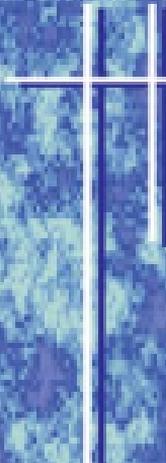


В. Н. Щелкачев  
Б. Б. Лапук



# ПОДЗЕМНАЯ ГИДРАВЛИКА

**R&C**  
*Dynamics*

**Редакционный совет:**

Главный редактор Басниев К. С.  
Ответственный редактор Борисов А. В.

Богомольный Е. И. (Удмуртнефть)  
Владимиров А. И. (РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина)  
Грайфер В. И. (РИТЭК)  
Журавлев В. А. (Удмуртский государственный университет)  
Кудинов В. И. (Удмуртнефть)  
Кузнецов О. Л. (РАЕН)  
Лисовский Н. Н. (Министерство энергетики)  
Мамаев И. С. (Институт компьютерных исследований)  
Резуненко В. И. (ОАО Газпром)  
Холдич С. (США)



В. Н. ЩЕЛКАЧЕВ, Б. Б. ЛАПУК

# Подземная гидравлика

Учебное пособие для студентов  
нефтегазовых специальностей университетов

**R&C**  
*Dynamics*

**РХД**  
Москва • Ижевск

**2001**

УДК 532.5

Серия «Современные нефтегазовые технологии»

---

Интернет-магазин

**MATHESS**

<http://shop.rcd.ru>

- физика
- математика
- биология
- техника

*Внимание!*

**Новые проекты издательства РХД**

- Электронная библиотека на компакт-дисках  
<http://shop.rcd.ru/cdbooks>
  - Эксклюзивные книги — специально для Вас любая книга может быть отпечатана в одном экземпляре  
<http://shop.rcd.ru/exclusive>
- 

**Щелкачев В. Н., Лапук Б. Б.**

Подземная гидравлика. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, 736 стр.

Книга представляет собой наиболее полное изложение основ гидромеханики, теории фильтрации применительно к поведению нефтяных потоков. Книга открывает серию книг по современным нефтегазовым технологиям.

Рассчитана на студентов университетов нефтегазового профиля, аспирантов и специалистов.

**ISBN 5-93972-081-1**

© В. Н. Щелкачев, 2001

© НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001

<http://rcd.ru>

---

---

## Оглавление

От редакционного совета . . . . .	12
Предисловие академика Л. С. Лейбензона . . . . .	14
Предисловие . . . . .	15
Предисловие одного из авторов книги . . . . .	19

### Часть I. Введение

<b>ГЛАВА I. Содержание курса и характеристика важнейших этапов развития подземной гидравлики . . . . .</b>	<b>23</b>
§ 1. Подземная гидравлика как основа технологии добычи нефти и газа . . . . .	23
§ 2. Краткая характеристика важнейших этапов развития подземной гидравлики . . . . .	26
<b>ГЛАВА II. Основные представления подземной гидравлики</b>	<b>29</b>
§ 1. Развитие представлений, содействовавших обобщению задач технологии нефтедобычи и подземной гидравлики	29
§ 2*. Наблюдения за взаимодействием скважин и месторождений . . . . .	34
§ 3*. Краткие сведения о классификации подземных вод . . . . .	40
§ 4. Краткие сведения о классификации режимов нефтегазо-водоносных пластов . . . . .	44
§ 5. Типовые схемы и моделирование пластовых водонапорных систем . . . . .	50
<b>ГЛАВА III. Краткая характеристика свойств жидкостей и газов . . . . .</b>	<b>57</b>
§ 1*. Свойства нефтей . . . . .	57
§ 2*. Свойства пластовых вод . . . . .	68
§ 3*. Свойства газов нефтяных и газовых месторождений . . . . .	72

## Часть II. Теория фильтрации

ГЛАВА IV. Основные понятия . . . . .	79
§ 1. Определение и особенности фильтрации. Грунты идеальный и фиктивный . . . . .	79
§ 2. Пористость и просветность фиктивного грунта . . . . .	82
§ 3. Переход от фиктивного грунта к естественному . . . . .	89
§ 4. Скорость фильтрации и ее связь со скоростью движения . . . . .	91
ГЛАВА V. Теоретические формулы, описывающие законы фильтрации жидкости и их обобщение . . . . .	94
§ 1. Законы фильтрации через фиктивный грунт . . . . .	94
§ 2. Обобщенное выражение различных теоретических формул, описывающих закон фильтрации . . . . .	98
ГЛАВА VI. Линейный закон фильтрации. проницаемость пористой среды . . . . .	100
§ 1. Коэффициент фильтрации . . . . .	100
§ 2. Проницаемость пористой среды . . . . .	105
ГЛАВА VII. Границы применимости линейного закона фильтрации и другие законы фильтрации . . . . .	114
§ 1. Экспериментальные исследования вопроса о границах применимости линейного закона фильтрации . . . . .	114
§ 2. Теоретические исследования вопроса о границах применимости линейного закона фильтрации . . . . .	121
§ 3. Нелинейные законы фильтрации . . . . .	125
§ 4. Вывод законов фильтрации, основанный на использовании принципа однородности размерностей . . . . .	128

## Часть III. Задачи подземной гидравлики, допускающие элементарное решение

ГЛАВА VIII. Простейшие фильтрационные потоки и методы их исследования . . . . .	137
§ 1. Описание простейших фильтрационных потоков . . . . .	137
§ 2. Напор и приведенное давление; поверхности равного напора и изобары . . . . .	142
§ 3. Общие методы исследования одномерного, плоско-радиального и трехмерного радиального потоков . . . . .	145

<b>ГЛАВА IX. Одномерное и радиальное движение несжимаемой жидкости в условиях водонапорного режима . . .</b>	<b>149</b>
§ 1. Одномерное движение по линейному закону фильтрации	149
§ 2. Плоское радиальное движение по линейному закону фильтрации . . . . .	156
§ 3. Сферическое радиальное движение по линейному закону фильтрации . . . . .	171
§ 4. Одномерное движение при нелинейном законе фильтрации	176
§ 5. Радиальное движение при нелинейном законе фильтрации	177
§ 6. Особенности притока жидкости к скважине при одновременном существовании двух режимов . . . . .	180
§ 7. Влияние изменения давления с течением времени . . . . .	186
<b>ГЛАВА X. Простейшие случаи движения жидкости со свободной поверхностью . . . . .</b>	<b>188</b>
§ 1. Вводные замечания . . . . .	188
§ 2. Движение жидкости со свободной поверхностью к прямолинейной галлерее . . . . .	189
§ 3. Движение жидкости со свободной поверхностью к скважинам . . . . .	194
<b>ГЛАВА XI. Одномерное и радиальное движения сжимаемой жидкости в пористой среде по линейному закону фильтрации . . . . .</b>	<b>202</b>
§ 1. Одномерная установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости . . . . .	202
§ 2. Радиальная установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости . . . . .	208
§ 3. Приближенное решение задачи о неустановившейся радиальной фильтрации сжимаемой жидкости . . . . .	211
§ 4. Неустановившаяся одномерная фильтрация сжимаемой жидкости . . . . .	222
§ 5. Приближенное решение задач о неустановившемся движении сжимаемой жидкости в упругом пласте . . . . .	225
<b>ГЛАВА XII. Одномерное и радиальное движения газов в пористой среде . . . . .</b>	<b>227</b>
§ 1. Законы фильтрации газов. Экспериментальные исследования движения газов в пористой среде . . . . .	227
§ 2*. О термодинамических процессах при движении газов в пористой среде . . . . .	231

§ 3. Одномерное установившееся движение газов по линейному закону фильтрации . . . . .	238
§ 4. Радиальное установившееся движение газов по линейному закону фильтрации . . . . .	245
§ 5. Неустановившееся радиальное движение газов по линейному закону фильтрации . . . . .	256
§ 6. Установившееся движение газа, не подчиняющееся линейному закону фильтрации . . . . .	269
§ 7. Движение реальных газов в пористой среде по линейному закону фильтрации . . . . .	279
<b>ГЛАВА XIII. Движение неоднородных жидкостей в пористой среде . . . . .</b>	
§ 1. Предварительные замечания . . . . .	290
§ 2. Фазовая (эффективная) проницаемость пористой среды . . . . .	292
§ 3. Установившееся движение газированной жидкости в пористой среде . . . . .	300
§ 4. Неустановившееся радиальное движение газированной жидкости в пористой среде . . . . .	309
§ 5. Движение смеси нефти и воды в пористой среде . . . . .	324
§ 6. Движение смеси нефти, воды и газа в пористой среде . . . . .	330
<b>ГЛАВА XIV. Влияние радиуса и степени гидродинамического несовершенства скважины на ее производительность . . . . .</b>	
§ 1. Влияние радиуса скважины на ее производительность . . . . .	338
§ 2. Влияние гидродинамического несовершенства скважины на ее производительность . . . . .	352
<b>ГЛАВА XV. Некоторые вопросы, связанные с исследованием скважин на приток . . . . .</b>	
§ 1*. Вводные замечания . . . . .	373
§ 2*. Законы изменения забойного давления в скважине после ее остановки . . . . .	374
§ 3*. Факторы, влияющие на форму индикаторных кривых при установившихся режимах работы скважины . . . . .	379
§ 4*. Классификация индикаторных кривых и их аналитическое выражение . . . . .	382
§ 5*. Важнейшие свойства коэффициентов продуктивности скважины . . . . .	388
§ 6*. Замечания по поводу методов исследования скважин . . . . .	395

<b>ГЛАВА XVI. Влияние различия в удельных весах двух жидкостей в пласте на распределение давлений и поведение скважин</b> . . . . .	399
§ 1. Анализ явления поднятия подошвенной воды к забою нефтяной скважины . . . . .	399
§ 2*. Замечания по поводу некоторых гидрогеологических проблем . . . . .	405
<b>ГЛАВА XVII. Движение жидкостей и газов в пластах с неоднородной проницаемостью</b> . . . . .	408
§ 1. Вводные замечания . . . . .	408
§ 2. Одномерное движение жидкости в неоднородных пластах	409
§ 3. Плоско-радиальное движение жидкости в неоднородных пластах . . . . .	417
§ 4*. Влияние неоднородности пласта при движении несжимаемой жидкости по закону фильтрации Краснопольского	428
§ 5. Обобщение предыдущих выводов . . . . .	433
<b>ГЛАВА XVIII. Вытеснение нефти и газа водой</b> . . . . .	437
§ 1. Одномерная задача о вытеснении нефти водой . . . . .	438
§ 2. Вытеснение нефти водой при плоском радиальном движении . . . . .	449
§ 3. Одномерная задача о вытеснении газа водой . . . . .	456
§ 4. Вытеснение газа водой в условиях радиальной фильтрации	464
§ 5. Замечание о влиянии вязкости газа на продвижение контура водоносности при вытеснении газа водой . . . . .	474

## **Часть IV. Нерадиальное движение жидкостей и газов к одной скважине и теория взаимодействия скважин (задачи, решаемые методами гидромеханики)**

<b>ГЛАВА XIX. Исследование фильтрационного потока от нагнетательной скважины к эксплуатационной и исследование нерадиального установившегося движения жидкостей и газов к одной скважине. Выяснение влияния формы контура области питания на дебит скважины и распределение давления в пласте</b> . . . . .	479
§ 1. Замечания о постановке задач . . . . .	479
§ 2. Исследование фильтрационного потока от нагнетательной скважины к эксплуатационной . . . . .	481

§ 3.	Нерадиальное движение жидкости к скважине при прямолинейном контуре области питания . . . . .	495
§ 4.	Нерадиальное движение жидкости к скважине при круговом контуре области питания . . . . .	497
§ 5.	Влияние формы контура области питания на дебит скважины. Замечания о возможности использования формулы радиального притока в случае нерадиального движения жидкости к скважине . . . . .	501
<b>ГЛАВА XX. Теория взаимодействия скважин . . . . .</b>		<b>506</b>
§ 1.	Постановка основных задач . . . . .	506
§ 2.	Основные формулы, характеризующие работу двух взаимодействующих скважин . . . . .	514
§ 3.	Анализ семейств траекторий и изобар и распределения скоростей фильтрации в пласте в случае двух взаимодействующих скважин . . . . .	524
§ 4*.	Решение простейшей задачи об условиях заглушения одной из двух скважин в процессе их взаимодействия . . . . .	534
§ 5*.	Свойства коэффициентов продуктивности взаимодействующих скважин . . . . .	535
§ 6.	Количественная оценка эффекта взаимодействия двух скважин . . . . .	543
§ 7.	Взаимодействие скважин кольцевой батареи . . . . .	548
§ 8.	Оценка эффекта взаимодействия многих скважин при расположении их вдоль прямой линии и по квадратной сетке . . . . .	554
§ 9*.	Анализ простейших гидродинамических полей взаимодействующих скважин и выводы по поводу влияния на их работу непроницаемых границ в пласте . . . . .	562
§ 10*.	Оценка эффекта взаимодействия скважин прямолинейной батареи при наличии непроницаемых границ в пласте; сравнение дебитов прямолинейной галереи и батареи . . . . .	571
<b>ГЛАВА XXI. Простейшие законы стягивания контура нефтеносности к скважинам. Выводы по поводу рациональных методов расстановки скважин . . . . .</b>		<b>577</b>
§ 1.	Замечания по поводу постановки задач . . . . .	577
§ 2.	Стягивание контуров нефтеносности различных форм к одной скважине . . . . .	578
§ 3.	Стягивание контуров нефтеносности к двум взаимодействующим скважинам . . . . .	583

§ 4*. Стягивание контура нефтеносности к скважинам кольцевой батареи . . . . .	590
§ 5*. Особенности стягивания овально вытянутого контура нефтеносности к скважинам, расположенным вдоль длинной оси овала . . . . .	596
§ 6*. Особенности стягивания контура нефтеносности к однорядной батарее скважин в пласте, замкнутом с трех сторон	599
§ 7*. Некоторые соображения по поводу расстановки скважин в нефтеносных пластах с водонапорным режимом . . . . .	605

## **Часть V. Дифференциальные уравнения подземной гидравлики. Заключение**

<b>ГЛАВА XXII. Дифференциальные уравнения движения жидкостей и газов в пористой среде по линейному закону фильтрации и их интегрирование в простейших случаях . . . . .</b>	<b>613</b>
§ 1. Уравнение неразрывности при движении однородных жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде . . . . .	613
§ 2. Уравнение движения капельно-сжимаемой и несжимаемой жидкости в недеформируемой пористой среде . . . . .	617
§ 3. Уравнения движения газов в пористой среде . . . . .	625
§ 4. Движение газированной жидкости в пористой среде . . . . .	636
§ 5. Дифференциальное уравнение движения сжимаемой жидкости в упругой пористой среде . . . . .	638
§ 6. Аналогия между движением жидкостей и газов в пористой среде и другими физическими явлениями . . . . .	642
<b>ГЛАВА XXIII*. Краткая история развития подземной гидравлики. Заключение . . . . .</b>	<b>647</b>
<b>Литература . . . . .</b>	<b>659</b>
<b>Дополнительный список литературы . . . . .</b>	<b>676</b>

---

---

## От редакционного совета

Авторами настоящего учебника являются выдающиеся ученые и педагоги, профессора Московского нефтяного института им. И. М. Губкина, ныне Российского государственного университета нефти и газа им. И. М. Губкина, Владимир Николаевич Щелкачев и Бернанд Борисович Лапук, благодаря научным трудам и учебникам которых многие поколения российских и зарубежных специалистов познавали фундаментальные основы нефтегазовой подземной гидромеханики и разработки нефтяных и газовых месторождений.

Написанный ими в 1949 г. учебник подземной гидравлики послужил первым учебным пособием такого рода в мире, на основе которого было начато широкое развитие преподавания курсов подземной гидромеханики в вузах. Переведенный на китайский, румынский и венгерский языки, он и поныне является настольной книгой инженеров-нефтяников. Напомним, что учебник вышел под общей редакцией и с предисловием их учителя, академика Л. С. Лейбензоном. Рецензентами книги были профессор И. А. Чарный и профессор Г. Б. Пыхачев.

Прошло более 50 лет со времени издания учебника, но он сохраняет свое основополагающее значение. Вместе с тем, книга стала библиографической редкостью. Сегодня ее трудно найти даже в вузовских библиотеках. Современные поколения студентов и аспирантов, специалистов нефтяной и газовой промышленности не имеют возможности прикоснуться к страницам учебника, продолжающего иметь огромное значение для изучения основ нефтегазовой науки.

Переиздание книги осуществлено научно-издательским центром «Регулярная и хаотическая динамика». При этом было принято решение не вносить никаких изменений в текст, оставив его в первоизданном виде.

Единственное добавление к публикуемому второму изданию книги — список литературы. В. Н. Щелкачев поместил в изданную в 1995 году монографию (В. Н. Щелкачев. Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации, ч. I и ч. II, 1995 г.). Список литературы, насчитывающий более тысячи наименований. Этот список помещен в данное издание, что позволяет читателю с исчерпывающей полнотой охватить практически всю обширную область нефтегазовой гидромеханики и ее приложений и их развитие со времени первого издания учебника до настоящего времени.

Редационный совет «Современные нефтегазовые технологии» планирует издание и переиздание важнейших книг как отечественных, так и зарубежных авторов в области нефтегазовой науки и технологий. Публикуемая книга является первой из этой серии.

Считаю своим приятным долгом представить читателям второе издание замечательного учебника, авторами которого являются мои ближайшие учителя.

Российский Государственный Университет  
нефти и газа им. И. М. Губкина

Доктор технических наук,  
профессор К. С. Басниев 26.11.2001 г.

---

---

## Предисловие академика Л. С. Лейбензона

Подземная гидравлика — наука о движении жидкостей, газов и их смесей в пористых и трещиноватых горных породах — теоретическая основа разработки нефтяных и газовых месторождений, одна из профилирующих дисциплин в учебном плане промышленного и геологического факультетов нефтяных вузов.

В основе подземной гидравлики лежит представление о том, что нефть, газ и вода, заключенные в пористой среде, составляют единую гидравлическую систему.

Подземная гидравлика создана главным образом трудами советских ученых. Настоящая книга является первым учебным пособием по курсу «Подземная гидравлика», введенному в нефтяных вузах с 1941 г.

На протяжении всей книги и в ее заключительной главе ярко и убедительно показан приоритет советских ученых в решении самых важных вопросов теории движения жидкостей и газов в пористой среде. Сюда относятся основные вопросы теории фильтрации, взаимодействия скважин, упругого режима, движения газов и газированной жидкости в пластах. Пособие «Подземная гидравлика» не только обобщает все, что сделано в области подземной нефтяной гидравлики, но и поднимает ее на новую ступень.

Особая ценность книги — элементарное и вместе с тем строго научное изложение всего курса.

Авторы поставили перед собой важнейшую задачу — сделать подземную гидравлику доступной не только для студентов нефтяных вузов, но и самому широкому кругу инженерно-технических работников нефтяной и газовой промышленности. С выходом настоящей книги эту задачу можно считать успешно решенной.

Весьма существенно, что изложение теории дается в органической связи с ее приложением на практике. Во всем изложении виден инженерный подход к решению всех поставленных задач.

Трудно переоценить значение курса подземной гидравлики в подготовке кадров нефтедобывающей и газовой промышленности и обеспечении ее дальнейшего технического прогресса. В этой связи я особенно приветствую выход настоящей книги, авторами которой являются мои ближайшие ученики.

29 июня 1949 г.

Академик Л. С. Лейбензон

---

---

## Предисловие

Подземная гидравлика является основой современной технологии нефтедобычи и добычи газа и имеет обширные области приложения в гидрогеологии, гидротехнике, инженерной геологии. Курс подземной гидравлики введен в учебный план нефтяных институтов с 1940 г.

Работы профессора Н. Е. Жуковского, академика Н. Н. Павловского, академика Л. С. Лейбензона заложили основу самой крупной в мире советской школы ученых, работающих в области теории фильтрации. Советские ученые прочно удерживают приоритет в разработке важнейших вопросов подземной гидравлики и гидромеханики. Тем не менее до сих пор ни в СССР, ни за рубежом не написано книги, в которой бы подземная гидравлика излагалась достаточно полно, систематично и доступно для читателей, начинающих изучать этот предмет и интересующихся проблемами технологии добычи нефти и газа. Понятно, что необходимость в такой книге давно назрела. Специальное пособие по курсу подземной гидравлики необходимо не только для студентов нефтяных институтов, но и для широких кругов инженеров и геологов, окончивших институты до 1942 г. (т. е. не изучавших в вузах этого курса) и работающих в соответствующих отраслях нефтяной и газовой промышленности.

Имея в виду, что эти кадры инженеров и геологов должны изучать курс подземной гидравлики самостоятельно, авторы старались обратить особое внимание на доступность изложения, на иллюстрацию теории приложениями к практике. Последнее мы считали особенно полезным и для студентов.

Учитывая, что в нефтяных институтах курс подземной гидравлики проходит либо до, либо одновременно (в зависимости от факультетов) с курсами нефтепромысловой геологии, эксплуатации нефтяных месторождений, гидрогеологии, нам пришлось ввести краткие сведения о классификации подземных вод и о классификации режимов нефтегазовоносных пластов.

Учебное пособие построено по следующему плану:

Часть I посвящена определению целей курса, краткому описанию содержания курса, обзору важнейших этапов развития подземной гидравлики, пояснению основных представлений этой науки и характеристике некоторых физических свойств нефти, газов и воды. Помещать

подробную историю развития подземной гидравлики в вводной части т. е. предлагать ее читателю до ознакомления с основами этой науки мы считали нецелесообразным. Некоторые исторические сведения приводятся в тексте промежуточных глав курса, но систематический исторический обзор развития подземной гидравлики приведен в последней главе.

Часть II посвящена теории фильтрации.

В части III собраны те задачи подземной гидравлики, которые допускают элементарные решения, выполняемые с помощью простого аппарата дифференциального и интегрального исчисления. Те же задачи можно было бы решить, используя общие дифференциальные уравнения движения жидкостей и газов в пористой среде; последний способ решения задач был бы даже более коротким, но, несомненно, более трудным для начинающего читателя. Задачи, собранные в части III, посвящены одномерному движению и радиальным притокам к одной скважине различных жидкостей, газов и газожидкостных смесей при различных режимах фильтрации и при различных режимах пласта. В виде исключения в третьей части рассмотрено несколько таких задач, сложное гидродинамическое решение которых не могло быть приведено в рамках данной книги. Учитывая важность этих задач (связанных в основном с притоком жидкостей и газов к гидродинамически несовершенной скважине и с притоком к скважине двух жидкостей разных удельных весов), мы ограничились пояснением их постановки и анализом готовых решений — расчетных формул, иллюстрируемых числовыми таблицами и графиками.

Часть IV содержит теорию нерадиального притока жидкостей к скважинам, теорию взаимодействия скважин и исследование законов стягивания контуров нефтеносности в процессе эксплуатации взаимодействующих скважин. Строгое решение всех этих вопросов требует применения методов гидродинамики, связанных с использованием теории функций комплексного переменного и дифференциальных уравнений с частными производными.

Учитывая назначение пособия, мы не могли привести решения этих задач — выводы расчетных формул. Однако сами задачи столь важны для теории и практики технологии добычи нефти и газа, что оставить их совершенно без рассмотрения было невозможно. Поэтому мы постарались изложить соответствующие вопросы в доступной форме: подробно пояснить физическую постановку каждой задачи, пояснить общий метод ее решения, привести готовое решение — готовую расчетную формулу и выводы из каждой формулы. Попутно всегда указывались статьи и книги, в которых более подготовленный читатель может найти полное решение соответствующей задачи.

Часть V содержит вывод общих дифференциальных уравнений движения жидкостей и газов в пористой среде, интегрирование этих уравнений в простейших случаях, теорию электрогидродинамических и термогидродинамических аналогий. Усвоение материала этой части облегчит читателю переход к изучению специальных монографий по подземной гидро-газодинамике.

Из новейших достижений подземной гидродинамики в пособии мало освещены вопросы теории упругого режима пластовых водонапорных систем. Объясняется это, во-первых, недостатком места и, во-вторых, тем, что лишь недавно издана монография проф. В. Н. Шелкачева [219], в которой теория упругого режима изложена в столь доступной форме, что упомянутая монография может быть, использована в качестве дополнительного учебного пособия,

После окончания подготовки рукописи данного пособия к печати была опубликована посвященная подземной гидромеханике монография проф. И. А. Чарного [189], которой мы не успели воспользоваться. Так же точно мы не могли воспользоваться одновременно подготовлявшейся к опубликованию большой работой [79] коллектива сотрудников Проектно-исследовательского бюро Московского нефтяного института, в которой новейшие достижения подземной гидравлики широко использованы для решения важнейших вопросов разработки нефтяных месторождений.

Учебное пособие предназначено в основном для студентов нефтяных институтов и инженерно-технических работников и геологов нефтяной и газовой промышленности, но оно может служить учебным пособием для гидрогеологов, гидротехников и работников в области инженерной геологии.

Те параграфы, изучение которых не обязательно при работе над пособием по программе, утвержденной для нефтяных институтов по курсу подземной гидравлики, отмечены в тексте и в оглавлении звездочками.

К числу таких параграфов относятся: § 2–3 главы II, § 1–3 главы III, § 2 главы XII, § 1–6 главы XV, § 3 главы XVI, § 4, 5, 9, 10 главы XX, § 4–7 главы XXI, вся глава XXIII.

Несомненно, что первый опыт составления систематического специализированного пособия по подземной гидравлике не свободен от пробелов и недостатков; авторы будут благодарны всем читателям за критические указания, которые помогут улучшить курс и сделать его достойным того значения, которое этот курс приобрел для теории и практики технологии добычи нефти и газа.

В условиях построенного на научной основе социалистического хозяйства нашей Родины подземная гидравлика является важным ору-

жием инженера и геолога-нефтяника в деле дальнейшего усовершенствования методов разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений.

*Примечание.* Часть вторая и главы III, XI–XIII, XVIII и XXII данного учебника написаны проф. Б. Б. Лапуком; части первая (за исключением главы III) и четвертая и главы VIII–X, XIV–XVII и XXIII написаны проф. В. Н. Щелкачевым.

Москва, январь 1949 г.

---

---

## Предисловие одного из авторов книги

О желательности переиздания книги заявляли многократно и авторы, и преподаватели нефтегазовой и подземной гидродинамики в ВУЗах (Бакинском, Грозненском, Уфимском и др.) и техникумах, а также многие производственники, инженеры и геологи.

Напомню, что еще на первом Всесоюзном съезде ВНИТО нефтяников в Баку 20–25 августа 1933 года в докладе профессора (впоследствии академика) Леонида Самуиловича Лейбензона было весьма четко отмечено, что успех развития нефтяной промышленности «основывается на умелом приложении к вопросам нефтедобычи ряда таких важных дисциплин как термодинамика, физика, механика и гидромеханика. Особо важное значение в этом приобретает гидромеханика, так как процессы движения нефти в пластах представляют собой гидромеханические явления».

И еще напомню, что на этом же съезде был доклад инженера Геннадия Константиновича Максимовича (замечу, что проработав более 70 лет в нефтяной науке и ее приложениях к практике, я считаю Максимовича лучшим инженером в области технологии нефтедобычи и разработки) под названием «К методике составления генеральных планов разработки нефтяных месторождений». В этом докладе обращено особое внимание на то, чтобы план разработки имел геологическое, технологическое и экономическое обоснование.

Таким образом, уже в 1933 году созрела идея о том, что в планах разработки должны учитываться подземная гидродинамика, техника и экономика.

Все доклады упомянутого съезда были полностью опубликованы в 1934 году в общем сборнике под названием «Плановая разработка нефтяных месторождений (вып. 2)». К сожалению, этот сборник оказался малоизвестным современным нефтяникам, чем и объясняется, что идеи о необходимости комплексного обоснования проектов разработки нефтяных пластов (в т. ч. и с помощью подземной гидродинамики) появились якобы только в сороковых годах.

И после 1933 года Л. С. Лейбензон многократно подчеркивал необходимость учета новейших достижений подземной гидродинамики при проектировании разработки нефтяных месторождений.

Вспоминаю, что в суровые годы Великой Отечественной войны я был вызван Наркомнефтью из Грозного в Москву для прочтения

лекции по подземной гидродинамике на курсах усовершенствования инженерно-технических работников нефтяной промышленности. Среди слушателей лекций были специалисты из всех нефтяных районов нашей страны. Я понял, что передо мной была поставлена задача в доходчивой форме дать такие знания по подземной гидродинамике, которые тесно связаны с актуальными задачами практики. Содержание моих лекций было в 1945 году опубликовано в книге под названием «Основы подземной нефтяной гидравлики».

Вернувшийся с фронта Бернад Борисович Лапук заинтересовался написанной мною книгой и предложил совместно поработать над созданием достаточно полного и доходчивого по содержанию учебника по подземной гидродинамике. В результате нашей совместной работы и появилось первое издание ныне переиздаваемой книги. Надо отметить, что Б. Б. Лапук всегда интересовался новейшими достижениями науки и техники и использованием их для решения задач развития отечественной нефтяной промышленности. Б. Б. Лапука высоко ценил академик Л. С. Лейбензон.

Я считаю, что наиболее верные оценки содержания любой книги появляются не в ближайшие годы, а отступая по времени от момента ее опубликования.

В подсодержании этой моей мысли приведу такое весьма остроумное высказывание крупнейшего математика и мыслителя Анри Пуанкаре: «Получить представление о внешнем облике слона нельзя рассматривая его вблизи под микроскопом, а надо посмотреть на слона несколько отступив от него...». В заключение, считаю долгом поблагодарить профессора К. С. Басниева за проявленные инициативу и активную деятельность, связанную с опубликованием второго издания нашей книги.

К. С. Басниев широко известен результатами своей научной деятельности в области подземной гидродинамики, теории и практики разработки нефтяных и газовых месторождений и по итогам своей педагогической, методической и организационной работы.

В. Н. Щелкачев  
01.12.2001 г.

Часть I

Введение



---

---

# ГЛАВА I

## Содержание курса и характеристика важнейших этапов развития подземной гидравлики

### § 1. Подземная гидравлика как основа технологии добычи нефти и газа

Подземная гидравлика — наука о движении нефти, газа и воды в пластах, сложенных пористыми и трещиноватыми горными породами.

Если учесть буквальный смысл термина гидравлика, то было бы правильнее науку о движении нефти, газа и воды в пластах назвать механикой жидкостей и газов в пористой среде<sup>1</sup>. Последнее название более верно и потому, что при изучении фильтрации жидкостей и газов в пористой среде используются не только упрощенные методы гидравлики, но и математически строгие, общие методы гидромеханики. Однако для простоты сохраним за упомянутой наукой более привычное название, укоренившееся уже и как название соответствующей учебной дисциплины — «Подземная гидравлика».

При любом способе добычи нефти и газа возбуждается их движение в пласте; поэтому без знания подземной гидравлики нельзя обоснованно решить важнейшие задачи технологии нефтедобычи и добычи газа — нельзя выбрать систему разработки месторождения и режим эксплуатации скважин, которые были бы наиболее рациональны для данных пластовых условий и в то же время наиболее удовлетворяли планово-экономическим требованиям.

Указывая на *необходимость* знания законов подземной гидравлики для решения проблем технологии нефтедобычи, нужно подчеркнуть, что знания *только* этих законов *недостаточно* для изучения сложных процессов фильтрации жидкостей и газов в пластовых условиях. Действительно, громадная удельная поверхность пористой среды (величина поверхности стенок поровых каналов, приходящаяся на

---

<sup>1</sup>Как известно, термин гидравлика происходит от соединения двух греческих слов: «хюдор» — вода и «аулос» — труба.

единицу объема образца пористой горной породы) и малые диаметры зерен и поровых каналов указывают на то, что роль молекулярных сил может быть относительно велика. Поэтому необходимо считаться с прямым и косвенным влиянием поверхностных явлений на процессы движения жидкости в гористой среде. Кроме того, для очень многих месторождений характерны высокие и снижающиеся в процессе разработки пластовые давления, высокие пластовые температуры; часто в одних и тех же порах пласта одновременно находятся не нефть, газ и вода, причем иногда физико-химические свойства законтурной (краевой) воды сильно отличаются от свойств связанной (сингенетичной, реликтовой, погребенной) воды, пленка которой обволакивает зерна нефтесодержащей породы. По мере падения пластового давления, выделения газа из раствора и продвижения краевой воды внутрь контура нефтеносности в пласте могут развиваться сложные физико-химические процессы, оказывающие существенное влияние на особенности движения жидкостей и газов в пластах. Не менее сложные физико-химические явления возникают при закачке в нефтеносный пласт воды, воздуха или газа, например для поддержания или восстановления пластового давления. Следовательно, физика и физико-химия пласта столь же важны для изучения поведения нефтегазоносного месторождения в процессе его разработки и эксплуатации, как и подземная гидравлика.

Итак, подземная гидравлика, физика и физико-химия пласта являются (наряду с промышленной геологией и отраслевой экономикой) основами современной технологии нефтедобычи. Без комплексного развития этих наук и внедрения их достижений в нефтепромысловую практику невозможен прогресс технологии нефтедобычи.

В подземной гидравлике приходится иметь дело со многими из тех законов движения жидкостей и газов в пористой среде (с законами фильтрации), которые имеют важное значение не только в области технологии добычи нефти и газа, но и в гидрогеологии, инженерной геологии, гидротехнике, химической технологии и т. д. В самом деле, теория фильтрации является основой для решения, например, следующих важнейших проблем водоснабжения и ирригации: расчет притоков жидкости к искусственным водосборам и дренажным сооружениям, изучение режима естественных источников и подземных потоков и т. д. В гидротехническом строительстве и при проведении крупных инженерно-геологических работ приходится рассчитывать фильтрацию вод под плотинами и в обход плотин, фильтрацию через тело земляных плотин, осуществлять искусственное понижение уровня грунтовых вод, бороться с грунтовыми водами при оползнях. При проведении подземной газификации (в каменноугольной промышленности) необходимо учитывать особенности движения газов в пористой

среде. В керамической промышленности возникает задача о фильтрации жидкостей и газов через стенки сосудов, в химической промышленности — задача о движении реагентов в пористой среде катализатора, о движении реагентов через специальные фильтры, о шламовой фильтрации и т. д.

20–25 лет назад большинство вопросов технологии нефтедобычи (особенно в области технологии пласта) решалось без должного научного анализа, но традиции или только на основании «производственного чутья». Объясняется это тем, что сведения по подземной гидравлике и физике пласта в то время были еще мало систематизированы и совсем не известны широким кругам нефтепромысловых работников. Кроме того, многие практически важные и ныне решенные проблемы в области упомянутых наук в то время были далеки от своего разрешения (см. приведенный в конце курса исторический очерк развития подземной гидравлики). Нельзя не отметить, что за последние четверть века сами практические задачи эксплуатации и разработки нефтяных и газовых месторождений сильно усложнились. Ныне (в 1949 г.) разрабатываются месторождения нефти и газа, глубина залегания которых превосходит 4360 м (наиболее глубокое 4420 м), а глубины некоторых разведочных нефтяных скважин достигли почти 5500 м (в июне 1949 г. 6228 м, на 1/І 56 г. 6800 м); в 1947 г. уже более 100 скважин отбирали нефть с глубин, превосходящих 3000 м (в 1949 г. — 610 скважин с глубинами более 3660 м). Стоимость бурения и эксплуатации таких скважин очень велика. Поэтому возникает острая необходимость в научно обоснованном решении многих вопросов, связанных с добычей нефти и газа; без этого невозможна рациональная разработка нефтяных и газовых месторождений. Если раньше из пласта добывали лишь 20–25% находившейся в нем нефти, то теперь, применяя различные методы интенсификации, стремятся повысить коэффициент нефтеотдачи до 80–90%.

За последние годы значительно улучшились и уточнились методы исследования скважин и пластов. Мы теперь обладаем регистрирующими глубинными манометрами, способными с точностью до 0,5 ат фиксировать пластовое давление до 200–250 ат; мы имеем герметичные глубинные пробоотборники, которые позволяют отбирать пробу нефти из скважины с сохранением высокого давления и высокой температуры; мы имеем аппаратуру, которая позволяет анализировать отобранную пробу без снижения давления и температуры. Для определения параметров пласта ныне используется не только электрокароттаж скважин, но и гаммакароттаж и нейтронный кароттаж. Для изучения нефте-водогазонасыщенности отобранных в процессе бурения кернов и для некоторых иных целей используются новейшие достижения ядерной физики.

Итак, несомненно, за последние годы проблемы добычи нефти и газа, во-первых, резко усложнились и, во-вторых, выросли в проблемы огромной политической и экономической важности. Решать эти проблемы кустарными, старыми методами уже нельзя, а потому развитию научно обоснованных методов технологии добычи нефти и газа уделяется особое внимание; совершенствование же технологии добычи нефти и газа немислимо без учета достижений подземной гидравлики.

Вполне понятно, что достижения подземной гидравлики в полной мере не могут быть использованы в условиях раздробленного частнокапиталистического хозяйства, при наличии конкурирующих владельцев отдельных участков единого нефтяного или газового месторождения. Известно, какие заведомо нерациональные системы разработки месторождений и неправильные режимы эксплуатации скважин встречаются в США, когда каждый владелец старается разрабатывать и эксплуатировать свой участок, исходя из интересов только личной наживы. Известны также трудности, возникающие в США при попытках отдельных владельцев и отдельных нефтяных фирм объединиться для осуществления научно обоснованных систем разработки новых крупных газовых и нефтяных месторождений. Социалистическая система хозяйства в СССР не только дает возможность, но и настоятельно требует внедрения научно обоснованных методов добычи нефти и газа. Перед промысловой геологией, теорией эксплуатации нефтяных и газовых скважин, отраслевой экономикой, подземной гидравликой и физикой пласта возникают задачи: установить принципы, на базе которых можно составлять генеральные схемы разработки вновь открываемых месторождений нефти и газа и в соответствии с государственным планом осуществлять наиболее рациональный режим их эксплуатации.

Поэтому в СССР к подземной гидравлике предъявляются большие требования и науке обеспечивается широкое развитие.

## **§ 2. Краткая характеристика важнейших этапов развития подземной гидравлики**

В данном параграфе приведены лишь краткая и общая характеристики двух основных этапов развития подземной гидравлики; более подробный исторический очерк помещен в конце книги.

Историю развития подземной гидравлики можно разделить на два периода. В течение первого периода, начавшегося в середине прошлого века и окончившегося в 1917–1920 гг., подземная гидравлика развивалась почти исключительно под влиянием запросов техники водоснабжения, ирригации и гидротехнического строительства. Поэтому в тече-

ние первого периода решались общие задачи теории фильтрации, движения естественных подземных водных потоков, притока воды к грунтовым колодцам, артезианским скважинам, водосборным галлереям, дренажным каналам и т. д.

Проблемы вытеснения нефти водой и газом из пласта в скважины, проблема движения газированной нефти в пористой среде, специфические задачи размещения нефтяных и газовых скважин — эти и им подобные задачи *собственно нефтяной* подземной гидравлики не ставились в течение первого упомянутого периода. *Постановка и частичное решение перечисленных задач впервые были выполнены в трудах акад. Л. С. Лейбензона; трудами акад. Л. С. Лейбензона с 1927 г. был начат второй период развития подземной гидравлики.*

Исследования в области подземной нефтяной гидравлики после 1917–1920 гг. были вызваны мощным развитием отечественной нефтяной промышленности после Октябрьской революции.

Приоритет в постановке и решении задач подземной нефтяной гидравлики советские ученые продолжают прочно удерживать и теперь.

В СССР не только проведены первые гидродинамические исследования проблем вытеснения нефти газом, проблем движения газированной жидкости и т. д., но в 1934 г. акад. Л. С. Лейбензоном опубликована первая в мировой литературе монография [100]<sup>1</sup>, специально посвященная систематическому изложению подземной гидравлики. В книге акад. Л. С. Лейбензона объединены исследования по подземной гидравлике первого периода ее развития [до 1920 г.] с последующими работами автора.

После издания книги акад. Лейбензона, за последние 14 лет опубликовано много работ, носящих характер сводных трудов, посвященных либо специально подземной гидравлике, либо общим связанным с ней вопросам. Таковы, например, книги Г. Н. Каменского [65], М. Маскета [120], Б. Б. Девисона [43], В. К. Ризенкампа [155], В. Н. Щелкачева и Г. Б. Пыхачева [203], П. Я. Полубариновой-Кочиной [143], В. Н. Щелкачева [209], П. Д. Джонса [44], Л. С. Лейбензона [107].

Необходимо отметить, что из числа только что перечисленных книг книги Каменского [65], Девисона [43], Ризенкампа [155] и Полубариновой-Кочиной [143] представляют не столько интерес для технологии нефтедобычи, сколько для общей теории фильтрации, гидрогеологии, гидротехники. Книга Джонса [44] специально не посвящена подземной гидравлике но в ней описаны многие свойства пластовых жидкостей и газов и анализируются физико-геологические константы, которые необходимо учитывать при гидравлических расчетах. Книги

<sup>1</sup>Цифры в квадратных скобках после фамилии автора соответствуют номеру указателя литературы.

Лейбензона [100], [107], Щелкачева и Пыхачева [203], Маскета [120], хотя имеют монографический характер, но основное внимание в этих монографиях уделено как раз тем вопросам, которые представляют непосредственный интерес для технологии добычи нефти и газа. В книге Щелкачева [209], предназначенной служить кратким учебным пособием для повышения квалификации инженерно-технических работников нефтяной промышленности, приведены лишь результаты исследований по основным вопросам подземной нефтяной гидравлики.

Опубликование перечисленных выше сводных работ свидетельствует о том, что к середине тридцатых годов подземная гидравлика вполне оформилась в самостоятельную науку; ей стали посвящать факультативные курсы лекций в институтах и университетах. В СССР такие курсы лекций стали читаться раньше и по значительно более обширным программам, чем в США. Общепризнанная важность подземной гидравлики побудила ввести ее с 1941 г. в качестве обязательного предмета в учебный план нефтяных институтов.

К современной программе курса подземной гидравлики не подходит ни одна из вышеперечисленных сводных работ, но в той или иной мере они могут быть использованы в качестве дополнительных учебных пособий. Итак, специфичность проблем, обширность предмета и важность практических приложений в области технологии нефтедобычи привели к тому, что в настоящее время подземная гидравлика не только имеет самостоятельную область научных исследований, но является одним из основных предметов учебных планов нефтепромыслового и геолого-разведочного факультетов нефтяных вузов. Лекции по подземной гидравлике читаются и на курсах по повышению квалификации инженерно-технических работников нефтяной промышленности и в нефтяных техникумах<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup>В 1947 г. вышло первое руководство по подземной гидравлике, предназначенное для студентов нефтяных техникумов, — книга А. М. Агаджанова [3].

---

---

## ГЛАВА II

# Основные представления подземной гидравлики

### § 1. Развитие представлений, содействовавших обобщению задач технологии нефтедобычи и подземной гидравлики

В течение длительного времени технология нефтедобычи сводилась почти исключительно к технике эксплуатации скважин. Главным объектом внимания нефтепромысловых работников было подземное и надземное оборудование скважин. Режим работы скважины устанавливался только на основании результатов исследований ее самой, вне всякой связи с режимом работы и поведением других скважин того же пласта. Такой подход к эксплуатации нефтяных месторождений объяснялся частично тем, что в дореволюционной России, а за рубежом и в настоящее время, единые нефтяные месторождения были разделены на раздробленные участки между конкурирующими частными владельцами и фирмами. Интересы личной наживы владельца одной или нескольких скважин были направлены лишь к тому, чтобы максимально интенсифицировать добычу нефти из своих скважин, хотя бы это шло во вред владельцам соседних участков. Упомянутый подход к эксплуатации скважин объяснялся частично и другой причиной. Именно, в то время, почти до конца двадцатых годов нынешнего века, нефтепромысловые работники считали, что влияние эксплуатации нефтяной скважины не распространяется на всю нефтеносную залежь и тем более не распространяется за контур нефтеносности. Считали, что каждая скважина имеет ограниченную область влияния (область действия или дренирования). При всевозможных расчетах радиус влияния скважины полагали равным не более 150–200 м. Укреплению таких взглядов много содействовала американская теория Бриггса, согласно которой единственной силой, движущей нефть к забоям скважин, может быть только сила упругости окклюдированного газа, рассеянного в нефти.

Изменению неправильных взглядов мы обязаны, главным образом отечественной науке: существование водонапорного режима нефтяных

месторождений (см. § 4 данной главы) установлено в СССР раньше, чем в США.

Трудами геолога Н. Т. Линдтропа [108], [109] и сотрудничавших в то время с ним геологов И. М. Карпенко [67], В. М. Николаева [135], М. Г. Танасевича [165], М. М. Чарыгина [190], А. М. Шайдерова [196], С. Н. Шаньгина [197] и других на примере разработки Ново-Грозненского (ныне Октябрьского) и Старо-Грозненского месторождений были доказаны следующие положения:

1. В наиболее продуктивных пластах упомянутых месторождений газ в пластовых условиях полностью растворен в нефти и выделяется из нее лишь при движении нефти в стволе скважины.

2. Нефть движется к забоям скважин под влиянием напора краевых вод, окружающих залежь нефти. Фонтанирование нефтяных и законтурных в одяных скважин объясняется теми же причинами (отвлекаясь от влияния газа на подъем жидкости в стволе скважины), что и фонтанирование скважин в чисто водоносных артезианских пластах.

3. Скважины взаимодействуют (интерферируют) на больших расстояниях — порядка один–два и более километров.

4. Интенсивная разработка одной части залежи нефти отражается даже на удаленной остальной ее части.

5. Разработка нефтеносной залежи сказывается на режиме водяных источников в области естественного стока того же пласта.

Работавшая под председательством акад. И. М. Губкина в начале тридцатых годов в Грозном комиссия уточнила и подтвердила упомянутые выше положения и приняла их за основу при проектировании дальнейшей разработки продуктивных пластов в условиях водонапорного режима.

В дальнейшем выяснилось, что и в тех пластах, в которых главной движущей силой является сила упругости сжатого газа, влияние эксплуатации отдельных скважин не ограничивается малой зоной, а распространяется с течением времени на весь пласт.

Итак, в конце двадцатых — начале тридцатых годов нынешнего века стало понятно, что всякий газонефтеносный пласт следует рассматривать как гидравлически связанную систему не только во всей области газонефтеносности, но и включая окружающую водонапорную область вплоть до естественных границ пласта (выходов на поверхность, сбросов, границ выклинивания, поверхностей несогласного налегания и т. д.). Пришлось отказаться от системы изолированного исследования отдельных скважин и установления технологического режима их эксплуатации только на базе этих данных. Теперь немыслимо скольконбудь серьезное исследование скважин и установление правильного режима их работы вне связи с изучением режима пласта в целом.

Таким образом, технология нефтедобычи за последние 20 лет существенно развилась, и в нее теперь включаются вопросы технологии эксплуатации и скважин и пластов. Это развитие технологии нефтедобычи привело к необходимости включить новые идеи в основы подземной нефтяной гидравлики.

Следует заметить, что развитие идей технологии нефтедобычи и подземной гидравлики происходило бы гораздо быстрее, если бы своевременно использовался опыт гидрогеологов. Гидрогеологи, изучая артезианские пласты, давно учитывали, что зона влияния отбора воды из скважин может распространяться по пласту на большие расстояния.

В России эта мысль уже не была новой в начале XVIII века. Так, например, в раздельном акте семейства Строгановых, датированном 1629 годом, указывается, что если кто-либо из них заложит артезианскую рассольную скважину вне отведенных им участков, то, учитывая неизвестность направления движения подземных вод, такая скважина должна быть общей собственностью: «... а будет кто из нас трубу (буровую скважину) посадит в горе за тою мерою, что ему написано, хотя и против своей земли, и та у нас труба у всех вообще . . .» (Фальковский [173]).

Несмотря на правильное понимание происхождения напора в артезианских пластах и хорошо известные примеры взаимодействия скважин на больших расстояниях друг от друга, в теоретических гидродинамических расчетах гидрогеологи пользовались неправильным представлением об ограниченности и неизменности зоны влияния отдельных скважин. Например, в развитой Сликхтером в конце прошлого столетия теории взаимодействия скважин допускалось, что при эксплуатации скважины радиус ее влияния равен приблизительно 200 м и потому две скважины, удаленные друг от друга на 400 м и более, не могут влиять друг на друга. Крупный русский гидрогеолог — инж. А. А. Краснопольский — в опубликованной в 1912 г. весьма ценной работе [76] допускал, что область влияния каждой скважины ограничена «жестким» контуром; при взаимодействии скважин форма и размеры этих контуров не меняются, а один контур как бы «врастает» в другой.

Наряду с такими, явно неправильными, гидродинамическими представлениями о взаимодействии скважин инж. Краснопольский правильно рассматривал артезианские пласты, как единые гидравлические системы. Так, например, критикуя современное ему (конец XIX — начало XX века) водное законодательство, инж. Краснопольский указывал, что владельца какого-либо участка земли нельзя считать владельцем артезианских вод в недрах его участка хотя бы по одному тому, что «вода артезианского пласта в данной местности чуж-

да данной местности и обыкновенно является водой, притекающей из весьма удаленных местностей».

Такое противоречие во взглядах не является исключением и весьма характерно даже для начала XX века: с одной стороны, к этому времени имелось правильное представление о пластовых водонапорных системах; с другой стороны, в основе гидродинамического анализа работы скважин лежало явно неправильное представление о постоянном ограниченном радиусе влияния каждой скважины<sup>1</sup>.

Следовательно, до сравнительно недавнего времени гидродинамические расчеты по взаимодействию скважин в области гидрогеологии были столь же несовершенны, как и в области технологии нефтедобычи.

Перейдем к описанию развития других идей, играющих важную роль в современной подземной гидравлике. Именно, с конца двадцатых годов постепенно стало выясняться существенное влияние упругости пласта и насыщающих его жидкостей на поведение пласта и скважин в процессе их эксплуатации.

Коэффициенты объемной сжимаемости воды, нефти и горных пород, слагающих нефтеносные пласты, настолько малы, что первоначально их упругостью пренебрегали и при всех гидродинамических расчетах, связанных с задачами подземной гидравлики, пласт, воду и нефть считали абсолютно несжимаемыми. Такое допущение легко оправдать при решении большинства задач трубной и речной гидравлики; поэтому с таким допущением свыклись.

Однако при решении большинства задач подземной гидравлики оправдать упомянутое допущение нельзя, ибо емкость пластовых водонапорных систем огромна. При понижении пластового давления, вызванного пуском в эксплуатацию скважин, объем порового пространства пласта уменьшается, нефть и вода (не говоря уже о газе) расширяются и из пласта извлекается дополнительное (ранее не учитывавшееся) количество жидкости — «упругий запас жидкости в пласте». Этот упругий запас жидкости, оказывается, необходимо учитывать при анализе материального баланса пласта, при попытках сопоставить количество добытой из скважин жидкости с тем, какое вошло внутрь области нефтеносности и прошло через выходы пласта на границах области питания. Особенно значительное влияние упругость жидкости и пласта

---

<sup>1</sup>Представление о постоянном радиусе влияния скважины можно оправдать лишь в тех случаях, когда приток жидкости в пласт через слабо проницаемую кровлю или при отсутствии кровли (соответственно в пластах с водонапорным и гравитационным режимами, см. дальше) компенсирует отбор жидкости из скважин (см., например, Мятнев [132]). Представление о переменном, изменяющемся с течением времени радиусе влияния скважин развивается в современной теории упругого режима (см. Шелкачев [221, 222]).

оказывает не только на материальный баланс разрабатываемого пласта, но и на процесс перераспределения пластового давления. Если бы пласт и насыщающие его жидкости были абсолютно несжимаемыми, то любое изменение давления в любой точке пласта должно было бы мгновенно распространяться на весь пласт. На самом же деле после начала разработки пласта и вообще после каждой смены режима работы скважин, связанной с изменением давления на их забоях, в пласте возникают длительные процессы перераспределения давления.

Влияние пуска новой скважины распространяется в пласте постепенно — радиус влияния скважины растет с течением времени.

Представления о важности фактора упругости пласта и насыщающих его жидкостей кажутся теперь почти очевидными, но, повторяем, эти представления усвоены лишь недавно и вытекающие из них важные следствия еще продолжают разрабатываться. За последние 20 лет выяснилось, что нельзя делать подсчетов материального баланса и многих других гидродинамических расчетов и даже нельзя понять само поведение крупнейших артезианских и нефтеносных пластов, если не учитывать фактор упругости воды, нефти и пласта; более подробные сведения об этом см. в книгах Шелкачева [211], [219] и других [120, 169], в которых можно найти дальнейшие библиографические указания.

Наконец, при тщательном анализе поведения артезианских пластов Уяснилась необходимость учитывать проницаемость их кровли и подошвы; в прежних гидродинамических расчетах этим пренебрегали. Конечно, в большинстве случаев проницаемость кровли и подошвы продуктивного горизонта очень мала, но при значительных понижениях давления в нем через большую поверхность кровли и подошвы в продуктивный пласт может проникнуть настолько большое количество воды, которым пренебрегать нельзя (см., например, Мятнев [132], Полубаринова-Кочина [146], Толмэн [169]). Факт проникновения воды через кровлю именно в нефтеносный пласт (из мощного глинистого перекрывающего пласта) был отмечен в нефтяном месторождении Гус-Крик<sup>2</sup>.

Итак, в течение второго этапа развитие подземной гидравлики (см. часть первую данной книги и заключительный исторический очерк) ее основные представления значительно обогатились.

Во-первых, было признано существование водонапорного режима нефтяных и газовых месторождений.

Во-вторых, было признано, что при любом режиме (см. § 4 данной главы) нефтяных и газовых месторождений должно быть отброшено представление об ограниченном постоянном радиусе влияния скважин,

---

<sup>2</sup>Соответствующие библиографические указания см. в цитированной выше книге Шелкачева [219].

в связи с чем определилась необходимость подвергать гидродинамическому анализу поведение не только отдельных скважин, но и нефте-водо-газоносных пластов в целом.

В-третьих, выяснилось существенное значение фактора сжимаемости пласта и насыщающих его всех жидкостей — не только газа, но и нефти и воды. В связи с этим было признано существование упругого режима нефте-водо-газоносных пластов.

В-четвертых, наметилась необходимость в ряде случаев учитывать проницаемость кровли и ложа продуктивного горизонта в процессе его разработки.

Для пояснения сущности и важности перечисленных новых представлений необходимо проиллюстрировать их материалами промышленных наблюдений, что и выполнено в следующем параграфе.

## § 2\*. Наблюдения за взаимодействием скважин и месторождений

На явление взаимодействия скважин и месторождений необходимо обратить особое внимание, ибо именно наблюдения за этим явлением особенно способствовали развитию новейших идей современной технологии нефтедобычи и подземной гидравлики. Много поучительных примеров взаимодействия скважин собрано в книге В. Н. Щелкачева и Г. Б. Пыхачева [203], специально посвященной этому вопросу. Приведем некоторые более новые любопытные примеры.

1. В 1941–1944 гг. Сотрудники ГрозНИИ проводили специальные исследования скважин XI–XIII, XVI, XXII пластов Октябрьского (бывш. Ново-Грозненского) района Грознефти. Некоторые исследования проводились по следующей методике: в нужный момент останавливалась, а затем вновь пускалась насосная или фонтанная скважина, которую будем называть «возмущающей». За эффектом ее остановки-пуска следили по изменениям уровней или по изменениям давлений на устьях простаивающих скважин, которые будем называть «реагирующими». Изменения в положении уровней или в величине давления на устьях реагирующих скважин отражали изменения («возмущения») пластовых давлений у их забоев, вызванные остановкой-пуском возмущающей скважины. Изменение в положении уровней в затрубном пространстве возмущающей насосной скважины удавалось фиксировать с точностью до сантиметров, а подъем или понижение уровней в реагирующих насосных скважинах, из которых были подняты трубы, фиксировались с точностью до 1–2 мм. Такая точность достигалась благодаря высокому стоянию уровней (часто менее 100 м от устья), большому диаметру обсадных труб (6", 8" и иногда даже 12") и применению аппаратов Яковлева легкой конструкции со специальными желонками. Аппараты Яковлева тщательно отконтргруживались над устьями реагирующих скважин. В реагирующих просеивающих фонтанных (полностью обводнившихся) скважинах на устьях

устанавливались специальные ртутные манометры, которые давали возможность наблюдать изменения в давлении порядка 1 мм рт. столба при общем давлении у устья порядка 4–5 *ати*<sup>1</sup>.

За остановкой–пуском одной возмущающей скважины иногда наблюдали одновременно в одной, двух и даже трех реагирующих скважинах на расстояниях 80–350 м от возмущающей. Наблюдения через определенные сроки многократно повторяли при одной и той же комбинации скважин, пока не убеждались в полной и точной повторяемости результатов наблюдений. В некоторых случаях, сохраняя ту же возмущающую скважину в новых наблюдениях, меняли реагирующие скважины; в других случаях сохраняли одни и те же реагирующие скважины и меняли возмущающую.

Такая тщательность в постановке наблюдений позволила установить многие интересные законы взаимодействия скважин и перераспределения пластового давления, описанные в статьях и книгах [209–214, 216, 218].

При наблюдениях были отмечены, например, следующие факты.

Упомянутый выше минимальный фиксируемый подъем уровня или устьевого давления в реагирующей скважине начинался не сразу после остановки возмущающей скважины; то же можно сказать о понижении уровня или давления в реагирующей скважине после пуска возмущающей. Требовался определенный промежуток времени (обозначим его через  $t_p$ ), для того чтобы изменение возмущения пластового давления на забое реагирующей скважины достигло нескольких миллиметров водяного столба.

Величина  $t_p$  была различна (в описанных наблюдениях она заключалась чаще всего в пределах 3–20 мин.) в зависимости от расстояний между исследуемыми скважинами, величины дебита и условий остановки–пуска возмущающей скважины (от интенсивности и характера возмущения); конечно, на величину промежутка времени  $t_p$  должны оказывать влияние физико-геологические характеристики пласта и физические параметры насыщающей его жидкости.

После остановки (пуска) возмущающей скважины уровень или устьевое давление в ней начинали подниматься (понижаться) очень быстро, но постепенно темп подъема (понижения) ослабевал, пока, наконец, уровень или устьевое давление не оказывались практически установившимися. Подчерки-

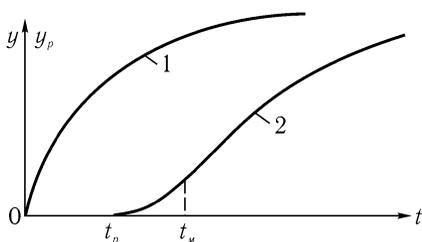


Рис. 1. Схематическое изображение графиков подъема (понижения) уровня в возмущающей (кривая 1) и в реагирующей (кривая 2) скважинах.

<sup>1</sup> В случае необходимости подчеркнуть, что речь идет об атмосферах избыточного или абсолютного давления, употребляются соответственно обозначения *ати* и *ата*.

ваем, что максимальная скорость изменения положения уровня или изменения величины устьевого давления в возмущающей скважине соответствовали начальному моменту ее остановки-пуска. Наоборот, в реагирующей скважине движение уровня или изменение устьевого давления имели в момент  $t_p$  едва заметную скорость, величина которой постепенно возрастала, достигала максимума в какой-то момент времени  $t_m$  и затем постепенно уменьшалась, пока уровень или устьевое давление не оказывались практически установившимися.

На рис. 1 кривая 1 схематически изображает график подъема уровня в возмущающей скважине, а кривая 2 — график для реагирующей скважины.

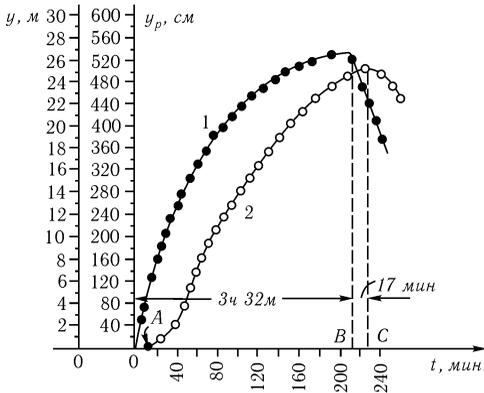


Рис. 2. Графики подъемов уровней в скв. 13/8 (кривая 1) и 11/8 (кривая 2) XVI пласта Октябрьского района Грознефти.  $y$  — подъем динамического уровня в скв. 13/8, м;  $y_p$  — подъем статического уровня в скв. 11/8, см.

Начало координат 0 соответствует моменту остановки (пуска) возмущающей скважины. Начальная точка кривой 2 соответствует моменту времени  $t_p$ , а точка перегиба — моменту  $t_m$ . Для кривой 1 вдоль оси ординат откладываются отрезки, пропорциональные пути  $y$ , пройденному динамическим уровнем в возмущающей скважине, а для кривой 2 вдоль оси ординат откладываются отрезки, пропорциональные пути  $y_p$ , пройденному «статическим» уровнем в реагирующей скважине. На рис. 1 масштаб оси ординат для кривой 2 взят крупнее, чем для кривой 1. Для фонтанных скважин вдоль оси ординат откладываются отрезки пропорциональные соответствующим изменениям устьевого давления (конечно, при наличии забойных регистрирующих манометров лучше было бы на оси ординат изображать изменения забойных давлений).

Схематическое изображение графиков движений уровней на рис. 1 воспроизводит все характерные особенности многочисленных реальных графи-

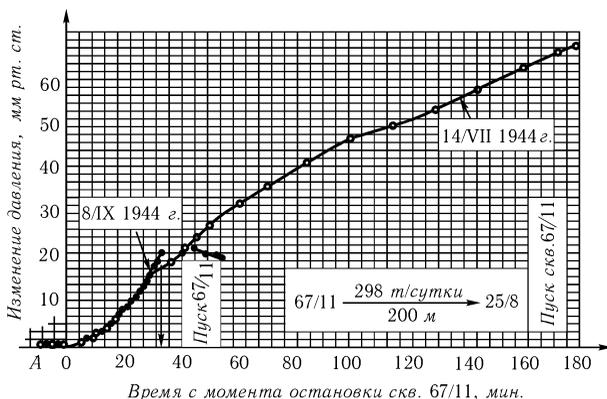


Рис. 3. График изменения давления на устье реагирующей скв. 25/8 после остановки возмущающей скв. 67/11 XXII пласта Октябрьского района Грознефти.

ков исследований скважин, выполненных ГрозНИИ.

Следует отметить, что графики повышения уровней в возмущающей и реагирующей скважинах после остановки длительно работавшей возмущающей скважины в точности совпадали с перевернутыми графиками понижения уровней тех же скважин после пуска длительно простаивавшей возмущающей скважины. Этот факт указывает на полную обратимость наблюдавшихся неустановившихся процессов повышения и понижения пластового давления.

На рис. 2 изображены реальные графики исследований скв. 13/8 и 11/8 XVI пласта. Сква. 13/8 — возмущающая; подверглась остановке при дебите  $45\text{ м}^3/\text{сутки}$ ; скв. 11/8 — реагирующая; расстояние между забоями скважин  $120\text{ м}$ . Точка 0 — момент остановки скв. 13/8, точка A — момент обнаружения начала подъема уровня (начало реакции) в скв. 11/8, точка — момент пуска скв. 13/8, точка C — момент начала понижения уровня в скв. 11/8. Конечно,  $OA < BC$ , ибо скв. 13/8 была пущена до того, как уровень в ней и в скв. 11/8 восстановился; в момент B скв. 11/8 еще не начала реагировать на пуск скв. 13/8. Кривая 1 — график для скв. 13/8, а 2 — для скв. 11/8. На кривой 2 заметно наличие точки перегиба.

На рис. 3 приведены начальные участки графиков подъема устьевого давления в реагирующей фонтанной полностью обводнившейся скв. 25/8 XXII пласта. Графики иллюстрируют неустановившийся процесс взаимодействия скважин, вызванный остановкой фонтанной скв. 67/11, имевшей перед остановкой дебит  $298\text{ м}^3/\text{сутки}$ . Расстояние между забоями скв. 67/11 и скв. 25/8 около  $200\text{ м}$ . Понижение давления в возмущающей скв. 67/11 замерялось при несколько большем дебите (порядка  $350\text{--}400\text{ м}^3/\text{сутки}$ ) и ока-

залось равным 2,5–3 ат. При предварительном специальном испытании скв. 25/8 понижение давления в ней оказалось равным 1,5 ат при фонтанировании прямо в мерник с дебитом 380 т/сутки. Эти данные характеризуют высокую проницаемость пласта.

В результате остановки скв. 67/11 в скв. 25/8 удавалось обнаружить начало реакции (начало повышения столбика ртути на 0,5–1 мм в манометре на устье скв. 25/8) через 6–7 мин. после остановки скв. 67/11. После остановки скв. 67/11, которую удерживали в бездействии иногда около двух суток, давление на устье скв. 25/8 продолжало подниматься, и достигая вполне установившегося состояния за все время наблюдений; до остановок скв. 67/11 никакого систематического повышения устьевого давления в скв. 25/8 не наблюдалось.

На рис. 3 время отсчитывается с момента остановки скв. 67/11; участок АО характеризует поведение устьевого давления в скв. 25/8 до остановки скв. 67/11. Вдоль оси ординат обкладываются отрезки, пропорциональные изменению устьевого давления в скв. 25/8. На хорошо совпадающих графиках наблюдений 14/VII и 8/IX 1944 г. Ясно заметно наличие точки перегиба (в которой вогнутость кривой меняется на выпуклость). Течение описанного неустановившегося процесса взаимодействия скв. 67/11 и 25/8 следует признать тем более замечательным, что обе скважины имели высокие коэффициенты продуктивности (т.е. пласт хорошо проницаемый), в период наблюдений высоконапорный XXII пласт был сильно обводнен и в нем не только заведомо не было окклюдированного газа, но и не могло быть много растворенного газа в воде и в оставшихся небольших количествах нефти.

Результаты описанных наблюдений ГрозНИИ и их последующая теоретическая обработка способствовали доказательству того, что упругость пласта и насыщающих его жидкостей (воды и нефти) оказывает существенное влияние на поведение скважин и всего пласта. Действительно, как уже было упомянуто в предыдущем параграфе, если бы вода, нефть и пласт были абсолютно несжимаемыми, то любое изменение давления на забое возмущающей скважины, связанное с ее пуском, остановкой и изменением режима работы, должно было бы *мгновенно* передаваться в любую точку всей пластовой водонапорной системы. Приведенные выше *факты* решительно это опровергают,

2. Отметим любопытные явления, которые попутно наблюдались сотрудниками ГрозНИИ при описанных в предыдущем пункте исследованиях скважин.

Спустя известный промежуток времени после остановки возмущающей скважины, темп подъема уровня в реагирующей скважине всегда ослабевал. И вот наблюдателям иногда приходилось замечать неожиданное новое усиление темпа подъема уровня в реагирующей скважине. Такое явление могло быть вызвано только непредвиденной остановкой какой-либо другой эксплуатационной скважины. В некоторых случаях упомянутое новое усиление темпа подъема уровня столь ясно напоминало наблюдавшийся ранее эффект воздействия определенной скважины на данную, что удавалось точно назвать номер вероятно остановившейся эксплуатационной скважины. Тотчас

направляясь к указанной скважине, расположенной иногда вне поля видимости (за холмом), на расстоянии 200–250 м от простаивающей, наблюдатели обнаруживали скважину остановившейся либо из-за обрыва штанг, либо из-за неожиданной остановки станка-качалки.

Случаи обнаружения непредвиденной остановки скважины на основании наблюдений в другой скважине за процессом перераспределения пластового давления на глубинах порядка 1000 м являются ярким свидетельством общей «чувствительности» (отзывчивости) всего пласта на изменение давления в какой-либо его точке.

3. Явления взаимодействия скважин наблюдаются не только в условиях водонапорного режима. Так, например, Н. Т. Линдтроп описывает следующий характерный случай: фонтанирование скв. №3 горизонта г Нефтеабада (старая номенклатура пластов Калицкого; газовый фактор скв. №3 менялся в пределах 1435–4056 м<sup>3</sup>/т) сильно отражалось на соседних скважинах; после пуска скв. №3 прекратились газовые выбросы из буровой скв. №5, отстоящей от нее на расстоянии 670 м; наоборот, последующая приостановка фонтанирующей скв. №3 вызвала газовые проявления в достигшей горизонта г скв. №10 (расстояние между скв. №3 и №10 равно 290 м). Н. Т. Линдтроп отмечает, что «падение давления газа в пласте распространяется при фонтанировании на большое расстояние, а восстановление давления происходит медленно».

4. В газовых месторождениях влияние работы отдельных скважин на весь пласт хорошо известно по последствиям фонтанирования скважин. Так, например, в Султангуловском газовом месторождении в результате фонтанирования скв. №3 давление во всем пласте, представленном песчаниками, упало на 4 ат на площади в несколько десятков квадратных километров. Аналогичные явления наблюдались в Яблоновском и в других газовых месторождениях.

5. Не менее интересны наблюдения за взаимодействием отдельных месторождений, эксплуатирующих один и тот же нефтеносный пласт. Известен, например, факт взаимодействия между месторождениями Южного Арканзаса (в США), эксплуатируемыми один и тот же нефтеносный пласт-известняк Смаковер. Выяснилось, что эти месторождения «конкурируют друг с другом в использовании одного и того же напора воды в пласте» (см. статью Бэкли [23]). Было замечено, что добыча нефти из месторождения Магнолия больше влияет на пластовое давление в месторождении Виллэйдж, чем добыча нефти из самого месторождения Виллэйдж; расстояние между этими месторождениями равно, кажется, только порядка 10 миль (впрочем, это между границами месторождений). См. также интересный чертеж П.22 на стр. 591 Маскета 2.

Для пояснения этого интересного явления следует добавить, что проницаемость известняка Смаковер очень велика: средняя его проницаемость в месторождении Магнолия по одним данным определялась в 3 дарси, а по другим — 1–2 дарси; проницаемость многих образцов достигала 6 дарси.

Почувительный пример взаимодействия месторождений Восточного Тексаса описывается в статье Фэйгин [176].

6. В заключение приведем примеры влияния разработки нефтеносных залежей на режимы водяных источников в удаленной области естественного стока (в области «гидравлической разгрузки») того же пласта. В книге В. Н. Щелкачева и Г. Б. Пыхачева [203] приведены результаты наблюдений геологов Н. Т. Линдтропа, В. М. Николаева и других, доказавших, что сокращение дебитов, а затем и полное исчезновение восточных и западных источников Горячеводска связано с разработкой XIII и XVI пластов Октябрьского (бывшего Ново-Грозненского района) и XI–XII пластов Соленой Балки в Старо-Грозненском районе. Расстояние между выходами упомянутых источников и нефтепромысловыми площадями достигало 17–20 км.

В последних работах Н. Т. Линдтропа [112] и В. М. Николаева [135] этот вопрос был вновь разобран более подробно. Н. Т. Линдтроп устанавливает значительное влияние разработки XXII пласта Октябрьского района Грознефти на дебит Михайловского источника в районе Серноводска (на расстоянии около 50 км от Октябрьского района). Особый интерес представляет замеченное Н. Т. Линдтропом систематическое отставание (на 4–4,5 года) минимумов дебита Михайловского источника от максимумов добычи нефти и воды на промыслах. Это отставание Н. Т. Линдтроп объясняет влиянием упругости жидкости и пласта, благодаря чему, как было отмечено выше, перераспределение давлений в пласте не происходит мгновенно.

Приведенные выше примеры достаточно хорошо подтверждают, что положенные в основу подземной гидравлики новейшие идеи о влиянии сжимаемости пласта и насыщающих его жидкостей и газов на поведение скважин в процессе их эксплуатации, о постепенном распространении влияния эксплуатирующихся нефтяных, водяных и газовых скважин на весь продуктивный пласт (вплоть до его естественных границ) и т. д. — все эти идеи прочно основаны на тщательно наблюденных фактах и специально проведенных промысловых исследованиях.

### § 3\*. Краткие сведения о классификации подземных вод

В подземной гидравлике приходится исследовать движение в пластах не только нефти и газа, но и воды: поэтому необходимо кратко ознакомиться с классификацией подземных вод.

Различные системы классификаций подземных вод были разработаны акад. В. И. Вернадским, А. М. Жирмунским и А. А. Козыревым, проф. О. К. Ланге, А. Ф. Лебедевым, Б. Л. Дичковым, О. Э. Мейнцером, чл.-корр. Акад. наук СССР, проф. Н. Н. Славяновым и другими (см., например, [54], [82–83], [114], [124]). Эти системы классификаций основаны на разных принципах, учитывающим различие геохимических или гидродинамических признаков, либо различие условия залегания, либо различие происхождения подземных вод и т. п. В настоящее время не существует единой общепризнанной системы классификации и даже терминологии подземных

вод. Специальный анализ классификации и терминологии подземных вод не входит в нашу задачу. Мы не приводим полной классификационной схемы, а выделим лишь те группы подземных вод, движение которых изучается в подземной гидравлике. В соответствии с этим, не претендуя на общность в определениях, будем подчеркивать лишь те признаки различных групп подземных вод, которые необходимы для гидродинамического анализа.

В отличие от поверхностных вод подземными называют все воды, которые в том или ином состоянии находятся под поверхностью земли — в толще земной коры. Термин «подземные воды» не свободен от недостатков, но в русской гидрогеологической литературе этот термин является наиболее общепринятым и мы его сохраняем<sup>1</sup>.

При решении задач подземной гидравлики нам придется сталкиваться лишь с подземными подвижными водами в насыщенной зоне, т. е. ниже их зеркала. Такие воды, способные перемещаться в пластах под действием силы тяжести и напора, одни авторы объединяют термином «грунтовые воды», другие — термином «фреатические воды» и т. д. Введение последнего термина, происходящего от греческого слова «фреас» — колодезь, имеет целью подчеркнуть, что только эти воды притекают к колодцам, скважинам и другим водоотборным сооружениям в процессе их эксплуатации.

Понятно, что в подземной гидравлике не рассматриваются остальные типы подземных вод: химически связанные глубинные воды, «твердые воды», инфильтрующиеся или просачивающиеся воды (во многих задачах подземной гидравлики учитывается приток этих вод в насыщенную зону, но особенности их движения над зеркалом вод не рассматриваются; по А. Ф. Лебедеву часть этих вод находится в парообразном состоянии), «подвешенные» и «физически связанные» воды<sup>2</sup>.

Положение зеркала подвижных подземных вод — верхней границы водонасыщенной зоны — нельзя представлять себе в виде четкой границы; такую границу проводят в пласте условно, на основании определения положений уровней в колодцах, котлованах и т. д. На самом деле имеется постепенный переход через капиллярную кайму водонасыщенного слоя, поры и трещины которого заполнены подвижной (фреатической) водой, к слою, поры которого лишь частично заполнены водой в пленочном, гиргоскопическом и иных состояниях.

Подвижные (фреатические) воды насыщенной зоны делят на два типа:

1) флюационные воды, движущиеся в карстовых и пещерных водотоках

---

<sup>1</sup>По этому поводу правильные критические замечания были высказаны проф. Н. Н. Славяновым [124] и проф. О. К. Ланге [82].

<sup>2</sup>По А. Ф. Лебедеву «твердые воды» — подземные воды при отрицательной температуре. «Подвешенными водами» называют воды, удерживающиеся молекулярными силами над зеркалом водонасыщенной зоны, в так называемой зоне аэрации и в капиллярной кайме (т. е. в зоне капиллярного насыщения, расположенной непосредственно над верхней границей — зеркалом — водонасыщенной области). К «физически связанным» относят воды водоудерживающих пластов, а также воды, обволакивающие зерна горных пород в нефтенасыщенных и в водонасыщенных пластах; эти воды «связаны» с породой силами молекулярного взаимодействия.

и по крупным тектоническим трещинам («флюационный» — текущий — термин О. К. Ланге);

2) фильтрационные воды, движущиеся в относительно равномерно проницаемых зернистых (пористых) и мелкотрещиноватых горных породах<sup>3</sup>.

В некоторых задачах подземной гидравлики приходится учитывать приток флюационных вод непосредственно к скважинам или к той области, в которой происходит движение фильтрационных вод. Однако движение флюационных вод подчиняется обычным законам гидравлики и потому, если нет специальной оговорки, говоря в дальнейшем о движении подземных вод мы, будем подразумевать лишь фильтрационные воды. До проведения колодцев, скважин или иных водосборных сооружений фильтрационные воды в пласте могут находиться в покое или в движении. В первом случае будем говорить о неподвижном бассейне подземных вод. Во втором случае (если фильтрационные воды имеют естественную скорость движения) — о естественном подземном потоке.

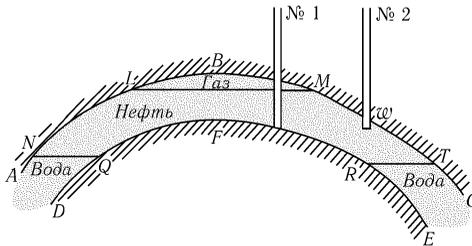


Рис. 4. Вертикальный разрез водо-нефте-газоносного пласта.

Фильтрационные воды в свою очередь делятся на два типа: на «воды со свободной поверхностью» и на «артезианские воды» (по-другому, условно, но не совсем удачно, воды первого типа называют «безнапорными», а второго типа — «напорными»). Воды со свободной поверхностью — это чаще всего воды, насыщающие породу над первым сверху водоупорным пластом, т. е. воды в пласте, имеющем водонепроницаемое ложе, но не имеющем водонепроницаемой кровли. При откачке воды из колодца, проведенного в такой пласт, уровень воды понижается в самом пласте, образуя свободную депрессионную поверхность. Давление на свободной поверхности равно атмосферному (далее в курсе будут упомянуты более сложные случаи залегания «подожвенных» вод со свободной поверхностью под залежью газа). Артезианские воды — это воды, заполняющие пласт по всей его мощности, причем пласт имеет непроницаемые кровлю и подошву и напор в нем таков, что вода «подпирает кровлю»; в колодцах или скважинах, вскрывших артезианский пласт,

<sup>3</sup>Законы движения жидкостей и газов в трещиноватых горных породах сравнительно мало изучены.

вода поднимается выше той части кровли, которая находится по соседству с ними<sup>4</sup>.

Имея в виду решение задач подземной гидравлики, связанных с эксплуатацией нефтяных и газовых месторождений, необходимо упомянуть еще о так называемых краевых (законтурных) и подошвенных водах. Допустим, что, кроме нефти и газа, в том же продуктивном пласте имеется еще вода. Вода, нефть и газ распределяются в продуктивном пласте, как правило, по удельным весам: сверху находится свободный газ, ниже — нефть, еще ниже — вода. Если вода подстилает часть залежи нефти или газа, то такая вода называется подошвенной для данной части залежи и краевой или законтурной для остальной ее части, например на рис. 4 и 5, в разрезе и в плане схематично изображена залежь нефти и газа, частично подстилаемая водой; газ и нефть находятся на своде антиклинальной складки, а вода — на крыльях.

$ABC$  — кровля;  $DFE$  — подошва продуктивного пласта;  $LM$  — начальный газо-нефтяной контакт;  $NQ$  и  $RT$  — начальное зеркало подошвенных вод. На рис. 5 линия 1 изображает контур нефтеносности по подошве пласта, линия 2 — контур газоносности по кровле, линия 3 — контур нефтеносности по кровле пласта. Для части залежи внутри контура 1 пластовая вода будет, «законтурной» (кочевой). У забоя скв. № 1 нет подошвенной воды; при эксплуатации скв. № 1 к ней будет подтягиваться «язык» краевой воды. Для части залежи, между контурами 1 и 3, пластовая вода будет «подошвенной». При эксплуатации скв. № 2 к ней будет подтягиваться «конус» подошвенной воды [так называемое явление конусообразования (кони́нга)]. По мере отбора газа и нефти зеркало вод будет повышаться. Наступит момент, когда пластовая вода проникнет в подошву залежи внутри контура 1; с этого момента вся вода будет подошвенной. Следует заметить, что резкой границы между нефтью и водой в пласте не бывает; переходная зона от воды к нефти иногда простирается на несколько метров по вертикали. Начальное зеркало

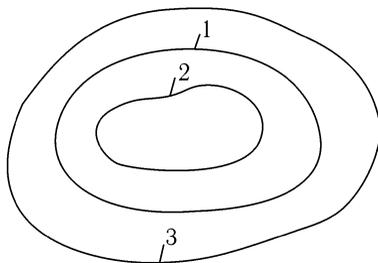


Рис. 5. Контур нефтеносности по подошве пласта (линия 1), газоносности по кровле (линия 2), нефтеносности по кровле (линия 3), соответствующие вертикальному разрезу продуктивного пласта, изображенному на рис. 4.

<sup>4</sup>Первоначально артезианскими водами назывались только такие, которые обязательно самоизливаются из колодца-скважины на поверхность земли; последний признак для задач подземной гидравлики несущественный; достаточно отметить, что вода в скважине поднимается, выше непроницаемой кровли пласта. Самый термин «артезианский» произошел от названия французской провинции Артуа (в латинизированной форме — Артезия), в которой был известный с 1126 г. самоизливающийся колодезь; этот колодезь давно был описан и с тех пор все колодцы такого типа стали называться артезианскими.

вод помещают в переходной зоне условно на той отметке, выше которой первоначально добывается чистая нефть, а ниже — нефть с водой<sup>5</sup>. Насыщение водой порового пространства убывает (за счет увеличения насыщения нефтью) постепенно — от 100% в чисто водяной зоне, на крыльях складки, до определенной величины на начальном зеркале. Насыщенность пор водой на начальном зеркале вод и выше его во всей нефтяной залежи не равна нулю.

Честь открытия этого важного факта принадлежит отечественной науке: в 1929 г. грозненские геологи Н. Т. Линдтроп и В. М. Николаев [110] впервые экспериментально доказали, что значительное количество воды может находиться в самой залежи нефти даже тогда, когда скважина дает чистую нефть. Эту воду называют «связанной водой»; при изучении проблем генезиса (происхождения) и миграции (естественного перемещения) нефти ту же воду называют погребенной, реликтовой, сингенетичной. В настоящее время установлено, что количество связанной воды в нефтяной залежи занимает от 5 до 65% объема порового пространства (см. Джонс [44]). Помимо прочих факторов, количество связанной воды в порах нефтеносного пласта зависит от его проницаемости; при прочих равных условиях количество связанной воды в порах тем больше, чем проницаемость пласта меньше. Этим и объясняется, что в одном и том же неоднородно проницаемом пласте условное зеркало вод часто имеет различные отметки в различных частях пласта. Там, где проницаемость пласта меньше, отметка условного зеркала вод может быть выше.

Другие встречающиеся в нефтепромысловой практике системы классификации подземных вод — деление вод на «верхние» и «нижние» и т. д. — к решению задач собственно подземной гидравлики прямого отношения не имеют.

## § 4. Краткие сведения о классификации режимов нефте-газо-водоносных пластов

Поведение нефте-газо-водоносного месторождения в процессе его разработки и эксплуатации зависит от множества факторов; перечислим главнейшие из них:

1. Искусственно создаваемые условия разработки и эксплуатации — форма сетки скважин, расположение их на структуре и расстояние между ними, последовательность ввода скважин в эксплуатацию, система вскрытия пласта, глубина проникновения скважин в продуктивный пласт и их диаметры, темпы отбора жидкости и газа из скважин и т. д.
2. Структурно-тектонические особенности пласта.
3. Фациально-литологические свойства пласта.

---

<sup>5</sup>Кстати сказать, столь же условно проводится граница между нефтью и газом, когда над залежью нефти имеется «газовая шапка».

4. Форма, протяжение, мощность и взаимное расположение скопления газа, нефти и воды в пределах одного и того же пласта.

5. Физико-геологические и физико-химические свойства слагающих пласт горных пород, определяемые следующими, например, характеристиками: проницаемость, пористость, структура порового пространства, объемная сжимаемость, избирательная смачиваемость и т. д.

6. Физические условия в пластах (давление, температура), а также физические и физико-химические свойства жидкостей, насыщающих пласт: удельный вес, вязкость, объемная сжимаемость, поверхностное натяжение (избыточная свободная поверхностная энергия) на границе твердой, жидкой и газообразной фаз, насыщенность нефти и воды газом, растворимость газа в нефти и воде, степень минерализации воды и т. д.

7. Химический состав нефти, воды и газа.

Под режимом пласта подразумевают характер проявления движущих сил в пласте, обуславливающих приток жидкостей и газов к эксплуатирующимся скважинам<sup>1</sup>. Понятно, что режим пласта зависит от всей совокупности перечисленных выше факторов.

Для более детального анализа понятия «режим пласта» и для ознакомления с различными системами классификации режимов следует обратиться к курсам технологии нефтедобычи, нефтепромысловой геологии и специальной литературе (см., например, [128], [79], [130], [135], [34], [35]).

Для целей подземной гидравлики достаточно учесть существование 5 простейших режимов нефте-газо-водоносных пластов и дать им следующие определения:

1. Режим пласта называется водонапорным, если нефть или газ вытесняются в скважины под действием напора краевой или подошвенной воды, окружающей нефтяную или газовую залежь: по мере вытеснения нефти или газа в скважины вода проникает в ранее занимавшую ими часть залежи; контур нефтеносности или контур газоносности непрерывно стягиваются<sup>2</sup>. При разработке нефтяного месторождения в условиях чисто водонапорного режима предполагается, что уровень

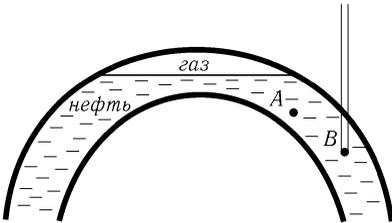
---

<sup>1</sup>Многие авторы справедливо указывают на то, что правильнее говорить не о режиме пласта, а о режиме работы пласта; другие авторы предпочитают говорить о режиме разработки залежи и т. п. Термин «режим пласта» вошел в обиход, мы его сохраняем; в соответствующем месте всегда можно подчеркнуть нужный смысл этого важного термина, тем более что понятию о режиме трудно дать краткое исчерпывающее определение.

<sup>2</sup>Конечно, даже в условиях водонапорного режима газовой залежи движение газа к скважине происходит главным образом за счет его упругого расширения при снижении пластового давления.

жидкости в скважине находится выше кровли пласта и в пласте весь газ растворен в нефти (скопления свободного газа и пузырьки окклюдированного газа отсутствуют); водонапорный режим нарушается, если пластовое давление снижается ниже давления насыщения и, следовательно, газ в пласте начинает выходить из раствора. Эксплуатация водоносных артезианских пластов происходит в условиях водонапорного режима.

2. Режим пласта называется газонапорным, если нефть или вода вытесняются в скважины под действием напора сжатого газа, находящегося в свободном состоянии (в виде так называемой газовой шапки) над нефтью или водой. В условиях чисто газонапорного режима, в процессе отбора из месторождения нефти и воды, контур газонапности непрерывно расширяется. Наличие газовой шапки указывает на то, что начальное пластовое давление (не во всем пласте) на газонефтяном



контакте меньше давления насыщения. Однако в точке *B* (на крыле) начальное пластовое давление может быть выше давления насыщения. Если провести скважину в точку *B* и снизить давление на ее забое, то может быть, что забойное давление все же выше давления насыщения и газ в точке *B* и окрестностях забоя не будет выделяться из раствора. Однако падение давления

распространится вверх по восстан. пласта и в тех точках, где начальное пластовое давление ниже давления насыщения, малейшее снижения пластового давления вызовет выделение пузырьков газа из раствора.

При разработке чисто газового месторождения или при отборе газа из газовой залежи, подстилаемой нефтью и водой, но при отсутствии существенного продвижения воды и нефти (например, в условиях замкнутого подземного резервуара, когда нет связи с областью питания) также можно говорить о газонапорном или газовом режиме пласта.

3. Режим пласта называют «режимом растворенного газа», если давление в пласте снижается ниже давления насыщения, газ выходит из раствора и пузырьки окклюдированного газа, расширяясь, вытесняют нефть к скважине. В условиях этого режима в пласте движется неоднородная жидкость — нефть с пузырьками окклюдированного газа<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>Строго говоря, общепринятое название режим растворенного газа не удачно: растворенный в нефти газ существует и в условиях водонапорного и газонапорного режимов. Для описываемого режима характерно не то, что в нефти растворен газ,

4. Режим пласта называется гравитационным в двух случаях:

а) в нефтеносном пласте имеется свободное зеркало нефти или в водоносном пласте — свободное зеркало воды («воды со свободной поверхностью», см. предыдущий параграф); давление на свободном зеркале нефти или воды равно атмосферному. Статический уровень жидкости в скважине расположен ниже кровли пласта (или непроницаемая кровля совершенно отсутствует для первых сверху водоносных пластов). При снижении уровня в скважине жидкость движется к ней по пласту под действием собственной силы тяжести; все точки свободного зеркала нефти или воды вокруг скважины расположены выше динамического уровня жидкости в скважине;

б) нефть и вода залегают в крутоставленном пласте, пласт снизу выклинивается и связь с областью питания снизу отсутствует. Жидкость притекает к скважинам под действием силы тяжести; статическое давление на забое скважины определяется высотой, на которую простирается залежь вверх по восстанию пласта. Статический уровень жидкости в скважине расположен выше отметок кровли пласта в окрестности скважины.

В первом случае режим пласта может быть назван «гравитационным со свободным зеркалом жидкости»; во втором случае — «напорногравитационным».

5. Режим пласта называется упругим, если существенное влияние на поведение пласта и скважин в процессе их эксплуатации оказывает объемная упругость не только газа, но нефти, воды и самого пласта. Строго говоря, этот режим самостоятельно не следует выделять; наоборот, нужно считать, что он может сопутствовать каждому из четырех перечисленных выше типов режимов. В зависимости от величины общего объема пор, занятых водой и нефтью, от степени замкнутости пласта, от общего объема пласта и величины начального пластового давления (чем больше упомянутые объемы и чем больше начальное пластовое давление, тем большее влияние оказывают упругость нефти и воды и сжимаемость самого пласта) всегда можно оговорить: будет ли один из перечисленных выше режимов представлен в чистом виде или будет осложнен проявлениями упругого режима. При наличии соответствующей оговорки можно, например, называть режим водонапорным и при этом учитывать упругость воды, нефти и пласта, но можно соответствующий режим называть упруго-водонапорным (см. Щелкачев [219]).

Водонапорный и газонапорный режимы объединяются часто в одну группу под названием «режимы вытеснения». Последний термин

---

но то, что газ выходит из раствора. Название «режим газированной жидкости» (или режим окклюдированного газа) было бы правильнее.

подчеркивает, что при разработке нефтяных месторождений в условиях упомянутых режимов «извне» приложенное давление газа или воды вытесняет нефть в скважины<sup>4</sup>.

Несколько схематизируя истинные условия, можно утверждать, что в процессе разработки нефтяных пластов с чисто водонапорным или чисто газонапорным режимами всегда имеются две области, поры каждой из которых наполнены однородной жидкостью: в первом случае в одной области находится только нефть, а в другой — только вода; во втором случае в одной области — нефть, а в другой — газ.

При этой схематизации игнорируются существование связанной воды внутри начального контура нефтеносности, неполное извлечение нефти из пор той области, в которую вторгаются газ или вода, а также наличие переходных зон в областях контакта газа, нефти и воды. Однако такая схематизация полезна, ибо на ее основе можно математически точно решать соответствующие задачи подземной гидравлики (внося в них затем исправления за счет учета упомянутых факторов); кроме того, ярче выступают особенности режима растворенного газа, при котором в пласте движется неоднородная смесь жидкости с газом.

Пласты, разрабатываемые в условиях водонапорного режима, чаще всего представляют собой подземные естественные резервуары «открытого типа» (имеющие связь с областью питания, см. дальше). Наоборот, режим растворенного газа и газонапорный характерны обычно для подземных резервуаров, «закрытого типа» (не имеющие связи с областью питания).

В естественных подземных резервуарах открытого типа различают область питания, область напора и область естественного стока; все три области, вместе взятые, составляют так называемую пластовую водонапорную систему.

В области питания — в местах выхода пласта на дневную поверхность — в пласт просачиваются (инфильтруются) речные и ледниковые воды, а также воды атмосферных осадков. В проточных артезианских пластах обязательно должна существовать и область естественного стока, где артезианские воды выходят на дневную поверхность в виде источников или где они смешиваются с водами вышележащего горизонта. В неподвижных артезианских бассейнах область стока отсутствует — пласт либо выклинивается, либо ограничивается сбросом или поверхностью несогласного налегания, либо, наконец, область пи-

---

<sup>4</sup>На основании многолетних промысловых и лабораторных исследований Виков [209] утверждает, что представление о существовании постоянного ограниченного радиуса влияния скважины является совершенно необоснованным не только в условиях режимов вытеснения (водонапорного и газонапорного), но и в условиях режима растворенного газа.

тания охватывает пласт со всех сторон (например, чашеобразная мульда, см. следующий параграф). Пластовые водонапорные системы могут пополняться водами и через тектонические трещины (иногда глубинными водами) и частично через плохо проницаемые кровлю или подошву пласта. Часто разработка залежи нефти и газа протекает в условиях режима растворенного газа или газонапорного режима даже тогда, когда нефть и газ подпираются краевой и подошвенной водой и связь с областью питания пласта не нарушена, т.е. когда газ, нефть и вода залегают в естественных подземных резервуарах *открытого* типа. В этих случаях водонапорный режим может нарушиться (во всей залежи или частично) по следующим, например, причинам: проницаемость пласта плохая, начальное пластовое давление лишь немного превышает давление насыщения, темпы отбора нефти несоразмерно велики и т. д.

Если в пласте, изображенном в разрезе на рис. 4, имеются только что перечисленные условия, то при разработке залежи нефти *NLMTRFQ* будут наиболее характерны либо признаки газонапорного режима, либо режима растворенного газа. Если бы ниже линий *AD* и *EC* пласт выклинивался и не имел связи с областью питания — закрытый подземный резервуар — и если бы, кроме того, газовой шапки в пласте не было (нефть занимала бы всю область *NBTRFQ*), то разработка залежи нефти протекала бы в условиях явно выраженного режима растворенного газа. Допустим далее, что пласт ниже линий *AD* и *EC* выклинивается и не имеет связи с областью питания, но в отличие от предыдущего случая предположим, что газ из газовой шапки выпущен (в процессе эксплуатации газовой залежи *LBM*); давление в области *LBM* равно или близко к атмосферному. В таком случае скв. №1, пересекающая зеркало нефти *LM*, будет работать в условиях гравитационного режима со свободной поверхностью жидкости (нефти); скважина же №2, пересекающая кровлю в точке *W* ниже уровня *LM*, будет работать в условиях напорно-гравитационного режима.

Наконец, предположим, что газовой шапки в месторождении нет, хорошо проницаемый пласт со стороны *EC* выклинивается, а со стороны *AD* простирается до области питания, причем отметка зеркала воды в области питания (на выходах пласта) значительно выше отметки точки перегиба *B* кровле пласта. В таком случае залежь нефти *NBTRFQ* будет находиться в условиях явно выраженного водонапорного или, точнее сказать, упруго-водонапорного режима. Более подробно о пластовых водонапорных системах будет сказано в следующем параграфе.

Вообще следует подчеркнуть, что ни приведенная выше и никакая иная более сложная классификация режимов не в состоянии учесть и предусмотреть всех особенностей, с которыми приходится сталки-

ваться в реальных условиях. Достаточно указать на то, что при разработке залежи нефти в разных ее частях иногда одновременно существуют разные режимы<sup>5</sup>; в других случаях наблюдается последовательная смена режимов в процессе разработки одной и той же залежи и т. д.

Все же, памятуя об этих оговорках, приведенную выше классификацию режимов нефте-водо-газоносных пластов можно принять за основу при решении задач подземной гидравлики.

В заключение заметим, что наибольшая отдача нефти из пласта и наиболее выгодные условия эксплуатации скважин получаются в условиях водонапорного режима. Поэтому при разработке нефтяных месторождений всегда стараются поддержать, восстановить или искусственно создать условия водонапорного режима (путем закачки в пласт газа, воздуха или воды); более подробные сведения об этом можно найти в курсах эксплуатации нефтяных месторождений и в специальной литературе — см., например, Крылов [79], Корганов [73], Максимович [116], Муравьев [130], Газиев [28], Багдасаров [10].

## § 5. Типовые схемы и моделирование пластовых водонапорных систем

В большинстве нефтяных месторождений СССР и зарубежных стран отмечено присутствие активной законтурной или подошвенной пластовой воды. Отсюда следует, что водонапорному режиму и изучению пластовых водонапорных систем необходимо уделить особое внимание. Приведем сначала некоторые типовые схемы пластовых водонапорных систем (подробности см. в книгах Щелкачева и Пыхачева [203], Кейльгака [69], Келлера [70], Принца [148]), а затем выясним некоторые вопросы моделирования этих систем.

На рис. 6 изображен вертикальный разрез артезианского пласта при мульдообразном залегании.  $AB$  и  $CD$  — области питания,  $KLM$  — область напора. Мульда может быть чашеобразной, и в этом случае пластовая вода стекает к средней, наиболее глубокой, части мульды со всех сторон. Мульда может быть корытообразной — пластовая вода стекает к средней части мульды с двух сторон. Если зеркало пластовых вод в области питания чашеобразной мульды находится со всех сторон на одном уровне, то имеем пример неподвижного артезианского бассейна. Если  $CD$  расположено выше  $AB$ , то  $AB$  будет областью естественного стока,  $CD$  — областью питания; мы имеем пример

<sup>5</sup>Впервые это было убедительно доказано проф. М. А. Ждановым на примере анализа режима залежи с Майкопского нефтеносного района. Труды I Всесоюзного съезда ВНИТО нефтяников в 1933 г.

артезианского потока. В качестве реального примера мульдообразного залегания пласта можно указать Парижский артезианский бассейн.

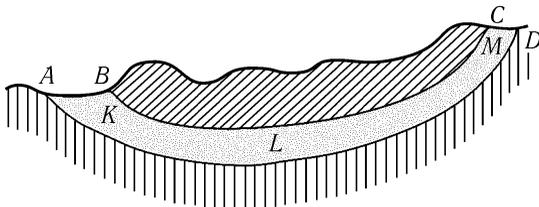


Рис. 6. Вертикальный разрез артезианского пласта (мульда).

На рис. 7 изображена структурная форма пласта типа флексуры. В области  $FED$  пласт залегает полого, а в области  $DC$  круто изгибается вверх; верхнее колено флексуры нарушено (например, эрозией) и выходит прямо на дневную поверхность.  $AB$  — область питания,  $CDEF$  — область напора. Если водоносный пласт, продолжаясь в направлении  $EF$ , выходит дальше на дневную поверхность в пониженной части ее рельефа, то место выхода будет служить областью естественного стока и в таком пласте будем иметь артезианский поток. Если со стороны  $F$  пласт выклинивается или ограничен сбросом, то пласт  $CDEF$  будет служить неподвижным артезианским бассейном. Типичным примером флексуры служит артезианский пласт Дакоты (США).

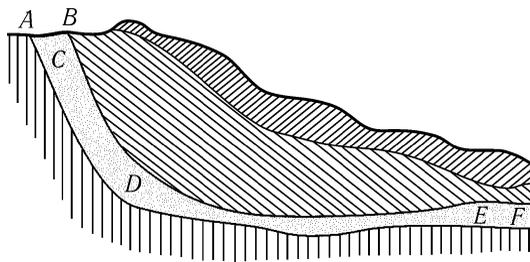


Рис. 7. Вертикальный разрез артезианского пласта (флексура).

Область питания дакотского артезианского пласта находится в Скалистых горах на высоте от 1000 до 2000 м над уровнем моря, тогда как высота самой Дакотской долины не превосходит 600 м. Это создает

большие напоры в артезианских скважинах, отстоящих на 500–600 км от области питания пласта.

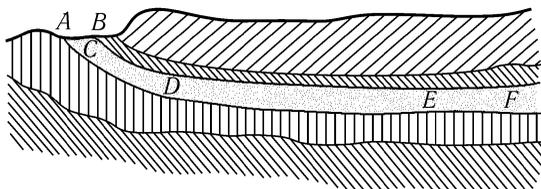


Рис. 8. Вертикальный разрез артезианского пласта (моноклираль).

На рис. 8 изображено моноклиральное залегание артезианского пласта. *AB* — область питания, *CDEF* — область напора. И в этом случае, как и в предыдущих, могут встретиться и артезианские потоки и неподвижные артезианские бассейны. Типичным примером моноклиального залегания служат два артезианских пласта Уисконсинского бассейна (США). Область питания Уисконсинского артезианского бассейна весьма велика; она находится в шт. Иллинойс и Уисконсин. Статическое давление на устье многих артезианских скважин, например вблизи г. Монмеса, достигало 20 *ата*. Одно время из артезианских скважин этих пластов, питающих г. Чикаго, отбиралось  $3\frac{3}{4}$  млн. л воды в сутки; первоначально эти скважины были самоизливающимися, а затем пришлось прибегнуть к насосной эксплуатации. В Чикаго наблюдался такой любопытный факт: самотек из буровых скважин наблюдался лишь в течение нескольких часов по понедельникам утром, ибо по воскресеньям откачка воды из скважин не производилась. Понятно, последний факт нельзя объяснить тем, что влияние воскресной остановки скважин в Чикаго успевало дойти до области питания артезианских пластов. Временные подъемы уровня в артезианских скважинах г. Чикаго объясняются лишь местным перераспределением пластового давления (выравниванием локальной пьезометрической воронки депрессии по законам упругого режима).

Перейдем к примерам, связанным с нефтяными месторождениями. Промышленные скопления нефти часто залегают на сводах вторичных антиклинальных поднятий крупных артезианских бассейнов. Многочисленные интересные примеры имеются в книге В. М. Николаева [135].

На рис. 9 воспроизведена первоначальная приблизительная схема геолога В. М. Николаева, изображающая водонапорную систему XIII пласта Октябрьского (бывшего Ново-Грозненского) района объ-

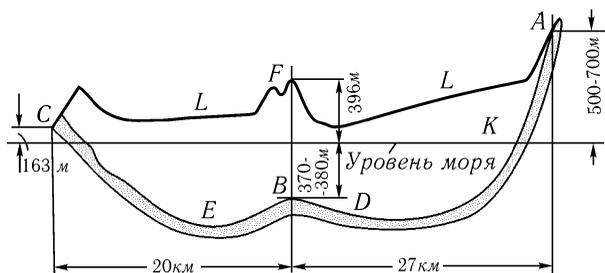


Рис. 9. Водонапорная система XIII пласта Октябрьского района Грознефти (по В. М. Николаеву).

единения Грознефти<sup>1</sup>. Область питания пласта *A* находится в Черных горах, где имеются выходы XIII пласта на высоте 500–700 м над уровнем моря. Область стока *C* в районе западной группы горячих источников имеет отметку +163 м. Перегиб кровли XIII пласта под промыслами имеет отметку –370–380 м. Горизонтальное протяжение системы порядка 47 км, причем расстояние от нефтепромыслов до области питания равно 27 км, а до области стока — 20 км. На рис. 9 линия *L* изображает поверхность земли, линия *K* — уровень моря, *F* — вершину горы Белик-Барц в Октябрьском районе, на склонах которой расположены нефтепромыслы. Для удобства изображения вертикальный масштаб взят значительно крупнее, чем горизонтальный. Если бы были выдержаны одинаковые масштабы, то область нефтеносности *DBE* выглядела бы маленьким пузырьком, выдающимся на общем протяжении пластовой водонапорной системы.

Рис. 9 является только общей схемой и не отображает ни точных деталей рельефа местности, ни более мелких особенностей геологической структуры XIII пласта. Из приведенных данных и из чертежа ясно видно, что разность гипсометрических отметок области питания *A* и области нефтеносности *DBE* вполне достаточна, чтобы объяснить величину начального пластового давления (порядка 60 атм на забоях нефтяных скважин на своде складки и до 80 атм на забоях наиболее глубоких крыльевых водяных скважин) и фонтанирование всех нефтяных и некоторых (с малыми альтитудами) водяных скважин.

Приведенные на рис. 6–9 схемы пластовых водонапорных систем наглядно поясняют происхождение артезианского напора: любая скважина, проведенная в области напора, например, в точке *L* рис. 6, в точ-

<sup>1</sup>Более точная и детальная схема приведена в цитированной выше книге В. М. Николаева [135].

как  $E$  рис. 7–9, будет обладать свойством «восходимости», т. е. пьезометрический уровень жидкости в ней будет выше отметки кровли вблизи забоя скважины. Возможность самоизлива артезианских скважин определяется превышением гипсометрической отметки зеркала вод в области питания пласта над гипсометрической отметкой устья скважины (при условии, что потеря напора при естественном движении воды в условиях артезианского потока не слишком понижает пьезометрические уровни в области напора).

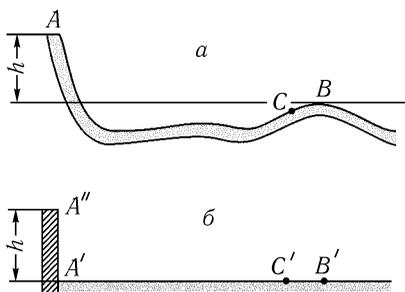


Рис. 10. Моделирование пластовой водонапорной системы:  $a$  — вертикальный разрез пласта;  $b$  — упрощенная гидравлическая модель пласта.

При анализе вертикальных разрезов (проведенных вдоль по падению пластов) типовых пластовых в донапорных систем легко заметить следующую важную характерную особенность: вертикальные их размеры значительно меньше горизонтальных. В самом деле, глубина залегания разрабатываемых водоносных и нефтеносных пластов редко превосходит 2–3 км, а протяжение пласта от его выходов на дневную поверхность до области разработки измеряется десятками, а иногда и сотнями километров. Отсюда следует, что при гидродинамическом решении очень многих задач подземной гидравлики — при выяснении особенностей работы отдельных скважин, при решении проблемы взаимодействия скважин, при выяснении законов изменения пластового давления в области нефтеносности в зависимости от темпов отбора жидкости и т. д. — вполне допустима некоторая схематизация строения пластовой водонапорной системы от области разработки до области питания.

Допустим, например, что пластовая водонапорная система имеет в вертикальном разрезе форму, представленную на рис. 10,  $a$ . Буквой  $A$  отмечено положение зеркала воды в области питания. На своде складки  $B$  расположена разрабатываемая залежь нефти, газа и воды. Разность  $h$  высотных отметок  $A$  и  $B$  определяет пластовое давление в точке  $B^2$ .

На рис. 10,  $b$  в вертикальном разрезе представлена упрощенная схема той же пластовой водонапорной системы. Сосуд  $A'A''$ , в котором уровень воды расположен на высоте  $h$  над точкой  $B'$  заменяет область

<sup>2</sup>При наличии в пласте естественного артезианского потока следует учесть падение напора в пласте, вызванное движением вод.

питания; участок пласта  $A'C'B'$  взят горизонтальным. Длину участка  $A'C'B'$  (рис. 10, б) можно взять либо равной расстоянию между участками  $A$  и  $A'$  на рис. 10, а, измеренному в горизонтальном направлении, либо можно учесть истинную длину участка  $ACB$ , измеренную вдоль пласта. Следует иметь в виду, что в большинстве случаев в гидродинамические формулы расстояние  $A''$  от скважин до области питания входит под знаком логарифма (см. дальше). Поэтому ошибки в оценке величины этого расстояния даже на 100–200% весьма мало отражаются на результатах гидродинамических подсчетов<sup>3</sup>.

В некоторых случаях, упрощая задачу, допустимо «спрямлять пласт» лишь на участке  $AC$ , но на участке  $CB$  следует сохранять его естественный уклон; с таким случаем приходится сталкиваться, например, при разработке залежи нефти на круто падающем крыле антиклинальной складки (считая, что  $CB$  — крыльевой нефтеносный участок,  $C$  — отметка начального зеркала воды).

Предположим, что область питания охватывает пласт со всех сторон соответствующая типовая схема представлена на рис. 6; тогда граница области питания представится в плане замкнутым контуром. Сохраняя это предположение и проводя на рис. 10, б горизонтальное сечение по кровле «пласта»  $A'B'C'$  получим на рис. 11 изображение в плане схематизированной пластовой водонапорной системы (ради сокращения размеров чертежа на рис. 11 размеры уменьшены в два раза по сравнению с рис. 10, б).

Замкнутый контур  $A_k$  соответствует внутренней границе сосуда, изображающего области питания; на рис. 10, слева показано одно из вертикальных сечений этого сосуда. Итак, контур  $A_k$  отделяет область питания от области напора схематизированной пластовой водонапорной системы. Давление вдоль контура  $A_k$  определяется высотой  $h$  уровня жидкости в области питания.

Во всех случаях, когда описанная схематизация допустима, условимся линию  $A_k$  называть «контуром области питания»; если точка  $B'$  лежит, примерно, в центре области ограниченной линией  $A_k$ , то среднее расстояние от  $B'$  до точек контура  $A_k$  будем называть «средним радиусом контура области питания».

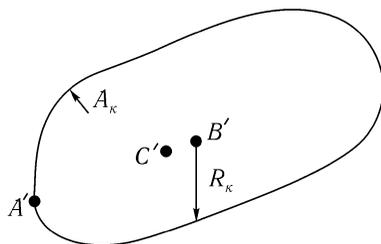


Рис. 11. Замкнутый контур области питания (линия  $A_k$ ) пластовой водонапорной системы (в плане).

<sup>3</sup>См. §1 главы XIV.

Если изображенная на рис. 10, *а* пластовая водонапорная система имеет область питания лишь со стороны *A*, а со стороны *B* пласт выклинивается, то, проводя опять горизонтальное сечение по линии *A'C'B'* рис. 10, *б*, получим новое изображение в плане схематизированной пластовой водонапорной системы (см. рис. 12).

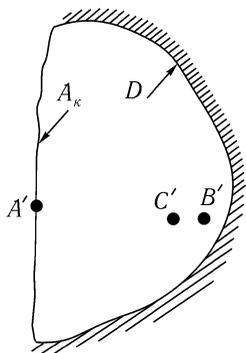


Рис. 12. Незамкнутый контур области питания (линия  $A_k$ ) и линия выклинивания ( $D$ ) пластовой водонапорной системы (в плане).

влияния скважин (подробности см. в статьях [221, 222]).

Рассмотренные выше модели и схемы пластовых водонапорных систем будут вполне приемлемы и для анализа поведения нефтеводоносного пласта в условиях упругого режима.

В заключение заметим еще раз, что при изучении более сложных задач о вытеснении нефти водой, о явлении конусообразования, о влиянии изменения проницаемости пласта на поведение скважин и т. д. необходимо будет соответствующим образом усложнять рассмотренную здесь простейшую схему пластовой водонапорной системы.

<sup>4</sup>Отметим, что общее строение водонапорной системы пласта Вудбайн (пласта с ярко выраженным упругим режимом) в Восточном Техасе вполне допускает схематизацию по тому образцу, который только что описан, причем рис. 12 подходит для изображения этой водонапорной системы в плане.

На рис. 12 линия  $A_k$  представляет собой контур области питания, а заштрихованная линия  $D$  — непроницаемую границу пласта (линию выклинивания)<sup>4</sup>.

В дальнейшем мы убедимся, что моделирование пластовых водонапорных систем по образцу схемы, изображенной на рис. 10, *б*, позволяет с достаточным приближением к действительности довести до конца гидродинамическое решение очень многих задач подземной гидравлики. При использовании этих схем нет надобности вводить порочное представление о «постоянном, ограниченном радиусе влияния скважины»; подобное представление было подвергнуто критике в предыдущих параграфах данной главы и на конкретных примерах мы убедились в его несостоятельности. Следует отметить, что при изучении неустановившихся процессов перераспределения пластового давления в условиях упругого режима вводится представление об изменяющихся с течением времени условных радиусах

---

---

## ГЛАВА III

# Краткая характеристика свойств жидкостей и газов

Движение жидкостей и газов в пористой среде происходит в весьма сложных условиях — наличие во многих пластах повышенных температур, высоких давлений, изменяющихся в пространстве и времени, соприкосновение жидкостей (нефть, вода) с различными физико-химическими свойствами, взаимодействие различных фаз (жидкой и газообразной) друг с другом и с пористой средой, выделение при фильтрации нефти пузырьков растворенного в ней газа и т. д. В связи с этим подробное изучение свойств жидкостей и газов в пластовых условиях выходит за пределы курса подземной гидравлики и должно быть предметом отдельной дисциплины — физики и физико-химии пласта, для которой за последние полтора десятилетия накопился огромный материал экспериментальных и теоретических исследований. Ввиду изложенного в настоящей главе мы дадим лишь весьма краткую справку о тех свойствах жидкостей и газов, знание которых необходимо для решения рассматриваемых в настоящем курсе задач подземной гидравлики.

### § 1\*. Свойства нефтей

Удельным весом жидкостей называется вес единицы их объема. Размерность удельного веса определяется выражением

$$[\gamma] = \frac{MLT^{-2}}{L^3} = ML^{-2}T^{-2}, \quad (1, \text{III})$$

где  $\gamma$  — удельный вес жидкости; квадратные скобки указывают, что рассматривается размерность соответствующей величины, символы  $M$ ,  $L$  и  $T$  соответственно означают единицы массы, длины и времени.

На основании уравнения (1, III) легко написать размерность удельного веса в физической  $[\gamma]_{\text{физ}}$  и технической  $[\gamma]_{\text{техн}}$  системах единиц:

$$[\gamma]_{\text{физ}} = \frac{\text{дин}}{\text{см}^3} = \text{г} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{сек}^{-2},$$
$$[\gamma]_{\text{техн}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = \text{тем} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{сек}^{-2},$$

где тем — техническая единица массы,

$$1 \text{ тем} = 9810 \text{ г.}$$

Для перехода от физической системы единиц к технической (или обратно) можно воспользоваться формулой:

$$\gamma_{\text{техн}} = 1,02 \gamma_{\text{физ.}} \quad (2, \text{ III})$$

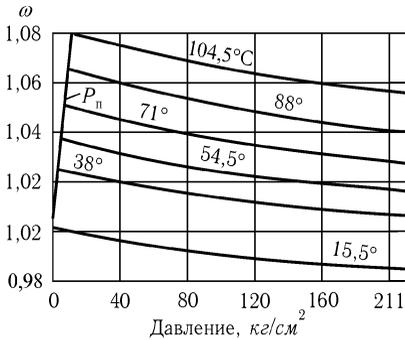


Рис. 13. Зависимость величины объемных коэффициентов от нефти, не содержащей растворенного газа, от давления при различных температурах.

Часто удельный вес нефти выражается в относительных единицах, т. е. как отношение удельного веса нефти к удельному весу воды.

Удельный вес советских нефтей изменяется в весьма широких пределах. Так, например, при температуре 15°C и атмосферном давлении нефть месторождения в Чусовских Городках имеет уд. вес  $955 \text{ кг/м}^3$ , а нефть Южного Искине (Казахстан) —  $785 \text{ кг/м}^3$ .

Удельный вес нефти зависит от давления и температуры. Поэтому удельный вес нефти в пластовых условиях даже при отсутствии в ней растворенного газа отличается от удельного веса нефти при нормальных условиях. За нормальные условия принимают часто давление в 760 мм рт. ст. и температуру в 0°C.

Объем единицы веса жидкости,

т. е. обратная величина ее удельного веса, называется *удельным объемом*.

Отношение удельного объема нефти в пластовых условиях (т. е. при давлении и температуре, имеющих место в пласте) к удельному объему ее в нормальных условиях называется *объемным коэффициентом*.

Обозначим:

$\omega$  — объемный коэффициент;

$\omega_{\text{пл}}$  — удельный объем нефти в пластовых условиях;

$\gamma_{\text{пл}}$  — удельный вес нефти в пластовых условиях;

$\omega_{\text{норм}}$  — удельный объем нефти в нормальных условиях;

$\gamma_{\text{норм}}$  — удельный вес нефти в нормальных условиях.

Тогда

$$\omega = \frac{\omega_{\text{пл}}}{\omega_{\text{норм}}} = \frac{\gamma_{\text{норм}}}{\gamma_{\text{пл}}} \quad (3, \text{ III})$$

На рис. 13 приведены кривые зависимости величины объемных коэффициентов нефти, не содержащей растворенного газа, от давления при различных температурах. Кривая  $P_{\text{п}}$  показывает давление начала парообразования.

Обычно в пластовых условиях нефть содержит растворенный в ней газ. Наличие растворенного газа может оказать существенное влияние на вели-

чину удельного веса нефти в пластовых условиях, а следовательно, и на величину объемных коэффициентов.

Для получения точных данных об удельном весе нефти в пластовых условиях для каждой смеси нефти и газа должны производиться экспериментальные определения при соответствующих давлениях и температурах.

Существует несколько приближенных методов нахождения удельного веса насыщенной газом нефти в пластовых условиях (см. [144]). Приведем наиболее простые из них.

Удельный вес нефти при наличии в ней растворенного газа может определяться на основе данных о газовом факторе, удельном весе газа, удельном весе нефти, пластовом давлении, пластовой температуре и кажущемся удельном весе газа в растворенном состоянии.

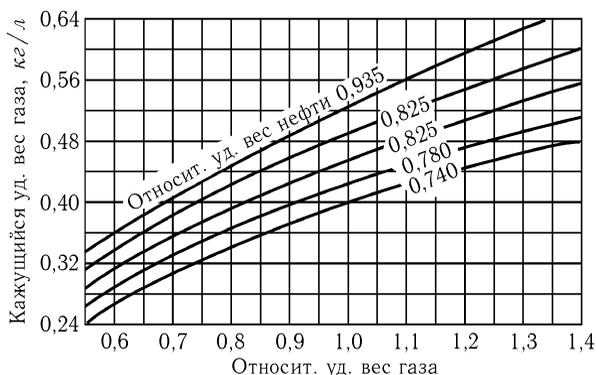


Рис. 14. Зависимость кажущегося удельного веса газа от его относительного удельного веса для нефтей различного удельного веса.

Под кажущимся удельным весом газа понимается отношение приращения веса жидкости при растворении в ней газа к приращению объема ее. На рис. 14 приведены экспериментальные кривые зависимости кажущегося удельного веса газа от его относительного удельного веса (отношение удельного веса газа к удельному весу воздуха) для нефтей, относительный удельный вес которых изменяется в пределах 0,740–0,934. Произведенное Д. Катцем сравнение данных о кажущемся удельном весе газа, полученных из графика (рис. 14), с результатами точных вычислений, основанных на анализах нефти и газа, показывает, что величина погрешности при пользовании графиком менее 10%. Приведем пример определения удельного веса нефти в пластовых условиях.

*Пример.* Найти удельный вес нефти в пластовых условиях на основе следующих данных:

относительный удельный вес нефти в нормальных условиях

$$\gamma'_{н. норм} = 0,86; \quad (\gamma_{воды} = 1000 \text{ кг/м}^3);$$

пластовое давление  $p_{пл} = 130 \text{ атa}$ ;

пластовая температура  $t = 42,2^\circ \text{C}$ ;

газовый фактор  $G = 118 \text{ м}^3/\text{м}^3$  (окклюдированного газа в пласте нет);

относительный удельный вес газа (по отношению к воздуху)  $\gamma' = 1,03$ ;

удельный вес воздуха  $\gamma_{в} = 1,22 \text{ кг/м}^3$ ;

удельный вес газа

$$\gamma_{г} = \gamma'_{г} \cdot \gamma_{в} = 1,03 \cdot 1,22 = 1,26 \text{ кг/м}^3;$$

вес газа, растворенного в  $1 \text{ м}^3$  нефти:

$$G_{г} = \gamma_{г} \cdot G = 1,26 \cdot 118 = 148 \text{ кг}.$$

Кажущийся удельный вес газа согласно графику, приведенному на рис. 14:

$$\gamma_{г. каж} = 0,485 \text{ кг/л}.$$

Объем  $148 \text{ кг}$  газа при растворении его в нефти равен:

$$\frac{G_{г}}{\gamma_{г. каж}} = \frac{148}{0,485} = 305 \text{ л}.$$

Если бы нефть была несжимаема, то объем  $1 \text{ н. м}^3$  нефти вместе с растворенным в ней газом составил (в л):

$$1000 + 305 = 1305 \text{ л} = 1,305 \text{ м}^3,$$

а вес ее  $G_{н}$  равен сумме весов негазированной нефти и газа, т. е.

$$G_{н} = \gamma'_{н. нор} \cdot \gamma_{воды} \cdot 1 + G_{г} = 0,86 \cdot 1000 + 148 = 1008 \text{ кг}.$$

Разделив этот вес нефти на ее объем ( $1305 \text{ л}$ ), получим удельный вес нефти, равный:

$$\frac{1008}{1305} = 0,772 \text{ кг/л}.$$

Так как нефть является сжимаемой жидкостью, то объем  $1 \text{ н. м}^3$  нефти в пластовых условиях будет иным. Поэтому в полученное значение удельного веса должны быть внесены поправки, учитывающие влияние на удельный вес нефти пластовых давлений и температуры. Поскольку с повышением давления плотность жидкостей увеличивается, то поправка на пластовое давление берется со знаком плюс.

На рис. 15 приведены полученные экспериментально (для давления от  $70$  до  $490 \text{ атa}$ ) кривые зависимости величины поправок к удельному весу нефти от относительного удельного веса нефти.

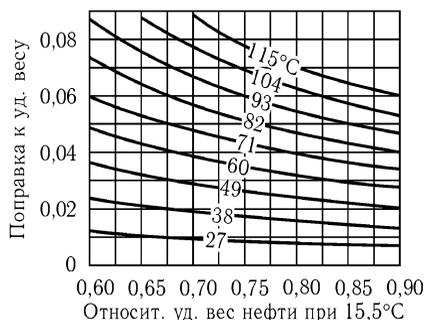
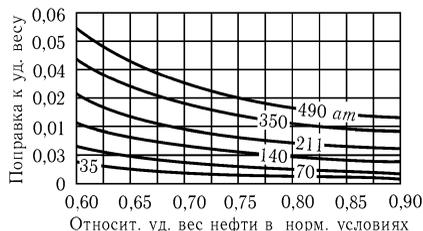


Рис. 15. Зависимости величины поправок к удельному весу нефти при разных пластовых давлениях от относительного удельного веса нефти.

Рис. 16. Зависимости величины поправок к удельному весу нефти при разных пластовых температурах от относительного удельного веса нефти.

Кроме поправки на пластовое давление, вводится также поправка на пластовую температуру. С повышением температуры удельный объем нефти увеличивается, а удельный вес ее уменьшается. Поэтому поправка к найденному выше удельному весу газа на пластовую температуру берется со знаком минус. На рис. 16 помещены полученные экспериментально (для температур от 27 до 115°C) кривые зависимости величины поправок к удельному весу нефти от относительного удельного веса нефти.

При давлении 130 атм и относительном удельном весе нефти 0,86 поправка на давление, согласно рис. 15, равна +0,009 кг/л. При пластовой температуре, равной 42,2°C, поправка на температуру, согласно рис. 16 составляет -0,02 кг/л.

Внеся эти поправки в полученную выше величину удельного веса нефти, найдем искомое значение удельного веса нефти  $\gamma_{н.пл}$  содержащей растворенный газ в пластовых условиях.

$$\gamma_{н.пл} = 0,772 + 0,009 - 0,02 = 0,761 \text{ кг/л} = 761 \text{ кг/м}^3,$$

Более грубым способом определения удельного веса нефти, содержащей растворенный газ, в пластовых условиях является определение его по данным лишь газового фактора. Возможная величина допускаемой при этом ошибки может достигать 30%.

На рис. 17 показана зависимость между газовым фактором и уменьшением объема пластовой нефти при выделении из нее растворенного газа. Это уменьшение объема нефти, отнесенное к объему ее в пластовых условиях называется *усадкой нефти*<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Отношение разности объемов нефти в пластовых условиях и в нормальных

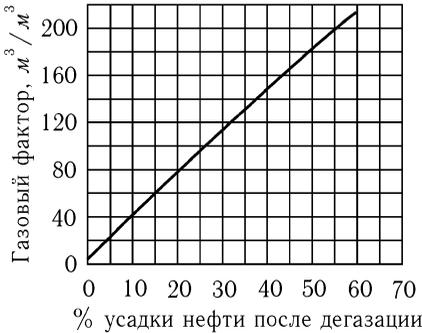


Рис. 17. Зависимости между газовым фактором и усадкой нефти.

Изложенные методы определения удельного веса нефти в пластовых условиях применимы в тех случаях, когда весь получаемый на поверхности (при нормальных условиях) газ находится в пласте в растворенном состоянии. Это обычно имеет место тогда, когда забойное давление в скважинах выше давления насыщения.

Зная удельный вес нефти  $\gamma$ , легко определить ее плотность  $\varrho$ , т. е. количество массы жидкости, заключенной в единице объема:

$$\varrho = \frac{\gamma}{g},$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести.

Размерность плотности определяется выражением:

$$[\varrho] = \frac{M}{L^3} = (MLT^{-2})L^{-4}T^2, \quad (4, III)$$

что дает

$$[\varrho]_{\text{физ}} = g/cm^3 = \text{дин} \cdot \text{см}^{-4} \cdot \text{сек}^2,$$

$$[\varrho]_{\text{техн}} = \text{тем}/\text{м}^3 = \text{кг} \cdot \text{м}^{-4} \cdot \text{сек}^2.$$

Для перехода от технической системы единиц к физической (или обратно) можно воспользоваться формулой:

$$\varrho_{\text{техн}} = 102\varrho_{\text{физ}}. \quad (5, III)$$

условиях к объему нефти в нормальных условиях называется *остаточной усадкой*.

Рис. 14, 15, 16 и 17 и приведенный выше пример взяты из статьи Г. М а к с и м о в и ч а [«Новости нефтяной техники» №7 (добыча), стр. 6, 1947].

При газовом факторе  $\Gamma = 118 \text{ м}^3/\text{м}^3$  (условно рассмотренного выше примера) причина усадки нефти после дегазации, согласно рис. 17, равна  $\sim 31\%$ . Следовательно, удельный вес ее в пластовых условиях составляет  $\sim 0,69\%$  от удельного веса в нормальных условиях. При нормальном удельном весе нефти  $860 \text{ кг}/\text{м}^3$  (условия рассмотренного примера) удельный вес ее в пластовых условиях составит

$$\gamma_{\text{н. пл}} = 860 \cdot 0,69 = 593 \text{ кг}/\text{м}^3,$$

что на 28% меньше значения  $\gamma_{\text{н. пл}}$ , полученного по первому способу.

Для решения задач подземной гидравлики должна быть известна *вязкость* нефтей, т. е. свойство жидкостей оказывать сопротивление усилиям сдвига.

Размерность абсолютной (или динамической) вязкости жидкости  $\mu$  определяется выражением

$$[\mu] = \frac{(MLT^{-2})T}{L^2} = ML^{-1}T^{-1}, \quad (6, \text{III})$$

что дает

$$[\mu]_{\text{физ}} = \frac{\text{дин} \cdot \text{сек}}{\text{см}^2} = \text{г} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1} = \text{пуаз},$$

$$[\mu]_{\text{техн}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}}{\text{м}^2} = \text{тем} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1},$$

Одна сотая доля пуаза называется сантипуаз.

Для перехода от технической системы единиц к физической (и наоборот) пользуются формулой:

$$[\mu]_{\text{физ}} = 98,1 \mu_{\text{техн}}. \quad (7, \text{III})$$

Разделив абсолютную вязкость нефти  $\mu$  на ее плотность  $\rho$ , получим кинематическую вязкость нефти  $\nu$ :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}.$$

Размерность кинематической вязкости:

$$[\nu]_{\text{физ}} = \frac{\text{см}^2}{\text{сек}} = \text{стокс};$$

$$[\nu]_{\text{техн}} = \frac{\text{м}^2}{\text{сек}}.$$

Переход от физической системы единиц к технической производится по формуле:

$$\nu_{\text{техн}} = 10^{-4} \nu_{\text{физ}}. \quad (8, \text{III})$$

Вязкость нефтей измеряется также в градусах Энглера. Градусом Энглера при измерении вязкости нефти называется отношение времени истечения 200 см<sup>3</sup> нефти ко времени истечения такого же количества количества воды из вискозиметра Энглера при 20°C. Переход от условной вязкости, выраженной в градусах Энглера, к кинематической вязкости производится по формуле Уббелоды, имеющей вид:

$$\nu = 0,0731 \text{ } ^\circ\text{E} + \frac{0,0631}{\text{ } ^\circ\text{E}} \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}, \quad (9, \text{III})$$

где °E — условная вязкость нефти в градусах Энглера.

Вязкость советских нефтей изменяется в широких пределах. Так, абсолютная вязкость нефти Южного Искине при 15°C и атмосферном давлении

равна  $\sim 2,4$  сантипуаза, а вязкость локбатанской нефти (Баку) при  $10^\circ\text{C}$  равна  $\sim 146$  сантипуаз.

Вязкость нефти резко уменьшается при повышении температуры. Весьма значительное уменьшение вязкости нефти происходит при растворении в ней естественного газа. Вследствие этого вязкость нефти в пластовых условиях часто резко отличается от вязкости ее в нормальных условиях. Так, например, в одном из месторождений девонской нефти (Второе Баку) вязкость нефти в пластовых условиях (пластовое давление  $183 \text{ атм}$ , давление насыщения  $80 \text{ атм}$ , температура  $46^\circ\text{C}$ , газовый фактор  $110 \text{ м}^3/\text{т}$ ) равна  $0,9$  сантипуаз; вязкость той же нефти в нормальных условиях достигает  $2,5$  сантипуаза, т. е. почти в 3 раза больше, чем в пластовых условиях<sup>2</sup>.

В другом месторождении Второго Баку вязкость нефти в пластовых условиях (давление  $117 \text{ атм}$ , температура  $25^\circ\text{C}$ , газовый фактор  $100 \text{ м}^3/\text{т}$ ) равна  $1,25$  сантипуаза, вязкость нефти в нормальных условиях —  $5$  сантипуаз, а вязкость воды в пластовых условиях —  $1,51$  сантипуаза. Здесь вследствие большого количества растворенного в нефти газа вязкость нефти в пластовых условиях в четыре раза меньше ее вязкости в нормальных условиях. Вязкость нефти в пластовых условиях оказалась меньше вязкости пластовой воды.

Для получения точных данных о вязкости нефти в пластовых условиях необходимы соответствующие экспериментальные определения. В СССР имеется специальная аппаратура и разработаны методы определения вязкости нефти в пластовых условиях<sup>3</sup>.

При отсутствии экспериментальных определений абсолютной вязкости нефти в пластовых условиях для приближенной оценки ее можно воспользоваться следующими данными.

На рис. 18 показаны зависимости абсолютной вязкости негазированной нефти от удельного веса ее в нормальных условиях ( $15,6^\circ\text{C}$  и атмосферном давлении) при температурах от  $40$  до  $100^\circ\text{C}$ . Приведенные на рис. 18 кривые построены по данным 98 образцов нефти. Среднее отклонение определенных по этим кривым значений от замеренных данных составляет  $24,2\%$ . На рис. 18 пунктиром показан пример нахождения абсолютной вязкости нефти при пластовой температуре  $81^\circ\text{C}$ . Относительный удельный вес этой нефти при атмосферном давлении и температуре  $15,6^\circ\text{C}$  равен  $0,870$ . В пластовых условиях вязкость ее равна  $2,4$  сантипуаза.

На рис. 19 показаны кривые зависимости абсолютной вязкости насыщенных газом (при давлении, равном давлению насыщения) нефтей в пластовых условиях от количества растворенного в них газа. Приведенные кривые относятся к нефтям, абсолютная вязкость которых в дегазированном состоянии при пластовой температуре заключена в пределах  $0,7$ – $500$  сантипуаз. Указанные на приведенных на рис. 19 кривых значения абсолютной вязкости

<sup>2</sup>По определениям А. И. Губанова.

<sup>3</sup>Работы эти успешно проводятся в УФНИИ, Гипровостокнефти, в ГрозНИИ и в Институте нефти академии наук СССР.

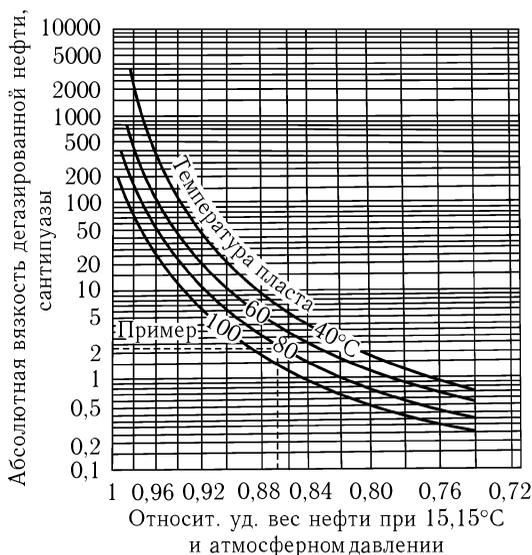


Рис. 18. Зависимость абсолютной вязкости негазированной нефти при различных температурах в пласте от удельного веса ее в нормальных условиях (при 13,6°C и атмосферном давлении).

негазированной нефти при пластовой температуре определяются по кривым, помещенным на рис. 18.

Кривые, показанные на рис. 19, проведены на основе 351 определения вязкости 41 образца сырой нефти, представляющих средние условия 29 нефтяных месторождений. Среднее отклонение определенных по рис. 19 значений вязкости от экспериментальных данных составляет 13,4%.

На рис. 19а показаны зависимости количества растворенного в нефти газа от величины давления насыщения. Приведенные на рис. 19а кривые относятся к нефтям, относительный удельный вес которых при нормальных условиях заключен в пределах от 0,74 до 1,00. Кривые проведены по данным 508 наблюдений над 164 образцами нефти, взятыми из 151 нефтяного месторождения. Среднее отклонение найденных по рис. 19а данных от экспериментальных составляет 22%<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>Работы по экспериментальному определению величины давления насыщения проводятся в УфНИИ, Гипровостокнефти, ГрозНИИ и в Институте нефти академии наук СССР.

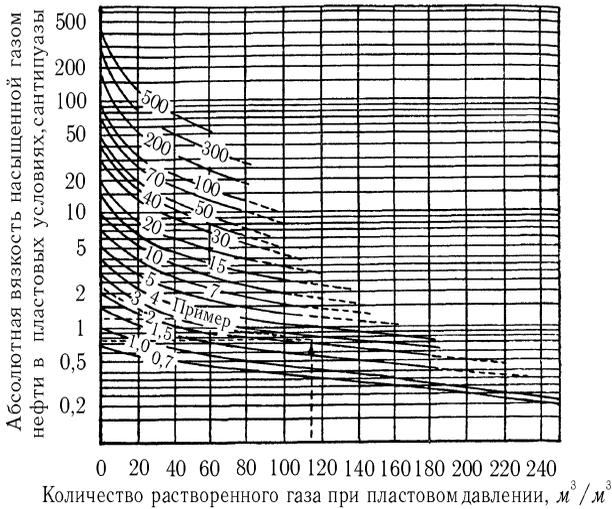


Рис. 19. Зависимость абсолютной вязкости насыщенных газом нефтей от количества растворенного в них газа.

Если начальное пластовое давление выше, чем давление насыщения, т. е. нефть является недонасыщенной газом, то вязкость ее больше, чем при давлении насыщения. В этом случае абсолютная вязкость нефти может быть приближенно определена по кривым, приведенным на рис. 19б. На этой фигуре показаны кривые зависимости абсолютной вязкости недонасыщенной газом нефти от разности между пластовым давлением и давлением насыщения (значения этой разности отложены по оси абсцисс). Приведенные кривые относятся к нефтям, абсолютная вязкость которых при давлении насыщения заключена в пределах 0,1–85 сантипуаз.

Для иллюстрации использования помещенных на рис. 19а и 19б кривых приведем пример.

*Пример.* Определить абсолютную вязкость нефти в пластовых условиях по следующим исходным данным:

- относительный удельный вес нефти  $\gamma'_n = 0,86$ ;
- первоначальное количество газа, растворенного в нефти,  $\Gamma = 114 \text{ м}^3/\text{м}^3$ ;
- начальное пластовое давление  $P_n = 295 \text{ атм}$ ;
- температура пласта  $t = 81^\circ\text{С}$ .

На рис. 18 по данным об относительном удельном весе нефти и пластовой температуре находим вязкость негазированной нефти при пластовой температуре. Она равна 2,3 сантипуаза.

Далее на рис. 19а находим величину давления насыщения  $P_s$ , соответствующую газовому фактору  $\Gamma = 114 \text{ м}^3/\text{м}^3$ . Давление насыще-

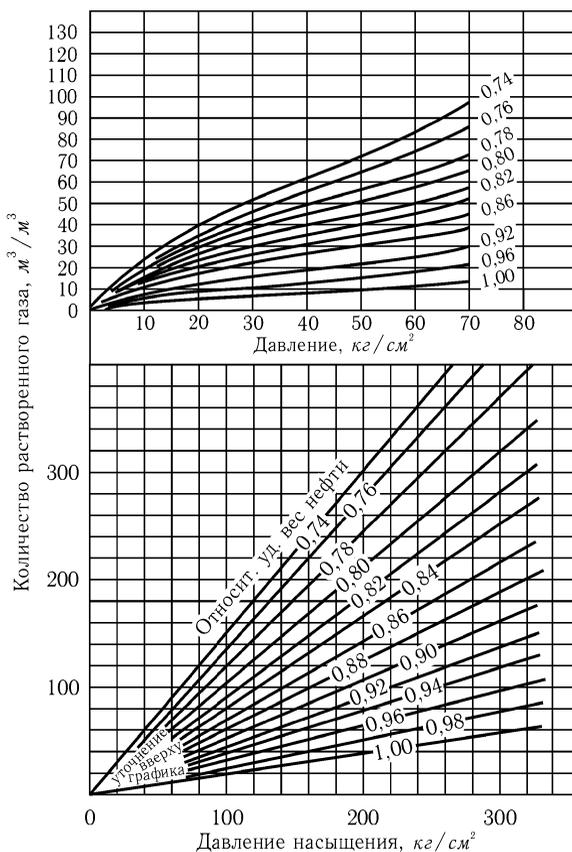


Рис. 19а. Зависимость количества растворенного в нефти газа от величины давления насыщения для нефтей различного удельного веса.

ния  $P_s = 169 \text{ атм}$ . При этом давлении, согласно рис. 19, вязкость насыщенной газом нефти (имеющей в дегазированном состоянии при пластовой температуре вязкость 2,3 сантипуаза) равна 0,73 сантипуаза.

Так как пластовое давление выше давления насыщения, то вязкость нефти в пластовых условиях больше 0,73 сантипуаза. Разность между пластовым давлением и давлением насыщения равна 116 атм. По этой разности и величине вязкости при давлении насыщения (0,73 сантипуаза) на рис. 19б находим интересующую нас величину абсолютной вязкости нефти в пластовых условиях. Она равна 0,8 сантипуаза.

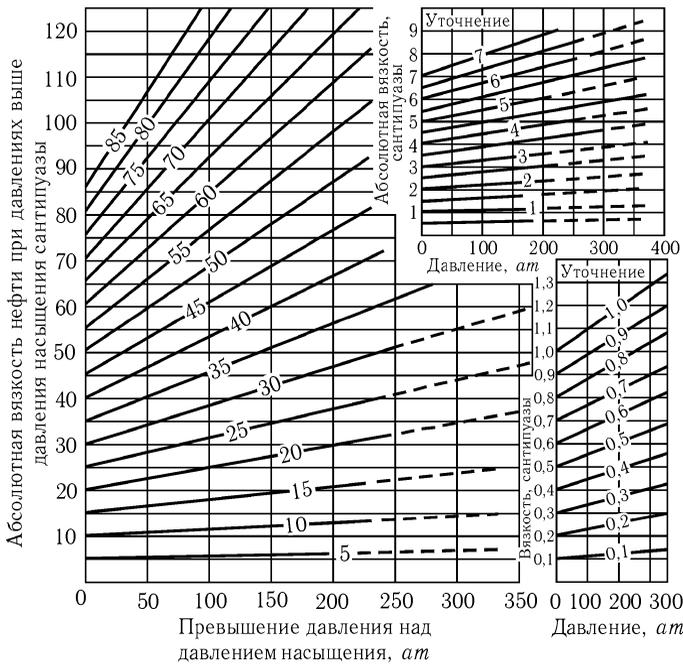


Рис. 196. Зависимость абсолютной вязкости недонасыщенной газом нефти от разности пластового давления и давления насыщения.

Сравнение значений абсолютной вязкости нефти, вычисленных при помощи описанных выше графиков и определенных экспериментально, было произведено для проб нефтей, взятых из пяти различных нефтяных месторождений. При этом оказалось, что величина средней ошибки в определении абсолютной вязкости нефти для отдельных проб нефти колеблется в пределах 8,5–39,4%. Среднее значение погрешности для всех проб составляет 19,6%<sup>5</sup>.

## § 2\*. Свойства пластовых вод

Как указывалось в § 3 главы II, воды в нефтеносных пластах можно подразделить на две группы: связанные и свободные. Связанные

<sup>5</sup> Рис. 18–196 и приведенный пример взяты из статьи [68].

(иногда их называют погребенные, или реликтовые, или сингенетичные) воды не могут быть извлечены из пласта при обычных способах эксплуатации нефтяных и газовых месторождений. Количество находящейся в пластах связанной воды может составлять от 5 до 65% объема порового пространства в зависимости от проницаемости пласта и физико-химических свойств жидкостей, газов и пористой среды.

Содержание связанной воды в пластах определяется путем анализа извлеченных на поверхность кернов горных пород, на основании исследования каротажных диаграмм, а также путем использования данных о зависимостях между количеством связанной воды и проницаемостью пласта, между водонасыщенностью и капиллярным давлением.

При водонасыщенности пласта большей, чем содержание связанной воды, в нем имеется свободная вода. Свободная вода при разработке месторождений может передвигаться в пласте и извлекаться скважинами на поверхность.

Пластовые воды обычно минерализованы. Содержание в них солей (вес сухого остатка) колеблется в пределах 10–200 г/л. Наличие в пластах давлений и температур, превышающих атмосферные, приводит к тому, что удельный вес и удельный объем воды в пластовых условиях отличаются от удельного веса и объема ее в нормальных условиях.

Величина объемных коэффициентов пластовой воды (т.е. отношения удельного объема воды в пластовых условиях к удельному объему ее в нормальных условиях) зависит от давления и температуры пласта, количества растворенного в воде газа и содержания в ней солей. На рис. 20 показана зависимость объемных коэффициентов воды от давления при различных температурах.

Рис. 21 иллюстрирует зависимость количества естественного газа, растворенного в единице объема чистой воды, от температуры при различных давлениях. При содержании в пластовой воде растворенных солей растворимость газа в воде уменьшается. Растворимость естественного газа в минерализованной воде можно приближенно определить по формуле:

$$S = S_1 \left( 1 - \frac{xy}{10000} \right), \quad (10, \text{III})$$

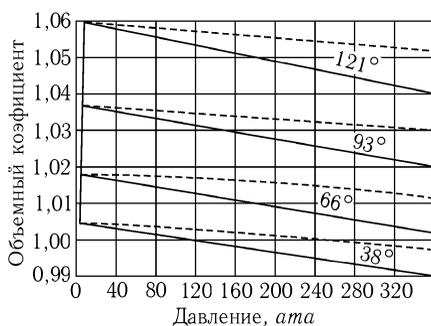


Рис. 20. Зависимость объемных коэффициентов воды от пластового давления при различных температурах. Оплотные линии относятся к чистой воде, пунктирные — к воде, содержащей растворенный газ.

где  $S$  — объем газа, растворенного в единице объема минерализованной воды;

$S_1$  — объем газа, растворенного в единице объема чистой воды, определенный по рис. 21;

$x$  — поправочный коэффициент на соленость;

$y$  — соленость пластовой воды, мг/л.

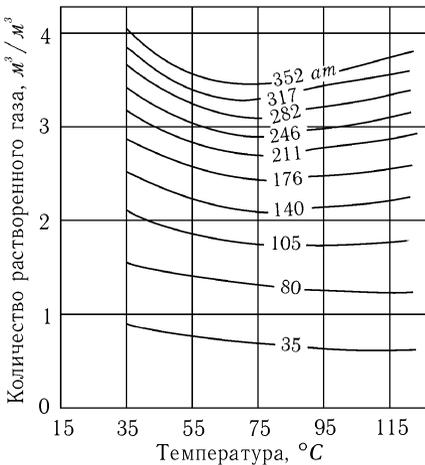


Рис. 21. Зависимость количества естественного газа, растворенного в единице объема чистой воды, от температуры при различных давлениях. Уменьшение объема воды с повышением давления.

Из формулы (11, III) видно, что коэффициент  $\beta$  имеет размерность, обратную размерности давления, т. е.

$$[\beta] = 1/at = c.m^2/\kappa r.$$

Обратная величина коэффициента объемного упругого расширения жидкости  $\frac{1}{\beta}$  называется истинным модулем сжатия жидкости и имеет размерность давления. Формула (11, III) основана на законе Гука, а истинный модуль объемного сжатия жидкости  $1/\beta$  по своей физической сущности аналогичен модулю Юнга.

На рис. 22 показана зависимость коэффициентов объемного упругого расширения чистой воды от температуры при пластовых давлениях от 70 до 422 *атм*.

Наличие в воде растворенного газа увеличивает ее сжимаемость. Значения коэффициентов объемного упругого расширения воды, содержащей

Коэффициент  $x$  зависит от температуры и имеет следующие значения:

Температура, °C	Значения $x$
38	0,074
66	0,050
93	0,044
121	0,033

Упругие свойства жидкости характеризуются коэффициентом объемного упругого расширения  $\beta$ , показывающим, на какую часть от своего первоначального объема изменяется объем жидкости при изменении давления на 1 *ат*.

$$\beta = -\frac{1}{\Omega_b} \frac{d\Omega_b}{dp}, \quad (11, III)$$

где  $\Omega_b$  — объем воды при давлении  $p$ . Знак минус указывает на уменьшение объема воды с повышением давления.

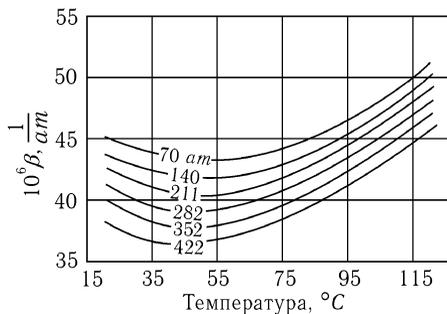


Рис. 22. Зависимость коэффициентов объемного упругого расширения чистой воды  $\beta$  от температуры при различных пластовых давлениях.

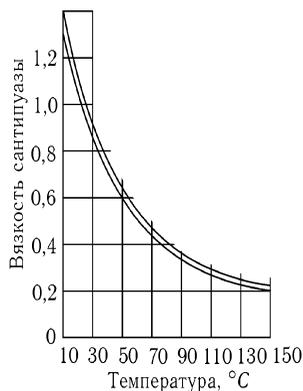


Рис. 23. Зависимость абсолютной вязкости воды от температуры. 1 — для чистой воды, 2 — для воды, содержащей 60 г/л солей.

растворенный газ, могут быть определены по формуле:

$$\beta = \beta_1(1 + 0,05 S), \quad (12, \text{III})$$

где  $\beta_1$  — коэффициент объемного упругого расширения чистой воды, определяемый по графику, помещенному на рис. 22;

$S$  — объем газа, растворенного в единице объема воды,  $\text{м}^3/\text{м}^3$ .

Учет эффекта сжимаемости воды имеет весьма существенное значение при решении задач подземной гидравлики, связанных с разработкой нефтяных и газовых месторождений в условиях упругого режима.

Таблица 1

**Вязкость воды при высоких температурах и давлениях**

Давление, <i>атм</i>	Абсолютная вязкость в сантипуазах при			
	0°C	10°C	30°C	75°C
1	1,792	1,40	0,871	0,396
500	1,680	1,35	0,895	0,411
1000	1,65	1,33	0,921	0,428
1500	1,67	1,33	0,500	0,443
2000	1,71	1,35	0,986	0,461

Абсолютная вязкость чистой воды при атмосферном давлении и температуре 20°C равна 1 сантипуазу. Содержание в воде растворенных

солей несколько увеличивает ее вязкость. На рис. 23 показана зависимость абсолютной вязкости чистой и минерализованной воды от температуры.

В табл. 1 помещены результаты экспериментальных определений вязкости воды при различных температурах и давлениях. Из таблицы следует, что изменения вязкости воды с изменением давления настолько малы, что в практических расчетах их можно не учитывать.

### § 3\*. Свойства газов нефтяных и газовых месторождений

Газы нефтяных и газовых месторождений представляют собой газовую смесь, состоящую главным образом из углеводородов. Кроме углеводородных газов, в состав естественных газов часто входят углекислота, азот, кислород, сероводород, воздух, пары воды и др.<sup>1</sup>

Зная состав естественного газа, состоящего из  $n$  компонентов, и удельный вес каждого компонента, легко вычислить удельный вес газа:

$$\gamma = \frac{\sum n_i \gamma_i}{100}, \quad (13, \text{III})$$

где  $\gamma$  — удельный вес газа;

$\gamma_i$  — удельный вес  $i$ -го компонента газа;

$n_i$  — объемное содержание  $i$ -го компонента газа в процентах.

В условиях высоких давлений, часто имеющих место в нефтяных и газовых месторождениях, поведение природных газов не следует характеристическому уравнению идеальных газов

$$\frac{p}{\gamma} = RT, \quad (14, \text{III})$$

где  $p$  — давление,  $\gamma$  — удельный вес газа,  $R$  — газовая постоянная,  $T$  — абсолютная температура.

Для реальных газов уравнение состояния может быть написано в виде:

$$\frac{p}{\gamma} = ZRT, \quad (15, \text{III})$$

где  $Z = \frac{p}{\gamma RT}$  — коэффициент сжимаемости газа, являющийся функцией давления и температуры. Значения коэффициентов сжимаемости углеводородных газов можно определить по данным о составе газа, температуре и давлении.

На рис. 23а показаны кривые зависимости коэффициента сжимаемости естественных газов от приведенного давления при различных приведенных температурах. Приведенным давлением  $p_r$  называется отношение давления  $p$  газа к его критическому давлению  $p_{кр}$ . Приведенной температурой

<sup>1</sup> Подробные данные о свойствах газов и паров, входящих в состав естественных газов, см. в книге проф. И. Н. Стрижова и И. С. Ходановича [164].

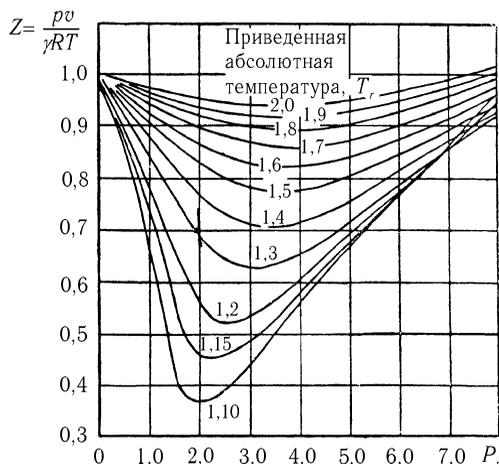


Рис. 23а. Зависимость коэффициентов сжимаемости  $z$  углеводородных газов от приведенного давления  $p_r$  при различных приведенных температурах  $T_r$ .

газа  $T_r$  называется отношение абсолютной температуры газа  $T$  к его критической температуре  $T_{кр}$ .

$$\left. \begin{aligned} p_r &= \frac{p}{p_{кр}} \\ T_r &= \frac{T}{T_{кр}} \end{aligned} \right\} \quad (16, \text{III})$$

Так как различные компоненты, входящие в состав природных газов, имеют разные критические давления и температуру, то для вычисления величины коэффициента сжимаемости естественного газа предварительно должны быть вычислены его среднекритическая температура и среднекритическое давление. Вычисление среднекритических давления и температуры производится по данным о составе газа и его температуре и давлении. Разделив давление и температуру газа соответственно на его среднекритическое давление и среднекритическую температуру, найдем значения приведенного давления  $p_r$ . И приведенной температуры  $T_r$  по которым определяем (по графику рис. 23а) величину коэффициента сжимаемости  $Z$ .

Если достаточно полных данных о составе естественного газа нет, но известен его относительный удельный вес (по отношению к воздуху), то среднекритические давление и температура могут быть *приблизительно* определены, по графикам, построенным по экспериментальным данным (см. [164]).

При решении задач о движении газов в пористой среде весьма важно определение *абсолютной вязкости природных газов* в пластовых условиях.

Вязкость газов зависит от давления и температуры.

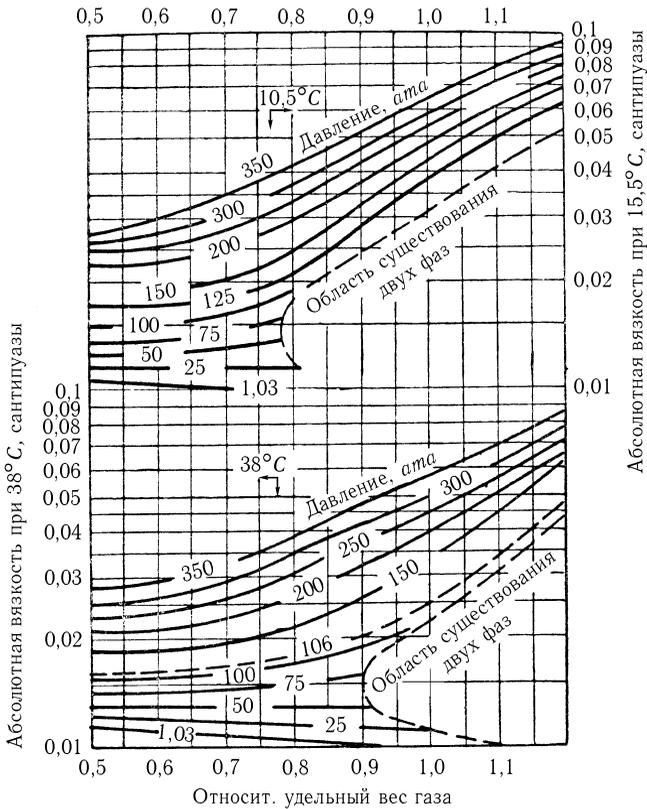


Рис. 24. Зависимость абсолютной вязкости углеводородных газов от их относительного удельного веса при различных давлениях и температурах 15,6°C и 37,8°C.

В отличие от удельного веса абсолютная вязкость естественного газа не может быть определена по данным о вязкости составляющих его компонентов. На основании экспериментальных исследований установлено, что вязкость природных газов приблизительно равна вязкости метан-пропановой смеси с тем же молекулярным весом. Определение абсолютных вязкостей метан-пропановых смесей при различных температурах и давлениях позволило построить графики, по которым (с точностью до ~6%) можно найти значения абсолютной вязкости при-

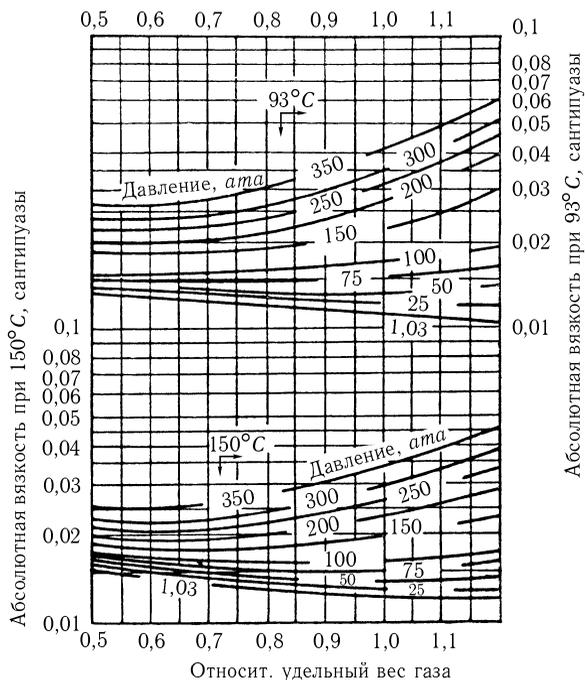


Рис. 25. Зависимость абсолютной вязкости углеводородных газов от их относительного удельного веса при различных давлениях и температурах 93°C и 150°C.

родных газов (содержащих менее 5% азота) при различных давлениях и температурах (рис. 24 и 25).

Если содержание азота в природном газе превышает 5%, то удовлетворительные результаты дает определение вязкости природного газа, как средней молярной вязкости для чистого азота в углеводородной смеси, не содержащей азота. В табл. 1а приведены необходимые для таких подсчетов данные об абсолютной вязкости азота при различных температурах и давлениях.

При проведении вторичных методов эксплуатации нефтяных месторождений в ряде случаев в пласт закачивается воздух. В связи с этим для соответствующих газодинамических расчетов необходимы данные о вязкости воздуха в пластовых условиях.

На рис. 26 приведены кривые зависимости абсолютной вязкости воздуха от температуры при различных давлениях.

Таблица 1а

## Абсолютная вязкость азота

Абсолютное давление, $\text{кг/см}^2$	Абсолютная вязкость азота в сантипуазах при температуре				
	17,8°C	15,6°C	38°C	93°C	149°C
1,03	0,0156	0,0172	0,0182	0,0206	0,0227
35	0,0163	0,0179	0,0188	0,0213	0,0234
70	0,0176	0,0188	0,0196	0,0217	0,0238
140	0,0203	0,0208	0,0213	0,0229	0,0247
210	0,0234	0,0234	0,0234	0,0242	0,0256
280	0,0259	0,0257	0,0257	0,0261	—
420	0,0328	0,0315	0,0308	0,0299	—
560	—	0,0373	0,0358	0,0337	—
700	—	0,0433	0,0405	0,0375	—

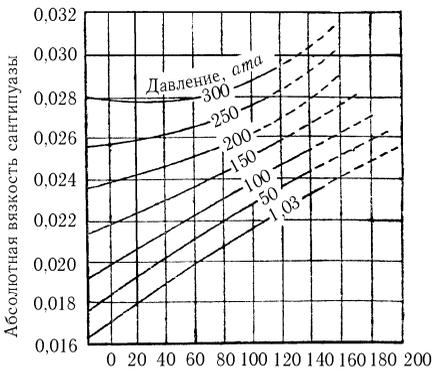


Рис. 26. Зависимость абсолютной вязкости воздуха от температуры при различных давлениях.

Кривые зависимости количества растворенного в нефти газа от величины давления насыщения показаны на рис. 19а. На рис. 21 приведены данные о растворимости естественного газа в воде при различных давлениях и температурах.

При соприкосновении естественного газа с жидкостями под влиянием давления происходит растворение газа в жидкости. Количество газа, растворяющегося в нефти, прямо пропорционально давлению (при неизменной температуре), т. е.

$$S = sp, \quad (17, III)$$

где  $S$  — приведенный к атмосферному давлению объем газа (при пластовой температуре), растворенного в единице объема жидкости;  $p$  — давление;  $s$  — коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом растворимости газа в жидкости.

Экспериментальные исследования растворимости газов в нефтях

показали наличие отклонений от линейного закона (17, III) и установили, что коэффициент растворимости газов в нефтях является величиной переменной, зависящей от давления, температуры и физико-химических свойств нефти и газов.

Часть II

Теория фильтрации



---

---

## ГЛАВА IV

### Основные понятия

#### § 1. Определение и особенности фильтрации. Грунты идеальный и фиктивный

Жидкости и газы движутся в продуктивных пластах в мельчайших каналах, образованных либо системой сообщающихся друг с другом пор между зернами горной породы, либо трещинами в скелете плотно-го песчаника, известняка и т. д. Такое движение в пористой и трещиноватой среде называется *фильтрацией*.

В отличие от движения жидкостей и газов по трубам и в открытых руслах фильтрация имеет следующие характерные особенности: чрезвычайно малые поперечные размеры поровых каналов, крайне малые скорости движения жидкостей, исключительно большая роль сил трения вследствие вязкости жидкостей и огромных поверхностей стенок поровых каналов, о которые происходит трение жидкостей и газов при фильтрации.

Если принять, что среднезернистый песок представлен песчинками, средний диаметр которых составляет 0,2 мм (преобладающие фракции нефтяных песков имеют размеры зерен 0,1–0,2 мм в диаметре), то *максимальный* диаметр поровых каналов составляет всего несколько *сотых долей миллиметра*. Это во много раз меньше обычных диаметров трубопроводов, измеряемых *сантиметрами* и *десятками сантиметров*. Необходимо также иметь в виду, что форма песчинок, а следовательно, и поровых каналов неправильна и поверхность их шероховата.

В то время как обычные скорости движения жидкостей и газов по трубам измеряются величинами порядка *метров* или *десятков сантиметров* в секунду, перемещение жидкостей даже вблизи скважин происходит со скоростями, во много раз меньшими. Так, например, при дебите скважины в  $100 \text{ м}^3$  жидкости в сутки, мощности пласта в 10 м и пористости 20% скорость плоско-радиального (см. дальше) движения жидкости к скважине на расстоянии 100 м от нее составляет величину менее 1 микрона в секунду.

Чтобы оценить влияние размеров поверхностей поровых каналов на величину сил сопротивления, определим суммарную поверхность

песчинок, заключенных в  $1 \text{ м}^3$  песчаного пласта. Примем форму песчинок шарообразной, диаметр их одинаковым и обозначим:

$N$  — число песчинок в  $1 \text{ м}^3$  пласта;

$r$  — радиус песчинки;

$f = 4\pi r^2$  — поверхность песчинки;

$\omega = \frac{4}{3}\pi r^3$  — объем песчинки;

$m$  — пористость пласта<sup>1</sup>.

Тогда

$$m = \frac{\tau_{\text{обр}} - \tau_{\text{песч}}}{\tau_{\text{обр}}} = \frac{1 - N\omega}{\omega}; \quad N = \frac{1(1 - m)}{\omega} = \frac{3}{4} \frac{(1 - m)}{\pi r^3}.$$

Суммарная поверхность  $S$  песчинок, заключенных в  $1 \text{ м}^3$  песчаного пласта, равна:

$$S = N \cdot f = \frac{3}{4} \frac{(1 - m)}{\pi r^3} \cdot 4\pi r^2 = \frac{3(1 - m)}{r}.$$

$$S_{\text{уд}} = \frac{\sigma_{\text{всех шар}}}{\tau_{\text{обр}}} = \frac{\sigma_{\text{шар}}}{\tau_{\text{шар}}} \frac{\tau_{\text{шар}}}{\tau_{\text{обр}}} = \frac{N \cdot 4\pi r^2}{N \cdot \frac{4}{3}\pi r^3} \frac{\tau_{\text{обр}} - \tau_{\text{пор}}}{\tau_{\text{обр}}} = \frac{3(2 - m)}{r}$$

При пористости пласта  $m = 0,20$  и радиусе песчинки  $r = 0,1 \text{ мм} = 10^{-4} \text{ м}$

$$S = \frac{3(1 - 0,2)}{10^{-4}} = 2,4 \cdot 10^4 \text{ м}^2.$$

Таким образом, поверхность поровых каналов в  $1 \text{ м}^3$  среднезернистого песчаного пласта составляет величину свыше  $20000 \text{ м}^2$ , или более двух гектаров. В мелкозернистых песках эти поверхности имеют величину, в несколько раз большую. Естественно, что силы трения, возникающие при соприкосновении движущейся, хотя и с крайне малыми скоростями, вязкой жидкости со стенками поровых каналов, огромны.

Причудливая форма поровых каналов, сечения которых резко и хаотически меняются в пространстве вследствие неправильной формы и разнообразных размеров частиц, слагающих пористую среду, делает практически невозможным точное решение уравнений движения вязкой жидкости в таких условиях. В связи с этим при гидродинамическом изучении фильтрации пользуются упрощенными моделями пористой среды. Такими упрощенными моделями являются идеальный и фиктивный грунты.

<sup>1</sup>Определение пористости  $m$  см. § 2 этой главы. (Ред.)

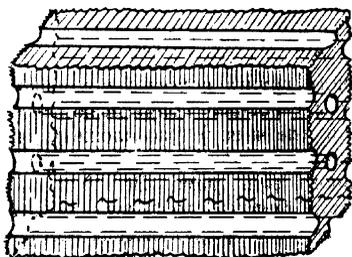


Рис. 27. Модель идеального грунта.

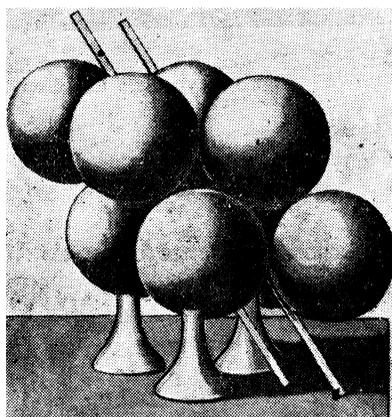


Рис. 28. Модель фиктивного грунта при наиболее тесном расположении шаров.

Под идеальным грунтом понимается пористая среда, поровые каналы которой представляют пучок цилиндрических трубок с параллельными осями (рис. 27).

Фиктивным грунтом называется пористая среда, составленная из шарообразных частиц одинакового диаметра (рис. 28, 29, 30). Фиктивный грунт является наиболее простой моделью естественного грунта, поддающейся математическому изучению.

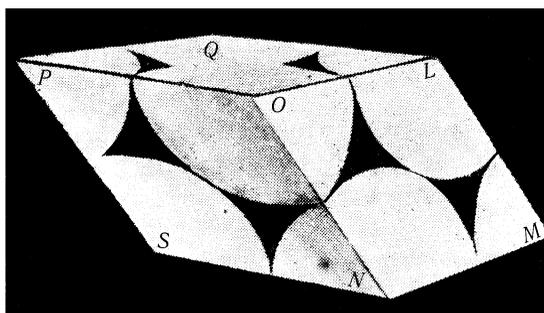


Рис. 29. Ромбоэдр — основная модель фиктивного грунта по Слехтеру.

## § 2. Пористость и просветность фиктивного грунта

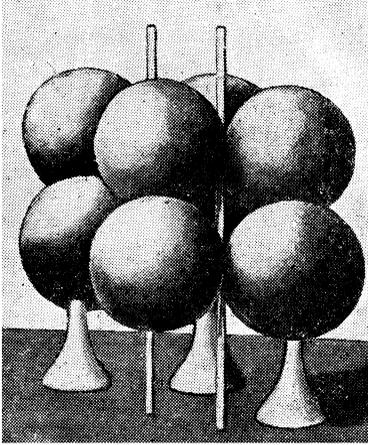


Рис. 30. Модель фиктивного грунта при наиболее свободном расположении шаров.

ских свойств основного ромбоэдра позволяет вычислить величину пористости фиктивного грунта.

Основным элементом модели фиктивного грунта является ромбоэдр, изображенный на рис. 29. Центры каждых восьми соприкасающихся шаров (песчинок) расположены в вершинах ромбоэдра, каждая грань которого есть ромб. Величина пористости фиктивного грунта зависит от взаимного расположения составляющих его шаров. Различные расположения шаров фиктивного грунта колеблются между двумя крайними конфигурациями, из которых одна соответствует теснейшему расположению шаров (рис. 28, 29, 31), а другая (рис. 30 и 32) — их наиболее свободному расположению (при условии взаимного соприкосновения). При этом угол  $\theta$  ромбов, образованных гранями ромбоэдра, изменяется от  $\theta = 60^\circ$  (рис. 31) до  $\theta = 90^\circ$  (рис. 32). Изучение геометрических

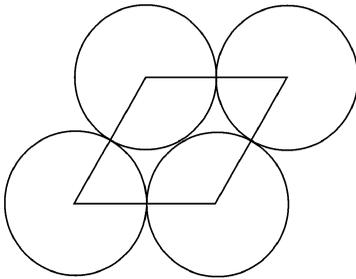


Рис. 31. Грань ромбоэдра при теснейшем расположении шаров.

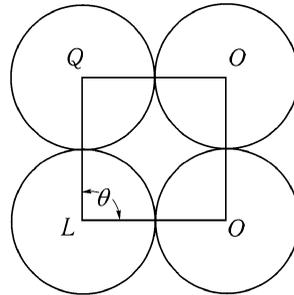


Рис. 32. Грань ромбоэдра при наиболее свободном расположении шаров.

На рис. 33 и 34 показаны диагональные разрезы  $SPLM$  и перпен-

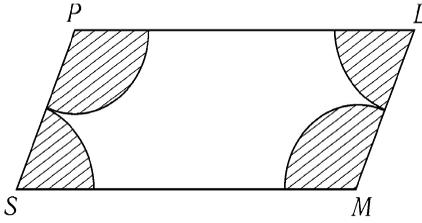


Рис. 33. Диагональный разрез  $SPLM$  основного ромбоэдра.

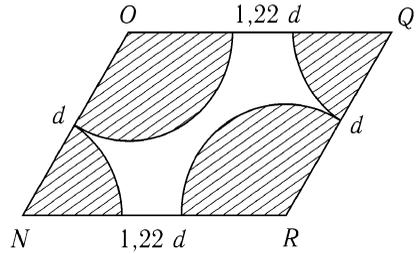


Рис. 34. Диагональный разрез  $NOQR$  основного ромбоэдра.

дикулярный ему  $NOQR$  основного ромбоэдра (см. рис. 29). Точка  $R$  на рис. 29 не видна. Незаштрихованные части разрезов показывают сечения порового пространства диагональными плоскостями. Определим угол  $\alpha$  одного из полученных параллелограммов, например параллелограмма  $SPLM$ . Для этого опишем из вершины  $O$  ромбоэдра (рис. 35) шар радиуса  $d = OB$ . Диагональное сечение и грани  $OAD$  и  $OAB$  пересекают поверхность шара соответственно по дугам  $BC$ ,  $DA$  и  $BA$ , образуя прямоугольный сферический треугольник  $ABC$  с прямым углом  $\angle BCA$ . Перпендикуляр  $BE$ , опущенный из вершины  $B$  на диагональ  $OC$ , есть высота  $h$  ромбоэдра. Из указанного прямоугольного сферического треугольника имеем:

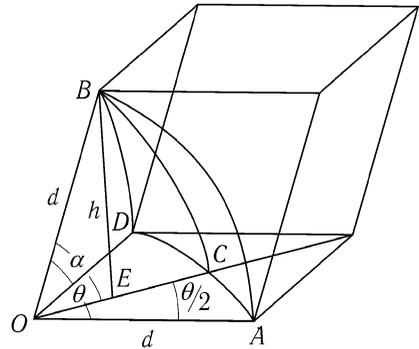


Рис. 35. К определению пористости фиктивного грунта

$$\cos \overset{\frown}{AB} = \cos \overset{\frown}{BC} \cdot \cos \overset{\frown}{AC}, \quad (1, IV)$$

но

- $\frown AB = \theta,$
- $\frown AC = \frac{\theta}{2},$
- $\frown BC = \alpha;$

следовательно,

$$\cos \alpha = \frac{\cos \theta}{\cos \frac{\theta}{2}}. \quad (2, \text{IV})$$

Из формулы (2, IV) получаем:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{\frac{\cos^2 \frac{\theta}{2} - \cos^2 \theta}{\cos^2 \frac{\theta}{2}}} = \sqrt{\frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \frac{\theta}{2}}{\cos^2 \frac{\theta}{2}}} = \\ &= \sqrt{\frac{4 \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\cos^2 \frac{\theta}{2}}} = \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}} \sqrt{4 \cos^2 \frac{\theta}{2} - 1}. \end{aligned}$$

Так как

$$4 \cos^2 \frac{\theta}{2} - 1 = 2(1 + \cos \theta) - 1 = 1 + 2 \cos \theta,$$

то

$$\sin \alpha = \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \sqrt{1 + 2 \cos \theta}$$

Отсюда

$$\sin \alpha = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2}}{2 \cos^2 \frac{\theta}{2}} \sqrt{1 + 2 \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} \sqrt{1 + 2 \cos \theta}. \quad (3, \text{IV})$$

Из прямоугольного треугольника  $BEO$  высота ромбоэдра

$$h = d \sin \alpha. \quad (4, \text{IV})$$

Так как площадь основания ромбоэдра равна  $d^2 \sin \theta$ , то объем  $V_1$  ромбоэдра имеет величину:

$$V_1 = h d^2 \sin \theta.$$

Внося сюда значения  $h$  из уравнения (4, IV) и  $\sin \alpha$  из (3, IV), получим:

$$V_1 = \frac{d^3 \sin^2 \theta \sqrt{1 + 2 \cos \theta}}{1 + \cos \theta}.$$

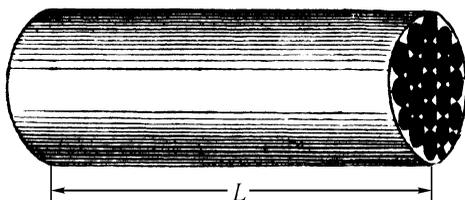


Рис. 36. Элемент пористой среды (к определению среднего значения просветности  $\tilde{n}$ ).

Сумма объемов всех восьми кусков шаров, составляющих ромбоэдр, равна, как это видно из рис. 36, объему  $V_2$  одного целого шара

$$V_2 = \frac{\pi d^3}{6},$$

поскольку сторона грани ромбоэдра равна диаметру шара.

Зная объем ромбоэдра  $V_1$  и объем  $V_2$ , занимаемый в нем породой, легко найти объем порового пространства, равный  $V_1 - V_2$ , и величину коэффициента пористости  $m$ :

$$m = \frac{V_1 - V_2}{V_1} = 1 - \frac{V_2}{V_1} = 1 - \frac{\frac{\pi d^3}{6}(1 + \cos \theta)}{d^3 \sin^2 \theta \sqrt{1 + 2 \cos \theta}}$$

Подставляя сюда

$$\sin^2 \theta = (1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta),$$

получим формулу Сликтера:

$$m = 1 - \frac{\pi}{6(1 - \cos \theta)\sqrt{1 + 2 \cos \theta}}. \quad (5, IV)$$

Из формулы (5, IV) следует, что *пористость фиктивного грунта, состоящего из одинаковых шарообразных частиц, не зависит от их диаметра, а зависит лишь от их относительного расположения, определяющегося величиной угла  $\theta$* .

Подставляя в формулу (5, IV) вместо угла  $\theta$  его крайние значения, получим пределы изменения пористости фиктивного грунта: при

$$\theta = 60^\circ, \quad m = 0,259;$$

$$\theta = 90^\circ, \quad m = 0,476.$$

Следовательно,

$$0,259 \leq m \leq 0,476.$$

В табл. 2 приведены определенные по формуле (5, IV) значения коэффициента пористости  $m$  фиктивного грунта при различных величинах  $\theta$ .

Таблица 2

**Значение коэффициентов пористости  $m$  и просветности  $n$  фиктивного грунта в интервале угла  $\theta$  от  $60^\circ$  до  $90^\circ$**

$\theta$	$m$	$n$	$\sigma$	$\sigma_1$	$\sigma_2$
$60^\circ 00'$	0,259	0,0931	88,90	62,00	42,00
$60^\circ 02'$	0,26	0,0937	84,30	38,75	25,00
$60^\circ 41'$	0,27	0,0993	74,05	34,25	21,84
$61^\circ 18'$	0,28	0,1045	65,94	29,50	17,76
$61^\circ 55'$	0,29	0,1098	58,90	26,00	16,60
$62^\circ 36'$	0,30	0,1155	52,47	22,63	14,42
$63^\circ 18'$	0,31	0,1210	47,12	20,00	12,54
$64^\circ 03'$	0,32	0,1266	42,44	17,60	11,00
$64^\circ 49'$	0,33	0,1322	38,44	15,82	9,64
$65^\circ 37'$	0,34	0,1378	34,75	13,95	8,58
$66^\circ 27'$	0,35	0,1434	31,62	12,18	7,50
$67^\circ 21'$	0,36	0,1491	28,79	11,04	6,58
$68^\circ 18'$	0,37	0,1549	26,26	10,00	5,83
$69^\circ 17'$	0,38	0,1605	24,08	8,80	5,22
$70^\circ 20'$	0,39	0,1661	22,11	7,87	4,60
$71^\circ 28'$	0,40	0,1719	20,32	7,08	4,06
$72^\circ 43'$	0,41	0,1775	18,73	6,32	3,62
$74^\circ 03'$	0,42	0,1832	17,28	5,71	3,24
$75^\circ 32'$	0,43	0,1902	15,96	5,14	2,89
$77^\circ 10'$	0,44	0,1946	14,76	4,65	2,55
$79^\circ 06'$	0,45	0,2003	13,71	4,15	2,28
$81^\circ 25'$	0,46	0,2057	12,76	3,75	2,05
$84^\circ 59'$	0,47	0,2117	11,83	3,40	1,84
$90^\circ 00'$	0,476	0,2146	11,38	3,20	1,71

*Примечание.*  $\sigma = \frac{1-m}{n^2}$ ;  $\sigma_1 = \frac{5}{4} \frac{(1-m)^2}{m^3}$ ;  $\sigma_2 = \left( \frac{(1-m)}{m} \right)^3 \cdot \frac{1}{1-n}$ .

Пористость естественных пластов колеблется в гораздо более широких пределах, что объясняется разнообразием размеров части пористой среды, наличием в поровых каналах различных цементирующих веществ и пр.

Рассматривая рис. 29, мы видим, что площадь прохода между шарообразными частицами в плоскости, содержащей их центры, имеет величину  $S$ , равную:

$$S = S_1 - S_2,$$

где  $S_1$  — площадь ромба (грань ромбоэдра), а  $S_2$  — суммарная площадь частей кругов, находящихся внутри ромба. Легко видеть, что сумма площадей указанных четырех частей кругов равна площади круга:

$$S_2 = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Поскольку площадь ромба

$$S_1 = d^2 \sin \theta,$$

то площадь  $S$ , открытая для прохода жидкостей, равна:

$$S = (\sin \theta - \frac{\pi}{4})d^2.$$

Назовем отношение площади проходов к площади всей грани ромбоэдра просветностью или поверхностной пористостью и обозначим ее буквой  $n$ :

$$n = \frac{S}{S_1} = 1 - \frac{S_2}{S_1}. \quad (6, \text{IV})$$

Коэффициент просветности  $n$  определяет величину живого сечения пласта, через которое происходит фильтрация.

Подставляя в формулу (6, IV) вместо  $S_1$  и  $S_2$  их значения, получим:

$$n = 1 - \frac{\pi}{4 \sin \theta}. \quad (7, \text{IV})$$

Из формулы (7, IV) видно, что для фиктивного грунта величина просветности не зависит от диаметра шарообразных частиц, составляющих пористую среду, а зависит лишь от их взаимного расположения, определяющегося углом  $\theta$ .

В табл. 2 помещены вычисленные по формуле (7, IV) значения просветности  $n$  для различных значений угла  $\theta$ . Предельные значения просветности получим, подставив вместо  $\theta$   $60^\circ$  и  $90^\circ$ ; при  $\theta = 60^\circ$   $n = 0,0931$ ; при  $\theta = 90^\circ$   $n = 0,2146$ .

Следовательно,

$$0,0931 \leq n \leq 0,2146.$$

Сравнение рис. 31 и 32 с рис. 33 и 34 показывает, что определяемая формулой (7, IV) величина  $n$  и приведенные в табл. 2 значения просветности характеризуют площади проходов в самом узком месте поровых каналов<sup>1</sup>.

Существенный интерес представляет *определение средних значений площади проходов  $\tilde{S}$  и просветности  $\tilde{n}$*  для некоторого выделенного объема пористой среды.

Выделим некоторый цилиндрический элемент пористой среды (рис. 36) длиной  $L$  и площадью поперечного сечения  $F$ . Пусть средняя величина площади проходов  $S$  на длине  $L$  равна  $\tilde{S}$ , а среднее значение просветности  $n$  на той же длине равно  $\tilde{n}$ , причем

$$\tilde{n} = \frac{1}{L} \int_0^L n(L)dL, \quad \tilde{S} = \frac{1}{L} \int_0^L S(L)dL = \tilde{n}F.$$

Тогда объем порового пространства  $\Omega$  (т. е. суммарный объем поровых каналов в рассматриваемом объеме пористой среды) равен:

$$\Omega = S \cdot L = nFL. \quad (8, IV)$$

С другой стороны объем порового пространства выделенного элемента пористой среды

$$\Omega = FLm. \quad (9, IV)$$

Сравнивая выражения (8, IV) и (9, IV), имеем:

$$\begin{aligned} \tilde{n} &= m, \\ \tilde{S} &= mF. \end{aligned} \quad (10, IV)$$

Таким образом, среднее значение просветности (поверхностной пористости)  $\tilde{n}$  равно пористости  $m$ .

При решении различных практических задач, связанных с фильтрацией жидкостей, часто представляет интерес определение средней площади проходов. Как видно из формулы (10, IV), средняя площадь проходов равна произведению площади сечения пласта  $F$  на коэффициент пористости  $m$ .

<sup>1</sup>Изложение теории Сликтера заимствовано нами из книги акад. Л. С. Лейбензона [100].

### § 3. Переход от фиктивного грунта к естественному

Реальные пористые пласты (пески, песчаники) отличаются от фиктивного грунта тем, что слагающие их частицы (песчинки) разнообразны по своим размерам, форме и шероховатости поверхности. Поэтому, чтобы формулы, полученные для фиктивного грунта, применить к реальному грунту, нужно реальный грунт заменить эквивалентным ему фиктивным грунтом, причем этот эквивалентный фиктивный грунт должен отличаться тем свойством, что гидравлическое сопротивление, оказываемое им фильтрующейся жидкости, должно быть таким же, как гидравлическое сопротивление реального грунта. Диаметр частиц такого эквивалентного фиктивного грунта называется эффективным диаметром и обозначается нами  $d_e$ . Следовательно, для перехода от фиктивного грунта к естественному нужно определить величины эффективного диаметра частиц, слагающих реальную пористую среду. Представление о составе естественного грунта получается из данных механического анализа его. Механический анализ дает групповые характеристики состава грунта, указывая процентное содержание отдельных фракций. На основании произведенного механического анализа строится кривая весового участия фракций. Для этого по оси абсцисс откладываются диаметры песчинок, а по оси ординат — сумму процентного весового содержания всех фракций, начиная от нуля и кончая данным диаметром.

Пусть в  $1 \text{ см}^3$  грунта имеются следующие фракции частиц (зерен песка):

диаметр от и до:

$$0 - d_1, d_1 - d_2, d_2 - d_3, d_3 - d_4 \text{ и т. д.}$$

вес фракций:

$$\Delta g_1, \Delta g_2, \Delta g_3, \Delta g_4 \text{ и т. д.}$$

Построение графика механического анализа ведется следующим образом (рис. 37): на оси абсцисс откладываем длину, равную  $d_1$ , а на соответственной ординате — длину, равную  $\Delta g_1$ . Далее, на оси абсцисс откладываем длину, равную  $d_1 + d_2$ , а на соответственной ординате длину, равную  $\Delta g_1 + \Delta g_2$ . Продолжая построение, придем в конце концов к последней точке кривой с ординатой, равной 100%, так как  $\Delta g_1 + \Delta g_2 + \Delta g_3 + \dots = 100\%$ .

За средний диаметр  $d_i$  какой-либо фракции  $i$  принимают среднее арифметическое крайних диаметров  $d'_i$  и  $d''_i$  этой фракции:

$$d_i = \frac{1}{2}(d'_i + d''_i). \quad (11, \text{IV})$$

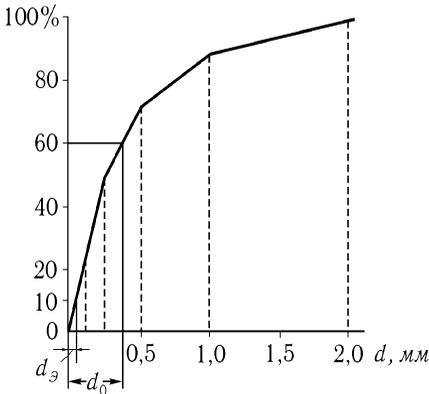


Рис. 37. Кривая весового участия фракций.

Таким образом, первый шаг состоит в разбивке естественного грунта на фракции (группы) шарообразных частиц одинакового в каждой группе диаметра  $d_i$ . Затем устанавливается связь между этим как бы коррелированным естественным грунтом и грунтом фиктивным, составленным из шарообразных частиц одинакового по всему грунту диаметра  $d_э$  называемого эффективным диаметром.

Для определения величины эффективного диаметра частиц существуют различные способы, к числу которых относятся следующие:

способ среднего диаметра, способ счета и взвешивания, способ веса средней частицы, способ Е. А. Замарина, А. Зауэрбрея и другие.

Изложение всех этих способов дается в книге акад. Л. С. Лейбензона [100]. Поэтому в настоящей книге мы ограничимся изложением всего лишь двух способов определения величины эффективного диаметра  $d_э$ .

**Способ веса средней частицы.** При обработке результатов обширных экспериментальных исследований [174] фильтрации жидкостей и газов величину эффективного диаметра песков и песчаников определяли по формуле *веса средней частицы*:

$$d_э = \sqrt[3]{\frac{\sum n_i d_i^3}{\sum n_i}}, \quad (12, IV)$$

где  $d_i$  — средний диаметр  $i$ -й фракции, определяемой по формуле (11, IV);

$n_i$  — число песчинок в  $i$ -й фракции.

По другому способу за эффективный диаметр принимается такой диаметр шарообразной частицы, при котором сумма весов всех фракций, начиная от нуля и кончая этим диаметром, составляет 10% от веса всех фракций. При этом так называемый *коэффициент однородности*, равный отношению  $\frac{d_0}{d_э}$ , должен быть не более пяти.

В этом отношении числитель  $d_0$  есть тот диаметр шарообразной частицы, при котором сумма весов всех фракций, начиная от нуля и кончая этим диаметром, равна 60% от веса всех фракций. Величины  $d_0$  и  $d_э$

берутся с кривой весового участия фракций, обычно представляющей ломаную линию (рис. 37).

Этот способ широко применяется. Границы использования его определяются условием

$$0,01 \leq d \leq 0,3 \text{ см.}$$

## § 4. Скорость фильтрации и ее связь со скоростью движения

Обозначим через  $Q$  — объемный расход жидкости через поперечное сечение рассматриваемого элемента пористого пласта, через  $F$  — площадь нормального к направлению движения жидкости поперечного сечения пласта. Тогда расход  $v$  жидкости, приходящийся на единицу поперечного сечения пласта, определится из равенства:

$$v = \frac{Q}{F}. \quad (13, \text{IV})$$

Величина  $v$  называется *скоростью фильтрации*. С физической точки зрения скорость фильтрации представляет фиктивную скорость, с которой двигалась бы жидкость, если бы пористая среда отсутствовала (коэффициент пористости  $m = 1$ ) и движение происходило в свободном пространстве, ограниченном кровлей и подошвой пласта.

Формула (13, IV) дает среднюю величину скорости фильтрации в сечении  $F$ , совпадающую с истинной скоростью фильтрации в тех случаях, когда скорость фильтрации не меняется по сечению пласта. В общем случае в различных точках сечения  $F$  скорость фильтрации может быть неодинакова. Тогда истинное значение скорости фильтрации в любой точке пласта определяется соотношением:

$$v = \frac{dQ}{dF}, \quad (14, \text{IV})$$

где  $dQ$  — величина объемного расхода жидкости сквозь проходящую через данную точку элементарную площадку  $dF$ , нормальную к направлению скорости фильтрации  $v$ .

Определим размерность скорости фильтрации. Обозначив через  $L$  — единицы длины,  $T$  — единицы времени, имеем:

$$[v] = \frac{[Q]}{[F]} = \frac{L^3 T^{-1}}{L^2} = L T^{-1}$$

т. е. скорость фильтрации имеет размерность скорости.

Скорость фильтрации отличается от истинной скорости движения жидкостей и газов. Для определения средней скорости  $w$  движения жидкостей или газа нужно объемный расход  $Q$  разделить на площадь  $S$  нормального к направлению движения поперечного сечения поровых каналов. Площадь этого сечения мы назвали в § 2 площадью проходов, причем согласно формуле (10, IV) средняя величина площади проходов  $\tilde{S} = mF$ .

Следовательно, средняя скорость *движения* жидкости равна:

$$w = \frac{Q}{\tilde{S}} = \frac{Q}{mF}. \quad (15, IV)$$

Подставляя в формулу (15, IV) вместо величины  $\frac{Q}{S}$  скорость фильтрации  $v$ , получим:

$$w = \frac{v}{m}. \quad (16, IV)$$

Таким образом, для нахождения средней скорости движения жидкости (или газа) нужно скорость фильтрации ее разделить на пористость.

Введение понятия скорости фильтрации позволяет рассматривать пласт как непрерывное поле скоростей фильтрации и давлений, величина которых в каждой точке пласта является функцией координат этой точки и времени. Располагая данными о величинах скорости фильтрации  $v$  и площади сечения пласта  $F$ , легко найти дебит (расход) жидкости или газа (см. формулу 11, IV), не вдаваясь в рассмотрение микрокартины движения жидкостей или газов в резко изменяющихся по форме поровых каналах. Столь же удобным является пользование понятием скорости фильтрации при решении задач о распределении давления в пласте, о взаимодействии скважин и пр.

При решении практических вопросов, связанных с разработкой нефтяных и газовых месторождений, приходится, помимо указанных выше задач, решать задачи о продвижении контуров нефтеносности и газоносности, о скоростях *движения* газа и воды от нагнетательных скважин к эксплуатационным при применении вторичных методов добычи нефти, о времени обводнения нефтяных и газовых скважин и др. В этих случаях необходимо знание средних *скоростей движения* жидкостей в поровых каналах, определение которых производится по формуле (16, IV).

В гидрогеологической практике разработаны различные эмпирические методы определения скорости движения подземных вод. Для

применения их в простейшем случае необходимы две буровые скважины, расположенные по направлению потока. Через находящуюся выше (считая по течению) скважину в поток воды вводится индикатор и отмечается время его ввода. После этого фиксируется время появления индикатора в расположенной ниже скважине. Разделив расстояние между скважинами на время, истекшее с момента ввода в пласт индикатора до момента появления его в нижней (контрольной) скважине, определяют максимальную скорость движения грунтовых вод. В качестве индикаторов, применяющихся для указанных целей, в гидрогеологической практике используются красящие вещества, хлористые соли, соли, присутствие которых в воде сильно повышает ее электропроводность, что позволяет обнаружить их появление в контрольной скважине электрическим способом (без отбора проб воды), и другие вещества<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Изложение различных методов опытного определения скорости движения подземных вод можно найти в книге проф. Г. И. Каменского [65].

---

---

ГЛАВА V

**Теоретические формулы, описывающие  
законы фильтрации жидкости и их  
обобщение**

**§ 1. Законы фильтрации через фиктивный грунт**

Чтобы применить теорию движения жидкостей по трубам к движению ее в фиктивном грунте, Сликхтер [159] предложил следующий метод перехода от фиктивного грунта к идеальному.

При рассмотрении явления фильтрации в *фиктивном грунте* нужно заменить действительный поровый канал весьма сложного строения *идеальным* цилиндрическим поровым каналом, площадь поперечного сечения которого равна сечению действительного порового канала в самом узком месте его, а длина равна длине ребра основного ромбоэдра (рис. 36). Для определения величины потери напора при движении жидкости в таком цилиндрическом поровом канале можно применить формулу Пуазейля для ламинарного движения вязкой жидкости по трубам

$$h = \frac{32\mu Lw}{\gamma D^2}, \quad (1, V)$$

где  $h$  — потеря напора на трение;  
 $\mu$  — абсолютная вязкость жидкости;  
 $L$  — длина трубы;  
 $w$  — скорость движения жидкости;  
 $\gamma$  — удельный вес жидкости;  
 $D$  — диаметр трубы.

Обозначим через  $f$  площадь поперечного сечения трубы и  $\Delta p$  — перепад давления на длине  $\Delta L$ . Тогда

$$D^2 = \frac{4f}{\pi}.$$

Подставляя это значение  $D^2$  в формулу (1, V) и умножая обе части

равенства на удельный вес жидкости  $\gamma$ , получим:

$$\Delta p = \frac{8\pi\mu Lw}{f},$$

откуда

$$w = \frac{f\Delta p}{8\pi L\mu}. \quad (2, V)$$

При этих предпосылках Сликтер принимает площадь  $f$  сечения порового канала равной половине площади проходов (см. § 2) и, выражая угол  $\theta$  через пористость пласта  $m$ , получает следующую формулу средней скорости движения:

$$w = \frac{nd^2}{96(1-m)} \frac{\Delta p}{\mu L}. \quad (3, V)^1$$

Для получения расхода жидкости  $Q$  скорость движения жидкости следует умножить на площадь проходов  $nF$ , где  $n$  — просветность, а  $F$  — площадь сечения пористой среды (пласта):

$$Q = \frac{n^2 d^2 F}{96(1-m)} \frac{\Delta p}{\mu L}.$$

Обозначив

$$\sigma = \frac{1-m}{n^2}, \quad (4, V)$$

он получает формулу для объемного расхода жидкости в виде

$$Q = \frac{d^2 F}{96 \sigma \mu} \cdot \frac{\Delta p}{L}. \quad (5, V)$$

Определенные по формуле (4, V) значения  $\sigma$  приведены в табл. 2.

Некоторые исследователи отмечают (см. [100]), что с достаточной для практики точностью можно считать, что

$$\frac{1}{\sigma} = 1,025 m^{3,3}.$$

---

<sup>1</sup>Подробное изложение теории и, в частности, вывод формулы (3, V) дается в книгах акад. Л. С. Лейбензона [100, 107].

Тогда формулу (5, V) можно написать в виде:

$$Q = 0,01068 \frac{d^2 m^{3,3} F}{\mu} \frac{\Delta p}{L}. \quad (6, V)$$

При выводе этих формул был сделан ряд допущений. В частности, сечения поровых каналов рассматривались как криволинейные треугольники, за площадь этих сечений принималась половина площади проходов и др.

Очень сильное изменение поперечного сечения поровых каналов весьма затрудняло замену их эквивалентными цилиндрическими каналами. Кроме того, как показали более поздние исследования, пространственные соотношения в фиктивном грунте гораздо сложнее, чем принимается по этой формуле.

Даже при самой плотной укладке шаров существуют две различные формы порового пространства вместо одной по Слихтеру. Нельзя, исследуя элемент, составленный из 8 шаров, считать, что расположение всех остальных шаров является таким же. Рассмотрение большего числа шаров, составляющих несколько слоев, показало, что вследствие различного расположения их изменяется путь прохождения жидкости, а, следовательно, изменяется и величина сопротивления, оказываемого фиктивным грунтом фильтрующейся жидкости<sup>2</sup>.

В свете вышеизложенного неудивительно, что сравнение результатов вычислений по формуле (5, V) с экспериментальными данными обнаружило значительные расхождения.

Был предложен и другой способ перехода от фиктивного грунта к идеальному (см. Лейбензон [107]). По этому способу фиктивный грунт заменяется идеальным с таким расчетом, чтобы были одинаковы объемы поровых пространств и поверхности поровых каналов. Путем применения к подобранным таким образом идеальным поровым каналам формулы Пуазейля был получен закон фильтрации жидкости, приводимый к виду:

$$Q = \frac{d^2 F}{96 \sigma_1 \mu} \frac{\Delta p}{L}, \quad (7, V)$$

где

$$\sigma_1 = \frac{5}{4} \frac{(1-m)^2}{m^3}.$$

Значения  $\sigma_1$  приведены в табл. 2.

---

<sup>2</sup>Изложение последних результатов см. в книге В. Зигель [61].

На основании гипотезы о том, что главное влияние на скорость фильтрации оказывает величина удельной поверхности, т. е. суммарная величина  $S$  поверхности частиц, заключенных в единице объема фиктивного грунта, ибо на этой поверхности происходит трение жидкости о грунт, был получен закон фильтрации жидкости в виде:

$$Q = 18 \frac{F \Delta p m}{\mu L S^2}. \quad (8, V)$$

Величина суммарной поверхности песчинок, заключенных в единице объема пористой среды, как было показано в § 1 главы IV, составляет:

$$S = \frac{3(1-m)}{r} = \frac{6(1-m)}{d}.$$

После внесения этого значения  $S$  в уравнение (8, V) была получена формула:

$$Q = \frac{d^2 m F}{2(1-m)^2 \mu} \frac{\Delta p}{L}. \quad (9, V)$$

К. Терцаги в известном труде «Механика грунтов» [166], рассматривая фильтрацию как протекание жидкости через ряд поставленных параллельно друг другу сит, получил следующий закон фильтрации:

$$Q = c \left( \frac{m - m_0}{\sqrt[3]{1-m}} \right)^2 \frac{d^2 F}{\mu} \frac{\Delta p}{L}. \quad (10, V)$$

На основании опытных данных Терцаги принимает  $m_0 = 0,13$ . Коэффициент  $C$  зависит от состояния поверхности песчинок. Для песка с гладкой поверхностью песчинок  $C = 10,5$ , при угловатой поверхности песчинок  $C = 6,0$ .

Можно было бы увеличить перечень полученных различными авторами формул, описывающих закон фильтрации жидкости. Вывод большинства из них дается в книгах акад. Л. С. Лейбензона [100] и [107], к которым мы отсылали интересующегося читателя.

Формулы (5, V), (6, V), (7, V) и (9, V) описывают фильтрацию в фиктивном грунте. Для применения их к движению жидкостей в реальной пористой среде следует вместо диаметра частиц  $d$  подставить эффективный диаметр частиц  $d_e$ .

## § 2. Обобщенное выражение различных теоретических формул, описывающих закон фильтрации

Обилие формул, описывающих законы движения жидкостей и газов в пористой среде, приводит некоторых авторов к весьма пессимистической оценке возможностей «Подземной гидравлики». Так, например, указывается [53], что «в этих формулах особенно большие затруднения вызывает определение различного рода коэффициентов и параметров, характеризующих условия и закономерности движения жидкостей и газов в пористой среде. По мере углубления наших знаний и стремлений приблизиться к действительным условиям, имеющим место в пластах, полученные соотношения усложняются, а количество появляющихся параметров увеличивается».

Однако более глубокое рассмотрение всех формул показывает, что все они по существу одинаковы.

Обозначим

$$Sl = \frac{Q\mu L}{d^2 F \Delta p} = f(m). \quad (11, V)$$

Эта безразмерная величина  $Sl$ , являющаяся при фильтрации в фиктивном грунте функцией пористости, впервые введена акад. Л. С. Лейбензоном и названа им *числом Сликстера*<sup>1</sup>.

При фильтрации жидкости в реальном грунте число  $Sl$  является функцией не только пористости, но и зависит от структуры порового пространства, определяющейся формой частиц и степенью шероховатости их поверхности, т. е.

$$Sl = f(m, \varepsilon) = \frac{Q\mu L}{d_s^2 F \Delta p}, \quad (12, V)$$

где  $\varepsilon$  — некоторый параметр, характеризующий структуру порового пространства пласта.

Разделив в формулах Терцаги и других величину расхода  $Q$  на площадь  $F$ , сквозь которую происходит фильтрация, получим формулы, описывающие скорость фильтрации жидкостей. В этих формулах через  $\Delta L$  обозначим длину элемента пористой среды, на которой падение давления при фильтрации жидкости составляет величину  $\Delta p$  и вместо диаметра  $d$  частиц фиктивного грунта введем эффективный диаметр  $d_s$ .

<sup>1</sup>Более справедливым было бы назвать число  $Sl$  числом Лейбензона.

Выделим в указанных формулах число Sl. Тогда обобщенное выражение законов фильтрации имеет вид:

$$v = \frac{d_s^2 \text{Sl}}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta L}. \quad (13, V)$$

Значения числа Sl у различных авторов различны.

Поскольку каждый из авторов при выводе закона фильтрации по-своему подходил к решению задачи о сведении фиктивного грунта к идеальному, то и полученные ими значения числа Sl отличаются друг от друга. Однако общим для всех уравнений является линейная зависимость между скоростью фильтрации и перепадом давления на единице длины и присутствие в формуле, выражающей закон фильтрации, квадрата эффективного диаметра частиц и числа Sl, зависящего от коэффициента пористости и структуры порового пространства.

В дифференциальной форме уравнение (13, V) напишется так:

$$v = - \frac{d_s^2 \text{Sl}}{\mu} \frac{dp}{dL} \quad (14, V)$$

или

$$\vec{v} = - \frac{d_s^2 \text{Sl}}{\mu} \text{grad } p.$$

Знак минус в правой части уравнений (14, V) указывает на то, что скорость направлена в сторону падения давления, формулы (14, V) показывают, что скорость фильтрации прямо пропорциональна вектору-градиенту давления, квадрату эффективного диаметра слагающих пористую среду частиц и числу Sl и обратно пропорциональна абсолютной вязкости жидкости.

Принимается, что движение жидкости в идеальном грунте происходит по законам ламинарного движения жидкостей по трубам, что и привело к линейной зависимости между расходом жидкости и градиентом давления. В случае турбулентного движения эта зависимость является нелинейной.

---

---

ГЛАВА VI

**Линейный закон фильтрации.  
проницаемость пористой среды**

**§ 1. Коэффициент фильтрации**

В 1856 г. были опубликованы результаты опытов по фильтрации воды в песке [42]. Устройство экспериментальной установки для изучения закона фильтрации *схематично* показано на рис. 38. В горизонтальной трубе 1, набитой песком 2, под действием разности напоров  $h_1 - h_2$  происходит фильтрация воды 3 в направлении, показанном стрелкой. Высоты уровней воды  $h_1$  и  $h_2$  во время опытов поддерживались постоянными. На основе проведенных экспериментов был установлен следующий закон:

$$Q = k_{\Phi} \frac{\Delta h}{\Delta L} \cdot F, \quad (1, VI)$$

где  $Q$  — объемный расход жидкости (количество воды, проходящей через пласт в единицу времени);

$\Delta h = h_1 - h_2$  — потеря напора на длине  $\Delta L$ ;

$F$  — площадь вертикального сечения пласта;

$k_{\Phi}$  — некоторый постоянный коэффициент, называемый *коэффициентом фильтрации*.

Разделив обе части уравнения (1, VI) на площадь сечения пласта  $F$  и учитывая, что

и

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q}{F} &= v \\ \frac{\Delta h}{\Delta L} &= i \end{aligned} \right\}, \quad (2, VI)$$

где  $v$  — скорость фильтрации и  $i$  — гидравлический уклон, получим:

$$v = k_{\Phi} \cdot i. \quad (3, VI)$$

Уравнение (3, VI) представляет обычную форму записи линейного закона фильтрации в гидрогеологической литературе.

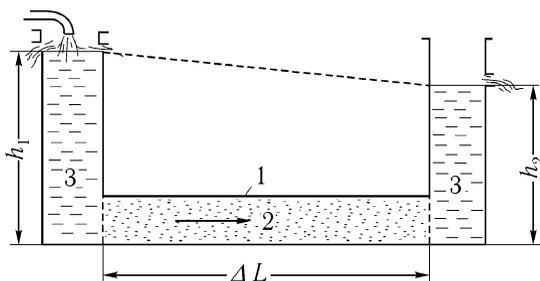


Рис. 38. Принципиальная схема экспериментальной установки для изучения закона фильтрации.

При  $i = 1$ ,  $v = k_{\Phi}$ , т. е. коэффициент фильтрации представляет собой скорость фильтрации при гидравлическом уклоне, равном единице. Поскольку гидравлический уклон  $i$  — безразмерная величина, то из формулы (3, VI) следует, что коэффициент фильтрации имеет размерность скорости:

$$[k_{\Phi}] = LT^{-1}.$$

Выразим потерю напора  $\Delta h = h_1 - h_2$  и гидравлический уклон  $i$  через потерю давления  $\Delta p = p_1 - p_2$ .

Так как  $h_1 = \frac{p_1}{\gamma}$  и  $h_2 = \frac{p_2}{\gamma}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  — давления, соответствующие напорам  $h_1$  и  $h_2$ , а  $\gamma$  — удельный вес жидкости, то

$$\Delta h = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{\Delta p}{\gamma}$$

и

$$i = \frac{1}{\gamma} \frac{\Delta p}{\Delta L}$$

Подставляя полученное значение  $i$  в формулу (3, VI), имеем:

$$v = \frac{k_{\Phi}}{\gamma} \frac{\Delta p}{\Delta L}. \quad (4, VI)$$

В дифференциальной форме линейный закон фильтрации напишется так:

$$v = -\frac{k_{\Phi}}{\gamma} \frac{dp}{dL}, \quad (5, VI)$$

где знак минус показывает, что скорость фильтрации имеет направление, противоположное направлению возрастания давления.

Полученный экспериментально этот закон [формула (5, VI)] показывает, что скорость фильтрации пропорциональна градиенту давления (является линейной функцией его), это полностью согласуется с полученным аналитически законом фильтрации (14, V). Линейный закон фильтрации называли законом Дарси.

Формула (5, VI) справедлива для фильтрации жидкости в горизонтальном направлении. В тех случаях, когда скорость фильтрации направлена не по горизонтали, наряду с разностью давлений  $\Delta p$  на фильтрацию жидкости оказывает влияние действие силы тяжести.

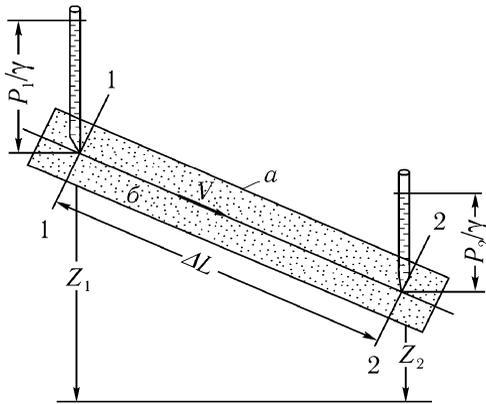


Рис. 39. Элемент наклонного пласта.

Рассмотрим элемент наклонного пласта (рис. 39). В трубе  $a$ , набитой песком  $б$ , происходит фильтрация жидкости в направлении, показанном стрелкой. Обозначим через  $p_1$  и  $p_2$  давление жидкости в центре сечений 1 и 2. Тогда пьезометрические высоты в этих сечениях равны  $\frac{p_1}{\gamma}$  и  $\frac{p_2}{\gamma}$ , а величины напоров составляют:

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= \frac{p_1}{\gamma} + z_1, \\ h_2 &= \frac{p_2}{\gamma} + z_2, \end{aligned} \right\} \quad (6, VI)$$

где  $z_1$  и  $z_2$  — соответственно расстояния сечений 1 и 2 от некоторой условной горизонтальной плоскости отсчетов.

Потеря напора при фильтрации жидкости в рассматриваемом наклонном пласте

$$\Delta h = h_1 - h_2 = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + z_1 - z_2 = \frac{\Delta p}{\gamma} + z_1 - z_2 = \frac{\Delta p}{\gamma} + \Delta z$$

где  $\Delta z = z_1 - z_2$ .

Гидравлический уклон

$$i = \frac{\frac{\Delta p}{\gamma} + \Delta z}{\Delta L} = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{\Delta p + \gamma \Delta z}{\Delta L} \right).$$

Подставляя это значение гидравлического уклона в формулу (3, VI), имеем:

$$v = \frac{k_{\Phi}}{\gamma} \frac{(\Delta p + \gamma \Delta z)}{\Delta L}, \quad (7, VI)$$

или в дифференциальной форме

$$v = -\frac{k_{\Phi}(dp + \gamma dz)}{dL} = -\frac{k_{\Phi}}{\gamma} \frac{d(p + \gamma z)}{dL}.$$

Таким образом, в общем случае линейный закон фильтрации пишется в виде:

$$v = -\frac{k_{\Phi}}{\gamma} \frac{d(p + \gamma z)}{dL}. \quad (8, VI)$$

Обозначим

$$p^* = p + \gamma z.$$

Тогда

$$v = -\frac{k_{\Phi}}{\gamma} \frac{dp^*}{dL}. \quad (8', VI)$$

Величину  $p^*$  назовем *приведенным давлением*.

Первоначально считалось, как это полагал и сам Дарси, изучавший фильтрацию воды, что коэффициент фильтрации  $k_{\Phi}$ , входящий в формулы (5, VI) и (8, VI), зависит только от свойств пористой среды. Однако затем было обнаружено, что изменения температуры влияют на величину коэффициента фильтрации, что указывало на зависимость коэффициента фильтрации не только от свойств пористой среды, но и от свойств фильтрующейся жидкости, т. е. от ее вязкости и удельного веса<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> неверно;  $k_{\Phi}$  не зависит от  $\kappa$ , либо  $k_{\Phi} = \frac{\kappa \kappa}{\mu} = \frac{\kappa \rho g}{\rho \nu} = \frac{\kappa g}{\nu}$ .

Сопоставим установленный экспериментально линейный закон фильтрации [формула (4, VI)] с обобщенным выражением закона фильтрации, полученным аналитически [формула (13, V)]:

$$v = \frac{k_{\Phi}}{\gamma} \frac{\Delta p}{\Delta L} = \frac{d_{\text{э}}^2 \text{Sl}}{\mu} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta L}.$$

Отсюда коэффициент фильтрации

$$k_{\Phi} = d_{\text{э}}^2 \text{Sl} \cdot \frac{\gamma}{\mu}, \quad (9, \text{VI})$$

Формула (9, VI) является общим выражением для коэффициента фильтрации, показывающим влияние различных факторов на его величину. Рассмотрение формулы (9, VI) показывает, что коэффициент фильтрации прямо пропорционален квадрату эффективного диаметра слагающих пласт частиц, зависит от пористости и структуры порового пространства [поскольку  $[\text{Sl} = f(m, \varepsilon)]$ ] и от свойств жидкости. Коэффициент фильтрации обратно пропорционален абсолютной вязкости жидкости и прямо пропорционален ее удельному весу. Так как с увеличением температуры вязкость жидкостей резко понижается, а плотность их уменьшается мало, то коэффициент фильтрации должен резко возрастать, что и было подтверждено экспериментально.

Существуют различные формулы для определения величины коэффициента фильтрации  $k_{\Phi}$ . К числу их относятся формулы Замарина, Зауэрбрея и др. Описание этих формул и их применения даются в книге акад. Л. С. Лейбензона [100]. Все эти формулы по существу совпадают с формулой (9, VI), в каждой из них лишь по-разному выражено число Sl как функция пористости. В качестве примера приведем формулу:

$$k_{\Phi} = c \frac{d_{\text{э}}^2}{\mu},$$

где  $k_{\Phi}$  — коэффициент фильтрации, см/сек;

$d_{\text{э}}$  — эффективный диаметр частиц (см. § 3 главы IV);

$\mu$  — абсолютная вязкость жидкости, пуазы. Коэффициент  $c$  изменяется в широких пределах.

Так,  $c = 0,80$  — для очень плотных песков;

$c = 1,55$  — для песков средней пористости;

$c = 2,00$  — для песков, составленных из округленных зерен почти одинакового диаметра.

Для воды формула имеет вид:

$$k_{\Phi} = 75d_{\text{э}}^2 c(0,70 + 0,03t),$$

где  $t$  — температура в градусах Цельсия.

Использование коэффициента фильтрации для характеристики пластов и при решении задач подземной гидравлики, связанных с разработкой нефтяных и газовых месторождений, сопряжено с рядом неудобств, к числу которых можно отнести следующие: при наличии многочисленных формул для определения коэффициента фильтрации, дающих к тому же для одних и тех же сред и жидкостей различные значения  $k_f$ , часто неясно, какой именно формулой следует пользоваться. Вследствие неоднородности песков, слагающих нефтяные и газовые коллекторы, отклонения действительных значений  $k_f$  от вычисленных могут быть весьма велики. При использовании коэффициентов фильтрации для сравнительной характеристики пористых пластов, кроме  $k_f$ , должны быть известны значения вязкости и удельного веса<sup>2</sup> фильтрующихся жидкостей в пластовых условиях.

При решении задач о фильтрации в одном и том же пласте различных жидкостей приходится пользоваться различными значениями коэффициента фильтрации. Наконец, указанные формулы совершенно непригодны для пористой среды, представленной кавернозными и трещиноватыми породами (например известняками и доломитами), распространенными, например, в некоторых районах Второго Баку.

Указанные обстоятельства делают более удобным пользование *коэффициентом проницаемости*.

## § 2. Проницаемость пористой среды

*Под проницаемостью пористой среды понимается свойство пористой среды пропускать сквозь себя жидкости и газы.* Следует подчеркнуть, что проницаемость (проводимость) пористой среды есть ее «динамическое свойство», проявляющееся лишь при фильтрации жидкостей или газов.

Рассмотрение полученного аналитически (см. §2 гл. V) обобщенного выражения для закона фильтрации

$$v = -\frac{d_3^2 S l}{\mu} \frac{dp}{dL} \quad (14, V)$$

показывает, что в этой формуле свойства пористой среды учитываются произведением  $d_3^2 S l$ .

Обозначим

$$k = d_3^2 S l. \quad (10, VI)$$

---

<sup>2</sup>см. замечание на стр. 103

Тогда формулы (13, V) и (14, V) приводятся к виду:

$$v = \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta L}, \quad (11, VI)$$

и

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dL}, \quad (12, VI)$$

или в общем случае в соответствие с формулой (8', VI)

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dp^*}{dL}, \quad (12', VI)$$

т. е. скорость фильтрации прямо пропорциональна коэффициенту  $k$ .

Очевидно, что коэффициент  $k$ , входящий в закон фильтрации (11, VI) и зависящий только от свойств пористой среды, как раз и характеризует ее свойство пропускать сквозь себя жидкости или газы, т. е. проницаемость. Поэтому *коэффициент  $k$  называется коэффициентом проницаемости пористой среды*.

Сопоставление формулы (11, VI) с экспериментально полученной формулой (4, VI) оказывает, что эмпирически линейный закон фильтрации целиком совпадает с полученным аналитически законом фильтрации (11, VI), в котором вместо коэффициента фильтрации, зависящего от свойств пористой среды и жидкости, введен коэффициент проницаемости, зависящий лишь от геометрических свойств пористой среды и не зависящий от свойств жидкостей.

Таким образом, формула (11, VI) является линейным законом фильтрации.

Формула (10, VI), введенная нами [91] в 1940 г., является общим выражением для коэффициента проницаемости, показывающим влияние различных факторов на его величину.

Как видно из общего выражения для коэффициента проницаемости, величина  $k$  пропорциональна числу Sl и квадрату эффективного диаметра слагающих пористую среду частиц.

Из формулы (10, VI) непосредственно следует, что *коэффициент проницаемости имеет размерность площади*, поскольку число Sl есть величина безразмерная. Таким образом,

$$[k] = L^2$$

в отличие от коэффициента фильтрации, имеющего размерность скорости.

Что коэффициент проницаемости имеет размерность площади, легко убедиться также, решив уравнение (11, VI) относительно  $k$ :

$$[k] = \frac{[v][\mu][dL]}{[dp]} = \frac{LT^{-1} \cdot ML^{-1}T^{-1} \cdot L}{MLT^{-2} \cdot L^{-2}} = L^2.$$

Единица проницаемости — дарси. Умножив скорость фильтрации  $v$  на площадь  $F$ , получим расход жидкости;

$$Q = \frac{kF}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta L}. \quad (13, VI)$$

Решая это уравнение относительно проницаемости  $k$ , имеем:

$$k = \frac{Q\mu\Delta L}{F\Delta p}. \quad (14, VI)$$

Очевидно, что при  $Q = 1$ ,  $\mu = 1$ ,  $\Delta L = 1$ ,  $F = 1$  и  $\Delta p = 1$  коэффициент проницаемости  $k = 1$ . Отсюда вытекает физическое определение единицы проницаемости пористой среды.

За единицу проницаемости пористой среды принимается проницаемость такой пористой среды, при фильтрации через образец которой площадью в  $1 \text{ см}^2$  и длиной в  $1 \text{ см}$  при перепаде давления в  $1 \text{ ат}$  расход жидкости вязкостью в  $1$  сантипуаз составляет  $1 \text{ см}^3/\text{сек}$ . Проницаемость такой пористой среды равна  $1$  дарси и в дальнейшем обозначается  $d$ .

Если при тех же условиях расход жидкости составил не  $1 \text{ см}^3/\text{сек}$ , а, скажем,  $0,5$ – $0,1 \text{ см}^3/\text{сек}$ , то проницаемость такой пористой среды равна соответственно  $0,5$  или  $0,1 d$  и т. д. Один дарси разделяется на более мелкие части.

0,1 дарси называется децидарси и обозначается  $dd$   
 0,01 дарси « сантидарси,  $cd$   
 0,001 дарси « миллидарси,  $md$ .

Поскольку коэффициент проницаемости не является безразмерной величиной, то размерность его зависит от применяемой для соответствующих вычислений системы единиц.

В вертикальных графах табл. 3 приведены размерности различных величин входящих в формулы подземной гидравлики. Эти размерности должны строго соблюдаться при выполнении вычислительных работ в указанных в табл. 3 системах единиц.

Выведем формулы пересчета значений коэффициента проницаемости для перехода из одной системы единиц в другую. Назовем систему единиц в которой проницаемость пористой среды имеет размерность дарси, смешанной системой (см. табл. 3). Обозначим через  $k_T$ ,  $k_{\text{физ}}$  и  $k_C$  величины коэффициентов проницаемости соответственно в технической, физической и смешанной системах единиц.

Тогда из формулы (14, VI) и табл. 3 следует, что

$$\begin{aligned} [k]_C &= \frac{[Q][\mu][\Delta L]}{[F][\Delta p]} = \frac{\frac{см}{сек} \frac{1}{100} \frac{дин \cdot сек}{см^2} см}{см^2 \cdot 981000 \frac{дин}{см^2}} = \frac{1 \cdot 10^{-2}}{981000} см^2 = \\ &= 1,02 \cdot 10^{-8} [k]_{\text{физ}} = 1,02 \cdot 10^{-12} [k]_T; \end{aligned}$$

следовательно,

$$[k]_C = 1,02 \cdot 10^{-8} [k]_{\text{физ}} = 1,02 \cdot 10^{-12} [k]_T. \quad (15, VI)$$

Уравнения (15, VI) позволяют сопоставить величины единиц проницаемости пористой среды, выраженных в различных системах единиц. Из рассмотрения приведенных равенств видно, что наиболее мелкой единицей является  $\delta$ . Один  $\delta$  приблизительно равен одному квадратному микрону (точнее  $1,02 \cdot 10^{-12} м^2$ ).

Из уравнений (15, VI) легко получить интересующие нас формулы пересчета. Чем мельче единицы, тем больше будет выражающее результаты измерений ими число этих единиц, поэтому:

$$\left. \begin{aligned} k_{\text{физ}} &= 1,02 \cdot 10^{-8} k_C, \\ k_T &= 1,02 \cdot 10^{-12} k_C, \\ k_C &= 0,981 \cdot 10^{-8} k_{\text{физ}}, \\ k_C &= 0,981 \cdot 10^{-12} k_T. \end{aligned} \right\} \quad (16, VI)$$

Формулы (16, VI) позволяют, зная проницаемость пористой среды, выраженную в одной системе единиц, найти величину проницаемости этой среды, выраженную в другой системе единиц<sup>1</sup>. При решении большинства задач подземной гидравлики наиболее удобно пользоваться смешанной системой единиц.

<sup>1</sup>В ряде случаев [120 и др.] за 1 ат принимается не техническая атмосфера ( $10^4 \text{ кг/м}^2$ ), а физическая атмосфера ( $1,033 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^2$ ), что соответствует давлению 760 мм рт. ст.). При выводе формул (16, VI) принято, что 1 ат =  $10^4 \text{ кг/м}^2$  (что соответствует давлению 735 мм рт. ст.).

Зная величину коэффициента проницаемости, легко определить величину коэффициента фильтрации. Подставляя в формулу (9, VI) вместо  $d_3^2$  Sl величину  $k$  [в соответствии с формулой (10, VI)], получим уравнение, устанавливающее связь между коэффициентом фильтрации и коэффициентом проницаемости:

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} k_{\text{ф}} &= k \frac{\gamma}{\mu}, \\ \frac{k_{\text{ф}}}{\gamma} &= \frac{k}{\mu}. \end{aligned} \right\} \quad (17, \text{VI})$$

Лабораторное определение величины коэффициента проницаемости основано на использовании уравнения (14, VI). Через образец породы площадью сечения  $F$  и длиной  $\Delta L$  прокачивается жидкость, абсолютная вязкость которой  $\mu$  (при температуре опыта) должна быть известна. Измерив при помощи манометров величину перепада давления  $\Delta p$  на длине  $\Delta L$  и замерив расход жидкости  $Q$ , по формуле (14, VI) определяют величину коэффициента проницаемости  $k$ .

Размерность  $k$  зависит от системы единиц, в которой выражены величины  $Q$ ,  $\mu$ ,  $\Delta p$ ,  $\Delta L$ ,  $F$ . Наиболее удобно пользоваться смешанной системой единиц (см. табл. 3), при применении которой величина  $k$  получается в  $d$ .

При лабораторном определении коэффициента проницаемости необходимо убедиться, что фильтрация жидкости происходит по линейному закону фильтрации. Это легко сделать, построив график зависимости  $Q = Q(\Delta p)$ .

Поскольку по этому закону (см. формулу [13, VI]) между дебитом  $Q$  или скоростью фильтрации  $v$  и перепадом давления  $\Delta p$  существует линейная зависимость, то, отложив по оси ординат значения  $Q$ , а по оси абсцисс соответствующие им значения  $\Delta p$ , получим прямую линию, свидетельствующую о том, что фильтрация происходит по линейному закону фильтрации. Если линия  $Q = Q(\Delta p)$  окажется кривой, то это указывает на наличие отклонений от этого закона, а следовательно, определение величины коэффициента проницаемости по основанной на этом законе формуле (14, VI) в этих условиях недопустимо.

При наличии на кривой  $Q = Q(\Delta p)$  начального прямолинейного участка определение величин  $k$  должно производиться по значениям  $Q$  и  $\Delta p$ , лежащим в пределах этого прямолинейного участка кривой.

Существуют различные конструкции приборов для определения коэффициентов проницаемости. Описание устройства этих приборов

Таблица 3

	Система единиц		
	техническая <i>м, тем, сек</i>	физическая <i>см, г, сек</i>	смешанная, наи- более употребля- емая в подзем- ной гидравлике
Коэффициент проницаемости, $k$	$м^2$	$см^2$	$д$
Длина, $L$	$м$	$см$	$см$
Площадь, $F$	$м^2$	$см^2$	$см^2$
Скорость фильтрации, $v$	$м/сек$	$см/сек$	$см/сек$
Расход, $Q$	$м^3/сек$	$см^3/сек$	$см^3/сек$
Давление, $p$	$кг/м^2$	$дин/см^2$	$кг/см^2$
Абсолютная вязкость, $\mu$	$кг \cdot сек/м^2$	$\frac{дин \cdot сек}{см^2} = \text{пуаз}$	сантипуаз = $= 0,01 \frac{дин \cdot сек}{см^2}$
Кинематическая вязкость, $\nu$	$\frac{м^2}{сек}$	$\frac{см^2}{сек} = \text{стокс}$	сантистокс = $= 0,01 \frac{см^2}{сек}$
Удельный вес, $\gamma$	$кг/м^3$	$дин/см^3$	$кг/см^3$
Плотность, $\rho$	$\frac{тем}{м^3} =$ $= кгсек^2 \cdot м^{-4}$	$г/см^3$	$\frac{тем}{см^3} =$ $= кгсек^2 \cdot см^{-4}$

и методики пользования ими даются в книгах Ф. И. Котяхова [75], М. Ф. Мирчинка [128] и Ф. А. Требина [172]

Приведем пример определения коэффициентов проницаемости и коэффициента фильтрации.

*Пример.* Определить величины коэффициента проницаемости  $k$  и коэффициента фильтрации  $k_f$  образца пористой среды, представленного кварцевым песком, на основании следующих данных:

длина образца  $\Delta L = 20$  см;

площадь поперечного сечения образца  $F = 4,9$  см<sup>2</sup>;

расход жидкости  $Q = 2$  см<sup>3</sup>/мин = 0,0333 см<sup>3</sup>/сек;

перепад давления  $\Delta p = 500$  мм рт. ст. = 0,68 кг/см<sup>3</sup>;

абсолютная вязкость жидкости  $\mu = 6,9$  сантипуаз;

удельный вес жидкости  $\gamma = 862$  кг/м<sup>3</sup> = 0,862 · 10<sup>-3</sup> кг/см<sup>3</sup>.

Находим сначала величину коэффициента проницаемости образца

пласта. Пользуясь смешанной системой единиц, имеем:

$$k = \frac{Q\mu\Delta L}{F\Delta p} = \frac{0,0333 \cdot 6,9 \cdot 20}{4,9 \cdot 0,068} = 1,38 \text{ д.}$$

Определяем далее коэффициент фильтрации. Подставляя в формулу (17, VI) вместо  $k$ ,  $\gamma$ ,  $\mu$  их значения в смешанной системе единиц, получим:

$$k_{\text{ф}} = \frac{k\gamma}{\mu} = \frac{1,38 \cdot 0,862 \cdot 10^{-3}}{6,9} = 1,73 \cdot 10^{-4} \text{ см/сек.}$$

По определению и физическому смыслу коэффициента проницаемости величина его не должна зависеть от природы жидкости, т. е. от того, какая однородная жидкость (вода, нефть, керосин, масло, воздух, природный газ и т. д.) движется через образец пористой среды. Однако опыты, проводившиеся на протяжении последних 50–60 лет (в частности отметим опыты Ф. А. Требина [172]), указывают на определенное влияние характера жидкостей на результаты измерения величины коэффициента проницаемости. Оказалось, что скорость течения дистиллированной воды, сырой нефти и керосина через песчаники с течением времени уменьшается. В опытах часто наблюдалось падение проницаемости более чем на 50% за один час.

Существуют различные объяснения причин, вызывающих изменение проницаемости во времени и влияние на нее свойств жидкостей. К числу этих причин можно отнести следующие.

При фильтрации жидкостей в рыхлых коллекторах и наличии весьма малых фракций песка возможны: перегруппировка слагающих коллектор зерен породы, явления выноса мелких фракций породы (суффозия) и забивания поровых каналов мелкими частицами, изменяющие проницаемость среды.

Частицы, находящиеся в нефти во взвешенном состоянии, при выпадении вызывают закупоривание пор.

В результате выделения содержащихся в сырой нефти смолистых веществ происходит отложение их на поверхности зерен породы, приводящее к уменьшению поперечного сечения поровых каналов.

При фильтрации воды в коллекторах, содержащих глинистые цементирующие вещества, последние разбухают (причем степень разбухания зависит от солёности воды), что вызывает уменьшение поперечного сечения поровых каналов. При воздействии воды на кремнезем возможно образование в поровых каналах коллоидального кремнезема, что также ведет к их закупориванию.

Можно было бы увеличить перечень подобных причин, но это завело бы нас в область физико-химии фильтрации, выходящую за рамки курса подземной гидравлики.

Ясно одно: если в результате физико-химического взаимодействия фильтрующихся жидкостей и пористой среды или вследствие механических причин изменяется поперечное сечение поровых каналов, то, конечно, это не может не привести к изменению коэффициента проницаемости. Так как указанные физико-химические и механические явления зависят от времени, то и коэффициент проницаемости при наличии их меняется со временем.

Из изложенного вытекает, что лабораторное определение коэффициента проницаемости следует производить при помощи газа, соприкосновение которого с пористой средой не вызывает указанных выше физико-химических явлений. В качестве такого газа можно использовать воздух, очищенный от влаги и механических примесей. Следует, однако, иметь в виду, что в мало проницаемых образцах при невысоких давлениях значения коэффициентов проницаемости, определенные при помощи газов, могут оказаться значительно завышенными (более подробно этот вопрос рассматривается в главе XII). Вычисление величины коэффициента проницаемости при определении его при помощи газа производится по формуле (23, XII).

Необходимо подчеркнуть, что часто определенные в лаборатории величины коэффициентов проницаемости предварительно экстрагированных образцов пористой среды оказываются значительно больше соответствующих значений коэффициентов проницаемости в пластовых условиях. Это объясняется тем, что при движении жидкостей к скважинам в пластах часто наблюдается фильтрация *неоднородных* жидкостей (например смеси нефти и воды, газированной нефти), отличающаяся рядом специфических особенностей от движения однородных жидкостей в пористой среде. Вопрос о фильтрации неоднородных жидкостей и проницаемости пористой среды в этих условиях рассматривается нами отдельно (см. главу XIII).

Проницаемость нефтяных и газовых коллекторов изменяется в широких пределах — от нескольких дарси до нескольких миллиардов. В указанных выше книгах Ф. А. Требина и М. Ф. Мирчинка можно найти фактические данные о проницаемости пластов по ряду нефтяных месторождений СССР. В порядке приближенной оценки можно считать, что если коэффициент проницаемости определяется единицами или несколькими десятками долями  $d$ , то такой пласт можно считать хорошо проницаемым. Проницаемость пласта плохая, если его коэффициент проницаемости измеряется единицами или несколькими десятками  $md$ .

Следует подчеркнуть, что часто нефтяные и газовые пласты неоднородны по проницаемости, причем проницаемость изменяется как по простиранию пласта, так и по его мощности.

Измерения показывают, что в большинстве случаев проницаемость пластов вдоль напластования значительно больше проницаемости их в направлении, перпендикулярном поверхности напластования.

Лабораторные определения проницаемости пластов по имеющимся кернам характеризуют локальную проницаемость коллекторов в тех интервалах и на тех участках, откуда эти керны взяты. Для суждения по указанным определениям о средних значениях коэффициента проницаемости необходимы отбор и исследование большого количества кернов, взятых в различных (как по расположению на продуктивной площади, так и по глубине) точках пласта<sup>2</sup>.

Особо важное значение имеет определение *средних* значений коэффициента проницаемости по промысловым данным, т. е. на основании замеров дебита скважин, давления в них и их изменений во времени.

Проницаемость является одним их самых важных свойств пластов, без знания ее невозможно решение задач, связанных с рациональной разработкой нефтяных и газовых месторождений.

---

<sup>2</sup>Отметим, что проницаемость образцов трещиноватых пород может не соответствовать проницаемости пласта в целом. Известны случаи, когда массовые определения проницаемости по образцам показывали малые величины коэффициентов проницаемости, а продуктивность скважин была высокой. Объясняется это тем, что в подобных случаях движение жидкостей происходит преимущественно по отдельным *крупным* трещинам, «проницаемость» которых огромна.

---

---

## ГЛАВА VII

# Границы применимости линейного закона фильтрации и другие законы фильтрации

### § 1. Экспериментальные исследования вопроса о границах применимости линейного закона фильтрации

После опубликования результатов исследований Дарси обнаружилось, что в ряде случаев при фильтрации жидкостей наблюдаются отклонения от линейного закона фильтрации. Эти отклонения тем больше, чем больше скорости движения жидкости и диаметр частиц, составляющих пористую среду. Так, на основании опытов по фильтрации *воды* в крупнозернистых песках и в более грубой пористой среде были установлены величины скоростей фильтрации, при превышении которых линейный закон фильтрации нарушается. Эти скорости называются критическими. В табл. 4 приведены результаты указанных опытов, из которых видно, что с увеличением диаметра частиц  $d$  величины критической скорости фильтрации  $v_{кр}$  и соответствующего ей гидравлического уклона  $i$  уменьшаются<sup>1</sup>.

Таблица 4

**Результаты опытов по определению величины критической скорости фильтрации воды**

Диаметр частиц $d$ , <i>мм</i>	Критическая скорость фильтрации $v_{кр}$ , <i>см/сек</i>	Гидравлический уклон $i$
0,57	1,03	6,67
0,90	0,61	1,63
1,35	0,35	0,54

---

<sup>1</sup>Определенные величины  $v_{кр}$  справедливы для фильтрации воды лишь в тех образцах, которые подвергались исследованию. Как показано выше, критерием применимости линейного закона фильтрации является число Re.

Наиболее полные экспериментальные исследования вопроса о границах применимости линейного закона фильтрации были произведены рядом авторов [24, 120, 174].

Проводились опыты по фильтрации различных жидкостей и газов в разных пористых средах. Применялись нефть, вода, воздух и природный газ. Образцы пористой среды были представлены цементированными и нецементированными песками, свинцовой дробью и др.

Пористость и проницаемость этих образцов изменялись в широких пределах (пористость от 12,3 до 37,8%, проницаемость от 3,13 до 3000 *мд*). Эффективный диаметр частиц определялся по формуле (12, IV).

При прокачке различных жидкостей через указанные образцы пористой среды авторы измеряли величины перепадов давлений  $\Delta p$ , расходов жидкостей  $Q$  по формуле (13, IV). Зная расходы жидкостей и газов  $Q$  и площади сечений образцов  $F$ , легко было вычислить соответствующие значения скоростей фильтрации.

При обработке полученных результатов исследований искалась зависимость между безразмерным коэффициентом гидравлического сопротивления  $\lambda$  и числом  $Re$ , причем принималось, что

$$\lambda = \frac{d_3 \Delta p}{2L \rho v^2} \quad (1, VII)$$

и

$$Re = \frac{v d_3 \rho}{\mu} = \frac{v d_3}{\nu}, \quad (2, VII)$$

где  $d_3$  — эффективный диаметр песчинок;

$\Delta p$  — перепад (разность) давления на длине  $L$  образца пористой среды;

$v$  — скорость фильтрации, жидкости или газа;

$\rho$  — их плотность и

$\mu$  и  $\nu$  — соответственно абсолютная и кинематическая вязкость.

Рассмотрение формул (1, VII) и (2, VII) показывает, что они составлены лишь по формальной аналогии с трубной гидравликой. Действительно, потеря напора на трение  $h$  при движении жидкостей по круглым трубам равна:

$$h = \lambda \frac{L}{D} \frac{w^2}{2g},$$

где  $\lambda$  — коэффициент гидравлического сопротивления;

$L$  — длина трубы;

$D$  — диаметр трубы;  
 $w$  — средняя скорость движения жидкости;  
 $g$  — ускорение силы тяжести.

Отсюда

$$\lambda = \frac{D \cdot 2gh}{Lw^2}.$$

Умножив числитель и знаменатель на плотность  $\rho$  и учитывая, что  $\gamma = \rho g$  и  $h\gamma = \Delta p$ , получим

$$\lambda = \frac{2D\Delta p}{Lw^2\rho} \quad (3, \text{VII})$$

Как известно из трубной гидравлики, коэффициент гидравлического сопротивления  $\lambda$  является функцией числа Re и относительной шероховатости стенок трубы  $\varepsilon$ , причем

$$\text{Re} = \frac{wD\rho}{\mu}. \quad (4, \text{VII})$$

Сопоставление формул (3, VII) и (4, VII) с формулами (1, VII) и (2, VII) показывает, что Фенчер, Льюис и Берне [174] при исследовании явлений фильтрации воспользовались соотношениями трубной гидравлики, в которых скорость движения  $w$  механически заменили скоростью фильтрации  $v$ , а диаметр трубы  $D$  заменили эффективным диаметром  $d_s$  частиц, слагающих пористую среду. Конечно, такая замена является чисто формальной и поэтому определенные по формулам (1, VII) и (2, VII) значения  $\lambda$  и Re не являются в действительности коэффициентами гидравлического сопротивления и числами Re в том смысле, как они понимаются в трубной гидравлике. Однако, поскольку для данной пористой среды величина скорости фильтрации отличается от скорости движения лишь на постоянный множитель [см. формулу (16, IV)] и диаметр порового канала отличается от диаметра песчинки также лишь на некоторый постоянный множитель, то значения  $\lambda$  и Re, определенные указанными авторами, отличаются от соответствующих истинных значений коэффициентов гидравлического сопротивления и чисел Рейнольдса лишь на некоторые постоянные множители.

На рис. 40 приведены результаты этих опытов. По оси ординат отложены значения логарифмов  $\lambda$ , по оси абсцисс — отвечающие им значения логарифмов Re. Каждая точка на рис. 40 отражает результаты соответствующего опыта.

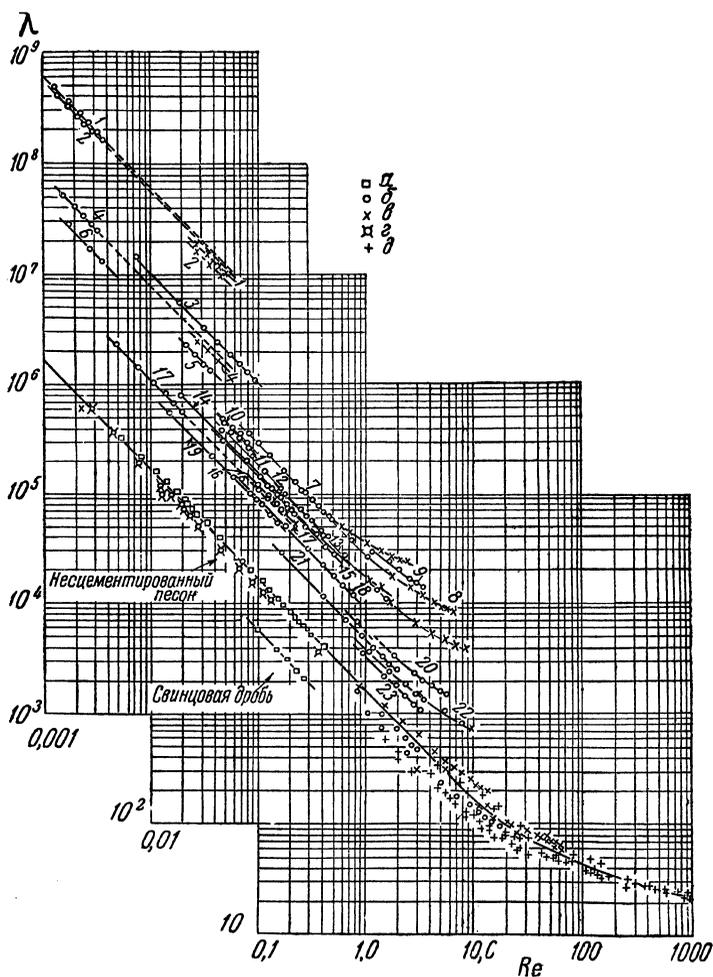


Рис. 40. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления  $\lambda$  от числа  $Re$ . Цифры на кривых означают номера образцов; свойства их см. [174] или [120].  $a$  — нефть;  $b$  — вода;  $в$  — воздух;  $г$  — нефть по Клауду;  $д$  — газ.

Рассмотрение полученных кривых  $\lambda = \lambda(Re)$ , нанесенных на логарифмической бумаге, показывает следующее.

При значениях чисел  $Re$  менее 1 для цементированных песков

и менее 4 для нецементированных песков зависимость  $\lg \lambda$  от  $\lg Re$  изображается прямыми линиями, наклоненными к оси абсцисс под углом минус  $45^\circ$ . При этом при обработке результатов опытов со *цементированными* песками оказалось, что для каждого образца пористой среды экспериментальные точки ложатся на свою прямую. *Все точки соответствующие опытам с различными образцами нецементированных песков, располагаются на одной прямой, проходящей ниже прямых полученных для цементированных песков.* Точки, отвечающие опытам со свинцовой дробью, также располагаются на одной прямой, которая проходит ниже прямой для нецементированных песков.

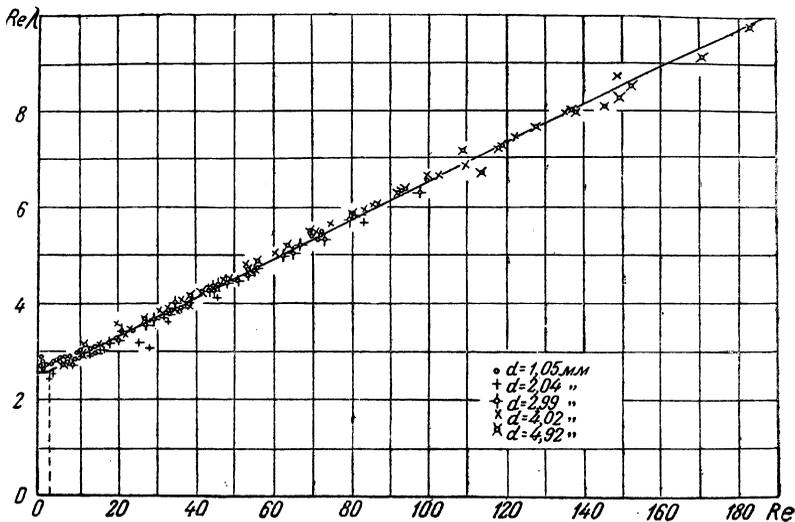


Рис. 41. Результаты опытов по фильтрации в фиктивном грунте;  $d$  — диаметр дробин.

При значениях чисел  $Re$  более 1 для *цементированных* песков и более 4 для *нецементированных* песков зависимость  $\lg \lambda$  от  $\lg Re$  изображается не прямыми линиями, а кривыми, все более отклоняющимися от прямых и выполаживающимися по мере возрастания чисел  $Re$ . Следует отметить, что переход от прямых к кривым (см., например, кривую для нецементированных песков — рис. 40) происходит настолько плавно, что трудно точно установить границу прямолинейных участков кривых.

Напишем уравнения прямолинейных участков кривых зависимостей  $\lg \lambda$  от  $\lg \text{Re}$ . Поскольку они наклонены к оси абсцисс под углом минус  $45^\circ$ , то угловые коэффициенты их равны  $-1$  и поэтому уравнения прямых имеют вид

$$\lg \lambda = A - \lg \text{Re}, \quad (\text{a})$$

где постоянная  $A$  показывает величину отрезка, отсекаемого соответствующей прямой на оси ординат.

Подставляя в уравнение (а) значения  $\lambda$  и  $\text{Re}$  из формул (1, VII) и (2, VII), получим:

$$\lg \frac{d_3 \Delta p}{2L \varrho v^2} = A - \lg \frac{v d_3 \varrho}{\mu}.$$

Оставляя в правой части уравнения только постоянную  $A$  и учитывая, что сумма логарифмов равна логарифму произведения, получим:

$$\lg \left( \frac{d_3 \Delta p}{2L \varrho v^2} \cdot \frac{v d_3 \varrho}{\mu} \right) = \lg B, \quad (\text{б})$$

где

$$\lg B = A.$$

Из равенства (б) после сокращения имеем:

$$\frac{d_3^2 \Delta p}{2L \mu v} = B. \quad (\text{в})$$

Откуда скорость фильтрации

$$v = \frac{d_3^2}{2B \mu} \frac{\Delta p}{L}. \quad (\text{г})$$

Формула (г, VII) представляет линейный закон фильтрации, ибо она показывает, что скорость фильтрации прямо пропорциональна падению давления на единице длины образца пористой среды. Из сравнения формул (г) и (13, V) следует, что величина  $\frac{1}{2B}$  есть не что иное, как число Sl, т. е.  $\frac{1}{2B} = \text{Sl}$ .

Таким образом, до тех пор, пока зависимость  $\lg \lambda$  от  $\lg \text{Re}$  изображается прямой линией, фильтрация происходит по линейному закону

фильтрации. Тем самым определяются границы применимости этого закона. Значения чисел  $Re$ , до достижения которых фильтрация происходит по линейному закону, а при превышении которых имеют место отклонения от этого закона, называются *критическими значениями* и обозначаются  $Re_{кр}$ . На основании рассмотренных опытов можно считать, что критические значения чисел  $Re$  составляют 1 для цементированных песков и 4 для нецементированных песков.

Проводились опыты по фильтрации воды в фиктивном грунте, состоящем из свинцовой дроби. Диаметры дробинок изменялись в пределах 1,05–4,92 мм. На рис. 41 приведены результаты этих опытов. В отличие от предыдущих опытов при обработке результатов экспериментов по оси ординат откладывались не  $\lg \lambda$ , а произведение  $\lambda Re$ , а по оси абсцисс — значения  $Re$ .

Как видно из приведенного на рис. 41 графика, все экспериментальные точки (полученные таким же путем, как в опытах [174]) расположились около двух прямых, составляющих ломаную линию, левая ветвь которой проходит параллельно оси абсцисс. Точка перелома имеет абсциссу  $Re \cong 4$ .

Уравнение прямой, проходящей параллельно оси абсцисс, имеет вид:

$$Re\lambda = B$$

где  $B$  — постоянная.

Подставляя вместо  $Re$  и  $\lambda$  их значения из формул (I, VII) и (2, VII), получим формулу (в) и выражение для скорости фильтрации ( $\gamma$ ). Следовательно, при  $Re \leq 4$  фильтрация происходит по линейному закону. Итак, опыты со свинцовой дробью, так же как и эксперименты с различными образцами песков и песчаников, показали, что для пористой среды, состоящей из нецементированных частиц, критическое значение числа  $Re$  равно 4.

Таким образом, согласно изложенным выше опытам:

$$\left. \begin{array}{l} \text{для цементированных песков} \quad Re_{кр} = 1, \\ \text{для нецементированных песков} \quad Re_{кр} = 4. \end{array} \right\} \quad (5, VII)$$

Напишем уравнение правой ветви ломаной линии — прямой, составляющей с осью абсцисс некоторый положительный угол (см. рис. 41).

$$Re\lambda = a' + b'Re \quad (6, VII)$$

где постоянная  $a'$  показывает величину отрезка, отсекаемого прямой на оси ординат, а постоянная  $b'$  — угловой коэффициент.

Подставляя в уравнение (6, VII) значения  $\lambda$  и  $\text{Re}$ , получим после сокращения

$$\frac{d^2 \Delta p}{2L\mu v} = a' + b' \frac{vd\rho}{\mu}. \quad (7, \text{VII})$$

Решая уравнение (7, VII) относительно  $\frac{\Delta p}{L}$ , имеем:

$$\frac{\Delta p}{L} = av + bv^2, \quad (8, \text{VII})$$

где  $a$  и  $b$  — постоянные, причем

$$a = \frac{2a'\mu}{d^2},$$
$$b = \frac{2b'\rho}{d}.$$

Из формулы (8, VII) следует, что при  $\text{Re} > \text{Re}_{\text{кр}}$  между падением давления на единице длины  $\frac{\Delta p}{L}$  и скоростью фильтрации  $v$  нет линейной зависимости. Проф. М. А. Великанов [25], Э. Чекалюк [192]<sup>2</sup> и другие исследователи отмечают, что при  $\text{Re} > \text{Re}_{\text{кр}}$  зависимость между скоростью фильтрации и градиентом давления лучше всего описывается двучленной формулой (8, VII).

## § 2. Теоретические исследования вопроса о границах применимости линейного закона фильтрации

Впервые гидродинамическое обоснование вопроса о границах применимости линейного закона фильтрации было произведено русским ученым акад. Н. Н. Павловским в его знаменитой работе [138].

---

<sup>2</sup>Об основных идеях работы Чекалюка следует сказать подробнее. Следует подчеркнуть, что если принять двучленную степенную формулу, то в значительной мере теряется смысл критического значения параметра Рейнольдса. Теоретически говоря, с самого начала режим фильтрации нелинейный. Однако практически, задаваясь определенным %% отклонением (малым процентом), режим фильтрации можно считать линейным до определенного значения  $\text{Re}$ , которое можно назвать условно критическим.

Акад. Павловский исходил из выражения для числа  $Re$ , используемого при расчетах движения жидкостей в круглых трубах:

$$Re = \frac{wD}{\nu}, \quad (9, VII)$$

где  $w$  — средняя скорость движения жидкости по трубе;

$D$  — диаметр трубы;

$\frac{\mu}{\rho} = \nu$  — кинематическая вязкость жидкости.

Акад. Павловский выразил входящие в формулу (9, VII) скорость движения  $w$  и диаметр  $D$  трубы (которую в данном случае можно рассматривать как поровый канал идеального грунта) через скорость фильтрации  $v$ , диаметр зерен  $d$  и пористость  $m$ .

В результате такого преобразования число  $Re$  применительно к условиям фильтрации в реальном грунте было приведено к виду:

$$Re = \frac{1}{0,75m + 0,23} \cdot \frac{vd_э}{\nu}. \quad (10, VII)$$

Значение формулы (10, VII) в том, что она, сохраняя неизменный смысл параметра  $Re$ , учитывает пористость грунта  $m$  и эффективный диаметр слагающих его частиц  $d_э$ .

Когда число  $Re$  достигает критического значения  $Re_{кр}$ , скорость фильтрации тоже достигает критической величины  $v_{кр}$ , легко определяемой из уравнения (10, VII):

$$v_{кр}(0,75m + 0,23) \frac{\nu}{d_э} = Re_{кр}. \quad (11, VII)$$

На основе формулы (10, VII) и экспериментальных данных (см. § 1 настоящей главы) акад. Павловский установил, что критическое значение числа  $Re$  колеблется в пределах от 7,5 до 9, т. е.

$$Re_{кр} = 7,5 \div 9. \quad (12, VII)$$

Недостаток формулы (10, VII) заключается в том, что для вычисления по ней числа  $Re$ , кроме знания скорости фильтрации  $v$ , кинематической вязкости жидкости  $\nu$  и пористости  $m$ , должен быть известен эффективный диаметр  $d_э$  слагающих пористую среду частиц. Между тем вычисление величины эффективного диаметра одного и того же грунта по различным формулам (см. § 3 главы IV) дает различные, иногда резко расходящиеся результаты. Кроме того, указанные формулы

совершенно не пригодны для пористой среды, представленной известняками и доломитами. В связи с этим проф. В. Н. Щелкачев в 1942 г. вырезил входящий в формулу (10, VII) эффективный диаметр зерен  $d_3$  через пористость  $m$  и проницаемость пласта  $k$ . Из общего выражения для проницаемости пласта  $k$  [см. формулу (10, VI)] легко определить величину  $d_3$ :

$$d_3 = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{Sl}} \quad (13, VII)$$

Подставляя это значение  $d_3$  в формулу (10, VII), имеем:

$$Re = \frac{1}{0,75m + 0,23} \frac{v\sqrt{k}}{\nu\sqrt{Sl}}. \quad (14, VII)$$

Исходя из значения числа  $Sl$  по Слихтеру и выразив просветность  $n$  через пористость  $m$ , В. Н. Щелкачев получил выражение для числа  $Re$  в виде<sup>1</sup>:

$$Re = \frac{10}{m^{2,3}} \cdot \frac{v\sqrt{k}}{\nu}. \quad (15, VII)$$

Подсчеты значений чисел  $Re$  по формулам (15, VII) и (10, VII) для фиктивных грунтов и хорошо отсортированных грунтов дают достаточно хорошо совпадающие результаты. Преимуществом формулы В. Н. Щелкачева является возможность определения чисел  $Re$  при движении жидкостей и газов не только в песках, но и в пористой среде, представленной цементированными песками, известняками и доломитами, пористость и проницаемость которых известны.

Произведенные В. Н. Щелкачевым подсчеты критических значений чисел Рейнольдса на основе формулы (15, VII) и экспериментальных данных о зависимости коэффициента гидравлического сопротивления от числа Рейнольдса показали, что

$$Re_{кр} = 1 \div 12^2. \quad (16, VII)$$

<sup>1</sup>См. статью Каприелова в АНХ, № 1, 1955 г., стр. 21.

<sup>2</sup>Относительно широкие пределы, в которых заключены критические значения числа  $Re$ , возможно объясняются тем, что в формулах (15, VII) и (10, VII) не учтены некоторые факторы, зависящие от структуры (строения) порового пространства. Критическое значение параметра  $Re$  в подземной гидравлике может зависеть от структуры порового пространства аналогично тому, как в трубной гидравлике величина  $Re_{кр}$  зависит от степени шероховатости труб. Кроме того, как отмечалось выше, переход от одного режима фильтрации к другому происходит плавно, что затрудняет установление определенного критического значения  $Re_{кр}$ .

М. Д. Миллионщиков предложил ввести в число  $Re$  и в коэффициент гидравлического сопротивления  $\lambda$  вместо эффективного диаметра частиц  $d_e$  некоторую линейную величину  $l = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{m}}$  и назвал эту величину внутренним масштабом породы. Произведя указанную замену, М. Д. Миллионщиков построил график  $\lg \lambda = f(\lg Re)$ , используя приведенные на рис. 40 результаты опытов по фильтрации в сцементированных песках. При такой замене все экспериментальные точки расположились около одной кривой. При этом критическое значение числа  $Re = \frac{vl\rho}{\mu}$  оказалось равным:

$$\begin{aligned} Re_{кр. н} &= 0,022 \text{ (нижний предел),} \\ Re_{кр. в} &= 0,29 \text{ (верхний предел).} \end{aligned}$$

Таким образом, М. Д. Миллионщикову впервые удалось построить для фильтрации жидкостей график, аналогичный графику Никурадзе для движения жидкостей по трубам.

Следует подчеркнуть, что значения  $Re_{кр}$ , полученные В. Н. Щелкачевым и М. Д. Миллионщиковым, нельзя сравнивать с критическими значениями числа  $Re$  (5, VII), ибо исходные формулы (15, VII) и (2, VII) различны.

До недавнего времени отклонения от линейного закона фильтрации при  $Re > Re_{кр}$  гидрогеологи и нефтяники объясняли переходом режима фильтрации от ламинарного к турбулентному. Однако сопоставление критических значений чисел  $Re$  в трубной и подземной гидравлике не дает оснований для такого вывода. Действительно, полученные экспериментальные значения  $Re_{кр}$  в трубной гидравлике имеют следующие величины:

в опытах по движению жидкости в обычных трубопроводах  $Re_{кр} = 2000-2300$ ;

в опытах по движению жидкостей через трубы с усиленной и искусственной шероховатостью  $Re_{кр} = 580-600$ ;

в опытах Бочкова с четочными трубопроводами  $Re_{кр} = 350$ ;

в опытах с попеременно утолщающимися и утончающимися трубками  $Re_{кр} = 544$ .

Из приведенных данных видно, что в рассмотренных случаях величины  $Re_{кр}$ , при которых имеет место переход от ламинарного движения жидкостей к турбулентному, в десятки и сотни раз больше экспериментально установленных критических значений чисел  $Re$ , при превышении которых наблюдаются отклонения от линейного закона фильтрации.

Отсюда вытекает, что нарушение линейного закона фильтрации при фильтрации жидкостей и газов еще не означает перехода от ламинарного к турбулентному движению. Нельзя считать областью турбулентного режима всю область значений параметра  $Re$  выше той границы, при которой нарушается линейный закон фильтрации. Всякий фильтрационный поток, в котором справедлив этот закон, есть поток ламинарный, но не всякий ламинарный поток подчиняется этому закону. При больших скоростях фильтрации этот закон может нарушаться вследствие влияния сил инерции, возникающих в жидкости в результате непрерывных, часто весьма резких, изменений направления и величины скорости ее движения; эти изменения обусловлены извилистостью поровых каналов в пространстве и непрерывным изменением их поперечного сечения. Пока скорости движения, жидкости малы, эти инерционные силы ничтожны. Однако, начиная с некоторых значений скоростей соответствующих критическим значениям чисел Рейнольдса, силы инерции достигают таких величин, при которых их действие оказывает существенное влияние на фильтрацию и приводит к нарушению линейного закона фильтрации.

Таким образом, ламинарность фильтрационного потока может еще сохраняться и после того, когда вследствие влияния сил инерции этот закон нарушается.

Определение режима фильтрации жидкостей и газов представляет не только теоретический интерес, но и имеет большое практическое значение, ибо без знания закона фильтрации в пласте, особенно вблизи забоя скважин, нельзя рассчитать возможные дебиты жидкости и газа, их изменения во времени при различных условиях эксплуатации скважин, а также невозможно определение параметров пласта (проницаемость, пористость и другие) по данным исследования (испытания) нефтяных и газовых скважин.

### § 3. Нелинейные законы фильтрации

Выше было показано, что если при движении жидкости в пористой среде число  $Re$  превышает  $Re_{кр}$ , то фильтрация не подчиняется линейному закону фильтрации. Для некоторых данных жидкости или газа большие значения параметра  $Re$  могут иметь место либо вследствие высоких скоростей фильтрации, когда  $v > v_{кр}$ , либо (при  $v < v_{кр}$ ) из-за больших диаметров частиц, слагающих пористую среду.

При эксплуатации совершенных скважин обычно скорости фильтрации  $v < v_{кр}$  и, следовательно, нельзя ожидать отклонения от линейного закона фильтрации вследствие высоких скоростей фильтрации.

Однако в большинстве случаев скважины сообщаются с пластом не вдоль всей поверхности вскрытой части пласта, а лишь через некоторое количество простреленных в трубах небольших отверстий, суммарная площадь сечения которых во много раз меньше величины  $F = 2\pi Db$ .

В этих условиях в непосредственной близости от скважины (у входа жидкости в указанные отверстия) скорости фильтрации могут быть больше критических, что приводит к нарушению линейного закона фильтрации.

При относительно небольших скоростях фильтрации нарушение линейного закона фильтрации может иметь место в крупнозернистых и крупнотрещиноватых породах, т. е. при больших поперечных размерах поровых каналов. Это подтверждается опытами по фильтрации жидкостей в крупнозернистых и трещиноватых породах.

Существует несколько эмпирических формул, предложенных различными авторами в качестве законов фильтрации, отличных от линейного закона фильтрации.

К числу таких формул можно отнести следующие.

Проф. Пузыревский, исходя из опытов по фильтрации в крупнообломочных материалах, вывел (в 1930 г.) такую формулу для скорости фильтрации:

$$v = 35\sqrt{i}, \quad (17, \text{VII})$$

где  $v$  — скорость фильтрации,  $см/сек$ ;

$i$  — гидравлический уклон.

Инж. А. А. Краснопольский [76] для фильтрации вод в трещиноватых породах предложил формулу:

$$v = k_k \sqrt{i}, \quad (18, \text{VII})$$

где коэффициент Краснопольского  $k_k$  определяется экспериментально. Поскольку в формуле (18, VII) между гидравлическим уклоном  $i$  (а следовательно, и потерей напора на трение) и скоростью фильтрации  $v$  существует квадратичная зависимость, фильтрацию по закону Краснопольского часто называют по аналогии с трубной гидравликой *турбулентной фильтрацией*.

На основании опытов с грубозернистым грунтом была выведена следующая формула:

$$v = 173 \left( \frac{d}{90} i \right)^n, \quad (19, \text{VII})$$

где

где  $v$  — скорость фильтрации,  $см/сек$ ;

$d$  — диаметр зерен породы,  $см$ ;

$i$  — гидравлический уклон;  
 $n$  — показатель степени,

$$n = \frac{0,8 + d}{0,8 + 2d} < 1. \quad (20, \text{VII})$$

Из формул (19, VII) и (20, VII) видно, что с увеличением диаметра зерен величина показателя степени уменьшается и, следовательно, отклонения от линейного закона фильтрации увеличиваются.

На основании данных опытных откачек был предложен закон фильтрации [160] в виде:

$$v = k_c i^n, \quad (21, \text{VII})$$

где  $k_c$  — коэффициент пропорциональности;

$i$  — гидравлический уклон;

$$n = \frac{2}{3}.$$

Впоследствии стали считать, что величина показателя степени изменяется в пределах

$$1 > n \geq 0,5.$$

Численные значения  $k_c$  и  $n$  в каждом случае определяются из опыта.

Рассматривая формулы (17, VII), (18, VII), (19, VII) и (21, VII), легко видеть, что все они по существу совпадают с формулой (21, VII). Общей характерной особенностью для них является нелинейная зависимость между скоростью фильтрации  $v$  и гидравлическим уклоном  $i$ , а следовательно, и градиентом давления  $\frac{dp}{dL}$ , отличающимся от  $i$  на постоянный множитель  $\gamma$  (удельный вес жидкости).

Показатель режима фильтрации  $n$  во всех указанных законах фильтрации определяется неравенством (22, VII), причем  $n$  принимается постоянной величиной.

Для движения подземных вод была предложена более общая двучленная формула [175]:

$$i = a_1 v + b_1 v^2, \quad (23, \text{VII})$$

где  $i$  — гидравлический уклон;

$v$  — скорость фильтрации;

$a$  и  $b$  — постоянные, определяющиеся экспериментально.

Формула (23, VII) совпадает с полученной ранее формулой (8, VII), справедливой для фильтрации жидкостей при  $Re > Re_{кр}$ . При весьма малых значениях  $v$  величиной  $b_1 v^2$  можно пренебречь, как малой по сравнению с  $a_1 v$ . Тогда формула (23, VII) превращается в линейный

закон фильтрации. При больших скоростях фильтрации  $a_1 v \ll b_1 v^2$ , следовательно, можно принять  $i = b_1 v^2$ , что дает  $v = \frac{1}{b_1} \sqrt{i}$ , т. е. формула (23, VII) обращается в закон фильтрации Краснопольского (18, VII).

Все приведенные в настоящем параграфе законы фильтрации являются эмпирическими и содержат ряд постоянных коэффициентов, величина которых определяется экспериментально. Более ясное представление о факторах, определяющих величину указанных коэффициентов, можно составить из рассмотрения приводимого в следующем параграфе общего выражения законов фильтрации, полученного на основе использования принципа однородности размерностей.

#### § 4. Вывод законов фильтрации, основанный на использовании принципа однородности размерностей

На основании приведенных в главах V, VI и VII теоретических соображений и экспериментальных данных можно полагать, что скорость фильтрации зависит от проницаемости пористой среды  $k$ , свойств жидкостей — абсолютной вязкости  $\mu$  и плотности  $\varrho$  и градиента давления  $\frac{dp}{dL}$ . Представим модуль скорости фильтрации жидкости или газа в виде:

$$|v| = ck^\alpha \mu^\beta \varrho^\delta \left| \frac{dp}{dL} \right|^n, \quad (24, VII)$$

где  $c$  — постоянный безразмерный коэффициент;

$n$  — показатель режима фильтрации;

$\alpha$ ,  $\beta$  и  $\delta$  — постоянные числа.

Размерности величин, входящих в уравнение (24, VII), таковы:

$$[v] = LT^{-1}, \quad k = [L]^2; \quad [\mu] = ML^{-1}T^{-1};$$

$$[\varrho] = ML^{-3}; \quad \left[ \frac{dp}{dL} \right] = ML^{-2}T^{-2}.$$

Подставляя в формулу (24, VII) вместо входящих в нее величин соответствующие им размерности, получим:

$$LT^{-1} = M^{\beta+\alpha+n} L^{2\alpha-\beta-3\delta-2n} T^{-\beta-2n}. \quad (25, VII)$$

Так как, согласно принципу однородности размерностей, показатели степени при  $M$ ,  $L$  и  $T$  в левой и правой частях уравнения (25, VII)

должны быть одинаковы, то, приравнявая их, получим следующие три уравнения:

$$\begin{aligned} \beta + \delta + n &= 0, \\ 2\alpha - \beta - 3\delta - 2n &= 1, \\ -\beta - 2n &= -1. \end{aligned} \quad (26, \text{VII})$$

Решая совместно уравнения (26, VII), находим:

$$\alpha = \frac{3n-1}{2}; \quad \beta = 1 - 2n \text{ и } \delta = n - 1.$$

Подставляя эти значения  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\delta$  в формулу (24, VII), получим следующее *общее выражение для скорости фильтрации жидкости или газа*:

$$|v| = ck^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} \varrho^{n-1} \left| \frac{dp}{dL} \right|^n. \quad (27, \text{VII})$$

Для определения значения коэффициента  $c$  используем следующей обстоятельство: когда скорость фильтрации достигает критической величины ( $v = v_{\text{кр}}$ ), она может быть определена по линейному закону фильтрации (поскольку он остается еще справедливым, ибо отклонения от этого закона начинаются при  $v > v_{\text{кр}}$ ) по формуле (27, VII), а также на основании критического значения числа Re.

Согласно линейному закону фильтрации, имеем:

$$|v| = \frac{k}{\mu} \left| \frac{dp}{dL} \right|. \quad (28, \text{VII})$$

Приравнявая формулы (27, VII) и (28, VII), находим величину  $c$ :

$$c = k^{1-\frac{3n-1}{2}} \mu^{2(n-1)} \varrho^{1-n} \left| \frac{dp}{dL} \right|^{1-n}. \quad (29, \text{VII})$$

Найдем критическую скорость  $v_{\text{кр}}$ , исходя из выражения для критического значения числа Re.

Если определение величины эффективного диаметра частиц  $d_s$  не представляет большого труда, то для определения  $v_{\text{кр}}$  можно воспользоваться формулой (2, VII), из которой

$$v_{\text{кр}} = \frac{\nu}{d_s} \text{Re}_{\text{кр}}, \quad (30, \text{VII})$$

где величина  $\text{Re}_{\text{кр}}$  дается формулой (5, VII).

Подставляя вместо  $d_5$  его значение из формулы (13, VII), имеем:

$$v_{\text{кр}} = \frac{\nu\sqrt{\text{Sl}}}{\sqrt{k}} \cdot \text{Re}_{\text{кр}}. \quad (31, \text{VII})$$

Обозначая

$$\text{Sl}_1 = \text{Re}_{\text{кр}}^2 \text{Sl}, \quad (32, \text{VII})$$

получим

$$v_{\text{кр}} = \frac{\nu\sqrt{\text{Sl}_1}}{\sqrt{k}}. \quad (33, \text{VII})$$

Приравнивая формулы (28, VII) и (33, VII), имеем:

$$\frac{k}{\mu} \left| \frac{dp}{dL} \right| = \frac{\nu\sqrt{\text{Sl}_1}}{\sqrt{k}},$$

откуда

$$\left| \frac{dp}{dL} \right| = \frac{\mu\nu\sqrt{\text{Sl}_1}}{k\sqrt{k}} = \frac{\mu^2\sqrt{\text{Sl}_1}}{\rho k^{3/2}}.$$

Подставляя это значение  $\left| \frac{dp}{dL} \right|$  в уравнение (29, VII), находим интересующую нас величину постоянной

$$c = \text{Sl}_1^{\frac{1-n}{2}}. \quad (34, \text{VII})$$

Величина Sl определяется по формуле (32, VII), в которой число Sl находится из общего выражения для коэффициента проницаемости (10, VI):

$$\text{Sl} = \frac{k}{d_5^2}. \quad (35, \text{VII})$$

Подставляя значение постоянной  $c$  из выражения (34, VII) в (27, VII), имеем:

$$|v| = \text{Sl}_1^{\frac{1-n}{3}} k^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} \rho^{n-1} \left| \frac{dp}{dL} \right|^n. \quad (36, \text{VII})$$

Если определение  $d_{\text{э}}$  затруднено или коллектор представлен известняками либо доломитами, то определяем  $v_{\text{кр}}$  из формулы (15, VII):

$$v_{\text{кр}} = \frac{\nu m^{2,3}}{10\sqrt{k}} \text{Re}_{\text{кр}}, \quad (37, \text{VII})$$

где величина  $\text{Re}_{\text{кр}}$  дается формулой (16, VII).

Приравнявая уравнения (37, VII) и (28, VII), определяем модуль градиента давления:

$$\left| \frac{dp}{dL} \right| = \frac{m^{2,3} \mu^2}{10 \rho k^{3/2}} \cdot \text{Re}_{\text{кр}}. \quad (38, \text{VII})$$

Подставляя значение (38, VII) в уравнение (29, VII), находим постоянную  $c$ :

$$c = \left( \frac{m^{2,3} \text{Re}_{\text{кр}}}{10} \right)^{1-n}. \quad (39, \text{VII})$$

Внося это значение  $c$  в формулу (27, VII), получим:

$$|v| = (0,1 m^{2,3} \text{Re}_{\text{кр}})^{1-n} k^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} \rho^{n-1} \left| \frac{dp}{dL} \right|^n. \quad (40, \text{VII})$$

Формулы (40, VII) и (36, VII) представляют обобщенный закон фильтрации жидкостей и газов, выведенный на основе принципа однородности размерностей и справедливый для любых значений чисел  $\text{Re}^1$ .

Давая показателю режима фильтрации  $n$  различные значения, из формул (40, VII) и (36, VII) найдем, как частные случаи, уже известные нам законы фильтрации.

При  $n = 1$   $|v| = \frac{k}{\mu} \left| \frac{dp}{dL} \right|$ , т. е. мы получим линейный закон фильтрации.

Приравнявая уравнения (40, VII) и (36, VII) к полученному эмпирически закону фильтрации (21, VII), найдем величину коэффициента пропорциональности  $k_c$ .

Из уравнений (40, VII) и (21, VII) имеем:

$$v = k_c i^n = \frac{k_c}{\gamma^n} \left| \frac{dp}{dL} \right|^n = (0,1 m^{2,3} \text{Re}_{\text{кр}})^n k^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} \rho^{n-1} \left| \frac{dp}{dL} \right|^n,$$

---

<sup>1</sup>Формула (40, VII) выведена В. Н. Щелкачевым в 1942 г. Формула (36, VII) выведена Б. Б. Лапуком в 1945 г.

откуда (учитывая, что  $\gamma = \rho g$ , где  $g$  — ускорение силы тяжести)

$$k_c = (0,1m^{2,3}\text{Re}_{\text{кр}})k^{\frac{3n-1}{2}}\mu^{1-2n}\rho^{2n-1}g^n. \quad (41, \text{VII})$$

Аналогично из уравнений (36, VII) и (21, VII) получим:

$$k_c = \text{Sl}_1^{\frac{1-n}{2}}k^{\frac{3n-1}{2}}\mu^{1-2n}\rho^{2n-1}g^n. \quad (42, \text{VII})$$

Формулы (41, VII) и (42, VII) показывают, что коэффициент пропорциональности  $k_c$  зависит как от свойств пористой среды (проницаемости  $k$  и пористости  $m$ ) и свойств жидкости или газа (вязкости  $\mu$  и плотности  $\rho$ ), так и от показателя режима фильтрации  $n$ . Поскольку при увеличении скорости фильтрации сверх критической влияние инерционных сил сказывается все более значительно, величина показателя степени  $n$  с ростом  $v$  будет уменьшаться, а следовательно, в этих условиях коэффициент пропорциональности является переменной величиной, зависящей от скорости фильтрации, а, значит, и от градиента давления, числа  $\text{Re}$ , поскольку для данных пористой среды и жидкости каждому значению  $v$  соответствует определенное значение  $\frac{dp}{dL}$  и  $\text{Re}$ .

При показателе режима фильтрации  $n = \frac{1}{2}$  из формул (40, VII) и (36, VII) получаем закон *турбулентной фильтрации жидкостей и газов* соответственно в виде:

$$|v| = \sqrt{0,1m^{2,3}\text{Re}_{\text{кр}}\rho} \sqrt[4]{k} \sqrt{\left|\frac{dp}{dL}\right|} \quad (43, \text{VII})$$

и

$$|v| = \sqrt[4]{\text{Sl}_1 k} \sqrt{\rho \left|\frac{dp}{dL}\right|}. \quad (44, \text{VII})$$

Рассмотрение формул (43, VII) и (44, VII) показывает, что в отличие от фильтрации по линейному закону при турбулентной фильтрации скорость фильтрации зависит от плотности и не зависит от вязкости.

Подставляя в формулы (41, VII) и (42, VII)  $n = \frac{1}{2}$ , соответственно получим:

$$k_{\text{к}} = \sqrt{0,1m^{2,3}\text{Re}_{\text{кр}}g} \sqrt[4]{k} \quad (45, \text{VII})$$

и

$$k_{\kappa} = \sqrt[4]{S_1 k} \sqrt{g}. \quad (46, \text{VII})$$

Формулы (45, VII) и (46, VII) дают величину коэффициента Краснопольского  $k_{\kappa}$ , входящего в эмпирическую формулу (18, VII). Они показывают, что коэффициент Краснопольского пропорционален  $\sqrt[4]{k}$  и зависит только от свойств пористой среды (не зависит от свойств фильтрующихся жидкостей).

В заключение отметим, что из уравнений (40, VII) и (36, VII) видно, что величина показателя режима фильтрации  $n$  не может быть меньше половины. Действительно, скорость фильтрации  $v$  пропорциональна абсолютной вязкости  $\mu$  в степени  $1 - 2n$ ; при  $n < \frac{1}{2}$ ,  $(1 - 2n) > 0$ , т. е. выходит, что чем больше вязкость жидкости, тем, при прочих равных условиях, скорость фильтрации больше, что с физической точки зрения абсурдно.



## Часть III

# Задачи подземной гидравлики, допускающие элементарное решение



---

---

## ГЛАВА VIII

# Простейшие фильтрационные потоки и методы их исследования

### § 1. Описание простейших фильтрационных потоков

Рассмотрим три типа фильтрационных потоков, полное исследование которых можно выполнить элементарными методами.

Предположим, что при движении жидкости или газа в пористой среде совокупность всех траекторий состоит из параллельных прямых линий, причем в каждом плоском сечении, перпендикулярном к направлению движения, скорости фильтрации во всех точках не только параллельны, но и равны друг другу<sup>1</sup>.

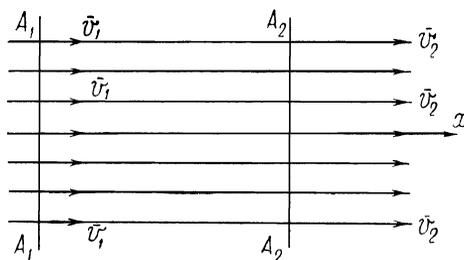


Рис. 42. Одномерный поток.

Законы движения вдоль всех траекторий такого фильтрационного потока совершенно одинаковы, а потому достаточно изучить движение вдоль одной из траекторий, которую можно принять за декартову ось координат, например за ось  $x$ . Заметим, что положение частицы жидкости, движущейся вдоль оси, вполне определяется одной координатой.

---

<sup>1</sup>Для дальнейшего важно подчеркнуть, что при установившемся движении жидкости траектории совпадают с линиями тока. То же справедливо и для тех неустановившихся потоков, в которых с течением времени в каждой точке меняется лишь величина, но не направление скорости.

Кроме того, если рассматриваемый поток установившийся, то в любой его точке скорость фильтрации и напор будут функциями только одной координаты  $x$ . Поток, обладающий перечисленными свойствами, называется *одномерным*.

На рис. 42 изображено сечение одномерного потока, параллельное направлению движения. Как будет доказано ниже, в один и тот же момент времени в разных сечениях, перпендикулярных направлению движения, скорости фильтрации оказываются различными только в том случае, если движется газ или если учитывается, что жидкость сжимаема. Так, например, на рис. 42 в сечении  $A_1A_1$  скорость фильтрации всех частиц сжимаемой жидкости или газа равна  $\bar{v}_1$ , а в сечении  $A_2A_2$  — равна  $\bar{v}_2$ , причем  $v_1 < v_2$ . Для одномерного движения несжимаемой жидкости  $v_1 = v_2$ , т. е. скорость фильтрации оказывается одинаковой во всем фильтрационном потоке.

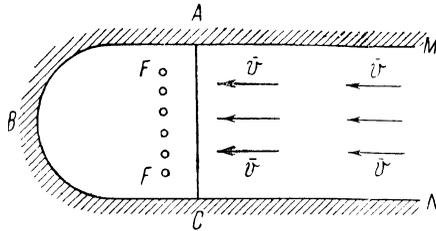


Рис. 43. Прямолинейная батарея скважин  $FF$ , эксплуатирующая залежь нефти  $ABC$ , и почти одномерный поток краевых вод.

С одномерным фильтрационным потоком приходится сталкиваться на практике в следующих, например, случаях: в лабораторных условиях при движении жидкости или газа через цилиндрический керн параллельно его оси; на отдельных участках подземного артезианского потока, когда поперечное сечение потока мало изменяется. Допустим также, что залежь нефти  $ABC$  составляет часть пластовой водонапорной системы, которая схематически изображена на рис. 43.  $AC$  — контур нефтеносности,  $FF$  — ближайшая к контуру батарея (группа) эксплуатационных скважин; залежь нефти испытывает односторонний напор краевой воды справа. Границу  $MABCN$  считаем практически непроницаемой, определяющей линиями выклинивания продуктивного пласта, линиями сбросов или порогов фациальной изменчивости. При эксплуатации батареи равнодебитных скважин  $FF$  приток жидкости к ним справа можно считать почти одномерным (за исключе-

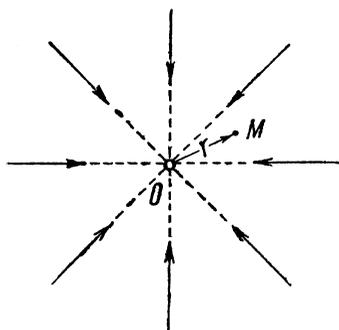


Рис. 44. Плоский радиальный поток (в плане).

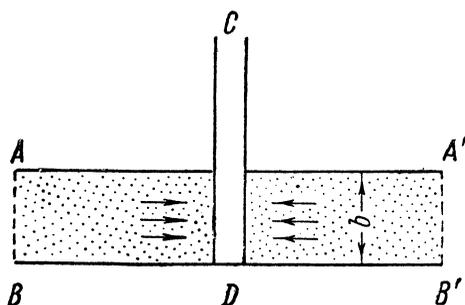


Рис. 45. Вертикальное сечение плоского радиального потока к гидродинамически совершенной скважине.

нием ближайшей к скважинам зоны скорости фильтрации  $\bar{v}$  всех частиц жидкости будут друг другу параллельны, см. подробности в главе XXI). Чем теснее в описываемых условиях расположены скважины в батарее  $FF$ , тем точнее поток жидкости к ним можно характеризовать как одномерный. Если мысленно представить себе крайний предел уплотнения сетки скважин — заменить батарею скважин сплошной прямолинейной галлереей, то движение жидкости к галлерее будет строго одномерным.

Перейдем к потоку второго типа, исследование особенностей которого имеет весьма большое значение для понимания законов притока нефти, воды и газа к скважинам. Предположим, что при движении жидкости или газа в пористой среде все его частицы движутся параллельно одной и той же плоскости. Такое плоскопараллельное движение частиц жидкости или газа можно назвать двухмерным, ибо для полной характеристики потока достаточно изучить движение хотя бы в одной плоскости, параллельной основной; положение же частицы в определенной плоскости вполне определяется двумя координатами. Если в каждой из упомянутых плоскостей движения траектории оказываются прямыми линиями, радиально сходящимися в одной точке (или расходящимися из одной точки), то такое движение называется двухмерным радиальным сечением или плоско-радиальным движением. На рис. 44 представлено сечение двухмерного сходящегося радиального потока, параллельное основной плоскости движения.

Как и в случае одномерного потока, частицы жидкости или газа здесь движутся по прямолинейным траекториям, но в основной плос-

кости движения траектории, а следовательно, и скорости фильтрации друг другу непараллельны.

Допустим, например, что непроницаемые кровля  $AA'$  и подошва  $BB'$  однородного пласта друг другу параллельны и эксплуатационная скважина  $CD$  вскрывает пласт на всю его мощность (см. рис. 45). Заметим, что скважину, вскрывшую пласт на полную мощность, называют в подземной гидравлике *«гидродинамически совершенной по степени вскрытия пласта»*. Если такая скважина сообщается с пластом только через отдельные отверстия в колонне труб (будут ли они отверстиями специального фильтра или отверстиями, простреленными в трубах и цементном кольце, когда пласт вскрыт по методу сплошной заливки), то ее называют *«гидродинамически совершенной по степени вскрытия, но гидродинамически несовершенной по характеру вскрытия»*. Если башмак водозакрывающей колонны остановлен у кровли пласта, пласт вскрыт на всю мощность, забой скважины открытый, так что жидкость может свободно притекать к скважине через всю поверхность ее стенок, то такую скважину называют *«гидродинамически совершенной и по степени и по характеру вскрытия пласта»* или просто *«гидродинамически совершенной»*.

Понятно, что чем больше отверстий в фильтре или чем больше дыр прострелено в колонне труб и в цементном кольце и чем большую мощность пласта вскрывает скважина, тем лучше условия ее работы приближаются к условиям работы гидродинамически совершенной скважины.

Допустим, что скважина  $CD$  на рис. 45 гидродинамически совершенная, причем уровень жидкости в скважине, даже при ее работе, находится выше кровли пласта; если к тому же скважина находится вдали от соседних эксплуатационных скважин и вблизи нее нет нарушений в сплошности и однородности пласта, то приток жидкости (или газа) к забою такой скважины будет плоско-радиальным. На рис. 45 стрелками указаны направления скоростей фильтрации жидкости; рис. 44 можно рассматривать как изображение в плане притока жидкости к гидродинамически совершенной скважине. Даже если бы скважина  $CD$  вскрывала пласт не на полную мощность, то отклонение потока от плоско-радиального имело бы место лишь в ближайшей окрестности забоя скважины. Строгое гидродинамическое исследование доказывает, что уже на расстоянии от такой скважины, равном мощности пласта (и тем более на еще большем расстоянии), движение жидкости почти точно следует законам плоско-радиального движения. Если бы скважина была не эксплуатационная, а нагнетательная, т. е. в нее нагнетали бы воду или газ, то направления стрелок на рис. 44 и 45 пришлось бы переменить на прямо противоположные.

Итак, в произвольном установившемся плоско-параллельном (двухмерном) потоке скорость фильтрации и напор должны быть, вообще говоря, функциями двух координат, определяющих положение точки в плоскости потока.

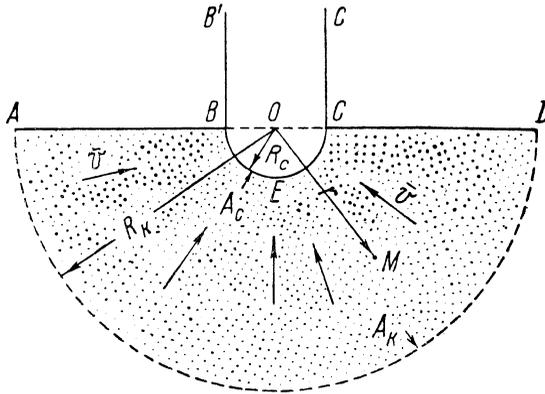


Рис. 46. Вертикальное сечение сферического радиального потока к скважине, вскрывшей кровлю пласта весьма большой мощности.

Однако в частном случае плоско-радиального потока картина упрощается: благодаря осевой симметрии величина скорости фильтрации и напор в какой угодно точке  $M$  потока зависят только от ее расстояния  $r$  до точки пересечения  $O$  всех траекторий, лежащих в одной плоскости с  $M$  (см. фиг. 44). Зависимость величины скорости фильтрации и напора только от одной координаты — от радиуса вектора точки — позволяет провести полное исследование плоско-радиального потока столь же элементарными методами, как и в случае одномерного потока.

Перейдем к третьему типу потоков. Если все частицы жидкости (или газа) движутся в пористой среде так, что их скорости фильтрации не параллельны одной и той же плоскости, то такое движение называется пространственным, или трехмерным, ибо для определения положения частицы жидкости в пространстве требуются три координаты. Если при пространственном движении все траектории прямолинейны и радиально сходятся в одной точке (или расходятся из одной точки), то такое движение называется трехмерным радиальным, или сферическим радиальным. Рис. 44 можно рассматривать как плоское сечение сферически-радиального движения, проведенное именно через ту точ-

ку  $O$  пространства, в которой все траектории сходятся.

И здесь, благодаря пространственной симметрии относительно центра  $O$ , величина скорости фильтрации и напор в какой-нибудь точке потока будут функциями только от расстояния  $r$  между этой точкой и центром  $O$ . Поскольку величина скорости фильтрации и напор оказываются функциями только от одной переменной (от радиуса-вектора  $r$ ), постольку полное исследование сферического радиального потока также можно выполнить элементарными методами.

Можно привести такой пример сферического радиального потока: допустим, что гидродинамически несовершенная скважина  $B'VECC'$  малого диаметра едва вскрыла непроницаемую горизонтальную кровлю  $ABCD$  однородного пласта весьма большой мощности (см. рис. 46). В таком случае приток жидкости или газа в ближайшей окрестности к забою скважины будет почти точно (тем точнее, чем меньше степень вскрытия пласта, чем больше его мощность и чем меньше радиус скважины) следовать законам трехмерного радиального движения.

## § 2. Напор и приведенное давление; поверхности равного напора и изобары

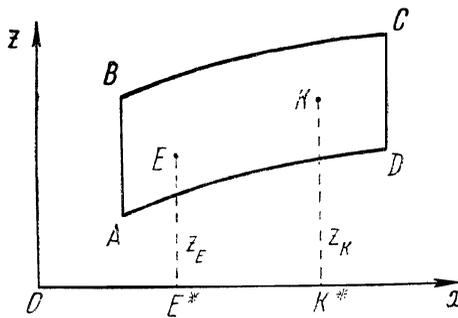


Рис. 47. Элемент пласта (вертикальный разрез).

Рассмотрим вертикальное сечение элемента пласта  $ABCD$  (см. рис. 47);  $AD$  и  $BC$  — сечения подошвы и кровли пласта.

Проведем опорную горизонтальную плоскость, пересекающую выбранное нами вертикальное сечение пласта по прямой, которую примем за ось  $x$ . Будем отсчитывать высотные отметки различных точек пла-

ста от выбранной горизонтальной плоскости, а в сечении  $ABCD$  — от оси  $x$ .

Обозначим высотные отметки точек  $E$  и  $K$  через  $z_E$  и  $z_K$ , давления в этих точках — через  $p_E$  и  $p_K$ , вес единицы объема жидкости в пластовых условиях — через  $\gamma$ . Тогда напоры  $h_E$  и  $h_K$  в точках  $E$  и  $K$  определяются как суммы пьезометрических высот и высотных отметок:

$$h_E = \frac{p_E}{\gamma} + z_E, \quad (1, \text{VIII})$$

$$h_K = \frac{p_K}{\gamma} + z_K, \quad (2, \text{VIII})$$

Если в этих формулах давления  $p$  измерять в атмосферах, то высотные отметки  $z$  и напоры  $h$  необходимо измерять в сантиметрах, а величину  $\gamma$  — в  $\text{кг}/\text{см}^3$ .

Определим приведенные давления  $p_E^*$  и  $p_K^*$  в точках  $E$  и  $K$  с помощью следующих формул:

$$p_E^* = p_E + \gamma z_E = \gamma h_E, \quad (3, \text{VIII})$$

$$p_K^* = p_K + \gamma z_K = \gamma h_K. \quad (4, \text{VIII})$$

Итак, для подсчета напора или приведенного давления в какой-либо точке пласта необходимо знать высотную отметку и давление в той же точке, а также вес единицы объема жидкости в пластовых условиях.

Приведенным давлением часто удобнее пользоваться, чем истинным. Действительно, в реальных условиях забой скважин в одном и том же пласте имеют разные гипсометрические отметки, ибо, во-первых, скважины имеют различные глубины проникновения в пласт и, во-вторых, одни скважины вскрывают пласт в более повышенной, а другие — в менее повышенной части структуры.

Благодаря этому глубинные манометры, помещенные на забоях скважин, зафиксировывают различные пластовые давления даже тогда, когда никакого движения жидкости в пласте нет. Однако напоры и приведенные давления будут в последнем случае одинаковы во всех скважинах. Наоборот, если жидкость в пласте движется, то напоры и приведенные давления уменьшаются в сторону ее движения.

Приведенные давления в точках  $E$  и  $K$  были бы равны истинным давлениям в точках  $E^*$  и  $K^*$ , лежащих в опорной плоскости на одних вертикалях с  $E$  и  $K$ , если бы поток однородной жидкости в пласте был плоско-параллельным, и именно горизонтальным, и если бы опорная плоскость была расположена внутри потока. Конечно, то же

заключение о равенстве истинных и приведенных давлений было бы справедливо и в частном случае однородной покоящейся жидкости.

На практике за опорную горизонтальную плоскость чаще всего принимают либо первоначальное зеркало водо-нефтяного контакта, либо помещают опорную плоскость на уровне моря.

В формулах (1, VIII) — (4, VIII) напор выражается в сантиметрах столба жидкости с удельным весом, соответствующим пластовым условиям. Когда величину  $\gamma$  в пластовых условиях можно считать постоянной, это не вызывает особенного неудобства.

Однако часто приходится сталкиваться с такими случаями, когда в пласте находятся две жидкости с разными удельными весами, например вода и нефть или соленая и пресная вода. В этих случаях (а также при наличии в пласте газированной жидкости) для сопоставлений статических пластовых давлений в разных точках пласта удобнее пересчитать напоры и измерять их в метрах или сантиметрах столба одной определенной жидкости, например воды с удельным весом, равным единице.

При подсчетах величины «избыточного напора», определяющего высоту уровня жидкости в открытой скважине, в формулы (1, VIII) — (4, VIII) следует вместо абсолютных давлений подставить избыточные над атмосферным.

До сих пор в данном параграфе мы упоминали лишь о жидкостях, ибо при движении газа в пласте и при сравнении давлений в различных точках чисто газовой залежи влиянием веса самого газа пренебрегают. Считая величину  $\gamma$  для газа в формулах (3, VIII) и (4, VIII) пренебрежимо малой, можно сделать вывод, что в чисто газовой залежи нет надобности различать истинное давление и приведенное. Поэтому все, что ниже будет говориться о приведенном давлении, следует для чисто газовой залежи считать справедливым и по отношению к истинному давлению.

Геометрическое место тех точек в пласте, в которых напор имеет одну и ту же величину, образует поверхность равного напора; эта поверхность одновременно является и поверхностью равного *приведенного* давления. Как дальше будет показано, в любой точке пласта скорость фильтрации жидкости всегда направлена по нормали к поверхности равного напора, проходящей через ту же точку пласта.

Всегда, когда поверхность равного напора не вырождается в горизонтальную плоскость, давления в разных точках этой поверхности напора оказываются различными (но *приведенные давления*, повторяем, будут одинаковыми).

В плоско-параллельных горизонтальных фильтрационных потоках поверхности равного напора оказываются цилиндрическими поверхно-

стями с вертикальными образующими; в частном случае эти поверхности могут быть боковыми поверхностями круглых цилиндров или вертикальными плоскостями (см. дальше анализ плоско-радиальных и одномерных потоков).

Как уже упомянуто выше, в условиях плоско-параллельных горизонтальных потоков достаточно исследовать движение только в одной горизонтальной плоскости. Любая горизонтальная плоскость в этих условиях будет пересекать поверхности равного напора по кривым, вдоль каждой из которых не только напор и приведенное давление, но и просто давление остается одинаковым. Такие линии, во всех точках которых давления остаются одинаковыми, называются изобарами.

На карте необходимо вычерчивать только те изобары, которые удовлетворяют следующему правилу: разность давлений при переходе от каждой изобары к соседней должна быть всюду одинаковой. Так, например, на одной карте изобар приращение давления при переходе от любой изобары к соседней всюду равно  $1 \text{ ат}$ , на другой —  $5 \text{ ат}$  и т. п.<sup>1</sup> Смысл упомянутого правила построения карт изобар выясняется дальше.

Из определения трех типов простейших потоков, рассмотренных в § 1, следует, что для сферического радиального потока недостаточно изучить распределение давления в одной какой-то плоскости, но необходимо исследовать форму поверхностей равного напора.

Наоборот, для горизонтального одномерного и плоско-радиального потоков исследование изобар в горизонтальной плоскости вполне достаточно для определения давления в любой точке пласта.

### § 3. Общие методы исследования одномерного, плоско-радиального и трехмерного радиального потоков

Допустим, что ось  $l$  направлена вдоль движения одномерного (наклонного или горизонтального) потока (см. рис. 48);  $O$  — начало координат;  $M_0$  — начальное положение некоторой частицы, движущейся вдоль оси  $l$ ;  $M$  и  $M'$  — две точки, соответственно с координатами  $l$  и  $(l + dl)$ , где  $dl$  — величина положительная,  $\bar{v}$  — вектор скорости фильтрации в точке  $M$  и в любой другой точке, лежащей в сечении  $AB$ , перпендикулярном к направлению движения потока.

Согласно линейному закону фильтрации (8, VI), абсолютное значение (модуль) скорости фильтрации потока в точке  $M$  определяется

<sup>1</sup>Иными словами, величины давлений, соответствующие изображенные на карте изобарам, возрастают и убывают в арифметической прогрессии.

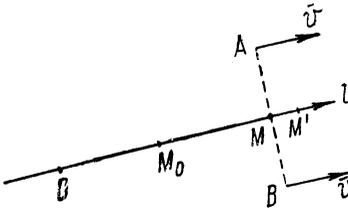


Рис. 48. Последовательные положения частицы жидкости при ее движении в положительном направлении оси одномерного потока.

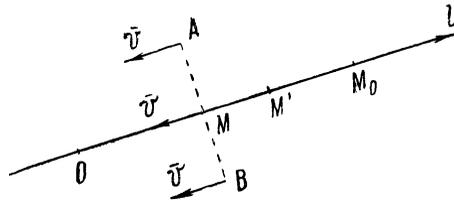


Рис. 49. Последовательные положения частицы жидкости при ее движении в сторону, противоположную направлению оси одномерного потока.

так:

$$v = \frac{Q}{F} = -\frac{k\gamma}{\mu} \frac{dh}{dl} = -\frac{k}{\mu} \frac{dp^*}{dl}, \quad (5, \text{VIII})$$

где  $F$  — площадь поперечного сечения  $AB$  одномерного потока;

$Q$  — объемный расход жидкости через это сечение (в этой формуле *объемный* расход следует подсчитывать, учитывая истинные давления в разных точках сечения  $AB$ );

$h$  — напор и

$p^*$  — приведенное давление в точке  $M^1$ .

Напор и приведенное давление всегда уменьшаются в сторону движения потока (в данном случае в положительном направлении оси  $l$ ) и потому при переходе от точки  $M$  к  $M'$ , т. е. при положительном  $dl$ , изменение приведенного давления  $dp^*$ , а, следовательно, и величины  $\frac{dh}{dl}$  и  $\frac{dp^*}{dl}$  оказываются отрицательными. Чтобы получить абсолютное значение (существенно положительную величину) скорости, пришлось в правой части формулы (5, VIII) поставить знак минус.

Алгебраическую величину  $\frac{dp^*}{dl}$ , характеризующую изменение давления на единице длины пути вдоль направления быстрейшего изменения давления, будем называть градиентом давления<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Чтобы не вводить коэффициенты усадки, будем считать, что всюду, если нет специальной оговорки, объемы жидкости подсчитываются применительно к пластовым условиям.

<sup>2</sup> Строго говоря, градиент давления есть величина векторная. Абсолютное значение только что определенной нами алгебраической величины равно модулю вектора градиента давления.

Допустим, что точки  $M$  и  $M'$  проходились движущейся частицей жидкости в моменты  $t$  и  $(t + dt)$ ; средняя действительная скорость движения  $w$  и скорость фильтрации  $v$  определяются следующей формулой:

$$v = mw = m \frac{dl}{dt}. \quad (6, \text{VIII})$$

Если бы частица жидкости двигалась в сторону, противоположную выбранному положительному направлению оси  $l$  (см. рис. 49), то в положительном направлении оси  $l$  приведенное давление и напор возрастали бы, т. е. при изменении координаты  $l$  на  $dl$  изменение приведенного давления  $dp^*$  было бы величиной положительной. Поэтому

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{k}{\mu} \frac{dp^*}{dl}. \quad (7, \text{VIII})$$

Применительно к условиям, изображенным на рис. 49, получим:

$$v = mw = -m \frac{dl}{dt}. \quad (8, \text{VIII})$$

В условиях плоско-радиального и трехмерного радиального движения можно было бы сохранить те же формулы (5, VIII) — (8, VIII), если условиться под  $l$  подразумевать радиус-вектор движущейся точки и учесть, что площадь поперечного сечения  $F$  любого радиального потока не остается постоянной.

Действительно, допустим, что в точке  $O$  сходятся все прямолинейные траектории  $A_0AO$ ,  $M_0MO$ ,  $B_0BO$  плоского радиального потока (рис. 50). Направим полярную ось  $r$  вдоль одной из траекторий в направлении, противоположном скорости движения частиц жидкости. Все остальные обозначения сохраним те же, что и на рис. 48 и 49. Пользуясь теми же рассуждениями, что и при выводе формул (7, VIII) и (8, VIII), получим:

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{k}{\mu} \frac{dp^*}{dr}, \quad (9, \text{VIII})$$

$$v = mw = -m \frac{dr}{dt}, \quad (10, \text{VIII})$$

где

$$OM = r, \quad OM' = r + dr.$$

Если частицы жидкости движутся к центру  $O$  симметрично со всех сторон, то под  $F$  следует подразумевать боковую поверхность цилиндра

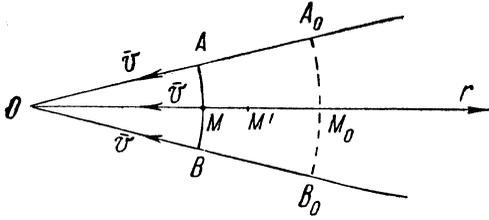


Рис. 50. Элемент радиального потока

радиуса  $r$  и высоты  $b$ , равной мощности (высоте) потока (см., например, рис. 44 и 45):

$$F = 2\pi r b. \quad (11, \text{VIII})$$

Если в основной плоскости течения поток ограничен радиусами  $AO$  и  $OB$ , то под  $F$  следует подразумевать лишь часть боковой поверхности цилиндра.

Предположим, что на рис. 50 точка  $O$  является центром, к которому сходятся прямолинейные траектории трехмерного радиального потока. В таком случае формулы (9, VIII) и (10, VIII) останутся без изменения, но под  $F$  надо подразумевать площадь соответствующей части поверхности сферы. Так, например, если считать, что рис. 50 является элементом потока, изображенного на рис. 46, то для всего изображенного на рис. 46 потока  $F$  будет равно поверхности полусферы:

$$F = 2\pi r^2. \quad (12, \text{VIII})$$

---

---

ГЛАВА IX

**Одномерное и радиальное движение  
несжимаемой жидкости в условиях  
водонапорного режима**

**§ 1. Одномерное движение по линейному закону  
фильтрации**

Исследуем горизонтальный установившийся одномерный поток однородной несжимаемой жидкости в условиях водонапорного режима.

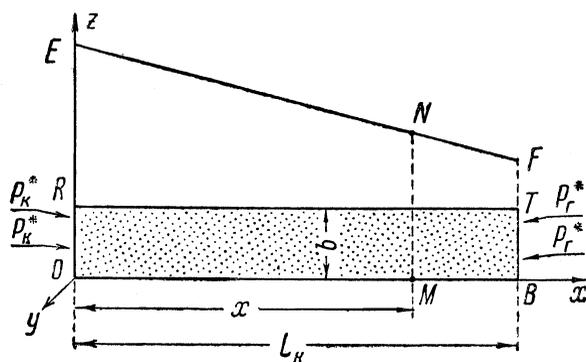


Рис. 51. Вертикальное сечение элемента пласта и пьезометрическая линия в условиях одномерного потока.

Будем считать, что движение жидкости в пористой среде подчиняется линейному закону фильтрации. Допустим, что заданы постоянные величины приведенных давлений (а следовательно, и напоров)  $p_k^*$  и  $p_r^*$  в двух вертикальных сечениях  $OR$  и  $BT$ , перпендикулярных направлению движения потока (см. рис. 51); пусть  $p_k^* > p_r^*$ . На фиг. 51 изображено вертикальное сечение потока  $ORTB$ , проведенное параллельно скорости потока; плоскость этого сечения совмещена с плоскостью

координат  $xz$ , а плоскость  $xy$  совмещена с нижней непроницаемой границей (подошвой) пласта.

Линии  $OR$  и  $BT$  мы интерпретируем как сечения, соответствующие контуру области питания пласта и галлерее; индексы «к» и «г» около обозначений давлений соответствуют первым буквам слов «контур» и «галлерей».

Конечно, линии  $OR$  и  $BT$  можно было бы интерпретировать и по-другому — как сечения, соответствующие началу и концу образца горной породы (части керна) при определении его проницаемости в лабораторных условиях.

Расстояние между сечениями  $OR$  и  $BT$  обозначено через  $L_k$ , мощность пласта —  $b$ .

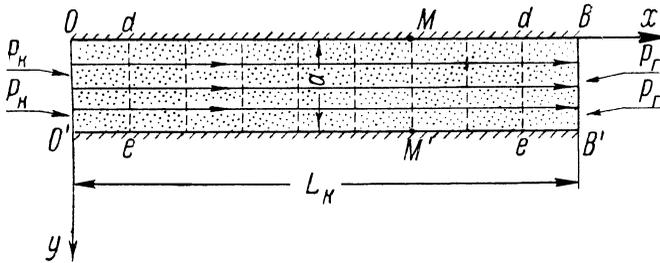


Рис. 52. Горизонтальное сечение элемента пласта в условиях одномерного потока.

Как было выяснено в предыдущей главе, для полного исследования потока достаточно изучить движение жидкости вдоль оси  $x$  и ограничиться построением изобар в одной горизонтальной плоскости, например в плоскости  $xy$ . Если за опорную плоскость принять плоскость  $xy$ , то, судя по формуле (3, VIII), можно утверждать, что истинное давление в какой-либо точке опорной плоскости численно равно приведенному давлению в той же точке. Обозначим через  $p_k$  и  $p_r$  постоянные заданные величины давлений на контуре области питания и в галлее на уровне опорной плоскости; иными словами,  $p_k$  и  $p_r$  есть истинные давления в точках  $O$  и  $B$  сечения пласта на рис. 51, т. е. давления вдоль горизонтальных линий  $OO'$  и  $BB'$  на рис. 52. На рис. 52 поток изображен в плане (в сечении плоскостью  $xy$ ); буквой  $a$  обозначена ширина потока. Исследование изучаемого потока сводится к определению давления, градиента давления и скорости в любой точке фильтрационного потока, к определению дебита и закона движения.

Чтобы выразить все перечисленные неизвестные величины через заданные величины  $p_{\kappa}$  и  $p_{\Gamma}$  (или  $p_{\kappa}^*$  и  $p_{\Gamma}^*$ ),  $L_{\kappa}$ ,  $\mu$ ,  $k$ ,  $m$ , рассмотрим плоский фильтрационный поток в плоскости  $xy$ .

Обозначим через  $M$  некоторую точку в потоке, имеющую текущую координату  $x$ .

Из формулы (5, VIII), применительно к случаю потока в опорной плоскости  $xy$ , получим:

$$dp = -\frac{Q\mu}{Fk} dx, \quad (1, IX)$$

где

$$F = a \cdot b. \quad (2, IX)$$

Для определения давления в точке  $M$  проинтегрируем уравнение (1, IX), учитывая, что в условиях рассматриваемого потока  $Q = \text{const}$ ,

$$\int_{p_{\kappa}}^p dp = -\frac{Q\mu}{Fk} \int_0^x dx,$$

отсюда

$$p = p_{\kappa} - \frac{Q\mu}{Fk} x. \quad (3, IX)$$

Для определения дебита фильтрационного потока проинтегрируем уравнение (1, IX) в других пределах:

$$\int_{p_{\kappa}}^{p_{\Gamma}} dp = -\frac{Q\mu}{Fk} \int_0^{L_{\kappa}} dx, \quad (4, IX)$$

откуда

$$Q = F \frac{k}{\mu} \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}}. \quad (5, IX)$$

Конечно, последнюю формулу можно было бы вывести и из формулы (3, IX), заметив, что  $p = p_{\Gamma}$  при  $x = L_{\kappa}$ .

Подставив найденное значение  $Q$  из формулы (5, IX) в (1, IX), (3, IX) и (5, VIII), найдем, соответственно, градиент давления, давление и скорость фильтрации в любой точке плоского потока:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}}, \quad (6, IX)$$

$$p = p_{\kappa} - \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}} x, \quad (7, IX)$$

$$v = \frac{k}{\mu} \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}}. \quad (8, IX)$$

Формулы (5, IX) — (8, IX) вполне определяют все искомые величины не только применительно к одной плоскости  $xu$  фильтрационного потока, но и для всего исследуемого пространственного одномерного потока. Действительно,  $p_{\kappa} - p_{\Gamma} = p_{\kappa}^* - p_{\Gamma}^*$ , а потому, заменив  $p$ ,  $p_{\kappa}$ ,  $p_{\Gamma}$  через  $p$ ,  $p_{\kappa}^*$ ,  $p_{\Gamma}^*$ , можем считать, что упомянутые формулы вполне определяют градиенты давления, давление и скорость фильтрации в любой точке всего потока<sup>1</sup>.

Оказывается, что дебит есть линейная функция перепада давления (или перепада приведенного давления или перепада напора).

Градиент давления и скорость фильтрации постоянны — не зависят от координаты  $x$ .

Истинное и приведенное давления (напор) суть линейные функции координаты  $x$ . Откладывая параллельно оси ординат на рис. 51 отрезки, пропорциональные истинному давлению в точках оси  $x$ , получим пьезометрическую линию  $ENF$ , которая, согласно только что сказанному, оказывается прямой.

Судя по формуле (7, IX), истинное давление в горизонтальной плоскости будет одинаковым во всех тех точках, для которых постоянна абсцисса  $x$ , т. е. уравнение

$$x = \text{const} = C \quad (9, IX)$$

представляет собой уравнение семейства изобар — семейства горизонтальных прямых линий, параллельных оси  $y$ .

Поверхностями равного напора (равного приведенного давления) будут служить вертикальные плоскости, параллельные плоскости  $yz$ . В данном случае изобары и траектории (прямые, параллельные оси  $x$ ) образуют два семейства взаимно перпендикулярных прямых линий. В условиях других плоско-параллельных потоков изобары и траектории могут не быть прямолинейными, но всегда должны пересекать друг друга под прямым углом (т. е. должны быть взаимно ортогональными). Это общее свойство гидродинамического поля будет доказано далее.

Следуя упомянутому в § 2, главы VIII, правилу, изобары данного потока необходимо чертить на одинаковом расстоянии друг от друга.

<sup>1</sup>Заметим, что  $p_{\kappa}$  может быть названо статическим (при остановке), а  $p_{\Gamma}$  — динамическим (при работе) давлениями в галлерее на уровне опорной плоскости.

Для вычерчивания траекторий также необходимо придерживаться общего правила: между любыми двумя начерченными соседними траекториями расход жидкости должен быть одинаковым.

В частном случае исследуемого одномерного потока семейство траекторий в плоскости  $xy$  мы должны изобразить с помощью равноотстоящих друг от друга (эквидистантных) прямых линий, параллельных оси  $x$ .

На рис. 52 линии  $de$  и им параллельные изображают семейство изобар, линии  $OB, O'B'$  и им параллельные — семейство траекторий.

Совокупность изображенных на чертеже изобар и траекторий частиц жидкости называют гидродинамическим полем данного потока.

Тот факт, что на рис. 52 изобары и траектории представлены равноотстоящими параллельными прямыми линиями, подтверждает постоянство скорости фильтрации и градиента давления в любой точке потока.

Перейдем к исследованию аналитической зависимости пройденного (частицами жидкости) пути от времени, т. е. к установлению закона движения частицы жидкости вдоль траекторий<sup>2</sup>.

Подставив значение скорости из формулы (8, IX) в (6, VIII), получим (заменяя  $l$  на  $x$ ):

$$dt = \frac{m \mu L_{\kappa}}{k(p_{\kappa} - p_{\Gamma})} dx. \quad (10, IX)$$

Интегрируя уравнение (10, IX) в соответствующих пределах, можно определить закон движения частицы жидкости вдоль траектории и промежуток времени, необходимый для прохождения любого заданного отрезка пути. Допустим, например, что необходимо проследить за движением частицы жидкости, которая в начальный момент находилась в сечении  $OO'$  (см. рис. 52); обозначив через  $t$  промежуток времени, соответствующий пройденному пути  $OM = x$ , из (10, IX) найдем:

$$t = \frac{m \mu L_{\kappa}}{k(p_{\kappa} - p_{\Gamma})} x. \quad (11, IX)$$

Как и следовало ожидать, зависимость между  $t$  и  $x$  получилась линейная, ибо в рассматриваемых условиях фильтрационный поток движется с постоянной скоростью.

Для последующего сравнения с формулами радиального движения направим ось  $x$  в сторону, противоположную движению, и выберем

<sup>2</sup>Напомним (см. часть вторая), что нас интересует лишь закон осредненного движения частицы жидкости и мы не рассматриваем микроизменений в скорости при движении в каждом отдельном поровом канале.

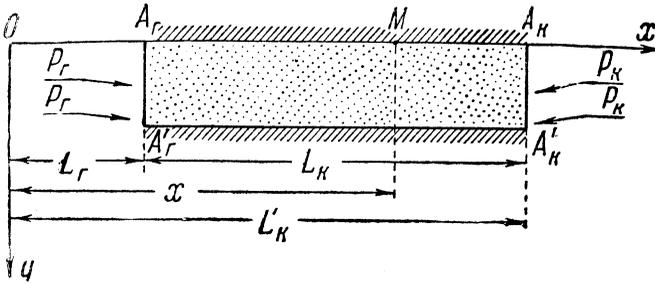


Рис. 53. Горизонтальное сечение элемента пласта в условиях одномерного потока; специальный выбор осей координат, наиболее удобный для сравнения с радиальным потоком.

начало координат так, как показано на рис. 53. Обозначив

$$\begin{aligned} OA_{\Gamma} &= L_{\Gamma}, & OM &= x, \\ OA_{\text{К}} &= L'_{\text{К}} \end{aligned}$$

и сохранив все остальные прежние обозначения, мы из формулы (7, VIII), применительно к потоку в плоскости  $xz$ , получим:

$$\int_{p_{\text{К}}}^p dp = \frac{Q\mu}{kF} \int_{L'_{\text{К}}}^x dx, \quad (12, \text{IX})$$

$$\int_{p_{\text{К}}}^p dp = \frac{Q\mu}{kF} \int_{L'_{\text{К}}}^{L_{\Gamma}} dx, \quad (13, \text{IX})$$

откуда находим:

$$Q = F \frac{k}{\mu} \frac{p_{\text{К}} - p_{\Gamma}}{L'_{\text{К}} - L_{\Gamma}}, \quad (14, \text{IX})$$

$$\frac{p_{\text{К}} - p}{p_{\text{К}} - p_{\Gamma}} = \frac{L'_{\text{К}} - x}{L'_{\text{К}} - L_{\Gamma}} \quad (15, \text{IX})^3$$

<sup>3</sup>Если начало координат выбрать в точке  $A_{\Gamma}$  (см. рис. 53а) и ось  $y$  пустить вдоль галереи, то окажется  $L_{\Gamma} = 0$ ,  $L'_{\text{К}} = L_{\text{К}}$  и вместо формул (14, IX) и (15, IX) получим

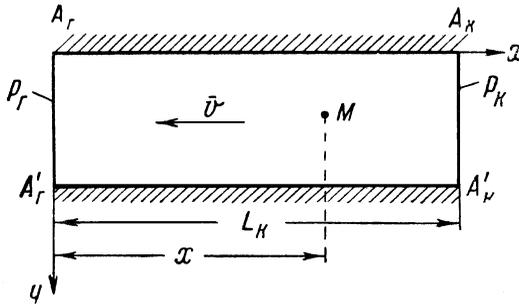


Рис. 53а. Горизонтальное сечение элемента пласта в условиях одномерного потока. Начало координат — на линии галереи.

Заметим, что если бы давления  $p_k$  и  $p_r$  в сечениях  $A_k A'_k$  и  $A_r A'_r$  были бы не постоянными, а заданными функциями времени, то формулы (5, IX) — (8, IX), (14, IX), (15, IX) остались бы справедливыми. Действительно, поскольку при данном исследовании жидкость и пористая среда считаются несжимаемыми, постольку изменение давления должно мгновенно распространяться на весь фильтрационный поток.

Поэтому, как бы ни менялось давление на «границах пласта» (в сечениях  $A_k$  и  $A_r$ ), в каждый данный момент времени распределение давления в пласте и скорость частиц жидкости будут таковы, как если бы поток был установившийся.

Состояние движения в любой момент не зависит от истории движения.

Считая, что  $p_k$  и  $p_r$  являются заданными функциями времени, из перечисленных выше формул дебит, скорость, градиент давления и давление также определяются как функции времени.

следующие формулы, которыми в дальнейшем воспользуемся:

$$Q = \frac{kF}{\mu} \frac{p_k - p_r}{L_k}, \quad (14', IX)$$

$$p = p_r + \frac{p_k - p_r}{L_k} x. \quad (15', IX)$$

## § 2. Плоское радиальное движение по линейному закону

Исследуем горизонтальный плоский радиальный поток несжимаемой жидкости в условиях водонапорного режима. Будем считать, что жидкость притекает к гидродинамически совершенной скважине по линейному закону фильтрации, пласт однороден и его мощность постоянна и равна  $b$  (см. рис. 45).

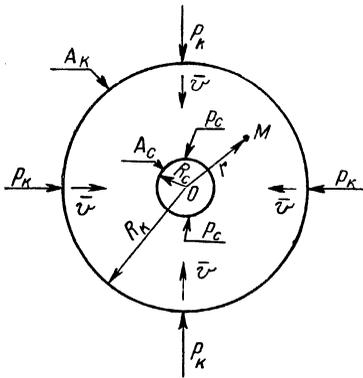


Рис. 54. Горизонтальное сечение гидродинамически совершенной скважины и плоско-радиального потока жидкости к ней.

но мы будем считать, что на границе области питания все время поддерживается постоянное начальное давление  $p_k^*$ . Приведенное давление на забое скважины обозначим через  $p_c^*$  и будем называть его приведенным динамическим забойным давлением. Итак, приток жидкости к скважине обеспечивается за счет перепада давления в пласте ( $p_k^* - p_c^*$ ).

Заметим, что величину  $p_k^*$  можно и не называть именно *начальным* статическим приведенным давлением, а называть просто статическим приведенным пластовым давлением. Действительно, по условиям задачи жидкость считается несжимаемой, величина  $p_k^*$  постоянна, а потому после остановки скважины в ней самой и во всем пласте вновь восстанавливается давление  $p_k^*$ .

Пусть круговые сечения  $A_k$  и  $A_c$  на рис. 54 проведены на уровне нижней горизонтальной границы (подошвы) пласта. Давления вдоль

На рис. 54 приведено изображение в плане исследуемого потока:  $A_c$  — горизонтальное сечение скважины (индекс с всегда будет соответствовать первой букве слова «скважина»);  $A_k$  — сечение контура области питания;  $A_c$  и  $A_k$  — concentric окружности, радиусы которых равны  $R_c$  и  $R_k$ . Допустим, что первоначально во всем пласте и на забое скважины приведенное давление одинаково и равно  $p_k^*$ . Величину  $p_k^*$  можем назвать начальным статическим приведенным пластовым давлением. Пусть в какой-то момент времени из скважины начали отбирать жидкость, благодаря чему должно понизиться давление на забое скважины. Конечно, давление в пласте понизится и всюду вокруг скважины,

окружностей  $A_c$  и  $A_k$  пусть также будут известными и равными соответственно  $p_c$  и  $p_k$ . Ясно, что

$$p_k^* - p_c^* = p_k - p_c = \Delta p, \quad (16, IX)$$

где через  $\Delta p$  обозначено понижение (перепад) давления в скважине.

Из ранее сделанных замечаний вытекает, что вполне достаточно изучить исследуемый поток лишь в одной плоскости, например в плоскости, изображенной на рис. 54.

Задача исследования потока состоит в том, чтобы определить дебит скважины, давление, градиент давления и скорость фильтрации в любой точке пласта, а также установить закон движения частиц жидкости вдоль их траекторий. Все перечисленные неизвестные должны быть выражены через заданные величины  $p_k$ ,  $p_c$  (или  $p_k^*$ ,  $p_c^*$ ),  $b$ ,  $R_k$ ,  $R_c$ ,  $\mu$ ,  $k$ ,  $m$ .

Согласно линейному закону фильтрации в форме (9, VIII) и равенству (11, VIII), получим:

$$dp = \frac{Q\mu}{2\pi r b k} dr, \quad (17, IX)$$

где  $p$  — давление в некоторой точке  $M$  пласта, радиус-вектор которой равен  $r$ ,  $Q$  — постоянный дебит скважины (расход жидкости через каждую цилиндрическую поверхность, concentричную скважине, равен ее дебиту  $Q$ ).

Для определения давления в точке  $M$  проинтегрируем уравнение (17, IX):

$$\int_p^{p_k} dp = \frac{Q\mu}{2\pi b k} \int_r^{R_k} \frac{dr}{r}, \quad (18, IX)$$

откуда

$$p = p_k - \frac{Q\mu}{2\pi b k} \ln \frac{R_k}{r}, \quad (19, IX)$$

где  $\ln$  — натуральный логарифм.

Для определения дебита скважины проинтегрируем уравнение в других пределах:

$$\int_{p_c}^{p_k} dp = \frac{Q\mu}{2\pi b k} \int_{R_c}^{R_k} \frac{dr}{r}, \quad (20, IX)$$

откуда<sup>1</sup>

$$Q = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_c}{R_k}}. \quad (21, IX)$$

Подставив найденное значение  $Q$  из уравнения (21, IX) в (19, IX) и (9, VIII), найдем соответственно градиент давления, давление и скорость фильтрации в любой точке плоского сечения исследуемого потока:

$$\frac{dp}{dr} = \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \frac{1}{r}, \quad (22, IX)$$

$$p = p_k - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{R_k}{r}, \quad (23, IX)$$

$$p = p_c + \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}, \quad (23', IX)$$

$$v = \frac{k(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}} \frac{1}{r}, \quad (24, IX)$$

Заметим, что в формуле (23, IX) отношение натуральных логарифмов можно было бы заменить отношением десятичных логарифмов.

Аналогично тому, что было сказано в предыдущем параграфе, и здесь формулы (22, IX) — (24, IX) определяют искомые величины не только в одной плоскости потока, но и во всем потоке; согласно равенству (16, IX) во всех только что выведенных формулах разность давлений можно заменить разностью приведенных давлений.

Прежде чем перейти к анализу выведенных формул, выполним некоторые преобразования; положим, что

$$p_k = \gamma H_k, \quad p_c = \gamma H_c, \quad (25, IX)$$

$$p_k - p_c = p_k^* - p_c^* = \gamma(H_k - H_c) = \gamma s. \quad (26, IX)$$

<sup>1</sup>Формулу (21, IX) можно было бы вывести из формулы (19, IX), заметив, что  $p = p_c$  при  $r = R_c$ .

Так как в формулы типа (21, IX), (24, IX) входят разности давлений, то под величинами  $p_k$  и  $p_c$  мы можем подразумевать и абсолютные и избыточные (над атмосферным) давления. Соответственно с этим под величинами  $H_k$  и  $H_c$  следует понимать пьезометрические высоты, соответствующие либо абсолютным, либо избыточным статическому и динамическому давлениям на забое скважины;  $s$  — понижение пьезометрического уровня жидкости в скважине ( $s = H_k - H_c$ ).

Если скважина насосная и жидкость в ней однородная с весом единицы объема  $\gamma$ , то под  $H_k$  и  $H_c$  можно подразумевать фактические высоты динамического и статического уровней над забоем скважины, а под  $s$  — фактическое понижение динамического уровня под статическим.

Однако нефтяные скважины часто бывают обводнены, причем удельный вес минерализованной воды всегда больше удельного веса нефти и различен для различных пластов. Кроме этого, столбы нефти в скважинах бывают газированы. Удельные же веса газированной и обводненной нефти в скважинах трудно определить. Поэтому часто предпочитают в формулах (25, IX) и (26, IX) считать величину  $\gamma$  соответствующей химически чистой воде в нормальных условиях, т. е.

$$\gamma = 0,001 \text{ кг/см}^3. \quad (27, \text{IX})$$

В таком случае величины  $H_k$  и  $H_c$  представляют собой высоты статического и динамического столбов жидкости в скважине, пересчитанные на воду.

Для точного определения пьезометрических высот статического и динамического уровней наиболее желательно определить глубинным манометром статическое и динамическое давления на забое скважины; тогда, подставляя величину  $\gamma$  из уравнения (27, IX) в (25, IX) — (26, IX), легко подсчитать  $H_k$ ,  $H_c$ , а значит, и  $s$  в сантиметрах водяного столба.

Последний метод одинаково применим для фонтанных, компрессорных и насосных скважин.

Учитывая равенство (26, IX), формулу (21, IX) можно переписать так:

$$Q = \frac{2\pi b k \gamma (H_k - H_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}} = \frac{2\pi b k \gamma s}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}}$$

Используя формулу (28, IX), надо не забывать оговаривать, чему равен вес единицы объема жидкости  $\gamma$  (как только что было упомянуто, он может отличаться от веса единицы объема жидкости в пластовых условиях), что и определяет физический смысл величин  $H_k$ ,  $H_c$ ,  $s$ .

Перейдем к анализу выведенных формул. Судя по формулам (21, IX) и (28, IX) дебит скважины оказывается прямо пропорциональным перепаду давления в ней или понижению пьезометрического уровня.

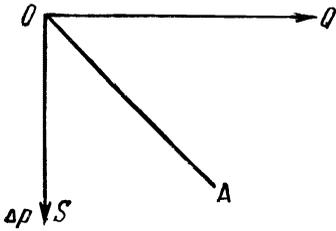


Рис. 55. Индикаторная диаграмма, соответствующая притоку несжимаемой жидкости к скважине по линейному закону фильтрации в пласте в условиях водонапорного режима.

График зависимости дебита скважины от перепада давления (или от понижения пьезометрического уровня) называется индикаторной диаграммой. Из сказанного ясно, что в рассматриваемом случае индикаторной линией будет прямая линия. Такая индикаторная диаграмма изображена на рис. 55, на оси абсцисс откладывается дебит скважины, а на оси ординат — перепад давления, или понижение пьезометрического уровня; ось ординат удобнее направлять вниз, ибо тогда понижению вдоль оси ординат наглядно соответствует понижение уровня (снижение забойного давления) в скважине.

Пользуясь обычными в расчетах подземной гидравлики размерностями, т. е. измеряя  $k$  в  $d$ ,  $\mu$  в сантипуазах,  $b$  в  $см$ , перепад давления  $\Delta p$  в  $ат$ , мы из формулы (21, IX) получим дебит скважины в  $см^3/сек$  (поскольку в эту формулу входит отношение радиусов  $R_k$  и  $R_c$ , постольку радиусы могут иметь любую, но только одинаковую размерность).

Желая получить дебит в  $м^3/сутки$ , измеряя мощность пласта в  $м$  и сохраняя для остальных величин прежние размерности, перепишем формулу (21, IX) так:

$$Q = 23,6 \frac{kb\Delta p}{\mu \lg \frac{R_k}{R_c}} \quad (29, IX)$$

причем для удобства расчетов в последней формуле совершен переход к десятичным логарифмам.

*Пример 1.* Допустим, например, что  $k = 1 d$ ,

$$\mu = 1 \text{ сп}, \Delta p = 1 \text{ ат}, b = 10 \text{ м}, R_0 = 10 \text{ км}, R_c = 10 \text{ см}$$

(диаметр скважины приблизительно равен 8 дюймам). Тогда из формулы (21, IX) найдем:

$$Q = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1000 \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot \ln 10^5} = 546 \text{ см}^3/сек$$

Подстановка тех же величин в формулу (29, IX) дает:

$$Q = 23,6 \frac{1 \cdot 10 \cdot 1}{1 \cdot \lg 10^5} = 47,2 \text{ м}^3/\text{сутки}$$

Другие подсчеты при тех же исходных данных будут приведены дальше.

Если при исследовании скважины замерены ее дебит и перепад давления, известны мощность пласта, вязкость нефти в пластовых условиях, радиус скважины и величина  $R_k$  может быть, примерно, оценена то по любой из формул (21, IX), (28, IX), (29, IX) можно определить коэффициент проницаемости пласта  $k$ . Такой метод определения  $k$  по формуле (21, IX) носит название метода определения проницаемости по промысловым данным<sup>2</sup>.

Заметим, что те же формулы употребляются для определения проницаемости керна в лабораторных условиях в тех случаях, когда вдоль оси керна просверлено отверстие (подобие скважины) и осуществлены условия радиальной фильтрации жидкости через керна.

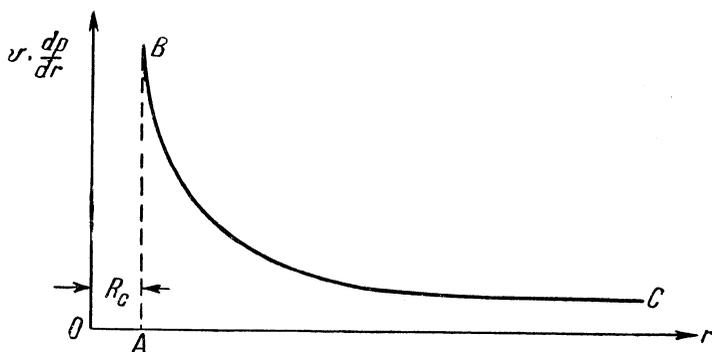


Рис. 56. График зависимости градиента давления и скорости фильтрации от расстояния до центра скважины.

Как показывают формулы (22, IX) и (24, IX), градиент давления и скорость фильтрации в любой точке пласта обратно пропорциональ-

<sup>2</sup>Метод определения проницаемости по кернам весьма ценен, но он не может заменить метода определения проницаемости по промысловым данным; в последнем случае на основании формулы (21, IX) (с соответствующими поправками на гидродинамическое несовершенство скважины — см. последующие главы), определяется средняя эффективная проницаемость пласта вокруг скважины, что очень важно.

ны расстоянию от этой точки до оси скважины. На рис. 56 на оси ординат откладываются величины скорости фильтрации либо градиента давления, а на оси абсцисс — расстояния  $r$  от рассматриваемой точки пласта до оси скважины; пунктирная линия  $AB$ , проходящая на расстоянии  $R_c$  от оси ординат, соответствует положению стенки скважины. Начерченная на рис. 56 равнобочная гипербола  $BC$ , асимптотами которой служат оси координат, представляет собой построенный по формулам (22, IX) и (24, IX) график зависимости градиента давления и скорости фильтрации от радиуса-вектора. Из графика ясно видно, что при приближении к скважине градиенты давления и скорость фильтрации резко возрастают, причем своего наибольшего значения их величины достигают у стенки скважины.

Сформулированный сейчас вывод совершенно очевиден. Действительно, траектории частиц жидкости радиально сходятся к оси скважины; одно и то же количество жидкости должно проходить через боковые цилиндрические поверхности, размеры которых убывают пропорционально радиусу. Ясно, что в этих условиях скорости фильтрации должны изменяться именно обратно пропорционально радиусу цилиндрической поверхности, т. е. расстоянию до оси скважины:

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{2\pi r b}. \quad (30, IX)$$

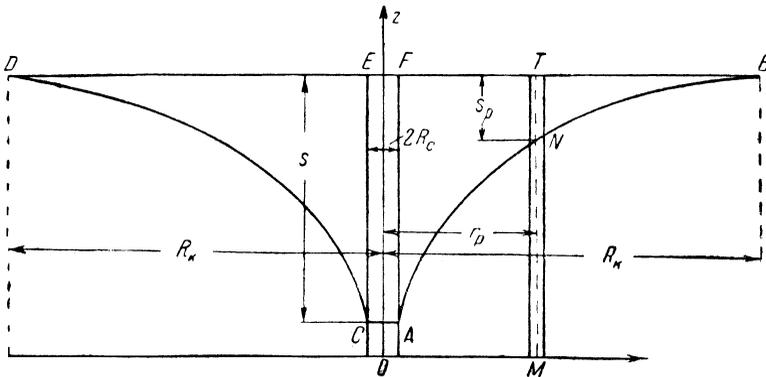


Рис. 57. Логарифмические пьезометрические линии  $AB$  и  $CD$ .

Из формулы (23, IX) следует, что давление в какой-либо точке пласта есть логарифмическая функция расстояния от этой точки до оси

скважины. Построенные на рис. 57 по формуле (23, IX) логарифмические кривые линии  $AB$  и  $CD$  изображают пьезометрические линии; параллельно оси  $z$  откладываются отрезки, пропорциональные истинному (удобнее избыточному, чем абсолютному) пластовому давлению<sup>3</sup>. Вращая линии  $AB$  или  $CD$  вокруг оси скважины  $Oz$ , получим так называемую «пьезометрическую воронку депрессии». Точки  $A$  и  $C$  лежат на стенке скважины, так что  $AC = 2R_c$ . Линия  $DEFB$  определяет положение статического пьезометрического уровня в пласте, а линия  $CA$  — положение пьезометрического динамического уровня жидкости в скважине. Величина отрезка  $CE$  определяет понижение  $s$  пьезометрического уровня жидкости в скважине [см. формулу (26, IX)]. В условиях рассматриваемого потока пьезометрические (депрессионные) линии  $AB$  и  $CD$  отнюдь не касаются линии  $DEFB$ , а пересекают ее в точках  $D$  и  $B$  под некоторым углом. Если бы в каких-либо точках пьезометрических линий касательные были горизонтальны, т. е. градиент давления был бы равен нулю, то отсюда следовало бы, что в этих точках и скорость фильтрации была равна нулю. Однако в рассматриваемых условиях такой случай невозможен, ибо при постоянном дебите скважины, при отсутствии инфильтрации в пласт через его кровлю и подошву и в предположении несжимаемости жидкости и самого пласта жидкости в любой точке пласта должна двигаться в направлении к скважине; не может существовать никакой ограниченной зоны влияния (или зоны дренирования) скважины, вне которой жидкость якобы остается в покое, а внутри движется к скважине. В упомянутых условиях предположение о существовании ограниченного «радиуса влияния» скважины является логически противоречивым и физически бессмысленным. Влияние скважины должно распространяться на весь пласт — до его естественных границ, т. е. в данном случае до границы области питания. Расстояние  $DB$  между точками пересечения пьезометрических линий  $AB$  и  $CD$  с линией  $DEFB$  равно удвоенному радиусу контура области питания  $R_k$ . Пьезометрические линии (сечения пьезометрической воронки) имеют большой уклон около стенки скважины и сильно выполаживаются по мере удаления от нее. На рис. 56 это не столь заметно, ибо  $R_c$  для наглядности взято непропорционально большим. Наличие уклона пьезометрических линий в точках  $D$  и  $B$  свидетельствует о притоке жидкости из области питания в пласт.

Радиусы  $R_c$  и  $R_k$  входят во все выведенные выше формулы под знаком логарифма, а потому в рассматриваемых условиях их величины

<sup>3</sup>Если ось абсцисс поместить на уровне опорной плоскости, то параллельно оси ординат можно откладывать отрезки, пропорциональные приведенному пластовому давлению, т. е. отрезки, пропорциональные или равные напорам в соответствующих точках пласта.

мало влияют на подсчеты дебита скважины, давлений в различных точках пласта и т. д.; об этом более подробно сказано в главе XIV.

Для определения семейства изобар заметим, что, судя по формуле (23, IX), давление одинаково в тех точках плоскости движения, в которых

$$r = \text{const} = c. \quad (31, IX)$$

Следовательно, уравнение (31, IX) представляет собой уравнение семейства изобар; изобарами служат окружности, concentричные сечению скважины  $A_c$  (рис. 58).

Ясно, что и здесь изобары ортогональны к траекториям, совпадающим с радиусами окружностей.

Указанное в § 2 главы VIII правило построения поля (карты) изобар будет в данном случае выполнено,

Рис. 58. Карта изобар; радиусы изобар изменяются в геометрической прогрессии.

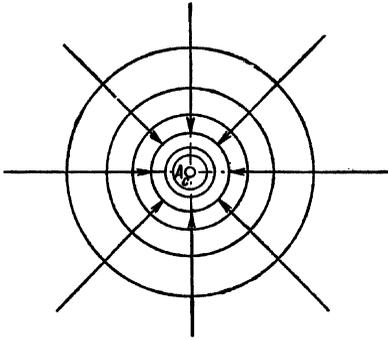
если величины радиусов следующих друг за другом изобар будут изменяться в геометрической прогрессии. Действительно, при изменении входящей под знаком логарифма в формулу (23, IX) величины  $r$  в геометрической прогрессии величина давления  $p$  будет изменяться в арифметической прогрессии, что и требуется (см. дальше табл. 5).

Для вычерченных на рис. 58 изобар отношение радиусов любых двух соседних окружностей равно 1,5.

Удовлетворяя упомянутому правилу, изобары располагаются тем теснее, чем ближе они к скважине. Зная, что разность давлений между двумя любыми соседними изобарами всюду одинакова, мы, глядя на рис. 58, сразу замечаем, что давление быстрее всего изменяется в ближайшей окрестности к скважине. Итак, рис. 58 является правильно построенным гидродинамическим полем плоско-радиального потока.

Понятно, что поверхностями равных приведенных давлений или поверхностями равных напоров будут служить боковые поверхности цилиндров, соосных скважине; окружности на рис. 58 можно рассматривать как горизонтальные сечения поверхностей равных напоров.

В зависимости от того, на каком уровне проведены горизонтальные сечения цилиндрических поверхностей равных напоров, одни и те же изобары будут характеризовать распределение либо истинных, либо приведенных пластовых давлений.



Допустим, что на расстоянии  $r$  от работающей (возмущающей) скважины находится бездействующая (реагирующая) скважина  $MNT$  (рис. 57); последнюю скважину можно рассматривать как естественный пьезометр, облегчающий наблюдения за распределением пластового давления. С помощью формулы (23, IX) легко определить соотношение между понижениями пьезометрического уровня  $s$  и  $s_p$  в возмущающей и реагирующей скважинах. Действительно, из упомянутой формулы и из формулы (26, IX) следует:

$$\frac{p_k - p}{p_k - p_c} = \frac{s_p}{s} = \frac{\lg \frac{R_k}{r}}{\lg \frac{R_k}{R_c}} \quad (32, IX)$$

Подчеркнем, что  $s_p = TN$  — понижение пьезометрического уровня в реагирующей скважине, вызванное отбором жидкости из единственной возмущающей скважины при тех условиях ее работы, какие были сформулированы в начале данного параграфа.

Для более ясного представления о распределении пластовых давлений рассмотрим числовые примеры.

*Пример 2.* Пусть  $R_k = 10 \text{ км} = 10^6 \text{ см}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ . Тогда на основании формулы (32, IX) можно составить следующую табл. 5, в которой приведены значения относительного понижения пьезометрических уровней на разных расстояниях от возмущающей скважины (рис. 57).

Таблица 5

**Относительные понижения пьезометрических уровней в пласте на разных расстояниях от возмущающей скважины; таблица рассчитана по формуле (32, IX)**

$r, \text{ м}$	0,1	1	5	10	50	100	500	1000	2000	5000	10000
$\frac{s_p}{s}$	1	0,80	0,66	0,60	0,46	0,40	0,26	0,20	0,14	0,06	0

Из табл. 5 видно, что при рассматриваемых условиях на расстоянии 1 м от оси скважины теряется 20% перепада давления (т. е. потеря такая же, как на пути в 9 км от  $r = 10 \text{ км}$  до  $r = 1 \text{ км}$ ); на расстоянии 10 м теряется 40% и т. д. Таким образом, действительно, наибольшие потери давления (а следовательно, и наибольшие градиенты давления) имеют место вблизи скважины. Из той же таблицы видно, что при изменении радиуса  $r$  в 10 раз величина отношения  $\frac{s_p}{s}$  меняется в арифметической прогрессии с разностью 0,20.

Заметим, что если бы в том же примере мы взяли  $R_{\kappa} = 100 \text{ км} = 10^7 \text{ см}$ , то распределение давлений вблизи скважины мало изменилось бы по сравнению с предыдущим. Так, например, при  $r = 1 \text{ м}$  и  $r = 100 \text{ м}$  величина  $\frac{S_p}{S}$  была бы соответственно равна 0,83 и 0,50 (вместо 0,80 и 0,40 в предыдущем случае).

Если в возмущающей скважине пьезометрический уровень понижается на 100 м, то, судя по табл. 5, в реагирующей скважине на расстоянии, например, 2 км от возмущающей пьезометрический уровень должен снизиться на 14 м. В реальных условиях пьезометрический уровень в реагирующих (особенно в удаленных) скважинах понижается чаще всего не столь резко, как это следует из табл. 5. Причин отклонения приведенных выше теоретических расчетов от результатов практических наблюдений можно указать много: фактическое гидродинамическое несовершенство большинства действующих скважин, неоднородность пласта, сжимаемость и жидкости и самого пласта, возможное нарушение линейного закона фильтрации вблизи забоя скважины и т. д. Влияние всех перечисленных выше факторов в дальнейшем будет учтено.

*Пример 3.* Определим расстояние  $r'$  от возмущающей скважины до той точки пласта, в которой давление равно среднеарифметическому из статического и динамического давлений на забое возмущающей скважины  $\left(\frac{p_{\kappa} + p_c}{2}\right)$ .

Из формулы (32, IX) следует, что

$$\frac{\lg R_{\kappa}/r'}{\lg R_{\kappa}/\lg R_c} = \frac{p_{\kappa} - \frac{p_{\kappa} + p_c}{2}}{p_{\kappa} - p_c} = \frac{1}{2},$$

откуда

$$r' = \sqrt{R_c R_{\kappa}}. \quad (33, IX)$$

Если, например,  $R_c = 10 \text{ см}$ ,  $R_{\kappa} = 10 \text{ км}$ , то из последней формулы находим:  $r' = 31,6 \text{ м}$ .

Итак, «среднее» давление соответствует тем точкам пласта, которые несравненно ближе к забою скважины, чем к области питания, т. е. в рассматриваемых условиях в большей части пласта давление значительно ближе к контурному (статическому), чем к динамическому давлению на забое скважины.

*Пример 4.* Определим средневзвешенное по площади давление  $\tilde{p}$  в пласте внутри контура области питания, т. е. между окружностями  $A_c$  и  $A_{\kappa}$  (см. рис. 54).

По определению

$$\tilde{p} = \frac{\int pdF}{F} = \frac{2\pi \int_{R_c}^{R_k} prdr}{\pi(R_k^2 - R_c^2)}, \quad (34, IX)$$

где элемент площади  $df = 2\pi r dr$ ; площадь  $F = \pi(R_k^2 - R_c^2)$ .

Подставляя в формулу (34, IX) значение давления из формулы (23, IX), выполняя интеграцию и учитывая, что радиус скважины  $R_c$  величина малая, т. е. пренебрегая всеми членами, содержащими  $R_c^2$ , получим:<sup>4</sup>

$$\tilde{p} = p_k - \frac{p_k - p_c}{2 \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (35, IX)$$

Во всех практически интересных случаях вычитаемое значительно меньше уменьшаемого, а потому

$$\tilde{p} \cong p_k. \quad (36, IX)$$

Например, если  $p_k = 100 \text{ ат}$ ,  $p_c = 90 \text{ ат}$ ,  $R_k = 10 \text{ км}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ , то

$$\tilde{p} = 100 = \frac{10}{2 \cdot 2,30 \cdot 5} = 100 - 0,435 \cong 99,6 \text{ ат}.$$

Заканчивая анализ формул (23, IX) и (32, IX), преобразуем их к такому виду:

$$\frac{p_k - p}{p_k - p_c} = \frac{\ln R_k - \ln r}{\ln R_k - \ln R_c}. \quad (37, IX)$$

Сравнивая последнюю формулу с формулой (15, IX), замечаем, что величины из правой части формулы (15, IX) вошли в формулу (37, IX) под знаком логарифма. Причина замены величины  $x$  величиной  $\ln r$  при переходе от одномерного движения к плоско-радиальному выяснится в пятой части при анализе решения дифференциального уравнения движения жидкости в пористой среде.

<sup>4</sup>Более точная формула для  $\tilde{p}$ :

$$\tilde{p} = p_k - \frac{1}{2} \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} + \frac{R_c^2}{R_k^2 - R_c^2} (p_k - p_c).$$

Перейдем к выводу закона движения частиц жидкости вдоль траектории и к подсчетам времени перемещения частицы из любой точки пласта до стенки скважины.

Подставив значение скорости фильтрации из формулы (10, VIII) в формулу (24, IX) и (30, IX) и разделяя переменные, соответственно получим:

$$dt = -\frac{m\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{k(p_{\kappa} - p_c)} r dr, \quad (38, IX)$$

$$dt = \frac{2\pi bm}{Q} r dr. \quad (39, IX)$$

Допустим, что частица жидкости, движущаяся по траектории  $M_0O$  (см. рис. 50), в начальный момент (при  $t = 0$ ) находилась в положении  $M_0$ , причем  $OM_0 = r_0$ ; в некоторый момент  $t$  частица жидкости находится на расстоянии  $r = OM$  от центра скважины. Для определения закона движения проинтегрируем уравнения (38, IX) и (39, IX):

$$\int_0^t dt = -\frac{m\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{k(p_{\kappa} - p_c)} \int_{r_0}^r r dr, \quad (40, IX)$$

$$\int_0^t dt = \frac{2\pi bm}{Q} \int_{r_0}^r r dr. \quad (41, IX)$$

После интегрирования получим:

$$t = \frac{m\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{2k(p_{\kappa} - p_c)} (r_0^2 - r^2), \quad (42, IX)$$

$$t = \frac{\pi bm}{Q} (r_0^2 - r^2). \quad (43, IX)$$

Любая из двух последних формул, представляющая закон движения, позволяет определить координату  $r$  движущейся частицы жидкости в любой момент времени  $t$ .

Чтобы подсчитать время  $T$  движения частицы жидкости именно до стенки скважины, необходимо в двух последних формулах положить  $r = R_c$ . Пренебрегая величиной  $R_c^2$  вследствие ее малости, получим:

$$T = \frac{m\mu \ln \frac{R_k}{R_c}}{2k(p_k - p_c)} r_0^2, \quad (44, IX)$$

$$T = \frac{\pi b m}{Q} r_0^2. \quad (45, IX)$$

Напомним (см. главу VI), что, подставляя в эти формулы  $k$  в  $d$ ,  $\mu$  — в сантипуазах,  $b$  в  $см$ , перепад давления — в  $ат$ ,  $Q$  — в  $см^3/сек$ ,  $r_0$  в  $см$ ,  $R_k$  и  $R_c$  — в любых одинаковых единицах длины, получим время  $T$  в секундах.

Конечно, обе последние формулы равносильны: подставляя в последнее равенство значения дебита из формулы (21, IX), получим формулу (44, IX).

Как видно из формул, время  $T$  движения частицы жидкости до стенки скважины прямо пропорционально квадрату расстояния этой частицы до оси скважины. Это еще раз подтверждает, что частицы жидкости движутся к скважине по своим траекториям (по радиусам) ускоренно.

