_0 = U_{20} \cos \beta x, \quad I_0 = j \frac{\dot{U}_{20}}{Z_c} \sin \beta x \quad (12.33)$$

ya'ni kuchlanish va tok liniya bo'ylab so'nmas sinusoidal qonuni bo'yicha taqsimlanib, turg'un to'lqinlar hosil qiladi (12.7-a rasm). Bu turg'un to'lqinlar amplitudalari bir xil bo'lgan ikkita so'nmas yuguruvchi (to'g'ri va teskari) to'lqinlarni ustlashdan iborat. Haqiqatan ham, $x=0$, $\lambda/2$, λ , $3\lambda/2$ va h.k. bo'lgan hollarda $\cos \beta x = +1$ ga teng bo'lib, $x=\lambda/4$, $3\lambda/4$, $5\lambda/4$ va h.k. bo'lgan hollarda $\cos \beta x$ nolga aylanadi. x masofada kuchlanish $\dot{U}_0$ ham xuddi shunday qonuniyat bilan o'zgarib, $\cos \beta x = +1$ da kuchlanishlar **bo'rtiqlarini**, $\cos \beta x = 0$ da kuchlanishlar **tugunlarini** hosil qiladi. Aksincha, tok I_0 isrofsiz liniyada βx ning sinusli funksiyasi bo'la turib, $\cos \beta x = +1$ bo'lgan barcha nuqtalarda nolga teng bo'lib, tugunlar hosil qiladi va liniyaning $\cos \beta x = 0$ bo'lgan nuqtalarida maksimal bo'lib, bo'rtiqlar hosil qiladi.

Isrofsiz liniya salt ishlaganda, (12.32) - formulaga binoan, uning kirish qarshiligi:

$$Z_0 = \frac{\dot{U}_{10}}{I_{10}} = \frac{Z_c}{j \tan \beta l} = j Z_c \operatorname{ctg} \beta l = j x l$$

bunda: $x l = -Z_c \operatorname{ctg} \beta l$ - liniya tavsifiy qarshiligidining moduli, shu sababli $0 = 0$, $Z_c = Z_c$.

Reaktiv qarshilik x ning qiymati va xususiyati liniyaning uzunligiga bog'liqligi 12.7-b rasmda ko'rsatilgan. Agar isrofsiz liniyaning uzunligi to'lqin uzunligining to'rtidan biridan ortmasa, ya'ni $0 < l < \lambda/4$ bo'lsa, u holda uning kirish qarshiligi $x l$ induktiv xususiyatiga ega, chunki $\operatorname{ctg} \beta l$

ning qiymati noldan ∞ gacha bo'lgan oraliqda yotadi. Agar liniyaning uzunligi $l = \lambda/4$; $3\lambda/4$; $5\lambda/4$ va h.k. larni tashkil etsa, uning kirish qarshiligi nolga teng. Bunday liniya o'zini xuddi kuchlanish rezonansli ideal ketma-ket tebranish konturiday tutadi. Uzunligi $\lambda/4 < l < \lambda/2$ (yoki $3\lambda/4 < l < \lambda$ va h.k.) bo'lgan liniyaning kirish qarshiligi sig'im xususiyatga ega. Oxiri ajratilgan liniya $l = \lambda/2$; λ ; $3\lambda/2$ va h.k. larda o'zini xuddi toklar rezonansi rejimidagi ideal parallel tebranish konturidek tutadi.

Shunday qilib, 12.7-b rasmda ko'rsatilganidek, iste'molchi tomonidan ajratilgan liniya kirish qarshiligining qiymati va xususiyati uning uzunligi l ga bog'liq.

Endi isrofsiz liniyadagi qisqa tutashuv ($Z_{yuk}=0$ va $U_2=0$) $I_2 = I_{2k}$ rejimini ko'rib chiqamiz. Bunday liniyaning kirish qarshiligi (12.32) formulaga binoan,

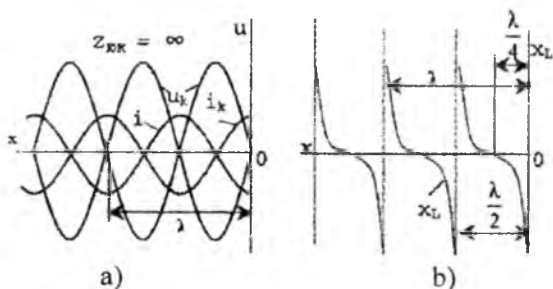
$$Z_k = \frac{\dot{U}_{1k}}{I_{1k}} = jZ_c \operatorname{tg} \beta l = jx_l \quad (12.34)$$

Endi liniyaning har qanday nuqtasidagi kuchlanish va tok quyidagidek aniqlanadi:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_k &= jI_{2k}Z_c \sin \beta x \\ I_k &= I_{2k} \cos \beta x \end{aligned} \right\} \quad (12.35)$$

bunda: I_{2k} – liniyaning oxiridagi qisqa tutashuv tokining kompleksi.

Qisqa tutashuv rejimida hosil bo'lgan turg'un to'liqlar hududi salt ishlash rejimidagidek bo'lib, faqat fazalari jihatidan $\lambda/4$ masofaga (signal to'liqin uzunligining to'rtidan biriga) siljigan (12.8-a rasm). Liniyaning uzunligi $l = 0$; $\lambda/2$; λ va h.k. bo'lganda, liniyada tok bo'rtiqlari va kuchlanish tugunlari liniyaning oxirida $l = \lambda/4$; $3\lambda/4$;



12.8-rasm.

$5\lambda/4$ va h.k. masofalarda joylashgan nuqtalarda esa kuchlanish bo'rtiqlari u_k va tok tugunlari i_k ning hosil bo'lishi kuzatiladi. Uzunligi $l = \lambda/2$; λ ; $3\lambda/2$ va h.k. bo'lib, oxirida qisqa tutashgan liniyaing kirish qarshiligi Z_{kir} (12.32) ifodaga binoan, nolga teng va bunday liniya o'zini xuddi kuchlanish rezonansli zanjirday tutadi. Uzunligi $l = \lambda/4$; $3\lambda/4$; $5\lambda/4$ va h.k. bo'lgan liniyaning kirish qarshiligi Z_k cheksizga teng bo'lib, o'zini xuddi toklar rezonansli zanjirday tutadi (12.8-b rasm). Bundan isrofsiz liniyaning yuqori chastotali qurilmalar uchun sof tayanch izolyatorlari yasashda foydalaniladi (12.9-rasm). Signalning chastotasi ortib borishi bilan isrof ham ortib boradigan oddiy izolyatorning o'rniga, umumiy uzunligi liniyadagi tok to'liqini uzunligining to'rtidan biri $\lambda/4$ ga teng bo'lgan ikkita yerga ulangan qoziqchadan foydalaniladi. Shunday qilib, liniyaning mahkamlangan joylaridan qisqa tutashgan isrofsiz elementar liniyalar hosil bo'ladi, ularning mahkamlanish nuqtalari a va b ga nisbatan kirish qarshiligi cheksizga teng. Endi isrofsiz liniya reaktiv qarshiligi $Z_{yuk} = jX_{yuk}$ bo'lgan yuklamaga ulangan bo'lsin. U holda liniyaning oxiridan l masofaga uzoqlashgan har qanday nuqtadagi kuchlanish va tok tegishlixa quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \left(\cos \beta x + \frac{Z_c}{X_{yuk}} \cdot \sin \beta x \right) = \dot{U}_2 \frac{\sin(\beta x + \sigma)}{\sin \sigma} \\ I &= I_2 \left(\cos \beta x - \frac{X_{yuk}}{Z_c} \cdot \sin \beta x \right) = I_2 \frac{\cos(\beta x + \sigma)}{\cos \sigma} \end{aligned} \quad (12.36)$$

Bunda $tg \delta = X_{yuk}/Z_c$ yuklama qarshiligi modulning liniya to'liqin qarshiligi moduliga nisbati. (12.25) sistemaga binoan, liniyadagi kuchlanish va toklar ham turg'un to'liqlar hosil qiladi, ammo salt ishlash va qisqa tutashuv rejimlaridan farqli ravishda, liniyaning oxirida na bo'rtiq va na tugun hosil bo'ladi. Masalan, kuchlanishning birinchi bo'rtig'i va tokning birinchi tuguni liniyaning oxiridan $x = \frac{\pi}{2\beta} - \frac{\delta}{\beta} = \frac{\lambda}{4} - \frac{\delta}{\beta}$ masofalarga joylashgan, chunki $\sin(\beta x + \delta) = 1$ bo'lib, $\cos(\beta x + \delta) = 0$.

Reaktiv qarshilikka ulangan liniyaning kirish qarshiligi:

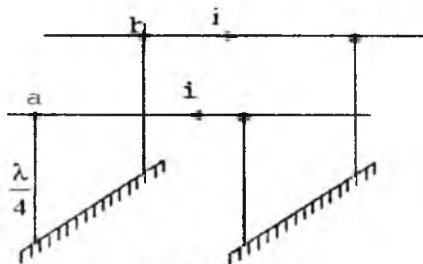
$$Z_{kir} = \frac{\dot{U}_1}{I_1} = jX_{yuk} tg(\beta l + \delta) ctg \delta = jz_c tg(\beta l + \delta)$$

shu sababli, uzunligi $l = \lambda/4 - \delta/\beta$ bo'lgan liniyaning kirish qarshiligi $Z_{kir} = \infty$ bo'lib, uzunligi $l = \lambda/4 - \delta/\beta$ bo'lgan liniyaning kirish qarshiligi $Z_{kir} = 0$ dir.

Endi uzunligi $l = \lambda/4$ bo'lib, aktiv qarshilikka ($Z_{yuk} = R_{yuk}$) ulangan isrofsiz liniyani ko'rib chiqamiz.

$$\text{Bu holda: } chyl = \cos \beta l = \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} \right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0;$$

$$shyl = j \sin \beta l = j \sin \frac{\pi}{2} = j.$$



12.9-rasm.

bo'lib, liniyaning boshlanishidagi kuchlanish va tok: $\dot{U}_1 = j\dot{I}_2 Z_c$ va $\dot{I}_1 = j\frac{\dot{U}_2}{Z_c}$ yoki $\dot{U}_1 = j\dot{U}_2 \frac{Z_c}{R_{yuk}}$ $\dot{I}_1 = j\dot{I}_2 \frac{R_{yuk}}{Z_c}$

Bunday liniyani transformatsiyalash koeffitsiyenti $k = \frac{Z_c}{R_{yuk}}$ bo'lgan sof transformator deb qarash mumkin; chunki $U_1 = kU_2$ va $I_1 = I_2/k$, undan ichki qarshiligi RL bo'lgan generatorni va R_{yuk} qarshilikli iste'molchining ish rejimlarini moslashtirish uchun foydalansa bo'ladi.

Ko'rib chiqilayotgan liniyaning kirish qarshiligi: $Z_{ktr} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{Z_c^2}{R_{yuk}}$ bo'lgani tufayli, generator va iste'molchi moslashgan rejimda ishlaydi:

$$Z_{ktr} = R_r = \frac{Z_c^2}{R_{yuk}} \quad \text{yoki} \quad Z_c = \sqrt{R_{yuk} \cdot R_c}$$

Demak, moslashgan generator bilan iste'molchi orasidagi to'liq qarshiligi $Z_c = \sqrt{R_{yuk} \cdot R_c}$ va uzunligi $\lambda/4$ bo'lgan liniya ulash yo'li bilan amalga oshiriladi. To'liq qarshiliklari Z_c va Z_{c2} bo'lgan ikki liniyani moslashtirishda ham shunday operatsiyani bajarish mumkin.

Buning uchun ularning orasiga tavsifiy qarshiligi $Z_c = \sqrt{Z_{c1} \cdot Z_{c2}}$ va uzunligi $l = \lambda/4$ bo'lgan liniyani ulash lozim.

12.1-misol. Boshlang'ich parametrlari $R_0 = 0,08 \text{ Om/km}$, $G_0 = 4 \cdot 10^{-8} \text{ 1/Om} \cdot \text{km}$, $L_0 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ G/km}$ va $C_0 = 8,2 \cdot 10^{-9} \text{ F/km}$ bo'lib, uzunligi $L = 200 \text{ km}$ bo'lgan ikki simli liniyadan sanoat chastotasidagi elektr energiyasini uzatish uchun foydalaniladi. Liniyaning kirish tomonidagi kuchlanishi $U_1 = 220 \text{ kV}$, uning oxirgi ulangan yuklama qarshiligi esa $Z_{yuk} = -800e^{j30^\circ} \text{ Om}$. Quyidagilar aniqlansin:

- 1) liniyaning tavsifiy qarshiligi, so'nish va faza koeffitsiyenti;
- 2) Iste'molchining qismlaridagi kuchlanish va tok;
- 3) kuchlanish va tok bo'yicha qaytish koeffitsiyenti;
- 4) liniya foydali ish koeffitsiyenti.