Формула (45, IX) допускает проверку на основании простых физических соображений. Действительно, величина

$$\tau = \pi r_0^2 b m \quad (46, IX)$$

определяет количество жидкости, заключенной в порах цилиндрического объема пласта радиуса  $r_0$  и мощности  $b$  при пористости пласта  $m$ . Разделив объем  $\tau$  на постоянный дебит скважины  $Q$ , найдем время  $T$ , за которое через скважину будет извлечен весь объем жидкости  $\tau$  и к забою подойдут частицы жидкости, находившиеся первоначально на расстоянии  $r_0$  от оси скважины.

Если бы скважина находилась в центре контура нефтеносности радиуса  $r_0$ , если бы вода и нефть имели одинаковую вязкость, водо-нефтяной контакт перемещался бы сплошным фронтом (оставаясь вертикальным) и проницаемость пласта не менялась бы при вытеснении нефти водой, то формулы (44, IX) и (45, IX) определяли бы время стягивания контура нефтеносности к стенке скважины — через промежуток времени  $T$  скважина обводнилась бы. Конечно, реальные условия гораздо сложнее (в дальнейшем они будут учтены), но все же упомянутые формулы могут дать верное представление о порядке промежутка

времени стягивания контура нефтеносности при различных начальных его расстояниях от скважины.

*Пример 5.* Пусть  $k = 1$ ,  $\mu = 1$  сантипуазу,  $p_k - p_c = 1$  ат,  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см,  $b = 10$  м,  $m = 0,15$  (при подсчетах времени в соответствующие формулы необходимо подставлять не абсолютную геометрическую, а несколько меньшую эффективную динамическую пористость)<sup>5</sup>. Требуется определить время  $T$ , за которое частиц жидкости подойдет к стенке скважины с расстояния  $r_0 = 100$  м.

В таком случае по формуле (44, IX), выдерживая соответствующие размерности, о которых было выше упомянуто, получим:

$$T = 999 \text{ суток.}$$

При принятых данных можем подсчитать дебит скважины по формуле (21, IX) или (29, IX) (см. пример 1):

$$Q = 47,2 \text{ м}^3/\text{сутки.}$$

Подсчитав по формуле (46, IX) объем жидкости  $\tau$  в порах пласта внутри интересующей нас области, а именно

$$\tau = 47100 \text{ м}^3,$$

легко определим промежуток времени  $T$  из формулы (45, IX):

$$T = \frac{\tau}{Q} = 999 \text{ суток.}$$

Если принять  $r_0 = 1$  км, то промежуток времени  $T$  увеличится в 100 раз и станет равным 99900 суток. Даже такой примитивный подсчет показывает, что было бы совершенно нерационально эксплуатировать круговую (в плане) залежь нефти одной скважиной, расположенной в центре залежи при радиусе контура нефтеносности, равном 1 км.

В самом деле, увеличив перепад давления в скважине даже в 10 раз, мы добились бы (считая, что линейный закон фильтрации и все прочие оговоренные условия сохраняются) увеличения ее дебита в 10 раз и сокращения в 10 раз срока  $T$ . При этих условиях  $T = 9900$  суток  $\cong 27$  лет.

<sup>5</sup>Пропуская жидкость через образец пористой среды, легко определить скорость фильтрации жидкости  $v$  и среднюю действительную скорость  $w$  (см. § 4 главы IV). Пористость  $m$ , определенная как отношение ( $v : w$ ), оказывается меньше абсолютной пористости; ее и называют эффективной динамической пористостью.

Заметим в заключение, что все выведенные в данном параграфе формулы и следствия из них остаются справедливыми для плоско-радиального движения жидкости из нагнетательной (поглощающей) скважины в пласт<sup>6</sup>. В последнем случае следует только говорить не о понижении, а о повышении давления в пласте и на забое возмущающей скважины. Если динамический уровень и кривые депрессии на рис. 57 «зеркально отобразить» по отношению к линии  $DEFB$ , соответствующей положению статического пьезометрического уровня, то получится чертеж, соответствующий случаю работы нагнетательной скважины.

### § 3. Сферическое радиальное движение по линейному закону

Как уже было отмечено в § 1 главы VIII, строго сферического радиального потока встретить в реальных условиях в значительной области пласта нельзя. Однако разобрать схему сферического радиального потока интересно для того, чтобы понять, в какую сторону и в какой степени могут нарушаться закономерности, установленные в предыдущем параграфе, когда приток жидкости к скважине перестает быть плоским.

Исследуем ту схему сферического радиального потока, которая соответствует рис. 46:  $A_c$  — вертикальное сечение полусферического забоя гидродинамически несовершенной скважины  $B'VECC'$ , едва вскрывшей непроницаемую кровлю продуктивного пласта весьма большой (теоретически бесконечной) мощности. Будем считать, что несжимаемая жидкость притекает к скважине по линейному закону фильтрации, режим пласта водонапорный, пласт однородный.

Допустим, что первоначальное статическое приведенное давление (напор) во всем пласте и на забое скважины равно  $p_k^*$ . Затем приведенное давление на забое скважины понизили до величины  $p_c^*$ , а постоянное приведенное давление  $p_k^*$  сохраняется на достаточно большом расстоянии от скважины — на полусферической границе  $A_k$  радиуса  $R_k$ . Радиус забоя скважины —  $R_c$ .

Конечно, в разных точках границы  $A_k$ , так же как и в разных точках забоя  $A_c$  истинные давления различны, хотя приведенные давления  $p_k^*$  и  $p_c^*$  (а следовательно, и напоры) вдоль каждой из соответствующих границ во всех точках одинаковы и постоянны.

<sup>6</sup>Для нагнетательной скважины  $p_c > p_k$ , а потому, например, в формулу дебита (21, IX) вместо  $p_k - p_c$  пришлось бы подставить  $p_c - p_k$ .

Под влиянием перепада приведенного давления ( $p_{\kappa}^* - p_c^*$ ) жидкость будет притекать в скважину. Определим дебит скважины, скорость фильтрации и приведенное давление в любой точке пласта, а также закон движения частицы жидкости вдоль траектории.

Из формул (9, VIII) и (12, VIII), разделяя переменные, получим:

$$dp^* = \frac{Q\mu}{2\pi r^2 k} dr, \quad (47, IX)$$

где  $p^*$  — приведенное давление в некоторой точке  $M$  пласта,  $r$  — радиус-вектор этой точки,  $Q$  — постоянный дебит скважины (расход жидкости через каждую полусферическую поверхность, концентричную забою  $A_c$  равен дебиту скважины).

Проинтегрируем уравнение (47, IX):

$$\int_{p^*}^{p_{\kappa}^*} dp^* = \frac{Q\mu}{2\pi k} \int_r^{R_{\kappa}} \frac{dr}{r^2}, \quad (48, IX)$$

откуда

$$p^* = p_{\kappa}^* - \frac{Q\mu}{2\pi k} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_{\kappa}} \right). \quad (49, IX)$$

Эта формула определяет приведенное давление в любой точке пласта.

Для определения дебита скважины проинтегрируем уравнение (47, IX) в других пределах:

$$\int_{p_c^*}^{p_{\kappa}^*} dp^* = \frac{Q\mu}{2\pi k} \int_{R_c}^{R_{\kappa}} \frac{dr}{r^2}, \quad (50, IX)$$

откуда

$$Q = \frac{2\pi k(p_{\kappa} - p_c)}{\mu \left( \frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_{\kappa}} \right)}. \quad (51, IX)$$

Подставив найденное значение  $Q$  из формулы (51, IX) в (47, IX), (49, IX) и (9, VIII), получим:

$$\frac{dp^*}{dr} = \frac{p_{\kappa}^* - p_c^*}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_{\kappa}}} \frac{1}{r^2}, \quad (52, IX)$$

$$p^* = p_{\kappa}^* - \frac{p_{\kappa}^* - p_c^*}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_{\kappa}}} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_{\kappa}} \right), \quad (53, IX)$$

$$v = \frac{k}{\mu} \frac{p_{\kappa}^* - p_c^*}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_{\kappa}}} \frac{1}{r^2}, \quad (54, IX)$$

Если учесть, что  $R_{\kappa} \gg R_c$  и потому величиной  $1/R_{\kappa}$  пренебречь по сравнению с  $1/R_c$ , то приведенные выше формулы можно значительно упростить. В частности, формулы (51, IX) и (53, IX) примут вид:

$$Q = \frac{2\pi R_c k (p_{\kappa}^* - p_c^*)}{\mu}, \quad (55, IX)$$

$$p^* = p_{\kappa}^* - (p_{\kappa}^* - p_c^*) \frac{R_c}{r}. \quad (56, IX)$$

В последней формуле мы пренебрегли величиной  $\frac{1}{R_{\kappa}}$  по сравнению с  $\frac{1}{r}$ , а потому эта формула позволяет определять давление достаточно точно лишь при  $r \ll R_{\kappa}$ , т. е., например, вблизи скважины.

Перейдем к анализу выведенных формул.

Как видно из формул (55, IX) и (51, IX), зависимость дебита от перепада приведенного давления, а следовательно, и форма индикаторной линии будут те же, что и в случае плоско-радиального потока (см. предыдущий параграф и рис. 55).

Как показывают формулы (52, IX) и (54, IX), градиент давления и скорость фильтрации в любой точке пласта обратно пропорциональны квадрату радиуса-вектора этой точки. Следовательно, если построить график, аналогичный графику рис. 56, то в рассматриваемом сейчас случае соответствующая линия имела бы при малых значениях  $r$  около стенки скважины еще большую крутизну.

Упомянутая зависимость  $v$  от  $r$  может быть, как и в предыдущем параграфе, легко объяснена, если в формулу (9, VIII) подставить значение  $F$  из (12, VIII):

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{2\pi r^2}. \quad (57, IX)$$

Из формулы (56, IX) следует, что понижение приведенного давления  $\Delta p^*$  в любой точке пласта обратно пропорционально радиусу-вектору этой точки (в том диапазоне, в котором справедлива приближенная формула). Пьезометрической линией будет служить равнобочная

гипербола, а пьезометрической воронкой депрессии — гиперболоид вращения. Уравнение семейства поверхностей равного напора будет то же, что и в формуле (31, IX), но оно будет обозначать, что поверхностями равного напора служат концентричные полусферы. Понятно, что в разных точках любой поверхности равного напора (а также в разных точках граничных поверхностей  $A_c$  и  $A_k$  — см. рис. 46) истинные давления будут различны. Конечно, зная распределение приведенных давлений, легко найти истинное давление в любой точке пласта, учтя ее высотную отметку и удельный вес жидкости в пласте, см. формулу (3, VIII).

Соотношение между понижениями пьезометрических уровней  $s_p$  и  $s$  в реагирующей и возмущающей скважинах (чертеж вполне аналогичен рис. 57) можно определить из формулы (56, IX):

$$\frac{p_k^* - p^*}{p_k^* - p_c^*} = \frac{s_p}{s} = \frac{R_c}{r} \quad (58, IX)$$

*Пример.* Пусть  $R_c = 10$  см. На основании формулы (58, IX) составлена табл. 6, дающая ясное представление о распределении приведенных пластовых давлений в условиях сферического радиального потока.

Таблица 6

**Относительные понижения пьезометрических уровней  
в пласте на разных расстояниях от возмущающей скважины**

$r, м$	0,1	1	5	10	50	100
$\frac{s_p}{s}$	1	0,1	0,02	0,01	0,002	0,001

[таблица рассчитана по формуле (58, IX)]

В табл. 6 мы не привели результатов подсчетов для столь больших значений  $r$ , как в табл. 5, ибо, во-первых, расчет проводился по приближенной формуле (58, IX) и, во-вторых, в реальных условиях нельзя ожидать сохранения сферического радиального потока на больших расстояниях от скважины. Сравнение табл. 5 и 6 показывает, что в условиях сферического радиального потока потери давления вблизи стенки скважины гораздо больше и, следовательно, пьезометрическая линия более крутая, чем в условиях плоско-радиального потока: с изменением радиуса-вектора в геометрической прогрессии величина отношения  $\frac{s_k}{s}$  меняется также в геометрической (а не в арифметической, как в случае предыдущего параграфа) прогрессии.

Сравнивая формулу (53, IX) с формулами (15, IX) и (37, IX), замечаем, что они вполне аналогичны, но только вместо величин  $x$  и  $\ln r$  в формулу (53, IX) входит величина  $\frac{1}{r}$ ; объяснение замеченной аналогии будет дано в пятой части<sup>1</sup>.

Для установления закона движения частицы жидкости вдоль траектории подставим значение скорости фильтрации из формулы (10, VII) в формулу (57, IX) [можно было бы сделать подстановку и в формулу (54, IX)]:

$$dt = -\frac{2\pi m}{Q} r^2 dr. \tag{59, IX}$$

Проинтегрируем уравнение (59, IX), считая, что моментам  $t$  и  $t = 0$  соответствуют точки  $M$  и  $M_0$ , определяющиеся радиусами-векторами  $r = OM$  и  $r_0 = OM_0$  (см. рис. 50):

$$\int_0^t dt = -\frac{2\pi m}{Q} \int_{r_0}^r r^2 dr. \tag{60, IX}$$

Проинтегрировав, получим следующий закон движения:

$$t = \frac{2\pi m}{3Q} (r_0^3 - r^3). \tag{61, IX}$$

Чтобы получить промежуток времени  $T$  движения частицы жидкости именно до скважины, необходимо в последней формуле положить  $r = R_c$ ; Пренебрегая величиной  $R_c^3$  вследствие ее малости, найдем:

$$T = \frac{2\pi m}{3Q} r_0^3. \tag{62, IX}$$

Формулу (62, IX) легко истолковать, заметив, что

$$\tau = \frac{2}{3} \pi r_0^3 m, \tag{63, IX}$$

где  $\tau$  — объем жидкости в порах пласта внутри полусферы радиуса  $r_0$ . Конечно, все формулы и выводы данного параграфа останутся справедливыми, если повернуть направление сферического радиального потока на противоположное и считать, что скважина  $B'VECC'$  на рис. 46 не эксплуатационная, а нагнетательная.

---

<sup>1</sup>В V-ой части этого нет.

## § 4. Одномерное движение при нелинейном законе фильтрации

Рассмотрим ту же одномерную задачу, что и в § 1 данной главы, но только движение жидкости в пористой среде будем считать подчиняющимся нелинейному закону фильтрации:

$$v = \frac{Q}{F} = c \left( -\frac{dp}{dx} \right)^{\frac{1}{n_0}}, \quad (64, IX)$$

где  $c$  и  $n_0$  — постоянные величины, причем  $1 < n_0 \leq 2$ , а  $F$  определяется формулой (2, IX), см. рис. 51 и 52; отрицательный знак перед градиентом взят по той же причине, что и в формуле (5, VIII). Напомним, что при  $n_0 = 2$  имеем крайний случай нелинейного режима фильтрации — движение жидкости по закону Краснопольского — см. главу VII, в которой выяснена природа величины  $c$  при любом значении  $n_0$ <sup>1</sup>.

Разделим переменные и проинтегрируем уравнение (64, IX):

$$\int_{p_{\kappa}}^p dp = - \left( \frac{Q}{cF} \right)^{n_0} \int_0^x dx, \quad (65, IX)$$

откуда

$$p = p_{\kappa} - \left( \frac{Q}{cF} \right)^{n_0} x. \quad (66, IX)$$

Интегрируя уравнение (64, IX) в других пределах, получим:

$$\int_{p_{\kappa}}^{p_{\Gamma}} dp = - \left( \frac{Q}{cF} \right)^{n_0} \int_0^L dx, \quad (67, IX)$$

откуда

$$Q = cF \left( \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L} \right)^{\frac{1}{n_0}} \quad (68, IX)$$

<sup>1</sup>Здесь удобнее ввести величину  $n_0$ , обратную величине  $n$ , фигурировавшей как показатель степени в нелинейных законах фильтрации, см., например, формулы (28, VII) и (44, VII). Итак, при сопоставлении формул главы VII и данного параграфа следует помнить, что  $n_0 = 1/n$ .

Подставим найденное выражение дебита из формулы (68, IX) в формулу (66, IX):

$$p = p_{\kappa} - \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L} x. \quad (69, IX)$$

Формула (69, IX) в точности совпадает с формулой (7, IX), т. е. и в случае нелинейного режима фильтрации зависимость давления от координаты линейная; пьезометрическая линия должна быть прямой. Это обозначает, что скорость фильтрации и градиент давления постоянны во всем фильтрационном потоке. Как видно из формулы (68, IX), зависимость дебита от градиента давления имеет тот же характер, что и зависимость скорости фильтрации от градиента давления, см. формулу (64, IX). Частицы жидкости будут равномерно двигаться вдоль траекторий.

## § 5. Радиальное движение при нелинейном законе фильтрации

Нелинейный закон фильтрации в условиях радиально-сходящегося фильтрационного потока (см. рис. 50) имеет вид:

$$v = \frac{Q}{F} = c \left( \frac{dp}{dr} \right)^{\frac{1}{n_0}}, \quad (70, IX)$$

где  $c$  и  $n_0$  — постоянные величины, причем  $1 < n_0 \leq 2$ , а  $F$  определяется либо формулой (11, VIII), либо формулой (12, VIII). Природа величины  $c$  выяснена во второй части.

Метод изучения радиального потока при нелинейном режиме фильтрации такой же, как и в § 2 и 3 данной главы. Поэтому, предоставляя читателю самому рассмотреть случай сферического радиального потока в условиях нелинейного режима фильтрации, мы здесь исследуем только плоско-радиальный поток.

Итак, сохраним все условия задачи § 2 данной главы (см. рис. 45 и 54), но только будем считать, что во всем пласте режим фильтрации определяется формулой (70, IX).

Из формул (70, IX) и (11, VIII), разделяя переменные, получим:

$$dp = \left( \frac{Q}{2\pi bc} \right)^{n_0} \frac{dr}{r^{n_0}}. \quad (71, IX)$$

Для определения давления в точке  $M$  проинтегрируем уравнение (71, IX):

$$\int_p^{p_k} = \left( \frac{Q}{2\pi bc} \right)^{n_0} \int_r^{R_k} \frac{dr}{r^{n_0}}, \quad (72, IX)$$

откуда

$$p = p_k - \left( \frac{Q}{2\pi bc} \right)^{n_0} \frac{1}{n_0 - 1} \left( \frac{1}{r^{n_0 - 1}} - \frac{1}{R_k^{n_0 - 1}} \right). \quad (73, IX)$$

Для определения дебита скважины проинтегрируем уравнение (71, IX) в других пределах:

$$\int_{p_c}^{p_k} dp = \left( \frac{Q}{2\pi bc} \right)^{n_0} \int_{R_c}^{R_k} \frac{dr}{r^{n_0}}, \quad (74, IX)$$

откуда

$$Q = 2\pi bc \left[ \frac{(n_0 - 1)(p_k - p_c)}{\left( \frac{1}{R_c} \right)^{n_0 - 1} - \left( \frac{1}{R_k} \right)^{n_0 - 1}} \right]^{\frac{1}{n_0}}. \quad (75, IX)$$

Если рассмотрим частный случай закона фильтрации Краснопольского и пренебрежем величиной  $\frac{1}{R_k^{n_0 - 1}}$  по сравнению с  $\frac{1}{R_c^{n_0 - 1}}$  и с  $\frac{1}{r^{n_0 - 1}}$  (последнее справедливо при не слишком больших расстояниях от скважины), то из формулы (73, IX) и (75, IX) при  $n_0 = 2$  получим<sup>1</sup>:

$$p = p_k - \left( \frac{Q}{2\pi bc} \right)^2 \frac{1}{r}, \quad (76, IX).$$

$$Q = 2\pi bc \sqrt{R_c(p_k - p_c)}. \quad (77, IX)$$

Предпоследнюю формулу на основании последней можем преобразовать так:

$$\frac{p_k - p}{p_k - p_c} = \frac{s_p}{s} = \frac{R_c}{r}, \quad (78, IX)$$

---

<sup>1</sup>Величиной  $\left( \frac{1}{R_k} \right)^{n_0 - 1}$  нельзя пренебрегать по сравнению с величиной  $\left( \frac{1}{R_c} \right)^{n_0 - 1}$ , если  $n_0$  мало отличается от 1.

где  $s_p$  и  $s$  — понижения пьезометрического уровня в реагирующей и возмущающей скважинах, см. рис. 57.

Из формулы (78, IX) очевидно, что пьезометрическая линия будет иметь форму гиперболы (а пьезометрическая воронка депрессии — форму гиперболоида вращения), т. е. у стенки скважины будет иметь большую крутизну, чем логарифмическая кривая на рис. 57.

Интересно отметить, что зависимость давления от радиуса-вектора, имеет в рассматриваемом случае плоско-радиального потока при законе фильтрации Краснопольского тот же характер, что и при сферическом радиальном потоке, происходящем по линейному закону фильтрации [ср. формулы (78, IX) и (58, IX)].

Следует только учесть, что в формуле (78, IX)  $r$  представляет собой расстояние от точки пласта до оси гидродинамически совершенной скважины, а в формуле (58, IX)  $r$  представляет собой расстояние от точки пласта до центра полусферического забоя скважины (см. рис. 46).

Сходство упомянутых формул позволяет считать табл. 6 справедливой при  $R_c = 10$  см и в исследуемом сейчас случае плоско-радиального потока.

Из табл. 6 видно, что если бы во всем пласте был справедлив закон фильтрации Краснопольского (этого, как будет показано в следующем параграфе, ожидать в реальных условиях нельзя), то уже на протяжении первого метра от оси скважины терялось бы 90% от общего перепада давления; с увеличением радиуса-вектора в геометрической прогрессии и относительный перепад давления (величина  $\frac{s_p}{s}$ ) уменьшался бы в геометрической прогрессии.

Как выше уже было упомянуто, закон фильтрации Краснопольского характеризует крайний возможный режим фильтрации. Если в формуле (70, IX) величина  $n_0$  ближе к 1, чем к 2, то распределение пластовых давлений будет более похоже на то, которое установлено в § 2 данной главы, см. табл. 5.

Продифференцировав формулу (76, IX) по  $r$ , найдем, что градиент давления в какой-либо точке пласта обратно пропорционален квадрату радиуса-вектора этой точки.

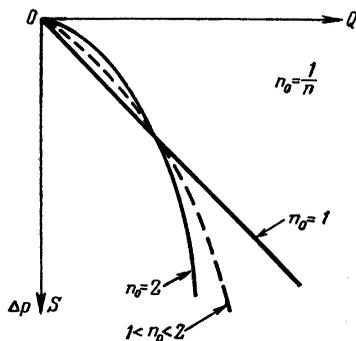


Рис. 59. Индикаторные кривые, соответствующие различным законам фильтрации.

Разделив дебит скважины на величину  $2\pi r b$ , из формулы (77, IX) определим скорость фильтрации в любой точке пласта с радиусом-вектором  $r$ . Скорость фильтрации будет обратно пропорциональна радиусу-вектору, а потому закон движения будет иметь тот же характер, что и в плоско-радиальном движении по линейному закону фильтрации, изученном в § 2 данной главы. Вывод закона движения, ради краткости, мы здесь пропускаем.

Перейдем к анализу формул дебита. Как видно из формулы (75, IX), индикаторная линия при  $1 < n_0 < 2$  выпуклая (смотря со стороны оси дебита) параболическая кривая с дробным показателем степени; в случае закона Краснопольского, как показывает формула (77, IX), индикаторная линия является обыкновенной параболой второго порядка (см. рис. 59).

Параболические кривые имеют вершину в точке  $O$ , касаются оси дебита и имеют своей осью ось понижений  $\Delta p$ .

На рис. 59 приведена для сравнения индикаторная линия (прямая), соответствующая линейному закону фильтрации.

При линейном законе фильтрации на каждую следующую атмосферу увеличения перепада давления приходится один и тот же прирост дебита скважины; выпуклость же индикаторных линий при нелинейном законе фильтрации указывает на то, что на каждую следующую атмосферу перепада давления приходится все меньший и меньший прирост дебита. Интересно отметить, что в приближенную формулу дебита (77, IX) совсем не входит величина радиуса  $R_k$  — контура области питания. О природе зависимости дебита скважины от ее радиуса дальше сказано особо.

## § 6. Особенности притока жидкости к скважине при одновременном существовании двух режимов

Постановка задачи данного параграфа станет ясной после сопоставления следующих трех положений, каждое из которых основано на результатах анализа решенных выше проблем.

I. При движении жидкости к скважине скорость фильтрации в какой-либо точке пласта тем больше, чем ближе рассматриваемая точка к скважине.

II. С увеличением перепада давления, т. е. с увеличением понижения уровня жидкости в скважине, дебит скважины, а следовательно, и скорости фильтрации в различных точках потока возрастают.

III. Закон фильтрации может нарушиться, когда параметр  $Re$  превзойдет критическое значение  $Re_{кр}$ . При движении однородной жидко-

сти в однородном пласте (когда кинематическая вязкость жидкости  $\nu$ , коэффициенты проницаемости и пористости пласта  $k$  и  $m$  постоянны) линейный закон фильтрации нарушится только тогда, когда скорость фильтрации достигнет некоторого критического значения  $v_{кр}$ . Зная  $Re_{кр}$ ,  $m$ ,  $k$ ,  $\nu$ , можно определить величину  $v_{кр}$  из соответствующей формулы (см. § 2 главы VII); например,

$$Re_{кр} = \frac{10}{m^{2,3}} \frac{v_{кр} \sqrt{k}}{\nu}. \quad (79, IX)$$

Сопоставляя последнее положение с первыми двумя, приходим к следующему выводу: при малых понижениях пьезометрического уровня жидкости в скважине, т. е. вообще при малых дебитах, скорости фильтрации во всем пласте, вплоть до стенки скважины, могут быть столь малы, что линейный закон фильтрации не нарушается и на начальном участке индикаторная линия оказывается прямой.

Увеличивая дебит, достигнем сначала в самой ближайшей окрестности скважины столь значительной величины скорости фильтрации, что закон окажется нарушенным. Конечно, нарушение закона распространится только на ту малую призабойную область, внутри которой скорости фильтрации превзошли критическое значение.

Область, внутри которой линейный закон фильтрации нарушен и на границе области скорости фильтрации равны критическому значению, назовем областью кризиса; на рис. 60 окружность  $A_{кр}$  радиуса  $r_{кр}$  представляет горизонтальное сечение границы области кризиса;  $A_c$  и  $A_k$  — горизонтальные сечения скважины и границы области питания. При дальнейшем увеличении дебита скорости фильтрации и область кризиса увеличиваются. С момента нарушения линейного закона фильтрации индикаторная линия искривляется и в пласте сосуществуют два режима фильтрации: вне области кризиса — режим фильтрации, следующий упомянутому закону, и внутри области кризиса — режим фильтрации, не следующий этому закону.

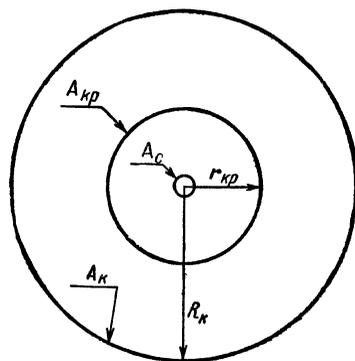


Рис. 60. Граница кризиса  $A_{кр}$  линейного закона фильтрации.

Строго говоря, в рассматриваемом случае нельзя говорить о сосуществовании в пласте *двух* определенных режимов фильтрации: нельзя

считать режим фильтрации внутри области кризиса следующим единому закону, резко отличному от линейного закона фильтрации и отображаемому, например, формулой типа (70, IX) с постоянным показателем степени  $n$ . Скорее можно предполагать *постепенно* усиливающееся отклонение от этого закона по мере перехода от границы внутрь области кризиса. Это подтверждается анализом графиков рис. 40, хотя специальных экспериментальных исследований по этому вопросу не проводилось. Отметим, что в результате исследования скважин получено большое количество индикаторных диаграмм, на которых линии оказываются прямыми на участках, соответствующих малым дебитам, и индикаторные линии *постепенно* искривляются при больших темпах отбора жидкости из скважин.

Этот факт с несомненностью свидетельствует о том, что при малых дебитах линейный закон фильтрации оказывается справедливым всюду вплоть до стенки скважины, а при больших дебитах этот закон нарушается<sup>1</sup>.

Из изложенного выше ясно, что этот закон не может нарушаться сразу по всему пласту, а будет нарушаться сначала лишь в призабойной зоне.

Следовательно, задача о радиальном притоке жидкости к скважине в условиях сосуществования различных режимов фильтрации в пласте приобретает особенно большое значение, ибо отвечает реально существующим условиям в пласте. Наоборот, можно утверждать, что постановка задачи в § 5 данной главы была далека от реальности — нельзя считать, что во всем пласте, вплоть до границы области питания, справедлив единый закон фильтрации, отличный от линейного закона фильтрации.

Истинные особенности радиального притока жидкости к скважине при одновременном существовании различных режимов фильтрации в пласте должны определяться «промежуточными закономерностями» по сравнению с теми, какие были установлены в § 2 и 5 данной главы.

С целью уточнения этого вопроса В. Н. Шелкачевым была решена следующая задача, также упрощающая действительные условия и рассматривающая максимально возможные нарушения линейного закона фильтрации в призабойной зоне: вне зоны кризиса справедлив линейный закон фильтрации, а внутри — закон Краснопольского,

Прежде чем проанализировать итоги решения упомянутой задачи, рассмотрим пример подсчета значения параметра  $Re$ .

<sup>1</sup>Мы здесь упомянули об индикаторных диаграммах таких скважин, которые эксплуатировали пласт в условиях водонапорного режима, когда даже при больших дебитах весь газ в пласте был заведомо растворен в нефти.

*Пример 1.* Допустим, что гидродинамически совершенная скважина вскрыла пласт мощностью  $b = 10$  м и имеет дебит  $Q = 100$  м<sup>3</sup>/сутки; радиус скважины  $R_c = 10$  см и ее забой открытый, так что жидкость свободно поступает в скважину через всю поверхность ее стенок с площадью  $F = 2\pi R_c b$ .

Допустим далее, что коэффициент проницаемости пласта  $k = 1$  д  $\cong 10^{-8}$  см<sup>2</sup>, пористость  $m = 0,2$ , кинематическая вязкость жидкости в пластовых условиях  $\nu = 1$  сантистоксу =  $0,01$  см<sup>2</sup>/сек.

Подсчитаем максимальную величину параметра Re в пласте, которая будет соответствовать точкам у стенки скважины. Предварительно определим скорость фильтрации  $v$  у стенки скважины; заметим, что

$$\left. \begin{aligned} Q &= 100 \text{ м}^3/\text{сутки} = 1157 \text{ см}^3/\text{сек}, \\ F &= 62830 \text{ см}^2, \\ v &= \frac{Q}{F} = 0,0184 \text{ см/сек}. \end{aligned} \right\} \quad (80, \text{ IX})$$

На основании формулы (19, VII) получим:

$$\text{Re} = \frac{10}{0,2^{2,3}} \cdot \frac{0,0184\sqrt{10^{-8}}}{0,01} = 0,075. \quad (81, \text{ IX})$$

Полученное значение величины Re намного меньше критического, которое принимается минимально равным 1.

Для условий эксплуатации нефтяной скважины мы взяли весьма малое значение  $\nu$ , довольно малое значение  $b$  и сравнительно большие  $k$  и  $Q$ . Поэтому смело можно сделать вывод, что для гидродинамически совершенных нефтяных скважин с открытым забоем значение параметра Re у стенки скважины (т.е. максимальное в фильтрационном потоке) должно быть, как правило, значительно меньше критического значения, а следовательно, в таких условиях линейный закон фильтрации в пласте не нарушится. Сохраним все прежние условия данного примера, но допустим, что забой скважины не открытый, а скважина сообщается с пластом через 100 простреленных в колонне отверстий, причем радиус каждого отверстия  $0,5$  см. Обозначим общую площадь всех отверстий через  $F'$  и подсчитаем среднюю скорость фильтрации  $v'$  в пласте у отверстия:

$$\left. \begin{aligned} F' &= 100 \cdot \pi 0,5^2 = 78,55 \text{ см}^2, \\ v' &= \frac{Q}{F'} = 14,7 \text{ см/сек}. \end{aligned} \right\} \quad (82, \text{ IX})$$

Из формул (80, IX) и (82, IX) следует, что

$$\frac{v'}{v} = \frac{F}{F'} = 800. \quad (83, IX)$$

Поэтому и значение  $Re$  у отверстия будет в 800 раз больше подсчитанного по формуле (81, IX), т. е.

$$Re' = 60. \quad (84, IX)$$

Найденное значение  $Re'$  больше  $Re_{кр}$ , а отсюда следует, что при эксплуатации скважин, гидродинамически несовершенных по характеру вскрытия пласта [а тем более гидродинамически несовершенных еще и по степени вскрытия (см. § 1, главы VIII)], линейный закон фильтрации может нарушиться в призабойной зоне.

Проведенные в рассмотренном примере подсчеты свидетельствуют о том, что решение задачи о работе гидродинамически совершенной скважины при наличии двух режимов фильтрации жидкости в пласте имеет больше теоретический, чем практический, интерес.

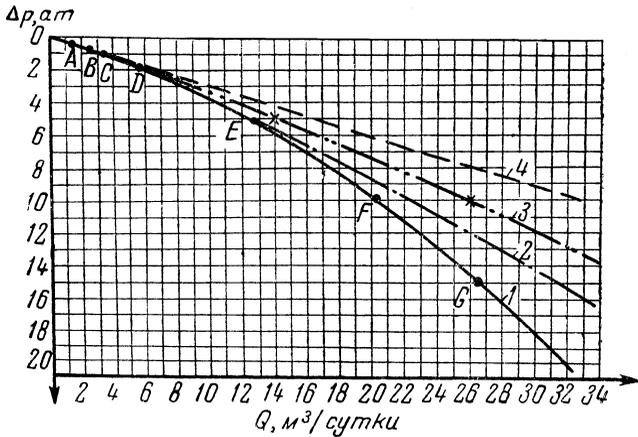


Рис. 61. Индикаторная кривая при одновременном существовании двух режимов фильтрации в пласте. 1 — истинная индикаторная кривая; 2 — результат экстраполяции участка кривой  $CDE$ ; 3 — то же для участка  $BCD$ , 4 — то же для участка  $OA$ .

Приток жидкости к гидродинамически несовершенной скважине не является радиальным, а потому строгое решение такой задачи вызывает весьма большие математические трудности.

Несмотря на довольно грубые приближения, которые были сделаны нами [209, 212] при решении более сложной задачи о притоке жидкости к скважине, гидродинамически несовершенной по характеру вскрытия при сосуществовании двух режимов фильтрации в пласте, приведем числовой пример, рассчитанный на основании этого решения; анализ примера позволяет сделать правильные качественные и даже некоторые количественные выводы.

*Пример 2.* Положим, что  $k = 1$  д,  $m = 0,23$ , в пластовых условиях  $\mu = 1$  сантипуазу,  $\rho = 0,8$  г/см<sup>3</sup>, статическое пластовое давление на забое скважины  $p_k = 60$  ата, скважина радиуса  $A_c = 10$  см эксплуатирует пропласток мощностью  $b = 1$  м, причем против данного пропластка прострелено 10 дыр, а радиус каждого из простреленных отверстий 0,5 см; радиус контура области питания 10 км; критическое значение параметра  $Re_{кр} = 4$ . Режим пласта считаем водонапорным.

При этих данных и при выбранных разных перепадах давления  $\Delta p$  (причем  $\Delta p = p_k - p_c$ , где  $p_c$  — динамическое давление на забое скважины) подсчитаны дебит скважины  $Q$ , давление  $p_{кр}$  на границе области кризиса  $A_{кр}$  и радиус  $r_{кр}$  этой границы (см. рис. 60); давление  $p_{кр}$  также отнесено к высотной отметке забоя скважины.

Результаты подсчетов сведены в табл. 7; на основании табл. 7 построена индикаторная линия 1 на рис. 61.

Таблица 7

**Результаты подсчетов дебита скважины  $Q$ , давления  $p_{кр}$  на границе области кризиса и радиуса  $r_{кр}$  этой границы при различных значениях перепада давления  $\Delta p$  в скважине**

$\Delta p, \text{ ат}$	0,43	0,75	1,0	2,0	5,0	10	15	20	35
$Q, \text{ м}^3/\text{сутки}$	1,4	2,5	3,3	6,4	12,6	20,4	26,6	32,2	44,4
$p_{кр}, \text{ ата}$	57,57	59,28	59,08	58,36	56,76	54,93	53,51	52,28	49,60
$r_{кр}, \text{ м}$	0,10	0,17	0,23	0,42	0,87	1,4	1,8	2,2	3,1

Как видно из табл. 7,  $r_{кр} = 0,1$  м =  $R_c$  при  $\Delta p = 0,43$  ат. Это значит, что параметр  $Re$  достиг своего критического значения лишь на стенке скважины, а потому при  $\Delta p \leq 0,43$  ат всюду в пласте справедлив линейный закон фильтрации; соответствующий участок  $OA$  индикаторной кривой строго прямолинеен. Наоборот, при  $\Delta p > 0,43$  ат область кризиса растет,  $r_{кр} > R_c$  и индикаторная линия все больше и больше искривляется.

Полученные из табл. 7 выводы хорошо совпадают с выводами, сделанными в начале данного параграфа на основании логического анализа постановки задачи об особенностях работы скважин при усло-

вии сосуществования двух режимов фильтрации в пласте. Несмотря на упомянутую выше приближенность метода подсчета табл. 7, ее анализ позволяет сделать один несомненно правильный количественный вывод: радиус области кризиса линейного закона фильтрации при эксплуатации гидродинамически несовершенных скважин даже с большими дебитами измеряется не больше чем несколькими десятками или в крайних случаях несколькими сотнями сантиметров, т. е. нарушение линейного закона фильтрации локализуется лишь в самой ближайшей окрестности забоя скважины.

По поводу разобранный примера следует заметить, что хотя некоторые исходные данные выбраны не очень удачно с точки зрения их общности, но взятый пример удобен для последующего анализа ряда вопросов.

## § 7. Влияние изменения давления с течением времени

При решении задач данной главы жидкость и пористая среда считались абсолютно несжимаемыми. В таких условиях изменение пластового давления в любой точке фильтрационного потока должно было бы мгновенно распространиться на весь пласт. На основании этого соображения легко обобщить многие из выведенных формул. В самом деле, в задачах § 1–6 было оговорено, что давления  $p_k$ ,  $p_r$ ,  $p_c$  на границах пласта — на контуре области питания, в галлее, в скважине — поддерживаются постоянными; иными словами, исследовались лишь установившиеся процессы движения жидкости к скважине, к галлее, через образцы горной породы. Естественно попытаться перейти к исследованию неустановившихся процессов. Сохранив предположение об абсолютной несжимаемости жидкости и пласта, допустим, что давления  $p_k$ ,  $p_r$ ,  $p_c$  на границах фильтрационного потока в какой-то момент времени по некоторым причинам изменились. Согласно замечанию, сделанному в начале данного параграфа, давление во всем пласте должно мгновенно перераспределиться и «приспособиться» к новым граничным условиям. Поэтому, если граничные давления  $p_k$ ,  $p_r$ ,  $p_c$  постоянны, а непрерывно изменяются, то давления во всех точках пласта будут также непрерывно меняться. Важно отметить, что в любой момент времени давление распределяется во всем пласте так, как если бы значения давлений на его границах, соответствующие тому же моменту времени, удерживались постоянными неограниченно долгий срок. Следовательно, состояние движения несжимаемой жидкости в несжимаемой пористой среде в каждый момент времени не зависит от истории движения, а зависит

только от граничных условий в тот же момент: неустановившийся процесс перераспределения давлений можно рассматривать как последовательную смену стационарных состояний. В дальнейшем мы увидим, что в реальных условиях, поскольку пласты и насыщающие их жидкости не являются абсолютно несжимаемыми, неустановившиеся процессы перераспределения пластового давления протекают совершенно иначе. Однако и для исследования реальных неустановившихся процессов во многих случаях возможно использовать метод последовательной смены стационарных состояний.

Возвратимся к вопросу о возможности обобщить формулы данной главы на случай неустановившихся процессов при сохранении предположения об абсолютной несжимаемости пласта и насыщающих его жидкостей.

На основании сказанного выше вполне очевидно, что если  $p_k, p_r, p_c$  заданы как функции времени, то остаются справедливыми все формулы, выведенные в § 1–6 данной главы для определения дебита, а также формула давления, градиента давления и скорости фильтрации в любой точке пласта. Рассматривая величины  $p_k, p_r, p_c$ , входящие в правые части формул как известные функции времени, получим и левые части как известные функции времени.

Необязательно задавать граничные давления как функции времени.

В соответствующих формулах § 1–6 можно считать известными давления  $p_k$  и  $p_r$  или  $p_k$  и  $p_c$ , а дебит  $Q$  галереи или скважины неизвестным, но можно, наоборот, считать известными, например,  $p_k$  и  $Q$ , а искать  $p_r$  либо  $p_c$ . В последнем случае при неустановившихся процессах заданными функциями времени будут именно  $p_k$  и  $Q$ .

Конечно, упомянутый метод замены постоянных величин  $Q, p_k, p_r, p_c$  заданными функциями времени не применим к окончательным формулам законов движения, ибо при их выводе мы применяли процесс интегрирования по времени, считая величины  $p_k, p_r, p_c, Q$  существенно постоянными, см., например, формулы (11, IX), (42, IX), (43, IX), (61, IX). Однако, если в исходные формулы типа (10, IX), (38, IX), (39, IX), (59, IX) подставить величины  $p_k, p_r, p_c, Q$  как заданные функции времени, соответственно разделить переменные  $t$  и  $x$  или  $t$  и  $r$ , то, выполнив интеграцию, легко найти законы движения вдоль траекторий в условиях неустановившихся процессов.

---

---

## ГЛАВА X

# Простейшие случаи движения жидкости со свободной поверхностью

### § 1. Вводные замечания

Рассмотрим первый сверху (от поверхности земли) водоносный пласт, имеющий непроницаемую подошву (ложе) и не имеющий водо-непроницаемой кровли. Зеркало вод находится под атмосферным давлением, и если вода в пласте неподвижна, то зеркало горизонтально. Допустим, что водосборная галлерей или скважина (колодец) вскрыла такой пласт. При отборе жидкости из скважины или водосборной галлерей поверхность воды в пласте, не стесненная непроницаемой кровлей, искривится — понизится в направлении к месту отбора.

Движение воды в пласте в таких условиях называют движением со свободной поверхностью; поверхность воды, искривленную в процессе ее движения, называют поверхностью депрессии.

В нефтепромысловой практике могут встретиться и более сложные условия движения в пласте нефти со свободной поверхностью.

Например, нефть может залегать в продуктивном пласте, перекрытом непроницаемой кровлей. Если давление в пласте незначительно и при эксплуатации скважины динамический уровень жидкости устанавливается ниже кровли пласта, то и в самом пласте, вблизи скважины, поверхность нефти окажется свободной — опустится ниже кровли; вдали от скважины нефть будет заполнять пласт по всей мощности, подпирая его непроницаемую кровлю<sup>1</sup>.

Весьма сложные условия движения нефти со свободной поверхностью встречаются при эксплуатации подгазовой залежи нефти. Допустим, что скважина вскрыла мощный пласт, в котором газ в свободном состоянии в виде газовой шапки залегает над нефтью. До начала отбора жидкости и газа из скважины газо-нефтяной контакт в пласте горизонтален. При работе скважины свободная поверхность нефти — газо-нефтяной контакт — искривляется; форма депрессионной поверхности будет зависеть от характера вскрытия пласта, от степени снижения

---

<sup>1</sup> Движение жидкости в пласте при частично напорном, частично гравитационном режиме исследовано в работах [70] и [120].

давления на забое скважины и т. д. Давление на депрессионной поверхности, конечно, не будет равно атмосферному. В простейшем случае, когда свободный газ не прорывается в скважину и движение нефти можно считать установившимся, давление во всех точках депрессионной поверхности практически будет оставаться постоянным, пренебрегая весом газа, и равным давлению в газовой шапке.

Итак, изучение движения жидкости со свободной поверхностью необходимо для решения различных проблем и в области гидрогеологии и в области нефтедобычи. Особый интерес теория движения жидкости со свободной поверхностью представляет для решения многих вопросов шахтной эксплуатации нефтяных месторождений и для притока нефти к скважинам в условиях гравитационного режима.

В данной главе мы рассмотрим лишь простейшие фильтрационные потоки жидкости со свободной поверхностью, которые приближенно можно исследовать, сводя задачу к теории одномерного или радиального потоков.

## § 2. Движение жидкости со свободной поверхностью к прямолинейной галлерее

Допустим, что горизонтальная водосборная галлерей вскрыла первый сверху водоносный однородный пласт, дойдя до горизонтального водонепроницаемого ложа. Пусть галлерей расположена параллельно границе открытого водоема, питающего пласт водой. Инфильтрацией в пласт (сверху) атмосферных осадков пренебрегаем. Считаем, что галлерей и область питания (открытый водоем) имеют столь большую длину, что вдали от концов, ближе к середине, влияние этих концов не чувствуется, траектории в плане параллельны; при строгом теоретическом анализе, схематизируя явления, галлерей и область питания следовало бы считать имеющими неограниченную длину.

На рис. 62 схематично изображено вертикальное сечение фильтрационного потока:  $ADOF$  — сечение области питания,  $KRR'K'$  — сечение галлерей,  $FORK$  — сечение пласта,  $FK$  — поверхность земли,  $OR$  — непроницаемое ложе,  $BC$  — уровень жидкости в области питания, поддерживаемый на постоянной высоте  $h_k$ ,  $CG$  и  $GG'$  — статические уровни воды в пласте и в галлерее при отсутствии отбора воды из галлерей,  $NN'$  — динамический уровень воды в галлерее, поддерживаемый на постоянной высоте  $h_r$ ,  $CEN$  — сечение поверхности депрессии при установившемся отборе воды из галлерей.

Линию  $CEN$  называют депрессионной кривой. Расстояние между областью питания и галлереей обозначим через  $L_k$ .

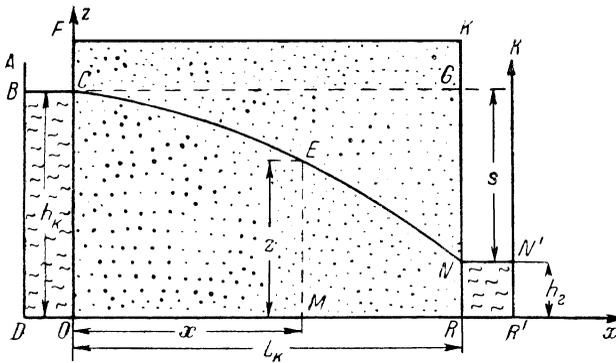


Рис. 62. Вертикальное сечение фильтрационного потока со свободной поверхностью жидкости; приток к прямолинейной галлерее.

Описанные условия сложнее тех, с какими пришлось иметь дело в § 1 главы IX при исследовании одномерного артезианского потока (в условиях водонапорного режима). Действительно, в рассматриваемой сейчас задаче фильтрационный поток ограничен сверху не горизонтальной кровлей пласта (как было в задаче § 1 главы IX), а депрессионной поверхностью, форма которой неизвестна; неизвестна также форма всех траекторий частиц движущейся жидкости и, следовательно, форма изобар.

Точное решение этой задачи вызывает большие математические трудности; простое приближенное решение было дано Дюпой.

Для подсчета расхода жидкости и определения формы депрессионной кривой им введено следующее приближенное допущение: во всех точках любого вертикального сечения  $EM$  пласта (сечение проводится параллельно галлерее) скорости фильтрации равны, весьма мало наклонены к горизонту и пропорциональны уклону свободной поверхности в той точке, где она пересекается с сечением  $EM$ . Он считал, что траектории движения приблизительно прямолинейны и горизонтальны.

Строго говоря, движение жидкости со свободной поверхностью к прямолинейной галлерее не является одномерным — траектории не прямолинейны, скорость фильтрации и напор в какой угодно точке пласта зависят не от одной, а от двух координат этой точки. Однако это приближенное допущение позволяет решать задачу методами теории одномерного движения.

Допустим, что движение жидкости в пласте подчиняется линейному закону фильтрации. При том выборе осей координат, какой указан на рис. 62, будем считать, что все точки сечения  $EM$  отстоят от области питания на расстояние  $x$ , а высота  $ME$  точки  $E$  депрессионной кривой над основной плоскостью отсчета — над ложем — равна  $z$ .

Будем изучать приток жидкости к галлерее только с одной стороны — со стороны области питания  $ADOF$ . Обозначим дебит галлереей на участке длины  $a$  через  $Q$ ; тот же расход жидкости  $Q$  через площадь  $az$  вертикального сечения  $EM$  можно, согласно упомянутому приближенному допущению, выразить так:

$$Q = azv = az \frac{k\gamma}{\mu} \left( -\frac{dz}{dx} \right), \quad (1, X)$$

где  $v$  — скорость фильтрации в сечении  $EM$ . Если в формуле (1, X) положить  $a = 1$ , то получим дебит на единицу ширины потока (на единицу длины галлереей). Разделим переменные в формуле (1, X):

$$zdz = -\frac{Q\mu}{ak\gamma} dx. \quad (2, X)$$

Проинтегрируем последнее уравнение:

$$\int_{h_{\kappa}}^z = -\frac{Q\mu}{ak\gamma} \int_0^x dx, \quad (3, X)$$

откуда

$$z^2 = h_{\kappa}^2 - \frac{2Q\mu}{ak\gamma} x. \quad (4, X)$$

Для определения дебита проинтегрируем уравнение (2, X) в других пределах:

$$\int_{h_{\kappa}}^{h_{\Gamma}} zdz = -\frac{Q\mu}{ak\gamma} \int_0^{L_{\kappa}} dx, \quad (5, X)$$

откуда

$$Q = \frac{ak\gamma(h_{\kappa}^2 - h_{\Gamma}^2)}{2\mu L_{\kappa}}. \quad (6, X)$$

Подставляя значение дебита  $Q$  из формулы (6, X) в формулу (4, X), получим:

$$z^2 = h_{\kappa}^2 - \frac{h_{\kappa}^2 - h_{\Gamma}^2}{L_{\kappa}} x. \quad (7, X)$$

Заметим, что

$$\begin{aligned} h_{\kappa}^2 - h_{\Gamma}^2 &= (h_{\kappa} - h_{\Gamma})(h_{\kappa} + h_{\Gamma}) = \\ &= (h_{\kappa} - h_{\Gamma})(2h_{\kappa} - h_{\kappa} + h_{\Gamma}) = s(2h_{\kappa} - s), \end{aligned} \quad (8, X)$$

где  $s$  — понижение в галлее динамического уровня воды под статическим (см. рис. 62). Поэтому формулу (6, X) можно переписать так:

$$Q = \frac{ak\gamma s(2h_{\kappa} - s)}{2\mu L_{\kappa}} = A(2h_{\kappa} - s^2), \quad (9, X)$$

где через  $A$  ради краткости обозначена соответствующая группа множителей.

Исследуем закон движения частицы жидкости вдоль траектории. На основании формул (1, X) и (4, X) получим:

$$v = \frac{Q}{az} = \frac{Q}{a \sqrt{h_{\kappa}^2 - \frac{2Q\mu}{ak\gamma} x}}. \quad (10, X)$$

Подставим найденное выражение скорости фильтрации в формулу (6, VIII):

$$m = \frac{dx}{dt} = \frac{Q}{a \sqrt{h_{\kappa}^2 - \frac{2Q\mu}{ak\gamma} x}}. \quad (11, X)$$

Разделим переменные  $x$  и  $t$  и проинтегрируем последнее уравнение:

$$\int_0^t dt = \frac{am}{Q} \int_{x_0}^x \sqrt{h_{\kappa}^2 - \frac{2Q\mu}{ak\gamma} x} \, dx, \quad (12, X)$$

где  $x_0$  — абсцисса движущейся частицы жидкости в момент  $t = 0$ . Выполнив интеграцию, найдем искомый закон движения в следующей

довольно сложной форме:

$$t = \frac{a^2 mk \gamma}{3Q^2 \mu} \left[ \left( h_{\kappa}^2 - \frac{2Q\mu}{ak\gamma} x_0 \right)^{\frac{3}{2}} - \left( h_{\kappa} - \frac{2Q\mu}{ak\gamma} x \right)^{\frac{3}{2}} \right]. \quad (13, X)$$

Если в последнее уравнение вместо  $x$  подставить величину  $L_{\kappa}$ , то можно подсчитать период времени, в течение которого частица жидкости дойдет до галереи, начав движение из положения, характеризуемого абсциссой  $x_0$ .

Итак, формулы (4, X) и (7, X) определяют форму депрессионной кривой, формулы (6, X) и (9, X) — дебит скважины, а формула (13, X) — закон движения. Следует помнить, что все эти формулы приближенные, ибо они основаны на упомянутом выше приближенном допущении. Критические замечания по поводу этого допущения и анализ формы индикаторной кривой дебита даны в следующем параграфе.

Из формулы (4, X) или (7, X) следует, что депрессионная кривая является дугой параболы.

Сравнивая формулу (7, IX) с формулой (7, X), легко заметить аналогию: на место давлений (напоров) вошли квадраты напоров.

Сохраним все условия только что рассмотренной задачи, но допустим, что движение жидкости во всем пласте подчиняется нелинейному закону фильтрации. Тогда вместо исходного уравнения (1, X) получим<sup>1</sup>:

$$Q = azv = azc \left( -\frac{dz}{dx} \right)^{\frac{1}{n_0}}, \quad (14, X)$$

где  $c$  и  $n_0$  — постоянные величины, причем  $1 < n_0 \ll 2$ . Разделим переменные в последнем уравнении:

$$z^{n_0} dz = - \left( \frac{Q}{ac} \right)^{n_0} dx. \quad (15, X)$$

Проинтегрировав уравнение (15, X), сможем, как и в предыдущем случае, найти уравнение депрессионной кривой, закон движения и формулу дебита. Так, например, формула дебита будет иметь следующий

<sup>1</sup>При сопоставлении с теми формулами нелинейных законов фильтрации, которые были рассмотрены в главе VII, следует иметь в виду, что  $\frac{1}{n_0} = n$  [см. также подстрочное примечание к формуле (64, IX)].

вид:

$$Q = ac \left[ \frac{h_{\kappa}^{n_0+1} - h_{\Gamma}^{n_0+1}}{(n_0 + 1)L_{\kappa}} \right]^{\frac{1}{n_0}}. \quad (16, X)$$

Положив в последней формуле  $n_0 = 1$ , получим из нее формулу (6, X).

### § 3. Движение жидкости со свободной поверхностью к скважинам

Допустим, что гидродинамически совершенная вертикальная скважина вскрыла первый сверху водоносный однородный пласт, дойдя до горизонтального водонепроницаемого ложа.

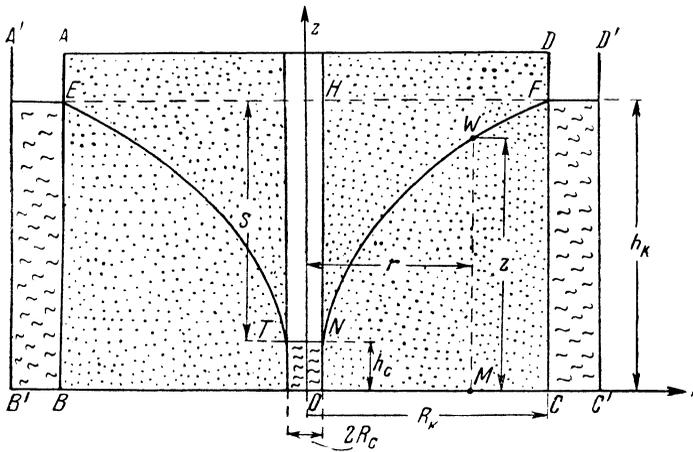


Рис. 63. Вертикальное сечение фильтрационного потока со свободной поверхностью жидкости; приток к скважине.

Предположим, что скважина расположена в центре пласта, окруженного областью питания со всех сторон; говоря точнее, считаем, что граница между областью питания и пластом имеет форму кругового цилиндра, соосного скважине. На рис. 63 схематически изображено вертикальное сечение  $ABCD$  пласта, проходящее через ось скважины  $z$ ;  $AD$  — поверхность земли,  $BC$  — горизонтальное ло-

же.  $A'B'BA$  и  $DCC'D'$  — сечения области питания, в которой уровень жидкости поддерживается на постоянной высоте  $h_k$ .

Пунктирная линия  $ENF$  указывает положение статического уровня воды (невозмущенного зеркала) в пласте и в скважине при отсутствии отбора воды из скважины.  $NT$  — динамический уровень воды в скважине, поддерживаемый при откачке на постоянной высоте  $h_c$ ,  $NWF$  и  $TE$  — вертикальные сечения поверхности депрессии (возмущенного зеркала воды) при установившемся отборе воды из скважины. Линии  $NWF$  и  $TE$  называют депрессионными кривыми. Радиусы скважины и области питания обозначены через  $R_c$  и  $R_k$ .

Как и в задаче предыдущего параграфа, формы депрессионной кривой, траекторий движения частиц жидкости и поверхностей равного напора заранее неизвестны; несомненно только, что траектории в плане прямолинейны.

При сформулированных условиях точное исследование задачи сопряжено с большими математическими трудностями; обычно предпочитают пользоваться приближенным методом.

Допустим, что в фильтрационном потоке проведены вертикальные цилиндрические поверхности, соосные скважине.

Принимается, что во всех точках каждой из упомянутых поверхностей скорости фильтрации равны и весьма мало наклонены к горизонту: траектории приближенно считают горизонтальными и прямолинейными.

Такое приближенное допущение позволило использовать для решения задачи теорию плоского радиального движения. Действительно, допустим, что линия  $MW$  является следом одной из упомянутых цилиндрических поверхностей; высота цилиндра  $MW = z$ , радиус цилиндра —  $r$ . Расход жидкости  $Q$  через эту цилиндрическую поверхность может быть вычислен с помощью следующей формулы, если движение жидкости в пласте подчиняется линейному закону фильтрации:

$$Q = 2\pi r z v = 2\pi r z \frac{k\gamma}{\mu} \frac{dz}{dr}, \quad (17, X)$$

где  $v$  — скорость фильтрации в любой точке сечения  $MW$ ; эта скорость считается пропорциональной уклону свободной поверхности жидкости именно в точке  $W$ .

Разделим переменные в формуле (17, X):

$$z dz = \frac{Q\mu}{2\pi k\gamma} \frac{dr}{r}. \quad (18, X)$$

Проинтегрируем последнее уравнение:

$$\int_z^{h_{\kappa}} z dz = \frac{Q\mu}{2\pi k\gamma} \int_r^{R_{\kappa}} \frac{dr}{r}, \quad (19, X)$$

откуда

$$z^2 = h_{\kappa}^2 - \frac{Q\mu}{2\pi k\gamma} \ln \frac{R_{\kappa}}{r}. \quad (20, X)$$

Подставляя в формулу (20, X)  $z = h_c$  при  $r = R_c$  или интегрируя уравнение (18, X) в соответствующих пределах, получим следующую формулу дебита скважины:

$$Q = \frac{\pi k\gamma(h_{\kappa}^2 - h_c^2)}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}. \quad (21, X)$$

Используя соотношение (8, X), формулу (21, X) перепишем так:

$$Q = \frac{\pi k\gamma s(2h_{\kappa} - s)}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} = A(2h_{\kappa}s - s^2), \quad (22, X)$$

где для краткости соответствующая группа постоянных множителей обозначена через  $A$ .

Подставляя значение дебита из формулы (21, X) в формулу (20, X), получим:

$$z^2 = h_{\kappa}^2 - \frac{h_{\kappa}^2 - h_c^2}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \ln \frac{R_{\kappa}}{r}. \quad (23, X)$$

Уравнение (20, X) или (23, X) вполне определяет формулу воронки депрессии — свободной поверхности жидкости; тем самым уравнение (23, X) позволяет выяснить распределение напоров в пласте, ибо величина  $z$  равна напору в любой точке пласта с радиусом-вектором  $r$ .

Из формулы (23, X) вытекает, что  $z = \text{const}$  при  $r = \text{const}$ . Следовательно, поверхностями равных напоров служат боковые поверхности цилиндров, соосных скважине. Поскольку этот вывод является логическим следствием приближенного допущения, следует помнить, что в действительности поверхности напора имеют более сложную форму.

Как видно из уравнения (23, X), депрессионная кривая является кривой логарифмического типа, но форма ее несколько отлична от той, которая была изучена в § 2 главы IX; именно, в формулу (23, X), в отличие от формулы (23, IX), входят вторые степени величин напоров.

Формулы (21, X) и (22, X) для дебита скважины называют формулами Дюпюи для случая притока к скважине жидкости со свободной поверхностью.

Из формулы (22, X) следует, что индикаторная линия имеет форму параболы; она изображена на рис. 64. Ось параболы направлена параллельно оси абсцисс. Вершина параболы  $B$  отвечает значению  $s = h_k$ , т. е. максимально возможному понижению уровня в скважине — до ее забоя. Понятно, что пунктирное продолжение  $BD$  параболической кривой не имеет никакого физического смысла — уровень жидкости в скважине нельзя опустить ниже ее забоя. Пунктирное продолжение  $BD$  проведено для лучшего понимания формы основного участка  $OB$  параболической кривой. Индикаторная кривая на рис. 64 соответствует также формуле дебита (9, X), выведенной в предыдущем параграфе для случая притока жидкости к прямолинейной галлерее.

Для определения закона движения частицы жидкости вдоль траектории заметим [см. формулы (17, X) и (20, X)], что

$$v = \frac{Q}{2\pi rz} = \frac{Q}{2\pi r \sqrt{h_k^2 - \frac{Q\mu}{\pi k \gamma} \ln \frac{R_k}{r}}}. \quad (24, X)$$

Подставим найденное выражение скорости фильтрации в формулу (10, VIII):

$$m \frac{dr}{dt} = - \frac{Q}{2\pi r \sqrt{h_k^2 - \frac{Q\mu}{\pi k \gamma} \ln \frac{R_k}{r}}}. \quad (25, X)$$

Разделим переменные  $r$  и  $t$  и проинтегрируем последнее уравнение:

$$t = \frac{2\pi m}{Q} \int_r^{R_0} r \sqrt{h_k^2 - \frac{Q\mu}{\pi k \gamma} \ln \frac{R_k}{r}} dr, \quad (26, X)$$

где  $R_0$  — расстояние движущейся частицы жидкости от оси скважины в момент  $t = 0$ , а  $r$  — расстояние той же частицы жидкости от скважины в момент  $t$ .

Интеграл, стоящий в правой части формулы (26, X), в конечном виде не вычисляется; его вычисление приходится выполнять либо с помощью рядов, либо численными методами. Можно предложить такой приближенный прием вычисления интеграла: заметим, что значение подынтегрального радикала равно напору  $z$  в точке пласта с координатой  $r$ . Если разбить интервал интеграции на такие участки, внутри каждого из которых величина  $z$  меняется не очень сильно, то  $z$  можно вынести за знак интеграла. Так, например, беря небольшой интервал интеграции в пределах от  $r = r_1$  до  $r = r_2$  и обозначая через  $\tilde{z}$  среднее значение напора в этом интервале изменений величины  $r$ , получим:

$$\Delta t = \frac{2\pi m}{Q} \tilde{z} \int_{r_1}^{r_2} r dr = \frac{2\pi m \tilde{z}}{Q} (r_1^2 - r_2^2), \quad (27, X)$$

где  $\Delta t$  — промежуток времени, в течение которого частица жидкости переместится с расстояния  $r_2$  до  $r_1$  от оси скважины.

Понятно, что упомянутый приближенный прием будет давать тем меньшую погрешность, чем меньше меняется величина  $z$  внутри интервала интеграции, т. е. чем дальше этот интервал от скважины и чем меньше величина самого интервала.

Подвергнем критическому анализу приближенное допущение и некоторые основанные на нем формулы.

Считая траектории движения горизонтальными, Дюпюи учитывал кривизну депрессионных линий (кривизну свободной поверхности жидкости), которые также принадлежат к семейству траекторий.

Предположение о горизонтальности траекторий, строго говоря, несовместимо с основными особенностями движения жидкости со свободной поверхностью, в котором влияние силы тяжести должно сказываться на появлении вертикальных компонент скоростей фильтрации.

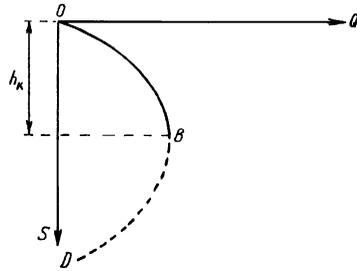


Рис. 64. Индикаторная диаграмма для скважины при притоке к ней жидкости со свободной поверхностью в условиях гравитационного режима.

Формулы дебита и рис. 64 указывают на то, что величина дебита стремится к своему максимальному конечному значению при  $s \rightarrow h_k$ , т. е. когда  $h_c \rightarrow 0$ .

Последнее означает, что мощность (высота) фильтрационного потока вблизи стенки скважины стремится к нулю, но тогда скорость

фильтрации вблизи забоя должна неограниченно возрастать (чтобы получить конечный расход потока, необходимо неограниченно увеличивать его скорость, если площадь поперечного сечения потока неограниченно убывает).

Конечно, последние перечисленные выводы либо противоречивы, либо физически нереальны, их абсурдность указывает на то, что приближенные формулы дебита, а также формулы (20, X) и (23, X) можно применять только с известным ограничением. Действительно, приближенные допущения (о горизонтальности скоростей фильтрации и т. д.), лежащие в основе вывода всех приведенных выше формул, справедливы тем с большей точностью, чем меньше понижение уровня жидкости в скважине и чем меньше глубина фильтрационного потока, т. е. чем больше размеры пласта (радиус  $R_c$ ) по сравнению с первоначальной мощностью  $h_k$  водоносного слоя. Поэтому нельзя пользоваться формулой Дюпюи для анализа максимально возможного понижения уровня жидкости в скважине. Наоборот, при сравнительно малых понижениях уровня этой формулой с успехом пользуются в гидрогеологической практике.

Учитывая приближенность допущения Дюпюи, Козени попытался провести более строгое исследование движения жидкости со свободной поверхностью.

Эти исследования также оказались далеко не точными, а предложенные расчетные формулы были весьма громоздки. Однако справедливо была отмечена важность явления «скачка» (прыжка). Сущность этого явления состоит в следующем: в процессе откачки воды из колодца (скважины) динамический уровень в нем оказывается стоящим ниже, чем уровень воды в пласте непосредственно у стенки колодца.

На рис. 65 схематично изображены: динамический уровень  $AB$  воды в колодце  $MN$ , уровень  $EC$  воды в пласте у стенки колодца, вертикальные сечения  $CD$  и  $EF$  ближайшей к колодцу части свободной поверхности воды в пласте.

Точки  $E$  и  $C$  лежат выше  $AB$ , длины отрезков  $AE$  и  $BC$  определяют высоту «скачка». Поверхность стенки колодца на участке  $EA$  называется поверхностью высачивания<sup>1</sup>.

Экспериментальные и теоретические исследования других авторов [120 и др.] показали, что существенное влияние на приток воды к скважине оказывает так называемый «капиллярный слой» воды над ее свободной поверхностью в пласте. Чем больше высота столба воды в скважине и в области питания по сравнению

<sup>1</sup>Глубокие исследования движения воды в пласте в условиях гравитационного режима (при учете граничных условий на поверхности высачивания) были выполнены П. Я. Полубариновой-Кочиной [143].

с высотой капиллярного поднятия, тем меньше влияние капиллярного слоя и тем точнее оказывается формула (21, X). Следует отметить, что еще более чем за 40 лет до появления упомянутой работы американских авторов, в конце 80-х годов прошлого века, проф. Н. Е. Жуковский отмечал необходимость учитывать явления капиллярного поднятия при изучении движения грунтовых вод.

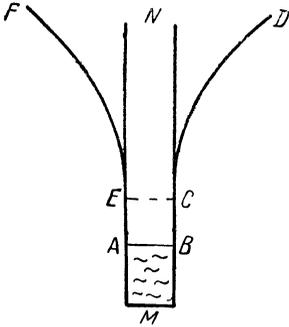


Рис. 65. Схематическое изображение «скачка» при переходе от уровня воды в колодце к уровню воды в пласте.

Новейшие исследования вновь подтвердили высокую точность формулы дебита (21, X) при малых пониженных уровнях жидкости в скважине и, наоборот, выяснили довольно значительные неточности формулы (23, X), служащей для определения формы свободной поверхности жидкости в пласте.

Перейдем к изучению радиального притока к скважине жидкости со свободной поверхностью в том случае, когда в пласте справедлив нелинейный закон фильтрации.

Сохраним все условия рассматриваемой задачи, сформулированные в начале данного параграфа, но допустим, что движение жидкости во всем пласте подчиняется не линейному закону фильтрации, а нелинейному<sup>2</sup>. Тогда вместо формулы (17, X) получим:

$$Q = 2\pi r z v = 2\pi r z c \left( \frac{dz}{dr} \right)^{\frac{1}{n_0}}, \quad (28, X)$$

где  $c$  и  $n$  — постоянные величины, причем  $1 < n_0 \ll 2$ .

Разделим переменные  $z$  и  $r$  в последнем уравнении:

$$\left( \frac{Q}{2\pi c} \right)^{n_0} \frac{dr}{r^{n_0}} = z^{n_0} dz. \quad (29, X)$$

Для определения формы депрессионной кривой проинтегрируем

<sup>2</sup>При сравнении с формулами главы VII и здесь следует учитывать, что  $n = \frac{1}{n_0}$  [см. подстрочные примечания к формулам (64, IX) и (14, X)].

уравнение (29, X):

$$\left(\frac{Q}{2\pi c}\right)^{n_0} \int_r^{R_k} \frac{dr}{r^{n_0}} = \int_z^{h_k} z^{n_0} dz, \quad (30, X)$$

откуда

$$z^{n_0+1} = h_k^{n_0+1} - \frac{n_0+1}{n_0-1} \left(\frac{Q}{2\pi c}\right)^{n_0} \left(\frac{1}{r^{n_0-1}} - \frac{1}{h_k^{n_0-1}}\right). \quad (31, X)$$

Для вывода формулы дебита скважины проинтегрируем уравнение (29, X) в других пределах:

$$\left(\frac{Q}{2\pi c}\right)^{n_0} \int_{R_c}^{R_k} \frac{dr}{r^{n_0}} = \int_{h_c}^{h_k} z^{n_0} dz, \quad (32, X)$$

откуда

$$Q = 2\pi c \left[ \frac{n_0-1}{n_0+1} \frac{h_k^{n_0+1} - h_c^{n_0+1}}{\frac{1}{R_c^{n_0-1}} - \frac{1}{R_k^{n_0-1}}} \right]^{\frac{1}{n_0}} \quad (33, X)$$

Конечно, последнюю формулу можно было бы вывести из уравнения (31, X), положив  $z = h_c$ ,  $r = R_c$ .

Заметим, что при  $R_k \gg R_c$  и при значении  $n_0$  не слишком близком к единице, величиной  $\frac{1}{R_c^{n_0-1}}$  можно пренебречь по сравнению с  $\frac{1}{R_k^{n_0-1}}$ .

Если в формуле (33, X) принять  $n_0 = 2$ , то получим формулу, впервые выведенную Краснопольским для трещиноватых пород.

Заметим, что формулы (28, X)–(33, X) могут иметь лишь ограниченное применение, указывая влияние нарушения линейного закона фильтрации в том теоретически возможном (или осуществленном в эксперименте на специальной модели) случае, когда нарушение закона фильтрации охватывает весь пласт. Как показывают рассуждения § 6 главы IX, при движении к скважине жидкости со свободной поверхностью было бы правильнее учитывать возможность появления ограниченной зоны кризиса линейного закона фильтрации и рассматривать движение жидкости при одновременном существовании по крайней мере двух (а еще правильнее нескольких) режимов фильтрации.

---

---

## ГЛАВА XI

# Одномерное и радиальное движения сжимаемой жидкости в пористой среде по линейному закону фильтрации

### § 1. Одномерная установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости

Согласно линейному закону фильтрации массовая скорость фильтрации жидкости (т.е. произведение скорости фильтрации на плотность жидкости) при одномерном движении (см. рис. 53а) равна:

$$\rho v = -\frac{k}{\mu} \rho \frac{dp}{dx}, \quad (1, \text{XI})$$

где все обозначения прежние.

Выразим давление  $p$  через плотность жидкости  $\rho$ .

Согласно формуле (11, III), приведенной в § 2 главы III, коэффициент объемного упругого расширения жидкости

$$\beta = -\frac{d\Omega_{\text{ж}}}{\Omega_{\text{ж}} dp}. \quad (11, \text{III})$$

Но

$$\Omega_{\text{ж}} = \frac{M}{\rho}, \quad d\Omega_{\text{ж}} = -\frac{M d\rho}{\rho^2},$$

где  $M$  — масса рассматриваемого объема жидкости  $\Omega_{\text{ж}}$  ( $M = \text{const}$ ).

Подставляя эти значения  $\Omega_{\text{ж}}$  и  $d\Omega_{\text{ж}}$  в уравнение (11, III), находим:

$$\beta = \frac{d\rho}{\rho dp}.$$

Разделяя переменные  $\rho$  и  $p$ , имеем:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \beta dp.$$

Полагая  $\beta$  постоянным и интегрируя полученное уравнение по  $p$  в пределах от  $p_{\text{ат}}$  до  $p$  и  $\varrho$  соответственно от  $\varrho_{\text{ат}}$  до  $\varrho$ , находим:

$$\ln \frac{\varrho}{\varrho_{\text{ат}}} = \beta(p - p_{\text{ат}}),$$

откуда уравнение состояния жидкости может быть написано в виде:

$$\varrho = \varrho_{\text{ат}} e^{\beta(p - p_{\text{ат}})}, \quad (2, \text{ XI})$$

где  $\varrho_{\text{ат}}$  — плотность жидкости при атмосферном давлении  $p_{\text{ат}}$ ;  
 $\beta$  — коэффициент объемного упругого расширения жидкости;  
 $p$  — давление в точке, в которой плотность жидкости равна  $\varrho$ .  
 Логарифмируя уравнение (2, XI), имеем:

$$\ln \varrho = \ln \varrho_{\text{ат}} + \beta(p - p_{\text{ат}}),$$

откуда

$$p = p_{\text{ат}} + \frac{1}{\beta} \ln \frac{\varrho}{\varrho_{\text{ат}}}. \quad (3, \text{ XI})$$

Дифференцируя уравнение (3, XI) по  $x$ , легко найти градиент давления  $\frac{dp}{dx}$ :

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{\varrho} \frac{d\varrho}{dx}. \quad (3', \text{ XI})$$

Подставляя это значение  $\frac{dp}{dx}$  в уравнение (1, XI), имеем:

$$\varrho v = -\frac{k}{\beta\mu} \frac{d\varrho}{dx}. \quad (4, \text{ XI})$$

Обозначим массовый расход жидкости через  $Q_{\text{м}}$

$$Q_{\text{м}} = |\varrho v| \cdot F = \varrho Q, \quad (5, \text{ XI})$$

где  $F$  — площадь вертикального сечения пласта;  
 $Q$  — объемный расход жидкости.

Умножая уравнение (4, XI) на  $F$ , получим:

$$Q_{\text{м}} = \frac{kF}{\beta\mu} \frac{d\varrho}{dx}. \quad (6, \text{ XI})$$

Так как при установившемся движении массовый расход жидкости  $Q_M$  есть величина постоянная, то уравнение (6, XI) содержит две переменных —  $\varrho$  и  $x$ , разделяя которые, имеем:

$$d\varrho = \frac{\beta\mu Q_M}{kF} dx. \quad (7, XI)$$

Граничные условия формулируются следующим образом: при

$$\begin{aligned} x = 0, & \quad \varrho = \varrho_\Gamma, \\ x = L_K, & \quad \varrho = \varrho_K. \end{aligned} \quad (8, XI)$$

где  $\varrho_\Gamma$  — плотность жидкости у входа в галерею (т.е. на выходе из пласта);

$\varrho_K$  — плотность жидкости на контуре питания, удаленном от галереи на расстояние  $L_K$ .

Интегрируя уравнение (7, XI) в пределах от  $\varrho_\Gamma$  до  $\varrho_K$  и от 0 до  $L_K$ , имеем:

$$\int_{\varrho_\Gamma}^{\varrho_K} d\varrho = \frac{\beta\mu Q_M}{kF} \int_0^{L_K} dx,$$

что дает

$$\varrho_K - \varrho_\Gamma = \frac{\beta\mu Q_M L_K}{kF},$$

откуда получаем формулу для определения массового расхода жидкости

$$Q_M = \frac{kF}{\beta\mu} \frac{(\varrho_K - \varrho_\Gamma)}{L_K}. \quad (9, XI)$$

Для нахождения распределения давления в пласте, проинтегрируем уравнение (7, XI) в пределах от  $\varrho_\Gamma$  до  $\varrho$  и от 0 до  $x_\varrho$

$$\int_{\varrho_\Gamma}^{\varrho} d\varrho = \frac{\beta\mu Q_M}{kF} \int_0^x dx;$$

откуда

$$\varrho = \varrho_\Gamma + \frac{\beta\mu Q_M}{kF} x. \quad (10, XI)$$

Но из формулы (9, XI) имеем:

$$\frac{\beta \mu Q_M}{kF} = \frac{\varrho_K - \varrho_\Gamma}{L_K}.$$

Подставляя это выражение в уравнение (10, XI), имеем:

$$\varrho = \varrho_\Gamma + \frac{\varrho_K - \varrho_\Gamma}{L_K} x. \quad (11, XI)$$

Формулы (10, XI) и (11, XI) дают изменение плотности жидкости в пласте в направлении  $x$ . Для определения давления в пласте нужно значения  $\varrho$ , найденные по формулам (10, XI) или (11, XI), подставить в уравнение (3, XI).

Разложим входящую в уравнение состояния (2, XI) величину  $e^{\beta(p-p_{ат})}$  в ряд по степеням  $\beta(p-p_{ат})$ ,

$$\begin{aligned} e^{\beta(p-p_{ат})} &= 1 + \beta(p-p_{ат}) + \frac{1}{2!} \beta^2(p-p_{ат})^2 + \\ &+ \frac{1}{3!} \beta^3(p-p_{ат})^3 + \dots \end{aligned} \quad (12, XI)$$

Пусть

$$\beta = 5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{ат}, \quad (p-p_{ат}) = 100 ат.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \beta(p-p_{ат}) &= 5 \cdot 10^{-3}; \\ \frac{1}{2!} \beta^2(p-p_{ат})^2 &= 1,25 \cdot 10^{-5}; \\ \frac{1}{3!} \beta^3(p-p_{ат})^3 &= 2,084 \cdot 10^{-7}. \end{aligned}$$

Из рассмотренного примера очевидно, что для решения практических задач можно с высокой степенью точности ограничиться первыми тремя членами ряда (12, XI). Это позволяет написать уравнение состояния в виде:

$$\varrho = \varrho_{ат} \left[ 1 + \beta(p-p_{ат}) + \frac{1}{2} \beta^2(p-p_{ат})^2 \right]. \quad (13, XI)$$

Исходя из уравнения (13, XI), имеем:

$$\begin{aligned} \rho_{\kappa} - \rho_{\Gamma} &= \rho_{\text{ат}} \left\{ \left[ 1 + \beta(p_{\kappa} - p_{\text{ат}}) + \frac{1}{2} \beta^2 (p_{\kappa} - p_{\text{ат}})^2 \right] - \right. \\ &\quad \left. - \left[ 1 + \beta(p_{\Gamma} - p_{\text{ат}}) + \frac{1}{2} \beta^2 (p_{\Gamma} - p_{\text{ат}})^2 \right] \right\} = \\ &= \rho_{\text{ат}} \beta (p_{\kappa} - p_{\Gamma}) (1 + \beta \tilde{p}'), \end{aligned} \quad (14, \text{XI})$$

где  $\tilde{p}'$  — среднеарифметическая величина между избыточными давлениями на контуре питания и в галлерее.

$$\tilde{p}' = \frac{p_{\kappa} + p_{\Gamma}}{2} - p_{\text{ат}}.$$

Из формул (9, XI) и (5, XI) легко найти объемный расход жидкости  $Q = \frac{Q_{\text{м}}}{\varrho}$

$$Q = \frac{kF}{\beta\mu} \frac{\rho_{\kappa} - \rho_{\Gamma}}{L_{\kappa}} \cdot \frac{1}{\varrho}. \quad (15, \text{XI})$$

Как видно из формулы (15, XI), объемный расход сжимаемой жидкости в случае установившегося движения есть величина переменная, поскольку плотность жидкости  $\varrho$  есть функция  $x$  (см. формулу 11, XI).

Разделив объемный расход жидкости на площадь  $F$ , найдем скорость фильтрации  $v$ , являющуюся также переменной величиной:

$$v = -\frac{k}{\beta\mu} \frac{\rho_{\kappa} - \rho_{\Gamma}}{L_{\kappa}} \frac{1}{\varrho}. \quad (16, \text{XI})$$

Знак минус в правой части формулы (16, XI) указывает, что скорость фильтрации направлена противоположно направлению оси  $x$ .

Подставляя в формулу (15, XI) вместо  $\varrho$  величину  $\rho_{\text{ат}}$ , получим приведенный к атмосферному давлению объемный расход жидкости  $Q_{\text{ат}}$

$$Q_{\text{ат}} = \frac{kF}{\beta\mu\rho_{\text{ат}}} \frac{(\rho_{\kappa} - \rho_{\Gamma})}{L_{\kappa}}. \quad (17, \text{XI})$$

Подставляя сюда вместо  $(\rho_{\kappa} - \rho_{\Gamma})$  его значение из уравнения (14, XI), имеем:

$$Q_{\text{ат}} = \frac{kF}{\mu} \frac{(\rho_{\kappa} - \rho_{\Gamma})}{L_{\kappa}} (1 + \beta \tilde{p}'). \quad (18, \text{XI})$$

В случае же установившейся одномерной фильтрации несжимаемой жидкости объемный расход жидкости  $Q_n$  (см. формулу 14', IX) равен:

$$Q_n = \frac{kF}{\mu} \frac{\varrho_k - \varrho_r}{L_k}. \quad (19, XI)$$

Сравнение формул (18, XI) и (19, XI) показывает, что при одинаковых граничных условиях приведенный к атмосферному давлению объемный расход сжимаемой жидкости  $Q_{ат}$  отличается от расхода несжимаемой жидкости  $Q_n$  лишь на множитель  $(1 + \beta \tilde{p}')$ . Но величина  $\beta \tilde{p}'$  мала по сравнению с 1. Так при  $\beta = 5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{ат}$  и  $\tilde{p}' = 100 ат$ ,  $\beta \tilde{p}' = 5 \cdot 10^{-3}$ . Поэтому при решении большинства практических задач с достаточной точностью [учитывая точность определения других коэффициентов, входящих в уравнение (16, XI) и в уравнение (17, XI)] можно считать, что расход сжимаемой и несжимаемой жидкости при одинаковых граничных и прочих условиях одинаков и для определения расхода сжимаемой жидкости надо пользоваться формулой (17, XI).

Близость значений расходов сжимаемой и несжимаемой жидкости указывает на близость кривых распределения давления в пласте, поскольку расход жидкости прямо пропорционален градиенту давления. Действительно, дифференцируя уравнение (11, XI) по  $x$  и учитывая приближенное равенство (14, XI), имеем:

$$\frac{d\varrho}{dx} = \frac{\varrho_k - \varrho_r}{L_k} \simeq \frac{\varrho_{ат} \beta (p_k - p_r) (1 + \beta \tilde{p}')}{L_k}.$$

Подставляя это значение градиента плотности в формулу (3', XI), получим:

$$\frac{dp}{dx} \simeq \frac{\varrho_{ат}}{\varrho} \frac{(p_k - p_r) (1 + \beta \tilde{p}')}{L_k}. \quad (20, XI)$$

В случае же одномерной фильтрации несжимаемой жидкости градиент давления  $\left(\frac{dp}{dx}\right)_н$  согласно формуле (15', IX) равен:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_н = \frac{p_k - p_r}{L_k}. \quad (21, XI)$$

Разделив (20, XI) на (21, XI) и учитывая малую сжимаемость жид-

кости, имеем:

$$\frac{\frac{dp}{dx}}{\left(\frac{dp}{dx}\right)_n} = \frac{\varrho}{\varrho_{\text{ат}}} (1 + \beta \tilde{p}') \cong 1. \quad (22, \text{XI})$$

Но если значения градиентов давления в каждой точке пласта при фильтрации сжимаемой и несжимаемой жидкости практически совпадают (при прочих равных условиях), то и соответствующие кривые распределения в пласте должны также совпадать.

Отсюда вытекает, что при решении ряда практических задач, связанных с фильтрацией сжимаемой жидкости, можно пользоваться формулами распределения давления для несжимаемой жидкости.

## § 2. Радиальная установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости

При плоском радиальном движении сжимаемой жидкости по линейному закону фильтрации в направлении, противоположном направлению оси  $r$ , массовая скорость фильтрации равна:

$$\varrho v = -\frac{k}{\mu} \varrho \frac{dp}{dr}. \quad (23, \text{XI})$$

Из формулы (3, XI) градиент давления будет:

$$\frac{dp}{dr} = \frac{1}{\beta} \frac{1}{\varrho} \frac{d\varrho}{dr}. \quad (24, \text{XI})$$

Подставляя это значение  $\frac{dp}{dr}$  в уравнение (23, XI), получим:

$$\varrho v = -\frac{k}{\beta \mu} \frac{d\varrho}{dr}. \quad (25, \text{XI})$$

Массовый расход жидкости  $Q_m$  получим, умножив модуль массовой скорости  $\varrho v$  на площадь сечения  $F = 2\pi r b$ , где  $b$  — мощность пласта:

$$Q_m = |\varrho v| F = \frac{2\pi k b}{\beta \mu} r \frac{d\varrho}{dr}.$$

Разделяя переменные  $\varrho$  и  $r$ , имеем:

$$d\varrho = \frac{\beta\mu Q_M}{2\pi kb} \frac{dr}{r}. \quad (26, XI)$$

Граничные условия формулируются следующим образом: при

$$\begin{aligned} r = R_c & \quad \varrho = \varrho_c, \\ r = R_k & \quad \varrho = \varrho_k, \end{aligned} \quad (27, XI)$$

где  $\varrho_c$  — плотность жидкости на контуре скважины радиуса  $R_c$ ;  
 $\varrho_k$  — плотность жидкости на круговом контуре области питания радиуса  $R_k$ .

Интегрируя уравнение (26, XI) в пределах от  $\varrho_c$  до  $\varrho_k$  и от  $R_c$  до  $R_k$  и решая полученное уравнение относительно  $Q_M$ , найдем формулу массового расхода жидкости в виде:

$$Q_M = \frac{2\pi kb}{\beta\mu} \frac{(\varrho_k - \varrho_c)}{\ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (28, XI)$$

Проинтегрируем уравнение (26, XI) в пределах от  $\varrho_c$  до  $\varrho$  и от  $R_c$  до  $r$ :

$$\int_{\varrho_c}^{\varrho} d\varrho = \frac{\beta\mu Q_M}{2\pi kb} \int_{R_c}^r \frac{dr}{r},$$

отсюда

$$\varrho = \varrho_c + \frac{\beta\mu Q_M}{2\pi kb} \ln \frac{r}{R_c}. \quad (29, XI)$$

Но из формулы (28, XI) имеем:

$$\frac{\beta\mu Q_M}{2\pi kb} = \frac{\varrho_k - \varrho_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}}.$$

Подставляя это выражение в уравнение (29, XI), получим:

$$\varrho = \varrho_c + \frac{(\varrho_k - \varrho_c)}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}. \quad (30, XI)$$

Формулы (29, XI) и (30, XI) дают изменение плотности жидкости в пласте в направлении  $r$ . Для определения давления в различных точках пласта нужно найденные по формулам (29, XI) и (30, XI) значения  $\varrho$  подставить в уравнение (3, XI).

Найдем объемный расход жидкости  $Q$ :

$$Q = \frac{Q_m}{\varrho} = \frac{2\pi kb}{\beta\mu} \frac{(\varrho_k - \varrho_c)}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \cdot \frac{1}{\varrho}. \quad (31, XI)$$

Разделив объемный расход  $Q$  на площадь  $F = 2\pi rb$ , найдем скорость радиальной фильтрации жидкости, направленную противоположно направлению оси  $r$ :

$$v = -\frac{k}{\beta\mu} \cdot \frac{(\varrho_k - \varrho_c)}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \frac{1}{\varrho r}. \quad (32, XI)$$

Подставляя в формулу (31, XI)  $\varrho = \varrho_{ат}$ , получим величину приведенного к атмосферному давлению расхода сжимаемой жидкости  $Q_{ат}$ :

$$Q_{ат} = \frac{2\pi kb}{\beta\mu_{\varrho_{ат}}} \frac{\varrho_k - \varrho_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (33, XI)$$

По аналогии с формулой (14, XI) имеем:

$$(\varrho_k - \varrho_c) \cong \varrho_{ат} \beta (p_k - p_r) (1 + \beta \tilde{p}'), \quad (34, XI)$$

где

$$\tilde{p}' = \frac{p_k + p_c}{2} - p_{ат}.$$

Подставляя это значение  $(\varrho_k - \varrho_c)$  в уравнение (33, XI), получим:

$$Q_{ат} = \frac{2\pi kb}{\mu} \frac{(\varrho_k - \varrho_c)}{\ln \frac{R_k}{R_c}} (1 + \beta \tilde{p}'). \quad (35, XI)$$

Формула (35, XI) отличается от известной формулы (21, IX) для дебита несжимаемой жидкости на постоянный множитель  $(1 + \beta \tilde{p}')$ .

Поскольку, как указывалось в § 1, величина  $\beta\tilde{r}'$  мала по сравнению с единицей, при решении практических задач дебит (объемный расход  $Q$ ) скважины при радиальной фильтрации сжимаемой жидкости с достаточной точностью можно определить по формуле Дюпюи

$$Q = \frac{2\pi kb}{\mu} \frac{(\rho_k - \rho_c)}{\ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (21, IX)$$

Произведя далее вычисления, аналогичные приведенным в § 1, получим формулу (22, XI), из которой следует, что кривые распределения давления в пласте при радиальной установившейся фильтрации сжимаемой и несжимаемой жидкости практически совпадают.

В связи с изложенным очевидно, что все соображения, приведенные в § 2 и 3 главы IX, о форме изобар и линий тока, о зависимости дебита скважины от ее радиуса и расстояния до контура питания, о «воронке депрессии» и пр. справедливы и для установившейся фильтрации сжимаемой жидкости в аналогичных условиях.

### § 3. Приближенное решение задачи о неустановившейся радиальной фильтрации сжимаемой жидкости

До вскрытия пласта скважиной давление  $p$ , а следовательно, и плотность жидкости  $\rho$  во всей нефтяной залежи одинаковы и равны первоначальному пластовому давлению и соответствующей ему плотности жидкости. Рассмотрим горизонтальный пласт, пренебрегая действием силы тяжести вследствие незначительной мощности пласта по сравнению с напором жидкости.

Выясним, что происходит в пласте при вскрытии его скважиной в условиях упругого режима. Схема пласта изображена на рис. 54.

Начиная с момента вскрытия нефтяной залежи, по мере отбора жидкости, падение давления распространяется от скважины к контуру питания. Падение давления-приводит к расширению находящейся в пласте жидкости и вытеснению за счет этого нефти из пласта в скважину.

Назовем этот процесс увеличения «радиуса действия»  $R_k$  скважины или, иными словами, расширения «воронки депрессии» первой фазой неустановившегося движения<sup>1</sup>. Характерной особенностью ее яв-

<sup>1</sup>Величина  $R_k$  является условной и определяется по методу последовательной смены стационарных состояний (см. дальше).

ляется постоянство давления на внешней границе воронки депрессии, величина которого равна первоначальному пластовому давлению.

С того момента, когда радиус воронки депрессии  $r_k$  достигнет контура области питания, на котором в условиях водонапорного режима давление  $p_k$  можно во многих случаях считать постоянным, движение жидкости станет установившимся и при решении практических задач можно (как указывалось в § 1 и 2 настоящей главы) считать жидкость несжимаемой.

Если количество жидкости, поступающей в пласт в области питания, меньше количества жидкости, отбираемой из пласта, или равно нулю, то движение жидкости в пласте будет происходить в условиях падения контурного давления, характеризующего истощение пластовой энергии. Назовем этот процесс истощения нефтяной залежи второй фазой неустановившейся фильтрации.

Поскольку разработка нефтяных месторождений производится в течение длительных промежутков времени, исчисляемых годами, изменения во времени дебита жидкости и давления в пласте происходят относительно медленно. Это позволяет для решения задачи о неустановившейся фильтрации сжимаемой жидкости воспользоваться методом последовательной смены стационарных состояний, при применении которого *приблизительно* принимается, что в каждый момент времени дебит жидкости и распределение давления в пласте такие же, как в случае установившейся фильтрации жидкости при тех же граничных условиях. Рассматривая неустановившуюся радиальную фильтрацию сжимаемой жидкости как непрерывную последовательность стационарных состояний, для определения дебита скважины и забойного давления в пласте можно воспользоваться формулами, приведенными в § 2 настоящей главы.

### 1. Случай, когда дебит скважины является постоянным

Пусть ко времени  $t$  (время, истекшее с момента ввода скважины в эксплуатацию) падение давления распространилось на расстояние  $R_k$  от скважины. Тогда масса жидкости, извлеченной из пласта за время  $t$ , равна  $Q_m t$ , где массовый расход  $Q_m = \text{const}$ . С другой стороны, масса извлеченной из пласта жидкости равна изменению массы жидкости, находящейся в пласте.

Следовательно,

$$Q_m t = \Omega(\rho_k - \bar{\rho}), \quad (36, \text{XI})$$

где  $\Omega$  — объем порового пространства области пласта, ограниченной окружностью радиуса  $R_k$ ,

$$\Omega = \pi(R_k^2 - R_c^2)bm, \quad (37, \text{XI})$$

где  $\varrho_{\kappa}$  — плотность жидкости в точках пласта, для которых координата  $r \geq R_{\kappa}$ ;  $\varrho_{\kappa} = \text{const}$ ;

$\tilde{\varrho}$  — средневзвешенная по объему  $Q$  плотность жидкости

$$\tilde{\varrho} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \varrho d\Omega. \quad (38, \text{ XI})$$

Остальные обозначения прежние.

Подставляя в уравнение (36, XI) вместо массового расхода жидкости  $Q_m$  и объема порового пространства  $\Omega$  их значения из формул (28, XI) и (37, XI), получим:

$$\frac{2\pi kb}{\beta\mu} \frac{(\varrho_{\kappa} - \varrho_c)}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} = \pi(R_{\kappa}^2 - R_c^2)bm(\varrho_{\kappa} - \tilde{\varrho}). \quad (39, \text{ XI})$$

Обозначим

$$\varepsilon = \frac{\varrho_c}{\varrho_{\kappa}}; \quad R_{\kappa}^* = \frac{R_{\kappa}}{R_c}; \quad \xi = \frac{\tilde{\varrho}}{\varrho_{\kappa}}. \quad (40, \text{ XI})$$

Тогда уравнение (39, XI) после сокращения на  $\pi b \varrho_{\kappa}$  и вынесения за скобки  $R_c^2$  можно переписать в виде:

$$\frac{2k(1 - \varepsilon)}{m\beta\mu R_c^2} t = \ln R_{\kappa}^*(R_{\kappa}^{*2} - 1)(1 - \xi). \quad (41, \text{ XI})$$

Для нахождения величины  $\xi$  определим средневзвешенную по объему плотность жидкости  $\tilde{\varrho}$ . Выделим на расстоянии  $r$  от скважины кольцевой элемент пласта шириною  $dr$  (рис. 76). Объем порового пространства этого элемента равен:

$$d\Omega = 2\pi bmrdr. \quad 42, \text{ XI}$$

Подставляя значения  $\Omega$  и  $d\Omega$ , приведенные в формулах (37, XI) и (42, XI), в уравнение (38, XI), получим:

$$\tilde{\varrho} = \frac{2}{R_{\kappa}^2 - R_c^2} \int_{R_c}^{R_{\kappa}} \varrho(r)rdr. \quad (43, \text{ XI})$$

Подставляя вместо  $\varrho(r)$  его выражение из формулы (30, XI), разделив уравнение (43, XI) на  $\varrho_{\kappa}$  и вводя переменные  $\varepsilon$ ,  $R_{\kappa}^*$  и  $\xi$ , значения которых даются формулами (40, XI), получим:

$$\xi = \frac{2}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \int_1^{R_{\kappa}} \left( \varepsilon + \frac{1 - \varepsilon}{\ln R_{\kappa}^*} \ln R \right) R^* dR^*, \quad (44, XI)$$

где  $R^* = \frac{r}{R_c}$ .

Произведя интегрирование, получим:

$$\xi = 1 - (1 - \varepsilon) \left( \frac{1}{2 \ln R_{\kappa}^*} - \frac{1}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \right), \quad (45, XI)$$

что дает

$$1 - \xi = (1 - \varepsilon) \left( \frac{1}{2 \ln R_{\kappa}^*} - \frac{1}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \right). \quad (46, XI)$$

Подставляя полученное значение  $(1 - \varepsilon)$  в уравнение (41, XI), имеем:

$$\frac{2k(1 - \varepsilon)}{m\beta\mu R_c^2} t = \ln R_{\kappa}^* (R_{\kappa}^{*2} - 1) (1 - \varepsilon) \left( \frac{1}{2 \ln R_{\kappa}^*} - \frac{1}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \right)$$

или

$$\frac{2k}{m\beta\mu R_c^2} t = \frac{R_{\kappa}^{*2} - 1}{2} - \ln R_{\kappa}^*.$$

Откуда

$$t = \frac{m\beta\mu R_c^2}{2k} \left( \frac{R_{\kappa}^{*2} - 1}{2} - \ln R_{\kappa}^* \right). \quad (47, XI)$$

Вводя безразмерное время

$$\tau = \frac{2k}{m\beta\mu R_c^2} t, \quad (48, XI)$$

получим:

$$\tau = \frac{R_{\kappa}^{*2} - 1}{2} - \ln R_{\kappa}^*. \quad (49, XI)$$

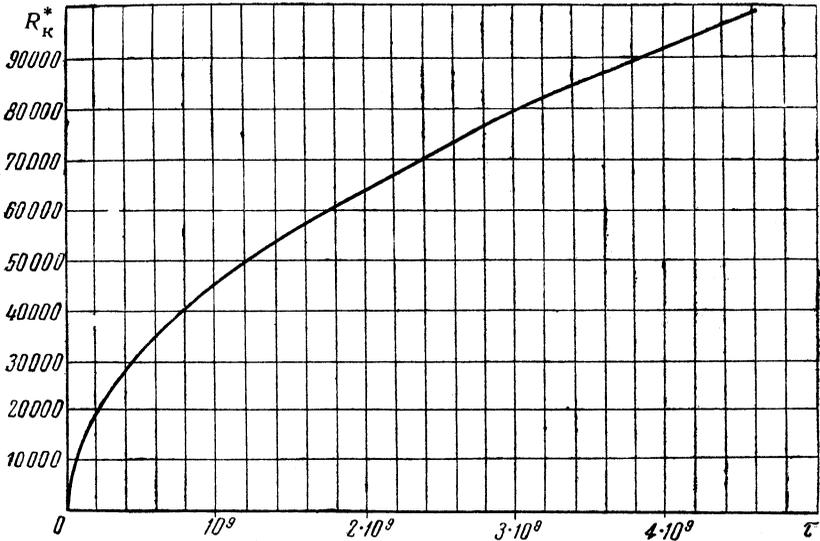


Рис. 66. Зависимость безразмерного радиуса воронки депрессии  $R_k^*$  от безразмерного времени  $\tau$  в случае эксплуатации скважины при постоянном дебите ( $Q = \text{const}$ ).

На рис. 66 приведена кривая зависимости безразмерного радиуса воронки депрессии  $R_k^*$  от безразмерного времени  $\tau$ , построенная по формуле (49, XI).

Зная значения  $R_k^*$  в различные моменты времени, легко найти соответствующие им величины забойного давления  $p_c$ . Из формулы (21, IX) имеем:

$$p_c = p_k - \frac{Q\mu \ln R_k^*}{2\pi kb}, \quad (50, XI)$$

где  $Q$  — объемный расход жидкости.

Распределение давления определяется по формуле (23, IX)<sup>2</sup>.

## 2. Случай эксплуатации скважины при постоянном противодействии

<sup>2</sup>По формуле (23, IX) Дюпюи можно определять фиктивное распределение давления, а не истинное.

Если к моменту времени  $t$  падение давления распространилось на расстояние  $r_{\kappa}$  от скважины, тогда масса жидкости, извлеченной из пласта за последующий промежуток времени  $dt$ , равна  $Q_{\text{м}}dt$ , причем

$$Q_{\text{м}}dt = d[\Omega(\varrho_{\kappa} - \tilde{\varrho})]. \quad (50, \text{XI})$$

Правая часть уравнения (50, XI) представляет изменение массы жидкости, извлеченной из пласта с начала разработки за время  $dt$ .

Подставим в уравнение (50, XI) значения  $Q_{\text{м}}$  и  $\Omega$  из формул (28, XI) и (37, XI) и введем переменные  $R_{\kappa}^*$  и  $\xi$  и величину  $\varepsilon$ , значения которых даются формулами (40, XI).

Тогда

$$\frac{2\pi kb\varrho_{\kappa}(1 - \varepsilon)}{\beta\mu \ln R_{\kappa}^*} dt = \pi b m R_c^2 \varrho_{\kappa} d[(R_{\kappa}^{*2} - 1)(1 - \xi)].$$

Подставляя в это уравнение вместо  $(1 - \xi)$  его значение из формулы (46, XI) и учитывая, что при постоянном противодавлении  $p_c = \text{const}$ ,  $\varrho_c = \text{const}$  и  $\varepsilon = \text{const}$ , после сокращения на  $\pi b \varrho_{\kappa}(1 - \varepsilon)$  получим:

$$\frac{2k}{m\beta\mu R_c^2} dt = \ln R_{\kappa}^* d \left[ (R_{\kappa}^{*2} - 1) \left( \frac{1}{2 \ln R_{\kappa}^*} - \frac{1}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \right) \right],$$

что после раскрытия скобок и нахождения полного дифференциала дает:

$$\frac{2k}{m\beta\mu R_c^2} dt = \left( R_{\kappa}^* - \frac{R_{\kappa}^{*2} - 1}{2R_{\kappa}^* \ln R_{\kappa}^*} \right) dR_{\kappa}^*.$$

Но согласно формуле (48, XI)

$$\frac{2k}{m\beta\mu R_c^2} dt = d\tau,$$

следовательно,

$$d\tau = \left( R_{\kappa}^* - \frac{R_{\kappa}^{*2} - 1}{2R_{\kappa}^* \ln R_{\kappa}^*} \right) dR_{\kappa}^*,$$

причем при  $t = 0$ ;  $\tau = 0$ ;  $R_{\kappa}^* = 1$ .

Отсюда безразмерное время равно:

$$\begin{aligned} \tau &= \int_1^{R_{\kappa}^*} \left( R_{\kappa}^* - \frac{R_{\kappa}^{*2} - 1}{2R_{\kappa}^* \ln R_{\kappa}^*} \right) dR_{\kappa}^* = \\ &= \frac{1}{2} \left( R_{\kappa}^{*2} - 1 - \int_1^{R_{\kappa}^*} \frac{R_{\kappa}^{*2} - 1}{2R_{\kappa}^* \ln R_{\kappa}^*} dR_{\kappa}^* \right). \end{aligned} \tag{51, XI}$$

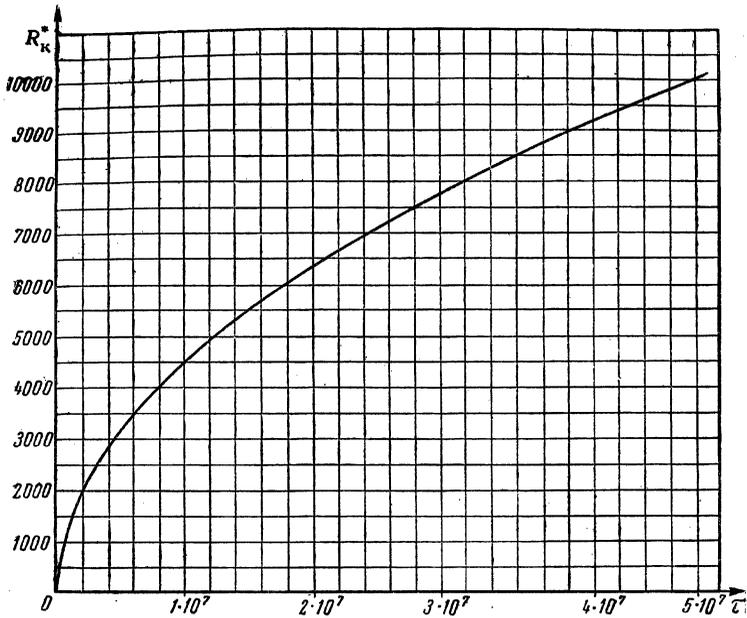


Рис. 67. Зависимость безразмерного радиуса воронки депрессии  $R_{\kappa}^*$  от безразмерного времени  $\tau$  в случае эксплуатации скважины при постоянном противодавлении ( $p_c = \text{const}$ ).

Выполнив интегрирование, получим:

$$\tau = \frac{1}{2} \left[ R_{\kappa}^{*2} - 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (\ln R_{\kappa}^*)^n}{n! n} \right]. \tag{52, XI}$$

При значительных величинах  $R_{\kappa}^*$  входящий в правую часть формулы (52, XI) ряд сходится медленно. Поэтому более удобно величину интеграла (51, XI) найти графически.

Т а б л и ц а 8

Значения безразмерного радиуса воронки депрессии  $R_{\kappa}^* = \frac{R_{\kappa}}{R_c}$   
и безразмерного дебита сжимаемой жидкости  $Q^* = \frac{\mu}{2\pi kb(p_{\kappa} - p_c)}$   
в различные моменты безразмерного времени  $\tau = \frac{2k}{m\beta\mu + \mathcal{J}R_c^2} t$  при  
постоянном противодействии на скважине

$R_{\kappa}^*$	$Q^*$	$\tau$	$R_{\kappa}^*$	$Q^*$	$\tau$
1, 15	7, 1582	0, 01103	40	0, 27108	671, 97
1, 25	4, 4822	0, 03043	50	0, 25562	1062, 9
1, 35	3, 3322	0, 059105	60	0, 24424	1554, 4
1, 45	2, 6917	0, 047345	70	0, 23538	2116, 6
1, 55	2, 2821	0, 14456	80	0, 22821	2779, 7
1, 65	1, 9984	0, 20082	90	0, 22223	3534, 1
1, 75	1, 7870	0, 26605	100	0, 21714	4380, 3
1, 85	1, 6255	0, 34019	200	0, 18873	17894
1, 95	1, 4975	0, 42317	300	0, 17532	40635
2, 0	1, 4428	0, 46797	400	0, 16690	72651
2, 5	1, 0913	1, 0360	500	0, 16091	113970
3, 0	0, 91025	1, 8209	1000	0, 14476	460820
3, 5	0, 79828	2, 8214	2000	0, 13157	1858800
4, 0	0, 72134	4, 0375	5000	0, 11741	11721000
4, 5	0, 66489	5, 4684	7000	0, 11295	23032000
5, 0	0, 62135	7, 1155	10000	0, 10857	47125000
5, 5	0, 58661	8, 9927	12000	0, 10760	67937000
6, 0	0, 55809	11, 056	15000	0, 10400	106300000
7, 0	0, 51496	15, 861	30000	0, 09700	427000000
8, 0	0, 48091	21, 533	60000	0, 090851	1714300000
9, 0	0, 45512	28, 075	80000	0, 088581	3051600000
10, 0	0, 43429	35, 489	100000	0, 086858	4772800000

В табл. 8 приведены определенные таким образом значения  $\tau$ , отвечающие различным  $R_{\kappa}^*$ . На рис. 67 приведена кривая зависимости безразмерного радиуса воронки депрессии  $R_{\kappa}^*$  от безразмерного времени  $\tau$ , построенная по данным табл. 8.

Отметим, что формулы (51, XI) и (52, XI) полностью совпадают с формулой И. А. Чарного [189]. И. А. Чарный указывает, что

при  $R^* > 1,0513$  ( $2 \ln R_k^* > 0,1$ ),

$$R_k^{*2} - 1 - \int_1^{R_k^*} \frac{R_k^{*2} - 1}{2R_k^* \ln R_k^*} dR_k^* = R_k^{*2} + \ln 10\alpha - Ei(\alpha) - 2,7253,$$

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 2 \ln R_k^*, \\ Ei(\alpha) &= \int_{-\infty}^{\alpha} \frac{e^{\alpha}}{\alpha} d\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (53, XI)$$

Интеграл (53, XI) представляет интегральный экспоненциал — табулированную функцию<sup>3</sup>.

Рассмотрение формул (48, XI), (49, XI) и (52, XI) показывает, что изменение во времени  $t$  величины  $R_k$  расширяющегося радиуса воронки депрессии не зависит от величины давления на скважине  $p_c$ , а следовательно, и от величины депрессии  $(p_k - p_c)$ <sup>4</sup>.

Из формулы (48, XI) имеем:

$$t = \frac{m\beta\mu R_c^2}{2k} \tau. \quad (54, XI)$$

Из уравнения (54, XI) видно, что продолжительность времени  $t$ , в течение которого радиус воронки депрессии достигнет величины  $R_k^*$ , прямо пропорциональна пористости пласта  $m$ , коэффициенту объемного упругого расширения жидкости  $\beta$ , ее абсолютной вязкости  $\mu$  и обратно пропорциональна коэффициенту проницаемости пласта  $k$ .

При решении задач о неустановившейся радиальной фильтрации сжимаемой жидкости при постоянном противодавлении на скважине порядок вычислений следующий: задаемся интересующим нас моментом времени  $t$  и по формуле (48, XI) находим соответствующее этому моменту времени значение безразмерного времени  $\tau$ . Далее, по приведенному на рис. 67 графику или по табл. 8 находим величину радиуса воронки депрессии  $R_k^*$ , отвечающую указанному значению  $\tau$ . Зная величину  $R_k^*$ , находим по формуле (28, XI) или по формуле Дюпюи дебит

<sup>3</sup>Таблицы функции  $Ei(\alpha)$  имеются, например, в книге Е. Янке и Ф. Эмде «Таблицы функций с формулами и кривыми». Огиз, 1948.

<sup>4</sup>Приведенный радиус (в противоположность условному) не зависит от возмущающего импульса.

скважины, а по формуле (23, IX) распределение давления  $p$  в пласте:

$$Q = \frac{2\pi kb}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln R_k^*},$$

$$p = p_c + \frac{p_k - p_c}{\ln R_k^*} \ln \frac{r}{R_c},^5$$

где  $R_c < t < R_k$ .

Затем задаемся новым значением времени  $t$  и аналогичным путем находим соответствующие ему величины  $Q$  и  $p = p(r)$  и т. д. Поскольку с течением времени величина  $R_k^*$  увеличивается, дебит скважины  $Q$  и давление  $p$  уменьшаются, несмотря на постоянство депрессии  $\Delta p = p_k - p_c$ .

Сравнение изложенных в настоящем параграфе приближенных решений с точным решением задачи о неустановившейся радиальной фильтрации сжимаемой жидкости (см. главу XXII), произведенное И. А. Чарным (для случая, когда расстояние до контура области питания равно  $5R_c$  и Б. Б. Лапуком и В. А. Евдокимовой (для случая, когда расстояние до контура области питания равно  $10^5 R_c$ ), показало весьма близкое совпадение (максимальные значения отклонений в величинах дебитов составили соответственно  $\sim 10\%$  и  $\sim 3\%$ ).

Определим массу жидкости  $Q_{\text{доб. м}}$ , извлеченной из пласта к тому моменту времени  $T$ , когда воронка депрессии достигнет контура области питания пласта, радиус которого обозначим через  $R_{\text{кп}}$ .

Согласно уравнениям (36, XI) и (50, XI) имеем:

$$Q_{\text{доб. м}} = \int_0^{T'} Q_M dt = \Omega_{\text{кп}} (\varrho_k - \tilde{\varrho}) = \Omega_{\text{кп}} \varrho_k (1 - \xi),$$

где

$$\Omega_{\text{кп}} = \pi (R_{\text{кп}}^2 - R_c^2) b m. \quad (55, \text{XI})$$

Разделив массу жидкости  $Q_{\text{доб. м}}$  на ее плотность при атмосферном давлении  $\varrho_{\text{ат}}$  получим объем  $Q_{\text{доб}}$  жидкости, извлеченной из пласта к моменту времени  $T$ :

$$Q_{\text{доб}} = \Omega_{\text{кп}} \frac{\varrho_k}{\varrho_{\text{ат}}} (1 - \xi). \quad (56, \text{XI})$$

<sup>5</sup>По этой формуле нельзя находить распределение давления. Эта формула определяет только распределение фиктивного давления.

Подставляя в уравнение (56, XI) вместо  $\Omega_{\text{кп}}$  и  $(1 - \xi)$  значения из формул (55, XI) и (46, XI) и обозначая  $R_{\text{кп}}^* = \frac{R_{\text{кп}}}{R_c}$ , получим:

$$Q_{\text{доб}} = \frac{\pi r_c^2 b m \rho_k}{\rho_{\text{ат}}} (1 - \xi) \left( \frac{R_{\text{кп}}^{*2} - 1}{2 \ln R_{\text{кп}}^*} - 1 \right). \quad (57, \text{XI})$$

Из уравнения состояния жидкости (2, XI) следует, что

$$\varepsilon = \frac{\rho_c}{\rho_k} = \frac{e^{\beta(p_c - p_{\text{ат}})}}{e^{\beta(p_k - p_{\text{ат}})}} = e^{-\beta(p_k - p_c)},$$

но

$$e^{-\beta(p_k - p_c)} = 1 - \beta(p_k - p_c) + \frac{1}{2!} \beta^2 (p_k - p_c)^2 - \frac{1}{3!} \beta^3 (p_k - p_c)^3 + \dots$$

Ограничиваясь первыми двумя членами ряда, что вследствие малости  $\beta$  дает точность, вполне достаточную для практических расчетов, получим:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &\cong 1 - \beta(p_k - p_c) \\ \text{или} \quad 1 - \varepsilon &\cong \beta(p_k - p_c). \end{aligned} \right\} \quad (58, \text{XI})$$

Подставляя это значение  $(1 - \varepsilon)$  в уравнение (57, XI) и учитывая, что с достаточной для практических целей точностью можно принять

$$\frac{\rho_k}{\rho_{\text{ат}}} \cong 1,$$

получим:

$$Q_{\text{доб}} \cong \pi r_c^2 b m \beta (p_k - p_c) \left( \frac{R_{\text{кп}}^{*2} - 1}{2 \ln R_{\text{кп}}^*} - 1 \right). \quad (59, \text{XI})$$

Из уравнения (59, XI) видно, что количество жидкости, извлеченной из пласта в течение первой фазы неустановившейся фильтрации, прямо пропорционально мощности  $b$  и пористости  $m$  пласта, коэффициенту объемного упругого расширения жидкости  $\beta$  и депрессии  $(p_k - p_c)$  и существенно зависит от размеров пластовой водонапорной системы, определяемых величиной  $R_{\text{кп}}^*$ .

## § 4. Неустановившаяся одномерная фильтрация сжимаемой жидкости

Пусть пласт вскрыт не скважиной, а прямолинейной галлереей. Модель пласта представлена на рис. 53а. При отборе жидкости из галлереей давление в ней будет меньше первоначального давления  $p_k$ . Вследствие этого в пласте начнется первая фаза неустановившейся фильтрации жидкости, сущность которой рассмотрена нами в начале § 3. Рассмотрим задачу о первой фазе неустановившейся одномерной фильтрации сжимаемой жидкости в двух случаях: 1) когда дебит галлереей постоянен и 2) когда приток жидкости происходит при постоянном противодавлении.

Для приближенного решения указанных задач воспользуемся методом последовательной смены стационарных состояний.

### 1. Случай, когда дебит галлереей является постоянным

Пусть за время  $t$ , истекшее с начала отбора жидкости из галлереей, падение давления распространилось на расстояние  $x_k$  от галлереей. Тогда масса жидкости, извлеченной из пласта за это время, равна  $Q_m t$ , где  $Q_m = \text{const}$ . С другой стороны, масса извлеченной из пласта жидкости равна изменению массы жидкости, находящейся в пласте.

Следовательно, можно написать уравнение (36, XI):

$$Q_m t = \Omega(\rho_k - \tilde{\rho}), \quad (36, \text{XI})$$

где  $Q$  — объем порового пространства области пласта, на которую распространилась воронка депрессии:

$$\Omega = m F x_k; \quad (60, \text{XI})$$

$\rho_k$  — плотность жидкости в точках пласта, для которых координата  $x \geq x_k$ ;  $\rho_k = \text{const}$ ;

$\tilde{\rho}$  — средневзвешенная по объему  $\Omega$  плотность жидкости, которая в условиях одномерного движения выражается в виде

$$\rho = \frac{\rho_r + \rho_k}{2}, \quad (61, \text{XI})$$

где  $\rho_r$  — плотность жидкости у входа в галлереей.

Подставляя в уравнение (36, XI) вместо  $Q_m$ ,  $\Omega$ , и  $\tilde{\rho}$  их значения (9, XI), (60, XI) и (61, XI), получим:

$$\frac{kF(\rho_k - \rho_r)}{\beta \mu x_k} t = \frac{m F x_k (\rho_k - \rho_r)}{2},$$

что дает

$$t = \frac{m\beta\mu}{2k} x_{\kappa}^2, \quad (62, \text{XI})$$

откуда

$$x_{\kappa} = \sqrt{\frac{2k}{m\beta\mu} t}. \quad (63, \text{XI})$$

Зная величину  $x_{\kappa}$ , легко найти давление в галлее  $p_{\Gamma}$ . Объемный расход жидкости равен:

$$Q = \frac{kF}{\mu} \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{x_{\kappa}}. \quad (61, \text{XI})$$

Следовательно,

$$p_{\Gamma} = p_{\kappa} - \frac{Q\mu}{kF} x_{\kappa}. \quad (65, \text{XI})$$

## 2. Случай, когда в галлее поддерживается постоянное противодействие

В указанном случае уравнение материального баланса дается формулой (50, XI). Подставляя в уравнение (50, XI) значения  $Q_{\text{м}}$ ,  $\Omega$  и  $\tilde{\varrho}$  из формул (9, XI), (60, XI) и (61, XI) и учитывая, что при  $p_{\Gamma} = \text{const}$ ,  $\varrho_{\Gamma} = \text{const}$ , имеем:

$$\frac{kF(\varrho_{\kappa} - \varrho_{\Gamma})}{\beta\mu x_{\kappa}} dt = \frac{mF(\varrho_{\kappa} - \varrho_{\Gamma})}{2} dx_{\kappa},$$

откуда

$$dt = \frac{m\beta\mu}{2k} x_{\kappa} dx_{\kappa}.$$

Интегрируя полученное уравнение по  $x_{\kappa}$  в пределах от 0 до  $x_{\kappa}$  и по  $t$  от 0 до  $t$ , находим:

$$t = \frac{m\beta\mu}{4k} x_{\kappa}^2,$$

что дает

$$x_{\kappa} = 2 \sqrt{\frac{k}{m\beta\mu} t}. \quad (66, \text{XI})$$

Подставляя значение  $x_k$  из формулы (66, XI) в формулу (64, XI), найдем изменение во времени объемного расхода жидкости (дебита галлерей).

Как видно из формул (63, XI) и (66, XI), в рассмотренных *условиях одномерного движения расстояние  $x_k$  от галлерей до границы области падения давления в пласте пропорционально корню квадратному из времени  $t$* .

Определим массу жидкости  $Q_{\text{доб. м}}$ , извлеченной из пласта к моменту времени  $T$ , когда область падения давления распространится до контура питания пласта, расстояние до которого обозначим  $L_k$ .

$$Q_{\text{доб. м}} = \Omega_{\text{кп}}(\rho_k - \tilde{\varrho}),$$

где

$$\Omega_{\text{кп}} = mFL_k.$$

Или

$$Q_{\text{доб. м}} = \Omega_{\text{кп}}(\rho_k - \tilde{\varrho}) = mFL_k(\rho_k - \tilde{\varrho}).$$

Подставляя вместо  $\tilde{\varrho}$  его значение из формулы (61, XI), получим:

$$Q_{\text{доб. м}} = \frac{mFL_k(\rho_k - \rho_\Gamma)}{2} = \frac{1}{2} mFL_k \rho_k (1 - \varepsilon),$$

где

$$\varepsilon = \frac{\rho_\Gamma}{\rho_k}.$$

Но согласно формуле (58, XI)

$$1 - \varepsilon \cong \beta(\rho_k - \rho_\Gamma),$$

следовательно,

$$Q_{\text{доб. м}} = \frac{1}{2} mFL_k \rho_k \beta (p_k - p_\Gamma).$$

Разделив  $Q_{\text{доб. м}}$  на плотность жидкости  $\rho_{\text{ат}}$  при атмосферном давлении и принимая  $\frac{\rho_k}{\rho_{\text{ат}}} \cong 1$  получим объем жидкости  $Q_{\text{доб}}$  извлеченной за время  $T$ :

$$Q_{\text{доб}} = \frac{1}{2} mFL_k \beta (p_k - p_\Gamma) = \frac{1}{2} \Omega_{\text{кп}} \beta (p_k - p_\Gamma). \quad (67, \text{XI})$$

Как видно из формулы (67, XI), этот объем жидкости прямо пропорционален объему порового пространства пласта  $\Omega_{\text{кп}}$ , коэффициенту объемного упругого расширения жидкости  $\beta$  и величине депрессии  $(p_k - p_\Gamma)$ .

Сравнение изложенного приближенного решения задачи о неустановившейся одномерной фильтрации с точным решением (см. И. А. Чарный [189]) показало, что в случае  $p_r = \text{const}$  расхождение в величине дебита жидкости составляет около 11%, причем полученные по формулам (64, XI) и (56, XI) значения дебита жидкости являются заниженными.

Приближенное решение задач о неустановившейся фильтрации сжимаемой жидкости методом последовательной смены стационарных состояний при условиях, когда дебит жидкости или давление на скважине (или в галлерее) являются заданной функцией времени, дается в книге И. А. Чарного [189].

### § 5. Приближенное решение задач о неустановившемся движении сжимаемой жидкости в упругом пласте

Как отмечалось в главе II, при падении давления в пласте происходит не только расширение жидкости, но и изменение объема порового пространства вследствие упругости слагающих коллектор горных пород. В. Н. Шелкачевым [219] введено понятие о коэффициенте упругоэластичности пласта  $\beta^*$ , показывающем, какую долю от выделенного элемента объема пласта составляет объем жидкости, вытекшей из указанного элемента при снижении давления в нем на 1 ат. Коэффициент упругоэластичности связан с коэффициентом объемного упругого расширения жидкости  $\beta_{ж}$  следующим образом:

$$\beta^* = \mu\beta_{ж} + \beta_c^1,$$

где  $m$  — пористость пласта, а  $\beta_c$  — коэффициент сжимаемости пористой среды.

Разделив коэффициент упругоэластичности  $\beta^*$  на пористость пласта  $m$  найдем величину  $\beta'$ , показывающую, какую долю от объема порового пространства элемента пласта составляет объем вытекшей из него жидкости при снижении давления на 1 ат:

$$\beta' = \frac{1}{m} \beta^* = \beta_{ж} + \frac{1}{m} \beta_c. \tag{68, XI}$$

Коэффициент  $\beta'$ , зависящий от упругости жидкости и упругости пористой среды, можно рассматривать как некоторый коэффициент

---

<sup>1</sup>См. главу XXII, а также книгу В. Н. Шелкачева [219].

объемного упругого расширения фиктивной жидкости, находящейся в недеформируемом пласте. Введение этого коэффициента  $\beta'$  вместо коэффициента  $\beta$  в уравнения § 3 и 4 делает эти уравнения справедливыми для неустановившегося движения упругой жидкости в упругой пористой среде. Поскольку изложенные в § 3 и 4 методы решения задачи о неустановившейся фильтрации сжимаемой жидкости в недеформируемой пористой среде являются приближенными, то и полученные путем указанной замены формулы неустановившегося движения упругой жидкости в упругом пласте представляют приближенное решение этой задачи. О результатах сравнения с точным решением мы говорили выше.

Значения коэффициентов сжимаемости  $\beta_c$  образцов песчаников, взятых из различных пластов, вычислены В. Н. Щелкачевым [219]. Интервал изменения величины  $\beta_c$  таков:  $10^5 \beta_c = 1, 1 - 2, 2 \frac{1}{\text{атм}}$ .

---

---

## ГЛАВА XII

# Одномерное и радиальное движения газов в пористой среде

### § 1. Законы фильтрации газов. Экспериментальные исследования движения газов в пористой среде

Основные положения, изложенные в теории фильтрации жидкостей (см. главы IV–VII), справедливы и для фильтрации газов<sup>1</sup>. В 1928 г. были впервые широко поставлены экспериментальные исследования установившейся и неуставившейся фильтрации газов. Эти опыты были проведены в СССР в бывшем Государственном исследовательском нефтяном институте (ГИНИ) Д. С. Вилькером под руководством акад. Л. С. Лейбензона.

Опытный «пласт» представлял собою 4'' трубу U-образной формы длиной 31,1 м. Труба набивалась луберецким песком, состоящим на 88,9% из фракций с диаметром зерен 0,15–0,21 мм. Пористость пласта составляла 38,7%, проницаемость — 26,6 дарси. В «пласт» при помощи компрессора нагнетался воздух, который поступал через один конец трубы и выходил через другой. В процессе экспериментирования производились наблюдения за распределением давления по длине трубы. Давление измерялось 7 манометрами, расположенными примерно на одинаковых расстояниях друг от друга. Опыты проводились при давлениях до 1528 мм рт. ст.

В 1930 и 1932 гг. в б.в. ГИНИ И. П. Москальковым под руководством акад. Л. С. Лейбензона было продолжено экспериментальное изучение установившейся и неуставившейся фильтрации газов.

Модель пласта состояла из U-образной трубы диаметром 6'' и общей длиной в 35 м, набитой предварительно отсортированным и просушенным луберецким песком. При проведении опытов длина пласта могла быть уменьшена в 2 раза. Для измерения давлений вдоль трубы на расстоянии  $\sim 5$  м были установлены манометры. Всего было проведено три серии опытов.

---

<sup>1</sup> Первые доказательства применимости линейного закона фильтрации движения газов в пористой среде были даны еще в конце прошлого века.

Первая серия опытов проводилась на пласте, набитом мелким песком, пористость которого составила 37,65%, проницаемость — 24,2 дарси. Начальные давления газа в пласте составляли 2,72 и 4,05 *ата*. Истечение газа проходило в атмосферу и в газометр с противодавлением в 50 мм рт. ст.

Вторая серия опытов проводилась на той же модели пласта, но труба набивалась смесью глины и песка с весовым соотношением 100 : 215. Пористость смеси составила 37,8%. Всего было проведено 20 опытов. Начальные пластовые давления изменялись в пределах 30–3800 мм рт. ст.

Третья серия опытов проводилась на той же модели пласта, что и первая серия. Труба набивалась крупнозернистым песком с преобладающей фракцией, состоящей из песчинок диаметром более 0,4 мм. Начальные давления изменялись в пределах 30–3800 мм рт. ст. Пористость пласта составляла ~ 37,3%. Истечение газа происходило в газометр.

В 1932–1933 гг. Д. С. Вилькером были проведены в гидродинамической лаборатории им. Н. Е. Жуковского Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова опыты по одномерному установившемуся и неуставившемуся движению газов в песке. Модель пласта представляла вертикальную 10'' колонну труб длиной 15 м, заполненную свободным от минеральных и органических примесей нецементированным песком. Измерение давлений по длине колонны (пласта) производилось в четырех точках, отстоящих друг от друга на равных расстояниях. Опыты проводились при давлениях от 1 до 10 *ата*. Измерения вытекающего из пласта воздуха производились путем взвешивания воды, вытесняемой воздухом из газометра. Кроме того, на пути из пласта к газометру была установлена трубка Прандтля, при помощи которой время от времени контролировался расход воздуха.

Подробное описание и анализ результатов указанных выше опытов даются в статьях Д. С. Вилькера [27], И. П. Москалькова [129] и в книгах акад. Л. С. Лейбензона [100, 107] и Б. Б. Лапука [91].

Рассмотрение результатов экспериментальных исследований *установившегося* движения газа в пористой среде, проведенных Д. С. Вилькером и И. П. Москальковым, показало, что движение газа в пористой среде подчиняется линейному закону фильтрации. Этот вывод был также подтвержден проведенными в 1931–1932 гг. в США опытами [123, 182] по установившемуся одномерному и радиальному движению газа в нецементированном песке.

Следует отметить, что в США опыты по *неустановившейся* фильтрации газов были проведены лишь в 1942 г., т. е. спустя 14 лет после опытов Д. С. Вилькера.

Сопоставление результатов экспериментального изучения *неустановившейся* фильтрации газов с теорией акад. Л. С. Лейбензона (см. главу XXII) показывает достаточно хорошее совпадение с экспериментальными данными (см. по этому вопросу книги Л. С. Лейбензона [100, 107] и Б. Б. Лапука [91]).

Границы применимости линейного закона фильтрации при фильтрации газов определяются критическими значениями числа Рейнольдса, величины которых так же, как и для жидкости, даются формулами (15, VII) или (9, VII).

Обобщенный закон фильтрации газов, выведенный на основе принципа однородности размерностей и справедливый для любых значений чисел  $Re$ , дается уравнениями (44, VII) или (40, VII).

В главе VI, рассматривая вопрос о проницаемости пористой среды, мы подчеркивали, что величина коэффициента проницаемости не зависит от свойств жидкости или газа, а определяется лишь свойствами пористой среды. Чтобы избежать физико-химического взаимодействия между жидкостью и пористой средой, многие авторы предлагают лабораторные определения проницаемости образцов пористой среды производить при помощи газов.

Однако результаты опытов [71] показали, что в ряде случаев проницаемость пористой среды для жидкостей и газов различна и при отсутствии физико-химического взаимодействия между жидкостью и породой (проницаемость для газов определялась при давлениях, близких к атмосферному). В качестве пористой среды применялись стеклянные фильтры и керны, взятые из различных месторождений.

Газами служили воздух, азот, водород, углекислый газ, жидкостью — изооктан — химически инертная жидкость. Значения коэффициентов проницаемости определялись на основании линейного закона фильтрации (по формулам (14, VI) для изооктана и (24, XII) для газа).

Результаты опытов показывают, что при весьма малых значениях коэффициента проницаемости  $k$  измерение величины  $k$  при помощи газов при давлениях, близких к атмосферному, дает сильно завышенные по сравнению с изооктаном результаты. Так, при  $k = 4, 36$  миллидарси (для изооктана) проницаемость пористой среды для воздуха в 2,27 раза больше, чем для изооктана. В образцах пористой среды, проницаемость которых составляет 85 и 190 миллидарси, проницаемость для газа соответственно на 14 и 17% больше, чем для жидкости. И, наконец, в хорошо проницаемых образцах (при  $k \cong 1, 35$  дарси) разница в результатах определения коэффициента проницаемости при помощи жидкости и газа составляет всего  $\sim 4\%$ .

На рис. 68 приведены кривые, иллюстрирующие зависимость коэффициента проницаемости образца  $C$  для водорода, воздуха и угле-

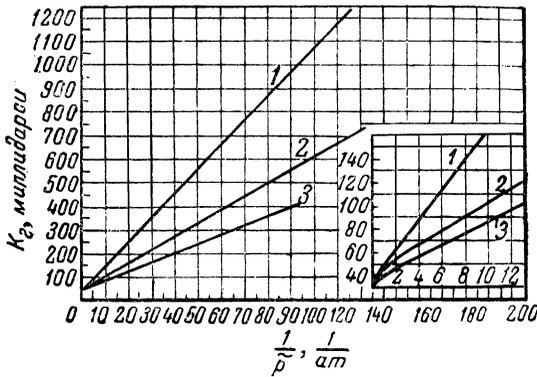


Рис. 68. Зависимость проницаемости образца  $C$  для водорода, воздуха и углекислого газа от давления. 1 — водород, 2 — воздух, 3 — углекислый газ.

кислого газа от давления. По оси ординат отложены значения коэффициента проницаемости для газа в миллиардари, а по оси абсцисс — значения  $\frac{1}{\tilde{p}}$ , причем среднее давление  $\tilde{p} = \frac{p_1 + p_2}{2}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  — соответственно давления газа на входе и выходе из образца. Проницаемость образца  $C$  для изооктана равна 32,1 миллиардари. Как видно из рис. 68, при малых давлениях (а следовательно, больших значениях  $\frac{1}{\tilde{p}}$ ) газопроницаемость зависит от давления и является линейной функцией величины  $\frac{1}{\tilde{p}}$ , причем при одних и тех же давлениях различные газы имеют различные значения коэффициента проницаемости.

При малых значениях  $\tilde{p}$  проницаемость образцов пористой среды для воздуха может резко отличаться от проницаемости их для жидкости.

Получение более высоких значений коэффициента проницаемости для газов по сравнению с жидкостями Клинкенберг объясняет эффектом скольжения, заключающимся в том, что скорость слоя газа, находящегося в непосредственной близости от неподвижной твердой стенки, в отличие от жидкости не равна нулю. Поэтому расход газа оказывается большим, чем при линейном законе фильтрации, гидравлическое обоснование которого базируется на формуле для потери напора при ламинарном движении жидкости по трубам.

Как показали исследования, проницаемость пористой среды для газа является функцией средней длины свободного пробега молекул,

и, следовательно, проницаемость зависит от давления, температуры и природы газа, влияющих на величину свободного пробега молекул.

Исходя из вышеизложенного и учитывая, что значения ряда величин, входящих в уравнения подземной гидравлики (площадь  $F$  сечения продуктивных пластов, пористость  $m$ , расстояния до контуров питания, а часто и данные о вязкости жидкостей и газов  $\mu$ ), в большинстве случаев известны с точностью, не превышающей 10–15%, а давления в пласте обычно гораздо выше атмосферного давления, *при решении задач, связанных с разработкой нефтяных и газовых месторождений*, проницаемость пористых пластов для жидкостей и газов можно принимать одинаковой. Исключение составляют лишь малопроницаемые породы, для которых в условиях низких давлений, на основе приведенных выше данных, следует вносить соответствующие коррективы. При лабораторных определениях при помощи газов величины коэффициента проницаемости *малопроницаемых* пород необходимо прокачку газа через образцы производить при средних давлениях, превышающих  $\sim 2$  атм.

## § 2\*. О термодинамических процессах при движении газов в пористой среде

### 1. Установившееся движение газа в пласте как дроссельный процесс

Прежде чем приступить к выводу уравнений движения газа в пористой среде, необходимо выяснить вопрос о том, какие термодинамические процессы происходят при фильтрации газов<sup>1</sup>. С этой целью рассмотрим установившееся движение газа в призабойной зоне пласта, ограниченной поверхностью цилиндра, коаксиального скважине. Введем следующие допущения.

Каждый элемент пористого пласта и весь пласт в целом рассматриваются как термически изолированная система, т. е. принимается, что теплопередача от одного элемента к другому, а также от подстилающих и перекрывающих пористый пласт горизонтов отсутствует, не принимается также во внимание теплопередача от пористой породы к газу, обусловленная разностью температур между газом и пористой средой. Газ принимается совершенным.

Обозначим  $R_k$  и  $R_c$  — радиусы соответственно внешней границы призабойной зоны пласта и скважины,  $p$  — давление,  $\gamma$  — удельный вес газа,

<sup>1</sup>Мы не рассматриваем здесь вопрос о термодинамических процессах, происходящих в нефтяных пластах при закачке в них горячих газов. Интересующего читателя отсылаем к статьям Б. Б. Лапука «К итогам работ по подземной газификации нефтяных пластов» («Азерб. нефт. хоз.» № 2, 1939) и «О термическом воздействии на нефтяные пласты в целях повышения нефтеотдачи» («Азерб. нефт. хоз.», № 12, 1939).

$w$  — скорость движения газа,  $u$  — внутренняя энергия 1 кг газа,  $g$  — ускорение силы тяжести. Тогда для энергии 1 кг движущегося к скважине газа можно написать следующее уравнение:

$$u_{\text{к}} + \frac{p_{\text{к}}}{\gamma_{\text{к}}} + z_{\text{к}} + \frac{w_{\text{к}}^2}{2g} = u_{\text{с}} + \frac{p_{\text{с}}}{\gamma_{\text{с}}} + z_{\text{с}} + \frac{w_{\text{с}}^2}{2g},$$

где  $z$  — геометрическая высота, а индексы к и с относятся соответственно к контурам внешней границы призабойной зоны и скважины.

Обозначая через  $i$  — энтальпию (теплосодержание) газа

$$i = u + \frac{p}{\gamma}$$

и пренебрегая величиной  $z_{\text{с}} - z_{\text{к}}$  вследствие ее малости по сравнению с  $i$ , получим:

$$i_{\text{к}} = i_{\text{с}} + \frac{w_{\text{с}}^2 - w_{\text{к}}^2}{2g}.$$

Оценим максимально возможное значение величины  $\frac{w_{\text{с}}^2}{2g}$ , представляющей запас удельной кинетической энергии газа при входе в скважину.

Рассмотрение данных о свободных дебитах газовых скважин по более чем 70 газовым месторождениям СССР, США и Канады (см. книгу И. Н. Стрижова [164] или работу Б. Б. Лапука [91]) показывает, что максимальный дебит газовых скважин при открытом фонтанировании составляет около 7 млн.  $\text{м}^3/\text{сутки}$ , причем мощность пласта, представленного в этом случае песком, равна 20 м. Примем эти величины свободного дебита и мощности пласта в качестве исходных данных. Пусть приведенный к атмосферному давлению и забойной температуре дебит газовой скважины  $Q = 7 \cdot 10^6 \text{ м}^3/\text{сутки} = 81 \text{ м}^3/\text{сек}$ , мощность пласта  $b = 20 \text{ м}$ , пористость пласта  $m = 0,2$ , радиус скважины  $R_{\text{с}} = 0,1 \text{ м}$  и давление на забое скважины  $p_{\text{с}} = 1 \text{ ата}$  (в действительности забойное давление больше 1 ата, но мы принимаем заведомо заниженное значение  $p_{\text{с}}$ , чтобы получить завышенное значение  $w_{\text{с}}$ ). Тогда скорость движения газа при входе в скважину будет:

$$w_{\text{с}} = \frac{Q}{2\pi R_{\text{с}} b p_{\text{с}}} = \frac{81}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,1 \cdot 20} = 6,45 \text{ м/сек}.$$

Приращение кинетической энергии газа при переходе его от внешней границы призабойной зоны к скважине составит:

$$\frac{w_{\text{с}}^2 - w_{\text{к}}^2}{2g} < \frac{w_{\text{с}}^2}{2g} = \frac{6,45^2}{2 \cdot 9,81} = 2,12 \text{ кгм/кг}.$$

Переходя от килограммометров к килокалориям, получим:

$$\frac{w_{\text{с}}^2 - w_{\text{к}}^2}{2g} < \frac{2,12}{427} = 4,95 \cdot 10^{-3} \text{ ккал/кг}.$$

Принимая теплоемкость газа  $c_p = 0,57$  ккал/кг °С и считая, что приращение кинетической энергии газа целиком происходит за счет внутренней энергии газа, можно оценить величину вызванного этим понижения температуры:

$$\Delta t = \frac{w_c^2 - w_k^2}{2g c_p} < \frac{4,95 \cdot 10^{-3}}{0,57} = 0,0087^\circ \text{C}$$

Таким образом, увеличение кинетической энергии газа при движении его в пористом пласте и связанные с этим температурные изменения ничтожно малы даже при чрезвычайно больших расходах газа<sup>2</sup>. Следовательно, во всех технических расчетах с вполне достаточной точностью можно положить

$$\frac{w_c^2 - w_k^2}{2g} = 0,$$

что на основании уравнения (1, XII) дает:

$$i_c = i_k.$$

Итак, установившееся движение газа в пористом пласте характеризуется постоянством теплосодержания (энтальпии). Из термодинамики известно, что постоянством теплосодержания характеризуются дроссельные процессы.

Таким образом, *при установившемся движении газа в пористом пласте имеет место процесс дросселирования газа.*

## 2. Понижение температуры при дросселировании газа в пласте

Понижение температуры газов при дросселировании широко известно и носит название эффекта Джоуля – Томсона. Определение изменения температуры при движении газа в пласте может быть произведено двумя методами: на основе данных о коэффициентах Джоуля – Томсона, обозначаемых  $\alpha$ , и при помощи энтальпийных диаграмм.

Определение изменения температуры газа на основе коэффициентов  $\alpha$ . Исходя из дифференциальных соотношений термодинамики (см. [199]), при независимых переменных  $p$  и  $T$ , имеем

$$di = c_p dT - \left[ T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right] dp,$$

где  $c_p$  — теплоемкость газа при постоянном давлении,

$p$  — давление,

$V$  — удельный объем газа.

---

<sup>2</sup>Следует отметить, что в случае гидродинамически несовершенных скважин (см. § 2 главы XIV) скорость газа при входе в скважины может быть в несколько десятков раз больше, чем при эксплуатации скважин совершенных. Однако и в этих условиях величина  $\Delta t$  остается малой.

Так как при дросселировании процесс происходит при постоянной энтальпии, то

$$di = 0$$

и, следовательно:

$$c_p \left( \frac{dT}{dp} \right)_i = T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p - V,$$

$$\alpha = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_i,$$

получим

$$\pi = \frac{T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p - V}{c_p}.$$

Таблица 9

### Коэффициенты $\alpha$ для метана

Давление $p, \text{ атм}$	$\alpha$ при температуре					
	21° С	38° С	55° С	71° С	88° С	105° С
0	0,3291	0,3478	0,3083	0,2473	0,2451	0,2198
17,5	0,4111	0,3628	0,3225	0,2885	0,2585	0,2316
35,2	0,4111	0,3644	0,3223	0,2893	0,2593	0,2332
52,8	0,3698	0,3534	0,3138	0,2806	0,2506	0,2253
70,3	0,3771	0,3532	0,2984	0,2632	0,2356	0,2119
87,9	0,3502	0,3115	0,2751	0,2435	0,2158	0,1929
105,5	0,3217	0,2846	0,2498	0,2213	0,1960	0,1739

В табл. 9 приведены полученные экспериментально значения коэффициентов  $\alpha$  для метана. На рис. 69 показаны кривые  $\alpha = \alpha(p)$  для разных температур, нанесенные на основе данных табл. 9.

Кривые, приведенные на рис. 70, показывают влияние температуры на коэффициенты  $\alpha$  для метана при различных давлениях.

Из приведенных на рис. 69 и 70 кривых видно, что:

- 1) с повышением давления при неизменной температуре величина коэффициентов  $\alpha$  сначала несколько увеличивается, а затем уменьшается;
- 2) с повышением температуры при неизменном давлении коэффициенты  $\alpha$  уменьшаются;
- 3) при любой температуре имеется некоторое максимальное значение коэффициента  $\alpha$ .

На рис. 71 показана зависимость коэффициентов  $\alpha$  для естественно-го нефтяного газа от давления при температуре 71,1°С. Химический состав

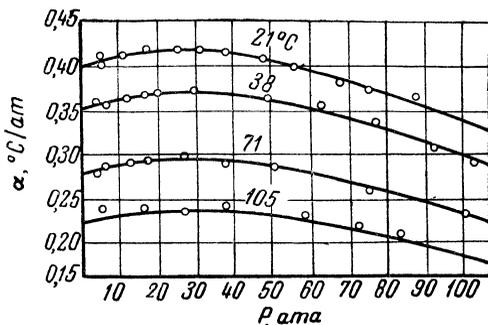


Рис. 69. Зависимость коэффициентов  $\alpha$  для метана от давления  $p$  при различных температурах.

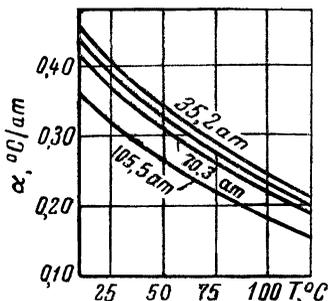


Рис. 70. Влияние температуры  $t$  на величину коэффициентов  $\alpha$  для метана.

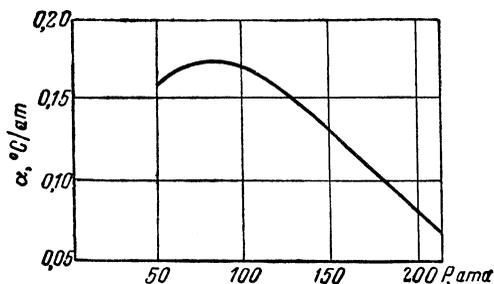


Рис. 71. Зависимость коэффициентов  $\alpha$  для естественного нефтяного газа от давления  $p$  при температуре  $71,1^\circ \text{C}$ .

этого газа следующий (в процентах молей): кислорода и азота — 1,50%, углекислоты — 0,60%, метана — 87,78%, этана — 3,82%, пропана — 3,36%, *n*-бутана и изобутана — 2,00%, пентана — 0,64% и более тяжелых углеводородов — 0,30%.

Исходя из средних значений коэффициентов  $\tilde{\alpha}$ , легко определить падение температуры в пласте при дросселировании газа, пользуясь формулой:

$$\Delta t = \tilde{\alpha} \Delta p,$$

где  $\Delta t$  — падение температуры газа между двумя точками пласта, перепад давления между которыми равен  $\Delta p$ .

Определение величины изменения температуры газа при помощи энтальпийных диаграмм. Так как движе-

ние газа в пористой среде представляет дроссельный процесс, характеризующийся постоянством теплосодержания, изменение температуры газа при дросселировании его может быть определено при помощи энтальпийных диаграмм или соответствующих таблиц. На рис. 72 представлена составленная Б. Б. Лапуком энтальпийная диаграмма для естественного газа указанного выше состава. Пользуясь рис. 72, рассмотрим следующий пример.

*Пример.* Определить падение температуры естественного газа в пласте при установившемся движении его к забою скважины, если пластовые давление и температура соответственно составляют 130 *атм* и 60° С, а давление на забое скважины равно 110 *атм*.

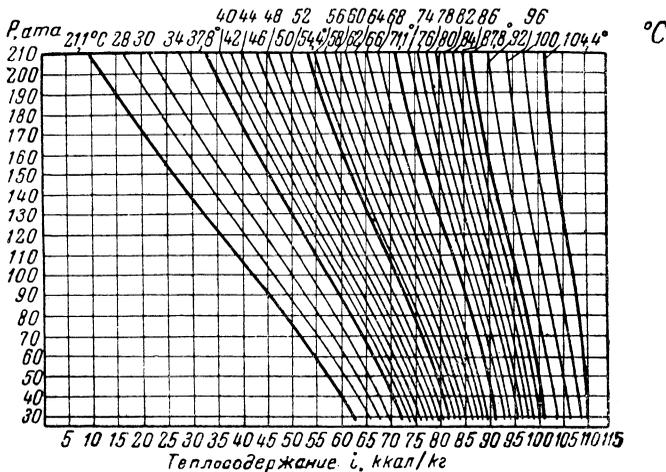


Рис. 72. Энтальпийная диаграмма для естественного нефтяного газа.

На диаграмме рис. 72 находим значение теплосодержания для 60° С и 130 *атм*. Оно составляет 70 *ккал/кг*. Спускаясь по вертикали  $i = 70$  *ккал/кг* до давления 110 *атм*, находим значение забойной температуры, равное 56° С. Таким образом, падение температуры составит 60 – 56 = 4° С.

Следует отметить, что, пользуясь энтальпийными диаграммами для газа, можно определить средние значения коэффициентов  $\alpha$ . Так, для рассмотренного нами примера, при снижении давления естественного газа на 130 – 110 = 20 *атм* и падении температуры на 4° С, величина среднего коэффициента  $\tilde{\alpha}$  составит:

$$\tilde{\alpha} = \frac{\Delta t}{\Delta p} = \frac{4,0}{20} = 0,20^\circ \text{C}/\text{атм}.$$

Экспериментальные данные. Так как наш вывод о том, что

установившееся движение газа в пористой среде представляет дроссельный процесс, базируется на основных началах термодинамики, то он (этот вывод) не требует экспериментальной проверки. Тем не менее сравнение с опытными данными представляет интерес с точки зрения оценки проведенных экспериментальных работ. Из перечисленных в § 1 настоящей главы экспериментальных исследований движения газа в пористой среде лишь в работах И. П. Москалькова [129] и в опытах [182] было обращено внимание на вопросы изменения температуры газа.

И. П. Москальков указывает, что «предполагавшиеся изменения температуры по длине пласта при прохождении через него газа проведенными наблюдениями с помощью двойных термопар, установленных в начале, середине и конце 35 м пласта, не подтвердились. В силу этого во всех дальнейших опытах наблюдение за изменением температуры в пласте было исключено вовсе».

Если учесть малую величину коэффициентов  $\alpha$  для воздуха, большие размеры пласта и то, что опыты И. П. Москалькова проводились при небольших перепадах давления, то станет понятным отсутствие заметных температурных изменений при фильтрации газа.

При проведении экспериментальных исследований [182] установившегося одномерного (прямолинейного) движения воздуха в изолированном (при помощи тепловой изоляции) пласте (набитая песком труба диаметром 3") при перепаде давления в 15,73 ат на длине 2,85 м наблюдалось понижение температуры, «хорошо совпадающее с данными падения температуры в результате эффекта Джоуля – Томсона при движении воздуха в подобных же условиях температуры и давления».

### 3. Выводы

Установившееся движение газа в пористом пласте практически можно рассматривать как дроссельный процесс, характеризующийся постоянством энтальпии.

Понижение температуры газа при установившемся движении его в пористой среде может быть определено при помощи энтальпийных диаграмм или коэффициентов  $\alpha$ .

Понижение температуры при установившейся фильтрации газа даже при больших перепадах давления относительно невелико. При газодинамических расчетах (определения распределения давления, расхода газа и т. п.) при небольших перепадах давления для практических целей можно принимать, что установившееся движение газа в пористых пластах является изотермическим процессом.

В условиях *неустановившейся* фильтрации газа, происходящей в газовых залежах при их разработке, величина падения температуры газа еще меньше, чем при установившейся фильтрации, ибо в этом случае имеет место теплопередача как от самой пористой среды, слагающей коллектор, так и от горизонтов, подстилающих и перекрывающих газоносный пласт. Температурные изменения, происходящие в пористых пластах при фильтрации

в них газа, находятся в весьма узкой области, заключенной между изотермой и линией постоянной энтальпии. При решении практических задач, связанных с неустановившейся фильтрацией газов в пористых пластах, движение газа можно считать изотермическим.

Следует отметить, что при фильтрации газа в нефтяных пластах (при движении газированной жидкости) происходит дросселирование как газа, так и нефти. Поскольку при дросселировании жидкостей температура их повышается<sup>3</sup>, снижение температуры газа при дросселировании его будет еще меньшим, чем при фильтрации одного газа.

*Исходя из вышеизложенного, в дальнейшем при решении задач о фильтрации газа движение газа в пористой среде рассматривается как изотермический процесс.*

### § 3. Одномерное установившееся движение газов по линейному закону фильтрации

Согласно линейному закону фильтрации весовая скорость фильтрации газа в горизонтальном направлении, противоположном направлению оси  $x$ , равна:

$$\gamma v = -\frac{k}{\mu} \gamma \frac{dp}{dx}, \quad (2, XII)$$

где  $\gamma$  — удельный вес газа,  $\mu$  — его абсолютная вязкость, принимаемая постоянной, остальные обозначения прежние.

Рассматривая в соответствии с § 2 движение газа в пористой среде как изотермический процесс и считая газ идеальным, в качестве уравнения состояния газа можно принять:

$$\gamma = \frac{\gamma_{ат}}{p_{ат}} p, \quad (3, XII)$$

где  $\gamma_{ат}$  — удельный вес газа при атмосферном давлении  $p_{ат}$  и *пластовой температуре*, причем согласно характеристическому уравнению идеальных газов

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{p_{ат}}{\gamma_{ат}} = RT.$$

Здесь  $R$  — газовая постоянная,  $T$  — абсолютная температура.

Подставляя в правую часть уравнения (2, XII) значение  $\gamma$  из формулы (3, XII), получим:

$$\gamma v = -\frac{k\gamma_{ат}}{\mu p_{ат}} p \frac{dp}{dx}. \quad (4, XII)$$

<sup>3</sup>См. по этому вопросу статью Б. Б. Лапука «О температурных изменениях при движении сырой нефти в пористых пластах». «Нефт. хоз.», № 4–5, 1940, а также [86].

Обозначим через  $G$  — весовой расход газа,  $Q$  — объемный расход газа,  $F$  — площадь вертикального сечения пласта. Тогда

$$G = |\gamma v|F = Q\gamma, \quad (5, \text{XII})$$

Подставляя в формулу (5, XII) значение весовой скорости фильтрации газа из формулы (4, XII), получим:

$$G = \frac{kF\gamma_{\text{ат}}}{\mu p_{\text{ат}}} p \frac{dp}{dx}. \quad (6, \text{XII})$$

Введем, следуя Л. С. Лейбензону [100], переменную  $P = p^2$ . Дифференцируя  $P$  по  $x$ , находим:

$$\frac{dP}{dx} = 2p \frac{dp}{dx},$$

что дает

$$p \frac{dp}{dx} = \frac{1}{2} \frac{dP}{dx}$$

Подставляя это значение  $p \frac{dp}{dx}$  в формулу (6, XII), имеем:

$$G = \frac{kF\gamma_{\text{ат}}}{2\mu p_{\text{ат}}} \frac{dP}{dx}. \quad (7, \text{XII})$$

Поскольку весовой расход газа в случае установившейся фильтрации постоянен, то уравнение (7, XII) содержит две переменные  $P$  и  $x$ , разделив которые имеем:

$$dP = \frac{2\mu p_{\text{ат}} G}{kF\gamma_{\text{ат}}} dx. \quad (8, \text{XII})$$

Граничные условия выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} x = 0, \quad p = p_{\Gamma}, \quad P = P_{\Gamma} = p_{\Gamma}^2 \\ \text{при} \\ x = L_{\text{к}}, \quad p = p_{\text{к}}, \quad P = P_{\text{к}} = p_{\text{к}}^2, \end{aligned} \quad (9, \text{XII})$$

где  $p_{\Gamma}$  — давление газа на выходе из пласта, который (выход) мы условно назовем галлереей;

$p_{\text{к}}$  — давление на контуре пласта, удаленном на расстояние  $L_{\text{к}}$  от галлерей.

Интегрируя уравнение (8, XII) по  $P$  в пределах от  $P_\Gamma$  до  $P_K$  и по  $x$  от 0 до  $L_K$  и решая полученное уравнение относительно  $G$ , находим весовой расход газа:

$$G = \frac{kF\gamma_{ат}}{2\mu p_{ат}} \frac{P_K - P_\Gamma}{L_K} \quad (10, XII)$$

или

$$G = \frac{kF\gamma_{ат}}{2\mu p_{ат}} \frac{(p_K^2 - p_\Gamma^2)}{L_K}.$$

Для нахождения распределения давления в пласте проинтегрируем уравнение (8, XII) в пределах от  $P_\Gamma$  до  $P$  и от 0 до  $x$ .

$$\int_{P_\Gamma}^P dP = \frac{2\mu p_{ат} G}{kF\gamma_{ат}} \int_0^x dx;$$

отсюда

$$P = P_\Gamma + \frac{2\mu p_{ат} G}{kF\gamma_{ат}} x, \quad (11, XII)$$

$$p = \sqrt{p_\Gamma^2 + \frac{2\mu p_{ат} G}{kF\gamma_{ат}} x}. \quad (12, XII)$$

Из формулы (10, XII) имеем:

$$\frac{2\mu p_{ат} G}{kF\gamma_{ат}} = \frac{p_K^2 - p_\Gamma^2}{L_K}.$$

Подставляя это выражение в уравнение (12, XII), получим:

$$p = \sqrt{p_\Gamma^2 + \frac{p_K^2 - p_\Gamma^2}{L_K} x}. \quad (13, XII)$$

Если уравнение (8, XII) проинтегрировать по  $P$  в пределах от  $P_K$  до  $P$  и по  $x$  от  $L_K$  до  $x$ , то, аналогично предыдущему, формулу распределения давления в пласте получим в виде:

$$p = \sqrt{p_K^2 + \frac{p_K^2 - p_\Gamma^2}{L_K} (L_K - x)}. \quad (13^I, XII)$$

Когда начало координат находится на контуре питания и направление оси  $x$  совпадает с направлением движения газа, в формулу (13<sup>I</sup>, XII) вместо  $(L_k - x)$  надо подставить  $x$ . Тогда

$$p = \sqrt{p_k^2 + \frac{p_k^2 - p_r^2}{L_k} x}. \quad (13^{II}, XII)$$

Формулы (12, XII), (13, XII) и (13<sup>I</sup>, XII) представляют уравнения распределения давления в пласте. В отличие от одномерного движения несжимаемой жидкости, в котором величина давления является линейной функцией координаты  $x$  (см. § 1 главы IX), формулы (12, XII) и (13, XII) являются уравнениями параболы. На рис. 73 показана кривая распределения давления при установившейся одномерной фильтрации газа (парабола), построенная по формуле (13, XII). Если по оси ординат откладывать не давления  $p$ , а квадраты давлений  $p^2 = P$ , а по оси абсцисс — значения  $x$ , то получим прямую линию (см. рис. 74).

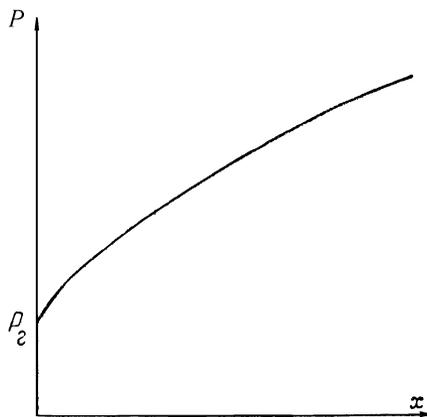


Рис. 73. Распределение давления в пласте при установившейся одномерной фильтрации газа по линейному закону фильтрации.

Определим величину средневзвешенного по объему пласта давления  $\bar{p}$ .

Обозначим  $\Omega$  — объем порового пространства газового пласта,  $L_k$  — длина пласта (расстояние от контура питания до галереи).

Тогда

$$\Omega = mFL_k. \quad (14, XII)$$

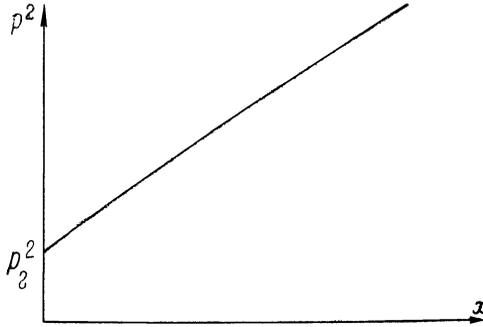


Рис. 74. Распределение квадратов давления  $P$  в пласте при установившейся одномерной фильтрации газов по линейному закону фильтрации.

Среднее давление

$$\tilde{p} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} p d\Omega, \quad (15, \text{XII})$$

где элементарный объем пористой среды равен:

$$d\Omega = mF dx. \quad (16, \text{XII})$$

Подставляя в уравнение (15, XII) вместо  $\Omega$ ,  $d\Omega$  и  $p$  их значения из формул (14, XII), (16, XII) и (13, XII), получим:

$$\tilde{p} = \frac{1}{L_{\kappa}} \int_0^{L_{\kappa}} \sqrt{p_{\kappa}^2 + \frac{p_{\kappa}^2 - p_{\Gamma}^2}{L_{\kappa}} x} dx,$$

что после интегрирования дает тождественные равенства

$$\begin{aligned} \tilde{p} &= \frac{2}{3} \frac{(p_{\kappa}^2 + p_{\kappa} p_{\Gamma} + p_{\Gamma}^2)}{p_{\kappa} + p_{\Gamma}} = \frac{2}{3} \left( p_{\kappa} + p_{\Gamma} + \frac{p_{\kappa} p_{\Gamma}}{p_{\kappa} + p_{\Gamma}} \right) = \\ &= \frac{2}{3} \frac{p_{\kappa}^3 - p_{\Gamma}^3}{p_{\kappa}^2 - p_{\Gamma}^2}. \end{aligned} \quad (17, \text{XII})$$

Рассмотрение формулы (17, XII) показывает, что в условиях линейной фильтрации среднее давление  $\tilde{p}$  не зависит от длины  $L_{\kappa}$  пласта и может значительно отличаться от контурного давления  $p_{\kappa}$ . Так,

в частном случае при  $p_r = 0$

$$\tilde{p} = \frac{2}{3} p_k, \quad (18, \text{XII})$$

т. е. среднее давление составляет  $\frac{2}{3}$  от контурного давления.

Найдем приведенный к атмосферному давлению объемный расход газа  $Q$ . Для этого разделим весовой расход газа  $G$  на удельный вес его при атмосферном давлении  $p_{\text{ат}}$ . Из формулы (10, XII) имеем:

$$Q = \frac{kF}{2\mu p_{\text{ат}}} \frac{(p_k^2 - p_r^2)}{L_k}. \quad (19, \text{XII})$$

Из формул (19, XII) и (10, XII) видно, что, в отличие от фильтрации несжимаемой жидкости, расход газа прямо пропорционален не разности давлений  $(p_k - p_r)$ , а разности квадратов давлений. Если по оси ординат отложить значения  $Q$  или  $G$ , а по оси абсцисс соответствующие им значения депрессии  $(p_k - p_r)$ , то получим параболу, в отличие от фильтрации несжимаемой жидкости, для которой индикаторная линия выражается прямой (см. рис. 55).

Найдем скорость фильтрации газа. Для этого приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре расход газа  $Q$  разделим на величину  $\frac{p}{p_{\text{ат}}} F$ , тогда из формулы (19, XII) получим:

$$v = -\frac{k}{2\mu} \frac{(p_k^2 - p_r^2)}{L_k} \cdot \frac{1}{p}, \quad (20, \text{XII})$$

где значения давления  $p$  даются формулами (12, XII) или (13, XII).

формулу (20, XII) можно также получить про дифференцировав уравнение (13, XII) по  $x$  и умножив (в соответствии с линейным законом фильтрации) полученное значение градиента давления  $\frac{dp}{dx}$  на величину  $\frac{k}{\mu}$ .

Поскольку с уменьшением  $x$  величина  $p$  уменьшается, по мере приближения к галерее скорость фильтрации газа увеличивается, в отличие от одномерного движения несжимаемой жидкости, при котором скорость фильтрации постоянна.

Обозначим через  $\tilde{Q}$  — объемный расход газа, приведенный к сред-

неарифметическому давлению  $\frac{p_{\kappa} + p_{\Gamma}}{2p_{\text{ат}}}$  1.

$$Q = \frac{Q}{\frac{p_{\kappa} + p_{\Gamma}}{2p_{\text{ат}}}}. \quad (21, \text{XII})$$

Подставляя в формулу (21, XII) вместо  $Q$  его значение из уравнения (19, XII), получим:

$$\tilde{Q} = \frac{kF}{\mu p} \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}}. \quad (22, \text{XII})$$

Формула (22, XII) приведенного к среднеарифметическому давлению объемного расхода газа совпадает с формулой (7, IX) расхода для одномерного движения *несжимаемой* жидкости.

Найдем из формулы (19, XII) значение коэффициента проницаемости  $k$ .

$$k = \frac{2\mu p_{\text{ат}} Q L_{\kappa}}{F(p_{\kappa}^2 - p_{\Gamma}^2)}. \quad (23, \text{XII})$$

*Формулой (23, XII) пользуются для лабораторного определения величины коэффициента проницаемости образцов пористой среды при помощи газа, причем в этом случае  $p_{\kappa}$  и  $p_{\Gamma}$  — давление соответственно у входа и выхода газа в образец пористой среды,  $F$  — площадь поперечного сечения образца, а  $L_{\kappa}$  его длина.*

Если величину  $k$  определить из уравнения (22, XII), то

$$k = \frac{\mu \tilde{Q} L_{\kappa}}{F(p_{\kappa} - p_{\Gamma})}. \quad (24, \text{XII})$$

Формула (24, XII) аналогична формуле (14, VI), справедливой для несжимаемой жидкости.

Сравнение формул распределения давления в пласте при установившейся фильтрации газа (13, XII) и несжимаемой жидкости со свободной поверхностью (7, X) показывает полное их совпадение. Аналогичное строение имеют и формулы расхода газа (39, XII) и жидкости (6, X); в обеих указанных формулах расход пропорционален разности квадратов давлений. Математически это объясняется тем, что дифференциальные уравнения установившегося движения газа и несжимаемой жидкости со свободной поверхностью одинаковы. С физической

---

$1 \frac{p_{\kappa} + p_{\Gamma}}{2p_{\text{ат}}}$  — число абсолютных атмосфер среднеарифметического давления

точки зрения указанную аналогию можно объяснить тем, что в обоих случаях по мере приближения к галлерее (выходу из пласта) имеет место увеличение скорости фильтрации. При движении газа этот рост скорости фильтрации происходит за счет расширения газа вследствие падения давления, при движении жидкости со свободной поверхностью увеличение скорости фильтрации обусловлено уменьшением живого сечения пласта, вызванным непрерывным уменьшением высоты уровня жидкости в пласте по мере приближения ее к галлерее.

#### § 4. Радиальное установившееся движение газов по линейному закону фильтрации

В случае радиального движения весовая скорость фильтрации

$$\gamma v = -\frac{k\gamma}{\mu} \frac{dp}{dr}, \quad (25, \text{XII})$$

где знак минус указывает на то, что скорость фильтрации  $v$  направлена противоположно направлению оси  $r$ .

Внося в уравнение (25, XII) вместо удельного веса  $\gamma$  его значение из уравнения состояния (3, XII), получим:

$$\gamma v = -\frac{k\gamma_{\text{ат}}}{\mu p_{\text{ат}}} p \frac{dp}{dr}. \quad (26, \text{XII})$$

Обозначая  $P = p^2$  и учитывая, что

$$p \frac{dp}{dr} = \frac{1}{2} \frac{dP}{dr},$$

представим уравнение (26, XII) в виде

$$\gamma v = -\frac{k\gamma_{\text{ат}}}{2\mu p_{\text{ат}}} \frac{dP}{dr}. \quad (27, \text{XII})$$

Умножив модуль весовой скорости фильтрации газа (27, XII) на площадь поперечного сечения пласта  $F = 2\pi r b$ , где  $b$  — мощность пласта, а  $r$  — расстояние от скважины до точки, в которой скорость фильтрации равна  $v$ , получим весовой расход газа  $G$ :

$$G = |\gamma v| F = \frac{\pi k b \gamma_{\text{ат}}}{\mu p_{\text{ат}}} r \frac{dP}{dr}.$$

Разделяя переменные  $P$  и  $r$ , имеем:

$$dP = \frac{\mu p_{\text{ат}} G}{\pi k b \gamma_{\text{ат}}} \cdot \frac{dr}{r}. \quad (28, \text{XII})$$

Граничные условия в рассматриваемом случае радиальной фильтрации газа следующие: при

$$\begin{aligned} r = R_c, \quad p = p_c, \quad P = P_c = p_c^2, \\ r = R_k, \quad p = p_k, \quad P = P_k = p_k^2, \end{aligned} \quad (29, \text{XII})$$

где  $p_c$  — давление на контуре скважины, радиус которой равен  $R_c$ ;  
 $p_k$  — давление на круговом контуре питания, причем радиус контура питания равен  $R_k$ .

Интегрируя уравнение (28, XII) в пределах от  $P_c$  до  $P_k$  и от  $R_c$  до  $R_k$  и решая полученное уравнение относительно  $G$ , найдем формулу весового расхода газа:

$$\left. \begin{aligned} G &= \frac{\pi k b \gamma_{\text{ат}}}{\mu p_{\text{ат}}} \frac{P_k - P_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \\ \text{или} \quad G &= \frac{\pi k b \gamma_{\text{ат}}}{\mu p_{\text{ат}}} \frac{(p_k^2 - p_c^2)}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \end{aligned} \right\} \quad (30, \text{XII})$$

Приведенный к атмосферному давлению  $p_{\text{ат}}$  (и пластовой температуре) дебит газовой скважины получим, разделив весовой расход газа  $G$  на  $\gamma_{\text{ат}}$ :

$$Q = \frac{\pi k b}{\mu p_{\text{ат}}} \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (31, \text{XII})$$

Из формулы (31, XII) находим скорость фильтрации газа

$$v = \frac{Q p_{\text{ат}}}{2\pi r b p} = -\frac{k}{2\mu} \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \frac{1}{r p}, \quad (32, \text{XII})$$

где величина  $p$  дается уравнением (37, XII) или (36, XII).

Поскольку дебит газа  $Q$ , так же как и в формуле (21, IX) для дебита несжимаемой жидкости, обратно пропорционален  $\ln \frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}}$ , изменение величины радиуса скважины  $R_{\text{с}}$  или расстояния до контура питания  $R_{\text{к}}$ , как и при фильтрации несжимаемой жидкости (см. § 2 главы IX), мало сказывается на величине дебита газа.

Коренное отличие формулы (31, XII) от формулы (21, IX) для дебита скважины при радиальной фильтрации несжимаемой жидкости заключается в том, что дебит газовой скважины пропорционален не разности давлений ( $p_{\text{к}} - p_{\text{с}}$ ) называемой депрессией, а разности *квадратов* давлений ( $p_{\text{к}}^2 - p_{\text{с}}^2$ ). В результате этого, как и в случае одномерного движения газа, индикаторной линией при установившейся радиальной фильтрации газа является парабола (рис. 64) с вершиной в точке  $B$ .

Обозначая

$$\tilde{Q} = \frac{Q}{\frac{p_{\text{к}} + p_{\text{с}}}{2p_{\text{ат}}}}$$

и подставляя вместо  $Q$  его значение из (31, XII), получим:

$$\tilde{Q} = \frac{2\pi kb}{\mu} \frac{(p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{\ln \frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}}}. \quad (33, \text{XII})$$

Формула (33, XII) полностью совпадает с формулой (21, IX) для дебита скважины при радиальной фильтрации несжимаемой жидкости.

Решая уравнения (31, XII) и (33, XII) относительно  $k$ , получим формулы для определения коэффициента проницаемости в условиях радиальной фильтрации газа:

$$k = \frac{\mu p_{\text{ат}} Q \ln \frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}}}{\pi b (p_{\text{к}}^2 - p_{\text{с}}^2)}, \quad (34, \text{XII})$$

или

$$k = \frac{\mu \tilde{Q} \ln \frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}}}{2\pi b (p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}. \quad (35, \text{XII})$$

Для нахождения распределения давления в пласте проинтегрируем уравнение (28, XII) в пределах от  $P_c$  до  $P$  и от  $R_c$  до  $r$ .

$$\int_{P_c}^P dP = \frac{\mu p_{ат} G}{\pi b k \gamma_{ат}} \int_{R_c}^r \frac{dr}{r},$$

откуда

$$P = P_c + \frac{\mu p_{ат} G}{\pi b k \gamma_{ат}} \ln \frac{r}{R_c},$$

что дает

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{\mu p_{ат} G}{\pi b k \gamma_{ат}} \ln \frac{r}{R_c}}. \quad (36, XII)$$

Из формулы весового расхода газа (30, XII) имеем:

$$\frac{\mu p_{ат} G}{\pi b k \gamma_{ат}} = \frac{\mu p_{ат} Q}{\pi k b} = \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{R_c}}.$$

Подставляя это выражение в уравнение (36, XII), получим:

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}}. \quad (37, XII)$$

Если уравнение (28, XII) проинтегрировать по  $P$  в пределах от  $P$  до  $P_k$  и по  $r$  от  $r$  до  $R_k$ , то

$$p = \sqrt{p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{R_k}{r}}. \quad (36', XII)$$

Формулы (36, XII) и (37, XII) являются искомыми уравнениями распределения давления в пласте при радиальной установившейся фильтрации газа.

Поскольку в правой части уравнений (31, XII) и (32, XII) переменной величиной является только координата  $r$ , при радиальной фильтрации газов изобары имеют форму концентрических окружностей, а следовательно, линии тока (всегда перпендикулярные изобарам) направлены по радиусам.

Представляет существенный интерес сравнить распределение давления в пласте в случаях установившейся радиальной фильтрации газа и несжимаемой жидкости при одинаковых граничных условиях.

Примем для простоты величину давления на скважине  $p_c = 0$ . Тогда при фильтрации газа из формулы (37, XII) имеем:

$$\frac{p}{p_k} = \sqrt{\frac{\ln \frac{r}{R_c}}{\ln \frac{R_k}{R_c}}}. \quad (38, XII)$$

В случае фильтрации несжимаемой жидкости из формулы (23, IX) имеем:

$$\frac{p}{p_k} = \frac{\ln \frac{r}{R_c}}{\ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (39, XII)$$

Обозначим

$$\delta = \frac{p}{p_k} \cdot 100.$$

Так как мы приняли  $p_c = 0$ , то величина  $\delta = \frac{p}{p_k} \cdot 100 = \frac{p - p_c}{p_k - p_c} \cdot 100$  показывает, какая часть (в процентах) депрессии, или действующего перепада давления ( $p_k - p_c$ ), теряется при движении газа в пласте на расстоянии ( $r - R_c$ ), т. е. на пути от точки, удаленной от центра скважины на расстояние  $r$ , до стенки скважины<sup>1</sup>.

В табл. 10 приведены значения  $\delta$ , подсчитанные по формулам (38, XII) и (39, XII), когда расстояние до контура питания  $R_k = = 7500 \cdot R_c$ , что при радиусе скважины  $R_c = 0,1 \text{ м}$  дает  $R_k = 750 \text{ м}$ . На рис. 75 помещены кривые  $\delta = \delta \left( \frac{r}{R_c} \right)$ , построенные по данным табл. 10.

---

<sup>1</sup>Значения  $\delta = \frac{p - p_c}{p_k - p_c} \cdot 100$  для разных величин  $\frac{R_k}{R_c}$  при  $p_c \neq 0$  приведены в нашей статье [88].

Таблица 10

Сравнение значений  $\delta = \frac{p_c}{p_k} \cdot 100$  при установившейся радиальной фильтрации газов и несжимаемой жидкости

$\frac{r}{R_c}$	Значения $\delta$ в % для	
	несжимаемой жидкости	газа
1	0	0
2	7,8	27,8
5	17,7	42,5
10	25,8	50,8
100	50,3	71,9
500	70,0	83,5
1000	77,1	87,8
5000	96,0	97,7
7500	100	100

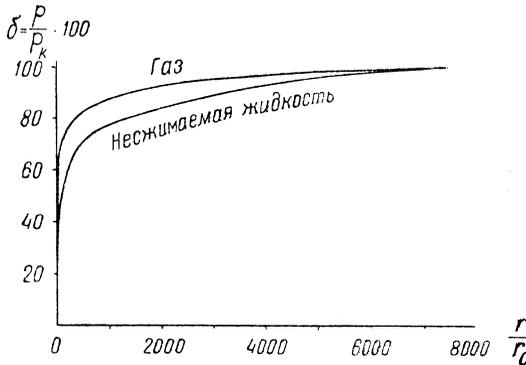


Рис. 75. Сравнение кривых  $\delta = \delta\left(\frac{r}{R_c}\right)$  при установившейся радиальной фильтрации газов и жидкостей по линейному закону фильтрации.

Рассмотрение табл. 10 и рис. 75 показывает следующее. При  $\frac{r}{R_c} = 2$ , или  $r - R_c = R_c$ ,  $\delta = 27,8\%$ , т. е. при радиальной установившейся фильтрации газа на расстоянии всего лишь одного радиуса скважины  $R_c$  от стенки скважины (при диаметре скважины  $D = 8''$  это соответствует 10 см), теряется около 27,8% всего перепада давления, в то

время как на длине пути в  $6500 R_c$  (от контура питания до точки, в которой  $r = 100 R_c$ ), что соответствует длине пути в  $650 м$ , потери давления составляют  $28,1\%$ , т.е. примерно столько же, сколько на ближайших к скважине  $10 см$ . Свыше половины ( $50,8\%$ ) потерь давления приходится на однометровую призабойную зону пласта и свыше  $70\%$  ( $71,9\%$ ) на десятиметровую призабойную зону.

Таким образом, характерной особенностью установившейся радиальной фильтрации газа является весьма малое падение давления вдали от скважины и чрезвычайно резкое падение давления в непосредственной близости от скважины. Из сравнения приведенных в табл. 10 значений  $\delta$  и помещенных на рис. 75 кривых  $\delta = \delta\left(\frac{r}{R_c}\right)$  для жидкости и газа видно, что в призабойной зоне пласта падение давления при фильтрации газа происходит гораздо более резко, чем при фильтрации жидкости. В то время как падение давления на ближайших к скважине  $10 см$  пласта при фильтрации газа составляет  $27,8\%$  от величины депрессии, при фильтрации жидкости оно равно  $7,8\%$ , относительная величина падения давления газа в однометровой призабойной зоне пласта почти в 2 раза больше, чем при фильтрации жидкости ( $25,8\%$ ), и т.д.

Следствием указанной характерной особенности радиальной фильтрации газа является близость величины средневзвешенного по объему пласта давления  $\tilde{p}$  к контурному давлению  $p_k$ .

Для нахождения величины  $\tilde{p}$  выделим на расстоянии  $r$  от скважины кольцевой элемент пласта шириною  $dr$  (рис. 76). Объем порового пространства этого элемента равен:

$$d\Omega = 2\pi bmrdr. \quad (40, XII)$$

Объем порового пространства всего пласта будет:

$$\Omega = \pi(R_k^2 - R_c^2)bm. \quad (41, XII)$$

Подставляя в формулу (15, XII) значения  $\Omega$ ,  $d\Omega$ ,  $p$  из уравне-

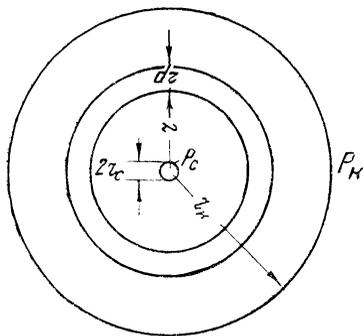


Рис. 76. К определению среднего давления  $\tilde{p}$  в газовой залежи.

ний (41, XII), (40, XII) и (37, XII), получим:

$$\tilde{p} = \frac{2}{R_{\kappa}^2 - R_c^2} \int_{R_c}^{R_{\kappa}} \sqrt{p_c^2 + \frac{p_{\kappa}^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}} r dr. \quad (42, XII)$$

Разделим уравнение (42, XII) на  $p_{\kappa}$  и введем безразмерные величины  $\xi = \frac{\tilde{p}}{p_{\kappa}}$ ;  $R^* = \frac{r}{R_c}$ ;  $R_{\kappa}^* = \frac{R_{\kappa}}{R_c}$ ;  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_{\kappa}}$ .

Тогда уравнение (42, XII) приводится к виду:

$$\xi = \frac{2}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \int_1^{R_{\kappa}^*} \sqrt{\varepsilon^2 + \frac{1 - \varepsilon^2}{\ln R_{\kappa}^*} \ln R^*} R^* dR^*. \quad (43, XII)$$

Проинтегрировав уравнение (43, XII) и задаваясь различными значениями  $R_{\kappa}^*$  и  $\varepsilon$ , получим приведенные в табл. 11 величины  $\xi^2$ .

Т а б л и ц а 11

**Значения  $\xi = \frac{\tilde{p}}{p_{\kappa}}$  (отношение среднего давления к контурному) в случае плоской установившейся радиальной фильтрации газа по линейному закону фильтрации**

$R_{\kappa}^* \backslash \varepsilon$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
22025 ( $e^{10}$ )	0,9743	0,9746	0,9754	0,9767	0,9784	0,9808	0,9837	0,9870	0,9909	0,9952
2981 ( $e^8$ )	0,9677	0,9682	0,9690	0,9707	0,9730	0,9760	0,9798	0,9837	0,9887	0,9940
403 ( $e^6$ )	0,9564	0,9569	0,9582	0,9606	0,9636	0,9677	0,9726	0,9783	0,9848	0,9919
54,6 ( $e^4$ )	0,9331	0,9338	0,9360	0,9396	0,9446	0,9509	0,9584	0,9672	0,9771	0,9881
7,4 ( $e^2$ )	0,8683	—	0,8718	0,8777	0,8899	0,9020	0,9183	0,9366	0,9587	0,9770

Величина  $\xi$  может быть определена приближенно следующим образом. Введем в формулу (42, XII) вместо давления  $p$ , определяемого

<sup>2</sup>Помещение здесь всех выкладок, связанных с интегрированием уравнения (43, XII), заняло бы много места. Указанные выкладки приведены в работе В. В. Лапука [91].

формулой (37, XII), его значение из формулы (36, XII). Тогда

$$\tilde{p} = \frac{2}{R_{\kappa}^2 - R_c^2} \int_{R_c}^{R_{\kappa}} \sqrt{p_{\kappa}^2 - \frac{p_{\kappa}^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \ln \frac{R_{\kappa}}{r}} r dr,$$

что дает

$$\begin{aligned} \xi = \frac{\tilde{p}}{p_{\kappa}} &= \frac{2}{R_{\kappa}^2 - R_c^2} \int_{R_c}^{R_{\kappa}} \sqrt{1 - \frac{p_{\kappa}^2 - p_c^2}{p_{\kappa}^2 \ln \frac{r_{\kappa}}{r}} \ln \frac{r_{\kappa}}{r}} r dr = \\ &= \frac{2}{R_{\kappa}^2 - R_c^2} \int_{R_c}^{R_{\kappa}} \sqrt{1 - \frac{p_{\kappa}^2 - p_c^2}{p_{\kappa}^2 \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \left( \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c} - \ln \frac{r}{R_c} \right)} r dr. \end{aligned}$$

Вводя в полученное уравнение безразмерные величины  $\varepsilon$ ,  $R_{\kappa}^*$  и  $R^*$ , имеем:

$$\xi = \frac{2}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \int_1^{R_{\kappa}^*} \sqrt{1 - \frac{1 - \varepsilon^2}{\ln R_{\kappa}^*} \ln \frac{R_{\kappa}^*}{R^*}} R^* dR^*.$$

Обозначим

$$x = \frac{1 - \varepsilon^2}{\ln R_{\kappa}^*} \ln \frac{R_{\kappa}^*}{R^*}.$$

Тогда

$$\sqrt{1 - \frac{1 - \varepsilon^2}{\ln R_{\kappa}^*} \ln \frac{R_{\kappa}^*}{R^*}} = \sqrt{1 - x}.$$

Как известно,  $\sqrt{1 - x}$  при  $|x| < 1$  разлагается в ряд:

$$\sqrt{1 - x} = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 - \dots$$

Величина  $R^*$  изменяется в пределах от 1 до  $R_{\kappa}^*$ .

При  $R^* = 1$   $x = 1 - \varepsilon^2 < 1$ , при  $R^* > 1$   $x < 1 - \varepsilon^2 < 1$ . Таким образом во всех случаях  $|x| < 1$ , а следовательно, радикал может быть

разложен в указанный ряд. Следуя И. А. Чарному<sup>3</sup>, произведем разложение, удержав первые два члена ряда и заменяя  $x$  его значением. Тогда:

$$\begin{aligned}\xi &= \frac{2}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \int_1^{R_{\kappa}^*} \left( 1 - \frac{1 - \varepsilon^2}{2 \ln R_{\kappa}^*} \ln \frac{R_{\kappa}^*}{R^*} \right) R^* dR^* = \\ &= \frac{2}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \int_1^{R_{\kappa}^*} \left( 1 + \frac{1 + \varepsilon^2}{2 \ln R_{\kappa}^*} \ln \frac{R^*}{R_{\kappa}^*} \right) R^* dR^*.\end{aligned}$$

Выполнив интегрирование, имеем:

$$\xi = 1 - \frac{1 - \varepsilon^2}{2} \left( \frac{1}{2 \ln R_{\kappa}^*} - \frac{1}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \right) \quad (43^I, XII)$$

или

$$1 - \xi = \frac{1 - \varepsilon^2}{2} \left( \frac{1}{2 \ln R_{\kappa}^*} - \frac{1}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \right) \quad (43^{II}, XII)$$

Отметим, что величина  $(1 - \xi)$  отличается от значения  $(1 - \xi_{\text{ж}})$  в случае радиальной фильтрации сжимаемой жидкости, где  $\xi_{\text{ж}} = \frac{\tilde{p}}{\varrho_{\kappa}}$  и  $\varepsilon_{\text{ж}} = \frac{\varrho_{\text{с}}}{\varrho_{\kappa}}$ , лишь на множитель, стоящий перед скобкой [см. формулу (46, XI) § 2 главы XI].

На рис. 77 помещены кривые зависимости  $\xi$  от  $\varepsilon$  при разных величинах  $R_{\kappa}^*$ . Указанные кривые построены по данным табл. 11.

При рассмотрении табл. 11 и кривых, приведенных на рис. 77, следует иметь в виду, что в практике разработки газовых месторождений обычно  $R_{\kappa}^* > 500$ , а  $\varepsilon > 0,5$ . Для этих значений  $R_{\kappa}^*$  и  $\varepsilon$  величины  $\xi$  настолько близки к единице, что при решении многих практических задач можно принять, что среднее давление  $\tilde{p}$  равно контурному давлению  $p_{\kappa}$ .

Следует отметить, что при  $p_{\text{с}} = 0$  (а значит и  $\varepsilon = 0$ ) минимальное значение  $\xi$  (при  $R_{\kappa}^* = 7,4$ ) равно  $\sim 0,8688$ , т. е.  $\tilde{p} = 0,868 p_{\kappa}$ . В случае линейного (одномерного) движения, согласно формуле (18, XII), величина  $\xi$  постоянна и равна  $\frac{2}{3}$ . Это указывает на существенное различие в распределении давления при одномерной и радиальной фильтрации газов.

<sup>3</sup> «Известия ОТН АН СССР», № 3, 1949.

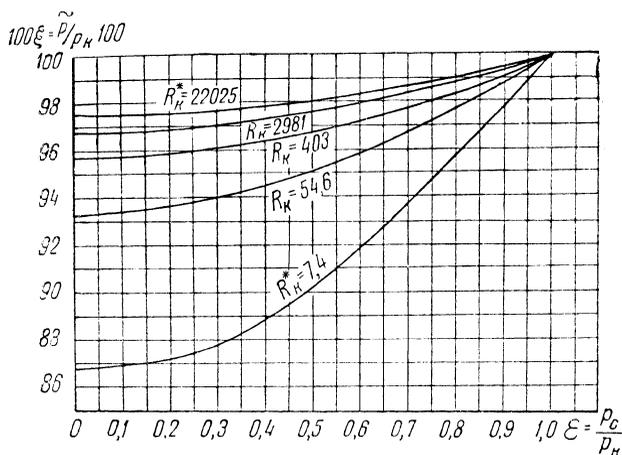


Рис. 77. Зависимость отношения  $\xi$  среднего давления  $\bar{p}$  к контурному давлению  $p_K$  от величины  $\epsilon$  при радиальном движении газа по линейному закону фильтрации.

Вращение пьезометрической кривой, определяемой уравнением (37, XII), вокруг оси скважины образует, как указывалось в § 2 главы IX, так называемую воронку депрессии. Назовем условно объемом воронки депрессии  $\Omega_v$  тот приведенный к атмосферному давлению объем газа, который надо извлечь из пласта, чтобы в нем установилось распределение давления, соответствующее (в данном случае) установившемуся радиальному движению газа. Если бы во всем пласте давление было одинаково и равно  $p_K$ , то запас газа в нем составлял бы величину  $\Omega p_K$ . При установившейся радиальной фильтрации запас газа в пласте равен  $\Omega \bar{p}$ . Следовательно, объем воронки депрессии равен:

$$\Omega_v = \Omega p_K - \Omega \bar{p} = \Omega(p_K - \bar{p}) = \Omega p_K(1 - \xi). \quad (44, XII)$$

Поскольку, как отмечалось выше, величина  $\xi$  обычно близка к единице, в условиях радиальной фильтрации объем воронки депрессии весьма мал и при подсчете запасов газа в большинстве случаев им можно пренебречь.

В заключение настоящего параграфа отметим, что изложенные в конце § 3 соображения об аналогии между установившимся движением газа в пористой среде и фильтрацией жидкости со свободной поверхностью полностью справедливы и при радиальной фильтрации газов.

## § 5. Неустановившееся радиальное движение газов по линейному закону фильтрации

До вскрытия пласта скважиной давление  $p$  во всей газовой залежи одинаково и равно начальному пластовому давлению  $p_n$ . Газовая залежь рассматривается нами как замкнутый резервуар, запасы газа в котором в процессе разработки не пополняются извне. В этих условиях, в отличие от установившегося движения, с течением времени давление в пласте будет падать и газовая залежь будет истощаться.

Количество газа, извлеченного из пласта за некоторый промежуток времени, равно изменению запасов газа в пласте за тот же промежуток времени. Это условие материального баланса в дифференциальной форме можно записать следующим образом:

$$Q dt = -\Omega d\tilde{p}, \quad (45, XII)$$

где  $Q$  — приведенный к атмосферному давлению дебит газовой скважины;

$t$  — время;

$\Omega$  — объем порового пространства пласта, принимаемый нами при решении рассматриваемых в настоящей главе задач постоянным<sup>1</sup>;

$\tilde{p}$  — средневзвешенное по объему давление, величина которого определяется формулой (15, XII).

При рассмотрении неустановившейся фильтрации газов буквами  $p$ ,  $\tilde{p}$ ,  $p_k$  и  $p_c$  мы будем обозначать отношение соответствующего абсолютного давления к атмосферному давлению ( $p_{ат}$ ). Следовательно, в отличие от предыдущих глав, величины  $p$ ,  $\tilde{p}$ ,  $p_k$  и  $p_c$  здесь являются *безразмерными*, показывающими число атмосфер соответствующего абсолютного давления.

*Уравнение (45, XII) мы называем дифференциальным уравнением истощения газовой залежи.*

При рассмотрении установившейся радиальной фильтрации газа мы доказали, что средневзвешенное по объему пласта давление  $\tilde{p}$  практически совпадает с контурным давлением  $p_k$ . Произведенное Б. Б. Лапуком [91] сравнение распределения давления при установившейся и неустановившейся фильтрации газов показало, что при одинаковых граничных условиях кривая распределения давления в пласте

<sup>1</sup>Изменение объема порового пространства  $\Omega$  газовой залежи вследствие упругости горных пород, проявляющейся при падении давления  $p$ , не оказывает существенного влияния на движение газов в пористой среде, так как коэффициент сжимаемости пористой среды (см. главу XI) ничтожен по сравнению с коэффициентом сжимаемости газа, который приближенно можно принять равным единице.

в случае неустановившейся фильтрации располагается несколько выше соответствующей кривой при установившейся фильтрации.

Рассмотрим, что происходит при вскрытии скважиной пласта, схема которого изображена на рис. 54. Начиная с момента вскрытия газовой залежи, по мере отбора газа, падение давления распространяется от скважины к границам залежи аналогично тому, что имеет место в случае неустановившейся радиальной фильтрации сжимаемой жидкости (см. начало § 3 главы XI).

С момента вскрытия пласта до достижения фронтом депрессии контура питания пройдет некоторое время. Общее количество газа, извлеченное из залежи в течение этого времени, равно «объему воронки депрессии», определяемому формулой (44, XII), в которую вместо величины  $p_k$  надо подставить величину начального давления  $p_n$ . Поскольку этот объем воронки депрессии мал по сравнению с запасами газа, при решении многих практических задач периодом времени, в течение которого происходит расширение фронта депрессии от скважины до контура, и величиной  $\Omega_v$  можно пренебречь и принять, что после вскрытия пласта влияние скважины мгновенно достигает контура<sup>2</sup>.

Следовательно, при одинаковых граничных условиях среднее давление  $\tilde{p}$  при неустановившейся фильтрации газа будет еще меньше отличаться от контурного, чем при установившейся фильтрации, а значения  $\xi = \frac{\tilde{p}}{p_k}$  будут еще ближе к единице, чем величины  $\xi$ , указанные в табл. 11. Исходя из этого, подставим вместо входящего в дифференциальное уравнение (45, XII) истощения газовой залежи среднего давления  $\tilde{p}$  контурное давление  $p_k$ . Тогда вместо уравнения (45, XII) получим:

$$Q dt = -\Omega dp_k. \quad (46, XII)$$

Эксплуатация газовых месторождений производится в течение длительных промежутков времени, исчисляемых годами. Вследствие этого изменения во времени давления в пласте и дебита скважин происходят относительно медленно. Это позволяет рассматривать неустановившуюся радиальную фильтрацию газов, как непрерывную последовательность стационарных состояний, т. е. *приближенно* считать, что в каждый момент времени дебит газа и распределение давления в пласте такие же, как и при установившейся фильтрации при тех же гранич-

<sup>2</sup>Учет первой фазы неустановившейся фильтрации необходим при решении задач, связанных с интерпретацией данных испытания газовых скважин. Исследование этих вопросов представляет большой интерес с точки зрения определения параметров пласта (проницаемости, пористости, мощности или их комбинации) по результатам испытания газовых скважин. Работы в этом направлении проводятся нами в Московском нефтяном институте.

ных условиях. Решая задачи о неустановившейся радиальной фильтрации газов методом последовательной смены стационарных состояний, для определения дебита скважины и распределения давления в пласте можно воспользоваться формулами (31, XII) и (37, XII).

Чтобы найти интересующие нас изменения во времени дебита газа  $Q$  и пластового давления  $p_k$ , нужно проинтегрировать уравнение (46, XII), для чего должны быть известны начальные и граничные условия.

В качестве *начального условия* естественно принять постоянство давления в пласте в начальный момент времени, т. е.

$$\text{при } t = 0 \quad p = p_k = p_n. \quad (47, \text{XII})$$

*Граничные условия* на контуре скважины определяются условиями отбора газа и могут быть следующими.

1. Давление на скважине  $p_c$  в процессе разработки газовой залежи поддерживается постоянным, что может быть достигнуто соответствующим регулированием дебита скважины. Это условие выражается в виде:

$$p_c = \text{const}. \quad (48, \text{XII})$$

Приближенно можно считать, что оно имеет место также тогда, когда газ из скважин направляется непосредственно (при полностью открытых задвижках) в газопровод, в котором поддерживается постоянное давление. При эксплуатации конденсатных месторождений поддержание постоянного забойного давления необходимо, начиная с того момента времени, когда давление на забое становится близким к давлению обратной конденсации.

2. Дебит скважины является заданной функцией времени, т. е.

$$Q = Q(t). \quad (49, \text{XII})$$

Это условие справедливо, когда количество добываемого газа определяется запросами потребителей, причем динамика потребления газа во времени известна. Частным случаем условия (49, XII) является эксплуатация скважины при постоянном дебите газа, т. е.

$$Q = \text{const}. \quad (50, \text{XII})$$

Поскольку приведенный к атмосферному давлению дебит  $Q$  скважины прямо пропорционален весовой скорости газа ( $\gamma v$ ), определяемой уравнением (27, XII), то условия отбора (49, XII) и (50, XII) означают эксплуатацию скважины при условиях, когда величина градиента квадрата давления  $\left(\frac{dP}{dr}\right)$  или произведения давления на градиент

давления  $\left(p \frac{dP}{dr}\right)$  является соответственно заданной функцией времени или величиной постоянной. Следовательно, вместо уравнений (49, XII) и (50, XII) можно написать:

$$\left(\frac{dP}{dr}\right)_{r=r_c} = \frac{1}{2} \left(p \frac{dP}{dr}\right)_{r=r_c} = f(t) \quad (49', \text{XII})$$

и

$$\left(\frac{dP}{dr}\right)_{r=r_c} = \frac{1}{2} \left(p \frac{dP}{dr}\right)_{r=r_c} = \text{const.} \quad (50', \text{XII})$$

3. При эксплуатации скважины в ее призабойной зоне поддерживается постоянная скорость  $v_c$  фильтрации газа. Это условие означает постоянство приведенного к забойному давлению объемного расхода газа. Скорость фильтрации газа  $v_c$  у входа в скважину равна:

$$v_c = \frac{Q}{p_c \cdot F_c} = \text{const.}, \quad (51, \text{XII})$$

где  $F_c$  — площадь сечения пласта, сквозь которую газ поступает в скважину;  $F_c$  есть постоянная величина. Из уравнения (51, XII) следует, что

$$Q = c p_c, \quad (52, \text{XII})$$

где  $c$  — постоянная.

Таким образом, условие поддержания в течение времени  $t$  постоянной скорости фильтрации выражается соотношением (52, XII). Поскольку, согласно линейному закону фильтрации, скорость фильтрации  $v$  пропорциональна градиенту давления  $\frac{dp}{dr}$ , условие (51, XII) означает также

$$\left(\frac{dp}{dr}\right)_{r=r_c} = \text{const}^3. \quad (52', \text{XII})$$

На внешней границе, т. е. на контуре залежи, скорость фильтрации равна нулю, следовательно, и пропорциональный ей градиент давления

$$\left(\frac{dp}{dr}\right)_{r=r_\kappa} = 0.$$

---

<sup>3</sup>Подробный анализ условий отбора газа (48, XII)–(52, XII) с точки зрения их практического значения дается в нашей работе [91].

**1. Неустановившаяся радиальная фильтрация газа в случае эксплуатации скважин при поддержании постоянного забойного давления ( $p_c = \text{const}$ )**

Из уравнения (46, XII) дебит скважины равен:

$$Q = -\Omega \frac{dp_{\kappa}}{dt}. \quad (53, \text{XII})$$

С другой стороны, формулу дебита газа  $Q$  на основании уравнения (31, XII) можно представить в виде:

$$Q = A(p_{\kappa}^2 - p_c^2), \quad (54, \text{XII})$$

где

$$A = \frac{\pi k b p_{\text{ат}}}{\mu \ln \frac{p_{\kappa}}{p_c}}. \quad (55, \text{XII})$$

Приравнявая уравнения (54, XII) и (53, XII), имеем:

$$A(p_{\kappa}^2 - p_c^2) = -\Omega \frac{dp_{\kappa}}{dt},$$

откуда

$$dt = -\frac{\Omega}{A} \frac{dp_{\kappa}}{(p_{\kappa}^2 - p_c^2)}.$$

Интегрируя полученное уравнение в пределах от 0 до  $t$  и от  $p_{\text{н}}$  до  $p_{\kappa}$ , находим:

$$t = \frac{\Omega}{2Ap_c} \ln \frac{(p_{\text{н}} - p_c)(p_{\kappa} + p_c)}{(p_{\text{н}} + p_c)(p_{\kappa} - p_c)} \quad (56, \text{XII})$$

или, обозначая постоянные

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{\Omega}{2Ap_c} \ln \frac{p_{\text{н}} + p_c}{p_{\text{н}} - p_c} \\ N_2 &= \frac{\Omega}{2Ap_c} \end{aligned} \right\} \quad (57, \text{XII})$$

и

получим:

$$t = N_2 \ln \frac{p_{\kappa} + p_c}{p_{\kappa} - p_c} - N_1. \quad (58, \text{XII})$$

Введем переменную

$$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}.$$

Тогда уравнение (58, XII) приводится к виду:

$$t = N_2 \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} - N_1. \quad (59, XII)$$

Время  $T$  разработки (истощения) газовой залежи в условиях  $p_c = \text{const}$  найдем, положив при  $t = T$   $p_k = p_{\text{кон}}$  (что соответствует  $\varepsilon = \varepsilon_{\text{кон}} = \frac{p_c}{p_{\text{кон}}}$ , где  $p_{\text{кон}}$  — некоторое конечное значение величины контурного давления  $p_k$  к моменту окончания эксплуатации газовой залежи.

$$T = \frac{\Omega}{2Ap_c} \ln \frac{(p_n - p_c)(p_{\text{кон}} + p_c)}{(p_n + p_c)(p_{\text{кон}} - p_c)} \quad (60, XII)$$

или

$$T = N_2 \ln \frac{1 + \varepsilon_{\text{кон}}}{1 - \varepsilon_{\text{кон}}} - N_1.$$

Обозначим через  $\tau$  — безразмерное время, связанное со временем  $t$  условием

$$\tau = \frac{t + N_1}{N_2} = \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}. \quad (61, XII)$$

Тогда формула (59, XII) приводится к виду:

$$t = N_2 \tau - N_1. \quad (62, XII)$$

В табл. 12 приведены значения  $\tau$  для различных  $\varepsilon$ , а на рис. 78 показана кривая  $\tau = \tau(\varepsilon)$ . Из формулы (61, XII) и рис. 78 видно, что при приближении  $\varepsilon$  к 1 (что соответствует приближению  $p_k$  к  $p_c$ ) время  $\tau$  стремится к бесконечности. Это указывает, что истощение газовой залежи к концу ее разработки происходит крайне медленно.

Из формулы (61, XII) легко найти величину  $\varepsilon$

$$\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} = \varepsilon^\tau,$$

откуда

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon^\tau - 1}{\varepsilon^\tau + 1}. \quad (63, XII)$$

Таблица 12

Значение безразмерного времени  $\tau = \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}$

№ П/П	$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$	$\tau$	$Q^* = \frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon^2}$	№ П/П	$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$	$\tau$	$Q^* = \frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon^2}$
1	0,05	0,09981	399,0	11	0,55	1,2363	2,3507
2	0,10	0,20043	99,000	12	0,60	1,3859	1,7777
3	0,15	0,3022	43,400	13	0,65	1,5501	1,3668
4	0,20	0,4054	24,000	14	0,70	1,7340	1,0408
5	0,25	0,5102	15,00	15	0,75	1,9454	0,7777
6	0,30	0,6038	10,111	16	0,80	2,1966	0,5625
7	0,35	0,7307	7,1632	17	0,85	2,512	0,3840
8	0,40	0,8468	5,2500	18	0,90	2,9436	0,2345
9	0,45	0,9692	3,9382	19	0,95	3,6626	0,1083
10	0,50	1,0983	3,0000	20	1,00	$\infty$	0

Из значения  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$  контурное давление  $p_k = \frac{p_c}{\varepsilon}$ , что в соответствии с формулой (63, XII) дает зависимость контурного давления от времени в виде:

$$p_k = p_c \frac{\varepsilon^\tau + 1}{\varepsilon^\tau - 1}. \quad (64, XII)$$

В частном случае, когда давление  $p_c$  на скважине равно нулю, дебит газовой скважины  $Q = Ap_k^2$ . Подставляя это значение расхода  $Q$  в уравнение (53, XII), имеем:

$$Ap_k^2 = -\Omega \frac{dp_k}{dt},$$

отсюда

$$\frac{dp_k}{p_k^2} = -\frac{A}{\Omega} dt.$$

Интегрируя полученное уравнение в пределах от  $p_H$  до  $p_k$  и от 0 до  $t$ , получим:

$$t = \frac{\Omega}{A} \left( \frac{1}{p_k} - \frac{1}{p_H} \right). \quad (65, XII)$$

Решая уравнение (65, XII) относительно  $p_k$ , имеем:

$$p_k = p_H \cdot \frac{1}{1 + \frac{Ap_H}{\Omega} t}. \quad (66, XII)$$

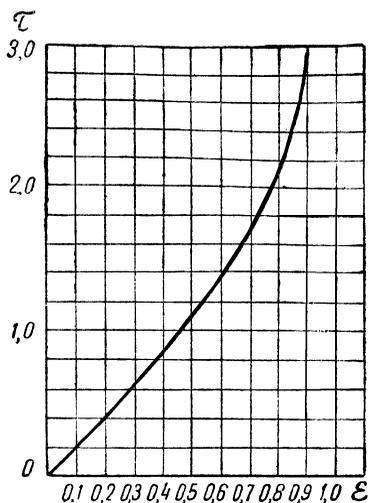


Рис. 78. Зависимость безразмерного времени  $\tau = \frac{t + N_1}{N_2} = \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}$  от величины  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$  при неустановившейся радиальной фильтрации газа по линейному закону фильтрации и условию отбора газа  $p_c = \text{const}$ .

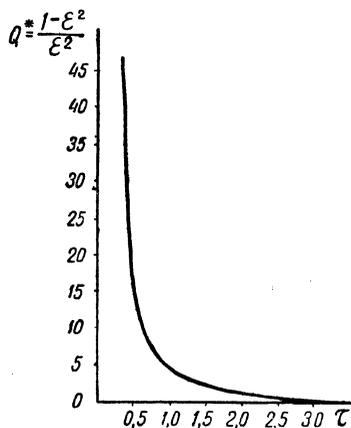


Рис. 79. Зависимость безразмерного дебита  $Q^*$  от безразмерного времени  $\tau$  при неустановившейся радиальной фильтрации газа по линейному закону фильтрации и условию отбора  $p_c = \text{const}$ .

Введение переменной  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$  позволяет написать формулу (54, XII) дебита газа в виде:

$$Q = Ap_c^2 \left( \frac{1}{\varepsilon^2 - 1} \right) = Ap_c^2 \frac{1 - \varepsilon^2}{\varepsilon^2}. \quad (67, XII)$$

Обозначим через  $Q^*$  — безразмерный дебит, связанный с дебитом  $Q$  условием:

$$Q^* = \frac{1}{Ap_c^2} Q \quad (68, XII)$$

или

$$Q = Ap_c^2 Q^*. \quad (69, XII)$$

Тогда из формулы (67, XII) имеем:

$$Q^* = \frac{1 - \varepsilon^2}{\varepsilon^2}. \quad (70, XII)$$

Подстановка в формулу (70, XII) вместо  $\varepsilon$  его значения из уравнения (63, XII) дает зависимость между безразмерным дебитом  $Q^*$  и безразмерным временем  $\tau$  в виде:

$$Q^* = 4 \frac{\varepsilon^\tau}{(\varepsilon^\tau - 1)^2}. \quad (71, XII)$$

Задаваясь различными значениями  $\tau$ , получим приведенные в табл. 12 значения  $Q^*$ , вычисленные по формуле (71, XII). На рис. 79 показана кривая зависимости безразмерного дебита  $Q^*$  от безразмерного времени  $\tau$ .

Как видно из рис. 79, с течением времени дебит газа сначала резко падает, а затем кривая  $Q^* = Q^*(\tau)$  выполаживается и далее асимптотически приближается к нулю.

При решении конкретных задач, задаваясь различными значениями контурного давления  $p_k < p_n$ , находим отвечающие им величины  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$ ; далее по табл. 12 или по графикам, приведенным на рис. 78 и 79, определяем соответствующие этим  $\varepsilon$  значения безразмерных времени  $\tau$  и дебита  $Q^*$  и по формулам (59, XII) и (69, XII) находим интересующие нас значения времени  $t$  и дебита  $Q$ .

## 2. Неустановившаяся радиальная фильтрация газа в условиях, когда дебит газа является заданной функцией времени

Рассмотрим сначала случай постоянства дебита:  $Q = \text{const}$ ,

$$\left( p \frac{dp}{dr} \right)_{r=R_c} = \text{const}.$$

Исходя из дифференциального уравнения истощения газовой залежи (45, XII), при этом условии отбора имеем

$$d\tilde{p} = -\frac{Q}{\Omega} dt$$

Интегрируя это уравнение в пределах от начального давления  $p_n$  при  $t = 0$  до давления  $\tilde{p}$  в момент времени  $t$ , находим закон изменения

среднего давления  $\tilde{p}$  во времени:

$$\tilde{p} = p_n - \frac{Q}{\Omega} t. \quad (72, \text{XII})$$

Общее время  $T$  извлечения газа найдем, положив  $\tilde{p} = p_{\text{кон}}$  при  $t = T$  (причем  $p_{\text{кон}}$  близко к 1 *атм*):

$$T = \frac{(p_n - p_{\text{кон}}) \cdot \Omega}{Q}. \quad (73, \text{XII})$$

Поскольку, как отмечалось выше, в условиях радиальной неустановившейся фильтрации величина среднего давления весьма близка контурному давлению, то, подставляя в уравнение (72, XII) вместо  $\tilde{p}$  контурное давление  $p_k$ , получим

$$p_k = p_n - \frac{Q}{\Omega} t. \quad (74, \text{XII})$$

Решая уравнение (54, XII) относительно величины забойного давления  $p_c$ , имеем:

$$p_c = \sqrt{p_k^2 - \frac{Q}{A}}. \quad (75, \text{XII})$$

Подставляя в уравнение (75, XII) вместо контурного давления  $p_k$  его значение из формулы (74, XII), получим уравнение, показывающее изменение во времени давления  $p_c$ <sup>4</sup>:

$$p_c = \sqrt{\left(p_n - \frac{Q}{\Omega} t\right)^2 - \frac{Q}{A}}. \quad (76, \text{XII})$$

Если дебит скважины является заданной функцией времени

$$Q = Q(t), \quad (49, \text{XII})$$

то из уравнения (45, XII) имеем:

$$-d\tilde{p} = \frac{1}{\Omega} Q(t) dt.$$

---

<sup>4</sup>Уравнением (76, XII) нельзя пользоваться при слишком большом понижении давления.

Интегрируя полученное уравнение в пределах от  $p_n$  до  $\tilde{p}$  и от 0 до  $t$ , находим закон изменения среднего давления во времени:

$$\tilde{p} = p_n - \frac{1}{\Omega} \int_0^t Q(t) dt = p_n - \frac{Q_{\text{доб}}}{\Omega}, \quad (77, \text{XII})$$

где  $Q_{\text{доб}} \int_0^t Q(t) dt = \Omega_{\text{в}}$  — суммарный объем газа, извлеченного из залежи с начала разработки до момента времени  $t$ , равный объему воронки депрессии  $\Omega_{\text{в}}$ .

Подставляя в уравнение (75, XII) вместо контурного давления  $p_k$  значение среднего давления  $\tilde{p}$  из формулы (77, XII), получим зависимость забойного давления  $p_c$  от времени  $t$  в виде:

$$p_c = \sqrt{\left[ p_n - \frac{Q_{\text{доб}}(t)}{\Omega} \right]^2 - \frac{Q}{A}}. \quad (78, \text{XII})$$

Поскольку  $Q = Q(t)$  — известная функция  $t$ , то тем самым и

$$Q_{\text{доб}}(t) = \int_0^t Q(t) dt$$

является заданной функцией  $t$ , зная которую легко определить по формуле (78, XII) значения  $p_c$  в различные моменты времени  $t$ .

Время  $T$  разработки газовой залежи может быть определено следующим образом. Принимая, что к концу разработки давление  $\tilde{p}$  в газовой залежи равно  $p_{\text{кон}}$ , находим из уравнения (77, XII) количество газа  $Q_{\text{доб., } T}$ , извлеченное из залежи за время ее разработки:

$$Q_{\text{доб., } T} = (p_n - p_{\text{кон}}) \Omega.$$

Подставляя в уравнение  $Q_{\text{доб}} = Q_{\text{доб}}(t)$  вместо  $Q_{\text{доб}}$  его значение  $Q_{\text{доб., } T}$ , находим затем время  $T$  разработки газовой залежи, ибо при  $Q_{\text{доб}} = Q_{\text{доб., } T}$   $t = T$ .

### 3. Неустановившаяся радиальная фильтрация газов в случае эксплуатации скважин при поддержании постоянной скорости

$$\text{фильтрации газа } (Q = cp_c), \left( \frac{dp}{dr} \right)_{r=R_c} = \text{const}$$

При условии отбора газа (52, XII) для приведенного к атмосферному давлению дебита газовой скважины можно написать следующие три уравнения:

$$Q = -\Omega \frac{dp_{\kappa}}{dt}, \quad (53, \text{XII})$$

$$Q = A(p_{\kappa}^2 - p_c^2), \quad (54, \text{XII})$$

$$Q = cp_c. \quad (52, \text{XII})$$

Приравняв правые части равенств (54, XII) и (52, XII) и решая полученное квадратное уравнение относительно забойного давления  $p_c$ , имеем:

$$p_c = \frac{c}{2A} \left[ -1 + \sqrt{1 + \left( \frac{2A}{c} \right)^2 p_{\kappa}^2} \right]. \quad (79, \text{XII})$$

Подставляя это значение  $p_c$  в условие (52, XII), получаем формулу дебита скважины, выраженного через контурное давление  $p_{\kappa}$ :

$$Q = \frac{c^2}{2A} \left[ -1 + \sqrt{1 + \left( \frac{2A}{c} \right)^2 p_{\kappa}^2} \right]. \quad (80, \text{XII})$$

Приравняв уравнения (80, XII) и (53, XII), имеем:

$$-\Omega \frac{dp_{\kappa}}{dt} = \frac{c^2}{2A} \left[ -1 + \sqrt{1 + \left( \frac{2A}{c} \right)^2 p_{\kappa}^2} \right].$$

Введем обозначение

$$y = \frac{2A}{c} p_{\kappa} = \frac{2\pi kb}{c\mu p_{\text{ат}} \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} p_{\kappa}. \quad (81, \text{XII})$$

Тогда

$$-\frac{\Omega c}{2A} \frac{dy}{dt} = \frac{c^2}{2A} \left[ -1 + \sqrt{1 + y^2} \right].$$

Разделяя переменные, имеем:

$$\frac{dy}{-1 + \sqrt{1 + y^2}} = -\frac{c}{\Omega} dt.$$

Для интегрирования полученного уравнения применяем подстановку

$$x - y = \sqrt{1 + y^2},$$

что после освобождения от радикала дает:

$$y = \frac{x^2 - 1}{2x}, \quad dy = \frac{x^2 + 1}{2x^2} dx; \quad \sqrt{1 + y^2} = x - \frac{x^2 - 1}{2x} = \frac{x^2 + 1}{2x}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \int \frac{dy}{-1 + \sqrt{1 + y^2}} &= \int \frac{x^2 + 1}{x(x - 1)^2} dx = \\ &= \ln x - \frac{2}{x - 1} = \ln(y + \sqrt{1 + y^2}) - \frac{2}{-1 + y + \sqrt{1 + y^2}} + B, \end{aligned}$$

где  $B$  — произвольная постоянная.

Таким образом:

$$\ln(y + \sqrt{1 + y^2}) - \frac{2}{-1 + y + \sqrt{1 + y^2}} = -\frac{c}{\Omega} t + B. \quad (82, \text{ XII})$$

При  $t = 0$ ,  $p = p_n$

$$y = \frac{2A}{c} p_n = y_n. \quad (83, \text{ XII})$$

Следовательно:

$$B = \ln \left( y_n + \sqrt{1 + y_n^2} \right) - \frac{2}{-1 + y_n + \sqrt{1 + y_n^2}}.$$

Подставляя это значение  $B$  в уравнение (82, XII) и решая последнее относительно  $t$ , находим:

$$\begin{aligned} t = \frac{\Omega}{c} \left\{ 2 \left[ \frac{1}{-1 + y + \sqrt{1 + y^2}} - \frac{1}{-1 + y_n + \sqrt{1 + y_n^2}} \right] + \right. \\ \left. + \ln \frac{y_n + \sqrt{1 + y_n^2}}{y + \sqrt{1 + y^2}} \right\}. \quad (84, \text{ XII}) \end{aligned}$$

Обозначая

$$a = \frac{2A}{c} \quad (85, \text{ XII})$$

и подставляя в уравнение (84, XII) вместо  $y$  и  $y_n$  их значения из уравнений (81, XII) и (83, XII), получим искомую зависимость между временем  $t$  и контурным давлением  $p_k$ .

$$t = \frac{\Omega}{c} \left\{ 2 \left[ \frac{1}{-1 + ap_k + \sqrt{1 + a^2 p_k^2}} - \frac{1}{-1 + ap_n + \sqrt{1 + a^2 p_n^2}} \right] + \ln \frac{ap_n + \sqrt{1 + a^2 p_n^2}}{ap_k + \sqrt{1 + a^2 p_k^2}} \right\}. \quad (86, \text{ XII})$$

При  $ap_k > 10$  с вполне достаточной точностью можно принять, что

$$t = \frac{\Omega}{c} \left\{ 2 \left[ \frac{1}{2ap_k - 1} - \frac{1}{2ap_n - 1} \right] + \ln \frac{p_n}{p_k} \right\}. \quad (87, \text{ XII})$$

Задаваясь различными значениями  $p_k$ , по формулам (86, XII) или (87, XII) находим соответствующие значения  $t$ . Располагая этими данными, легко построить кривую падения контурного давления во времени.

Подставляя значения  $p_k$  в формулу (79, XII), находим отвечающие им значения забойного давления  $p_c$ , что позволяет построить кривую

$$p_c = p_c(t).$$

Подставляя полученные значения  $p_c$  в формулу (80, XII), определяем дебит скважины  $Q$  в различные моменты времени  $t$ , что позволяет построить кривую  $Q = Q(t)$ .

Задаваясь некоторым конечным значением контурного давления к концу разработки газовой залежи  $p = p_{\text{кон}}$  и подставляя его в формулу (86, XII), можно найти время  $T$  разработки газовой залежи (время извлечения газа), так как при  $p_k = p_{\text{кон}}$   $t = T$ .

## § 6. Установившееся движение газа, не подчиняющееся линейному закону фильтрации

На основании принципа однородности размерностей весовая скорость фильтрации газов в соответствии с уравнением (36, VII) может

быть представлена в виде:

$$|\gamma v| = \text{Sl}_1^{\frac{1-n}{2}} k^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} \gamma^n g^{1-n} \left| \frac{dp}{dL} \right|^n. \quad (88, \text{XII})$$

Из уравнения состояния (2, XII) имеем:

$$\gamma \frac{dp}{dL} = \frac{\gamma_{\text{ат}}}{p_{\text{ат}}} p \frac{dp}{dL} = \frac{\gamma_{\text{ат}}}{2p_{\text{ат}}} \cdot \frac{dp^2}{dL},$$

что дает

$$\gamma^n \left( \frac{dp}{dL} \right)^n = \left( \frac{\gamma_{\text{ат}}}{2p_{\text{ат}}} \right)^n \left( \frac{dp^2}{dL} \right)^n.$$

Подставляя это значение  $\gamma^n \left( \frac{dp}{dL} \right)^n$  в уравнение (88, XII), имеем:

$$|\gamma v| = E \left| \frac{dp^2}{dL} \right|^n, \quad (89, \text{XII})$$

где

$$E = \text{Sl}_1^{\frac{1-n}{2}} k^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} g^{1-n} \left( \frac{\gamma_{\text{ат}}}{2p_{\text{ат}}} \right)^n. \quad (90, \text{XII})$$

Если для получения уравнения весовой скорости фильтрации вместо формулы (40, VII) воспользоваться формулой (44, VII), то вместо формулы (90, XII) получим:

$$E = (0,1m^{2,3}\text{Re}_{\text{кр}})^{1-n} k^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} g^{1-n} \left( \frac{\gamma_{\text{ат}}}{2p_{\text{ат}}} \right)^n. \quad (91, \text{XII})$$

Исходя из общего выражения для весовой скорости фильтрации (87, XII), рассмотрим установившуюся одноразмерную и радиальную фильтрацию газов, не подчиняющуюся линейному закону фильтрации.

### 1. Одномерная установившаяся фильтрация

Пусть движение газа происходит в горизонтальном направлении, противоположном направлению оси  $x$ . Тогда при площади вертикального сечения пласта  $F$  весовой расход газа  $G$  равен:

$$G = |\gamma v|F = EF \left| \frac{dp^2}{dx} \right|^n = EF \left| \frac{dP}{dx} \right|^n,$$

где

$$P = p^2$$

Разделяя переменные  $P$  и  $x$ , получим:

$$dP = \left( \frac{G}{EF} \right)^{\frac{1}{n}} dx. \quad (92, \text{XII})$$

Граничные условия выражаются уравнениями (9, XII).

Интегрируя дифференциальное уравнение (92, XII) в пределах от  $P_\Gamma$  до  $P_\kappa$  и от 0 до  $L_\kappa$ , получим:

$$P_\kappa - P_\Gamma \left( \frac{G}{EF} \right)^{\frac{1}{n}} L_\kappa = p_\kappa^2 - p_\Gamma^2,$$

откуда весовой расход газа равен:

$$G = EF \left( \frac{p_\kappa^2 - p_\Gamma^2}{L_\kappa} \right)^n. \quad (93, \text{XII})$$

Чтобы найти распределение давления в пласте, проинтегрируем уравнение (92, XII) в пределах от  $P_\Gamma$  до  $P$  и от 0 до  $x$ . Тогда

$$P = P_\Gamma + \left( \frac{G}{EF} \right)^{\frac{1}{n}} x,$$

что дает формулу распределения давления в пласте в виде:

$$p = \sqrt{p_\Gamma^2 + \left( \frac{G}{EF} \right)^{\frac{1}{n}} x}. \quad (94, \text{XII})$$

Из уравнения (93, XII) имеем:

$$\left(\frac{G}{EF}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{p_{\kappa}^2 - p_{\Gamma}^2}{L_{\kappa}}\right).$$

Подставляя это значение  $\left(\frac{G}{EF}\right)^{\frac{1}{n}}$  в формулу (94, XII), получим:

$$p = \sqrt{p_{\Gamma}^2 + \left(\frac{p_{\kappa}^2 - p_{\Gamma}^2}{L_{\kappa}}\right)x}. \quad (95, XII)$$

Сравнение формулы (95, XII) с формулой (13, XII) распределения давления в пласте при установившейся одномерной фильтрации газов показывает полное их совпадение. Это позволяет сделать вывод, что при установившемся одномерном движении газов в пористой среде распределение давления в пласте не зависит от закона фильтрации.

Величина средневзвешенного по объему давления  $p$  определяется формулой (17, XII).

В случае *турбулентной* фильтрации газов  $n = \frac{1}{2}$ . Подставляя это значение  $n$  в уравнение (93, XII), получим формулу весового расхода газа в виде:

$$G = EF \sqrt{\frac{p_{\kappa}^2 - p_{\Gamma}^2}{L_{\kappa}r}}. \quad (96, XII)$$

## 2. Радиальная установившаяся фильтрация

По аналогии с уравнением (89, XII), в случае радиальной фильтрации газа, не подчиняющейся линейному закону фильтрации, модуль весовой скорости фильтрации газа, направленной противоположно направлению оси  $r$ , равен:

$$|\gamma v| = E \left| \frac{dp^2}{dr} \right|^n, \quad (97, XII)$$

где величина постоянной  $E$  дается формулами (90, XII) или (91, XII).

Весовая скорость фильтрации равна:

$$G = 2\pi r b |\gamma v| = 2\pi b E r \left| \frac{dp^2}{dr} \right|^n.$$

Отсюда найдем приведенный к атмосферному давлению объемный расход газа:

$$Q = \frac{G}{\gamma_{\text{ат}}} = E' r \left| \frac{dp^2}{dr} \right|^n = E' r \left| \frac{dP}{dr} \right|^n, \quad (98, \text{XII})$$

где

$$E' = \frac{2\pi b E}{\gamma_{\text{ат}}}. \quad (99, \text{XII})$$

Разделяя переменные в уравнении (98, XII), получим:

$$dP = \left( \frac{Q}{E'} \right)^{\frac{1}{n}} r^{-\frac{1}{n}} dr. \quad (100, \text{XII})$$

Граничные условия выражаются уравнениями (29, XII).

Интегрируя уравнение (100, XII) в пределах от  $P_c$  до  $P_k$  и от  $R_c$  до  $R_k$ , заменяя  $P$  на  $p^2$  и решая полученное уравнение относительно  $Q$ , получим формулу дебита газа в виде:

$$Q = E' \left( \frac{1-n}{n} \right)^n \left( \frac{\frac{p_k^2 - p_c}{1-n} - \frac{1}{R_c^n}}{\frac{1-n}{R_k^n} - \frac{1}{R_k^n}} \right)^n. \quad (101, \text{XII})$$

Распределение давления в пласте найдем, проинтегрировав уравнение (100, XII) в пределах от  $P_r$  до  $P$  и от  $R_c$  до  $r$ .

$$\int_{P_r}^P dP = \left( \frac{Q}{E'} \right)^{\frac{1}{n}} \int_{R_c}^r r^{-\frac{1}{n}} dr,$$

откуда

$$P = P_c + \frac{n}{1-n} \left( \frac{Q}{E'} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{1}{R_c^n} - \frac{1}{r^n} \right),$$

а

$$p = \sqrt{P_c^2 + \frac{n}{1-n} \left( \frac{Q}{E'} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{1}{R_c^n} - \frac{1}{r^n} \right)}. \quad (102, \text{XII})$$

Подставляя в формулу (102, XII) распределения давления в пласте вместо дебита газа  $Q$  его значение из формулы (101, XII), получим уравнение распределения давления в пласте:

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\frac{1}{R_c^n} - \frac{1}{R_k^n}} \cdot \left( \frac{1}{R_c^n} - \frac{1}{r^n} \right)}. \quad (103, XII)$$

Рассмотрим *установившуюся радиальную турбулентную* фильтрацию. В этом случае  $n = \frac{1}{2}$ , и из уравнений (101, XII), (102, XII) и (103) XII) получаем следующие формулы дебита газа и распределения давления в пласте при турбулентной радиальной фильтрации:

$$Q = E' \sqrt{\frac{p_k^2 - p_c^2}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_k}}}, \quad (104, XII)$$

$$p = \sqrt{p_c^2 + \left( \frac{Q}{E'} \right)^2 \left( \frac{1}{R_c} - \frac{1}{r} \right)} \quad (105, XII)$$

и

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_k}} \left( \frac{1}{R_c} - \frac{1}{r} \right)} \quad (106, XII)$$

Сравнение формул (104, XII) и (106, XII) с формулами дебита газа (31, XII) и распределения давления (37, XII) при установившейся радиальной фильтрации газа по линейному закону фильтрации показывает, что (в отличие от случая одномерного движения) не только формулы дебита, но и уравнения распределения давления в пласте при радиальной турбулентной фильтрации коренным образом отличаются от соответствующих формул радиальной фильтрации по линейному закону фильтрации.

Характерные особенности радиальной турбулентной фильтрации выявляются при рассмотрении величины среднего взвешенного по объему пласта давления  $\tilde{p}$ . В условиях плоской радиальной фильтрации

$$\tilde{p} = \frac{2}{R_k^2 - R_c^2} \int_{R_c}^{R_k} p r dr.$$

Подставляя в эту формулу вместо  $p$  его значение из (106, XII), получим:

$$\tilde{p} = \frac{2}{R_{\kappa}^2 - R_c^2} \int_{R_c}^{R_{\kappa}} \sqrt{p_c^2 + \frac{p_{\kappa}^2 - p_c^2}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_{\kappa}}} \left( \frac{1}{R_c} - \frac{1}{r} \right)} r dr. \quad (107, XII)$$

Введем безразмерные величины

$$\varepsilon = \frac{p_c}{p_{\kappa}}, \quad R^* = \frac{r}{R_c}, \quad R_{\kappa}^* = \frac{R_{\kappa}}{R_c}, \quad \xi = \frac{\tilde{p}}{p_{\kappa}}$$

и разделим уравнение (107, XII) на  $p_{\kappa}$ , тогда

$$\xi = \frac{2}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \int_1^{R_{\kappa}^*} \sqrt{\varepsilon^2 + \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \frac{1}{R_{\kappa}^*}} \left( 1 - \frac{1}{R^*} \right)} R^* dR^*$$

или

$$\xi = \frac{2}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \int_1^{R_{\kappa}^*} \sqrt{aR^{*2} - BR^*} dR^*, \quad (108, XII)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a &= \varepsilon^2 + \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \frac{1}{R_{\kappa}^*}}, \\ B &= \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \frac{1}{R_{\kappa}^*}}. \end{aligned} \right\} \quad (109, XII)$$

Обозначим

$$Z = R^* - \frac{B}{2a}$$

и произведем замену переменных в интеграле (108, XII):

$$\int_1^{R_{\kappa}^*} \sqrt{aR^2 - BR} dR = \int_{Z_1}^{Z_2} \sqrt{aZ^2 - K} dZ, \quad (110, XII)$$

где

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= 1 - \frac{B}{2a}, \\ Z_2 &= R_k - \frac{B}{2a}, \\ K &= \frac{B^2}{4a}. \end{aligned} \right\} \quad (111, \text{XII})$$

Интегрируя (110, XII) по частям, получим:

$$\int_{Z_1}^{Z_2} \sqrt{aZ^2 - K} \, dZ = \frac{Z}{2} \sqrt{aZ^2 - K} - \frac{K}{2} \int_{Z_1}^{Z_2} \frac{dZ}{\sqrt{aZ^2 - K}} \Bigg|_{Z_1}^{Z_2}. \quad (112, \text{XII})$$

Обозначим

$$\lambda^2 = \frac{K}{a} \quad (113, \text{XII})$$

и введем переменную

$$y = Z + \sqrt{Z^2 - \lambda^2},$$

тогда

$$\begin{aligned} \int_{Z_1}^{Z_2} \frac{dZ}{\sqrt{aZ^2 - K}} &= \frac{1}{\sqrt{a}} \ln y \Bigg|_{y_1}^{y_2} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left( Z + \sqrt{Z^2 - \lambda^2} \right) \Bigg|_{Z_1}^{Z_2} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \frac{Z_2 + \sqrt{Z_2^2 - \lambda^2}}{Z_1 + \sqrt{Z_1^2 - \lambda^2}}. \end{aligned} \quad (114, \text{XII})$$

Подставляя уравнение (114, XII) в (112, XII), имеем:

$$\begin{aligned} \int_1^{R_k} \sqrt{aR^{*2} - BR^*} \, dR^* &= \int_{Z_1}^{Z_2} \sqrt{aZ^2 - K} \, dZ = \\ &= \frac{Z_2}{2} \sqrt{aZ_2^2 - K} - \frac{Z_1}{2} \sqrt{aZ_1^2 - K} - \\ &\quad - \frac{K}{2\sqrt{a}} \ln \frac{Z_2 + \sqrt{Z_2^2 - \lambda^2}}{Z_1 + \sqrt{Z_1^2 - \lambda^2}}. \end{aligned} \quad (115, \text{XII})$$

Подставляя формулу (115, XII) в (108, XII), получим:

$$\xi = \frac{1}{R_{\kappa}^2 - 1} \left[ Z_2 \sqrt{aZ_2^2 - K} - Z_1 \sqrt{aZ_1^2 - K} - \frac{K}{\sqrt{a}} \ln \frac{Z_2 + \sqrt{Z_2^2 - \lambda^2}}{Z_1 + \sqrt{Z_1^2 - \lambda^2}} \right]. \quad (116, XII)$$

Задаваясь различными значениями  $R_{\kappa}^*$  и  $\varepsilon$ , находим из формул (109, XII), (111, XII) и (113, XII) отвечающие им значения  $a'$ ,  $K$ ,  $Z_1$ ,  $Z_2$  и  $\lambda$  и по формуле (116, XII) вычисляем соответствующие значения  $\xi = \frac{\tilde{p}}{p_{\kappa}}$ .

Таблица 13

**Значения  $\xi = \frac{\tilde{p}}{p_{\kappa}}$  (отношение среднего давления к контурному) при установившейся радиальной турбулентной фильтрации газа**

$R_{\kappa}^*$	$\xi$ при $\varepsilon$ , равном				
	0	0,1	0,2	0,3	0,4
10	0,94981	0,95059	0,95218	0,95045	0,96001
100	0,99491	0,99501	0,99512	0,99643	0,99574
1000	0,99900	0,99901	0,99904	0,99909	0,99916
5000	0,99980	0,99980	0,99980	0,999807	0,99984
10000	0,999900	0,999901	0,999904	0,999910	0,999916

Продолжение

$R_{\kappa}^*$	$\xi$ при $\varepsilon$ , равном				
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
10	0,96290	0,96924	0,97696	0,98338	0,99219
100	0,99626	0,99677	0,99748	0,99819	0,99900
1000	0,99925	0,99936	0,99948	0,99964	0,99981
5000	0,99984	0,99988	0,99988	0,99992	0,99996
10000	0,999926	0,999936	0,999950	0,999964	0,999980

В табл. 13 приведены значения  $\xi = \xi(R_{\kappa}^*, \varepsilon)$ , а на рис. 80 помещены кривые  $\xi = \xi(\varepsilon)$  для разных значений  $R_{\kappa}^*$ .

Как видно из табл. 13 и кривых, приведенных на рис. 80, различие между средним давлением  $\tilde{p}$  и контурным давлением  $p_{\kappa}$  совершенно

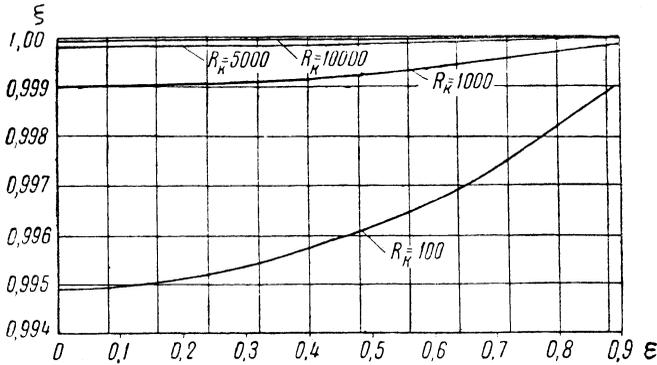


Рис. 80. Зависимость отношения  $\xi$  среднего давления  $\bar{p}$  к контурному давлению  $p_k$  от величины  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$  при радиальной турбулентной фильтрации газа.

незначительно и гораздо меньше, чем в случае радиальной фильтрации по линейному закону фильтрации. Это указывает, что при радиальной *турбулентной* фильтрации газа практически почти вся потеря давления имеет место лишь в непосредственной близости от скважины.

Действительно, если для простоты положить  $p_c = 0$  и пренебречь величиной  $\frac{1}{R_k}$ , которая при  $R_k \geq 10$  м мала по сравнению с  $\frac{1}{R_c}$ , то из формулы (106, XI) получим:

$$\delta = \frac{p}{p_k} \cdot 100 \cong 100 \sqrt{1 - \frac{R_c}{r}}.$$

При

$$r = 2R_c \quad \delta = 70,5\%,$$

при

$$r = 10R_c \quad \delta = 94,7\%,$$

т. е. при радиусе скважины  $R_c = 0,1$  м на ближайших к стенке скважины 10 см пути движения к ней газа теряется свыше 70% общего перепада давления, а в однометровой призабойной зоне пласта теряется около 95%; между тем при радиальной фильтрации газа по линейному закону фильтрации соответствующие значения  $\delta$  составляли (см. § 3) 27,8 и 50,8%.

## § 7. Движение реальных газов в пористой среде по линейному закону фильтрации

Особенностью реальных углеводородных газов по сравнению с идеальным газом являются их отклонения от характеристического уравнения идеальных газов. Следует указать также на значительные изменения вязкости природных газов при падении давления в пласте. Данные об отклонениях реальных газов от идеальных и зависимости вязкости реальных газов от давления приведены в § 3 главы III.

До сих пор при решении задач о фильтрации газов вязкость газов принималась постоянной, а газ совершенным. Ниже излагается предложенный Б. Б. Лапуком [90, 91] метод приближенного решения задачи об установившемся и неустановившемся движении реальных газов в пористой среде по линейному закону фильтрации с учетом изменений их свойств в пластовых условиях.

### 1. Установившаяся фильтрация реальных газов

Весовая скорость фильтрации газа в направлении  $x$  может быть представлена в следующем виде:

$$\gamma v = -k(x)\phi(p)\frac{dp}{dx}, \quad (117, \text{XII})$$

где  $\gamma$  — удельный вес газа;  $v$  — скорость фильтрации;  $k(x)$  — проницаемость пласта, которую в ряде случаев можно рассматривать как функцию  $x$ . В однородных по проницаемости пластах  $k = \text{const}$ ,  $p$  — давление,  $\phi(p) = \frac{\gamma}{\mu}$ ,  $\mu$  — абсолютная вязкость газа. Удельный вес газов  $\gamma = \frac{p}{ZRT}$ ,  $Z$ ,  $R$  и  $T$  — соответственно коэффициент сжимаемости, газовая постоянная и абсолютная температура газа.

Рассматривая (согласно § 2 настоящей главы) фильтрацию газа как изотермический процесс, можно принять, что  $Z = Z(p)$  и  $\mu = \mu(p)$ . Значения коэффициентов сжимаемости и вязкости газов легко определить при помощи методов, изложенных в § 3 главы III.

Зная скорость фильтрации газа, находим его весовой расход  $G$ :

$$G = |\gamma v|F(x), \quad (118, \text{XII})$$

где  $F(x)$  — площадь сечения пласта, которая должна быть задана как функция координаты  $x$ .

В случае линейного движения  $F(x) = \text{const}$ .

При радиальной фильтрации  $F(x) = 2\pi bx$ , где  $b$  — мощность точки пласта, в которой давление равно  $p$ , а скорость фильтрации равна  $v$ .

Подставляя в формулу (118, XII) значение весовой скорости фильтрации из формулы (117, XII), получим:

$$G = k(x)F(x)\phi(p)\frac{dp}{dx}.$$

Разделяя переменные и обозначая

$$f(x) = \frac{1}{k(x)F(x)}, \quad (119, XII)$$

имеем

$$Gf(x)dx = \phi(p)dp. \quad (120, XII)$$

Величина  $x$  изменяется в пределах от  $x_c$  (радиус скважины) до  $x_\kappa$  (расстояние до контура питания) в условиях радиального движения и от 0 до  $L_\kappa$  при линейном движении, если начало координат взято у стока газа (галерея). Величина  $p$  изменяется от  $p_c$  (значение давления на забое скважины или галереи) до  $p_\kappa$  (значение  $p$  на контуре питания). Интегрируя уравнение (120, XII) в указанных пределах, получим:

$$G = \int_{x_c}^{x_\kappa} f(x)dx = \int_{p_c}^{p_\kappa} \phi(p)dp,$$

откуда

$$G = \frac{\int_{p_c}^{p_\kappa} \phi(p)dp}{\int_{x_c}^{x_\kappa} f(x)dx}.$$

Обозначим постоянную

$$A = \int_{x_c}^{x_\kappa} f(x)dx. \quad (121, XII)$$

В случае линейного движения в однородном пласте

$$A = \frac{L_\kappa}{kF}. \quad (121a, XII)$$

При радиальной фильтрации в однородном пласте

$$A = \frac{\ln \frac{x_c}{x_k}}{2\pi kb}. \quad (121б, XII)$$

Введем приведенный дебит  $G^*$ , где

$$G^* = AG. \quad (122, XII)$$

Тогда, подставляя в формулу (122, XII) полученные выражения для  $A$  и  $G$ , имеем:

$$G^* = \int_{p_c}^{p_k} \phi(p) dp. \quad (123, XII)$$

Весовой расход газа

$$G = \frac{1}{A} G^*. \quad (124, XII)$$

Величину  $G^*$  нетрудно определить по формуле (123, XII) путем графического интегрирования функции  $\phi(p)$ , значения которой при различных давлениях  $p$  определяются по приведенным в § 3 главы III экспериментальным данные о коэффициентах сжимаемости  $Z$  и вязкости газов  $\mu$ .

Найдем распределение давления в пласте. Для этого проинтегрируем уравнение (120, XII) по  $p$  в пределах от  $p_c$  до  $p$  и по  $x$  — от  $x_c$  до  $x$ .

$$G \int_{x_c}^x f(x) dx = \int_{p_c}^p \phi(p) dp. \quad (125, XII)$$

Обозначим

$$\psi(p) = \int_{p_c}^p \phi(p) dp. \quad (126, XII)$$

Тогда в случае линейного движения в однородном пласте

$$\psi(p) = \frac{G}{kF} x. \quad (127, XII)$$

При радиальном движении в однородном пласте

$$\psi(p) = \frac{G}{2\pi bk} \ln \frac{x}{x_c}. \quad (128, XII)$$

Из выражений (127, XII) и (128, XII) получим следующие формулы распределения давления в однородном пласте: при линейной фильтрации

$$x = \frac{kF}{G} \psi(p); \quad (129, XII)$$

при радиальной фильтрации

$$x = x_c e^{\frac{2\pi kb}{G} \psi(p)}. \quad (130, XII)$$

Задаваясь различными значениями давления  $p$ , заключенными в пределах между значениями давлений  $p_c$  (на скважине или в галлерее) и  $p_k$  (на контуре питания), находим по экспериментальным данным значения  $\psi(p)$  и отвечающие им значения  $\psi = \psi(p)$  и по формулам (129, XII) или (130, XII) определяем соответствующие значения  $x$ .

В общем случае для каждого значения  $\psi$  значение  $x$  определяется подбором так, чтобы выдерживалось равенство (125, XII).

Следует иметь в виду, что формула (118, XII) является точной лишь в тех случаях, когда скорости фильтрации одинаковы во всех точках площади сечения пласта  $F(x)$ , как это имеет место в условиях линейной и радиальной фильтрации газов. При неравномерном распределении скоростей фильтрации по площади  $F(x)$  в качестве приближения расчет можно вести по среднему по площади  $F(x)$  значению скорости фильтрации.

## 2. Неустановившееся радиальное движение реальных газов в пористой среде

В условиях газового режима, при котором запас энергии в пласте не пополняется извне, уравнение истощения залежи может быть написано в следующем виде:

$$Gdt = -\Omega d\tilde{\gamma}, \quad (131, XII)$$

где  $G$  — весовой расход газа,  $t$  — время,  $\Omega$  — объем порового пространства газовой залежи,  $\tilde{\gamma}$  — средневзвешенное по объему значение удельного веса газа:

$$\tilde{\gamma} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \gamma d\Omega. \quad (132, XII)$$

Как было показано в § 4 настоящей главы, в условиях радиальной фильтрации газов средневзвешенное по объему пласта давление  $\tilde{p}$

в практических расчетах может быть принято равным контурному давлению  $p_k$ , а следовательно, можно также принять, что

$$\tilde{\gamma} \cong \gamma_k. \quad (133, \text{XII})$$

Подставляя в формулу (131, XII) вместо  $\tilde{\gamma}$  величину  $\gamma_k$ , получим уравнение истощения газовой залежи в виде:

$$Gdt = -\Omega d\gamma_k; \quad (134, \text{XII})$$

отсюда

$$t = \Omega \int_{\gamma_k}^{\gamma_n} \frac{d\gamma_k}{G}, \quad (135, \text{XII})$$

где  $\gamma_n$  и  $\gamma_k$  — соответственно значения  $\bar{\gamma}_k$  при  $t = 0$  (начальный момент разработки пласта, когда пластовое давление  $p_k$  равно начальному давлению  $p_n$ ) и в некоторый момент времени  $t$ , когда контурное давление равно  $p_k$ .

Рассматривая неустановившуюся радиальную фильтрацию газов как непрерывную последовательность стационарных состояний, можно в формулу (135, XII) подставить вместо весового расхода  $G$  его значение из формулы (124, XII), причем величина  $A$  дается формулой (121, XII). Тогда

$$t = A\Omega \int_{\gamma_k}^{\gamma_n} \frac{d\gamma_k}{G^*}. \quad (136, \text{XII})$$

Вводя приведенное время

$$\tau = \frac{1}{A\Omega} t, \quad (137, \text{XII})$$

имеем

$$\tau = \int_{\gamma_k}^{\gamma_n} \frac{d\gamma_k}{G^*}. \quad (138, \text{XII})$$

Для нахождения величины  $\tau$  должно быть известно условие отбора газа на скважинах. Такими условиями могут быть следующие:

- 1)  $G = \text{const}$ , что дает также  $G^* = \text{const}$ ;
- 2)  $p_c = \text{const}$  — поддержание постоянного давления на скважинах;
- 3) поддержание постоянной скорости фильтрации газа в призабойной зоне пласта.

При условии отбора  $G = \text{const}$  из формулы (138, XII) имеем:

$$\tau = \frac{\gamma_n - \gamma_k}{G^*}. \quad (139, XII)$$

При эксплуатации скважин в условиях поддержания постоянно-го давления на скважинах порядок вычислений следующий. Задаемся различными значениями контурного давления  $p_k$  по формуле (123, XII) определяем значения  $G^*$ , интегрируем (графически) уравнение (138, XII) и по полученным данным строим график  $\tau = \tau(\gamma_k)$ , по которому находим соответствующие значения  $\tau$ . Далее из формулы (137, XII) вычисляем отвечающие найденным величинам  $\tau$  значения времени  $t$ . Весовой расход газа  $G$  определяется по формуле (124, XII).

При эксплуатации скважин в условиях поддержания постоянной скорости фильтрации в призабойной зоне скважин вычисления ведутся так. Задаемся различными значениями контурного давления  $p_k$  и по формуле (123, XII) подбираем значение давления в скважине  $p_c$  таким образом, чтобы скорость фильтрации газа в призабойной зоне была  $v = \frac{G}{\gamma F}$  постоянна и равна величине, установленной на основании геолого-технических соображений. Этому значению  $p_c$ , согласно формуле (123, XII), соответствует определенная величина  $G^*$ . Затем задаемся новым значением  $p_k$  и т. д. Построив график зависимости величины  $\frac{1}{G^*}$  от  $\gamma_k$ , находим по формуле (138, XII) (путем графического интегрирования) значения  $\tau$ , отвечающие соответствующим величинам  $p_k$  и из формулы (137, XII) определяем значения времени  $t$ . Весовой расход газа  $G$  определяется по формуле (124, XII).

### 3. Влияние изменения вязкости и отклонений природных газов от законов идеальных газов на дебит скважин и истощение газовых залежей

Для выяснения влияния на дебит скважин отклонений реальных газов от законов идеальных газов рассмотрим конкретный пример.

*Пример 1.* Сопоставить дебиты газовой скважины в случае установившейся фильтрации метана и природного газа с дебитом скважины при фильтрации идеального газа с теми же вязкостями. Вязкость газов принимается постоянной и равной значению их абсолютной вязкости при атмосферном давлении и пластовой температуре. В качестве расчетных данных принимаем следующие: давление на контуре  $p_k = 100 \text{ атм}$ , абсолютная вязкость при атмосферном давлении метана  $\mu = 0,012$  сантипуаз, абсолютная вязкость природного га-

за  $\mu = 0,0105$  сантипуаз, температура пласта  $t = 37,7^\circ \text{C}$ . Значения коэффициентов сжимаемости определяются кривыми на рис. 26.

Состав природного газа (в % по объему) следующий: метан — 83,19, этан — 8,48, пропан — 4,37, бутан — 5,44, более тяжелые — 1,52.

Величина дебита реальных газов определяется по формуле (124, XII). В случае идеальных газов  $Z = 1$ ,  $\psi(p) = \frac{p}{\mu RT}$ , где  $R$  — газовая постоянная, а  $T$  — абсолютная температура. Подставляя это значение  $\psi(p)$  в формулу (123, XII) и принимая фильтрацию газа изотермической, получим значение приведенного дебита  $G_{\text{ид}}^*$  идеального газа:

$$G_{\text{ид}}^* = \frac{1}{2RT\mu_{\text{ат}}} (p_{\text{к}}^2 - p_{\text{с}}^2). \quad (140, \text{XII})$$

Различие в дебитах скважины при фильтрации реального и идеального газов при постоянной вязкости составит величину  $\Delta_1$  (в процентах):

$$\Delta_1 = \frac{G^* - G_{\text{ид}}^*}{G^*} \cdot 100 = \frac{\int_{p_{\text{с}}}^{p_{\text{к}}} \frac{p}{Z} dp - \frac{1}{2} (p_{\text{к}}^2 - p_{\text{с}}^2)}{\int_{p_{\text{с}}}^{p_{\text{к}}} \frac{p}{Z} dp} \cdot 100. \quad (141, \text{XII})$$

Таблица 14

**Влияние изменений вязкости и отклонений углеводородных газов от законов идеальных газов на дебит скважины при установившейся фильтрации**

$\varepsilon = \frac{p_{\text{с}}}{p_{\text{к}}} 100$	Метан			Природный газ			
	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_{2\text{к}}$	$\Delta$
90	11,80	-29,7	-15,83	23,3	-67,2	2,0	-27,8
80	11,32	-28,4	-15,03	22,0	-64,4	3,0	-27,6
60	10,25	-26,0	-14,1	20,5	-58,0	6,55	-25,8
50	10,08	-24,4	-12,1	19,8	-55,5	8,2	-25,1
10	9,25	-20,2	-10,7	17,7	-46,7	13,5	-23,1
1,5	8,65	-19,9	-10,65	17,65	-46,0	13,8	-23,1
1,0	8,6	-19,9	-10,6	17,6	-46,0	13,8	-23,0

В табл. 14, составленной нами по данным вычислений И. Н. Самушенок, приведены определенные по формуле (141, XII) путем графического интегрирования значения  $\Delta_1$  для метана и природного газа

указанного выше состава. Значения  $\Delta_1$  определены для различных депрессий, характеризуемых величиной  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$ .

Нак видно из табл. 14, при игнорировании отклонения реальных газов от законов идеальных газов ошибка в определении дебита в условиях рассматриваемого примера колеблется в пределах 8–12% для метана и 15–24% для природного газа, причем вычисленные значения дебитов являются заниженными.

Чтобы установить влияние на дебит скважин изменения вязкости природных газов, рассмотрим пример 2.

*Пример 2.* Сопоставить дебиты газовой скважины в случае установившейся фильтрации метана и природного газа с дебитом скважины при фильтрации тех же газов в условиях постоянной вязкости. Коэффициент сжимаемости принимается равным единице ( $Z = 1$ ). Зависимости абсолютной вязкости метана и природного газа от давления видны из приведенных на рис. 24 и 25 графиков. Остальные расчетные данные те же, что в примере 1.

Различие в дебитах при фильтрации идеальных ( $Z = 1$ ) газов при переменной и постоянной вязкости составит величину  $\Delta_2$  (в процентах), причем

$$\Delta_1 = \frac{G^* - G_{\text{ид}}^*}{G^*} \cdot 100 = \frac{\int_{p_c}^{p_k} \frac{p}{\mu} dp - \frac{1}{2\mu_{\text{ат}}} (p_k^2 - p_c^2)}{\int_{p_c}^{p_k} \frac{p}{\mu} dp} \cdot 100, \quad (142, \text{XII})$$

где значение  $G_{\text{ид}}^*$  дается формулой (140, XII).

В табл. 14 приведены определенные по формуле (142, XII) путем графического интегрирования значения  $\Delta_2$  при различных величинах  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$ . Рассмотрение значений  $\Delta_2$  показывает, что в условиях рассматриваемого примера (при игнорировании изменения вязкости газов вследствие изменения давления) ошибки в определении дебита колеблются в пределах 20–30% для метана и 46–67% для природного газа, причем вычисленные значения дебитов являются завышенными.

Если при определении  $G_{\text{ид}}^*$  в формулу (140, XII) вместо  $\mu_{\text{ат}}$  подставить значение  $\mu_k$  — величину абсолютной вязкости газа при контурном давлении ( $p = p_k$ ), то соответствующие ошибки в определении дебитов, которые мы обозначим  $\Delta_{2к}$ , в случае фильтрации природного газа колеблются в пределах 2–13,8% (см. значения  $\Delta_{2к}$  в табл. 14), причем вычисленные значения дебитов являются в этом случае заниженными.

Примеры 1 и 2 показывают раздельное влияние отклонений реальных газов от законов идеальных газов и изменения вязкости на дебит газовых скважин. Оказалось, что игнорирование изменения вязкости и отклонений реальных газов от закона идеальных газов приводит к ошибкам в разные стороны, причем неучет изменений вязкости дает большие ошибки, чем принятие  $Z = 1$ . Действительные условия фильтрации газа характеризуются тем, что одновременно  $Z = Z(p)$  и  $\mu = \mu(p)$ .

Для выяснения совместного влияния этих факторов рассмотрим пример 3.

*Пример 3.* Сопоставить дебиты газовой скважины в случае установившейся фильтрации метана и природного газа с дебитом скважины при фильтрации идеального газа при постоянной вязкости, равной вязкости газа при атмосферном давлении (значения  $\mu_{ат}$  приведены в примере 1). Состав газа, контурное давление и пластовая температура те же, что в примерах 1 и 2. Зависимости  $Z = Z(p)$  и  $\mu = \mu(p)$  заданы графически.

Различие в дебитах скважины в этих условиях составит величину  $\Delta$  (в процентах), причем

$$\Delta_1 = \frac{G^* - G_{ид}^*}{G^*} \cdot 100 = \frac{\int_{p_c}^{p_k} \frac{p}{\mu z} dp - \frac{1}{2\mu_{ат}} (p_k^2 - p_c^2)}{\int_{p_c}^{p_k} \frac{p}{\mu z} dp} \cdot 100, \quad (143, XII)$$

В таблице 14а приведены определенные по формуле (143, XII) путем графического интегрирования значения  $\Delta$ . Как видно из табл. 14а, в случае игнорирования отклонений реальных газов от закона идеальных газов и изменения вязкости вследствие изменения давления ошибки в определении дебита колеблются в пределах от 10 до 16% для метана и от 23 до 28% для природного газа указанного состава, причем вычисленные значения дебитов являются завышенными.

Следует отметить, что величины  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  и  $\Delta$  не зависят от свойств пласта (пористость, проницаемость, литологический состав) и геометрии фильтрации, а определяются лишь зависимостями  $Z = Z(p)$  и  $\mu = \mu(p)$  и значениями

$$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}.$$

Рассмотрим влияние отклонений *реальных газов* от законов идеальных газов и изменения вязкости на истощение газовых залежей.

Т а б л и ц а 14а

Время $t$		Дебит газа в тыс. $\text{м}^3/\text{сутки}$		$\frac{Q_p - Q_i}{Q_p} \cdot 100$	$\delta = \frac{p_{кр} - p_{ки}}{p_{кр}} \cdot 100$
суток	лет	$Q_p$	$Q_i$	%	%
500	1,37	15,0	131	6,67	$\sim 5,0$
1000	2,74	92,5	82,5	10,2	$\sim 11,0$
1500	4,11	52,5	40,0	19,1	$\sim 15,0$
2000	5,48	27,5	17,5	36,4	$\sim 20,0$

С этой целью на конкретном примере проанализируем истощение газовой залежи в случаях реального и идеального газов в условиях газового режима.

*Пример 4.* Сопоставить падение во времени пластового (контурного) давления  $p_k$  и дебита газа  $Q$  в случаях неустановившейся радиальной фильтрации идеального газа при постоянной вязкости и реального газа. Расчет произвести для метана. Исходные данные для вычислений следующие: расстояние до контура питания  $R_k = 750 \text{ м}$ , радиус скважины  $R_c = 0,1 \text{ м}$ , проницаемость пласта  $k = 1 \text{ д}$ , пористость пласта  $m = 20\%$ , мощность пласта  $b = 10 \text{ м}$ , температура  $37,7^\circ \text{ С}$ . Зависимости  $Z = Z(p)$  и  $\mu = \mu(p)$  задаются графически.

Удельный вес метана при атмосферном давлении и пластовой температуре  $\gamma_{ат} = 0,668 \text{ кг/м}^3$ , вязкость его при тех же условиях  $\mu_{ат} = 0,012$  сантипуаз. Начальное давление  $p_n = 100 \text{ атм}$ . За атмосферное давление принято  $p_{ат} = 10^4 \text{ кг/м}^2$ . Отбор газа осуществляется при постоянной скорости фильтрации газа в призабойной зоне пласта, что может быть выражено условием

$$Q = \frac{cp_c}{Z_c},$$

где  $Q = \frac{G}{\gamma_{ат}}$ ,  $Z_c$  — значение коэффициента сжимаемости газа при давлении  $p = p_c$ ; коэффициент  $c$  принимается равным  $2710 \text{ м}^3/\text{сутки}$ .

Произведя вычисления в порядке, указанном в конце пункта 2 настоящего параграфа, получим значения  $p_k$  и  $Q = \frac{G}{\gamma_{ат}}$  в различные моменты времени  $t$ . В случае идеального газа ( $Z = 1$ ,  $\mu = \mu_{ат} = \text{const}$ ) вычисления производились по формулам § 5 настоящей главы.

В табл. 14а показаны результаты вычислений значений  $\delta$ .

Обозначим

$$\delta = \frac{p_{кр} - p_{ки}}{p_{кр}} \cdot 100^1.$$

Величина  $\delta$  показывает размеры ошибки, допускаемой в определении пластового (контурного) давления при игнорировании изменений вязкости и отклонений реальных газов от законов идеальных газов.

Как видно из табл. 14а, с течением времени  $\delta$  непрерывно возрастает, достигая через 2000 суток  $\sim 20\%$ . Поскольку в условиях радиальной фильтрации среднее давление  $p$  весьма близко к контурному давлению  $p_{кр}$ , соответствующая ошибка  $\delta_1$  (в процентах) в определении остаточных запасов газа составит:

$$\delta_1 = \frac{\Omega p_{кр}/Z_{кр} - \Omega p_{ки}}{\Omega p_{кр}/Z_{кр}} = \frac{p_{кр} - p_{ки} Z_{кр}}{p_{кр}} \cdot 100,$$

где  $Z_{кр}$  — значение коэффициента сжимаемости газа при давлении  $p_{кр}$ .

В условиях рассматриваемого примера при  $t = 3000$  суток (8,2 лет)  $\delta = \sim 24\%$ . Следовательно, к этому моменту времени истинные остаточные запасы газа в пласте будут на  $\sim 24\%$  больше, чем вычисленные для идеального газа.

В табл. 14а приведены также значения дебитов газа  $Q_p$  (реальный газ) и  $Q_{и}$  (идеальный газ) в различные моменты времени  $t$ , вычисленные для условий анализируемого примера, но при  $R_{к} = 500$  м. Как видно из табл. 14, в случае реального газа значения дебитов  $Q_p$  больше  $Q_{и}$  на величину от 6 до 36%.

Методы, изложенные в настоящем параграфе, позволяют кроме рассмотренных вопросов, решить применительно к реальным газам весь комплекс технических задач, решение которых для идеальных газов дано в работе [91].

---

<sup>1</sup>Индексы кр и ки соответственно относятся к контурным давлениям реального и идеального газов.

---

---

## ГЛАВА XIII

# Движение неоднородных жидкостей в пористой среде

### § 1. Предварительные замечания

Под неоднородной жидкостью в подземной гидравлике понимается газированная жидкость (смесь жидкости и пузырьков газа), смесь нефти и воды, смесь нефти, воды и газа. Последняя, в отличие от первых двух, представляющих двухкомпонентные системы, является трехкомпонентной системой, поскольку она содержит три разных фильтрующихся компонента — нефть, воду и газ.

В то время как движению газированной жидкости (двухфазной системы) в пористой среде посвящены подробные экспериментальные и теоретические исследования, вопросы движения смеси нефти и воды и трехкомпонентной смеси (нефть, газ, вода) менее изучены экспериментально и совершенно не освещены аналитически.

В настоящей главе рассматриваются результаты экспериментальных и теоретических исследований движения газированной жидкости в пористой среде. Кроме того, дается краткое изложение опытов по изучению фильтрации смеси нефти и воды и трехфазной смеси — нефти, воды и газа. Несмотря на отсутствие теоретической разработки последних двух проблем, анализ проведенных экспериментальных исследований позволяет сделать ряд заключений о механизме фильтрации жидкостей и газов в указанных условиях и полезных выводов, учет которых необходим при решении практических задач, связанных с разработкой нефтяных месторождений.

При движении газированной жидкости в пористой среде вследствие падения давления в пласте происходит выделение из нефти пузырьков газа, находившегося в растворенном состоянии. По мере приближения жидкости к забою скважины размеры пузырьков газа вследствие его расширения увеличиваются, продолжающееся же падение давления вызывает выделение из нефти все новых и новых пузырьков газа, переходящего из растворенного состояния в состояние окклюзии.

При наличии значительного количества экспериментальных исследований движения газированной жидкости в пористой среде, механизм

фильтрации смеси жидкости и пузырьков газа, представляющей собой неоднородную жидкость, еще недостаточно изучен. В частности, не ясен вопрос о размерах и форме пузырьков окклюдированного газа и скорости движения их в поровых каналах. Имеют ли газовые пузырьки столь малые размеры, что диаметр их значительно меньше диаметра поровых каналов, равного сотым долям миллиметра, или поперечные размеры газовых пузырьков совпадают с диаметром поровых каналов? Существует ли относительное движение газовых пузырьков относительно нефти? Проводившиеся до сих пор опыты по фильтрации газированной жидкости еще не внесли достаточной ясности в эти вопросы.

В 1930 г. были опубликованы результаты опытов по изучению движения газированной нефти в песках. Экспериментальная установка представляла собой горизонтальную трубу диаметром 3,87 дюйма и длиной около 3 м (10 фут.), набитую песком. Исследовалось движение трех нефтей разных удельных весов и вязкостей при газовых факторах около  $10 \text{ см}^3/\text{см}^3$ . Давление у входа смеси в «пласт» достигало 17,6 *ата*. В результате проведенных работ было установлено, что при одинаковых расходах жидкой фазы при движении газированной нефти в пористой среде наблюдается более резкое падение давления, чем в случае фильтрации мертвой нефти. Аналитически результаты экспериментов автором не были обработаны, и потому опыты эти представляют интерес главным образом как первая попытка изучения сложного вопроса о движении газированной нефти в пористой среде.

В 1932 г. были опубликованы результаты опытов по изучению радиальной фильтрации газированной жидкости. Эксперименты проводились на модели пласта, копирующей условия радиального движения жидкости к скважине, соответствующим изменением площади поперечного сечения пласта, сквозь которую происходила фильтрация. Опыты проводились с установившимся и с неустановившимся движением газированной жидкости при давлениях на входе в пласт, достигающих почти 100 *ата* (1400 фунт/дм<sup>2</sup>) и газовом факторе 20,5  $\text{см}^3/\text{см}^3$ .

Результаты этих опытов показали, что наибольшее падение давления наблюдается в непосредственной близости от скважины, что указывает на наличие здесь наибольших потерь пластовой энергии. Сравнение с фильтрацией мертвой нефти выявило, что при движении газированной нефти происходит более резкое падение давления (при одинаковых расходах жидкой фазы<sup>1</sup>).

В 1938 г. были опубликованы новые результаты экспериментальных работ. «Пласт» состоял из 2" трубы длиной ~ 6,5 м, заполненной

<sup>1</sup> Подробное описание устройства экспериментальных установок и проведенных опытов см. в книге акад. Л. С. Лейбензона [100].

несцементированным песком, взятым из нефтяного месторождения. Для опытов была использована насыщенная газом нефть. Эксперименты проводилась при установившейся и неустановившейся фильтрации при давлениях до  $\sim 42,5$  ата и газовых факторах до  $103 \text{ см}^3/\text{см}^3$ . Результаты опытов аналитически не обрабатывались. Авторы считают, что наблюдаемые градиенты давления при установившемся и при неустановившемся течениях нефтегазовой смеси через несцементированные пески очень близки к градиентам давления, замеренным в описываемых ниже опытах по движению смеси воды и углекислого газа.

В период с 1936 по 1945 гг., кроме указанных, были опубликованы экспериментальные исследования движения газированной жидкости в несцементированных песках [26], в сцементированных песках [19], в известняках и доломитах [11]. В 1940 г. были также опубликованы результаты опытов [93] по движению трехфазной системы (смесь керосина, воды и азота) в несцементированных песках. Особенностью указанных экспериментальных исследований [26, 19 и 93] является применение электрических методов для определения, наряду с замерами давлений и расходов жидкостей *величины насыщенности жидкостью порового пространства* и ее изменения по длине.

Знание изменения насыщенности жидкостью порового пространства, т. е. величины отношения объема содержащейся в некотором элементе пористой среды жидкости к объему порового пространства этого элемента пористой среды, позволяет рассматривать отдельно движение каждой из фаз газированной жидкости, полагая, что жидкость движется в изменяющейся среде, состоящей из слагающей коллектор породы и газовых пузырьков, а газ движется в изменяющейся среде, состоящей из породы и жидкости. При такой точке зрения на фильтрацию газированной жидкости можно ввести понятие о фазовой или эффективной проницаемости, т. е. проницаемости пористой среды для каждой из фаз (жидкости и газа) газированной жидкости.

## § 2. Фазовая (эффективная) проницаемость пористой среды

При фильтрации газированной жидкости жидкая фаза занимает только часть объема порового пространства, равную насыщенности жидкостью порового пространства. Следовательно, для жидкости пористость окружающей ее среды равна:

$$m_{\text{ж}} = mS, \quad (1, \text{XIII})$$

где  $m_{\text{ж}}$  — пористость для жидкости среды (горная порода и газ), в ко-

торой происходит фильтрация жидкости;

$m$  — пористость горной породы;

$S$  — насыщенность жидкостью порового пространства.

Газообразная фаза занимает часть объема порового пространства, равную  $(1 - S)$ . Поэтому для газа пористость среды (горная порода и жидкость) равна:

$$m_{\Gamma} = m(1 - S). \quad (1', \text{XIII})$$

При фильтрации однородной жидкости проницаемость пористой среды, согласно формуле (10, VI) § 2 главы VI, равна:

$$k = d_{\text{э}}^2 \text{Sl}. \quad (10, \text{VI})$$

Для жидкой фазы газированной жидкости фазовая проницаемость  $k_{\text{ж}}$  по аналогии с общим выражением (10, VI) для коэффициента проницаемости может быть представлена в виде:

$$k_{\text{ж}} = d_{\text{э,ж}}^2 \text{Sl}_{\text{ж}}, \quad (2, \text{XIII})$$

где  $d_{\text{э,ж}}$  — эффективный диаметр частиц, слагающих среду, в которой происходит фильтрация жидкости; к этим частицам, кроме зерен породы, можно отнести пузырьки окклюдированного газа, поскольку они, как и мелкие частицы породы, расположенные между более крупными, занимают часть объема порового пространства и тем самым стесняют движение жидкости;

$\text{Sl}_{\text{ж}}$  — число Sl для жидкости; по аналогии с фильтрацией однородной жидкости можно считать, что  $\text{Sl}_{\text{ж}}$  является функцией пористости  $m_{\text{ж}}$  и структуры порового пространства  $\varepsilon_{\text{ж}}$  окружающей жидкость среды, т. е.

$$\text{Sl}_{\text{ж}} = f(m_{\text{ж}}, \varepsilon_{\text{ж}}) = f(ms, \varepsilon_{\text{ж}}). \quad (3, \text{XII})$$

Подставляя в формулу (2, XIII) значение  $\text{Sl}_{\text{ж}}$  из (3, XIII), имеем:

$$k_{\text{ж}} = d_{\text{э,ж}}^2 \cdot f(ms, \varepsilon_{\text{ж}}). \quad (4, \text{XIII})$$

Рассуждая аналогично предыдущему, можно написать выражение фазовой проницаемости для газа в виде:

$$k_{\Gamma} = d_{\text{э,Г}}^2 \text{Sl}_{\Gamma}$$

или

$$k_{\Gamma} = d_{\text{э,Г}}^2 f[m(1 - S), \varepsilon_{\Gamma}]. \quad (5, \text{XIII})$$

Поскольку число выделившихся из нефти пузырьков газа, их размеры и величина насыщенности  $S$  зависят от давления, то величины

эффективных диаметров и пористости для жидкости ( $d_{э.ж}$  и  $m_{ж}$ ) и газа ( $d_{э.г}$  и  $m_{г}$ ) являются функцией давления. Таким образом, формулы (4, XIII) и (5, XIII) показывают, что в отличие от проницаемости  $k$  пористой среды при фильтрации однородной жидкости фазовые проницаемости ( $k_{ж}$  и  $k_{г}$ ) являются переменными величинами, изменяющимися с изменением давления и обусловленной им насыщенности.

Так как при движении жидкостей и газов в пористой среде пластовое давление изменяется в пространстве и времени (при неустановившейся фильтрации), то фазовые проницаемости являются функциями координат и времени.

Характер зависимостей фазовых проницаемостей от насыщенности жидкостью порового пространства впервые был установлен в результате описываемых ниже опытов.

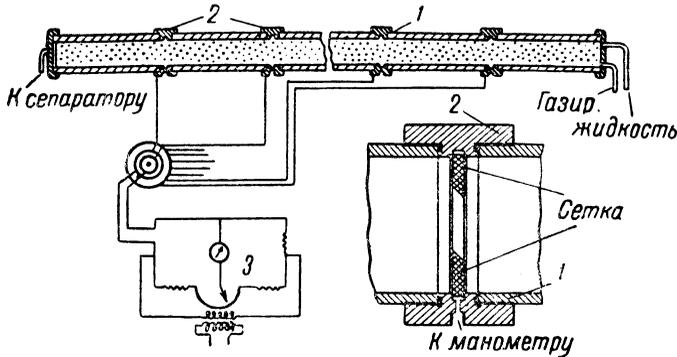


Рис. 81. Схема экспериментальной установки.

На рис. 81 показана схема экспериментальной установки. «Пласт» был изготовлен из составной бакелитовой трубы 1 диаметром 2", состоящей из 10 секций общей длиной около 3 м (10 фут.). Секции соединялись между собой при помощи бронзовых колец 2, являющихся одновременно пьезометрическими кольцами и электродами. Опыты проводились с водой, насыщенной углекислотой. Повышение вязкости воды достигалось растворением в ней сахара, а для повышения электропроводности ее применялись соответствующие добавки.

Вследствие плохой электропроводности газовых пузырьков электропроводность заполненной газированной жидкостью пористой среды уменьшается с увеличением числа пузырьков газа в смеси. Таким образом, построив предварительно калибровочную кривую, можно (пропус-

кая электрический ток через каждую секцию пласта при протекании в нем газированной жидкости) замерять прибором 3 электропроводность (обратную величину электрического сопротивления  $R$ ) каждой секции и по предварительно построенной калибровочной кривой (см. рис. 82) определять соотношения между объемами жидкой и газообразной фаз смеси в поровом пространстве.

Полагая, что фильтрация каждой из фаз газированной жидкости происходит по линейному закону фильтрации, можно определить величины фазовых проницаемостей  $k_{ж}$  и  $k_{г}$ .

Расход жидкой  $Q_{ж}$  и газообразной  $Q'_{г}$  фаз газированной жидкости равен:

$$\left. \begin{aligned} Q_{ж} &= v_{ж} \cdot F = \frac{k_{ж} \cdot F}{\mu_{ж}} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta x}, \\ Q'_{г} &= v_{г} \cdot F = \frac{k_{г} \cdot F}{\mu_{г}} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta x}, \end{aligned} \right\} \quad (6, \text{ XIII})$$

где  $Q_{ж}$  — объемный расход жидкой фазы газированной жидкости;

$Q'_{г}$  — объемный расход газа в каждой секции пласта.

Величина  $Q'_{г}$  определяется из уравнения:

$$Q'_{г} = \frac{Q_{г} - \kappa \bar{p} Q_{ж}}{\bar{p}}; \quad (6а, \text{ XIII})$$

здесь  $Q_{г}$  — замеренный на выходе из пласта приведенный к атмосферному давлению расход газа;

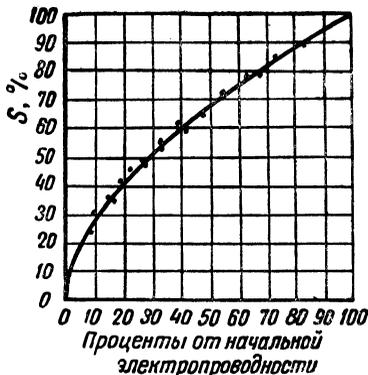


Рис. 82. Калибровочная кривая зависимости между насыщенностью  $S$  порового пространства жидкостью и электропроводностью  $\frac{1}{R}$ .

<sup>1</sup> Более точно формула (6а, XIII) запишется так (усадкой жидкости пренебрегаем):

$$Q'_{г} = \frac{Q_{г} - \kappa \frac{(\tilde{p} - p_{ат})}{p_{ат}} Q_{ж}}{\frac{\tilde{p}}{p_{ат}}}$$

$\alpha$  — объемный коэффициент растворимости газа в жидкости;  
 $\bar{p}$  — среднеарифметическая величина давления (в *атм*) в соответствующей секции пласта;

$v_{ж}$  и  $v_{г}$  — скорости фильтрации соответственно жидкости и газа;

$F$  — площадь сечения пласта;

$\mu_{ж}$  и  $\mu_{г}$  — абсолютные вязкости соответственно жидкости и газа;

$\frac{\Delta p}{\Delta x}$  — падение давления на единице длины пласта (за ось  $x$  принята ось горизонтальной трубы), замеряемое при помощи присоединенных к пьезометрическим кольцам манометров.

Из уравнений (6, XIII) легко определяются неизвестные коэффициенты фазовой проницаемости  $k_{ж}$  и  $k_{г}$  для каждой секции пласта, насыщенность  $S$  в которых известна по замерам электропроводности.

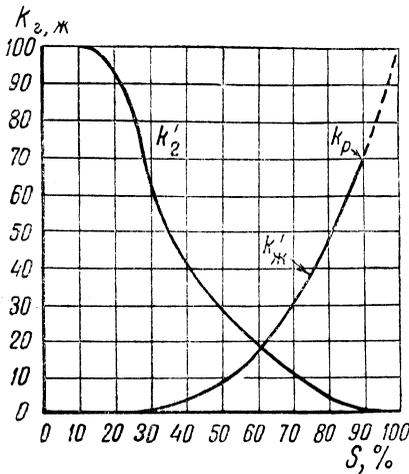


Рис. 83. Зависимость фазовых проницаемостей от насыщенности жидкостью порового пространства нецементированных песков.

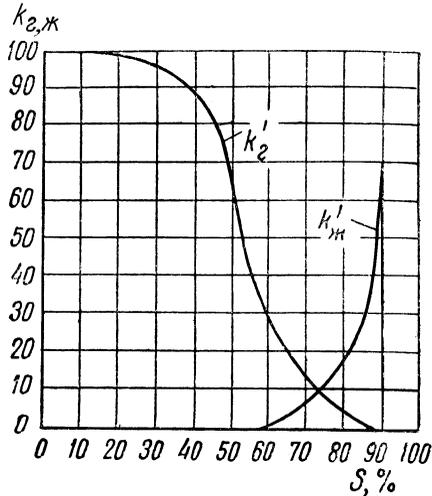


Рис. 84. Зависимость фазовых проницаемостей от насыщенности жидкостью порового пространства цементированных песков (песчаников).

На рис. 83 приведены полученные экспериментально зависимости фазовых проницаемостей для жидкости и газа от насыщенности  $S$  жидкостью порового пространства неоднородных *нецементированных* песков (70–120 меш), проницаемость которых для однородной жид-

кости  $k = 17,8 \text{ д}$ . По оси ординат отложены значения отношений  $k'_{\text{ж}} = \frac{k_{\text{ж}}}{k}$  и  $k'_{\text{г}} = \frac{k_{\text{г}}}{k}^2$  (в процентах), а по оси абсцисс — величины  $S^3$ .

На рис. 84 и 85 помещены аналогичные экспериментальные кривые для *цементированных песков (песчаников)* (рис. 84) и для *известняков и доломитов* (рис. 85).

Рассмотрение приведенных на рис. 83, 84 и 85, 86 кривых зависимости фазовых проницаемостей от насыщенности для песков, песчаников и известняков показывает следующее.

При наличии в поровом пространстве нецементированных песков и известняков до 20% жидкости ( $S = 20\%$ ), а в порах песчаников (цементированных песков) до 50% жидкости, фазовая проницаемость для жидкой фазы газированной жидкости  $k'_{\text{ж}} = 0$ , а относительная проницаемость для газообразной фазы смеси  $k'_{\text{г}} = 90\%$  для нецементированных песков и известняков и  $k'_{\text{г}} = 98\%$  для песчаников (при  $S = 20\%$ , а при  $S = 50\%$  имеем  $k'_{\text{г}} = 65\%$  для песков-песчаников) значения относительных проницаемостей  $k'_{\text{ж}}$  и  $k'_{\text{г}}$  взяты в процентах от проницаемости  $k$  соответствующей пористой среды для однородных жидкостей. Таким образом, жидкость, скопясь в порах, мало мешает прохождению газа. Приведенные экспериментальные данные показывают, что при получении из скважин чистого (безводного) газа в поровом пространстве (бласта мо-

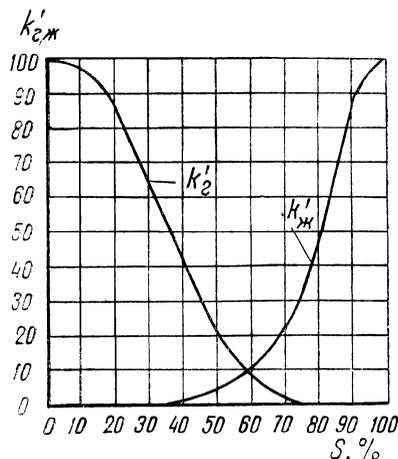


Рис. 85. Зависимость фазовых проницаемостей от насыщенности жидкостью порового пространства известняков и доломитов.

<sup>2</sup>Величины  $k'_{\text{ж}} = \frac{k_{\text{ж}}}{k}$  и  $k'_{\text{г}} = \frac{k_{\text{г}}}{k}$  часто называют относительной проницаемостью пористой среды соответственно для жидкости и газа.

<sup>3</sup>Л. С. Лейбензон [107] показал, что функциональная зависимость между фазовой проницаемостью и насыщенностью в случае нецементированных песков может быть представлена в виде

$$k'_{\text{ж}} = S^n,$$

где  $n = 3\frac{2}{3}$ .

жет содержаться от 20 до 50% неподвижной жидкости (связанной воды или нефти). Это обстоятельство необходимо иметь в виду, в частности, при подсчете запасов газа в месторождениях природного газа, а также при разработке нефтяных месторождений в условиях режима газовой шапки. Если эксплуатация нефтяных месторождений будет сопровождаться интенсивным отбором газа из газовой шапки, приводящим к значительному снижению давления в ней, то возможно движение нефти в занимаемую газовой шапкой часть пласта. В этом случае большие количества нефти, занимающие не менее 20–50% объема порового пространства, останутся неизвлеченными вследствие того, что при указанных значениях насыщенности  $S$  фазовая проницаемость для жидкости равна нулю.

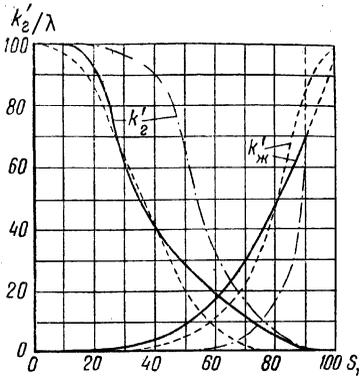


Рис. 86. Сопоставление кривых зависимости фазовых проницаемостей от насыщенности жидкостью порового пространства несцементированных песков, песчаников и известняков доломитов. Сплошные линии относятся к несцементированным пескам, пунктирные — к известнякам, штрих-пунктирные — к песчаникам.

При содержании в порах песка и песчаника до 20% газа, а в порах известняка до 30% газа фазовая проницаемость для газа мала ( $\frac{k_g}{k} \cong 0 \div 5\%$  — для песков и песчаников,  $\frac{k_g}{k} = 0$  для известняков), т. е. газ почти целиком остается в порах, но в отличие от жидкости он сильно мешает фильтрации жидкости, снижая относительную проницаемость  $k'_{ж}$  до  $\sim 60\%$  для известняков, до 48% для несцементированных песков и до  $\sim 18$  для песчаников. Это указывает на отрицательные черты эксплуатации нефтяных месторождений при режиме растворенного газа, поскольку характерное для этого режима наличие в поровом пространстве пласта пузырьков окклюдированного газа приводит к указанному чрезвычайно резкому уменьшению фазовой проницаемости пласта для нефти. Чтобы не допустить значительного снижения фазовой проницаемости для жидкости, разработку таких нефтяных месторождений следует вести при под-

держании пластового давления путем закачки газа в сводовую часть залежи или применения законтурного заводнения.

В точках пересечения кривых фазовых проницаемостей для жид-

кости и газа

$k_{жк} = k_{г} \cong 10\%$  от  $k$ ,  $k_{жк} + k_{г} = 20\%$  от  $k$  для песчаников;

$k_{жк} = k_{г} = 15\%$  от  $k$ ,  $k_{жк} + k_{г} = 30\%$  от  $k$  для известняков;

$k_{жк} = k_{г} = 18\%$  от  $k$ ,  $k_{жк} + k_{г} = 36\%$  от  $k$  для несцементированных песков.

Если бы верхняя часть пласта была занята целиком газом, а в нижней части пласта фильтровалась только нефть, то сумма  $\frac{k_{жк} + k_{г}}{k}$  всегда была бы равна единице (или 100%) и кривые на рис. 86 выродились бы в диагонали квадрата. Отклонение кривых  $k_{г}$  и  $k_{жк}$  от диагоналей показывает, что механизм фильтрации газированной жидкости коренным образом отличается от механизма движения однородных жидкостей.

На графике (рис. 87), построенном на основе кривых рис. 83, показана зависимость отношения  $\frac{k_{г}}{k_{жк}}$  от насыщенности  $S$ . Разделив расход газа  $Q'_{г}$  на расход жидкости  $Q_{жк}$  [см. уравнения (6, XIII)], получим газовый фактор  $\Gamma'$  при давлении  $p$  в каждой секции пласта.

Обозначим

$$G(S) = \frac{k_{г}}{k_{жк}}; \quad (7, XIII)$$

тогда

$$\Gamma' = G(S) \frac{\mu_{жк}}{\mu_{г}}. \quad (8, XIII)$$

Следовательно, значения  $G(S)$ , отложенные по оси ординат на рис. 87, пропорциональны газовому фактору в пластовых условиях, характер изменения которого в зависимости от  $S$  дается кривой рис. 87. Рассмотрение этой кривой показывает, что с уменьшением насыщенности жидкостью порового пространства газовый фактор резко повышается и при  $S \cong 20\%$  для несцементированных песков и известняков

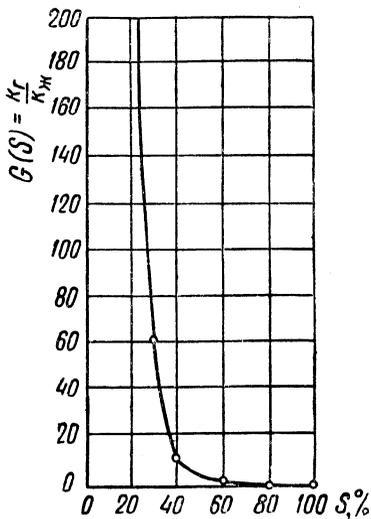


Рис. 87. Характер зависимости газового фактора при пластовом давлении от насыщенности жидкостью порового пространства.

и  $S \cong 20\%$  для песчаников стремится к бесконечности. С уменьшением газового фактора величина  $S$  увеличивается и фазовая проницаемость пористой среды для жидкости  $r_{\text{ж}}$  возрастает. Из рассмотрения кривой  $\Gamma' = \Gamma'(S)$  вытекает важный практический вывод: резкое увеличение газового фактора при эксплуатации нефтяных скважин в условиях режима растворенного газа свидетельствует о сильном уменьшении фазовой проницаемости для нефти и влечет за собой падение дебита нефти.

Отметим еще одну особенность, замеченную при проведении опытов по фильтрации газированной жидкости. При высоких значениях насыщенности  $S$  (от 90 до 100% для нецементированных песков и песчаников и от 70 до 100% для известняков) оказалось невозможным получить установившийся режим фильтрации газированной жидкости. Лишь когда  $S$  достигало значения  $S_{\text{рав}}$  — равновесной насыщенности ( $S_{\text{рав}} \cong 90\%$  для нецементированных песков и песчаников,  $S_{\text{рав}} \cong 70\%$  для известняков), что соответствовало определенному значению фазовых проницаемостей  $k_{\text{рав}}$  наступало установившееся движение смеси. В момент установления процесса величина градиента давления достаточна для проталкивания всех газовых пузырьков, выделяющихся из раствора. Когда же  $S > S_{\text{рав}}$ , выделяющийся из раствора газ остается в поровых каналах, занимая в них, вероятно, наиболее суженные части.

Опыты с жидкостями с различными вязкостями и различным поверхностным натяжением показали, что изменение в несколько раз вязкости и поверхностного натяжения жидкостей не оказывает существенного влияния на характер кривых  $k_{\text{ж}} = k_{\text{ж}}(S)$  и  $k_{\text{г}} = k_{\text{г}}(S)$ , который в основном зависит от величины коэффициента  $k$  проницаемости пористой среды. Результаты экспериментов, проведенных на больших колонках породы с фильтрацией воды с углекислым газом, оказались одинаковыми с результатами, полученными на малых колонках породы с фильтрацией естественного газа и нефти. Это подтверждает положение о малом влиянии на характер кривых  $k_{\text{ж}} = k_{\text{ж}}(S)$  и  $k_{\text{г}} = k_{\text{г}}(S)$  изменений вязкости и поверхностного натяжения жидкости.

### § 3. Установившееся движение газированной жидкости в пористой среде

Уравнения (6, XIII) в дифференциальной форме имеют вид:

$$Q_{\text{ж}} = -\frac{k_{\text{ж}}F}{\mu_{\text{ж}}} \frac{dp}{dL}, \quad (9, \text{XIII})$$

$$Q_{\Gamma} = -\frac{k_{\Gamma} F}{\mu_{\Gamma}} \frac{dp}{dL} p' + Q_{\text{ж}} \varkappa p', \quad (10, \text{XIII})$$

где  $Q_{\text{ж}}$  — объемный расход жидкой фазы газированной жидкости, движущейся в направлении  $L$ ;

$F$  — площадь нормального к направлению  $L$  сечения пласта, причем  $F = F(L)$ ;

$Q_{\Gamma}$  — приведенный к атмосферному давлению объемный расход газа (свободного и растворенного) через сечение  $F$  пласта;

$p' = \frac{p}{p_{\text{ат}}}$ , причем  $p_{\text{ат}}$  — атмосферное давление.

Процесс фильтрации газированной жидкости принят изотермическим, справедливость чего доказывается в § 1 главы XII; кроме того, предполагается, что газ подчиняется закону идеальных газов, растворение газа в жидкости происходит по закону парциальных давлений и вязкости газа  $\mu_{\Gamma}$  и жидкости  $\mu_{\text{ж}}$  меняются при изменении давления.

Обозначим через  $\Gamma = \frac{Q_{\Gamma}}{Q_{\text{ж}}}$  газовый фактор. Разделив расход газа (10, XIII) на расход жидкости (9, XIII) и учитывая, что в условиях установившейся фильтрации газовый фактор постоянен, имеем:

$$\Gamma = p' \left[ \frac{k_{\Gamma}}{k_{\text{ж}}} \frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\Gamma}} + \varkappa \right] = \text{const}, \quad (11, \text{XIII})$$

отсюда

$$k_{\Gamma} = k_{\text{ж}} \frac{\mu_{\Gamma}}{\mu_{\text{ж}}} \left( \frac{\Gamma}{p'} - \varkappa \right). \quad (12, \text{XIII})$$

Уравнение (12, XIII) выражает связь между эффективными проницаемостями для газа  $k_{\Gamma}$  и жидкости  $k_{\text{ж}}$ , газовым фактором  $\Gamma$  и давлением  $p$ .

Обозначим

$$\alpha = \frac{\mu_{\Gamma}}{\mu_{\text{ж}}} \varkappa \quad (13, \text{XIII})$$

и введем функцию  $G(S)$ , определяемую условием (7, XIII). Тогда уравнение (11, XIII) приводится к виду:

$$\Gamma \frac{\mu_{\Gamma}}{\mu_{\text{ж}}} = p' [G(S) + \alpha]. \quad (14, \text{XIII})$$

Обозначая левую часть уравнения (14, XIII) через постоянную  $\xi$ :

$$\xi = \frac{\mu_{\Gamma}}{\mu_{\text{ж}}} \Gamma, \quad (15, \text{XIII})$$

получим:

$$\xi = p'[G(S) + \alpha]. \quad (16, \text{XIII})^1$$

Из формулы (16, XIII) имеем:

$$p' = \frac{\xi}{G(S) + \alpha} \quad (17, \text{XII})$$

или

$$p^* = \frac{1}{G(S) + \alpha}, \quad (18, \text{XIII})$$

где

$$p^* = \frac{p'}{\xi} \quad (19, \text{XII})$$

Формула (18, XIII) позволяет построить зависимость между безразмерным давлением  $p^*$  и насыщенностью жидкостью порового пространства  $S$ . Задаваясь различными значениями  $S$  и соответствующими им значениями  $G(S)$  (в зависимости от того, какими породами представлена пористая среда) и зная величину  $\alpha$  для данных жидкости и газа, вычисляем по уравнению (18, XIII) давление  $p^*$ . На рис. 88 показана кривая  $p^* = p^*(S)$ , построенная нами на основании кривых рис. 83, причём  $\alpha = 0,015$ .

Располагая графиками кривых  $k'_{\text{ж}} = k'_{\text{ж}}(S)$  и  $k'_r = k'_r(S)$  (рис. 83, 84 или 87) и  $p^* = p^*(S)$  (для несцементированных кривых рис. 88), легко найти графически зависимости  $k'_{\text{ж}} = k'_{\text{ж}}(p^*)$  и  $k'_r = k'_r(p^*)$ , где  $k'_{\text{ж}} = \frac{k_{\text{ж}}}{k}$  и  $k'_r = \frac{k_r}{k}$  — отношения фазовых проницаемостей к проницаемости  $k$  пористой среды для однородной жидкости. На рис. 89 приведена кривая зависимости фазовой проницаемости  $k'_{\text{ж}}$  от давления  $p^*$  для несцементированных песков при  $\alpha = 0,015$ .

<sup>1</sup>Уравнение (16, XIII) полностью совпадает с уравнением акад. С. А. Христиановича, полученным им иным путем (см. статью С. А. Христиановича [179]). Преобразования С. А. Христиановича приведены также в статье Б. Б. Лапука [87]. (У Христиановича вывод более строг, ибо постоянство газового фактора строго доказывается только для линии тока. Ясно, что при несимметричном притоке к скважине газовые факторы вдоль разных линий тока могут быть различны, хотя с течением времени они не будут меняться (при установившемся режиме). Однако если считать, что все линии тока начинаются на контуре питания, вдоль которого жидкость одинаково газирована, то газовый фактор будет постоянен вдоль всех линий тока и выводом Лапука можно пользоваться.)

<sup>2</sup>Не следует смешивать это значение  $p^*$  с приведенным давлением, о котором была речь при рассмотрении фильтрации однородной жидкости.

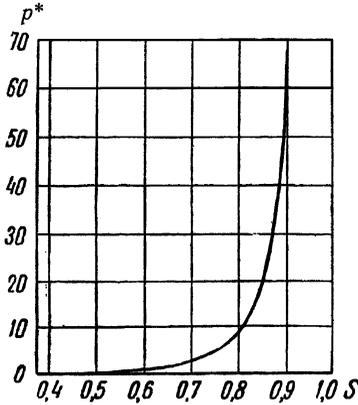


Рис. 88. Зависимость между безразмерным давлением  $p^*$  и насыщенностью жидкостью порового пространства  $S$  для несцементированных песков.

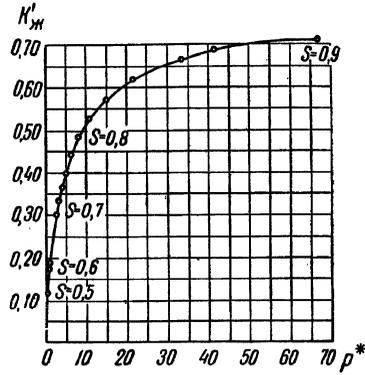


Рис. 89. Зависимость фазовой проницаемости  $k'_{ж}$  от безразмерного давления  $p^*$  при фильтрации газированной жидкости в несцементированных песках.

Как видно из рис. 89, чем выше давление в пласте  $p^*$ , тем больше величина фазовой проницаемости для жидкости  $k'_{ж}$ , а следовательно, больше дебит скважин. Отсюда вытекает, что эксплуатацию скважин выгоднее вести при более высоких давлениях в пласте.

Так как для обеспечения притока нефти к забою скважин необходимо создание депрессии  $\Delta p = p_k - p_c$ , причем с ростом депрессии дебит скважин увеличивается (см., например, рис. 91), то для повышения добычи более эффективным средством является увеличение депрессии за счет повышения пластового (контурного) давления  $p_k$ , но не путем снижения забойного давления  $p_c$ . Повышение пластового давления достигается закачкой воды за контур нефтеносности либо газа в сводовую часть пласта. Из сказанного также можно сделать вывод о незначительной эффективности интенсификации добычи нефти путем создания на скважинах вакуума<sup>3</sup>.

Допустим, что существует некоторая функция давления  $H$ , которая, будучи подставлена в уравнение, выражающее линейный закон

<sup>3</sup>Более подробно вопрос о влиянии величины давлений на дебит нефтяных скважин при фильтрации газированной нефти рассматривается в статье Г.Б. Пыхачева [151].

фильтрации, вместо давления  $p$ , делает это уравнение справедливым для скорости  $v_{\text{ж}}$  фильтрации жидкой фазы газированной жидкости, иными словами, предположим, что

$$v_{\text{ж}} = \frac{k}{\mu_{\text{ж}}} \frac{dH}{dL}. \quad (20, \text{XIII})$$

На основании уравнения (6, XIII) скорость фильтрации жидкой фазы газированной жидкости  $v_{\text{ж}} = \frac{Q_{\text{ж}}}{F}$  определяется так:

$$v_{\text{ж}} = \frac{k_{\text{ж}}}{\mu_{\text{ж}}} \frac{dp}{dL}. \quad (21, \text{XIII})$$

Приравнявая уравнения (20, XIII) и (21, XIII), имеем:

$$dH = \frac{k_{\text{ж}}}{k} dp.$$

Отсюда, учитывая, что давление  $p$  может изменяться от 0 (точнее величины, близкой к нулю, если эксплуатация скважин осуществляется при вакууме на забое) до  $p$ , после интегрирования имеем:

$$H = \frac{1}{k} \int_0^p k_{\text{ж}} \cdot dp = \int_0^p k'_{\text{ж}} \cdot dp,$$

где

$$k'_{\text{ж}} = \frac{k_{\text{ж}}}{k},$$

или, вводя переменную

$$H^* = \frac{H}{p_{\text{ат}} \xi} \quad (22, \text{XIII})$$

и

$$p^* = \frac{p'}{\xi},$$

получим:

$$H^* = \int_0^{p^*} k'_{\text{ж}} \cdot dp^*. \quad (23, \text{XIII})$$

Задаваясь различными значениями  $p^*$ , нетрудно найти отвечающие им величины интеграла (23, XIII), как площади, ограниченные кривой  $k'_{ж} = k'_{ж}(p^*)$  (рис. 89), осью абсцисс и ординатами, соответствующими значениям  $p^*$ . Располагая этими величинами  $H^*$ , легко построить кривую зависимости  $H^*$  от безразмерного давления  $p^*$ .

На рис. 90 приведена построенная нами кривая  $H^* = H^*(p^*)$  для нецементированных песков.

Таким образом, интересующая нас функция  $H$  действительно существует и определить ее значение не представляет большого труда, если известно давление  $p$ . Исходя из изложенного, легко найти формулы расхода жидкости и распределения давления в пласте при установившейся фильтрации газированной жидкости. Для этого достаточно в формулы расхода и распределения давления в пласте при установившейся фильтрации несжимаемой жидкости вместо давления  $p$  подставить отвечающие ему значения  $H^4$ .

Произведя такую замену в формулах, выведенных в § 1 и 2 главы IX, получим: в случае установившейся одномерной (прямолинейной) фильтрации газированной жидкости:

$$Q_{ж} = \frac{k}{k_{ж}} \frac{H_{к} - H_{г}}{L_{к}} \sigma, \quad (24, XIII)$$

$$H = H_{г} + \frac{H_{к} - H_{г}}{L_{к}} x, \quad (25, XIII)$$

в случае установившейся радиальной фильтрации газированной жидкости

$$Q_{ж} = \frac{2\pi kb}{\mu_{ж}} \cdot \frac{(H_{к} - H_{с})}{\ln \frac{R_{к}}{R_{с}}}, \quad (26, XIII)$$

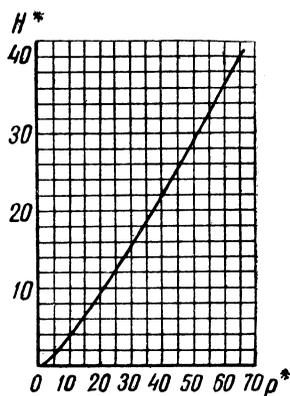


Рис. 90. Зависимость значений функций  $H^*$  от безразмерного давления  $p^*$  для нецементированных песков.

<sup>4</sup>Это весьма важное положение впервые было доказано акад. С. А. Христиановичем в указанной выше статье. И. А. Чарный [189] заметил, что кривую  $H^* = H^*(p^*)$  можно приближенно заменить двумя прямыми линиями, что облегчает проведение вычислений.

$$H = H_c + \frac{H_k - H_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}. \quad (27, \text{XIII})$$

Дебит газа легко определить по данным о дебите жидкости и газовом факторе:

$$Q_\Gamma = Q_{\text{ж}} \cdot \Gamma = \frac{2\pi kb\xi(H_k - H_c)}{\mu_\Gamma \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (28, \text{XIII})$$

Для иллюстрации применения изложенных методов при решении задач об установившемся движении газированной жидкости в пористой среде рассмотрим конкретный пример радиальной фильтрации газированной жидкости к скважине.

*Пример.* Определить дебит скважины, распределение давления в пласте и построить индикаторную кривую притока жидкости и газа к забою фонтанной скважины при следующих условиях:

давление на круговом контуре питания  $p_k = 144 \text{ атa}$ ,  
 расстояние до контура питания от центра скважины  $R_k = 1000 \text{ м}$ ,  
 диаметр скважины  $2R_c = 8'' \cong 20 \text{ см}$ ,  
 мощность пласта  $b = 10 \text{ м}$ ,  
 проницаемость пласта  $k = 1 \text{ д}$ ,  
 газовый фактор  $\Gamma = 392 \text{ м}^3/\text{м}^3$ ,  
 вязкость газа  $\mu_\Gamma = 0,015 \text{ сантипуаз}$ ,  
 вязкость жидкости  $\mu_{\text{ж}} = 0,89 \text{ сантипуаз}$ ,  
 объемный коэффициент растворимости газа в жидкости  $\varkappa = 0,88 \text{ м}^3/\text{м}^3$ .

Зависимость фазовых проницаемостей от насыщенности жидкости порового пространства дается в виде графиков, приведенных на рис. 83.

Дебит жидкости определяем по формуле (26, XIII). Для определения величины  $H_k$  и  $H_c$  найдем сначала давления  $p_k^*$  и  $p_c^*$ .

Согласно формуле (15, XIII) постоянная

$$\xi = \frac{\mu_\Gamma}{\mu_{\text{ж}}} \Gamma = \frac{0,015}{0,89} \cdot 392 = 6,62.$$

Следовательно,

$$p_k^* = \frac{p'_k}{\xi} = \frac{144}{6,62} = 21,7.$$

По графику  $H^* = H^*(p^*)$  (рис. 90) значению  $p_k^* = 21,7$  соответствует  $H_k^* = 10,4$ .

Отсюда

$$H_k = \xi H_k^* = 6,62 \cdot 10,4 = 68,8.$$

Задаваясь различными забойными давлениями  $p_c$ , находим аналогично предыдущему соответствующие им значения  $p_c^*$ ,  $H_c^*$ , и  $H_c$  и, подставляя найденные значения  $H_k$  и  $H_c$  в формулу (26, XIII), определяем дебит жидкости при различных депрессиях. Дебит газа  $Q_g$  находим по формуле (28, XIII) как произведение дебита жидкости на газовый фактор. В табл. 15 приведены полученные указанным путем расчетные данные для построения индикаторной кривой, выражающие зависимости между дебитами жидкости и газа и депрессией  $\Delta p = p_k - p_c$ . Индикаторная кривая показана на рис. 91, из которой видно, что зависимость дебита жидкости и газа от депрессии, в отличие от однородной жидкости, не является линейной, хотя фильтрация каждой из фаз газированной жидкости принималась следующей линейному закону фильтрации. Таким образом, искривление индикаторной линии при фильтрации газированной жидкости еще не означает наличия отклонений от линейного закона фильтрации.

Таблица 15

**Расчетные данные для построения индикаторной кривой дебита газированной жидкости**

$p_c,$ <i>ата</i>	$p_c^*,$ <i>ата</i>	$H_c^*,$ <i>ата</i>	$H_c,$ <i>ата</i>	$H_k - H_c,$ <i>ата</i>	$Q_{ж},$ <i>м<sup>3</sup>/сутки</i>	$Q_g,$ <i>м<sup>3</sup>/сутки</i>
100	15,2	6,44	42,6	25,9	393	$1,35 \cdot 10^5$
79,5	11,1	4,22	27,9	40,6	537	$2,11 \cdot 10^5$
55,0	8,33	2,83	18,7	49,7	657	$2,58 \cdot 10^5$
41,2	6,25	1,87	12,4	56,1	742	$2,91 \cdot 10^5$
33,0	5,00	1,35	8,95	59,6	788	$3,09 \cdot 10^5$
21,3	3,23	0,70	4,63	63,8	844	$3,31 \cdot 10^5$
13,7	2,08	0,36	2,38	66,2	875	$3,43 \cdot 10^5$
6,60	1,00	0,11	0,729	67,7	895	$3,51 \cdot 10^5$
0	0	0	0	68,5	905	$3,55 \cdot 10^5$

Найдем распределение давления при радиальном движении газированной жидкости к скважине при противодавлении на забое скважины  $p_c = 100$  ата, что соответствует депрессии  $\Delta p = 44$  ат. Для этого воспользуемся формулой (27, XIII). Определив  $H_c$ , соответствующее  $p_c = 100$  ата и задаваясь различными значениями  $r$ , находим

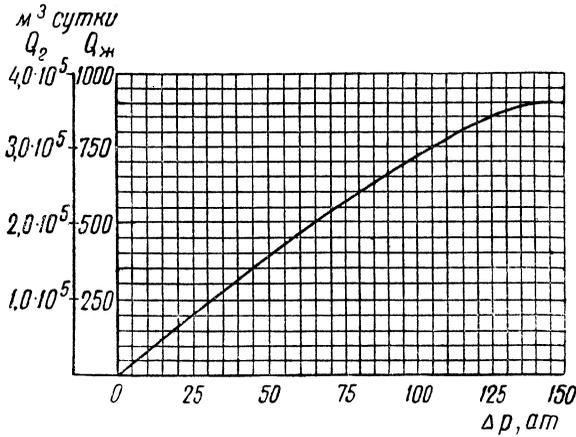


Рис. 91. Индикаторная кривая зависимости дебита жидкости и газа от депрессии при установившейся фильтрации газированной жидкости в нецементированных песках.

Таблица 16

**Расчетные данные для построения кривой распределения давления  $r$  при установившейся фильтрации газированной жидкости в нецементированных песках**

Газированная жидкость				Негазиро- ванная жид- кость $p$ , <i>ата</i>	Газированная жидкость				Негазиро- ванная жид- кость $p$ , <i>ата</i>
$r$ , <i>м</i>	$H$ , <i>ата</i>	$H^*$ , <i>ата</i>	$p$ <i>ата</i>		$r$ , <i>м</i>	$H$ , <i>ата</i>	$H^*$ , <i>ата</i>	$p$ <i>ата</i>	
0,1	0,972	6,44	100	118	20,0	1,31	8,69	127	133
0,2	1,03	6,83	108	121	50,0	1,37	9,06	131	135
0,5	1,07	7,13	111	123	100,0	1,41	9,36	134	137
1,0	1,12	7,42	114	125	200,0	1,46	9,67	138	141
2,0	1,16	7,71	116	127	500,0	1,52	10,17	141	142
5,0	1,22	8,10	121	129	800,0	1,55	10,3	142	143
10,0	1,27	8,40	124	131	1000,0	1,57	10,4	144	144

значения  $H$  и  $H^* = \frac{H}{\xi}$ ; по кривой, приведенной на рис. 90, определяем отвечающие им значения  $p^*$  и из формулы (19, XIII) находим интересующие нас значения давления  $p = \xi p^*$ . В табл. 16 приведены расчетные данные, по которым построена кривая распределения давления вдоль

оси  $r$  (рис. 92). Для сравнения на том же рисунке показано падение давления при фильтрации к скважине негазированной жидкости той же вязкости и при тех же значениях  $p_k$  и  $Q_{ж}$ .

Как и следовало ожидать, исходя из опытов, при движении газированной жидкости происходит более резкое падение давления.

На рис. 93, в отличие от рис. 92, по оси абсцисс отложены значения  $\ln r$ . Как видно из графика, за исключением 20-см призабойной зоны пласта, изменение давления в рассматриваемом случае радиальной фильтрации газированной жидкости подчиняется логарифмическому закону.

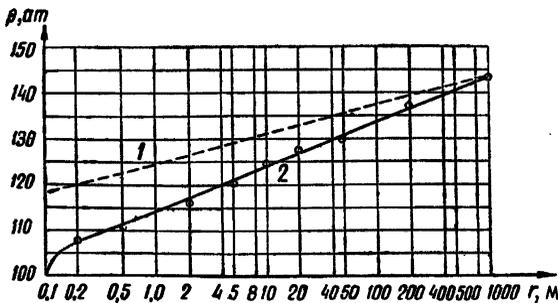
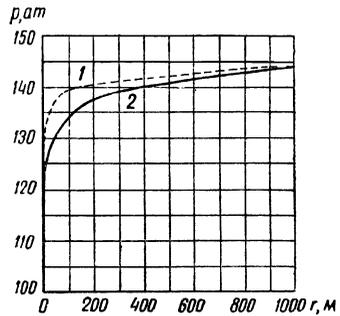


Рис. 92 и 93. Распределение давления в пласте при установившейся радиальной фильтрации газированной жидкости (кр. 2) и однородной жидкости (кр. 1) при одинаковых расходах жидкой фазы.

### § 4. Неустановившееся радиальное движение газированной жидкости в пористой среде

Между процессами, происходящими в газовой залежи и в нефтяной залежи в период эксплуатации в условиях соответственно газового режима и режима растворенного газа, имеется много общего. В обоих случаях единственной энергией, за счет которой происходит продвижение жидкостей и газов из пласта к скважинам, является энергия

сжатого газа (влиянием силы тяжести в большинстве случаев можно пренебречь). Это позволяет изложить в главе XII методы решения задач о неустановившейся фильтрации газов в условиях газового режима приложить к решению ряда задач о неустановившейся фильтрации газированной жидкости в условиях режима растворенного газа.

Рассмотрим задачу о неустановившемся радиальном движении газированной жидкости в пористой среде в условиях режима растворенного газа. Модель пласта представлена на рис. 54.

Обозначим

- $\Omega$  — объем порового пространства нефтяной залежи, определенный по формуле (41, XII);  
 $Q_{\text{ж}}$  — дебит жидкости;  
 $\bar{S}$  — средневзвешенная по объему насыщенность порового пространства жидкостью:

$$\bar{S} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} S d\Omega; \quad (29, \text{XIII})$$

$t$  — время.

Тогда дифференциальное уравнение истощения нефтяной залежи может быть написано в следующем виде:

$$Q_{\text{ж}} dt = -\Omega d\bar{S}. \quad (30, \text{XIII})$$

Рассматривая по аналогии с фильтрацией газа процесс неустановившегося радиального движения газированной жидкости в пористой среде как непрерывную последовательность стационарных состояний, для определения дебита  $Q_{\text{ж}}$  воспользуемся формулой (26, XIII).

Как было показано в главе XII, при радиальной фильтрации газа среднее давление  $p$  в газовой залежи с достаточной для практики точностью может быть принято равным контурному давлению  $p_{\text{к}}$ .

Фильтрацию чистого газа и мертвой (не содержащей пузырьков окклюдируемого газа) нефти можно рассматривать как частные случаи фильтрации газированной нефти при газовых факторах, соответственно равных бесконечности и нулю. Поэтому можно утверждать, что при движении газированной жидкости величина  $\xi^1$  отношения среднего давления  $p$  к контурному  $p_{\text{к}}$  заключена в пределах

$$\xi_{\Gamma} > \xi_{\Gamma, \text{ж}} > \xi_{\text{ж}},$$

---

<sup>1</sup>Здесь  $\xi = \frac{\bar{p}}{p_{\text{к}}}$ , а в предыдущем параграфе та же буква  $\xi$  имела иной смысл, а именно  $\xi = \frac{\mu_{\Gamma}}{\mu_{\text{ж}}} \Gamma$ .

где индексы г, ж и ж относится соответственно к газу, газированной жидкости и однородной несжимаемой жидкости.

В связи с этим представляет интерес определить значения  $\xi_{ж}$ . Поскольку формула (23, IX) распределения давления  $p$  в пласте при радиальной фильтрации несжимаемой однородной жидкости аналогична формуле (30, XI) распределения плотностей  $\rho$  при радиальной фильтрации сжимаемой жидкости, то для определения величины  $\xi_{ж}$  можно воспользоваться формулой (45, XI), в которой под величиной  $\varepsilon$  следует понимать отношение давления на скважине к давлению на контуре:

$$\xi_{ж} = 1 - (1 - \varepsilon)\phi(R_{к}^*), \quad (31, XIII)$$

где

$$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}; \quad \phi(R_{к}^*) = \frac{1}{2 \ln R_{к}^*} - \frac{1}{R_{к}^{*2} - 1};$$

$$R_{к}^* = \frac{R_c}{R_k}. \quad (32, XIII)$$

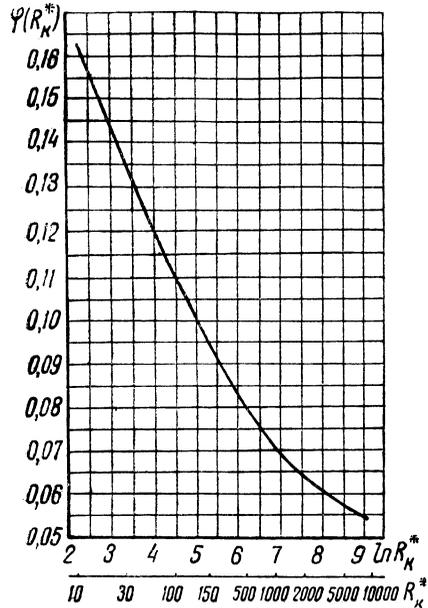


Рис. 92. Значения функции  $\phi(R_{к}^*)$ .

Значения  $\phi(R_{к}^*)$  могут быть взяты из графика рис. 94.

В табл. 17 помещены значения  $\xi_{г}$  и  $\xi_{ж}$  и показана разница между ними в процентах для различных значений  $\varepsilon$  и  $R_{к}^*$ . Как видно из табл. 17, значения  $\xi_{ж}$  и  $\xi_{г}$  весьма мало различаются по величине и близки к единице. Следует иметь в виду, что в условиях режима растворенного газа противодавления на скважинах в течение продолжительного времени могут быть значительными. Значения  $\varepsilon$  в этот период времени обычно равны 0,6–0,9 в зависимости от проницаемости пласта. Величины  $R_{к}^* = \frac{R_c}{R_k}$  всегда больше 500. Поэтому для практических расчетов при радиальной фильтрации газированной жидкости с достаточной точностью можно принять

$$\xi_{г, ж} \cong \frac{\xi_{г} + \xi_{ж}}{2} \cong 1. \quad (33, XIII)$$

Таблица 17  
Сопоставление значений  $\xi_r$  и  $\xi_{ж}$  при радиальной фильтрации газа и несжимаемой жидкости (по линейному закону фильтрации)

$R_{к}^*$	$\varepsilon = 0$		$\varepsilon = 0,1$		$\varepsilon = 0,2$		$\varepsilon = 0,3$		$\varepsilon = 0,4$						
	$\xi_r$	$\xi_{ж}$													
	$\frac{\xi_r}{100}$	$\frac{\xi_{ж}}{100}$													
25025	0,9743	0,9507	2,42	0,9746	0,9560	1,9	0,9754	0,9606	1,52	0,9767	0,9655	1,15	0,9784	0,9704	0,82
2981	0,9677	0,9375	3,12	0,9682	0,9438	2,52	0,9690	0,9500	1,96	0,9707	0,9563	1,48	0,9731	0,9625	1,09
403	0,9564	0,9167	4,15	0,9569	0,9250	3,33	0,9582	0,9334	2,58	0,9606	0,9417	1,97	0,9636	0,9500	1,41
54	0,9331	0,8750	6,23	0,9338	0,8870	5,01	0,9360	0,9000	3,85	0,9396	0,9125	2,88	0,9446	0,9250	2,07
7,1	0,8683	0,7689	11,44	—	0,7920	—	0,8718	0,8151	6,50	0,8777	0,8382	4,5	0,8899	0,8613	3,21

$R_{к}^*$	$\varepsilon = 0,5$		$\varepsilon = 0,6$		$\varepsilon = 0,7$		$\varepsilon = 0,8$		$\varepsilon = 0,9$						
	$\xi_r$	$\xi_{ж}$													
	$\frac{\xi_r}{100}$	$\frac{\xi_{ж}}{100}$													
25025	0,9808	0,9754	0,55	0,9837	0,9803	0,35	0,9870	0,9852	0,18	0,9909	0,9901	0,081	0,9952	0,9951	0,01
2981	0,9760	0,9687	0,75	0,9798	0,9750	0,49	0,9837	0,9813	0,24	0,9887	0,9875	0,121	0,9940	0,9937	0,026
403	0,9677	0,9583	0,97	0,9726	0,9667	0,61	0,9783	0,9750	0,34	0,9848	0,9833	0,15	0,9919	0,9917	0,03
54	0,9509	0,9375	1,41	0,9584	0,9500	0,88	0,9672	0,9625	0,48	0,9771	0,9750	0,21	0,9881	0,9875	0,06
7,1	0,9020	0,8845	2,05	0,9183	0,9076	1,17	0,9366	0,9307	0,63	0,9587	0,9538	0,51	0,9770	0,9762	0,08

Выразим приведенный к атмосферному давлению расход газа  $Q_{\Gamma}$  через среднее давление  $\tilde{p}' = \frac{\tilde{p}}{p_{\text{ат}}}$  (здесь  $p_{\text{ат}}$  — атмосферное давление) и насыщенность  $\tilde{S}$ . Учитывая, что количество газа, извлеченного за время  $dt$  из пласта, равно изменению запаса газа в нем, можно написать следующее уравнение материального баланса:

$$\begin{aligned} Q_{\Gamma} dt &= -d[\Omega \varkappa \tilde{S} \tilde{p}' + \Omega(1 - \tilde{S}) \tilde{p}'] = \\ &= -\Omega \varkappa (\tilde{p}' d\tilde{S} + \tilde{S} d\tilde{p}') - \Omega [(1 - \tilde{S}) d\tilde{p}' - \tilde{p}' d\tilde{S}]. \end{aligned} \quad (34, \text{XIII})$$

Входящие в уравнение (34, XIII) произведения  $\Omega \varkappa \tilde{S} \tilde{p}'$  и  $\Omega[(1 - \tilde{S}) \tilde{p}']$  представляют приведенные к атмосферному давлению объемы соответственно растворенного и окклюдированного газа в пласте. Из уравнения (34, XIII) имеем:

$$Q_{\Gamma} = -\Omega \varkappa \left( \tilde{p}' \frac{d\tilde{S}}{dt} + \tilde{S} \frac{d\tilde{p}'}{dt} \right) - \Omega \left[ (1 - \tilde{S}) \frac{d\tilde{p}'}{dt} - \tilde{p}' \frac{d\tilde{S}}{dt} \right]. \quad (35, \text{XIII})$$

Из дифференциального уравнения (30, XIII) истощения нефтяной залежи расход жидкости равен

$$Q_{\text{ж}} = -\Omega \frac{d\tilde{S}}{dt}. \quad (36, \text{XIII})$$

Разделив уравнение (35, XIII) на (36, XIII), получим следующее выражение для газового фактора:

$$\Gamma = \tilde{p}'(\varkappa - 1) + \frac{d\tilde{p}'}{d\tilde{S}} [\tilde{S}(\varkappa - 1) + 1]. \quad (37, \text{XIII})$$

Поскольку согласно формуле (33, XIII) в условиях радиальной фильтрации газированной жидкости можно принять, что  $\xi_{\Gamma, \text{ж}} \cong 1$ , то, как и при фильтрации одного газа, среднее давление  $\tilde{p}$  можно заменить контурным давлением  $p_{\text{к}}$ .

Но если  $\tilde{p}$  мало отличается от  $p_{\text{к}}$ , то, как видно из рис. 88,  $\tilde{S}$  будет еще меньше отличаться от значения насыщенности  $S_{\text{к}}$  на контуре. При рассмотрении рис. 88 следует иметь в виду, что в условиях режима растворенного газа, вследствие малой нефтеотдачи, величина  $S$  изменяется в пределах от 1 до  $\sim 0,75$ .

Таким образом, можно принять, что

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} \tilde{p}' &\cong p'_k \\ \tilde{S} &\cong S_k \end{aligned} \right\} \quad (38, \text{XIII})^2$$

Учитывая приближенные равенства (38, XIII), уравнение (37, XIII) можно написать в следующем виде:

$$\Gamma \cong p'_k(\varkappa - 1) + \frac{dp'_k}{dS_k} [S_k(\varkappa - 1) + 1]. \quad (39, \text{XIII})$$

С другой стороны, значение газового фактора на контуре может быть определено из формулы (14, XIII):

$$\Gamma = \frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\text{г}}} p'_k [G(S_k) + \alpha]. \quad (40, \text{XIII})$$

Приравнивая правые части равенства (39, XIII) и (40, XIII) и разделяя переменные  $p'_k$  и  $S_k$ , получим:

$$\frac{dp'_k}{p'_k} = \eta(S_k) dS_k, \quad (41, \text{XIII})$$

где

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} \eta(S_k) &= \frac{\mu_0 [G(S_k) + \alpha] - \varkappa + 1}{S_k(\varkappa - 1) + 1} \\ \mu_0 &= \frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\text{г}}} \end{aligned} \right\} \quad (42, \text{XIII})^3$$

Интегрируя уравнение (41, XIII) по  $p'$  в пределах от  $p'_n$  (начальное давление) до  $p'_k$  и по  $S$  в пределах от  $S_n$  (начальная насыщенность) до  $S_k$ , имеем:

$$\ln \frac{p'_k}{p'_n} = \int_{S_n}^{S_k} \eta(S_k) dS_k,$$

откуда

$$p'_k = p'_n e^{\psi(S_k)}, \quad (43, \text{XIII})$$

<sup>2</sup>Замена значений  $\tilde{S}$  на  $S_k$  впервые была произведена К. А. Царевичем.

<sup>3</sup>Раскроем числитель в формуле (42, XIII); получим, учитывая (13, XIII):

$$\frac{\mu_n}{\mu_{\text{г}}} G(S_k) + \frac{\mu_n}{\mu_{\text{г}}} \frac{\mu_{\text{г}}}{\mu_n} \varkappa - \varkappa + 1 = \frac{\mu_n}{\mu_{\text{г}}} G(S_k) + 1,$$

это проще, чем в (42, XIII).

где

$$\psi(S_K) = \int_{S_n}^{S_K} \eta(S_K) dS_K. \quad (44, \text{XIII})$$

Уравнение (43, XIII) выражает зависимость между давлением и насыщенностью на контуре и в 1942 г. было получено К. А. Царевичем [181] на основании других соображений.

Учитывая формулы (36, XIII) и (38, XIII), для дебита жидкости можно написать формулу:

$$Q_{ж} = -\Omega \frac{dS_K}{dt}. \quad (45, \text{XIII})$$

Для определения дебита нефти можно также воспользоваться формулой (26, XIII):

$$Q_{ж} = A(H_K - H_C), \quad (46, \text{XIII})$$

где

$$A = \frac{2\pi k b p_{ат}}{\mu_{ж} \ln \frac{R_K}{R_C}}. \quad (47, \text{XIII})$$

Кроме того, должны быть известны граничные условия на скважинах, определяемые условиями отбора жидкости и газа. Этими условиями могут быть:

1) поддержание постоянной скорости фильтрации жидкости и газа в призабойной зоне, что означает поддержание постоянного объемного расхода смеси жидкости и окклюдированного газа:

$$Q_{ж} \left( 1 - \varkappa + \frac{f}{p_c} \right) = \text{const}, \quad (48, \text{XIII})^4$$

2) постоянное давление на забое скважины

$$p_c = \text{const}, \quad (49, \text{XIII})$$

3) постоянство количества отбираемой жидкости

$$Q_{ж} = \text{const}. \quad (50, \text{XIII})$$

Совместное решение уравнений (40, XIII), (43, XIII), (45, XIII), (46, XIII), (48, XIII) и (50, XIII) позволяет найти изменение во времени интересующих нас значений дебита жидкости, газового фактора, пластового давления и насыщенности.

<sup>4</sup>Вопрос о граничном условии (48, XIII) рассматривается ниже.

Дебит газа может быть определен по формуле

$$Q_{\Gamma} = Q_{\text{ж}} \Gamma. \quad (51, \text{XIII})$$

**1. Неустановившаяся радиальная фильтрация газированной жидкости при постоянной скорости фильтрации жидкости и газов в призабойной зоне**

Практика эксплуатации нефтяных месторождений показывает, что при неограниченном отборе нефти, как и в случае разработки газовых месторождений, при наличии недостаточно стойких коллекторов часто образуются песчаные пробки, поровое пространство призабойной зоны пласта забивается мелкими частицами и в связи с этим резко уменьшается дебит нефтяных скважин, а иногда полностью прекращается приток нефти к скважинам.

Образование песчаных пробок и засорение призабойной зоны пласта являются, как и при эксплуатации газовых месторождений, следствием допущения вблизи скважины слишком больших скоростей движения. При чрезмерно высоких скоростях движения газированная жидкость увлекает за собой мельчайшие и мелкие фракции песка и цементирующих песчинки веществ, в результате чего и образуются песчаные пробки в скважинах или закупориваются поровые каналы в призабойной зоне пласта. Для предотвращения этих осложнений эксплуатация нефтяных скважин в рассматриваемых условиях должна вестись таким образом, чтобы скорость фильтрации жидкости и газа в призабойной зоне пласта не превышала некоторого допустимого максимального значения, зависящего от механического состава, степени цементированности песка и физических свойств жидкостей и газов. Поддержание в течение эксплуатации нефтяной скважины этой максимально допустимой скорости фильтрации у забоя означает отбор максимально возможного количества нефти и вместе с тем исключает возможность осложнений при эксплуатации, связанных с допущением чрезмерно высоких скоростей движения жидкостей и газов.

Обозначим величину максимально допустимой скорости фильтрации жидкости и газа у забоя скважины через  $v_{\max}$ .

Тогда для гидродинамически совершенных скважин объемный расход жидкости и окклюдированного газа равен  $2\pi R_c b v_{\max}$ .

Пусть

$$2\pi R_c b v_{\max} = c = \text{const}. \quad (52, \text{XIII})$$

Для поддержания максимально возможного отбора нефти величина  $c$  должна определяться следующим соотношением:

$$c = Q_{\text{ж}} + \frac{Q_{\text{ж}} \Gamma - Q_{\text{ж}} \cdot \kappa p_c}{p_c}, \quad (53, \text{XIII})$$

где второе слагаемое в правой части уравнения представляет объемный расход окклюдированного газа при забойном давлении  $p_c$ , откуда

$$Q_{ж} = \frac{c}{1 - \varkappa + \frac{\Gamma}{p_c}}. \quad (54, \text{XIII})$$

При коэффициенте растворимости газа в нефти  $\varkappa = 1$  формула (54, XIII) имеет вид:

$$Q_{ж} = \frac{cp_c}{\Gamma}. \quad (55, \text{XIII})$$

Напомним, что при фильтрации одного газа условие поддержания постоянной скорости движения газа в призабойной зоне выражалось соотношением  $q = cp_c$  (см. главу XII).

Таким образом, для решения интересующей нас задачи имеем следующие уравнения:

$$1) Q_{ж} = A(H_{к} - H_c); \quad (46, \text{XIII})$$

$$2) Q_{ж} = -\Omega \frac{dS_{к}}{dt}; \quad (45, \text{XIII})$$

$$3) Q_{ж} = \frac{c}{1 - \varkappa + \frac{\Gamma}{p_c}}; \quad (54, \text{XIII})$$

$$4) p'_{к} = p'_{к}(S_{к}); \quad (43, \text{XIII})$$

$$5) \Gamma = \mu_0 p'_{к} [G(S_{к}) + \alpha]. \quad (40, \text{XIII})$$

Приравнявая уравнения (46, XIII) и (45, XIII), имеем:

$$A(H_{к} - H_c) = -\Omega \frac{dS_{к}}{dt}.$$

Разделяя переменные  $S_{к}$  и  $t$  и интегрируя полученное уравнение по  $t$  от 0 до  $t$  и по  $S_{к}$  от  $S_{н}$  (начальное значение насыщенности) до  $S_{к}$ , получим:

$$t = \frac{\Omega}{A} \int_{S_{к}}^{S_{н}} \frac{dS_{к}}{H_{к} - H_c}.$$

Вводим безразмерное время  $\tau$ :

$$\tau = \frac{A}{\Omega} t, \quad (56, \text{XIII})$$

тогда

$$\tau = \int_{S_k}^{S_n} \frac{dS_k}{H_k - H_c}. \quad (57, \text{XIII})$$

Из уравнений (46, XIII) и (54, XIII) имеем

$$A(H_k - H_c) = \frac{c}{1 - \varkappa + \frac{\Gamma}{p_c}}. \quad (58, \text{XIII})$$

При решении практических задач, связанных с разработкой нефтяной залежи при постоянной скорости фильтрации газированной жидкости в призабойной зоне, вычисления ведутся в следующем порядке.

По данным первых скважин должны быть известны начальные значения дебита  $Q_{н. ж}$  жидкости, газового фактора  $\Gamma_n$ , пластового давления  $p_{н. к}$ , забойного давления  $p_{н. с}$ .

По формуле (52, XIII) находим значение коэффициента  $c$ .

Задаемся значением насыщенности на контуре  $S'_k < S_n$ . По формуле (43, XIII) находим величину контурного давления  $p_k$ , соответствующего насыщенности  $S'_k$ . Из уравнения (40, XIII) определяем величину газового фактора  $\Gamma'$ , отвечающего значениям давления  $p'_k$  и насыщенности  $S'_k$ . Далее по формулам (15, XIII) и (19, XIII) находим значения  $\xi'$  и  $p'^*_k$ .

Зная величину  $p'^*_k$ , находим по графику (см. рис. 90) или таблицам<sup>5</sup> значения функции  $H'^*_k$  и  $H'_k = \xi' H'^*_k$ . Для нахождения величин  $H'_c$  и  $p'_c$  задаемся несколькими значениями  $p_c$ , находим отвечающие им при  $\xi = \xi'$  значения  $p_c$ ,  $H_c^*$  и  $H_c$  и путем подбора определяем те значения  $p_c$  и  $H_c$ , при которых уравнение (58, XIII) обращается в тождество. Это и будут интересующие нас значения  $p_c$  и  $H_c$ .

Дебит жидкости  $Q'_{ж}$  находим по формуле (46, XIII). Дебит газа  $Q'_г = Q'_{ж} \Gamma$ .

Затем задаемся новым значением насыщенности на контуре  $S_k = S''_k < S'_k$  и аналогично предыдущему находим соответствующие ему значения  $P''_k$ ,  $\Gamma''$ ,  $H''_k$ ,  $H''_c$ ,  $p''_c$ ,  $Q''_{ж}$ ,  $Q''_г$  и т. д.

Располагая соответствующими значениями  $H_k$ ,  $H_c$  и  $S_k$  путем графического интегрирования уравнения (57, XIII) (откладываем по оси ординат величины  $\frac{1}{H_k - H_c}$ , а по оси абсцисс —  $S_k$ , проводим кривую  $\frac{1}{H_k - H_c} = f(S_k)$  и т. д.), находим отвечающие им значения  $\tau$ .

<sup>5</sup>К. А. Паревичем составлены подробные таблицы и графики значений функции (43, XIII) и (23, XIII) для разных величин коэффициента  $\alpha$  (см. 13, XIII).

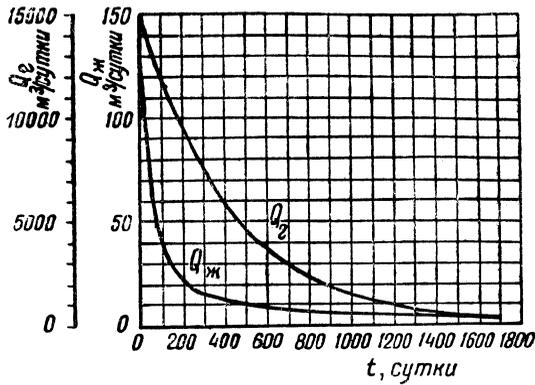


Рис. 95. Изменение во времени  $t$  дебитов жидкости  $Q_{ж}$  и газа  $Q_{г}$  при неустановившейся радиальной фильтрации газированной жидкости в несцементированных песках в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации в призабойной зоне.

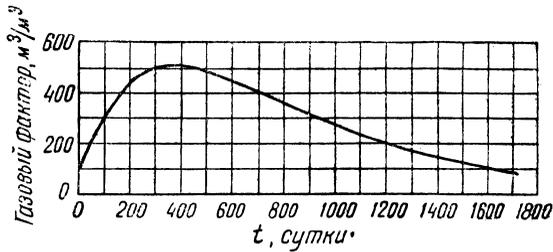


Рис. 96. Изменение во времени  $t$  газового фактора  $\Gamma$  при неустановившейся радиальной фильтрации газированной жидкости в несцементированных песках в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации в призабойной зоне.

Далее из формулы (56, XIII) находим интересующие нас значения времени  $t$ , на рис. 95, 96, 97 и 98, показывающих кривые изменения во времени дебита жидкости и газа, газового фактора, контурных давления и насыщенности жидкостью порового пространства.

На рис. 99 показана кривая изменения во времени величины депрессии  $\Delta p = p_k - p_c$ .

Рассмотрение кривых на рис. 95–97 показывает следующее.

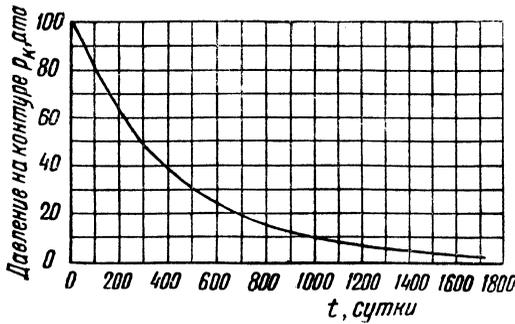


Рис. 97. Падение во времени  $t$  контурного давления  $p_k$  при неустановившейся радиальной фильтрации газированной жидкости в нецементированных песках в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации в призабойной зоне.

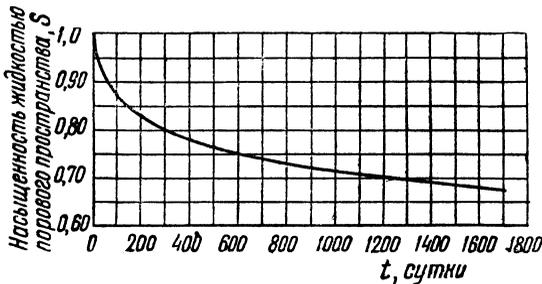


Рис. 98. Падение во времени  $t$  насыщенности  $S_k$  пласта при неустановившейся радиальной фильтрации газированной жидкости в нецементированных песках в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации в призабойной зоне.

Начальный период (первые месяцы) неустановившейся радиальной фильтрации газированной жидкости в условиях режима растворенного газа характеризуется высокими дебитами жидкости и газа. Величина дебита жидкости быстро уменьшается с течением времени. Темп падения дебита газа меньше, чем темп падения дебита жидкости.

В дальнейшем (в условиях рассматриваемого примера, спустя  $\sim 300$  суток) темп падения дебита жидкости резко уменьшается и наступает период относительно стабильной добычи, но абсолютная

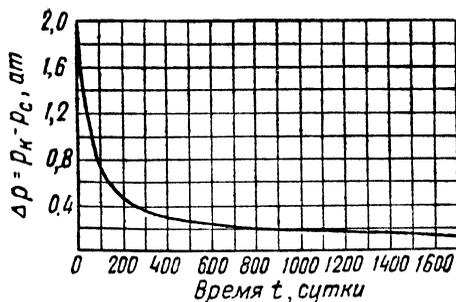


Рис. 99. Изменение во времени  $t$  величины депрессии  $\Delta p = p_k - p_c$  при неустановившейся радиальной фильтрации в несцементированных песках в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации в призабойной зоне.

величина дебита жидкости невелика. Так, в рассматриваемом случае через 694 суток дебит жидкости составляет всего  $\sim 6,8 \text{ м}^3/\text{сутки}$ . Темп падения дебита газа в этот период времени уменьшается гораздо медленнее, чем темп падения дебита жидкости. Через 694 суток дебит газа еще составляет  $2820 \text{ м}^3/\text{сутки}$ .

Газовый фактор сначала резко возрастает, достигая в скором времени (в условиях рассматриваемого примера через  $\sim 350$  суток) максимума, затем постепенно уменьшается. Полученная нами *аналитически* кривая (рис. 96), показывающая характер изменения газового фактора во времени, хорошо совпадает с данными промысловых наблюдений за разработкой нефтяных месторождений в условиях режима растворенного газа.

С течением времени пластовое давление (под термином «пластовое давление» в условиях радиального потока можно понимать контурное давление) довольно быстро падает. Так, при принятых в рассматриваемом примере исходных данных уже через  $\sim 300$  суток давление  $p_k$  на контуре снижается со 100 до  $48 \text{ ат}$ .

В условиях отбора жидкости и газа при поддержании постоянной скорости фильтрации газированной жидкости в призабойной зоне величина депрессии, как и в случае одного газа (см. главу XII), непрерывно уменьшается. Так, если в начальный момент времени ( $t = 0$ ) величина депрессии составляла  $\Delta p = p_k - p_c \sim 2 \text{ ат}$ , то через 348 суток  $\Delta p \sim 0,3 \text{ ат}$ <sup>6</sup>.

<sup>6</sup>Следует иметь в виду, что в действительности при тех же дебитах нефти аб-

Особо поучительна кривая изменения во времени насыщенности  $S_k$  жидкостью порой пространства (см. рис. 98). Она показывает, что с течением времени насыщенность жидкостью порового пространства уменьшается незначительно. При снижении пластового давления ( $p_k$ ) со 100 до  $\sim 1,7$  атм, или на  $\sim 98,3\%$ , величина насыщенности  $S_k$  уменьшается от 1 до 0,67, или всего на 33%. Таким образом, режим растворенного газа характеризуется весьма малой нефтеотдачей. Даже в самых благоприятных условиях рассматриваемого примера (высокопроницаемые несцементированные пески, вязкость жидкости  $\mu_{ж} = 1$  сантипуаз) можно рассчитывать на извлечение на поверхность не более 33% содержащейся в пласте жидкости. В сцементированных песках и при большей вязкости жидкости величина нефтеотдачи будет гораздо меньше<sup>7</sup>. Это заключение полностью совпадает с данными наблюдений за разработкой нефтяных месторождений в условиях режима растворенного газа и указывает на настоятельную необходимость применения методов поддержания пластового давления при разработке нефтяных залежей с режимом растворенного газа.

## **2. Неустановившаяся радиальная фильтрация газированной жидкости при постоянном давлении на скважинах**

По мере разработки нефтяной залежи давления в пласте и на забое скважин постепенно снижаются и, наконец, наступает момент, когда давление на скважинах  $p_c$  достигает некоторого минимального значения, уменьшение которого нежелательно с точки зрения техники подъема нефти на поверхность (необходимость сохранения оптимального погружения в жидкость подъемных труб в случае компрессорной эксплуатации и обеспечения нужного погружения насосных труб при глубоконасосной эксплуатации).

Следовательно, независимо от предшествующих условий отбора в течение оставшегося периода времени разработки нефтяной залежи отбор жидкости и газа производится при сохранении постоянного давления на скважинах. Поэтому решение задачи, сформулированной в заглавии настоящего параграфа, имеет не только теоретический, но и практический интерес.

Основные уравнения для решения задачи о неустановившейся радиальной фильтрации газированной жидкости при сохранении постоянного давления на скважине те же, что и в предыдущем случае. Только условие отбора (48, XIII) заменяется условием (49, XII):  $p_c = \text{const}$ .

солютные величины депрессии будут примерно во столько раз больше, во сколько раз вязкость нефти больше вязкости рассматриваемой в примере жидкости.

<sup>7</sup>Данные о величине нефтеотдачи при значениях  $\alpha = 0,005$  и  $0,001$  [величина определяется формулой (13, XIII)] приведены в статье К. А. Царевича [181].

Таким образом имеем:

$$1) Q_{\text{ж}} = A(H_{\text{к}} - H_{\text{с}}); \quad (46, \text{XIII})$$

$$2) Q_{\text{ж}} = -\Omega \frac{dS_{\text{к}}}{dt}; \quad (45, \text{XIII})$$

$$3) p_{\text{с}} = \text{const}; \quad (49, \text{XIII})$$

$$4) p'_{\text{к}} = p'_{\text{к}}(S_{\text{к}}); \quad (43, \text{XIII})$$

$$5) \Gamma = \mu_0 p'_{\text{к}} [G(S_{\text{к}}) + \alpha]; \quad (40, \text{XIII})$$

$$6) \tau = \int_{S_{\text{к}}}^{S_{\text{н}}} \frac{dS_{\text{к}}}{H_{\text{к}} - H_{\text{с}}}, \quad (57, \text{XIII})$$

где величина безразмерного времени  $\tau$  дается уравнением (56, XIII).

При решении конкретных примеров вычисления производятся в следующем порядке.

По данным первых скважин должны быть известны начальные значения дебита жидкости  $Q_{\text{н. ж}}$ , газового фактора  $\Gamma_{\text{н}}$ , контурного давления  $p_{\text{н. к}}$  и забойного давления  $p_{\text{с}}$ . Последнее в дальнейшем остается неизменным. По формуле (43, XIII) находим значения насыщенности жидкостью порового пространства на контуре  $S_{\text{н. к}}$ .

Задаемся значением насыщенности  $S_{\text{к}} = S'_{\text{к}} < S_{\text{н. к}}$  и определяем по формуле (43, XIII) соответствующее значение контурного давления  $p'_{\text{к}}^8$ .

По формуле (40, XII) находим значение газового фактора  $\Gamma$ , отвечающее  $S_{\text{к}} = p'_{\text{к}}$ .

Зная величину газового фактора  $\Gamma$ , определяем по формулам (15, XIII) и (19, XIII) значения постоянной  $\xi'$  и  $p'_{\text{к}}^*$ .

Находим величину

$$p'_{\text{с}} = \frac{p_{\text{с}}}{\xi'}.$$

По кривой (см. рис. 90)  $H^* = H^*(p^*)$  или по соответствующим таблицам определяем значения  $H'_{\text{к}}^*$  и  $H'_{\text{с}}^*$ , отвечающие значениям  $p'_{\text{к}}^*$  и  $p'_{\text{с}}^*$ ,  $H'_{\text{к}} = H'_{\text{к}} \xi'$  и  $H'_{\text{с}} = H'_{\text{с}} \xi'$ .

По формуле (46, XIII) находим значение дебита жидкости:  $Q'_{\text{ж}} = A(H'_{\text{к}} - H'_{\text{с}})$ . Дебит газа  $Q'_{\text{г}} = Q'_{\text{ж}} \cdot \Gamma$ . Затем задаемся новым значением насыщенности на контуре  $S''_{\text{к}} < S'_{\text{к}}$  и повторяем вычисления в указанном выше порядке и т. д.

<sup>8</sup>Функция  $p_{\text{к}} = p_{\text{к}}(S_{\text{к}})$  задается в виде графика или таблицы.

Далее, используя уравнения (57, XIII) и (56, XIII), аналогично предыдущему случаю определяем значения времени  $t$ , соответствующие различным величинам насыщенности  $S'_k$  и полученным значениям  $Q'_{ж}$ ,  $Q'_Г$  и  $\Gamma'$ .

К. А. Царевичем построены вспомогательные графики и таблицы, весьма упрощающие выполнение подобных вычислений.

## § 5. Движение смеси нефти и воды в пористой среде

Изучение фильтрации смеси нефти и воды, являющейся так же как и газированная нефть, неоднородной жидкостью, представляет существенный интерес. Движение смеси нефти и воды в пористых пластах имеет место при вытеснении нефти контурной водой (когда вода продвигается в области, первоначально занятой нефтью), при проведении искусственного заводнения пластов, при эксплуатации пластов, содержащих подошвенную воду, а также, когда пласт содержит связанную воду.

Изучение фильтрации смеси нефти и воды до настоящего времени производилось лишь экспериментальным путем.

На рис. 100 приведены полученные в результате экспериментальных работ кривые  $k'_н = k'_н(S)$  и  $k'_в = k'_в(S)$ ;  $k'_н = \frac{k_н}{k}$ ,  $k'_в = \frac{k_в}{k}$ ,  $k$  — проницаемость песка для однородной жидкости. По оси ординат отложены значения  $k'_н$  и  $k'_в$  в процентах. По оси абсцисс отложены значения насыщенности водой порового пространства в процентах. Нетрудно убедиться, что характер этих кривых одинаков с кривыми, полученными при движении газированной жидкости в несцементированных песках (см. кривую рис. 83).

При наличии в несцементированном песке 30% воды ( $S = 30\%$ ) эффективная проницаемость для воды равна нулю и, следовательно, вода является неподвижной (связанной). Присутствие 30% связанной воды в два раза снижает фазовую проницаемость для нефти. При водонасыщенности песка  $S = 80\%$  фазовая проницаемость для нефти равна нулю. Это означает, что при вытеснении нефти водой из несцементированных песков остаточная нефтенасыщенность составляет не менее 20%. В сцементированных песках (песчаниках) эта цифра будет, видимо, еще больше. На основании этих данных можно сделать заключение о величине нефтеотдачи при водонапорном режиме и при проведении заводнения пластов. Очевидно, величина нефтеотдачи в указанных условиях составляет менее 80%.

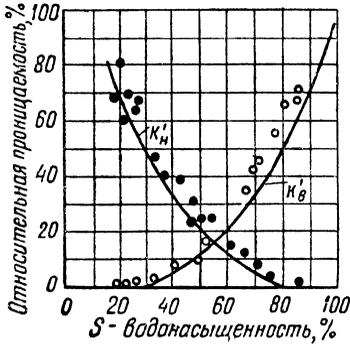


Рис. 100. Зависимость фазовых проницаемостей  $k'_H = \frac{k_H}{k}$  и  $k'_B = \frac{k_B}{k}$  от насыщенности водой порового пространства  $S$ .

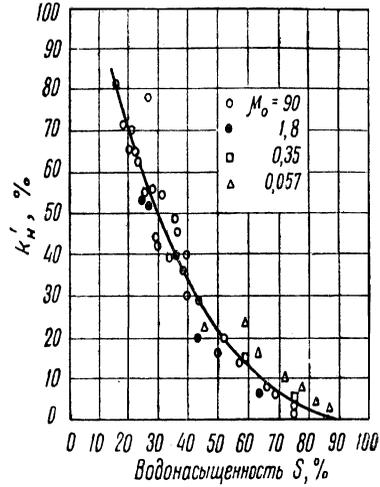


Рис. 101. Влияние отношения  $\mu_0 = \frac{\mu_H}{\mu_B}$  на зависимость фазовой проницаемости нецементированных песков для нефти ( $k'_H = \frac{k_H}{k}$ ) от водонасыщенности  $S$  при фильтрации смеси нефти и воды.

На рис. 101 и 102 приведены соответственно кривые  $k'_H = k'_H(S)$  и  $k'_B = k'_B(S)$  с нанесением экспериментальных точек, полученных для жидкостей с разным отношением  $\mu_0$  вязкостей нефти и воды ( $\mu_0 = \frac{\mu_H}{\mu_B}$ ). Даже при громадных изменениях вязкостей характер кривых остается практически неизменным, что указывает на отсутствие значительного влияния величины вязкостей составляющих смесь жидкостей на зависимость эффективных проницаемостей от насыщенности водой порового пространства.

Вместе с тем опыты показали, что чем больше величина отношения вязкостей  $\mu_0$ , тем при одинаковой насыщенности порового пространства водой (а следовательно, и одинаковой нефтенасыщенности) относительное количество нефти в дебите жидкости будет меньше, и наоборот. Сказанное подтверждается данными, приведенными на рис. 103. Здесь на оси ординат отложены значения водонасыщенности в процен-

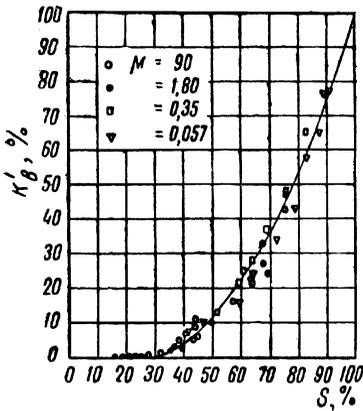


Рис. 102. Влияние отношения  $\mu_0 = \frac{\mu_{\text{н}}}{\mu_{\text{в}}}$  на зависимость фазовой проницаемости нецементированных песков для воды  $k'_в = \frac{k_{\text{в}}}{k}$  от водонасыщенности  $S$  при фильтрации смеси нефти и воды.

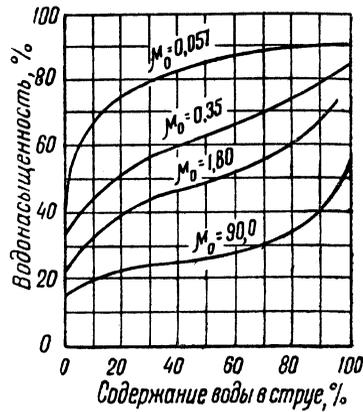


Рис. 103. Влияние отношения вязкостей  $\mu_0 = \frac{\mu_{\text{н}}}{\mu_{\text{в}}}$  на содержание воды  $x_в$  в дебите жидкости.

тах, а по оси абсцисс — процент воды  $x_в$  в общем расходе жидкости, принятом за 100%. При водонасыщенности  $S = 40\%$  (что соответствует нефтенасыщенности 60%) содержание нефти в расходе жидкости составляет 80% (воды 20%) при  $\mu_0 = 1,8$  и 10% (воды 90%) при  $\mu_0 = 90$ . Если бы вязкость нефти была меньше вязкости воды, то при  $\mu_0 = 0,35$  количество нефти в расходе жидкости составляло 95%.

Полученные данные позволяют сделать вывод о желательности создания условий для понижения  $\mu_0$  при эксплуатации скважин, дающих вместе с нефтью воду. Уменьшение  $\mu_0$  может быть достигнуто путем химической обработки призабойной зоны пласта, приводящей к уменьшению вязкости нефти либо к увеличению вязкости воды.

Чрезмерное понижение давления в призабойной зоне нежелательно, так как может привести к дегазации нефти и вследствие этого повышению ее вязкости, что влечет за собой увеличение  $\mu_0$  и возрастание процента воды в получаемой из скважины жидкости.

При проведении опытов было обнаружено, что относительное ко-

личество нефти в дебите жидкости при данных значениях  $\mu_0$  и  $S$  зависит от градиента давления. Так при одном и том же значении насыщенности, например,  $S = 60\%$  и  $\mu_0 = 0,35$ , при изменении градиента давления  $\frac{\Delta p}{\Delta L}$  от 12,1 до 0,0272 ат/м содержание нефти в жидкости возрастает с 60 до 80%.

На рис. 100 нанесены экспериментальные данные, полученные при проведении опытов с жидкостями с поверхностным натяжением 24–34 *дин/см* (сплошные линии) и 5 *дин/см* (зачерненные и незачерненные точки). При больших понижениях величины поверхностного натяжения эффективные проницаемости несколько повышаются.

Характер функциональной зависимости проницаемости от насыщенности практически не зависит от плотности жидкостей, но значительно зависит от свойств пористой среды. В настоящее время можно сказать, что наблюдаются значительные различия в поведении смеси в различных песках. Для более определенных выводов имеющиеся данные недостаточны.

При обработке полученных экспериментальных данных была установлена связь между фазовыми проницаемостями  $k_n$  и  $k_v$  и некоторым параметром

$$\alpha = \frac{\pi \Delta L}{D \Delta p},$$

где  $D$  — диаметр поровых каналов, определяемый по формуле  $D = 5,63 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{k}{m}}$  (здесь  $m$  — пористость, а  $k$  — проницаемость песка),  $\pi$  — давление вытеснения,  $\Delta L$  — длина пласта,  $\Delta p$  — перепад давления.

Под давлением вытеснения  $\pi$  автором понимается давление, едва достаточное для проталкивания нефти в полностью насыщенную водой колонку песка. Величина  $\pi$  определялась следующим образом.

В верхней части опытного пласта устанавливалась вертикально высокая стеклянная трубка, в которую наливалась нефть, применяемая для создания нефте-водяной смеси. После открытия нижнего вентиля нефть под влиянием собственного напора начинала проникать в песок, вытесняя из него воду. Давление, соответствующее высоте столба нефти в стеклянной трубке, в тот момент, когда уровень нефти в ней переставал падать, вычислялось, исходя из удельного веса нефти, и было названо давлением вытеснения.

Предполагая, что средняя длина пузырьков нефти пропорциональна среднему диаметру поровых каналов  $D$ , можно считать, что число пузырьков пропорционально величине  $\frac{\Delta L}{D}$ . Следовательно, разность давлений, приходящаяся на один пузырек, пропорциональна ве-

личине  $\frac{\Delta p}{\Delta L/D}$ . Этой разности давлений противостоят капиллярные силы, величина которых пропорциональна давлению вытеснения  $\pi$ . Частное от деления давления вытеснения  $\pi$  на величину  $\frac{\Delta p}{\Delta L/D}$ , пропорциональную разности давлений, приходящейся на один пузырек, дает параметр  $\alpha = \frac{\pi \Delta L}{D \Delta p}$ , представляющий собой величину, пропорциональную давлению вытеснения, приходящемуся на один пузырек нефти. Таким образом, параметр  $\alpha$  характеризует сопротивление фильтрации нефти и воды, обусловленное физико-химическими свойствами системы.

Так как фазовая проницаемость определяется именно той частью пузырьков, которая продвигается в поровых каналах, ибо величина  $k'_n$  вычисляется из уравнений, выражающих линейный закон фильтрации, то можно полагать, что фазовая проницаемость есть функция параметра  $\alpha$ . Однако функция эта *неоднозначна*, так как известно, что величины  $k'_n$  и  $k'_в$  являются также функцией водонасыщенности  $S$ .

На рис. 104 показаны кривые  $k'_n = k'_n(S)$  и  $k'_в = k'_в(S)$ , отвечающие различным значениям параметра  $\alpha$ . Эти кривые подтверждают зависимость фазовых проницаемостей не только от насыщенности водой порового пространства, но и от физико-химических свойств жидкостей и газов.

Резюмируя результаты экспериментальных исследований фильтрации смеси нефти и воды, можно сделать следующие выводы.

Фазовая проницаемость несцементированных песков для нефте-водяной смеси существенно не зависит от вязкости каждой фазы, зависит от размеров и формы поровых каналов, от величины параметра  $\alpha$  (т. е., в частности, от давления вытеснения  $\pi$  и градиента давления  $\frac{\Delta p}{\Delta L}$ ) и насыщенности  $S$  водой порового пространства.

При нефтенасыщенности песка, равной  $\sim 20\%$ , фазовая проницаемость для нефти равна нулю. Следовательно, при вытеснении нефти водой величина нефтеотдачи равна менее  $80\%$ .

Наличие в пласте до  $20\%$  неподвижной нефти снижает в 2 раза фазовую проницаемость для воды, что следует учитывать при решении задач о продвижении контуров водоносности в нефтяных месторождениях с водонапорным режимом.

При наличии в порах несцементированных песков до  $30\%$  воды скважины могут давать чистую нефть. Это обстоятельство необходимо иметь в виду при подсчете запасов нефти объемным способом и оценке величины проницаемости пластов на основе лабораторных исследований просушенных и экстрагированных образцов песка. Из изложенных

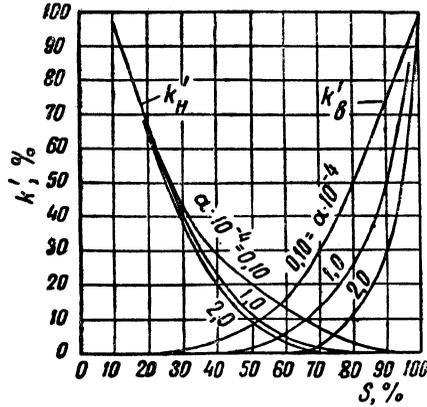


Рис. 104. Влияние параметра  $\alpha = \frac{\pi \Delta L}{D \Delta p}$  на кривые зависимости фазовых проницаемостей  $k'_n = \frac{k_n}{k}$  и  $k'_d = \frac{k_d}{k}$  от водонасыщенности  $S$  порового пространства нецементированных песков ( $k = 1, 75 \text{ д}$ ).

выше результатов опытов ясно, что определенная таким образом проницаемость пласта будет (при наличии 30% связанной воды) примерно в два раза больше истинной фазовой проницаемости  $k_n$ .

При поступлении из скважин водо-нефтяной смеси можно добиться повышения процента нефти в смеси путем обработки призабойной зоны пласта веществами, понижающими отношение вязкостей  $\mu_0 = \frac{\mu_n}{\mu_b}$  и понижающими силы поверхностного натяжения.

На основе проведенных экспериментальных работ считают крайне нежелательной эксплуатацию нефтяных залежей (содержащих, кроме нефти, воду) при градиентах давления в пласте больше 0,68 ат/м, так как в этом случае количество воды в дебите скважин будет велико.

Вероятный механизм фильтрации нефте-водяной смеси может быть представлен в следующем виде. Большая часть нефти движется по более крупным порам, причем каждый такой поровой канал, по-видимому, полностью заполнен нефтью (исключая случай очень низкого насыщения нефтью, когда она может двигаться в виде отдельных пузырьков). Вода фильтруется по каналам, не занятым нефтью, и в виде непрерывных пленок вокруг песчинок.

## § 6. Движение смеси нефти, воды и газа в пористой среде

В § 2, 3, 4 и 5 мы рассмотрели движение смеси жидкости и газа и смеси нефти и воды в пористой среде. В настоящее время большинство исследователей полагает, что каждая песчинка слагающей пласт породы обычно окружена пленкой связанной воды и, следовательно, при движении газированной нефти в пластах имеются три фазы компонента — нефть, газ и вода. В связи с этим представляет большой интерес исследование фильтрации смеси нефти, воды и газа. Методика проведения этих опытов [93] в основном та же, что и в изложенных в § 5 исследованиях фильтрации смеси нефти и воды.

В качестве жидкостей и газа при проведении опытов использовались керосин и смесь керосина и моторного масла, которые мы будем в дальнейшем называть «нефтью», вода (0,25  $N$  раствора поваренной соли) и азот. Удельные веса воды, керосина и смеси керосина и масла составляли соответственно 1010, 800 и 853  $\text{кг}/\text{м}^3$ , вязкости их при 25° С соответственно были равны 0,9, 1,67 и 18,2 сантипуаз. Вязкость азота составляла 0,018 сантипуаз, растворимость его в воде при 25° С и 760  $\text{мм}$  рт. ст. равнялась 0,0152  $\text{см}^3/\text{см}^3$  ат, в керосине — 0,12  $\text{см}^3/\text{см}^3$  ат и в смеси керосина с маслом — 0,087  $\text{см}^3/\text{см}^3$  ат. Поверхностное натяжение нефти составляло 27,8  $\text{дин}/\text{см}$  (керосин) и 30  $\text{дин}/\text{см}$  (керосин + масло). Межфазное натяжение на поверхности вода-нефть равнялось 31,2  $\text{дин}/\text{см}$  (керосин) и 20,0  $\text{дин}/\text{см}$  (керосин + масло).

Пористая среда была представлена несцементированным песком пористостью 41–44%. Проницаемость «пласта» в различных опытах изменялась в пределах 5,5–7,0  $d$  и только в трех опытах (из общего количества опытов равного 106) равнялось 16,2  $d$ . Количество отверстий на 1 кв. дюйм сита, сквозь которые просеивался песок, составляло 100–200, за исключением указанных трех опытов, где оно было равно 80–100.

При проведении опытов результаты всех измерений фиксировались после того, как движение смеси становилось установившимся. На основании данных каждого опыта определялись насыщенность порового пространства каждой из фаз смеси, содержание каждой из фаз в общем объемном расходе смеси и фазовые проницаемости пористой среды для каждой из фаз смеси. Вычисление значений фазовых проницаемостей для нефти  $k_n$  и воды  $k_v$  производилось по формулам, приведенным в § 5. Фазовая проницаемость для газа  $k_r$  определялась из уравнения (6, XIII) (см. § 2 настоящей главы).

На рис. 105 помещена треугольная диаграмма, характеризующая значения нефте-водо- и газонасыщенности при фильтрации смеси нефти, воды и газа. Точки на диаграмме наглядно указывают область составов смесей, фильтрация которых исследовалась.

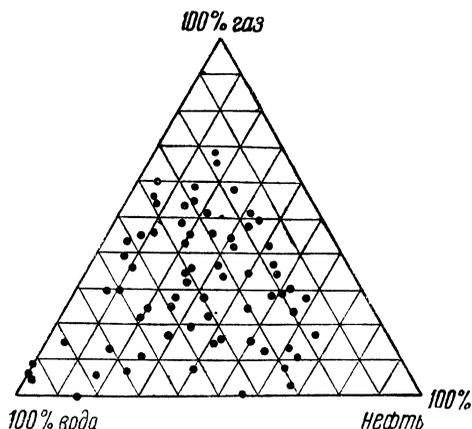


Рис. 105. Треугольная диаграмма, показывающая величины нефте-водо- и газонасыщенности порового пространства при проведении опытов по движению смеси нефти, газа и воды в нецементированных песках.

*Результаты исследований*. Подробное описание устройства экспериментальной установки и табличные данные о результатах проведенных опытов — значения  $S$  — насыщенности порового пространства (в долях единицы) нефтью  $S_n$ , водой  $S_v$  и газом  $S_g$ ,  $k'$  — отношения (в долях единицы) фазовой проницаемости для нефти  $k_n$ , газа  $k_g$  и воды  $k_v$  к проницаемости песка  $k$  для однородной жидкости,  $R_n$ ,  $R_v$ ,  $R_g$  — отношения расхода нефти  $Q_n$ , воды  $Q_v$  и газа  $Q'_g$  к общему расходу смеси  $(Q_n + Q_v + Q'_g)$  в долях единицы приведены в указанной выше статье [93].

На рис. 106 нанесены кривые, соединяющие точки с одинаковым содержанием (в данном случае 5%) соответствующего компонента смеси.

Кривая 1 соединяет точки, в которых  $R_v = 0,055$ , кривая 2 отвечает точкам с  $R_n = 0,05$ , во всех точках кривой 3  $R_g = 0,05$ . В области I диаграммы практически имеет место однофазное движение, в области II — двухфазное, в области III — трехфазное. Как видно из



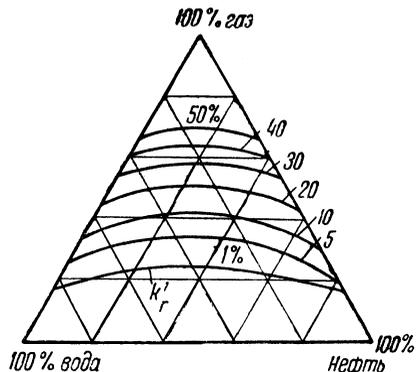
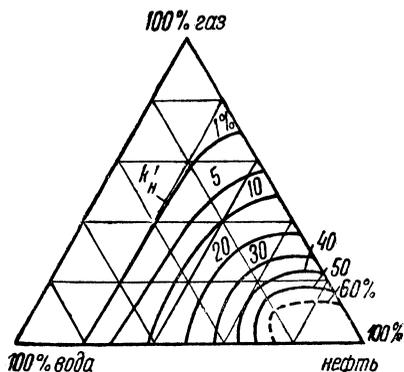


Рис. 108. Линии одинаковых фазовых проницаемостей для нефти ( $k'_n$  в %) при движении смеси нефти, газа и воды в несецементированных песках. Рис. 109. Линии одинаковых фазовых проницаемостей для газа ( $k'_r$  в %) при движении смеси нефти, газа и воды в несецементированных песках.

зависимость фазовых проницаемостей от насыщенности порового пространства соответствующими фазами.

Кривая, приведенная на рис. 107, показывает зависимость фазовой проницаемости для воды при фильтрации газированной воды (см. § 2), т. е. при отсутствии нефти (двухфазная система). Нанесенные экспериментальные точки показывают значения фазовых проницаемостей  $k'_в$  при различных водонасыщенностях, полученные в рассматриваемых опытах по фильтрации трехфазной смеси. Из рис. 107 видно, что величина фазовой проницаемости для воды зависит только от водонасыщенности песка, а следовательно, не зависит от соотношения между нефтенасыщенностью и газонасыщенностью порового пространства.

На рис. 108 и 109 проведены линии равных фазовых (эффетивных) проницаемостей, назовем указанные линии «изопроны». Эти изопроны показывают, что значения фазовых проницаемостей для газа и нефти являются функцией насыщенности порового пространства каждой из трех фаз. Так, например, из диаграммы, помещенной на рис. 108, видно, что величина фазовой проницаемости для нефти  $k'_n = 20\%$  может иметь место при  $S_n = 50\%$ ,  $S_b = 50\%$ ,  $S_r = 0$ , а также при  $S_n = 50\%$ ,  $S_b = 20\%$  и  $S_r = 30\%$  и др. Из диаграммы, приведенной на рис. 109, следует, что фазовая проницаемость для газа  $k'_r = 10\%$  может быть, когда  $S_n = 20\%$ ,  $S_b = 40\%$  и  $S_r = 40\%$ , а также при  $S_n = 70\%$ ,  $S_b = 0$  и  $S_r = 30\%$  и т. д.

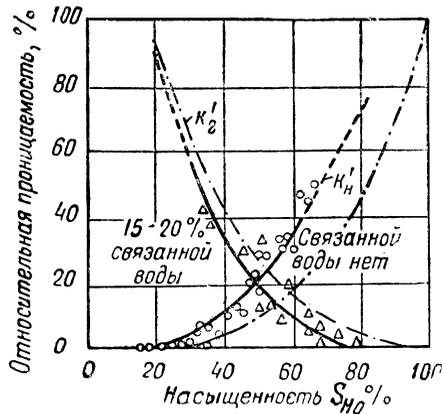


Рис. 110. Зависимость фазовых проницаемостей для нефти  $k'_n$  и газа  $k'_g$  от насыщенности порового пространства нефтью  $S_n$  при наличии 15–20% связанной воды (сплошные кривые) и при отсутствии связанной воды (пунктирные кривые).

Следует отметить, что при нанесении экспериментальных точек для построения изопрон имел место значительный разброс. Нанесенные на рис. 108 и 109 изопроны представляют сглаженные кривые.

Сравнение полученных значений  $k_n$  и  $k_g$  с данными опытов по двухфазному движению газированной жидкости в пористой среде показывает, что фазовая проницаемость для газа при фильтрации трехфазных смесей несколько меньше, чем при фильтрации двухфазной смеси при той же газонасыщенности. Фазовая проницаемость для нефти изменяется более сложным образом. В некоторых областях насыщения она меньше, а в других больше фазовой проницаемости для нефти в условиях двухфазного течения при той же самой нефтенасыщенности.

Так как из различных свойств жидкостей наиболее изменяется их вязкость, то при проведении опытов исследовалось влияние вязкости жидкостей на фазовую проницаемость; оказалось, что линии одинаковых фазовых проницаемостей для всех компонентов смеси не зависят от вязкости нефти. Экспериментальные точки, полученные при работе с керосином, ложатся вдоль тех же изопрон, что и точки, полученные при фильтрации более вязкой смеси керосина и моторного масла.

На рис. 110 показана зависимость фазовых проницаемостей для нефти и газа от насыщенности  $S_n$  нефтью порового пространства в при-

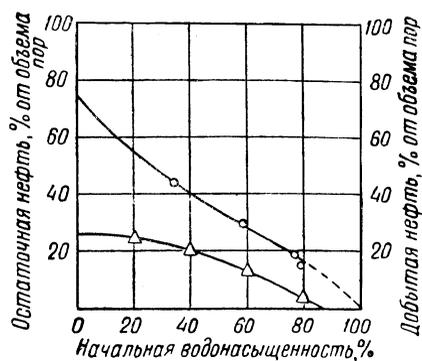


Рис. 111. Зависимость количества остаточной (нижняя кривая) и извлеченной (верхняя кривая) нефти от величины  $S_v$  насыщенности порового пространства связанной водой. Начальный газовый фактор  $50 \text{ м}^3/\text{т}$ .

сутствии 15–20% связанной воды (сплошные кривые) и отсутствии ее (пунктирные кривые). Из приведенных кривых видно, что при наличии 15–20% связанной воды фазовая проницаемость для нефти значительно выше, чем при отсутствии ее.

Так, если в пласте имеется указанное количество связанной воды, то при  $S_n = 60\%$ ,  $k'_n \cong 38\%$ ; если же связанной воды нет, то при той же нефтенасыщенности коэффициент фазовой проницаемости для нефти составляет лишь около 15% от проницаемости песка для однородной жидкости. Фазовая проницаемость для газа при наличии связанной воды меньше, чем при ее отсутствии.

Большой интерес представляет выяснение влияния связанной воды на величину нефтеотдачи в условиях режима растворенного газа. Как было показано в § 4, величина нефтеотдачи при режиме растворенного газа и отсутствии связанной воды даже при самых благоприятных условиях (несцементированные пески, вязкость нефти 1 сантипуаз) составляет около 30%. Для становления степени влияния наличия связанной воды на величину нефтеотдачи были проведены следующие лабораторные опыты.

Бомба высокого давления набивалась песком, в поровое пространство которого нагнеталась смесь керосина и воды. Керосин предварительно насыщался естественным газом под давлением в  $70,5 \text{ ат}$ , что давало начальный газовый фактор, равный  $50 \text{ м}^3/\text{т}$ . Затем заключенная в бомбе смесь через выпускной вентиль медленно вытекала. Полученные данные показывают, что значительные изменения насыщенности

песка связанной водой мало влияют на количество остаточной нефти (керосина).

На рис. 111 приведены результаты этих опытов. По оси ординат отложены значения остаточной нефтенасыщенности песка  $S_{\text{н ост.}}$  в процентах от объема порового пространства, по оси абсцисс — начальная водонасыщенность песка  $S_{\text{в нач.}}$  в процентах. Верхняя кривая показывает общий объем извлеченной нефти в процентах от объема порового пространства, нижняя кривая — количество остаточной нефти  $S_{\text{н ост.}}$ . Как видно из указанных кривых, при отсутствии связанной воды ( $S_{\text{в}} = 0$ ) количество остаточной нефти составляет  $\sim 25\%$ , а количество извлеченной нефти равно  $75\%$  от объема порового пространства и (так как  $S_{\text{в}} = 0$ )  $75\%$  от объема нефти, первоначально содержащейся в песке; при наличии в песке  $40\%$  связанной воды ( $S_{\text{в}} = 40\%$ , начальная нефтенасыщенность  $S_{\text{н нач.}} = 60\%$ ); количество остаточной нефти  $S_{\text{н ост.}}$  составляет  $20\%$  от объема порового пространства или  $33\%$  от первоначального запаса нефти, а количество извлеченной нефти равно  $100 - (S_{\text{в}} + S_{\text{н ост.}}) = 40\%$  от объема порового пространства или  $40/60 \cdot 100 \cong 67\%$  от объема нефти, первоначально содержащейся в песке. Таким образом, наличие  $40\%$  связанной воды привело к уменьшению нефтеотдачи на  $8\%$ . Аналогичные подсчеты показывают, что в присутствии  $60\%$  связанной воды количество остаточной нефти составляет  $30\%$  от первоначального запаса, а объем извлеченной нефти —  $70\%$ . Следовательно, увеличение количества связанной воды на  $20\%$  изменило нефтеотдачу всего на  $3\%$ .

*Механизм фильтрации трехфазной смеси.* На основании проведенных экспериментальных исследований движения смеси нефти, воды и газа в несцементированных песках выдвигается следующая гипотеза о механизме фильтрации трехфазной смеси.

*Вода* полностью окружает каждое зерно песка и при очень малых водонасыщенностях существует в виде пленки вокруг зерен. При наличии больших количеств воды она образует водяные кольца вокруг точек общего контакта зерен. Эти кольца растут и при увеличении водонасыщенности в конечном счете соединяются.

*Нефть при отсутствии газа* и высокой нефтенасыщенности существует как непрерывная перепонка, заключенная в покрытых водой зернах песка. По мере того как нефтенасыщенность уменьшается, более узкие части «нефтяной перепонки» сжимаются и, наконец, разрываются, превращая нефть в рассеянные пузырьки.

В условиях движения система ведет себя так, как будто бы нефть и вода двигаются плавно, каждая через свою часть жидких перепонок, без разрыва или искажения поверхностей соприкосновения, т. е. течение кажется скорее струйным, чем капельным. При очень малых нефтенасыщениях движение напоминает пузырьчатое (капельное).

При наличии газа характер движения воды остается неизменным, но в то время как газ стремится занять центральные части пространства между зернами, куда нефть также проталкивается капиллярными силами, вероятно, имеет место взаимодействие между нефтью и газом при движении их.

Наблюдение под микроскопом показывает присутствие нефтяной пленки (в некоторых случаях вместе с очень малыми количествами тонко распыленной воды). По этой пленке нефть движется вокруг каждого газового пузырька. Остается неясным, все ли газовые пузырьки соединяются друг с другом.

Газовые пузырьки двигаются отрывистыми толчками в отличие от плавного течения воды и нефти в условиях, когда газовые пузырьки отсутствуют или неподвижны. Это отрывистое движение газа обуславливает подобное же движение по меньшей мере части нефти, которая, видимо, движется быстрее, чем при отсутствии газа и при той же нефтенасыщенности. Равным образом присутствие нефти будет действовать как частичное препятствие для движения газа. Оба эти заключения выведены авторами на основании кривых, приведенных на рис. 108 и 109.

Наконец, увеличение нефтепроницаемости с повышением водонасыщенности при постоянном нефтенасыщении является результатом перемещения нефти в центральные части пространства между зернами, где она может течь более свободно.

Вводимая в пласт вода имеет тенденцию занимать узкие искривленные части пор, вытесняя нефть в центральное пространство, покинутое газом. Так как движение находящейся в узких частях пор смеси затруднено, а движение в центральной части пор встречает меньшее сопротивление, то эффективная проницаемость для нефти увеличивается.

В заключение настоящей главы отметим, что, несмотря на многочисленность проведенных опытов по фильтрации неоднородных жидкостей, многие вопросы, связанные с движением многофазных смесей в пористых пластах, остаются еще невыясненными<sup>1</sup>.

Особо важное значение имеет дальнейшая теоретическая разработка вопросов неустановившегося движения смеси нефти, газа и воды в песках, песчаниках и карбонатных породах с учетом изменений свойств смесей в пластовых условиях.

---

<sup>1</sup>Перечень части из этих вопросов и указание на ближайшие задачи в области экспериментального изучения фильтрации неоднородных жидкостей даются в статье «Выводы из экспериментальных работ в области движения многофазных жидкостей в пористой среде», помещенной в сборнике [92].

---

---

## ГЛАВА XIV

# Влияние радиуса и степени гидродинамического несовершенства скважины на ее производительность

### § 1. Влияние радиуса скважины на ее производительность

В предыдущих главах были выведены формулы дебита скважин при различных условиях установившегося притока к ним различных жидкостей и газов.

Исследование этих формул дебита позволяет установить влияние радиуса скважины на ее производительность.

Для целей данного параграфа упомянутые формулы дебита и соответствующие им условия притока жидкостей и газов к скважинам имеет смысл разделить на четыре типа:

I. Плоский радиальный приток к скважинам по линейному закону фильтрации.

II. Плоский радиальный приток к скважинам по нелинейному закону фильтрации.

III. Сферический радиальный приток к скважинам по линейному закону фильтрации.

IV. Сферический радиальный приток к скважинам по нелинейному закону фильтрации.

Для фильтрационных потоков первого типа зависимость дебита скважины  $Q$  от ее радиуса  $R_c$  и от радиуса  $R_k$  контура области питания имеет вид [см. формулы (21, IX), (28, XI), (33, XII), (26, XIII), (21, X)]:

$$Q = \frac{A}{\lg \frac{R_k}{R_c}}, \quad (1, XIV)$$

где  $A$  — величина, равная произведению группы множителей, отражающих влияние проницаемости и мощности пласта, вязкости жидкости или газа, статического и динамического пластовых давлений и т. д.

Чтобы выяснить влияние радиуса скважины на ее дебит, допустим, что при прочих неизменных условиях радиус скважины изменен в  $n'$  раз. Сохраним обозначение  $Q$  для дебита скважины с радиусом  $R_c$  и обозначим буквой  $Q'$  дебит скважины с измененным радиусом  $R'_c = n'R_c$ . Из формулы (1, XIV) получим:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{\lg \frac{R_{\kappa}}{R'_c}} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c} - \lg n'}. \quad (2, \text{XIV})$$

Формулы (1, XIV)–(2, XIV) справедливы для несжимаемой и сжимаемой жидкости, для газа и газированной жидкости при любом режиме пласта, лишь бы установившийся приток любой из перечисленных жидкостей (или газа) к скважине был плоско-радиальным и подчинялся линейному закону фильтрации. Природа жидкости и режим пласта оказывают влияние лишь на характер зависимости величины  $A$  от статического и динамического пластовых давлений в скважине и от тех факторов, которые неодинаковым образом входят в формулы (28, XI), (21, IX), (21, X), (33, XII), (26, XIII).

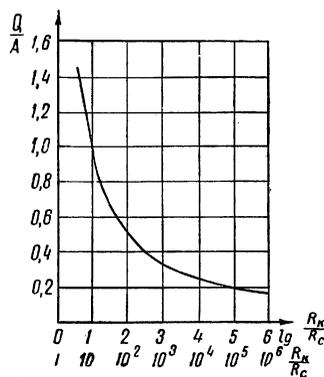


Рис. 112. График зависимости дебита скважины от ее радиуса  $R_c$  и от радиуса  $R_{\kappa}$  контура области питания; случай плоско-радиального притока к скважине по линейному закону фильтрации.

Таблица 18

Зависимость величины  $\frac{Q}{A}$  от  $\frac{R_c}{R_{\kappa}}$

$\frac{R_{\kappa}}{R_c}$	$\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}$	$\frac{Q}{A}$	$\frac{R_{\kappa}}{R_c}$	$\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}$	$\frac{Q}{A}$
$10^6$	6	0,17	$10^2$	2	0,50
$10^5$	5	0,20	10	1	1,00
$10^4$	4	0,25	5	0,70	1,43
$10^3$	3	0,33	1	0	$\infty$

На основании формулы (1, XIV) составлена табл. 18 и построена кривая линия на рис. 112; таблица и график отражают зависимость

величины  $\frac{Q}{A}$  от отношения радиусов  $\frac{R_k}{R_c}$ . При  $A = \text{const}$  упомянутые таблицы и график отражают зависимость дебита скважины от  $\frac{R_k}{R_c}$ , т. е. либо от  $R_c$  при  $R_k = \text{const}$ , либо от  $R_k$  при  $R_c = \text{const}$ . Последняя строка таблицы приведена лишь для пояснения тенденции изменения величины дебита скважины при  $R_c \rightarrow R_k$ .

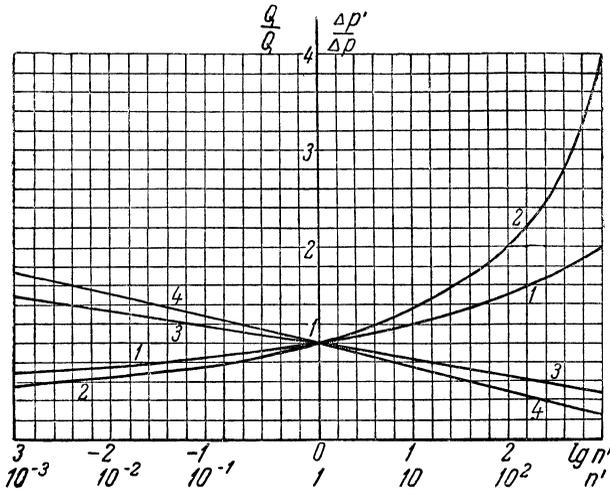


Рис. 113. Графики, характеризующие изменения забойного давления и дебита скважины при изменении ее радиуса в  $n'$  раз; случай плоско-радиального притока к скважине по линейному закону фильтрации. 1 — график  $\frac{Q'}{Q}$  при  $\frac{R_k}{R_c} = 10^6$ ; 2 — график  $\frac{Q'}{Q}$  при  $\frac{R_k}{R_c} = 10^4$ ; 3 — график  $\frac{\Delta p'}{\Delta p}$  при  $\frac{R_k}{R_c} = 10^6$ ; 4 — график  $\frac{\Delta p'}{\Delta p}$  при  $\frac{R_k}{R_c} = 10^4$ .

На основании формулы (2, XIV) составлена табл. 19 и построены графики рис. 113 для случаев  $\frac{R_k}{R_c} = 10^6$  и  $\frac{R_k}{R_c} = 10^4$ ; если принять  $R_c = 10$  см, т. е. диаметр скважины примерно равен 8'', то упомянутые случаи соответствуют значениям радиуса контура области питания  $R_k = 100$  км и  $R_k = 1$  км.

Проанализируем таблицы и графики.

Из табл. 18 и графика рис. 112 видно, что дебит скважины изменяется очень медленно в практически наиболее интересном диапазоне изменения отношения  $\frac{R_k}{R_c}$  от  $10^3$  до  $10^6$ .

Рис. 112 построен на полулогарифмической сетке, причем масштабы осей абсцисс и ординат разные.

Табл. 19 подтверждает, что изменение радиуса скважины сравнительно мало отражается на изменении ее дебита. Так, например, при  $R_k = 10^4 R_c$  нужно было бы увеличить радиус скважины в 100 раз, чтобы ее дебит увеличился вдвое, при увеличении же радиуса скважины вдвое ее дебит увеличивается только на 8%. Если  $R_k = 10^6 R_c$ , влияние изменения радиуса сказывается еще меньше.

Т а б л и ц а 19

Зависимость величины  $\frac{Q'}{Q}$  от  $n'$

$n'$	$\lg n'$	$\frac{Q'}{Q}$ при	$\frac{Q'}{Q}$ при
		$\frac{R_k}{R_c} = 10^6$	$\frac{R_k}{R_c} = 10^4$
0,001	-3	0,67	0,57
0,01	-2	0,75	0,67
0,1	-1	0,86	0,80
0,5	-0,3	0,95	0,93
1	0	1,00	1,00
2	0,3	1,05	1,08
10	1	1,20	1,33
100	2	1,50	2,00
1000	3	2,00	4,00

Из рис. 113 видно, что правее оси ординат, т. е. при  $n' > 1$ , подъем кривых 1 и 2 интенсивнее, чем слева от той же оси (т. е. при  $n < 1$ ). Следовательно, увеличение радиуса скважины в какое-то число раз сильнее сказывается на дебите, чем уменьшение радиуса в то же число раз.

Так, например, при  $R_k = 10^4 R_c$  увеличение радиуса скважины в 10 раз вызывает увеличение дебита на 33%, а уменьшение радиуса в 10 раз вызывает уменьшение дебита на 20%. Чем больше величины отношения  $\frac{R_k}{R_c}$  и чем ближе величина  $n'$  к 1, тем меньше разница между приростом и уменьшением дебита скважины при увеличении или уменьшении ее радиуса в одно и то же число раз.

До сих пор, пользуясь формулами (1, XIV)–(2, XIV), мы выясняли влияние изменения радиуса скважины на изменение ее дебита при сохранении постоянного перепада давления (т. е. при сохранении забойного динамического давления) и при всех прочих одинаковых условиях. Перейдем к выяснению влияния радиуса скважины на изменение перепада давления при сохранении постоянного дебита.

Допустим, что перепад давления (разность между статическим и динамическим давлениями на забое скважины) равен  $\Delta p$  при радиусе скважины  $R_c$ ; перепад давления обозначим через  $\Delta p'$  при сохранении прежнего дебита и всех прочих одинаковых условиях, но при измененном в  $n'$  раз радиусе скважины  $R'_c$ , так что  $R'_c = n' R_c$ .

Из формулы (21, IX), справедливой в случае плоско-радиального притока несжимаемой жидкости к скважине по линейному закону фильтрации в условиях водонапорного режима, получим:

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = \frac{\lg \frac{R_k}{R'_c}}{\lg \frac{R_k}{R_c}} = 1 - \frac{\lg n'}{\lg \frac{R_k}{R_c}}. \quad (3, XIV)$$

На основании формулы (3, XIV) можно утверждать, что  $\Delta p' < \Delta p$  при  $n' > 1$ , т. е. при увеличении радиуса скважины требуется создать меньшее понижение давления на ее забое для получения того же дебита, что и при первоначальном малом радиусе.

В табл. 20 приведены результаты подсчетов по формуле (3, XIV), иллюстрирующие влияние радиуса скважины на понижение ее забойного давления.

С помощью табл. 20 построены линии 3 и 4 на рис. 113; линия 3 для случая  $R_k = 10^6 R_c$ , линия 4 — для случая  $R_k = 10^4 R_c$ . В полулогарифмической сетке обе линии 3 и 4 оказались прямыми, что и следовало ожидать, ибо отношение  $\frac{\Delta p'}{\Delta p}$  линейно зависит от  $\lg n'$  — см. формулу (3, XIV).

Из прямолинейности линий 3 и 4 следует, что увеличение радиуса в некоторое число раз на столько же уменьшает перепад давления в скважине, на сколько его увеличивает уменьшение радиуса в то же число раз.

Из сравнения формул (2, XIV) и (3, XIV) и табл. 19 и 20 видно, что увеличение радиуса скважины во столько раз увеличивает ее дебит при

<sup>1</sup>Смысл величины  $\delta$ , входящей в табл. 20, будет выяснен дальше.

Таблица 20<sup>1</sup>

**Зависимость величин  $\frac{\Delta p'}{\Delta p}$  и  $\delta$  от  $n$**

$n'$	$\frac{\Delta p'}{\Delta p}$ или $\delta$	$\frac{\Delta p'}{\Delta p}$ или $\delta$
	при $\frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}} = 10^6$	при $\frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}} = 10^4$
0,001	1,50	1,75
0,01	1,33	1,50
0,1	1,17	1,25
0,5	1,05	1,08
1	1,00	1,00
2	0,95	0,92
10	0,83	0,75
100	0,67	0,50
1000	0,50	0,25

сохранении перепада давления, во сколько раз уменьшается перепад давления при сохранении дебита.

Формула (3, XIV) справедлива и для *установившегося* плоско-радиального притока к скважине *сжимаемой* жидкости по линейному закону фильтрации в условиях водонапорного режима, ибо дебит сжимаемой жидкости также (с точностью до величин, которыми вследствие их малости пренебрегают) зависит от перепада давления, как и дебит скважины при притоке к ней абсолютно несжимаемой жидкости, ср. формулы (21, IX) и (28, XI).

Наоборот, в случае плоско-радиального (приблизенно) притока к скважине жидкости со свободной поверхностью в условиях гравитационного режима и когда справедлив линейный закон фильтрации, формула (3, XIV) не может быть применена. Действительно, сохраняя принятые выше обозначения, из формул (21, X), (22, X) получим:

$$\frac{h_{\text{к}}^2 - h_{\text{с}}'^2}{h_{\text{к}}^2 - h_{\text{с}}^2} = \frac{p_{\text{к}}^2 - p_{\text{с}}'^2}{p_{\text{к}}^2 - p_{\text{с}}^2} = \frac{\lg \frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}'}}{\lg \frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}}} \quad (4, \text{XIV})$$

или

$$\frac{2h_{\kappa}s' - s'^2_c}{2h_{\kappa}s - s^2} = \frac{2p_{\kappa}\Delta p' - (\Delta p')^2}{2p_{\kappa}\Delta p - (\Delta p)^2} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}}{R'_c}}{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \quad (5, \text{XIV})$$

где  $h_{\kappa}$  — высота начального статического уровня;  $h_{\kappa}$  — высота динамического уровня в скважине;  $s$  — понижение уровня в скважине, а  $p_{\kappa}$ ,  $p_c$  и  $\Delta p$  — соответствующие давления и перепад давления, причем все эти величины отвечают радиусу скважины  $R_c$ ; теми же буквами, но с акцентами отмечены соответствующие величины для радиуса скважины  $R'_c$ , измененного по сравнению с прежним в  $n'$  раз ( $R'_c = n'R_c$ ), причем дебит скважины и все прочие условия сохранены неизменными.

Обозначим для краткости буквой  $\delta$  отношение логарифмов, входящее в правую часть формул (4, XIV) и (5, XIV):

$$\delta = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}}{R'_c}}{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}} = 1 - \frac{\lg n'}{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}}. \quad (6, \text{XIV})$$

Сравнивая формулы (3, XIV) и (6, XIV) видим, что их правые части одинаковы, а потому табл. 20 можно использовать для определения значений величины  $\delta$ .

Из формул (4, XIV) и (6, XIV) получим:

$$p_{\kappa}^2 - p'^2_c = \delta(p_{\kappa}^2 - p_c^2). \quad (7, \text{XIV})$$

Решая уравнение (7, XIV), после несложных преобразований найдем:

$$p_c = \sqrt{1 - \delta \left[ 1 - \left( \frac{p_c}{p_{\kappa}} \right)^2 \right]} p_{\kappa} = \sqrt{1 - \delta \left[ 2 \frac{\Delta p}{p_{\kappa}} - \left( \frac{\Delta p}{p_{\kappa}} \right)^2 \right]} p_{\kappa}. \quad (8, \text{XIV})$$

Конечно, тот же результат мог бы быть получен из формул (5, XIV) — (6, XIV).

Проанализируем формулу (8, XIV) применительно к двум крайним случаям: очень большого и очень малого понижения забойного давления (понижения уровня) в скважине.

Допустим сначала, что динамическое забойное давление в скважине понижено столь сильно, т. е. величина  $p_c$  настолько мала, что квадратом отношения  $\left(\frac{p_c}{p_k}\right)$  можно пренебречь.

Тогда из выражения (8, XIV) получим:

$$p'_c = \sqrt{1 - \delta} p_k. \quad (9, \text{XIV})$$

Понятно, что формула (9, XIV) справедлива лишь при  $\delta < 1$ , т. е. при  $n' > 1$ , ибо, приняв  $p_c \cong 0$ , нельзя требовать сохранения дебита скважины при уменьшении ее радиуса.

Как видно из табл. 20,  $\delta = 0,83 \sim 0,75$  при десятикратном увеличении радиуса скважины. Подставляя это значение  $\delta$  в формулу (9, XIV), найдем:

$$\frac{p'_c}{p_k} = 0,41 \sim 0,50, \quad (10, \text{XIV})$$

или, учитывая, что  $\Delta p' = p_k - p'_c$  и что в данном случае  $\Delta p \cong p_k$ :

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = 0,59 \sim 0,50. \quad (11, \text{XIV})$$

Даже при двукратном увеличении радиуса скважины получаем:

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = 0,78 \sim 0,72. \quad (12, \text{XIV})$$

Следовательно, при большом понижении уровня в скважине увеличение ее радиуса довольно заметно сказывается на уменьшении понижения уровня при сохранении постоянного дебита.

Рассмотрим теперь другой крайний случай, допустим, что перепад давления  $\Delta p$  настолько мал, что квадратом величины  $\frac{\Delta p}{p_k}$  можно пренебречь. Учитывая это и раскладывая правую часть равенства (8, XIV) в ряд по формуле бинома Ньютона (для дробного показателя степени), получим:

$$p'_c = \left(1 - \delta \frac{\Delta p}{p_k}\right) p_k \quad (13, \text{XIV})$$

или

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = \delta. \quad (14, \text{XIV})$$

Формулы (3, XIV) и (14, XIV) совпадают, а следовательно, при малом понижении уровня в скважине, к которой притекает жидкость со свободной поверхностью, влияние изменения радиуса сказывается на изменении перепада давления (при сохранении дебита) так же, как и в условиях водонапорного режима.

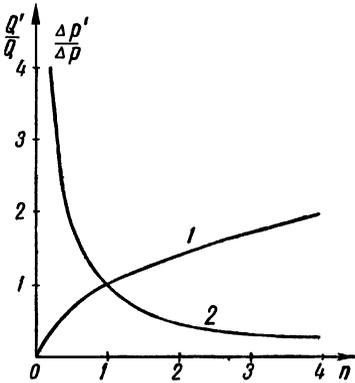


Рис. 114. Графики, характеризующие изменение забойного давления и дебита скважины при изменении ее радиуса в  $n'$  раз; случаи плоско-радиального притока к скважине по закону Краснопольского.

крайний возможный случай нарушения закона фильтрации — движение жидкости или газа во всем пласте по закону Краснопольского. На основании формулы (75, IX) при  $n_0 = 2$  или из аналогичной формулы для дебита газовой скважины получим:

$$\frac{Q'}{Q} = \sqrt{\frac{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_k}}{\frac{1}{R'_c} - \frac{1}{R_k}}}, \quad (15, XIV)$$

где  $Q'$  и  $Q$  — дебиты скважины, отвечающие соответственно, радиусам  $R_c$  и  $R_k$ , где  $R'_c = n'R_c$ ; предполагается, что понижение забойного давления в скважине сохраняется постоянным.

Следует заметить, что формула (33, XII) дебита газовой скважины такова же, как и формула (21, X) дебита скважины, эксплуатирующейся в условиях гравитационного режима. Поэтому все формулы (4, XIV)–(14, XIV), отражающие влияние изменения радиуса скважины на изменение перепада давления (при сохранении дебита), в равной мере справедливы и для плоско-радиального притока газа к скважине по линейному закону фильтрации.

Перейдем к исследованию влияния радиуса скважины на ее производительность в условиях фильтрационных потоков второго типа, см. начало данного параграфа.

При плоско-радиальном притоке газа или жидкости к скважине по нелинейному закону фильтрации влияние радиуса скважины следует учитывать по формуле типа (75, IX). Рассмотрим

Учитывая, что  $R_k \gg R_c$ , последнюю формулу упростим так:

$$\frac{Q'}{Q} = \sqrt{\frac{R'_c}{R_k}} = \sqrt{n'}. \quad (16, \text{XIV})$$

Вторая колонка табл. 21, составленная на основании формулы (16, XIV), иллюстрирует влияние изменения радиуса скважины на ее дебит при сохранении неизменного перепада давления. С помощью табл. 21 построена кривая 1 на рис. 114; эта кривая — парабола, ось которой совпадает с осью абсцисс и вершина лежит в начале координат, служит графикам формулы (16, XIV).

Для плоско-радиального притока несжимаемой жидкости к скважине по закону фильтрации Краснопольского влияние радиуса на перепад давления можно оценить на основании формулы (75, IX) при  $n_0 = 2$  следующим образом:

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = \frac{\frac{1}{R'_c} - \frac{1}{R_k}}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_k}}, \quad (17, \text{XIV})$$

где  $\Delta p'$  и  $\Delta p$  — перепады давления, отвечающие соответственно радиусам  $R'_c$  и  $R_c$  при сохранении постоянного дебита скважины. Учитывая, что  $R_k \gg R_c$ , последнюю формулу упростим так:

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = \frac{R_c}{R'_c} = \frac{1}{n'}. \quad (18, \text{XIV})$$

Правая колонка табл. 21 рассчитана на основании формулы (18, XIV); на рис. 114 ей соответствует кривая 2 — равнобочная гиперболой, оси которой совпадают с осями координат.

Из сравнения правой и средней колонок табл. 21, видно, что изменение радиуса скважины меньше сказывается на изменении ее дебита, чем на изменении перепада давления. Кроме того, из сопоставления табл. 19 и 20 с табл. 21 можно сделать следующий вывод: в условиях движения жидкостей по линейному закону фильтрации влияние изменения радиуса скважины оказывается значительно менее интенсивным, чем в условиях движения жидкостей по закону Краснопольского. Так, например, двукратное увеличение радиуса скважины в первом случае (см. табл. 19) вызывает увеличение дебита на 5 ~ 8% (в зависимости от отношения величин  $R_k$  и  $R_c$ ) при сохранении перепада давления, тогда как во втором случае (см. табл. 21) дебит увеличивается на 40%.

Таблица 21

Зависимость величин  $\frac{Q'}{Q}$  и  $\frac{\Delta p'}{\Delta p}$  от  $n'$

$n'$	$\frac{Q'}{Q}$	$\frac{\Delta p'}{\Delta p}$ от $n'$
0,01	0,10	100
0,10	0,32	10
0,50	0,71	2
1	1	1
2	1,4	0,50
10	3,2	0,10
100	10	0,01

В главе IX было установлено, что в практически интересных случаях плоско-радиального движения нельзя ожидать нарушения линейного закона фильтрации во всем фильтрационном потоке; размеры области кризиса этого закона тем больше, чем больше дебит скважины.

Отсюда следует, что в реальных условиях, когда этот закон фильтрации нарушается в призабойной зоне, влияние изменения радиуса скважины на ее дебит должно быть более интенсивным, чем на то указывает формула (2, XIV), и менее интенсивным, чем указывает формула (16, XIV). Эти формулы дают как бы крайние пределы интенсивности влияния радиуса скважины в условиях плоско-радиального движения.

Далее, поскольку с увеличением размеров области кризиса линейного закона фильтрации растет влияние нарушения этого закона на дебит скважины, постольку справедлив следующий вывод: с увеличением дебита скважины интенсивность влияния ее радиуса на дебит и на перепад давления должна (если при рассматриваемых величинах дебита линейный закон в призабойной зоне нарушен) возрастать; см. по этому поводу Щелкачев [209 и 215].

Перейдем к исследованию влияния радиуса скважины на ее производительность в условиях сферического радиального потока жидкостей по линейному закону фильтрации; это соответствует потоку третьего типа, см. начало данного параграфа.

Из формулы (51, IX) для жидкости и, следовательно (см. общие замечания в главах XII и XIII о применимости формул движения несжимаемой жидкости к соответствующим случаям движения газа и газированной жидкости), для газа и газированной жидкости получим сле-

дующее соотношение:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_k}}{\frac{1}{R'_c} - \frac{1}{R_k}}. \quad (19, \text{XIV})$$

В этой формуле, иллюстрирующей влияние изменения радиуса скважины на ее дебит при сохранении перепада давления, приняты те же обозначения, которые были использованы в предыдущих формулах данного параграфа.

Учитывая, что  $R_k \gg R_c$ , получим упрощенную формулу:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{R'_c}{R_c} = n'. \quad (20, \text{XIV})$$

Из последней формулы ясно видно, что в рассматриваемых условиях потока третьего типа влияние изменения радиуса скважины на ее дебит значительно интенсивнее, чем в условиях потоков первых двух типов. В предыдущих главах отмечалось, что в практически интересных случаях сферическое радиальное движение если приблизительно иногда и существует, то во всяком случае оно не может выдерживаться в пласте на большом протяжении. Все же только что сделанный теоретический вывод позволяет сформулировать следующее заключение, представляющее несомненный интерес для практики: чем сильнее скважина отклоняется от гидродинамически совершенной по степени вскрытия пласта, тем сильнее радиус скважины влияет на ее дебит.

Для тех же условий потока третьего типа, но ограничиваясь только случаем притока к скважине несжимаемой жидкости, выясним влияние радиуса скважины на перепад давления<sup>2</sup>.

Принимая во внимание, что  $R_k \gg R_c$ , из формулы (55, IX) получим ту же формулу (18, XIV), для которой была построена кривая<sup>2</sup> на рис. 114 и были выполнены подсчеты, приведенные в табл. 21.

Обратимся к исследованию потоков четвертого типа.

В § 5 главы IX был указан метод, на основании которого легко выводится формула дебита для сферического радиального потока жидкости к скважине по закону фильтрации Краснопольского. Пропуская промежуточные выкладки, запишем окончательную формулу, иллюстрирующую влияние радиуса скважины на ее дебит при сохранении

<sup>2</sup>Аналогичный вопрос для газовой скважины предоставляем разобрать читателю по тому методу, который выше был использован при выводе и анализе формул (4, XIV)–(14, XIV).

постоянного перепада давления:

$$\frac{Q'}{Q} = \left( \frac{R'_c}{R_c} \right)^{\frac{3}{2}} = (n')^{\frac{3}{2}}. \quad (21, \text{XIV})$$

Эта формула справедлива для притока не только жидкости, но и газа к скважине в только что упомянутых условиях фильтрационных потоков четвертого типа. Влияние радиуса скважины на ее дебит сказывается в данном случае еще сильнее, чем во всех ранее разобранных случаях, хотя и здесь следует напомнить, что допущение справедливости закона фильтрации Краснопольского во всем пласте преувеличивает возможности нарушения линейного закона фильтрации.

Перейдем к заключительным выводам, вытекающим из анализа формул, выведенных в данном параграфе.

1. При плоско-радиальном движении жидкостей и газов в пласте по линейному закону фильтрации влияние радиуса скважины на ее дебит и на перепад давления оказывается наиболее слабым. Однако в реальных условиях скважины чаще всего бывают гидродинамически несовершенными и по степени и по характеру вскрытия пласта. Это нарушает в призабойной зоне плоско-параллельность потока, делает его трехмерным и, кроме того, облегчает возможности нарушения линейного закона фильтрации. Поведение скважины особенно сильно зависит от условий движения жидкостей и газов именно в призабойной зоне. Нарушения линейного закона фильтрации и двумерности потока вызывают значительно более сильное влияние радиуса скважины на ее дебит и перепад давления, чем то обнаруживается из исследований потоков первого типа (см. начало данного параграфа).

Отсюда следует, что нельзя, как это часто делают, обосновывать на формуле типа (1, XIV) якобы универсальный вывод о слабом влиянии радиуса скважины на ее производительность.

2. Влияние изменения радиуса скважины на ее дебит не остается постоянным, а может возрастать с увеличением дебита (при росте области кризиса линейного закона фильтрации).

3. Влияние изменения радиуса скважины на перепад давления при сохранении постоянного дебита либо *столь же* интенсивно (в условиях водонапорного режима при движении жидкости по линейному закону фильтрации, когда дебит пропорционален перепаду давления и, следовательно, индикаторные линии прямолинейны), как и влияние радиуса на дебит при сохранении постоянного перепада давления, либо еще более интенсивно (при притоке к скважине газа и газированной жидкости, при притоке несжимаемой жидкости со свободной поверхностью

в условиях гравитационного режима, а также в условиях водонапорного режима при нарушении линейного закона фильтрации).

4. До сих пор слишком мало внимания уделяли возможному влиянию радиуса скважины на перепад давления<sup>3</sup>.

Обычно, ссылаясь на промысловые наблюдения, утверждали, что дебиты скважин разного диаметра в однородном пласте оказывались приблизительно одинаковыми. Однако не учитывали, ценой создания какого перепада давления достигали равенства дебитов.

5. Следует всемерно поощрять новые практические решения вопроса об увеличении диаметра забоя скважины, ибо это во многих случаях способствует увеличению ее дебита и снижению перепада давления. В пластах, сложенных известняками, увеличение диаметра скважины может значительно способствовать увеличению ее производительности не только по причинам, рассмотренным выше, но и потому, что это часто бывает связано со включением новых трещин в систему микроканалов пласта, питающих скважину.

Наконец, рассмотрим еще одно соображение, впервые высказанное проф. Б. Б. Лапуком, по поводу влияния радиуса скважины на ее производительность. Именно, во многих случаях добыча жидкости и газа из пласта лимитируется следующим требованием: нельзя превосходить некоторую величину скорости фильтрации (ее максимальное значение в обычных условиях всегда бывает у стенки скважины), при которой начинается интенсивный вынос песка в скважину.

Назовем упомянутое критическое [максимально допустимое для данной породы и данной жидкости (или газа)] значение скорости фильтрации через  $v_{\max}$ . Тогда максимальный допустимый дебит скважины определится так:

$$Q_{\max} = F \cdot v_{\max} = 2\pi R_c b v_{\max}, \quad (22, \text{XIV})$$

где  $F$  — поверхность стенки скважины, все остальные обозначения сохранены прежние, причем предполагается, что приток жидкости (или газа) к скважине плоско-радиальный.

Из последней формулы следует, что в соответствующих случаях, когда добыча жидкости и газа из скважины ограничивается упомянутыми геологическими факторами, максимальный допустимый дебит скважины прямо пропорционален радиусу ее забоя.

В заключение коснемся вопроса о влиянии радиуса  $R_k$  контура области питания на производительность скважины.

В формулы (1, XIV)–(14, XIV) радиус  $R_k$  входит под знаком логарифма. Следовательно, для фильтрационных потоков первого типа

<sup>3</sup>На это обстоятельство было обращено внимание в статье В. Н. Щелкачева [215].

влияние радиуса контура области питания столь же ничтожно, как и влияние радиуса самой скважины. В условиях потоков II–IV типов влияние радиуса  $R_k$  почти совсем не чувствуется — величина  $R_k$  не входит в соответствующие формулы, если справедливо допущение о том, что  $R_k \gg R_c$ , и если (в потоках II и IV типов) закон фильтрации значительно отличается от линейного закона, см. подстрочное примечание в § 5 главы IX по поводу возможности перехода от точной формулы (75, IX) к приближенной (77, IX).

Следовательно, ошибка в оценке величины  $R_k$  весьма мало отражается на подсчетах дебита скважины. Последнее замечание очень существенно, ибо на практике трудно точно оценить величину  $R_k$ , но, повторяем, это не вносит заметных погрешностей в расчеты подземной гидравлики (по крайней мере в те подсчеты, которые связаны с практически установившимися потоками).

## § 2. Влияние гидродинамического несовершенства скважины на ее производительность

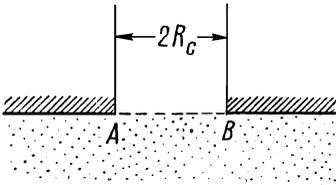


Рис. 115. Гидродинамически несовершенная скважина, вскрывшая кровлю пласта весьма большой мощности.

Приток жидкости или газа к скважине перестает быть плоским и радиальным, если она гидродинамически несовершенна, либо по степени вскрытия пласта, либо по характеру его вскрытия, либо сразу по обоим признакам, см. § 1 главы VIII. Поэтому элементарными методами невозможно строго исследовать особенности притока жидкости или газа к гидродинамически несовершенной скважине. С этой точки зрения нам не следовало бы касаться упомянутой проблемы в данной части курса, ибо она посвящена анализу только таких задач, решение которых доводится до конца с помощью элементарных методов. Однако строгое математическое исследование фильтрационных потоков к гидродинамически несовершенным скважинам требует применения столь сложного математического аппарата, что мы не считаем возможным использовать этот аппарат и в следующей части курса. Сами же задачи, несомненно, представляют большой интерес для практики.

Учитывая все эти соображения, мы в виде исключения решили исследовать приток к гидродинамически несовершенной скважине в данной части курса (считая ее широко доступной), но приводить доказа-

тельств не будем, а воспользуемся окончательными расчетными формулами.

Исследуем сначала особенности притока жидкости к скважине, гидродинамически несовершенной только по степени вскрытия пласта, причем во всех случаях пласт будем считать однородным, его режим водонапорным, режим фильтрации — подчиняющимся линейному закону фильтрации. Начнем с крайнего случая. Допустим, что скважина вскрывает только кровлю пласта неограниченной мощности, причем забой имеет форму полусферы (см. рис. 46).

При этих условиях будем иметь дело со сферическим радиальным потоком, исследованным в § 3 главы IX. На основании формулы (55, IX) дебит  $Q_1$  скважины определится так:

$$Q_1 = \frac{2\pi R_c k (p_k^* - p_c^*)}{\mu}, \quad (23, \text{XIV})$$

где  $p_k^*$  и  $p_c^*$  — приведенные давления (см. главу IX).

Если бы забой  $AB$  скважины был плоским (мощность пласта по-прежнему считаем неограниченной) (рис. 115), то формулу (23, XIV) применять было бы уже нельзя. Дебит скважины  $Q_2$  в данном случае определяется по следующей формуле [107]:

$$Q_2 = \frac{R_c k (p_k^* - p_c^*)}{\mu}. \quad (24, \text{XIV})$$

В последней формуле, так же как и в (23, XIV), принято, что  $R_k \gg R_c$ ; из этих двух формул находим:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{2}{\pi} \cong 0,64. \quad (25, \text{XIV})$$

Отсюда следует, что в рассматриваемых условиях пласта неограниченной мощности при плоском вскрытии скважиной кровли пласта теряется 36% дебита, соответствующего случаю скважины с полусферическим забоем у кровли.

Дебит  $Q_3$  скважины с полусферическим забоем у кровли, но в пласте конечной мощности  $b$  (см. рис. 116) определяется формулой:

$$Q_3 = \frac{2\pi R_c k (p_k^* - p_c^*)}{\mu \left( 1 + \frac{R_c}{b} \ln \frac{R_k}{4b} \right)}. \quad (26, \text{XIV})$$

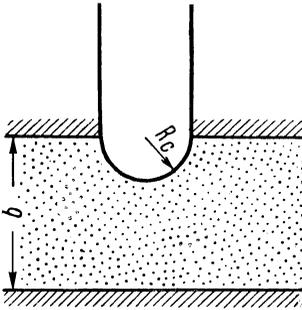


Рис. 116. Гидродинамически несовершенная скважина с полусферическим забоем, вскрывшая кровлю пласта конечной мощности.

лишь на 1%.

Следовательно, если скважина с полусферическим забоем вскрывает только кровлю пласта, то с точностью до 1–2% ее дебит можно подсчитывать по формуле (23, XIV) сферического радиального потока, если только  $b > 200R_c$ .

Сравнивая дебиты  $Q_1$  и  $Q_3$ , можем установить влияние мощности пласта  $b$  на дебит скважины, вскрывшей кровлю и имеющей забой полусферической формы. Из формул (23, XIV) и (26, XIV) находим:

$$\frac{Q_1}{Q_3} = 1 + \frac{R_c}{b} \ln \frac{R_k}{4b}. \quad (27, XIV)$$

На основании формулы (27, XIV) рассчитана табл. 22, в которой отношение дебитов подсчитано для нескольких различных отношений величин  $b$ ,  $R_k$ ,  $R_c$ .

Из таблицы видно, что при  $R_c = 10$  см,  $b = 200R_c = 20$  м,  $R_k = 10^5 R_c = 10$  км дебит  $Q_1$  лишь на 2% больше дебита  $Q_3$ ; при тех же значениях  $R_c$  и  $b$ , но при  $R_k = 10^4 R_c = 1$  км дебит  $Q_1$  превышает  $Q_3$

Таблица 22

Зависимость величины  $\frac{Q_1}{Q_3}$  от  $\frac{b}{R_c}$

$\frac{b}{R_c}$	$\frac{Q_1}{Q_3}$ при $R_k = 10^5 R_c$	$\frac{Q_1}{Q_3}$ при $R_k = 10^4 R_c$
50	1,12	1,08
200	1,02	1,01
400	1,01	1,00

Последний вывод и другие приведенные в табл. 22 результаты подсчетов можно объяснить следующими простыми физическими соображениями: градиент давления особенно резко возрастает в непосредственной близости забоя скважины, вскрывшей только кровлю пласта. Именно в этой области происходит главная потеря напора в фильтрационном потоке.

Поэтому при  $R_k \gg R_c$  и  $b \gg R_c$  величины  $R_k$  и  $b$  не влияют

на дебит скважины; особенно заметное влияние на дебит скважины оказывает лишь величина ее собственного радиуса  $R_c$ .

Обозначим через  $Q$  дебит гидродинамически совершенной скважины, вскрывшей пласт по всей его мощности (см. рис. 45); по формуле (21, IX) получим:

$$Q = \frac{2\pi kb(p_k^* - p_c^*)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (28, \text{XIV})$$

Т а б л и ц а 23  
Зависимость величины  $\delta_3$  от  $\frac{b}{R_c}$

$\frac{b}{R_c}$	$\delta_3$
50	0,20
200	0,06
400	0,03

Воспользуемся так называемым «коэффициентом совершенства» скважины<sup>1</sup>, показывающим, какую долю дебита гидродинамически совершенной скважины составляет дебит несовершенной скважины, неполностью вскрывшей тот же пласт *при том же перепаде давления и при всех прочих равных условиях*, обозначим этот коэффициент буквой  $\delta$ . Сравнивая формулы (26, XIV) и (28, XIV), получим:

$$\delta_3 = \frac{Q_3}{Q} = \frac{\ln \frac{R_k}{R_c}}{\frac{b}{R_c} + \ln \frac{R_k}{4b}}. \quad (29, \text{XIV})$$

По формуле (29, XIV) рассчитана табл. 23 при  $R_k = 10^5 R_c$ . Из таблицы видно, что, например, при  $R_c = 10$  см,  $b = 200 R_c = 20$  м дебит скважины с полусферическим забоем, вскрывшей только кровлю пласта, составляет 6% дебита гидродинамически совершенной скважины.

Допустим, что гидродинамически несовершенная скважина вскрыла только верхнюю часть мощности пласта на глубину  $a$  (см. рис. 117).

В этом случае приток жидкости к скважине не будет ни плоско-адимальным, ни радиально-сферическим и даже приближенно не может быть рассматриваем так, как это предлагал Слехтер.

Слехтер рассматривал приток жидкости к гидродинамически несовершенной скважине как комбинацию двух элементарных потоков: плоско-радиального (мощности  $a$ ) к цилиндрической боковой поверхности стенки скважины и радиально-сферического к дну скважины.

<sup>1</sup>Название «коэффициент совершенства» было введено М. М. Глоговским; М. Н. Тихов [168] тот же коэффициент называл «коэффициент понижения продуктивности скважины».



личины  $q$ , которая равна относительной потере напора в любой точке на соответствующей поверхности равного напора:

$$q = \frac{p^* - p_c^*}{p_k^* - p_c^*}. \quad (30, \text{XIV})$$

В последней формуле величина  $(p^* - p_c^*)$  равна уменьшению (потере) приведенного давления на пути от какой-либо точки поверхности равного напора до скважины; величина  $(p_k^* - p_c^*)$  равна уменьшению (полной потере) приведенного давления на пути от контура области питания до скважины. Обе только что упомянутые величины пропорциональны соответствующим разностям напоров, см. формулу (26, IX).

На рис. 118 вдоль оси абсцисс отложены значения расстояния  $r$  от оси скважины в долях мощности пласта  $b$ ; на оси ординат — значения расстояния  $z$ , отсчитываемого вниз от кровли пласта, причем последнее расстояние также взято в долях мощности пласта. Следовательно, единице расстояния на рис. 118 соответствует полная мощность пласта  $b$ . Эта фигура построена для случая половинного вскрытия пласта скважиной, т. е. при  $a = \frac{1}{2}b$ ; кроме того, принято:  $R_c = 3'' \cong 7,6 \text{ см}$ ,  $b = 38 \text{ м}$ ,  $R_k = 152 \text{ м}$  или, вообще,  $b = 500R_c$ ,  $R_k = 2000R_c$ .

Из рис. 118 видно, что вблизи скважины форма поверхностей равного напора напоминает форму поверхности скважины, а на расстоянии от оси скважины, соответствующем двойной мощности пласта ( $r = 2b$ ), эти поверхности с высокой степенью точности могут быть приняты за боковые поверхности цилиндров с вертикальными образующими.

Следовательно, в рассматриваемом случае поток жидкости к гидродинамически несовершенной скважине оказывается плоско-радиальным при  $r > 2b$  и лишь при  $r < 2b$  нарушается плоско-радиальность потока. Чем больше величина  $\frac{a}{b}$ , тем ближе подходит к оси скважины область плоско-радиального потока.

На рис. 118 проведены пунктирные линии, соответствующие линиям равных напоров для случая строгого плоско-радиального потока (при  $a = b$ ); около этих линий проставлены соответствующие значения величины  $q'$ , которая определяется той же формулой (30, XIV), но подсчитывается для плоско-радиального потока.

Сравнение сплошных и пунктирных линий на рис. 118 показывает, что вблизи гидродинамически несовершенной скважины, поверхности равных напоров располагаются теснее, чем вблизи гидродинамически совершенной скважины.

Для дебита  $Q_4$  гидродинамически несовершенной скважины, схематически изображенной на рис. 117, была предложена приближенная формула (см. [120]), подсчеты по которой почти совершенно совпадают с подсчетами по более строгой, но гораздо более сложной формуле. Эта приближенная формула имеет вид:

$$Q_4 = \frac{2\pi kb(p_k^* - p_c^*)}{\mu \left\{ \frac{1}{2h} \left[ 2 \ln \frac{4b}{R_c} - \ln \frac{\Gamma(0, 875h) \cdot \Gamma(0, 125h)}{\Gamma(1 - 0, 875h) \cdot \Gamma(1 - 0, 125h)} \right] + \ln \frac{R_k}{4b} \right\}}, \quad (31, \text{XIV})$$

где  $Q_4$  — дебит гидродинамически несовершенной скважины;  
 $h$  — относительное вскрытие пласта, т. е.

$$h = \frac{a}{b}; \quad (32, \text{XIV})$$

$\Gamma$  — «гамма функция», табулированная во многих справочниках; см. например, Бронштейн И. Н. и Семендяев К. А. [21], Хютте [180]. Остальные обозначения, входящие в формулу (31, XIV), прежние.

Сопоставим дебит  $Q_4$  с дебитом  $Q_a$ , какой имела бы та же скважина, если бы приток жидкости к ней был строго плоско-радиальный, т. е. если бы мощность пласта была равна  $a$  — глубине вскрытия его скважиной:

$$Q_a = \frac{2\pi ka(p_k^* - p_c^*)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (33, \text{XIV})$$

На основании формул (31, XIV)–(33, XIV) построен график зависимости отношения дебитов  $\frac{Q_4}{Q_a}$  от величины  $h$ , характеризующей относительное вскрытие пласта; величину  $h$  будем для краткости называть степенью вскрытия пласта скважиной. При построении графика рис. 119 принято:  $b = 38$  м,  $R_k = 152$  м,  $R_c = 7,6$  см; на оси абсцисс отложена степень вскрытия пласта в процентах.

Из рис. 119 видно, что, когда степень вскрытия составляет 20%, истинный дебит несовершенной скважины превосходит дебит той же скважины в плоско-радиальном потоке на 50%, но уже при  $h \geq 60\%$  дебит  $Q_4$  превосходит  $Q_a$  не более чем на 20%; наоборот, при  $h \leq 6\%$  имеем  $Q_4 > 2Q_a$ , т. е. прирост дебита ( $Q_4 - Q_a$ ) за счет возможности притока к скважине жидкости из всей части пласта, расположенной ниже забоя, превосходит дебит  $Q_a$  плоско-радиального притока.

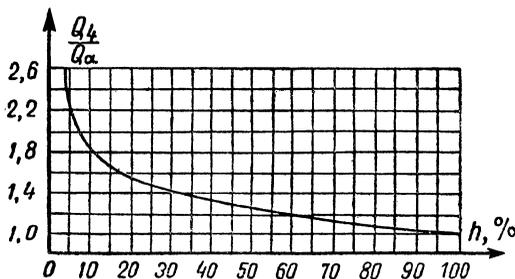


Рис. 119. График зависимости дебита гидродинамически несовершенной скважины от степени вскрытия пласта.

Последние результаты анализа графика рис. 119 подтверждают крайнюю неточность упомянутого выше метода Слехтера, предложенного им для приближенного подсчета дебита несовершенной скважины.

Чтобы выяснить потерю в дебите скважины от неполного вскрытия ей всей мощности пласта, интересно сравнить дебиты  $Q_4$  и  $Q$ , т. е. подсчитать коэффициент совершенства скважины  $\delta_4$ .

Из формул (31, XIV) и (28, XIV) найдем:

$$\delta_4 = \frac{Q_4}{Q} = \frac{\ln \frac{R_k}{R_c}}{\frac{1}{2h} \left[ 2 \ln \frac{4b}{R_c} - \ln \frac{\Gamma(0, 875h) \cdot \Gamma(0, 125h)}{\Gamma(1 - 0, 875h) \cdot \Gamma(1 - 0, 125h)} \right]} + \ln \frac{R_k}{4b}. \tag{34, XIV}$$

Табл. 24 и 25 рассчитаны по формуле (34, XIV) соответственно для случаев  $R_k = 10^5 R_c$  и  $R_k = 10^4 R_c$ .

На основании табл. 24 на рис. 120 построены графики зависимости коэффициента совершенства скважины  $\delta_4$  от степени вскрытия пласта  $h$ . Эти графики, как и табл. 24, справедливы, лишь когда  $R_k = 10^5 R_c$ . Однако сравнение табл. 24 и 25 позволяет утверждать, что при изменении радиуса  $R_k$  в практически интересном диапазоне не только не изменится общий характер графиков, но мало изменятся абсолютные величины ординат для любых фиксированных значений абсцисс.

На основании графиков рис. 120 и табл. 24 и 25 можно утверждать, что с увеличением степени вскрытия пласта  $h$  коэффициент совершенства скважины, а следовательно, и ее дебит, возрастает сначала быстро, а затем все более и более медленно.

Таблица 24

Зависимость величины  $\delta_4$  от  $h$  ( $R_k = 10^5 R_c$ )

$h = \frac{a}{b}$	$\delta_4$ при $b = 50R_c$	$\delta_4$ при $b = 200R_c$	$\delta_4$ при $b = 400R_c$
0	0	0	0
0,1	0,45	0,30	0,26
0,2	0,58	0,46	0,41
0,3	0,69	0,58	0,53
0,4	0,77	0,67	0,64
0,5	0,83	0,76	0,72
0,6	0,88	0,82	0,80
0,7	0,93	0,88	0,86
0,8	0,96	0,93	0,92
0,9	0,99	0,97	0,97
1	1	1	1

Таблица 25

Зависимость величины  $\delta_4$  от  $h$  ( $R_k = 10^4 R_c$ )

$h = \frac{a}{b}$	$\delta_4$ при $b = 50R_c$	$\delta_4$ при $b = 200R_c$
0	0	0
0,1	0,39	0,26
0,2	0,53	0,40
0,3	0,64	0,52
0,4	0,72	0,62
0,5	0,80	0,71
0,6	0,86	0,79
0,7	0,91	0,86
0,8	0,95	0,92
0,9	0,98	0,97
1	1	1

Так, например, из табл. 24, когда  $R_c = 10$  см,  $R_k = 10^5 R_c = 10$  км,  $b = 200R_c = 20$  м, видно, что при увеличении  $h$  от 0,1 до 0,2, т. е. при увеличении вскрытой мощности пласта на 2 м, дебит несовершенной скважины  $Q_4$  возрастает на 16% от величины  $Q$ ; в тех же условиях, но при возрастании  $h$  от 0,8 до 0,9, т. е. опять на 2 м, дебит  $Q_4$  возрастает лишь на 4% от величины  $Q$ .

Зависимость дебита несовершенной скважины от мощности пласта при постоянной абсолютной глубине его вскрытия иллюстрируем следующим примером: примем за 100% дебит гидродинамически

совершенной скважины, когда  $b = a = 4$  м (см. рис. 117). Сохраним глубину вскрытия пласта  $a = 4$  м и будем менять его мощность  $b$  при сохранении всех прочих одинаковых условий. В табл. 26 приведены значения дебитов гидродинамически несовершенных скважин при  $b = 5$  м,  $b = 20$  м,  $b = 40$  м; величины дебитов подсчитаны в процентах по отношению к дебиту гидродинамически совершенной скважины. При подсчетах было принято, что  $R_c = 10$  см,  $R_k = 10^5 R_c = 10$  км и  $a = 40 R_c = 4$  м. Табл. 26 составлена на основании табл. 24; ее можно было бы подсчитать непосредственно по формулам (31, XIV)–(33, XIV).

Проанализируем на основании табл. 26 изменение среднего прироста дебита скважины на 1 м прироста мощности пласта. При увеличении мощности с 4 до 5 м, т.е. как раз на 1 м, дебит скважины увеличивается на 20%; при увеличении мощности пласта с 5 до 20 м дебит увеличивается на 110%, т.е. в среднем на 7,3% на 1 м прироста мощности; при увеличении мощности с 20 до 40 м дебит увеличивается на 30%, т.е. в среднем на 1,5% на 1 м прироста мощности. Отсюда следует, что увеличение абсолютной мощности однородного пласта первоначально сильно влияет на дебит скважины, имеющей постоянную глубину его вскрытия; дальнейший прирост мощности влияет менее интенсивно.

Приведем некоторые результаты [120], связанные с исследованием влияния анизотропности пласта на дебит гидродинамически несовершенной скважины. Допустим, что проницаемость пласта в направлении, перпендикулярном напластованию  $k_{\perp}$ , постоянная, но иная, чем проницаемость  $k$  вдоль напластования. Обозначим отношение этих проницаемостей через  $k'$ :

$$k' = \frac{k_{\perp}}{k}. \tag{35, XIV}$$

При малом вскрытии пласта его анизотропность оказывает на дебит гидродинамически несовершенной скважины более сильное влияние, чем при большом вскрытии. С увеличением величины  $k'$  от 0 до 1

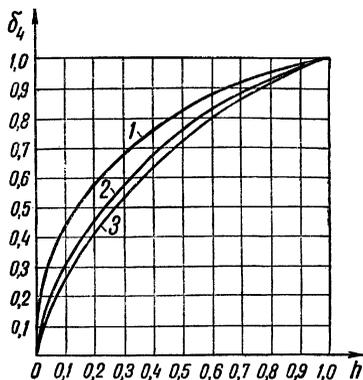


Рис. 120. Графики зависимости коэффициента совершенства скважины от степени вскрытия пласта. 1 —  $b = 50R_c$ ; 2 —  $b = 200R_c$ ; 3 —  $b = 400R_c$ .

**Зависимость дебита скважины и прироста дебита от величины мощности пласта**

Мощность, <i>м</i>	Дебит скважины, %	Средний прирост дебита скважины, % на каждый метр прироста мощности пласта по сравнению со случаем $b = 4$ м
4	100	—
5	120	20
20	230	8,1
40	260	4,4

дебит скважины непрерывно возрастает, но при малых значениях  $k'$  изменение в величине  $k'$  гораздо сильнее влияет на дебит скважины, чем соответствующее изменение  $k'$  при большом значении этой величины.

Поэтому при значениях  $k'$ , близких к 1, можно и не учитывать анизотропности пласта при подсчете дебита гидродинамически несовершенных скважин, т. е. можно пользоваться формулой (31, XIV).

Однако отмечено, что при  $k' < 0,1$  и когда степень вскрытия пласта не превосходит 20%, учитывать анизотропность пласта необходимо. При  $k' = 0$  движение жидкости к гидродинамически несовершенной скважине оказывается строго плоско-радиальным. Поэтому график рис. 119 можно использовать для выяснения вопроса о влиянии степени вскрытия пласта на дебит гидродинамически несовершенной скважины в крайнем случае равенства нулю проницаемости пласта в направлении, перпендикулярном напластованию.

Заведомо преувеличивая величину притока через дно скважины, можно было бы подсчитать расход жидкости через дно гидродинамически несовершенной скважины по формуле (26, XIV), заменяя в ней величину  $b$  на  $(b - a)$ , т. е. считая, что скважина вскрывает лишь кровлю пласта мощностью  $(b - a)$ . Результаты подсчетов показывают, что при  $R_c = 10$  см,  $R_k = 10^5 R_c = 10$  км,  $b = 200 R_c = 20$  м,  $a = 0,3b = 6$  м, расход жидкости  $Q_d$  через дно скважины составляет 10% от общего дебита скважины; при увеличении  $b$  (сохраняя постоянным отношение  $\frac{a}{b}$ ) или при увеличении отношения  $\frac{a}{b}$  величина  $Q_d$  оказывается еще меньшей. Если учесть, что в этом подсчете относительный расход жидкости через дно скважины сильно преувеличен, то станет возможным сделать

следующий вывод: для подсчета дебита скважины (и с проницаемым и с непроницаемым дном), гидродинамически несовершенной по степени вскрытия пласта, можно с достаточной для практики степенью точности пользоваться формулой (31, XIV), если  $a \gg R_c$ .

По поводу зависимости дебита гидродинамически несовершенной скважины от ее радиуса анализ формулы (31, XIV) вполне подтверждает вывод предыдущего параграфа: чем меньше степень вскрытия пласта скважиной, тем сильнее влияние ее радиуса на дебит. В пределе, когда  $a = 0$  и, следовательно,  $h = 0$ , дебит скважины оказывается линейно зависящим от ее радиуса.

В заключение изучения поведения скважины, гидродинамически несовершенной по степени вскрытия пласта, заметим, что коэффициент совершенства скважины всегда меньше единицы, см. формулы (29, XIV) и (34, XIV) и табл. 23–25. Казалось бы, что для увеличения коэффициента совершенства скважины, т. е. для улучшения ее производительности, следовало бы делать скважину гидродинамически совершенной — доводить забой до подошвы пласта. Однако в нефтепромысловой практике часто приходится считаться с наличием подошвенных вод и потому скважины либо с самого начала бурятся гидродинамически несовершенными, либо в процессе эксплуатации, по мере повышения зеркала подошвенных вод, в скважинах устанавливаются цементные мосты. В этих случаях гидродинамическое несовершенство скважин имеет целью предотвратить или оттянуть срок ее обводнения подошвенными водами. Здесь мы не можем касаться вопроса о том, когда и насколько это мероприятие (вскрытие скважиной только верхней части мощности пласта) оказывается эффективным по борьбе с обводнением скважины.

Перейдем к анализу *притока жидкости к скважине*, гидродинамически совершенной по степени вскрытия, но *несовершенной по характеру вскрытия пласта*. Допустим, что после соответствующего оборудования забоя скважина, вскрывшая однородный пласт от его кровли до подошвы, сообщается с пластом через круглые отверстия или через тонкие длинные щели (см. рис. 121–122), на которых схематично изображены участки внешней поверхности забойных фильтров.

С такими явлениями приходится сталкиваться в большинстве практически интересных случаев (за исключением открытого забоя, допускаемого в крепких горных породах):

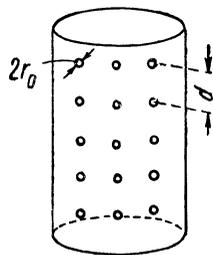


Рис. 121. Элемент фильтра с круглыми отверстиями.

1) в скважинах, в которых пласт вскрыт с помощью прострела круглых отверстий в обсадной трубе и в затрубном цементном кольце;

2) в скважинах, в которых башмак водозакрывающей колонны обсадных труб был установлен над пластом, на забой спущен хвостовик с отверстиями в стенке;

3) в скважинах, на открытый забой которых спущен специальный фильтр<sup>2</sup>.

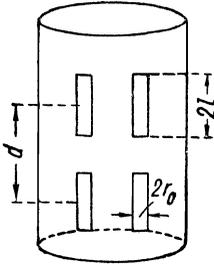


Рис. 122. Элемент фильтра с тонкими щелевидными отверстиями.

Как уже отмечалось выше, забой скважины обычно не доводится до подошвы пласта, так что в перечисленных выше случаях на практике приходится иметь дело со скважинами, несовершенными и по степени, и по характеру вскрытия пласта. Влияние несовершенства скважины только по степени вскрытия мы уже рассмотрели и потому теперь естественно рассмотреть гидродинамические особенности притока жидкости к скважине, которая несовершенна только по характеру вскрытия пласта. И здесь сохраним сначала

прежние предположения: пласт однородный и в нем движется только несжимаемая жидкость по линейному закону фильтрации; режим пласта водонапорный.

Гидродинамическому исследованию сформулированного выше вопроса посвящена статья М. Н. Тихова [168]; см. также [46, 121, 126]. Критический анализ всех перечисленных статей был в 1948 г. проведен В. И. Щуровым. В. И. Щуров дополнил и уточнил решение некоторых задач в этой области.

Строгое гидродинамическое исследование этого вопроса сложно; ограничимся описанием и анализом наиболее важных результатов.

Обозначим через  $\delta$  коэффициент совершенства скважины, определяемый соотношением:

$$\delta = \frac{Q_n}{Q}, \quad (36, \text{XIV})$$

где  $Q_n$  — дебит скважины, несовершенной по характеру вскрытия;

$Q$  — дебит гидродинамически совершенной скважины при всех прочих равных условиях;  $Q$  определяется формулой (28, XIV).

Допустим, что круглые отверстия одинакового радиуса  $r_0$  расположены вдоль  $N$  вертикальных, равноотстоящих друг от друга рядов на

<sup>2</sup>При первоначальном гидродинамическом исследовании задачи предполагается, что зазор между стенкой скважины и фильтром или хвостовиком заполнен породой с той же проницаемостью, что и пласт. Влияние изменения проницаемости призабойной зоны исследуется в дальнейших главах.

цилиндрической поверхности простреленной обсадной трубы, хвостовика или специального фильтра. Одинаковые расстояния между двумя соседними отверстиями в каждом из  $N$  вертикальных рядов обозначим через  $d$  (см. рис. 121). Маскет доказал, что при практически интересных значениях расстояния  $d$  взаимное расположение отверстий в двух соседних вертикальных рядах не имеет значения: форма сетки отверстий на поверхности трубы может быть прямоугольной или косоугольной.

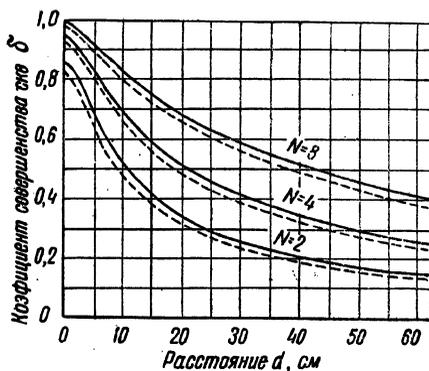
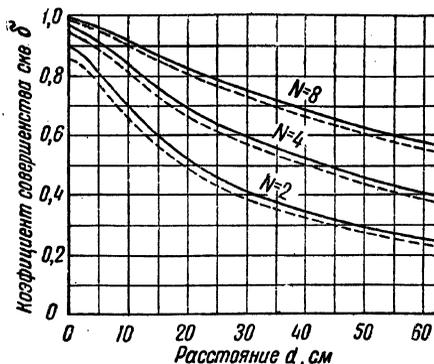


Рис. 123–124. Графики зависимости коэффициента совершенства скважины  $\delta$  от расстояния  $d$  (по вертикали) между отверстиями в стенке обсадной трубы (или фильтра) при разном числе  $N$  вертикальных рядов отверстий. Для сплошных линий  $R_c = 7,6$  см; для пунктирных  $R_c = 15,2$  см. Для рис. 123 —  $r_0 = 0,63$  см; для рис. 124 —  $r_0 = 0,32$  см.

На основании выведенных довольно сложных формул для дебита  $Q_n$  несовершенной скважины построены графики зависимости коэффициента совершенства скважины  $\delta$  от расстояния  $d$  при разных значениях  $N$ .

Эти графики воспроизведены на рис. 123, справедливом в случае  $r_0 = \frac{1''}{4} \cong 0,63$  см и на рис. 124, справедливом при  $r_0 = \frac{1''}{8} \cong 0,32$  см. Сплошные линии соответствуют значению радиуса трубы  $R_c = 3'' = 7,6$  см, пунктирные —  $R_c = 6'' = 15,2$  см; кроме того, принято, что  $R_k \cong 200$  м.

Из сравнения графиков рис. 123 или 124 ясно видно, что коэффициент совершенства скважины  $\delta$  увеличивается (оставаясь, конечно, всегда меньше 1) с увеличением радиуса отверстий  $r_0$ , с увеличением числа  $N$  вертикальных рядов отверстий (при сохранении числа отверстий в каждом ряду);  $\delta$  незначительно увеличивается с уменьшением радиуса  $R_c$  обсадной трубы, хвостовика или специального фильтра.

По графикам рис. 123 и 124 легко проверить, что при разных значениях  $d$  и  $N$ , но при одинаковом числе отверстий на 1 м мощности пласта (на 1 пог. м простреленной трубы) коэффициент совершенства скважины  $\delta$  оказывается одинаковым, а следовательно, одинаков и дебит скважины, несовершенной по характеру вскрытия пласта. Действительно, допустим, что 20 круглых отверстий радиуса  $r_0 = \frac{1''}{4} \cong 0,63$  см приходится на каждый метр мощности пласта. Из графиков рис. 123 видно, что при числе рядов 2, 4 или 8 коэффициент совершенства оказывается равным  $0,69 \sim 0,70$ . Для ясности приводится табл. 27, в которой значения  $\delta$  взяты из графиков рис. 123.

Таблица 27

Общее число отверстий на 1 м мощности пласта	Число $N$ вертикальных рядов отверстий	Число отверстий в каждом вертикальном ряду на 1 пог. м	Расстояния между отверстиями в каждом вертикальном ряду, $d$	Коэффициент совершенства скважины $\delta$
20	}	2	10	0,70
		4	5	0,70
		8	2,5	0,69

При тех же условиях, но при 10 отверстиях на 1 м мощности пла-

ста, коэффициент совершенства оказывается во всех трех случаях равным 0,525, т. е. дебит несовершенной скважины составляет 52,5% от дебита такой же гидродинамически совершенной скважины.

По средним результатам подсчетов по графикам рис. 123 и 124 были построены графики рис. 125, на которых представлена весьма интересная для решения практических вопросов зависимость коэффициента совершенства скважины  $\delta$  от общего числа круглых отверстий в трубе на 1 пог. фут ее длины (на 1 фут мощности пласта) [121]. Шкала над осью абсцисс пересчитана для числа отверстий на 1 пог. м длины трубы. Две верхние кривые (сплошная и пунктирная) соответствуют радиусу отверстия  $r_0 = \frac{1''}{4} = 0,63$  см; две нижние кривые соответствуют  $r_0 = \frac{1''}{8} = 0,32$  см

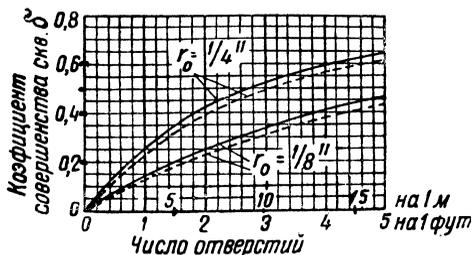


Рис. 125. График, иллюстрирующий зависимость коэффициента совершенства скважины  $\delta$  от числа круглых отверстий в обсадной трубе (или фильтре) на 1 пог. м ее длины. Для двух верхних кривых  $r_0 = 0,63$  см; для двух нижних  $r_0 = 0,32$  см; для сплошных линий  $R_c = 7,6$  см; для пунктирных  $R_c = 15,2$  см.

Сплошные линии построены для радиуса трубы  $R_c = 3'' = 7,6$  см; пунктирные — для  $R_c = 6'' = 15,2$  см.

На основании графиков рис. 135 можно утверждать, что темп роста коэффициента совершенства скважины постепенно убывает с увеличением общего числа отверстий на единицу мощности пласта.

Маскет не указал другого любопытного и несколько странного вывода, который вытекает из графиков рис. 125.

Именно, при  $r_0 = \frac{1''}{4} = 0,63$  см и при 5 отверстиях на 1 м мощности пласта коэффициент совершенства  $\delta = 0,33$ ; та же величина коэффициента  $\delta$  получается при  $r_0 = \frac{1''}{8} = 0,32$  см и при 10 отверстиях на 1 м

мощности пласта, если в обоих случаях радиус трубы  $R_c = 3'' = 7,6 \text{ см}$ .

Этот результат кажется странным по сравнению с тем, который был отмечен на основании табл. 27.

Именно, в примерах, отображенных в табл. 27, при сохранении суммарной площади всех отверстий продуктивность скважины (характеризуемая ее коэффициентом совершенства) сохранялась постоянной, хотя числа вертикальных рядов отверстий и числа отверстий в рядах на единицу мощности пласта изменялись обратно пропорционально друг другу.

Следует отметить, что оригинальный теоретический анализ и исследования электролитической модели фильтров привели В. И. Шурова к тому же выводу: для сохранения коэффициента  $\delta$  при увеличении радиуса всех отверстий в 2–3 раза следует во столько же раз уменьшить общее число отверстий в трубе на 1 м мощности пласта.

Таким образом, можно утверждать, что сохранение суммарной площади отверстий гарантирует сохранение продуктивности скважины (постоянство  $\delta$ ) лишь в том случае, когда при изменении числа вертикальных рядов отверстий сохраняется неизменным радиус отверстий, а следовательно, их число на 1 м мощности пласта.

Рассмотрим также тот случай, когда скважина оборудована фильтром с длинными тонкими вертикальными щелями такого типа, как схематично изображено на рис. 122.

Полагая радиус трубы  $R_c = 3'' \cong 7,62 \text{ см}$ , расстояние между центрами щелей  $d = 6 \cong 15, \text{ см}$ , длину щелей  $2l = 4'' = 10,2 \text{ см}$ , ширину щелей  $2r_0 = \frac{1''}{4} = 0,63 \text{ см}$ , внешний радиус пласта  $R_k = 660 \text{ фут.} \cong 20 \text{ м}$ , число вертикальных щелей  $N = 4$ , получено [121] следующее значение коэффициента совершенства скважины:  $\delta = 0,88$ .

Для трубы с круглыми отверстиями  $2r_0 = \frac{1''}{4} = 0,63 \text{ см}$  и при сохранении тех же значений  $N, d, R_c, R_k$  из графиков рис. 124 находим:  $\delta = 0,59$ .

На основании этого и подобного им примеров можно сделать следующие важные выводы: установка на забое щелевых фильтров представленного на рис. 122 типа при обычно принятых на практике значениях длины и ширины щелей мало отражается на продуктивности скважины по сравнению с открытым забоем (при отсутствии фильтра). Наоборот, если пласт вскрыт с помощью сравнительно небольшого количества отверстий в обсадной колонне и в затрубном цементном кольце (при методе «сплошной заливки»), продуктивность скважины значительно снижается по сравнению с открытым забоем. Таким образом, в отношении влияния на производительность скважин щелевые

фильтры имеют несомненное преимущество перед прострелом небольшой группы отверстий в обсадной колонне и в цементном кольце.

Другие авторы [46] пришли к следующему выводу: расход жидкости через щелевой фильтр с общей длиной всех щелей в любом из вертикальных рядов, равной  $\frac{1}{4}$  мощности пласта (предполагается, что скважина вскрывает всю мощность пласта — фильтр перекрывает его от подошвы до кровли), оказывается почти таким же, каким был бы расход жидкости через фильтр, у которого длина щелей была бы равна мощности пласта при прочих равных условиях (при одинаковой общей площади всех щелей, при одинаковом числе их рядов, при одинаковых значениях  $R_c$  и  $R_k$ ). В последнем случае движение жидкости к скважине было бы плоско-параллельным. Таким образом, исследователи [46] считают возможным свести задачу о трехмерном притоке жидкости к щелевым фильтрам обычных конструкций к двумерной задаче<sup>3</sup>.

Для подсчета дебита  $Q$  гидродинамически, несовершенной скважины, забой которой от кровли до подошвы пласта оборудован щелевым фильтром, была предложена [46] следующая приближенная формула:

$$Q_n = \frac{2\pi kb(p_k^* - p_c^*)}{\mu \left( \ln \frac{R_k}{R_c} + \frac{2}{N} \ln \frac{2}{\pi\omega} \right)}, \quad (37, \text{XIV})$$

где сохранены прежние обозначения и, кроме того, через  $N$  обозначено число вертикальных рядов щелей,  $R_c$  — радиус скважины, который считается равным внешнему радиусу фильтра,  $\omega$  — отношение суммарной площади всех щелей к поверхности всего фильтра. При тех условиях, какие были оговорены, погрешность подсчетов по этой формуле не превышает 1% пока  $\omega \leq 0,3$ .

Из формулы (37, XIV) и из формулы (28, XIV) для дебита гидродинамически совершенной скважины найдем коэффициент совершенства

<sup>3</sup>Последнее заключение противоречит выводу, который был сделан в другой работе [126] на основании экспериментальных исследований. Именно, эксперименты показали, что с увеличением высоты щелей потери напора, вызванные установкой фильтра, уменьшаются и, следовательно, дебит скважины увеличивается. При длине щелей, равной мощности пласта, потери напора составляли в описываемых экспериментах одну третью часть от потерь напора при длине щелей, равной половине мощности пласта. Попутно отметим другой интересный результат тех же экспериментов: если забой скважины гидродинамически совершенной по степени вскрытия, но несовершенной по характеру вскрытия пласта, оборудован щелевым фильтром, то на расстоянии от скважины, большем или равном ее тройному радиусу, поток жидкости остается плоско-радиальным.

скважины:

$$\delta = \frac{Q_n}{Q} = \frac{\lg \frac{R_k}{R_c}}{\lg \frac{R_k}{R_c} + \frac{2}{N} \lg \frac{2}{\pi \omega}}. \quad (38, \text{XIV})$$

Для наиболее распространенных на практике щелевых фильтров величину  $\omega$  можно считать порядка  $0,01 \sim 0,02$ .

Подсчеты, выполненные по формуле (38, XIV), показывают, что в наиболее интересном диапазоне изменений значений входящих в нее величин ( $N = 4 \sim 8$ ,  $\frac{R_k}{R_c} = 10^4 \sim 10^5$ ,  $\omega = 0,01 \sim 0,025$ ) имеем:  $\delta = 0,82 \sim 0,93$ . Следовательно, подтверждается ранее сделанный вывод: установка щелевых фильтров мало снижает продуктивность скважин. Поэтому при подборе размеров щелей фильтра нельзя ограничиваться только учетом их влияния на коэффициент совершенства скважины. Наоборот, размеры щелей фильтра должны, прежде всего, определяться в зависимости от механического состава песка.

Этими исследованиями решение вопроса об особенностях притока жидкости к скважинам, гидродинамически несовершенным по характеру вскрытия пласта, отнюдь нельзя считать законченными.

Во-первых, нужно отметить некоторые противоречия в исходных положениях исследований [46] и [126].

Во-вторых, исследованиями, которые проводятся М. Н. Тиховым в ГрозНИИ [168], было установлено, что существенное влияние на уменьшение значения коэффициента совершенства скважины оказывает нарушение линейного закона фильтрации, которое в ряде практически интересных случаев наблюдается вблизи отверстий специального фильтра, хвостовика или обсадной колонны. М. Н. Тихов указал ряд неточностей в математической постановке задачи Маскетом. Кроме того, коэффициенты совершенства скважины, подсчитанные В. И. Щуровым, оказываются значительно меньше соответствующих коэффициентов, подсчитанных при тех же данных по формулам Маскета.

Как видно из описанного состояния этого, весьма важного для практики вопроса, нужны еще дополнительные теоретические и лабораторные исследования и тщательно организованные испытания на промыслах<sup>4</sup>, чтобы уточнить решение и полнее охватить отдельные

<sup>4</sup>Трудность исследований на промыслах состоит в том, что продуктивность скважин зависит от многих факторов — неоднородной проницаемости пласта, неоднородной его насыщенности, трудно учитываемых особенностей прострела обсадной колонны и т. д. Тем не менее систематические и специально подготовленные про-

проблемы притока жидкости к скважинам, гидродинамически несовершенным по характеру вскрытия пласта. Однако несомненно, что большинство отмеченных выше закономерностей дает достаточно точную качественную характеристику явлений и может быть использовано для приближенной количественной оценки влияния несовершенства скважины на ее продуктивность.

В заключение заметим, что на протяжении всего данного параграфа речь шла только о притоке *однородной жидкости* к гидродинамически несовершенным скважинам и о влиянии степени и характера несовершенства скважин только на их дебит.

При подсчетах коэффициентов совершенства скважин составлялись отношения дебитов несовершенной и совершенной скважин при прочих одинаковых условиях; благодаря этому сокращались те члены формул, которые зависели от природы жидкости и от режима пласта.

По аналогии с тем, как было выполнено в § 1 данной главы исследование влияния радиуса скважины на ее производительность при движении к скважине разных жидкостей и газов в условиях разных режимов пласта, можно обобщить найденные формулы.

Именно можно считать, что выведенные здесь формулы коэффициентов совершенства скважин справедливы и для соответствующих случаев притока к ним газа и газированной жидкости.

С другой стороны, продолжая ту же аналогию с методами, подробно развитыми в § 1 данной главы, определим коэффициенты увеличения понижения давления в скважине  $\delta''$ , так:

$$\delta'' = \frac{\Delta p_{\text{н}}^*}{\Delta p^*}, \quad (39, \text{XIV})$$

где  $\Delta p_{\text{н}}^*$  и  $\Delta p^*$  — соответственно понижения (перепады) приведенного давления в гидродинамически несовершенной и совершенной скважинах при одинаковом их дебите и при прочих равных условиях. Ясно, что всегда  $\Delta p_{\text{н}}^* > \Delta p^*$  и потому  $\delta' > 1$ .

Для рассмотренных случаев притока к скважине однородной жидкости [см. формулы (23, XIV), (24, XIV), (26, XIV), (28, XIV), (31, XIV), (33, XIV)] дебиты скважин были прямо пропорциональны понижениям приведенных давлений. Поэтому в формулах (27, XIV), (29, XIV), (34, XIV) величины  $\delta$  можно заменить величинами  $\frac{1}{\delta'}$ .

Следовательно, при движении в пласте однородной жидкости несовершенство скважины также влияет на *снижение* (по сравнению с слу-

---

мысловые исследования несомненно принесут большую пользу.

чаем совершенной скважины) ее дебита при сохранении перепада давления, как и на *увеличение* перепада давления (депрессии) при сохранении дебита.

При движении в пласте газа и газированной жидкости влияние несовершенства скважины на перепад давления было бы более сильным, чем на дебит, т. е.  $\frac{1}{\delta'}$  было бы меньше  $\delta$ .

Введение коэффициента увеличения понижения давления в скважине должно особенно содействовать искоренению неправильных представлений. В защиту мнения о малом влиянии несовершенства скважины на ее дебит часто выдвигался такой довод: «При вскрытии пласта весьма малым (иногда всего двумя-тремя) количеством простреленных отверстий в обсадной колонне удается получать большие дебиты скважин — такие же, как в соседней скважинах при простреле большого количества дыр; поэтому количество дыр не влияет на производительность скважин».

Не касаясь соображений, связанных с неоднородностью пласта, на основании всех выводов данного параграфа легко опровергнуть этот довод тем, что производительность скважины определяется не только абсолютной величиной дебита скважины, но и соответствующим перепадом давления. Сравнительно большой дебит гидродинамически несовершенной скважины при малом числе отверстий в обсадной колонне может быть получен лишь созданием сравнительно большого понижения давления в скважине, чего желательно избежать.

Влияние степени и характера несовершенства скважины на величину понижения давления в ней недооценивали до последнего времени, так же как и влияние радиуса скважины (см. Щелкачев [215]).

---

---

## ГЛАВА XV

# Некоторые вопросы, связанные с исследованием скважин на приток

### § 1\*. Вводные замечания

Если известны дебит и динамическое забойное давление, соответствующие какому-либо *одному* режиму работы скважины, то на основании *только* этих данных нельзя сделать никаких выводов по поводу ее производительности. Необходимо еще знать либо статическое забойное давление, замеренное во время остановки скважины, либо знать дебиты и динамические забойные давления, соответствующие другим режимам работы скважины. Отсюда следует, что для исследования производительности скважины необходимо один раз или лучше несколько раз изменить режим ее работы. Всякая смена режима работы скважины вызывает неустановившиеся процессы перераспределения пластового давления. Длительность и многие характерные особенности этих процессов зависят от упругости пластовых жидкостей и самого пласта.

Поэтому при критическом анализе различных методов исследования скважин и при разработке самой методики их исследования необходимо считаться с факторами упругости пласта и насыщающих его жидкостей и газов. Чтобы понять ранее существовавшие методы исследования скважин, выяснить их ошибочность и выделить те особенности поведения скважин, которые зависят от упругости жидкостей и пласта, в первых параграфах данной главы будут рассмотрены некоторые вопросы в предположении, что пласт, и насыщающие его жидкости (вода и нефть) абсолютно несжимаемы. Затем будут указаны существенные проявления упругости нефти, газа, воды и самого пласта, влияющие на поведение скважин в процессе их исследования.

Кроме того, в этой главе будут выяснены все важнейшие факторы, влияющие на природу функциональной зависимости дебита скважины от перепада давления в ней.

На основании анализа факторов, определяющих форму индикаторных кривых, будут сделаны выводы по поводу некоторых свойств коэффициентов продуктивности скважин, способов аналитической обработки индикаторных кривых и возможности их экстраполяции.

## § 2\*. Законы изменения забойного давления в скважине после ее остановки

При анализе всех вопросов, рассматриваемых в данном параграфе, условимся считать жидкость и пласт абсолютно несжимаемыми.

При мгновенной остановке чисто водяной (без газа) фонтанной скважины давление на ее устье, на забое и во всем пласте должно мгновенно перераспределиться и всюду должно мгновенно установиться соответствующее статическое давление. Таковую же картину пришлось бы наблюдать, если бы пласт и скважины были заполнены несжимаемой газированной жидкостью, причем противодавление на устье было бы столь большим (при малом диаметре штуцера), что не только во всем пласте, но и во всей скважине газ бы не выделялся из раствора.

В условиях только что упомянутых двух случаев при внезапном закрытии устья скважины мгновенно прекращался бы приток жидкости к ее забою во всем пласте.

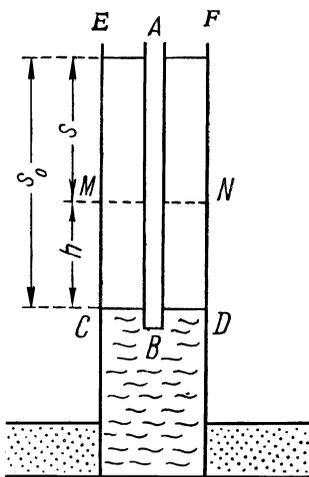


Рис. 126. Глубоконасосная скважина; статический  $EF$  и динамические  $MN$ ,  $CD$  уровни жидкости в ней.

кой температуре продуктивного пласта и объясняется остыванием, а потому и увеличением удельного веса жидкости в самой скважине после ее остановки.

В действительности мгновенное восстановление статического давления в скважине после ее резкой остановки никогда не наблюдалось. Нефтяники, если и упоминали об этом, то объясняли факт постепенного восстановления давления только тем, что при фонтанировании скважины обычно в верхней части колонны фонтанных труб и в затрубном пространстве, а иногда и в самом пласте, имелся выделившийся из раствора газ в окклюдированном или в свободном состоянии. Так как на самом деле давление восстанавливается постепенно и тогда, когда влияние газа совершенно не сказывается (в чисто водяных фонтанных скважинах), то приведенное объяснение недостаточно. Поскольку причины этого явления связаны с сжимаемостью не только газа, но и самих жидкостей и пласта, постольку мы не будем его анализировать в данном параграфе. Упомянем попутно, что иногда в течение некоторого периода времени после остановки фонтанных скважин наблюдается понижение давления на устье скважины (при продолжающемся повышении давления на забое). Это наблюдается при высокой температуре продуктивного пласта и объясняется остыванием, а потому и увеличением удельного веса жидкости в самой скважине после ее остановки.

Перейдем к изучению явлений, которые можно было бы наблюдать в насосных скважинах, если бы не только пласт и жидкость были абсолютно несжимаемыми, но если бы столб жидкости в скважине не был газирован.

После прекращения работы насоса уровень жидкости в затрубном кольцевом пространстве будет повышаться, жидкость будет продолжать притекать к забою скважины. Выясним законы повышения динамического уровня в насосной скважине после ее остановки при различных законах фильтрации жидкости в пласте.

На рис. 126 приведено схематичное изображение насосной скважины:  $AB$  — насосные трубы в скважине,  $CD$  — установившийся динамический уровень в кольцевом затрубном пространстве перед остановкой длительно работавшей скважины,  $EF$  — статический уровень жидкости в скважине,  $MN$  — текущее положение динамического уровня через промежуток времени  $t$  с момента остановки скважины. Отмеченные на рис. 126 понижения  $s_0$  и  $s$  установившегося и текущего динамических уровней следует рассматривать как «остающиеся пути», которые должен пройти уровень жидкости вплоть до момента его полного восстановления. Поэтому, обозначая скорость движения уровня жидкости в затрубном пространстве скважины через  $v_c$  и через  $h$  — путь, пройденный динамическим уровнем к моменту  $t$ , получим:

$$v_c = \frac{dh}{dt} = \frac{d(s_0 - s)}{dt} = -\frac{ds}{dt}, \quad (1, XV)$$

ибо  $s_0 = \text{const}$ .

Дебит скважины  $Q_t$  в момент времени  $t$  определится так:

$$Q_t = v_c \cdot \sigma_c, \quad (2, XV)$$

где  $\sigma_c$  — площадь затрубного кольцевого пространства, которую для простоты будем считать величиной постоянной (пренебрегая возможными изменениями диаметра обсадных и насосных труб).

В таком случае текущий дебит скважины, а следовательно, и скорость и  $v_c$  будут функциями понижения уровня  $s$ :

$$\frac{Q_t}{\sigma_c} = v_c = f(s). \quad (3, XV)$$

Из формул (1, XV) и (3, XV), разделяя переменные, получим:

$$dt = -\frac{ds}{v_c} = -\frac{ds}{f(s)}, \quad (4, XV)$$

или, интегрируя,

$$t = -\int_{s_0}^s \frac{ds}{f(s)} = \int_s^{s_0} \frac{ds}{f(s)}. \quad (5, XV).$$

Для определения полного промежутка времени восстановления уровня  $T$  получим следующую формулу:

$$T = \int_0^{s_0} \frac{ds}{f(s)}. \quad (6, XV)$$

До сих пор мы не делали никаких конкретных предположений о режиме фильтрации жидкости в пласте. Заметим, что при любом режиме фильтрации при  $s = 0$  должно быть  $Q_t = 0$ ,  $v_c = 0$ , а потому и  $f(s) = 0$ . Так как при нижнем пределе интегрирования подинтегральное выражение в формуле (6, XV) обращается в бесконечность, то в этой формуле нам приходится иметь дело с так называемым «несобственным интегралом».

Не вдаваясь в более глубокий общий анализ формулы (6, XV) (см. по этому поводу статью Щелкачева [206a]), рассмотрим сначала конкретный случай нелинейного режима фильтрации жидкости в пласте:

$$Q_t = cs^n, \quad (7, XV)$$

где  $0,5 \leq n < 1$ .

Пользуясь формулами (3, XV), (5, XV) и (7, XV), получим:

$$t = \frac{\sigma_c}{c} \int_s^{s_0} \frac{ds}{s^n} = \frac{1}{1-n} \frac{\sigma_c}{c} (s_0^{1-n} - s^{1-n}). \quad (8, XV)$$

Выражая отсюда  $s$  через  $t$ , найдем закон движения уровня жидкости в скважине. В частном случае закона фильтрации Краснопольского т.е. при  $n = 0,5$ , из последней формулы найдем:

$$t = 2 \frac{\sigma_c}{c} (\sqrt{s_0} - \sqrt{s}), \quad (9, XV)$$

откуда

$$h = s_0 - s = \sqrt{s_0} \frac{c}{\sigma_c} t - \frac{c^2}{4\sigma_c^2} t^2. \quad (10, XV)$$

Судя по закону движения (10, XV), в рассматриваемом случае уровень жидкости в скважине должен был бы двигаться равнозамедленно.

Положив в формулах (8, XV) и (9, XV)  $s = 0$ , сможем определить промежуток времени  $T$ , в течение которого восстанавливается уровень жидкости в скважине. Можно было бы доказать, что в рассматриваемых условиях упомянутый промежуток времени  $T$  был бы конечным в тех случаях, когда  $n < 1$  или (в более общем случае) если в начале координат индикаторная кривая касается оси понижений уровня (см. цитированную выше статью Щелкачева [206a]).

Формулы (7, XV) и (8, XV) теряют смысл при  $n = 1$ . Рассмотрим отдельно этот случай линейного режима фильтрации, когда

$$Q_t = cs. \quad (11, XV)$$

Из формул (3, XV), (5, XV), (11, XV) следует, что

$$t = \frac{\sigma_c}{c} \int_s^{s_0} \frac{ds}{s}, \quad (12, XV)$$

откуда

$$t = \frac{\sigma_c}{c} \ln \frac{s_0}{s}, \quad (13, XV)$$

или

$$h = s_0 - s = s_0(1 - e^{\frac{c}{\sigma_c} t}). \quad (14, XV)$$

Полагая в формуле (13, XV)  $s \rightarrow 0$ , получим  $t \rightarrow \infty$ , что находится в согласии со сделанным выше замечанием.

Если, дифференцируя по времени законы движения (10, XV) и (14, XV), определить скорость  $v_c$  подъема уровня, а затем исключить время из формул скорости и законов движения, то, конечно, получим скорость  $v_c$  в функции понижения уровня  $s$ ; умножая  $v_c$  на  $\sigma_c$ , найдем дебит  $Q_t$  в функции понижения  $s$ , т. е. определим уравнение индикаторной кривой.

Этот, казалось бы, вполне законный и очевидный, «обратный метод» определения уравнения индикаторной кривой дебита скважины на основании известного закона движения уровня в ней дал повод многим авторам, например, Яковлеву [225] и др. [175, 120], предложить новый способ исследования скважин. Речь идет о так называемом методе прослеживания за движением уровня жидкости в скважине.

Сущность «метода прослеживания» состоит в следующем: с помощью аппарата Яковлева или любого иного прибора следят за подъемом уровня в остановленной исследуемой насосной скважине<sup>1</sup>. Результаты наблюдений наносят в виде графика зависимости понижения (или пройденного уровня пути) от времени. Затем с помощью графического дифференцирования (поскольку аналитическая зависимость заранее неизвестна) строят график зависимости скорости подъема уровня от времени. По этим двум графикам определяют (опять графически) зависимость скорости от понижения уровня; умножая скорость на площадь сечения кольцевого пространства  $v_c$ , т. е. соответственно меняя масштаб оси ординат последнего графика, получают искомую индикаторную кривую скважины.

Этот метод исследования скважин может быть справедлив *лишь при тех условиях*, при которых справедлив и описанный выше «прямой метод»

<sup>1</sup>Другие видоизменения того же метода — прослеживание за опускающимся уровнем после пуска насосной скважины или после специального подлива жидкости в нее — мы не описываем, ибо сущность и обоснование их те же.

определения закона движения уровня в скважине по заданным уравнениям индикаторных кривых. Эти условия были выше оговорены: столб однородной жидкости в скважине предполагался негазированным, жидкость в пласте и в скважине и сам пласт предполагались абсолютно несжимаемыми.

Поскольку эти условия в действительности всегда не выполняются, постольку только что описанный метод исследования скважин не может гарантировать правильных результатов [212 и 219].

К выяснению весьма существенного влияния малой сжимаемости жидкости и пласта на результаты применения «метода прослеживания» мы еще вернемся в следующих параграфах. Пока же попутно обратим внимание еще на два явления, которые часто наблюдаются при прослеживании за подъемом уровня жидкости в скважине после ее остановки.

Первое явление наблюдается в насосных скважинах, эксплуатирующихся с большим газовым фактором. Иногда в таких скважинах уровни жидкости настолько вспенены, что проследить за изменениями их положения после остановки скважин вообще невозможно. Если все же удавалось зафиксировать динамические уровни во время установившейся работы скважин и удавалось после их остановок проследить за изменениями положений уровней, то приходилось наблюдать, что уровни сначала поднимаются, а затем вследствие дегазации столба жидкости в скважине опускаются<sup>2</sup>; часто статические уровни после остановки скважины фиксировались ниже положений динамических уровней в процессе их эксплуатации (Линдтроп [113]).

Другое явление иногда наблюдалось в обводненных нефтяных скважинах: уровень нефти после остановки повышался, темп его подъема постепенно ослабевал, а затем устанавливался медленный, но довольно равномерный подъем уровня нефти. Этому сопутствовало такое непрерывное понижение водораздела в скважине, которое указывало на сохранение постоянного давления на забое скважины.

Описанный подъем уровня нефти в остановленной (а иногда в длительно простаивающей) обводненной скважине объясняется накоплением нефти в призабойной зоне и всплыванием ее в скважине.

Учитывая эти и другие трудности определения изменения пластового давления только на основании прослеживания уровня нефти в скважинах, было предложено следить с помощью глубинного регистрирующего манометра за изменением забойного давления после остановки скважины. Однако и этот «метод прослеживания за забойным давлением», поскольку результаты наблюдений обрабатывались по той схеме, которая выше была описана,

---

<sup>2</sup>Любопытно, что такие явления наблюдались даже в сильно обводненных скважинах со сравнительно малыми газовыми факторами. Так, например, упомянутое явление инж. К. М. Донцов неоднократно наблюдал в 1945–1948 гг. в скв. 40/11, 18/11 и 37/11 XIII пласта Октябрьского района; в эти годы скважины были сильно обводнены. Из скв. 40/11 добывали 180–200 *т/сутки* жидкости, причем объемное количество нефти в добыче было  $2 \sim 2,5\%$ , понижение динамического уровня под статическим —  $12 \sim 14$  м. Газовый фактор всех этих скважин вряд ли превосходил  $10 \text{ м}^3$  на  $1 \text{ м}$  жидкости, ибо в период их фонтанирования, до обводнения, он был порядка  $20 \text{ м}^3/\text{м}$  (см. Николаев [135]).

обладал тем же существенным дефектом — проявления упругости жидкости в пласте и самого пласта не учитывались.

### § 3\*. Факторы, влияющие на форму индикаторных кривых при установившихся режимах работы скважины

Допустим, что исследование скважины — замеры дебитов и забойных давлений (или уровней) — выполнено при нескольких установившихся режимах ее работы. На основании результатов исследований построена индикаторная кривая, отображающая зависимость дебита скважины от понижения давления или понижения уровня в ней.

В предыдущих главах были выведены формулы дебита и построенные индикаторные кривые, соответствующие различным законам фильтрации в пласте, различным режимам самого пласта и различным жидкостям и газам, притекающим к скважине. Все упомянутые результаты отражены в сводной табл. 28.

В таблице отражены три фактора, влияющие на форму индикаторной кривой: 1) режим фильтрации; 2) режим пласта, 3) природа движущейся жидкости (газа).

Помимо трех перечисленных факторов, на форму индикаторной кривой могут влиять еще два:

4) неустановившиеся процессы в пласте, связанные с проявлениями упругости жидкостей и пласта, а также с явлениями выноса мелких фракций, засорения поровых каналов, запарафинивания пор и т. д.; некоторые из этих явлений будут освещены в последующих параграфах;

5) сопротивления при движении жидкости из пласта в скважину и внутри самой скважины (в трубах).

В предыдущих главах влияние последнего фактора на производительность скважины не учитывалось. Чтобы пояснить роль этого фактора, рассмотрим простейшие условия притока жидкости к скважине и в скважине при откачке жидкости глубоким насосом (см. [70]).

Допустим, что движение жидкости к скважине удовлетворяет таким условиям (не будем их здесь вновь перечислять — см. § 2 гл. IX) при которых справедлива формула (21, IX):

$$Q = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (15, XV)$$

Ранее, пренебрегая сопротивлениями при движении жидкости в трубах, мы считали, см. формулу (26, IX):

$$p_k - p_c = \gamma s. \quad (16, XV)$$

**Влияние режима пласта, режима фильтрации и природы жидкости или газа на форму индикаторной кривой**

Режим фильтрации	Режим пласта	Фазовое состояние флюида	Форма индикаторной кривой
По линейному закону	Водонапорный	Однородная жидкость	Прямая линия (рис. 55, гл. IX)
Краснопольского (или любой иной при нелинейном законе фильтрации)	Водонапорный	Однородная жидкость	Парабола с вершиной в начале координат (рис. 59, гл. IX)
По линейному закону	Газонапорный	Газ	Параболическая кривая, проходящая через начало координат (рис. 64, гл. X)
По линейному закону	Режим растворенного газа	Газированная жидкость	Выпуклая (глядя с оси дебитов) кривая (рис. 91, гл. XIII)
По линейному закону одновременно с одним или несколькими другими режимами	Водонапорный	Однородная жидкость	Прямолинейный участок от начала координат, а затем, по мере увеличения понижения давления, линия все больше искривляется (рис. 61, гл. IX)
По линейному закону	Гравитационный (со свободной поверхностью жидкости)	Однородная жидкость	Параболическая кривая, проходящая через начало координат (рис. 64, гл. X)

В простейшем случае, при движении в скважине лишь однородной жидкости с весом единицы объема  $\gamma$  под  $s$  подразумевалось фактическое понижение динамического уровня под статическим при установившейся работе глубоконасосной скважины.

В формулу (16, XV) следует внести поправку, если учесть потерю напора  $h'$  на преодоление сопротивлений движению жидкости в обсадных трубах от забоя до приема насоса. Обозначая длину этого участка труб через  $L$ , скорость движения жидкости в скважине —  $v_c$ , внутренний диаметр обсадной трубы —  $d_0$ , коэффициент сопротивления —  $\lambda$ , согласно известной формуле

трубной гидравлики получим:

$$h' = \lambda \frac{Lv_c^2}{2gd_0} = \lambda \frac{8LQ^2}{\pi^2 gd_0^5}, \quad (17, XV)$$

т. е.

$$h' = \phi Q^2, \quad (18, XV)$$

где

$$\phi = \frac{8L\lambda}{\pi^2 gd_0^5}. \quad (19, XV)$$

В таком случае необходимо следующим образом видоизменить формулы (16, XV) и (15, XV):

$$p_{\kappa} - p_c = \gamma(s - h') = \gamma(s - \phi Q^2), \quad (20, XV)$$

$$Q = \frac{2\pi bk\gamma}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}, \quad (21, XV)$$

или, обозначая через  $\eta$  коэффициент перед круглыми скобками в последней формуле, имеем:

$$Q = \eta(s - \phi Q^2). \quad (22, XV)$$

Отсюда

$$s = \phi Q^2 + \frac{Q}{\eta}. \quad (23, XV)$$

Этой формуле отвечает индикаторная кривая, представленная на рис. 127: парабола, проходящая через начало координат и ось которой параллельна оси понижений.

$OA$  — индикаторная кривая, а пунктирное продолжение этой линии  $OBC$  не имеет физического смысла и приведено лишь для пояснения общей формы всей кривой.

В тех случаях, когда коэффициент сопротивления настолько мал, что вследствие малости коэффициента  $\phi$  можно пренебречь членом  $\phi Q^2$ , формула (21, XV) переходит в формулу (15, XV) и индикаторная линия оказывается прямой.

Итак, форма индикаторной кривой зависит от перечисленных выше пяти факторов. Индикаторная линия может быть прямой лишь при одновременном соблюдении следующих 5 условий: 1) жидкость притекает к скважине по линейному закону фильтрации, 2) режим пласта водонапорный, 3) жидкость однородная (без пузырьков окклюдированного газа), 4) при построении индикаторной кривой использованы данные, соответствующие установившимся режимам работы скважины и неизменному состоянию забоя и призабойной зоны; 5) сопротивления движению жидкости из пласта в скважину и в самой скважине пренебрежимо малы (сопротивления движению жидкости в самой скважине не отражаются на форме индикаторной

кривой, если она строится не по замерам фактических понижений уровня в насосной скважине, а на основании замеров забойных давлений при любом методе эксплуатации).

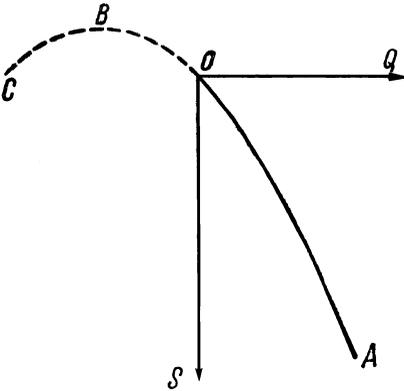


Рис. 127. Параболическая индикаторная кривая.

дующих подсчетов, и предпочитают проводить между точками среднюю прямую линию. Для небольших участков индикаторной кривой такое приближение допустимо, но нужно быть осторожным при экстраполяции таких индикаторных линии — об этом будет сказано дальше.

#### § 4\*. Классификация индикаторных кривых и их аналитическое выражение

Цель данного параграфа состоит в том, чтобы на основе законов подземной гидравлики подвергнуть критическому анализу некоторые соображения по поводу классификации индикаторных кривых, возможности их аналитической обработки и экстраполяции.

При построении индикаторных кривых на одной оси откладываются объемные  $Q$  или весовые  $G$  дебиты скважин, а на другой — понижения уровня  $s$  или понижения (перепады) давления  $\Delta p$  в них.

Для наибольшей наглядности ось понижений лучше направлять вертикально вниз: «ось дебитов» будем направлять горизонтально вправо (рис. 128).

До недавнего времени была общепринятой классификация индикаторных кривых, согласно которой они разбивались в основном на 3 категории: кривые ламинарной, турбулентной и пленочной фильтрации<sup>1</sup>.

Вполне понятно, что эти условия в действительности далеко не всегда выполняются или их можно считать приблизительно выполненными лишь при сравнительно небольших понижениях давления в скважине.

Тот факт, что при исследовании нефтяных скважин имеется тенденция считать индикаторные линии прямыми, объясняется частично тем, что количество точек, полученных для построения индикаторных кривых, часто бывает невелико, они несколько разбросаны и лежат сравнительно близко друг от друга (благодаря неточности замеров и ограниченным возможностям изменения режимов работы скважин). В этих условиях, учитывая простоту последующих подсчетов, и предпочитают проводить между точками среднюю прямую линию. Для небольших участков индикаторной кривой такое приближение допустимо, но нужно быть осторожным при экстраполяции таких индикаторных линии — об этом будет сказано дальше.

<sup>1</sup>См. Победоносцев [140], Яковлев [225], Требин [171], Муравьев и Требин [130],

Прямые линии типа 1 на рис. 128 относились к ламинарной фильтрации, кривые типа 2 — к турбулентной фильтрации, кривые типа 3 — к пленочной фильтрации.

Чтобы выяснить происхождение такой классификации, построим графики зависимости скорости фильтрации от абсолютного значения градиента давления.

Обобщенный закон фильтрации можно (см. §§ 3 и 4 главы VII и § 4 главы IX) представить в таком виде:

$$v = c |\text{grad } p|^n = c |\text{grad } p|^{\frac{1}{n_0}}, \quad (24, XV)$$

где  $v$  — скорость фильтрации,

$|\text{grad } p|$  — абсолютное значение градиента давления,

$c$  — коэффициент, смысл и числовое значение которого определяются в зависимости от величины  $n$  (или  $n_0$ ).

При  $n = 1$  или  $n_0 = 1$  получаем линейный закон фильтрации, т. е. закон ламинарной фильтрации; этому случаю соответствует прямая линия 1 на рис. 129.

При  $\frac{1}{2} \leq n < 1$  или  $2 \geq n_0 > 1$  получаем нелинейный закон фильтрации, который прежде не совсем правильно называли законом турбулентной фильтрации<sup>2</sup>. Этому случаю соответствует кривая 2 на рис. 129.

При  $n > 1$  или при  $n_0 < 1$  опять получаем нелинейный закон фильтрации, называемый законом пленочной фильтрации; этому случаю соответствует кривая 3 на рис. 129.

Оси координат на рис. 129 расположены так, чтобы ее удобнее было сравнить с рис. 128. Сравнение кривых обеих этих фигур вполне выясняет происхождение упомянутой классификации индикаторных линий.

Легко доказать необоснованность приведенной выше классификации индикаторных кривых дебита скважин.

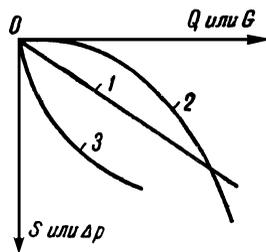


Рис. 128. Прямая 1, выпуклая 2 и вогнутая 3 индикаторные линии.

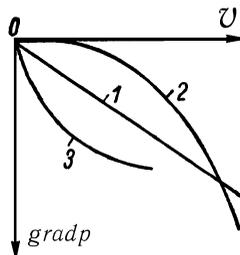


Рис. 129. Графики зависимости скорости фильтрации от градиента давления: 1 — при показателе степени в законе фильтрации  $n = 1$ ; 2 — при  $n < 1$ ; 3 — при  $n > 1$ .

Арутюнов [9].

<sup>2</sup>Как было пояснено в § 2, глава VII данного курса, нельзя нарушениями линейного закона фильтрации объяснять только турбулентностью фильтрационного потока. Этот закон может нарушаться и в том случае, когда режим фильтрации остается ламинарным.

В предыдущем параграфе было выяснено, что форма индикаторных кривых зависит от пяти факторов. Поэтому нельзя индикаторные кривые классифицировать только по признаку режима фильтрации.

Нельзя, например, линию 2 рис. 128 называть индикаторной кривой турбулентной фильтрации только потому, что она похожа на кривую 2 рис. 129. Дело не только в том, что употребление самого термина «турбулентная фильтрация» необходимо ограничить (см. последнее подстрочное замечание). Но следует учесть (см. сводную табл. 28 предыдущего параграфа), что при заведомо ламинарном движении газа или газированной жидкости по линейному закону фильтрации, либо даже при ламинарном движении однородной жидкости в условиях гравитационного режима индикаторные линии будут получаться именно такого типа, как кривая 2 (выпуклая к оси дебитов) на рис. 128. Было бы совершенно неправильно называть эти индикаторные линии кривыми турбулентной фильтрации. Последний пример убеждает в том, что нельзя отождествлять природу функциональной зависимости дебита скважины от понижения давления в ней (эта зависимость связана с пятью факторами) с природой функциональной зависимости скорости фильтрации от абсолютного значения градиента давления.

Наконец, последнее замечание по поводу критикуемой классификации индикаторных линий относится к названию «кривые пленочной фильтрации».

Существует не только «верхний», но и «нижний предел» применимости линейного закона фильтрации. Этот закон может нарушаться при движении даже в сравнительно хорошо проницаемых естественных горных породах и искусственных фильтрах, если скорости фильтрации и градиенты давления очень малы.

Линейный закон фильтрации может нарушаться при движении в очень тонкозернистых и слабопроницаемых породах, при движении воды в зоне аэрации (над свободным зеркалом воды первого сверху водоносного горизонта) и т. д. Во всех этих случаях говорят о пленочном или пленочно-сольватном режиме фильтрации. Часто этот режим определяется формулой (24, XV) при  $n > 1$  или  $n_0 < 1$ , что и было выше отмечено. Исследование особенностей пленочного режима фильтрации выходит за рамки курса подземной гидравлики.

Однако кривые типа 3 (вогнутые от оси дебитов) рис. 128 часто получались в результате исследования тех скважин, которые имели дебит порядка нескольких тонн, а иногда даже десятков тонн в сутки. К таким скважинам жидкость притекала при сравнительно столь больших скоростях и столь больших градиентах давления, что говорить о движении ее в пленочном состоянии совершенно бессмысленно. Таким образом в этих, как раз наиболее интересных для практики случаях нельзя использовать аналогию между кривыми 3 на рис. 128 и 129 и нельзя говорить об «индикаторной кривой пленочной фильтрации».

Чем же объяснить происхождение индикаторных линий типа кривой 3 на рис. 128, полученных в результате исследования скважин?

Перечислим кратко некоторые причины. Проф. М. Е. Альтовский [4, 5, 6] на основании тщательного анализа обширного гидрогеологического материала пришел к выводу, что вогнутые индикаторные линии могут получиться либо в результате дефектов замеров дебитов, уровней или давлений, либо в результате того, что исследование скважины производилось тогда, когда она находилась в стадии прокачки<sup>3</sup>. Стадия прокачки характеризуется неустановившимся состоянием притока жидкости к скважине, связанным с выносом мелких частиц из пор и трещин пород, слагающих продуктивный пласт.

Проф. Ф. А. Требин [172] провел лабораторные исследования неустановившихся физико-химических процессов, которые могут возникнуть при известных условиях движения нефти в пористой среде. Именно этими неустановившимися процессами объясняется в ряде случаев происхождение вогнутых кривых.

Вогнутые индикаторные кривые могут получиться и вследствие использования дефектного метода исследования скважин — «метода прослеживания». В этом убеждает анализ промыслового материала, специальные сравнительные исследования одних и тех же скважин различными методами, теоретический анализ проявлений упругости жидкости и пласта<sup>4</sup>.

Учитывая все вышеизложенное, следует отказаться от прежней классификации индикаторных кривых и рекомендовать называть индикаторные линии согласно их форме прямыми, выпуклыми и вогнутыми (говоря о выпуклости и вогнутости по отношению к оси дебитов). В полном согласии с гидрогеологической практикой (см. цитированные выше работы проф. М. Е. Альтовского) следует считать недопустимым использовать вогнутые индикаторные кривые для установления технологического режима работы скважин, т. е. в целях непосредственного предсказания по ним величин установившихся дебитов, соответствующих заданным величинам понижений давления или уровня.

Перейдем к кратким замечаниям по поводу аналитического выражения индикаторных кривых, построенных на основании фактического материала исследований скважин. Не будем касаться оценки всех существующих эмпирических формул и методики подсчета входящих в них коэффициентов и показателей степени (см. по этому вопросу книги Альтовского [5], Арутюнова [9], Геймана [33], Муравьева и Требина [130], Требина [171]). Остановимся лишь на нескольких принципиальных вопросах, которые могут быть решены лишь на базе подземной гидравлики.

В нефтепромысловой практике при аналитической обработке индикаторных кривых чаще всего пользовались одночленной степенной формулой (двухчленная степенная формула используется значительно реже, но и к ней можно отнести все те замечания, которые здесь будут сделаны по поводу одночленной формулы) вида:

$$Q = c(p_k - p_c)^n, \quad (25, XV)$$

<sup>3</sup>См. также статью Щелкачева [206].

<sup>4</sup>Щелкачев [212], [219], Щелкачев и Донцов [213]. Особенно подробно этот вопрос был разобран в последних работах инж. К. М. Донцова.

либо

$$Q = c' s^n, \quad (26, XV)$$

где  $c$ ,  $c'$ ,  $n$  — постоянные величины, подлежащие определению<sup>5</sup>. Показатель степени  $n$  подбирался сообразно форме индикаторных кривых:  $n = 1$  для индикаторных линий типа 1 на рис. 128,  $n < 1$  для кривых типа 2,  $n > 1$  для кривых типа 3.

Возникает вопрос: отвечают ли формулы (25, XV) и (26, XV) истинной природе явлений, т. е. могут ли они точно отображать течение индикаторной кривой от нулевого до максимально возможного понижения давления?

На этот вопрос следует ответить отрицательно.

Действительно, судя, например, по формулам главы XIII, зависимость дебита скважин, к которым притекает газированная жидкость, от понижения давления более сложная и соответствующие им индикаторные линии отнюдь не подчиняются формуле (25, XV)<sup>6</sup>.

При притоке к скважине однородной жидкости в условиях водонапорного режима формулы (25, XV) и (26, XV) могли бы точно соответствовать индикаторным кривым только в том случае, если бы во всем пласте, начиная от стенки скважины, режим фильтрации имел одну и ту же природу.

Однако в § 6 главы IX было указано, что очень часто (при притоке жидкости к скважинам, гидродинамически несовершенным, и по характеру и по степени вскрытия пласта) в пласте могут одновременно сосуществовать различные режимы фильтрации. В таких случаях при малых дебитах индикаторная линия будет прямолинейна, а затем, с увеличением дебита и появлением вокруг скважины области кризиса линейного закона фильтрации, индикаторная линия начнет искривляться, и ее отклонение от прямолинейной формы будет тем больше, чем больше дебит скважины.

На рис. 61 была построена подобная индикаторная кривая — линия 1.

Попытаемся обработать отдельные участки линии 1 рис. 61 по формуле (25, XV); иными словами, попытаемся для отдельных участков этой линии подобрать соответствующие коэффициенты  $c$  и показатели степени  $n$ . Не приводя всех вычислений, укажем, что по мере увеличения понижений давления в скважине показатель степени  $n$  уменьшается (см. табл. 29).

Отсюда вытекают весьма важные для практики выводы: обычно при исследовании нефтяных скважин достигают сравнительно небольших понижений давления, т. е. в результате исследования скважины получают некоторый небольшой участок индикаторной кривой. Далее рассуждают так: для предсказаний дебитов скважины при больших перепадах давления и, в частности, для предсказания потенциального дебита, необходимо проэкстраполировать индикаторную кривую; графическая экстраполяция неточна, лучше

<sup>5</sup> $n$  называли «показателем режима фильтрации». Выше было доказано, что форма индикаторной линии, а, следовательно, и ее аналитическое выражение зависят от пяти факторов, а не только от режима фильтрации. Поэтому термин «показатель режима фильтрации» в связи с формулами (25, XV), (26, XV) совершенно неуместен.

<sup>6</sup>См. по этому поводу статьи Лапука [87] и Щелкачева [207].

Таблица 29

Участок кривой рис. 61	<i>OA</i>	<i>BCD</i>	<i>CDE</i>	<i>EFG</i>
Показатель степени <i>n</i> в формуле дебита (25, XV), отвечающий данному участку кривой .....	1	0,91	0,83	0,68

использовать для экстраполяции аналитическое выражение кривой по формуле (25, XV). Предполагают, что эта формула точно соответствует природе процесса притока жидкости к скважине, а потому любая экстраполяция индикаторной кривой по этой формуле считается вполне законной и точной. Поэтому имеющийся в результате исследования скважин участок индикаторной кривой обрабатывают по формуле (25, XV) или (26, XV), подбирают для этого участка соответствующие величины *c* (или *c'*) и *n* и затем, считая эти величины постоянными, экстраполируют индикаторную кривую и предсказывают по ней дебиты. Найденные величины *c* и *n* считают характеристиками скважины и находят возможным говорить: «данная скважина имеет показатель фильтрации *n*, имеющий определенное числовое значение, например:  $n = 0,8$ ».

Табл. 29 и все сказанное выше обнаруживают всю порочность подобных рассуждений.

Показатель степени *n*, найденный для какого-то участка индикаторной кривой, нельзя считать постоянным и относящимся ко всему ее течению от нулевого до максимального возможного понижения давления в скважине.

На рис. 61, кроме истинной индикаторной кривой *OABCDEFGF*G, показаны пунктирные кривые 2–4, являющиеся результатами попыток экстраполяции отдельных участков индикаторной кривой; отдельные участки обрабатывались по формуле (25, XV).

Из сравнения кривых 2–4 с истинной индикаторной кривой 1 ясна порочность этих попыток при сколько-нибудь далеко идущей экстраполяции. При попытках предсказаний потенциалов скважин (считая, что потенциальный дебит намного превосходит, тот, который был получен в процессе исследования скважины) ошибка может достигать сотен процентов.

Наоборот, при небольшой экстраполяции<sup>7</sup> использование формул типа (25, XV), (26, XV) или каких-либо иных эмпирических формул дает хорошие результаты (см. подробности в книгах Альтовского [5], Каменского [65] и других, специально посвященных вопросам обработки результатов исследования скважин).

<sup>7</sup> Например, в гидрогеологической практике считается допустимым экстраполировать индикаторные линии до  $1,75s_{\max}$ , когда они прямые, и до  $2,25s_{\max}$ , когда выпуклые;  $s_{\max}$  — максимальное понижение уровня (максимальная депрессия), достигнутая в процессе исследования скважины при соблюдении должных правил применения метода «пробных откачек».

## § 5\*. Важнейшие свойства коэффициентов продуктивности скважины

Коэффициентом продуктивности скважины (сокращенно к. п. с.) называется либо отношение ее дебита к понижению давления на забое, либо отношение дебита к понижению уровня жидкости в скважине.

Сохраним прежние обозначения:  $G$  и  $Q$  — весовой и объемный дебиты скважины,  $\Delta p$  — понижение забойного давления,  $p_k$  и  $p_c$  — статическое и динамическое давления на ее забое.  $H_k$  и  $H_c$  — высоты статического и динамического уровней,  $s$  — понижение уровня в скважине; к. п. с. будем обозначать буквой  $\eta$ .

Согласно определению, к. п. с. определяется одной из следующих четырех формул:

$$\eta_1 = \frac{Q}{p_k - p_c} = \frac{Q}{\Delta p}, \quad (27, XV)$$

$$\eta_2 = \frac{Q}{H_k - H_c} = \frac{Q}{s}, \quad (28, XV)$$

$$\eta_3 = \frac{G}{p_k - p_c} = \frac{G}{\Delta p}, \quad (29, XV)$$

$$\eta_4 = \frac{G}{H_k - H_c} = \frac{G}{s}. \quad (30, XV)$$

Наиболее употребительные размерности к. п. с. таковы:

$$[\eta_1] = \text{м}^3 / \text{сутки} \cdot \text{ат}, \quad (31, XV)$$

$$[\eta_2] = \text{м}^3 / \text{сутки} \cdot \text{м}, \quad (32, XV)$$

$$[\eta_3] = \text{т} / \text{сутки} \cdot \text{ат}, \quad (33, XV)$$

$$[\eta_4] = \text{т} / \text{сутки} \cdot \text{м}. \quad (34, XV)$$

Коэффициент продуктивности скважин численно равен весовому или объемному дебиту скважины на единицу понижения давления или уровня в ней<sup>1</sup>.

В гидрогеологической практике принято к. п. с. называть удельным дебитом скважин.

Допустим, что в течение определенного промежутка времени состояние забоя и призабойной зоны остается неизменным; спрашивается: можно ли

<sup>1</sup> В данном параграфе не учитывается влияние эффекта взаимодействия скважин на свойства их коэффициентов продуктивности. Кроме того, мы ограничимся только упоминанием о том, что если из скважин добывается не только нефть, но и вода и газ, то при подсчете к. п. с. следует учитывать дебит всех трех компонентов; подробности смотреть в цитируемой ниже специальной литературе по исследованию скважин.

считать к. п. с. величиной постоянной, не зависящей от величины понижения давления или понижения уровня?

Величина отношения дебита к понижению давления или уровня в скважине не будет зависеть от величины этого понижения только в том случае, когда индикаторная линия скважины прямая, т. е. когда дебит прямо пропорционален понижению давления или уровня.

В § 3 данной главы было установлено, что индикаторная линия оказывается прямой при соблюдении пяти условий. Таким образом, при нарушении хотя бы одного из перечисленных там условий индикаторная линия будет кривой и, следовательно, к. п. с. будет меняться с изменением величины понижения давления или понижения уровня.

Рассмотрим сначала тот случай, когда к. п. с. постоянен.

Если масштабы оси дебитов и оси понижений считать одинаковыми, то тангенс угла наклона прямой индикаторной линии к оси понижений численно будет равен к. п. с. Согласно обозначениям рис. 130, имеем:

$$\eta = \operatorname{tg} \alpha. \quad (35, \text{XV})$$

Здесь к. п. с. обозначается буквой  $\eta$  без индексов, чтобы подчеркнуть свойство, общее для всех четырех типов к. п. с., определяемых формулами (27, XV)–(30, XV).

В формуле (21, IX) зависимость между дебитом и понижением давления линейная; при выводе этой формулы предполагалось, что перечисленные выше пять условий соблюдены. Из формулы (21, IX) можем определить величину постоянного для данной скважины коэффициента продуктивности  $\eta_1$ :

$$\eta_1 = \frac{2\pi bk}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (36, \text{XV})$$

Из формулы (28, IX) аналогичным образом можно было бы определить к. п. с.  $\eta_2$ .

В рассматриваемом случае плоско-радиального движения к. п. с. наиболее сильно зависит от мощности и проницаемости пласта и от вязкости жидкости; величина отношения  $\frac{R_k}{R_c}$  значительно меньше влияет на к. п. с.

Иногда в рассмотрение вводят так называемый удельный к. п. с., равный отношению к. п. с. к мощности пласта; в случае плоско-радиального движения удельный к. п. с., понятно, уже не зависит от мощности пласта.

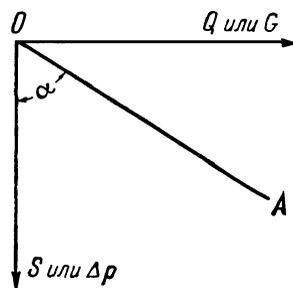


Рис. 130. Индикаторная линия при постоянном коэффициенте продуктивности скважины.

Соответствующим образом постоянный к. п. с. можно было бы определить и в более сложных случаях притока жидкости к гидродинамически несовершенным скважинам, когда выполнены упомянутые выше пять условий.

Допустим далее, что в любом случае линейной зависимости дебита от понижения известны два значения объемного дебита  $Q'$  и  $Q''$ , соответствующие двум значениям установившегося забойного динамического давления  $p'_c$  и  $p''_c$ . Из формулы (27, XV) получим:

$$Q' = \eta_1(p_k - p'_c), \quad (37, XV)$$

$$Q'' = \eta_2(p_k - p''_c), \quad (38, XV)$$

откуда, вычитая последнее равенство из предпоследнего, имеем:

$$\eta_1 = \frac{Q' - Q''}{p'_c - p''_c}. \quad (39, XV)$$

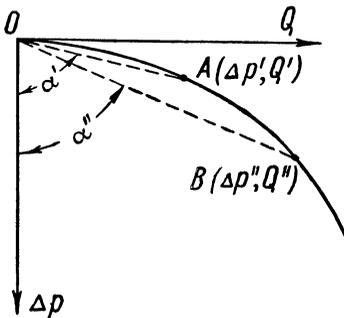


Рис. 131. Индикаторная линия при коэффициенте продуктивности скважины, уменьшающемся с понижением забойного давления.

уменьшаться; если индикаторные линии вогнуты, то к. п. с. будут с увеличением понижения увеличиваться. Случаи вогнутых индикаторных линий нас интересовать не будут, ибо в предыдущем параграфе вогнутые индикаторные кривые были признаны дефектными для непосредственного установления по ним правильного технологического режима работы скважин.

На рис. 131 изображена выпуклая индикаторная кривая. Согласно только что сделанным замечаниям, к. п. с.  $\eta'_1$  и  $\eta''_1$ , соответствующие понижениям

Следовательно, в рассматриваемых условиях определение к. п. с. по формулам (27, XV) и (39, XV) дает одни и те же результаты. Из формулы (39, XV) к. п. с. можно определить как отношение изменения величины дебита к соответствующему изменению величины забойного давления.

Перейдем к тем случаям, когда к. п. с. величина переменная, т. е. соответствующая индикаторная линия кривая. Разным понижениям давления (или уровня) будут соответствовать разные к. п. с. При одинаковом масштабе осей дебита и понижения к. п. с. будут численно равны тангенсам углов наклона хорд к оси понижения; хорды проводятся из начала координат в те точки кривой, которые соответствуют заданным понижениям. Ясно, что если индикаторные кривые выпуклы, то с увеличением понижения давления (или уровня) к. п. с. будут

забойных давлений  $\Delta p'$  и  $\Delta p''$  и дебитам  $Q'$  и  $Q''$ , определяются так:

$$\eta'_1 = \operatorname{tg} \alpha' = \frac{Q'}{\Delta p'}, \quad (40, XV)$$

$$\eta'_2 = \operatorname{tg} \alpha'' = \frac{Q''}{\Delta p''}. \quad (40, XV)$$

Всегда  $\eta''_1 > \eta'_1$ , если  $\Delta p' < \Delta p''$ .

В случае кривых индикаторных линий нельзя говорить о к. п. с., не указывая, при каком именно понижении к. п. с. был подсчитан.

В самом деле, допустим, что две скважины имеют совершенно одинаковые индикаторные линии. Для первой к. п. с.  $\eta'_1$  определяется при понижении забойного давления  $\Delta p'$ , а для второй к. п. с.  $\eta''_1$  определяется при понижении забойного давления  $\Delta p''$ .

Из того факта, что  $\eta'_1 > \eta''_1$ , отнюдь нельзя сделать вывод о большей продуктивности первой скважины по сравнению со второй.

Если на основании подсчетов коэффициентов продуктивности разных скважин хотят судить об их относительной продуктивности, причем индикаторные линии исследуемых скважин кривые (будут ли эти кривые сильно или мало отличаться друг от друга для разных скважин), необходимо придерживаться определенного правила. Именно, коэффициенты продуктивности должны подсчитываться при приблизительно одинаковых (желательно возможно более одинаковых) понижениях давления в разных скважинах.

Если для скважины с кривой индикаторной линией подсчитан коэффициент продуктивности, отвечающий определенному понижению давления на ее забое, то, строго говоря, использовать его для предсказания дебитов при других понижениях нельзя; практически это может быть допустимо лишь для ориентировочной оценки дебитов при понижениях, не слишком отличающихся от того, для которого был подсчитан к. п. с.

Следует также помнить, что если к. п. с. подсчитан на основании прямой индикаторной линии, то его нельзя использовать для слишком далеко идущей экстраполяции (см. подстрочное примечание в конце предыдущего параграфа), ибо при увеличении понижения давления индикаторная линия может искривиться.

Перейдем к рассмотрению свойств к. п. с., зависящих от проявлений упругости жидкости и пласта.

Допустим, что скважина пущена в эксплуатацию с постоянным дебитом, причем движение однородной жидкости в пласте подчиняется линейному закону фильтрации. Благодаря упругости жидкости и пласта давление в пласте не сможет мгновенно перераспределиться. На рис. 132 горизонтальная линия  $AB$  изображает пьезометрическую линию, соответствующую статическому состоянию в пласте до начала отбора жидкости из скважины  $C$ . Линии  $D'E$ ,  $D'G$ ,  $D''B$  — схематические изображения вертикальных разрезов последовательно расширяющейся пьезометрической воронки депрессии в различные моменты времени  $t'$ ,  $t''$ ,  $t'''$ , после пуска скважины. Допустим,

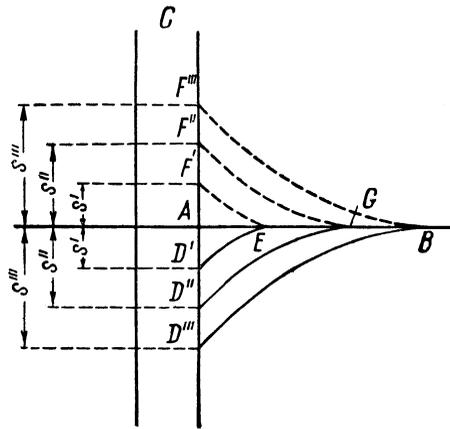


Рис. 132. Последовательные положения пьезометрических кривых (схематическое изображение) при неустановившемся процессе перераспределения пластового давления после пуска эксплуатационной (нижняя половина чертежа) или нагнетательной (верхняя половина чертежа) скважин.

что в моменты времени  $t'$ ,  $t''$ ,  $t'''$ , которым соответствуют понижения пьезометрических уровней  $s'$ ,  $s''$ ,  $s'''$ , выполнены подсчеты коэффициентов продуктивности  $\eta'_1$ ,  $\eta''_1$ ,  $\eta'''_1$  по формуле (28, XV).

Так как  $Q = \text{const}$  и  $s' < s'' < s'''$ , то ясно, что  $\eta'_1 > \eta''_1 > \eta'''_1$ . Отсюда может быть сделан неверный вывод о «затухании фильтрации» (в соответствующих условиях это явление, конечно, также возможно) благодаря запарафиниванию пор, их засорению, засорению фильтра, образованию песчаной пробки на забое и т. д.; истинная же причина в рассматриваемых условиях состоит в том, что замеры давлений проводились в условиях неустановившегося процесса перераспределения давления при упругом режиме.

Совершенно аналогичная картина получилась бы и в том случае, если бы стали закачивать воду с постоянным дебитом в нагнетательную скважину. Над линией  $AB$  показаны соответствующие положения пьезометрических линий  $F'E$ ,  $F''G$ ,  $F'''B$  в моменты времени  $t'$ ,  $t''$ ,  $t'''$ . И здесь, при закачке воды в скважину в условиях упругого режима, нельзя объяснить уменьшение к. п. с. с течением времени только за счет «затухания фильтрации».

Наконец, на рис. 133 показан схематический разрез скважины  $C$  и разрез пьезометрической воронки  $DB$ , соответствующей установившемуся режиму работы скважины с дебитом  $Q$  и понижением пьезометрического уровня  $s$ . Допустим, что в условиях упругого режима дебит скважины быстро уменьшился и пустили ее в работу с новым постоянным дебитом  $Q_y$ . Вследствие изменения темпа отбора жидкости из скважины давление в пласте станет

перераспределяться. Линии  $L'M$ ,  $L''G$  — последовательные положения пьезометрических кривых. Пусть к. п. с. был подсчитан в тот момент  $t'$ , когда пьезометрический уровень в скважине занимал положение  $L'$  и его понижение было  $s'$ :

$$\eta'_2 = \frac{Q - Q_y}{s - s'}. \quad (42, XV)$$

Определяя к. п. с.  $\eta''_2$  таким же методом в какой-нибудь следующий момент времени  $t''$  при понижении уровня  $s''$ , получим:

$$\eta''_2 = \frac{Q - Q_y}{s - s''}, \quad (43, XV)$$

$$\eta'_2 > \eta''_2, \quad (44, XV)$$

ибо  $s'' < s'$ .

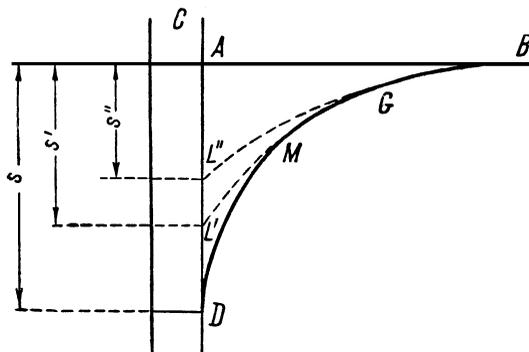


Рис. 133. Последовательные положения пьезометрических кривых (схематическое изображение) после уменьшения темпа отбора жидкости из скважин.

В двух последних примерах, говоря о возможности уменьшения к. п. с. с течением времени, мы считали, что после пуска скважины в эксплуатацию или после смены режима ее работы дебит скважины поддерживается постоянным, а давление на забое и, следовательно, понижение давления изменяются. Совершенно аналогичная картина уменьшения к. п. с. с течением времени получилась бы в условиях упругого режима и в том случае, если бы после пуска скважины или после смены режима ее работы в ней поддерживалось бы постоянное понижение давления, а дебит изменялся за счет продолжающегося процесса перераспределения пластового давления (см. § 2–5 гл. XI, а также Щелкачев [219]).

Неустановившиеся процессы перераспределения пластового давления могут продолжаться весьма долго (теоретически неограниченно долгое время), хотя в ближайшей окрестности возмущающей скважины пластовое давление сильно изменяется лишь в начальный период после смены режима ее работы, а в дальнейшем темп изменения пластового давления резко уменьшается. Поэтому подсчитывать к. п. с. часто приходится не дожидаясь установившегося состояния давления в пласте и, следовательно, необходимо считаться с возможностью уменьшения к. п. с. с течением времени<sup>2</sup>.

Проанализируем еще одно важное свойство к. п. с. Выше было отмечено, что величина к. п. с. в значительной степени зависит от проницаемости пласта и вязкости жидкости, притекающей в скважине. Допустим, что первоначально пластовое давление было выше давления насыщения и весь газ в пласте был растворен в нефти.

В этих условиях, которые будем считать соответствующими лишь первой стадии эксплуатации, к скважине будет притекать однородная жидкость. Предположим далее, что в процессе эксплуатации наступает вторая стадия, когда пластовое давление опускается ниже давления насыщения. В таком случае газ будет выделяться из раствора, к скважине будет притекать неоднородная жидкость с пузырьками окклюдированного газа. Как было установлено в главах XIII и III, общая эффективная проницаемость пласта при движении в нем смеси жидкости и газа значительно меньше проницаемости пласта для однородной жидкости; кроме того, по мере выделения газа из нефти ее вязкость увеличивается. Так как во второй стадии эксплуатации скважины эффективная проницаемость пласта меньше, а вязкость больше, чем в первой стадии, то к. п. с. во второй стадии значительно меньше, чем в первой стадии [см., например, формулу (36, XV) для к. п. с.]. Совершенно аналогичные явления уменьшения к. п. с. неоднократно наблюдались в нефтестроительной практике и в других условиях. Именно, после начала обводнения скважины краевыми или подошвенными водами степень насыщенности порового пространства призабойной зоны водой возрастает, а степень насыщенности пор нефтью убывает. И здесь, в полном согласии с изложенными выше (см. § 5 главы XIII) законами движения смеси нефти и воды, эффективная проницаемость пласта, а, следовательно, и коэффициент продуктивности будут после начала обводнения меньше, чем до ее обводнения<sup>3</sup>.

Однако во многих случаях непосредственно перед началом и после начала обводнения наблюдалось прямо противоположное явление — рост к. п. с. Это объясняется следующими причинами: если процесс обводнения протекает не так, как только что было описано (характер процесса обводнения во

---

<sup>2</sup>Конечно, следует стремиться замерять к. п. с. при возможно более установившемся распределении пластового давления после смены режима работы скважины, о чем можно судить по повторным контрольным замерам ее дебита, а также по графику изменения забойного давления или уровня с течением времени.

<sup>3</sup>Аналогичные явления уменьшения (иногда очень резкого) к. п. с. замечали после промывок нефтяных скважин водой, проникавшей в процессе промывки в пласт. Отрицательно влияет на к. п. с. и вода, отфильтровываемая в пласт из глинистого раствора в процессе бурения.

многим зависит от физических и физико-химических свойств нефти, воды и горной породы), а наступающая вода движется с одной стороны или со всех сторон к забою скважины сплошным флюнтом, почти полностью вытесняя более вязкую нефть из пор и двигая ее перед собой, то сопротивление движению жидкости в призабойной зоне будет постепенно уменьшаться. Замещением в призабойной зоне жидкости с большой вязкостью жидкостью с меньшей вязкостью (при сохранении или незначительном изменении эффективной проницаемости) и объясняются отмечаемые в нефтепромысловой практике явления увеличения к. п. с. (см. главу XVIII).

Не будем касаться других случаев увеличения или уменьшения к. п. с., зависящих от более сложных изменений относительной насыщенности порового пространства водой, нефтью и газом. Сказанного достаточно, чтобы понять зависимость величины к. п. с. от относительных количеств нефти, воды и газа и от их физических свойств в призабойной зоне.

Анализа физико-химических процессов, происходящих в пласте и влияющих на проницаемость призабойной зоны и тем самым на величину к. п. с., мы в нашем курсе приводить не можем (см. по этому поводу Ребиндер и др. [154], Требин [172], Максимович [116], Гейман [32], Андрианов [8]).

## § 6\*. Замечания по поводу методов исследования скважин

В конце § 2 данной главы были сделаны критические замечания по поводу в прошлом одного из самых распространенных методов исследования скважин — «метода прослеживания за уровнем или за забойным давлением». Принципиальная дефектность этого метода (по крайней мере в том виде, в каком он до сих пор употреблялся) обнаруживается при анализе проявлений упругости жидкости и пласта.

В самом деле, при осуществлении метода прослеживания уровня после остановки или пуска скважины или после подлива в нее жидкости динамический уровень в скважине, двигаясь непрерывно, изменяет свое положение; непрерывно изменяется давление на забое исследуемой скважины. Каждое проходимое положение уровень занимает только одно мгновение. В методе прослеживания определяют скорость изменения положения уровня, а следовательно, и дебит скважины, соответствующий мгновенному положению уровня.

Считают, что дебит скважины, отвечающий определенному положению уровня жидкости в ней в процессе движения уровня, должен быть таким же, как и установившийся дебит, соответствующий установившемуся положению динамического уровня на той же самой высоте (т. е. при том же понижении под статическим уровнем). Это совершенно неверно: процесс перераспределения давления в пласте не происходит мгновенно, он отстает от неустановившегося процесса изменения положения уровня (изменения забойного давления) в исследуемой скважине. Поэтому «мгновенный дебит», замеренный для какого-то положения уровня в процессе его движения, не может быть ра-

вен установившемся дебиту при установившемся динамическом уровне в том же положении. Следовательно, «метод прослеживания» в обычной форме его применения действительно является принципиально дефектным. Промысловые работники давно утверждали, что результаты исследования скважин по методу прослеживания часто оказывались крайне неточными, но наиболее существенной причины дефектности этого метода не указывали. Затем истинные причины дефектности метода прослеживания были установлены сначала теоретическим путем (см. Щелкачев [2066]), а потом и с помощью специальных исследований скважин (см. Щелкачев [212, 209, 211]).

От этих дефектов свободен (вернее сказать, почти свободен) другой метод исследований скважин — «метод пробных откачек». Желая подчеркнуть сущность этого метода, его недавно предложили называть «методом установившихся отборов»<sup>1</sup>. Как показывает новое название, метод установившихся отборов основан на наблюдениях за несколькими практически установившимися режимами работы скважин. При каждом режиме работы замеряются дебит скважины и динамическое забойное давление или динамический уровень жидкости в ней. Иногда удается замерять и статическое давление или статический уровень в процессе остановки скважины. Результаты исследования сразу дают возможность построить индикаторную диаграмму.

Конечно, следует помнить, что и в методе «установившихся» (этот термин мы умышленно берем в кавычки) отборов, при переходе от одного темпа отбора жидкости к другому, строго говоря, не удается достичь *абсолютно* установившегося режима работы скважины, но степень различия достигнутого состояния от установившегося здесь совершенно иная, чем в методе прослеживания.

Вот почему гидрогеологи, имеющие значительно больший стаж исследования скважин (нафталогия моложе гидрогеологии), пользуются исключительно методом установившихся отборов и вследствие тщательно разработанной методики достигают сравнительно весьма точных результатов (см. Каменский [65], Альтовский [6]).

Методика применения метода установившихся отборов для исследования нефтяных скважин значительно сложнее вследствие газированности и обводненности многих скважин и больших их глубин (по сравнению с большинством водяных скважин, которые исследуются гидрогеологами). Однако распространение эхолотов, забойных регистрирующих манометров и использование аппаратов Яковлева легкой конструкции способствуют освоению метода установившихся отборов в нефтепромысловой практике.

Специальные сравнительные исследования одних и тех же скважин как по методу прослеживания, так и по методу установившихся отборов показали, что результаты исследования первым методом часто приводили к совершенно недопустимым погрешностям. Оказалось, например, что индикаторные линии многих скважин, исследованных методом прослеживания, были вогнутыми, т. е. явно дефектными, тогда как истинные индикаторные кривые

---

<sup>1</sup>Это было моим предложением, но я здесь не хотел этого подчеркивать

(построенные на основе результатов метода установившихся отборов) были прямыми или даже выпуклыми — см. Щелкачев и Донцов [213]<sup>2</sup>.

Не повторяя ранее отмеченных причин появления вогнутых индикаторных кривых (см. § 4), объясним происхождение вогнутых индикаторных кривых при исследовании скважины по методу прослеживания.

Предположим, что скважину пустили в эксплуатацию, резко снизив противодавление на ее забое; замерим дебит скважины  $Q_1$  после того, как она поработает достаточно долгий срок и режим ее работы почти установится. Затем еще раз понизим противодавление на забое и, спустя должный срок, вновь замерим дебит  $Q_2$ . Два замера дебита и давления дадут на индикаторной линии две точки  $A_1$  и  $A_2$  (см. рис. 134); замер статического давления дает третью точку  $O$ . При соблюдении соответствующих условий (движение жидкости в пласте по линейному закону фильтрации и т. д., см. § 3), три точки  $O$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ , полученные при исследовании скважины по методу установившихся отборов, окажутся лежащими на одной прямой (см. индикаторную линию 1).

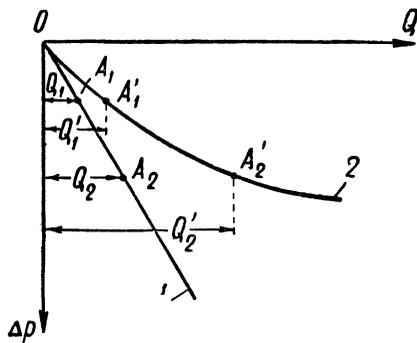


Рис. 134. Сопоставление индикаторных кривых, построенных на основании замеров практически установившихся (линия 1) и неустановившихся (линия 2) дебитов скважины.

Допустим далее, что два кратковременных замера дебитов выполнены сразу же после снижения противодавления на забое скважины, причем второе снижение противодавления следует тотчас за первым. Замеренные таким образом дебиты обозначим через  $Q'_1$  и  $Q'_2$ .

Свойства упругого режима позволяют утверждать, что

$$Q'_1 > Q_1; \quad Q'_2 > Q_2.$$

Откладывая на индикаторной диаграмме дебиты  $Q'_1$  и  $Q'_2$  и соответствующие им противодавления, получим точки  $A'_1$  и  $A'_2$ . Соединяя  $O$ ,  $A'_1$  и  $A'_2$  плавной кривой, получим вогнутую индикаторную линию  $OA'_1A'_2$  — линию 1. Если бы  $(Q'_2 : Q_2) = (Q'_1 : Q_1)$ , то линия  $OA'_1A'_2$  была бы прямой. Однако этого не может быть: теория упругого режима позволяет утверждать<sup>3</sup>, что

<sup>2</sup>За последние годы в ГрозНИИ инж. К. М. Донцовым накоплен новый материал тщательных сравнительных исследований одних и тех же скважин разными методами; материалы этих новых исследований представляют большой интерес. Кроме того, в работах В. Н. Щелкачева [212, 209] приведен анализ ценного материала по исследованию скважин, собранного бригадой Грозненского института повышения квалификации хозяйственников и ИТР.

<sup>3</sup>См. Щелкачев [219].

большему возмущению (большему понижению забойного давления) будет соответствовать абсолютно более интенсивный неустановившийся процесс перераспределения пластового давления. Поэтому  $(Q_2' : Q_2) > (Q_1' : Q_1)$ . Кривая  $OA_1'A_2'$  построена по трем точкам — на основании двух замеров неустановившихся дебитов при двух следующих одно за другим понижениях давления на забое скважин и на основании замера статического пластового давления. Понятно, что такую же вогнутую форму сохранила бы индикаторная кривая, если бы мы построили ее по многим точкам, полученным в процессе прослеживания за движением уровня.

Итак, действительно, оказывается, что индикаторная кривая прослеживания может иметь вогнутую форму, тогда как истинная индикаторная линия для той же скважины прямая.

Любопытно отметить, что «метод прослеживания» был предложен в США позже, чем в СССР: в СССР применение метода прослеживания предложено В. П. Яковлевым в начале тридцатых годов, тогда как Маскет предложил использовать его в США лишь в 1936 г. — см. Яковлев [225], Маскет [120], Гейман [33], Щелкачев [212]. В США этот метод не получил сколько-нибудь широкого распространения, хотя пропагандировался несколькими авторами. До сих пор в американской литературе не опубликованы принципиальные критические замечания по поводу метода прослеживания, основывающиеся на законах подземной гидравлики. В СССР этот вопрос был исследован подробно; результаты критического исследования приведены в данном и предыдущих параграфах.

В заключение заметим, что прослеживание за уровнем или за забойным давлением (после изменения режима работы скважины) дает весьма ценные материалы для суждения о темпах восстановления давления в скважине, что важно для нормирования исследования той же скважины по методу «установившихся» отборов. Кроме того, упомянутые материалы прослеживания позволяют, пользуясь теорией упругого режима, подсчитать очень важные параметры пласта, характеризующие темпы перераспределения пластового давления.

---

---

## ГЛАВА XVI

# Влияние различия в удельных весах двух жидкостей в пласте на распределение давлений и поведение скважин

### § 1. Анализ явления поднятия подошвенной воды к забою нефтяной скважины

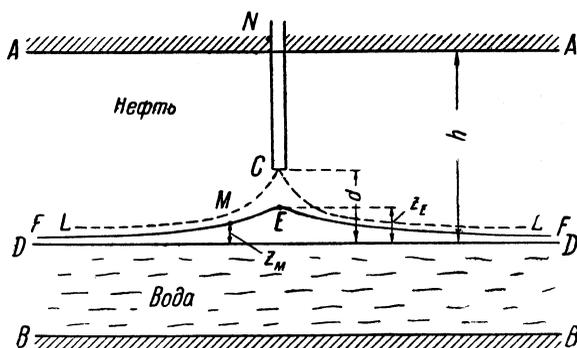


Рис. 135. Схематичное изображение процесса образования конуса подошвенной воды под забоем нефтяной скважины.

Рассмотрим простейшую схему: однородный горизонтальный пласт имеет непроницаемую кровлю и подошву  $AA$  и  $BB$ . Верхняя часть пласта насыщена нефтью, нижняя — водой. При отсутствии движения жидкости в пласте первоначальный водо-нефтяной раздел  $DD$  горизонтален (см. рис. 135). Пусть забой скважины  $NC$  расположен выше плоскости  $DD$ . После пуска скважины  $NC$  в эксплуатацию с небольшим дебитом водо-нефтяной раздел изменит свою форму, приподнимется и займет положение  $FEF$ . Если верхняя точка  $E$  водо-нефтяного раздела окажется ниже забоя  $C$  скважины, то при постоянном темпе отбора нефти из скважины водо-нефтяной раздел  $FEF$  будет находиться

в состоянии равновесия — вода под ним будет в покое и к скважине будет двигаться только нефть. Давление под водо-нефтяным разделом распределяется по гидростатическому закону.

Обозначим через  $p_M$  давление в произвольной точке  $M$  водо-нефтяного раздела  $FEF$ ,  $z_M$  — высота точки  $M$  над начальным зеркалом подошвенной воды  $DD$ . На достаточно большом расстоянии от скважины водо-нефтяной раздел  $FEF$  сливается с плоскостью  $DD$  и давление там будем считать равным тому давлению  $p_D$ , которое было бы во всех точках плоскости  $DD$  и при отсутствии отбора нефти из скважины. Пользуясь принятыми обозначениями, получим:

$$p_M = p_D - \gamma_V z_M, \quad (1, XVI)$$

где  $\gamma_V$  — вес единицы объема пластовой воды.

Давление  $p'_M$  в той же точке  $M$  пласта до начала эксплуатации скважины, когда давление в нефтяной зоне над плоскостью  $DD$  также распределялось по гидростатическому закону, определяется формулой:

$$p'_M = p_D - \gamma_H z_M, \quad (2, XVI)$$

где  $\gamma_H$  — вес единицы объема нефти в пластовых условиях.

$\gamma_H < \gamma_V$ , а потому  $p'_M > p_M$ .

Обозначим

$$p'_M - p_M = \Delta p_M; \quad (3, XVI)$$

тогда из предыдущих формул получим:

$$\Delta p_M = (\gamma_V - \gamma_H) z_M. \quad (4, XVI)$$

Формула (4, XVI) определяет необходимое понижение (по сравнению со статическим) давления  $\Delta p_M$  в точке  $M$ , при котором частица воды может подняться до точки  $M$  с уровня  $DD$  и удерживаться в точке  $M$  в состоянии равновесия.

Пользуясь теми же обозначениями, определим понижение давления  $\Delta p_E$  в точке  $E$  пласта, соответствующей «вершине» водо-нефтяного раздела:

$$\Delta p_E = (\gamma_V - \gamma_H) z_E. \quad (5, XVI)$$

Явление образования «холма» на поверхности приподнявшегося зеркала подошвенных вод под эксплуатирующейся скважиной носит название явления конусообразования.

При увеличении темпа отбора жидкости из скважин увеличивает-ся понижение давления на ее забое и, следовательно, в самом пласте.

В связи с этим, как показывает формула (5, XVI), возрастает высота  $z_E$ , на которую может подняться вершина  $E$  конуса обводнения.

Наоборот, если бы дебит скважины уменьшился, то давление на ее забое повысилось бы, понижение давления в любой точке пласта уменьшилось бы и, следовательно [в соответствии с формулой (5, XVI)], уменьшилась бы высота поднятия вершины конуса обводнения.

Итак, высота поднятия конуса подошвенной воды под забоем эксплуатирующейся скважины находится в прямой зависимости от ее дебита.

Приведенные выше совершенно элементарные соображения хорошо подтверждаются известными в нефтепромысловой практике фактами. Например, при появлении воды в скважине вследствие поднятия к ее забою конуса обводнения уменьшение дебита скважины способствует ее временному «оздоровлению»: добыча нефти происходит без воды, либо процент воды в ней сокращается. Кроме того, часто при появлении подошвенной воды в скважине ее забой повышают путем установки цементного моста (заливают цементом нижнюю часть ствола скважины) и после этого временно добыча нефти вновь происходит без воды.

Сокращение темпов отбора жидкости из скважин и установка цементных мостов («стаканов») для борьбы с прорывом подошвенных вод систематически применялись во многих нефтеносных районах и, в частности, в процессе разработки высокопродуктивных пластов Октябрьского (бывш. Ново-Грозненского) района<sup>1</sup>.

Конечно, для практических целей наиболее важно указать то «критическое понижение давления» на забое скважины (будем называть его  $\Delta p_{кр}$ ), при котором конус воды может достигнуть ее забоя и занять схематически показанное на рис. 135 положение  $LCL$ .

К сожалению, подсчет критического понижения давления на забое скважины  $\Delta p_{кр}$  и определение формы «конуса» обводнения в процессе его роста и поднятия не могут быть выполнены элементарными методами. Кроме того, результаты довольно сложных гидродинамических исследований разных авторов (например, Миллионщикова и Маскета)

<sup>1</sup> В нефтепромысловой практике известны и такие случаи, когда в ранней стадии разработки пласта уменьшение дебитов скважин после прорыва подошвенных вод к их забоям не давало нужного эффекта. Даже, наоборот, иногда за время остановки скважины конус подошвенной воды не только не оседал, но еще более поднимался, вокруг забоя образовывалась водяная оболочка, нефть оттеснялась от забоя и после пуска скважина оказывалась более обводненной, чем до остановки. Это нисколько не противоречит сказанному выше, ибо происходит в особых условиях мелкопористых пластов (тонкозернистых пород), в которых нужно учитывать значительную роль капиллярных сил, поверхностных явлений, и потому формула (5, XVI) оказывается неприменимой.

в этой области не во всем совпадают. Поэтому в данной главе мы не сможем привести формул для подсчета критического давления и формы поверхности поднимающегося «конуса» обводнения.

Однако мы считаем полезным познакомить читателей с важнейшими выводами из гидродинамического анализа проблемы конусообразования и именно с теми, которые подтверждаются всеми авторами.

Введем обозначение (см. рис. 135):

$$f = \frac{h-d}{h} \times 100, \quad (6, XVI)$$

т. е. величина  $f$  характеризует глубину вскрытия скважиной нефтенасыщенной части пласта в процентах по отношению к мощности  $h$  этой части пласта<sup>2</sup>.

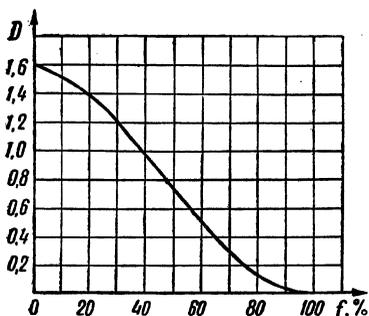


Рис. 136. График зависимости поправочного коэффициента  $D$  от относительной глубины  $f$  вскрытия нефтенасыщенной части пласта.

Если принять, что начальная мощность  $h$  нефтенасыщенной части пласта равна или меньше 22,9 м (75 фут.) и что  $f \geq 25\%$ , то на основании теоретических данных Маскета критическое понижение давления на забое скважины  $\Delta p_{кр}$  не будет превосходить 2 ат. При  $h \leq 15$  м и  $f \geq 25\%$  имеем  $\Delta p_{кр} \leq 1$  ат; при  $h \leq 15$  м и  $f \geq 15\%$  имеем  $\Delta p_{кр} \leq 1,6$  ат.

Во всех трех примерах при подсчетах предполагалось, что  $(\gamma_B - \gamma_H) = 0,3$  Г/см<sup>3</sup>. Если пользоваться методами подсчетов М. Д. Миллионщикова, то при тех же значениях  $(\gamma_B - \gamma_H)$ ,  $h$  и  $F$  величины  $\Delta p_{кр}$  получаются еще меньшими. Итак, оказывается, что в упомянутых условиях конус подошвенной воды должен под-

тянуться к забою скважины даже при сравнительно малом ее дебите. Допустим, что при  $h = 15$  м,  $f = 25\%$ ,  $\gamma_B = 1,1 \cdot 10^{-3}$  кг/см<sup>3</sup>,  $\gamma_H =$

<sup>2</sup>В исследованиях [120], посвященных проблеме конусообразования, скважина, гидродинамически несовершенная по глубине вскрытия пласта, считалась гидродинамически совершенной по характеру вскрытия пласта. Все упоминаемые здесь гидродинамические исследования проводились при соблюдении еще следующих условий: режим пласта водоанпорный, линейный закон фильтрации справедлив, пласт хорошо и однородно проницаем в вертикальном и горизонтальном направлениях и настолько крупнопористый, что эффектом действия капиллярных сил можно пренебречь.

$= 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг/см}^3$ , скважина имеет коэффициент продуктивности  $\eta = 20 \text{ м/сутки}$ . Если  $\Delta p_{\text{кр}} = 1 \text{ ат}$ , то дебит скважины не должен (по Маскету) превосходить  $20 \text{ м/сутки}$ , чтобы подошвенная вода не проникла в скважину.

Прежде чем обсуждать этот вывод, заметим, что недавно [122] выведена формула для количества нефти  $\tau_{\text{н}}$ , которое будет отобрано из скважины до того момента, как к ней подтянется конус подошвенной воды, если понижение давления в скважине больше критического<sup>3</sup>:

$$\tau_{\text{н}} = \alpha m h^3 \frac{k_{\text{Г}}}{k_{\text{В}}} D, \quad (7, \text{XVI})$$

где  $\alpha$  — произведение коэффициента нефтеотдачи пласта на коэффициент усадки нефти;

$m$  — коэффициент пористости пласта;

$k_{\text{Г}}$  и  $k_{\text{В}}$  — коэффициенты проницаемости пласта в вертикальном и горизонтальном направлениях (вдоль и перпендикулярно напластованию);

$D$  — поправочный коэффициент, зависящий от относительной глубины вскрытия нефтенасыщенной части пласта  $f$ .

График зависимости поправочного коэффициента  $D$  от  $f$  приведен на рис. 136.  $\alpha$ ,  $m$ ,  $D$  суть безразмерные величины, а потому  $\tau_{\text{н}}$  измеряется в тех же единицах, что и  $h^3$ .

В отличие от предыдущего, при выводе формулы (7, XVI) предполагалось, что пласт может иметь в вертикальном направлении иную проницаемость, чем в горизонтальном. Кроме того, формулу (7, XVI) можно использовать только тогда, когда гидродинамически совершенные по характеру вскрытия пласта скважины расположены друг от друга на столь большом расстоянии  $2a$ , что

$$\frac{a}{h} \sqrt{\frac{k_{\text{В}}}{k_{\text{Г}}}} > 3,5. \quad (8, \text{XVI})$$

В большинстве практически интересных случаев условие (8, XVI) выполняется. Если условие (8, XVI) не выполняется, то расчетная формула оказывается более сложной.

Рассмотрим пример:  $h = 15 \text{ м}$ ,  $f = 25\%$ ,  $k_{\text{В}} = k_{\text{Г}}$ , т. е. пласт изотропный,  $\alpha = 0,6$ ,  $m = 0,2$ . При заданном значении  $f$  по графику

<sup>3</sup>Подчеркнем, что формула (7, XVI) приближенная; при ее выводе (см. [122]) не учитывалось, например, различие в вязкостях нефти и воды. Более точное гидродинамическое решение задачи представляет очень большие математические трудности.

рис. 136 найдем  $D = 1,3$ . Условие (8, XVI) будет удовлетворено, если расстояние между скважинами  $2a$  больше 105 м.

Подставляя упомянутые данные в формулу (7, XVI), получим:

$$\tau_{\text{н}} = 526,5 \text{ м}^3. \quad (9, \text{XVI})$$

Итак, определено количество нефти  $\tau_{\text{н}}$ , которое будет добыто из скважины к моменту ее обводнения, если падение давления на забое скважины больше критического, т.е. когда к забою подтягивается конус подошвенной воды.

Как было выше указано, в рассматриваемых условиях

$$\Delta p_{\text{кр}} = 1 \text{ ат при } (\gamma_{\text{в}} - \gamma_{\text{н}}) = 3,10 \cdot 10^{-4} \text{ кг/см}^3.$$

Допустим, что при коэффициенте продуктивности  $\eta = 20 \text{ м/сутки}$  скважина эксплуатируется с дебитом  $Q = 20 \text{ м/сутки}$ , отвечающим критическому понижению давления на ее забое. Задаваясь этим малым дебитом и учитывая величину  $\tau_{\text{н}}$ , определяемую равенством (9, XVI), найдем промежуток времени  $T$ , за который конус подошвенной воды поднимется до забоя скважины:

$$T = \frac{\tau_{\text{н}}}{Q} = \frac{526,5}{20} \cong 26,3 \text{ суток.} \quad (10, \text{XVI})$$

Итак, даже при столь малом дебите меньше чем через месяц скважина должна обводниться.

Проанализируем полученные результаты. Как видно из приведенных выше примеров, при довольно значительной мощности  $h$  нефтенасыщенной части пласта, при небольшом относительном вскрытии пласта  $f$ , при небольшом понижении давления  $\Delta p_{\text{кр}}$  на забое скважины и, следовательно, при малом ее дебите скважина должна обводниться за сравнительно короткий промежуток времени  $T$ .

Возникают естественные вопросы: почему же в реальных условиях достаточно многодебитные скважины, под забоями которых имеется подошвенная вода, длительное время эксплуатируются без воды? Почему установка цементных мостов, поднимающих забой скважин на несколько метров, способна отодвинуть момент обводнения скважин на несколько месяцев? Анализ формулы (7, XVI) показывает, что значительное увеличение значения  $\tau_{\text{н}}$  в реальных условиях может быть получено лишь за счет увеличения отношения  $\frac{k_{\text{г}}}{k_{\text{в}}}$  в десятки и даже сотни раз по сравнению с значением  $\frac{k_{\text{г}}}{k_{\text{в}}} = 1$ , которое было принято в разобранным выше примере.

Известно, что проницаемость пласта вдоль напластования обычно больше проницаемости пласта в направлении, перпендикулярном напластованию, но обе величины оказываются, примерно, одного порядка для одного и того же образца породы (керна); чаще всего величина  $k_T$  превосходит  $k_B$  не более, чем в  $1,5 \sim 2 \sim 3$  раза. Для согласования же результатов подсчетов по формуле (7, XVI) требуется, как уже было упомянуто, чтобы  $k_T$  превосходило  $k_B$  в десятки и сотни раз. Ясно, что такого резкого различия в проницаемостях  $k_T$  и  $k_B$  для каждого керна ожидать нельзя. Однако в очень многих случаях в пластах обнаруживаются тонкие прослойки глин или плохо проницаемых мергелей (не говоря даже о более значительных пропластках), которые способны резко снизить *среднюю* проницаемость пласта в направлении, перпендикулярном напластованию.

Таким образом, при всей схематичности принятых в данном параграфе предположений и при бесспорной ограниченности и приближенности формулы (7, XVI), можно утверждать, что если бы *средняя* проницаемость вдоль напластования была бы такая же, как и в направлении, перпендикулярном напластованию, то скважины быстро бы обводнялись подошвенной водой. Наоборот, факты длительной безводной эксплуатации скважин при наличии подошвенной воды свидетельствуют о том, что в соответствующих случаях в пласте имеются тонкие или мощные плохо проницаемые пропластки, затрудняющие поднятие конуса подошвенных вод.

На основании последних соображений намечается важный практический вывод: для борьбы с подтягиванием подошвенных вод наиболее действенным средством является установка цементных мостов, но не ради уменьшения глубины вскрытия пласта (последнее сравнительно мало действенно), а именно с таким расчетом, чтобы между зеркалом подошвенных вод и верхней плоскостью цементного моста находились бы плохо проницаемые пропластки. Вероятно, наблюдавшиеся отдельные случаи малой эффективности установки цементных мостов были связаны с тем, что цементные мосты только сокращали вскрытую мощность пласта, но не захватывали плохо проницаемых пропластков. Несомненно необходимо стремиться к возможно более полному отбору кернов во всех скважинах, но особенно необходимо отбирать керны в скважинах с подошвенной водой, чтобы знать распределение в пласте тонких и мощных плохо проницаемых прослоек или пропластков.

## § 2\*. Замечания по поводу некоторых гидрогеологических проблем

Задачи о движении в пористой среде двух жидкостей с разными плот-

ностями возникают не только при изучении эксплуатации нефте-водоносных пластов, но и в самых разнообразных областях гидрогеологии и гидротехники.

Приведем несколько примеров<sup>1</sup>.

При возведении некоторых плотин пришлось столкнуться с такими условиями, когда под основанием плотины располагался в грунте слой пресной воды, лежащий над слоем более тяжелой соленой воды. Плоскость раздела между пресной и соленой водой до возведения плотины была горизонтальной; обе жидкости были в состоянии покоя. Возникал вопрос: какую форму примет поверхность раздела солено-пресных вод после того, как пресная вода начнет фильтроваться из верхнего бьефа в нижний под телом плотины? Этот вопрос был математически полно исследован членом-корреспондентом Акад. наук СССР П. Я. Полубариновой-Кочиной [141, 142, 143].

П. Я. Полубаринова-Кочина доказала, что в условиях установившегося потока возможны различные формы поверхности раздела солено-пресных вод в зависимости от соотношения удельных весов пресной и соленой вод, глубин их слоев и величины разности напоров; над поверхностью раздела в грунте движется пресная вода.

Мы упоминаем именно об этой части решения задачи для проведения аналогии с материалом предыдущего параграфа.

Для анализа движения рассолов в глубоких нефтеносных горизонтах палеозоя Урало-Волжской области А. И. Силин-Бекчурин [158] исследовал задачу о фильтрации жидкости, плотность которой увеличивается с глубиной.

В некоторых случаях приходится изучать движение пресных вод к морю, причем в приморской полосе под пресными водами в пласте находятся более тяжелые соленые воды. Одно из гидродинамических исследований этого вопроса принадлежит проф. Н. К. Гириному [37]. Упоминаемая задача является наиболее старой из числа задач о фильтрации в одном и том же пласте двух жидкостей разных плотностей. Впервые такая задача возникла в связи с необходимостью исследовать форму раздела солено-пресных вод в приморской полосе в Голландии; недостаток поверхностных источников вынуждал использовать подземные пресные воды в дюнах. Гидрогеологические исследования привели к следующим выводам: если водоносный пласт контактирует с морем и соленая вода имеется в пласте, то раздел солено-пресных вод в пласте может быть в статическом состоянии при неизменном положении уровня моря (пренебрегая приливами — отливами), когда запас пресных вод пополняется за счет инфильтрации сверху атмосферной влаги. При этих условиях возможен установившийся фильтрационный поток пресных вод со свободной поверхностью к морю. Пресные воды движутся в пласте над неподвижным разделом солено-пресных вод, как бы скользя вдоль него — так называемое «явление скольжения»<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>Насколько нам известно, такого рода примеры из области гидрогеологии до сих пор не приводились в литературе по технологии нефтедобычи. Мы считаем эти примеры весьма поучительными для понимания гидравлических законов поднятия конусов подошвенных вод к забоям нефтяных скважин.

<sup>2</sup>Детали и ссылки на первоисточники см. в статьях [77], [125] и [175].

Аналогичное «явление скольжения» нефти по поверхности ее раздела с подошвенными водами было рассмотрено в предыдущем параграфе при наличии конуса обводнения, вершина которого находится в статическом состоянии ниже забоя скважины.

Гидродинамические исследования фильтрации в пласте двух жидкостей с различными удельными весами далеко еще не могут считаться законченными.

---

---

## ГЛАВА XVII

# Движение жидкостей и газов в пластах с неоднородной проницаемостью

### § 1. Вводные замечания

В предыдущих главах рассматривались различные случаи движения жидкостей и газов в однородно проницаемых пластах. В естественных условиях проницаемость не остается строго одинаковой во всех точках пласта. Однако часто изменения проницаемости при переходе от одной точки пласта к другой носят столь хаотичный характер, что значительные области пласта можно считать *в среднем* однородно проницаемыми. Понятно, что при движении жидкостей и газов в таких областях пласта оказываются с большой точностью справедливыми законы, установленные для строго однородных пластов.

Наоборот, движение жидкостей и газов в пластах приобретает совершенно своеобразный характер, когда на большом протяжении в изменении проницаемости наблюдаются явные закономерности. Отметим следующие четыре случая.

1. Пласт разделяется по мощности на несколько слоев; в каждом из слоев проницаемость в среднем одинакова, но отлична от проницаемости соседних слоев.

2. Проницаемость пласта скачкообразно (резко) изменяется при переходе через какую-либо границу. Такой границей может быть порог фациальной изменчивости одного и того же пласта, поверхность соприкосновения двух разных пластов вдоль сброса и т. д.

3. Проницаемость пласта непрерывно увеличивается или уменьшается в каком-либо направлении.

4. Во всех точках пласта одинаковое значение коэффициента проницаемости в одном направлении резко отличается от значения коэффициента проницаемости в другом направлении.

В данной главе мы рассмотрим лишь первые три случая неоднородности пласта при однородном и плоско-радиальном движении жидкости. Четвертый случай — анизотропного пласта — слегка был затронут в главе XIV; более полное и строгое исследование потребовало бы применения методов гидродинамики, и мы его касаться не будем (см. [120]).

## § 2. Одномерное движение жидкости в неоднородных пластах

*Задача 1.* Одномерное движение несжимаемой жидкости в горизонтальном пласте подчиняется линейному закону фильтрации и происходит в условиях водонапорного режима. Пласт состоит из двух слоев (пропластков) *I* и *II* мощности  $b_1$  и  $b_2$  и проницаемости  $k_1$  и  $k_2$  (рис. 137). На рис. 137 изображено сечение пласта вертикальной плоскостью. На одном конце каждого слоя пласта приведенное пластовое давление равно  $p_k^*$ , а на другом конце —  $p_r^*$ , т. е. условия движения вполне аналогичны тем, какие были описаны в § 1 главы IX, за исключением двухслойности пласта. Требуется определить распределение давления в пласте, дебит потока и средний коэффициент проницаемости пласта.

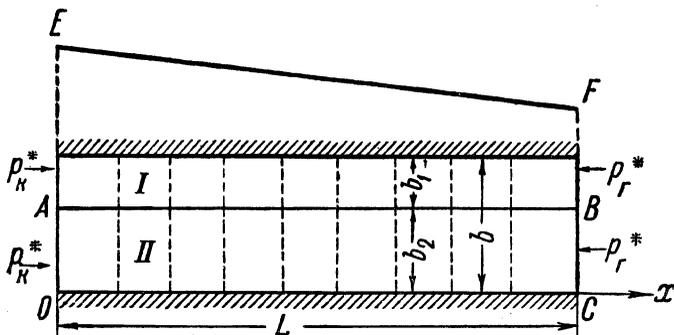


Рис. 137. Линии равных напоров и пьезометрическая линия (прямая  $EF$ ) при одномерном движении жидкости в двухслойном пласте.

Вследствие одномерности движения жидкости формулы (5, IX)–(8, IX) справедливы в каждом из слоев. В формулы (6, IX) и (7, IX) значение проницаемости пласта не входит, т. е. градиенты давлений должны быть одинаковыми в обоих слоях; при одном и том же значении координаты  $x$  приведенные давления также должны быть одинаковыми в обоих слоях:

$$\frac{dp^*}{dx} = \frac{p_k^* - p_r^*}{L}, \quad (1, \text{XVII})$$

$$p^* = p_r^* - \frac{p_k^* - p_r^*}{L} x. \quad (2, \text{XVII})$$

Линии равных приведенных давлений (линии равных напоров) следует проводить в каждом из слоев на одинаковом расстоянии друг от друга, см. пунктирные линии на рис. 137. Прямая  $EF$  изображает общую для обоих слоев пьезометрическую линию. Наоборот, скорости фильтрации в каждом из слоев будут разные; в первом слое:

$$v_1 = \frac{k_1}{\mu} \frac{p_K^* - p_r^*}{L}, \quad (3, \text{XVII})$$

во втором слое:

$$v_2 = \frac{k_2}{\mu} \frac{p_K^* - p_r^*}{L}. \quad (4, \text{XVII})$$

Дебит  $Q$  двухслойного фильтрационного потока определяется с помощью следующей формулы:

$$Q = a(v_1 b_1 + v_2 b_2) = \frac{a(p_K^* - p_r^*)}{\mu L} (k_1 b_1 + k_2 b_2), \quad (5, \text{XVII})$$

где  $a$  — ширина потока.

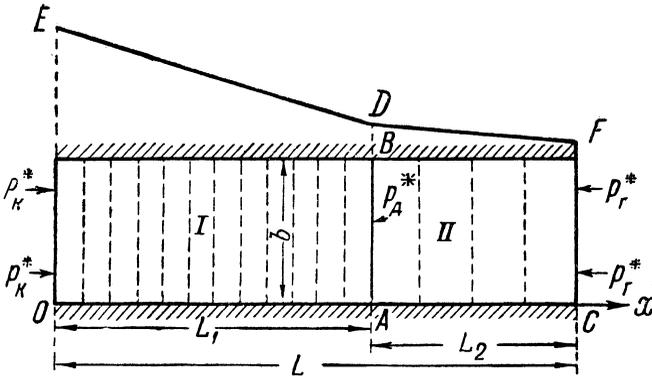


Рис. 138. Линии равных напоров и пьезометрическая линия (ломаная  $EDF$ ) при одномерном движении жидкости в пласте, имеющем две зоны I и II различной проницаемости.

Среднюю проницаемость  $k_{\text{ср}}$  двухслойного пласта в направлении, параллельном напластованию, определим так:

$$Q = \frac{ab(p_K^* - p_r^*)}{\mu L} k_{\text{ср}}. \quad (6, \text{XVII})$$

Из двух последних формул найдем:

$$k_{\text{ср}} = \frac{k_1 b_1 + k_2 b_2}{b} = \frac{k_1 b_1 + k_2 b_2}{b_1 + b_2}. \quad (7, \text{XVII})$$

*Задача 2.* Изменим условия предыдущей задачи лишь так, что границу раздела  $AB$  двух зон  $I$  и  $II$  различной проницаемости будем считать перпендикулярной к направлению одномерного фильтрационного потока (рис. 138).

Длины зон  $I$  и  $II$  обозначим через  $L_1$  и  $L_2$ , приведенные давления в любой точке с координатой  $x$  в каждой из этих зон —  $p_1^*$  и  $p_2^*$ ; приведенное давление вдоль границы  $AB$  обозначим через  $p_A^*$ . Пользуясь формулой (7, IX), получим:

$$p_1^* = p_{\text{к}}^* - \frac{p_{\text{к}}^* - p_A^*}{L_1} x, \quad (8, \text{XVII})$$

$$p_2^* = p_A^* - \frac{p_A^* - p_{\text{г}}^*}{L_2} (x - L_1). \quad (9, \text{XVII})$$

Вследствие одномерности и неразрывности движения скорость фильтрации должна быть одинаковой в зонах  $I$  и  $II$ , т. е.

$$v = -\frac{k_1}{\mu} \frac{dp_1^*}{dx} = -\frac{k_2}{\mu} \frac{dp_2^*}{dx}. \quad (10, \text{XVII})$$

Продифференцируем по  $x$  величины  $p_1^*$  и  $p_2^*$ , определяемые формулами (8, XVII) и (9, XVII); пользуясь соотношением (10, XVII), найдем:

$$p_A^* = \frac{k_1 L_2 p_{\text{к}}^* + k_2 L_2 p_{\text{г}}^*}{k_1 L_2 + k_2 L_1}. \quad (11, \text{XVII})$$

Подставляя значение  $p_A^*$  из последнего равенства в формулы (8, XVII) и (9, XVII), получим возможность определить давления  $p_1^*$  и  $p_2^*$  в любой точке каждой из двух зон:

$$p_1^* = p_{\text{к}}^* - \frac{k_2 (p_{\text{к}}^* - p_{\text{г}}^*)}{k_1 L_2 + k_2 L_1} x, \quad (12, \text{XVII})$$

$$p_2^* = p_{\text{г}}^* + \frac{k_1 (p_{\text{к}}^* - p_{\text{г}}^*)}{k_1 L_2 + k_2 L_1} (L_1 + L_2 - x). \quad (13, \text{XVII})$$

Пользуясь равенствами (10, XVII) и любой из формул (12, XVII) или (13, XVII), определим скорость фильтрации, а затем и дебит фильтрационного потока:

$$v = \frac{k_1 k_2 (p_{\kappa}^* - p_{\Gamma}^*)}{\mu(k_1 L_2 + k_2 L_1)} = \frac{p_{\kappa}^* - p_{\Gamma}^*}{\mu \left( \frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} \right)}, \quad (14, \text{XVII})$$

$$Q = \frac{a \cdot b (p_{\kappa}^* - p_{\Gamma}^*)}{\mu \left( \frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} \right)}, \quad (15, \text{XVII})$$

где  $a$  — ширина, а  $b$  — мощность пласта.

Последние формулы можно получить и более простым способом. Именно, учитывая одномерность и неразрывность движения:

$$v = \frac{k_1}{\mu} \frac{p_{\kappa}^* - p_A^*}{L_1}, \quad (16, \text{XVII})$$

$$v = \frac{k_2}{\mu} \frac{p_A^* - p_{\Gamma}^*}{L_2}, \quad (17, \text{XVII})$$

Исключая величину  $p_A^*$  из двух последних равенств, вновь приходим к формуле (14, XVII).

Для определения средней проницаемости пласта  $k_{\text{ср}}$ , приравняем правые части равенств (6, XVII) и (15, XVII):

$$k_{\text{ср}} = \frac{L}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2}}. \quad (18, \text{XVII})$$

Для упрощения последней формулы удобно ввести новую величину  $\omega$ , обратную величине коэффициента проницаемости (см. Пыхачев [149]):

$$\omega = \frac{1}{k}. \quad (19, \text{XVII})$$

Согласно физическому смыслу величина  $\omega$  названа «коэффициентом сопротивления» пласта. Пользуясь вновь введенной величиной, формулу (18, XVII) перепишем так:

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{\omega_1 L_1 + \omega_2 L_2}{L}. \quad (20, \text{XVII})$$

Перейдем к анализу полученных результатов.

Из формулы (10, XVII) видно, что градиенты давления в зонах *I* и *II* обратно пропорциональны величинам коэффициентов проницаемости в этих зонах. Допустим, например, что  $k_1 < k_2$ ; следовательно, в зоне *I* градиенты давления будут больше и линии равных приведенных давлений (линии равных напоров) будут расположены теснее, чем в зоне *II*, см. пунктирные линии на рис. 138. Соответствующая пьезометрическая линия *EDF* должна быть вогнутой (глядя сверху) ломаной линией; в зоне *I* наклон пьезометрической линии к горизонту должен быть больше, чем в зоне *II*. При  $k_2 > k_1$  получилась бы обратная картина и пьезометрическая линия была бы выпуклой (глядя сверху).

Из формулы (7, XVII) видно, что средний коэффициент проницаемости оказывается величиной средневзвешенной из коэффициентов проницаемости отдельных слоев по мощности этих слоев.

Средний коэффициент проницаемости, определяемый формулой (18, XVII), не выражается столь просто, но, как видно из формулы (20, XVII), средний коэффициент сопротивления также оказывается величиной средневзвешенной из коэффициентов сопротивления отдельных зон по длине этих зон.

Допустим, что длины  $L_1$  и  $L_2$  зон *I* и *II* в условиях второй задачи таковы же, как мощности  $b_1$  и  $b_2$  слоев *I* и *II* в условиях первой задачи. В таком случае отношение средних коэффициентов проницаемости будет иметь следующее выражение:

$$\frac{k'_{\text{ср}}}{k''_{\text{ср}}} = \frac{k_1 b_1 + k_2 b_2}{b^2} \left( \frac{b_1}{k_1} + \frac{b_2}{k_2} \right) = 1 + \frac{b_1 b_2}{b^2} \frac{(k_1 - k_2)^2}{k_1 k_2}, \quad (21, \text{XVII})$$

где значение  $k'_{\text{ср}}$  для условий задачи 1 взято из формулы (7, XVII), а значение  $k''_{\text{ср}}$  для условий задачи 2 взято из формулы (18, XVII).

При сделанных допущениях всегда  $k'_{\text{ср}} > k''_{\text{ср}}$  [см. формулу (21, XVII)], т. е. средний коэффициент проницаемости в направлении, параллельном линии раздела между слоями различной проницаемости, больше среднего коэффициента проницаемости в направлении, перпендикулярном к упомянутой линии раздела.

Сравнивая решенные выше две задачи, отметим, что в условиях задачи 1 градиенты давления во всем пласте одинаковы, но скорости фильтрации в слоях *I* и *II* различны, прямо пропорциональны проницаемостям каждого из слоев. В условиях задачи 2 скорость фильтрации во всем пласте одна и та же, но градиенты давления в зонах *I* и *II* различны — обратно пропорциональны проницаемостям каждой из зон.

Только что приведенные сравнения позволяют обосновать «закон преломления» линий токов (траекторий) движения частиц жидкости при установившейся фильтрации в том случае, когда скорость фильтрации образует любой угол с нормалью к поверхности раздела между двумя зонами с различной проницаемостью.

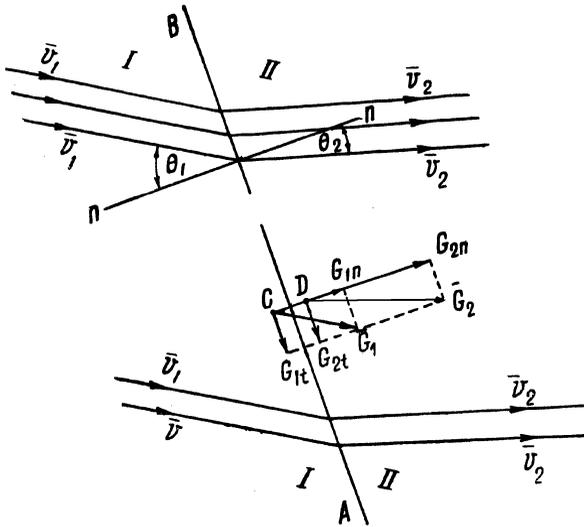


Рис. 139. Преломление линий токов при пересечении границы между двумя зонами пласта *I* и *II* различной проницаемости.

На рис. 139 изображен одномерный поток жидкости в пласте, причем скорость фильтрации в первой зоне образует угол  $\theta_1$  с нормалью  $nn$  к плоскости раздела  $AB$  между двумя зонами; во второй зоне скорость фильтрации образует с той же нормалью угол  $\theta_2$ . Проницаемость пласта в первой зоне —  $k_1$ , во второй зоне —  $k_2$ . Обозначим векторы-градиенты давления в первой и во второй зонах через  $\bar{G}_1$  и  $\bar{G}_2$ ; вдоль этих векторов направлены скорости фильтрации  $\bar{v}_1$  и  $\bar{v}_2$ . Проекции векторов-градиентов давления и скоростей фильтрации на направление нормали к плоскости раздела будем отмечать значком  $n$ ; проекции тех же векторов на любую прямую, лежащую в плоскости раздела (в более общем случае — на направление касательной к поверхности раздела), будем отмечать значком  $t$ . Беря две точки  $C$  и  $D$ , лежащие в зонах *I* и *II* вблизи плоскости раздела, на основании сказанного выше (по пово-

ду распределения скоростей и градиентов давления в пласте в условиях задачи 2) можем утверждать, что в этих точках:

$$v_{1n} = v_{2n}, \quad (22, \text{XVII})$$

$$\frac{k_1}{\mu} G_{1n} = \frac{k_2}{\mu} G_{2n}, \quad (23, \text{XVII})$$

$$G_{1t} = G_{2t}. \quad (24, \text{XVII})$$

В пояснение последнего равенства заметим, что пластовое давление должно изменяться непрерывно при переходе через границу  $AB$ , т. е. давления в двух точках  $C$  и  $D$  при приближении их к границе  $AB$  должны быть одинаковы, а, следовательно, одинаковыми будут и проекции векторов-градиентов давления вдоль линии  $AB$ .

Из линейного закона фильтрации и из последней формулы (24, XVII) следует, что

$$\frac{v_{1t}}{k_1} = \frac{v_{2t}}{k_2}. \quad (25, \text{XVII})$$

Формулы (22, XVII) и (25, XVII) перепишем так:

$$v_1 \cos \theta_1 = v_2 \cos \theta_2, \quad (26, \text{XVII})$$

$$\frac{v_1 \sin \theta_1}{k_1} = \frac{v_2 \sin \theta_2}{k_2}. \quad (27, \text{XVII})$$

Разделив последнее равенство на предпоследнее и переставив члены пропорции, получаем закон преломления линий токов при пересечении границы раздела зон различной проницаемости:

$$\frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_2} = \frac{k_1}{k_2}. \quad (28, \text{XVII})$$

Полученный закон вполне аналогичен закону преломления силовых линий электростатического поля при пересечении границы раздела двух диэлектриков. Также точно формулы (7, XVII) и (18, XVII) для средней проницаемости пласта вполне аналогичны соответствующим формулам электростатического поля в среде со скачкообразно изменяющейся диэлектрической постоянной.

На рис. 137 и 138 изображены горизонтальные пласты; однако во все выведенные выше формулы входят не истинные, а приведенные пластовые давления. Поэтому все полученные результаты можно обобщить и на наклонные пласты со скачкообразно изменяющейся проницаемостью, если граничные условия обеспечивают одномерность потоков.

Предположим, что в условиях рассмотренной выше задачи 1 (рис. 137) имеется не два, а  $n$  слоев различной проницаемости и различной мощности. Тем же способом легко доказать, что вместо формулы (7, XVII) получим:

$$k_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i b_i}{\sum_{i=1}^n b_i}. \quad (29, \text{XVII})$$

В подземной гидравлике эта формула впервые была выведена в 1932 г. проф. Г. Н. Каменским [66].

Если в условиях задачи 2 (рис. 138) имеется не две, а  $n$  зон различной проницаемости и различной длины, то вместо формул (18, XVII) и (20, XVII) получим:

$$k_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{\sum_{i=1}^n \frac{L_i}{k_i}}, \quad (30, \text{XVII})$$

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i L_i}{\sum_{i=1}^n L_i}. \quad (31, \text{XVII})$$

Допустим, что в условиях задачи 2 проницаемость меняется не скачком, а непрерывно вдоль оси  $x$ , т. е.

$$k = f(x). \quad (32, \text{XVII})$$

Дебит фильтрационного потока может быть выражен так:

$$Q = -F \frac{k}{\mu} \frac{dp^*}{dx}, \quad (33, \text{XVII})$$

где  $F$  — площадь поперечного сечения потока.

Разделяя переменные и интегрируя последнее уравнение, получим:

$$p_{\text{к}}^* - p_{\text{г}}^* = \frac{Q\mu}{F} \int_0^L \frac{dx}{k}. \quad (34, \text{XVII})$$

Зная характер функциональной зависимости проницаемости  $k$  от координаты  $x$  и выполнив интеграцию (точно или приближенно), определим дебит потока; зная дебит и интегрируя уравнение (33, XVII) в других пределах, определим распределение пластового давления. В книге проф. Г. К. Каменского [66] данная задача решена для случая линейной зависимости коэффициента проницаемости от координаты  $x$ .

На основании обоснованных ранее замечаний о форме пьезометрической линии  $EDF$  на рис. 138 можем утверждать, что если коэффициент проницаемости непрерывно увеличивается вдоль одномерного потока, то пьезометрическая линия будет вогнутой (глядя сверху); при увеличении коэффициента проницаемости вдоль потока пьезометрическая линия будет выпуклой.

### § 3. Плоско-радиальное движение жидкости в неоднородных пластах

*Задача 1.* Плоско-радиальное движение несжимаемой жидкости в горизонтальном пласте к гидродинамически совершенной скважине подчиняется линейному закону фильтрации; движение происходит в условиях водонапорного режима. Пласт состоит из двух слоев  $I$  и  $II$  мощностью  $b_1$  и  $b_2$  и с проницаемостью  $k_1$  и  $k_2$  (см. рис. 140, на котором изображен вертикальный разрез пласта и скважины). Приведенные давления в скважине и на границе области питания обозначены через  $p_c^*$  и  $p_k^*$ . Условия движения вполне аналогичны тем, какие были описаны в § 2 главы IX, за исключением двухслойности пласта. Требуется определить дебит скважины, распределение давлений и скорость фильтрации в пласте и средний коэффициент проницаемости двухслойного пласта.

Вследствие радиальности движения жидкости к скважине в каждом из слоев рис. 54 для изображения движения в плане, а также формулы (19, IX)–(24, IX) остаются справедливыми и в рассматриваемой сейчас задаче.

Поскольку коэффициент проницаемости не входит в формулы (22, IX) и (23, IX), постольку распределение давлений должно быть одинаковым в обоих слоях; для произвольной точки с радиусом-вектором  $r$  и в первом и во втором слое получаем:

$$\frac{dp^*}{dr} = \frac{p_k^* - p_c^*}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \frac{1}{r}, \quad (35, XVII)$$

$$p^* = p_K^* - \frac{p_K^* - p_C^*}{\ln \frac{R_K}{R_c}} \ln \frac{R_K}{r}, \quad (36, \text{XVII})$$

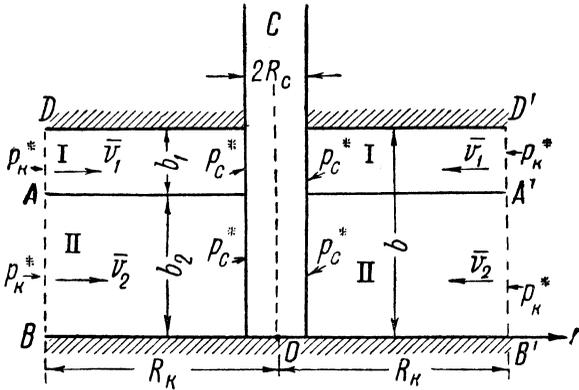


Рис. 140. Вертикальное сечение гидродинамически совершенной скважины и плоско-радиального потока жидкости в двухслойном пласте.

Пьезометрическая поверхность депрессии является общей для обоих слоев. Из формулы (24, IX) видно, что скорости фильтрации  $v_1$  и  $v_2$  в соответствующих точках двух слоев (при одном и том же значении  $r$ ) различны и именно прямо пропорциональны коэффициентам проницаемости слоев:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{k_1}{k_2}. \quad (37, \text{XVII})$$

Дебит  $Q$  скважины, питающейся жидкостью из двух слоев, определяется так:

$$Q = \frac{2\pi(k_1 b_1 + k_2 b_2)(p_K^* - p_C^*)}{\mu \ln \frac{R_K}{R_c}}. \quad (38, \text{XVII})$$

Эта формула впервые была предложена для артезианских скважин проф. Г. Н. Каменским [66].

Обозначая средний коэффициент проницаемости двухслойного пласта в направлении, параллельном напластованию, через  $k_{cp}$  и поль-

зуюсь формулой дебита, получим:

$$Q = \frac{2\pi k_{\text{ср}} b (p_{\text{к}}^* - p_{\text{с}}^*)}{\mu \ln \frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}}}. \quad (39, \text{XVII})$$

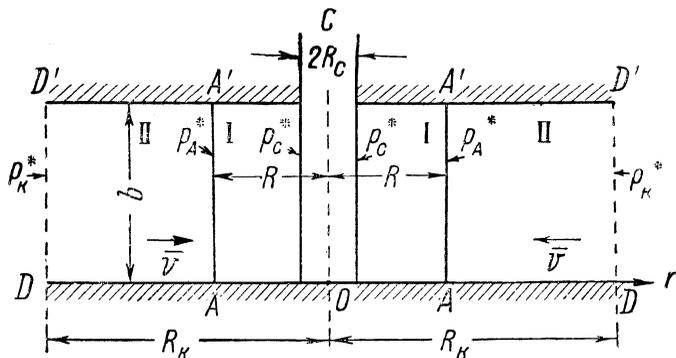


Рис. 141. Вертикальное сечение гидродинамически совершенной скважины и плоско-радиального потока жидкости в пласте с двумя зонами (I и II) различной проницаемости.

Сравнивая две последние формулы, найдем:

$$k_{\text{ср}} = \frac{k_1 b_1 + k_2 b_2}{k_1 + k_2}, \quad (40, \text{XVII})$$

что вполне совпадает с формулой (7, XVII). Так же как и в предыдущем параграфе, формулы (38, XVII) и (40, XVII) легко обобщаются для случая  $n$  слоев различной проницаемости.

*Задача 2.* Сохраним все условия предыдущей задачи за исключением формы зон различной проницаемости. Будем теперь считать, что кольцеобразная зона I окружает скважину и ее внешняя граница имеет форму цилиндра радиуса  $R$ , соосного скважине. Кольцеобразная зона II простирается до области питания пласта и, следовательно, ограничена цилиндрическими поверхностями радиусов  $R$  и  $R_{\text{к}}$  — см. рис. 141, на котором изображен вертикальный разрез пласта и скважины.



это уравнение, найдем:

$$p_A^* = \frac{k_2 p_{\kappa} \ln \frac{R}{R_c} + k_1 p_c^* \ln \frac{R_{\kappa}}{R}}{k_2 \ln \frac{R}{R_c} + k_1 \ln \frac{R_{\kappa}}{R}}. \quad (46, \text{XVII})$$

Подставляя найденное значение  $p_A^*$  в формулы (41, XVII) и (42, XVII), получим:

$$p_1^* = p_c^* + \frac{k_2(p_{\kappa}^* - p_c^*)}{k_2 \ln \frac{R}{R_c} + k_1 \ln \frac{R_{\kappa}}{R}} \ln \frac{r}{R_c}, \quad (47, \text{XVII})$$

$$p_2^* = p_{\kappa}^* - \frac{k_1(p_{\kappa}^* - p_c^*)}{k_2 \ln \frac{R}{R_c} + k_1 \ln \frac{R_{\kappa}}{R}} \ln \frac{R_{\kappa}}{r}. \quad (48, \text{XVII})$$

Последние формулы позволяют определить приведенное давление в любой точке каждой из двух зон пласта.

Пользуясь равенствами (43, XVII), (44, XVII), (47, XVII), (48, XVII), получаем возможность определить скорость фильтрации  $v$  с помощью единой формулы в любой точке каждой из двух зон:

$$v = \frac{k_1 k_2 (p_{\kappa}^* - p_c^*)}{\mu \left( k_2 \ln \frac{R}{R_c} + k_1 \ln \frac{R_{\kappa}}{R} \right)} \frac{1}{r}. \quad (49, \text{XVII})$$

Учитывая, что в условиях плоско-радиального движения

$$Q = 2\pi r b v, \quad (50, \text{XVII})$$

из предыдущей формулы легко найти:

$$Q = \frac{2\pi b (p_{\kappa}^* - p_c^*)}{\mu \left( \frac{1}{k_1} \ln \frac{R}{R_c} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{R_{\kappa}}{R} \right)}. \quad (51, \text{XVII})$$

При  $k_1 = k_2$  последняя формула, как и следовало ожидать, вырождается в формулу дебита (21, IX).

Из формулы (51, XVII) находим значение

$$p_{\kappa}^* - p_c^* = \frac{Q_M}{2\pi b} \left[ \frac{1}{k_1} \ln \frac{R}{R_c} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{R_{\kappa}}{R} \right].$$

Подставляя это выражение в формулы (47, XVII) и (48, XVII), получим давление в любой точке неоднородного пласта:

$$p_1 = p_{\kappa} - \frac{Q_M}{2\pi b} \left[ \frac{1}{k_1} \ln \frac{R_{\kappa}}{r} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{R_{\kappa}}{R} \right],$$

$$p_2 = p_{\kappa} - \frac{Q_M}{2\pi b k_2} \ln \frac{R_{\kappa}}{r}.$$

Воспользуемся величиной среднего коэффициента проницаемости  $k_{cp}$  пласта для того, чтобы дебит скважины можно было определить по этой формуле даже при наличии двух зон различной проницаемости:

$$Q = \frac{2\pi k_{cp} b (p_{\kappa}^* - p_c^*)}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}. \quad (52, XVII)$$

Приравнявая правые части двух последних равенств, получим:

$$k_{cp} = \frac{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{\frac{1}{k_1} \ln \frac{R}{R_c} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{R_{\kappa}}{R}}. \quad (53, XVII)$$

Формулы (51, XVII) и (53, XVII) легко обобщаются на случай  $n$  кольцевых зон (вокруг скважины) различной проницаемости  $k_1, k_2, \dots, k_n$ ; тогда суммы, стоящие в знаменателях упомянутых формул, будут состоять не из двух, а из  $n$  слагаемых. Обобщение решения задачи для  $n$  кольцевых зон и для некоторых случаев непрерывного изменения проницаемости пласта вдоль радиусов, проведенных из центра скважины, было выполнено Г. Б. Пыхачевым [149].

Рассмотренная здесь задача 2, позволяющая учесть существование вокруг забоя скважины кольцевой зоны с проницаемостью, отличающейся от проницаемости остальной части пласта, представляет значительный интерес. В реальных условиях с изменением проницаемости призабойной зоны скважины приходится сталкиваться в следующих,

например, случаях: при кислотной обработке, при торпедировании забоя, установке гравийного фильтра, запарафинивании или заглинизации пор пласта, проникновении в призабойную зону пласта воды, отфильтровавшейся из глинистого раствора, выносе мелких фракций породы, закупорке пор и т. д.

Чтобы учесть влияние (на продуктивность скважины) различия между проницаемостями кольцевой призабойной зоны и остальной части пласта, удобно сравнить дебит скважины в условиях однородного пласта с дебитом скважины в условиях неоднородного пласта.

Для дебита скважины в условиях неоднородного пласта сохраним обозначение  $Q$  и будем этот дебит определять по формуле (51, XVII). Обозначим дебит скважины через  $Q_1$  или  $Q_2$  соответственно в тех случаях, когда весь однородный пласт имеет коэффициент проницаемости  $k_1$  или  $k_2$ . Дебиты  $Q_1$  и  $Q_2$  в рассматриваемых условиях определяются по формуле (21, IX):

$$Q_1 = \frac{2\pi k_1 b(p_{\kappa}^* - p_c^*)}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}, \quad (54, \text{XVII})$$

$$Q_2 = \frac{2\pi k_2 b(p_{\kappa}^* - p_c^*)}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}. \quad (55, \text{XVII})$$

Пользуясь формулами (51, XVII), (54, XVII), (55, XVII), составим следующие соотношения:

$$\frac{Q}{Q_2} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{\lg \frac{R_{\kappa}}{R} + \frac{k_2}{k_1} \lg \frac{R}{R_c}}, \quad (56, \text{XVII})$$

$$\frac{Q}{Q_1} = \frac{k_2}{k_1} \frac{Q}{Q_2} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{\lg \frac{R}{R_c} + \frac{k_1}{k_2} \lg \frac{R_{\kappa}}{R}}. \quad (57, \text{XVII})$$

Формула (56, XVII) позволяет выяснить наиболее интересный вопрос: как влияет на дебит скважины изменение коэффициента проницаемости призабойной зоны пласта с изменением величины  $k_2$  (первоначальное значение, общее для всего пласта) до величины  $k_1$ ? Формула (57, XVII) позволяет ответить и на другой вопрос: допустим,

что  $R$  — радиус границы круговой залежи нефти; внутри этой залежи проницаемость (по многочисленным определениям) равна  $k_1$ . Допустим, что вне залежи проницаемость будет  $k_2$ . Как это скажется на распределении давления и дебите скважины в частности?

В табл. 30 подсчитаны значения отношения  $\frac{Q}{Q_2}$  по формуле (56, XVII) при  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см. Следует заметить, что даже большие изменения в величине  $R_k$  мало влияют на величину отношения  $\frac{Q}{Q_2}$ ; поэтому для анализа таблицы достаточно было ограничиться случаем  $R_k = 10$  км.

Таблица 30

Значения отношения  $\frac{Q}{Q_2}$  при разных значениях величин  $R$  и  $\frac{k_1}{k_2}$   
 при  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см  
 [см. рис. 142 и формулу (56, XVII)]

$R, м$ \ $\frac{k_1}{k_2}$	0,01	0,1	0,5	2	10	20	$\infty$
0,25	0,11	0,58	0,93	1,04	1,08	1,08	1,09
0,5	0,07	0,44	0,88	1,08	1,14	1,15	1,16
1,0	0,05	0,36	0,83	1,11	1,22	1,23	1,25
5,0	—	0,25	0,75	1,20	1,44	1,48	1,52
20,0	—	0,19	0,69	1,30	1,71	1,78	1,85
100,0	—	0,16	0,63	1,43	2,17	2,33	2,50

Прочеркнутые клетки в табл. 30 соответствуют значениям  $\frac{Q}{Q_2}$ , меньшим 0,01.

Из табл. 30 видно, что *ухудшение* проницаемости призабойной зоны вызывает резкое уменьшение дебита скважины; так, например, уменьшение проницаемости в 10 раз ( $k_1 = 0,1k_2$ ) в радиусе  $R = 1$  м вокруг скважины уменьшает дебит скважины почти в 3 раза — на 64%. Если бы то же изменение проницаемости было внутри кольцевой области с внешним радиусом  $R = 0,5$  м, то и тогда дебит скважины уменьшился бы на 56%. Сравнение последних двух примеров позволяет сделать важный вывод. Именно, при упомянутом десятикратном ухудшении проницаемости на первых 40 см от стенки скважины (от  $R = 10$  см до  $R = 50$  см) дебит уменьшается на 56%; при таком же уменьшении

проницаемости еще на следующих 50 см (от  $R = 50$  см до  $R = 100$  см) дебит скважины дополнительно уменьшается лишь на 8%. Отсюда следует, что на дебит скважины наибольшее влияние оказывает изменение проницаемости в зоне, непосредственно прилегающей к стенке скважины, где градиенты давления наиболее велики.

Рассмотрим теперь, как влияет десятикратное увеличение проницаемости в тех же кольцевых зонах с внешними радиусами  $R = 0,5$  м и  $R = 1$  м, дебит скважины увеличивается соответственно на 14% и на 22%.

Отсюда следует, что ухудшение проницаемости в некоторой кольцевой области в какое-либо число раз сильнее влияет на дебит скважины, чем увеличение проницаемости в той же области во столько же раз.

Табл. 30 указывает, что наибольшее влияние на увеличение дебита скважины оказывает увеличение проницаемости в какой-либо области в 2–10 раз; дальнейшее же увеличение проницаемости в той же области почти не влияет на изменение дебита скважины. Крайний правый столбец таблицы соответствует предельному случаю  $\frac{k_1}{k_2} = \infty$  при  $k_1 = \infty$ , т. е. этот столбец отображает влияние изменения радиуса скважины на ее дебит; предположение о том, что в зоне I проницаемость  $k_1$  бесконечно велика, равносильно допущению, что скважина расширена и ее радиус стал равным  $R$ . В соответствии с этим при  $k_1 = \infty$  из формулы (56, XVII) получается формула (2, XIV).

Для уяснения важной зависимости  $\frac{Q}{Q_2}$  от  $\frac{k_1}{k_2}$  и для удобства последующих сравнений, на основании той же формулы (56, XVII) подсчитаны первые четыре строки табл. 31. В таблице приведены значения величины  $Q - Q_2$ , выраженные в процентах по отношению к величине  $Q_2$ ; иными словами в таблице указано: на сколько процентов увеличивается дебит скважины при увеличении проницаемости призабойной зоны. Таблица подсчитана для случая, когда  $R_k = 10^5 R_c$ ; ради краткости введено обозначение:

$$\alpha = \frac{k_1}{k_2}. \quad (58, XVII)$$

На основании первых четырех строк табл. 31 построены кривые 1–3 рис. 143; кривые 4 и 5 построены на основании той же формулы (56, XVII), но только для случая  $R_k = 2000 R_c$ <sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Столь малое значение для «радиуса контура области питания»  $R_k$  берется при наличии в пласте многих скважин. Строго говоря, в последнем случае движение жидкости к скважине не является плоско-радиальным и формула дебита непри-

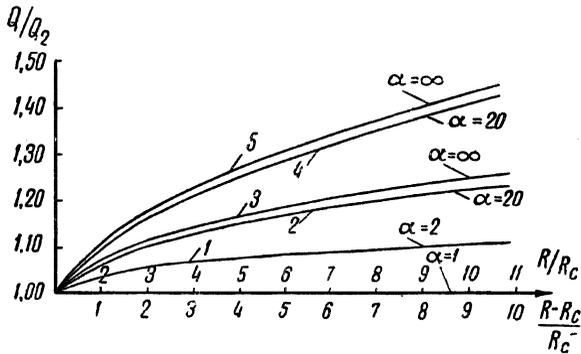


Рис. 143. Графики, иллюстрирующие влияние изменения проницаемости призабойной зоны пласта на дебит скважины (при движении жидкости в пласте по линейному закону фильтрация).

При интерпретации табл. 31 и рис. 143 в связи с анализом работы гравийных фильтров следует под  $k_1$  подразумевать коэффициент проницаемости фильтра, под  $k_2$  — коэффициент проницаемости пласта, под  $R - R_c$  — толщину гравийного фильтра, под  $Q$  — дебит скважины с гравийным фильтром, под  $Q_2$  — дебит скважины без фильтра, считая, что при отсутствии фильтра проницаемость зоны I характеризуется тем же коэффициентом  $k_2$ , что и весь остальной пласт. На оси абсцисс рис. 143 приведены для удобства две шкалы: верхняя — для значений  $\frac{R}{R_c}$ , нижняя — для значений  $\frac{R - R_c}{R_c}$ , т. е. для относительной толщины гравийного фильтра.

Анализируя графики того типа, какие представлены на рис. 143, некоторые авторы (см. Шелкачев [215]) пришли к такому выводу: нет смысла добиваться того, чтобы проницаемость гравийных фильтров превосходила проницаемость продуктивного пласта больше чем в 20–30 раз. В связи с этим диаметр зерен гравия так подбирали в зависимости от механического состава песка, что первоначальная проницаемость гравийного фильтра, равная  $800 \sim 8000 d$ , снижалась в процессе его работы до тридцатикратной проницаемости пласта.

менима. Все же этой формулой пользуются для многих приближенных расчетов, но тогда за  $R_k$  берут половину среднего расстояния между данными скважинами и соседними. Только такому предположению по поводу  $R_k$  может соответствовать

Таблица 31

**Изменение дебита скважины в зависимости от изменения относительной проницаемости призабойной области и относительных размеров этой области (в таблице указано: на сколько процентов увеличивается дебит скважины при увеличении проницаемости призабойной области)**

Закон фильтрации	$\alpha$ $\frac{R}{R_c}$	2	4	20	$\infty$
		Линейный			
	2	3,1	4,7	6,0	6,4
	3	5,0	7,8	10,0	10,6
	4	6,4	9,9	12,9	13,6
	10	11,1	17,7	23,5	25,0
Краснопольского					
	2	8	15	27	41
	3	11	22	44	73
	4	13	27	55	100
	10	16	35	82	216

Снижение проницаемости происходило за счет выноса из пласта мелких фракций песка и частичной закупорки им пор фильтра.

В следующем параграфе будет показано, что вывод о нецелесообразности стремиться к проницаемости фильтра, превосходящей проницаемость пласта больше, чем в 20–30 раз, оказывается не всегда справедливым.

Графики рис. 143 и данные табл. 31 могут быть использованы для анализа возможного эффекта кислотной обработки забоя скважины; дополнительные соображения по этому поводу см. также в следующем параграфе и в работах М. И. Максимова [115], А. И. Малышева [118], М. Маскета [120].

В заключение проанализируем формулу (57, XVII); на основании нее подсчитана табл. 32 для случая  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см.

Допустим, что из скважины взят образец породы (керна) изучаемого пласта; коэффициент проницаемости образца оказался равным  $k_1$ . Предположим далее, что по формуле (54, XVII) сделан подсчет возможного дебита  $Q_1$  скважины, считая коэффициент проницаемости для всего пласта равным  $k_1$ . Если на самом деле подобная проницаемость  $k_1$  характерна только для кольцевой зоны I (совпадающей, например, с первоначальной областью нефтеносности) радиуса  $R$  (см. рис. 142),

его величина порядка  $2000R_c$ .

Таблица 32

Значения отношения  $\frac{Q}{Q_1}$  при разных значениях величин  $R$  и  $\frac{k_1}{k_2}$   
 при  $R_{\text{к}} = 10 \text{ км}$ ,  $R_{\text{с}} = 10 \text{ см}$   
 [рис. 142 и формула (57, XVII)]

$R, \text{ м}$	$\frac{k_1}{k_2}$	0,1	0,5	2	10
1		3,57	1,67	0,56	0,12
100		1,56	1,25	0,71	0,22
1000		1,22	1,11	0,83	0,36
5000		1,06	1,03	0,94	0,65

а всюду вне зоны  $I$  коэффициент проницаемости пласта  $k_2 \neq k_1$ , то результат подсчета дебита окажется неверным. Табл. 32 и показывает, во сколько раз истинный дебит  $Q$  отличается от подсчитанного дебита  $Q_1$ .

Примем  $R = 1 \text{ км}$ ; при  $k_2 = 10k_1$  дебит  $Q$  составляет 122% от дебита  $Q_1$ ; ошибка на 22% в подсчете дебита оказывается не столь уж большой, а при  $k_2 = 2k_1$  ошибка уменьшается до 11%. Однако ошибка в подсчете дебита оказывается значительно большей, если  $k_1 > k_2$ . Так, при  $R = 1 \text{ км}$  и  $k_1 = 10k_2$  истинный дебит  $Q$  составляет 36%, а при  $k_1 = 2k_2$  составляет 83% от подсчитанного дебита  $Q_1$ .

Итак, предсказания о дебите скважины на основании измерения проницаемости керна и последующего подсчета по формуле (54, XVII) оказываются более точными при  $k_2 > k_1$ , чем при  $k_2 < k_1$  (см. Щелкачев [208]).

#### § 4\*. Влияние неоднородности пласта при движении несжимаемой жидкости по закону фильтрации Краснопольского

В двух предыдущих параграфах рассматривалось движение жидкости только по линейному закону фильтрации. Применяя те же методы, легко проанализировать одномерное и плоско-радиальное движения несжимаемой жидкости в неоднородном пласте при любом нелинейном законе фильтрации. В данном параграфе мы разберем плоско-радиальное движение жидкости в неоднородном пласте в том крайнем случае, когда справедлив закон фильтрации Краснопольского. При любом ином законе фильтрации особенности движения будут промежуточными между теми, какие рассмотрены в предыдущем и в данном параграфах.

Предположим, что проницаемость пласта изменяется так, как было описано в условиях задачи 2 предыдущего параграфа (см. рис. 141 и 142). Скорости фильтрации  $v_1$  и  $v_2$  в зонах  $I$  и  $II$  представятся так:

$$v_1 = c_1 \sqrt{\frac{dp_1^*}{dr}}, \quad (59, \text{XVII})$$

$$v_2 = c_2 \sqrt{\frac{dp_2^*}{dr}}, \quad (60, \text{XVII})$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — константы, определяемые по формулам общей теории фильтрации см. § 3 и 4 главы VII. Эти константы зависят от плотности жидкости, в небольшой степени от пористости пласта и в гораздо большей степени от его проницаемости. Для простоты будем считать, что в зонах  $I$  и  $II$  константы  $c_1$  и  $c_2$  отличаются друг от друга только проницаемостью пласта, т. е. что

$$c_1 = c(k_1)^{\frac{1}{4}}, \quad (61, \text{XVII})$$

$$c_2 = c(k_2)^{\frac{1}{4}}. \quad (62, \text{XVII})$$

Дебит  $Q$  скважины удовлетворяет следующим соотношениям:

$$Q = 2\pi r b c_1 \sqrt{\frac{dp_1^*}{dr}}, \quad (63, \text{XVII})$$

$$Q = 2\pi r b c_2 \sqrt{\frac{dp_2^*}{dr}}, \quad (64, \text{XVII})$$

Из формулы (63, XVII), разделяя переменные, получим:

$$dp_1^* = \left( \frac{Q}{2\pi b c_1} \right)^2 \frac{dr}{r^2}. \quad (65, \text{XVII})$$

Интегрируя уравнение (65, XVII) и замечая, что  $p_1^* = p_c^*$  при  $r = R_c$ , найдем:

$$p_1^* = p_c^* + \left( \frac{Q}{2\pi b c_1} \right)^2 \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{r} \right). \quad (66, \text{XVII})$$

Аналогичным путем, замечая, что  $p_2^* = p_k^*$  при  $r = R_k$ , из формулы (64, XVII) получим:

$$p_2^* = p_k^* + \left( \frac{Q}{2\pi b c_2} \right)^2 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_k} \right). \quad (67, \text{XVII}).$$

При  $r = R$ , т. е. на границе раздела зон *I* и *II* различной проницаемости, должно иметь место равенство:

$$p_1^* = p_2^*.$$

Следовательно, приравнявая друг другу правые части двух последних равенств, определим дебит скважин  $Q$ :

$$Q = 2\pi b \sqrt{\frac{p_{\kappa}^* - p_c^*}{\frac{1}{c_1^2} \left( \frac{1}{R_c} - \frac{1}{R} \right) + \frac{1}{c_2^2} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_{\kappa}} \right)}}. \quad (68, \text{XVII})$$

Если бы пласт был однородный с коэффициентом проницаемости  $k_2$ , то, дебит  $Q_2$  скважины можно было бы определить из предыдущей формулы, положив:

$$Q_2 = 2\pi b c_2 \sqrt{\frac{p_{\kappa}^* - p_c^*}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_{\kappa}}}}. \quad (69, \text{XVII})$$

Как и следовало ожидать, последняя формула совпадает с формулой (77, IX).

На основании формул (68, XVII) и (69, XVII) можно определить отношение дебитов  $\frac{Q}{Q_2}$ , показывающее: во сколько раз изменяется дебит скважины с изменением проницаемости призабойной области:

$$\frac{Q}{Q_2} = \sqrt{\frac{(R_{\kappa} - R_c)R}{(R_{\kappa} - R)R_c + \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 (R - R_c)R_{\kappa}}}. \quad (70, \text{XVII})$$

Формулу (70, XVII) следует сравнить с формулой (56, XVII); обе формулы отвечают на одни и те же вопросы, но только при разных законах фильтрации.

Заменим коэффициенты  $c_1$  и  $c_2$  их выражениями из равенств (61, XVII) и (62, XVII):

$$\frac{Q}{Q_2} = \sqrt{\frac{(R_{\kappa} - R_c)R}{(R_{\kappa} - R)R_c + \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} (R - R_c)R_{\kappa}}}. \quad (71, \text{XVII})$$

С большой степенью точности можно принять, что  $R_k - R_c \cong R_k$ , а поэтому формула (71, XVII) переписется так:

$$\frac{Q}{Q_2} \cong \frac{1}{\sqrt{\frac{R_c}{R} \left(1 - \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}\right) + \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}}}. \quad (72, XVII)$$

Очевидно, что при  $k_1 = \infty$  последняя формула вырождается в формулу (16, XIV), характеризующую эффект увеличения радиуса скважины.

Рассматривая случай, когда  $k_2 > k_1$ , и пользуясь формулой (72, XVII), построим графики изменения  $\frac{Q}{Q_2}$  для разных значений  $\alpha = \frac{k_1}{k_2}$  — см. рис. 144 и соответствующие ему последние четыре строки в табл. 31.

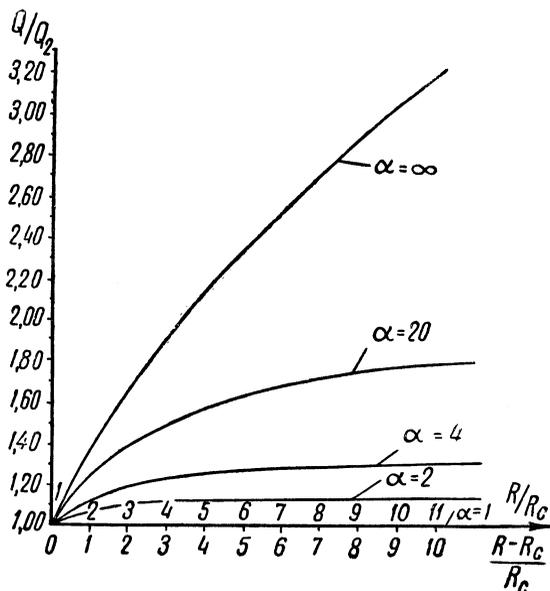


Рис. 144. Графики, иллюстрирующие влияние изменения проницаемости призабойной зоны пласта на дебит скважины при движении жидкости в пласте по закону раснопольского.

Из сравнения рис. 143 и 144, а также из табл. 31 видно, что в случае притока жидкости по закону фильтрации Краснопольского проницаемость

призабойной области оказывает большее влияние на дебит скважины, чем когда справедлив линейный закон фильтрации.

В § 6 главы IX было выяснено, что нельзя ожидать нарушения линейного закона фильтрации на сколько-нибудь значительном удалении от скважины. Зона кризиса линейного закона фильтрации, а следовательно, и влияние нелинейного закона фильтрации оказываются тем большими, чем больше дебит скважины. Отсюда следует, что в реальных условиях, если линейный закон фильтрации нарушен, влияние проницаемости призабойной зоны будет тем менее точно учитываться графиками рис. 143 и, наоборот, тем более точно учитываться графиками рис. 144, чем больше зона кризиса линейного закона фильтрации.

Как видно из графиков рис. 144, в случае нелинейного закона фильтрации нельзя уже утверждать, что увеличение проницаемости призабойной области более чем в 20 раз не дает заметного эффекта на увеличение дебита скважины (см. Щелкачев [215]).

Графики рис. 143 и 144, а также формулы данного и предыдущего параграфов справедливы только при плоско-радиальном движении жидкости. К. М. Донцовым исследовано влияние неоднородности пласта в случае сферического радиального движения жидкости в пласте как по закону фильтрации Краснопольского, так и по линейному закону фильтрации. На основании исследований К. М. Донцова можно утверждать, что всякое нарушение гидродинамического совершенства скважины вызывает усиление влияния проницаемости призабойной зоны на дебит скважины.

В заключение приведем несколько замечаний по поводу кислотной обработки призабойной зоны скважин. Известны многочисленные случаи (см. М. И. Максимов [115], А. И. Мальшев [118]), когда кислотная обработка забоя скважины увеличивала ее производительность в несколько раз и даже в десятки раз. Такое резкое увеличение дебита скважин после кислотной обработки нельзя объяснить только на основании графиков рис. 143 и 144, даже учитывая более интенсивное влияние увеличения проницаемости призабойной зоны вследствие фактического гидродинамического несовершенства большинства скважин. Можно указать две причины этого явления. Во-первых, на рис. 143 и 144 дебит  $Q$  скважины в пласте с повышенной проницаемостью призабойной зоны сравнивается с дебитом  $Q_2$  скважины в условиях однородного пласта. Пытаясь теоретически оценить возможный эффект кислотной обработки, нельзя  $Q$  принимать за дебит скважины после обработки забоя, а  $Q_2$  — за дебит до обработки. В самом деле, чаще всего дебит скважины перед обработкой бывает сравнительно очень малым вследствие резкого ухудшения проницаемости призабойной зоны по сравнению со средней проницаемостью более удаленных частей пласта. В процессе кислотной обработки проницаемость призабойной зоны восстанавливается до нормального значения и даже повышается. Формулы предыдущих параграфов вполне позволяют подсчитать дебиты скважины до и после кислотной обработки в описанных только что условиях, а также позволяют определить отношение этих дебитов и тем самым правильно учесть реально возможный эффект обработки.

Вторая причина высокой эффективности кислотных обработок забоев скважин состоит в том, что обработка в большинстве случаев применяется в карбонатных породах, обладающих трещиноватостью. Формулы же данного и предыдущих параграфов относятся к равномерно проницаемым пластам.

Если проницаемость пласта обусловлена только трещиноватостью слагающей его породы, то большой эффект кислотной обработки объясняется увеличением размеров, а иногда и увеличением числа трещин, подводящих жидкость к забою скважин. Вот почему важно заботиться о том, чтобы кислота не только вступала в реакцию с породой у стенки скважины, но и проникала глубже в трещины, см. дальнейшие подробности и расчеты в работах М. И. Максимова [115], А. И. Малышева [118].

## § 5. Обобщение предыдущих выводов

В главе XIV исследовалось влияние радиуса скважины на ее дебит, причем было доказано, что в каждом из рассмотренных случаев это влияние не зависит от природы жидкости или газа, притекающих к скважине. В данной главе до сих пор рассматривалось движение только несжимаемой жидкости в неоднородном пласте в условиях водонапорного режима. Пользуясь тем же способом, что и в главе XIV, и здесь можно было бы доказать, что все выводы о влиянии неоднородности пласта при движении в нем несжимаемой жидкости справедливы и при установившемся движении газа, сжимаемой и газированной жидкости.

Не будем повторять все формулы и все выкладки, приведенные в предыдущих параграфах, со всеми только что названными жидкостями (газами), а поясним сказанное несколькими примерами.

Рассмотрим плоско-радиальный приток газа к гидродинамически совершенной скважине по линейному закону фильтрации в условиях изотермического процесса. Пласт будем считать неоднородным, состоящим из двух кольцеобразных зон *I* и *II* разной проницаемости (см. условия задачи 2 § 3 и рис. 141 и 142). Согласно формулам главы XII давления  $p_1$  и  $p_2$  в зонах *I* и *II* определяются так:

$$p_1^2 = p_c^2 + \frac{G\mu\beta}{\pi bk_1} \ln \frac{r}{R_c}, \quad (73, \text{XVII})$$

$$p_2^2 = p_k^2 + \frac{G\mu\beta}{\pi bk_1} \ln \frac{R_k}{r}, \quad (74, \text{XVIII})$$

где  $G$  — весовой дебит газовой скважины;

$\beta$  — константа, зависящая от природы газа и от температуры  $\left(\beta = \frac{p_{ат}}{\beta_{ат}}\right)$ ; остальные обозначения те же, что и в предыдущих параграфах данной главы. Положив в правых частях последних равенств  $r = R$ , должны получить  $p_1 = p_2$ . Приравнивая при этих предположениях правые части упомянутых равенств, получим формулу для определения весового дебита  $G$  газовой скважины в неоднородно проницаемом пласте:

$$G = \frac{\pi b(p_k^2 - p_c^2)}{\mu\beta \left( \frac{1}{k_1} \ln \frac{R}{R_c} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{R_k}{R} \right)}. \quad (75, XVII)$$

Допустим, что во всем пласте проницаемость равна  $k_2$ ; дебит скважины в этом случае обозначим через  $G_2$ . Полагая в предыдущей формуле  $k_1 = k_2$ , получим:

$$G_2 = \frac{\pi b k_2 (p_k^2 - p_c^2)}{\mu\beta \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (76, XVII)$$

Из двух последних равенств найдем отношение дебитов  $\frac{G}{G_2}$ , характеризующее влияние изменения проницаемости призабойной зоны пласта:

$$\frac{G}{G_2} = \frac{\lg \frac{R_k}{R_c}}{\lg \frac{R_k}{R} + \frac{k_2}{k_1} \lg \frac{R}{R_c}}. \quad (77, XVII)$$

Формулы (75, XVII) и (76, XVII) весового дебита газовой скважины отличны от формул (51, XVII) и (55, XVII) объемного дебита скважины, к которой притекает несжимаемая жидкость. Однако правые части формул (77, XVII) и (56, XVII) совершенно одинаковы. Причина их совпадения в том, что в обоих случаях в условиях однородного пласта природа функциональной зависимости упомянутых объемных и весовых дебитов от радиуса  $R_c$  скважины, радиуса  $R_k$  пласта и проницаемости пласта одна и та же. Действительно, объемный дебит  $Q_2$  при притоке к скважине несжимаемой жидкости и весовой дебит  $G_2$  газовой скважины можно представить в таком виде, см., например,

формулы (55, XVII) и (76, XVII).

$$Q_2 = A \frac{k_2}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}, \quad (78, \text{XVII})$$

$$G_2 = B \frac{k_2}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}, \quad (79, \text{XVII})$$

где  $A$  и  $B$  — разные величины, представляющие произведения группы множителей, входящих в упомянутые выше формулы.

Совпадение формул (77, XVII) и (56, XVII) позволяет утверждать, что табл. 30, верхние 4 строки табл. 31 и графики рис. 143 применимы и в рассматриваемом случае притока газа к скважине по линейному закону фильтрации.

Однако к виду (78, XVII), (79, XVII) приводятся и формула (28, XI) дебита скважины при установившемся притоке к ней сжимаемой жидкости по линейному закону фильтрации и формула (21, X) дебита скважины при притоке к ней жидкости со свободной поверхностью (в условиях гравитационного режима). В обоих последних случаях в условиях неоднородного пласта будет справедлива формула (77, XVII), а потому будут приложимы табл. 30, верхние 4 строки табл. 31 и графики рис. 143.

Совершенно таким же образом можно доказать, что при плоско-радиальном движении газа к скважине по закону Краснопольского для отношения весовых дебитов  $G$  и  $G_2$  будет справедлива формула (72, XVII) и, следовательно, будут приложимы основанные на ней нижние 4 строки табл. 31 и графики рис. 144 (см. Щелкачев [215]).

Аналогичные выводы можно сделать и об одномерном движении жидкостей и газов в неоднородных пластах. В самом деле, перепишем формулу (6, XVII) для объемного дебита несжимаемой жидкости в условиях водонапорного режима и линейного закона фильтрации в таком виде:

$$Q = \frac{ck_{\text{ср}}a}{L}, \quad (80, \text{XVII})$$

где  $c$  — коэффициент, зависящий от мощности потока, вязкости жидкости и перепада давления.

В таком же виде можно представить весовой или массовый дебит установившихся потоков газа или сжимаемой жидкости в условиях напорных режимов или объемный дебит несжимаемой жидкости в условиях гравитационного режима (при движении жидкости со свободной поверхностью); см., например, формулы (10, XII), (9, XI), (6, X).

В последних случаях пришлось бы учесть лишь иную природу коэффициента  $c$ , а величины  $k_{ср}$ ,  $a$ ,  $L$  входили бы в формулы в те же соотношениях. Отсюда следует, что формулы (7, XVII), (18, XVII), (20, XVII), а также основные качественные выводы о влиянии неоднородности проницаемости пласта на одномерный фильтрационный поток остаются справедливыми и для всех перечисленных выше случаев (В. Н. Шелкачев [215]).

Дальнейшие детали исследования одномерных потоков в пластах, с неоднородной проницаемостью см. в книгах Г. Н. Каменского [65] и [66].

До сих пор в этой главе эффект изменения проницаемости призабойной зоны оценивался лишь по изменению дебита скважины при сохранении понижения давления (перепада давления) в ней.

В главе XIV первоначально также исследовалось влияние изменения радиуса скважины только на ее дебит при сохранении понижения давления в ней.

Однако затем был поставлен вопрос о влиянии изменения радиуса скважины на понижение давления в ней при сохранении постоянного дебита. В главе XIV было доказано, что если дебит скважины пропорционален понижению давления на ее забое (это имеет место при движении несжимаемой жидкости по линейному закону фильтрации в условиях водонапорного режима), то увеличение радиуса скважины во столько же раз увеличивает ее дебит при сохранении понижения давления, во столько раз уменьшается понижение давления при сохранении дебита.

Во всех остальных случаях (при движении сжимаемых жидкостей или газа, или при нарушении линейного закона фильтрации, или в условиях гравитационного режима) изменение радиуса сильнее сказывается на изменении понижения давления при постоянном дебите, чем на изменении дебита при постоянном понижении давления.

Общность методов исследования данной главы и главы XIV позволяет сделать тот же вывод о влиянии изменения проницаемости призабойной зоны на понижение давления в скважине при сохранении постоянного дебита, какой только что был повторен по поводу влияния изменения радиуса скважины.

Соответствующие математические выкладки мы пропускаем, ибо они были бы повторением выкладок, выполненных в предыдущих параграфах данной главы. Читателю рекомендуется самостоятельно проделать их в качестве упражнения.

Замечание по поводу возможности обобщения полученных выводов на сферические радиальные потоки уже было сделано в конце § 3.

---

---

## ГЛАВА XVIII

# Вытеснение нефти и газа водой

Задачи о вытеснении нефти и газа водой представляют большой теоретический и практический интерес.

При разработке *нефтяных* месторождений в условиях водонапорного режима нефть вытесняется в скважины под действием напора контурных вод, при этом происходит продвижение контуров водоносности.

В главе IX, при рассмотрении вопроса о продвижении контура водоносности, вязкости и плотности нефти и воды принимались одинаковыми. В настоящей главе при решении задач о вытеснении нефти и газа водой мы будем учитывать различие в вязкостях нефти и воды и воды и газа. Плотность нефти и воды принимаем одинаковыми. Это позволяет считать плоскость контакта нефть — вода вертикальной. Следует отметить, что если расстояние от скважин до контура области питания пласта во много раз больше расстояния до контура водоносности, то при отсутствии подошвенной воды допущение о вертикальности плоскости контакта нефть — вода, даже при небольшом наклоне пластов, не вносит существенной ошибки в результаты решения задачи о вытеснении нефти водой<sup>1</sup>. То же самое можно сказать относительно допущения о вертикальности контакта газ — вода в тех случаях, когда расстояние от эксплуатационных газовых скважин до контура области питания пласта во много раз больше расстояния до контура газоносности. Вопрос о влиянии различия в удельных весах двух жидкостей в пласте (нефти и воды) на распределение давлений и поведение скважин рассмотрен в главе XVI. В дальнейших выкладках жидкость (нефть, вода) принимается несжимаемой, пласт — горизонтальным, режим пласта — водонапорным, фильтрация — происходящей по линейному закону.

Известно, что в ряде *газовых* месторождений также имеет место водонапорный режим, при котором разработка их сопровождается продвижением контурных вод, приводящим к уменьшению с течением времени объема порового пространства газоносной части залежи.

---

<sup>1</sup>Конечно, до тех пор, пока в результате продвижения контура водоносности в пласте (в зоне расположения скважин) не появится подошвенная вода.

От темпа продвижения контурных вод зависит темп падения пластового давления в газовой залежи.

Падение давления определяет падение дебита газовых скважин, что в свою очередь определяет потребное количество скважин для поддержания заданного уровня добычи газа из месторождения, продолжительность периода бескомпрессорной эксплуатации, время необходимого ввода в эксплуатацию компрессорных станций и пр.

От величины возможного продвижения контура водоносности существенно зависит решение задачи о размещении скважин на газоносной площади.

При наличии продвижения воды (которое в течение первых лет может быть не обнаружено) неучет его может привести к большим просчетам в запасах газа, вычисленных по фактическим данным о падении давления и добыче газа.

Из сказанного ясно, какое большое практическое значение имеет решение задач о вытеснении газа водой.

## § 1. Одномерная задача о вытеснении нефти водой

Рассмотрим задачу о вытеснении нефти водой к прямолинейной галлее.

На рис. 145 представлена модель пласта (в плане) применительно к указанной задаче. Обозначим (см. рис. 145):

$p_k$  — давление на контуре питания (КП), принимаемое постоянным;

$p_\Gamma$  — давление в галлее (Г), также принимаемое постоянным;

$p'$  — давление на перемещающемся контуре водоносности (КВ);

$L_k$  — расстояние от контура питания до галлеи;

$x_0$  — расстояние от контура питания до первоначального положения контура водоносности, обозначенного на рис. 145 пунктиром;

$x_v$  — расстояние до перемещающегося контура водоносности в некоторый момент времени  $t$ ;

$b$ ,  $m$  и  $k$  — соответственно мощность, пористость и проницаемость пласта;

$\mu_n$  и  $\mu_v$  — абсолютные вязкости соответственно нефти и воды.

Часть пласта, заключенную между контуром водоносности (КВ) и галлеей (Г), будем называть областью нефтеносности, часть пласта, заключенную между контуром питания (КП) и контуром водоносности (КВ), — областью водоносности. Поместим начало координат

в некоторой точке  $O$ , находящейся на контуре области питания. За положительное направление оси  $X$  примем направление от контура питания к галлее, совпадающее с направлением движения жидкости. Обозначим далее через  $p_n$  и  $p_b$  давления в точках пласта, отстоящих от контура питания на расстоянии  $x$  и находящихся в области нефтеносности ( $p_n$ ) или в области водоносности ( $p_b$ ).

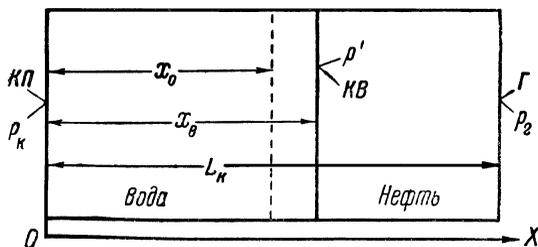


Рис. 145. Модель пласта, к одномерной задаче о вытеснении нефти водой.

При одномерном движении жидкости, вязкость которой во всем пласте одинакова (см. § 1 главы IX), скорость фильтрации  $v$  и распределение давления  $p$  в пласте описывались следующими уравнениями:

$$p = p_\Gamma + \frac{p_\kappa - p_\Gamma}{L_\kappa} (L_\kappa - x), \quad (1, \text{XVIII})$$

$$p = p_\kappa - \frac{p_\kappa - p_\Gamma}{L_\kappa} x, \quad (2, \text{XVIII})$$

$$v = \frac{k}{\mu} \frac{p_\kappa - p_\Gamma}{L_\kappa}. \quad (3, \text{XVIII})$$

Как отмечалось в главе IX, в случае одномерного движения изобарами являются линии, параллельные галлее, и каждую изобару, в том числе и контур водоносности, можно рассматривать как контур питания или как галлею. Это позволяет на основании формул (1–3, XVIII) написать формулы распределения давления и скорости фильтрации в области нефтеносности и водоносности.

Рассматривая движение жидкости в области водоносности, примем за галлею изобару, совпадающую с контуром водоносности. Тогда для написания формул распределения давления  $p_b$  в пласте и скорости фильтрации воды  $v_b$  воспользуемся уравнениями (2, XVIII)

и (3, XVIII), в которые вместо расстояния до контура питания  $L_K$  подставим расстояние  $x_B$  от контура питания до контура водоносности, а вместо давления в галлерее  $p_\Gamma$  — давление  $p'$  на контуре водоносности:

$$p_B = p_K \frac{p_K - p'}{x_B} x, \quad (4, \text{XVIII})$$

$$v_B = \frac{k}{\mu_B} \frac{p_K - p'}{x_B}. \quad (5, \text{XVIII})$$

Рассматривая движение жидкости в *области нефтеносности*, примем за контур питания изобару, совпадающую с контуром водоносности. Чтобы написать формулы распределения давления  $p_H$  в пласте и скорости фильтрации нефти  $u_H$ , воспользуемся формулами (1, XVIII) и (3, XVIII), в которых давление  $p_K$  на контуре питания заменим давлением  $p'$  на контуре водоносности, а стоящее в знаменателе расстояние  $L_K$  до контура питания заменим расстоянием  $(L_K - x_B)$  от галлерей до контура водоносности:

$$p_H = p_\Gamma + \frac{p' - p_\Gamma}{(L_K - x_B)} (L_K - x); \quad (6, \text{XVIII})$$

$$v_H = \frac{k}{\mu_H} \frac{p' - p_\Gamma}{L_K - x_B}. \quad (7, \text{XVIII})$$

Вследствие несжимаемости жидкости и неразрывности потока в условиях одномерного движения скорость фильтрации нефти и воды в каждый данный момент времени во всех точках пласта одинакова, следовательно,  $v_B = u_H$ , что на основании уравнений (5, XVIII) и (7, XVIII) дает:

$$\frac{1}{\mu_B} \frac{p_K - p'}{x_B} = \frac{1}{\mu_H} \frac{p' - p_\Gamma}{L_K - x_B}. \quad (8, \text{XVIII})$$

Решая уравнение (8, XVIII) относительно давления  $p'$  на перемещающемся контуре водоносности, получим:

$$p' = \frac{p_K \mu_H (L_K - x_B) + p_\Gamma \mu_B x_B}{\mu_H (L_K - x_B) + \mu_B x_B}.$$

Подставляя это значение давления  $p'$  на контуре водоносности в уравнения (4, XVIII) и (6, XVIII), получим следующие формулы распределения давления в областях водоносности и нефтеносности:

$$p_B = p_K - \frac{\mu_B (p_K - p_\Gamma)}{\mu_H (L_K - x_B) + \mu_B x_B} x, \quad (9, \text{XVIII})$$

$$p_{\text{н}} = p_{\text{г}} + \frac{\mu_{\text{н}}(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})}{\mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_{\text{в}}) + \mu_{\text{в}}x_{\text{в}}} (L_{\text{к}} - x). \quad (10, \text{XVIII})$$

Определим скорость фильтрации  $v$  жидкости:

$$v = v_{\text{н}} = v_{\text{в}}.$$

Согласно линейному закону фильтрации

$$v = -\frac{k}{\mu_{\text{в}}} \frac{\partial p_{\text{в}}}{\partial x} = -\frac{k}{\mu_{\text{н}}} \frac{\partial p_{\text{н}}}{\partial x}. \quad (11, \text{XVIII})$$

Дифференцируя равенства (9, XVIII) и (10, XVIII) по  $x$ , получим:

$$\frac{\partial p_{\text{в}}}{\partial x} = -\frac{\mu_{\text{в}}(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})}{\mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_{\text{в}}) + \mu_{\text{в}}x_{\text{в}}},$$

$$\frac{\partial p_{\text{н}}}{\partial x} = -\frac{\mu_{\text{н}}(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})}{\mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_{\text{в}}) + \mu_{\text{в}}x_{\text{в}}}.$$

Из последних двух уравнений видно, что градиент давления в области нефтеносности во столько раз больше градиента давления в области водоносности, во сколько раз вязкость нефти больше вязкости воды. Следовательно, пьезометрическая линия, состоящая из отрезков двух прямых линий, имеет излом при  $x = x_{\text{в}}$ .

Умножая полученное значение градиента давления в области водоносности на  $\frac{k}{\mu_{\text{в}}}$ , получим в соответствии с уравнением (11, XVIII) скорость фильтрации жидкости равной

$$v = \frac{k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})}{\mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_{\text{в}}) + \mu_{\text{в}}x_{\text{в}}}. \quad (12, \text{XVIII})$$

Расход жидкости (дебит галереи)  $Q$  найдем, умножив скорость фильтрации на площадь  $F$  вертикального сечения пласта

$$Q = \frac{kF(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})}{\mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_{\text{в}}) + \mu_{\text{в}}x_{\text{в}}}. \quad (13, \text{XVIII})$$

Рассмотрение уравнений (9, XVIII) и (10, XVIII) распределения давления в области водоносности и нефтеносности и формул (12, XVIII)

и (13, XVIII) скорости фильтрации жидкости и дебита галлерей показывает, что величина давления в некоторой точке пласта, координата которой равна  $x$ , зависит не только от величины  $x$ , но и от положения контура водоносности  $x_b$ . Дебит галлерей и скорость фильтрации жидкости также зависят от  $x_b$ . Так как с течением времени  $t$ , истекшим с начала разработки пласта, контур водоносности продвигается по направлению к галлерее, величина  $x_b$  увеличивается и является функцией времени  $t$ . Следовательно, в отличие от одножидкостной системы (назовем так случай, когда вязкость фильтрующейся жидкости во всем пласте одинакова), при вытеснении нефти водой давление в каждой точке пласта является функцией времени. Скорость фильтрации  $v$  и расход жидкости  $Q$  также изменяются во времени.

Таким образом, несмотря на постоянство давлений на контуре питания  $p_k$  и в галлерее  $p_r$ , процесс вытеснения нефти водой при  $\mu_n \neq \mu_b$  представляет собой *неустановившуюся* фильтрацию. Именно поэтому в уравнение (11, XVIII) входят *частные* производные по  $x$ .

Из уравнений (12, XVIII) и (13, XVIII) видно, что при  $\mu_n > \mu_b$  с увеличением величины  $x_b$  знаменатель правой части их уменьшается, следовательно, с *течением времени*, по мере продвижения контура водоносности к галлерее, *скорость фильтрации жидкости и дебит галлерей увеличиваются*. Если вязкость воды больше вязкости нефти ( $\mu_n < \mu_b$ ), то с течением времени (с увеличением  $x_b$ ) знаменатель в указанных формулах увеличивается, а следовательно, скорость фильтрации и дебит жидкости уменьшаются. Случаи, когда вязкость законтурной воды больше вязкости нефти (вследствие высокой солености воды, увеличивающей ее вязкость, и наличия в нефти значительного количества растворенного газа, уменьшающего ее вязкость), встречаются редко, но все же известны в промысловой практике<sup>1</sup>.

Закономерность изменения скорости фильтрации жидкости и дебита галлерей по мере продвижения контура водоносности легко объяснить также на основании следующих физических соображений. Движение жидкости от контура питания к галлерее происходит в результате наличия перепада давления (депрессии)  $\Delta p = p_k - p_r$ , поддерживаемого в рассматриваемой задаче постоянным. Величина же сопротивления, которую приходится преодолевать жидкости, зависит от размеров области водоносности и области нефтеносности. Если  $\mu_n > \mu_b$ , то чем большая часть пласта занята нефтью, тем большее сопротивление приходится преодолевать жидкости при фильтрации. По мере продвижения контура водоносности размеры области нефтеносности уменьшаются, а следовательно, уменьшается и величина общего сопротивле-

<sup>1</sup>См. § 1 главы III.

ния, преодолеваемого жидкостью при фильтрации. Между тем перепад давления  $\Delta p$  остается постоянным. Это приводит к увеличению скорости фильтрации, а следовательно, и дебита галереи. Если  $\mu_{\text{в}} > \mu_{\text{н}}$ , то имеет место обратное явление. Продвижение контура водоносности, увеличивая размеры области водоносности, увеличивает величину общего сопротивления движению жидкости, что с течением времени при сохранении постоянной депрессии  $\Delta p$  приводит к уменьшению скорости фильтрации и дебита галереи.

Найдем изменение во времени величины  $x_{\text{в}}$ , характеризующей положение контура водоносности.

Скорость движения находящейся на контуре водоносности частицы жидкости равна:

$$w = \frac{dx_{\text{в}}}{dt} = \frac{v}{m}.$$

Подставляя вместо скорости фильтрации  $v$  ее значение из уравнения (12, XVIII), получим:

$$\frac{k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})}{m[\mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_{\text{в}}) + \mu_{\text{в}}x_{\text{в}}]} = \frac{dx_{\text{в}}}{dt},$$

откуда, разделяя переменные  $x_{\text{в}}$  и  $t$ , имеем:

$$dt = \frac{m}{k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})} [\mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_{\text{в}}) + \mu_{\text{в}}x_{\text{в}}] dx_{\text{в}}. \quad (14, \text{XVIII})$$

Начальное условие выражается следующим образом:

$$x_{\text{в}} = x_0 \quad \text{при} \quad t = 0.$$

Кроме того, примем, что  $t = T$  при  $x_{\text{в}} = L_{\text{к}}$ , где  $T$  — время извлечения из пласта всей нефти, в течение которого контур водоносности продвинется от своего первоначального положения до галереи.

Интегрируя уравнение (14, XVIII) по  $t$  в пределах от 0 до  $t$  и по  $x_{\text{в}}$  от  $x_0$  до  $x_{\text{в}}$ , получим:

$$t = \frac{m}{k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})} [(\mu_{\text{в}} - \mu_{\text{н}}) \frac{x_{\text{в}}^2 - x_0^2}{2} + \mu_{\text{н}}L_{\text{к}}(x_{\text{в}} - x_0)]. \quad (15, \text{XVIII})$$

Формула (15, XVIII) позволяет найти время продвижения контура водоносности от своего первоначального положения до положения, определяемого координатой  $x_{\text{в}}$ .

Подставляя в формулу (15, XVIII) вместо  $x_{\text{в}}$  величину  $L_{\text{к}}$ , найдем время  $T$  извлечения из пласта всей нефти или продвижения воды от первоначального положения контура водоносности до галлерей:

$$T = \frac{m}{2k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})} [\mu_{\text{в}}(L_{\text{к}}^2 - x_0^2) + \mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_0)^2]. \quad (16, \text{XVIII})$$

Рассмотрение формул (15, XVIII) и (16, XVIII) показывает, что время  $t$  и  $T$  вытеснения нефти водой прямо пропорционально пористости пласта  $m$  и обратно пропорционально проницаемости пласта  $k$  и депрессии  $\Delta p = (p_{\text{к}} - p_{\text{г}})$ .

Справедливость этого ясна из следующих физических соображений.

Чем больше пористость пласта, тем *при прочих равных условиях* меньше скорость движения жидкости  $w = \frac{v}{m}$ , а следовательно, больше время продвижения контура водоносности от контура питания до галлерей. С другой стороны, чем больше пористость пласта, тем больше запас нефти в нем, а значит, при прочих равных условиях требуется больше времени для извлечения этой нефти. Чем больше проницаемость пласта и чем больше депрессия  $\Delta p$ , тем при прочих равных условиях больше скорость движения жидкости, а следовательно, меньше время соответствующего продвижения контура водоносности.

Для нахождения зависимости координаты  $x_{\text{в}}$  контура водоносности от времени  $t$  решим квадратное уравнение (15, XVIII) относительно  $x_{\text{в}}$ :

$$x_{\text{в}} = \frac{\mu_{\text{н}}}{\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}}} L_{\text{к}} - \sqrt{\left(\frac{\mu_{\text{н}}}{\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}}} L_{\text{к}} - x_0\right)^2 + \frac{2k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})}{m(\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}})} t}. \quad (17, \text{XVIII})$$

Подставляя это значение  $x_{\text{в}}$  в формулы (12, XVIII) и (13, XVIII), найдем изменение во времени скорости фильтрации жидкости и дебита галлерей:

$$v = \frac{k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})}{\sqrt{[\mu_{\text{н}} L_{\text{к}} - (\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}})x_0]^2 - \frac{2k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})}{m} (\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}}) t}}. \quad (18, \text{XVIII})$$

Из формулы (18, XVIII) ясно видно, что с увеличением  $t$  при  $\mu_{\text{н}} > \mu_{\text{в}}$  значения  $v$  увеличиваются, а при  $\mu_{\text{в}} > \mu_{\text{н}}$  с ростом  $t$  величина  $v$  уменьшается.

Величину суммарной добычи нефти за время  $t$  :  $Q_{\text{доб}} = \int_0^t Q dt$  легко определить из уравнения:

$$Q_{\text{доб}} = mF(x_{\text{в}} - x_0). \quad (19, \text{XVIII})$$

Подставляя вместо  $x_{\text{в}}$  его значение из уравнения (17, XVIII), получим:

$$Q_{\text{доб}} = Q_{\text{доб}}(t).$$

Решение задачи о вытеснении нефти водой впервые было дано акад. Л. С. Лейбензоном [100], [107]. Но в своих исследованиях Л. С. Лейбензон считал давление  $p$  на перемещающемся контуре водоносности постоянным, тем самым принимал вязкость воды равной нулю.

В. Н. Щелкачевым [208] было рассмотрено влияние разности вязкостей нефти и воды на вытеснение нефти водой при различных соотношениях между расстояниями от галереи до контура водоносности и до контура питания.

Обозначим

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} \mu_0 &= \frac{\mu_{\text{н}}}{\mu_{\text{в}}} \\ a &= \frac{T}{T_{\text{н}}}, \end{aligned} \right\} \quad (20, \text{XVIII})$$

где  $T$  — время вытеснения нефти водой, определяемое формулой (16, XVIII), а  $T_{\text{н}}$  — время вытеснения нефти нефтью (случай одножидкостной системы).

Величина  $T_{\text{н}}$  может быть определена по формуле (11, IX), которую легко получить как частный случай из формулы (16, XVIII), положив  $\mu_{\text{в}} = \mu_{\text{н}}$ :

$$T_{\text{н}} = \frac{m\mu_{\text{н}}L_{\text{к}}(L_{\text{к}} - x_0)}{k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})}. \quad (21, \text{XVIII})$$

Разделив уравнение (16, XVIII) на (21, XVIII) и вводя относительную вязкость нефти  $\mu_0$ , получим:

$$a = \frac{1}{2\mu_0} \left[ \mu_0 + 1 - \frac{x_0}{L_{\text{к}}} (\mu_0 - 1) \right]. \quad (22, \text{XVIII})$$

По этой формуле В. Н. Щелкачевым были вычислены величины  $a$ , отвечающие различным значениям отношения  $\frac{x_0}{L_{\text{к}}}$  и относительной вязкости  $\mu_0$ , Результаты указанных вычислений приведены в табл. 33,

показывающей, какое большое влияние оказывает разность вязкостей нефти и воды на время продвижения контура нефтеносности.

Т а б л и ц а 33

**Значения величины  $a$  — отношения времени  $T$  вытеснения нефти водой по времени  $T_n$  вытеснения нефти нефтью в условиях одномерной фильтрации по линейному закону**

$\mu_0$ \ $\frac{x_0}{L_k}$	0	0,5	0,90	0,99
2	0,75	0,63	0,53	0,50
5	0,60	0,40	0,24	0,20
20	0,53	0,29	0,10	0,05
$\infty$	0,50	0,25	0,05	0,005

М. Маскет, рассматривая вопрос о вытеснении нефти водой, допускает что контур нефтеносности первоначально совпадает с контуром питания, т. е.  $\frac{x_0}{L_k} = 0$ , и приходит к выводу, что время проталкивания нефти нефтью немногим больше, чем время вытеснения нефти водой (максимально, если положить  $\mu_v = 0$ ;  $\frac{T_n}{T} = \frac{1}{a} = 2$ ). Следовательно, по Маскету, разница вязкостей нефти и воды не оказывает существенного влияния на время продвижения контура водоносности. Несостоятельность такого вывода становится очевидной при рассмотрении приведенных в табл. 33 значений отношения  $a$  для  $\frac{x_0}{L_k} > 0$ . Так, при  $\frac{x_0}{L_k} = 0,9$  и  $\mu_0 = \infty$ ,  $\frac{T_n}{T} = \frac{1}{a} = 20$ , а при  $\frac{x_0}{L_k} = 0,99$  и  $\mu_0 = \infty$ ,  $\frac{1}{a} = 200$ , т. е. в указанных условиях время вытеснения нефти нефтью соответственно в 20 и в 200 раз больше времени вытеснения нефти водой.

Из табл. 33 следует, что чем меньше область нефтеносности по сравнению с областью водоносности, а, значит, чем ближе к единице отношение  $\frac{x_0}{L_k}$ , тем сильнее сказывается влияние разности вязкостей нефти и воды на время вытеснения нефти водой. Например, если  $\mu_0 = 5$ , то при  $\frac{x_0}{L_k} = 0,5$   $\frac{T_n}{T} = 2,5$ , а при  $\frac{x_0}{L_k} = 0,9$   $\frac{T_n}{T} = 4,16$ .

Из той же таблицы видно, что принятие вязкости воды  $\mu_v = 0$  приводит к существенной ошибке в определении времени продвижения контура водоносности. Так, при  $\frac{x_0}{L_k} = 0,9$  отношение времени вытес-

нения нефти водой при  $\mu_0 = 5$  ( $T_{\mu_0=5}$ ) ко времени вытеснения нефти водой при  $\mu_0 = \infty$  ( $T_{\mu_0=\infty}$ ) составляет:

$$\frac{T_{\mu_0=5}}{T_{\mu_0=\infty}} = \frac{a_{\mu_0=5}}{a_{\mu_0=\infty}} = \frac{0,53}{0,05} = 10,6.$$

Таким образом, при подсчете времени вытеснения нефти водой нельзя не учитывать разности вязкостей нефти и воды.

Различие вязкостей нефти и воды оказывает существенное влияние не только на время извлечения нефти, но и на характер продвижения контура водоносности. Для пояснения этого рассмотрим следующие примеры, взятые нами из книги В. Н. Щелкачева [209].

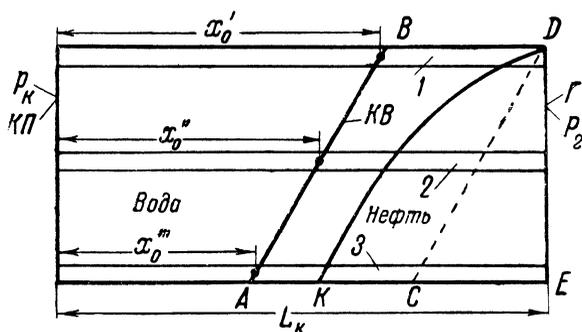


Рис. 146. Вытеснение нефти водой в условиях одномерного движения, когда контур водоносности не параллелен галлерее.

Пусть положение водо-нефтяного контакта в пористом пласте, изображенном в плане на рис. 146, показано линией  $AB$ , не параллельной галлерее  $DE$ . Для решения задачи о продвижении контура водоносности в указанных условиях используем следующий приближенный метод. Выделим в пласте несколько узких полос, например, полосы 1, 2, 3. Тогда в каждой из таких полос можно считать, что контур водоносности параллелен галлерее  $DE$  и находится на расстоянии от контура питания  $x'_0$  в полосе 1,  $x''_0$  и  $x'''_0$  — соответственно в полосах 2 и 3. Следовательно, для решения задачи о продвижении контура водоносности в каждой из указанных полос можно воспользоваться формулами, приведенными в настоящем параграфе.

Как видно из формулы (18, XVIII), чем больше  $x_0$ , тем больше скорость фильтрации  $v$ , а следовательно, и скорость движения  $w$  жид-

кости. Отсюда вытекает, что частицы воды из точки  $B$  будут продвигаться с гораздо большей скоростью к точке  $D$ , чем частицы воды из точки  $A$  к точке  $E$ .

Подставив в формулу (16, XVIII) вместо  $x_0$  величину  $x'_0$ , найдем время  $T'$ , за которое частицы воды из точки  $B$  дойдут до точки  $D$ . Время  $T'$  соответствует началу обводнения галереи. Подставляя это значение  $T'$  в формулу (17, XVIII) вместо времени  $t$  и принимая для полосы 2  $x_0 = x''_0$ , а для полосы 3  $x_0 = x'''_0$ , найдем соответственно величины  $x''_B$  и  $x'''_B$ , характеризующие положение контура водоносности в полосах 2 и 3 в момент времени  $T_1$ .

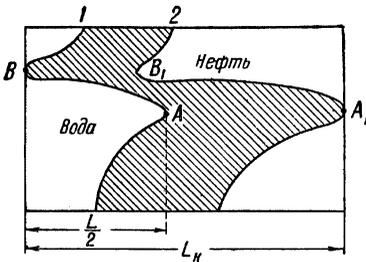
Линия  $KD$  на рис. 146 показывает положение контура водоносности в момент времени  $T_1$ , когда в точке  $D$  появилась вода.

Если бы вязкости нефти и воды были одинаковы, то скорости движения жидкости во всех точках пласта, в том числе и в точках  $B$  и  $A$ , были бы одинаковы, контур водоносности передвигался параллельно линии  $AB$  и к началу обводнения галереи находился в положении  $CD$ , при этом нефть была бы извлечена с площади  $ABDC$ . В действительности, вследствие разности вязкостей нефти и воды, к моменту времени  $T_1$  нефть будет извлечена не с площади  $ABDC$ , а с площади  $ABDK$ .

Из рассмотренного примера можно сделать следующее заключение о характере продвижения контура водоносности. Скорость движения «водяного языка» в наиболее выдвинутой точке по мере его приближения к галерее (или прямолинейной цепочке скважин) увеличивается, т. е. раз появившийся язык в дальнейшем быстро вытягивается, продвигаясь с гораздо большей скоростью, чем его основание и остальная часть контура водоносности.

Рис. 147. Продвижение языка обводнения при вытеснении нефти водой.

На рис. 147 схематично показаны положения такого контура водоносности в начальный момент времени (кривая 1) и по истечении некоторого времени (кривая 2). Подсчет показывает, что точка  $A$  передвигается в несколько раз быстрее точки  $B$ . Так, при  $\mu_0 = 5$ , когда точка  $A$  пройдет путь, равный  $\frac{L_K}{2}$ , путь, пройденный точкой  $B$ , составит  $\frac{L_K}{4}$ .



## § 2. Вытеснение нефти водой при плоском радиальном движении

Рассмотрим задачу о вытеснении нефти водой в условиях радиального движения жидкости по линейному закону фильтрации в пласте, изображенном в плане на рис. 148. Обозначим:

$R_k$  — радиус контура области питания, давление на котором равно  $p_k$  и является постоянным;

$r_w$  — радиус контура водоносности, расположенного concentрично контуру питания и скважине; давление на контуре водоносности равно  $p'$ ;

$R_c$  — радиус скважины, давление на которой поддерживается постоянным и равно  $p_c$ ;

$R_0$  — расстояние (радиус) от центра скважины до первоначального положения кругового контура водоносности.

Остальные обозначения те же, что в § 1.

В одножидкостной системе распределение давления в пласте и скорость фильтрации жидкости при радиальном движении по линейному закону фильтрации описывались следующими формулами (см. § 2 главы IX):

$$p = p_k - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{R_k}{r} \quad (23, \text{XVIII})$$

или

$$p = p_c - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}, \quad (24, \text{XVIII})$$

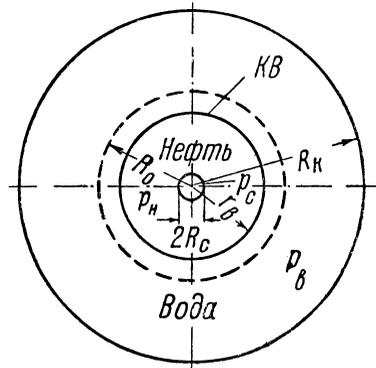


Рис. 148. Модель пласта, к задаче о вытеснении нефти водой в условиях радиальной фильтрации.

$$v = \frac{k}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \frac{1}{r}. \quad (25, \text{XVIII})$$

Рассматривая движение жидкости в области водоносности, заключенной между контуром водоносности КВ и контуром питания КП, мы можем принять изобару, совпадающую с контуром водоносности,

за скважину большого диаметра. Радиус этой «скважины» равен  $r_b$ , а давление на ней равно  $p'$ . Тогда, чтобы написать уравнение распределения давления  $p_b$  в области водоносности, воспользуемся уравнением (23, XVIII), в котором заменим  $p_c$  на  $p'$  и  $R_c$  на  $r_b$ . Выполнив указанную замену, получим формулу распределения давления в области водоносности в виде:

$$p_b = p_k - \frac{p_k - p'}{\ln \frac{R_k}{r_b}} \ln \frac{R_k}{r}. \quad (26, XVIII)$$

Чтобы найти уравнение распределения давления в области нефтеносности, лежащей внутри контура водоносности, примем изобару, совпадающую с контуром водоносности, за контур питания, радиус которого равен  $r_b$ , а давление на нем равно  $p'$ . Тогда, заменив в формуле (24, XVIII) давление  $p_k$  на  $p'$  и радиус  $R_k$  на  $r_b$ , получим следующее уравнение распределения давления в области нефтеносности:

$$p_n = p_c - \frac{p' - p_c}{\ln \frac{r_b}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}. \quad (27, XVIII).$$

Чтобы исключить из формул (26, XVIII) и (27, XVIII) давление  $p'$ , воспользуемся тем, что на контуре водоносности скорости фильтрации нефти и воды одинаковы.

Произведя в формуле (25, XVIII) указанные выше замены, найдем скорости фильтрации жидкости в области водоносности  $v_b$  и в области нефтеносности  $v_n$ :

$$\left. \begin{aligned} v_b &= -\frac{k}{\mu_b} \frac{p_k - p'}{\ln \frac{R_k}{r_b}} \frac{1}{r}, \\ v_n &= -\frac{k}{\mu_n} \frac{p' - p_c}{\ln \frac{r_b}{R_c}} \frac{1}{r}. \end{aligned} \right\} \quad (28, XVIII)$$

Так как при  $r = r_b$   $v_b = v_n$ , то из уравнений (28, XVIII) имеем:

$$\frac{1}{\mu_b} \frac{p_k - p'}{\ln \frac{R_k}{r_b}} = \frac{1}{\mu_n} \frac{p' - p_c}{\ln \frac{r_b}{R_c}}.$$

Решая это уравнение относительно  $p'$  на контуре водоносности, получим:

$$p' = \frac{p_{\kappa}\mu_{\text{H}} \ln \frac{r_{\text{B}}}{R_{\text{C}}} + p_{\text{C}}\mu_{\text{B}} \ln \frac{R_{\text{K}}}{r_{\text{B}}}}{\mu_{\text{H}} \ln \frac{r_{\text{B}}}{R_{\text{C}}} + \mu_{\text{B}} \ln \frac{R_{\text{K}}}{r_{\text{B}}}}$$

Подставляя найденное значение  $p'$  в уравнения (26, XVIII) и (27, XVIII), получим формулы распределения давления в области водоносности и в области нефтеносности в виде:

$$p_{\text{B}} = p_{\kappa} - \frac{\mu_{\text{B}}(p_{\kappa} - p_{\text{C}})}{\mu_{\text{H}} \ln \frac{r_{\text{B}}}{R_{\text{C}}} + \mu_{\text{B}} \ln \frac{R_{\text{K}}}{r_{\text{B}}}} \ln \frac{R_{\text{K}}}{r}. \quad (29, \text{XVIII})$$

$$p_{\text{H}} = p_{\text{C}} + \frac{\mu_{\text{H}}(p_{\kappa} - p_{\text{C}})}{\mu_{\text{H}} \ln \frac{r_{\text{B}}}{R_{\text{C}}} + \mu_{\text{B}} \ln \frac{R_{\text{K}}}{r_{\text{B}}}} \ln \frac{r}{R_{\text{C}}}. \quad (30, \text{XVIII})$$

Так как радиус  $r_{\text{B}}$  контура водоносности по мере продвижения контура водоносности уменьшается, то давления в любой точке  $r$  в области водоносности и в области нефтеносности изменяются с течением времени, т. е.  $p_{\text{B}} = p_{\text{B}}(r, t)$  и  $p_{\text{H}} = p_{\text{H}}(r, t)$ , следовательно, процесс вытеснения нефти водой (так же как аналогичный случай одномерного движения) является неустановившимся.

Если в формулах (29, XVIII) и (30, XVIII) положить  $\mu_{\text{H}} = \mu_{\text{B}} = \mu$ , то они обращаются в формулы (23, XVIII) и (24, XVIII), которые можно рассматривать как частный случай уравнений (29, XVIII) и (30, XVIII).

Найдем скорость фильтрации и дебит скважины при вытеснении яефти водой. Согласно линейному закону фильтрации скорость фильтрации

$$v = \frac{k}{\mu_{\text{B}}} \frac{\partial p_{\text{B}}}{\partial r} = -\frac{k}{\mu_{\text{H}}} \frac{\partial p_{\text{H}}}{\partial r}. \quad (31, \text{XVII})$$

Дифференцируя по  $r$  уравнение (30, XVIII), получим:

$$\frac{\partial p_{\text{H}}}{\partial r} = \frac{\mu_{\text{H}}(p_{\kappa} - p_{\text{C}})}{\mu_{\text{H}} \ln \frac{r_{\text{B}}}{R_{\text{C}}} + \mu_{\text{B}} \ln \frac{R_{\text{K}}}{r_{\text{B}}}} \frac{1}{r}. \quad (32, \text{XVIII})$$

Подставляя это значение градиента давления в области нефтеносности в уравнение (31, XVIII), получим формулу скорости филь-

трации жидкости:

$$v = \frac{k(p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{\mu_{\text{н}} \ln \frac{r_{\text{в}}}{R_{\text{с}}} + \mu_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}} \frac{1}{r}. \quad (33, \text{XVIII})$$

Дифференцируя по  $r$  уравнение (29, XVIII), найдем величину градиента давления в области водоносности

$$\frac{\partial p_{\text{в}}}{\partial r} = \frac{\mu_{\text{в}}(p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{\mu_{\text{н}} \ln \frac{r_{\text{в}}}{R_{\text{с}}} + \mu_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}} \frac{1}{r}, \quad (34, \text{XVIII})$$

подстановка которого в уравнение (31, XVIII) также приводит к формуле (33, XVIII).

Сравнение уравнений (32, XVIII) и (34, XVIII) показывает, что при одних и тех же значениях  $r$  и  $\mu_{\text{н}} > \mu_{\text{в}}$  градиент давления в области нефтеносности во столько раз больше градиента давления в области водоносности, во сколько раз вязкость нефти больше вязкости воды. Отсюда вытекает, что пьезометрическая кривая распределения давления при  $r = r_{\text{в}}$  должна иметь перелом.

Для определения величины дебита  $Q$  скважины умножим скорость фильтрации  $v$  на площадь  $F = 2\pi r b$ :

$$Q = \frac{2\pi k b (p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{\mu_{\text{н}} \ln \frac{r_{\text{в}}}{R_{\text{с}}} + \mu_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}}. \quad (35, \text{XVIII})$$

Положив в формуле (35, XVIII)  $\mu_{\text{н}} = \mu_{\text{в}} = \mu$ , получим как частный случай формулу дебита для одножидкостного притока.

Формулу (35, XVIII) можно переписать так:

$$Q = \frac{2\pi k b (p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{\ln \frac{r_{\text{в}}^{\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}}} R_{\text{к}}^{\mu_{\text{в}}}}{R_{\text{с}}^{\mu_{\text{н}}}}}.$$

откуда видно, что при  $\mu_{\text{н}} > \mu_{\text{в}}$  с уменьшением  $r_{\text{в}}$ , т.е. по мере приближения контура водоносности к скважине, дебит ее увеличивается. При  $\mu_{\text{н}} < \mu_{\text{в}}$  имеет место обратное явление. Самопроизвольное увеличение дебита нефти, предшествующее обводнению скважин, подтверждается данными промысловых наблюдений.

Чтобы найти зависимость давлений  $p_{\text{в}}$  и  $p_{\text{н}}$ , скорости фильтрации  $v$  и дебита скважины  $Q$  от времени, используем условие, что скорость движения контура водоносности определяется формулой:

$$w = -\frac{dr_{\text{в}}}{dt} = \frac{v}{m}.$$

Подставляя вместо скорости фильтрации на контуре водоносности ее значение из формулы (33, XVIII), получим:

$$\frac{k(p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{\mu_{\text{н}} \ln \frac{r_{\text{в}}}{R_{\text{с}}} + \mu_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}} \frac{1}{r_{\text{в}}} = -m \frac{dr_{\text{в}}}{dt}.$$

Разделяя переменные  $r_{\text{в}}$  и  $t$ , имеем:

$$dt = \frac{m}{k(p_{\text{к}} - p_{\text{с}})} \left( \mu_{\text{н}} \ln \frac{r_{\text{в}}}{R_{\text{с}}} + \mu_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}} \right) r_{\text{в}} dr_{\text{в}}, \quad (36, \text{XVIII})$$

при

$$t = 0 \quad r_{\text{в}} = R_0;$$

при

$$t = T \quad r_{\text{в}} = R_{\text{с}},$$

где  $T$  — время извлечения всей нефти, в течение которого контур водоносности продвинется от своего первоначального положения до скважины.

Интегрируя уравнение (36, XVIII) по  $t$  в пределах от 0 до  $t$  и по  $r_{\text{в}}$  — от  $R_0$  до  $r_{\text{в}}$ , получим:

$$t = \frac{m}{2k(p_{\text{к}} - p_{\text{с}})} \left[ (\mu_{\text{в}} \ln R_{\text{к}} - \mu_{\text{н}} \ln R_{\text{с}}) (R_0^2 - r_{\text{в}}^2) + (\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}}) (R_0^2 \ln R_0 - r_{\text{в}}^2 \ln r_{\text{в}}) - \frac{\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}}}{2} (R_0^2 - r_{\text{в}}^2) \right]. \quad (37, \text{XVIII})^1$$

<sup>1</sup>Формулу (37, XVIII) можно переписать иначе:

$$\frac{2k(p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{m} t = R_0^2 \left[ \mu_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{R_0} + \mu_{\text{н}} \ln \frac{R_0}{R_{\text{с}}} \right] - r_{\text{в}}^2 \left[ \mu_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}} + \mu_{\text{н}} \ln \frac{r_{\text{в}}}{R_{\text{с}}} \right] - \frac{1}{2} (\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}}) (R_0^2 - r_{\text{в}}^2).$$

Формула (37, XVIII) позволяет найти значения времени  $t$ , отвечающие любому положению контура водоносности в интервале  $R_0 \geq r_b \geq R_c$ . Для этих значений времени легко по формулам (29, XVIII), (30, XVIII), (33, XVIII) и (35, XVIII) найти распределение давления в пласте, скорость фильтрации жидкости и дебит скважины, подставив в указанные формулы соответствующие значения  $r_b$ .

Вводя в уравнение (37, XVIII) вместо  $r_b$  величину  $R_c$ , найдем время  $T$  вытеснения всей нефти водой:

$$T = \frac{m}{2k(p_k - p_c)} \left[ (\mu_b \ln R_k - \mu_n \ln R_c) (R_0^2 - R_c^2) + (\mu_n - \mu_b) (R_0^2 \ln R_0 - R_c^2 \ln R_c) - \frac{\mu_n - \mu_b}{2} (R_0^2 - R_c^2) \right]. \quad (38, XVIII)$$

При  $\mu_b = \mu_n$

$$T_n = \frac{m\mu_n \ln \frac{R_k}{R_c}}{2k(p_k - p_c)} (R_0^2 - R_c^2), \quad (38^I, XVIII)$$

мы получили как частный случай формулу (42, IX), выведенную в § 2 главы IX, для времени продвижения контура нефтеносности к скважине в случае одножидкостной системы. Обозначая

$$a_p = \frac{T}{T_n},$$

вводя относительную вязкость  $\mu_0 = \frac{\mu_n}{\mu_b}$  и разделив уравнение (38, XVIII) на (38<sup>I</sup>, XVIII), получим

$$a_p = \frac{1}{\mu_0 \ln \frac{R_k}{R_c}} \left[ \ln R_k - \mu_0 \ln R_c + \frac{(\mu_0 - 1) (R_0^2 \ln R_0 - R_c^2 \ln R_c)}{R_0^2 - R_c^2} - \frac{\mu_0 - 1}{2} \right]. \quad (39, XVIII)$$

В табл. 34 приведены значения отношения  $a_p$  времени вытеснения яефти водой ко времени вытеснения нефти нефтью, определенные

В. Н. Щелкачевым по формуле (39, XVIII). Две последние горизонтальные строки табл. 34 относятся к притоку нефти к кольцевой галлерее радиусом в 100 и 400 м. Как будет показано в главе XXI, условия притока нефти к такой галлерее весьма близки к условиям притока нефти к расположенной по окружности группе (батарее) скважин, даже при сравнительно небольшом числе скважин.

Т а б л и ц а 34

**Значения отношения  $a_p$  времени  $T$  вытеснения нефти водой ко времени  $T_n$  вытеснения нефти нефтью в условиях радиальной фильтрации по линейному закону**

$\mu_0$	$R_0$	$R_c$	$R_k$	$a_p$
—	м	м	км	—
5	100	0, 10	10	0, 65
$\infty$	100	0, 10	10	0, 56
5	1000	0, 10	10	0, 81
$\infty$	1000	0, 10	10	0, 76
5	1000	0, 10	50	0, 73
$\infty$	1000	0, 10	50	0, 66
5	100	0, 10	50	0, 57
$\infty$	100	0, 10	50	0, 49
5	500	100	10	0, 40
10	1000	400	50	0, 21

Рассмотрение табл. 34 показывает, что различие в вязкости нефти и воды существенно влияет на время вытеснения нефти водой и в условиях радиального движения, причем вытеснение нефти водой происходит тем быстрее, по сравнению с вытеснением нефти нефтью, чем больше относительная вязкость  $\mu_0$ , чем меньше размеры первоначального контура водоносности  $R_0$  по сравнению с размерами пластовой водонапорной системы  $R_k$  и чем меньше отличаются друг от друга радиусы  $R_0$  и  $R_c$ . Различие в вязкости нефти и воды особенно сильно сказывается на времени вытеснения нефти водой к кольцевой галлерее (или к круговой батарее скважин). Так, при  $R_0 = 1$  км,  $R_k = 50$  км и  $\mu_0 = 10$  время вытеснения нефти водой к кольцевой галлерее радиусом  $R_c = 400$  м почти в 5 раз меньше времени вытеснения нефти нефтью.

Следует отметить, что принятие вязкости воды  $\mu_b = 0$  (или  $\mu_0 = \infty$ ) в условиях радиального движения не вносит столь существенной ошибки в вычисление времени вытеснения нефти из пласта, как при одномерном движении. Это объясняется тем, что в условиях ради-

ального движения скорости фильтрации жидкости вдали от скважины, а значит, и сопротивление движению жидкости весьма малы (см. § 2 главы IX).

### § 3. Одномерная задача о вытеснении газа водой

Рассмотрим задачу о вытеснении газа водой в условиях одномерной фильтрации газа и жидкости по линейному закону фильтрации. На рис. 149 представлена модель пласта в плане. Заштрихованные границы пласта рассматриваем как непроницаемые стенки. Область пласта, ограниченная контуром питания КП и контуром водоносности КВ, насыщена водой. Область пласта, ограниченная контуром водоносности КВ и галлереей Г, насыщена газом. Прямолинейную галлерею Г рассматриваем как сплошную вертикальную горную выработку. Характер движения жидкости и газа к такой галлерее весьма близок к движению жидкости и газа к прямолинейной цепочке скважин, расположенных вдоль линии Г (см. главы XX и XXI).

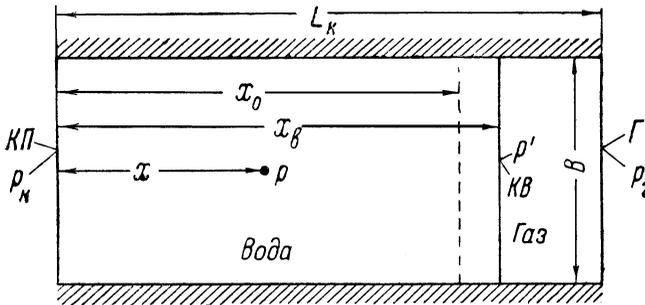


Рис. 149. Модель пласта, к одномерной задаче о вытеснении газа водой.

Обозначим (см. рис. 149):

- $p_k$  — давление на контуре питания КП;  $p_k = \text{const}$ ;
- $p'$  — давление на перемещающемся контуре водоносности;
- $p$  — давление в области водоносности в точке, удаленной на расстояние  $x$  от контура питания; ось  $x$  направлена от контура питания, на котором помещаем начало координат 0, к галлерее;
- $x_0$  — расстояние от контура питания до показанной пунктиром линии первоначального положения контура водоносности;
- $x'$  — расстояние от контура питания до перемещающегося контура водоносности;

$L_k$  — расстояние от контура питания до галлерей;

$\mu_v$  — абсолютная вязкость воды;

$B$  — длина газовой залежи; ширина ее равна  $(L_k - x_v)$ .

Одномерная задача о вытеснении газа водой впервые рассматривалась акад. Л. С. Лейбензоном [100], принимавшим с целью упрощения проблемы, что давление на перемещающемся контуре водоносности в процессе разработки газовой залежи остается постоянным и равным первоначальному. В области газоносности принималось, что распределение давления происходит по законам прямолинейной фильтрации газа при постоянном давлении на выходе, причем в одном из решений Л. С. Лейбензон неустановившуюся фильтрацию газа рассматривает как непрерывную последовательность стационарных состояний.

Допущение о том, что на перемещающемся контуре водоносности давление все время остается постоянным и при том равным первоначальному, а следовательно, давлению  $p_k$  на контуре питания, означает, что вязкость воды  $\mu_v$  принята равной нулю. Учет изменения давления в области газоносности означает учет потерь давления при фильтрации газа, обусловленных вязкостью газа.

Если считать, что абсолютная вязкость воды больше абсолютной вязкости газа примерно в 100 раз, то станет ясно, что с практической точки зрения больший интерес представляет учет потерь давления, связанных с вязкостью воды, а не газа.

Пусть приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре расход газа (т. е. добыча газа из газовой залежи в единицу времени) постоянен и равен  $Q_r$ , примем вязкость газа  $\mu_g = 0^1$ ; тогда давление во всех точках области газоносности, в том числе и на контуре газоносности КВ, будет одинаково и равно средневзвешенному по объему области газоносности пласта давлению  $\bar{p}$ .

При исследовании движения воды в области водоносности рассматриваем контур водоносности КВ, являющийся изобарой  $p'$ , как «галерею», давление в которой равно  $p' = \bar{p}$ , а расстояние «галлерей» от контура питания КП равно  $x'$ .

Тогда согласно формуле (5, XVIII) скорость  $w$  движения контура водоносности равна:

$$w = \frac{k}{m\mu_v} \frac{p_k - \bar{p}}{x'}, \quad (40, XVIII)$$

где  $k$  и  $m$  — соответственно проницаемость и пористость пласта.

Допустим, что входящее в уравнение (40, XVIII) среднее давление  $\bar{p}$  в газовой залежи изменяется во времени  $t$  так, как оно изменялось

<sup>1</sup>Вопрос о влиянии вязкости газа на продвижение контура водоносности при вытеснении газа водой рассматривается в § 5 настоящей главы.

бы в условиях газового режима, при котором перемещения контура водоносности не происходит<sup>2</sup>. Тогда, согласно § 5 главы XII:

$$\tilde{p} = \frac{p_n \Omega_n - Q_{\Gamma} p_{\text{ат}} t}{\Omega_n}, \quad (41, \text{XVIII})$$

где  $\Omega_n = (L_t - x_0) b B m$  — первоначальный объем порового пространства в области газоносности;

$b$  — мощность пласта;

$p_n = p_{\text{к}}$  — первоначальное давление в пласте;

$t$  — время, истекшее с начала разработки газовой залежи.

Подставляя значение  $\tilde{p}$  из уравнения (41, XVIII) в формулу (40, XVIII), получим:

$$w = \frac{k}{\mu_{\text{в}}} \frac{Q_{\Gamma} p_{\text{ат}} t}{\Omega_n x'}. \quad (42, \text{XVIII})$$

Перемещение контура водоносности за время  $dt$  равно:

$$dx' = w dt = \frac{k Q_{\Gamma} p_{\text{ат}} t}{m \mu_{\text{в}} \Omega_n x'} dt. \quad (43^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

Разделя переменные, имеем:

$$x' dx' = \frac{k Q_{\Gamma} p_{\text{ат}} t}{m \mu_{\text{в}} \Omega_n} dt. \quad (43, \text{XVIII})$$

Интегрируя уравнение (43, XVIII) по  $x'$  в пределах от  $x_0$  до  $x'$  и по  $t$  от 0 до  $t$ , получим:

$$x' = \sqrt{x_0^2 + \frac{k p_{\text{ат}} Q_{\Gamma}}{m \mu_{\text{в}} \Omega_n} t^2} \quad (44, \text{XVIII})$$

или, после замены  $\Omega_n$  его значением, имеем:

$$x' = \sqrt{x_0^2 + \frac{k p_{\text{ат}} Q_{\Gamma}}{m^2 \mu_{\text{в}} (L_{\text{к}} - x_0) B b} t^2}. \quad (44^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

Формулы (44, XVIII) и (44<sup>I</sup>, XVIII) позволяют определить положение контура водоносности в любой момент времени в условиях, когда

<sup>2</sup>К чему приводит такое допущение, мы укажем дальше.

при разработке газовой залежи из нее извлекается постоянное в единицу времени количество газа  $Q_{\Gamma}$ .

Эти формулы показывают в явном виде зависимость продвижения контура водоносности от различных факторов, к числу которых относятся проницаемость и пористость пласта, вязкость воды, размеры газовой залежи, расстояние от контура питания до контура водоносности.

Для определения зависимости величины конечного продвижения контура водоносности от темпа разработки газовой залежи, определяемого величиной  $Q_{\Gamma}$ , подставим в формулы (44, XVIII) и (44<sup>1</sup>, XVIII) вместо  $t$  время  $T$  полного извлечения газа из залежи:

$$T = \frac{\Omega_{\text{н}} p_{\text{н}}}{p_{\text{ат}} Q_{\Gamma}} = \frac{m B b (L_{\text{к}} - x_0) p_{\text{н}}}{p_{\text{ат}} Q_{\Gamma}}.$$

Тогда, вместо уравнений (44, XVIII) и (44<sup>1</sup>, XVIII), получим

$$x'_{\text{кон}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{k p_{\text{н}} T}{m \mu_{\text{в}}}} \quad (45, \text{XVIII})$$

и

$$x'_{\text{кон}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{k(L_{\text{к}} - x_0) B b p_{\text{н}}^2}{Q_{\Gamma} \mu_{\text{в}} p_{\text{ат}}}}. \quad (46, \text{XVIII})$$

Как видно из формулы (46, XVIII), при повышении темпа отбора газа, характеризуемого величиной  $Q_{\Gamma}$ , конечная величина продвижения контура водоносности уменьшается.

Если продвижение контура водоносности ( $x' - x_0$ ) мало по сравнению с расстоянием  $x_0$  от контура питания до первоначального положения контура водоносности, то в знаменателе правой части уравнения (43<sup>1</sup>, XVIII) можно положить  $x' = x_0 = \text{const}$ . Тогда, после интегрирования уравнения (43<sup>1</sup>, XVIII) в указанных выше пределах, вместо формул (44, XVIII) и (45, XVIII), соответственно получим:

$$x' - x_0 = \frac{k p_{\text{ат}} Q_{\Gamma} t^2}{2 m \mu_{\text{в}} \Omega_{\text{н}} x_0}, \quad (47, \text{XVIII})$$

$$x'_{\text{кон}} - x_0 = \frac{k p_{\text{н}} T}{2 m \mu_{\text{в}} x_0}. \quad (48, \text{XVIII})$$

Из формулы (48, XVIII) видно, что в казанных условиях конечное продвижение контура водоносности прямо пропорционально проницаемости пласта  $k$ , начальному давлению  $p_{\text{н}}$ , времени разработки газовой

залежи  $T$  и обратно пропорционально пористости пласта  $m$ , вязкости воды  $\mu_{\text{в}}$  и первоначальному расстоянию  $x_0$  от контура водоносности до контура питания. Следовательно, чем больше время  $T$  разработки газовой залежи, тем эффективнее восстановление давления в ней за счет продвижения контурных вод.

Формулы (44, XVIII)–(48, XVIII) выводились для условия отбора газа  $Q_{\text{г}} = \text{const}$ . Если *добыча газа не постоянна, а является заданной функцией времени  $t$* , т. е.  $Q_{\text{г}} = Q_{\text{г}}(t)$ , то вместо уравнения (41, XVIII), имеем:

$$\tilde{p} = p_{\text{н}} - \frac{p_{\text{ат}} Q_{\text{доб}}(t)}{\Omega_{\text{н}}}, \quad (49, \text{XVIII})$$

где  $Q_{\text{доб}}(t)$  — суммарная добыча газа за время  $t$ , истекшее с начала разработки газовой залежи:

$$Q_{\text{доб}}(t) = \int_0^t Q_{\text{г}}(t) dt. \quad (50, \text{XVIII})$$

Подставляя в уравнение (40, XVIII) вместо  $\tilde{p}$  его значение из уравнения (49, XVIII), получим:

$$w = \frac{k p_{\text{ат}} Q_{\text{доб}}(t)}{m \mu_{\text{в}} \Omega_{\text{н}} x'}. \quad (51, \text{XVIII})$$

Продвижение контура водоносности за время  $dt$  равно

$$dx' = w dt = \frac{k p_{\text{ат}} Q_{\text{доб}}(t)}{m \mu_{\text{в}} \Omega_{\text{н}} x'} dt, \quad (52, \text{XVIII})$$

что после разделения переменных и интегрирования в указанных выше пределах дает

$$x' = \sqrt{x_0^2 + \frac{2k p_{\text{ат}}}{m \mu_{\text{в}} \Omega_{\text{н}}} \psi(t)}, \quad (53, \text{XVIII})$$

где

$$\psi(t) = \int_0^t Q_{\text{доб}}(t) dt. \quad (54, \text{XVIII})$$

Величина  $\psi(t)$  может быть определена аналитически или графически в зависимости от того, как задано изменение добычи газа  $Q_{\text{г}}(t)$ .

Конечную величину продвижения контура водоносности найдем, положив при  $t = T$   $x' = x'_{\text{кон}}$ . На основании формулы (53, XVIII) имеем:

$$x'_{\text{кон}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{2kp_{\text{ат}}}{m\mu_{\text{в}}\Omega_{\text{н}}} \psi(T)}, \quad (55, \text{XVIII})$$

где

$$\psi(T) = \int_0^T Q_{\text{доб}}(t) dt. \quad (56, \text{XVIII})$$

Рассматривая приведенные выше формулы, следует иметь в виду, что при выводе их мы допустили, что входящее в уравнение (40, XVIII) среднее давление  $\tilde{p}$  изменяется по законам газового режима. Поскольку в условиях газового режима падение во времени давления в газовой залежи происходит *быстрее*, чем при водонапорном режиме, то определенные по формулам (41, XVIII) или (49, XVIII) значения  $\tilde{p}$  являются *заниженными* по сравнению со значениями среднего давления в условиях водонапорного режима. Поэтому значения скорости движения воды и величины  $x'$  (характеризующей продвижение контура водоносности), определенные по приведенным выше формулам, являются *завышенными* по сравнению с истинными. Найдем по этим завышенным значениям  $x' = x'(t)$  соответствующие им значения объема порового пространства газовой залежи  $\Omega(t)$ :

$$\Omega(t) = (L_{\text{к}} - x') B b m. \quad (57, \text{XVIII})$$

Полученные по формуле (57, XVIII) значения  $\Omega(t)$  являются заниженными по сравнению с истинными, поскольку в уравнение (57, XVIII)  $x'$  входит как вычитаемое.

Подставим значение  $\Omega(t)$  из уравнения (57, XVIII) в формулы (41, XVIII) и (49, XVIII) вместо  $\Omega_{\text{н}}$ , тогда в случае  $Q_{\text{г}} = \text{const}$ , имеем:

$$\tilde{p} = \frac{p_{\text{н}}\Omega_{\text{н}} - Q_{\text{г}}p_{\text{ат}}t}{\Omega(t)}, \quad (41^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

а при условии отбора газа  $Q_{\text{г}} = Q_{\text{г}}(t)$

$$\tilde{p} = \frac{p_{\text{н}}\Omega_{\text{н}} - p_{\text{ат}}Q_{\text{доб}}(t)}{\Omega(t)}. \quad (49^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

Значения среднего давления  $\tilde{p}$ , определенные по формулам (41<sup>I</sup>, XVIII) и (49<sup>I</sup>, XVIII), *больше* истинных, так как величины  $\Omega(t)$

меньше действительных значений объема порового пространства газовой залежи.

Вводя в формулу (40, XVIII) вместо давления  $\tilde{p}$  его значение из формул (41<sup>I</sup>, XVIII) или (49<sup>I</sup>, XVIII), найдем заниженные по сравнению с истинными значения скорости  $w$  движения контура водоносности.

В случае  $Q_{\Gamma} = \text{const}$

$$w = \frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{Q_{\Gamma} p_{\text{ар}} t - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{x' \Omega(t)}. \quad (42^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

при условии  $Q_{\Gamma} = Q_{\Gamma}(t)$

$$w = \frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{p_{\text{ар}} Q_{\text{доб}}(t) - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{x' \Omega(t)}. \quad (51^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

Продвижение  $dx'$  контура водоносности за время  $dt$  равно  $w dt$ , что на основании уравнений (42<sup>I</sup>, XVIII) и (51<sup>I</sup>, XVIII) дает при  $Q_{\Gamma} = \text{const}$

$$dx' = \frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{Q_{\Gamma} p_{\text{ар}} t - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{x' \Omega(t)} dt, \quad (43^{\text{II}}, \text{XVIII})$$

а при условии  $Q_{\Gamma} = Q_{\Gamma}(t)$

$$dx' = \frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{p_{\text{ар}} Q_{\text{доб}}(t) - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{x' \Omega(t)} dt. \quad (52^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

Разделяя переменные в уравнениях (43<sup>II</sup>, XVIII) и (51<sup>I</sup>, XVIII) и производя интегрирование по  $t$  в пределах от 0 до  $t$  и по  $x'$  от  $x_0$  до  $x'$ , получим:

при  $Q_{\Gamma} = \text{const}$ :

$$x' = \sqrt{x_0^2 + \frac{2k}{m\mu_{\text{в}}} \psi_1(t)}, \quad (44^{\text{II}}, \text{XVIII})$$

при  $Q_{\Gamma} = Q_{\Gamma}(t)$ :

$$x' = \sqrt{x_0^2 + \frac{2k}{m\mu_{\text{в}}} \psi_2(t)}, \quad (53^{\text{II}}, \text{XVIII})$$

где

$$\left. \begin{aligned} \psi_1(t) &= \int_0^t \frac{p_{\text{ат}} Q_{\Gamma} t - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt, \\ \psi_2(t) &= \int_0^t \frac{p_{\text{ат}} Q_{\text{доб}}(t) - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt. \end{aligned} \right\} \quad (58, \text{XVIII})$$

Величину конечного продвижения контура водоносности найдем из следующих условий:  $t = T$  при  $x' = x'_{\text{кон}}$ , где  $T$  — время извлечения газа из газовой залежи; при  $Q_{\Gamma} = \text{const}$  получим:

$$x'_{\text{кон}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{2k}{m\mu_{\text{в}}} \psi_1(T)}, \quad (45^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

при  $Q_{\Gamma} = Q_{\Gamma}(t)$  получим:

$$x'_{\text{кон}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{2k}{m\mu_{\text{в}}} \psi_2(T)}, \quad (55^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_1(T) &= \int_0^T \frac{p_{\text{ат}} Q_{\Gamma} t - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt, \\ \psi_2(T) &= \int_0^T \frac{p_{\text{ат}} Q_{\text{доб}}(t) - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt. \end{aligned} \right\} \quad (58^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

Формулы (44<sup>II</sup>, XVIII), (45<sup>I</sup>, XVIII) и (53<sup>I</sup>, XVIII), (55<sup>I</sup>, XVIII) дают *заниженные* по сравнению с истинными значения продвижения контура водоносности.

Истинные значения величины  $x'$ , характеризующей продвижение контура водоносности, заключены между значениями  $x'$ , определенными по формулам (44, XVIII) и (44<sup>II</sup>, XVIII) (при условии отбора газа  $Q_{\Gamma} = \text{const}$ ) и (53, XVIII) и (53<sup>I</sup>, XVIII) [при условии  $Q_{\Gamma} = Q_{\Gamma}(t)$ ].

Если величины завышенных и заниженных значений продвижения контура водоносности в соответствующие моменты времени  $t$  близки друг к другу, то приближенные значения величины истинного продвижения контура водоносности могут быть найдены, как среднеарифметические величины между завышенными и заниженными значениями продвижения контура водоносности.

Когда завышенные и заниженные значения продвижения контура водоносности существенно отличны, мы рассматриваем их как первое приближение и далее поступаем следующим образом.

По данным о полученных в первом приближении заниженных значениях продвижения контура водоносности находим завышенные величины  $\Omega(t)$ . Подставляя эти  $\Omega(t)$  в уравнение (58, XVIII), находим значения  $\psi_1(t)$  или  $\psi_2(t)$ , вводя которые в формулы (44<sup>II</sup>, XVIII) или (53<sup>I</sup>, XVIII), определяем завышенные значения продвижения контура водоносности, причем величины этих завышенных значений меньше тех, которые были получены по формулам (44, XVIII) и (53, XVIII). Это есть второе приближение для завышенных значений  $x'$ . По полученным во втором приближении завышенным величинам продвижения контура водоносности находим заниженные значения  $\Omega(t)$ , после подстановки которых в формулы (58, XVIII) и далее в (44<sup>II</sup>, XVIII) или в (53<sup>I</sup>, XVIII) определяем во втором приближении заниженные значения продвижения контура водоносности, причем величины этих значений больше соответствующих заниженных значений продвижения контура водоносности, найденных в первом приближении.

Если определенные во втором приближении величины завышенных и заниженных значений продвижения контура водоносности все еще существенно отличаются друг от друга, находим аналогично предыдущему третье приближение и так до тех пор, пока величины завышенных и заниженных значений продвижения контура водоносности окажутся достаточно близкими.

Распределение давления в области водоносности находим по формуле одномерной фильтрации несжимаемой жидкости (см. главу IX).

Приближенно

$$p_{\text{в}} = p_{\text{к}} - \frac{p_{\text{к}} - \tilde{p}}{x'} x. \quad (59, \text{XVIII})$$

## § 4. Вытеснение газа водой в условиях радиальной фильтрации

Модель пласта для интересующего нас случая представлена на рис. 150.

Обозначим:

$p_{\text{к}}$  — давление на круговом контуре КП области питания, радиус которого равен  $R_{\text{к}}$ ;

$p'$  — давление на перемещающемся контуре водоносности, радиус которого равен  $r_{\text{в}}$ ;

$\tilde{p}$  — средневзвешенное по объему давление в газовой залежи;

$R_0$  — расстояние от центра газовой залежи до кругового контура, показывающего первоначальное положение контура водоносности.

Остальные обозначения ( $\mu_{\text{в}}$ ,  $b$ ,  $m$ ,  $k$ ,  $Q_{\text{г}}$  и пр.) прежние.

Примем вязкость газа  $\mu_{\text{г}} = 0$  и найдем завышенные и заниженные значения скоростей движения воды и величины продвижения контура водоносности, используя метод, изложенный в предыдущем параграфе.

Скорость движения контура водоносности в условиях радиальной фильтрации по линейному закону фильтрации

$$w = -\frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{p_{\text{к}} - \tilde{p}}{\ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}} \frac{1}{r_{\text{в}}}, \quad (60, \text{XVIII})$$

где вследствие допущения, что  $\mu_{\text{г}} = 0$ , среднее давление  $\tilde{p}$  в газовой залежи равно давлению на контуре водоносности  $p'$ .

Допустим аналогично предыдущему (§ 3), что входящее в формулу (60, XVIII) давление  $\tilde{p}$  на контуре водоносности изменяется во времени по законам газового режима. Тогда для случая постоянного отбора газа из залежи ( $Q_{\text{г}} = \text{const}$ ) давление  $\tilde{p}$  определяется формулой (41, XVIII), в которой

$$\Omega_{\text{н}} = \pi R_0^2 b m. \quad (61, \text{XVIII})$$

Подставляя в формулу (60, XVIII) вместо  $\tilde{p}$  его значения из формулы (41, XVIII), имеем:

$$w = \frac{kQ_{\text{г}}p_{\text{ат}}}{m\mu_{\text{в}}\Omega_{\text{н}}} \frac{t}{r_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}} = -\frac{At}{r_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}}, \quad (62, \text{XVIII})$$

где

$$A = \frac{kQ_{\text{г}}p_{\text{ат}}}{m\mu_{\text{в}}\Omega_{\text{н}}} = \frac{kQ_{\text{г}}p_{\text{ат}}}{\pi m^2 \mu_{\text{в}} R_0^2 b}. \quad (63, \text{XVIII})$$

Перемещение контура водоносности за время  $dt$  равно:

$$dr_{\text{в}} = w dt = -\frac{A t dt}{r_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}}. \quad (64, \text{XVIII})$$

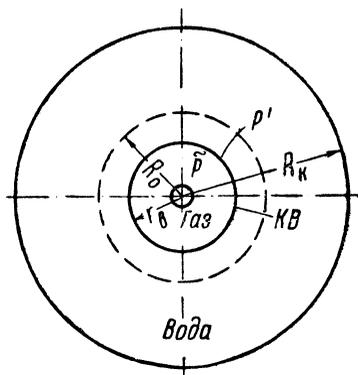


Рис. 150. Модель пласта, к задаче о вытеснении газа водой в условиях радиальной фильтрации.

Разделяя в уравнении (64, XVIII) переменные  $t$  и  $r_B$  и произведя интегрирование по  $t$  в пределах от 0 до  $t$  и по  $r_B$  от  $R_0$  до  $r_B$ , получим:

$$t^2 = -\frac{2}{A} \int_{R_0}^{r_B} R_B \ln \frac{R_K}{r_B} dr_B =$$

$$= \frac{2\pi m^2 \mu_B R_0^2 b}{k Q_{\Gamma} p_{\text{ат}}} \left[ \left( \frac{r_B^2}{2} \ln \frac{r_B}{R_K} - \frac{r_B^2}{4} \right) - \left( \frac{R_0^2}{2} \ln \frac{R_0}{R_K} - \frac{R_0^2}{4} \right) \right],$$

откуда

$$t = m R_0 \sqrt{\frac{2\pi \mu_B b}{k Q_{\Gamma} p_{\text{ат}}} \left[ \left( \frac{r_B^2}{2} \ln \frac{r_B}{R_K} - \frac{r_B^2}{4} \right) - \left( \frac{R_0^2}{2} \ln \frac{R_0}{R_K} - \frac{R_0^2}{4} \right) \right]}.$$

(65, XVIII)

Уравнение (65, XVIII) показывает зависимость времени продвижения контура водоносности от различных факторов в условиях радиальной фильтрации.

Введем безразмерное время  $\tau$  и безразмерную переменную  $\varrho$ , причем

$$\tau = \sqrt{\frac{k Q_{\Gamma} p_{\text{ат}}}{2\pi \mu_B b m^2 R_0^2 R_K^2}} \cdot t, \quad (66, \text{XVIII})$$

$$\varrho = \frac{r_B}{R_K}, \quad \varrho_0 = \frac{R_0}{R_K} \quad (67, \text{XVIII})$$

и обозначим

$$\left. \begin{aligned} \alpha(\varrho) &= \frac{\varrho^2}{4} - \frac{v r^2}{4} \ln \varrho, \\ \alpha(\varrho_0) &= \frac{\varrho_0^2}{4} - \frac{v r_0^2}{4} \ln \varrho_0. \end{aligned} \right\} \quad (68, \text{XVIII})$$

Тогда уравнение (65, XVIII) приводится к виду

$$\tau = \sqrt{\alpha(\varrho_0) - \alpha(\varrho)}. \quad (69, \text{XVIII})$$

На рис. 151 приведена кривая  $\alpha = \alpha(\varrho)$ , построенная по формуле (68, XVIII). Как видно из рис. 151, кривая  $\alpha = \alpha(\varrho)$  может быть разбита на несколько прямолинейных участков, для которых легко на-

писать уравнения. Для решения практических задач с достаточной точностью можно принять, что при

$$\left. \begin{aligned} 0,5 &\geq \varrho \geq 0,28 & \alpha &= 0,3651\varrho - 0,8316, \\ 0,28 &\geq \varrho \geq 0,20 & \alpha &= 0,3426\varrho - 0,0263, \\ 0,20 &\geq \varrho \geq 0,15 & \alpha &= 0,0304\varrho - 0,0187. \end{aligned} \right\} \quad (70, \text{XVIII})$$

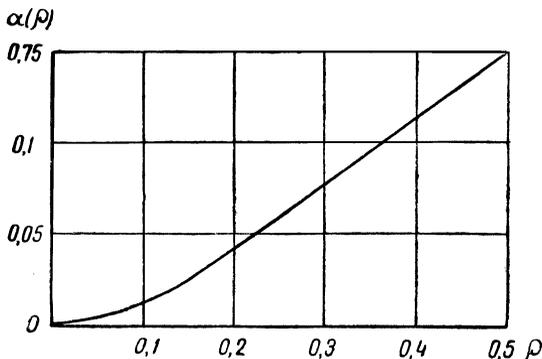


Рис. 151. Зависимость  $\alpha = \frac{\varrho^2}{4} - \frac{\varrho^2}{2} \ln \varrho$  от  $\varrho = \frac{r_B}{R_0}$ .

Формулы (65, XVIII) и (69, XVIII) позволяют определить положение контура водоносности в любой момент времени  $t$ . При решении конкретных примеров вычисления производятся в следующем порядке.

Задаемся различными значениями  $r_B < R_0$ , что дает соответствующие значения  $\varrho < \varrho_0$ . По формулам (68, XVIII) или (70, XVIII) находим значения  $\alpha(\varrho)$  и  $\alpha(\varrho_0)$ , а по формуле (69, XVIII) определяем величины безразмерного времени  $\tau$ . Далее по формуле (66, XVIII) находим значения времени  $t$ , соответствующие принятым величинам  $r_B$ .

Формулы (65, XVIII)–(70, XVIII) справедливы при условии отбора газа из залежи  $Q_\Gamma = \text{const}$ . Когда добыча газа не постоянна, а является заданной функцией времени, т.е.  $Q_\Gamma = Q_\Gamma(t)$  и  $Q_{\text{доб}} = Q_{\text{доб}}(t)$ , где  $Q_{\text{доб}}(t)$  определяется уравнением (50, XVIII), подставим в формулу (60, XVIII) вместо среднего давления  $\tilde{p}$  его значение из формулы (49, XVIII), тогда

$$w = -\frac{kp_{\text{ат}}}{m\mu_B\Omega_H} \frac{Q_{\text{доб}}(t)}{R_B \ln \frac{R_K}{r_B}} = -A_1 \frac{Q_{\text{доб}}(t)}{R_B \ln \frac{R_K}{r_B}}, \quad (71, \text{XVIII})$$

где

$$A_1 = \frac{kp_{aT}}{m\mu_B\Omega_H} = \frac{kp_{aT}}{\pi m^2\mu_B R_0^2 b}. \quad (72, \text{XVIII})$$

Перемещение контура водоносности за время  $dt$  равно:

$$dr_B = wdt = -\frac{A_1 Q_{\text{доб}}(t)dt}{r_B \ln \frac{R_K}{r_B}},$$

что после разделения переменных и интегрирования по  $t$  от 0 до  $t$  и по  $r_B$  от  $R_0$  до  $r_B$  дает:

$$\begin{aligned} \int_0^t Q_{\text{доб}}(t)dt &= -\frac{1}{A_1} \int_{R_0}^{r_B} r_B \ln \frac{r_B}{R_K} dr_B = \\ &= \frac{\pi m^2 \mu_B R_0^2 b}{kp_{aT}} \left[ \left( \frac{r_B^2}{2} \ln \frac{r_B}{R_K} - \frac{r_B^2}{4} \right) - \left( \frac{R_0^2}{2} \ln \frac{R_0}{R_K} - \frac{R_0^2}{4} \right) \right]. \end{aligned} \quad (73, \text{XVIII})$$

Обозначим

$$\psi_3(t) = \frac{kp_{aT}}{\pi m^2 \mu_B R_0^2 R_K^2 b} \int_0^t Q_{\text{доб}}(t)dt = \frac{A_1}{R_K^2} \int_0^t Q_{\text{доб}}(t)dt. \quad (74, \text{XVIII})$$

Тогда, вводя переменную  $\varrho$ , определяемую уравнением (67, XVIII), получим:

$$\psi_3(t) = \alpha(\varrho_0) - \alpha(\varrho), \quad (75, \text{XVIII})$$

где  $\psi_3(t)$  — известная функция  $t$ , определяемая условиями отбора газа, параметрами пласта и вязкостью контурной воды, а  $\alpha(\varrho)$  и  $\alpha(\varrho_0)$  определяются формулами (68, XVIII).

Задаваясь различными значениями  $r_B < r_0$ , находим соответствующие значения  $\varrho < \varrho_0$ ,  $\alpha(\varrho_0)$  и  $\alpha(\varrho)$ . Подставляя эти значения  $\alpha(\varrho)$  и  $\alpha(\varrho_0)$  в правую часть уравнения (75, XVIII), определяем значения  $\psi_3(t)$ ; далее по графику  $\psi_3 = \psi_3(t)$  или по таблице [либо по соответствующей формуле, если функция  $\psi(t)$  (см. формулу 54, XVIII) задана аналитически] находим интересующие нас значения времени  $t$ .

Так как при выводе приведенных выше формул мы приняли, что величина  $\tilde{p}$  изменяется по законам газового режима, то определенные

при помощи уравнения (75, XVIII) величины продвижения контура водоносности  $\Delta r_{\text{в}} = R_0 - r_{\text{в}}$  являются *завышенными*. Для получения *заниженных* значений  $\Delta r_{\text{в}}$  поступаем следующим образом.

Подставляя в формулы (41<sup>I</sup>, XVIII) и (49<sup>I</sup>, XVIII) вместо  $\Omega t$  заниженные значения объема порового пространства газовой залежи

$$\Omega t = \pi r_{\text{в}}^2 b m, \quad (76, \text{XVIII})$$

получим завышенные по сравнению и истинными значения среднего давления  $\tilde{p}$ .

Вводя эти завышенные значения  $\tilde{p}$  в формулу (60, XVIII), получим: при  $Q_{\Gamma} = \text{const}$

$$w = -\frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{Q_{\Gamma} p_{\text{ат}} t - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t) r_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}},$$

при  $Q_{\Gamma} = Q_{\Gamma}(t)$

$$w = -\frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{Q_{\text{доб}}(t) p_{\text{ат}} - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t) r_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}},$$

что дает продвижение контура водоносности за время  $dt$  при  $Q_{\Gamma} = \text{const}$

$$dr_{\text{в}} = -\frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{Q_{\Gamma} p_{\text{ат}} t - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t) r_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}} dt, \quad (77', \text{XVIII})$$

при  $Q_{\Gamma} = Q_{\Gamma}(t)$

$$dr_{\text{в}} = -\frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{Q_{\text{доб}}(t) p_{\text{ат}} - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t) r_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}} dt. \quad (78', \text{XVIII})$$

Разделяя переменные  $t$  и  $r_{\text{в}}$  в уравнениях (77', XVIII) и (78', XVIII) и произведя интегрирование по  $t$  в пределах от 0 до  $t$  и по  $r_{\text{в}}$  в пределах

от  $R_0$  до  $r_B$ , получим

$$\left. \begin{aligned} &\text{при } Q_\Gamma = \text{const} \\ &\frac{k}{m\mu_B} \int_0^t \frac{Q_\Gamma p_{\text{ат}} t - p_{\text{н}}[\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt = \int_{R_0}^{r_B} r_B \ln \frac{r_B}{R_K} dr_B, \\ &\text{при } Q_\Gamma = Q_\Gamma(t) \\ &\frac{k}{m\mu_B} \int_0^t \frac{Q_{\text{доб}}(t) p_{\text{ат}} - p_{\text{н}}[\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt = \int_{R_0}^{r_B} r_B \ln \frac{r_B}{R_K} dr_B. \end{aligned} \right\} (77, \text{XVIII})$$

Выполнив интегрирование в правой части уравнений (77, XVIII), введя величины  $\varrho$  и  $\varrho_0$ , определяемые уравнениями (67, XVIII), и обозначив

$$\left. \begin{aligned} \psi_4 &= \frac{k}{m\mu_B R_K^2} \int_0^t \frac{Q_\Gamma p_{\text{ат}} t - p_{\text{н}}[\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt, \\ \psi_5 &= \frac{k}{m\mu_B R_K^2} \int_0^t \frac{Q_{\text{доб}}(t) p_{\text{ат}} - p_{\text{н}}[\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt, \end{aligned} \right\} (78, \text{XVIII})$$

получим

$$\left. \begin{aligned} &\text{при } Q_\Gamma = \text{const} && \psi_4(t) = \alpha(\varrho_0) - \alpha(\varrho) \\ &\text{при } Q_\Gamma = Q_\Gamma(t) && \psi_5(t) = \alpha(\varrho_0) - \alpha(\varrho) \end{aligned} \right\} (79, \text{XVIII})$$

где  $\alpha(\varrho)$  и  $\alpha(\varrho_0)$  — величины, определяемые уравнениями (68, XVIII).

Чтобы найти заниженные значения продвижения контура водоносности, вычисления производят в следующем порядке.

Подставляя в формулы (78, XVIII) значения  $t$  и отвечающие им заниженные значения  $\Omega(t)$ , определенные по завышенным продвижениям контура водоносности, находим путем интегрирования (проще всего путем графического интегрирования) значения функций  $\psi_4(t)$  или  $\psi_5(t)$  и строим график  $\psi_4 = \psi_4(t)$  или  $\psi_5 = \psi_5(t)$ . Далее, задаваясь различными значениями  $r_B < R_0$ , что дает  $\varrho_B < \varrho_0$ , находим по формуле (79, XVIII)  $\psi_4(t)$  или  $\psi_5(t)$  и по указанному графику определяем величины  $t$ , отвечающие полученным значениям  $\psi_4(t)$  или  $\psi_5(t)$ .

Если величины найденных изложенным выше методом завышенных и заниженных значений  $r_B$  существенно отличаются друг от друга,

то рассматриваем их как первое приближение и переходим ко второму приближению, производя вычисления в следующем порядке.

По данным о полученных в первом приближении заниженных значениях продвижения контура водоносности (следовательно, завышенных  $r_{\text{в}}$ ) находим завышенные величины  $\Omega(t)$ . Подставляя эти  $\Omega(t)$  и отвечающие им значения  $t$  в уравнения (78, XVIII) находим функции  $\psi_4(t)$  или  $\psi_5(t)$ , по которым, пользуясь формулами (79, XVIII), определяем во втором приближении завышенные значения продвижения контура водоносности, величина которых меньше соответствующих завышенных значений, найденных в первом приближении. По полученным во втором приближении завышенным величинам контура водоносности определяем заниженные значения  $\Omega(t)$ , подставляя которые в формулы (78, XVIII), находим функции  $\psi_4(t)$  или  $\psi_5(t)$ , по которым, пользуясь уравнениями (79, XVIII), аналогично предыдущему определяем во втором приближении заниженные значения продвижения контура водоносности, величина которых более соответствующих заниженных значений, вычисленных в первом приближении.

Если найденные во втором приближении завышенные и заниженные значения  $r_{\text{в}}$  все еще значительно отличаются друг от друга, переходим к третьему приближению и так до тех пор, пока величины завышенных и заниженных значений продвижения контура водоносности окажутся достаточно близкими. Тогда за истинные величины продвижения контура водоносности можно принять среднеарифметические значения между соответствующими завышенными и заниженными величинами продвижения контура водоносности.

Приведем пример решения задачи о вытеснении газа водой в условиях радиального движения.

*Пример.* Определить продвижение контура водоносности в условиях радиальной фильтрации при следующих исходных данных:

расстояние от центра газовой залежи	
до контура питания .....	$R_{\text{к}} = 11,75 \text{ км}$
расстояние от центра газовой залежи	
до первоначального положения	
контура водоносности .....	$R_0 = 1,75 \text{ км}$
мощность пласта .....	$b = 7,5 \text{ м}$
пористость пласта .....	$m = 0,16$
проницаемость пласта .....	$k = 0,8 \text{ д}$
давление на контуре питания	
(оно же начальное давление	
в газовой залежи) .....	$p_{\text{к}} = p_{\text{н}} = 28 \text{ ата}$
абсолютная вязкость воды .....	$\mu = 1 \text{ сантипуаз}$
добыча газа постоянна	
и составляет .....	$Q = 97,7 \text{ тыс. м}^3/\text{сутки} = \text{const}$
давление .....	$p_{\text{ат}} = 10^4 \text{ кг/м}^2$

Произведя на основе этих исходных данных вычисления в указанном выше порядке, получим результаты, приведенные в табл. 35.

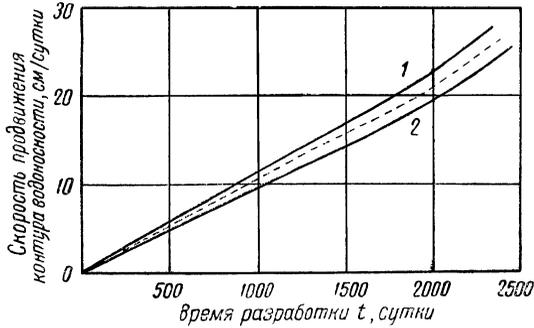


Рис. 152. Изменение во времени  $t$  скорости  $w$  продвижения контура водоносности в условиях радиальной фильтрации при вытеснении газа водой. Кривая 1 — завышенные скорости, 2 — заниженные скорости.

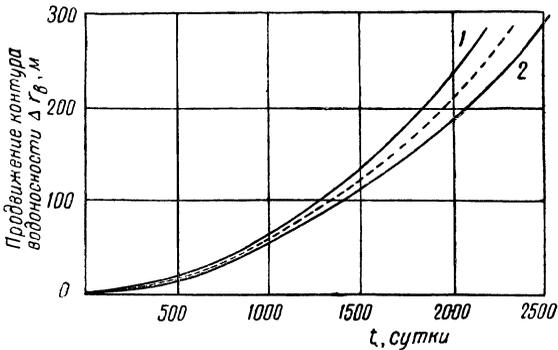


Рис. 153. Величина общего продвижения  $\Delta r_{\text{в}} = R_0 - r_{\text{в}}$  контура водоносности в условиях радиальной фильтрации при вытеснении газа водой. Кривая 1 — завышенные значения  $\Delta r_{\text{в}}$ , 2 — заниженные значения  $\Delta r_{\text{в}}$ .

На рис. 152 и 153 приведены кривые завышенных и заниженных значений скорости  $w$  и величины  $\Delta r_{\text{в}} = R_0 - r_{\text{в}}$ , продвижения контура водоносности, построенные по данным табл. 35.

Таблица 35

**Продвижение контура водоносности при вытеснении газа водой в условиях радиальной фильтрации по линейному закону**

Расстояние до контура водоносности $r_b$ , м	Продвижение контура водоносности $\Delta r_b = R_0 - r_b$ , м	Скорость $w$ продвижения контура водоносности, см/сутки			Время $t$ (в сутках), истекшее с начала разработки газовой залежи при			Объем порового пространства газовой залежи $\Omega(t)$ , млн. м <sup>3</sup>	Среднее давление в газовой залежи при, ата		$\frac{\tilde{p}_b - \tilde{p}_r}{\tilde{p}_b} \cdot 100, \%$
		завышенная	заниженная	среднее значение $w$	завышенной скорости продвижения контура вод	заниженной скорости продвижения контура вод	среднем значении времени $t$		водонапорном режиме $\tilde{p}_b$	газовом режиме $\tilde{p}_r$	
1750	0	0	0	0	0	0	0	11,54	28	28	0
1740	10	4,85	4,71	4,78	426	460	443	11,41			
1700	50	10,58	9,79	10,18	951	1015	983	10,89			
1650	100	15,14	13,77	14,46	1341	1450	1396	10,28	18,15	16,15	11,0
1550	200	21,92	20,11	21,02	1882	2065	1974	9,05			
1450	300	27,57	26,60	27,08	2287	2550	2418	7,92	11,0	7,54	15

Рассмотрение табл. 35 и приведенных на рис. 152 и 153 кривых показывает, что завышенные и заниженные значения скоростей фильтрации  $w$  и времени  $t$  разработки газовой залежи практически настолько близки, что нет необходимости прибегать ко второму приближению и с достаточной точностью можно считать, что истинные значения  $w$  и  $t$  равны среднеарифметическим величинам между их завышенными и заниженными значениями.

Подставляя значения  $\Omega(t)$  и  $t$  (табл. 35) в формулу (41<sup>I</sup>, XVIII), находим значения среднего давления  $p$  в газовой залежи в различные моменты времени  $t$ . В табл. 35 приведены указанные значения  $\tilde{p}$ . Для сравнения приведены величины среднего давления (определенные по формуле (41, XVIII), которые имели бы место при газовом режиме и прочих равных условиях. Как видно из табл. 35, в условиях рассматриваемого примера различие в величине среднего пластового давления при  $t = 2418$  суток составляет около 15%.

Следует отметить, что, как показывают расчеты по приведенным

в § 3 формулам, продвижение контура водоносности в условиях одномерного движения гораздо меньше, чем в случае радиальной фильтрации при прочих равных условиях.

### § 5. Замечание о влиянии вязкости газа на продвижение контура водоносности при вытеснении газа водой

Скорость  $w$  движения контура водоносности в направлении  $x$  в общем случае может быть представлена в следующем виде:

а) при абсолютной вязкости газа  $\mu_r \neq 0$

$$w = \frac{k}{m\mu_v} \frac{p_k - p_v}{\phi(x)}; \quad (80, \text{XVIII})$$

б) при  $\mu_r = 0$

$$w = w' = \frac{k}{m\mu_v} \frac{p_k - \tilde{p}}{\phi(x)}, \quad (81, \text{XVIII})$$

где  $\tilde{p}$  — средневзвешенное по объему газовой залежи давление газа;

$p_v$  — давление на контуре водоносности, при  $\mu_r = 0$ ,  $p_v = \tilde{p}$ .

Вид функции  $\phi(x)$  определяется геометрией потока. В рассмотренных выше частных случаях одномерного и радиального движения соответственно имеем:

$$\phi(x) = x' \text{ и } \phi(x) = -r_v \ln \frac{R_k}{r_v} \text{ [см. формулы (40, XVIII) и (60, XVIII)].}$$

Разделив правую и левую части равенства (81, XVIII) соответственно на правую и левую части равенства (80, XVIII) и обозначив

$$w^* = \frac{w'}{w}, \quad (82, \text{XVIII})$$

получим

$$w^* = \frac{p_k - \tilde{p}}{p_k - p_v}, \quad (83, \text{XVIII})$$

Величина  $w^*$  показывает, во сколько раз [при одинаковых значениях  $\phi(x)$ ] вычисленное значение скорости продвижения контура водоносности, если при расчете вязкость газа принимается равной нулю, больше истинной скорости движения контура водоносности, определенной при учете вязкости газа.

Обозначим

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\text{в}} &= \frac{p_{\text{в}}}{p_{\text{к}}}, \\ \xi &= \frac{\tilde{p}}{p_{\text{в}}}. \end{aligned} \right\} \quad (84, \text{XVIII})$$

Тогда формула (83, XVIII) приводится к виду:

$$w^* = \frac{1 - \varepsilon_{\text{в}}\xi}{1 - \varepsilon_{\text{в}}}. \quad (85, \text{XVIII})$$

Если в области газоносности пласта имеет место радиальная фильтрация газа, то, как показано в § 4 главы XII, среднее давление  $\tilde{p}$  весьма близко к контурному давлению  $p_{\text{в}}$ , следовательно, величина  $\xi$  близка к единице, что в соответствии с формулой (85, XVIII) дает  $w^* \cong 1$ .

Отсюда вытекает, что при радиальной фильтрации газа пренебрежение вязкостью газа не внесет крупной ошибки в определение величины продвижения контура водоносности.

Если в области газоносности происходит одномерное движение газа, то значение  $\xi$  *при больших депрессиях* может быть значительно меньше единицы (см. § 3 главы XII), что дает  $w^* > 1$ . В этом случае при расчетах следует учитывать вязкость газов.

В заключение отметим, что методы, изложенные в настоящей главе, могут быть использованы для решения задачи о вытеснении газированной нефти водой.



## Часть IV

Нерадиальное движение  
жидкостей и газов к одной  
скважине и теория  
взаимодействия скважин  
(задачи, решаемые  
методами гидромеханики)



---

---

## ГЛАВА XIX

# Исследование фильтрационного потока от нагнетательной скважины к эксплуатационной и исследование нерадиального установившегося движения жидкостей и газов к одной скважине. Выяснение влияния формы контура области питания на дебит скважины и распределение давления в пласте

### § 1. Замечания о постановке задач

В § 5 главы II был исследован вопрос о моделировании пластовых водонапорных систем и было обосновано представление о контуре области питания. В большинстве последующих глав рассматривались задачи на плоско-радиальное движение жидкостей и газов к скважине, т. е. предполагалось, что единственная скважина расположена в центре кругового контура области питания.

Такое предположение о форме контура области питания и о положении скважины является весьма частным. В реальных условиях контур области питания имеет неправильную геометрическую форму (см. рис. 11 и 12).

В связи с этим возникают следующие вполне естественные вопросы: может ли представлять какой-либо практический интерес решение задач о строго радиальном движении жидкостей и газов (при сохранении предположения о круговой форме контура области питания)? Как влияют форма контура области питания и положение скважины по отношению к этому контуру на дебит скважины и распределение пластовых давлений вокруг нее?

Ответам на эти вопросы и посвящена данная глава.