Yechish. 1. Liniyaning tavsifiy qarshiligi:

$$Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 10^{-2} + j314 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-8} + j314 \cdot 8,2 \cdot 10^{-9}}} = 10^3 \cdot \sqrt{\frac{8 + j74,1}{4 + j252}} = 432e^{-j14^{\circ}48'} \text{ Ohm}$$

Tarqalish koeffitsiyenti:

$$\gamma = \beta + j\alpha =$$

$$= \sqrt{(8 \cdot 10^{-3} + j314 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3})(4 \cdot 10^{-8} + j314 \cdot 8,2 \cdot 10^{-9})} \\ = (1,1 + j11,1) \cdot 10^{-4}$$

So'nish koeffitsiyenti: $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-4}$ HII/km

Faza koeffitsiyenti: $\beta = 1,1 \cdot 10^{-4}$ Rad/km

2. Iste'molchining qismlaridagi kuchlanish:

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \frac{\dot{U}_1}{\frac{Z_{cyl} + \frac{Z_c \cdot sh \gamma l}{Z_u}}{220 \cdot 10^3}} \\ &= \frac{ch(2,2 \cdot 10^4 + j222 \cdot 10^4) + 0,504e^{-j135^{\circ}} sh(2,2 \cdot 10^{-4} + j22,2 \cdot 10^4)}{220 \cdot 10^3} \\ &= \frac{1,048 + j0,09}{220 \cdot 10^3} = 209,12 \cdot 10^3 e^{-j5^{\circ}} V \end{aligned}$$

Liniyaning oxiridagi tok (yuklama toki):

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_{yuk}} = 209,12 \cdot 10^3 e^{-j5^{\circ}} : 800 e^{j30^{\circ}} = 261,4 e^{-j36^{\circ}} A$$

3. Kuchlanish va tok buyicha qaytish koeffitsiyentlari:

$$k_u = (Z_{yuk} - Z_c)(Z_{yuk} + Z_c) = 516 e^{j59^{\circ}30'} : 1170 e^{j17^{\circ}40'} \\ = 0,44 e^{41^{\circ}50'};$$

$$k_i = -k_u = -0,44 e^{j41^{\circ}50'}$$

4. Liniyaning foydali ish koeffitsiyenti (f.i.k.):

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_{kk}}{U_1 I_1 \cos \varphi_1} = \frac{209,12 \cdot 10^3 \cdot 261,4 \cdot \cos 30^{\circ}}{220 \cdot 10^3 \cdot 220,9 \cdot \cos 0^{\circ}21'} = 0,984$$

bunda: I_1 – liniyaning kirish tomonidagi tokning ta'siriy qiymati; u quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 ch \gamma l + \dot{I}_2 \frac{Z_{yuk}}{Z_c} sh \gamma l = 261,4 \cdot e^{-j35^{\circ}} *$$

$$[0,976 + j0,0044 + 1,98 e^{j35^{\circ}} (0,02 + j0,22)] = 220,9 e^{-j80^{\circ}20'}$$

12.2-misol. Oldingi misolda berilgan elektr uzatish liniyasidan, bir vaqtning o'zida $f = 400$ kGts eltuvchi chastota aloqa va teleboshqarish signallarini uzatish uchun foydalaniladi.

Quyidagilar aniqlansin: 1) liniyaning ana shu chastotadagi tavsiflari; 2) signalning fazaviy tarqalish tezligi va to'liq uzunligi; 3) liniyaning priyomnik tomonidan salt ishlash va qisqa tutashish bo'lganda uning kirish qarshiligi.

Yechish. 1. Liniyaning to'liq qarshiligi:

$$Z_c = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} \cong \sqrt{L_0 C_0} = \sqrt{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 8,2 \cdot 10^{-9}} \\ = 4280m$$

Tarqalish koeffitsiyenti:

$$\gamma = \alpha + j\beta \cong j\omega\sqrt{L_0 C_0} = j8,83 \frac{1}{km}$$

So'nish koeffitsiyenti $\alpha = 0$; faza koeffitsiyenti $\beta = 8,83 \text{ rad/km}$, ya'ni aloqa signallarining chastotalarini buzmaydi va uning energiyasini isrof qilmaydi.

2. To'liq fazaviy tarqalish tezligi:

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi \cdot 400 \cdot 10^3}{8,83} = 284 \cdot 10^3 \frac{km}{c}$$

ya'ni bu tezlik yorug'lik tezligi $C = 300 \cdot 10^3 \text{ km/sek.}$ ga yaqin. Kuzatilayotgan signalning to'liq uzunligi:

$$\lambda = \frac{2\pi \cdot 6,28}{\beta \cdot 8,83} = 0,71 km$$

3. Liniyaning salt ishlagandagi kirish qarshiligi:

$$Z_0 = -jZ_c \text{ctg} \beta l = -jZ_c \text{ctg} \frac{2\pi}{\lambda} l = -j428 \text{ctg} \frac{400\pi}{0,71} = -j42 \text{ctg} l, 4\pi \\ = -j428 \cdot \text{ctg} 72^\circ = -j1390m$$

4. Liniyaning qisqa tutashgandagi kirish qarshiligi:

$$Z_k = jZ_c \cdot \text{tg} \beta l = j428 \text{tg} l, 4\pi = j1317,20m$$

Shunday qilib, salt ishlagandagi liniyaning kirish qarshiligi reaktiv va sig'im, qisqa tutashganda esa reaktiv va induktiv xususiyatga ega.

XIII BOB. TARQOQ PARAMETRLI ELEKTR ZANJIRIDAGI O'TKINCHI JARAYONLAR

13.1. O'tkinchi jarayonlarning vujudga kelishi va uning sabablari

Eng avval shuni aytish lozimki, mujassam parametrlı zanjirlarga nisbatan tarqoq parametrlı elektr zanjirlardagi o'tkinchi jarayonlar faqatgina vaqt mobaynida joylashgan bo'lmay, masofa bo'ylab yoyilgan harakatga ham bog'liq bo'ladi. Masalan, uzun elektr yoki aloqa liniyasini oladigan bo'lsak, uning oxirida sodir bo'lgan qisqa tutashish liniyasining kirish qismidagi tokning qiymati va shaklini o'zgartirish uchun bir muncha vaqt talab qiladi. Ammo bu vaqt faqatgina energiyani zanjirning bir elementidan ikkinchisiga o'tish jarayoniga sarf qilinishidan tashqari, ro'y berayotgan o'zgarishlarning tegishli masofani o'tib, manbaga ta'sir eta boshlanishiga ham ketadi. Quyida ko'rsatiladiki, bu jarayon to'liqinsimon va murakkab ko'rinishda o'tadi.

O'tkinchi jarayonlarning vujudga kelish sabablarini ta'riflaydigan bo'lsak, bular asosan zanjirning ulash va uzish, uning ayrim uchastkalaridagi o'lchamlarni o'zgarishi, uning chiqish qismlaridagi yuklamalarni keskin o'zgarishi (masalan, qisqa tutashuv) va h.k.lardir. Ushbu sabablar katta o'lchamli elektr mashina va transformatorlarga ham xosdir. Undan tashqari o'tkinchi jarayonlar va unga doir to'liqinsimon o'zgarishlar uzun liniyalarning bir turidan (masalan, havo liniyasidan) ikkinchi turiga (masalan, kabel liniyasiga) o'tish joylarida ham sodir bo'ladi. Uzun ochiq liniyalardagi o'tkinchi jarayonlarga tashqi atmosferadagi hodisalar (yashin zaryadlari) sababchi bo'lishi mumkin.

13.2. O'tkinchi holat tenglamalarining tuzilishi va yechimi

Tarqoq parametrlı zanjir sifatida uzun, ikki simli elektr liniyasini olamiz va uning 12.2-mavzuda keltirilgan asosiy (12.1) va (12.2) differensial tenglamalaridan foydalanamiz. O'tkinchi jarayonni tahlil etishni osonlashtirish maqsadida liniyani isrofsiz deb olamiz, ya'ni $R_0=0$, $G_0=0$. Shunda quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\left. \begin{aligned} \frac{-\partial u}{\partial x} &= L \frac{\partial i}{\partial t} \\ \frac{-\partial i}{\partial x} &= C_0 \frac{\partial u}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (13.1)$$

Birinchi tenglamaning ikkinchi darajali xususiy hosilasini quyidagicha yozamiz: $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -L_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = -L_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)$

Endi ikkinchi tenglamani hisobga olganda,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(C_0 \frac{\partial u}{\partial t} \right) = L_0 C_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (13.2)$$

kelib chiqadi. Bu tenglama esa matematikaviy fizikada **tor tebranish tenglamasi** deb ataladi va uning yechimini mashhur fransuz matematigi D'alamber quyidagicha qilib bergan:

$$i - f_1(x - vt) + f_2(x + vt) - u_q + u_s \quad (13.3)$$

Bu yerda: $v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$ liniyada sodir bo'lgan to'liqning tarqalish tezligi va $f_1(x - vt)$ – kuchlanishning boshidan oxiri tomon harakat qiluvchi yakkalangan **to'g'ri to'liqini** (u_q). Agarda $x - vt = \text{const}$ bo'lsa, bu tashkil etuvchi o'zining qiymatini o'zgarmas holatda saqlaydi; to'liq esa $v = dx/dt$ tezlik bilan tarqaladi, chunki $\frac{d}{dt}(x - vt) = 0$.

Shunga o'xshash $f_2(x + vt)$ – kuchlanishning liniya oxiridan boshi tomon harakat qiluvchi yakkalangan **teskari to'liqini** (u_s) hisoblanadi.

Qiyin bo'lmagan matematik o'zgartirishlar kiritib, liniyadagi tok i ning ham tenglamalarini olish mumkin, ya'ni

$$i = \sqrt{C_0/L_0} \cdot [f_1(x - vt) - f_2(x + vt)] = \frac{1}{Z_c} (u_q - u_s) = i_q - i_s \quad (13.4)$$

Bu yerda, $Z_c = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$ – liniyaning tavsifiy yoki to'liq qarshiligi (Om), i_q – tokning **to'g'ri to'liqini** va i_s uning **teskari to'liqini**.

Ko'rinib turibdiki,

$$u_q = Z_c i_q \quad \text{va} \quad u_s = Z_c i_s \quad (13.5)$$

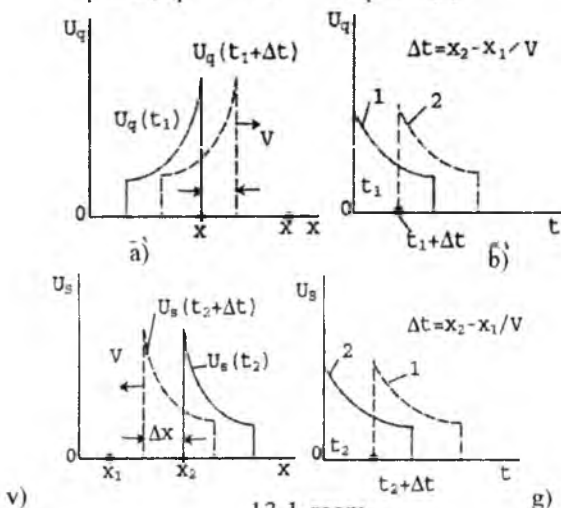
Endi to'g'ri va teskari to'liqlarni vaqt t va masofa x o'zgarishi bilan qanday bog'langanligini qarab chiqaylik. Faraz qilaylikki, biror tanlangan $t = t_1$ vaqt uchun liniya bo'yicha kuchlanishining to'g'ri to'liqini 13.1-a rasmda ko'rsatilgandek bo'lib, quyidagiga teng bo'lsin:

$$u_q(t_1) = f_1(x - vt_1)$$

Unda $t = t_1 + \Delta t$ vaqtda $u_q(t_1 + \Delta t) = f_1(x - v\Delta t - vt_1) = f_1(x - \Delta x - vt_1)$ bo'ladi (bu yerda $\Delta x = v\Delta t$). So'nggi tenglamadan ko'rinib turibdiki, $u_q(t_1 + \Delta t)$ egri chizig'i $u_q(t_1)$ ga nisbatan o'ngroqda joylashgan, ya'ni vaqtning Δt ga o'sishi hisobiga u $\Delta x = V \Delta t$ oralig'iga siljigan bo'lib chiqadi. Ammo liniya isrofsiz va signal shaklini buzmaydigan o'lchamlarga ega bo'lgani tufayli, ($R_0 = 0$, $G_0 = 0$) kuchlanish impulsi o'z shaklini saqlab qoladi.

Agar $t = t_1$ onda impuls $x = x_1$ nuqtaga o'z fronti (raxti) bilan kirib kelgan bo'lsa va shu paytdan boshlab kuchlanish u_q o'lchana boshlansa, uning vaqt mobaynida joylashishi 13.1-b rasmda ko'rsatilganidek bo'ladi (sidirg'a chiziqi).

$$u_q = Z_c i_q \quad \text{va} \quad u_q = Z_c i_s \quad (13.6)$$



13.1-rasm.

Agarda ushbu o'lchov asbobi $x = x_2$ nuqtaga qo'yilgan bo'lsa, u ko'rsatgan kuchlanish Δt vaqtdan keyin sezila boshlaydi (punktir 13.1-rasm. chiziq 2).

Teskari to'liqin $u_s(t)$ ga o'tsak va uni aks etish natijasida shakli va kuchi o'zgarmagan deb olsak, qaytgan impulsning ko'rinishi 13.1-v rasmda keltirilgan. Ko'rinib turibdiki, Δt vaqtda u chap tomonga $\Delta x = V \Delta t$ oralliqqa siljiydi. Endi x_2 nuqtada joylashgan o'lchov asbobi (masalan, voltmetr) $t = t_2$ ondan boshlab sidirg'a chiziq 2-ni qayd qiladi (13.1-g rasm). Umuman olganda, kuchlanish (yoki tok) to'liqlarini vaqt o'zgarishiga bog'lamoqchi bo'lsak, ularni o'zgacha ko'rinishda olganimiz ma'quldir. Masalan, (13.6) o'rninga

$$u_q = \varphi_1 \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad (13.7)$$

teskari to'qlin bo'lmish $u_s = f_2(x + vt)$ o'rninga

$$u_s = \varphi_2 \left(t + \frac{x}{v} \right) \quad (13.8)$$

yoziishi tavsiya etiladi. Agarda 13.1-b va g rasmlarda ko'rsatilganidek, $u_q(t)$ va $u_s(t)$ funksiyalar x_1 va x_2 nuqtalar uchun ma'lum bo'lsa, (13.3) ga binoan, quyidagilarni yozish mumkin:

$$\left. \begin{aligned} u_q(x, t) &= u_q \left(t - \frac{x-x_1}{v} \right) \\ u_s(x, t) &= u_s \left(t + \frac{x-x_2}{v} \right) \end{aligned} \right\} \quad (13.9)$$

Endi har qanday vaqt uchun liniyadagi kuchlanish va tokni ikki tomonga (qarama-qarshi) yo'nalgan to'g'ri va teskari to'lqinlar yig'indisi deb hisoblash maqsadga muvofiqdir.

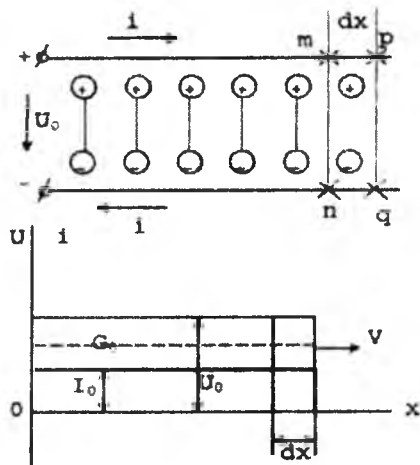
13.3. To'g'ri burchakli frontga ega to'lqinlarning sodir bo'lishi. Liniyani o'zgarmas tokka ulash vaqtidagi o'tkinchi jarayonlar

Liniyani o'zgarmas tokka ulash vaqtidagi o'tkinchi jarayonlarga eng ko'p tarqalgan va tahlil qilishga oson bo'lgan misol sifatida ikki simli uzun elektr liniyasini o'zgarmas kuchlanish U_0 ga ulanishini ko'rib chiqaylik (13.2-rasm). Liniya ulangan paytidan boshlab, uning simlarida manbadan yuklama tomon yo'nalgan kuchlanish to'g'ri to'lqini $u_q=U_0$ paydo bo'ladi. U liniya elementlarini x masofa bo'ylab zaryadlay boshlaydi [tepada (+) ishorali, pastda (-)]. Zaryadlash (elektrlash) $V=3 \cdot 10^8$ m/s tezligida chapdan o'ngga to'lqinsimon tarqaladi. Agar to'lqin x masofani $t = x/V$ vaqtda bosib o'tib, liniyani "mn" kesimiga yetib kelgan bo'lsa, bu vertikal chiziqli to'g'ri to'lqin fronti (raxti) hisoblanadi. Ya'ni "mn" dan chaproq bo'lgan tomonda $u_x = U_0$, o'ngroq bo'lgan tomonda esa $u'_x = 0$. To'lqin dx oralig'iga siljishi natijasida front "pq" kesimiga o'tadi. Shu tufayli "mpqn" orasidagi element $dq=q_0 dx=C_0 U_0 dx$ miqdorda zaryadlanadi (elektrlanadi), chunki to'lqin frontining chap tomonida masofaning har bir bo'lakchasida $q_0=C_0 U_0$ ga teng zaryad to'plangan bo'ladi. Zaryadning liniya bo'ylab tarqalishi (yoyilishi) esa tok hosil qilmasdan vujudga kela olmaydi. Mazkur tok, o'z navbatida, quyidagiga tengdir:

$$i = \frac{dq}{dt} = q_0 \frac{dx}{dt} = C_0 U_0 v = I_0 \quad (13.10)$$

Tabiiyki, yuqori simda musbat zaryadlar elementma-element chapdan o'ngga surilib borar ekan, pastdagi simda ularga qarama-qarshi manfiy zaryadlar ham vujudga kelaveradi, chunki busiz simlararo kuchlanish U_0 paydo bo'lolmaydi. Undan tashqari, musbat va manfiy zaryadlarning yuqori va pastki simlarda V tezligida tarqalishi ulardagi ikki tomonga yo'nalgan yagona tok i ning vujudga kelishini ta'minlaydi.

Demak, ikki simli uzun liniyani cheksiz uzunlikka ega bo'lgan elektrodlardan tuzilgan va dielektrilgi havodan bo'lgan kondensator bilan taqqoslasak bo'ladi. Shunday ekan, unga yuqori simdan pastdagiga yo'nalgan siljish toki ham mansubdir.



13.2-rasm.

Demak, tok i simlar oralig'ida sig'im toki sifatida o'tadi va u ham to'liqsimon liniyaning boshidan oxiriga qarab $V=3 \cdot 10^8$ m/s tezlik bilan harakatda bo'ladi.

O'z navbatida liniya bo'ylab tarqalayotgan tok i o'z atrofida magnit kuch chiziqlari va tegishli magnit oqimini hosil qiladi. Tok to'liqini $dx=vdt$ oraliqqa siljish natijasida hosil bo'lgan magnit oqimining o'sish miqdori $d\Phi=L_0 I_0 dx = L_0 I_0 V dt$. Buning hisobiga vujudga kelgan e.yu.k.

$$e = \frac{-d\phi}{dt} = -L_0 v I_0 \quad (13.11)$$

ya'ni u kuchlanish $U_0=L_0 V I_0$ ga nisbatan qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi, chunki $U_0 = I_0 Z_0 = I_0 \sqrt{L_0/C_0}$. To'liqlar shaklini 13.2-rasm (quyi qismi) dan ko'rsa bo'ladi: ikkalasi ham (ya'ni U va I) to'g'ri burchak ko'rinishiga ega bo'lib, tikka (vertikal) frontlidir.

13.4. To'liqlarning liniya chegarasidan (oxiridan) aks etib qaytishi

Faraz qilaylikki, kuchlanish va tok Z_c to'liqin qarshiligiga ega bo'lgan liniyani kesib o'tib, uni oxiriga yetib keldi va u yerda ulangan murakkab yuklama qarshiligi Z_2 ga duch keldi. Shu vaziyatda qanday

o'tkinchi jarayonlar sodir boladi. Yuqorida keltirilgan ifodalardan foydalangan holda to'g'ri va teskari to'liqlarni quyidagicha bog'laylik:

$$u = u_q + u_s, i = i_q + i_s = (u_q - u_s) : z_c,$$

yoki $z_c i = u_q - u_s$ (bu yerda $u_q = U_0$, $i_q = I = 1/Z_c U_0$).

Bundan chiqadiki,

$$2u_q = z_c i + u \quad \text{yoki} \quad 2U_0 = z_c i + u \quad (13.12)$$

ya'ni, agar liniya o'zgaras kuchlanish manbaiga ulangan bo'lsa, uni kirish qismida $2u_q$ qiymatga ega bo'lgan kuchlanishga ketma-ket ulangan $R=Z_c$ va $Z_2=R_2=u_q/i$ (yuklama qarshiligi) qarshiliklardan iborat bo'lgan zanjirga almashtirsak bo'ladi.

Shunday qilib, shu ekvivalent zanjir uchun ma'lum bo'lgan u_q va z_c bilan R_2 parametrlar orqali tok i va qaytgan to'liqlar u_s va i_s larni topa olamiz:

$$u_s = u_q - z_c i \quad \text{va} \quad i_s = \frac{-u_s}{z_c} \quad (13.13)$$

Endi bir jinsli uzun liniyani tashqi qarshilik R_2 ga ulangan deb olsak, unda (13.12) asosida quyidagini yoza olamiz:

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{2u_q}{z_c + R_2}, u_s = u_q - z_c i = \frac{R_2 - z_c}{R_2 + z_c} \cdot u_q \\ i_s &= \frac{-u_s}{z_c} = \frac{z_c - R_2}{z_c + R_2} \cdot i_q \end{aligned} \right\} \quad (13.14)$$

To'g'ri va teskari to'liqlar quvvatini aniqlaydigan bo'lsak, liniya chegarasidagi oniy quvvat (yuklama va iste'mol qilayotgan quvvat):

$$p = ui = (u_q + u_s) \frac{u_q - u_s}{z_c} = \frac{u_q^2}{z_c} - \frac{u_s^2}{z_c} = p_q - p_s \quad (13.15)$$

ya'ni u to'g'ri va teskari to'liqlar quvvatlarining ayirmasiga teng.

(13.14) tenglamadan ko'rinib turibdiki, agar yuklama qarshiligi liniya to'liqin qarshiligiga teng bo'lsa ($R_2=Z_c$), teskari to'liqin vujudga kelmaydi, ya'ni $u_s=0$, $i_s=0$. Shu tufayli $P_s=0$ va liniyadan yetib kelgan barcha quvvat yuklama tomonidan to'la-to'kis iste'mol qilinadi. Yuqoridagi ifodalardan foydalanib, liniyaning salt yurishi va qisqa tutashuv holatlarini ham ko'rib chiqsak bo'ladi:

a) salt yurishda $R_2=\infty$, demak, $u_s=u_q$ va $i_s=-i_q$

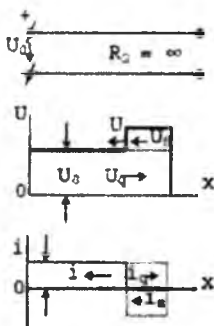
b) qisqa tutashuv holatida $R_2 = 0$, demak, $u_s = -u_q$ va $i_s = i_q$

Ikkala holatda ham teskari to'liqlar qiymati to'g'ri to'liqlar bilan bir xil. Faqat uchi ochiq (salt) liniya chegarasidan tok to'liqini, uchi yopiq (qisqa tutashuv) liniya chegarasidan esa kuchlanish to'liqini o'z ishoralarini o'zgartirib qaytadilar. Natijada, birinchi holatda o'tkinchi

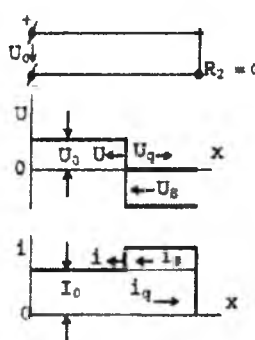
jarayon tugagandan keyin tok i , ikkinchi holatda esa kuchlanish u nolga intilib boradi.

Agarda liniya ixtiyoriy qarshilik $R_2 \neq Z_c$ ga ulangan bo'lsa, quyidagi ifodalarni yozamiz:

$$\left. \begin{aligned} u_q &= U_0, \quad i_q = \frac{1}{Z_c} U_0 = I_0, \\ u_2 &= 2U_0 - i_2 z_c = 2U_0 - \frac{2U_0}{R_2 + Z_c} \cdot z_c = 2U_0 \frac{R_2}{R_2 + Z_c}, \\ i_2 &= \frac{2U_0}{R_2 + z_c}. \end{aligned} \right\} \quad (13.16)$$



13.3-rasm.



13.4-rasm.

Liniyaning oxiridagi kuchlanish u_s teskari to'liqin u_s ning qiyinlari va ishorasiga bog'liqdir va (13.14) tenglamaga asosan:

$$\left. \begin{aligned} u_s &= \frac{R_2 - z_c}{R_2 + z_c} \cdot U_0 = k_a U_0 \\ \text{tok esa} \\ i_s &= \frac{R_2 - z_c}{R_2 + z_c} \cdot I_0 = k_a I_0 \end{aligned} \right\} \quad (13.17)$$

(Bu yerda: $k_a = \frac{R_2 - z_c}{R_2 + z_c}$ aks koeffitsiyenti; u hamma vaqt 1 dan kichik bo'lib, faqatgina $R_2 = 0$ va $R_2 = \infty$ bo'lganda, ± 1 ga teng bo'ladi). Biz olgan misolda $R_2 \neq Z_c > 0$, shu sababli teskari to'liqinlar to'g'ri to'liqinlardan kichikroq bo'ladi, ya'ni $u_s < u_q = U_0$ va $i_s < i_q = I_0$. Shunday qilib, bizni qiziqtirgan liniya chegarasidagi kuchlanish va tok quyidagilarga teng:

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= U_0 + u_s = (1 + k_a)U_0 \\ i_2 &= I_0 - i_s = (1 - k_a)I_0 \end{aligned} \right\} \quad (13.18)$$

13.15-rasmda $1 > k_a > 0$, ya'ni $R_2 > Z_c$ holat uchun olingan to'liqlar harakati ko'rsatilgan. Aks koeffitsiyenti $k_a > 0$ bo'lgani sababli, iste'molchiga yetib kelgan to'liq $u_q = U_0$ katta qarshilikka duch keladi va uning zaryadlari to'la neytrallashtirishga imkon topmaydi va qisman qaytuvchi to'liqqa o'tadi ($u_s > 0$).