В этой главе рассматриваются задачи о нерадиальном движении жидкостей и газов к скважине при круговом (эксцентричном по отношению к скважине) и прямолинейном контурах области питания.

В конце главы приводится обобщение задачи на случай произвольной формы контура питания.

В такой постановке эти задачи были в 1935 г. решены В. Н. Щелкачевым [200], [203]<sup>1</sup>. В дальнейшем П. Я. Полубаринова-Кочина [144] решила задачу для случая контура области питания эллиптической формы, а И. А. Чарный [184–185] решил задачу при еще более общих предположениях о форме контура питания.

Строгое решение перечисленных выше задач возможно только с помощью методов гидромеханики. Согласно сказанному в предисловии к курсу, в данной главе не приводятся математические решения задач. Чтобы сделать содержание данной главы вполне доступным для читателей, не знакомых со специальными разделами высшей математики (с теорией аналитических функций и дифференциальных уравнениями с частными производными), мы в этой главе ограничимся подробным пояснением постановки каждой задачи, анализом их окончательных решений и практическими выводами.

Будем рассматривать лишь плоское горизонтальное движение жидкостей и газов к скважине. В таком случае не требуется исследовать движение жидкостей и газов во всем пласте; достаточно изучить их движение в одном горизонтальном сечении пласта. Поэтому условимся в следующей терминологии: скважиной, пластом и пластовым давлением будем для краткости соответственно называть плоские сечения скважины и пласта и давление именно в рассматриваемом горизонтальном сечении пласта.

Кроме того, вспомним, что во все формулы дебита скважины при установившемся плоско-радиальном движении к ней несжимаемой жидкости сжимаемой жидкости, газа и газированной жидкости по линейному закону фильтрации входило одно и то же выражение  $\ln \frac{R_k}{R_c}$ , зависящее от геометрических особенностей движения (см. формулы глав IX–XIII). Вполне понятно, что если вместо строго радиального движения рассматривать нерадиальное, то при сохранении всех прочих условий на место выражения  $\ln \frac{R_k}{R_c}$  становится иная логарифмическая функция от величин, характеризующих размеры, форму и взаимное расположение контура области питания и скважины. В остальном соответствующие формулы глав IX–XIII не изменяются. А отсюда вытекает важный вывод: в данной главе достаточно рассмотреть нерадиальное движение лишь какой-либо одной жидкости (газа), например, несжимаемой жидкости. Все выводы о влиянии формы и взаимного

---

<sup>1</sup>Решение этих задач было получено как с помощью метода отображения источников-стоков, так и с помощью метода конформного отображения [202].

расположения контура области питания и скважины, полученные для движения несжимаемой жидкости, будут справедливы и для движения любой другой жидкости или газа при прочих одинаковых условиях.

Из методических соображений данную главу мы начинаем с анализа задачи о движении жидкости от одной нагнетательной (инжекционной) скважины к одной эксплуатационной скважине; простейшие задачи о нерадиальном движении жидкости к одной скважине при круговой и прямолинейной форме контура области питания оказываются частными случаями упомянутой выше задачи. Такой подход к исследованию нерадиальных потоков является наиболее простым для тех читателей, которые не знакомы с методами гидродинамики.

Гидродинамически обоснованное решение задачи о движении жидкости от нагнетательной скважины к эксплуатационной представляет значительный интерес, ибо, во-первых, позволяет проанализировать простейшие закономерности, связанные с проведением широко распространенного на практике процесса заводнения; во-вторых, выясняются существенные неточности прежних высказываний по этому поводу Герольда, Юрена, Ноуэлса.

## § 2. Исследование фильтрационного потока от нагнетательной скважины к эксплуатационной

Представим себе, что в однородный горизонтальный пласт весьма больших (теоретически неограниченных) размеров и постоянной мощности проведены гидродинамически совершенные равнодебитные нагнетательная и эксплуатационная скважины одинакового радиуса  $R_c$ . Исследуем установившееся плоское движение несжимаемой жидкости в пласте по линейному закону фильтрации в условиях водонапорного режима от нагнетательной скважины  $B$  к эксплуатационной  $A_c$  (рис. 154).

Обозначим расстояние между центрами скважин через  $2a$ , радиусы-векторы, проведенные из центров скважин  $A_c$  и  $B$  в любую точку  $M$  пласта, — через  $r_1$  и  $r_2$ ; ось  $x$  проведем через центры скважин, а начало координат поместим в середине расстояния между ними.

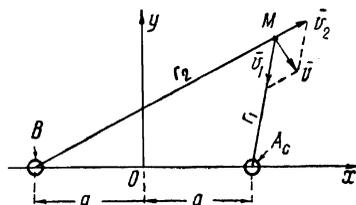


Рис. 154. Горизонтальные сечения эксплуатационной  $A_c$  и нагнетательной  $B$  скважин в однородном пласте.

Чтобы сделать более понятными окончательные расчетные формулы, которые будут дальше приведены без доказательства, напомним некоторые выводы из главы IX.

При движении жидкости к эксплуатационной скважине  $A_c$  (предполагая, что она в пласте единственная и однородный пласт имеет неограниченные размеры) скорость фильтрации  $\bar{v}_1$  в любой точке пласта будет направлена по радиусу к центру скважины; по величине скорость фильтрации обратно пропорциональна расстоянию до центра скважины. На рис. 155 пунктиром проведены прямолинейные траектории движения жидкости к скважине  $A_c$  в верхней полуплоскости; эти траектории занумерованы цифрами от 0 до 12 в порядке их обхода вокруг скважины против движения стрелки часов (от положительной стороны оси  $x$ ).

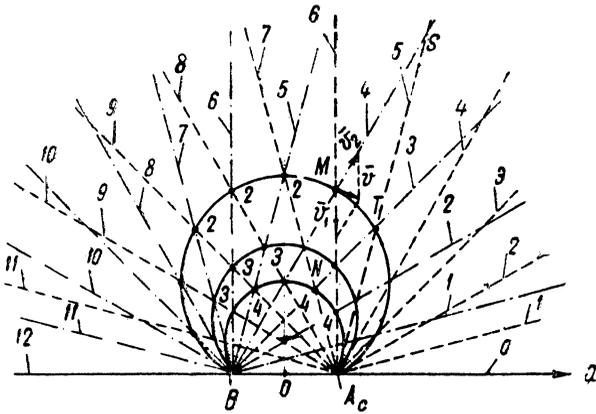


Рис. 155. Графическое наложение фильтрационных потоков эксплуатационной и нагнетательных скважин: сплошные кривые линии — траектории результирующего потока.

Допустим далее, что в том же пласте работает единственная нагнетательная скважина  $B$ , а эксплуатационная  $A_c$  бездействует. Для этого случая прямолинейные траектории в верхней полуплоскости показаны штрих-пунктиром и также занумерованы цифрами от 0 до 12; скорости фильтрации  $\bar{v}_2$  направлены по радиусам от центра скважины  $B$ . Если скважины  $A_c$  и  $B$  работают одновременно, то результирующий фильтрационный поток можно получить путем наложения (суперпозиции) тех двух потоков, траектории которых показаны пунк-

тирными и штрих-пунктирными линиями на рис. 155. Для пояснения метода наложения потоков (точное обоснование метода приводится в гидродинамике) заметим, что при одновременной работе эксплуатационной и нагнетательной скважин векторы скоростей фильтрации  $\bar{v}_1$  и  $\bar{v}_2$  в каждой точке пласта должны складываться геометрически. На рис. 154 проведены векторы скоростей фильтрации  $\bar{v}_1$  и  $\bar{v}_2$  слагаемых потоков в точке  $M$ ; абсолютные величины  $\bar{v}_1$  и  $\bar{v}_2$  обратно пропорциональны радиусам-векторам  $r_1$  и  $r_2$ . Вектор скорости  $\bar{v}$  результирующего потока построен по правилу параллелограмма. Аналогичное построение проведено и в точке  $M$  рис. 155; конечно, вектор скорости фильтрации  $\bar{v}$  должен быть направлен по касательной в точке  $M$  к траектории результирующего потока. После этого нетрудно понять следующее доказываемое в гидродинамике правило графического наложения потоков эксплуатационных и нагнетательных скважин: через каждую скважину должны быть проведены прямолинейные траектории. Расходы жидкости, а следовательно, величины углов между начерченными соседними траекториями должны быть одинаковыми. Число траекторий, проходящих через каждую скважину, должно быть пропорционально ее дебиту. При пересечении траекторий двух складываемых потоков образуются четырехугольники, например,  $NMST$  на рис. 155. Проводя в каждом четырехугольнике по одной диагонали (выбор диагонали определяется направлением результирующей скорости в каждой из вершин четырехугольника), получим ломаные линии, которые будут тем точнее изображать траектории результирующего поля, чем больше траекторий построено для каждого из складываемых потоков. На рис. 155 сплошные кривые линии построены по указанному выше правилу и представляют собой дуги окружностей — траектории движения от нагнетательной скважины к эксплуатационной. Нетрудно заметить, что каждая из упомянутых кривых проходит через те точки пересечения траекторий складываемых потоков, для которых разность чисел, стоящих около этих траекторий, остается величиной постоянной<sup>1</sup>. Так, например, через точку  $M$  проходят траектории с цифрами около них 6 и 4; их разность равна 2. Через точку  $T$  проходят траектории с цифрами 5 и 3; соответственная разность опять равна 2. Поэтому цифра 2 стоит около траектории, проходящей через точки  $M$  и  $T$ .

<sup>1</sup>Эта закономерность имеет простое гидродинамическое объяснение: числа, стоящие около каждой траектории, пропорциональны соответствующим абсолютным значениям функций тока каждого из складываемых и результирующего потоков. Заметим попутно, что в установившихся потоках линии тока являются одновременно и траекториями. Поэтому в тексте всюду говорится только о траекториях.

На рис. 156 выполнено графическое наложение двух потоков в предположении равной дебитности нагнетательной и эксплуатационной скважин. Итак, в рассматриваемом случае системой траекторий является семейство окружностей, проходящих через центры эксплуатационной и нагнетательной скважин: центры круговых траекторий лежат на прямой (оси  $y$ , см. рис. 156), перпендикулярной линии центров скважин и делящей пополам расстояние между ними.

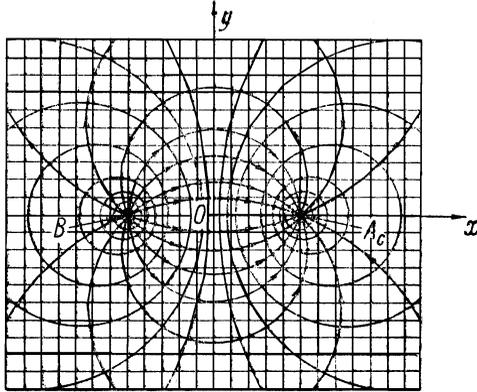


Рис. 156. Семейства траекторий и изобар в потоке жидкости от нагнетательной скважины  $B$  к эксплуатационной  $A_c$ .

На рис. 156 показано семейство траекторий результирующего фильтрационного потока от нагнетательной к равнодебитной эксплуатационной скважине; стрелки показывают направления движения частиц жидкости вдоль траекторий.

При графическом исследовании фильтрационного потока, для которого траектории известны, изобары могут быть проведены как линии, ортогональные траекториям (пересекающие их под прямыми углами). Изобарами рассматриваемого фильтрационного потока будут окружности, эксцентричные скважине; их центры лежат на прямой (на оси  $x$ ), соединяющей центры скважин (рис. 156). Ось  $y$  также входит в состав семейства изобар и может рассматриваться как окружность с бесконечно большим радиусом.

Каждая из «скважин»  $A_c$  и  $B$  (вернее, каждая из окружностей, изображающая горизонтальное сечение скважины) должна входить в состав семейства изобар. Чтобы строго удовлетворить последнему требованию, нужно было бы прямолинейные траектории складывае-

мых потоков проводить не через центры скважин, а через точки, удаленные от них на некоторые расстояния, зависящие от радиусов скважин<sup>2</sup>.

Однако при малых размерах радиусов скважин по сравнению с расстоянием между самими скважинами с высокой степенью точности упоминаемые точки можно считать совпадающими с центрами скважин: из рис. 156 видно, что чем меньше размеры круговых изобар, тем они становятся более концентричными.

Семейства траекторий и изобар получались бы гораздо более сложными по форме, если бы нагнетательная и эксплуатационная скважины были разноразмерными.

Как видно из формул § 2 главы IX, давление в какой-либо точке  $M$  пласта, расположенной на расстоянии  $r_1$  от центра единственной эксплуатационной скважины  $A_c$  с дебитом  $Q$  (рис. 154), может быть определено следующей формулой:

$$p' = \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln r_1 + c', \quad (1, \text{XIX})$$

где  $c' = \text{const}$ .

Так же точно давление  $p''$  в точке  $M$  пласта, расположенной на расстоянии  $r_2$  от центра единственной нагнетательной скважины  $B$  с дебитом  $Q$ , определяется формулой:

$$p'' = \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln r_2 + c'', \quad (2, \text{XIX})$$

где  $c'' = \text{const}$ .

Последние формулы поясняют, почему при одновременной работе двух скважин  $A_c$  и  $B$  пластовое давление  $p$  в точке  $M$  определяют, пользуясь методом наложения потоков, по формуле:

$$p = p' + p'' = \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \frac{r_1}{r_2} + c, \quad (3, \text{XIX})$$

где  $c = \text{const}$ .

Во всех практически интересных случаях расстояние  $2a$  между центрами скважин  $A_c$  и  $B$  больше радиуса  $R_c$  каждой из скважин. Поэтому для любой точки контура скважины можно принять:  $r_1 = R_c$ ,  $r_2 \cong 2a$ ; аналогично, для любой точки на контуре скважины  $B$ :  $r_1 \cong 2a$ ,  $r_2 = R_c$ .

---

<sup>2</sup>Упоминаемые точки должны были бы быть взаимно сопряженными по отношению к каждой из «скважин»  $A_c$  и  $B$ , см. § 4 данной главы.

Считая, что на контурах эксплуатационной и нагнетательной скважин  $A_c$  и  $B$  давления при одновременной их работе соответственно равны  $p_c$  и  $p_n$ , из формулы (3, XIX) получим:

$$p_c = \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \frac{R_c}{2a} + c, \quad (4, \text{XIX})$$

$$p_c = \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \frac{2a}{R_c} + c. \quad (5, \text{XIX})$$

Вычитая предпоследнее равенство из последнего, определим дебит  $Q$  каждой из скважин:

$$Q = \frac{\pi b k (p_n - p_c)}{\mu \ln \frac{2a}{R_c}}. \quad (6, \text{XIX})$$

Определяя величину  $c$  из равенств (4, XIX) или (5, XIX) и подставляя ее значение в формулу (3, XIX), получим:

$$p = p_c + \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \left( \frac{2a}{R_c} \cdot \frac{r_1}{r_2} \right), \quad (7, \text{XIX})$$

$$p = p_n - \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \left( \frac{2a}{R_c} \cdot \frac{r_2}{r_1} \right). \quad (8, \text{XIX})$$

Каждая из двух последних формул определяет давление  $p$  в любой точке пласта  $M$ .

Для той же точки пласта  $M$  скорость фильтрации определяется формулой:

$$v = \frac{Q}{\pi b} \frac{a}{r_1 r_2}. \quad (9, \text{XIX})$$

Уравнения изобар находятся из тех соображений, что давление во всех точках каждой изобары должно быть одинаковым.

Из формулы (7, XIX) или (8, XIX) видно что давление будет одинаковым во всех тех точках пласта, для которых

$$\frac{r_1}{r_2} = \text{const} = C_0. \quad (10, \text{XIX})$$

Считая, что точка  $M$  пласта имеет декартовы координаты  $x$ ,  $y$ , из рис. 154 получим:

$$r_1^2 = (x - a)^2 + y^2, \quad (11, \text{XIX})$$

$$r_2^2 = (x + a)^2 + y^2. \quad (12, \text{XIX})$$

Подставляя значения  $r_1$  и  $r_2$  из равенств (11, XIX) и (12, XIX) в формулу (10, XIX), получим уравнение семейства изобар в декартовых координатах<sup>3</sup>:

$$(x - a)^2 + y^2 = C_0^2[(x + a)^2 + y^2], \quad (13, \text{XIX})$$

$$\left(x + \frac{1 + C_0^2}{1 - C_0^2}\right)^2 + y^2 = \frac{4C_0^2 a^2}{(1 - C_0^2)^2}. \quad (14, \text{XIX})$$

Уравнение (14, XIX) представляет собой уравнение семейства окружностей. Ординаты центров всех окружностей семейства равны нулю, а величины радиусов и абсцисс центров зависят от значения параметра  $C_0$ . Следовательно, действительно, изобары имеют такой вид, как изображено на рис. 156. При  $C_0 = 1$  из формулы (13, XIX) получим  $x = 0$ , т. е. соответствующей изобарой оказывается ось  $y$ .

Положив в уравнениях (7, XIX) или (8, XIX)  $C_0 = 1$  т. е.  $r_1 = r_2$ , найдем давление  $p_y$  вдоль оси  $y$ :

$$p_y = p_c + \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \frac{2a}{R_c}, \quad (15, \text{XIX})$$

$$p_y = p_n - \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \frac{2a}{R_c}, \quad (16, \text{XIX})$$

Складывая равенства (15, XIX) и (16, XIX) или подставляя в них значение  $Q$  из формулы (6, XIX), определим  $p_y$ .

$$p_y = \frac{p_n + p_c}{2}. \quad (17, \text{XIX})$$

Следовательно, давление имеет наибольшую величину в нагнетательной скважине, наименьшую величину в эксплуатационной скважине, и вдоль оси  $y$  оно равно среднеарифметическому из забойных давлений в каждой из скважин.

<sup>3</sup>Формула (10, XIX) представляет собой уравнение семейства изобар в так называемых биполярных координатах. Из формулы (10, XIX) видно, что отношение расстояний каждой точки изобары до двух заданных центров остается величиной постоянной; как известно из геометрии, таким свойством обладают точки, лежащие на окружности.

Для дальнейшего представляет интерес выразить давление в любой точке пласта через давление  $p_y$  вдоль оси  $y$ , для этого сложим равенства (7, XIX) и (8, XIX) и воспользуемся формулой (17, XIX):

$$p = p_y - \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (18, \text{XIX})$$

Перейдем к анализу формулы (9, XIX) для скорости фильтрации в любой точке пласта.

Исследуя изменения величин  $r_1$  и  $r_2$  при движении по любой из траекторий, нетрудно заметить, что наименьшее значение  $r_1$  имеет на контуре эксплуатационной скважины, а  $r_2$  — на контуре нагнетательной скважины. Следовательно, наибольшие значения скорость фильтрации имеет на контуре (правильнее сказать на стенке) каждой из скважин. Величины  $r_1$  и  $r_2$  входят в формулу (9, XIX) одинаковым образом, т. е. распределение скоростей фильтрации в пласте вполне симметрично по отношению к оси  $y$ . Именно, при движении по каждой траектории частица жидкости имеет наибольшую скорость при выходе из нагнетательной скважины; затем частица жидкости движется замедленно и наименьшей скорости достигает в точке пересечения траектории с осью  $y$ . После пересечения с осью  $y$  частица жидкости начинает двигаться ускоренно и прежнего наибольшего значения вновь достигает на стенке эксплуатационной скважины.

Понятно, что по сравнению со всеми остальными траекториями частицы жидкости быстрее всего движутся вдоль отрезка оси  $x$ , соединяющего центры скважин; чем дальше траектория от этого отрезка, тем меньше средняя скорость движения вдоль нее (чем короче пути, тем при равных перепадах давления больше средние скорости движения вдоль них).

Проследим за судьбой частиц жидкости, которые одновременно выходят из нагнетательной скважины, следуя по разным траекториям. Допустим, например, что в некоторый момент времени через нагнетательную скважину в нефтеносный пласт стали закачивать воду, вязкость которой равна вязкости нефти, причем проницаемость сохраняется неизменной во всем пласте. Как уже было выше отмечено, можно считать, что во всех точках контура нагнетательной скважины малого радиуса  $R_c$  (при  $R_c \ll a$ ) имеем:

$$r_2 = R_c = \text{const}, \quad r_1 \cong 2a = \text{const}. \quad (19, \text{XIX})$$

В таком случае из формулы (9, XIX) следует, что на контуре нагнетательной скважины  $v \cong \text{const}$ . Следовательно, частицы воды, выходя из нагнетательной скважины, начинают двигаться по всем траекториям (вначале почти радиально) почти с одинаковой скоростью.

Затем частицы воды, двигающиеся по прямой, соединяющей центры скважин, начинают обгонять соседние частицы. В итоге первоначально круговая форма продвигающегося фронта воды искажается; фронт воды становится овальным, овал постепенно вытягивается и заостряется в направлении к эксплуатационной скважине и, наконец, частицы воды, движущиеся по кратчайшей траектории, первыми прорываются в эксплуатационную скважину. После этого «язык обводнения» около эксплуатационной скважины расширяется, общие размеры зоны затопления продолжают расти, процент нефти в добыче уменьшается за счет роста количества добываемой воды. История продвижения фронта обводнения от нагнетательной скважины к эксплуатационной показана на рис. 157.

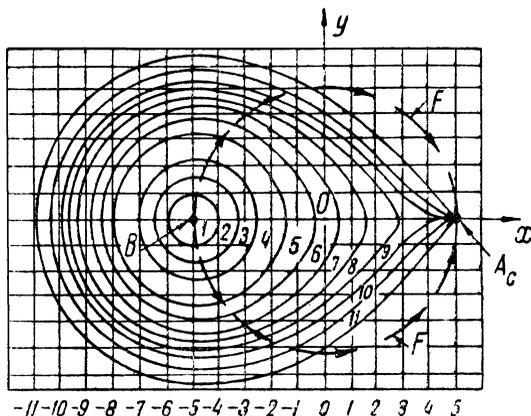


Рис. 157. История продвижения фронта воды от нагнетательной скважины  $B$  к эксплуатационной  $A_c$ .

№ кривой	Время	№ кривой	Время
1	0,0225	7	0,75
2	0,075	8	0,95
3	0,15	9	1,00
4	0,30	10	1,20
5	0,45	11	1,50
6	0,60		

Моменты времени, соответствующие различным положениям (кривые № 1–11) продвигающегося фронта воды, указаны в таблице, помещенной под рис. 157. Для общности за начало отсчета времени принят момент начала нагнетания воды в пласт и за «единицу времени» при-

нят весь промежуток времени  $T$  до прорыва воды в эксплуатационную скважину. Положение фронта воды в момент ее прорыва в скважину изображается кривой 9.

Кривые 10 и 11 показывают положения фронта воды после ее прорыва в скважину.

Кривые 1 и 2 трудно отличимы от окружностей, т. е. в течение времени  $t \cong 0, 1T$  вода движется из нагнетательной скважины почти радиально. На рис. 157 расстояние между центрами эксплуатационной и нагнетательной скважин разделено на 10 частей. К моменту прорыва воды в скважину (при  $t = T$ , см. кривую 9) частица жидкости, двигавшаяся по оси  $x$  в направлении к эксплуатационной скважине, прошла все расстояние между центрами скважин, равное 10 единицам длины, тогда как частица воды, двигавшаяся по оси  $x$  в противоположную сторону, прошла расстояние, равное лишь 5 единицам.

Чтобы построить любую из кривых 1–11, нужно знать законы движения по каждой из траекторий, т. е. надо уметь определять в любой момент времени положение любой частицы жидкости. В условиях рассматриваемой задачи методы гидродинамики позволяют получить в замкнутой форме (не пользуясь разложением функций в ряды) законы движения для каждой из траекторий.

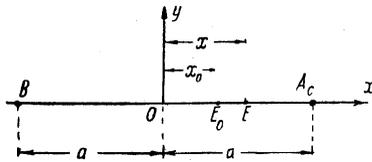


Рис. 158. Движение частицы жидкости  $E$  по прямой, соединяющей центры нагнетательной  $B$  и эксплуатационной  $A_c$  скважин.

деляются следующими равенствами:

$$\begin{aligned} r_1 &= EA_c = a - x, \\ r_2 &= BE = a + x. \end{aligned} \quad (20, \text{XIX})$$

Поэтому скорость фильтрации в точке  $E$  определится по формуле (9, XIX) так:

$$v = \frac{Qa}{\pi b} \frac{1}{a^2 - x^2}. \quad (21, \text{XIX}).$$

Упомянутые методы гидродинамики не настолько элементарны, чтобы мы могли изложить их в данной главе; окончательные расчетные формулы для времени движения по любой из траекторий также довольно громоздки. Однако легко вывести закон движения частиц жидкости вдоль оси  $x$ . В самом деле, для частицы жидкости  $E$  с координатой  $x$  (на оси  $x$  рис. 158) радиусы-векторы  $r_1$  и  $r_2$ , входящие в формулу (9, XIX), определяются следующими равенствами:

Скорость движения по оси  $x$  равна  $\frac{dx}{dt}$ , а поэтому, помня связь между скоростью движения и скоростью фильтрации, из формулы (21, XIX) получим:

$$m \frac{dx}{dt} = \frac{Qa}{\pi b} \frac{1}{a^2 - x^2}, \quad (22, \text{XIX})$$

где  $m$  — пористость пласта.

Разделим переменные в последней формуле:

$$dt = \frac{\pi b m}{Q a} (a^2 - x^2) dx. \quad (23, \text{XIX})$$

Для определения времени движения частицы жидкости от  $E_0$  до  $E$  проинтегрируем уравнение (23, XIX):

$$\int_0^t dt = \frac{\pi b m}{Q a} \int_{x_0}^x (a^2 - x^2) dx. \quad (24, \text{XIX})$$

Выполнив интеграцию, получим:

$$t = \frac{\pi b m}{Q} \left( ax - ax_0 - \frac{x^3}{3a} + \frac{x_0^3}{3a} \right). \quad (25, \text{XIX})$$

Для определения времени движения частицы жидкости от нагнетательной скважины  $B$  (для простоты скважины  $B$  и  $A_c$  изображены на рис. 158 точками) до точки  $E$  в формуле (25, XIX) следует положить  $x_0 = -a$ :

$$t = \frac{\pi b m}{Q} \left( ax + \frac{2}{3} a^2 - \frac{x^3}{3a} \right). \quad (26, \text{XIX})$$

Для определения времени  $T$  движения частицы жидкости по оси  $x$  от нагнетательной скважины  $B$  до эксплуатационной  $A_c$  положим в последней формуле  $x = a$ ; получим:

$$T = \frac{4}{3} \frac{\pi b m}{Q} a^2. \quad (27, \text{XIX})$$

Как показывает формула (27, XIX), промежуток времени с момента выхода воды из нагнетательной скважины до ее прорыва в эксплуатационную скважину обратно пропорционален дебиту и прямо пропорционален квадрату расстояния между скважинами.

Легко подсчитать обводненную площадь  $\sigma$  пласта к моменту времени  $T$ , т. е. площадь внутри кривой 9 на рис. 157. Объем жидкости, закачанной в пласт за время  $T$ , равен  $QT$ ; за это время обводнится объем пласта, равный  $m\sigma b$ .

Приравнивая эти объемы и пользуясь формулой (27, XIX), определим искомую заводненную площадь  $\sigma$  пласта:

$$\sigma = \frac{QT}{mb} = \frac{4\pi}{3} a^2. \quad (28, \text{XIX})$$

Рассмотрим числовой пример. Допустим, что пористость пласта  $m = 0,2$ , мощность пласта  $b = 10$  м, расстояние между гидродинамически совершенными нагнетательной и эксплуатационной скважинами  $2a = 200$  м, дебит каждой из скважин  $Q = 100$  м<sup>3</sup>/сутки. Тогда из формул (27, XIX) и (28, XIX) найдем:

$$\left. \begin{aligned} T &= 840 \text{ суток} \\ \sigma &= 4,2 \text{ га} \end{aligned} \right\} \quad (29, \text{XIX})$$

Выше было отмечено, что за время  $T$ , пока частица воды, двигающаяся по оси  $x$  вправо от нагнетательной скважины, пройдет расстояние, равное  $2a$ , другая частица воды, двигающаяся по оси  $x$  влево от нагнетательной скважины, пройдет путь длиной  $a$ . Этот факт легко проверить. Подставив в формулу (26, XIX) значение  $x = -2a$ , получим тот же промежуток времени  $T$ , какой был определен равенством (27, XIX). Следовательно, действительно, длина области, заключенной внутри кривой 9 на рис. 157, равна  $3a$ .

Подставим в формулу (26, XIX) значение  $x = -3a$ , т. е. подсчитаем промежуток времени  $T'$ , за который частица воды, двигающаяся по оси  $x$  влево от нагнетательной скважины, пройдет расстояние  $2a$ :

$$T' = \frac{20}{3} \frac{\pi mb}{Q} a^2. \quad (30, \text{XIX})$$

Итак, оказывается, что  $T' = 5T$ .

Интересно отметить, что закон движения по оси  $x$  проекции той частицы жидкости, которая движется по любой из двух круговых траекторий  $F$  радиуса  $a$  (эти две траектории изображены на рис. 157), выражается следующей простой формулой:

$$t = \frac{2\pi mba}{Q} (x - x_0), \quad (31, \text{XIX})$$

где  $x_0$  и  $x$  — абсциссы начального и конечного положений частицы жидкости, движущейся по траектории  $F$ . Судя по формуле (31, XIX), проекция на ось  $x$  упомянутой частицы жидкости движется равномерно. Полагая в формуле (31, XIX)  $x_0 = -a$  и  $x = a$ , определим промежуток времени  $T''$ , за который частица воды, вышедшая из нагнетательной скважины и двигающаяся по окружности  $F$ , достигнет эксплуатационной скважины:

$$T'' = 4 \frac{\pi b m a^2}{Q}. \quad (32, \text{XIX})$$

Следовательно,  $T'' = 3T$ . Из формул (27, XIX), (30, XIX), (32, XIX) видно, что

$$T'' = \frac{T + T'}{2}. \quad (33, \text{XIX})$$

Проекция скорости фильтрации  $v_x$  на ось  $x$  частицы жидкости, движущейся по окружности  $F$ , на основании формулы (31, XIX) будет равна:

$$v_x = m \frac{dx}{dt} = \frac{Q}{2\pi b a} = \text{const}. \quad (34, \text{XIX})$$

Зная  $v_x$  и учитывая круговую форму траектории  $F$ , легко найти величину скорости фильтрации  $v$  в любой ее точке:

$$\frac{v}{v_x} = \frac{a}{y} = \frac{a}{\sqrt{a^2 - x^2}}, \quad (35, \text{XIX})$$

откуда

$$v = \frac{Q}{2\pi b \sqrt{a^2 - x^2}}. \quad (36, \text{XIX})$$

Обозначая через  $s$  длину дуги, пройденную частицей жидкости, движущейся из нагнетательной скважины по окружности  $F$ , найдем:

$$s = a \cdot \arccos \frac{x}{a}. \quad (37, \text{XIX})$$

Подставляя в последнее равенство значение  $x$  из формулы (31, XIX) и полагая в ней  $x_0 = -a$ , получим:

$$s = a \cdot \arccos \left( 1 - \frac{Q}{2\pi m b a^2} t \right), \quad (38, \text{XIX})$$

или [см. формулу (32, XIX)]

$$s = a \cdot \arccos \left( 1 - 2 \frac{t}{T''} \right). \quad (39, \text{XIX})$$

Формула (38, XIX) или (39, XIX) представляет собой закон неравномерного движения частицы жидкости по траектории  $F$ .

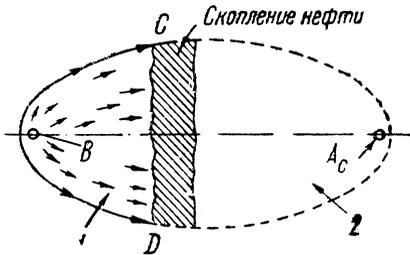


Рис. 159. Прежние неточные изображения движения воды в пласте от нагнетательной  $B$  скважины к эксплуатационной  $A_c$ . 1 — область пласта, затопленная водой; 2 — нефтеносная частично истощенная область.

До сих пор при расчетах предполагалось, что вязкость закачиваемой воды равна вязкости нефти. Если учесть, что вязкость закачиваемой воды может быть значительно меньше вязкости нефти, но сохранить предположение об одинаковой проницаемости пласта в обводняемой и обводненной зонах, то картина продвижения фронта воды изменится. Так, например, язык обводнения, изображенный на рис. 157, должен был бы продвигаться более интенсивно и к моменту обводнения эксплуатационной скважины фронт воды имел бы меньшую ширину в направлении оси  $y$ , но более заостренный язык в направлении движения — это легко объяснить на основании выводов главы XVIII.

В заключение заметим, что картина движения воды от нагнетательной скважины к эксплуатационной изображалась раньше (до середины тридцатых годов нынешнего века) со значительными искажениями. В книгах и статьях американских ученых Герольда [34], Юрена [223], Ноуэlsa приводилась изображенная на рис. 159 схема движения воды в пласте от нагнетательной скважины к эксплуатационной. Упомянутые авторы утверждали, что зона затопления имеет эллиптическую форму, а фронт воды  $CD$ , продвигаясь от нагнетательной скважины  $B$  к эксплуатационной  $A_c$ , сохраняет форму плоскости, перпендикулярной к линии центров скважин.

Эти утверждения неверны<sup>4</sup>. Чтобы фронт воды сохранял плоскую форму, движение частиц жидкости по прямой, соединяющей скважины  $B$  и  $A_c$ , должно было бы происходить медленнее движения по окольным путям, что невозможно. Приведенные на рис. 156 и 157 гид-

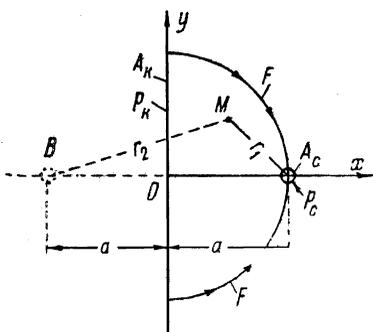
<sup>4</sup>Основанная на гидродинамическом анализе критика упомянутых взглядов Герольда, Юрена и Ноуэlsa была впервые приведена в статье Щелкачева [201].

родинамически обоснованные картины процесса заводнения пласта при наличии одной нагнетательной и одной эксплуатационной скважин поясняют неточности схемы, изображенной на рис. 159.

### § 3. Нерадиальное движение жидкости к скважине при прямолинейном контуре области питания

Рассмотрим плоское нерадиальное движение несжимаемой жидкости к скважине по линейному закону фильтрации в однородном пласте в условиях водонапорного режима.

Будем считать, что эксплуатационная скважина  $A_c$  радиуса  $R_c$  расположена на расстоянии  $a$  от прямолинейного контура  $A_k$  (неограниченной длины) области питания (рис. 160). Давление вдоль контуров  $A_c$  и  $A_k$  обозначим через  $p_c$  и  $p_k$ ; эти контуры должны входить в состав семейства изобар. На рис. 156, изображающей картину движения жидкости от нагнетательной скважины к эксплуатационной, среди изобар имеются контур скважины  $A_c$  и ось  $y$ .



Отсюда возникает вполне естественная мысль: зеркально отобразить эксплуатационную скважину  $A_c$  (на рис. 160) в контуре  $A_k$  и на месте зеркального изображения скважины  $A_c$  поместить нагнетательную скважину  $B$ . Приняв контур  $A_k$  за ось  $y$  и линию центров скважин за ось  $x$ , легко сообразить, что вся *правая полуплоскость* рис. 156

Рис. 160. Эксплуатационная скважина  $A_c$  в пласте с прямолинейным контуром области питания  $A_k$ ; нагнетательная скважина  $B$  — зеркальное изображение эксплуатационной по отношению к контуру  $A_k$  области питания.

даст реальную картину траекторий и изобар при нерадиальном движении жидкости от прямолинейного контура питания (от оси  $y$ ) к скважине  $A_c$ . Итак, задача о нерадиальном движении жидкости к скважине при прямолинейном контуре области питания сводится к решенной в предыдущем параграфе задаче о движении жидкости от нагнетательной скважины к эксплуатационной.

Если радиус кругового сечения эксплуатационной скважины стремится к нулю, считая, что дебит скважины сохраняется, то получим особую точку плоскости, которую в гидродинамике называют стоком.

Сток «поглощает» жидкость, притекающую («стекающую») к нему в плоскости со всех сторон; «мощность» или «производительность»  $q$  стока в плоскости считают равной дебиту скважины, приходящемуся на единицу мощности пласта:

$$q = \frac{Q}{b}. \quad (40, \text{XIX})$$

Аналогично, стягивая в точку круговое сечение нагнетательной скважины, получим особую точку плоскости, называемую «источником». Жидкость вытекает («истекает») из источника во все стороны плоскости; мощность источника определяется той же формулой (40, XIX)<sup>1</sup>.

Пользуясь новой терминологией, описанный выше метод решения задачи о притоке жидкости к эксплуатационной скважине в пласте с прямолинейным контуром области питания следует назвать «методом отображения источников-стоков»; действительно, сток, расположенный в центре эксплуатационной скважины  $A_c$ , был зеркально отображен в прямолинейном контуре  $A_k$  источником, расположенным в центре нагнетательной скважины  $B$ .

Для определения дебита скважины и давления в любой точке  $M$  пласта с радиусами-векторами  $r_1$  и  $r_2$  (рис. 160) можно воспользоваться формулами (6, XIX) и (18, XIX) предыдущего параграфа. Следует только учесть, что давление вдоль оси  $y$ , совпадающей с контуром питания, обозначается теперь через  $p_k$  вместо  $p_y$ ; кроме того, величину  $p_n$  надо выразить через  $p_c$  и  $p_k$  из формулы (17, XIX). Выполнив все эти преобразования, получим:

$$Q = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{2a}{R_c}}, \quad (41, \text{XIX})$$

$$p = p_k - \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (42, \text{XIX})$$

<sup>1</sup>Точечный сток, или источник на плоскости, можно представить как сечение плоскостью перпендикулярного к ней клинейного источника. В свою очередь линейный сток или источник можно представить себе расположенными вдоль оси гидродинамически совершенной скважины, радиус которой стремится к нулю при сохранении постоянного дебита. Точечные стоки (или источники) в пространстве суть особые точки, к которым жидкость притекает со всех сторон (или из них вытекает во все стороны). Так, например, центр полусферического забоя гидродинамически несовершенной скважины весьма малого радиуса (см. § 3 главы IX) можно рассматривать как точечный сток, помещенный на непроницаемой кровле пласта.

Для определения скорости фильтрации служит та же формула (9, XIX).

Законы движения (25, XIX) и (31, XIX) сохраняются в силе; соответствующие формуле (31, XIX) две круговые траектории  $F$  радиуса  $a$  изображены на рис. 160. Зная законы движения по каждой из траекторий (как уже упоминалось, подземная гидравлика позволяет указать эти законы движения), можно проследить за перемещением контура нефтеносности любой формы (пренебрегая разностью в вязкостях воды и нефти и изменением в проницаемости при продвижении краевых вод), окружающего скважину.

#### § 4. Нерадиальное движение жидкости к скважине при круговом контуре области питания

Сохраним все те же условия, что и в предыдущем параграфе, но будем считать, что контур области питания  $A_k$  имеет форму окружности радиуса  $R_k$ . Скважину  $A_c$  радиуса  $R_c$  будем считать расположенной эксцентрично по отношению к  $A_k$  (рис. 161). Расстояние между центрами  $E$  и  $D$  окружностей  $A_c$  и  $A_k$  обозначим через  $d$ ; постоянные давления на контурах  $A_k$  и  $A_c$  обозначим соответственно через  $p_k$  и  $p_c$ . Таким образом, круговые контуры  $A_k$  и  $A_c$  должны входить в состав семейства изобар.

Представленные на рис. 156 круговые изобары расположены эксцентрично друг по отношению к другу. Является вполне естественная мысль — принять одну из изобар рис. 156 за контур  $A_k$ , а другую — за контур  $A_c$ . Таким образом, задачу о движении жидкости от кругового контура  $A_k$ , во всех точках которого давление одинаково, к скважине  $A_c$  следует пытаться свести к решенной в § 2 задаче о движении жидкости из нагнетательной скважины к эксплуатационной. При заданном положении окружностей  $A_c$  и  $A_k$  необходимо так подобрать положение воображаемой нагнетательной скважины  $B$ , чтобы среди изобар рис. 156 были окружности заданных радиусов  $R_c$  и  $R_k$  с заданным расстоянием  $d$  между их центрами.

В гидродинамике доказывается, что нужное положение нагнетательной скважины всегда может быть определено и притом единственным образом (см. Шелкачев и Пыхачев [203]).

Для этого необходимо на линии центров  $ED$  найти точку  $L$  (точки  $L$  и  $E$  должны лежать по одну сторону от  $D$ ), расстояние  $LD$  до которой удовлетворяет следующему соотношению:

$$ED \cdot LD = R_k^2. \quad (43, XIX)$$

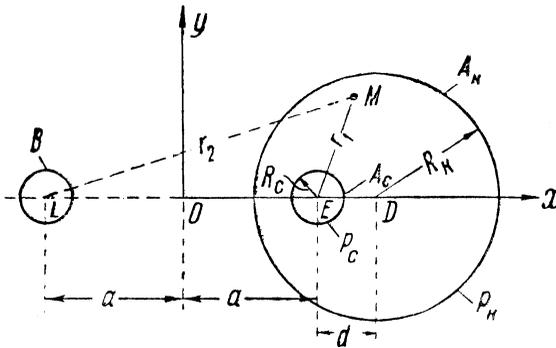


Рис. 161. Эксплуатационная скважина  $A_C$  в пласте с круговым контуром области питания  $A_K$ ; нагнетательная скважина  $B$  — отображение эксплуатационной по отношению к контуру  $A_K$  области питания.

Точки  $E$  и  $L$ , расстояния до которых от центра окружности  $A_K$  удовлетворяют соотношению (43, XIX), называются «взаимно сопряженными» по отношению к окружности  $A_K$ ; точку  $L$  называют также изображением (отображением) точки  $E$  в окружности  $A_K$ .

Учитывая, что  $ED = d$  и обозначая расстояние между сопряженными точками через  $2a$ , последнюю формулу перепишем так:

$$d(2a + d) = R_K^2, \quad (44, \text{XIX})$$

откуда

$$d = \frac{R_K^2 - d^2}{2d}. \quad (45, \text{XIX})$$

Равенство (45, XIX) позволяет определить искомое расстояние  $LE = 2a$  через заданные величины. Помещая в точке  $E$  сток и в точке  $L$  источник, сводим задачу данного параграфа к задаче, решенной в § 2.

Следует заметить, что в формулу (45, XIX) не входит значение радиуса  $R_C$  эксплуатационной скважины. Объясняется это тем, что ради простоты здесь приведены лишь приближенные формулы для определения величины  $a$ ; при выводе этих формул предполагалось, что  $R_C \ll R_K$  и  $R_C \ll R_K - d$ . Последние предположения о малой величине радиуса скважины и о том, что контуры  $A_C$  и  $A_K$  далеки от соприкосновения, справедливы для большинства задач, связанных с проблемами технологии нефтедобычи. При точном решении задачи точечный

сток помещают не в центре  $E$  эксплуатационной скважины  $A_c$ , точечные сток и источник должны быть взаимно сопряженными не только по отношению к окружности  $A_k$ , но и по отношению к окружности  $A_c$ . Взаимно сопряженные точки по отношению к любой окружности обладают тем замечательным свойством, что отношение расстояний  $\frac{r_1}{r_2}$  любой точки окружности до взаимно сопряженных точек остается величиной постоянной.

Итак, в условиях рассматриваемой задачи для распределения давления вокруг скважины оказывается справедливой формула (3, XIX). Неизвестные величины  $Q$  и  $c$ , входящие в эту формулу, определяются из тех соображений, что вдоль окружностей  $A_c$  и  $A_k$  давления должны быть равными  $p_c$  и  $p_k$ . В результате получается следующая формула для дебита скважины:

$$Q = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k^2 - d^2}{R_k R_c}}. \quad (46, \text{XIX})^1$$

Давление в любой точке  $M$  пласта определяется по любой из следующих двух формул:

$$p = p_c + \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \left( \frac{R_k^2 - d^2}{R_c d} \frac{r_1}{r_2} \right), \quad (47, \text{XIX})$$

$$p = p_k - \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \left( \frac{d}{R_k} \frac{r_2}{r_1} \right). \quad (48, \text{XIX})$$

Скорость фильтрации в произвольной точке  $M$  пласта определяется по формуле (9, XIX), а закон движения частицы жидкости вдоль линии центров окружностей  $A_c$  и  $A_k$  (вдоль оси  $x$ ) определяется формулой (25, XIX).

Если центры  $E$  и  $D$  окружностей  $A_c$  и  $A_k$  близки, то величина  $d^2$  мала по сравнению с  $R_k^2$  и  $r_2 d \cong R_k^2$ , т. е. при  $d \rightarrow 0$  формула (46, XIX)

<sup>1</sup>или

$$Q = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \left[ \frac{R_k}{R_c} \left( 1 - \frac{d^2}{R_k^2} \right) \right]},$$

отсюда особенно очевидно, что даже при сравнительно большом  $d$  дебит мало отличается от случая дебита в плоско-радиальном течении.

вырождается в формулу дебита для радиального притока и формулы (47, XIX) и (48, XIX) вырождаются в формулы главы IX, справедливые при строго радиальном притоке жидкости к скважине.

Эксцентричное расположение изобар вокруг скважины показывает, что при нерадиальном движении пьезометрическая воронка депрессии асимметрична.

При больших значениях радиуса  $R_k$  влияние эксцентричного расположения скважины  $A_c$  по отношению к контуру  $A_k$  заметно сказывается на дебите скважины и распределении пластового давления лишь при  $d \geq \frac{1}{2} R_k$ , см., например, табл. 36. При сравнительно малых значениях величины  $R_k$  (например, при  $R_k \ll 1000R_c$ ) даже небольшая эксцентричность в расположении скважины по отношению к круговой изобаре  $A_k$  (под  $A_k$  необязательно подразумевать контур области питания, но можно за  $A_k$  принять круговую изобару, размеры и положение которой определены путем замеров уровней или давлений в бездействующих наблюдательных скважинах, расположенных вокруг работающей скважины  $A_c$ ) приводит к недопустимо большой погрешности при попытке использовать для этого случая формулы радиального движения. Так, в работах Богомолова [17, 18] при анализе многих конкретных примеров из гидрогеологической практики было отмечено, что когда форма пьезометрической воронки депрессии имеет значительную асимметрию, то применение формул дебита радиального притока для определения коэффициента фильтрации приводит к явно ошибочным результатам.

Обозначим дебит скважины, определенный по формуле (46, XIX) при  $d \neq 0$ , т. е. при эксцентричном расположении скважины, через  $Q_э$ ; обозначим через  $Q_k$  дебит, определенный по той же формуле, но при  $d = 0$ , т. е. при концентричном расположении контуров  $A_c$  и  $A_k$ . Получим:

$$\frac{Q_э}{Q_k} = \frac{\lg \frac{R_k}{R_c}}{\lg \frac{R_k^2 - d^2}{R_k R_c}}. \quad (49, \text{XIX})$$

По формуле (49, XIX) подсчитана табл. 36, характеризующая влияние эксцентричности в расположении скважины на ее дебит; величина отношения  $\frac{Q_э}{Q_k}$  подсчитана в зависимости от величины  $\frac{d}{R_k}$  при  $R_k = 10^3 R_c$  и  $R_k = 10^5 R_c$ .

Т а б л и ц а 36

Зависимость отношения  $\frac{Q_э}{Q_к}$  от величины  $\frac{d}{R_к}$  при  $R_к = 10^3 R_с$   
и  $R_к = 10^5 R_с$

	$\frac{d}{R_к} \rightarrow$	0	0, 1	0, 25	0, 50	0, 75	0, 90
$\frac{R_к}{R_с} = 10^3$	$\frac{Q_э}{Q_к} \rightarrow$	1	1, 00	1, 01	1, 04	1, 13	1, 32
$\frac{R_к}{R_с} = 10^5$	$\frac{Q_э}{Q_к} \rightarrow$	1	1, 00	1, 00	1, 02	1, 08	1, 17

### § 5. Влияние формы контура области питания на дебит скважины. Замечания о возможности использования формулы радиального притока в случае нерадиального движения жидкости к скважине

Форма и размеры контура области питания на практике точно никогда не бывают известны. С другой стороны, в формулы подземной гидравлики входят величины  $R_к$ ,  $d$  и  $a$ , характеризующие размеры и форму контура области питания и положение скважины относительно контура, см., например, формулы предыдущих параграфов данной главы. Поэтому вопрос о влиянии формы, положения и размеров контура области питания на дебит скважины и распределение пластового давления вокруг нее представляет не только академический интерес. Если бы форма, положение и размеры контура области питания существенно влияли на производительность скважины, то нужно было бы знать их *совершенно точно*, что, как отмечено выше, практически невозможно. В таком случае исключалась бы возможность практического использования формул подземной гидравлики.

На самом деле мы сможем сделать прямо противоположный вывод. Для выяснения влияния формы и положения контура области питания на дебит скважины рассмотрим два случая, изображенные на рис. 162 и 163. Положения скважины на расстоянии  $d$  и  $2d$  от прямолинейного контура  $A_к$  обозначим соответственно буквами  $B$  и  $C$ ; положения скважины в центре и на середине радиуса  $R_к$  кругового контура  $A'_к$  обозначим буквами  $C'$  и  $B'$ , причем  $R_к = 2d$ .

Сравним дебиты одиночно работающих скважин в положениях  $B$ ,  $C$ ,  $B'$ ,  $C'$  при прочих одинаковых условиях, но при разных формах

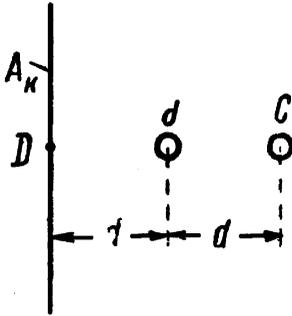


Рис. 162. Различные положения  $B$  и  $C$  эксплуатационной скважины по отношению к прямолинейному контуру области питания  $A_k$ .

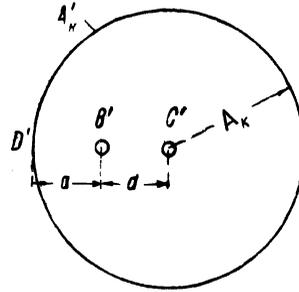


Рис. 163. Различные положения  $B'$  и  $C'$  эксплуатационной скважины по отношению к круговому контуру области питания  $A'_k$ .

контуров области питания  $A_k$  и  $A'_k$ . При подсчетах дебитов используем формулы (41, XIX) и (46, XIX), считая  $R_k = 2d = 10^5 R_c$ .

Скважина в положении  $B'$  дает дебит, больший, чем в положении  $B$ , только на 2,3%.

Скважина в положении  $C'$  дает дебит, больший, чем в положении  $C$ , на 6,2%.

Дебит скважины в положении  $B'$  больше дебита в положении  $C'$  только на 2,3% (см. также табл. 36). Дебит скважины в положении  $B$  больше дебита скважины в положении  $C$  на 6,2%.

Эти примеры доказывают, что форма контура области питания и расстояние от него до скважины весьма мало влияют на дебит скважины. Таблицы и графики главы XIV привели к такому же заключению по поводу влияния размеров контура области питания (см. особенно выводы в конце § 1 главы XIV)<sup>1</sup>.

Допустим, что истинный контур области питания  $A_{ист}$  имеет геометрически неправильную форму, изображенную на рис. 164; на некотором значительном (по сравнению с радиусом скважины) расстоянии от контура расположена скважина  $A_c$ .

<sup>1</sup>Строго говоря, последний вывод о малой зависимости дебита скважины от размеров контура области питания позволяет предугадать и обосновать предыдущие выводы о малой зависимости дебита скважины от формы и положения контура питания.

Предположим, что неправильной формы контур  $A_{ист}$  заменен близким к нему круговым контуром области питания  $A_{круг}$  с центром в  $O$ . Предположим, далее, что контур  $A_{ист}$  заменен близким к нему прямолинейным контуром  $A_{прям}$ . Контур  $A_{ист}$ ,  $A_{прям}$ ,  $A_{круг}$  проведены возможно более близко на участке, ближайшем к скважине  $A_c$ . Сделаем подсчет дебита скважины  $A_c$  по формуле (46, XIX) для кругового контура области питания  $A_{круг}$ , а затем подсчитаем дебит скважины  $A_c$  при прочих равных условиях, но для случая прямолинейного контура области питания  $A_{прям}$ , см формулу (41, XIX). Приведенные выше примеры убеждают, что во всех практически интересных случаях (при значительном расстоянии от скважины  $A_c$  до контура) между результатами подсчетов для случаев  $A_{прям}$  и  $A_{круг}$  разница не будет превышать нескольких процентов. Насколько же истинный дебит, т. е. дебит, соответствующий контуру  $A_{ист}$ , будет отличаться от подсчитанных дебитов для контуров  $A_{круг}$  и  $A_{прям}$ ?

С еще большим правом можно утверждать, что результаты каждого из подсчетов должны лучше согласовываться со случаем  $A_{ист}$ , ибо контур  $A_{ист}$  занимает промежуточное положение между  $A_{круг}$  и  $A_{прям}$ .

Следовательно, смело можно пользоваться любой из формул дебита скважины (41, XIX) и (46, XIX) даже тогда, когда контур области питания имеет заведомо неправильную геометрическую форму.

Конечно, с формой и положением контура области питания следует считаться в задачах другого типа, какие встречаются в гидрогеологической и гидротехнической практике, когда эксплуатационная скважина расположена близ реки или большого открытого водоема (их берега играют роль «контуров области питания»).

Аналогичные рассуждения позволяют убедиться в возможности довольно широкого использования формулы (21, IX) дебита скважины, хотя при ее доказательстве предполагалось, что приток жидкости к скважине строго радиальный.

В самом деле, допустим, что контур области питания или известная изобара имеют неправильную геометрическую форму замкнутой кривой  $A_{ист}$ . Заменим контур  $A_{ист}$  возможно более близко подходящим

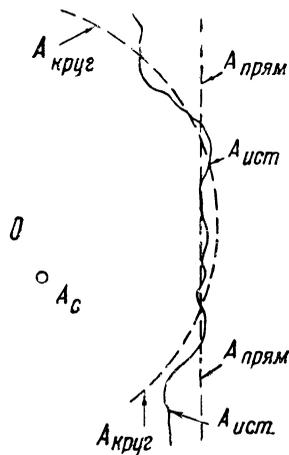


Рис. 164. Эксплуатационная скважина  $A_c$  в пласте с контуром  $A_{ист}$  области питания произвольной формы.

к нему круговым контуром области питания (круговой изобарой)  $A_{\text{круг}}$  с центром в точке  $O$ . Согласно сказанному выше, вполне возможно будет для подсчета дебита скважины  $A_c$  воспользоваться формулой для радиального притока, если только радиус  $R_k$  контура  $A_{\text{круг}}$  значительно больше радиуса  $R_c$  скважины  $A_c$  и если скважина расположена не слишком близко к контуру  $A_k$ . Так, например, погрешность от применения формулы дебита радиального притока заведомо не превзойдет нескольких процентов, если  $OA_c \leq \frac{1}{2} R_k$  и  $R_k \geq 1000R_c$ , считая, что все прочие условия, при которых была выведена эта формула (21, IX), соблюдены.

При употреблении в таких условиях формулы дебита радиального притока было предложено называть величину  $R_k$ , входящую в формулу, «приведенным радиусом питания»<sup>2</sup>. Приведенный радиус есть радиус такого воображаемого концентричного скважине кругового контура области питания, при котором (при сохранении всех прочих условий) скважине обеспечивается ее истинный дебит. Кстати сказать, представление о «приведенном радиусе питания» совершенно свободно от тех противоречий, которые присущи представлению об ограниченном постоянном «радиусе влияния» скважины в условиях установившегося притока к ней любых жидкостей (за исключением случая гравитационного режима со свободной поверхностью при учете инфильтрации в пласт жидкости сверху).

Пользуясь представлением о приведенном радиусе питания  $R_k$ ; совсем не нужно допускать (как это требуется в связи с представлением об ограниченном радиусе влияния), что на расстоянии  $R_k$  от скважины скорость движения жидкостей равна нулю, что касательная к пьезометрической кривой депрессии горизонтальна и т. д. Кроме того, следует помнить, что приведенный радиус питания является полезным «рабочим» представлением только при исследовании условий работы отдельной скважины; это позволит избежать тех ошибок, которые были связаны с употреблением представления о радиусе влияния в прежних теориях взаимодействия скважин.

Соображения, высказанные по поводу возможности использования формулы дебита радиального притока даже в условиях нерадиального движения (при упомянутых выше ограничениях), поясняют причины широкого и успешного применения этой формулы в гидрогеологической и нефтепромысловой практике для предсказания дебитов скважин при заданных физико-геологических константах пласта и, наоборот, для определения коэффициентов проницаемости и коэффициентов фильтрации пласта при известном дебите скважины.

<sup>2</sup>См. Шелкачев [203].

В заключение заметим, что большинство формул этой главы, как уже указывалось, было выведено при приближенном допущении, что точечные источники-стоки помещались в центрах нагнетательных или эксплуатационных скважин. Однако сравнение с более точными формулами показывает, что, например, при  $R_c = 0,001R_k$  и  $d = 0,9R_k$  (рис. 161) (это сравнительно весьма неблагоприятный случай, ибо в большинстве задач, связанных с технологией нефтедобычи,  $d$  и  $R_c$  имеют еще меньшие значения по сравнению с  $R_k$ ) ошибка в подсчете дебита по приближенной формуле выражается в тысячных долях процента, т. е. практически не имеет никакого значения.

# ГЛАВА XX

## Теория взаимодействия скважин

### § 1. Постановка основных задач

Явление взаимодействия (интерференции) скважин состоит в том, что под влиянием пуска, остановки или изменения режима работы одной группы скважин изменяются (через некоторый промежуток времени в той или иной степени)<sup>1</sup> дебиты и забойные давления другой группы скважин, эксплуатирующих тот же пласт. Скважины первой категории будем называть возмущающими, а второй категории — реагирующими.

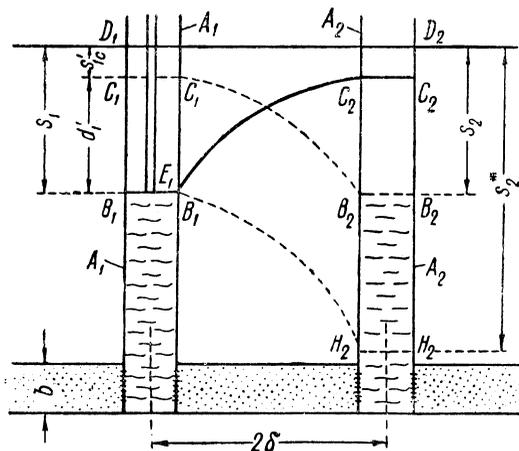


Рис. 165. Динамические уровни и пьезометрические линии при взаимодействии скважин в условиях первого варианта.

Рассмотрим сначала два крайних возможных случая взаимодействия скважин.

<sup>1</sup>Это для условий упругого режима, а в условиях жесткого режима интерференция может быть мгновенна.

Допустим, что скв.  $A_1$  эксплуатировалась настолько мощным глубинным насосом, что динамический уровень  $B_1B_1$  в скважине стоял у приема насоса  $E_1$  (рис. 165). Горизонтальная прямая  $D_1D_2$  указывает положение начального (невозмущенного) статического уровня жидкости в скважинах. При работе скв.  $A_1$  в реагирующей бездействующей скв.  $A_2$  устанавливается возмущенный статический уровень  $C_2C_2$ . Кривая  $B_1C_2$  — схематичное изображение пьезометрической кривой между возмущающей скв.  $A_1$  и реагирующей скв.  $A_2$ <sup>2</sup>. Допустим, что в скв.  $A_2$  также спустили мощный глубинный насос на ту же глубину, что и в скв.  $A_1$ ; пусть при работе насоса в скв.  $A_2$  динамический уровень жидкости  $B_2B_2$  устанавливается у приема насоса, т. е. на той же глубине, что и в скв.  $A_1$ . Спрашивается: как отразится пуск в эксплуатацию скважины  $A_2$ , которую теперь следует назвать возмущающей, на работу скв.  $A_1$ ? Динамический уровень  $B_1B_1$  в реагирующей скважине  $A_1$  снизиться не может, ибо до ввода в эксплуатацию скв.  $A_2$  он стоял у приема насоса. При том же положении приема насоса в скв.  $A_1$  и при том же режиме работы глубоконасосной установки дебит  $Q_1$  скв.  $A_1$  уменьшится до величины  $Q'_1$  после ввода в эксплуатацию возмущающей скв.  $A_2$  вследствие уменьшения действующего понижения давления (дифференциального давления) в скв.  $A_1$ . До пуска в эксплуатацию скв.  $A_2$  в скв.  $A_1$  действующее понижение давления определялось понижением динамического уровня  $B_1B_1$  на глубину  $s_1$  под невозмущенным статическим уровнем  $D_1D_2$ ; после ввода в эксплуатацию скв.  $A_2$  действующий перепад давления в скважине  $A_1$  определяется понижением того же динамического уровня  $B_1B_1$  на глубину  $d'_1$  под возмущенным статическим уровнем  $C_1C_1$ . Возмущенный статический уровень  $C_1C_1$  установился бы в скв.  $A_1$ , если бы ее остановили, а скв.  $A_2$  продолжала бы работать при том же положении динамического уровня  $B_2B_2$  у приема насоса. Ясно, что  $d'_1 < s_1$ .

Этим и объясняется уменьшение дебита в реагирующей скв.  $A_1$  за счет ввода в эксплуатацию возмущающей скв.  $A_2$ .

Итак, рассмотренный случай взаимодействия скважин характеризуется тем, что в результате воздействия возмущающей скважины изменился только дебит реагирующей при неизменном положении в ней динамического уровня. Этот крайний случай будем называть первым вариантом воздействия на реагирующую скважину.

Для осуществления условия первого варианта взаимодействия скважин совершенно не обязательно было требовать, чтобы в возму-

<sup>2</sup>Для простоты рисунков типа 165 и 166 и для простоты пересчетов забойных давлений на высоты столбов жидкости в скважинах будем в этой главе считать, что жидкость в пласте и в скважинах однородная, пьезометрические уровни жидкости в скважинах совпадают с истинными уровнями жидкости в них.

щающей скв.  $A_2$  насос спускали бы на ту же глубину и динамический уровень устанавливали бы на той же глубине, что и в реагирующей скв.  $A_1$ . Последние требования были сформулированы лишь для простоты, чтобы лебит скв.  $A_2$ , которую мы считаем во всем одинаковой со скв.  $A_1$  (включая и одинаковость пластовых условий), оказался бы равным дебиту скв.  $A_1$  при их совместной работе. Собственно же для первого варианта характерно лишь то, что пуск в эксплуатацию какой-либо возмущающей скважины (или изменение режима ее работы) отражается *лишь на дебите* реагирующей. Также необязательно считать, что взаимодействие скважин в условиях первого варианта осуществляется лишь при глубоконасосной эксплуатации. Если бы одиночно работающая скв.  $A_1$  фонтанировала при отсутствии противодействия на ее устье, то динамическое давление на ее забое определялось бы лишь весом столба жидкости в скважине (если пренебречь сопротивлением при движении жидкости в трубах). После пуска новой возмущающей скв.  $A_2$  давление на забое реагирующей фонтанной скв.  $A_1$  могло бы не измениться, а дебит ее уменьшился бы, т. е. были бы соблюдены условия первого варианта.

Перейдем к другому крайнему случаю. Допустим, что в одиночно работающей скв.  $A_1$  динамический уровень  $B_1B_1$  расположен значительно выше приема  $E_1$  глубинного насоса (рис. 166); все остальные условия и обозначения сохранены те же, что и в первом варианте. Если пустить в эксплуатацию возмущающую скв.  $A_2$ , то при не слишком большом (см. дальше) снижении в ней динамического уровня ее пуск совсем не отразится на дебите  $Q_1$  реагирующей скв.  $A_1$ , а лишь на снижении в ней динамического уровня до некоторого положения  $F_1F_1$ . До тех пор пока динамический уровень  $F_1F_1$  в скв.  $A_1$  будет при совместной работе со скв.  $A_2$  стоять выше приема насоса  $E_1$ , насос в скв.  $A_1$  будет откачивать прежнее количество жидкости  $Q_1$ . Пусть  $C_1C_1$  — положение возмущенного статического уровня жидкости, который бы установился в скв.  $A_1$ , если бы ее остановили, а скв.  $A_2$  продолжала бы работать с тем же дебитом, что и при совместной работе. Сохранение дебита  $Q_1$  скв.  $A_1$  после пуска скв.  $A_2$  обеспечивается тем, что понижение прежнего динамического уровня  $B_1B_1$  (при одиночной работе) под возмущенным статическим уровнем  $D_1D_2$  равно понижению нового (при совместной работе) динамического уровня  $F_1F_1$  под возмущенным статическим уровнем  $C_1C_1$ , т. е.  $s_1 = z'_1$ ; дальше это будет строго доказано.

Необходимо подчеркнуть различие между возмущенными статическими уровнями  $C_1C_1$  на рис. 165 и 166. На рис. 165 изображены условия, соответствующие следующему случаю: уровень  $C_1C_1$  устанавливается в скв.  $A_1$  при прекращении отбора из нее жидкости, когда

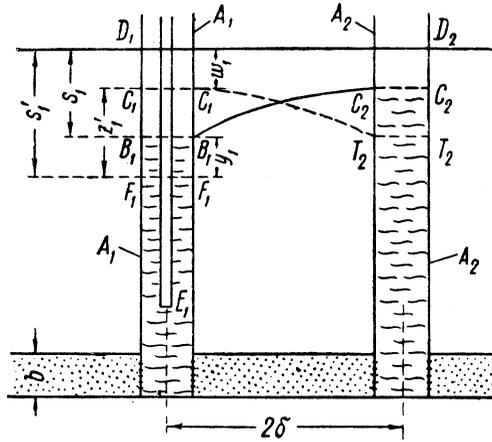


Рис. 166. Динамические уровни и пьезометрические янии при взаимодействии скважин в условиях второго варианта.

во взаимодействующей с ней скважине поддерживается то же противодействие на забой  $p'_2$ , какое было и при работе скв.  $A_1$ . На рис. 166 отображены другие условия: уровень  $C_1C_1$  устанавливается в скв.  $A_1$  при прекращении отбора из нее жидкости, когда во взаимодействующей с ней скважине поддерживается тот же дебит  $Q'_2$ , какой был и при работе скв.  $A_1$ . Поэтому различными оказываются величины понижений  $s'_{1c}$  и  $w_1$  возмущенных статических уровней по отношению к невозмущенному статическому уровню  $D_1D_2$ .

Описанные условия взаимодействия скважин, когда воздействие возмущающей скважины на реагирующую сводится только к понижению уровня, т. е. к снижению динамического забойного давления в реагирующей скважине, будем считать соответствующим второму варианту.

Условия второго варианта взаимодействия скважин могут осуществляться не только при насосной, но и при фонтанной эксплуатации при наличии противодействия на устье скважины. Действительно, пуск новой скважины может привести лишь к снижению динамического давления на забое старой фонтанной скважины, а следовательно, и к уменьшению давления на ее устье, причём дебит старой скважины сохраняется. Однако чаще всего пуск новой скважины вызывает снижение забойного и устьевого давлений в старой скважине, но это в свою очередь вызывает изменение условий выделения газа из раство-

ра в стволе скважины; условия фонтанигования изменяются, а потому изменяется и дебит реагирующей старой скважины.

Условия, соответствующие последнему «промежуточному» случаю, т. е. когда пуск новой скважины отражается частично на снижении дебита, а частично на уменьшении забойного динамического давления в старой скважине, назовем *третьим вариантом* взаимодействия скважин. При компрессорной (эр-газлифтной) эксплуатации также чаще всего встречаются условия третьего варианта взаимодействия скважин.

Проанализируем несколько более подробно эффект взаимодействия скважин в условиях первого и второго вариантов.

Допустим, что в условиях первого варианта (рис. 165) глубинный насос в скв.  $A_2$  опущен гораздо глубже, чем в скв.  $A_1$ . Усиливая темпы отбора жидкости из скв.  $A_2$ , снижаем в ней положение динамического уровня. Согласно сделанным выше пояснениям, при каждом новом понижении динамического уровня жидкости в возмущающей скв.  $A_2$  дебит реагирующей скв.  $A_1$  будет уменьшаться при неизменном положении динамического уровня жидкости в ней у приема насоса  $E_1$ . Однако подобное явление будет наблюдаться лишь до известного предела. Именно, при некотором понижении  $s_2^*$  динамического уровня  $H_2H_2$  в скв.  $A_2$  дебит скв.  $A_1$  станет равным нулю — насос прекратит откачивать жидкость из реагирующей скв.  $A_1$ , ибо его прием  $E_1$  окажется на высоте «статического возмущенного» уровня в этой скважине, соответствующего динамическому уровню  $H_2H_2$  в скв.  $A_2$ , см. пьезометрическую кривую  $H_2B_1$  на рис. 165. Аналогичная картина по отношению к скв.  $A_2$  получилась бы в том случае, если бы при откачке жидкости из скв.  $A_1$  динамический уровень в ней находился в положении  $B_1B_1$ , а в скв.  $A_2$  насос был бы спущен до уровня  $C_1C_2$ . Итак, для условий первого варианта необходимо выяснить: насколько уменьшается дебит реагирующей скв.  $A_1$  после пуска возмущающей скв.  $A_2$  при разных положениях динамического уровня в ней и при каком именно понижении динамического уровня в скв.  $A_2$  она полностью заглушает скв.  $A_1$ , т. е. дебит скв.  $A_1$  обращается в нуль при данной глубине подвески насоса.

Называя дебит скв.  $A_1$  при одиночной ее работе через  $Q_1$ , а дебит той же скважины после пуска новой скважины  $A_2$  (при соблюдении условий первого варианта) через  $Q'_1$ , получим:

$$Q'_1 < Q_1. \quad (1, XX)$$

Отношение дебитов  $Q_1$  и  $Q'_1$ , вполне характеризующее эффект взаимодействия скважин в условиях первого варианта, обозначим через  $J$

и назовем «показателем взаимодействия» скважин:

$$J = \frac{Q_1}{Q'_1}. \quad (2, XX)$$

Ясно, что

$$J > 1. \quad (3, XX)$$

Не менее характерной величиной для оценки эффекта взаимодействия скважин в условиях первого варианта будет отношение  $U$  суммы дебитов  $Q'_1$  и  $Q'_2$  скв.  $A_1$  и  $A_2$  при их совместной работе к дебиту  $Q_1$ , реагирующей скважины  $A_1$ , при ее одиночной работе:

$$U = \frac{Q'_1 + Q'_2}{Q_1}. \quad (4, XX)$$

Величину  $U$  назовем «суммарным показателем взаимодействия» скважин. Еще раз подчеркнем, что величины  $J$  и  $U$  служат показателями взаимодействия скважин только в условиях первого варианта.

Условимся дебиты и другие величины при совместной работе скважин обозначать теми же буквами, что и при одиночной работе, но с акцентами (штрихами), см., например, обозначения в соотношениях (1, XX)–(4, XX).

В условиях второго варианта при усилении темпов отбора жидкости из новой скв.  $A_2$  дебит скважины  $A_1$  будет сохраняться постоянным лишь до тех пор, пока динамический уровень жидкости в ней не упадет до приема насоса  $E_1$  (рис. 166), после чего наступают условия первого варианта.

На практике взаимодействие скважин в условиях первого варианта наблюдается значительно реже, чем в условиях второго и третьего вариантов. Тем не менее многие подсчеты в последующих параграфах будут выполнены применительно именно к условиям первого варианта, ибо такие подсчеты характеризуют *наибольшие* возможные изменения в *дебите* ранее работавшей скважины после пуска новой при определенном режиме ее работы.

Было бы, однако, большой ошибкой, которую, к сожалению, совершают иногда нефтепромысловые работники, судить об эффекте взаимодействия скважин *только* на основании замеров дебитов скважин, не проверив — выполнены ли условия первого варианта или нет.

Так, например, в начале 40-х годов, при обсуждении проектов разработки XVI пласта месторождения Бори-Су треста Малгобекнефть

Грознефти, возник следующий вопрос: целесообразно ли сгущать сетку пробуренных скважин с расстояний 150 м между ними до расстояний 75 м?

Для решения вопроса были пробурены и пущены в эксплуатацию опытные скважины в промежутках между старыми. Проследив в течение 1–2 мес. за окружающими скважинами и не заметив никаких изменений в их дебитах, было решено, что эффект взаимодействия либо вовсе отсутствует, либо проявляется столь слабо, что бурить скважины на расстоянии 75 м в конкретных условиях XVI пласта Бори-Су якобы вполне целесообразно. Позже, однако, выяснилось, что в качестве наблюдательных реагирующих скважин были выбраны как раз те, в которых динамические уровни стояли выше приемов насосов, т. е. взаимодействие скважин происходило в условиях второго варианта и потому не могло быть обнаружено по изменениям дебитов. Давление в XVI пласте непрерывно падало, динамические уровни в скважинах опускались при постоянных темпах отбора жидкости из них; поэтому пуск опытных возмущающих скважин, вызвавший дополнительное снижение динамических уровней в окружающих реагирующих скважинах, сокращал срок падения этих уровней до приемов насосов, после чего должно было начаться падение дебитов в наблюдательных скважинах. За 1–2 мес., несмотря на пуск опытных скважин, динамические уровни не успели опуститься до приемов насосов, чем и объясняется постоянство дебитов наблюдательных реагирующих скважин.

Необходимо отметить и другое обстоятельство, с которым нужно считаться при сравнении промысловых наблюдений за взаимодействием скважин с теми предпосылками теории, которые выше были описаны. Именно, при определении в данном параграфе различных условий взаимодействия скважин неявно предполагалось, что режим притока жидкости к одиночной скважине и к взаимодействующим скважинам установившийся. На самом деле вследствие упругости жидкостей и сжимаемости пласта эффект взаимодействия скважин устанавливается не сразу. Например, после ввода в эксплуатацию новой скважины давление вокруг нее перераспределяется постепенно, зона влияния скважины растет, достигает соседней скважины и затем, опять-таки постепенно, эффект взаимодействия скважин усиливается до тех пор, пока перераспределение давления в пласте не закончится и процесс окончательно не установится.

В данной главе будет исследован только установившийся эффект взаимодействия скважин, который может характеризовать лишь конечную стадию перераспределения давления в пласте.

Ради простоты будем рассматривать приток к скважинам лишь несжимаемой жидкости в несжимаемом пласте при водонапорном ре-

жиме; в этих условиях, вообще, не может быть речи о неустановившемся процессе взаимодействия скважин — перераспределение давления в пласте наступает мгновенно.

По тем же соображениям, какие были отмечены в § 1 предыдущей главы, все выводы о влиянии взаимного расположения и расстояний между скважинами на эффект их взаимодействия при движении в пласте несжимаемой жидкости совершенно одинаковы и для установившегося движения любой другой жидкости (или газа) *при прочих равных условиях*.

Так же как и в предыдущей главе ограничимся исследованием лишь плоского горизонтального движения жидкости к гидродинамически совершенным скважинам по линейному закону фильтрации.

Основной задачей данной главы, помимо выяснения влияния взаимодействия скважин на их дебиты и забойное давление, является исследование формы траекторий, изобар и изучение распределения скоростей фильтрации в пласте вокруг взаимодействующих скважин.

Последовательный вывод многих формул не может быть выполнен в данной главе, ибо для этого пришлось бы воспользоваться гидродинамическими методами; однако во всех случаях, где это возможно, будут даны пояснения по поводу способов вывода формул и будет приведен анализ самих расчетных формул и следствий из них.

В основу теории взаимодействия скважин положены те представления о пластах, как единых гидравлических системах, которые были развиты в главе II данной книги. На этой основе теория взаимодействия скважин была впервые изложена В. Н. Щелкачевым и Г. Б. Пыхачевым в книге [203], опубликованной в 1939 г. и подытожившей исследовательские работы, проведенные в ГрозНИИ в 1935–1937 гг., т. е. ранее и независимо от книги Маскета [120], опубликованной в 1937 г. В той же книге Щелкачева и Пыхачева [203] приводится критический анализ ранее существовавших теорий взаимодействия скважин.

Весьма тщательная экспериментальная проверка формул и наиболее важных результатов, полученных в цитированной книге Щелкачева и Пыхачева, была выполнена на «опытном пласте» в АзНИИ В. М. Барышевым [14].

Дальнейшее развитие теории взаимодействия скважин протекало в следующих направлениях (приводим работы в хронологическом порядке их опубликования):

В. Н. Щелкачевым [208] исследованы вопросы, связанные с разработкой гидродинамически рациональных вариантов расстановки скважин в нефтяных месторождениях различных типовых форм в условиях водонапорного режима;

Г. Б. Пыхачевым [149] решены некоторые вопросы взаимодействия скважин в неоднородно проницаемых пластах;

И. А. Чарный [188, 79] разработал весьма остроумный метод исследования взаимодействия гидродинамически несовершенных скважин и решил ряд новых вопросов о взаимодействии батарей скважин;

Б. Б. Лапук [91] разработал газодинамическую теорию взаимодействия и расстановки скважин в газовых месторождениях;

М. Е. Альтовский [7], а затем А. М. Агаджанов [2] предложили простые новые приемы для исследования взаимодействующих скважин по данным опытных откачек;

А. П. Крылов и соавторы [79] дополнили теорию взаимодействия скважин многими новыми методами и результатами, необходимыми для ее использования при комплексном проектировании разработки нефтяных месторождений.

## § 2. Основные формулы, характеризующие работу двух взаимодействующих скважин

Допустим, что в однородный горизонтальный пласт постоянной мощности проведены две гидродинамически совершенные эксплуатационные скважины  $A_1$  и  $A_2$  одинакового радиуса  $R_c$ . Исследуем плоское установившееся движение несжимаемой жидкости в пласте по линейному закону фильтрации в условиях водонапорного режима при одиночной и совместной работе скважин  $A_1$  и  $A_2$ . Схематичный вертикальный разрез скважин дан на рис. 165 и 166. При упомянутых выше условиях достаточно исследовать движение лишь в одной горизонтальной плоскости; примем ее за плоскость координат  $xy$ , причем ось  $x$  проведем через центры круговых сечений скважин, а начало координат поместим в середине расстояния между центрами скважин (рис. 167). Обозначим через  $\delta$  расстояние между центрами скважин,  $p_1$  и  $Q_1$  — забойное динамическое давление и дебит скважины  $A_1$  при ее одиночной работе,  $p'_1$ ,  $p'_2$ ,  $Q'_1$ ,  $Q_2$  — забойные динамические давления и дебиты скважин  $A_1$  и  $A_2$  при их совместной работе (в обозначениях дебита и давления употребляется тот же индекс, что и в обозначении соответствующей скважины).

В предыдущей главе было доказано, что форма контура области питания  $A_k$  не оказывает существенного влияния на поведение скважин, если они расположены на достаточно большом расстоянии от него. Поэтому, не задаваясь никакой определенной формой контура питания  $A_k$ , будем *приближенно* считать, что на расстоянии  $R_k$  от центра каждой из скважин давление сохраняется постоянным и равным на-

начальному пластовому давлению  $p_k$ ; конечно,  $R_k \gg 2\delta$ . Формулы, полученные при таком приближенном допущении, будут дальше сравниваться с более точными формулами, выведенными при учете круговой или прямолинейной форм контура области питания; чем больше  $R_k$  по сравнению с  $2\delta$  и  $R_c$ , тем лучше совпадают результаты подсчетов по упомянутым точным и приближенным формулам.

В данном параграфе ограничимся в основном выводом формул, а их анализ и вытекающие из них заключения приведем в следующих параграфах.

Согласно методу, поясненному в предыдущей главе, поместим точечные стоки соответствующей производительности в центре каждой из скважин. Тогда давление  $p$  в точке  $M$  при одиночной работе скважины  $A_1$  определится формулой:

$$p = \frac{Q_1\mu}{2\pi bk} \ln r_1 + c', \quad (5, XX)$$

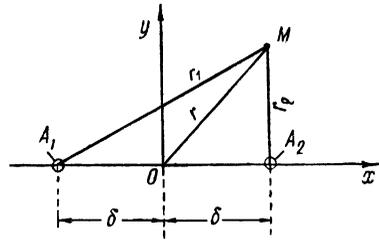


Рис. 167. Две взаимодействующие скважины  $A_1$  и  $A_2$ .

а давление  $p'$  в той же точке  $M$  при совместной работе двух скважин  $A_1$  и  $A_2$  найдется по формуле:

$$p' = \frac{Q'_1\mu}{2\pi bk} \ln r_1 + \frac{Q'_2\mu}{2\pi bk} \ln r_2 + c'. \quad (6, XX)$$

Считая, что в условиях одиночной работы скважины  $A_1$  известны ее забойное динамическое давление  $p_1$  и давление  $p_k$  на контуре области питания  $A_k$ , сможем определить неизвестные величины  $Q_1$  и  $c_1$  входящие в формулу (5, XX). Для этого составим так называемые «граничные условия» — условия на контуре скважины  $A_1$  и на контуре области питания  $A_k$ :

$$p = p_1 \quad \text{при} \quad r_1 = R_c, \quad (7, XX)$$

$$p = p_k \quad \text{при} \quad r_1 = R_k. \quad (8, XX)$$

Пользуясь этими условиями, из формулы (5, XX) получим следующие два уравнения для определения двух неизвестных:

$$p_1 = \frac{Q_1\mu}{2\pi bk} \ln R_c + c_1, \quad (9, XX)$$

$$p_{\kappa} = \frac{Q_1 \mu}{2\pi b k} \ln R_{\kappa} + c_1, \quad (10, \text{XX})$$

откуда находим:

$$Q_1 = \frac{2\pi b k (p_{\kappa} - p_1)}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}, \quad (11, \text{XX})$$

$$c_1 = p_1 - \frac{Q_1 \mu}{2\pi b k} \ln R_c = p_{\kappa} - \frac{Q_1 \mu}{2\pi b k} \ln R_{\kappa} \quad (12, \text{XX})$$

или

$$c_1 = p_1 + \frac{p_{\kappa} - p_1}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \ln R_c = p_{\kappa} - \frac{p_{\kappa} - p_1}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \ln R_{\kappa}. \quad (13, \text{XX})$$

На основании равенств (11, XX)–(13, XX) формула (5, XX) переписывается так:

$$p = p_1 + \frac{Q_1 \mu}{2\pi b k} \ln \frac{r_1}{R_c} = p_{\kappa} - \frac{Q_1 \mu}{2\pi b k} \ln \frac{R_{\kappa}}{r_1} \quad (14, \text{XX})$$

или

$$p = p_1 + (p_{\kappa} - p_1) \frac{\ln \frac{r_1}{R_c}}{\frac{R_{\kappa}}{R_c}} = p_{\kappa} - (p_{\kappa} - p_1) \frac{\ln \frac{R_{\kappa}}{r_1}}{\frac{R_{\kappa}}{R_c}}. \quad (15, \text{XX})$$

Как и следовало ожидать, формулы (11, XX), (14, XX), (15, XX) для дебита скважины и давления в любой точке пласта совпадают с формулами Дюпюи, выведенными в § 2 главы IX для радиального движения жидкости в пласте к одиночно работающей скважине.

Возвратимся к формуле (6, XX); в эту формулу входят 3 неизвестные величины:  $Q'_1$ ,  $Q'_2$ ,  $c'$ . Эти неизвестные могут быть определены из трех граничных условий: на контурах  $A_1$ ,  $A_2$  взаимодействующих скважин и на контуре области питания  $A_{\kappa}$ .

Упомянутые три условия запишутся при сохранении описанной выше приближенной постановки задачи так:

$$p' = p'_1 \quad \text{при} \quad r_1 = R_c, \quad r_2 \cong 2\delta, \quad (16, \text{XX})$$

$$p' = p'_2 \quad \text{при} \quad r_1 \cong 2\delta, \quad r_2 = R_c, \quad (17, \text{XX})$$

$$p' = p_{\kappa} \quad \text{при} \quad r_1 \cong r_2 \cong R_{\kappa}. \quad (18, \text{XX})$$

Пользуясь граничными условиями (16, XX)–(18, XX), из формулы (6, XX) получим следующие 3 уравнения для определения трех неизвестных:

$$p'_1 = \frac{Q'_1\mu}{2\pi bk} \ln R_c + \frac{Q'_2\mu}{2\pi bk} \ln 2\delta + c', \quad (19, \text{XX})$$

$$p'_2 = \frac{Q'_1\mu}{2\pi bk} \ln 2\delta + \frac{Q'_2\mu}{2\pi bk} \ln R_c + c', \quad (20, \text{XX})$$

$$p_k = \frac{Q'_1\mu}{2\pi bk} \ln R_k + \frac{Q'_2\mu}{2\pi bk} \ln R_k + c'. \quad (21, \text{XX})$$

Определим  $c'$  из последнего уравнения и подставим его в два предыдущие:

$$p'_1 = p_k - \frac{Q'_1\mu}{2\pi bk} \ln \frac{R_k}{R_c} - \frac{Q'_2\mu}{2\pi bk} \ln \frac{R_k}{2\delta}, \quad (22, \text{XX})$$

$$p'_2 = p_k - \frac{Q'_1\mu}{2\pi bk} \ln \frac{R_k}{2\delta} - \frac{Q'_2\mu}{2\pi bk} \ln \frac{R_k}{R_c}. \quad (23, \text{XX})$$

Считая  $p_k$  известной величиной, из уравнений (22, XX) и (23, XX) можно определить любые две из четырех величин  $p'_1$ ,  $p'_2$ ,  $Q'_1$ ,  $Q'_2$  через две другие и тем самым решить задачу о взаимодействии двух скважин при каких угодно условиях каждого из трех вариантов, перечисленных в предыдущем параграфе. В условиях первого варианта давление  $p'_1$  на забое реагирующей скв.  $A_1$  должно остаться после пуска возмущающей новой скв.  $A_2$  таким же, каким оно было до ее пуска. Итак, следует считать заданной величину  $p'_1$  для реагирующей скважины, а для возмущающей должна быть задана либо величина  $p_2$  либо  $Q'_2$ . Рассмотрим оба случая.

Пусть заданы  $p'_1$  и  $p'_2$ ; неизвестны  $Q'_1$  и  $Q'_2$ . Из уравнений (22, XX) и (23, XX) находим:

$$Q'_1 = \frac{2\pi bk}{\mu} \frac{(p_k - p'_1) \ln \frac{R_k}{R_c} - (p_k - p'_2) \ln \frac{R_k}{2\delta}}{\left(\ln \frac{R_k}{R_c}\right)^2 - \left(\ln \frac{R_k}{2\delta}\right)^2}, \quad (24, \text{XX})$$

$$Q'_2 = \frac{2\pi bk}{\mu} \frac{(p_k - p'_2) \ln \frac{R_k}{R_c} - (p_k - p'_1) \ln \frac{R_k}{2\delta}}{\left(\ln \frac{R_k}{R_c}\right)^2 - \left(\ln \frac{R_k}{2\delta}\right)^2}, \quad (25, \text{XX})$$

Эти формулы позволяют определить дебиты взаимодействующих скважин, если в них при совместной работе поддерживаются любые заданные динамические забойные давления  $p'_1$  и  $p'_2$ . В частном случае, когда  $p'_1 = p'_2 = p_1$ , последние две формулы упрощаются и приводятся к следующему виду:

$$Q'_1 = Q'_2 = \frac{2\pi bk(p_k - p'_1)}{\mu \ln \frac{R_k}{2\delta R_c}}. \quad (26, XX)$$

По формуле (26, XX) определяются дебиты взаимодействующих скв.  $A_1$  и  $A_2$ , когда в них при совместной работе поддерживается то же динамическое забойное давление, что и при одиночной работе скв.  $A_1$ .

Рассмотрим второй возможный случай в условиях первого варианта взаимодействия скважин: пусть заданы  $p'_1$  и  $Q'_2$ ; неизвестны  $Q'_1$  и  $p'_2$ .

Из уравнений (22, XX) и (23, XX) находим<sup>1</sup>:

$$Q'_1 = \frac{2\pi bk(p_k - p'_1)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}} - Q'_2 \frac{\ln \frac{R_k}{2\delta}}{\ln \frac{R_k}{R_c}}, \quad (27, XX)$$

$$p'_2 = p_k - (p_k - p'_1) \frac{\ln \frac{R_k}{2\delta}}{\ln \frac{R_k}{R_c}} - \frac{Q'_2 \mu \left[ \left( \ln \frac{R_k}{R_c} \right)^2 - \left( \ln \frac{R_k}{2\delta} \right)^2 \right]}{2\pi bk \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (28, XX)$$

В частном случае, при  $p'_1 = p_1$ , из формулы (27, XX), учитывая равенство (11, XX), получим:

$$Q'_1 = Q_1 - Q'_2 \frac{\lg \frac{R_k}{2\delta}}{\lg \frac{R_k}{R_c}}. \quad (29, XX)$$

<sup>1</sup>Если переменить роли, скв.  $A_1$  считать возмущающей, а скв.  $A_2$  — реагирующей, то уравнения (27, XX) и (28, XX) останутся справедливыми, но будут соответствовать условиям второго варианта воздействия возмущающей скв.  $A_1$  на реагирующую  $A_2$ , в которой поддерживается постоянный дебит  $Q'_2$ .

Формула (29, XX) весьма наглядно отражает эффект взаимодействия скважин: из нее видно, что чем больше дебит  $Q'_2$  вновь пущенной возмущающей скважины  $A_2$ , тем сильнее дебит  $Q'_1$  реагирующей скважины  $A_1$ , при совместной работе отличается от дебита  $Q_1$  при одиночной ее работе:

$$Q'_1 = Q_1 \text{ лишь при } Q'_2 = 0.$$

В условиях второго варианта дебит  $Q'_1$  реагирующей скважины  $A_1$  должен остаться после пуска новой возмущающей скважины  $A_2$  таким же, каков он был до ее пуска. Следовательно, нужно считать заданной величину  $Q'_1$  для реагирующей скважины, а для возмущающей опять-таки должна быть задана либо величина  $p'_2$ , либо  $Q'_2$ . Рассмотрим оба случая.

Пусть заданы  $Q'_1, p'_2$ ; неизвестны  $p'_1, Q'_2$ . Из уравнений (22, XX) и (23, XX) найдем<sup>2</sup>:

$$p'_1 = p_k - (p_k - p'_2) \frac{\ln \frac{R_k}{2\delta}}{\ln \frac{R_k}{R_c}} - \frac{Q'_1 \mu}{2\pi bk} \frac{\left(\ln \frac{R_k}{R_c}\right)^2 - \left(\ln \frac{R_k}{2\delta}\right)^2}{\ln \frac{R_k}{R_c}}, \quad (30, XX)$$

$$Q'_2 = \frac{2\pi bk(p_k - p'_2)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}} - Q'_1 \frac{\ln \frac{R_k}{2\delta}}{\ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (31, XX)$$

Положив в этих уравнениях  $Q'_1 = Q_1$ , получим возможность изучить эффект воздействия новой возмущающей скважины, в которой задано динамическое забойное давление на старую реагирующую скважину, в которой сохраняется неизменный дебит.

Пусть заданы  $Q'_1, Q'_2$ ; неизвестны  $p'_1, p'_2$ . Уравнения (22, XX) и (23, XX) служат для определения неизвестных величин.

Если считать известными динамическое забойное давление  $p'_2$  и дебит  $Q'_2$  вновь пущенной возмущающей скважины без всяких ограничений величин  $p'_1$  и  $Q'_1$ , то из уравнений (22, XX) и (23, XX) две последние величины могут быть определены; такая постановка задачи характерна для условий третьего варианта взаимодействия скважин.

<sup>2</sup>Если переменить роли скважин  $A_1$  и  $A_2$ , то формулы (27, XX) и (28, XX) останутся справедливыми, но будут соответствовать условиям первого варианта воздействия возмущающей скв.  $A_1$  на реагирующую  $A_2$ , в которой поддерживается постоянное забойное давление  $p'_2$ .

Итак, действительно, с помощью уравнений (22, XX) и (23, XX) задача о взаимодействии двух скважин решается в общем виде в условиях любого из трех вариантов.

Следует заметить, что уравнения (22, XX) и (23, XX) были выведены на основании приближенного метода, игнорирующего форму контура области питания<sup>3</sup>.

Поэтому с помощью всех формул, выведенных из этих уравнений, можно с достаточной степенью точности (см. дальше) исследовать лишь те случаи взаимодействия скважин, когда скважины далеки от контура, т. е.  $R_k \gg 2\delta$ .

Для пояснения этого замечания исследуем, например, формулу (26, XX). Из формулы (26, XX) видно, что при  $2\delta = R_k$  она вырождается в формулу (11, XX) для дебита одиночно работающей скважины, т. е.  $Q'_1 = Q'_2 = Q_1$ . Иными словами, как видно из формулы (26, XX), скважины перестают взаимодействовать, находясь на расстоянии  $R_k$  друг от друга. Такой вывод из приближенной формулы (26, XX) многие авторы (не учитывающие приближенность формулы и исходных предположений при ее выводе) рассматривали как подтверждение существования радиуса влияния скважины. На самом деле, в условиях водонапорного режима скважины должны в большей или меньшей степени взаимодействовать, находясь в одном однородном пласте на любом расстоянии друг от друга, в частности и на расстоянии  $R_k$ . Чем же объяснить только что упомянутый парадоксальный вывод из формулы (26, XX)?

Объясняется он так: при выводе формулы было предположено, что на расстоянии  $R_k$  от каждой из взаимодействующих скважин сохраняется начальное пластовое давление  $p_k$ . Именно на основании этого предположения и получается, что скважины, удаленные друг от друга на расстояние  $R_k$ , не будут взаимодействовать. Однако упомянутое предположение, как раньше указывалось, приближенное, и его точно нельзя оправдать ни при какой форме контура области питания. Поэтому, действительно, формулу (26, XX) и все выведенные выше остальные формулы нельзя использовать при исследовании взаимодействия скважин, когда расстояния  $2\delta$  между ними того же порядка, что и расстояние до контура области питания.

Для оценки погрешности приближенных формул и для исследования взаимодействия скважин, расположенных вблизи контура обла-

<sup>3</sup>Иногда [120] те же уравнения (19, XX)–(23, XX) выводятся иным способом, причем строго доказываются, что они справедливы для тесной группы скважин, расположенных любым образом внутри кругового контура радиуса  $R_k$  (считая, что расстояния между скважинами малы по сравнению с  $R_k$ ), вдоль которого среднее давление сохраняется постоянным.

сти питания, необходимо иметь точные формулы, учитывающие форму этого контура.

Допустим, что две взаимодействующие скважины  $A_1$  и  $A_2$  радиуса  $R_c$  с дебитами  $Q'_1$  и  $Q'_2$  расположены произвольным образом по отношению к прямолинейному контуру области питания  $A_k$  (рис. 168). Отобразим зеркально по отношению к линии  $A_k$  эксплуатационные скважины  $A_1$  и  $A_2$  нагнетательными скв.  $A_{11}$ ,  $A_{22}$  соответственно с теми же дебитами  $Q'_1$  и  $Q'_2$ . Поместим точечные стоки в центрах скважин  $A_1$  и  $A_2$  и точечные источники — в центрах скважин  $A_{11}$ ,  $A_{22}$ <sup>4</sup>.

Вследствие симметричного расположения источников-стоков по отношению к линии  $A_k$  эта линия будет служить изобарой, что и требуется для точного учета формы контура.

При наличии попарно равнодебитных четырех источников-стоков давление в любой точке  $M$  пласта представится следующей формулой, см. § 3 главы XIX:

$$p = p_k - \frac{Q'_1 \mu}{2\pi b k} \ln \frac{r_{11}}{r_1} - \frac{Q'_2 \mu}{2\pi b k} \ln \frac{r_{22}}{r_2}, \quad (32, XX)$$

где  $p_k$  — давление на контуре области питания  $A_k$ , а соответствующие радиусы-векторы точки  $M$  указаны на рис. 168. Обозначая через  $p'_1$  и  $p'_2$  забойные динамические давления в скв.  $A_1$  и  $A_2$  при их совместной работе, тем же способом, что и в предыдущем параграфе, сможем составить два граничных условия на контурах  $A_1$  и  $A_2$  для определения двух из четырех величин  $p'_1$ ,  $p'_2$ ,  $Q'_1$ ,  $Q'_2$ ; две из этих величин, давление  $p_k$ , а также расстояния  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $2\delta$  и радиус скважин  $R_c$  должны быть заданы (величины  $b$ ,  $k$ ,  $\mu$  предполагаются известными). Таким образом задача решается до конца.

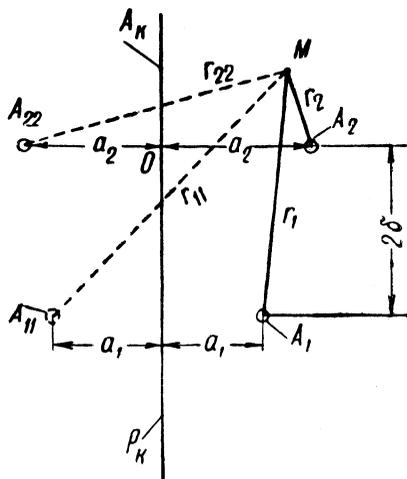


Рис. 168. Две скважины (стоки)  $A_1$  и  $A_2$  и их зеркальные отображения  $A_{11}$  и  $A_{22}$  (источники) в прямолинейном контуре области питания  $A_k$ .

<sup>4</sup>Производительность каждого стока или источника должна быть равна дебиту соответствующей скважины, приходящемуся на единицу мощности пласта, см. формулу (40, XIX).

Считая, например, заданными динамические забойные давления  $p'_1$  и  $p'_2$ , определим дебиты взаимодействия скважин:

$$Q'_1 = \frac{2\pi bk}{\mu} \frac{(p_K - p'_1) \ln \frac{2a_2}{R_c} - (p_K - p'_2) \ln \sqrt{\frac{(a_2 + a_1)^2 + 4\delta^2}{(a_2 - a_1)^2 + 4\delta^2}}}{\ln \frac{2a_1}{R_c} \ln \frac{2a_2}{R_c} - \left( \ln \sqrt{\frac{(a_2 + a_1)^2 + 4\delta^2}{(a_2 - a_1)^2 + 4\delta^2}} \right)^2}, \quad (33, XX)$$

$$Q'_2 = \frac{2\pi bk}{\mu} \frac{(p_K - p'_2) \ln \frac{2a_1}{R_c} - (p_K - p'_1) \ln \sqrt{\frac{(a_2 + a_1)^2 + 4\delta^2}{(a_2 - a_1)^2 + 4\delta^2}}}{\ln \frac{2a_1}{R_c} \ln \frac{2a_2}{R_c} - \left( \ln \sqrt{\frac{(a_2 + a_1)^2 + 4\delta^2}{(a_2 - a_1)^2 + 4\delta^2}} \right)^2}. \quad (34, XX)$$

При  $a_1 = a_2 = a$ ,  $p'_1 = p'_2$ , т. е. когда две равнодебитные взаимодействующие скв.  $A_1$  и  $A_2$  расположены на одинаковом расстоянии  $a$  от контура области питания (рис. 169), из последних формул получим:

$$Q'_1 = Q'_2 = \frac{2\pi bk(p_K - p'_1)}{\mu \ln \left( \frac{2a \sqrt{a^2 + \delta^2}}{R_c \delta} \right)}. \quad (35, XX)$$

Чтобы определить дебит  $Q_1$  одиночно работающей скв.  $A_1$  с динамическим давлением на забое  $p_1$ , можно воспользоваться формулой (35, XX), положив в ней  $\delta \rightarrow \infty$  и  $p'_1 = p_1$ :

$$Q_1 = \frac{2\pi bk(p_K - p'_1)}{\mu \ln \frac{2a}{R_c}}. \quad (36, XX)$$

Рис. 169. Две скважины  $A_1$  и  $A_2$ , симметрично расположенные по отношению к контуру области питания.

Последняя формула совпадает с ранее выведенной другим способом формулой (41, XIX). В отличие от формулы (26, XX) из формулы (35, XX) получен совершенно правильный вывод: при любом конечном расстоянии между скважинами в одном и том же однородном

пласте они будут взаимодействовать друг с другом:  $Q'_1 \rightarrow Q_1$  лишь при  $\delta \rightarrow \infty$ .

Рассмотрим другой случай: две взаимодействующие скв.  $A_1$  и  $A_2$  радиуса  $R_c$  с дебитами  $Q'_1$  и  $Q'_2$  расположены произвольным образом по отношению к круговому контуру области питания  $A_k$  (рис. 170).

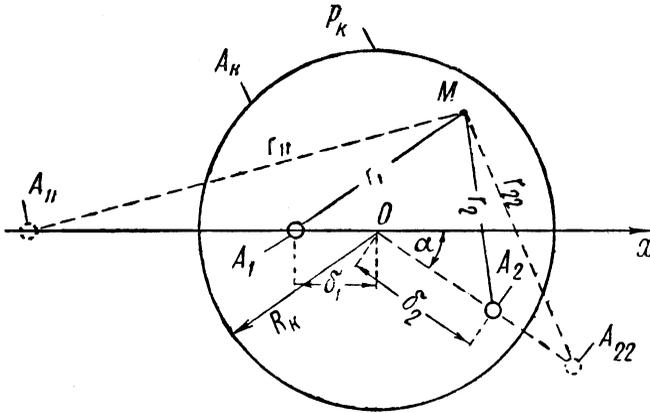


Рис. 170. Две скважины  $A_1$  и  $A_2$ , расположенные произвольным образом по отношению к круговому контуру области питания  $A_k$ .

Поместим в центрах скв.  $A_1$  и  $A_2$  точечные стоки, производительность которых равна соответственным дебитам скважин на единицу мощности пласта. Отобразим в окружности  $A_k$  стоки  $A_1$  и  $A_2$  источниками  $A_{11}$ ,  $A_{22}$  (эксплуатационные скважины отображаем нагнетательными скважинами; их центры — точечные стоки и источники должны быть точками «взаимно сопряженными» по отношению окружности  $A_k$ ; см. § 4 главы XIX). При таком расположении равнодебитных стоков и источников окружность  $A_k$  будет служить изобарой, что и необходимо по условию задачи. С помощью метода отображения источников-стоков задача о взаимодействии двух скважин внутри кругового контура решается теми же приемами, что и решенная перед этим задача с прямолинейным контуром области питания. Из-за громоздкости не будем здесь приводить окончательных формул для изображенного на рис. 170 случая произвольного расположения скважин (см. подробности в книге Шелкачева и Пыхачева [203]). Ограничимся более простым случаем, изображенным на рис. 171, когда скважины  $A_1$  и  $A_2$  радиуса  $R_c$  расположены симметрично по отношению к контуру

области питания  $A_K$ , на котором давление поддерживается равным  $p_K$ . Считая, что динамические давления на забоях скважин  $p'_1$  и  $p'_2$  одинаковы и обозначая расстояние между центрами скважин через  $2\delta$ , дебиты  $Q'_1$  и  $Q'_2$  определим из формул:

$$Q'_1 = Q'_2 = \frac{2\pi bk(p_K - p_1)}{\mu \ln \frac{R_K^4 - \delta^4}{2R_K^2 R_c \delta}}. \quad (37, XX)$$

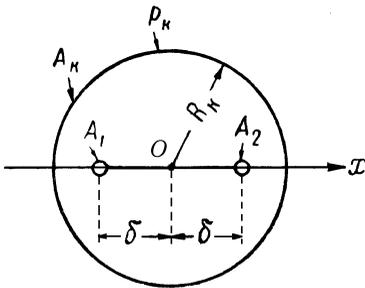


Рис. 171. Две скважины  $A_1$  и  $A_2$ , расположенные симметрично по отношению к центру  $O$  кругового контура области питания  $A_K$

Когда величина  $\delta$  столь мала по сравнению с величиной  $R_K$ , что  $R_K^4 - \delta^4 \cong R_K^4$ , из формулы (37, XX) получаем приближенную формулу (26, XX). С другой стороны, точная формула (37, XX) не приводит к таким парадоксальным выводам, к каким приводила приближенная формула (26, XX) при больших расстояниях между скважинами. Действительно, полагая, например, в формуле (37, XX)  $p'_1 = p_1$ ,  $2\delta = R_K$  и сравнивая результат подстановки с формулой (46, XIX) (в которую также надо подставить  $d = \frac{1}{2} R_K$ ) для дебита  $Q$  одиночной скважины, видим, что  $Q'_1 < Q$ .

Итак, точные формулы (33, XX) и (37, XX) позволяют решать задачи о взаимодействии скважин, расположенных вблизи контуров области питания соответствующей формы, и, кроме того, позволяют оценить степень погрешности результатов подсчетов по приближенной формуле (26, XX). Сравнительные числовые подсчеты по выведенным выше формулам будут выполнены в следующих параграфах.

### § 3. Анализ семейств траекторий и изобар и распределения скоростей фильтрации в пласте в случае двух взаимодействующих скважин

При анализе семейств траекторий и изобар будем сначала базироваться на приближенной формуле (6, XX), при выводе которой не

учитывалась форма контура области питания.

Допустим, что изображенные на рис. 167 скважины  $A_1$  и  $A_2$  равнодебитны. Положив в формуле (6, XX)  $Q'_1 = Q'_2 = Q'$ , получим следующую формулу для давления в любой точке  $M$  пласта:

$$p' = \frac{Q'\mu}{2\pi bk} (\ln r_1 r_2) + c'. \quad (38, XX)$$

Чтобы найти уравнение изобары — уравнение геометрического места точек в пласте, в которых давления одинаковы, — следует в формуле (38, XX) положить  $p' = \text{const}$ . Из формулы (38, XX) ясно, что давление будет одинаково в тех точках пласта, радиусы-векторы которых  $r_1$  и  $r_2$  удовлетворяют следующему соотношению:

$$r_1 \cdot r_2 = \text{const} \equiv C. \quad (39, XX)$$

Геометрическое место точек, произведение расстояний до которых от двух заданных центров остается величиной постоянной, представляется собой кривую линию, называемую лемнискатной кривой или кассиноидой или, наконец, овалом Кассини (см., например, справочник по математике Бронштейна и Семендяева [21]). Уравнение (39, XX) представляет собой уравнение лемнискатных кривых в биполярных координатах; различным значениям постоянной  $c$  будут соответствовать различные кривые одного и того же семейства.

Обозначая через  $x$  и  $y$  декартовы координаты точки и замечая, что

$$\begin{aligned} r_1^2 &= (x + \delta)^2 + y^2, \\ r_2^2 &= (x - \delta)^2 + y^2, \end{aligned} \quad (40, XX)$$

получим следующее уравнение семейства изобар в декартовых координатах:

$$(x^2 + y^2)^2 + 2(y^2 - x^2)\delta^2 + \delta^4 - C^2 = 0. \quad (41, XX)$$

Как видно из последнего уравнения, лемнискатные кривые представляют собой кривые четвертого порядка.

На рис. 172 изображены лемнискатные кривые, причем кривым  $S_1, S_2 \dots S_5$  соответствуют следующие значения параметра  $C$ :

$$C = \frac{1}{2} \delta^2 \quad \text{для } S_1,$$

$$C = \delta^2 \quad \text{для } S_2,$$

$$C = \frac{3}{2} \delta^2 \quad \text{для } S_3,$$

$$C = 2\delta^2 \quad \text{для } S_4,$$

$$C = 3\delta^2 \quad \text{для } S_5.$$

Значению параметра  $C = \delta^2$  соответствует линия, называемая лемнискатой Бернулли. При  $\delta^2 < C < 2\delta^2$  получаются бисквитообразные кривые, окружающие обе скважины и имеющие точки перегиба вблизи пересечения с осью  $y$ . При  $C > 2\delta^2$  получаются правильные всюду выпуклые овалы, окружающие обе скважины и тем более приближающиеся по форме к окружности, чем больше  $C$ . При  $C > \delta^2$  кривые распадаются на пары овалов, каждый из которых окружает соответствующую скв.  $A_1$  либо  $A_2$ . Хотя при  $C < \delta^2$  ни один из овалов точно не представляет собой окружности, но при малых значениях  $C$  эти овалы весьма мало отличаются от окружностей, концентричных скважинам. Если радиус скважин  $R_c$  не превышает  $0,001\delta$ , то с высокой степенью точности круговое сечение скважины можно принять за овал, входящий в состав семейства изобар (с точностью по крайней мере до тысячной доли процента большая ось соответствующего овала равна малой).

Для овала, заменяющего круговое сечение скв.  $A_1$  (или  $A_2$ ), с упомянутой выше степенью точности имеем:

$$r_1 \cong R_c, \quad r_2 \cong 2\delta, \quad C = 2\delta R_c.$$

Расстояние, измеренное вдоль оси  $x$  между любыми двумя из изображенных на рис. 172 лемнискатных кривых, всегда меньше соответствующего расстояния, измеренного вдоль оси  $y$ . Следовательно, в точках оси  $x$  скорости фильтрации больше скоростей фильтрации в соответствующих (лежащих на тех же изобарах) точках оси  $y$ . Расстояние между соседними изобарами по оси  $x$  в направлениях от скважин к началу координат больше расстояний между теми же изобарами в противоположных направлениях.

Следовательно, в направлениях от скважин к началу координат скорости движения меньше, чем в соответственных точках оси  $x$  (на тех же изобарах) в противоположных направлениях<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Вообще следует отметить, что на рис. 172 приведены лишь наиболее характерные и интересные по форме изобары. При построении изобар на рис. 172 не выдержано обычное требование (см. § 2 главы VIII) о равенстве приращений давлений при переходе от любой изобары к соседней. Поэтому, вообще говоря, по густоте изобар на рис. 172 нельзя судить об изменении относительной величины скорости фильтрации.

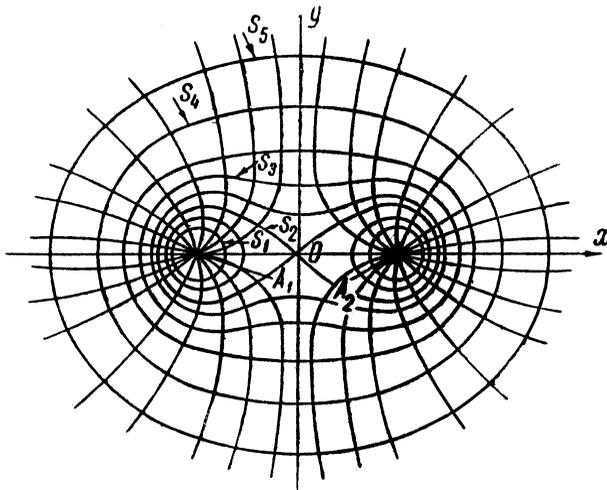


Рис. 172. Траектории и изобары двух равнодебитных взаимодействующих скважин.

Траектории (линии тока) можно построить либо как кривые, ортогональные к изобарам, либо воспользоваться графическим методом наложения (суперпозиции) полей, поясненным в § 2 главы XIX.

Рассмотрим, например, рис. 155, на которой пунктирными и штрихпунктирными линиями изображены прямолинейные радиальные потоки одиночно работающих скважин. Для изучаемого случая двух взаимодействующих скважин скорости фильтрации в любой точке потока, в частности и в изображенной на рис. 155 точке  $M$ , должны быть направлены по радиусам к скважинам. Направление скорости  $\bar{v}_2$  на рис. 155 следовало бы изменить на противоположное. Поэтому хорда траектории результирующего потока двух эксплуатационных скважин будет совпадать не с диагональю  $MT$  четырехугольника  $NMST$ , а с диагональю  $NS$ .

В рассматриваемом случае траектории результирующего потока должны соединять те точки пересечения траекторий складываемых потоков, для которых сумма чисел (а не разность, как на рис. 155), стоящих около соответствующих линий (траекторий складываемых потоков), остается величиной постоянной. Так, для точек  $N$  и  $S$  упомянутая сумма чисел одинакова и равна 9. Рекомендуем читателю самостоятельно выполнить по методу графического наложения полей построе-

ние траекторий двух взаимодействующих скважин и убедиться в том, что эти траектории будут иметь форму, изображенную на рис. 172 (см. кривые, проходящие через центры скважин).

Гидродинамические методы исследования потока позволяют доказать, что упоминаемые траектории представляют собой семейство равнобочных гипербол, уравнение которых в декартовых координатах имеет вид:

$$x^2 - y^2 - 2C_0xy - \delta^2 = 0, \quad (42, XX)$$

где  $C_0$  — параметр семейства. При  $C_0 = \infty$  формула (42, XX) вырождается и приводит к уравнениям осей координат  $x$  и  $y$ , т. е. оси  $x$  и  $y$  входят в состав семейства траекторий.

Поток к двум равнодебитным скважинам оказывается симметричным, причем ось  $y$  отделяет частицы жидкости, движущиеся к скв.  $A_1$  от частиц, движущихся к скв.  $A_2$ . Линии, отделяющие потоки к двум соседним скважинам (в данной задаче положительная и отрицательная полуоси  $y$ ), называются «нейтральными линиями тока». Как уже было замечено, частицы жидкости скорее всего движутся к скважинам вдоль прямых, совпадающих с осью  $x$  вне отрезка между скважинами; эти прямые линии называются «главными линиями тока» в потоке к каждой из скважин.

Вследствие полной симметрии потока по отношению к середине расстояния между центрами скважин в этой точке — в начале координат  $0$  — скорость фильтрации должна быть равна нулю. Точка  $O$  носит название критической точки, или точки равновесия.

Модуль скорости фильтрации  $v$  в любой точке  $M$  пласта (рис. 167) определяется формулой:

$$v = \frac{Q'}{\pi b} \frac{r}{r_1 r_2}. \quad (43, XX)$$

Следовательно, действительно, скорость фильтрации равна нулю в начале координат — при  $r = 0$  и возрастает при  $r_1 \rightarrow 0$  или  $r_2 \rightarrow 0$ , т. е. при приближении к любой из двух скважин.

Скорости фильтрации  $v_x$  и  $v_y$  для движения частиц жидкости, соответственно вдоль осей  $x$  и  $y$ , определяются следующими формулами:

$$v_x = -\frac{Q'}{\pi b} \frac{x}{x^2 - \delta^2}, \quad (44, XX)$$

$$v_y = -\frac{Q'}{\pi b} \frac{y}{y^2 + \delta^2}. \quad (45, XX)$$

При  $x > 0$ ,  $|x| > \delta$  имеем  $v_x < 0$ , т.е. частица жидкости приближается к скв.  $A_2$  справа; при  $x > 0$ ,  $|x| < \delta$  имеем  $v_x < 0$ , т.е. частица жидкости приближается к той же скважине слева. В обоих случаях абсолютное значение скорости  $|v_x|$  возрастает при  $|x| \rightarrow \delta$ , т.е. движение к скважине по оси  $x$  ускоренное.

Наоборот, нетрудно убедиться в том, что частица жидкости движется вдоль положительной полуоси  $y$  ускоренно лишь в интервале  $\infty > y > \delta$  (аналогично движение и вдоль отрицательной полуоси). Перейдя через точку  $x = 0$ ,  $y = \delta$ , частица жидкости начинает двигаться замедленно и по мере приближения к началу координат ее скорость стремится к нулю. Итак, на оси  $y$  модуль скорости имеет максимум в точках  $y = \pm\delta$ . Это те точки, которые лежат на первой (от скважин) изобаре  $S_4$ , не имеющей вогнутости (см. рис. 172). В окрестности каждой из этих точек ближайшие к оси  $y$  траектории сходятся наиболее близко.

Вернемся к анализу распределения давления в пласте. Определяя величину  $c'$  из равенства (21, XX) и подставляя ее в равенство (6, XX), получим следующую формулу для определения давления в любой точке  $M$  пласта (рис. 167):

$$p' = p_{\kappa} - \frac{Q'_1 \mu}{2\pi b k} \ln \frac{R_{\kappa}}{r_1} - \frac{Q'_2 \mu}{2\pi b k} \ln \frac{R_{\kappa}}{r_2}. \quad (46, XX)$$

Будем считать, что динамическое давление на забое каждой из взаимодействующих скважин равно  $p'_c$ , т.е.  $p'_1 = p'_2 = p'_c$ . В таком случае скважины будут равнодебитны. Определяя дебиты из формул (24, XX) и (25, XX) и подставляя их в формулу (46, XX), получим:

$$\frac{p_{\kappa} - p'}{p_{\kappa} - p'_c} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}^2}{r_1 r_2}}{\lg \frac{R_{\kappa}^2}{2\delta R_c}}. \quad (47, XX)$$

Величина  $(p_{\kappa} - p')$  представляет понижение давления в любой точке  $M$  пласта, а  $(p_{\kappa} - p'_c)$  — понижение давления в самой скважине; отношение этих величин можно заменить отношением понижений пьезометрических уровней. Обозначим через  $s'_p$  понижение пьезометрического уровня в произвольной точке  $M$  пласта ( $s'_p$  — понижение возмущенного статического уровня в бездействующей реагирующей скважине в точке  $M$  пласта, вызванное работой двух взаимодействующих возмущающих скважин),  $s'$  — понижение пьезометрического уровня в каждой

из эксплуатационных взаимодействующих скважин. Для точек вдоль линии центров скважин (вдоль оси  $x$ ) имеем:

$$r_1 = x + \delta, \quad r_2 = x - \delta.$$

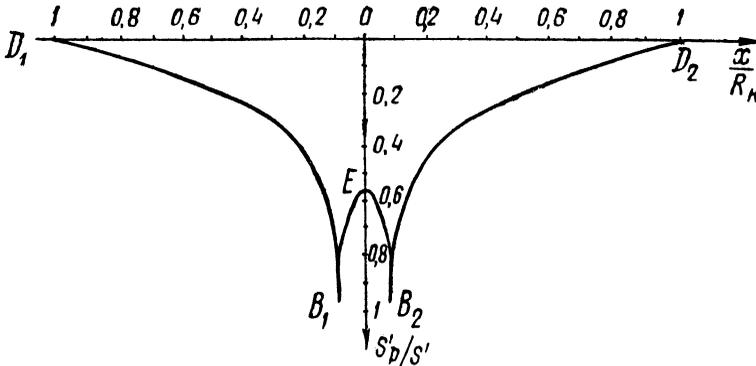


Рис. 173. Вертикальный разрез пьезометрической воронки депрессии двух равнодебитных взаимодействующих скважин.

Поэтому формулу (47, XX) для понижений пьезометрических уровней вдоль оси  $x$  перепишем так:

$$\frac{s'_p}{s'} = \frac{\lg \frac{R_k^2}{x^2 - \delta^2}}{\lg \frac{R_k^2}{2\delta R_c}}. \quad (48, XX)$$

Для точек оси  $x$  между скважинами следует вместо величины  $(x^2 - \delta^2)$  подставить  $(\delta^2 - x^2)$ .

Формула (48, XX) позволяет построить пьезометрическую линию для точек пласта вдоль оси  $x$  — вертикальное сечение пьезометрической воронки депрессии, проходящее через оси взаимодействующих скважин.

Упомянутое вертикальное сечение пьезометрической воронки депрессии изображено на рис. 173, причем ось абсцисс проведена на высоте невозмущенного статического уровня и вдоль нее отложены относительные значения  $\frac{x}{R_k}$  координаты  $x$  точки в пласте, а вдоль оси

координат откладываются вниз значения отношений  $\frac{s'_p}{s}$ . Точки  $B_1$  и  $B_2$  на пьезометрической кривой соответствуют скважинам  $A_1$  и  $A_2$ , точки  $D_1$  и  $D_2$  находятся на контуре области питания.

Рис. 173 построен для случая  $R_k = 1000R_c = 10\delta$ . При построении рис. 173 использована табл. 37; табл. 37 рассчитана по приближенной формуле (48, XX). Поверочные расчеты по точной формуле, учитывающей круговую форму контура области питания (при симметричном положении скважин по отношению к центру кругового контура), показали, что погрешность результатов подсчетов по формуле (48, XX) не превышает долей процента.

На рис. 173 для большей наглядности пьезометрической кривой изображен не вполне реальный случай слишком большого расстояния между скважинами по сравнению с радиусом  $R_k$  контура области питания. Если пьезометрическую кривую начертить для более тесного расположения скважин, то легко было бы заметить, что уже на очень близком расстоянии от скважин давление мало отличается от первоначального пластового давления, т.е. пьезометрическая линия имеет большой уклон лишь в окрестности каждой из скважин, а дальше она быстро выполаживается.

На основании формулы (46, XX) легко пояснить метод наложения (суперпозиции) полей давления:

$$p_k - p' = \gamma s'_p. \tag{49, XX}$$

Формулу (46, XX) перепишем так:

$$s'_p = \frac{Q'_1 \mu}{2\pi b k \gamma} \ln \frac{R_k}{r_1} + \frac{Q'_2 \mu}{2\pi b k \gamma} \ln \frac{R_k}{r_2}. \tag{50, XX}$$

Если бы скв.  $A_1$  и  $A_2$  работали в одиночку соответственно с дебитами  $Q'_1$  и  $Q'_2$ , то понижения пьезометрического уровня  $s_{1p}$ ,  $s_{2p}$  в произ-

Таблица 37

**Относительные понижения  $\frac{s'_p}{s'}$  пьезометрического уровня для различных точек пласта на линии центров скважин**

$\frac{x}{R_k}$	$\frac{s'_p}{s'}$	$\frac{x}{R_k}$	$\frac{s'_p}{s'}$
0	0,540	0,17	0,466
0,01	0,542	0,19	0,428
0,03	0,552	0,20	0,412
0,09	0,736	0,50	0,167
0,10	1	0,80	0,053
0,11	0,724	1	0

Скважины радиуса  $R_c$  расположены симметрично по отношению к круговому контуру области питания радиуса  $R_k$ ; расстояние между скважинами  $2\delta$ ; см. рис. 167 и 171. При подсчетах принято  $R_k = 10^3 R_c = 10\delta$

вольной точке  $M$  пласта, вызванные работой каждой из этих скважин, определились бы с помощью формулы (14, XX):

$$s_{1p} = \frac{Q'_1 \mu}{2\pi b k \gamma} \ln \frac{R_K}{r_1}, \quad (51, XX)$$

$$s_{2p} = \frac{Q'_2 \mu}{2\pi b k \gamma} \ln \frac{R_K}{r_2}. \quad (52, XX)$$

Сравнивая формулы (50, XX)–(52, XX), видим, что

$$s'_p = s_{1p} + s_{2p}. \quad (53, XX)$$

Как и следовало ожидать, понижение  $s'_p$  пьезометрического уровня в любой точке пласта при совместной работе двух скважин с дебитами  $Q'_1$  и  $Q'_2$  равно сумме понижений  $s_{1p}$  и  $s_{2p}$  пьезометрического уровня в той же точке пласта при одиночной работе каждой из скважин с теми же дебитами  $Q'_1$ ,  $Q'_2$ .

Допустим, что на основании формул (51, XX) и (52, XX) построены пьезометрические воронки депрессии для каждой из двух взаимодействующих скважин при их одиночной работе.

Пользуясь методом графического наложения (суперпозиции) полей давления, т. е. складывая графически понижения пьезометрических уровней в каждой точке пласта, легко построить пьезометрическую воронку депрессии для случая совместной работы скважин с теми же дебитами, что и при одиночной работе. Так, например, складывая понижения пьезометрических уровней, определяемые участками  $B_1C_2$  и  $T_2C_1$  пьезометрических линий на рис. 166, можно было бы получить участок результирующей пьезометрической линии при совместной работе двух скважин; этот участок имел бы форму линии  $B_1EB_2$  на рис. 173.

В качестве упражнения рекомендуем читателю построить пьезометрическую линию  $D_1B_1EB_2D_2$  на рис. 173 с помощью метода графического сложения понижений пьезометрического уровня в каждой точке пласта, вызванных одиночной работой каждой из скважин; предварительно следует начертить, пользуясь формулами (51, XX) и (52, XX), пьезометрические линии для одиночно работающих скважин  $A_1$  и  $A_2$ .

Обозначим через  $s_1$  и  $s'_1$  понижения пьезометрического динамического уровня в скв.  $A_2$  при ее одиночной и совместной работе со скв.  $A_2$ ; обозначим, далее, через  $w_1$  понижение уровня в скв.  $A_2$ , вызванное одиночной работой скв.  $A_1$  (считаем, что при совместной работе дебиты

скважин такие же, как и при одиночной работе), см. рис. 166. В таком случае из формулы (53, XX) получим:

$$s'_1 = s_1 + w_1. \quad (54, XX)$$

Но, как видно из рис. 166:

$$s'_1 = s_1 + y_1. \quad (55, XX)$$

Следовательно,

$$w_1 = y_1, \quad (56, XX)$$

$$s_1 = z'_1, \quad (57, XX)$$

где  $y_1$  — понижение динамического уровня  $F_1F_1$  в скв.  $A_1$  (при совместной работе со скв.  $A_2$ ) под динамическим уровнем  $B_1B_1$  той же скв.  $A_1$  при одиночной работе с тем же дебитом;  $z'_1$  — понижение динамического уровня  $F_1F_1$  в скв.  $A_1$  (при совместной работе со скв.  $A_2$ ) под возмущенным статическим уровнем  $C_1C_1$  в той же скважине.

Физический смысл равенства (57, XX) уже был пояснен в § 1 данной главы.

В заключение заметим следующее: при построении картины траекторий и изобар на рис. 172 был рассмотрен только случай двух равнодебитных скважин. Если бы скважины  $A_1$  и  $A_2$  были неравнодебитны, то изображенное на рис. 172 гидродинамическое поле перестало бы быть симметричным по отношению к оси  $y$ .

Точка равновесия переместилась бы в сторону к менее дебитной скважине (то же можно сказать и по отношению к точке  $E$  на рис. 173). Действительно, в точке  $N$  пласта (рис. 174) скорости фильтрации  $v_1$  и  $v_2$  каждой из скважин  $A_1$  и  $A_2$  при их одиночной работе определяются по формулам (9, VIII) и (11, VIII) так:

$$v_1 = \frac{Q'_1}{2\pi r_1 b}, \quad (58, XX)$$

$$v_2 = \frac{Q'_2}{2\pi r_2 b}; \quad (59, XX)$$

дебиты  $Q'_1$  и  $Q'_2$  скв.  $A_1$  и  $A_2$  при одиночной работе считаем теми же, что и при совместной работе. Результирующая скорость фильтрации  $v$  в той же точке  $N$  пласта, лежащей на линии центров скважин, определится так:

$$v = v_1 - v_2 = \frac{1}{2\pi b} \left( \frac{Q'_1}{r_1} - \frac{Q'_2}{r_2} \right). \quad (60, XX)$$

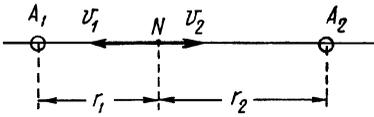


Рис. 174. Определение положения точки равновесия в поле двух неравнодебитных взаимодействующих скважин.

Уметь определять положения точек равновесия весьма важно, ибо в их окрестности скорости движения малы, т. е. их окружает «застойная область». В застойной области в условиях водонапорного режима могут образоваться «целики нефти» после того, как скважины обводнятся краевой водой. В некоторых случаях *своевременным* перераспределением дебитов скважин можно ликвидировать или уменьшить целик нефти между ними, ибо при непропорциональном изменении дебитов скважин точка равновесия перемещается в новое положение.

Ясно, что скорость фильтрации  $v$  обратится в точке  $N$  в нуль лишь при соблюдении следующего условия:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{Q'_1}{Q'_2}. \quad (61, XX)$$

Формула (61, XX) обозначает, что точка равновесия делит расстояние между двумя взаимодействующими скважинами прямо пропорционально их дебитам.

#### § 4\*. Решение простейшей задачи об условиях заглушения одной из двух скважин в процессе их взаимодействия

С помощью формул (27, XX) и (28, XX) легко решить поставленный в § 1 вопрос о заглушении новой скважиной  $A_2$  ранее пущенной скважины  $A_1$ , если в ней поддерживается постоянное динамическое забойное давление  $p_1$ . Положим в упомянутых формулах  $p'_1 = p_1$ ,  $Q'_1 = 0$  и исключим из них величину  $Q'_2$ ; в результате алгебраических преобразований получим следующее соотношение:

$$\frac{p_k - p_1}{p_k - p'_2} = \frac{\lg \frac{R_k}{2\delta}}{\lg \frac{R_k}{R_c}}. \quad (62, XX)$$

Считая, что в обеих скважинах удельные веса жидкости одинаковы, заменим отношение перепадов давлений  $(p_k - p_1)$  и  $(p_k - p'_2)$  в скв.  $A_1$  и  $A_2$  отношением понижений динамических уровней  $s_1$  и  $s_2^*$ :

$$\frac{s_1}{s_2^*} = \frac{\lg \frac{R_k}{2\delta}}{\lg \frac{R_k}{R_c}}. \quad (63, XX)$$

Формула (63, XX) позволяет определить понижение  $s_2^*$  динамического уровня в возмущающей скв.  $A_2$ , которое необходимо в ней поддерживать, чтобы дебит реагирующей скв.  $A_1$  обратился в нуль при понижении  $s_1$  динамического уровня в ней (рис. 165).

Формулу (63, XX) можно было бы вывести другим путем: для этого нужно было бы переписать формулу (15, XX) применительно к случаю одиночной работы скважины  $A_2$ :

$$p = p_k - (p_k - p_2) \frac{\lg \frac{R_k}{r_2}}{\lg \frac{R_k}{R_c}}. \quad (64, XX)$$

Подставив в последнее уравнение  $r_2 = 2\delta$ , получим возможность определить статическое возмущенное давление в пласте на расстоянии  $2\delta$  от возмущающей скв.  $A_2$ , т. е. определить понижение статического возмущенного уровня в скв.  $A_1$ . Выполняя подстановку, приходим к равенству (62, XX), а затем и к формуле (63, XX), которая совпадает с выведенной в главе IX формулой (32, IX).

*Пример.* Пусть  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см, расстояние между скважинами  $2\delta = 200$  м. Из формулы (63, XX) получаем:

$$\frac{s_1}{s_2^*} = \frac{\lg 50}{\lg 10^5} = \frac{1,70}{5} = 0,34. \quad (65, XX)$$

Итак, в условиях рассматриваемого примера для заглушения скв.  $A_1$  нужно было бы во вновь пущенной возмущающей скв.  $A_2$  снизить динамический уровень почти в три раза больше, чем в реагирующей скв.  $A_1$ .

## § 5\*. Свойства коэффициентов продуктивности взаимодействующих скважин

Факты взаимодействия скважин, проявляющиеся в изменениях дебитов и забойных давлений скважин после пуска, остановки или изменения режима работы одной (или многих) из скважин того же пласта, многочисленны и хорошо известны. Формулы, выведенные в предыдущих параграфах, позволяют количественно оценить эффект взаимодействия двух скважин при любых условиях их работы. Возникает естественный вопрос: если меняются дебиты и забойные давления скважин в процессе их взаимодействия, то не будут ли меняться их коэффициенты продуктивности? На первый взгляд кажется, что коэффициенты продуктивности суть характерные константы скважин, не зависящие от влияния других скважин. Однако это не совсем так.

Здесь следует сделать оговорку: при постановке вопроса данного параграфа предполагается, что в условиях водонапорного режима к скважинам

притекает несжимаемая однородная жидкость, движущаяся в несжимаемом пласте по линейному закону фильтрации; сопротивления при движении жидкости из пласта в скважину (через отверстия фильтра) и по колонне труб считаются малыми. Иными словами, предполагаются выполненными все пять условий прямолинейности индикаторной линии, оговоренные в § 3 главы XV. Кроме того, здесь не рассматриваются изменения в величине к. п. с. вследствие образования песчаных пробок, явления выноса мелких фракций, запарафинивания пор, изменения эффективной проницаемости призабойной зоны при изменении соотношения нефти, воды и газа в продукции скважины и т. д. Как было доказано в § 5 главы XV, при перечисленных выше условиях к. п. с. должен был бы оставаться постоянным, если бы на скважину не влияли другие скважины, т. е. если бы она работала в пласте одна.

Приведем сначала весьма простые доводы, подтверждающие законность поставленного вопроса о возможном изменении коэффициента продуктивности какой-либо скважины в процессе ее взаимодействия с другими скважинами<sup>1</sup>.

Действительно, для определения к. п. с. надо исследовать скважину по крайней мере при двух различных установившихся режимах ее работы либо вместо одного из двух режимов работы надо иметь данные о статическом давлении на забое скважины (или о положении статического уровня) при отсутствии отбора из нее жидкости. Таким образом, для определения к. п. с. требуется хотя бы один раз изменить режим работы или нарушить состояние бездействия скважины. Всякое же изменение темпов отбора жидкости из исследуемой возмущающей скважины влияет на режим работы соседних реагирующих скважин. Соответствие между дебитом и забойным динамическим давлением при новом режиме работы исследуемой скважины существенно зависит от того, какую реакцию во взаимодействующих скважинах вызывает смена режима работы в исследуемой скважине. В самом деле, допустим, что исследуемая возмущающая скв.  $A_1$  первоначально имела дебит  $Q'_{11}$  и динамическое давление на забое  $p'_{11}$ <sup>2</sup>. Допустим, что мы задались целью достичь в скв.  $A_1$  при новом режиме ее работы дебита  $Q'_{12}$ . Если бы скважина  $A_1$  работала в пласте одна, то ее дебиту  $Q'_{12}$  соответствовало бы одно определенное давление на забое. Однако, если тот же пласт эксплуатируется еще хотя бы одной взаимодействующей скв.  $A_2$ , то картина изменяется. Именно, при переходе от дебита  $Q'_{11}$  к дебиту  $Q'_{12}$  в скв.  $A_1$  давление на ее забое не будет иметь однозначно определенной величины. Величина забойного давления в возмущающей скв.  $A_1$  будет зависеть от того, как именно реагирует скв.  $A_2$  на изменение режима работы скв.  $A_1$ . Именно скв.  $A_2$  может реагировать изменением только своего дебита при сохранении величины забойного давления; это условия первого варианта воздействия возмущающей

<sup>1</sup>Этот вопрос был поставлен и исследован в работах В. Н. Щелкачева (204] в 1937–1938 гг.

<sup>2</sup>Двойной индекс в обозначениях дебита и давления подчеркивает, что речь идет о скв. № 1 при первом режиме ее работы; первый индекс соответствует номеру скважины, а второй индекс — порядковому номеру режима ее работы.

скважины на реагирующую (см. § 1 данной главы, в котором были выяснены возможности осуществления условий взаимодействия скважин при трех вариантах). Кроме того, скв.  $A_2$  может реагировать изменением только своего забойного давления при сохранении дебита (условия второго варианта) или, наконец, в скв.  $A_2$  в процессе взаимодействия могут меняться и дебит и забойное давление (условия третьего варианта). Поскольку величина забойного давления  $p'_{12}$  в исследуемой возмущающей скв.  $A_1$  при ее дебите  $Q'_{12}$  зависит от реакции скв.  $A_2$  на смену режима работы в скв.  $A_1$ , постольку и определяемая величина к. п. скв.  $A_1$  зависит от условий взаимодействия со скв.  $A_2$ , что и требовалось доказать.

Математическое исследование вопроса будет приведено ниже, но сказанного достаточно, чтобы учесть возможность существования следующих четырех типов к. п. с.

I тип к. п. с., который будем обозначать буквой  $\eta$ , определяется при одиначной работе скважины в пласте (при полном отсутствии эффекта взаимодействия).

II тип к. п. с., который будем обозначать буквой  $\eta'_п$ , определяется в условиях первого варианта воздействия возмущающей исследуемой скважины на реагирующие остальные. Индекс «п» (первая буква слова противодействие) в обозначении к. п. с. подчеркивает, что при определении  $\eta'_п$  противодействия на забой реагирующих скважин поддерживаются постоянными. Акцент около буквы  $\eta$  подчеркивает, как было раньше оговорено, что соответствующая величина определяется в условиях взаимодействия скважин.

III тип к. п. с., который будем обозначать буквой  $\eta'_д$ , определяется в условиях второго варианта воздействия возмущающей исследуемой скважины на реагирующие остальные. Индекс «д» (первая буква слова дебит) в обозначении к. п. с. подчеркивает, что при определении  $\eta'_д$  дебиты реагирующих скважин поддерживаются постоянными.

IV тип к. п. с., который будем обозначать буквой  $\eta'$ , определяется в условиях третьего варианта воздействия возмущающей исследуемой скважины на реагирующие остальные.

Коэффициент продуктивности скважин I типа  $\eta$  подробно был исследован в § 5 главы XV. Таким образом, все решение задачи сводится к сравнению к. п. с. трех остальных типов II–IV с к. п. с. I типа. Достаточно сравнить крайние возможные значения к. п. с.  $\eta'_п$  и  $\eta'_д$  II и III типов с величиной  $\eta$ , ибо величина к. п. с.  $\eta'$  IV типа должна иметь промежуточное значение между  $\eta'_п$  и  $\eta'_д$ .

Прежде чем приступить к сравнительной оценке упомянутых величин к. п. с., следует сделать одно важное замечание. Несоблюдение определенных правил в процессе исследования скважины для определения ее к. п. с. может привести к совершенно ошибочному представлению о величине к. п. с. Именно, после смены режима работы в исследуемой скважине приходится делать замеры ее дебита и забойного давления не сразу, а следует дожидаться практически установившегося режима работы. Если в течение этого периода времени меняются (не в процессе естественного взаимодействия, а искус-

ственно) режимы работы соседних скважин, то замеренные после этого дебит и забойное давление в исследуемой скважине нельзя (для определения ее к. п. с.) сравнивать с дебитом и забойным давлением, замеренными раньше. Так, например, снижая забойное давление в скв.  $A_1$ , можем через некоторый промежуток времени получить для нее не увеличенный, а даже уменьшенный дебит, если в течение того же промежутка времени мы резко увеличим темпы отбора жидкости из соседних взаимодействующих скважин. Другой пример: в скв.  $A_1$  зафиксировали статическое забойное давление  $p_{ст}$ ; затем снизили забойное давление в скв.  $A_1$  и спустя некоторое время замерили ее дебит  $Q'_1$  и забойное давление  $p'_1$ . Если в течение того же промежутка времени были пущены новые скважины или усилены темпы отбора жидкости из других старых скважин, то это должно было повлиять на исследуемую скв.  $A_1$ . Деля дебит  $Q'_1$  на изменение забойного давления  $p_{ст} - p'_1$ , получим ошибочное представление о к. п. с. скв.  $A_1$ , обозначим такой ошибочный к. п. с. через  $\eta'_o$  (где индекс «о» соответствует первой букве слова ошибочный):

$$\eta'_o = \frac{Q'_1}{p_{ст} - p'_1}. \quad (66, XX)$$

Ясно, что  $\eta'_o$  получится меньше к. п. с. I типа:

$$\eta'_o < \eta.$$

В самом деле, в упомянутых условиях величины  $Q'_1$  и  $p'_1$  должны получиться уменьшенными вследствие пуска или усиления темпов отбора жидкости из скважин, взаимодействующих со скв.  $A_1$ . Эти примеры ошибочного определения к. п. с. были приведены, чтобы подчеркнуть недопустимость искусственно менять режимы работы взаимодействующих скважин в процессе исследования какой-либо из скважин для определения ее к. п. с. обычным способом.

Определим сначала величину к. п. с. III типа  $\eta'_д$ .

В рассуждениях данного параграфа исследуемая скв.  $A_1$  рассматривалась как возмущающая, а скв.  $A_2$  — как реагирующая. При подсчетах величины к. п. с.  $\eta'_д$  исследуемой скв.  $A_1$  нужно считать выполненными условия второго варианта воздействия возмущающей скв.  $A_1$  на реагирующую скв.  $A_2$ . Именно, будем считать заданным постоянный дебит  $Q'_2$  скв.  $A_2$ . Кроме того, будем считать заданными динамические забойные давления  $p'_{11}$  и  $p'_{12}$  при первом и втором установившихся режимах работы исследуемой скв.  $A_1$ , искомые соответствующие дебиты скв.  $A_1$  обозначим  $Q'_{11}$  и  $Q'_{12}$ .

Для определения дебитов  $Q'_{11}$  и  $Q'_{12}$ , воспользуемся формулой (27, XX) (см. подстрочное примечание к ней):

$$Q'_{11} = \frac{2\pi bk(p_{к} - p'_{11})}{\mu \ln \frac{R_{к}}{R_{с}}} - Q'_2 \frac{\ln \frac{R_{к}}{2\delta}}{\ln \frac{R_{к}}{R_{с}}}, \quad (67, XX)$$

$$Q'_{12} = \frac{2\pi bk(p_k - p'_{11})}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}} - Q'_2 \frac{\ln \frac{R_k}{2\delta}}{\ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (68, XX)$$

Введем обозначение

$$\phi = \frac{\ln \frac{R_k}{2\delta}}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \quad (69, XX)$$

и учтем, что первые слагаемые правых частей уравнений (67, XX) и (68, XX) равны дебитам  $Q_{11}$  и  $Q_{12}$  скв.  $A_1$  при одиночной ее работе соответственно с противодавлениями  $p'_{11}$  и  $p'_{12}$ . Пользуясь этими обозначениями, формулы (67, XX) и (68, XX) перепишем так:

$$Q'_{11} = Q_{11} - \phi Q'_2, \quad (70, XX)$$

$$Q'_{12} = Q_{12} - \phi Q'_2. \quad (71, XX)$$

Вычтем предпоследнее равенство из последнего:

$$Q'_{12} - Q'_{11} = Q_{12} - Q_{11}. \quad (72, XX)$$

Разделим обе части равенства (72, XX) на понижение ( $p'_{11} - p'_{12}$ ) давлений при переходе от первого режима работы исследуемой скв.  $A_1$  ко второму:

$$\frac{Q'_{12} - Q'_{11}}{p'_{11} - p'_{12}} = \frac{Q_{12} - Q_{11}}{p'_{11} - p'_{12}}, \quad (73, XX)$$

то есть

$$\eta'_d = \eta = \frac{2\pi bk}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (74, XX)$$

Итак, оказывается, что к. п. с. исследуемой скважины при ее совместной работе с какой-либо другой реагирующей скважиной, в которой поддерживается постоянный дебит, равен к. п. с. той же исследуемой скважины при одиночной ее работе.

На рис. 175 изображены индикаторные линии исследуемой скв.  $A_1$  при одиночной ее работе — прямая  $OF$  — и при совместной работе со скв.  $A_2$ , в которой дебит остается постоянным при изменениях темпов отбора жидкости из скв.  $A_1$  в процессе ее исследования (см. прямую  $BC$ ). Так как к. п. с.  $\eta$  и  $\eta'_d$  одинаковы, то прямые линии  $OF$  и  $BC$  имеют одинаковые углы наклона к оси ординат. Вдоль оси ординат откладываются понижения забойного давления в скважине.

Вдоль оси  $x$  откладываются дебиты  $Q_1$  скв.  $A_1$  при одиночной работе, причем точка  $O$  соответствует положению невозмущенного статического

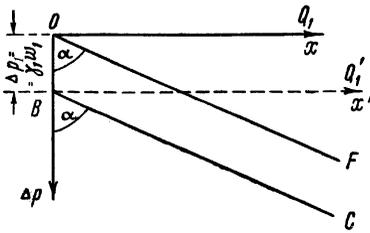


Рис. 175. Индикаторные линии:  $OF$  — при одиночной работе скважины,  $BC$  — при взаимодействии с другой скважиной в условиях второго варианта.

уровня в скв.  $A_1$  (см. линию  $D_1D_2$  на рис. 166). Вдоль оси  $x'$  откладываются дебиты  $Q'_1$  скв.  $A_1$  при совместной работе со скв.  $A_2$ ; точка  $B$  соответствует положению возмущенного статического уровня в скв.  $A_1$  (см. линию  $C_1C_1$  на рис. 166).

Перепад давления  $\Delta p_1$ , соответствующий отрезку  $OB$ , легко определить, положив, например,  $Q'_{11} = 0$  в формуле (67, XX):

$$p_k - p'_{11} = \Delta p_1 = \gamma w_1 = \phi \frac{Q'_2}{\eta}, \quad (75, XX)$$

где  $\gamma$  — вес единицы объема жидкости,

$w_1$  — понижение статическою возмущенного уровня

Доказав равенство коэффициентов продуктивности I и III типов  $\eta$  и  $\eta'_D$ , как следствие, получаем следующее уже доказанное ранее равенство — см. рис. 166 и формулу (57, XX):

$$s_1 = z'_1, \quad (76, XX)$$

а потому

$$w_1 = y_1. \quad (77, XX)$$

Можно было бы пойти и по другому пути: сначала обосновать равенство (77, XX), пользуясь, например, методом наложения (суперпозиции) полей давления взаимодействующих скважин; затем на основании равенства (77, XX) написать равенство (76, XX), из которого в свою очередь вытекает равенство  $\eta = \eta'_D$ . Именно таким способом в § 3 данной главы были обоснованы равенства (56, XX) и (57, XX).

Равенством (77, XX) и свойством параллельности прямых линий  $OF$  и  $BC$  на индикаторной диаграмме рис. 175 широко пользовался гидрогеолог М. Е. Альтовский [7] при разработке предложенной им гидравлической теории взаимодействия скважин. А. М. Агаджанов [2, 3] также использовал равенства (76, XX) и (77, XX) в предложенном им методе исследования взаимодействующих скважин.

Перейдем к подсчету величины коэффициента продуктивности скважины  $\eta'_n$ , названного выше к. п. с. II типа.

Допустим, что при исследовании возмущающей скв.  $A_1$  при любой смене режима работы в ней в реагирующей скв.  $A_2$  сохраняется постоянное противодавление на забой  $p'_2$ , т. е. постоянное положение динамического уровня  $B_2B_2$  (рис. 165). Если бы отбор жидкости из скв.  $A_1$  прекратили, то в ней установился бы возмущенный статический уровень  $C_1C_1$ ; соответствующее возмущенное статическое давление на забое скв.  $A_1$  обозначим через  $p'_{1c}$ .

По формуле (15, XX) или (63, XX) получим:

$$\frac{p_{\kappa} - p'_{1c}}{p_{\kappa} - p'_2} = \frac{s'_{1c}}{s_2} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}}{2\delta}}{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}}, \quad (78, XX)$$

где  $s'_{1c}$  и  $s_2$  представляют собой изображенные на рис. 165 понижения уровней. Выражая с помощью последнего соотношения величину  $(p_{\kappa} - p'_2)$  через  $(p_{\kappa} - p'_{1c})$  формулу (24, XX) для дебита скв.  $A_1$  приведем к следующему виду:

$$Q'_1 = \frac{2\pi bk}{\mu} \frac{(p'_{1c} - p'_1) \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{\left(\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}\right)^2 - \left(\ln \frac{R_{\kappa}}{2\delta}\right)^2}, \quad (79, XX)$$

где

$$p'_{1c} - p'_1 = \gamma d'_1. \quad (80, XX)$$

Отрезок  $d'_1$  на рис. 165 изображает понижение пьезометрического динамического уровня  $B_1 B_1$  в исследуемой скв.  $A_1$  под статическим  $C_1 C_1$ , когда в реагирующей скв.  $A_2$  поддерживается на забое постоянное динамическое давление  $p'_2$ , буквой  $\gamma$  обозначен вес единицы объема жидкости в скважине. Следовательно, величина  $p'_{1c} - p'_1$  представляет собой «действующий» (эффективный) перепад давления в скв.  $A_1$  при ее совместной работе со скв.  $A_2$  в упомянутых выше условиях.

Из формулы (79, XX) найдем искомую величину к. п. с.  $\eta'_{\Pi}$ :

$$\eta'_{\Pi} = \frac{Q'_1}{p'_{1c} - p'_1} = \frac{Q'_1}{\gamma d'_1} = \frac{2\pi bk}{\mu} \frac{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{\left(\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}\right)^2 - \left(\ln \frac{R_{\kappa}}{2\delta}\right)^2}. \quad (81, XX)$$

Для сравнения к. п. с.  $\eta$  и  $\eta'_{\Pi}$  I и II типов разделим равенство (81, XX) на (74, XX):

$$\frac{\eta'_{\Pi}}{\eta} = \frac{\left(\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}\right)^2}{\left(\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}\right)^2 - \left(\lg \frac{R_{\kappa}}{2\delta}\right)^2}. \quad (82, XX)$$

Из формулы (82, XX) видно, что всегда

$$\eta'_{\Pi} > \eta. \quad (83, XX)$$

Итак, к. п. с.  $\eta$  при ее одиночной работе оказывается меньше к. п. с.  $\eta'_п$  при совместной ее работе со скв.  $A_2$ , если в скв.  $A_2$  поддерживается постоянное противодействие на забой. Чем меньше расстояние  $2\delta$  между скв.  $A_1$  и  $A_2$ , тем больше величина  $\eta'_п$  отличается от  $\eta$ .

Неравенство (83, XX) можно объяснить с помощью следующих физических соображений: при понижении давления на забое скв.  $A_1$  ее дебит в условиях рассматриваемой задачи увеличивается *дополнительно* вследствие снижения дебита в реагирующей скв.  $A_2$ . В табл. 38, рассчитанной по формуле (82, XX), приведены значения отношения к. п. с.  $\eta'_п$  к  $\eta$  при разных значениях величин  $R_к$  и  $2\delta$ ; при подсчетах было принято, что  $R_c = 10$  см.

Таблица 38

Значения отношения  $\frac{\eta'_п}{\eta}$ , подсчитанные по формуле (82, XX), для различных значений величин  $R_к$  и  $2\delta$  при  $R_c = 10$  см

$2\delta, м$	50	100	200	1000
$R_к, км$				
1	1,12	1,07	1,03	1,00
10	1,27	1,19	1,13	1,04
20	1,32	1,23	1,17	1,06

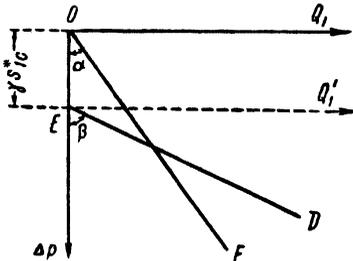


Рис. 176. Индикаторные линии:  $OF$  — при одиночной работе скважины,  $ED$  — при взаимодействии с другой скважиной в условиях первого варианта.

Заметим, что при увеличении числа взаимодействующих скважин величина  $\eta'_п$  должна еще сильнее отличаться от величины  $\eta$ , чем это следует из табл. 38<sup>3</sup>.

На рис. 176 прямая  $OF$  изображает индикаторную линию исследуемой скв.  $A_1$  при одиночной ее работе, а прямая  $ED$  изображает индикаторную линию той же скв.  $A_1$ , но при совместной ее работе со скв.  $A_2$ , в которой противодействие на забой остается постоянным при изменениях темпов отбора жидкости из скв.  $A_1$  в процессе ее исследования. Так как  $\eta'_п > \eta$ , то прямая  $ED$  имеет больший угол наклона к оси ординат, чем прямая  $OF$ ;  $\beta > \alpha$ . Точка  $O$  соответствует положению невозмущенного статического уровня в скв.  $A_1$ , а точка  $E$  — положению возмущенного статического уровня в той же скв.  $A_1$ .

<sup>3</sup> В упомянутых выше работах Щелкачева [204] подсчеты всех типов к.п.с. были выполнены для любого числа скважин.

Перепад давления, соответствующий отрезку  $OE$ , равен  $\gamma s'_{1c}$  (см. также рис. 165); величина понижения уровня  $s'_{1c}$  определяется формулой (78, XX).

Согласно определению величина  $\eta'$  к. п. с. IV типа должна иметь промежуточное значение между величинами  $\eta'_d$  и  $\eta'_n$  к. п. с. II и III типов. Поэтому, учитывая формулы (74, XX) и (83, XX), получаем следующую цепь неравенств, дающую ответы на вопросы, поставленные в начале данного параграфа:

$$\eta = \eta'_d < \eta' < \eta'_n. \quad (84, XX)$$

Необходимо отметить, что перечисленные выше свойства к. п. с. взаимодействующих скважин были весьма тщательно и подробно экспериментально исследованы В. М. Барышевым в АЗНИИ на «опытном пласте». Опыты В. М. Барышева [15] полностью подтвердили соотношения между различными типами к. п. с., подытоженные в цепи неравенств (84, XX).

## § 6. Количественная оценка эффекта взаимодействия двух скважин

Оценим эффект взаимодействия двух скважин в зависимости от расстояния  $2\delta$  между ними и от некоторых других факторов. Количественную оценку проведем в условиях первого варианта воздействия возмущающей скважины на реагирующую, ибо в этих условиях эффект взаимодействия скважин полностью отражается на величинах их дебитов (см. § 1 и 2 данной главы).

Сравним дебиты какой-либо скважины в условиях ее одиночной и совместной работы.

Дебит скважины в условиях одиночной работы (при строго радиальном притоке жидкости к скважине) определяется формулой (11, XX). Дебит той же скважины при совместной работе с другой равнодебитной скважиной определяется формулой (26, XX), причем предполагается, что в обеих скважинах при совместной работе поддерживается то же противодействие на забой (следовательно, сохраняется то же понижение динамического уровня), что и при одиночной работе.

На основании формул (2, XX), (11, XX), (26, XX) показатель взаимодействия скважин  $J$  определится так:

$$J = \frac{Q_1}{Q'_1} = \frac{\lg \frac{R_k^2}{2\delta R_c}}{\lg \frac{R_k}{R_c}}, \quad (85, XX)$$

или

$$J = \frac{Q_1}{Q'_1} = 1 + \frac{\lg \frac{R_k}{2\delta}}{\lg \frac{R_k}{R_c}}. \quad (86, XX)$$

Как и следовало ожидать на основании физических соображений, формула (86, XX) указывает на то, что  $J > 1$ , т. е.  $Q' < Q_1$ .

С помощью формул (4, XX), (11, XX), (26, XX) получим следующее выражение для суммарного показателя взаимодействия двух равнодебитных скважин  $U$ :

$$U = \frac{Q'_1 + Q'_2}{Q_1} = 2 \frac{Q'_1}{Q_1} = \frac{2}{J} = \frac{2 \lg \frac{R_k}{R_c}}{\lg \frac{R_k^2}{2\delta R_c}}. \quad (87, XX)$$

Ясно, что  $U < 2$ , т. е. суммарный дебит двух равнодебитных скважин при их совместной работе меньше двойного дебита каждой из скважин при их одиночной работе.

Допустим, что  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см, и подсчитаем величины  $J$  и  $U$  для разных значений расстояния между скважинами  $2\delta$ ; результаты подсчетов приведены в табл. 39.

Таблица 39

**Значения  $J$  и  $U$  при разных расстояниях  $2\delta$  между двумя взаимодействующими равнодебитными скважинами**

$2\delta, м$	10	100	500	1000	2000
$J$	1,60	1,40	1,26	1,207	1,14
$U$	1,25	1,43	1,59	1,67	1,75

Расчеты выполнены по формулам (86, XX) и (87, XX) при  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см

Как видно из табл. 39, даже при сравнительно больших расстояниях  $2\delta = 500$  м между взаимодействующими скважинами дебит скважины при одиночной работе на 26% больше дебита той же скважины при совместной работе в упомянутых выше условиях; суммарный же дебит обеих равнодебитных скважин при совместной работе превосходит дебит одиночно работающей скважины только на 59%.

Формулы (86, XX) и (87, XX) для  $J$  и  $U$  приближенные, ибо они выведены из приближенных формул (11, XX) и (26, XX), которые не учитывали форму контура области питания.

Воспользуемся точными формулами, соответствующими круговому контуру области питания. Учтем, что дебиты  $Q'_1$  и  $Q'_2$  каждой из двух равнодебитных скважин, изображенных на рис. 171, подсчитываются по точной формуле (37, XX), тогда как дебиты  $Q_1$  и  $Q_2$  при одиночной работе тех же скважин (при том же динамическом давлении на забое) подсчитываются по формуле (46, XIX). Поэтому

$$J = \frac{Q_1}{Q'_1} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}^4 - \delta^4}{2R_{\kappa}^2 R_c \delta}}{\lg \frac{R_{\kappa}^2 - \delta^2}{R_{\kappa} R_c}} = \frac{2}{U}. \quad (88, XX)$$

При  $\delta \ll R_{\kappa}$ , когда величинами  $\delta^2$  и  $\delta^4$  можно пренебречь по сравнению с  $R_{\kappa}^2$  и  $R_{\kappa}^4$ , из точной формулы (88, XX) получаются приближенные формулы (86, XX) и (87, XX). Полагая, например, в формуле (88, XX)  $R_{\kappa}$ ,  $R_c$  и  $2\delta$  равными тем значениям, какие фигурируют в табл. 39, получаем соответственно те же значения  $J$  и  $U$  (с сохранением прежней степени точности подсчетов). Это замечание достаточно хорошо характеризует высокую степень точности подсчетов по приближенным формулам (86, XX) и (87, XX), если скважины расположены не слишком близко к круговому контуру области питания.

Для оценки эффекта взаимодействия в пласте с прямолинейным контуром области питания (рис. 169) следует воспользоваться формулами (35, XX) и (36, XX) для дебитов  $Q'_1$  и  $Q_1$  каждой из двух скважин при совместной и одиночной работе (при сохранении забойного динамического давления), получим:

$$J = \frac{Q_1}{Q'_1} = \frac{2}{U} = \frac{\lg \left( \frac{2a}{R_c} \cdot \frac{\sqrt{a^2 + \delta^2}}{\delta} \right)}{\lg \frac{2a}{R_c}}. \quad (89, XX)$$

Формулы (86, XX)–(89, XX) доказывают, что вызванные эффектом взаимодействия *относительные* изменения дебитов скважин не зависят от физико-геологических характеристик пласта и от физических характеристик жидкости; в упомянутые формулы не входят величины коэффициентов проницаемости, пористости и вязкости; конечно, это справедливо лишь при оговоренных выше условиях (жидкость и пласт

считаются однородными и несжимаемыми). Следовательно, в плохо проницаемом пласте величины  $J$  и  $U$ , характеризующие эффект взаимодействия скважин, должны быть такими же, как и в хорошо проницаемом пласте.

Результаты подсчетов величин  $J$  и  $U$  по формуле (89, XX) при  $R_c = 10$  см и для различных расстояний между скважинами приведены в табл. 40 для  $a = 10$  км и в табл. 41 для  $a = 20$  км.

Таблица 40

**Значения  $J$  и  $U$  при разных расстояниях  $2\delta$  между двумя взаимодействующими равнодебитными скважинами**

$2\delta, м$	10	100	1000
$J$	1,62	1,43	1,25
$U$	1,23	1,40	1,60

Расчеты выполнены по формуле (89, XX) при  $a = 10$  км,  $R_c = 10$  см.

Таблица 41

**Значения  $J$  и  $U$  при разных расстояниях  $2\delta$  между двумя взаимодействующими равнодебитными скважинами**

$2\delta, м$	10	100	1000
$J$	1,64	1,46	1,29
$U$	1,22	1,37	1,55

Расчеты выполнены по формуле (89, XX) при  $a = 20$  км,  $R_c = 10$  см.

Сравнение табл. 40 и 39 убеждает в том, что при прочих одинаковых условиях форма контура области питания мало влияет на эффект взаимодействия скважин.

Сравнение табл. 40 и 41 убеждает в том, что даже значительная (всегда возможная в реальных условиях) погрешность в оценке расстояния от скважин до контура области питания слабо отражается на количественной оценке эффекта взаимодействия скважин: соответственные величины в сравниваемых таблицах мало отличаются друг от друга.

Для обычных задач технологии нефтедобычи случаям близкого расположения скважин к контуру области питания не представляют интереса<sup>1</sup>. Наоборот, во многих гидрогеологических задачах имеет существенный интерес исследование явления взаимодействия скважин вблизи берега крупного водоема, играющего роль области питания сообщающегося с ним пласта. Анализ формулы (89, XX) показывает, что при уменьшении расстояния  $a$  от скважин до контура области питания величина  $J$  уменьшается (сравнить, например, табл. 40 и 41), стремясь к 1. Это обозначает, что при приближении к контуру области питания

<sup>1</sup>Здесь не учитывался контур питания, созданный рядом нагнетательных скважин.

скважины меньше влияют друг на друга, ибо усиливается влияние на них притока жидкости из области питания.

Подчеркнем, что в реальных условиях дебит реагирующей скважины может значительно меньше измениться под влиянием пуска-остановки возмущающей скважины, чем на это указывают формулы и таблицы данного параграфа. Такое *количественное* расхождение между теоретическими подсчетами и результатами фактических наблюдений может быть объяснено несоблюдением какого-либо из тех условий, которые были оговорены при выводе формул данного параграфа.

Так, например, если воздействие возмущающей скважины на реагирующую происходит в условиях третьего варианта, а не первого (см. § 1 данной главы), то изменение дебита реагирующей скважины будет менее интенсивным, ибо пуск, остановка или изменение режима работы возмущающей скважины частично отразятся на изменении забойного динамического давления (пьезометрического динамического уровня) реагирующей скважины.

Во-вторых, все формулы данного параграфа отражают *установившийся* эффект взаимодействия скважин. В действительности вследствие упругости пласта и насыщающих его жидкостей эффект взаимодействия скважин устанавливается далеко не сразу, а потому, особенно в начальной стадии возмущения, величины  $J$  и  $U$  будут значительно меньше тех, которые выше были подсчитаны (см. книгу Щелкачева [219]). Эффект взаимодействия скважин приближается к установившемуся состоянию тем скорее, чем больше проницаемость пласта и чем меньше вязкость насыщающей его жидкости.

В-третьих, в громадном большинстве случаев скважины в реальных условиях гидродинамически несовершенны. Гидродинамически несовершенные скважины взаимодействуют друг с другом при прочих одинаковых условиях менее интенсивно, чем гидродинамически совершенные — см. ст. проф. И. А. Чарного [188], в которой впервые было выполнено математическое исследование проблемы взаимодействия гидродинамически несовершенных скважин.

Неоднородность по проницаемости и анизотропность пласта могут в некоторых случаях усиливать, а в других — ослаблять эффект взаимодействия скважин; см. ст. доц. Г. Б. Пыхачева [149], в которой впервые был решен ряд задач о взаимодействии скважин в неоднородных и анизотропных пластах.

Наконец, эффект взаимодействия между скважинами уменьшается при нарушении линейного закона фильтрации в пласте.

## § 7. Взаимодействие скважин кольцевой батареи

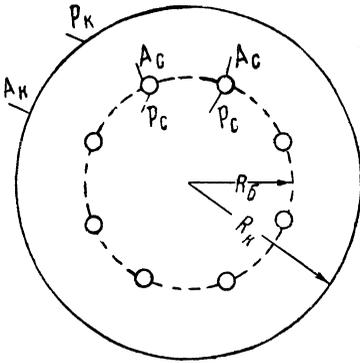


Рис. 177. Кольцевая батарея скважин.

Рассмотрим случай симметричной кольцевой батареи скважин;  $n$  равнодебитных скважин  $A_c$  радиуса  $R_c$  расположены на равных расстояниях друг от друга вдоль окружности радиуса  $R_c$ , концентричной круговому контуру  $A_k$  области питания радиуса  $R_k$  (рис. 177).

Постоянное давление на контуре  $A_k$  обозначим через  $p_k$ , а постоянные забойные динамические давления в каждой из скважин  $p_c$ .

Помещая точечные стоки в центре каждой скважины и отображая их точечными источниками в окружности  $A_k$ , т. е. следуя методу, поясненному в § 4 главы XIX и в § 2 данной главы (например, рис. 170), можно решить задачу о взаимодействии скважин кольцевой батареи, учитывая

точно круговую форму контура области питания  $A_k$ . Для дебита  $Q'$  каждой из  $n$  совместно работающих скважин кольцевой батареи получим следующую формулу:

$$Q' = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k^{2n} - R_c^{2n}}{nR_k^n R_c^{n-1} R_c}}. \quad (90, XX)$$

В частном случае двух симметрично расположенных скважин, при  $n = 2$ , из формулы (90, XX) выводится формула (37, XX); при  $n = 1$ , т. е. для случая нерадиального притока жидкости к одной скважине, из формулы (90, XX) вытекает формула (46, XIX).

Если точно не учитывать форму контура области питания  $A_k$  и воспользоваться приближенным «методом стоков» (не отображая стоки источниками), изложенным в начале § 2 данной главы, то для дебита  $Q'$  каждой из  $n$  скважин кольцевой батареи получается еще более простая формула:

$$Q' = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k^n}{nR_c^{n-1} R_c}}. \quad (91, XX)$$

Формула (91, XX) получается из формулы (90, XX), если пренебречь величиной  $R_6^{2n}$  по сравнению с  $R_k^{2n}$ ; при  $R_6 \ll R_k$  приближенной формулой (91, XX) можно с высокой степенью точности пользоваться вместо формулы (90, XX).

Суммарный дебит всех  $n$  взаимодействующих скважин кольцевой батареи обозначим через  $Q'_{cn}$ . Из формулы (91, XX) имеем:

$$Q'_{cn} = n \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k^n}{nR_6^{n-1}R_c}}. \quad (92, XX)$$

Зададим себе такой вопрос: как будет изменяться суммарный дебит скважин кольцевой батареи при увеличении их числа  $n$ ?

Заметим, что при  $n \rightarrow \infty$  вместо батареи из  $n$  отдельных скважин получается сплошная «дренажная галерея» радиуса  $R_6$  (рис. 178). Сопоставление дебита  $n$  скважин батареи с дебитом дренажной галереи имеет в основном лишь теоретический интерес, ибо проведение кольцевой дренажной галереи в глубоко залегающий водонапорный нефтеносный пласт было бы совершенно невыгодным решением задачи разработки пласта. Впрочем исследование дебита кольцевой дренажной галереи может представлять интерес для решения некоторых задач гидрогеологической практики и шахтной разработки нефтеносных пластов.

Обозначим дебит дренажной кольцевой галереи через  $Q_\Gamma$ , причем

$$Q_\Gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} Q'_{cn}. \quad (93, XX)$$

Полагая  $n \rightarrow \infty$  в формуле (92, XX), переходя к пределу и пользуясь обычным методом раскрытия неопределенностей, получим:

$$Q_\Gamma = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_6}}. \quad (94, XX)$$

Формула (94, XX) могла бы быть получена из формулы дебита скважины для радиального притока (21, IX), если положить в ней радиус  $R_c$  скважины равным радиусу  $R_6$  кольцевой батареи. В условиях водонапорного режима и при условии, что динамический уровень жидкости в галлее расположен выше кровли продуктивного пласта, галерея будет отсасывать жидкость только из кольцевой области, лежащей между окружностями  $A_k$  и  $E_1$ . Ширина галереи, т. е. разность

между радиусами окружностей  $E_1$  и  $E_2$ , не влияет на величину дебита галереи. В частности, радиус окружности  $E_2$  мог бы быть равным нулю — галерея обратилась бы в цилиндрический котлован радиуса  $R_6$ ; дебит котлована определялся бы той же формулой (94, XX).

Чтобы узнать, во сколько раз суммарный дебит  $Q'_{cn}$  кольцевой батареи  $n$  скважин меньше дебита  $Q_r$  кольцевой галереи того же радиуса  $R_6$ , что и батарея, на основании формул (92, XX) и (94, XX) составим следующее соотношение:

$$\frac{Q'_{cn}}{Q_r} = n \frac{\lg \frac{R_k}{R_c}}{\lg \frac{R_k^n}{nR_6^{n-1}R_c}}. \quad (95, XX)$$

Чтобы подробнее выяснить зависимость суммарного дебита скважин кольцевой батареи от их числа, на основании формулы (94, XX) составим

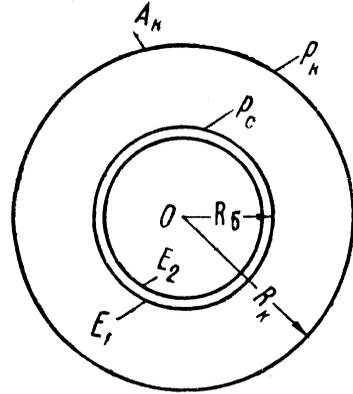


Рис. 178. Кольцевая галерея. еще следующее соотношение:

$$\frac{Q'_{cn}}{Q'_{c4}} = \frac{n}{4} \frac{\lg \frac{R_k^4}{4R_6^3 R_c}}{\lg \frac{R_k^n}{nR_6^{n-1} R_c}}, \quad (96, XX)$$

где  $Q'_{c4}$  — суммарный дебит кольцевой батареи, состоящей из четырех скважин.

Выполним подсчеты отношений дебитов, входящих в формулы (95, XX) и (96, XX) и характеризующих эффект взаимодействия скважин кольцевой батареи в зависимости от их числа, величины радиуса  $R_6$  батареи и радиуса  $R_k$  контура  $A_k$  области питания.

Допустим, что  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см; в табл. 42 собраны результаты подсчетов при  $R_6 = 200$  м, а в табл. 43 собраны результаты подсчетов при  $R_6 = 400$  м.

На рис. 179 построены графики зависимости суммарного дебита  $n$  скважин кольцевой батареи  $Q'_{cn}$  в зависимости от числа скважин  $n$ ; дебит  $Q'_{cn}$  выражен в процентах по отношению к  $Q'_{c4}$ . Сплошная кривая 1 соответствует первой строке табл. 42, а штрих-пунктирная кривая 2 — первой строке табл. 43.

Крайние правые колонки табл. 42 и 43 указывают пределы, к которым должны стремиться суммарные дебиты скважин кольцевой батареи при неограниченном увеличении их числа. Эти данные определяют положения асимптот каждой из кривых 1 и 2; на рис. 179 асимптоты отмечены теми же цифрами, что и соответствующие кривые. Кроме того, на рис. 179 пунктиром изображена кривая 3 (и ее асимптота), построенная для тех же условий, что и кривая 2, за исключением величины  $R_k$ ; кривая 3 соответствует случаю  $R_k = 20 \text{ км}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ ;  $R_b = 400 \text{ м}$ .

Во всех подсчетах, как и при выводе формул, предполагалось, конечно, что при увеличении числа скважин в кольцевой батарее забойные динамические давления в них не изменяются, т. е. взаимодействие скважин целиком отражалось на подсчитанных величинах их дебитов.

Т а б л и ц а 42

**Зависимость отношений дебитов, характеризующих эффект взаимодействия скважин кольцевой батареи от их числа**

Число скважин $n$	4	6	8	10	12	16	40	100	$\infty$
$Q'_{cn}/Q'_{c4}$	1,00	1,12	1,19	1,23	1,26	1,30	1,36	1,39	1,40
$Q'_{cn}/Q'_r$	0,72	0,80	0,85	0,88	0,90	0,93	0,98	0,99	1,00

Расчеты выполнены по формулам (95, XX) и (96, XX) при  $R_k = 10 \text{ км}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ ,  $R_b = 200 \text{ м}$  (см. рис. 177).

Т а б л и ц а 43

**Зависимость отношений дебитов, характеризующих эффект взаимодействия скважин кольцевой батареи от их числа**

Число скважин $n$	4	6	8	10	12	16	40	100	$\infty$
$Q'_{cn}/Q'_{c4}$	1,00	1,15	1,24	1,30	1,34	1,38	1,48	1,52	1,54
$Q'_{cn}/Q'_r$	0,65	0,75	0,80	0,84	0,87	0,90	0,96	0,99	1,00

Расчеты выполнены по формулам (95, XX) и (96, XX) при  $R_k = 10 \text{ км}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ ,  $R_b = 400 \text{ м}$  (см. рис. 177).

Из табл. 43 видно, что десятикратное увеличение числа скважин в кольцевой батарее с 4 до 40 увеличивает их суммарный дебит не в 10 раз, а благодаря эффекту взаимодействия только на 48%. Увеличение числа скважин с 4 до 8 дает прибавку в суммарном дебите

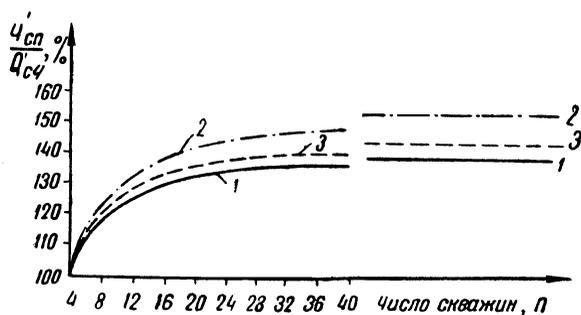


Рис. 179. Зависимость суммарного дебита скважин кольцевой батареи от их числа: кривая 1 соответствует первой строке табл. 42, кривая 2 — первой строке табл. 43, кривая 3 — тем же условиям, что и кривая 2, но при  $R_k = 20$  км. Прямые линии — асимптоты соответствующих кривых.

на 24%; увеличение же на то же число скважин с 12 до 16 дает прибавку в дебите лишь на 4%.

Суммарный дебит 6 скважин в батарее (в этом случае расстояние между соседними скважинами равно радиусу батареи 400 м) составляет 75% от дебита сплошной кольцевой галереи того же радиуса.

Приведенные подсчеты и графики приводят к выводу, что увеличение числа скважин в кольцевой батарее сверх определенного предела, соответствующего сравнительно небольшому их числу, явно невыгодно.

Дальше мы вернемся еще к этому вопросу. Увеличение вдвое радиуса  $R_6$  кольцевой батареи увеличивает темпы роста суммарного дебита скважин, но не вдвое, а значительно меньше. Кривая 2 рис. 179 значительно сильнее отличается от кривой 1, чем от кривой 3, т. е. увеличение вдвое радиуса батареи  $R_6$  сильнее отражается на суммарном дебите скважин, чем увеличение вдвое радиуса  $R_k$  контура области питания.

На основании формулы (92, XX) построены графики рис. 180, иллюстрирующие зависимость суммарного дебита одного и того же числа 8 скважин кольцевой батареи от радиуса батареи. Кривая 1 соответствует случаю  $R_k = 10$  км, кривая 2 —  $R_k = 20$  км; кроме того, было принято, что  $R_c = 10$  см. На оси абсцисс отложены значения радиуса  $R_6$  батареи скважин (в метрах); на оси ординат отложены величины дебита  $Q''_{c8}$ , выраженного в процентах по отношению к дебиту  $Q'_{c8}$ , причем  $Q'_{c8}$  — дебит 8 скважин при  $R_6 = 200$  м, а  $Q''_{c8}$  — дебит 8 скважин, но при любом значении радиуса  $R_6$  кольцевой батареи.

Графики рис. 180 подтверждают, что при сохранении одного и того же числа скважин в батарее их суммарный дебит хотя и растет с увеличением радиуса батареи, но не так интенсивно, как могло казаться на первый взгляд. Несколько более заметного роста суммарного дебита скважин можно добиться, если при увеличении радиуса батареи увеличивать и их число в батарее.

Однако отсюда совсем нельзя сделать вывода о выгодности расстановки скважин подалеже от центра нефтяной залежи. Ведь при удалении скважин от центра залежи они приближаются к контуру нефтеносности, что сокращает срок их жизни до обводнения. Кроме того, большое количество нефти, оставшееся в залежи после обводнения приконтурной кольцевой батареи, пришлось бы выбирать внутренними скважинами. Возникает естественная задача о нахождении наивыгоднейшего числа скважин в каждой батарее, о наивыгоднейших радиусах батарей и числе батарей, с помощью которых наиболее рационально и рентабельно можно было бы разработать залежь нефти. Такого рода задача должна решаться с учетом геологических данных и экономического анализа (см. дальше). Во всяком случае, гидродинамический анализ проблемы расстановки скважин, хотя и не является единственно достаточный для решения всей проблемы, но безусловно необходим<sup>1</sup>.

В заключение выясним некоторые необходимые для дальнейшего свойства изобар и траекторий движения жидкости к скважинам кольцевой батареи. Гидродинамические методы исследования фильтрационных потоков позволяют вывести уравнения семейств изобар и траекторий; вследствие громоздкости формул мы их приводить здесь не будем (см. по этому поводу книгу Шелкачева и Пыхачева [203]).

Воспроизведем из этой книги чертеж (рис. 181), на котором изображены изобары и траектории для трех равнодебитных скважин, расположенных симметрично вдоль окружности. Картина изобар и траекторий, изображенная на рис. 181, является естественным обобщением картины рис. 172, относящейся к случаю двух равнодебитных скважин.

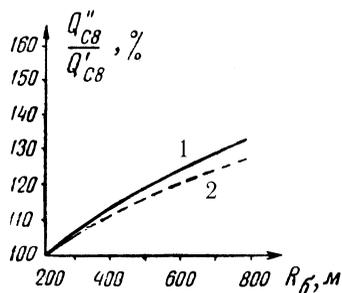


Рис. 180. Зависимость суммарного дебита 8 скважин кольцевой батареи от ее радиуса  $R_б$ . Кривая 1 соответствует  $R_к = 10$  км, кривая 2 —  $R_к = 20$  км.

<sup>1</sup>Формулы, таблицы и графики данного параграфа заимствованы из работы В. Н. Шелкачева [208].

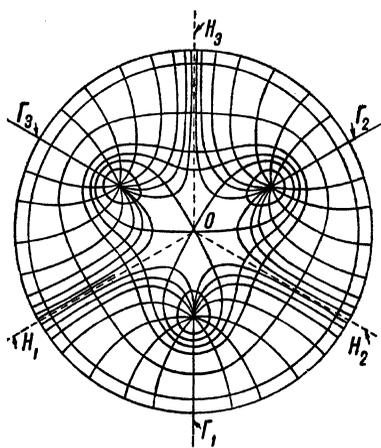


Рис. 181. Траектории и изобары трех равнодебитных взаимодействующих скважин.

Благодаря полной симметрии в расположении скважин фильтрационный поток делится на три одинаковые части — на три потока к каждой из скважин. Прямые линии  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$ , отделяющие потоки к соседним скважинам, называются, как это уже упоминалось в § 3, нейтральными линиями тока; на рис. 181 они изображены пунктиром. Среди криволинейных траекторий в потоке жидкости к каждой из скважин выделяются прямые линии  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$ ,  $\Gamma_3$ ; вдоль них частицы жидкости движутся быстрее, чем по соседним траекториям. Эти прямые  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$ ,  $\Gamma_3$  называются главными линиями тока. В центре  $O$  симметричной кольцевой батареи скважин скорость фильтрации равна нулю; точка  $O$  является точкой равновесия.

Вблизи скважин изобары имеют форму овалов, мало отличающихся от окружности; по мере удаления от скважин овальность изобар постепенно усиливается, в изобарах намечаются заострения, направленные к центру  $O$  кольцевой батареи. Изобара, проходящая через точку равновесия  $O$ , трижды сама себя пересекает. Более удаленные (чем предыдущая) от скважин изобары имеют треугольную бисквитообразную форму. Чем дальше от скважин, тем вогнутость изобар в окрестностях точек их пересечения с нейтральными линиями тока делается менее заметной. Еще более удаленные изобары мало отличаются от окружностей, concentричных кольцевой батарее скважин.

Как видно из чертежа, траектории ортогональны изобарам<sup>2</sup>.

## § 8. Оценка эффекта взаимодействия многих скважин при расположении их вдоль прямой линии и по квадратной сетке

Во всех задачах данного параграфа будем предполагать, что пуск в эксплуатацию новых скважин отражается лишь на дебитах ранее вве-

<sup>2</sup>Здесь следует повторить то же замечание, какое было сделано по поводу карты изобар на рис. 172. Именно, на рис. 181 приведены лишь наиболее характерные изобары, так что обычное правило (см. § 2 главы VIII) построения карты изобар на упоминаемой фигуре не выдержано.

денных скважин, а одинаковые забойные динамические давления в них остаются неизменными. Иными словами, будем исследовать взаимодействие скважин в условиях первого варианта (см. § 1 данной главы).

Рассмотрим сначала простейший случай ползущей системы расстановки скважин вдоль прямой линии (рис. 182). Для простоты будем считать, что контур  $A_k$  области питания прямолинеен и параллелен батарее скважин; такое допущение упрощает формулы и не накладывает никаких существенных ограничений на результирующие выводы, ибо ранее уже доказывалось, что форма и положение контура весьма мало влияют на дебиты и эффект взаимодействия скважин.

Расстояние между соседними скважинами в прямолинейной батарее обозначим через  $2\delta$ , а расстояние от скважин до контура  $A_k$  обозначим через  $a$ ; радиусы всех скважин одинаковы и равны  $R_c$ .

Распределение давлений вокруг взаимодействующих скважин и их дебиты можно было бы подсчитать, пользуясь методом отображения источников-стоков, поясненным на рис. 168 при выводе формулы (32, XX). Если в изображенной на рис. 182 прямолинейной батарее было бы  $n$  скважин, то в формулу (32, XX) вместо двух логарифмических членов вошло бы  $n$  членов. Соответствующим образом усложнились бы и формулы дебита (33, XX)–(34, XX).

Указав метод вывода, не будем вследствие громоздкости приводить самих формул (подробности см. в книге Щелкачева и Пыхачева [203]). Приведем из упомянутой книги результирующую табл. 44, отображающую эффект взаимодействия скважин при ползущей системе их расстановки вдоль прямой. При составлении таблицы было принято, что пласт вначале эксплуатировался одной скв. № 1 с динамическим давлением  $p_c$  на забое. Затем последовательно вводятся в эксплуатацию скв. № 2–8, причем динамические давления на их забоях равны той же величине  $p_c$ , которая сохраняется и на забое ранее введенной скв. № 1. В табл. 44 приведены величины суммарных дебитов и приращений дебитов скважин при различном их числе.

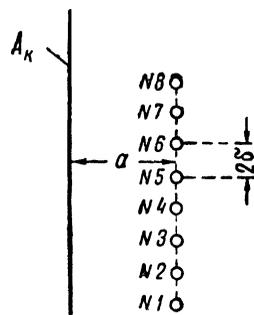


Рис. 182. Прямолинейная батарея скважин

Все дебиты подсчитаны в процентах по отношению к дебиту скв. № 1 при одиночной ее работе, причем при подсчетах было принято:

$$a = 10 \text{ км}, \quad 2\delta = 200 \text{ м}, \quad R_c = 10 \text{ см}.$$

Из табл. 44 видно, что суммарный дебит трех взаимодействующих скв. № 1, 2 и 3 составляет 175% по отношению к дебиту одиночно ра-

ботавшей скв. № 1. Среднее приращение дебита на каждую вновь введенную скважину № 2 и № 3 составляет 37,5%, но истинный прирост от пуска скв. № 2 составляет 45%, а от пуска скв. № 3 — 30%. Истинный прирост дебита, приходящийся на долю последней из числа вновь пущенных в эксплуатацию скважин, тем меньше среднего прироста дебита, чем больше число скважин (ср. в табл. 44 числа третьей колонки соответственно с крайними справа числами каждой строки).

Таблица 44

**Суммарные дебиты и их приращения для группы  
взаимодействующих скважин прямолинейной батареи  
при последовательном вводе их в эксплуатацию  
(ползущая система расстановки)**

Число скважин в батарее	Суммарный дебит в % к дебиту одиночно работавшей первой скважины № 1	Среднее приращение суммарного дебита (в %) на каждую из числа всех вновь пущенных скважин после скв. № 1	Приращения суммарного дебита (в % к дебиту одиночно работавшей скв. № 1), приходящиеся на вновь пущенные скважины, если число работавших перед этим скважин равно						
			1	2	3	4	5	6	7
1	100	—	—	—	—	—	—	—	—
2	145	45	45	—	—	—	—	—	—
3	175	37,5	75	30	—	—	—	—	—
4	197	32	97	52	22	—	—	—	—
5	215,5	29	115,5	70,5	40,5	18,5	—	—	—
6	231	26	131	86	56	34	15,5	—	—
7	245	24	145	100	70	48	29,5	14	—
8	258	22,5	158	113	83	61	42,5	17	13

При подсчетах дебит первой введенной одиночно работавшей скв. № 1 принят за 100%,  $a = 10$  км,  $2\delta = 200$  м,  $R_t = 10$  см (рис. 182).

Табл. 44 не отображает перераспределение дебитов ранее введенных в эксплуатацию скважин при пуске новой скважины. Так, например, если в табл. 44 указано, что суммарный дебит шести скв. № 1–6 составляет 231% по отношению к дебиту скв. № 1 при ее одиночной работе, то остается неизвестным: какая доля из этих 231% приходится на каждую из скв. № 1–6?

Для ответа на вопрос о перераспределении дебитов в процессе взаимодействия скважин прямолинейной батареи, изображенной на рис. 182, составлена табл. 45. Табл. 45 составлена для тех же условий, что и табл. 44.

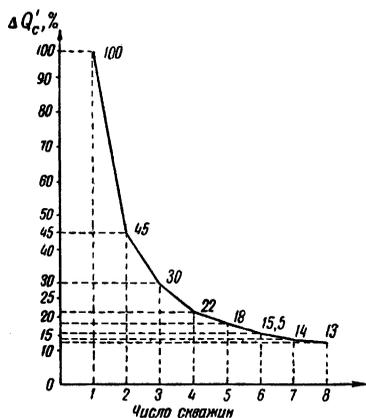
Из табл. 45 видно, что, например, упомянутый суммарный де-



вании этого, согласно упомянутой выше ошибочной методике, делается следующий вывод: если будут пущены в эксплуатацию две новые скв. № 7 и № 8, то каждая из них даст прирост суммарного дебита на 26%, т. е. обе они вместе дадут прирост на 52%.

Приведенные выше рассуждения и табл. 44 показывают, что последний вывод неверен. Описанная ошибочная методика подсчета вероятных дебитов вновь пущенных в эксплуатацию скважин не учитывает того, что каждая последующая скважина дает при пуске меньшее приращение в суммарном дебите, чем предыдущая. Действительно, скв. № 6 дает прирост суммарного дебита не на 26%, а на 15,5%; скв. № 7 и № 8 дают приросты дебита только на 14% и на 13%. Таким образом, скв. № 7 и № 8 увеличат суммарный дебит на 27%, а не на 52%, как это следовало из подсчетов по ошибочной методике.

Рис. 183. Зависимость суммарного дебита скважин прямолинейной батареи от их числа.



На основании табл. 44 построен график рис. 183; на оси абсцисс отложены числа скважин в прямолинейной батарее, вдоль оси ординат — величины  $\Delta Q'_c$  в процентах.

Величина  $\Delta Q'_c$  равна приращению суммарного дебита за счет последней вновь введенной скважины; величина  $\Delta Q'_c$  подсчитана (как и в табл. 44) в процентах по отношению к дебиту первой введенной в эксплуатацию скв. № 1 при ее одиночной работе.

График рис. 183 показывает, что при достаточно большом числе скважин при ползущей системе разработки пласта приращение дебита на каждую последующую скважину приблизительно стабилизуется. Следовательно, для более правильного (при условии однородности пласта) подсчета дебитов последующих намеченных к пуску скважин надо взять группу ранее пущенных в эксплуатацию скважин, построить для них график падения начальных дебитов (пересчитав эти дебиты на одинаковое динамическое забойное давление) и для последующих скважин проэкстраполировать построенный участок графика.

При увеличении числа взаимодействующих скважин в прямолинейной батарее формулы дебита для них становятся очень громоздкими.

Студент (а ныне научный работник) Днепропетровского государ-

ственного университета П. П. Голосов (см. [208]) вывел очень простую приближенную формулу для суммарного дебита скважин прямолинейной батареей. Допустим, что изображенная на рис. 182 прямолинейная батарея содержит какое угодно нечетное число скважин  $(2n+1)$ , где  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ . Будем считать, что все эти скважины окружены контуром питания любой формы; среднее расстояние от скважин до контура области питания обозначим через  $R_k$  (предполагается, что расстояние от любой скважины батареи до контура питания значительно больше расстояния  $2\delta$  между соседними скважинами).

Давление на контуре области питания обозначим через  $p_k$ , динамические давления на забоях всех скважин считаем одинаковыми и равными  $p_c$ . Суммарный дебит всех  $(2n+1)$  скважин прямолинейной батареей при совместной работе обозначим через  $Q'_c$ . При этих обозначениях формула П. П. Голосова имеет вид:

$$Q'_c = \frac{2\pi bk(2n+1)(p_k - p_c)}{\mu \left[ \ln \frac{R_k}{R_c} + \sum_{i=1}^n + \ln \frac{R_k^2}{(2i\delta)^2} \right]}. \quad (97a, XX)$$

Если число скважин в батарее четное и равно  $2n$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$ , то формула П. П. Голосова для суммарного дебита  $2n$  скважин имеет следующий вид:

$$Q'_c = \frac{4\pi bkn(p_k - p_c)}{\mu \left[ \ln \frac{R_k^2}{2\delta R_c} + \sum_{i=2}^n \ln \frac{R_n^2}{i(i-1)(2\delta)^2} \right]}. \quad (97b, XX)$$

Сравнение приближенных формул (97а, XX) и (97б, XX) с точными для 3, 4, 5, ..., 8 скважин показало, что ошибка от подсчетов по приближенным формулам не превосходит 3–4% (и не растет с увеличением числа скважин) при  $R_k = 10 \text{ км}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$  и при любом расстоянии между скважинами в пределах  $100 \text{ м} \leq 2\delta \leq 500 \text{ м}$ .

При  $n = 0$  из формулы (97а, XX) получается формула (21, IX) для дебита одной скважины в пласте при радиальном притоке жидкости к ней. Когда в батарее имеются лишь две скважины, т. е. при  $n = 1$ , в знаменателе формулы (97б, XX) остается только первое слагаемое; сумму остальных членов в знаменателе следует считать равной нулю, ибо наименьшее значение индекса суммирования  $i = 2$ .

Легко заметить, что при  $n = 1$  из формулы (97б, XX) получается удвоенное значение дебита каждой из двух взаимодействующих скважин, определяемого формулой (26, XX).

Приведем пример поучительного подсчета суммарного дебита скважин по формуле Голосова (97а, XX).

Допустим, что на отрезке длиной 6 км размещены 11 скважин на равных расстояниях 600 м друг от друга; две крайние скважины находятся на концах упомянутого отрезка. Будем считать, что забойные динамические давления во всех 11 скважинах одинаковы, и примем их суммарный дебит при совместной работе за 100%. Если на том же отрезке разместить на одинаковых расстояниях 100 м друг от друга 61 скважину, то, как показывает формула (97а, XX), суммарный дебит всех 61 скважин лишь на 18% больше ранее подсчитанного суммарного дебита 11 скважин, причем принято:  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см. Если же  $R_k = 50$  км,  $R_c = 10$  см, то при тех же условиях суммарный дебит 61 скважины больше суммарного дебита 11 скважин лишь на 13%.

Следовательно, увеличение числа скважин прямолинейной батареей одной и той же длины мало влияет на увеличение суммарного дебита всех скважин батареи. Этот вывод вполне согласуется с тем, что было установлено в § 7 при исследовании суммарного дебита скважин кольцевой батареи.

Проанализируем взаимодействие скважин при расстановке их по квадратной сетке при сгущающейся системе разработки.

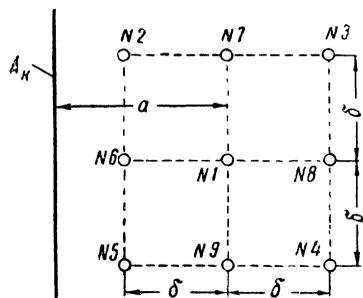


Рис. 184. Расположение скважин по квадратной сетке.

Допустим, что сначала была пущена в эксплуатацию одна скв. № 1 с динамическим давлением на забое  $p_c$ , затем были пущены скв. № 2–5, у которых на забоях поддерживалось то же динамическое давление  $p_c$  (рис. 184).

Назовем случай одиночной работы скв. № 1 начальной стадией разработки пласта; случай, когда совместно работают скв. № 1–5, назовем первой стадией уплотнения. Длина сторон квадрата в первой стадии уплотнения обозначена через  $2\delta$ .

Уплотним сетку еще 4 скважинами № 6–9, разместив их в серединах сторон квадрата. Совместную работу 9 скважин назовем второй стадией уплотнения. Наконец, добавим еще 16 скважин, разделив расстояния между ранее введенными скважинами пополам; получим 25 скважин в третьей стадии уплотнения. Во всех стадиях уплотнения сохраняем динамическое давление  $p_c$  на забоях скважин. Пользуясь методами, описанными в § 2 данной главы, возможно подсчитать дебиты взаимодействующих скважин; формул при-

водить не будем, а приведем табл. 46, отображающую изменения дебитов скважин при последовательных уплотнениях сетки их размещения. Таблицы заимствованы из книг Щелкачева и Пыхачева [203].

При подсчетах табл. 46 было принято, что среднее расстояние  $a$  скважин от прямолинейного контура питания  $A_k$  равно  $10 \text{ км}$ ,  $2\delta = 500 \text{ м}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ , все дебиты и их изменения подсчитаны в процентах по отношению к дебиту скв. № 1 при одиночной ее работе.

Т а б л и ц а 46

**Суммарные дебиты взаимодействующих скважин  
и их приращения при различных степенях  
уплотнения квадратной сетки (рис. 184)**

Число скважин	Степень уплотнения	Число новых скважин	Суммарный дебит, %	Среднее приращение суммарного дебита на одну скважину по сравнению с начальной стадией разработки, %	Среднее приращение суммарного дебита, приходящееся на долю каждой новой скважины, по сравнению с предыдущей степенью уплотнения, %
1	начальная	1	100	—	—
5	I	4	221,4	31,1	31,1
9	II	4	251,3	18,9	6,7
25	III	16	277,3	7,4	1,6

Подсчеты выполнены при  $a = 10 \text{ км}$ ,  $2\delta = 500 \text{ м}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ ; все дебиты подсчитаны в процентах по отношению к дебиту одиночно работающей скв. № 1.

Табл. 46 подтверждает выводы, сделанные на основе табл. 44, и в рассматриваемом случае числа последней вертикальной колонки меньше (при последующих степенях уплотнения) чисел тех же строк предпоследней колонки.

Если воспользоваться материалами исследования продуктивности первых эксплуатационных скважин и имеющимися геологическими данными о пласте, то относительные величины, приведенные в табл. 46, можно пересчитать в абсолютные. В таком случае на основании таблиц типа табл. 46, дополненных технико-экономическими расчетами, можно судить о рентабельности той или иной степени уплотнения сетки скважин.

Другие примеры гидродинамических решений задач о взаимодействии различных групп скважин см. в книгах Лейбензона [100], Щелкачева и Пыхачева [203], Маскета [120].

### § 9\*. Анализ простейших гидродинамических полей взаимодействующих скважин и выводы по поводу влияния на их работу непроницаемых границ в пласте

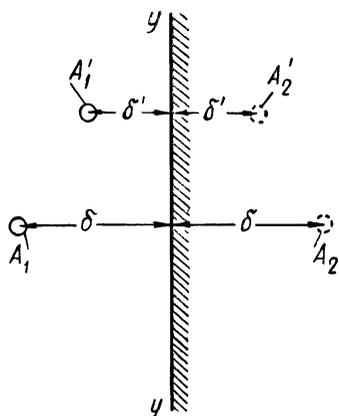


Рис. 185. Сква.  $A_1$  и  $A_1'$  (стоки) и их зеркальные отображения  $A_2$  и  $A_2'$  (стоки) в прямолинейной непроницаемой границе пласта  $yy$ .

При анализе семейств траекторий, изображенных на рис. 172 и 181 и соответствующих случаям притока жидкости к двум и к трем симметрично расставленным равнодебитным скважинам, отмечалось наличие прямых нейтральных линий тока, служащих границами между потоками к соседним скважинам. На рис. 172 нейтральной линией тока служила ось  $y$ , на рис. 181 линии  $H_1, H_2, H_3$ .

Если мысленно представить себе, что в пласте вдоль прямых нейтральных линий тока установлены тонкие непроницаемые плоские стенки, перпендикулярные кровле и подошве пласта (т.е. перпендикулярные к основной плоскости течения плоско-параллельного потока), то течение к каждой из скважин не нарушилось бы. Больше того, если, сохраняя прежнее положение введенных в пласт непроницаемых стенок, прекратить эксплуатацию всех скважин, кроме одной, то картина притока к этой оставшейся между непроницаемыми стенками скважине не нарушится<sup>1</sup>.

Отсюда следует весьма важный обратный вывод: допустим, что в пласте имеется плоская непроницаемая граница  $yy$ , перпендикулярная кровле и подошве пласта (рис. 185).

Если на том или ином расстоянии  $\delta$  от непроницаемой границы  $yy$  эксплуатируется гидродинамически совершенная сква.  $A_1$ , то распределение давления вокруг скв.  $A_1$  и ее дебит оказываются совершенно такими же, как если бы непроницаемой границы  $yy$  вовсе не было, однородный пласт неограниченно продолжался бы вправо (глядя на рис. 185) и на расстоянии  $2\delta$  от

<sup>1</sup>Несколько видоизменяя, подобное заключение можно было бы обобщить на установку непроницаемых границ в потоке вдоль любой (необязательно нейтральной) линии тока, но такое обобщение в данном курсе нас не интересует.

сква.  $A_1$ , эксплуатировалась бы равнодебитная сква.  $A_2$ ; линия центров скв.  $A_1$  и  $A_2$  должна быть перпендикулярна  $yy$ . Следовательно, гидродинамическое поле одной эксплуатационной скв.  $A_1$  в пласте, ограниченном непроницаемой плоской стенкой  $yy$ , можно рассматривать как половину гидродинамического поля двух равнодебитных скв.  $A_1$  и  $A_2$ , т. е. на рис. 185, левее оси  $yy$ , можно было бы начертить картину траекторий и изобар, изображенных левее оси  $y$  на рис. 172.

Итак, исследуя плоский поток к скв.  $A_1$  вблизи прямолинейной непроницаемой границы  $yy$ , необходимо в центре скважины поместить сток и этот сток зеркально отобразить стоком же в линии  $yy$ . Близость к эксплуатационной скважине прямолинейной непроницаемой границы в пласте равносильна близости к скважине (уже в условиях однородного неограниченного пласта) другой взаимодействующей скважины на расстоянии, вдвое большем, чем расстояние до непроницаемой границы.

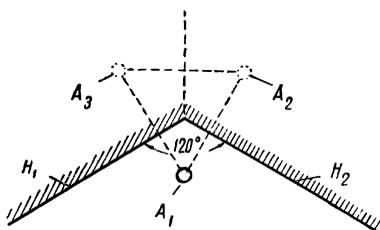


Рис. 186. Сква.  $A_1$  (сток) и ее зеркальные отображения  $A_2$  и  $A_3$  (стоки) в прямолинейных непроницаемых границах пласта  $H_1$  и  $H_2$ .

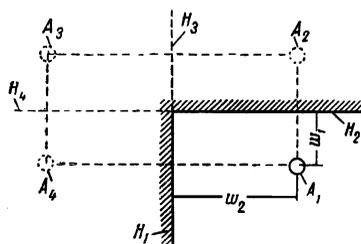


Рис. 187. Сква.  $A_1$  (сток) и ее зеркальные отображения  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$  (стоки) в прямолинейных непроницаемых границах пласта  $H_1$ ,  $H_2$  и в их продолжениях  $H_3$  и  $H_4$ .

В этих рассуждениях предполагалось, что контур области питания лежит на столь большом расстоянии от скважины, что его форма не влияет на форму изобар и траекторий вблизи скважины<sup>2</sup>.

Под непроницаемой границей в реальном пласте можно подразумевать, например, экранирующую поверхность сброса, когда амплитуда сброса превышает мощность продуктивного пласта и он по линии сброса приходит в соприкосновение с непроницаемым пластом; при решении многих задач за непроницаемую границу принимают линию выклинивания пласта, порог его резкой фациальной изменчивости или экранирующую поверхность несогласного налегания (Брод [20]).

<sup>2</sup>Если бы контур области питания был расположен вблизи скважины, то пришлось бы делать специальное предположение: контур должен был бы совпадать с одной из тех изобар потока, которые изображены на рис. 172.

После сказанного выше по поводу применения метода отображения стоков к решению задачи о скважине в пласте с одной прямолинейной непроницаемой границей становится вполне понятной возможность обобщения задачи. Именно, допустим, что скв.  $A_1$  расположена в пласте, ограниченном двумя прямолинейными непроницаемыми границами  $H_1$  и  $H_2$ , наклоненными друг к другу под углом  $120^\circ$  (рис. 186). При симметричном расположении скв.  $A_1$  по отношению к линиям  $H_1$  и  $H_2$  сток, помещенный в центре скв.  $A_1$ , следует зеркально отобразить в линиях  $H_1$  и  $H_2$  двумя стоками в центрах равнодебитных скважин  $A_2$  и  $A_3$ .

Если бы непроницаемые границы в пласте  $H_1$  и  $H_2$  были расположены под прямым углом, то сток в центре скв.  $A_1$ , даже если бы он был несимметричен по отношению к линиям  $H_1$  и  $H_2$ , следовало бы зеркально отобразить в линиях  $H_1$  и  $H_2$  и их продолжениях  $H_3$  и  $H_4$  (рис. 187).

Итак, непроницаемые границы можно мысленно отбросить, заменив их влияние на скважину соответствующими равнодебитными взаимодействующими скважинами, положения которых определяются методом отображения стоков.

Ясно, что дебит скважины, расположенной вблизи непроницаемых границ в пласте, должен быть меньше дебита скважины при прочих равных пластовых условиях, но при отсутствии непроницаемых границ. Метод отображения стоков и позволяет подсчитать упомянутое уменьшение дебита скважины за счет близости непроницаемых границ в пласте с помощью теории взаимодействия скважин.

Отсюда следует, что подсчитанную в § 6 величину  $J$  — показатель взаимодействия двух скважин — можно рассматривать по-другому. Именно, величину  $J$ , определяемую формулой (86, XX), можно рассматривать как отношение дебита скважины при отсутствии непроницаемой границы (сброса) в пласте к дебиту скважины в таких же пластовых условиях, но расположенной на расстоянии  $\delta$  от непроницаемой границы. Рассмотрим под этим углом зрения табл. 39: если бы, например, не было непроницаемой границы на расстоянии  $\delta = 50$  м от скважины, то ее дебит, при прочих равных условиях, возрос бы на 40%.

Понятно, что тот же метод отображения стоков следовало бы применить и в том случае, если бы в пласте с непроницаемыми границами эксплуатировалась бы не одна, а любое число скважин. Так, например, если бы в пласте, изображенном на рис. 185, кроме скв.  $A_1$ , эксплуатировалась бы еще скв.  $A'_1$ , то и ее пришлось бы зеркально отобразить в линии  $yy$  равнодебитной скв.  $A_2$ .

Для следующего представляет интерес исследовать работу эксплуатационной скв.  $A_1$ , симметрично или несимметрично расположенной по отношению к двум параллельным прямолинейным непроницаемым границам  $B_1$  и  $C_1$  (рис. 188 и 189). И в том и в другом случае нужно сток в центре скв.  $A_1$  отобразить зеркально в линиях  $B_1$  и  $C_1$  равнодебитными стоками в центрах скв.  $A_2$  и  $A_3$ ; такое отображение нужно затем повторить по отношению к линиям  $B_2$  и  $C_2$  и продолжить процесс отображения неограниченно в обе стороны. В итоге получается бесконечно длинная прямолинейная батарея равнодебитных скважин. При симметричном расположении скв.  $A_1$  по отношению

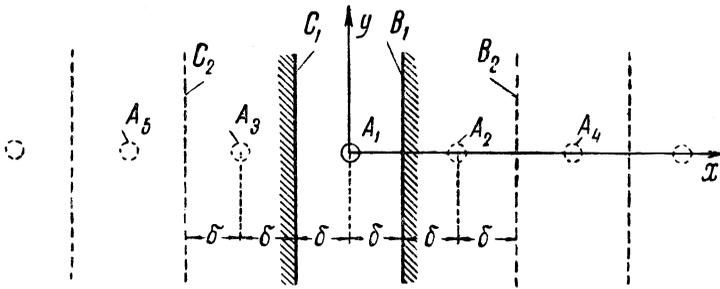


Рис. 188. Сква.  $A_1$  (сток) и ее зеркальные отражения в параллельных непроницаемых границах пласта  $C_1$  и  $B_1$ .

к границам  $B_1$  и  $C_1$  расстояния между соседними скважинами одинаковы (см. рис. 188); при несимметричном расположении прямолинейная батарея состоит из пар скважин, причем расстояние между скважинами в паре иное, чем расстояние между ближайшими скважинами соседних пар (см. рис. 189).

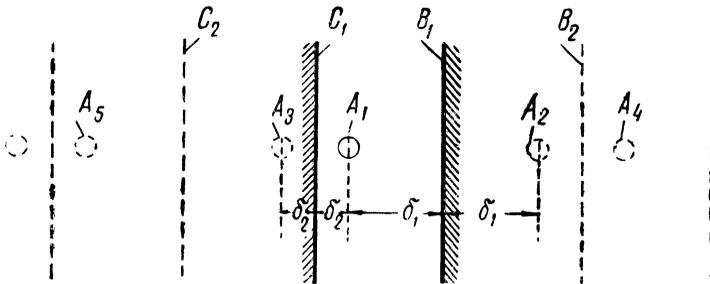


Рис. 189. Сква.  $A_1$  (сток) и ее зеркальные отображения в двух параллельных непроницаемых границах пласта  $C_1$  и  $B_1$  (случай несимметричного расположения скважины).

Ограничиться однократным отображением скв.  $A_1$  в линиях  $B_1$  и  $C_1$  скв.  $A_2$  и  $A_3$  нельзя, ибо крайние скв.  $A_2$  и  $A_3$  работали бы в иных условиях, чем средняя скв.  $A_1$ . Среди линий токов в потоке к трем скважинам  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  было бы ни одной, совпадающей с прямыми линиями  $B_1$  и  $C_1$ , а потому применение однократного отображения стоков оказалось бы незаконным. Поэтому приходится зеркально отображать скважину неограниченное число раз, ибо в построенной таким образом прямолинейной батарее

бесконечно большого числа равнодебитных скважин все они оказываются «равноправными». Соседние параллельные нейтральные линии тока разбивают пласт на одинаковые поля (см. рис. 188 и 189).

Задачу о работе скважины, расположенной между параллельными прямолинейными непроницаемыми границами, впервые решил акад. Л. С. Лейбензон [100]. Акад. Л. С. Лейбензон нашел следующие формулы для дебита  $Q^*$  скважины и для давления  $p$  в любой точке пласта (с координатами  $x, y$ ) между непроницаемыми границами:

$$Q^* = \frac{4\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \left( \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi R_k}{\delta} - 1}{\frac{\pi^2 R_c^2}{2\delta^2}} \right)}, \quad (97, XX)^3$$

$$p = p_k - \frac{Q^* \mu}{4\pi bk} \ln \left( \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi R_k}{\delta} - 1}{\operatorname{ch} \frac{\pi y}{\delta} - \cos \frac{\pi x}{\delta}} \right), \quad (98, XX)$$

где  $p_k$  — давление на контуре области питания, расстояние от скважины до которого обозначено через  $R_k$ , причем  $R_k \gg \delta$ ;

$\delta$  — расстояние от скважины до каждой из двух непроницаемых границ (т. е.  $2\delta$  — расстояние между соседними скважинами в батарее);

$p_c$  — динамическое давление на забое скв.  $A_1$  (и в любой другой скважине батареи);

$R_c$  — радиус скважины,

предполагается, что оси координат  $x, y$  проведены через центр скв.  $A_1$ , как показано на рис. 188;

$\operatorname{ch}$  — символ гиперболического косинуса.

---

3

$$\begin{aligned} Q^* &= \frac{4\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \left[ \ln \left( \frac{\delta^2}{\pi^2 R_c^2} \right) + \ln 4 \operatorname{ch}^2 \frac{\pi R_k}{2\delta} \right]} = \\ &= \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \left[ \ln \frac{\delta}{\pi R_c} + \ln 2 \operatorname{ch} \frac{\pi R_k}{2\delta} \right]} \cong \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \left[ \ln \frac{\delta}{\pi R_c} + \frac{\pi R_k}{2\delta} \right]}, \end{aligned}$$

ибо  $2 \operatorname{ch} x \cong e^x$ ; при  $\frac{\pi R_k}{\delta}$  большим можно и сразу заметить, что

$$\operatorname{ch} \frac{\pi R_k}{\delta} - 1 \cong \operatorname{ch} \frac{\pi R_k}{\delta} \cong \frac{1}{2} e^{\frac{\pi R_k}{\delta}}.$$

Если отбросить непроницаемые границы  $B_1$  и  $C_1$ , то величина  $Q^*$  будет представлять дебит каждой из скважин батареи при бесконечном числе скважин в батарее; предполагается, что контуры области питания расположены по обе стороны батареи скважин на расстоянии  $R_k$  от нее и параллельно ей.

Рассмотрим, наконец, более общую задачу о работе скв.  $A_1$  в пласте, ограниченном непроницаемыми границами  $BC, CD, DE$  с трех сторон (рис. 190). Далее выяснится, что решение этой задачи является одновременно решением более общей задачи о работе группы скважин, эксплуатирующих «полосовую залежь нефти», ограниченную непроницаемыми границами с трех сторон, т.е. имеющую только одностороннее питание.

Будем считать, что скв.  $A_1$  расположена на одинаковых расстояниях  $\delta$  от границ  $BC$  и  $DE$  и на расстоянии  $w$  от границы  $CD$ . Поместим сток в центре скв.  $A_1$  и зеркально отобразим его стоком в линии  $CD$ ; иными словами, рассмотрим эксплуатационную скв.  $A_2$ , равнодебитную скв.  $A_1$  и находящуюся от нее на расстоянии  $2w$ . Затем зеркально отобразим стоки (скважины)  $A_1$  и  $A_2$  в линиях  $BC$  и  $DE$  и в их продолжениях; повторив неограниченно такие отображения, получим две параллельные батареи скважины с бесконечно большим числом скважин в каждой из них.

При наличии двух изображенных на рис. 190 батарей с бесконечным числом скважин в каждой батарее пласт оказывается разбитым на отдельные поля, прямолинейные границы которых могут быть приняты за непроницаемые границы. Можно, например, считать, что реальной непроницаемой границей является линия  $FKNG$ , причем в пласте, ограниченном линией  $FKNG$ , работает группа пяти (или вообще  $n$ ) равнодебитных скважин. Все скважины каждой из рассматриваемых двух батарей равноправны. Исследование работы скважин двух батарей было выполнено Шелкачевым [208].

Дебит  $Q^*$  каждой из скважин определяется следующей формулой:

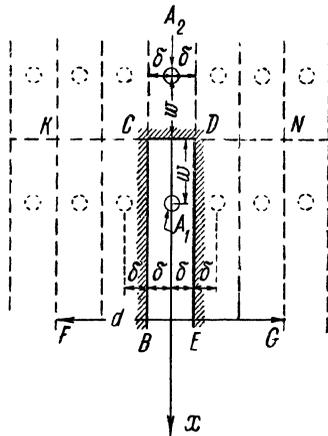


Рис. 190. Скв. 1 (сток) и ее зеркальные отображения в трех непроницаемых прямолинейных границах пласта.

$$Q^* = \frac{4\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \left\{ \frac{\left[ \operatorname{ch} \frac{\pi(R_k - w)}{\delta} - 1 \right] \left[ \operatorname{ch} \frac{\pi(R_k + w)}{\delta} - 1 \right]}{\frac{\pi^2 R_c^2}{2\delta^2} \left( \operatorname{ch} \frac{2\pi w}{\delta} - 1 \right)} \right\}}. \quad (99, XX)$$

В тех случаях, которые как раз и представляют наибольший интерес для практики, когда  $\delta$  и  $w$  малы по сравнению с  $R_k$ , формулу (99, XX) можно упростить; именно, студент Днепропетровского государственного университета В. П. Криворот (см. [208]) предложил вместо формулы (99, XX) следующую приближенную формулу:

$$Q^* = \frac{4\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \left[ 2\pi \frac{R_k}{\delta} - \ln \left( \frac{2\pi^2 R_c^2}{\delta^2} \right) - \ln \left( \operatorname{ch} \frac{2\pi w}{\delta} - 1 \right) \right]}. \quad (99a, XX)$$

Даже при  $w \leq 0,5R_k$ ,  $\delta \leq 0,5R_k$ ,  $R_k \geq 10^5 R_c$  результаты подсчетов по приближенной и точной формулам (99, XX) и (99a, XX) расходятся не больше, чем на 0,5%.

Оценим влияние близости непроницаемых границ на дебит скважины. Для этого сопоставим дебит  $Q^*$  скважины, расположенной вблизи непроницаемых границ пласта, с дебитом  $Q$  такой же скважины и при прочих одинаковых пластовых условиях, но при отсутствии непроницаемых границ в пласте. Дебит  $Q$  подсчитывается по формуле (11, XX). Дебит же  $Q^*$  подсчитывается по разным формулам в зависимости от формы непроницаемых границ в пласте. Для оценки влияния близости непроницаемых границ (сбросов) всего удобнее определить величину отношения дебитов  $\frac{Q^*}{Q}$  для разных форм непроницаемых границ и для разных расстояний от скважины до непроницаемой границы.

Заметим, что при делении дебита  $Q^*$  на дебит  $Q$  величины  $k$ ,  $\mu$ ,  $b$ ,  $(p_k - p_c)$  сокращаются. При всех подсчетах будем считать  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см.

Рассмотрим три случая.

*I случай.* Скважина расположена вблизи прямолинейной границы (см. рис. 185). Как было выяснено в начале данного параграфа, при этих условиях дебит  $Q^*$  скважины следует подсчитывать по формуле (26, XX).

В табл. 47 приведены результаты подсчетов величины  $\frac{Q^*}{Q}$  по формулам (11, XX) и (26, XX).

*II случай.* Скважина расположена вблизи непроницаемой границы, образующей прямой угол (см. рис. 187). Допустим для простоты, что  $w_1 = w_2$ . При этих условиях скв.  $A_1$  и ее «отображения»  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$  оказываются расположенными в вершинах квадрата, а потому подсчет дебита  $Q^*$  скважины следует проводить по формуле (91, XX) при  $n = 4$  и  $R_5 = \sqrt{2}w_1$ . В табл. 48 приведены результаты подсчетов отношения  $\frac{Q^*}{Q}$  по формулам (11, XX) и (91, XX).

*III случай.* Скважина проведена в пласт между тремя прямолинейными непроницаемыми границами  $BC$ ,  $CD$  и  $DE$  (см. рис. 190). В табл. 49 при-

Таблица 47

Значение отношения  $\frac{Q^*}{Q}$  при разных расстояниях  $\delta$  скважины от прямолинейной непроницаемой границы в пласте (рис. 185)

$\delta, м$	10	50	100	500	2000
$\frac{Q^*}{Q}, \%$	64,8	71,4	74,6	83,3	92,6

Подсчеты дебитов  $Q$  и  $Q^*$  выполнены соответственно по формулам (11, XX) и (26, XX) при  $R_k = 10 км$ ,  $R_c = 10 см$ .

Таблица 48

Значения отношения  $\frac{Q^*}{Q}$  при разных расстояниях  $w_1$  и  $w_2$  скважины от прямолинейных непроницаемых границ, ограничивающих пласт с двух сторон (рис. 187)

$w_1, м$	10	50	100	500	2000
$\frac{Q^*}{Q}, \%$	39,2	46,1	50,5	63,7	82,8

Подсчеты дебитов  $Q$  и  $Q^*$  выполнены соответственно по формулам (11, XX) и (91, XX), причем принято  $R_k = 10 км$ ,  $R_c = 10 см$ ,  $R_6 = \sqrt{2} w_1$ ,  $w_1 = w_2$ .

Таблица 49

Значения отношения  $\frac{Q^*}{Q}$  при разных расстояниях  $w$  и  $\delta$  скважины от прямолинейных непроницаемых границ, ограничивающих пласт с трех сторон (рис. 190)

$\delta, м$	100	500	1000	4500
$w, м$				
10	3,60	16,0	27,2	55,3
50	3,62	16,3	28,3	59,9
100	3,64	16,7	28,9	62,2
500	3,79	17,2	30,3	68,2
2000	4,48	20,0	34,7	75,6

Подсчеты дебитов  $Q$  и  $Q^*$  выполнены соответственно по формулам (11, XX) и (101, XX), причем принято  $R_k = 10 км$ ,  $R_c = 10 см$ .

ведены результаты подсчетов отношения  $\frac{Q^*}{Q}$ , причем для дебитов  $Q$  и  $Q^*$  были использованы соответственно формулы (11, XX) и (99, XX).

Сопоставляя табл. 47–49, видим, что увеличение числа непроницаемых границ в пласте (т.е. усиление степени его замкнутости) резко влияет на величину дебита скважины. Так, например, полагая расстояния  $\delta$ ,  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w$  на рис. 185, 187, 190 равными 500 м, из табл. 47–49 находим соответственно для величины  $\frac{Q^*}{Q}$  следующие значения: 83,3%, 63,7%, 17,2%.

Нижняя граница диапазона изменений расстояний  $\delta$ ,  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w$  учтенных в табл. 47–49, соответствует нереально малым их значениям; подсчеты для этих случаев приведены с целью оценки наибольшего возможного влияния близости к скважине непроницаемых границ в пласте.

Табл. 49 позволяет отметить следующую любопытную особенность поведения скважины в пласте, замкнутом непроницаемыми границами с трех сторон: расстояние  $w$  скважины от непроницаемой границы сравнительно мало влияет на ее дебит.

Если нарушить симметрию и расположить скв.  $A_1$  ближе к границе  $BC$ , чем к  $DE$  (см. рис. 190), то дебит скважины (при сохранении всех прочих одинаковых условий) мало изменился бы от такой перестановки. В работе Щелкачева [208] приведены, например, следующие подсчеты: расстояние  $2\delta$  между границами  $BC$  и  $DE$  принято равным 2000 м, скв.  $A_1$  расположена на расстоянии 400 м от границы  $BC$ , т.е. в 4 раза ближе к ней, чем к  $DE$ . При таком расположении и при  $w = 10$  м дебит скважины был бы лишь на 2,5% меньше того дебита, который бы имела та же скважина, если бы она была расположена посередине между границами  $BC$  и  $DE$ ; при тех же условиях, но при  $w = 1000$  м, упомянутое различие в дебитах несимметрично и симметрично расположенных скважин было бы еще меньше — лишь 1,7%. Последние подсчеты были выполнены при следующих дополнительных предположениях:  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см. Итак, мы видим, что при заданном расстоянии  $2\delta$  между параллельными непроницаемыми границами пласта  $BC$  и  $DE$  положение скважины по отношению к этим границам и по отношению к третьей непроницаемой границе  $CD$  весьма мало отражается на дебите скважины.

В согласии с методами решения задач, поясненными в данном параграфе, табл. 47–49 могут быть истолкованы по-другому. Именно, можно считать, что в упомянутых таблицах подсчитаны отношения дебита  $Q^*$  какой-либо скв.  $A_1$ , работающей совместно со всеми теми взаимодействующими равнодебитными с ней скважинами, которые служат ее «отображениями» (рис. 185, 187, 190, считая, что пласт однородный и никаких непроницаемых границ в пласте нет) к дебиту  $Q$  той же скв.  $A_1$  при одиночной ее работе с тем же динамическим противодавлением на забой. Этим и объясняется, что значения величины  $\frac{Q^*}{Q}$ , подсчитанные в табл. 49, значительно меньше соответствующих величин, подсчитанных в табл. 47–49; ведь табл. 49 отражает эффект воздействия на какую-либо скважину всех остальных скважин двух бесконечно длинных батарей.

## § 10\*. Оценка эффекта взаимодействия скважин прямолинейной батареи при наличии непроницаемых границ в пласте; сравнение дебитов прямолинейной галереи и батареи

Предположим, что пласт с трех сторон ограничен непроницаемыми границами  $FK$ ,  $KN$ , и  $NG$  (см. рис. 190). На расстоянии  $w$  от границы  $KN$  и параллельно ей проведена прямолинейная батарея из  $n$  скважин. Скважины в батарее расположены на одинаковом расстоянии друг от друга, и, кроме того, батарея симметрична по отношению к границам пласта  $FK$  и  $NG$ , т. е. расстояния от ближайших крайних скважин до этих границ равны  $\delta$ .

Обозначим расстояние между границами  $FK$  и  $NG$  через  $d$ . Вследствие симметрии в расположении  $n$  скважин  $d = 2\delta n$ .

Обозначим расстояние от границы  $KN$  до параллельного ей контура области питания через  $R_k$ , постоянное давление вдоль контура питания —  $p_k$ . Динамические забойные давления во всех скважинах примем одинаковыми и равными  $p_c$ .

При этих условиях справедливы следующие выводы:

- 1) все скважины батареи равнодебитны;
- 2) нейтральные линии токов являются прямыми линиями, параллельными границам  $FK$  и  $NG$  и проходящими через середины расстояния между соседними скважинами;
- 3) непроницаемые границы  $FK$  и  $NG$  также принадлежат к числу нейтральных линий тока.

Таким образом, для каждой из  $n$  скважин будут справедливы формулы (99, XX) и (99а, XX). Для определения суммарного дебита  $Q_n^*$  всех  $n$  скважин батареи воспользуемся формулой (99а, XX), причем умножим  $Q^*$  на  $n$  и заменим  $\delta$  на  $\frac{d}{2n}$ :

$$Q_n^* = \frac{4\pi bk(p_k - p_c)n}{\mu \left[ \frac{4\pi R_k n}{d} - \ln \left( \frac{8\pi^2 R_c^2 n^2}{d^2} \right) - \ln \left( \frac{4\pi wn}{d} - 1 \right) \right]}. \quad (100, XX)$$

Чтобы выяснить наиболее полно влияние числа ( $n$ ) скважин на их суммарный дебит при заданном неизменном расстоянии  $d$ , представляет интерес исследовать крайний предел уплотнения скважин, когда  $n \rightarrow \infty$ . При бесконечном числе скважин в батарее на участке конечной длины  $d$  они сливаются в сплошную прямолинейную дренажную галерею. Дебит галереи обозначим через  $Q_r^*$ , причем

$$Q_r^* = \lim_{n \rightarrow \infty} Q_n^*. \quad (101, XX)$$

Полагая в формуле (100, XX)  $n \rightarrow \infty$ , переходя к пределу и пользуясь правилом Лопиталья для раскрытия неопределенностей, получим:

$$Q_r^* = \frac{k}{\mu} \frac{p_k - p_c}{R_k - w} bd. \quad (102, XX)$$

Как и следовало ожидать, для  $Q_r^*$  получили формулу, характеризующую одномерный поток в пласте ширины  $d$  и длины  $(R_k - w_c)$  — сравнить с формулой (5, IX).

Поскольку формула (102, XX) для дебита галлерей при одномерном притоке к ней жидкости получилась в результате предельного перехода из формулы суммарного дебита прямолинейной батареи скважин, постольку возникает вполне естественный вопрос: насколько сильно движение жидкости к батарее скважин отличается от одномерного движения?

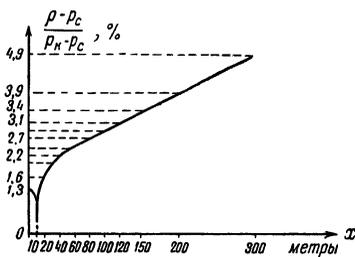


Рис. 191. Вертикальное сечение пьезометрической воронки депрессии вдоль оси  $x$  (главной линии тока) рис. 190.  $R_k = 10$  км;  $R_c = 10$  см;  $w = 10$  м;  $2\delta = 200$  м.

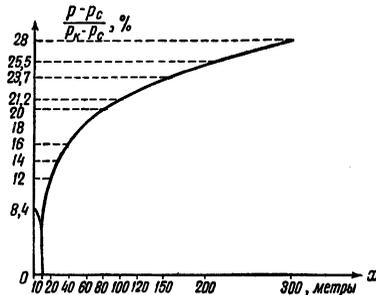


Рис. 192. Вертикальное сечение пьезометрической воронки депрессии вдоль оси  $x$  (главной линии тока) рис. 190.  $R_k = 10$  км;  $R_c = 10$  см;  $w = 10$  м;  $2\delta = 2$  км.

Для ответа на этот вопрос исследуем распределение давлений вдоль прямой — главной линии тока, проходящей через центр любой скважины батареи и параллельной непроницаемым границам  $FK$ ,  $NG$ ; одной из таких прямых является ось  $x$ ; исследуем распределение давления вдоль нее. Формула для распределения давления вдоль оси  $x$  довольно громоздка, и потому она здесь не приводится (подробности в работе Шелкачева [208]). Исследуем пьезометрические линии, построенные на основании упомянутой формулы, для точек оси  $x$  при двух различных значениях расстояний  $2\delta$  между соседними скважинами в батарее.

Пьезометрические линии, изображенные на рис. 191 и 192, построены для следующих условий:  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см,  $w = 10$  м, причем рис. 191 соответствует значению расстояния  $2\delta = 200$  м, а рис. 192 — в десять раз большее —  $2\delta = 2$  км. На осях ординат обеих фигур откладывается величина

на  $\frac{p - p_c}{p_k - p_c}$ , характеризующая превышение давления  $p$  в любой точке главной линии тока (оси  $x$ ) над забойным динамическим давлением  $p_c$  в скважине; это превышение давления  $(p - p_c)$  выражено в процентах по отношению к общему перепаду давления  $(p_k - p_c)$  между контуром области питания и скважиной.

Понятно, что на скважине  $p = p_c$ , на контуре области питания  $p = p_k$ , потому упомянутая безразмерная величина на стенке скважины равна нулю, а на контуре области питания — единице (т.е. достигает 100%).

На осях абсцисс рис. 191 и 192 откладываются расстояния вдоль главной линии тока, отсчитываемые от непроницаемой границы  $KN$ , см. рис. 190; для скважины  $x \cong w$ .

Судя по форме пьезометрических кривых, градиенты давлений велики и резко изменяются лишь в ближайшей окрестности скважин, но вдали от скважин давление распределяется примерно по линейному закону; график изменения давления тем лучше приближается к прямой (см. рис. 191), чем меньше расстояние между скважинами. Таким образом, в рассматриваемых условиях замкнутости пласта с трех сторон (при тесном расположении скважин в батарее) движение жидкости сравнительно недалеко от скважин почти точно следует законам одномерного течения.

Вернемся к формулам (100, XX) и (102, XX). На основании этих формул легко подсчитать отношение  $\frac{Q_n^*}{Q_r^*}$ , характеризующее, насколько суммарный дебит  $Q_n^*$  скважин батареи отличается от дебита  $Q_r^*$  галереи той же длины и при прочих одинаковых условиях. Сравнение величин отношения  $\frac{Q_n^*}{Q_r^*}$  при одних и тех же условиях, но при разных значениях  $n$ , дает полное представление об эффекте взаимодействия скважин симметричной однородной батареи в пласте, закрытом с трех сторон непроницаемыми границами.

В табл. 50 и 51 подсчитаны значения отношения  $\frac{Q_n^*}{Q_r^*}$  для тех случаев, когда батарея скважин в пласте, закрытом непроницаемыми границами с трех сторон (см. рис. 190), состоит из 1, 2, 5 и 10 скважин [таковы значения  $n$  в формуле (100, XX)]. Величины  $\frac{Q_n^*}{Q_r^*}$  подсчитаны (в процентах) по формулам (100, XX) и (102, XX).

При подсчетах было принято  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см, причем табл. 50 соответствует значению расстояния  $d = 2$  км, а табл. 51 — расстоянию  $d = 9$  км.

Из табл. 50 видно, что суммарный дебит батареи, состоящей из двух скважин, отличается от дебита галереи меньше, чем на 15% при  $w = 10 \sim 1000$  м.

Табл. 50 соответствует случаю сильной замкнутости пласта — расстояние  $d$  между параллельными непроницаемыми границами  $FK$  и  $NG$  равно всего 2 км. Следовательно, если, например, пласт перебит сбросами на отдельные небольшие поля, то добавление новых скважин в каждом таком поле сравнительно мало влияет на увеличение суммарного дебита первых ранее введенных в эксплуатацию скважин. Сопоставление табл. 50 и 51 показывает, что эффект взаимодействия между скважинами сказывается тем сильнее, чем более замкнут пласт.

Из того факта, что при малых значениях  $d$  суммарный дебит несколь-

Таблица 50

Значения отношения  $\frac{Q_n^*}{Q_\Gamma^*}$  при разных значениях  $n$  и  $w$  (рис. 190)

$w, м$	$\frac{Q_1^*}{Q_\Gamma^*}, \%$	$\frac{Q_2^*}{Q_\Gamma^*}, \%$	$\frac{Q_5^*}{Q_\Gamma^*}, \%$	$\frac{Q_{10}^*}{Q_\Gamma^*}, \%$
10	74,3	86,8	95,3	98,0
100	77,9	89,0	96,0	98,2
1000	77,8	88,5	95,6	98,0

Подсчеты выполнены при  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см,  $d = 2$  км.

Таблица 51

Значения отношения  $\frac{Q_n^*}{Q_\Gamma^*}$  при разных значениях  $n$  и  $w$  (рис. 190)

$w, м$	$\frac{Q_1^*}{Q_\Gamma^*}, \%$	$\frac{Q_2^*}{Q_\Gamma^*}, \%$	$\frac{Q_5^*}{Q_\Gamma^*}, \%$	$\frac{Q_{10}^*}{Q_\Gamma^*}, \%$
10	33,5	52,8	76,6	88,2
100	37,3	57,3	79,2	90,1
1000	39,0	58,6	79,8	89,6

Подсчеты выполнены при  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см,  $d = 9$  км.

ких скважин батареи почти равен дебиту галлерей, и из ранее отмеченного факта, что вдали от батареи движение жидкости почти точно следует законам одномерного течения, можно сделать важный вывод. Именно, расстояние ( $R_k - w$ ) от контура области питания до батареи должно сравнительно сильно влиять на величину суммарного дебита скважин батареи<sup>1</sup>. В условиях строго одномерного притока жидкости к галлерее дебит галлерей, как показывает формула (102, XX), обратно пропорционален расстоянию ( $R_k - w$ ) до контура области питания. Для суммарного дебита скважин прямолинейной батареи, близкого к дебиту галлерей, зависимость от ( $R_k - w$ ) будет хотя и несколько меньше, чем только что было упомянуто для галлерей, но все же достаточно большой.

В работе Шелкачева [208] было выполнено исследование не только однорядной, но и двухрядной батареи скважин — второй ряд эксплуатационных скважин располагался параллельно первому в пласте, закрытом непроницаемыми границами с трех сторон (рис. 193). Кратко опишем важнейшие

<sup>1</sup>На этот вывод следует обратить особое внимание, ибо выше мы неоднократно подчеркивали, что при радиальном и нерадиальном движении жидкости к одной и к многим скважинам (в пласте без непроницаемых границ) расстояние от скважин до контура области питания мало влияет на их дебит.

результаты этого исследования. Допустим, что пласт первоначально эксплуатировался одним рядом скважин с одинаковыми динамическими давлениями на забоях  $p_c$ . После пуска второго ряда скважин с теми же динамическими давлениями на забоях  $p_c$  (считая, что в скважинах I ряда также продолжают сохраняться те же забойные динамические давления) происходит как бы перераспределение дебитов: суммарный дебит скважин обоих рядов оказывается не на много больше суммарного дебита скважин ранее эксплуатировавшегося одного ряда. При совместной работе обоих рядов дебиты скважин I ряда меньше дебита скважин II ряда: скважины II ряда как бы перехватывают напор и экранируют следующий I ряд скважин.

Таблица 52

**Значения дебита  $Q^*$  (выраженные в  $m^3/сутки$ ) любой из скважин первого ряда (рис. 193), когда скважины второго ряда бездействуют**

$2\delta, m$	100	200	400	2000
$w_1, m$				
10	8,5	16,9	33,0	128
100	8,6	17,1	33,5	136
1000	9,5	18,8	36,7	149

Таблица 53

**Значения дебитов  $Q_1^*$ ,  $Q_2^*$  каждой из скважин I и II рядов при их совместной работе и значения суммарного дебита  $Q_c^*$  двух скважин, из которых одна первого ряда, а другая второго;  $Q_c^* = Q_1^* + Q_2^*$**

$2\delta \rightarrow$		100			200			2000		
$w_1$	$w_2$	$Q_1^*$	$Q_2^*$	$Q_c^*$	$Q_1^*$	$Q_2^*$	$Q_c^*$	$Q_1^*$	$Q_2^*$	$Q_c^*$
10	100	2,7	6,0	8,7	6,6	10,8	17,4	61,2	84,3	145
10	200	2,0	6,8	8,8	5,5	11,9	17,4	60,8	88,5	149
10	500	1,1	7,9	9,0	3,7	14,2	17,9	60,5	94,9	155
10	1000	0,7	8,9	9,6	2,5	16,3	18,8	59,1	103	162
100	500	1,3	7,7	9,0	4,2	13,7	17,9	69,6	87,6	157
200	500	1,6	7,4	9,0	5,0	12,9	17,9	72,6	84,8	157

Все дебиты выражены в  $m^3/сутки$ , а расстояния  $2\delta$ ,  $w_1$  и  $w_2$  — в м (рис. 193).

Обозначим дебит любой из скважин I ряда, когда скважины II ряда не работают, через  $Q^*$ . Дебит любой из тех же скважин I ряда при совместной работе со скважинами II ряда обозначим через  $Q_1^*$ , а дебит какой угодно скважины II ряда при совместной работе со скважинами I ряда — через  $Q_2^*$ .

$2\delta$  — расстояние между соседними скважинами в каждом из двух рядов;  $w_1$  и  $w_2$  — расстояния от скважин I и II ряда до поперечной непроницаемой границы.

Приведем табл. 52 и 53, заимствованные из упомянутой выше работы Щелкачева [208]. Эти таблицы иллюстрируют эффект взаимодействия между скважинами двухрядной батареи, изображенной на рис. 193, при различных значениях расстояний  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $2\delta$ .

В таблицах приведены величины дебитов скважин  $Q^*$ ,  $Q_1^*$ ,  $Q_2^*$ , подсчитанные для следующих условий:  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см,  $b = 10$  м,  $k = 1$  д,  $\mu = 1$  сантипуазу,  $(p_k - p_c) = 10$  ат.

Сравнивая табл. 52 и 53, действительно убеждаемся, что чем гуще расположены скважины в каждом ряду (чем меньше  $2\delta$ ), тем меньше суммарный дебит  $Q_c^*$  одной скважины I ряда и одной скважины II ряда при совместной работе обоих рядов отличается от дебита  $Q^*$  какой-либо из скважин I ряда.

При подсчетах предполагалось, что скважины I и II рядов расположены по квадратной сетке и симметрично к обеим продольным непроницаемым границам (рис. 193). Поэтому в таблицах достаточно было ограничиться указанием расстояния между соседними скважинами  $2\delta$ , не считаясь с числом скважин и с расстоянием между продольными непроницаемыми границами; при  $n$  скважинах в каждом ряду упомянутое расстояние равно  $2\delta n$ . Итак обе рассмотренные таблицы справедливы при любом числе  $n$  скважин в каждом ряду, начиная от  $n = 1$ . Табл. 53 рассчитана с помощью того же метода отображения стоков, который был выше пояснен для однорядной батареи.

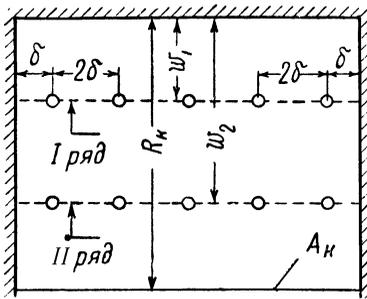


Рис. 193. Двухрядная батарея скважин в пласте, замкнутом с трех сторон непроницаемыми границами.

Если в тех же условиях пласта, замкнутого с трех сторон непроницаемыми границами, скважины двухрядной батареи расставить в шахматном порядке, то их суммарный дебит мало отличается от суммарного дебита двухрядной батареи при расстановке скважин по квадратной сетке (при прочих одинаковых условиях).

---

---

## ГЛАВА XXI

# Простейшие законы стягивания контура нефтеносности к скважинам. Выводы по поводу рациональных методов расстановки скважин

### § 1. Замечания по поводу постановки задач

В этой главе задачи о стягивании контура нефтеносности решаются при тех же условиях, которые были оговорены в § 1 предыдущей главы: рассматривается плоское установившееся горизонтальное движение однородной несжимаемой жидкости в однородном пласте к гидродинамически совершенным скважинам; жидкость движется в пласте по линейному закону фильтрации в условиях водонапорного режима, причем кровля и подошва пласта горизонтальны. При такой идеализированной постановке задач, когда игнорируются различия в вязкостях и плотностях нефти и воды и изменения в эффективной проницаемости пласта при вытеснении нефти водой, невозможно учесть некоторые очень важные особенности продвижения контура нефтеносности в реальных пластовых условиях. Даже термин «контур нефтеносности» при такой постановке задач оказывается не вполне законным<sup>1</sup>. Однако математически строгое решение задач при сформулированных выше простейших условиях позволяет точно установить ряд интересных особенностей продвижения контура нефтеносности в пласте в зависимости от его начальной формы и начальных расстояний до скважин, а также от числа скважин, расстояний между ними и системы их расстановки.

Получив точное количественное решение задачи о стягивании контура нефтеносности при сформулированных выше условиях, дополнительно легче учесть различие в вязкостях и плотностях нефти и воды, уклон пласта, изменение эффективной проницаемости пласта в процессе вытеснения нефти водой, гидродинамическое несовершенство сква-

---

<sup>1</sup>При гидродинамическом решении задач, когда соблюдаются перечисленные выше простейшие условия, доц. М. М. Глоговский предложил заменить термин «контур нефтеносности» термином «контур разноцветности». Последний термин подчеркивает, что исследуется стягивание к скважинам контура, разделяющего две жидкости, физические свойства которых (вязкость и плотность) одинаковы.

жин и т. д. Количественные и качественные оценки возможного влияния этих факторов могут основываться на закономерностях, исследованных в главах XIII, XVI, XVIII данного курса.

Вопросы стягивания контуров нефтеносности при учете упомянутых выше усложняющих факторов были исследованы в СССР (в хронологическом порядке) Шелкачевым [208], Полубариновой-Кочиной и Казарновской [63], Пыхачевым [150], Полубариновой-Кочиной [145], Миллионщиковым, Тиховым [167], Казарновской [64], Чарным и Глоговским [79], Дудиным [49]; в США — Маскетом [120, 122].

В данной главе, как и в предыдущей, приходится во многих случаях ограничиваться пояснением лишь постановки задачи, метода ее решения и конечных выводов; подробности решения не приводятся, ибо они потребовали бы от читателя знания специальных разделов гидродинамики.

Решения важнейших проблем взаимодействия скважин и задач о стягивании контура нефтеносности позволяют (в конце главы) осветить гидродинамические основы теории расстановки скважин на нефтяных месторождениях<sup>2</sup>.

## § 2. Стягивание контуров нефтеносности различных форм к одной скважине

Задачи о стягивании контура нефтеносности к одной скважине будем решать при соблюдении тех простейших условий, которые были сформулированы в предыдущем параграфе. В таком случае достаточно ограничиться исследованием стягивания контура в одной горизонтальной плоскости.

Как было доказано в § 2 главы IX, закон движения частицы жидкости вдоль траектории при плоском радиальном притоке к скважине определяется формулой:

$$r^2 = r_0^2 - Bt, \quad (1, XXI)$$

где

$$B = \frac{2k(p_k - p_c)}{m\mu \ln \frac{R_k}{R_c}} = \frac{Q}{\pi b m}, \quad (2, XXI)$$

$r$  и  $r_0$  — текущее и начальное расстояния движущейся частицы жидкости от центра скважины. Задаваясь произвольной формой начального

<sup>2</sup>Большинство выводов, таблиц и графинов, приводимых в данной главе, заимствовано из работы Шелкачева [208].

контура нефтеносности, т. е. задаваясь значениями расстояния  $r_0$  вдоль каждой траектории (вдоль каждого радиуса), по формуле (1, XXI) сможем определить  $r$  для любого момента времени  $t$ , а следовательно, будем знать форму контура нефтеносности в тот же момент времени.

*Задача 1.* Исследуем этим способом стягивание к скв.  $A_c$  контура нефтеносности, имеющего в начальный момент форму окружности  $A_n$ , эксцентричной к  $A_c$  (рис. 194); для наглядности масштабы при изображении скв.  $A_c$  радиуса  $R_c$  и начального контура нефтеносности  $A_n$  радиуса  $R_n$  не соблюдены.

Будем считать, что контур области питания  $A_k$ , на котором поддерживается постоянное давление  $p_k$ , удален от скважины на расстояние  $R_k$ , значительно большее  $R_n$ . При этом условии форма контура  $A_k$  не будет влиять на приток жидкости к скважине; в частности,  $A_k$  может быть окружностью, концентричной скважине.

В описанных условиях приток жидкости к скважине будет строго радиальным, ибо хотя скв.  $A_c$  эксцентрична по отношению к начальному контуру нефтеносности  $A_n$ , но разностью в вязкостях нефти и воды мы пренебрегаем.

В начальный момент времени уравнение кругового контура нефтеносности  $A_n$  имеет вид:

$$(x - a)^2 + y^2 = R_n^2, \quad (3, XXI)$$

где  $a$  — расстояние между центрами окружностей  $A_c$  и  $A_n$ , расположение декартовых осей координат указано на рис. 194.

Условившись выше обозначать через  $r_0$  начальные расстояния точек контура нефтеносности от скважины, переход от декартовых координат  $x, y$  к полярным  $r_0, \theta$  для точек окружности  $A_n$  совершим по формулам:

$$x = r_0 \cos \theta; \quad y = r_0 \sin \theta. \quad (4, XXI)$$

На основании равенств (4, XXI) уравнение (3, XXI) начального контура нефтеносности  $A_n$  переписется так:

$$r_0^2 = 2ar_0 \cos \theta + a^2 - R_n^2 = 0. \quad (5, XXI)$$

Рассматривая последнее равенство как квадратное уравнение по отношению к  $r_0$ , определяя  $r_0$  и подставляя затем значение  $r_0^2$  в формулу (1, XXI), получим уравнение стягивающегося контура нефтеносности в полярных координатах  $r, \theta$ :

$$r^2 = R_n^2 + a^2 \cos 2\theta + 2a \sqrt{R_n^2 - a^2 \sin^2 \theta} \cos \theta - Bt. \quad (6, XXI)$$

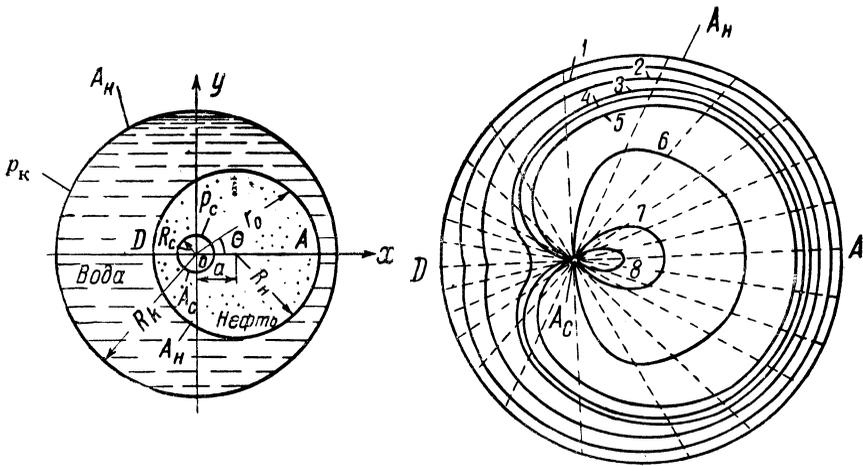


Рис. 194. Эксцентричное расположение скв.  $A_c$  по отношению стягивающегося контура нефтеносности, к начальному контуру нефтеносности  $A_n$ .

Рис. 195. Последовательные положения имевшего первоначально форму окружности, эксцентричной скважине.

Задавая различные значения полярного угла  $\theta$ , по формуле (6, XXI) можем определить соответствующие расстояния  $r$  от точек контура нефтеносности до скважины в любой момент времени  $t$ .

Последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности построены на рис. 195 с помощью уравнения (6, XXI). Кривые 1–3, 5 соответствуют положениям контура нефтеносности через равные интервалы времени; промежуточная кривая 4 соответствует моменту прорыва воды в скважину; кривые 5–7 также соответствуют положениям стягивающегося контура нефтеносности через равные интервалы времени, но иные, чем для кривых 1–3, 5. Пунктиром на рис. 195 показаны траектории, вдоль которых прослеживалось продвижение контура нефтеносности из начального положения  $A_n$  причем было принято  $R_n = 150$  м,  $a = 50$  м,  $R_c = 10$  см (см. рис. 194). Следовательно, расстояние от скв.  $A_c$  до ближайшей точки  $D$  контура нефтеносности равно 100 м, а до наиболее удаленной  $A$  — 200 м.

В дополнение к рис. 195 составлена табл. 54; в таблице указаны промежутки времени (в сутках), в течение которых стягивающийся контур нефтеносности может пройти путь от начального положения до любого из положений 1–8, изображенных на рис. 195. При составле-

нии таблицы подсчеты проводились по формулам (2, XXI) и (6, XXI), причем для  $R_n$ ,  $R_c$  и  $a$  были сохранены вышеупомянутые значения; кроме того, было принято:  $Q = 47,2 \text{ м}^3/\text{сутки}$ ,  $b = 10 \text{ м}$ ,  $t = 0,15$ . Дебит  $Q = 47,2 \text{ м}^3/\text{сутки}$  при  $b = 10 \text{ м}$  выбран потому, что именно такой дебит имеет гидродинамически совершенная скважина в условиях плоского радиального потока при следующих, например, удобных для пересчетов условиях:  $k = 1 \text{ д}$ ,  $\mu = 1$  сантипуазу,  $(p_k - p_c) = 1 \text{ ат}$ ,  $R_k = 10^5 R_c$ , см. формулу (2, XXI) или формулу (29, IX) и примеры 1 и 5 в § 2 главы IX. Промежуток времени до полного обводнения скважины (до того момента, когда наиболее удаленная частица  $A$  контура нефтеносности достигнет скважины) равен 4000 суток. На рис. 195 заметно постепенное образование «языка обводнения», вызванное несимметричным расположением скважины по отношению к начальному контуру нефтеносности  $A_n$ .

Ближайшая к скважине частица жидкости, находившаяся в точке  $D$  начального контура нефтеносности, обладает наибольшей скоростью и потому, обгоняя соседние с ней частицы контура, первой достигает скважины.

Таблица 54

**Промежутки времени  $t$ , соответствующие стягиванию контура нефтеносности от начального положения  $A_n$  до кривых 1–8 (рис. 194 и 195)**

Номера кривых	1	2	3	4	5	6	7	8
$t$ , сутки . . . . .	300	600	900	1000	1200	2400	3600	3900

При подсчетах по формулам (2, XXI) и (6, XXI) принято:  $R_n = 150 \text{ м}$ ,  $a = 50 \text{ м}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ ,  $Q = 47,2 \text{ м}^3/\text{сутки}$ ,  $b = 10 \text{ м}$ ,  $t = 0,15$ .

**Задача 2.** Сохраним все условия предыдущей задачи за исключением одного: предположим, что ближайшая к скважине часть контура нефтеносности имеет прямолинейную форму. Кратчайшее расстояние между центром скв.  $A_c$  и прямолинейной частью контура нефтеносности  $A_n$  обозначим через  $a$  (рис. 196; на фигуре изображена только прямолинейная часть контура). Требуется проследить за стягиванием контура нефтеносности.

Уравнение прямолинейного начального контура нефтеносности в полярных координатах имеет вид:

$$r_0 = \frac{a}{\sin \theta}. \tag{7, XXI}$$

Подставляя в формулу (1, XXI) значение  $r_0$  из уравнения (7, XXI) получим искомый закон стягивания прямолинейного контура нефтеносности при плоско-радиальном притоке жидкости к скважине:

$$r^2 = \frac{a^2}{\sin^2 \theta} - Bt. \quad (8a, XXI)$$

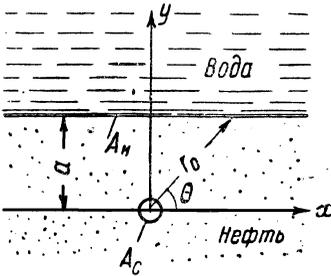


Рис. 196. Скв.  $A_C$  вблизи прямолинейного контура нефтеносности  $A_H$ .

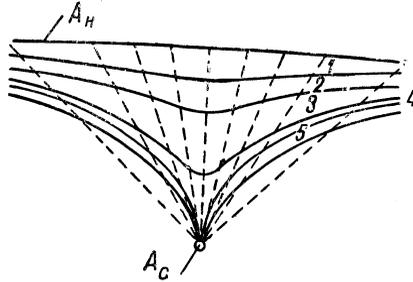


Рис. 197. Последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности, имевшего первоначально форму прямой линии.

Уравнение (8a, XXI) позволяет определить радиус-вектор  $r$  точки стягивающегося контура нефтеносности для любого значения полярного угла  $\theta$  и в любой момент времени  $t$ .

На рис. 197, построенном с помощью формулы (8a, XXI), изображены последовательные положения контура нефтеносности  $A_H$  стягивающегося к скважине, кривые 1, 2, 3 и 5 представляют последовательные положения контура нефтеносности через равные интервалы времени. Кривая 4 соответствует моменту начала обводнения скважины. Полагая  $a = 100$  м,  $R_c = 10$  см,  $m = 0,15$ ,  $Q = 47,2$  м<sup>3</sup>/сутки,  $b = 10$  м (вместо двух последних данных и здесь можно было бы принять  $k = 1$  д,  $\mu = 1$  сантипуазу,  $(p_k - p_c) = 1$  ат,  $R_k = 10^5 R_c$ ), получаем возможность использовать табл. 54 для определения промежутков времени, через которые стягивающийся контур нефтеносности достигает положений 1–5 на рис. 197.

На упомянутом рисунке опять видно образование языка обводнения в зоне наибольших скоростей движения жидкости к скважине. Если в рассмотренных задачах 1 и 2 учесть различие в вязкостях нефти и воды и учесть различие в эффективных проницаемостях нефтяной

и заводненной (ранее нефтяной) зонах, то пришлось бы «язык обводнения» на рис. 193 и 195 изобразить более интенсивным и время до момента обводнения скважины сократилось бы. Последнее замечание было бы справедливо во всех тех случаях (наиболее часто встречающихся в реальных условиях), когда величина отношения  $\frac{k}{\mu}$  для чисто нефтяной зоны меньше, чем для заводненной зоны, см. по этому поводу главу XVIII, в которой исследовался процесс вытеснения нефти водой<sup>1</sup>.

### § 3. Стягивание контуров нефтеносности к двум взаимодействующим скважинам

В § 3 главы XX было подробно исследовано гидродинамическое поле двух равнодебитных взаимодействующих скважин и было указано, что уравнение семейства траекторий имеет вид:

$$x^2 - y^2 - 2C_0xy - \delta^2 = 0, \quad (8, \text{XXI})$$

где  $\delta$  — половина расстояний между центрами скважин;

$C_0$  — параметр семейства; различным значениям  $C_0$  соответствуют различные траектории, имеющие форму равнобочных гипербол (см. рис. 172).

Методы гидродинамики позволяют вывести законы движения частиц жидкости вдоль любой из траекторий семейства (8, XXI), (Щелкачев [208]).

В частности, закон движения вдоль главной линии тока — вдоль оси  $x$  на рис. 172 — выражается так:

$$t_x = \frac{\pi b m}{Q'} \left[ \frac{1}{2} (x_0^2 - x^2) - \delta^2 \ln \frac{x_0}{x} \right], \quad (9, \text{XXI})$$

где  $Q'$  — дебит каждой из двух взаимодействующих скважин;

$t_x$  — время движения частицы жидкости вдоль оси  $x$  между точками с координатами  $x_0$  и  $x$ .

<sup>1</sup>В книге Маскета [120] также исследуется вопрос о стягивании прямолинейного контура нефтеносности к скважине. Однако Маскет считает, что во всех точках первоначально прямолинейного контура  $A_n$  (см. рис. 196) давление постоянно; этого не может быть в условиях радиального притока жидкости к скважине. Таким образом, в книге Маскета решена не та задача, о которой говорит автор. По существу Маскет решает задачу о стягивании прямолинейного контура нефтеносности, расположенного в начальный момент как раз посередине между нагнетательной и эксплуатационной скважинами (прямолинейный начальный контур нефтеносности перпендикулярен линии центров скважин и делит пополам отрезок между этими центрами).

Вдоль нейтральной линии тока закон движения представляется следующей формулой:

$$t_y = \frac{\pi b m}{Q'} \left[ \frac{1}{2} (y_0^2 - y^2) + \delta^2 \ln \frac{y_0}{y} \right], \quad (10, \text{XXI})$$

где  $t_y$  — время движения вдоль оси  $y$  между точками с координатами  $y_0$  и  $y$ .

Спроектируем на ось  $y$  частицу жидкости, движущуюся по любой из гиперболических кривых семейства (8, XXI); напишем закон движения проекции на ось  $y$  движущейся частицы жидкости:

$$t = \frac{\pi b m}{Q'} \left[ C_0 y \sqrt{(C_0^2 + 1)y^2 + \delta^2} - \frac{C_0 \delta^2}{\sqrt{C_0^2 + 1}} \times \right. \\ \left. \times \ln \left( y + \sqrt{y^2 + \frac{\delta^2}{C_0^2 + 1}} \right) - (C_0^2 + 1)y^2 \right]_{y=0}^y, \quad (11, \text{XXI})$$

где  $t$  — время движения частицы жидкости вдоль гиперболической траектории между точками с ординатами  $y_0$  и  $y$  (именно эти значения ординат и следует подставить в выражение, заключенное в квадратных скобках, следуя обычным правилам подстановки). Каждой гиперболической траектории соответствует определенное значение  $C_0$ . Полагая, например,  $C_0 = \infty$  и пользуясь правилом Лопиталья для раскрытия неопределенностей, из формулы (11, XXI) получим закон движения (10, XXI) для нейтральной линий тока.

На рис. 198 кривые 1–15 изображают последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности через равные промежутки времени для случая, когда равнодебитные скважины расположены симметрично по отношению к начальному контуру  $A_n$ , имеющему круговую форму. Пунктиром намечены траектории семейства (8, XXI); около них поставлены соответствующие значения параметра  $C_0$ . Кривая 4 соответствует положению контура нефтеносности в момент обводнения скважин, когда частицы жидкости на контуре нефтеносности, движущиеся быстрее всего по главным линиям тока, достигают скважин, образовав языки обводнения. Кривые 1–15 построены на основании расчетов с помощью формул (8, XXI)–(11, XXI); эти формулы, а следовательно, и картина стягивания контура нефтеносности, изображенная на рис. 198, справедливы лишь при тех простейших условиях, какие были оговорены в § 1. Кроме того, при построении этой фигуры было принято, что  $R_n = 2\delta = 2 \cdot 10^3 R_c$ , где  $R_n$  — радиус начального

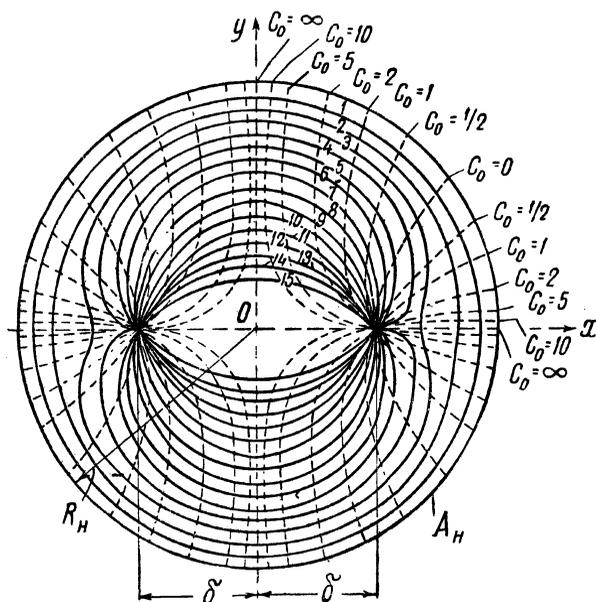


Рис. 198. Последовательные положения контура нефтеносности, имевшего первоначально форму окружности и стягивающегося к двум равнодебитным скважинам.

контура нефтеносности  $A_n$ ;  $R_c$  — радиус любой из скважин. Если, например,  $R_c = 10$  см, то на рис. 198 расстояние между скважинами  $2\delta$  и радиус  $R_n$  следует считать равными 200 м.

Столь малые значения контура нефтеносности взяты с той целью, чтобы на чертеже удобнее было проследить за всеми особенностями стягивания контура к скважинам. Чем больше было бы  $R_n$  по сравнению с  $2\delta$ , тем более было бы заметно, что, находясь на далеких расстояниях от скважин, контур стягивается, сохраняя свою круговую форму, как будто бы в его центре расположена только одна скважина. Языки обводнения вдоль линии центров скважин становятся заметны, лишь когда контур нефтеносности приближается к скважинам.

Если принять  $R_k = 10$  км,  $R_n = 200$  м,  $2\delta = 200$  м,  $R_c = 10$  см;  $m = 0,15$ ,  $k = 1$  д,  $\mu = 1$  сантипуазу;  $(p_k - p_c) = 1$  ат,  $b = 10$  м, то дебит каждой из двух взаимодействующих скважин, подсчитанный по формуле (26, XX), равен  $34,4$  м<sup>3</sup>/сутки; промежуток времени  $T_0$  до

начала обводнения скважин (см. кривую 4 на рис. 198) оказывается равным 1248 суток. Величина  $T_0$  подсчитывается по формуле (9, XXI), для чего в ней следует положить  $x_0 = 200$  м,  $x = 100$  м. Промежуток времени  $t'$ , в течение которого контур нефтеносности переходит от одной кривой из числа кривых 1–15 на рис. 198 к соседней кривой, равен  $\frac{1}{4} T_0$ , т. е. равен 312 суткам.

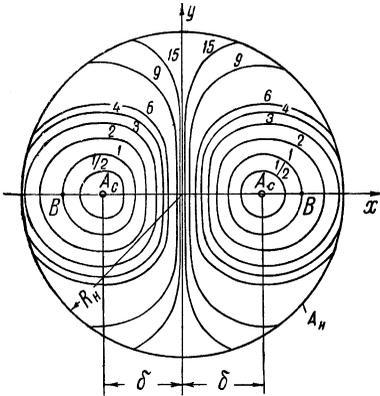


Рис. 199. Синхронные контуры вокруг двух равнодебитных скважин.

Если бы, наоборот, дебит  $Q'$  каждой из двух взаимодействующих скважин взять равным дебиту  $Q$  одиночно работающей скважины (за счет увеличения перепада давления во взаимодействующих скважинах), то при таком увеличении дебита в 1,34 раза ( $47,2 : 34,4 = 1,34$ ) промежуток времени  $T_0$  до начала обводнения каждой из двух скважин уменьшится в 1,34 раза и станет равным 931 суткам ( $1248 : 1,34 = 931$ ). Вполне естественно, что когда частица жидкости находится на линии центров двух взаимодействующих скважин на каком-либо определенном расстоянии, например 100 м от одной из них, то она пройдет путь до скважины скорее (за 911 суток) частицы, удаленной на то же расстояние от одиночно работающей равнодебитной скважины (в последнем случае тот же путь 100 м проходится за 1000 суток).

Представляет интерес следующий вопрос, впервые поставленный В. П. Яковлевым [226]: какую форму имеют кривые линии, обладающие тем свойством, что частицы жидкости, находившиеся на каждой из этих кривых, одновременно подходят к стенке скважины. Такие кривые, пользуясь остроумным термином В. П. Яковлева, будем называть «синхронными контурами».

Сравнивая этот пример с тем, который был разобран в предыдущем параграфе при анализе табл. 54, видим, что если в каждой из двух взаимодействующих скважин поддерживать то же понижение давления  $(p_k - p_c) = 1$  ат, что и в скважине при ее одиночной работе, то дебит  $Q'$  каждой из взаимодействующих скважин меньше ( $34,4$  м<sup>3</sup>/сутки вместо  $47,2$  м<sup>3</sup>/сутки), а промежуток времени  $T_x$  до начала обводнения больше (1248 суток вместо 1000 суток), чем в одиночно работающей скважине при прочих равных условиях. Если бы, наоборот, дебит  $Q'$  каждой из двух взаимодействующих скважин взять равным дебиту  $Q$  одиночно работающей скважины (за

На рис. 199 изображены синхронные контуры, построенные по формулам (8, XXI) — (11, XXI) для случая  $2\delta = 2 \cdot 10^3 R_c$ , где  $R_c$  — радиус каждой из двух равнодебитных скв.  $A_c$ . Около каждого синхронного контура поставлена цифра, указывающая: сколько промежутков времени потребуется, чтобы данный контур всеми своими точками стянулся к скважине. За единицу взят промежуток времени, необходимый для того, чтобы скважина достигла точки  $B$ , причем  $BA_c \frac{1}{2} \delta$  (см. [208]).

Кроме синхронных контуров, на рис. 199 построен такой же начальный круговой контур нефтеносности  $A_n$ , как и на рис. 198; именно радиус  $R_n$  взят равным расстоянию  $2\delta$  между центрами скважин. Замечая точки пересечения синхронных контуров с окружностью  $A_n$ , сразу легко представить, через какие промежутки времени и одновременно с какими другими частицами жидкости точки контура нефтеносности достигают скважин.

На рис. 200 с помощью тех же формул (8, XXI)–(11, XXI) построены через равные промежутки времени последовательные положения контура нефтеносности, имевшего первоначально прямолинейную форму и стягивающегося к двум равнодебитным скважинам<sup>1</sup>. Кратчайшее расстояние от скважин до контура нефтеносности  $A_n$  принято равным расстоянию  $2\delta$  между центрами скв.  $A_c$ . Пунктирные линии — гиперболы траектории; около них проставлены соответствующие значения параметра  $C_0$ , см. уравнение (8, XXI). Цифры, стоящие около кривых, изображающих последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности, указывают, сколько промежутков времени  $t'$  потребуется для того, чтобы контур нефтеносности прошел путь от начального положения  $A_n$  до заданного. При  $t = 14t' = T_0$  начнется обводнение скважин, к этому моменту их достигнут первые частицы, левявшие на начальном контуре нефтеносности.

Приняв опять  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см,  $2\delta = 200$  м,  $m = 0,15$ ,  $k = 1$  д,  $\mu = 1$  сантипуазу,  $(p_k - p_c) = 1$  ат,  $b = 10$  м, получим по формуле (26, XX)  $Q' = 34,4$  м<sup>3</sup>/сутки, а из формул (8, XXI)–(11, XXI) найдем промежуток времени  $T_0$  до начала обводнения скважин:  $T_0 = 4368$  суток. Отсюда следует, что  $t' = \frac{1}{14} T_0 = 312$  суток.

Рекомендуем читателю сравнить этот пример с тем, который был разобран выше при исследовании стягивания кругового контура нефтеносности к двум скважинам.

Покажем, что в рассматриваемых простейших условиях формулы

<sup>1</sup>Все подсчеты для построения рис. 198–200 и построение этих фигур были выполнены в 1940 г. студентом Днепропетровского государственного университета М. З. Чарным [208].

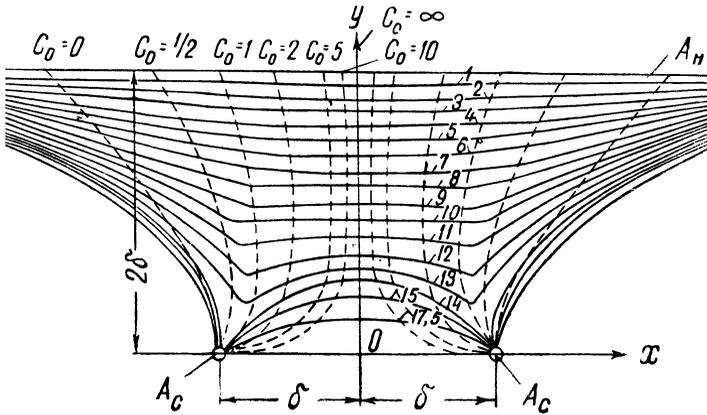


Рис. 200. Последовательные положения контура нефтеносности, имевшего первоначально прямолинейную форму и стягивающегося к двум равнодебитным скважинам.

подземной гидравлики позволяют точно подсчитать площадь «целика нефти» (площадь внутри контура нефтеносности) к началу обводнения скважин или к любому заданному более позднему моменту до полного их обводнения.

Предположим, что начальный контур нефтеносности  $A_n$  имеет форму окружности радиуса  $R_n$  (см. рис. 198). При стягивании контура нефтеносности первыми достигают скважины те точки контура, которые лежат на линии центров скважин. Линия центров скважин принята за ось  $x$ , поэтому если в формуле (9, XXI) положить  $x_0 = R_n$ ,  $x = \delta$ , то получим промежуток времени  $T_0$  до начала обводнения скважин:

$$T_0 = \frac{\pi b m}{Q'} \left[ \frac{1}{2} (R_n^2 - \delta^2) - \delta^2 \ln \frac{R_n}{\delta} \right]. \quad (12, XXI)$$

Обозначим суммарную добычу нефти из двух скважин за время  $T_0$ , т. е. в течение безводной эксплуатации, через  $\tau_0$ . Очевидно, что

$$\tau_0 = 2Q'T_0, \quad (13, XXI)$$

или на основании формулы (12, XXI)

$$\tau_0 = 2\pi b m \left[ \frac{1}{2} (R_n^2 - \delta^2) - \delta^2 \ln \frac{R_n}{\delta} \right]. \quad (14, XXI)$$

Суммарная добыча  $\tau_0$  равна объему пор, освободившихся от нефти в той части пласта, которая заключена между начальным круговым контуром нефтеносности  $A_n$  и контуром нефтеносности в момент, соответствующий началу обводнения скважин, см. кривую 4 на рис. 198<sup>2</sup>.

Площадь целика нефти  $\sigma_{ц}$  внутри контура нефтеносности в момент начала обводнения скважин легко подсчитать как разность первоначальной площади нефтеносности и площади заводненной зоны:

$$\sigma_{ц} = \pi R_n^2 - \frac{\tau_0}{bm} = \pi \delta^2 \left( 1 + 2 \ln \frac{R_n}{\delta} \right). \quad (15, XXI)$$

Назовем, «коэффициентом равномерности стягивания контура нефтеносности» величину  $\xi$ , равную отношению площади целика нефти в момент начала обводнения скважины к начальной площади нефтеносности:

$$\xi = \frac{\sigma_{ц}}{\pi R_n^2} = \frac{\delta^2}{R_n^2} \left( 1 + 2 \ln \frac{R_n}{\delta} \right). \quad (16, XXI)$$

В табл. 55, рассчитанной по формуле (16, XXI), приводятся значения величины  $\xi$  для разных величин отношения  $\frac{R_n}{\delta}$ . Из таблицы видно, что по мере

увеличения отношения  $\frac{R_n}{\delta}$ , т. е. с увеличением расстояния от скважин до первоначального контура нефтеносности, относительные размеры целика нефти, характеризующиеся величиной  $\xi$ , убывают. Подтверждается известное правило: не следует ставить скважины слишком близко от контура нефтеносности, ибо

Таблица 55

**Значения коэффициента  $\xi$ , характеризующего относительные размеры целика нефти к моменту обводнения скважин**

$\frac{R_n}{\delta}$	2	5	10
$\xi$	0,600	0,170	0,056

Подсчет выполнен по формуле (16, XXI) (рис. 198).

<sup>2</sup> Коэффициент усадки учитывать не требуется, ибо дебиты скважин и добыча подсчитываются во всех предыдущих формулах применительно к пластовым условиям. Кроме того, в реальных условиях при вытеснении нефти водой из пласта часть нефти остается в порах обводненной зоны и часть порового пространства внутри начального контура нефтеносности занята неподвижной связанной (погребенной) водой. Для учета этих факторов следовало бы либо ввести в формулы поправочные коэффициенты, либо соответственно уменьшить величину эффективной динамической пористости  $m$ . Предполагается, что избран последний способ; этим и объясняется, что во всех примерах при высокой величине проницаемости пласта (порядка 1  $d$ ) берется заниженное значение коэффициента пористости  $m = 0,15$ . Следует также помнить, что во всех рассуждениях пласт предполагается однородным.

это создает быстрое подтягивание к ним языков воды и после обводнения скважин в пласте остается большой целик нефти.

Казалось бы, что для уменьшения размеров целика нефти следовало бы рекомендовать расставлять скважины тесной группой вблизи центра залежи нефти. Однако такое решение было бы неправильным: с одной стороны, при тесном расположении скважин между ними силен эффект взаимодействия и, с другой стороны, требуется очень длительное время для стягивания контура нефтеносности до центральных скважин (при сколько-нибудь значительных размерах начального контура нефтеносности).

Следовательно, при выборе гидродинамически обоснованных вариантов расстановки скважин необходимо заботиться не только о равномерности стягивания контура нефтеносности, но учитывать и эффект взаимодействия скважин и срок разработки залежи нефти. Несколько более подробно этот вопрос будет освещен дальше<sup>3</sup>.

#### § 4\*. Стягивание контура нефтеносности к скважинам кольцевой батареи

Допустим, что симметричная кольцевая батарея состоит из  $n$  равнодебитных скважин (см. рис. 177). Возьмем две любые соседние скважины из батареи и рассмотрим движение частиц жидкости по одной из главных линий тока (по оси  $x$ ) и по одной из нейтральных линий тока (по оси  $N$ ); см. рис. 201. Предполагается, что выполнены все те простейшие условия, которые были оговорены в § 1. Время  $t_x$  движения частицы жидкости вдоль главной линии тока  $x$  между двумя любыми точками  $C$  и  $P$  определяется формулой:

$$t_x = \frac{\pi b m}{n Q'} \left[ (r_0^2 - r^2) - \frac{2R_6^n}{n-2} \left( \frac{1}{r^{n-2}} - \frac{1}{r_0^{n-2}} \right) \right], \quad (17, XXI)$$

где  $r_0$  и  $r$  — расстояния точек  $C$  и  $P$  от центра  $O$  окружности  $E$ , вдоль которой располагается кольцевая батарея  $n$  скважин. Время  $t_N$  движения частицы жидкости вдоль нейтральной линии тока  $N$  между двумя любыми точками  $A$  и  $M$  определяется формулой:

$$t_N = \frac{\pi b m}{n Q'} \left[ (r_0^2 - r^2) + \frac{2R_6^n}{n-2} \left( \frac{1}{r^{n-2}} - \frac{1}{r_0^{n-2}} \right) \right], \quad (18, XXI)$$

где  $r_0$  и  $r$  — расстояния точек  $A$  и  $M$  от центра  $O$ .

Формулы (17, XXI) и (18, XXI) справедливы при  $n > 2$ . Связанный с применением методов гидродинамики вывод этих формул мы здесь привести не можем, см. Щелкачев [208].

<sup>3</sup>См. § 7 данной главы.



пласта, сначала возрастает и достигает своего максимума при  $r = \sqrt[n]{n-1} R_6$ ; затем скорость фильтрации начинает убывать и в точке равновесия  $O$  обращается в нуль. Подставляя найденное критическое значение  $r$  в формулу (21, XXI), найдем максимальную скорость фильтрации вдоль нейтральной линии тока:

$$v_{\max} = \sqrt[n]{(n-1)^{n-1}} \frac{Q'}{2\pi b R_6}. \quad (23, \text{XXI})$$

Рассмотрим особенности стягивания контура нефтеносности, имевшего в начале форму окружности  $A_n$ , концентричной кольцевой батарее скважин  $E$ . Сравним движения вдоль наиболее характерных линий тока — главной и нейтральной.

Допустим, что точка  $F$  начального контура нефтеносности  $A_n$ ,двигающаяся по нейтральной линии тока  $N$ , достигает точки  $B$  в тот момент, когда достигает скв.  $A_c$  точка  $D$  контура нефтеносности  $A_n$ ,двигающаяся по главной линии тока  $x$ .

Требуется определить расстояние  $r'$  точки  $B$  от центра  $O$ .

Для этого поступим следующим образом: в формулу (17, XXI) подставим вместо  $r_0$  и  $r$  величины  $R_n$  и  $R_6$ ; найдем величину  $t_x$ , соответствующую моменту начала обводнения скважины. Найденное значение  $t_x$  подставим вместо  $t_N$  в левую часть формулы (18, XXI), а в правой ее части положим  $r_0 = R_n$ ,  $r = r'$ ; получим следующее уравнение для определения искомого расстояния  $r'$ :

$$\left(\frac{r'}{R_6}\right)^n + \left\{ \frac{2}{n-2} \left[ 2 \left(\frac{R_6}{R_n}\right)^{n-2} - 1 \right] - 1 \right\} \left(\frac{r'}{R_6}\right)^{n-2} - \frac{2}{n-2} = 0. \quad (24, \text{XXI})$$

Из этого алгебраического уравнения степени  $n$  можно определить  $r'$  в зависимости от  $R_6$  и  $R_n$ . Не при всех значениях  $n$  уравнение (24, XXI) можно разрешить в радикалах; оно может быть сведено к уравнению не выше четвертой степени и тем самым разрешено в радикалах при следующих значениях числа скважин  $n$ :  $n = 3$ ;  $n = 4$ ;  $n = 6$ ;  $n = 8$ .

Для любого другого целого числа  $n$  следует воспользоваться каким-либо из приближенных известных способов решения уравнений высших степеней.

Исследуя уравнение (24, XXI), легко убедиться в том, что величина  $\frac{r'}{R_6}$  возрастает по мере увеличения отношения  $\frac{R_n}{R_6}$ . Это обозначает, что чем больше величина радиуса  $R_n$  первоначального контура нефтеносности  $A_n$  (по сравнению с  $R_6$ ), тем больше точки контура нефтеносности, движущиеся по нейтральной линии тока, будут отставать от точек контура нефтеносности, движущихся вдоль главной линии тока. Наиболее сильное отставание, т. е. наиболее сильно выраженный язык обводнения, получается в том предельном случае, когда  $R_n = \infty$ . Подобный крайний нереальный случай представляет интерес потому, что ему соответствует наиболее неблагоприятная картина стягивания контура нефтеносности.

Положив в уравнении (24, XXI)  $R_n = \infty$ , получим:

$$\left(\frac{r'}{R_6}\right)^n - \frac{2}{n-2} \left(\frac{r'}{R_6}\right)^{n-2} - \frac{2}{n-2} = 0. \tag{25, XXI}$$

При  $n = 3$  уравнение (25, XXI) сводится к кубическому уравнению; его левая часть легко раскладывается на множители. При  $n = 6$  уравнение (25, XXI) также сводится к кубическому уравнению; при  $n = 4$  получаем биквадратное уравнение, а при  $n = 8$  — уравнение четвертой степени. Решения этих уравнений приведены в табл. 56.

Т а б л и ц а 56

**Относительные величины расстояний  $\frac{r'}{R_6}$  точки  $B$  от центра  $O$  при разном числе скважин в батарее (рис. 201)**

$n$	3	4	6	8
$\frac{r'}{R_6}$	2	1,55	1,30	1,20

Подсчеты выполнены с помощью уравнения (25, XXI).

Форма контура нефтеносности  $A'_n$  в момент обводнения скважин показана на рис. 202 и 203 для трех и восьми скважин в батарее.

Строго говоря, картины, изображенные на рис. 202 и 203 и табл. 56, справедливы лишь для теоретически мыслимого случая  $R_n = \infty$ .

Однако подсчеты показывают, что в практически интересном диапазоне значений радиуса  $R_n$  начального кругового контура нефтеносности, когда  $R_n > 2R_6$  картина стягивания контура нефтеносности будет почти точно такая же, какая отражена на упомянутых фигурах и в таблице (при соблюдении всех прочих одинаковых условий).

Так, например, если в уравнении (24, XXI) положить  $R_n = 10R_6$  или  $R_n = 5R_6$ , то для  $n = 4$  получаем соответственно  $r' = 1,55R_6$  или  $r' = 1,54R_6$ . Как показывает табл. 56, тот же результат получился и при  $R_n = \infty$ .

Другие подсчеты по формулам (17, XXI) и (18, XXI) показывают, что если принять опять  $n = 4$  и  $R_n = 10R_6$  или  $R_n = 5R_6$ , то к тому моменту, когда точка контура нефтеносности,двигающаяся по главной линии тока, будет на расстоянии  $2R_6$  от центра  $O$ , другая точка,двигающаяся по нейтральной линии тока, будет на расстоянии  $2,11R_6$  или  $2,09R_6$  от центра  $O$ . Различие в расстояниях от центра  $O$  до наиболее близкой (на главной линии тока) и наиболее удаленной (на нейтральной линии тока) точек контура нефтеносности в обоих случаях порядка 5%.

Следовательно, действительно, если контур нефтеносности в отдалении от скважин кольцевой батарее имеет форму окружности, то круговая форма

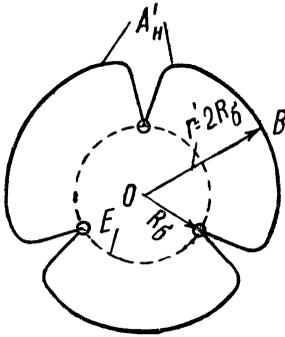


Рис. 202. Контур нефтеносности  $A'_H$  в момент прорыва воды к кольцевой батарее из 3 скважин.

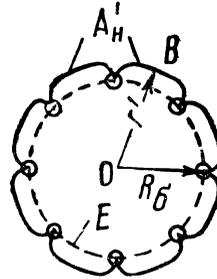


Рис. 203. Контур нефтеносности  $A'_H$  в момент прорыва воды к кольцевой батарее из 8 скважин.

стягивающегося контура нарушается лишь в ближайшей окрестности скважин; в основном это нарушение происходит в зоне, точки которой удалены не больше, чем на расстояние  $2R_6$  от центра  $O$ , т. е. на расстояние  $R_6$  от кольцевой батареи скважин  $E$ .

Поэтому при анализе формы стягивающегося контура нефтеносности и при подсчетах времени его стягивания к скважинам кольцевой батареи вполне допустимо кольцевую батарею скважин мысленно заменять равнодебитной кольцевой галлереей (см. рис. 178); подобное допущение, значительно облегчающее все подсчеты, не может быть использовано лишь при анализе формы стягивающегося контура нефтеносности в ближайшей окрестности скважин.

Пользуясь тем же методом, что и в предыдущем параграфе, легко подсчитать площадь целика нефти  $\sigma_{ц}$  внутри контура  $A'_H$  в момент начала обводнения скважин; для 3 и 8 скважин контуры  $A'_H$  показаны на рис. 202 и 203. Выполним этот подсчет. Положив в формуле (17, XXI)  $r_0 = R_H$ ,  $r = R_6$ , получим промежуток времени  $T_0$  до начала обводнения скважин с момента пуска их в эксплуатацию, т. е. с начала стягивания кругового контура нефтеносности  $A_H$  (предполагается, что  $n$  скважин кольцевой батареи пущены одновременно).

Суммарная добыча  $\tau_0$  всех  $n$  скважин за время  $T_0$  безводной их эксплуатации определится из формулы (17, XXI):

$$\tau_0 = nQ'T_0 = \pi b m \left[ (R_H^2 - R_6^2) - \frac{2R_6^n}{n-2} \left( \frac{1}{R_6^{n-2}} - \frac{1}{R_H^{n-2}} \right) \right]. \quad (26, XXI)$$

Суммарная добыча нефти  $\tau_0$  равна объему пор, освободившихся от нефти в той части пласта, которая заключена между начальным круговым контуром нефтеносности  $A_n$  (см. рис. 201) и контуром нефтеносности  $A'_n$  в момент, соответствующий началу обводнения скважин (см. рис. 202 и 203). Поэтому площадь  $\sigma_{ц}$  целика нефти, заключенного внутри контура  $A'_n$ , найдем на основании формулы (26, XXI)<sup>1</sup>:

$$\sigma_{ц} = \pi R_n^2 - \frac{\tau_0}{bm} = \frac{2R_6^2}{n-2} \left[ n - 2 \left( \frac{R_6}{R_n} \right)^{n-2} \right]. \quad (27, XXI)$$

Обозначив площадь круга, ограниченного кольцевой батареей скважин  $E$ , через  $\sigma_E$  и учтя, что  $\sigma_E = \pi R_6^2$ , получим:

$$\sigma_{ц} = \left[ 1 + 2 \frac{1 - \left( \frac{R_6}{R_n} \right)^{n-2}}{n-2} \right] \sigma_E. \quad (28, XXI)$$

Формула (28, XXI) справедлива при любом числе скважин  $n$  в батарее, если только  $n > 2$ , см. сделанное выше замечание по поводу формул (17, XXI) и (18, XXI). Для  $n = 2$  формулу (15, XXI) в новых обозначениях можно переписать так:

$$\sigma_{ц} = \left( 1 + 2 \ln \frac{R_n}{R_6} \right) \sigma_E. \quad (29, XXI)$$

Из формулы (28, XXI) видно, что  $\sigma_{ц} \rightarrow \sigma_E$ , когда  $n \rightarrow \infty$ , т.е. когда уплотненность скважин кольцевой батареи приближает ее к кольцевой галлерее. Наглядной иллюстрацией формул (28, XXI) и (29, XXI) служит табл. 57.

Таблица 57

**Относительная величина целика нефти в момент начала обводнения скважин кольцевой батареи (см. рис. 201–203)**

Число скважин	2	4	8	$\infty$	2	4	8	$\infty$
$\frac{R_6}{R_n}$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,1	0,1	0,1	0,1
$\frac{\sigma_{ц}}{\sigma_E}$	2,83	1,84	1,33	1	5,61	1,99	1,33	1

Расчет выполнен по формулам (28, XXI) и (29, XXI).

<sup>1</sup>См. подстрочное примечание по поводу формул (14, XXI) и (15, XXI) в предыдущем параграфе.

Из таблицы видно, что при значительном числе скважин в кольцевой батарее площадь целика  $\sigma_{ц}$  мало зависит от величины отношения  $\frac{R_б}{R_н}$ . Это согласуется со сделанным выше выводом о том, что изменения в форме стягивающегося кругового контура нефтеносности становятся заметны лишь в ближайшей окрестности скважин.

Совершенно аналогичными способами можно было бы решить все рассмотренные в данном параграфе задачи для двух концентричных кольцевых батарей скважин и большего их числа.

Итак, методы подземной гидродинамики позволяют точно (в упомянутых выше идеализированных условиях) подсчитать дебиты скважин кольцевых батарей, время до начала обводнения скважин, безводную добычу нефти из скважин, площадь целика нефти к моменту начала обводнения скважин, позволяют проанализировать форму стягивающегося контура нефтеносности и т. д. Все это весьма важно для решения проблемы расстановки скважин и составления проекта рациональной разработки залежи нефти, ограниченной круговым (или слабо вытянутым) контуром нефтеносности.

В работе Щелкачева [208] приведены более подробные подсчеты только что перечисленных величин, причем дана приближенная оценка влияния различия в вязкостях нефти и воды на приток нефти к скважинам кольцевой батареи.

**Примечание.** Точная оценка влияния различия в вязкостях воды и нефти на стягивание контура нефтеносности к группе скважин представляет большие трудности. Еще большие осложнения получаются при попытке учесть изменения в эффективной проницаемости пласта за счет проникновения воды в область, ранее занятую водой. При учете всех этих факторов проблема стягивания контура нефтеносности до сих пор не имеет сколько-нибудь строгого и общего математического решения. Помимо цитированной выше работы Щелкачева [208], приближенные методы оценки влияния различия в вязкостях воды и нефти на характер стягивания контура нефтеносности даны в новых работах Чарного [189], Крылова и др. [79].

## **§ 5\*. Особенности стягивания овально вытянутого контура нефтеносности к скважинам, расположенным вдоль длинной оси овала**

Рассмотрим сначала прямолинейную батарею трех равнодебитных скв.  $A_1, A_2, A_3$ ; дебит каждой из скважин при совместной работе обозначим через  $Q$ . Расстояния между соседними скважинами будем считать одинаковыми и равными  $2\delta$ . Проведем оси координат  $x$  и  $y$  так, как указано на рис. 204.

Траектории, по которым движутся частицы жидкости к трем взаимодействующим скважинам, имеют довольно сложную форму. Получить законы движения в замкнутой форме возможно лишь для некоторых простейших

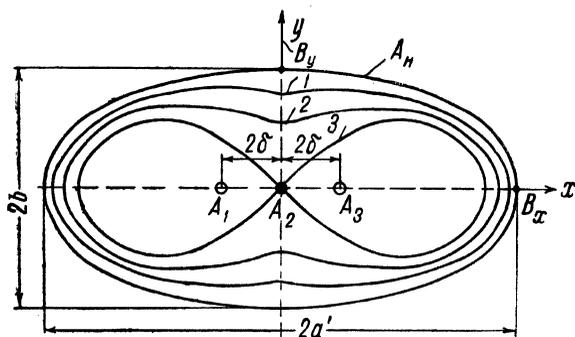


Рис. 204. Последовательные положения контура нефтеносности, имевшего первоначально форму эллипса и стягивающегося к трем равнодебитным скважинам.

траекторий. В частности, законы движения вдоль траекторий, совпадающих с осями  $x$  и  $y$ , имеют вид:

$$t_x = \frac{\pi b m}{3Q'} \left[ (x_0^2 - x^2) - \frac{8\delta^2}{3} \ln \frac{3x_0^2 - 4\delta^2}{3x^2 - 4\delta^2} \right], \quad (30, \text{XXI})$$

$$t_y = \frac{\pi b m}{3Q'} \left[ (y_0^2 - y^2) + \frac{8\delta^2}{3} \ln \frac{3y_0^2 - 4\delta^2}{3y^2 - 4\delta^2} \right]. \quad (31, \text{XXI})$$

где  $t_x$  — время движения вдоль оси  $x$  между точками с координатами  $x_0$  и  $y$ ;  
 $t_y$  — время движения вдоль оси  $y$  между точками с координатами  $y_0$  и  $y$ .

Из формул (30, XXI) и (31, XXI) видно, что при  $x_0 = y_0$  и  $x = y$  оказывается  $t_x < t_y$ , т. е. на указанных участках пути частицы жидкости будут двигаться по оси  $x$  скорее, чем по оси  $y$ . Однако, если величины  $x_0, x, y_0, y$  больше  $2\delta$ , то упомянутое различие между  $t_x$  и  $t_y$  очень незначительно; объясняется это тем, что вторые члены (логарифмические) в правых частях формул (30, XXI) и (31, XXI) в рассматриваемых условиях значительно меньше влияют на величины  $t_x$  и  $t_y$ , чем первые члены (одинаковые в обеих формулах).

Отсюда же следует, что если  $y_0 \ll x$ , то соответствующая частица жидкости вдоль оси  $y$  движется с гораздо большей скоростью (при  $x_0 \gg 2\delta$ , чем по оси  $x$ . Именно этот случай и будет интересовать нас в дальнейшем.

Допустим, что начальный контур нефтеносности  $A_n$  имеет форму эллипса и скв.  $A_1, A_2, A_3$  расположены симметрично вдоль его длинной оси; скв.  $A_2$  расположена в центре эллипса.

Рис. 204 построен для следующих соотношений между полуосями эллипса  $a'$  и  $b'$  и расстоянием  $2\delta$  между соседними скважинами:  $a' = 2b' = 8\delta$ .

В этом случае, согласно сказанному выше, после одновременного пуска скважин в эксплуатацию точка  $B_x$  должна начать двигаться с меньшей скоростью, чем  $B_y$ , — контур нефтеносности стягивается вдоль короткой оси овала скорее, чем вдоль длинной. Кривые 1–3 изображают последовательные, построенные через равные интервалы времени, положения стягивающегося контура нефтеносности; кривая 3 соответствует моменту начала обводнения центральной скв.  $A_2$ . В этот момент область нефтеносности оказывается разбитой на два отдельных поля, причем обводнено 55% начальной площади нефтеносности (внутри контура  $A_n$ ), т. е. площадь целиков нефти вокруг скв.  $A_n$  и  $A_3$  (внутри контура 3) составляет около половины начальной площади нефтеносности.

Приведем результаты некоторых числовых подсчетов<sup>1</sup>. Допустим, что  $a' = 2$  км;  $b' = 1$  км;  $2\delta = 500$  м, среднее расстояние от скважин до контура нефтеносности  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см,  $\mu = 1$  сантипуазу,  $k = 1$  д,  $b = 10$  м,  $m = 0,15$ ; понижения давлений ( $p_k - p_c$ ) в крайних скв.  $A_1$  и  $A_3$  равны  $10$  ат.

При сформулированных условиях для равнодебитности центральной скв.  $A_2$  с крайними необходимо, чтобы в скв.  $A_2$  поддерживался больший перепад давления, а именно равный  $10,4$  ат; дебит каждой из скважин будет равен  $324$  м<sup>3</sup>/сутки. Промежутки времени, через которые построены последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности 1–3, равны 1774 суток; промежутков времени с момента пуска всех скважин в эксплуатацию до прорыва воды в центральную скважину будет в 3 раза больше, т. е. равен 5322 суток.

Начальная площадь нефтеносности (площадь  $\pi a' b'$  внутри эллипса  $A_n$ ) равна 628 га. Объем нефти, добытой за 5322 суток из трех скважин при их суммарном дебите  $972$  м<sup>3</sup>/сутки, равен  $5,17 \cdot 10^6$  м<sup>3</sup>. При эффективной динамической пористости пласта  $m = 0,15$  и мощности  $b = 10$  м в результате добычи упомянутого количества нефти должна была обводниться площадь, равная 345 га:

$$(5,17 \cdot 10^6) : (0,15 \cdot 10) = 3,45 \cdot 10^6 \text{ м}^2,$$

т. е. несколько больше половины (55%) начальной площади нефтеносности.

Конечно, при столь большой начальной площади нефтеносности было бы недопустимо ограничиваться тремя скважинами для разработки залежи (этим и объясняется громадный промежуток времени до начала обводнения центральной скважины), но рассмотренный пример был выбран с особой целью — выяснить характерные особенности стягивания овально вытянутого контура нефтеносности.

Обобщим предыдущие выводы. Допустим, что залежь нефти, ограниченная овально вытянутым контуром нефтеносности, эксплуатируется прямой батареей скважин, расположенных вдоль длинной оси овала (рис. 205).

Контур нефтеносности находится вдоль оси  $y$  на более близком расстоянии от середины батареи скважин, чем вдоль оси  $x$ . Анализируя законы

<sup>1</sup> Подсчеты заимствованы из работы Щелкачева [208].

движения вдоль осей  $x$  и  $y$ , можно сделать следующие несколько упрощенные выводы: расстояние от контура нефтеносности до центра овала входит в формулы для времени [см., например, формулы (30, XXI) и (31, XXI)] во второй степени. Следовательно, при  $a' > b'$  вершина  $B$  стягивающегося овального контура нефтеносности будет двигаться к скважинам значительно быстрее, чем вершина  $A$  (за исключением тех периодов, когда точка  $A$  попадает в ближайшие окрестности скважин). При такой системе разработки овальной залежи нефти вдоль оси  $y$  появляется интенсивный обводнения и центральные скважины обводняются задолго до того, как из пласта выбрана вся нефть.

Отмеченные особенности стягивания овально вытянутого контура нефтеносности позволяют сделать ряд существенных выводов по поводу системы разработки залежей нефти соответствующей формы в условиях водонапорного режима; некоторые замечания по этому поводу будут сделаны в конце данной главы.

### § 6\*. Особенности стягивания контура нефтеносности к однорядной батарее скважин в пласте, замкнутом с трех сторон

В § 9 и 10 главы XX было изучено влияние непроницаемых границ в пласте (например, сбросов, порогов резкой фациальной изменчивости) на эффект взаимодействия скважин. Особенно подробно была изучена работа однорядной симметричной батареи скважин в пласте с непроницаемыми границами, замыкающими пласт с трех сторон (см., например, рис. 190), считая на ней линии  $FK$ ,  $KN$ ,  $NG$  непроницаемыми границами. Было доказано, что в упомянутых условиях каждая из скважин ведет себя так же, как и соседние с ней скважины, а потому весь пласт можно разбить на одинаковые поля; достаточно изучить работу одной скважины в таком поле с границами  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$ , где  $BC$  и  $DE$  — нейтральные линии тока.

В данном параграфе исследуем особенности стягивания прямолинейного контура нефтеносности к скважинам, расположенным параллельно этому контуру в пласте, замкнутом с трех сторон. Считая скважины равнодебитными и расположенными симметрично по отношению к границам пласта, согласно сказанному выше, можно было бы ограничиться исследованием стягивания контура нефтеносности только к одной скважине. Для ясности на рис. 206 изображена батарея только из трех скв.  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ . Линия  $BC$  — непроницаемая граница пласта; штрих-пунктирные линии  $N_1N_1$ ,  $N_2N_2$  — нейтральные линии, разграничивающие потоки между соседними скв.  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ . Линии  $AB$  и  $CE$  следует рас-

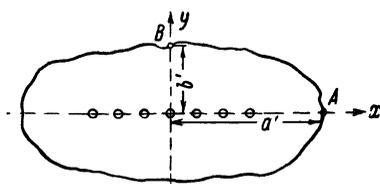


Рис. 205. Прямолинейная батарея скважин, расположенная вдоль большей оси овально вытянутого контура нефтеносности.

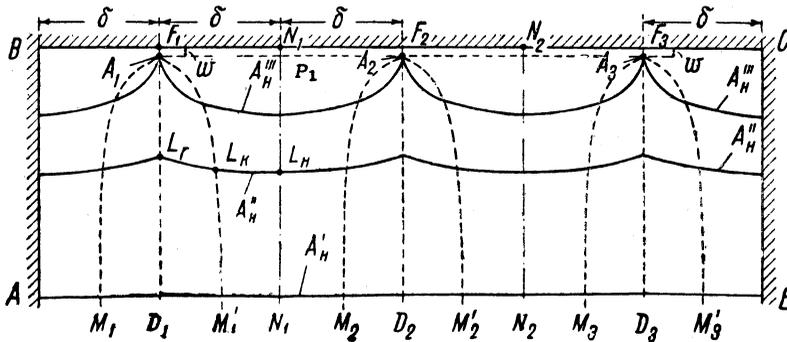


Рис. 206. Последовательные положения контура нефтеносности, имевшего первоначально форму прямой и стягивающегося к батарее скважин в пласте с непроницаемыми границами.

считать либо как нейтральные линии, считая, что батарея скважин продолжается влево и вправо и состоит из  $n$  скважин, либо каждая из этих линий может рассматриваться как продольная непроницаемая граница в пласте. Прямые  $D_1A_1$ ,  $D_2A_2$ ,  $D_3A_3$  — главные линии тока. Кривые  $M_1A_1$ ,  $M'_1A_1$  ...  $M_3A_3$  — характерные траектории, асимптоты которых параллельны главным и нейтральным линиям тока и делят расстояния между ними пополам (именно вдоль этих траекторий законы движения определяются наиболее просто).  $B$ ,  $F_1$ ,  $N_1$ , ...  $C$  — точки равновесия, в которых скорости фильтрации равны нулю.

При расстоянии  $2\delta$  между соседними  $n$  скважинами симметричной батареи расстояние между параллельными продольными непроницаемыми границами равно  $2\delta n$ .

Сплошные кривые линии  $A'_n$ ,  $A''_n$ ,  $A'''_n$  представляют собой последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности, причем контур  $A'''_n$  соответствует именно моменту начала обводнения скважин батареи.

При построении рис. 206 предполагалось, что прямолинейный начальный контур нефтеносности  $A_n$  (на чертеже этот контур не показан) параллелен непроницаемой границе  $BC$  и находится на расстоянии  $R_n$  от этой границы, причем  $R_n = 10\delta = 100w^1$ .

Искривление контура  $A'_n$  едва заметно, искривление контура  $A''_n$  хорошо заметно, но все же мало. Резкие языки обводнения вдоль главных линий тока контур образует лишь в ближайшей окрестности скважин.

Не имея возможности привести здесь аналитические выражения законов движения вдоль линии токов, проанализируем некоторые числовые подсчеты

<sup>1</sup>Рис. 206 построен на основании точных гидродинамических расчетов [208].

(выполненные на основании упомянутых законов), характеризующие наиболее замечательные особенности стягивания прямолинейного контура нефтеносности к параллельной контуру однорядной батарее скважин при условии, что непроницаемые границы замыкают пласт с трех сторон.

*Пример 1.* Допустим, что расстояние  $R_n$  от непроницаемой границы  $BC$  до параллельного ей начального контура нефтеносности  $A_n$  равно 1000 м. В табл. 58 приведены расстояния  $y_r, y_k, y_n$  от границы  $BC$  тех точек стягивающего контура нефтеносности, которые движутся соответственно вдоль главной линии тока  $D_1A_1$  вдоль кривой  $M_1A_1$  и вдоль нейтральной линии тока  $N_1N_1$ . В каждой горизонтальной строке таблицы приведены расстояния  $y_r, y_k, y_n$ , замеренные одновременно, т. е. характеризующие положение стягивающегося контура нефтеносности в один и тот же момент времени. Так, например, для положения контура  $A_n''$  на рис. 206  $y_r, y_k, y_n$  равны расстояниям точек  $L_r, L_k, L_n$  от линии  $BC$ .

Из табл. 58 видно, что контур нефтеносности, стягиваясь, движется поступательно, т. е. остается параллельным своему начальному положению почти до тех пор пока не приблизится к скважинам на расстояние  $\delta$ , равное половине расстояния между ними. Так, например, при  $2\delta = 200$  м сколько-нибудь заметное различие в величинах  $y_r, y_k, y_n$  наблюдается лишь тогда, когда  $(y_r - w) < 100$  м.

При одном и том же значении  $2\delta$  контур нефтеносности приближается к скважинам тем более равномерно, чем больше  $w$ . Однако только на основании этого соображения было бы невыгодно увеличивать расстояние  $w$  от батареи скважин до непроницаемой границы  $BC$ , ибо при больших значениях  $w$  между границей  $BC$  и скважинами к моменту их обводнения остаются большие целики нефти.

Табл. 58 хорошо подтверждает вывод, сделанный в § 10 главы XX: вдали от скважин (на расстоянии, большем  $\delta$ ) фильтрационный поток почти точно следует законам одномерного движения.

*Пример 2.* Охарактеризуем с помощью подсчетов других величин тот же процесс стягивания прямолинейного контура нефтеносности, который был исследован в предыдущем параграфе.

Обозначим через  $t_{гл}$  время движения частицы жидкости вдоль главной линии тока  $D_1A_1$  от начального прямолинейного контура нефтеносности  $A_n$  до скв.  $A_1$ ;  $t_k$  — время движения частицы жидкости по криволинейной траектории  $M_1A_1$  от  $A_n$  до скв.  $A_1$ ;  $t_n$  — время движения частицы жидкости вдоль нейтральной линии тока от  $A_n$  до точки  $P_1$ , лежащей от границы  $BC$  на том же расстоянии  $w$ , что и скважина. Величина  $t_{гл}$  имеет особое значение, ибо она указывает промежуток времени до начала обводнения скважин.

В табл. 59 приведены результаты подсчетов величин  $t_{гл}, t_k, t_n$  (в годах) по формулам, которые здесь не приводятся [208]. Вследствие того, что в упомянутой таблице взяты большие расстояния ( $R_n - w$ ) начального контура нефтеносности от батареи скважин (490 м  $\sim$  400 м), соответствующие промежутки времени  $t_{гл}, t_k, t_n$  оказались весьма большими. В данной таблице нас интересуют не столько абсолютные величины этих промежутков

Таблица 58

Расстояния  $y_r, y_k, y_n$  (в м) точек стягивающегося контура нефтеносности, движущихся к однорядной батарее скважин вдоль главной линии тока, вдоль характерной криволинейной траектории и вдоль нейтральной линии тока

$2\delta = 200 \text{ м}$				$2\delta = 800 \text{ м}$			
$w, \text{ м}$	$y_r$	$y_k$	$y_n$	$w, \text{ м}$	$y_r$	$y_k$	$y_n$
10	1000	1000	1000	10	1000	1000	1000
	500	500	500		500	503	507
	300	300	300		300	319	337
	200	200	200		200	248	280
	100	104	105		100	187	236
	10	46,2	58,9	10	168	227	
100	1000	1000	1000	100	1000	1000	1000
	500	500	500		500	503	527
	300	300	300		300	326	350
	200	201	202		200	264	299
	100	132	142	100	231	274	
300	1000	1000	100	300	1000	1000	1007
	500	500	500		500	526	548
	300	306	329		300	423	433

Расстояния до движущихся точек отсчитываются от непроницаемой границы  $BC$  (рис. 206).

времени, сколько их изменения в зависимости от изменения расстояния  $2\delta$  между соседними скважинами батареи.

Табл. 59 рассчитана для следующих условий:  $R_n = 500 \text{ м}$ ,  $R_k = 10 \text{ км}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ ,  $\mu = 1$  сантипуазу,  $k = 1$  дарси,  $m = 0,15$ ,  $(p_k - p_c) = 10 \text{ ат}$  (мощность пласта не указана, ибо ее величина влияет лишь на дебит гидродинамически совершенной скважины и перечисленных данных вполне достаточно для подсчетов промежутков времени [см., например, формулы (1, XX) и (2, XX)]).

Таблица показывает, что, как и следовало ожидать,

$$t_{гн} < t_k < t_n. \quad (32, XXI)$$

Кроме того, из табл. 59 видно, что с увеличением расстояния  $2\delta$  между скважинами соответствующие промежутки времени  $t_{гн}$  убывают, ибо с уменьшением эффекта взаимодействия скважин увеличиваются их дебиты. Впрочем увеличение расстояния между скважинами со 100 до 400 м не сильно отражается на уменьшении промежутка времени  $t_{гн}$ , что вполне со-

Т а б л и ц а 59

**Промежутки времени (в годах), соответствующие перемещению первоначально прямолинейного контура нефтеносности, находившегося на расстоянии 500 м от непроницаемой границы BC (рис. 206)**

$t_{гл}$  и  $t_k$  — промежутки времени для перемещений контура нефтеносности до скважин вдоль главной линии тока  $D_1A_1$  и кривой  $M_1A_1$ ,  $t_n$  — время перемещения контура нефтеносности по нейтральной линии тока  $N_1N_1$  до точки  $P_1$  (до линии скважин);  $t_{гал}$  — время перемещения контура нефтеносности до прямолинейной галлереи, расположенной между непроницаемыми границами вдоль линии  $A_1A_2A_3$ .

$2\delta = 100 \text{ м}$					$2\delta = 400 \text{ м}$				
$w, \text{ м}$	$t_{гл}$	$t_k$	$t_n$	$t_{гал}$	$w, \text{ м}$	$t_{гл}$	$t_k$	$t_n$	$t_{гал}$
10	22,6	23,3	24,9	23,3	10	20,4	28,6	36,9	23,3
100	18,2	19,1	19,9	18,8	100	16,5	19,5	23,0	18,8

гласно с замечаниями § 10 главы XX о медленном изменении суммарного дебита скважин с увеличением их числа.

Наоборот, с увеличением расстояния между скважинами частицы жидкости,двигающиеся по нейтральным линиям тока, испытывают меньшее влияние скважин, чем и объясняется заметное по табл. 59 увеличение промежутка времени  $t_n$ .

Напомним, что в рассматриваемых условиях расстояние между параллельными непроницаемыми границами пласта равно  $2\delta n$ , где  $n$  — число скважин в однорядной батарее. Поэтому, если речь идет об увеличении расстояния  $2\delta$  между соседними скважинами, то это обозначает пропорциональное уменьшение числа скважин  $n$  в батарее. Следовательно, сделанные выше замечания по поводу изменений промежутков времени  $t_{гл}$  и  $t_n$  можно сформулировать по-другому. Именно: с уменьшением числа скважин  $n$  в однорядной симметричной батарее, расположенной между непроницаемыми границами, замыкающими пласт с трех сторон, уменьшается промежуток времени  $t_{гл}$  и увеличиваются промежутки времени  $t_k$  и  $t_n$ . Однако не следует думать, что значительное увеличение числа скважин  $n$  может вызвать сильное увеличение промежутка времени  $t_{гл}$ .

Для этого рассмотрим, что будет происходить при неограниченном увеличении числа скважин  $n$  в батарее, т. е. при неограниченном уменьшении расстояния  $2\delta$  между ними. В пределе, при  $n = \infty$ , получим сплошную прямолинейную галерею, пересекающую пласт между непроницаемыми границами  $AB$  и  $EC$  на расстоянии  $w$  от границы  $BC$ . Такого рода предельный переход уже был выполнен в § 10 главы XX при исследовании поведения суммарного дебита скважин в батарее в зависимости от их числа.

В рассматриваемых условиях жидкость будет притекать к галлерее по законам одномерного движения. Поэтому время  $t_{\text{гал}}$  перемещения контура нефтеносности из начального положения (на расстоянии  $R_n$  непроницаемой границы  $BC$ ) до галлерей, т. е. на расстояние  $(R_n - w)$  определится согласно формуле (11, IX) главы IX так:

$$t_{\text{гал}} = \frac{m\mu(R_k - w)}{k(p_k - p_c)} (R_n - w). \quad (33, \text{XXI})$$

В формуле (33, XXI) подразумевается, что понижение (перепад) давления в галлерее такой же, как и в каждой из скважин батареи, т. е. равен  $(p_k - p_c)$ ; расстояние от контура области питания до галлерей равно  $(R_k - w)$ . В табл. 59 приведены значения промежутка времени  $t_{\text{гал}}$ , подсчитанного по формуле (33, XXI) для тех же значений входящих в нее величин, какие были приняты при подсчетах  $t_{\text{гал}}$ ,  $t_k$ ,  $t_n$ , см. начало этого примера II.

Как видно из таблицы:

$$t_{\text{гл}} < t_{\text{гал}} < t_n. \quad (34, \text{XXI})$$

С уменьшением расстояния  $2\delta$  между скважинами разница между величинами  $t_n$  и  $t_{\text{гл}}$  уменьшается и обе они стремятся к величине  $t_{\text{гал}}$ , как к своему пределу. Таким образом, оправдалось сделанное выше замечание: с увеличением числа скважин в однорядной батарее, зажатой между непроницаемыми границами, промежуток времени до обводнения скважин увеличивается, но это увеличение имеет предел;  $t_{\text{гл}} \rightarrow t_{\text{гал}}$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Весьма интересно выяснить различия между законами стягивания кругового контура нефтеносности к кольцевой батарее и кольцевой галлерее, изученными в § 4 данной главы, и между только что исследованными законами стягивания прямолинейного контура нефтеносности к прямолинейной батарее и галлерее.

Если положим в формулах (17, XXI) и (18, XXI)  $r_0 = R_n$  и  $r = R_6$  получим промежутки времени  $t_{XE}$  и  $t_{NE}$ , в течение которых круговой контур нефтеносности  $A_n$  радиуса  $R_n$  достигает окружности  $E$  по главной и нейтральной линиям тока  $X$  и  $N$  (рис. 201). Подсчитанные таким способом промежутки времени  $t_{XE}$  и  $t_{NE}$  вполне аналогичны рассматриваемым в данном примере промежуткам времени  $t_{\text{гл}}$  и  $t_{XE}$ . Величина  $t_{XE}$  определяет промежуток времени до начала обводнения скважин кольцевой батарее. На основании формул (17, XXI) и (18, XXI) можно отметить следующие два свойства упомянутых промежутков времени  $t_{XE}$  и  $t_{NE}$ : во-первых,  $t_{XE} < t_{NE}$  и, во-вторых, *оба промежутка времени  $t_{XE}$  и  $t_{NE}$  уменьшаются с увеличением числа скважин.*

Последнее свойство прямо противоположно тому, что выше было отмечено по отношению к промежуткам времени  $t_{\text{гл}}$  и  $t_n$  в случае стягивания прямолинейного контура нефтеносности к прямолинейной батарее (рост  $t_{\text{гл}}$  и уменьшение  $t_n$  с ростом числа скважин  $n$  и уменьшением расстояния  $2\delta$  между ними).

Объясним отмеченное весьма любопытное различие в законах стягивания кругового и прямолинейного контуров нефтеносности соответственно к скважинам кольцевой и прямолинейной батареей. Увеличение числа скважин в кольцевой батарее (вдоль окружности  $E$ , см. рис. 201) вызывает усиление эффекта их взаимодействия, а потому вместе с ростом суммарного дебита скважин уменьшается дебит каждой из них, если забойные давления в скважинах поддерживаются неизменными. Однако кольцевое расположение скважин обуславливает то, что уменьшение дебита каждой из скважин не влечет за собой уменьшение промежутка времени  $t_{XE}$ , который проходит до их обводнения. При кольцевом расположении рост суммарного дебита скважин с увеличением их числа сказывается на изменении промежутка времени  $t_{XE}$  *сильнее*, чем уменьшение дебита отдельной скважины.

В условиях притока жидкости к однорядной прямолинейной батарее в пласте, замкнутом непроницаемыми границами с трех сторон, рост суммарного дебита скважин с увеличением их числа сказывается на изменении промежутка времени *слабее*, чем уменьшение дебита отдельной скважины. Этим и объясняется упомянутое выше различие в законах стягивания контура нефтеносности к кольцевой и прямолинейной батареям скважин. Заранее предвидеть только что отмеченное различие вряд ли было бы возможно; лишь гидродинамический анализ соответствующих фильтрационных потоков вскрыл замечательные особенности каждого из них [208].

Формулы подземной гидродинамики позволяют точно (при упомянутых выше идеализированных условиях) подсчитать площадь целика нефти внутри контура нефтеносности к началу обводнения скважия прямолинейной батареей, подсчитать количество нефти, добытой всеми скважинами до начала их обводнения, и т. д. Подсчеты выполняются теми же методами, что и для кольцевой батареей (см. § 4), но расчетные формулы несколько более громоздкий потому мы их здесь не приводим. Существенные количественные поправки ко всем подсчетам, связанным со стягиванием прямолинейного контура нефтеносности к однорядной батарее скважин, вносит учет различия в вязкостях нефти и законтурной воды (с качественной стороны картина стягивания контура не изменяется, см. Щелкачев [208]). Особенно большое значение эффект различия в вязкостях воды и нефти в задаче о стягивании контура нефтеносности именно к прямолинейной батарее скважин имеет потому, что вдали от скважин поток следует законам одномерного движения; при одномерном же движении эффект различия в вязкостях сказывается более сильно, чем при радиальном, см. главу XVIII.

### **§ 7\*. Некоторые соображения по поводу расстановки скважин в нефтеносных пластах с водонапорным режимом**

Знание законов подземной гидро-нафтамеханики совершенно необходимо (хотя, конечно, недостаточно) для полного и обоснованного решения задачи о расстановке скважин в нефтеносном пласте.

Проф. М. Ф. Мирчинк [128] дает следующее определение: «Рациональ-

ной системой разработки нефтяного месторождения на каждом данном этапе следует считать такую систему расположения скважин, в такой последовательности их заложения и такие методы эксплуатации нефтеносных горизонтов в целом и отдельных скважин, при которых обеспечивается осуществление следующих основных условий:

- 1) удовлетворение потребности страны в нефти (определенного количества и качества);
- 2) наиболее рациональное и эффективное использование естественной пластовой энергии (пластового давления);
- 3) соблюдение норм по охране недр для предотвращения обводнения или дегазации нефтяных пластов;
- 4) максимальное извлечение нефти из недр при минимальных капитальных затратах;
- 5) полный учет всех естественных, производственных и экономических особенностей каждого нефтеносного района;
- 6) возможность сочетания рационального использования естественной пластовой энергии и применения методов увеличения отдачи».

Вполне понятно, что удовлетворить перечисленным выше условиям пп. 2–4 и 6 невозможно без проведения соответствующего гидродинамического анализа.

Итак, проблема разработки нефтеносных и газоносных пластов требует комплексного решения, основанного на детальном физико-геологическом изучении пласта, физико-химических исследованиях пластовых жидкостей, гидродинамическом анализе; в каждом конкретном случае решение проблемы должно быть подчинено требованию: успешно разрешить поставленную хозяйственно-политическую задачу.

Из предыдущих параграфов данной и предшествующих глав следует, что, основываясь на законах подземной гидро-нафтамеханики, можно, зная необходимые параметры пластовых жидкостей и газов и самого пласта, вводимого в разработку, предсказать возможные изменения в пластовом давлении и в дебитах скважин при изменениях их числа, расстояний между ними, способов расстановки, предсказать изменения в форме стягивающегося контура нефтеносности, сроки начала обводнения скважин, прекращения их фонтанирования и т. д.; основываясь на тех же законах, можно заранее предложить определенные мероприятия, способствующие поддержанию пластового давления и увеличению нефтеотдачи пласта. Такие гидродинамически обоснованные предсказания позволяют составить проект рациональной разработки нефтегазосного пласта, наиболее удовлетворяющий планово-экономическим заданиям. Конечно, проводя дополнительные исследования скважин, пласта, жидкостей и газов в процессе разработки нефтегазосной залежи, упомянутые выше предсказания будут уточняться; поэтому будет необходимо вносить соответствующие изменения в систему разработки пласта и в режимы эксплуатации скважин.

В задачу данной книги не входит изложение основ теории разработки нефтяных и газовых месторождений. Тем не менее для иллюстрации практического значения законов подземной гидравлики и гидро-нафтамеханики

полезно привести ряд выводов, которые непосредственно вытекают из решений данной главы, и рассмотренных в главе XX и в предшествующих параграфах данной главы, и которые связаны с вопросами расстановки скважин в нефтеносных пластах, разрабатываемых в условиях водонапорного режима.

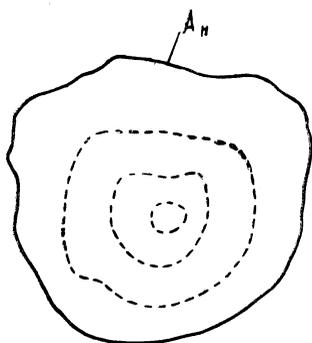


Рис. 207. Начальный контур нефтеносности  $A_n$  и изогипсы (пунктирные линии) для залежи нефти в сводовой части купольной складки.

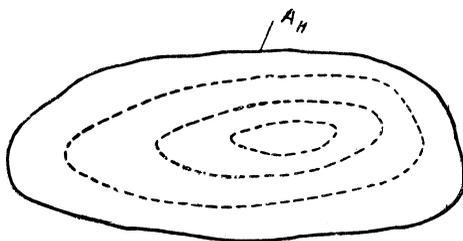


Рис. 208. Начальный контур нефтеносности  $A_n$  и изогипсы (пунктирные линии) для залежи нефти в сводовой части антиклинальной складки.

На основании материала, изложенного в упомянутых главах и параграфах, наиболее полные выводы о системе расстановки скважин можно сделать для залежей нефти следующих форм:

1. Залежь нефти занимает свод и присводовую часть правильной купольной складки; начальный контур нефтеносности  $A_n$ , следующий в условиях водонапорного режима изогипсе пласта, имеет почти круговую форму (рис. 207).
2. Залежь нефти занимает свод и присводовую часть вытянутой брахиантиклинальной складки; начальный контур нефтеносности  $A_n$  имеет вид вытянутого овала (рис. 208).
3. Залежь нефти замкнута с трех сторон непроницаемыми границами  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$  (образованных сбросами, несогласным налеганием пластов, выклиниванием продуктивного пласта и т. д.) и занимает повышенную часть моноклинально залегающего пласта; начальный контур нефтеносности  $A_n$  имеет примерно прямолинейную форму (рис. 209).

На рис. 207–209 изогипсы внутри начальных контуров нефтеносности  $A_n$  показаны пунктиром.

Можно представить себе, что залежи нефти, изображенные на рис. 207–209, не структурного, а стратиграфического типа (см. Брод [20],

Мирчинк [128]), и для них справедливы те же выводы по поводу расстановки скважин, которые будут изложены ниже.

Гидродинамический анализ проблемы расстановки скважин в залежах нефти таких форм, какие изображены на рис. 207–209, впервые был выполнен применительно к условиям водонапорного режима Щелкачевым [208]; как уже указывалось, из этой работы заимствована большая часть материала данной и предшествующей глав.

Формулы, таблицы и графики, приведенные в упомянутых главах, позволяют обоснованно сделать следующие важные выводы по поводу расстановки скважин при разработке залежей нефти простейших форм (в плане) в условиях водонапорного режима.

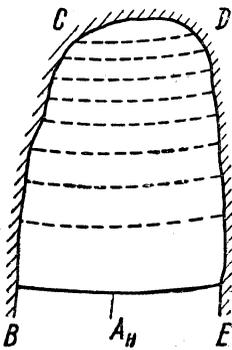


Рис. 209. Начальный контур нефтеносности  $A_n$  и изогипсы для залежи нефти в повышенной части моноклиальной складки.

1. Скважины нужно расставлять батареями вдоль изогипс пласта; ранее практиковавшиеся способы расстановки скважин по квадратной и треугольной сеткам в данных условиях совершенно нерациональны.

2. Увеличение числа скважин в батарее сверх некоторого предела весьма мало влияет на увеличение их суммарного дебита (при сохранении прежних забойных давлений).

Все же нельзя допускать слишком редкой расстановки скважин (особенно во внешней батарее) во избежание неравномерного стягивания контура нефтеносности и образования языков обводнения.

3. Первая же батарея, поставленная параллельно начальному контуру нефтеносности, сильно экранирует внутреннюю часть залежи (перехватывает напор воды) и потому установка еще одной или двух внутренних батарей, работающих одновременно с внешней, может быть оправдана лишь для залежей больших размеров.

Особенно силен эффект взаимодействия между скважинами и экранирующий эффект каждой батареи скважин в залежи нефти с односторонним напором краевых вод (см. рис. 209).

4. Внешнюю батарею скважин нельзя ставить слишком близко от контура нефтеносности во избежание слишком быстрого ее обводнения. С другой стороны, нельзя располагать скважины только в центральной части залежи, ибо, во-первых, их сближение усиливает эффект взаимодействия и, во-вторых, потребовалось бы слишком много времени, чтобы подтянуть контур нефтеносности к сильно удаленным от него скважинам. Выбор оптимального числа скважин в батарее, количества батарей, расстояния между контуром нефтеносности и ближайшей к нему батареей и т. д. решается гидродинамическим расчетом с учетом геологического строения пласта, физических условий в нем, его проницаемости, пористости, мощности, вязкости нефти и воды и других физических и физико-химических свойств породы и насы-

щающих ее жидкостей и газов. Конечно каждый такой гидродинамический расчет проводится и оценивается под углом зрения успешного решения поставленных хозяйственно-политических задач.

5. Если залежь нефти имеет в плане форму, изображенную на рис. 208, то отнюдь нельзя допускать в первой же стадии разработки залежи эксплуатацию ее в центральной части (вблизи малой оси овального контура нефтеносности) такими же темпами, как и на погружении большой оси — в периклинальных частях. В противном случае вдоль малой оси овального контура нефтеносности  $A_n$  быстро образуются языки обводнения и они сомкнутся в центре залежи и, следовательно, разрежут площадь нефтеносности на отдельные поля задолго до того, как будет выбрана нефть на периклиналях (см. рис. 204). В связи с этим в работе Щелкачева [208] для залежей нефти малых размеров (когда малая ось начального контура нефтеносности не превышает 1 км) в однородных пластах средней и выше средней проницаемости было предложено ограничиваться бурением одного ряда скважин вдоль длинной оси, но разработку вести по ползуще-сгущающейся системе от вершин овала, т. е. начиная с периклиналей) к центру. Соответствующая схема расположения скважин изображена на рис. 210: линия  $AB$  — большая ось начального овально вытянутого контура нефтеносности. Первоначально вводятся в эксплуатацию две группы скважин 1–4 и 5–8 на погружениях длинной оси. Расстояния крайних скв. № 1 и № 5 от вершин овала подбираются так, чтобы обводнение этих скважин началось раньше остальных. После того как обводнятся одна или две крайние скважины в каждой группе, пускаются в эксплуатацию одна или две новые скважины в каждой группе — №№ 9–12, расположенные ближе к центру залежи, и т. д. По мере приближения к центру залежи расстояния между соседними скважинами следует увеличивать, ибо усиливается эффект взаимодействия между ними, вследствие сближения обеих групп скважин. Постепенное добавление новых скважин в направлении от вершин овального контура нефтеносности к центру и постепенное сближение двух групп скважин около центра и дало повод назвать такую систему разработки «ползуще-сгущающейся».

При больших размерах малой оси (более 1 км) и больших размерах всей площади нефтеносности необходимо эксплуатацию залежи начинать одной или двумя батареями, расставленными вдоль изогипс пласта, но и здесь скважины, расположенные вблизи короткой оси овала, следует либо пускать в эксплуатацию несколько позже, либо эксплуатировать с меньшими дебитами, чем скважины на периклиналях, дабы, как уже упоминалось выше, не подтянуть языков обводнения вдоль короткой оси овала к центру залежи. Конечно конкретные особенности пласта — нарушения сплошности, изменения в мощности и в проницаемости и т. д. — должны учитываться и вызывать изменения в системе расстановки и режимах эксплуатации скважин.

6. В залежах нефти такой формы, какая изображена на рис. 209, не следует последнюю батарею скважин (при малых размерах залежи эта батарея может быть единственной) ставить слишком далеко от непроницаемой границы  $CD$ , ибо после начала обводнения скважин батареи между ними

и границей  $CD$  осталось бы еще много нефти, которую пришлось бы добывать с быстро возрастающим количеством воды.

7. При подсчетах суммарного дебита скважин кольцевой или прямой батареей или при подсчетах сроков стягивания контуров нефтеносности к таким батареям можно для упрощения расчетов с высокой степенью точности каждую батарею заменять соответствующей кольцевой или прямой линейной равнодебитной галлереей.

Следует отметить, что все перечисленные выше принципиальные выводы по поводу расстановки скважин в пластах, разрабатываемых в условиях водонапорного режима, были за последние годы значительно развиты, дополнены и частично обобщены на условия других режимов нефтеносных пластов в исследованиях коллектива сотрудников Проектно-исследовательского бюро Московского нефтяного института (ПИБ МНИ). Особенной заслугой этого коллектива (подробности см. в главе XXIII) является создание совершенно оригинальной комплексной методики проектирования рациональной разработки нефтяных месторождений, учитывающей все последние достижения подземной гидродинамики. К сожалению, к моменту подготовки рукописи данной книги к печати коллективный труд сотрудников ПИБ МНИ [79] еще не был опубликован и мы не смогли здесь им воспользоваться. Общие основы методики, разработанной коллективом работников ПИБ МНИ, изложены в статье руководителя этого коллектива А. П. Крылова [78].

В книге Н. М. Николаевского [136] имеются указания на то, как используются выводы гидродинамического анализа при решении различных проблем расстановки скважин. Пример использования той же комплексной методики приведен в статье М. М. Глоговского [39].

За последние годы Б. Б. Лапуком была предложена теория разработки газовых месторождений, основанная на газодинамическом анализе проблемы с учетом геологических особенностей пласта и режима газовой залежи.

Основанные на законах подземной гидро-нафтамеханики выводы по поводу разработки нефтяных и газовых месторождений прекрасно подтверждаются опытами В. М. Барышева [12, 13, 14] на моделях пластов в АЗНИИ, подсчетами на электронном интеграторе системы Л. И. Гутенмахера [61, 170, 16] и анализом текущих и специальных наблюдений за поведением скважин на многих нефтяных и газовых месторождениях. Достаточно упомянуть о месторождениях Абузы, Кура-цеце, Туймазы, Султангулово, которые разрабатывались по проектам, выполненным на основании комплексной методики, причем гидродинамический анализ имел весьма существенное значение в этом комплексе.

## Часть V

# Дифференциальные уравнения подземной гидравлики. Заключение



---

---

## ГЛАВА XXII

# Дифференциальные уравнения движения жидкостей и газов в пористой среде по линейному закону фильтрации и их интегрирование в простейших случаях

### § 1. Уравнение неразрывности при движении однородных жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде

Рассмотрим движение сжимаемой жидкости в недеформируемой пористой среде. Под сжимаемой жидкостью будем понимать как капельно-сжимаемые жидкости, так и газы. Выделим мысленно в пористой среде, сквозь которую происходит движение сжимаемой жидкости, элементарный объем в форме прямоугольного параллелепипеда; длина ребер параллелепипеда  $dx$ ,  $dy$  и  $dz$  (см. рис. 211).

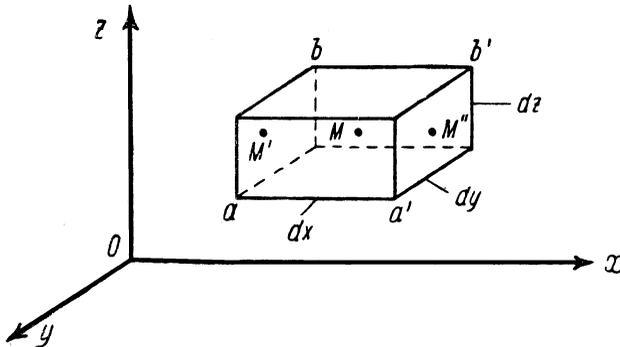


Рис. 211. Элемент пласта. К выводу уравнения неразрывности.

Грани указанного прямоугольного параллелепипеда параллельны соответствующим координатным плоскостям  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Начало коорди-

нат поместим в произвольно выбранной точке  $O$ , находящейся в пористой среде.

Объем выделенного нами элемента пористой среды является весьма малым по сравнению с объемом пористого пласта, но длина ребер параллелепипеда  $dx$ ,  $dy$  и  $dz$  во много раз больше поперечных размеров поровых каналов.

Обозначим:

$\vec{v}$  — вектор скорости фильтрации жидкости в точке  $M$ , находящейся в центре элементарного параллелепипеда; координаты точки  $M$  —  $x$ ,  $y$  и  $z$ ;

$v_x$ ,  $v_y$  и  $v_z$  — проекции вектора скорости фильтрации  $\vec{v}$  соответственно на оси координат  $x$ ,  $y$  и  $z$ ;

$\rho$  — плотность жидкости в точке  $M(x, y, z)$  в момент времени  $t$ ;

$\rho v_x$ ,  $\rho v_y$  и  $\rho v_z$  — проекции вектора массовой скорости фильтрации  $\rho \vec{v}$  в точке  $M(x, y, z)$  на соответствующие оси координат.

В рассматриваемом общем случае неустановившегося движения сжимаемой жидкости скорость фильтрации и плотность жидкости являются функцией координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и времени  $t$ , т. е.

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t),$$

$$\rho = \rho(x, y, z, t).$$

Вследствие малых размеров выделенного элементарного объема пористой среды плотность жидкости в точке  $(x, y, z)$  можно рассматривать как среднюю плотность жидкости в объеме прямоугольного параллелепипеда  $dx dy dz$ .

Проекция на ось  $x$  массовой скорости фильтрации в точках  $M'$  и  $M''$ , расположенных в центрах боковых граней  $ab$  и  $a'b'$ , перпендикулярных оси  $x$  и отстоящих от точки  $M$  на расстоянии соответственно  $-\frac{dx}{2}$  и  $\frac{dx}{2}$ , соответственно равны

$$\rho v_x - \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2}$$

и

$$\rho v_x + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2}.$$

Вследствие весьма малых размеров боковых граней рассматриваемого элементарного параллелепипеда можно принять, что скорости фильтрации в точках  $M'$  и  $M''$  равны средним скоростям фильтрации соответственно на гранях  $ab$  и  $a'b'$ .

Масса жидкости, протекающей за время  $dt$  через грань  $ab$  в направлении оси  $x$ , равна:

$$\left[ \rho v_x - \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz dt. \quad (1, \text{XXII})$$

За то же время в том же направлении через грань  $a'b'$  протекает масса жидкости

$$\left[ \rho v_x + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz dt. \quad (2, \text{XXII})$$

Изменение массы жидкости, заключенной в элементарном объеме  $dx dy dz$ , за время  $dt$  равно разности величин (1, XXII) и (2, XXII):

$$-\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} dx dy dz dt. \quad (3, \text{XXII})$$

Рассматривая аналогично предыдущему фильтрацию жидкости в направлениях  $y$  и  $z$ , получим соответствующие изменения массы жидкости, заключенной в элементарном объеме, за время  $dt$  в виде:

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} dy dx dz dt, \\ & -\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} dz dx dy dt. \end{aligned} \quad (4, \text{XXII})$$

Общее изменение массы жидкости в рассматриваемом объеме за время  $dt$  равно сумме величин (3, XXII) и (4, XXII), что составляет:

$$\begin{aligned} & - \left[ \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] dx dy dz dt = \\ & = - \operatorname{div}(\rho \vec{v}) dx dy dz dt, \end{aligned} \quad (5, \text{XXII})$$

где  $\operatorname{div}(\rho \vec{v})$  — дивергенция вектора массовой скорости  $(\rho \vec{v})$

$$\operatorname{div}(\rho \vec{v}) = \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z}.$$

Найдем теперь изменение за то же время  $dt$  массы жидкости, заключенной в выделенном объеме, исходя из других соображений.

Масса жидкости, находящейся в указанном объеме в момент времени  $t$ , равна

$$\varrho = m dx dy dz, \quad (6, \text{XXII})$$

где  $m$  — пористость среды, в которой происходит фильтрация.

В момент времени  $t + dt$  плотность жидкости, заключенной в объеме элементарного параллелепипеда, равна  $\varrho + \frac{\partial \varrho}{\partial t} dt$ , а следовательно, масса этой жидкости равна:

$$\left( \varrho + \frac{\partial \varrho}{\partial t} dt \right) m dx dy dz. \quad (7, \text{XXII})$$

Изменение массы жидкости в рассматриваемом объеме за время  $dt$  равно разности величин (7, XXII) и (6, XXII), что дает:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} m dx dy dz dt. \quad (8, \text{XXII})$$

Приравнивая друг другу величины (5, XXII) и (8, XXII), получим:

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial(\varrho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\varrho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\varrho v_z)}{\partial z} &= -m \frac{\partial \varrho}{\partial t}, \\ \text{div}(\varrho \vec{v}) &= -m \frac{\partial \varrho}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (9, \text{XXII})$$

Это и есть уравнение неразрывности при неустановившейся фильтрации однородных жидкостей в недеформируемой пористой среде.

С физической точки зрения уравнение неразрывности представляет уравнение материального баланса фильтрующейся жидкости и выражает закон сохранения массы.

В случае установившейся фильтрации жидкостей  $\frac{\partial \varrho}{\partial t} = 0$  и, следовательно,

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial(\varrho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\varrho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\varrho v_z)}{\partial z} &= 0 \\ \text{div}(\varrho \vec{v}) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (10, \text{XXII})$$

Для неустановившегося и установившегося движения несжимаемой жидкости ( $\varrho = \text{const}$ ,  $\frac{\partial \varrho}{\partial t} = 0$ ) уравнение неразрывности (9, XXII) имеет вид:

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\rho v_x}{\partial x} + \frac{\rho v_y}{\partial y} + \frac{\rho v_z}{\partial z} = 0 \\ \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (11, \text{XXII})$$

При выводе уравнений неразрывности предполагалось, что жидкости и газы движутся в пласте без разрывов в сплошности потока и что в поле скоростей фильтрации нет особых точек (стоков, источников — см. главы XIX–XX), в которых жидкость может «исчезать» или «появляться». При движении жидкостей (газов) в пласте к скважинам эти уравнения справедливы во всех точках пласта вне скважин. В подземной гидравлике источниками и стоками в потоке жидкостей являются нагнетательные и эксплуатационные скважины.

Иногда уравнение неразрывности выражают через оператор Гамильтона  $\nabla$  (набла) — символический вектор, заменяющий символы градиента или дивергенции

$$\nabla(\rho \vec{v}) = \operatorname{div}(\rho \vec{v}),$$

тогда уравнения (9, XXII), (10, XXII) и (11, XXII) соответственно можно представить в виде:

$$\nabla(\rho \vec{v}) = -m \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (9', \text{XXII})$$

$$\nabla(\rho \vec{v}) = 0, \quad (10', \text{XXII})$$

$$\nabla(\rho \vec{v}) = 0. \quad (11', \text{XXII})$$

## § 2. Уравнение движения капельно-сжимаемой и несжимаемой жидкости в недеформируемой пористой среде

### 1. Линейный закон фильтрации в обобщенной форме

Согласно линейному закону фильтрации скорость фильтрации однородных жидкостей прямо пропорциональна градиенту давления, что позволяет в векторной форме представить этот закон в виде

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \vec{v} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p \\ \vec{v} = -\frac{k}{\mu} \nabla p \end{aligned} \right\} \quad (12, \text{XXII})$$

где  $k$  — проницаемость пористой среды,  $\mu$  — абсолютная вязкость жидкости,  $p$  — давление.

Проекции вектора скорости фильтрации  $V$  на оси координат  $x$ ,  $y$  и  $z$  в соответствии с линейным законом фильтрации выражаются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} v_x &= -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ v_y &= -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y}, \\ v_z &= -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (13, \text{XXII})$$

Предыдущие формулы справедливы лишь для горизонтального фильтрационного потока (влиянием силы тяжести пренебрегаем). Если поток не горизонтальный, то в любой точке  $M$  потока скорость фильтрации определяется так:

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{d}{dL} (p + \gamma z), \quad (21', \text{VI})$$

где символ  $\frac{d}{dL}$  указывает на дифференцирование в направлении касательной к траектории в точке  $M$ ;  $\gamma$  — удельный вес жидкости;  $z$  — координата точки по оси  $z$ .

Обозначим

$$\Phi = \frac{k}{\mu} (p + \gamma z). \quad (14, \text{XXII})$$

Тогда вместо выражения (12', VI) имеем:

$$v = -\frac{d\Phi}{dL}$$

или в векторной форме

$$\vec{v} = -\text{grad } \Phi. \quad (15, \text{XXII})$$

Проекции скорости фильтрации на соответствующие оси координат в рассматриваемом случае могут быть представлены в виде:

$$\left. \begin{aligned} v_x &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \\ v_y &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \\ v_z &= -\frac{\partial \Phi}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (16, \text{XXII})$$

Функция  $\Phi$ , определяемая уравнением (14, XXII), называется *потенциалом скорости фильтрации* и обладает тем свойством, что градиент этой функции, взятый с обратным знаком, равен вектору скорости фильтрации, а частные производные от потенциала скорости  $\Phi$  по  $x$ ,  $y$  и  $z$ , взятые с обратным знаком, дают величину проекций скорости фильтрации на соответствующие оси координат.

Уравнения (15, XXII) и (16, XXII) представляют наиболее общую форму выражения линейного закона фильтрации и учитывают влияние силы тяжести на фильтрацию.

### 2. Дифференциальные уравнения движения сжимаемой и несжимаемой жидкости в пористой среде

При выводе дифференциального уравнения движения сжимаемой жидкости исходными уравнениями являются следующие:

1) закон фильтрации жидкости; в качестве закона фильтрации принимаем линейный закон фильтрации, выражающийся формулами (13, XXII)<sup>1</sup>,

2) уравнение неразрывности (9, XXII),

3) уравнение состояния. Для капельной сжимаемой жидкости уравнение состояния может быть представлено в виде (см. § 1 главы XI):

$$\varrho = \varrho_{\text{ат}} e^{\beta(p-p_{\text{ат}})}, \quad (17, \text{XVII})$$

где  $\varrho_{\text{ат}}$  — плотность жидкости при атмосферном давлении  $p_{\text{ат}}$ .

Подставляя в уравнение неразрывности (9, XXII) вместо проекций скорости фильтрации  $v_x$ ,  $v_y$  и  $v_z$  их значения из линейного закона, выражающегося формулой (13, XXII), получим:

$$\frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \varrho \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \varrho \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \varrho \frac{\partial p}{\partial z} \right) \right] = m \frac{\partial \varrho}{\partial t}. \quad (18, \text{XXII})$$

Из уравнения состояния (17, XXII) имеем:

$$p = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\varrho}{\varrho_{\text{ат}}}, \quad (19, \text{XXII})$$

откуда

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\beta \varrho} \frac{\partial \varrho}{\partial x}, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{1}{\beta \varrho} \frac{\partial \varrho}{\partial y}, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{\beta \varrho} \frac{\partial \varrho}{\partial z}. \quad (20, \text{XXII})$$

<sup>1</sup> Следовательно рассматривается случай только горизонтального потока (либо действием силы тяжести пренебрегаем.)

Подставляя эти значения частных производных  $\frac{\partial p}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial p}{\partial y}$  и  $\frac{\partial p}{\partial z}$  в уравнение (18, XXII), получим:

$$\frac{\partial^2 \varrho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varrho}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varrho}{\partial z^2} = \frac{m\mu\beta}{k} \frac{\partial \varrho}{\partial t}.$$

Вводя оператор Лапласа

$$\nabla^2 \varrho = \frac{\partial^2 \varrho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varrho}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varrho}{\partial z^2},$$

уравнение (21, XXII) более кратко можно написать в виде

$$\nabla^2 \varrho = \frac{m\mu\beta}{k} \frac{\partial \varrho}{\partial t}. \quad (22, \text{XXII})$$

Учитывая, что

$$\left. \begin{aligned} \varrho &= \varrho_{\text{ат}} e^{\beta(p-p_{\text{ат}})} \cong \varrho_{\text{ат}} + \beta \varrho_{\text{ат}} (p - p_{\text{ат}}), \\ \frac{\partial \varrho}{\partial t} &\cong \beta \varrho_{\text{ат}} \frac{\partial p}{\partial t}, \\ \nabla^2 \varrho &\cong \beta \varrho_{\text{ат}} \nabla^2 p, \end{aligned} \right\} \quad (23, \text{XXII})$$

уравнение (21, XXII) можно приближенно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} &= \frac{m\beta\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \\ \text{или} \quad \nabla^2 p &= \frac{m\beta\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (24, \text{XXII})$$

Уравнение (21, XXII) или приближенное заменяющее его уравнение 24, XXII) есть искомое дифференциальное уравнение неустановившегося движения сжимаемой жидкости в пористой среде. Упомянутые уравнения имеют вид «уравнения теплопроводности», интегрирование которого при различных начальных и граничных условиях рассматривается в каждом курсе математической физики.

Решение различных задач о *неустановившемся* движении однородной сжимаемой жидкости в пористой среде, основанное на интегрировании уравнения (21, XXII) при различных начальных и граничных

условиях, дается в книгах В. Н. Шелкачева [219], И. А. Чарного [189] и М. Маскета [120].

В связи с тем, что рассмотрение этих решений выходит за рамки настоящего курса, интересующегося читателя мы отсылаем к указанным книгам.

При *установившемся* движении сжимаемой жидкости  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  и вместо уравнения (21, XXII) имеем:

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = 0 \\ \nabla^2 \rho = 0. \end{aligned} \right\} \quad (25, \text{XXII})$$

Уравнение (25, XXII) называется уравнением Лапласа.

При установившейся и неустановившейся фильтрации несжимаемой жидкости плотность жидкости постоянна ( $\rho = \text{const}$ ,  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ ), следовательно, величина, стоящая в правой части уравнения (18, XXII), равна нулю. Сокращая левую часть этого уравнения на постоянную  $\frac{k\rho}{\mu}$  и выполнив дифференцирование, получим:

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \\ \nabla^2 p = 0. \end{aligned} \right\} \quad (26, \text{XXII})$$

Таким образом, установившаяся и неустановившаяся фильтрация несжимаемой жидкости описывается уравнением Лапласа (26, XXII).

Приведем простейшие примеры.

*Пример 1.* Одномерная установившаяся фильтрация несжимаемой жидкости по линейному закону фильтрации.

Модель пласта представлена на рис. 53а. Для случая одномерного установившегося движения уравнение Лапласа (26, XXII) имеет вид:

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = 0. \quad (27, \text{XXII})$$

Граничные условия выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} p &= p_{\Gamma} \quad \text{при} \quad x = 0, \\ p &= p_{\text{к}} \quad \text{при} \quad x = L_{\text{к}}, \end{aligned} \quad (28, \text{XXII})$$

где  $p_{\Gamma}$  и  $p_{\text{к}}$  — давления соответственно в галлерее и на контуре питания.

Из уравнения (27, XXII) следует, что

$$\frac{dp}{dx} = c_1,$$

откуда

$$p = c_1x + c_2, \quad (29, \text{XXII})$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — произвольные постоянные.

Уравнение (29, XXII) представляет общее решение задачи об установившейся одномерной фильтрации несжимаемой жидкости. Значения произвольных постоянных  $c_1$  и  $c_2$  определяем из граничных условий (28, XXII). Подставляя значения  $x$  и  $p$  из равенств (28, XXII) в общее решение (29, XXII), имеем:

$$\begin{aligned} p_{\Gamma} &= c_2 \\ p_{\kappa} &= c_1 L_{\kappa} + c_2 \end{aligned}$$

откуда

$$c_1 = \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}}.$$

Вводя полученные значения постоянных  $c_1$  и  $c_2$  в уравнение (29, XXII), находим закон распределения давления в пласте

$$p = p_{\Gamma} \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}} x. \quad (30, \text{XXII})$$

Дифференцируя уравнение (30, XXII) согласно линейному закону фильтрации, найдем скорость фильтрации:

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx} = -\frac{k}{\mu} \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}}. \quad (31, \text{XXII})$$

Формулы (30, XXII) и (31, XXII) полностью совпадают с соответствующими формулами (15', IX) и (8, IX), выведенными в § 1 главы IX.

*Пример 2.* Установившаяся радиальная фильтрация несжимаемой жидкости по линейному закону фильтрации.

Модель пласта представлена на рис. 52 и 61. Для случая плоского радиального движения уравнение Лапласа (28, XXII) имеет вид:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0. \quad (32, \text{XXII})$$

Чтобы упростить решение задачи, перейдем от декартовых координат к полярным координатам. Вследствие радиальной симметрии давление в любой точке  $M(x, y)$  зависит только от радиуса-вектора  $r$  и не зависит от полярного угла. Поэтому после преобразования в дифференциальном уравнении остается только одна независимая переменная — радиус-вектор  $r$ .