Shuning uchun $u_2 = (1 + k_a)U_0 > U_0$. Agarda $k_a < 0$ bo'lsa (ya'ni $R_2 < Z_c$ bo'lsa), to'g'ri to'liqni keltirgan zaryadlar R_2 dagi tokni ta'minlashga yetmaydi va qo'shimcha zaryadlar liniyadan tortila boshlaydi. Shuning hisobiga liniyadagi kuchlanish $u = u_q + u_s = (1 + k_a)U_0 < U_0$ bir necha kamayadi.

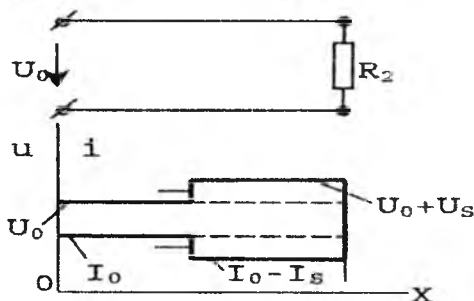
Ko'rib chiqilgan o'tkinchi jarayonlarni yana bir misol bilan yakunlaylik: liniya oxiriga r_2 , L_2 parametrlarga ega bo'lgan zanjir ulangan holatini ko'raylik. Endi to'la zanjirning ekvivalent sxemasi aktiv qarshilik ($Z_c + R_2$) va induktivlik L_2 dan iborat bo'lib chiqadi. Demak, u o'zgarmas kuchlanish $u_q = U_0 - \text{const}$ ga ulanganda, zanjirdagi tok

$$i(t) = \frac{2u_q}{Z_c + R_2} [1 - e^{-t/\tau}] = \frac{2U_0}{Z_c + r_2} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (13.19)$$

bo'ladi (bu yerda: $\tau = L_2 : (Z_c + R_2)$). Yuqoridagi (13.14) tenglamaga binoan,

$$u_s = \left[\frac{r_2 - Z_c}{r_2 + Z_c} + \frac{2Z_c}{r_2 + Z_c} e^{-\frac{t}{\tau}} \right] U_0 \quad (13.20)$$

$$i_s = \left[\frac{Z_c - r_2}{Z_c + r_2} + \frac{2Z_c}{Z_c + r_2} e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \cdot \frac{U_0}{Z_c} \quad (13.21)$$



13.5-rasm.

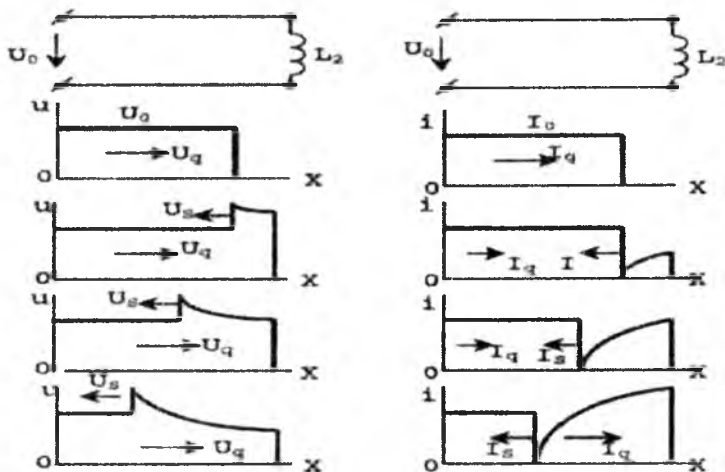
Liniya ulangan ondayoq ($t=0$) R_2 , L_2 zanjir aks ettirish qobiliyati salt yurishdagi liniyadan farq qilmaydi. Vaqt o'tgan sari ($t \rightarrow \infty$) va

liniyaga faqatgina R_2 ulangandek o'zgara boshlaydi. 13.6-rasmda kuchlanish va tok to'qlinlarining tarqalishi $R_2 = 0$ uchun ko'rsatilgan. (13.20) va (13.21) tenglamaga binoan:

$$u_s \left[-1 + 2e^{\frac{-z_c t}{L_2}} \right] U_0 \quad (13.22)$$

$$i_s \left[1 + 2e^{\frac{-z_c t}{L_2}} \right] \frac{U_0}{Z_c} \quad (13.23)$$

13.6-a rasmdan ko'rinib turibdiki, liniya chegarasigacha kuchlanish U_0 kattaligida yetib boradi va teskari to'qlin hisobiga birmuncha ko'payib, orqaga qaytadi. Ammo teskari to'qlin amplitudasi vaqt o'tishiga bog'liq eksponensial qonuniyat bilan kamaygani tufayli (13.6-rasm), u_2 nolga intila boshlaydi va nihoyat, L_2 qismlaridagi kuchlanish nolga teng bo'lib qoladi ($t = \infty$). Tok to'qlinlarining harakati 13.6-a rasmda ko'rsatilgan: ularni (13.23) tenglamaga qarab, tushunish qiyin emas.



13.6-rasm.

13.5. To'qlinlarning ikki liniya tutashgan joyida aks etishi va sinishi

To'qlinlar faqatgina liniya oxiridan yoki unga qarshilik ulangan joydan aks etmasdan, liniyaning boshqa liniyaga ulangan joyidan ham qaytarilishi yoki **sinishi** mumkin. Agar birinchi liniyaning to'qlin qarshiligini Z_{c1} , kuchlanishini u_1 va tokini i_1 deb olsak, ikkinchi liniyaga tegishli qiymatlar Z_{c2} , u_2 va i_2 bo'ladi. Tushunarlikki, liniyalar $u_1 = u_2$ va

$i_1 = i_2$. Agarda birinchi liniya manbaga ulanayotganda ikkinchi liniyada hech qanday kuchlanish va tok bo'lmagan bo'lsa, birinchi tutashuvchi to'lqin u_{q1} ikkinchi tutashuvchi to'lqin u_{q2} ga aylanadi. Birinchi to'lqinga nisbatan ikkinchisi singan to'lqin hisoblanadi ($u_{q2} \neq u_{q1}$). Shu bilan bir vaqtda va $u_{q2} \neq u_{q1}$ tufayli liniyalar tutashgan joydan manba tomon qaytuvchi teskari to'lqin u_{s1} ham hosil bo'ladi. Aytganlarni quyidagi tenglamalar bilan izohlash mumkin:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_{q1} + u_{s1} = u_{q2} \\ i_1 &= (u_{q1} - u_{s1}) : Z_{c1} = u_{s2} : Z_{c2} = i_2 \end{aligned} \right\} \quad (13.24)$$

Endi ko'rinib turibdiki,

$$\left. \begin{aligned} u_{q2} &= \frac{2Z_{c2}}{Z_{c1} + Z_{c2}} \cdot u_{q1}, u_{q1} = \frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c2} + Z_{c1}} \cdot u_{q1} \\ i_{q2} &= \frac{2Z_{c2}}{Z_{c1} + Z_{c2}} \cdot u_{q1}, u_{q1} = \frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c2} + Z_{c1}} \cdot u_{q1} \end{aligned} \right\} \quad (13.25)$$

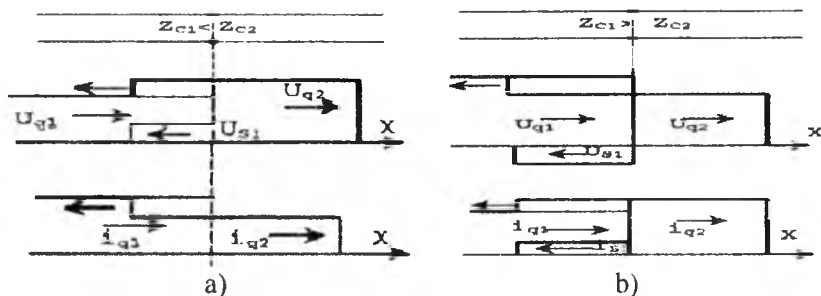
Agarda (13.17) tenglamaga binoan, $K_a = \left| \frac{Z_{c1} - Z_{c2}}{Z_{c1} + Z_{c2}} \right|$ aks-koeffitsiyenti deb olinsa, unda ($u_{q2} : u_{q1}$) va ($i_{q2} : i_{q1}$) nisbatlarini **sinish koeffitsiyentlari** deb atash maqsadga muvofiq, ya'ni:

$$\left. \begin{aligned} K_{c(u)} &= \frac{u_{q2}}{u_{q1}} = \frac{2Z_{c2}}{Z_{c1} + Z_{c2}} \\ K_{c(i)} &= \frac{i_{q2}}{i_{q1}} = \frac{2Z_{c1}}{Z_{c1} + Z_{c2}} \end{aligned} \right\} \quad (13.26)$$

(13.26) ifodalardan ko'rinib turibdiki, sinish natijasida to'lqin o'z ishorasini na kuchlanishda, na tokda o'zgartirmaydi. Liniyalar tutashgan joydan qaytgan to'lqinlardan biri esa (yoki u_{s1} , yoki i_{s1}) o'z ishorasini qarama-qarshiga o'zgartiradi; bu Z_{c1} bilan Z_{c2} larni qiymatiga bog'liqdir. Masalan, $Z_{c2} > Z_{c1}$ bo'lsa (kabel liniyadan havo liniyaga o'tishini olganda) kuchlanish to'lqini sinish natijasida zo'rayadi, tok to'lqini esa kuchsizlanib o'tadi. Liniyalarni tutashuv chegarasidan qaytuvchi kuchlanish to'lqini musbatligicha qolsa, tokning teskari to'lqini manfiy ishora bilan qaytadi.

13.7-a va b rasmda qaytuvchi va singan to'lqinlarning harakati ikki xil o'tish sharoitlari uchun ko'rsatilgan. Birinchi holda birinchi to'lqin liniyaning to'lqin qarshiligi Z_a kichikroq bo'lgani sababli, chegaragacha bo'lgan kuchlanish qaytuvchi to'lqin u_{s1} hisobiga birmuncha ko'payadi, tok esa $i_{s1} < 0$ bo'lgani tufayli birmuncha kamayadi (13.7-a rasm).

Ikkinchi holda, ya'ni $Z_{c1} > Z_{c2}$ bo'lgani sababli, teskari samarani kuzatamiz: u_1 kamayadi, i_1 - aksincha, ko'payadi (13.7-b rasm).



13.7-rasm.

Shuni ham qayd etib o'tish kerakki, Z_{c1} va Z_{c2} bir-biridan qanchalik farq qilmasin, to'liqlar ustlashida hosil bo'lgan to'liq qiymati ikki baravardan ortiq ko'paya olmaydi.

Liniyadan o'tayotgan quvvatning chegaradagi qiymatlarini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$p = u_1 i_1 = u_2 i_2,$$

yoki

$$(u_{q1} + u_{q2})(u_{q1} - u_{q2}) \cdot \frac{1}{Z_{c1}} = u_{q1}^2 : Z_{c1} - u_{s1}^2 : Z_{c1} = \frac{u_{q2}^2}{Z_{c2}}$$

demak,

$$\frac{u_{q1}^2}{Z_{c1}} = \frac{u_{s1}^2}{Z_{c1}} + \frac{u_{q2}^2}{Z_{c2}} \quad (13.27)$$

yoki

$$p = q_1 = p_{s1} + p_{q2}$$

[bu yerda P_{q1} , P_{s1} va P_{q2} - tegishli to'g'ri (tushuvchi), teskari (qaytuvchi) va singan to'liqlar quvvati]. (13.27) ifodadan ko'rinib turibdiki, manbadan kelayotgan quvvatning to'g'ri to'liqini qisman birinchi liniyadan ikkinchisiga sinish natijasida o'tadi, qisman esa teskari to'liq sifatida manba tomon qaytadi.

XIV BOB. ELEKTR ZANJIRLAR SINTEZI

14.1. Umumiy tushunchalar. Sintez oldidagi masalalar

Yuqoridagi boblarda qo'yilgan tahlil masalalarida asosan yagona savolga javob qidirilar edi: zanjirning kirish qismiga berilgan signal (ta'sir) $f_1(t)$ qonunida o'zgarayotgan bo'lsa, uning murakkab tarkibining ixtiyoriy elementidagi harakat $f_2(t)$ qanday o'zgarish qonuniga ega?

Sintez esa teskari masalani yechishga imkon beradi, ya'ni zanjirning chiqish qismi (elementi) dagi tok (yoki kuchlanish) qonuniyati $f_2(t)$, kirish qismida esa $f_1(t)$ bo'lganda, zanjirning tarkibiy tuzilishini aniqlaydi. Sintez qilishdan oldin birmuncha shart-sharoitlar to'g'risida kelishib olish maqsadga muvofiqdir. Birinchidan, berilgan funktsiyalarning o'xshashligi shart: ya'ni $f_1(t)$ va $f_2(t)$ - har xil o'zgarmas son yoki har xil amplituda va fazalarga ega, ammo barobar davrli sinusoidal funktsiya (mos $u_1 = U_{m1} \sin(\omega t + \psi_1)$ va $u_2 = U_{m2} \sin(\omega t + \psi_2)$ va h.k. Ikkinchidan, kirish signali $f_1(t)$ bilan chiqishdagi reaksiya (aks ta'sir) $f_2(t)$ orasidagi taxminiy zanjir shakli eng sodda va kam elementlardan tashkil topgan bo'lishi shart. Uchinchidan, taxminiy zanjir ichki generatordan xoli, ya'ni passiv bo'lishi shartdir.

Sintez masalalarini yechish variantlaridan biri noma'lum zanjirni passiv to'rtqutblik bilan almashtirishdir. Haqiqatan ham, to'rtqutblik tarkibida har qanday murakkablikda ixtiyoriy shaklda aktiv, induktiv va sig'im elementlari to'plangan bo'lishi mumkin. Uning kirish va chiqish qismidagi kuchlanish va toklar turli **uzatish funksiyalari** bilan bog'langan bo'ladi. Masalan, umumiy holda to'rtqutblikning tenglamalar sistemasi

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2 \end{cases} \quad (14.1)$$

ko'rinishda yoziladigan bo'lsa va chiqish qismidagi tashqi (yuklama) qarshiligi Z aniq bo'lsa, (14.1) o'rniga (14.2)ni yozish mumkin, ya'ni, to'rttala funktsiya ($\dot{U}_1$, $\dot{I}_1$, $\dot{U}_2$ va $\dot{I}_2$) o'zaro har qanday variatsiyada (14.2) yordamida bog'lash mumkin.

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \left(A + \frac{B}{Z_2} \right) \dot{U}_2 = (A\underline{Z} + B)\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \left(C + \frac{D}{Z_2} \right) \dot{U}_2 = (C\underline{Z}_2 + D)\dot{I}_2 \end{cases} \quad (14.2)$$

Ko'rinib turibdiki, berilgan U_2 va Z_2 orqali to'rtqutblik doimiylari A, B, C va D ni topish mumkin. O'zgarmas koeffitsiyentlar yordamida esa zanjir shaklini va uning parametrlarini topish qiyin emasdir.

Shu bog'lovchi yoki uzatish funksiyalardan biri:

$$F(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{A + \frac{B}{Z_2}}$$

bo'lishi mumkin.

Umumiy holda kirish qismidagi signalni $f_1(t)$, chiqish qismidagi $f_2(t)$ deb olsak, ularni operator usulida olingan tasvirlari tegishli $F_1(p)$ va $F_2(p)$ bo'ladi (bu yerda $p=s+j\omega$). Demak, operator shaklida olingan uzatish funksiyasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$K(p) = \frac{F_2(p)}{F_1(p)}$$

Chiziqli parametrlarga ega bo'lgan zanjirlarni tahlil qilganda ko'rdikki, bir xil funksional vazifa bajaruvchi zanjir ikki xil shaklda tuzilgan bo'lishi mumkin (masalan, differensiallovchi va integrallovchi zanjirlar (10.4 va 10.5-rasm). Shunday bo'lishi ham mumkinki, uzatuvchi funksiya ma'lum, ammo uni amalga oshirib bo'lmaydi, ya'ni unga munosib haqiqiy zanjir mavjud emas. Bu savollarga javobni $K(p)$ funksiyadan qidirish kerak, chunki u hamma vaqt ham oddiy ko'rinishda uchrayvermaydi. Ko'pincha biz izlayotgan zanjirlar haqiqiy bo'lgan R , L va C elementlardan tashkil topgan bo'ladi va shu tufayli ularni ifodalovchi differensial tenglamalardagi doimiy koeffitsiyentlari haqiqiy sonlardir. Demak, differensial tenglamalarga tegishli operator tasvirlar ham haqiqiy sonli koeffitsiyentlar ishtirokida tuzilgan algebraik tenglamalardir.

14.2. Uzatish funksiyalarini oddiy kasrlar tarzida ifodalash

Passiv ikkiqutbliklarga oid kirish funksiyalarini o'zgartirish usullari har qanday uzatish funksiyasi ikkita operator sonining bir-biriga bo'lgan nisbatidir, ya'ni u ham qandaydir operator son. Umumiy holda mazkur funksiya quyidagi kasr tarzida ko'rsatilishi mumkin:

$$FF(p) = \frac{G(p)}{H(p)} \quad (14.3)$$

O'z navbatida (14.3) bir necha oddiy kasrlar yig'indisi bilan almashtirilishi mumkin, bu esa $G(p)$ va $H(p)$ funksiyalarini p tashkil etuvchi qismlaridagi operator p ning eng yuqori darajasiga bog'liq. Agar ularni tegishli

$$\left. \begin{aligned} G(p) &= a_n p^n + A_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0 \\ H(p) &= b_m p^m + A_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0 \end{aligned} \right\} \quad (14.4)$$

ko'rinishda olsak, uch holat sodir bo'lishi mumkin: $m > n$, $m = n$ va $m < n$. Umumiy holda (14.3) kasr quyidagicha parchalanishi mumkin:

$$F(p) = \frac{G(p)}{H(p)} = A_\infty \cdot p + A_0 + \frac{A_1}{p - p_1} + \frac{A_2}{p - p_2} \dots + \frac{A_m}{p - p_m} \quad (14.5)$$

(bu yerda $p_1, p_2, \dots, p_m$ polinom $H(p)$ ning ildizlari). Koeffitsiyentlarga kelganda, $A_\infty \neq 0$ agar $n = m + 1$ bo'lsa; $A_\infty = 0$ va $A_0 \neq 0$ agar $m = n$ bo'lsa va nihoyat, $A_\infty = 0, A_0 = 0$ agar $m = n + 1$. Ko'rinib turibdiki,

$$A_\infty = \left| \frac{F(p)}{p} \right|_{p=\infty} = a_n / b_m$$

qolgan koeffitsiyentlar 9.16-mavzuda keltirilgan *yoyish teoremasidan* foydalangan holda topiladi.

Yuqorida aytilganidek, uzatish funksiyasi $F(p)$ -ning o'lchov birligi ixtiyoriy bo'lishi mumkin: $O_m, C_m = 1/O_m$ yoki o'lchovsiz. Buni ikkiqutblik sintezi misolida ko'rish mumkin. Faraz qilaylik, ikkiqutblikning uzatish funksiyasi uning kirish qismidagi kuchlanish $U(p)$ tok $I(p)$ ga nisbati tarzida berilgan. Ya'ni, bu ixtiyoriy operator qarshilik:

$$Z(p) = \frac{U(p)}{I(p)} = A_\infty \cdot p + A_0 + \frac{A_1}{p - p_1} + \dots + \frac{A_m}{p - p_m}$$

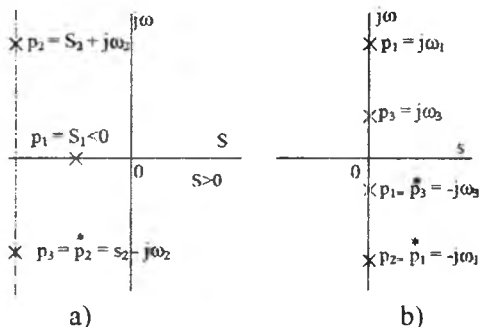
Ko'rinib turibdiki, tenglamaning dastlabki ikki hadi tegishli qandaydir induktiv qarshilik $X(p) = pL$ (bu yerda $L = A_\infty$) va rezistor $R_0 = A_0$. Boshqa hadlarga kelganda, ularni ko'rinishi faqatgina $p_1; p_2, \dots, p_l$ larning qiymatiga bog'liqdir. Agar ixtiyoriy ildizning umumiy ko'rinishini $p_k = s_k + j\omega_k$ deb olsak, eng avval uning haqiqiy qismini doimo manfiyligini esda tutishimiz lozim, ya'ni $s_k < 0$. Aks holda (ya'ni $s_k > 0$ bo'lsa), bunday zanjirda o'tkinchi jarayonlar so'nmaydi, yoki uni ichida qo'shimcha energiya manbai bor, deb tan olishga to'g'ri keladi. Ikkinchi navbatda shuni qayd qilish lozimki, har qanday $p = s_k + j\omega_k$ kompleks sonli ildizning $P_{k+1} = s_k - j\omega_k$ ko'rinishdagi bog'langan kompleks sonli juftlovchi ildizi ham bo'ladi. Bu shart bajarilmagan holda zanjirdagi kuchlanish $u(t)$ va tok $i(t)$ larga tegishli yechimlar haqiqiy bo'la olmaydi. Va nihoyat, ayrim ildizlar faqat mavhum sonlardan tashkil topgan bo'lsa, ular o'zaro karralik nisbatlarda (masalan, $p_q = j\omega_q$ va $p_r = j7\omega_q$) bo'lmasligi shart.

(14.5) ning ildizlarini tegishli kompleks tekisligida tasvirlash mumkin (14.1-a va b rasm): ildizlar haqiqiy va bog'langan kompleks sonlardan iborat bo'lsa, ular mazkur tekislikning chap tomonida (yoki

$j\omega$ o'qiga nisbatan) joylashgan bo'ladi (14.1-a rasm). Ildizlar mavhum bo'lsa, ular mavhum o'q $j\omega$ ustida joylashgan bo'ladi (14.1-b rasm). Birinchi holda operatorning qarshiligi Z_p , rezistor R , induktivlik L va sig'im C lardan tashkil topgan bo'ladi.

Ildizlar faqat mavhum bo'lganda, sintez qilinuvchi zanjir faqatgina reaktiv elementlar va C dan tashkil topgan bo'ladi. Ya'ni bunday zanjirda faol isroflar sodir bo'lmaydi: undagi magnit va elektr maydonlari energiyasi o'zgarib turadi, xolos.

Endi 14.5-a rasmda keltirilgan uzatish funksiyasining (yoki aniqlrog'i, **kirish funksiyasining** ildizlarini faqat mavhum (yoki haqiqiy) sonlardan iborat deb olamiz.



14.1-rasm.

Birinchi holda $p_k = j\omega_k$ va $P(k+1) = -j\omega_k$ bo'lsa, $A_k = a_k' + +ja_k''$ va $A(k+1) = a_k' - ja_k''$ bo'ladi. Shu tufayli:

$$\frac{A_k}{p - p_k} + \frac{A_{k+1}}{p - p_{k+1}} = \frac{a_k + ja_k}{p - j\omega_k} = \frac{-2a_k \cdot p}{p^2 + \omega_k^2} - \frac{2d_k \cdot \omega_k}{p^2 + \omega_k^2}$$

ammo $S > 0$ bo'lganda, har qanday operator funksiya $F(p)$ ning haqiqiy qismi $\text{Re}[F(p)] > 0$ bo'lishi uchun $a_k' = 0$ bo'lishi shart. Shunday ekan, so'nggi tenglamani quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{A_k}{p - p_k} + \frac{A_{k+1}}{p - p_{k+1}} = \frac{2d_k \cdot p}{p^2 + \omega_k^2} = \frac{B_k \cdot p}{p^2 + \omega_k^2} \quad (14.6)$$

(Bu yerda $B_k = 2a_k'$ – haqiqiy sonidir).