Так как

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (33, \text{XXII})$$

то

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{x}{r},$$

$$\frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{y}{r}.$$

Выразим производные  $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$  и  $\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}$  через  $r$ :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial r} \frac{x}{r}, \quad (34, \text{XXII})$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial r} \frac{y}{r}. \quad (35, \text{XXII})$$

Дифференцируя уравнение (34, XXII) по  $x$ , имеем:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{x}{r} \right) + \frac{x}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right),$$

но

$$\frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{x}{r} \right) = \frac{\partial p}{\partial r} \left( \frac{r^2 - x^2}{r^3} \right) = \frac{y^2}{r^3} \frac{\partial p}{\partial r},$$

$$\frac{x}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{x}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right) \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \frac{x}{r} = \frac{x^2}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2},$$

следовательно,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{x^2}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{y^2}{r^3} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (36, \text{XXII})$$

Дифференцируя уравнение (35, XXII) по  $y$ , имеем:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{y^2}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{x^2}{r^3} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (37, \text{XXII})$$

Складывая уравнения (36, XXII) и (37, XXII) и учитывая, что  $x^2 + y^2 = r^2$ , находим:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{(x^2 + y^2)}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{(y^2 + x^2)}{r^3} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r}.$$

Таким образом, уравнение Лапласа (29, XXII) в полярных координатах выражается так:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = 0. \quad (38, \text{XXII})$$

Общее решение уравнения (38, XXII) имеет вид:

$$p = c_1 \ln r + c_2, \quad (39, \text{XXII})$$

в чем легко убедиться путем проверки.

Здесь  $c_1$  и  $c_2$  — произвольные постоянные, определяемые из граничных условий, формулируемых так:

$$\left. \begin{aligned} p &= p_c \quad \text{при} \quad r = R_c, \\ p &= p_k \quad \text{при} \quad r = R_k \end{aligned} \right\} \quad (40, \text{XXII})$$

где  $R_c$  и  $R_k$  — соответственно радиусы скважины и контура питания, а  $p_c$  и  $p_k$  — соответственно давления на скважине и на контуре питания.

Подставляя граничные условия (40, XXII) в общее решение (39, XXII), имеем:

$$p_c = c_1 \ln R_c + c_2,$$

$$p_k = c_1 \ln R_k + c_2,$$

откуда находим значения постоянных  $c_1$  и  $c_2$

$$c_1 = \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}}, \quad c_2 = p_c - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}.$$

Подставляя эти значения  $c_1$  и  $c_2$  в уравнение (39, XXII), находим формулу распределения давления в пласте при установившейся радиальной фильтрации несжимаемой жидкости:

$$p = p_c + \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}. \quad (41, \text{XXII})$$

Отсюда по линейному закону фильтрации найдем скорость фильтрации:

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} = -\frac{k}{\mu} \frac{p_{\kappa} - p_c}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \cdot \frac{1}{r}. \quad (42, \text{XXII})$$

Дебит скважины

$$Q = |v| 2\pi r h = \frac{2\pi k h}{\mu} \frac{p_{\kappa} - p_c}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}, \quad (43, \text{XXII})$$

т. е. мы получили формулу Дюпои.

Формулы (41, XXII), (42, XXII) и (43, XX) полностью совпадают с соответствующими формулами, выведенными в § 2 главы IX.

Аналогично предыдущему легко получить формулы распределения давления, скорости фильтрации и дебита скважины при одномерном и радиальном установившемся движении сжимаемой жидкости в пористой среде, полностью совпадающие с соответствующими формулами § 1 и 2 главы XI.

Сравнение общих решений (29, XXII) и (39, XXII) уравнения Лапласа для одномерного и плоско-радиального потоков позволяет сделать важный вывод: формулы плоско-радиального движения могут быть получены из формул одномерного движения, если в последние вместо  $x$  подставить  $\ln r$ .

### § 3. Уравнения движения газов в пористой среде

#### 1. Дифференциальное уравнение движения идеальных газов в пористой среде по линейному закону фильтрации

При выводе дифференциального уравнения движения газа в пористой среде исходные уравнения те же, что для движения сжимаемой жидкости, только вместо уравнения (17, XII) следует взять уравнение состояния газа, в условиях изотермического течения имеющего вид (см. § 3 главы XII):

$$\varrho = \varrho_{\text{ат}} \frac{p}{p_{\text{ат}}}, \quad (44, \text{XXII})$$

где  $\varrho$  и  $\varrho_{\text{ат}}$  — плотность газа при давлениях  $p$  и  $p_{\text{ат}}$ .

Подставляя в уравнение (18, XXII) вместо плотности  $\varrho$  ее значение из уравнения (44, XXII) и сокращая полученное уравнение на постоян-

ный множитель  $\frac{\rho_{ат}}{p_{ат}}$ , имеем:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( p \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( p \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( p \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{m\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (45, \text{XXII})$$

Но

$$p \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial p^2}{\partial x}, \quad p \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial p^2}{\partial y} \quad \text{и} \quad p \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{\partial p^2}{\partial z}. \quad (46, \text{XXII})$$

Подставляя вместо произведений, стоящих в круглых скобках в уравнении (45, XXII), их значения из равенств (46, XXII) и выполнив дифференцирование, получим:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial z^2} = \frac{2m\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (47, \text{XXII})$$

Уравнение (47, XXII) и является искомым *дифференциальным уравнением неустановившейся изотермической фильтрации идеального газа по линейному закону фильтрации.*

Обозначим

$$P = p^2,$$

тогда

$$\frac{\partial P}{\partial t} = 2p \frac{\partial p}{\partial t} = 2P^{\frac{1}{2}} \frac{\partial p}{\partial t},$$

откуда

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{2} P^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial P}{\partial t}.$$

Внося в уравнение (47, XXII) эти значения  $p^2$  и  $\frac{\partial p}{\partial t}$ , получим:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{m\mu}{k} P^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial P}{\partial t},$$

или

$$\nabla^2 P = \frac{m\mu}{k} P^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (48, \text{XXII})$$

Уравнение (48, XXII) является нелинейным дифференциальным уравнением параболического типа; впервые оно было получено

акад. Л. С. Лейбензоном в 1928 г. и опубликовано в журнале «Нефтяное хозяйство» № 10 за 1929 г. в статье «Движение газа в пористой среде». На два года позже, в 1931 г. аналогичное уравнение было опубликовано в США Маскетом и Ботсетом [123].

Точное решение уравнения (48, XXII) до сих пор еще не получено даже для простейших случаев одномерной и радиальной неустановившейся фильтрации газов. Акад. Л. С. Лейбензоном в 1928 г. предложены приближенные методы интегрирования уравнения (48, XXII), изложение которых дается ниже.

### 2. Установившееся движение идеального газа в пористой среде по линейному закону фильтрации

В случае *установившейся фильтрации газа*  $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$ , следовательно, правая часть уравнений (47, XXII) и (48, XXII) равна нулю и они обращаются в уравнение Лапласа

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial z^2} = 0 \\ \nabla^2 P = 0. \end{aligned} \right\} \quad (49, \text{XXII})$$

Дифференциальное уравнение (49, XXII) установившейся фильтрации газа отличается от дифференциального уравнения (23, XXII) установившейся фильтрации несжимаемой жидкости лишь тем, что под знаком оператора Лапласа в первом случае стоит  $P = p^2$ , а во втором — давление  $p$ . Поэтому при решении задач о распределении давления газа в пласте можно воспользоваться формулами для распределения давления в случае установившейся фильтрации несжимаемой жидкости, в которые вместо давления  $p$  следует подставить  $p^2 = P$ . Произведя такую замену в формулах (27, XXII) и (37, XXII), получим уравнения распределения давления при установившейся фильтрации газа по линейному закону фильтрации, полностью совпадающие с соответствующими формулами, выведенными в главе XII (§ 3 и 4).

### 3. Неустановившееся одномерное движение идеального газа по линейному закону фильтрации. Решение акад. Л. С. Лейбензона

В случае одномерной изотермической фильтрации в направлении оси  $x$  (см. модель пласта на рис. 53а) уравнение (48, XXII) принимает вид:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{m\mu}{k} P^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (50, \text{XXII})$$

Весовой расход газа через площадь  $F$  сечения пласта равен:

$$G = \gamma v F = -\frac{kF}{2\mu\beta} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (51, \text{XXII})$$

где  $\gamma$  — удельный вес газа;

$v$  — скорость фильтрации газа;

$\beta = RT = \frac{p}{\gamma} = \frac{p_{\text{ат}}}{\gamma_{\text{ат}}}$  (в случае изотермического движения); причем  $R$  — газовая постоянная,  $T$  — абсолютная температура.

Г р а н и ч н ы е у с л о в и я:

1)  $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$  при  $x = L_{\text{к}}$  (где  $L_{\text{к}}$  — длина пласта) — условие на контуре пласта, представляющем непроницаемую границу газовой залежи;

2)  $p = p_{\text{г}} = \text{const}$ ,  $P_{\text{г}} = p_{\text{г}}^2 = \text{const}$  при  $x = 0$  — условие на выходе газа из пласта.

Н а ч а л ь н о е у с л о в и е:  $p = p_{\text{н}} = \text{const}$  при  $t = 0$ .

Как отмечает акад. Л. С. Лейбензон, «интегрирование уравнения (50, XXII) при указанных граничном и начальном условиях представляется в настоящее время неисполнимым. Поэтому был выработан метод последовательного приближения» (см. [100] стр. 122).

В первом приближении Л. С. Лейбензон принимает коэффициент  $P^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{p}$ , входящий в правую часть уравнения (50, XXII), постоянным и равным  $P_{\text{н}}^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{p_{\text{н}}}$ . Тогда уравнение (50, XXII) обращается в классическое уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{m\mu}{kp_{\text{н}}} \frac{\partial P}{\partial t},$$

интеграл которого, удовлетворяющий принятым начальному и граничным условиям, имеет следующий вид:

$$P = P_0 + \frac{4}{\pi} (P_{\text{н}} - P_0) \sum_{i=1, 3, 5}^{\infty} \frac{1}{i} e^{-\omega i^2 t} \sin \frac{i\pi x}{2L_{\text{к}}}, \quad (52, \text{XXII})$$

где

$$\omega = \frac{\pi^2 k p_{\text{н}}}{4m\mu L_{\text{к}}^2}. \quad (53, \text{XXII})$$

Во втором приближении Л. С. Лейбензон, полагая пере-

менный коэффициент в правой части уравнения (62, XII) зависящим только от  $t$ , принимает:

$$P^{\frac{1}{2}} = p = p_0 + (p_n - p_0)e^{-\frac{\omega}{2}t}. \quad (54, \text{XXII})$$

При таком выборе значения  $p$  имеем:

$$\begin{aligned} p &= p_0 & \text{при } t &= \infty, \\ p &= p_n & \text{при } t &= 0, \end{aligned}$$

что вполне удовлетворяет начальному условию и условию, имеющему место в конце процесса истечения газа из пласта. Внося значения (54, XXII) в (50, XXII), получаем:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{m\mu}{kP_n\delta(t)} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (55, \text{XXII})$$

где

$$\delta(t) = \frac{p_0}{p_n} + \left(1 - \frac{p_0}{p_n}\right) e^{-\frac{\omega}{2}t}. \quad (56, \text{XXII})$$

Интеграл уравнения (55, XXII) удовлетворяющий начальному и граничным условиям, имеет вид:

$$P = P_0 + \frac{4}{\pi} (P_n - P_0) \sum_{i=1, 3, 5}^{\infty} \frac{1}{i} e^{-\omega i^2 \tau} \sin \frac{i\pi x}{2L_k}, \quad (57, \text{XXII})$$

причем

$$\tau = \int_0^t \delta(t) dt = \frac{p_0}{p_n} t + \frac{2}{\omega} \left(1 - \frac{p_0}{p_n}\right) \left(1 - e^{-\frac{\omega}{2}t}\right). \quad (58, \text{XXII})$$

Введем обозначение

$$y = e^{-4\omega\tau}. \quad (59, \text{XXII})$$

Тогда уравнение (57, XXII) приводится к виду:

$$\frac{P - P_0}{P_n - P_0} = \phi\left(\frac{x}{L_k}, y\right), \quad (60, \text{XXII})$$

где

$$\phi\left(\frac{x}{L_k}, y\right) = \frac{4}{\pi} \sum_{i=1, 3, 5}^{\infty} \frac{1}{i} y^{\frac{i^2}{4}} \sin \frac{i\pi x}{2L_k},$$

причем

$$0 \leq y \leq 1.$$

На рис. 212 помещен график значений функции  $\phi\left(\frac{x}{L_{\kappa}}, y\right)$  для значений  $\frac{x}{L_{\kappa}}$ , заключенных в интервале  $x$

$$0 < \frac{x}{L_{\kappa}} \leq 1$$

при изменении  $y$  в интервале

$$0 < y \leq 1.$$

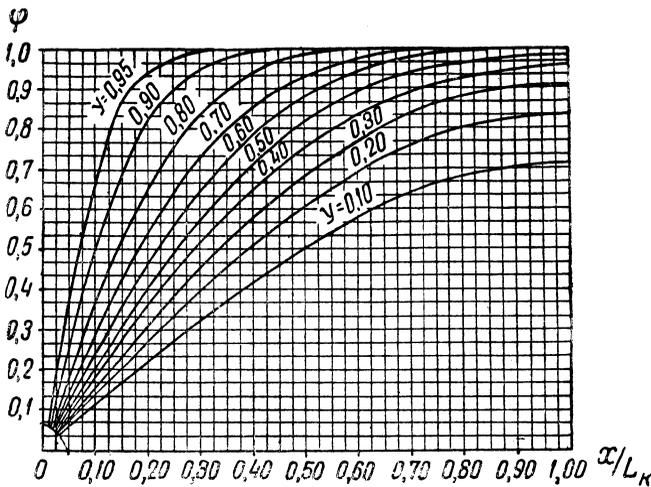


Рис. 212. Зависимость функции  $\phi$  от величины  $\frac{x}{L_{\kappa}}$  при разных значениях  $y$  [см. формулы (61, XXII) и (59, XXII)].

Полагая в формуле (60, XXII)  $x = L_{\kappa}$  и учитывая, что при этом

$$P = P_{\kappa} = p_{\kappa}^2,$$

где  $p_{\kappa}$  — давление на контуре пласта (на непроницаемой стенке), имеем

$$\frac{P_{\kappa} - P_0}{P_{\text{н}} - P_0} = \phi(1, y). \quad (61, \text{XXII})$$

Разделив уравнение (60, XXII) на (61, XXII), получим:

$$\frac{P_{\kappa} - P_0}{P_{\text{H}} - P_0} = \psi \left( \frac{x}{L_{\kappa}}, y \right),$$

где

$$\psi \left( \frac{x}{L_{\kappa}}, y \right) = \frac{\phi \left( \frac{x}{L_{\kappa}}, y \right)}{\phi(1, y)}. \quad (62, \text{XXII})$$

На рис. 213 помещены кривые  $\psi = \psi \left( \frac{x}{L_{\kappa}} \right)$ , отвечающие различным значениям  $y$ <sup>1</sup>.

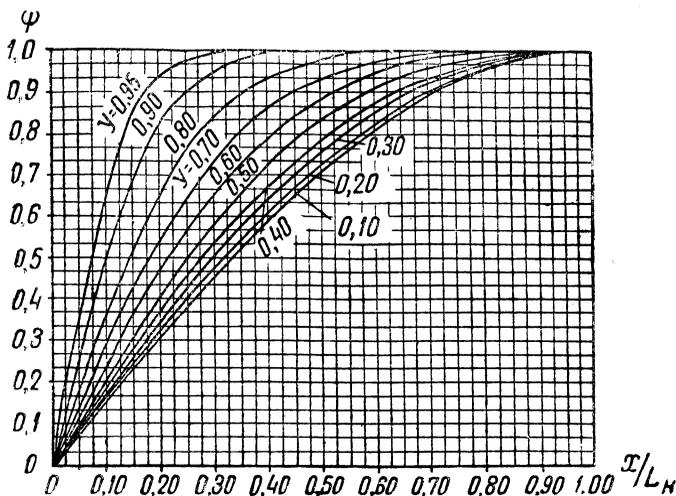


Рис. 213. Зависимость функции  $\psi$  от величины  $\frac{x}{L_{\kappa}}$  при разных значениях  $y$  [см. формулы (62, XXII) и (59, XXII)].

Для нахождения распределения давления в пласте вычисления производятся в следующем порядке.

Задаемся значением  $\frac{x}{L_{\kappa}} = 1$  и  $t = t_1$ . По формулам (58, XXII) и (59, XXII) находим  $\tau_1$  и  $y_1$ . Далее по формуле (60, XXII) или по

<sup>1</sup>Рис. 212 и 213 заимствованы из книги акад. Л. С. Лейбензона [107].

графику Л. С. Лейбензона (рис. 212) находим значение  $\phi = \phi_1$  и определяем, исходя из уравнения (61, XXII), квадрат контурного давления

$$P_{1к} = p_{1к}^2 = P_0 + (P_n - P_0)\psi_1.$$

Теперь, задаваясь различными значениями  $\frac{x}{L_k}$ , находим по графику, приведенному на рис. 213, соответствующие им значения  $\psi_1$  при  $y = y_1$ . Распределение давления по длине пласта в момент времени  $t_1$  определяем из формулы (62, XXII):

$$P_1 = p_1^2 = P_0 + (P_k - P_0)\psi_1.$$

Задаемся значением  $\frac{x}{L_k} = 1$  и  $t = t_2$  и аналогично предыдущему находим  $P_2$  и т. д.

Расход газа определяется на основании линейного закона фильтрации. Скорость фильтрации газа на выходе из пласта равна:

$$v = -\frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0}.$$

Учитывая, что в условиях изотермического процесса удельный вес газа будет:

$$\gamma = \frac{p}{\beta},$$

имеем

$$\gamma v = -\frac{k}{\beta\mu} p \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} = -\frac{k}{2\beta\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right)_{x=0}.$$

Внося сюда значение  $P$  из формул (57, XXII) и (59, XXII), получим:

$$\gamma v = \frac{k}{2\beta\mu} \frac{P_n - P_0}{L} \cdot \vartheta(y), \quad (63, \text{XXII})$$

где

$$\vartheta(y) = 2\left(y^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{2}{4}} + y^{\frac{25}{4}} + \dots\right).$$

Формула (63, XXII) дает весовую скорость фильтрации газа на выходе из пласта, представляющую собой *весовой дебит газа, отнесенный к единице площади сечения пласта*.

При площади сечения пласта  $F$ , приведенный к атмосферному давлению дебит (объемный расход) газа,

$$Q = \frac{kF}{2\beta\gamma_{\text{ат}}\mu} \frac{P_{\text{н}} - P_0}{L} \vartheta(y) \quad (64, \text{XXII})$$

или, учитывая, что при изотермическом процессе  $\beta\gamma_{\text{ат}} = p_{\text{ат}}$  и понимая под  $p$  не абсолютное давление, а его отношение к атмосферному, получим вместо (15, XII)

$$Q = \frac{kF p_{\text{ат}}}{2\mu} \frac{p_{\text{н}}^2 - p_0^2}{L} \vartheta(y). \quad (65, \text{XXII})$$

Обозначим безразмерный дебит

$$Q^* = \frac{2\mu L}{kF p_{\text{ат}} (p_{\text{н}}^2 - p_0^2)} \cdot Q,$$

тогда, согласно теории Л. С. Лейбензона, зависимость безразмерного дебита  $Q^*$  от безразмерной величины  $y$ , являющейся функцией времени, определяется соотношением

$$Q^* = \vartheta_{\Gamma}(y). \quad (66, \text{XXII})$$

#### 4. Неустановившееся плоское радиальное движение идеального газа в пористой среде. Решение акад. Л. С. Лейбензона

Для условий плоского радиального движения уравнение (48, XXII) имеет вид:

$$\nabla^2 P = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{m\mu}{k} P^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (67, \text{XXII})$$

Полагая, что начальное давление газа в пласте постоянно и равно  $p_{\text{н}}$ , Л. С. Лейбензон принимает для коэффициента в правой части уравнения (67, XXII)

$$P^{\frac{1}{2}} = p = p_{\text{н}} \sigma(t).$$

Тогда уравнение (67, XXII) принимает вид

$$\nabla^2 P = \frac{m\mu}{k p_{\text{н}} \sigma(t)} \frac{\partial P}{\partial t}.$$

Введя новое переменное по формуле

$$\tau(t) = \int_0^t \sigma(t) dt = \frac{p_c}{p_H} t + \frac{2}{\theta \lambda_1^2} \left(1 - \frac{p_c}{p_H}\right) \left(1 - e^{-\frac{1}{2} \theta \lambda_1 t}\right),$$

где через  $\theta$  обозначено

$$\theta = \frac{k p_H}{m \mu},$$

получим

$$\theta \nabla^2 P = \frac{\partial P}{\partial \tau}, \quad (68, \text{XXII})$$

уравнение, по типу представляющее собой уравнение теплопроводности.

Когда скважина находится в центре кругового контура пласта, уравнение (68, XXII) преобразуется в полярные координаты:

$$\frac{\partial^2 P}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{\tau} \frac{\partial P}{\partial \tau}. \quad (69, \text{XXII})$$

Приближенное решение уравнения (69, XXII) для постоянного противодавления на скважине впервые было дано акад. Л. С. Лейбензон [100, 107].

Вследствие сложности и громоздкости полученных формул распределения давления в пласте и дебита газа мы, не приводя их в настоящей главе, отсылаем читателя к книгам акад. Л. С. Лейбензона [100, 107], в которых подробно изложены соответствующие математические выкладки.

В 1945 г. Б. Б. Лапуком было предложено в целях линеаризации уравнения (67, XXII) заменить входящий в его правую часть коэффициент  $P^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{p}$  обратной величиной контурного давления  $p_K$ , приближенная зависимость которого от времени дается уравнениями (64, XII) и (61, XII). Тогда уравнение (67, XXII) также приводится к виду (69, XXII).

Решение задачи при указанном допущении изложено в работе [91]. В заключение отметим, что сравнение результатов вычислений дебита газовой скважины и распределения давления в пласте по упомянутым выше сложным формулам и по нашим формулам, приведенным в § 5 главы XII, показывает весьма близкое совпадение (см. нашу статью [89] и работу [91]).

### 5. Дифференциальное уравнение движения реальных газов в пористой среде

Как отмечалось в § 8 главы XII, особенностью реальных углеводородных газов по сравнению с идеальным газом является их отклонение от уравнения Клапейрона. Кроме того, при падении давления происходит изменение абсолютной вязкости газов.

Учитывая эти особенности, выведем дифференциальное уравнение движения реальных газов в пористой среде по линейному закону фильтрации.

Фильтрацию газов в соответствие с § 2 главы XII рассматриваем как изотермический процесс, что позволяет считать коэффициент сжимаемости и абсолютную вязкость газа функциями только давления.

В качестве исходных уравнений принимаем уравнение (13, XXII), уравнение неразрывности (9, XXII) и уравнение состояния реального газа, которое напомним в виде

$$\varrho = \frac{p}{gRTZ}, \quad (70, \text{XXII})$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести, остальные обозначения прежние.

Подставляя в уравнение неразрывности (9, XXII) значения  $v_x, v_y, v_z$  из линейного закона фильтрации (13, XXII) и значение  $\varrho$  из уравнения состояния (70, XXII), получим:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{m}{k} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p}{Z} \right),$$

что после преобразований дает искомое дифференциальное уравнение в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial z^2} - \left[ \frac{\partial p^2}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} (\ln \mu Z) + \frac{\partial p^2}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} (\ln \mu Z) + \right. \\ \left. + \frac{\partial p^2}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} (\ln \mu Z) \right] = \frac{2m\mu}{k} \left( \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{p}{Z} \frac{\partial Z}{\partial t} \right). \end{aligned} \quad (71, \text{XXII})$$

При  $Z = 1$  и  $\mu = \text{const}$ ,  $\mu Z = \text{const}$ , обозначая  $P = p^2$ , получим, как частный случай, дифференциальное уравнение (48, XXII), выведенное Л. С. Лейбензоном для неустановившейся фильтрации совершенных газов.

Интегрирование уравнения (71, XXII) встречает еще большие математические трудности, чем решение уравнения (48, XXII), и пока,

видимо, не представляется возможным. В связи с этим нами [90, 91] предложен приближенный метод решения задачи о движении реальных газов в пористой среде, изложенный в § 8 главы XII.

#### § 4. Движение газированной жидкости в пористой среде

Исследования проблемы движения газированной жидкости в пористой среде производились акад. Л. С. Лейбензоном [100, 107], акад. С. А. Христиановичем [179], К. А. Царевичем [181] и Б. Б. Лапуком [87, 91].

Акад. Л. С. Лейбензоном еще в 1934 г. было выведено и проинтегрировано дифференциальное уравнение неустановившегося и установившегося движения газированной жидкости в пористой среде. Полученное Л. С. Лейбензоном решение основывалось на следующей выдвинутой им гипотезе.

Природный газ частью растворен в жидкости (нефть), а частью находится в жидкости в состоянии мельчайших газовых пузырьков, размеры которых, по мере падения давления, все время растут, но остаются вообще настолько малыми, что эти пузырьки свободно проходят через поровые каналы между частицами, из которых построена пористая среда (см. [100]). Скорости жидкости и пузырьков газа принимаются одинаковыми.

Л. С. Лейбензон показал, что установившаяся фильтрация газированной жидкости описывается уравнением Лапласа.

На основании сопоставления теории с результатами экспериментальных исследований В. Клауда, Л. Юрена и Рида и Хентингтона Л. С. Лейбензон приходит к выводу, что гипотеза о совместном (с одинаковыми скоростями) движении жидкой и газовой фаз газированной жидкости подтверждается указанными экспериментальными данными.

В 1945 г. акад. Л. С. Лейбензоном рассмотрена задача о движении газированной жидкости при различных скоростях жидкой и газообразной фаз смеси.

В этой же работе на основе теории фильтрации и экспериментальных данных, приведенных на рис. 83, устанавливаются функциональные зависимости фазовой проницаемости для жидкости и газа от насыщенности жидкостью порового пространства.

В связи с тем, что указанные исследования подробно изложены в вышедшей недавно книге акад. Л. С. Лейбензона [107], мы отсылаем к ней интересующегося читателя.

Как отмечалось нами в главе XIII, в 1941 г. акад. С. А. Христиановичем при рассмотрении задачи об установившемся движении гази-

рованной жидкости в пористой среде было установлено, что введение в уравнение линейного закона фильтрации вместо давления  $p$  величины  $H$ , связанной с давлением функциональной зависимостью (23, XIII), делает это уравнение справедливым для жидкой фазы газированной жидкости (см. статью акад. С. А. Христиановича [179] или нашу статью [87]).

Таким образом, проекции скоростей фильтрации жидкой фазы газированной жидкости на оси координат  $x$ ,  $y$  и  $z$  можно представить в следующем виде:

$$v_x = -\frac{k}{\mu_{ж}} \frac{\partial H}{\partial x},$$

$$v_y = -\frac{k}{\mu_{ж}} \frac{\partial H}{\partial y},$$

$$v_z = -\frac{k}{\mu_{ж}} \frac{\partial H}{\partial z},$$

Дифференцируя  $v_x$ ,  $v_y$  и  $v_z$  соответственно по  $x$ ,  $y$  и  $z$ , получим

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{k}{\mu_{ж}} \left( \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right). \quad (72, \text{XXII})$$

Но в случае установившегося движения левая часть уравнения (72, XXII) вследствие условия неразрывности (11, XXII) должна быть равна нулю. Учитывая это, уравнение (72, XXII) можно записать так:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0. \quad (73, \text{XXII})$$

Полученное акад. С. А. Христиановичем уравнение (73, XXII), представляющее собой уравнение Лапласа, является дифференциальным уравнением *установившейся* фильтрации жидкой фазы газированной жидкости.

Таким образом, все аналитические решения задач об установившейся фильтрации однородной несжимаемой жидкости остаются справедливыми и для установившегося движения жидкой фазы газированной жидкости, если только в соответствующие формулы вместо давления  $p$  подставить величину  $H$ , методы определения которой изложены нами в § 3 главы XIII.

Каждому случаю движения однородной жидкости в пористой среде отвечает соответствующий случай фильтрации газированной жидкости. Различие состоит в том, что одному и тому же полю скоростей

однородной и газированной жидкостей отвечают разные перепады давлений. При этом семейство линий равного давления при фильтрации однородной жидкости можно рассматривать как семейство изобар для газированной жидкости, но абсолютные значения давления на этих линиях будут различны.

К. А. Царевич в 1942 г., рассматривая *неустановившуюся* фильтрацию газированной жидкости как непрерывную последовательность стационарных состояний и опираясь на указанное выше решение акад. С. А. Христиановича, получил приближенное решение задачи о неустановившейся радиальной фильтрации газированной жидкости. Метод К. А. Царевича подробно описан в его статье [181], к которой мы отсылаем читателя.

Конечные формулы К. А. Царевича совпадают с полученными нами в 1945 г. и изложенными в главе XIII результатами, основанными на решении задач о радиальной неустановившейся фильтрации газированной жидкости методами, разработанными нами для исследования неустановившейся фильтрации газов.

В заключение настоящего параграфа отметим, что указанные выше аналитические решения являются лишь первыми значительными шагами в решении сложной проблемы движения газированной жидкости в пористой среде.

## § 5. Дифференциальное уравнение движения сжимаемой жидкости в упругой пористой среде<sup>1</sup>

Имеются многочисленные прямые и косвенные доказательства сжимаемости (упругости) горной породы, слагающей продуктивные нефтегазоносные пласты<sup>2</sup>. При изменении темпа отбора жидкости перераспределяется пластовое давление. С изменением пластового давления изменяются плотность жидкостей, насыщающих пласт, и объем его порового пространства, т. е. меняется пористость пласта. Коэффициенты сжимаемости жидкости (воды и нефти) и горной породы (песка, песчаника) были приведены выше (см. § 1 и 2 главы III и § 5 главы XI, а также книгу [219]). Однако природные резервуары имеют большие протяжения, объемы порового пространства в них и, следовательно, объемы жидкостей, насыщающих водонефтеносные пласты, весьма велики. Поэтому вызванные изменением пластового давления даже малые изменения в плотности жидкости и в пористости пласта

<sup>1</sup> Настоящий параграф написан В. Н. Щелкачевым.

<sup>2</sup> См. книгу В. Н. Щелкачева [219].

создают возможность отбора громадного количества жидкости только вследствие ее объемной упругости и упругости горной породы.

В настоящем параграфе дается вывод и анализ приближенного дифференциального уравнения движения упругой жидкости в упругой пористой среде.

Введем следующие обозначения:  $m$  — абсолютная пористость пласта,  $\tau$  — начальный полный объем образца пласта (суммарный объем скелета породы и порового пространства),  $\tau_{\Pi}$  — объем порового пространства указанного образца пласта.

Согласно определению

$$m = \frac{\tau_{\Pi}}{\tau}. \quad (74, \text{XXII})$$

Для простоты вывода упругие среды (жидкость и пласт) считаем однородными, изотропными и подчиняющимися закону Гука, т. е.

$$\frac{dQ}{Q} = \beta_{\text{ж}} dp, \quad (75, \text{XXII})$$

$$\frac{d\tau_{\Pi}}{\tau} = -\frac{d\tau_{\text{ж}}}{\tau} = \beta_{\text{с}} dp, \quad (76, \text{XXII})$$

где  $Q$  — плотность жидкости,  $p$  — давление,  $\beta_{\text{ж}}$  и  $\beta_{\text{с}}$  — коэффициенты сжимаемости жидкости и упругой пористой среды,  $d\tau_{\text{ж}}$  — количество жидкости, которое выжимается из образца породы с начальным объемом  $\tau$  при изменении давления на  $dp$ . В числителе левой части формулы (76, XXII) фигурирует изменение объема порового пространства, а не изменение объема самого образца пористой среды. Поэтому величина  $\beta_{\text{с}}$  строго говоря, отлична от коэффициента сжимаемости в обычном смысле слова. Судя по экспериментальным данным, упомянутое различие весьма мало.

Выберем произвольно систему декартовых координат и в окрестности некоторой точки  $(x, y, z)$  рассмотрим элемент пространства  $\tau = dx dy dz$ . В дальнейшем будем пользоваться понятием скорости фильтрации  $\bar{v}$ , а потому пространство, занятое жидкостью и пористой средой, рассматриваем как непрерывное поле скоростей фильтрации.

В момент времени  $t$  выделенный элемент объема содержит массу жидкости

$$M = \varrho m \tau = \varrho \tau_{\Pi}. \quad (77, \text{XXII})$$

Изменение массы жидкости за время  $dt$  будет:

$$\frac{\partial M}{\partial t} dt = \left( \tau_{\Pi} + \varrho \frac{\partial \tau_{\Pi}}{\partial t} \right) dt \quad (78, \text{XXII})$$

или, используя уравнения (74, XXII)–(76, XXII), имеем:

$$\frac{\partial M}{\partial t} dt = \left( \frac{\beta_c}{\beta_{ж}} + m \right) \frac{\partial \varrho}{\partial t} \tau dt. \quad (79, \text{XXII})$$

Следуя обычному приему вывода уравнения неразрывности (см. § 1 настоящей главы) и учитывая массу жидкости, которая за время  $dt$  вытекла из рассматриваемого элемента объема  $\tau$ , получим:

$$\operatorname{div}(\varrho \bar{v}) = - \left( \frac{\beta_c}{\beta_{ж}} + m \right) \frac{\partial \varrho}{\partial t}. \quad (80, \text{XXII})$$

Согласно линейному закону фильтрации

$$\bar{v} = - \frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p = - \frac{k_{\Phi}}{\gamma} \operatorname{grad} p = - k_{\text{д}} \operatorname{grad} p, \quad (81, \text{XXII})$$

где  $k$  — коэффициент проницаемости пласта,  $k_{\Phi}$  и  $k_{\text{д}}$  — кинематический и динамические коэффициенты фильтрации пласта,  $\mu$  и  $\gamma$  — абсолютная вязкость и вес единицы объема жидкости.

Подставляя  $\bar{v}$  из (81, XXII) в (80, XXII) и используя формулы (20, XXII), получим:

$$\nabla^2 \varrho = \frac{(m\beta_{ж} + \beta_c)\mu}{k} \cdot \frac{\partial \varrho}{\partial t}. \quad (82, \text{XXII})$$

Для коэффициента сжимаемости воды в пластовых условиях можно в среднем принять (см. § 2 главы III)

$$\beta_{ж} \cong 4,5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{атм}}. \quad (83, \text{XXII})$$

Сжимаемость горных пород применительно к пластовым условиям менее изучена. Для цементированного песчаника пласта Вудбайн Восточного Тексаса по материалам тщательных лабораторных экспериментов можно принять:

$$\beta_c = 1 \cdot 10^{-5} \div 2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{атм}}, \quad (84, \text{XXII})$$

причем результаты экспериментов нами пересчитаны по формуле (76, XXII) для диапазона давлений  $70 \div 105 \text{ атм}$ , и эти результаты,

судя по замечаниям экспериментаторов, можно считать несколько преуменьшающими значение  $\beta_c$ . Некоторые гидрогеологи считали, что для артезианских пластов в среднем

$$\beta^* = 16,4 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{ат}}, \quad (85, \text{XXII})$$

где  $\beta^*$  — коэффициент упругоёмкости (см. дальше).

Учитывая малость величины  $\beta_{ж}$  можно в разложении экспоненциальной функции пренебречь членами, содержащими  $\beta_{ж}$  в степени выше первой, поэтому, после интегрирования уравнения (75, XXII), получим:

$$\varrho = \varrho_0 e^{\beta_{ж}(p-p_0)} \cong \varrho_0 + \beta_{ж} \varrho_0 (p - p_0), \quad (86, \text{XXII})$$

где  $\varrho_0$  и  $p_0$  — начальные плотность и давление.

На основании соотношения (86, XXII) уравнение (82, XXII) переписется так:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{\mu(m\beta_{ж} + \beta_c)} \nabla^2 p. \quad (87, \text{XXII})$$

Строго говоря, уравнение (87, XXII) — нелинейное уравнение, ибо пористость  $m$  зависит от  $p$ .

Однако из формул (74, XXII) и (76, XXII) следует:

$$dm = \frac{d\tau_{п}}{\tau} = \beta_c dp, \quad (88, \text{XXII})$$

откуда

$$m = m_0 + \beta_c (p - p_0), \quad (89, \text{XXII})$$

где  $m_0$  — пористость при начальном давлении  $p_0$ . Пренебрегая членами, содержащими малые величины порядка  $\beta_{ж} \cdot \beta_c$ , в уравнении (87, XXII) пористость  $m$  можно считать постоянной и равной  $m_0$ ; поэтому само уравнение будем считать линейным. Введем понятие о коэффициенте упругоёмкости пласта  $\beta^*$ :

$$\beta^* = m\beta_{ж} + \beta_c. \quad (90, \text{XXII})$$

Используя коэффициент упругоёмкости пласта, можно из формул (74, XXII)–(77, XXII) найти следующее соотношение:

$$dM = \tau_{п} d\varrho + \varrho d\tau_{п} = \varrho(m\beta_{ж} + \beta_c) \tau dp \quad (91, \text{XXII})$$

или

$$d\tau_{ж}^* = -\beta^* \tau dp, \quad (92, \text{XXII})$$

где  $d\tau_{\text{ж}}^*$  — объем жидкости, выделившейся благодаря ее упругости и упругости породы из элемента пласта с начальным объемом  $\tau$  при изменении давления на  $dp$ . Положим

$$a^2 = \frac{k_{\text{д}}}{\beta^*} = \frac{k}{\mu(m\beta_{\text{ж}} + \beta_{\text{с}})} \quad (93, \text{XXII})$$

и назовем  $a^2$  коэффициентом пьезопроводности пласта.

Уравнение (87, XXII) окончательно переписется так:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = a^2 \nabla^2 p. \quad (94, \text{XXII})$$

Таким образом, исследование неустановившихся процессов движения упругой жидкости в упругом пласте сводится к решению дифференциального уравнения (94, XXII) типа дифференциального уравнения теплопроводности при соответствующих начальных и граничных условиях.

В книге [219] нами подробно изложены основы теории упругого режима нефтеносных и артезианских пластов и рассмотрены приложения теории к нефтепромысловой практике. Ряд задач о движении сжимаемой жидкости в упругом пласте рассмотрен проф. И. А. Чарным в книге [189].

В заключение отметим, что закон Гука для пористой среды и изменение пористости можно было бы представить иными равенствами, чем равенства (76, XXII) и (88, XXII); в таком случае получилось бы несколько иное выражение для коэффициента  $\beta^*$ , но на принципиальные выводы это не повлияло бы. Для вывода (даже более простого и строгого) уравнения (94, XXII) можно было бы вообще не пользоваться равенствами (76, XXII) и (88, XXII), а в основу вывода положить равенства (75, XXII) и (92, XXII), считая, что  $\beta^*$  непосредственно определяется из экспериментов, причем  $\beta_{\text{ж}} \cong \text{const}$ .

## § 6. Аналогия между движением жидкостей и газов в пористой среде и другими физическими явлениями

В § 2–5 было показано, что установившаяся фильтрация жидкостей и газов по линейному закону фильтрации описывается уравнением Лапласа:

$$\nabla^2 \phi = 0, \quad (95, \text{XXII})$$

где функция  $\phi = \phi(x, y, z)$  для различных жидкостей и газов имеет следующие значения:

для несжимаемой жидкости  $\phi = p$ , где  $p = p(x, y, z)$  — давление;

« сжимаемой жидкости  $\phi = \rho$ , где  $\rho = \rho(x, y, z)$  — плотность жидкости;

« газа  $\phi = p^2 = P$ , где  $p = p(x, y, z)$  — давление;

для жидкой фазы газированной жидкости  $\phi = \int_1^p k'_{ж} dp$ , где  $p$  — давле-

ние,  $k'_{ж} = \frac{k_{жк}}{k}$  — отношение фазовой проницаемости пласта для жидкой фазы газированной жидкости к его проницаемости для однородной жидкости.

Как известно из физики, уравнение Лапласа описывает различные установившиеся процессы. Так, если в уравнение (95, XXII) вместо  $\phi$  подставить температуру  $T$  или потенциал (напряжение электрического тока)  $U$ , то соответственно получаем дифференциальные уравнения, описывающие установившиеся процессы теплопередачи и движения электрического тока в проводниках. Таким образом, имеется формальная аналогия между установившейся фильтрацией жидкостей и газов и установившимися процессами теплопередачи и течения электрического тока. Указанную аналогию можно распространить на электростатику, установившиеся процессы диффузии и пр.

Между неустановившимся движением сжимаемой жидкости в недеформируемой и в упругой пористой среде и другими физическими явлениями также существует аналогия, основанная на однотипности дифференциальных уравнений указанных неустановившихся процессов.

Так неустановившиеся процессы теплопередачи описываются уравнением теплопроводности

$$\nabla^2 T = \frac{1}{a^2} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{c\gamma}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (96, \text{XXII})$$

где величина  $a^2$  называется температуропроводностью,

$$a^2 = \frac{\lambda}{c\gamma};$$

$\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $c$  — удельная теплоемкость (отнесенная к единице веса),  $\gamma$  — удельный вес теплопроводящей среды.

Сравнивая уравнения (96, XXII), (21, XXII) и (24, XXII), легко видеть, что они аналогичны. Температуре  $T$  отвечают плотность жидкости  $Q$  или давление  $p$ , величине  $\frac{k}{\mu\beta}$  в дифференциальном уравнении

неустановившейся фильтрации сжимаемой жидкости в недеформируемой пористой среде соответствует коэффициент теплопроводности  $\lambda$  в уравнении (96, XXII), а произведению коэффициента пористости  $t$  на коэффициент  $\beta$  объемного упругого расширения жидкости отвечает произведение  $c\gamma$  в уравнении теплопроводности.

При проведении термогидродинамической аналогии между неустановившимся движением сжимаемой жидкости в упругой пористой среде и теплопередачей из сравнения уравнений (87, XXII), (94, XXII) и (96, XXII) следует, что коэффициенту температуропроводности  $a^2$  в уравнении теплопроводности соответствует коэффициент пьезопроводности  $a^2$  в дифференциальном уравнении неустановившейся фильтрации сжимаемой жидкости в упругой пористой среде, коэффициенту теплопроводности  $\lambda$  — величина  $\frac{k}{\mu\beta}$ , произведению  $c\gamma$  — коэффициент упругоёмкости пласта  $\beta^*$ .

В табл. 60 приведены данные, характеризующие аналогю между фильтрацией и другими физическими явлениями.

Наличие электрогидродинамической аналогии позволяет ряд задач подземной гидравлики решать на электролитических и электрических моделях пластов. Впервые метод электрогидродинамической аналогии для решения задач о фильтрации жидкостей был использован акад. Н. Н. Павловским [138] при исследовании вопросов движения воды под гидротехническими сооружениями.

Успешное решение различных задач подземной нефтяной гидравлики методом электрической аналогии было впервые осуществлено в СССР проф. Л. И. Гутенмахером при помощи созданного им электрического интегратора, носящего имя автора.

Следует также отметить работы по созданию электрических моделей пластов, проведенные Л. А. Сергеевым [157] в Академии наук Азербайджанской ССР.

Большая ценность методов электроанalogии заключается в том, что они позволяют решать задачи об установившейся и неустановившейся фильтрации жидкостей и газов по линейному закону фильтрации при произвольных очертаниях контуров питания и водонности и наличии многих любым образом расположенных скважин с различными противодавлениями на пласт. Гидродинамическое решение подобных задач часто встречает большие, а иногда непреодолимые математические трудности.

В настоящее время в Московском нефтяном институте

<sup>1</sup>При установившейся фильтрации сжимаемой жидкости.

<sup>2</sup>При неустановившейся фильтрации сжимаемой жидкости в упругой пористой среде.

Таблица 60

**Аналогия между движением жидкостей и газов в пористой среде по линейному закону фильтрации и другими физическими явлениями**

Движение жидкостей и газов в пористой среде				Тепло-передача	Электри-ческий ток
несжимаемая жидкость	сжимаемая жидкость	газ	жидкая фаза газированной жидкости		
Давление	Плотность жидкости	Функция давления	Функция давления	Темпера-тура	Напряжение (потенциал)
$p$	$\rho$	$P = p^2$	$H = \int_1^p k'_{ж} dp$	$T$	$U$
Уравнение поверхностей равного давлени-я (изобары)	Уравнение поверхно-стей равных плотностей (совпадают с изобарами)	$P = p^2 = \text{const}$ (совпадает с изобарами)	$H = \text{const}$ (совпадает с изобарами)	Уравнение изотерми-ческих по-верхностей (изотермы)	Уравнение эквипотен-циальных по-верхностей
$p = \text{const}$	$\rho = \text{const}$			$T = \text{const}$	$U = \text{const}$
Градиент давления	Градиент плотности	Градиент функции давления	Градиент функции давления	Градиент темпера-туры	Градиент потенциала
$\text{grad } p$	$\text{grad } \rho$	$\text{grad } P$	$\text{grad } H$	$\text{grad } T$	$\text{grad } U$
Вектор скорости фильтрации	Вектор массовой скорости фильтрации	Вектор массовой скорости фильтрации	Вектор скорости фильтрации	Вектор теплового потока	Вектор силы тока
$\vec{v}$	$\rho \vec{v}$	$\rho \vec{v}$	$\vec{v}_{ж}$	$\vec{q}$	$\vec{I}$
Проницае-мость/абс. вязкость				Коэффици-ент тепло-проводности	Удельная проводи-мость
$\frac{k}{\mu}$	$\frac{k_{-1}}{\mu\beta}$	$\frac{k}{2\mu p_{ат}}$	$\frac{k}{\mu_{ж}}$	$\lambda$	$\sigma$
Закон фильтрации	Закон фильтрации	Закон фильтрации	Закон фильтрации	Закон Фурье	Закон Ома
$\vec{v} = -\frac{k}{\mu} \text{grad } p$	$\rho \vec{v} = \frac{-k}{\mu\beta} \times \text{grad } \rho$	$\rho \vec{v} = \frac{-k}{\mu\beta p_{ат}} \times \text{grad } P$	$\vec{v}_{ж} = \frac{-k}{\mu_{ж}} \times \text{grad } H$	$\vec{q} = -\lambda \text{grad } T$	$\vec{I} = -\sigma \text{grad } U$
—	Коэффици-ент упруго-емкости <sup>2</sup> $\beta^* = m\beta_{ж} + \beta_c$ Пьезопро-водность <sup>2</sup>	—	—	Теплоем-кость $\times$ уд. вес $c\gamma$	—
	$a^2 = \frac{k}{\mu\beta^*}$			Температу-ропровод-ность $a^2 = \frac{\lambda}{c\gamma}$	

им. акад. И. М. Губкина и во Всесоюзном научно-исследовательском нефтяном институте существуют специальные лаборатории электрического моделирования нефтяных пластов, занимающиеся решением различных задач подземной нефтяной гидравлики, связанных с разработкой нефтяных месторождений.

Подробное описание устройства электрического интегратора системы Л. И. Гутенмахера и примеры решения на нем указанных задач подземной гидравлики выходят за рамки настоящего курса и имеются в литературе (см. [41], [79] и [170]), к которой мы отсылаем читателя.

---

---

## ГЛАВА XXIII\*

# Краткая история развития подземной гидравлики. Заключение

Общую историю подземной гидравлики будет правильно разделить на два периода: первый период — с середины девятнадцатого века до 1917–1920 гг., второй — с 1917–1920 гг. до последнего времени. Такое деление оправдывается тем, что в СССР, после 1917 г., подземная гидравлика получила особое развитие благодаря бурному развитию промышленности вообще и нефтяной промышленности в частности; кроме того, и в США исследования в области подземной нефтяной гидравлики и технологии нефтедобычи начали проводиться после окончания первой мировой войны, после того как в 1919 г. был создан американский нефтяной институт.

Сравнивая состояние нефтепромыслового дела до и после 1920 г., следует отметить, во-первых, резкое увеличение среднегодовой добычи нефти и газа во всем мире и, во-вторых, значительное усложнение проблем технологии добычи нефти и газа. Именно после 1920 г. значительно возросли глубины эксплуатационных скважин, стали в широких масштабах внедряться методы поддержания и восстановления пластового давления путем нагнетания в нефтеносный пласт воды или газа; широкое распространение получили такие способы интенсификации нефтедобычи, как кислотная обработка и торпедирование забоев скважин и т. д. Естественно, что управление новыми технологическими процессами и строгая оценка их эффективности были невозможны без знания законов движения нефти, газа и воды к скважинам. К тому же социалистическое хозяйство СССР требовало создания научно-обоснованной системы разработки нефтяных месторождений различных типов.

Таким образом, после 1920 г. перед подземной гидравликой возникли новые весьма крупные проблемы и развитие этой науки, действительно, вступило в новую фазу.

Не будем касаться истории развития подземной гидравлики в течение первого периода (до 1920 г.), ибо проблемы собственно нефтяной подземной гидравлики были поставлены и начали систематически разрабатываться лишь после 1920 г.

Начнем с обзора исследований, выполненных в течение второго периода.

В конце второго десятилетия нынешнего века начал свои исследования в области теории фильтрации академик Н. Н. Павловский. В опубликованной в 1922 г. замечательной монографии (докторской диссертации) академик Н. Н. Павловский [138] разработал ясную гидромеханическую модель явления фильтрации, позволившую выполнить строгий вывод дифференциальных уравнений движения жидкости в пористой среде. Впервые мно-

гие задачи фильтрации жидкости под плотинами были сформулированы акад. Павловским как краевые задачи математической физики; решение этих задач в таком аспекте открыло новую эпоху в гидротехнике. Впервые в мировой литературе акад. Павловский предложил использовать параметр Рейнольдса как критерий существования линейного закона фильтрации. До акад. Павловского Крчбер (в 1884 г.) и Мазони (в 1895 г.) провели ряд исследований, имевших целью установить пределы применимости линейного закона фильтрации, но их выводы были принципиально неверны, ибо Крчбер связывал предел применимости основного закона фильтрации только с величиной диаметра зерен грунта, Мазони — только с пьезометрическим уклоном; другие исследователи пытались установить критическую скорость фильтрации, при которой, якобы, при всех условиях линейный закон фильтрации нарушается. Акад. Павловский не только ввел в подземную гидравлику параметр Рейнольдса и подсчитал, базируясь на правильно обработанных прежних экспериментальных данных, критическое значение параметра Рейнольдса, но и избежал тех ошибок, которые допустили позднейшие американские авторы, не знавшие его работы. Именно, в позднейших работах американских авторов параметр Рейнольдса был чисто механически перенесен из трубной гидравлики в подземную без всякого обоснования. Наоборот, акад. Павловский дал вывод формулы, определяющей параметр Рейнольдса.

Заинтересовавшись работами акад. Н. Н. Павловского, наш знаменитый механик Н. Е. Жуковский [58] вторично, незадолго до своей кончины, вернулся к исследованиям в области теории фильтрации. В 1920 г. Н. Е. Жуковский разработал иной метод (чем у акад. Павловского) решения задач о фильтрации воды под плотинами при наличии напорной поверхности и о фильтрации воды со свободной поверхностью.

Следует заметить, что начало исследований проф. Н. Е. Жуковского в области теории фильтрации относится к первому периоду развития подземной гидравлики. Именно, в восьмидесятых годах прошлого века Н. Е. Жуковский был привлечен к участию в работах комиссии по водоснабжению г. Москвы; комиссия была создана в связи с тем, что ресурсы подземных вод Мытищинской водопроводной станции перестали удовлетворять потребностям г. Москвы. Жуковский не только принял безвозмездное деятельное участие в работах упомянутой комиссии, но здесь, как и во всех других случаях, проявил свое умение сочетать воедино теорию с практикой. Именно, важным *практическим* следствием работы Н. Е. Жуковского и комиссии было принятие конкретного решения о нецелесообразности расширения Мытищинского водопровода и о необходимости постройки Рублевской водопроводной станции. Заинтересовавшись теорией фильтрации, Н. Е. Жуковский [56], [57] предложил новый, более общий, чем у Буссине и Форхгеймера, вывод дифференциальных уравнений теории фильтрации, установил связь колебаний уровня грунтовых вод с колебаниями показаний барометра, исследовал вопросы капиллярного поднятия воды в пористой среде, решил новые проблемы притока воды к скважинам в условиях естественного подземного потока, а также исследовал особенности движения воды к водосборной галлерее.

Упомянутые идеи акад. Павловского и проф. Жуковского были в последующем развиты в трудах обширной советской школы исследователей: В. И. Аравина, Е. А. Замарина, В. В. Ведерникова, Н. Н. Веригина, Л. А. Галина, Н. К. Гириного, Б. Б. Девисона, В. С. Козлова, Н. Т. Мелещенко, Ф. Б. Нельсон-Скорнякова, Я. Т. Ненько, С. Н. Нумерова, П. Я. Полубариновой-Кочиной, Б. К. Ризенкампа, А. А. Угинчуса, С. В. Фальковича и др. Содержание работ этой школы исследователей мы здесь описывать не будем<sup>1</sup>, ибо большинство из них связано только с проблемами фильтрации воды под плотинами, через тело земляных плотин, с проблемами притока воды к ирригационным и дренажным сооружениям и т. д., т. е. с такими проблемами, которых мы в данном курсе подземной гидравлики не касались.

С 1921 г. в Баку начались теоретические и экспериментальные исследования акад. Л. С. Лейбензона [94–107] — основателя советской школы ученых, работающих в области подземной гидравлики именно в связи с проблемами добычи нефти и газа. Акад. Л. С. Лейбензоном впервые выведены дифференциальные уравнения движения газа и газированной жидкости в пористой среде, выяснены особенности работы газовых скважин, подвергнуты математическому исследованию кривые производительности и режимы работы нефтяных скважин и пластов, методы подсчета запасов нефти и газа в пластах, проблема вытеснения нефти и газа водой и т. д.

В 1927–1928 гг. акад. Л. С. Лейбензон организовал проведение крупных исследований по подземной гидравлике в Государственном исследовательском нефтяном институте (ГИНИ) и в Московском государственном университете. Ценные экспериментальные исследования в ГИНИ и МГУ были выполнены Д. С. Вилькером [27] и И. П. Москальковым [129]. В 1934 г. была опубликована капитальная монография акад. Л. С. Лейбензона [100] — «Подземная гидравлика воды, нефти и газа». В этой монографии, впервые в мировой литературе, систематично изложены основы общей теории фильтрации, а также все важнейшие исследования в области собственно подземной нефтяной гидравлики, проведенные автором и другими учеными до начала тридцатых годов нашего века. Подчеркнем, что и в теоретическом и экспериментальном решении новых проблем и в опубликовании сводной монографии акад. Л. С. Лейбензон опередил зарубежную научную мысль — аналогичная сводная монография была опубликована Маскетом [120] в США на 3 года позже, т. е. только в 1937 г.

Следующей сводной монографией, изданной в СССР в 1935 г. и посвященной теории движения подземных вод в водоносных пластах, была книга проф. Г. Н. Каменского [65].

В этой книге собраны и сведены в единую систему важнейшие результаты работ, проведенных в области подземной гидравлики в первый период ее развития, а также более новые исследования акад. Н. Н. Павловского, акад. Л. С. Лейбензона, М. Е. Альтовского, Н. Н. Биндемана, Е. А. Замарина,

<sup>1</sup>Работы этой школы исследователей прореферированы в обзорно-исторической статье П. Я. Полубариновой-Кочиной и С. В. Фальковича.

Козени, И. П. Кусакина, Н. А. Плотникова, Н. М. Победоносцева, самого автора и др.

Работы проф. Г. Н. Каменского и его школы имеют большое значение не только потому, что они позволили решить важные проблемы гидрогеологии, но еще и по другой причине. Именно, упомянутые работы популяризировали основные идеи подземной гидравлики среди гидрогеологов и позволили нефтяникам перенять опыт гидрогеологов в области исследования скважин, определения физико-геологических характеристик пластов и т. д.

Для понимания последующей истории развития подземной гидромеханики необходимо отметить те новые идеи, которые были заложены в трудах главным образом грозненских нефтяников, опубликованных в двадцатых — начале тридцатых годов нынешнего века: Н. Т. Линдтропа [108–110], М. М. Чарыгина [190], С. Н. Шаньгина [197], М. Г. Танасевича [165], В. М. Николаева [134, 135], Н. М. Карпенко [67] и других. В связи с изучением поведения некоторых нефтеносных пластов Старо-Грозненского и Ново-Грозненского месторождений упомянутые геологи (главой этой школы был Н. Т. Линдтроп) пришли к весьма важному (и по тому времени совершенно новому) выводу о том, что главной силой, двигавшей нефть к забоям скважин в наиболее продуктивных пластах упомянутых месторождений, была сила напора краевых вод; в пластовых условиях газ был полностью растворен в нефти и никакой активной роли в продвижении нефти по пласту играть не мог.

Этим существенно изменялось общепринятое в то время мнение — господствовавшая с 1865 г. американская теория Бриггса; следуя Бриггсу, считали, что единственной силой, продвигавшей нефть в пласте к забоям скважин, могла быть сила упругости газа. Кроме того, тогда считали, что влияние работы каждой скважины может распространяться в пласте не далее строго определенного расстояния; например, во всех гидромеханических расчетах Слихтера принималось, что радиус влияния скважин равнялся 183 м (600 футам). Если скважины были взаимно удалены на расстояние двойного радиуса влияния, то они якобы совершенно не должны были влиять друг на друга.

Н. Т. Линдтроп и другие упомянутые геологи привели факты взаимодействия скважин на очень больших расстояниях друг от друга, факты влияния разработки нефтяного месторождения на пластовые давления в удаленных законтурных водяных скважинах и даже на дебиты естественных минеральных источников, выходы которых были расположены на расстоянии почти 20 км от эксплуатирувавшихся нефтяных скважин; далее, те же геологи открыли зависимость изменения пластового давления в нефтяной залежи от повышения зеркала краевых вод (водо-нефтяного контакта), зависимость пластовых давлений в скважинах от гипсометрии их забоев и положения забоев по отношению к зеркалу подошвенных или краевых вод и т. д. Таким образом, еще до появления работы Герольда, которого было принято считать первым автором теории режимов нефтеносных месторождений, грозненские

геологи разработали теорию водонапорного режима<sup>2</sup>.

На основании этой теории развились представления о балансе пластовых водонапорных систем и необходимости учитывать гидравлическую связь области разработки пласта с областью напора и областью питания. Вполне понятно, что именно эти, в то время передовые, идеи геологов следовало положить в основу гидромеханического анализа особенностей работы нефтяных скважин и нефте-водо-газоносных пластов.

Поэтому в начатых с 1935 г. в ГрозНИИ исследовательских работах упомянутые идеи грозненских геологов были обобщены; была разработана гидравлическая теория пластовых водонапорных систем, были подвергнуты критике прежние теории взаимодействия скважин Сликхтера–Форхгеймера, связанные с дефектным представлением о существовании постоянного, ограниченного радиуса влияния скважин, были исследованы особенности работы скважин при различных формах и размерах контура области питания.

В исследованиях ГрозНИИ (1936–1939 гг.) была разработана<sup>3</sup> новая теория взаимодействия скважин, изучены свойства различных систем расстановки скважин [см. 200–204].

Прежде чем перейти к описанию дальнейшего (после 1939 г.) развития подземной гидравлики в СССР, необходимо отметить более ранние экспериментальные и промысловые исследования.

В начале тридцатых годов В. П. Яковлев [224, 225] провел обширные исследования нефтяных скважин, на базе которых сделал ряд ценных предложений по поводу методики исследования скважин и пластов и выяснил особенности движения уровня жидкости в скважинах непосредственно после их пуска или остановки при различных простейших законах фильтрации жидкости в пласте. В. П. Яковлев указывал на необходимость учитывать сжимаемость жидкости в пластовых условиях. Работы В. П. Яковлева особенно ценны тем, что способствовали пробуждению внимания инженерно-технических работников нефтяной промышленности не только к исследованию скважин, но и к изучению законов фильтрации жидкости в нефтеносных пластах.

В те же годы в ГрозНИИ инж. А. А. Болтышев и инж. Т. Л. Михайлов сконструировали «опытный пласт» — цилиндрический резервуар, заполнявшийся песком. На этом пласте были изучены законы одномерного движения мертвой и газированной жидкости, были установлены интересные зависимости дебитов газированной жидкости от перепадов давления и газовых факторов и т. д.

В середине тридцатых годов В. М. Барышев сконструировал в АзНИИ опытный куполовидный «пласт», на который было проведено 108 скважин. На «опытном пласте» и на специальных дренажных элементах В. М. Барышев [12–15] и А. Н. Снарский [161–163] провели интересные опы-

<sup>2</sup>Очень жаль, что долгое время оставались незамеченными и не подвергались гидродинамической обработке высказанные в то время передовые идеи проф. И. Н. Стрижова по поводу «упруго-грузового режима» нефтяных месторождений.

<sup>3</sup>В. Н. Щелкачевым. (Ред.)

ты по взаимодействию скважин при различных системах их расстановки, по анализу свойств коэффициентов продуктивности скважин, по движению газированной жидкости в пористой среде, по образованию газовой шапки в пласте и ее влиянию на дебит скважин и т. д. Результаты этих опытов очень хорошо согласовывались с упомянутыми выше гидродинамическими исследованиями ГрозНИИ.

Ценные экспериментальные исследования по движению газированной жидкости в пористой среде были проведены в 1940 г. в АзНИИ А. М. Пирвердяном [139] и М. К. Мамедовым [119]. Авторы сопоставили дебиты газированной и «мертвой» жидкости при всех прочих одинаковых условиях их движения, исследовали зависимость между газовым фактором и перепадом давления и, кроме того, основываясь на теории обтекания и законах подобия, исследовали явления отклонения закона фильтрации от линейного закона.

В Азербайджанском филиале Академии наук СССР Л. А. Сергеев [157], пользуясь методом электрогидродинамических аналогий, провел на электромоделах нефтяных пластов ряд исследований, имевших целью установить рациональные схемы расстановки скважин, распределения давления вокруг них и т. д.

В 1938–1939 гг. были начаты в ГрозНИИ и продолжены в Днепропетровском университете дальнейшие исследования проблемы расстановки скважин. [см. 205, 208]; было подвергнуто критике и существенно уточнено решение проблемы вытеснения нефти водой, данное ранее Маскетом. Был подробно разработан метод исследования законов движения вдоль различных линий тока и стягивания контура нефтеносности к одной и к различным группам скважин, были сопоставлены дебиты батарей скважин с дебитами «галлерей», были установлены простейшие гидродинамически рациональные варианты расстановки скважин в условиях купольной, брахиантиклинальной и моноклинальной структур, к которым приурочены залежи нефти.

В те же годы Г. Б. Пыхачевым [149] были решены некоторые задачи о взаимодействии скважин и о работе отдельных скважин в условиях неоднороднопроницаемых пластов; в Московском нефтяном институте [см. 85, 86] исследован вопрос о термодинамических процессах, происходящих в нефтяных и газовых пластах при фильтрации жидкостей и газов.

В 1940 г. акад. Л. С. Лейбензон возглавил организованную проф. Б. Б. Лапуком группу, в которую входили ученые и инженеры различных специальностей. Эта группа поставила своей целью выработку научно-обоснованной методики проектирования рациональной разработки нефтяных месторождений.

При выборе рациональной системы разработки месторождения считалось необходимым: 1) учесть геологические особенности каждого месторождения; 2) установить гидродинамически рациональные варианты расстановки скважин применительно к выясненным геологическим особенностям; 3) провести расчеты дебитов скважин, пластовых и забойных давлений и определить технико-экономические показатели бурения и эксплуата-

ции скважин при различных вариантах размещения скважин; 4) провести заключительную экономическую оценку.

Таким образом, совершенно правильно предполагалось, что решить проблему рациональной разработки нефтяных месторождений можно лишь на базе комплексного геологическо-гидродинамическо-техническо-экономического анализа.

После начала войны группа была реорганизована в Проектно-исследовательское бюро (ПИБ) при Московском нефтяном институте. В бюро под руководством доц. Крылова А. П. были проведены работы по проектированию разработки многих нефтяных и газовых месторождений; попутно решались новые проблемы подземной гидравлики. В итоге этих работ коллектив из пяти авторов — ныне Лауреатов Сталинской Премии — А. П. Крылов, М. М. Глоговский, М. Ф. Мирчинк, Н. М. Николаевский и И. А. Чарный — издал капитальную монографию [79]: «Научные основы разработки нефтяных месторождений». И эта работа намного опережает последние достижения зарубежной науки.

Следует отметить, что очень существенную помощь в работе Проектно-исследовательского бюро оказывает сконструированный проф. Л. И. Гутенмахером электроинтегратор. Использование этого прибора основано на существовании электрогидродинамической аналогии. В том случае, когда геологические условия разрабатываемого месторождения сложны — пласт неоднороден по проницаемости, пористости, мощности, имеет контуры нефтеносности и контуры области питания неправильной геометрической формы — решать задачу подземной гидравлики строгими математическими методами было бы трудно и нецелесообразно; наоборот, на электроинтеграторе сравнительно легко учесть всю сложность известных геологических условий нефтегазонасного пласта и довести решение задачи до получения необходимых числовых результатов. Методику решения задач подземной гидравлики на электроинтеграторе значительно усовершенствовал и углубил научный сотрудник Проектно-исследовательского бюро, канд. техн. наук П. М. Белаш; пользуясь методикой П. М. Белаш, на электроинтеграторе были изучены многие особенности и установившегося и неустановившегося притока жидкости и газа к скважинам.

К описанию других работ, выполненных в Проектно-исследовательском бюро, вернемся несколько позже.

В 1940–1941 гг. акад. С. А. Христианович [178, 179] провел весьма интересные исследования сложной проблемы движения грунтовых вод, не следуя линейному закону фильтрации, а также построил теорию движения газированной жидкости, базирующуюся на упомянутых выше экспериментах Викова–Ботсета. Новые ценные выводы, вытекающие из исследований акад. Христиановича по вопросам движения газированной жидкости, были в 1941 г. получены в Московском нефтяном институте<sup>4</sup> [см. 87]. К этому же периоду времени относится вывод общего выражения для коэффициента проницаемости пористой среды и обобщение различных теоретических формул,

---

<sup>4</sup>Б. Б. Лапуком. (Ред.)

описывающих законы фильтрации (см. § 2 главы V и § 2 главы VI данной книги).

Во время войны были опубликованы новые работы акад. Л. С. Лейбензона [101–105], в которых значительно усовершенствована прежняя теория движения газированной жидкости автора и были исследованы вопросы турбулентной фильтрации газов.

Член-корр. Акад. наук П. Я. Полубаринова-Кочина [143–145] в 1942–1945 гг. решила ряд сложных задач подземной нефтяной гидравлики: о притоке жидкости к скважинам в неоднородной среде, об определении размеров пластовой водонапорной системы и проницаемости пласта на основании известных дебитов скважин (решение так называемых обратных задач подземной гидроавлики), о перемещении контура нефтеносности.

Последняя проблема была также подвергнута глубокому математическому исследованию М. Н. Тиховым [167] в ГрозНИИ.

В те же годы проф. И. А. Чарный [183–185] улучшил методику решения задач о притоке нефти к скважинам в месторождениях различных форм, решил очень важный вопрос о наиболее выгоднейшей расстановке рядов скважин в пластах с водонапорным режимом. В 1946 г. проф. Чарный [188] предложил весьма остроумный приближенный метод решения задачи о взаимодействии гидродинамически несовершенных скважин. Точное математическое решение этой проблемы вызывало большие математические трудности. Сравнение найденного Б. И. Сегалом [156] точного решения с приближенным решением Чарного показало хорошее совпадение и потому простой метод Чарного может быть с успехом использован при практических расчетах.

В 1941–1944 гг. ГрозНИИ [209–214, 216] удалось провести весьма тщательные исследования скважин и поведения пластов после массовой остановки и пуска скважин<sup>5</sup>. Это дало возможность уточнить гидродинамический анализ различных методов исследования скважин, улучшить методику их исследования, выяснить особенности неустановившихся процессов перераспределения пластового давления, дало твердые доказательства большого влияния объемной упругости жидкостей и горной породы на поведение скважин и режим пласта.

В те же годы в ГрозНИИ [209, 212]<sup>6</sup> был заново исследован вопрос о критерии существования линейного закона фильтрации, была преобразована формула акад. Павловского для параметра Рейнольдса — в нее вместо эффективного диаметра введен коэффициент проницаемости пласта. Затем было установлено, что линейный закон фильтрации не может одновременно нарушаться во всем пласте, было введено понятие об области кризиса этого закона и о движении жидкости к скважине при одновременном существовании двух режимов фильтрации в пласте. Несколько позже были выведены

<sup>5</sup>Начатые В. Н. Щелкачевым в Октябрьском (бывшем Ново-Грозненском) районе исследования скважин продолжил в 1944–1948 гг. инж. К. М. Донцов. К. М. Донцов систематизировал богатейший материал по исследованиям скважин и интерпретировал его с точки зрения новейших идей подземной гидравлики.

<sup>6</sup>В. Н. Щелкачевым. (Ред.)

дифференциальные уравнения движения упругой жидкости в упругом пласте и продолжено гидродинамическое исследование теории упругого режима (см. [217, 218]).

М. Д. Миллионщиковым впервые (в 1945 г.) было доказано, что и в подземной гидравлике для движения жидкости в пористой среде можно построить диаграмму, аналогичную диаграмме Никурадзе в трубной гидравлике. Проф. М. Д. Миллионщиков выполнил гидродинамическое исследование проблемы образования конуса обводнения и метода бесконусной эксплуатации скважин при наличии подошвенной воды в призабойной зоне и выяснил особенности эксплуатации скважин в пластах с подгазовой нефтью.

Доц. Г. Б. Пыхачевым [151] на основании гидродинамических исследований акад. С. А. Христиановича [179], Московского нефтяного института [87] и опытов по движению газированной нефти, установлено (в 1847 г.), что в пластах с режимом «растворенного газа» производительность скважин существенно зависит не только от перепада давления, но и от абсолютной величины пластового давления. В 1948 г. Г. Б. Пыхачевым [152] дано упрощенное решение задачи о вытеснении из пласта нефти газом, нагнетаемым в пласте через специальные нагнетательные скважины. В. Ф. Дудиным [49] исследовано вытеснение нефти водой из пласта, когда движение жидкости не подчиняется линейному закону фильтрации.

В 1947 г. была опубликована статья А. Н. Мятиева [132], в которой автор значительно обобщил обычную постановку задач подземной гидравлики, учтя при эксплуатации скважин приток воды в напорный пласт через его кровлю и ложе; в ряде конкретных случаев А. Н. Мятиев продемонстрировал очень хорошее согласие теоретических расчетов с фактическими данными.

Дальнейшая математическая разработка этой проблемы была выполнена П. Я. Полубариновой-Кочиной.

В заключение необходимо вновь вернуться к описанию тех исследований по подземной гидравлике, которые за последние годы проводились в Проектно-исследовательском бюро Московского нефтяного института, помимо решения основной задачи о рациональной разработке нефтяных месторождений. Кроме уже упомянутых выше работ чл.-корр. АН П. Я. Полубариновой-Кочиной и проф. И. А. Чарного, выполненных в ПИБ, следует упомянуть еще о дальнейших исследованиях проф. И. А. Чарного [186] по теории упругого режима, в которых выяснено значение факта сжимаемости законтурной воды и сделана попытка определения параметров пласта на основании результатов специальных исследований скважин.

Канд. техн. наук М. М. Глоговским подвергнуты критике решения Форхгеймера, Козени, Маскета проблемы работы гидродинамически несовершенных скважин и предложено собственное, более строгое решение этой проблемы. С помощью построенных М. М. Глоговским графиков легко судить о влиянии глубины вскрытия пласта на производительность скважин.

Канд. техн. наук Б. Э. Казарновской [63, 64] выполнены ценные исследования движения жидкости к скважинам в негоризонтальных пластах, решены задачи об особенностях перемещения водо-нефтяного контакта, стягивающегося в слабо наклонном пласте к прямолинейной батарее скважин, выясне-

ны целесообразные пределы эксплуатации обводнившейся батареи скважин. Новые теоретические и экспериментальные результаты по вопросу влияния размеров и числа круглых перфорационных отверстий на дебит скважины были получены канд. техн. наук В. И. Щуровым.

В работах канд. мат. наук М. Д. Розенберга получили дальнейшее развитие идеи проф. И. А. Чарного о наиболее выгоднейшей расстановке рядов скважин в нефтяных пластах с водонапорным режимом.

Канд. техн. наук К. А. Царевич и В. А. Архангельский получили новые ценные результаты по вопросам движения газированной жидкости в пористой среде, причем К. А. Царевич [181] дал теоретическое объяснение многим явлениям, наблюдавшимся в процессе разработки пластов с режимом растворенного газа; свои дальнейшие исследования авторы проводят во ВНИИ.

Проведенными в 1944–1946 гг. в Московском нефтяном институте исследованиями<sup>7</sup> [88, 89, 91] было доказано, что в условиях установившегося и неустановившегося радиального движения газа к скважинам средневзвешенное по объему пластовое давление может быть с высокой степенью точности приравнено контурному давлению. То же самое было доказано и для некоторых иных случаев притока к скважинам газированной нефти, капельножидкости (в условиях упругого режима), притока жидкости со свободной поверхностью в условиях гравитационного режима. Основанный на этом факте приближенный метод позволил весьма просто и с высокой степенью точности решить как многие из тех задач, которые раньше решались сложно и с большими математическими трудностями, так и ряд совершенно новых задач.

Именно, в результате указанных исследований решены некоторые проблемы работы скважин в условиях гравитационного режима, режима растворенного газа и упругого режима, но особенно широко упомянутый прием оказалось возможным использовать для исследования проблемы разработки газовых месторождений. В зарубежной литературе до сих пор не было теоретически сколько-нибудь обоснованных решений проблемы расстановки газовых скважин. Мы же теперь имеем развивающуюся последовательную, гидродинамически обоснованную теорию разработки газовых месторождений; на базе этой теории уже сделаны многие важные для практики выводы и получены существенные для промышленности результаты.

В 1947 г. указанными выше методами была приближенно решена задача о движении реальных газов в пористой среде с учетом их отклонений от законов идеальных газов и изменения вязкости при падении давления [90].

Проведенные в Проектно-исследовательском, бюро в 1946–1948 гг. гидродинамические исследования теории упругого режима объяснили закономерности в изменении пластового давления и удельной добычи жидкости из пласта в процессе его разработки, выяснили особенности неустановившегося эффекта взаимодействия скважин и законы изменения их радиусов влияния [219, 221, 222].

---

<sup>7</sup>Исследования проводились Б. Б. Лапуком. (Ред.)

В 1948 г. в Московском нефтяном институте также было получено приближенное решение задачи о вытеснении газа водой, представляющее дальнейшее развитие исследований акад. Л. С. Лейбензона [100] и [107] и имеющее существенное значение для решения проблемы разработки газовых месторождений при водонапорном режиме (см. § 3 главы XVIII данной книги).

В нашем обзоре мы не упоминали о работах П. П. Авдусина, М. А. Геймана, А. И. Губанова, Б. В. Дерягина, С. Л. Закса, Ф. И. Котяхова, М. М. Кусакова, П. А. Ребиндера, Ф. А. Требина и др., которые в большей степени связаны с физикой и физико-химией пласта, чем с подземной гидравликой.

В заключение заметим, что все большее и большее число инженеров и геологов используют сведения из области подземной гидравлики для решения важнейших конкретных проблем технологии нефтедобычи и промышленной геологии. Достаточно, например, указать на опубликованные работы профессоров Г. Н. Газиева [30, 31], М. А. Жданова [53], Н. Т. Линдтропа [112], М. Ф. Мирчинка [128], а также И. И. Корганова [73], М. М. Максимова [115], Г. К. Максимовича [116, 117], И. М. Муравьева [130, 131], В. М. Николаева [135], И. Т. Пронякова, Э. Б. Чекалюка [191–195] и многих других; в этих работах сведения из области подземной гидравлики используются для анализа режима пластов и поведения скважин, для анализа эффекта солянокислотной обработки скважин, вторичных методов эксплуатации и т. д.

Однако современное внедрение новейших достижений подземной гидравлики в практику нефтедобывающей и газовой промышленности все же нельзя признать достаточным. Происходит это вовсе не из-за того, что интересующие практиков вопросы якобы не подверглись теоретическому исследованию; наоборот, как следует из приведенного выше исторического обзора, охватывающий *теоретическими* исследованиями круг вопросов весьма велик.

Мы считаем, что имеются иные причины, тормозящие использование достижений подземной гидравлики в нефтепромышленной практике. Во-первых, необходимо отметить новизну вопросов и слабую популяризацию новейших достижений подземной гидравлики. В самом деле, обязательный курс подземной гидравлики начал читаться в нефтяных институтах лишь с 1941 г., так что лишь последние выпуски инженеров-нефтяников и геологов с ним знакомы; до сих пор не было издано ни одного широко доступного, достаточно полного и систематического курса подземной гидравлики. Мы надеемся, что данное учебное пособие будет способствовать устранению последнего недостатка.

Во-вторых, провести гидромеханические расчеты и использовать формулы подземной гидравлики можно лишь тогда, когда известны основные параметры пласта. Необходимые для этого тщательные исследования скважин, пластов и насыщающих их жидкостей и газов в широком масштабе начали проводиться у нас лишь за последние годы, в связи с освоением регистрирующих глубинных манометров, глубинных пробоотборников и прочей аппаратуры. Никакое знание законов подземной гидравлики не может помочь технологу нефтедобычи, если за разрабатываемым пластом не ведется должного наблюдения и не проводятся необходимые исследования скважин и пласта.

Наконец, третьей причиной, тормозящей и развитие самой подземной гидравлики и ее внедрение в нефтепромысловую практику, является отставание экспериментальных работ от теоретических исследований. В частности, необходимо как можно скорее и шире развернуть опыты по движению газированной нефти в пористой среде и по вопросам физики пласта, тесно связанным с задачами подземной гидравлики.

Заканчивая на этом изложение краткой истории развития подземной гидравлики, заметим, что в течение первого отмеченного периода разрозненные работы ученых были большей частью посвящены решению каких-либо отдельных проблем, связанных с изучением притока воды к скважинам и иным водосборным сооружениям, а также с движением естественных подземных потоков в водоносных пластах.

Для второго периода характерно развитие идеи о пластовых водонапорных системах и решение проблем движения не только воды, но и нефти и газа в пластах. Именно в течение второго периода была начата разработка важнейших для технологии добычи нефти и газа проблем вытеснения нефти водой и газом, вытеснения газа водой, движения газированной жидкости и смеси двух жидкостей в пласте, расстановки скважин в нефтяных и газовых месторождениях при различных режимах пласта.

Проведенный исторический обзор показывает, что с тех пор, когда начало решению перечисленных проблем было положено в трудах акад. Л. С. Лейбензона, отечественная школа подземной гидравлики занимает в этой области науки ведущее место в мире.

---

---

## Литература

- [1] Авдусин П. П., Цветкова М. А. О структуре поровых пространств песчаных коллекторов нефти. «Нефт. хоз.», № 6, 1938.
- [2] Агаджанов А. М. Расчет дебитов, взаимодействующих в артезианском потоке (бассейне) скважин. «Азерб. нефт. хоз.», № 1, 1938.
- [3] Агаджанов А. М. Гидрогеология и гидравлика подземных вод. Гостоптехиздат, 1947.
- [4] Альтовский М. Е. Анализ данных опытных откачек из артезианских скважин. «Разведка недр», № 7, 1937.
- [5] Альтовский М. Е. Расчет дебита по откачкам из одиночных скважин. Госгеоллиздат, М. — Л., 1940.
- [6] Альтовский М. Е. Испытание скважин методом опытных откачек. «Нефт. хоз.», № 2, 1946.
- [7] Альтовский М. Е. Методическое руководство по расчету взаимодействующих артезианских и грунтовых водозаборов. Госгеоллиздат, М. — Л., 1947.
- [8] Андрианов Л. Н. Вопросы физики нефтяного пласта в решении основных задач подземной нефтяной гидравлики. «Нефт. хоз.», № 8, 1948.
- [9] Арутюнов А. И. Продуктивность нефтяных скважин. Гостоптехиздат, Баку, 1941.
- [10] Багдасаров В. Г. Эксплуатация нефтяных месторождений. Нефтеиздат, Баку, 1935.
- [11] Балнес А., Фиттинг Р. (Bulnes A. C. and Fitting R. U.). Предварительное рассмотрение режимов пластов, представленных известняками (An Introductory Discussion of the Reservoir Performans of Limestone Formations. Trans. AIME «Petr. Techn.», p. 1791, January, 1945.
- [12] Барышев В. М. и Снарский А. Н. Гидравлические модели пластов. Сборник «Принципы разработки нефтяного пласта». Труды АзНИИ им. Куйбышева. Азгостоптехиздат, Баку — Москва, 1942.

- [13] Барышев В. М. Пропускная способность нефти при фильтрации негазированной жидкости, там же.
- [14] Барышев В. М. и Мамедов М. К. Пропускная способность пласта при фильтрации газированной жидкости, там же.
- [15] Барышев В. М. Некоторые свойства коэффициента продуктивности скважин, там же.
- [16] Белаш П. М. Электромоделирование процессов разработки нефтеносных пластов. «Новости нефтяной техники», серия добычи, № 9, 1947.
- [17] Богомоллов Г. В. Подсчет коэффициента фильтрации по откачке для случая асимметричной воронки депрессии. 1 Всесоюзный гидрогеологический съезд 1931 г. Секция спец. гидрогеолог. Сб. 6 Горно-геол. изд-ва., Л. — М., 1933.
- [18] Богомоллов Г. В. К методике определения производительности водоносных пластов откачкой. Гидротехгеоинститут, М., вып. 13, 1933.
- [19] Ботсет М. О. (Botset M. O.) Движение смеси жидкости и газа в сцементированных песках (Flow of Gas-Liquid Mixtures through consolidated Sands) Trans. AIME, № 136, p. 91, 1940.
- [20] Брод И. О. О некоторых основных терминах геологии нефти и природного газа «Труды МНИ», Гостоптехиздат, вып. 4, 1946.
- [21] Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике, ОГИЗ, М. — Л., 1945.
- [22] Буссинэск (Boussinesq). Теоретические исследования движения подпочвенных вод (Recherches théoriques sur l'écoulement des nappes d'eau infiltrées dans le sol). «J. de Mathem. pure et appliquée», 2, 1904.
- [23] Бэкли (Buckley St. E.). Направление развития технологии нефтедобычи (Trends and Developments in Petroleum Production Engineering) «Petr. Eng.» Reference Annual, vol. 17, № 10, pp. 154-166, 1946.
- [24] Ведерников В. В. Теория фильтрации и ее применение в области ирригации и дренажа. Госстройиздат, Москва, 1939.
- [25] Великанов М. А. Движение подземных вод в крупнозернистых грунтах. «Изв. АН СССР, ОТН», № 7-8, 1945.

- [26] В и к о в Р. ,                    Б о т с е т М.                    ( W y c o f f R. D. ,  
V o t s e t M. O. ). Движение смеси жидкости и газа в несцементированных песках. (Flow of Gas-Liquid Mixtures through Unconsolidated sands). «Physics», vol. 7, September, 1936.
- [27] В и л ь к е р Д. С. Истечение воздуха из пористой среды. «Природные газы». ОНТИ, Сб. 9, 1935.
- [28] Г а з и е в Г. Н. Учебное пособие по эксплуатации месторождений, ч. 1, Азнефтеиздат, Баку — Москва, 1933.
- [29] Г а з и е в Г. Н. Математическая обработка результатов исследования скважин. «Азерб. нефт. хоз.», № 4-5, 1939.
- [30] Г а з и е в Г. Н. О коэффициенте продуктивности. «Азерб. нефт. хоз.», № 6, 1940.
- [31] Г а з и е в Г. Н. и К о р г а н о в И. И. Научные основы проектирования вторичных методов добычи нефти «Азерб. нефт. хоз.», № 6, 1948.
- [32] Г е й м а н М. А. Определение физических констант нефтяного пласта. «Труды Всесоюзного совещания Наркомнефти». Гостоптехиздат, М. — Л., т. 1, 1946.
- [33] Г е й м а н М. А. Исследование скважин на нефтяных промыслах США, Гостоптехиздат, М. — Л., 1946.
- [34] Г е р о л ь д С. Аналитические основы добычи нефти, газа и воды из скважин, Нефтеиздат, М. — Л., 1932.
- [35] Г е р о л ь д С. ( H e r o l d S. ). Приток к нефтяным скважинам (Oil Well Drainage). Stand. Univ. Press., 1941.
- [36] Г и р и н с к и й Н. К. Комплексный потенциал потока в пласте относительно малой мощности при  $k = f(Z)$ . «ДАН СССР», т. LI, № 5, 1946.
- [37] Г и р и н с к и й Н. К. Комплексный потенциал потока пресных вод со слабо наклонными струйками, фильтрующего в водопроницаемой толще морских побережий. «ДАН СССР», т. LVIII, № 4, 1947.
- [38] Г л о г о в с к и й М. М. Эксплуатация обводненных нефтяных скважин методом обращенного конуса обводнения, «Труды МНИ», Гостоптехиздат, вып. 6, 1947.
- [39] Г л о г о в с к и й М. М. Рациональное размещение скважин на месторождениях Кура-Цеце и Абузы. «Труды МНИ», Гостоптехиздат, М. — Л., вып. 5, юбилейный, 1947.

- [40] Губкин И. М. Материалы комиссии по уточнению запасов нефти и составлению проектов разведки и разработки Ново-Грозненского района. ОНТИ, М. — Л., 1932.
- [41] Гутенмахер Л. И. Электрическое моделирование. Изд. АН СССР, 1943.
- [42] Дарси (Darcy H.). Общественное водоснабжение г. Дижона (Les fontaines publiques de la ville de Dijon). Paris 1856.
- [43] Девисон Б. Б. Некоторые новые вопросы механики сплошной среды. Изд. АН СССР, 1938.
- [44] Джонс П. Д. Механика нефтяного пласта, Гостоптехиздат, М. — Л., 1947.
- [45] Добровольский К. И. Теоретические основания полевых методов исследования грунтов на водопроницаемость. «Серия геол. и гидрогеол.» Управление работ по сооружению Храмской гидроэлектрической станции, Тифлис, вып. 1, 1932.
- [46] Додсон, Кардуэлл (Dodson C. R. and Cardwell W. T.). Приток к перфорированным фильтрам и приложение теории к анализу кернов (Flow into slotted Liners and an Application of the Theory to Core Analysis) «Petr. Techn.», vol. 7, № 2, p. 1–16, March, 1944.
- [47] Гутман С. Г. К исследованию кинематики плоского потенциального потока. «Изв. научно-иссл. ин-та Гидротехники», Л., т. 17, 1935.
- [48] Давидович В. И. Метод электрогидродинамических аналогий. Изд. Гидролог. ин-та. Л., 1932.
- [49] Дудин В. Ф. Вытеснение нефти водой. «Труды ГНИ», сб. № 6, 1948.
- [50] Дюпюи (Dupuit J.). Теоретическое и практическое изучение движения воды в открытых каналах и в пористых породах (Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables), 2-ème éd., Paris, 1863.
- [51] Есьман И. Г. Гидравлика. ГОНТИ, М., 1938.
- [52] Есьман И. Г. Нефтяная гидравлика (см. главы VII и VIII, написанные Баклановым Б. Д.). Гос. научно-техн. нефт. изд-во, М., 1938.
- [53] Жданов М. А. Исследование зависимости между дебитом и давлением в природных резервуарах. «Труды МНИ», Гостоптехиздат, вып. 1, 1946.

- [54] Ж и р м у н с к и й А. М. и К о з ы р е в А. А. О классификации подземных вод. «Материалы по общей и прикладной геологии». Изд-во Геол. комитета, Л., 1928.
- [55] Ж у к о в А. И. Эксплуатация нефтяных скважин, ГНТИ, М. — Л., 1946.
- [56] Ж у к о в с к и й Н. Е. Теоретическое исследование о движении подпочвенных вод (1889 г.). Полное собр. соч., т. VII, М., 1937.
- [57] Ж у к о в с к и й Н. Е. О влиянии давления на насыщенные водой пески (1890), там же.
- [58] Ж у к о в с к и й Н. Е. Просачивание воды через плотины (1923), там же.
- [59] З а к с С. Л. Влияние температуры на отдачу нефти нецементированными песками при гравитационном истечении. «Изв. АН СССР, ОТН», № 10–11, 1944.
- [60] З а к с С. Л. Погребенная вода и ее значение для нефтедобычи. «Нефт. хоз.», № 4, 1947.
- [61] З и г е л ь В. Фильтрация, М., 1938.
- [62] З и н ч е н к о К. Е. Физико-химическое исследование процессов взаимного вытеснения нефти и воды в песчаных пластах. «Труды АН СССР», вып. 5, 1939.
- [63] К а з а р н о в с к а я Б. Э. и П о л у б а р и н о в а - К о ч и н а П. Я. О движении подошвенных вод в нефтяных пластах. «Приклад. матем. и мех.», т. VII, вып. 6, 1943.
- [64] К а з а р н о в с к а я Б. Э. Перемещение водонефтяного контакта и обводнение скважин при водонапорном режиме месторождений. «ДАН СССР», т. LVIII, № 8, 1947.
- [65] К а м е н с к и й Г. Н. Основы динамики подземных вод, Госгеол-издат, М., 1943.
- [66] К а м е н с к и й Г. Н., К о р ч е б о к о в Н. А., Р а з и н К. И. Движение подземных вод в неоднородных пластах. ОНТИ, М., 1943.
- [67] К а р п е н к о Н. М. Практика разработки пластов Новогрозненского района. «Плановая разработка нефтяных месторождений». Труды ВНИТО, вып. 2, Горно-геол. нефт. изд-во, М., 1934.
- [68] К а р л т о н Бил. Вязкость флюидов в пластовых условиях. «Иностранная нефтяная техника, Добыча (перевод Г. В. Исакова), Гостоптехиздат, 1948.

- [69] Кейльгак К. Подземные воды, ОНТИ, Л. — М., 1935.
- [70] Келлер Г. Напорные воды, М., 1930.
- [71] Клинкаенберг Л. (Klinkenberg L. J.). Проницаемость пористой среды для жидкостей и газов (The Permeability of Porous Media to Liquides and Gases) «Drill. and Prod. Practice» 1941 г., New-York, 1942.
- [72] Козени (Kozeny J.). Теория и расчет колодцев (Theorie und Berechnung der Brunnen). «Wasserkraft und Wasserwirtschaft», 1933.
- [73] Корганов И. И. Вторичные методы добыча нефти. Азгостоптехиздат, Баку, 1940,
- [74] Корнеев И. Ф. О размещении скважин. «Нефт. пром. СССР», № 6, 1940.
- [75] Котяхов Ф. И., Ремнев Б. Ф., Буторин Н. П. Анализ кернов нефтяных месторождений. Гостоптехиздат, 1948.
- [76] Краснопольский А. А. Грунтовые и артезианские колодцы. «Горн. журн.», № 3-7 (март-июль), 1912.
- [77] Круль, Лифринк (Krul F. J. and Liefrink F. A.). Современные гидрогеологические исследования в Голландии (Recent Groundwater Investigation in the Netherlands) «Monographs on the progress of Research in Holland», Elsevir Publ. Comp. New-York — Amsterdam, 1946.
- [78] Крылов А. П. Принципы и методы проектирования рационального размещения скважин. «Труды МНИ», Гостоптехиздат, М. — Л., вып. 5 (юбилейный), 1947.
- [79] Крылов А. П., Глоговский М. М., Мирчинк М. Ф., Николаевский Н. М., Чарный И. А. Научные основы разработки нефтяных месторождений, Гостоптехиздат, М. — Л., 1948.
- [80] Кусакин И. П. Искусственное понижение уровня грунтовых вод. ОНТИ, М. — Л., 1935.
- [81] Кусаков М. М. Методы определения физико-химических характеристик нефтяных продуктов. ОНТИ, 1936.
- [82] Ланге О. К. К вопросу о гидрогеологических определениях. «Материалы по гидрогеол. Узбекистана», вып. 15, Изд-во Ком-та наук Узб. ССР, Ташкент, 1933-1935 гг.

- [83] Ланге О. К. Гидрология на службе социалистического строительства. Изд-во Ком-та наук Узб. ССР, Ташкент, 1937.
- [84] Лапук Б. Б. Эксплоатационная 5'' колонна. «Гроз. нефт.» № 9, 1936.
- [85] Лапук Б. Б. О термодинамических процессах при движении газа в пористых пластах. «Нефт. хоз.», № 3, 1940.
- [86] Лапук Б. Б. Термодинамические процессы при движении газированной нефти в пористой среде. «Азерб. нефт. хоз.», № 12, 1940.
- [87] Лапук Б. Б. Об установившемся движении газированной жидкости в пористой среде. «Нефт. промышлен. СССР», № 5, 1941.
- [88] Лапук Б. Б. О распределении давления в газовых месторождениях. «Нефт. хоз.», № 4, 1947.
- [89] Лапук Б. Б. Приближенное решение задач о неустановившейся радиальной фильтрации газов по закону Дарси. «ДАН СССР», том LVIII, 1, 1947.
- [90] Лапук Б. Б. Движение реальных газов в пористой среде. «ДАН СССР», т. LVIII, 3, 1947.
- [91] Лапук Б. Б., Стрижов И. Н., Козлов А. Л. Основы рациональной разработки газовых месторождений, Гостоптехиздат, М. — Л. «Труды МНИ», вып. 6, 1947.
- [92] Леверетт М. С. Движение водо-нефтяных смесей в несцементированных песках. Сб. «Методы интенсификации нефтеотдачи пластов», М. — Л., 1648.
- [93] Леверетт М. С., Льюис В. Б. Установившееся движение газо-водо-нефтяных смесей в несцементированных песках, см. там же.
- [94] Лейбензон Л. С. О режиме нефтяных скважин и подсчете запасов нефтяных месторождений. «Нефт. хоз.», № 3, 1923.
- [95] Лейбензон Л. С. О кривых эксплуатации нефтяных скважин. «Нефт. хоз.», № 1, 1924.
- [96] Лейбензон Л. С. Аналитическое вычисление уравнения кривой производительности средней нефтяной скважины месторождения. «Азерб. нефт. хоз.», № 1, 1928.
- [97] Лейбензон Л. С. Движение газа в пористой среде. «Нефт. хоз.», № 10, 1929.

- [98] Лейбензон Л. С. К вопросу о движении смеси нефти и газа в пласте и о числе скважин на заданном участке. «Азерб. нефт. хоз.», № 4, 1930.
- [99] Лейбензон Л. С. и Москальков И. П. Современное состояние гидромеханического исследования нефтяных и газовых пластов. «Плановая разработка нефтяных месторождений», вып. 2, Труды ВНИГО, Москва, 1934.
- [100] Лейбензон Л. С. Нефтепромысловая механика, ч. II, Горгеонефтеиздат, М., 1934.
- [101] Лейбензон Л. С. Движение газированной жидкости в пористой среде. «Изв. АН СССР», Серия геогр. и геофиз., 1941.
- [102] Лейбензон Л. С. Общая задача о движении сжимаемой жидкости в пористой среде. «Изв. АН СССР», серия геогр. и геофиз., т. IX, № 1, 1945.
- [103] Лейбензон Л. С. Турбулентное движение газов в пористой среде. «Изв. АН СССР», серия геогр. и геофиз., т. IX, № 1, 1945.
- [104] Лейбензон Л. С. Новые уравнения движения-газированной жидкости в пористой среде. «ДАН СССР», т. 49, № 3, 1945.
- [105] Лейбензон Л. С. Основной закон движения газа в пористой среде. «ДАН СССР», т. 1, 1945.
- [106] Лейбензон Л. С. К теории движения газированной жидкости в пористой среде. «Изв. АН СССР», серия геогр. и геофиз., т. X, № 1, 1946.
- [107] Лейбензон Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. Гостехиздат, М., 1947.
- [108] Линдтроп Н. Т. Режим нефтяных фонтанов Грозненского района. «Нефт. и сланц. хоз.», № 4, 1925.
- [109] Линдтроп Н. Т. Характеристика фонтанов Грозненского района. «Нефт. хоз.», № 9 и 10, 1928.
- [110] Линдтроп Н. Т. и Николаев В. М. Содержание нефти и воды в нефтеносных пластах. «Нефт. хоз.», № 9, 1929.
- [111] Линдтроп Н. Т. Уч.-Кизыл. «Азерб. нефт. хоз.», № 3, 1938.
- [112] Линдтроп Н. Т. Влияние разработки грозненских месторождений нефти на естественные источники. «Нефт. хоз.», № 8, 1946.

- 
- [113] Линдтроп Н. Т. Исследования уровней в скважинах методом уругих волн. Гостоптехиздат, М. — Л., 1946.
- [114] Личков Б. Л. Материалы к вопросу о классификации подземных вод. «Материалы по общей и прикладной геологии». Изд. геол. комитета, Л., 1928.
- [115] Максимов М. И. Обработка скважин соляной кислотой. Гостоптехиздат, 1945.
- [116] Максимович Г. К. Методы интенсификации нефтеотдачи пластов. «Методы интенсификации добычи нефти». Труды Всесоюзн. техн. совещ. Наркомнефти, т. I, 1946.
- [117] Максимович Г. К. Методы исследования пластов и скважин, там же.
- [118] Малышев А. И. Усовершенствование метода солянокислотной обработки скважин. Сб. «Научно-исслед. работы нефтяников». Добыча нефти, дополн. к вып. III, Гостоптехиздат, 1947.
- [119] Мамедов М. К. Распределение давления при интерференции скважин. Сб. «Принципы разработки пласта». Труды АзНИИ, Азгостоптехиздат, Баку, 1942.
- [120] Маскет (Muskat M.). Движение однородной жидкости в пористой среде (The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media). New-York — London, 1937.
- [121] Маскет (Muskat M.). Влияние перфораций на продуктивность скважин (The effect of Casing Perforations on Well Productivity). «Trans. Amer. Inst. Min. Met. Eng.», vol. 151, pp. 175–187, 1943.
- [122] Маскет (Muskat M.). Влияние подошвенной воды на поведение нефтеносных пластов (The Performance of Bottom Water-drive Reservoirs) «Petr. Techn.», vol. 9, № 5, Sept. 1946.
- [123] Маскет М. и Ботсет М. (Muskat M. and Botset M.). Движение газов в пористой среде (Flow of Gases through Porous Matherials) «Physics», VII, vol. I, № 1, 1931.
- [124] Мейнцер О. Э. Гидрогеологические понятия, определения и термины. Геолразведиздат, М., 1933.
- [125] Мейнцер (Meinzer O. E.). Движение грунтовых вод (Movements of Ground Water). «Bullet. of the Amer. Assoc. Petrol Geol.», vol. 20, № 6, pp. 704–725, June 1936.

- [126] Миллер (Miller F. G.). Распределение давления около щелей фильтра в эксплуатирующихся нефтяных скважинах (Pressure Distribution about a slotted Liner in a Producing Oil Well). «Petr. Techn.» pp. 1–15, Aug. 1940.
- [127] Медиков В. С. Теоретические основы эксплуатации нефтяного пласта. «Тр. Азерб. фил. АН СССР», серия энергетич., Баку, т. XXIV, 1936.
- [128] Мирчинк М. Ф. Нефтепромысловая геология, Гостоптехиздат, 1946.
- [129] Москальков И. П. К вопросу об изучении законов движения газов в пористой среде. «Нефт. хоз.», № 3, 1930.
- [130] Муравьев И. М. и Требин Ф. А. Курс эксплуатации нефтяных месторождений, ч. I, ОНТИ, М., 1937.
- [131] Муравьев И. М. и Крылов Д. П. Курс эксплуатации нефтяных месторождений, ч. II, ОНТИ, М., 1940.
- [132] Мятнев А. Н. Напорный комплекс подземных вод и колодцы. «Изв. АН СССР, ОТН», № 9, 1947.
- [133] Нельсон-Скорняков Ф. Б. Фильтрация в однородной среде. Изд-во «Советская наука», М., 1947.
- [134] Николаев В. М. Газовые факторы фонтанных пластов Ново-Грозненского района, Горно-геол. нефт. изд-во, М. — Л., 1933.
- [135] Николаев В. М. Режимы нефтяных месторождений Терско-Сунженской нефтеносной области и их особенности. «Труды ГрозНИИ», Грозный, 1946.
- [136] Николаевский Н. М. Экономика разработки нефтяных месторождений. Гостоптехиздат, 1946.
- [137] Оркин К. Г. Исследование скважин на приток с помощью максимальных глубинных манометров. «Нефт. хоз.», № 3, 1940.
- [138] Павловский Н. Н. Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения. Петроград, 1922.
- [139] Пирвердян А. М. и Мамедов М. К. Экспериментальное изучение движения газированной жидкости. Сб. «Принципы разработки нефтяного пласта». Труды АЗНИИ, Азгостоптехиздат, Баку, 1940.

- [140] Победоносцев Н. Гидрогеологическое исследование притоков и утечек жидкостей в буровых скважинах. «Аз. нефт. хоз.», № 5 и 9, 1926.
- [141] Полубаринова-Кочина П. Я. Простейшие случаи движения грунтовой воды в двух слоях с различными коэффициентами фильтрации. «Изв. ОТН АН СССР», № 6, 1939.
- [142] Полубаринова-Кочина П. Я. О неустановившемся движении грунтовых вод в двух слоях различной плотности. «Изв. ОТН АН СССР», № 6, 1940.
- [143] Полубаринова-Кочина П. Я. Некоторые задачи плоского движения грунтовых вод. Изд-во АН СССР, М. — Л., 1942.
- [144] Полубаринова-Кочина П. Я. О прямой и обратной задаче гидравлики нефтяного пласта. «Прикл. матем. и механ.», т. VII, 1943.
- [145] Полубаринова-Кочина П. Я. К вопросу о перемещении контура нефтеносности. «ДАН СССР», т. XLVIII, 4, 1945.
- [146] Полубаринова-Кочина П. Я. и Фалькович С. В. Теория фильтрации жидкостей в пористых средах. «Прикл. математика и механика», т. XI, вып. 6, 1947.
- [147] Прандтль Л. и Титъенс О. Гидро- и аэромеханика, т. II, ОНТИ, М., 1935.
- [148] Принц Е. Гидрогеология, Сельхозгиз, 1933.
- [149] Пыхачев Г. Б. О дебите скважин в неоднороднопроницаемом пласте. «Труды ГНИ и ГрозНИИ», Грозный, вып. 1, 1944.
- [150] Пыхачев Г. Б. К вопросу о вытеснении нефти водой из неоднороднопроницаемого пласта, там же, вып. II, 1944.
- [151] Пыхачев Г. Б. О значении давлений для темпов отдачи нефти пластом. «Нефт. хоз.», № 3, 1948.
- [152] Пыхачев Г. Б. Простейшая задача о вытеснении нефти газом, нагнетаемым в пласт. «Труды ГНИ», сб. № 3, 1948.
- [153] Пыхачев Г. Б. О роли нефтенасыщенности пласта. «Труды ГНИ», сб. № 5, 1948.
- [154] Ребиндер П. А., Кусаков М. М., Зинченко К. Е. Поверхностные явления в процессах фильтрации. «ДАН СССР», т. XXVIII, № 5, 1940.

- [155] Р и з е н к а м п ф Б . К . Гидравлика грунтовых вод. «Ученые записки Саратовского гос. унив.», т. I (XIV), серия Ф. М. И., вып. 1 и 2, 1938; т. XV, вып. 5, 1940.
- [156] С е г а л Б . И . Некоторые пространственные задачи теории потенциала и их приложения. «Изв. АН СССР», серия математич., т. X, № 4, 1946.
- [157] С е р г е е в Л . А . Электрическая модель нефтяного пласта. «Изв. АзФАН», № 6, Баку, 1939.
- [158] С и л и н - Б е к ч у р и н А . И . О влиянии кинематической плотности, приведенных давлений и проницаемости пород на скорость фильтрации рассолов в нефтеносных горизонтах Урало-Волжской области. «ДАН СССР», т. LVIII, № 6, 1947.
- [159] С л и х т е р ( S l i c h t e r C h . S . ) . Теоретическое исследование движения грунтовых вод (Theoretical Investigation of the Motion of Ground Waters). «Nineteenth Annual Report of the United States Geol. Survey», Part II, 1897–1898.
- [160] С м р е к е р О . ( S m r e k e r O . ) Грунтовые воды, их проявления и законы движения (Das Grundwasser, seine Erscheinungsformen, Bewegungsgesetze und Mengebestimmung), Leipzig-Berlin, 1914.
- [161] С н а р с к и й А . Н . Влияние газовой шапки на дебит скважин при постоянном напоре контурных вод. Сб. «Принципы разработки нефтяного пласта». Труды АзНИИ, Азгостоптехиздат, Баку, 1942.
- [162] С н а р с к и й А . Н . и Б а р ы ш е в В . М . Влияние газовой шапки на дебит скважины при падающем напоре контурных вод, там же.
- [163] С н а р с к и й А . Н . и Б а р ы ш е в В . М . Определение газонефтяного контакта, там же.
- [164] С т р и ж о в И . Н . и Х о д а н о в и ч И . Е . Добыча газа. Гостоптехиздат, М., 1946.
- [165] Г а н а с е в и ч М . Г . Некоторые общие принципы разработки Ново-Грозненского района. «Материалы комиссии акад. Губкина», ОНТИ, М., 1932.
- [166] Т е р ц а г и К . Механика грунтов.
- [167] Т и х о в М . Н . Несколько замечаний о перемещении контура нефтеносности. «Сборник работ ГрозНИИ», вып. II, 1947.
- [168] Т и х о в М . Н . Влияние перфораций в обсадных трубах на продуктивность скважин. «Нефт. хоз.», № 5, 1947

- [169] Толмэн (Tolman C. F.). Грунтовые воды (Ground Water). New-York — London, 1937.
- [170] Толстов Ю. Г. Применение метода электрического моделирования физических явлений к решению некоторых задач подземной гидравлики. «Ж. техн. физ.», т. XII, вып. 10, 1942.
- [171] Требин Ф. А. (редактор). Исследование нефтяных скважин и примеры установления технологического режима их эксплуатации. Гостоптехиздат, 1940.
- [172] Требин Ф. А. Нефтепроницаемость песчаных коллекторов. Гостоптехиздат, 1945.
- [173] Фальковский Н. И. История водоснабжения в России. Изд. Министерства коммун. хоз. РСФСР, 1947.
- [174] Фенчер Д., Льюис Д. и Берне К. Физические испытания пород нефтяных и газовых пластов и их свойства. «Илотехника», вып. 105, Баку — М., 1935.
- [175] Форхгеймер Ф. Гидравлика, ОНТИ, М. — Л., 1935.
- [176] Фэйгин (Fagin K. M.). Разработка нефтяного месторождения Хоукинс (Development economics of Hawkins Oil-Field). «Petr. Eng.» vol. XVII, № 12, pp. 92–98, Aug. 1946.
- [177] Храмушев А. С. Исследование водоносности пластов одиночными выработками. Гос. изд. геол. лит., М., 1940.
- [178] Христианович С. А. Движение грунтовых вод, не следующее закону Дарси. «Прикладн. матем. и механ.», т. IV, вып. I, 1940.
- [179] Христианович С. А. О движении газированной жидкости в пористых средах. «Прикл. матем. и механ.», т. V, вып. 2, 1941.
- [180] Хютте. Справочник, том I (любое издание).
- [181] Царевич К. А. Приближенный способ расчета притока нефти и газа к скважинам при режиме растворенного газа. «Труды МНИ», Гостоптехиздат, вып. 5 (юбилейный) М — Л., 1947.
- [182] Чалмерс И. Движение воздуха и газа сквозь пористую среду. Илотехника, вып. 24, Баку — М., 1932.
- [183] Чарный И. А. Об одном способе оценки промышленных запасов нефтяных месторождений. «Изв. ОТН АН СССР», № 11–12, 1943.

- [184] Ч а р н ы й И . А . О притоке нефти к скважинам в месторождениях овальной или серповидной формы. «ДАН СССР», т. XLII, № 5, 1944.
- [185] Ч а р н ы й И . А . О притоке нефти к скважинам в месторождениях круговой и полосообразной формы. «ДАН СССР», т. XLII, № 4. 1944.
- [186] Ч а р н ы й И . А . Влияние сжимаемости краевой воды на режим эксплуатации нефтяных месторождений. «Изв. ОТН АН СССР», № 7–8, 1944.
- [187] Ч а р н ы й И . А . О наивыгоднейшей расстановке рядов скважин в нефтяных пластах с водонапорным режимом. «Изв. ОТН АН СССР», № 1–2, 1945.
- [188] Ч а р н ы й И . А . Об интерференции несовершенных скважин. «Изв. АН. СССР», № 11, 1946.
- [189] Ч а р н ы й И . А . Подземная гидромеханика, ОГИЗ, Гостехиздат, 1948.
- [190] Ч а р ы г и н М . М . О Соленой Балке. «Нефт. хоз.», № 7, 1925.
- [191] Ч е к а л ю к Э . Б . Параметры, определяющие проницаемость осадочных пород. «Нефт. хоз.», № 8, 1947.
- [192] Ч е к а л ю к Э . Б . Псевдокритические параметры фильтрации. «Нефт. хоз.», № 9, 1947.
- [193] Ч е к а л ю к Э . Б . Скорость распространения упругих деформаций в пористой среде. «Нефт. хоз.», № 11, 1947.
- [194] Ч е к а л ю к Э . Б . Влияние сил инерции на скорость распространения волн в поровом пространстве. «Нефт. хоз.», № 5, 1948.
- [195] Ч е к а л ю к Э . Б . К анализу методов исследования скважин. «Нефт. хоз.», № 11, 1948.
- [196] Ш а й д е р о в А . М . Геотермические наблюдения в Ново-Грозненском районе. «Азерб. нефт. хоз.», № 4, 1929.
- [197] Ш а н ь г и н С . Н . Практика разработки Грозненских месторождений нефти. «Плановая разработка нефтяных месторождений», вып. II, Труды ВНИТО, Горно-геол. нефт. изд., М., 1934.
- [198] Ш и л л е р Л . Движение жидкости в трубах. ОНТИ, М., 1936.
- [199] Ш ю л е В . Техническая термодинамика, ч. II, М. — Л., 1938.
- [200] Щ е л к а ч е в В . Н . Об одном случае движения нефти к скважинам при гидравлическом режиме. «Нефт. хоз.», № 10 и 12, 1935.

- [201] Щелкачев В. Н. Гидромеханическая теория флюидинга и репрессии. «Нефт. хоз.», № 4 и 6, 1936.
- [202] Щелкачев В. Н. Решение некоторых задач пластовой нефтемеханики и гидромеханики. «Бюлл. Грозн. нефт. института», Грозный, 1937.
- [203] Щелкачев В. Н. и Пыхачев Г. В. Интерференция скважин и теория пластовых водонапорных систем. АзГОНТИ, Баку, 1939.
- [204] Щелкачев В. Н. Анализ свойств коэффициентов продуктивности и методов определения потенциалов скважин (1938–1939 гг.). См. сборник «Научно-исследовательские работы нефтяников», вып. III, Добыча нефти, Гостоптехиздат, М., 1944.
- [205] Щелкачев В. Н. Зависимость суммарного дебита скважин от их числа и степени уплотнения. «Нефт. пром. СССР», № 2, 1940.
- [206] Щелкачев В. Н. О режимах фильтрации, «Нефт. пром. СССР», № 7, 1940.
- [206а] Щелкачев В. Н. Видоизменение метода обработки результатов прослеживания движения динамического уровня в скважине. «Азерб. нефт. хоз.», № 9, 1940.
- [206б] Щелкачев В. Н. Гидродинамический анализ одного из методов определения потенциальных и оптимальных возможностей скважин. «Нефт. пром.», № 6, 1940.
- [207] Щелкачев В. Н. О некоторых факторах, влияющих на форму индикаторных кривых. Эксплуатация скважин. «Азерб. нефт. хоз.», № 6, 1941.
- [208] Щелкачев В. Н. Расстановка скважин в пластах с водонапорным режимом, см. сборник «Научно-исследовательские работы нефтяников», вып. III, Добыча нефти, Гостоптехиздат, 1944.
- [209] Щелкачев В. Н. Основы подземной нефтяной гидравлики. Гостоптехиздат, Москва, 1945.
- [210] Щелкачев В. Н. Итоги специальных исследований скважин XIII и XVI пластов Ново-Грозненского района. «Труды Грозн. нефт. ин-та и ГрозНИИ», вып. 4, Грозный, 1945.
- [211] Щелкачев В. Н. Влияние упругих свойств жидкости на режим месторождения и поведение скважин, там же, вып. 5, 1945.

- [212] Щелкачев В. Н. Анализ существующих методов исследования скважин, там же, вып. 6, 1945, и сборник «Методы интенсификации добычи нефти» Труды Всесоюз. технич. совет, при Наркомнефти, тем I, 1946.
- [213] Щелкачев В. Н. и Донцов К. М. Сопоставление исследований скважин различными методами. «Нефт. хоз.», № 2-3, 1945.
- [214] Щелкачев В. Н. и Кондратьев В. Ф. Исследование фонтанной скважины методом установившихся отборов. «Нефт. хоз.», № 5 и 6, 1945.
- [215] Щелкачев В. Н. Влияние проницаемости призабойной области и диаметра скважины на ее дебит. «Нефт. хоз.», № 10, 1945; № 2, 1946.
- [216] Щелкачев В. Н. и Кондратьев В. Ф. Неустановившийся процесс интерференции скважин. «Нефт. хоз.», № 6-7, 1946.
- [217] Щелкачев В. Н. История управления разработкой и истории разработки нефтяных месторождений СССР и России. М.: Издательство «Нефть и газ», 1998.
- [218] Щелкачев В. Н. Основные уравнения движения упругой жидкости в упругой пористой среде. «ДАН СССР», т. 52, № -2, 1946.
- [219] Щелкачев В. Н. Отечественная и мировая нефтедобыча. История развития, современное создание и прогнозы. М.: Издательство «Нефть и газ», 2001.
- [220] Щелкачев В. Н. Сравнительный анализ нефтедобычи и разработки нефтяных месторождений по странам мира. М.: ВНИИОЭНТ, 1996.
- [221] Щелкачев В. Н. Некоторые приложения теории упругого режима водо-нефтеносных пластов. Там же, т. 52, № 5, 1946.
- [222] Щелкачев В. Н. Упругий режим пластовых водонапорных систем. Гостоптехиздат, М., 1948.
- [223] Щелкачев В. Н. Анализ параметров подобия гидравлики. «Нефт. хоз.», № 1, 1948.
- [224] Щелкачев В. Н. Обобщение представлений о радиусах влияния скважин. «Нефт. хоз.», № 2, 1948.
- [225] Щелкачев В. Н., Говорова Г. Л. и Рябинина З. К. Законы изменения радиуса влияния скважины в условиях упругого режима. «Нефт. хоз.», № 7, 1948.

- 
- [226] Ю р е н Л. Современные методы добычи нефти. Нефт. изд., М., 1928.
- [227] Я к о в л е в В. П. Законы волнометрического режима, ОНТИ, Баку, 1936
- [228] Я к о в л е в В. П. Гидродинамический анализ недр, ОНТИ, Баку, 1937.
- [229] Я к о в л е в В. П. О размещении скважин при водонапорных режимах, «Нефт. хоз.», № 3-5, 1940.
- [230] Я к о в л е в В. П. Исследование упругих колебаний в артезианском пласте. «Нефт. хоз.», № 1, 1946.

---

---

## Дополнительный список литературы<sup>1</sup>

- [1] *Абасов М. Т., Джалилов К. Н.* Вопросы подземной гидродинамики и разработки нефтяных и газовых месторождений. Изд-во Азернешр, 1960 г., 255 с.
- [2] *Абасов М. Т., Джалилов К. М.* Неустановившийся приток жидкости к несовершенной скважине: Доклады Академии Наук Азерб. ССР. Т. XVI, № 8, 1960 г., с. 743–747.
- [3] *Абасов М. Т., Алекперов С. И., Джалилов К. Н., Мамедов О. А.* О фильтрации жидкости при упругом режиме. Известия Высших учебных заведений. «Нефть и Газ», № 8, 1961 г., с. 45–50.
- [4] *Абдулвалобов А. И.* О пределе применимости линейного закона фильтрации. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство» № 9, 1960 г., с. 24–32.
- [5] *Абдулвалобов А. И.* О законе движения жидкостей и газов в пористой среде. «Нефть и Газ» № 4, 1961 г., с. 83–89.
- [6] *Абдуллин Ф. С.* Контроль за герметичностью колонн нагнетательных скважин в процессе закачки. «Нефтяное Хозяйство», № 6, с. 40–44, 1957 г.
- [7] *Абдуллин Ф. С.* Расслоение пород девонского продуктивного пласта при законтурном заводнении. «Нефтяное Хозяйство», № 1, с. 44–150, 1958 г.
- [8] *Абуталиев Э. Б., Агзамов А., Каримсаков С.* Аналитическое решение задачи прогнозирования динамического уровня артезианских вод, используемых для орошения, «Вопросы кибернетики и вычислительной математики», вып. 14, издательство «ФАН». Узбекская ССР, 1968 г., с. 116–120.
- [9] *Абуталиев Ф. Б., Баклушин М. Б., Ербеков Я. С. и др.* Анализ динамики подземных вод аналитическими и численными методами. Изд-во «Фан», Ташкент, 150 с.
- [10] *Авчян Г. М.* Физические свойства осадочных горных пород при высоких давлениях и температурах. «Недра». Москва, 1972 г., 145 с.
- [11] *Адигамов З. Б.* Сравнение результатов приближенного решения задачи нестационарного притока жидкости к несовершенной галерее с точным решением. Научно-технический сборник «Добыча нефти». ВНИИ, № 35, 1969 г. Гостоптехиздат, Москва, с. 43–47.

---

<sup>1</sup>Указатель литературы составлялся автором в процессе многолетней (хотя иногда и с перерывами) работы над основами и приложениями теории неустановившейся фильтрации.

По каждому упоминаемому в указателе литературы первоисточнику даны точные и полные данные: фамилия автора, его инициалы, название опубликованной им работы, место и год издания, номера страниц в соответствующем журнале или общее число страниц в книге.

Оказалось, что приводимые автором эти сведения не всюду расположены в порядке, соответствующем современному стандарту. Переделать по стандарту обширный указатель литературы и ссылки на него в книге автор не имеет сил и возможностей. Поэтому автор принимает на свою ответственность несоблюдение стандарта в ссылках на литературу, считая, что для каждого читателя эти ссылки не вызовут трудностей или неясностей.

- [12] *Азимов Э. Х., Кулиев А. М.* К методике обработки кривых восстановления давления с учетом изменения реальных свойств коллекторов и нефти от давления. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 7, 1977 г., Баку, с. 34–38.
- [13] *Айнс Э. Л.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. Государственное Научно-Техническое издательство Украины, Харьков, 1939 г., 720 с.
- [14] *Акилов Ж. А.* К определению релаксационных параметров неравновесной фильтрации. Изв. Академии Наук Узб. ССР, Сер. технич. наук, 1982 г., № 5, с. 50–54.
- [15] *Акилов Ж. А.* О гидродинамическом методе определения релаксационных характеристик неравновесной фильтрации. Докл. Акад. Наук Узб. ССР, № 4, 1983 г., с. 20–23.
- [16] *Ализаде И. М., Аметов И. М., Мамедзаде Р. Б.* О нестационарной фильтрации вязкоупругих жидкостей в пористой среде. Известия вузов «Нефть и Газ», № 9, 1975 г., с. 52–54.
- [17] *Алишаев М. Г., Губанов Б. Ф.* Определение параметров пласта по кривой самоизлива скважины. Научно-технич. сборник «Добыча нефти». ВНИИ, № 30, 1966 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 53–57.
- [18] *Алишаев М. Г.* О нестационарной фильтрации с релаксацией давления. Сборник Трудов МОПИ «Гидромеханика», вып. 3, 1974 г., с. 166–174.
- [19] *Алишаев М. Г., Мирзаджанзаде А. Х.* К учету явлений запаздывания в теории фильтрации. «Известия вузов», «Нефть и Газ», 1975 г. № 6, с. 71–74.
- [20] *Алмамедов Д. Г.* О методике подсчета накопленной добычи при упругом режиме, когда забойное давление является переменной величиной. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 7, 1964 г., Баку, с. 25–26.
- [21] *Амелин И. Д.* Исследование водяных переливающихся скважин методом восстановления давления на устье. «Нефтяное Хозяйство», № 9, с. 24–29, 1956 г.
- [22] *Аметов И. М.* О моделях, учитывающих явления запаздывания при фильтрации жидкости через пористую среду. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 3, 1977 г., с. 58–60.
- [23] *Аметов И. М., Басович И. Б., Бакарджиева В. И., Капцанов Б. С.* Применение метода детерминированных моментов для обработки кривых восстановления давления при исследовании неоднородных пластов. «Сборник Трудов ВНИИ», «Добыча нефти», вып. 61, Москва, Изд-во «Недра», 1977 г., с. 174–182.
- [24] *Аметов И. М., Байдиқов Ю. М.* Гидропрослушивание в залежи вязкоупругой нефти. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 6, 1981 г., с. 27–31.
- [25] *Амикс Дж., Басс Д., Уайттинг Р.* Физика нефтяного пласта. Гостоптехиздат, 1962 г., 572 с.
- [26] *Андриасов Р. С.* К вопросу определения среднего пластового давления. Труды Московского нефтяного института, вып. 16, 1956 г., с. 58–69.
- [27] *Антонов Д. А.* Экспериментальное определение коэффициента сжимаемости песчаников. «Труды Уфимского Н.-И. института», вып. II, 1957 г., с. 117–127.
- [28] *Аравин В. И., Нумеров С. Н.* Теория движения жидкостей и газов в деформируемой пористой среде. Государственное Издательство Техничко-Теоретической Литературы, Москва, 1953 г., 616 с.
- [29] *Арсланов А., Захаров С. Н.* Неустановившаяся радиальная фильтрация в пластах, разделенных слабопроницаемой перемычкой, при заданном суммарном дебите скважины. «Вопросы кибернетики и вычислительной математики», вып. 14, Издательство «ФАН» Узбекской ССР, 1968 г., с. 98–105.

- [30] *Арцев А. И., Бочеввер Ф. М. и др. (под ред. Ф. М. Бочеввера)* «Проектирование водозаборов подземных вод». Стройиздат, Москва, 1976 г., 291 с.
- [31] *Арье А. Г.* Физические основы фильтрации подземных вод «Недра», Москва, 1984 г., 102 с.
- [32] *Афанасьева А. В.* Определение дебита скважины при упругом режиме и заданном давлении при помощи гидродинамической линейки. «Научно-технический сборник «Добыча нефти». ВНИИ, Гостоптехиздат, № 6, Москва, 1959 г., с. 66–71.
- [33] *Афиногенов Ю. А.* Исследование жидкостной проницаемости пород в зависимости от давления и температур. Сборник «Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых», № 6, «Наука», г. Новосибирск, 1969 г., с. 34–42.
- [34] *Ахмедов Б. А.* Осесимметричное течение жидкости и анизотропном пласте с проницаемой кровлей. «Известия Академии Наук Азерб. ССР, Серия физико-технич. и математич. наук», № 4, 1960 г., с. 104–106.
- [35] *Ахмедов Б. А.* Течение жидкости в анизотропных пластах, разделяющихся слабопроницаемой перемычкой. «Ученые записки», Азербайджанского Государственного университета. Серия физико-математическая, № 3, 1966 г., с. 79–84.
- [36] *Ахмедов Б. А.* Течение жидкости в анизотропном пласте с проницаемой кровлей. «Известия Академии Наук Азерб. ССР», Серия физико-технических и математических наук, № 6, 1966 г., с. 56–59.
- [37] *Бабалян Г. А.* О факторах, обуславливающих anomalно высокие начальные давления в пластах. «Труды Нефтяной Экспедиции», Баку, № 1, 1953, с. 87–93.
- [38] *Богов М. С., Цой В. И.* Экспериментальное определение коэффициента сжимаемости известняков. Труды ГрозНИИ «Бурение и Добыча нефти», вып. XIII, 1962 г., Москва, Гостоптехиздат, с. 160–165.
- [39] *Баишев Б. Т.* Опыт исследования взаимодействия скважин с помощью дифференциального глубинного манометра. «Новости Науки и Техники. Нефтепромысловое дело», вып. 5, Гостоптехиздат, 1955 г., с. 36–37.
- [40] *Банков Н. М., Бузинов С. Н., Умрихин И. Д.* Исследование пластов по кривым изменения давления в реагирующих скважинах при гармоническом колебании дебита или давления в возмущающей скважине. «Научно-технический сборник. Добыча нефти», ВНИИ № 18, 1962 г. Гостоптехиздат, Москва, с. 65–72.
- [41] *Балакирев Ю. А.* Гидропрослушивание и термографирование нефтяных скважин и пластов. Издательство Аэроэнерг, 1965 г., 200 с.
- [42] *Баллах И. Я.* О влиянии пластовой нефти на упругие свойства пористых сред. «Известия Академии Наук Туркменской ССР», Серия физико-технических наук, № 4, 1961 г., с. 62–72.
- [43] *Бан А., Басниев К. С., Николаевский В. Н.* Об основных уравнениях фильтрации жидкости и газов в деформируемых пористых средах. «Прикладная математика и Технич. физика». № 3, 1961 г., с. 52–55.
- [44] *Бан А., Богомолова А. Ф., Максимов В. А., Николаевский В. Н., Оганджаниянц В. Г., Рыжик В. М.* «Влияние свойств горных пород на движение в них жидкости», Гостоптехиздат, Москва, 1962 г. 275 с.
- [45] *Баренблатт Г. И.* Об автомодельных движениях сжимаемой жидкости в пористой среде. «Прикладная математика и механика», том XVI, вып. 6, 1952 г., с. 679–698.

- [46] *Баренблатт Г. И.* О некоторых неустановившихся движениях жидкости и газов в пористой среде. «Прикладная математика и механика», Москва, 1952 г., том XV, вып. 1, с. 67–68.
- [47] *Баренблатт Г. И.* О некоторых приближенных методах в теории одномерной неустановившейся фильтрации жидкости при упругом режиме. «Известия Акад. Наук СССР, Отделение Технич. наук», № 9, с. 35–49, 1954 г.
- [48] *Баренблатт Г. И.* О приближенном решении задач одномерной нестационарной фильтрации в пористой среде. «Прикладная математика и механика», том 18, вып. 3, с. 351–370, 1954 г.
- [49] *Баренблатт Г. И.* О некоторых задачах восстановления давления и распространения волн разгрузки при упруго-пластическом режиме фильтрации. «Известия Акад. Наук СССР, Отделение Технические наук», № 3, с. 14–26, 1955 г.
- [50] *Баренблатт Г. И., Крылов А. П.* Об упруго-пластическом режиме фильтрации. «Известия Акад. Наук СССР, Отделение Технические наук», № 2, с. 5–13, 1955 г.
- [51] *Баренблатт Г. И., Трифонов Н. П.* О некоторых осесимметричных задачах неустановившейся фильтрации жидкости и газа в пористой среде. «Известия Академии Наук СССР, Отделение Технические наук», Москва, 1956 г., № 1, с. 59–70.
- [52] *Баренблатт Г. И., Борисов Ю. П., Каменецкий С. Г., Крылов А. П.* Об определении параметров нефтеносного пласта по данным о восстановлении давления в остановленных скважинах. Известия Акад. Наук СССР, Отделение Технические наук, № 11, 1957 г., с. 104–107.
- [53] *Баренблатт Г. И., Максимов В. А.* О влиянии неоднородностей на определение параметров нефтеносного пласта по данным нестационарного притока жидкости к скважинам. Известия Отделения Технические наук Академии Наук СССР, № 7, 1958 г., с. 49–55.
- [54] *Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М.* Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. «Недра», Москва, 1972 г., 288 с.
- [55] *Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н.* Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. «Прикладная математика и механика», том 24, вып. 5, 1960 г., Москва, с. 852–864.
- [56] *Баренблатт Г. И.* Анализ размерностей и автомодельные решения, Москва, 1975 г., 54 с.
- [57] *Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М.* Движение жидкостей и газов в природных пластах. Издательство «Недра», Москва, 1984 г., 208 с.
- [58] *Басниев К. С., Власов А. М., Кочина И. Н., Максимов В. М.* Подземная гидравлика. Москва, Издательство «Недра», 1986 г., 303 с.
- [59] *Басниев К. С., Кочина И. Н., Максимов В. М.* Подземная гидромеханика. Москва, «Недра», 1993 г., 414 с.
- [60] *Басович И. Б., Капцанов Б. С.* Выбор фильтрационных моделей по данным гидродинамических исследований скважин. «Нефтяное хозяйство», № 3, 1980 г., Москва, с. 44–47.
- [61] *Басович И. Б., Капцанов Б. С., Кульпин Л. Г.* Методические основы и принципы построения математического и программного обеспечения комплексной обработки результатов гидродинамических исследований скважин на ЭВМ. В сборнике «Проблемы освоения морских нефтяных и газовых месторождений», Москва, ВНИИОЭНГ, 1990 г., с. 126–137.

- [62] *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция; функции Лежандра. Издательство «Наука», Москва, 1965 г., 294 с.
- [63] *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции — функции Бесселя и другие. Издательство «Наука», Москва, 1966 г., 295 с.
- [64] *Белаиш П. М.* Применение электрических сеток при упругом режиме, «Новости науки и техники», Серия «Добыча нефти», № 7, 1947 г., Гостоптехиздат, с. 2–8.
- [65] *Белаиш П. М.* Моделирование процессов разработки нефтяных месторождений. «Труды совещания по развитию н.-и. работ в области вторичных методов добычи нефти». Издание Академии Наук Азерб. ССР, 1953 г., с. 71–80.
- [66] *Белов В. Н.* О некоторых свойствах интегральных функций, характеризующих решения основных задач теории нестационарного поля. Труды Моск. Института нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина «Подземная гидродинамика». Издательство «Недра», Москва, 1971 г., с. 46–50.
- [67] *Белов В. Н.* Обобщение решений задач теории нестационарного поля прямолинейно-параллельных и сферических радиальных потоков. Труды Моск. Института нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина «Подземная гидравлика». Издательство «Недра», Москва, 1971 г., с. 50–54.
- [68] *Бережной Н. И.* Получение кривых восстановления давления на экспериментальной установке и их исследование. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 6, 1965 г. Баку, с. 53–56.
- [69] *Беркун В. А.* Решение одной осесимметричной задачи нестационарной фильтрации в бесконечном пласте. «Известия АН СССР, Механика жидкости и газа», Москва, 1966 г., вып. 4, с. 148–151.
- [70] *Беркун В. А.* К решению некоторых осесимметричных задач нестационарной фильтрации. Труды УкрНИИгаза, г. Киев, 1969 г., вып. 3 (7), с. 97–103.
- [71] *Берлянд О. С., Гаврилов Р. И., Прудников А. П.* Таблицы интегральных функций ошибок и полиномов Эрмита. Издательство АН БССР, Минск, 1961 г., 164 с.
- [72] *Бернадинер М. Г., Енцов В. М.* Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. «Наука», Москва, 1975 г., 197 с.
- [73] *Берч Ф. Р., Шерер Дж., Спайсер Г.* Справочник для геологов по физическим константам, «Издательство» «Иностранная литература», Москва, 1949 г., 302 с.
- [74] *Близнец Е. З., Орлов В. С.* Оценка гидропроводности и пьезопроводности пласта в законтурной области (на примере нефтяных месторождений Соколова Гора и Красный Яр). «Научно-технический сборник по добыче нефти», ВНИИ, Гостоптехиздат, 1957 г., № 11, Москва, с. 24–28.
- [75] *Блинов В. С., Харин О. Н.* Определение поля давлений в окрестности круговых батарей скважин. Труды МИНХ и ГП «Недра», вып. 94, 1972, с. 49–55.
- [76] *Блинов В. С., Харин О. Н.* Исследование поля давлений в окрестности круговой батареи скважин в бесконечном пласте. Труды МИНХ и ГП «Недра», вып. 94, 1972, с. 63–69.
- [77] *Блинов В. С.* О новых свойствах характеристических функций плоско-радиального потока. Выпуск 94 Трудов Моск. института нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина. «Упругий режим фильтрации и термодинамика пласта». Издательство «Недра», Москва, 1972 г., с. 89.

- [78] *Блинов В. С., Харин О. Н.* Применение функций Шелкачева при исследовании работы круговой батареи скважин в ограниченном пласте. Труды МИНХ и ГП «Недра», вып. 94, 1972, с. 75–79.
- [79] *Блинов В. С., Харин О. Н.* Применение функций Шелкачева при аналитическом исследовании поля давлений в бесконечном пласте. Труды МИНХ и ГП «Недра», вып. 143, 1973, с. 31–41.
- [80] *Богачев Б. А.* Новый метод определения пластового давления. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 10, 1961 г., с. 43–45.
- [81] *Богачев Б. А.* К анализу гидродинамических методов исследований скважин по эталонным кривым. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 1, 1963 г., Баку, с. 49–53.
- [82] *Боксерман А. А., Орлов В. С.* Определение среднего пластового давления при различных режимах эксплуатации нефтяной залежи. «Нефтяное хозяйство», № 5, Москва, 1962 г., с. 45–49.
- [83] *Боровский Б. Н., Самсонов Б. Г., Язвин Л. С.* Методика определения параметров водоносных горизонтов по данным откачек. Издательство «Недра», Москва, 1973 г., 304 с.
- [84] *Борисов Ю. П.* К гидродинамическим расчетам при упругом режиме. Труды ВНИИ, вып. 8, Москва, Гостоптехиздат, 1956 г., с. 208–231.
- [85] *Борисов Ю. П., Орлов В. С.* Интерпретация данных о восстановлении забойного давления и их использование при построении карт изобар. «Нефтяное хозяйство», № 7, 1957 г., с. 39–43.
- [86] *Борисов Ю. П., Яковлев В. П.* Определение параметров продуктивных пластов по данным гидроразведки. «Новости нефтяной техники», № 2, 1957 г., с. 21–25.
- [87] *Борисов Ю. П.* Расчет давлений при упругом режиме фильтрации и переменном дебите скважины. Научно-технич. сборник ВНИИ, № 1, Москва, Гостоптехиздат, 1958 г., с. 19–22.
- [88] *Борисов Ю. П.* К гидродинамическим расчетам при упругом режиме фильтрации и заданных давлениях., Научно-технический сборник по добыче нефти. ВНИИ, вып. 1, 1958 г., Гостоптехиздат, с. 23–26.
- [89] *Борисов Ю. П., Каменецкий С. Г., Яковлев В. П.* Гидроинтегратор для решения радиальных задач неустановившейся фильтрации. Труды ВНИИ, вып. XIX, Госуд. Н.-Т. изд-во нефтяной и горно-топливной литературы, Москва, 1959 г., с. 191–208.
- [90] *Борисов Ю. П.* Определение параметров пласта при исследовании скважин на неустановившихся режимах с учетом продолжающегося притока жидкости. «Труды ВНИИ», вып. XIX, «Разработка нефтяных месторождений и подземная гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1959 г., с. 115–133.
- [91] *Бочеввер Ф. М.* О постановке опытных откачек в условиях неустановившегося движения для определения гидрогеологических параметров. «Разведка и охрана недр», № 12, 1956 г., с. 47–52.
- [92] *Бочеввер Ф. М., Цюрупа П. В.* Прогноз притока и снижения уровней подземных вод при осушении месторождений полезных ископаемых. «Разведка и охрана недр», № 5, 1958 г., с. 45–52.
- [93] *Бочеввер Ф. М.* Неустановившийся приток грунтовых вод к скважине в долинах рек. Известия АН СССР, ОТН «Энергетика и Автоматика», № 1, 1959 г., с. 115–118.
- [94] *Бочеввер Ф. М. и Веригин Н. Н.* Методическое пособие по расчетам эксплуатационных запасов подземных вод для водоснабжения. Труды ВОДГЕО. Гос. издательство литературы по строительству, Москва, 1961 г., 199 с.

- [95] *Бочевер Ф. М.* Приближенные гидрогеологические расчеты крупных водозаборов и водопонижительных установок. Издание Научно-исслед. института водоснабжения, канализации, гидротехнических сооружений и инженерной гидрогеологии. Москва, 1961 г., 52 с.
- [96] *Бочевер Ф. М.* Расчет притока подземных вод к водозаборным сооружениям с учетом осушения пласта в области выхода его на поверхность. Известия Академии Наук СССР. Отделение Технич. Наук «Механика и Машиностроение». № 4, 1961 г., с. 164–166.
- [97] *Бочевер Ф. М.* Гидрогеологические расчеты крупных водозаборов подземных вод и водопонижительных установок. Госстройиздат, Москва, 1963 г., 59 с.
- [98] *Бочевер Ф. М.* Расчет водозаборных и водопонижительных скважин в «закрытых пластах». «Вопросы гидрогеологических расчетов водозаборов и дренажей». Труды ВОДГЕО, сборник № 5, Госстройиздат, Москва, 1963 г., с. 65–94.
- [99] *Бочевер Ф. М., Язвин Л. С.* Неустановившееся напорно-безнапорное движение подземных вод к водозаборам. Труды ВОДГЕО, сборник № 5, Госстройиздат, Москва, 1963 г., с. 124–137.
- [100] *Бочевер Ф. М.* К гидрогеологическим расчетам водозаборных сооружений в неоднородных водоносных пластах. Труды ВОДГЕО, сборник № 4. Издательство литературы по строительству, Москва, 1964 г., с. 32–52.
- [101] *Бочевер Ф. М.* Расчеты эксплуатационных запасов подземных вод. Изд-во «Недра», Москва, 1968 г., 325 с.
- [102] *Бочевер Ф. М., Лапшин Н. Н.* К вопросу о гидрогеологических расчетах водозаборных скважин в слоистых толщах. Труды ВНИИ ВОДГЕО, № 22, 1969 г., с. 26–35.
- [103] *Бочевер Ф. М., Орадовская А. Е.* Гидрогеологическое обоснование защиты подземных вод и водозаборов от загрязнений. Издательство «Недра», Москва, 1972 г., 124 с.
- [104] *Бузинов С. Н.* О восстановлении давления в несовершенных скважинах с песчаной пробкой. «Труды Московского нефтяного института», вып. 16, с. 96–112, Гостоптехиздат, 1956 г.
- [105] *Бузинов С. Н., Умрихин И. Д.* К определению параметров пласта по кривой изменения давления в реагирующей скважине. «Научный Технич. Сборник: Добыча нефти», ВНИИ, № 14, 1961 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 87–91.
- [106] *Бузинов С. Н., Умрихин И. Д.* Исследование скважин при гармоническом законе возбуждения уровня. «Труды ВНИИ», вып. XXXII, «Недра», Москва, 1961 г., с. 19–28.
- [107] *Бузинов С. Н., Умрихин И. Д., Эйхман В. Н.* Влияние границ пласта на характер изменения давления в реагирующих скважинах. Труды ВНИИ, вып. 37, 1961 г., с. 19–28.
- [108] *Бузинов С. Н., Умрихин И. Д.* Исследование пластов и скважин при упругом режиме фильтрации. Издательство «Недра», Москва, 1964 г., 272 с.
- [109] *Бузинов С. Н., Умрихин И. Д.* Исследование нефтяных и газовых скважин и пластов. Издательство «Недра», Москва, 1984 г. 269 с.
- [110] *Бульгин В. Я.* Оценка проницаемости и упругости нефтяных пластов по эксплуатационным данным. «Нефтяное Хозяйство» № 7, с. 35–38, 1957 г.
- [111] *Бульгин В. Я.* Определение водонасыщения и нефтеотдачи пластов «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 8, 1961 г., с. 75–81.
- [112] *Бульгин В. Я.* Гидромеханика нефтяного пласта. Издательство «Недра», Москва, 1974 г., 230 с.

- [113] *Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С.* Физико-математические основы фильтрации. «Мир», Москва, 1971 г., 452 с.
- [114] *Бэррер Р.* Диффузия в твердых телах. Издательство иностранной литературы, Москва, 1948 г. 504 с.
- [115] *Ван Дер Варден Б. Л.* Пробуждающаяся наука. Москва, Государственное Издательство физ.-мат. литературы, 1959 г., 459 с.
- [116] *Васильев В. А., Хабиров А. С.* Неустановившееся движение грунтовых вод к скважине вертикального дренажа. Труды Ташкентского Гос. Университета. Вып. 189, книга 21, «Математика и механика», 1961 г., с. 119–129.
- [117] *Васильев С. В., Веригин Н. Н.* (редактор и соавтор) и другие. Методы фильтрационных расчетов гидромелиоративных систем. Изд-во «Колос», 1970 г., Москва, 440 с.
- [118] *Васильев Ю. Н.* Линеаризация уравнений фильтрации сжимаемой жидкости при проницаемости и вязкости, зависящих от давления. Труды ВНИИгаза, вып. 45 (53), 1972 г., Москва, с. 18–21.
- [119] *Васильев Ю. Н.* Напряженное состояние от действия фильтрующейся жидкости в упругом слое, спаянном с двумя другими упругими полупространствами. «Прикладная Механика», том 11, вып. 2, 1975 г., с. 130–133.
- [120] *Васильев Ю. Н.* Интегро-дифференциальное уравнение фильтрации упругой жидкости в упругой пористой среде. Сборник научных трудов ВНИИгаза «Теория и практика разработки газовых месторождений Западной Сибири», Москва, 1985 г., с. 117–128.
- [121] *Васильевский В. Н., Лейбин Э. Л.* Определение пластового давления. «Нефтяное хозяйство», № 12, 1956 г., с. 26–30.
- [122] *Васильевский В. Н.* Комплекс гидродинамических исследований пластов и скважин с целью получения исходных данных для проектирования и осуществления их разработки. «Труды ВНИИ», вып. 33, Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., с. 182–189.
- [123] *Васильевский В. Н.* Временная инструкция по гидродинамическим исследованиям пластов и скважин. Гостоптехиздат, Москва, 1963 г., 68 с.
- [124] *Ватсон Г. Н.* Теория Бесселевых функций, часть первая, Издательство Иностранной Литературы, Москва, 1949 г., 798 с.
- [125] *Вахитов Г. Г.* Эффективные способы решения задач разработки неоднородных нефтеводоносных пластов, Москва, Гос. Научно-Технич. издательство нефтяной и горно-топливной литературы, 1963 г., 216 с.
- [126] *Вебстер А. и Сеге Г.* Дифференциальные уравнения в частных производных математической физики, часть I, Государств. Технико-Теоретическое издательство, 1933 г.
- [127] *Вебстер А. Г.* Механика материальных точек, твердых, упругих и жидких тел. «Государственное Технико-Теоретическое издательство». Ленинград — Москва, 1933 г., 635 с.
- [128] *Вевиоровская М. А., Кравченко И. П., Румянцев С. А.* Методы аналогий применительно к фильтрационным расчетам. Изд-во Моск. ун-та, 1962 г. 257 с.
- [129] *Веригин Н. Н.* Взаимодействие скважин при законтурном заводнении. «Доклады Академии Наук СССР», том 91, № 4, 1953, с. 753–756.
- [130] *Веригин Н. Н.* Об уплотнении грунтов под нагрузкой. «Прикладная математика» № 1, 1961 г., с. 95–98.
- [131] *Веригин Н. Н.* Расчет прямолинейных бесконечных рядов скважин. «Труды ВНИИ ВОДГЕО», сборник № 4, Госстройиздат, Москва, 1962 г.

- [132] *Веригин Н. Н.* О действии водозаборных скважин при неустановившемся режиме фильтрации. Труды ВОДГЕО, сборник № 4, Издательство Литературы по строительству, Москва, 1964 г., с. 5–24.
- [133] *Веригин Н. Н., Саркисян В. С.* Методы расчета подземных водозаборов и вертикального дренажа в полуограниченном водоносном пласте. «Труды ВНИИ ВОДГЕО», сборник № 13, 1966 г., с. 115–132.
- [134] *Веригин Н. Н., Зубов Л. Б.* О влиянии сил инерции на напорную фильтрацию воды в грунтах. «Труды ВОДГЕО (Всесоюз. Н.-И. института водоснабжения)». Вып. 22 «Инженерная гидрогеология», 1969 г., с. 62–65.
- [135] *Веригин Н. Н.* О гравитационно-упругом режиме фильтрации. «Труды ВНИИ ВОДГЕО». Вып. № 22, 1969 г., с. 6–17.
- [136] *Веригин Н. Н., Михайлов А. В.* К методике технико-экономического расчета прямолинейных рядов водозаборных скважин. Известия вузов, «Геология и Разведка», сборник № 8, 1970 г., с. 114–119.
- [137] *Веригин Н. Н.* Об определении границы раздела двух несмешивающихся жидкостей в пористой среде. Известия Академии Наук СССР, «Механика жидкости и газа», № 6, 1973 г., с. 155–163.
- [138] *Веригин Н. Н.* О фильтрации двух жидкостей с разной плотностью и вязкостью при закачке в галерею с постоянным расходом. Доклады Академии Наук СССР, том 218, № 3, 1974 г., с. 536–539.
- [139] *Веригин Н. Н., Васильев С. В., Саркисян В. С., Шеренжиков Б. С.* Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород. Издательство «Недра», Москва, 1977 г., 271 с.
- [140] *Веригин Н. Н., Саркисян В. С., Тороцин Ю. Л.* Об одном экспресс-методе определения гидродинамических параметров пласта. Известия Акад. Наук СССР, «Механика жидкости и газа», № 4, 1978 г., с. 141–144.
- [141] *Владимиров Л. А., Самарский А. А., Щелкачев В. Н.* Решение специальных краевых задач неустановившегося движения упругой жидкости в упругом пласте с помощью электронных вычислительных машин. Доклад на II съезде по теоретической и прикладной механике. Аннотация докладов, Москва, Изд. Академии Наук СССР, 1964 г., с. 53.
- [142] *Владимиров Л. А.* Решение задачи о притоке жидкости к галерее в условиях упругого режима. Труды Московского Института нефтехимической и газовой промышленности, выпуск 55, Издательство «Недра», Москва, 1965 г., с. 93–102.
- [143] *Владимиров Л. А.* Применение однородных разностных схем к решению математической теории фильтрации. Автореферат диссертации, Ташкент, Издательство «ФАН», 1969 г., 13 с.
- [144] *Влюшин В. Е.* Вывод приближенных формул для подсчета понижения пластового давления при эксплуатации круговой галереи с переменным дебитом в условиях упругого режима. Труды Московского Института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 48, Издательство «Недра», Москва, 1964 г., с. 67–73.
- [145] *Влюшин В. Е., Харин О. Н.* Вывод простых приближенных формул, характеризующих работу укрупненной скважины после ее пуска с постоянным забойным давлением. Известия вузов, «Нефть и газ», № 8, 1964, с. 83–87.
- [146] *Влюшин В. Е.* Метод непрерывного распределения стоков по площади для подсчетов пластового давления при разработке крупных нефтяных залежей. «Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности», вып. 55, 1965 г., с. 31–40.

- [147] *Влюшин В. Е.* Упрощение методики подсчета давления на стенке укрупненной скважины, пущенной с линейно изменяющимся дебитом. Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 55, 1965 г., Изд-во «Недра», Москва, с. 48–51.
- [148] *Влюшин В. Е., Харин О. Н.* Распределение давления в ограниченном пласте после пуска в эксплуатацию круговой галереи с переменным дебитом. Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 55, 1965 г., Издательство «Недра», Москва, с. 52–63.
- [149] *Влюшин В. Е.* Упрощение расчетных формул теории упругого режима. «Тезисы докладов на и.-т. конференции молодых специалистов». Издание Моск. ин-та нефтехимической и газовой промышленности, 1965 г., с. 63–64.
- [150] *Влюшин В. Е., Харин О. Н.* Аналитическое исследование процесса распределения давления при разработке многопластовых нефтяных месторождений. «Прикладная Математика и Техническая физика», вып. № 1, 1966 г., Москва, с. 137–141.
- [151] *Влюшин В. Е.* Распределение давления в окрестности круговой батареи скважин, работающих в условиях упруго-подонапорного режима фильтрации. Известия Академии Наук СССР, «Механика жидкости и газа», № 6, 1964 г., с. 193–196.
- [152] *Воларович М. П., Баяк Е. И., Левыкин А. И., Томашевская Е. С.* Физико-механические свойства горных пород и минералов при высоких давлениях. Изд-во «Наука», Москва, 1974 г., 223 с.
- [153] *Выгодский Е. М., Девликамов В. В.* Влияние пресной воды на коэффициент сжимаемости девонских песчаников. «Нефтепромысловое Дело», Москва, № 5, 1966 г., с. 10–11.
- [154] *Гавич И. К.* Некоторые вопросы неустановившейся фильтрации в анизотропных пластах. В сборнике «Труды координационных совещаний по гидротехнике». Изд-во «Энергия», 1966 г., с. 263–275.
- [155] *Гавич И. К.* Определение параметров анизотропного пласта по данным опытных работ в условиях неустановившейся фильтрации. В книге «Труды координационного совещания по гидротехнике», т. 48, Изд-во «Энергия», Ленинград, 1969 г., с. 102–116.
- [156] *Гавич И. К., Ковалевский В. С., Язвин Л. С.* Основы гидрогеодинамики. Изд-во «Наука», Новосибирск, 1983 г., 241 с.
- [157] *Гавич И. К.* Теоретические основы изучения движения подземных вод в земной коре. Сборник: «Основы гидрогеологии. Гидрогеодинамика». Издательство «Наука», Сибирское отделение, Новосибирск, 1983 г., с. 7–10.
- [158] *Гаджиев Л. М.* Приток упругой жидкости к галерее и к скважине в упругом пласте переменной мощности при двучленном законе фильтрации. «Научно-технический сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 36, 1969 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 52–57.
- [159] *Гаджиев Ш. А.* Исследование влияния зависимости коэффициента пьезопроводности от пластового давления на итогу решения основных задач теории упругого режима. Известия Академии Наук Азербайджанской ССР, «Серия физ.-мат. наук», № 4, 1965 г., с. 62–67.
- [160] *Гаджиев Ш. А.* Табулирование трансцендентных функций, характеризующих нестационарные фильтрационные потоки. Сборник «Вопросы вычислительной математики» (Академия Наук Азербайджанской ССР), Издательство «ЭЛМ», Баку, 1970 г., с. 45–55.

- [161] *Гаджиев Ш. А.* Изменение коэффициента пьезопроводности в зависимости от пластового давления. Известия Высших учебных заведений, «Нефть и Газ», № 3, 1965 г., Баку, с. 81–83.
- [162] *Гаджиев Ш. А.* Обобщение основного дифференциального уравнения теории упругого режима на случай, когда параметры пласта и жидкости зависят от давления. Известия Высших учебных заведений, «Нефть и Газ», № 4, 1965 г., Баку, с. 45–46.
- [163] *Гаджиев Ш. А.* Исследование интегралов, связанных с решениями плоского нестационарного поля источников и стоков, расположенных по окружности. «Известия Высших учебных заведений», Нефть и Газ, № 10, Баку, 1966 г., с. 59–62.
- [164] *Гаджиев Ш. А.* Вычисление интегральных функций, характеризующих плоское нестационарное поле при включении линейных круговых стоков и источников. «Вопросы вычислительной математики». Издательство Академии Наук Азербайджанской ССР (Институт Кибернетики). Баку, 1967 г., с. 85–100.
- [165] *Галкин А. И.* Об открытии упругого режима нефтяных залежей. «Нефтяное хозяйство», № 6, 1989 г., с. 70–71.
- [166] *Гаттенбергер Ю. П.* Гидрогеология и гидродинамика подземных вод. Изд-во «Недра», Москва, 1971 г., 184 с.
- [167] *Глоговский М. М.* Интерпретация кривых восстановления забойного давления. «Труды Моск. ин-та нефтехимич. и газовой промышленности», вып. 57, Москва, «Недра», 1966 г., с. 134–154.
- [168] *Глоговский М. М., Крыницкий В. Г.* Методы расчета пластового давления. Труды Моск. ин-та нефтехимич. и газовой промышленности, «Нефтегазовая и подземная гидрогазодинамика», вып. 79, Москва, Изд-во «Недра», с. 134–139.
- [169] *Глоговский М. М., Крыницкий В. Г.* Обработка графиков изменения давления и дебита при помощи параболической аппроксимации. Сборник ВНИИ по добыче нефти, вып. 29, Москва, изд-во «Недра», 1966 г., с. 73–79.
- [170] *Глоговский М. М., Дияшев Р. Я.* Определение параметров при совместной эксплуатации пластов по кривым изменения дебита. Труды Моск. ин-та нефтехимической и газовой промышленности, вып. 91, Изд-во «Недра», Москва, 1969 г., с. 305–316.
- [171] *Гиматудинов Ш. К., Ширковский А. И.* Физика нефтяного и газового пласта. Изд. третье. Издательство «Недра», Москва, 1989 г., 311 с.
- [172] *Говорова Г. Л.* Перераспределение пластового давления в процессе заводнения, «Нефтяное хозяйство» № 1, 1949 г., с. 26–31.
- [173] *Говорова Г. Л.* Об изменении пластового давления при нарастающих отборах. «Нефтяное хозяйство» № 4, 1950 г., с. 37–38.
- [174] *Говорова Г. Л.* Перераспределение давления в процессе заводнения. Доклад на Всесоюзном Советании, посвященном «Вторичным методам добычи нефти и методам поддержания пластового давления на промыслах СССР». Труды Советания. Госоптехиздат, Москва, 1950 г., с. 275–294.
- [175] *Горбунов А. Т., Николаевский В. Н.* Установившийся приток жидкости к скважинам при упругом режиме фильтрации. «Известия Акад. Наук СССР. Отделение Технич. Наук» «Механика и Машиностроение». № 5, 1961 г., с. 163–167.
- [176] *Горбунов А. Т.* К определению параметров пласта при упругом режиме фильтрации. «Инженерный Журнал», т. 2, вып. 3, 1962 г., с. 162–168.

- [177] *Горбунов А. Т., Николаевский В. Н.* О нелинейной теории упругого режима фильтрации. Сборник «Добыча нефти», ежегодник, ВНИИ, Издательство «Недра», Москва, 1964 г., с. 73–95.
- [178] *Горбунов А. Т.* К упруго-пластическому режиму фильтрации. «Научно-технический сборник по добыче нефти». ВНИИ, вып. 29, 1966 г., с. 40–44.
- [179] *Горбунов А. Т.* Уравнение материального баланса с учетом сжимаемости породы пласта. «Научно-технический сборник по добыче нефти». ВНИИ, вып. 30, 1966 г., с. 20–23.
- [180] *Горбунов А. Т.* Уравнение материального баланса с учетом сжимаемости породы пласта. «Научно-технич. сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 32, 1968 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 47–50.
- [181] *Горбунов А. Т.* Упруго-пластический режим фильтрации жидкости в пористых средах. Известия Акад. Наук СССР, Серия «Механика жидкости и газа», 1973 г., № 5, с. 84–90.
- [182] *Горбунов А. Т.* Разработка аномальных нефтяных месторождений. «Недра», Москва, 1981 г. 237 с.
- [183] *Горюховенко А. И., Аметов И. М., Даниэлян Ю. С.* Об одном способе определения параметров пласта по нестационарным исследованиям. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 10, Баку, 1975, с. 46–48.
- [184] *Горохова И. Г.* Исследование поведения расхода жидкости в простейших фильтрационных потоках в условиях упругого режима. Известия вузов, «Нефть и Газ», № 4, 1958 г., с. 61–66.
- [185] *Горохова И. Г.* Исследование средневзвешенного пластового давления при упругом режиме разработки. Труды Моск. института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 33, «Подземная гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., с. 226–244.
- [186] *Горохова И. Г.* Замечания о способах подсчета накопленной добычи жидкости из скважины, работающей с постоянным противодавлением на забое. Там же, с. 245–248.
- [187] *Горохова И. Г.* О влиянии макронеоднородности пласта на дебит и забойное давление прямолинейной галереи в условиях упругого режима. Труды Моск. ин-та нефтехимической и газовой промышленности, вып. 48, Изд-во «Недра», 1964 г., с. 51–59.
- [188] *Горохова И. Г.* Неустановившееся движение однородной жидкости к стокам, равномерно распределенным внутри прямолинейной полосы. «Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности», вып. 66, Москва, Издательство «Недра», 1967 г., с. 165–169.
- [189] *Горохова И. Г.* Определение давления в бесконечном пласте при работе прямолинейной галереи конечной длины в условиях упругого режима. Сборник «Подземная Гидродинамика», Изд. «Недра», 1971 г., с. 36–39.
- [190] *Гохберг Л. К., Лапшин Н. Н.* Решение гидрогеологических задач с применением численных методов обращения преобразования Лапласа. «Труды ВСЕГИНГЕО», № 32, 1970 г., с. 93–104.
- [191] *Гребер Г., Эрк С., Григуль У.* Основы учения о теплообмене. Издательство Иностранной Литературы (перевод с немецкого), Москва, 1958 г., 566 с.
- [192] *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Госуд. изд-во физ.-мат. литературы. Москва, 1962 г., 1100 с.
- [193] *Грей Э., Мэтьюз Г. Б.* Функции Бесселя и их приложения к физике и механике. Издательство Иностранной Литературы, Москва, 1953 г., 371 с.

- [194] *Губанов А. И., Черченко Г. В.* Характеристика нефти из месторождений Куйбышевской области. «Нефтепромысловое Дело», № 1, Гостоптехиздат, 1952 г., с. 17–22.
- [195] *Гудок Н. С., Кусаков М. М.* Экспериментальное исследование влияния внешнего давления на проницаемость нефтесодержащих пород. «Доклады Акад. Наук СССР», том 119, вып. 2, 1958, с. 229–232.
- [196] *Гудок Н. С.* Изучение физических свойств горных пород. Изд-во «Недра», Москва, 1970 г., 205 с.
- [197] *Гулиев М. А.* О неустановившемся плоско-параллельном течении жидкости в неоднородном пласте. «Нефть и Газ», № 9, 1966 г., с. 83–86.
- [198] *Гулиев М. А.* Нестационарное осесимметричное течение в пласте с проницаемой кровлей. «Азербайджанское нефтяное хозяйство», № 12, 1966 г., с. 21–23.
- [199] *Гулиев М. А.* Осесимметричное течение жидкости в неоднородном пласте со слабопроницаемой кровлей. «Нефть и Газ», № 4, 1966 г., с. 69–71.
- [200] *Гурбанов Р. С., Касимов А. Ф., Мирзаджанзаде А. Х.* Гидродинамика вязко-пластических сред. Известия Акад. Наук СССР, Серия «Механика Жидкости и Газа», 1967 г., № 3, с. 171–179.
- [201] *Гурса Э.* Курс математического анализа, том III, ч. I, Государственное технико-теоретическое издательство, Москва — Ленинград, 1933 г., 245 с.
- [202] *Гусейн-заде М. А., Хуань Коу-жэнь.* Неустановившееся течение жидкости в неоднородном пласте, имеющем слабопроницаемую перемычку. Труды Моск. Института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 33, «Подземная Гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., с. 296–304.
- [203] *Гусейн-заде М. А.* Особенности движения жидкости в неоднородном пласте. Издательство «Недра», Москва, 1965 г., 276 с.
- [204] *Гусейн-заде М. А., Хуань Коу-жэнь.* Учет проницаемости кровли пласта при упругом режиме. «Азербайджанское нефтяное хозяйство», № 4, 1961 г., с. 92–97.
- [205] *Гусейн-заде М. А., Добкина М. Б.* Определение количества перетока жидкости через перемычку между пластами при упругом режиме. Труды Моск. Института нефтехимич. и газовой промышленности, вып. 66, 1967 г., Изд-во «Недра», с. 112–116.
- [206] *Гусейн-заде М. А., Другина Л. И., Мусаев М. А.* Неустановившееся движение жидкости в пласте с неоднороднопроницаемой кровлей. Труды Моск. Ин-та нефтехимической и газовой промышленности, вып. 66, 1967 г., Издательство «Недра», с. 117–121.
- [207] *Гусейн-заде М. А., Колосовская А. К.* Работа несовершенной скважины в пласте с проницаемой подошвой. Труды Моск. Ин-та нефтехимической и газовой промышленности, вып. 91, Изд-во «Недра», Москва, 1969 г., с. 446–451.
- [208] *Гусейн-заде М. А., Колосовская А. К.* Учет неоднородности пласта при движении в нем упругой жидкости. Труды Моск. Ин-та нефтехимич. и газ. промышл., вып. 91, 1969 г., с. 451–458.
- [209] *Гусейн-заде М. А., Колосовская А. К.* Работа горизонтальной скважины в упругом пласте. Там же, с. 458–460.
- [210] *Гусейн-заде М. А., Колосовская А. К.* Течение упругой жидкости в неоднородной упругой пористой среде. Труды Моск. Инст-та нефтехим. и газ. промышленности, вып. 91, 1969 г., с. 460–465.
- [211] *Гусейн-заде М. А., Колосовская А. К.* Упругий режим в однопластовых и многопластовых системах. Издательство «Недра», Москва, 1972 г., 454 с.

- [212] *Гусейнов Г. П.* Поведение величины удельной добычи при упруговодонапорном режиме разработки пласта и при режиме растворенного газа. Докл. А.Н. Азерб. ССР, т. X, № 3, 1954 г., с. 159–165.
- [213] *Гусейнов Г. П.* Поведение величины удельной добычи при смене упруговодонапорного режима режимом растворенного газа. «Нефтяное хозяйство», № 10, 1954, Гостехиздат, с. 34–39.
- [214] *Гусейнов Г. П.* Приближенный метод решения нестационарных задач теории фильтрации. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», 1956, Азнефтеиздат, Баку, с. 114–136.
- [215] *Гусейнов Г. П., Хейров З. Б.* Движение упругой жидкости в пласте при переменной проницаемости. Ученые записки Азерб. Гос. Университета, № 6, 1957, Баку, с. 31–38.
- [216] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* Движение упругой жидкости в пласте при переменной мощности. «Известия Вузов», «Нефть и газ», № 9, 1958, Баку, с. 61–65.
- [217] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* О разработке круговой залежи при упругом режиме. «Азербайдж. нефтяное хозяйство», № 11, 1958, Баку, с. 28–30.
- [218] *Гусейнов Г. П.* О неустановившемся периоде работы нагнетательных скважин. «Азербайдж. нефтяное хозяйство», № 12, 1959, Баку, с. 24–25.
- [219] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* Интерференция прямолинейной батареи скважины при упругом режиме. Азербайджанское нефтяное хозяйство, № 10, 1961 г., с. 24–25.
- [220] *Гусейнов Г. П.* Некоторые вопросы гидродинамики нефтяного пласта. Издательство «Азернешр», 1961 г., 231 с.
- [221] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* Интерференция прямолинейной бесконечной батареи совершенных скважин при упругом режиме. Известия Высших Учебных Заведений, «Нефть и Газ», № 1, 1962 г., с. 45–49.
- [222] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* Интерференция прямолинейной бесконечной батареи несовершенных скважин при упругом режиме. Журнал «Нефть и Газ», № 3, 1962 г., Баку, с. 44–53.
- [223] *Гусейнов Г. П., Камбаров Г. С.* Неустановившееся радиальное движение жидкости в неоднородном пласте. «Известия Акад. наук Азерб. ССР», ОТН, № 4, 1963, с. 105–119.
- [224] *Гусейнов Г. П.* Удельная добыча при упругом режиме. Труды Азербайджанского Научно-Исслед. Института по добыче нефти, вып. VII, 1958 г., с. 136–139.
- [225] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* Интерференция прямолинейной бесконечной батареи скважин в неоднородном пласте при упругом режиме. Труды Азербайджанского научно-исследовательского института по добыче нефти, вып. XII, 1964 г., Издательство «Недра». Ленинград, с. 104–113.
- [226] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. И., Керимов Ю. Г.* Влияние изменения дебита на перепад давления при фильтрации упругой жидкости в упругом пласте. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», вып. XII, 1964, Изд. «Недра», Ленинград, с. 123–133.
- [227] *Гусейнов Г. П., Алмамедов Д. Г.* По поводу статьи Кима В. Ю. «Методика подсчета накопленной добычи при известном забойном давлении». «Нефтяное хозяйство», № 5, Москва, 1964 г., с. 58–59.
- [228] *Гусейнов Г. П., Хейров З. Б.* Неустановившаяся прямолинейно-параллельная фильтрация упругой жидкости в неоднородной упругой среде. «Ученые записки Азерб. Гос. Унив-та», Баку, № 1, 1964 г., с. 76–86.

- [229] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* Влияние неравнодебитности на перераспределение давления при интерференции прямолинейной батареи скважин при упругом режиме. Журнал «Нефтяное хозяйство», № 2, Издательство «Недра», 1965 г., Ленинград, с. 46–50.
- [230] *Гусейнов Г. П., Велиев М. Н.* Движение упругой жидкости в упругом кусочно-однородном пласте. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», вып. 18, 1967, Баку, с. 280–290.
- [231] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* Приток упругой жидкости к прямолинейной бесконечной батарее скважин с заданными забойными давлениями. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», вып. 18, 1967, Баку, с. 273–279.
- [232] *Гусейнов Г. П., Велиев М. Н.* Интерференция батареи скважин, расположенных на дуге окружности при упругом режиме с непроницаемой и проницаемой кровлей и подошвой пластов. Труды Азербайджанского научно-исслед. института по добыче нефти, выпуск 18, Издательство «Азернешр», 1967 г., Баку, с. 280–290.
- [233] *Гусейнов Г. П., Камбаров Г. С.* Неустановившееся движение жидкости в упругих непрерывно-неоднородных пластах. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», вып. 18, 1967, Баку, с. 304–312.
- [234] *Гусейнов Г. П., Вагабова Н. Р.* Применения метода осреднения к вопросам взаимодействия двух горизонтов, разделяющихся малопроницаемой перемычкой и некоторые вопросы исследования скважин. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», вып. 18, 1967, Баку, с. 203–225.
- [235] *Гусейнов Г. П., Гусейнов А. И.* Неустановившееся сферическо-радиальное движение сжимаемой жидкости в упругом неоднородном пласте. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 1, 1969, Баку, с. 20–22.
- [236] *Гусейнов Г. П., Велиев М. Н.* Упрощение расчетных данных формул интерференции скважин, расположенных на дуге окружности, при упругом режиме. Труды Азербайджанского научно-исследовательского института по добыче нефти, выпуск XXIII, Издательство «Азернешр», 1972 г., Баку, с. 302–313.
- [237] *Гусейнов Г. П., Гусейнов А. И.* Неустановившееся сферическо-нерадиальное движение сжимаемой жидкости в упругом неоднородном пласте. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», вып. XXIII, 1972, Баку, с. 320–331.
- [238] *Гусейнов Г. П., Велиев М. Н., Джабаров И. И.* Движение жидкости в кусочно-однородном пласте со слабо проницаемой кровлей. «Известия Акад. наук Азерб. ССР», № 1, 1972, Баку, с. 50–57.
- [239] *Гусейнов Г. П., Керимов Г. Г., Амирбеков Т. С.* Неустановившийся приток жидкости к несовершенной скважине в неоднородном пласте. «Известия высших учебных заведений», «Нефть и Газ», № 4, 1972, с. 41–47.
- [240] *Гусейнов Г. П., Гусейнов А. И.* Приток к несовершенной скважине в неоднородном по проницаемости пласте. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 10, 1972, Баку, с. 20–23.
- [241] *Гусейнов Г. П., Велиев М. Н., Керимов Г. Г.* Изучение влияния неоднородности пласта на кривые перепада давления. «Нефтяное Хозяйство», № 4, 1973, Москва, с. 33–37.
- [242] *Гусейнов Г. П., Велиев М. Н., Мамедкеримов В. И.* Приток жидкости к горизонтальным скважинам в двух пластах при наличии между ними слабопроницаемой перемычки. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 11, 1973, Баку, с. 24–27.
- [243] *Гусейнов Г. П., Камбаров Г. С., Насруллаев И. А.* Движение упругой жидкости в упругом закрытом пласте при переменных проницаемости и мощности.

- Труды Всесоюзной конф. по математическим методам решения задач подземной нефтяной гидродинамики. Издательство «ЭЛМ», Баку, 1974, с. 171–177.
- [244] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А., Керимов Ю. Г.* Приток жидкости к несовершенной скважине в двухслойном пласте при упругом режиме. «Известия Акад. наук Азерб. ССР», № 3, 1974, Издательство «ЭЛМ», Баку, с. 92–98.
- [245] *Гусейнов Г. П., Керимов Ю. Г., Насруллаев И. А.* Приток жидкости к наклонной скважине в пласте с непроницаемой кровлей и подошвой при упругом режиме. Доклады Акад. наук Азерб. ССР, № 8, 1974, Баку, с. 20–24.
- [246] *Гусейнов Г. П., Гусейнов А. И., Керимов Ю. Г.* Интерференция дуговой батареи наклонных скважин при упругом режиме. Труды Азербайджанского научно-исследовательского института по добыче нефти. Выпуск XXIX, «Издательство «Азернашр», 1974 г., Баку, с. 162–168.
- [247] *Гусейнов Г. П., Гусейнов А. И.* Интерференция дуговой батареи несовершенных наклонных скважин при упругом режиме. Известия Академии Наук Азерб. ССР, т. II, № 1, 1981 г., с. 141–151.
- [248] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А., Керимов Ю. Г.* Определения давления наклонных скважин прямолинейной цепочки в безграничном пласте при упругом режиме. Известия Академии Наук Азерб. ССР, Серия наук о Земле, № 1, Баку, 1983 г., с. 40–45.
- [249] *Гылыбов М.* Расчет водопонижения и притока к скважинам и клинообразных пластах. Доклады Болгарской Акад. Наук, том. 18, № 8, 1965 г., с. 763–766.
- [250] *Гылыбов М.* Определение гидрогеологических параметров пласта в условиях неустановившегося движения подземных вод. «Известия вузов», «Геология и разведка», № 7, 1966 г., с. 87–93.
- [251] *Гылыбов М., Моллов Д.* О точности и применимости метода «дополнительного слоя» для учета сопротивления ложка водоемов при гидрогеологических расчетах. «Review of the Bulgarian Geological Society», vol. XXX, part 3, 1969, с. 331–339.
- [252] *Гылыбов М.* Действие скважины с непрерывно изменяющимся дебитом. «Вестник Болгарского геологического общества», том XXXV, № 3, 1974 г., с. 326–333.
- [253] *Гылыбов М., Моллов Д.* Гидродинамика дрен, расположенных под дном водохранилищ. «Инженерная Геология и Гидрогеология», № 8–9, 1979, София, с. 16–30.
- [254] *Давыдов О. И.* Экспресс-метод прогнозирования пластового давления по начальному участку К.В.Д. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 9, 1977 г., Баку, с. 74–75.
- [255] *Дадаева Э. Л.* Изолинии давлений и определение величины среднего пластового давления. Труды Нефтяной Экспедиции Академии Наук Азербайджанской ССР, 1953 г., с. 68–77.
- [256] *Данилов В. Л.* К определению давления в пластах с переменными проницаемостью и мощностью. «Известия Казанского филиала АН СССР», Серия физико-математических и технических наук, т. 8, 1955 г., с. 129–136.
- [257] *Данилов В. Л., Салехов Г. С., Цыбульский Т. Л.* Исследования по теории фильтрации жидкостей в нефтяных пластах в Казанском филиале АН СССР в 1951–1957 гг., «Известия Казанского филиала АН СССР», серия физ. мат. и технических наук, вып. 11, 1957 г., с. 5–14.
- [258] *Дажилогов Т. Д.* Изменение пористости и проницаемости песчано-глинистых пород под давлением. «Известия Вузов» «Нефть и Газ», № 11, 1965 г., с. 3–7.

- [259] *Двайт Г. Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. Государственное издательство математической литературы. Москва, 1948 г, 255 с.
- [260] *Девисон Б. Б.* Движение грунтовых вод. В сборнике «Некоторые новые вопросы механики сплошной среды». Изд. АН СССР, 1938 г., с. 219–356.
- [261] *Девликамов В. В., Хабибулин З. А., Кабиоров М. М.* Аномальные нефти. «Недра», Москва, 1975 г., 167 с.
- [262] *Демин Н. В., Кисляков Ю. П., Морозова В. Т.* О зависимости проницаемости пористой среды от градиента давления. «Нефтяное Хозяйство», № 12, 1966 г., с. 36–38.
- [263] *Джалилов К. Н., Гулямов Х. А.* О неустановившейся фильтрации жидкостей и газов к несовершенным скважинам по степени вскрытия в неоднородных пластах. Известия АН Азерб. ССР, № 5, 1958 г., с. 447–451.
- [264] *Джалилов К. Н.* Об одном приближенном решении задач о движении упругой жидкости в упругой пористой среде к круговым батареям скважин. Доклады АН Азербайджанской ССР, том 15, № 1, 1959 г., с. 17–20.
- [265] *Джалилов К. Н.* Определение параметров пласта при наличии утечки жидкости в другой горизонт. «Доклады Акад. Наук Азербайджанской ССР», том 18, № 5, 1962 г., с. 7–9.
- [266] *Джалилов К. Н., Гаджиев М. А.* Вопросы перемещения контура нефтеносности и обводнения прямолинейной цепочки скважин при упругом режиме. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 6, 1966 г., г. Баку, с. 31–33.
- [267] *Джалилов К. Н., Гаджиев М. А., Джафаров Н. Д.* Исследование процесса обводнения скважин при упругом режиме. Известия Академии Наук Азерб. ССР. «Серия наук о земле», № 3–4, 1967 г., с. 203–208.
- [268] *Джонс Парк Дж.* Механика нефтяного пласта. Гостоптехиздат, Москва, 1947 г., 183 с.
- [269] *Диткин В. А., Кузнецов П. И.* Справочник по операционному исчислению. Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1951 г., Москва, Ленинград, 255 с.
- [270] *Диткин В. А., Прудников А. П.* Интегральные преобразования и операционное исчисление. Государственное издательство физико-математической литературы 1961 г., Москва, 524 с.
- [271] *Диткин В. А., Прудников А. П.* Справочник по операционному исчислению. Издательство «Высшая Школа», Москва, 1965 г., 466 с.
- [272] *Дияшев Р. Н.* Влияние неньютоновских свойств газа, воды и нефти в пористой среде на результаты исследования скважин по кривым восстановления давления. «Нефтяное Хозяйство», 1973 г., № 3, с. 30–32.
- [273] *Добкина М. Б.* Неустановившаяся фильтрация жидкости при начальном установившемся режиме. «Тезисы докладов на н.-т. конференции молодых специалистов». Издание Моск. ин-та нефтехимической и газовой промышленности. 1965 г., с. 64.
- [274] *Добкина М. Б.* Учет проницаемости кровли пласта при упругом режиме. Труды Моск. института нефтехимической и газовой промышленности, выпуск 55, Издательство «Недра», Москва, 1965 г., с. 79–82.
- [275] *Добкина М. Б.* Решение некоторых задач упругого режима при начальных установившихся течениях. Там же, с. 83–92.
- [276] *Добкина М. Б.* Определение утечки через перемычку при упругом режиме. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 8, Баку, 1966 г., с. 69–78.
- [277] *Добрыйнин В. М.* Влияние давления на коллекторские свойства песчаников. «Нефтяное Хозяйство», № 1, 1963 г., с. 45–52.

- [278] *Добрынин В. М.* Изменение упругоёмкости песчаных пластов в зависимости от горного и пластового давления. «Нефтяное Хозяйство», № 2, 1963 г., с. 35–40.
- [279] *Добрынин В. М.* Подсчет начальных запасов нефти при водонапорном режиме с использованием упругих характеристик пласта. «Геология нефти и газа», № 1, 1964 г., с. 57–61.
- [280] *Добрынин В. М.* Физические свойства нефтегазовых коллекторов в глубоких скважинах. «Недра», 1965 г., 163 с.
- [281] *Добрынин В. М.* Деформации и изменения физических свойств коллекторов нефти и газа. Изд-во «Недра», 1970 г., 239 с.
- [282] *Дорохов Ю. О., Свирчишкова Т. П.* Анализ приближенной методики подсчета пластового давления. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 6, Баку, 1977 г., с. 37–41.
- [283] *Евченко В. С.* Обобщение решений нестационарной фильтрации при переменном дебите в горизонтальных, наклонных скважинах и вертикальных трещинах. Научно-технич. сборник «Нефть и Газ Тюмени», вып. 53, 1982 г., с. 46–49.
- [284] *Евченко В. С., Захарченко Н. П., Коган Я. М., Максимов В. П., Маринин Н. С., Сафиуллин М. Н.* Разработка нефтяных месторождений наклонно-направленными скважинами. Москва, изд-во «Недра», 1986 г., 278 с.
- [285] *Евдокимова В. А.* Первая фаза неустановившейся радиальной фильтрации жидкостей. Доклады Академии Наук СССР, том 74, № 4, 1950 г., с. 669–671.
- [286] *Егоров И. П.* Гомотетия. «Математическая Энциклопедия», том I, Издательство «Советская Энциклопедия», Москва, 1977 г., с. 1061–1062.
- [287] *Енттов В. М.* Об одной задаче нелинейной нестационарной фильтрации. Известия Акад. Наук СССР, Отделение Технич. Наук, Механика и Машиностроение, № 5, 1963 г., с. 141–143.
- [288] *Енттов В. М., Сузарев М. Г.* Автомодельный случай плоскорадиальной фильтрации при нелинейном законе сопротивления. Известия вузов, «Нефть и Газ», № 4, 1965 г., с. 57–63.
- [289] *Енттов В. М.* Двумерные и нестационарные одномерные задачи движения неньютоновских жидкостей в пористой среде. «Нефтяное Хозяйство», № 10, 1968 г., с. 47–53.
- [290] *Енттов В. М., Малахова Т. А.* Некоторые задачи нелинейной фильтрации при кусочно-линейном законе сопротивления. Известия Акад. Наук СССР, «Механика Жидкости и Газа», № 2, 1974 г., с. 40–45.
- [291] *Ерофеев Н. С., Рутман В. Я., Иванова М. М., Мамлеев Р. Ш.* Определение коэффициента пьезопроводности и проницаемости по кривым изменения давления в эксплуатационных скважинах. «Нефтяное Хозяйство», № 12, 1952 г., с. 19–21.
- [292] *Ерофеев Н. С., Рутман В. Я., Иванова М. М., Мамлеев Р. Ш.* Определение коэффициента пьезопроводности и проницаемости по кривым изменения давления в эксплуатационных скважинах. «Нефтяное Хозяйство», № 1, 1953 г., с. 31–35.
- [293] *Жуковский Н. Е.* О влиянии давления на насыщенные водой пески (1890 г.). Полное собрание сочинений, том 7, Москва, 1937 г.
- [294] *Жаутыков О. А.* Об одной задаче фильтрации, «Известия Академии Наук Казахской ССР», Серия математики и механики. Вып. 4(8), 1956 г., с. 70–79.
- [295] *Жаутыков О. А.* По поводу решения одной задачи теории фильтрации. «Известия Академии Наук Казахской ССР», Серия математики и механики. Выпуск 6(10), 1957 г., с. 46–50.

- [296] *Жданов М. А.* Нефтегазопромысловая геология и подсчет запасов нефти и газа, издание второе, Издательство «Недра», Москва, 1981 г., 453 с.
- [297] *Желтов Ю. П.* О восстановлении заданного давления при различной проницаемости пласта в призабойной зоне и вдали от скважины. Труды Института Нефти Академии Наук СССР, Нефтепромысловое дело, том 9, 1958 г., с. 184–192.
- [298] *Желтов Ю. П.* Об учете сжимаемости пористой среды при фильтрации в ней однородной жидкости, «Труды ВНИИ нефти», вып. 37, 1962 г., с. 3–13.
- [299] *Желтов Ю. П.* Деформация горных пород. Москва, «Недра», 1965 г., 198 с.
- [300] *Желтов Ю. П.* Расчет процессов разработки нефтяных месторождений при упругом и водонапорном режимах. Изд-во Моск. ин-та нефтехимич. и газовой промышленности, Москва, 1977 г., 119 с.
- [301] *Желтов Ю. П.* Разработка нефтяных месторождений. Изд-во «Недра», 1986 г., 332 с.
- [302] *Жернов И. Е., Шестаков В. М.* Моделирование фильтрации подземных вод. Издательство «Недра», Москва, 1971 г., 224 с.
- [303] *Жуковский Н. Е.* Теоретическое исследование о движении подпочвенных вод. «Журнал Русского физико-химического общества», часть физическая, т. 21, отд. 1, вып. 1, 1889 г., с. 1–20 (см. еще Избранные Сочинения, том I, ОГИЗ, М. — Л., 1948 г., с. 153–170).
- [304] *Журина М. И., Осипова Л. Н.* Таблицы вырожденной гипергеометрической функции, Изд. Вычисл. Центра АН СССР, Москва, 1964 г., 24 с.
- [305] *Закиров С. Н., Лапук Б. Б.* Проектирование и разработка газовых месторождений. Москва, «Недра», 1974 г., 374 с.
- [306] *Закиров С. Н., Коротаев Ю. П., Кондрат Р. М., Турниер В. Н., Шмыгля О. П.* Теория водонапорного режима газовых месторождений, Москва, «Недра», 1976 г., 240 с.
- [307] *Закиров С. Н.* Теория и разработка газовых и газоконденсатных месторождений, Москва, «Недра», 1989 г., 334 с.
- [308] *Золотарев П. П., Николаевский В. Н.* О распространении волн давления в насыщенных жидкостью горных породах. «Труды ВНИИ», вып. XLII, «Недра», Москва, 1965 г., с. 112–130.
- [309] *Золотухин А. В.* О некоторых свойствах характеристических функций плоско-радиального потока. Сборник статей «Подземная гидродинамика» (Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина), Издательство «Недра», Москва, 1971 г., с. 58–60.
- [310] *Иванов Т. Ф.* Метод оценки гидродинамических параметров псевдооднородных пластов по кривым забойного давления. «Научно-технический сборник», «Нефтепромысловое дело», ВНИИОЭНГ, № 3, с. 13–16.
- [311] *Иванов Н. Ф., Салехов Г. С., Свирский И. В.* Об определении оптимальных условий эксплуатации нефтяных скважин в пластах с упругим режимом. Известия Казанского филиала АН СССР, серия физ. мат. и технических наук, вып. 5, 1954 г., с. 40–51.
- [312] *Иванов М. М.* Новые глубинные манометры УФНИИ для исследования скважин. «Материалы межвузовского совещания по вопросам новой техники в нефтяной промышленности», том I, с. 296–303, Гостоптехиздат, Москва, 1958 г.
- [313] *Индутный В. Ф., Беляев В. С., Пономарчук Г. Ф., Фиалко А. И.* Влияние литологии гранулярных пород на характер изменения их сжимаемости при

- различных изотропных нагрузках. Сборник «Вопросы геологии осадочных отложений Украины». Изд-во «Наукова Думка», Киев, 1972 г., с. 205–214.
- [314] *Ирмей С.* О теоретических основах формул Дарси и Форкгеймера, Сборник статей «Вопросы гидрогеологических расчетов». Издательство МИР, Москва, 1964 г., с. 7–14.
- [315] *Исаев Р. Г.* К вопросам неустановившейся фильтрации жидкости в трещиноватом коллекторе. Известия Высших Учебных Заведений. «Нефть и Газ», № 7, 1964 г., с. 71–75.
- [316] *Исаев Р. Г.* К выводу основного дифференциального уравнения неустановившейся фильтрации упругой вязкой жидкости в анизотропном коллекторе. Известия Высших Учебных Заведений. «Нефть и Газ», № 11. 1966 г., с. 71–76.
- [317] *Исаев Р. Г.* Об одном приближенном способе решения нестационарных задач теории фильтрации. Известия Высших Учебных Заведений. «Нефть и Газ», № 7, 1968 г., с. 61–65.
- [318] *Исаев Р. Г.* К выводу основного дифференциального уравнения неустановившейся фильтрации сжимаемой жидкости в трещиновато-пористом упруго-вязко-пластичном коллекторе. Там же, № 10, 1970 г., с. 71–74.
- [319] *Исаев Р. Г.* Некоторые особенности фильтрации в неупругих пористых средах. Там же, № 11, 1970 г., с. 69–73.
- [320] *Исаев Р. Г.* К учету наиболее характерных особенностей пласта и флюида в процессах фильтрации в глубоководных продуктивных пластах с новыми реологическими свойствами. Там же, № 1, 1973 г., с. 69–72.
- [321] *Исаев Р. Г.* Об учете влияния сил инерции при нестационарной фильтрации в трещиноватых глубинных пластах с наследственностью проницаемости. Там же, № 11, 1976 г., с. 44–48.
- [322] *Исаков Г. В.* О деформациях нефтяных коллекторов «Нефтяное Хозяйство», № 11, с. 17–24, 1948 г.
- [323] *Йотов И. Г.* Определение гидрогеологических параметров слабопроницаемых слоев сложной системы. «Доклады Болгарской академии наук», т. 30, № 10, 1977 г., с. 1459–1462.
- [324] *Йотов И. Г.* Метод определения фильтрационных параметров водоносных горизонтов операционным способом. «Доклады Болгарской академии наук», т. 24, № 5, 1971 г., с. 653–655.
- [325] *Казарина Е. С.* Решение нестационарной задачи притока жидкости к гидродинамически несовершенной круговой галерее в анизотропном пласте. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 12, 1971 г., Баку, с. 63–67.
- [326] *Казарина Е. С.* Решение стационарной задачи притока жидкости к гидродинамически несовершенным стокам. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 5, Баку, 1972 г., с. 68–72.
- [327] *Казарина Е. С.* О притоке жидкости к гидродинамически несовершенной прямолинейной галерее в анизотропном пласте. «Труды Моск. инст-та нефтехимич. и газовой промышленности», Вып. 94, Москва, 1972 г., с. 118–121.
- [328] *Казарина Е. С.* О нестационарном притоке жидкости к линейному и точечному стокам в анизотропном пласте. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 7, Баку, 1976 г., с. 64–68.
- [329] *Камбаров Г. С.* Движение упругой жидкости в упругом пласте при переменной проницаемости и переменной мощности. «Инженерный журнал», Издание АН СССР, № 2, 1961 г., Москва, с. 154–156.

- [330] Камбаров Г. С. Приближенное решение уравнения движения сжимаемости жидкости в упругом неоднородном пласте. «Известия Акад. наук Азерб. ССР», № 5, 1962 г., Сер. физ. мат. и техн. наук, Баку, с. 107–117.
- [331] Камбаров Г. С. Движение упругой жидкости в неоднородном пласте. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 9, 1963 г., с. 25–27.
- [332] Камбаров Г. С. Вопросы движения упругой жидкости в упругом пласте при переменных проницаемости и мощности. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», вып. XV, 1965 г., Баку, с. 57–70.
- [333] Камбаров Г. С. Приток упругой жидкости к круговой батарее скважин с заданными забойными давлениями. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 2, 1968, Баку, с. 25–27.
- [334] Каменецкий С. Г. Неустановившаяся фильтрация жидкости в пласте переменной мощности. «Труды ВНИИ», вып. XIX, «Разработка нефтяных месторождений и подземная гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1959 г., с. 58–64.
- [335] Каменецкий С. Г. Две задачи теории фильтрации упругой жидкости в упругой пористой среде. «Труды ВНИИ», вып. XIX, «Разработка нефтяных месторождений и подземная гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1959 г., с. 134–145.
- [336] Каменецкий С. Г., Борисов Ю. П. К вопросу определения основных гидродинамических параметров в пластах, расчлененных на отдельные пропластки. Труды ВНИИ XIX, Гостоптехиздат, 1959 г., с. 164–173.
- [337] Каменецкий С. Г. Определение фильтрационных параметров методом восстановления давления в случае, если пласт разбит на отдельные пропластки. Научно-технический сборник по добыче нефти, ВНИИ, вып. 14, Гостоптехиздат, 1961 г., с. 46–50.
- [338] Каменецкий С. Г. Оценка неоднородностей пласта по кривым восстановления давления. Научно-технический сборник. Добыча нефти, ВНИИ, № 15, 1961 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 72–77.
- [339] Каменецкий С. Г. Вычисление интеграла Лапласа при обработке данных исследования скважин. «Научно-технич. сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 26, 1965 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 28–31.
- [340] Каменецкий С. Г. Неустановившаяся фильтрация жидкости в пласте переменной мощности. Труды ВНИИ, «Разработка нефтяных месторождений и гидродинамика пласта», Москва, Издательство «Недра», с. 58–64.
- [341] Каменецкий С. Г., Кузьмин В. М., Степанов В. П. Нефтепромысловые исследования пластов. Гостоптехиздат, Москва, 222 с.
- [342] Каменецкий Г. Н., Климентов П. П., Овчинников А. М. Гидрогеология месторождений полезных ископаемых. Гос. изд-во геологич. литератур». Москва, 1953 г., 355 с.
- [343] Кампе де Ферье Ж., Кемпбелл Р., Петъо Г., Фогель Т. Функции математической физики. Государственное издательство физико-математической литературы, Москва, 1963 г., 102 с.
- [344] Капцанов Б. С., Кульчицкий Л. Г., Симонова Г. М. Исследование точности определения фильтрационных и геометрических параметров пласта по кривым восстановления давления в скважинах. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 8, 1986 г., Баку, с. 14–17.
- [345] Капцанов Б. С., Фогельсон В. В. Обработка гидродинамических исследований скважин методом детерминированных моментов. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 7, 1987 г., Баку, с. 38–40.

- [346] *Карачинский В. Е.* О нестационарной квазиодномерной фильтрации в неоднородном пласте. Известия Акад. Наук СССР, «Механика жидкости и газа», № 3, 1971 г., с. 139–147.
- [347] *Карплос У.* Моделирующие устройства для решения задач теории поля. Издательство «Иностранная литература», Москва, 1962 г., 471 с.
- [348] *Карпов К. А., Разумовский С. И.* Таблицы интегрального логарифма. Москва, Издательство Академии Наук СССР, 1956 г., 319 с.
- [349] *Карпычева З. Ф.* Вывод рекуррентной формулы для новых трансцендентных функций, используемых при решении основных задач теории упругого режима. Известия Высших учебных заведений «Нефть и Газ», г. Баку, 1967 г., № 2, с. 81–83.
- [350] *Карпычева З. Ф.* Исследование работы круговой полосы стоков в условиях упругого режима. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 9, 1969 г., Баку, с. 61–64.
- [351] *Карпычева З. Ф.* Вывод рекуррентной формулы для характеристических функций с отрицательным индексом, используемых при решении основных задач теории упругого режима. Сборник «Подземная Гидродинамика», Москва, Издательство «Недра», 1971 г., с. 39–40.
- [352] *Карпычева З. Ф.* Исследование работы круговой галереи с переменным дебитом в ограниченном пласте в условиях упругого режима. Сборник «Подземная Гидродинамика», Москва, Издательство «Недра», 1971 г., с. 41–46.
- [353] *Карпычева З. Ф.* О свойствах некоторых функций, связанных с характеристическими функциями плоско-радиального потока. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 6, 1971 г., Баку, с. 69–72.
- [354] *Карпычева З. Ф.* Об одном свойстве простых решений дифференциального уравнения нестационарных одномерных фильтрационных потоков. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 8, 1971 г., с. 41–44.
- [355] *Карпычева З. Ф.* Об одном свойстве интегро-экспоненциальной функции и кратных интегралов от нее. «Известия вузов», «Математика», № 1, 1972 г., с. 33–41.
- [356] *Карпычева З. Ф.* О представлении кратных интегралов, используемых для построения характеристических функций. Сборник трудов Московского института нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина, вып. 94, «Упругий режим фильтрации и термодинамика пласта», Издательство «Недра», Москва, 1972 г., с. 94–99.
- [357] *Карпычева З. Ф.* Функции расходов и некоторые их свойства. Сборник трудов Московского института нефтехимической и газовой промышленности имени И. М. Губкина. Упругий режим фильтрации и термодинамика пласта. Вып. 94. Издательство «Недра», Москва, 1972 г., с. 99–103.
- [358] *Карпычева З. Ф.* Некоторые свойства характеристических функций прямолинейно-параллельного потока. Сборник трудов Московского института нефтехимической и газовой промышленности имени И. М. Губкина. Вып. 94, «Упругий режим фильтрации и термодинамика пласта». Издательство «Недра», Москва, 1972 г., с. 104–107.
- [359] *Карпычева З. Ф.* О связях автомодельных задач теории упругого режима и характеристических функций. «Известия Акад. Наук СССР», «Механика жидкости и газа», № 1, Москва, 1973 г., с. 152–155.
- [360] *Карпычева З. Ф., Харин О. Н.* Упрощение гидродинамических расчетов пластового давления в ограниченном двухслойном пласте. Труды МИНХиГП, вып. 143, 1973 г., с. 62–68.

- [361] *Карпычева З. Ф., Харин О. Н.* Исследование нестационарной фильтрации к несовершенной галерее и скважине. Труды МИНХиГП, вып. 143, 1973 г., с. 68–76.
- [362] *Карпычева З. Ф.* Обобщение нестационарной задачи, связанной с прямолинейной полосой стоков. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 5, 1974 г., Баку, с. 63–66.
- [363] *Карпычева З. Ф.* К решению некоторых неавтомодельных задач теории упругого режима. «Известия вузов», «Нефть и Газ» № 7, 1975 г., Баку, с. 56–60.
- [364] *Карпычева З. Ф.* К вопросу о построении автомодельных решений уравнения пьезопроводности. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 8, 1975 г., Баку, с. 47–51.
- [365] *Карслоу Х. С.* Теория теплопроводности. «ОГИЗ», Москва — Ленинград, 1947 г., 288 с.
- [366] *Карслоу Х., Егер Д.* Операционные методы в прикладной математике, 1948 г., Государственное издательство иностранной литературы, Москва, 291 с.
- [367] *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. «Наука», Москва, 1964 г., 487 с. (Перевод со II англ. издания).
- [368] *Карцев А. А.* Гидрогеология нефтяных и газовых месторождений. Изд. II, «Недра», Москва, 1972 г., 280 с.
- [369] *Ким В. Ю.* К задаче о неустановившейся фильтрации жидкости в пласте переменной мощности. «Известия Акад. Наук СССР, ОТН, Энергетика и автоматика», № 1, 1959 г., с. 104–107.
- [370] *Керимов Ю. Г.* Приток жидкости к круговой батарее наклонных скважин с постоянными забойными давлениями в слоевом пласте при упругом режиме. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 4, 1970, Баку, с. 31–33.
- [371] *Ким В. Ю.* О неустановившейся фильтрации жидкости в пласте переменной мощности. «Известия Академии Наук СССР», «Энергетика и автоматика», № 1, 1959 г., с. 104–107.
- [372] *Ким В. Ю.* Об одном интегральном методе в теории нестационарной фильтрации жидкости в пористой среде. «Инженерный сборник», Изд. института механики Акад. Наук ССР, том XXX, 1960 г., с. 126–130.
- [373] *Ким В. Ю.* Приближенное решение некоторых задач о неустановившейся фильтрации жидкости при упругом режиме. Известия АН СССР, ОТН, серия «Механика и Машиностроение», вып. 2, 1960 г., с. 153–158.
- [374] *Ким В. Ю.* О приближенном решении задачи неустановившейся фильтрации жидкости к скважине с заданным забойным давлением. «Известия Акад. Наук СССР», отдел технич. наук, «Механика и Машиностроение», № 5, 1961 г., с. 174–177.
- [375] *Ким В. Ю.* Приближенный метод расчета скважины с заданным забойным давлением при упругом режиме. «Нефтяное Хозяйство», № 2, Москва, 1961 г., с. 41–45.
- [376] *Ким В. Ю.* Методика подсчета накопленной добычи при известном забойном давлении. «Нефтяное Хозяйство», № 5, Москва, 1962 г., с. 42–45.
- [377] *Ким В. Ю.* Влияние неоднородности призабойной зоны на дебит скважины при упруго-водонапорном режиме. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 6, 1963 г., Баку, с. 49–55.
- [378] *Ким В. Ю.* Интерференция скважин при упругом режиме фильтрации жидкости при заданных забойных давлениях. «Инженерный журнал», том III, вып. 1, Изд. Акад. Наук СССР, 1963 г., с. 63–70.

- [379] *Климентов П. П.* Методика гидрогеологических исследований. Госуд. н.-т. издательство литературы по геологии и охране недр, Москва, 1961 г., 390 с.
- [380] *Климентов П. П., Пыхачев Г. Б.* Динамика подземных вод. Гос. н.-т. издательство литературы по горному делу, Москва, 1961 г., 515 с.
- [381] *Климентов П. П., Коченов В. М.* Динамика подземных вод. Изд-во «Высшая школа», Москва, 1973 г., 440с.
- [382] Климентов П. П., Богданов Г. Я. Общая гидрогеология. Изд-во «Недра», Москва, 1977 г., 357 с.
- [383] Коган Л. Г. Счетная линейка для гидродинамических расчетов. ЦНИИТЭнефть, Москва, 1956 г.
- [384] Коган Л. Г. Гидродинамические расчеты упругого режима при проектировании разработки нефтяных месторождений. Труды ВНИИ, вып. XII, Госуд. издательство нефтяной и горнотопливной литературы, г. Ленинград, 1958, с. 292–313.
- [385] *Коган Л. Г.* О гидродинамических расчетах пластов, работающих в упруго-водонапорном режиме, по формулам водонапорного и упругого режимов. Там же, с. 314–322.
- [386] *Коллинз Р. Е.* Определение расхода фильтрующейся жидкости в любом сечении пласта при откачке из скважин в условиях упругого режима. Сборник статей «Вопросы гидрогеологических расчетов». Издательство «Мир», Москва, 1964 г., с. 107–121.
- [387] *Коллинз Р.* Течение жидкостей через пористые материалы. Изд-во «Мир», Москва, 1964 г., 350 с.
- [388] *Коловская А. К.* Закон изменения количества движения фильтрационного потока и основные динамические уравнения теории фильтрации. «Нефть и Газ», № 8, 1965 г., с. 75–79.
- [389] *Комри Л. Дж.* Шестизначные математические таблицы Чемберса, Издательство «Наука», 1964 г., Москва, 574 с.
- [390] *Корнильцев Ю. А., Мазитов Т. Г., Молокович Ю. М.* Электрическое моделирование одномерных нестационарных задач нелинейной фильтрации. Сборник «Фильтрация аномальных жидкостей и задачи оптимизации». Издание Казанского университета, 1973 г., с. 59–66.
- [391] *Корнильцев Ю. А., Молокович Ю. М.* Электромоделирование плоскорадиальных задач фильтрации неньютоновских жидкостей. Сборник «Проблемы рациональной разработки нефтяных месторождений», Издание Казанского Университета, 1974 г., с. 44–50.
- [392] *Котлягов Ф. И., Муравьев И. М.* Анализ гидродинамического исследования скважин методом прослеживания уровня. «Труды Академии Нефтяной промышленности». Вып. III, Москва, Гостоптехиздат, 1956 г., с. 148–162.
- [393] *Котлягов Ф. И.* Основы физики нефтяного пласта. Гостоптехиздат, Москва, 1956 г., 363 с.
- [394] *Кочин Н. Е., Розе Н. В.* Теоретическая гидромеханика. Часть I, ГОНТИ, Ленинград — Москва, 1938 г., 324 с.
- [395] *Кочина П. Я.* О неустановившихся движениях грунтовых вод при фильтрации из водохранилищ. «Прикладная Математика и Механика», том XIII, 1949 г., с. 187–206.
- [396] *Кочина И. Н.* и др. Определение параметров полосообразных пластов по кривым восстановления давления. Сборник «Нефтепромысловое дело», № 3, Изд-во ВНИИОЭНГ, Москва, 1970 г., с. 16–19.

- [397] *Кочина И. Н.* и др. Определение параметров полосообразных пластов. Сборник «Нефтепромысловое дело», № 6, Изд-во ВНИИОЭНГ, Москва, 1971 г., с. 18–22.
- [398] *Кратцер А., Франц В.* Трансцендентные функции. Издательство Иностранной Литературы. Москва, 1963 г., 466 с.
- [399] *Кристеа Н.* Подземная гидравлика. Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., том I, 343 с.; 1962 г., том II, 466 с.
- [400] *Крылов А. Н.* О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики, имеющих приложение в технических вопросах, издание третье. Ленинград, Издательство Академии Наук СССР, 1933 г., 472 с.
- [401] *Крылов А. П., Баренблатт Г. И.* Об упруго-пластическом режиме нефтяного пласта. «Труды IV Международного Конгресса в Риме», том III, с. 253–260, Гостоптехиздат, 1956 г.
- [402] *Крыницкий В. Г.* К оценке методов определения параметров пласта по кривым прослеживания давления в реагирующих скважинах. Нефтяное Хозяйство, 1965 г., № 1, с. 42–46.
- [403] *Куванышев У. П.* Определение распределения давления в пластах различных форм при упругом режиме фильтрации. Теоретические и экспериментальные вопросы рациональной разработки нефтяных месторождений. Изд-во Казанского Университета, 1969 г., с. 231–239.
- [404] *Куделин Б. И.* Об упругом запасе вод артезианских пластов. «Гидрогеология и Инженерная Геология», № 10, Москва, 1958 г., с. 40–44.
- [405] *Куделин Б. И.* Принципы региональной оценки естественных ресурсов подземных вод. Из-во Моск. Университета, 1960 г., 344 с.
- [406] *Кудрявцев Л. Д.* Мысли о современной математике и ее изучении. «Наука», Москва, 1977 г., 112 с.
- [407] *Кузнецов Д. С.* Специальные функции. Издательство «Высшая Школа», Москва, 1962 г., 248 с.
- [408] *Кузьмин Р. О.* Бесселевы функции, ОНТИ, Издание второе, Ленинград — Москва, 1935 г., 244 с.
- [409] *Кузьмин В. М., Степанов В. П.* Определение параметров совместно разрабатываемых пластов. «Научно-технический сборник по добыче нефти». ВНИИ, № 36, 1969 г., с. 122–125.
- [410] *Кузьмичев Д. Н., Богов М. С.* Модель сжимаемости элемента горной породы. «Нефтяное Хозяйство», № 8, 1993 г., с. 34–37.
- [411] *Кульпин Л. Г.* Определение расстояний до границ клинообразных пластов по кривым изменения давления в скважинах. «Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений», сборник № 3, с. 25–33. Издание МинГазПром СССР, Москва, 1970 г.
- [412] *Кульпин Л. Г.* Определение параметров пластов, экранированных двумя пересекающимися границами, по кривым восстановления давления. Сборник ВНИИ по добыче нефти № 40, издательство «Недра», 1971 г., с. 142–152.
- [413] *Кульпин Л. Г.* Методы определения расстояния до прямолинейного сброса в пласте по кривым восстановления давления. «Нефтяное Хозяйство», № 6, Москва 1971 г., с. 41–43.
- [414] *Кульпин Л. Г., Мясников Ю. А.* Определение параметров пластов, осложненных пересекающимися границами, по кривым гидропрослушивания. «Нефтепромысловое Дело», № 12, Москва, Изд-во ВНИИОЭНГ, 1972 г., с. 13–15.

- [415] *Кульпин Л. Г.* Определение параметров пластов осложненных границами конечной длины, по кривым восстановления давления. «Газовая Промышленность», № 6, Москва, 1973 г., с. 11–15.
- [416] *Кульпин Л. Г., Мясников Ю. И.* Гидродинамические методы исследования нефтегазоводоносных пластов. Издательство «Недра», Москва, 1974 г., 200 с.
- [417] *Кундин А. С.* Использование характеристических функций плоскорадиального потока для обработки кривых восстановления давления, «Нефтяное Хозяйство», № 10, 1970 г., с. 43–46.
- [418] *Кундин А. С.* Определение параметров пласта по кривым восстановления давления и падения дебита. «Нефтяное Хозяйство», № 11, 1973 г., с. 36–38.
- [419] *Кундин А. С.* Влияние продолжающегося притока в скважину на точность определения параметров пласта. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 3, 1975 г., Баку, с. 41–44.
- [420] *Кусаков М. М., Гудож Н. С.* Влияние внешнего давления на фильтрационные свойства нефтесодержащих пород. «Нефтяное Хозяйство», № 6, 1958 г., с. 40–47.
- [421] *Лаверентьев М. А., Шабат Б. В.* Методы теории функций комплексного переменного. Государственное издательство технико-теоретической литературы. Москва — Ленинград, 1951 г., 606 с.
- [422] *Ламб Г.* Гидродинамика. ОГИЗ, Москва — Ленинград, 1947 г., 928 с.
- [423] *Ланге О. К., Плотицков Н. И.* Научное содержание современной гидрогеологии. Издательство Моск. Университета, 1980 г., 95 с.
- [424] *Ландрум Б. Л., Фланаган Д. А., Норвуд Б., Крофорд П. Б.* Новая экспериментальная модель для изучения нестационарных явлений. Сборник статей «Вопросы гидрогеологических расчетов». Издательство «Мир», Москва, 1964 г., с. 173–179.
- [425] *Ланук Б. Б.* Приближенное решение задач о неустановившейся фильтрации по закону Дарси. «Доклады Академии Наук СССР», том LVIII (1), 1947 г., с. 33–36.
- [426] *Ланук Б. Б.* Теоретические основы разработки месторождений природных газов. Государственное издательство нефтяной и горно-топливной литературы, Москва, 1948 г., 296 с.
- [427] *Лебедев С. А., Абдуллин Ф. С., Люшин С. Ф.* Исследование нагнетательных скважин. Гостоптехиздат, Москва, 1956 г., 58 с.
- [428] *Лебедев Н. Н.* Специальные функции и их приложения. Госуд. издательство физико-математической литературы. Москва — Ленинград, 1963 г., 358 с.
- [429] *Лебединец Н. П., Майдебор В. Н., Постаиш М. Ф., Человская Г. Ю.* Использование кривых восстановления пластового давления для изучения трещинных коллекторов. Труды ГрозНИИ, вып. XIII, 1962 г., Гостоптехиздат, с. 132–136.
- [430] *Левашкевич В. Г.* Нелинейные эффекты при фильтрации жидкости в пористой среде. Институт геохимии и геофизики Акад. Наук ВССР, «Наука и Техника», Минск, 1987 г., 102 с.
- [431] *Лейбензон Л. С.* Нефтепромысловая механика, ч. II, Подземная гидравлика воды, нефти и газа, «ОНТИ», Москва, 1934 г., 352 с. Перепечатано во II томе «Собрания трудов», Изд. АН СССР, 1953 г., с. 163–478.
- [432] *Лейбензон Л. С.* Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. ОГИЗ, Москва — Ленинград, 1947 г., 244 с.
- [433] *Лейбензон Л. С.* О режиме нефтяных скважин и подсчете запасов нефтяных месторождений. Собрание трудов, том II, Издательство Акад. Наук СССР,

- Москва, 1953 г., с. 9–23. (Впервые напечатано в журн. «Нефтяное и Сланцевое Хозяйство», № 3–5, 1923 г.)
- [434] *Лейбензон Л. С.* Движение газа в пористой среде. Собрание трудов, том II, Издательство Акад. Наук СССР, Москва, 1953 г., с. 126–138. (Впервые напечатано в журнале «Нефтяное и Сланцевое Хозяйство», № 10, 1929 г., и «Нефтяное Хозяйство» № 8–9, 1930 г.)
- [435] *Лейбензон Л. С.* Подземная гидрогазодинамика — статья первая. Сборник трудов, том II, Издательство Акад. Наук СССР, Москва, 1953 г., с. 523–531. (Впервые напечатано в «Юбилейном Сборнике», Москва, АН СССР, 1947 г.)
- [436] *Лейбензон Л. С.* Подземная гидрогазодинамика — статья вторая. Сборник трудов, том II, Издательство Акад. Наук СССР, Москва, 1953 г., с. 532–538. (Впервые напечатано там же в 1947 г.)
- [437] *Лещий Н. П.* Влияние горного давления на проницаемость пород Долинского месторождения. «Нефтепромысловое Дело», № 2, Изд. ГосИНТИ, Москва, 1962 г., с. 27–29.
- [438] *Ливийцев П. Н.* Прослушивание пластов, насыщенных углеводородным газом, при аварийном фонтанировании. «Нефтяное Хозяйство», № 10, 1970 г., с. 46–49.
- [439] *Лисютин А. Я.* Определение коэффициента пьезопроводности методом восстановления уровня. «Нефтяное Хозяйство», № 2, с. 15–16, 1949 г.
- [440] *Ли Юн-шан.* Определение параметров пласта по наблюдениям за изменением забойного давления с учетом притока жидкости в скважину после ее остановки. «Известия высших учебных заведений», «Нефть и Газ», № 5, 1960 г., Баку, с. 63–69.
- [441] *Ли Юн-шан.* Сравнение некоторых формул исследования скважин с учетом притока жидкости после ее остановки. «Известия вузов». «Нефть и Газ», № 7, 1960 г., Баку, с. 43–46.
- [442] *Ли Юн-шан.* Метод определения коэффициента пьезопроводности пласта по точке максимального изменения пластового давления в реагирующей скважине. Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности. Выпуск 33, «Подземная гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., с. 240–251.
- [443] *Ли Юн-шан.* Метод расчета забойного и пластового давления и определения параметров пласта при упругом режиме фильтрации в случае переменного дебита скважины. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 5, 1961 г., с. 30–32.
- [444] *Ли Юн-Шан, Щербатов Г. В.* Об определении параметров пласта по данным исследования скважин на приток при помощи испытателя — пробоотборника. «Научно-технич. сборник Добыча нефти», ВНИИ, № 15, 1961 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 77–79.
- [445] *Лойцянский Л. Г.* Некоторые основные закономерности изотропного турбулентного потока. «Труды ЦАГИ», вып. 440, Москва, 1939 г., 24 с.
- [446] *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. Издательство «Наука», Москва, 1970 г., 900 с.
- [447] *Лузин Н. Н.* Дифференциальное исчисление. 1946 г., 451 с.
- [448] *Лурье А. И.* Операционное исчисление. Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950 г., Москва — Ленинград, 452 с.
- [449] *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. Издательство «Высшая Школа», Москва 1967 г., 599 с.

- [450] Люстерник Л. А., Акушский И. А., Диткин В. А. Таблицы Бесселевых функций. Гостехиздат, Москва — Ленинград, 1949 г., 430 с.
- [451] Майдебор В. Н. Простейшие случаи одномерного движения упругой однородной жидкости в упругом неоднородном по проницаемости пласте. «Труды ГрозНИИ», вып. III, Гос. н.-т. издательство нефтяной и горно-топливной литературы, 1959 г., с. 184–205 г.
- [452] Майдебор В. Н. Особенности разработки нефтяных месторождений с трещиноватыми коллекторами, Москва, «Недра», 1980 г., 288 с.
- [453] Максимов В. А. О влиянии неоднородностей на определение параметров нефтеносного пласта по данным нестационарного притока жидкости к скважинам. «Известия Академии Наук СССР», Отделение технических наук, «Механика и Машиностроение», № 3, 1959 г., с. 168–171.
- [454] Мамуна В. Н., Хазнаферов А. И. Исследование глубинных проб нефти месторождения с высокой пластовой температурой. «Труды ВНИИ», вып. VIII, Гостоптехиздат, 1956 г., с. 379–391.
- [455] Мамуна В. Н., Уляничский Б. В. Об исследовании пластовых нефтей. «Нефтяное хозяйство», № 12, 1956 г., с. 31–35.
- [456] Мамуна В. Н. К расчету сжимаемости пластовой воды. Труды ВНИИ, вып. XV, Гос. изд-во нефтяной и горно-топливной литературы, Москва, 1959 г., с. 211–218.
- [457] Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. Москва — Ленинград, Гостоптехиздат, 1949 г., 628 с.
- [458] Маскет М. Физические основы технологии добычи нефти. Москва — Ленинград, Гостоптехиздат, 1953 г., 606 с.
- [459] Матвеевко Т. И. О неустановившейся фильтрации в одном и двух пластах. Известия АН СССР, ОТН, № 6, 1957 г., с. 127–129.
- [460] Меладзе О. Б. О решении одного трансцендентного уравнения на машине «Урал 2''». «Труды Грузинского политехнического института», № 4(109), 1966 г., с. 223–226.
- [461] Мелик Асланов Л. С., Черномордигов М. З. К вопросу обработки данных исследования скважин методом неустановившихся отборов. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 5–6, 1937 г., с. 21–23.
- [462] Меликов В. С. Анализ забойного давления нефтяных скважин. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 5–6, 1937 г., с. 32–36.
- [463] Миллер Дж. Ч. П. Таблицы функций Вебера (функций параболического цилиндра). Библиотека математических таблиц, вып. 45, Издательство ВЦ АН СССР, Москва, 1968 г., 143 с.
- [464] Миллионщиков М. Д. Вырождение однородной изотропной турбулентности в вязкой несжимаемой жидкости. Доклады АН СССР, том 22, № 5, Москва, 1939 г., с. 236–240.
- [465] Милн-Томсон. Теоретическая гидромеханика. «Мир», Москва, 1964 г., 665 с.
- [466] Мирзаджанзаде А. Х. Об одном приближенном способе решения задач о фильтрации сжимаемой и несжимаемой жидкости в пористой среде. «Доклады Академии Наук Азерб. ССР», том XIII, № 6, 1957 г., с. 613–616.
- [467] Мирзаджанзаде А. Х. Вопросы гидродинамики вязко-пластичных и вязких жидкостей в нефтедобыче. Баку, Азнефтеиздат, 1959 г., 409 с.
- [468] Мирзаджанзаде А. Х., Гусейн-Заде М. А. Решение задач нефтепромысловой механики. Издательство «Недра», Москва, 1971 г., 199 с.

- [469] *Мирзаджанзаде А. Х., Ковалев А. Г., Зайцев Ю. В.* Особенности эксплуатации месторождений аномальных нефтей. «Недра», Москва, 1972 г., 200 с.
- [470] *Мироненко В. А., Шестаков В. М.* Основы гидромеханики. Издательство «Недра», Москва, 1974 г., 295 с.
- [471] *Михайлов Г. К., Николаевский В. Н.* Движение жидкостей и газов в пористых средах. «Механика в СССР за 50 лет», Москва, 1970 г., Изд. Акад. Наук СССР, с. 585–648.
- [472] *Моллов Д.* Подпор грунтовых вод при сложных гидрогеологических условиях. «Известия на Геологический институт». Серия «Инженерная Геология и Гидрогеология», кн. XVI, 1967 г., г. София, с. 37–44.
- [473] *Молокович Ю. М., Шкуро А. С.* Использование волн давления для определения границы раздела двух сред, имеющих различные коэффициенты пьезопроводности. Сборник статей «Вопросы усовершенствования разработки нефтяных месторождений». Татарское издательство. Казанский Унив-т, Казань, 1962 г., с. 39–46.
- [474] *Молокович Ю. М., Скворцов Э. В.* Одномерная фильтрация сжимаемой вязкопластичной жидкости. Издательство Казанского Госуд. Университета, 1971 г., 63 с.
- [475] *Молокович Ю. М.* Обзор работ по нелинейным задачам подземной гидромеханики, выполненных в Казанском Университете. Сборник «Теоретические и экспериментальные проблемы рациональной разработки нефтяных месторождений», ч. II, Издательство Казанского Госуд. Университета, 1972 г., с. 6–8.
- [476] *Молокович Ю. М.* К теории линейной фильтрации с учетом релаксационных эффектов. «Известия вузов», «Математика», № 5, 1977 г., с. 66–73.
- [477] *Молокович Ю. М., Непримеров Н. Н., Пикуза В. И., Штацин А. В.* Релаксационная фильтрация. Издательство Казанского Университета. 1980 г., 136 с.
- [478] *Молокович Ю. М.* К учету запаздывания при пьезометрии пластов периодическими возмущениями. Сборник «Задачи подземной гидромеханики и рациональной разработки нефтяных месторождений». Казань, Изд-во Казанск. Гос. университета, 1981 г., с. 48–61.
- [479] *Молокович Ю. М., Остов П. П.* Основы теории релаксационной фильтрации. Изд-во Казанского университета, 1987 г., 114 с.
- [480] *Муравьев И. М.* и др. К анализу методов обработки кривых изменения давления в нефтяных скважинах. «Нефтяное Хозяйство», № 3, 1961 г., Москва, с. 35–40.
- [481] *Мясников Ю. А.* Обработка данных гидропрослушивания ограниченных упруго-нефтеносных пластов при переменном дебите скважины методом наилучшего совмещения. Тезисы доклада на XI научно-технич. семинаре по гидродинамическим исследованиям нефтяных месторождений. Москва, ОНТИ, 1972 г., с. 78–80.
- [482] *Надарейшвили А. В.* О причинах периодического самопроизвольного фонтанирования скважин при высокому газовому факторе. Труды Грузинского политехнического института. № 6(104), Тбилиси, 1965 г., с. 109–115.
- [483] *Назаров С. Н.* Влияние темпов отбора на суммарную добычу жидкости из пласта при его разработке в условиях упруго-водонапорного режима. «Труды Московского нефтяного института», вып. 14. Гостоптехиздат, 1955 г., с. 224–230.
- [484] *Назаров С. Н.* Методика определения проницаемости нефтяных коллекторов. «Нефтяное Хозяйство», № 1, с. 46–52, 1955 г., г. Москва.

- [485] *Назаров С. Н.* Освоение нефтяных и газовых месторождений в условиях аномально высоких пластовых давлений. «Известия Акад. Наук Узбекской ССР», серия технич. наук. «Горное дело и металлургия», № 6, 1966 г., г. Тбилиси, с. 60–64.
- [486] *Назаретов М. Б.* К методике расчета изменений пластового давления. «Нефтяное хозяйство», № 2, 1953 г., Москва, с. 11–18.
- [487] *Назаров С. Н.* Последствия взаимодействия месторождений, приуроченных к единой пластовой водонапорной системе. «Известия вузов; Нефть и Газ», № 1, 1968 г., Баку, с. 39–42.
- [488] *Наказная Л. Г.* К вопросу о движении однородной сжимаемой жидкости в деформируемом трещинном пласте. Труды Моск. института нефтехимической и газовой промышленности, выпуск 66, Издательство «Недра», Москва, 1967 г., с. 153–155.
- [489] *Наказная Л. Г.* Фильтрация жидкости и газа в трещиноватых коллекторах. Издательство «Недра», Москва, 1972 г., 184 с.
- [490] *Насруллаев И. А., Керимов Ю. Г.* Влияние изменения дебита скважины на перепад давления в полубесконечном упругом пласте. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 12, 1969, Баку, с. 27–28.
- [491] *Насруллаев И. А.* Взаимодействия скважин с заданными забойными давлениями в кусочно-однородном пласте при упругом режиме. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 6, 1970, Баку, с. 21–23.
- [492] *Насруллаев И. А.* Приток упругой жидкости к прямолинейной цепочке скважин с заданными забойными давлениями при наличии контура питания. Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти, вып. XXIII, 1972 г., Баку, с. 314–319.
- [493] *Насыров Р. М.* Об одном методе восстановления функции давления в неоднородной пористой среде. «Известия высших учебных заведений», Математика 1(2), 1958 г., Казань, с. 114–123.
- [494] *Непримеров Н. Н., Шарагин А. Г.* Особенности внутриконтурной выработки нефтяных пластов. Издательство Казанского университета, Казань, 1961 г., 214 с.
- [495] *Непримеров Н. Н., Молокович Ю. М., Штанин А. В.* Особенности гидродинамических методов определения фильтрационных характеристик продуктивных горизонтов. «Нефтяное Хозяйство», 1977 г., № 8, с. 45–50.
- [496] *Непримеров Н. Н.* Трехмерный анализ нефтеотдачи охлажденных пластов. Издательство Казанского университета, Казань, 1978 г., 216 с.
- [497] *Нигматуллин Р. И.* Динамика многофазных сред. Ч. I, 456 с.; ч. II, 348 с. Изд. Наука, Москва.
- [498] *Николаевский В. Н.* Измерение пластового давления пьезометрической скважиной. Известия Акад. Наук СССР, ОТН, «Энергетика и автоматика», № 1, 1959, с. 112–113.
- [499] *Николаевский В. Н.* К построению нелинейной теории упругого режима фильтрации жидкости и газа. Журнал «Прикладная математика и техническая физика», № 1, 1963 г.; № 4, 1962 г.; с. 67–76; Москва, издательство АН СССР.
- [500] *Николаевский В. Н.* Об основных уравнениях динамики насыщенных жидкостью упругих пористых сред. Ежегодник ВНИИ, «Добыча Нефти». Издательство «Недра», 1964 г., с. 40–60.
- [501] *Николаевский В. Н., Горбунов А. Т.* О нелинейной теории упругого режима фильтрации «Добыча Нефти», Ежегодник, Москва, «Недра», 1964 г., с. 73–95.

- [502] *Николаевский Н. М.* К теории неупругих деформаций пористых сред. В книге «Теория и практика добычи нефти», Москва, «Недра», 1964 г., с. 75–86.
- [503] *Николаевский В. Н.* К изучению нелокальных эффектов при упругом режиме фильтрации в глубинных пластах. «Прикладная математика и техническая физика», № 4, 1968 г., с. 35–38.
- [504] *Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А.* Механика насыщенных пористых сред. «Недра», Москва, 1970 г., 335 с.
- [505] *Николаевский В. Н.* Механика пористых и трещиноватых сред. Москва, «Недра», 1984 г., 232 с.
- [506] *Носова Л. Н.* Таблицы функций Томсона и их первых производных. «Издательство Академии Наук СССР», Москва, 1960 г., 443 с.
- [507] *Нурсин М. Т.* О некоторых вопросах разработки нефтяных месторождений. Сборник статей: «Вопросы усовершенствования разработки нефтяных месторождений Татарии». Издательство Казанского университета, Казань, 1962 г., с. 3–6.
- [508] *Нумеров С. Н.* О неустановившейся фильтрации в полосообразном пласте к прямолинейной цепочке совершенных скважин. «Известия Академии Наук СССР», Отделение технических наук, № 1, 1958 г., с. 79–85.
- [509] *Нумеров С. Н.* Об интерференции несовершенных скважин при упругом режиме фильтрации. «Известия АН СССР», ОТН, Энергетика и Автоматика, № 1, 1959 г., с. 114–115.
- [510] *Овчинников А. М.* Водонапорные системы земной коры. «Известия вузов», «Геология и разведка», № 8, 1961 г., с. 63–74.
- [511] *Оркин К. Г., Кучинский П. К.* Физика нефтяного пласта. Госгостехиздат, Москва, 1955 г., 299 с.
- [512] *Орванцу Т., Сильвянцу Э.* О повышении давления в скважине после ее закрытия. «Revue de Mécanique Appliquée», tome V, № 2, 1960 г., с. 215–227.
- [513] *Орфаниди К. Ф.* Закономерность изменения пластового давления в недрах земли. «Доклады Акад. Наук СССР», том 248, № 3, 1979 г., с. 692–694.
- [514] *Осипова Л. Н.* Таблицы вырожденной гипергеометрической функции второго рода. Изд. ВЦ АН СССР, Москва, 1972 г., 210 с.
- [515] *Павловская Л. Н.* Фильтрационные расчеты водопонижительных установок в строительных котлованах гидротехнических сооружений. Известия ВНИИГ им. Веденеева, том 64, 1960 г., с. 191–213.
- [516] *Павловская Л. Н., Шестаков В. М.* Методические указания по фильтрационным расчетам водопонижения в гидротехническом строительстве. Госэнергоиздат, 1961, 124 с.
- [517] *Павловский Н. Н.* Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения. Научно-мелиорационный институт, Петербург. 1922 г., 752 с.
- [518] *Пагурова В. И.* Таблицы интегро-экспоненциальной функции. Изд-во Вычислительного центра АН СССР, Москва, 1959 г., 152 с.
- [519] *Пагурова В. И.* Таблицы неполной гамма-функции. Издательство ВЦ АН СССР, 1963 г., 236 с.
- [520] *Пермяков И. Г.* Построение карт приращений давления для контроля за процессом законтурного давления. «Башкирская Нефть», № 1, г. Уфа, 1949 г., с. 36–40.
- [521] *Пермяков И. Г.* Определение параметров пласта по промысловым наблюдениям. «Башкирская Нефть», № 2–3, с. 41–48. г. Уфа, 1949 г.

- [522] *Пермяков И. Г., Халикова А. Г.* Построение карт изобар для пластов, разрабатываемых при упруго-водонапорном режиме. «Нефтяное Хозяйство», № 2, с. 39–41, 1964 г.
- [523] *Пермяков И. Г.* Исследование скважин прецизионным манометром для определения пьезопроводности и проницаемости пласта. «Нефтепромышленное Дело», № 5, с. 37–39. Гостоптехиздат, Москва, 1955 г.
- [524] *Пермяков И. Г.* Определение пластового давления по кривой восстановления давления, снятой прецизионным манометром. «Нефтепромышленное Дело», вып. 5, с. 32–36, Гостоптехиздат, Москва, 1955 г.
- [525] *Пейрос М. И.* Анализ методов обработки результатов исследований скважин. «Труды ВНИИгаза», вып. VI, с. 270–278, Гостоптехиздат, Москва, 1954 г.
- [526] *Пикуза В. И.* Метод гидропрослушивания при произвольном законе возбуждения возмущающей скважины в кусочно-однородных пластах. Сборник «Вопросы подземной гидромеханики», Казань, Изд. Каз. Гос. университета, 1965 г., с. 92–102.
- [527] *Пикуза В. И.* Гидропрослушивание в кусочно-однородных пластах, когда дебит возмущающей скважины изменяется скачком. Сборник «Вопросы подземной гидромеханики», Казань, Изд. Каз. Гос. университета, 1965 г., с. 103–107.
- [528] *Пикуза В. И.* К теории одномерной нестационарной фильтрации в вязкоупругом нефтяном пласте. Сборник «Исследования по подземной гидродинамике», вып. 2, Казань, Изд-во Казан. Гос. университета, 1978 г., с. 52–58.
- [529] *Пилатовский В. П.* Взаимодействие круговых концентрических галерей, дренирующих пласт в условиях упругого режима. Инженерный сборник, том XV, Издательство Академии Наук СССР, (институт Механики), 1953 г., с. 147–158.
- [530] *Пилатовский В. П.* К задаче о неустановившейся фильтрации упругой жидкости к круговой галерее. Доклады Академии Наук СССР, том LXXXIX, № 4, 1953 г., с. 635–638.
- [531] *Пилатовский В. П.* Взаимодействие галерей, дренирующих пласт в условиях упругого режима при постоянных давлениях на галереях. Труды ВНИИ нефти и газа, вып. VIII, Гостоптехиздат, 1956 г., с. 179–207.
- [532] *Пирвердян А. М.* Приближенное решение задачи о фильтрации жидкости при упругом режиме. Доклады Акад. Наук Азербайджанской ССР, том VI, № 1, г. Баку, 1950 г., с. 28–32.
- [533] *Пирвердян А. М.* Упругий режим в пластах с неоднородной проницаемостью. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 10, 1950 г., с. 9–12.
- [534] *Пирвердян А. М.* Об одном приближенном методе решения задач при упругом режиме. Инженерный Сборник, № 14, 1953 г., с. 189–191.
- [535] *Пирвердян А. М.* Нефтяная подземная гидравлика. Изд. Азнефтеиздат, г. Баку, 1956 г., 332 с.
- [536] *Пирвердян А. М.* О перетоках жидкости из одного горизонта в другой. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 8, 1958 г., Баку, с. 59–61.
- [537] *Пирвердян А. М., Бабич Э. С.* Приближенный метод расчета притока жидкости к круговой батарее при упругом режиме фильтрации. «Труды АЗНИИ по добыче нефти», г. Баку, вып. 7, 1958 г., с. 111–117.
- [538] *Пирвердян А. М., Бабич Э. С., Бабич Ю. А.* Приближенный метод расчета притока жидкости к круговой батарее скважин при упругом режиме. «Известия вузов», «Нефть и газ», г. Баку, № 6, 1958 г., с. 55–60.

- [539] *Пирвердян А. М.* Об оценках некоторых приближенных методов решения задач нестационарной фильтрации. «Известия Акад. Наук СССР, Отделение технич. наук; Механика и машиностроение». № 5, 1962 г., Москва, с. 46–50.
- [540] *Пирвердян А. М.* О методике исследования скважин и пластов. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 9, 1977 г., г. Баку, с. 68–70.
- [541] *Пискунов Н. С.* Определение передвижения контура нефтеносности и падения давления при эксплуатации крупных месторождений. «Труды Всесоюзного Научно-исследовательского Нефтяного института», вып. VI, 1954 г., с. 13–26.
- [542] *Пискунов Н. С., Говорова Г. Л.* «Приближенный метод определения передвижения контура нефтеносности». Труды ВНИИ «Вопросы гидродинамики нефтяного пласта», Москва, Гос. н.-т. изд-во нефтяной горно-топливной литературы, Москва, 1954 г., с. 3–12.
- [543] *Погребенко В. И., Кауфман Л. Л.* Опыт исследования скважин при неустановившемся режиме без их остановки. «Новости Науки и Техники». «Нефтепромысловое дело»; № 12, 1956 г., Гостоптехиздат, с. 13–14.
- [544] *Полубаринова-Кочина П. Я.* О прямой и обратной задачах гидравлики нефтяного пласта. «Прикладная Математика и Механика», том VII, № 5, 1943 г., Москва, с. 361–374.
- [545] *Полубаринова-Кочина П. Я.* О неустановившихся движениях в теории фильтрации. «Прикладная Математика и Механика». Том IX, вып. 1, 1945 г., с. 79–90.
- [546] *Полубаринова-Кочина П. Я.* Теория движения грунтовых вод. Гостехиздат, Москва, 1952 г., 676 с.
- [547] *Полубаринова-Кочина П. Я.* О радиусе влияния скважины. «Известия Сибирского отделения Акад. наук СССР», 1960 г., № 5, с. 20–29.
- [548] *Полубаринова-Кочина П. Я.* О прямой и обратной задачах гидравлики нефтяного пласта. «Прикладная математика и механика», том VII, вып. 5, Москва, 1961 г., с. 361–374.
- [549] *Полубаринова-Кочина П. Я.* О физических основах и некоторых задачах теории фильтрации. Сборник «Динамика сплошной среды». Изд. ин-та гидродинамики. Сибирск. отдел. АН СССР, г. Новосибирск, 1969 г., вып. II, с. 19–33.
- [550] *Полянин В. Д.* Табулирование корней уравнений, связанных с точными решениями основных задач теории упругого режима. «Теория и практика разработки нефтяных месторождений». Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 66, Издательство «Недра», Москва, 1967 г., с. 182–187.
- [551] *Полянин В. Д.* Численное решение задачи о фильтрации упругой вязко-пластичной жидкости в упругой пористой среде. Сборник «Подземная гидродинамика», Москва, Изд-во «Недра», 1971 г., с. 33–36.
- [552] *Пудовкин М. А.* Решение одной задачи подземной гидромеханики при упругом режиме. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 11, 1962 г., Баку, с. 39–45.
- [553] *Пылачев Г. Б.* Об одном случае неустановившейся фильтрации нефти. Грозный. «Труды Грозненского нефтяного института», № 4, г. Грозный, 1948 г., с. 73–82.
- [554] *Пылачев Г. Б.* Движение жидкости к фильтру скважины конечной длины в пласте большой мощности. «Прикладная математика и техническая физика», № 6, Москва, 1967 г., с. 42–47.
- [555] *Пылачев Г. Б., Исаев Р. Г.* О нестационарной фильтрации в однородно анизотропных по проницаемости пластах. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 11, Баку, 1967 г., с. 76–80.

- [556] *Пылачев Г. Б.* Об одной пространственной задаче теории упругого режима. «Труды Грозненского нефтяного института», г. Грозный, 1967 г., № 30, с. 121–122.
- [557] *Пылачев Г. Б.* Обобщенный одномерный поток любой жидкости в пласте. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 1, г. Баку, 1970 г., с. 65–68.
- [558] *Пылачев Г. Б.* К вопросу неустановившейся фильтрации жидкости в пласте большой мощности при упругом режиме. «Труды Грозненского нефтяного института», № 33, г. Грозный, 1971 г., с. 91–92.
- [559] *Пылачев Г. Б., Исаев Р. Г.* Подземная гидравлика. Издательство «Недра», Москва, 1973 г., 359 с.
- [560] *Пылачев Г. Б., Пылачева И. Г.* О способе спрямления линий тока при решении задач нестационарных фильтрационных потоков неизменяющейся конфигурации. «Известия Северо-Кавказского научного центра высшей школы», Серия естеств. наук, № 3, г. Ростов, 1978 г., с. 30–33.
- [561] *Пылачев Г. Б.* О нерадиальном нестационарном симметричном поле с конечным источником. Сборник «Гидродинамическая теория фильтрации». Издательство Чечено-Ингушского Госуд. Университета, г. Грозный, 1978 г., с. 3–16.
- [562] *Пылачев Г. Б.* Элементарная задача многомерных фильтрационных полей. Сборник «Гидродинамическая теория фильтрации». Издательство Чечено-Ингушского Университета, г. Грозный, 1978 г., с. 17–26.
- [563] *Пылачев Г. Б.* Нестационарные течения, создаваемые стоками конечной протяженности // «Известия Северо-Кавказского научного центра высшей школы». Серия естеств. наук, № 1, г. Ростов, 1983 г., с. 40–43.
- [564] *Пылачев Г. Б.* Анализ некоторых нестационарных одномерных полей с искривленными линиями тока. Сборник «Математический анализ и его приложения», Издательство Чечено-Ингушского Госуд. Университета, 1984 г., г. Грозный, с. 3–10.
- [565] *Пылачева И. Г.* Одномерные нестационарные потоки в ограниченном открытом пласте. Сборник «Гидродинамическая теория фильтрации». Издательство Чечено-Ингушского Госуд. Университета, г. Грозный, 1978 г., с. 53–59.
- [566] *Рейнер М.* Десять лекций по теоретической реологии. Гостехиздат, Москва, 1947 г., 134 с.
- [567] *Рейнер М.* Реология. Изд-во «Наука», Москва, 1965 г., 223 с.
- [568] *Розенберг М. Д.* Об интерференции скважин при упругом режиме фильтрации. «Доклады Акад. Наук СССР», том 84, № 1, 1952 г., с. 31–32.
- [569] *Рокотян В. Е.* Автоподобность. «Физическая Энциклопедия», том 1, Москва, изд-во «Советская Энциклопедия», 1988 г., с. 19–20.
- [570] *Романова В. М.* Комбинированные методы решения некоторых краевых задач математической физики. Сборник «Подземная Гидродинамика», изд-во «Недра», Москва, 1971 г., с. 25–33.
- [571] *Ромм Е. С.* Фильтрационные свойства трещиноватых горных пород. Изд-во «Недра», Москва, 1966 г., 283 с.
- [572] *Рощаль С. Е., Виноградов К. В.* Коэффициент сжатия нефтей. «Труды АЗНИИ», вып. II, «Вопросы бурения и эксплуатации нефтяных скважин», 1955 г., с. 234–245.
- [573] *Рубинштейн Л. И.* Об одном случае фильтрации двух малосжимаемых жидкостей через деформируемую пористую среду. «Известия вузов», «Математика», № 1(8), 1959 г., Казань, с. 174–179.
- [574] *Руппенейт К. В.* Некоторые вопросы механики горных пород. Углетехиздат, Москва, 1954 г., 384 с.

- [575] *Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Издание II, ОГИЗ, Москва — Ленинград, 1948 г., 400 с.
- [576] *Салехов Г. С., Иванов Н. Ф.* К вопросу об оптимальном режиме эксплуатации нефтяных месторождений. Доклады АН СССР, том 89, № 2, 1953 г., с. 237–239.
- [577] *Саттаров М. М.* Особенности распределения давления в неоднородном пласте при упругом режиме. Труды Уфимского нефтяного института, вып. III, 1960 г., с. 47–55.
- [578] *Свирский И. В.* К вопросу форсированной эксплуатации нефтяных скважин. Известия Казанского филиала АН СССР, серия физ. мат. и технических наук, вып. 8, 1955 г., с. 150–153.
- [579] *Сегал Б. И., Семендяев К. А.* Пятизначные математические таблицы. Издательство Академии Наук СССР, Москва — Ленинград, 1948 г., 450 с.
- [580] *Седов Л. И.* Введение в механику сплошной среды. «Госуд. издательство физ. мат. литературы», Москва, 1962 г., 284 с.
- [581] *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. Издание шестое, издательство «Наука», Москва, 1967 г., 428 с.
- [582] *Сергеевич В. И., Закс С. Л.* Вязкость, плотность и сжимаемость некоторых углеводородных смесей при высоких давлениях. «Труды института геологии и разработки горючих ископаемых», том II, Изд-во Акад. Наук СССР, Москва, 1966 г., с. 113–119.
- [583] *Симин-Бекчурич А. И.* Динамика подземных вод. Изд-во МГУ, Москва, 1965 г., 375 с.
- [584] *Скворцов Э. В., Шкуро А. С.* К определению гидродинамических параметров пласта и градиента сдвига. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 9, 1969 г., 65–68.
- [585] *Слезкин Н. А.* О гипотезе сплошности и основных уравнениях гидродинамики. Изд-во МГУ, 1952 г., 5 с.
- [586] *Слезкин Н. А.* Динамика вязкой несжимаемой жидкости. Гос. изд-во технико-теоретич. литературы, Москва, 1955 г., 519 с.
- [587] *Слейтер Люси Дж.* Вырожденные гипергеометрические функции. Библиотека математических таблиц, вып. 39, ВЦ АН СССР, Москва, 1966 г., 250 с.
- [588] *Смирнов В. И.* Курс высшей математики, том III, Государственное технико-теоретическое издательство, Москва — Ленинград, 1933 г., 736 с.
- [589] *Соколов Ю. Д.* Безнапорный радиальный приток грунтовых вод к скважинам при наличии инфильтрации «Украинский математический журнал». Институт математики, том VI, № 1, 1954 г., с. 58–80.
- [590] *Соколов Ю. Д.* К теории плоской неустановившейся фильтрации грунтовых вод. «Украинский математический журнал». Институт математики, том VI, № 2, 1954 г., с. 218–232.
- [591] *Соколов Ю. Д.* Об одной задаче теории неустановившихся движений грунтовых вод. «Украинский математический журнал». Издание института математики Украин. Акад. Наук, том № 2, 1953 г., с. 159–170.
- [592] *Соколовский Э. В.* Результаты изучения движения жидкости в трещинном коллекторе. «Нефтяное Хозяйство», № 8, 1964 г., с. 27–32.
- [593] *Соколовский Э. В.* Применение радиоактивных изотопов для контроля за разработкой нефтяных месторождений. Москва, «Недра», 1968 г., 180 с.
- [594] *Сонин Н. Я.* Исследования о цилиндрических функциях и специальных полиномах. Государственное издательство технико-теоретической литературы. Москва, 1954 г., 244 с.

- [595] Справочник по специальным функциям. Под редакцией М. Абрамовича и И. Стиган. «Наука», Москва, 1979 г., 830 с.
- [596] *Ставрогин А. Н.* О влиянии деформации на проницаемость горных пород. Сборник «Физико-механические свойства горных пород верхней части земной коры». Изд-во «Наука», Москва, 1968 г., с. 156–161.
- [597] *Степанов В. В.* Курс дифференциальных уравнений. Издание пятое, Москва — Ленинград, Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950 г., 167 с.
- [598] *Степанов В. П.* О деформациях насыщенных жидкостью пористых сред при малых динамических нагрузках. «Труды ВНИИ», вып. XLII, «Недра», Москва, 1965 г., с. 153–163.
- [599] *Степанов В. П.* О фильтрации жидкости, вызванной колебаниями атмосферного давления. «Труды ВНИИ», вып. 1, 1967 г., «Недра», Москва, с. 3–10.
- [600] *Степанов В. П.* К выводу уравнений нестационарной фильтрации однородной жидкости при переменном горном давлении. Научно-технич. сборник «Добыча нефти», ВНИИ, № 34, 1968 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 59–63.
- [601] *Степанов В. П.* Обработка кривых гидропрослушивания на ЭВМ. «Тезисы докладов на X Всесоюзной конференции по гидродинамическим методам исследования пластов и скважин». ОНТИ, Москва, 1969 г., с. 44–45.
- [602] *Степанов В. П., Кузьмин В. М.* Руководство по гидродинамическим исследованиям неоднородных пластов. ОНТИ, Москва, 1978 г., 150 с.
- [603] *Степан И. Р.* О возможности использования гидродинамических исследований для выявления дизъюнктивных нарушений. «Научно-технич. сборник. Добыча нефти». ВНИИ, № 18, 1962 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 53–58.
- [604] *Стрижов И. М., Ходанович И. В.* Добыча газа. Гостоптехиздат, 1946 г., 376 с.
- [605] *Султанов Б. И.* О фильтрации вязко-пластичных жидкостей в пористой среде. Известия Акад. Наук Азерб. ССР, № 5, 1960 г., Баку, с. 125–130.
- [606] *Султанкин Е. И.* Результаты исследования пластовых нефтей Башкирии и Татарии. «Труды совещания по развитию н.-и. работ в области вторичных методов добычи нефти». Издание Акад. Наук СССР, Москва, 1953 г., с. 283–305.
- [607] *Сухарев М. Г.* Метод приближенного расчета интерференции скважин при упругом режиме. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 6, Баку, 1959 г., с. 53–57.
- [608] *Сухоносов Г. Д.* Оценка изменения проницаемости околоствольной зоны пласта по данным испытателя пластов. «Нефтяное Хозяйство», № 10, 1970 г., с. 22–27.
- [609] Таблицы интегральной показательной функции. Изд-во АН СССР, Москва, 1954 г., 301 с.
- [610] Таблицы обобщенных интегральных показательных функций. Библиотека математических таблиц, вып. 36, Вычислительный Центр АН СССР, Москва, 1966 г., 417 с.
- [611] Таблицы функций Кельвина. Библиотека математических таблиц, вып. 41. Издательство Вычислительного Центра АН СССР, Москва, 1966 г., 98 с.
- [612] Таблицы функций ошибок и ее первых двадцати производных. Библиотека математических таблиц, вып. 33, Издательство ВЦ АН СССР, Москва, 1965 г., 277 с.
- [613] Таблицы функций Уиттекера. Библиотека математических таблиц, вып. 25, Издательство ВЦ АН СССР, Москва, 1964 г., 155 с.

- [614] *Таиров Н. Д., Пашаев Н. Г., Гасанова Д. И., Калантаров А. И.* Влияние давления и состава фильтрующихся жидкостей на проницаемость пористой среды. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 3, 1970 г., с. 26–27.
- [615] *Телков А. П.* Определение параметров пласта по кривым восстановления забойного давления при различной форме границ пласта. Труды Моск. института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 33, «Подземная Гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., с. 131–142.
- [616] *Телков А. П.* Подземная гидрогазодинамика. Уфа, Издательство Уфимского нефтяного института, 1974 г., 224 с.
- [617] *Тихов М. Н.* Математическая теория движения жидкости и газа к центральной несовершенной скважине. Изд. Харьковского ин-та им. А. М. Горького, Харьков, 1964 г., 155 с.
- [618] *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. Гос. Издательство технико-теоретич. литературы, Москва — Ленинград 1951 г., 659 с.
- [619] *Толстов Г. П.* Ряды Фурье, Москва, Государственное Издательство физико-математической литературы, 1950 г., 390 с.
- [620] *Требин Ф. А., Щербаков Г. В.* К анализу методов гидродинамических исследований скважин. «Нефтяное Хозяйство», № 3, с. 22–29, 1957 г.
- [621] *Требин Ф. А., Борисов Ю. П., Музарский Э. Д.* К определению параметров пласта по кривым восстановления давления с учетом притока жидкости в скважину после ее закрытия. «Нефтяное Хозяйство», № 8, 1958 г., с. 38–46.
- [622] *Требин Ф. А., Щербаков Г. В.* Некоторые указания к упрощенной методике интерпретации итогов восстановления давления в скважинах с учетом притока жидкости после их остановки. «Нефтяное Хозяйство», № 1, 1959 г., с. 55–57.
- [623] *Требин Ф. А., Щербаков Г. В., Яковлев В. П.* Гидромеханические методы исследования скважин и пластов, Москва, «Недра», 1965 г., 276 с.
- [624] *Требин Ф. А., Щербаков Г. В.* Экспресс-метод исследования скважин по кривым восстановления давления. «Нефтяное Хозяйство», № 9, 1965, с. 28–31.
- [625] *Умрихин И. Д., Днепровская Н. И., Носкова Е. В., Власова Т. В., Смирнов Ю. М.* Метод обработки кривых восстановления давления с учетом эксплуатации скважин до остановки. «Нефтяное Хозяйство», № 7, 1987, с. 35–38.
- [626] *У Сей Мьинт.* Анализ гидродинамических методов исследования пластов и скважин и сферически-радиальных фильтрационных потоков. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Московский институт нефтехимической и газовой промышленности. Москва, 1970 г., 150 с.
- [627] *Фан Нгок Кы.* Гидродинамические расчеты взаимодействующих скважин. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технич. наук. Моск. институт нефтехимической и газовой промышленности, 1970 г., 141 с.
- [628] *Фан Нгок Кы.* Неустановившаяся интерференция скважин с заданными переменными дебитами. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 8, Баку, 1970 г., с. 63–67.
- [629] *Фиалко А. И., Фаст Ф. Б., Кудин Л. Н., Горбенко В. С.* Влияние внутрипорового давления на проницаемость горных пород. Сборник «Вопросы технической теплофизики», вып. 3, Изд-во «Наукова Думка», Киев, 1971 г., с. 114–117.
- [630] *Фиалко А. И.* Результаты исследования вида напряженного состояния на фильтрационные свойства осадочных пород. Сборник «Геофизические исследования на Украине». Изд-во «Техника», Киев, 1974 г., с. 116–119.

- [631] *Фиалко А. И.* Об определении проницаемости горных пород при нестационарной фильтрации. Сборник «Методика геофизических исследований на Украине», Изд-во «Техника», Киев, 1975 г., с. 140–144.
- [632] *Фиалко А. И., Козлов Е. М.* Об одном методе экспериментального исследования фильтрационных свойств горных пород при неустановившемся движении сжимаемой жидкости. Сборник «Проблемы гидрогеологии и инженерного грунтоведения», Издательство «Наукова Думка», г. Киев, 1975 г., с. 95–97.
- [633] *Фиалко А. И., Руденко Ф. А., Винникова Е. И.* К вопросу экспериментального определения проницаемости горных пород при одномерной нестационарной фильтрации сжимаемой жидкости. «Сборник н.-и. сектора Киевского Гос. университета», № 12, Изд-во Киевского Гос. Университета, Киев, 1976 г., с. 75–80.
- [634] *Фиалко А. И.* Методика экспериментального определения водопроницаемости горных пород в нестационарном режиме фильтрации при высоких давлениях. «Материалы по геологии и гидрогеологии Украины и РСФСР», сборник научных работ, вып. 13, Издательство Киевского университета, Киев, 1977 г., с. 71–75.
- [635] *Фиалко А. И.* Научно-методические основы определения фильтрационных свойств горных пород при высоких давлениях и температурах в нестационарном режиме фильтрации. Вестник Киевского университета, «Прикладная геохимия и петрофизика», 1991 г., с. 150–159.
- [636] *Филинов М. В.* Применение метода последовательной смены стационарных состояний к задаче о вытеснении нефти водой. «Нефтяное Хозяйство», № 5, Москва, 1962 г., с. 49–50.
- [637] *Флорин В. А.* Основное уравнение консолидации земляной массы. «Доклады Акад. Наук СССР», Том 99, № 1, 1948 г., с. 21–24.
- [638] *Флорин В. А.* Задача консолидации земляной массы, «Доклады Акад. Наук СССР», Том 59, № 9, 1948 г., с. 219–222.
- [639] *Флорин В. А.* Основы механики грунтов, Том 1, 1959 г., Госстройиздат, 357 с.
- [640] *Фоменко И. Е.* Изменение проницаемости горных пород под влиянием внешнего давления. Труды ТатНИИ, вып. 8, Москва, Изд-во «Недра», 1965 г., с. 448–451.
- [641] *Фоменко И. Е.* Взаимодействие двух скважин при фильтрации неньютоновской жидкости. Сборник, «Применение неньютоновских систем в добыче нефти». Изд-во ВНИИОЭНГ, 1970 г., с. 125–133.
- [642] *Халиков Г. А.* К приближенному решению задач нестационарной фильтрации нефти при локальном разгазировании залежи. «Научно-технич. сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 25, 1964 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 70–73.
- [643] *Халиков Г. А.* Применение одного приближенного метода к решению задач неустановившейся фильтрации нефти. «Труды Московского ин-та нефтехимич. и газовой промышленности», вып. 57, Москва, «Недра», 1966 г., с. 71–74.
- [644] *Хантуш М. С.* Анализ данных опытных откачек из скважин в водоносных горизонтах с перетеканием. Сборник статей «Вопросы гидрогеологических расчетов». Издательство «Мир», Москва, 1964 г., с. 27–42.
- [645] *Хантуш М. С.* Новое в теории перетекания. Там же, с. 43–60.
- [646] *Хантуш М. С.* Неустановившийся приток подземных вод к скважине, несовершенной по степени вскрытия. Там же, с. 61–84.
- [647] *Хантуш М. С.* Движение подземных вод и пласте переменной мощности. Там же, с. 85–94.

- [648] Хантун М. С. Экономически рациональное расположение взаимодействующих скважин. Там же, с. 95–106.
- [649] Харин О. Н. Упрощенная методика подсчета пластового давления после пуска скважины с линейно изменяющимся дебитом. «Труды Московского ин-та нефтехимии, и газовой промышленности», вып. 48, Москва, «Недра», 1964 г., с. 74–78 г.
- [650] Харин О. Н. Вывод приближенных формул, характеризующих работу укрупненной скважины с постоянным дебитом в условиях упругого режима. Труды Института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 55, «Разработка нефтяных и газовых месторождений и подземная гидродинамика», Издательство «Недра», Москва, 1965 г., с. 41–47.
- [651] Харин О. Н. Вывод упрощенных формул, характеризующих работу прямолинейной галереи после ее пуска с линейно изменяющимся дебитом. Там же, с. 16–20.
- [652] Харин О. Н., Влюшин В. Е. Определение поля давления в многопластовых системах при упругом режиме фильтрации. «Труды Моск. ин-та нефтехимич. и газовой промышленности», вып. 57, Москва, «Недра», 1966 г., с. 84–92.
- [653] Харин О. Н., Влюшин В. Е. Упрощение поля давления в многопластовых системах. Там же, с. 93–101.
- [654] Харин О. Н. Вывод расчетных формул для приближенной оценки эффективности циклического воздействия на пласт. «Труды Моск. ин-та нефтехимич. и газовой промышленности», вып. 66, Москва, «Недра», 1967 г., с. 128–130.
- [655] Харин О. Н. Решение некоторых задач теории упругого режима фильтрации. «Тезисы докладов на и.-т. конференции молодых специалистов». Издание Моск. ин-та нефтехимической и газовой промышленности, 1965 г., с. 66–67.
- [656] Харин О. Н., Влюшин В. Е. Аналитическое исследование процесса распределения давления при разработке многопластовых нефтяных месторождений. ПМТФ, № 1, 1966.
- [657] Харин О. Н., Влюшин В. Е. Анализ решения задачи о работе круговой галереи после ее пуска с переменным дебитом в ограниченном пласте. «Труды Моск. ин-та нефтехимич. и газовой промышленности», вып. 66, Москва, «Недра», 1987 г., с. 131–138.
- [658] Харин О. Н., Влюшин В. Е. Упрощение расчета поля давления в многопластовых системах. «Труды Моск. института нефтехимич. и газовой промышленности», вып. 66, Москва, «Недра», 1967 г., с. 93–101.
- [659] Харин О. Н., Блинов В. С. О методе упрощения решения задач нестационарной фильтрации. ВНИИОЭНГ, «Газовое дело», № 10, 1970.
- [660] Харин О. Н., Блинов В. С. Метод упрощения решений основных задач теории упругого режима. ВНИИОЭНГ, «Газовое дело», № 12, 1970.
- [661] Харин О. Н., Блинов В. С. Об одной теореме конечного интегрального преобразования Ханкеля и ее приложении к теории фильтрации. ИФЗЖ, том XXII, № 5. 1970 г., с. 938–940.
- [662] Харин О. Н. Анализ результатов промысловых исследований скважин, характеризующих особенности деформации пористых горных пород. Сборник «Подземная Гидродинамика», Изд-во «Недра», Москва, 1971, с. 16–20.
- [663] Харин О. Н. Определение нестационарных полей давления в ограниченных пластах. Труды МИНХиГП «Недра», вып. 94. 1972, с. 19–27.
- [664] Харин О. Н. Упрощение решений основных задач теории упругого режима фильтрации. Труды МИНХиГП «Недра», вып 94, 1972, с. 27–36.

- [665] Харин О. Н., Блинов В. С. Анализ решения задачи о работе круговой батареи скважин в бесконечном пласте. Труды МИНХиГП «Недра», вып. 94, 1972 г., с. 69–75.
- [666] Харин О. Н., Блинов В. С. Вывод расчетных формул для определения понижения давления в окрестности батареи скважин в ограниченном пласте. Труды МИНХиГП «Недра», вып. 94, 1972, с. 55–63.
- [667] Харин О. Н., Блинов В. С. Гидродинамический анализ распределения давления в ограниченном пласте при его эксплуатации круговой батареей скважин. Труды МИНХиГП «Недра», вып. 94, 1972, с. 79–83.
- [668] Харин О. Н. Применение косвенного метода суммирования рядов Фурье–Бесселя для определения давления в окрестности батареи скважин. Труды МИНХиГП «Недра», вып. 94, 1972, с. 36–43.
- [669] Харин О. Н., Блинов В. С. Уточнение краевых условия задач об определении давления в окрестности круговых батарей скважин. Труды МИНХиГП «Недра», вып. 94, 1972, с. 43–49.
- [670] Харин О. Н., Блинов В. С. Применение функции Шелкачева при исследовании работы круговой батареи скважин в ограниченном пласте. Труды МИНХиГП, вып. 94. Упругий режим фильтрации и термодинамика пласта. Издательство «Недра», Москва, 1972 г., с. 75–78.
- [671] Харин О. Н. Анализ распределения давления в ограниченном пласте при его эксплуатации круговой батареей скважин. Труды МИНХиГП, вып. 143, 1973, с. 21–31.
- [672] Харин О. Н. Обобщение решения одной из основных задач теории упругого режима фильтрации. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 6, Баку, 1973, с. 51–54.
- [673] Харин О. Н., Блинов В. С. Методика гидродинамических расчетов пластового давления в окрестности круговой батареи произвольно расположенных скважин с заданными различными переменными дебитами. Труды МИНХиГП, вып. 143, 1973, с. 41–49.
- [674] Харин О. Н., Карпычева З. Ф. Аналитическое исследование работы скважины в двухслойном продуктивном пласте с учетом поперечного перетока. Труды МИНХиГП, вып. 143, 1973, с. 49–62.
- [675] Харин О. Н., Кундин А. С. Замечания о схематизации краевых условий при исследовании распределения давления в окрестности батареи скважин. Труды МИНХиГП, вып. 143, 1973, с. 3–12.
- [676] Харин О. Н. Общее решение задачи об определении поля давлений в окрестности круговой батареи скважин в ограниченном пласте. Труды МИНХиГП, вып. 143, 1973, с. 12–21.
- [677] Харин О. Н., Кундин А. С. Обработка кривых восстановления давления методом В. Н. Шелкачева. «Нефтяное Хозяйство», № 7, 1973 г., Москва, с. 7–9.
- [678] Хорнер Д. Р. Среднее пластовое давление. IV Международный нефтяной конгресс. Гостоптехиздат, 1956 г., с. 401–424.
- [679] Харченко Б. С., Майдебор В. Н. О режиме XII пласта месторождения Ташкала. «Нефтяное Хозяйство», № 10, 1950 г., с. 26–29.
- [680] Хейн А. Л. Теоретические основы и методика определения параметров пласта по данным испытания несовершенных скважин при неустановившемся режиме фильтрации жидкости и газа. Труды ВНИИГАЗ, Госнефтеиздат, 1953 г., с. 80–144.
- [681] Хейн А. Л. Неустановившаяся фильтрация жидкости и газа к скважине с открытым забоем, неполностью вскрывающей пласт. Доклады Академии Наук СССР, том 91, № 3, 1953 г., с. 467–470.

- [682] *Хейн А. Л.* Неустановившийся приток жидкости и газа к забою перфорированной скважины при постоянном отборе. Доклады Академии Наук СССР, том 91, № 3, 1953 г., с. 467–470.
- [683] *Хейн А. Л.* Некоторые вопросы теории неустановившегося притока жидкости и газа к скважинам с меридианально-симметричной конструкцией забоя. Труды Всесоюзного Нефтяного научно-исслед. института, вып. V, 1954 г., Гостоптехиздат, с. 15–55.
- [684] *Хейн А. Л.* Неустановившийся приток жидкости и газа к несовершенным скважинам. Доклады АН СССР, Том 96, № 1, 1954 г., с. 33–36.
- [685] *Хейн А. Л.* Неустановившийся приток жидкости и газа к круговой батарее несовершенных скважин в бесконечном пласте. Труды ВНИИ, вып. X, Гостехиздат, 1957 г., с. 25–40.
- [686] *Хейиров З. В., Гусейнов Г. П.* Решение некоторых задач неустановившихся фильтраций в пластах переменной проницаемости. Ученые Записки Азейрбайджанского Госуд. Университета, вып. 6, 1957 г., Баку, с. 31–38.
- [687] *Хитров Е. А., Дурманова Г. Л.* Уточнения параметра нефтяного пласта при разработке залежи на упругом режиме. «Труды ПермНИПИнефти», вып. 6, 1972 г., с. 17–19.
- [688] *Хованский А. Н.* Вывод основных уравнений фильтрации упругой жидкости в упругой пористой среде. Доклады Академии Наук СССР, том 89, № 2, 1953 г., с. 241–244.
- [689] *Хованский А. Н.* К расчету восстановления пластового давления после закрытия скважины. «Известия Казанского филиала АН ССР, серия физико-математических и технических наук», вып. 5, 1954 г., с. 70–76.
- [690] *Христианович С. А.* Механика сплошных сред. «Наука», Москва, 1981 г., 483 с.
- [691] *Хуань Коу-жэнь.* Об обработке кривых восстановления давления с учетом притока жидкости в скважину после ее остановки. Труды Моск. ин-та нефтехимической и газовой промышленности, вып. 42, Госуд. Н.-Т. Изд-во нефтяной и горнотопливной литературы, 1963 г., с. 164–175.
- [692] *Хуань Коу-жэнь.* Методы определения параметров пласта по кривым прослеживания давления (уровня) в реагирующей скважине. Там же, с. 184–195.
- [693] *Царевич К. А., Куранов И. Ф.* Расчет дебитов центральной скважины в круговом пласте при упругом режиме. Труды ВНИИ, вып. VIII, Гос. Н.-Т. изд-во нефтяной и горно-топливной литературы, г. Ленинград, 1956 г., с. 9–34.
- [694] *Цимбаревич П. М.* Механика горных пород. Углетехиздат, Москва, 1948 г., 184 с.
- [695] *Чарный И. А.* Влияние упругости краевой воды на режим эксплуатации нефтяных месторождений. Труды Моск. нефтяного института, вып. 3, 1945 г., Москва, Гостоптехиздат, с. 39–40.
- [696] *Чарный И. А.* Об одной задаче теории фильтрации сжимаемой жидкости. Там же, вып. 7, 1947 г., с. 48–70.
- [697] *Чарный И. А.* Исследование скважин методом восстановления динамического уровня при упругом режиме фильтрации. Там же, вып. 9, 1947 г., с. 37–45.
- [698] *Чарный И. А.* Подземная гидромеханика ОГИЗ. Гостехиздат, Москва — Ленинград, 1948 г., 195 с.
- [699] *Чарный И. А.* Метод последовательной смены стационарных состояний и его приложения к задачам нестационарной фильтрации жидкостей и газов. Известия Акад. наук СССР, отделение технических наук, № 3, 1949 г., с. 323–342.

- [700] *Чарный И. А.* О методах линеаризации нелинейных уравнений типа уравнения теплопроводности. «Известия Академии Наук СССР, Отделение технических наук», № 6, 1951 г., с. 829–838.
- [701] *Чарный И. А.* Определение некоторых параметров пласта при помощи кривых восстановления забойного давления. «Нефтяное Хозяйство», № 3, 1955 г., с. 40–48.
- [702] *Чарный И. А., Розенберг М. Д.* Взаимодействие скважин при упругом режиме фильтрации жидкости. Труды Московского нефтяного института, вып. 12, 1953 г., с. 184–200.
- [703] *Чарный И. А.* Методы расчета неустановившегося притока грунтовых вод, к скважинам при глубинном водопонижении. Инженерный сборник, том XXIII, изд. АН СССР, 1956 г., с. 40–48.
- [704] *Чарный И. А., Умрихин И. Д.* Об одном методе определения параметров пластов по наблюдениям неустановившегося режима притока к скважинам. Углетехиздат, 1957 г., 47 с.
- [705] *Чарный И. А.* Подземная гидрогазодинамика. Гостоптехиздат, Москва, 1962 г., 396 с.
- [706] *Чекалюк Э. Б.* Скорость распространения упругих деформаций в пористой среде. «Нефтяное Хозяйство», № 11, Москва, 1947 г., с. 29–32.
- [707] *Чекалюк Э. Б.* Влияние сил инерции на скорость распространения волн в поровом пространстве. «Нефтяное Хозяйство», № 5, Москва, 1948 г., с. 21–24.
- [708] *Чекалюк Э. Б.* К анализу методов исследования скважин. «Нефтяное Хозяйство», № 11, Москва, 1948 г., с. 27–30.
- [709] *Чекалюк Э. Б.* Об эффективном радиусе влияния скважины. «Нефтяное Хозяйство», № 4, Москва, 1950 г., с. 33–36.
- [710] *Чекалюк Э. Б.* Метод определения физических параметров пласта. «Нефтяное Хозяйство», № 11, Москва, 1958 г., с. 42–48.
- [711] *Чекалюк Э. Б.* О влиянии контуров пласта на восстановление забойного давления в остановленной скважине. «Научно-технич. сборник, Добыча нефти», ВНИИ, № 2, 1959 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 11–15.
- [712] *Чекалюк Э. Б.* Пьезометрический метод определения запасов нефтяных и газовых месторождений. «Нефтяная и Газовая промышленность», Научно-технический сборник № 2, 1960 г., Киев, с. 22–24.
- [713] *Чекалюк Э. Б.* Основы пьезометрии залежей нефти и газа. Государственное издательство технической литературы УССР, Киев, 1961 г., 286 с.
- [714] *Чекалюк Э. Б.* Формулы радиального притока упругой жидкости к скважине из ограниченного пласта при постоянном забойном давлении. Научно-технич. сборник «Добыча нефти», ВНИИ, № 11, Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., с. 29–34.
- [715] *Чекалюк Э. Б.* Метод условного контура пласта. «Научно-техн. сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 17, 1962 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 28–33.
- [716] *Чекалюк Э. Б.* Определение параметров пласта по результатам испытания скважин с помощью тестера. «Научно-технич. сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 19, 1963 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 64–70.
- [717] *Чекалюк Э. Б.* Сжимаемость пористого тела и взаимосвязь между пластовым геостатическим и атмосферным давлениями. «Труды Украинского н.-и. Геолого-Разведочного ин-та», вып. III, 1963 г., Киев, с. 422–427.
- [718] *Чекалюк Э. Б.* Уравнение энергии потока упругой жидкости в пористой среде. Сборник «Добыча нефти», ежегодник, ВНИИ, Издательство «Недра», Москва, 1964 г., с. 13–24.

- [719] Чекалюк Э. Б. Распределение пластовых давлений в радиальном пласте при постоянном забойном давлении. «Научно-технич. сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 32, 1968 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 40–42.
- [720] Чернов Б. С., Базлов М. Н. Исследование нефтяных и газовых скважин и пластов. Гостоптехиздат, 1953 г., 232 с.
- [721] Чернов Б. С. Исследование фонтанной или нагнетательной скважины без остановки и получение кривых восстановления давления для определения параметров пласта. «Труды ВНИИ», вып. XVII, 1958 г., Москва, Гостоптехиздат, с. 162–184.
- [722] Чернов Б. С., Базлов М. Н., Жуков А. И. Гидродинамические методы исследования скважин и пластов. Госуд. Научно-технич. изд-во нефтяной и горно-топливной промышленности, Москва, 1969 г., 319 с.
- [723] Черныш В. А. Эндогеомеханика процессов разработки нефтяных и газовых месторождений. VII Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике, Москва, 1991 г., 20 с.
- [724] Шагиев Р. Г. Определение параметров пласта по графикам прослеживания давления в реагирующих скважинах. Известия Высших Учебных Заведений. «Нефть и Газ», № 11, Баку, 1960 г., № 11, с. 53.
- [725] Шагиев Р. Г., Портнов В. И. Определение параметров пласта и некоторых особенностей пластовой водонапорной системы по кривым восстановления давления. Труды Моск. института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 33, «Подземная Гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., с. 107–121.
- [726] Шагиев Р. Г. Сопоставление различных гидродинамических методов определения параметров пластов по кривым изменения забойного давления., «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 4, 1962 г., Баку, с. 43–46.
- [727] Шагиев Р. Г. Анализ влияния сил и энергии на кривые восстановления давления и определение параметров пласта. Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности. Выпуск 42, 1963 г., г. Москва, с. 129–142.
- [728] Шаймуратов Р. В. Гидродинамика нефтяного трещиноватого пласта. Изд-во «Недра», Москва, 1980 г., 233 с.
- [729] Шалимов Б. В. Об интерференции цепочки скважин в неоднородном пласте при упругом режиме. «Научно-технич. сборник Добыча нефти», ВНИИ, № 31, 1967 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 8–12.
- [730] Шаташвили С. Х., Надарейшвили А. В. Об одном способе определения параметров пласта по данным прослеживания давления в реагирующей скважине. Труды Грузинского политехнического института, № 3(108), 1966 г., Тбилиси, с. 103–108.
- [731] Шахназаров А. А. Влияние неустойчивости фильтрации сжимаемой жидкости на деформации разрыва коллекторских пород. «Нефтяное Хозяйство», № 8, 1954 г., с. 37–40.
- [732] Швидлер М. И. Интерференция скважин при упругом режиме фильтрации нефти. «Известия Академии Наук СССР», Отделение Технических наук, № 5, 1955 г.
- [733] Швидлер М. И. Об учете сил инерции в уравнениях фильтрации сжимаемой жидкости в сжимаемой пористой среде. «Вопросы технологии добычи нефти и бурения нефтяных скважин», Сборник Трудов УфНИИ, вып. 3, Ленинград, Государственное Научно-Технич. Издательство, Ленинград, 1958 г., с. 78–81.

- [734] Швидлер М. И., Разимкулов И. Ф., Портнов В. И. Определение параметров пласта по кривым восстановления давления. «Нефтяное Хозяйство», № 8, 1961 г., Москва, с. 49–56.
- [735] Шелевой Н. Ш., Джаруллаев Ш. А. Определение размеров изолированных тектонических полей по данным исследования скважин. Научно-Технич. Сборник «Нефтепромысловое дело», № 8, Изд-во ВНИИОЭНГ, Москва, 1972 г., с. 19–22.
- [736] Шероужов Б. С. О расчете неустановившегося притока подземных вод в строительные котлованы при открытом водоотливе. Труды ВОДГЕО, вып. 22, «Инженерная гидрогеология», 1969 г., с. 47–53.
- [737] Шерстняков В. Ф. К вопросу упрощения расчетов показателей разработки нефтегазовых залежей «Научно-технич. сборник Добыча нефти», ВНИИ, № 26, 1965 г., Госстехиздат, Москва, с. 31–35.
- [738] Шестаков В. М. Вопросы расчета водопонижительных установок сложных контуров в плане. Труды ВНИИ ВОДГЕО, Госстройиздат, 1958 г.
- [739] Шестаков В. М. Соавтор и редактор книги: «Водопонижение в гидротехническом строительстве», Госстройиздат, Москва, 1960 г., 244 с.
- [740] Шестаков В. М. Некоторые вопросы теории упругого режима фильтрации. «Прикладная механика и Техническая физика», № 3, 1962 г., с. 99–102.
- [741] Шестаков В. М. Об определении гидрогеологических параметров пласта по данным опытных откачек в условиях неустановившейся фильтрации. «Разведка и Охрана Недр», № 12, 1962 г., с. 35–42.
- [742] Шестаков В. М. О применении метода фильтрационных сопротивлений для расчетов контурных систем скважин. Труды ВНИИ ВОДГЕО, сборник № 4, Госстройиздат, Москва, 1962 г.
- [743] Шестаков В. М. О фильтрации из экранированных бассейнов. Труды ВОДГЕО, сборник № 4, Госстройиздат, Москва, 1962 г.
- [744] Шестаков В. М. О фильтрации в напорных горизонтах при выемке котлованов или карьеров. «Известия Академии Наук СССР», отделение технических наук, «Механика и Машиностроение», № 2, 1962 г., с. 133–135.
- [745] Шестаков В. М. О влиянии упругого режима фильтрации в раздельных слоях на взаимодействие водоносных горизонтов «Известия вузов», «Геология и Разведка», № 10, 1963 г., Москва, с. 92–98.
- [746] Шестаков В. М. Неустановившаяся фильтрация в двухслойной среде «Известия АН СССР», ОТН, № 6, 1963 г., Москва, с. 93–96.
- [747] Шестаков В. М. Теоретические основы оценки подпора, водопонижения и дренажа, Изд-во МГУ, 1965 г., 243 с.
- [748] Шестаков В. М., Пашковский И. С. Анализ восстановления уровня воды в скважине. Сборник «Вопросы определения гидрогеологических параметров», вып. 1, 1967 г., Москва, Изд-во ВСЕГИНГЕО, с. 28–35.
- [749] Шестаков В. М. К гидродинамике открытых пьезометрических скважин. Сборник «Вопросы определения гидрогеологических параметров», вып. 1, 1967 г., Москва, Изд-во ВСЕГИНГЕО, с. 36–42.
- [750] Шестаков В. М. Основные этапы развития советской школы динамики подземных вод и задачи дальнейших исследований. «Бюллетень Общества испытателей природы». Отдел Геологии, том XLIV (1), 1969 г., Москва, с. 139–146.
- [751] Шестаков В. М. Динамика подземных вод. Издание Моск. ун-та, (второе издание), 1979 г., 368 с.
- [752] Ширковский А. И. Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений, Москва, «Недра», 1987 г., 309 с.

- [753] *Шжуро А. С.* Использование кривой падения дебита скважины, пущенной с постоянным забойным давлением, для определения параметров пластов. Сборник «Вопросы подземной гидродинамики», изд. Казанского университета», 1965 г., с. 16–25.
- [754] *Шжуро А. С.* Определение параметров пласта по кривым падения дебита. Известия вузов, «Нефть и Газ», № 2, 1965, с. 42–46.
- [755] *Шжуро А. С.* Определние градиента сдвига из формулы упругого запаса жидкости в пласте. Сборник «Фильтрация аномальных жидкостей и задачи оптимизации». Издание Казанского университета, 1973 г., с. 192–197.
- [756] *Шрейбер Е. И.* К вопросу влияния темпа отбора жидкости на показатели работы скважины при упругом режиме. Труды Московского ин-та нефтехимической и газовой промышленности. Вып. 42, Госуд. Н.-Т. из-во нефтяной и горно-топливной промышленности, 1963 г., с. 156–163.
- [757] *Щелкачев В. Н., Пыхачев Г. Б.* Интерференция скважин и теория пластовых водонапорных систем. АЗГОНТИ, г. Баку, 1939 г., 288 с.
- [758] *Щелкачев В. Н.* Анализ существующих методов исследования скважин. «Труды Грозненского нефтяного института и ГрозНИИ», вып. 6, Грозненское областное издательство, 1945 г., 84 с.
- [759] *Щелкачев В. Н.* Итоги исследований скважин XIII и XVI пластов Октябрьского района в 1943 г. — Анализ пластовых давлений. Труды Грозненского Нефтяного института и ГрозНИИ, вып. 4, Грозненское областное издательство, 1945 г., 47 с.
- [760] *Щелкачев В. Н.* Влияние упругих свойств жидкости на режим месторождений и поведение скважин. Труды Грозненского нефтяного института и ГрозНИИ, вып. 5, Грозненское областное издательство, 1945 г., 32 с.
- [761] *Щелкачев В. Н.* Основы подземной нефтяной гидравлики. Москва, Гостоптехиздат, 1945 г., 159 с.
- [762] *Щелкачев В. Н., Донцов К. М.* Сопоставление исследований скважин различными методами. «Нефтяное Хозяйство» № 2–3, 1945 г., с. 30–35.
- [763] *Щелкачев В. Н., Кондратьев В. Ф.* Исследование фонтанной скважины методом установившихся отборов. «Нефтяное Хозяйство» № 5–6, 1945 г., с. 20–25.
- [764] *Щелкачев В. Н.* Исследование одномерного движения упругой жидкости в упругой пористой среде. Доклады Академии Наук СССР, новая серия, том 52, № 3, 1946 г., с. 203–205.
- [765] *Щелкачев В. Н.* Некоторые приложения теории упругого режима нефтеводоносных пластов. Доклады Академии Наук СССР, том LII, № 5, 1946 г., с. 399–402.
- [766] *Щелкачев В. Н., Кондратьев В. Ф.* Неустановившийся процесс интерференции скважин, «Нефтяное Хозяйство», № 6–7, 1946 г., с. 23–25.
- [767] *Щелкачев В. Н.* Основные уравнения движения упругой жидкости в упругой пористой среде. ДАН СССР, том 52, № 2, 1946 г., с. 103–106.
- [768] *Щелкачев В. Н.* Проявление упругого режима при эксплуатации и исследовании скважин. Труды Московского нефт. ин-та, 1947 г., № 9, с. 3–36.
- [769] *Щелкачев В. Н.* Упругий режим нефтеносных пластов. Башкирская нефть, 1947, № 2, с. 8–15.
- [770] *Щелкачев В. Н.* Упругий режим пластовых водонапорных систем. Москва, Гостоптехиздат, 1948 г., 144 с.
- [771] *Щелкачев В. Н.* Обобщение представления о радиусах влияния скважин. Москва, «Нефтяное Хозяйство», № 2, 1948 г., с. 10–17.

- [772] *Щелкачев В. Н.* О распространении возмущенных состояний в пласте. «Нефтяное Хозяйство», 1948 г., № 5.
- [773] *Щелкачев В. Н., Говорова Г. Л., Рябинина З. К.* Законы изменения радиуса влияния скважины в условиях упругого режима. Москва, «Нефтяное Хозяйство», № 7, 1948 г., с. 18–28.
- [774] *Щелкачев В. Н., Лапук Б. В.* Подземная гидравлика. Государственное Научно-Техническое издательство нефтяной и горно-топливной промышленности, Москва, 1949 г., 523 с.
- [775] *Щелкачев В. Н.* Особенности перераспределения пластового давления. «Нефтяное Хозяйство», № 4, 1950 г., с. 27–32.
- [776] *Щелкачев В. Н.* Некоторые условности карт изобар. «Нефтяное Хозяйство», 1950 г., № 5, с. 20–26.
- [777] *Щелкачев В. Н.* Расчеты пластовых давлений и дебитов скважин при законтурном заводнении. Сборник трудов Московского нефтяного института, выпуск 11, «Геология и Промысловое дело», Гос. Научно-техническое издательство нефтяной и горно-топливной промышленности. Москва — Ленинград, 1951 г., с. 40–56.
- [778] *Щелкачев В. Н.* Исследование неустановившегося фильтрационного потока упругой жидкости к круговой батарее стоков. «Доклады Академии Наук СССР», том 79, № 4, 1951 г., с. 577–580.
- [779] *Щелкачев В. Н.* Применение операционных методов к решению задачи о движении упругой жидкости в упругом пласте. Доклады Акад. Наук СССР, том 79, № 5, 1951 г., с. 751–754.
- [780] *Щелкачев В. Н.* Особенности восстановления пластового давления в процессе законтурного заводнения. «Нефтяное Хозяйство», 1952 г., № 2, с. 30–35 и № 4, с. 22–29.
- [781] *Щелкачев В. Н.* Подсчет сумм четных степеней расстояний до вершин правильного многоугольника. Труды Моск. нефтяного института, вып. 13, Госуд. Н.-Т. изд-во нефтяной и горно-топливной промышленности, Москва, 1953 г., с. 130–132.
- [782] *Щелкачев В. Н., Назаров С. Н.* Учет влияния гидродинамического несовершенства скважин в условиях упругого режима. «Нефтяное Хозяйство», № 5, 1954 г., Москва, с. 35–41.
- [783] *Щелкачев В. Н.* Упрощение решений дифференциального уравнения Фурье для задач, связанных с включением круговых батарей источников и стоков. Доклады Академии Наук СССР, № 2, 1955 г., том 101, с. 225–228.
- [784] *Щелкачев В. Н.* Подземная гидравлика. Большая Советская Энциклопедия, 1955, т. 29, с. 399–403.
- [785] *Щелкачев В. Н.* Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. Москва, Гостоптехиздат, 1959 г., 467 с.
- [786] *Щелкачев В. Н.* Уточнение приближенной формулы для определения понижения давления на стенке укрупненной скважины, пущенной с постоянным дебитом. Труды Моск. института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 33, Госуд. Науч.-Технич. издательство нефтяной и горно-топливной промышленности, Москва, 1961 г., с. 5–13.
- [787] *Щелкачев В. Н.* Графики понижения-восстановления забойного давления и скин-эффект в простейших условиях неоднородного пласта. Труды Моск. нефт. ин-та, 1961, вып. 33, с. 14–26.

- [788] *Щелкачев В. Н.* Примеры применения косвенного метода вывода формул для вычисления несобственных интегралов от функций Бесселя. Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности. Выпуск 33, Государственное научно-техническое издательство нефтяной и горно-топливной промышленности, Москва, 1961 г., с. 42–47.
- [789] *Щелкачев В. Н.* Уточнение вывода основных динамических уравнений теории фильтрации. Известия высших учебных заведений «Нефть и Газ», № 2, Баку, 1961 г., с. 87–93.
- [790] *Щелкачев В. Н.* Оценка погрешности простой приближенной формулы для подсчета количества добытой из пласта жидкости. Изв. высших учебных заведений «Нефть и газ», 1961, № 12, с. 73–75.
- [791] *Щелкачев В. Н.* Уточнение математической постановки и приближенное решение одной из основных задач теории упругого режима. «Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности», вып. 33., «Подземная гидродинамика», 1961 г., с. 21–41.
- [792] *Щелкачев В. Н.* Дополнительное обоснование преимуществ поддержания пластового давления в связи с обобщенным доказательством одной из важнейших теорем теории упругого режима. «Нефтяное Хозяйство», № 2, 1962 г., с. 46–52.
- [793] *Щелкачев В. Н.* Итоги некоторых новейших исследований в области теории упругого режима. Тезисы докладов Всес. совещания гидрогеологов в г. Ереван, 1963 г.
- [794] *Щелкачев В. Н., Влюшин В. Е.* Дальнейшее упрощение и уточнение расчетных формул для определения понижения давления на стенке укрупненной скважины, пущенной с постоянным дебитом в условиях упругого режима. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 7, 1963 г., с. 77–82.
- [795] *Щелкачев В. Н., Влюшин В. Е.* Упрощение подсчетов пластового давления при работе круговой галереи в условиях упругого режима. Известия Высших Учебных заведений. «Нефть и Газ», № 12, 1963 г., г. Баку, с. 81–85.
- [796] *Щелкачев В. Н., Влюшин В. Е., Харин О. Н.* Вывод расчетных формул для определения давления в ограниченном пласте в условиях упругого режима. Известия Высших Учебных заведений, «Нефть и Газ», № 11, 1964 г., г. Баку, с. 55–60.
- [797] *Щелкачев В. Н.* Упрощение расчетов притоков к круговым галереям в условиях упругого режима. Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 48, Изд. «Недра», Москва, 1964 г., с. 14–40.
- [798] *Щелкачев В. Н., Влюшин В. Е., Харин О. Н.* Методика подсчета пластового давления и притоков к галерее после ее пуска с переменным дебитом. Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности. Выпуск 55, Издательство «Недра», 1965 г., с. 14–25.
- [799] *Щелкачев В. Н.* Критический анализ новейших экспериментальных исследований особенности деформации пористых сред. Сборник «Труды Моск. института нефтехимич. и газовой промышленности», вып. 55, Москва, Издательство «Недра», 1965 г., с. 3–8.
- [800] *Щелкачев В. Н., Самарский А. А., Владимиров Л. А.* Решение специальных краевых задач неустановившегося движения жидкости в упругом пласте с помощью электронных счетных машин. «Известия высших учебных заведений», «Нефть и Газ», № 3, 1965 г., Баку, с. 77–80.
- [801] *Щелкачев В. Н., Гаджиев Ш. А., Влюшин В. Е.* Об одном классе функций, характеризующих нестационарное поле при включении линейных круговых

- стоков и источников. Доклады Азербайджанской Академии Наук, том XXII, № 7, Баку, 1966 г., с. 26–29.
- [802] *Щелкачев В. Н.* Уточнение формул притока жидкости к скважине, пущенной с заданным переменным давлением в условиях упругого режима. «Известия ВУЗов», Баку, «Нефть и Газ», № 12, 1966 г., с. 42–48.
- [803] *Щелкачев В. Н.* Использование специальных функций для эффективного решения одной из основных задач теории упругого режима. «Известия высших учебных заведений». «Нефть и Газ», Баку, 1967 г., № 10, с. 61–65.
- [804] *Щелкачев В. Н.* Обобщение формы решений простейших основных задач теории нестационарного поля фильтрационных потоков. Труды МИНХиГП им. И. М. Губкина. Издательство «Недра», Москва, вып. 66, 1967 г., с. 96–106.
- [805] *Щелкачев В. Н.* Некоторые новые решения основных задач теории нестационарного поля. Третий Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотации докладов. Москва, 1968 г., с. 328–329.
- [806] *Щелкачев В. Н.* Обобщение исследований нестационарных плоско-радиальных фильтрационных потоков на случаи, когда стоки источников непрерывно распределены в ограниченных областях. «Известия Высших Учебных Заведений. Нефть и Газ». № 8, г. Баку, 1968 г., с. 74–78.
- [807] *Щелкачев В. Н.* Прямолинейно-параллельные нестационарные потоки, вызванные переменными стоками-источниками, распределенными в ограниченной области. «Известия Высших Учебных Заведений. Нефть и Газ», № 10, г. Баку, 1968 г., с. 53–56.
- [808] *Щелкачев В. Н.* Развитие косвенного метода подсчета несобственных интегралов с функциями Бесселя. «Прикладная Механика» том 4, вып. 8, Киев, 1968 г., с. 109–113.
- [809] *Щелкачев В. Н., Харин О. Н., Полянин В. Д.* Некоторые особенности фильтрации неньютоновских жидкостей. Сборник «Подземная Гидродинамика», Моск. ин-тут нефтехимич. и газ. промышленности, «Недра», Москва, 1971 г., с. 12–15.
- [810] *Щелкачев В. Н.* Общие решения дифференциальных уравнений одномерных нестационарных потоков в многомерном пространстве. «Механика жидкости и газа», № 3, 1971 г., с. 132–138.
- [811] *Щелкачев В. Н.* Связь характеристических функций стоков-источников переменной производительности с другими высшими трансцендентными функциями. Сборник «Подземная Гидродинамика», Издательство «Недра», Москва, 1971 г., с. 3–12.
- [812] *Щелкачев В. Н.* Критический анализ исследований, посвященных определению верхней границы закона фильтрации Дарси. В сборнике «Упругий режим фильтрации и термодинамика пласта». Труды МИНХиГП, вып. 94. Изд-во «Недра», Москва 1972 г., с. 3–12.
- [813] *Щелкачев В. Н.* О характеристических функциях для дифференциального уравнения нестационарных фильтрационных потоков. — «Нефть и Газ», Изв. высшей школы, Баку, 1974 г., № 6, с. 36–40.
- [814] *Щелкачев В. Н.* Эффективные решения наиболее часто встречающихся в подземной гидродинамике простейших задач теории нестационарного поля. Труды Всесоюзной Конференции по математическим методам решения задач подземной нефтяной гидрогазодинамики. Баку, 1967 г. Издательство «ЭЛМ», Баку, 1974 г., с. 301–310.
- [815] *Щелкачев В. Н.* Развитие фундаментальных решений теории нестационарного поля и их применение в теории фильтрации. «Известия Высших Учебных Заведений». «Нефть и Газ», № 10, 1985 г., Баку, с. 47–53.

- [816] *Щелкачев В. Н.* Особенности математических решений задач исследования одномерных неустановившихся потоков в многомерном пространстве. Доклад на международном совещании по вопросам: «Математические методы в механике», 1987 г., изд. ин-та математики АН СССР, 1989, с. 19–26.
- [817] *Щелкачев В. Н.* Избранные труды. Том 1, Часть I, 399 с., том 1, часть II, 232 с., том II, 613 с., издательство «Недра», 1990 г.
- [818] *Щелкачев В. Н.* Расстановка скважин в пласте с водонапорным режимом. «Избранные труды». Том 1, часть II. Издательство «Недра», Москва, 1990 г., 232 с.
- [819] *Щербаков Г. В.* Методика исследования глубиннонасосных скважин по скорости восстановления забойного давления после прекращения откачки из скважин, «Нефтяное Хозяйство», № 3, 1956 г., с. 32–37.
- [820] *Щербаков Г. В.* Некоторые факторы, влияющие на ход кривой восстановления уровня (давления) в насосной скважине. «Нефтяное Хозяйство», № 3, 1958 г., с. 47–52.
- [821] *Щербаков Г. В.* Метод интерпретации результатов опробования пластов при помощи испытателей. «Научно-технич. сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 18, 1962 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 72–76.
- [822] *Щуров В. И.* Влияние перфораций на приток жидкости из пласта в скважину. «Труды совещания по развитию научно-исследовательских работ в области вторичных методов добычи нефти». Издательство Академии Наук Азербайджанской ССР, 1953 г., с. 144–149.
- [823] *Эйлер Л.* Дифференциальное исчисление. Государственное изд-во технико-теоретич. литературы, Москва — Ленинград, 1949 г., 580 с.
- [824] *Эйлер Л.* Интегральное исчисление. Том I, Государственное издательство технико-теоретической литературы. Москва, 1956 г., 415 с.
- [825] *Энгельгардт В.* Поровое пространство осадочных пород. «Недра», Москва, 1964 г., 232 с.
- [826] *Юрин И. Я.* Наблюдения за пьезометрической скважиной № 109 Туймазинского месторождения. «Башкирская нефть», № 1, с. 52–54, Уфа.
- [827] *Яковлев В. П.* Возможность промысловых определений коэффициентов сжимаемости, нефтенасыщенности и нефтеотдачи пласта. Труды ВНИИ, вып. XXI, «Разработка нефтяных месторождений и гидродинамика пласта», Гостоптехиздат, 1959 г., Москва, с. 142–160.
- [828] *Яковлев В. П.* Гидродинамический анализ недр. Ч. I. Анализ притоков. ОНТИ, Москва, 1936 г., 158 с.
- [829] *Яковлев В. П.* Опыт гидрологической разведки на промыслах Октябрьнефти. «Нефтяное Хозяйство» № 3, с. 25–30., 1939 г.
- [830] *Яковлев В. П.* Исследование упругих колебаний в артезианском пласте. Москва, «Нефтяное Хозяйство», № 1, 1946 г., с. 24–29.
- [831] *Яковлев В. П.* Гидрогеологическая разведка нефтяных и газовых горизонтов. Гостоптехиздат, Москва, 1953 г., 206 с.
- [832] *Янке Е., Эмде Ф.* Таблицы функций с формулами и кривыми, ОГИЗ, Москва — Ленинград, 1948 г., 420 с.
- \* \* \*
- [833] *Гъльбов М.* Номограммы за гидрогеоложни изчисления. Държавно Издателство «Техника», София, 1967 г., 144 стр.

- [834] *Гълъбов М.* О распространении паводка в прилегающих к реке водоносных пластах. «Гидрология и Метеорология», том XXIII, кн. 3, София, 1974, стр. 9–14.
- [835] *Йотов И. Г., Ченов Х. Д.* Методика за определяне хидрогеоложните параметри на водоносните пластове. Държавно Издателство «Техника», София, 1976, 268 стр.
- [836] *Гълъбов М. М.* Хидродинамика на подземните вододобивни и дренажни съоръжения. Държавно Издателство «Техника», София, 1978 г., 308 стр.
- [837] *Йотов И. Г.* Върху определяна колебанието на подземните води в крайречни низини. «Известия на Геологическия институт», серия «Инженерна Геология и Хидрогеология», кн. XVI, 1967 г., стр. 21–29.
- [838] *Минчева П. М.* Разработване на нефтени находища в пукнатинни колектори. Държавно Издателство «Техника», София, 1988 г., 266 стр.
- [839] *Agarwal R. G., Al-Hussainy R., Ramey H. J.* An investigation of wellbore storage and skin effect in unsteady liquid flow. «Society of Petroleum Engineers Journal», Sept., 1970, p.p. 279–290.
- [840] *Alba P.* Quelques Aspects de la Mécanique des Fluides dans les Milieux Poreux. «Revue de l'Institut Français du Pétrole», Vol. XIII, № 7-8, Juillet-Août, 1958, p.p. 1117–1156.
- [841] *Arps J. J., Smith A. E.* Practical use of bottom-hole pressure build-up curves. «Drilling and Production Practice», A.P.I., 1949, p.p. 155–165.
- [842] *Arps J. J.* Analysis of Decline Curves. Petroleum Transactions, AJME, vol. 160, 1945, p.p. 228–247.
- [843] A mystery of the oil fields, «The Oil Weekly», Vol. 123, № 4, September 23, 1946, p.p. 28–32.
- [844] *Bear J.* Dynamics of fluids in porous media. New York, Amer. Elsevier Publ. Comp., 1972, 764 p.
- [845] *Bixel H. C., Larkin B. K, Van Poolen H. V.* Effect of linear discontinuities on pressure build-up and drawdown behaviour. «Journal of Petroleum Technology», Vol. 15, № 8, 1963, p.p. 885–895.
- [846] *Blanshard F. B., Byerly P.* The effect of distant earth-quakes on the waterlevel in wells. «Transactions of the American Geophysical Union», P. II, 1936, p.p. 405–406.
- [847] *Botset H. G., Reed D. W.* Experiment of compressibility of sand. «Bulletin Amer. Assoc. Petrol. Geol.», Vol. 19, № 7, July 1935, p.p. 1053–1060.
- [848] *Boulton N. S.* The drawdown of the water-table under nonsteady conditions near a pumped well in an unconformed formation. «Proceedings Institute Civil Engineers», Vol. 3, Part 3, August 1954, p.p. 564–567.
- [849] *Boulton N. S.* Unsteady radial flow to a pumped well allowing for delayed yield from storage. «Association Internationale d'hydrologie scientifique», Publ. 87, p.p. 472–477, 1954.
- [850] *Boulton N.* Analysis of data from non-equilibrium pumping tests allowing for delayed yield from storage, «Proceedings Inst. Civil Engineers», Vol. 26, 1963, p.p. 469–482.
- [851] *Boussinesq J.* Essai sur la théorie des eaux courantes. «Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences», 23, № 1, Paris, 1877, p. 680.
- [852] *Buckley S. E., Leverett M. C.* Mechanism of fluid displacement in sands. «Transactions Amer. Inst. Mining Engineers», Vol. 146, 1942, p. 107.

- [853] *Brandt H.* A study of speed of sound in porous medis. «Journal of Applied Mechanics», Vol. 22, № 4, December 1955, p.p. 479–486.
- [854] *Brauer E. B.* Simplification of superposition principle for pressure analysis at variable rates. Preprint, Panel No SPE 1184, Society of Petroleum Engineers of AIME.
- [855] *Brownscombe E. R., Collins F.* Pressure distribution in unsaturated oil reservoirs. «Petroleum Transactions», AIME, Vol. 189, 1950, p.p. 371–372.
- [856] *Buck J. R.* Pressure build-up curves show oil in place. «The Petroleum Engineers», May 1955, Vol. XXIII, № 5, Sect. B, p.p. 103–112.
- [857] *Cameron A.* The isothermal and adiabatic compressibilities of oil. «Journal of the Inst. of Petrol.», Vol. 31, № 263, November 1944, p.p. 421–427.
- [858] *Carpenter Ch. B., Spenser G. B.* Compressibility measurements of consolidated oil sands. «The Oil Weekly», Vol. 100, № 3, Dec. 23, 1940, p.p. 22–32.
- [859] *Carsten H. R. F., Mc-Kerrow N. W.* The tabulation of some Bessel functions  $K(x)$ . «Philosophical Magazine», London, Vol. 35, VII, 1944, p.p. 812–818.
- [860] *Chatas Ang. T. A.* Practical treatment of nonsteadystate flow problems in reservoir systems. Part 1, «The Petroleum Engineer», May 1953, Vol. XXV, № 5, p.p. B–42–50; Part II, «The Petroleum Engineer», June 1953, Vol. XXV, № 6, p.p. B–38–51; Part III, Idem, Aug. 1953, № 8, p.p. B–44–56.
- [861] *Chen H. K., Brigham W. E.* Pressure buildup for a well with storage and skin in a closed square. «Journal of Petrol. Technology», January 1978, p.p. 141–146.
- [862] *Cooper H. H., Jacob C. E.* A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well-fluid history. «Transactions American Geophysical Union», Vol. 27, № IV, August 1946, p.p. 526–534.
- [863] *Cooper H. H., Bredehoeft J. D., Papondopulos S. S., Bennet R. R.* The response of well-aquifer system to seismic waves. «Journal Geophys. Rev.», August 15, 1965, p.p. 3915–3926.
- [864] *Chow V. T.* On the determination of transmissibility and storage coefficients from pumping test data. «Transactions American Geophysical Union», Washington, Vol. 33, 1952, p.p. 397–404.
- [865] *Collins K. E.* Flow of fluids through! porous materials, New York, 1961, p.p. 270.
- [866] *Cobb W. M., Smith J. T.* An investigation of pressure buildup test in bounded reservoirs. «Journal Petrol. Technology», August, 1975, 991–996.
- [867] *Crank J.* The mathematics of diffusion. Clarendon Press, Oxford, 1956, p.p. 347.
- [868] *Cret, u I.* Hidraulică generală si subterană. «Editura didactica si pedagogica», Bucuresti, 1971, 490 p.
- [869] *Cret, u I., Svare Al.* Cercetarea hidrodinamica a sondelor. «Editura Tehnica», Bucuresti, 1967, 224 p.
- [870] *Cret, u I.* Posibilitatea luării in considerare a debitului variabil la cercetarea sondelor prin schimbarea debitului in trepte. «Studii si Cercetari de Mecanica Aplicata», Tomul 20, № 6, 1965, Romania, p.p. 1499–1507.
- [871] *Darcy H.* Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Paris, 1856, 647 p.
- [872] *De-Golyer E.* Production under effective water drive. «Petroleum Technology», Vol. 4, № 3, May 1941, p.p. 1–4.
- [873] *Dietz D. N.* Determination of average reservoir pressure from build-up surveys. «Journal Petrol. Technol.», August 1965, p. 955.
- [874] *Dobrynin V. M.* Effect of overburden pressure on properties of sandstones. Ed. of Department of Mineral Technology, University of California, Berkeley, 1961, 31 p.

- [875] *Dobrynin V. M.* Effect of overburden pressure on some properties of sandstones. «Society of Petroleum Engineers Journal», 1962, p.p. 360–366.
- [876] *Dolan J. P., Einarsen Ch. A., Holl G. A.* Special applications of drill-stem test pressure data. «Journal of Petroleum Technology», November 1957, Vol. IX, № 11, p.p. 318–324.
- [877] *Donoghue D.* Elasticity of reservoir rocks and fluid with special reference to the East Texas oil field. «Bull. Am. Assoc. Petr. Geol.», Vol. 28, № 7, July 1944, p.p. 1032–1035.
- [878] *Earlougher R. C., Ramey H. J., Miller F. G., Mueller T. D.* Pressure distribution in rectangular reservoirs. «Journal of Petroleum Technology», Febr. 1968, p. 199.
- [879] *Earlougher R. C., Kersh K. M.* Analysis of short-time transient test data by type-curve matching. «Journal of Petroleum Technology», July 1974, p.p. 793–800.
- [880] *Elliot G. R.* Behavior and control of natural water drive reservoirs. «The Oil Weekly», Vol. 118, № 10, August 6, 1945, p.p. 54–60.
- [881] *Fatt I.* Compressibility of sandstones at low to moderate pressures. «Bull. Am. Assoc. Petrol. Geol.», Vol. 42, № 8, 1957, p. 1924.
- [882] *Fatt I.* Compressibility of sphere pack-comparison of theory and experiment. «Journal of Applied Mechanics», March 1957, p.p. 148–149.
- [883] *Fatt I.* A new electric analogue model for nonsteady state flow problems, «Amer. I. Ch. Journal», Vol. 4, № 1, March 1958, p.p. 49–52.
- [884] *Fatt I.* Pore volume compressibilities of sandstone reservoir rock. «Journal of Petroleum Technology», March 1958, p.p. 64–66.
- [885] *Fatt I.* The effect of stress on permeability of sandstone cores. «Society of Petroleum Engineers Journal», № 7, p.p. 95–100.
- [886] *Ferrandon J.* Les lois de l'écoulement de filtration. «Le Genie Civil», Tome CXXV, № 2, 15 Janvier 1948, p.p. 24–28.
- [887] *Ferrandon J.* Mécanique des terrains perméables. «La Houille Blanche», Juillet-Aout 1954, № 4, p.p. 466–480.
- [888] *Ferrari F.* Theorie du puits en écoulement non permanent. Society Hydrotechnique de France. Paris, 1958, 29 p.
- [889] *Fetcovich M. F.* Decline Curve Analysis Using Type Curves. «Journal of Petroleum Technology», June 1982, p.p. 1065–1077.
- [890] *Fourier J. B.* Théorie analytique de la chaleur. Oeuvres de Fourier, Tome I, Gauthier-Villars, Paris, 1888, 563 p.
- [891] *Galabov M.* Bank-storage dynamics due to rivers. «Journal of Hydrological Sciences», Vol. 4, № 3–4, 1977, p.p. 205–215.
- [892] *Gaucher M., Burman M.* Modél hydraulique, écoulements lineares en milieu poreux. «Revue de l'Institut Francais du Pétrole», Vol. X, № 9, September 1955, p.p. 1057–1072.
- [893] *Geartsma J.* The effect of fluid pressure decline on volumetric changes of porous rocks. «Journal of Petroleum Technology», Vol. 9, № 12, December 1957, p.p. 331–339.
- [894] *Gheorghit, a S, t. I.* Metode matematica in hidrogazodinamica subterana. Editura Academicii Republicii Socialiste Romania, Bucuresti, 1966, 582 p.
- [895] *Gheorghit, a S, t. I.* Introducere in hidrodinamica corpurilor porouse. Editura Academicii republicii Romania, 1969, 210 p.

- [896] *Gladfelter R. E., Tracy G. W., Wilsey L. E.* Selecting wells which will respond to production-stimulation treatments. «Oil & Gas Journal», Vol. 54, № 3, May 23, 1955, p.p. 126–131.
- [897] *Goldstein S.* Some two-dimensional diffusion problems with circular symmetry. «Proceedings of the London Mathematical Society», Vol. XXXIV, Section 2, Part 1, 1932, p. 51.
- [898] *Goodnight R. C., Klikoff W. A., Fatt I.* Non-steady-state fluid flow and diffusion in porous media containing dead-end pore volume. «Journal of Physical Chemistry», Vol. 64, 1960, p.p. 1162–1167.
- [899] *Gosselin M., Schweller H.* Observation de la débit des puits artesiens. «Congrès Intern. Union Géodésique et Géophysique», Rapport 7, Commission des eaux souterraines, Washington, 1939, 18 p.
- [900] *Griffin Ph.* Field evaluation of drill-stem tests. «Canadian Oil and Gas Industries», Vol. 11, № 6, June 1958, p.p. 61–67.
- [901] *Gringarten A. C., Ramey H. J.* The use of source and Green's functions in solving unsteady-flow problems in reservoirs. «Society of Petroleum Engineers Journal», October 1973, p.p. 285–296.
- [902] *Gringarten A. C., Ramey H. J., Raghavan R.* Unsteady state pressure distributions created by a well with a single infinite conductivity vertical fracture. «Society of Petroleum Engineers Journal», August 1974, p.p. 347–360.
- [903] *Gringarten A. C., Ramey H. J.* Unsteady state pressure distribution created by a well with a single horizontal fracture, partial penetration, or restricted entry. «Society of Petroleum Engineers Journal», August 1974, p.p. 413–426.
- [904] *Gringarten A. C., Ramey H. J., Raghavan R.* Pressure analysis for fractured wells. «Journal of Petroleum Engineers», July, 1975, p.p. 887–892.
- [905] *Haiek V., Novak M.* Problems concerning solution of steady and unsteady groundwater flow by statistical method. Preprints. «Symposium on the Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media», Haifa, Israel, Febr. 1969, p.p. 1125–1140.
- [906] *Hall H. N.* Compressibility of reservoir rocks. «Petroleum Transactions AIME», Vol. 198, 1953, p.p. 309–311.
- [907] *Hartree D. R.* Some properties and applications of repeated integrals of the error function. «Memoirs and Proceedings of the Manchester Literary and Philosophical Society», Vol. LXXX, № 9, 1935–1936, p.p. 85–102.
- [908] *Hantush M. and Jacob C. E.* Nonsteady flow in an infinite leaky aquifer. «Trans. Amer. Geophys. Union», 36, 1955, p.p. 95–100.
- [909] *Hantush M.* Drawdown around wells of variable discharge. «Journal of Geophys. Research», Vol. 69, № 20, 1964, p.p. 4221–4235.
- [910] *Hantush M.* Hydraulics of wells. «Advances in Hydroscience», Vol. 1, New York, Academic Press, 1964, p.p. 281–432.
- [911] *Hawkins M. F.* A note on the skin effect. «Petroleum Transactions», AIME, Vol. 207, 1956, p.p. 356–357.
- [912] *Hazebrook P., Rainbow H., Matthews C. S.* Pressure falloff in water injection wells. «Transactions AIME», № 213, 1958, p.p. 250–260.
- [913] *Heeg W.* Zur instationären Strömung einer homogenen kompressiblen Flüssigkeit in klüftigen porösen Stoffen. «Bergakademie», Vol. 8, 1967, p.p. 490–491.
- [914] *Heeg W.* Hydrodynamische Erkundungs- und Untersuchungsmethoden bei übertiefen Bohrungen. «Vortragsreihe Tiefbohrtechnik und Erdölgewinnung», Band II, Bergakademie Freiberg, 1968, s.s. 23–79.

- [915] *Homer D. R.* Pressure build-up in wells. «Third World Petroleum Congress, The Hague, 1951, Proceedings», Sect. II, p.p. 503–521.
- [916] *Houpeurt A.* Eléments de mécanique des fluides dans les milieur poreux. «Revue de l'Institut Français du Pétrole», Vol. XI, № 3, Mars 1956, p.p. 326–352; Vol. XI, № 4, Apr. 1956, p.p. 456–487.
- [917] *Houpeurt A.* Eléments de mécanique des fluides dans les milieur poreux. «Société des Editions Technip», Paris, 1958, 231 p.
- [918] *Houpeurt A.* Exploitation des Gisements d'Hydrocarbures. «Guiffre Edilore», Milano, 1963, 250 p.
- [919] *Houpeurt A.* Mécanique des fluides dans les milieux poreux critiques et recherches. Edition Technip., Paris, 1974, 385 p.
- [920] *Hubbert K.* Discussion on papers by Messrs Jacoband Guyto. National Research Council, «American Geophysical Union Transactions», Part III, 1941, p.p. 770–772.
- [921] *Hughes D. E., Cooke C. E.* The effect of the pressure on the reduction of pore volume of consolidated sandstones. «Geophysics», Vol. XVIII, № 2, April 1953, p.p. 298–309.
- [922] *Hurst W.* Unsteady flow of fluids in oil reservoirs. «Physics», Vol. 5, № 1, January 1934, p.p. 20–30.
- [923] *Hurst W.* Water influx into a reservoir and its application to the equation of volumetric balance. «Transactions AIME», № 151, 1943, p.p. 57–72.
- [924] *Hurst W.* Establishment of the skin effect and its impediment to fluid flow into a well bore. «The Petroleum Engineer», Vol. XXV, № 11, October 1953, p.p. B6–B16.
- [925] *Hurst W.* Advances in petroleum engineering. «Penn Well Publishing Company», Tulsa, Oklahoma, 1981, 382 p.
- [926] *Hurst W.* The simplification of the balance formulae by the Laplace transformation. At first was published as a paper, presented at the Production and Reservoir Engineering Conference in Tulsa, Oklahoma, March 20–21, 1958. Then was published as 10th Chapter in «Advances in Petroleum Engineering», Penn Well Publishing Company, Tulsa, Okla., 1981, p.p. 206–236.
- [927] *Hurst W.* Interference between oil fields. At first was published as a report for the annual meeting of Society of Petroleum Engineers, October, 1959, Dallas, Texas. Then was published as 11th Chapter in «Advances in Petroleum Engineering», Penn Well Publishing Company, Tulsa, Okla., 1981, p.p. 237–272.
- [928] *Hurst W., Haynie O. K, Walker R. N.* Some problems in pressure buildup. At first was published as Paper 145 at the 36th Annual Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers, October 1961. Then was published as 13th Chapter in «Advances in Petroleum Engineering», Penn Well Publishing Company, Tulsa, Okla., 1981, p.p. 296–312.
- [929] *Hurst W.* The radius-of-drainage formula. At first was published in «Oil & Gas Journal», July 14, 1969. Then was published as 14th Chapter in «Advances in Petroleum Engineering», Penn Well Publishing Company, Tulsa, Okla., 1981, p.p. 313–321.
- [930] *Hurst W., Clark J. D., Brauer E. B.* The skin effect in producing wells. At first was published in «Trans. AIME», 1953, 171–198. Then was published as 16th Chapter in «Advances in Petroleum Engineering», Penn Well Publishing Company, Tulsa, Okla., 1981, p.p. 346–366.
- [931] *Ineson J.* Notes on the theory and formulae associated with pumping tests for determination of formation constants. «Journal Inst. Water Engineers», Vol. 6, Oct. 1952, p. 454.

- [932] *Ineson J., Engelund F.* The drawdown of the water table under nonsteady conditions near a pumped well in an unconfined formation. «Proceedings Inst. Civil Eng.», Part III, Vol. 4, p.p. 213–218.
- [933] *Ingersoll L. R., Zobel O. J., Ingersoll A. C.* Heat conduction with engineering, geological and other applications. The University of Wisconsin Press, Madison, U.S.A., 1954, 325 p.
- [934] *Jacob C. E.* Fluctuation in artesian pressure produced by passing railroad trains as shown in a well on Long Island. «Transactions Amer. Geophys. Union», Vol. 20, New York, 1939, p.p. 666–674.
- [935] *Jacob C. E.* On the flow of water in an artesian aquifer. «Transactions Amer. Geophys. Union», 21st Annual Meeting, 1940, p.p. 574–586.
- [936] *Jacob C. E.* Coefficients of storage and transmissibility obtained from pumping tests in the Houston District, Texas. «National Research Council», American Geophysical Union Transactions of 1941, Part III, p.p. 744–756.
- [937] *Jacob C. E.* Radial flow in a leaky artesian aquifer. «Trans. Amer. Geophys. Union», 1946, 27, p.p. 198–205.
- [938] *Jacob C. E.* Drawdown test to determine effective radius of artesian well. «American Society Civil Eng.», Vol. 112, 1947, p. 1049.
- [939] *Jacob C. E.* Flow of ground water. «Engineering Hydraulics», Vol. 1, Ch. 5, 1950. John Wiley & Sons, 321–386.
- [940] *Jacob C. E., Lohman S. W.* Nonsteady flow to a well constant drawdown in extensive aquifers. «Transactions Amer. Geophys. Union», 33, 1959, p.p. 559–569.
- [941] *Jacquirel P.* Théorie de l'interprétation des mesures de pression. «Rev. Inst. Franc. du Pétrole», XIX–3, 1964, p.p. 297–338.
- [942] *Jousson J.* Interpretation des essais de production et des tests de formation. «Revue de l'Institut Français du Pétrole», Vol. 12, № 11, November, 1957, p.p. 1123–1142.
- [943] *Joers J. C., Smith R. V.* Determination of effective formation permeabilities and operation efficiencies of water input wells. «The Petroleum Engineer», Vol. XXVI, № 11, October 1954, p.p. 82–96.
- [944] *Jones P. J.* Properties of water found in reservoirs. «Oil & Gas Journal», Vol. 43, № 28, November 18, 1944, p.p. 205–209.
- [945] *Káramán Th., Howarth L.* On the statistical theory of isotropic turbulence. «Proceedings of the Royal Society», Series A, Vol. 164, № 916, January 7, 1938, p.p. 192–215.
- [946] *Kaye J.* A table of the first eleven repeated integrals of the error function. «Journal of Mathematics and Physics», Vol. XXXIV, № 2, 1955. The Technology Press, Massachusetts Institute of Technology, p.p. 119–125.
- [947] *King F. H.* Principles and conditions of the movements of ground water. «Nineteenth Report of the United States Geological Survey», 1897–1898, Part II, Washington, 1899, p.p. 59–294.
- [948] *Lamé G.* Mémoire sur les Lois de L'Équilibre du Fluide Étéré. «Journal de l'École Polytechnique», Tome XIV, Cahier 23, Bachelier, Paris, 1834, p.p. 191–288.
- [949] *Lamé G.* Leçons sur les coordonnées curvilignes et leurs diverses applications. Paris, Mallet-Bachelier, 1859, p.p. 368.
- [950] *Laplace P. S.* Mémoire sur divers points d'Analyse. «Journal de l'École Polytechnique», Tome VIII, XV Cahier, p.p. 229–265, December 1809, Paris.

- [951] *Lee Ch. H.* The interpretation of water levels and test holes. «Transactions Amer. Geophysical Union», P. II, 1934, p.p. 540–554.
- [952] *Lagette R. M., Taylor G. H.* The transmission of pressure in artesian aquifers. «Transactions Amer. Geophysical Union», P. II, 1934, p.p. 409–413.
- [953] *Long G., Chierichi G.* Salt content changes compressibility of reservoir brines. «The Petroleum Engineer», July 1961, p.p. B25–B31.
- [954] *Lubinsky A.* The theory of elasticity of porous bodies displaying a strong pore structure. «Proceedings of the Second United States National Congress of Applied Mechanics», 1955, p.p. 13–20.
- [955] *Mann R. L., Fatt I.* Effect of pore fluids on the elastic properties of sandstones. «Geophysics», Vol. XXV, № 2, April 1960, p.p. 493–444.
- [956] *Mc Latchie A. S., Hemstock R. A., Young J. W.* The effective compressibility of reservoir rock and its effects on permeability. «Journal of Petroleum Technology», Vol. X, № 6, June 1958, p.p. 49–51.
- [957] *Matthews C. S., Russel D. G.* Pressure buildup and How tests in wells. Monograph, Vol. 1, Henry L. Doherty Series, New York, Dallas, 1967, 172 p.
- [958] *Matthews C. S., Russel D. G.* Pressure build-up and flow tests in wells. «Society of Petroleum Engineers of AIME», Dallas, 1967, p. 48.
- [959] *Mayuga M. N.* Geology and Development of Californiás Gicent-Wilmington Field. Memoir 14. Geology of Gicent Petroleum Fields. Published by the American Association of Petroleum Geologists, Tulsa, Oklahoma U.S.A., November, 1970, 575 pages.
- [960] *Mc Dowell J. M., Muskat M.* The effect on Well Production of Formation on Penetration beyond Perforated Casing. «Journal of Petroleum Technology», November 1950, Vol. 2, № 11, p.p. 309–319.
- [961] *Mc Dowell J. M.* Performance of water drive reservoirs, including pressure maintenance, as determined by the reservoir analyser. «Journal of Petroleum Technology», Vol. 7, № 5, May 1955, p.p. 73–78.
- [962] *Mc Kinley R. M.* Wellbore transmissibility from afterflow dominated pressure build-up data. «Journal of Petroleum Technology», July 1971, p.p. 863–872.
- [963] *Meinzer O. E.* Compressibility and elasticity of artesian aquifers. «Econ. Geol», Vol. XXIII, № 3, May 1928, p.p. 263–291.
- [964] *Meinzer O. E.* The need for a nation-wide program of observation wells. «Trans. Amer. Geophys. Union», P. II, 1935, p.p. 433–438.
- [965] *Meinzer O. E.* Hydrology — our water supply. «Journal of the Washington Acad. of Sciences», Vol. 27, № 3, March 15, 1937, p.p. 85–101.
- [966] *Miller C. C., Dyes A. B., Hutchinson C. A.* The estimation of permeability and reservoir pressure from bottom hole pressure build-up characteristics. «Trans. AIME», 1950, Vol. 189, p.p. 91–107.
- [967] *Moore T. V., Shilthuis R. J., Hurst W.* Determinating permeability from field data. «The Oil Weekly», May 22, 1933, Vol. 69, № 10, p.p. 16–34.
- [968] *Monicard R.* Techniques employees pour l'étude et la realisation de stockages souterrains de gas dans les reservoirs aquiferes. Communication présentée om V Congrès du Petrole, New York, 1959, Section VIII, Refer. I.F.P. 2891, December 1958.
- [969] *Mueller Th. D., Witherspoon P. A.* Pressure interference effects within reservoirs and aquifers. «Journal of Petroleum Technology», April 1965, p.p. 471–474.
- [970] *Mullain J. J.* Reservoir performance. «The Petroleum Engineer», Vol. 15, № 10, 1944, p.p. 93–106.

- [971] *Muskat M.* The flow of compressible fluids through porous media and some problems in heat conduction. «Physics», Vol. 5, № 3, March 1934, p.p. 71–94.
- [972] *Muskat M.* Determining production capacity and pressure. «The Oil Weekly», October 12, 1936, p. 30.
- [973] *Muskat M.* The use of data on build-up of bottom hole pressures. «Transactions AIME», 1937, № 123, p.p. 44–48.
- [974] *Mutalik P. N., Joshi S. D.* Declina curve analysis predicts oil recovery from horizontal wells. «Oil & Gas Journal», Vol. 90, № 36, Sept. 7, 1992, p.p. 42–48.
- [975] *Nisle R. G.* The effect of a short time shut-in on a subsequent pressure build-up test on an oil well. «Petroleum Transactions», AIME, Vol. 207, 1956, p.p. 320–321.
- [976] *Nordon J.* Sur une solution nouvelle de l'équation de Fourier. «Comptes Rendus Acad. Sciences», Paris, 1949, t. 228, p.p. 167–168.
- [977] *Nowwak T. J., Lester G. W.* Analysis of pressure fall-off curves obtained in water injection wells to determine injective capacity and formation damage. «Journal of Petroleum Technology», Vol. 204, June 1955, p.p. 96–102.
- [978] *Oroveanu T., Pascal H.* Sur le mouvement d'un Mélange compressible de liquide et de gaz á travers un milieu poreux. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome II, № 1, 1957, p.p. 93–99, Romania.
- [979] *Oroveanu T., Pascal H.* On the propagation of pressure waves in a liquid flowing through a porous medium. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome IV, № 3, 1959, Editions de l'Académie de la République Populaire Roumaine, p.p. 445–448.
- [980] *Oroveanu T., Silveanu E.* Asupra cerasterii presiunii intro sondá dupá inchiderea acesteia. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome V, № 2, 1960 (Édition de l'Académie de la République Populaire Roumaine).
- [981] *Oroveanu T.* On the flow of compressible liquid through non-homogenous porous media. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome VI, № 3, 1961, p.p. 284–289.
- [982] *Oroveanu T.* Scurgerea fluidelor prin medii poroase neomogene. Editura Academiei Republicii Populaire Roumaine, 1963, 328 p.
- [983] *Oroveanu T., Osnea A.* Sur l'écoulement lineare d'un liquide compressible dans un milieu poreux. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome 9, № 3, 1964, Romania, p.p. 581–599.
- [984] *Oroveanu T.* Quelques aspects de l'écoulement des liquides compressibles dans les milieux poreux. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome 12, № 3, 1967, Romania, p.p. 741–760.
- [985] *Oroveanu T., Spulber I.* L'influence de la variation des caracteristiques du milieu poreux sur la remontée de la pression dans un systeme lineare. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome 13, № 3, 1968, Romania, p.p. 417–428.
- [986] *Pascal H.* Une methode pour déterminer la perméabilité d'un milieu poreux. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome VI, № 2, 1961, Romania, p.p. 197–205.
- [987] *Pascal H.* Dispersion des ondes de pression dans un liquide qui s'écoule a travers un milieu poreux. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome 9, № 4, 1964, Romania, p.p. 747–758.
- [988] *Pascal H.* L'écoulement d'un mélange compressible liquide-gaz á travers un milieu poreux en régime transitoire. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome 11, № 4, 1966, Romania, p.p. 833–853.
- [989] *Pascal H.* Étude de la courbe de remontée de pression dans l'écoulement polyphasique. «Revue de l'Institut Français du Pétrole», Vol. XXII, № 3, Mars 1968, p.p. 425–442.

- [990] *Perrine R. L.* Analysis of pressure build-up cuves. «Drilling and Production Practices», API, 1956, p. 482.
- [991] *Poland J. F., Davis G. H.* Subsidence of the land surface in the Tulara Wasco (Delana) and Los Banos Kettleman city area, San Joaquin Valley, California. «Transactions Amer. Geophys. Union», Washington, Vol. 37, 1956, p.p. 287–296.
- [992] *Pouchan P.* Étude de nappes á l'aide de régime transitoire. «Trav. de Labor de Geolog. de la Fac. des Sc. de Bordeaux», T. II, Vol. 85, 1959, 18 p.
- [993] *Ramey H. J.* Rapid methods for estimating reservoir compressibilities. «Journal of Petroleum Technology», April 1964, p. 447.
- [994] *Ramey H. J.* Application of the line source solution to flow in porous media. «Production Monthly», May 1967, p. 4.
- [995] *Ramey H. J.* Short-time well test data interpretation in the pressure of skin effect and wellbore storage. «Journal of Petroleum Technology», January 1970, p.p. 97–104.
- [996] *Ramey H. J., Cobb W. M.* A general pressure buildup theory for a well in a closed drainage area. «Journal of Petroleum Technology», December 1971, p.p. 1493–1505.
- [997] *Ramey H. J., Kumar A., Gulati M. S.* Gas well test analysis under water-drive conditions. Ed. «American Gas Association», 1973, 312 p.
- [998] *Ramey H. J.* A drawdown and buildup type curves for interference testing. «Proceedings of the Third Invitational Well-Testing Symposium», Berkeley, California, 1980, p.p. 130–134.
- [999] *Ramey H. J.* Distinguished Author Series. Pressure transient testing. «Journal of Petroleum Technology», July 1982, Vol. 34, № 7, p.p. 1407–1413.
- [1000] *Rayleigh J.* Problems in conduction of heat. «The London, Edinburgh and Dublin Phylosophical Magazine and Journal of Science», Vol. XXII, Sixth Series, № CXXIX, September 1911, London, p.p. 381–396.
- [1001] *Ribaud G.* Une solution nouvelle de l'équation de Fourier. «Comptes Rendus de l'Académie des Sciences», Tome 226, 1948, p.p. 140–142.
- [1002] *Ribaud G.* Les problème du mur indéfini avec flux calorifique constant. «Comptes Rendus de l'Académie des Sciences», Tome 226, 1948, p.p. 204–206.
- [1003] *Ribeau G.* Development sur une solution de l'équation de Fourier dans le cas du mur d'épaisseur infinie. «Comptes Rendus de l'Academie des Sciences», Tome 226, 1948, p.p. 449–451.
- [1004] *Richardson R. M.* Tidal fluctuations of water levels observed in wells in East Tennessee. «Transactions Amer. Geophys. Union», Washington, Vol. 37, 1956, p.p. 461–462.
- [1005] *Roberts W. J., Romine H. E.* Effect of train loading on the water level in a deep glacial drift well in Central Illinois. «Transactions Amer. Geophys. Union», Washington, Vol. 28, 1947, p.p. 912–991.
- [1006] *Robinson P. W.* Earth-tides shown by fluctuations of water levels in New Mexico and Iowa. «Transactions Amer. Geophys. Union», Washington, Vol. 20, 1939, p.p. 656–666.
- [1007] *Rumble R. C., Spain H. H., Stamm H. E.* A reservoir analyser study of the Woodbine Basin. «Transactions AIME», Vol. 192, 1951, p.p. 331–340.
- [1008] *Schoeller H.* Les eaux souterraines. «Masson et Cie», Paris, 1962, 642 p.
- [1009] *Scheidegger A. E.* The physics of flow through porous media. Revised edition, University of Toronto Press, 1960, 313 p. (Есть русский перевод первого издания: «Физика течения жидкостей через пористую среду», Гостоптехиздат, 1960 г., 249 стр.)

- [1010] *Scheidegger A. E.* On the theory of flow of underground fluids in compressible strata. «Canadian Journal of Physics», Vol. 37, 1959, p.p. 276–284.
- [1011] *Schilthuis R., Hurst W.* Variations in reservoir pressure in the East Texas Field. «The Oil Weekly», Vol. 78, № 5, October 15, 1934.
- [1012] *Schilthuis R. J., Hurst W.* Variations in reservoir pressure in the East Texas Field. «Transactions AIME», 1935, p.p. 171–176.
- [1013] *Schoeller H.* Arid zone hydrology recent development. UNESCO, 1959, p. 125.
- [1014] *Shchelkachev V. N.* Summary of latest works on unsteady flow of liquids through porous media. Fundamentals of transport phenomena in porous media. Proceedings of the Second Symposium, Vol. 1, University of Guelph, Canada, 1972, p.p. 206–221.
- [1015] *Smith R. V., Williams R. H., Dewes E. J., Archer F. G.* Pressure-buildup and well-interference tests. «Oil & Gas Journal», Vol. 50, № 26, November 1, 1950, p.p. 52–53, 73–74; Vol. 51, № 14, August 11, 1952, p.p. 118–125; Vol. 51, № 15, August 18, 1952, p.p. 99–105, 124–127.
- [1016] *Sneddon R.* Does oil withdrawal cause earthquakes? «The Petroleum Engineer», Vol. XXIV, № 11, October 1952, p.p. A 54–71.
- [1017] *Stewart F. M., Callaway F. H., Gladfelter R. E.* Comparison of methods for analysing a water drive field, Torchlight Tensleep reservoir, Wyoming. «Journal of Petroleum Technology», Vol. 6, № 9, September 1954, p.p. 105–110.
- [1018] Tables of integral transforms. Vol. I, Mc-Graw Hill Co., New York, 1954, 391 p.
- [1019] *Taeger I.* Numerical values for the temperature in radial heat flow. «Journal Math. Phys.», 34, 1956, p.p. 316–321.
- [1020] *Theis Ch. V.* The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage. «Transactions Amer. Geophys. Union», Part II, Vol. 16, 1935, p.p. 519–524.
- [1021] *Theis Ch. V., Brown R. H.* Use of slide rule in solving ground water problems involving application of the non equilibrium formula. «U.S. Geological Survey», 1956, 2 p.
- [1022] *Thomson W.* (Lord Kelvin) Compendium of the Fourier mathematics for the conduction of heat in solids, and the mathematically allied physical subjects of diffusion of fluids and transmission of electric signals through submarine cables. «Mathematical and Physical Papers», Vol. II, Cambridge, 1884, p.p. 41–60.
- [1023] *Thompson D. G.* Report of the Committee on Underground Waters. «Transactions Amer. Geophys. Union», P. II, 1935, p.p. 432–438.
- [1024] *Thompson D. G.* Some problems relating to fluctuations of ground-water levels. «Transactions Amer. Geophys. Union», P. II, 1936, p.p. 337–341.
- [1025] *Tinzaad H.* Influence of the atmospheric pressure on the head of artesian water and phreatic water. «Association International d'Hydrologie Scientifique», Publ. № 37, 1954, p.p. 32–37.
- [1026] *Tolman C. F.* Ground water. Mc Grow Hill Book Co., New York and London, 1937, 593 p.
- [1027] *Trube A. S.* Compressibility of undersaturated hydrocarbon reservoir fluids. «Journal of Petroleum Technology», Vol. 9, № 12, December 1957, p.p. 341–345.
- [1028] *Van Everdingen A. F., Hurst W.* The application of the Laplace transformation to flow problems in reservoirs. «Petroleum Transactions», AIME, December 1949, p.p. 305–324.
- [1029] *Van Everdingen A. F.* The skin effect and its influence on the productive capacity of a well. «Petroleum Transactions», AIME, Vol. 198, 1953, p.p. 171–176.

- [1030] *Van Pollen H. K.* Damage ratio determined by drill stem test data. «World Oil», Vol. 14, № 6, November 1957, p. 139.
- [1031] *Veatch A. C.* Fluctuations of waterlevel in wells, with special reference to Long Island, New York. «Water Supply Paper», Washington, Geological Survey, № 155, 1906, 83 p.
- [1032] *Wenzel L. K.* Methods of determining permeability of water bearing materials with special reference to discharging well methods. U.S. Geophysical Society. Water-Supply Paper 887, 1942.
- [1033] *Wenzel L. K., Kazman R. G.* Well discharg: a method of computing the quantity of water derived from storage within a given radius of discharging well. National Research Council, «American Geophysical Union Transactions», 1944, Part IV, Section of Hydrology, p.p. 940–944.
- [1034] *Wilhelmi B., Somerton W. H.* Simultaneous measurement of pore and elastic properties of rocks under triaxial stress conditions. «Society of Petroleum Engineers Journal», September 1967, p.p. 283–294.
- [1035] *Winslow A. G.* Land-surface and its relation to the withdrawal of ground water in the Houston-Galveston region, Texas. «Economic Geology», Vol. 49, № 4, 1954, p.p. 413–422.
- [1036] *Wyble D. O.* Effect of applied pressure on the conductivity, porosity and permeability of sandstones. «Journal of Petroleum Technology», Vol. X, № 11, November 1959, p.p. 57–59.
- [1037] *Yotov I. G.* Drawdown around wells of linearly changing discharge in infinite leaky aquifer. «Comptes rendu de l'Academie bulgara des Sciences», Tome 20, № 9, 1957, p.p. 967–970.
- [1038] *Yotov I. G.* On drawdown around wells in leaky water table aquifer. «Comptes rendu de l'Academie bulgara des Sciences», Tome 21, № 8, 1968, p.p. 765–768.
- [1039] *Yotov I. G.* Flow to wells in leaky water table aquifer and analysis of pumping dates. «Comptes rendu des l'Academie bulgara de Sciences», Tome 23, № 7, 1970, p.p. 823–826.
- [1040] *Zak A. J., Griffin Ph.* Evaluating drillstem test data. «Oil & Gas Journal», Vol. 55, 1957, № 15, April 15, p.p. 122–124, 126; № 17, April 29, p.p. 193–195; № 19, May 13, p.p. 136, 139–140, 142; № 21, May 27, p.p. 125–128.

**Владимир Николаевич Щелкачев,  
Бернард Борисович Лапук**

## ПОДЗЕМНАЯ ГИДРАВЛИКА

*Дизайнер М. В. Ботя  
Технический редактор А. В. Ширококов  
Компьютерная верстка Р. Р. Сафин  
Корректор М. А. Ложкина*

---

Подписано в печать 30.11.01. Формат  $60 \times 84\frac{1}{16}$ .  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 42,78. Уч. изд. л. 42,83.  
Гарнитура Computer Modern Roman. Бумага офсетная №1.  
Тираж 1000 экз. Заказ №

Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика»  
426057, г. Ижевск, ул. Пастухова, 13.  
Лицензия на издательскую деятельность ЛУ №084 от 03.04.00.  
<http://rcd.ru> E-mail: [borisov@rcd.ru](mailto:borisov@rcd.ru)

Отпечатано в полном соответствии с качеством  
предоставленных диапозитивов в ГИПП «Вятка».  
610033, г. Киров, ул. Московская, 122.

---

**Редакционный совет:**

Главный редактор Басниев К. С.  
Ответственный редактор Борисов А. В.

Богомольный Е. И. (Удмуртнефть)  
Владимиров А. И. (РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина)  
Грайфер В. И. (РИТЭК)  
Журавлев В. А. (Удмуртский государственный университет)  
Кудинов В. И. (Удмуртнефть)  
Кузнецов О. Л. (РАЕН)  
Лисовский Н. Н. (Министерство энергетики)  
Мамаев И. С. (Институт компьютерных исследований)  
Резуненко В. И. (ОАО Газпром)  
Холдич С. (США)



В. Н. ЩЕЛКАЧЕВ, Б. Б. ЛАПУК

# Подземная гидравлика

Учебное пособие для студентов  
нефтегазовых специальностей университетов

**R&C**  
*Dynamics*

**РХД**  
Москва • Ижевск

**2001**

УДК 532.5

Серия «Современные нефтегазовые технологии»

---

Интернет-магазин

**MATHESS**

<http://shop.rcd.ru>

- физика
- математика
- биология
- техника

*Внимание!*

**Новые проекты издательства РХД**

- Электронная библиотека на компакт-дисках  
<http://shop.rcd.ru/cdbooks>
  - Эксклюзивные книги — специально для Вас любая книга может быть отпечатана в одном экземпляре  
<http://shop.rcd.ru/exclusive>
- 

**Щелкачев В. Н., Лапук Б. Б.**

Подземная гидравлика. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, 736 стр.

Книга представляет собой наиболее полное изложение основ гидромеханики, теории фильтрации применительно к поведению нефтяных потоков. Книга открывает серию книг по современным нефтегазовым технологиям.

Рассчитана на студентов университетов нефтегазового профиля, аспирантов и специалистов.

**ISBN 5-93972-081-1**

© В. Н. Щелкачев, 2001

© НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001

<http://rcd.ru>

---

---

## Оглавление

От редакционного совета . . . . .	12
Предисловие академика Л. С. Лейбензона . . . . .	14
Предисловие . . . . .	15
Предисловие одного из авторов книги . . . . .	19
 <b>Часть I. Введение</b>	
<b>ГЛАВА I. Содержание курса и характеристика важнейших этапов развития подземной гидравлики . . . . .</b>	
§ 1. Подземная гидравлика как основа технологии добычи нефти и газа . . . . .	23
§ 2. Краткая характеристика важнейших этапов развития подземной гидравлики . . . . .	26
<b>ГЛАВА II. Основные представления подземной гидравлики</b>	
§ 1. Развитие представлений, содействовавших обобщению задач технологии нефтедобычи и подземной гидравлики	29
§ 2*. Наблюдения за взаимодействием скважин и месторождений . . . . .	34
§ 3*. Краткие сведения о классификации подземных вод . . . . .	40
§ 4. Краткие сведения о классификации режимов нефтегазо-водоносных пластов . . . . .	44
§ 5. Типовые схемы и моделирование пластовых водонапорных систем . . . . .	50
<b>ГЛАВА III. Краткая характеристика свойств жидкостей и газов . . . . .</b>	
§ 1*. Свойства нефтей . . . . .	57
§ 2*. Свойства пластовых вод . . . . .	68
§ 3*. Свойства газов нефтяных и газовых месторождений . . . . .	72

## Часть II. Теория фильтрации

ГЛАВА IV. Основные понятия . . . . .	79
§ 1. Определение и особенности фильтрации. Грунты идеальный и фиктивный . . . . .	79
§ 2. Пористость и просветность фиктивного грунта . . . . .	82
§ 3. Переход от фиктивного грунта к естественному . . . . .	89
§ 4. Скорость фильтрации и ее связь со скоростью движения . . . . .	91
ГЛАВА V. Теоретические формулы, описывающие законы фильтрации жидкости и их обобщение . . . . .	94
§ 1. Законы фильтрации через фиктивный грунт . . . . .	94
§ 2. Обобщенное выражение различных теоретических формул, описывающих закон фильтрации . . . . .	98
ГЛАВА VI. Линейный закон фильтрации. проницаемость пористой среды . . . . .	100
§ 1. Коэффициент фильтрации . . . . .	100
§ 2. Проницаемость пористой среды . . . . .	105
ГЛАВА VII. Границы применимости линейного закона фильтрации и другие законы фильтрации . . . . .	114
§ 1. Экспериментальные исследования вопроса о границах применимости линейного закона фильтрации . . . . .	114
§ 2. Теоретические исследования вопроса о границах применимости линейного закона фильтрации . . . . .	121
§ 3. Нелинейные законы фильтрации . . . . .	125
§ 4. Вывод законов фильтрации, основанный на использовании принципа однородности размерностей . . . . .	128

## Часть III. Задачи подземной гидравлики, допускающие элементарное решение

ГЛАВА VIII. Простейшие фильтрационные потоки и методы их исследования . . . . .	137
§ 1. Описание простейших фильтрационных потоков . . . . .	137
§ 2. Напор и приведенное давление; поверхности равного напора и изобары . . . . .	142
§ 3. Общие методы исследования одномерного, плоско-радиального и трехмерного радиального потоков . . . . .	145

---

<b>ГЛАВА IX. Одномерное и радиальное движение несжимаемой жидкости в условиях водонапорного режима . . .</b>	<b>149</b>
§ 1. Одномерное движение по линейному закону фильтрации	149
§ 2. Плоское радиальное движение по линейному закону фильтрации . . . . .	156
§ 3. Сферическое радиальное движение по линейному закону фильтрации . . . . .	171
§ 4. Одномерное движение при нелинейном законе фильтрации	176
§ 5. Радиальное движение при нелинейном законе фильтрации	177
§ 6. Особенности притока жидкости к скважине при одновременном существовании двух режимов . . . . .	180
§ 7. Влияние изменения давления с течением времени . . . .	186
<b>ГЛАВА X. Простейшие случаи движения жидкости со свободной поверхностью . . . . .</b>	<b>188</b>
§ 1. Вводные замечания . . . . .	188
§ 2. Движение жидкости со свободной поверхностью к прямолинейной галлерее . . . . .	189
§ 3. Движение жидкости со свободной поверхностью к скважинам . . . . .	194
<b>ГЛАВА XI. Одномерное и радиальное движения сжимаемой жидкости в пористой среде по линейному закону фильтрации . . . . .</b>	<b>202</b>
§ 1. Одномерная установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости . . . . .	202
§ 2. Радиальная установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости . . . . .	208
§ 3. Приближенное решение задачи о неустановившейся радиальной фильтрации сжимаемой жидкости . . . . .	211
§ 4. Неустановившаяся одномерная фильтрация сжимаемой жидкости . . . . .	222
§ 5. Приближенное решение задач о неустановившемся движении сжимаемой жидкости в упругом пласте . . . . .	225
<b>ГЛАВА XII. Одномерное и радиальное движения газов в пористой среде . . . . .</b>	<b>227</b>
§ 1. Законы фильтрации газов. Экспериментальные исследования движения газов в пористой среде . . . . .	227
§ 2*. О термодинамических процессах при движении газов в пористой среде . . . . .	231

§ 3. Одномерное установившееся движение газов по линейному закону фильтрации . . . . .	238
§ 4. Радиальное установившееся движение газов по линейному закону фильтрации . . . . .	245
§ 5. Неустановившееся радиальное движение газов по линейному закону фильтрации . . . . .	256
§ 6. Установившееся движение газа, не подчиняющееся линейному закону фильтрации . . . . .	269
§ 7. Движение реальных газов в пористой среде по линейному закону фильтрации . . . . .	279
<b>ГЛАВА XIII. Движение неоднородных жидкостей в пористой среде . . . . .</b>	
§ 1. Предварительные замечания . . . . .	290
§ 2. Фазовая (эффективная) проницаемость пористой среды . . . . .	292
§ 3. Установившееся движение газированной жидкости в пористой среде . . . . .	300
§ 4. Неустановившееся радиальное движение газированной жидкости в пористой среде . . . . .	309
§ 5. Движение смеси нефти и воды в пористой среде . . . . .	324
§ 6. Движение смеси нефти, воды и газа в пористой среде . . . . .	330
<b>ГЛАВА XIV. Влияние радиуса и степени гидродинамического несовершенства скважины на ее производительность . . . . .</b>	
§ 1. Влияние радиуса скважины на ее производительность . . . . .	338
§ 2. Влияние гидродинамического несовершенства скважины на ее производительность . . . . .	352
<b>ГЛАВА XV. Некоторые вопросы, связанные с исследованием скважин на приток . . . . .</b>	
§ 1*. Вводные замечания . . . . .	373
§ 2*. Законы изменения забойного давления в скважине после ее остановки . . . . .	374
§ 3*. Факторы, влияющие на форму индикаторных кривых при установившихся режимах работы скважины . . . . .	379
§ 4*. Классификация индикаторных кривых и их аналитическое выражение . . . . .	382
§ 5*. Важнейшие свойства коэффициентов продуктивности скважины . . . . .	388
§ 6*. Замечания по поводу методов исследования скважин . . . . .	395

---

<b>ГЛАВА XVI. Влияние различия в удельных весах двух жидкостей в пласте на распределение давлений и поведение скважин</b> . . . . .	399
§ 1. Анализ явления поднятия подошвенной воды к забою нефтяной скважины . . . . .	399
§ 2*. Замечания по поводу некоторых гидрогеологических проблем . . . . .	405
<b>ГЛАВА XVII. Движение жидкостей и газов в пластах с неоднородной проницаемостью</b> . . . . .	408
§ 1. Вводные замечания . . . . .	408
§ 2. Одномерное движение жидкости в неоднородных пластах . . . . .	409
§ 3. Плоско-радиальное движение жидкости в неоднородных пластах . . . . .	417
§ 4*. Влияние неоднородности пласта при движении несжимаемой жидкости по закону фильтрации Краснопольского . . . . .	428
§ 5. Обобщение предыдущих выводов . . . . .	433
<b>ГЛАВА XVIII. Вытеснение нефти и газа водой</b> . . . . .	437
§ 1. Одномерная задача о вытеснении нефти водой . . . . .	438
§ 2. Вытеснение нефти водой при плоском радиальном движении . . . . .	449
§ 3. Одномерная задача о вытеснении газа водой . . . . .	456
§ 4. Вытеснение газа водой в условиях радиальной фильтрации . . . . .	464
§ 5. Замечание о влиянии вязкости газа на продвижение контура водоносности при вытеснении газа водой . . . . .	474

## **Часть IV. Нерадиальное движение жидкостей и газов к одной скважине и теория взаимодействия скважин (задачи, решаемые методами гидромеханики)**

<b>ГЛАВА XIX. Исследование фильтрационного потока от нагнетательной скважины к эксплуатационной и исследование нерадиального установившегося движения жидкостей и газов к одной скважине. Выяснение влияния формы контура области питания на дебит скважины и распределение давления в пласте</b> . . . . .	479
§ 1. Замечания о постановке задач . . . . .	479
§ 2. Исследование фильтрационного потока от нагнетательной скважины к эксплуатационной . . . . .	481

§ 3.	Нерадиальное движение жидкости к скважине при прямолинейном контуре области питания . . . . .	495
§ 4.	Нерадиальное движение жидкости к скважине при круговом контуре области питания . . . . .	497
§ 5.	Влияние формы контура области питания на дебит скважины. Замечания о возможности использования формулы радиального притока в случае нерадиального движения жидкости к скважине . . . . .	501
<b>ГЛАВА XX. Теория взаимодействия скважин . . . . .</b>		<b>506</b>
§ 1.	Постановка основных задач . . . . .	506
§ 2.	Основные формулы, характеризующие работу двух взаимодействующих скважин . . . . .	514
§ 3.	Анализ семейств траекторий и изобар и распределения скоростей фильтрации в пласте в случае двух взаимодействующих скважин . . . . .	524
§ 4*.	Решение простейшей задачи об условиях заглушения одной из двух скважин в процессе их взаимодействия . . . . .	534
§ 5*.	Свойства коэффициентов продуктивности взаимодействующих скважин . . . . .	535
§ 6.	Количественная оценка эффекта взаимодействия двух скважин . . . . .	543
§ 7.	Взаимодействие скважин кольцевой батареи . . . . .	548
§ 8.	Оценка эффекта взаимодействия многих скважин при расположении их вдоль прямой линии и по квадратной сетке . . . . .	554
§ 9*.	Анализ простейших гидродинамических полей взаимодействующих скважин и выводы по поводу влияния на их работу непроницаемых границ в пласте . . . . .	562
§ 10*.	Оценка эффекта взаимодействия скважин прямолинейной батареи при наличии непроницаемых границ в пласте; сравнение дебитов прямолинейной галереи и батареи	571
<b>ГЛАВА XXI. Простейшие законы стягивания контура нефтеносности к скважинам. Выводы по поводу рациональных методов расстановки скважин . . . . .</b>		<b>577</b>
§ 1.	Замечания по поводу постановки задач . . . . .	577
§ 2.	Стягивание контуров нефтеносности различных форм к одной скважине . . . . .	578
§ 3.	Стягивание контуров нефтеносности к двум взаимодействующим скважинам . . . . .	583

§ 4*. Стягивание контура нефтеносности к скважинам кольцевой батареи . . . . .	590
§ 5*. Особенности стягивания овально вытянутого контура нефтеносности к скважинам, расположенным вдоль длинной оси овала . . . . .	596
§ 6*. Особенности стягивания контура нефтеносности к однорядной батарее скважин в пласте, замкнутом с трех сторон	599
§ 7*. Некоторые соображения по поводу расстановки скважин в нефтеносных пластах с водонапорным режимом . . . . .	605

## **Часть V. Дифференциальные уравнения подземной гидравлики. Заключение**

<b>ГЛАВА XXII. Дифференциальные уравнения движения жидкостей и газов в пористой среде по линейному закону фильтрации и их интегрирование в простейших случаях . . . . .</b>	<b>613</b>
§ 1. Уравнение неразрывности при движении однородных жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде . . . . .	613
§ 2. Уравнение движения капельно-сжимаемой и несжимаемой жидкости в недеформируемой пористой среде . . . . .	617
§ 3. Уравнения движения газов в пористой среде . . . . .	625
§ 4. Движение газированной жидкости в пористой среде . . . . .	636
§ 5. Дифференциальное уравнение движения сжимаемой жидкости в упругой пористой среде . . . . .	638
§ 6. Аналогия между движением жидкостей и газов в пористой среде и другими физическими явлениями . . . . .	642
<b>ГЛАВА XXIII*. Краткая история развития подземной гидравлики. Заключение . . . . .</b>	<b>647</b>
<b>Литература . . . . .</b>	<b>659</b>
<b>Дополнительный список литературы . . . . .</b>	<b>676</b>

---

---

## От редакционного совета

Авторами настоящего учебника являются выдающиеся ученые и педагоги, профессора Московского нефтяного института им. И. М. Губкина, ныне Российского государственного университета нефти и газа им. И. М. Губкина, Владимир Николаевич Щелкачев и Бернанд Борисович Лапук, благодаря научным трудам и учебникам которых многие поколения российских и зарубежных специалистов познавали фундаментальные основы нефтегазовой подземной гидромеханики и разработки нефтяных и газовых месторождений.