Ikkinchi turli ildizlarni haqiqiy sonlar deb qabul qilsak, ya'ni $P_i = S_i = -\gamma_i$, ularga tegishli oddiy kasrlar quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\frac{A_i}{p - p_i} = \frac{A_i}{p + \gamma_i} \quad (14.7)$$

Shunday qilib, ildizlar faqat mavhum va faqat haqiqiy sonlardan iborat bo'lsa, kirish funksiya operatori

$$Z(p) = A_{\infty}p + A_0 + \frac{B_1p}{p^2 + \omega_1^2} + \frac{B_3p}{p + \omega_2^2} + \dots + \frac{A_{m-1}}{p + \gamma_{m-1}} + \frac{A_m}{p + \gamma_m} \quad (14.8)$$

Qo'yilgan masalani aniqlashtirish maqsadida quyidagi yaqqol misolni ko'raylik. Kirish funksiyasi:

$$\begin{aligned} Z(p) &= A_{\infty}p + A_0 + \frac{B_1p}{p^2 + \omega_1^2} + \frac{A_3}{p + \gamma_3} = \\ &= Z_{\infty}(p) + Z_0(p) + Z_1(p) + Z_3(p) \end{aligned} \quad (14.8,a)$$

bo'lgan zanjirni qanday elementlardan tuzilishi mumkinligini ko'rib chiqaylik. Yuqorida ko'rsatilganga binoan, $Z_{\infty}(p) = pL_{\infty}$ ($L_{\infty} = A_{\infty}$) va $Z_0(p) = R_0$ ($R_0 = A_0$), ya'ni ular ketma-ket ulangan induktivlik L_{∞} va rezistor R_0 dir. Uchinchi tashkil etuvchi $Z_1(p)$ ni

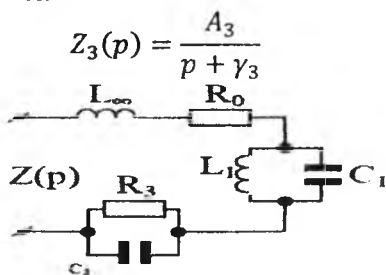
$$\frac{B_1(p)}{p^2 + \omega_1^2} = \frac{1}{\frac{p}{B_1} + \frac{\omega_1^2}{pB_1}} \quad (14.9)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Endi bu qarshilik faqat reaktiv elementlardan tashkil topganini hisobga olsak, xususiyl holda parallel ulangan induktivlik L_1 va sig'im C_1 parametrlarni ekvivalent qarshiligini eslatadi. Haqiqatan, bunday operator qarshilik:

$$Z_1(p) = \frac{pL_3 \cdot \frac{1}{pC_1}}{pL_1 + \frac{1}{pC_1}} = \frac{1}{pC_1 + \frac{1}{pL_1}} \quad (14.10)$$

ya'ni (14.9) tenglama bilan solishtirilganda, $C_1 = 1/B_1$ va $L_1 = B_1/\omega_1$ Shuni qayd qilamizki, $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}}$ - ushbu tebranish konturining

xususiyl burchak chastotasiga teng. Shunday qilib, sintez yordami bilan qidirilayotgan noma'lum zanjirning uchinchi uchastkasi parallel tebranish konturi L_1 va C_1 dan iborat ekan. Va nihoyat, $Z(p)$ ning to'rtinchi tashkil etuvchisi:



14.2 rasm.

parallel ulangan rezistor R_3 va sig'im C_3 lardan iborat, deb olsak bo'ladi; chunki bu holda:

$$Z_3(p) = \frac{R_3 \frac{1}{pC_3}}{R_3 + \frac{1}{pC_3}} = \frac{\frac{1}{C_3}}{p + \frac{1}{R_3} C_3} \quad (14.11)$$

Ko'rinib turibdiki, noma'lum qarshilik $R_3 = A_3/\gamma_3$ ni va sig'im $C_3 = 1/A_3$. Shunday qilib, (14.8) ga mutanosib zanjir 14.2-rasmda keltirilgan sxemadagi bo'lib chiqadi. Umuman olganda, ixtiyoriy zanjir sintezida asosiy uzatish funksiyasi $F(p)$ sifatida kirish o'tkazuvchanligi $Y(p)$ ham berilishi mumkin. Bu holda, sintezlanuvchi elementlar zanjir uchastkalarini tashkil qiladi. To'la zanjir bir necha parallel ulangan tarmoqlardan iborat bo'lib, ular $Y(p)$ ning tegishlicha tashkil etuvchilari ko'rinishiga qarab tuziladi. Endi bir necha misollarni ko'rib chiqaylik.

14.1-misol. Passiv ikkiqutblikning kirish funksiyasi (operator qarshiligi)

$$Z(p) = \frac{p^4 + 4p^2 + 3}{p^3 + 2p} \text{ bo'lsa, u qanday ko'rinishli zanjirga mutanosib?}$$

Yechish. Berilgan kasrni suratini maxrajiga bo'lish natijasida quyidagini olish mumkin:

$$Z(p) = p + \frac{1}{0,5p + \frac{0,25p}{p^2 + 1,5}} = Z_1(p) + \frac{1}{Y_2(p) + Y_3(p)} \quad (14.12)$$

Operator qarshiligining birinchi tashkil etuvchisi $Z_1(p) = pL_1 = p \cdot 1$, demak, bu element induktivlik $L = 1$. To'la qarshilikning ikkinchi qismi

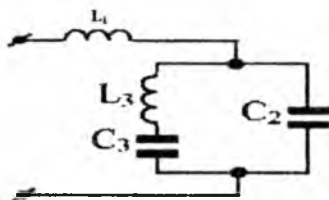
$$z_2(p) = \frac{1}{Y_2(p) + Y_3(p)}, \text{ ya'ni u ikkita parallel ulangan o'tkazuvchanlik } Y_2(p) = 0,5p \text{ va } Y(p) = \frac{0,25p}{p^2 + 1,5} \text{ lardan iboratdir.}$$

Demak, $Y_2(p) = p C_2$ - sig'im o'tkazuvchanligi. Bundan ma'lum bo'ladi, $C = 0,5$ (f). So'nggi o'tkazuvchanlikka kelsak, u yuqorida keltirilgan $F_k(p) = \frac{B_k p}{p^2 + \omega_k^2}$ ifodani eslatadi.

Demak, bu tenglama ketma-ket ulangan (L_3 - C_3) tebranma konturni tasvirlaydi. Bu holda $L_k = L_3 = \frac{1}{B_k} = \frac{1}{0,25} = 4(G)$ va

$$C_k = C_3 = \frac{B_k}{\omega_k^2} = \frac{0,25}{1,5} = \frac{1}{6} (\Phi)$$

Zanjirning to'la qarshiligini ifodasi (14.12) ga qaraganda, uning ko'rinishi 14.3-rasmda ko'rsatilgandek bo'ladi. Sintez qilib olingan zanjirga ishonch hosil qilish uchun, uning to'la operator qarshiligini zanjirning parametrlariga qarab tuzaylik:



14.3-rasm.

$$Z(p) = pL_1 + \frac{(pL_3 + \frac{1}{pC_3}) \frac{1}{pC_2}}{pL_3 + \frac{1}{pC_2} + \frac{1}{pC_3}} = p + \frac{(4p + \frac{6}{p}) \frac{2}{p}}{4p + \frac{2}{p} + \frac{6}{p}} = p + \frac{2p^2 + 3}{p^3 + 2p} = \frac{p^4 + 4p^2 + 3}{p^3 + 2p}$$

ya'ni izlangan zanjir to'g'ri tuzilgan.

14.3. Reaktiv ikkiqutbliklarning chastotaviy xarakteristikasi.

Nol va qutblar to'g'risida tushunchalar

Passiv ikkiqutbliklarni ta'riflashda keltirilgan misollarga qaraganda, ular ko'pincha reaktiv elementlardan iborat bo'ladi. Buning sababi, ko'pchilik energiya o'zgartiruvchi zanjir va ularning elementlari oldiga qo'yiladigan talablardan biri – berilgan quvvatni sarflamasdan manbadan iste'molchiga o'tkazishdir. Mazkur vazifa esa rezistorsiz, ya'ni faqat induktivlik va sig'implardan tashkil topgan zanjir zimmasiga qo'yiladi. Shunday ekan, uzatish funksiyasi $Z(p)=x(p)$ mavhum son bo'lgani tufayli, operator $p = j\omega$ deb ishlatilishi mumkin. Demak, zanjirni to'la reaktiv qarshiligini

$$Z(p)=x(j\omega) = jk \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_3^2) \dots (\omega^2 - \omega_n^2)}{\omega(\omega^2 - \omega_0^2)(\omega^2 - \omega_2^2) \dots (\omega^2 - \omega_{m-1}^2)} \quad (14.13)$$

tarzda yozish mumkin (bu yerda $\omega_1, \omega_3, \dots - \omega_n$ - suratdagi polinom ildizlari, $\omega_0, \omega_2, \dots - \omega_{m-1}$ - maxraj polinomining ildizlari). Tushunarliki, $\omega_1, \omega_3, \dots$ va h.k. lardan birortasi ω ga teng bo'lsa, $x(j\omega) = 0$ bo'ladi, ya'ni shu nuqtada uzatish funksiyasi noldan o'tadi. Agarda $\omega_0, \omega_2, \dots$ va h.k. lardan biri (yoki bir nechta) ω ga teng bo'lsa, $x(j\omega) = y_{\infty}$ bo'ladi, ya'ni shu nuqtada uzatish funksiyasi qutb atrofida joylashadi.

Aytilganlarni ikki xil reaktiv elementli isrofsiz zanjir misolida ko'rib chiqaylik. Birinchi holda, **“zanjirni ikkita ketma-ket ulangan parallel tebranish konturlaridan iborat”** deb olsak (14.4-a rasm), ikkinchi holda uni **“ikkita parallel ulangan ketma-ket tebranish konturlaridan tashkil topgan”** deb olamiz (14.4-b rasm). Zanjirning birinchi konturi uchun:

$$Y_1(j\omega) = b(j\omega) = -j \left[\frac{1}{\omega L_1} - \omega C_1 \right] = j \left(\omega C_1 - \frac{1}{\omega L_1} \right),$$

yoki

$$x_1(j\omega) = \frac{1}{Y_1(j\omega)} = -j \frac{\frac{L_1}{C_1}}{\omega L_1 \frac{1}{\omega C_1}} = j \frac{\frac{\omega}{C_1}}{\omega_{10}^2 - \omega^2}$$

Xuddi shunga o'xshash uning ikkinchi konturi qarshiligi:

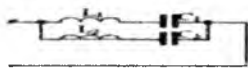
$x_2(j\omega) = j \frac{\frac{\omega}{C_2}}{\omega_{20}^2 - \omega^2}$; bu yerda $\omega_{10} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ va $\omega_{20} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$ tebranish konturlarining xususiy chastotalari. Zanjirning to'la qarshiligi yoki uning kirish funksiyasi:

$$z(j\omega) = x(j\omega) = x_1(j\omega) + x_2(j\omega) = j \left[\frac{\omega/C_1}{\omega_{10}^2 - \omega^2} + \frac{\omega/C_2}{\omega_{20}^2 - \omega^2} \right] =$$

$$j\omega \frac{\frac{1}{C_1}(\omega_{20}^2 - \omega^2) + \frac{1}{C_2}(\omega_{10}^2 - \omega^2)}{(\omega_{10}^2 - \omega^2)(\omega_{20}^2 - \omega^2)}$$

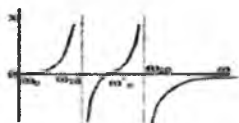


a)

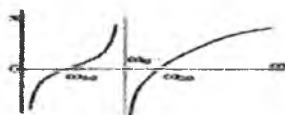


b)

14.4-rasm.



a)



b)

14.5-rasm.

Ko'rinib turibdiki, $x(j\omega) = 0$ bo'lishi uchun yoki $\omega=0$, yoki $\omega=\infty$ sharti bajarilishi lozim. Ammo bu yaqqol holatlardan tashqari yana bir nuqta bor, ya'ni $[(\omega_{20}^2 - \omega^2) 1/C_1 + (\omega_{10}^2 - \omega^2) 1/C_2] = 0$ yoki birmuncha algebraik o'zgartirishlardan keyin olinadigan:

$$\omega - \omega_0 = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 (C_1 + C_2)}} \quad (14.14)$$

Topilgan ildiz qiymatlari $Z(p)=x(j\omega)$ funksiyasining **nollari** bo'ladigan bo'lsa, uning **qutblari** $x(j\omega)=\infty$ sharti bajarilganda topiladi. Bu esa (14.13) maxraji nolga teng bo'lganda aniqlanadi, ya'ni $(\omega_{10}^2 - \omega^2)(\omega_{20}^2 - \omega^2) = 0$ yoki qutbli nuqtalarda:

$$\omega^2 - \omega_{10}^2 = \frac{1}{L_1 C_1} \quad \text{va} \quad \omega^2 - \omega_{20}^2 = \frac{1}{L_2 C_2} \quad (14.15)$$

Zanjimning qarshiligini chastotaga bog'langan $x(\omega)$ egri chiziqlar 14.4-a rasmda ko'rsatilgan.

14.5-b rasmda berilgan zanjir uchun ayrim qarshiliklar $Z_1(p) = x_1(j\omega)$ va $Z_2(p) = x_2(j\omega)$ quyidagicha ifodalanadi:

$$x_1(j\omega) = pL_1 + \frac{1}{pC_1} = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}; \quad x_2(j\omega) = j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2},$$

Zanjimning to'la qarshiligi $x(j\omega) = \frac{x_1(j\omega) \cdot x_2(j\omega)}{x_1(j\omega) + x_2(j\omega)}$ yoki

$$x(j\omega) = j \frac{(\omega^2 - \omega_{10}^2)(\omega^2 - \omega_{20}^2)}{\omega \left[\frac{1}{L_1}(\omega^2 - \omega_{20}^2) + \frac{1}{L_2}(\omega^2 - \omega_{10}^2) \right]} \quad (14.16)$$

Ko'rinib turibdiki, funksiya **nollari** ikki nuqtada joylashgan:

$$\omega^2 = \omega_{10}^2 = \frac{1}{L_1 C_1}; \quad \omega^2 = \omega_{20}^2 = \frac{1}{L_2 C_2},$$

yoki

$$\omega_{10} = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1}} \quad \omega_{20} = \sqrt{\frac{1}{L_2 C_2}} \quad (14.17)$$

Qutblarni aniqlashdagi shartni bajarish uchun (14.16) tenglaning maxrajini nolga teng deb olishimiz kerak, ya'ni

$$\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) \omega^2 - \left(\frac{\omega_{10}^2}{L_2} + \frac{\omega_{20}^2}{L_1} \right) = 0$$

$$\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{(L_1 + L_2)C_1 C_2}} \quad (14.18)$$

Tegishli egri chiziqlar $x(\omega)$ 14.5-b rasmda keltirilgan va ular zanjirning **chastotaviy tavsiflari** deb ham ataladi.

14.4. Passiv to'rtqutblik sintez asoslari

Agar passiv ikkiqutblik uzatish funksiyasi asosan kirish qarshilik $Z(p)$ yoki o'tkazuvchanlik $Y(p)$ tarzida uchraydigan bo'lsa, to'rtqutblik uchun bunday funksiya kuchlanishni $U_2(p)/U_1(p)$ kuchlanishga bo'lgan o'lchovsiz nisbatlar tarzida ham berilishi mumkin. Masalan, to'rtqutblik tenglamalar sistemasi

$$\begin{cases} U_1(p) = AU_2(p) + BI_2(p) \\ I_1(p) = CU_2(p) + DI_2(p) \end{cases} \quad (14.19)$$

ko'rinishda yozilgan bo'lsa, unga to'rt xil uzatish funktsiyasi taalluqlidir:

$$K_u(p) = \frac{U_2(p)}{U_2(p)}, \quad K_i(p) = \frac{I_2(p)}{I_2(p)} \\ \text{va } K_y(p) = \frac{I_2(p)}{U_1(p)}, \quad K_z(p) = \frac{U_2(p)}{I_2(p)}.$$

Umumiy holda har bir funktsiya ixtiyoriy ravishda:

$$K(p) = \frac{G(p)}{N(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0} \quad (14.20)$$

kasr tarzida berilgan bo'lishi mumkin (bu yerda $m < n$).

$G(p)$ polinomining ildizlarini $p_{10}, p_{20}, \dots, p_{m0}$ va $N(p)$ polinomining ildizlarini $p_{1\infty}, p_{2\infty}, \dots, p_{n\infty}$ deb belgilasak, (14.19) o'rniga

$$K(p) = C \frac{(p - p_{10})(p - p_{20}) \dots (p - p_{m0})}{(p - p_{1\infty})(p - p_{2\infty}) \dots (p - p_{n\infty})} \quad (14.20, a)$$

yozish mumkin (bu yerda $C = b_m/a_n$). Demak, tegishli shartlar qo'yilsa, zanjirning chastotaviy tavsifini qurish qiyin emas. Passiv to'rtqutbliklar ham ko'pincha energiya uzatuvchi sifatida o'z elementlarida energiya sarflamaydigan zanjir hisoblanadi. Shu tufayli ular reaktiv elementlardan tashkil topgan bo'ladi. Ikkinchi tomondan, sintez qilinayotgan zanjirning tuzilishi (strukturasi) mutlaqo noma'lum deb hisoblash ham tavsiya etilmaydi. Buni sababi, ko'p hollarda uchraydigan to'rtqutbliklarning T-Π yoki ko'pri shakllaridagi soddagina almashtirish sxemalari yordamga keladi. Masalan, T-simon almashtirish sxemasini (14.19) da ko'rsatilgan tenglamalar sistemasini oladigan bo'lsak, uning doimiy koeffitsiyentlari tegishli ravishda:

$$A = 1 + Z_1(p) \cdot Y_0(p); \quad B = Z_1(p) + Z_2(p) + Z_1(p) \cdot Z_2(p) \cdot Y_0(p)$$

$$C = Y_0(p) \quad \text{va} \quad D = 1 + Z_2(p) \cdot Y_0(p)$$

Demak, uzatish funktsiyasining operator tasviri (14.20) tenglama ko'rinishda berilgan bo'lsa, uni (14.19) bilan moslashtirsak, masala hal bo'ladi. Passiv to'rtqutblikning ayrim elementlarini tashkil etuvchi L va C parametrlarga kelganda, ularning hammasini L_1-C_1 , L_2-C_2 va L_0-C_0 parallel rezonans konturlardan iborat deb faraz qilaylik.

Bu holda har bir qarshilik va o'tkazuvchanlik operator formada quyidagicha yozilishi kerak bo'ladi:

$$Z_1(p) = \frac{\frac{p}{c_1}}{p^2 + \omega_1^2}; \quad Z_2(p) = \frac{\frac{p}{c_2}}{p^2 + \omega_2^2}; \quad Y_0(p) = \frac{p^2 + \omega_0^2}{\frac{p}{c_0}}$$

Endi faraz qilaylik, shunday to'rtqutblik tuzish kerakki, uning uzatish funksiyalaridan biri $k_u(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)}$ va ikkinchisi $k_i(p) = \frac{I_2(p)}{I_1(p)} = (p \cdot \cos\alpha - \omega \sin\alpha) : (p \cdot \sin\alpha + \omega \cos\alpha)$ aniq operator tasvirlarga ega bo'lsin. Ravshanki, endi (14.19) tenglama o'rniga

$$\begin{cases} 1 = A \cdot K_u(p) + B \frac{I_2(p)}{U_1(p)} \\ 1 = C \frac{U_2(p)}{I_1(p)} + D \cdot k_i(p) \end{cases}$$

yoki

$[1 - A \cdot k_u(p)][1 - D \cdot k_i(p)] = BC \cdot k_u(p) \cdot k_i(p)$ (14.21) yozish mumkin. To'rtqutbliklar muvozanatiga doir $AD - BC = 1$ tenglamani hisobga olganda, (14.21) tenglama o'rniga quyidagini yozamiz:

$$1 - A \cdot k_u(p) - D \cdot k_i(p) + k_u(p) \cdot k_i(p) = 0 \quad (14.22)$$

Masalani osonlashtirish maqsadida to'rtqutblikni simmetrik deb olamiz, ya'ni $Z_1(p) = Z_2(p)$ yoki

$$A = D = 1 + Z_1(p) \cdot Y_0(p) = 1 + Z_2(p) \cdot Y_0(p) = 1 + \frac{\frac{p}{C_1}}{p^2 + \omega_1^2} \cdot \frac{p^2 + \omega_1^2}{\frac{p}{C_0}} \quad (14.23)$$

(14.22) tenglama bilan (14.23) tenglamalarni birga yechish natijasida quyidagilarga erishamiz:

$$\frac{k_u(p) \cdot k_i(p) + 1}{k_u(p) + k_i(p)} = 1 + \frac{C_0}{C_1} \cdot \frac{p^2 + \omega_0^2}{p^2 + \omega_1^2}$$

yoki

$$\frac{(p^2 + \omega^2) \cdot \cos\alpha}{(p - \omega^2) \cdot \sin\alpha + 2p\omega \cdot \cos\alpha} = 1 + \frac{C_0 p^2 + \omega_0^2}{C_1 p^2 + \omega_1^2} \quad (14.24)$$

bu yerda: ω -manba chastotasi, $m\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ va $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$ tok I_2 bilan kuchlanish U_2 orasidagi siljish burchagi. Operator $p = j\omega$ deb olinsa, (14.24) tenglamadan

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L_0 L_1} \cdot \frac{(L_0 + L_1)}{(C_0 + C_1)}} \quad (14.25)$$

Demak, to'rtqutblikdagi tebranish konturlarining parametrlari L_0 , L_1 , C_0 va C_1 ixtiyoriy variantda tanlanishi mumkindir.

Elektr va magnit kattaliklarning birliklari

Elektromagnitaviy kattaliklar nomi	Kattalik belgisi	Birligi	Birlk nomi	Birlik belgisi
1.Umumiy elektr va magnit kattaliklari				
Elektr miqdori (hajmi) zaryad	Q, q	Amper-sekund	Kulon	K
Elektr maydonning kuchlanganligi, potensial gradienti	$E, \text{gred } \phi$	Volt/metr	-	V/m
Elektr zaryad siljishi	D	Kulon/metr kv	-	Km ²
Elektr doimiysi	ϵ_0	Farada/metr	-	F/m
Elektr sig'im	C	Kulon/metr	Farada	F
Elektr yurituvchi kuch, kuchlanish, potensial	e, u, ϕ	Volt	Volt	V
Elektr tok	I, i	Amper	Amper	A
Elektr tokning zichligi	δ	Amper/metr kv	-	A/m ²
Elektr qarshilik	R, r	Volt/amper	Om	Om
Elektr o'tkazuvchanlik	G, g	Amper/volt	Simens	Sm
Elektr energiya (elektr bajargan ish)	W, A	Volt-amper-sekund (vatt-sekund)	Joul	J
Elektr quvvat	P, p	Volt-amper	Vatt	Vt
Magnit oqimi	Φ	Volt-sekund	Veber	Vb
Ilashgan magnit oqimi	$\Psi = w\Phi$	Volt-sekund	Veber	Vb
Magnit induksiya	B	Veber/m/kv	Tesla	Tl

Magnit maydon kuchlanganligi	H	Amper/ metr		A/m
Magnit doimiysi	μ_0		-	G/m
Induktivlik	L	Genri	Genri	G
O'zaro induktivlik	M	Veber/ amper	Genri	G
Magnit yurituvchi kuch (magnitlovchi kuch)	$F=Hl$	Amper	Amper	A
II. O'zgaruvchan (sinusoidal) toklarga oid kattaliklar				
Elektr tok: oniy	i	Amper	Amper	A
amplitudaviy	I_m	Amper	Amper	A
effektiv (amaliy)	$I = I_m/2$	Amper	Amper	A
O'rta	$I_{o'r}$	Amper	Amper	A
Tok davri	T	sekund	sekund	s
Tok chastotasi	$f=1/T$	Bir/sek	Gerts	Gts
Burchak chastota	$\omega=2\pi/T$	Radian/ sek	-	rad/s
Tokning (e.yu.k.ning, kuchlanishning) boshlang'ich fazasi	$\Psi_i(\psi_u-\psi_i)$	Radian (gradus)		
Tok va kuchlanish o'rtasidagi fazaviy siljish	$\phi = \psi_u - \psi_i$	Radian (gradus)		
Quvvat aktiv	$P=UI \cdot \cos\phi$	Volt- amper	Vatt	Vt
reaktiv	$Q=UI \cdot \sin\phi$	Voltamper	Volt- amper reaktiv	var
Tola	$S=UI$	volt- amper	Volt- amper	VA
Quvvat koeffitsiyenti	$\cos\phi$	-	-	-
Rezonans chastotasi	$\omega = 1/\sqrt{LC}$	Radian/ sekund	-	rad/s
To'lqin qarshilik	$\rho = \sqrt{LC}$	Volt/amper	Om	Om

ADABIYOTLAR

1. A. Karimov. Nazariy elektrotexnika. I qism. – Toshkent, 2003.
2. Л.Р.Нейман, К.С.Демирчян. Теоретические основы электротехники. – Москва, 2006.
3. Г.И.Атабеков. Теоретические основы электротехники. – Москва, 1998.
4. Г.В.Зевеке, О.А.Ионкин, А.В.Нетушил, С.В.Страхов. Основы теории цепей. – Москва, 2003.
5. П.А.Ионкин и др. Теоретические основы электротехники. – Москва, 2006.
6. Б.А.Прянишников. Теоретические основы электротехники (курс лекций). – Санкт-Петербург, 2004.
7. М.Р.Шебес, М.В.Каблукова. Задачник по теории линейных электрических цепей. – Москва, 2003.
8. M.Ibadullaev. Nazariy elektrotexnika asoslari (masala va mashqlar to'plami). – Toshkent: "Ozbekiston" nashryoti, 2015.
9. C.F.Amirov, M.C.Yoqubov, N.F.Jabborov Elektrotexnikaning nazariy asoslari. I-III qism. – Toshkent. "Ozbekiston" nashryoti, 2007.
10. Г.Н.Арсенев, И.И.Градов. Основы теории цепей. Учебное пособие. –М., 2007.
11. Л.А.Бессонов. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. Учебник для бакалавров. 11-ое изд. –М.: Издательство Юрайт, 2012, 701с.
12. Ruscha-o'zbekcha politexnika atamalar lug'ati. O.U. Salimov bosh muharrirligida. – T.: "Fan", 1995, 360b.
13. K.T.Alimxodjayev, B.Abdullayev, K.Abidov. M.Ibadullayev. Elektrotexnikaning nazariy asoslari. 1-qism. –Toshkent: "Fan va texnologiya" nashryoti, 2015.