Написанный ими в 1949 г. учебник подземной гидравлики послужил первым учебным пособием такого рода в мире, на основе которого было начато широкое развитие преподавания курсов подземной гидромеханики в вузах. Переведенный на китайский, румынский и венгерский языки, он и поныне является настольной книгой инженеров-нефтяников. Напомним, что учебник вышел под общей редакцией и с предисловием их учителя, академика Л. С. Лейбензоном. Рецензентами книги были профессор И. А. Чарный и профессор Г. Б. Пыхачев.

Прошло более 50 лет со времени издания учебника, но он сохраняет свое основополагающее значение. Вместе с тем, книга стала библиографической редкостью. Сегодня ее трудно найти даже в вузовских библиотеках. Современные поколения студентов и аспирантов, специалистов нефтяной и газовой промышленности не имеют возможности прикоснуться к страницам учебника, продолжающего иметь огромное значение для изучения основ нефтегазовой науки.

Переиздание книги осуществлено научно-издательским центром «Регулярная и хаотическая динамика». При этом было принято решение не вносить никаких изменений в текст, оставив его в первоизданном виде.

Единственное добавление к публикуемому второму изданию книги — список литературы. В. Н. Щелкачев поместил в изданную в 1995 году монографию (В. Н. Щелкачев. Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации, ч. I и ч. II, 1995 г.). Список литературы, насчитывающий более тысячи наименований. Этот список помещен в данное издание, что позволяет читателю с исчерпывающей полнотой охватить практически всю обширную область нефтегазовой гидромеханики и ее приложений и их развитие со времени первого издания учебника до настоящего времени.

Редакционный совет «Современные нефтегазовые технологии» планирует издание и переиздание важнейших книг как отечественных, так и зарубежных авторов в области нефтегазовой науки и технологий. Публикуемая книга является первой из этой серии.

Считаю своим приятным долгом представить читателям второе издание замечательного учебника, авторами которого являются мои ближайшие учителя.

Российский Государственный Университет  
нефти и газа им. И. М. Губкина

Доктор технических наук,  
профессор К. С. Басниев 26.11.2001 г.

---

---

## Предисловие академика Л. С. Лейбензона

Подземная гидравлика — наука о движении жидкостей, газов и их смесей в пористых и трещиноватых горных породах — теоретическая основа разработки нефтяных и газовых месторождений, одна из профилирующих дисциплин в учебном плане промышленного и геологического факультетов нефтяных вузов.

В основе подземной гидравлики лежит представление о том, что нефть, газ и вода, заключенные в пористой среде, составляют единую гидравлическую систему.

Подземная гидравлика создана главным образом трудами советских ученых. Настоящая книга является первым учебным пособием по курсу «Подземная гидравлика», введенному в нефтяных вузах с 1941 г.

На протяжении всей книги и в ее заключительной главе ярко и убедительно показан приоритет советских ученых в решении самых важных вопросов теории движения жидкостей и газов в пористой среде. Сюда относятся основные вопросы теории фильтрации, взаимодействия скважин, упругого режима, движения газов и газированной жидкости в пластах. Пособие «Подземная гидравлика» не только обобщает все, что сделано в области подземной нефтяной гидравлики, но и поднимает ее на новую ступень.

Особая ценность книги — элементарное и вместе с тем строго научное изложение всего курса.

Авторы поставили перед собой важнейшую задачу — сделать подземную гидравлику доступной не только для студентов нефтяных вузов, но и самому широкому кругу инженерно-технических работников нефтяной и газовой промышленности. С выходом настоящей книги эту задачу можно считать успешно решенной.

Весьма существенно, что изложение теории дается в органической связи с ее приложением на практике. Во всем изложении виден инженерный подход к решению всех поставленных задач.

Трудно переоценить значение курса подземной гидравлики в подготовке кадров нефтедобывающей и газовой промышленности и обеспечении ее дальнейшего технического прогресса. В этой связи я особенно приветствую выход настоящей книги, авторами которой являются мои ближайшие ученики.

29 июня 1949 г.

Академик *Л. С. Лейбензон*

---

---

## Предисловие

Подземная гидравлика является основой современной технологии нефтедобычи и добычи газа и имеет обширные области приложения в гидрогеологии, гидротехнике, инженерной геологии. Курс подземной гидравлики введен в учебный план нефтяных институтов с 1940 г.

Работы профессора Н. Е. Жуковского, академика Н. Н. Павловского, академика Л. С. Лейбензона заложили основу самой крупной в мире советской школы ученых, работающих в области теории фильтрации. Советские ученые прочно удерживают приоритет в разработке важнейших вопросов подземной гидравлики и гидромеханики. Тем не менее до сих пор ни в СССР, ни за рубежом не написано книги, в которой бы подземная гидравлика излагалась достаточно полно, систематично и доступно для читателей, начинающих изучать этот предмет и интересующихся проблемами технологии добычи нефти и газа. Понятно, что необходимость в такой книге давно назрела. Специальное пособие по курсу подземной гидравлики необходимо не только для студентов нефтяных институтов, но и для широких кругов инженеров и геологов, окончивших институты до 1942 г. (т. е. не изучавших в вузах этого курса) и работающих в соответствующих отраслях нефтяной и газовой промышленности.

Имея в виду, что эти кадры инженеров и геологов должны изучать курс подземной гидравлики самостоятельно, авторы старались обратить особое внимание на доступность изложения, на иллюстрацию теории приложениями к практике. Последнее мы считали особенно полезным и для студентов.

Учитывая, что в нефтяных институтах курс подземной гидравлики проходит либо до, либо одновременно (в зависимости от факультетов) с курсами нефтепромысловой геологии, эксплуатации нефтяных месторождений, гидрогеологии, нам пришлось ввести краткие сведения о классификации подземных вод и о классификации режимов нефтегазовоносных пластов.

Учебное пособие построено по следующему плану:

Часть I посвящена определению целей курса, краткому описанию содержания курса, обзору важнейших этапов развития подземной гидравлики, пояснению основных представлений этой науки и характеристике некоторых физических свойств нефти, газов и воды. Помещать

подробную историю развития подземной гидравлики в вводной части т. е. предлагать ее читателю до ознакомления с основами этой науки мы считали нецелесообразным. Некоторые исторические сведения приводятся в тексте промежуточных глав курса, но систематический исторический обзор развития подземной гидравлики приведен в последней главе.

Часть II посвящена теории фильтрации.

В части III собраны те задачи подземной гидравлики, которые допускают элементарные решения, выполняемые с помощью простого аппарата дифференциального и интегрального исчисления. Те же задачи можно было бы решить, используя общие дифференциальные уравнения движения жидкостей и газов в пористой среде; последний способ решения задач был бы даже более коротким, но, несомненно, более трудным для начинающего читателя. Задачи, собранные в части III, посвящены одномерному движению и радиальным притокам к одной скважине различных жидкостей, газов и газожидкостных смесей при различных режимах фильтрации и при различных режимах пласта. В виде исключения в третьей части рассмотрено несколько таких задач, сложное гидродинамическое решение которых не могло быть приведено в рамках данной книги. Учитывая важность этих задач (связанных в основном с притоком жидкостей и газов к гидродинамически несовершенной скважине и с притоком к скважине двух жидкостей разных удельных весов), мы ограничились пояснением их постановки и анализом готовых решений — расчетных формул, иллюстрируемых числовыми таблицами и графиками.

Часть IV содержит теорию нерадиального притока жидкостей к скважинам, теорию взаимодействия скважин и исследование законов стягивания контуров нефтеносности в процессе эксплуатации взаимодействующих скважин. Строгое решение всех этих вопросов требует применения методов гидродинамики, связанных с использованием теории функций комплексного переменного и дифференциальных уравнений с частными производными.

Учитывая назначение пособия, мы не могли привести решения этих задач — выводы расчетных формул. Однако сами задачи столь важны для теории и практики технологии добычи нефти и газа, что оставить их совершенно без рассмотрения было невозможно. Поэтому мы постарались изложить соответствующие вопросы в доступной форме: подробно пояснить физическую постановку каждой задачи, пояснить общий метод ее решения, привести готовое решение — готовую расчетную формулу и выводы из каждой формулы. Попутно всегда указывались статьи и книги, в которых более подготовленный читатель может найти полное решение соответствующей задачи.

Часть V содержит вывод общих дифференциальных уравнений движения жидкостей и газов в пористой среде, интегрирование этих уравнений в простейших случаях, теорию электрогидродинамических и термогидродинамических аналогий. Усвоение материала этой части облегчит читателю переход к изучению специальных монографий по подземной гидро-газодинамике.

Из новейших достижений подземной гидродинамики в пособии мало освещены вопросы теории упругого режима пластовых водонапорных систем. Объясняется это, во-первых, недостатком места и, во-вторых, тем, что лишь недавно издана монография проф. В. Н. Шелкачева [219], в которой теория упругого режима изложена в столь доступной форме, что упомянутая монография может быть, использована в качестве дополнительного учебного пособия,

После окончания подготовки рукописи данного пособия к печати была опубликована посвященная подземной гидромеханике монография проф. И. А. Чарного [189], которой мы не успели воспользоваться. Так же точно мы не могли воспользоваться одновременно подготовлявшейся к опубликованию большой работой [79] коллектива сотрудников Проектно-исследовательского бюро Московского нефтяного института, в которой новейшие достижения подземной гидравлики широко использованы для решения важнейших вопросов разработки нефтяных месторождений.

Учебное пособие предназначено в основном для студентов нефтяных институтов и инженерно-технических работников и геологов нефтяной и газовой промышленности, но оно может служить учебным пособием для гидрогеологов, гидротехников и работников в области инженерной геологии.

Те параграфы, изучение которых не обязательно при работе над пособием по программе, утвержденной для нефтяных институтов по курсу подземной гидравлики, отмечены в тексте и в оглавлении звездочками.

К числу таких параграфов относятся: § 2–3 главы II, § 1–3 главы III, § 2 главы XII, § 1–6 главы XV, § 3 главы XVI, § 4, 5, 9, 10 главы XX, § 4–7 главы XXI, вся глава XXIII.

Несомненно, что первый опыт составления систематического специализированного пособия по подземной гидравлике не свободен от пробелов и недостатков; авторы будут благодарны всем читателям за критические указания, которые помогут улучшить курс и сделать его достойным того значения, которое этот курс приобрел для теории и практики технологии добычи нефти и газа.

В условиях построенного на научной основе социалистического хозяйства нашей Родины подземная гидравлика является важным ору-

жием инженера и геолога-нефтяника в деле дальнейшего усовершенствования методов разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений.

*Примечание.* Часть вторая и главы III, XI–XIII, XVIII и XXII данного учебника написаны проф. Б. Б. Лапуком; части первая (за исключением главы III) и четвертая и главы VIII–X, XIV–XVII и XXIII написаны проф. В. Н. Щелкачевым.

Москва, январь 1949 г.

---

---

## Предисловие одного из авторов книги

О желательности переиздания книги заявляли многократно и авторы, и преподаватели нефтегазовой и подземной гидродинамики в ВУЗах (Бакинском, Грозненском, Уфимском и др.) и техникумах, а также многие производственники, инженеры и геологи.

Напомню, что еще на первом Всесоюзном съезде ВНИТО нефтяников в Баку 20–25 августа 1933 года в докладе профессора (впоследствии академика) Леонида Самуиловича Лейбензона было весьма четко отмечено, что успех развития нефтяной промышленности «основывается на умелом приложении к вопросам нефтедобычи ряда таких важных дисциплин как термодинамика, физика, механика и гидромеханика. Особо важное значение в этом приобретает гидромеханика, так как процессы движения нефти в пластах представляют собой гидромеханические явления».

И еще напомню, что на этом же съезде был доклад инженера Геннадия Константиновича Максимовича (замечу, что проработав более 70 лет в нефтяной науке и ее приложениях к практике, я считаю Максимовича лучшим инженером в области технологии нефтедобычи и разработки) под названием «К методике составления генеральных планов разработки нефтяных месторождений». В этом докладе обращено особое внимание на то, чтобы план разработки имел геологическое, технологическое и экономическое обоснование.

Таким образом, уже в 1933 году созрела идея о том, что в планах разработки должны учитываться подземная гидродинамика, техника и экономика.

Все доклады упомянутого съезда были полностью опубликованы в 1934 году в общем сборнике под названием «Плановая разработка нефтяных месторождений (вып. 2)». К сожалению, этот сборник оказался малоизвестным современным нефтяникам, чем и объясняется, что идеи о необходимости комплексного обоснования проектов разработки нефтяных пластов (в т. ч. и с помощью подземной гидродинамики) появились якобы только в сороковых годах.

И после 1933 года Л. С. Лейбензон многократно подчеркивал необходимость учета новейших достижений подземной гидродинамики при проектировании разработки нефтяных месторождений.

Вспоминаю, что в суровые годы Великой Отечественной войны я был вызван Наркомнефтью из Грозного в Москву для прочтения

лекции по подземной гидродинамике на курсах усовершенствования инженерно-технических работников нефтяной промышленности. Среди слушателей лекций были специалисты из всех нефтяных районов нашей страны. Я понял, что передо мной была поставлена задача в доходчивой форме дать такие знания по подземной гидродинамике, которые тесно связаны с актуальными задачами практики. Содержание моих лекций было в 1945 году опубликовано в книге под названием «Основы подземной нефтяной гидравлики».

Вернувшийся с фронта Бернارد Борисович Лапук заинтересовался написанной мною книгой и предложил совместно поработать над созданием достаточно полного и доходчивого по содержанию учебника по подземной гидродинамике. В результате нашей совместной работы и появилось первое издание ныне переиздаваемой книги. Надо отметить, что Б. Б. Лапук всегда интересовался новейшими достижениями науки и техники и использованием их для решения задач развития отечественной нефтяной промышленности. Б. Б. Лапука высоко ценил академик Л. С. Лейбензон.

Я считаю, что наиболее верные оценки содержания любой книги появляются не в ближайшие годы, а отступая по времени от момента ее опубликования.

В подсодержании этой моей мысли приведу такое весьма остроумное высказывание крупнейшего математика и мыслителя Анри Пуанкаре: «Получить представление о внешнем облике слона нельзя рассматривая его вблизи под микроскопом, а надо посмотреть на слона несколько отступив от него...». В заключение, считаю долгом поблагодарить профессора К. С. Басниева за проявленные инициативу и активную деятельность, связанную с опубликованием второго издания нашей книги.

К. С. Басниев широко известен результатами своей научной деятельности в области подземной гидродинамики, теории и практики разработки нефтяных и газовых месторождений и по итогам своей педагогической, методической и организационной работы.

В. Н. Щелкачев  
01.12.2001 г.

Часть I

Введение



---

---

# ГЛАВА I

## Содержание курса и характеристика важнейших этапов развития подземной гидравлики

### § 1. Подземная гидравлика как основа технологии добычи нефти и газа

Подземная гидравлика — наука о движении нефти, газа и воды в пластах, сложенных пористыми и трещиноватыми горными породами.

Если учесть буквальный смысл термина гидравлика, то было бы правильнее науку о движении нефти, газа и воды в пластах назвать механикой жидкостей и газов в пористой среде<sup>1</sup>. Последнее название более верно и потому, что при изучении фильтрации жидкостей и газов в пористой среде используются не только упрощенные методы гидравлики, но и математически строгие, общие методы гидромеханики. Однако для простоты сохраним за упомянутой наукой более привычное название, укоренившееся уже и как название соответствующей учебной дисциплины — «Подземная гидравлика».

При любом способе добычи нефти и газа возбуждается их движение в пласте; поэтому без знания подземной гидравлики нельзя обоснованно решить важнейшие задачи технологии нефтедобычи и добычи газа — нельзя выбрать систему разработки месторождения и режим эксплуатации скважин, которые были бы наиболее рациональны для данных пластовых условий и в то же время наиболее удовлетворяли планово-экономическим требованиям.

Указывая на *необходимость* знания законов подземной гидравлики для решения проблем технологии нефтедобычи, нужно подчеркнуть, что знания *только* этих законов *недостаточно* для изучения сложных процессов фильтрации жидкостей и газов в пластовых условиях. Действительно, громадная удельная поверхность пористой среды (величина поверхности стенок поровых каналов, приходящаяся на

---

<sup>1</sup>Как известно, термин гидравлика происходит от соединения двух греческих слов: «хюдор» — вода и «аулос» — труба.

единицу объема образца пористой горной породы) и малые диаметры зерен и поровых каналов указывают на то, что роль молекулярных сил может быть относительно велика. Поэтому необходимо считаться с прямым и косвенным влиянием поверхностных явлений на процессы движения жидкости в гористой среде. Кроме того, для очень многих месторождений характерны высокие и снижающиеся в процессе разработки пластовые давления, высокие пластовые температуры; часто в одних и тех же порах пласта одновременно находятся не нефть, газ и вода, причем иногда физико-химические свойства законтурной (краевой) воды сильно отличаются от свойств связанной (сингенетичной, реликтовой, погребенной) воды, пленка которой обволакивает зерна нефтесодержащей породы. По мере падения пластового давления, выделения газа из раствора и продвижения краевой воды внутрь контура нефтеносности в пласте могут развиваться сложные физико-химические процессы, оказывающие существенное влияние на особенности движения жидкостей и газов в пластах. Не менее сложные физико-химические явления возникают при закачке в нефтеносный пласт воды, воздуха или газа, например для поддержания или восстановления пластового давления. Следовательно, физика и физико-химия пласта столь же важны для изучения поведения нефтегазоносного месторождения в процессе его разработки и эксплуатации, как и подземная гидравлика.

Итак, подземная гидравлика, физика и физико-химия пласта являются (наряду с промышленной геологией и отраслевой экономикой) основами современной технологии нефтедобычи. Без комплексного развития этих наук и внедрения их достижений в нефтепромысловую практику невозможен прогресс технологии нефтедобычи.

В подземной гидравлике приходится иметь дело со многими из тех законов движения жидкостей и газов в пористой среде (с законами фильтрации), которые имеют важное значение не только в области технологии добычи нефти и газа, но и в гидрогеологии, инженерной геологии, гидротехнике, химической технологии и т. д. В самом деле, теория фильтрации является основой для решения, например, следующих важнейших проблем водоснабжения и ирригации: расчет притоков жидкости к искусственным водосборам и дренажным сооружениям, изучение режима естественных источников и подземных потоков и т. д. В гидротехническом строительстве и при проведении крупных инженерно-геологических работ приходится рассчитывать фильтрацию вод под плотинами и в обход плотин, фильтрацию через тело земляных плотин, осуществлять искусственное понижение уровня грунтовых вод, бороться с грунтовыми водами при оползнях. При проведении подземной газификации (в каменноугольной промышленности) необходимо учитывать особенности движения газов в пористой

среде. В керамической промышленности возникает задача о фильтрации жидкостей и газов через стенки сосудов, в химической промышленности — задача о движении реагентов в пористой среде катализатора, о движении реагентов через специальные фильтры, о шламовой фильтрации и т. д.

20–25 лет назад большинство вопросов технологии нефтедобычи (особенно в области технологии пласта) решалось без должного научного анализа, но традиции или только на основании «производственного чутья». Объясняется это тем, что сведения по подземной гидравлике и физике пласта в то время были еще мало систематизированы и совсем не известны широким кругам нефтепромысловых работников. Кроме того, многие практически важные и ныне решенные проблемы в области упомянутых наук в то время были далеки от своего разрешения (см. приведенный в конце курса исторический очерк развития подземной гидравлики). Нельзя не отметить, что за последние четверть века сами практические задачи эксплуатации и разработки нефтяных и газовых месторождений сильно усложнились. Ныне (в 1949 г.) разрабатываются месторождения нефти и газа, глубина залегания которых превосходит 4360 м (наиболее глубокое 4420 м), а глубины некоторых разведочных нефтяных скважин достигли почти 5500 м (в июне 1949 г. 6228 м, на 1/І 56 г. 6800 м); в 1947 г. уже более 100 скважин отбирали нефть с глубин, превосходящих 3000 м (в 1949 г. — 610 скважин с глубинами более 3660 м). Стоимость бурения и эксплуатации таких скважин очень велика. Поэтому возникает острая необходимость в научно обоснованном решении многих вопросов, связанных с добычей нефти и газа; без этого невозможна рациональная разработка нефтяных и газовых месторождений. Если раньше из пласта добывали лишь 20–25% находившейся в нем нефти, то теперь, применяя различные методы интенсификации, стремятся повысить коэффициент нефтеотдачи до 80–90%.

За последние годы значительно улучшились и уточнились методы исследования скважин и пластов. Мы теперь обладаем регистрирующими глубинными манометрами, способными с точностью до 0,5 ат фиксировать пластовое давление до 200–250 ат; мы имеем герметичные глубинные пробоотборники, которые позволяют отбирать пробу нефти из скважины с сохранением высокого давления и высокой температуры; мы имеем аппаратуру, которая позволяет анализировать отобранную пробу без снижения давления и температуры. Для определения параметров пласта ныне используется не только электрокароттаж скважин, но и гаммакароттаж и нейтронный кароттаж. Для изучения нефте-водогазонасыщенности отобранных в процессе бурения кернов и для некоторых иных целей используются новейшие достижения ядерной физики.

Итак, несомненно, за последние годы проблемы добычи нефти и газа, во-первых, резко усложнились и, во-вторых, выросли в проблемы огромной политической и экономической важности. Решать эти проблемы кустарными, старыми методами уже нельзя, а потому развитию научно обоснованных методов технологии добычи нефти и газа уделяется особое внимание; совершенствование же технологии добычи нефти и газа немислимо без учета достижений подземной гидравлики.

Вполне понятно, что достижения подземной гидравлики в полной мере не могут быть использованы в условиях раздробленного частнокапиталистического хозяйства, при наличии конкурирующих владельцев отдельных участков единого нефтяного или газового месторождения. Известно, какие заведомо нерациональные системы разработки месторождений и неправильные режимы эксплуатации скважин встречаются в США, когда каждый владелец старается разрабатывать и эксплуатировать свой участок, исходя из интересов только личной наживы. Известны также трудности, возникающие в США при попытках отдельных владельцев и отдельных нефтяных фирм объединиться для осуществления научно обоснованных систем разработки новых крупных газовых и нефтяных месторождений. Социалистическая система хозяйства в СССР не только дает возможность, но и настоятельно требует внедрения научно обоснованных методов добычи нефти и газа. Перед промысловой геологией, теорией эксплуатации нефтяных и газовых скважин, отраслевой экономикой, подземной гидравликой и физикой пласта возникают задачи: установить принципы, на базе которых можно составлять генеральные схемы разработки вновь открываемых месторождений нефти и газа и в соответствии с государственным планом осуществлять наиболее рациональный режим их эксплуатации.

Поэтому в СССР к подземной гидравлике предъявляются большие требования и науке обеспечивается широкое развитие.

## **§ 2. Краткая характеристика важнейших этапов развития подземной гидравлики**

В данном параграфе приведены лишь краткая и общая характеристики двух основных этапов развития подземной гидравлики; более подробный исторический очерк помещен в конце книги.

Историю развития подземной гидравлики можно разделить на два периода. В течение первого периода, начавшегося в середине прошлого века и окончившегося в 1917–1920 гг., подземная гидравлика развивалась почти исключительно под влиянием запросов техники водоснабжения, ирригации и гидротехнического строительства. Поэтому в тече-

ние первого периода решались общие задачи теории фильтрации, движения естественных подземных водных потоков, притока воды к грунтовым колодцам, артезианским скважинам, водосборным галлереям, дренажным каналам и т. д.

Проблемы вытеснения нефти водой и газом из пласта в скважины, проблема движения газированной нефти в пористой среде, специфические задачи размещения нефтяных и газовых скважин — эти и им подобные задачи *собственно нефтяной* подземной гидравлики не ставились в течение первого упомянутого периода. *Постановка и частичное решение перечисленных задач впервые были выполнены в трудах акад. Л. С. Лейбензона; трудами акад. Л. С. Лейбензона с 1927 г. был начат второй период развития подземной гидравлики.*

Исследования в области подземной нефтяной гидравлики после 1917–1920 гг. были вызваны мощным развитием отечественной нефтяной промышленности после Октябрьской революции.

Приоритет в постановке и решении задач подземной нефтяной гидравлики советские ученые продолжают прочно удерживать и теперь.

В СССР не только проведены первые гидродинамические исследования проблем вытеснения нефти газом, проблем движения газированной жидкости и т. д., но в 1934 г. акад. Л. С. Лейбензоном опубликована первая в мировой литературе монография [100]<sup>1</sup>, специально посвященная систематическому изложению подземной гидравлики. В книге акад. Л. С. Лейбензона объединены исследования по подземной гидравлике первого периода ее развития [до 1920 г.] с последующими работами автора.

После издания книги акад. Лейбензона, за последние 14 лет опубликовано много работ, носящих характер сводных трудов, посвященных либо специально подземной гидравлике, либо общим связанным с ней вопросам. Таковы, например, книги Г. Н. Каменского [65], М. Маскета [120], Б. Б. Девисона [43], В. К. Ризенкампа [155], В. Н. Щелкачева и Г. Б. Пыхачева [203], П. Я. Полубариновой-Кочиной [143], В. Н. Щелкачева [209], П. Д. Джонса [44], Л. С. Лейбензона [107].

Необходимо отметить, что из числа только что перечисленных книг книги Каменского [65], Девисона [43], Ризенкампа [155] и Полубариновой-Кочиной [143] представляют не столько интерес для технологии нефтедобычи, сколько для общей теории фильтрации, гидрогеологии, гидротехники. Книга Джонса [44] специально не посвящена подземной гидравлике но в ней описаны многие свойства пластовых жидкостей и газов и анализируются физико-геологические константы, которые необходимо учитывать при гидравлических расчетах. Книги

<sup>1</sup>Цифры в квадратных скобках после фамилии автора соответствуют номеру указателя литературы.

Лейбензона [100], [107], Щелкачева и Пыхачева [203], Маскета [120], хотя имеют монографический характер, но основное внимание в этих монографиях уделено как раз тем вопросам, которые представляют непосредственный интерес для технологии добычи нефти и газа. В книге Щелкачева [209], предназначенной служить кратким учебным пособием для повышения квалификации инженерно-технических работников нефтяной промышленности, приведены лишь результаты исследований по основным вопросам подземной нефтяной гидравлики.

Опубликование перечисленных выше сводных работ свидетельствует о том, что к середине тридцатых годов подземная гидравлика вполне оформилась в самостоятельную науку; ей стали посвящать факультативные курсы лекций в институтах и университетах. В СССР такие курсы лекций стали читаться раньше и по значительно более обширным программам, чем в США. Общепризнанная важность подземной гидравлики побудила ввести ее с 1941 г. в качестве обязательного предмета в учебный план нефтяных институтов.

К современной программе курса подземной гидравлики не подходит ни одна из вышеперечисленных сводных работ, но в той или иной мере они могут быть использованы в качестве дополнительных учебных пособий. Итак, специфичность проблем, обширность предмета и важность практических приложений в области технологии нефтедобычи привели к тому, что в настоящее время подземная гидравлика не только имеет самостоятельную область научных исследований, но является одним из основных предметов учебных планов нефтепромыслового и геолого-разведочного факультетов нефтяных вузов. Лекции по подземной гидравлике читаются и на курсах по повышению квалификации инженерно-технических работников нефтяной промышленности и в нефтяных техникумах<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup>В 1947 г. вышло первое руководство по подземной гидравлике, предназначенное для студентов нефтяных техникумов, — книга А. М. Агаджанова [3].

---

---

## ГЛАВА II

# Основные представления подземной гидравлики

### § 1. Развитие представлений, содействовавших обобщению задач технологии нефтедобычи и подземной гидравлики

В течение длительного времени технология нефтедобычи сводилась почти исключительно к технике эксплуатации скважин. Главным объектом внимания нефтепромысловых работников было подземное и надземное оборудование скважин. Режим работы скважины устанавливался только на основании результатов исследований ее самой, вне всякой связи с режимом работы и поведением других скважин того же пласта. Такой подход к эксплуатации нефтяных месторождений объяснялся частично тем, что в дореволюционной России, а за рубежом и в настоящее время, единые нефтяные месторождения были разделены на раздробленные участки между конкурирующими частными владельцами и фирмами. Интересы личной наживы владельца одной или нескольких скважин были направлены лишь к тому, чтобы максимально интенсифицировать добычу нефти из своих скважин, хотя бы это шло во вред владельцам соседних участков. Упомянутый подход к эксплуатации скважин объяснялся частично и другой причиной. Именно, в то время, почти до конца двадцатых годов нынешнего века, нефтепромысловые работники считали, что влияние эксплуатации нефтяной скважины не распространяется на всю нефтеносную залежь и тем более не распространяется за контур нефтеносности. Считали, что каждая скважина имеет ограниченную область влияния (область действия или дренирования). При всевозможных расчетах радиус влияния скважины полагали равным не более 150–200 м. Укреплению таких взглядов много содействовала американская теория Бриггса, согласно которой единственной силой, движущей нефть к забоям скважин, может быть только сила упругости окклюдированного газа, рассеянного в нефти.

Изменению неправильных взглядов мы обязаны, главным образом отечественной науке: существование водонапорного режима нефтяных

месторождений (см. § 4 данной главы) установлено в СССР раньше, чем в США.

Трудами геолога Н. Т. Линдтропа [108], [109] и сотрудничавших в то время с ним геологов И. М. Карпенко [67], В. М. Николаева [135], М. Г. Танасевича [165], М. М. Чарыгина [190], А. М. Шайдерова [196], С. Н. Шаньгина [197] и других на примере разработки Ново-Грозненского (ныне Октябрьского) и Старо-Грозненского месторождений были доказаны следующие положения:

1. В наиболее продуктивных пластах упомянутых месторождений газ в пластовых условиях полностью растворен в нефти и выделяется из нее лишь при движении нефти в стволе скважины.

2. Нефть движется к забоям скважин под влиянием напора краевых вод, окружающих залежь нефти. Фонтанирование нефтяных и законтурных в одяных скважин объясняется теми же причинами (отвлекаясь от влияния газа на подъем жидкости в стволе скважины), что и фонтанирование скважин в чисто водоносных артезианских пластах.

3. Скважины взаимодействуют (интерферируют) на больших расстояниях — порядка один—два и более километров.

4. Интенсивная разработка одной части залежи нефти отражается даже на удаленной остальной ее части.

5. Разработка нефтеносной залежи сказывается на режиме водяных источников в области естественного стока того же пласта.

Работавшая под председательством акад. И. М. Губкина в начале тридцатых годов в Грозном комиссия уточнила и подтвердила упомянутые выше положения и приняла их за основу при проектировании дальнейшей разработки продуктивных пластов в условиях водонапорного режима.

В дальнейшем выяснилось, что и в тех пластах, в которых главной движущей силой является сила упругости сжатого газа, влияние эксплуатации отдельных скважин не ограничивается малой зоной, а распространяется с течением времени на весь пласт.

Итак, в конце двадцатых — начале тридцатых годов нынешнего века стало понятно, что всякий газонефтеносный пласт следует рассматривать как гидравлически связанную систему не только во всей области газонефтеносности, но и включая окружающую водонапорную область вплоть до естественных границ пласта (выходов на поверхность, сбросов, границ выклинивания, поверхностей несогласного налегания и т. д.). Пришлось отказаться от системы изолированного исследования отдельных скважин и установления технологического режима их эксплуатации только на базе этих данных. Теперь немислимо скольконбудь серьезное исследование скважин и установление правильного режима их работы вне связи с изучением режима пласта в целом.

Таким образом, технология нефтедобычи за последние 20 лет существенно развилась, и в нее теперь включаются вопросы технологии эксплуатации и скважин и пластов. Это развитие технологии нефтедобычи привело к необходимости включить новые идеи в основы подземной нефтяной гидравлики.

Следует заметить, что развитие идей технологии нефтедобычи и подземной гидравлики происходило бы гораздо быстрее, если бы своевременно использовался опыт гидрогеологов. Гидрогеологи, изучая артезианские пласты, давно учитывали, что зона влияния отбора воды из скважин может распространяться по пласту на большие расстояния.

В России эта мысль уже не была новой в начале XVIII века. Так, например, в раздельном акте семейства Строгановых, датированном 1629 годом, указывается, что если кто-либо из них заложит артезианскую рассольную скважину вне отведенных им участков, то, учитывая неизвестность направления движения подземных вод, такая скважина должна быть общей собственностью: «... а будет кто из нас трубу (буровую скважину) посадит в горе за тою мерою, что ему написано, хотя и против своей земли, и та у нас труба у всех вообще . . .» (Фальковский [173]).

Несмотря на правильное понимание происхождения напора в артезианских пластах и хорошо известные примеры взаимодействия скважин на больших расстояниях друг от друга, в теоретических гидродинамических расчетах гидрогеологи пользовались неправильным представлением об ограниченности и неизменности зоны влияния отдельных скважин. Например, в развитой Сликхтером в конце прошлого столетия теории взаимодействия скважин допускалось, что при эксплуатации скважины радиус ее влияния равен приблизительно 200 м и потому две скважины, удаленные друг от друга на 400 м и более, не могут влиять друг на друга. Крупный русский гидрогеолог — инж. А. А. Краснопольский — в опубликованной в 1912 г. весьма ценной работе [76] допускал, что область влияния каждой скважины ограничена «жестким» контуром; при взаимодействии скважин форма и размеры этих контуров не меняются, а один контур как бы «врастает» в другой.

Наряду с такими, явно неправильными, гидродинамическими представлениями о взаимодействии скважин инж. Краснопольский правильно рассматривал артезианские пласты, как единые гидравлические системы. Так, например, критикуя современное ему (конец XIX — начало XX века) водное законодательство, инж. Краснопольский указывал, что владельца какого-либо участка земли нельзя считать владельцем артезианских вод в недрах его участка хотя бы по одному тому, что «вода артезианского пласта в данной местности чуж-

да данной местности и обыкновенно является водой, притекающей из весьма удаленных местностей».

Такое противоречие во взглядах не является исключением и весьма характерно даже для начала XX века: с одной стороны, к этому времени имелось правильное представление о пластовых водонапорных системах; с другой стороны, в основе гидродинамического анализа работы скважин лежало явно неправильное представление о постоянном ограниченном радиусе влияния каждой скважины<sup>1</sup>.

Следовательно, до сравнительно недавнего времени гидродинамические расчеты по взаимодействию скважин в области гидрогеологии были столь же несовершенны, как и в области технологии нефтедобычи.

Перейдем к описанию развития других идей, играющих важную роль в современной подземной гидравлике. Именно, с конца двадцатых годов постепенно стало выясняться существенное влияние упругости пласта и насыщающих его жидкостей на поведение пласта и скважин в процессе их эксплуатации.

Коэффициенты объемной сжимаемости воды, нефти и горных пород, слагающих нефтеносные пласты, настолько малы, что первоначально их упругостью пренебрегали и при всех гидродинамических расчетах, связанных с задачами подземной гидравлики, пласт, воду и нефть считали абсолютно несжимаемыми. Такое допущение легко оправдать при решении большинства задач трубной и речной гидравлики; поэтому с таким допущением свыклись.

Однако при решении большинства задач подземной гидравлики оправдать упомянутое допущение нельзя, ибо емкость пластовых водонапорных систем огромна. При понижении пластового давления, вызванного пуском в эксплуатацию скважин, объем порового пространства пласта уменьшается, нефть и вода (не говоря уже о газе) расширяются и из пласта извлекается дополнительное (ранее не учитывавшееся) количество жидкости — «упругий запас жидкости в пласте». Этот упругий запас жидкости, оказывается, необходимо учитывать при анализе материального баланса пласта, при попытках сопоставить количество добытой из скважин жидкости с тем, какое вошло внутрь области нефтеносности и прошло через выходы пласта на границах области питания. Особенно значительное влияние упругость жидкости и пласта

---

<sup>1</sup>Представление о постоянном радиусе влияния скважины можно оправдать лишь в тех случаях, когда приток жидкости в пласт через слабо проницаемую кровлю или при отсутствии кровли (соответственно в пластах с водонапорным и гравитационным режимами, см. дальше) компенсирует отбор жидкости из скважин (см., например, Мятнев [132]). Представление о переменном, изменяющемся с течением времени радиусе влияния скважин развивается в современной теории упругого режима (см. Шелкачев [221, 222]).

оказывает не только на материальный баланс разрабатываемого пласта, но и на процесс перераспределения пластового давления. Если бы пласт и насыщающие его жидкости были абсолютно несжимаемыми, то любое изменение давления в любой точке пласта должно было бы мгновенно распространяться на весь пласт. На самом же деле после начала разработки пласта и вообще после каждой смены режима работы скважин, связанной с изменением давления на их забоях, в пласте возникают длительные процессы перераспределения давления.

Влияние пуска новой скважины распространяется в пласте постепенно — радиус влияния скважины растет с течением времени.

Представления о важности фактора упругости пласта и насыщающих его жидкостей кажутся теперь почти очевидными, но, повторяем, эти представления усвоены лишь недавно и вытекающие из них важные следствия еще продолжают разрабатываться. За последние 20 лет выяснилось, что нельзя делать подсчетов материального баланса и многих других гидродинамических расчетов и даже нельзя понять само поведение крупнейших артезианских и нефтеносных пластов, если не учитывать фактор упругости воды, нефти и пласта; более подробные сведения об этом см. в книгах Шелкачева [211], [219] и других [120, 169], в которых можно найти дальнейшие библиографические указания.

Наконец, при тщательном анализе поведения артезианских пластов Уяснилась необходимость учитывать проницаемость их кровли и подошвы; в прежних гидродинамических расчетах этим пренебрегали. Конечно, в большинстве случаев проницаемость кровли и подошвы продуктивного горизонта очень мала, но при значительных понижениях давления в нем через большую поверхность кровли и подошвы в продуктивный пласт может проникнуть настолько большое количество воды, которым пренебрегать нельзя (см., например, Мятнев [132], Полубаринова-Кочина [146], Толмэн [169]). Факт проникновения воды через кровлю именно в нефтеносный пласт (из мощного глинистого перекрывающего пласта) был отмечен в нефтяном месторождении Гус-Крик<sup>2</sup>.

Итак, в течение второго этапа развитие подземной гидравлики (см. часть первую данной книги и заключительный исторический очерк) ее основные представления значительно обогатились.

Во-первых, было признано существование водонапорного режима нефтяных и газовых месторождений.

Во-вторых, было признано, что при любом режиме (см. § 4 данной главы) нефтяных и газовых месторождений должно быть отброшено представление об ограниченном постоянном радиусе влияния скважин,

---

<sup>2</sup>Соответствующие библиографические указания см. в цитированной выше книге Шелкачева [219].

в связи с чем определилась необходимость подвергать гидродинамическому анализу поведение не только отдельных скважин, но и нефте-водо-газоносных пластов в целом.

В-третьих, выяснилось существенное значение фактора сжимаемости пласта и насыщающих его всех жидкостей — не только газа, но и нефти и воды. В связи с этим было признано существование упругого режима нефте-водо-газоносных пластов.

В-четвертых, наметилась необходимость в ряде случаев учитывать проницаемость кровли и ложа продуктивного горизонта в процессе его разработки.

Для пояснения сущности и важности перечисленных новых представлений необходимо проиллюстрировать их материалами промышленных наблюдений, что и выполнено в следующем параграфе.

## § 2\*. Наблюдения за взаимодействием скважин и месторождений

На явление взаимодействия скважин и месторождений необходимо обратить особое внимание, ибо именно наблюдения за этим явлением особенно способствовали развитию новейших идей современной технологии нефтедобычи и подземной гидравлики. Много поучительных примеров взаимодействия скважин собрано в книге В. Н. Щелкачева и Г. Б. Пыхачева [203], специально посвященной этому вопросу. Приведем некоторые более новые любопытные примеры.

1. В 1941–1944 гг. Сотрудники ГрозНИИ проводили специальные исследования скважин XI–XIII, XVI, XXII пластов Октябрьского (бывш. Ново-Грозненского) района Грознефти. Некоторые исследования проводились по следующей методике: в нужный момент останавливалась, а затем вновь пускалась насосная или фонтанная скважина, которую будем называть «возмущающей». За эффектом ее остановки-пуска следили по изменениям уровней или по изменениям давлений на устьях простаивающих скважин, которые будем называть «реагирующими». Изменения в положении уровней или в величине давления на устьях реагирующих скважин отражали изменения («возмущения») пластовых давлений у их забоев, вызванные остановкой-пуском возмущающей скважины. Изменение в положении уровней в затрубном пространстве возмущающей насосной скважины удавалось фиксировать с точностью до сантиметров, а подъем или понижение уровней в реагирующих насосных скважинах, из которых были подняты трубы, фиксировались с точностью до 1–2 мм. Такая точность достигалась благодаря высокому стоянию уровней (часто менее 100 м от устья), большому диаметру обсадных труб (6", 8" и иногда даже 12") и применению аппаратов Яковлева легкой конструкции со специальными желонками. Аппараты Яковлева тщательно отконтргруживались над устьями реагирующих скважин. В реагирующих просеивающих фонтанных (полностью обводнившихся) скважинах на устьях

устанавливались специальные ртутные манометры, которые давали возможность наблюдать изменения в давлении порядка 1 мм рт. столба при общем давлении у устья порядка 4–5 *ати*<sup>1</sup>.

За остановкой–пуском одной возмущающей скважины иногда наблюдали одновременно в одной, двух и даже трех реагирующих скважинах на расстояниях 80–350 м от возмущающей. Наблюдения через определенные сроки многократно повторяли при одной и той же комбинации скважин, пока не убеждались в полной и точной повторяемости результатов наблюдений. В некоторых случаях, сохраняя ту же возмущающую скважину в новых наблюдениях, меняли реагирующие скважины; в других случаях сохраняли одни и те же реагирующие скважины и меняли возмущающую.

Такая тщательность в постановке наблюдений позволила установить многие интересные законы взаимодействия скважин и перераспределения пластового давления, описанные в статьях и книгах [209–214, 216, 218].

При наблюдениях были отмечены, например, следующие факты.

Упомянутый выше минимальный фиксируемый подъем уровня или устьевого давления в реагирующей скважине начинался не сразу после остановки возмущающей скважины; то же можно сказать о понижении уровня или давления в реагирующей скважине после пуска возмущающей. Требовался определенный промежуток времени (обозначим его через  $t_p$ ), для того чтобы изменение возмущения пластового давления на забое реагирующей скважины достигло нескольких миллиметров водяного столба.

Величина  $t_p$  была различна (в описанных наблюдениях она заключалась чаще всего в пределах 3–20 мин.) в зависимости от расстояний между исследуемыми скважинами, величины дебита и условий остановки–пуска возмущающей скважины (от интенсивности и характера возмущения); конечно, на величину промежутка времени  $t_p$  должны оказывать влияние физико-геологические характеристики пласта и физические параметры насыщающей его жидкости.

После остановки (пуска) возмущающей скважины уровень или устьевое давление в ней начинали подниматься (понижаться) очень быстро, но постепенно темп подъема (понижения) ослабевал, пока, наконец, уровень или устьевое давление не оказывались практически установившимися. Подчерки-

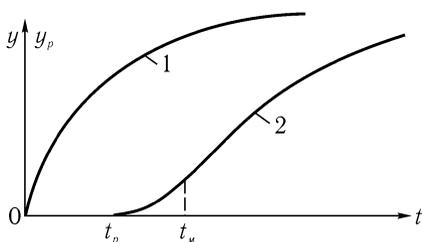


Рис. 1. Схематическое изображение графиков подъема (понижения) уровня в возмущающей (кривая 1) и в реагирующей (кривая 2) скважинах.

<sup>1</sup> В случае необходимости подчеркнуть, что речь идет об атмосферах избыточного или абсолютного давления, употребляются соответственно обозначения *ати* и *ата*.

ваем, что максимальная скорость изменения положения уровня или изменения величины устьевого давления в возмущающей скважине соответствовали начальному моменту ее остановки-пуска. Наоборот, в реагирующей скважине движение уровня или изменение устьевого давления имели в момент  $t_p$  едва заметную скорость, величина которой постепенно возрастала, достигала максимума в какой-то момент времени  $t_m$  и затем постепенно уменьшалась, пока уровень или устьевое давление не оказывались практически установившимися.

На рис. 1 кривая 1 схематически изображает график подъема уровня в возмущающей скважине, а кривая 2 — график для реагирующей скважины.

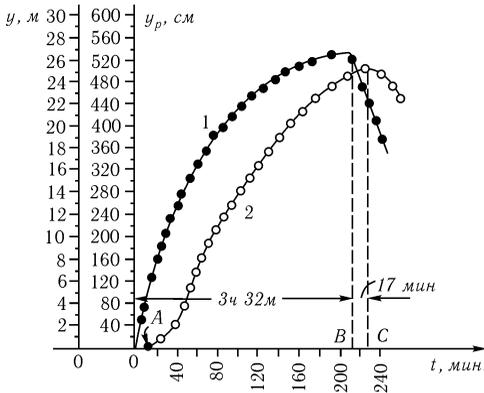


Рис. 2. Графики подъемов уровней в скв. 13/8 (кривая 1) и 11/8 (кривая 2) XVI пласта Октябрьского района Грознефти.  $y$  — подъем динамического уровня в скв. 13/8, м;  $y_p$  — подъем статического уровня в скв. 11/8, см.

Начало координат 0 соответствует моменту остановки (пуска) возмущающей скважины. Начальная точка кривой 2 соответствует моменту времени  $t_p$ , а точка перегиба — моменту  $t_m$ . Для кривой 1 вдоль оси ординат откладываются отрезки, пропорциональные пути  $y$ , пройденному динамическим уровнем в возмущающей скважине, а для кривой 2 вдоль оси ординат откладываются отрезки, пропорциональные пути  $y_p$ , пройденному «статическим» уровнем в реагирующей скважине. На рис. 1 масштаб оси ординат для кривой 2 взят крупнее, чем для кривой 1. Для фонтанных скважин вдоль оси ординат откладываются отрезки пропорциональные соответствующим изменениям устьевого давления (конечно, при наличии забойных регистрирующих манометров лучше было бы на оси ординат изображать изменения забойных давлений).

Схематическое изображение графиков движений уровней на рис. 1 воспроизводит все характерные особенности многочисленных реальных графика-

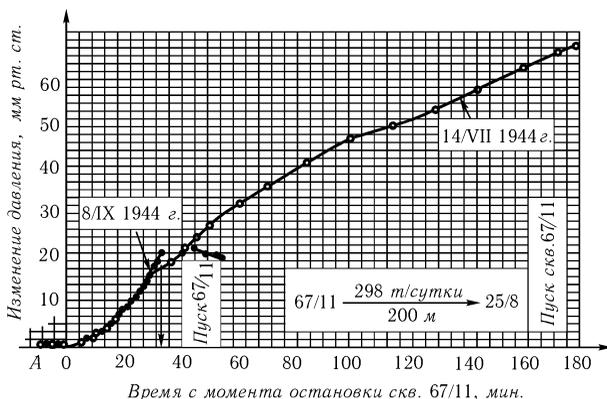


Рис. 3. График изменения давления на устье реагирующей скв. 25/8 после остановки возмущающей скв. 67/11 XXII пласта Октябрьского района Грознефти.

ков исследований скважин, выполненных ГрозНИИ.

Следует отметить, что графики повышения уровней в возмущающей и реагирующей скважинах после остановки длительно работавшей возмущающей скважины в точности совпадали с перевернутыми графиками понижения уровней тех же скважин после пуска длительно простаивавшей возмущающей скважины. Этот факт указывает на полную обратимость наблюдавшихся неустановившихся процессов повышения и понижения пластового давления.

На рис. 2 изображены реальные графики исследований скв. 13/8 и 11/8 XVI пласта. Сква. 13/8 — возмущающая; подверглась остановке при дебите 45 *м/сутки*; скв. 11/8 — реагирующая; расстояние между забоями скважин 120 м. Точка 0 — момент остановки скв. 13/8, точка А — момент обнаружения начала подъема уровня (начало реакции) в скв. 11/8, точка — момент пуска скв. 13/8, точка С — момент начала понижения уровня в скв. 11/8. Конечно,  $OA < BC$ , ибо скв. 13/8 была пущена до того, как уровень в ней и в скв. 11/8 восстановился; в момент В скв. 11/8 еще не начала реагировать на пуск скв. 13/8. Кривая 1 — график для скв. 13/8, а 2 — для скв. 11/8. На кривой 2 заметно наличие точки перегиба.

На рис. 3 приведены начальные участки графиков подъема устьевого давления в реагирующей фонтанной полностью обводнившейся скв. 25/8 XXII пласта. Графики иллюстрируют неустановившийся процесс взаимодействия скважин, вызванный остановкой фонтанной скв. 67/11, имевшей перед остановкой дебит 298 *м/сутки*. Расстояние между забоями скв. 67/11 и скв. 25/8 около 200 м. Понижение давления в возмущающей скв. 67/11 замерялось при несколько большем дебите (порядка 350–400 *м/сутки*) и ока-

залось равным 2,5–3 ат. При предварительном специальном испытании скв. 25/8 понижение давления в ней оказалось равным 1,5 ат при фонтанировании прямо в мерник с дебитом 380 т/сутки. Эти данные характеризуют высокую проницаемость пласта.

В результате остановки скв. 67/11 в скв. 25/8 удавалось обнаружить начало реакции (начало повышения столбика ртути на 0,5–1 мм в манометре на устье скв. 25/8) через 6–7 мин. после остановки скв. 67/11. После остановки скв. 67/11, которую удерживали в бездействии иногда около двух суток, давление на устье скв. 25/8 продолжало подниматься, и достигая вполне установившегося состояния за все время наблюдений; до остановок скв. 67/11 никакого систематического повышения устьевого давления в скв. 25/8 не наблюдалось.

На рис. 3 время отсчитывается с момента остановки скв. 67/11; участок АО характеризует поведение устьевого давления в скв. 25/8 до остановки скв. 67/11. Вдоль оси ординат обкладываются отрезки, пропорциональные изменению устьевого давления в скв. 25/8. На хорошо совпадающих графиках наблюдений 14/VII и 8/IX 1944 г. Ясно заметно наличие точки перегиба (в которой вогнутость кривой меняется на выпуклость). Течение описанного неустановившегося процесса взаимодействия скв. 67/11 и 25/8 следует признать тем более замечательным, что обе скважины имели высокие коэффициенты продуктивности (т.е. пласт хорошо проницаемый), в период наблюдений высоконапорный XXII пласт был сильно обводнен и в нем не только заведомо не было окклюдированного газа, но и не могло быть много растворенного газа в воде и в оставшихся небольших количествах нефти.

Результаты описанных наблюдений ГрозНИИ и их последующая теоретическая обработка способствовали доказательству того, что упругость пласта и насыщающих его жидкостей (воды и нефти) оказывает существенное влияние на поведение скважин и всего пласта. Действительно, как уже было упомянуто в предыдущем параграфе, если бы вода, нефть и пласт были абсолютно несжимаемыми, то любое изменение давления на забое возмущающей скважины, связанное с ее пуском, остановкой и изменением режима работы, должно было бы *мгновенно* передаваться в любую точку всей пластовой водонапорной системы. Приведенные выше *факты* решительно это опровергают,

2. Отметим любопытные явления, которые попутно наблюдались сотрудниками ГрозНИИ при описанных в предыдущем пункте исследованиях скважин.

Спустя известный промежуток времени после остановки возмущающей скважины, темп подъема уровня в реагирующей скважине всегда ослабевал. И вот наблюдателям иногда приходилось замечать неожиданное новое усиление темпа подъема уровня в реагирующей скважине. Такое явление могло быть вызвано только непредвиденной остановкой какой-либо другой эксплуатационной скважины. В некоторых случаях упомянутое новое усиление темпа подъема уровня столь ясно напоминало наблюдавшийся ранее эффект воздействия определенной скважины на данную, что удавалось точно назвать номер вероятно остановившейся эксплуатационной скважины. Тотчас

направляясь к указанной скважине, расположенной иногда вне поля видимости (за холмом), на расстоянии 200–250 м от простаивающей, наблюдатели обнаруживали скважину остановившейся либо из-за обрыва штанг, либо из-за неожиданной остановки станка-качалки.

Случаи обнаружения непредвиденной остановки скважины на основании наблюдений в другой скважине за процессом перераспределения пластового давления на глубинах порядка 1000 м являются ярким свидетельством общей «чувствительности» (отзывчивости) всего пласта на изменение давления в какой-либо его точке.

3. Явления взаимодействия скважин наблюдаются не только в условиях водонапорного режима. Так, например, Н. Т. Линдтроп описывает следующий характерный случай: фонтанирование скв. №3 горизонта г Нефтеабада (старая номенклатура пластов Калицкого; газовый фактор скв. №3 менялся в пределах 1435–4056 м<sup>3</sup>/т) сильно отражалось на соседних скважинах; после пуска скв. №3 прекратились газовые выбросы из буровой скв. №5, отстоящей от нее на расстоянии 670 м; наоборот, последующая приостановка фонтанирующей скв. №3 вызвала газовые проявления в достигшей горизонта г скв. №10 (расстояние между скв. №3 и №10 равно 290 м). Н. Т. Линдтроп отмечает, что «падение давления газа в пласте распространяется при фонтанировании на большое расстояние, а восстановление давления происходит медленно».

4. В газовых месторождениях влияние работы отдельных скважин на весь пласт хорошо известно по последствиям фонтанирования скважин. Так, например, в Султангуловском газовом месторождении в результате фонтанирования скв. №3 давление во всем пласте, представленном песчаниками, упало на 4 ат на площади в несколько десятков квадратных километров. Аналогичные явления наблюдались в Яблоновском и в других газовых месторождениях.

5. Не менее интересны наблюдения за взаимодействием отдельных месторождений, эксплуатирующих один и тот же нефтеносный пласт. Известен, например, факт взаимодействия между месторождениями Южного Арканзаса (в США), эксплуатируемыми один и тот же нефтеносный пласт-известняк Смаковер. Выяснилось, что эти месторождения «конкурируют друг с другом в использовании одного и того же напора воды в пласте» (см. статью Бэкли [23]). Было замечено, что добыча нефти из месторождения Магнолия больше влияет на пластовое давление в месторождении Виллэйдж, чем добыча нефти из самого месторождения Виллэйдж; расстояние между этими месторождениями равно, кажется, только порядка 10 миль (впрочем, это между границами месторождений). См. также интересный чертеж П.22 на стр. 591 Маскета 2.

Для пояснения этого интересного явления следует добавить, что проницаемость известняка Смаковер очень велика: средняя его проницаемость в месторождении Магнолия по одним данным определялась в 3 дарси, а по другим — 1–2 дарси; проницаемость многих образцов достигала 6 дарси.

Почувствительный пример взаимодействия месторождений Восточного Тексаса описывается в статье Фэйгин [176].

6. В заключение приведем примеры влияния разработки нефтеносных залежей на режимы водяных источников в удаленной области естественного стока (в области «гидравлической разгрузки») того же пласта. В книге В. Н. Щелкачева и Г. Б. Пыхачева [203] приведены результаты наблюдений геологов Н. Т. Линдтропа, В. М. Николаева и других, доказавших, что сокращение дебитов, а затем и полное исчезновение восточных и западных источников Горячеводска связано с разработкой XIII и XVI пластов Октябрьского (бывшего Ново-Грозненского района) и XI–XII пластов Соленой Балки в Старо-Грозненском районе. Расстояние между выходами упомянутых источников и нефтепромысловыми площадями достигало 17–20 км.

В последних работах Н. Т. Линдтропа [112] и В. М. Николаева [135] этот вопрос был вновь разобран более подробно. Н. Т. Линдтроп устанавливает значительное влияние разработки XXII пласта Октябрьского района Грознефти на дебит Михайловского источника в районе Серноводска (на расстоянии около 50 км от Октябрьского района). Особый интерес представляет замеченное Н. Т. Линдтропом систематическое отставание (на 4–4,5 года) минимумов дебита Михайловского источника от максимумов добычи нефти и воды на промыслах. Это отставание Н. Т. Линдтроп объясняет влиянием упругости жидкости и пласта, благодаря чему, как было отмечено выше, перераспределение давлений в пласте не происходит мгновенно.

Приведенные выше примеры достаточно хорошо подтверждают, что положенные в основу подземной гидравлики новейшие идеи о влиянии сжимаемости пласта и насыщающих его жидкостей и газов на поведение скважин в процессе их эксплуатации, о постепенном распространении влияния эксплуатирующихся нефтяных, водяных и газовых скважин на весь продуктивный пласт (вплоть до его естественных границ) и т. д. — все эти идеи прочно основаны на тщательно наблюденных фактах и специально проведенных промысловых исследованиях.

### § 3\*. Краткие сведения о классификации подземных вод

В подземной гидравлике приходится исследовать движение в пластах не только нефти и газа, но и воды: поэтому необходимо кратко ознакомиться с классификацией подземных вод.

Различные системы классификаций подземных вод были разработаны акад. В. И. Вернадским, А. М. Жирмунским и А. А. Козыревым, проф. О. К. Ланге, А. Ф. Лебедевым, Б. Л. Дичковым, О. Э. Мейнцером, чл.-корр. Акад. наук СССР, проф. Н. Н. Славяновым и другими (см., например, [54], [82–83], [114], [124]). Эти системы классификаций основаны на разных принципах, учитывающим различие геохимических или гидродинамических признаков, либо различие условия залегания, либо различие происхождения подземных вод и т. п. В настоящее время не существует единой общепризнанной системы классификации и даже терминологии подземных

вод. Специальный анализ классификации и терминологии подземных вод не входит в нашу задачу. Мы не приводим полной классификационной схемы, а выделим лишь те группы подземных вод, движение которых изучается в подземной гидравлике. В соответствии с этим, не претендуя на общность в определениях, будем подчеркивать лишь те признаки различных групп подземных вод, которые необходимы для гидродинамического анализа.

В отличие от поверхностных вод подземными называют все воды, которые в том или ином состоянии находятся под поверхностью земли — в толще земной коры. Термин «подземные воды» не свободен от недостатков, но в русской гидрогеологической литературе этот термин является наиболее общепринятым и мы его сохраняем<sup>1</sup>.

При решении задач подземной гидравлики нам придется сталкиваться лишь с подземными подвижными водами в насыщенной зоне, т. е. ниже их зеркала. Такие воды, способные перемещаться в пластах под действием силы тяжести и напора, одни авторы объединяют термином «грунтовые воды», другие — термином «фреатические воды» и т. д. Введение последнего термина, происходящего от греческого слова «фреас» — колодезь, имеет целью подчеркнуть, что только эти воды притекают к колодцам, скважинам и другим водоотборным сооружениям в процессе их эксплуатации.

Понятно, что в подземной гидравлике не рассматриваются остальные типы подземных вод: химически связанные глубинные воды, «твердые воды», инфильтрующиеся или просачивающиеся воды (во многих задачах подземной гидравлики учитывается приток этих вод в насыщенную зону, но особенности их движения над зеркалом вод не рассматриваются; по А. Ф. Лебедеву часть этих вод находится в парообразном состоянии), «подвешенные» и «физически связанные» воды<sup>2</sup>.

Положение зеркала подвижных подземных вод — верхней границы водонасыщенной зоны — нельзя представлять себе в виде четкой границы; такую границу проводят в пласте условно, на основании определения положений уровней в колодцах, котлованах и т. д. На самом деле имеется постепенный переход через капиллярную кайму водонасыщенного слоя, поры и трещины которого заполнены подвижной (фреатической) водой, к слою, поры которого лишь частично заполнены водой в пленочном, гигроскопическом и иных состояниях.

Подвижные (фреатические) воды насыщенной зоны делят на два типа:

1) флюационные воды, движущиеся в карстовых и пещерных водотоках

---

<sup>1</sup>По этому поводу правильные критические замечания были высказаны проф. Н. Н. Славяновым [124] и проф. О. К. Ланге [82].

<sup>2</sup>По А. Ф. Лебедеву «твердые воды» — подземные воды при отрицательной температуре. «Подвешенными водами» называют воды, удерживающиеся молекулярными силами над зеркалом водонасыщенной зоны, в так называемой зоне аэрации и в капиллярной кайме (т. е. в зоне капиллярного насыщения, расположенной непосредственно над верхней границей — зеркалом — водонасыщенной области). К «физически связанным» относят воды водоудерживающих пластов, а также воды, обволакивающие зерна горных пород в нефтенасыщенных и в водонасыщенных пластах; эти воды «связаны» с породой силами молекулярного взаимодействия.

и по крупным тектоническим трещинам («флюационный» — текущий — термин О. К. Ланге);

2) фильтрационные воды, движущиеся в относительно равномерно проницаемых зернистых (пористых) и мелкотрещиноватых горных породах<sup>3</sup>.

В некоторых задачах подземной гидравлики приходится учитывать приток флюационных вод непосредственно к скважинам или к той области, в которой происходит движение фильтрационных вод. Однако движение флюационных вод подчиняется обычным законам гидравлики и потому, если нет специальной оговорки, говоря в дальнейшем о движении подземных вод мы, будем подразумевать лишь фильтрационные воды. До проведения колодцев, скважин или иных водосборных сооружений фильтрационные воды в пласте могут находиться в покое или в движении. В первом случае будем говорить о неподвижном бассейне подземных вод. Во втором случае (если фильтрационные воды имеют естественную скорость движения) — о естественном подземном потоке.

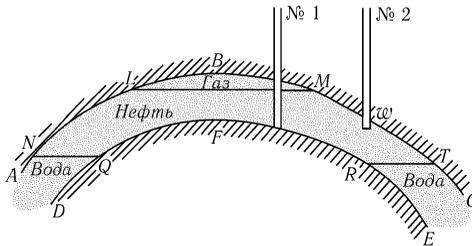


Рис. 4. Вертикальный разрез водо-нефте-газоносного пласта.

Фильтрационные воды в свою очередь делятся на два типа: на «воды со свободной поверхностью» и на «артезианские воды» (по-другому, условно, но не совсем удачно, воды первого типа называют «безнапорными», а второго типа — «напорными»). Воды со свободной поверхностью — это чаще всего воды, насыщающие породу над первым сверху водоупорным пластом, т. е. воды в пласте, имеющем водонепроницаемое ложе, но не имеющем водонепроницаемой кровли. При откачке воды из колодца, проведенного в такой пласт, уровень воды понижается в самом пласте, образуя свободную депрессионную поверхность. Давление на свободной поверхности равно атмосферному (далее в курсе будут упомянуты более сложные случаи залегания «подожвенных» вод со свободной поверхностью под залежью газа). Артезианские воды — это воды, заполняющие пласт по всей его мощности, причем пласт имеет непроницаемые кровлю и подошву и напор в нем таков, что вода «подпирает кровлю»; в колодцах или скважинах, вскрывших артезианский пласт,

<sup>3</sup>Законы движения жидкостей и газов в трещиноватых горных породах сравнительно мало изучены.

вода поднимается выше той части кровли, которая находится по соседству с ними<sup>4</sup>.

Имея в виду решение задач подземной гидравлики, связанных с эксплуатацией нефтяных и газовых месторождений, необходимо упомянуть еще о так называемых краевых (законтурных) и подошвенных водах. Допустим, что, кроме нефти и газа, в том же продуктивном пласте имеется еще вода. Вода, нефть и газ распределяются в продуктивном пласте, как правило, по удельным весам: сверху находится свободный газ, ниже — нефть, еще ниже — вода. Если вода подстилает часть залежи нефти или газа, то такая вода называется подошвенной для данной части залежи и краевой или законтурной для остальной ее части, например на рис. 4 и 5, в разрезе и в плане схематично изображена залежь нефти и газа, частично подстилаемая водой; газ и нефть находятся на своде антиклинальной складки, а вода — на крыльях.

$ABC$  — кровля;  $DFE$  — подошва продуктивного пласта;  $LM$  — начальный газо-нефтяной контакт;  $NQ$  и  $RT$  — начальное зеркало подошвенных вод. На рис. 5 линия 1 изображает контур нефтеносности по подошве пласта, линия 2 — контур газоносности по кровле, линия 3 — контур нефтеносности по кровле пласта. Для части залежи внутри контура 1 пластовая вода будет, «законтурной» (кочевой). У забоя скв. № 1 нет подошвенной воды; при эксплуатации скв. № 1 к ней будет подтягиваться «язык» краевой воды. Для части залежи, между контурами 1 и 3, пластовая вода будет «подошвенной». При эксплуатации скв. № 2 к ней будет подтягиваться «конус» подошвенной воды [так называемое явление конусообразования (кони́нга)]. По мере отбора газа и нефти зеркало вод будет повышаться. Наступит момент, когда пластовая вода проникнет в подошву залежи внутри контура 1; с этого момента вся вода будет подошвенной. Следует заметить, что резкой границы между нефтью и водой в пласте не бывает; переходная зона от воды к нефти иногда простирается на несколько метров по вертикали. Начальное зеркало

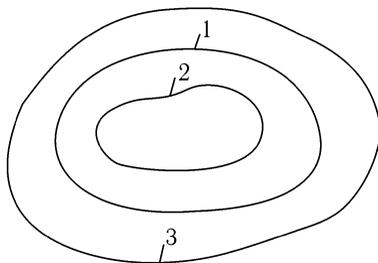


Рис. 5. Контур нефтеносности по подошве пласта (линия 1), газоносности по кровле (линия 2), нефтеносности по кровле (линия 3), соответствующие вертикальному разрезу продуктивного пласта, изображенному на рис. 4.

<sup>4</sup>Первоначально артезианскими водами назывались только такие, которые обязательно самоизливаются из колодца-скважины на поверхность земли; последний признак для задач подземной гидравлики несущественный; достаточно отметить, что вода в скважине поднимается, выше непроницаемой кровли пласта. Самый термин «артезианский» произошел от названия французской провинции Артуа (в латинизированной форме — Артезия), в которой был известный с 1126 г. самоизливающийся колодезь; этот колодезь давно был описан и с тех пор все колодцы такого типа стали называться артезианскими.

вод помещают в переходной зоне условно на той отметке, выше которой первоначально добывается чистая нефть, а ниже — нефть с водой<sup>5</sup>. Насыщение водой порового пространства убывает (за счет увеличения насыщения нефтью) постепенно — от 100% в чисто водяной зоне, на крыльях складки, до определенной величины на начальном зеркале. Насыщенность пор водой на начальном зеркале вод и выше его во всей нефтяной залежи не равна нулю.

Честь открытия этого важного факта принадлежит отечественной науке: в 1929 г. грозненские геологи Н. Т. Линдтроп и В. М. Николаев [110] впервые экспериментально доказали, что значительное количество воды может находиться в самой залежи нефти даже тогда, когда скважина дает чистую нефть. Эту воду называют «связанной водой»; при изучении проблем генезиса (происхождения) и миграции (естественного перемещения) нефти ту же воду называют погребенной, реликтовой, сингенетичной. В настоящее время установлено, что количество связанной воды в нефтяной залежи занимает от 5 до 65% объема порового пространства (см. Джонс [44]). Помимо прочих факторов, количество связанной воды в порах нефтеносного пласта зависит от его проницаемости; при прочих равных условиях количество связанной воды в порах тем больше, чем проницаемость пласта меньше. Этим и объясняется, что в одном и том же неоднородно проницаемом пласте условное зеркало вод часто имеет различные отметки в различных частях пласта. Там, где проницаемость пласта меньше, отметка условного зеркала вод может быть выше.

Другие встречающиеся в нефтепромысловой практике системы классификации подземных вод — деление вод на «верхние» и «нижние» и т. д. — к решению задач собственно подземной гидравлики прямого отношения не имеют.

## § 4. Краткие сведения о классификации режимов нефте-газо-водоносных пластов

Поведение нефте-газо-водоносного месторождения в процессе его разработки и эксплуатации зависит от множества факторов; перечислим главнейшие из них:

1. Искусственно создаваемые условия разработки и эксплуатации — форма сетки скважин, расположение их на структуре и расстояние между ними, последовательность ввода скважин в эксплуатацию, система вскрытия пласта, глубина проникновения скважин в продуктивный пласт и их диаметры, темпы отбора жидкости и газа из скважин и т. д.
2. Структурно-тектонические особенности пласта.
3. Фациально-литологические свойства пласта.

---

<sup>5</sup>Кстати сказать, столь же условно проводится граница между нефтью и газом, когда над залежью нефти имеется «газовая шапка».

4. Форма, протяжение, мощность и взаимное расположение скопления газа, нефти и воды в пределах одного и того же пласта.

5. Физико-геологические и физико-химические свойства слагающих пласт горных пород, определяемые следующими, например, характеристиками: проницаемость, пористость, структура порового пространства, объемная сжимаемость, избирательная смачиваемость и т. д.

6. Физические условия в пластах (давление, температура), а также физические и физико-химические свойства жидкостей, насыщающих пласт: удельный вес, вязкость, объемная сжимаемость, поверхностное натяжение (избыточная свободная поверхностная энергия) на границе твердой, жидкой и газообразной фаз, насыщенность нефти и воды газом, растворимость газа в нефти и воде, степень минерализации воды и т. д.

7. Химический состав нефти, воды и газа.

Под режимом пласта подразумевают характер проявления движущих сил в пласте, обуславливающих приток жидкостей и газов к эксплуатирующимся скважинам<sup>1</sup>. Понятно, что режим пласта зависит от всей совокупности перечисленных выше факторов.

Для более детального анализа понятия «режим пласта» и для ознакомления с различными системами классификации режимов следует обратиться к курсам технологии нефтедобычи, нефтепромысловой геологии и специальной литературе (см., например, [128], [79], [130], [135], [34], [35]).

Для целей подземной гидравлики достаточно учесть существование 5 простейших режимов нефте-газо-водоносных пластов и дать им следующие определения:

1. Режим пласта называется водонапорным, если нефть или газ вытесняются в скважины под действием напора краевой или подошвенной воды, окружающей нефтяную или газовую залежь: по мере вытеснения нефти или газа в скважины вода проникает в ранее занимавшую ими часть залежи; контур нефтеносности или контур газоносности непрерывно стягиваются<sup>2</sup>. При разработке нефтяного месторождения в условиях чисто водонапорного режима предполагается, что уровень

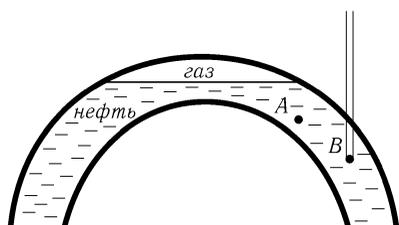
---

<sup>1</sup>Многие авторы справедливо указывают на то, что правильнее говорить не о режиме пласта, а о режиме работы пласта; другие авторы предпочитают говорить о режиме разработки залежи и т. п. Термин «режим пласта» вошел в обиход, мы его сохраняем; в соответствующем месте всегда можно подчеркнуть нужный смысл этого важного термина, тем более что понятию о режиме трудно дать краткое исчерпывающее определение.

<sup>2</sup>Конечно, даже в условиях водонапорного режима газовой залежи движение газа к скважине происходит главным образом за счет его упругого расширения при снижении пластового давления.

жидкости в скважине находится выше кровли пласта и в пласте весь газ растворен в нефти (скопления свободного газа и пузырьки окклюдированного газа отсутствуют); водонапорный режим нарушается, если пластовое давление снижается ниже давления насыщения и, следовательно, газ в пласте начинает выходить из раствора. Эксплуатация водоносных артезианских пластов происходит в условиях водонапорного режима.

2. Режим пласта называется газонапорным, если нефть или вода вытесняются в скважины под действием напора сжатого газа, находящегося в свободном состоянии (в виде так называемой газовой шапки) над нефтью или водой. В условиях чисто газонапорного режима, в процессе отбора из месторождения нефти и воды, контур газонапности непрерывно расширяется. Наличие газовой шапки указывает на то, что начальное пластовое давление (не во всем пласте) на газонефтяном



контакте меньше давления насыщения. Однако в точке *B* (на крыле) начальное пластовое давление может быть выше давления насыщения. Если провести скважину в точку *B* и снизить давление на ее забое, то может быть, что забойное давление все же выше давления насыщения и газ в точке *B* и окрестностях забоя не будет выделяться из раствора. Однако падение давления

распространится вверх по восстан. пласта и в тех точках, где начальное пластовое давление ниже давления насыщения, малейшее снижения пластового давления вызовет выделение пузырьков газа из раствора.

При разработке чисто газового месторождения или при отборе газа из газовой залежи, подстилаемой нефтью и водой, но при отсутствии существенного продвижения воды и нефти (например, в условиях замкнутого подземного резервуара, когда нет связи с областью питания) также можно говорить о газонапорном или газовом режиме пласта.

3. Режим пласта называют «режимом растворенного газа», если давление в пласте снижается ниже давления насыщения, газ выходит из раствора и пузырьки окклюдированного газа, расширяясь, вытесняют нефть к скважине. В условиях этого режима в пласте движется неоднородная жидкость — нефть с пузырьками окклюдированного газа<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>Строго говоря, общепринятое название режим растворенного газа не удачно: растворенный в нефти газ существует и в условиях водонапорного и газонапорного режимов. Для описываемого режима характерно не то, что в нефти растворен газ,

4. Режим пласта называется гравитационным в двух случаях:

а) в нефтеносном пласте имеется свободное зеркало нефти или в водоносном пласте — свободное зеркало воды («воды со свободной поверхностью», см. предыдущий параграф); давление на свободном зеркале нефти или воды равно атмосферному. Статический уровень жидкости в скважине расположен ниже кровли пласта (или непроницаемая кровля совершенно отсутствует для первых сверху водоносных пластов). При снижении уровня в скважине жидкость движется к ней по пласту под действием собственной силы тяжести; все точки свободного зеркала нефти или воды вокруг скважины расположены выше динамического уровня жидкости в скважине;

б) нефть и вода залегают в крутоставленном пласте, пласт снизу выклинивается и связь с областью питания снизу отсутствует. Жидкость притекает к скважинам под действием силы тяжести; статическое давление на забое скважины определяется высотой, на которую простирается залежь вверх по восстанию пласта. Статический уровень жидкости в скважине расположен выше отметок кровли пласта в окрестности скважины.

В первом случае режим пласта может быть назван «гравитационным со свободным зеркалом жидкости»; во втором случае — «напорногравитационным».

5. Режим пласта называется упругим, если существенное влияние на поведение пласта и скважин в процессе их эксплуатации оказывает объемная упругость не только газа, но нефти, воды и самого пласта. Строго говоря, этот режим самостоятельно не следует выделять; наоборот, нужно считать, что он может сопутствовать каждому из четырех перечисленных выше типов режимов. В зависимости от величины общего объема пор, занятых водой и нефтью, от степени замкнутости пласта, от общего объема пласта и величины начального пластового давления (чем больше упомянутые объемы и чем больше начальное пластовое давление, тем большее влияние оказывают упругость нефти и воды и сжимаемость самого пласта) всегда можно оговорить: будет ли один из перечисленных выше режимов представлен в чистом виде или будет осложнен проявлениями упругого режима. При наличии соответствующей оговорки можно, например, называть режим водонапорным и при этом учитывать упругость воды, нефти и пласта, но можно соответствующий режим называть упруго-водонапорным (см. Щелкачев [219]).

Водонапорный и газонапорный режимы объединяются часто в одну группу под названием «режимы вытеснения». Последний термин

---

но то, что газ выходит из раствора. Название «режим газированной жидкости» (или режим окклюдированного газа) было бы правильнее.

подчеркивает, что при разработке нефтяных месторождений в условиях упомянутых режимов «извне» приложенное давление газа или воды вытесняет нефть в скважины<sup>4</sup>.

Несколько схематизируя истинные условия, можно утверждать, что в процессе разработки нефтяных пластов с чисто водонапорным или чисто газонапорным режимами всегда имеются две области, поры каждой из которых наполнены однородной жидкостью: в первом случае в одной области находится только нефть, а в другой — только вода; во втором случае в одной области — нефть, а в другой — газ.

При этой схематизации игнорируются существование связанной воды внутри начального контура нефтеносности, неполное извлечение нефти из пор той области, в которую вторгаются газ или вода, а также наличие переходных зон в областях контакта газа, нефти и воды. Однако такая схематизация полезна, ибо на ее основе можно математически точно решать соответствующие задачи подземной гидравлики (внося в них затем исправления за счет учета упомянутых факторов); кроме того, ярче выступают особенности режима растворенного газа, при котором в пласте движется неоднородная смесь жидкости с газом.

Пласты, разрабатываемые в условиях водонапорного режима, чаще всего представляют собой подземные естественные резервуары «открытого типа» (имеющие связь с областью питания, см. дальше). Наоборот, режим растворенного газа и газонапорный характерны обычно для подземных резервуаров, «закрытого типа» (не имеющие связи с областью питания).

В естественных подземных резервуарах открытого типа различают область питания, область напора и область естественного стока; все три области, вместе взятые, составляют так называемую пластовую водонапорную систему.

В области питания — в местах выхода пласта на дневную поверхность — в пласт просачиваются (инфильтруются) речные и ледниковые воды, а также воды атмосферных осадков. В проточных артезианских пластах обязательно должна существовать и область естественного стока, где артезианские воды выходят на дневную поверхность в виде источников или где они смешиваются с водами вышележащего горизонта. В неподвижных артезианских бассейнах область стока отсутствует — пласт либо выклинивается, либо ограничивается сбросом или поверхностью несогласного налегания, либо, наконец, область пи-

---

<sup>4</sup>На основании многолетних промысловых и лабораторных исследований Виков [209] утверждает, что представление о существовании постоянного ограниченного радиуса влияния скважины является совершенно необоснованным не только в условиях режимов вытеснения (водонапорного и газонапорного), но и в условиях режима растворенного газа.

тания охватывает пласт со всех сторон (например, чашеобразная мульда, см. следующий параграф). Пластовые водонапорные системы могут пополняться водами и через тектонические трещины (иногда глубинными водами) и частично через плохо проницаемые кровлю или подошву пласта. Часто разработка залежи нефти и газа протекает в условиях режима растворенного газа или газонапорного режима даже тогда, когда нефть и газ подпираются краевой и подошвенной водой и связь с областью питания пласта не нарушена, т.е. когда газ, нефть и вода залегают в естественных подземных резервуарах *открытого* типа. В этих случаях водонапорный режим может нарушиться (во всей залежи или частично) по следующим, например, причинам: проницаемость пласта плохая, начальное пластовое давление лишь немного превышает давление насыщения, темпы отбора нефти несоразмерно велики и т. д.

Если в пласте, изображенном в разрезе на рис. 4, имеются только что перечисленные условия, то при разработке залежи нефти *NLMTRFQ* будут наиболее характерны либо признаки газонапорного режима, либо режима растворенного газа. Если бы ниже линий *AD* и *EC* пласт выклинивался и не имел связи с областью питания — закрытый подземный резервуар — и если бы, кроме того, газовой шапки в пласте не было (нефть занимала бы всю область *NBTRFQ*), то разработка залежи нефти протекала бы в условиях явно выраженного режима растворенного газа. Допустим далее, что пласт ниже линий *AD* и *EC* выклинивается и не имеет связи с областью питания, но в отличие от предыдущего случая предположим, что газ из газовой шапки выпущен (в процессе эксплуатации газовой залежи *LBM*); давление в области *LBM* равно или близко к атмосферному. В таком случае скв. №1, пересекающая зеркало нефти *LM*, будет работать в условиях гравитационного режима со свободной поверхностью жидкости (нефти); скважина же №2, пересекающая кровлю в точке *W* ниже уровня *LM*, будет работать в условиях напорно-гравитационного режима.

Наконец, предположим, что газовой шапки в месторождении нет, хорошо проницаемый пласт со стороны *EC* выклинивается, а со стороны *AD* простирается до области питания, причем отметка зеркала воды в области питания (на выходах пласта) значительно выше отметки точки перегиба *B* кровле пласта. В таком случае залежь нефти *NBTRFQ* будет находиться в условиях явно выраженного водонапорного или, точнее сказать, упруго-водонапорного режима. Более подробно о пластовых водонапорных системах будет сказано в следующем параграфе.

Вообще следует подчеркнуть, что ни приведенная выше и никакая иная более сложная классификация режимов не в состоянии учесть и предусмотреть всех особенностей, с которыми приходится сталки-

ваться в реальных условиях. Достаточно указать на то, что при разработке залежи нефти в разных ее частях иногда одновременно существуют разные режимы<sup>5</sup>; в других случаях наблюдается последовательная смена режимов в процессе разработки одной и той же залежи и т. д.

Все же, памятуя об этих оговорках, приведенную выше классификацию режимов нефте-водо-газоносных пластов можно принять за основу при решении задач подземной гидравлики.

В заключение заметим, что наибольшая отдача нефти из пласта и наиболее выгодные условия эксплуатации скважин получаются в условиях водонапорного режима. Поэтому при разработке нефтяных месторождений всегда стараются поддержать, восстановить или искусственно создать условия водонапорного режима (путем закачки в пласт газа, воздуха или воды); более подробные сведения об этом можно найти в курсах эксплуатации нефтяных месторождений и в специальной литературе — см., например, Крылов [79], Корганов [73], Максимович [116], Муравьев [130], Газиев [28], Багдасаров [10].

## § 5. Типовые схемы и моделирование пластовых водонапорных систем

В большинстве нефтяных месторождений СССР и зарубежных стран отмечено присутствие активной законтурной или подошвенной пластовой воды. Отсюда следует, что водонапорному режиму и изучению пластовых водонапорных систем необходимо уделить особое внимание. Приведем сначала некоторые типовые схемы пластовых водонапорных систем (подробности см. в книгах Щелкачева и Пыхачева [203], Кейльгака [69], Келлера [70], Принца [148]), а затем выясним некоторые вопросы моделирования этих систем.

На рис. 6 изображен вертикальный разрез артезианского пласта при мульдообразном залегании.  $AB$  и  $CD$  — области питания,  $KLM$  — область напора. Мульда может быть чашеобразной, и в этом случае пластовая вода стекает к средней, наиболее глубокой, части мульды со всех сторон. Мульда может быть корытообразной — пластовая вода стекает к средней части мульды с двух сторон. Если зеркало пластовых вод в области питания чашеобразной мульды находится со всех сторон на одном уровне, то имеем пример неподвижного артезианского бассейна. Если  $CD$  расположено выше  $AB$ , то  $AB$  будет областью естественного стока,  $CD$  — областью питания; мы имеем пример

<sup>5</sup>Впервые это было убедительно доказано проф. М. А. Ждановым на примере анализа режима залежи с Майкопского нефтеносного района. Труды I Всесоюзного съезда ВНИТО нефтяников в 1933 г.

артезианского потока. В качестве реального примера мульдообразного залегания пласта можно указать Парижский артезианский бассейн.

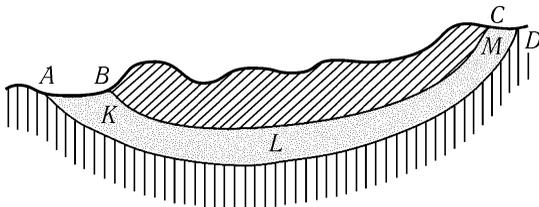


Рис. 6. Вертикальный разрез артезианского пласта (мульда).

На рис. 7 изображена структурная форма пласта типа флексуры. В области  $FED$  пласт залегает полого, а в области  $DC$  круто изгибается вверх; верхнее колено флексуры нарушено (например, эрозией) и выходит прямо на дневную поверхность.  $AB$  — область питания,  $CDEF$  — область напора. Если водоносный пласт, продолжаясь в направлении  $EF$ , выходит дальше на дневную поверхность в пониженной части ее рельефа, то место выхода будет служить областью естественного стока и в таком пласте будем иметь артезианский поток. Если со стороны  $F$  пласт выклинивается или ограничен сбросом, то пласт  $CDEF$  будет служить неподвижным артезианским бассейном. Типичным примером флексуры служит артезианский пласт Дакоты (США).

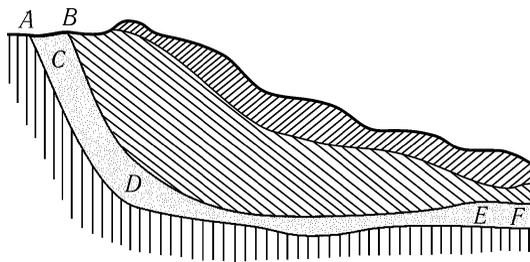


Рис. 7. Вертикальный разрез артезианского пласта (флексура).

Область питания дакотского артезианского пласта находится в Скалистых горах на высоте от 1000 до 2000 м над уровнем моря, тогда как высота самой Дакотской долины не превосходит 600 м. Это создает

большие напоры в артезианских скважинах, отстоящих на 500–600 км от области питания пласта.

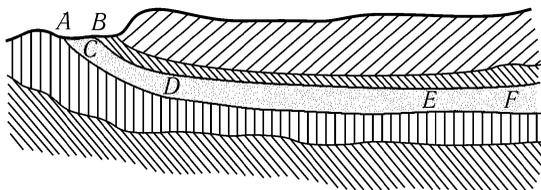


Рис. 8. Вертикальный разрез артезианского пласта (моноклиналь).

На рис. 8 изображено моноклиналиное залегание артезианского пласта. *AB* — область питания, *CDEF* — область напора. И в этом случае, как и в предыдущих, могут встретиться и артезианские потоки и неподвижные артезианские бассейны. Типичным примером моноклиналиного залегания служат два артезианских пласта Уисконсинского бассейна (США). Область питания Уисконсинского артезианского бассейна весьма велика; она находится в шт. Иллинойс и Уисконсин. Статическое давление на устье многих артезианских скважин, например вблизи г. Монмеса, достигало 20 *ата*. Одно время из артезианских скважин этих пластов, питающих г. Чикаго, отбиралось  $3\frac{3}{4}$  млн. л воды в сутки; первоначально эти скважины были самоизливающимися, а затем пришлось прибегнуть к насосной эксплуатации. В Чикаго наблюдался такой любопытный факт: самотек из буровых скважин наблюдался лишь в течение нескольких часов по понедельникам утром, ибо по воскресеньям откачка воды из скважин не производилась. Понятно, последний факт нельзя объяснить тем, что влияние воскресной остановки скважин в Чикаго успевало дойти до области питания артезианских пластов. Временные подъемы уровня в артезианских скважинах г. Чикаго объясняются лишь местным перераспределением пластового давления (выравниванием локальной пьезометрической воронки депрессии по законам упругого режима).

Перейдем к примерам, связанным с нефтяными месторождениями. Промышленные скопления нефти часто залегают на сводах вторичных антиклинальных поднятий крупных артезианских бассейнов. Многочисленные интересные примеры имеются в книге В. М. Николаева [135].

На рис. 9 воспроизведена первоначальная приблизительная схема геолога В. М. Николаева, изображающая водонапорную систему XIII пласта Октябрьского (бывшего Ново-Грозненского) района объ-

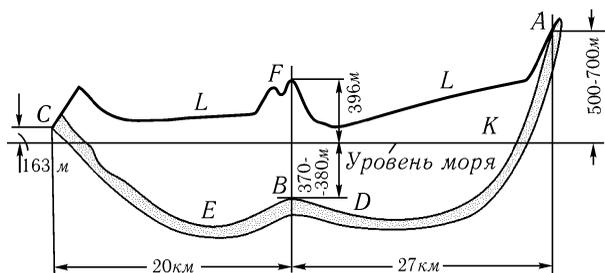


Рис. 9. Водонапорная система XIII пласта Октябрьского района Грознефти (по В. М. Николаеву).

единения Грознефти<sup>1</sup>. Область питания пласта *A* находится в Черных горах, где имеются выходы XIII пласта на высоте 500–700 м над уровнем моря. Область стока *C* в районе западной группы горячих источников имеет отметку +163 м. Перегиб кровли XIII пласта под промыслами имеет отметку –370–380 м. Горизонтальное протяжение системы порядка 47 км, причем расстояние от нефтепромыслов до области питания равно 27 км, а до области стока — 20 км. На рис. 9 линия *L* изображает поверхность земли, линия *K* — уровень моря, *F* — вершину горы Белик-Барц в Октябрьском районе, на склонах которой расположены нефтепромыслы. Для удобства изображения вертикальный масштаб взят значительно крупнее, чем горизонтальный. Если бы были выдержаны одинаковые масштабы, то область нефтеносности *DBE* выглядела бы маленьким пузырьком, выдающимся на общем протяжении пластовой водонапорной системы.

Рис. 9 является только общей схемой и не отображает ни точных деталей рельефа местности, ни более мелких особенностей геологической структуры XIII пласта. Из приведенных данных и из чертежа ясно видно, что разность гипсометрических отметок области питания *A* и области нефтеносности *DBE* вполне достаточна, чтобы объяснить величину начального пластового давления (порядка 60 атм на забоях нефтяных скважин на своде складки и до 80 атм на забоях наиболее глубоких крыльевых водяных скважин) и фонтанирование всех нефтяных и некоторых (с малыми альтитудами) водяных скважин.

Приведенные на рис. 6–9 схемы пластовых водонапорных систем наглядно поясняют происхождение артезианского напора: любая скважина, проведенная в области напора, например, в точке *L* рис. 6, в точ-

<sup>1</sup>Более точная и детальная схема приведена в цитированной выше книге В. М. Николаева [135].

как  $E$  рис. 7–9, будет обладать свойством «восходимости», т. е. пьезометрический уровень жидкости в ней будет выше отметки кровли вблизи забоя скважины. Возможность самоизлива артезианских скважин определяется превышением гипсометрической отметки зеркала вод в области питания пласта над гипсометрической отметкой устья скважины (при условии, что потеря напора при естественном движении воды в условиях артезианского потока не слишком понижает пьезометрические уровни в области напора).

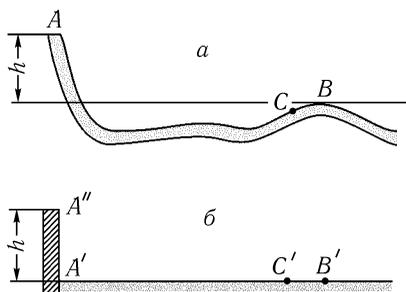


Рис. 10. Моделирование пластовой водонапорной системы:  $a$  — вертикальный разрез пласта;  $b$  — упрощенная гидравлическая модель пласта.

При анализе вертикальных разрезов (проведенных вдоль по падению пластов) типовых пластовых в донапорных систем легко заметить следующую важную характерную особенность: вертикальные их размеры значительно меньше горизонтальных. В самом деле, глубина залегания разрабатываемых водоносных и нефтеносных пластов редко превосходит 2–3 км, а протяжение пласта от его выходов на дневную поверхность до области разработки измеряется десятками, а иногда и сотнями километров. Отсюда следует, что при гидродинамическом решении очень многих задач подземной гидравлики — при выяснении особенностей работы отдельных скважин, при решении проблемы взаимодействия скважин, при выяснении законов изменения пластового давления в области нефтеносности в зависимости от темпов отбора жидкости и т. д. — вполне допустима некоторая схематизация строения пластовой водонапорной системы от области разработки до области питания.

Допустим, например, что пластовая водонапорная система имеет в вертикальном разрезе форму, представленную на рис. 10,  $a$ . Буквой  $A$  отмечено положение зеркала воды в области питания. На своде складки  $B$  расположена разрабатываемая залежь нефти, газа и воды. Разность  $h$  высотных отметок  $A$  и  $B$  определяет пластовое давление в точке  $B^2$ .

На рис. 10,  $b$  в вертикальном разрезе представлена упрощенная схема той же пластовой водонапорной системы. Сосуд  $A'A''$ , в котором уровень воды расположен на высоте  $h$  над точкой  $B'$  заменяет область

<sup>2</sup>При наличии в пласте естественного артезианского потока следует учесть падение напора в пласте, вызванное движением вод.

При анализе вертикальных разрезов (проведенных вдоль по падению пластов) типовых пластовых в донапорных систем легко заметить следующую важную характерную особенность: вертикальные их размеры значительно меньше горизонтальных. В самом деле, глубина залегания разрабатываемых водоносных и нефтеносных пластов редко превосходит 2–3 км, а протяжение пласта от его выходов на дневную поверхность до области разработки измеряется десятками, а иногда и сотнями километров. Отсюда следует, что при гидродинамическом решении

питания; участок пласта  $A'C'B'$  взят горизонтальным. Длину участка  $A'C'B'$  (рис. 10, б) можно взять либо равной расстоянию между участками  $A$  и  $A'$  на рис. 10, а, измеренному в горизонтальном направлении, либо можно учесть истинную длину участка  $ACB$ , измеренную вдоль пласта. Следует иметь в виду, что в большинстве случаев в гидродинамические формулы расстояние  $A''$  от скважин до области питания входит под знаком логарифма (см. дальше). Поэтому ошибки в оценке величины этого расстояния даже на 100–200% весьма мало отражаются на результатах гидродинамических подсчетов<sup>3</sup>.

В некоторых случаях, упрощая задачу, допустимо «спрямлять пласт» лишь на участке  $AC$ , но на участке  $CB$  следует сохранять его естественный уклон; с таким случаем приходится сталкиваться, например, при разработке залежи нефти на круто падающем крыле антиклинальной складки (считая, что  $CB$  — крыльевой нефтеносный участок,  $C$  — отметка начального зеркала воды).

Предположим, что область питания охватывает пласт со всех сторон соответствующая типовая схема представлена на рис. 6; тогда граница области питания представится в плане замкнутым контуром. Сохраняя это предположение и проводя на рис. 10, б горизонтальное сечение по кровле «пласта»  $A'B'C'$  получим на рис. 11 изображение в плане схематизированной пластовой водонапорной системы (ради сокращения размеров чертежа на рис. 11 размеры уменьшены в два раза по сравнению с рис. 10, б).

Замкнутый контур  $A_k$  соответствует внутренней границе сосуда, изображающего области питания; на рис. 10, слева показано одно из вертикальных сечений этого сосуда. Итак, контур  $A_k$  отделяет область питания от области напора схематизированной пластовой водонапорной системы. Давление вдоль контура  $A_k$  определяется высотой  $h$  уровня жидкости в области питания.

Во всех случаях, когда описанная схематизация допустима, условимся линию  $A_k$  называть «контуром области питания»; если точка  $B'$  лежит, примерно, в центре области ограниченной линией  $A_k$ , то среднее расстояние от  $B'$  до точек контура  $A_k$  будем называть «средним радиусом контура области питания».

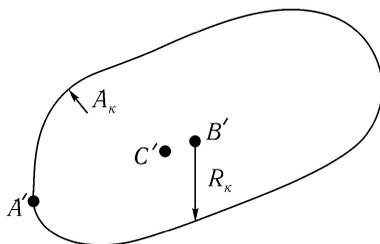


Рис. 11. Замкнутый контур области питания (линия  $A_k$ ) пластовой водонапорной системы (в плане).

<sup>3</sup>См. §1 главы XIV.

Если изображенная на рис. 10, *a* пластовая водонапорная система имеет область питания лишь со стороны *A*, а со стороны *B* пласт выклинивается, то, проводя опять горизонтальное сечение по линии *A'C'B'* рис. 10, *б*, получим новое изображение в плане схематизированной пластовой водонапорной системы (см. рис. 12).

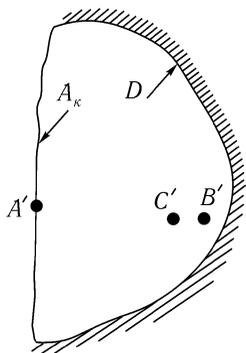


Рис. 12. Незамкнутый контур области питания (линия  $A_k$ ) и линия выклинивания ( $D$ ) пластовой водонапорной системы (в плане).

влияния скважин (подробности см. в статьях [221, 222]).

Рассмотренные выше модели и схемы пластовых водонапорных систем будут вполне приемлемы и для анализа поведения нефтеводоносного пласта в условиях упругого режима.

В заключение заметим еще раз, что при изучении более сложных задач о вытеснении нефти водой, о явлении конусообразования, о влиянии изменения проницаемости пласта на поведение скважин и т. д. необходимо будет соответствующим образом усложнять рассмотренную здесь простейшую схему пластовой водонапорной системы.

<sup>4</sup>Отметим, что общее строение водонапорной системы пласта Вудбайн (пласта с ярко выраженным упругим режимом) в Восточном Техасе вполне допускает схематизацию по тому образцу, который только что описан, причем рис. 12 подходит для изображения этой водонапорной системы в плане.

На рис. 12 линия  $A_k$  представляет собой контур области питания, а заштрихованная линия  $D$  — непроницаемую границу пласта (линию выклинивания)<sup>4</sup>.

В дальнейшем мы убедимся, что моделирование пластовых водонапорных систем по образцу схемы, изображенной на рис. 10, *б*, позволяет с достаточным приближением к действительности довести до конца гидродинамическое решение очень многих задач подземной гидравлики. При использовании этих схем нет надобности вводить порочное представление о «постоянном, ограниченном радиусе влияния скважины»; подобное представление было подвергнуто критике в предыдущих параграфах данной главы и на конкретных примерах мы убедились в его несостоятельности. Следует отметить, что при изучении неустановившихся процессов перераспределения пластового давления в условиях упругого режима вводится представление об изменяющихся с течением времени условных радиусах

---

---

## ГЛАВА III

# Краткая характеристика свойств жидкостей и газов

Движение жидкостей и газов в пористой среде происходит в весьма сложных условиях — наличие во многих пластах повышенных температур, высоких давлений, изменяющихся в пространстве и времени, соприкосновение жидкостей (нефть, вода) с различными физико-химическими свойствами, взаимодействие различных фаз (жидкой и газообразной) друг с другом и с пористой средой, выделение при фильтрации нефти пузырьков растворенного в ней газа и т. д. В связи с этим подробное изучение свойств жидкостей и газов в пластовых условиях выходит за пределы курса подземной гидравлики и должно быть предметом отдельной дисциплины — физики и физико-химии пласта, для которой за последние полтора десятилетия накопился огромный материал экспериментальных и теоретических исследований. Ввиду изложенного в настоящей главе мы дадим лишь весьма краткую справку о тех свойствах жидкостей и газов, знание которых необходимо для решения рассматриваемых в настоящем курсе задач подземной гидравлики.

### § 1\*. Свойства нефтей

Удельным весом жидкостей называется вес единицы их объема. Размерность удельного веса определяется выражением

$$[\gamma] = \frac{MLT^{-2}}{L^3} = ML^{-2}T^{-2}, \quad (1, \text{III})$$

где  $\gamma$  — удельный вес жидкости; квадратные скобки указывают, что рассматривается размерность соответствующей величины, символы  $M$ ,  $L$  и  $T$  соответственно означают единицы массы, длины и времени.

На основании уравнения (1, III) легко написать размерность удельного веса в физической  $[\gamma]_{\text{физ}}$  и технической  $[\gamma]_{\text{техн}}$  системах единиц:

$$[\gamma]_{\text{физ}} = \frac{\text{дин}}{\text{см}^3} = \text{г} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{сек}^{-2},$$
$$[\gamma]_{\text{техн}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = \text{тем} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{сек}^{-2},$$

где тем — техническая единица массы,

$$1 \text{ тем} = 9810 \text{ г.}$$

Для перехода от физической системы единиц к технической (или обратно) можно воспользоваться формулой:

$$\gamma_{\text{техн}} = 1,02 \gamma_{\text{физ.}} \quad (2, \text{ III})$$

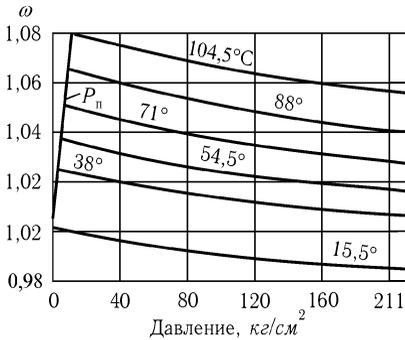


Рис. 13. Зависимость величины объемных коэффициентов от нефти, не содержащей растворенного газа, от давления при различных температурах.

Часто удельный вес нефти выражается в относительных единицах, т. е. как отношение удельного веса нефти к удельному весу воды.

Удельный вес советских нефтей изменяется в весьма широких пределах. Так, например, при температуре 15°C и атмосферном давлении нефть месторождения в Чусовских Городках имеет уд. вес  $955 \text{ кг/м}^3$ , а нефть Южного Искине (Казахстан) —  $785 \text{ кг/м}^3$ .

Удельный вес нефти зависит от давления и температуры. Поэтому удельный вес нефти в пластовых условиях даже при отсутствии в ней растворенного газа отличается от удельного веса нефти при нормальных условиях. За нормальные условия принимают часто давление в 760 мм рт. ст. и температуру в 0°C.

Объем единицы веса жидкости,

т. е. обратная величина ее удельного веса, называется *удельным объемом*.

Отношение удельного объема нефти в пластовых условиях (т. е. при давлении и температуре, имеющих место в пласте) к удельному объему ее в нормальных условиях называется *объемным коэффициентом*.

Обозначим:

$\omega$  — объемный коэффициент;

$\omega_{\text{пл}}$  — удельный объем нефти в пластовых условиях;

$\gamma_{\text{пл}}$  — удельный вес нефти в пластовых условиях;

$\omega_{\text{норм}}$  — удельный объем нефти в нормальных условиях;

$\gamma_{\text{норм}}$  — удельный вес нефти в нормальных условиях.

Тогда

$$\omega = \frac{\omega_{\text{пл}}}{\omega_{\text{норм}}} = \frac{\gamma_{\text{норм}}}{\gamma_{\text{пл}}} \quad (3, \text{ III})$$

На рис. 13 приведены кривые зависимости величины объемных коэффициентов нефти, не содержащей растворенного газа, от давления при различных температурах. Кривая  $P_{\text{п}}$  показывает давление начала парообразования.

Обычно в пластовых условиях нефть содержит растворенный в ней газ. Наличие растворенного газа может оказать существенное влияние на вели-

чину удельного веса нефти в пластовых условиях, а следовательно, и на величину объемных коэффициентов.

Для получения точных данных об удельном весе нефти в пластовых условиях для каждой смеси нефти и газа должны производиться экспериментальные определения при соответствующих давлениях и температурах.

Существует несколько приближенных методов нахождения удельного веса насыщенной газом нефти в пластовых условиях (см. [144]). Приведем наиболее простые из них.

Удельный вес нефти при наличии в ней растворенного газа может определяться на основе данных о газовом факторе, удельном весе газа, удельном весе нефти, пластовом давлении, пластовой температуре и кажущемся удельном весе газа в растворенном состоянии.

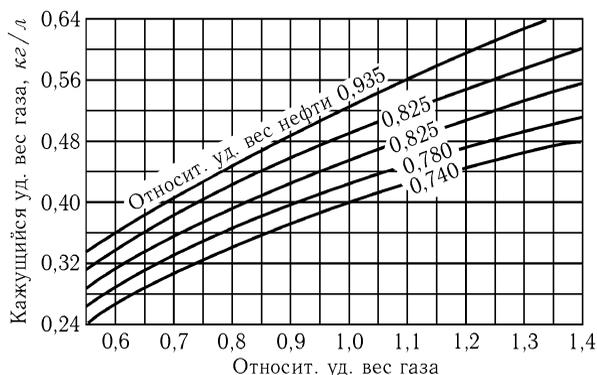


Рис. 14. Зависимость кажущегося удельного веса газа от его относительного удельного веса для нефтей различного удельного веса.

Под кажущимся удельным весом газа понимается отношение приращения веса жидкости при растворении в ней газа к приращению объема ее. На рис. 14 приведены экспериментальные кривые зависимости кажущегося удельного веса газа от его относительного удельного веса (отношение удельного веса газа к удельному весу воздуха) для нефтей, относительный удельный вес которых изменяется в пределах 0,740–0,934. Произведенное Д. Катцем сравнение данных о кажущемся удельном весе газа, полученных из графика (рис. 14), с результатами точных вычислений, основанных на анализах нефти и газа, показывает, что величина погрешности при пользовании графиком менее 10%. Приведем пример определения удельного веса нефти в пластовых условиях.

*Пример.* Найти удельный вес нефти в пластовых условиях на основе следующих данных:

относительный удельный вес нефти в нормальных условиях

$$\gamma'_{н. норм} = 0,86; \quad (\gamma_{воды} = 1000 \text{ кг/м}^3);$$

пластовое давление  $p_{пл} = 130 \text{ атa}$ ;

пластовая температура  $t = 42,2^\circ \text{C}$ ;

газовый фактор  $G = 118 \text{ м}^3/\text{м}^3$  (окклюдированного газа в пласте нет);

относительный удельный вес газа (по отношению к воздуху)  $\gamma' = 1,03$ ;

удельный вес воздуха  $\gamma_{в} = 1,22 \text{ кг/м}^3$ ;

удельный вес газа

$$\gamma_{г} = \gamma'_{г} \cdot \gamma_{в} = 1,03 \cdot 1,22 = 1,26 \text{ кг/м}^3;$$

вес газа, растворенного в  $1 \text{ м}^3$  нефти:

$$G_{г} = \gamma_{г} \cdot G = 1,26 \cdot 118 = 148 \text{ кг}.$$

Кажущийся удельный вес газа согласно графику, приведенному на рис. 14:

$$\gamma_{г. каж} = 0,485 \text{ кг/л}.$$

Объем  $148 \text{ кг}$  газа при растворении его в нефти равен:

$$\frac{G_{г}}{\gamma_{г. каж}} = \frac{148}{0,485} = 305 \text{ л}.$$

Если бы нефть была несжимаема, то объем  $1 \text{ н. м}^3$  нефти вместе с растворенным в ней газом составил (в л):

$$1000 + 305 = 1305 \text{ л} = 1,305 \text{ м}^3,$$

а вес ее  $G_{н}$  равен сумме весов негазированной нефти и газа, т. е.

$$G_{н} = \gamma'_{н. нор} \cdot \gamma_{воды} \cdot 1 + G_{г} = 0,86 \cdot 1000 + 148 = 1008 \text{ кг}.$$

Разделив этот вес нефти на ее объем ( $1305 \text{ л}$ ), получим удельный вес нефти, равный:

$$\frac{1008}{1305} = 0,772 \text{ кг/л}.$$

Так как нефть является сжимаемой жидкостью, то объем  $1 \text{ н. м}^3$  нефти в пластовых условиях будет иным. Поэтому в полученное значение удельного веса должны быть внесены поправки, учитывающие влияние на удельный вес нефти пластовых давлений и температуры. Поскольку с повышением давления плотность жидкостей увеличивается, то поправка на пластовое давление берется со знаком плюс.

На рис. 15 приведены полученные экспериментально (для давления от  $70$  до  $490 \text{ атa}$ ) кривые зависимости величины поправок к удельному весу нефти от относительного удельного веса нефти.

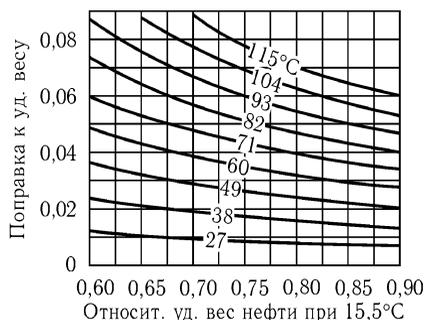
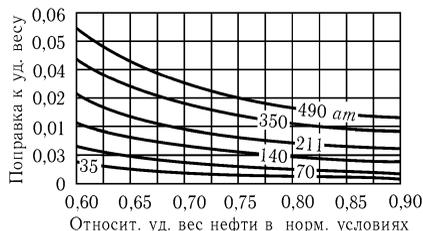


Рис. 15. Зависимости величины поправок к удельному весу нефти при разных пластовых давлениях от относительного удельного веса нефти.

Рис. 16. Зависимости величины поправок к удельному весу нефти при разных пластовых температурах от относительного удельного веса нефти.

Кроме поправки на пластовое давление, вводится также поправка на пластовую температуру. С повышением температуры удельный объем нефти увеличивается, а удельный вес ее уменьшается. Поэтому поправка к найденному выше удельному весу газа на пластовую температуру берется со знаком минус. На рис. 16 помещены полученные экспериментально (для температур от 27 до 115°C) кривые зависимости величины поправок к удельному весу нефти от относительного удельного веса нефти.

При давлении 130 атм и относительном удельном весе нефти 0,86 поправка на давление, согласно рис. 15, равна +0,009 кг/л. При пластовой температуре, равной 42,2°C, поправка на температуру, согласно рис. 16 составляет -0,02 кг/л.

Внеся эти поправки в полученную выше величину удельного веса нефти, найдем искомое значение удельного веса нефти  $\gamma_{н.пл}$  содержащей растворенный газ в пластовых условиях.

$$\gamma_{н.пл} = 0,772 + 0,009 - 0,02 = 0,761 \text{ кг/л} = 761 \text{ кг/м}^3,$$

Более грубым способом определения удельного веса нефти, содержащей растворенный газ, в пластовых условиях является определение его по данным лишь газового фактора. Возможная величина допускаемой при этом ошибки может достигать 30%.

На рис. 17 показана зависимость между газовым фактором и уменьшением объема пластовой нефти при выделении из нее растворенного газа. Это уменьшение объема нефти, отнесенное к объему ее в пластовых условиях называется *усадкой нефти*<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Отношение разности объемов нефти в пластовых условиях и в нормальных

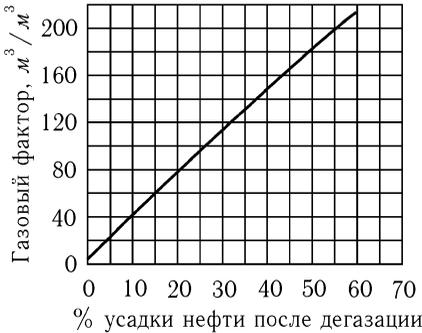


Рис. 17. Зависимости между газовым фактором и усадкой нефти.

Изложенные методы определения удельного веса нефти в пластовых условиях применимы в тех случаях, когда весь получаемый на поверхности (при нормальных условиях) газ находится в пласте в растворенном состоянии. Это обычно имеет место тогда, когда забойное давление в скважинах выше давления насыщения.

Зная удельный вес нефти  $\gamma$ , легко определить ее плотность  $\varrho$ , т. е. количество массы жидкости, заключенной в единице объема:

$$\varrho = \frac{\gamma}{g},$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести.

Размерность плотности определяется выражением:

$$[\varrho] = \frac{M}{L^3} = (MLT^{-2})L^{-4}T^2, \quad (4, III)$$

что дает

$$[\varrho]_{\text{физ}} = g/cm^3 = \text{дин} \cdot \text{см}^{-4} \cdot \text{сек}^2,$$

$$[\varrho]_{\text{техн}} = \text{тем}/\text{м}^3 = \text{кг} \cdot \text{м}^{-4} \cdot \text{сек}^2.$$

Для перехода от технической системы единиц к физической (или обратно) можно воспользоваться формулой:

$$\varrho_{\text{техн}} = 102\varrho_{\text{физ}}. \quad (5, III)$$

условиях к объему нефти в нормальных условиях называется *остаточной усадкой*.

Рис. 14, 15, 16 и 17 и приведенный выше пример взяты из статьи Г. М а к с и м о в и ч а [«Новости нефтяной техники» №7 (добыча), стр. 6, 1947].

При газовом факторе  $\Gamma = 118 \text{ м}^3/\text{м}^3$  (условно рассмотренного выше примера) причина усадки нефти после дегазации, согласно рис. 17, равна  $\sim 31\%$ . Следовательно, удельный вес ее в пластовых условиях составляет  $\sim 0,69\%$  от удельного веса в нормальных условиях. При нормальном удельном весе нефти  $860 \text{ кг}/\text{м}^3$  (условия рассмотренного примера) удельный вес ее в пластовых условиях составит

$$\gamma_{\text{н. пл}} = 860 \cdot 0,69 = 593 \text{ кг}/\text{м}^3,$$

что на 28% меньше значения  $\gamma_{\text{н. пл}}$ , полученного по первому способу.

Для решения задач подземной гидравлики должна быть известна *вязкость* нефтей, т. е. свойство жидкостей оказывать сопротивление усилиям сдвига.

Размерность абсолютной (или динамической) вязкости жидкости  $\mu$  определяется выражением

$$[\mu] = \frac{(MLT^{-2})T}{L^2} = ML^{-1}T^{-1}, \quad (6, \text{III})$$

что дает

$$[\mu]_{\text{физ}} = \frac{\text{дин} \cdot \text{сек}}{\text{см}^2} = \text{г} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1} = \text{пуаз},$$

$$[\mu]_{\text{техн}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}}{\text{м}^2} = \text{тем} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1},$$

Одна сотая доля пуаза называется сантипуаз.

Для перехода от технической системы единиц к физической (и наоборот) пользуются формулой:

$$[\mu]_{\text{физ}} = 98,1 \mu_{\text{техн}}. \quad (7, \text{III})$$

Разделив абсолютную вязкость нефти  $\mu$  на ее плотность  $\rho$ , получим кинематическую вязкость нефти  $\nu$ :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}.$$

Размерность кинематической вязкости:

$$[\nu]_{\text{физ}} = \frac{\text{см}^2}{\text{сек}} = \text{стокс};$$

$$[\nu]_{\text{техн}} = \frac{\text{м}^2}{\text{сек}}.$$

Переход от физической системы единиц к технической производится по формуле:

$$\nu_{\text{техн}} = 10^{-4} \nu_{\text{физ}}. \quad (8, \text{III})$$

Вязкость нефтей измеряется также в градусах Энглера. Градусом Энглера при измерении вязкости нефти называется отношение времени истечения 200  $\text{см}^3$  нефти ко времени истечения такого же количества количества воды из вискозиметра Энглера при 20°C. Переход от условной вязкости, выраженной в градусах Энглера, к кинематической вязкости производится по формуле Уббелоде, имеющей вид:

$$\nu = 0,0731 \text{ } ^\circ\text{E} + \frac{0,0631}{\text{ } ^\circ\text{E}} \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}, \quad (9, \text{III})$$

где  $^\circ\text{E}$  — условная вязкость нефти в градусах Энглера.

Вязкость советских нефтей изменяется в широких пределах. Так, абсолютная вязкость нефти Южного Искине при 15°C и атмосферном давлении

равна  $\sim 2,4$  сантипуаза, а вязкость локбатанской нефти (Баку) при  $10^\circ\text{C}$  равна  $\sim 146$  сантипуаз.

Вязкость нефти резко уменьшается при повышении температуры. Весьма значительное уменьшение вязкости нефти происходит при растворении в ней естественного газа. Вследствие этого вязкость нефти в пластовых условиях часто резко отличается от вязкости ее в нормальных условиях. Так, например, в одном из месторождений девонской нефти (Второе Баку) вязкость нефти в пластовых условиях (пластовое давление  $183 \text{ атм}$ , давление насыщения  $80 \text{ атм}$ , температура  $46^\circ\text{C}$ , газовый фактор  $110 \text{ м}^3/\text{т}$ ) равна  $0,9$  сантипуаз; вязкость той же нефти в нормальных условиях достигает  $2,5$  сантипуаза, т. е. почти в 3 раза больше, чем в пластовых условиях<sup>2</sup>.

В другом месторождении Второго Баку вязкость нефти в пластовых условиях (давление  $117 \text{ атм}$ , температура  $25^\circ\text{C}$ , газовый фактор  $100 \text{ м}^3/\text{т}$ ) равна  $1,25$  сантипуаза, вязкость нефти в нормальных условиях —  $5$  сантипуаз, а вязкость воды в пластовых условиях —  $1,51$  сантипуаза. Здесь вследствие большого количества растворенного в нефти газа вязкость нефти в пластовых условиях в четыре раза меньше ее вязкости в нормальных условиях. Вязкость нефти в пластовых условиях оказалась меньше вязкости пластовой воды.

Для получения точных данных о вязкости нефти в пластовых условиях необходимы соответствующие экспериментальные определения. В СССР имеется специальная аппаратура и разработаны методы определения вязкости нефти в пластовых условиях<sup>3</sup>.

При отсутствии экспериментальных определений абсолютной вязкости нефти в пластовых условиях для приближенной оценки ее можно воспользоваться следующими данными.

На рис. 18 показаны зависимости абсолютной вязкости негазированной нефти от удельного веса ее в нормальных условиях ( $15,6^\circ\text{C}$  и атмосферном давлении) при температурах от  $40$  до  $100^\circ\text{C}$ . Приведенные на рис. 18 кривые построены по данным 98 образцов нефти. Среднее отклонение определенных по этим кривым значений от замеренных данных составляет  $24,2\%$ . На рис. 18 пунктиром показан пример нахождения абсолютной вязкости нефти при пластовой температуре  $81^\circ\text{C}$ . Относительный удельный вес этой нефти при атмосферном давлении и температуре  $15,6^\circ\text{C}$  равен  $0,870$ . В пластовых условиях вязкость ее равна  $2,4$  сантипуаза.

На рис. 19 показаны кривые зависимости абсолютной вязкости насыщенных газом (при давлении, равном давлению насыщения) нефтей в пластовых условиях от количества растворенного в них газа. Приведенные кривые относятся к нефтям, абсолютная вязкость которых в дегазированном состоянии при пластовой температуре заключена в пределах  $0,7$ – $500$  сантипуаз. Указанные на приведенных на рис. 19 кривых значения абсолютной вязкости

<sup>2</sup>По определениям А. И. Губанова.

<sup>3</sup>Работы эти успешно проводятся в УФНИИ, Гипровостокнефти, в ГрозНИИ и в Институте нефти академии наук СССР.

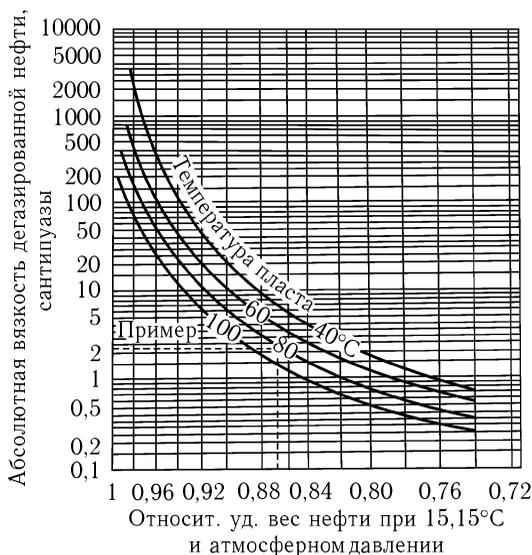


Рис. 18. Зависимость абсолютной вязкости негазированной нефти при различных температурах в пласте от удельного веса ее в нормальных условиях (при 13,6°C и атмосферном давлении).

негазированной нефти при пластовой температуре определяются по кривым, помещенным на рис. 18.

Кривые, показанные на рис. 19, проведены на основе 351 определения вязкости 41 образца сырой нефти, представляющих средние условия 29 нефтяных месторождений. Среднее отклонение определенных по рис. 19 значений вязкости от экспериментальных данных составляет 13,4%.

На рис. 19а показаны зависимости количества растворенного в нефти газа от величины давления насыщения. Приведенные на рис. 19а кривые относятся к нефтям, относительный удельный вес которых при нормальных условиях заключен в пределах от 0,74 до 1,00. Кривые проведены по данным 508 наблюдений над 164 образцами нефти, взятыми из 151 нефтяного месторождения. Среднее отклонение найденных по рис. 19а данных от экспериментальных составляет 22%<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>Работы по экспериментальному определению величины давления насыщения проводятся в УфНИИ, Гипровостокнефти, ГрозНИИ и в Институте нефти академии наук СССР.

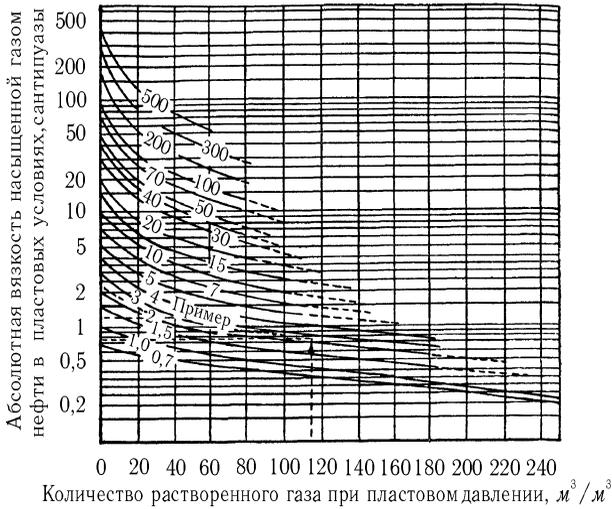


Рис. 19. Зависимость абсолютной вязкости насыщенных газом нефтей от количества растворенного в них газа.

Если начальное пластовое давление выше, чем давление насыщения, т. е. нефть является недонасыщенной газом, то вязкость ее больше, чем при давлении насыщения. В этом случае абсолютная вязкость нефти может быть приближенно определена по кривым, приведенным на рис. 19б. На этой фигуре показаны кривые зависимости абсолютной вязкости недонасыщенной газом нефти от разности между пластовым давлением и давлением насыщения (значения этой разности отложены по оси абсцисс). Приведенные кривые относятся к нефтям, абсолютная вязкость которых при давлении насыщения заключена в пределах 0,1–85 сантипуаз.

Для иллюстрации использования помещенных на рис. 19а и 19б кривых приведем пример.

*Пример.* Определить абсолютную вязкость нефти в пластовых условиях по следующим исходным данным:

относительный удельный вес нефти  $\gamma'_n = 0,86$ ;  
 первоначальное количество газа, растворенного в нефти,  $\Gamma = 114 \text{ м}^3/\text{м}^3$ ;  
 начальное пластовое давление  $P_n = 295 \text{ атм}$ ;  
 температура пласта  $t = 81^\circ\text{С}$ .

На рис. 18 по данным об относительном удельном весе нефти и пластовой температуре находим вязкость негазированной нефти при пластовой температуре. Она равна 2,3 сантипуаза.

Далее на рис. 19а находим величину давления насыщения  $P_s$ , соответствующую газовому фактору  $\Gamma = 114 \text{ м}^3/\text{м}^3$ . Давление насыще-

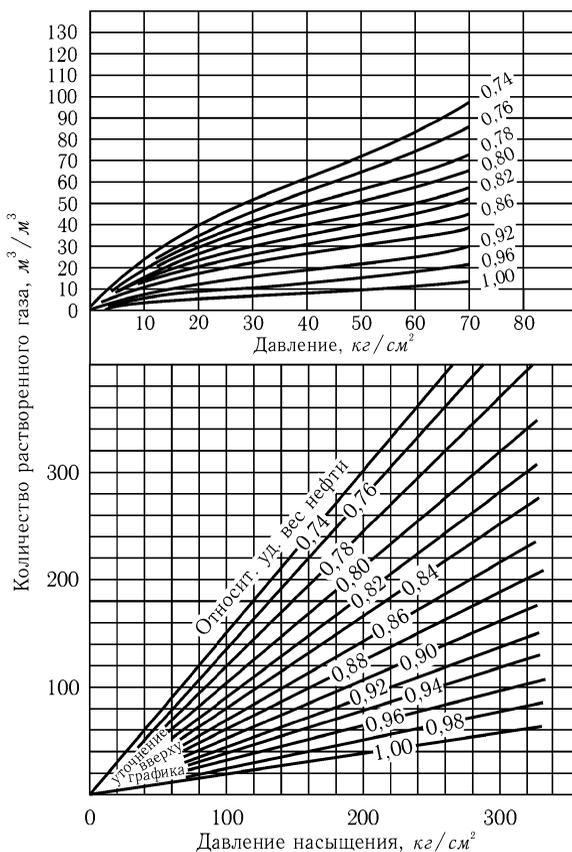


Рис. 19а. Зависимость количества растворенного в нефти газа от величины давления насыщения для нефтей различного удельного веса.

ния  $P_s = 169 \text{ атм}$ . При этом давлении, согласно рис. 19, вязкость насыщенной газом нефти (имеющей в дегазированном состоянии при пластовой температуре вязкость 2,3 сантипуаза) равна 0,73 сантипуаза.

Так как пластовое давление выше давления насыщения, то вязкость нефти в пластовых условиях больше 0,73 сантипуаза. Разность между пластовым давлением и давлением насыщения равна 116 атм. По этой разности и величине вязкости при давлении насыщения (0,73 сантипуаза) на рис. 19б находим интересующую нас величину абсолютной вязкости нефти в пластовых условиях. Она равна 0,8 сантипуаза.

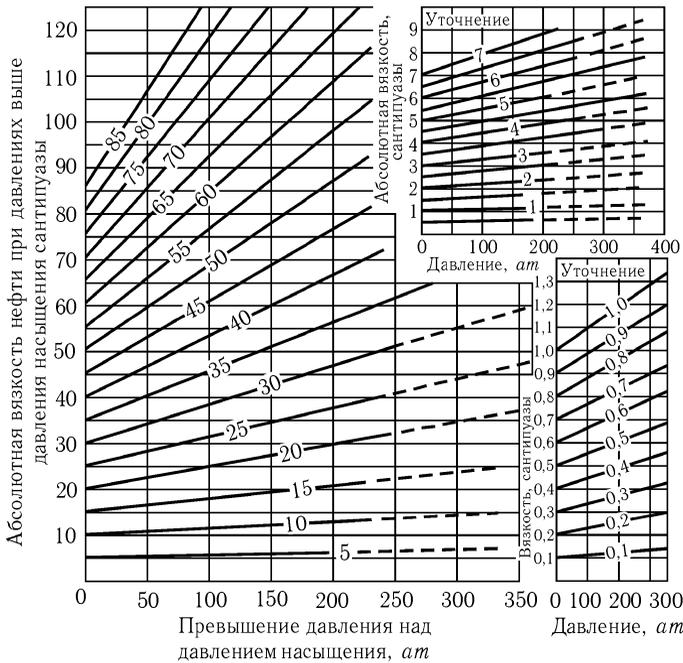


Рис. 196. Зависимость абсолютной вязкости недонасыщенной газом нефти от разности пластового давления и давления насыщения.

Сравнение значений абсолютной вязкости нефти, вычисленных при помощи описанных выше графиков и определенных экспериментально, было произведено для проб нефтей, взятых из пяти различных нефтяных месторождений. При этом оказалось, что величина средней ошибки в определении абсолютной вязкости нефти для отдельных проб нефти колеблется в пределах 8,5–39,4%. Среднее значение погрешности для всех проб составляет 19,6%<sup>5</sup>.

## § 2\*. Свойства пластовых вод

Как указывалось в § 3 главы II, воды в нефтеносных пластах можно подразделить на две группы: связанные и свободные. Связанные

<sup>5</sup> Рис. 18–196 и приведенный пример взяты из статьи [68].

(иногда их называют погребенные, или реликтовые, или сингенетичные) воды не могут быть извлечены из пласта при обычных способах эксплуатации нефтяных и газовых месторождений. Количество находящейся в пластах связанной воды может составлять от 5 до 65% объема порового пространства в зависимости от проницаемости пласта и физико-химических свойств жидкостей, газов и пористой среды.

Содержание связанной воды в пластах определяется путем анализа извлеченных на поверхность кернов горных пород, на основании исследования кароттажных диаграмм, а также путем использования данных о зависимостях между количеством связанной воды и проницаемостью пласта, между водонасыщенностью и капиллярным давлением.

При водонасыщенности пласта большей, чем содержание связанной воды, в нем имеется свободная вода. Свободная вода при разработке месторождений может передвигаться в пласте и извлекаться скважинами на поверхность.

Пластовые воды обычно минерализованы. Содержание в них солей (вес сухого остатка) колеблется в пределах 10–200 г/л. Наличие в пластах давлений и температур, превышающих атмосферные, приводит к тому, что удельный вес и удельный объем воды в пластовых условиях отличаются от удельного веса и объема ее в нормальных условиях.

Величина объемных коэффициентов пластовой воды (т.е. отношения удельного объема воды в пластовых условиях к удельному объему ее в нормальных условиях) зависит от давления и температуры пласта, количества растворенного в воде газа и содержания в ней солей. На рис. 20 показана зависимость объемных коэффициентов воды от давления при различных температурах.

Рис. 21 иллюстрирует зависимость количества естественного газа, растворенного в единице объема чистой воды, от температуры при различных давлениях. При содержании в пластовой воде растворенных солей растворимость газа в воде уменьшается. Растворимость естественного газа в минерализованной воде можно приближенно определить по формуле:

$$S = S_1 \left( 1 - \frac{xy}{10000} \right), \quad (10, \text{III})$$

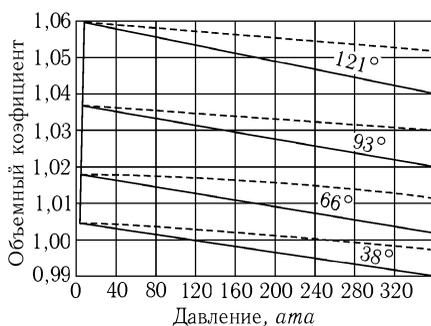


Рис. 20. Зависимость объемных коэффициентов воды от пластового давления при различных температурах. Оплотные линии относятся к чистой воде, пунктирные — к воде, содержащей растворенный газ.

где  $S$  — объем газа, растворенного в единице объема минерализованной воды;

$S_1$  — объем газа, растворенного в единице объема чистой воды, определенный по рис. 21;

$x$  — поправочный коэффициент на соленость;

$y$  — соленость пластовой воды, мг/л.

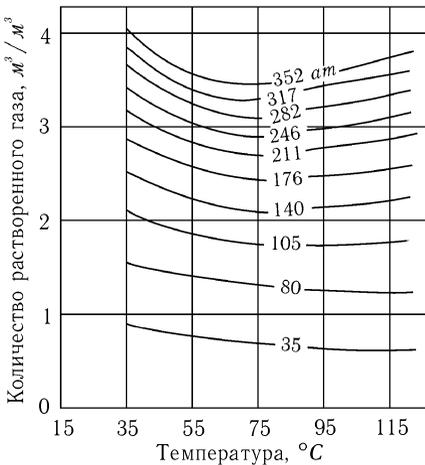


Рис. 21. Зависимость количества естественного газа, растворенного в единице объема чистой воды, от температуры при различных давлениях. Уменьшение объема воды с повышением давления.

Из формулы (11, III) видно, что коэффициент  $\beta$  имеет размерность, обратную размерности давления, т. е.

$$[\beta] = 1/at = c.m^2/\kappa r.$$

Обратная величина коэффициента объемного упругого расширения жидкости  $\frac{1}{\beta}$  называется истинным модулем сжатия жидкости и имеет размерность давления. Формула (11, III) основана на законе Гука, а истинный модуль объемного сжатия жидкости  $1/\beta$  по своей физической сущности аналогичен модулю Юнга.

На рис. 22 показана зависимость коэффициентов объемного упругого расширения чистой воды от температуры при пластовых давлениях от 70 до 422 *атм*.

Наличие в воде растворенного газа увеличивает ее сжимаемость. Значения коэффициентов объемного упругого расширения воды, содержащей

Коэффициент  $x$  зависит от температуры и имеет следующие значения:

Температура, °С	Значения $x$
38	0,074
66	0,050
93	0,044
121	0,033

Упругие свойства жидкости характеризуются коэффициентом объемного упругого расширения  $\beta$ , показывающим, на какую часть от своего первоначального объема изменяется объем жидкости при изменении давления на 1 *ат*.

$$\beta = -\frac{1}{\Omega_v} \frac{d\Omega_v}{dp}, \quad (11, III)$$

где  $\Omega_v$  — объем воды при давлении  $p$ . Знак минус указывает на уменьшение объема воды с повышением давления.

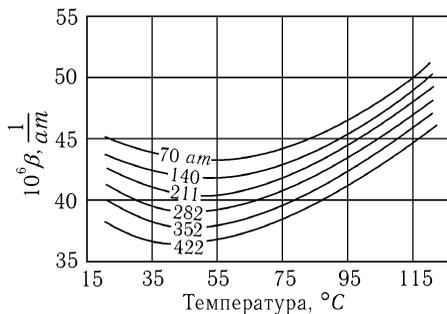


Рис. 22. Зависимость коэффициентов объемного упругого расширения чистой воды  $\beta$  от температуры при различных пластовых давлениях.

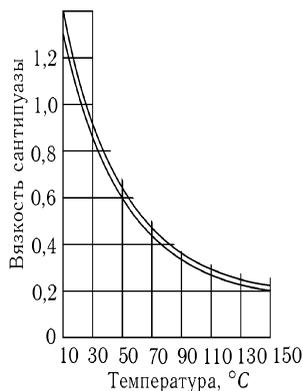


Рис. 23. Зависимость абсолютной вязкости воды от температуры. 1 — для чистой воды, 2 — для воды, содержащей 60 г/л солей.

растворенный газ, могут быть определены по формуле:

$$\beta = \beta_1(1 + 0,05 S), \quad (12, \text{III})$$

где  $\beta_1$  — коэффициент объемного упругого расширения чистой воды, определяемый по графику, помещенному на рис. 22;

$S$  — объем газа, растворенного в единице объема воды,  $\text{м}^3/\text{м}^3$ .

Учет эффекта сжимаемости воды имеет весьма существенное значение при решении задач подземной гидравлики, связанных с разработкой нефтяных и газовых месторождений в условиях упругого режима.

Таблица 1

**Вязкость воды при высоких температурах и давлениях**

Давление, <i>атм</i>	Абсолютная вязкость в сантипуазах при			
	0°С	10°С	30°С	75°С
1	1,792	1,40	0,871	0,396
500	1,680	1,35	0,895	0,411
1000	1,65	1,33	0,921	0,428
1500	1,67	1,33	0,500	0,443
2000	1,71	1,35	0,986	0,461

Абсолютная вязкость чистой воды при атмосферном давлении и температуре 20°С равна 1 сантипуазу. Содержание в воде растворенных

солей несколько увеличивает ее вязкость. На рис. 23 показана зависимость абсолютной вязкости чистой и минерализованной воды от температуры.

В табл. 1 помещены результаты экспериментальных определений вязкости воды при различных температурах и давлениях. Из таблицы следует, что изменения вязкости воды с изменением давления настолько малы, что в практических расчетах их можно не учитывать.

### § 3\*. Свойства газов нефтяных и газовых месторождений

Газы нефтяных и газовых месторождений представляют собой газовую смесь, состоящую главным образом из углеводородов. Кроме углеводородных газов, в состав естественных газов часто входят углекислота, азот, кислород, сероводород, воздух, пары воды и др.<sup>1</sup>

Зная состав естественного газа, состоящего из  $n$  компонентов, и удельный вес каждого компонента, легко вычислить удельный вес газа:

$$\gamma = \frac{\sum n_i \gamma_i}{100}, \quad (13, \text{III})$$

где  $\gamma$  — удельный вес газа;

$\gamma_i$  — удельный вес  $i$ -го компонента газа;

$n_i$  — объемное содержание  $i$ -го компонента газа в процентах.

В условиях высоких давлений, часто имеющих место в нефтяных и газовых месторождениях, поведение природных газов не следует характеристическому уравнению идеальных газов

$$\frac{p}{\gamma} = RT, \quad (14, \text{III})$$

где  $p$  — давление,  $\gamma$  — удельный вес газа,  $R$  — газовая постоянная,  $T$  — абсолютная температура.

Для реальных газов уравнение состояния может быть написано в виде:

$$\frac{p}{\gamma} = ZRT, \quad (15, \text{III})$$

где  $Z = \frac{p}{\gamma RT}$  — коэффициент сжимаемости газа, являющийся функцией давления и температуры. Значения коэффициентов сжимаемости углеводородных газов можно определить по данным о составе газа, температуре и давлении.

На рис. 23а показаны кривые зависимости коэффициента сжимаемости естественных газов от приведенного давления при различных приведенных температурах. Приведенным давлением  $p_r$  называется отношение давления  $p$  газа к его критическому давлению  $p_{кр}$ . Приведенной температурой

<sup>1</sup> Подробные данные о свойствах газов и паров, входящих в состав естественных газов, см. в книге проф. И. Н. Стрижова и И. С. Ходановича [164].

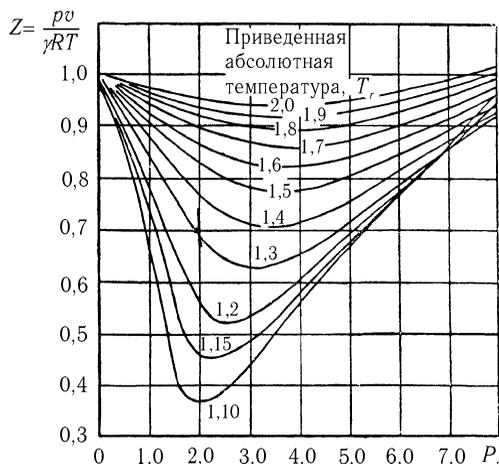


Рис. 23а. Зависимость коэффициентов сжимаемости  $z$  углеводородных газов от приведенного давления  $p_r$  при различных приведенных температурах  $T_r$ .

газа  $T_r$  называется отношение абсолютной температуры газа  $T$  к его критической температуре  $T_{кр}$ .

$$\left. \begin{aligned} p_r &= \frac{p}{p_{кр}} \\ T_r &= \frac{T}{T_{кр}} \end{aligned} \right\} \quad (16, \text{III})$$

Так как различные компоненты, входящие в состав природных газов, имеют разные критические давления и температуру, то для вычисления величины коэффициента сжимаемости естественного газа предварительно должны быть вычислены его среднекритическая температура и среднекритическое давление. Вычисление среднекритических давления и температуры производится по данным о составе газа и его температуре и давлении. Разделив давление и температуру газа соответственно на его среднекритическое давление и среднекритическую температуру, найдем значения приведенного давления  $p_r$ . И приведенной температуры  $T_r$  по которым определяем (по графику рис. 23а) величину коэффициента сжимаемости  $Z$ .

Если достаточно полных данных о составе естественного газа нет, но известен его относительный удельный вес (по отношению к воздуху), то среднекритические давление и температура могут быть *приблизительно* определены, по графикам, построенным по экспериментальным данным (см. [164]).

При решении задач о движении газов в пористой среде весьма важно определение *абсолютной вязкости природных газов* в пластовых условиях.

Вязкость газов зависит от давления и температуры.

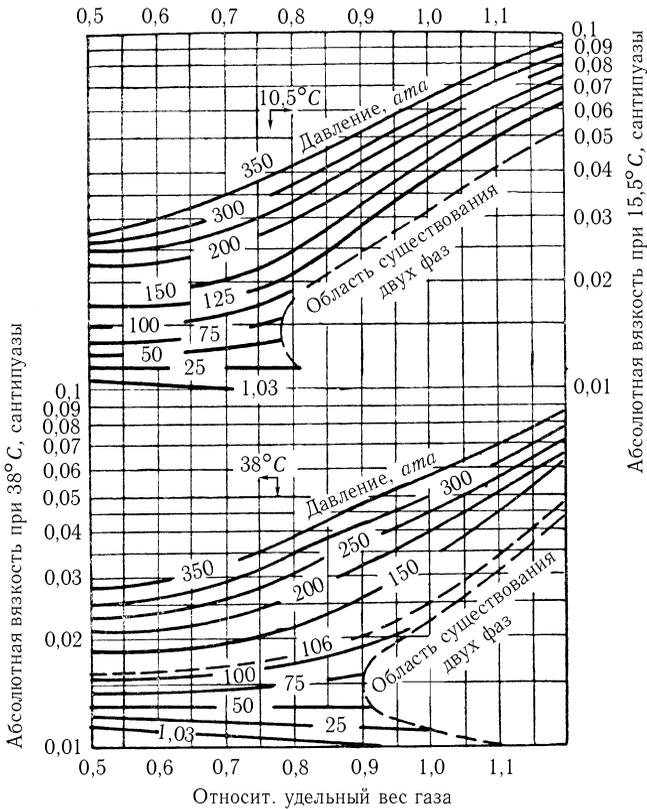


Рис. 24. Зависимость абсолютной вязкости углеводородных газов от их относительного удельного веса при различных давлениях и температурах 15,6°C и 37,8°C.

В отличие от удельного веса абсолютная вязкость естественного газа не может быть определена по данным о вязкости составляющих его компонентов. На основании экспериментальных исследований установлено, что вязкость природных газов приблизительно равна вязкости метан-пропановой смеси с тем же молекулярным весом. Определение абсолютных вязкостей метан-пропановых смесей при различных температурах и давлениях позволило построить графики, по которым (с точностью до ~6%) можно найти значения абсолютной вязкости при-

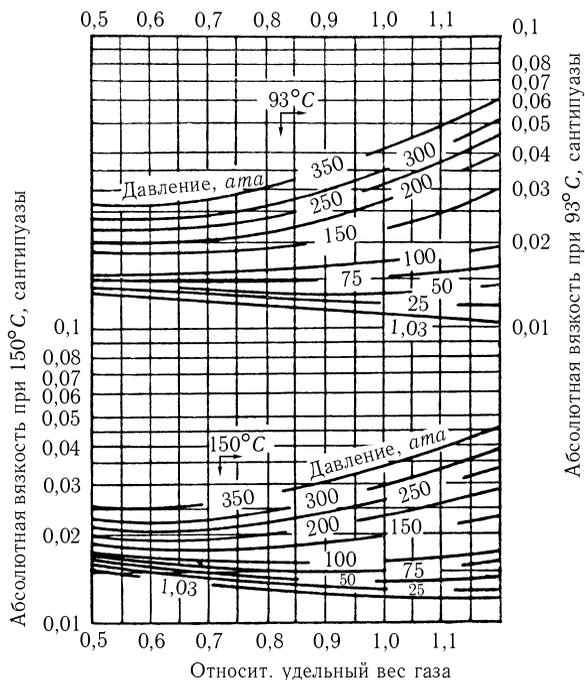


Рис. 25. Зависимость абсолютной вязкости углеводородных газов от их относительного удельного веса при различных давлениях и температурах 93°C и 150°C.

родных газов (содержащих менее 5% азота) при различных давлениях и температурах (рис. 24 и 25).

Если содержание азота в природном газе превышает 5%, то удовлетворительные результаты дает определение вязкости природного газа, как средней молярной вязкости для чистого азота в углеводородной смеси, не содержащей азота. В табл. 1а приведены необходимые для таких подсчетов данные об абсолютной вязкости азота при различных температурах и давлениях.

При проведении вторичных методов эксплуатации нефтяных месторождений в ряде случаев в пласт закачивается воздух. В связи с этим для соответствующих газодинамических расчетов необходимы данные о вязкости воздуха в пластовых условиях.

На рис. 26 приведены кривые зависимости абсолютной вязкости воздуха от температуры при различных давлениях.

Таблица 1а

## Абсолютная вязкость азота

Абсолютное давление, $\text{кг/см}^2$	Абсолютная вязкость азота в сантипуазах при температуре				
	17,8°C	15,6°C	38°C	93°C	149°C
1,03	0,0156	0,0172	0,0182	0,0206	0,0227
35	0,0163	0,0179	0,0188	0,0213	0,0234
70	0,0176	0,0188	0,0196	0,0217	0,0238
140	0,0203	0,0208	0,0213	0,0229	0,0247
210	0,0234	0,0234	0,0234	0,0242	0,0256
280	0,0259	0,0257	0,0257	0,0261	—
420	0,0328	0,0315	0,0308	0,0299	—
560	—	0,0373	0,0358	0,0337	—
700	—	0,0433	0,0405	0,0375	—

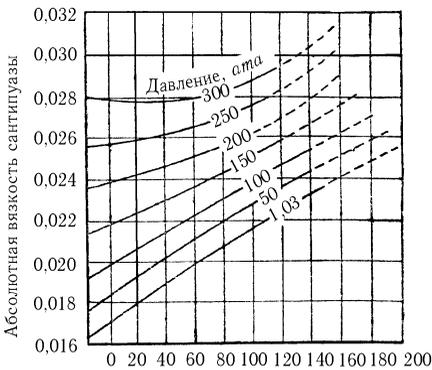


Рис. 26. Зависимость абсолютной вязкости воздуха от температуры при различных давлениях.

Кривые зависимости количества растворенного в нефти газа от величины давления насыщения показаны на рис. 19а. На рис. 21 приведены данные о растворимости естественного газа в воде при различных давлениях и температурах.

При соприкосновении естественного газа с жидкостями под влиянием давления происходит растворение газа в жидкости. Количество газа, растворяющегося в нефти, прямо пропорционально давлению (при неизменной температуре), т. е.

$$S = sp, \quad (17, \text{III})$$

где  $S$  — приведенный к атмосферному давлению объем газа (при пластовой температуре), растворенного в единице объема жидкости;  $p$  — давление;  $s$  — коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом растворимости газа в жидкости.

Экспериментальные исследования растворимости газов в нефтях

показали наличие отклонений от линейного закона (17, III) и установили, что коэффициент растворимости газов в нефтях является величиной переменной, зависящей от давления, температуры и физико-химических свойств нефти и газов.

Часть II

Теория фильтрации



---

---

## ГЛАВА IV

### Основные понятия

#### § 1. Определение и особенности фильтрации. Грунты идеальный и фиктивный

Жидкости и газы движутся в продуктивных пластах в мельчайших каналах, образованных либо системой сообщающихся друг с другом пор между зернами горной породы, либо трещинами в скелете плотно-го песчаника, известняка и т. д. Такое движение в пористой и трещиноватой среде называется *фильтрацией*.

В отличие от движения жидкостей и газов по трубам и в открытых руслах фильтрация имеет следующие характерные особенности: чрезвычайно малые поперечные размеры поровых каналов, крайне малые скорости движения жидкостей, исключительно большая роль сил трения вследствие вязкости жидкостей и огромных поверхностей стенок поровых каналов, о которые происходит трение жидкостей и газов при фильтрации.

Если принять, что среднезернистый песок представлен песчинками, средний диаметр которых составляет 0,2 мм (преобладающие фракции нефтяных песков имеют размеры зерен 0,1–0,2 мм в диаметре), то *максимальный* диаметр поровых каналов составляет всего несколько *сотых долей миллиметра*. Это во много раз меньше обычных диаметров трубопроводов, измеряемых *сантиметрами* и *десятками сантиметров*. Необходимо также иметь в виду, что форма песчинок, а следовательно, и поровых каналов неправильна и поверхность их шероховата.

В то время как обычные скорости движения жидкостей и газов по трубам измеряются величинами порядка *метров* или *десятков сантиметров* в секунду, перемещение жидкостей даже вблизи скважин происходит со скоростями, во много раз меньшими. Так, например, при дебите скважины в  $100 \text{ м}^3$  жидкости в сутки, мощности пласта в 10 м и пористости 20% скорость плоско-радиального (см. дальше) движения жидкости к скважине на расстоянии 100 м от нее составляет величину менее 1 микрона в секунду.

Чтобы оценить влияние размеров поверхностей поровых каналов на величину сил сопротивления, определим суммарную поверхность

песчинок, заключенных в  $1 \text{ м}^3$  песчаного пласта. Примем форму песчинок шарообразной, диаметр их одинаковым и обозначим:

$N$  — число песчинок в  $1 \text{ м}^3$  пласта;

$r$  — радиус песчинки;

$f = 4\pi r^2$  — поверхность песчинки;

$\omega = \frac{4}{3}\pi r^3$  — объем песчинки;

$m$  — пористость пласта<sup>1</sup>.

Тогда

$$m = \frac{\tau_{\text{обр}} - \tau_{\text{песч}}}{\tau_{\text{обр}}} = \frac{1 - N\omega}{\omega}; \quad N = \frac{1(1 - m)}{\omega} = \frac{3}{4} \frac{(1 - m)}{\pi r^3}.$$

Суммарная поверхность  $S$  песчинок, заключенных в  $1 \text{ м}^3$  песчаного пласта, равна:

$$S = N \cdot f = \frac{3}{4} \frac{(1 - m)}{\pi r^3} \cdot 4\pi r^2 = \frac{3(1 - m)}{r}.$$

$$S_{\text{уд}} = \frac{\sigma_{\text{всех шар}}}{\tau_{\text{обр}}} = \frac{\sigma_{\text{шар}}}{\tau_{\text{шар}}} \frac{\tau_{\text{шар}}}{\tau_{\text{обр}}} = \frac{N \cdot 4\pi r^2}{N \cdot \frac{4}{3}\pi r^3} \frac{\tau_{\text{обр}} - \tau_{\text{пор}}}{\tau_{\text{обр}}} = \frac{3(2 - m)}{r}$$

При пористости пласта  $m = 0,20$  и радиусе песчинки  $r = 0,1 \text{ мм} = 10^{-4} \text{ м}$

$$S = \frac{3(1 - 0,2)}{10^{-4}} = 2,4 \cdot 10^4 \text{ м}^2.$$

Таким образом, поверхность поровых каналов в  $1 \text{ м}^3$  среднезернистого песчаного пласта составляет величину свыше  $20000 \text{ м}^2$ , или более двух гектаров. В мелкозернистых песках эти поверхности имеют величину, в несколько раз большую. Естественно, что силы трения, возникающие при соприкосновении движущейся, хотя и с крайне малыми скоростями, вязкой жидкости со стенками поровых каналов, огромны.

Причудливая форма поровых каналов, сечения которых резко и хаотически меняются в пространстве вследствие неправильной формы и разнообразных размеров частиц, слагающих пористую среду, делает практически невозможным точное решение уравнений движения вязкой жидкости в таких условиях. В связи с этим при гидродинамическом изучении фильтрации пользуются упрощенными моделями пористой среды. Такими упрощенными моделями являются идеальный и фиктивный грунты.

<sup>1</sup>Определение пористости  $m$  см. § 2 этой главы. (Ред.)

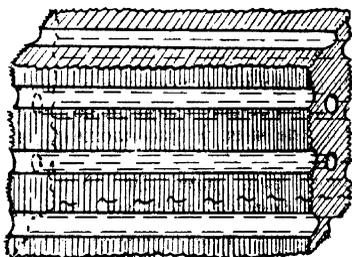


Рис. 27. Модель идеального грунта.

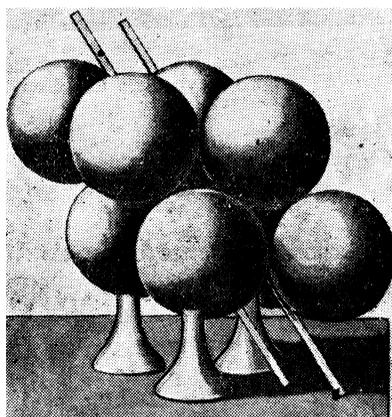


Рис. 28. Модель фиктивного грунта при наиболее тесном расположении шаров.

Под идеальным грунтом понимается пористая среда, поровые каналы которой представляют пучок цилиндрических трубок с параллельными осями (рис. 27).

Фиктивным грунтом называется пористая среда, составленная из шарообразных частиц одинакового диаметра (рис. 28, 29, 30). Фиктивный грунт является наиболее простой моделью естественного грунта, поддающейся математическому изучению.

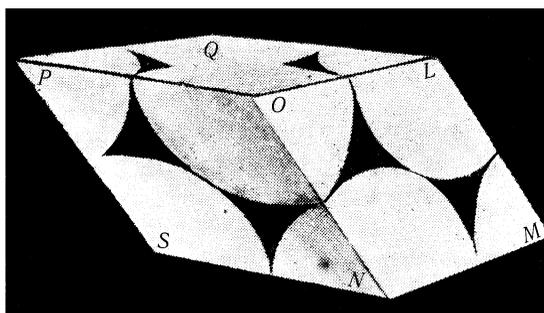


Рис. 29. Ромбоэдр — основная модель фиктивного грунта по Слехтеру.

## § 2. Пористость и просветность фиктивного грунта

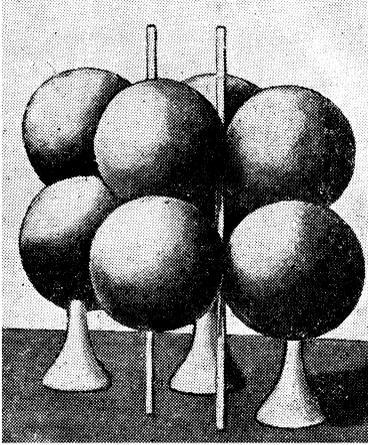


Рис. 30. Модель фиктивного грунта при наиболее свободном расположении шаров.

ских свойств основного ромбоэдра позволяет вычислить величину пористости фиктивного грунта.

Основным элементом модели фиктивного грунта является ромбоэдр, изображенный на рис. 29. Центры каждых восьми соприкасающихся шаров (песчинок) расположены в вершинах ромбоэдра, каждая грань которого есть ромб. Величина пористости фиктивного грунта зависит от взаимного расположения составляющих его шаров. Различные расположения шаров фиктивного грунта колеблются между двумя крайними конфигурациями, из которых одна соответствует теснейшему расположению шаров (рис. 28, 29, 31), а другая (рис. 30 и 32) — их наиболее свободному расположению (при условии взаимного соприкосновения). При этом угол  $\theta$  ромбов, образованных гранями ромбоэдра, изменяется от  $\theta = 60^\circ$  (рис. 31) до  $\theta = 90^\circ$  (рис. 32). Изучение геометрических

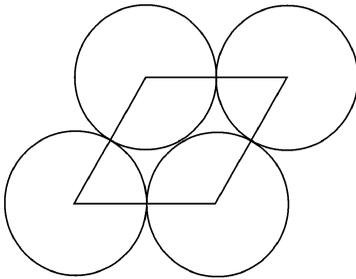


Рис. 31. Грань ромбоэдра при теснейшем расположении шаров.

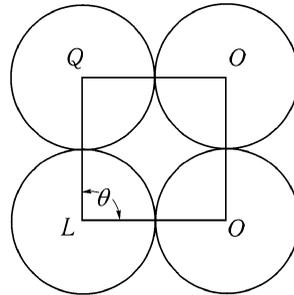


Рис. 32. Грань ромбоэдра при наиболее свободном расположении шаров.

На рис. 33 и 34 показаны диагональные разрезы  $SPLM$  и перпен-

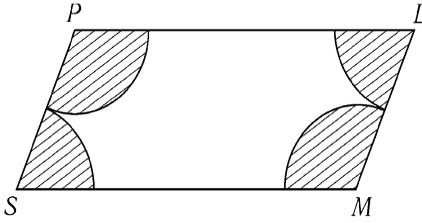


Рис. 33. Диагональный разрез  $SPLM$  основного ромбоэдра.

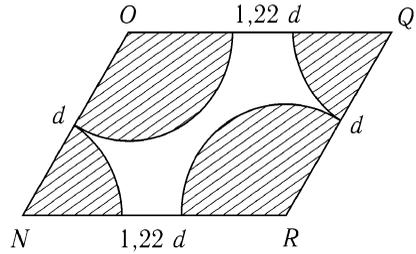


Рис. 34. Диагональный разрез  $NOQR$  основного ромбоэдра.

дикулярный ему  $NOQR$  основного ромбоэдра (см. рис. 29). Точка  $R$  на рис. 29 не видна. Незаштрихованные части разрезов показывают сечения порового пространства диагональными плоскостями. Определим угол  $\alpha$  одного из полученных параллелограммов, например параллелограмма  $SPLM$ . Для этого опишем из вершины  $O$  ромбоэдра (рис. 35) шар радиуса  $d = OB$ . Диагональное сечение и грани  $OAD$  и  $OAB$  пересекают поверхность шара соответственно по дугам  $BC$ ,  $DA$  и  $BA$ , образуя прямоугольный сферический треугольник  $ABC$  с прямым углом  $\angle BCA$ . Перпендикуляр  $BE$ , опущенный из вершины  $B$  на диагональ  $OC$ , есть высота  $h$  ромбоэдра. Из указанного прямоугольного сферического треугольника имеем:

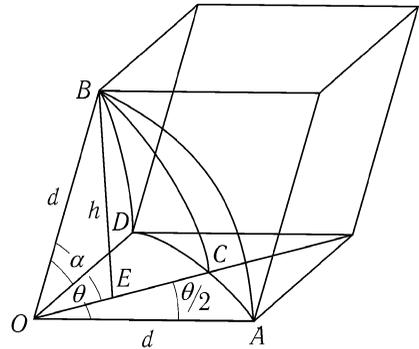


Рис. 35. К определению пористости фиктивного грунта

$$\cos \overset{\frown}{AB} = \cos \overset{\frown}{BC} \cdot \cos \overset{\frown}{AC}, \quad (1, IV)$$

но

- $\frown AB = \theta,$
- $\frown AC = \frac{\theta}{2},$
- $\frown BC = \alpha;$

следовательно,

$$\cos \alpha = \frac{\cos \theta}{\cos \frac{\theta}{2}}. \quad (2, \text{IV})$$

Из формулы (2, IV) получаем:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{\frac{\cos^2 \frac{\theta}{2} - \cos^2 \theta}{\cos^2 \frac{\theta}{2}}} = \sqrt{\frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \frac{\theta}{2}}{\cos^2 \frac{\theta}{2}}} = \\ &= \sqrt{\frac{4 \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\cos^2 \frac{\theta}{2}}} = \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}} \sqrt{4 \cos^2 \frac{\theta}{2} - 1}. \end{aligned}$$

Так как

$$4 \cos^2 \frac{\theta}{2} - 1 = 2(1 + \cos \theta) - 1 = 1 + 2 \cos \theta,$$

то

$$\sin \alpha = \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \sqrt{1 + 2 \cos \theta}$$

Отсюда

$$\sin \alpha = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2}}{2 \cos^2 \frac{\theta}{2}} \sqrt{1 + 2 \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} \sqrt{1 + 2 \cos \theta}. \quad (3, \text{IV})$$

Из прямоугольного треугольника  $BEO$  высота ромбоэдра

$$h = d \sin \alpha. \quad (4, \text{IV})$$

Так как площадь основания ромбоэдра равна  $d^2 \sin \theta$ , то объем  $V_1$  ромбоэдра имеет величину:

$$V_1 = h d^2 \sin \theta.$$

Внося сюда значения  $h$  из уравнения (4, IV) и  $\sin \alpha$  из (3, IV), получим:

$$V_1 = \frac{d^3 \sin^2 \theta \sqrt{1 + 2 \cos \theta}}{1 + \cos \theta}.$$

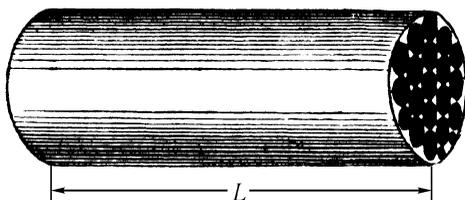


Рис. 36. Элемент пористой среды (к определению среднего значения просветности  $\tilde{n}$ ).

Сумма объемов всех восьми кусков шаров, составляющих ромбоэдр, равна, как это видно из рис. 36, объему  $V_2$  одного целого шара

$$V_2 = \frac{\pi d^3}{6},$$

поскольку сторона грани ромбоэдра равна диаметру шара.

Зная объем ромбоэдра  $V_1$  и объем  $V_2$ , занимаемый в нем породой, легко найти объем порового пространства, равный  $V_1 - V_2$ , и величину коэффициента пористости  $m$ :

$$m = \frac{V_1 - V_2}{V_1} = 1 - \frac{V_2}{V_1} = 1 - \frac{\frac{\pi d^3}{6}(1 + \cos \theta)}{d^3 \sin^2 \theta \sqrt{1 + 2 \cos \theta}}$$

Подставляя сюда

$$\sin^2 \theta = (1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta),$$

получим формулу Слехтера:

$$m = 1 - \frac{\pi}{6(1 - \cos \theta)\sqrt{1 + 2 \cos \theta}}. \quad (5, IV)$$

Из формулы (5, IV) следует, что *пористость фиктивного грунта, состоящего из одинаковых шарообразных частиц, не зависит от их диаметра, а зависит лишь от их относительного расположения, определяющегося величиной угла  $\theta$* .

Подставляя в формулу (5, IV) вместо угла  $\theta$  его крайние значения, получим пределы изменения пористости фиктивного грунта: при

$$\theta = 60^\circ, \quad m = 0,259;$$

$$\theta = 90^\circ, \quad m = 0,476.$$

Следовательно,

$$0,259 \leq m \leq 0,476.$$

В табл. 2 приведены определенные по формуле (5, IV) значения коэффициента пористости  $m$  фиктивного грунта при различных величинах  $\theta$ .

Таблица 2

**Значение коэффициентов пористости  $m$  и просветности  $n$  фиктивного грунта в интервале угла  $\theta$  от  $60^\circ$  до  $90^\circ$**

$\theta$	$m$	$n$	$\sigma$	$\sigma_1$	$\sigma_2$
$60^\circ 00'$	0,259	0,0931	88,90	62,00	42,00
$60^\circ 02'$	0,26	0,0937	84,30	38,75	25,00
$60^\circ 41'$	0,27	0,0993	74,05	34,25	21,84
$61^\circ 18'$	0,28	0,1045	65,94	29,50	17,76
$61^\circ 55'$	0,29	0,1098	58,90	26,00	16,60
$62^\circ 36'$	0,30	0,1155	52,47	22,63	14,42
$63^\circ 18'$	0,31	0,1210	47,12	20,00	12,54
$64^\circ 03'$	0,32	0,1266	42,44	17,60	11,00
$64^\circ 49'$	0,33	0,1322	38,44	15,82	9,64
$65^\circ 37'$	0,34	0,1378	34,75	13,95	8,58
$66^\circ 27'$	0,35	0,1434	31,62	12,18	7,50
$67^\circ 21'$	0,36	0,1491	28,79	11,04	6,58
$68^\circ 18'$	0,37	0,1549	26,26	10,00	5,83
$69^\circ 17'$	0,38	0,1605	24,08	8,80	5,22
$70^\circ 20'$	0,39	0,1661	22,11	7,87	4,60
$71^\circ 28'$	0,40	0,1719	20,32	7,08	4,06
$72^\circ 43'$	0,41	0,1775	18,73	6,32	3,62
$74^\circ 03'$	0,42	0,1832	17,28	5,71	3,24
$75^\circ 32'$	0,43	0,1902	15,96	5,14	2,89
$77^\circ 10'$	0,44	0,1946	14,76	4,65	2,55
$79^\circ 06'$	0,45	0,2003	13,71	4,15	2,28
$81^\circ 25'$	0,46	0,2057	12,76	3,75	2,05
$84^\circ 59'$	0,47	0,2117	11,83	3,40	1,84
$90^\circ 00'$	0,476	0,2146	11,38	3,20	1,71

Примечание.  $\sigma = \frac{1-m}{n^2}$ ;  $\sigma_1 = \frac{5}{4} \frac{(1-m)^2}{m^3}$ ;  $\sigma_2 = \left( \frac{(1-m)}{m} \right)^3 \cdot \frac{1}{1-n}$ .

Пористость естественных пластов колеблется в гораздо более широких пределах, что объясняется разнообразием размеров части пористой среды, наличием в поровых каналах различных цементирующих веществ и пр.

Рассматривая рис. 29, мы видим, что площадь прохода между шарообразными частицами в плоскости, содержащей их центры, имеет величину  $S$ , равную:

$$S = S_1 - S_2,$$

где  $S_1$  — площадь ромба (грань ромбоэдра), а  $S_2$  — суммарная площадь частей кругов, находящихся внутри ромба. Легко видеть, что сумма площадей указанных четырех частей кругов равна площади круга:

$$S_2 = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Поскольку площадь ромба

$$S_1 = d^2 \sin \theta,$$

то площадь  $S$ , открытая для прохода жидкостей, равна:

$$S = (\sin \theta - \frac{\pi}{4})d^2.$$

Назовем отношение площади проходов к площади всей грани ромбоэдра просветностью или поверхностной пористостью и обозначим ее буквой  $n$ :

$$n = \frac{S}{S_1} = 1 - \frac{S_2}{S_1}. \quad (6, \text{IV})$$

Коэффициент просветности  $n$  определяет величину живого сечения пласта, через которое происходит фильтрация.

Подставляя в формулу (6, IV) вместо  $S_1$  и  $S_2$  их значения, получим:

$$n = 1 - \frac{\pi}{4 \sin \theta}. \quad (7, \text{IV})$$

Из формулы (7, IV) видно, что для фиктивного грунта величина просветности не зависит от диаметра шарообразных частиц, составляющих пористую среду, а зависит лишь от их взаимного расположения, определяющегося углом  $\theta$ .

В табл. 2 помещены вычисленные по формуле (7, IV) значения просветности  $n$  для различных значений угла  $\theta$ . Предельные значения просветности получим, подставив вместо  $\theta$   $60^\circ$  и  $90^\circ$ ; при  $\theta = 60^\circ$   $n = 0,0931$ ; при  $\theta = 90^\circ$   $n = 0,2146$ .

Следовательно,

$$0,0931 \leq n \leq 0,2146.$$

Сравнение рис. 31 и 32 с рис. 33 и 34 показывает, что определяемая формулой (7, IV) величина  $n$  и приведенные в табл. 2 значения просветности характеризуют площади проходов в самом узком месте поровых каналов<sup>1</sup>.

Существенный интерес представляет *определение средних значений площади проходов  $\tilde{S}$  и просветности  $\tilde{n}$*  для некоторого выделенного объема пористой среды.

Выделим некоторый цилиндрический элемент пористой среды (рис. 36) длиной  $L$  и площадью поперечного сечения  $F$ . Пусть средняя величина площади проходов  $S$  на длине  $L$  равна  $\tilde{S}$ , а среднее значение просветности  $n$  на той же длине равно  $\tilde{n}$ , причем

$$\tilde{n} = \frac{1}{L} \int_0^L n(L)dL, \quad \tilde{S} = \frac{1}{L} \int_0^L S(L)dL = \tilde{n}F.$$

Тогда объем порового пространства  $\Omega$  (т. е. суммарный объем поровых каналов в рассматриваемом объеме пористой среды) равен:

$$\Omega = S \cdot L = nFL. \quad (8, IV)$$

С другой стороны объем порового пространства выделенного элемента пористой среды

$$\Omega = FLm. \quad (9, IV)$$

Сравнивая выражения (8, IV) и (9, IV), имеем:

$$\begin{aligned} \tilde{n} &= m, \\ \tilde{S} &= mF. \end{aligned} \quad (10, IV)$$

Таким образом, среднее значение просветности (поверхностной пористости)  $\tilde{n}$  равно пористости  $m$ .

При решении различных практических задач, связанных с фильтрацией жидкостей, часто представляет интерес определение средней площади проходов. Как видно из формулы (10, IV), средняя площадь проходов равна произведению площади сечения пласта  $F$  на коэффициент пористости  $m$ .

---

<sup>1</sup>Изложение теории Сликтера заимствовано нами из книги акад. Л. С. Лейбензона [100].

### § 3. Переход от фиктивного грунта к естественному

Реальные пористые пласты (пески, песчаники) отличаются от фиктивного грунта тем, что слагающие их частицы (песчинки) разнообразны по своим размерам, форме и шероховатости поверхности. Поэтому, чтобы формулы, полученные для фиктивного грунта, применить к реальному грунту, нужно реальный грунт заменить эквивалентным ему фиктивным грунтом, причем этот эквивалентный фиктивный грунт должен отличаться тем свойством, что гидравлическое сопротивление, оказываемое им фильтрующейся жидкости, должно быть таким же, как гидравлическое сопротивление реального грунта. Диаметр частиц такого эквивалентного фиктивного грунта называется эффективным диаметром и обозначается нами  $d_e$ . Следовательно, для перехода от фиктивного грунта к естественному нужно определить величины эффективного диаметра частиц, слагающих реальную пористую среду. Представление о составе естественного грунта получается из данных механического анализа его. Механический анализ дает групповые характеристики состава грунта, указывая процентное содержание отдельных фракций. На основании произведенного механического анализа строится кривая весового участия фракций. Для этого по оси абсцисс откладывают диаметры песчинок, а по оси ординат — сумму процентного весового содержания всех фракций, начиная от нуля и кончая данным диаметром.

Пусть в  $1 \text{ см}^3$  грунта имеются следующие фракции частиц (зерен песка):

диаметр от и до:

$$0 - d_1, d_1 - d_2, d_2 - d_3, d_3 - d_4 \text{ и т. д.}$$

вес фракций:

$$\Delta g_1, \Delta g_2, \Delta g_3, \Delta g_4 \text{ и т. д.}$$

Построение графика механического анализа ведется следующим образом (рис. 37): на оси абсцисс откладываем длину, равную  $d_1$ , а на соответственной ординате — длину, равную  $\Delta g_1$ . Далее, на оси абсцисс откладываем длину, равную  $d_1 + d_2$ , а на соответственной ординате длину, равную  $\Delta g_1 + \Delta g_2$ . Продолжая построение, придем в конце концов к последней точке кривой с ординатой, равной 100%, так как  $\Delta g_1 + \Delta g_2 + \Delta g_3 + \dots = 100\%$ .

За средний диаметр  $d_i$  какой-либо фракции  $i$  принимают среднее арифметическое крайних диаметров  $d'_i$  и  $d''_i$  этой фракции:

$$d_i = \frac{1}{2}(d'_i + d''_i). \quad (11, \text{IV})$$

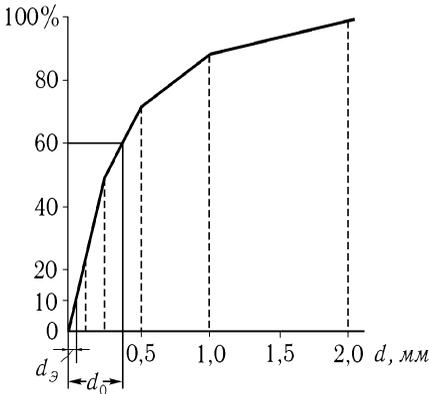


Рис. 37. Кривая весового участия фракций.

Для определения величины эффективного диаметра частиц существуют различные способы, к числу которых относятся следующие: способ среднего диаметра, способ счета и взвешивания, способ веса средней частицы, способ Е. А. Замарина, А. Зауэрбрея и другие.

Изложение всех этих способов дается в книге акад. Л. С. Лейбензона [100]. Поэтому в настоящей книге мы ограничимся изложением всего лишь двух способов определения величины эффективного диаметра  $d_э$ .

**Способ веса средней частицы.** При обработке результатов обширных экспериментальных исследований [174] фильтрации жидкостей и газов величину эффективного диаметра песков и песчаников определяли по формуле *веса средней частицы*:

$$d_э = \sqrt[3]{\frac{\sum n_i d_i^3}{\sum n_i}}, \quad (12, IV)$$

где  $d_i$  — средний диаметр  $i$ -й фракции, определяемой по формуле (11, IV);

$n_i$  — число песчинок в  $i$ -й фракции.

По другому способу за эффективный диаметр принимается такой диаметр шарообразной частицы, при котором сумма весов всех фракций, начиная от нуля и кончая этим диаметром, составляет 10% от веса всех фракций. При этом так называемый *коэффициент однородности*, равный отношению  $\frac{d_0}{d_э}$ , должен быть не более пяти.

В этом отношении числитель  $d_0$  есть тот диаметр шарообразной частицы, при котором сумма весов всех фракций, начиная от нуля и кончая этим диаметром, равна 60% от веса всех фракций. Величины  $d_0$  и  $d_э$

Таким образом, первый шаг состоит в разбивке естественного грунта на фракции (группы) шарообразных частиц одинакового в каждой группе диаметра  $d_i$ . Затем устанавливается связь между этим как бы скорректированным естественным грунтом и грунтом фиктивным, составленным из шарообразных частиц одинакового по всему грунту диаметра  $d_э$  называемого эффективным диаметром.

Для определения величины эффективного диаметра частиц существуют различные способы, к числу которых относятся следующие:

берутся с кривой весового участия фракций, обычно представляющей ломаную линию (рис. 37).

Этот способ широко применяется. Границы использования его определяются условием

$$0,01 \leq d \leq 0,3 \text{ см.}$$

## § 4. Скорость фильтрации и ее связь со скоростью движения

Обозначим через  $Q$  — объемный расход жидкости через поперечное сечение рассматриваемого элемента пористого пласта, через  $F$  — площадь нормального к направлению движения жидкости поперечного сечения пласта. Тогда расход  $v$  жидкости, приходящийся на единицу поперечного сечения пласта, определится из равенства:

$$v = \frac{Q}{F}. \quad (13, \text{IV})$$

Величина  $v$  называется *скоростью фильтрации*. С физической точки зрения скорость фильтрации представляет фиктивную скорость, с которой двигалась бы жидкость, если бы пористая среда отсутствовала (коэффициент пористости  $m = 1$ ) и движение происходило в свободном пространстве, ограниченном кровлей и подошвой пласта.

Формула (13, IV) дает среднюю величину скорости фильтрации в сечении  $F$ , совпадающую с истинной скоростью фильтрации в тех случаях, когда скорость фильтрации не меняется по сечению пласта. В общем случае в различных точках сечения  $F$  скорость фильтрации может быть неодинакова. Тогда истинное значение скорости фильтрации в любой точке пласта определяется соотношением:

$$v = \frac{dQ}{dF}, \quad (14, \text{IV})$$

где  $dQ$  — величина объемного расхода жидкости сквозь проходящую через данную точку элементарную площадку  $dF$ , нормальную к направлению скорости фильтрации  $v$ .

Определим размерность скорости фильтрации. Обозначив через  $L$  — единицы длины,  $T$  — единицы времени, имеем:

$$[v] = \frac{[Q]}{[F]} = \frac{L^3 T^{-1}}{L^2} = L T^{-1}$$

т. е. скорость фильтрации имеет размерность скорости.

Скорость фильтрации отличается от истинной скорости движения жидкостей и газов. Для определения средней скорости  $w$  движения жидкостей или газа нужно объемный расход  $Q$  разделить на площадь  $S$  нормального к направлению движения поперечного сечения поровых каналов. Площадь этого сечения мы назвали в § 2 площадью проходов, причем согласно формуле (10, IV) средняя величина площади проходов  $\tilde{S} = mF$ .

Следовательно, средняя скорость *движения* жидкости равна:

$$w = \frac{Q}{\tilde{S}} = \frac{Q}{mF}. \quad (15, IV)$$

Подставляя в формулу (15, IV) вместо величины  $\frac{Q}{S}$  скорость фильтрации  $v$ , получим:

$$w = \frac{v}{m}. \quad (16, IV)$$

Таким образом, для нахождения средней скорости движения жидкости (или газа) нужно скорость фильтрации ее разделить на пористость.

Введение понятия скорости фильтрации позволяет рассматривать пласт как непрерывное поле скоростей фильтрации и давлений, величина которых в каждой точке пласта является функцией координат этой точки и времени. Располагая данными о величинах скорости фильтрации  $v$  и площади сечения пласта  $F$ , легко найти дебит (расход) жидкости или газа (см. формулу 11, IV), не вдаваясь в рассмотрение микрокартины движения жидкостей или газов в резко изменяющихся по форме поровых каналах. Столь же удобным является пользование понятием скорости фильтрации при решении задач о распределении давления в пласте, о взаимодействии скважин и пр.

При решении практических вопросов, связанных с разработкой нефтяных и газовых месторождений, приходится, помимо указанных выше задач, решать задачи о продвижении контуров нефтеносности и газоносности, о скоростях *движения* газа и воды от нагнетательных скважин к эксплуатационным при применении вторичных методов добычи нефти, о времени обводнения нефтяных и газовых скважин и др. В этих случаях необходимо знание средних *скоростей движения* жидкостей в поровых каналах, определение которых производится по формуле (16, IV).

В гидрогеологической практике разработаны различные эмпирические методы определения скорости движения подземных вод. Для

применения их в простейшем случае необходимы две буровые скважины, расположенные по направлению потока. Через находящуюся выше (считая по течению) скважину в поток воды вводится индикатор и отмечается время его ввода. После этого фиксируется время появления индикатора в расположенной ниже скважине. Разделив расстояние между скважинами на время, истекшее с момента ввода в пласт индикатора до момента появления его в нижней (контрольной) скважине, определяют максимальную скорость движения грунтовых вод. В качестве индикаторов, применяющихся для указанных целей, в гидрогеологической практике используются красящие вещества, хлористые соли, соли, присутствие которых в воде сильно повышает ее электропроводность, что позволяет обнаружить их появление в контрольной скважине электрическим способом (без отбора проб воды), и другие вещества<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Изложение различных методов опытного определения скорости движения подземных вод можно найти в книге проф. Г. И. Каменского [65].

---

---

ГЛАВА V

**Теоретические формулы, описывающие  
законы фильтрации жидкости и их  
обобщение**

**§ 1. Законы фильтрации через фиктивный грунт**

Чтобы применить теорию движения жидкостей по трубам к движению ее в фиктивном грунте, Сликхтер [159] предложил следующий метод перехода от фиктивного грунта к идеальному.

При рассмотрении явления фильтрации в *фиктивном грунте* нужно заменить действительный поровый канал весьма сложного строения *идеальным* цилиндрическим поровым каналом, площадь поперечного сечения которого равна сечению действительного порового канала в самом узком месте его, а длина равна длине ребра основного ромбоэдра (рис. 36). Для определения величины потери напора при движении жидкости в таком цилиндрическом поровом канале можно применить формулу Пуазейля для ламинарного движения вязкой жидкости по трубам

$$h = \frac{32\mu Lw}{\gamma D^2}, \quad (1, V)$$

где  $h$  — потеря напора на трение;  
 $\mu$  — абсолютная вязкость жидкости;  
 $L$  — длина трубы;  
 $w$  — скорость движения жидкости;  
 $\gamma$  — удельный вес жидкости;  
 $D$  — диаметр трубы.

Обозначим через  $f$  площадь поперечного сечения трубы и  $\Delta p$  — перепад давления на длине  $\Delta L$ . Тогда

$$D^2 = \frac{4f}{\pi}.$$

Подставляя это значение  $D^2$  в формулу (1, V) и умножая обе части

равенства на удельный вес жидкости  $\gamma$ , получим:

$$\Delta p = \frac{8\pi\mu Lw}{f},$$

откуда

$$w = \frac{f\Delta p}{8\pi L\mu}. \quad (2, V)$$

При этих предпосылках Сликтер принимает площадь  $f$  сечения порового канала равной половине площади проходов (см. § 2) и, выражая угол  $\theta$  через пористость пласта  $m$ , получает следующую формулу средней скорости движения:

$$w = \frac{nd^2}{96(1-m)} \frac{\Delta p}{\mu L}. \quad (3, V)^1$$

Для получения расхода жидкости  $Q$  скорость движения жидкости следует умножить на площадь проходов  $nF$ , где  $n$  — просветность, а  $F$  — площадь сечения пористой среды (пласта):

$$Q = \frac{n^2 d^2 F}{96(1-m)} \frac{\Delta p}{\mu L}.$$

Обозначив

$$\sigma = \frac{1-m}{n^2}, \quad (4, V)$$

он получает формулу для объемного расхода жидкости в виде

$$Q = \frac{d^2 F}{96 \sigma \mu} \cdot \frac{\Delta p}{L}. \quad (5, V)$$

Определенные по формуле (4, V) значения  $\sigma$  приведены в табл. 2.

Некоторые исследователи отмечают (см. [100]), что с достаточной для практики точностью можно считать, что

$$\frac{1}{\sigma} = 1,025 m^{3,3}.$$

---

<sup>1</sup>Подробное изложение теории и, в частности, вывод формулы (3, V) дается в книгах акад. Л. С. Лейбензона [100, 107].

Тогда формулу (5, V) можно написать в виде:

$$Q = 0,01068 \frac{d^2 m^{3,3} F}{\mu} \frac{\Delta p}{L}. \quad (6, V)$$

При выводе этих формул был сделан ряд допущений. В частности, сечения поровых каналов рассматривались как криволинейные треугольники, за площадь этих сечений принималась половина площади проходов и др.

Очень сильное изменение поперечного сечения поровых каналов весьма затрудняло замену их эквивалентными цилиндрическими каналами. Кроме того, как показали более поздние исследования, пространственные соотношения в фиктивном грунте гораздо сложнее, чем принимается по этой формуле.

Даже при самой плотной укладке шаров существуют две различные формы порового пространства вместо одной по Слихтеру. Нельзя, исследуя элемент, составленный из 8 шаров, считать, что расположение всех остальных шаров является таким же. Рассмотрение большего числа шаров, составляющих несколько слоев, показало, что вследствие различного расположения их изменяется путь прохождения жидкости, а, следовательно, изменяется и величина сопротивления, оказываемого фиктивным грунтом фильтрующейся жидкости<sup>2</sup>.

В свете вышеизложенного неудивительно, что сравнение результатов вычислений по формуле (5, V) с экспериментальными данными обнаружило значительные расхождения.

Был предложен и другой способ перехода от фиктивного грунта к идеальному (см. Лейбензон [107]). По этому способу фиктивный грунт заменяется идеальным с таким расчетом, чтобы были одинаковы объемы поровых пространств и поверхности поровых каналов. Путем применения к подобранным таким образом идеальным поровым каналам формулы Пуазейля был получен закон фильтрации жидкости, приводимый к виду:

$$Q = \frac{d^2 F}{96 \sigma_1 \mu} \frac{\Delta p}{L}, \quad (7, V)$$

где

$$\sigma_1 = \frac{5}{4} \frac{(1-m)^2}{m^3}.$$

Значения  $\sigma_1$  приведены в табл. 2.

---

<sup>2</sup>Изложение последних результатов см. в книге В. Зигель [61].

На основании гипотезы о том, что главное влияние на скорость фильтрации оказывает величина удельной поверхности, т.е. суммарная величина  $S$  поверхности частиц, заключенных в единице объема фиктивного грунта, ибо на этой поверхности происходит трение жидкости о грунт, был получен закон фильтрации жидкости в виде:

$$Q = 18 \frac{F \Delta p m}{\mu L S^2}. \quad (8, V)$$

Величина суммарной поверхности песчинок, заключенных в единице объема пористой среды, как было показано в § 1 главы IV, составляет:

$$S = \frac{3(1-m)}{r} = \frac{6(1-m)}{d}.$$

После внесения этого значения  $S$  в уравнение (8, V) была получена формула:

$$Q = \frac{d^2 m F}{2(1-m)^2 \mu} \frac{\Delta p}{L}. \quad (9, V)$$

К. Терцаги в известном труде «Механика грунтов» [166], рассматривая фильтрацию как протекание жидкости через ряд поставленных параллельно друг другу сит, получил следующий закон фильтрации:

$$Q = c \left( \frac{m - m_0}{\sqrt[3]{1-m}} \right)^2 \frac{d^2 F}{\mu} \frac{\Delta p}{L}. \quad (10, V)$$

На основании опытных данных Терцаги принимает  $m_0 = 0,13$ . Коэффициент  $C$  зависит от состояния поверхности песчинок. Для песка с гладкой поверхностью песчинок  $C = 10,5$ , при угловатой поверхности песчинок  $C = 6,0$ .

Можно было бы увеличить перечень полученных различными авторами формул, описывающих закон фильтрации жидкости. Вывод большинства из них дается в книгах акад. Л. С. Лейбензона [100] и [107], к которым мы отсылали интересующегося читателя.

Формулы (5, V), (6, V), (7, V) и (9, V) описывают фильтрацию в фиктивном грунте. Для применения их к движению жидкостей в реальной пористой среде следует вместо диаметра частиц  $d$  подставить эффективный диаметр частиц  $d_e$ .

## § 2. Обобщенное выражение различных теоретических формул, описывающих закон фильтрации

Обилие формул, описывающих законы движения жидкостей и газов в пористой среде, приводит некоторых авторов к весьма пессимистической оценке возможностей «Подземной гидравлики». Так, например, указывается [53], что «в этих формулах особенно большие затруднения вызывает определение различного рода коэффициентов и параметров, характеризующих условия и закономерности движения жидкостей и газов в пористой среде. По мере углубления наших знаний и стремлений приблизиться к действительным условиям, имеющим место в пластах, полученные соотношения усложняются, а количество появляющихся параметров увеличивается».

Однако более глубокое рассмотрение всех формул показывает, что все они по существу одинаковы.

Обозначим

$$Sl = \frac{Q\mu L}{d^2 F \Delta p} = f(m). \quad (11, V)$$

Эта безразмерная величина  $Sl$ , являющаяся при фильтрации в фиктивном грунте функцией пористости, впервые введена акад. Л. С. Лейбензоном и названа им *числом Сликстера*<sup>1</sup>.

При фильтрации жидкости в реальном грунте число  $Sl$  является функцией не только пористости, но и зависит от структуры порового пространства, определяющейся формой частиц и степенью шероховатости их поверхности, т. е.

$$Sl = f(m, \varepsilon) = \frac{Q\mu L}{d_s^2 F \Delta p}, \quad (12, V)$$

где  $\varepsilon$  — некоторый параметр, характеризующий структуру порового пространства пласта.

Разделив в формулах Терцаги и других величину расхода  $Q$  на площадь  $F$ , сквозь которую происходит фильтрация, получим формулы, описывающие скорость фильтрации жидкостей. В этих формулах через  $\Delta L$  обозначим длину элемента пористой среды, на которой падение давления при фильтрации жидкости составляет величину  $\Delta p$  и вместо диаметра  $d$  частиц фиктивного грунта введем эффективный диаметр  $d_s$ .

<sup>1</sup>Более справедливым было бы назвать число  $Sl$  числом Лейбензона.

Выделим в указанных формулах число Sl. Тогда обобщенное выражение законов фильтрации имеет вид:

$$v = \frac{d_s^2 \text{Sl}}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta L}. \quad (13, V)$$

Значения числа Sl у различных авторов различны.

Поскольку каждый из авторов при выводе закона фильтрации по-своему подходил к решению задачи о сведении фиктивного грунта к идеальному, то и полученные ими значения числа Sl отличаются друг от друга. Однако общим для всех уравнений является линейная зависимость между скоростью фильтрации и перепадом давления на единице длины и присутствие в формуле, выражающей закон фильтрации, квадрата эффективного диаметра частиц и числа Sl, зависящего от коэффициента пористости и структуры порового пространства.

В дифференциальной форме уравнение (13, V) напишется так:

$$v = - \frac{d_s^2 \text{Sl}}{\mu} \frac{dp}{dL} \quad (14, V)$$

или

$$\vec{v} = - \frac{d_s^2 \text{Sl}}{\mu} \text{grad } p.$$

Знак минус в правой части уравнений (14, V) указывает на то, что скорость направлена в сторону падения давления, формулы (14, V) показывают, что скорость фильтрации прямо пропорциональна вектору-градиенту давления, квадрату эффективного диаметра слагающих пористую среду частиц и числу Sl и обратно пропорциональна абсолютной вязкости жидкости.

Принимается, что движение жидкости в идеальном грунте происходит по законам ламинарного движения жидкостей по трубам, что и привело к линейной зависимости между расходом жидкости и градиентом давления. В случае турбулентного движения эта зависимость является нелинейной.

---

---

ГЛАВА VI  
**Линейный закон фильтрации.**  
**проницаемость пористой среды**

**§ 1. Коэффициент фильтрации**

В 1856 г. были опубликованы результаты опытов по фильтрации воды в песке [42]. Устройство экспериментальной установки для изучения закона фильтрации *схематично* показано на рис. 38. В горизонтальной трубе 1, набитой песком 2, под действием разности напоров  $h_1 - h_2$  происходит фильтрация воды 3 в направлении, показанном стрелкой. Высоты уровней воды  $h_1$  и  $h_2$  во время опытов поддерживались постоянными. На основе проведенных экспериментов был установлен следующий закон:

$$Q = k_{\Phi} \frac{\Delta h}{\Delta L} \cdot F, \quad (1, VI)$$

где  $Q$  — объемный расход жидкости (количество воды, проходящей через пласт в единицу времени);

$\Delta h = h_1 - h_2$  — потеря напора на длине  $\Delta L$ ;

$F$  — площадь вертикального сечения пласта;

$k_{\Phi}$  — некоторый постоянный коэффициент, называемый *коэффициентом фильтрации*.

Разделив обе части уравнения (1, VI) на площадь сечения пласта  $F$  и учитывая, что

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} \frac{Q}{F} &= v \\ \frac{\Delta h}{\Delta L} &= i \end{aligned} \right\}, \quad (2, VI)$$

где  $v$  — скорость фильтрации и  $i$  — гидравлический уклон, получим:

$$v = k_{\Phi} \cdot i. \quad (3, VI)$$

Уравнение (3, VI) представляет обычную форму записи линейного закона фильтрации в гидрогеологической литературе.

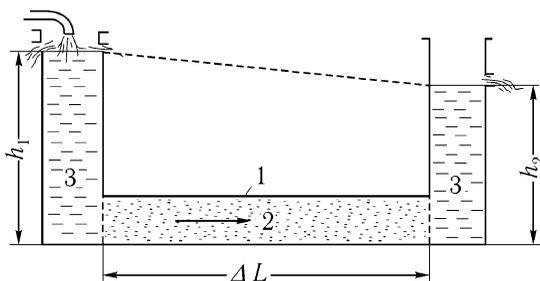


Рис. 38. Принципиальная схема экспериментальной установки для изучения закона фильтрации.

При  $i = 1$ ,  $v = k_{\Phi}$ , т. е. коэффициент фильтрации представляет собой скорость фильтрации при гидравлическом уклоне, равном единице. Поскольку гидравлический уклон  $i$  — безразмерная величина, то из формулы (3, VI) следует, что коэффициент фильтрации имеет размерность скорости:

$$[k_{\Phi}] = LT^{-1}.$$

Выразим потерю напора  $\Delta h = h_1 - h_2$  и гидравлический уклон  $i$  через потерю давления  $\Delta p = p_1 - p_2$ .

Так как  $h_1 = \frac{p_1}{\gamma}$  и  $h_2 = \frac{p_2}{\gamma}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  — давления, соответствующие напорам  $h_1$  и  $h_2$ , а  $\gamma$  — удельный вес жидкости, то

$$\Delta h = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{\Delta p}{\gamma}$$

и

$$i = \frac{1}{\gamma} \frac{\Delta p}{\Delta L}$$

Подставляя полученное значение  $i$  в формулу (3, VI), имеем:

$$v = \frac{k_{\Phi}}{\gamma} \frac{\Delta p}{\Delta L}. \quad (4, VI)$$

В дифференциальной форме линейный закон фильтрации напишется так:

$$v = -\frac{k_{\Phi}}{\gamma} \frac{dp}{dL}, \quad (5, VI)$$

где знак минус показывает, что скорость фильтрации имеет направление, противоположное направлению возрастания давления.

Полученный экспериментально этот закон [формула (5, VI)] показывает, что скорость фильтрации пропорциональна градиенту давления (является линейной функцией его), это полностью согласуется с полученным аналитически законом фильтрации (14, V). Линейный закон фильтрации называли законом Дарси.

Формула (5, VI) справедлива для фильтрации жидкости в горизонтальном направлении. В тех случаях, когда скорость фильтрации направлена не по горизонтали, наряду с разностью давлений  $\Delta p$  на фильтрацию жидкости оказывает влияние действие силы тяжести.

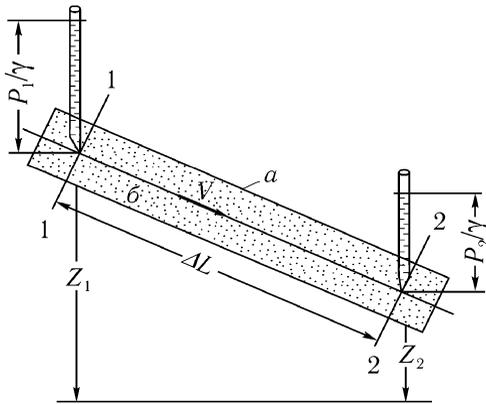


Рис. 39. Элемент наклонного пласта.

Рассмотрим элемент наклонного пласта (рис. 39). В трубе  $a$ , набитой песком  $б$ , происходит фильтрация жидкости в направлении, показанном стрелкой. Обозначим через  $p_1$  и  $p_2$  давление жидкости в центре сечений 1 и 2. Тогда пьезометрические высоты в этих сечениях равны  $\frac{p_1}{\gamma}$  и  $\frac{p_2}{\gamma}$ , а величины напоров составляют:

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= \frac{p_1}{\gamma} + z_1, \\ h_2 &= \frac{p_2}{\gamma} + z_2, \end{aligned} \right\} \quad (6, VI)$$

где  $z_1$  и  $z_2$  — соответственно расстояния сечений 1 и 2 от некоторой условной горизонтальной плоскости отсчетов.

Потеря напора при фильтрации жидкости в рассматриваемом наклонном пласте

$$\Delta h = h_1 - h_2 = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + z_1 - z_2 = \frac{\Delta p}{\gamma} + z_1 - z_2 = \frac{\Delta p}{\gamma} + \Delta z$$

где  $\Delta z = z_1 - z_2$ .

Гидравлический уклон

$$i = \frac{\frac{\Delta p}{\gamma} + \Delta z}{\Delta L} = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{\Delta p + \gamma \Delta z}{\Delta L} \right).$$

Подставляя это значение гидравлического уклона в формулу (3, VI), имеем:

$$v = \frac{k_{\Phi}}{\gamma} \frac{(\Delta p + \gamma \Delta z)}{\Delta L}, \quad (7, VI)$$

или в дифференциальной форме

$$v = -\frac{k_{\Phi}(dp + \gamma dz)}{dL} = -\frac{k_{\Phi}}{\gamma} \frac{d(p + \gamma z)}{dL}.$$

Таким образом, в общем случае линейный закон фильтрации пишется в виде:

$$v = -\frac{k_{\Phi}}{\gamma} \frac{d(p + \gamma z)}{dL}. \quad (8, VI)$$

Обозначим

$$p^* = p + \gamma z.$$

Тогда

$$v = -\frac{k_{\Phi}}{\gamma} \frac{dp^*}{dL}. \quad (8', VI)$$

Величину  $p^*$  назовем *приведенным давлением*.

Первоначально считалось, как это полагал и сам Дарси, изучавший фильтрацию воды, что коэффициент фильтрации  $k_{\Phi}$ , входящий в формулы (5, VI) и (8, VI), зависит только от свойств пористой среды. Однако затем было обнаружено, что изменения температуры влияют на величину коэффициента фильтрации, что указывало на зависимость коэффициента фильтрации не только от свойств пористой среды, но и от свойств фильтрующейся жидкости, т. е. от ее вязкости и удельного веса<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> неверно;  $k_{\Phi}$  не зависит от  $\kappa$ , либо  $k_{\Phi} = \frac{\kappa \kappa}{\mu} = \frac{\kappa \rho g}{\rho \nu} = \frac{\kappa g}{\nu}$ .

Сопоставим установленный экспериментально линейный закон фильтрации [формула (4, VI)] с обобщенным выражением закона фильтрации, полученным аналитически [формула (13, V)]:

$$v = \frac{k_{\Phi}}{\gamma} \frac{\Delta p}{\Delta L} = \frac{d_{\text{э}}^2 \text{Sl}}{\mu} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta L}.$$

Отсюда коэффициент фильтрации

$$k_{\Phi} = d_{\text{э}}^2 \text{Sl} \cdot \frac{\gamma}{\mu}, \quad (9, \text{VI})$$

Формула (9, VI) является общим выражением для коэффициента фильтрации, показывающим влияние различных факторов на его величину. Рассмотрение формулы (9, VI) показывает, что коэффициент фильтрации прямо пропорционален квадрату эффективного диаметра слагающих пласт частиц, зависит от пористости и структуры порового пространства [поскольку  $[\text{Sl} = f(m, \varepsilon)]$ ] и от свойств жидкости. Коэффициент фильтрации обратно пропорционален абсолютной вязкости жидкости и прямо пропорционален ее удельному весу. Так как с увеличением температуры вязкость жидкостей резко понижается, а плотность их уменьшается мало, то коэффициент фильтрации должен резко возрастать, что и было подтверждено экспериментально.

Существуют различные формулы для определения величины коэффициента фильтрации  $k_{\Phi}$ . К числу их относятся формулы Замарина, Зауэрбрея и др. Описание этих формул и их применения даются в книге акад. Л. С. Лейбензона [100]. Все эти формулы по существу совпадают с формулой (9, VI), в каждой из них лишь по-разному выражено число Sl как функция пористости. В качестве примера приведем формулу:

$$k_{\Phi} = c \frac{d_{\text{э}}^2}{\mu},$$

где  $k_{\Phi}$  — коэффициент фильтрации, см/сек;

$d_{\text{э}}$  — эффективный диаметр частиц (см. § 3 главы IV);

$\mu$  — абсолютная вязкость жидкости, пуазы. Коэффициент  $c$  изменяется в широких пределах.

Так,  $c = 0,80$  — для очень плотных песков;

$c = 1,55$  — для песков средней пористости;

$c = 2,00$  — для песков, составленных из округленных зерен почти одинакового диаметра.

Для воды формула имеет вид:

$$k_{\Phi} = 75d_{\text{э}}^2 c(0,70 + 0,03t),$$

где  $t$  — температура в градусах Цельсия.

Использование коэффициента фильтрации для характеристики пластов и при решении задач подземной гидравлики, связанных с разработкой нефтяных и газовых месторождений, сопряжено с рядом неудобств, к числу которых можно отнести следующие: при наличии многочисленных формул для определения коэффициента фильтрации, дающих к тому же для одних и тех же сред и жидкостей различные значения  $k_f$ , часто неясно, какой именно формулой следует пользоваться. Вследствие неоднородности песков, слагающих нефтяные и газовые коллекторы, отклонения действительных значений  $k_f$  от вычисленных могут быть весьма велики. При использовании коэффициентов фильтрации для сравнительной характеристики пористых пластов, кроме  $k_f$ , должны быть известны значения вязкости и удельного веса<sup>2</sup> фильтрующихся жидкостей в пластовых условиях.

При решении задач о фильтрации в одном и том же пласте различных жидкостей приходится пользоваться различными значениями коэффициента фильтрации. Наконец, указанные формулы совершенно непригодны для пористой среды, представленной кавернозными и трещиноватыми породами (например известняками и доломитами), распространенными, например, в некоторых районах Второго Баку.

Указанные обстоятельства делают более удобным пользование *коэффициентом проницаемости*.

## § 2. Проницаемость пористой среды

*Под проницаемостью пористой среды понимается свойство пористой среды пропускать сквозь себя жидкости и газы.* Следует подчеркнуть, что проницаемость (проводимость) пористой среды есть ее «динамическое свойство», проявляющееся лишь при фильтрации жидкостей или газов.

Рассмотрение полученного аналитически (см. §2 гл. V) обобщенного выражения для закона фильтрации

$$v = -\frac{d_3^2 S_l}{\mu} \frac{dp}{dL} \quad (14, V)$$

показывает, что в этой формуле свойства пористой среды учитываются произведением  $d_3^2 S_l$ .

Обозначим

$$k = d_3^2 S_l. \quad (10, VI)$$

---

<sup>2</sup>см. замечание на стр. 103

Тогда формулы (13, V) и (14, V) приводятся к виду:

$$v = \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta L}, \quad (11, VI)$$

и

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dL}, \quad (12, VI)$$

или в общем случае в соответствие с формулой (8', VI)

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dp^*}{dL}, \quad (12', VI)$$

т. е. скорость фильтрации прямо пропорциональна коэффициенту  $k$ .

Очевидно, что коэффициент  $k$ , входящий в закон фильтрации (11, VI) и зависящий только от свойств пористой среды, как раз и характеризует ее свойство пропускать сквозь себя жидкости или газы, т. е. проницаемость. Поэтому *коэффициент  $k$  называется коэффициентом проницаемости пористой среды*.

Сопоставление формулы (11, VI) с экспериментально полученной формулой (4, VI) оказывает, что эмпирически линейный закон фильтрации целиком совпадает с полученным аналитически законом фильтрации (11, VI), в котором вместо коэффициента фильтрации, зависящего от свойств пористой среды и жидкости, введен коэффициент проницаемости, зависящий лишь от геометрических свойств пористой среды и не зависящий от свойств жидкостей.

Таким образом, формула (11, VI) является линейным законом фильтрации.

Формула (10, VI), введенная нами [91] в 1940 г., является общим выражением для коэффициента проницаемости, показывающим влияние различных факторов на его величину.

Как видно из общего выражения для коэффициента проницаемости, величина  $k$  пропорциональна числу Sl и квадрату эффективного диаметра слагающих пористую среду частиц.

Из формулы (10, VI) непосредственно следует, что *коэффициент проницаемости имеет размерность площади*, поскольку число Sl есть величина безразмерная. Таким образом,

$$[k] = L^2$$

в отличие от коэффициента фильтрации, имеющего размерность скорости.

Что коэффициент проницаемости имеет размерность площади, легко убедиться также, решив уравнение (11, VI) относительно  $k$ :

$$[k] = \frac{[v][\mu][dL]}{[dp]} = \frac{LT^{-1} \cdot ML^{-1}T^{-1} \cdot L}{MLT^{-2} \cdot L^{-2}} = L^2.$$

Единица проницаемости — дарси. Умножив скорость фильтрации  $v$  на площадь  $F$ , получим расход жидкости;

$$Q = \frac{kF}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta L}. \quad (13, VI)$$

Решая это уравнение относительно проницаемости  $k$ , имеем:

$$k = \frac{Q\mu\Delta L}{F\Delta p}. \quad (14, VI)$$

Очевидно, что при  $Q = 1$ ,  $\mu = 1$ ,  $\Delta L = 1$ ,  $F = 1$  и  $\Delta p = 1$  коэффициент проницаемости  $k = 1$ . Отсюда вытекает физическое определение единицы проницаемости пористой среды.

За единицу проницаемости пористой среды принимается проницаемость такой пористой среды, при фильтрации через образец которой площадью в  $1 \text{ см}^2$  и длиной в  $1 \text{ см}$  при перепаде давления в  $1 \text{ ат}$  расход жидкости вязкостью в  $1$  сантипуаз составляет  $1 \text{ см}^3/\text{сек}$ . Проницаемость такой пористой среды равна  $1$  дарси и в дальнейшем обозначается  $d$ .

Если при тех же условиях расход жидкости составил не  $1 \text{ см}^3/\text{сек}$ , а, скажем,  $0,5$ – $0,1 \text{ см}^3/\text{сек}$ , то проницаемость такой пористой среды равна соответственно  $0,5$  или  $0,1 d$  и т. д. Один дарси разделяется на более мелкие части.

0,1 дарси называется децидарси и обозначается  $dd$   
 0,01 дарси « сантидарси,  $cd$   
 0,001 дарси « миллидарси,  $md$ .

Поскольку коэффициент проницаемости не является безразмерной величиной, то размерность его зависит от применяемой для соответствующих вычислений системы единиц.

В вертикальных графах табл. 3 приведены размерности различных величин входящих в формулы подземной гидравлики. Эти размерности должны строго соблюдаться при выполнении вычислительных работ в указанных в табл. 3 системах единиц.

Выведем формулы пересчета значений коэффициента проницаемости для перехода из одной системы единиц в другую. Назовем систему единиц в которой проницаемость пористой среды имеет размерность дарси, смешанной системой (см. табл. 3). Обозначим через  $k_T$ ,  $k_{\text{физ}}$  и  $k_C$  величины коэффициентов проницаемости соответственно в технической, физической и смешанной системах единиц.

Тогда из формулы (14, VI) и табл. 3 следует, что

$$\begin{aligned} [k]_C &= \frac{[Q][\mu][\Delta L]}{[F][\Delta p]} = \frac{\frac{см}{сек} \frac{1}{100} \frac{дин \cdot сек}{см^2} см}{см^2 \cdot 981000 \frac{дин}{см^2}} = \frac{1 \cdot 10^{-2}}{981000} см^2 = \\ &= 1,02 \cdot 10^{-8} [k]_{\text{физ}} = 1,02 \cdot 10^{-12} [k]_T; \end{aligned}$$

следовательно,

$$[k]_C = 1,02 \cdot 10^{-8} [k]_{\text{физ}} = 1,02 \cdot 10^{-12} [k]_T. \quad (15, VI)$$

Уравнения (15, VI) позволяют сопоставить величины единиц проницаемости пористой среды, выраженных в различных системах единиц. Из рассмотрения приведенных равенств видно, что наиболее мелкой единицей является  $\delta$ . Один  $\delta$  приблизительно равен одному квадратному микрону (точнее  $1,02 \cdot 10^{-12} м^2$ ).

Из уравнений (15, VI) легко получить интересующие нас формулы пересчета. Чем мельче единицы, тем больше будет выражающее результаты измерений ими число этих единиц, поэтому:

$$\left. \begin{aligned} k_{\text{физ}} &= 1,02 \cdot 10^{-8} k_C, \\ k_T &= 1,02 \cdot 10^{-12} k_C, \\ k_C &= 0,981 \cdot 10^{-8} k_{\text{физ}}, \\ k_C &= 0,981 \cdot 10^{-12} k_T. \end{aligned} \right\} \quad (16, VI)$$

Формулы (16, VI) позволяют, зная проницаемость пористой среды, выраженную в одной системе единиц, найти величину проницаемости этой среды, выраженную в другой системе единиц<sup>1</sup>. При решении большинства задач подземной гидравлики наиболее удобно пользоваться смешанной системой единиц.

<sup>1</sup>В ряде случаев [120 и др.] за 1 ат принимается не техническая атмосфера ( $10^4 \text{ кг/м}^2$ ), а физическая атмосфера ( $1,033 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^2$ ), что соответствует давлению 760 мм рт. ст.). При выводе формул (16, VI) принято, что 1 ат =  $10^4 \text{ кг/м}^2$  (что соответствует давлению 735 мм рт. ст.).

Зная величину коэффициента проницаемости, легко определить величину коэффициента фильтрации. Подставляя в формулу (9, VI) вместо  $d_3^2$  Sl величину  $k$  [в соответствии с формулой (10, VI)], получим уравнение, устанавливающее связь между коэффициентом фильтрации и коэффициентом проницаемости:

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} k_{\text{ф}} &= k \frac{\gamma}{\mu}, \\ \frac{k_{\text{ф}}}{\gamma} &= \frac{k}{\mu}. \end{aligned} \right\} \quad (17, \text{VI})$$

Лабораторное определение величины коэффициента проницаемости основано на использовании уравнения (14, VI). Через образец породы площадью сечения  $F$  и длиной  $\Delta L$  прокачивается жидкость, абсолютная вязкость которой  $\mu$  (при температуре опыта) должна быть известна. Измерив при помощи манометров величину перепада давления  $\Delta p$  на длине  $\Delta L$  и замерив расход жидкости  $Q$ , по формуле (14, VI) определяют величину коэффициента проницаемости  $k$ .

Размерность  $k$  зависит от системы единиц, в которой выражены величины  $Q$ ,  $\mu$ ,  $\Delta p$ ,  $\Delta L$ ,  $F$ . Наиболее удобно пользоваться смешанной системой единиц (см. табл. 3), при применении которой величина  $k$  получается в  $d$ .

При лабораторном определении коэффициента проницаемости необходимо убедиться, что фильтрация жидкости происходит по линейному закону фильтрации. Это легко сделать, построив график зависимости  $Q = Q(\Delta p)$ .

Поскольку по этому закону (см. формулу [13, VI]) между дебитом  $Q$  или скоростью фильтрации  $v$  и перепадом давления  $\Delta p$  существует линейная зависимость, то, отложив по оси ординат значения  $Q$ , а по оси абсцисс соответствующие им значения  $\Delta p$ , получим прямую линию, свидетельствующую о том, что фильтрация происходит по линейному закону фильтрации. Если линия  $Q = Q(\Delta p)$  окажется кривой, то это указывает на наличие отклонений от этого закона, а следовательно, определение величины коэффициента проницаемости по основанной на этом законе формуле (14, VI) в этих условиях недопустимо.

При наличии на кривой  $Q = Q(\Delta p)$  начального прямолинейного участка определение величин  $k$  должно производиться по значениям  $Q$  и  $\Delta p$ , лежащим в пределах этого прямолинейного участка кривой.

Существуют различные конструкции приборов для определения коэффициентов проницаемости. Описание устройства этих приборов

Таблица 3

	Система единиц		
	техническая <i>м, тем, сек</i>	физическая <i>см, г, сек</i>	смешанная, наи- более употребля- емая в подзем- ной гидравлике
Коэффициент проницаемости, $k$	$м^2$	$см^2$	$д$
Длина, $L$	$м$	$см$	$см$
Площадь, $F$	$м^2$	$см^2$	$см^2$
Скорость фильтрации, $v$	$м/сек$	$см/сек$	$см/сек$
Расход, $Q$	$м^3/сек$	$см^3/сек$	$см^3/сек$
Давление, $p$	$кг/м^2$	$дин/см^2$	$кг/см^2$
Абсолютная вязкость, $\mu$	$кг \cdot сек/м^2$	$\frac{дин \cdot сек}{см^2} = \text{пуаз}$	сантипуаз = $= 0,01 \frac{дин \cdot сек}{см^2}$
Кинематическая вязкость, $\nu$	$\frac{м^2}{сек}$	$\frac{см^2}{сек} = \text{стокс}$	сантистокс = $= 0,01 \frac{см^2}{сек}$
Удельный вес, $\gamma$	$кг/м^3$	$дин/см^3$	$кг/см^3$
Плотность, $\rho$	$\frac{тем}{м^3} =$ $= кгсек^2 \cdot м^{-4}$	$г/см^3$	$\frac{тем}{см^3} =$ $= кгсек^2 \cdot см^{-4}$

и методики пользования ими даются в книгах Ф. И. Котяхова [75], М. Ф. Мирчинка [128] и Ф. А. Требина [172]

Приведем пример определения коэффициентов проницаемости и коэффициента фильтрации.

*Пример.* Определить величины коэффициента проницаемости  $k$  и коэффициента фильтрации  $k_f$  образца пористой среды, представленного кварцевым песком, на основании следующих данных:

длина образца  $\Delta L = 20$  см;

площадь поперечного сечения образца  $F = 4,9$  см<sup>2</sup>;

расход жидкости  $Q = 2$  см<sup>3</sup>/мин = 0,0333 см<sup>3</sup>/сек;

перепад давления  $\Delta p = 500$  мм рт. ст. = 0,68 кг/см<sup>3</sup>;

абсолютная вязкость жидкости  $\mu = 6,9$  сантипуаз;

удельный вес жидкости  $\gamma = 862$  кг/м<sup>3</sup> = 0,862 · 10<sup>-3</sup> кг/см<sup>3</sup>.

Находим сначала величину коэффициента проницаемости образца

пласта. Пользуясь смешанной системой единиц, имеем:

$$k = \frac{Q\mu\Delta L}{F\Delta p} = \frac{0,0333 \cdot 6,9 \cdot 20}{4,9 \cdot 0,068} = 1,38 \text{ д.}$$

Определяем далее коэффициент фильтрации. Подставляя в формулу (17, VI) вместо  $k$ ,  $\gamma$ ,  $\mu$  их значения в смешанной системе единиц, получим:

$$k_{\text{ф}} = \frac{k\gamma}{\mu} = \frac{1,38 \cdot 0,862 \cdot 10^{-3}}{6,9} = 1,73 \cdot 10^{-4} \text{ см/сек.}$$

По определению и физическому смыслу коэффициента проницаемости величина его не должна зависеть от природы жидкости, т. е. от того, какая однородная жидкость (вода, нефть, керосин, масло, воздух, природный газ и т. д.) движется через образец пористой среды. Однако опыты, проводившиеся на протяжении последних 50–60 лет (в частности отметим опыты Ф. А. Требина [172]), указывают на определенное влияние характера жидкостей на результаты измерения величины коэффициента проницаемости. Оказалось, что скорость течения дистиллированной воды, сырой нефти и керосина через песчаники с течением времени уменьшается. В опытах часто наблюдалось падение проницаемости более чем на 50% за один час.

Существуют различные объяснения причин, вызывающих изменение проницаемости во времени и влияние на нее свойств жидкостей. К числу этих причин можно отнести следующие.

При фильтрации жидкостей в рыхлых коллекторах и наличии весьма малых фракций песка возможны: перегруппировка слагающих коллектор зерен породы, явления выноса мелких фракций породы (суффозия) и забивания поровых каналов мелкими частицами, изменяющие проницаемость среды.

Частицы, находящиеся в нефти во взвешенном состоянии, при выпадении вызывают закупоривание пор.

В результате выделения содержащихся в сырой нефти смолистых веществ происходит отложение их на поверхности зерен породы, приводящее к уменьшению поперечного сечения поровых каналов.

При фильтрации воды в коллекторах, содержащих глинистые цементирующие вещества, последние разбухают (причем степень разбухания зависит от солёности воды), что вызывает уменьшение поперечного сечения поровых каналов. При воздействии воды на кремнезем возможно образование в поровых каналах коллоидального кремнезема, что также ведет к их закупориванию.

Можно было бы увеличить перечень подобных причин, но это завело бы нас в область физико-химии фильтрации, выходящую за рамки курса подземной гидравлики.

Ясно одно: если в результате физико-химического взаимодействия фильтрующихся жидкостей и пористой среды или вследствие механических причин изменяется поперечное сечение поровых каналов, то, конечно, это не может не привести к изменению коэффициента проницаемости. Так как указанные физико-химические и механические явления зависят от времени, то и коэффициент проницаемости при наличии их меняется со временем.

Из изложенного вытекает, что лабораторное определение коэффициента проницаемости следует производить при помощи газа, соприкосновение которого с пористой средой не вызывает указанных выше физико-химических явлений. В качестве такого газа можно использовать воздух, очищенный от влаги и механических примесей. Следует, однако, иметь в виду, что в мало проницаемых образцах при невысоких давлениях значения коэффициентов проницаемости, определенные при помощи газов, могут оказаться значительно завышенными (более подробно этот вопрос рассматривается в главе XII). Вычисление величины коэффициента проницаемости при определении его при помощи газа производится по формуле (23, XII).

Необходимо подчеркнуть, что часто определенные в лаборатории величины коэффициентов проницаемости предварительно экстрагированных образцов пористой среды оказываются значительно больше соответствующих значений коэффициентов проницаемости в пластовых условиях. Это объясняется тем, что при движении жидкостей к скважинам в пластах часто наблюдается фильтрация *неоднородных* жидкостей (например смеси нефти и воды, газированной нефти), отличающаяся рядом специфических особенностей от движения однородных жидкостей в пористой среде. Вопрос о фильтрации неоднородных жидкостей и проницаемости пористой среды в этих условиях рассматривается нами отдельно (см. главу XIII).

Проницаемость нефтяных и газовых коллекторов изменяется в широких пределах — от нескольких дарси до нескольких миллиардов. В указанных выше книгах Ф. А. Требина и М. Ф. Мирчинка можно найти фактические данные о проницаемости пластов по ряду нефтяных месторождений СССР. В порядке приближенной оценки можно считать, что если коэффициент проницаемости определяется единицами или несколькими десятками долями  $d$ , то такой пласт можно считать хорошо проницаемым. Проницаемость пласта плохая, если его коэффициент проницаемости измеряется единицами или несколькими десятками  $md$ .

Следует подчеркнуть, что часто нефтяные и газовые пласты неоднородны по проницаемости, причем проницаемость изменяется как по простиранию пласта, так и по его мощности.

Измерения показывают, что в большинстве случаев проницаемость пластов вдоль напластования значительно больше проницаемости их в направлении, перпендикулярном поверхности напластования.

Лабораторные определения проницаемости пластов по имеющимся кернам характеризуют локальную проницаемость коллекторов в тех интервалах и на тех участках, откуда эти керны взяты. Для суждения по указанным определениям о средних значениях коэффициента проницаемости необходимы отбор и исследование большого количества кернов, взятых в различных (как по расположению на продуктивной площади, так и по глубине) точках пласта<sup>2</sup>.

Особо важное значение имеет определение *средних* значений коэффициента проницаемости по промысловым данным, т. е. на основании замеров дебита скважин, давления в них и их изменений во времени.

Проницаемость является одним их самых важных свойств пластов, без знания ее невозможно решение задач, связанных с рациональной разработкой нефтяных и газовых месторождений.

---

<sup>2</sup>Отметим, что проницаемость образцов трещиноватых пород может не соответствовать проницаемости пласта в целом. Известны случаи, когда массовые определения проницаемости по образцам показывали малые величины коэффициентов проницаемости, а продуктивность скважин была высокой. Объясняется это тем, что в подобных случаях движение жидкостей происходит преимущественно по отдельным *крупным* трещинам, «проницаемость» которых огромна.

---

---

## ГЛАВА VII

# Границы применимости линейного закона фильтрации и другие законы фильтрации

### § 1. Экспериментальные исследования вопроса о границах применимости линейного закона фильтрации

После опубликования результатов исследований Дарси обнаружилось, что в ряде случаев при фильтрации жидкостей наблюдаются отклонения от линейного закона фильтрации. Эти отклонения тем больше, чем больше скорости движения жидкости и диаметр частиц, составляющих пористую среду. Так, на основании опытов по фильтрации *воды* в крупнозернистых песках и в более грубой пористой среде были установлены величины скоростей фильтрации, при превышении которых линейный закон фильтрации нарушается. Эти скорости называются критическими. В табл. 4 приведены результаты указанных опытов, из которых видно, что с увеличением диаметра частиц  $d$  величины критической скорости фильтрации  $v_{кр}$  и соответствующего ей гидравлического уклона  $i$  уменьшаются<sup>1</sup>.

Таблица 4

**Результаты опытов по определению величины критической скорости фильтрации воды**

Диаметр частиц $d$ , <i>мм</i>	Критическая скорость фильтрации $v_{кр}$ , <i>см/сек</i>	Гидравлический уклон $i$
0,57	1,03	6,67
0,90	0,61	1,63
1,35	0,35	0,54

---

<sup>1</sup>Определенные величины  $v_{кр}$  справедливы для фильтрации воды лишь в тех образцах, которые подвергались исследованию. Как показано выше, критерием применимости линейного закона фильтрации является число Re.

Наиболее полные экспериментальные исследования вопроса о границах применимости линейного закона фильтрации были произведены рядом авторов [24, 120, 174].

Проводились опыты по фильтрации различных жидкостей и газов в разных пористых средах. Применялись нефть, вода, воздух и природный газ. Образцы пористой среды были представлены цементированными и нецементированными песками, свинцовой дробью и др.

Пористость и проницаемость этих образцов изменялись в широких пределах (пористость от 12,3 до 37,8%, проницаемость от 3,13 до 3000 *мд*). Эффективный диаметр частиц определялся по формуле (12, IV).

При прокачке различных жидкостей через указанные образцы пористой среды авторы измеряли величины перепадов давлений  $\Delta p$ , расходов жидкостей  $Q$  по формуле (13, IV). Зная расходы жидкостей и газов  $Q$  и площади сечений образцов  $F$ , легко было вычислить соответствующие значения скоростей фильтрации.

При обработке полученных результатов исследований искалась зависимость между безразмерным коэффициентом гидравлического сопротивления  $\lambda$  и числом  $Re$ , причем принималось, что

$$\lambda = \frac{d_3 \Delta p}{2L \rho v^2} \quad (1, VII)$$

и

$$Re = \frac{v d_3 \rho}{\mu} = \frac{v d_3}{\nu}, \quad (2, VII)$$

где  $d_3$  — эффективный диаметр песчинок;

$\Delta p$  — перепад (разность) давления на длине  $L$  образца пористой среды;

$v$  — скорость фильтрации, жидкости или газа;

$\rho$  — их плотность и

$\mu$  и  $\nu$  — соответственно абсолютная и кинематическая вязкость.

Рассмотрение формул (1, VII) и (2, VII) показывает, что они составлены лишь по формальной аналогии с трубной гидравликой. Действительно, потеря напора на трение  $h$  при движении жидкостей по круглым трубам равна:

$$h = \lambda \frac{L}{D} \frac{w^2}{2g},$$

где  $\lambda$  — коэффициент гидравлического сопротивления;

$L$  — длина трубы;

$D$  — диаметр трубы;

$w$  — средняя скорость движения жидкости;

$g$  — ускорение силы тяжести.

Отсюда

$$\lambda = \frac{D \cdot 2gh}{Lw^2}.$$

Умножив числитель и знаменатель на плотность  $\rho$  и учитывая, что  $\gamma = \rho g$  и  $h\gamma = \Delta p$ , получим

$$\lambda = \frac{2D\Delta p}{Lw^2\rho} \quad (3, \text{VII})$$

Как известно из трубной гидравлики, коэффициент гидравлического сопротивления  $\lambda$  является функцией числа  $Re$  и относительной шероховатости стенок трубы  $\varepsilon$ , причем

$$Re = \frac{wD\rho}{\mu}. \quad (4, \text{VII})$$

Сопоставление формул (3, VII) и (4, VII) с формулами (1, VII) и (2, VII) показывает, что Фенчер, Льюис и Берне [174] при исследовании явлений фильтрации воспользовались соотношениями трубной гидравлики, в которых скорость движения  $w$  механически заменили скоростью фильтрации  $v$ , а диаметр трубы  $D$  заменили эффективным диаметром  $d_s$  частиц, слагающих пористую среду. Конечно, такая замена является чисто формальной и поэтому определенные по формулам (1, VII) и (2, VII) значения  $\lambda$  и  $Re$  не являются в действительности коэффициентами гидравлического сопротивления и числами  $Re$  в том смысле, как они понимаются в трубной гидравлике. Однако, поскольку для данной пористой среды величина скорости фильтрации отличается от скорости движения лишь на постоянный множитель [см. формулу (16, IV)] и диаметр порового канала отличается от диаметра песчинки также лишь на некоторый постоянный множитель, то значения  $\lambda$  и  $Re$ , определенные указанными авторами, отличаются от соответствующих истинных значений коэффициентов гидравлического сопротивления и чисел Рейнольдса лишь на некоторые постоянные множители.

На рис. 40 приведены результаты этих опытов. По оси ординат отложены значения логарифмов  $\lambda$ , по оси абсцисс — отвечающие им значения логарифмов  $Re$ . Каждая точка на рис. 40 отражает результаты соответствующего опыта.

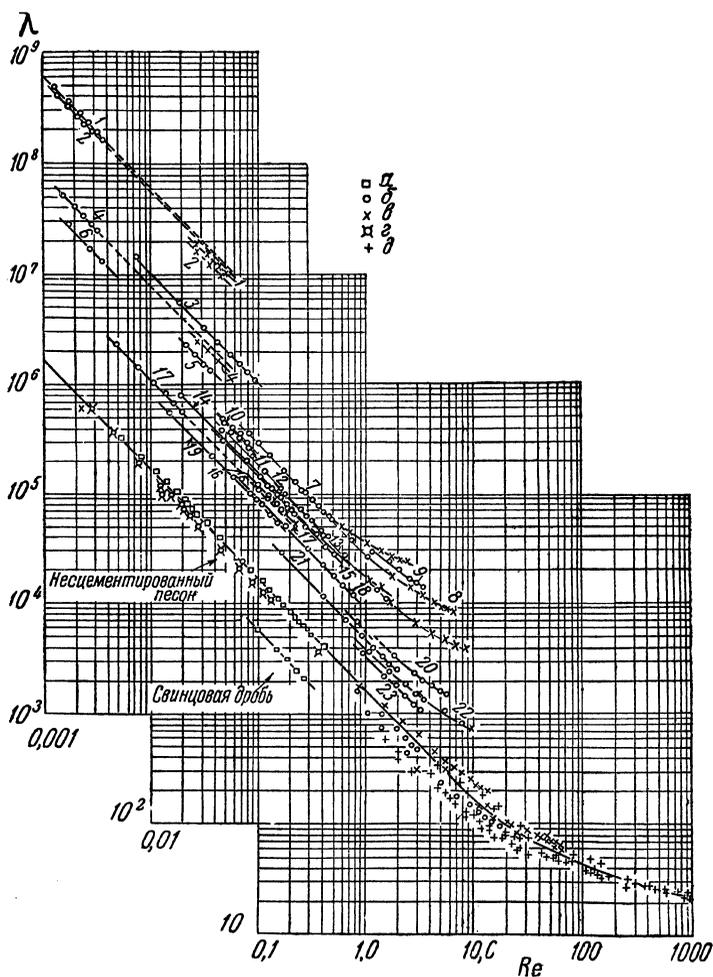


Рис. 40. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления  $\lambda$  от числа  $Re$ . Цифры на кривых означают номера образцов; свойства их см. [174] или [120]. а — нефть; б — вода; в — воздух; г — нефть по Клауду; д — газ.

Рассмотрение полученных кривых  $\lambda = \lambda(Re)$ , нанесенных на логарифмической бумаге, показывает следующее.

При значениях чисел  $Re$  менее 1 для цементированных песков

и менее 4 для нецементированных песков зависимость  $\lg \lambda$  от  $\lg Re$  изображается прямыми линиями, наклоненными к оси абсцисс под углом минус  $45^\circ$ . При этом при обработке результатов опытов со *цементированными* песками оказалось, что для каждого образца пористой среды экспериментальные точки ложатся на свою прямую. *Все точки соответствующие опытам с различными образцами нецементированных песков, располагаются на одной прямой, проходящей ниже прямых полученных для цементированных песков.* Точки, отвечающие опытам со свинцовой дробью, также располагаются на одной прямой, которая проходит ниже прямой для нецементированных песков.

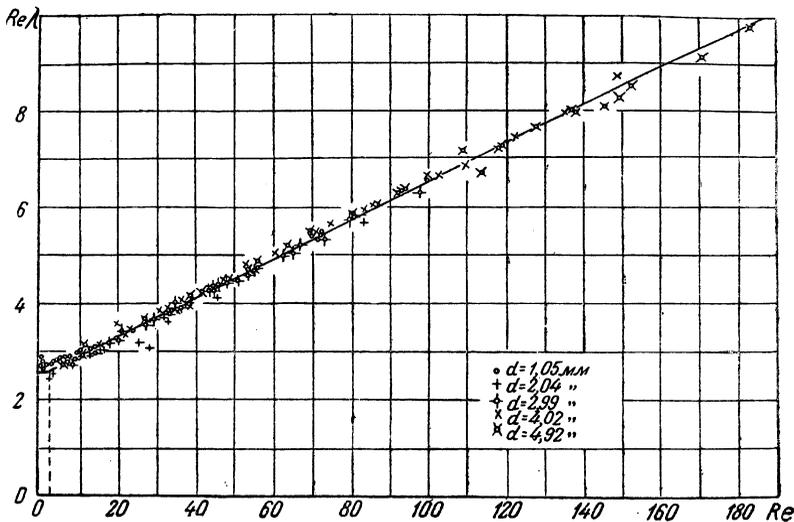


Рис. 41. Результаты опытов по фильтрации в фиктивном грунте;  $d$  — диаметр дробинки.

При значениях чисел  $Re$  более 1 для *цементированных* песков и более 4 для *нецементированных* песков зависимость  $\lg \lambda$  от  $\lg Re$  изображается не прямыми линиями, а кривыми, все более отклоняющимися от прямых и выполаживающимися по мере возрастания чисел  $Re$ . Следует отметить, что переход от прямых к кривым (см., например, кривую для нецементированных песков — рис. 40) происходит настолько плавно, что трудно точно установить границу прямолинейных участков кривых.

Напишем уравнения прямолинейных участков кривых зависимостей  $\lg \lambda$  от  $\lg \text{Re}$ . Поскольку они наклонены к оси абсцисс под углом минус  $45^\circ$ , то угловые коэффициенты их равны  $-1$  и поэтому уравнения прямых имеют вид

$$\lg \lambda = A - \lg \text{Re}, \quad (\text{a})$$

где постоянная  $A$  показывает величину отрезка, отсекаемого соответствующей прямой на оси ординат.

Подставляя в уравнение (а) значения  $\lambda$  и  $\text{Re}$  из формул (1, VII) и (2, VII), получим:

$$\lg \frac{d_3 \Delta p}{2L \varrho v^2} = A - \lg \frac{v d_3 \varrho}{\mu}.$$

Оставляя в правой части уравнения только постоянную  $A$  и учитывая, что сумма логарифмов равна логарифму произведения, получим:

$$\lg \left( \frac{d_3 \Delta p}{2L \varrho v^2} \cdot \frac{v d_3 \varrho}{\mu} \right) = \lg B, \quad (\text{б})$$

где

$$\lg B = A.$$

Из равенства (б) после сокращения имеем:

$$\frac{d_3^2 \Delta p}{2L \mu v} = B. \quad (\text{в})$$

Откуда скорость фильтрации

$$v = \frac{d_3^2}{2B \mu} \frac{\Delta p}{L}. \quad (\text{г})$$

Формула (г, VII) представляет линейный закон фильтрации, ибо она показывает, что скорость фильтрации прямо пропорциональна падению давления на единице длины образца пористой среды. Из сравнения формул (г) и (13, V) следует, что величина  $\frac{1}{2B}$  есть не что иное, как число Sl, т. е.  $\frac{1}{2B} = \text{Sl}$ .

Таким образом, до тех пор, пока зависимость  $\lg \lambda$  от  $\lg \text{Re}$  изображается прямой линией, фильтрация происходит по линейному закону

фильтрации. Тем самым определяются границы применимости этого закона. Значения чисел  $Re$ , до достижения которых фильтрация происходит по линейному закону, а при превышении которых имеют место отклонения от этого закона, называются *критическими значениями* и обозначаются  $Re_{кр}$ . На основании рассмотренных опытов можно считать, что критические значения чисел  $Re$  составляют 1 для цементированных песков и 4 для нецементированных песков.

Проводились опыты по фильтрации воды в фиктивном грунте, состоящем из свинцовой дроби. Диаметры дробинок изменялись в пределах 1,05–4,92 мм. На рис. 41 приведены результаты этих опытов. В отличие от предыдущих опытов при обработке результатов экспериментов по оси ординат откладывались не  $\lg \lambda$ , а произведение  $\lambda Re$ , а по оси абсцисс — значения  $Re$ .

Как видно из приведенного на рис. 41 графика, все экспериментальные точки (полученные таким же путем, как в опытах [174]) расположились около двух прямых, составляющих ломаную линию, левая ветвь которой проходит параллельно оси абсцисс. Точка перелома имеет абсциссу  $Re \cong 4$ .

Уравнение прямой, проходящей параллельно оси абсцисс, имеет вид:

$$Re\lambda = B$$

где  $B$  — постоянная.

Подставляя вместо  $Re$  и  $\lambda$  их значения из формул (I, VII) и (2, VII), получим формулу (в) и выражение для скорости фильтрации ( $\gamma$ ). Следовательно, при  $Re \leq 4$  фильтрация происходит по линейному закону. Итак, опыты со свинцовой дробью, так же как и эксперименты с различными образцами песков и песчаников, показали, что для пористой среды, состоящей из нецементированных частиц, критическое значение числа  $Re$  равно 4.

Таким образом, согласно изложенным выше опытам:

$$\left. \begin{array}{l} \text{для цементированных песков} \quad Re_{кр} = 1, \\ \text{для нецементированных песков} \quad Re_{кр} = 4. \end{array} \right\} \quad (5, VII)$$

Напишем уравнение правой ветви ломаной линии — прямой, составляющей с осью абсцисс некоторый положительный угол (см. рис. 41).

$$Re\lambda = a' + b'Re \quad (6, VII)$$

где постоянная  $a'$  показывает величину отрезка, отсекаемого прямой на оси ординат, а постоянная  $b'$  — угловой коэффициент.

Подставляя в уравнение (6, VII) значения  $\lambda$  и  $\text{Re}$ , получим после сокращения

$$\frac{d^2 \Delta p}{2L\mu v} = a' + b' \frac{vd\rho}{\mu}. \quad (7, \text{VII})$$

Решая уравнение (7, VII) относительно  $\frac{\Delta p}{L}$ , имеем:

$$\frac{\Delta p}{L} = av + bv^2, \quad (8, \text{VII})$$

где  $a$  и  $b$  — постоянные, причем

$$a = \frac{2a'\mu}{d^2},$$

$$b = \frac{2b'\rho}{d}.$$

Из формулы (8, VII) следует, что при  $\text{Re} > \text{Re}_{\text{кр}}$  между падением давления на единице длины  $\frac{\Delta p}{L}$  и скоростью фильтрации  $v$  нет линейной зависимости. Проф. М. А. Великанов [25], Э. Чекалюк [192]<sup>2</sup> и другие исследователи отмечают, что при  $\text{Re} > \text{Re}_{\text{кр}}$  зависимость между скоростью фильтрации и градиентом давления лучше всего описывается двучленной формулой (8, VII).

## § 2. Теоретические исследования вопроса о границах применимости линейного закона фильтрации

Впервые гидродинамическое обоснование вопроса о границах применимости линейного закона фильтрации было произведено русским ученым акад. Н. Н. Павловским в его знаменитой работе [138].

<sup>2</sup>Об основных идеях работы Чекалюка следует сказать подробнее. Следует подчеркнуть, что если принять двучленную степенную формулу, то в значительной мере теряется смысл критического значения параметра Рейнольдса. Теоретически говоря, с самого начала режим фильтрации нелинейный. Однако практически, задаваясь определенным %% отклонением (малым процентом), режим фильтрации можно считать линейным до определенного значения  $\text{Re}$ , которое можно назвать условно критическим.

Акад. Павловский исходил из выражения для числа  $Re$ , используемого при расчетах движения жидкостей в круглых трубах:

$$Re = \frac{wD}{\nu}, \quad (9, VII)$$

где  $w$  — средняя скорость движения жидкости по трубе;

$D$  — диаметр трубы;

$\frac{\mu}{\rho} = \nu$  — кинематическая вязкость жидкости.

Акад. Павловский выразил входящие в формулу (9, VII) скорость движения  $w$  и диаметр  $D$  трубы (которую в данном случае можно рассматривать как поровый канал идеального грунта) через скорость фильтрации  $v$ , диаметр зерен  $d$  и пористость  $m$ .

В результате такого преобразования число  $Re$  применительно к условиям фильтрации в реальном грунте было приведено к виду:

$$Re = \frac{1}{0,75m + 0,23} \cdot \frac{vd_э}{\nu}. \quad (10, VII)$$

Значение формулы (10, VII) в том, что она, сохраняя неизменный смысл параметра  $Re$ , учитывает пористость грунта  $m$  и эффективный диаметр слагающих его частиц  $d_э$ .

Когда число  $Re$  достигает критического значения  $Re_{кр}$ , скорость фильтрации тоже достигает критической величины  $v_{кр}$ , легко определяемой из уравнения (10, VII):

$$v_{кр}(0,75m + 0,23) \frac{\nu}{d_э} = Re_{кр}. \quad (11, VII)$$

На основе формулы (10, VII) и экспериментальных данных (см. § 1 настоящей главы) акад. Павловский установил, что критическое значение числа  $Re$  колеблется в пределах от 7,5 до 9, т. е.

$$Re_{кр} = 7,5 \div 9. \quad (12, VII)$$

Недостаток формулы (10, VII) заключается в том, что для вычисления по ней числа  $Re$ , кроме знания скорости фильтрации  $v$ , кинематической вязкости жидкости  $\nu$  и пористости  $m$ , должен быть известен эффективный диаметр  $d_э$  слагающих пористую среду частиц. Между тем вычисление величины эффективного диаметра одного и того же грунта по различным формулам (см. § 3 главы IV) дает различные, иногда резко расходящиеся результаты. Кроме того, указанные формулы

совершенно не пригодны для пористой среды, представленной известняками и доломитами. В связи с этим проф. В. Н. Щелкачев в 1942 г. выразил входящий в формулу (10, VII) эффективный диаметр зерен  $d_3$  через пористость  $m$  и проницаемость пласта  $k$ . Из общего выражения для проницаемости пласта  $k$  [см. формулу (10, VI)] легко определить величину  $d_3$ :

$$d_3 = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{Sl}} \quad (13, VII)$$

Подставляя это значение  $d_3$  в формулу (10, VII), имеем:

$$Re = \frac{1}{0,75m + 0,23} \frac{v\sqrt{k}}{\nu\sqrt{Sl}}. \quad (14, VII)$$

Исходя из значения числа  $Sl$  по Слихтеру и выразив просветность  $n$  через пористость  $m$ , В. Н. Щелкачев получил выражение для числа  $Re$  в виде<sup>1</sup>:

$$Re = \frac{10}{m^{2,3}} \cdot \frac{v\sqrt{k}}{\nu}. \quad (15, VII)$$

Подсчеты значений чисел  $Re$  по формулам (15, VII) и (10, VII) для фиктивных грунтов и хорошо отсортированных грунтов дают достаточно хорошо совпадающие результаты. Преимуществом формулы В. Н. Щелкачева является возможность определения чисел  $Re$  при движении жидкостей и газов не только в песках, но и в пористой среде, представленной цементированными песками, известняками и доломитами, пористость и проницаемость которых известны.

Произведенные В. Н. Щелкачевым подсчеты критических значений чисел Рейнольдса на основе формулы (15, VII) и экспериментальных данных о зависимости коэффициента гидравлического сопротивления от числа Рейнольдса показали, что

$$Re_{кр} = 1 \div 12^2. \quad (16, VII)$$

<sup>1</sup>См. статью Каприелова в АНХ, № 1, 1955 г., стр. 21.

<sup>2</sup>Относительно широкие пределы, в которых заключены критические значения числа  $Re$ , возможно объясняются тем, что в формулах (15, VII) и (10, VII) не учтены некоторые факторы, зависящие от структуры (строения) порового пространства. Критическое значение параметра  $Re$  в подземной гидравлике может зависеть от структуры порового пространства аналогично тому, как в трубной гидравлике величина  $Re_{кр}$  зависит от степени шероховатости труб. Кроме того, как отмечалось выше, переход от одного режима фильтрации к другому происходит плавно, что затрудняет установление определенного критического значения  $Re_{кр}$ .

М. Д. Миллионщиков предложил ввести в число  $Re$  и в коэффициент гидравлического сопротивления  $\lambda$  вместо эффективного диаметра частиц  $d_s$  некоторую линейную величину  $l = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{m}}$  и назвал эту величину внутренним масштабом породы. Произведя указанную замену, М. Д. Миллионщиков построил график  $\lg \lambda = f(\lg Re)$ , используя приведенные на рис. 40 результаты опытов по фильтрации в сцементированных песках. При такой замене все экспериментальные точки расположились около одной кривой. При этом критическое значение числа  $Re = \frac{vl\rho}{\mu}$  оказалось равным:

$$\begin{aligned} Re_{кр. н} &= 0,022 \text{ (нижний предел),} \\ Re_{кр. в} &= 0,29 \text{ (верхний предел).} \end{aligned}$$

Таким образом, М. Д. Миллионщикову впервые удалось построить для фильтрации жидкостей график, аналогичный графику Никурадзе для движения жидкостей по трубам.

Следует подчеркнуть, что значения  $Re_{кр}$ , полученные В. Н. Щелкачевым и М. Д. Миллионщиковым, нельзя сравнивать с критическими значениями числа  $Re$  (5, VII), ибо исходные формулы (15, VII) и (2, VII) различны.

До недавнего времени отклонения от линейного закона фильтрации при  $Re > Re_{кр}$  гидрогеологи и нефтяники объясняли переходом режима фильтрации от ламинарного к турбулентному. Однако сопоставление критических значений чисел  $Re$  в трубной и подземной гидравлике не дает оснований для такого вывода. Действительно, полученные экспериментальные значения  $Re_{кр}$  в трубной гидравлике имеют следующие величины:

в опытах по движению жидкости в обычных трубопроводах  $Re_{кр} = 2000-2300$ ;

в опытах по движению жидкостей через трубы с усиленной и искусственной шероховатостью  $Re_{кр} = 580-600$ ;

в опытах Бочкова с четочными трубопроводами  $Re_{кр} = 350$ ;

в опытах с попеременно утолщающимися и утончающимися трубками  $Re_{кр} = 544$ .

Из приведенных данных видно, что в рассмотренных случаях величины  $Re_{кр}$ , при которых имеет место переход от ламинарного движения жидкостей к турбулентному, в десятки и сотни раз больше экспериментально установленных критических значений чисел  $Re$ , при превышении которых наблюдаются отклонения от линейного закона фильтрации.

Отсюда вытекает, что нарушение линейного закона фильтрации при фильтрации жидкостей и газов еще не означает перехода от ламинарного к турбулентному движению. Нельзя считать областью турбулентного режима всю область значений параметра  $Re$  выше той границы, при которой нарушается линейный закон фильтрации. Всякий фильтрационный поток, в котором справедлив этот закон, есть поток ламинарный, но не всякий ламинарный поток подчиняется этому закону. При больших скоростях фильтрации этот закон может нарушаться вследствие влияния сил инерции, возникающих в жидкости в результате непрерывных, часто весьма резких, изменений направления и величины скорости ее движения; эти изменения обусловлены извилистостью поровых каналов в пространстве и непрерывным изменением их поперечного сечения. Пока скорости движения, жидкости малы, эти инерционные силы ничтожны. Однако, начиная с некоторых значений скоростей соответствующих критическим значениям чисел Рейнольдса, силы инерции достигают таких величин, при которых их действие оказывает существенное влияние на фильтрацию и приводит к нарушению линейного закона фильтрации.

Таким образом, ламинарность фильтрационного потока может еще сохраняться и после того, когда вследствие влияния сил инерции этот закон нарушается.

Определение режима фильтрации жидкостей и газов представляет не только теоретический интерес, но и имеет большое практическое значение, ибо без знания закона фильтрации в пласте, особенно вблизи забоя скважин, нельзя рассчитать возможные дебиты жидкости и газа, их изменения во времени при различных условиях эксплуатации скважин, а также невозможно определение параметров пласта (проницаемость, пористость и другие) по данным исследования (испытания) нефтяных и газовых скважин.

### § 3. Нелинейные законы фильтрации

Выше было показано, что если при движении жидкости в пористой среде число  $Re$  превышает  $Re_{кр}$ , то фильтрация не подчиняется линейному закону фильтрации. Для некоторых данных жидкости или газа большие значения параметра  $Re$  могут иметь место либо вследствие высоких скоростей фильтрации, когда  $v > v_{кр}$ , либо (при  $v < v_{кр}$ ) из-за больших диаметров частиц, слагающих пористую среду.

При эксплуатации совершенных скважин обычно скорости фильтрации  $v < v_{кр}$  и, следовательно, нельзя ожидать отклонения от линейного закона фильтрации вследствие высоких скоростей фильтрации.

Однако в большинстве случаев скважины сообщаются с пластом не вдоль всей поверхности вскрытой части пласта, а лишь через некоторое количество простреленных в трубах небольших отверстий, суммарная площадь сечения которых во много раз меньше величины  $F = 2\pi Db$ .

В этих условиях в непосредственной близости от скважины (у входа жидкости в указанные отверстия) скорости фильтрации могут быть больше критических, что приводит к нарушению линейного закона фильтрации.

При относительно небольших скоростях фильтрации нарушение линейного закона фильтрации может иметь место в крупнозернистых и крупнотрещиноватых породах, т. е. при больших поперечных размерах поровых каналов. Это подтверждается опытами по фильтрации жидкостей в крупнозернистых и трещиноватых породах.

Существует несколько эмпирических формул, предложенных различными авторами в качестве законов фильтрации, отличных от линейного закона фильтрации.

К числу таких формул можно отнести следующие.

Проф. Пузыревский, исходя из опытов по фильтрации в крупнообломочных материалах, вывел (в 1930 г.) такую формулу для скорости фильтрации:

$$v = 35\sqrt{i}, \quad (17, \text{VII})$$

где  $v$  — скорость фильтрации,  $см/сек$ ;

$i$  — гидравлический уклон.

Инж. А. А. Краснопольский [76] для фильтрации вод в трещиноватых породах предложил формулу:

$$v = k_k \sqrt{i}, \quad (18, \text{VII})$$

где коэффициент Краснопольского  $k_k$  определяется экспериментально. Поскольку в формуле (18, VII) между гидравлическим уклоном  $i$  (а следовательно, и потерей напора на трение) и скоростью фильтрации  $v$  существует квадратичная зависимость, фильтрацию по закону Краснопольского часто называют по аналогии с трубной гидравликой *турбулентной фильтрацией*.

На основании опытов с грубозернистым грунтом была выведена следующая формула:

$$v = 173 \left( \frac{d}{90} i \right)^n, \quad (19, \text{VII})$$

где

где  $v$  — скорость фильтрации,  $см/сек$ ;

$d$  — диаметр зерен породы,  $см$ ;

$i$  — гидравлический уклон;  
 $n$  — показатель степени,

$$n = \frac{0,8 + d}{0,8 + 2d} < 1. \quad (20, \text{VII})$$

Из формул (19, VII) и (20, VII) видно, что с увеличением диаметра зерен величина показателя степени уменьшается и, следовательно, отклонения от линейного закона фильтрации увеличиваются.

На основании данных опытных откачек был предложен закон фильтрации [160] в виде:

$$v = k_c i^n, \quad (21, \text{VII})$$

где  $k_c$  — коэффициент пропорциональности;

$i$  — гидравлический уклон;

$$n = \frac{2}{3}.$$

Впоследствии стали считать, что величина показателя степени изменяется в пределах

$$1 > n \geq 0,5.$$

Численные значения  $k_c$  и  $n$  в каждом случае определяются из опыта.

Рассматривая формулы (17, VII), (18, VII), (19, VII) и (21, VII), легко видеть, что все они по существу совпадают с формулой (21, VII). Общей характерной особенностью для них является нелинейная зависимость между скоростью фильтрации  $v$  и гидравлическим уклоном  $i$ , а следовательно, и градиентом давления  $\frac{dp}{dL}$ , отличающимся от  $i$  на постоянный множитель  $\gamma$  (удельный вес жидкости).

Показатель режима фильтрации  $n$  во всех указанных законах фильтрации определяется неравенством (22, VII), причем  $n$  принимается постоянной величиной.

Для движения подземных вод была предложена более общая двучленная формула [175]:

$$i = a_1 v + b_1 v^2, \quad (23, \text{VII})$$

где  $i$  — гидравлический уклон;

$v$  — скорость фильтрации;

$a$  и  $b$  — постоянные, определяющиеся экспериментально.

Формула (23, VII) совпадает с полученной ранее формулой (8, VII), справедливой для фильтрации жидкостей при  $Re > Re_{кр}$ . При весьма малых значениях  $v$  величиной  $b_1 v^2$  можно пренебречь, как малой по сравнению с  $a_1 v$ . Тогда формула (23, VII) превращается в линейный

закон фильтрации. При больших скоростях фильтрации  $a_1 v \ll b_1 v^2$ , следовательно, можно принять  $i = b_1 v^2$ , что дает  $v = \frac{1}{b_1} \sqrt{i}$ , т. е. формула (23, VII) обращается в закон фильтрации Краснопольского (18, VII).

Все приведенные в настоящем параграфе законы фильтрации являются эмпирическими и содержат ряд постоянных коэффициентов, величина которых определяется экспериментально. Более ясное представление о факторах, определяющих величину указанных коэффициентов, можно составить из рассмотрения приводимого в следующем параграфе общего выражения законов фильтрации, полученного на основе использования принципа однородности размерностей.

#### § 4. Вывод законов фильтрации, основанный на использовании принципа однородности размерностей

На основании приведенных в главах V, VI и VII теоретических соображений и экспериментальных данных можно полагать, что скорость фильтрации зависит от проницаемости пористой среды  $k$ , свойств жидкостей — абсолютной вязкости  $\mu$  и плотности  $\varrho$  и градиента давления  $\frac{dp}{dL}$ . Представим модуль скорости фильтрации жидкости или газа в виде:

$$|v| = ck^\alpha \mu^\beta \varrho^\delta \left| \frac{dp}{dL} \right|^n, \quad (24, VII)$$

где  $c$  — постоянный безразмерный коэффициент;  
 $n$  — показатель режима фильтрации;  
 $\alpha, \beta$  и  $\delta$  — постоянные числа.

Размерности величин, входящих в уравнение (24, VII), таковы:

$$[v] = LT^{-1}, \quad k = [L]^2; \quad [\mu] = ML^{-1}T^{-1};$$

$$[\varrho] = ML^{-3}; \quad \left[ \frac{dp}{dL} \right] = ML^{-2}T^{-2}.$$

Подставляя в формулу (24, VII) вместо входящих в нее величин соответствующие им размерности, получим:

$$LT^{-1} = M^{\beta+\alpha+n} L^{2\alpha-\beta-3\delta-2n} T^{-\beta-2n}. \quad (25, VII)$$

Так как, согласно принципу однородности размерностей, показатели степени при  $M, L$  и  $T$  в левой и правой частях уравнения (25, VII)

должны быть одинаковы, то, приравнявая их, получим следующие три уравнения:

$$\begin{aligned} \beta + \delta + n &= 0, \\ 2\alpha - \beta - 3\delta - 2n &= 1, \\ -\beta - 2n &= -1. \end{aligned} \quad (26, \text{VII})$$

Решая совместно уравнения (26, VII), находим:

$$\alpha = \frac{3n-1}{2}; \quad \beta = 1 - 2n \text{ и } \delta = n - 1.$$

Подставляя эти значения  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\delta$  в формулу (24, VII), получим следующее *общее выражение для скорости фильтрации жидкости или газа*:

$$|v| = ck^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} \varrho^{n-1} \left| \frac{dp}{dL} \right|^n. \quad (27, \text{VII})$$

Для определения значения коэффициента  $c$  используем следующей обстоятельство: когда скорость фильтрации достигает критической величины ( $v = v_{\text{кр}}$ ), она может быть определена по линейному закону фильтрации (поскольку он остается еще справедливым, ибо отклонения от этого закона начинаются при  $v > v_{\text{кр}}$ ) по формуле (27, VII), а также на основании критического значения числа Re.

Согласно линейному закону фильтрации, имеем:

$$|v| = \frac{k}{\mu} \left| \frac{dp}{dL} \right|. \quad (28, \text{VII})$$

Приравнявая формулы (27, VII) и (28, VII), находим величину  $c$ :

$$c = k^{1-\frac{3n-1}{2}} \mu^{2(n-1)} \varrho^{1-n} \left| \frac{dp}{dL} \right|^{1-n}. \quad (29, \text{VII})$$

Найдем критическую скорость  $v_{\text{кр}}$ , исходя из выражения для критического значения числа Re.

Если определение величины эффективного диаметра частиц  $d_s$  не представляет большого труда, то для определения  $v_{\text{кр}}$  можно воспользоваться формулой (2, VII), из которой

$$v_{\text{кр}} = \frac{\nu}{d_s} \text{Re}_{\text{кр}}, \quad (30, \text{VII})$$

где величина  $\text{Re}_{\text{кр}}$  дается формулой (5, VII).

Подставляя вместо  $d_5$  его значение из формулы (13, VII), имеем:

$$v_{\text{кр}} = \frac{\nu\sqrt{\text{Sl}}}{\sqrt{k}} \cdot \text{Re}_{\text{кр}}. \quad (31, \text{VII})$$

Обозначая

$$\text{Sl}_1 = \text{Re}_{\text{кр}}^2 \text{Sl}, \quad (32, \text{VII})$$

получим

$$v_{\text{кр}} = \frac{\nu\sqrt{\text{Sl}_1}}{\sqrt{k}}. \quad (33, \text{VII})$$

Приравнивая формулы (28, VII) и (33, VII), имеем:

$$\frac{k}{\mu} \left| \frac{dp}{dL} \right| = \frac{\nu\sqrt{\text{Sl}_1}}{\sqrt{k}},$$

откуда

$$\left| \frac{dp}{dL} \right| = \frac{\mu\nu\sqrt{\text{Sl}_1}}{k\sqrt{k}} = \frac{\mu^2\sqrt{\text{Sl}_1}}{\rho k^{3/2}}.$$

Подставляя это значение  $\left| \frac{dp}{dL} \right|$  в уравнение (29, VII), находим интересующую нас величину постоянной

$$c = \text{Sl}_1^{\frac{1-n}{2}}. \quad (34, \text{VII})$$

Величина Sl определяется по формуле (32, VII), в которой число Sl находится из общего выражения для коэффициента проницаемости (10, VI):

$$\text{Sl} = \frac{k}{d_5^2}. \quad (35, \text{VII})$$

Подставляя значение постоянной  $c$  из выражения (34, VII) в (27, VII), имеем:

$$|v| = \text{Sl}_1^{\frac{1-n}{3}} k^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} \rho^{n-1} \left| \frac{dp}{dL} \right|^n. \quad (36, \text{VII})$$

Если определение  $d_{\text{э}}$  затруднено или коллектор представлен известняками либо доломитами, то определяем  $v_{\text{кр}}$  из формулы (15, VII):

$$v_{\text{кр}} = \frac{\nu m^{2,3}}{10\sqrt{k}} \text{Re}_{\text{кр}}, \quad (37, \text{VII})$$

где величина  $\text{Re}_{\text{кр}}$  дается формулой (16, VII).

Приравнивая уравнения (37, VII) и (28, VII), определяем модуль градиента давления:

$$\left| \frac{dp}{dL} \right| = \frac{m^{2,3} \mu^2}{10 \rho k^{3/2}} \cdot \text{Re}_{\text{кр}}. \quad (38, \text{VII})$$

Подставляя значение (38, VII) в уравнение (29, VII), находим постоянную  $c$ :

$$c = \left( \frac{m^{2,3} \text{Re}_{\text{кр}}}{10} \right)^{1-n}. \quad (39, \text{VII})$$

Внося это значение  $c$  в формулу (27, VII), получим:

$$|v| = (0,1 m^{2,3} \text{Re}_{\text{кр}})^{1-n} k^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} \rho^{n-1} \left| \frac{dp}{dL} \right|^n. \quad (40, \text{VII})$$

Формулы (40, VII) и (36, VII) представляют обобщенный закон фильтрации жидкостей и газов, выведенный на основе принципа однородности размерностей и справедливый для любых значений чисел  $\text{Re}^1$ .

Давая показателю режима фильтрации  $n$  различные значения, из формул (40, VII) и (36, VII) найдем, как частные случаи, уже известные нам законы фильтрации.

При  $n = 1$   $|v| = \frac{k}{\mu} \left| \frac{dp}{dL} \right|$ , т. е. мы получим линейный закон фильтрации.

Приравнивая уравнения (40, VII) и (36, VII) к полученному эмпирически закону фильтрации (21, VII), найдем величину коэффициента пропорциональности  $k_c$ .

Из уравнений (40, VII) и (21, VII) имеем:

$$v = k_c i^n = \frac{k_c}{\gamma^n} \left| \frac{dp}{dL} \right|^n = (0,1 m^{2,3} \text{Re}_{\text{кр}})^n k^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} \rho^{n-1} \left| \frac{dp}{dL} \right|^n,$$

<sup>1</sup>Формула (40, VII) выведена В. Н. Щелкачевым в 1942 г. Формула (36, VII) выведена Б. Б. Лапуком в 1945 г.

откуда (учитывая, что  $\gamma = \rho g$ , где  $g$  — ускорение силы тяжести)

$$k_c = (0,1m^{2,3}\text{Re}_{\text{кр}})k^{\frac{3n-1}{2}}\mu^{1-2n}\rho^{2n-1}g^n. \quad (41, \text{VII})$$

Аналогично из уравнений (36, VII) и (21, VII) получим:

$$k_c = \text{Sl}_1^{\frac{1-n}{2}}k^{\frac{3n-1}{2}}\mu^{1-2n}\rho^{2n-1}g^n. \quad (42, \text{VII})$$

Формулы (41, VII) и (42, VII) показывают, что коэффициент пропорциональности  $k_c$  зависит как от свойств пористой среды (проницаемости  $k$  и пористости  $m$ ) и свойств жидкости или газа (вязкости  $\mu$  и плотности  $\rho$ ), так и от показателя режима фильтрации  $n$ . Поскольку при увеличении скорости фильтрации сверх критической влияние инерционных сил сказывается все более значительно, величина показателя степени  $n$  с ростом  $v$  будет уменьшаться, а следовательно, в этих условиях коэффициент пропорциональности является переменной величиной, зависящей от скорости фильтрации, а, значит, и от градиента давления, числа  $\text{Re}$ , поскольку для данных пористой среды и жидкости каждому значению  $v$  соответствует определенное значение  $\frac{dp}{dL}$  и  $\text{Re}$ .

При показателе режима фильтрации  $n = \frac{1}{2}$  из формул (40, VII) и (36, VII) получаем закон *турбулентной фильтрации жидкостей и газов* соответственно в виде:

$$|v| = \sqrt{0,1m^{2,3}\text{Re}_{\text{кр}}\rho} \sqrt[4]{k} \sqrt{\left|\frac{dp}{dL}\right|} \quad (43, \text{VII})$$

и

$$|v| = \sqrt[4]{\text{Sl}_1 k} \sqrt{\rho \left|\frac{dp}{dL}\right|}. \quad (44, \text{VII})$$

Рассмотрение формул (43, VII) и (44, VII) показывает, что в отличие от фильтрации по линейному закону при турбулентной фильтрации скорость фильтрации зависит от плотности и не зависит от вязкости.

Подставляя в формулы (41, VII) и (42, VII)  $n = \frac{1}{2}$ , соответственно получим:

$$k_{\text{к}} = \sqrt{0,1m^{2,3}\text{Re}_{\text{кр}}g} \sqrt[4]{k} \quad (45, \text{VII})$$

и

$$k_{\kappa} = \sqrt[4]{S_1 k} \sqrt{g}. \quad (46, \text{VII})$$

Формулы (45, VII) и (46, VII) дают величину коэффициента Краснопольского  $k_{\kappa}$ , входящего в эмпирическую формулу (18, VII). Они показывают, что коэффициент Краснопольского пропорционален  $\sqrt[4]{k}$  и зависит только от свойств пористой среды (не зависит от свойств фильтрующихся жидкостей).

В заключение отметим, что из уравнений (40, VII) и (36, VII) видно, что величина показателя режима фильтрации  $n$  не может быть меньше половины. Действительно, скорость фильтрации  $v$  пропорциональна абсолютной вязкости  $\mu$  в степени  $1 - 2n$ ; при  $n < \frac{1}{2}$ ,  $(1 - 2n) > 0$ , т. е. выходит, что чем больше вязкость жидкости, тем, при прочих равных условиях, скорость фильтрации больше, что с физической точки зрения абсурдно.



## Часть III

# Задачи подземной гидравлики, допускающие элементарное решение



---

---

## ГЛАВА VIII

# Простейшие фильтрационные потоки и методы их исследования

### § 1. Описание простейших фильтрационных потоков

Рассмотрим три типа фильтрационных потоков, полное исследование которых можно выполнить элементарными методами.

Предположим, что при движении жидкости или газа в пористой среде совокупность всех траекторий состоит из параллельных прямых линий, причем в каждом плоском сечении, перпендикулярном к направлению движения, скорости фильтрации во всех точках не только параллельны, но и равны друг другу<sup>1</sup>.

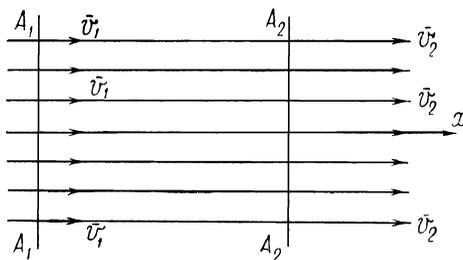


Рис. 42. Одномерный поток.

Законы движения вдоль всех траекторий такого фильтрационного потока совершенно одинаковы, а потому достаточно изучить движение вдоль одной из траекторий, которую можно принять за декартову ось координат, например за ось  $x$ . Заметим, что положение частицы жидкости, движущейся вдоль оси, вполне определяется одной координатой.

---

<sup>1</sup>Для дальнейшего важно подчеркнуть, что при установившемся движении жидкости траектории совпадают с линиями тока. То же справедливо и для тех неустановившихся потоков, в которых с течением времени в каждой точке меняется лишь величина, но не направление скорости.

Кроме того, если рассматриваемый поток установившийся, то в любой его точке скорость фильтрации и напор будут функциями только одной координаты  $x$ . Поток, обладающий перечисленными свойствами, называется *одномерным*.

На рис. 42 изображено сечение одномерного потока, параллельное направлению движения. Как будет доказано ниже, в один и тот же момент времени в разных сечениях, перпендикулярных направлению движения, скорости фильтрации оказываются различными только в том случае, если движется газ или если учитывается, что жидкость сжимаема. Так, например, на рис. 42 в сечении  $A_1A_1$  скорость фильтрации всех частиц сжимаемой жидкости или газа равна  $\bar{v}_1$ , а в сечении  $A_2A_2$  — равна  $\bar{v}_2$ , причем  $v_1 < v_2$ . Для одномерного движения несжимаемой жидкости  $v_1 = v_2$ , т. е. скорость фильтрации оказывается одинаковой во всем фильтрационном потоке.

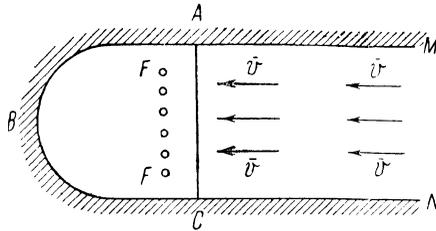


Рис. 43. Прямолинейная батарея скважин  $FF$ , эксплуатирующая залежь нефти  $ABC$ , и почти одномерный поток краевых вод.

С одномерным фильтрационным потоком приходится сталкиваться на практике в следующих, например, случаях: в лабораторных условиях при движении жидкости или газа через цилиндрический керн параллельно его оси; на отдельных участках подземного артезианского потока, когда поперечное сечение потока мало изменяется. Допустим также, что залежь нефти  $ABC$  составляет часть пластовой водонапорной системы, которая схематически изображена на рис. 43.  $AC$  — контур нефтеносности,  $FF$  — ближайшая к контуру батарея (группа) эксплуатационных скважин; залежь нефти испытывает односторонний напор краевой воды справа. Границу  $MABCN$  считаем практически непроницаемой, определяющей линиями выклинивания продуктивного пласта, линиями сбросов или порогов фациальной изменчивости. При эксплуатации батареи равнодебитных скважин  $FF$  приток жидкости к ним справа можно считать почти одномерным (за исключе-

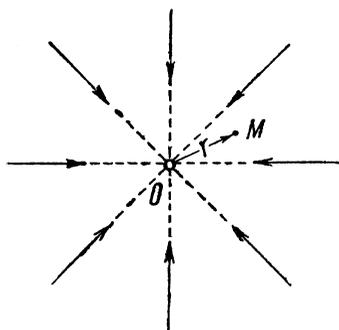


Рис. 44. Плоский радиальный поток (в плане).

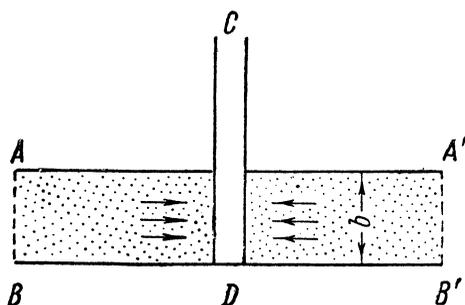


Рис. 45. Вертикальное сечение плоского радиального потока к гидродинамически совершенной скважине.

нием ближайшей к скважинам зоны скорости фильтрации  $\bar{v}$  всех частиц жидкости будут друг другу параллельны, см. подробности в главе XXI). Чем теснее в описываемых условиях расположены скважины в батарее  $FF$ , тем точнее поток жидкости к ним можно характеризовать как одномерный. Если мысленно представить себе крайний предел уплотнения сетки скважин — заменить батарею скважин сплошной прямолинейной галлереей, то движение жидкости к галлерее будет строго одномерным.

Перейдем к потоку второго типа, исследование особенностей которого имеет весьма большое значение для понимания законов притока нефти, воды и газа к скважинам. Предположим, что при движении жидкости или газа в пористой среде все его частицы движутся параллельно одной и той же плоскости. Такое плоскопараллельное движение частиц жидкости или газа можно назвать двухмерным, ибо для полной характеристики потока достаточно изучить движение хотя бы в одной плоскости, параллельной основной; положение же частицы в определенной плоскости вполне определяется двумя координатами. Если в каждой из упомянутых плоскостей движения траектории оказываются прямыми линиями, радиально сходящимися в одной точке (или расходящимися из одной точки), то такое движение называется двухмерным радиальным сечением или плоско-радиальным движением. На рис. 44 представлено сечение двухмерного сходящегося радиального потока, параллельное основной плоскости движения.

Как и в случае одномерного потока, частицы жидкости или газа здесь движутся по прямолинейным траекториям, но в основной плос-

кости движения траектории, а следовательно, и скорости фильтрации друг другу непараллельны.

Допустим, например, что непроницаемые кровля  $AA'$  и подошва  $BB'$  однородного пласта друг другу параллельны и эксплуатационная скважина  $CD$  вскрывает пласт на всю его мощность (см. рис. 45). Заметим, что скважину, вскрывшую пласт на полную мощность, называют в подземной гидравлике *«гидродинамически совершенной по степени вскрытия пласта»*. Если такая скважина сообщается с пластом только через отдельные отверстия в колонне труб (будут ли они отверстиями специального фильтра или отверстиями, простреленными в трубах и цементном кольце, когда пласт вскрыт по методу сплошной заливки), то ее называют *«гидродинамически совершенной по степени вскрытия, но гидродинамически несовершенной по характеру вскрытия»*. Если башмак водозакрывающей колонны остановлен у кровли пласта, пласт вскрыт на всю мощность, забой скважины открытый, так что жидкость может свободно притекать к скважине через всю поверхность ее стенок, то такую скважину называют *«гидродинамически совершенной и по степени и по характеру вскрытия пласта»* или просто *«гидродинамически совершенной»*.

Понятно, что чем больше отверстий в фильтре или чем больше дыр прострелено в колонне труб и в цементном кольце и чем большую мощность пласта вскрывает скважина, тем лучше условия ее работы приближаются к условиям работы гидродинамически совершенной скважины.

Допустим, что скважина  $CD$  на рис. 45 гидродинамически совершенная, причем уровень жидкости в скважине, даже при ее работе, находится выше кровли пласта; если к тому же скважина находится вдали от соседних эксплуатационных скважин и вблизи нее нет нарушений в сплошности и однородности пласта, то приток жидкости (или газа) к забою такой скважины будет плоско-радиальным. На рис. 45 стрелками указаны направления скоростей фильтрации жидкости; рис. 44 можно рассматривать как изображение в плане притока жидкости к гидродинамически совершенной скважине. Даже если бы скважина  $CD$  вскрывала пласт не на полную мощность, то отклонение потока от плоско-радиального имело бы место лишь в ближайшей окрестности забоя скважины. Строгое гидродинамическое исследование доказывает, что уже на расстоянии от такой скважины, равном мощности пласта (и тем более на еще большем расстоянии), движение жидкости почти точно следует законам плоско-радиального движения. Если бы скважина была не эксплуатационная, а нагнетательная, т. е. в нее нагнетали бы воду или газ, то направления стрелок на рис. 44 и 45 пришлось бы переменить на прямо противоположные.

Итак, в произвольном установившемся плоско-параллельном (двухмерном) потоке скорость фильтрации и напор должны быть, вообще говоря, функциями двух координат, определяющих положение точки в плоскости потока.

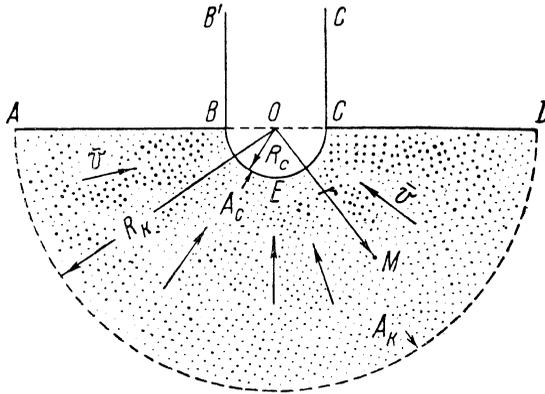


Рис. 46. Вертикальное сечение сферического радиального потока к скважине, вскрывшей кровлю пласта весьма большой мощности.

Однако в частном случае плоско-радиального потока картина упрощается: благодаря осевой симметрии величина скорости фильтрации и напор в какой угодно точке  $M$  потока зависят только от ее расстояния  $r$  до точки пересечения  $O$  всех траекторий, лежащих в одной плоскости с  $M$  (см. фиг. 44). Зависимость величины скорости фильтрации и напора только от одной координаты — от радиуса вектора точки — позволяет провести полное исследование плоско-радиального потока столь же элементарными методами, как и в случае одномерного потока.

Перейдем к третьему типу потоков. Если все частицы жидкости (или газа) движутся в пористой среде так, что их скорости фильтрации не параллельны одной и той же плоскости, то такое движение называется пространственным, или трехмерным, ибо для определения положения частицы жидкости в пространстве требуются три координаты. Если при пространственном движении все траектории прямолинейны и радиально сходятся в одной точке (или расходятся из одной точки), то такое движение называется трехмерным радиальным, или сферическим радиальным. Рис. 44 можно рассматривать как плоское сечение сферически-радиального движения, проведенное именно через ту точ-

ку  $O$  пространства, в которой все траектории сходятся.

И здесь, благодаря пространственной симметрии относительно центра  $O$ , величина скорости фильтрации и напор в какой-нибудь точке потока будут функциями только от расстояния  $r$  между этой точкой и центром  $O$ . Поскольку величина скорости фильтрации и напор оказываются функциями только от одной переменной (от радиуса-вектора  $r$ ), постольку полное исследование сферического радиального потока также можно выполнить элементарными методами.

Можно привести такой пример сферического радиального потока: допустим, что гидродинамически несовершенная скважина  $B'VECC'$  малого диаметра едва вскрыла непроницаемую горизонтальную кровлю  $ABCD$  однородного пласта весьма большой мощности (см. рис. 46). В таком случае приток жидкости или газа в ближайшей окрестности к забою скважины будет почти точно (тем точнее, чем меньше степень вскрытия пласта, чем больше его мощность и чем меньше радиус скважины) следовать законам трехмерного радиального движения.

## § 2. Напор и приведенное давление; поверхности равного напора и изобары

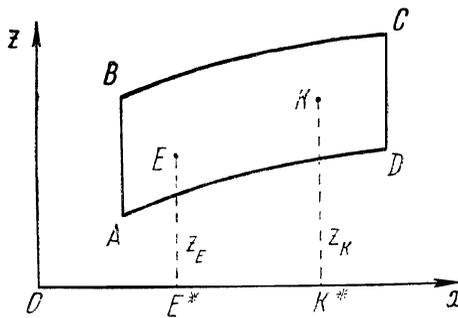


Рис. 47. Элемент пласта (вертикальный разрез).

Рассмотрим вертикальное сечение элемента пласта  $ABCD$  (см. рис. 47);  $AD$  и  $BC$  — сечения подошвы и кровли пласта.

Проведем опорную горизонтальную плоскость, пересекающую выбранное нами вертикальное сечение пласта по прямой, которую примем за ось  $x$ . Будем отсчитывать высотные отметки различных точек пла-

ста от выбранной горизонтальной плоскости, а в сечении  $ABCD$  — от оси  $x$ .

Обозначим высотные отметки точек  $E$  и  $K$  через  $z_E$  и  $z_K$ , давления в этих точках — через  $p_E$  и  $p_K$ , вес единицы объема жидкости в пластовых условиях — через  $\gamma$ . Тогда напоры  $h_E$  и  $h_K$  в точках  $E$  и  $K$  определяются как суммы пьезометрических высот и высотных отметок:

$$h_E = \frac{p_E}{\gamma} + z_E, \quad (1, \text{VIII})$$

$$h_K = \frac{p_K}{\gamma} + z_K, \quad (2, \text{VIII})$$

Если в этих формулах давления  $p$  измерять в атмосферах, то высотные отметки  $z$  и напоры  $h$  необходимо измерять в сантиметрах, а величину  $\gamma$  — в  $\text{кг}/\text{см}^3$ .

Определим приведенные давления  $p_E^*$  и  $p_K^*$  в точках  $E$  и  $K$  с помощью следующих формул:

$$p_E^* = p_E + \gamma z_E = \gamma h_E, \quad (3, \text{VIII})$$

$$p_K^* = p_K + \gamma z_K = \gamma h_K. \quad (4, \text{VIII})$$

Итак, для подсчета напора или приведенного давления в какой-либо точке пласта необходимо знать высотную отметку и давление в той же точке, а также вес единицы объема жидкости в пластовых условиях.

Приведенным давлением часто удобнее пользоваться, чем истинным. Действительно, в реальных условиях забой скважин в одном и том же пласте имеют разные гипсометрические отметки, ибо, во-первых, скважины имеют различные глубины проникновения в пласт и, во-вторых, одни скважины вскрывают пласт в более повышенной, а другие — в менее повышенной части структуры.

Благодаря этому глубинные манометры, помещенные на забоях скважин, зафиксировывают различные пластовые давления даже тогда, когда никакого движения жидкости в пласте нет. Однако напоры и приведенные давления будут в последнем случае одинаковы во всех скважинах. Наоборот, если жидкость в пласте движется, то напоры и приведенные давления уменьшаются в сторону ее движения.

Приведенные давления в точках  $E$  и  $K$  были бы равны истинным давлениям в точках  $E^*$  и  $K^*$ , лежащих в опорной плоскости на одних вертикалях с  $E$  и  $K$ , если бы поток однородной жидкости в пласте был плоско-параллельным, и именно горизонтальным, и если бы опорная плоскость была расположена внутри потока. Конечно, то же

заключение о равенстве истинных и приведенных давлений было бы справедливо и в частном случае однородной покоящейся жидкости.

На практике за опорную горизонтальную плоскость чаще всего принимают либо первоначальное зеркало водо-нефтяного контакта, либо помещают опорную плоскость на уровне моря.

В формулах (1, VIII) — (4, VIII) напор выражается в сантиметрах столба жидкости с удельным весом, соответствующим пластовым условиям. Когда величину  $\gamma$  в пластовых условиях можно считать постоянной, это не вызывает особенного неудобства.

Однако часто приходится сталкиваться с такими случаями, когда в пласте находятся две жидкости с разными удельными весами, например вода и нефть или соленая и пресная вода. В этих случаях (а также при наличии в пласте газированной жидкости) для сопоставлений статических пластовых давлений в разных точках пласта удобнее пересчитать напоры и измерять их в метрах или сантиметрах столба одной определенной жидкости, например воды с удельным весом, равным единице.

При подсчетах величины «избыточного напора», определяющего высоту уровня жидкости в открытой скважине, в формулы (1, VIII) — (4, VIII) следует вместо абсолютных давлений подставить избыточные над атмосферным.

До сих пор в данном параграфе мы упоминали лишь о жидкостях, ибо при движении газа в пласте и при сравнении давлений в различных точках чисто газовой залежи влиянием веса самого газа пренебрегают. Считая величину  $\gamma$  для газа в формулах (3, VIII) и (4, VIII) пренебрежимо малой, можно сделать вывод, что в чисто газовой залежи нет надобности различать истинное давление и приведенное. Поэтому все, что ниже будет говориться о приведенном давлении, следует для чисто газовой залежи считать справедливым и по отношению к истинному давлению.

Геометрическое место тех точек в пласте, в которых напор имеет одну и ту же величину, образует поверхность равного напора; эта поверхность одновременно является и поверхностью равного *приведенного* давления. Как дальше будет показано, в любой точке пласта скорость фильтрации жидкости всегда направлена по нормали к поверхности равного напора, проходящей через ту же точку пласта.

Всегда, когда поверхность равного напора не вырождается в горизонтальную плоскость, давления в разных точках этой поверхности напора оказываются различными (но *приведенные давления*, повторяем, будут одинаковыми).

В плоско-параллельных горизонтальных фильтрационных потоках поверхности равного напора оказываются цилиндрическими поверхно-

стями с вертикальными образующими; в частном случае эти поверхности могут быть боковыми поверхностями круглых цилиндров или вертикальными плоскостями (см. дальше анализ плоско-радиальных и одномерных потоков).

Как уже упомянуто выше, в условиях плоско-параллельных горизонтальных потоков достаточно исследовать движение только в одной горизонтальной плоскости. Любая горизонтальная плоскость в этих условиях будет пересекать поверхности равного напора по кривым, вдоль каждой из которых не только напор и приведенное давление, но и просто давление остается одинаковым. Такие линии, во всех точках которых давления остаются одинаковыми, называются изобарами.

На карте необходимо вычерчивать только те изобары, которые удовлетворяют следующему правилу: разность давлений при переходе от каждой изобары к соседней должна быть всюду одинаковой. Так, например, на одной карте изобар приращение давления при переходе от любой изобары к соседней всюду равно  $1 \text{ ат}$ , на другой —  $5 \text{ ат}$  и т. п.<sup>1</sup> Смысл упомянутого правила построения карт изобар выясняется дальше.

Из определения трех типов простейших потоков, рассмотренных в § 1, следует, что для сферического радиального потока недостаточно изучить распределение давления в одной какой-то плоскости, но необходимо исследовать форму поверхностей равного напора.

Наоборот, для горизонтального одномерного и плоско-радиального потоков исследование изобар в горизонтальной плоскости вполне достаточно для определения давления в любой точке пласта.

### § 3. Общие методы исследования одномерного, плоско-радиального и трехмерного радиального потоков

Допустим, что ось  $l$  направлена вдоль движения одномерного (наклонного или горизонтального) потока (см. рис. 48);  $O$  — начало координат;  $M_0$  — начальное положение некоторой частицы, движущейся вдоль оси  $l$ ;  $M$  и  $M'$  — две точки, соответственно с координатами  $l$  и  $(l + dl)$ , где  $dl$  — величина положительная,  $\bar{v}$  — вектор скорости фильтрации в точке  $M$  и в любой другой точке, лежащей в сечении  $AB$ , перпендикулярном к направлению движения потока.

Согласно линейному закону фильтрации (8, VI), абсолютное значение (модуль) скорости фильтрации потока в точке  $M$  определяется

<sup>1</sup>Иными словами, величины давлений, соответствующие изображенные на карте изобарам, возрастают и убывают в арифметической прогрессии.

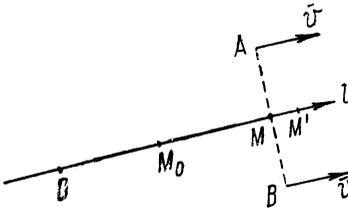


Рис. 48. Последовательные положения частицы жидкости при ее движении в положительном направлении оси одномерного потока.

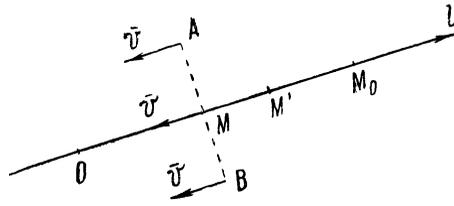


Рис. 49. Последовательные положения частицы жидкости при ее движении в сторону, противоположную направлению оси одномерного потока.

так:

$$v = \frac{Q}{F} = -\frac{k\gamma}{\mu} \frac{dh}{dl} = -\frac{k}{\mu} \frac{dp^*}{dl}, \quad (5, \text{VIII})$$

где  $F$  — площадь поперечного сечения  $AB$  одномерного потока;

$Q$  — объемный расход жидкости через это сечение (в этой формуле *объемный* расход следует подсчитывать, учитывая истинные давления в разных точках сечения  $AB$ );

$h$  — напор и

$p^*$  — приведенное давление в точке  $M^1$ .

Напор и приведенное давление всегда уменьшаются в сторону движения потока (в данном случае в положительном направлении оси  $l$ ) и потому при переходе от точки  $M$  к  $M'$ , т. е. при положительном  $dl$ , изменение приведенного давления  $dp^*$ , а, следовательно, и величины  $\frac{dh}{dl}$  и  $\frac{dp^*}{dl}$  оказываются отрицательными. Чтобы получить абсолютное значение (существенно положительную величину) скорости, пришлось в правой части формулы (5, VIII) поставить знак минус.

Алгебраическую величину  $\frac{dp^*}{dl}$ , характеризующую изменение давления на единице длины пути вдоль направления быстрейшего изменения давления, будем называть градиентом давления<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Чтобы не вводить коэффициенты усадки, будем считать, что всюду, если нет специальной оговорки, объемы жидкости подсчитываются применительно к пластовым условиям.

<sup>2</sup> Строго говоря, градиент давления есть величина векторная. Абсолютное значение только что определенной нами алгебраической величины равно модулю вектора градиента давления.

Допустим, что точки  $M$  и  $M'$  проходились движущейся частицей жидкости в моменты  $t$  и  $(t + dt)$ ; средняя действительная скорость движения  $w$  и скорость фильтрации  $v$  определяются следующей формулой:

$$v = mw = m \frac{dl}{dt}. \quad (6, \text{VIII})$$

Если бы частица жидкости двигалась в сторону, противоположную выбранному положительному направлению оси  $l$  (см. рис. 49), то в положительном направлении оси  $l$  приведенное давление и напор возрастали бы, т. е. при изменении координаты  $l$  на  $dl$  изменение приведенного давления  $dp^*$  было бы величиной положительной. Поэтому

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{k}{\mu} \frac{dp^*}{dl}. \quad (7, \text{VIII})$$

Применительно к условиям, изображенным на рис. 49, получим:

$$v = mw = -m \frac{dl}{dt}. \quad (8, \text{VIII})$$

В условиях плоско-радиального и трехмерного радиального движения можно было бы сохранить те же формулы (5, VIII) — (8, VIII), если условиться под  $l$  подразумевать радиус-вектор движущейся точки и учесть, что площадь поперечного сечения  $F$  любого радиального потока не остается постоянной.

Действительно, допустим, что в точке  $O$  сходятся все прямолинейные траектории  $A_0AO$ ,  $M_0MO$ ,  $B_0BO$  плоского радиального потока (рис. 50). Направим полярную ось  $r$  вдоль одной из траекторий в направлении, противоположном скорости движения частиц жидкости. Все остальные обозначения сохраним те же, что и на рис. 48 и 49. Пользуясь теми же рассуждениями, что и при выводе формул (7, VIII) и (8, VIII), получим:

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{k}{\mu} \frac{dp^*}{dr}, \quad (9, \text{VIII})$$

$$v = mw = -m \frac{dr}{dt}, \quad (10, \text{VIII})$$

где

$$OM = r, \quad OM' = r + dr.$$

Если частицы жидкости движутся к центру  $O$  симметрично со всех сторон, то под  $F$  следует подразумевать боковую поверхность цилиндра

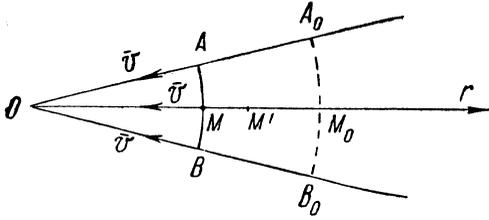


Рис. 50. Элемент радиального потока

радиуса  $r$  и высоты  $b$ , равной мощности (высоте) потока (см., например, рис. 44 и 45):

$$F = 2\pi r b. \quad (11, \text{VIII})$$

Если в основной плоскости течения поток ограничен радиусами  $AO$  и  $OB$ , то под  $F$  следует подразумевать лишь часть боковой поверхности цилиндра.

Предположим, что на рис. 50 точка  $O$  является центром, к которому сходятся прямолинейные траектории трехмерного радиального потока. В таком случае формулы (9, VIII) и (10, VIII) останутся без изменения, но под  $F$  надо подразумевать площадь соответствующей части поверхности сферы. Так, например, если считать, что рис. 50 является элементом потока, изображенного на рис. 46, то для всего изображенного на рис. 46 потока  $F$  будет равно поверхности полусферы:

$$F = 2\pi r^2. \quad (12, \text{VIII})$$

---

---

ГЛАВА IX

**Одномерное и радиальное движение  
несжимаемой жидкости в условиях  
водонапорного режима**

**§ 1. Одномерное движение по линейному закону  
фильтрации**

Исследуем горизонтальный установившийся одномерный поток однородной несжимаемой жидкости в условиях водонапорного режима.

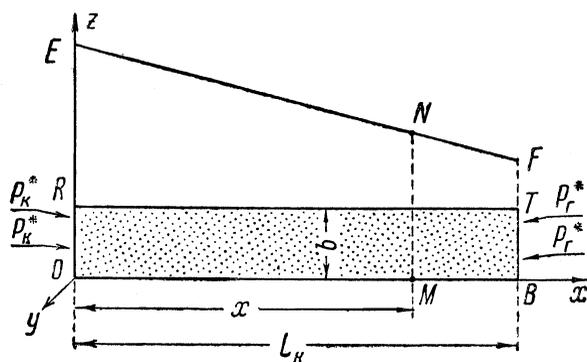


Рис. 51. Вертикальное сечение элемента пласта и пьезометрическая линия в условиях одномерного потока.

Будем считать, что движение жидкости в пористой среде подчиняется линейному закону фильтрации. Допустим, что заданы постоянные величины приведенных давлений (а следовательно, и напоров)  $p_k^*$  и  $p_r^*$  в двух вертикальных сечениях  $OR$  и  $BT$ , перпендикулярных направлению движения потока (см. рис. 51); пусть  $p_k^* > p_r^*$ . На фиг. 51 изображено вертикальное сечение потока  $ORTB$ , проведенное параллельно скорости потока; плоскость этого сечения совмещена с плоскостью

координат  $xz$ , а плоскость  $xy$  совмещена с нижней непроницаемой границей (подошвой) пласта.

Линии  $OR$  и  $BT$  мы интерпретируем как сечения, соответствующие контуру области питания пласта и галлерее; индексы «к» и «г» около обозначений давлений соответствуют первым буквам слов «контур» и «галлерей».

Конечно, линии  $OR$  и  $TB$  можно было бы интерпретировать и по-другому — как сечения, соответствующие началу и концу образца горной породы (части керна) при определении его проницаемости в лабораторных условиях.

Расстояние между сечениями  $OR$  и  $BT$  обозначено через  $L_k$ , мощность пласта —  $b$ .

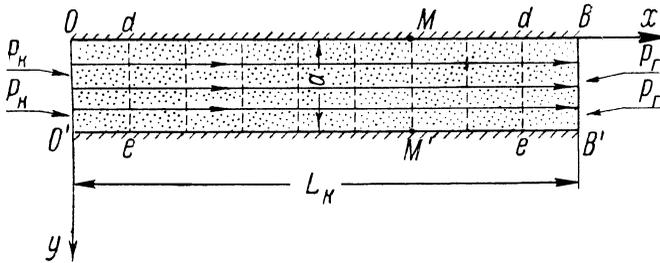


Рис. 52. Горизонтальное сечение элемента пласта в условиях одномерного потока.

Как было выяснено в предыдущей главе, для полного исследования потока достаточно изучить движение жидкости вдоль оси  $x$  и ограничиться построением изобар в одной горизонтальной плоскости, например в плоскости  $xy$ . Если за опорную плоскость принять плоскость  $xy$ , то, судя по формуле (3, VIII), можно утверждать, что истинное давление в какой-либо точке опорной плоскости численно равно приведенному давлению в той же точке. Обозначим через  $p_k$  и  $p_r$  постоянные заданные величины давлений на контуре области питания и в галлее на уровне опорной плоскости; иными словами,  $p_k$  и  $p_r$  есть истинные давления в точках  $O$  и  $B$  сечения пласта на рис. 51, т. е. давления вдоль горизонтальных линий  $OO'$  и  $BB'$  на рис. 52. На рис. 52 поток изображен в плане (в сечении плоскостью  $xy$ ); буквой  $a$  обозначена ширина потока. Исследование изучаемого потока сводится к определению давления, градиента давления и скорости в любой точке фильтрационного потока, к определению дебита и закона движения.

Чтобы выразить все перечисленные неизвестные величины через заданные величины  $p_{\kappa}$  и  $p_{\Gamma}$  (или  $p_{\kappa}^*$  и  $p_{\Gamma}^*$ ),  $L_{\kappa}$ ,  $\mu$ ,  $k$ ,  $m$ , рассмотрим плоский фильтрационный поток в плоскости  $xy$ .

Обозначим через  $M$  некоторую точку в потоке, имеющую текущую координату  $x$ .

Из формулы (5, VIII), применительно к случаю потока в опорной плоскости  $xy$ , получим:

$$dp = -\frac{Q\mu}{Fk} dx, \quad (1, IX)$$

где

$$F = a \cdot b. \quad (2, IX)$$

Для определения давления в точке  $M$  проинтегрируем уравнение (1, IX), учитывая, что в условиях рассматриваемого потока  $Q = \text{const}$ ,

$$\int_{p_{\kappa}}^p dp = -\frac{Q\mu}{Fk} \int_0^x dx,$$

отсюда

$$p = p_{\kappa} - \frac{Q\mu}{Fk} x. \quad (3, IX)$$

Для определения дебита фильтрационного потока проинтегрируем уравнение (1, IX) в других пределах:

$$\int_{p_{\kappa}}^{p_{\Gamma}} dp = -\frac{Q\mu}{Fk} \int_0^{L_{\kappa}} dx, \quad (4, IX)$$

откуда

$$Q = F \frac{k}{\mu} \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}}. \quad (5, IX)$$

Конечно, последнюю формулу можно было бы вывести и из формулы (3, IX), заметив, что  $p = p_{\Gamma}$  при  $x = L_{\kappa}$ .

Подставив найденное значение  $Q$  из формулы (5, IX) в (1, IX), (3, IX) и (5, VIII), найдем, соответственно, градиент давления, давление и скорость фильтрации в любой точке плоского потока:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}}, \quad (6, IX)$$

$$p = p_{\kappa} - \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}} x, \quad (7, IX)$$

$$v = \frac{k}{\mu} \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}}. \quad (8, IX)$$

Формулы (5, IX) — (8, IX) вполне определяют все искомые величины не только применительно к одной плоскости  $xu$  фильтрационного потока, но и для всего исследуемого пространственного одномерного потока. Действительно,  $p_{\kappa} - p_{\Gamma} = p_{\kappa}^* - p_{\Gamma}^*$ , а потому, заменив  $p$ ,  $p_{\kappa}$ ,  $p_{\Gamma}$  через  $p$ ,  $p_{\kappa}^*$ ,  $p_{\Gamma}^*$ , можем считать, что упомянутые формулы вполне определяют градиенты давления, давление и скорость фильтрации в любой точке всего потока<sup>1</sup>.

Оказывается, что дебит есть линейная функция перепада давления (или перепада приведенного давления или перепада напора).

Градиент давления и скорость фильтрации постоянны — не зависят от координаты  $x$ .

Истинное и приведенное давления (напор) суть линейные функции координаты  $x$ . Откладывая параллельно оси ординат на рис. 51 отрезки, пропорциональные истинному давлению в точках оси  $x$ , получим пьезометрическую линию  $ENF$ , которая, согласно только что сказанному, оказывается прямой.

Судя по формуле (7, IX), истинное давление в горизонтальной плоскости будет одинаковым во всех тех точках, для которых постоянна абсцисса  $x$ , т. е. уравнение

$$x = \text{const} = C \quad (9, IX)$$

представляет собой уравнение семейства изобар — семейства горизонтальных прямых линий, параллельных оси  $y$ .

Поверхностями равного напора (равного приведенного давления) будут служить вертикальные плоскости, параллельные плоскости  $yz$ . В данном случае изобары и траектории (прямые, параллельные оси  $x$ ) образуют два семейства взаимно перпендикулярных прямых линий. В условиях других плоско-параллельных потоков изобары и траектории могут не быть прямолинейными, но всегда должны пересекать друг друга под прямым углом (т. е. должны быть взаимно ортогональными). Это общее свойство гидродинамического поля будет доказано далее.

Следуя упомянутому в § 2, главы VIII, правилу, изобары данного потока необходимо чертить на одинаковом расстоянии друг от друга.

<sup>1</sup>Заметим, что  $p_{\kappa}$  может быть названо статическим (при остановке), а  $p_{\Gamma}$  — динамическим (при работе) давлениями в галлерее на уровне опорной плоскости.

Для вычерчивания траекторий также необходимо придерживаться общего правила: между любыми двумя начерченными соседними траекториями расход жидкости должен быть одинаковым.

В частном случае исследуемого одномерного потока семейство траекторий в плоскости  $xy$  мы должны изобразить с помощью равноотстоящих друг от друга (эквидистантных) прямых линий, параллельных оси  $x$ .

На рис. 52 линии  $de$  и им параллельные изображают семейство изобар, линии  $OB, O'B'$  и им параллельные — семейство траекторий.

Совокупность изображенных на чертеже изобар и траекторий частиц жидкости называют гидродинамическим полем данного потока.

Тот факт, что на рис. 52 изобары и траектории представлены равноотстоящими параллельными прямыми линиями, подтверждает постоянство скорости фильтрации и градиента давления в любой точке потока.

Перейдем к исследованию аналитической зависимости пройденного (частицами жидкости) пути от времени, т. е. к установлению закона движения частицы жидкости вдоль траекторий<sup>2</sup>.

Подставив значение скорости из формулы (8, IX) в (6, VIII), получим (заменяя  $l$  на  $x$ ):

$$dt = \frac{m \mu L_{\kappa}}{k(p_{\kappa} - p_{\Gamma})} dx. \quad (10, IX)$$

Интегрируя уравнение (10, IX) в соответствующих пределах, можно определить закон движения частицы жидкости вдоль траектории и промежуток времени, необходимый для прохождения любого заданного отрезка пути. Допустим, например, что необходимо проследить за движением частицы жидкости, которая в начальный момент находилась в сечении  $OO'$  (см. рис. 52); обозначив через  $t$  промежуток времени, соответствующий пройденному пути  $OM = x$ , из (10, IX) найдем:

$$t = \frac{m \mu L_{\kappa}}{k(p_{\kappa} - p_{\Gamma})} x. \quad (11, IX)$$

Как и следовало ожидать, зависимость между  $t$  и  $x$  получилась линейная, ибо в рассматриваемых условиях фильтрационный поток движется с постоянной скоростью.

Для последующего сравнения с формулами радиального движения направим ось  $x$  в сторону, противоположную движению, и выберем

<sup>2</sup>Напомним (см. часть вторая), что нас интересует лишь закон осредненного движения частицы жидкости и мы не рассматриваем микроизменений в скорости при движении в каждом отдельном поровом канале.

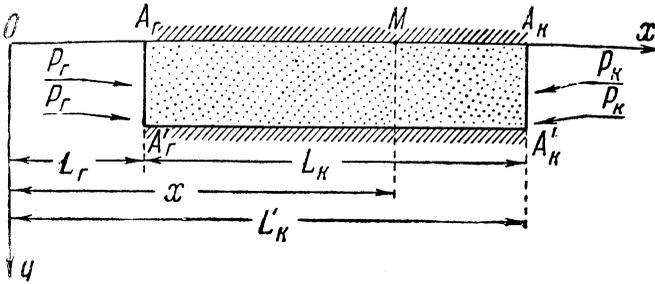


Рис. 53. Горизонтальное сечение элемента пласта в условиях одномерного потока; специальный выбор осей координат, наиболее удобный для сравнения с радиальным потоком.

начало координат так, как показано на рис. 53. Обозначив

$$\begin{aligned} OA_{\Gamma} &= L_{\Gamma}, & OM &= x, \\ OA_{\text{К}} &= L'_{\text{К}} \end{aligned}$$

и сохранив все остальные прежние обозначения, мы из формулы (7, VIII), применительно к потоку в плоскости  $xz$ , получим:

$$\int_{p_{\text{К}}}^p dp = \frac{Q\mu}{kF} \int_{L'_{\text{К}}}^x dx, \quad (12, \text{IX})$$

$$\int_{p_{\text{К}}}^p dp = \frac{Q\mu}{kF} \int_{L'_{\text{К}}}^{L_{\Gamma}} dx, \quad (13, \text{IX})$$

откуда находим:

$$Q = F \frac{k}{\mu} \frac{p_{\text{К}} - p_{\Gamma}}{L'_{\text{К}} - L_{\Gamma}}, \quad (14, \text{IX})$$

$$\frac{p_{\text{К}} - p}{p_{\text{К}} - p_{\Gamma}} = \frac{L'_{\text{К}} - x}{L'_{\text{К}} - L_{\Gamma}} \quad (15, \text{IX})^3$$

<sup>3</sup>Если начало координат выбрать в точке  $A_{\Gamma}$  (см. рис. 53а) и ось  $y$  пустить вдоль галереи, то окажется  $L_{\Gamma} = 0$ ,  $L'_{\text{К}} = L_{\text{К}}$  и вместо формул (14, IX) и (15, IX) получим

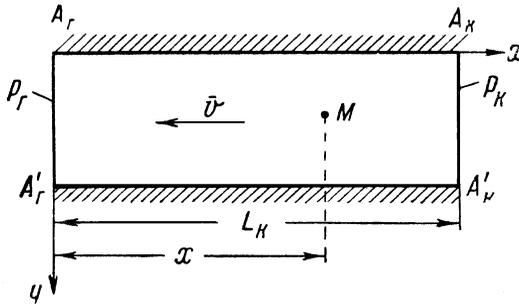


Рис. 53а. Горизонтальное сечение элемента пласта в условиях одномерного потока. Начало координат — на линии галереи.

Заметим, что если бы давления  $p_k$  и  $p_r$  в сечениях  $A_k A'_k$  и  $A_r A'_r$  были бы не постоянными, а заданными функциями времени, то формулы (5, IX) — (8, IX), (14, IX), (15, IX) остались бы справедливыми. Действительно, поскольку при данном исследовании жидкость и пористая среда считаются несжимаемыми, постольку изменение давления должно мгновенно распространяться на весь фильтрационный поток.

Поэтому, как бы ни менялось давление на «границах пласта» (в сечениях  $A_k$  и  $A_r$ ), в каждый данный момент времени распределение давления в пласте и скорость частиц жидкости будут таковы, как если бы поток был установившийся.

Состояние движения в любой момент не зависит от истории движения.

Считая, что  $p_k$  и  $p_r$  являются заданными функциями времени, из перечисленных выше формул дебит, скорость, градиент давления и давление также определяются как функции времени.

следующие формулы, которыми в дальнейшем воспользуемся:

$$Q = \frac{kF}{\mu} \frac{p_k - p_r}{L_k}, \quad (14', IX)$$

$$p = p_r + \frac{p_k - p_r}{L_k} x. \quad (15', IX)$$

## § 2. Плоское радиальное движение по линейному закону

Исследуем горизонтальный плоский радиальный поток несжимаемой жидкости в условиях водонапорного режима. Будем считать, что жидкость притекает к гидродинамически совершенной скважине по линейному закону фильтрации, пласт однороден и его мощность постоянна и равна  $b$  (см. рис. 45).

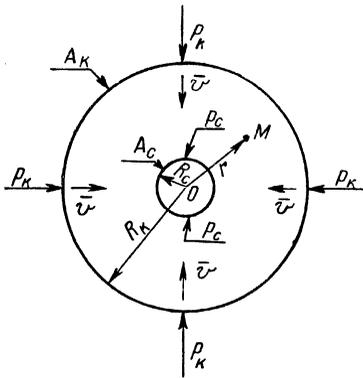


Рис. 54. Горизонтальное сечение гидродинамически совершенной скважины и плоско-радиального потока жидкости к ней.

но мы будем считать, что на границе области питания все время поддерживается постоянное начальное давление  $p_k^*$ . Приведенное давление на забое скважины обозначим через  $p_c^*$  и будем называть его приведенным динамическим забойным давлением. Итак, приток жидкости к скважине обеспечивается за счет перепада давления в пласте ( $p_k^* - p_c^*$ ).

Заметим, что величину  $p_k^*$  можно и не называть именно *начальным* статическим приведенным давлением, а называть просто статическим приведенным пластовым давлением. Действительно, по условиям задачи жидкость считается несжимаемой, величина  $p_k^*$  постоянна, а потому после остановки скважины в ней самой и во всем пласте вновь восстанавливается давление  $p_k^*$ .

Пусть круговые сечения  $A_k$  и  $A_c$  на рис. 54 проведены на уровне нижней горизонтальной границы (подошвы) пласта. Давления вдоль

На рис. 54 приведено изображение в плане исследуемого потока:  $A_c$  — горизонтальное сечение скважины (индекс с всегда будет соответствовать первой букве слова «скважина»);  $A_k$  — сечение контура области питания;  $A_c$  и  $A_k$  — concentric окружности, радиусы которых равны  $R_c$  и  $R_k$ . Допустим, что первоначально во всем пласте и на забое скважины приведенное давление одинаково и равно  $p_k^*$ . Величину  $p_k^*$  можем назвать начальным статическим приведенным пластовым давлением. Пусть в какой-то момент времени из скважины начали отбирать жидкость, благодаря чему должно понизиться давление на забое скважины. Конечно, давление в пласте понизится и всюду вокруг скважины,

окружностей  $A_c$  и  $A_k$  пусть также будут известными и равными соответственно  $p_c$  и  $p_k$ . Ясно, что

$$p_k^* - p_c^* = p_k - p_c = \Delta p, \quad (16, IX)$$

где через  $\Delta p$  обозначено понижение (перепад) давления в скважине.

Из ранее сделанных замечаний вытекает, что вполне достаточно изучить исследуемый поток лишь в одной плоскости, например в плоскости, изображенной на рис. 54.

Задача исследования потока состоит в том, чтобы определить дебит скважины, давление, градиент давления и скорость фильтрации в любой точке пласта, а также установить закон движения частиц жидкости вдоль их траекторий. Все перечисленные неизвестные должны быть выражены через заданные величины  $p_k$ ,  $p_c$  (или  $p_k^*$ ,  $p_c^*$ ),  $b$ ,  $R_k$ ,  $R_c$ ,  $\mu$ ,  $k$ ,  $m$ .

Согласно линейному закону фильтрации в форме (9, VIII) и равенству (11, VIII), получим:

$$dp = \frac{Q\mu}{2\pi r b k} dr, \quad (17, IX)$$

где  $p$  — давление в некоторой точке  $M$  пласта, радиус-вектор которой равен  $r$ ,  $Q$  — постоянный дебит скважины (расход жидкости через каждую цилиндрическую поверхность, concentричную скважине, равен ее дебиту  $Q$ ).

Для определения давления в точке  $M$  проинтегрируем уравнение (17, IX):

$$\int_p^{p_k} dp = \frac{Q\mu}{2\pi b k} \int_r^{R_k} \frac{dr}{r}, \quad (18, IX)$$

откуда

$$p = p_k - \frac{Q\mu}{2\pi b k} \ln \frac{R_k}{r}, \quad (19, IX)$$

где  $\ln$  — натуральный логарифм.

Для определения дебита скважины проинтегрируем уравнение в других пределах:

$$\int_{p_c}^{p_k} dp = \frac{Q\mu}{2\pi b k} \int_{R_c}^{R_k} \frac{dr}{r}, \quad (20, IX)$$

откуда<sup>1</sup>

$$Q = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_c}{R_k}}. \quad (21, IX)$$

Подставив найденное значение  $Q$  из уравнения (21, IX) в (19, IX) и (9, VIII), найдем соответственно градиент давления, давление и скорость фильтрации в любой точке плоского сечения исследуемого потока:

$$\frac{dp}{dr} = \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \frac{1}{r}, \quad (22, IX)$$

$$p = p_k - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{R_k}{r}, \quad (23, IX)$$

$$p = p_c + \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}, \quad (23', IX)$$

$$v = \frac{k(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}} \frac{1}{r}, \quad (24, IX)$$

Заметим, что в формуле (23, IX) отношение натуральных логарифмов можно было бы заменить отношением десятичных логарифмов.

Аналогично тому, что было сказано в предыдущем параграфе, и здесь формулы (22, IX) — (24, IX) определяют искомые величины не только в одной плоскости потока, но и во всем потоке; согласно равенству (16, IX) во всех только что выведенных формулах разность давлений можно заменить разностью приведенных давлений.

Прежде чем перейти к анализу выведенных формул, выполним некоторые преобразования; положим, что

$$p_k = \gamma H_k, \quad p_c = \gamma H_c, \quad (25, IX)$$

$$p_k - p_c = p_k^* - p_c^* = \gamma(H_k - H_c) = \gamma s. \quad (26, IX)$$

<sup>1</sup>Формулу (21, IX) можно было бы вывести из формулы (19, IX), заметив, что  $p = p_c$  при  $r = R_c$ .

Так как в формулы типа (21, IX), (24, IX) входят разности давлений, то под величинами  $p_k$  и  $p_c$  мы можем подразумевать и абсолютные и избыточные (над атмосферным) давления. Соответственно с этим под величинами  $H_k$  и  $H_c$  следует понимать пьезометрические высоты, соответствующие либо абсолютным, либо избыточным статическому и динамическому давлениям на забое скважины;  $s$  — понижение пьезометрического уровня жидкости в скважине ( $s = H_k - H_c$ ).

Если скважина насосная и жидкость в ней однородная с весом единицы объема  $\gamma$ , то под  $H_k$  и  $H_c$  можно подразумевать фактические высоты динамического и статического уровней над забоем скважины, а под  $s$  — фактическое понижение динамического уровня под статическим.

Однако нефтяные скважины часто бывают обводнены, причем удельный вес минерализованной воды всегда больше удельного веса нефти и различен для различных пластов. Кроме этого, столбы нефти в скважинах бывают газированы. Удельные же веса газированной и обводненной нефти в скважинах трудно определить. Поэтому часто предпочитают в формулах (25, IX) и (26, IX) считать величину  $\gamma$  соответствующей химически чистой воде в нормальных условиях, т. е.

$$\gamma = 0,001 \text{ кг/см}^3. \quad (27, \text{IX})$$

В таком случае величины  $H_k$  и  $H_c$  представляют собой высоты статического и динамического столбов жидкости в скважине, пересчитанные на воду.

Для точного определения пьезометрических высот статического и динамического уровней наиболее желательно определить глубинным манометром статическое и динамическое давления на забое скважины; тогда, подставляя величину  $\gamma$  из уравнения (27, IX) в (25, IX) — (26, IX), легко подсчитать  $H_k$ ,  $H_c$ , а значит, и  $s$  в сантиметрах водяного столба.

Последний метод одинаково применим для фонтанных, компрессорных и насосных скважин.

Учитывая равенство (26, IX), формулу (21, IX) можно переписать так:

$$Q = \frac{2\pi b k \gamma (H_k - H_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}} = \frac{2\pi b k \gamma s}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}}$$

Используя формулу (28, IX), надо не забывать оговаривать, чему равен вес единицы объема жидкости  $\gamma$  (как только что было упомянуто, он может отличаться от веса единицы объема жидкости в пластовых условиях), что и определяет физический смысл величин  $H_k$ ,  $H_c$ ,  $s$ .

Перейдем к анализу выведенных формул. Судя по формулам (21, IX) и (28, IX) дебит скважины оказывается прямо пропорциональным перепаду давления в ней или понижению пьезометрического уровня.

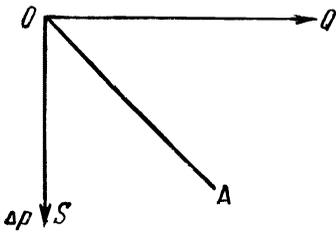


Рис. 55. Индикаторная диаграмма, соответствующая притоку несжимаемой жидкости к скважине по линейному закону фильтрации в пласте в условиях водонапорного режима.

График зависимости дебита скважины от перепада давления (или от понижения пьезометрического уровня) называется индикаторной диаграммой. Из сказанного ясно, что в рассматриваемом случае индикаторной линией будет прямая линия. Такая индикаторная диаграмма изображена на рис. 55, на оси абсцисс откладывается дебит скважины, а на оси ординат — перепад давления, или понижение пьезометрического уровня; ось ординат удобнее направлять вниз, ибо тогда понижению вдоль оси ординат наглядно соответствует понижение уровня (снижение забойного давления) в скважине.

Пользуясь обычными в расчетах подземной гидравлики размерностями, т. е. измеряя  $k$  в  $d$ ,  $\mu$  в сантипуазах,  $b$  в  $см$ , перепад давления  $\Delta p$  в  $ат$ , мы из формулы (21, IX) получим дебит скважины в  $см^3/сек$  (поскольку в эту формулу входит отношение радиусов  $R_k$  и  $R_c$ , постольку радиусы могут иметь любую, но только одинаковую размерность).

Желая получить дебит в  $м^3/сутки$ , измеряя мощность пласта в  $м$  и сохраняя для остальных величин прежние размерности, перепишем формулу (21, IX) так:

$$Q = 23,6 \frac{kb\Delta p}{\mu \lg \frac{R_k}{R_c}} \quad (29, IX)$$

причем для удобства расчетов в последней формуле совершен переход к десятичным логарифмам.

*Пример 1.* Допустим, например, что  $k = 1 d$ ,

$$\mu = 1 \text{ сп}, \Delta p = 1 \text{ ат}, b = 10 \text{ м}, R_0 = 10 \text{ км}, R_c = 10 \text{ см}$$

(диаметр скважины приблизительно равен 8 дюймам). Тогда из формулы (21, IX) найдем:

$$Q = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1000 \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot \ln 10^5} = 546 \text{ см}^3/сек$$

Подстановка тех же величин в формулу (29, IX) дает:

$$Q = 23,6 \frac{1 \cdot 10 \cdot 1}{1 \cdot \lg 10^5} = 47,2 \text{ м}^3/\text{сутки}$$

Другие подсчеты при тех же исходных данных будут приведены дальше.

Если при исследовании скважины замерены ее дебит и перепад давления, известны мощность пласта, вязкость нефти в пластовых условиях, радиус скважины и величина  $R_k$  может быть, примерно, оценена то по любой из формул (21, IX), (28, IX), (29, IX) можно определить коэффициент проницаемости пласта  $k$ . Такой метод определения  $k$  по формуле (21, IX) носит название метода определения проницаемости по промысловым данным<sup>2</sup>.

Заметим, что те же формулы употребляются для определения проницаемости керна в лабораторных условиях в тех случаях, когда вдоль оси керна просверлено отверстие (подобие скважины) и осуществлены условия радиальной фильтрации жидкости через керна.

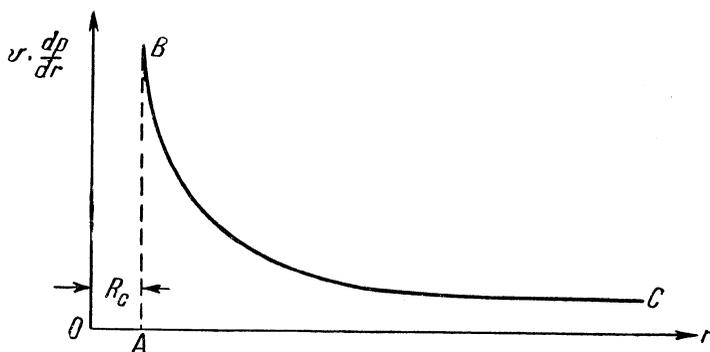


Рис. 56. График зависимости градиента давления и скорости фильтрации от расстояния до центра скважины.

Как показывают формулы (22, IX) и (24, IX), градиент давления и скорость фильтрации в любой точке пласта обратно пропорциональ-

<sup>2</sup>Метод определения проницаемости по кернам весьма ценен, но он не может заменить метода определения проницаемости по промысловым данным; в последнем случае на основании формулы (21, IX) (с соответствующими поправками на гидродинамическое несовершенство скважины — см. последующие главы), определяется средняя эффективная проницаемость пласта вокруг скважины, что очень важно.

ны расстоянию от этой точки до оси скважины. На рис. 56 на оси ординат откладываются величины скорости фильтрации либо градиента давления, а на оси абсцисс — расстояния  $r$  от рассматриваемой точки пласта до оси скважины; пунктирная линия  $AB$ , проходящая на расстоянии  $R_c$  от оси ординат, соответствует положению стенки скважины. Начерченная на рис. 56 равнобочная гипербола  $BC$ , асимптотами которой служат оси координат, представляет собой построенный по формулам (22, IX) и (24, IX) график зависимости градиента давления и скорости фильтрации от радиуса-вектора. Из графика ясно видно, что при приближении к скважине градиенты давления и скорость фильтрации резко возрастают, причем своего наибольшего значения их величины достигают у стенки скважины.

Сформулированный сейчас вывод совершенно очевиден. Действительно, траектории частиц жидкости радиально сходятся к оси скважины; одно и то же количество жидкости должно проходить через боковые цилиндрические поверхности, размеры которых убывают пропорционально радиусу. Ясно, что в этих условиях скорости фильтрации должны изменяться именно обратно пропорционально радиусу цилиндрической поверхности, т. е. расстоянию до оси скважины:

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{2\pi r b}. \quad (30, IX)$$

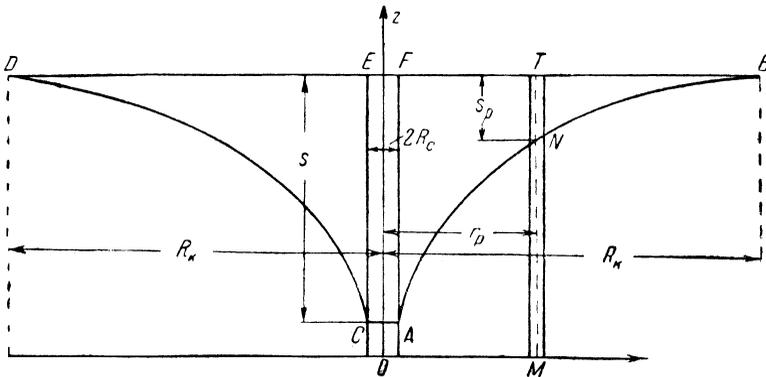


Рис. 57. Логарифмические пьезометрические линии  $AB$  и  $CD$ .

Из формулы (23, IX) следует, что давление в какой-либо точке пласта есть логарифмическая функция расстояния от этой точки до оси

скважины. Построенные на рис. 57 по формуле (23, IX) логарифмические кривые линии  $AB$  и  $CD$  изображают пьезометрические линии; параллельно оси  $z$  откладываются отрезки, пропорциональные истинному (удобнее избыточному, чем абсолютному) пластовому давлению<sup>3</sup>. Вращая линии  $AB$  или  $CD$  вокруг оси скважины  $Oz$ , получим так называемую «пьезометрическую воронку депрессии». Точки  $A$  и  $C$  лежат на стенке скважины, так что  $AC = 2R_c$ . Линия  $DEFB$  определяет положение статического пьезометрического уровня в пласте, а линия  $CA$  — положение пьезометрического динамического уровня жидкости в скважине. Величина отрезка  $CE$  определяет понижение  $s$  пьезометрического уровня жидкости в скважине [см. формулу (26, IX)]. В условиях рассматриваемого потока пьезометрические (депрессионные) линии  $AB$  и  $CD$  отнюдь не касаются линии  $DEFB$ , а пересекают ее в точках  $D$  и  $B$  под некоторым углом. Если бы в каких-либо точках пьезометрических линий касательные были горизонтальны, т. е. градиент давления был бы равен нулю, то отсюда следовало бы, что в этих точках и скорость фильтрации была равна нулю. Однако в рассматриваемых условиях такой случай невозможен, ибо при постоянном дебите скважины, при отсутствии инфильтрации в пласт через его кровлю и подошву и в предположении несжимаемости жидкости и самого пласта жидкости в любой точке пласта должна двигаться в направлении к скважине; не может существовать никакой ограниченной зоны влияния (или зоны дренирования) скважины, вне которой жидкость якобы остается в покое, а внутри движется к скважине. В упомянутых условиях предположение о существовании ограниченного «радиуса влияния» скважины является логически противоречивым и физически бессмысленным. Влияние скважины должно распространяться на весь пласт — до его естественных границ, т. е. в данном случае до границы области питания. Расстояние  $DB$  между точками пересечения пьезометрических линий  $AB$  и  $CD$  с линией  $DEFB$  равно удвоенному радиусу контура области питания  $R_k$ . Пьезометрические линии (сечения пьезометрической воронки) имеют большой уклон около стенки скважины и сильно выполаживаются по мере удаления от нее. На рис. 56 это не столь заметно, ибо  $R_c$  для наглядности взято непропорционально большим. Наличие уклона пьезометрических линий в точках  $D$  и  $B$  свидетельствует о притоке жидкости из области питания в пласт.

Радиусы  $R_c$  и  $R_k$  входят во все выведенные выше формулы под знаком логарифма, а потому в рассматриваемых условиях их величины

<sup>3</sup>Если ось абсцисс поместить на уровне опорной плоскости, то параллельно оси ординат можно откладывать отрезки, пропорциональные приведенному пластовому давлению, т. е. отрезки, пропорциональные или равные напорам в соответствующих точках пласта.

мало влияют на подсчеты дебита скважины, давлений в различных точках пласта и т. д.; об этом более подробно сказано в главе XIV.

Для определения семейства изобар заметим, что, судя по формуле (23, IX), давление одинаково в тех точках плоскости движения, в которых

$$r = \text{const} = c. \quad (31, IX)$$

Следовательно, уравнение (31, IX) представляет собой уравнение семейства изобар; изобарами служат окружности, concentричные сечению скважины  $A_c$  (рис. 58).

Ясно, что и здесь изобары ортогональны к траекториям, совпадающим с радиусами окружностей.

Указанное в § 2 главы VIII правило построения поля (карты) изобар будет в данном случае выполнено,

Рис. 58. Карта изобар; радиусы изобар изменяются в геометрической прогрессии.

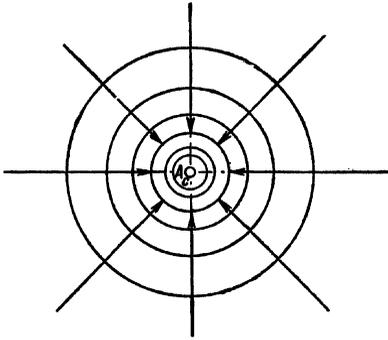
если величины радиусов следующих друг за другом изобар будут изменяться в геометрической прогрессии. Действительно, при изменении входящей под знаком логарифма в формулу (23, IX) величины  $r$  в геометрической прогрессии величина давления  $p$  будет изменяться в арифметической прогрессии, что и требуется (см. дальше табл. 5).

Для вычерченных на рис. 58 изобар отношение радиусов любых двух соседних окружностей равно 1,5.

Удовлетворяя упомянутому правилу, изобары располагаются тем теснее, чем ближе они к скважине. Зная, что разность давлений между двумя любыми соседними изобарами всюду одинакова, мы, глядя на рис. 58, сразу замечаем, что давление быстрее всего изменяется в ближайшей окрестности к скважине. Итак, рис. 58 является правильно построенным гидродинамическим полем плоско-радиального потока.

Понятно, что поверхностями равных приведенных давлений или поверхностями равных напоров будут служить боковые поверхности цилиндров, соосных скважине; окружности на рис. 58 можно рассматривать как горизонтальные сечения поверхностей равных напоров.

В зависимости от того, на каком уровне проведены горизонтальные сечения цилиндрических поверхностей равных напоров, одни и те же изобары будут характеризовать распределение либо истинных, либо приведенных пластовых давлений.



Допустим, что на расстоянии  $r$  от работающей (возмущающей) скважины находится бездействующая (реагирующая) скважина  $MNT$  (рис. 57); последнюю скважину можно рассматривать как естественный пьезометр, облегчающий наблюдения за распределением пластового давления. С помощью формулы (23, IX) легко определить соотношение между понижениями пьезометрического уровня  $s$  и  $s_p$  в возмущающей и реагирующей скважинах. Действительно, из упомянутой формулы и из формулы (26, IX) следует:

$$\frac{p_k - p}{p_k - p_c} = \frac{s_p}{s} = \frac{\lg \frac{R_k}{r}}{\lg \frac{R_k}{R_c}} \quad (32, IX)$$

Подчеркнем, что  $s_p = TN$  — понижение пьезометрического уровня в реагирующей скважине, вызванное отбором жидкости из единственной возмущающей скважины при тех условиях ее работы, какие были сформулированы в начале данного параграфа.

Для более ясного представления о распределении пластовых давлений рассмотрим числовые примеры.

*Пример 2.* Пусть  $R_k = 10 \text{ км} = 10^6 \text{ см}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ . Тогда на основании формулы (32, IX) можно составить следующую табл. 5, в которой приведены значения относительного понижения пьезометрических уровней на разных расстояниях от возмущающей скважины (рис. 57).

Таблица 5

**Относительные понижения пьезометрических уровней в пласте на разных расстояниях от возмущающей скважины; таблица рассчитана по формуле (32, IX)**

$r, \text{ м}$	0,1	1	5	10	50	100	500	1000	2000	5000	10000
$\frac{s_p}{s}$	1	0,80	0,66	0,60	0,46	0,40	0,26	0,20	0,14	0,06	0

Из табл. 5 видно, что при рассматриваемых условиях на расстоянии 1 м от оси скважины теряется 20% перепада давления (т. е. потеря такая же, как на пути в 9 км от  $r = 10 \text{ км}$  до  $r = 1 \text{ км}$ ); на расстоянии 10 м теряется 40% и т. д. Таким образом, действительно, наибольшие потери давления (а следовательно, и наибольшие градиенты давления) имеют место вблизи скважины. Из той же таблицы видно, что при изменении радиуса  $r$  в 10 раз величина отношения  $\frac{s_p}{s}$  меняется в арифметической прогрессии с разностью 0,20.

Заметим, что если бы в том же примере мы взяли  $R_{\kappa} = 100 \text{ км} = 10^7 \text{ см}$ , то распределение давлений вблизи скважины мало изменилось бы по сравнению с предыдущим. Так, например, при  $r = 1 \text{ м}$  и  $r = 100 \text{ м}$  величина  $\frac{S_p}{S}$  была бы соответственно равна 0,83 и 0,50 (вместо 0,80 и 0,40 в предыдущем случае).

Если в возмущающей скважине пьезометрический уровень понижается на 100 м, то, судя по табл. 5, в реагирующей скважине на расстоянии, например, 2 км от возмущающей пьезометрический уровень должен снизиться на 14 м. В реальных условиях пьезометрический уровень в реагирующих (особенно в удаленных) скважинах понижается чаще всего не столь резко, как это следует из табл. 5. Причин отклонения приведенных выше теоретических расчетов от результатов практических наблюдений можно указать много: фактическое гидродинамическое несовершенство большинства действующих скважин, неоднородность пласта, сжимаемость и жидкости и самого пласта, возможное нарушение линейного закона фильтрации вблизи забоя скважины и т. д. Влияние всех перечисленных выше факторов в дальнейшем будет учтено.

*Пример 3.* Определим расстояние  $r'$  от возмущающей скважины до той точки пласта, в которой давление равно среднеарифметическому из статического и динамического давлений на забое возмущающей скважины  $\left(\frac{p_{\kappa} + p_c}{2}\right)$ .

Из формулы (32, IX) следует, что

$$\frac{\lg R_{\kappa}/r'}{\lg R_{\kappa}/\lg R_c} = \frac{p_{\kappa} - \frac{p_{\kappa} + p_c}{2}}{p_{\kappa} - p_c} = \frac{1}{2},$$

откуда

$$r' = \sqrt{R_c R_{\kappa}}. \quad (33, IX)$$

Если, например,  $R_c = 10 \text{ см}$ ,  $R_{\kappa} = 10 \text{ км}$ , то из последней формулы находим:  $r' = 31,6 \text{ м}$ .

Итак, «среднее» давление соответствует тем точкам пласта, которые несравненно ближе к забою скважины, чем к области питания, т. е. в рассматриваемых условиях в большей части пласта давление значительно ближе к контурному (статическому), чем к динамическому давлению на забое скважины.

*Пример 4.* Определим средневзвешенное по площади давление  $\tilde{p}$  в пласте внутри контура области питания, т. е. между окружностями  $A_c$  и  $A_{\kappa}$  (см. рис. 54).

По определению

$$\tilde{p} = \frac{\int pdF}{F} = \frac{2\pi \int_{R_c}^{R_k} prdr}{\pi(R_k^2 - R_c^2)}, \quad (34, IX)$$

где элемент площади  $df = 2\pi r dr$ ; площадь  $F = \pi(R_k^2 - R_c^2)$ .

Подставляя в формулу (34, IX) значение давления из формулы (23, IX), выполняя интеграцию и учитывая, что радиус скважины  $R_c$  величина малая, т. е. пренебрегая всеми членами, содержащими  $R_c^2$ , получим:<sup>4</sup>

$$\tilde{p} = p_k - \frac{p_k - p_c}{2 \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (35, IX)$$

Во всех практически интересных случаях вычитаемое значительно меньше уменьшаемого, а потому

$$\tilde{p} \cong p_k. \quad (36, IX)$$

Например, если  $p_k = 100 \text{ ат}$ ,  $p_c = 90 \text{ ат}$ ,  $R_k = 10 \text{ км}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ , то

$$\tilde{p} = 100 = \frac{10}{2 \cdot 2,30 \cdot 5} = 100 - 0,435 \cong 99,6 \text{ ат}.$$

Заканчивая анализ формул (23, IX) и (32, IX), преобразуем их к такому виду:

$$\frac{p_k - p}{p_k - p_c} = \frac{\ln R_k - \ln r}{\ln R_k - \ln R_c}. \quad (37, IX)$$

Сравнивая последнюю формулу с формулой (15, IX), замечаем, что величины из правой части формулы (15, IX) вошли в формулу (37, IX) под знаком логарифма. Причина замены величины  $x$  величиной  $\ln r$  при переходе от одномерного движения к плоско-радиальному выяснится в пятой части при анализе решения дифференциального уравнения движения жидкости в пористой среде.

<sup>4</sup>Более точная формула для  $\tilde{p}$ :

$$\tilde{p} = p_k - \frac{1}{2} \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} + \frac{R_c^2}{R_k^2 - R_c^2} (p_k - p_c).$$

Перейдем к выводу закона движения частиц жидкости вдоль траектории и к подсчетам времени перемещения частицы из любой точки пласта до стенки скважины.

Подставив значение скорости фильтрации из формулы (10, VIII) в формулу (24, IX) и (30, IX) и разделяя переменные, соответственно получим:

$$dt = -\frac{m\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{k(p_{\kappa} - p_c)} r dr, \quad (38, IX)$$

$$dt = \frac{2\pi bm}{Q} r dr. \quad (39, IX)$$

Допустим, что частица жидкости, движущаяся по траектории  $M_0O$  (см. рис. 50), в начальный момент (при  $t = 0$ ) находилась в положении  $M_0$ , причем  $OM_0 = r_0$ ; в некоторый момент  $t$  частица жидкости находится на расстоянии  $r = OM$  от центра скважины. Для определения закона движения проинтегрируем уравнения (38, IX) и (39, IX):

$$\int_0^t dt = -\frac{m\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{k(p_{\kappa} - p_c)} \int_{r_0}^r r dr, \quad (40, IX)$$

$$\int_0^t dt = \frac{2\pi bm}{Q} \int_{r_0}^r r dr. \quad (41, IX)$$

После интегрирования получим:

$$t = \frac{m\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{2k(p_{\kappa} - p_c)} (r_0^2 - r^2), \quad (42, IX)$$

$$t = \frac{\pi bm}{Q} (r_0^2 - r^2). \quad (43, IX)$$

Любая из двух последних формул, представляющая закон движения, позволяет определить координату  $r$  движущейся частицы жидкости в любой момент времени  $t$ .

Чтобы подсчитать время  $T$  движения частицы жидкости именно до стенки скважины, необходимо в двух последних формулах положить  $r = R_c$ . Пренебрегая величиной  $R_c^2$  вследствие ее малости, получим:

$$T = \frac{m\mu \ln \frac{R_k}{R_c}}{2k(p_k - p_c)} r_0^2, \quad (44, IX)$$

$$T = \frac{\pi b m}{Q} r_0^2. \quad (45, IX)$$

Напомним (см. главу VI), что, подставляя в эти формулы  $k$  в  $d$ ,  $\mu$  — в сантипуазах,  $b$  в  $см$ , перепад давления — в  $ат$ ,  $Q$  — в  $см^3/сек$ ,  $r_0$  в  $см$ ,  $R_k$  и  $R_c$  — в любых одинаковых единицах длины, получим время  $T$  в секундах.

Конечно, обе последние формулы равносильны: подставляя в последнее равенство значения дебита из формулы (21, IX), получим формулу (44, IX).

Как видно из формул, время  $T$  движения частицы жидкости до стенки скважины прямо пропорционально квадрату расстояния этой частицы до оси скважины. Это еще раз подтверждает, что частицы жидкости движутся к скважине по своим траекториям (по радиусам) ускоренно.

Формула (45, IX) допускает проверку на основании простых физических соображений. Действительно, величина

$$\tau = \pi r_0^2 b m \quad (46, IX)$$

определяет количество жидкости, заключенной в порах цилиндрического объема пласта радиуса  $r_0$  и мощности  $b$  при пористости пласта  $m$ . Разделив объем  $\tau$  на постоянный дебит скважины  $Q$ , найдем время  $T$ , за которое через скважину будет извлечен весь объем жидкости  $\tau$  и к забою подойдут частицы жидкости, находившиеся первоначально на расстоянии  $r_0$  от оси скважины.

Если бы скважина находилась в центре контура нефтеносности радиуса  $r_0$ , если бы вода и нефть имели одинаковую вязкость, водо-нефтяной контакт перемещался бы сплошным фронтом (оставаясь вертикальным) и проницаемость пласта не менялась бы при вытеснении нефти водой, то формулы (44, IX) и (45, IX) определяли бы время стягивания контура нефтеносности к стенке скважины — через промежуток времени  $T$  скважина обводнилась бы. Конечно, реальные условия гораздо сложнее (в дальнейшем они будут учтены), но все же упомянутые формулы могут дать верное представление о порядке промежутка

времени стягивания контура нефтеносности при различных начальных его расстояниях от скважины.

*Пример 5.* Пусть  $k = 1$ ,  $\mu = 1$  сантипуазу,  $p_k - p_c = 1$  ат,  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см,  $b = 10$  м,  $m = 0,15$  (при подсчетах времени в соответствующие формулы необходимо подставлять не абсолютную геометрическую, а несколько меньшую эффективную динамическую пористость)<sup>5</sup>. Требуется определить время  $T$ , за которое частиц жидкости подойдет к стенке скважины с расстояния  $r_0 = 100$  м.

В таком случае по формуле (44, IX), выдерживая соответствующие размерности, о которых было выше упомянуто, получим:

$$T = 999 \text{ суток.}$$

При принятых данных можем подсчитать дебит скважины по формуле (21, IX) или (29, IX) (см. пример 1):

$$Q = 47,2 \text{ м}^3/\text{сутки.}$$

Подсчитав по формуле (46, IX) объем жидкости  $\tau$  в порах пласта внутри интересующей нас области, а именно

$$\tau = 47100 \text{ м}^3,$$

легко определим промежуток времени  $T$  из формулы (45, IX):

$$T = \frac{\tau}{Q} = 999 \text{ суток.}$$

Если принять  $r_0 = 1$  км, то промежуток времени  $T$  увеличится в 100 раз и станет равным 99900 суток. Даже такой примитивный подсчет показывает, что было бы совершенно нерационально эксплуатировать круговую (в плане) залежь нефти одной скважиной, расположенной в центре залежи при радиусе контура нефтеносности, равном 1 км.

В самом деле, увеличив перепад давления в скважине даже в 10 раз, мы добились бы (считая, что линейный закон фильтрации и все прочие оговоренные условия сохраняются) увеличения ее дебита в 10 раз и сокращения в 10 раз срока  $T$ . При этих условиях  $T = 9900$  суток  $\cong 27$  лет.

<sup>5</sup>Пропуская жидкость через образец пористой среды, легко определить скорость фильтрации жидкости  $v$  и среднюю действительную скорость  $w$  (см. § 4 главы IV). Пористость  $m$ , определенная как отношение ( $v : w$ ), оказывается меньше абсолютной пористости; ее и называют эффективной динамической пористостью.

Заметим в заключение, что все выведенные в данном параграфе формулы и следствия из них остаются справедливыми для плоско-радиального движения жидкости из нагнетательной (поглощающей) скважины в пласт<sup>6</sup>. В последнем случае следует только говорить не о понижении, а о повышении давления в пласте и на забое возмущающей скважины. Если динамический уровень и кривые депрессии на рис. 57 «зеркально отобразить» по отношению к линии  $DEFB$ , соответствующей положению статического пьезометрического уровня, то получится чертеж, соответствующий случаю работы нагнетательной скважины.

### § 3. Сферическое радиальное движение по линейному закону

Как уже было отмечено в § 1 главы VIII, строго сферического радиального потока встретить в реальных условиях в значительной области пласта нельзя. Однако разобрать схему сферического радиального потока интересно для того, чтобы понять, в какую сторону и в какой степени могут нарушаться закономерности, установленные в предыдущем параграфе, когда приток жидкости к скважине перестает быть плоским.

Исследуем ту схему сферического радиального потока, которая соответствует рис. 46:  $A_c$  — вертикальное сечение полусферического забоя гидродинамически несовершенной скважины  $B'VECC'$ , едва вскрывшей непроницаемую кровлю продуктивного пласта весьма большой (теоретически бесконечной) мощности. Будем считать, что несжимаемая жидкость притекает к скважине по линейному закону фильтрации, режим пласта водонапорный, пласт однородный.

Допустим, что первоначальное статическое приведенное давление (напор) во всем пласте и на забое скважины равно  $p_k^*$ . Затем приведенное давление на забое скважины понизили до величины  $p_c^*$ , а постоянное приведенное давление  $p_k^*$  сохраняется на достаточно большом расстоянии от скважины — на полусферической границе  $A_k$  радиуса  $R_k$ . Радиус забоя скважины —  $R_c$ .

Конечно, в разных точках границы  $A_k$ , так же как и в разных точках забоя  $A_c$  истинные давления различны, хотя приведенные давления  $p_k^*$  и  $p_c^*$  (а следовательно, и напоры) вдоль каждой из соответствующих границ во всех точках одинаковы и постоянны.

<sup>6</sup>Для нагнетательной скважины  $p_c > p_k$ , а потому, например, в формулу дебита (21, IX) вместо  $p_k - p_c$  пришлось бы подставить  $p_c - p_k$ .

Под влиянием перепада приведенного давления ( $p_{\kappa}^* - p_c^*$ ) жидкость будет притекать в скважину. Определим дебит скважины, скорость фильтрации и приведенное давление в любой точке пласта, а также закон движения частицы жидкости вдоль траектории.

Из формул (9, VIII) и (12, VIII), разделяя переменные, получим:

$$dp^* = \frac{Q\mu}{2\pi r^2 k} dr, \quad (47, IX)$$

где  $p^*$  — приведенное давление в некоторой точке  $M$  пласта,  $r$  — радиус-вектор этой точки,  $Q$  — постоянный дебит скважины (расход жидкости через каждую полусферическую поверхность, концентричную забою  $A_c$  равен дебиту скважины).

Проинтегрируем уравнение (47, IX):

$$\int_{p^*}^{p_{\kappa}^*} dp^* = \frac{Q\mu}{2\pi k} \int_r^{R_{\kappa}} \frac{dr}{r^2}, \quad (48, IX)$$

откуда

$$p^* = p_{\kappa}^* - \frac{Q\mu}{2\pi k} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_{\kappa}} \right). \quad (49, IX)$$

Эта формула определяет приведенное давление в любой точке пласта.

Для определения дебита скважины проинтегрируем уравнение (47, IX) в других пределах:

$$\int_{p_c^*}^{p_{\kappa}^*} dp^* = \frac{Q\mu}{2\pi k} \int_{R_c}^{R_{\kappa}} \frac{dr}{r^2}, \quad (50, IX)$$

откуда

$$Q = \frac{2\pi k(p_{\kappa} - p_c)}{\mu \left( \frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_{\kappa}} \right)}. \quad (51, IX)$$

Подставив найденное значение  $Q$  из формулы (51, IX) в (47, IX), (49, IX) и (9, VIII), получим:

$$\frac{dp^*}{dr} = \frac{p_{\kappa}^* - p_c^*}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_{\kappa}}} \frac{1}{r^2}, \quad (52, IX)$$

$$p^* = p_{\kappa}^* - \frac{p_{\kappa}^* - p_c^*}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_{\kappa}}} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_{\kappa}} \right), \quad (53, IX)$$

$$v = \frac{k}{\mu} \frac{p_{\kappa}^* - p_c^*}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_{\kappa}}} \frac{1}{r^2}, \quad (54, IX)$$

Если учесть, что  $R_{\kappa} \gg R_c$  и потому величиной  $1/R_{\kappa}$  пренебречь по сравнению с  $1/R_c$ , то приведенные выше формулы можно значительно упростить. В частности, формулы (51, IX) и (53, IX) примут вид:

$$Q = \frac{2\pi R_c k (p_{\kappa}^* - p_c^*)}{\mu}, \quad (55, IX)$$

$$p^* = p_{\kappa}^* - (p_{\kappa}^* - p_c^*) \frac{R_c}{r}. \quad (56, IX)$$

В последней формуле мы пренебрегли величиной  $\frac{1}{R_{\kappa}}$  по сравнению с  $\frac{1}{r}$ , а потому эта формула позволяет определять давление достаточно точно лишь при  $r \ll R_{\kappa}$ , т. е., например, вблизи скважины.

Перейдем к анализу выведенных формул.

Как видно из формул (55, IX) и (51, IX), зависимость дебита от перепада приведенного давления, а следовательно, и форма индикаторной линии будут те же, что и в случае плоско-радиального потока (см. предыдущий параграф и рис. 55).

Как показывают формулы (52, IX) и (54, IX), градиент давления и скорость фильтрации в любой точке пласта обратно пропорциональны квадрату радиуса-вектора этой точки. Следовательно, если построить график, аналогичный графику рис. 56, то в рассматриваемом сейчас случае соответствующая линия имела бы при малых значениях  $r$  около стенки скважины еще большую крутизну.

Упомянутая зависимость  $v$  от  $r$  может быть, как и в предыдущем параграфе, легко объяснена, если в формулу (9, VIII) подставить значение  $F$  из (12, VIII):

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{2\pi r^2}. \quad (57, IX)$$

Из формулы (56, IX) следует, что понижение приведенного давления  $\Delta p^*$  в любой точке пласта обратно пропорционально радиусу-вектору этой точки (в том диапазоне, в котором справедлива приближенная формула). Пьезометрической линией будет служить равнобочная

гипербола, а пьезометрической воронкой депрессии — гиперboloид вращения. Уравнение семейства поверхностей равного напора будет то же, что и в формуле (31, IX), но оно будет обозначать, что поверхностями равного напора служат концентричные полусферы. Понятно, что в разных точках любой поверхности равного напора (а также в разных точках граничных поверхностей  $A_c$  и  $A_k$  — см. рис. 46) истинные давления будут различны. Конечно, зная распределение приведенных давлений, легко найти истинное давление в любой точке пласта, учтя ее высотную отметку и удельный вес жидкости в пласте, см. формулу (3, VIII).

Соотношение между понижениями пьезометрических уровней  $s_p$  и  $s$  в реагирующей и возмущающей скважинах (чертеж вполне аналогичен рис. 57) можно определить из формулы (56, IX):

$$\frac{p_k^* - p^*}{p_k^* - p_c^*} = \frac{s_p}{s} = \frac{R_c}{r} \quad (58, IX)$$

*Пример.* Пусть  $R_c = 10$  см. На основании формулы (58, IX) составлена табл. 6, дающая ясное представление о распределении приведенных пластовых давлений в условиях сферического радиального потока.

Таблица 6

**Относительные понижения пьезометрических уровней  
в пласте на разных расстояниях от возмущающей скважины**

$r, м$	0,1	1	5	10	50	100
$\frac{s_p}{s}$	1	0,1	0,02	0,01	0,002	0,001

[таблица рассчитана по формуле (58, IX)]

В табл. 6 мы не привели результатов подсчетов для столь больших значений  $r$ , как в табл. 5, ибо, во-первых, расчет проводился по приближенной формуле (58, IX) и, во-вторых, в реальных условиях нельзя ожидать сохранения сферического радиального потока на больших расстояниях от скважины. Сравнение табл. 5 и 6 показывает, что в условиях сферического радиального потока потери давления вблизи стенки скважины гораздо больше и, следовательно, пьезометрическая линия более крутая, чем в условиях плоско-радиального потока: с изменением радиуса-вектора в геометрической прогрессии величина отношения  $\frac{s_k}{s}$  меняется также в геометрической (а не в арифметической, как в случае предыдущего параграфа) прогрессии.

Сравнивая формулу (53, IX) с формулами (15, IX) и (37, IX), замечаем, что они вполне аналогичны, но только вместо величин  $x$  и  $\ln r$  в формулу (53, IX) входит величина  $\frac{1}{r}$ ; объяснение замеченной аналогии будет дано в пятой части<sup>1</sup>.

Для установления закона движения частицы жидкости вдоль траектории подставим значение скорости фильтрации из формулы (10, VII) в формулу (57, IX) [можно было бы сделать подстановку и в формулу (54, IX)]:

$$dt = -\frac{2\pi m}{Q} r^2 dr. \tag{59, IX}$$

Проинтегрируем уравнение (59, IX), считая, что моментам  $t$  и  $t = 0$  соответствуют точки  $M$  и  $M_0$ , определяющиеся радиусами-векторами  $r = OM$  и  $r_0 = OM_0$  (см. рис. 50):

$$\int_0^t dt = -\frac{2\pi m}{Q} \int_{r_0}^r r^2 dr. \tag{60, IX}$$

Проинтегрировав, получим следующий закон движения:

$$t = \frac{2\pi m}{3Q} (r_0^3 - r^3). \tag{61, IX}$$

Чтобы получить промежуток времени  $T$  движения частицы жидкости именно до скважины, необходимо в последней формуле положить  $r = R_c$ ; Пренебрегая величиной  $R_c^3$  вследствие ее малости, найдем:

$$T = \frac{2\pi m}{3Q} r_0^3. \tag{62, IX}$$

Формулу (62, IX) легко истолковать, заметив, что

$$\tau = \frac{2}{3} \pi r_0^3 m, \tag{63, IX}$$

где  $\tau$  — объем жидкости в порах пласта внутри полусферы радиуса  $r_0$ . Конечно, все формулы и выводы данного параграфа останутся справедливыми, если повернуть направление сферического радиального потока на противоположное и считать, что скважина  $B'VECC'$  на рис. 46 не эксплуатационная, а нагнетательная.

---

<sup>1</sup>В V-ой части этого нет.

## § 4. Одномерное движение при нелинейном законе фильтрации

Рассмотрим ту же одномерную задачу, что и в § 1 данной главы, но только движение жидкости в пористой среде будем считать подчиняющимся нелинейному закону фильтрации:

$$v = \frac{Q}{F} = c \left( -\frac{dp}{dx} \right)^{\frac{1}{n_0}}, \quad (64, IX)$$

где  $c$  и  $n_0$  — постоянные величины, причем  $1 < n_0 \leq 2$ , а  $F$  определяется формулой (2, IX), см. рис. 51 и 52; отрицательный знак перед градиентом взят по той же причине, что и в формуле (5, VIII). Напомним, что при  $n_0 = 2$  имеем крайний случай нелинейного режима фильтрации — движение жидкости по закону Краснопольского — см. главу VII, в которой выяснена природа величины  $c$  при любом значении  $n_0$ <sup>1</sup>.

Разделим переменные и проинтегрируем уравнение (64, IX):

$$\int_{p_{\kappa}}^p dp = - \left( \frac{Q}{cF} \right)^{n_0} \int_0^x dx, \quad (65, IX)$$

откуда

$$p = p_{\kappa} - \left( \frac{Q}{cF} \right)^{n_0} x. \quad (66, IX)$$

Интегрируя уравнение (64, IX) в других пределах, получим:

$$\int_{p_{\kappa}}^{p_{\Gamma}} dp = - \left( \frac{Q}{cF} \right)^{n_0} \int_0^L dx, \quad (67, IX)$$

откуда

$$Q = cF \left( \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L} \right)^{\frac{1}{n_0}} \quad (68, IX)$$

<sup>1</sup>Здесь удобнее ввести величину  $n_0$ , обратную величине  $n$ , фигурировавшей как показатель степени в нелинейных законах фильтрации, см., например, формулы (28, VII) и (44, VII). Итак, при сопоставлении формул главы VII и данного параграфа следует помнить, что  $n_0 = 1/n$ .

Подставим найденное выражение дебита из формулы (68, IX) в формулу (66, IX):

$$p = p_{\kappa} - \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L} x. \quad (69, IX)$$

Формула (69, IX) в точности совпадает с формулой (7, IX), т. е. и в случае нелинейного режима фильтрации зависимость давления от координаты линейная; пьезометрическая линия должна быть прямой. Это обозначает, что скорость фильтрации и градиент давления постоянны во всем фильтрационном потоке. Как видно из формулы (68, IX), зависимость дебита от градиента давления имеет тот же характер, что и зависимость скорости фильтрации от градиента давления, см. формулу (64, IX). Частицы жидкости будут равномерно двигаться вдоль траекторий.

## § 5. Радиальное движение при нелинейном законе фильтрации

Нелинейный закон фильтрации в условиях радиально-сходящегося фильтрационного потока (см. рис. 50) имеет вид:

$$v = \frac{Q}{F} = c \left( \frac{dp}{dr} \right)^{\frac{1}{n_0}}, \quad (70, IX)$$

где  $c$  и  $n_0$  — постоянные величины, причем  $1 < n_0 \leq 2$ , а  $F$  определяется либо формулой (11, VIII), либо формулой (12, VIII). Природа величины  $c$  выяснена во второй части.

Метод изучения радиального потока при нелинейном режиме фильтрации такой же, как и в § 2 и 3 данной главы. Поэтому, представляя читателю самому рассмотреть случай сферического радиального потока в условиях нелинейного режима фильтрации, мы здесь исследуем только плоско-радиальный поток.

Итак, сохраним все условия задачи § 2 данной главы (см. рис. 45 и 54), но только будем считать, что во всем пласте режим фильтрации определяется формулой (70, IX).

Из формул (70, IX) и (11, VIII), разделяя переменные, получим:

$$dp = \left( \frac{Q}{2\pi bc} \right)^{n_0} \frac{dr}{r^{n_0}}. \quad (71, IX)$$

Для определения давления в точке  $M$  проинтегрируем уравнение (71, IX):

$$\int_p^{p_k} = \left( \frac{Q}{2\pi bc} \right)^{n_0} \int_r^{R_k} \frac{dr}{r^{n_0}}, \quad (72, IX)$$

откуда

$$p = p_k - \left( \frac{Q}{2\pi bc} \right)^{n_0} \frac{1}{n_0 - 1} \left( \frac{1}{r^{n_0-1}} - \frac{1}{R_k^{n_0-1}} \right). \quad (73, IX)$$

Для определения дебита скважины проинтегрируем уравнение (71, IX) в других пределах:

$$\int_{p_c}^{p_k} dp = \left( \frac{Q}{2\pi bc} \right)^{n_0} \int_{R_c}^{R_k} \frac{dr}{r^{n_0}}, \quad (74, IX)$$

откуда

$$Q = 2\pi bc \left[ \frac{(n_0 - 1)(p_k - p_c)}{\left( \frac{1}{R_c} \right)^{n_0-1} - \left( \frac{1}{R_k} \right)^{n_0-1}} \right]^{\frac{1}{n_0}}. \quad (75, IX)$$

Если рассмотрим частный случай закона фильтрации Краснопольского и пренебрежем величиной  $\frac{1}{R_k^{n_0-1}}$  по сравнению с  $\frac{1}{R_c^{n_0-1}}$  и с  $\frac{1}{r^{n_0-1}}$  (последнее справедливо при не слишком больших расстояниях от скважины), то из формулы (73, IX) и (75, IX) при  $n_0 = 2$  получим<sup>1</sup>:

$$p = p_k - \left( \frac{Q}{2\pi bc} \right)^2 \frac{1}{r}, \quad (76, IX).$$

$$Q = 2\pi bc \sqrt{R_c(p_k - p_c)}. \quad (77, IX)$$

Предпоследнюю формулу на основании последней можем преобразовать так:

$$\frac{p_k - p}{p_k - p_c} = \frac{s_p}{s} = \frac{R_c}{r}, \quad (78, IX)$$

---

<sup>1</sup>Величиной  $\left( \frac{1}{R_k} \right)^{n_0-1}$  нельзя пренебрегать по сравнению с величиной  $\left( \frac{1}{R_c} \right)^{n_0-1}$ , если  $n_0$  мало отличается от 1.

где  $s_p$  и  $s$  — понижения пьезометрического уровня в реагирующей и возмущающей скважинах, см. рис. 57.

Из формулы (78, IX) очевидно, что пьезометрическая линия будет иметь форму гиперболы (а пьезометрическая воронка депрессии — форму гиперболоида вращения), т. е. у стенки скважины будет иметь большую крутизну, чем логарифмическая кривая на рис. 57.

Интересно отметить, что зависимость давления от радиуса-вектора, имеет в рассматриваемом случае плоско-радиального потока при законе фильтрации Краснопольского тот же характер, что и при сферическом радиальном потоке, происходящем по линейному закону фильтрации [ср. формулы (78, IX) и (58, IX)].

Следует только учесть, что в формуле (78, IX)  $r$  представляет собой расстояние от точки пласта до оси гидродинамически совершенной скважины, а в формуле (58, IX)  $r$  представляет собой расстояние от точки пласта до центра полусферического забоя скважины (см. рис. 46).

Сходство упомянутых формул позволяет считать табл. 6 справедливой при  $R_c = 10$  см и в исследуемом сейчас случае плоско-радиального потока.

Из табл. 6 видно, что если бы во всем пласте был справедлив закон фильтрации Краснопольского (этого, как будет показано в следующем параграфе, ожидать в реальных условиях нельзя), то уже на протяжении первого метра от оси скважины терялось бы 90% от общего перепада давления; с увеличением радиуса-вектора в геометрической прогрессии и относительный перепад давления (величина  $\frac{s_p}{s}$ ) уменьшался бы в геометрической прогрессии.

Как выше уже было упомянуто, закон фильтрации Краснопольского характеризует крайний возможный режим фильтрации. Если в формуле (70, IX) величина  $n_0$  ближе к 1, чем к 2, то распределение пластовых давлений будет более похоже на то, которое установлено в § 2 данной главы, см. табл. 5.

Продифференцировав формулу (76, IX) по  $r$ , найдем, что градиент давления в какой-либо точке пласта обратно пропорционален квадрату радиуса-вектора этой точки.

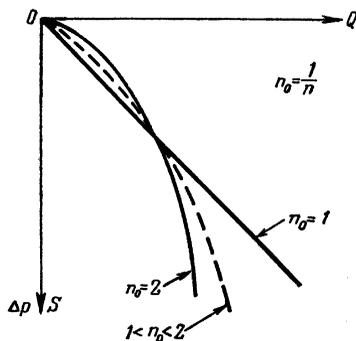


Рис. 59. Индикаторные кривые, соответствующие различным законам фильтрации.

Разделив дебит скважины на величину  $2\pi r b$ , из формулы (77, IX) определим скорость фильтрации в любой точке пласта с радиусом-вектором  $r$ . Скорость фильтрации будет обратно пропорциональна радиусу-вектору, а потому закон движения будет иметь тот же характер, что и в плоско-радиальном движении по линейному закону фильтрации, изученном в § 2 данной главы. Вывод закона движения, ради краткости, мы здесь пропускаем.

Перейдем к анализу формул дебита. Как видно из формулы (75, IX), индикаторная линия при  $1 < n_0 < 2$  выпуклая (смотря со стороны оси дебита) параболическая кривая с дробным показателем степени; в случае закона Краснопольского, как показывает формула (77, IX), индикаторная линия является обыкновенной параболой второго порядка (см. рис. 59).

Параболические кривые имеют вершину в точке  $O$ , касаются оси дебита и имеют своей осью ось понижений  $\Delta p$ .

На рис. 59 приведена для сравнения индикаторная линия (прямая), соответствующая линейному закону фильтрации.

При линейном законе фильтрации на каждую следующую атмосферу увеличения перепада давления приходится один и тот же прирост дебита скважины; выпуклость же индикаторных линий при нелинейном законе фильтрации указывает на то, что на каждую следующую атмосферу перепада давления приходится все меньший и меньший прирост дебита. Интересно отметить, что в приближенную формулу дебита (77, IX) совсем не входит величина радиуса  $R_k$  — контура области питания. О природе зависимости дебита скважины от ее радиуса дальше сказано особо.

## § 6. Особенности притока жидкости к скважине при одновременном существовании двух режимов

Постановка задачи данного параграфа станет ясной после сопоставления следующих трех положений, каждое из которых основано на результатах анализа решенных выше проблем.

I. При движении жидкости к скважине скорость фильтрации в какой-либо точке пласта тем больше, чем ближе рассматриваемая точка к скважине.

II. С увеличением перепада давления, т. е. с увеличением понижения уровня жидкости в скважине, дебит скважины, а следовательно, и скорости фильтрации в различных точках потока возрастают.

III. Закон фильтрации может нарушиться, когда параметр  $Re$  превзойдет критическое значение  $Re_{кр}$ . При движении однородной жидко-

сти в однородном пласте (когда кинематическая вязкость жидкости  $\nu$ , коэффициенты проницаемости и пористости пласта  $k$  и  $m$  постоянны) линейный закон фильтрации нарушится только тогда, когда скорость фильтрации достигнет некоторого критического значения  $v_{кр}$ . Зная  $Re_{кр}$ ,  $m$ ,  $k$ ,  $\nu$ , можно определить величину  $v_{кр}$  из соответствующей формулы (см. § 2 главы VII); например,

$$Re_{кр} = \frac{10}{m^{2,3}} \frac{v_{кр} \sqrt{k}}{\nu}. \quad (79, IX)$$

Сопоставляя последнее положение с первыми двумя, приходим к следующему выводу: при малых понижениях пьезометрического уровня жидкости в скважине, т. е. вообще при малых дебитах, скорости фильтрации во всем пласте, вплоть до стенки скважины, могут быть столь малы, что линейный закон фильтрации не нарушается и на начальном участке индикаторная линия оказывается прямой.

Увеличивая дебит, достигнем сначала в самой ближайшей окрестности скважины столь значительной величины скорости фильтрации, что закон окажется нарушенным. Конечно, нарушение закона распространится только на ту малую призабойную область, внутри которой скорости фильтрации превзошли критическое значение.

Область, внутри которой линейный закон фильтрации нарушен и на границе области скорости фильтрации равны критическому значению, назовем областью кризиса; на рис. 60 окружность  $A_{кр}$  радиуса  $r_{кр}$  представляет горизонтальное сечение границы области кризиса;  $A_c$  и  $A_k$  — горизонтальные сечения скважины и границы области питания. При дальнейшем увеличении дебита скорости фильтрации и область кризиса увеличиваются. С момента нарушения линейного закона фильтрации индикаторная линия искривляется и в пласте сосуществуют два режима фильтрации: вне области кризиса — режим фильтрации, следующий упомянутому закону, и внутри области кризиса — режим фильтрации, не следующий этому закону.

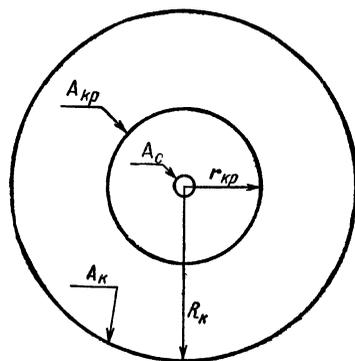


Рис. 60. Граница кризиса  $A_{кр}$  линейного закона фильтрации.

Строго говоря, в рассматриваемом случае нельзя говорить о сосуществовании в пласте *двух* определенных режимов фильтрации: нельзя

считать режим фильтрации внутри области кризиса следующим единому закону, резко отличному от линейного закона фильтрации и отображаемому, например, формулой типа (70, IX) с постоянным показателем степени  $n$ . Скорее можно предполагать *постепенно* усиливающееся отклонение от этого закона по мере перехода от границы внутрь области кризиса. Это подтверждается анализом графиков рис. 40, хотя специальных экспериментальных исследований по этому вопросу не проводилось. Отметим, что в результате исследования скважин получено большое количество индикаторных диаграмм, на которых линии оказываются прямыми на участках, соответствующих малым дебитам, и индикаторные линии *постепенно* искривляются при больших темпах отбора жидкости из скважин.

Этот факт с несомненностью свидетельствует о том, что при малых дебитах линейный закон фильтрации оказывается справедливым всюду вплоть до стенки скважины, а при больших дебитах этот закон нарушается<sup>1</sup>.

Из изложенного выше ясно, что этот закон не может нарушаться сразу по всему пласту, а будет нарушаться сначала лишь в призабойной зоне.

Следовательно, задача о радиальном притоке жидкости к скважине в условиях сосуществования различных режимов фильтрации в пласте приобретает особенно большое значение, ибо отвечает реально существующим условиям в пласте. Наоборот, можно утверждать, что постановка задачи в § 5 данной главы была далека от реальности — нельзя считать, что во всем пласте, вплоть до границы области питания, справедлив единый закон фильтрации, отличный от линейного закона фильтрации.

Истинные особенности радиального притока жидкости к скважине при одновременном существовании различных режимов фильтрации в пласте должны определяться «промежуточными закономерностями» по сравнению с теми, какие были установлены в § 2 и 5 данной главы.

С целью уточнения этого вопроса В. Н. Шелкачевым была решена следующая задача, также упрощающая действительные условия и рассматривающая максимально возможные нарушения линейного закона фильтрации в призабойной зоне: вне зоны кризиса справедлив линейный закон фильтрации, а внутри — закон Краснопольского,

Прежде чем проанализировать итоги решения упомянутой задачи, рассмотрим пример подсчета значения параметра  $Re$ .

<sup>1</sup>Мы здесь упомянули об индикаторных диаграммах таких скважин, которые эксплуатировали пласт в условиях водонапорного режима, когда даже при больших дебитах весь газ в пласте был заведомо растворен в нефти.

*Пример 1.* Допустим, что гидродинамически совершенная скважина вскрыла пласт мощностью  $b = 10$  м и имеет дебит  $Q = 100$  м<sup>3</sup>/сутки; радиус скважины  $R_c = 10$  см и ее забой открытый, так что жидкость свободно поступает в скважину через всю поверхность ее стенок с площадью  $F = 2\pi R_c b$ .

Допустим далее, что коэффициент проницаемости пласта  $k = 1$  д  $\cong 10^{-8}$  см<sup>2</sup>, пористость  $m = 0,2$ , кинематическая вязкость жидкости в пластовых условиях  $\nu = 1$  сантистоксу =  $0,01$  см<sup>2</sup>/сек.

Подсчитаем максимальную величину параметра Re в пласте, которая будет соответствовать точкам у стенки скважины. Предварительно определим скорость фильтрации  $v$  у стенки скважины; заметим, что

$$\left. \begin{aligned} Q &= 100 \text{ м}^3/\text{сутки} = 1157 \text{ см}^3/\text{сек}, \\ F &= 62830 \text{ см}^2, \\ v &= \frac{Q}{F} = 0,0184 \text{ см}/\text{сек}. \end{aligned} \right\} \quad (80, \text{ IX})$$

На основании формулы (19, VII) получим:

$$\text{Re} = \frac{10}{0,2^{2,3}} \cdot \frac{0,0184\sqrt{10^{-8}}}{0,01} = 0,075. \quad (81, \text{ IX})$$

Полученное значение величины Re намного меньше критического, которое принимается минимально равным 1.

Для условий эксплуатации нефтяной скважины мы взяли весьма малое значение  $\nu$ , довольно малое значение  $b$  и сравнительно большие  $k$  и  $Q$ . Поэтому смело можно сделать вывод, что для гидродинамически совершенных нефтяных скважин с открытым забоем значение параметра Re у стенки скважины (т.е. максимальное в фильтрационном потоке) должно быть, как правило, значительно меньше критического значения, а следовательно, в таких условиях линейный закон фильтрации в пласте не нарушится. Сохраним все прежние условия данного примера, но допустим, что забой скважины не открытый, а скважина сообщается с пластом через 100 простреленных в колонне отверстий, причем радиус каждого отверстия  $0,5$  см. Обозначим общую площадь всех отверстий через  $F'$  и подсчитаем среднюю скорость фильтрации  $v'$  в пласте у отверстия:

$$\left. \begin{aligned} F' &= 100 \cdot \pi 0,5^2 = 78,55 \text{ см}^2, \\ v' &= \frac{Q}{F'} = 14,7 \text{ см}/\text{сек}. \end{aligned} \right\} \quad (82, \text{ IX})$$

Из формул (80, IX) и (82, IX) следует, что

$$\frac{v'}{v} = \frac{F}{F'} = 800. \quad (83, IX)$$

Поэтому и значение  $Re$  у отверстия будет в 800 раз больше подсчитанного по формуле (81, IX), т. е.

$$Re' = 60. \quad (84, IX)$$

Найденное значение  $Re'$  больше  $Re_{кр}$ , а отсюда следует, что при эксплуатации скважин, гидродинамически несовершенных по характеру вскрытия пласта [а тем более гидродинамически несовершенных еще и по степени вскрытия (см. § 1, главы VIII)], линейный закон фильтрации может нарушиться в призабойной зоне.

Проведенные в рассмотренном примере подсчеты свидетельствуют о том, что решение задачи о работе гидродинамически совершенной скважины при наличии двух режимов фильтрации жидкости в пласте имеет больше теоретический, чем практический, интерес.

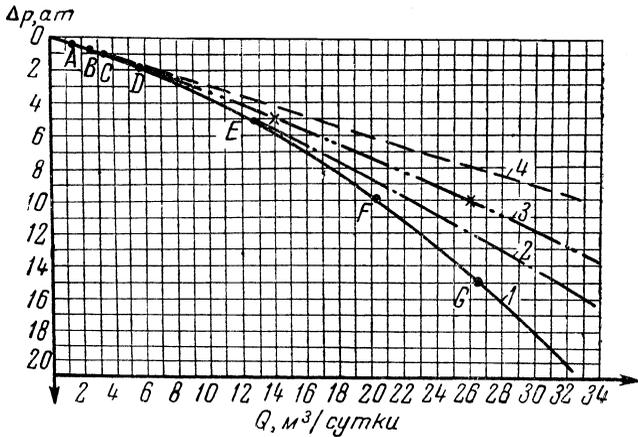


Рис. 61. Индикаторная кривая при одновременном существовании двух режимов фильтрации в пласте. 1 — истинная индикаторная кривая; 2 — результат экстраполяции участка кривой  $CDE$ ; 3 — то же для участка  $BCD$ , 4 — то же для участка  $OA$ .

Приток жидкости к гидродинамически несовершенной скважине не является радиальным, а потому строгое решение такой задачи вызывает весьма большие математические трудности.

Несмотря на довольно грубые приближения, которые были сделаны нами [209, 212] при решении более сложной задачи о притоке жидкости к скважине, гидродинамически несовершенной по характеру вскрытия при сосуществовании двух режимов фильтрации в пласте, приведем числовой пример, рассчитанный на основании этого решения; анализ примера позволяет сделать правильные качественные и даже некоторые количественные выводы.

*Пример 2.* Положим, что  $k = 1$  д,  $m = 0,23$ , в пластовых условиях  $\mu = 1$  сантипуазу,  $\rho = 0,8$  г/см<sup>3</sup>, статическое пластовое давление на забое скважины  $p_k = 60$  ата, скважина радиуса  $A_c = 10$  см эксплуатирует пропласток мощностью  $b = 1$  м, причем против данного пропластка прострелено 10 дыр, а радиус каждого из простреленных отверстий 0,5 см; радиус контура области питания 10 км; критическое значение параметра  $Re_{кр} = 4$ . Режим пласта считаем водонапорным.

При этих данных и при выбранных разных перепадах давления  $\Delta p$  (причем  $\Delta p = p_k - p_c$ , где  $p_c$  — динамическое давление на забое скважины) подсчитаны дебит скважины  $Q$ , давление  $p_{кр}$  на границе области кризиса  $A_{кр}$  и радиус  $r_{кр}$  этой границы (см. рис. 60); давление  $p_{кр}$  также отнесено к высотной отметке забоя скважины.

Результаты подсчетов сведены в табл. 7; на основании табл. 7 построена индикаторная линия 1 на рис. 61.

Таблица 7

**Результаты подсчетов дебита скважины  $Q$ , давления  $p_{кр}$  на границе области кризиса и радиуса  $r_{кр}$  этой границы при различных значениях перепада давления  $\Delta p$  в скважине**

$\Delta p, \text{ ат}$	0,43	0,75	1,0	2,0	5,0	10	15	20	35
$Q, \text{ м}^3/\text{сутки}$	1,4	2,5	3,3	6,4	12,6	20,4	26,6	32,2	44,4
$p_{кр}, \text{ ата}$	57,57	59,28	59,08	58,36	56,76	54,93	53,51	52,28	49,60
$r_{кр}, \text{ м}$	0,10	0,17	0,23	0,42	0,87	1,4	1,8	2,2	3,1

Как видно из табл. 7,  $r_{кр} = 0,1$  м =  $R_c$  при  $\Delta p = 0,43$  ат. Это значит, что параметр  $Re$  достиг своего критического значения лишь на стенке скважины, а потому при  $\Delta p \leq 0,43$  ат всюду в пласте справедлив линейный закон фильтрации; соответствующий участок  $OA$  индикаторной кривой строго прямолинеен. Наоборот, при  $\Delta p > 0,43$  ат область кризиса растет,  $r_{кр} > R_c$  и индикаторная линия все больше и больше искривляется.

Полученные из табл. 7 выводы хорошо совпадают с выводами, сделанными в начале данного параграфа на основании логического анализа постановки задачи об особенностях работы скважин при усло-

вии сосуществования двух режимов фильтрации в пласте. Несмотря на упомянутую выше приближенность метода подсчета табл. 7, ее анализ позволяет сделать один несомненно правильный количественный вывод: радиус области кризиса линейного закона фильтрации при эксплуатации гидродинамически несовершенных скважин даже с большими дебитами измеряется не больше чем несколькими десятками или в крайних случаях несколькими сотнями сантиметров, т. е. нарушение линейного закона фильтрации локализуется лишь в самой ближайшей окрестности забоя скважины.

По поводу разобранный примера следует заметить, что хотя некоторые исходные данные выбраны не очень удачно с точки зрения их общности, но взятый пример удобен для последующего анализа ряда вопросов.

## § 7. Влияние изменения давления с течением времени

При решении задач данной главы жидкость и пористая среда считались абсолютно несжимаемыми. В таких условиях изменение пластового давления в любой точке фильтрационного потока должно было бы мгновенно распространиться на весь пласт. На основании этого соображения легко обобщить многие из выведенных формул. В самом деле, в задачах § 1–6 было оговорено, что давления  $p_k$ ,  $p_r$ ,  $p_c$  на границах пласта — на контуре области питания, в галлерее, в скважине — поддерживаются постоянными; иными словами, исследовались лишь установившиеся процессы движения жидкости к скважине, к галлерее, через образцы горной породы. Естественно попытаться перейти к исследованию неустановившихся процессов. Сохранив предположение об абсолютной несжимаемости жидкости и пласта, допустим, что давления  $p_k$ ,  $p_r$ ,  $p_c$  на границах фильтрационного потока в какой-то момент времени по некоторым причинам изменились. Согласно замечанию, сделанному в начале данного параграфа, давление во всем пласте должно мгновенно перераспределиться и «приспособиться» к новым граничным условиям. Поэтому, если граничные давления  $p_k$ ,  $p_r$ ,  $p_c$  постоянны, а непрерывно изменяются, то давления во всех точках пласта будут также непрерывно меняться. Важно отметить, что в любой момент времени давление распределяется во всем пласте так, как если бы значения давлений на его границах, соответствующие тому же моменту времени, удерживались постоянными неограниченно долгий срок. Следовательно, состояние движения несжимаемой жидкости в несжимаемой пористой среде в каждый момент времени не зависит от истории движения, а зависит

только от граничных условий в тот же момент: неустановившийся процесс перераспределения давлений можно рассматривать как последовательную смену стационарных состояний. В дальнейшем мы увидим, что в реальных условиях, поскольку пласты и насыщающие их жидкости не являются абсолютно несжимаемыми, неустановившиеся процессы перераспределения пластового давления протекают совершенно иначе. Однако и для исследования реальных неустановившихся процессов во многих случаях возможно использовать метод последовательной смены стационарных состояний.

Возвратимся к вопросу о возможности обобщить формулы данной главы на случай неустановившихся процессов при сохранении предположения об абсолютной несжимаемости пласта и насыщающих его жидкостей.

На основании сказанного выше вполне очевидно, что если  $p_k, p_r, p_c$  заданы как функции времени, то остаются справедливыми все формулы, выведенные в § 1–6 данной главы для определения дебита, а также формула давления, градиента давления и скорости фильтрации в любой точке пласта. Рассматривая величины  $p_k, p_r, p_c$ , входящие в правые части формул как известные функции времени, получим и левые части как известные функции времени.

Необязательно задавать граничные давления как функции времени.

В соответствующих формулах § 1–6 можно считать известными давления  $p_k$  и  $p_r$  или  $p_k$  и  $p_c$ , а дебит  $Q$  галереи или скважины неизвестным, но можно, наоборот, считать известными, например,  $p_k$  и  $Q$ , а искать  $p_r$  либо  $p_c$ . В последнем случае при неустановившихся процессах заданными функциями времени будут именно  $p_k$  и  $Q$ .

Конечно, упомянутый метод замены постоянных величин  $Q, p_k, p_r, p_c$  заданными функциями времени не применим к окончательным формулам законов движения, ибо при их выводе мы применяли процесс интегрирования по времени, считая величины  $p_k, p_r, p_c, Q$  существенно постоянными, см., например, формулы (11, IX), (42, IX), (43, IX), (61, IX). Однако, если в исходные формулы типа (10, IX), (38, IX), (39, IX), (59, IX) подставить величины  $p_k, p_r, p_c, Q$  как заданные функции времени, соответственно разделить переменные  $t$  и  $x$  или  $t$  и  $r$ , то, выполнив интеграцию, легко найти законы движения вдоль траекторий в условиях неустановившихся процессов.

---

---

## ГЛАВА X

# Простейшие случаи движения жидкости со свободной поверхностью

### § 1. Вводные замечания

Рассмотрим первый сверху (от поверхности земли) водоносный пласт, имеющий непроницаемую подошву (ложе) и не имеющий водо-непроницаемой кровли. Зеркало вод находится под атмосферным давлением, и если вода в пласте неподвижна, то зеркало горизонтально. Допустим, что водосборная галлерей или скважина (колодец) вскрыла такой пласт. При отборе жидкости из скважины или водосборной галлерей поверхность воды в пласте, не стесненная непроницаемой кровлей, искривится — понизится в направлении к месту отбора.

Движение воды в пласте в таких условиях называют движением со свободной поверхностью; поверхность воды, искривленную в процессе ее движения, называют поверхностью депрессии.

В нефтепромысловой практике могут встретиться и более сложные условия движения в пласте нефти со свободной поверхностью.

Например, нефть может залегать в продуктивном пласте, перекрытом непроницаемой кровлей. Если давление в пласте незначительно и при эксплуатации скважины динамический уровень жидкости устанавливается ниже кровли пласта, то и в самом пласте, вблизи скважины, поверхность нефти окажется свободной — опустится ниже кровли; вдали от скважины нефть будет заполнять пласт по всей мощности, подпирая его непроницаемую кровлю<sup>1</sup>.

Весьма сложные условия движения нефти со свободной поверхностью встречаются при эксплуатации подгазовой залежи нефти. Допустим, что скважина вскрыла мощный пласт, в котором газ в свободном состоянии в виде газовой шапки залегает над нефтью. До начала отбора жидкости и газа из скважины газо-нефтяной контакт в пласте горизонтален. При работе скважины свободная поверхность нефти — газо-нефтяной контакт — искривляется; форма депрессионной поверхности будет зависеть от характера вскрытия пласта, от степени снижения

---

<sup>1</sup> Движение жидкости в пласте при частично напорном, частично гравитационном режиме исследовано в работах [70] и [120].

давления на забое скважины и т. д. Давление на депрессионной поверхности, конечно, не будет равно атмосферному. В простейшем случае, когда свободный газ не прорывается в скважину и движение нефти можно считать установившимся, давление во всех точках депрессионной поверхности практически будет оставаться постоянным, пренебрегая весом газа, и равным давлению в газовой шапке.

Итак, изучение движения жидкости со свободной поверхностью необходимо для решения различных проблем и в области гидрогеологии и в области нефтедобычи. Особый интерес теория движения жидкости со свободной поверхностью представляет для решения многих вопросов шахтной эксплуатации нефтяных месторождений и для притока нефти к скважинам в условиях гравитационного режима.

В данной главе мы рассмотрим лишь простейшие фильтрационные потоки жидкости со свободной поверхностью, которые приближенно можно исследовать, сводя задачу к теории одномерного или радиального потоков.

## § 2. Движение жидкости со свободной поверхностью к прямолинейной галлерее

Допустим, что горизонтальная водосборная галлерей вскрыла первый сверху водоносный однородный пласт, дойдя до горизонтального водонепроницаемого ложа. Пусть галлерей расположена параллельно границе открытого водоема, питающего пласт водой. Инфильтрацией в пласт (сверху) атмосферных осадков пренебрегаем. Считаем, что галлерей и область питания (открытый водоем) имеют столь большую длину, что вдали от концов, ближе к середине, влияние этих концов не чувствуется, траектории в плане параллельны; при строгом теоретическом анализе, схематизируя явления, галлерей и область питания следовало бы считать имеющими неограниченную длину.

На рис. 62 схематично изображено вертикальное сечение фильтрационного потока:  $ADOF$  — сечение области питания,  $KRR'K'$  — сечение галлерей,  $FORK$  — сечение пласта,  $FK$  — поверхность земли,  $OR$  — непроницаемое ложе,  $BC$  — уровень жидкости в области питания, поддерживаемый на постоянной высоте  $h_k$ ,  $CG$  и  $GG'$  — статические уровни воды в пласте и в галлерее при отсутствии отбора воды из галлерей,  $NN'$  — динамический уровень воды в галлерее, поддерживаемый на постоянной высоте  $h_r$ ,  $CEN$  — сечение поверхности депрессии при установившемся отборе воды из галлерей.

Линию  $CEN$  называют депрессионной кривой. Расстояние между областью питания и галлереей обозначим через  $L_k$ .

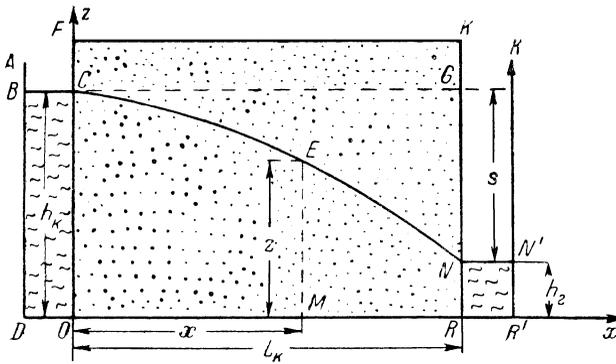


Рис. 62. Вертикальное сечение фильтрационного потока со свободной поверхностью жидкости; приток к прямолинейной галлерее.

Описанные условия сложнее тех, с какими пришлось иметь дело в § 1 главы IX при исследовании одномерного артезианского потока (в условиях водонапорного режима). Действительно, в рассматриваемой сейчас задаче фильтрационный поток ограничен сверху не горизонтальной кровлей пласта (как было в задаче § 1 главы IX), а депрессионной поверхностью, форма которой неизвестна; неизвестна также форма всех траекторий частиц движущейся жидкости и, следовательно, форма изобар.

Точное решение этой задачи вызывает большие математические трудности; простое приближенное решение было дано Дюпой.

Для подсчета расхода жидкости и определения формы депрессионной кривой им введено следующее приближенное допущение: во всех точках любого вертикального сечения  $EM$  пласта (сечение проводится параллельно галлерее) скорости фильтрации равны, весьма мало наклонены к горизонту и пропорциональны уклону свободной поверхности в той точке, где она пересекается с сечением  $EM$ . Он считал, что траектории движения приблизительно прямолинейны и горизонтальны.

Строго говоря, движение жидкости со свободной поверхностью к прямолинейной галлерее не является одномерным — траектории не прямолинейны, скорость фильтрации и напор в какой угодно точке пласта зависят не от одной, а от двух координат этой точки. Однако это приближенное допущение позволяет решать задачу методами теории одномерного движения.

Допустим, что движение жидкости в пласте подчиняется линейному закону фильтрации. При том выборе осей координат, какой указан на рис. 62, будем считать, что все точки сечения  $EM$  отстоят от области питания на расстояние  $x$ , а высота  $ME$  точки  $E$  депрессионной кривой над основной плоскостью отсчета — над ложем — равна  $z$ .

Будем изучать приток жидкости к галлерее только с одной стороны — со стороны области питания  $ADOF$ . Обозначим дебит галлереей на участке длины  $a$  через  $Q$ ; тот же расход жидкости  $Q$  через площадь  $az$  вертикального сечения  $EM$  можно, согласно упомянутому приближенному допущению, выразить так:

$$Q = azv = az \frac{k\gamma}{\mu} \left( -\frac{dz}{dx} \right), \quad (1, X)$$

где  $v$  — скорость фильтрации в сечении  $EM$ . Если в формуле (1, X) положить  $a = 1$ , то получим дебит на единицу ширины потока (на единицу длины галлереей). Разделим переменные в формуле (1, X):

$$zdz = -\frac{Q\mu}{ak\gamma} dx. \quad (2, X)$$

Проинтегрируем последнее уравнение:

$$\int_{h_{\kappa}}^z = -\frac{Q\mu}{ak\gamma} \int_0^x dx, \quad (3, X)$$

откуда

$$z^2 = h_{\kappa}^2 - \frac{2Q\mu}{ak\gamma} x. \quad (4, X)$$

Для определения дебита проинтегрируем уравнение (2, X) в других пределах:

$$\int_{h_{\kappa}}^{h_{\Gamma}} zdz = -\frac{Q\mu}{ak\gamma} \int_0^{L_{\kappa}} dx, \quad (5, X)$$

откуда

$$Q = \frac{ak\gamma(h_{\kappa}^2 - h_{\Gamma}^2)}{2\mu L_{\kappa}}. \quad (6, X)$$

Подставляя значение дебита  $Q$  из формулы (6, X) в формулу (4, X), получим:

$$z^2 = h_{\kappa}^2 - \frac{h_{\kappa}^2 - h_{\Gamma}^2}{L_{\kappa}} x. \quad (7, X)$$

Заметим, что

$$\begin{aligned} h_{\kappa}^2 - h_{\Gamma}^2 &= (h_{\kappa} - h_{\Gamma})(h_{\kappa} + h_{\Gamma}) = \\ &= (h_{\kappa} - h_{\Gamma})(2h_{\kappa} - h_{\kappa} + h_{\Gamma}) = s(2h_{\kappa} - s), \end{aligned} \quad (8, X)$$

где  $s$  — понижение в галлее динамического уровня воды под статическим (см. рис. 62). Поэтому формулу (6, X) можно переписать так:

$$Q = \frac{ak\gamma s(2h_{\kappa} - s)}{2\mu L_{\kappa}} = A(2h_{\kappa} - s^2), \quad (9, X)$$

где через  $A$  ради краткости обозначена соответствующая группа множителей.

Исследуем закон движения частицы жидкости вдоль траектории. На основании формул (1, X) и (4, X) получим:

$$v = \frac{Q}{az} = \frac{Q}{a \sqrt{h_{\kappa}^2 - \frac{2Q\mu}{ak\gamma} x}}. \quad (10, X)$$

Подставим найденное выражение скорости фильтрации в формулу (6, VIII):

$$m = \frac{dx}{dt} = \frac{Q}{a \sqrt{h_{\kappa}^2 - \frac{2Q\mu}{ak\gamma} x}}. \quad (11, X)$$

Разделим переменные  $x$  и  $t$  и проинтегрируем последнее уравнение:

$$\int_0^t dt = \frac{am}{Q} \int_{x_0}^x \sqrt{h_{\kappa}^2 - \frac{2Q\mu}{ak\gamma} x} \, dx, \quad (12, X)$$

где  $x_0$  — абсцисса движущейся частицы жидкости в момент  $t = 0$ . Выполнив интеграцию, найдем искомый закон движения в следующей

довольно сложной форме:

$$t = \frac{a^2 mk \gamma}{3Q^2 \mu} \left[ \left( h_{\kappa}^2 - \frac{2Q\mu}{ak\gamma} x_0 \right)^{\frac{3}{2}} - \left( h_{\kappa} - \frac{2Q\mu}{ak\gamma} x \right)^{\frac{3}{2}} \right]. \quad (13, X)$$

Если в последнее уравнение вместо  $x$  подставить величину  $L_{\kappa}$ , то можно подсчитать период времени, в течение которого частица жидкости дойдет до галереи, начав движение из положения, характеризуемого абсциссой  $x_0$ .

Итак, формулы (4, X) и (7, X) определяют форму депрессионной кривой, формулы (6, X) и (9, X) — дебит скважины, а формула (13, X) — закон движения. Следует помнить, что все эти формулы приближенные, ибо они основаны на упомянутом выше приближенном допущении. Критические замечания по поводу этого допущения и анализ формы индикаторной кривой дебита даны в следующем параграфе.

Из формулы (4, X) или (7, X) следует, что депрессионная кривая является дугой параболы.

Сравнивая формулу (7, IX) с формулой (7, X), легко заметить аналогию: на место давлений (напоров) вошли квадраты напоров.

Сохраним все условия только что рассмотренной задачи, но допустим, что движение жидкости во всем пласте подчиняется нелинейному закону фильтрации. Тогда вместо исходного уравнения (1, X) получим<sup>1</sup>:

$$Q = azv = azc \left( -\frac{dz}{dx} \right)^{\frac{1}{n_0}}, \quad (14, X)$$

где  $c$  и  $n_0$  — постоянные величины, причем  $1 < n_0 \ll 2$ . Разделим переменные в последнем уравнении:

$$z^{n_0} dz = - \left( \frac{Q}{ac} \right)^{n_0} dx. \quad (15, X)$$

Проинтегрировав уравнение (15, X), сможем, как и в предыдущем случае, найти уравнение депрессионной кривой, закон движения и формулу дебита. Так, например, формула дебита будет иметь следующий

<sup>1</sup>При сопоставлении с теми формулами нелинейных законов фильтрации, которые были рассмотрены в главе VII, следует иметь в виду, что  $\frac{1}{n_0} = n$  [см. также подстрочное примечание к формуле (64, IX)].

вид:

$$Q = ac \left[ \frac{h_{\kappa}^{n_0+1} - h_{\Gamma}^{n_0+1}}{(n_0 + 1)L_{\kappa}} \right]^{\frac{1}{n_0}}. \quad (16, X)$$

Положив в последней формуле  $n_0 = 1$ , получим из нее формулу (6, X).

### § 3. Движение жидкости со свободной поверхностью к скважинам

Допустим, что гидродинамически совершенная вертикальная скважина вскрыла первый сверху водоносный однородный пласт, дойдя до горизонтального водонепроницаемого ложа.

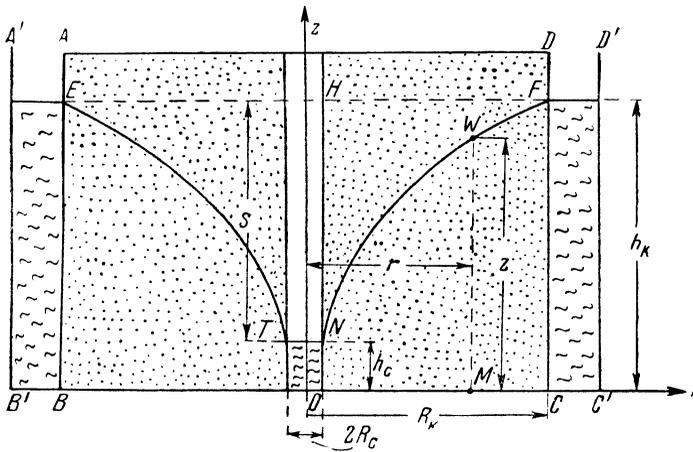


Рис. 63. Вертикальное сечение фильтрационного потока со свободной поверхностью жидкости; приток к скважине.

Предположим, что скважина расположена в центре пласта, окруженного областью питания со всех сторон; говоря точнее, считаем, что граница между областью питания и пластом имеет форму кругового цилиндра, соосного скважине. На рис. 63 схематически изображено вертикальное сечение  $ABCD$  пласта, проходящее через ось скважины  $z$ ;  $AD$  — поверхность земли,  $BC$  — горизонтальное ло-

же.  $A'B'BA$  и  $DCC'D'$  — сечения области питания, в которой уровень жидкости поддерживается на постоянной высоте  $h_k$ .

Пунктирная линия  $ENF$  указывает положение статического уровня воды (невозмущенного зеркала) в пласте и в скважине при отсутствии отбора воды из скважины.  $NT$  — динамический уровень воды в скважине, поддерживаемый при откачке на постоянной высоте  $h_c$ ,  $NWF$  и  $TE$  — вертикальные сечения поверхности депрессии (возмущенного зеркала воды) при установившемся отборе воды из скважины. Линии  $NWF$  и  $TE$  называют депрессионными кривыми. Радиусы скважины и области питания обозначены через  $R_c$  и  $R_k$ .

Как и в задаче предыдущего параграфа, формы депрессионной кривой, траекторий движения частиц жидкости и поверхностей равного напора заранее неизвестны; несомненно только, что траектории в плане прямолинейны.

При сформулированных условиях точное исследование задачи сопряжено с большими математическими трудностями; обычно предпочитают пользоваться приближенным методом.

Допустим, что в фильтрационном потоке проведены вертикальные цилиндрические поверхности, соосные скважине.

Принимается, что во всех точках каждой из упомянутых поверхностей скорости фильтрации равны и весьма мало наклонены к горизонту: траектории приближенно считают горизонтальными и прямолинейными.

Такое приближенное допущение позволило использовать для решения задачи теорию плоского радиального движения. Действительно, допустим, что линия  $MW$  является следом одной из упомянутых цилиндрических поверхностей; высота цилиндра  $MW = z$ , радиус цилиндра —  $r$ . Расход жидкости  $Q$  через эту цилиндрическую поверхность может быть вычислен с помощью следующей формулы, если движение жидкости в пласте подчиняется линейному закону фильтрации:

$$Q = 2\pi r z v = 2\pi r z \frac{k\gamma}{\mu} \frac{dz}{dr}, \quad (17, X)$$

где  $v$  — скорость фильтрации в любой точке сечения  $MW$ ; эта скорость считается пропорциональной уклону свободной поверхности жидкости именно в точке  $W$ .

Разделим переменные в формуле (17, X):

$$z dz = \frac{Q\mu}{2\pi k\gamma} \frac{dr}{r}. \quad (18, X)$$

Проинтегрируем последнее уравнение:

$$\int_z^{h_{\kappa}} z dz = \frac{Q\mu}{2\pi k\gamma} \int_r^{R_{\kappa}} \frac{dr}{r}, \quad (19, X)$$

откуда

$$z^2 = h_{\kappa}^2 - \frac{Q\mu}{2\pi k\gamma} \ln \frac{R_{\kappa}}{r}. \quad (20, X)$$

Подставляя в формулу (20, X)  $z = h_c$  при  $r = R_c$  или интегрируя уравнение (18, X) в соответствующих пределах, получим следующую формулу дебита скважины:

$$Q = \frac{\pi k\gamma(h_{\kappa}^2 - h_c^2)}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}. \quad (21, X)$$

Используя соотношение (8, X), формулу (21, X) перепишем так:

$$Q = \frac{\pi k\gamma s(2h_{\kappa} - s)}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} = A(2h_{\kappa}s - s^2), \quad (22, X)$$

где для краткости соответствующая группа постоянных множителей обозначена через  $A$ .

Подставляя значение дебита из формулы (21, X) в формулу (20, X), получим:

$$z^2 = h_{\kappa}^2 - \frac{h_{\kappa}^2 - h_c^2}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \ln \frac{R_{\kappa}}{r}. \quad (23, X)$$

Уравнение (20, X) или (23, X) вполне определяет формулу воронки депрессии — свободной поверхности жидкости; тем самым уравнение (23, X) позволяет выяснить распределение напоров в пласте, ибо величина  $z$  равна напору в любой точке пласта с радиусом-вектором  $r$ .

Из формулы (23, X) вытекает, что  $z = \text{const}$  при  $r = \text{const}$ . Следовательно, поверхностями равных напоров служат боковые поверхности цилиндров, соосных скважине. Поскольку этот вывод является логическим следствием приближенного допущения, следует помнить, что в действительности поверхности напора имеют более сложную форму.

Как видно из уравнения (23, X), депрессионная кривая является кривой логарифмического типа, но форма ее несколько отлична от той, которая была изучена в § 2 главы IX; именно, в формулу (23, X), в отличие от формулы (23, IX), входят вторые степени величин напоров.

Формулы (21, X) и (22, X) для дебита скважины называют формулами Дюпюи для случая притока к скважине жидкости со свободной поверхностью.

Из формулы (22, X) следует, что индикаторная линия имеет форму параболы; она изображена на рис. 64. Ось параболы направлена параллельно оси абсцисс. Вершина параболы  $B$  отвечает значению  $s = h_k$ , т. е. максимально возможному понижению уровня в скважине — до ее забоя. Понятно, что пунктирное продолжение  $BD$  параболической кривой не имеет никакого физического смысла — уровень жидкости в скважине нельзя опустить ниже ее забоя. Пунктирное продолжение  $BD$  проведено для лучшего понимания формы основного участка  $OB$  параболической кривой. Индикаторная кривая на рис. 64 соответствует также формуле дебита (9, X), выведенной в предыдущем параграфе для случая притока жидкости к прямолинейной галлерее.

Для определения закона движения частицы жидкости вдоль траектории заметим [см. формулы (17, X) и (20, X)], что

$$v = \frac{Q}{2\pi rz} = \frac{Q}{2\pi r \sqrt{h_k^2 - \frac{Q\mu}{\pi k \gamma} \ln \frac{R_k}{r}}}. \quad (24, X)$$

Подставим найденное выражение скорости фильтрации в формулу (10, VIII):

$$m \frac{dr}{dt} = - \frac{Q}{2\pi r \sqrt{h_k^2 - \frac{Q\mu}{\pi k \gamma} \ln \frac{R_k}{r}}}. \quad (25, X)$$

Разделим переменные  $r$  и  $t$  и проинтегрируем последнее уравнение:

$$t = \frac{2\pi m}{Q} \int_r^{R_0} r \sqrt{h_k^2 - \frac{Q\mu}{\pi k \gamma} \ln \frac{R_k}{r}} dr, \quad (26, X)$$

где  $R_0$  — расстояние движущейся частицы жидкости от оси скважины в момент  $t = 0$ , а  $r$  — расстояние той же частицы жидкости от скважины в момент  $t$ .

Интеграл, стоящий в правой части формулы (26, X), в конечном виде не вычисляется; его вычисление приходится выполнять либо с помощью рядов, либо численными методами. Можно предложить такой приближенный прием вычисления интеграла: заметим, что значение подынтегрального радикала равно напору  $z$  в точке пласта с координатой  $r$ . Если разбить интервал интеграции на такие участки, внутри каждого из которых величина  $z$  меняется не очень сильно, то  $z$  можно вынести за знак интеграла. Так, например, беря небольшой интервал интеграции в пределах от  $r = r_1$  до  $r = r_2$  и обозначая через  $\tilde{z}$  среднее значение напора в этом интервале изменений величины  $r$ , получим:

$$\Delta t = \frac{2\pi m}{Q} \tilde{z} \int_{r_1}^{r_2} r dr = \frac{2\pi m \tilde{z}}{Q} (r_1^2 - r_2^2), \quad (27, X)$$

где  $\Delta t$  — промежуток времени, в течение которого частица жидкости переместится с расстояния  $r_2$  до  $r_1$  от оси скважины.

Понятно, что упомянутый приближенный прием будет давать тем меньшую погрешность, чем меньше меняется величина  $z$  внутри интервала интеграции, т. е. чем дальше этот интервал от скважины и чем меньше величина самого интервала.

Подвергнем критическому анализу приближенное допущение и некоторые основанные на нем формулы.

Считая траектории движения горизонтальными, Дюпюи учитывал кривизну депрессионных линий (кривизну свободной поверхности жидкости), которые также принадлежат к семейству траекторий.

Предположение о горизонтальности траекторий, строго говоря, несовместимо с основными особенностями движения жидкости со свободной поверхностью, в котором влияние силы тяжести должно сказываться на появлении вертикальных компонент скоростей фильтрации.

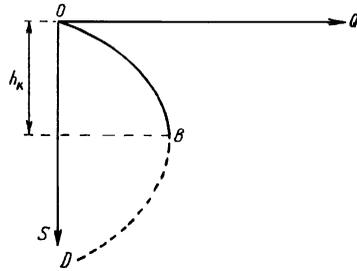


Рис. 64. Индикаторная диаграмма для скважины при притоке к ней жидкости со свободной поверхностью в условиях гравитационного режима.

Формулы дебита и рис. 64 указывают на то, что величина дебита стремится к своему максимальному конечному значению при  $s \rightarrow h_k$ , т. е. когда  $h_c \rightarrow 0$ .

Последнее означает, что мощность (высота) фильтрационного потока вблизи стенки скважины стремится к нулю, но тогда скорость

фильтрации вблизи забоя должна неограниченно возрастать (чтобы получить конечный расход потока, необходимо неограниченно увеличивать его скорость, если площадь поперечного сечения потока неограниченно убывает).

Конечно, последние перечисленные выводы либо противоречивы, либо физически нереальны, их абсурдность указывает на то, что приближенные формулы дебита, а также формулы (20, X) и (23, X) можно применять только с известным ограничением. Действительно, приближенные допущения (о горизонтальности скоростей фильтрации и т. д.), лежащие в основе вывода всех приведенных выше формул, справедливы тем с большей точностью, чем меньше понижение уровня жидкости в скважине и чем меньше глубина фильтрационного потока, т. е. чем больше размеры пласта (радиус  $R_c$ ) по сравнению с первоначальной мощностью  $h_k$  водоносного слоя. Поэтому нельзя пользоваться формулой Дюпюи для анализа максимально возможного понижения уровня жидкости в скважине. Наоборот, при сравнительно малых понижениях уровня этой формулой с успехом пользуются в гидрогеологической практике.

Учитывая приближенность допущения Дюпюи, Козени попытался провести более строгое исследование движения жидкости со свободной поверхностью.

Эти исследования также оказались далеко не точными, а предложенные расчетные формулы были весьма громоздки. Однако справедливо была отмечена важность явления «скачка» (прыжка). Сущность этого явления состоит в следующем: в процессе откачки воды из колодца (скважины) динамический уровень в нем оказывается стоящим ниже, чем уровень воды в пласте непосредственно у стенки колодца.

На рис. 65 схематично изображены: динамический уровень  $AB$  воды в колодце  $MN$ , уровень  $EC$  воды в пласте у стенки колодца, вертикальные сечения  $CD$  и  $EF$  ближайшей к колодцу части свободной поверхности воды в пласте.

Точки  $E$  и  $C$  лежат выше  $AB$ , длины отрезков  $AE$  и  $BC$  определяют высоту «скачка». Поверхность стенки колодца на участке  $EA$  называется поверхностью высачивания<sup>1</sup>.

Экспериментальные и теоретические исследования других авторов [120 и др.] показали, что существенное влияние на приток воды к скважине оказывает так называемый «капиллярный слой» воды над ее свободной поверхностью в пласте. Чем больше высота столба воды в скважине и в области питания по сравнению

<sup>1</sup>Глубокие исследования движения воды в пласте в условиях гравитационного режима (при учете граничных условий на поверхности высачивания) были выполнены П. Я. Полубариновой-Кочиной [143].

с высотой капиллярного поднятия, тем меньше влияние капиллярного слоя и тем точнее оказывается формула (21, X). Следует отметить, что еще более чем за 40 лет до появления упомянутой работы американских авторов, в конце 80-х годов прошлого века, проф. Н. Е. Жуковский отмечал необходимость учитывать явления капиллярного поднятия при изучении движения грунтовых вод.

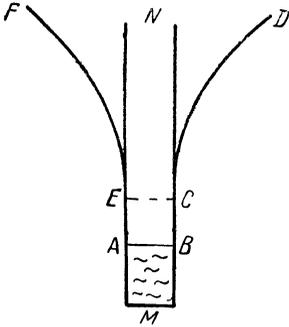


Рис. 65. Схематическое изображение «скачка» при переходе от уровня воды в колодце к уровню воды в пласте.

Новейшие исследования вновь подтвердили высокую точность формулы дебита (21, X) при малых пониженных уровнях жидкости в скважине и, наоборот, выяснили довольно значительные неточности формулы (23, X), служащей для определения формы свободной поверхности жидкости в пласте.

Перейдем к изучению радиального притока к скважине жидкости со свободной поверхностью в том случае, когда в пласте справедлив нелинейный закон фильтрации.

Сохраним все условия рассматриваемой задачи, сформулированные в начале данного параграфа, но допустим, что движение жидкости во всем пласте подчиняется не линейному закону фильтрации, а нелинейному<sup>2</sup>. Тогда вместо формулы (17, X) получим:

$$Q = 2\pi r z v = 2\pi r z c \left( \frac{dz}{dr} \right)^{\frac{1}{n_0}}, \quad (28, X)$$

где  $c$  и  $n$  — постоянные величины, причем  $1 < n_0 \ll 2$ .

Разделим переменные  $z$  и  $r$  в последнем уравнении:

$$\left( \frac{Q}{2\pi c} \right)^{n_0} \frac{dr}{r^{n_0}} = z^{n_0} dz. \quad (29, X)$$

Для определения формы депрессионной кривой проинтегрируем

<sup>2</sup>При сравнении с формулами главы VII и здесь следует учитывать, что  $n = \frac{1}{n_0}$  [см. подстрочные примечания к формулам (64, IX) и (14, X)].

уравнение (29, X):

$$\left(\frac{Q}{2\pi c}\right)^{n_0} \int_r^{R_k} \frac{dr}{r^{n_0}} = \int_z^{h_k} z^{n_0} dz, \quad (30, X)$$

откуда

$$z^{n_0+1} = h_k^{n_0+1} - \frac{n_0+1}{n_0-1} \left(\frac{Q}{2\pi c}\right)^{n_0} \left(\frac{1}{r^{n_0-1}} - \frac{1}{h_k^{n_0-1}}\right). \quad (31, X)$$

Для вывода формулы дебита скважины проинтегрируем уравнение (29, X) в других пределах:

$$\left(\frac{Q}{2\pi c}\right)^{n_0} \int_{R_c}^{R_k} \frac{dr}{r^{n_0}} = \int_{h_c}^{h_k} z^{n_0} dz, \quad (32, X)$$

откуда

$$Q = 2\pi c \left[ \frac{n_0-1}{n_0+1} \frac{h_k^{n_0+1} - h_c^{n_0+1}}{\frac{1}{R_c^{n_0-1}} - \frac{1}{R_k^{n_0-1}}} \right]^{\frac{1}{n_0}} \quad (33, X)$$

Конечно, последнюю формулу можно было бы вывести из уравнения (31, X), положив  $z = h_c$ ,  $r = R_c$ .

Заметим, что при  $R_k \gg R_c$  и при значении  $n_0$  не слишком близком к единице, величиной  $\frac{1}{R_c^{n_0-1}}$  можно пренебречь по сравнению с  $\frac{1}{R_k^{n_0-1}}$ .

Если в формуле (33, X) принять  $n_0 = 2$ , то получим формулу, впервые выведенную Краснопольским для трещиноватых пород.

Заметим, что формулы (28, X)–(33, X) могут иметь лишь ограниченное применение, указывая влияние нарушения линейного закона фильтрации в том теоретически возможном (или осуществленном в эксперименте на специальной модели) случае, когда нарушение закона фильтрации охватывает весь пласт. Как показывают рассуждения § 6 главы IX, при движении к скважине жидкости со свободной поверхностью было бы правильнее учитывать возможность появления ограниченной зоны кризиса линейного закона фильтрации и рассматривать движение жидкости при одновременном существовании по крайней мере двух (а еще правильнее нескольких) режимов фильтрации.

---

---

## ГЛАВА XI

# Одномерное и радиальное движения сжимаемой жидкости в пористой среде по линейному закону фильтрации

### § 1. Одномерная установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости

Согласно линейному закону фильтрации массовая скорость фильтрации жидкости (т.е. произведение скорости фильтрации на плотность жидкости) при одномерном движении (см. рис. 53а) равна:

$$\rho v = -\frac{k}{\mu} \rho \frac{dp}{dx}, \quad (1, \text{XI})$$

где все обозначения прежние.

Выразим давление  $p$  через плотность жидкости  $\rho$ .

Согласно формуле (11, III), приведенной в § 2 главы III, коэффициент объемного упругого расширения жидкости

$$\beta = -\frac{d\Omega_{\text{ж}}}{\Omega_{\text{ж}} dp}. \quad (11, \text{III})$$

Но

$$\Omega_{\text{ж}} = \frac{M}{\rho}, \quad d\Omega_{\text{ж}} = -\frac{M d\rho}{\rho^2},$$

где  $M$  — масса рассматриваемого объема жидкости  $\Omega_{\text{ж}}$  ( $M = \text{const}$ ).

Подставляя эти значения  $\Omega_{\text{ж}}$  и  $d\Omega_{\text{ж}}$  в уравнение (11, III), находим:

$$\beta = \frac{d\rho}{\rho dp}.$$

Разделяя переменные  $\rho$  и  $p$ , имеем:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \beta dp.$$

Полагая  $\beta$  постоянным и интегрируя полученное уравнение по  $p$  в пределах от  $p_{\text{ат}}$  до  $p$  и  $\varrho$  соответственно от  $\varrho_{\text{ат}}$  до  $\varrho$ , находим:

$$\ln \frac{\varrho}{\varrho_{\text{ат}}} = \beta(p - p_{\text{ат}}),$$

откуда уравнение состояния жидкости может быть написано в виде:

$$\varrho = \varrho_{\text{ат}} e^{\beta(p - p_{\text{ат}})}, \quad (2, \text{ XI})$$

где  $\varrho_{\text{ат}}$  — плотность жидкости при атмосферном давлении  $p_{\text{ат}}$ ;  
 $\beta$  — коэффициент объемного упругого расширения жидкости;  
 $p$  — давление в точке, в которой плотность жидкости равна  $\varrho$ .  
 Логарифмируя уравнение (2, XI), имеем:

$$\ln \varrho = \ln \varrho_{\text{ат}} + \beta(p - p_{\text{ат}}),$$

откуда

$$p = p_{\text{ат}} + \frac{1}{\beta} \ln \frac{\varrho}{\varrho_{\text{ат}}}. \quad (3, \text{ XI})$$

Дифференцируя уравнение (3, XI) по  $x$ , легко найти градиент давления  $\frac{dp}{dx}$ :

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{\varrho} \frac{d\varrho}{dx}. \quad (3', \text{ XI})$$

Подставляя это значение  $\frac{dp}{dx}$  в уравнение (1, XI), имеем:

$$\varrho v = -\frac{k}{\beta\mu} \frac{d\varrho}{dx}. \quad (4, \text{ XI})$$

Обозначим массовый расход жидкости через  $Q_{\text{м}}$

$$Q_{\text{м}} = |\varrho v| \cdot F = \varrho Q, \quad (5, \text{ XI})$$

где  $F$  — площадь вертикального сечения пласта;  
 $Q$  — объемный расход жидкости.

Умножая уравнение (4, XI) на  $F$ , получим:

$$Q_{\text{м}} = \frac{kF}{\beta\mu} \frac{d\varrho}{dx}. \quad (6, \text{ XI})$$

Так как при установившемся движении массовый расход жидкости  $Q_M$  есть величина постоянная, то уравнение (6, XI) содержит две переменных —  $\varrho$  и  $x$ , разделяя которые, имеем:

$$d\varrho = \frac{\beta\mu Q_M}{kF} dx. \quad (7, XI)$$

Граничные условия формулируются следующим образом: при

$$\begin{aligned} x = 0, & \quad \varrho = \varrho_\Gamma, \\ x = L_K, & \quad \varrho = \varrho_K. \end{aligned} \quad (8, XI)$$

где  $\varrho_\Gamma$  — плотность жидкости у входа в галерею (т.е. на выходе из пласта);

$\varrho_K$  — плотность жидкости на контуре питания, удаленном от галереи на расстояние  $L_K$ .

Интегрируя уравнение (7, XI) в пределах от  $\varrho_\Gamma$  до  $\varrho_K$  и от 0 до  $L_K$ , имеем:

$$\int_{\varrho_\Gamma}^{\varrho_K} d\varrho = \frac{\beta\mu Q_M}{kF} \int_0^{L_K} dx,$$

что дает

$$\varrho_K - \varrho_\Gamma = \frac{\beta\mu Q_M L_K}{kF},$$

откуда получаем формулу для определения массового расхода жидкости

$$Q_M = \frac{kF}{\beta\mu} \frac{(\varrho_K - \varrho_\Gamma)}{L_K}. \quad (9, XI)$$

Для нахождения распределения давления в пласте, проинтегрируем уравнение (7, XI) в пределах от  $\varrho_\Gamma$  до  $\varrho$  и от 0 до  $x_\varrho$

$$\int_{\varrho_\Gamma}^{\varrho} d\varrho = \frac{\beta\mu Q_M}{kF} \int_0^x dx;$$

откуда

$$\varrho = \varrho_\Gamma + \frac{\beta\mu Q_M}{kF} x. \quad (10, XI)$$

Но из формулы (9, XI) имеем:

$$\frac{\beta\mu Q_M}{kF} = \frac{\varrho_K - \varrho_\Gamma}{L_K}.$$

Подставляя это выражение в уравнение (10, XI), имеем:

$$\varrho = \varrho_\Gamma + \frac{\varrho_K - \varrho_\Gamma}{L_K} x. \quad (11, XI)$$

Формулы (10, XI) и (11, XI) дают изменение плотности жидкости в пласте в направлении  $x$ . Для определения давления в пласте нужно значения  $\varrho$ , найденные по формулам (10, XI) или (11, XI), подставить в уравнение (3, XI).

Разложим входящую в уравнение состояния (2, XI) величину  $e^{\beta(p-p_{ат})}$  в ряд по степеням  $\beta(p-p_{ат})$ ,

$$\begin{aligned} e^{\beta(p-p_{ат})} &= 1 + \beta(p-p_{ат}) + \frac{1}{2!} \beta^2(p-p_{ат})^2 + \\ &+ \frac{1}{3!} \beta^3(p-p_{ат})^3 + \dots \end{aligned} \quad (12, XI)$$

Пусть

$$\beta = 5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{ат}, \quad (p-p_{ат}) = 100 ат.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \beta(p-p_{ат}) &= 5 \cdot 10^{-3}; \\ \frac{1}{2!} \beta^2(p-p_{ат})^2 &= 1,25 \cdot 10^{-5}; \\ \frac{1}{3!} \beta^3(p-p_{ат})^3 &= 2,084 \cdot 10^{-7}. \end{aligned}$$

Из рассмотренного примера очевидно, что для решения практических задач можно с высокой степенью точности ограничиться первыми тремя членами ряда (12, XI). Это позволяет написать уравнение состояния в виде:

$$\varrho = \varrho_{ат} \left[ 1 + \beta(p-p_{ат}) + \frac{1}{2} \beta^2(p-p_{ат})^2 \right]. \quad (13, XI)$$

Исходя из уравнения (13, XI), имеем:

$$\begin{aligned} \rho_{\kappa} - \rho_{\Gamma} = \rho_{\text{ат}} \left\{ \left[ 1 + \beta(p_{\kappa} - p_{\text{ат}}) + \frac{1}{2} \beta^2 (p_{\kappa} - p_{\text{ат}})^2 \right] - \right. \\ \left. - \left[ 1 + \beta(p_{\Gamma} - p_{\text{ат}}) + \frac{1}{2} \beta^2 (p_{\Gamma} - p_{\text{ат}})^2 \right] \right\} = \\ = \rho_{\text{ат}} \beta (p_{\kappa} - p_{\Gamma}) (1 + \beta \tilde{p}'), \end{aligned} \quad (14, \text{XI})$$

где  $\tilde{p}'$  — среднеарифметическая величина между избыточными давлениями на контуре питания и в галлерее.

$$\tilde{p}' = \frac{p_{\kappa} + p_{\Gamma}}{2} - p_{\text{ат}}.$$

Из формул (9, XI) и (5, XI) легко найти объемный расход жидкости  $Q = \frac{Q_{\text{м}}}{\varrho}$

$$Q = \frac{kF}{\beta\mu} \frac{\rho_{\kappa} - \rho_{\Gamma}}{L_{\kappa}} \cdot \frac{1}{\varrho}. \quad (15, \text{XI})$$

Как видно из формулы (15, XI), объемный расход сжимаемой жидкости в случае установившегося движения есть величина переменная, поскольку плотность жидкости  $\varrho$  есть функция  $x$  (см. формулу 11, XI).

Разделив объемный расход жидкости на площадь  $F$ , найдем скорость фильтрации  $v$ , являющуюся также переменной величиной:

$$v = -\frac{k}{\beta\mu} \frac{\rho_{\kappa} - \rho_{\Gamma}}{L_{\kappa}} \frac{1}{\varrho}. \quad (16, \text{XI})$$

Знак минус в правой части формулы (16, XI) указывает, что скорость фильтрации направлена противоположно направлению оси  $x$ .

Подставляя в формулу (15, XI) вместо  $\varrho$  величину  $\rho_{\text{ат}}$ , получим приведенный к атмосферному давлению объемный расход жидкости  $Q_{\text{ат}}$

$$Q_{\text{ат}} = \frac{kF}{\beta\mu\rho_{\text{ат}}} \frac{(\rho_{\kappa} - \rho_{\Gamma})}{L_{\kappa}}. \quad (17, \text{XI})$$

Подставляя сюда вместо  $(\rho_{\kappa} - \rho_{\Gamma})$  его значение из уравнения (14, XI), имеем:

$$Q_{\text{ат}} = \frac{kF}{\mu} \frac{(\rho_{\kappa} - \rho_{\Gamma})}{L_{\kappa}} (1 + \beta \tilde{p}'). \quad (18, \text{XI})$$

В случае же установившейся одномерной фильтрации несжимаемой жидкости объемный расход жидкости  $Q_n$  (см. формулу 14', IX) равен:

$$Q_n = \frac{kF}{\mu} \frac{\varrho_k - \varrho_r}{L_k}. \quad (19, XI)$$

Сравнение формул (18, XI) и (19, XI) показывает, что при одинаковых граничных условиях приведенный к атмосферному давлению объемный расход сжимаемой жидкости  $Q_{ат}$  отличается от расхода несжимаемой жидкости  $Q_n$  лишь на множитель  $(1 + \beta \tilde{p}')$ . Но величина  $\beta \tilde{p}'$  мала по сравнению с 1. Так при  $\beta = 5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{ат}$  и  $\tilde{p}' = 100 ат$ ,  $\beta \tilde{p}' = 5 \cdot 10^{-3}$ . Поэтому при решении большинства практических задач с достаточной точностью [учитывая точность определения других коэффициентов, входящих в уравнение (16, XI) и в уравнение (17, XI)] можно считать, что расход сжимаемой и несжимаемой жидкости при одинаковых граничных и прочих условиях одинаков и для определения расхода сжимаемой жидкости надо пользоваться формулой (17, XI).

Близость значений расходов сжимаемой и несжимаемой жидкости указывает на близость кривых распределения давления в пласте, поскольку расход жидкости прямо пропорционален градиенту давления. Действительно, дифференцируя уравнение (11, XI) по  $x$  и учитывая приближенное равенство (14, XI), имеем:

$$\frac{d\varrho}{dx} = \frac{\varrho_k - \varrho_r}{L_k} \simeq \frac{\varrho_{ат} \beta (p_k - p_r) (1 + \beta \tilde{p}')}{L_k}.$$

Подставляя это значение градиента плотности в формулу (3', XI), получим:

$$\frac{dp}{dx} \simeq \frac{\varrho_{ат}}{\varrho} \frac{(p_k - p_r) (1 + \beta \tilde{p}')}{L_k}. \quad (20, XI)$$

В случае же одномерной фильтрации несжимаемой жидкости градиент давления  $\left(\frac{dp}{dx}\right)_н$  согласно формуле (15', IX) равен:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_н = \frac{p_k - p_r}{L_k}. \quad (21, XI)$$

Разделив (20, XI) на (21, XI) и учитывая малую сжимаемость жид-

кости, имеем:

$$\frac{\frac{dp}{dx}}{\left(\frac{dp}{dx}\right)_н} = \frac{\varrho}{\varrho_{ат}} (1 + \beta \tilde{p}') \cong 1. \quad (22, XI)$$

Но если значения градиентов давления в каждой точке пласта при фильтрации сжимаемой и несжимаемой жидкости практически совпадают (при прочих равных условиях), то и соответствующие кривые распределения в пласте должны также совпадать.

Отсюда вытекает, что при решении ряда практических задач, связанных с фильтрацией сжимаемой жидкости, можно пользоваться формулами распределения давления для несжимаемой жидкости.

## § 2. Радиальная установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости

При плоском радиальном движении сжимаемой жидкости по линейному закону фильтрации в направлении, противоположном направлению оси  $r$ , массовая скорость фильтрации равна:

$$\varrho v = -\frac{k}{\mu} \varrho \frac{dp}{dr}. \quad (23, XI)$$

Из формулы (3, XI) градиент давления будет:

$$\frac{dp}{dr} = \frac{1}{\beta} \frac{1}{\varrho} \frac{d\varrho}{dr}. \quad (24, XI)$$

Подставляя это значение  $\frac{dp}{dr}$  в уравнение (23, XI), получим:

$$\varrho v = -\frac{k}{\beta \mu} \frac{d\varrho}{dr}. \quad (25, XI)$$

Массовый расход жидкости  $Q_m$  получим, умножив модуль массовой скорости  $\varrho v$  на площадь сечения  $F = 2\pi r b$ , где  $b$  — мощность пласта:

$$Q_m = |\varrho v| F = \frac{2\pi k b}{\beta \mu} r \frac{d\varrho}{dr}.$$

Разделяя переменные  $\varrho$  и  $r$ , имеем:

$$d\varrho = \frac{\beta\mu Q_M}{2\pi kb} \frac{dr}{r}. \quad (26, XI)$$

Граничные условия формулируются следующим образом: при

$$\begin{aligned} r = R_c & \quad \varrho = \varrho_c, \\ r = R_k & \quad \varrho = \varrho_k, \end{aligned} \quad (27, XI)$$

где  $\varrho_c$  — плотность жидкости на контуре скважины радиуса  $R_c$ ;

$\varrho_k$  — плотность жидкости на круговом контуре области питания радиуса  $R_k$ .

Интегрируя уравнение (26, XI) в пределах от  $\varrho_c$  до  $\varrho_k$  и от  $R_c$  до  $R_k$  и решая полученное уравнение относительно  $Q_M$ , найдем формулу массового расхода жидкости в виде:

$$Q_M = \frac{2\pi kb}{\beta\mu} \frac{(\varrho_k - \varrho_c)}{\ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (28, XI)$$

Проинтегрируем уравнение (26, XI) в пределах от  $\varrho_c$  до  $\varrho$  и от  $R_c$  до  $r$ :

$$\int_{\varrho_c}^{\varrho} d\varrho = \frac{\beta\mu Q_M}{2\pi kb} \int_{R_c}^r \frac{dr}{r},$$

отсюда

$$\varrho = \varrho_c + \frac{\beta\mu Q_M}{2\pi kb} \ln \frac{r}{R_c}. \quad (29, XI)$$

Но из формулы (28, XI) имеем:

$$\frac{\beta\mu Q_M}{2\pi kb} = \frac{\varrho_k - \varrho_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}}.$$

Подставляя это выражение в уравнение (29, XI), получим:

$$\varrho = \varrho_c + \frac{(\varrho_k - \varrho_c)}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}. \quad (30, XI)$$

Формулы (29, XI) и (30, XI) дают изменение плотности жидкости в пласте в направлении  $r$ . Для определения давления в различных точках пласта нужно найденные по формулам (29, XI) и (30, XI) значения  $\varrho$  подставить в уравнение (3, XI).

Найдем объемный расход жидкости  $Q$ :

$$Q = \frac{Q_m}{\varrho} = \frac{2\pi kb}{\beta\mu} \frac{(\varrho_k - \varrho_c)}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \cdot \frac{1}{\varrho}. \quad (31, XI)$$

Разделив объемный расход  $Q$  на площадь  $F = 2\pi rb$ , найдем скорость радиальной фильтрации жидкости, направленную противоположно направлению оси  $r$ :

$$v = -\frac{k}{\beta\mu} \cdot \frac{(\varrho_k - \varrho_c)}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \frac{1}{\varrho r}. \quad (32, XI)$$

Подставляя в формулу (31, XI)  $\varrho = \varrho_{ат}$ , получим величину приведенного к атмосферному давлению расхода сжимаемой жидкости  $Q_{ат}$ :

$$Q_{ат} = \frac{2\pi kb}{\beta\mu_{\varrho_{ат}}} \frac{\varrho_k - \varrho_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (33, XI)$$

По аналогии с формулой (14, XI) имеем:

$$(\varrho_k - \varrho_c) \cong \varrho_{ат} \beta (p_k - p_r) (1 + \beta \tilde{p}'), \quad (34, XI)$$

где

$$\tilde{p}' = \frac{p_k + p_c}{2} - p_{ат}.$$

Подставляя это значение  $(\varrho_k - \varrho_c)$  в уравнение (33, XI), получим:

$$Q_{ат} = \frac{2\pi kb}{\mu} \frac{(\varrho_k - \varrho_c)}{\ln \frac{R_k}{R_c}} (1 + \beta \tilde{p}'). \quad (35, XI)$$

Формула (35, XI) отличается от известной формулы (21, IX) для дебита несжимаемой жидкости на постоянный множитель  $(1 + \beta \tilde{p}')$ .

Поскольку, как указывалось в § 1, величина  $\beta\tilde{r}'$  мала по сравнению с единицей, при решении практических задач дебит (объемный расход  $Q$ ) скважины при радиальной фильтрации сжимаемой жидкости с достаточной точностью можно определить по формуле Дюпюи

$$Q = \frac{2\pi kb}{\mu} \frac{(\rho_k - \rho_c)}{\ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (21, IX)$$

Произведя далее вычисления, аналогичные приведенным в § 1, получим формулу (22, XI), из которой следует, что кривые распределения давления в пласте при радиальной установившейся фильтрации сжимаемой и несжимаемой жидкости практически совпадают.

В связи с изложенным очевидно, что все соображения, приведенные в § 2 и 3 главы IX, о форме изобар и линий тока, о зависимости дебита скважины от ее радиуса и расстояния до контура питания, о «воронке депрессии» и пр. справедливы и для установившейся фильтрации сжимаемой жидкости в аналогичных условиях.

### § 3. Приближенное решение задачи о неустановившейся радиальной фильтрации сжимаемой жидкости

До вскрытия пласта скважиной давление  $p$ , а следовательно, и плотность жидкости  $\rho$  во всей нефтяной залежи одинаковы и равны первоначальному пластовому давлению и соответствующей ему плотности жидкости. Рассмотрим горизонтальный пласт, пренебрегая действием силы тяжести вследствие незначительной мощности пласта по сравнению с напором жидкости.

Выясним, что происходит в пласте при вскрытии его скважиной в условиях упругого режима. Схема пласта изображена на рис. 54.

Начиная с момента вскрытия нефтяной залежи, по мере отбора жидкости, падение давления распространяется от скважины к контуру питания. Падение давления-приводит к расширению находящейся в пласте жидкости и вытеснению за счет этого нефти из пласта в скважину.

Назовем этот процесс увеличения «радиуса действия»  $R_k$  скважины или, иными словами, расширения «воронки депрессии» первой фазой неустановившегося движения<sup>1</sup>. Характерной особенностью ее яв-

<sup>1</sup> Величина  $R_k$  является условной и определяется по методу последовательной смены стационарных состояний (см. дальше).

ляется постоянство давления на внешней границе воронки депрессии, величина которого равна первоначальному пластовому давлению.

С того момента, когда радиус воронки депрессии  $r_k$  достигнет контура области питания, на котором в условиях водонапорного режима давление  $p_k$  можно во многих случаях считать постоянным, движение жидкости станет установившимся и при решении практических задач можно (как указывалось в § 1 и 2 настоящей главы) считать жидкость несжимаемой.

Если количество жидкости, поступающей в пласт в области питания, меньше количества жидкости, отбираемой из пласта, или равно нулю, то движение жидкости в пласте будет происходить в условиях падения контурного давления, характеризующего истощение пластовой энергии. Назовем этот процесс истощения нефтяной залежи второй фазой неустановившейся фильтрации.

Поскольку разработка нефтяных месторождений производится в течение длительных промежутков времени, исчисляемых годами, изменения во времени дебита жидкости и давления в пласте происходят относительно медленно. Это позволяет для решения задачи о неустановившейся фильтрации сжимаемой жидкости воспользоваться методом последовательной смены стационарных состояний, при применении которого *приблизительно* принимается, что в каждый момент времени дебит жидкости и распределение давления в пласте такие же, как в случае установившейся фильтрации жидкости при тех же граничных условиях. Рассматривая неустановившуюся радиальную фильтрацию сжимаемой жидкости как непрерывную последовательность стационарных состояний, для определения дебита скважины и забойного давления в пласте можно воспользоваться формулами, приведенными в § 2 настоящей главы.

### 1. Случай, когда дебит скважины является постоянным

Пусть ко времени  $t$  (время, истекшее с момента ввода скважины в эксплуатацию) падение давления распространилось на расстояние  $R_k$  от скважины. Тогда масса жидкости, извлеченной из пласта за время  $t$ , равна  $Q_m t$ , где массовый расход  $Q_m = \text{const}$ . С другой стороны, масса извлеченной из пласта жидкости равна изменению массы жидкости, находящейся в пласте.

Следовательно,

$$Q_m t = \Omega(\rho_k - \bar{\rho}), \quad (36, \text{XI})$$

где  $\Omega$  — объем порового пространства области пласта, ограниченной окружностью радиуса  $R_k$ ,

$$\Omega = \pi(R_k^2 - R_c^2)bm, \quad (37, \text{XI})$$

где  $\varrho_{\kappa}$  — плотность жидкости в точках пласта, для которых координата  $r \geq R_{\kappa}$ ;  $\varrho_{\kappa} = \text{const}$ ;

$\tilde{\varrho}$  — средневзвешенная по объему  $Q$  плотность жидкости

$$\tilde{\varrho} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \varrho d\Omega. \quad (38, \text{ XI})$$

Остальные обозначения прежние.

Подставляя в уравнение (36, XI) вместо массового расхода жидкости  $Q_m$  и объема порового пространства  $\Omega$  их значения из формул (28, XI) и (37, XI), получим:

$$\frac{2\pi kb}{\beta\mu} \frac{(\varrho_{\kappa} - \varrho_c)}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} = \pi(R_{\kappa}^2 - R_c^2)bm(\varrho_{\kappa} - \tilde{\varrho}). \quad (39, \text{ XI})$$

Обозначим

$$\varepsilon = \frac{\varrho_c}{\varrho_{\kappa}}; \quad R_{\kappa}^* = \frac{R_{\kappa}}{R_c}; \quad \xi = \frac{\tilde{\varrho}}{\varrho_{\kappa}}. \quad (40, \text{ XI})$$

Тогда уравнение (39, XI) после сокращения на  $\pi b \varrho_{\kappa}$  и вынесения за скобки  $R_c^2$  можно переписать в виде:

$$\frac{2k(1 - \varepsilon)}{m\beta\mu R_c^2} t = \ln R_{\kappa}^*(R_{\kappa}^{*2} - 1)(1 - \xi). \quad (41, \text{ XI})$$

Для нахождения величины  $\xi$  определим средневзвешенную по объему плотность жидкости  $\tilde{\varrho}$ . Выделим на расстоянии  $r$  от скважины кольцевой элемент пласта шириною  $dr$  (рис. 76). Объем порового пространства этого элемента равен:

$$d\Omega = 2\pi bmrdr. \quad 42, \text{ XI}$$

Подставляя значения  $\Omega$  и  $d\Omega$ , приведенные в формулах (37, XI) и (42, XI), в уравнение (38, XI), получим:

$$\tilde{\varrho} = \frac{2}{R_{\kappa}^2 - R_c^2} \int_{R_c}^{R_{\kappa}} \varrho(r)rdr. \quad (43, \text{ XI})$$

Подставляя вместо  $\varrho(r)$  его выражение из формулы (30, XI), разделив уравнение (43, XI) на  $\varrho_{\kappa}$  и вводя переменные  $\varepsilon$ ,  $R_{\kappa}^*$  и  $\xi$ , значения которых даются формулами (40, XI), получим:

$$\xi = \frac{2}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \int_1^{R_{\kappa}} \left( \varepsilon + \frac{1 - \varepsilon}{\ln R_{\kappa}^*} \ln R \right) R^* dR^*, \quad (44, \text{XI})$$

где  $R^* = \frac{r}{R_c}$ .

Произведя интегрирование, получим:

$$\xi = 1 - (1 - \varepsilon) \left( \frac{1}{2 \ln R_{\kappa}^*} - \frac{1}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \right), \quad (45, \text{XI})$$

что дает

$$1 - \xi = (1 - \varepsilon) \left( \frac{1}{2 \ln R_{\kappa}^*} - \frac{1}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \right). \quad (46, \text{XI})$$

Подставляя полученное значение  $(1 - \varepsilon)$  в уравнение (41, XI), имеем:

$$\frac{2k(1 - \varepsilon)}{m\beta\mu R_c^2} t = \ln R_{\kappa}^* (R_{\kappa}^{*2} - 1) (1 - \varepsilon) \left( \frac{1}{2 \ln R_{\kappa}^*} - \frac{1}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \right)$$

или

$$\frac{2k}{m\beta\mu R_c^2} t = \frac{R_{\kappa}^{*2} - 1}{2} - \ln R_{\kappa}^*.$$

Откуда

$$t = \frac{m\beta\mu R_c^2}{2k} \left( \frac{R_{\kappa}^{*2} - 1}{2} - \ln R_{\kappa}^* \right). \quad (47, \text{XI})$$

Вводя безразмерное время

$$\tau = \frac{2k}{m\beta\mu R_c^2} t, \quad (48, \text{XI})$$

получим:

$$\tau = \frac{R_{\kappa}^{*2} - 1}{2} - \ln R_{\kappa}^*. \quad (49, \text{XI})$$

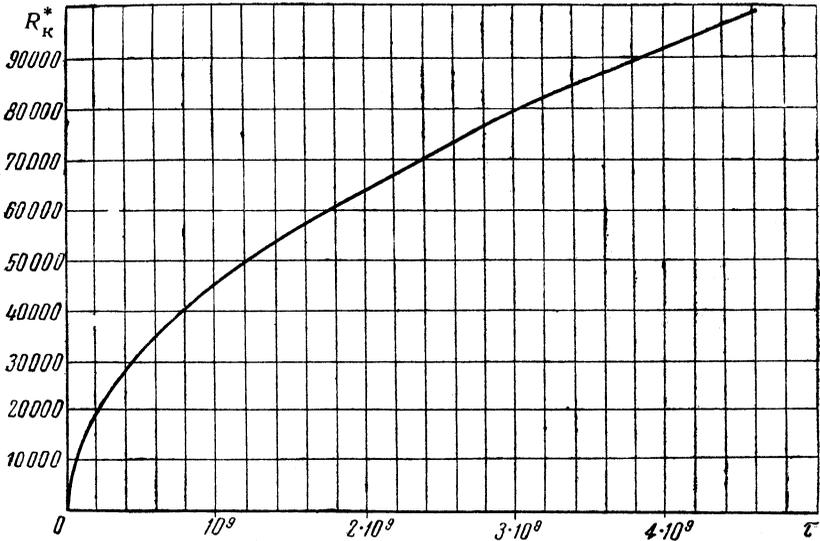


Рис. 66. Зависимость безразмерного радиуса воронки депрессии  $R_k^*$  от безразмерного времени  $\tau$  в случае эксплуатации скважины при постоянном дебите ( $Q = \text{const}$ ).

На рис. 66 приведена кривая зависимости безразмерного радиуса воронки депрессии  $R_k^*$  от безразмерного времени  $\tau$ , построенная по формуле (49, XI).

Зная значения  $R_k^*$  в различные моменты времени, легко найти соответствующие им величины забойного давления  $p_c$ . Из формулы (21, IX) имеем:

$$p_c = p_k - \frac{Q\mu \ln R_k^*}{2\pi kb}, \quad (50, XI)$$

где  $Q$  — объемный расход жидкости.

Распределение давления определяется по формуле (23, IX)<sup>2</sup>.

## 2. Случай эксплуатации скважины при постоянном противодавлении

<sup>2</sup>По формуле (23, IX) Дюпюи можно определять фиктивное распределение давления, а не истинное.

Если к моменту времени  $t$  падение давления распространилось на расстояние  $r_{\kappa}$  от скважины, тогда масса жидкости, извлеченной из пласта за последующий промежуток времени  $dt$ , равна  $Q_{\text{м}}dt$ , причем

$$Q_{\text{м}}dt = d[\Omega(\varrho_{\kappa} - \tilde{\varrho})]. \quad (50, \text{XI})$$

Правая часть уравнения (50, XI) представляет изменение массы жидкости, извлеченной из пласта с начала разработки за время  $dt$ .

Подставим в уравнение (50, XI) значения  $Q_{\text{м}}$  и  $\Omega$  из формул (28, XI) и (37, XI) и введем переменные  $R_{\kappa}^*$  и  $\xi$  и величину  $\varepsilon$ , значения которых даются формулами (40, XI).

Тогда

$$\frac{2\pi kb\varrho_{\kappa}(1 - \varepsilon)}{\beta\mu \ln R_{\kappa}^*} dt = \pi b m R_{\text{с}}^2 \varrho_{\kappa} d[(R_{\kappa}^{*2} - 1)(1 - \xi)].$$

Подставляя в это уравнение вместо  $(1 - \xi)$  его значение из формулы (46, XI) и учитывая, что при постоянном противодавлении  $p_{\text{с}} = \text{const}$ ,  $\varrho_{\text{с}} = \text{const}$  и  $\varepsilon = \text{const}$ , после сокращения на  $\pi b \varrho_{\kappa}(1 - \varepsilon)$  получим:

$$\frac{2k}{m\beta\mu R_{\text{с}}^2} dt = \ln R_{\kappa}^* d \left[ (R_{\kappa}^{*2} - 1) \left( \frac{1}{2 \ln R_{\kappa}^*} - \frac{1}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \right) \right],$$

что после раскрытия скобок и нахождения полного дифференциала дает:

$$\frac{2k}{m\beta\mu R_{\text{с}}^2} dt = \left( R_{\kappa}^* - \frac{R_{\kappa}^{*2} - 1}{2R_{\kappa}^* \ln R_{\kappa}^*} \right) dR_{\kappa}^*.$$

Но согласно формуле (48, XI)

$$\frac{2k}{m\beta\mu R_{\text{с}}^2} dt = d\tau,$$

следовательно,

$$d\tau = \left( R_{\kappa}^* - \frac{R_{\kappa}^{*2} - 1}{2R_{\kappa}^* \ln R_{\kappa}^*} \right) dR_{\kappa}^*,$$

причем при  $t = 0$ ;  $\tau = 0$ ;  $R_{\kappa}^* = 1$ .

Отсюда безразмерное время равно:

$$\begin{aligned} \tau &= \int_1^{R_{\kappa}^*} \left( R_{\kappa}^* - \frac{R_{\kappa}^{*2} - 1}{2R_{\kappa}^* \ln R_{\kappa}^*} \right) dR_{\kappa}^* = \\ &= \frac{1}{2} \left( R_{\kappa}^{*2} - 1 - \int_1^{R_{\kappa}^*} \frac{R_{\kappa}^{*2} - 1}{2R_{\kappa}^* \ln R_{\kappa}^*} dR_{\kappa}^* \right). \end{aligned} \tag{51, XI}$$

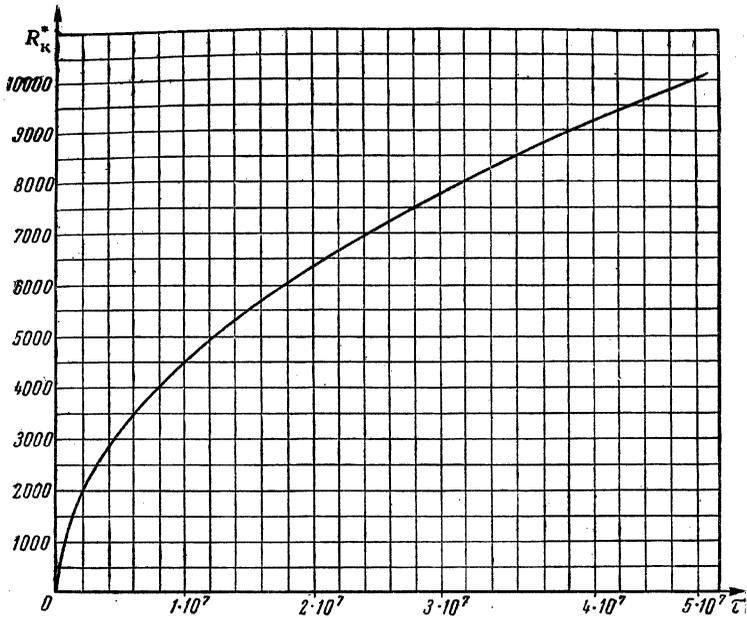


Рис. 67. Зависимость безразмерного радиуса воронки депрессии  $R_{\kappa}^*$  от безразмерного времени  $\tau$  в случае эксплуатации скважины при постоянном противодавлении ( $p_c = \text{const}$ ).

Выполнив интегрирование, получим:

$$\tau = \frac{1}{2} \left[ R_{\kappa}^{*2} - 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (\ln R_{\kappa}^*)^n}{n! n} \right]. \tag{52, XI}$$

При значительных величинах  $R_{\kappa}^*$  входящий в правую часть формулы (52, XI) ряд сходится медленно. Поэтому более удобно величину интеграла (51, XI) найти графически.

Т а б л и ц а 8

Значения безразмерного радиуса воронки депрессии  $R_{\kappa}^* = \frac{R_{\kappa}}{R_c}$   
и безразмерного дебита сжимаемой жидкости  $Q^* = \frac{\mu}{2\pi kb(p_{\kappa} - p_c)}$   
в различные моменты безразмерного времени  $\tau = \frac{2k}{m\beta\mu + \mathcal{J}R_c^2} t$  при  
постоянном противодействии на скважине

$R_{\kappa}^*$	$Q^*$	$\tau$	$R_{\kappa}^*$	$Q^*$	$\tau$
1, 15	7, 1582	0, 01103	40	0, 27108	671, 97
1, 25	4, 4822	0, 03043	50	0, 25562	1062, 9
1, 35	3, 3322	0, 059105	60	0, 24424	1554, 4
1, 45	2, 6917	0, 047345	70	0, 23538	2116, 6
1, 55	2, 2821	0, 14456	80	0, 22821	2779, 7
1, 65	1, 9984	0, 20082	90	0, 22223	3534, 1
1, 75	1, 7870	0, 26605	100	0, 21714	4380, 3
1, 85	1, 6255	0, 34019	200	0, 18873	17894
1, 95	1, 4975	0, 42317	300	0, 17532	40635
2, 0	1, 4428	0, 46797	400	0, 16690	72651
2, 5	1, 0913	1, 0360	500	0, 16091	113970
3, 0	0, 91025	1, 8209	1000	0, 14476	460820
3, 5	0, 79828	2, 8214	2000	0, 13157	1858800
4, 0	0, 72134	4, 0375	5000	0, 11741	11721000
4, 5	0, 66489	5, 4684	7000	0, 11295	23032000
5, 0	0, 62135	7, 1155	10000	0, 10857	47125000
5, 5	0, 58661	8, 9927	12000	0, 10760	67937000
6, 0	0, 55809	11, 056	15000	0, 10400	106300000
7, 0	0, 51496	15, 861	30000	0, 09700	427000000
8, 0	0, 48091	21, 533	60000	0, 090851	1714300000
9, 0	0, 45512	28, 075	80000	0, 088581	3051600000
10, 0	0, 43429	35, 489	100000	0, 086858	4772800000

В табл. 8 приведены определенные таким образом значения  $\tau$ , отвечающие различным  $R_{\kappa}^*$ . На рис. 67 приведена кривая зависимости безразмерного радиуса воронки депрессии  $R_{\kappa}^*$  от безразмерного времени  $\tau$ , построенная по данным табл. 8.

Отметим, что формулы (51, XI) и (52, XI) полностью совпадают с формулой И. А. Чарного [189]. И. А. Чарный указывает, что

при  $R^* > 1,0513$  ( $2 \ln R_k^* > 0,1$ ),

$$R_k^{*2} - 1 - \int_1^{R_k^*} \frac{R_k^{*2} - 1}{2R_k^* \ln R_k^*} dR_k^* = R_k^{*2} + \ln 10\alpha - Ei(\alpha) - 2,7253,$$

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 2 \ln R_k^*, \\ Ei(\alpha) &= \int_{-\infty}^{\alpha} \frac{e^{\alpha}}{\alpha} d\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (53, XI)$$

Интеграл (53, XI) представляет интегральный экспоненциал — табулированную функцию<sup>3</sup>.

Рассмотрение формул (48, XI), (49, XI) и (52, XI) показывает, что изменение во времени  $t$  величины  $R_k$  расширяющегося радиуса воронки депрессии не зависит от величины давления на скважине  $p_c$ , а следовательно, и от величины депрессии  $(p_k - p_c)$ <sup>4</sup>.

Из формулы (48, XI) имеем:

$$t = \frac{m\beta\mu R_c^2}{2k} \tau. \quad (54, XI)$$

Из уравнения (54, XI) видно, что продолжительность времени  $t$ , в течение которого радиус воронки депрессии достигнет величины  $R_k^*$ , прямо пропорциональна пористости пласта  $m$ , коэффициенту объемного упругого расширения жидкости  $\beta$ , ее абсолютной вязкости  $\mu$  и обратно пропорциональна коэффициенту проницаемости пласта  $k$ .

При решении задач о неустановившейся радиальной фильтрации сжимаемой жидкости при постоянном противодавлении на скважине порядок вычислений следующий: задаемся интересующим нас моментом времени  $t$  и по формуле (48, XI) находим соответствующее этому моменту времени значение безразмерного времени  $\tau$ . Далее, по приведенному на рис. 67 графику или по табл. 8 находим величину радиуса воронки депрессии  $R_k^*$ , отвечающую указанному значению  $\tau$ . Зная величину  $R_k^*$ , находим по формуле (28, XI) или по формуле Дюпюи дебит

<sup>3</sup>Таблицы функции  $Ei(\alpha)$  имеются, например, в книге Е. Янке и Ф. Эмде «Таблицы функций с формулами и кривыми». Огиз, 1948.

<sup>4</sup>Приведенный радиус (в противоположность условному) не зависит от возмущающего импульса.

скважины, а по формуле (23, IX) распределение давления  $p$  в пласте:

$$Q = \frac{2\pi kb}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln R_k^*},$$

$$p = p_c + \frac{p_k - p_c}{\ln R_k^*} \ln \frac{r}{R_c},^5$$

где  $R_c < t < R_k$ .

Затем задаемся новым значением времени  $t$  и аналогичным путем находим соответствующие ему величины  $Q$  и  $p = p(r)$  и т. д. Поскольку с течением времени величина  $R_k^*$  увеличивается, дебит скважины  $Q$  и давление  $p$  уменьшаются, несмотря на постоянство депрессии  $\Delta p = p_k - p_c$ .

Сравнение изложенных в настоящем параграфе приближенных решений с точным решением задачи о неустановившейся радиальной фильтрации сжимаемой жидкости (см. главу XXII), произведенное И. А. Чарным (для случая, когда расстояние до контура области питания равно  $5R_c$  и Б. Б. Лапуком и В. А. Евдокимовой (для случая, когда расстояние до контура области питания равно  $10^5 R_c$ ), показало весьма близкое совпадение (максимальные значения отклонений в величинах дебитов составили соответственно  $\sim 10\%$  и  $\sim 3\%$ ).

Определим массу жидкости  $Q_{\text{доб. м}}$ , извлеченной из пласта к тому моменту времени  $T$ , когда воронка депрессии достигнет контура области питания пласта, радиус которого обозначим через  $R_{\text{кп}}$ .

Согласно уравнениям (36, XI) и (50, XI) имеем:

$$Q_{\text{доб. м}} = \int_0^{T'} Q_M dt = \Omega_{\text{кп}} (\varrho_k - \tilde{\varrho}) = \Omega_{\text{кп}} \varrho_k (1 - \xi),$$

где

$$\Omega_{\text{кп}} = \pi (R_{\text{кп}}^2 - R_c^2) b m. \quad (55, XI)$$

Разделив массу жидкости  $Q_{\text{доб. м}}$  на ее плотность при атмосферном давлении  $\varrho_{\text{ат}}$  получим объем  $Q_{\text{доб}}$  жидкости, извлеченной из пласта к моменту времени  $T$ :

$$Q_{\text{доб}} = \Omega_{\text{кп}} \frac{\varrho_k}{\varrho_{\text{ат}}} (1 - \xi). \quad (56, XI)$$

<sup>5</sup>По этой формуле нельзя находить распределение давления. Эта формула определяет только распределение фиктивного давления.

Подставляя в уравнение (56, XI) вместо  $\Omega_{\text{кп}}$  и  $(1 - \xi)$  значения из формул (55, XI) и (46, XI) и обозначая  $R_{\text{кп}}^* = \frac{R_{\text{кп}}}{R_c}$ , получим:

$$Q_{\text{доб}} = \frac{\pi r_c^2 b m \rho_k}{\rho_{\text{ат}}} (1 - \xi) \left( \frac{R_{\text{кп}}^{*2} - 1}{2 \ln R_{\text{кп}}^*} - 1 \right). \quad (57, \text{XI})$$

Из уравнения состояния жидкости (2, XI) следует, что

$$\varepsilon = \frac{\rho_c}{\rho_k} = \frac{e^{\beta(p_c - p_{\text{ат}})}}{e^{\beta(p_k - p_{\text{ат}})}} = e^{-\beta(p_k - p_c)},$$

но

$$e^{-\beta(p_k - p_c)} = 1 - \beta(p_k - p_c) + \frac{1}{2!} \beta^2 (p_k - p_c)^2 - \frac{1}{3!} \beta^3 (p_k - p_c)^3 + \dots$$

Ограничиваясь первыми двумя членами ряда, что вследствие малости  $\beta$  дает точность, вполне достаточную для практических расчетов, получим:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &\cong 1 - \beta(p_k - p_c) \\ \text{или} \quad 1 - \varepsilon &\cong \beta(p_k - p_c). \end{aligned} \right\} \quad (58, \text{XI})$$

Подставляя это значение  $(1 - \varepsilon)$  в уравнение (57, XI) и учитывая, что с достаточной для практических целей точностью можно принять

$$\frac{\rho_k}{\rho_{\text{ат}}} \cong 1,$$

получим:

$$Q_{\text{доб}} \cong \pi r_c^2 b m \beta (p_k - p_c) \left( \frac{R_{\text{кп}}^{*2} - 1}{2 \ln R_{\text{кп}}^*} - 1 \right). \quad (59, \text{XI})$$

Из уравнения (59, XI) видно, что количество жидкости, извлеченной из пласта в течение первой фазы неустановившейся фильтрации, прямо пропорционально мощности  $b$  и пористости  $m$  пласта, коэффициенту объемного упругого расширения жидкости  $\beta$  и депрессии  $(p_k - p_c)$  и существенно зависит от размеров пластовой водонапорной системы, определяемых величиной  $R_{\text{кп}}^*$ .

## § 4. Неустановившаяся одномерная фильтрация сжимаемой жидкости

Пусть пласт вскрыт не скважиной, а прямолинейной галлереей. Модель пласта представлена на рис. 53а. При отборе жидкости из галлереей давление в ней будет меньше первоначального давления  $p_k$ . Вследствие этого в пласте начнется первая фаза неустановившейся фильтрации жидкости, сущность которой рассмотрена нами в начале § 3. Рассмотрим задачу о первой фазе неустановившейся одномерной фильтрации сжимаемой жидкости в двух случаях: 1) когда дебит галлереей постоянен и 2) когда приток жидкости происходит при постоянном противодавлении.

Для приближенного решения указанных задач воспользуемся методом последовательной смены стационарных состояний.

### 1. Случай, когда дебит галлереей является постоянным

Пусть за время  $t$ , истекшее с начала отбора жидкости из галлереей, падение давления распространилось на расстояние  $x_k$  от галлереей. Тогда масса жидкости, извлеченной из пласта за это время, равна  $Q_m t$ , где  $Q_m = \text{const}$ . С другой стороны, масса извлеченной из пласта жидкости равна изменению массы жидкости, находящейся в пласте.

Следовательно, можно написать уравнение (36, XI):

$$Q_m t = \Omega(\rho_k - \tilde{\rho}), \quad (36, \text{XI})$$

где  $Q$  — объем порового пространства области пласта, на которую распространилась воронка депрессии:

$$\Omega = m F x_k; \quad (60, \text{XI})$$

$\rho_k$  — плотность жидкости в точках пласта, для которых координата  $x \geq x_k$ ;  $\rho_k = \text{const}$ ;

$\tilde{\rho}$  — средневзвешенная по объему  $\Omega$  плотность жидкости, которая в условиях одномерного движения выражается в виде

$$\rho = \frac{\rho_r + \rho_k}{2}, \quad (61, \text{XI})$$

где  $\rho_r$  — плотность жидкости у входа в галлереей.

Подставляя в уравнение (36, XI) вместо  $Q_m$ ,  $\Omega$ , и  $\tilde{\rho}$  их значения (9, XI), (60, XI) и (61, XI), получим:

$$\frac{kF(\rho_k - \rho_r)}{\beta \mu x_k} t = \frac{m F x_k (\rho_k - \rho_r)}{2},$$

что дает

$$t = \frac{m\beta\mu}{2k} x_{\kappa}^2, \quad (62, \text{XI})$$

откуда

$$x_{\kappa} = \sqrt{\frac{2k}{m\beta\mu} t}. \quad (63, \text{XI})$$

Зная величину  $x_{\kappa}$ , легко найти давление в галлее  $p_{\Gamma}$ . Объемный расход жидкости равен:

$$Q = \frac{kF}{\mu} \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{x_{\kappa}}. \quad (61, \text{XI})$$

Следовательно,

$$p_{\Gamma} = p_{\kappa} - \frac{Q\mu}{kF} x_{\kappa}. \quad (65, \text{XI})$$

## 2. Случай, когда в галлее поддерживается постоянное противодействие

В указанном случае уравнение материального баланса дается формулой (50, XI). Подставляя в уравнение (50, XI) значения  $Q_{\text{м}}$ ,  $\Omega$  и  $\tilde{\varrho}$  из формул (9, XI), (60, XI) и (61, XI) и учитывая, что при  $p_{\Gamma} = \text{const}$ ,  $\varrho_{\Gamma} = \text{const}$ , имеем:

$$\frac{kF(\varrho_{\kappa} - \varrho_{\Gamma})}{\beta\mu x_{\kappa}} dt = \frac{mF(\varrho_{\kappa} - \varrho_{\Gamma})}{2} dx_{\kappa},$$

откуда

$$dt = \frac{m\beta\mu}{2k} x_{\kappa} dx_{\kappa}.$$

Интегрируя полученное уравнение по  $x_{\kappa}$  в пределах от 0 до  $x_{\kappa}$  и по  $t$  от 0 до  $t$ , находим:

$$t = \frac{m\beta\mu}{4k} x_{\kappa}^2,$$

что дает

$$x_{\kappa} = 2 \sqrt{\frac{k}{m\beta\mu} t}. \quad (66, \text{XI})$$

Подставляя значение  $x_k$  из формулы (66, XI) в формулу (64, XI), найдем изменение во времени объемного расхода жидкости (дебита галлерей).

Как видно из формул (63, XI) и (66, XI), в рассмотренных *условиях одномерного движения расстояние  $x_k$  от галлерей до границы области падения давления в пласте пропорционально корню квадратному из времени  $t$ .*

Определим массу жидкости  $Q_{\text{доб. м}}$ , извлеченной из пласта к моменту времени  $T$ , когда область падения давления распространится до контура питания пласта, расстояние до которого обозначим  $L_k$ .

$$Q_{\text{доб. м}} = \Omega_{\text{кп}}(\rho_k - \tilde{\varrho}),$$

где

$$\Omega_{\text{кп}} = mFL_k.$$

Или

$$Q_{\text{доб. м}} = \Omega_{\text{кп}}(\rho_k - \tilde{\varrho}) = mFL_k(\rho_k - \tilde{\varrho}).$$

Подставляя вместо  $\tilde{\varrho}$  его значение из формулы (61, XI), получим:

$$Q_{\text{доб. м}} = \frac{mFL_k(\rho_k - \rho_\Gamma)}{2} = \frac{1}{2} mFL_k \rho_k (1 - \varepsilon),$$

где

$$\varepsilon = \frac{\rho_\Gamma}{\rho_k}.$$

Но согласно формуле (58, XI)

$$1 - \varepsilon \cong \beta(\rho_k - \rho_\Gamma),$$

следовательно,

$$Q_{\text{доб. м}} = \frac{1}{2} mFL_k \rho_k \beta (p_k - p_\Gamma).$$

Разделив  $Q_{\text{доб. м}}$  на плотность жидкости  $\rho_{\text{ат}}$  при атмосферном давлении и принимая  $\frac{\rho_k}{\rho_{\text{ат}}} \cong 1$  получим объем жидкости  $Q_{\text{доб}}$  извлеченной за время  $T$ :

$$Q_{\text{доб}} = \frac{1}{2} mFL_k \beta (p_k - p_\Gamma) = \frac{1}{2} \Omega_{\text{кп}} \beta (p_k - p_\Gamma). \quad (67, XI)$$

Как видно из формулы (67, XI), этот объем жидкости прямо пропорционален объему порового пространства пласта  $\Omega_{\text{кп}}$ , коэффициенту объемного упругого расширения жидкости  $\beta$  и величине депрессии  $(p_k - p_\Gamma)$ .

Сравнение изложенного приближенного решения задачи о неустановившейся одномерной фильтрации с точным решением (см. И. А. Чарный [189]) показало, что в случае  $p_r = \text{const}$  расхождение в величине дебита жидкости составляет около 11%, причем полученные по формулам (64, XI) и (56, XI) значения дебита жидкости являются заниженными.

Приближенное решение задач о неустановившейся фильтрации сжимаемой жидкости методом последовательной смены стационарных состояний при условиях, когда дебит жидкости или давление на скважине (или в галлерее) являются заданной функцией времени, дается в книге И. А. Чарного [189].

### § 5. Приближенное решение задач о неустановившемся движении сжимаемой жидкости в упругом пласте

Как отмечалось в главе II, при падении давления в пласте происходит не только расширение жидкости, но и изменение объема порового пространства вследствие упругости слагающих коллектор горных пород. В. Н. Шелкачевым [219] введено понятие о коэффициенте упругоэластичности пласта  $\beta^*$ , показывающем, какую долю от выделенного элемента объема пласта составляет объем жидкости, вытекшей из указанного элемента при снижении давления в нем на 1 ат. Коэффициент упругоэластичности связан с коэффициентом объемного упругого расширения жидкости  $\beta_{ж}$  следующим образом:

$$\beta^* = \mu\beta_{ж} + \beta_c^1,$$

где  $m$  — пористость пласта, а  $\beta_c$  — коэффициент сжимаемости пористой среды.

Разделив коэффициент упругоэластичности  $\beta^*$  на пористость пласта  $m$  найдем величину  $\beta'$ , показывающую, какую долю от объема порового пространства элемента пласта составляет объем вытекшей из него жидкости при снижении давления на 1 ат:

$$\beta' = \frac{1}{m} \beta^* = \beta_{ж} + \frac{1}{m} \beta_c. \tag{68, XI}$$

Коэффициент  $\beta'$ , зависящий от упругости жидкости и упругости пористой среды, можно рассматривать как некоторый коэффициент

---

<sup>1</sup>См. главу XXII, а также книгу В. Н. Шелкачева [219].

объемного упругого расширения фиктивной жидкости, находящейся в недеформируемом пласте. Введение этого коэффициента  $\beta'$  вместо коэффициента  $\beta$  в уравнения § 3 и 4 делает эти уравнения справедливыми для неустановившегося движения упругой жидкости в упругой пористой среде. Поскольку изложенные в § 3 и 4 методы решения задачи о неустановившейся фильтрации сжимаемой жидкости в недеформируемой пористой среде являются приближенными, то и полученные путем указанной замены формулы неустановившегося движения упругой жидкости в упругом пласте представляют приближенное решение этой задачи. О результатах сравнения с точным решением мы говорили выше.

Значения коэффициентов сжимаемости  $\beta_c$  образцов песчаников, взятых из различных пластов, вычислены В. Н. Щелкачевым [219]. Интервал изменения величины  $\beta_c$  таков:  $10^5 \beta_c = 1, 1 - 2, 2 \frac{1}{\text{атм}}$ .

---

---

## ГЛАВА XII

# Одномерное и радиальное движения газов в пористой среде

### § 1. Законы фильтрации газов. Экспериментальные исследования движения газов в пористой среде

Основные положения, изложенные в теории фильтрации жидкостей (см. главы IV–VII), справедливы и для фильтрации газов<sup>1</sup>. В 1928 г. были впервые широко поставлены экспериментальные исследования установившейся и не установившейся фильтрации газов. Эти опыты были проведены в СССР в бывшем Государственном исследовательском нефтяном институте (ГИНИ) Д. С. Вилькером под руководством акад. Л. С. Лейбензона.

Опытный «пласт» представлял собою 4'' трубу U-образной формы длиной 31,1 м. Труба набивалась луберецким песком, состоящим на 88,9% из фракций с диаметром зерен 0,15–0,21 мм. Пористость пласта составляла 38,7%, проницаемость — 26,6 дарси. В «пласт» при помощи компрессора нагнетался воздух, который поступал через один конец трубы и выходил через другой. В процессе экспериментирования производились наблюдения за распределением давления по длине трубы. Давление измерялось 7 манометрами, расположенными примерно на одинаковых расстояниях друг от друга. Опыты проводились при давлениях до 1528 мм рт. ст.

В 1930 и 1932 гг. в б.в. ГИНИ И. П. Москальковым под руководством акад. Л. С. Лейбензона было продолжено экспериментальное изучение установившейся и не установившейся фильтрации газов.

Модель пласта состояла из U-образной трубы диаметром 6'' и общей длиной в 35 м, набитой предварительно отсортированным и просушенным луберецким песком. При проведении опытов длина пласта могла быть уменьшена в 2 раза. Для измерения давлений вдоль трубы на расстоянии ~ 5 м были установлены манометры. Всего было проведено три серии опытов.

---

<sup>1</sup> Первые доказательства применимости линейного закона фильтрации движения газов в пористой среде были даны еще в конце прошлого века.

Первая серия опытов проводилась на пласте, набитом мелким песком, пористость которого составила 37,65%, проницаемость — 24,2 дарси. Начальные давления газа в пласте составляли 2,72 и 4,05 *ата*. Истечение газа проходило в атмосферу и в газометр с противодавлением в 50 мм рт. ст.

Вторая серия опытов проводилась на той же модели пласта, но труба набивалась смесью глины и песка с весовым соотношением 100 : 215. Пористость смеси составила 37,8%. Всего было проведено 20 опытов. Начальные пластовые давления изменялись в пределах 30–3800 мм рт. ст.

Третья серия опытов проводилась на той же модели пласта, что и первая серия. Труба набивалась крупнозернистым песком с преобладающей фракцией, состоящей из песчинок диаметром более 0,4 мм. Начальные давления изменялись в пределах 30–3800 мм рт. ст. Пористость пласта составляла ~ 37,3%. Истечение газа происходило в газометр.

В 1932–1933 гг. Д. С. Вилькером были проведены в гидродинамической лаборатории им. Н. Е. Жуковского Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова опыты по одномерному установившемуся и неустановившемуся движению газов в песке. Модель пласта представляла вертикальную 10" колонну труб длиной 15 м, заполненную свободным от минеральных и органических примесей нецементированным песком. Измерение давлений по длине колонны (пласта) производилось в четырех точках, отстоящих друг от друга на равных расстояниях. Опыты проводились при давлениях от 1 до 10 *ата*. Измерения вытекающего из пласта воздуха производились путем взвешивания воды, вытесняемой воздухом из газометра. Кроме того, на пути из пласта к газометру была установлена трубка Прандтля, при помощи которой время от времени контролировался расход воздуха.

Подробное описание и анализ результатов указанных выше опытов даются в статьях Д. С. Вилькера [27], И. П. Москалькова [129] и в книгах акад. Л. С. Лейбензона [100, 107] и Б. Б. Лапука [91].

Рассмотрение результатов экспериментальных исследований *установившегося* движения газа в пористой среде, проведенных Д. С. Вилькером и И. П. Москальковым, показало, что движение газа в пористой среде подчиняется линейному закону фильтрации. Этот вывод был также подтвержден проведенными в 1931–1932 гг. в США опытами [123, 182] по установившемуся одномерному и радиальному движению газа в нецементированном песке.

Следует отметить, что в США опыты по *неустановившейся* фильтрации газов были проведены лишь в 1942 г., т. е. спустя 14 лет после опытов Д. С. Вилькера.

Сопоставление результатов экспериментального изучения *неустановившейся* фильтрации газов с теорией акад. Л. С. Лейбензона (см. главу XXII) показывает достаточно хорошее совпадение с экспериментальными данными (см. по этому вопросу книги Л. С. Лейбензона [100, 107] и Б. Б. Лапука [91]).

Границы применимости линейного закона фильтрации при фильтрации газов определяются критическими значениями числа Рейнольдса, величины которых так же, как и для жидкости, даются формулами (15, VII) или (9, VII).

Обобщенный закон фильтрации газов, выведенный на основе принципа однородности размерностей и справедливый для любых значений чисел  $Re$ , дается уравнениями (44, VII) или (40, VII).

В главе VI, рассматривая вопрос о проницаемости пористой среды, мы подчеркивали, что величина коэффициента проницаемости не зависит от свойств жидкости или газа, а определяется лишь свойствами пористой среды. Чтобы избежать физико-химического взаимодействия между жидкостью и пористой средой, многие авторы предлагают лабораторные определения проницаемости образцов пористой среды производить при помощи газов.

Однако результаты опытов [71] показали, что в ряде случаев проницаемость пористой среды для жидкостей и газов различна и при отсутствии физико-химического взаимодействия между жидкостью и породой (проницаемость для газов определялась при давлениях, близких к атмосферному). В качестве пористой среды применялись стеклянные фильтры и керны, взятые из различных месторождений.

Газами служили воздух, азот, водород, углекислый газ, жидкостью — изооктан — химически инертная жидкость. Значения коэффициентов проницаемости определялись на основании линейного закона фильтрации (по формулам (14, VI) для изооктана и (24, XII) для газа).

Результаты опытов показывают, что при весьма малых значениях коэффициента проницаемости  $k$  измерение величины  $k$  при помощи газов при давлениях, близких к атмосферному, дает сильно завышенные по сравнению с изооктаном результаты. Так, при  $k = 4, 36$  миллидарси (для изооктана) проницаемость пористой среды для воздуха в 2,27 раза больше, чем для изооктана. В образцах пористой среды, проницаемость которых составляет 85 и 190 миллидарси, проницаемость для газа соответственно на 14 и 17% больше, чем для жидкости. И, наконец, в хорошо проницаемых образцах (при  $k \cong 1, 35$  дарси) разница в результатах определения коэффициента проницаемости при помощи жидкости и газа составляет всего  $\sim 4\%$ .

На рис. 68 приведены кривые, иллюстрирующие зависимость коэффициента проницаемости образца  $C$  для водорода, воздуха и угле-

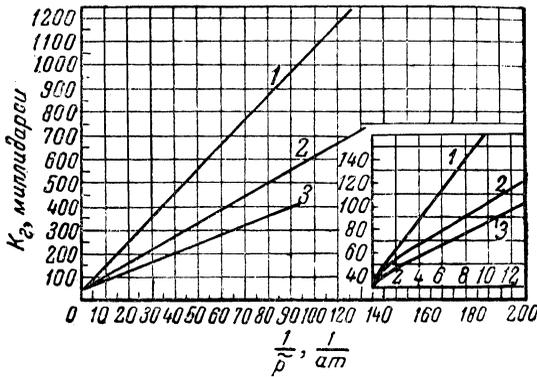


Рис. 68. Зависимость проницаемости образца  $C$  для водорода, воздуха и углекислого газа от давления. 1 — водород, 2 — воздух, 3 — углекислый газ.

кислого газа от давления. По оси ординат отложены значения коэффициента проницаемости для газа в миллиардари, а по оси абсцисс — значения  $\frac{1}{\tilde{p}}$ , причем среднее давление  $\tilde{p} = \frac{p_1 + p_2}{2}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  — соответственно давления газа на входе и выходе из образца. Проницаемость образца  $C$  для изооктана равна 32,1 миллиардари. Как видно из рис. 68, при малых давлениях (а следовательно, больших значениях  $\frac{1}{\tilde{p}}$ ) газопроницаемость зависит от давления и является линейной функцией величины  $\frac{1}{\tilde{p}}$ , причем при одних и тех же давлениях различные газы имеют различные значения коэффициента проницаемости.

При малых значениях  $\tilde{p}$  проницаемость образцов пористой среды для воздуха может резко отличаться от проницаемости их для жидкости.

Получение более высоких значений коэффициента проницаемости для газов по сравнению с жидкостями Клинкенберг объясняет эффектом скольжения, заключающимся в том, что скорость слоя газа, находящегося в непосредственной близости от неподвижной твердой стенки, в отличие от жидкости не равна нулю. Поэтому расход газа оказывается большим, чем при линейном законе фильтрации, гидравлическое обоснование которого базируется на формуле для потери напора при ламинарном движении жидкости по трубам.

Как показали исследования, проницаемость пористой среды для газа является функцией средней длины свободного пробега молекул,

и, следовательно, проницаемость зависит от давления, температуры и природы газа, влияющих на величину свободного пробега молекул.

Исходя из вышеизложенного и учитывая, что значения ряда величин, входящих в уравнения подземной гидравлики (площадь  $F$  сечения продуктивных пластов, пористость  $m$ , расстояния до контуров питания, а часто и данные о вязкости жидкостей и газов  $\mu$ ), в большинстве случаев известны с точностью, не превышающей 10–15%, а давления в пласте обычно гораздо выше атмосферного давления, *при решении задач, связанных с разработкой нефтяных и газовых месторождений*, проницаемость пористых пластов для жидкостей и газов можно принимать одинаковой. Исключение составляют лишь малопроницаемые породы, для которых в условиях низких давлений, на основе приведенных выше данных, следует вносить соответствующие коррективы. При лабораторных определениях при помощи газов величины коэффициента проницаемости *малопроницаемых* пород необходимо прокачку газа через образцы производить при средних давлениях, превышающих  $\sim 2$  атм.

## § 2\*. О термодинамических процессах при движении газов в пористой среде

### 1. Установившееся движение газа в пласте как дроссельный процесс

Прежде чем приступить к выводу уравнений движения газа в пористой среде, необходимо выяснить вопрос о том, какие термодинамические процессы происходят при фильтрации газов<sup>1</sup>. С этой целью рассмотрим установившееся движение газа в призабойной зоне пласта, ограниченной поверхностью цилиндра, коаксиального скважине. Введем следующие допущения.

Каждый элемент пористого пласта и весь пласт в целом рассматриваются как термически изолированная система, т. е. принимается, что теплопередача от одного элемента к другому, а также от подстилающих и перекрывающих пористый пласт горизонтов отсутствует, не принимается также во внимание теплопередача от пористой породы к газу, обусловленная разностью температур между газом и пористой средой. Газ принимается совершенным.

Обозначим  $R_k$  и  $R_c$  — радиусы соответственно внешней границы призабойной зоны пласта и скважины,  $p$  — давление,  $\gamma$  — удельный вес газа,

<sup>1</sup>Мы не рассматриваем здесь вопрос о термодинамических процессах, происходящих в нефтяных пластах при закачке в них горячих газов. Интересующего читателя отсылаем к статьям Б. Б. Лапука «К итогам работ по подземной газификации нефтяных пластов» («Азерб. нефт. хоз.» № 2, 1939) и «О термическом воздействии на нефтяные пласты в целях повышения нефтеотдачи» («Азерб. нефт. хоз.», № 12, 1939).

$w$  — скорость движения газа,  $u$  — внутренняя энергия 1 кг газа,  $g$  — ускорение силы тяжести. Тогда для энергии 1 кг движущегося к скважине газа можно написать следующее уравнение:

$$u_{\text{к}} + \frac{p_{\text{к}}}{\gamma_{\text{к}}} + z_{\text{к}} + \frac{w_{\text{к}}^2}{2g} = u_{\text{с}} + \frac{p_{\text{с}}}{\gamma_{\text{с}}} + z_{\text{с}} + \frac{w_{\text{с}}^2}{2g},$$

где  $z$  — геометрическая высота, а индексы к и с относятся соответственно к контурам внешней границы призабойной зоны и скважины.

Обозначая через  $i$  — энтальпию (теплосодержание) газа

$$i = u + \frac{p}{\gamma}$$

и пренебрегая величиной  $z_{\text{с}} - z_{\text{к}}$  вследствие ее малости по сравнению с  $i$ , получим:

$$i_{\text{к}} = i_{\text{с}} + \frac{w_{\text{с}}^2 - w_{\text{к}}^2}{2g}.$$

Оценим максимально возможное значение величины  $\frac{w_{\text{с}}^2}{2g}$ , представляющей запас удельной кинетической энергии газа при входе в скважину.

Рассмотрение данных о свободных дебитах газовых скважин по более чем 70 газовым месторождениям СССР, США и Канады (см. книгу И. Н. Стрижова [164] или работу Б. Б. Лапука [91]) показывает, что максимальный дебит газовых скважин при открытом фонтанировании составляет около 7 млн.  $\text{м}^3/\text{сутки}$ , причем мощность пласта, представленного в этом случае песком, равна 20 м. Примем эти величины свободного дебита и мощности пласта в качестве исходных данных. Пусть приведенный к атмосферному давлению и забойной температуре дебит газовой скважины  $Q = 7 \cdot 10^6 \text{ м}^3/\text{сутки} = 81 \text{ м}^3/\text{сек}$ , мощность пласта  $b = 20 \text{ м}$ , пористость пласта  $m = 0,2$ , радиус скважины  $R_{\text{с}} = 0,1 \text{ м}$  и давление на забое скважины  $p_{\text{с}} = 1 \text{ ата}$  (в действительности забойное давление больше 1 ата, но мы принимаем заведомо заниженное значение  $p_{\text{с}}$ , чтобы получить завышенное значение  $w_{\text{с}}$ ). Тогда скорость движения газа при входе в скважину будет:

$$w_{\text{с}} = \frac{Q}{2\pi R_{\text{с}} b p_{\text{с}}} = \frac{81}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,1 \cdot 20} = 6,45 \text{ м/сек}.$$

Приращение кинетической энергии газа при переходе его от внешней границы призабойной зоны к скважине составит:

$$\frac{w_{\text{с}}^2 - w_{\text{к}}^2}{2g} < \frac{w_{\text{с}}^2}{2g} = \frac{6,45^2}{2 \cdot 9,81} = 2,12 \text{ кгм/кг}.$$

Переходя от килограммометров к килокалориям, получим:

$$\frac{w_{\text{с}}^2 - w_{\text{к}}^2}{2g} < \frac{2,12}{427} = 4,95 \cdot 10^{-3} \text{ ккал/кг}.$$

Принимая теплоемкость газа  $c_p = 0,57$  ккал/кг °С и считая, что приращение кинетической энергии газа целиком происходит за счет внутренней энергии газа, можно оценить величину вызванного этим понижения температуры:

$$\Delta t = \frac{w_c^2 - w_k^2}{2g c_p} < \frac{4,95 \cdot 10^{-3}}{0,57} = 0,0087^\circ \text{C}$$

Таким образом, увеличение кинетической энергии газа при движении его в пористом пласте и связанные с этим температурные изменения ничтожно малы даже при чрезвычайно больших расходах газа<sup>2</sup>. Следовательно, во всех технических расчетах с вполне достаточной точностью можно положить

$$\frac{w_c^2 - w_k^2}{2g} = 0,$$

что на основании уравнения (1, XII) дает:

$$i_c = i_k.$$

Итак, установившееся движение газа в пористом пласте характеризуется постоянством теплосодержания (энтальпии). Из термодинамики известно, что постоянством теплосодержания характеризуются дроссельные процессы.

Таким образом, *при установившемся движении газа в пористом пласте имеет место процесс дросселирования газа.*

## 2. Понижение температуры при дросселировании газа в пласте

Понижение температуры газов при дросселировании широко известно и носит название эффекта Джоуля – Томсона. Определение изменения температуры при движении газа в пласте может быть произведено двумя методами: на основе данных о коэффициентах Джоуля – Томсона, обозначаемых  $\alpha$ , и при помощи энтальпийных диаграмм.

Определение изменения температуры газа на основе коэффициентов  $\alpha$ . Исходя из дифференциальных соотношений термодинамики (см. [199]), при независимых переменных  $p$  и  $T$ , имеем

$$di = c_p dT - \left[ T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right] dp,$$

где  $c_p$  — теплоемкость газа при постоянном давлении,

$p$  — давление,

$V$  — удельный объем газа.

---

<sup>2</sup>Следует отметить, что в случае гидродинамически несовершенных скважин (см. § 2 главы XIV) скорость газа при входе в скважины может быть в несколько десятков раз больше, чем при эксплуатации скважин совершенных. Однако и в этих условиях величина  $\Delta t$  остается малой.

Так как при дросселировании процесс происходит при постоянной энтальпии, то

$$di = 0$$

и, следовательно:

$$c_p \left( \frac{dT}{dp} \right)_i = T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p - V,$$

$$\alpha = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_i,$$

получим

$$\pi = \frac{T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p - V}{c_p}.$$

Таблица 9

### Коэффициенты $\alpha$ для метана

Давление $p, \text{ атм}$	$\alpha$ при температуре					
	21° С	38° С	55° С	71° С	88° С	105° С
0	0,3291	0,3478	0,3083	0,2473	0,2451	0,2198
17,5	0,4111	0,3628	0,3225	0,2885	0,2585	0,2316
35,2	0,4111	0,3644	0,3223	0,2893	0,2593	0,2332
52,8	0,3698	0,3534	0,3138	0,2806	0,2506	0,2253
70,3	0,3771	0,3532	0,2984	0,2632	0,2356	0,2119
87,9	0,3502	0,3115	0,2751	0,2435	0,2158	0,1929
105,5	0,3217	0,2846	0,2498	0,2213	0,1960	0,1739

В табл. 9 приведены полученные экспериментально значения коэффициентов  $\alpha$  для метана. На рис. 69 показаны кривые  $\alpha = \alpha(p)$  для разных температур, нанесенные на основе данных табл. 9.

Кривые, приведенные на рис. 70, показывают влияние температуры на коэффициенты  $\alpha$  для метана при различных давлениях.

Из приведенных на рис. 69 и 70 кривых видно, что:

1) с повышением давления при неизменной температуре величина коэффициентов  $\alpha$  сначала несколько увеличивается, а затем уменьшается;

2) с повышением температуры при неизменном давлении коэффициенты  $\alpha$  уменьшаются;

3) при любой температуре имеется некоторое максимальное значение коэффициента  $\alpha$ .

На рис. 71 показана зависимость коэффициентов  $\alpha$  для естественно-го нефтяного газа от давления при температуре 71,1°С. Химический состав

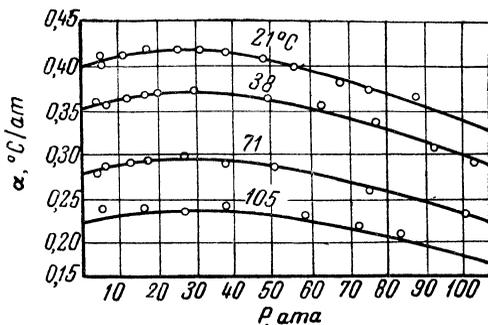


Рис. 69. Зависимость коэффициентов  $\alpha$  для метана от давления  $p$  при различных температурах.

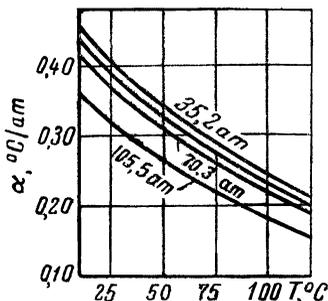


Рис. 70. Влияние температуры  $t$  на величину коэффициентов  $\alpha$  для метана.

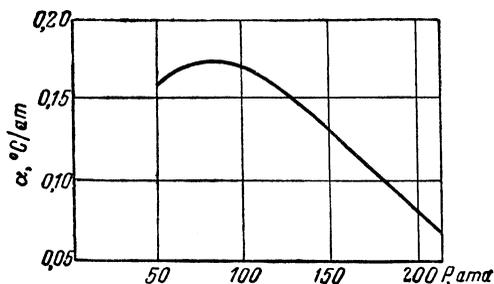


Рис. 71. Зависимость коэффициентов  $\alpha$  для естественного нефтяного газа от давления  $p$  при температуре  $71,1^\circ \text{C}$ .

этого газа следующий (в процентах молей): кислорода и азота — 1,50%, углекислоты — 0,60%, метана — 87,78%, этана — 3,82%, пропана — 3,36%, *n*-бутана и изобутана — 2,00%, пентана — 0,64% и более тяжелых углеводородов — 0,30%.

Исходя из средних значений коэффициентов  $\tilde{\alpha}$ , легко определить падение температуры в пласте при дросселировании газа, пользуясь формулой:

$$\Delta t = \tilde{\alpha} \Delta p,$$

где  $\Delta t$  — падение температуры газа между двумя точками пласта, перепад давления между которыми равен  $\Delta p$ .

Определение величины изменения температуры газа при помощи энтальпийных диаграмм. Так как движе-

ние газа в пористой среде представляет дроссельный процесс, характеризующийся постоянством теплосодержания, изменение температуры газа при дросселировании его может быть определено при помощи энтальпийных диаграмм или соответствующих таблиц. На рис. 72 представлена составленная Б. Б. Лапуком энтальпийная диаграмма для естественного газа указанного выше состава. Пользуясь рис. 72, рассмотрим следующий пример.

*Пример.* Определить падение температуры естественного газа в пласте при установившемся движении его к забою скважины, если пластовые давление и температура соответственно составляют 130 *атм* и 60° С, а давление на забое скважины равно 110 *атм*.

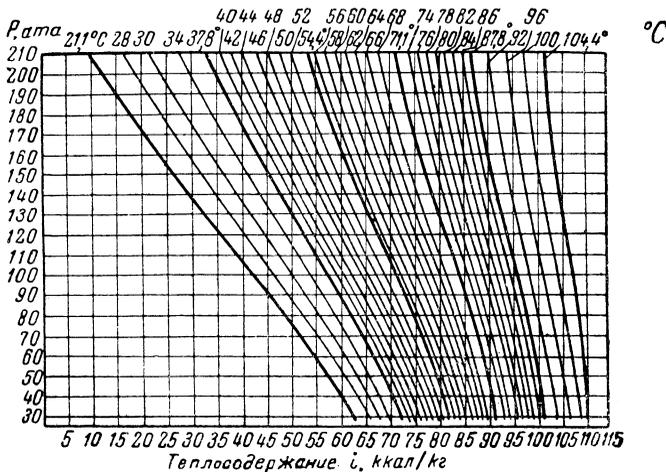


Рис. 72. Энтальпийная диаграмма для естественного нефтяного газа.

На диаграмме рис. 72 находим значение теплосодержания для 60° С и 130 *атм*. Оно составляет 70 *ккал/кг*. Спускаясь по вертикали  $i = 70$  *ккал/кг* до давления 110 *атм*, находим значение забойной температуры, равное 56° С. Таким образом, падение температуры составит 60 – 56 = 4° С.

Следует отметить, что, пользуясь энтальпийными диаграммами для газа, можно определить средние значения коэффициентов  $\alpha$ . Так, для рассмотренного нами примера, при снижении давления естественного газа на 130 – 110 = 20 *атм* и падении температуры на 4° С, величина среднего коэффициента  $\tilde{\alpha}$  составит:

$$\tilde{\alpha} = \frac{\Delta t}{\Delta p} = \frac{4,0}{20} = 0,20^\circ \text{ С/атм.}$$

Экспериментальные данные. Так как наш вывод о том, что

установившееся движение газа в пористой среде представляет дроссельный процесс, базируется на основных началах термодинамики, то он (этот вывод) не требует экспериментальной проверки. Тем не менее сравнение с опытными данными представляет интерес с точки зрения оценки проведенных экспериментальных работ. Из перечисленных в § 1 настоящей главы экспериментальных исследований движения газа в пористой среде лишь в работах И. П. Москалькова [129] и в опытах [182] было обращено внимание на вопросы изменения температуры газа.

И. П. Москальков указывает, что «предполагавшиеся изменения температуры по длине пласта при прохождении через него газа проведенными наблюдениями с помощью двойных термопар, установленных в начале, середине и конце 35 м пласта, не подтвердились. В силу этого во всех дальнейших опытах наблюдение за изменением температуры в пласте было исключено вовсе».

Если учесть малую величину коэффициентов  $\alpha$  для воздуха, большие размеры пласта и то, что опыты И. П. Москалькова проводились при небольших перепадах давления, то станет понятным отсутствие заметных температурных изменений при фильтрации газа.

При проведении экспериментальных исследований [182] установившегося одномерного (прямолинейного) движения воздуха в изолированном (при помощи тепловой изоляции) пласте (набитая песком труба диаметром 3") при перепаде давления в 15,73 ат на длине 2,85 м наблюдалось понижение температуры, «хорошо совпадающее с данными падения температуры в результате эффекта Джоуля – Томсона при движении воздуха в подобных же условиях температуры и давления».

### 3. Выводы

Установившееся движение газа в пористом пласте практически можно рассматривать как дроссельный процесс, характеризующийся постоянством энтальпии.

Понижение температуры газа при установившемся движении его в пористой среде может быть определено при помощи энтальпийных диаграмм или коэффициентов  $\alpha$ .

Понижение температуры при установившейся фильтрации газа даже при больших перепадах давления относительно невелико. При газодинамических расчетах (определения распределения давления, расхода газа и т. п.) при небольших перепадах давления для практических целей можно принимать, что установившееся движение газа в пористых пластах является изотермическим процессом.

В условиях *неустановившейся* фильтрации газа, происходящей в газовых залежах при их разработке, величина падения температуры газа еще меньше, чем при установившейся фильтрации, ибо в этом случае имеет место теплопередача как от самой пористой среды, слагающей коллектор, так и от горизонтов, подстилающих и перекрывающих газоносный пласт. Температурные изменения, происходящие в пористых пластах при фильтрации

в них газа, находятся в весьма узкой области, заключенной между изотермой и линией постоянной энтальпии. При решении практических задач, связанных с неустановившейся фильтрацией газов в пористых пластах, движение газа можно считать изотермическим.

Следует отметить, что при фильтрации газа в нефтяных пластах (при движении газированной жидкости) происходит дросселирование как газа, так и нефти. Поскольку при дросселировании жидкостей температура их повышается<sup>3</sup>, снижение температуры газа при дросселировании его будет еще меньшим, чем при фильтрации одного газа.

*Исходя из вышеизложенного, в дальнейшем при решении задач о фильтрации газа движение газа в пористой среде рассматривается как изотермический процесс.*

### § 3. Одномерное установившееся движение газов по линейному закону фильтрации

Согласно линейному закону фильтрации весовая скорость фильтрации газа в горизонтальном направлении, противоположном направлению оси  $x$ , равна:

$$\gamma v = -\frac{k}{\mu} \gamma \frac{dp}{dx}, \quad (2, XII)$$

где  $\gamma$  — удельный вес газа,  $\mu$  — его абсолютная вязкость, принимаемая постоянной, остальные обозначения прежние.

Рассматривая в соответствии с § 2 движение газа в пористой среде как изотермический процесс и считая газ идеальным, в качестве уравнения состояния газа можно принять:

$$\gamma = \frac{\gamma_{ат}}{p_{ат}} p, \quad (3, XII)$$

где  $\gamma_{ат}$  — удельный вес газа при атмосферном давлении  $p_{ат}$  и *пластовой температуре*, причем согласно характеристическому уравнению идеальных газов

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{p_{ат}}{\gamma_{ат}} = RT.$$

Здесь  $R$  — газовая постоянная,  $T$  — абсолютная температура.

Подставляя в правую часть уравнения (2, XII) значение  $\gamma$  из формулы (3, XII), получим:

$$\gamma v = -\frac{k\gamma_{ат}}{\mu p_{ат}} p \frac{dp}{dx}. \quad (4, XII)$$

<sup>3</sup>См. по этому вопросу статью Б. Б. Лапука «О температурных изменениях при движении сырой нефти в пористых пластах». «Нефт. хоз.», № 4–5, 1940, а также [86].

Обозначим через  $G$  — весовой расход газа,  $Q$  — объемный расход газа,  $F$  — площадь вертикального сечения пласта. Тогда

$$G = |\gamma v|F = Q\gamma, \quad (5, \text{XII})$$

Подставляя в формулу (5, XII) значение весовой скорости фильтрации газа из формулы (4, XII), получим:

$$G = \frac{kF\gamma_{\text{ат}}}{\mu p_{\text{ат}}} p \frac{dp}{dx}. \quad (6, \text{XII})$$

Введем, следуя Л. С. Лейбензону [100], переменную  $P = p^2$ . Дифференцируя  $P$  по  $x$ , находим:

$$\frac{dP}{dx} = 2p \frac{dp}{dx},$$

что дает

$$p \frac{dp}{dx} = \frac{1}{2} \frac{dP}{dx}$$

Подставляя это значение  $p \frac{dp}{dx}$  в формулу (6, XII), имеем:

$$G = \frac{kF\gamma_{\text{ат}}}{2\mu p_{\text{ат}}} \frac{dP}{dx}. \quad (7, \text{XII})$$

Поскольку весовой расход газа в случае установившейся фильтрации постоянен, то уравнение (7, XII) содержит две переменные  $P$  и  $x$ , разделив которые имеем:

$$dP = \frac{2\mu p_{\text{ат}} G}{kF\gamma_{\text{ат}}} dx. \quad (8, \text{XII})$$

Граничные условия выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} x = 0, \quad p = p_{\Gamma}, \quad P = P_{\Gamma} = p_{\Gamma}^2 \\ \text{при} \\ x = L_{\text{к}}, \quad p = p_{\text{к}}, \quad P = P_{\text{к}} = p_{\text{к}}^2, \end{aligned} \quad (9, \text{XII})$$

где  $p_{\Gamma}$  — давление газа на выходе из пласта, который (выход) мы условно назовем галлереей;

$p_{\text{к}}$  — давление на контуре пласта, удаленном на расстояние  $L_{\text{к}}$  от галлерей.

Интегрируя уравнение (8, XII) по  $P$  в пределах от  $P_\Gamma$  до  $P_K$  и по  $x$  от 0 до  $L_K$  и решая полученное уравнение относительно  $G$ , находим весовой расход газа:

$$G = \frac{kF\gamma_{ат}}{2\mu p_{ат}} \frac{P_K - P_\Gamma}{L_K} \quad (10, XII)$$

или

$$G = \frac{kF\gamma_{ат}}{2\mu p_{ат}} \frac{(p_K^2 - p_\Gamma^2)}{L_K}.$$

Для нахождения распределения давления в пласте проинтегрируем уравнение (8, XII) в пределах от  $P_\Gamma$  до  $P$  и от 0 до  $x$ .

$$\int_{P_\Gamma}^P dP = \frac{2\mu p_{ат} G}{kF\gamma_{ат}} \int_0^x dx;$$

отсюда

$$P = P_\Gamma + \frac{2\mu p_{ат} G}{kF\gamma_{ат}} x, \quad (11, XII)$$

$$p = \sqrt{p_\Gamma^2 + \frac{2\mu p_{ат} G}{kF\gamma_{ат}} x}. \quad (12, XII)$$

Из формулы (10, XII) имеем:

$$\frac{2\mu p_{ат} G}{kF\gamma_{ат}} = \frac{p_K^2 - p_\Gamma^2}{L_K}.$$

Подставляя это выражение в уравнение (12, XII), получим:

$$p = \sqrt{p_\Gamma^2 + \frac{p_K^2 - p_\Gamma^2}{L_K} x}. \quad (13, XII)$$

Если уравнение (8, XII) проинтегрировать по  $P$  в пределах от  $P_K$  до  $P$  и по  $x$  от  $L_K$  до  $x$ , то, аналогично предыдущему, формулу распределения давления в пласте получим в виде:

$$p = \sqrt{p_K^2 + \frac{p_K^2 - p_\Gamma^2}{L_K} (L_K - x)}. \quad (13^I, XII)$$

Когда начало координат находится на контуре питания и направление оси  $x$  совпадает с направлением движения газа, в формулу (13<sup>I</sup>, XII) вместо  $(L_k - x)$  надо подставить  $x$ . Тогда

$$p = \sqrt{p_k^2 + \frac{p_k^2 - p_r^2}{L_k} x}. \quad (13^{II}, XII)$$

Формулы (12, XII), (13, XII) и (13<sup>I</sup>, XII) представляют уравнения распределения давления в пласте. В отличие от одномерного движения несжимаемой жидкости, в котором величина давления является линейной функцией координаты  $x$  (см. § 1 главы IX), формулы (12, XII) и (13, XII) являются уравнениями параболы. На рис. 73 показана кривая распределения давления при установившейся одномерной фильтрации газа (парабола), построенная по формуле (13, XII). Если по оси ординат откладывать не давления  $p$ , а квадраты давлений  $p^2 = P$ , а по оси абсцисс — значения  $x$ , то получим прямую линию (см. рис. 74).

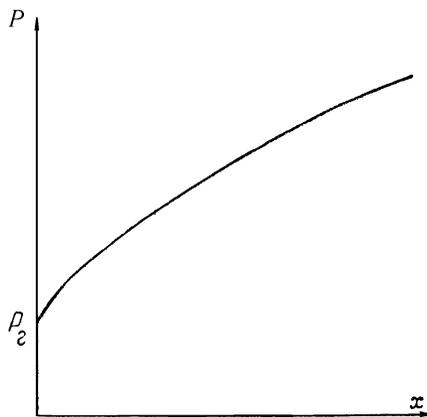


Рис. 73. Распределение давления в пласте при установившейся одномерной фильтрации газа по линейному закону фильтрации.

Определим величину средневзвешенного по объему пласта давления  $\bar{p}$ .

Обозначим  $\Omega$  — объем порового пространства газового пласта,  $L_k$  — длина пласта (расстояние от контура питания до галереи).

Тогда

$$\Omega = mFL_k. \quad (14, XII)$$

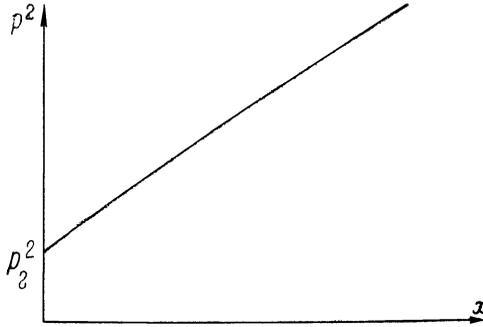


Рис. 74. Распределение квадратов давления  $P$  в пласте при установившейся одномерной фильтрации газов по линейному закону фильтрации.

Среднее давление

$$\tilde{p} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} p d\Omega, \quad (15, \text{XII})$$

где элементарный объем пористой среды равен:

$$d\Omega = mF dx. \quad (16, \text{XII})$$

Подставляя в уравнение (15, XII) вместо  $\Omega$ ,  $d\Omega$  и  $p$  их значения из формул (14, XII), (16, XII) и (13, XII), получим:

$$\tilde{p} = \frac{1}{L_{\kappa}} \int_0^{L_{\kappa}} \sqrt{p_{\kappa}^2 + \frac{p_{\kappa}^2 - p_{\Gamma}^2}{L_{\kappa}} x} dx,$$

что после интегрирования дает тождественные равенства

$$\begin{aligned} \tilde{p} &= \frac{2}{3} \frac{(p_{\kappa}^2 + p_{\kappa} p_{\Gamma} + p_{\Gamma}^2)}{p_{\kappa} + p_{\Gamma}} = \frac{2}{3} \left( p_{\kappa} + p_{\Gamma} + \frac{p_{\kappa} p_{\Gamma}}{p_{\kappa} + p_{\Gamma}} \right) = \\ &= \frac{2}{3} \frac{p_{\kappa}^3 - p_{\Gamma}^3}{p_{\kappa}^2 - p_{\Gamma}^2}. \end{aligned} \quad (17, \text{XII})$$

Рассмотрение формулы (17, XII) показывает, что в условиях линейной фильтрации среднее давление  $\tilde{p}$  не зависит от длины  $L_{\kappa}$  пласта и может значительно отличаться от контурного давления  $p_{\kappa}$ . Так,

в частном случае при  $p_r = 0$

$$\tilde{p} = \frac{2}{3} p_k, \quad (18, \text{XII})$$

т. е. среднее давление составляет  $\frac{2}{3}$  от контурного давления.

Найдем приведенный к атмосферному давлению объемный расход газа  $Q$ . Для этого разделим весовой расход газа  $G$  на удельный вес его при атмосферном давлении  $p_{ат}$ . Из формулы (10, XII) имеем:

$$Q = \frac{kF}{2\mu p_{ат}} \frac{(p_k^2 - p_r^2)}{L_k}. \quad (19, \text{XII})$$

Из формул (19, XII) и (10, XII) видно, что, в отличие от фильтрации несжимаемой жидкости, расход газа прямо пропорционален не разности давлений  $(p_k - p_r)$ , а разности квадратов давлений. Если по оси ординат отложить значения  $Q$  или  $G$ , а по оси абсцисс соответствующие им значения депрессии  $(p_k - p_r)$ , то получим параболу, в отличие от фильтрации несжимаемой жидкости, для которой индикаторная линия выражается прямой (см. рис. 55).

Найдем скорость фильтрации газа. Для этого приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре расход газа  $Q$  разделим на величину  $\frac{p}{p_{ат}} F$ , тогда из формулы (19, XII) получим:

$$v = -\frac{k}{2\mu} \frac{(p_k^2 - p_r^2)}{L_k} \cdot \frac{1}{p}, \quad (20, \text{XII})$$

где значения давления  $p$  даются формулами (12, XII) или (13, XII).

формулу (20, XII) можно также получить про дифференцировав уравнение (13, XII) по  $x$  и умножив (в соответствии с линейным законом фильтрации) полученное значение градиента давления  $\frac{dp}{dx}$  на величину  $\frac{k}{\mu}$ .

Поскольку с уменьшением  $x$  величина  $p$  уменьшается, по мере приближения к галерее скорость фильтрации газа увеличивается, в отличие от одномерного движения несжимаемой жидкости, при котором скорость фильтрации постоянна.

Обозначим через  $\tilde{Q}$  — объемный расход газа, приведенный к сред-

неарифметическому давлению  $\frac{p_{\kappa} + p_{\Gamma}}{2p_{\text{ат}}}$  1.

$$Q = \frac{Q}{\frac{p_{\kappa} + p_{\Gamma}}{2p_{\text{ат}}}}. \quad (21, \text{XII})$$

Подставляя в формулу (21, XII) вместо  $Q$  его значение из уравнения (19, XII), получим:

$$\tilde{Q} = \frac{kF}{\mu p} \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}}. \quad (22, \text{XII})$$

Формула (22, XII) приведенного к среднеарифметическому давлению объемного расхода газа совпадает с формулой (7, IX) расхода для одномерного движения *несжимаемой* жидкости.

Найдем из формулы (19, XII) значение коэффициента проницаемости  $k$ .

$$k = \frac{2\mu p_{\text{ат}} Q L_{\kappa}}{F(p_{\kappa}^2 - p_{\Gamma}^2)}. \quad (23, \text{XII})$$

*Формулой (23, XII) пользуются для лабораторного определения величины коэффициента проницаемости образцов пористой среды при помощи газа, причем в этом случае  $p_{\kappa}$  и  $p_{\Gamma}$  — давление соответственно у входа и выхода газа в образец пористой среды,  $F$  — площадь поперечного сечения образца, а  $L_{\kappa}$  его длина.*

Если величину  $k$  определить из уравнения (22, XII), то

$$k = \frac{\mu \tilde{Q} L_{\kappa}}{F(p_{\kappa} - p_{\Gamma})}. \quad (24, \text{XII})$$

Формула (24, XII) аналогична формуле (14, VI), справедливой для несжимаемой жидкости.

Сравнение формул распределения давления в пласте при установившейся фильтрации газа (13, XII) и несжимаемой жидкости со свободной поверхностью (7, X) показывает полное их совпадение. Аналогичное строение имеют и формулы расхода газа (39, XII) и жидкости (6, X); в обеих указанных формулах расход пропорционален разности квадратов давлений. Математически это объясняется тем, что дифференциальные уравнения установившегося движения газа и несжимаемой жидкости со свободной поверхностью одинаковы. С физической

---

$1 \frac{p_{\kappa} + p_{\Gamma}}{2p_{\text{ат}}}$  — число абсолютных атмосфер среднеарифметического давления

точки зрения указанную аналогию можно объяснить тем, что в обоих случаях по мере приближения к галлерее (выходу из пласта) имеет место увеличение скорости фильтрации. При движении газа этот рост скорости фильтрации происходит за счет расширения газа вследствие падения давления, при движении жидкости со свободной поверхностью увеличение скорости фильтрации обусловлено уменьшением живого сечения пласта, вызванным непрерывным уменьшением высоты уровня жидкости в пласте по мере приближения ее к галлерее.

#### § 4. Радиальное установившееся движение газов по линейному закону фильтрации

В случае радиального движения весовая скорость фильтрации

$$\gamma v = -\frac{k\gamma}{\mu} \frac{dp}{dr}, \quad (25, \text{XII})$$

где знак минус указывает на то, что скорость фильтрации  $v$  направлена противоположно направлению оси  $r$ .

Внося в уравнение (25, XII) вместо удельного веса  $\gamma$  его значение из уравнения состояния (3, XII), получим:

$$\gamma v = -\frac{k\gamma_{\text{ат}}}{\mu p_{\text{ат}}} p \frac{dp}{dr}. \quad (26, \text{XII})$$

Обозначая  $P = p^2$  и учитывая, что

$$p \frac{dp}{dr} = \frac{1}{2} \frac{dP}{dr},$$

представим уравнение (26, XII) в виде

$$\gamma v = -\frac{k\gamma_{\text{ат}}}{2\mu p_{\text{ат}}} \frac{dP}{dr}. \quad (27, \text{XII})$$

Умножив модуль весовой скорости фильтрации газа (27, XII) на площадь поперечного сечения пласта  $F = 2\pi r b$ , где  $b$  — мощность пласта, а  $r$  — расстояние от скважины до точки, в которой скорость фильтрации равна  $v$ , получим весовой расход газа  $G$ :

$$G = |\gamma v| F = \frac{\pi k b \gamma_{\text{ат}}}{\mu p_{\text{ат}}} r \frac{dP}{dr}.$$

Разделяя переменные  $P$  и  $r$ , имеем:

$$dP = \frac{\mu p_{\text{ат}} G}{\pi k b \gamma_{\text{ат}}} \cdot \frac{dr}{r}. \quad (28, \text{XII})$$

Граничные условия в рассматриваемом случае радиальной фильтрации газа следующие: при

$$\begin{aligned} r = R_c, \quad p = p_c, \quad P = P_c = p_c^2, \\ r = R_k, \quad p = p_k, \quad P = P_k = p_k^2, \end{aligned} \quad (29, \text{XII})$$

где  $p_c$  — давление на контуре скважины, радиус которой равен  $R_c$ ;  
 $p_k$  — давление на круговом контуре питания, причем радиус контура питания равен  $R_k$ .

Интегрируя уравнение (28, XII) в пределах от  $P_c$  до  $P_k$  и от  $R_c$  до  $R_k$  и решая полученное уравнение относительно  $G$ , найдем формулу весового расхода газа:

$$\left. \begin{aligned} G &= \frac{\pi k b \gamma_{\text{ат}}}{\mu p_{\text{ат}}} \frac{P_k - P_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \\ \text{или} \quad G &= \frac{\pi k b \gamma_{\text{ат}}}{\mu p_{\text{ат}}} \frac{(p_k^2 - p_c^2)}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \end{aligned} \right\} \quad (30, \text{XII})$$

Приведенный к атмосферному давлению  $p_{\text{ат}}$  (и пластовой температуре) дебит газовой скважины получим, разделив весовой расход газа  $G$  на  $\gamma_{\text{ат}}$ :

$$Q = \frac{\pi k b}{\mu p_{\text{ат}}} \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (31, \text{XII})$$

Из формулы (31, XII) находим скорость фильтрации газа

$$v = \frac{Q p_{\text{ат}}}{2\pi r b p} = -\frac{k}{2\mu} \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \frac{1}{r p}, \quad (32, \text{XII})$$

где величина  $p$  дается уравнением (37, XII) или (36, XII).

Поскольку дебит газа  $Q$ , так же как и в формуле (21, IX) для дебита несжимаемой жидкости, обратно пропорционален  $\ln \frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}}$ , изменение величины радиуса скважины  $R_{\text{с}}$  или расстояния до контура питания  $R_{\text{к}}$ , как и при фильтрации несжимаемой жидкости (см. § 2 главы IX), мало сказывается на величине дебита газа.

Коренное отличие формулы (31, XII) от формулы (21, IX) для дебита скважины при радиальной фильтрации несжимаемой жидкости заключается в том, что дебит газовой скважины пропорционален не разности давлений  $(p_{\text{к}} - p_{\text{с}})$  называемой депрессией, а разности *квадратов* давлений  $(p_{\text{к}}^2 - p_{\text{с}}^2)$ . В результате этого, как и в случае одномерного движения газа, индикаторной линией при установившейся радиальной фильтрации газа является парабола (рис. 64) с вершиной в точке  $B$ .

Обозначая

$$\tilde{Q} = \frac{Q}{\frac{p_{\text{к}} + p_{\text{с}}}{2p_{\text{ат}}}}$$

и подставляя вместо  $Q$  его значение из (31, XII), получим:

$$\tilde{Q} = \frac{2\pi kb}{\mu} \frac{(p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{\ln \frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}}}. \quad (33, \text{XII})$$

Формула (33, XII) полностью совпадает с формулой (21, IX) для дебита скважины при радиальной фильтрации несжимаемой жидкости.

Решая уравнения (31, XII) и (33, XII) относительно  $k$ , получим формулы для определения коэффициента проницаемости в условиях радиальной фильтрации газа:

$$k = \frac{\mu p_{\text{ат}} Q \ln \frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}}}{\pi b (p_{\text{к}}^2 - p_{\text{с}}^2)}, \quad (34, \text{XII})$$

или

$$k = \frac{\mu \tilde{Q} \ln \frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}}}{2\pi b (p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}. \quad (35, \text{XII})$$

Для нахождения распределения давления в пласте проинтегрируем уравнение (28, XII) в пределах от  $P_c$  до  $P$  и от  $R_c$  до  $r$ .

$$\int_{P_c}^P dP = \frac{\mu p_{ат} G}{\pi b k \gamma_{ат}} \int_{R_c}^r \frac{dr}{r},$$

откуда

$$P = P_c + \frac{\mu p_{ат} G}{\pi b k \gamma_{ат}} \ln \frac{r}{R_c},$$

что дает

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{\mu p_{ат} G}{\pi b k \gamma_{ат}} \ln \frac{r}{R_c}}. \quad (36, XII)$$

Из формулы весового расхода газа (30, XII) имеем:

$$\frac{\mu p_{ат} G}{\pi b k \gamma_{ат}} = \frac{\mu p_{ат} Q}{\pi k b} = \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{R_c}}.$$

Подставляя это выражение в уравнение (36, XII), получим:

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}}. \quad (37, XII)$$

Если уравнение (28, XII) проинтегрировать по  $P$  в пределах от  $P$  до  $P_k$  и по  $r$  от  $r$  до  $R_k$ , то

$$p = \sqrt{p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{R_k}{r}}. \quad (36', XII)$$

Формулы (36, XII) и (37, XII) являются искомыми уравнениями распределения давления в пласте при радиальной установившейся фильтрации газа.

Поскольку в правой части уравнений (31, XII) и (32, XII) переменной величиной является только координата  $r$ , при радиальной фильтрации газов изобары имеют форму концентрических окружностей, а следовательно, линии тока (всегда перпендикулярные изобарам) направлены по радиусам.

Представляет существенный интерес сравнить распределение давления в пласте в случаях установившейся радиальной фильтрации газа и несжимаемой жидкости при одинаковых граничных условиях.

Примем для простоты величину давления на скважине  $p_c = 0$ . Тогда при фильтрации газа из формулы (37, XII) имеем:

$$\frac{p}{p_k} = \sqrt{\frac{\ln \frac{r}{R_c}}{\ln \frac{R_k}{R_c}}}. \quad (38, XII)$$

В случае фильтрации несжимаемой жидкости из формулы (23, IX) имеем:

$$\frac{p}{p_k} = \frac{\ln \frac{r}{R_c}}{\ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (39, XII)$$

Обозначим

$$\delta = \frac{p}{p_k} \cdot 100.$$

Так как мы приняли  $p_c = 0$ , то величина  $\delta = \frac{p}{p_k} \cdot 100 = \frac{p - p_c}{p_k - p_c} \cdot 100$  показывает, какая часть (в процентах) депрессии, или действующего перепада давления ( $p_k - p_c$ ), теряется при движении газа в пласте на расстоянии ( $r - R_c$ ), т. е. на пути от точки, удаленной от центра скважины на расстояние  $r$ , до стенки скважины<sup>1</sup>.

В табл. 10 приведены значения  $\delta$ , подсчитанные по формулам (38, XII) и (39, XII), когда расстояние до контура питания  $R_k = = 7500 \cdot R_c$ , что при радиусе скважины  $R_c = 0,1 \text{ м}$  дает  $R_k = 750 \text{ м}$ . На рис. 75 помещены кривые  $\delta = \delta \left( \frac{r}{R_c} \right)$ , построенные по данным табл. 10.

---

<sup>1</sup>Значения  $\delta = \frac{p - p_c}{p_k - p_c} \cdot 100$  для разных величин  $\frac{R_k}{R_c}$  при  $p_c \neq 0$  приведены в нашей статье [88].

Таблица 10

Сравнение значений  $\delta = \frac{p_c}{p_k} \cdot 100$  при установившейся радиальной фильтрации газов и несжимаемой жидкости

$\frac{r}{R_c}$	Значения $\delta$ в % для	
	несжимаемой жидкости	газа
1	0	0
2	7,8	27,8
5	17,7	42,5
10	25,8	50,8
100	50,3	71,9
500	70,0	83,5
1000	77,1	87,8
5000	96,0	97,7
7500	100	100

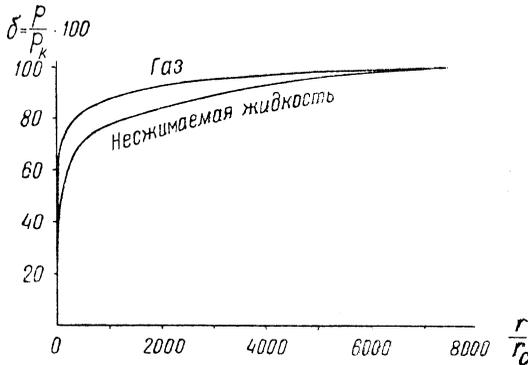


Рис. 75. Сравнение кривых  $\delta = \delta\left(\frac{r}{R_c}\right)$  при установившейся радиальной фильтрации газов и жидкостей по линейному закону фильтрации.

Рассмотрение табл. 10 и рис. 75 показывает следующее. При  $\frac{r}{R_c} = 2$ , или  $r - R_c = R_c$ ,  $\delta = 27,8\%$ , т. е. при радиальной установившейся фильтрации газа на расстоянии всего лишь одного радиуса скважины  $R_c$  от стенки скважины (при диаметре скважины  $D = 8''$  это соответствует 10 см), теряется около 27,8% всего перепада давления, в то

время как на длине пути в  $6500 R_c$  (от контура питания до точки, в которой  $r = 100 R_c$ ), что соответствует длине пути в  $650 м$ , потери давления составляют 28,1%, т.е. примерно столько же, сколько на ближайших к скважине 10 см. Свыше половины (50,8%) потерь давления приходится на однометровую призабойную зону пласта и свыше 70% (71,9%) на десятиметровую призабойную зону.

Таким образом, характерной особенностью установившейся радиальной фильтрации газа является весьма малое падение давления вдали от скважины и чрезвычайно резкое падение давления в непосредственной близости от скважины. Из сравнения приведенных в табл. 10 значений  $\delta$  и помещенных на рис. 75 кривых  $\delta = \delta\left(\frac{r}{R_c}\right)$  для жидкости и газа видно, что в призабойной зоне пласта падение давления при фильтрации газа происходит гораздо более резко, чем при фильтрации жидкости. В то время как падение давления на ближайших к скважине 10 см пласта при фильтрации газа составляет 27,8% от величины депрессии, при фильтрации жидкости оно равно 7,8%, относительная величина падения давления газа в однометровой призабойной зоне пласта почти в 2 раза больше, чем при фильтрации жидкости (25,8%), и т.д.

Следствием указанной характерной особенности радиальной фильтрации газа является близость величины средневзвешенного по объему пласта давления  $\tilde{p}$  к контурному давлению  $p_k$ .

Для нахождения величины  $\tilde{p}$  выделим на расстоянии  $r$  от скважины кольцевой элемент пласта шириною  $dr$  (рис. 76). Объем порового пространства этого элемента равен:

$$d\Omega = 2\pi bmrdr. \quad (40, XII)$$

Объем порового пространства всего пласта будет:

$$\Omega = \pi(R_k^2 - R_c^2)bm. \quad (41, XII)$$

Подставляя в формулу (15, XII) значения  $\Omega$ ,  $d\Omega$ ,  $p$  из уравне-

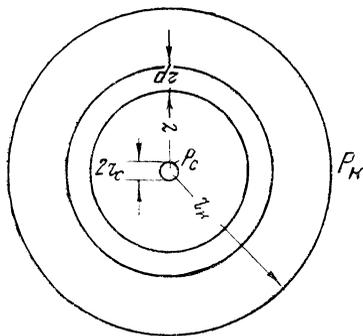


Рис. 76. К определению среднего давления  $\tilde{p}$  в газовой залежи.

ний (41, XII), (40, XII) и (37, XII), получим:

$$\tilde{p} = \frac{2}{R_{\kappa}^2 - R_c^2} \int_{R_c}^{R_{\kappa}} \sqrt{p_c^2 + \frac{p_{\kappa}^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}} r dr. \quad (42, XII)$$

Разделим уравнение (42, XII) на  $p_{\kappa}$  и введем безразмерные величины  $\xi = \frac{\tilde{p}}{p_{\kappa}}$ ;  $R^* = \frac{r}{R_c}$ ;  $R_{\kappa}^* = \frac{R_{\kappa}}{R_c}$ ;  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_{\kappa}}$ .

Тогда уравнение (42, XII) приводится к виду:

$$\xi = \frac{2}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \int_1^{R_{\kappa}^*} \sqrt{\varepsilon^2 + \frac{1 - \varepsilon^2}{\ln R_{\kappa}^*} \ln R^*} R^* dR^*. \quad (43, XII)$$

Проинтегрировав уравнение (43, XII) и задаваясь различными значениями  $R_{\kappa}^*$  и  $\varepsilon$ , получим приведенные в табл. 11 величины  $\xi^2$ .

Т а б л и ц а 11

**Значения  $\xi = \frac{\tilde{p}}{p_{\kappa}}$  (отношение среднего давления к контурному) в случае плоской установившейся радиальной фильтрации газа по линейному закону фильтрации**

$R_{\kappa}^* \backslash \varepsilon$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
22025 ( $e^{10}$ )	0,9743	0,9746	0,9754	0,9767	0,9784	0,9808	0,9837	0,9870	0,9909	0,9952
2981 ( $e^8$ )	0,9677	0,9682	0,9690	0,9707	0,9730	0,9760	0,9798	0,9837	0,9887	0,9940
403 ( $e^6$ )	0,9564	0,9569	0,9582	0,9606	0,9636	0,9677	0,9726	0,9783	0,9848	0,9919
54,6 ( $e^4$ )	0,9331	0,9338	0,9360	0,9396	0,9446	0,9509	0,9584	0,9672	0,9771	0,9881
7,4 ( $e^2$ )	0,8683	—	0,8718	0,8777	0,8899	0,9020	0,9183	0,9366	0,9587	0,9770

Величина  $\xi$  может быть определена приближенно следующим образом. Введем в формулу (42, XII) вместо давления  $p$ , определяемого

<sup>2</sup>Помещение здесь всех выкладок, связанных с интегрированием уравнения (43, XII), заняло бы много места. Указанные выкладки приведены в работе В. В. Лапука [91].

формулой (37, XII), его значение из формулы (36, XII). Тогда

$$\tilde{p} = \frac{2}{R_{\kappa}^2 - R_c^2} \int_{R_c}^{R_{\kappa}} \sqrt{p_{\kappa}^2 - \frac{p_{\kappa}^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \ln \frac{R_{\kappa}}{r}} r dr,$$

что дает

$$\begin{aligned} \xi = \frac{\tilde{p}}{p_{\kappa}} &= \frac{2}{R_{\kappa}^2 - R_c^2} \int_{R_c}^{R_{\kappa}} \sqrt{1 - \frac{p_{\kappa}^2 - p_c^2}{p_{\kappa}^2 \ln \frac{r_{\kappa}}{r_c}} \ln \frac{r_{\kappa}}{r}} r dr = \\ &= \frac{2}{R_{\kappa}^2 - R_c^2} \int_{R_c}^{R_{\kappa}} \sqrt{1 - \frac{p_{\kappa}^2 - p_c^2}{p_{\kappa}^2 \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \left( \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c} - \ln \frac{r}{R_c} \right)} r dr. \end{aligned}$$

Вводя в полученное уравнение безразмерные величины  $\varepsilon$ ,  $R_{\kappa}^*$  и  $R^*$ , имеем:

$$\xi = \frac{2}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \int_1^{R_{\kappa}^*} \sqrt{1 - \frac{1 - \varepsilon^2}{\ln R_{\kappa}^*} \ln \frac{R_{\kappa}^*}{R^*}} R^* dR^*.$$

Обозначим

$$x = \frac{1 - \varepsilon^2}{\ln R_{\kappa}^*} \ln \frac{R_{\kappa}^*}{R^*}.$$

Тогда

$$\sqrt{1 - \frac{1 - \varepsilon^2}{\ln R_{\kappa}^*} \ln \frac{R_{\kappa}^*}{R^*}} = \sqrt{1 - x}.$$

Как известно,  $\sqrt{1 - x}$  при  $|x| < 1$  разлагается в ряд:

$$\sqrt{1 - x} = 1 - \frac{1}{2} x - \frac{1}{8} x^2 - \frac{1}{16} x^3 - \frac{5}{128} x^4 - \dots$$

Величина  $R^*$  изменяется в пределах от 1 до  $R_{\kappa}^*$ .

При  $R^* = 1$   $x = 1 - \varepsilon^2 < 1$ , при  $R^* > 1$   $x < 1 - \varepsilon^2 < 1$ . Таким образом во всех случаях  $|x| < 1$ , а следовательно, радикал может быть

разложен в указанный ряд. Следуя И. А. Чарному<sup>3</sup>, произведем разложение, удержав первые два члена ряда и заменяя  $x$  его значением. Тогда:

$$\begin{aligned}\xi &= \frac{2}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \int_1^{R_{\kappa}^*} \left( 1 - \frac{1 - \varepsilon^2}{2 \ln R_{\kappa}^*} \ln \frac{R_{\kappa}^*}{R^*} \right) R^* dR^* = \\ &= \frac{2}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \int_1^{R_{\kappa}^*} \left( 1 + \frac{1 + \varepsilon^2}{2 \ln R_{\kappa}^*} \ln \frac{R^*}{R_{\kappa}^*} \right) R^* dR^*.\end{aligned}$$

Выполнив интегрирование, имеем:

$$\xi = 1 - \frac{1 - \varepsilon^2}{2} \left( \frac{1}{2 \ln R_{\kappa}^*} - \frac{1}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \right) \quad (43^I, XII)$$

или

$$1 - \xi = \frac{1 - \varepsilon^2}{2} \left( \frac{1}{2 \ln R_{\kappa}^*} - \frac{1}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \right) \quad (43^{II}, XII)$$

Отметим, что величина  $(1 - \xi)$  отличается от значения  $(1 - \xi_{\text{ж}})$  в случае радиальной фильтрации сжимаемой жидкости, где  $\xi_{\text{ж}} = \frac{\tilde{p}}{\varrho_{\kappa}}$  и  $\varepsilon_{\text{ж}} = \frac{\varrho_{\text{с}}}{\varrho_{\kappa}}$ , лишь на множитель, стоящий перед скобкой [см. формулу (46, XI) § 2 главы XI].

На рис. 77 помещены кривые зависимости  $\xi$  от  $\varepsilon$  при разных величинах  $R_{\kappa}^*$ . Указанные кривые построены по данным табл. 11.

При рассмотрении табл. 11 и кривых, приведенных на рис. 77, следует иметь в виду, что в практике разработки газовых месторождений обычно  $R_{\kappa}^* > 500$ , а  $\varepsilon > 0,5$ . Для этих значений  $R_{\kappa}^*$  и  $\varepsilon$  величины  $\xi$  настолько близки к единице, что при решении многих практических задач можно принять, что среднее давление  $\tilde{p}$  равно контурному давлению  $p_{\kappa}$ .

Следует отметить, что при  $p_{\text{с}} = 0$  (а значит и  $\varepsilon = 0$ ) минимальное значение  $\xi$  (при  $R_{\kappa}^* = 7,4$ ) равно  $\sim 0,8688$ , т. е.  $\tilde{p} = 0,868 p_{\kappa}$ . В случае линейного (одномерного) движения, согласно формуле (18, XII), величина  $\xi$  постоянна и равна  $\frac{2}{3}$ . Это указывает на существенное различие в распределении давления при одномерной и радиальной фильтрации газов.

<sup>3</sup> «Известия ОТН АН СССР», № 3, 1949.

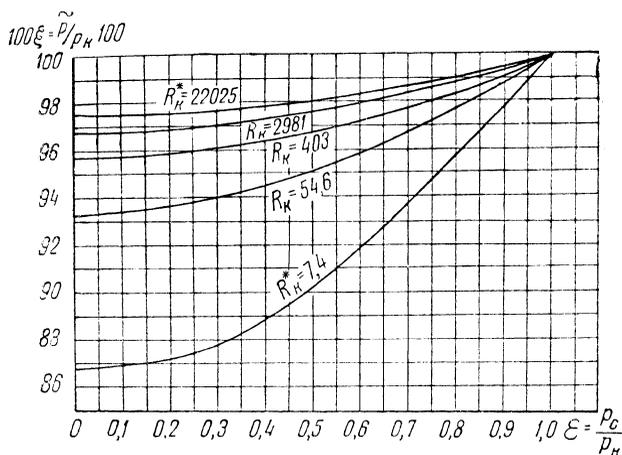


Рис. 77. Зависимость отношения  $\xi$  среднего давления  $\bar{p}$  к контурному давлению  $p_K$  от величины  $\epsilon$  при радиальном движении газа по линейному закону фильтрации.

Вращение пьезометрической кривой, определяемой уравнением (37, XII), вокруг оси скважины образует, как указывалось в § 2 главы IX, так называемую воронку депрессии. Назовем условно объемом воронки депрессии  $\Omega_v$  тот приведенный к атмосферному давлению объем газа, который надо извлечь из пласта, чтобы в нем установилось распределение давления, соответствующее (в данном случае) установившемуся радиальному движению газа. Если бы во всем пласте давление было одинаково и равно  $p_K$ , то запас газа в нем составлял бы величину  $\Omega p_K$ . При установившейся радиальной фильтрации запас газа в пласте равен  $\Omega \bar{p}$ . Следовательно, объем воронки депрессии равен:

$$\Omega_v = \Omega p_K - \Omega \bar{p} = \Omega(p_K - \bar{p}) = \Omega p_K(1 - \xi). \quad (44, XII)$$

Поскольку, как отмечалось выше, величина  $\xi$  обычно близка к единице, в условиях радиальной фильтрации объем воронки депрессии весьма мал и при подсчете запасов газа в большинстве случаев им можно пренебречь.

В заключение настоящего параграфа отметим, что изложенные в конце § 3 соображения об аналогии между установившимся движением газа в пористой среде и фильтрацией жидкости со свободной поверхностью полностью справедливы и при радиальной фильтрации газов.

## § 5. Неустановившееся радиальное движение газов по линейному закону фильтрации

До вскрытия пласта скважиной давление  $p$  во всей газовой залежи одинаково и равно начальному пластовому давлению  $p_n$ . Газовая залежь рассматривается нами как замкнутый резервуар, запасы газа в котором в процессе разработки не пополняются извне. В этих условиях, в отличие от установившегося движения, с течением времени давление в пласте будет падать и газовая залежь будет истощаться.

Количество газа, извлеченного из пласта за некоторый промежуток времени, равно изменению запасов газа в пласте за тот же промежуток времени. Это условие материального баланса в дифференциальной форме можно записать следующим образом:

$$Q dt = -\Omega d\tilde{p}, \quad (45, XII)$$

где  $Q$  — приведенный к атмосферному давлению дебит газовой скважины;

$t$  — время;

$\Omega$  — объем порового пространства пласта, принимаемый нами при решении рассматриваемых в настоящей главе задач постоянным<sup>1</sup>;

$\tilde{p}$  — средневзвешенное по объему давление, величина которого определяется формулой (15, XII).

При рассмотрении неустановившейся фильтрации газов буквами  $p$ ,  $\tilde{p}$ ,  $p_k$  и  $p_c$  мы будем обозначать отношение соответствующего абсолютного давления к атмосферному давлению ( $p_{ат}$ ). Следовательно, в отличие от предыдущих глав, величины  $p$ ,  $\tilde{p}$ ,  $p_k$  и  $p_c$  здесь являются *безразмерными*, показывающими число атмосфер соответствующего абсолютного давления.

*Уравнение (45, XII) мы называем дифференциальным уравнением истощения газовой залежи.*

При рассмотрении установившейся радиальной фильтрации газа мы доказали, что средневзвешенное по объему пласта давление  $\tilde{p}$  практически совпадает с контурным давлением  $p_k$ . Произведенное Б. Б. Лапуком [91] сравнение распределения давления при установившейся и неустановившейся фильтрации газов показало, что при одинаковых граничных условиях кривая распределения давления в пласте

<sup>1</sup>Изменение объема порового пространства  $\Omega$  газовой залежи вследствие упругости горных пород, проявляющейся при падении давления  $p$ , не оказывает существенного влияния на движение газов в пористой среде, так как коэффициент сжимаемости пористой среды (см. главу XI) ничтожен по сравнению с коэффициентом сжимаемости газа, который приближенно можно принять равным единице.

в случае неустановившейся фильтрации располагается несколько выше соответствующей кривой при установившейся фильтрации.

Рассмотрим, что происходит при вскрытии скважиной пласта, схема которого изображена на рис. 54. Начиная с момента вскрытия газовой залежи, по мере отбора газа, падение давления распространяется от скважины к границам залежи аналогично тому, что имеет место в случае неустановившейся радиальной фильтрации сжимаемой жидкости (см. начало § 3 главы XI).

С момента вскрытия пласта до достижения фронтом депрессии контура питания пройдет некоторое время. Общее количество газа, извлеченное из залежи в течение этого времени, равно «объему воронки депрессии», определяемому формулой (44, XII), в которую вместо величины  $p_k$  надо подставить величину начального давления  $p_n$ . Поскольку этот объем воронки депрессии мал по сравнению с запасами газа, при решении многих практических задач периодом времени, в течение которого происходит расширение фронта депрессии от скважины до контура, и величиной  $\Omega_v$  можно пренебречь и принять, что после вскрытия пласта влияние скважины мгновенно достигает контура<sup>2</sup>.

Следовательно, при одинаковых граничных условиях среднее давление  $\tilde{p}$  при неустановившейся фильтрации газа будет еще меньше отличаться от контурного, чем при установившейся фильтрации, а значения  $\xi = \frac{\tilde{p}}{p_k}$  будут еще ближе к единице, чем величины  $\xi$ , указанные в табл. 11. Исходя из этого, подставим вместо входящего в дифференциальное уравнение (45, XII) истощения газовой залежи среднего давления  $\tilde{p}$  контурное давление  $p_k$ . Тогда вместо уравнения (45, XII) получим:

$$Q dt = -\Omega dp_k. \quad (46, XII)$$

Эксплуатация газовых месторождений производится в течение длительных промежутков времени, исчисляемых годами. Вследствие этого изменения во времени давления в пласте и дебита скважин происходят относительно медленно. Это позволяет рассматривать неустановившуюся радиальную фильтрацию газов, как непрерывную последовательность стационарных состояний, т. е. *приближенно* считать, что в каждый момент времени дебит газа и распределение давления в пласте такие же, как и при установившейся фильтрации при тех же гранич-

<sup>2</sup>Учет первой фазы неустановившейся фильтрации необходим при решении задач, связанных с интерпретацией данных испытания газовых скважин. Исследование этих вопросов представляет большой интерес с точки зрения определения параметров пласта (проницаемости, пористости, мощности или их комбинации) по результатам испытания газовых скважин. Работы в этом направлении проводятся нами в Московском нефтяном институте.

ных условиях. Решая задачи о неустановившейся радиальной фильтрации газов методом последовательной смены стационарных состояний, для определения дебита скважины и распределения давления в пласте можно воспользоваться формулами (31, XII) и (37, XII).

Чтобы найти интересующие нас изменения во времени дебита газа  $Q$  и пластового давления  $p_k$ , нужно проинтегрировать уравнение (46, XII), для чего должны быть известны начальные и граничные условия.

В качестве *начального условия* естественно принять постоянство давления в пласте в начальный момент времени, т. е.

$$\text{при } t = 0 \quad p = p_k = p_n. \quad (47, \text{XII})$$

*Граничные условия* на контуре скважины определяются условиями отбора газа и могут быть следующими.

1. Давление на скважине  $p_c$  в процессе разработки газовой залежи поддерживается постоянным, что может быть достигнуто соответствующим регулированием дебита скважины. Это условие выражается в виде:

$$p_c = \text{const}. \quad (48, \text{XII})$$

Приближенно можно считать, что оно имеет место также тогда, когда газ из скважин направляется непосредственно (при полностью открытых задвижках) в газопровод, в котором поддерживается постоянное давление. При эксплуатации конденсатных месторождений поддержание постоянного забойного давления необходимо, начиная с того момента времени, когда давление на забое становится близким к давлению обратной конденсации.

2. Дебит скважины является заданной функцией времени, т. е.

$$Q = Q(t). \quad (49, \text{XII})$$

Это условие справедливо, когда количество добываемого газа определяется запросами потребителей, причем динамика потребления газа во времени известна. Частным случаем условия (49, XII) является эксплуатация скважины при постоянном дебите газа, т. е.

$$Q = \text{const}. \quad (50, \text{XII})$$

Поскольку приведенный к атмосферному давлению дебит  $Q$  скважины прямо пропорционален весовой скорости газа ( $\gamma v$ ), определяемой уравнением (27, XII), то условия отбора (49, XII) и (50, XII) означают эксплуатацию скважины при условиях, когда величина градиента квадрата давления  $\left(\frac{dP}{dr}\right)$  или произведения давления на градиент

давления  $\left(p \frac{dP}{dr}\right)$  является соответственно заданной функцией времени или величиной постоянной. Следовательно, вместо уравнений (49, XII) и (50, XII) можно написать:

$$\left(\frac{dP}{dr}\right)_{r=r_c} = \frac{1}{2} \left(p \frac{dP}{dr}\right)_{r=r_c} = f(t) \quad (49', \text{XII})$$

и

$$\left(\frac{dP}{dr}\right)_{r=r_c} = \frac{1}{2} \left(p \frac{dP}{dr}\right)_{r=r_c} = \text{const.} \quad (50', \text{XII})$$

3. При эксплуатации скважины в ее призабойной зоне поддерживается постоянная скорость  $v_c$  фильтрации газа. Это условие означает постоянство приведенного к забойному давлению объемного расхода газа. Скорость фильтрации газа  $v_c$  у входа в скважину равна:

$$v_c = \frac{Q}{p_c \cdot F_c} = \text{const.}, \quad (51, \text{XII})$$

где  $F_c$  — площадь сечения пласта, сквозь которую газ поступает в скважину;  $F_c$  есть постоянная величина. Из уравнения (51, XII) следует, что

$$Q = c p_c, \quad (52, \text{XII})$$

где  $c$  — постоянная.

Таким образом, условие поддержания в течение времени  $t$  постоянной скорости фильтрации выражается соотношением (52, XII). Поскольку, согласно линейному закону фильтрации, скорость фильтрации  $v$  пропорциональна градиенту давления  $\frac{dp}{dr}$ , условие (51, XII) означает также

$$\left(\frac{dp}{dr}\right)_{r=r_c} = \text{const}^3. \quad (52', \text{XII})$$

На внешней границе, т. е. на контуре залежи, скорость фильтрации равна нулю, следовательно, и пропорциональный ей градиент давления

$$\left(\frac{dp}{dr}\right)_{r=r_k} = 0.$$

---

<sup>3</sup>Подробный анализ условий отбора газа (48, XII)–(52, XII) с точки зрения их практического значения дается в нашей работе [91].

**1. Неустановившаяся радиальная фильтрация газа в случае эксплуатации скважин при поддержании постоянного забойного давления ( $p_c = \text{const}$ )**

Из уравнения (46, XII) дебит скважины равен:

$$Q = -\Omega \frac{dp_{\kappa}}{dt}. \quad (53, \text{XII})$$

С другой стороны, формулу дебита газа  $Q$  на основании уравнения (31, XII) можно представить в виде:

$$Q = A(p_{\kappa}^2 - p_c^2), \quad (54, \text{XII})$$

где

$$A = \frac{\pi k b p_{\text{ат}}}{\mu \ln \frac{p_{\kappa}}{p_c}}. \quad (55, \text{XII})$$

Приравнявая уравнения (54, XII) и (53, XII), имеем:

$$A(p_{\kappa}^2 - p_c^2) = -\Omega \frac{dp_{\kappa}}{dt},$$

откуда

$$dt = -\frac{\Omega}{A} \frac{dp_{\kappa}}{(p_{\kappa}^2 - p_c^2)}.$$

Интегрируя полученное уравнение в пределах от 0 до  $t$  и от  $p_{\text{н}}$  до  $p_{\kappa}$ , находим:

$$t = \frac{\Omega}{2Ap_c} \ln \frac{(p_{\text{н}} - p_c)(p_{\kappa} + p_c)}{(p_{\text{н}} + p_c)(p_{\kappa} - p_c)} \quad (56, \text{XII})$$

или, обозначая постоянные

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{\Omega}{2Ap_c} \ln \frac{p_{\text{н}} + p_c}{p_{\text{н}} - p_c} \\ N_2 &= \frac{\Omega}{2Ap_c} \end{aligned} \right\} \quad (57, \text{XII})$$

и

получим:

$$t = N_2 \ln \frac{p_{\kappa} + p_c}{p_{\kappa} - p_c} - N_1. \quad (58, \text{XII})$$

Введем переменную

$$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}.$$

Тогда уравнение (58, XII) приводится к виду:

$$t = N_2 \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} - N_1. \quad (59, XII)$$

Время  $T$  разработки (истощения) газовой залежи в условиях  $p_c = \text{const}$  найдем, положив при  $t = T$   $p_k = p_{\text{кон}}$  (что соответствует  $\varepsilon = \varepsilon_{\text{кон}} = \frac{p_c}{p_{\text{кон}}}$ , где  $p_{\text{кон}}$  — некоторое конечное значение величины контурного давления  $p_k$  к моменту окончания эксплуатации газовой залежи.

$$T = \frac{\Omega}{2Ap_c} \ln \frac{(p_n - p_c)(p_{\text{кон}} + p_c)}{(p_n + p_c)(p_{\text{кон}} - p_c)} \quad (60, XII)$$

или

$$T = N_2 \ln \frac{1 + \varepsilon_{\text{кон}}}{1 - \varepsilon_{\text{кон}}} - N_1.$$

Обозначим через  $\tau$  — безразмерное время, связанное со временем  $t$  условием

$$\tau = \frac{t + N_1}{N_2} = \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}. \quad (61, XII)$$

Тогда формула (59, XII) приводится к виду:

$$t = N_2 \tau - N_1. \quad (62, XII)$$

В табл. 12 приведены значения  $\tau$  для различных  $\varepsilon$ , а на рис. 78 показана кривая  $\tau = \tau(\varepsilon)$ . Из формулы (61, XII) и рис. 78 видно, что при приближении  $\varepsilon$  к 1 (что соответствует приближению  $p_k$  к  $p_c$ ) время  $\tau$  стремится к бесконечности. Это указывает, что истощение газовой залежи к концу ее разработки происходит крайне медленно.

Из формулы (61, XII) легко найти величину  $\varepsilon$

$$\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} = \varepsilon^\tau,$$

откуда

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon^\tau - 1}{\varepsilon^\tau + 1}. \quad (63, XII)$$

Таблица 12

Значение безразмерного времени  $\tau = \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}$

№ П/П	$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$	$\tau$	$Q^* = \frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon^2}$	№ П/П	$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$	$\tau$	$Q^* = \frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon^2}$
1	0,05	0,09981	399,0	11	0,55	1,2363	2,3507
2	0,10	0,20043	99,000	12	0,60	1,3859	1,7777
3	0,15	0,3022	43,400	13	0,65	1,5501	1,3668
4	0,20	0,4054	24,000	14	0,70	1,7340	1,0408
5	0,25	0,5102	15,00	15	0,75	1,9454	0,7777
6	0,30	0,6038	10,111	16	0,80	2,1966	0,5625
7	0,35	0,7307	7,1632	17	0,85	2,512	0,3840
8	0,40	0,8468	5,2500	18	0,90	2,9436	0,2345
9	0,45	0,9692	3,9382	19	0,95	3,6626	0,1083
10	0,50	1,0983	3,0000	20	1,00	$\infty$	0

Из значения  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$  контурное давление  $p_k = \frac{p_c}{\varepsilon}$ , что в соответствии с формулой (63, XII) дает зависимость контурного давления от времени в виде:

$$p_k = p_c \frac{\varepsilon^\tau + 1}{\varepsilon^\tau - 1}. \quad (64, XII)$$

В частном случае, когда давление  $p_c$  на скважине равно нулю, дебит газовой скважины  $Q = Ap_k^2$ . Подставляя это значение расхода  $Q$  в уравнение (53, XII), имеем:

$$Ap_k^2 = -\Omega \frac{dp_k}{dt},$$

отсюда

$$\frac{dp_k}{p_k^2} = -\frac{A}{\Omega} dt.$$

Интегрируя полученное уравнение в пределах от  $p_H$  до  $p_k$  и от 0 до  $t$ , получим:

$$t = \frac{\Omega}{A} \left( \frac{1}{p_k} - \frac{1}{p_H} \right). \quad (65, XII)$$

Решая уравнение (65, XII) относительно  $p_k$ , имеем:

$$p_k = p_H \cdot \frac{1}{1 + \frac{Ap_H}{\Omega} t}. \quad (66, XII)$$

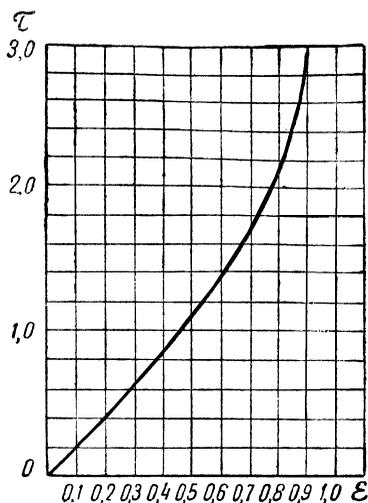


Рис. 78. Зависимость безразмерного времени  $\tau = \frac{t + N_1}{N_2} = \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}$  от величины  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$  при неустановившейся радиальной фильтрации газа по линейному закону фильтрации и условию отбора газа  $p_c = \text{const}$ .

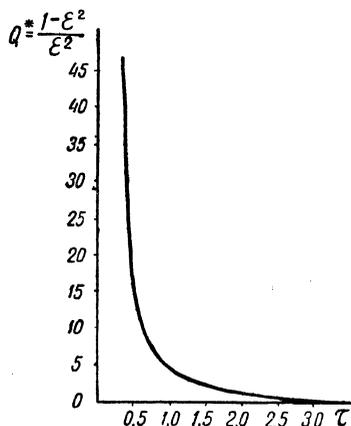


Рис. 79. Зависимость безразмерного дебита  $Q^*$  от безразмерного времени  $\tau$  при неустановившейся радиальной фильтрации газа по линейному закону фильтрации и условию отбора  $p_c = \text{const}$ .

Введение переменной  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$  позволяет написать формулу (54, XII) дебита газа в виде:

$$Q = Ap_c^2 \left( \frac{1}{\varepsilon^2 - 1} \right) = Ap_c^2 \frac{1 - \varepsilon^2}{\varepsilon^2}. \quad (67, XII)$$

Обозначим через  $Q^*$  — безразмерный дебит, связанный с дебитом  $Q$  условием:

$$Q^* = \frac{1}{Ap_c^2} Q \quad (68, XII)$$

или

$$Q = Ap_c^2 Q^*. \quad (69, XII)$$

Тогда из формулы (67, XII) имеем:

$$Q^* = \frac{1 - \varepsilon^2}{\varepsilon^2}. \quad (70, XII)$$

Подстановка в формулу (70, XII) вместо  $\varepsilon$  его значения из уравнения (63, XII) дает зависимость между безразмерным дебитом  $Q^*$  и безразмерным временем  $\tau$  в виде:

$$Q^* = 4 \frac{\varepsilon^\tau}{(\varepsilon^\tau - 1)^2}. \quad (71, XII)$$

Задаваясь различными значениями  $\tau$ , получим приведенные в табл. 12 значения  $Q^*$ , вычисленные по формуле (71, XII). На рис. 79 показана кривая зависимости безразмерного дебита  $Q^*$  от безразмерного времени  $\tau$ .

Как видно из рис. 79, с течением времени дебит газа сначала резко падает, а затем кривая  $Q^* = Q^*(\tau)$  выполаживается и далее асимптотически приближается к нулю.

При решении конкретных задач, задаваясь различными значениями контурного давления  $p_k < p_n$ , находим отвечающие им величины  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$ ; далее по табл. 12 или по графикам, приведенным на рис. 78 и 79, определяем соответствующие этим  $\varepsilon$  значения безразмерных времени  $\tau$  и дебита  $Q^*$  и по формулам (59, XII) и (69, XII) находим интересующие нас значения времени  $t$  и дебита  $Q$ .

## 2. Неустановившаяся радиальная фильтрация газа в условиях, когда дебит газа является заданной функцией времени

Рассмотрим сначала случай постоянства дебита:  $Q = \text{const}$ ,

$$\left( p \frac{dp}{dr} \right)_{r=R_c} = \text{const}.$$

Исходя из дифференциального уравнения истощения газовой залежи (45, XII), при этом условии отбора имеем

$$d\tilde{p} = -\frac{Q}{\Omega} dt$$

Интегрируя это уравнение в пределах от начального давления  $p_n$  при  $t = 0$  до давления  $\tilde{p}$  в момент времени  $t$ , находим закон изменения

среднего давления  $\tilde{p}$  во времени:

$$\tilde{p} = p_n - \frac{Q}{\Omega} t. \quad (72, \text{XII})$$

Общее время  $T$  извлечения газа найдем, положив  $\tilde{p} = p_{\text{кон}}$  при  $t = T$  (причем  $p_{\text{кон}}$  близко к 1 *атм*):

$$T = \frac{(p_n - p_{\text{кон}}) \cdot \Omega}{Q}. \quad (73, \text{XII})$$

Поскольку, как отмечалось выше, в условиях радиальной неустановившейся фильтрации величина среднего давления весьма близка контурному давлению, то, подставляя в уравнение (72, XII) вместо  $\tilde{p}$  контурное давление  $p_k$ , получим

$$p_k = p_n - \frac{Q}{\Omega} t. \quad (74, \text{XII})$$

Решая уравнение (54, XII) относительно величины забойного давления  $p_c$ , имеем:

$$p_c = \sqrt{p_k^2 - \frac{Q}{A}}. \quad (75, \text{XII})$$

Подставляя в уравнение (75, XII) вместо контурного давления  $p_k$  его значение из формулы (74, XII), получим уравнение, показывающее изменение во времени давления  $p_c$ <sup>4</sup>:

$$p_c = \sqrt{\left(p_n - \frac{Q}{\Omega} t\right)^2 - \frac{Q}{A}}. \quad (76, \text{XII})$$

Если дебит скважины является заданной функцией времени

$$Q = Q(t), \quad (49, \text{XII})$$

то из уравнения (45, XII) имеем:

$$-d\tilde{p} = \frac{1}{\Omega} Q(t) dt.$$

---

<sup>4</sup>Уравнением (76, XII) нельзя пользоваться при слишком большом понижении давления.

Интегрируя полученное уравнение в пределах от  $p_n$  до  $\tilde{p}$  и от 0 до  $t$ , находим закон изменения среднего давления во времени:

$$\tilde{p} = p_n - \frac{1}{\Omega} \int_0^t Q(t) dt = p_n - \frac{Q_{\text{доб}}}{\Omega}, \quad (77, \text{XII})$$

где  $Q_{\text{доб}} \int_0^t Q(t) dt = \Omega_{\text{в}}$  — суммарный объем газа, извлеченного из залежи с начала разработки до момента времени  $t$ , равный объему воронки депрессии  $\Omega_{\text{в}}$ .

Подставляя в уравнение (75, XII) вместо контурного давления  $p_k$  значение среднего давления  $\tilde{p}$  из формулы (77, XII), получим зависимость забойного давления  $p_c$  от времени  $t$  в виде:

$$p_c = \sqrt{\left[ p_n - \frac{Q_{\text{доб}}(t)}{\Omega} \right]^2 - \frac{Q}{A}}. \quad (78, \text{XII})$$

Поскольку  $Q = Q(t)$  — известная функция  $t$ , то тем самым и

$$Q_{\text{доб}}(t) = \int_0^t Q(t) dt$$

является заданной функцией  $t$ , зная которую легко определить по формуле (78, XII) значения  $p_c$  в различные моменты времени  $t$ .

Время  $T$  разработки газовой залежи может быть определено следующим образом. Принимая, что к концу разработки давление  $\tilde{p}$  в газовой залежи равно  $p_{\text{кон}}$ , находим из уравнения (77, XII) количество газа  $Q_{\text{доб., } T}$ , извлеченное из залежи за время ее разработки:

$$Q_{\text{доб., } T} = (p_n - p_{\text{кон}})\Omega.$$

Подставляя в уравнение  $Q_{\text{доб}} = Q_{\text{доб}}(t)$  вместо  $Q_{\text{доб}}$  его значение  $Q_{\text{доб., } T}$ , находим затем время  $T$  разработки газовой залежи, ибо при  $Q_{\text{доб}} = Q_{\text{доб., } T}$   $t = T$ .

### 3. Неустановившаяся радиальная фильтрация газов в случае эксплуатации скважин при поддержании постоянной скорости

$$\text{фильтрации газа } (Q = cp_c), \left( \frac{dp}{dr} \right)_{r=R_c} = \text{const}$$

При условии отбора газа (52, XII) для приведенного к атмосферному давлению дебита газовой скважины можно написать следующие три уравнения:

$$Q = -\Omega \frac{dp_{\kappa}}{dt}, \quad (53, \text{XII})$$

$$Q = A(p_{\kappa}^2 - p_c^2), \quad (54, \text{XII})$$

$$Q = cp_c. \quad (52, \text{XII})$$

Приравняв правые части равенств (54, XII) и (52, XII) и решая полученное квадратное уравнение относительно забойного давления  $p_c$ , имеем:

$$p_c = \frac{c}{2A} \left[ -1 + \sqrt{1 + \left( \frac{2A}{c} \right)^2 p_{\kappa}^2} \right]. \quad (79, \text{XII})$$

Подставляя это значение  $p_c$  в условие (52, XII), получаем формулу дебита скважины, выраженного через контурное давление  $p_{\kappa}$ :

$$Q = \frac{c^2}{2A} \left[ -1 + \sqrt{1 + \left( \frac{2A}{c} \right)^2 p_{\kappa}^2} \right]. \quad (80, \text{XII})$$

Приравняв уравнения (80, XII) и (53, XII), имеем:

$$-\Omega \frac{dp_{\kappa}}{dt} = \frac{c^2}{2A} \left[ -1 + \sqrt{1 + \left( \frac{2A}{c} \right)^2 p_{\kappa}^2} \right].$$

Введем обозначение

$$y = \frac{2A}{c} p_{\kappa} = \frac{2\pi kb}{c\mu p_{\text{ат}} \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} p_{\kappa}. \quad (81, \text{XII})$$

Тогда

$$-\frac{\Omega c}{2A} \frac{dy}{dt} = \frac{c^2}{2A} \left[ -1 + \sqrt{1 + y^2} \right].$$

Разделяя переменные, имеем:

$$\frac{dy}{-1 + \sqrt{1 + y^2}} = -\frac{c}{\Omega} dt.$$

Для интегрирования полученного уравнения применяем подстановку

$$x - y = \sqrt{1 + y^2},$$

что после освобождения от радикала дает:

$$y = \frac{x^2 - 1}{2x}, \quad dy = \frac{x^2 + 1}{2x^2} dx; \quad \sqrt{1 + y^2} = x - \frac{x^2 - 1}{2x} = \frac{x^2 + 1}{2x}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \int \frac{dy}{-1 + \sqrt{1 + y^2}} &= \int \frac{x^2 + 1}{x(x - 1)^2} dx = \\ &= \ln x - \frac{2}{x - 1} = \ln(y + \sqrt{1 + y^2}) - \frac{2}{-1 + y + \sqrt{1 + y^2}} + B, \end{aligned}$$

где  $B$  — произвольная постоянная.

Таким образом:

$$\ln(y + \sqrt{1 + y^2}) - \frac{2}{-1 + y + \sqrt{1 + y^2}} = -\frac{c}{\Omega} t + B. \quad (82, \text{ XII})$$

При  $t = 0$ ,  $p = p_n$

$$y = \frac{2A}{c} p_n = y_n. \quad (83, \text{ XII})$$

Следовательно:

$$B = \ln \left( y_n + \sqrt{1 + y_n^2} \right) - \frac{2}{-1 + y_n + \sqrt{1 + y_n^2}}.$$

Подставляя это значение  $B$  в уравнение (82, XII) и решая последнее относительно  $t$ , находим:

$$\begin{aligned} t = \frac{\Omega}{c} \left\{ 2 \left[ \frac{1}{-1 + y + \sqrt{1 + y^2}} - \frac{1}{-1 + y_n + \sqrt{1 + y_n^2}} \right] + \right. \\ \left. + \ln \frac{y_n + \sqrt{1 + y_n^2}}{y + \sqrt{1 + y^2}} \right\}. \quad (84, \text{ XII}) \end{aligned}$$

Обозначая

$$a = \frac{2A}{c} \quad (85, \text{ XII})$$

и подставляя в уравнение (84, XII) вместо  $y$  и  $y_n$  их значения из уравнений (81, XII) и (83, XII), получим искомую зависимость между временем  $t$  и контурным давлением  $p_k$ .

$$t = \frac{\Omega}{c} \left\{ 2 \left[ \frac{1}{-1 + ap_k + \sqrt{1 + a^2 p_k^2}} - \frac{1}{-1 + ap_n + \sqrt{1 + a^2 p_n^2}} \right] + \ln \frac{ap_n + \sqrt{1 + a^2 p_n^2}}{ap_k + \sqrt{1 + a^2 p_k^2}} \right\}. \quad (86, \text{ XII})$$

При  $ap_k > 10$  с вполне достаточной точностью можно принять, что

$$t = \frac{\Omega}{c} \left\{ 2 \left[ \frac{1}{2ap_k - 1} - \frac{1}{2ap_n - 1} \right] + \ln \frac{p_n}{p_k} \right\}. \quad (87, \text{ XII})$$

Задаваясь различными значениями  $p_k$ , по формулам (86, XII) или (87, XII) находим соответствующие значения  $t$ . Располагая этими данными, легко построить кривую падения контурного давления во времени.

Подставляя значения  $p_k$  в формулу (79, XII), находим отвечающие им значения забойного давления  $p_c$ , что позволяет построить кривую

$$p_c = p_c(t).$$

Подставляя полученные значения  $p_c$  в формулу (80, XII), определяем дебит скважины  $Q$  в различные моменты времени  $t$ , что позволяет построить кривую  $Q = Q(t)$ .

Задаваясь некоторым конечным значением контурного давления к концу разработки газовой залежи  $p = p_{\text{кон}}$  и подставляя его в формулу (86, XII), можно найти время  $T$  разработки газовой залежи (время извлечения газа), так как при  $p_k = p_{\text{кон}}$   $t = T$ .

## § 6. Установившееся движение газа, не подчиняющееся линейному закону фильтрации

На основании принципа однородности размерностей весовая скорость фильтрации газов в соответствии с уравнением (36, VII) может

быть представлена в виде:

$$|\gamma v| = \text{Sl}_1^{\frac{1-n}{2}} k^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} \gamma^n g^{1-n} \left| \frac{dp}{dL} \right|^n. \quad (88, \text{XII})$$

Из уравнения состояния (2, XII) имеем:

$$\gamma \frac{dp}{dL} = \frac{\gamma_{\text{ат}}}{p_{\text{ат}}} p \frac{dp}{dL} = \frac{\gamma_{\text{ат}}}{2p_{\text{ат}}} \cdot \frac{dp^2}{dL},$$

что дает

$$\gamma^n \left( \frac{dp}{dL} \right)^n = \left( \frac{\gamma_{\text{ат}}}{2p_{\text{ат}}} \right)^n \left( \frac{dp^2}{dL} \right)^n.$$

Подставляя это значение  $\gamma^n \left( \frac{dp}{dL} \right)^n$  в уравнение (88, XII), имеем:

$$|\gamma v| = E \left| \frac{dp^2}{dL} \right|^n, \quad (89, \text{XII})$$

где

$$E = \text{Sl}_1^{\frac{1-n}{2}} k^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} g^{1-n} \left( \frac{\gamma_{\text{ат}}}{2p_{\text{ат}}} \right)^n. \quad (90, \text{XII})$$

Если для получения уравнения весовой скорости фильтрации вместо формулы (40, VII) воспользоваться формулой (44, VII), то вместо формулы (90, XII) получим:

$$E = (0,1m^{2,3}\text{Re}_{\text{кр}})^{1-n} k^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} g^{1-n} \left( \frac{\gamma_{\text{ат}}}{2p_{\text{ат}}} \right)^n. \quad (91, \text{XII})$$

Исходя из общего выражения для весовой скорости фильтрации (87, XII), рассмотрим установившуюся одноразмерную и радиальную фильтрацию газов, не подчиняющуюся линейному закону фильтрации.

### 1. Одномерная установившаяся фильтрация

Пусть движение газа происходит в горизонтальном направлении, противоположном направлению оси  $x$ . Тогда при площади вертикального сечения пласта  $F$  весовой расход газа  $G$  равен:

$$G = |\gamma v|F = EF \left| \frac{dp^2}{dx} \right|^n = EF \left| \frac{dP}{dx} \right|^n,$$

где

$$P = p^2$$

Разделяя переменные  $P$  и  $x$ , получим:

$$dP = \left( \frac{G}{EF} \right)^{\frac{1}{n}} dx. \quad (92, \text{XII})$$

Граничные условия выражаются уравнениями (9, XII).

Интегрируя дифференциальное уравнение (92, XII) в пределах от  $P_\Gamma$  до  $P_\kappa$  и от 0 до  $L_\kappa$ , получим:

$$P_\kappa - P_\Gamma \left( \frac{G}{EF} \right)^{\frac{1}{n}} L_\kappa = p_\kappa^2 - p_\Gamma^2,$$

откуда весовой расход газа равен:

$$G = EF \left( \frac{p_\kappa^2 - p_\Gamma^2}{L_\kappa} \right)^n. \quad (93, \text{XII})$$

Чтобы найти распределение давления в пласте, проинтегрируем уравнение (92, XII) в пределах от  $P_\Gamma$  до  $P$  и от 0 до  $x$ . Тогда

$$P = P_\Gamma + \left( \frac{G}{EF} \right)^{\frac{1}{n}} x,$$

что дает формулу распределения давления в пласте в виде:

$$p = \sqrt{p_\Gamma^2 + \left( \frac{G}{EF} \right)^{\frac{1}{n}} x}. \quad (94, \text{XII})$$

Из уравнения (93, XII) имеем:

$$\left(\frac{G}{EF}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{p_{\kappa}^2 - p_{\Gamma}^2}{L_{\kappa}}\right).$$

Подставляя это значение  $\left(\frac{G}{EF}\right)^{\frac{1}{n}}$  в формулу (94, XII), получим:

$$p = \sqrt{p_{\Gamma}^2 + \left(\frac{p_{\kappa}^2 - p_{\Gamma}^2}{L_{\kappa}}\right)x}. \quad (95, XII)$$

Сравнение формулы (95, XII) с формулой (13, XII) распределения давления в пласте при установившейся одномерной фильтрации газов показывает полное их совпадение. Это позволяет сделать вывод, что при установившемся одномерном движении газов в пористой среде распределение давления в пласте не зависит от закона фильтрации.

Величина средневзвешенного по объему давления  $p$  определяется формулой (17, XII).

В случае *турбулентной* фильтрации газов  $n = \frac{1}{2}$ . Подставляя это значение  $n$  в уравнение (93, XII), получим формулу весового расхода газа в виде:

$$G = EF \sqrt{\frac{p_{\kappa}^2 - p_{\Gamma}^2}{L_{\kappa}r}}. \quad (96, XII)$$

## 2. Радиальная установившаяся фильтрация

По аналогии с уравнением (89, XII), в случае радиальной фильтрации газа, не подчиняющейся линейному закону фильтрации, модуль весовой скорости фильтрации газа, направленной противоположно направлению оси  $r$ , равен:

$$|\gamma v| = E \left| \frac{dp^2}{dr} \right|^n, \quad (97, XII)$$

где величина постоянной  $E$  дается формулами (90, XII) или (91, XII).

Весовая скорость фильтрации равна:

$$G = 2\pi r b |\gamma v| = 2\pi b E r \left| \frac{dp^2}{dr} \right|^n.$$

Отсюда найдем приведенный к атмосферному давлению объемный расход газа:

$$Q = \frac{G}{\gamma_{\text{ат}}} = E' r \left| \frac{dp^2}{dr} \right|^n = E' r \left| \frac{dP}{dr} \right|^n, \quad (98, \text{XII})$$

где

$$E' = \frac{2\pi b E}{\gamma_{\text{ат}}}. \quad (99, \text{XII})$$

Разделяя переменные в уравнении (98, XII), получим:

$$dP = \left( \frac{Q}{E'} \right)^{\frac{1}{n}} r^{-\frac{1}{n}} dr. \quad (100, \text{XII})$$

Граничные условия выражаются уравнениями (29, XII).

Интегрируя уравнение (100, XII) в пределах от  $P_c$  до  $P_k$  и от  $R_c$  до  $R_k$ , заменяя  $P$  на  $p^2$  и решая полученное уравнение относительно  $Q$ , получим формулу дебита газа в виде:

$$Q = E' \left( \frac{1-n}{n} \right)^n \left( \frac{p_k^2 - p_c}{\frac{1}{R_c^n} - \frac{1}{R_k^n}} \right)^n. \quad (101, \text{XII})$$

Распределение давления в пласте найдем, проинтегрировав уравнение (100, XII) в пределах от  $P_r$  до  $P$  и от  $R_c$  до  $r$ .

$$\int_{P_r}^P dP = \left( \frac{Q}{E'} \right)^{\frac{1}{n}} \int_{R_c}^r r^{-\frac{1}{n}} dr,$$

откуда

$$P = P_c + \frac{n}{1-n} \left( \frac{Q}{E'} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{1}{R_c^n} - \frac{1}{r^n} \right),$$

а

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{n}{1-n} \left( \frac{Q}{E'} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{1}{R_c^n} - \frac{1}{r^n} \right)}. \quad (102, \text{XII})$$

Подставляя в формулу (102, XII) распределения давления в пласте вместо дебита газа  $Q$  его значение из формулы (101, XII), получим уравнение распределения давления в пласте:

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\frac{1}{R_c^n} - \frac{1}{R_k^n}} \cdot \left( \frac{1}{R_c^n} - \frac{1}{r^n} \right)}. \quad (103, XII)$$

Рассмотрим *установившуюся радиальную турбулентную* фильтрацию. В этом случае  $n = \frac{1}{2}$ , и из уравнений (101, XII), (102, XII) и (103) XII) получаем следующие формулы дебита газа и распределения давления в пласте при турбулентной радиальной фильтрации:

$$Q = E' \sqrt{\frac{p_k^2 - p_c^2}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_k}}}, \quad (104, XII)$$

$$p = \sqrt{p_c^2 + \left( \frac{Q}{E'} \right)^2 \left( \frac{1}{R_c} - \frac{1}{r} \right)} \quad (105, XII)$$

и

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_k}} \left( \frac{1}{R_c} - \frac{1}{r} \right)} \quad (106, XII)$$

Сравнение формул (104, XII) и (106, XII) с формулами дебита газа (31, XII) и распределения давления (37, XII) при установившейся радиальной фильтрации газа по линейному закону фильтрации показывает, что (в отличие от случая одномерного движения) не только формулы дебита, но и уравнения распределения давления в пласте при радиальной турбулентной фильтрации коренным образом отличаются от соответствующих формул радиальной фильтрации по линейному закону фильтрации.

Характерные особенности радиальной турбулентной фильтрации выявляются при рассмотрении величины среднего взвешенного по объему пласта давления  $\tilde{p}$ . В условиях плоской радиальной фильтрации

$$\tilde{p} = \frac{2}{R_k^2 - R_c^2} \int_{R_c}^{R_k} p r dr.$$

Подставляя в эту формулу вместо  $p$  его значение из (106, XII), получим:

$$\tilde{p} = \frac{2}{R_{\kappa}^2 - R_c^2} \int_{R_c}^{R_{\kappa}} \sqrt{p_c^2 + \frac{p_{\kappa}^2 - p_c^2}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_{\kappa}}} \left( \frac{1}{R_c} - \frac{1}{r} \right)} r dr. \quad (107, XII)$$

Введем безразмерные величины

$$\varepsilon = \frac{p_c}{p_{\kappa}}, \quad R^* = \frac{r}{R_c}, \quad R_{\kappa}^* = \frac{R_{\kappa}}{R_c}, \quad \xi = \frac{\tilde{p}}{p_{\kappa}}$$

и разделим уравнение (107, XII) на  $p_{\kappa}$ , тогда

$$\xi = \frac{2}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \int_1^{R_{\kappa}^*} \sqrt{\varepsilon^2 + \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \frac{1}{R_{\kappa}^*}} \left( 1 - \frac{1}{R^*} \right)} R^* dR^*$$

или

$$\xi = \frac{2}{R_{\kappa}^{*2} - 1} \int_1^{R_{\kappa}^*} \sqrt{aR^{*2} - BR^*} dR^*, \quad (108, XII)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a &= \varepsilon^2 + \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \frac{1}{R_{\kappa}^*}}, \\ B &= \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \frac{1}{R_{\kappa}^*}}. \end{aligned} \right\} \quad (109, XII)$$

Обозначим

$$Z = R^* - \frac{B}{2a}$$

и произведем замену переменных в интеграле (108, XII):

$$\int_1^{R_{\kappa}^*} \sqrt{aR^2 - BR} dR = \int_{Z_1}^{Z_2} \sqrt{aZ^2 - K} dZ, \quad (110, XII)$$

где

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= 1 - \frac{B}{2a}, \\ Z_2 &= R_k - \frac{B}{2a}, \\ K &= \frac{B^2}{4a}. \end{aligned} \right\} \quad (111, \text{XII})$$

Интегрируя (110, XII) по частям, получим:

$$\int_{Z_1}^{Z_2} \sqrt{aZ^2 - K} \, dZ = \frac{Z}{2} \sqrt{aZ^2 - K} - \frac{K}{2} \int_{Z_1}^{Z_2} \frac{dZ}{\sqrt{aZ^2 - K}} \Bigg|_{Z_1}^{Z_2}. \quad (112, \text{XII})$$

Обозначим

$$\lambda^2 = \frac{K}{a} \quad (113, \text{XII})$$

и введем переменную

$$y = Z + \sqrt{Z^2 - \lambda^2},$$

тогда

$$\begin{aligned} \int_{Z_1}^{Z_2} \frac{dZ}{\sqrt{aZ^2 - K}} &= \frac{1}{\sqrt{a}} \ln y \Bigg|_{y_1}^{y_2} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left( Z + \sqrt{Z^2 - \lambda^2} \right) \Bigg|_{Z_1}^{Z_2} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \frac{Z_2 + \sqrt{Z_2^2 - \lambda^2}}{Z_1 + \sqrt{Z_1^2 - \lambda^2}}. \end{aligned} \quad (114, \text{XII})$$

Подставляя уравнение (114, XII) в (112, XII), имеем:

$$\begin{aligned} \int_1^{R_k} \sqrt{aR^{*2} - BR^*} \, dR^* &= \int_{Z_1}^{Z_2} \sqrt{aZ^2 - K} \, dZ = \\ &= \frac{Z_2}{2} \sqrt{aZ_2^2 - K} - \frac{Z_1}{2} \sqrt{aZ_1^2 - K} - \\ &\quad - \frac{K}{2\sqrt{a}} \ln \frac{Z_2 + \sqrt{Z_2^2 - \lambda^2}}{Z_1 + \sqrt{Z_1^2 - \lambda^2}}. \end{aligned} \quad (115, \text{XII})$$

Подставляя формулу (115, XII) в (108, XII), получим:

$$\xi = \frac{1}{R_{\kappa}^2 - 1} \left[ Z_2 \sqrt{aZ_2^2 - K} - Z_1 \sqrt{aZ_1^2 - K} - \frac{K}{\sqrt{a}} \ln \frac{Z_2 + \sqrt{Z_2^2 - \lambda^2}}{Z_1 + \sqrt{Z_1^2 - \lambda^2}} \right]. \quad (116, XII)$$

Задаваясь различными значениями  $R_{\kappa}^*$  и  $\varepsilon$ , находим из формул (109, XII), (111, XII) и (113, XII) отвечающие им значения  $a'$ ,  $K$ ,  $Z_1$ ,  $Z_2$  и  $\lambda$  и по формуле (116, XII) вычисляем соответствующие значения  $\xi = \frac{\tilde{p}}{p_{\kappa}}$ .

Таблица 13

**Значения  $\xi = \frac{\tilde{p}}{p_{\kappa}}$  (отношение среднего давления к контурному) при установившейся радиальной турбулентной фильтрации газа**

$R_{\kappa}^*$	$\xi$ при $\varepsilon$ , равном				
	0	0,1	0,2	0,3	0,4
10	0,94981	0,95059	0,95218	0,95045	0,96001
100	0,99491	0,99501	0,99512	0,99643	0,99574
1000	0,99900	0,99901	0,99904	0,99909	0,99916
5000	0,99980	0,99980	0,99980	0,999807	0,99984
10000	0,999900	0,999901	0,999904	0,999910	0,999916

Продолжение

$R_{\kappa}^*$	$\xi$ при $\varepsilon$ , равном				
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
10	0,96290	0,96924	0,97696	0,98338	0,99219
100	0,99626	0,99677	0,99748	0,99819	0,99900
1000	0,99925	0,99936	0,99948	0,99964	0,99981
5000	0,99984	0,99988	0,99988	0,99992	0,99996
10000	0,999926	0,999936	0,999950	0,999964	0,999980

В табл. 13 приведены значения  $\xi = \xi(R_{\kappa}^*, \varepsilon)$ , а на рис. 80 помещены кривые  $\xi = \xi(\varepsilon)$  для разных значений  $R_{\kappa}^*$ .

Как видно из табл. 13 и кривых, приведенных на рис. 80, различие между средним давлением  $\tilde{p}$  и контурным давлением  $p_{\kappa}$  совершенно

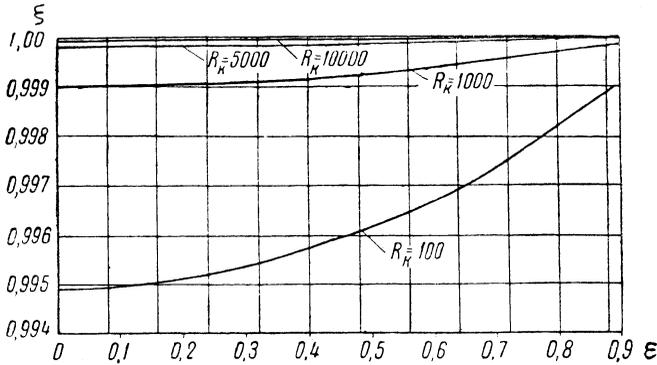


Рис. 80. Зависимость отношения  $\xi$  среднего давления  $\bar{p}$  к контурному давлению  $p_k$  от величины  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$  при радиальной турбулентной фильтрации газа.

незначительно и гораздо меньше, чем в случае радиальной фильтрации по линейному закону фильтрации. Это указывает, что при радиальной *турбулентной* фильтрации газа практически почти вся потеря давления имеет место лишь в непосредственной близости от скважины.

Действительно, если для простоты положить  $p_c = 0$  и пренебречь величиной  $\frac{1}{R_k}$ , которая при  $R_k \geq 10$  м мала по сравнению с  $\frac{1}{R_c}$ , то из формулы (106, XI) получим:

$$\delta = \frac{p}{p_k} \cdot 100 \cong 100 \sqrt{1 - \frac{R_c}{r}}.$$

При

$$r = 2R_c \quad \delta = 70,5\%,$$

при

$$r = 10R_c \quad \delta = 94,7\%,$$

т. е. при радиусе скважины  $R_c = 0,1$  м на ближайших к стенке скважины 10 см пути движения к ней газа теряется свыше 70% общего перепада давления, а в однометровой призабойной зоне пласта теряется около 95%; между тем при радиальной фильтрации газа по линейному закону фильтрации соответствующие значения  $\delta$  составляли (см. § 3) 27,8 и 50,8%.

## § 7. Движение реальных газов в пористой среде по линейному закону фильтрации

Особенностью реальных углеводородных газов по сравнению с идеальным газом являются их отклонения от характеристического уравнения идеальных газов. Следует указать также на значительные изменения вязкости природных газов при падении давления в пласте. Данные об отклонениях реальных газов от идеальных и зависимости вязкости реальных газов от давления приведены в § 3 главы III.

До сих пор при решении задач о фильтрации газов вязкость газов принималась постоянной, а газ совершенным. Ниже излагается предложенный Б. Б. Лапуком [90, 91] метод приближенного решения задачи об установившемся и неустановившемся движении реальных газов в пористой среде по линейному закону фильтрации с учетом изменений их свойств в пластовых условиях.

### 1. Установившаяся фильтрация реальных газов

Весовая скорость фильтрации газа в направлении  $x$  может быть представлена в следующем виде:

$$\gamma v = -k(x)\phi(p)\frac{dp}{dx}, \quad (117, XII)$$

где  $\gamma$  — удельный вес газа;  $v$  — скорость фильтрации;  $k(x)$  — проницаемость пласта, которую в ряде случаев можно рассматривать как функцию  $x$ . В однородных по проницаемости пластах  $k = \text{const}$ ,  $p$  — давление,  $\phi(p) = \frac{\gamma}{\mu}$ ,  $\mu$  — абсолютная вязкость газа. Удельный вес газов  $\gamma = \frac{p}{ZRT}$ ,  $Z$ ,  $R$  и  $T$  — соответственно коэффициент сжимаемости, газовая постоянная и абсолютная температура газа.

Рассматривая (согласно § 2 настоящей главы) фильтрацию газа как изотермический процесс, можно принять, что  $Z = Z(p)$  и  $\mu = \mu(p)$ . Значения коэффициентов сжимаемости и вязкости газов легко определить при помощи методов, изложенных в § 3 главы III.

Зная скорость фильтрации газа, находим его весовой расход  $G$ :

$$G = |\gamma v|F(x), \quad (118, XII)$$

где  $F(x)$  — площадь сечения пласта, которая должна быть задана как функция координаты  $x$ .

В случае линейного движения  $F(x) = \text{const}$ .

При радиальной фильтрации  $F(x) = 2\pi bx$ , где  $b$  — мощность точки пласта, в которой давление равно  $p$ , а скорость фильтрации равна  $v$ .

Подставляя в формулу (118, XII) значение весовой скорости фильтрации из формулы (117, XII), получим:

$$G = k(x)F(x)\phi(p)\frac{dp}{dx}.$$

Разделяя переменные и обозначая

$$f(x) = \frac{1}{k(x)F(x)}, \quad (119, XII)$$

имеем

$$Gf(x)dx = \phi(p)dp. \quad (120, XII)$$

Величина  $x$  изменяется в пределах от  $x_c$  (радиус скважины) до  $x_\kappa$  (расстояние до контура питания) в условиях радиального движения и от 0 до  $L_\kappa$  при линейном движении, если начало координат взято у стока газа (галерея). Величина  $p$  изменяется от  $p_c$  (значение давления на забое скважины или галереи) до  $p_\kappa$  (значение  $p$  на контуре питания). Интегрируя уравнение (120, XII) в указанных пределах, получим:

$$G = \int_{x_c}^{x_\kappa} f(x)dx = \int_{p_c}^{p_\kappa} \phi(p)dp,$$

откуда

$$G = \frac{\int_{p_c}^{p_\kappa} \phi(p)dp}{\int_{x_c}^{x_\kappa} f(x)dx}.$$

Обозначим постоянную

$$A = \int_{x_c}^{x_\kappa} f(x)dx. \quad (121, XII)$$

В случае линейного движения в однородном пласте

$$A = \frac{L_\kappa}{kF}. \quad (121a, XII)$$

При радиальной фильтрации в однородном пласте

$$A = \frac{\ln \frac{x_c}{x_k}}{2\pi kb}. \quad (1216, \text{ XII})$$

Введем приведенный дебит  $G^*$ , где

$$G^* = AG. \quad (122, \text{ XII})$$

Тогда, подставляя в формулу (122, XII) полученные выражения для  $A$  и  $G$ , имеем:

$$G^* = \int_{p_c}^{p_k} \phi(p) dp. \quad (123, \text{ XII})$$

Весовой расход газа

$$G = \frac{1}{A} G^*. \quad (124, \text{ XII})$$

Величину  $G^*$  нетрудно определить по формуле (123, XII) путем графического интегрирования функции  $\phi(p)$ , значения которой при различных давлениях  $p$  определяются по приведенным в § 3 главы III экспериментальным данные о коэффициентах сжимаемости  $Z$  и вязкости газов  $\mu$ .

Найдем распределение давления в пласте. Для этого проинтегрируем уравнение (120, XII) по  $p$  в пределах от  $p_c$  до  $p$  и по  $x$  — от  $x_c$  до  $x$ .

$$G \int_{x_c}^x f(x) dx = \int_{p_c}^p \phi(p) dp. \quad (125, \text{ XII})$$

Обозначим

$$\psi(p) = \int_{p_c}^p \phi(p) dp. \quad (126, \text{ XII})$$

Тогда в случае линейного движения в однородном пласте

$$\psi(p) = \frac{G}{kF} x. \quad (127, \text{ XII})$$

При радиальном движении в однородном пласте

$$\psi(p) = \frac{G}{2\pi bk} \ln \frac{x}{x_c}. \quad (128, \text{ XII})$$

Из выражений (127, XII) и (128, XII) получим следующие формулы распределения давления в однородном пласте: при линейной фильтрации

$$x = \frac{kF}{G} \psi(p); \quad (129, XII)$$

при радиальной фильтрации

$$x = x_c e^{\frac{2\pi kb}{G} \psi(p)}. \quad (130, XII)$$

Задаваясь различными значениями давления  $p$ , заключенными в пределах между значениями давлений  $p_c$  (на скважине или в галлерее) и  $p_k$  (на контуре питания), находим по экспериментальным данным значения  $\psi(p)$  и отвечающие им значения  $\psi = \psi(p)$  и по формулам (129, XII) или (130, XII) определяем соответствующие значения  $x$ .

В общем случае для каждого значения  $\psi$  значение  $x$  определяется подбором так, чтобы выдерживалось равенство (125, XII).

Следует иметь в виду, что формула (118, XII) является точной лишь в тех случаях, когда скорости фильтрации одинаковы во всех точках площади сечения пласта  $F(x)$ , как это имеет место в условиях линейной и радиальной фильтрации газов. При неравномерном распределении скоростей фильтрации по площади  $F(x)$  в качестве приближения расчет можно вести по среднему по площади  $F(x)$  значению скорости фильтрации.

## 2. Неустановившееся радиальное движение реальных газов в пористой среде

В условиях газового режима, при котором запас энергии в пласте не пополняется извне, уравнение истощения залежи может быть написано в следующем виде:

$$Gdt = -\Omega d\tilde{\gamma}, \quad (131, XII)$$

где  $G$  — весовой расход газа,  $t$  — время,  $\Omega$  — объем порового пространства газовой залежи,  $\tilde{\gamma}$  — средневзвешенное по объему значение удельного веса газа:

$$\tilde{\gamma} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \gamma d\Omega. \quad (132, XII)$$

Как было показано в § 4 настоящей главы, в условиях радиальной фильтрации газов средневзвешенное по объему пласта давление  $\tilde{p}$

в практических расчетах может быть принято равным контурному давлению  $p_k$ , а следовательно, можно также принять, что

$$\tilde{\gamma} \cong \gamma_k. \quad (133, \text{XII})$$

Подставляя в формулу (131, XII) вместо  $\tilde{\gamma}$  величину  $\gamma_k$ , получим уравнение истощения газовой залежи в виде:

$$Gdt = -\Omega d\gamma_k; \quad (134, \text{XII})$$

отсюда

$$t = \Omega \int_{\gamma_k}^{\gamma_n} \frac{d\gamma_k}{G}, \quad (135, \text{XII})$$

где  $\gamma_n$  и  $\gamma_k$  — соответственно значения  $\bar{\gamma}_k$  при  $t = 0$  (начальный момент разработки пласта, когда пластовое давление  $p_k$  равно начальному давлению  $p_n$ ) и в некоторый момент времени  $t$ , когда контурное давление равно  $p_k$ .

Рассматривая неустановившуюся радиальную фильтрацию газов как непрерывную последовательность стационарных состояний, можно в формулу (135, XII) подставить вместо весового расхода  $G$  его значение из формулы (124, XII), причем величина  $A$  дается формулой (121, XII). Тогда

$$t = A\Omega \int_{\gamma_k}^{\gamma_n} \frac{d\gamma_k}{G^*}. \quad (136, \text{XII})$$

Вводя приведенное время

$$\tau = \frac{1}{A\Omega} t, \quad (137, \text{XII})$$

имеем

$$\tau = \int_{\gamma_k}^{\gamma_n} \frac{d\gamma_k}{G^*}. \quad (138, \text{XII})$$

Для нахождения величины  $\tau$  должно быть известно условие отбора газа на скважинах. Такими условиями могут быть следующие:

- 1)  $G = \text{const}$ , что дает также  $G^* = \text{const}$ ;
- 2)  $p_c = \text{const}$  — поддержание постоянного давления на скважинах;
- 3) поддержание постоянной скорости фильтрации газа в призабойной зоне пласта.

При условии отбора  $G = \text{const}$  из формулы (138, XII) имеем:

$$\tau = \frac{\gamma_n - \gamma_k}{G^*}. \quad (139, XII)$$

При эксплуатации скважин в условиях поддержания постоянно-го давления на скважинах порядок вычислений следующий. Задаемся различными значениями контурного давления  $p_k$  по формуле (123, XII) определяем значения  $G^*$ , интегрируем (графически) уравнение (138, XII) и по полученным данным строим график  $\tau = \tau(\gamma_k)$ , по которому находим соответствующие значения  $\tau$ . Далее из формулы (137, XII) вычисляем отвечающие найденным величинам  $\tau$  значения времени  $t$ . Весовой расход газа  $G$  определяется по формуле (124, XII).

При эксплуатации скважин в условиях поддержания постоянной скорости фильтрации в призабойной зоне скважин вычисления ведутся так. Задаемся различными значениями контурного давления  $p_k$  и по формуле (123, XII) подбираем значение давления в скважине  $p_c$  таким образом, чтобы скорость фильтрации газа в призабойной зоне была  $v = \frac{G}{\gamma F}$  постоянна и равна величине, установленной на основании геолого-технических соображений. Этому значению  $p_c$ , согласно формуле (123, XII), соответствует определенная величина  $G^*$ . Затем задаемся новым значением  $p_k$  и т. д. Построив график зависимости величины  $\frac{1}{G^*}$  от  $\gamma_k$ , находим по формуле (138, XII) (путем графического интегрирования) значения  $\tau$ , отвечающие соответствующим величинам  $p_k$  и из формулы (137, XII) определяем значения времени  $t$ . Весовой расход газа  $G$  определяется по формуле (124, XII).

### 3. Влияние изменения вязкости и отклонений природных газов от законов идеальных газов на дебит скважин и истощение газовых залежей

Для выяснения влияния на дебит скважин отклонений реальных газов от законов идеальных газов рассмотрим конкретный пример.

*Пример 1.* Сопоставить дебиты газовой скважины в случае установившейся фильтрации метана и природного газа с дебитом скважины при фильтрации идеального газа с теми же вязкостями. Вязкость газов принимается постоянной и равной значению их абсолютной вязкости при атмосферном давлении и пластовой температуре. В качестве расчетных данных принимаем следующие: давление на контуре  $p_k = 100 \text{ атм}$ , абсолютная вязкость при атмосферном давлении метана  $\mu = 0,012$  сантипуаз, абсолютная вязкость природного га-

за  $\mu = 0,0105$  сантипуаз, температура пласта  $t = 37,7^\circ \text{C}$ . Значения коэффициентов сжимаемости определяются кривыми на рис. 26.

Состав природного газа (в % по объему) следующий: метан — 83,19, этан — 8,48, пропан — 4,37, бутан — 5,44, более тяжелые — 1,52.

Величина дебита реальных газов определяется по формуле (124, XII). В случае идеальных газов  $Z = 1$ ,  $\psi(p) = \frac{p}{\mu RT}$ , где  $R$  — газовая постоянная, а  $T$  — абсолютная температура. Подставляя это значение  $\psi(p)$  в формулу (123, XII) и принимая фильтрацию газа изотермической, получим значение приведенного дебита  $G_{\text{ид}}^*$  идеального газа:

$$G_{\text{ид}}^* = \frac{1}{2RT\mu_{\text{ат}}} (p_{\text{к}}^2 - p_{\text{с}}^2). \quad (140, \text{XII})$$

Различие в дебитах скважины при фильтрации реального и идеального газов при постоянной вязкости составит величину  $\Delta_1$  (в процентах):

$$\Delta_1 = \frac{G^* - G_{\text{ид}}^*}{G^*} \cdot 100 = \frac{\int_{p_{\text{с}}}^{p_{\text{к}}} \frac{p}{Z} dp - \frac{1}{2} (p_{\text{к}}^2 - p_{\text{с}}^2)}{\int_{p_{\text{с}}}^{p_{\text{к}}} \frac{p}{Z} dp} \cdot 100. \quad (141, \text{XII})$$

Таблица 14

**Влияние изменений вязкости и отклонений углеводородных газов от законов идеальных газов на дебит скважины при установившейся фильтрации**

$\varepsilon = \frac{p_{\text{с}}}{p_{\text{к}}} 100$	Метан			Природный газ			
	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_{2\text{к}}$	$\Delta$
90	11,80	-29,7	-15,83	23,3	-67,2	2,0	-27,8
80	11,32	-28,4	-15,03	22,0	-64,4	3,0	-27,6
60	10,25	-26,0	-14,1	20,5	-58,0	6,55	-25,8
50	10,08	-24,4	-12,1	19,8	-55,5	8,2	-25,1
10	9,25	-20,2	-10,7	17,7	-46,7	13,5	-23,1
1,5	8,65	-19,9	-10,65	17,65	-46,0	13,8	-23,1
1,0	8,6	-19,9	-10,6	17,6	-46,0	13,8	-23,0

В табл. 14, составленной нами по данным вычислений И. Н. Самушенок, приведены определенные по формуле (141, XII) путем графического интегрирования значения  $\Delta_1$  для метана и природного газа

указанного выше состава. Значения  $\Delta_1$  определены для различных депрессий, характеризуемых величиной  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$ .

Нак видно из табл. 14, при игнорировании отклонения реальных газов от законов идеальных газов ошибка в определении дебита в условиях рассматриваемого примера колеблется в пределах 8–12% для метана и 15–24% для природного газа, причем вычисленные значения дебитов являются заниженными.

Чтобы установить влияние на дебит скважин изменения вязкости природных газов, рассмотрим пример 2.

*Пример 2.* Сопоставить дебиты газовой скважины в случае установившейся фильтрации метана и природного газа с дебитом скважины при фильтрации тех же газов в условиях постоянной вязкости. Коэффициент сжимаемости принимается равным единице ( $Z = 1$ ). Зависимости абсолютной вязкости метана и природного газа от давления видны из приведенных на рис. 24 и 25 графиков. Остальные расчетные данные те же, что в примере 1.

Различие в дебитах при фильтрации идеальных ( $Z = 1$ ) газов при переменной и постоянной вязкости составит величину  $\Delta_2$  (в процентах), причем

$$\Delta_1 = \frac{G^* - G_{\text{ид}}^*}{G^*} \cdot 100 = \frac{\int_{p_c}^{p_k} \frac{p}{\mu} dp - \frac{1}{2\mu_{\text{ат}}} (p_k^2 - p_c^2)}{\int_{p_c}^{p_k} \frac{p}{\mu} dp} \cdot 100, \quad (142, \text{XII})$$

где значение  $G_{\text{ид}}^*$  дается формулой (140, XII).

В табл. 14 приведены определенные по формуле (142, XII) путем графического интегрирования значения  $\Delta_2$  при различных величинах  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$ . Рассмотрение значений  $\Delta_2$  показывает, что в условиях рассматриваемого примера (при игнорировании изменения вязкости газов вследствие изменения давления) ошибки в определении дебита колеблются в пределах 20–30% для метана и 46–67% для природного газа, причем вычисленные значения дебитов являются завышенными.

Если при определении  $G_{\text{ид}}^*$  в формулу (140, XII) вместо  $\mu_{\text{ат}}$  подставить значение  $\mu_k$  — величину абсолютной вязкости газа при контурном давлении ( $p = p_k$ ), то соответствующие ошибки в определении дебитов, которые мы обозначим  $\Delta_{2к}$ , в случае фильтрации природного газа колеблются в пределах 2–13,8% (см. значения  $\Delta_{2к}$  в табл. 14), причем вычисленные значения дебитов являются в этом случае заниженными.

Примеры 1 и 2 показывают раздельное влияние отклонений реальных газов от законов идеальных газов и изменения вязкости на дебит газовых скважин. Оказалось, что игнорирование изменения вязкости и отклонений реальных газов от закона идеальных газов приводит к ошибкам в разные стороны, причем неучет изменений вязкости дает большие ошибки, чем принятие  $Z = 1$ . Действительные условия фильтрации газа характеризуются тем, что одновременно  $Z = Z(p)$  и  $\mu = \mu(p)$ .

Для выяснения совместного влияния этих факторов рассмотрим пример 3.

*Пример 3.* Сопоставить дебиты газовой скважины в случае установившейся фильтрации метана и природного газа с дебитом скважины при фильтрации идеального газа при постоянной вязкости, равной вязкости газа при атмосферном давлении (значения  $\mu_{ат}$  приведены в примере 1). Состав газа, контурное давление и пластовая температура те же, что в примерах 1 и 2. Зависимости  $Z = Z(p)$  и  $\mu = \mu(p)$  заданы графически.

Различие в дебитах скважины в этих условиях составит величину  $\Delta$  (в процентах), причем

$$\Delta_1 = \frac{G^* - G_{ид}^*}{G^*} \cdot 100 = \frac{\int_{p_c}^{p_k} \frac{p}{\mu z} dp - \frac{1}{2\mu_{ат}} (p_k^2 - p_c^2)}{\int_{p_c}^{p_k} \frac{p}{\mu z} dp} \cdot 100, \quad (143, XII)$$

В таблице 14а приведены определенные по формуле (143, XII) путем графического интегрирования значения  $\Delta$ . Как видно из табл. 14а, в случае игнорирования отклонений реальных газов от закона идеальных газов и изменения вязкости вследствие изменения давления ошибки в определении дебита колеблются в пределах от 10 до 16% для метана и от 23 до 28% для природного газа указанного состава, причем вычисленные значения дебитов являются завышенными.

Следует отметить, что величины  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  и  $\Delta$  не зависят от свойств пласта (пористость, проницаемость, литологический состав) и геометрии фильтрации, а определяются лишь зависимостями  $Z = Z(p)$  и  $\mu = \mu(p)$  и значениями

$$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}.$$

Рассмотрим влияние отклонений *реальных газов* от законов идеальных газов и изменения вязкости на истощение газовых залежей.

Т а б л и ц а 14а

Время $t$		Дебит газа в тыс. $\text{м}^3/\text{сутки}$		$\frac{Q_p - Q_i}{Q_p} \cdot 100$	$\delta = \frac{p_{кр} - p_{ки}}{p_{кр}} \cdot 100$
суток	лет	$Q_p$	$Q_i$	%	%
500	1,37	15,0	131	6,67	$\sim 5,0$
1000	2,74	92,5	82,5	10,2	$\sim 11,0$
1500	4,11	52,5	40,0	19,1	$\sim 15,0$
2000	5,48	27,5	17,5	36,4	$\sim 20,0$

С этой целью на конкретном примере проанализируем истощение газовой залежи в случаях реального и идеального газов в условиях газового режима.

*Пример 4.* Сопоставить падение во времени пластового (контурного) давления  $p_k$  и дебита газа  $Q$  в случаях неустановившейся радиальной фильтрации идеального газа при постоянной вязкости и реального газа. Расчет произвести для метана. Исходные данные для вычислений следующие: расстояние до контура питания  $R_k = 750 \text{ м}$ , радиус скважины  $R_c = 0,1 \text{ м}$ , проницаемость пласта  $k = 1 \text{ д}$ , пористость пласта  $m = 20\%$ , мощность пласта  $b = 10 \text{ м}$ , температура  $37,7^\circ \text{ С}$ . Зависимости  $Z = Z(p)$  и  $\mu = \mu(p)$  задаются графически.

Удельный вес метана при атмосферном давлении и пластовой температуре  $\gamma_{ат} = 0,668 \text{ кг/м}^3$ , вязкость его при тех же условиях  $\mu_{ат} = 0,012$  сантипуаз. Начальное давление  $p_n = 100 \text{ атм}$ . За атмосферное давление принято  $p_{ат} = 10^4 \text{ кг/м}^2$ . Отбор газа осуществляется при постоянной скорости фильтрации газа в призабойной зоне пласта, что может быть выражено условием

$$Q = \frac{cp_c}{Z_c},$$

где  $Q = \frac{G}{\gamma_{ат}}$ ,  $Z_c$  — значение коэффициента сжимаемости газа при давлении  $p = p_c$ ; коэффициент  $c$  принимается равным  $2710 \text{ м}^3/\text{сутки}$ .

Произведя вычисления в порядке, указанном в конце пункта 2 настоящего параграфа, получим значения  $p_k$  и  $Q = \frac{G}{\gamma_{ат}}$  в различные моменты времени  $t$ . В случае идеального газа ( $Z = 1$ ,  $\mu = \mu_{ат} = \text{const}$ ) вычисления производились по формулам § 5 настоящей главы.

В табл. 14а показаны результаты вычислений значений  $\delta$ .

Обозначим

$$\delta = \frac{p_{кр} - p_{ки}}{p_{кр}} \cdot 100^1.$$

Величина  $\delta$  показывает размеры ошибки, допускаемой в определении пластового (контурного) давления при игнорировании изменений вязкости и отклонений реальных газов от законов идеальных газов.

Как видно из табл. 14а, с течением времени  $\delta$  непрерывно возрастает, достигая через 2000 суток  $\sim 20\%$ . Поскольку в условиях радиальной фильтрации среднее давление  $p$  весьма близко к контурному давлению  $p_{кр}$ , соответствующая ошибка  $\delta_1$  (в процентах) в определении остаточных запасов газа составит:

$$\delta_1 = \frac{\Omega p_{кр}/Z_{кр} - \Omega p_{ки}}{\Omega p_{кр}/Z_{кр}} = \frac{p_{кр} - p_{ки} Z_{кр}}{p_{кр}} \cdot 100,$$

где  $Z_{кр}$  — значение коэффициента сжимаемости газа при давлении  $p_{кр}$ .

В условиях рассматриваемого примера при  $t = 3000$  суток (8,2 лет)  $\delta = \sim 24\%$ . Следовательно, к этому моменту времени истинные остаточные запасы газа в пласте будут на  $\sim 24\%$  больше, чем вычисленные для идеального газа.

В табл. 14а приведены также значения дебитов газа  $Q_p$  (реальный газ) и  $Q_{и}$  (идеальный газ) в различные моменты времени  $t$ , вычисленные для условий анализируемого примера, но при  $R_{к} = 500$  м. Как видно из табл. 14, в случае реального газа значения дебитов  $Q_p$  больше  $Q_{и}$  на величину от 6 до 36%.

Методы, изложенные в настоящем параграфе, позволяют кроме рассмотренных вопросов, решить применительно к реальным газам весь комплекс технических задач, решение которых для идеальных газов дано в работе [91].

---

<sup>1</sup>Индексы кр и ки соответственно относятся к контурным давлениям реального и идеального газов.

---

---

## ГЛАВА XIII

# Движение неоднородных жидкостей в пористой среде

### § 1. Предварительные замечания

Под неоднородной жидкостью в подземной гидравлике понимается газированная жидкость (смесь жидкости и пузырьков газа), смесь нефти и воды, смесь нефти, воды и газа. Последняя, в отличие от первых двух, представляющих двухкомпонентные системы, является трехкомпонентной системой, поскольку она содержит три разных фильтрующихся компонента — нефть, воду и газ.

В то время как движению газированной жидкости (двухфазной системы) в пористой среде посвящены подробные экспериментальные и теоретические исследования, вопросы движения смеси нефти и воды и трехкомпонентной смеси (нефть, газ, вода) менее изучены экспериментально и совершенно не освещены аналитически.

В настоящей главе рассматриваются результаты экспериментальных и теоретических исследований движения газированной жидкости в пористой среде. Кроме того, дается краткое изложение опытов по изучению фильтрации смеси нефти и воды и трехфазной смеси — нефти, воды и газа. Несмотря на отсутствие теоретической разработки последних двух проблем, анализ проведенных экспериментальных исследований позволяет сделать ряд заключений о механизме фильтрации жидкостей и газов в указанных условиях и полезных выводов, учет которых необходим при решении практических задач, связанных с разработкой нефтяных месторождений.

При движении газированной жидкости в пористой среде вследствие падения давления в пласте происходит выделение из нефти пузырьков газа, находившегося в растворенном состоянии. По мере приближения жидкости к забою скважины размеры пузырьков газа вследствие его расширения увеличиваются, продолжающееся же падение давления вызывает выделение из нефти все новых и новых пузырьков газа, переходящего из растворенного состояния в состояние окклюзии.

При наличии значительного количества экспериментальных исследований движения газированной жидкости в пористой среде, механизм

фильтрации смеси жидкости и пузырьков газа, представляющей собой неоднородную жидкость, еще недостаточно изучен. В частности, не ясен вопрос о размерах и форме пузырьков окклюдированного газа и скорости движения их в поровых каналах. Имеют ли газовые пузырьки столь малые размеры, что диаметр их значительно меньше диаметра поровых каналов, равного сотым долям миллиметра, или поперечные размеры газовых пузырьков совпадают с диаметром поровых каналов? Существует ли относительное движение газовых пузырьков относительно нефти? Проводившиеся до сих пор опыты по фильтрации газированной жидкости еще не внесли достаточной ясности в эти вопросы.

В 1930 г. были опубликованы результаты опытов по изучению движения газированной нефти в песках. Экспериментальная установка представляла собой горизонтальную трубу диаметром 3,87 дюйма и длиной около 3 м (10 фут.), набитую песком. Исследовалось движение трех нефтей разных удельных весов и вязкостей при газовых факторах около  $10 \text{ см}^3/\text{см}^3$ . Давление у входа смеси в «пласт» достигало  $17,6 \text{ ата}$ . В результате проведенных работ было установлено, что при одинаковых расходах жидкой фазы при движении газированной нефти в пористой среде наблюдается более резкое падение давления, чем в случае фильтрации мертвой нефти. Аналитически результаты экспериментов автором не были обработаны, и потому опыты эти представляют интерес главным образом как первая попытка изучения сложного вопроса о движении газированной нефти в пористой среде.

В 1932 г. были опубликованы результаты опытов по изучению радиальной фильтрации газированной жидкости. Эксперименты проводились на модели пласта, копирующей условия радиального движения жидкости к скважине, соответствующим изменением площади поперечного сечения пласта, сквозь которую происходила фильтрация. Опыты проводились с установившимся и с неустановившимся движением газированной жидкости при давлениях на входе в пласт, достигающих почти  $100 \text{ ата}$  ( $1400 \text{ фунт/дм}^2$ ) и газовом факторе  $20,5 \text{ см}^3/\text{см}^3$ .

Результаты этих опытов показали, что наибольшее падение давления наблюдается в непосредственной близости от скважины, что указывает на наличие здесь наибольших потерь пластовой энергии. Сравнение с фильтрацией мертвой нефти выявило, что при движении газированной нефти происходит более резкое падение давления (при одинаковых расходах жидкой фазы<sup>1</sup>).

В 1938 г. были опубликованы новые результаты экспериментальных работ. «Пласт» состоял из 2" трубы длиной  $\sim 6,5 \text{ м}$ , заполненной

<sup>1</sup> Подробное описание устройства экспериментальных установок и проведенных опытов см. в книге акад. Л. С. Лейбензона [100].

несцементированным песком, взятым из нефтяного месторождения. Для опытов была использована насыщенная газом нефть. Эксперименты проводилась при установившейся и неустановившейся фильтрации при давлениях до  $\sim 42,5$  ата и газовых факторах до  $103 \text{ см}^3/\text{см}^3$ . Результаты опытов аналитически не обрабатывались. Авторы считают, что наблюдаемые градиенты давления при установившемся и при неустановившемся течениях нефтегазовой смеси через несцементированные пески очень близки к градиентам давления, замеренным в описываемых ниже опытах по движению смеси воды и углекислого газа.

В период с 1936 по 1945 гг., кроме указанных, были опубликованы экспериментальные исследования движения газированной жидкости в несцементированных песках [26], в сцементированных песках [19], в известняках и доломитах [11]. В 1940 г. были также опубликованы результаты опытов [93] по движению трехфазной системы (смесь керосина, воды и азота) в несцементированных песках. Особенностью указанных экспериментальных исследований [26, 19 и 93] является применение электрических методов для определения, наряду с замерами давлений и расходов жидкостей *величины насыщенности жидкостью порового пространства* и ее изменения по длине.

Знание изменения насыщенности жидкостью порового пространства, т. е. величины отношения объема содержащейся в некотором элементе пористой среды жидкости к объему порового пространства этого элемента пористой среды, позволяет рассматривать отдельно движение каждой из фаз газированной жидкости, полагая, что жидкость движется в изменяющейся среде, состоящей из слагающей коллектор породы и газовых пузырьков, а газ движется в изменяющейся среде, состоящей из породы и жидкости. При такой точке зрения на фильтрацию газированной жидкости можно ввести понятие о фазовой или эффективной проницаемости, т. е. проницаемости пористой среды для каждой из фаз (жидкости и газа) газированной жидкости.

## § 2. Фазовая (эффективная) проницаемость пористой среды

При фильтрации газированной жидкости жидкая фаза занимает только часть объема порового пространства, равную насыщенности жидкостью порового пространства. Следовательно, для жидкости пористость окружающей ее среды равна:

$$m_{\text{ж}} = mS, \quad (1, \text{XIII})$$

где  $m_{\text{ж}}$  — пористость для жидкости среды (горная порода и газ), в ко-

торой происходит фильтрация жидкости;

$m$  — пористость горной породы;

$S$  — насыщенность жидкостью порового пространства.

Газообразная фаза занимает часть объема порового пространства, равную  $(1 - S)$ . Поэтому для газа пористость среды (горная порода и жидкость) равна:

$$m_{\Gamma} = m(1 - S). \quad (1', \text{XIII})$$

При фильтрации однородной жидкости проницаемость пористой среды, согласно формуле (10, VI) § 2 главы VI, равна:

$$k = d_{\text{э}}^2 \text{Sl}. \quad (10, \text{VI})$$

Для жидкой фазы газированной жидкости фазовая проницаемость  $k_{\text{ж}}$  по аналогии с общим выражением (10, VI) для коэффициента проницаемости может быть представлена в виде:

$$k_{\text{ж}} = d_{\text{э,ж}}^2 \text{Sl}_{\text{ж}}, \quad (2, \text{XIII})$$

где  $d_{\text{э,ж}}$  — эффективный диаметр частиц, слагающих среду, в которой происходит фильтрация жидкости; к этим частицам, кроме зерен породы, можно отнести пузырьки окклюдированного газа, поскольку они, как и мелкие частицы породы, расположенные между более крупными, занимают часть объема порового пространства и тем самым стесняют движение жидкости;

$\text{Sl}_{\text{ж}}$  — число Sl для жидкости; по аналогии с фильтрацией однородной жидкости можно считать, что  $\text{Sl}_{\text{ж}}$  является функцией пористости  $m_{\text{ж}}$  и структуры порового пространства  $\varepsilon_{\text{ж}}$  окружающей жидкость среды, т. е.

$$\text{Sl}_{\text{ж}} = f(m_{\text{ж}}, \varepsilon_{\text{ж}}) = f(ms, \varepsilon_{\text{ж}}). \quad (3, \text{XII})$$

Подставляя в формулу (2, XIII) значение  $\text{Sl}_{\text{ж}}$  из (3, XIII), имеем:

$$k_{\text{ж}} = d_{\text{э,ж}}^2 \cdot f(ms, \varepsilon_{\text{ж}}). \quad (4, \text{XIII})$$

Рассуждая аналогично предыдущему, можно написать выражение фазовой проницаемости для газа в виде:

$$k_{\Gamma} = d_{\text{э,Г}}^2 \text{Sl}_{\Gamma}$$

или

$$k_{\Gamma} = d_{\text{э,Г}}^2 f[m(1 - S), \varepsilon_{\Gamma}]. \quad (5, \text{XIII})$$

Поскольку число выделившихся из нефти пузырьков газа, их размеры и величина насыщенности  $S$  зависят от давления, то величины

эффективных диаметров и пористости для жидкости ( $d_{э.ж}$  и  $m_{ж}$ ) и газа ( $d_{э.г}$  и  $m_{г}$ ) являются функцией давления. Таким образом, формулы (4, XIII) и (5, XIII) показывают, что в отличие от проницаемости  $k$  пористой среды при фильтрации однородной жидкости фазовые проницаемости ( $k_{ж}$  и  $k_{г}$ ) являются переменными величинами, изменяющимися с изменением давления и обусловленной им насыщенности.

Так как при движении жидкостей и газов в пористой среде пластовое давление изменяется в пространстве и времени (при неустановившейся фильтрации), то фазовые проницаемости являются функциями координат и времени.

Характер зависимостей фазовых проницаемостей от насыщенности жидкостью порового пространства впервые был установлен в результате описываемых ниже опытов.

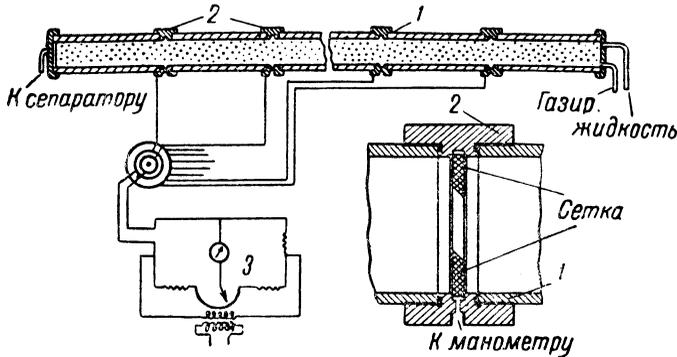


Рис. 81. Схема экспериментальной установки.

На рис. 81 показана схема экспериментальной установки. «Пласт» был изготовлен из составной бакелитовой трубы 1 диаметром 2", состоящей из 10 секций общей длиной около 3 м (10 фут.). Секции соединялись между собой при помощи бронзовых колец 2, являющихся одновременно пьезометрическими кольцами и электродами. Опыты проводились с водой, насыщенной углекислотой. Повышение вязкости воды достигалось растворением в ней сахара, а для повышения электропроводности ее применялись соответствующие добавки.

Вследствие плохой электропроводности газовых пузырьков электропроводность заполненной газированной жидкостью пористой среды уменьшается с увеличением числа пузырьков газа в смеси. Таким образом, построив предварительно калибровочную кривую, можно (пропус-

кая электрический ток через каждую секцию пласта при протекании в нем газированной жидкости) замерять прибором 3 электропроводность (обратную величину электрического сопротивления  $R$ ) каждой секции и по предварительно построенной калибровочной кривой (см. рис. 82) определять соотношения между объемами жидкой и газообразной фаз смеси в поровом пространстве.

Полагая, что фильтрация каждой из фаз газированной жидкости происходит по линейному закону фильтрации, можно определить величины фазовых проницаемостей  $k_{ж}$  и  $k_{г}$ .

Расход жидкой  $Q_{ж}$  и газообразной  $Q'_{г}$  фаз газированной жидкости равен:

$$\left. \begin{aligned} Q_{ж} &= v_{ж} \cdot F = \frac{k_{ж} \cdot F}{\mu_{ж}} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta x}, \\ Q'_{г} &= v_{г} \cdot F = \frac{k_{г} \cdot F}{\mu_{г}} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta x}, \end{aligned} \right\} (6, \text{ XIII})$$

где  $Q_{ж}$  — объемный расход жидкой фазы газированной жидкости;

$Q'_{г}$  — объемный расход газа в каждой секции пласта.

Величина  $Q'_{г}$  определяется из уравнения:

$$Q'_{г} = \frac{Q_{г} - \kappa \bar{p} Q_{ж}}{\bar{p}}; \quad (6a, \text{ XIII})$$

здесь  $Q_{г}$  — замеренный на выходе из пласта приведенный к атмосферному давлению расход газа;

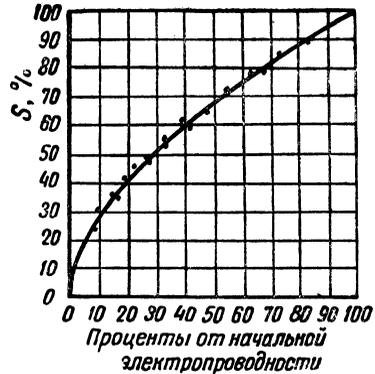


Рис. 82. Калибровочная кривая зависимости между насыщенностью  $S$  порового пространства жидкостью и электропроводностью  $\frac{1}{R}$ .

<sup>1</sup> Более точно формула (6а, XIII) запишется так (усадкой жидкости пренебрегаем):

$$Q'_{г} = \frac{Q_{г} - \kappa \frac{(\tilde{p} - p_{ат})}{p_{ат}} Q_{ж}}{\frac{\tilde{p}}{p_{ат}}}$$

$\alpha$  — объемный коэффициент растворимости газа в жидкости;  
 $\bar{p}$  — среднеарифметическая величина давления (в *атм*) в соответствующей секции пласта;

$v_{ж}$  и  $v_{г}$  — скорости фильтрации соответственно жидкости и газа;

$F$  — площадь сечения пласта;

$\mu_{ж}$  и  $\mu_{г}$  — абсолютные вязкости соответственно жидкости и газа;

$\frac{\Delta p}{\Delta x}$  — падение давления на единице длины пласта (за ось  $x$  принята ось горизонтальной трубы), замеряемое при помощи присоединенных к пьезометрическим кольцам манометров.

Из уравнений (6, XIII) легко определяются неизвестные коэффициенты фазовой проницаемости  $k_{ж}$  и  $k_{г}$  для каждой секции пласта, насыщенность  $S$  в которых известна по замерам электропроводности.

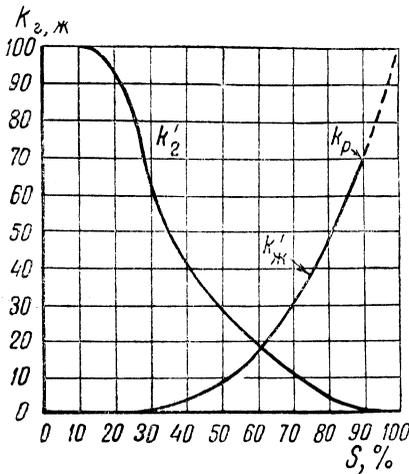


Рис. 83. Зависимость фазовых проницаемостей от насыщенности жидкостью порового пространства нецементированных песков.

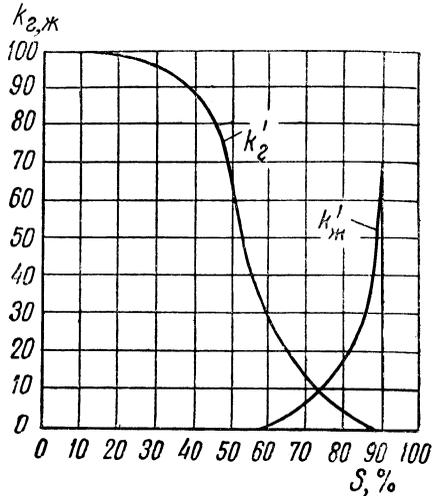


Рис. 84. Зависимость фазовых проницаемостей от насыщенности жидкостью порового пространства цементованных песков (песчаников).

На рис. 83 приведены полученные экспериментально зависимости фазовых проницаемостей для жидкости и газа от насыщенности  $S$  жидкостью порового пространства неоднородных *нецементированных* песков (70–120 меш), проницаемость которых для однородной жид-

кости  $k = 17,8 \text{ д}$ . По оси ординат отложены значения отношений  $k'_{\text{ж}} = \frac{k_{\text{ж}}}{k}$  и  $k'_{\text{г}} = \frac{k_{\text{г}}}{k}^2$  (в процентах), а по оси абсцисс — величины  $S^3$ .

На рис. 84 и 85 помещены аналогичные экспериментальные кривые для *цементированных песков (песчаников)* (рис. 84) и для *известняка и доломитов* (рис. 85).

Рассмотрение приведенных на рис. 83, 84 и 85, 86 кривых зависимости фазовых проницаемостей от насыщенности для песков, песчаников и известняков показывает следующее.

При наличии в поровом пространстве нецементированных песков и известняков до 20% жидкости ( $S = 20\%$ ), а в порах песчаников (цементированных песков) до 50% жидкости, фазовая проницаемость для жидкой фазы газированной жидкости  $k'_{\text{ж}} = 0$ , а относительная проницаемость для газообразной фазы смеси  $k'_{\text{г}} = 90\%$  для нецементированных песков и известняков и  $k'_{\text{г}} = 98\%$  для песчаников (при  $S = 20\%$ , а при  $S = 50\%$  имеем  $k'_{\text{г}} = 65\%$  для песков-песчаников) значения относительных проницаемостей  $k'_{\text{ж}}$  и  $k'_{\text{г}}$  взяты в процентах от проницаемости  $k$  соответствующей пористой среды для однородных жидкостей. Таким образом, жидкость, скопясь в порах, мало мешает прохождению газа. Приведенные экспериментальные данные показывают, что при получении из скважин чистого (безводного) газа в поровом пространстве (бласта мо-

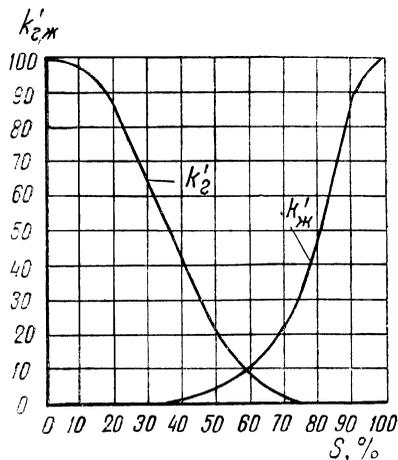


Рис. 85. Зависимость фазовых проницаемостей от насыщенности жидкостью порового пространства известняков и доломитов.

<sup>2</sup>Величины  $k'_{\text{ж}} = \frac{k_{\text{ж}}}{k}$  и  $k'_{\text{г}} = \frac{k_{\text{г}}}{k}$  часто называют относительной проницаемостью пористой среды соответственно для жидкости и газа.

<sup>3</sup>Л. С. Лейбензон [107] показал, что функциональная зависимость между фазовой проницаемостью и насыщенностью в случае нецементированных песков может быть представлена в виде

$$k'_{\text{ж}} = S^n,$$

где  $n = 3\frac{2}{3}$ .

жет содержаться от 20 до 50% неподвижной жидкости (связанной воды или нефти). Это обстоятельство необходимо иметь в виду, в частности, при подсчете запасов газа в месторождениях природного газа, а также при разработке нефтяных месторождений в условиях режима газовой шапки. Если эксплуатация нефтяных месторождений будет сопровождаться интенсивным отбором газа из газовой шапки, приводящим к значительному снижению давления в ней, то возможно движение нефти в занимаемую газовой шапкой часть пласта. В этом случае большие количества нефти, занимающие не менее 20–50% объема порового пространства, останутся неизвлеченными вследствие того, что при указанных значениях насыщенности  $S$  фазовая проницаемость для жидкости равна нулю.

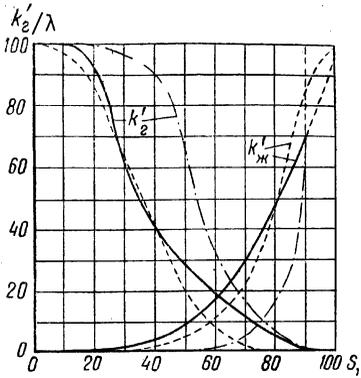


Рис. 86. Сопоставление кривых зависимости фазовых проницаемостей от насыщенности жидкостью порового пространства несцементированных песков, песчаников и известняков доломитов. Сплошные линии относятся к несцементированным пескам, пунктирные — к известнякам, штрих-пунктирные — к песчаникам.

При содержании в порах песка и песчаника до 20% газа, а в порах известняка до 30% газа фазовая проницаемость для газа мала ( $\frac{k'_г}{k} \cong 0 \div 5\%$  — для песков и песчаников,  $\frac{k'_г}{k} = 0$  для известняков), т. е. газ почти целиком остается в порах, но в отличие от жидкости он сильно мешает фильтрации жидкости, снижая относительную проницаемость  $k'_ж$  до  $\sim 60\%$  для известняков, до 48% для несцементированных песков и до  $\sim 18$  для песчаников. Это указывает на отрицательные черты эксплуатации нефтяных месторождений при режиме растворенного газа, поскольку характерное для этого режима наличие в поровом пространстве пласта пузырьков окклюдированного газа приводит к указанному чрезвычайно резкому уменьшению фазовой проницаемости пласта для нефти. Чтобы не допустить значительного снижения фазовой проницаемости для жидкости, разработку таких нефтяных месторождений следует вести при под-

держании пластового давления путем закачки газа в сводовую часть залежи или применения законтурного заводнения.

В точках пересечения кривых фазовых проницаемостей для жид-

кости и газа

$k_{ж} = k_{г} \cong 10\%$  от  $k$ ,  $k_{ж} + k_{г} = 20\%$  от  $k$  для песчаников;

$k_{ж} = k_{г} = 15\%$  от  $k$ ,  $k_{ж} + k_{г} = 30\%$  от  $k$  для известняков;

$k_{ж} = k_{г} = 18\%$  от  $k$ ,  $k_{ж} + k_{г} = 36\%$  от  $k$  для несцементированных песков.

Если бы верхняя часть пласта была занята целиком газом, а в нижней части пласта фильтровалась только нефть, то сумма  $\frac{k_{ж} + k_{г}}{k}$  всегда была бы равна единице (или 100%) и кривые на рис. 86 выродились бы в диагонали квадрата. Отклонение кривых  $k_{г}$  и  $k_{ж}$  от диагоналей показывает, что механизм фильтрации газированной жидкости коренным образом отличается от механизма движения однородных жидкостей.

На графике (рис. 87), построенном на основе кривых рис. 83, показана зависимость отношения  $\frac{k_{г}}{k_{ж}}$  от насыщенности  $S$ . Разделив расход газа  $Q'_{г}$  на расход жидкости  $Q_{ж}$  [см. уравнения (6, XIII)], получим газовый фактор  $\Gamma'$  при давлении  $p$  в каждой секции пласта.

Обозначим

$$G(S) = \frac{k_{г}}{k_{ж}}; \quad (7, XIII)$$

тогда

$$\Gamma' = G(S) \frac{\mu_{ж}}{\mu_{г}}. \quad (8, XIII)$$

Следовательно, значения  $G(S)$ , отложенные по оси ординат на рис. 87, пропорциональны газовому фактору в пластовых условиях, характер изменения которого в зависимости от  $S$  дается кривой рис. 87. Рассмотрение этой кривой показывает, что с уменьшением насыщенности жидкостью порового пространства газовый фактор резко повышается и при  $S \cong 20\%$  для несцементированных песков и известняков

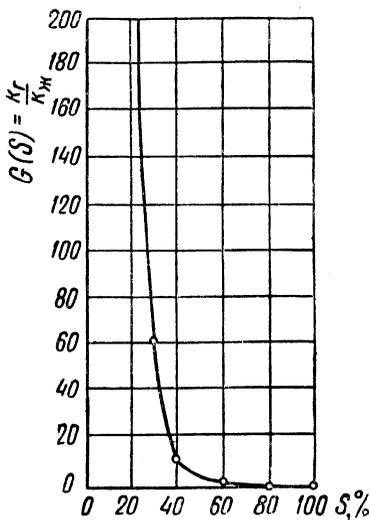


Рис. 87. Характер зависимости газового фактора при пластовом давлении от насыщенности жидкостью порового пространства.

и  $S \cong 20\%$  для песчаников стремится к бесконечности. С уменьшением газового фактора величина  $S$  увеличивается и фазовая проницаемость пористой среды для жидкости  $r_{\text{ж}}$  возрастает. Из рассмотрения кривой  $\Gamma' = \Gamma'(S)$  вытекает важный практический вывод: резкое увеличение газового фактора при эксплуатации нефтяных скважин в условиях режима растворенного газа свидетельствует о сильном уменьшении фазовой проницаемости для нефти и влечет за собой падение дебита нефти.

Отметим еще одну особенность, замеченную при проведении опытов по фильтрации газированной жидкости. При высоких значениях насыщенности  $S$  (от 90 до 100% для нецементированных песков и песчаников и от 70 до 100% для известняков) оказалось невозможным получить установившийся режим фильтрации газированной жидкости. Лишь когда  $S$  достигало значения  $S_{\text{рав}}$  — равновесной насыщенности ( $S_{\text{рав}} \cong 90\%$  для нецементированных песков и песчаников,  $S_{\text{рав}} \cong 70\%$  для известняков), что соответствовало определенному значению фазовых проницаемостей  $k_{\text{рав}}$  наступало установившееся движение смеси. В момент установления процесса величина градиента давления достаточна для проталкивания всех газовых пузырьков, выделяющихся из раствора. Когда же  $S > S_{\text{рав}}$ , выделяющийся из раствора газ остается в поровых каналах, занимая в них, вероятно, наиболее суженные части.

Опыты с жидкостями с различными вязкостями и различным поверхностным натяжением показали, что изменение в несколько раз вязкости и поверхностного натяжения жидкостей не оказывает существенного влияния на характер кривых  $k_{\text{ж}} = k_{\text{ж}}(S)$  и  $k_{\text{г}} = k_{\text{г}}(S)$ , который в основном зависит от величины коэффициента  $k$  проницаемости пористой среды. Результаты экспериментов, проведенных на больших колонках породы с фильтрацией воды с углекислым газом, оказались одинаковыми с результатами, полученными на малых колонках породы с фильтрацией естественного газа и нефти. Это подтверждает положение о малом влиянии на характер кривых  $k_{\text{ж}} = k_{\text{ж}}(S)$  и  $k_{\text{г}} = k_{\text{г}}(S)$  изменений вязкости и поверхностного натяжения жидкости.

### § 3. Установившееся движение газированной жидкости в пористой среде

Уравнения (6, XIII) в дифференциальной форме имеют вид:

$$Q_{\text{ж}} = -\frac{k_{\text{ж}}F}{\mu_{\text{ж}}} \frac{dp}{dL}, \quad (9, \text{XIII})$$

$$Q_{\Gamma} = -\frac{k_{\Gamma} F}{\mu_{\Gamma}} \frac{dp}{dL} p' + Q_{\text{ж}} \varkappa p', \quad (10, \text{XIII})$$

где  $Q_{\text{ж}}$  — объемный расход жидкой фазы газированной жидкости, движущейся в направлении  $L$ ;

$F$  — площадь нормального к направлению  $L$  сечения пласта, причем  $F = F(L)$ ;

$Q_{\Gamma}$  — приведенный к атмосферному давлению объемный расход газа (свободного и растворенного) через сечение  $F$  пласта;

$p' = \frac{p}{p_{\text{ат}}}$ , причем  $p_{\text{ат}}$  — атмосферное давление.

Процесс фильтрации газированной жидкости принят изотермическим, справедливость чего доказывается в § 1 главы XII; кроме того, предполагается, что газ подчиняется закону идеальных газов, растворение газа в жидкости происходит по закону парциальных давлений и вязкости газа  $\mu_{\Gamma}$  и жидкости  $\mu_{\text{ж}}$  меняются при изменении давления.

Обозначим через  $\Gamma = \frac{Q_{\Gamma}}{Q_{\text{ж}}}$  газовый фактор. Разделив расход газа (10, XIII) на расход жидкости (9, XIII) и учитывая, что в условиях установившейся фильтрации газовый фактор постоянен, имеем:

$$\Gamma = p' \left[ \frac{k_{\Gamma}}{k_{\text{ж}}} \frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\Gamma}} + \varkappa \right] = \text{const}, \quad (11, \text{XIII})$$

отсюда

$$k_{\Gamma} = k_{\text{ж}} \frac{\mu_{\Gamma}}{\mu_{\text{ж}}} \left( \frac{\Gamma}{p'} - \varkappa \right). \quad (12, \text{XIII})$$

Уравнение (12, XIII) выражает связь между эффективными проницаемостями для газа  $k_{\Gamma}$  и жидкости  $k_{\text{ж}}$ , газовым фактором  $\Gamma$  и давлением  $p$ .

Обозначим

$$\alpha = \frac{\mu_{\Gamma}}{\mu_{\text{ж}}} \varkappa \quad (13, \text{XIII})$$

и введем функцию  $G(S)$ , определяемую условием (7, XIII). Тогда уравнение (11, XIII) приводится к виду:

$$\Gamma \frac{\mu_{\Gamma}}{\mu_{\text{ж}}} = p' [G(S) + \alpha]. \quad (14, \text{XIII})$$

Обозначая левую часть уравнения (14, XIII) через постоянную  $\xi$ :

$$\xi = \frac{\mu_{\Gamma}}{\mu_{\text{ж}}} \Gamma, \quad (15, \text{XIII})$$

получим:

$$\xi = p'[G(S) + \alpha]. \quad (16, \text{XIII})^1$$

Из формулы (16, XIII) имеем:

$$p' = \frac{\xi}{G(S) + \alpha} \quad (17, \text{XII})$$

или

$$p^* = \frac{1}{G(S) + \alpha}, \quad (18, \text{XIII})$$

где

$$p^* = \frac{p'}{\xi} \quad (19, \text{XII})$$

Формула (18, XIII) позволяет построить зависимость между безразмерным давлением  $p^*$  и насыщенностью жидкостью порового пространства  $S$ . Задаваясь различными значениями  $S$  и соответствующими им значениями  $G(S)$  (в зависимости от того, какими породами представлена пористая среда) и зная величину  $\alpha$  для данных жидкости и газа, вычисляем по уравнению (18, XIII) давление  $p^*$ . На рис. 88 показана кривая  $p^* = p^*(S)$ , построенная нами на основании кривых рис. 83, причём  $\alpha = 0,015$ .

Располагая графиками кривых  $k'_{\text{ж}} = k'_{\text{ж}}(S)$  и  $k'_r = k'_r(S)$  (рис. 83, 84 или 87) и  $p^* = p^*(S)$  (для несцементированных кривых рис. 88), легко найти графически зависимости  $k'_{\text{ж}} = k'_{\text{ж}}(p^*)$  и  $k'_r = k'_r(p^*)$ , где  $k'_{\text{ж}} = \frac{k_{\text{ж}}}{k}$  и  $k'_r = \frac{k_r}{k}$  — отношения фазовых проницаемостей к проницаемости  $k$  пористой среды для однородной жидкости. На рис. 89 приведена кривая зависимости фазовой проницаемости  $k'_{\text{ж}}$  от давления  $p^*$  для несцементированных песков при  $\alpha = 0,015$ .

<sup>1</sup>Уравнение (16, XIII) полностью совпадает с уравнением акад. С. А. Христиановича, полученным им иным путем (см. статью С. А. Христиановича [179]). Преобразования С. А. Христиановича приведены также в статье Б. Б. Лапука [87]. (У Христиановича вывод более строг, ибо постоянство газового фактора строго доказывается только для линии тока. Ясно, что при несимметричном притоке к скважине газовые факторы вдоль разных линий тока могут быть различны, хотя с течением времени они не будут меняться (при установившемся режиме). Однако если считать, что все линии тока начинаются на контуре питания, вдоль которого жидкость одинаково газирована, то газовый фактор будет постоянен вдоль всех линий тока и выводом Лапука можно пользоваться.)

<sup>2</sup>Не следует смешивать это значение  $p^*$  с приведенным давлением, о котором была речь при рассмотрении фильтрации однородной жидкости.

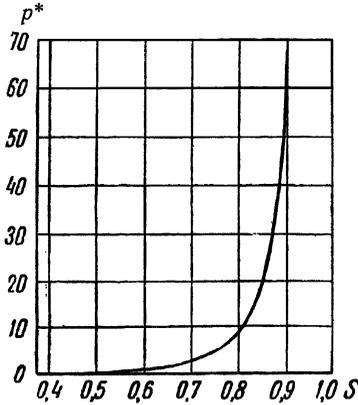


Рис. 88. Зависимость между безразмерным давлением  $p^*$  и насыщенностью жидкостью порового пространства  $S$  для несцементированных песков.

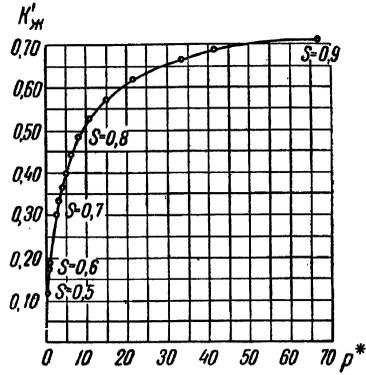


Рис. 89. Зависимость фазовой проницаемости  $k'_{ж}$  от безразмерного давления  $p^*$  при фильтрации газированной жидкости в несцементированных песках.

Как видно из рис. 89, чем выше давление в пласте  $p^*$ , тем больше величина фазовой проницаемости для жидкости  $k'_{ж}$ , а следовательно, больше дебит скважин. Отсюда вытекает, что эксплуатацию скважин выгоднее вести при более высоких давлениях в пласте.

Так как для обеспечения притока нефти к забою скважин необходимо создание депрессии  $\Delta p = p_k - p_c$ , причем с ростом депрессии дебит скважин увеличивается (см., например, рис. 91), то для повышения добычи более эффективным средством является увеличение депрессии за счет повышения пластового (контурного) давления  $p_k$ , но не путем снижения забойного давления  $p_c$ . Повышение пластового давления достигается закачкой воды за контур нефтеносности либо газа в сводовую часть пласта. Из сказанного также можно сделать вывод о незначительной эффективности интенсификации добычи нефти путем создания на скважинах вакуума<sup>3</sup>.

Допустим, что существует некоторая функция давления  $H$ , которая, будучи подставлена в уравнение, выражающее линейный закон

<sup>3</sup>Более подробно вопрос о влиянии величины давлений на дебит нефтяных скважин при фильтрации газированной нефти рассматривается в статье Г.Б. Пыхачева [151].

фильтрации, вместо давления  $p$ , делает это уравнение справедливым для скорости  $v_{\text{ж}}$  фильтрации жидкой фазы газированной жидкости, иными словами, предположим, что

$$v_{\text{ж}} = \frac{k}{\mu_{\text{ж}}} \frac{dH}{dL}. \quad (20, \text{XIII})$$

На основании уравнения (6, XIII) скорость фильтрации жидкой фазы газированной жидкости  $v_{\text{ж}} = \frac{Q_{\text{ж}}}{F}$  определяется так:

$$v_{\text{ж}} = \frac{k_{\text{ж}}}{\mu_{\text{ж}}} \frac{dp}{dL}. \quad (21, \text{XIII})$$

Приравнявая уравнения (20, XIII) и (21, XIII), имеем:

$$dH = \frac{k_{\text{ж}}}{k} dp.$$

Отсюда, учитывая, что давление  $p$  может изменяться от 0 (точнее величины, близкой к нулю, если эксплуатация скважин осуществляется при вакууме на забое) до  $p$ , после интегрирования имеем:

$$H = \frac{1}{k} \int_0^p k_{\text{ж}} \cdot dp = \int_0^p k'_{\text{ж}} \cdot dp,$$

где

$$k'_{\text{ж}} = \frac{k_{\text{ж}}}{k},$$

или, вводя переменную

$$H^* = \frac{H}{p_{\text{ат}} \xi} \quad (22, \text{XIII})$$

и

$$p^* = \frac{p'}{\xi},$$

получим:

$$H^* = \int_0^{p^*} k'_{\text{ж}} \cdot dp^*. \quad (23, \text{XIII})$$

Задаваясь различными значениями  $p^*$ , нетрудно найти отвечающие им величины интеграла (23, XIII), как площади, ограниченные кривой  $k'_{ж} = k'_{ж}(p^*)$  (рис. 89), осью абсцисс и ординатами, соответствующими значениям  $p^*$ . Располагая этими величинами  $H^*$ , легко построить кривую зависимости  $H^*$  от безразмерного давления  $p^*$ .

На рис. 90 приведена построенная нами кривая  $H^* = H^*(p^*)$  для нецементированных песков.

Таким образом, интересующая нас функция  $H$  действительно существует и определить ее значение не представляет большого труда, если известно давление  $p$ . Исходя из изложенного, легко найти формулы расхода жидкости и распределения давления в пласте при установившейся фильтрации газированной жидкости. Для этого достаточно в формулы расхода и распределения давления в пласте при установившейся фильтрации несжимаемой жидкости вместо давления  $p$  подставить отвечающие ему значения  $H^4$ .

Произведя такую замену в формулах, выведенных в § 1 и 2 главы IX, получим: в случае установившейся одномерной (прямолинейной) фильтрации газированной жидкости:

$$Q_{ж} = \frac{k}{k_{ж}} \frac{H_{к} - H_{г}}{L_{к}} \sigma, \tag{24, XIII}$$

$$H = H_{г} + \frac{H_{к} - H_{г}}{L_{к}} x, \tag{25, XIII}$$

в случае установившейся радиальной фильтрации газированной жидкости

$$Q_{ж} = \frac{2\pi kb}{\mu_{ж}} \cdot \frac{(H_{к} - H_{с})}{\ln \frac{R_{к}}{R_{с}}}, \tag{26, XIII}$$

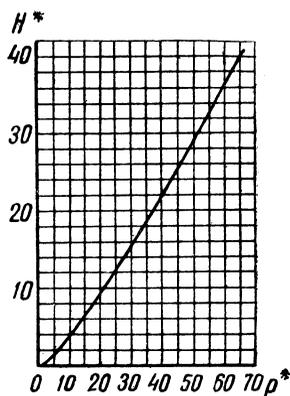


Рис. 90. Зависимость значений функций  $H^*$  от безразмерного давления  $p^*$  для нецементированных песков.

<sup>4</sup>Это весьма важное положение впервые было доказано акад. С. А. Христиановичем в указанной выше статье. И. А. Чарный [189] заметил, что кривую  $H^* = H^*(p^*)$  можно приближенно заменить двумя прямыми линиями, что облегчает проведение вычислений.

$$H = H_c + \frac{H_k - H_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}. \quad (27, \text{XIII})$$

Дебит газа легко определить по данным о дебите жидкости и газовом факторе:

$$Q_\Gamma = Q_{\text{ж}} \cdot \Gamma = \frac{2\pi kb\xi(H_k - H_c)}{\mu_\Gamma \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (28, \text{XIII})$$

Для иллюстрации применения изложенных методов при решении задач об установившемся движении газированной жидкости в пористой среде рассмотрим конкретный пример радиальной фильтрации газированной жидкости к скважине.

*Пример.* Определить дебит скважины, распределение давления в пласте и построить индикаторную кривую притока жидкости и газа к забою фонтанной скважины при следующих условиях:

давление на круговом контуре питания  $p_k = 144 \text{ атa}$ ,  
 расстояние до контура питания от центра скважины  $R_k = 1000 \text{ м}$ ,  
 диаметр скважины  $2R_c = 8'' \cong 20 \text{ см}$ ,  
 мощность пласта  $b = 10 \text{ м}$ ,  
 проницаемость пласта  $k = 1 \text{ д}$ ,  
 газовый фактор  $\Gamma = 392 \text{ м}^3/\text{м}^3$ ,  
 вязкость газа  $\mu_\Gamma = 0,015 \text{ сантипуаз}$ ,  
 вязкость жидкости  $\mu_{\text{ж}} = 0,89 \text{ сантипуаз}$ ,  
 объемный коэффициент растворимости газа в жидкости  $\varkappa = 0,88 \text{ м}^3/\text{м}^3$ .

Зависимость фазовых проницаемостей от насыщенности жидкости порового пространства дается в виде графиков, приведенных на рис. 83.

Дебит жидкости определяем по формуле (26, XIII). Для определения величины  $H_k$  и  $H_c$  найдем сначала давления  $p_k^*$  и  $p_c^*$ .

Согласно формуле (15, XIII) постоянная

$$\xi = \frac{\mu_\Gamma}{\mu_{\text{ж}}} \Gamma = \frac{0,015}{0,89} \cdot 392 = 6,62.$$

Следовательно,

$$p_k^* = \frac{p'_k}{\xi} = \frac{144}{6,62} = 21,7.$$

По графику  $H^* = H^*(p^*)$  (рис. 90) значению  $p_k^* = 21,7$  соответствует  $H_k^* = 10,4$ .

Отсюда

$$H_k = \xi H_k^* = 6,62 \cdot 10,4 = 68,8.$$

Задаваясь различными забойными давлениями  $p_c$ , находим аналогично предыдущему соответствующие им значения  $p_c^*$ ,  $H_c^*$ , и  $H_c$  и, подставляя найденные значения  $H_k$  и  $H_c$  в формулу (26, XIII), определяем дебит жидкости при различных депрессиях. Дебит газа  $Q_g$  находим по формуле (28, XIII) как произведение дебита жидкости на газовый фактор. В табл. 15 приведены полученные указанным путем расчетные данные для построения индикаторной кривой, выражающие зависимости между дебитами жидкости и газа и депрессией  $\Delta p = p_k - p_c$ . Индикаторная кривая показана на рис. 91, из которой видно, что зависимость дебита жидкости и газа от депрессии, в отличие от однородной жидкости, не является линейной, хотя фильтрация каждой из фаз газированной жидкости принималась следующей линейному закону фильтрации. Таким образом, искривление индикаторной линии при фильтрации газированной жидкости еще не означает наличия отклонений от линейного закона фильтрации.

Таблица 15

**Расчетные данные для построения индикаторной кривой дебита газированной жидкости**

$p_c,$ <i>ата</i>	$p_c^*,$ <i>ата</i>	$H_c^*,$ <i>ата</i>	$H_c,$ <i>ата</i>	$H_k - H_c,$ <i>ата</i>	$Q_{ж},$ <i>м<sup>3</sup>/сутки</i>	$Q_g,$ <i>м<sup>3</sup>/сутки</i>
100	15,2	6,44	42,6	25,9	393	$1,35 \cdot 10^5$
79,5	11,1	4,22	27,9	40,6	537	$2,11 \cdot 10^5$
55,0	8,33	2,83	18,7	49,7	657	$2,58 \cdot 10^5$
41,2	6,25	1,87	12,4	56,1	742	$2,91 \cdot 10^5$
33,0	5,00	1,35	8,95	59,6	788	$3,09 \cdot 10^5$
21,3	3,23	0,70	4,63	63,8	844	$3,31 \cdot 10^5$
13,7	2,08	0,36	2,38	66,2	875	$3,43 \cdot 10^5$
6,60	1,00	0,11	0,729	67,7	895	$3,51 \cdot 10^5$
0	0	0	0	68,5	905	$3,55 \cdot 10^5$

Найдем распределение давления при радиальном движении газированной жидкости к скважине при противодавлении на забое скважины  $p_c = 100$  ата, что соответствует депрессии  $\Delta p = 44$  ат. Для этого воспользуемся формулой (27, XIII). Определив  $H_c$ , соответствующее  $p_c = 100$  ата и задаваясь различными значениями  $r$ , находим

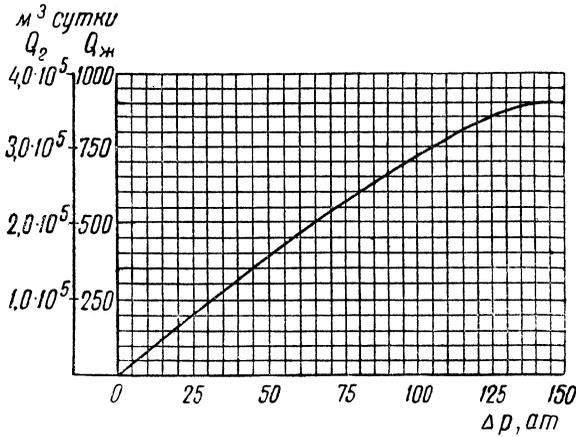


Рис. 91. Индикаторная кривая зависимости дебита жидкости и газа от депрессии при установившейся фильтрации газированной жидкости в нецементированных песках.

Таблица 16

**Расчетные данные для построения кривой распределения давления  $r$  при установившейся фильтрации газированной жидкости в нецементированных песках**

Газированная жидкость				Негазиро- ванная жид- кость $p$ , <i>ата</i>	Газированная жидкость				Негазиро- ванная жид- кость $p$ , <i>ата</i>
$r$ , <i>м</i>	$H$ , <i>ата</i>	$H^*$ , <i>ата</i>	$p$ <i>ата</i>		$r$ , <i>м</i>	$H$ , <i>ата</i>	$H^*$ , <i>ата</i>	$p$ <i>ата</i>	
0,1	0,972	6,44	100	118	20,0	1,31	8,69	127	133
0,2	1,03	6,83	108	121	50,0	1,37	9,06	131	135
0,5	1,07	7,13	111	123	100,0	1,41	9,36	134	137
1,0	1,12	7,42	114	125	200,0	1,46	9,67	138	141
2,0	1,16	7,71	116	127	500,0	1,52	10,17	141	142
5,0	1,22	8,10	121	129	800,0	1,55	10,3	142	143
10,0	1,27	8,40	124	131	1000,0	1,57	10,4	144	144

значения  $H$  и  $H^* = \frac{H}{\xi}$ ; по кривой, приведенной на рис. 90, определяем отвечающие им значения  $p^*$  и из формулы (19, XIII) находим интересующие нас значения давления  $p = \xi p^*$ . В табл. 16 приведены расчетные данные, по которым построена кривая распределения давления вдоль

оси  $r$  (рис. 92). Для сравнения на том же рисунке показано падение давления при фильтрации к скважине негазированной жидкости той же вязкости и при тех же значениях  $p_k$  и  $Q_{ж}$ .

Как и следовало ожидать, исходя из опытов, при движении газированной жидкости происходит более резкое падение давления.

На рис. 93, в отличие от рис. 92, по оси абсцисс отложены значения  $\ln r$ . Как видно из графика, за исключением 20-см призабойной зоны пласта, изменение давления в рассматриваемом случае радиальной фильтрации газированной жидкости подчиняется логарифмическому закону.

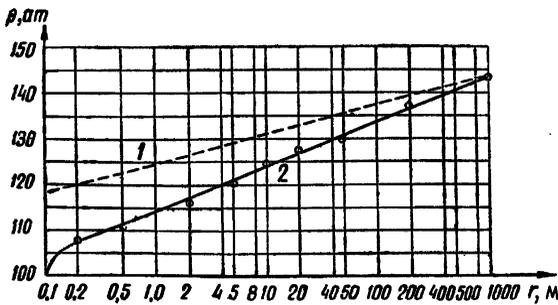
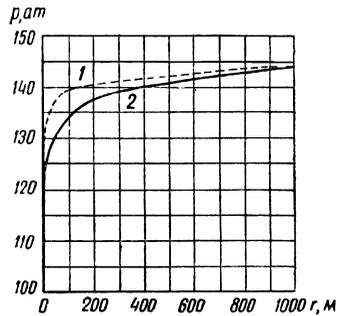


Рис. 92 и 93. Распределение давления в пласте при установившейся радиальной фильтрации газированной жидкости (кр. 2) и однородной жидкости (кр. 1) при одинаковых расходах жидкой фазы.

### § 4. Неустановившееся радиальное движение газированной жидкости в пористой среде

Между процессами, происходящими в газовой залежи и в нефтяной залежи в период эксплуатации в условиях соответственно газового режима и режима растворенного газа, имеется много общего. В обоих случаях единственной энергией, за счет которой происходит продвижение жидкостей и газов из пласта к скважинам, является энергия

сжатого газа (влиянием силы тяжести в большинстве случаев можно пренебречь). Это позволяет изложить в главе XII методы решения задач о неустановившейся фильтрации газов в условиях газового режима приложить к решению ряда задач о неустановившейся фильтрации газированной жидкости в условиях режима растворенного газа.

Рассмотрим задачу о неустановившемся радиальном движении газированной жидкости в пористой среде в условиях режима растворенного газа. Модель пласта представлена на рис. 54.

Обозначим

- $\Omega$  — объем порового пространства нефтяной залежи, определенный по формуле (41, XII);  
 $Q_{\text{ж}}$  — дебит жидкости;  
 $\tilde{S}$  — средневзвешенная по объему насыщенность порового пространства жидкостью:

$$\tilde{S} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} S d\Omega; \quad (29, \text{XIII})$$

$t$  — время.

Тогда дифференциальное уравнение истощения нефтяной залежи может быть написано в следующем виде:

$$Q_{\text{ж}} dt = -\Omega d\tilde{S}. \quad (30, \text{XIII})$$

Рассматривая по аналогии с фильтрацией газа процесс неустановившегося радиального движения газированной жидкости в пористой среде как непрерывную последовательность стационарных состояний, для определения дебита  $Q_{\text{ж}}$  воспользуемся формулой (26, XIII).

Как было показано в главе XII, при радиальной фильтрации газа среднее давление  $p$  в газовой залежи с достаточной для практики точностью может быть принято равным контурному давлению  $p_{\text{к}}$ .

Фильтрацию чистого газа и мертвой (не содержащей пузырьков окклюдируемого газа) нефти можно рассматривать как частные случаи фильтрации газированной нефти при газовых факторах, соответственно равных бесконечности и нулю. Поэтому можно утверждать, что при движении газированной жидкости величина  $\xi^1$  отношения среднего давления  $p$  к контурному  $p_{\text{к}}$  заключена в пределах

$$\xi_{\text{Г}} > \xi_{\text{Г. ж}} > \xi_{\text{ж}},$$

---

<sup>1</sup>Здесь  $\xi = \frac{\tilde{p}}{p_{\text{к}}}$ , а в предыдущем параграфе та же буква  $\xi$  имела иной смысл, а именно  $\xi = \frac{\mu_{\text{Г}}}{\mu_{\text{ж}}} \Gamma$ .

где индексы г, ж и ж относится соответственно к газу, газированной жидкости и однородной несжимаемой жидкости.

В связи с этим представляет интерес определить значения  $\xi_{ж}$ . Поскольку формула (23, IX) распределения давления  $p$  в пласте при радиальной фильтрации несжимаемой однородной жидкости аналогична формуле (30, XI) распределения плотностей  $\rho$  при радиальной фильтрации сжимаемой жидкости, то для определения величины  $\xi_{ж}$  можно воспользоваться формулой (45, XI), в которой под величиной  $\varepsilon$  следует понимать отношение давления на скважине к давлению на контуре:

$$\xi_{ж} = 1 - (1 - \varepsilon)\phi(R_{к}^*), \quad (31, XIII)$$

где

$$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}; \quad \phi(R_{к}^*) = \frac{1}{2 \ln R_{к}^*} - \frac{1}{R_{к}^{*2} - 1};$$

$$R_{к}^* = \frac{R_c}{R_k}. \quad (32, XIII)$$

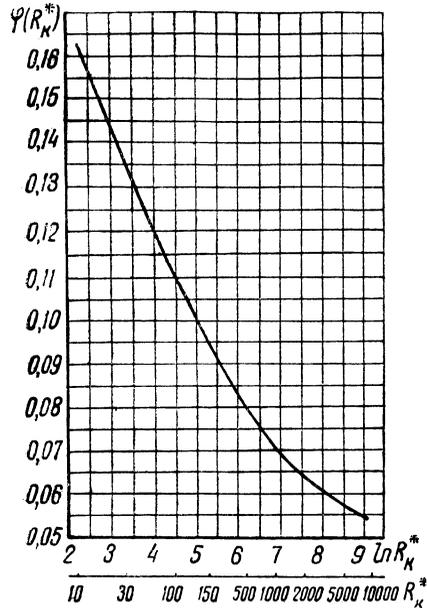


Рис. 92. Значения функции  $\phi(R_{к}^*)$ .

Значения  $\phi(R_{к}^*)$  могут быть взяты из графика рис. 94.

В табл. 17 помещены значения  $\xi_{г}$  и  $\xi_{ж}$  и показана разница между ними в процентах для различных значений  $\varepsilon$  и  $R_{к}^*$ . Как видно из табл. 17, значения  $\xi_{ж}$  и  $\xi_{г}$  весьма мало различаются по величине и близки к единице. Следует иметь в виду, что в условиях режима растворенного газа противодавления на скважинах в течение продолжительного времени могут быть значительными. Значения  $\varepsilon$  в этот период времени обычно равны 0,6–0,9 в зависимости от проницаемости пласта. Величины  $R_{к}^* = \frac{R_c}{R_k}$  всегда больше 500. Поэтому для практических расчетов при радиальной фильтрации газированной жидкости с достаточной точностью можно принять

$$\xi_{г, ж} \cong \frac{\xi_{г} + \xi_{ж}}{2} \cong 1. \quad (33, XIII)$$

Таблица 17  
Сопоставление значений  $\xi_r$  и  $\xi_{ж}$  при радиальной фильтрации газа и несжимаемой жидкости (по линейному закону фильтрации)

$R_{к}^*$	$\varepsilon = 0$		$\varepsilon = 0,1$		$\varepsilon = 0,2$		$\varepsilon = 0,3$		$\varepsilon = 0,4$						
	$\xi_r$	$\xi_{ж}$													
	$\frac{\xi_r}{100}$	$\frac{\xi_{ж}}{100}$													
25025	0,9743	0,9507	2,42	0,9746	0,9560	1,9	0,9754	0,9606	1,52	0,9767	0,9655	1,15	0,9784	0,9704	0,82
2981	0,9677	0,9375	3,12	0,9682	0,9438	2,52	0,9690	0,9500	1,96	0,9707	0,9563	1,48	0,9731	0,9625	1,09
403	0,9564	0,9167	4,15	0,9569	0,9250	3,33	0,9582	0,9334	2,58	0,9606	0,9417	1,97	0,9636	0,9500	1,41
54	0,9331	0,8750	6,23	0,9338	0,8870	5,01	0,9360	0,9000	3,85	0,9396	0,9125	2,88	0,9446	0,9250	2,07
7,1	0,8683	0,7689	11,44	—	0,7920	—	0,8718	0,8151	6,50	0,8777	0,8382	4,5	0,8899	0,8613	3,21

$R_{к}^*$	$\varepsilon = 0,5$		$\varepsilon = 0,6$		$\varepsilon = 0,7$		$\varepsilon = 0,8$		$\varepsilon = 0,9$						
	$\xi_r$	$\xi_{ж}$													
	$\frac{\xi_r}{100}$	$\frac{\xi_{ж}}{100}$													
25025	0,9808	0,9754	0,55	0,9837	0,9803	0,35	0,9870	0,9852	0,18	0,9909	0,9901	0,081	0,9952	0,9951	0,01
2981	0,9760	0,9687	0,75	0,9798	0,9750	0,49	0,9837	0,9813	0,24	0,9887	0,9875	0,121	0,9940	0,9937	0,026
403	0,9677	0,9583	0,97	0,9726	0,9667	0,61	0,9783	0,9750	0,34	0,9848	0,9833	0,15	0,9919	0,9917	0,03
54	0,9509	0,9375	1,41	0,9584	0,9500	0,88	0,9672	0,9625	0,48	0,9771	0,9750	0,21	0,9881	0,9875	0,06
7,1	0,9020	0,8845	2,05	0,9183	0,9076	1,17	0,9366	0,9307	0,63	0,9587	0,9538	0,51	0,9770	0,9762	0,08

Выразим приведенный к атмосферному давлению расход газа  $Q_{\Gamma}$  через среднее давление  $\tilde{p}' = \frac{\tilde{p}}{p_{\text{ат}}}$  (здесь  $p_{\text{ат}}$  — атмосферное давление) и насыщенность  $\tilde{S}$ . Учитывая, что количество газа, извлеченного за время  $dt$  из пласта, равно изменению запаса газа в нем, можно написать следующее уравнение материального баланса:

$$\begin{aligned} Q_{\Gamma} dt &= -d[\Omega \varkappa \tilde{S} \tilde{p}' + \Omega(1 - \tilde{S}) \tilde{p}'] = \\ &= -\Omega \varkappa (\tilde{p}' d\tilde{S} + \tilde{S} d\tilde{p}') - \Omega [(1 - \tilde{S}) d\tilde{p}' - \tilde{p}' d\tilde{S}]. \end{aligned} \quad (34, \text{XIII})$$

Входящие в уравнение (34, XIII) произведения  $\Omega \varkappa \tilde{S} \tilde{p}'$  и  $\Omega [(1 - \tilde{S}) \tilde{p}']$  представляют приведенные к атмосферному давлению объемы соответственно растворенного и окклюдированного газа в пласте. Из уравнения (34, XIII) имеем:

$$Q_{\Gamma} = -\Omega \varkappa \left( \tilde{p}' \frac{d\tilde{S}}{dt} + \tilde{S} \frac{d\tilde{p}'}{dt} \right) - \Omega \left[ (1 - \tilde{S}) \frac{d\tilde{p}'}{dt} - \tilde{p}' \frac{d\tilde{S}}{dt} \right]. \quad (35, \text{XIII})$$

Из дифференциального уравнения (30, XIII) истощения нефтяной залежи расход жидкости равен

$$Q_{\text{ж}} = -\Omega \frac{d\tilde{S}}{dt}. \quad (36, \text{XIII})$$

Разделив уравнение (35, XIII) на (36, XIII), получим следующее выражение для газового фактора:

$$\Gamma = \tilde{p}'(\varkappa - 1) + \frac{d\tilde{p}'}{d\tilde{S}} [\tilde{S}(\varkappa - 1) + 1]. \quad (37, \text{XIII})$$

Поскольку согласно формуле (33, XIII) в условиях радиальной фильтрации газированной жидкости можно принять, что  $\xi_{\Gamma, \text{ж}} \cong 1$ , то, как и при фильтрации одного газа, среднее давление  $\tilde{p}$  можно заменить контурным давлением  $p_{\text{к}}$ .

Но если  $\tilde{p}$  мало отличается от  $p_{\text{к}}$ , то, как видно из рис. 88,  $\tilde{S}$  будет еще меньше отличаться от значения насыщенности  $S_{\text{к}}$  на контуре. При рассмотрении рис. 88 следует иметь в виду, что в условиях режима растворенного газа, вследствие малой нефтеотдачи, величина  $S$  изменяется в пределах от 1 до  $\sim 0,75$ .

Таким образом, можно принять, что

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} \tilde{p}' &\cong p'_k \\ \tilde{S} &\cong S_k \end{aligned} \right\} \quad (38, \text{XIII})^2$$

Учитывая приближенные равенства (38, XIII), уравнение (37, XIII) можно написать в следующем виде:

$$\Gamma \cong p'_k(\varkappa - 1) + \frac{dp'_k}{dS_k} [S_k(\varkappa - 1) + 1]. \quad (39, \text{XIII})$$

С другой стороны, значение газового фактора на контуре может быть определено из формулы (14, XIII):

$$\Gamma = \frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\text{г}}} p'_k [G(S_k) + \alpha]. \quad (40, \text{XIII})$$

Приравнивая правые части равенства (39, XIII) и (40, XIII) и разделяя переменные  $p'_k$  и  $S_k$ , получим:

$$\frac{dp'_k}{p'_k} = \eta(S_k) dS_k, \quad (41, \text{XIII})$$

где

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} \eta(S_k) &= \frac{\mu_0 [G(S_k) + \alpha] - \varkappa + 1}{S_k(\varkappa - 1) + 1} \\ \mu_0 &= \frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\text{г}}} \end{aligned} \right\} \quad (42, \text{XIII})^3$$

Интегрируя уравнение (41, XIII) по  $p'$  в пределах от  $p'_n$  (начальное давление) до  $p'_k$  и по  $S$  в пределах от  $S_n$  (начальная насыщенность) до  $S_k$ , имеем:

$$\ln \frac{p'_k}{p'_n} = \int_{S_n}^{S_k} \eta(S_k) dS_k,$$

откуда

$$p'_k = p'_n e^{\psi(S_k)}, \quad (43, \text{XIII})$$

<sup>2</sup>Замена значений  $\tilde{S}$  на  $S_k$  впервые была произведена К. А. Царевичем.

<sup>3</sup>Раскроем числитель в формуле (42, XIII); получим, учитывая (13, XIII):

$$\frac{\mu_n}{\mu_{\text{г}}} G(S_k) + \frac{\mu_n}{\mu_{\text{г}}} \frac{\mu_{\text{г}}}{\mu_n} \varkappa - \varkappa + 1 = \frac{\mu_n}{\mu_{\text{г}}} G(S_k) + 1,$$

это проще, чем в (42, XIII).

где

$$\psi(S_K) = \int_{S_n}^{S_K} \eta(S_K) dS_K. \quad (44, \text{XIII})$$

Уравнение (43, XIII) выражает зависимость между давлением и насыщенностью на контуре и в 1942 г. было получено К. А. Царевичем [181] на основании других соображений.

Учитывая формулы (36, XIII) и (38, XIII), для дебита жидкости можно написать формулу:

$$Q_{ж} = -\Omega \frac{dS_K}{dt}. \quad (45, \text{XIII})$$

Для определения дебита нефти можно также воспользоваться формулой (26, XIII):

$$Q_{ж} = A(H_K - H_C), \quad (46, \text{XIII})$$

где

$$A = \frac{2\pi k b p_{ат}}{\mu_{ж} \ln \frac{R_K}{R_C}}. \quad (47, \text{XIII})$$

Кроме того, должны быть известны граничные условия на скважинах, определяемые условиями отбора жидкости и газа. Этими условиями могут быть:

1) поддержание постоянной скорости фильтрации жидкости и газа в призабойной зоне, что означает поддержание постоянного объемного расхода смеси жидкости и окклюдированного газа:

$$Q_{ж} \left( 1 - \varkappa + \frac{f}{p_c} \right) = \text{const}, \quad (48, \text{XIII})^4$$

2) постоянное давление на забое скважины

$$p_c = \text{const}, \quad (49, \text{XIII})$$

3) постоянство количества отбираемой жидкости

$$Q_{ж} = \text{const}. \quad (50, \text{XIII})$$

Совместное решение уравнений (40, XIII), (43, XIII), (45, XIII), (46, XIII), (48, XIII) и (50, XIII) позволяет найти изменение во времени интересующих нас значений дебита жидкости, газового фактора, пластового давления и насыщенности.

<sup>4</sup>Вопрос о граничном условии (48, XIII) рассматривается ниже.

Дебит газа может быть определен по формуле

$$Q_{\Gamma} = Q_{\text{ж}} \Gamma. \quad (51, \text{XIII})$$

**1. Неустановившаяся радиальная фильтрация газированной жидкости при постоянной скорости фильтрации жидкости и газов в призабойной зоне**

Практика эксплуатации нефтяных месторождений показывает, что при неограниченном отборе нефти, как и в случае разработки газовых месторождений, при наличии недостаточно стойких коллекторов часто образуются песчаные пробки, поровое пространство призабойной зоны пласта забивается мелкими частицами и в связи с этим резко уменьшается дебит нефтяных скважин, а иногда полностью прекращается приток нефти к скважинам.

Образование песчаных пробок и засорение призабойной зоны пласта являются, как и при эксплуатации газовых месторождений, следствием допущения вблизи скважины слишком больших скоростей движения. При чрезмерно высоких скоростях движения газированная жидкость увлекает за собой мельчайшие и мелкие фракции песка и цементирующих песчинки веществ, в результате чего и образуются песчаные пробки в скважинах или закупориваются поровые каналы в призабойной зоне пласта. Для предотвращения этих осложнений эксплуатация нефтяных скважин в рассматриваемых условиях должна вестись таким образом, чтобы скорость фильтрации жидкости и газа в призабойной зоне пласта не превышала некоторого допустимого максимального значения, зависящего от механического состава, степени цементированности песка и физических свойств жидкостей и газов. Поддержание в течение эксплуатации нефтяной скважины этой максимально допустимой скорости фильтрации у забоя означает отбор максимально возможного количества нефти и вместе с тем исключает возможность осложнений при эксплуатации, связанных с допущением чрезмерно высоких скоростей движения жидкостей и газов.

Обозначим величину максимально допустимой скорости фильтрации жидкости и газа у забоя скважины через  $v_{\text{max}}$ .

Тогда для гидродинамически совершенных скважин объемный расход жидкости и окклюдированного газа равен  $2\pi R_c b v_{\text{max}}$ .

Пусть

$$2\pi R_c b v_{\text{max}} = c = \text{const}. \quad (52, \text{XIII})$$

Для поддержания максимально возможного отбора нефти величина  $c$  должна определяться следующим соотношением:

$$c = Q_{\text{ж}} + \frac{Q_{\text{ж}} \Gamma - Q_{\text{ж}} \cdot \kappa p_c}{p_c}, \quad (53, \text{XIII})$$

где второе слагаемое в правой части уравнения представляет объемный расход окклюдированного газа при забойном давлении  $p_c$ , отсюда

$$Q_{ж} = \frac{c}{1 - \varkappa + \frac{\Gamma}{p_c}}. \quad (54, \text{XIII})$$

При коэффициенте растворимости газа в нефти  $\varkappa = 1$  формула (54, XIII) имеет вид:

$$Q_{ж} = \frac{cp_c}{\Gamma}. \quad (55, \text{XIII})$$

Напомним, что при фильтрации одного газа условие поддержания постоянной скорости движения газа в призабойной зоне выражалось соотношением  $q = cp_c$  (см. главу XII).

Таким образом, для решения интересующей нас задачи имеем следующие уравнения:

$$1) Q_{ж} = A(H_{к} - H_c); \quad (46, \text{XIII})$$

$$2) Q_{ж} = -\Omega \frac{dS_{к}}{dt}; \quad (45, \text{XIII})$$

$$3) Q_{ж} = \frac{c}{1 - \varkappa + \frac{\Gamma}{p_c}}; \quad (54, \text{XIII})$$

$$4) p'_{к} = p'_{к}(S_{к}); \quad (43, \text{XIII})$$

$$5) \Gamma = \mu_0 p'_{к}[G(S_{к}) + \alpha]. \quad (40, \text{XIII})$$

Приравнявая уравнения (46, XIII) и (45, XIII), имеем:

$$A(H_{к} - H_c) = -\Omega \frac{dS_{к}}{dt}.$$

Разделяя переменные  $S_{к}$  и  $t$  и интегрируя полученное уравнение по  $t$  от 0 до  $t$  и по  $S_{к}$  от  $S_{н}$  (начальное значение насыщенности) до  $S_{к}$ , получим:

$$t = \frac{\Omega}{A} \int_{S_{к}}^{S_{н}} \frac{dS_{к}}{H_{к} - H_c}.$$

Вводим безразмерное время  $\tau$ :

$$\tau = \frac{A}{\Omega} t, \quad (56, \text{XIII})$$

тогда

$$\tau = \int_{S_k}^{S_n} \frac{dS_k}{H_k - H_c}. \quad (57, \text{XIII})$$

Из уравнений (46, XIII) и (54, XIII) имеем

$$A(H_k - H_c) = \frac{c}{1 - \varkappa + \frac{\Gamma}{p_c}}. \quad (58, \text{XIII})$$

При решении практических задач, связанных с разработкой нефтяной залежи при постоянной скорости фильтрации газированной жидкости в призабойной зоне, вычисления ведутся в следующем порядке.

По данным первых скважин должны быть известны начальные значения дебита  $Q_{н. ж}$  жидкости, газового фактора  $\Gamma_n$ , пластового давления  $p_{н. к}$ , забойного давления  $p_{н. с}$ .

По формуле (52, XIII) находим значение коэффициента  $c$ .

Задаемся значением насыщенности на контуре  $S'_k < S_n$ . По формуле (43, XIII) находим величину контурного давления  $p_k$ , соответствующего насыщенности  $S'_k$ . Из уравнения (40, XIII) определяем величину газового фактора  $\Gamma'$ , отвечающего значениям давления  $p'_k$  и насыщенности  $S'_k$ . Далее по формулам (15, XIII) и (19, XIII) находим значения  $\xi'$  и  $p'^*_k$ .

Зная величину  $p'^*_k$ , находим по графику (см. рис. 90) или таблицам<sup>5</sup> значения функции  $H'^*_k$  и  $H'_k = \xi' H'^*_k$ . Для нахождения величин  $H'_c$  и  $p'_c$  задаемся несколькими значениями  $p_c$ , находим отвечающие им при  $\xi = \xi'$  значения  $p_c$ ,  $H_c^*$  и  $H_c$  и путем подбора определяем те значения  $p_c$  и  $H_c$ , при которых уравнение (58, XIII) обращается в тождество. Это и будут интересующие нас значения  $p_c$  и  $H_c$ .

Дебит жидкости  $Q'_{ж}$  находим по формуле (46, XIII). Дебит газа  $Q'_г = Q'_{ж} \Gamma$ .

Затем задаемся новым значением насыщенности на контуре  $S_k = S''_k < S'_k$  и аналогично предыдущему находим соответствующие ему значения  $P''_k$ ,  $\Gamma''$ ,  $H''_k$ ,  $H''_c$ ,  $p''_c$ ,  $Q''_{ж}$ ,  $Q''_г$  и т. д.

Располагая соответствующими значениями  $H_k$ ,  $H_c$  и  $S_k$  путем графического интегрирования уравнения (57, XIII) (откладываем по оси ординат величины  $\frac{1}{H_k - H_c}$ , а по оси абсцисс —  $S_k$ , проводим кривую  $\frac{1}{H_k - H_c} = f(S_k)$  и т. д.), находим отвечающие им значения  $\tau$ .

<sup>5</sup>К. А. Паревичем составлены подробные таблицы и графики значений функции (43, XIII) и (23, XIII) для разных величин коэффициента  $\alpha$  (см. 13, XIII).

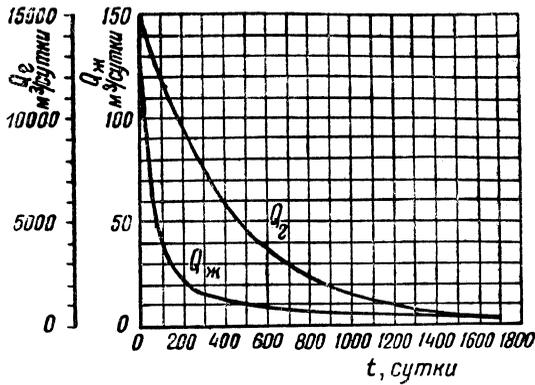


Рис. 95. Изменение во времени  $t$  дебитов жидкости  $Q_{ж}$  и газа  $Q_{г}$  при неустановившейся радиальной фильтрации газированной жидкости в несцементированных песках в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации в призабойной зоне.

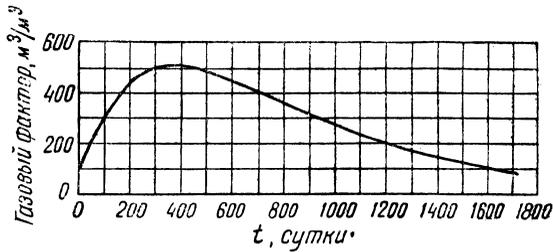


Рис. 96. Изменение во времени  $t$  газового фактора  $\Gamma$  при неустановившейся радиальной фильтрации газированной жидкости в несцементированных песках в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации в призабойной зоне.

Далее из формулы (56, XIII) находим интересующие нас значения времени  $t$ , на рис. 95, 96, 97 и 98, показывающих кривые изменения во времени дебита жидкости и газа, газового фактора, контурных давления и насыщенности жидкостью порового пространства.

На рис. 99 показана кривая изменения во времени величины депрессии  $\Delta p = p_k - p_c$ .

Рассмотрение кривых на рис. 95–97 показывает следующее.

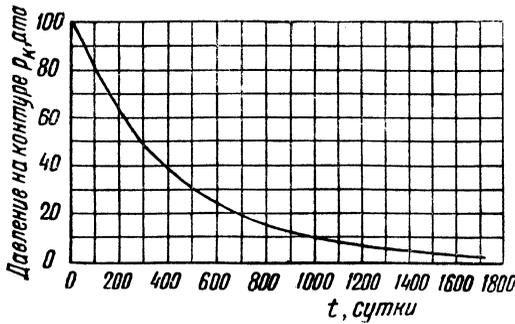


Рис. 97. Падение во времени  $t$  контурного давления  $p_k$  при неустановившейся радиальной фильтрации газированной жидкости в нецементированных песках в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации в призабойной зоне.

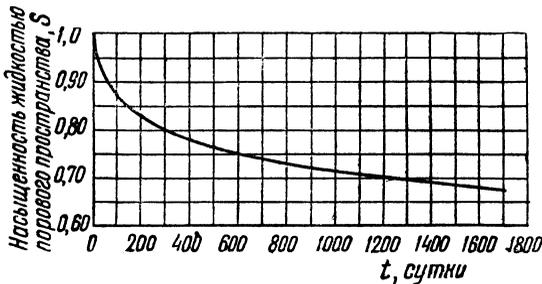


Рис. 98. Падение во времени  $t$  насыщенности  $S_k$  пласта при неустановившейся радиальной фильтрации газированной жидкости в нецементированных песках в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации в призабойной зоне.

Начальный период (первые месяцы) неустановившейся радиальной фильтрации газированной жидкости в условиях режима растворенного газа характеризуется высокими дебитами жидкости и газа. Величина дебита жидкости быстро уменьшается с течением времени. Темп падения дебита газа меньше, чем темп падения дебита жидкости.

В дальнейшем (в условиях рассматриваемого примера, спустя  $\sim 300$  суток) темп падения дебита жидкости резко уменьшается и наступает период относительно стабильной добычи, но абсолютная

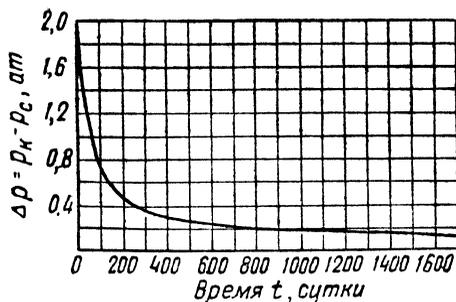


Рис. 99. Изменение во времени  $t$  величины депрессии  $\Delta p = p_k - p_c$  при неустановившейся радиальной фильтрации в несцементированных песках в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации в призабойной зоне.

величина дебита жидкости невелика. Так, в рассматриваемом случае через 694 суток дебит жидкости составляет всего  $\sim 6,8 \text{ м}^3/\text{сутки}$ . Темп падения дебита газа в этот период времени уменьшается гораздо медленнее, чем темп падения дебита жидкости. Через 694 суток дебит газа еще составляет  $2820 \text{ м}^3/\text{сутки}$ .

Газовый фактор сначала резко возрастает, достигая в скором времени (в условиях рассматриваемого примера через  $\sim 350$  суток) максимума, затем постепенно уменьшается. Полученная нами *аналитически* кривая (рис. 96), показывающая характер изменения газового фактора во времени, хорошо совпадает с данными промысловых наблюдений за разработкой нефтяных месторождений в условиях режима растворенного газа.

С течением времени пластовое давление (под термином «пластовое давление» в условиях радиального потока можно понимать контурное давление) довольно быстро падает. Так, при принятых в рассматриваемом примере исходных данных уже через  $\sim 300$  суток давление  $p_k$  на контуре снижается со 100 до 48 *атм*.

В условиях отбора жидкости и газа при поддержании постоянной скорости фильтрации газированной жидкости в призабойной зоне величина депрессии, как и в случае одного газа (см. главу XII), непрерывно уменьшается. Так, если в начальный момент времени ( $t = 0$ ) величина депрессии составляла  $\Delta p = p_k - p_c \sim 2 \text{ ат}$ , то через 348 суток  $\Delta p \sim 0,3 \text{ ат}$ <sup>6</sup>.

<sup>6</sup>Следует иметь в виду, что в действительности при тех же дебитах нефти аб-

Особо поучительна кривая изменения во времени насыщенности  $S_k$  жидкостью порой пространства (см. рис. 98). Она показывает, что с течением времени насыщенность жидкостью порового пространства уменьшается незначительно. При снижении пластового давления ( $p_k$ ) со 100 до  $\sim 1,7$  атм, или на  $\sim 98,3\%$ , величина насыщенности  $S_k$  уменьшается от 1 до 0,67, или всего на 33%. Таким образом, режим растворенного газа характеризуется весьма малой нефтеотдачей. Даже в самых благоприятных условиях рассматриваемого примера (высокопроницаемые несцементированные пески, вязкость жидкости  $\mu_{ж} = 1$  сантипуаз) можно рассчитывать на извлечение на поверхность не более 33% содержащейся в пласте жидкости. В сцементированных песках и при большей вязкости жидкости величина нефтеотдачи будет гораздо меньше<sup>7</sup>. Это заключение полностью совпадает с данными наблюдений за разработкой нефтяных месторождений в условиях режима растворенного газа и указывает на настоятельную необходимость применения методов поддержания пластового давления при разработке нефтяных залежей с режимом растворенного газа.

## **2. Неустановившаяся радиальная фильтрация газированной жидкости при постоянном давлении на скважинах**

По мере разработки нефтяной залежи давления в пласте и на забое скважин постепенно снижаются и, наконец, наступает момент, когда давление на скважинах  $p_c$  достигает некоторого минимального значения, уменьшение которого нежелательно с точки зрения техники подъема нефти на поверхность (необходимость сохранения оптимального погружения в жидкость подъемных труб в случае компрессорной эксплуатации и обеспечения нужного погружения насосных труб при глубоконасосной эксплуатации).

Следовательно, независимо от предшествующих условий отбора в течение оставшегося периода времени разработки нефтяной залежи отбор жидкости и газа производится при сохранении постоянного давления на скважинах. Поэтому решение задачи, сформулированной в заглавии настоящего параграфа, имеет не только теоретический, но и практический интерес.

Основные уравнения для решения задачи о неустановившейся радиальной фильтрации газированной жидкости при сохранении постоянного давления на скважине те же, что и в предыдущем случае. Только условие отбора (48, XIII) заменяется условием (49, XII):  $p_c = \text{const}$ .

солютные величины депрессии будут примерно во столько раз больше, во сколько раз вязкость нефти больше вязкости рассматриваемой в примере жидкости.

<sup>7</sup>Данные о величине нефтеотдачи при значениях  $\alpha = 0,005$  и  $0,001$  [величина определяется формулой (13, XIII)] приведены в статье К. А. Царевича [181].

Таким образом имеем:

$$1) Q_{\text{ж}} = A(H_{\text{к}} - H_{\text{с}}); \quad (46, \text{XIII})$$

$$2) Q_{\text{ж}} = -\Omega \frac{dS_{\text{к}}}{dt}; \quad (45, \text{XIII})$$

$$3) p_{\text{с}} = \text{const}; \quad (49, \text{XIII})$$

$$4) p'_{\text{к}} = p'_{\text{к}}(S_{\text{к}}); \quad (43, \text{XIII})$$

$$5) \Gamma = \mu_0 p'_{\text{к}} [G(S_{\text{к}}) + \alpha]; \quad (40, \text{XIII})$$

$$6) \tau = \int_{S_{\text{к}}}^{S_{\text{н}}} \frac{dS_{\text{к}}}{H_{\text{к}} - H_{\text{с}}}, \quad (57, \text{XIII})$$

где величина безразмерного времени  $\tau$  дается уравнением (56, XIII).

При решении конкретных примеров вычисления производятся в следующем порядке.

По данным первых скважин должны быть известны начальные значения дебита жидкости  $Q_{\text{н. ж}}$ , газового фактора  $\Gamma_{\text{н}}$ , контурного давления  $p_{\text{н. к}}$  и забойного давления  $p_{\text{с}}$ . Последнее в дальнейшем остается неизменным. По формуле (43, XIII) находим значения насыщенности жидкостью порового пространства на контуре  $S_{\text{н. к}}$ .

Задаемся значением насыщенности  $S_{\text{к}} = S'_{\text{к}} < S_{\text{н. к}}$  и определяем по формуле (43, XIII) соответствующее значение контурного давления  $p'_{\text{к}}^8$ .

По формуле (40, XII) находим значение газового фактора  $\Gamma$ , отвечающее  $S_{\text{к}} = p'_{\text{к}}$ .

Зная величину газового фактора  $\Gamma$ , определяем по формулам (15, XIII) и (19, XIII) значения постоянной  $\xi'$  и  $p'_{\text{к}}^*$ .

Находим величину

$$p'_{\text{с}} = \frac{p_{\text{с}}}{\xi'}.$$

По кривой (см. рис. 90)  $H^* = H^*(p^*)$  или по соответствующим таблицам определяем значения  $H'_{\text{к}}^*$  и  $H'_{\text{с}}^*$ , отвечающие значениям  $p'_{\text{к}}^*$  и  $p'_{\text{с}}^*$ ,  $H'_{\text{к}} = H'_{\text{к}} \xi'$  и  $H'_{\text{с}} = H'_{\text{с}} \xi'$ .

По формуле (46, XIII) находим значение дебита жидкости:  $Q'_{\text{ж}} = A(H'_{\text{к}} - H'_{\text{с}})$ . Дебит газа  $Q'_{\text{г}} = Q'_{\text{ж}} \cdot \Gamma$ . Затем задаемся новым значением насыщенности на контуре  $S''_{\text{к}} < S'_{\text{к}}$  и повторяем вычисления в указанном выше порядке и т. д.

<sup>8</sup>Функция  $p_{\text{к}} = p_{\text{к}}(S_{\text{к}})$  задается в виде графика или таблицы.

Далее, используя уравнения (57, XIII) и (56, XIII), аналогично предыдущему случаю определяем значения времени  $t$ , соответствующие различным величинам насыщенности  $S'_k$  и полученным значениям  $Q'_{ж}$ ,  $Q'_Г$  и  $\Gamma'$ .

К. А. Царевичем построены вспомогательные графики и таблицы, весьма упрощающие выполнение подобных вычислений.

## § 5. Движение смеси нефти и воды в пористой среде

Изучение фильтрации смеси нефти и воды, являющейся так же как и газированная нефть, неоднородной жидкостью, представляет существенный интерес. Движение смеси нефти и воды в пористых пластах имеет место при вытеснении нефти контурной водой (когда вода продвигается в области, первоначально занятой нефтью), при проведении искусственного заводнения пластов, при эксплуатации пластов, содержащих подошвенную воду, а также, когда пласт содержит связанную воду.

Изучение фильтрации смеси нефти и воды до настоящего времени производилось лишь экспериментальным путем.

На рис. 100 приведены полученные в результате экспериментальных работ кривые  $k'_н = k'_н(S)$  и  $k'_в = k'_в(S)$ ;  $k'_н = \frac{k_н}{k}$ ,  $k'_в = \frac{k_в}{k}$ ,  $k$  — проницаемость песка для однородной жидкости. По оси ординат отложены значения  $k'_н$  и  $k'_в$  в процентах. По оси абсцисс отложены значения насыщенности водой порового пространства в процентах. Нетрудно убедиться, что характер этих кривых одинаков с кривыми, полученными при движении газированной жидкости в несцементированных песках (см. кривую рис. 83).

При наличии в несцементированном песке 30% воды ( $S = 30\%$ ) эффективная проницаемость для воды равна нулю и, следовательно, вода является неподвижной (связанной). Присутствие 30% связанной воды в два раза снижает фазовую проницаемость для нефти. При водонасыщенности песка  $S = 80\%$  фазовая проницаемость для нефти равна нулю. Это означает, что при вытеснении нефти водой из несцементированных песков остаточная нефтенасыщенность составляет не менее 20%. В сцементированных песках (песчаниках) эта цифра будет, видимо, еще больше. На основании этих данных можно сделать заключение о величине нефтеотдачи при водонапорном режиме и при проведении заводнения пластов. Очевидно, величина нефтеотдачи в указанных условиях составляет менее 80%.

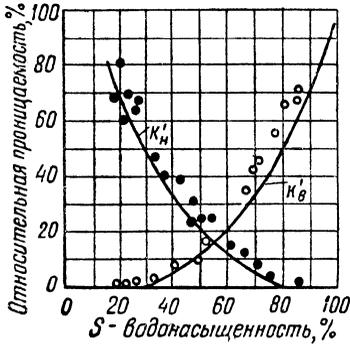


Рис. 100. Зависимость фазовых проницаемостей  $k'_n = \frac{k_n}{k}$  и  $k'_v = \frac{k_v}{k}$  от насыщенности водой порового пространства  $S$ .

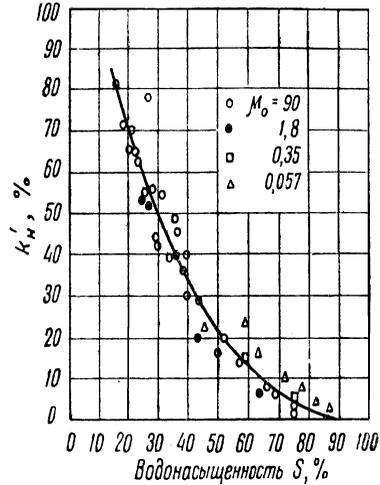


Рис. 101. Влияние отношения  $\mu_0 = \frac{\mu_n}{\mu_v}$  на зависимость фазовой проницаемости нецементированных песков для нефти ( $k'_n = \frac{k_n}{k}$ ) от водонасыщенности  $S$  при фильтрации смеси нефти и воды.

На рис. 101 и 102 приведены соответственно кривые  $k'_n = k'_n(S)$  и  $k'_v = k'_v(S)$  с нанесением экспериментальных точек, полученных для жидкостей с разным отношением  $\mu_0$  вязкостей нефти и воды ( $\mu_0 = \frac{\mu_n}{\mu_v}$ ). Даже при громадных изменениях вязкостей характер кривых остается практически неизменным, что указывает на отсутствие значительного влияния величины вязкостей составляющих смесь жидкостей на зависимость эффективных проницаемостей от насыщенности водой порового пространства.

Вместе с тем опыты показали, что чем больше величина отношения вязкостей  $\mu_0$ , тем при одинаковой насыщенности порового пространства водой (а следовательно, и одинаковой нефтенасыщенности) относительное количество нефти в дебите жидкости будет меньше, и наоборот. Сказанное подтверждается данными, приведенными на рис. 103. Здесь на оси ординат отложены значения водонасыщенности в процен-

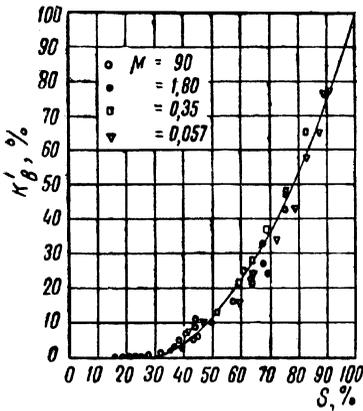


Рис. 102. Влияние отношения  $\mu_0 = \frac{\mu_{\text{н}}}{\mu_{\text{в}}}$  на зависимость фазовой проницаемости нецементированных песков для воды  $k'_в = \frac{k_{\text{в}}}{k}$  от водонасыщенности  $S$  при фильтрации смеси нефти и воды.

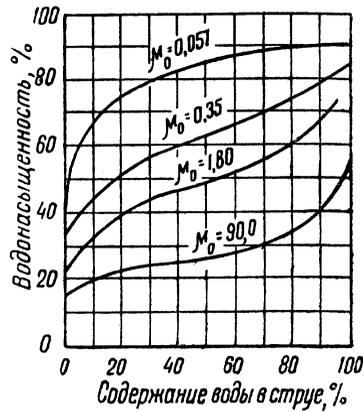


Рис. 103. Влияние отношения вязкостей  $\mu_0 = \frac{\mu_{\text{н}}}{\mu_{\text{в}}}$  на содержание воды  $x_в$  в дебите жидкости.

тах, а по оси абсцисс — процент воды  $x_в$  в общем расходе жидкости, принятом за 100%. При водонасыщенности  $S = 40\%$  (что соответствует нефтенасыщенности 60%) содержание нефти в расходе жидкости составляет 80% (воды 20%) при  $\mu_0 = 1,8$  и 10% (воды 90%) при  $\mu_0 = 90$ . Если бы вязкость нефти была меньше вязкости воды, то при  $\mu_0 = 0,35$  количество нефти в расходе жидкости составляло 95%.

Полученные данные позволяют сделать вывод о желательности создания условий для понижения  $\mu_0$  при эксплуатации скважин, дающих вместе с нефтью воду. Уменьшение  $\mu_0$  может быть достигнуто путем химической обработки призабойной зоны пласта, приводящей к уменьшению вязкости нефти либо к увеличению вязкости воды.

Чрезмерное понижение давления в призабойной зоне нежелательно, так как может привести к дегазации нефти и вследствие этого повышению ее вязкости, что влечет за собой увеличение  $\mu_0$  и возрастание процента воды в получаемой из скважины жидкости.

При проведении опытов было обнаружено, что относительное ко-

личество нефти в дебите жидкости при данных значениях  $\mu_0$  и  $S$  зависит от градиента давления. Так при одном и том же значении насыщенности, например,  $S = 60\%$  и  $\mu_0 = 0,35$ , при изменении градиента давления  $\frac{\Delta p}{\Delta L}$  от 12,1 до 0,0272 ат/м содержание нефти в жидкости возрастает с 60 до 80%.

На рис. 100 нанесены экспериментальные данные, полученные при проведении опытов с жидкостями с поверхностным натяжением 24–34 *дин/см* (сплошные линии) и 5 *дин/см* (зачерненные и незачерненные точки). При больших понижениях величины поверхностного натяжения эффективные проницаемости несколько повышаются.

Характер функциональной зависимости проницаемости от насыщенности практически не зависит от плотности жидкостей, но значительно зависит от свойств пористой среды. В настоящее время можно сказать, что наблюдаются значительные различия в поведении смеси в различных песках. Для более определенных выводов имеющиеся данные недостаточны.

При обработке полученных экспериментальных данных была установлена связь между фазовыми проницаемостями  $k_n$  и  $k_b$  и некоторым параметром

$$\alpha = \frac{\pi \Delta L}{D \Delta p},$$

где  $D$  — диаметр поровых каналов, определяемый по формуле  $D = 5,63 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{k}{m}}$  (здесь  $m$  — пористость, а  $k$  — проницаемость песка),  $\pi$  — давление вытеснения,  $\Delta L$  — длина пласта,  $\Delta p$  — перепад давления.

Под давлением вытеснения  $\pi$  автором понимается давление, едва достаточное для проталкивания нефти в полностью насыщенную водой колонку песка. Величина  $\pi$  определялась следующим образом.

В верхней части опытного пласта устанавливалась вертикально высокая стеклянная трубка, в которую наливалась нефть, применяемая для создания нефте-водяной смеси. После открытия нижнего вентиля нефть под влиянием собственного напора начинала проникать в песок, вытесняя из него воду. Давление, соответствующее высоте столба нефти в стеклянной трубке, в тот момент, когда уровень нефти в ней переставал падать, вычислялось, исходя из удельного веса нефти, и было названо давлением вытеснения.

Предполагая, что средняя длина пузырьков нефти пропорциональна среднему диаметру поровых каналов  $D$ , можно считать, что число пузырьков пропорционально величине  $\frac{\Delta L}{D}$ . Следовательно, разность давлений, приходящаяся на один пузырек, пропорциональна ве-

личине  $\frac{\Delta p}{\Delta L/D}$ . Этой разности давлений противостоят капиллярные силы, величина которых пропорциональна давлению вытеснения  $\pi$ . Частное от деления давления вытеснения  $\pi$  на величину  $\frac{\Delta p}{\Delta L/D}$ , пропорциональную разности давлений, приходящейся на один пузырек, дает параметр  $\alpha = \frac{\pi \Delta L}{D \Delta p}$ , представляющий собой величину, пропорциональную давлению вытеснения, приходящемуся на один пузырек нефти. Таким образом, параметр  $\alpha$  характеризует сопротивление фильтрации нефти и воды, обусловленное физико-химическими свойствами системы.

Так как фазовая проницаемость определяется именно той частью пузырьков, которая продвигается в поровых каналах, ибо величина  $k'_n$  вычисляется из уравнений, выражающих линейный закон фильтрации, то можно полагать, что фазовая проницаемость есть функция параметра  $\alpha$ . Однако функция эта *неоднозначна*, так как известно, что величины  $k'_n$  и  $k'_в$  являются также функцией водонасыщенности  $S$ .

На рис. 104 показаны кривые  $k'_n = k'_n(S)$  и  $k'_в = k'_в(S)$ , отвечающие различным значениям параметра  $\alpha$ . Эти кривые подтверждают зависимость фазовых проницаемостей не только от насыщенности водой порового пространства, но и от физико-химических свойств жидкостей и газов.

Резюмируя результаты экспериментальных исследований фильтрации смеси нефти и воды, можно сделать следующие выводы.

Фазовая проницаемость несцементированных песков для нефте-водяной смеси существенно не зависит от вязкости каждой фазы, зависит от размеров и формы поровых каналов, от величины параметра  $\alpha$  (т. е., в частности, от давления вытеснения  $\pi$  и градиента давления  $\frac{\Delta p}{\Delta L}$ ) и насыщенности  $S$  водой порового пространства.

При нефтенасыщенности песка, равной  $\sim 20\%$ , фазовая проницаемость для нефти равна нулю. Следовательно, при вытеснении нефти водой величина нефтеотдачи равна менее  $80\%$ .

Наличие в пласте до  $20\%$  неподвижной нефти снижает в 2 раза фазовую проницаемость для воды, что следует учитывать при решении задач о продвижении контуров водоносности в нефтяных месторождениях с водонапорным режимом.

При наличии в порах несцементированных песков до  $30\%$  воды скважины могут давать чистую нефть. Это обстоятельство необходимо иметь в виду при подсчете запасов нефти объемным способом и оценке величины проницаемости пластов на основе лабораторных исследований просушенных и экстрагированных образцов песка. Из изложенных

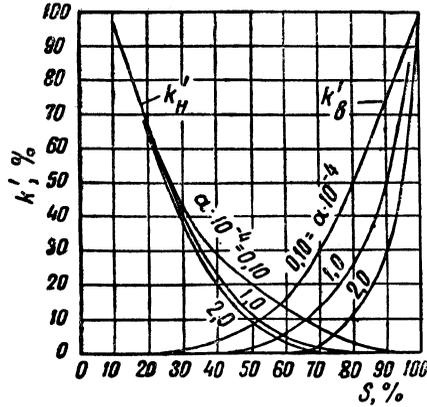


Рис. 104. Влияние параметра  $\alpha = \frac{\pi \Delta L}{D \Delta p}$  на кривые зависимости фазовых проницаемостей  $k'_n = \frac{k_n}{k}$  и  $k'_d = \frac{k_d}{k}$  от водонасыщенности  $S$  порового пространства нецементированных песков ( $k = 1, 75 \text{ д}$ ).

выше результатов опытов ясно, что определенная таким образом проницаемость пласта будет (при наличии 30% связанной воды) примерно в два раза больше истинной фазовой проницаемости  $k_n$ .

При поступлении из скважин водо-нефтяной смеси можно добиться повышения процента нефти в смеси путем обработки призабойной зоны пласта веществами, понижающими отношение вязкостей  $\mu_0 = \frac{\mu_n}{\mu_b}$  и понижающими силы поверхностного натяжения.

На основе проведенных экспериментальных работ считают крайне нежелательной эксплуатацию нефтяных залежей (содержащих, кроме нефти, воду) при градиентах давления в пласте больше 0,68 ат/м, так как в этом случае количество воды в дебите скважин будет велико.

Вероятный механизм фильтрации нефте-водяной смеси может быть представлен в следующем виде. Большая часть нефти движется по более крупным порам, причем каждый такой поровой канал, по-видимому, полностью заполнен нефтью (исключая случай очень низкого насыщения нефтью, когда она может двигаться в виде отдельных пузырьков). Вода фильтруется по каналам, не занятым нефтью, и в виде непрерывных пленок вокруг песчинок.

## § 6. Движение смеси нефти, воды и газа в пористой среде

В § 2, 3, 4 и 5 мы рассмотрели движение смеси жидкости и газа и смеси нефти и воды в пористой среде. В настоящее время большинство исследователей полагает, что каждая песчинка слагающей пласт породы обычно окружена пленкой связанной воды и, следовательно, при движении газированной нефти в пластах имеются три фазы компонента — нефть, газ и вода. В связи с этим представляет большой интерес исследование фильтрации смеси нефти, воды и газа. Методика проведения этих опытов [93] в основном та же, что и в изложенных в § 5 исследованиях фильтрации смеси нефти и воды.

В качестве жидкостей и газа при проведении опытов использовались керосин и смесь керосина и моторного масла, которые мы будем в дальнейшем называть «нефтью», вода (0,25  $N$  раствора поваренной соли) и азот. Удельные веса воды, керосина и смеси керосина и масла составляли соответственно 1010, 800 и 853  $\text{кг}/\text{м}^3$ , вязкости их при 25° С соответственно были равны 0,9, 1,67 и 18,2 сантипуаз. Вязкость азота составляла 0,018 сантипуаз, растворимость его в воде при 25° С и 760  $\text{мм}$  рт. ст. равнялась 0,0152  $\text{см}^3/\text{см}^3$  ат, в керосине — 0,12  $\text{см}^3/\text{см}^3$  ат и в смеси керосина с маслом — 0,087  $\text{см}^3/\text{см}^3$  ат. Поверхностное натяжение нефти составляло 27,8  $\text{дин}/\text{см}$  (керосин) и 30  $\text{дин}/\text{см}$  (керосин + масло). Межфазное натяжение на поверхности вода-нефть равнялось 31,2  $\text{дин}/\text{см}$  (керосин) и 20,0  $\text{дин}/\text{см}$  (керосин + масло).