Muqaddima	3

I BOB. ELEKTROMAGNIT MAYDON HAMDA ELEKTR VA MAGNIT ZANJIRLARIGA OID ASOSIY TUSHUNCHA VA QOIDALAR

1.1. Elektromagnit maydon va uning xususiyatlari. Elektr maydoni (qisqacha tavsif).....	8
1.2. Elektr maydoni kuchlari va ular bajaradigan ish. Elektr potentsiali.....	10
1.3. Magnit maydoni va uning xususiyatlari.....	12
1.4. Magnit oqim, magnit induksiya va magnit maydonining kuchlanganligi.....	14
1.5. Magnit maydonidagi harakatlanuvchi elektr zaryad. Lorens kuchi.....	16
1.6. Elektromagnit induksiya hodisasi.....	18
1.7. Ilashgan magnit oqim. O'zinduksiya va o'zaro induksiya elektr yurituvchi kuchlari.....	21
1.8. To'liq tok qonuni.....	24
1.9. Elektr toki va uning turlari.....	26
1.10. Elektr tokining uzluksizligiga oid nazariya.....	33

II BOB. ELEKTR ZANJIRLAR NAZARIYASIGA OID TUSHUNCHA VA QONUNIYATLAR

2.1. Elektr zanjir va uning tarkibidagi elementlar.....	35
2.2. Elektr zanjirlarning parametrlari va ularning tavsiflari.....	37
2.3. Mujassam (yig'iq) va tarqoq parametrlı zanjirlar to'g'risida tushunchalar.....	43
2.4. Elektr zanjiridagi elementlarning tok va kuchlanishlari.....	45
2.5. Elektr yurituvchi kuch va tok manbalari.....	46
2.6. Elektr zanjir sxemalari (shakllari).....	48
2.7. Elektr zanjirlar topologiyasi. Sxema grafi to'g'risida tushunchalar.....	51
2.8. Elektr sxemadagi ulanishlar matritsasi.....	53
2.9. Elektr zanjirlariga oid qonunlar.....	54
2.10. Zanjir toklarining tugun tenglamalari (graf-sxemalari asosida).....	57

2.11. Zanjir graf-sxemasining kontur tenglamalari (Konturlar matritsasi).....	59

III BOB. CHIZIQLI ELEKTR ZANJIRLAR NAZARIYASI. BIR FAZALI SINUSOIDAL O'ZGARUVCHAN TOK ZANJIRLARI

3.1. Sinusoidal o'zgaruvchan elektr yurituvchi kuch va toklar.....	62
3.2. Bir fazali sinusoidal o'zgaruvchan tok.....	63
3.3. O'zgaruvchan tokning effektiv va o'rtacha qiymatlari.....	67
3.4. Sinusoidal funksiyalarni aylanuvchi vektorlar yordamida ifodalash. Vektor diagrammalar.....	70
3.5. Rezistor, induktiv g'altak va kondensator ketma-ket ulangan zanjirdagi turg'un (o'rnatilgan) tok.....	71
3.6. Rezistor, induktiv g'altak va kondensator parallel ulangan zanjirdagi o'rnatilgan tok.	75
3.7. Zanjirdagi sinusoidal o'zgaruvchan tok quvvati.....	78
3.8. Zanjirdagi sinusoidal o'zgaruvchan tok energiyasining tebralishi. Zanjir elementlaridagi o'rtacha quvvatlar.....	81
3.9. Ketma-ket va parallel ulangan sinusoidal o'zgaruvchan tok zanjirlarini ekvivalent zanjirlarga almashtirish prinsipi (O'xshashlik parametrlari)	84

IV BOB. O'ZGARUVCHAN TOK ZANJIRLARINI KOMPLEKS USULDA HISOBLASH

4.1. Hisoblashning kompleks usuli haqida tushuncha.....	86
4.2. Om va Kirg'of qonunlarining kompleks shaklda ifodalanishi. Kompleks qarshiliklar va o'tkazuvchanliklar.....	89
4.3. Quvvat kompleksi.....	92
4.4. Oddiy va murakkab zanjirlarni kompleks usul bilan hisoblash.....	92
4.5. Elektr yurituvchi kuch manbalarini kompleks usulda tok manbalariga va tok manbalarini elektr yurituvchi kuch manbalariga almashtirish... ..	96
4.6. "Yulduz" va "uchburchak" tarzida ulangan tarmoqlarni o'zaro almashtirish usuli.....	98
4.7. Kirg'of qonunlarini bevosita tatbiq etish usuli.....	102
4.8. Kontur toklari usuli.....	103
4.9. Tugun kuchlanishlar potentsiallari usuli.....	105

4.10. Superpozitsiya yoki ustlash prinsipi va uning asosida tuzilgan hisoblash qoidalari.....	111
4.11. Mutanosiblik prinsipi va uning asosida tuzilgan hisoblash qoidalari.....	113
4.12. Ekvivalent generator usuli.....	114

V BOB. O'ZARO INDUKTIV BOG'LANGAN ZANJIRLAR

5.1. Induktiv bog'langan zanjirlarni hisoblash usullari.....	117
5.2. Induktiv bog'langan zanjirlarni hisoblash.....	119
5.3. O'zaksiz transformator. Transformatorning ekvivalent sxemasi va vektor diagrammasi.....	123

VI BOB. ELEKTR ZANJIRLARIDA REZONANS HODISALARI

6.1. Tebranish sistemasi va rezonans hodisasi (umumiy tushunchalar).....	129
6.2. R, L va C elementlari ketma-ket ulangan zanjirda rezonans (kuchlanishlar rezonansi).....	131
6.3. Ketma-ket ulangan rezonans zanjirning chastotaviy (rezonansli) xarakteristikallari	133
6.4. R, L va C elementlari parallel ulangan zanjirda rezonans (toklar rezonansi).....	138
6.5. Parallel ulangan zanjirlarning chastotaviy (rezonansli) xarakteristikallari	139
6.6. Elementlari ketma-ket va parallel ulangan rezonansli zanjirda energiyaning tebranishi.....	141
6.7. Elementlari aralashi ulangan zanjirda rezonans hodisalari.....	143
6.8. Induktiv bog'langan zanjirlardagi rezonans hodisalari.....	146
6.9. Elektr zanjirlardagi rezonanslarning amaliy ahamiyati.....	148

VII BOB. UCH FAZALI O'ZGARGAN TOK ZANJIRLARI

7.1. Ko'p fazali o'zgaruvchan tok zanjirlari haqida tushuncha.....	151
7.2. Uch fazali o'zgaruvchan tok sistemasi.....	153
7.3. Uch fazali zanjirlarni ulash usullari. "Yulduz-yulduz" shaklida ulash.....	156
7.4. Uch fazali iste'molchini "uchburchak" shaklida ulash.....	160
7.5. To'rt simli uch fazali nosimmetrik yuklamali zanjirni hisoblash.....	163

7.6. Uch fazali zanjirdagi o'zgaruvchan tok quvvati va uni o'lchash usullari	166
7.7. Uch fazali tok yordamida aylanuvchi magnit maydon hosil qilish.....	171
7.8. Nosimmetrik sistemalarning tashkil etuvchilari. Simmetrik tashkil etuvchilar usuli.....	178

VIII BOB. NOSINUSOIDAL DAVRIY KUCHLANISH VA TOKLAR

8.1. Umumiy tushunchalar.....	183
8.2. Nosinusoidal elektr miqdorlarining maksimal, effektiv va o'rtacha qiymatlari.. ..	185
8.3. Davriy nosinusoidal tokning quvvati.....	190
8.4. Nosinusoidal o'zgaruvchan tokli zanjirdagi rezonans hodisalari.....	192
8.5. Uch fazali tok zanjiridagi yuqori garmonik tashkil etuvchilar.....	193
8.6. Davriy nosinusoidal funksiyalarning simmetriklik alomat-lari.....	196
8.7. Davriy cheklangan nosinusoidal egri chiziqlar. Pulsatsiya. Modulatsiyalangan tebranishlar.....	197
8.8. Nosinusoidal o'zgaruvchan funksiya egri chiziqlarini Furiye qatoriga yoyishning grafik usuli (Chebishev usuli).....	200

IX BOB. YIG'IQ, O'LCHAMLI ELEKTR ZANJIRLARDAGI O'TKINCHI JARAYONLAR

9.1. Umumiy tushunchalar.....	203
9.2. O'tkinchi, turg'unlashgan va erkin holatlar haqida tushunchalar.....	204
9.3. Induktiv g'altakni o'zgarmas kuchlanishga ulash.....	207
9.4. Induktiv g'altakni sinusoidal o'zgaruvchan kuchlanish manbaiga ulash	209
9.5. Qoldiq tokka ega bo'lgan induktiv g'altakdagi qisqa tuta-shuv.....	211
9.6. Kondensatorni rezistor orqali o'zgarmas kuchlanish manbaiga ulash.....	215
9.7. Kondensatorni rezistor orqali sinusoidal o'zgaruvchan kuchlanish manbaiga ulash.. ..	216
9.8. Zaryadlangan kondensatorni rezistorga ulash.....	218

9.9. Kondensatorning R, L zanjirga zaryadsizlanishi.....	220
9.10. Murakkab zanjirlardagi o'tkinchi jarayonlarni hisoblash.....	226
9.11. Ixtiyoriy shakldagi kuchlanish ta'sir etgan zanjirdagi o'tkinchi jarayonlarni hisoblash (Dyuamel integrali).....	230
9.12. Chiziqli elektr zanjirlardagi o'tkinchi jarayonlarni operator usulida hisoblash.....	233
9.13. Oddiy funksiyalarni Laplas formulasi bo'yicha almashtirish..	234
9.14. Funksiya hosilasi va integralining Laplas bo'yicha tasviri.....	236
9.15. Kirg'xof va Om qonunlarining operator shaklidagi tasviri.....	237
9.16. O'tkinchi jarayonlarni operator usulu bilan hisoblashga doir misollar.....	239

X BOB. TO'RTQUTBLIK ELEKTR ZANJIRLARI

10.1. Passiv to'rtqutblik zanjir asosiy tenglamasi.....	243
10.2. Passiv to'rtqutblik zanjir almashinish sxemasi bo'yicha ularning ekvivalent parametrlarini aniqlash.....	246
10.3. To'rtqutblik zanjir parametrlarini tajriba usulida aniqlash.....	248
10.4. To'rtqutblik zanjir uzatish funksiyalari. To'rtqutblik zanjir differensiallash va integrallash xususiyatlari.....	250

XI BOB. ZANJIRSIMON (KASKADLI) SXEMALAR. ELEKTR FILTRLARI

11.1. Zanjirsimon sxemalarning asosiy tenglamalari hamda tavsiflari.....	258
11.2. Chastota ajratuvchi elektr filtrlar.....	261
11.3. Quyi chastota filtrlari.....	262
11.4. Yuqori chastota filtrlari.....	264
11.5. Ikki chastota bilan chegaralangan (hududli) filtrlar.....	266

XII BOB. TARQOQ PARAMETRLI ELEKTR ZANJIRLAR

12.1. Umumiy tushunchalar.....	271
12.2. Bir jinsli liniyaning differensial tenglamalari.....	272
12.3. Sinusoidal kuchlanishga ulangan bir jinsli liniyaning turg'un holati.....	274
12.4. Yugurma to'liqlar.....	276
12.5. Bir jinsli liniyaning tavsifi. Signal shaklini buzmaydigan liniyalar.....	280

12.6. Bir jinsli liniyaning turli holatlarda ishlashi.....	282
12.7. Isrofsiz liniya va turg'un (qo'zg'almas) to'liqlar.....	286

XIII BOB. TARQOQ PARAMETRLI ELEKTR ZANJIRIDAGI O'TKINCHI JARAYONLAR

13.1. O'tkinchi jarayonlarning vujudga kelishi va uning sabablari..	293
13.2. O'tkinchi holat tenglamalarining tuzilishi va yechimi.....	293
13.3. To'g'ri burchakli frontga ega to'liqlarning sodir bo'lishi. Liniyani o'zgarmas tokka ulash vaqtidagi o'tkinchi jarayonlar	296
13.4. To'liqlarning liniya chegarasidan (oxiridan) aks etib qay- tishi.....	297
13.5. To'liqlarning ikki liniya tutashgan joyida aks etishi va sinishi.....	301

XIV BOB. ELEKTR ZANJIRLAR SINTEZI

14.1. Umumiy tushunchalar. Sintez oldidagi masalalar.....	304
14.2. Uzatish funksiyalarini oddiy kasrlar tarzida ifodalash.....	305
14.3. Reaktiv ikkiqutbliklarning chastotaviy xarakteristikasi. Nol va qutblar to'g'risida tushunchalar.....	310
14.4. Passiv to'rtqutblik sintez asoslari.....	312
Ilova	315
Adabiyotlar	317

A.C. KARIMOV, M. IBADULLAYEV, B. ABDULLAYEV

ELEKTROTEXNIKANING NAZARIY ASOSLARI

(Darslik)

I QISM

Toshkent – «Fan va texnologiya» – 2017

Muharrir:	Sh.Aliyeva
Tex. muharrir:	F.Tishaboyev
Musavvir:	D.Azizov
Musahhih:	N.Hasanova
Kompyuterda sahifalovchi:	N.Raxmatullayeva

E-mail: tipografiyacnt@mail.ru Tel: 245-57-63, 245-61-61.

Nashr.lits. AIN №149, 14.08.09. Bosishga ruxsat etildi: 16.10.2017.

Bichimi 60x84 ¹/₁₆. «Timez Uz» garniturası. Ofset bosma usulida bosildi.

Shartli bosma tabog'i 20,5. Nashriyot bosma tabog'i 20,25.

Tiraji 500. Buyurtma №168.

«Fan va texnologiyalar Markazining bosmaxonasi» da chop etildi.

100066, Toshkent sh., Olmazor ko'chasi, 171-uy.