Пористая среда была представлена несцементированным песком пористостью 41–44%. Проницаемость «пласта» в различных опытах изменялась в пределах 5,5–7,0  $d$  и только в трех опытах (из общего количества опытов равного 106) равнялось 16,2  $d$ . Количество отверстий на 1 кв. дюйм сита, сквозь которые просеивался песок, составляло 100–200, за исключением указанных трех опытов, где оно было равно 80–100.

При проведении опытов результаты всех измерений фиксировались после того, как движение смеси становилось установившимся. На основании данных каждого опыта определялись насыщенность порового пространства каждой из фаз смеси, содержание каждой из фаз в общем объемном расходе смеси и фазовые проницаемости пористой среды для каждой из фаз смеси. Вычисление значений фазовых проницаемостей для нефти  $k_n$  и воды  $k_v$  производилось по формулам, приведенным в § 5. Фазовая проницаемость для газа  $k_r$  определялась из уравнения (6, XIII) (см. § 2 настоящей главы).

На рис. 105 помещена треугольная диаграмма, характеризующая значения нефте-водо- и газонасыщенности при фильтрации смеси нефти, воды и газа. Точки на диаграмме наглядно указывают область составов смесей, фильтрация которых исследовалась.

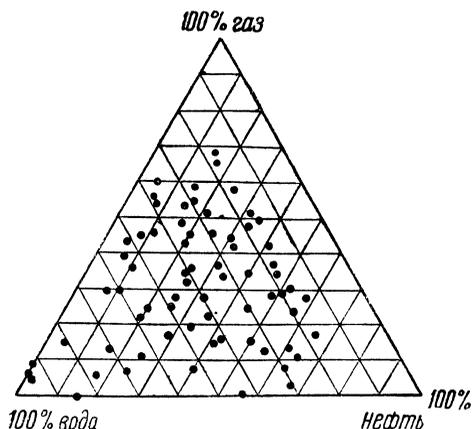


Рис. 105. Треугольная диаграмма, показывающая величины нефте-водо- и газонасыщенности порового пространства при проведении опытов по движению смеси нефти, газа и воды в нецементированных песках.

*Результаты исследований*. Подробное описание устройства экспериментальной установки и табличные данные о результатах проведенных опытов — значения  $S$  — насыщенности порового пространства (в долях единицы) нефтью  $S_n$ , водой  $S_v$  и газом  $S_g$ ,  $k'$  — отношения (в долях единицы) фазовой проницаемости для нефти  $k_n$ , газа  $k_g$  и воды  $k_v$  к проницаемости песка  $k$  для однородной жидкости,  $R_n$ ,  $R_v$ ,  $R_g$  — отношения расхода нефти  $Q_n$ , воды  $Q_v$  и газа  $Q_g$  к общему расходу смеси ( $Q_n + Q_v + Q_g$ ) в долях единицы приведены в указанной выше статье [93].

На рис. 106 нанесены кривые, соединяющие точки с одинаковым содержанием (в данном случае 5%) соответствующего компонента смеси.

Кривая 1 соединяет точки, в которых  $R_v = 0,055$ , кривая 2 отвечает точкам с  $R_n = 0,05$ , во всех точках кривой 3  $R_g = 0,05$ . В области I диаграммы практически имеет место однофазное движение, в области II — двухфазное, в области III — трехфазное. Как видно из

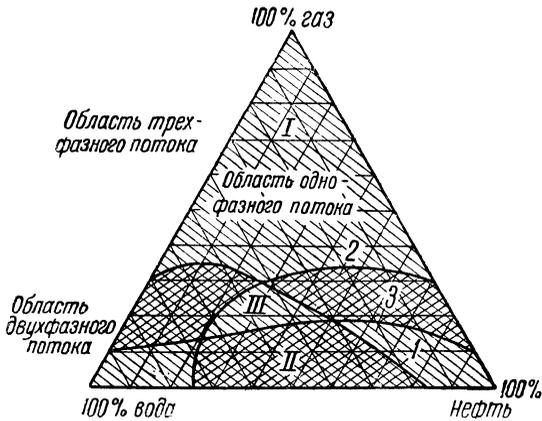


Рис. 106. Области насыщения, при которых практически имеет место однофазное, двухфазное и трехфазное движение в нецементированных песках.

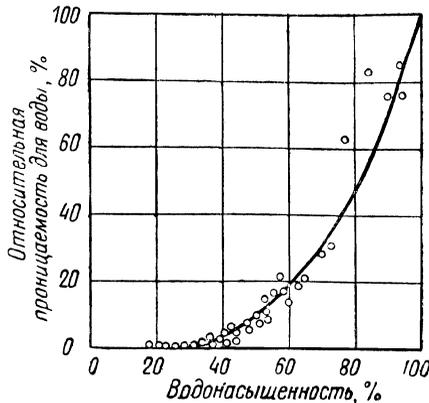


Рис. 107. Зависимость фазовой проницаемости для воды от водонасыщенности при двухфазном (сплошная кривая) и трехфазном (кружочки) движении газированной воды в нецементированных песках.

рис. 106, на треугольной диаграмме трехфазное движение ограничивается относительно узкой областью. На рис. 107, 108 и 109 показана

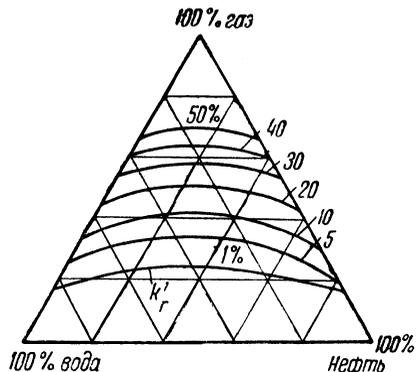
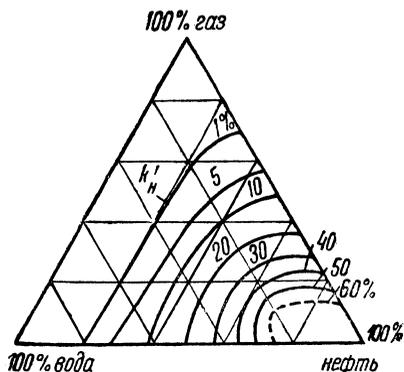


Рис. 108. Линии одинаковых фазовых проницаемостей для нефти ( $k'_n$  в %) при движении смеси нефти, газа и воды в несецементированных песках. Рис. 109. Линии одинаковых фазовых проницаемостей для газа ( $k'_r$  в %) при движении смеси нефти, газа и воды в несецементированных песках.

зависимость фазовых проницаемостей от насыщенности порового пространства соответствующими фазами.

Кривая, приведенная на рис. 107, показывает зависимость фазовой проницаемости для воды при фильтрации газированной воды (см. § 2), т. е. при отсутствии нефти (двухфазная система). Нанесенные экспериментальные точки показывают значения фазовых проницаемостей  $k'_в$  при различных водонасыщенностях, полученные в рассматриваемых опытах по фильтрации трехфазной смеси. Из рис. 107 видно, что величина фазовой проницаемости для воды зависит только от водонасыщенности песка, а следовательно, не зависит от соотношения между нефтенасыщенностью и газонасыщенностью порового пространства.

На рис. 108 и 109 проведены линии равных фазовых (эффетивных) проницаемостей, назовем указанные линии «изопроны». Эти изопроны показывают, что значения фазовых проницаемостей для газа и нефти являются функцией насыщенности порового пространства каждой из трех фаз. Так, например, из диаграммы, помещенной на рис. 108, видно, что величина фазовой проницаемости для нефти  $k'_n = 20\%$  может иметь место при  $S_n = 50\%$ ,  $S_v = 50\%$ ,  $S_r = 0$ , а также при  $S_n = 50\%$ ,  $S_v = 20\%$  и  $S_r = 30\%$  и др. Из диаграммы, приведенной на рис. 109, следует, что фазовая проницаемость для газа  $k'_r = 10\%$  может быть, когда  $S_n = 20\%$ ,  $S_v = 40\%$  и  $S_r = 40\%$ , а также при  $S_n = 70\%$ ,  $S_v = 0$  и  $S_r = 30\%$  и т. д.

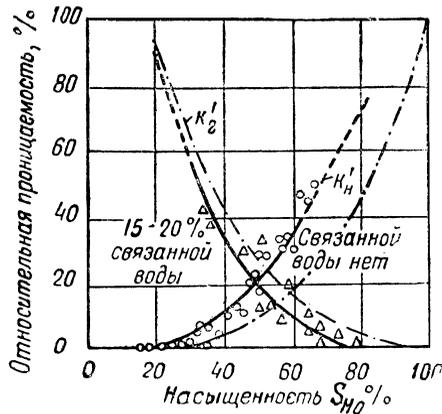


Рис. 110. Зависимость фазовых проницаемостей для нефти  $k'_n$  и газа  $k'_g$  от насыщенности порового пространства нефтью  $S_n$  при наличии 15–20% связанной воды (сплошные кривые) и при отсутствии связанной воды (пунктирные кривые).

Следует отметить, что при нанесении экспериментальных точек для построения изопрон имел место значительный разброс. Нанесенные на рис. 108 и 109 изопроны представляют сглаженные кривые.

Сравнение полученных значений  $k_n$  и  $k_g$  с данными опытов по двухфазному движению газированной жидкости в пористой среде показывает, что фазовая проницаемость для газа при фильтрации трехфазных смесей несколько меньше, чем при фильтрации двухфазной смеси при той же газонасыщенности. Фазовая проницаемость для нефти изменяется более сложным образом. В некоторых областях насыщения она меньше, а в других больше фазовой проницаемости для нефти в условиях двухфазного течения при той же самой нефтенасыщенности.

Так как из различных свойств жидкостей наиболее изменяется их вязкость, то при проведении опытов исследовалось влияние вязкости жидкостей на фазовую проницаемость; оказалось, что линии одинаковых фазовых проницаемостей для всех компонентов смеси не зависят от вязкости нефти. Экспериментальные точки, полученные при работе с керосином, ложатся вдоль тех же изопрон, что и точки, полученные при фильтрации более вязкой смеси керосина и моторного масла.

На рис. 110 показана зависимость фазовых проницаемостей для нефти и газа от насыщенности  $S_n$  нефтью порового пространства в при-

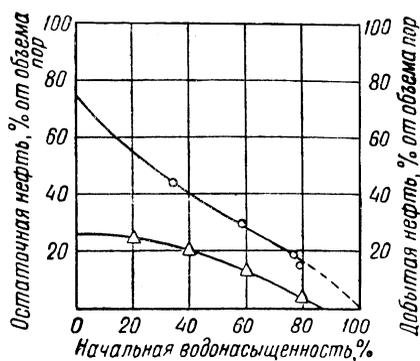


Рис. 111. Зависимость количества остаточной (нижняя кривая) и извлеченной (верхняя кривая) нефти от величины  $S_v$  насыщенности порового пространства связанной водой. Начальный газовый фактор  $50 \text{ м}^3/\text{т}$ .

сутствии 15–20% связанной воды (сплошные кривые) и отсутствии ее (пунктирные кривые). Из приведенных кривых видно, что при наличии 15–20% связанной воды фазовая проницаемость для нефти значительно выше, чем при отсутствии ее.

Так, если в пласте имеется указанное количество связанной воды, то при  $S_n = 60\%$ ,  $k'_n \cong 38\%$ ; если же связанной воды нет, то при той же нефтенасыщенности коэффициент фазовой проницаемости для нефти составляет лишь около 15% от проницаемости песка для однородной жидкости. Фазовая проницаемость для газа при наличии связанной воды меньше, чем при ее отсутствии.

Большой интерес представляет выяснение влияния связанной воды на величину нефтеотдачи в условиях режима растворенного газа. Как было показано в § 4, величина нефтеотдачи при режиме растворенного газа и отсутствии связанной воды даже при самых благоприятных условиях (несцементированные пески, вязкость нефти 1 сантипуаз) составляет около 30%. Для становления степени влияния наличия связанной воды на величину нефтеотдачи были проведены следующие лабораторные опыты.

Бомба высокого давления набивалась песком, в поровое пространство которого нагнеталась смесь керосина и воды. Керосин предварительно насыщался естественным газом под давлением в  $70,5 \text{ ат}$ , что давало начальный газовый фактор, равный  $50 \text{ м}^3/\text{т}$ . Затем заключенная в бомбе смесь через выпускной вентиль медленно вытекала. Полученные данные показывают, что значительные изменения насыщенности

песка связанной водой мало влияют на количество остаточной нефти (керосина).

На рис. 111 приведены результаты этих опытов. По оси ординат отложены значения остаточной нефтенасыщенности песка  $S_{н\text{ ост.}}$  в процентах от объема порового пространства, по оси абсцисс — начальная водонасыщенность песка  $S_{в\text{ нач.}}$  в процентах. Верхняя кривая показывает общий объем извлеченной нефти в процентах от объема порового пространства, нижняя кривая — количество остаточной нефти  $S_{н\text{ ост.}}$ . Как видно из указанных кривых, при отсутствии связанной воды ( $S_{в} = 0$ ) количество остаточной нефти составляет  $\sim 25\%$ , а количество извлеченной нефти равно  $75\%$  от объема порового пространства и (так как  $S_{в} = 0$ )  $75\%$  от объема нефти, первоначально содержащейся в песке; при наличии в песке  $40\%$  связанной воды ( $S_{в} = 40\%$ , начальная нефтенасыщенность  $S_{н\text{ нач.}} = 60\%$ ); количество остаточной нефти  $S_{н\text{ ост.}}$  составляет  $20\%$  от объема порового пространства или  $33\%$  от первоначального запаса нефти, а количество извлеченной нефти равно  $100 - (S_{в} + S_{н\text{ ост.}}) = 40\%$  от объема порового пространства или  $40/60 \cdot 100 \cong 67\%$  от объема нефти, первоначально содержащейся в песке. Таким образом, наличие  $40\%$  связанной воды привело к уменьшению нефтеотдачи на  $8\%$ . Аналогичные подсчеты показывают, что в присутствии  $60\%$  связанной воды количество остаточной нефти составляет  $30\%$  от первоначального запаса, а объем извлеченной нефти —  $70\%$ . Следовательно, увеличение количества связанной воды на  $20\%$  изменило нефтеотдачу всего на  $3\%$ .

*Механизм фильтрации трехфазной смеси.* На основании проведенных экспериментальных исследований движения смеси нефти, воды и газа в несцементированных песках выдвигается следующая гипотеза о механизме фильтрации трехфазной смеси.

*Вода* полностью окружает каждое зерно песка и при очень малых водонасыщенностях существует в виде пленки вокруг зерен. При наличии больших количеств воды она образует водяные кольца вокруг точек общего контакта зерен. Эти кольца растут и при увеличении водонасыщенности в конечном счете соединяются.

*Нефть при отсутствии газа* и высокой нефтенасыщенности существует как непрерывная перепонка, заключенная в покрытых водой зернах песка. По мере того как нефтенасыщенность уменьшается, более узкие части «нефтяной перепонки» сжимаются и, наконец, разрываются, превращая нефть в рассеянные пузырьки.

В условиях движения система ведет себя так, как будто бы нефть и вода двигаются плавно, каждая через свою часть жидких перепонок, без разрыва или искажения поверхностей соприкосновения, т. е. течение кажется скорее струйным, чем капельным. При очень малых нефтенасыщениях движение напоминает пузырьчатое (капельное).

При наличии газа характер движения воды остается неизменным, но в то время как газ стремится занять центральные части пространства между зернами, куда нефть также проталкивается капиллярными силами, вероятно, имеет место взаимодействие между нефтью и газом при движении их.

Наблюдение под микроскопом показывает присутствие нефтяной пленки (в некоторых случаях вместе с очень малыми количествами тонко распыленной воды). По этой пленке нефть движется вокруг каждого газового пузырька. Остается неясным, все ли газовые пузырьки соединяются друг с другом.

Газовые пузырьки двигаются отрывистыми толчками в отличие от плавного течения воды и нефти в условиях, когда газовые пузырьки отсутствуют или неподвижны. Это отрывистое движение газа обуславливает подобное же движение по меньшей мере части нефти, которая, видимо, движется быстрее, чем при отсутствии газа и при той же нефтенасыщенности. Равным образом присутствие нефти будет действовать как частичное препятствие для движения газа. Оба эти заключения выведены авторами на основании кривых, приведенных на рис. 108 и 109.

Наконец, увеличение нефтепроницаемости с повышением водонасыщенности при постоянном нефтенасыщении является результатом перемещения нефти в центральные части пространства между зернами, где она может течь более свободно.

Вводимая в пласт вода имеет тенденцию занимать узкие искривленные части пор, вытесняя нефть в центральное пространство, покинутое газом. Так как движение находящейся в узких частях пор смеси затруднено, а движение в центральной части пор встречает меньшее сопротивление, то эффективная проницаемость для нефти увеличивается.

В заключение настоящей главы отметим, что, несмотря на многочисленность проведенных опытов по фильтрации неоднородных жидкостей, многие вопросы, связанные с движением многофазных смесей в пористых пластах, остаются еще невыясненными<sup>1</sup>.

Особо важное значение имеет дальнейшая теоретическая разработка вопросов неустановившегося движения смеси нефти, газа и воды в песках, песчаниках и карбонатных породах с учетом изменений свойств смесей в пластовых условиях.

---

<sup>1</sup>Перечень части из этих вопросов и указание на ближайшие задачи в области экспериментального изучения фильтрации неоднородных жидкостей даются в статье «Выводы из экспериментальных работ в области движения многофазных жидкостей в пористой среде», помещенной в сборнике [92].

---

---

## ГЛАВА XIV

# Влияние радиуса и степени гидродинамического несовершенства скважины на ее производительность

### § 1. Влияние радиуса скважины на ее производительность

В предыдущих главах были выведены формулы дебита скважин при различных условиях установившегося притока к ним различных жидкостей и газов.

Исследование этих формул дебита позволяет установить влияние радиуса скважины на ее производительность.

Для целей данного параграфа упомянутые формулы дебита и соответствующие им условия притока жидкостей и газов к скважинам имеет смысл разделить на четыре типа:

I. Плоский радиальный приток к скважинам по линейному закону фильтрации.

II. Плоский радиальный приток к скважинам по нелинейному закону фильтрации.

III. Сферический радиальный приток к скважинам по линейному закону фильтрации.

IV. Сферический радиальный приток к скважинам по нелинейному закону фильтрации.

Для фильтрационных потоков первого типа зависимость дебита скважины  $Q$  от ее радиуса  $R_c$  и от радиуса  $R_k$  контура области питания имеет вид [см. формулы (21, IX), (28, XI), (33, XII), (26, XIII), (21, X)]:

$$Q = \frac{A}{\lg \frac{R_k}{R_c}}, \quad (1, XIV)$$

где  $A$  — величина, равная произведению группы множителей, отражающих влияние проницаемости и мощности пласта, вязкости жидкости или газа, статического и динамического пластовых давлений и т. д.

Чтобы выяснить влияние радиуса скважины на ее дебит, допустим, что при прочих неизменных условиях радиус скважины изменен в  $n'$  раз. Сохраним обозначение  $Q$  для дебита скважины с радиусом  $R_c$  и обозначим буквой  $Q'$  дебит скважины с измененным радиусом  $R'_c = n'R_c$ . Из формулы (1, XIV) получим:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{\lg \frac{R_{\kappa}}{R'_c}} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c} - \lg n'}. \quad (2, \text{XIV})$$

Формулы (1, XIV)–(2, XIV) справедливы для несжимаемой и сжимаемой жидкости, для газа и газированной жидкости при любом режиме пласта, лишь бы установившийся приток любой из перечисленных жидкостей (или газа) к скважине был плоско-радиальным и подчинялся линейному закону фильтрации. Природа жидкости и режим пласта оказывают влияние лишь на характер зависимости величины  $A$  от статического и динамического пластовых давлений в скважине и от тех факторов, которые неодинаковым образом входят в формулы (28, XI), (21, IX), (21, X), (33, XII), (26, XIII).

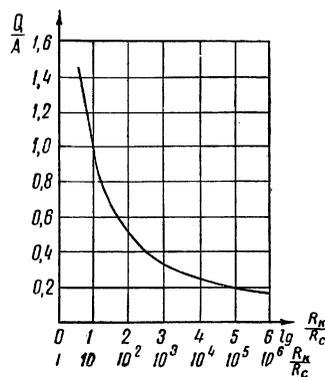


Рис. 112. График зависимости дебита скважины от ее радиуса  $R_c$  и от радиуса  $R_{\kappa}$  контура области питания; случай плоско-радиального притока к скважине по линейному закону фильтрации.

Таблица 18

Зависимость величины  $\frac{Q}{A}$  от  $\frac{R_c}{R_{\kappa}}$

$\frac{R_{\kappa}}{R_c}$	$\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}$	$\frac{Q}{A}$	$\frac{R_{\kappa}}{R_c}$	$\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}$	$\frac{Q}{A}$
$10^6$	6	0,17	$10^2$	2	0,50
$10^5$	5	0,20	10	1	1,00
$10^4$	4	0,25	5	0,70	1,43
$10^3$	3	0,33	1	0	$\infty$

На основании формулы (1, XIV) составлена табл. 18 и построена кривая линия на рис. 112; таблица и график отражают зависимость

величины  $\frac{Q}{A}$  от отношения радиусов  $\frac{R_k}{R_c}$ . При  $A = \text{const}$  упомянутые таблицы и график отражают зависимость дебита скважины от  $\frac{R_k}{R_c}$ , т. е. либо от  $R_c$  при  $R_k = \text{const}$ , либо от  $R_k$  при  $R_c = \text{const}$ . Последняя строка таблицы приведена лишь для пояснения тенденции изменения величины дебита скважины при  $R_c \rightarrow R_k$ .

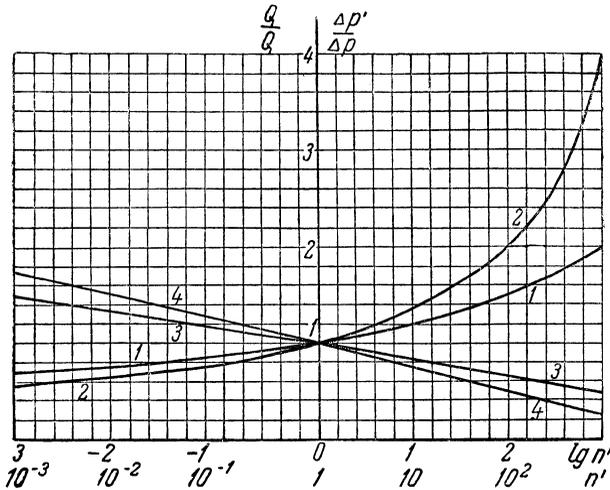


Рис. 113. Графики, характеризующие изменения забойного давления и дебита скважины при изменении ее радиуса в  $n'$  раз; случай плоско-радиального притока к скважине по линейному закону фильтрации. 1 — график  $\frac{Q'}{Q}$  при  $\frac{R_k}{R_c} = 10^6$ ; 2 — график  $\frac{Q'}{Q}$  при  $\frac{R_k}{R_c} = 10^4$ ; 3 — график  $\frac{\Delta p'}{\Delta p}$  при  $\frac{R_k}{R_c} = 10^6$ ; 4 — график  $\frac{\Delta p'}{\Delta p}$  при  $\frac{R_k}{R_c} = 10^4$ .

На основании формулы (2, XIV) составлена табл. 19 и построены графики рис. 113 для случаев  $\frac{R_k}{R_c} = 10^6$  и  $\frac{R_k}{R_c} = 10^4$ ; если принять  $R_c = 10$  см, т. е. диаметр скважины примерно равен 8'', то упомянутые случаи соответствуют значениям радиуса контура области питания  $R_k = 100$  км и  $R_k = 1$  км.

Проанализируем таблицы и графики.

Из табл. 18 и графика рис. 112 видно, что дебит скважины изменяется очень медленно в практически наиболее интересном диапазоне изменения отношения  $\frac{R_k}{R_c}$  от  $10^3$  до  $10^6$ .

Рис. 112 построен на полулогарифмической сетке, причем масштабы осей абсцисс и ординат разные.

Табл. 19 подтверждает, что изменение радиуса скважины сравнительно мало отражается на изменении ее дебита. Так, например, при  $R_k = 10^4 R_c$  нужно было бы увеличить радиус скважины в 100 раз, чтобы ее дебит увеличился вдвое, при увеличении же радиуса скважины вдвое ее дебит увеличивается только на 8%. Если  $R_k = 10^6 R_c$ , влияние изменения радиуса сказывается еще меньше.

Т а б л и ц а 19

Зависимость величины  $\frac{Q'}{Q}$  от  $n'$

$n'$	$\lg n'$	$\frac{Q'}{Q}$ при	$\frac{Q'}{Q}$ при
		$\frac{R_k}{R_c} = 10^6$	$\frac{R_k}{R_c} = 10^4$
0,001	-3	0,67	0,57
0,01	-2	0,75	0,67
0,1	-1	0,86	0,80
0,5	-0,3	0,95	0,93
1	0	1,00	1,00
2	0,3	1,05	1,08
10	1	1,20	1,33
100	2	1,50	2,00
1000	3	2,00	4,00

Из рис. 113 видно, что правее оси ординат, т. е. при  $n' > 1$ , подъем кривых 1 и 2 интенсивнее, чем слева от той же оси (т. е. при  $n < 1$ ). Следовательно, увеличение радиуса скважины в какое-то число раз сильнее сказывается на дебите, чем уменьшение радиуса в то же число раз.

Так, например, при  $R_k = 10^4 R_c$  увеличение радиуса скважины в 10 раз вызывает увеличение дебита на 33%, а уменьшение радиуса в 10 раз вызывает уменьшение дебита на 20%. Чем больше величины отношения  $\frac{R_k}{R_c}$  и чем ближе величина  $n'$  к 1, тем меньше разница между приростом и уменьшением дебита скважины при увеличении или уменьшении ее радиуса в одно и то же число раз.

До сих пор, пользуясь формулами (1, XIV)–(2, XIV), мы выясняли влияние изменения радиуса скважины на изменение ее дебита при сохранении постоянного перепада давления (т. е. при сохранении забойного динамического давления) и при всех прочих одинаковых условиях. Перейдем к выяснению влияния радиуса скважины на изменение перепада давления при сохранении постоянного дебита.

Допустим, что перепад давления (разность между статическим и динамическим давлениями на забое скважины) равен  $\Delta p$  при радиусе скважины  $R_c$ ; перепад давления обозначим через  $\Delta p'$  при сохранении прежнего дебита и всех прочих одинаковых условиях, но при измененном в  $n'$  раз радиусе скважины  $R'_c$ , так что  $R'_c = n' R_c$ .

Из формулы (21, IX), справедливой в случае плоско-радиального притока несжимаемой жидкости к скважине по линейному закону фильтрации в условиях водонапорного режима, получим:

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = \frac{\lg \frac{R_k}{R'_c}}{\lg \frac{R_k}{R_c}} = 1 - \frac{\lg n'}{\lg \frac{R_k}{R_c}}. \quad (3, XIV)$$

На основании формулы (3, XIV) можно утверждать, что  $\Delta p' < \Delta p$  при  $n' > 1$ , т. е. при увеличении радиуса скважины требуется создать меньшее понижение давления на ее забое для получения того же дебита, что и при первоначальном малом радиусе.

В табл. 20 приведены результаты подсчетов по формуле (3, XIV), иллюстрирующие влияние радиуса скважины на понижение ее забойного давления.

С помощью табл. 20 построены линии 3 и 4 на рис. 113; линия 3 для случая  $R_k = 10^6 R_c$ , линия 4 — для случая  $R_k = 10^4 R_c$ . В полулогарифмической сетке обе линии 3 и 4 оказались прямыми, что и следовало ожидать, ибо отношение  $\frac{\Delta p'}{\Delta p}$  линейно зависит от  $\lg n'$  — см. формулу (3, XIV).

Из прямолинейности линий 3 и 4 следует, что увеличение радиуса в некоторое число раз на столько же уменьшает перепад давления в скважине, на сколько его увеличивает уменьшение радиуса в то же число раз.

Из сравнения формул (2, XIV) и (3, XIV) и табл. 19 и 20 видно, что увеличение радиуса скважины во столько раз увеличивает ее дебит при

<sup>1</sup>Смысл величины  $\delta$ , входящей в табл. 20, будет выяснен дальше.

Таблица 20<sup>1</sup>

**Зависимость величин  $\frac{\Delta p'}{\Delta p}$  и  $\delta$  от  $n$**

$n'$	$\frac{\Delta p'}{\Delta p}$ или $\delta$	$\frac{\Delta p'}{\Delta p}$ или $\delta$
	при $\frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}} = 10^6$	при $\frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}} = 10^4$
0,001	1,50	1,75
0,01	1,33	1,50
0,1	1,17	1,25
0,5	1,05	1,08
1	1,00	1,00
2	0,95	0,92
10	0,83	0,75
100	0,67	0,50
1000	0,50	0,25

сохранении перепада давления, во сколько раз уменьшается перепад давления при сохранении дебита.

Формула (3, XIV) справедлива и для *установившегося* плоско-радиального притока к скважине *сжимаемой* жидкости по линейному закону фильтрации в условиях водонапорного режима, ибо дебит сжимаемой жидкости также (с точностью до величин, которыми вследствие их малости пренебрегают) зависит от перепада давления, как и дебит скважины при притоке к ней абсолютно несжимаемой жидкости, ср. формулы (21, IX) и (28, XI).

Наоборот, в случае плоско-радиального (приблизенно) притока к скважине жидкости со свободной поверхностью в условиях гравитационного режима и когда справедлив линейный закон фильтрации, формула (3, XIV) не может быть применена. Действительно, сохраняя принятые выше обозначения, из формул (21, X), (22, X) получим:

$$\frac{h_{\text{к}}^2 - h_{\text{с}}'^2}{h_{\text{к}}^2 - h_{\text{с}}^2} = \frac{p_{\text{к}}^2 - p_{\text{с}}'^2}{p_{\text{к}}^2 - p_{\text{с}}^2} = \frac{\lg \frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}'}}{\lg \frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}}} \quad (4, \text{XIV})$$

или

$$\frac{2h_{\kappa}s' - s'^2_c}{2h_{\kappa}s - s^2} = \frac{2p_{\kappa}\Delta p' - (\Delta p')^2}{2p_{\kappa}\Delta p - (\Delta p)^2} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}}{R'_c}}{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \quad (5, \text{XIV})$$

где  $h_{\kappa}$  — высота начального статического уровня;  $h_{\kappa}$  — высота динамического уровня в скважине;  $s$  — понижение уровня в скважине, а  $p_{\kappa}$ ,  $p_c$  и  $\Delta p$  — соответствующие давления и перепад давления, причем все эти величины отвечают радиусу скважины  $R_c$ ; теми же буквами, но с акцентами отмечены соответствующие величины для радиуса скважины  $R'_c$ , измененного по сравнению с прежним в  $n'$  раз ( $R'_c = n'R_c$ ), причем дебит скважины и все прочие условия сохранены неизменными.

Обозначим для краткости буквой  $\delta$  отношение логарифмов, входящее в правую часть формул (4, XIV) и (5, XIV):

$$\delta = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}}{R'_c}}{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}} = 1 - \frac{\lg n'}{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}}. \quad (6, \text{XIV})$$

Сравнивая формулы (3, XIV) и (6, XIV) видим, что их правые части одинаковы, а потому табл. 20 можно использовать для определения значений величины  $\delta$ .

Из формул (4, XIV) и (6, XIV) получим:

$$p_{\kappa}^2 - p'^2_c = \delta(p_{\kappa}^2 - p_c^2). \quad (7, \text{XIV})$$

Решая уравнение (7, XIV), после несложных преобразований найдем:

$$p_c = \sqrt{1 - \delta \left[ 1 - \left( \frac{p_c}{p_{\kappa}} \right)^2 \right]} p_{\kappa} = \sqrt{1 - \delta \left[ 2 \frac{\Delta p}{p_{\kappa}} - \left( \frac{\Delta p}{p_{\kappa}} \right)^2 \right]} p_{\kappa}. \quad (8, \text{XIV})$$

Конечно, тот же результат мог бы быть получен из формул (5, XIV) — (6, XIV).

Проанализируем формулу (8, XIV) применительно к двум крайним случаям: очень большого и очень малого понижения забойного давления (понижения уровня) в скважине.

Допустим сначала, что динамическое забойное давление в скважине понижено столь сильно, т. е. величина  $p_c$  настолько мала, что квадратом отношения  $\left(\frac{p_c}{p_k}\right)$  можно пренебречь.

Тогда из выражения (8, XIV) получим:

$$p'_c = \sqrt{1 - \delta} p_k. \quad (9, \text{XIV})$$

Понятно, что формула (9, XIV) справедлива лишь при  $\delta < 1$ , т. е. при  $n' > 1$ , ибо, приняв  $p_c \cong 0$ , нельзя требовать сохранения дебита скважины при уменьшении ее радиуса.

Как видно из табл. 20,  $\delta = 0,83 \sim 0,75$  при десятикратном увеличении радиуса скважины. Подставляя это значение  $\delta$  в формулу (9, XIV), найдем:

$$\frac{p'_c}{p_k} = 0,41 \sim 0,50, \quad (10, \text{XIV})$$

или, учитывая, что  $\Delta p' = p_k - p'_c$  и что в данном случае  $\Delta p \cong p_k$ :

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = 0,59 \sim 0,50. \quad (11, \text{XIV})$$

Даже при двукратном увеличении радиуса скважины получаем:

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = 0,78 \sim 0,72. \quad (12, \text{XIV})$$

Следовательно, при большом понижении уровня в скважине увеличение ее радиуса довольно заметно сказывается на уменьшении понижения уровня при сохранении постоянного дебита.

Рассмотрим теперь другой крайний случай, допустим, что перепад давления  $\Delta p$  настолько мал, что квадратом величины  $\frac{\Delta p}{p_k}$  можно пренебречь. Учитывая это и раскладывая правую часть равенства (8, XIV) в ряд по формуле бинома Ньютона (для дробного показателя степени), получим:

$$p'_c = \left(1 - \delta \frac{\Delta p}{p_k}\right) p_k \quad (13, \text{XIV})$$

или

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = \delta. \quad (14, \text{XIV})$$

Формулы (3, XIV) и (14, XIV) совпадают, а следовательно, при малом понижении уровня в скважине, к которой притекает жидкость со свободной поверхностью, влияние изменения радиуса сказывается на изменении перепада давления (при сохранении дебита) так же, как и в условиях водонапорного режима.

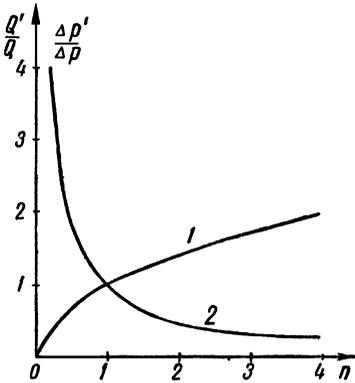


Рис. 114. Графики, характеризующие изменение забойного давления и дебита скважины при изменении ее радиуса в  $n'$  раз; случаи плоско-радиального притока к скважине по закону Краснопольского.

крайний возможный случай нарушения закона фильтрации — движение жидкости или газа во всем пласте по закону Краснопольского. На основании формулы (75, IX) при  $n_0 = 2$  или из аналогичной формулы для дебита газовой скважины получим:

$$\frac{Q'}{Q} = \sqrt{\frac{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_k}}{\frac{1}{R'_c} - \frac{1}{R_k}}}, \quad (15, XIV)$$

где  $Q'$  и  $Q$  — дебиты скважины, отвечающие соответственно, радиусам  $R_c$  и  $R_k$ , где  $R'_c = n'R_c$ ; предполагается, что понижение забойного давления в скважине сохраняется постоянным.

Следует заметить, что формула (33, XII) дебита газовой скважины такова же, как и формула (21, X) дебита скважины, эксплуатирующейся в условиях гравитационного режима. Поэтому все формулы (4, XIV)–(14, XIV), отражающие влияние изменения радиуса скважины на изменение перепада давления (при сохранении дебита), в равной мере справедливы и для плоско-радиального притока газа к скважине по линейному закону фильтрации.

Перейдем к исследованию влияния радиуса скважины на ее производительность в условиях фильтрационных потоков второго типа, см. начало данного параграфа.

При плоско-радиальном притоке газа или жидкости к скважине по нелинейному закону фильтрации влияние радиуса скважины следует учитывать по формуле типа (75, IX). Рассмотрим

Учитывая, что  $R_k \gg R_c$ , последнюю формулу упростим так:

$$\frac{Q'}{Q} = \sqrt{\frac{R'_c}{R_k}} = \sqrt{n'}. \quad (16, \text{XIV})$$

Вторая колонка табл. 21, составленная на основании формулы (16, XIV), иллюстрирует влияние изменения радиуса скважины на ее дебит при сохранении неизменного перепада давления. С помощью табл. 21 построена кривая 1 на рис. 114; эта кривая — парабола, ось которой совпадает с осью абсцисс и вершина лежит в начале координат, служит графикам формулы (16, XIV).

Для плоско-радиального притока несжимаемой жидкости к скважине по закону фильтрации Краснопольского влияние радиуса на перепад давления можно оценить на основании формулы (75, IX) при  $n_0 = 2$  следующим образом:

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = \frac{\frac{1}{R'_c} - \frac{1}{R_k}}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_k}}, \quad (17, \text{XIV})$$

где  $\Delta p'$  и  $\Delta p$  — перепады давления, отвечающие соответственно радиусам  $R'_c$  и  $R_c$  при сохранении постоянного дебита скважины. Учитывая, что  $R_k \gg R_c$ , последнюю формулу упростим так:

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = \frac{R_c}{R'_c} = \frac{1}{n'}. \quad (18, \text{XIV})$$

Правая колонка табл. 21 рассчитана на основании формулы (18, XIV); на рис. 114 ей соответствует кривая 2 — равнобочная гиперболой, оси которой совпадают с осями координат.

Из сравнения правой и средней колонок табл. 21, видно, что изменение радиуса скважины меньше сказывается на изменении ее дебита, чем на изменении перепада давления. Кроме того, из сопоставления табл. 19 и 20 с табл. 21 можно сделать следующий вывод: в условиях движения жидкостей по линейному закону фильтрации влияние изменения радиуса скважины оказывается значительно менее интенсивным, чем в условиях движения жидкостей по закону Краснопольского. Так, например, двукратное увеличение радиуса скважины в первом случае (см. табл. 19) вызывает увеличение дебита на 5 ~ 8% (в зависимости от отношения величин  $R_k$  и  $R_c$ ) при сохранении перепада давления, тогда как во втором случае (см. табл. 21) дебит увеличивается на 40%.

Таблица 21

Зависимость величин  $\frac{Q'}{Q}$  и  $\frac{\Delta p'}{\Delta p}$  от  $n'$

$n'$	$\frac{Q'}{Q}$	$\frac{\Delta p'}{\Delta p}$ от $n'$
0,01	0,10	100
0,10	0,32	10
0,50	0,71	2
1	1	1
2	1,4	0,50
10	3,2	0,10
100	10	0,01

В главе IX было установлено, что в практически интересных случаях плоско-радиального движения нельзя ожидать нарушения линейного закона фильтрации во всем фильтрационном потоке; размеры области кризиса этого закона тем больше, чем больше дебит скважины.

Отсюда следует, что в реальных условиях, когда этот закон фильтрации нарушается в призабойной зоне, влияние изменения радиуса скважины на ее дебит должно быть более интенсивным, чем на то указывает формула (2, XIV), и менее интенсивным, чем указывает формула (16, XIV). Эти формулы дают как бы крайние пределы интенсивности влияния радиуса скважины в условиях плоско-радиального движения.

Далее, поскольку с увеличением размеров области кризиса линейного закона фильтрации растет влияние нарушения этого закона на дебит скважины, постольку справедлив следующий вывод: с увеличением дебита скважины интенсивность влияния ее радиуса на дебит и на перепад давления должна (если при рассматриваемых величинах дебита линейный закон в призабойной зоне нарушен) возрастать; см. по этому поводу Щелкачев [209 и 215].

Перейдем к исследованию влияния радиуса скважины на ее производительность в условиях сферического радиального потока жидкостей по линейному закону фильтрации; это соответствует потоку третьего типа, см. начало данного параграфа.

Из формулы (51, IX) для жидкости и, следовательно (см. общие замечания в главах XII и XIII о применимости формул движения несжимаемой жидкости к соответствующим случаям движения газа и газированной жидкости), для газа и газированной жидкости получим сле-

дующее соотношение:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_k}}{\frac{1}{R'_c} - \frac{1}{R_k}}. \quad (19, \text{XIV})$$

В этой формуле, иллюстрирующей влияние изменения радиуса скважины на ее дебит при сохранении перепада давления, приняты те же обозначения, которые были использованы в предыдущих формулах данного параграфа.

Учитывая, что  $R_k \gg R_c$ , получим упрощенную формулу:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{R'_c}{R_c} = n'. \quad (20, \text{XIV})$$

Из последней формулы ясно видно, что в рассматриваемых условиях потока третьего типа влияние изменения радиуса скважины на ее дебит значительно интенсивнее, чем в условиях потоков первых двух типов. В предыдущих главах отмечалось, что в практически интересных случаях сферическое радиальное движение если приблизительно иногда и существует, то во всяком случае оно не может выдерживаться в пласте на большом протяжении. Все же только что сделанный теоретический вывод позволяет сформулировать следующее заключение, представляющее несомненный интерес для практики: чем сильнее скважина отклоняется от гидродинамически совершенной по степени вскрытия пласта, тем сильнее радиус скважины влияет на ее дебит.

Для тех же условий потока третьего типа, но ограничиваясь только случаем притока к скважине несжимаемой жидкости, выясним влияние радиуса скважины на перепад давления<sup>2</sup>.

Принимая во внимание, что  $R_k \gg R_c$ , из формулы (55, IX) получим ту же формулу (18, XIV), для которой была построена кривая<sup>2</sup> на рис. 114 и были выполнены подсчеты, приведенные в табл. 21.

Обратимся к исследованию потоков четвертого типа.

В § 5 главы IX был указан метод, на основании которого легко выводится формула дебита для сферического радиального потока жидкости к скважине по закону фильтрации Краснопольского. Пропуская промежуточные выкладки, запишем окончательную формулу, иллюстрирующую влияние радиуса скважины на ее дебит при сохранении

<sup>2</sup>Аналогичный вопрос для газовой скважины предоставляем разобрать читателю по тому методу, который выше был использован при выводе и анализе формул (4, XIV)–(14, XIV).

постоянного перепада давления:

$$\frac{Q'}{Q} = \left( \frac{R'_c}{R_c} \right)^{\frac{3}{2}} = (n')^{\frac{3}{2}}. \quad (21, \text{XIV})$$

Эта формула справедлива для притока не только жидкости, но и газа к скважине в только что упомянутых условиях фильтрационных потоков четвертого типа. Влияние радиуса скважины на ее дебит сказывается в данном случае еще сильнее, чем во всех ранее разобранных случаях, хотя и здесь следует напомнить, что допущение справедливости закона фильтрации Краснопольского во всем пласте преувеличивает возможности нарушения линейного закона фильтрации.

Перейдем к заключительным выводам, вытекающим из анализа формул, выведенных в данном параграфе.

1. При плоско-радиальном движении жидкостей и газов в пласте по линейному закону фильтрации влияние радиуса скважины на ее дебит и на перепад давления оказывается наиболее слабым. Однако в реальных условиях скважины чаще всего бывают гидродинамически несовершенными и по степени и по характеру вскрытия пласта. Это нарушает в призабойной зоне плоско-параллельность потока, делает его трехмерным и, кроме того, облегчает возможности нарушения линейного закона фильтрации. Поведение скважины особенно сильно зависит от условий движения жидкостей и газов именно в призабойной зоне. Нарушения линейного закона фильтрации и двумерности потока вызывают значительно более сильное влияние радиуса скважины на ее дебит и перепад давления, чем то обнаруживается из исследований потоков первого типа (см. начало данного параграфа).

Отсюда следует, что нельзя, как это часто делают, обосновывать на формуле типа (1, XIV) якобы универсальный вывод о слабом влиянии радиуса скважины на ее производительность.

2. Влияние изменения радиуса скважины на ее дебит не остается постоянным, а может возрастать с увеличением дебита (при росте области кризиса линейного закона фильтрации).

3. Влияние изменения радиуса скважины на перепад давления при сохранении постоянного дебита либо *столь же* интенсивно (в условиях водонапорного режима при движении жидкости по линейному закону фильтрации, когда дебит пропорционален перепаду давления и, следовательно, индикаторные линии прямолинейны), как и влияние радиуса на дебит при сохранении постоянного перепада давления, либо еще более интенсивно (при притоке к скважине газа и газированной жидкости, при притоке несжимаемой жидкости со свободной поверхностью

в условиях гравитационного режима, а также в условиях водонапорного режима при нарушении линейного закона фильтрации).

4. До сих пор слишком мало внимания уделяли возможному влиянию радиуса скважины на перепад давления<sup>3</sup>.

Обычно, ссылаясь на промысловые наблюдения, утверждали, что дебиты скважин разного диаметра в однородном пласте оказывались приблизительно одинаковыми. Однако не учитывали, ценой создания какого перепада давления достигали равенства дебитов.

5. Следует всемерно поощрять новые практические решения вопроса об увеличении диаметра забоя скважины, ибо это во многих случаях способствует увеличению ее дебита и снижению перепада давления. В пластах, сложенных известняками, увеличение диаметра скважины может значительно способствовать увеличению ее производительности не только по причинам, рассмотренным выше, но и потому, что это часто бывает связано со включением новых трещин в систему микроканалов пласта, питающих скважину.

Наконец, рассмотрим еще одно соображение, впервые высказанное проф. Б. Б. Лапуком, по поводу влияния радиуса скважины на ее производительность. Именно, во многих случаях добыча жидкости и газа из пласта лимитируется следующим требованием: нельзя превосходить некоторую величину скорости фильтрации (ее максимальное значение в обычных условиях всегда бывает у стенки скважины), при которой начинается интенсивный вынос песка в скважину.

Назовем упомянутое критическое [максимально допустимое для данной породы и данной жидкости (или газа)] значение скорости фильтрации через  $v_{\max}$ . Тогда максимальный допустимый дебит скважины определится так:

$$Q_{\max} = F \cdot v_{\max} = 2\pi R_c b v_{\max}, \quad (22, \text{XIV})$$

где  $F$  — поверхность стенки скважины, все остальные обозначения сохранены прежние, причем предполагается, что приток жидкости (или газа) к скважине плоско-радиальный.

Из последней формулы следует, что в соответствующих случаях, когда добыча жидкости и газа из скважины ограничивается упомянутыми геологическими факторами, максимальный допустимый дебит скважины прямо пропорционален радиусу ее забоя.

В заключение коснемся вопроса о влиянии радиуса  $R_k$  контура области питания на производительность скважины.

В формулы (1, XIV)–(14, XIV) радиус  $R_k$  входит под знаком логарифма. Следовательно, для фильтрационных потоков первого типа

<sup>3</sup>На это обстоятельство было обращено внимание в статье В. Н. Щелкачева [215].

влияние радиуса контура области питания столь же ничтожно, как и влияние радиуса самой скважины. В условиях потоков II–IV типов влияние радиуса  $R_k$  почти совсем не чувствуется — величина  $R_k$  не входит в соответствующие формулы, если справедливо допущение о том, что  $R_k \gg R_c$ , и если (в потоках II и IV типов) закон фильтрации значительно отличается от линейного закона, см. подстрочное примечание в § 5 главы IX по поводу возможности перехода от точной формулы (75, IX) к приближенной (77, IX).

Следовательно, ошибка в оценке величины  $R_k$  весьма мало отражается на подсчетах дебита скважины. Последнее замечание очень существенно, ибо на практике трудно точно оценить величину  $R_k$ , но, повторяем, это не вносит заметных погрешностей в расчеты подземной гидравлики (по крайней мере в те подсчеты, которые связаны с практически установившимися потоками).

## § 2. Влияние гидродинамического несовершенства скважины на ее производительность

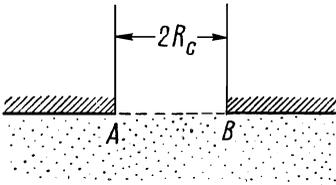


Рис. 115. Гидродинамически несовершенная скважина, вскрывшая кровлю пласта весьма большой мощности.

Приток жидкости или газа к скважине перестает быть плоским и радиальным, если она гидродинамически несовершенна, либо по степени вскрытия пласта, либо по характеру его вскрытия, либо сразу по обоим признакам, см. § 1 главы VIII. Поэтому элементарными методами невозможно строго исследовать особенности притока жидкости или газа к гидродинамически несовершенной скважине. С этой точки зрения нам не следовало бы касаться упомянутой проблемы в данной части курса, ибо она посвящена анализу только таких задач, решение которых доводится до конца с помощью элементарных методов. Однако строгое математическое исследование фильтрационных потоков к гидродинамически несовершенным скважинам требует применения столь сложного математического аппарата, что мы не считаем возможным использовать этот аппарат и в следующей части курса. Сами же задачи, несомненно, представляют большой интерес для практики.

Учитывая все эти соображения, мы в виде исключения решили исследовать приток к гидродинамически несовершенной скважине в данной части курса (считая ее широко доступной), но приводить доказа-

тельств не будем, а воспользуемся окончательными расчетными формулами.

Исследуем сначала особенности притока жидкости к скважине, гидродинамически несовершенной только по степени вскрытия пласта, причем во всех случаях пласт будем считать однородным, его режим водонапорным, режим фильтрации — подчиняющимся линейному закону фильтрации. Начнем с крайнего случая. Допустим, что скважина вскрывает только кровлю пласта неограниченной мощности, причем забой имеет форму полусферы (см. рис. 46).

При этих условиях будем иметь дело со сферическим радиальным потоком, исследованным в § 3 главы IX. На основании формулы (55, IX) дебит  $Q_1$  скважины определится так:

$$Q_1 = \frac{2\pi R_c k (p_k^* - p_c^*)}{\mu}, \quad (23, \text{XIV})$$

где  $p_k^*$  и  $p_c^*$  — приведенные давления (см. главу IX).

Если бы забой  $AB$  скважины был плоским (мощность пласта по-прежнему считаем неограниченной) (рис. 115), то формулу (23, XIV) применять было бы уже нельзя. Дебит скважины  $Q_2$  в данном случае определяется по следующей формуле [107]:

$$Q_2 = \frac{R_c k (p_k^* - p_c^*)}{\mu}. \quad (24, \text{XIV})$$

В последней формуле, так же как и в (23, XIV), принято, что  $R_k \gg R_c$ ; из этих двух формул находим:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{2}{\pi} \cong 0,64. \quad (25, \text{XIV})$$

Отсюда следует, что в рассматриваемых условиях пласта неограниченной мощности при плоском вскрытии скважиной кровли пласта теряется 36% дебита, соответствующего случаю скважины с полусферическим забоем у кровли.

Дебит  $Q_3$  скважины с полусферическим забоем у кровли, но в пласте конечной мощности  $b$  (см. рис. 116) определяется формулой:

$$Q_3 = \frac{2\pi R_c k (p_k^* - p_c^*)}{\mu \left( 1 + \frac{R_c}{b} \ln \frac{R_k}{4b} \right)}. \quad (26, \text{XIV})$$

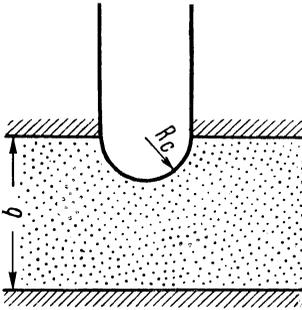


Рис. 116. Гидродинамически несовершенная скважина с полусферическим забоем, вскрывшая кровлю пласта конечной мощности.

лишь на 1%.

Следовательно, если скважина с полусферическим забоем вскрывает только кровлю пласта, то с точностью до 1–2% ее дебит можно подсчитывать по формуле (23, XIV) сферического радиального потока, если только  $b > 200R_c$ .

Сравнивая дебиты  $Q_1$  и  $Q_3$ , можем установить влияние мощности пласта  $b$  на дебит скважины, вскрывшей кровлю и имеющей забой полусферической формы. Из формул (23, XIV) и (26, XIV) находим:

$$\frac{Q_1}{Q_3} = 1 + \frac{R_c}{b} \ln \frac{R_k}{4b}. \quad (27, \text{XIV})$$

На основании формулы (27, XIV) рассчитана табл. 22, в которой отношение дебитов подсчитано для нескольких различных отношений величин  $b$ ,  $R_k$ ,  $R_c$ .

Из таблицы видно, что при  $R_c = 10 \text{ см}$ ,  $b = 200R_c = 20 \text{ м}$ ,  $R_k = 10^5 R_c = 10 \text{ км}$  дебит  $Q_1$  лишь на 2% больше дебита  $Q_3$ ; при тех же значениях  $R_c$  и  $b$ , но при  $R_k = 10^4 R_c = 1 \text{ км}$  дебит  $Q_1$  превышает  $Q_3$

Таблица 22

Зависимость величины  $\frac{Q_1}{Q_3}$  от  $\frac{b}{R_c}$

$\frac{b}{R_c}$	$\frac{Q_1}{Q_3}$ при $R_k = 10^5 R_c$	$\frac{Q_1}{Q_3}$ при $R_k = 10^4 R_c$
50	1,12	1,08
200	1,02	1,01
400	1,01	1,00

Последний вывод и другие приведенные в табл. 22 результаты подсчетов можно объяснить следующими простыми физическими соображениями: градиент давления особенно резко возрастает в непосредственной близости забоя скважины, вскрывшей только кровлю пласта. Именно в этой области происходит главная потеря напора в фильтрационном потоке.

Поэтому при  $R_k \gg R_c$  и  $b \gg R_c$  величины  $R_k$  и  $b$  не влияют

на дебит скважины; особенно заметное влияние на дебит скважины оказывает лишь величина ее собственного радиуса  $R_c$ .

Обозначим через  $Q$  дебит гидродинамически совершенной скважины, вскрывшей пласт по всей его мощности (см. рис. 45); по формуле (21, IX) получим:

$$Q = \frac{2\pi kb(p_k^* - p_c^*)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (28, \text{XIV})$$

Таблица 23  
Зависимость величины  $\delta_3$  от  $\frac{b}{R_c}$

$\frac{b}{R_c}$	$\delta_3$
50	0,20
200	0,06
400	0,03

Воспользуемся так называемым «коэффициентом совершенства» скважины<sup>1</sup>, показывающим, какую долю дебита гидродинамически совершенной скважины составляет дебит несовершенной скважины, неполностью вскрывшей тот же пласт *при том же перепаде давления и при всех прочих равных условиях*, обозначим этот коэффициент буквой  $\delta$ . Сравнивая формулы (26, XIV) и (28, XIV), получим:

$$\delta_3 = \frac{Q_3}{Q} = \frac{\ln \frac{R_k}{R_c}}{\frac{b}{R_c} + \ln \frac{R_k}{4b}}. \quad (29, \text{XIV})$$

По формуле (29, XIV) рассчитана табл. 23 при  $R_k = 10^5 R_c$ . Из таблицы видно, что, например, при  $R_c = 10$  см,  $b = 200 R_c = 20$  м дебит скважины с полусферическим забоем, вскрывшей только кровлю пласта, составляет 6% дебита гидродинамически совершенной скважины.

Допустим, что гидродинамически несовершенная скважина вскрыла только верхнюю часть мощности пласта на глубину  $a$  (см. рис. 117).

В этом случае приток жидкости к скважине не будет ни плоско-адимальным, ни радиально-сферическим и даже приближенно не может быть рассматриваем так, как это предлагал Слехтер.

Слехтер рассматривал приток жидкости к гидродинамически несовершенной скважине как комбинацию двух элементарных потоков: плоско-радиального (мощности  $a$ ) к цилиндрической боковой поверхности стенки скважины и радиально-сферического к дну скважины.

<sup>1</sup>Название «коэффициент совершенства» было введено М. М. Глоговским; М. Н. Тихов [168] тот же коэффициент называл «коэффициент понижения продуктивности скважины».

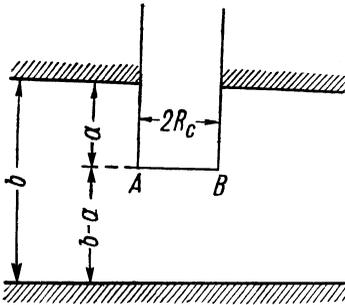


Рис. 117. Гидродинамически несовершенная скважина, вскрывшая на глубину  $a$  пласт конечной мощности.

На самом деле приток к скважине, гидродинамически несовершенной лишь по степени вскрытия пласта, будет осесимметричным, но трехмерным. Часть жидкости в пласте под горизонтальной плоскостью, проходящей через забой скважины  $AB$ , будет двигаться к скважине, и потому частицы в потоке будут иметь не только радиальную, но и вертикальную составляющую скорости. Поверхности равных напоров не будут уже цилиндрическими поверхностями с вертикальными образующими. На каждую единицу мощности пласта вдоль стенки скважины расход жидкости будет различным. Количество жидкости, протекающей в скважину за единицу времени и на единицу мощности пласта, будет тем большим, чем ближе к дну скважины учитываемая единица мощности пласта.

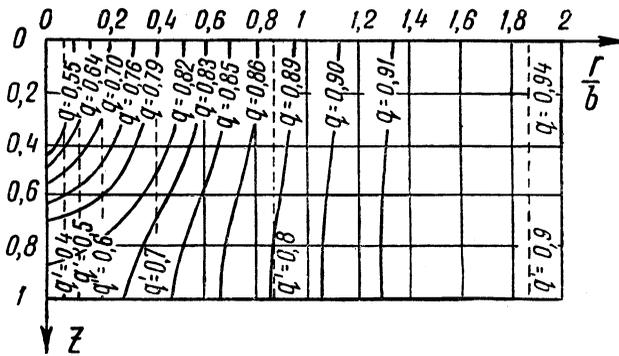


Рис. 118. Линии равных напоров в пласте, наполовину вскрытом гидродинамически несовершенной скважиной.

На рис. 118, заимствованной из книги [120], сплошные линии изображают линии равных напоров — вертикальные сечения поверхностей равных напоров; около каждой из этих линий проставлены значения ве-

личины  $q$ , которая равна относительной потере напора в любой точке на соответствующей поверхности равного напора:

$$q = \frac{p^* - p_c^*}{p_k^* - p_c^*}. \quad (30, \text{XIV})$$

В последней формуле величина  $(p^* - p_c^*)$  равна уменьшению (потере) приведенного давления на пути от какой-либо точки поверхности равного напора до скважины; величина  $(p_k^* - p_c^*)$  равна уменьшению (полной потере) приведенного давления на пути от контура области питания до скважины. Обе только что упомянутые величины пропорциональны соответствующим разностям напоров, см. формулу (26, IX).

На рис. 118 вдоль оси абсцисс отложены значения расстояния  $r$  от оси скважины в долях мощности пласта  $b$ ; на оси ординат — значения расстояния  $z$ , отсчитываемого вниз от кровли пласта, причем последнее расстояние также взято в долях мощности пласта. Следовательно, единице расстояния на рис. 118 соответствует полная мощность пласта  $b$ . Эта фигура построена для случая половинного вскрытия пласта скважиной, т. е. при  $a = \frac{1}{2}b$ ; кроме того, принято:  $R_c = 3'' \cong 7,6 \text{ см}$ ,  $b = 38 \text{ м}$ ,  $R_k = 152 \text{ м}$  или, вообще,  $b = 500R_c$ ,  $R_k = 2000R_c$ .

Из рис. 118 видно, что вблизи скважины форма поверхностей равного напора напоминает форму поверхности скважины, а на расстоянии от оси скважины, соответствующем двойной мощности пласта ( $r = 2b$ ), эти поверхности с высокой степенью точности могут быть приняты за боковые поверхности цилиндров с вертикальными образующими.

Следовательно, в рассматриваемом случае поток жидкости к гидродинамически несовершенной скважине оказывается плоско-радиальным при  $r > 2b$  и лишь при  $r < 2b$  нарушается плоско-радиальность потока. Чем больше величина  $\frac{a}{b}$ , тем ближе подходит к оси скважины область плоско-радиального потока.

На рис. 118 проведены пунктирные линии, соответствующие линиям равных напоров для случая строгого плоско-радиального потока (при  $a = b$ ); около этих линий проставлены соответствующие значения величины  $q'$ , которая определяется той же формулой (30, XIV), но подсчитывается для плоско-радиального потока.

Сравнение сплошных и пунктирных линий на рис. 118 показывает, что вблизи гидродинамически несовершенной скважины, поверхности равных напоров располагаются теснее, чем вблизи гидродинамически совершенной скважины.

Для дебита  $Q_4$  гидродинамически несовершенной скважины, схематически изображенной на рис. 117, была предложена приближенная формула (см. [120]), подсчеты по которой почти совершенно совпадают с подсчетами по более строгой, но гораздо более сложной формуле. Эта приближенная формула имеет вид:

$$Q_4 = \frac{2\pi kb(p_k^* - p_c^*)}{\mu \left\{ \frac{1}{2h} \left[ 2 \ln \frac{4b}{R_c} - \ln \frac{\Gamma(0, 875h) \cdot \Gamma(0, 125h)}{\Gamma(1 - 0, 875h) \cdot \Gamma(1 - 0, 125h)} \right] + \ln \frac{R_k}{4b} \right\}}, \quad (31, \text{XIV})$$

где  $Q_4$  — дебит гидродинамически несовершенной скважины;  
 $h$  — относительное вскрытие пласта, т. е.

$$h = \frac{a}{b}; \quad (32, \text{XIV})$$

$\Gamma$  — «гамма функция», табулированная во многих справочниках; см. например, Бронштейн И. Н. и Семендяев К. А. [21], Хютте [180]. Остальные обозначения, входящие в формулу (31, XIV), прежние.

Сопоставим дебит  $Q_4$  с дебитом  $Q_a$ , какой имела бы та же скважина, если бы приток жидкости к ней был строго плоско-радиальный, т. е. если бы мощность пласта была равна  $a$  — глубине вскрытия его скважиной:

$$Q_a = \frac{2\pi ka(p_k^* - p_c^*)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (33, \text{XIV})$$

На основании формул (31, XIV)–(33, XIV) построен график зависимости отношения дебитов  $\frac{Q_4}{Q_a}$  от величины  $h$ , характеризующей относительное вскрытие пласта; величину  $h$  будем для краткости называть степенью вскрытия пласта скважиной. При построении графика рис. 119 принято:  $b = 38$  м,  $R_k = 152$  м,  $R_c = 7,6$  см; на оси абсцисс отложена степень вскрытия пласта в процентах.

Из рис. 119 видно, что, когда степень вскрытия составляет 20%, истинный дебит несовершенной скважины превосходит дебит той же скважины в плоско-радиальном потоке на 50%, но уже при  $h \geq 60\%$  дебит  $Q_4$  превосходит  $Q_a$  не более чем на 20%; наоборот, при  $h \leq 6\%$  имеем  $Q_4 > 2Q_a$ , т. е. прирост дебита ( $Q_4 - Q_a$ ) за счет возможности притока к скважине жидкости из всей части пласта, расположенной ниже забоя, превосходит дебит  $Q_a$  плоско-радиального притока.

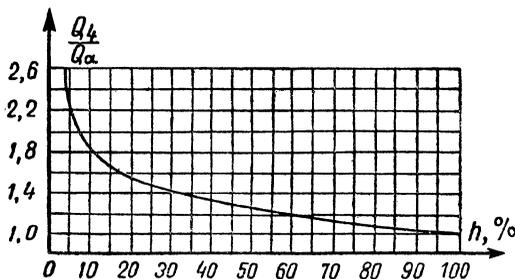


Рис. 119. График зависимости дебита гидродинамически несовершенной скважины от степени вскрытия пласта.

Последние результаты анализа графика рис. 119 подтверждают крайнюю неточность упомянутого выше метода Слехтера, предложенного им для приближенного подсчета дебита несовершенной скважины.

Чтобы выяснить потерю в дебите скважины от неполного вскрытия ей всей мощности пласта, интересно сравнить дебиты  $Q_4$  и  $Q$ , т. е. подсчитать коэффициент совершенства скважины  $\delta_4$ .

Из формул (31, XIV) и (28, XIV) найдем:

$$\delta_4 = \frac{Q_4}{Q} = \frac{\ln \frac{R_k}{R_c}}{\frac{1}{2h} \left[ 2 \ln \frac{4b}{R_c} - \ln \frac{\Gamma(0, 875h) \cdot \Gamma(0, 125h)}{\Gamma(1 - 0, 875h) \cdot \Gamma(1 - 0, 125h)} \right] + \ln \frac{R_k}{4b}} \quad (34, XIV)$$

Табл. 24 и 25 рассчитаны по формуле (34, XIV) соответственно для случаев  $R_k = 10^5 R_c$  и  $R_k = 10^4 R_c$ .

На основании табл. 24 на рис. 120 построены графики зависимости коэффициента совершенства скважины  $\delta_4$  от степени вскрытия пласта  $h$ . Эти графики, как и табл. 24, справедливы, лишь когда  $R_k = 10^5 R_c$ . Однако сравнение табл. 24 и 25 позволяет утверждать, что при изменении радиуса  $R_k$  в практически интересном диапазоне не только не изменится общий характер графиков, но мало изменятся абсолютные величины ординат для любых фиксированных значений абсцисс.

На основании графиков рис. 120 и табл. 24 и 25 можно утверждать, что с увеличением степени вскрытия пласта  $h$  коэффициент совершенства скважины, а следовательно, и ее дебит, возрастает сначала быстро, а затем все более и более медленно.

Таблица 24

Зависимость величины  $\delta_4$  от  $h$  ( $R_k = 10^5 R_c$ )

$h = \frac{a}{b}$	$\delta_4$ при $b = 50R_c$	$\delta_4$ при $b = 200R_c$	$\delta_4$ при $b = 400R_c$
0	0	0	0
0,1	0,45	0,30	0,26
0,2	0,58	0,46	0,41
0,3	0,69	0,58	0,53
0,4	0,77	0,67	0,64
0,5	0,83	0,76	0,72
0,6	0,88	0,82	0,80
0,7	0,93	0,88	0,86
0,8	0,96	0,93	0,92
0,9	0,99	0,97	0,97
1	1	1	1

Таблица 25

Зависимость величины  $\delta_4$  от  $h$  ( $R_k = 10^4 R_c$ )

$h = \frac{a}{b}$	$\delta_4$ при $b = 50R_c$	$\delta_4$ при $b = 200R_c$
0	0	0
0,1	0,39	0,26
0,2	0,53	0,40
0,3	0,64	0,52
0,4	0,72	0,62
0,5	0,80	0,71
0,6	0,86	0,79
0,7	0,91	0,86
0,8	0,95	0,92
0,9	0,98	0,97
1	1	1

Так, например, из табл. 24, когда  $R_c = 10$  см,  $R_k = 10^5 R_c = 10$  км,  $b = 200R_c = 20$  м, видно, что при увеличении  $h$  от 0,1 до 0,2, т. е. при увеличении вскрытой мощности пласта на 2 м, дебит несовершенной скважины  $Q_4$  возрастает на 16% от величины  $Q$ ; в тех же условиях, но при возрастании  $h$  от 0,8 до 0,9, т. е. опять на 2 м, дебит  $Q_4$  возрастает лишь на 4% от величины  $Q$ .

Зависимость дебита несовершенной скважины от мощности пласта при постоянной абсолютной глубине его вскрытия иллюстрируем следующим примером: примем за 100% дебит гидродинамически

совершенной скважины, когда  $b = a = 4 \text{ м}$  (см. рис. 117). Сохраним глубину вскрытия пласта  $a = 4 \text{ м}$  и будем менять его мощность  $b$  при сохранении всех прочих одинаковых условий. В табл. 26 приведены значения дебитов гидродинамически несовершенных скважин при  $b = 5 \text{ м}$ ,  $b = 20 \text{ м}$ ,  $b = 40 \text{ м}$ ; величины дебитов подсчитаны в процентах по отношению к дебиту гидродинамически совершенной скважины. При подсчетах было принято, что  $R_c = 10 \text{ см}$ ,  $R_k = 10^5 R_c = 10 \text{ км}$  и  $a = 40 R_c = 4 \text{ м}$ . Табл. 26 составлена на основании табл. 24; ее можно было бы подсчитать непосредственно по формулам (31, XIV)–(33, XIV).

Проанализируем на основании табл. 26 изменение среднего прироста дебита скважины на 1 м прироста мощности пласта. При увеличении мощности с 4 до 5 м, т.е. как раз на 1 м, дебит скважины увеличивается на 20%; при увеличении мощности пласта с 5 до 20 м дебит увеличивается на 110%, т.е. в среднем на 7,3% на 1 м прироста мощности; при увеличении мощности с 20 до 40 м дебит увеличивается на 30%, т.е. в среднем на 1,5% на 1 м прироста мощности. Отсюда следует, что увеличение абсолютной мощности однородного пласта первоначально сильно влияет на дебит скважины, имеющей постоянную глубину его вскрытия; дальнейший прирост мощности влияет менее интенсивно.

Приведем некоторые результаты [120], связанные с исследованием влияния анизотропности пласта на дебит гидродинамически несовершенной скважины. Допустим, что проницаемость пласта в направлении, перпендикулярном напластованию  $k_{\perp}$ , постоянная, но иная, чем проницаемость  $k$  вдоль напластования. Обозначим отношение этих проницаемостей через  $k'$ :

$$k' = \frac{k_{\perp}}{k}. \tag{35, XIV}$$

При малом вскрытии пласта его анизотропность оказывает на дебит гидродинамически несовершенной скважины более сильное влияние, чем при большом вскрытии. С увеличением величины  $k'$  от 0 до 1

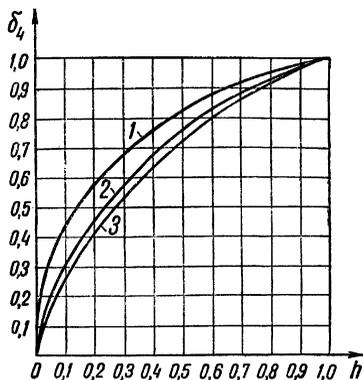


Рис. 120. Графики зависимости коэффициента совершенства скважины от степени вскрытия пласта. 1 —  $b = 50R_c$ ; 2 —  $b = 200R_c$ ; 3 —  $b = 400R_c$ .

**Зависимость дебита скважины и прироста дебита от величины мощности пласта**

Мощность, <i>м</i>	Дебит скважины, %	Средний прирост дебита скважины, % на каждый метр прироста мощности пласта по сравнению со случаем $b = 4$ м
4	100	—
5	120	20
20	230	8,1
40	260	4,4

дебит скважины непрерывно возрастает, но при малых значениях  $k'$  изменение в величине  $k'$  гораздо сильнее влияет на дебит скважины, чем соответствующее изменение  $k'$  при большом значении этой величины.

Поэтому при значениях  $k'$ , близких к 1, можно и не учитывать анизотропности пласта при подсчете дебита гидродинамически несовершенных скважин, т. е. можно пользоваться формулой (31, XIV).

Однако отмечено, что при  $k' < 0,1$  и когда степень вскрытия пласта не превосходит 20%, учитывать анизотропность пласта необходимо. При  $k' = 0$  движение жидкости к гидродинамически несовершенной скважине оказывается строго плоско-радиальным. Поэтому график рис. 119 можно использовать для выяснения вопроса о влиянии степени вскрытия пласта на дебит гидродинамически несовершенной скважины в крайнем случае равенства нулю проницаемости пласта в направлении, перпендикулярном напластованию.

Заведомо преувеличивая величину притока через дно скважины, можно было бы подсчитать расход жидкости через дно гидродинамически несовершенной скважины по формуле (26, XIV), заменяя в ней величину  $b$  на  $(b - a)$ , т. е. считая, что скважина вскрывает лишь кровлю пласта мощностью  $(b - a)$ . Результаты подсчетов показывают, что при  $R_c = 10$  см,  $R_k = 10^5 R_c = 10$  км,  $b = 200 R_c = 20$  м,  $a = 0,3b = 6$  м, расход жидкости  $Q_d$  через дно скважины составляет 10% от общего дебита скважины; при увеличении  $b$  (сохраняя постоянным отношение  $\frac{a}{b}$ ) или при увеличении отношения  $\frac{a}{b}$  величина  $Q_d$  оказывается еще меньшей. Если учесть, что в этом подсчете относительный расход жидкости через дно скважины сильно преувеличен, то станет возможным сделать

следующий вывод: для подсчета дебита скважины (и с проницаемым и с непроницаемым дном), гидродинамически несовершенной по степени вскрытия пласта, можно с достаточной для практики степенью точности пользоваться формулой (31, XIV), если  $a \gg R_c$ .

По поводу зависимости дебита гидродинамически несовершенной скважины от ее радиуса анализ формулы (31, XIV) вполне подтверждает вывод предыдущего параграфа: чем меньше степень вскрытия пласта скважиной, тем сильнее влияние ее радиуса на дебит. В пределе, когда  $a = 0$  и, следовательно,  $h = 0$ , дебит скважины оказывается линейно зависящим от ее радиуса.

В заключение изучения поведения скважины, гидродинамически несовершенной по степени вскрытия пласта, заметим, что коэффициент совершенства скважины всегда меньше единицы, см. формулы (29, XIV) и (34, XIV) и табл. 23–25. Казалось бы, что для увеличения коэффициента совершенства скважины, т. е. для улучшения ее производительности, следовало бы делать скважину гидродинамически совершенной — доводить забой до подошвы пласта. Однако в нефтепромысловой практике часто приходится считаться с наличием подошвенных вод и потому скважины либо с самого начала бурятся гидродинамически несовершенными, либо в процессе эксплуатации, по мере повышения зеркала подошвенных вод, в скважинах устанавливаются цементные мосты. В этих случаях гидродинамическое несовершенство скважин имеет целью предотвратить или оттянуть срок ее обводнения подошвенными водами. Здесь мы не можем касаться вопроса о том, когда и насколько это мероприятие (вскрытие скважиной только верхней части мощности пласта) оказывается эффективным по борьбе с обводнением скважины.

Перейдем к анализу *притока жидкости к скважине*, гидродинамически совершенной по степени вскрытия, но *несовершенной по характеру вскрытия пласта*. Допустим, что после соответствующего оборудования забоя скважина, вскрывшая однородный пласт от его кровли до подошвы, сообщается с пластом через круглые отверстия или через тонкие длинные щели (см. рис. 121–122), на которых схематично изображены участки внешней поверхности забойных фильтров.

С такими явлениями приходится сталкиваться в большинстве практически интересных случаев (за исключением открытого забоя, допускаемого в крепких горных породах):

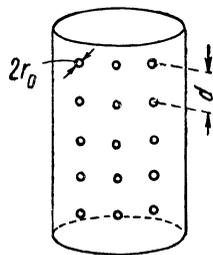


Рис. 121. Элемент фильтра с круглыми отверстиями.

1) в скважинах, в которых пласт вскрыт с помощью прострела круглых отверстий в обсадной трубе и в затрубном цементном кольце;

2) в скважинах, в которых башмак водозакрывающей колонны обсадных труб был установлен над пластом, на забой спущен хвостовик с отверстиями в стенке;

3) в скважинах, на открытый забой которых спущен специальный фильтр<sup>2</sup>.

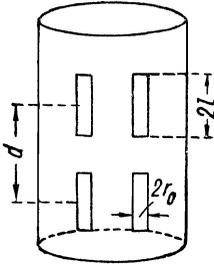


Рис. 122. Элемент фильтра с тонкими щелевидными отверстиями.

Как уже отмечалось выше, забой скважины обычно не доводится до подошвы пласта, так что в перечисленных выше случаях на практике приходится иметь дело со скважинами, несовершенными и по степени, и по характеру вскрытия пласта. Влияние несовершенства скважины только по степени вскрытия мы уже рассмотрели и потому теперь естественно рассмотреть гидродинамические особенности притока жидкости к скважине, которая несовершенна только по характеру вскрытия пласта. И здесь сохраним сначала

прежние предположения: пласт однородный и в нем движется только несжимаемая жидкость по линейному закону фильтрации; режим пласта водонапорный.

Гидродинамическому исследованию сформулированного выше вопроса посвящена статья М. Н. Тихова [168]; см. также [46, 121, 126]. Критический анализ всех перечисленных статей был в 1948 г. проведен В. И. Щуровым. В. И. Щуров дополнил и уточнил решение некоторых задач в этой области.

Строгое гидродинамическое исследование этого вопроса сложно; ограничимся описанием и анализом наиболее важных результатов.

Обозначим через  $\delta$  коэффициент совершенства скважины, определяемый соотношением:

$$\delta = \frac{Q_n}{Q}, \quad (36, \text{XIV})$$

где  $Q_n$  — дебит скважины, несовершенной по характеру вскрытия;

$Q$  — дебит гидродинамически совершенной скважины при всех прочих равных условиях;  $Q$  определяется формулой (28, XIV).

Допустим, что круглые отверстия одинакового радиуса  $r_0$  расположены вдоль  $N$  вертикальных, равноотстоящих друг от друга рядов на

<sup>2</sup>При первоначальном гидродинамическом исследовании задачи предполагается, что зазор между стенкой скважины и фильтром или хвостовиком заполнен породой с той же проницаемостью, что и пласт. Влияние изменения проницаемости призабойной зоны исследуется в дальнейших главах.

цилиндрической поверхности простреленной обсадной трубы, хвостовика или специального фильтра. Одинаковые расстояния между двумя соседними отверстиями в каждом из  $N$  вертикальных рядов обозначим через  $d$  (см. рис. 121). Маскет доказал, что при практически интересных значениях расстояния  $d$  взаимное расположение отверстий в двух соседних вертикальных рядах не имеет значения: форма сетки отверстий на поверхности трубы может быть прямоугольной или косоугольной.

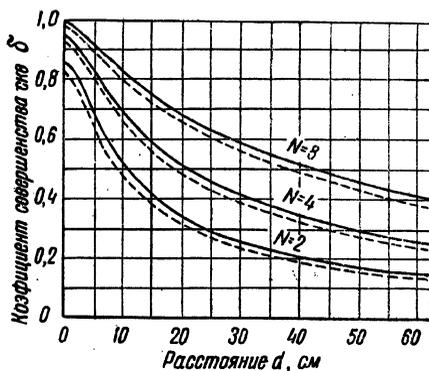
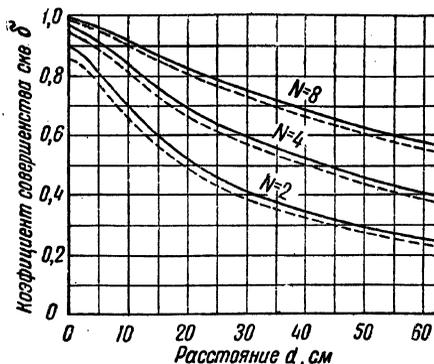


Рис. 123–124. Графики зависимости коэффициента совершенства скважины  $\delta$  от расстояния  $d$  (по вертикали) между отверстиями в стенке обсадной трубы (или фильтра) при разном числе  $N$  вертикальных рядов отверстий. Для сплошных линий  $R_c = 7,6$  см; для пунктирных  $R_c = 15,2$  см. Для рис. 123 —  $r_0 = 0,63$  см; для рис. 124 —  $r_0 = 0,32$  см.

На основании выведенных довольно сложных формул для дебита  $Q_n$  несовершенной скважины построены графики зависимости коэффициента совершенства скважины  $\delta$  от расстояния  $d$  при разных значениях  $N$ .

Эти графики воспроизведены на рис. 123, справедливом в случае  $r_0 = \frac{1''}{4} \cong 0,63$  см и на рис. 124, справедливом при  $r_0 = \frac{1''}{8} \cong 0,32$  см. Сплошные линии соответствуют значению радиуса трубы  $R_c = 3'' = 7,6$  см, пунктирные —  $R_c = 6'' = 15,2$  см; кроме того, принято, что  $R_k \cong 200$  м.

Из сравнения графиков рис. 123 или 124 ясно видно, что коэффициент совершенства скважины  $\delta$  увеличивается (оставаясь, конечно, всегда меньше 1) с увеличением радиуса отверстий  $r_0$ , с увеличением числа  $N$  вертикальных рядов отверстий (при сохранении числа отверстий в каждом ряду);  $\delta$  незначительно увеличивается с уменьшением радиуса  $R_c$  обсадной трубы, хвостовика или специального фильтра.

По графикам рис. 123 и 124 легко проверить, что при разных значениях  $d$  и  $N$ , но при одинаковом числе отверстий на 1 м мощности пласта (на 1 пог. м простреленной трубы) коэффициент совершенства скважины  $\delta$  оказывается одинаковым, а следовательно, одинаков и дебит скважины, несовершенной по характеру вскрытия пласта. Действительно, допустим, что 20 круглых отверстий радиуса  $r_0 = \frac{1''}{4} \cong 0,63$  см приходится на каждый метр мощности пласта. Из графиков рис. 123 видно, что при числе рядов 2, 4 или 8 коэффициент совершенства оказывается равным  $0,69 \sim 0,70$ . Для ясности приводится табл. 27, в которой значения  $\delta$  взяты из графиков рис. 123.

Таблица 27

Общее число отверстий на 1 м мощности пласта	Число $N$ вертикальных рядов отверстий	Число отверстий в каждом вертикальном ряду на 1 пог. м	Расстояния между отверстиями в каждом вертикальном ряду, $d$	Коэффициент совершенства скважины $\delta$
20	}	2	10	0,70
		4	5	0,70
		8	2,5	0,69

При тех же условиях, но при 10 отверстиях на 1 м мощности пла-

ста, коэффициент совершенства оказывается во всех трех случаях равным 0,525, т. е. дебит несовершенной скважины составляет 52,5% от дебита такой же гидродинамически совершенной скважины.

По средним результатам подсчетов по графикам рис. 123 и 124 были построены графики рис. 125, на которых представлена весьма интересная для решения практических вопросов зависимость коэффициента совершенства скважины  $\delta$  от общего числа круглых отверстий в трубе на 1 пог. фут ее длины (на 1 фут мощности пласта) [121]. Шкала над осью абсцисс пересчитана для числа отверстий на 1 пог. м длины трубы. Две верхние кривые (сплошная и пунктирная) соответствуют радиусу отверстия  $r_0 = \frac{1''}{4} = 0,63$  см; две нижние кривые соответствуют  $r_0 = \frac{1''}{8} = 0,32$  см

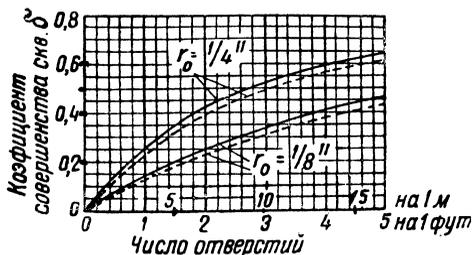


Рис. 125. График, иллюстрирующий зависимость коэффициента совершенства скважины  $\delta$  от числа круглых отверстий в обсадной трубе (или фильтре) на 1 пог. м ее длины. Для двух верхних кривых  $r_0 = 0,63$  см; для двух нижних  $r_0 = 0,32$  см; для сплошных линий  $R_c = 7,6$  см; для пунктирных  $R_c = 15,2$  см.

Сплошные линии построены для радиуса трубы  $R_c = 3'' = 7,6$  см; пунктирные — для  $R_c = 6'' = 15,2$  см.

На основании графиков рис. 135 можно утверждать, что темп роста коэффициента совершенства скважины постепенно убывает с увеличением общего числа отверстий на единицу мощности пласта.

Маскет не указал другого любопытного и несколько странного вывода, который вытекает из графиков рис. 125.

Именно, при  $r_0 = \frac{1''}{4} = 0,63$  см и при 5 отверстиях на 1 м мощности пласта коэффициент совершенства  $\delta = 0,33$ ; та же величина коэффициента  $\delta$  получается при  $r_0 = \frac{1''}{8} = 0,32$  см и при 10 отверстиях на 1 м

мощности пласта, если в обоих случаях радиус трубы  $R_c = 3'' = 7,6 \text{ см}$ .

Этот результат кажется странным по сравнению с тем, который был отмечен на основании табл. 27.

Именно, в примерах, отображенных в табл. 27, при сохранении суммарной площади всех отверстий продуктивность скважины (характеризуемая ее коэффициентом совершенства) сохранялась постоянной, хотя числа вертикальных рядов отверстий и числа отверстий в рядах на единицу мощности пласта изменялись обратно пропорционально друг другу.

Следует отметить, что оригинальный теоретический анализ и исследования электролитической модели фильтров привели В. И. Шурова к тому же выводу: для сохранения коэффициента  $\delta$  при увеличении радиуса всех отверстий в 2–3 раза следует во столько же раз уменьшить общее число отверстий в трубе на 1 м мощности пласта.

Таким образом, можно утверждать, что сохранение суммарной площади отверстий гарантирует сохранение продуктивности скважины (постоянство  $\delta$ ) лишь в том случае, когда при изменении числа вертикальных рядов отверстий сохраняется неизменным радиус отверстий, а следовательно, их число на 1 м мощности пласта.

Рассмотрим также тот случай, когда скважина оборудована фильтром с длинными тонкими вертикальными щелями такого типа, как схематично изображено на рис. 122.

Полагая радиус трубы  $R_c = 3'' \cong 7,62 \text{ см}$ , расстояние между центрами щелей  $d = 6 \cong 15, \text{ см}$ , длину щелей  $2l = 4'' = 10,2 \text{ см}$ , ширину щелей  $2r_0 = \frac{1''}{4} = 0,63 \text{ см}$ , внешний радиус пласта  $R_k = 660 \text{ фут.} \cong 20 \text{ м}$ , число вертикальных щелей  $N = 4$ , получено [121] следующее значение коэффициента совершенства скважины:  $\delta = 0,88$ .

Для трубы с круглыми отверстиями  $2r_0 = \frac{1''}{4} = 0,63 \text{ см}$  и при сохранении тех же значений  $N, d, R_c, R_k$  из графиков рис. 124 находим:  $\delta = 0,59$ .

На основании этого и подобного им примеров можно сделать следующие важные выводы: установка на забое щелевых фильтров представленного на рис. 122 типа при обычно принятых на практике значениях длины и ширины щелей мало отражается на продуктивности скважины по сравнению с открытым забоем (при отсутствии фильтра). Наоборот, если пласт вскрыт с помощью сравнительно небольшого количества отверстий в обсадной колонне и в затрубном цементном кольце (при методе «сплошной заливки»), продуктивность скважины значительно снижается по сравнению с открытым забоем. Таким образом, в отношении влияния на производительность скважин щелевые

фильтры имеют несомненное преимущество перед прострелом небольшой группы отверстий в обсадной колонне и в цементном кольце.

Другие авторы [46] пришли к следующему выводу: расход жидкости через щелевой фильтр с общей длиной всех щелей в любом из вертикальных рядов, равной  $\frac{1}{4}$  мощности пласта (предполагается, что скважина вскрывает всю мощность пласта — фильтр перекрывает его от подошвы до кровли), оказывается почти таким же, каким был бы расход жидкости через фильтр, у которого длина щелей была бы равна мощности пласта при прочих равных условиях (при одинаковой общей площади всех щелей, при одинаковом числе их рядов, при одинаковых значениях  $R_c$  и  $R_k$ ). В последнем случае движение жидкости к скважине было бы плоско-параллельным. Таким образом, исследователи [46] считают возможным свести задачу о трехмерном притоке жидкости к щелевым фильтрам обычных конструкций к двумерной задаче<sup>3</sup>.

Для подсчета дебита  $Q$  гидродинамически, несовершенной скважины, забой которой от кровли до подошвы пласта оборудован щелевым фильтром, была предложена [46] следующая приближенная формула:

$$Q_n = \frac{2\pi kb(p_k^* - p_c^*)}{\mu \left( \ln \frac{R_k}{R_c} + \frac{2}{N} \ln \frac{2}{\pi\omega} \right)}, \quad (37, \text{XIV})$$

где сохранены прежние обозначения и, кроме того, через  $N$  обозначено число вертикальных рядов щелей,  $R_c$  — радиус скважины, который считается равным внешнему радиусу фильтра,  $\omega$  — отношение суммарной площади всех щелей к поверхности всего фильтра. При тех условиях, какие были оговорены, погрешность подсчетов по этой формуле не превышает 1% пока  $\omega \leq 0,3$ .

Из формулы (37, XIV) и из формулы (28, XIV) для дебита гидродинамически совершенной скважины найдем коэффициент совершенства

<sup>3</sup>Последнее заключение противоречит выводу, который был сделан в другой работе [126] на основании экспериментальных исследований. Именно, эксперименты показали, что с увеличением высоты щелей потери напора, вызванные установкой фильтра, уменьшаются и, следовательно, дебит скважины увеличивается. При длине щелей, равной мощности пласта, потери напора составляли в описываемых экспериментах одну третью часть от потерь напора при длине щелей, равной половине мощности пласта. Попутно отметим другой интересный результат тех же экспериментов: если забой скважины гидродинамически совершенной по степени вскрытия, но несовершенной по характеру вскрытия пласта, оборудован щелевым фильтром, то на расстоянии от скважины, большем или равном ее тройному радиусу, поток жидкости остается плоско-радиальным.

скважины:

$$\delta = \frac{Q_n}{Q} = \frac{\lg \frac{R_k}{R_c}}{\lg \frac{R_k}{R_c} + \frac{2}{N} \lg \frac{2}{\pi \omega}}. \quad (38, \text{XIV})$$

Для наиболее распространенных на практике щелевых фильтров величину  $\omega$  можно считать порядка  $0,01 \sim 0,02$ .

Подсчеты, выполненные по формуле (38, XIV), показывают, что в наиболее интересном диапазоне изменений значений входящих в нее величин ( $N = 4 \sim 8$ ,  $\frac{R_k}{R_c} = 10^4 \sim 10^5$ ,  $\omega = 0,01 \sim 0,025$ ) имеем:  $\delta = 0,82 \sim 0,93$ . Следовательно, подтверждается ранее сделанный вывод: установка щелевых фильтров мало снижает продуктивность скважин. Поэтому при подборе размеров щелей фильтра нельзя ограничиваться только учетом их влияния на коэффициент совершенства скважины. Наоборот, размеры щелей фильтра должны, прежде всего, определяться в зависимости от механического состава песка.

Этими исследованиями решение вопроса об особенностях притока жидкости к скважинам, гидродинамически несовершенным по характеру вскрытия пласта, отнюдь нельзя считать законченными.

Во-первых, нужно отметить некоторые противоречия в исходных положениях исследований [46] и [126].

Во-вторых, исследованиями, которые проводятся М. Н. Тиховым в ГрозНИИ [168], было установлено, что существенное влияние на уменьшение значения коэффициента совершенства скважины оказывает нарушение линейного закона фильтрации, которое в ряде практически интересных случаев наблюдается вблизи отверстий специального фильтра, хвостовика или обсадной колонны. М. Н. Тихов указал ряд неточностей в математической постановке задачи Маскетом. Кроме того, коэффициенты совершенства скважины, подсчитанные В. И. Щуровым, оказываются значительно меньше соответствующих коэффициентов, подсчитанных при тех же данных по формулам Маскета.

Как видно из описанного состояния этого, весьма важного для практики вопроса, нужны еще дополнительные теоретические и лабораторные исследования и тщательно организованные испытания на промыслах<sup>4</sup>, чтобы уточнить решение и полнее охватить отдельные

<sup>4</sup>Трудность исследований на промыслах состоит в том, что продуктивность скважин зависит от многих факторов — неоднородной проницаемости пласта, неоднородной его насыщенности, трудно учитываемых особенностей прострела обсадной колонны и т. д. Тем не менее систематические и специально подготовленные про-

проблемы притока жидкости к скважинам, гидродинамически несовершенным по характеру вскрытия пласта. Однако несомненно, что большинство отмеченных выше закономерностей дает достаточно точную качественную характеристику явлений и может быть использовано для приближенной количественной оценки влияния несовершенства скважины на ее продуктивность.

В заключение заметим, что на протяжении всего данного параграфа речь шла только о притоке *однородной жидкости* к гидродинамически несовершенным скважинам и о влиянии степени и характера несовершенства скважин только на их дебит.

При подсчетах коэффициентов совершенства скважин составлялись отношения дебитов несовершенной и совершенной скважин при прочих одинаковых условиях; благодаря этому сокращались те члены формул, которые зависели от природы жидкости и от режима пласта.

По аналогии с тем, как было выполнено в § 1 данной главы исследование влияния радиуса скважины на ее производительность при движении к скважине разных жидкостей и газов в условиях разных режимов пласта, можно обобщить найденные формулы.

Именно можно считать, что выведенные здесь формулы коэффициентов совершенства скважин справедливы и для соответствующих случаев притока к ним газа и газированной жидкости.

С другой стороны, продолжая ту же аналогию с методами, подробно развитыми в § 1 данной главы, определим коэффициенты увеличения понижения давления в скважине  $\delta''$ , так:

$$\delta'' = \frac{\Delta p_{\text{н}}^*}{\Delta p^*}, \quad (39, \text{XIV})$$

где  $\Delta p_{\text{н}}^*$  и  $\Delta p^*$  — соответственно понижения (перепады) приведенного давления в гидродинамически несовершенной и совершенной скважинах при одинаковом их дебите и при прочих равных условиях. Ясно, что всегда  $\Delta p_{\text{н}}^* > \Delta p^*$  и потому  $\delta' > 1$ .

Для рассмотренных случаев притока к скважине однородной жидкости [см. формулы (23, XIV), (24, XIV), (26, XIV), (28, XIV), (31, XIV), (33, XIV)] дебиты скважин были прямо пропорциональны понижениям приведенных давлений. Поэтому в формулах (27, XIV), (29, XIV), (34, XIV) величины  $\delta$  можно заменить величинами  $\frac{1}{\delta'}$ .

Следовательно, при движении в пласте однородной жидкости несовершенство скважины также влияет на *снижение* (по сравнению с слу-

---

мысловые исследования несомненно принесут большую пользу.

чаем совершенной скважины) ее дебита при сохранении перепада давления, как и на *увеличение* перепада давления (депрессии) при сохранении дебита.

При движении в пласте газа и газированной жидкости влияние несовершенства скважины на перепад давления было бы более сильным, чем на дебит, т. е.  $\frac{1}{\delta'}$  было бы меньше  $\delta$ .

Введение коэффициента увеличения понижения давления в скважине должно особенно содействовать искоренению неправильных представлений. В защиту мнения о малом влиянии несовершенства скважины на ее дебит часто выдвигался такой довод: «При вскрытии пласта весьма малым (иногда всего двумя-тремя) количеством простреленных отверстий в обсадной колонне удается получать большие дебиты скважин — такие же, как в соседней скважинах при простреле большого количества дыр; поэтому количество дыр не влияет на производительность скважин».

Не касаясь соображений, связанных с неоднородностью пласта, на основании всех выводов данного параграфа легко опровергнуть этот довод тем, что производительность скважины определяется не только абсолютной величиной дебита скважины, но и соответствующим перепадом давления. Сравнительно большой дебит гидродинамически несовершенной скважины при малом числе отверстий в обсадной колонне может быть получен лишь созданием сравнительно большого понижения давления в скважине, чего желательно избежать.

Влияние степени и характера несовершенства скважины на величину понижения давления в ней недооценивали до последнего времени, так же как и влияние радиуса скважины (см. Щелкачев [215]).

---

---

## ГЛАВА XV

# Некоторые вопросы, связанные с исследованием скважин на приток

### § 1\*. Вводные замечания

Если известны дебит и динамическое забойное давление, соответствующие какому-либо *одному* режиму работы скважины, то на основании *только* этих данных нельзя сделать никаких выводов по поводу ее производительности. Необходимо еще знать либо статическое забойное давление, замеренное во время остановки скважины, либо знать дебиты и динамические забойные давления, соответствующие другим режимам работы скважины. Отсюда следует, что для исследования производительности скважины необходимо один раз или лучше несколько раз изменить режим ее работы. Всякая смена режима работы скважины вызывает неустановившиеся процессы перераспределения пластового давления. Длительность и многие характерные особенности этих процессов зависят от упругости пластовых жидкостей и самого пласта.

Поэтому при критическом анализе различных методов исследования скважин и при разработке самой методики их исследования необходимо считаться с факторами упругости пласта и насыщающих его жидкостей и газов. Чтобы понять ранее существовавшие методы исследования скважин, выяснить их ошибочность и выделить те особенности поведения скважин, которые зависят от упругости жидкостей и пласта, в первых параграфах данной главы будут рассмотрены некоторые вопросы в предположении, что пласт, и насыщающие его жидкости (вода и нефть) абсолютно несжимаемы. Затем будут указаны существенные проявления упругости нефти, газа, воды и самого пласта, влияющие на поведение скважин в процессе их исследования.

Кроме того, в этой главе будут выяснены все важнейшие факторы, влияющие на природу функциональной зависимости дебита скважины от перепада давления в ней.

На основании анализа факторов, определяющих форму индикаторных кривых, будут сделаны выводы по поводу некоторых свойств коэффициентов продуктивности скважин, способов аналитической обработки индикаторных кривых и возможности их экстраполяции.

## § 2\*. Законы изменения забойного давления в скважине после ее остановки

При анализе всех вопросов, рассматриваемых в данном параграфе, условимся считать жидкость и пласт абсолютно несжимаемыми.

При мгновенной остановке чисто водяной (без газа) фонтанной скважины давление на ее устье, на забое и во всем пласте должно мгновенно перераспределиться и всюду должно мгновенно установиться соответствующее статическое давление. Таковую же картину пришлось бы наблюдать, если бы пласт и скважины были заполнены несжимаемой газированной жидкостью, причем противодавление на устье было бы столь большим (при малом диаметре штуцера), что не только во всем пласте, но и во всей скважине газ бы не выделялся из раствора.

В условиях только что упомянутых двух случаев при внезапном закрытии устья скважины мгновенно прекращался бы приток жидкости к ее забою во всем пласте.

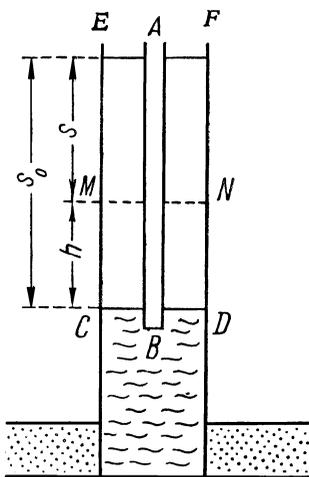


Рис. 126. Глубоконасосная скважина; статический  $EF$  и динамические  $MN$ ,  $CD$  уровни жидкости в ней.

В действительности мгновенное восстановление статического давления в скважине после ее резкой остановки никогда не наблюдалось. Нефтяники, если и упоминали об этом, то объясняли факт постепенного восстановления давления только тем, что при фонтанировании скважины обычно в верхней части колонны фонтанных труб и в затрубном пространстве, а иногда и в самом пласте, имелся выделившийся из раствора газ в окклюдированном или в свободном состоянии. Так как на самом деле давление восстанавливается постепенно и тогда, когда влияние газа совершенно не сказывается (в чисто водяных фонтанных скважинах), то приведенное объяснение недостаточно. Поскольку причины этого явления связаны с сжимаемостью не только газа, но и самих жидкостей и пласта, постольку мы не будем его анализировать в данном параграфе. Упомянем попутно, что иногда в течение некоторого периода времени после остановки фонтанных скважин наблюдается понижение давления на устье скважины (при продолжающемся повышении давления на забое). Это наблюдается при высокой температуре продуктивного пласта и объясняется остыванием, а потому

и увеличением удельного веса жидкости в самой скважине после ее остановки.

Перейдем к изучению явлений, которые можно было бы наблюдать в насосных скважинах, если бы не только пласт и жидкость были абсолютно несжимаемыми, но если бы столб жидкости в скважине не был газирован.

После прекращения работы насоса уровень жидкости в затрубном кольцевом пространстве будет повышаться, жидкость будет продолжать притекать к забою скважины. Выясним законы повышения динамического уровня в насосной скважине после ее остановки при различных законах фильтрации жидкости в пласте.

На рис. 126 приведено схематичное изображение насосной скважины:  $AB$  — насосные трубы в скважине,  $CD$  — установившийся динамический уровень в кольцевом затрубном пространстве перед остановкой длительно работавшей скважины,  $EF$  — статический уровень жидкости в скважине,  $MN$  — текущее положение динамического уровня через промежуток времени  $t$  с момента остановки скважины. Отмеченные на рис. 126 понижения  $s_0$  и  $s$  установившегося и текущего динамических уровней следует рассматривать как «остающиеся пути», которые должен пройти уровень жидкости вплоть до момента его полного восстановления. Поэтому, обозначая скорость движения уровня жидкости в затрубном пространстве скважины через  $v_c$  и через  $h$  — путь, пройденный динамическим уровнем к моменту  $t$ , получим:

$$v_c = \frac{dh}{dt} = \frac{d(s_0 - s)}{dt} = -\frac{ds}{dt}, \quad (1, XV)$$

ибо  $s_0 = \text{const}$ .

Дебит скважины  $Q_t$  в момент времени  $t$  определится так:

$$Q_t = v_c \cdot \sigma_c, \quad (2, XV)$$

где  $\sigma_c$  — площадь затрубного кольцевого пространства, которую для простоты будем считать величиной постоянной (пренебрегая возможными изменениями диаметра обсадных и насосных труб).

В таком случае текущий дебит скважины, а следовательно, и скорость и  $v_c$  будут функциями понижения уровня  $s$ :

$$\frac{Q_t}{\sigma_c} = v_c = f(s). \quad (3, XV)$$

Из формул (1, XV) и (3, XV), разделяя переменные, получим:

$$dt = -\frac{ds}{v_c} = -\frac{ds}{f(s)}, \quad (4, XV)$$

или, интегрируя,

$$t = -\int_{s_0}^s \frac{ds}{f(s)} = \int_s^{s_0} \frac{ds}{f(s)}. \quad (5, XV).$$

Для определения полного промежутка времени восстановления уровня  $T$  получим следующую формулу:

$$T = \int_0^{s_0} \frac{ds}{f(s)}. \quad (6, XV)$$

До сих пор мы не делали никаких конкретных предположений о режиме фильтрации жидкости в пласте. Заметим, что при любом режиме фильтрации при  $s = 0$  должно быть  $Q_t = 0$ ,  $v_c = 0$ , а потому и  $f(s) = 0$ . Так как при нижнем пределе интегрирования подинтегральное выражение в формуле (6, XV) обращается в бесконечность, то в этой формуле нам приходится иметь дело с так называемым «несобственным интегралом».

Не вдаваясь в более глубокий общий анализ формулы (6, XV) (см. по этому поводу статью Щелкачева [206a]), рассмотрим сначала конкретный случай нелинейного режима фильтрации жидкости в пласте:

$$Q_t = cs^n, \quad (7, XV)$$

где  $0,5 \leq n < 1$ .

Пользуясь формулами (3, XV), (5, XV) и (7, XV), получим:

$$t = \frac{\sigma_c}{c} \int_s^{s_0} \frac{ds}{s^n} = \frac{1}{1-n} \frac{\sigma_c}{c} (s_0^{1-n} - s^{1-n}). \quad (8, XV)$$

Выражая отсюда  $s$  через  $t$ , найдем закон движения уровня жидкости в скважине. В частном случае закона фильтрации Краснопольского т.е. при  $n = 0,5$ , из последней формулы найдем:

$$t = 2 \frac{\sigma_c}{c} (\sqrt{s_0} - \sqrt{s}), \quad (9, XV)$$

откуда

$$h = s_0 - s = \sqrt{s_0} \frac{c}{\sigma_c} t - \frac{c^2}{4\sigma_c^2} t^2. \quad (10, XV)$$

Судя по закону движения (10, XV), в рассматриваемом случае уровень жидкости в скважине должен был бы двигаться равнозамедленно.

Положив в формулах (8, XV) и (9, XV)  $s = 0$ , сможем определить промежуток времени  $T$ , в течение которого восстанавливается уровень жидкости в скважине. Можно было бы доказать, что в рассматриваемых условиях упомянутый промежуток времени  $T$  был бы конечным в тех случаях, когда  $n < 1$  или (в более общем случае) если в начале координат индикаторная кривая касается оси понижений уровня (см. цитированную выше статью Щелкачева [206a]).

Формулы (7, XV) и (8, XV) теряют смысл при  $n = 1$ . Рассмотрим отдельно этот случай линейного режима фильтрации, когда

$$Q_t = cs. \quad (11, XV)$$

Из формул (3, XV), (5, XV), (11, XV) следует, что

$$t = \frac{\sigma_c}{c} \int_s^{s_0} \frac{ds}{s}, \quad (12, XV)$$

откуда

$$t = \frac{\sigma_c}{c} \ln \frac{s_0}{s}, \quad (13, XV)$$

или

$$h = s_0 - s = s_0(1 - e^{\frac{c}{\sigma_c} t}). \quad (14, XV)$$

Полагая в формуле (13, XV)  $s \rightarrow 0$ , получим  $t \rightarrow \infty$ , что находится в согласии со сделанным выше замечанием.

Если, дифференцируя по времени законы движения (10, XV) и (14, XV), определить скорость  $v_c$  подъема уровня, а затем исключить время из формул скорости и законов движения, то, конечно, получим скорость  $v_c$  в функции понижения уровня  $s$ ; умножая  $v_c$  на  $\sigma_c$ , найдем дебит  $Q_t$  в функции понижения  $s$ , т. е. определим уравнение индикаторной кривой.

Этот, казалось бы, вполне законный и очевидный, «обратный метод» определения уравнения индикаторной кривой дебита скважины на основании известного закона движения уровня в ней дал повод многим авторам, например, Яковлеву [225] и др. [175, 120], предложить новый способ исследования скважин. Речь идет о так называемом методе прослеживания за движением уровня жидкости в скважине.

Сущность «метода прослеживания» состоит в следующем: с помощью аппарата Яковлева или любого иного прибора следят за подъемом уровня в остановленной исследуемой насосной скважине<sup>1</sup>. Результаты наблюдений наносят в виде графика зависимости понижения (или пройденного уровнем пути) от времени. Затем с помощью графического дифференцирования (поскольку аналитическая зависимость заранее неизвестна) строят график зависимости скорости подъема уровня от времени. По этим двум графикам определяют (опять графически) зависимость скорости от понижения уровня; умножая скорость на площадь сечения кольцевого пространства  $v_c$ , т. е. соответственно меняя масштаб оси ординат последнего графика, получают искомую индикаторную кривую скважины.

Этот метод исследования скважин может быть справедлив *лишь при тех условиях*, при которых справедлив и описанный выше «прямой метод»

<sup>1</sup>Другие видоизменения того же метода — прослеживание за опускающимся уровнем после пуска насосной скважины или после специального подлива жидкости в нее — мы не описываем, ибо сущность и обоснование их те же.

определения закона движения уровня в скважине по заданным уравнениям индикаторных кривых. Эти условия были выше оговорены: столб однородной жидкости в скважине предполагался негазированным, жидкость в пласте и в скважине и сам пласт предполагались абсолютно несжимаемыми.

Поскольку эти условия в действительности всегда не выполняются, постольку только что описанный метод исследования скважин не может гарантировать правильных результатов [212 и 219].

К выяснению весьма существенного влияния малой сжимаемости жидкости и пласта на результаты применения «метода прослеживания» мы еще вернемся в следующих параграфах. Пока же попутно обратим внимание еще на два явления, которые часто наблюдаются при прослеживании за подъемом уровня жидкости в скважине после ее остановки.

Первое явление наблюдается в насосных скважинах, эксплуатирующихся с большим газовым фактором. Иногда в таких скважинах уровни жидкости настолько вспенены, что проследить за изменениями их положения после остановки скважин вообще невозможно. Если все же удавалось зафиксировать динамические уровни во время установившейся работы скважин и удавалось после их остановок проследить за изменениями положений уровней, то приходилось наблюдать, что уровни сначала поднимаются, а затем вследствие дегазации столба жидкости в скважине опускаются<sup>2</sup>; часто статические уровни после остановки скважины фиксировались ниже положений динамических уровней в процессе их эксплуатации (Линдтроп [113]).

Другое явление иногда наблюдалось в обводненных нефтяных скважинах: уровень нефти после остановки повышался, темп его подъема постепенно ослабевал, а затем устанавливался медленный, но довольно равномерный подъем уровня нефти. Этому сопутствовало такое непрерывное понижение водораздела в скважине, которое указывало на сохранение постоянного давления на забое скважины.

Описанный подъем уровня нефти в остановленной (а иногда в длительно простаивающей) обводненной скважине объясняется накоплением нефти в призабойной зоне и всплыванием ее в скважине.

Учитывая эти и другие трудности определения изменения пластового давления только на основании прослеживания уровня нефти в скважинах, было предложено следить с помощью глубинного регистрирующего манометра за изменением забойного давления после остановки скважины. Однако и этот «метод прослеживания за забойным давлением», поскольку результаты наблюдений обрабатывались по той схеме, которая выше была описана,

---

<sup>2</sup>Любопытно, что такие явления наблюдались даже в сильно обводненных скважинах со сравнительно малыми газовыми факторами. Так, например, упомянутое явление инж. К. М. Донцов неоднократно наблюдал в 1945–1948 гг. в скв. 40/11, 18/11 и 37/11 XIII пласта Октябрьского района; в эти годы скважины были сильно обводнены. Из скв. 40/11 добывали 180–200 *т/сутки* жидкости, причем объемное количество нефти в добыче было  $2 \sim 2,5\%$ , понижение динамического уровня под статическим —  $12 \sim 14$  м. Газовый фактор всех этих скважин вряд ли превосходил  $10 \text{ м}^3$  на  $1 \text{ м}$  жидкости, ибо в период их фонтанирования, до обводнения, он был порядка  $20 \text{ м}^3/\text{м}$  (см. Николаев [135]).

обладал тем же существенным дефектом — проявления упругости жидкости в пласте и самого пласта не учитывались.

### § 3\*. Факторы, влияющие на форму индикаторных кривых при установившихся режимах работы скважины

Допустим, что исследование скважины — замеры дебитов и забойных давлений (или уровней) — выполнено при нескольких установившихся режимах ее работы. На основании результатов исследований построена индикаторная кривая, отображающая зависимость дебита скважины от понижения давления или понижения уровня в ней.

В предыдущих главах были выведены формулы дебита и построенные индикаторные кривые, соответствующие различным законам фильтрации в пласте, различным режимам самого пласта и различным жидкостям и газам, притекающим к скважине. Все упомянутые результаты отражены в сводной табл. 28.

В таблице отражены три фактора, влияющие на форму индикаторной кривой: 1) режим фильтрации; 2) режим пласта, 3) природа движущейся жидкости (газа).

Помимо трех перечисленных факторов, на форму индикаторной кривой могут влиять еще два:

4) неустановившиеся процессы в пласте, связанные с проявлениями упругости жидкостей и пласта, а также с явлениями выноса мелких фракций, засорения поровых каналов, запарафинивания пор и т. д.; некоторые из этих явлений будут освещены в последующих параграфах;

5) сопротивления при движении жидкости из пласта в скважину и внутри самой скважины (в трубах).

В предыдущих главах влияние последнего фактора на производительность скважины не учитывалось. Чтобы пояснить роль этого фактора, рассмотрим простейшие условия притока жидкости к скважине и в скважине при откачке жидкости глубоким насосом (см. [70]).

Допустим, что движение жидкости к скважине удовлетворяет таким условиям (не будем их здесь вновь перечислять — см. § 2 гл. IX) при которых справедлива формула (21, IX):

$$Q = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (15, XV)$$

Ранее, пренебрегая сопротивлениями при движении жидкости в трубах, мы считали, см. формулу (26, IX):

$$p_k - p_c = \gamma s. \quad (16, XV)$$

**Влияние режима пласта, режима фильтрации и природы жидкости или газа на форму индикаторной кривой**

Режим фильтрации	Режим пласта	Фазовое состояние флюида	Форма индикаторной кривой
По линейному закону	Водонапорный	Однородная жидкость	Прямая линия (рис. 55, гл. IX)
Краснопольского (или любой иной при нелинейном законе фильтрации)	Водонапорный	Однородная жидкость	Парабола с вершиной в начале координат (рис. 59, гл. IX)
По линейному закону	Газонапорный	Газ	Параболическая кривая, проходящая через начало координат (рис. 64, гл. X)
По линейному закону	Режим растворенного газа	Газированная жидкость	Выпуклая (глядя с оси дебитов) кривая (рис. 91, гл. XIII)
По линейному закону одновременно с одним или несколькими другими режимами	Водонапорный	Однородная жидкость	Прямолинейный участок от начала координат, а затем, по мере увеличения понижения давления, линия все больше искривляется (рис. 61, гл. IX)
По линейному закону	Гравитационный (со свободной поверхностью жидкости)	Однородная жидкость	Параболическая кривая, проходящая через начало координат (рис. 64, гл. X)

В простейшем случае, при движении в скважине лишь однородной жидкости с весом единицы объема  $\gamma$  под  $s$  подразумевалось фактическое понижение динамического уровня под статическим при установившейся работе глубоконасосной скважины.

В формулу (16, XV) следует внести поправку, если учесть потерю напора  $h'$  на преодоление сопротивлений движению жидкости в обсадных трубах от забоя до приема насоса. Обозначая длину этого участка труб через  $L$ , скорость движения жидкости в скважине —  $v_c$ , внутренний диаметр обсадной трубы —  $d_0$ , коэффициент сопротивления —  $\lambda$ , согласно известной формуле

трубной гидравлики получим:

$$h' = \lambda \frac{Lv_c^2}{2gd_0} = \lambda \frac{8LQ^2}{\pi^2 gd_0^5}, \quad (17, XV)$$

т. е.

$$h' = \phi Q^2, \quad (18, XV)$$

где

$$\phi = \frac{8L\lambda}{\pi^2 gd_0^5}. \quad (19, XV)$$

В таком случае необходимо следующим образом видоизменить формулы (16, XV) и (15, XV):

$$p_{\kappa} - p_c = \gamma(s - h') = \gamma(s - \phi Q^2), \quad (20, XV)$$

$$Q = \frac{2\pi bk\gamma}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}, \quad (21, XV)$$

или, обозначая через  $\eta$  коэффициент перед круглыми скобками в последней формуле, имеем:

$$Q = \eta(s - \phi Q^2). \quad (22, XV)$$

Отсюда

$$s = \phi Q^2 + \frac{Q}{\eta}. \quad (23, XV)$$

Этой формуле отвечает индикаторная кривая, представленная на рис. 127: парабола, проходящая через начало координат и ось которой параллельна оси понижений.

$OA$  — индикаторная кривая, а пунктирное продолжение этой линии  $OBC$  не имеет физического смысла и приведено лишь для пояснения общей формы всей кривой.

В тех случаях, когда коэффициент сопротивления настолько мал, что вследствие малости коэффициента  $\phi$  можно пренебречь членом  $\phi Q^2$ , формула (21, XV) переходит в формулу (15, XV) и индикаторная линия оказывается прямой.

Итак, форма индикаторной кривой зависит от перечисленных выше пяти факторов. Индикаторная линия может быть прямой лишь при одновременном соблюдении следующих 5 условий: 1) жидкость притекает к скважине по линейному закону фильтрации, 2) режим пласта водонапорный, 3) жидкость однородная (без пузырьков окклюдированного газа), 4) при построении индикаторной кривой использованы данные, соответствующие установившимся режимам работы скважины и неизменному состоянию забоя и призабойной зоны; 5) сопротивления движению жидкости из пласта в скважину и в самой скважине пренебрежимо малы (сопротивления движению жидкости в самой скважине не отражаются на форме индикаторной

кривой, если она строится не по замерам фактических понижений уровня в насосной скважине, а на основании замеров забойных давлений при любом методе эксплуатации).

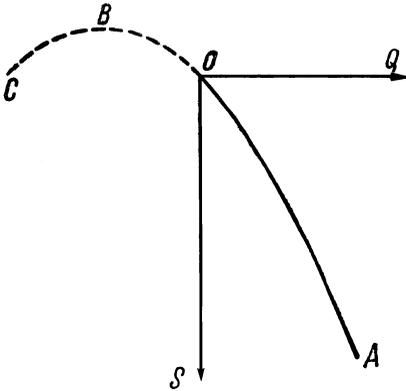


Рис. 127. Параболическая индикаторная кривая.

дующих подсчетов, и предпочитают проводить между точками среднюю прямую линию. Для небольших участков индикаторной кривой такое приближение допустимо, но нужно быть осторожным при экстраполяции таких индикаторных линии — об этом будет сказано дальше.

#### § 4\*. Классификация индикаторных кривых и их аналитическое выражение

Цель данного параграфа состоит в том, чтобы на основе законов подземной гидравлики подвергнуть критическому анализу некоторые соображения по поводу классификации индикаторных кривых, возможности их аналитической обработки и экстраполяции.

При построении индикаторных кривых на одной оси откладываются объемные  $Q$  или весовые  $G$  дебиты скважин, а на другой — понижения уровня  $s$  или понижения (перепады) давления  $\Delta p$  в них.

Для наибольшей наглядности ось понижений лучше направлять вертикально вниз: «ось дебитов» будем направлять горизонтально вправо (рис. 128).

До недавнего времени была общепринятой классификация индикаторных кривых, согласно которой они разбивались в основном на 3 категории: кривые ламинарной, турбулентной и пленочной фильтрации<sup>1</sup>.

Вполне понятно, что эти условия в действительности далеко не всегда выполняются или их можно считать приблизительно выполненными лишь при сравнительно небольших понижениях давления в скважине.

Тот факт, что при исследовании нефтяных скважин имеется тенденция считать индикаторные линии прямыми, объясняется частично тем, что количество точек, полученных для построения индикаторных кривых, часто бывает невелико, они несколько разбросаны и лежат сравнительно близко друг от друга (благодаря неточности замеров и ограниченным возможностям изменения режимов работы скважин). В этих условиях, учитывая простоту послед-

<sup>1</sup>См. Победоносцев [140], Яковлев [225], Требин [171], Муравьев и Требин [130],

Прямые линии типа 1 на рис. 128 относились к ламинарной фильтрации, кривые типа 2 — к турбулентной фильтрации, кривые типа 3 — к пленочной фильтрации.

Чтобы выяснить происхождение такой классификации, построим графики зависимости скорости фильтрации от абсолютного значения градиента давления.

Обобщенный закон фильтрации можно (см. §§ 3 и 4 главы VII и § 4 главы IX) представить в таком виде:

$$v = c |\text{grad } p|^n = c |\text{grad } p|^{\frac{1}{n_0}}, \quad (24, XV)$$

где  $v$  — скорость фильтрации,

$|\text{grad } p|$  — абсолютное значение градиента давления,

$c$  — коэффициент, смысл и числовое значение которого определяются в зависимости от величины  $n$  (или  $n_0$ ).

При  $n = 1$  или  $n_0 = 1$  получаем линейный закон фильтрации, т. е. закон ламинарной фильтрации; этому случаю соответствует прямая линия 1 на рис. 129.

При  $\frac{1}{2} \leq n < 1$  или  $2 \geq n_0 > 1$  получаем нелинейный закон фильтрации, который прежде не совсем правильно называли законом турбулентной фильтрации<sup>2</sup>. Этому случаю соответствует кривая 2 на рис. 129.

При  $n > 1$  или при  $n_0 < 1$  опять получаем нелинейный закон фильтрации, называемый законом пленочной фильтрации; этому случаю соответствует кривая 3 на рис. 129.

Оси координат на рис. 129 расположены так, чтобы ее удобнее было сравнить с рис. 128. Сравнение кривых обеих этих фигур вполне выясняет происхождение упомянутой классификации индикаторных линий.

Легко доказать необоснованность приведенной выше классификации индикаторных кривых дебита скважин.

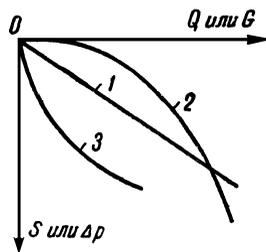


Рис. 128. Прямая 1, выпуклая 2 и вогнутая 3 индикаторные линии.

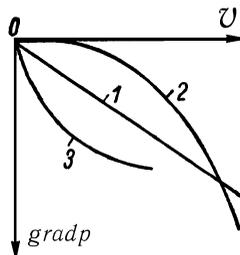


Рис. 129. Графики зависимости скорости фильтрации от градиента давления: 1 — при показателе степени в законе фильтрации  $n = 1$ ; 2 — при  $n < 1$ ; 3 — при  $n > 1$ .

Арутюнов [9].

<sup>2</sup>Как было пояснено в § 2, глава VII данного курса, нельзя нарушениями линейного закона фильтрации объяснять только турбулентностью фильтрационного потока. Этот закон может нарушаться и в том случае, когда режим фильтрации остается ламинарным.

В предыдущем параграфе было выяснено, что форма индикаторных кривых зависит от пяти факторов. Поэтому нельзя индикаторные кривые классифицировать только по признаку режима фильтрации.

Нельзя, например, линию 2 рис. 128 называть индикаторной кривой турбулентной фильтрации только потому, что она похожа на кривую 2 рис. 129. Дело не только в том, что употребление самого термина «турбулентная фильтрация» необходимо ограничить (см. последнее подстрочное замечание). Но следует учесть (см. сводную табл. 28 предыдущего параграфа), что при заведомо ламинарном движении газа или газированной жидкости по линейному закону фильтрации, либо даже при ламинарном движении однородной жидкости в условиях гравитационного режима индикаторные линии будут получаться именно такого типа, как кривая 2 (выпуклая к оси дебитов) на рис. 128. Было бы совершенно неправильно называть эти индикаторные линии кривыми турбулентной фильтрации. Последний пример убеждает в том, что нельзя отождествлять природу функциональной зависимости дебита скважины от понижения давления в ней (эта зависимость связана с пятью факторами) с природой функциональной зависимости скорости фильтрации от абсолютного значения градиента давления.

Наконец, последнее замечание по поводу критикуемой классификации индикаторных линий относится к названию «кривые пленочной фильтрации».

Существует не только «верхний», но и «нижний предел» применимости линейного закона фильтрации. Этот закон может нарушаться при движении даже в сравнительно хорошо проницаемых естественных горных породах и искусственных фильтрах, если скорости фильтрации и градиенты давления очень малы.

Линейный закон фильтрации может нарушаться при движении в очень тонкозернистых и слабопроницаемых породах, при движении воды в зоне аэрации (над свободным зеркалом воды первого сверху водоносного горизонта) и т. д. Во всех этих случаях говорят о пленочном или пленочно-сольватном режиме фильтрации. Часто этот режим определяется формулой (24, XV) при  $n > 1$  или  $n_0 < 1$ , что и было выше отмечено. Исследование особенностей пленочного режима фильтрации выходит за рамки курса подземной гидравлики.

Однако кривые типа 3 (вогнутые от оси дебитов) рис. 128 часто получались в результате исследования тех скважин, которые имели дебит порядка нескольких тонн, а иногда даже десятков тонн в сутки. К таким скважинам жидкость притекала при сравнительно столь больших скоростях и столь больших градиентах давления, что говорить о движении ее в пленочном состоянии совершенно бессмысленно. Таким образом в этих, как раз наиболее интересных для практики случаях нельзя использовать аналогию между кривыми 3 на рис. 128 и 129 и нельзя говорить об «индикаторной кривой пленочной фильтрации».

Чем же объяснить происхождение индикаторных линий типа кривой 3 на рис. 128, полученных в результате исследования скважин?

Перечислим кратко некоторые причины. Проф. М. Е. Альтовский [4, 5, 6] на основании тщательного анализа обширного гидрогеологического материала пришел к выводу, что вогнутые индикаторные линии могут получиться либо в результате дефектов замеров дебитов, уровней или давлений, либо в результате того, что исследование скважины производилось тогда, когда она находилась в стадии прокачки<sup>3</sup>. Стадия прокачки характеризуется неустановившимся состоянием притока жидкости к скважине, связанным с выносом мелких частиц из пор и трещин пород, слагающих продуктивный пласт.

Проф. Ф. А. Требин [172] провел лабораторные исследования неустановившихся физико-химических процессов, которые могут возникнуть при известных условиях движения нефти в пористой среде. Именно этими неустановившимися процессами объясняется в ряде случаев происхождение вогнутых кривых.

Вогнутые индикаторные кривые могут получиться и вследствие использования дефектного метода исследования скважин — «метода прослеживания». В этом убеждает анализ промыслового материала, специальные сравнительные исследования одних и тех же скважин различными методами, теоретический анализ проявлений упругости жидкости и пласта<sup>4</sup>.

Учитывая все вышеизложенное, следует отказаться от прежней классификации индикаторных кривых и рекомендовать называть индикаторные линии согласно их форме прямыми, выпуклыми и вогнутыми (говоря о выпуклости и вогнутости по отношению к оси дебитов). В полном согласии с гидрогеологической практикой (см. цитированные выше работы проф. М. Е. Альтовского) следует считать недопустимым использовать вогнутые индикаторные кривые для установления технологического режима работы скважин, т. е. в целях непосредственного предсказания по ним величин установившихся дебитов, соответствующих заданным величинам понижений давления или уровня.

Перейдем к кратким замечаниям по поводу аналитического выражения индикаторных кривых, построенных на основании фактического материала исследований скважин. Не будем касаться оценки всех существующих эмпирических формул и методики подсчета входящих в них коэффициентов и показателей степени (см. по этому вопросу книги Альтовского [5], Арутюнова [9], Геймана [33], Муравьева и Требина [130], Требина [171]). Остановимся лишь на нескольких принципиальных вопросах, которые могут быть решены лишь на базе подземной гидравлики.

В нефтепромысловой практике при аналитической обработке индикаторных кривых чаще всего пользовались одночленной степенной формулой (двухчленная степенная формула используется значительно реже, но и к ней можно отнести все те замечания, которые здесь будут сделаны по поводу одночленной формулы) вида:

$$Q = c(p_k - p_c)^n, \quad (25, XV)$$

<sup>3</sup>См. также статью Щелкачева [206].

<sup>4</sup>Щелкачев [212], [219], Щелкачев и Донцов [213]. Особенно подробно этот вопрос был разобран в последних работах инж. К. М. Донцова.

либо

$$Q = c' s^n, \quad (26, XV)$$

где  $c$ ,  $c'$ ,  $n$  — постоянные величины, подлежащие определению<sup>5</sup>. Показатель степени  $n$  подбирался сообразно форме индикаторных кривых:  $n = 1$  для индикаторных линий типа 1 на рис. 128,  $n < 1$  для кривых типа 2,  $n > 1$  для кривых типа 3.

Возникает вопрос: отвечают ли формулы (25, XV) и (26, XV) истинной природе явлений, т. е. могут ли они точно отображать течение индикаторной кривой от нулевого до максимально возможного понижения давления?

На этот вопрос следует ответить отрицательно.

Действительно, судя, например, по формулам главы XIII, зависимость дебита скважин, к которым притекает газированная жидкость, от понижения давления более сложная и соответствующие им индикаторные линии отнюдь не подчиняются формуле (25, XV)<sup>6</sup>.

При притоке к скважине однородной жидкости в условиях водонапорного режима формулы (25, XV) и (26, XV) могли бы точно соответствовать индикаторным кривым только в том случае, если бы во всем пласте, начиная от стенки скважины, режим фильтрации имел одну и ту же природу.

Однако в § 6 главы IX было указано, что очень часто (при притоке жидкости к скважинам, гидродинамически несовершенным, и по характеру и по степени вскрытия пласта) в пласте могут одновременно сосуществовать различные режимы фильтрации. В таких случаях при малых дебитах индикаторная линия будет прямолинейна, а затем, с увеличением дебита и появлением вокруг скважины области кризиса линейного закона фильтрации, индикаторная линия начнет искривляться, и ее отклонение от прямолинейной формы будет тем больше, чем больше дебит скважины.

На рис. 61 была построена подобная индикаторная кривая — линия 1.

Попытаемся обработать отдельные участки линии 1 рис. 61 по формуле (25, XV); иными словами, попытаемся для отдельных участков этой линии подобрать соответствующие коэффициенты  $c$  и показатели степени  $n$ . Не приводя всех вычислений, укажем, что по мере увеличения понижений давления в скважине показатель степени  $n$  уменьшается (см. табл. 29).

Отсюда вытекают весьма важные для практики выводы: обычно при исследовании нефтяных скважин достигают сравнительно небольших понижений давления, т. е. в результате исследования скважины получают некоторый небольшой участок индикаторной кривой. Далее рассуждают так: для предсказаний дебитов скважины при больших перепадах давления и, в частности, для предсказания потенциального дебита, необходимо проэкстраполировать индикаторную кривую; графическая экстраполяция неточна, лучше

<sup>5</sup> $n$  называли «показателем режима фильтрации». Выше было доказано, что форма индикаторной линии, а, следовательно, и ее аналитическое выражение зависят от пяти факторов, а не только от режима фильтрации. Поэтому термин «показатель режима фильтрации» в связи с формулами (25, XV), (26, XV) совершенно неуместен.

<sup>6</sup>См. по этому поводу статьи Лапука [87] и Щелкачева [207].

Таблица 29

Участок кривой рис. 61	<i>OA</i>	<i>BCD</i>	<i>CDE</i>	<i>EFG</i>
Показатель степени <i>n</i> в формуле дебита (25, XV), отвечающий данному участку кривой .....	1	0,91	0,83	0,68

использовать для экстраполяции аналитическое выражение кривой по формуле (25, XV). Предполагают, что эта формула точно соответствует природе процесса притока жидкости к скважине, а потому любая экстраполяция индикаторной кривой по этой формуле считается вполне законной и точной. Поэтому имеющийся в результате исследования скважин участок индикаторной кривой обрабатывают по формуле (25, XV) или (26, XV), подбирают для этого участка соответствующие величины *c* (или *c'*) и *n* и затем, считая эти величины постоянными, экстраполируют индикаторную кривую и предсказывают по ней дебиты. Найденные величины *c* и *n* считают характеристиками скважины и находят возможным говорить: «данная скважина имеет показатель фильтрации *n*, имеющий определенное числовое значение, например:  $n = 0,8$ ».

Табл. 29 и все сказанное выше обнаруживают всю порочность подобных рассуждений.

Показатель степени *n*, найденный для какого-то участка индикаторной кривой, нельзя считать постоянным и относящимся ко всему ее течению от нулевого до максимального возможного понижения давления в скважине.

На рис. 61, кроме истинной индикаторной кривой *OABCDEFGF*, показаны пунктирные кривые 2–4, являющиеся результатами попыток экстраполяции отдельных участков индикаторной кривой; отдельные участки обрабатывались по формуле (25, XV).

Из сравнения кривых 2–4 с истинной индикаторной кривой 1 ясна порочность этих попыток при сколько-нибудь далеко идущей экстраполяции. При попытках предсказаний потенциалов скважин (считая, что потенциальный дебит намного превосходит, тот, который был получен в процессе исследования скважины) ошибка может достигать сотен процентов.

Наоборот, при небольшой экстраполяции<sup>7</sup> использование формул типа (25, XV), (26, XV) или каких-либо иных эмпирических формул дает хорошие результаты (см. подробности в книгах Альтовского [5], Каменского [65] и других, специально посвященных вопросам обработки результатов исследования скважин).

<sup>7</sup> Например, в гидрогеологической практике считается допустимым экстраполировать индикаторные линии до  $1,75s_{\max}$ , когда они прямые, и до  $2,25s_{\max}$ , когда выпуклые;  $s_{\max}$  — максимальное понижение уровня (максимальная депрессия), достигнутая в процессе исследования скважины при соблюдении должных правил применения метода «пробных откачек».

## § 5\*. Важнейшие свойства коэффициентов продуктивности скважины

Коэффициентом продуктивности скважины (сокращенно к. п. с.) называется либо отношение ее дебита к понижению давления на забое, либо отношение дебита к понижению уровня жидкости в скважине.

Сохраним прежние обозначения:  $G$  и  $Q$  — весовой и объемный дебиты скважины,  $\Delta p$  — понижение забойного давления,  $p_k$  и  $p_c$  — статическое и динамическое давления на ее забое.  $H_k$  и  $H_c$  — высоты статического и динамического уровней,  $s$  — понижение уровня в скважине; к. п. с. будем обозначать буквой  $\eta$ .

Согласно определению, к. п. с. определяется одной из следующих четырех формул:

$$\eta_1 = \frac{Q}{p_k - p_c} = \frac{Q}{\Delta p}, \quad (27, XV)$$

$$\eta_2 = \frac{Q}{H_k - H_c} = \frac{Q}{s}, \quad (28, XV)$$

$$\eta_3 = \frac{G}{p_k - p_c} = \frac{G}{\Delta p}, \quad (29, XV)$$

$$\eta_4 = \frac{G}{H_k - H_c} = \frac{G}{s}. \quad (30, XV)$$

Наиболее употребительные размерности к. п. с. таковы:

$$[\eta_1] = \text{м}^3 / \text{сутки} \cdot \text{ат}, \quad (31, XV)$$

$$[\eta_2] = \text{м}^3 / \text{сутки} \cdot \text{м}, \quad (32, XV)$$

$$[\eta_3] = \text{т} / \text{сутки} \cdot \text{ат}, \quad (33, XV)$$

$$[\eta_4] = \text{т} / \text{сутки} \cdot \text{м}. \quad (34, XV)$$

Коэффициент продуктивности скважин численно равен весовому или объемному дебиту скважины на единицу понижения давления или уровня в ней<sup>1</sup>.

В гидрогеологической практике принято к. п. с. называть удельным дебитом скважин.

Допустим, что в течение определенного промежутка времени состояние забоя и призабойной зоны остается неизменным; спрашивается: можно ли

<sup>1</sup> В данном параграфе не учитывается влияние эффекта взаимодействия скважин на свойства их коэффициентов продуктивности. Кроме того, мы ограничимся только упоминанием о том, что если из скважин добывается не только нефть, но и вода и газ, то при подсчете к. п. с. следует учитывать дебит всех трех компонентов; подробности смотреть в цитируемой ниже специальной литературе по исследованию скважин.

считать к. п. с. величиной постоянной, не зависящей от величины понижения давления или понижения уровня?

Величина отношения дебита к понижению давления или уровня в скважине не будет зависеть от величины этого понижения только в том случае, когда индикаторная линия скважины прямая, т. е. когда дебит прямо пропорционален понижению давления или уровня.

В § 3 данной главы было установлено, что индикаторная линия оказывается прямой при соблюдении пяти условий. Таким образом, при нарушении хотя бы одного из перечисленных там условий индикаторная линия будет кривой и, следовательно, к. п. с. будет меняться с изменением величины понижения давления или понижения уровня.

Рассмотрим сначала тот случай, когда к. п. с. постоянен.

Если масштабы оси дебитов и оси понижений считать одинаковыми, то тангенс угла наклона прямой индикаторной линии к оси понижений численно будет равен к. п. с. Согласно обозначениям рис. 130, имеем:

$$\eta = \operatorname{tg} \alpha. \quad (35, \text{XV})$$

Здесь к. п. с. обозначается буквой  $\eta$  без индексов, чтобы подчеркнуть свойство, общее для всех четырех типов к. п. с., определяемых формулами (27, XV)–(30, XV).

В формуле (21, IX) зависимость между дебитом и понижением давления линейная; при выводе этой формулы предполагалось, что перечисленные выше пять условий соблюдены. Из формулы (21, IX) можем определить величину постоянного для данной скважины коэффициента продуктивности  $\eta_1$ :

$$\eta_1 = \frac{2\pi bk}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (36, \text{XV})$$

Из формулы (28, IX) аналогичным образом можно было бы определить к. п. с.  $\eta_2$ .

В рассматриваемом случае плоско-радиального движения к. п. с. наиболее сильно зависит от мощности и проницаемости пласта и от вязкости жидкости; величина отношения  $\frac{R_k}{R_c}$  значительно меньше влияет на к. п. с.

Иногда в рассмотрение вводят так называемый удельный к. п. с., равный отношению к. п. с. к мощности пласта; в случае плоско-радиального движения удельный к. п. с., понятно, уже не зависит от мощности пласта.

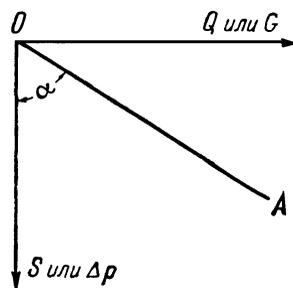


Рис. 130. Индикаторная линия при постоянном коэффициенте продуктивности скважины.

Соответствующим образом постоянный к. п. с. можно было бы определить и в более сложных случаях притока жидкости к гидродинамически несовершенным скважинам, когда выполнены упомянутые выше пять условий.

Допустим далее, что в любом случае линейной зависимости дебита от понижения известны два значения объемного дебита  $Q'$  и  $Q''$ , соответствующие двум значениям установившегося забойного динамического давления  $p'_c$  и  $p''_c$ . Из формулы (27, XV) получим:

$$Q' = \eta_1(p_k - p'_c), \quad (37, XV)$$

$$Q'' = \eta_2(p_k - p''_c), \quad (38, XV)$$

откуда, вычитая последнее равенство из предпоследнего, имеем:

$$\eta_1 = \frac{Q' - Q''}{p'_c - p''_c}. \quad (39, XV)$$

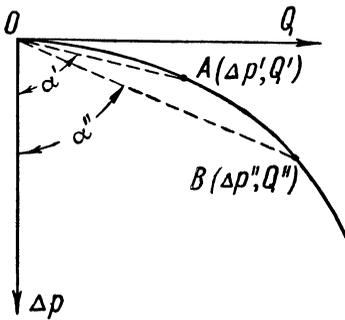


Рис. 131. Индикаторная линия при коэффициенте продуктивности скважины, уменьшающемся с понижением забойного давления.

уменьшаться; если индикаторные линии вогнуты, то к. п. с. будут с увеличением понижения увеличиваться. Случаи вогнутых индикаторных линий нас интересовать не будут, ибо в предыдущем параграфе вогнутые индикаторные кривые были признаны дефектными для непосредственного установления по ним правильного технологического режима работы скважин.

На рис. 131 изображена выпуклая индикаторная кривая. Согласно только что сделанным замечаниям, к. п. с.  $\eta'_1$  и  $\eta''_1$ , соответствующие понижениям

Следовательно, в рассматриваемых условиях определение к. п. с. по формулам (27, XV) и (39, XV) дает одни и те же результаты. Из формулы (39, XV) к. п. с. можно определить как отношение изменения величины дебита к соответствующему изменению величины забойного давления.

Перейдем к тем случаям, когда к. п. с. величина переменная, т. е. соответствующая индикаторная линия кривая. Разным понижениям давления (или уровня) будут соответствовать разные к. п. с. При одинаковом масштабе осей дебита и понижения к. п. с. будут численно равны тангенсам углов наклона хорд к оси понижения; хорды проводятся из начала координат в те точки кривой, которые соответствуют заданным понижениям. Ясно, что если индикаторные кривые выпуклы, то с увеличением понижения давления (или уровня) к. п. с. будут

забойных давлений  $\Delta p'$  и  $\Delta p''$  и дебитам  $Q'$  и  $Q''$ , определяются так:

$$\eta'_1 = \operatorname{tg} \alpha' = \frac{Q'}{\Delta p'}, \quad (40, XV)$$

$$\eta'_2 = \operatorname{tg} \alpha'' = \frac{Q''}{\Delta p''}. \quad (40, XV)$$

Всегда  $\eta''_1 > \eta'_1$ , если  $\Delta p' < \Delta p''$ .

В случае кривых индикаторных линий нельзя говорить о к. п. с., не указывая, при каком именно понижении к. п. с. был подсчитан.

В самом деле, допустим, что две скважины имеют совершенно одинаковые индикаторные линии. Для первой к. п. с.  $\eta'_1$  определяется при понижении забойного давления  $\Delta p'$ , а для второй к. п. с.  $\eta''_1$  определяется при понижении забойного давления  $\Delta p''$ .

Из того факта, что  $\eta'_1 > \eta''_1$ , отнюдь нельзя сделать вывод о большей продуктивности первой скважины по сравнению со второй.

Если на основании подсчетов коэффициентов продуктивности разных скважин хотят судить об их относительной продуктивности, причем индикаторные линии исследуемых скважин кривые (будут ли эти кривые сильно или мало отличаться друг от друга для разных скважин), необходимо придерживаться определенного правила. Именно, коэффициенты продуктивности должны подсчитываться при приблизительно одинаковых (желательно возможно более одинаковых) понижениях давления в разных скважинах.

Если для скважины с кривой индикаторной линией подсчитан коэффициент продуктивности, отвечающий определенному понижению давления на ее забое, то, строго говоря, использовать его для предсказания дебитов при других понижениях нельзя; практически это может быть допустимо лишь для ориентировочной оценки дебитов при понижениях, не слишком отличающихся от того, для которого был подсчитан к. п. с.

Следует также помнить, что если к. п. с. подсчитан на основании прямой индикаторной линии, то его нельзя использовать для слишком далеко идущей экстраполяции (см. подстрочное примечание в конце предыдущего параграфа), ибо при увеличении понижения давления индикаторная линия может искривиться.

Перейдем к рассмотрению свойств к. п. с., зависящих от проявлений упругости жидкости и пласта.

Допустим, что скважина пущена в эксплуатацию с постоянным дебитом, причем движение однородной жидкости в пласте подчиняется линейному закону фильтрации. Благодаря упругости жидкости и пласта давление в пласте не сможет мгновенно перераспределиться. На рис. 132 горизонтальная линия  $AB$  изображает пьезометрическую линию, соответствующую статическому состоянию в пласте до начала отбора жидкости из скважины  $C$ . Линии  $D'E$ ,  $D'G$ ,  $D''B$  — схематические изображения вертикальных разрезов последовательно расширяющейся пьезометрической воронки депрессии в различные моменты времени  $t'$ ,  $t''$ ,  $t'''$ , после пуска скважины. Допустим,

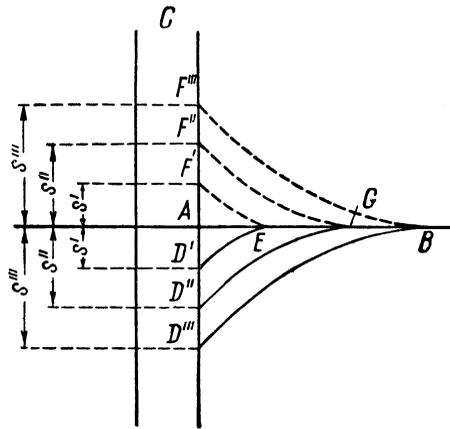


Рис. 132. Последовательные положения пьезометрических кривых (схематическое изображение) при неустановившемся процессе перераспределения пластового давления после пуска эксплуатационной (нижняя половина чертежа) или нагнетательной (верхняя половина чертежа) скважин.

что в моменты времени  $t'$ ,  $t''$ ,  $t'''$ , которым соответствуют понижения пьезометрических уровней  $s'$ ,  $s''$ ,  $s'''$ , выполнены подсчеты коэффициентов продуктивности  $\eta'_1$ ,  $\eta''_1$ ,  $\eta'''_1$  по формуле (28, XV).

Так как  $Q = \text{const}$  и  $s' < s'' < s'''$ , то ясно, что  $\eta'_1 > \eta''_1 > \eta'''_1$ . Отсюда может быть сделан неверный вывод о «затухании фильтрации» (в соответствующих условиях это явление, конечно, также возможно) благодаря запарафиниванию пор, их засорению, засорению фильтра, образованию песчаной пробки на забое и т. д.; истинная же причина в рассматриваемых условиях состоит в том, что замеры давлений проводились в условиях неустановившегося процесса перераспределения давления при упругом режиме.

Совершенно аналогичная картина получилась бы и в том случае, если бы стали закачивать воду с постоянным дебитом в нагнетательную скважину. Над линией  $AB$  показаны соответствующие положения пьезометрических линий  $F'E$ ,  $F''G$ ,  $F'''B$  в моменты времени  $t'$ ,  $t''$ ,  $t'''$ . И здесь, при закачке воды в скважину в условиях упругого режима, нельзя объяснить уменьшение к. п. с. с течением времени только за счет «затухания фильтрации».

Наконец, на рис. 133 показан схематический разрез скважины  $C$  и разрез пьезометрической воронки  $DB$ , соответствующей установившемуся режиму работы скважины с дебитом  $Q$  и понижением пьезометрического уровня  $s$ . Допустим, что в условиях упругого режима дебит скважины быстро уменьшился и пустили ее в работу с новым постоянным дебитом  $Q_y$ . Вследствие изменения темпа отбора жидкости из скважины давление в пласте станет

перераспределяться. Линии  $L'M$ ,  $L''G$  — последовательные положения пьезометрических кривых. Пусть к. п. с. был подсчитан в тот момент  $t'$ , когда пьезометрический уровень в скважине занимал положение  $L'$  и его понижение было  $s'$ :

$$\eta'_2 = \frac{Q - Q_y}{s - s'}. \quad (42, XV)$$

Определяя к. п. с.  $\eta''_2$  таким же методом в какой-нибудь следующий момент времени  $t''$  при понижении уровня  $s''$ , получим:

$$\eta''_2 = \frac{Q - Q_y}{s - s''}, \quad (43, XV)$$

$$\eta'_2 > \eta''_2, \quad (44, XV)$$

ибо  $s'' < s'$ .

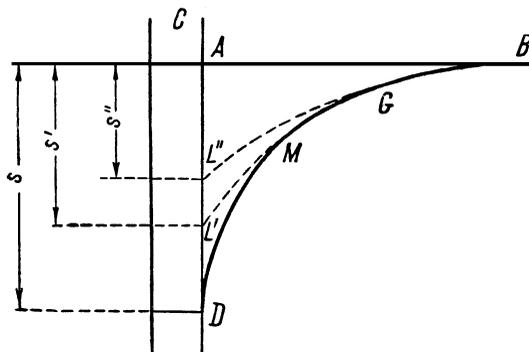


Рис. 133. Последовательные положения пьезометрических кривых (схематическое изображение) после уменьшения темпа отбора жидкости из скважин.

В двух последних примерах, говоря о возможности уменьшения к. п. с. с течением времени, мы считали, что после пуска скважины в эксплуатацию или после смены режима ее работы дебит скважины поддерживается постоянным, а давление на забое и, следовательно, понижение давления изменяются. Совершенно аналогичная картина уменьшения к. п. с. с течением времени получилась бы в условиях упругого режима и в том случае, если бы после пуска скважины или после смены режима ее работы в ней поддерживалось бы постоянное понижение давления, а дебит изменялся за счет продолжающегося процесса перераспределения пластового давления (см. § 2–5 гл. XI, а также Щелкачев [219]).

Неустановившиеся процессы перераспределения пластового давления могут продолжаться весьма долго (теоретически неограниченно долгое время), хотя в ближайшей окрестности возмущающей скважины пластовое давление сильно изменяется лишь в начальный период после смены режима ее работы, а в дальнейшем темп изменения пластового давления резко уменьшается. Поэтому подсчитывать к. п. с. часто приходится не дожидаясь установившегося состояния давления в пласте и, следовательно, необходимо считаться с возможностью уменьшения к. п. с. с течением времени<sup>2</sup>.

Проанализируем еще одно важное свойство к. п. с. Выше было отмечено, что величина к. п. с. в значительной степени зависит от проницаемости пласта и вязкости жидкости, притекающей в скважине. Допустим, что первоначально пластовое давление было выше давления насыщения и весь газ в пласте был растворен в нефти.

В этих условиях, которые будем считать соответствующими лишь первой стадии эксплуатации, к скважине будет притекать однородная жидкость. Предположим далее, что в процессе эксплуатации наступает вторая стадия, когда пластовое давление опускается ниже давления насыщения. В таком случае газ будет выделяться из раствора, к скважине будет притекать неоднородная жидкость с пузырьками окклюдированного газа. Как было установлено в главах XIII и III, общая эффективная проницаемость пласта при движении в нем смеси жидкости и газа значительно меньше проницаемости пласта для однородной жидкости; кроме того, по мере выделения газа из нефти ее вязкость увеличивается. Так как во второй стадии эксплуатации скважины эффективная проницаемость пласта меньше, а вязкость больше, чем в первой стадии, то к. п. с. во второй стадии значительно меньше, чем в первой стадии [см., например, формулу (36, XV) для к. п. с.]. Совершенно аналогичные явления уменьшения к. п. с. неоднократно наблюдались в нефтестроительной практике и в других условиях. Именно, после начала обводнения скважины краевыми или подошвенными водами степень насыщенности порового пространства призабойной зоны водой возрастает, а степень насыщенности пор нефтью убывает. И здесь, в полном согласии с изложенными выше (см. § 5 главы XIII) законами движения смеси нефти и воды, эффективная проницаемость пласта, а, следовательно, и коэффициент продуктивности будут после начала обводнения меньше, чем до ее обводнения<sup>3</sup>.

Однако во многих случаях непосредственно перед началом и после начала обводнения наблюдалось прямо противоположное явление — рост к. п. с. Это объясняется следующими причинами: если процесс обводнения протекает не так, как только что было описано (характер процесса обводнения во

---

<sup>2</sup>Конечно, следует стремиться замерять к. п. с. при возможно более установившемся распределении пластового давления после смены режима работы скважины, о чем можно судить по повторным контрольным замерам ее дебита, а также по графику изменения забойного давления или уровня с течением времени.

<sup>3</sup>Аналогичные явления уменьшения (иногда очень резкого) к. п. с. замечали после промывок нефтяных скважин водой, проникавшей в процессе промывки в пласт. Отрицательно влияет на к. п. с. и вода, отфильтровываемая в пласт из глинистого раствора в процессе бурения.

многим зависит от физических и физико-химических свойств нефти, воды и горной породы), а наступающая вода движется с одной стороны или со всех сторон к забою скважины сплошным флюнтом, почти полностью вытесняя более вязкую нефть из пор и двигая ее перед собой, то сопротивление движению жидкости в призабойной зоне будет постепенно уменьшаться. Замещением в призабойной зоне жидкости с большой вязкостью жидкостью с меньшей вязкостью (при сохранении или незначительном изменении эффективной проницаемости) и объясняются отмечаемые в нефтепромысловой практике явления увеличения к. п. с. (см. главу XVIII).

Не будем касаться других случаев увеличения или уменьшения к. п. с., зависящих от более сложных изменений относительной насыщенности порового пространства водой, нефтью и газом. Сказанного достаточно, чтобы понять зависимость величины к. п. с. от относительных количеств нефти, воды и газа и от их физических свойств в призабойной зоне.

Анализа физико-химических процессов, происходящих в пласте и влияющих на проницаемость призабойной зоны и тем самым на величину к. п. с., мы в нашем курсе приводить не можем (см. по этому поводу Ребиндер и др. [154], Требин [172], Максимович [116], Гейман [32], Андрианов [8]).

## § 6\*. Замечания по поводу методов исследования скважин

В конце § 2 данной главы были сделаны критические замечания по поводу в прошлом одного из самых распространенных методов исследования скважин — «метода прослеживания за уровнем или за забойным давлением». Принципиальная дефектность этого метода (по крайней мере в том виде, в каком он до сих пор употреблялся) обнаруживается при анализе проявлений упругости жидкости и пласта.

В самом деле, при осуществлении метода прослеживания уровня после остановки или пуска скважины или после подлива в нее жидкости динамический уровень в скважине, двигаясь непрерывно, изменяет свое положение; непрерывно изменяется давление на забое исследуемой скважины. Каждое проходимое положение уровень занимает только одно мгновение. В методе прослеживания определяют скорость изменения положения уровня, а следовательно, и дебит скважины, соответствующий мгновенному положению уровня.

Считают, что дебит скважины, отвечающий определенному положению уровня жидкости в ней в процессе движения уровня, должен быть таким же, как и установившийся дебит, соответствующий установившемуся положению динамического уровня на той же самой высоте (т. е. при том же понижении под статическим уровнем). Это совершенно неверно: процесс перераспределения давления в пласте не происходит мгновенно, он отстает от неустановившегося процесса изменения положения уровня (изменения забойного давления) в исследуемой скважине. Поэтому «мгновенный дебит», замеренный для какого-то положения уровня в процессе его движения, не может быть ра-

вен установившемся дебиту при установившемся динамическом уровне в том же положении. Следовательно, «метод прослеживания» в обычной форме его применения действительно является принципиально дефектным. Промысловые работники давно утверждали, что результаты исследования скважин по методу прослеживания часто оказывались крайне неточными, но наиболее существенной причины дефектности этого метода не указывали. Затем истинные причины дефектности метода прослеживания были установлены сначала теоретическим путем (см. Щелкачев [2066]), а потом и с помощью специальных исследований скважин (см. Щелкачев [212, 209, 211]).

От этих дефектов свободен (вернее сказать, почти свободен) другой метод исследований скважин — «метод пробных откачек». Желая подчеркнуть сущность этого метода, его недавно предложили называть «методом установившихся отборов»<sup>1</sup>. Как показывает новое название, метод установившихся отборов основан на наблюдениях за несколькими практически установившимися режимами работы скважин. При каждом режиме работы замеряются дебит скважины и динамическое забойное давление или динамический уровень жидкости в ней. Иногда удается замерять и статическое давление или статический уровень в процессе остановки скважины. Результаты исследования сразу дают возможность построить индикаторную диаграмму.

Конечно, следует помнить, что и в методе «установившихся» (этот термин мы умышленно берем в кавычки) отборов, при переходе от одного темпа отбора жидкости к другому, строго говоря, не удается достичь *абсолютно* установившегося режима работы скважины, но степень различия достигнутого состояния от установившегося здесь совершенно иная, чем в методе прослеживания.

Вот почему гидрогеологи, имеющие значительно больший стаж исследования скважин (нафталогия моложе гидрогеологии), пользуются исключительно методом установившихся отборов и вследствие тщательно разработанной методики достигают сравнительно весьма точных результатов (см. Каменский [65], Альтовский [6]).

Методика применения метода установившихся отборов для исследования нефтяных скважин значительно сложнее вследствие газированности и обводненности многих скважин и больших их глубин (по сравнению с большинством водяных скважин, которые исследуются гидрогеологами). Однако распространение эхолотов, забойных регистрирующих манометров и использование аппаратов Яковлева легкой конструкции способствуют освоению метода установившихся отборов в нефтепромысловой практике.

Специальные сравнительные исследования одних и тех же скважин как по методу прослеживания, так и по методу установившихся отборов показали, что результаты исследования первым методом часто приводили к совершенно недопустимым погрешностям. Оказалось, например, что индикаторные линии многих скважин, исследованных методом прослеживания, были вогнутыми, т. е. явно дефектными, тогда как истинные индикаторные кривые

---

<sup>1</sup>Это было моим предложением, но я здесь не хотел этого подчеркивать

(построенные на основе результатов метода установившихся отборов) были прямыми или даже выпуклыми — см. Щелкачев и Донцов [213]<sup>2</sup>.

Не повторяя ранее отмеченных причин появления вогнутых индикаторных кривых (см. § 4), объясним происхождение вогнутых индикаторных кривых при исследовании скважины по методу прослеживания.

Предположим, что скважину пустили в эксплуатацию, резко снизив противодавление на ее забое; замерим дебит скважины  $Q_1$  после того, как она поработает достаточно долгий срок и режим ее работы почти установится. Затем еще раз понизим противодавление на забое и, спустя должный срок, вновь замерим дебит  $Q_2$ . Два замера дебита и давления дадут на индикаторной линии две точки  $A_1$  и  $A_2$  (см. рис. 134); замер статического давления дает третью точку  $O$ . При соблюдении соответствующих условий (движение жидкости в пласте по линейному закону фильтрации и т. д., см. § 3), три точки  $O$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ , полученные при исследовании скважины по методу установившихся отборов, окажутся лежащими на одной прямой (см. индикаторную линию 1).

Допустим далее, что два кратковременных замера дебитов выполнены сразу же после снижения противодавления на забое скважины, причем второе снижение противодавления следует тотчас за первым. Замеренные таким образом дебиты обозначим через  $Q'_1$  и  $Q'_2$ .

Свойства упругого режима позволяют утверждать, что

$$Q'_1 > Q_1; \quad Q'_2 > Q_2.$$

Откладывая на индикаторной диаграмме дебиты  $Q'_1$  и  $Q'_2$  и соответствующие им противодавления, получим точки  $A'_1$  и  $A'_2$ . Соединяя  $O$ ,  $A'_1$  и  $A'_2$  плавной кривой, получим вогнутую индикаторную линию  $OA'_1A'_2$  — линию 1. Если бы  $(Q'_2 : Q_2) = (Q'_1 : Q_1)$ , то линия  $OA'_1A'_2$  была бы прямой. Однако этого не может быть: теория упругого режима позволяет утверждать<sup>3</sup>, что

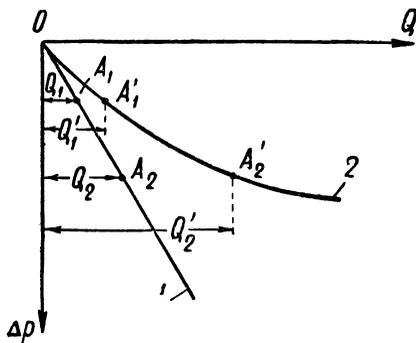


Рис. 134. Сопоставление индикаторных кривых, построенных на основании замеров практически установившихся (линия 1) и неустановившихся (линия 2) дебитов скважины.

<sup>2</sup>За последние годы в ГрозНИИ инж. К. М. Донцовым накоплен новый материал тщательных сравнительных исследований одних и тех же скважин разными методами; материалы этих новых исследований представляют большой интерес. Кроме того, в работах В. Н. Щелкачева [212, 209] приведен анализ ценного материала по исследованию скважин, собранного бригадой Грозненского института повышения квалификации хозяйственников и ИТР.

<sup>3</sup>См. Щелкачев [219].

большему возмущению (большему понижению забойного давления) будет соответствовать абсолютно более интенсивный неустановившийся процесс перераспределения пластового давления. Поэтому  $(Q_2' : Q_2) > (Q_1' : Q_1)$ . Кривая  $OA_1'A_2'$  построена по трем точкам — на основании двух замеров неустановившихся дебитов при двух следующих одно за другим понижениях давления на забое скважин и на основании замера статического пластового давления. Понятно, что такую же вогнутую форму сохранила бы индикаторная кривая, если бы мы построили ее по многим точкам, полученным в процессе прослеживания за движением уровня.

Итак, действительно, оказывается, что индикаторная кривая прослеживания может иметь вогнутую форму, тогда как истинная индикаторная линия для той же скважины прямая.

Любопытно отметить, что «метод прослеживания» был предложен в США позже, чем в СССР: в СССР применение метода прослеживания предложено В. П. Яковлевым в начале тридцатых годов, тогда как Маскет предложил использовать его в США лишь в 1936 г. — см. Яковлев [225], Маскет [120], Гейман [33], Щелкачев [212]. В США этот метод не получил сколько-нибудь широкого распространения, хотя пропагандировался несколькими авторами. До сих пор в американской литературе не опубликованы принципиальные критические замечания по поводу метода прослеживания, основывающиеся на законах подземной гидравлики. В СССР этот вопрос был исследован подробно; результаты критического исследования приведены в данном и предыдущих параграфах.

В заключение заметим, что прослеживание за уровнем или за забойным давлением (после изменения режима работы скважины) дает весьма ценные материалы для суждения о темпах восстановления давления в скважине, что важно для нормирования исследования той же скважины по методу «установившихся» отборов. Кроме того, упомянутые материалы прослеживания позволяют, пользуясь теорией упругого режима, подсчитать очень важные параметры пласта, характеризующие темпы перераспределения пластового давления.

---

---

## ГЛАВА XVI

# Влияние различия в удельных весах двух жидкостей в пласте на распределение давлений и поведение скважин

### § 1. Анализ явления поднятия подошвенной воды к забою нефтяной скважины

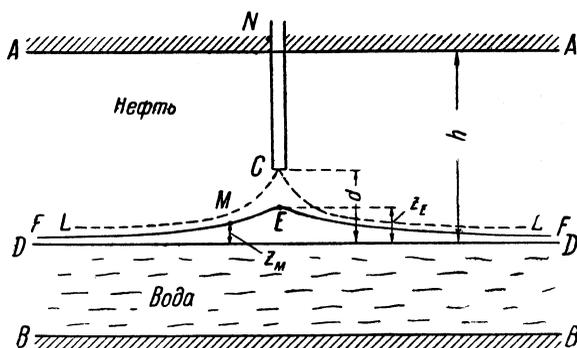


Рис. 135. Схематичное изображение процесса образования конуса подошвенной воды под забоем нефтяной скважины.

Рассмотрим простейшую схему: однородный горизонтальный пласт имеет непроницаемую кровлю и подошву  $AA$  и  $BB$ . Верхняя часть пласта насыщена нефтью, нижняя — водой. При отсутствии движения жидкости в пласте первоначальный водо-нефтяной раздел  $DD$  горизонтален (см. рис. 135). Пусть забой скважины  $NC$  расположен выше плоскости  $DD$ . После пуска скважины  $NC$  в эксплуатацию с небольшим дебитом водо-нефтяной раздел изменит свою форму, приподнимется и займет положение  $FEF$ . Если верхняя точка  $E$  водо-нефтяного раздела окажется ниже забоя  $C$  скважины, то при постоянном темпе отбора нефти из скважины водо-нефтяной раздел  $FEF$  будет находиться

в состоянии равновесия — вода под ним будет в покое и к скважине будет двигаться только нефть. Давление под водо-нефтяным разделом распределяется по гидростатическому закону.

Обозначим через  $p_M$  давление в произвольной точке  $M$  водо-нефтяного раздела  $FEF$ ,  $z_M$  — высота точки  $M$  над начальным зеркалом подошвенной воды  $DD$ . На достаточно большом расстоянии от скважины водо-нефтяной раздел  $FEF$  сливается с плоскостью  $DD$  и давление там будем считать равным тому давлению  $p_D$ , которое было бы во всех точках плоскости  $DD$  и при отсутствии отбора нефти из скважины. Пользуясь принятыми обозначениями, получим:

$$p_M = p_D - \gamma_V z_M, \quad (1, XVI)$$

где  $\gamma_V$  — вес единицы объема пластовой воды.

Давление  $p'_M$  в той же точке  $M$  пласта до начала эксплуатации скважины, когда давление в нефтяной зоне над плоскостью  $DD$  также распределялось по гидростатическому закону, определяется формулой:

$$p'_M = p_D - \gamma_H z_M, \quad (2, XVI)$$

где  $\gamma_H$  — вес единицы объема нефти в пластовых условиях.

$\gamma_H < \gamma_V$ , а потому  $p'_M > p_M$ .

Обозначим

$$p'_M - p_M = \Delta p_M; \quad (3, XVI)$$

тогда из предыдущих формул получим:

$$\Delta p_M = (\gamma_V - \gamma_H) z_M. \quad (4, XVI)$$

Формула (4, XVI) определяет необходимое понижение (по сравнению со статическим) давления  $\Delta p_M$  в точке  $M$ , при котором частица воды может подняться до точки  $M$  с уровня  $DD$  и удерживаться в точке  $M$  в состоянии равновесия.

Пользуясь теми же обозначениями, определим понижение давления  $\Delta p_E$  в точке  $E$  пласта, соответствующей «вершине» водо-нефтяного раздела:

$$\Delta p_E = (\gamma_V - \gamma_H) z_E. \quad (5, XVI)$$

Явление образования «холма» на поверхности приподнявшегося зеркала подошвенных вод под эксплуатирующейся скважиной носит название явления конусообразования.

При увеличении темпа отбора жидкости из скважин увеличивает-ся понижение давления на ее забое и, следовательно, в самом пласте.

В связи с этим, как показывает формула (5, XVI), возрастает высота  $z_E$ , на которую может подняться вершина  $E$  конуса обводнения.

Наоборот, если бы дебит скважины уменьшился, то давление на ее забое повысилось бы, понижение давления в любой точке пласта уменьшилось бы и, следовательно [в соответствии с формулой (5, XVI)], уменьшилась бы высота поднятия вершины конуса обводнения.

Итак, высота поднятия конуса подошвенной воды под забоем эксплуатирующейся скважины находится в прямой зависимости от ее дебита.

Приведенные выше совершенно элементарные соображения хорошо подтверждаются известными в нефтепромысловой практике фактами. Например, при появлении воды в скважине вследствие поднятия к ее забою конуса обводнения уменьшение дебита скважины способствует ее временному «оздоровлению»: добыча нефти происходит без воды, либо процент воды в ней сокращается. Кроме того, часто при появлении подошвенной воды в скважине ее забой повышают путем установки цементного моста (заливают цементом нижнюю часть ствола скважины) и после этого временно добыча нефти вновь происходит без воды.

Сокращение темпов отбора жидкости из скважин и установка цементных мостов («стаканов») для борьбы с прорывом подошвенных вод систематически применялись во многих нефтеносных районах и, в частности, в процессе разработки высокопродуктивных пластов Октябрьского (бывш. Ново-Грозненского) района<sup>1</sup>.

Конечно, для практических целей наиболее важно указать то «критическое понижение давления» на забое скважины (будем называть его  $\Delta p_{кр}$ ), при котором конус воды может достигнуть ее забоя и занять схематически показанное на рис. 135 положение  $LCL$ .

К сожалению, подсчет критического понижения давления на забое скважины  $\Delta p_{кр}$  и определение формы «конуса» обводнения в процессе его роста и поднятия не могут быть выполнены элементарными методами. Кроме того, результаты довольно сложных гидродинамических исследований разных авторов (например, Миллионщикова и Маскета)

<sup>1</sup> В нефтепромысловой практике известны и такие случаи, когда в ранней стадии разработки пласта уменьшение дебитов скважин после прорыва подошвенных вод к их забоям не давало нужного эффекта. Даже, наоборот, иногда за время остановки скважины конус подошвенной воды не только не оседал, но еще более поднимался, вокруг забоя образовывалась водяная оболочка, нефть оттеснялась от забоя и после пуска скважина оказывалась более обводненной, чем до остановки. Это нисколько не противоречит сказанному выше, ибо происходит в особых условиях мелкопористых пластов (тонкозернистых пород), в которых нужно учитывать значительную роль капиллярных сил, поверхностных явлений, и потому формула (5, XVI) оказывается неприменимой.

в этой области не во всем совпадают. Поэтому в данной главе мы не сможем привести формул для подсчета критического давления и формы поверхности поднимающегося «конуса» обводнения.

Однако мы считаем полезным познакомить читателей с важнейшими выводами из гидродинамического анализа проблемы конусообразования и именно с теми, которые подтверждаются всеми авторами.

Введем обозначение (см. рис. 135):

$$f = \frac{h-d}{h} \times 100, \quad (6, XVI)$$

т. е. величина  $f$  характеризует глубину вскрытия скважиной нефтенасыщенной части пласта в процентах по отношению к мощности  $h$  этой части пласта<sup>2</sup>.

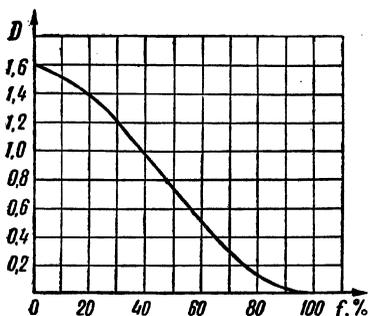


Рис. 136. График зависимости поправочного коэффициента  $D$  от относительной глубины  $f$  вскрытия нефтенасыщенной части пласта.

Если принять, что начальная мощность  $h$  нефтенасыщенной части пласта равна или меньше 22,9 м (75 фут.) и что  $f \geq 25\%$ , то на основании теоретических данных Маскета критическое понижение давления на забое скважины  $\Delta p_{кр}$  не будет превосходить 2 ат. При  $h \leq 15$  м и  $f \geq 25\%$  имеем  $\Delta p_{кр} \leq 1$  ат; при  $h \leq 15$  м и  $f \geq 15\%$  имеем  $\Delta p_{кр} \leq 1,6$  ат.

Во всех трех примерах при подсчетах предполагалось, что  $(\gamma_B - \gamma_H) = 0,3$  Г/см<sup>3</sup>. Если пользоваться методами подсчетов М. Д. Миллионщикова, то при тех же значениях  $(\gamma_B - \gamma_H)$ ,  $h$  и  $F$  величины  $\Delta p_{кр}$  получаются еще меньшими. Итак, оказывается, что в упомянутых условиях конус подошвенной воды должен под-

тянуться к забою скважины даже при сравнительно малом ее дебите. Допустим, что при  $h = 15$  м,  $f = 25\%$ ,  $\gamma_B = 1,1 \cdot 10^{-3}$  кг/см<sup>3</sup>,  $\gamma_H =$

<sup>2</sup>В исследованиях [120], посвященных проблеме конусообразования, скважина, гидродинамически несовершенная по глубине вскрытия пласта, считалась гидродинамически совершенной по характеру вскрытия пласта. Все упоминаемые здесь гидродинамические исследования проводились при соблюдении еще следующих условий: режим пласта водоанпорный, линейный закон фильтрации справедлив, пласт хорошо и однородно проницаем в вертикальном и горизонтальном направлениях и настолько крупнопористый, что эффектом действия капиллярных сил можно пренебречь.

$= 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг/см}^3$ , скважина имеет коэффициент продуктивности  $\eta = 20 \text{ м/сутки}$ . Если  $\Delta p_{\text{кр}} = 1 \text{ ат}$ , то дебит скважины не должен (по Маскету) превосходить  $20 \text{ м/сутки}$ , чтобы подошвенная вода не проникла в скважину.

Прежде чем обсуждать этот вывод, заметим, что недавно [122] выведена формула для количества нефти  $\tau_{\text{н}}$ , которое будет отобрано из скважины до того момента, как к ней подтянется конус подошвенной воды, если понижение давления в скважине больше критического<sup>3</sup>:

$$\tau_{\text{н}} = \alpha m h^3 \frac{k_{\text{Г}}}{k_{\text{В}}} D, \quad (7, \text{XVI})$$

где  $\alpha$  — произведение коэффициента нефтеотдачи пласта на коэффициент усадки нефти;

$m$  — коэффициент пористости пласта;

$k_{\text{Г}}$  и  $k_{\text{В}}$  — коэффициенты проницаемости пласта в вертикальном и горизонтальном направлениях (вдоль и перпендикулярно напластованию);

$D$  — поправочный коэффициент, зависящий от относительной глубины вскрытия нефтенасыщенной части пласта  $f$ .

График зависимости поправочного коэффициента  $D$  от  $f$  приведен на рис. 136.  $\alpha$ ,  $m$ ,  $D$  суть безразмерные величины, а потому  $\tau_{\text{н}}$  измеряется в тех же единицах, что и  $h^3$ .

В отличие от предыдущего, при выводе формулы (7, XVI) предполагалось, что пласт может иметь в вертикальном направлении иную проницаемость, чем в горизонтальном. Кроме того, формулу (7, XVI) можно использовать только тогда, когда гидродинамически совершенные по характеру вскрытия пласта скважины расположены друг от друга на столь большом расстоянии  $2a$ , что

$$\frac{a}{h} \sqrt{\frac{k_{\text{В}}}{k_{\text{Г}}}} > 3,5. \quad (8, \text{XVI})$$

В большинстве практически интересных случаев условие (8, XVI) выполняется. Если условие (8, XVI) не выполняется, то расчетная формула оказывается более сложной.

Рассмотрим пример:  $h = 15 \text{ м}$ ,  $f = 25\%$ ,  $k_{\text{В}} = k_{\text{Г}}$ , т. е. пласт изотропный,  $\alpha = 0,6$ ,  $m = 0,2$ . При заданном значении  $f$  по графику

<sup>3</sup>Подчеркнем, что формула (7, XVI) приближенная; при ее выводе (см. [122]) не учитывалось, например, различие в вязкостях нефти и воды. Более точное гидродинамическое решение задачи представляет очень большие математические трудности.

рис. 136 найдем  $D = 1,3$ . Условие (8, XVI) будет удовлетворено, если расстояние между скважинами  $2a$  больше 105 м.

Подставляя упомянутые данные в формулу (7, XVI), получим:

$$\tau_n = 526,5 \text{ м}^3. \quad (9, \text{XVI})$$

Итак, определено количество нефти  $\tau_n$ , которое будет добыто из скважины к моменту ее обводнения, если падение давления на забое скважины больше критического, т.е. когда к забою подтягивается конус подошвенной воды.

Как было выше указано, в рассматриваемых условиях

$$\Delta p_{кр} = 1 \text{ ат при } (\gamma_B - \gamma_n) = 3,10 \cdot 10^{-4} \text{ кг/см}^3.$$

Допустим, что при коэффициенте продуктивности  $\eta = 20 \text{ м/сутки}$  скважина эксплуатируется с дебитом  $Q = 20 \text{ м/сутки}$ , отвечающим критическому понижению давления на ее забое. Задаваясь этим малым дебитом и учитывая величину  $\tau_n$ , определяемую равенством (9, XVI), найдем промежуток времени  $T$ , за который конус подошвенной воды поднимется до забоя скважины:

$$T = \frac{\tau_n}{Q} = \frac{526,5}{20} \cong 26,3 \text{ суток.} \quad (10, \text{XVI})$$

Итак, даже при столь малом дебите меньше чем через месяц скважина должна обводниться.

Проанализируем полученные результаты. Как видно из приведенных выше примеров, при довольно значительной мощности  $h$  нефтенасыщенной части пласта, при небольшом относительном вскрытии пласта  $f$ , при небольшом понижении давления  $\Delta p_{кр}$  на забое скважины и, следовательно, при малом ее дебите скважина должна обводниться за сравнительно короткий промежуток времени  $T$ .

Возникают естественные вопросы: почему же в реальных условиях достаточно многодебитные скважины, под забоями которых имеется подошвенная вода, длительное время эксплуатируются без воды? Почему установка цементных мостов, поднимающих забой скважин на несколько метров, способна отодвинуть момент обводнения скважин на несколько месяцев? Анализ формулы (7, XVI) показывает, что значительное увеличение значения  $\tau_n$  в реальных условиях может быть получено лишь за счет увеличения отношения  $\frac{k_r}{k_b}$  в десятки и даже сотни раз по сравнению с значением  $\frac{k_r}{k_b} = 1$ , которое было принято в разобранным выше примере.

Известно, что проницаемость пласта вдоль напластования обычно больше проницаемости пласта в направлении, перпендикулярном напластованию, но обе величины оказываются, примерно, одного порядка для одного и того же образца породы (керна); чаще всего величина  $k_T$  превосходит  $k_B$  не более, чем в  $1,5 \sim 2 \sim 3$  раза. Для согласования же результатов подсчетов по формуле (7, XVI) требуется, как уже было упомянуто, чтобы  $k_T$  превосходило  $k_B$  в десятки и сотни раз. Ясно, что такого резкого различия в проницаемостях  $k_T$  и  $k_B$  для каждого керна ожидать нельзя. Однако в очень многих случаях в пластах обнаруживаются тонкие прослойки глин или плохо проницаемых мергелей (не говоря даже о более значительных пропластках), которые способны резко снизить *среднюю* проницаемость пласта в направлении, перпендикулярном напластованию.

Таким образом, при всей схематичности принятых в данном параграфе предположений и при бесспорной ограниченности и приближенности формулы (7, XVI), можно утверждать, что если бы *средняя* проницаемость вдоль напластования была бы такая же, как и в направлении, перпендикулярном напластованию, то скважины быстро бы обводнялись подошвенной водой. Наоборот, факты длительной безводной эксплуатации скважин при наличии подошвенной воды свидетельствуют о том, что в соответствующих случаях в пласте имеются тонкие или мощные плохо проницаемые пропластки, затрудняющие поднятие конуса подошвенных вод.

На основании последних соображений намечается важный практический вывод: для борьбы с подтягиванием подошвенных вод наиболее действенным средством является установка цементных мостов, но не ради уменьшения глубины вскрытия пласта (последнее сравнительно мало действенно), а именно с таким расчетом, чтобы между зеркалом подошвенных вод и верхней плоскостью цементного моста находились бы плохо проницаемые пропластки. Вероятно, наблюдавшиеся отдельные случаи малой эффективности установки цементных мостов были связаны с тем, что цементные мосты только сокращали вскрытую мощность пласта, но не захватывали плохо проницаемых пропластков. Несомненно необходимо стремиться к возможно более полному отбору кернов во всех скважинах, но особенно необходимо отбирать керны в скважинах с подошвенной водой, чтобы знать распределение в пласте тонких и мощных плохо проницаемых прослоек или пропластков.

## § 2\*. Замечания по поводу некоторых гидрогеологических проблем

Задачи о движении в пористой среде двух жидкостей с разными плот-

ностями возникают не только при изучении эксплуатации нефте-водоносных пластов, но и в самых разнообразных областях гидрогеологии и гидротехники.

Приведем несколько примеров<sup>1</sup>.

При возведении некоторых плотин пришлось столкнуться с такими условиями, когда под основанием плотины располагался в грунте слой пресной воды, лежащий над слоем более тяжелой соленой воды. Плоскость раздела между пресной и соленой водой до возведения плотины была горизонтальной; обе жидкости были в состоянии покоя. Возникал вопрос: какую форму примет поверхность раздела солено-пресных вод после того, как пресная вода начнет фильтроваться из верхнего бьефа в нижний под телом плотины? Этот вопрос был математически полно исследован членом-корреспондентом Акад. наук СССР П. Я. Полубариновой-Кочиной [141, 142, 143].

П. Я. Полубаринова-Кочина доказала, что в условиях установившегося потока возможны различные формы поверхности раздела солено-пресных вод в зависимости от соотношения удельных весов пресной и соленой вод, глубин их слоев и величины разности напоров; над поверхностью раздела в грунте движется пресная вода.

Мы упоминаем именно об этой части решения задачи для проведения аналогии с материалом предыдущего параграфа.

Для анализа движения рассолов в глубоких нефтеносных горизонтах палеозоя Урало-Волжской области А. И. Силин-Бекчурин [158] исследовал задачу о фильтрации жидкости, плотность которой увеличивается с глубиной.

В некоторых случаях приходится изучать движение пресных вод к морю, причем в приморской полосе под пресными водами в пласте находятся более тяжелые соленые воды. Одно из гидродинамических исследований этого вопроса принадлежит проф. Н. К. Гириному [37]. Упоминаемая задача является наиболее старой из числа задач о фильтрации в одном и том же пласте двух жидкостей разных плотностей. Впервые такая задача возникла в связи с необходимостью исследовать форму раздела солено-пресных вод в приморской полосе в Голландии; недостаток поверхностных источников вынуждал использовать подземные пресные воды в дюнах. Гидрогеологические исследования привели к следующим выводам: если водоносный пласт контактирует с морем и соленая вода имеется в пласте, то раздел солено-пресных вод в пласте может быть в статическом состоянии при неизменном положении уровня моря (пренебрегая приливами — отливами), когда запас пресных вод пополняется за счет инфильтрации сверху атмосферной влаги. При этих условиях возможен установившийся фильтрационный поток пресных вод со свободной поверхностью к морю. Пресные воды движутся в пласте над неподвижным разделом солено-пресных вод, как бы скользя вдоль него — так называемое «явление скольжения»<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>Насколько нам известно, такого рода примеры из области гидрогеологии до сих пор не приводились в литературе по технологии нефтедобычи. Мы считаем эти примеры весьма поучительными для понимания гидравлических законов поднятия конусов подошвенных вод к забоям нефтяных скважин.

<sup>2</sup>Детали и ссылки на первоисточники см. в статьях [77], [125] и [175].

Аналогичное «явление скольжения» нефти по поверхности ее раздела с подошвенными водами было рассмотрено в предыдущем параграфе при наличии конуса обводнения, вершина которого находится в статическом состоянии ниже забоя скважины.

Гидродинамические исследования фильтрации в пласте двух жидкостей с различными удельными весами далеко еще не могут считаться законченными.

---

---

## ГЛАВА XVII

# Движение жидкостей и газов в пластах с неоднородной проницаемостью

### § 1. Вводные замечания

В предыдущих главах рассматривались различные случаи движения жидкостей и газов в однородно проницаемых пластах. В естественных условиях проницаемость не остается строго одинаковой во всех точках пласта. Однако часто изменения проницаемости при переходе от одной точки пласта к другой носят столь хаотичный характер, что значительные области пласта можно считать *в среднем* однородно проницаемыми. Понятно, что при движении жидкостей и газов в таких областях пласта оказываются с большой точностью справедливыми законы, установленные для строго однородных пластов.

Наоборот, движение жидкостей и газов в пластах приобретает совершенно своеобразный характер, когда на большом протяжении в изменении проницаемости наблюдаются явные закономерности. Отметим следующие четыре случая.

1. Пласт разделяется по мощности на несколько слоев; в каждом из слоев проницаемость в среднем одинакова, но отлична от проницаемости соседних слоев.

2. Проницаемость пласта скачкообразно (резко) изменяется при переходе через какую-либо границу. Такой границей может быть порог фациальной изменчивости одного и того же пласта, поверхность соприкосновения двух разных пластов вдоль сброса и т. д.

3. Проницаемость пласта непрерывно увеличивается или уменьшается в каком-либо направлении.

4. Во всех точках пласта одинаковое значение коэффициента проницаемости в одном направлении резко отличается от значения коэффициента проницаемости в другом направлении.

В данной главе мы рассмотрим лишь первые три случая неоднородности пласта при однородном и плоско-радиальном движении жидкости. Четвертый случай — анизотропного пласта — слегка был затронут в главе XIV; более полное и строгое исследование потребовало бы применения методов гидродинамики, и мы его касаться не будем (см. [120]).

## § 2. Одномерное движение жидкости в неоднородных пластах

*Задача 1.* Одномерное движение несжимаемой жидкости в горизонтальном пласте подчиняется линейному закону фильтрации и происходит в условиях водонапорного режима. Пласт состоит из двух слоев (пропластков) *I* и *II* мощности  $b_1$  и  $b_2$  и проницаемости  $k_1$  и  $k_2$  (рис. 137). На рис. 137 изображено сечение пласта вертикальной плоскостью. На одном конце каждого слоя пласта приведенное пластовое давление равно  $p_k^*$ , а на другом конце —  $p_r^*$ , т. е. условия движения вполне аналогичны тем, какие были описаны в § 1 главы IX, за исключением двухслойности пласта. Требуется определить распределение давления в пласте, дебит потока и средний коэффициент проницаемости пласта.

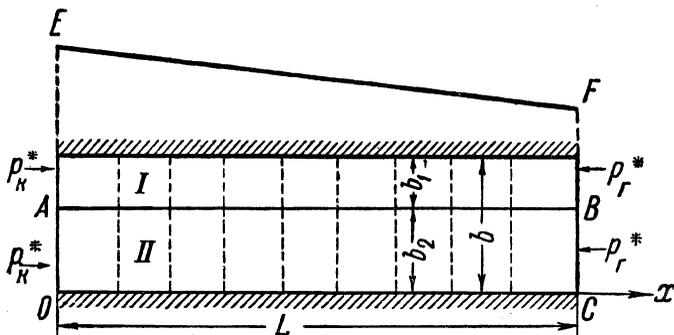


Рис. 137. Линии равных напоров и пьезометрическая линия (прямая  $EF$ ) при одномерном движении жидкости в двухслойном пласте.

Вследствие одномерности движения жидкости формулы (5, IX)–(8, IX) справедливы в каждом из слоев. В формулы (6, IX) и (7, IX) значение проницаемости пласта не входит, т. е. градиенты давлений должны быть одинаковыми в обоих слоях; при одном и том же значении координаты  $x$  приведенные давления также должны быть одинаковыми в обоих слоях:

$$\frac{dp^*}{dx} = \frac{p_k^* - p_r^*}{L}, \quad (1, \text{XVII})$$

$$p^* = p_r^* - \frac{p_k^* - p_r^*}{L} x. \quad (2, \text{XVII})$$



Из двух последних формул найдем:

$$k_{\text{ср}} = \frac{k_1 b_1 + k_2 b_2}{b} = \frac{k_1 b_1 + k_2 b_2}{b_1 + b_2}. \quad (7, \text{XVII})$$

*Задача 2.* Изменим условия предыдущей задачи лишь так, что границу раздела  $AB$  двух зон  $I$  и  $II$  различной проницаемости будем считать перпендикулярной к направлению одномерного фильтрационного потока (рис. 138).

Длины зон  $I$  и  $II$  обозначим через  $L_1$  и  $L_2$ , приведенные давления в любой точке с координатой  $x$  в каждой из этих зон —  $p_1^*$  и  $p_2^*$ ; приведенное давление вдоль границы  $AB$  обозначим через  $p_A^*$ . Пользуясь формулой (7, IX), получим:

$$p_1^* = p_{\text{к}}^* - \frac{p_{\text{к}}^* - p_A^*}{L_1} x, \quad (8, \text{XVII})$$

$$p_2^* = p_A^* - \frac{p_A^* - p_{\text{г}}^*}{L_2} (x - L_1). \quad (9, \text{XVII})$$

Вследствие одномерности и неразрывности движения скорость фильтрации должна быть одинаковой в зонах  $I$  и  $II$ , т. е.

$$v = -\frac{k_1}{\mu} \frac{dp_1^*}{dx} = -\frac{k_2}{\mu} \frac{dp_2^*}{dx}. \quad (10, \text{XVII})$$

Продифференцируем по  $x$  величины  $p_1^*$  и  $p_2^*$ , определяемые формулами (8, XVII) и (9, XVII); пользуясь соотношением (10, XVII), найдем:

$$p_A^* = \frac{k_1 L_2 p_{\text{к}}^* + k_2 L_2 p_{\text{г}}^*}{k_1 L_2 + k_2 L_1}. \quad (11, \text{XVII})$$

Подставляя значение  $p_A^*$  из последнего равенства в формулы (8, XVII) и (9, XVII), получим возможность определить давления  $p_1^*$  и  $p_2^*$  в любой точке каждой из двух зон:

$$p_1^* = p_{\text{к}}^* - \frac{k_2 (p_{\text{к}}^* - p_{\text{г}}^*)}{k_1 L_2 + k_2 L_1} x, \quad (12, \text{XVII})$$

$$p_2^* = p_{\text{г}}^* + \frac{k_1 (p_{\text{к}}^* - p_{\text{г}}^*)}{k_1 L_2 + k_2 L_1} (L_1 + L_2 - x). \quad (13, \text{XVII})$$

Пользуясь равенствами (10, XVII) и любой из формул (12, XVII) или (13, XVII), определим скорость фильтрации, а затем и дебит фильтрационного потока:

$$v = \frac{k_1 k_2 (p_{\kappa}^* - p_{\Gamma}^*)}{\mu(k_1 L_2 + k_2 L_1)} = \frac{p_{\kappa}^* - p_{\Gamma}^*}{\mu \left( \frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} \right)}, \quad (14, \text{XVII})$$

$$Q = \frac{a \cdot b (p_{\kappa}^* - p_{\Gamma}^*)}{\mu \left( \frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} \right)}, \quad (15, \text{XVII})$$

где  $a$  — ширина, а  $b$  — мощность пласта.

Последние формулы можно получить и более простым способом. Именно, учитывая одномерность и неразрывность движения:

$$v = \frac{k_1}{\mu} \frac{p_{\kappa}^* - p_A^*}{L_1}, \quad (16, \text{XVII})$$

$$v = \frac{k_2}{\mu} \frac{p_A^* - p_{\Gamma}^*}{L_2}, \quad (17, \text{XVII})$$

Исключая величину  $p_A^*$  из двух последних равенств, вновь приходим к формуле (14, XVII).

Для определения средней проницаемости пласта  $k_{\text{ср}}$ , приравняем правые части равенств (6, XVII) и (15, XVII):

$$k_{\text{ср}} = \frac{L}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2}}. \quad (18, \text{XVII})$$

Для упрощения последней формулы удобно ввести новую величину  $\omega$ , обратную величине коэффициента проницаемости (см. Пыхачев [149]):

$$\omega = \frac{1}{k}. \quad (19, \text{XVII})$$

Согласно физическому смыслу величина  $\omega$  названа «коэффициентом сопротивления» пласта. Пользуясь вновь введенной величиной, формулу (18, XVII) перепишем так:

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{\omega_1 L_1 + \omega_2 L_2}{L}. \quad (20, \text{XVII})$$

Перейдем к анализу полученных результатов.

Из формулы (10, XVII) видно, что градиенты давления в зонах *I* и *II* обратно пропорциональны величинам коэффициентов проницаемости в этих зонах. Допустим, например, что  $k_1 < k_2$ ; следовательно, в зоне *I* градиенты давления будут больше и линии равных приведенных давлений (линии равных напоров) будут расположены теснее, чем в зоне *II*, см. пунктирные линии на рис. 138. Соответствующая пьезометрическая линия *EDF* должна быть вогнутой (глядя сверху) ломаной линией; в зоне *I* наклон пьезометрической линии к горизонту должен быть больше, чем в зоне *II*. При  $k_2 > k_1$  получилась бы обратная картина и пьезометрическая линия была бы выпуклой (глядя сверху).

Из формулы (7, XVII) видно, что средний коэффициент проницаемости оказывается величиной средневзвешенной из коэффициентов проницаемости отдельных слоев по мощности этих слоев.

Средний коэффициент проницаемости, определяемый формулой (18, XVII), не выражается столь просто, но, как видно из формулы (20, XVII), средний коэффициент сопротивления также оказывается величиной средневзвешенной из коэффициентов сопротивления отдельных зон по длине этих зон.

Допустим, что длины  $L_1$  и  $L_2$  зон *I* и *II* в условиях второй задачи таковы же, как мощности  $b_1$  и  $b_2$  слоев *I* и *II* в условиях первой задачи. В таком случае отношение средних коэффициентов проницаемости будет иметь следующее выражение:

$$\frac{k'_{\text{ср}}}{k''_{\text{ср}}} = \frac{k_1 b_1 + k_2 b_2}{b^2} \left( \frac{b_1}{k_1} + \frac{b_2}{k_2} \right) = 1 + \frac{b_1 b_2}{b^2} \frac{(k_1 - k_2)^2}{k_1 k_2}, \quad (21, \text{XVII})$$

где значение  $k'_{\text{ср}}$  для условий задачи 1 взято из формулы (7, XVII), а значение  $k''_{\text{ср}}$  для условий задачи 2 взято из формулы (18, XVII).

При сделанных допущениях всегда  $k'_{\text{ср}} > k''_{\text{ср}}$  [см. формулу (21, XVII)], т. е. средний коэффициент проницаемости в направлении, параллельном линии раздела между слоями различной проницаемости, больше среднего коэффициента проницаемости в направлении, перпендикулярном к упомянутой линии раздела.

Сравнивая решенные выше две задачи, отметим, что в условиях задачи 1 градиенты давления во всем пласте одинаковы, но скорости фильтрации в слоях *I* и *II* различны, прямо пропорциональны проницаемостям каждого из слоев. В условиях задачи 2 скорость фильтрации во всем пласте одна и та же, но градиенты давления в зонах *I* и *II* различны — обратно пропорциональны проницаемостям каждой из зон.

Только что приведенные сравнения позволяют обосновать «закон преломления» линий токов (траекторий) движения частиц жидкости при установившейся фильтрации в том случае, когда скорость фильтрации образует любой угол с нормалью к поверхности раздела между двумя зонами с различной проницаемостью.

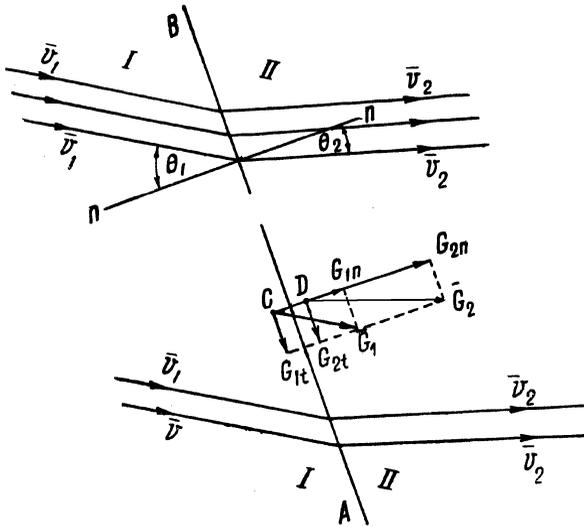


Рис. 139. Преломление линий токов при пересечении границы между двумя зонами пласта *I* и *II* различной проницаемости.

На рис. 139 изображен одномерный поток жидкости в пласте, причем скорость фильтрации в первой зоне образует угол  $\theta_1$  с нормалью  $nn$  к плоскости раздела  $AB$  между двумя зонами; во второй зоне скорость фильтрации образует с той же нормалью угол  $\theta_2$ . Проницаемость пласта в первой зоне —  $k_1$ , во второй зоне —  $k_2$ . Обозначим векторы-градиенты давления в первой и во второй зонах через  $\bar{G}_1$  и  $\bar{G}_2$ ; вдоль этих векторов направлены скорости фильтрации  $\bar{v}_1$  и  $\bar{v}_2$ . Проекции векторов-градиентов давления и скоростей фильтрации на направление нормали к плоскости раздела будем отмечать значком  $n$ ; проекции тех же векторов на любую прямую, лежащую в плоскости раздела (в более общем случае — на направление касательной к поверхности раздела), будем отмечать значком  $t$ . Беря две точки  $C$  и  $D$ , лежащие в зонах *I* и *II* вблизи плоскости раздела, на основании сказанного выше (по пово-

ду распределения скоростей и градиентов давления в пласте в условиях задачи 2) можем утверждать, что в этих точках:

$$v_{1n} = v_{2n}, \quad (22, \text{XVII})$$

$$\frac{k_1}{\mu} G_{1n} = \frac{k_2}{\mu} G_{2n}, \quad (23, \text{XVII})$$

$$G_{1t} = G_{2t}. \quad (24, \text{XVII})$$

В пояснение последнего равенства заметим, что пластовое давление должно изменяться непрерывно при переходе через границу  $AB$ , т. е. давления в двух точках  $C$  и  $D$  при приближении их к границе  $AB$  должны быть одинаковы, а, следовательно, одинаковыми будут и проекции векторов-градиентов давления вдоль линии  $AB$ .

Из линейного закона фильтрации и из последней формулы (24, XVII) следует, что

$$\frac{v_{1t}}{k_1} = \frac{v_{2t}}{k_2}. \quad (25, \text{XVII})$$

Формулы (22, XVII) и (25, XVII) перепишем так:

$$v_1 \cos \theta_1 = v_2 \cos \theta_2, \quad (26, \text{XVII})$$

$$\frac{v_1 \sin \theta_1}{k_1} = \frac{v_2 \sin \theta_2}{k_2}. \quad (27, \text{XVII})$$

Разделив последнее равенство на предпоследнее и переставив члены пропорции, получаем закон преломления линий токов при пересечении границы раздела зон различной проницаемости:

$$\frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_2} = \frac{k_1}{k_2}. \quad (28, \text{XVII})$$

Полученный закон вполне аналогичен закону преломления силовых линий электростатического поля при пересечении границы раздела двух диэлектриков. Также точно формулы (7, XVII) и (18, XVII) для средней проницаемости пласта вполне аналогичны соответствующим формулам электростатического поля в среде со скачкообразно изменяющейся диэлектрической постоянной.

На рис. 137 и 138 изображены горизонтальные пласты; однако во все выведенные выше формулы входят не истинные, а приведенные пластовые давления. Поэтому все полученные результаты можно обобщить и на наклонные пласты со скачкообразно изменяющейся проницаемостью, если граничные условия обеспечивают одномерность потоков.

Предположим, что в условиях рассмотренной выше задачи 1 (рис. 137) имеется не два, а  $n$  слоев различной проницаемости и различной мощности. Тем же способом легко доказать, что вместо формулы (7, XVII) получим:

$$k_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i b_i}{\sum_{i=1}^n b_i}. \quad (29, \text{XVII})$$

В подземной гидравлике эта формула впервые была выведена в 1932 г. проф. Г. Н. Каменским [66].

Если в условиях задачи 2 (рис. 138) имеется не две, а  $n$  зон различной проницаемости и различной длины, то вместо формул (18, XVII) и (20, XVII) получим:

$$k_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{\sum_{i=1}^n \frac{L_i}{k_i}}, \quad (30, \text{XVII})$$

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i L_i}{\sum_{i=1}^n L_i}. \quad (31, \text{XVII})$$

Допустим, что в условиях задачи 2 проницаемость меняется не скачком, а непрерывно вдоль оси  $x$ , т. е.

$$k = f(x). \quad (32, \text{XVII})$$

Дебит фильтрационного потока может быть выражен так:

$$Q = -F \frac{k}{\mu} \frac{dp^*}{dx}, \quad (33, \text{XVII})$$

где  $F$  — площадь поперечного сечения потока.

Разделяя переменные и интегрируя последнее уравнение, получим:

$$p_{\text{к}}^* - p_{\text{г}}^* = \frac{Q\mu}{F} \int_0^L \frac{dx}{k}. \quad (34, \text{XVII})$$

Зная характер функциональной зависимости проницаемости  $k$  от координаты  $x$  и выполнив интеграцию (точно или приближенно), определим дебит потока; зная дебит и интегрируя уравнение (33, XVII) в других пределах, определим распределение пластового давления. В книге проф. Г. К. Каменского [66] данная задача решена для случая линейной зависимости коэффициента проницаемости от координаты  $x$ .

На основании обоснованных ранее замечаний о форме пьезометрической линии  $EDF$  на рис. 138 можем утверждать, что если коэффициент проницаемости непрерывно увеличивается вдоль одномерного потока, то пьезометрическая линия будет вогнутой (глядя сверху); при увеличении коэффициента проницаемости вдоль потока пьезометрическая линия будет выпуклой.

### § 3. Плоско-радиальное движение жидкости в неоднородных пластах

*Задача 1.* Плоско-радиальное движение несжимаемой жидкости в горизонтальном пласте к гидродинамически совершенной скважине подчиняется линейному закону фильтрации; движение происходит в условиях водонапорного режима. Пласт состоит из двух слоев  $I$  и  $II$  мощностью  $b_1$  и  $b_2$  и с проницаемостью  $k_1$  и  $k_2$  (см. рис. 140, на котором изображен вертикальный разрез пласта и скважины). Приведенные давления в скважине и на границе области питания обозначены через  $p_c^*$  и  $p_k^*$ . Условия движения вполне аналогичны тем, какие были описаны в § 2 главы IX, за исключением двухслойности пласта. Требуется определить дебит скважины, распределение давлений и скорость фильтрации в пласте и средний коэффициент проницаемости двухслойного пласта.

Вследствие радиальности движения жидкости к скважине в каждом из слоев рис. 54 для изображения движения в плане, а также формулы (19, IX)–(24, IX) остаются справедливыми и в рассматриваемой сейчас задаче.

Поскольку коэффициент проницаемости не входит в формулы (22, IX) и (23, IX), постольку распределение давлений должно быть одинаковым в обоих слоях; для произвольной точки с радиусом-вектором  $r$  и в первом и во втором слое получаем:

$$\frac{dp^*}{dr} = \frac{p_k^* - p_c^*}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \frac{1}{r}, \quad (35, XVII)$$

$$p^* = p_K^* - \frac{p_K^* - p_C^*}{\ln \frac{R_K}{R_c}} \ln \frac{R_K}{r}, \quad (36, \text{XVII})$$

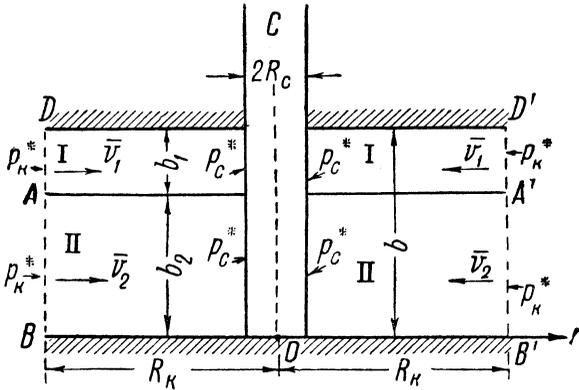


Рис. 140. Вертикальное сечение гидродинамически совершенной скважины и плоско-радиального потока жидкости в двухслойном пласте.

Пьезометрическая поверхность депрессии является общей для обоих слоев. Из формулы (24, IX) видно, что скорости фильтрации  $v_1$  и  $v_2$  в соответствующих точках двух слоев (при одном и том же значении  $r$ ) различны и именно прямо пропорциональны коэффициентам проницаемости слоев:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{k_1}{k_2}. \quad (37, \text{XVII})$$

Дебит  $Q$  скважины, питающейся жидкостью из двух слоев, определяется так:

$$Q = \frac{2\pi(k_1 b_1 + k_2 b_2)(p_K^* - p_C^*)}{\mu \ln \frac{R_K}{R_c}}. \quad (38, \text{XVII})$$

Эта формула впервые была предложена для артезианских скважин проф. Г. Н. Каменским [66].

Обозначая средний коэффициент проницаемости двухслойного пласта в направлении, параллельном напластованию, через  $k_{cp}$  и поль-

зуюсь формулой дебита, получим:

$$Q = \frac{2\pi k_{\text{ср}} b (p_{\text{к}}^* - p_{\text{с}}^*)}{\mu \ln \frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{с}}}}. \quad (39, \text{XVII})$$

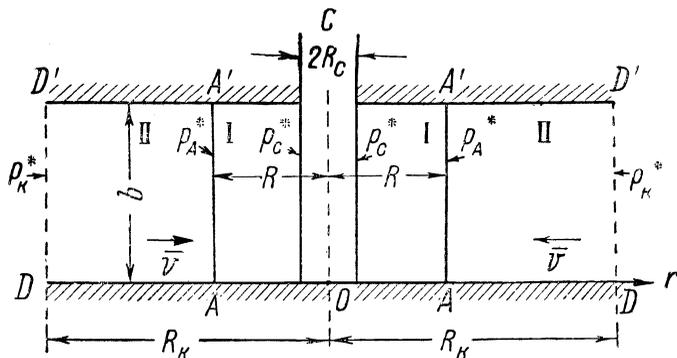


Рис. 141. Вертикальное сечение гидродинамически совершенной скважины и плоско-радиального потока жидкости в пласте с двумя зонами (I и II) различной проницаемости.

Сравнивая две последние формулы, найдем:

$$k_{\text{ср}} = \frac{k_1 b_1 + k_2 b_2}{k_1 + k_2}, \quad (40, \text{XVII})$$

что вполне совпадает с формулой (7, XVII). Так же как и в предыдущем параграфе, формулы (38, XVII) и (40, XVII) легко обобщаются для случая  $n$  слоев различной проницаемости.

*Задача 2.* Сохраним все условия предыдущей задачи за исключением формы зон различной проницаемости. Будем теперь считать, что кольцеобразная зона I окружает скважину и ее внешняя граница имеет форму цилиндра радиуса  $R$ , соосного скважине. Кольцеобразная зона II простирается до области питания пласта и, следовательно, ограничена цилиндрическими поверхностями радиусов  $R$  и  $R_{\text{к}}$  — см. рис. 141, на котором изображен вертикальный разрез пласта и скважины.

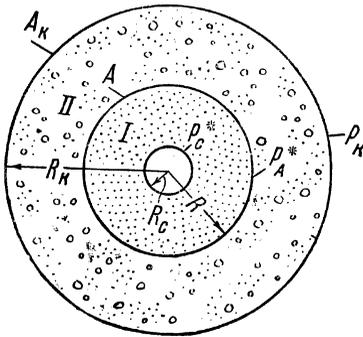


Рис. 142. Горизонтальный разрез скважины  $A_c$  и пласта с двумя зонами ( $I$  и  $II$ ) различной проницаемости.

На рис. 142 изображен горизонтальный разрез пласта; при переходе через границу  $A$  раздела зон  $I$  и  $II$  проницаемость меняется скачкообразно.

Обозначим приведенное давление в произвольной точке  $M$  через  $p_1^*$  или  $p_2^*$  в зависимости от того, будет ли точка  $M$  с радиусом-вектором  $r$  находиться в зоне  $I$  или  $II$ . На основании формулы (23, IX) получим:

$$p_1^* = p_A^* - \frac{p_A^* - p_C^*}{\ln \frac{R}{R_C}} \ln \frac{R}{r}, \quad (41, XVII)$$

$$p_2^* = p_K^* - \frac{p_K^* - p_A^*}{\ln \frac{R_K}{R}} \ln \frac{R_K}{r}. \quad (42, XVII)$$

В этих формулах  $p_A^*$  — давление на границе раздела  $A$  — величина неизвестная, подлежащая определению.

Скорости фильтрации  $v_1$  и  $v_2$  в зонах  $I$  и  $II$  с коэффициентами проницаемости  $k_1$  и  $k_2$  определяются так:

$$v_1 = -\frac{k_1}{\mu} \frac{dp_1^*}{dr}, \quad (43, XVII)$$

$$v_2 = -\frac{k_2}{\mu} \frac{dp_2^*}{dr}, \quad (44, XVII)$$

В силу неразрывности движения скорости фильтрации  $v_1$  и  $v_2$  должны быть равны на границе раздела зон  $I$  и  $II$ , т.е. при  $r = R$ . Поэтому

$$k_1 \left( \frac{dp_1^*}{dr} \right)_{r=R} = k_2 \left( \frac{dp_2^*}{dr} \right)_{r=R}. \quad (45, XVII)$$

Дифференцируя равенства (41, XVII), (42, XVII) и подставляя значения производных при  $r = R$  в формулу (45, XVII), получим уравнение для определения давления  $p_A^*$  на границе раздела двух зон; решая

это уравнение, найдем:

$$p_A^* = \frac{k_2 p_{\kappa} \ln \frac{R}{R_c} + k_1 p_c^* \ln \frac{R_{\kappa}}{R}}{k_2 \ln \frac{R}{R_c} + k_1 \ln \frac{R_{\kappa}}{R}}. \quad (46, \text{XVII})$$

Подставляя найденное значение  $p_A^*$  в формулы (41, XVII) и (42, XVII), получим:

$$p_1^* = p_c^* + \frac{k_2(p_{\kappa}^* - p_c^*)}{k_2 \ln \frac{R}{R_c} + k_1 \ln \frac{R_{\kappa}}{R}} \ln \frac{r}{R_c}, \quad (47, \text{XVII})$$

$$p_2^* = p_{\kappa}^* - \frac{k_1(p_{\kappa}^* - p_c^*)}{k_2 \ln \frac{R}{R_c} + k_1 \ln \frac{R_{\kappa}}{R}} \ln \frac{R_{\kappa}}{r}. \quad (48, \text{XVII})$$

Последние формулы позволяют определить приведенное давление в любой точке каждой из двух зон пласта.

Пользуясь равенствами (43, XVII), (44, XVII), (47, XVII), (48, XVII), получаем возможность определить скорость фильтрации  $v$  с помощью единой формулы в любой точке каждой из двух зон:

$$v = \frac{k_1 k_2 (p_{\kappa}^* - p_c^*)}{\mu \left( k_2 \ln \frac{R}{R_c} + k_1 \ln \frac{R_{\kappa}}{R} \right)} \frac{1}{r}. \quad (49, \text{XVII})$$

Учитывая, что в условиях плоско-радиального движения

$$Q = 2\pi r b v, \quad (50, \text{XVII})$$

из предыдущей формулы легко найти:

$$Q = \frac{2\pi b (p_{\kappa}^* - p_c^*)}{\mu \left( \frac{1}{k_1} \ln \frac{R}{R_c} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{R_{\kappa}}{R} \right)}. \quad (51, \text{XVII})$$

При  $k_1 = k_2$  последняя формула, как и следовало ожидать, вырождается в формулу дебита (21, IX).

Из формулы (51, XVII) находим значение

$$p_{\kappa}^* - p_c^* = \frac{Q_M}{2\pi b} \left[ \frac{1}{k_1} \ln \frac{R}{R_c} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{R_{\kappa}}{R} \right].$$

Подставляя это выражение в формулы (47, XVII) и (48, XVII), получим давление в любой точке неоднородного пласта:

$$p_1 = p_{\kappa} - \frac{Q_M}{2\pi b} \left[ \frac{1}{k_1} \ln \frac{R_{\kappa}}{r} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{R_{\kappa}}{R} \right],$$

$$p_2 = p_{\kappa} - \frac{Q_M}{2\pi b k_2} \ln \frac{R_{\kappa}}{r}.$$

Воспользуемся величиной среднего коэффициента проницаемости  $k_{cp}$  пласта для того, чтобы дебит скважины можно было определить по этой формуле даже при наличии двух зон различной проницаемости:

$$Q = \frac{2\pi k_{cp} b (p_{\kappa}^* - p_c^*)}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}. \quad (52, XVII)$$

Приравнявая правые части двух последних равенств, получим:

$$k_{cp} = \frac{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{\frac{1}{k_1} \ln \frac{R}{R_c} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{R_{\kappa}}{R}}. \quad (53, XVII)$$

Формулы (51, XVII) и (53, XVII) легко обобщаются на случай  $n$  кольцевых зон (вокруг скважины) различной проницаемости  $k_1, k_2, \dots, k_n$ ; тогда суммы, стоящие в знаменателях упомянутых формул, будут состоять не из двух, а из  $n$  слагаемых. Обобщение решения задачи для  $n$  кольцевых зон и для некоторых случаев непрерывного изменения проницаемости пласта вдоль радиусов, проведенных из центра скважины, было выполнено Г. Б. Пыхачевым [149].

Рассмотренная здесь задача 2, позволяющая учесть существование вокруг забоя скважины кольцевой зоны с проницаемостью, отличающейся от проницаемости остальной части пласта, представляет значительный интерес. В реальных условиях с изменением проницаемости призабойной зоны скважины приходится сталкиваться в следующих,

например, случаях: при кислотной обработке, при торпедировании забоя, установке гравийного фильтра, запарафинивании или заглинизации пор пласта, проникновении в призабойную зону пласта воды, отфильтровавшейся из глинистого раствора, выносе мелких фракций породы, закупорке пор и т. д.

Чтобы учесть влияние (на продуктивность скважины) различия между проницаемостями кольцевой призабойной зоны и остальной части пласта, удобно сравнить дебит скважины в условиях однородного пласта с дебитом скважины в условиях неоднородного пласта.

Для дебита скважины в условиях неоднородного пласта сохраним обозначение  $Q$  и будем этот дебит определять по формуле (51, XVII). Обозначим дебит скважины через  $Q_1$  или  $Q_2$  соответственно в тех случаях, когда весь однородный пласт имеет коэффициент проницаемости  $k_1$  или  $k_2$ . Дебиты  $Q_1$  и  $Q_2$  в рассматриваемых условиях определяются по формуле (21, IX):

$$Q_1 = \frac{2\pi k_1 b(p_{\kappa}^* - p_c^*)}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}, \quad (54, \text{XVII})$$

$$Q_2 = \frac{2\pi k_2 b(p_{\kappa}^* - p_c^*)}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}. \quad (55, \text{XVII})$$

Пользуясь формулами (51, XVII), (54, XVII), (55, XVII), составим следующие соотношения:

$$\frac{Q}{Q_2} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{\lg \frac{R_{\kappa}}{R} + \frac{k_2}{k_1} \lg \frac{R}{R_c}}, \quad (56, \text{XVII})$$

$$\frac{Q}{Q_1} = \frac{k_2}{k_1} \frac{Q}{Q_2} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{\lg \frac{R}{R_c} + \frac{k_1}{k_2} \lg \frac{R_{\kappa}}{R}}. \quad (57, \text{XVII})$$

Формула (56, XVII) позволяет выяснить наиболее интересный вопрос: как влияет на дебит скважины изменение коэффициента проницаемости призабойной зоны пласта с изменением величины  $k_2$  (первоначальное значение, общее для всего пласта) до величины  $k_1$ ? Формула (57, XVII) позволяет ответить и на другой вопрос: допустим,

что  $R$  — радиус границы круговой залежи нефти; внутри этой залежи проницаемость (по многочисленным определениям) равна  $k_1$ . Допустим, что вне залежи проницаемость будет  $k_2$ . Как это скажется на распределении давления и дебите скважины в частности?

В табл. 30 подсчитаны значения отношения  $\frac{Q}{Q_2}$  по формуле (56, XVII) при  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см. Следует заметить, что даже большие изменения в величине  $R_k$  мало влияют на величину отношения  $\frac{Q}{Q_2}$ ; поэтому для анализа таблицы достаточно было ограничиться случаем  $R_k = 10$  км.

Таблица 30

Значения отношения  $\frac{Q}{Q_2}$  при разных значениях величин  $R$  и  $\frac{k_1}{k_2}$   
 при  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см  
 [см. рис. 142 и формулу (56, XVII)]

$R, м$ \ $\frac{k_1}{k_2}$	0,01	0,1	0,5	2	10	20	$\infty$
0,25	0,11	0,58	0,93	1,04	1,08	1,08	1,09
0,5	0,07	0,44	0,88	1,08	1,14	1,15	1,16
1,0	0,05	0,36	0,83	1,11	1,22	1,23	1,25
5,0	—	0,25	0,75	1,20	1,44	1,48	1,52
20,0	—	0,19	0,69	1,30	1,71	1,78	1,85
100,0	—	0,16	0,63	1,43	2,17	2,33	2,50

Прочеркнутые клетки в табл. 30 соответствуют значениям  $\frac{Q}{Q_2}$ , меньшим 0,01.

Из табл. 30 видно, что *ухудшение* проницаемости призабойной зоны вызывает резкое уменьшение дебита скважины; так, например, уменьшение проницаемости в 10 раз ( $k_1 = 0,1k_2$ ) в радиусе  $R = 1$  м вокруг скважины уменьшает дебит скважины почти в 3 раза — на 64%. Если бы то же изменение проницаемости было внутри кольцевой области с внешним радиусом  $R = 0,5$  м, то и тогда дебит скважины уменьшился бы на 56%. Сравнение последних двух примеров позволяет сделать важный вывод. Именно, при упомянутом десятикратном ухудшении проницаемости на первых 40 см от стенки скважины (от  $R = 10$  см до  $R = 50$  см) дебит уменьшается на 56%; при таком же уменьшении

проницаемости еще на следующих 50 см (от  $R = 50$  см до  $R = 100$  см) дебит скважины дополнительно уменьшается лишь на 8%. Отсюда следует, что на дебит скважины наибольшее влияние оказывает изменение проницаемости в зоне, непосредственно прилегающей к стенке скважины, где градиенты давления наиболее велики.

Рассмотрим теперь, как влияет десятикратное увеличение проницаемости в тех же кольцевых зонах с внешними радиусами  $R = 0,5$  м и  $R = 1$  м, дебит скважины увеличивается соответственно на 14% и на 22%.

Отсюда следует, что ухудшение проницаемости в некоторой кольцевой области в какое-либо число раз сильнее влияет на дебит скважины, чем увеличение проницаемости в той же области во столько же раз.

Табл. 30 указывает, что наибольшее влияние на увеличение дебита скважины оказывает увеличение проницаемости в какой-либо области в 2–10 раз; дальнейшее же увеличение проницаемости в той же области почти не влияет на изменение дебита скважины. Крайний правый столбец таблицы соответствует предельному случаю  $\frac{k_1}{k_2} = \infty$  при  $k_1 = \infty$ , т. е. этот столбец отображает влияние изменения радиуса скважины на ее дебит; предположение о том, что в зоне I проницаемость  $k_1$  бесконечно велика, равносильно допущению, что скважина расширена и ее радиус стал равным  $R$ . В соответствии с этим при  $k_1 = \infty$  из формулы (56, XVII) получается формула (2, XIV).

Для уяснения важной зависимости  $\frac{Q}{Q_2}$  от  $\frac{k_1}{k_2}$  и для удобства последующих сравнений, на основании той же формулы (56, XVII) подсчитаны первые четыре строки табл. 31. В таблице приведены значения величины  $Q - Q_2$ , выраженные в процентах по отношению к величине  $Q_2$ ; иными словами в таблице указано: на сколько процентов увеличивается дебит скважины при увеличении проницаемости призабойной зоны. Таблица подсчитана для случая, когда  $R_k = 10^5 R_c$ ; ради краткости введено обозначение:

$$\alpha = \frac{k_1}{k_2}. \quad (58, \text{XVII})$$

На основании первых четырех строк табл. 31 построены кривые 1–3 рис. 143; кривые 4 и 5 построены на основании той же формулы (56, XVII), но только для случая  $R_k = 2000 R_c$ <sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Столь малое значение для «радиуса контура области питания»  $R_k$  берется при наличии в пласте многих скважин. Строго говоря, в последнем случае движение жидкости к скважине не является плоско-радиальным и формула дебита непри-

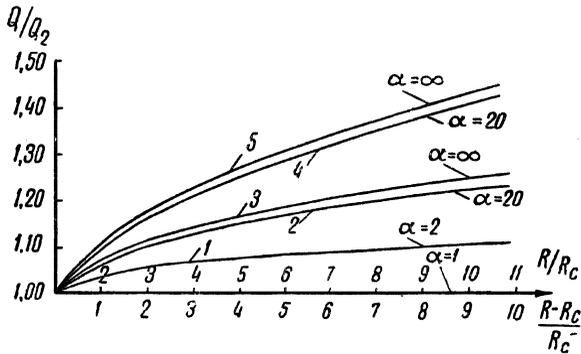


Рис. 143. Графики, иллюстрирующие влияние изменения проницаемости призабойной зоны пласта на дебит скважины (при движении жидкости в пласте по линейному закону фильтрация).

При интерпретации табл. 31 и рис. 143 в связи с анализом работы гравийных фильтров следует под  $k_1$  подразумевать коэффициент проницаемости фильтра, под  $k_2$  — коэффициент проницаемости пласта, под  $R - R_c$  — толщину гравийного фильтра, под  $Q$  — дебит скважины с гравийным фильтром, под  $Q_2$  — дебит скважины без фильтра, считая, что при отсутствии фильтра проницаемость зоны I характеризуется тем же коэффициентом  $k_2$ , что и весь остальной пласт. На оси абсцисс рис. 143 приведены для удобства две шкалы: верхняя — для значений  $\frac{R}{R_c}$ , нижняя — для значений  $\frac{R - R_c}{R_c}$ , т. е. для относительной толщины гравийного фильтра.

Анализируя графики того типа, какие представлены на рис. 143, некоторые авторы (см. Шелкачев [215]) пришли к такому выводу: нет смысла добиваться того, чтобы проницаемость гравийных фильтров превосходила проницаемость продуктивного пласта больше чем в 20–30 раз. В связи с этим диаметр зерен гравия так подбирали в зависимости от механического состава песка, что первоначальная проницаемость гравийного фильтра, равная  $800 \sim 8000 d$ , снижалась в процессе его работы до тридцатикратной проницаемости пласта.

менима. Все же этой формулой пользуются для многих приближенных расчетов, но тогда за  $R_k$  берут половину среднего расстояния между данными скважинами и соседними. Только такому предположению по поводу  $R_k$  может соответствовать

Таблица 31

**Изменение дебита скважины в зависимости от изменения относительной проницаемости призабойной области и относительных размеров этой области (в таблице указано: на сколько процентов увеличивается дебит скважины при увеличении проницаемости призабойной области)**

Закон фильтрации	$\alpha$ $\frac{R}{R_c}$	$\alpha$			
		2	4	20	$\infty$
Линейный	2	3,1	4,7	6,0	6,4
	3	5,0	7,8	10,0	10,6
	4	6,4	9,9	12,9	13,6
	10	11,1	17,7	23,5	25,0
Краснопольского	2	8	15	27	41
	3	11	22	44	73
	4	13	27	55	100
	10	16	35	82	216

Снижение проницаемости происходило за счет выноса из пласта мелких фракций песка и частичной закупорки им пор фильтра.

В следующем параграфе будет показано, что вывод о нецелесообразности стремиться к проницаемости фильтра, превосходящей проницаемость пласта больше, чем в 20–30 раз, оказывается не всегда справедливым.

Графики рис. 143 и данные табл. 31 могут быть использованы для анализа возможного эффекта кислотной обработки забоя скважины; дополнительные соображения по этому поводу см. также в следующем параграфе и в работах М. И. Максимова [115], А. И. Малышева [118], М. Маскета [120].

В заключение проанализируем формулу (57, XVII); на основании нее подсчитана табл. 32 для случая  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см.

Допустим, что из скважины взят образец породы (керна) изучаемого пласта; коэффициент проницаемости образца оказался равным  $k_1$ . Предположим далее, что по формуле (54, XVII) сделан подсчет возможного дебита  $Q_1$  скважины, считая коэффициент проницаемости для всего пласта равным  $k_1$ . Если на самом деле подобная проницаемость  $k_1$  характерна только для кольцевой зоны I (совпадающей, например, с первоначальной областью нефтеносности) радиуса  $R$  (см. рис. 142),

его величина порядка  $2000R_c$ .

Таблица 32

Значения отношения  $\frac{Q}{Q_1}$  при разных значениях величин  $R$  и  $\frac{k_1}{k_2}$   
 при  $R_{\kappa} = 10 \text{ км}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$   
 [рис. 142 и формула (57, XVII)]

$R, \text{ м}$	$\frac{k_1}{k_2}$	0,1	0,5	2	10
1		3,57	1,67	0,56	0,12
100		1,56	1,25	0,71	0,22
1000		1,22	1,11	0,83	0,36
5000		1,06	1,03	0,94	0,65

а всюду вне зоны  $I$  коэффициент проницаемости пласта  $k_2 \neq k_1$ , то результат подсчета дебита окажется неверным. Табл. 32 и показывает, во сколько раз истинный дебит  $Q$  отличается от подсчитанного дебита  $Q_1$ .

Примем  $R = 1 \text{ км}$ ; при  $k_2 = 10k_1$  дебит  $Q$  составляет 122% от дебита  $Q_1$ ; ошибка на 22% в подсчете дебита оказывается не столь уж большой, а при  $k_2 = 2k_1$  ошибка уменьшается до 11%. Однако ошибка в подсчете дебита оказывается значительно большей, если  $k_1 > k_2$ . Так, при  $R = 1 \text{ км}$  и  $k_1 = 10k_2$  истинный дебит  $Q$  составляет 36%, а при  $k_1 = 2k_2$  составляет 83% от подсчитанного дебита  $Q_1$ .

Итак, предсказания о дебите скважины на основании измерения проницаемости керна и последующего подсчета по формуле (54, XVII) оказываются более точными при  $k_2 > k_1$ , чем при  $k_2 < k_1$  (см. Щелкачев [208]).

#### § 4\*. Влияние неоднородности пласта при движении несжимаемой жидкости по закону фильтрации Краснополяского

В двух предыдущих параграфах рассматривалось движение жидкости только по линейному закону фильтрации. Применяя те же методы, легко проанализировать одномерное и плоско-радиальное движения несжимаемой жидкости в неоднородном пласте при любом нелинейном законе фильтрации. В данном параграфе мы разберем плоско-радиальное движение жидкости в неоднородном пласте в том крайнем случае, когда справедлив закон фильтрации Краснополяского. При любом ином законе фильтрации особенности движения будут промежуточными между теми, какие рассмотрены в предыдущем и в данном параграфах.

Предположим, что проницаемость пласта изменяется так, как было описано в условиях задачи 2 предыдущего параграфа (см. рис. 141 и 142). Скорости фильтрации  $v_1$  и  $v_2$  в зонах  $I$  и  $II$  предстанут так:

$$v_1 = c_1 \sqrt{\frac{dp_1^*}{dr}}, \quad (59, \text{XVII})$$

$$v_2 = c_2 \sqrt{\frac{dp_2^*}{dr}}, \quad (60, \text{XVII})$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — константы, определяемые по формулам общей теории фильтрации см. § 3 и 4 главы VII. Эти константы зависят от плотности жидкости, в небольшой степени от пористости пласта и в гораздо большей степени от его проницаемости. Для простоты будем считать, что в зонах  $I$  и  $II$  константы  $c_1$  и  $c_2$  отличаются друг от друга только проницаемостью пласта, т. е. что

$$c_1 = c(k_1)^{\frac{1}{4}}, \quad (61, \text{XVII})$$

$$c_2 = c(k_2)^{\frac{1}{4}}. \quad (62, \text{XVII})$$

Дебит  $Q$  скважины удовлетворяет следующим соотношениям:

$$Q = 2\pi r b c_1 \sqrt{\frac{dp_1^*}{dr}}, \quad (63, \text{XVII})$$

$$Q = 2\pi r b c_2 \sqrt{\frac{dp_2^*}{dr}}, \quad (64, \text{XVII})$$

Из формулы (63, XVII), разделяя переменные, получим:

$$dp_1^* = \left( \frac{Q}{2\pi b c_1} \right)^2 \frac{dr}{r^2}. \quad (65, \text{XVII})$$

Интегрируя уравнение (65, XVII) и замечая, что  $p_1^* = p_c^*$  при  $r = R_c$ , найдем:

$$p_1^* = p_c^* + \left( \frac{Q}{2\pi b c_1} \right)^2 \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{r} \right). \quad (66, \text{XVII})$$

Аналогичным путем, замечая, что  $p_2^* = p_k^*$  при  $r = R_k$ , из формулы (64, XVII) получим:

$$p_2^* = p_k^* + \left( \frac{Q}{2\pi b c_2} \right)^2 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_k} \right). \quad (67, \text{XVII}).$$

При  $r = R$ , т. е. на границе раздела зон *I* и *II* различной проницаемости, должно иметь место равенство:

$$p_1^* = p_2^*.$$

Следовательно, приравнявая друг другу правые части двух последних равенств, определим дебит скважин  $Q$ :

$$Q = 2\pi b \sqrt{\frac{p_k^* - p_c^*}{\frac{1}{c_1^2} \left( \frac{1}{R_c} - \frac{1}{R} \right) + \frac{1}{c_2^2} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_k} \right)}}. \quad (68, \text{XVII})$$

Если бы пласт был однородный с коэффициентом проницаемости  $k_2$ , то, дебит  $Q_2$  скважины можно было бы определить из предыдущей формулы, положив:

$$Q_2 = 2\pi b c_2 \sqrt{\frac{p_k^* - p_c^*}{\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_k}}}. \quad (69, \text{XVII})$$

Как и следовало ожидать, последняя формула совпадает с формулой (77, IX).

На основании формул (68, XVII) и (69, XVII) можно определить отношение дебитов  $\frac{Q}{Q_2}$ , показывающее: во сколько раз изменяется дебит скважины с изменением проницаемости призабойной области:

$$\frac{Q}{Q_2} = \sqrt{\frac{(R_k - R_c)R}{(R_k - R)R_c + \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 (R - R_c)R_k}}. \quad (70, \text{XVII})$$

Формулу (70, XVII) следует сравнить с формулой (56, XVII); обе формулы отвечают на одни и те же вопросы, но только при разных законах фильтрации.

Заменим коэффициенты  $c_1$  и  $c_2$  их выражениями из равенств (61, XVII) и (62, XVII):

$$\frac{Q}{Q_2} = \sqrt{\frac{(R_k - R_c)R}{(R_k - R)R_c + \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} (R - R_c)R_k}}. \quad (71, \text{XVII})$$

С большой степенью точности можно принять, что  $R_k - R_c \cong R_k$ , а поэтому формула (71, XVII) переписется так:

$$\frac{Q}{Q_2} \cong \frac{1}{\sqrt{\frac{R_c}{R} \left(1 - \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}\right) + \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}}}. \quad (72, XVII)$$

Очевидно, что при  $k_1 = \infty$  последняя формула вырождается в формулу (16, XIV), характеризующую эффект увеличения радиуса скважины.

Рассматривая случай, когда  $k_2 > k_1$ , и пользуясь формулой (72, XVII), построим графики изменения  $\frac{Q}{Q_2}$  для разных значений  $\alpha = \frac{k_1}{k_2}$  — см. рис. 144 и соответствующие ему последние четыре строки в табл. 31.

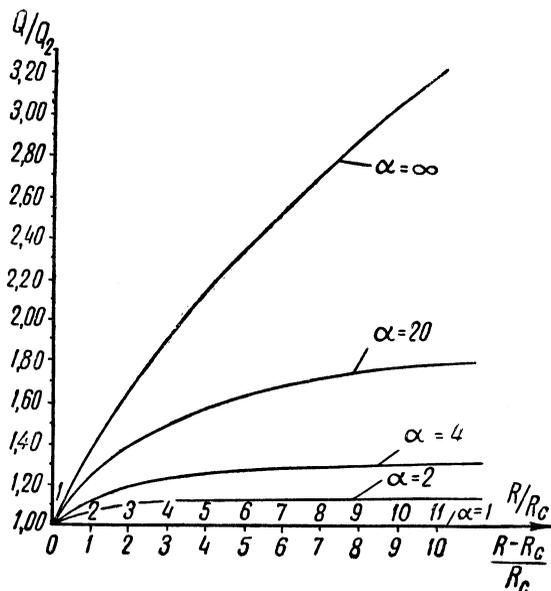


Рис. 144. Графики, иллюстрирующие влияние изменения проницаемости призабойной зоны пласта на дебит скважины при движении жидкости в пласте по закону раснопольского.

Из сравнения рис. 143 и 144, а также из табл. 31 видно, что в случае притока жидкости по закону фильтрации Краснопольского проницаемость

призабойной области оказывает большее влияние на дебит скважины, чем когда справедлив линейный закон фильтрации.

В § 6 главы IX было выяснено, что нельзя ожидать нарушения линейного закона фильтрации на сколько-нибудь значительном удалении от скважины. Зона кризиса линейного закона фильтрации, а следовательно, и влияние нелинейного закона фильтрации оказываются тем большими, чем больше дебит скважины. Отсюда следует, что в реальных условиях, если линейный закон фильтрации нарушен, влияние проницаемости призабойной зоны будет тем менее точно учитываться графиками рис. 143 и, наоборот, тем более точно учитываться графиками рис. 144, чем больше зона кризиса линейного закона фильтрации.

Как видно из графиков рис. 144, в случае нелинейного закона фильтрации нельзя уже утверждать, что увеличение проницаемости призабойной области более чем в 20 раз не дает заметного эффекта на увеличение дебита скважины (см. Щелкачев [215]).

Графики рис. 143 и 144, а также формулы данного и предыдущего параграфов справедливы только при плоско-радиальном движении жидкости. К. М. Донцовым исследовано влияние неоднородности пласта в случае сферического радиального движения жидкости в пласте как по закону фильтрации Краснопольского, так и по линейному закону фильтрации. На основании исследований К. М. Донцова можно утверждать, что всякое нарушение гидродинамического совершенства скважины вызывает усиление влияния проницаемости призабойной зоны на дебит скважины.

В заключение приведем несколько замечаний по поводу кислотной обработки призабойной зоны скважин. Известны многочисленные случаи (см. М. И. Максимов [115], А. И. Мальшев [118]), когда кислотная обработка забоя скважины увеличивала ее производительность в несколько раз и даже в десятки раз. Такое резкое увеличение дебита скважин после кислотной обработки нельзя объяснить только на основании графиков рис. 143 и 144, даже учитывая более интенсивное влияние увеличения проницаемости призабойной зоны вследствие фактического гидродинамического несовершенства большинства скважин. Можно указать две причины этого явления. Во-первых, на рис. 143 и 144 дебит  $Q$  скважины в пласте с повышенной проницаемостью призабойной зоны сравнивается с дебитом  $Q_2$  скважины в условиях однородного пласта. Пытаясь теоретически оценить возможный эффект кислотной обработки, нельзя  $Q$  принимать за дебит скважины после обработки забоя, а  $Q_2$  — за дебит до обработки. В самом деле, чаще всего дебит скважины перед обработкой бывает сравнительно очень малым вследствие резкого ухудшения проницаемости призабойной зоны по сравнению со средней проницаемостью более удаленных частей пласта. В процессе кислотной обработки проницаемость призабойной зоны восстанавливается до нормального значения и даже повышается. Формулы предыдущих параграфов вполне позволяют подсчитать дебиты скважины до и после кислотной обработки в описанных только что условиях, а также позволяют определить отношение этих дебитов и тем самым правильно учесть реально возможный эффект обработки.

Вторая причина высокой эффективности кислотных обработок забоев скважин состоит в том, что обработка в большинстве случаев применяется в карбонатных породах, обладающих трещиноватостью. Формулы же данного и предыдущих параграфов относятся к равномерно проницаемым пластам.

Если проницаемость пласта обусловлена только трещиноватостью слагающей его породы, то большой эффект кислотной обработки объясняется увеличением размеров, а иногда и увеличением числа трещин, подводящих жидкость к забою скважин. Вот почему важно заботиться о том, чтобы кислота не только вступала в реакцию с породой у стенки скважины, но и проникала глубже в трещины, см. дальнейшие подробности и расчеты в работах М. И. Максимова [115], А. И. Малышева [118].

## § 5. Обобщение предыдущих выводов

В главе XIV исследовалось влияние радиуса скважины на ее дебит, причем было доказано, что в каждом из рассмотренных случаев это влияние не зависит от природы жидкости или газа, притекающих к скважине. В данной главе до сих пор рассматривалось движение только несжимаемой жидкости в неоднородном пласте в условиях водонапорного режима. Пользуясь тем же способом, что и в главе XIV, и здесь можно было бы доказать, что все выводы о влиянии неоднородности пласта при движении в нем несжимаемой жидкости справедливы и при установившемся движении газа, сжимаемой и газированной жидкости.

Не будем повторять все формулы и все выкладки, приведенные в предыдущих параграфах, со всеми только что названными жидкостями (газами), а поясним сказанное несколькими примерами.

Рассмотрим плоско-радиальный приток газа к гидродинамически совершенной скважине по линейному закону фильтрации в условиях изотермического процесса. Пласт будем считать неоднородным, состоящим из двух кольцеобразных зон *I* и *II* разной проницаемости (см. условия задачи 2 § 3 и рис. 141 и 142). Согласно формулам главы XII давления  $p_1$  и  $p_2$  в зонах *I* и *II* определяются так:

$$p_1^2 = p_c^2 + \frac{G\mu\beta}{\pi bk_1} \ln \frac{r}{R_c}, \quad (73, \text{XVII})$$

$$p_2^2 = p_k^2 + \frac{G\mu\beta}{\pi bk_1} \ln \frac{R_k}{r}, \quad (74, \text{XVIII})$$

где  $G$  — весовой дебит газовой скважины;

$\beta$  — константа, зависящая от природы газа и от температуры  $\left(\beta = \frac{p_{ат}}{\beta_{ат}}\right)$ ; остальные обозначения те же, что и в предыдущих параграфах данной главы. Положив в правых частях последних равенств  $r = R$ , должны получить  $p_1 = p_2$ . Приравнивая при этих предположениях правые части упомянутых равенств, получим формулу для определения весового дебита  $G$  газовой скважины в неоднородно проницаемом пласте:

$$G = \frac{\pi b(p_k^2 - p_c^2)}{\mu\beta \left( \frac{1}{k_1} \ln \frac{R}{R_c} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{R_k}{R} \right)}. \quad (75, XVII)$$

Допустим, что во всем пласте проницаемость равна  $k_2$ ; дебит скважины в этом случае обозначим через  $G_2$ . Полагая в предыдущей формуле  $k_1 = k_2$ , получим:

$$G_2 = \frac{\pi b k_2 (p_k^2 - p_c^2)}{\mu\beta \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (76, XVII)$$

Из двух последних равенств найдем отношение дебитов  $\frac{G}{G_2}$ , характеризующее влияние изменения проницаемости призабойной зоны пласта:

$$\frac{G}{G_2} = \frac{\lg \frac{R_k}{R_c}}{\lg \frac{R_k}{R} + \frac{k_2}{k_1} \lg \frac{R}{R_c}}. \quad (77, XVII)$$

Формулы (75, XVII) и (76, XVII) весового дебита газовой скважины отличны от формул (51, XVII) и (55, XVII) объемного дебита скважины, к которой притекает несжимаемая жидкость. Однако правые части формул (77, XVII) и (56, XVII) совершенно одинаковы. Причина их совпадения в том, что в обоих случаях в условиях однородного пласта природа функциональной зависимости упомянутых объемных и весовых дебитов от радиуса  $R_c$  скважины, радиуса  $R_k$  пласта и проницаемости пласта одна и та же. Действительно, объемный дебит  $Q_2$  при притоке к скважине несжимаемой жидкости и весовой дебит  $G_2$  газовой скважины можно представить в таком виде, см., например,

формулы (55, XVII) и (76, XVII).

$$Q_2 = A \frac{k_2}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}, \quad (78, \text{XVII})$$

$$G_2 = B \frac{k_2}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}, \quad (79, \text{XVII})$$

где  $A$  и  $B$  — разные величины, представляющие произведения группы множителей, входящих в упомянутые выше формулы.

Совпадение формул (77, XVII) и (56, XVII) позволяет утверждать, что табл. 30, верхние 4 строки табл. 31 и графики рис. 143 применимы и в рассматриваемом случае притока газа к скважине по линейному закону фильтрации.

Однако к виду (78, XVII), (79, XVII) приводятся и формула (28, XI) дебита скважины при установившемся притоке к ней сжимаемой жидкости по линейному закону фильтрации и формула (21, X) дебита скважины при притоке к ней жидкости со свободной поверхностью (в условиях гравитационного режима). В обоих последних случаях в условиях неоднородного пласта будет справедлива формула (77, XVII), а потому будут приложимы табл. 30, верхние 4 строки табл. 31 и графики рис. 143.

Совершенно таким же образом можно доказать, что при плоско-радиальном движении газа к скважине по закону Краснопольского для отношения весовых дебитов  $G$  и  $G_2$  будет справедлива формула (72, XVII) и, следовательно, будут приложимы основанные на ней нижние 4 строки табл. 31 и графики рис. 144 (см. Щелкачев [215]).

Аналогичные выводы можно сделать и об одномерном движении жидкостей и газов в неоднородных пластах. В самом деле, перепишем формулу (6, XVII) для объемного дебита несжимаемой жидкости в условиях водонапорного режима и линейного закона фильтрации в таком виде:

$$Q = \frac{ck_{\text{ср}}a}{L}, \quad (80, \text{XVII})$$

где  $c$  — коэффициент, зависящий от мощности потока, вязкости жидкости и перепада давления.

В таком же виде можно представить весовой или массовый дебит установившихся потоков газа или сжимаемой жидкости в условиях напорных режимов или объемный дебит несжимаемой жидкости в условиях гравитационного режима (при движении жидкости со свободной поверхностью); см., например, формулы (10, XII), (9, XI), (6, X).

В последних случаях пришлось бы учесть лишь иную природу коэффициента  $c$ , а величины  $k_{ср}$ ,  $a$ ,  $L$  входили бы в формулы в те же соотношениях. Отсюда следует, что формулы (7, XVII), (18, XVII), (20, XVII), а также основные качественные выводы о влиянии неоднородности проницаемости пласта на одномерный фильтрационный поток остаются справедливыми и для всех перечисленных выше случаев (В. Н. Шелкачев [215]).

Дальнейшие детали исследования одномерных потоков в пластах, с неоднородной проницаемостью см. в книгах Г. Н. Каменского [65] и [66].

До сих пор в этой главе эффект изменения проницаемости призабойной зоны оценивался лишь по изменению дебита скважины при сохранении понижения давления (перепада давления) в ней.

В главе XIV первоначально также исследовалось влияние изменения радиуса скважины только на ее дебит при сохранении понижения давления в ней.

Однако затем был поставлен вопрос о влиянии изменения радиуса скважины на понижение давления в ней при сохранении постоянного дебита. В главе XIV было доказано, что если дебит скважины пропорционален понижению давления на ее забое (это имеет место при движении несжимаемой жидкости по линейному закону фильтрации в условиях водонапорного режима), то увеличение радиуса скважины во столько же раз увеличивает ее дебит при сохранении понижения давления, во столько раз уменьшается понижение давления при сохранении дебита.

Во всех остальных случаях (при движении сжимаемых жидкостей или газа, или при нарушении линейного закона фильтрации, или в условиях гравитационного режима) изменение радиуса сильнее сказывается на изменении понижения давления при постоянном дебите, чем на изменении дебита при постоянном понижении давления.

Общность методов исследования данной главы и главы XIV позволяет сделать тот же вывод о влиянии изменения проницаемости призабойной зоны на понижение давления в скважине при сохранении постоянного дебита, какой только что был повторен по поводу влияния изменения радиуса скважины.

Соответствующие математические выкладки мы пропускаем, ибо они были бы повторением выкладок, выполненных в предыдущих параграфах данной главы. Читателю рекомендуется самостоятельно проделать их в качестве упражнения.

Замечание по поводу возможности обобщения полученных выводов на сферические радиальные потоки уже было сделано в конце § 3.

---

---

## ГЛАВА XVIII

# Вытеснение нефти и газа водой

Задачи о вытеснении нефти и газа водой представляют большой теоретический и практический интерес.

При разработке *нефтяных* месторождений в условиях водонапорного режима нефть вытесняется в скважины под действием напора контурных вод, при этом происходит продвижение контуров водоносности.

В главе IX, при рассмотрении вопроса о продвижении контура водоносности, вязкости и плотности нефти и воды принимались одинаковыми. В настоящей главе при решении задач о вытеснении нефти и газа водой мы будем учитывать различие в вязкостях нефти и воды и воды и газа. Плотность нефти и воды принимаем одинаковыми. Это позволяет считать плоскость контакта нефть — вода вертикальной. Следует отметить, что если расстояние от скважин до контура области питания пласта во много раз больше расстояния до контура водоносности, то при отсутствии подошвенной воды допущение о вертикальности плоскости контакта нефть — вода, даже при небольшом наклоне пластов, не вносит существенной ошибки в результаты решения задачи о вытеснении нефти водой<sup>1</sup>. То же самое можно сказать относительно допущения о вертикальности контакта газ — вода в тех случаях, когда расстояние от эксплуатационных газовых скважин до контура области питания пласта во много раз больше расстояния до контура газоносности. Вопрос о влиянии различия в удельных весах двух жидкостей в пласте (нефти и воды) на распределение давлений и поведение скважин рассмотрен в главе XVI. В дальнейших выкладках жидкость (нефть, вода) принимается несжимаемой, пласт — горизонтальным, режим пласта — водонапорным, фильтрация — происходящей по линейному закону.

Известно, что в ряде *газовых* месторождений также имеет место водонапорный режим, при котором разработка их сопровождается продвижением контурных вод, приводящим к уменьшению с течением времени объема порового пространства газоносной части залежи.

---

<sup>1</sup>Конечно, до тех пор, пока в результате продвижения контура водоносности в пласте (в зоне расположения скважин) не появится подошвенная вода.

От темпа продвижения контурных вод зависит темп падения пластового давления в газовой залежи.

Падение давления определяет падение дебита газовых скважин, что в свою очередь определяет потребное количество скважин для поддержания заданного уровня добычи газа из месторождения, продолжительность периода бескомпрессорной эксплуатации, время необходимого ввода в эксплуатацию компрессорных станций и пр.

От величины возможного продвижения контура водоносности существенно зависит решение задачи о размещении скважин на газоносной площади.

При наличии продвижения воды (которое в течение первых лет может быть не обнаружено) неучет его может привести к большим просчетам в запасах газа, вычисленных по фактическим данным о падении давления и добыче газа.

Из сказанного ясно, какое большое практическое значение имеет решение задач о вытеснении газа водой.

## § 1. Одномерная задача о вытеснении нефти водой

Рассмотрим задачу о вытеснении нефти водой к прямолинейной галлее.

На рис. 145 представлена модель пласта (в плане) применительно к указанной задаче. Обозначим (см. рис. 145):

$p_k$  — давление на контуре питания (КП), принимаемое постоянным;

$p_\Gamma$  — давление в галлее ( $\Gamma$ ), также принимаемое постоянным;

$p'$  — давление на перемещающемся контуре водоносности (КВ);

$L_k$  — расстояние от контура питания до галлеи;

$x_0$  — расстояние от контура питания до первоначального положения контура водоносности, обозначенного на рис. 145 пунктиром;

$x_v$  — расстояние до перемещающегося контура водоносности в некоторый момент времени  $t$ ;

$b$ ,  $m$  и  $k$  — соответственно мощность, пористость и проницаемость пласта;

$\mu_n$  и  $\mu_v$  — абсолютные вязкости соответственно нефти и воды.

Часть пласта, заключенную между контуром водоносности (КВ) и галлеей ( $\Gamma$ ), будем называть областью нефтеносности, часть пласта, заключенную между контуром питания (КП) и контуром водоносности (КВ), — областью водоносности. Поместим начало координат

в некоторой точке  $O$ , находящейся на контуре области питания. За положительное направление оси  $X$  примем направление от контура питания к галлее, совпадающее с направлением движения жидкости. Обозначим далее через  $p_n$  и  $p_b$  давления в точках пласта, отстоящих от контура питания на расстоянии  $x$  и находящихся в области нефтеносности ( $p_n$ ) или в области водоносности ( $p_b$ ).

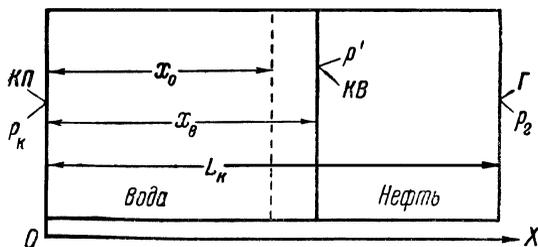


Рис. 145. Модель пласта, к одномерной задаче о вытеснении нефти водой.

При одномерном движении жидкости, вязкость которой во всем пласте одинакова (см. § 1 главы IX), скорость фильтрации  $v$  и распределение давления  $p$  в пласте описывались следующими уравнениями:

$$p = p_{\Gamma} + \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}} (L_{\kappa} - x), \quad (1, \text{XVIII})$$

$$p = p_{\kappa} - \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}} x, \quad (2, \text{XVIII})$$

$$v = \frac{k}{\mu} \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}}. \quad (3, \text{XVIII})$$

Как отмечалось в главе IX, в случае одномерного движения изобарами являются линии, параллельные галлее, и каждую изобару, в том числе и контур водоносности, можно рассматривать как контур питания или как галлею. Это позволяет на основании формул (1–3, XVIII) написать формулы распределения давления и скорости фильтрации в области нефтеносности и водоносности.

Рассматривая движение жидкости в области водоносности, примем за галлею изобару, совпадающую с контуром водоносности. Тогда для написания формул распределения давления  $p_b$  в пласте и скорости фильтрации воды  $v_b$  воспользуемся уравнениями (2, XVIII)

и (3, XVIII), в которые вместо расстояния до контура питания  $L_K$  подставим расстояние  $x_B$  от контура питания до контура водоносности, а вместо давления в галлерее  $p_\Gamma$  — давление  $p'$  на контуре водоносности:

$$p_B = p_K \frac{p_K - p'}{x_B} x, \quad (4, \text{XVIII})$$

$$v_B = \frac{k}{\mu_B} \frac{p_K - p'}{x_B}. \quad (5, \text{XVIII})$$

Рассматривая движение жидкости в *области нефтеносности*, примем за контур питания изобару, совпадающую с контуром водоносности. Чтобы написать формулы распределения давления  $p_H$  в пласте и скорости фильтрации нефти  $u_H$ , воспользуемся формулами (1, XVIII) и (3, XVIII), в которых давление  $p_K$  на контуре питания заменим давлением  $p'$  на контуре водоносности, а стоящее в знаменателе расстояние  $L_K$  до контура питания заменим расстоянием  $(L_K - x_B)$  от галлерей до контура водоносности:

$$p_H = p_\Gamma + \frac{p' - p_\Gamma}{(L_K - x_B)} (L_K - x); \quad (6, \text{XVIII})$$

$$v_H = \frac{k}{\mu_H} \frac{p' - p_\Gamma}{L_K - x_B}. \quad (7, \text{XVIII})$$

Вследствие несжимаемости жидкости и неразрывности потока в условиях одномерного движения скорость фильтрации нефти и воды в каждый данный момент времени во всех точках пласта одинакова, следовательно,  $v_B = u_H$ , что на основании уравнений (5, XVIII) и (7, XVIII) дает:

$$\frac{1}{\mu_B} \frac{p_K - p'}{x_B} = \frac{1}{\mu_H} \frac{p' - p_\Gamma}{L_K - x_B}. \quad (8, \text{XVIII})$$

Решая уравнение (8, XVIII) относительно давления  $p'$  на перемещающемся контуре водоносности, получим:

$$p' = \frac{p_K \mu_H (L_K - x_B) + p_\Gamma \mu_B x_B}{\mu_H (L_K - x_B) + \mu_B x_B}.$$

Подставляя это значение давления  $p'$  на контуре водоносности в уравнения (4, XVIII) и (6, XVIII), получим следующие формулы распределения давления в областях водоносности и нефтеносности:

$$p_B = p_K - \frac{\mu_B (p_K - p_\Gamma)}{\mu_H (L_K - x_B) + \mu_B x_B} x, \quad (9, \text{XVIII})$$

$$p_{\text{н}} = p_{\Gamma} + \frac{\mu_{\text{н}}(p_{\text{к}} - p_{\Gamma})}{\mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_{\text{в}}) + \mu_{\text{в}}x_{\text{в}}} (L_{\text{к}} - x). \quad (10, \text{XVIII})$$

Определим скорость фильтрации  $v$  жидкости:

$$v = v_{\text{н}} = v_{\text{в}}.$$

Согласно линейному закону фильтрации

$$v = -\frac{k}{\mu_{\text{в}}} \frac{\partial p_{\text{в}}}{\partial x} = -\frac{k}{\mu_{\text{н}}} \frac{\partial p_{\text{н}}}{\partial x}. \quad (11, \text{XVIII})$$

Дифференцируя равенства (9, XVIII) и (10, XVIII) по  $x$ , получим:

$$\frac{\partial p_{\text{в}}}{\partial x} = -\frac{\mu_{\text{в}}(p_{\text{к}} - p_{\Gamma})}{\mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_{\text{в}}) + \mu_{\text{в}}x_{\text{в}}},$$

$$\frac{\partial p_{\text{н}}}{\partial x} = -\frac{\mu_{\text{н}}(p_{\text{к}} - p_{\Gamma})}{\mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_{\text{в}}) + \mu_{\text{в}}x_{\text{в}}}.$$

Из последних двух уравнений видно, что градиент давления в области нефтеносности во столько раз больше градиента давления в области водоносности, во сколько раз вязкость нефти больше вязкости воды. Следовательно, пьезометрическая линия, состоящая из отрезков двух прямых линий, имеет излом при  $x = x_{\text{в}}$ .

Умножая полученное значение градиента давления в области водоносности на  $\frac{k}{\mu_{\text{в}}}$ , получим в соответствии с уравнением (11, XVIII) скорость фильтрации жидкости равной

$$v = \frac{k(p_{\text{к}} - p_{\Gamma})}{\mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_{\text{в}}) + \mu_{\text{в}}x_{\text{в}}}. \quad (12, \text{XVIII})$$

Расход жидкости (дебит галереи)  $Q$  найдем, умножив скорость фильтрации на площадь  $F$  вертикального сечения пласта

$$Q = \frac{kF(p_{\text{к}} - p_{\Gamma})}{\mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_{\text{в}}) + \mu_{\text{в}}x_{\text{в}}}. \quad (13, \text{XVIII})$$

Рассмотрение уравнений (9, XVIII) и (10, XVIII) распределения давления в области водоносности и нефтеносности и формул (12, XVIII)

и (13, XVIII) скорости фильтрации жидкости и дебита галлерей показывает, что величина давления в некоторой точке пласта, координата которой равна  $x$ , зависит не только от величины  $x$ , но и от положения контура водоносности  $x_b$ . Дебит галлерей и скорость фильтрации жидкости также зависят от  $x_b$ . Так как с течением времени  $t$ , истекшим с начала разработки пласта, контур водоносности продвигается по направлению к галлерее, величина  $x_b$  увеличивается и является функцией времени  $t$ . Следовательно, в отличие от одножидкостной системы (назовем так случай, когда вязкость фильтрующейся жидкости во всем пласте одинакова), при вытеснении нефти водой давление в каждой точке пласта является функцией времени. Скорость фильтрации  $v$  и расход жидкости  $Q$  также изменяются во времени.

Таким образом, несмотря на постоянство давлений на контуре питания  $p_k$  и в галлерее  $p_r$ , процесс вытеснения нефти водой при  $\mu_n \neq \mu_b$  представляет собой *неустановившуюся* фильтрацию. Именно поэтому в уравнение (11, XVIII) входят *частные* производные по  $x$ .

Из уравнений (12, XVIII) и (13, XVIII) видно, что при  $\mu_n > \mu_b$  с увеличением величины  $x_b$  знаменатель правой части их уменьшается, следовательно, с *течением времени*, по мере продвижения контура водоносности к галлерее, *скорость фильтрации жидкости и дебит галлерей увеличиваются*. Если вязкость воды больше вязкости нефти ( $\mu_n < \mu_b$ ), то с течением времени (с увеличением  $x_b$ ) знаменатель в указанных формулах увеличивается, а следовательно, скорость фильтрации и дебит жидкости уменьшаются. Случаи, когда вязкость законтурной воды больше вязкости нефти (вследствие высокой солености воды, увеличивающей ее вязкость, и наличия в нефти значительного количества растворенного газа, уменьшающего ее вязкость), встречаются редко, но все же известны в промысловой практике<sup>1</sup>.

Закономерность изменения скорости фильтрации жидкости и дебита галлерей по мере продвижения контура водоносности легко объяснить также на основании следующих физических соображений. Движение жидкости от контура питания к галлерее происходит в результате наличия перепада давления (депрессии)  $\Delta p = p_k - p_r$ , поддерживаемого в рассматриваемой задаче постоянным. Величина же сопротивления, которую приходится преодолевать жидкости, зависит от размеров области водоносности и области нефтеносности. Если  $\mu_n > \mu_b$ , то чем большая часть пласта занята нефтью, тем большее сопротивление приходится преодолевать жидкости при фильтрации. По мере продвижения контура водоносности размеры области нефтеносности уменьшаются, а следовательно, уменьшается и величина общего сопротивле-

<sup>1</sup>См. § 1 главы III.

ния, преодолеваемого жидкостью при фильтрации. Между тем перепад давления  $\Delta p$  остается постоянным. Это приводит к увеличению скорости фильтрации, а следовательно, и дебита галереи. Если  $\mu_{\text{в}} > \mu_{\text{н}}$ , то имеет место обратное явление. Продвижение контура водоносности, увеличивая размеры области водоносности, увеличивает величину общего сопротивления движению жидкости, что с течением времени при сохранении постоянной депрессии  $\Delta p$  приводит к уменьшению скорости фильтрации и дебита галереи.

Найдем изменение во времени величины  $x_{\text{в}}$ , характеризующей положение контура водоносности.

Скорость движения находящейся на контуре водоносности частицы жидкости равна:

$$w = \frac{dx_{\text{в}}}{dt} = \frac{v}{m}.$$

Подставляя вместо скорости фильтрации  $v$  ее значение из уравнения (12, XVIII), получим:

$$\frac{k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})}{m[\mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_{\text{в}}) + \mu_{\text{в}}x_{\text{в}}]} = \frac{dx_{\text{в}}}{dt},$$

откуда, разделяя переменные  $x_{\text{в}}$  и  $t$ , имеем:

$$dt = \frac{m}{k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})} [\mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_{\text{в}}) + \mu_{\text{в}}x_{\text{в}}] dx_{\text{в}}. \quad (14, \text{XVIII})$$

Начальное условие выражается следующим образом:

$$x_{\text{в}} = x_0 \quad \text{при} \quad t = 0.$$

Кроме того, примем, что  $t = T$  при  $x_{\text{в}} = L_{\text{к}}$ , где  $T$  — время извлечения из пласта всей нефти, в течение которого контур водоносности продвинется от своего первоначального положения до галереи.

Интегрируя уравнение (14, XVIII) по  $t$  в пределах от 0 до  $t$  и по  $x_{\text{в}}$  от  $x_0$  до  $x_{\text{в}}$ , получим:

$$t = \frac{m}{k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})} [(\mu_{\text{в}} - \mu_{\text{н}}) \frac{x_{\text{в}}^2 - x_0^2}{2} + \mu_{\text{н}}L_{\text{к}}(x_{\text{в}} - x_0)]. \quad (15, \text{XVIII})$$

Формула (15, XVIII) позволяет найти время продвижения контура водоносности от своего первоначального положения до положения, определяемого координатой  $x_{\text{в}}$ .

Подставляя в формулу (15, XVIII) вместо  $x_{\text{в}}$  величину  $L_{\text{к}}$ , найдем время  $T$  извлечения из пласта всей нефти или продвижения воды от первоначального положения контура водоносности до галлерей:

$$T = \frac{m}{2k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})} [\mu_{\text{в}}(L_{\text{к}}^2 - x_0^2) + \mu_{\text{н}}(L_{\text{к}} - x_0)^2]. \quad (16, \text{XVIII})$$

Рассмотрение формул (15, XVIII) и (16, XVIII) показывает, что время  $t$  и  $T$  вытеснения нефти водой прямо пропорционально пористости пласта  $m$  и обратно пропорционально проницаемости пласта  $k$  и депрессии  $\Delta p = (p_{\text{к}} - p_{\text{г}})$ .

Справедливость этого ясна из следующих физических соображений.

Чем больше пористость пласта, тем *при прочих равных условиях* меньше скорость движения жидкости  $w = \frac{v}{m}$ , а следовательно, больше время продвижения контура водоносности от контура питания до галлерей. С другой стороны, чем больше пористость пласта, тем больше запас нефти в нем, а значит, при прочих равных условиях требуется больше времени для извлечения этой нефти. Чем больше проницаемость пласта и чем больше депрессия  $\Delta p$ , тем при прочих равных условиях больше скорость движения жидкости, а следовательно, меньше время соответствующего продвижения контура водоносности.

Для нахождения зависимости координаты  $x_{\text{в}}$  контура водоносности от времени  $t$  решим квадратное уравнение (15, XVIII) относительно  $x_{\text{в}}$ :

$$x_{\text{в}} = \frac{\mu_{\text{н}}}{\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}}} L_{\text{к}} - \sqrt{\left(\frac{\mu_{\text{н}}}{\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}}} L_{\text{к}} - x_0\right)^2 + \frac{2k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})}{m(\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}})} t}. \quad (17, \text{XVIII})$$

Подставляя это значение  $x_{\text{в}}$  в формулы (12, XVIII) и (13, XVIII), найдем изменение во времени скорости фильтрации жидкости и дебита галлерей:

$$v = \frac{k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})}{\sqrt{[\mu_{\text{н}} L_{\text{к}} - (\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}})x_0]^2 - \frac{2k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})}{m} (\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}}) t}}. \quad (18, \text{XVIII})$$

Из формулы (18, XVIII) ясно видно, что с увеличением  $t$  при  $\mu_{\text{н}} > \mu_{\text{в}}$  значения  $v$  увеличиваются, а при  $\mu_{\text{в}} > \mu_{\text{н}}$  с ростом  $t$  величина  $v$  уменьшается.

Величину суммарной добычи нефти за время  $t$  :  $Q_{\text{доб}} = \int_0^t Q dt$  легко определить из уравнения:

$$Q_{\text{доб}} = mF(x_{\text{в}} - x_0). \quad (19, \text{XVIII})$$

Подставляя вместо  $x_{\text{в}}$  его значение из уравнения (17, XVIII), получим:

$$Q_{\text{доб}} = Q_{\text{доб}}(t).$$

Решение задачи о вытеснении нефти водой впервые было дано акад. Л. С. Лейбензоном [100], [107]. Но в своих исследованиях Л. С. Лейбензон считал давление  $p$  на перемещающемся контуре водоносности постоянным, тем самым принимал вязкость воды равной нулю.

В. Н. Щелкачевым [208] было рассмотрено влияние разности вязкостей нефти и воды на вытеснение нефти водой при различных соотношениях между расстояниями от галереи до контура водоносности и до контура питания.

Обозначим

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} \mu_0 &= \frac{\mu_{\text{н}}}{\mu_{\text{в}}} \\ a &= \frac{T}{T_{\text{н}}}, \end{aligned} \right\} \quad (20, \text{XVIII})$$

где  $T$  — время вытеснения нефти водой, определяемое формулой (16, XVIII), а  $T_{\text{н}}$  — время вытеснения нефти нефтью (случай одножидкостной системы).

Величина  $T_{\text{н}}$  может быть определена по формуле (11, IX), которую легко получить как частный случай из формулы (16, XVIII), положив  $\mu_{\text{в}} = \mu_{\text{н}}$ :

$$T_{\text{н}} = \frac{m\mu_{\text{н}}L_{\text{к}}(L_{\text{к}} - x_0)}{k(p_{\text{к}} - p_{\text{г}})}. \quad (21, \text{XVIII})$$

Разделив уравнение (16, XVIII) на (21, XVIII) и вводя относительную вязкость нефти  $\mu_0$ , получим:

$$a = \frac{1}{2\mu_0} \left[ \mu_0 + 1 - \frac{x_0}{L_{\text{к}}} (\mu_0 - 1) \right]. \quad (22, \text{XVIII})$$

По этой формуле В. Н. Щелкачевым были вычислены величины  $a$ , отвечающие различным значениям отношения  $\frac{x_0}{L_{\text{к}}}$  и относительной вязкости  $\mu_0$ , Результаты указанных вычислений приведены в табл. 33,

показывающей, какое большое влияние оказывает разность вязкостей нефти и воды на время продвижения контура нефтеносности.

Т а б л и ц а 33

**Значения величины  $a$  — отношения времени  $T$  вытеснения нефти водой по времени  $T_n$  вытеснения нефти нефтью в условиях одномерной фильтрации по линейному закону**

$\mu_0$ \ $\frac{x_0}{L_k}$	0	0,5	0,90	0,99
2	0,75	0,63	0,53	0,50
5	0,60	0,40	0,24	0,20
20	0,53	0,29	0,10	0,05
$\infty$	0,50	0,25	0,05	0,005

М. Маскет, рассматривая вопрос о вытеснении нефти водой, допускает что контур нефтеносности первоначально совпадает с контуром питания, т. е.  $\frac{x_0}{L_k} = 0$ , и приходит к выводу, что время проталкивания нефти нефтью немногим больше, чем время вытеснения нефти водой (максимально, если положить  $\mu_v = 0$ ;  $\frac{T_n}{T} = \frac{1}{a} = 2$ ). Следовательно, по Маскету, разница вязкостей нефти и воды не оказывает существенного влияния на время продвижения контура водоносности. Несостоятельность такого вывода становится очевидной при рассмотрении приведенных в табл. 33 значений отношения  $a$  для  $\frac{x_0}{L_k} > 0$ . Так, при  $\frac{x_0}{L_k} = 0,9$  и  $\mu_0 = \infty$ ,  $\frac{T_n}{T} = \frac{1}{a} = 20$ , а при  $\frac{x_0}{L_k} = 0,99$  и  $\mu_0 = \infty$ ,  $\frac{1}{a} = 200$ , т. е. в указанных условиях время вытеснения нефти нефтью соответственно в 20 и в 200 раз больше времени вытеснения нефти водой.

Из табл. 33 следует, что чем меньше область нефтеносности по сравнению с областью водоносности, а, значит, чем ближе к единице отношение  $\frac{x_0}{L_k}$ , тем сильнее сказывается влияние разности вязкостей нефти и воды на время вытеснения нефти водой. Например, если  $\mu_0 = 5$ , то при  $\frac{x_0}{L_k} = 0,5$   $\frac{T_n}{T} = 2,5$ , а при  $\frac{x_0}{L_k} = 0,9$   $\frac{T_n}{T} = 4,16$ .

Из той же таблицы видно, что принятие вязкости воды  $\mu_v = 0$  приводит к существенной ошибке в определении времени продвижения контура водоносности. Так, при  $\frac{x_0}{L_k} = 0,9$  отношение времени вытес-

нения нефти водой при  $\mu_0 = 5$  ( $T_{\mu_0=5}$ ) ко времени вытеснения нефти водой при  $\mu_0 = \infty$  ( $T_{\mu_0=\infty}$ ) составляет:

$$\frac{T_{\mu_0=5}}{T_{\mu_0=\infty}} = \frac{a_{\mu_0=5}}{a_{\mu_0=\infty}} = \frac{0,53}{0,05} = 10,6.$$

Таким образом, при подсчете времени вытеснения нефти водой нельзя не учитывать разности вязкостей нефти и воды.

Различие вязкостей нефти и воды оказывает существенное влияние не только на время извлечения нефти, но и на характер продвижения контура водоносности. Для пояснения этого рассмотрим следующие примеры, взятые нами из книги В. Н. Щелкачева [209].

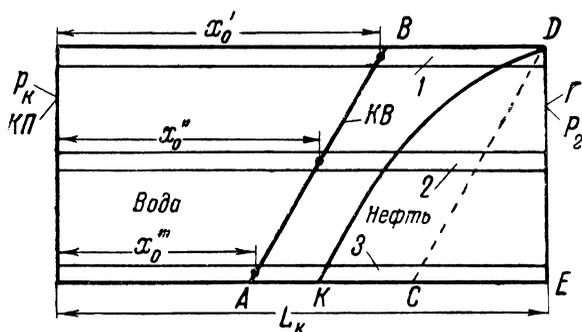


Рис. 146. Вытеснение нефти водой в условиях одномерного движения, когда контур водоносности не параллелен галлерее.

Пусть положение водо-нефтяного контакта в пористом пласте, изображенном в плане на рис. 146, показано линией  $AB$ , не параллельной галлерее  $DE$ . Для решения задачи о продвижении контура водоносности в указанных условиях используем следующий приближенный метод. Выделим в пласте несколько узких полос, например, полосы 1, 2, 3. Тогда в каждой из таких полос можно считать, что контур водоносности параллелен галлерее  $DE$  и находится на расстоянии от контура питания  $x'_0$  в полосе 1,  $x''_0$  и  $x'''_0$  — соответственно в полосах 2 и 3. Следовательно, для решения задачи о продвижении контура водоносности в каждой из указанных полос можно воспользоваться формулами, приведенными в настоящем параграфе.

Как видно из формулы (18, XVIII), чем больше  $x_0$ , тем больше скорость фильтрации  $v$ , а следовательно, и скорость движения  $w$  жид-

кости. Отсюда вытекает, что частицы воды из точки  $B$  будут продвигаться с гораздо большей скоростью к точке  $D$ , чем частицы воды из точки  $A$  к точке  $E$ .

Подставив в формулу (16, XVIII) вместо  $x_0$  величину  $x'_0$ , найдем время  $T'$ , за которое частицы воды из точки  $B$  дойдут до точки  $D$ . Время  $T'$  соответствует началу обводнения галереи. Подставляя это значение  $T'$  в формулу (17, XVIII) вместо времени  $t$  и принимая для полосы 2  $x_0 = x''_0$ , а для полосы 3  $x_0 = x'''_0$ , найдем соответственно величины  $x''_B$  и  $x'''_B$ , характеризующие положение контура водоносности в полосах 2 и 3 в момент времени  $T_1$ .

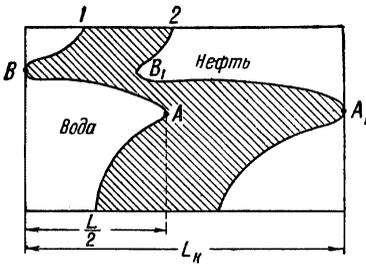
Линия  $KD$  на рис. 146 показывает положение контура водоносности в момент времени  $T_1$ , когда в точке  $D$  появилась вода.

Если бы вязкости нефти и воды были одинаковы, то скорости движения жидкости во всех точках пласта, в том числе и в точках  $B$  и  $A$ , были бы одинаковы, контур водоносности передвигался параллельно линии  $AB$  и к началу обводнения галереи находился в положении  $CD$ , при этом нефть была бы извлечена с площади  $ABDC$ . В действительности, вследствие разности вязкостей нефти и воды, к моменту времени  $T_1$  нефть будет извлечена не с площади  $ABDC$ , а с площади  $ABDK$ .

Из рассмотренного примера можно сделать следующее заключение о характере продвижения контура водоносности. Скорость движения «водяного языка» в наиболее выдвинутой точке по мере его приближения к галерее (или прямолинейной цепочке скважин) увеличивается, т. е. раз появившийся язык в дальнейшем быстро вытягивается, продвигаясь с гораздо большей скоростью, чем его основание и остальная часть контура водоносности.

Рис. 147. Продвижение языка обводнения при вытеснении нефти водой.

На рис. 147 схематично показаны положения такого контура водоносности в начальный момент времени (кривая 1) и по истечении некоторого времени (кривая 2). Подсчет показывает, что точка  $A$  передвигается в несколько раз быстрее точки  $B$ . Так, при  $\mu_0 = 5$ , когда точка  $A$  пройдет путь, равный  $\frac{L_K}{2}$ , путь, пройденный точкой  $B$ , составит  $\frac{L_K}{4}$ .



## § 2. Вытеснение нефти водой при плоском радиальном движении

Рассмотрим задачу о вытеснении нефти водой в условиях радиального движения жидкости по линейному закону фильтрации в пласте, изображенном в плане на рис. 148. Обозначим:

$R_k$  — радиус контура области питания, давление на котором равно  $p_k$  и является постоянным;

$r_b$  — радиус контура водоносности, расположенного concentрично контуру питания и скважине; давление на контуре водоносности равно  $p'_b$ ;

$R_c$  — радиус скважины, давление на которой поддерживается постоянным и равно  $p_c$ ;

$R_0$  — расстояние (радиус) от центра скважины до первоначального положения кругового контура водоносности.

Остальные обозначения те же, что в § 1.

В одножидкостной системе распределение давления в пласте и скорость фильтрации жидкости при радиальном движении по линейному закону фильтрации описывались следующими формулами (см. § 2 главы IX):

$$p = p_k - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{R_k}{r} \quad (23, \text{XVIII})$$

или

$$p = p_c - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}, \quad (24, \text{XVIII})$$

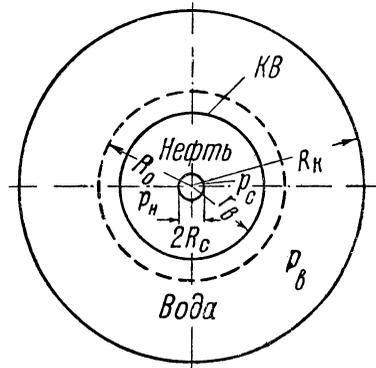


Рис. 148. Модель пласта, к задаче о вытеснении нефти водой в условиях радиальной фильтрации.

$$v = \frac{k}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \frac{1}{r}. \quad (25, \text{XVIII})$$

Рассматривая движение жидкости в области водоносности, заключенной между контуром водоносности КВ и контуром питания КП, мы можем принять изобару, совпадающую с контуром водоносности,

за скважину большого диаметра. Радиус этой «скважины» равен  $r_b$ , а давление на ней равно  $p'$ . Тогда, чтобы написать уравнение распределения давления  $p_b$  в области водоносности, воспользуемся уравнением (23, XVIII), в котором заменим  $p_c$  на  $p'$  и  $R_c$  на  $r_b$ . Выполнив указанную замену, получим формулу распределения давления в области водоносности в виде:

$$p_b = p_k - \frac{p_k - p'}{\ln \frac{R_k}{r_b}} \ln \frac{R_k}{r}. \quad (26, XVIII)$$

Чтобы найти уравнение распределения давления в области нефтеносности, лежащей внутри контура водоносности, примем изобару, совпадающую с контуром водоносности, за контур питания, радиус которого равен  $r_b$ , а давление на нем равно  $p'$ . Тогда, заменив в формуле (24, XVIII) давление  $p_k$  на  $p'$  и радиус  $R_k$  на  $r_b$ , получим следующее уравнение распределения давления в области нефтеносности:

$$p_n = p_c - \frac{p' - p_c}{\ln \frac{r_b}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}. \quad (27, XVIII).$$

Чтобы исключить из формул (26, XVIII) и (27, XVIII) давление  $p'$ , воспользуемся тем, что на контуре водоносности скорости фильтрации нефти и воды одинаковы.

Произведя в формуле (25, XVIII) указанные выше замены, найдем скорости фильтрации жидкости в области водоносности  $v_b$  и в области нефтеносности  $v_n$ :

$$\left. \begin{aligned} v_b &= -\frac{k}{\mu_b} \frac{p_k - p'}{\ln \frac{R_k}{r_b}} \frac{1}{r}, \\ v_n &= -\frac{k}{\mu_n} \frac{p' - p_c}{\ln \frac{r_b}{R_c}} \frac{1}{r}. \end{aligned} \right\} \quad (28, XVIII)$$

Так как при  $r = r_b$   $v_b = v_n$ , то из уравнений (28, XVIII) имеем:

$$\frac{1}{\mu_b} \frac{p_k - p'}{\ln \frac{R_k}{r_b}} = \frac{1}{\mu_n} \frac{p' - p_c}{\ln \frac{r_b}{R_c}}.$$

Решая это уравнение относительно  $p'$  на контуре водоносности, получим:

$$p' = \frac{p_{\kappa}\mu_{\text{H}} \ln \frac{r_{\text{B}}}{R_{\text{C}}} + p_{\text{C}}\mu_{\text{B}} \ln \frac{R_{\text{K}}}{r_{\text{B}}}}{\mu_{\text{H}} \ln \frac{r_{\text{B}}}{R_{\text{C}}} + \mu_{\text{B}} \ln \frac{R_{\text{K}}}{r_{\text{B}}}}$$

Подставляя найденное значение  $p'$  в уравнения (26, XVIII) и (27, XVIII), получим формулы распределения давления в области водоносности и в области нефтеносности в виде:

$$p_{\text{B}} = p_{\kappa} - \frac{\mu_{\text{B}}(p_{\kappa} - p_{\text{C}})}{\mu_{\text{H}} \ln \frac{r_{\text{B}}}{R_{\text{C}}} + \mu_{\text{B}} \ln \frac{R_{\text{K}}}{r_{\text{B}}}} \ln \frac{R_{\text{K}}}{r}. \quad (29, \text{XVIII})$$

$$p_{\text{H}} = p_{\text{C}} + \frac{\mu_{\text{H}}(p_{\kappa} - p_{\text{C}})}{\mu_{\text{H}} \ln \frac{r_{\text{B}}}{R_{\text{C}}} + \mu_{\text{B}} \ln \frac{R_{\text{K}}}{r_{\text{B}}}} \ln \frac{r}{R_{\text{C}}}. \quad (30, \text{XVIII})$$

Так как радиус  $r_{\text{B}}$  контура водоносности по мере продвижения контура водоносности уменьшается, то давления в любой точке  $r$  в области водоносности и в области нефтеносности изменяются с течением времени, т. е.  $p_{\text{B}} = p_{\text{B}}(r, t)$  и  $p_{\text{H}} = p_{\text{H}}(r, t)$ , следовательно, процесс вытеснения нефти водой (так же как аналогичный случай одномерного движения) является неустановившимся.

Если в формулах (29, XVIII) и (30, XVIII) положить  $\mu_{\text{H}} = \mu_{\text{B}} = \mu$ , то они обращаются в формулы (23, XVIII) и (24, XVIII), которые можно рассматривать как частный случай уравнений (29, XVIII) и (30, XVIII).

Найдем скорость фильтрации и дебит скважины при вытеснении яефти водой. Согласно линейному закону фильтрации скорость фильтрации

$$v = \frac{k}{\mu_{\text{B}}} \frac{\partial p_{\text{B}}}{\partial r} = -\frac{k}{\mu_{\text{H}}} \frac{\partial p_{\text{H}}}{\partial r}. \quad (31, \text{XVII})$$

Дифференцируя по  $r$  уравнение (30, XVIII), получим:

$$\frac{\partial p_{\text{H}}}{\partial r} = \frac{\mu_{\text{H}}(p_{\kappa} - p_{\text{C}})}{\mu_{\text{H}} \ln \frac{r_{\text{B}}}{R_{\text{C}}} + \mu_{\text{B}} \ln \frac{R_{\text{K}}}{r_{\text{B}}}} \frac{1}{r}. \quad (32, \text{XVIII})$$

Подставляя это значение градиента давления в области нефтеносности в уравнение (31, XVIII), получим формулу скорости филь-

трации жидкости:

$$v = \frac{k(p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{\mu_{\text{н}} \ln \frac{r_{\text{в}}}{R_{\text{с}}} + \mu_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}} \frac{1}{r}. \quad (33, \text{XVIII})$$

Дифференцируя по  $r$  уравнение (29, XVIII), найдем величину градиента давления в области водоносности

$$\frac{\partial p_{\text{в}}}{\partial r} = \frac{\mu_{\text{в}}(p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{\mu_{\text{н}} \ln \frac{r_{\text{в}}}{R_{\text{с}}} + \mu_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}} \frac{1}{r}, \quad (34, \text{XVIII})$$

подстановка которого в уравнение (31, XVIII) также приводит к формуле (33, XVIII).

Сравнение уравнений (32, XVIII) и (34, XVIII) показывает, что при одних и тех же значениях  $r$  и  $\mu_{\text{н}} > \mu_{\text{в}}$  градиент давления в области нефтеносности во столько раз больше градиента давления в области водоносности, во сколько раз вязкость нефти больше вязкости воды. Отсюда вытекает, что пьезометрическая кривая распределения давления при  $r = r_{\text{в}}$  должна иметь перелом.

Для определения величины дебита  $Q$  скважины умножим скорость фильтрации  $v$  на площадь  $F = 2\pi r b$ :

$$Q = \frac{2\pi k b (p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{\mu_{\text{н}} \ln \frac{r_{\text{в}}}{R_{\text{с}}} + \mu_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}}. \quad (35, \text{XVIII})$$

Положив в формуле (35, XVIII)  $\mu_{\text{н}} = \mu_{\text{в}} = \mu$ , получим как частный случай формулу дебита для одножидкостного притока.

Формулу (35, XVIII) можно переписать так:

$$Q = \frac{2\pi k b (p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{\ln \frac{r_{\text{в}}^{\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}}} R_{\text{к}}^{\mu_{\text{в}}}}{R_{\text{с}}^{\mu_{\text{н}}}}}.$$

откуда видно, что при  $\mu_{\text{н}} > \mu_{\text{в}}$  с уменьшением  $r_{\text{в}}$ , т.е. по мере приближения контура водоносности к скважине, дебит ее увеличивается. При  $\mu_{\text{н}} < \mu_{\text{в}}$  имеет место обратное явление. Самопроизвольное увеличение дебита нефти, предшествующее обводнению скважин, подтверждается данными промысловых наблюдений.

Чтобы найти зависимость давлений  $p_{\text{в}}$  и  $p_{\text{н}}$ , скорости фильтрации  $v$  и дебита скважины  $Q$  от времени, используем условие, что скорость движения контура водоносности определяется формулой:

$$w = -\frac{dr_{\text{в}}}{dt} = \frac{v}{m}.$$

Подставляя вместо скорости фильтрации на контуре водоносности ее значение из формулы (33, XVIII), получим:

$$\frac{k(p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{\mu_{\text{н}} \ln \frac{r_{\text{в}}}{R_{\text{с}}} + \mu_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}} \frac{1}{r_{\text{в}}} = -m \frac{dr_{\text{в}}}{dt}.$$

Разделяя переменные  $r_{\text{в}}$  и  $t$ , имеем:

$$dt = \frac{m}{k(p_{\text{к}} - p_{\text{с}})} \left( \mu_{\text{н}} \ln \frac{r_{\text{в}}}{R_{\text{с}}} + \mu_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}} \right) r_{\text{в}} dr_{\text{в}}, \quad (36, \text{XVIII})$$

при

$$t = 0 \quad r_{\text{в}} = R_0;$$

при

$$t = T \quad r_{\text{в}} = R_{\text{с}},$$

где  $T$  — время извлечения всей нефти, в течение которого контур водоносности продвинется от своего первоначального положения до скважины.

Интегрируя уравнение (36, XVIII) по  $t$  в пределах от 0 до  $t$  и по  $r_{\text{в}}$  — от  $R_0$  до  $r_{\text{в}}$ , получим:

$$t = \frac{m}{2k(p_{\text{к}} - p_{\text{с}})} \left[ (\mu_{\text{в}} \ln R_{\text{к}} - \mu_{\text{н}} \ln R_{\text{с}}) (R_0^2 - r_{\text{в}}^2) + (\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}}) (R_0^2 \ln R_0 - r_{\text{в}}^2 \ln r_{\text{в}}) - \frac{\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}}}{2} (R_0^2 - r_{\text{в}}^2) \right]. \quad (37, \text{XVIII})^1$$

<sup>1</sup>Формулу (37, XVIII) можно переписать иначе:

$$\frac{2k(p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{m} t = R_0^2 \left[ \mu_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{R_0} + \mu_{\text{н}} \ln \frac{R_0}{R_{\text{с}}} \right] - r_{\text{в}}^2 \left[ \mu_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}} + \mu_{\text{н}} \ln \frac{r_{\text{в}}}{R_{\text{с}}} \right] - \frac{1}{2} (\mu_{\text{н}} - \mu_{\text{в}}) (R_0^2 - r_{\text{в}}^2).$$

Формула (37, XVIII) позволяет найти значения времени  $t$ , отвечающие любому положению контура водоносности в интервале  $R_0 \geq r_b \geq R_c$ . Для этих значений времени легко по формулам (29, XVIII), (30, XVIII), (33, XVIII) и (35, XVIII) найти распределение давления в пласте, скорость фильтрации жидкости и дебит скважины, подставив в указанные формулы соответствующие значения  $r_b$ .

Вводя в уравнение (37, XVIII) вместо  $r_b$  величину  $R_c$ , найдем время  $T$  вытеснения всей нефти водой:

$$T = \frac{m}{2k(p_k - p_c)} \left[ (\mu_b \ln R_k - \mu_n \ln R_c) (R_0^2 - R_c^2) + (\mu_n - \mu_b) (R_0^2 \ln R_0 - R_c^2 \ln R_c) - \frac{\mu_n - \mu_b}{2} (R_0^2 - R_c^2) \right]. \quad (38, XVIII)$$

При  $\mu_b = \mu_n$

$$T_n = \frac{m\mu_n \ln \frac{R_k}{R_c}}{2k(p_k - p_c)} (R_0^2 - R_c^2), \quad (38^I, XVIII)$$

мы получили как частный случай формулу (42, IX), выведенную в § 2 главы IX, для времени продвижения контура нефтеносности к скважине в случае одножидкостной системы. Обозначая

$$a_p = \frac{T}{T_n},$$

вводя относительную вязкость  $\mu_0 = \frac{\mu_n}{\mu_b}$  и разделив уравнение (38, XVIII) на (38<sup>I</sup>, XVIII), получим

$$a_p = \frac{1}{\mu_0 \ln \frac{R_k}{R_c}} \left[ \ln R_k - \mu_0 \ln R_c + \frac{(\mu_0 - 1) (R_0^2 \ln R_0 - R_c^2 \ln R_c)}{R_0^2 - R_c^2} - \frac{\mu_0 - 1}{2} \right]. \quad (39, XVIII)$$

В табл. 34 приведены значения отношения  $a_p$  времени вытеснения яефти водой ко времени вытеснения нефти нефтью, определенные

В. Н. Щелкачевым по формуле (39, XVIII). Две последние горизонтальные строки табл. 34 относятся к притоку нефти к кольцевой галлерее радиусом в 100 и 400 м. Как будет показано в главе XXI, условия притока нефти к такой галлерее весьма близки к условиям притока нефти к расположенной по окружности группе (батарее) скважин, даже при сравнительно небольшом числе скважин.

Т а б л и ц а 34

**Значения отношения  $a_p$  времени  $T$  вытеснения нефти водой ко времени  $T_n$  вытеснения нефти нефтью в условиях радиальной фильтрации по линейному закону**

$\mu_0$	$R_0$	$R_c$	$R_k$	$a_p$
—	м	м	км	—
5	100	0, 10	10	0, 65
$\infty$	100	0, 10	10	0, 56
5	1000	0, 10	10	0, 81
$\infty$	1000	0, 10	10	0, 76
5	1000	0, 10	50	0, 73
$\infty$	1000	0, 10	50	0, 66
5	100	0, 10	50	0, 57
$\infty$	100	0, 10	50	0, 49
5	500	100	10	0, 40
10	1000	400	50	0, 21

Рассмотрение табл. 34 показывает, что различие в вязкости нефти и воды существенно влияет на время вытеснения нефти водой и в условиях радиального движения, причем вытеснение нефти водой происходит тем быстрее, по сравнению с вытеснением нефти нефтью, чем больше относительная вязкость  $\mu_0$ , чем меньше размеры первоначального контура водоносности  $R_0$  по сравнению с размерами пластовой водонапорной системы  $R_k$  и чем меньше отличаются друг от друга радиусы  $R_0$  и  $R_c$ . Различие в вязкости нефти и воды особенно сильно сказывается на времени вытеснения нефти водой к кольцевой галлерее (или к круговой батарее скважин). Так, при  $R_0 = 1$  км,  $R_k = 50$  км и  $\mu_0 = 10$  время вытеснения нефти водой к кольцевой галлерее радиусом  $R_c = 400$  м почти в 5 раз меньше времени вытеснения нефти нефтью.

Следует отметить, что принятие вязкости воды  $\mu_b = 0$  (или  $\mu_0 = \infty$ ) в условиях радиального движения не вносит столь существенной ошибки в вычисление времени вытеснения нефти из пласта, как при одномерном движении. Это объясняется тем, что в условиях ради-

ального движения скорости фильтрации жидкости вдали от скважины, а значит, и сопротивление движению жидкости весьма малы (см. § 2 главы IX).

### § 3. Одномерная задача о вытеснении газа водой

Рассмотрим задачу о вытеснении газа водой в условиях одномерной фильтрации газа и жидкости по линейному закону фильтрации. На рис. 149 представлена модель пласта в плане. Заштрихованные границы пласта рассматриваем как непроницаемые стенки. Область пласта, ограниченная контуром питания КП и контуром водоносности КВ, насыщена водой. Область пласта, ограниченная контуром водоносности КВ и галлереей Г, насыщена газом. Прямолинейную галлерею Г рассматриваем как сплошную вертикальную горную выработку. Характер движения жидкости и газа к такой галлерее весьма близок к движению жидкости и газа к прямолинейной цепочке скважин, расположенных вдоль линии Г (см. главы XX и XXI).

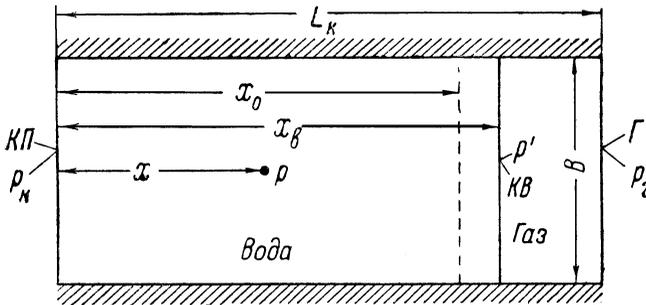


Рис. 149. Модель пласта, к одномерной задаче о вытеснении газа водой.

Обозначим (см. рис. 149):

- $p_k$  — давление на контуре питания КП;  $p_k = \text{const}$ ;
- $p'$  — давление на перемещающемся контуре водоносности;
- $p$  — давление в области водоносности в точке, удаленной на расстояние  $x$  от контура питания; ось  $x$  направлена от контура питания, на котором помещаем начало координат 0, к галлерее;
- $x_0$  — расстояние от контура питания до показанной пунктиром линии первоначального положения контура водоносности;
- $x'$  — расстояние от контура питания до перемещающегося контура водоносности;

$L_k$  — расстояние от контура питания до галереи;

$\mu_v$  — абсолютная вязкость воды;

$B$  — длина газовой залежи; ширина ее равна  $(L_k - x_v)$ .

Одномерная задача о вытеснении газа водой впервые рассматривалась акад. Л. С. Лейбензоном [100], принимавшим с целью упрощения проблемы, что давление на перемещающемся контуре водоносности в процессе разработки газовой залежи остается постоянным и равным первоначальному. В области газоносности принималось, что распределение давления происходит по законам прямолинейной фильтрации газа при постоянном давлении на выходе, причем в одном из решений Л. С. Лейбензон неустановившуюся фильтрацию газа рассматривает как непрерывную последовательность стационарных состояний.

Допущение о том, что на перемещающемся контуре водоносности давление все время остается постоянным и при том равным первоначальному, а следовательно, давлению  $p_k$  на контуре питания, означает, что вязкость воды  $\mu_v$  принята равной нулю. Учет изменения давления в области газоносности означает учет потерь давления при фильтрации газа, обусловленных вязкостью газа.

Если считать, что абсолютная вязкость воды больше абсолютной вязкости газа примерно в 100 раз, то станет ясно, что с практической точки зрения больший интерес представляет учет потерь давления, связанных с вязкостью воды, а не газа.

Пусть приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре расход газа (т. е. добыча газа из газовой залежи в единицу времени) постоянен и равен  $Q_r$ , примем вязкость газа  $\mu_g = 0^1$ ; тогда давление во всех точках области газоносности, в том числе и на контуре газоносности КВ, будет одинаково и равно средневзвешенному по объему области газоносности пласта давлению  $\bar{p}$ .

При исследовании движения воды в области водоносности рассматриваем контур водоносности КВ, являющийся изобарой  $p'$ , как «галерею», давление в которой равно  $p' = \bar{p}$ , а расстояние «галереи» от контура питания КП равно  $x'$ .

Тогда согласно формуле (5, XVIII) скорость  $w$  движения контура водоносности равна:

$$w = \frac{k}{m\mu_v} \frac{p_k - \bar{p}}{x'}, \quad (40, XVIII)$$

где  $k$  и  $m$  — соответственно проницаемость и пористость пласта.

Допустим, что входящее в уравнение (40, XVIII) среднее давление  $\bar{p}$  в газовой залежи изменяется во времени  $t$  так, как оно изменялось

<sup>1</sup>Вопрос о влиянии вязкости газа на продвижение контура водоносности при вытеснении газа водой рассматривается в § 5 настоящей главы.

бы в условиях газового режима, при котором перемещения контура водоносности не происходит<sup>2</sup>. Тогда, согласно § 5 главы XII:

$$\tilde{p} = \frac{p_n \Omega_n - Q_{\Gamma} p_{\text{ат}} t}{\Omega_n}, \quad (41, \text{XVIII})$$

где  $\Omega_n = (L_t - x_0) b B m$  — первоначальный объем порового пространства в области газоносности;

$b$  — мощность пласта;

$p_n = p_{\text{к}}$  — первоначальное давление в пласте;

$t$  — время, истекшее с начала разработки газовой залежи.

Подставляя значение  $\tilde{p}$  из уравнения (41, XVIII) в формулу (40, XVIII), получим:

$$w = \frac{k}{\mu_{\text{в}}} \frac{Q_{\Gamma} p_{\text{ат}} t}{\Omega_n x'}. \quad (42, \text{XVIII})$$

Перемещение контура водоносности за время  $dt$  равно:

$$dx' = w dt = \frac{k Q_{\Gamma} p_{\text{ат}} t}{m \mu_{\text{в}} \Omega_n x'} dt. \quad (43^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

Разделя переменные, имеем:

$$x' dx' = \frac{k Q_{\Gamma} p_{\text{ат}}}{m \mu_{\text{в}} \Omega_n} t dt. \quad (43, \text{XVIII})$$

Интегрируя уравнение (43, XVIII) по  $x'$  в пределах от  $x_0$  до  $x'$  и по  $t$  от 0 до  $t$ , получим:

$$x' = \sqrt{x_0^2 + \frac{k p_{\text{ат}} Q_{\Gamma}}{m \mu_{\text{в}} \Omega_n} t^2} \quad (44, \text{XVIII})$$

или, после замены  $\Omega_n$  его значением, имеем:

$$x' = \sqrt{x_0^2 + \frac{k p_{\text{ат}} Q_{\Gamma}}{m^2 \mu_{\text{в}} (L_{\text{к}} - x_0) B b} t^2}. \quad (44^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

Формулы (44, XVIII) и (44<sup>I</sup>, XVIII) позволяют определить положение контура водоносности в любой момент времени в условиях, когда

<sup>2</sup>К чему приводит такое допущение, мы укажем дальше.

при разработке газовой залежи из нее извлекается постоянное в единицу времени количество газа  $Q_{\Gamma}$ .

Эти формулы показывают в явном виде зависимость продвижения контура водоносности от различных факторов, к числу которых относятся проницаемость и пористость пласта, вязкость воды, размеры газовой залежи, расстояние от контура питания до контура водоносности.

Для определения зависимости величины конечного продвижения контура водоносности от темпа разработки газовой залежи, определяемого величиной  $Q_{\Gamma}$ , подставим в формулы (44, XVIII) и (44<sup>1</sup>, XVIII) вместо  $t$  время  $T$  полного извлечения газа из залежи:

$$T = \frac{\Omega_{\text{н}} p_{\text{н}}}{p_{\text{ат}} Q_{\Gamma}} = \frac{m B b (L_{\text{к}} - x_0) p_{\text{н}}}{p_{\text{ат}} Q_{\Gamma}}.$$

Тогда, вместо уравнений (44, XVIII) и (44<sup>1</sup>, XVIII), получим

$$x'_{\text{кон}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{k p_{\text{н}} T}{m \mu_{\text{в}}}} \quad (45, \text{XVIII})$$

и

$$x'_{\text{кон}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{k(L_{\text{к}} - x_0) B b p_{\text{н}}^2}{Q_{\Gamma} \mu_{\text{в}} p_{\text{ат}}}}. \quad (46, \text{XVIII})$$

Как видно из формулы (46, XVIII), при повышении темпа отбора газа, характеризуемого величиной  $Q_{\Gamma}$ , конечная величина продвижения контура водоносности уменьшается.

Если продвижение контура водоносности ( $x' - x_0$ ) мало по сравнению с расстоянием  $x_0$  от контура питания до первоначального положения контура водоносности, то в знаменателе правой части уравнения (43<sup>1</sup>, XVIII) можно положить  $x' = x_0 = \text{const}$ . Тогда, после интегрирования уравнения (43<sup>1</sup>, XVIII) в указанных выше пределах, вместо формул (44, XVIII) и (45, XVIII), соответственно получим:

$$x' - x_0 = \frac{k p_{\text{ат}} Q_{\Gamma} t^2}{2 m \mu_{\text{в}} \Omega_{\text{н}} x_0}, \quad (47, \text{XVIII})$$

$$x'_{\text{кон}} - x_0 = \frac{k p_{\text{н}} T}{2 m \mu_{\text{в}} x_0}. \quad (48, \text{XVIII})$$

Из формулы (48, XVIII) видно, что в казаных условиях конечное продвижение контура водоносности прямо пропорционально проницаемости пласта  $k$ , начальному давлению  $p_{\text{н}}$ , времени разработки газовой

залежи  $T$  и обратно пропорционально пористости пласта  $m$ , вязкости воды  $\mu_{\text{в}}$  и первоначальному расстоянию  $x_0$  от контура водоносности до контура питания. Следовательно, чем больше время  $T$  разработки газовой залежи, тем эффективнее восстановление давления в ней за счет продвижения контурных вод.

Формулы (44, XVIII)–(48, XVIII) выводились для условия отбора газа  $Q_{\text{г}} = \text{const}$ . Если *добыча газа не постоянна, а является заданной функцией времени  $t$* , т. е.  $Q_{\text{г}} = Q_{\text{г}}(t)$ , то вместо уравнения (41, XVIII), имеем:

$$\tilde{p} = p_{\text{н}} - \frac{p_{\text{ат}} Q_{\text{доб}}(t)}{\Omega_{\text{н}}}, \quad (49, \text{XVIII})$$

где  $Q_{\text{доб}}(t)$  — суммарная добыча газа за время  $t$ , истекшее с начала разработки газовой залежи:

$$Q_{\text{доб}}(t) = \int_0^t Q_{\text{г}}(t) dt. \quad (50, \text{XVIII})$$

Подставляя в уравнение (40, XVIII) вместо  $\tilde{p}$  его значение из уравнения (49, XVIII), получим:

$$w = \frac{k p_{\text{ат}} Q_{\text{доб}}(t)}{m \mu_{\text{в}} \Omega_{\text{н}} x'}. \quad (51, \text{XVIII})$$

Продвижение контура водоносности за время  $dt$  равно

$$dx' = w dt = \frac{k p_{\text{ат}} Q_{\text{доб}}(t)}{m \mu_{\text{в}} \Omega_{\text{н}} x'} dt, \quad (52, \text{XVIII})$$

что после разделения переменных и интегрирования в указанных выше пределах дает

$$x' = \sqrt{x_0^2 + \frac{2k p_{\text{ат}}}{m \mu_{\text{в}} \Omega_{\text{н}}} \psi(t)}, \quad (53, \text{XVIII})$$

где

$$\psi(t) = \int_0^t Q_{\text{доб}}(t) dt. \quad (54, \text{XVIII})$$

Величина  $\psi(t)$  может быть определена аналитически или графически в зависимости от того, как задано изменение добычи газа  $Q_{\text{г}}(t)$ .

Конечную величину продвижения контура водоносности найдем, положив при  $t = T$   $x' = x'_{\text{кон}}$ . На основании формулы (53, XVIII) имеем:

$$x'_{\text{кон}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{2kp_{\text{ат}}}{m\mu_{\text{в}}\Omega_{\text{н}}} \psi(T)}, \quad (55, \text{XVIII})$$

где

$$\psi(T) = \int_0^T Q_{\text{доб}}(t) dt. \quad (56, \text{XVIII})$$

Рассматривая приведенные выше формулы, следует иметь в виду, что при выводе их мы допустили, что входящее в уравнение (40, XVIII) среднее давление  $\tilde{p}$  изменяется по законам газового режима. Поскольку в условиях газового режима падение во времени давления в газовой залежи происходит *быстрее*, чем при водонапорном режиме, то определенные по формулам (41, XVIII) или (49, XVIII) значения  $\tilde{p}$  являются *заниженными* по сравнению со значениями среднего давления в условиях водонапорного режима. Поэтому значения скорости движения воды и величины  $x'$  (характеризующей продвижение контура водоносности), определенные по приведенным выше формулам, являются *завышенными* по сравнению с истинными. Найдем по этим завышенным значениям  $x' = x'(t)$  соответствующие им значения объема порового пространства газовой залежи  $\Omega(t)$ :

$$\Omega(t) = (L_{\text{к}} - x') B b m. \quad (57, \text{XVIII})$$

Полученные по формуле (57, XVIII) значения  $\Omega(t)$  являются заниженными по сравнению с истинными, поскольку в уравнение (57, XVIII)  $x'$  входит как вычитаемое.

Подставим значение  $\Omega(t)$  из уравнения (57, XVIII) в формулы (41, XVIII) и (49, XVIII) вместо  $\Omega_{\text{н}}$ , тогда в случае  $Q_{\text{г}} = \text{const}$ , имеем:

$$\tilde{p} = \frac{p_{\text{н}}\Omega_{\text{н}} - Q_{\text{г}}p_{\text{ат}}t}{\Omega(t)}, \quad (41^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

а при условии отбора газа  $Q_{\text{г}} = Q_{\text{г}}(t)$

$$\tilde{p} = \frac{p_{\text{н}}\Omega_{\text{н}} - p_{\text{ат}}Q_{\text{доб}}(t)}{\Omega(t)}. \quad (49^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

Значения среднего давления  $\tilde{p}$ , определенные по формулам (41<sup>I</sup>, XVIII) и (49<sup>I</sup>, XVIII), *больше* истинных, так как величины  $\Omega(t)$

меньше действительных значений объема порового пространства газовой залежи.

Вводя в формулу (40, XVIII) вместо давления  $\tilde{p}$  его значение из формул (41<sup>I</sup>, XVIII) или (49<sup>I</sup>, XVIII), найдем заниженные по сравнению с истинными значения скорости  $w$  движения контура водоносности.

В случае  $Q_{\Gamma} = \text{const}$

$$w = \frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{Q_{\Gamma} p_{\text{ар}} t - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{x' \Omega(t)}. \quad (42^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

при условии  $Q_{\Gamma} = Q_{\Gamma}(t)$

$$w = \frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{p_{\text{ар}} Q_{\text{доб}}(t) - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{x' \Omega(t)}. \quad (51^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

Продвижение  $dx'$  контура водоносности за время  $dt$  равно  $w dt$ , что на основании уравнений (42<sup>I</sup>, XVIII) и (51<sup>I</sup>, XVIII) дает при  $Q_{\Gamma} = \text{const}$

$$dx' = \frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{Q_{\Gamma} p_{\text{ар}} t - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{x' \Omega(t)} dt, \quad (43^{\text{II}}, \text{XVIII})$$

а при условии  $Q_{\Gamma} = Q_{\Gamma}(t)$

$$dx' = \frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{p_{\text{ар}} Q_{\text{доб}}(t) - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{x' \Omega(t)} dt. \quad (52^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

Разделяя переменные в уравнениях (43<sup>II</sup>, XVIII) и (51<sup>I</sup>, XVIII) и производя интегрирование по  $t$  в пределах от 0 до  $t$  и по  $x'$  от  $x_0$  до  $x'$ , получим:  
при  $Q_{\Gamma} = \text{const}$ :

$$x' = \sqrt{x_0^2 + \frac{2k}{m\mu_{\text{в}}} \psi_1(t)}, \quad (44^{\text{II}}, \text{XVIII})$$

при  $Q_{\Gamma} = Q_{\Gamma}(t)$ :

$$x' = \sqrt{x_0^2 + \frac{2k}{m\mu_{\text{в}}} \psi_2(t)}, \quad (53^{\text{II}}, \text{XVIII})$$

где

$$\left. \begin{aligned} \psi_1(t) &= \int_0^t \frac{p_{\text{ат}} Q_{\text{г}} t - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt, \\ \psi_2(t) &= \int_0^t \frac{p_{\text{ат}} Q_{\text{доб}}(t) - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt. \end{aligned} \right\} \quad (58, \text{XVIII})$$

Величину конечного продвижения контура водоносности найдем из следующих условий:  $t = T$  при  $x' = x'_{\text{кон}}$ , где  $T$  — время извлечения газа из газовой залежи; при  $Q_{\text{г}} = \text{const}$  получим:

$$x'_{\text{кон}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{2k}{m\mu_{\text{в}}} \psi_1(T)}, \quad (45^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

при  $Q_{\text{г}} = Q_{\text{г}}(t)$  получим:

$$x'_{\text{кон}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{2k}{m\mu_{\text{в}}} \psi_2(T)}, \quad (55^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_1(T) &= \int_0^T \frac{p_{\text{ат}} Q_{\text{г}} t - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt, \\ \psi_2(T) &= \int_0^T \frac{p_{\text{ат}} Q_{\text{доб}}(t) - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt. \end{aligned} \right\} \quad (58^{\text{I}}, \text{XVIII})$$

Формулы (44<sup>II</sup>, XVIII), (45<sup>I</sup>, XVIII) и (53<sup>I</sup>, XVIII), (55<sup>I</sup>, XVIII) дают *заниженные* по сравнению с истинными значения продвижения контура водоносности.

Истинные значения величины  $x'$ , характеризующей продвижение контура водоносности, заключены между значениями  $x'$ , определенными по формулам (44, XVIII) и (44<sup>II</sup>, XVIII) (при условии отбора газа  $Q_{\text{г}} = \text{const}$ ) и (53, XVIII) и (53<sup>I</sup>, XVIII) [при условии  $Q_{\text{г}} = Q_{\text{г}}(t)$ ].

Если величины завышенных и заниженных значений продвижения контура водоносности в соответствующие моменты времени  $t$  близки друг к другу, то приближенные значения величины истинного продвижения контура водоносности могут быть найдены, как среднеарифметические величины между завышенными и заниженными значениями продвижения контура водоносности.

Когда завышенные и заниженные значения продвижения контура водоносности существенно различны, мы рассматриваем их как первое приближение и далее поступаем следующим образом.

По данным о полученных в первом приближении заниженных значениях продвижения контура водоносности находим завышенные величины  $\Omega(t)$ . Подставляя эти  $\Omega(t)$  в уравнение (58, XVIII), находим значения  $\psi_1(t)$  или  $\psi_2(t)$ , вводя которые в формулы (44<sup>II</sup>, XVIII) или (53<sup>I</sup>, XVIII), определяем завышенные значения продвижения контура водоносности, причем величины этих завышенных значений меньше тех, которые были получены по формулам (44, XVIII) и (53, XVIII). Это есть второе приближение для завышенных значений  $x'$ . По полученным во втором приближении завышенным величинам продвижения контура водоносности находим заниженные значения  $\Omega(t)$ , после подстановки которых в формулы (58, XVIII) и далее в (44<sup>II</sup>, XVIII) или в (53<sup>I</sup>, XVIII) определяем во втором приближении заниженные значения продвижения контура водоносности, причем величины этих значений больше соответствующих заниженных значений продвижения контура водоносности, найденных в первом приближении.

Если определенные во втором приближении величины завышенных и заниженных значений продвижения контура водоносности все еще существенно отличаются друг от друга, находим аналогично предыдущему третье приближение и так до тех пор, пока величины завышенных и заниженных значений продвижения контура водоносности окажутся достаточно близкими.

Распределение давления в области водоносности находим по формуле одномерной фильтрации несжимаемой жидкости (см. главу IX).

Приближенно

$$p_{\text{в}} = p_{\text{к}} - \frac{p_{\text{к}} - \tilde{p}}{x'} x. \quad (59, \text{XVIII})$$

## § 4. Вытеснение газа водой в условиях радиальной фильтрации

Модель пласта для интересующего нас случая представлена на рис. 150.

Обозначим:

$p_{\text{к}}$  — давление на круговом контуре КП области питания, радиус которого равен  $R_{\text{к}}$ ;

$p'$  — давление на перемещающемся контуре водоносности, радиус которого равен  $r_{\text{в}}$ ;

$\tilde{p}$  — средневзвешенное по объему давление в газовой залежи;

$R_0$  — расстояние от центра газовой залежи до кругового контура, показывающего первоначальное положение контура водоносности.

Остальные обозначения ( $\mu_{\text{в}}$ ,  $b$ ,  $m$ ,  $k$ ,  $Q_{\text{г}}$  и пр.) прежние.

Примем вязкость газа  $\mu_{\text{г}} = 0$  и найдем завышенные и заниженные значения скоростей движения воды и величины продвижения контура водоносности, используя метод, изложенный в предыдущем параграфе.

Скорость движения контура водоносности в условиях радиальной фильтрации по линейному закону фильтрации

$$w = -\frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{p_{\text{к}} - \tilde{p}}{\ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}} \frac{1}{r_{\text{в}}}, \quad (60, \text{XVIII})$$

где вследствие допущения, что  $\mu_{\text{г}} = 0$ , среднее давление  $\tilde{p}$  в газовой залежи равно давлению на контуре водоносности  $p'$ .

Допустим аналогично предыдущему (§ 3), что входящее в формулу (60, XVIII) давление  $\tilde{p}$  на контуре водоносности изменяется во времени по законам газового режима. Тогда для случая постоянного отбора газа из залежи ( $Q_{\text{г}} = \text{const}$ ) давление  $\tilde{p}$  определяется формулой (41, XVIII), в которой

$$\Omega_{\text{н}} = \pi R_0^2 b m. \quad (61, \text{XVIII})$$

Подставляя в формулу (60, XVIII) вместо  $\tilde{p}$  его значения из формулы (41, XVIII), имеем:

$$w = \frac{kQ_{\text{г}}p_{\text{ат}}}{m\mu_{\text{в}}\Omega_{\text{н}}} \frac{t}{r_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}} = -\frac{At}{r_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}}, \quad (62, \text{XVIII})$$

где

$$A = \frac{kQ_{\text{г}}p_{\text{ат}}}{m\mu_{\text{в}}\Omega_{\text{н}}} = \frac{kQ_{\text{г}}p_{\text{ат}}}{\pi m^2 \mu_{\text{в}} R_0^2 b}. \quad (63, \text{XVIII})$$

Перемещение контура водоносности за время  $dt$  равно:

$$dr_{\text{в}} = w dt = -\frac{A t dt}{r_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}}. \quad (64, \text{XVIII})$$

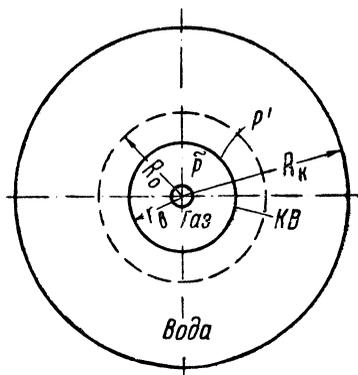


Рис. 150. Модель пласта, к задаче о вытеснении газа водой в условиях радиальной фильтрации.

Разделяя в уравнении (64, XVIII) переменные  $t$  и  $r_B$  и произведя интегрирование по  $t$  в пределах от 0 до  $t$  и по  $r_B$  от  $R_0$  до  $r_B$ , получим:

$$t^2 = -\frac{2}{A} \int_{R_0}^{r_B} R_B \ln \frac{R_K}{r_B} dr_B =$$

$$= \frac{2\pi m^2 \mu_B R_0^2 b}{k Q_{\Gamma} p_{\text{ат}}} \left[ \left( \frac{r_B^2}{2} \ln \frac{r_B}{R_K} - \frac{r_B^2}{4} \right) - \left( \frac{R_0^2}{2} \ln \frac{R_0}{R_K} - \frac{R_0^2}{4} \right) \right],$$

откуда

$$t = m R_0 \sqrt{\frac{2\pi \mu_B b}{k Q_{\Gamma} p_{\text{ат}}} \left[ \left( \frac{r_B^2}{2} \ln \frac{r_B}{R_K} - \frac{r_B^2}{4} \right) - \left( \frac{R_0^2}{2} \ln \frac{R_0}{R_K} - \frac{R_0^2}{4} \right) \right]}.$$

(65, XVIII)

Уравнение (65, XVIII) показывает зависимость времени продвижения контура водоносности от различных факторов в условиях радиальной фильтрации.

Введем безразмерное время  $\tau$  и безразмерную переменную  $\varrho$ , причем

$$\tau = \sqrt{\frac{k Q_{\Gamma} p_{\text{ат}}}{2\pi \mu_B b m^2 R_0^2 R_K^2}} \cdot t, \quad (66, \text{XVIII})$$

$$\varrho = \frac{r_B}{R_K}, \quad \varrho_0 = \frac{R_0}{R_K} \quad (67, \text{XVIII})$$

и обозначим

$$\left. \begin{aligned} \alpha(\varrho) &= \frac{\varrho^2}{4} - \frac{v r^2}{4} \ln \varrho, \\ \alpha(\varrho_0) &= \frac{\varrho_0^2}{4} - \frac{v r_0^2}{4} \ln \varrho_0. \end{aligned} \right\} \quad (68, \text{XVIII})$$

Тогда уравнение (65, XVIII) приводится к виду

$$\tau = \sqrt{\alpha(\varrho_0) - \alpha(\varrho)}. \quad (69, \text{XVIII})$$

На рис. 151 приведена кривая  $\alpha = \alpha(\varrho)$ , построенная по формуле (68, XVIII). Как видно из рис. 151, кривая  $\alpha = \alpha(\varrho)$  может быть разбита на несколько прямолинейных участков, для которых легко на-

писать уравнения. Для решения практических задач с достаточной точностью можно принять, что при

$$\left. \begin{aligned} 0,5 &\geq \varrho \geq 0,28 & \alpha &= 0,3651\varrho - 0,8316, \\ 0,28 &\geq \varrho \geq 0,20 & \alpha &= 0,3426\varrho - 0,0263, \\ 0,20 &\geq \varrho \geq 0,15 & \alpha &= 0,0304\varrho - 0,0187. \end{aligned} \right\} \quad (70, \text{XVIII})$$

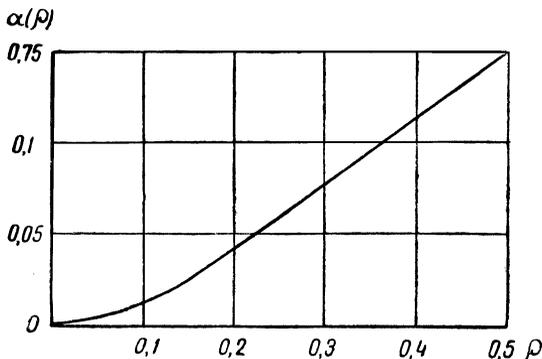


Рис. 151. Зависимость  $\alpha = \frac{\varrho^2}{4} - \frac{\varrho^2}{2} \ln \varrho$  от  $\varrho = \frac{r_B}{R_0}$ .

Формулы (65, XVIII) и (69, XVIII) позволяют определить положение контура водоносности в любой момент времени  $t$ . При решении конкретных примеров вычисления производятся в следующем порядке.

Задаемся различными значениями  $r_B < R_0$ , что дает соответствующие значения  $\varrho < \varrho_0$ . По формулам (68, XVIII) или (70, XVIII) находим значения  $\alpha(\varrho)$  и  $\alpha(\varrho_0)$ , а по формуле (69, XVIII) определяем величины безразмерного времени  $\tau$ . Далее по формуле (66, XVIII) находим значения времени  $t$ , соответствующие принятым величинам  $r_B$ .

Формулы (65, XVIII)–(70, XVIII) справедливы при условии отбора газа из залежи  $Q_\Gamma = \text{const}$ . Когда добыча газа не постоянна, а является заданной функцией времени, т.е.  $Q_\Gamma = Q_\Gamma(t)$  и  $Q_{\text{доб}} = Q_{\text{доб}}(t)$ , где  $Q_{\text{доб}}(t)$  определяется уравнением (50, XVIII), подставим в формулу (60, XVIII) вместо среднего давления  $\tilde{p}$  его значение из формулы (49, XVIII), тогда

$$w = -\frac{kp_{\text{ат}}}{m\mu_B\Omega_H} \frac{Q_{\text{доб}}(t)}{R_B \ln \frac{R_K}{r_B}} = -A_1 \frac{Q_{\text{доб}}(t)}{R_B \ln \frac{R_K}{r_B}}, \quad (71, \text{XVIII})$$

где

$$A_1 = \frac{kp_{aT}}{m\mu_B\Omega_H} = \frac{kp_{aT}}{\pi m^2\mu_B R_0^2 b}. \quad (72, \text{XVIII})$$

Перемещение контура водоносности за время  $dt$  равно:

$$dr_B = wdt = -\frac{A_1 Q_{\text{доб}}(t)dt}{r_B \ln \frac{R_K}{r_B}},$$

что после разделения переменных и интегрирования по  $t$  от 0 до  $t$  и по  $r_B$  от  $R_0$  до  $r_B$  дает:

$$\begin{aligned} \int_0^t Q_{\text{доб}}(t)dt &= -\frac{1}{A_1} \int_{R_0}^{r_B} r_B \ln \frac{r_B}{R_K} dr_B = \\ &= \frac{\pi m^2 \mu_B R_0^2 b}{kp_{aT}} \left[ \left( \frac{r_B^2}{2} \ln \frac{r_B}{R_K} - \frac{r_B^2}{4} \right) - \left( \frac{R_0^2}{2} \ln \frac{R_0}{R_K} - \frac{R_0^2}{4} \right) \right]. \end{aligned} \quad (73, \text{XVIII})$$

Обозначим

$$\psi_3(t) = \frac{kp_{aT}}{\pi m^2 \mu_B R_0^2 R_K^2 b} \int_0^t Q_{\text{доб}}(t)dt = \frac{A_1}{R_K^2} \int_0^t Q_{\text{доб}}(t)dt. \quad (74, \text{XVIII})$$

Тогда, вводя переменную  $\varrho$ , определяемую уравнением (67, XVIII), получим:

$$\psi_3(t) = \alpha(\varrho_0) - \alpha(\varrho), \quad (75, \text{XVIII})$$

где  $\psi_3(t)$  — известная функция  $t$ , определяемая условиями отбора газа, параметрами пласта и вязкостью контурной воды, а  $\alpha(\varrho)$  и  $\alpha(\varrho_0)$  определяются формулами (68, XVIII).

Задаваясь различными значениями  $r_B < r_0$ , находим соответствующие значения  $\varrho < \varrho_0$ ,  $\alpha(\varrho_0)$  и  $\alpha(\varrho)$ . Подставляя эти значения  $\alpha(\varrho)$  и  $\alpha(\varrho_0)$  в правую часть уравнения (75, XVIII), определяем значения  $\psi_3(t)$ ; далее по графику  $\psi_3 = \psi_3(t)$  или по таблице [либо по соответствующей формуле, если функция  $\psi(t)$  (см. формулу 54, XVIII) задана аналитически] находим интересующие нас значения времени  $t$ .

Так как при выводе приведенных выше формул мы приняли, что величина  $\tilde{p}$  изменяется по законам газового режима, то определенные

при помощи уравнения (75, XVIII) величины продвижения контура водоносности  $\Delta r_{\text{в}} = R_0 - r_{\text{в}}$  являются *завышенными*. Для получения *заниженных* значений  $\Delta r_{\text{в}}$  поступаем следующим образом.

Подставляя в формулы (41<sup>I</sup>, XVIII) и (49<sup>I</sup>, XVIII) вместо  $\Omega t$  заниженные значения объема порового пространства газовой залежи

$$\Omega t = \pi r_{\text{в}}^2 b m, \quad (76, \text{XVIII})$$

получим завышенные по сравнению и истинными значения среднего давления  $\tilde{p}$ .

Вводя эти завышенные значения  $\tilde{p}$  в формулу (60, XVIII), получим: при  $Q_{\Gamma} = \text{const}$

$$w = -\frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{Q_{\Gamma} p_{\text{ат}} t - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t) r_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}},$$

при  $Q_{\Gamma} = Q_{\Gamma}(t)$

$$w = -\frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{Q_{\text{доб}}(t) p_{\text{ат}} - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t) r_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}},$$

что дает продвижение контура водоносности за время  $dt$  при  $Q_{\Gamma} = \text{const}$

$$dr_{\text{в}} = -\frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{Q_{\Gamma} p_{\text{ат}} t - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t) r_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}} dt, \quad (77', \text{XVIII})$$

при  $Q_{\Gamma} = Q_{\Gamma}(t)$

$$dr_{\text{в}} = -\frac{k}{m\mu_{\text{в}}} \frac{Q_{\text{доб}}(t) p_{\text{ат}} - p_{\text{н}} [\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t) r_{\text{в}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{в}}}} dt. \quad (78', \text{XVIII})$$

Разделяя переменные  $t$  и  $r_{\text{в}}$  в уравнениях (77', XVIII) и (78', XVIII) и произведя интегрирование по  $t$  в пределах от 0 до  $t$  и по  $r_{\text{в}}$  в пределах

от  $R_0$  до  $r_B$ , получим

$$\left. \begin{aligned} &\text{при } Q_\Gamma = \text{const} \\ &\frac{k}{m\mu_B} \int_0^t \frac{Q_\Gamma p_{\text{ат}} t - p_{\text{н}}[\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt = \int_{R_0}^{r_B} r_B \ln \frac{r_B}{R_K} dr_B, \\ &\text{при } Q_\Gamma = Q_\Gamma(t) \\ &\frac{k}{m\mu_B} \int_0^t \frac{Q_{\text{доб}}(t) p_{\text{ат}} - p_{\text{н}}[\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt = \int_{R_0}^{r_B} r_B \ln \frac{r_B}{R_K} dr_B. \end{aligned} \right\} (77, \text{XVIII})$$

Выполнив интегрирование в правой части уравнений (77, XVIII), введя величины  $\varrho$  и  $\varrho_0$ , определяемые уравнениями (67, XVIII), и обозначив

$$\left. \begin{aligned} \psi_4 &= \frac{k}{m\mu_B R_K^2} \int_0^t \frac{Q_\Gamma p_{\text{ат}} t - p_{\text{н}}[\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt, \\ \psi_5 &= \frac{k}{m\mu_B R_K^2} \int_0^t \frac{Q_{\text{доб}}(t) p_{\text{ат}} - p_{\text{н}}[\Omega_{\text{н}} - \Omega(t)]}{\Omega(t)} dt, \end{aligned} \right\} (78, \text{XVIII})$$

получим

$$\left. \begin{aligned} &\text{при } Q_\Gamma = \text{const} && \psi_4(t) = \alpha(\varrho_0) - \alpha(\varrho) \\ &\text{при } Q_\Gamma = Q_\Gamma(t) && \psi_5(t) = \alpha(\varrho_0) - \alpha(\varrho) \end{aligned} \right\} (79, \text{XVIII})$$

где  $\alpha(\varrho)$  и  $\alpha(\varrho_0)$  — величины, определяемые уравнениями (68, XVIII).

Чтобы найти заниженные значения продвижения контура водоносности, вычисления производят в следующем порядке.

Подставляя в формулы (78, XVIII) значения  $t$  и отвечающие им заниженные значения  $\Omega(t)$ , определенные по завышенным продвижениям контура водоносности, находим путем интегрирования (проще всего путем графического интегрирования) значения функций  $\psi_4(t)$  или  $\psi_5(t)$  и строим график  $\psi_4 = \psi_4(t)$  или  $\psi_5 = \psi_5(t)$ . Далее, задаваясь различными значениями  $r_B < R_0$ , что дает  $\varrho_B < \varrho_0$ , находим по формуле (79, XVIII)  $\psi_4(t)$  или  $\psi_5(t)$  и по указанному графику определяем величины  $t$ , отвечающие полученным значениям  $\psi_4(t)$  или  $\psi_5(t)$ .

Если величины найденных изложенным выше методом завышенных и заниженных значений  $r_B$  существенно отличаются друг от друга,

то рассматриваем их как первое приближение и переходим ко второму приближению, производя вычисления в следующем порядке.

По данным о полученных в первом приближении заниженных значениях продвижения контура водоносности (следовательно, завышенных  $r_{\text{в}}$ ) находим завышенные величины  $\Omega(t)$ . Подставляя эти  $\Omega(t)$  и отвечающие им значения  $t$  в уравнения (78, XVIII) находим функции  $\psi_4(t)$  или  $\psi_5(t)$ , по которым, пользуясь формулами (79, XVIII), определяем во втором приближении завышенные значения продвижения контура водоносности, величина которых меньше соответствующих завышенных значений, найденных в первом приближении. По полученным во втором приближении завышенным величинам контура водоносности определяем заниженные значения  $\Omega(t)$ , подставляя которые в формулы (78, XVIII), находим функции  $\psi_4(t)$  или  $\psi_5(t)$ , по которым, пользуясь уравнениями (79, XVIII), аналогично предыдущему определяем во втором приближении заниженные значения продвижения контура водоносности, величина которых более соответствующих заниженных значений, вычисленных в первом приближении.

Если найденные во втором приближении завышенные и заниженные значения  $r_{\text{в}}$  все еще значительно отличаются друг от друга, переходим к третьему приближению и так до тех пор, пока величины завышенных и заниженных значений продвижения контура водоносности окажутся достаточно близкими. Тогда за истинные величины продвижения контура водоносности можно принять среднеарифметические значения между соответствующими завышенными и заниженными величинами продвижения контура водоносности.

Приведем пример решения задачи о вытеснении газа водой в условиях радиального движения.

*Пример.* Определить продвижение контура водоносности в условиях радиальной фильтрации при следующих исходных данных:

- расстояние от центра газовой залежи
- до контура питания .....  $R_{\text{к}} = 11,75$  км
- расстояние от центра газовой залежи
- до первоначального положения
- контура водоносности .....  $R_0 = 1,75$  км
- мощность пласта .....  $b = 7,5$  м
- пористость пласта .....  $m = 0,16$
- проницаемость пласта .....  $k = 0,8$  д
- давление на контуре питания
- (оно же начальное давление
- в газовой залежи) .....  $p_{\text{к}} = p_{\text{н}} = 28$  ата
- абсолютная вязкость воды .....  $\mu = 1$  сантипуаз
- добыча газа постоянна
- и составляет .....  $Q = 97,7$  тыс. м<sup>3</sup>/сутки = const
- давление .....  $p_{\text{ат}} = 10^4$  кг/м<sup>2</sup>

Произведя на основе этих исходных данных вычисления в указанном выше порядке, получим результаты, приведенные в табл. 35.

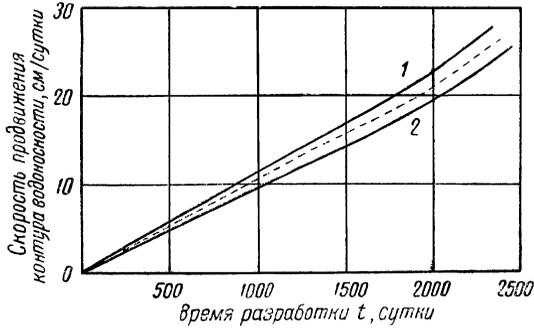


Рис. 152. Изменение во времени  $t$  скорости  $w$  продвижения контура водоносности в условиях радиальной фильтрации при вытеснении газа водой. Кривая 1 — повышенные скорости, 2 — пониженные скорости.

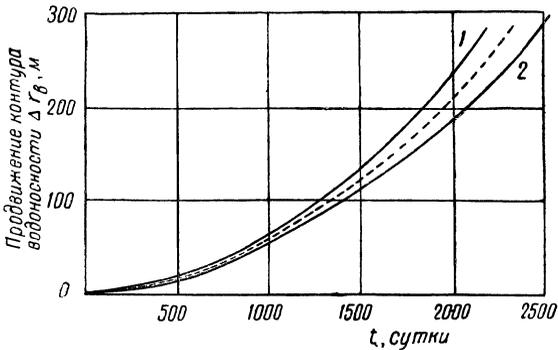


Рис. 153. Величина общего продвижения  $\Delta r_{\text{в}} = R_0 - r_{\text{в}}$  контура водоносности в условиях радиальной фильтрации при вытеснении газа водой. Кривая 1 — повышенные значения  $\Delta r_{\text{в}}$ , 2 — пониженные значения  $\Delta r_{\text{в}}$ .

На рис. 152 и 153 приведены кривые повышенных и пониженных значений скорости  $w$  и величины  $\Delta r_{\text{в}} = R_0 - r_{\text{в}}$ , продвижения контура водоносности, построенные по данным табл. 35.

Таблица 35

**Продвижение контура водоносности при вытеснении газа водой в условиях радиальной фильтрации по линейному закону**

Расстояние до контура водоносности $r_b$ , м	Продвижение контура водоносности $\Delta r_b = R_0 - r_b$ , м	Скорость $w$ продвижения контура водоносности, см/сутки			Время $t$ (в сутках), истекшее с начала разработки газовой залежи при			Объем порового пространства газовой залежи $\Omega(t)$ , млн. м <sup>3</sup>	Среднее давление в газовой залежи при, ата		$\frac{\tilde{p}_b - \tilde{p}_r}{\tilde{p}_b} \cdot 100, \%$
		завышенная	заниженная	среднее значение $w$	завышенной скорости продвижения контура вод	заниженной скорости продвижения контура вод	среднем значении времени $t$		водонапорном режиме $\tilde{p}_b$	газовом режиме $\tilde{p}_r$	
1750	0	0	0	0	0	0	0	11,54	28	28	0
1740	10	4,85	4,71	4,78	426	460	443	11,41			
1700	50	10,58	9,79	10,18	951	1015	983	10,89			
1650	100	15,14	13,77	14,46	1341	1450	1396	10,28	18,15	16,15	11,0
1550	200	21,92	20,11	21,02	1882	2065	1974	9,05			
1450	300	27,57	26,60	27,08	2287	2550	2418	7,92	11,0	7,54	15

Рассмотрение табл. 35 и приведенных на рис. 152 и 153 кривых показывает, что завышенные и заниженные значения скоростей фильтрации  $w$  и времени  $t$  разработки газовой залежи практически настолько близки, что нет необходимости прибегать ко второму приближению и с достаточной точностью можно считать, что истинные значения  $w$  и  $t$  равны среднеарифметическим величинам между их завышенными и заниженными значениями.

Подставляя значения  $\Omega(t)$  и  $t$  (табл. 35) в формулу (41<sup>I</sup>, XVIII), находим значения среднего давления  $p$  в газовой залежи в различные моменты времени  $t$ . В табл. 35 приведены указанные значения  $\tilde{p}$ . Для сравнения приведены величины среднего давления (определенные по формуле (41, XVIII), которые имели бы место при газовом режиме и прочих равных условиях. Как видно из табл. 35, в условиях рассматриваемого примера различие в величине среднего пластового давления при  $t = 2418$  суток составляет около 15%.

Следует отметить, что, как показывают расчеты по приведенным

в § 3 формулам, продвижение контура водоносности в условиях одномерного движения гораздо меньше, чем в случае радиальной фильтрации при прочих равных условиях.

### § 5. Замечание о влиянии вязкости газа на продвижение контура водоносности при вытеснении газа водой

Скорость  $w$  движения контура водоносности в направлении  $x$  в общем случае может быть представлена в следующем виде:

а) при абсолютной вязкости газа  $\mu_r \neq 0$

$$w = \frac{k}{m\mu_v} \frac{p_k - p_v}{\phi(x)}; \quad (80, \text{XVIII})$$

б) при  $\mu_r = 0$

$$w = w' = \frac{k}{m\mu_v} \frac{p_k - \tilde{p}}{\phi(x)}, \quad (81, \text{XVIII})$$

где  $\tilde{p}$  — средневзвешенное по объему газовой залежи давление газа;

$p_v$  — давление на контуре водоносности, при  $\mu_r = 0$ ,  $p_v = \tilde{p}$ .

Вид функции  $\phi(x)$  определяется геометрией потока. В рассмотренных выше частных случаях одномерного и радиального движения соответственно имеем:

$$\phi(x) = x' \text{ и } \phi(x) = -r_v \ln \frac{R_k}{r_v} \text{ [см. формулы (40, XVIII) и (60, XVIII)].}$$

Разделив правую и левую части равенства (81, XVIII) соответственно на правую и левую части равенства (80, XVIII) и обозначив

$$w^* = \frac{w'}{w}, \quad (82, \text{XVIII})$$

получим

$$w^* = \frac{p_k - \tilde{p}}{p_k - p_v}, \quad (83, \text{XVIII})$$

Величина  $w^*$  показывает, во сколько раз [при одинаковых значениях  $\phi(x)$ ] вычисленное значение скорости продвижения контура водоносности, если при расчете вязкость газа принимается равной нулю, больше истинной скорости движения контура водоносности, определенной при учете вязкости газа.

Обозначим

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\text{в}} &= \frac{p_{\text{в}}}{p_{\text{к}}}, \\ \xi &= \frac{\tilde{p}}{p_{\text{в}}}. \end{aligned} \right\} \quad (84, \text{XVIII})$$

Тогда формула (83, XVIII) приводится к виду:

$$w^* = \frac{1 - \varepsilon_{\text{в}}\xi}{1 - \varepsilon_{\text{в}}}. \quad (85, \text{XVIII})$$

Если в области газоносности пласта имеет место радиальная фильтрация газа, то, как показано в § 4 главы XII, среднее давление  $\tilde{p}$  весьма близко к контурному давлению  $p_{\text{в}}$ , следовательно, величина  $\xi$  близка к единице, что в соответствии с формулой (85, XVIII) дает  $w^* \cong 1$ .

Отсюда вытекает, что при радиальной фильтрации газа пренебрежение вязкостью газа не внесет крупной ошибки в определение величины продвижения контура водоносности.

Если в области газоносности происходит одномерное движение газа, то значение  $\xi$  *при больших депрессиях* может быть значительно меньше единицы (см. § 3 главы XII), что дает  $w^* > 1$ . В этом случае при расчетах следует учитывать вязкость газов.

В заключение отметим, что методы, изложенные в настоящей главе, могут быть использованы для решения задачи о вытеснении газированной нефти водой.



## Часть IV

Нерадиальное движение  
жидкостей и газов к одной  
скважине и теория  
взаимодействия скважин  
(задачи, решаемые  
методами гидромеханики)



---

---

## ГЛАВА XIX

# Исследование фильтрационного потока от нагнетательной скважины к эксплуатационной и исследование нерадиального установившегося движения жидкостей и газов к одной скважине. Выяснение влияния формы контура области питания на дебит скважины и распределение давления в пласте

### § 1. Замечания о постановке задач

В § 5 главы II был исследован вопрос о моделировании пластовых водонапорных систем и было обосновано представление о контуре области питания. В большинстве последующих глав рассматривались задачи на плоско-радиальное движение жидкостей и газов к скважине, т. е. предполагалось, что единственная скважина расположена в центре кругового контура области питания.

Такое предположение о форме контура области питания и о положении скважины является весьма частным. В реальных условиях контур области питания имеет неправильную геометрическую форму (см. рис. 11 и 12).

В связи с этим возникают следующие вполне естественные вопросы: может ли представлять какой-либо практический интерес решение задач о строго радиальном движении жидкостей и газов (при сохранении предположения о круговой форме контура области питания)? Как влияют форма контура области питания и положение скважины по отношению к этому контуру на дебит скважины и распределение пластовых давлений вокруг нее?

Ответам на эти вопросы и посвящена данная глава.

В этой главе рассматриваются задачи о нерадиальном движении жидкостей и газов к скважине при круговом (эксцентричном по отношению к скважине) и прямолинейном контурах области питания.

В конце главы приводится обобщение задачи на случай произвольной формы контура питания.

В такой постановке эти задачи были в 1935 г. решены В. Н. Щелкачевым [200], [203]<sup>1</sup>. В дальнейшем П. Я. Полубаринова-Кочина [144] решила задачу для случая контура области питания эллиптической формы, а И. А. Чарный [184–185] решил задачу при еще более общих предположениях о форме контура питания.

Строгое решение перечисленных выше задач возможно только с помощью методов гидромеханики. Согласно сказанному в предисловии к курсу, в данной главе не приводятся математические решения задач. Чтобы сделать содержание данной главы вполне доступным для читателей, не знакомых со специальными разделами высшей математики (с теорией аналитических функций и дифференциальных уравнениями с частными производными), мы в этой главе ограничимся подробным пояснением постановки каждой задачи, анализом их окончательных решений и практическими выводами.

Будем рассматривать лишь плоское горизонтальное движение жидкостей и газов к скважине. В таком случае не требуется исследовать движение жидкостей и газов во всем пласте; достаточно изучить их движение в одном горизонтальном сечении пласта. Поэтому условимся в следующей терминологии: скважиной, пластом и пластовым давлением будем для краткости соответственно называть плоские сечения скважины и пласта и давление именно в рассматриваемом горизонтальном сечении пласта.

Кроме того, вспомним, что во все формулы дебита скважины при установившемся плоско-радиальном движении к ней несжимаемой жидкости сжимаемой жидкости, газа и газированной жидкости по линейному закону фильтрации входило одно и то же выражение  $\ln \frac{R_k}{R_c}$ , зависящее от геометрических особенностей движения (см. формулы глав IX–XIII). Вполне понятно, что если вместо строго радиального движения рассматривать нерадиальное, то при сохранении всех прочих условий на место выражения  $\ln \frac{R_k}{R_c}$  становится иная логарифмическая функция от величин, характеризующих размеры, форму и взаимное расположение контура области питания и скважины. В остальном соответствующие формулы глав IX–XIII не изменяются. А отсюда вытекает важный вывод: в данной главе достаточно рассмотреть нерадиальное движение лишь какой-либо одной жидкости (газа), например, несжимаемой жидкости. Все выводы о влиянии формы и взаимного

<sup>1</sup>Решение этих задач было получено как с помощью метода отображения источников-стоков, так и с помощью метода конформного отображения [202].

расположения контура области питания и скважины, полученные для движения несжимаемой жидкости, будут справедливы и для движения любой другой жидкости или газа при прочих одинаковых условиях.

Из методических соображений данную главу мы начинаем с анализа задачи о движении жидкости от одной нагнетательной (инжекционной) скважины к одной эксплуатационной скважине; простейшие задачи о нерадиальном движении жидкости к одной скважине при круговой и прямолинейной форме контура области питания оказываются частными случаями упомянутой выше задачи. Такой подход к исследованию нерадиальных потоков является наиболее простым для тех читателей, которые не знакомы с методами гидродинамики.

Гидродинамически обоснованное решение задачи о движении жидкости от нагнетательной скважины к эксплуатационной представляет значительный интерес, ибо, во-первых, позволяет проанализировать простейшие закономерности, связанные с проведением широко распространенного на практике процесса заводнения; во-вторых, выясняются существенные неточности прежних высказываний по этому поводу Герольда, Юрена, Ноуэлса.

## § 2. Исследование фильтрационного потока от нагнетательной скважины к эксплуатационной

Представим себе, что в однородный горизонтальный пласт весьма больших (теоретически неограниченных) размеров и постоянной мощности проведены гидродинамически совершенные равнодебитные нагнетательная и эксплуатационная скважины одинакового радиуса  $R_c$ . Исследуем установившееся плоское движение несжимаемой жидкости в пласте по линейному закону фильтрации в условиях водонапорного режима от нагнетательной скважины  $B$  к эксплуатационной  $A_c$  (рис. 154).

Обозначим расстояние между центрами скважин через  $2a$ , радиусы-векторы, проведенные из центров скважин  $A_c$  и  $B$  в любую точку  $M$  пласта, — через  $r_1$  и  $r_2$ ; ось  $x$  проведем через центры скважин, а начало координат поместим в середине расстояния между ними.

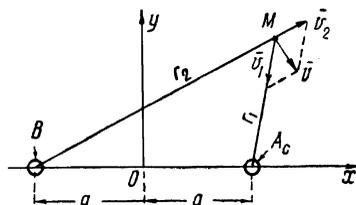


Рис. 154. Горизонтальные сечения эксплуатационной  $A_c$  и нагнетательной  $B$  скважин в однородном пласте.

Чтобы сделать более понятными окончательные расчетные формулы, которые будут дальше приведены без доказательства, напомним некоторые выводы из главы IX.

При движении жидкости к эксплуатационной скважине  $A_c$  (предполагая, что она в пласте единственная и однородный пласт имеет неограниченные размеры) скорость фильтрации  $\bar{v}_1$  в любой точке пласта будет направлена по радиусу к центру скважины; по величине скорость фильтрации обратно пропорциональна расстоянию до центра скважины. На рис. 155 пунктиром проведены прямолинейные траектории движения жидкости к скважине  $A_c$  в верхней полуплоскости; эти траектории занумерованы цифрами от 0 до 12 в порядке их обхода вокруг скважины против движения стрелки часов (от положительной стороны оси  $x$ ).

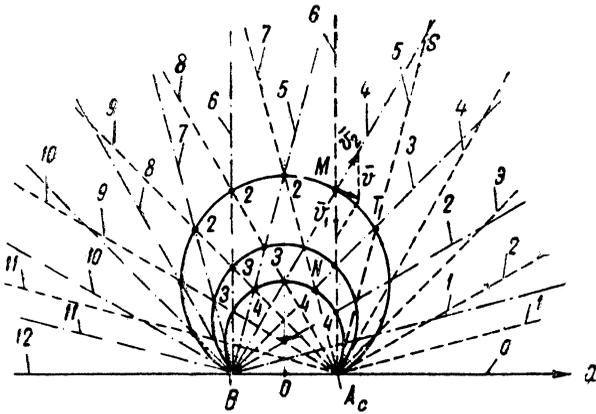


Рис. 155. Графическое наложение фильтрационных потоков эксплуатационной и нагнетательных скважин: сплошные кривые линии — траектории результирующего потока.

Допустим далее, что в том же пласте работает единственная нагнетательная скважина  $B$ , а эксплуатационная  $A_c$  бездействует. Для этого случая прямолинейные траектории в верхней полуплоскости показаны штрих-пунктиром и также занумерованы цифрами от 0 до 12; скорости фильтрации  $\bar{v}_2$  направлены по радиусам от центра скважины  $B$ . Если скважины  $A_c$  и  $B$  работают одновременно, то результирующий фильтрационный поток можно получить путем наложения (суперпозиции) тех двух потоков, траектории которых показаны пунк-

тирными и штрих-пунктирными линиями на рис. 155. Для пояснения метода наложения потоков (точное обоснование метода приводится в гидродинамике) заметим, что при одновременной работе эксплуатационной и нагнетательной скважин векторы скоростей фильтрации  $\bar{v}_1$  и  $\bar{v}_2$  в каждой точке пласта должны складываться геометрически. На рис. 154 проведены векторы скоростей фильтрации  $\bar{v}_1$  и  $\bar{v}_2$  слагаемых потоков в точке  $M$ ; абсолютные величины  $\bar{v}_1$  и  $\bar{v}_2$  обратно пропорциональны радиусам-векторам  $r_1$  и  $r_2$ . Вектор скорости  $\bar{v}$  результирующего потока построен по правилу параллелограмма. Аналогичное построение проведено и в точке  $M$  рис. 155; конечно, вектор скорости фильтрации  $\bar{v}$  должен быть направлен по касательной в точке  $M$  к траектории результирующего потока. После этого нетрудно понять следующее доказываемое в гидродинамике правило графического наложения потоков эксплуатационных и нагнетательных скважин: через каждую скважину должны быть проведены прямолинейные траектории. Расходы жидкости, а следовательно, величины углов между начерченными соседними траекториями должны быть одинаковыми. Число траекторий, проходящих через каждую скважину, должно быть пропорционально ее дебиту. При пересечении траекторий двух складываемых потоков образуются четырехугольники, например,  $NMST$  на рис. 155. Проводя в каждом четырехугольнике по одной диагонали (выбор диагонали определяется направлением результирующей скорости в каждой из вершин четырехугольника), получим ломаные линии, которые будут тем точнее изображать траектории результирующего поля, чем больше траекторий построено для каждого из складываемых потоков. На рис. 155 сплошные кривые линии построены по указанному выше правилу и представляют собой дуги окружностей — траектории движения от нагнетательной скважины к эксплуатационной. Нетрудно заметить, что каждая из упомянутых кривых проходит через те точки пересечения траекторий складываемых потоков, для которых разность чисел, стоящих около этих траекторий, остается величиной постоянной<sup>1</sup>. Так, например, через точку  $M$  проходят траектории с цифрами около них 6 и 4; их разность равна 2. Через точку  $T$  проходят траектории с цифрами 5 и 3; соответственная разность опять равна 2. Поэтому цифра 2 стоит около траектории, проходящей через точки  $M$  и  $T$ .

<sup>1</sup>Эта закономерность имеет простое гидродинамическое объяснение: числа, стоящие около каждой траектории, пропорциональны соответствующим абсолютным значениям функций тока каждого из складываемых и результирующего потоков. Заметим попутно, что в установившихся потоках линии тока являются одновременно и траекториями. Поэтому в тексте всюду говорится только о траекториях.

На рис. 156 выполнено графическое наложение двух потоков в предположении равной дебитности нагнетательной и эксплуатационной скважин. Итак, в рассматриваемом случае системой траекторий является семейство окружностей, проходящих через центры эксплуатационной и нагнетательной скважин: центры круговых траекторий лежат на прямой (оси  $y$ , см. рис. 156), перпендикулярной линии центров скважин и делящей пополам расстояние между ними.

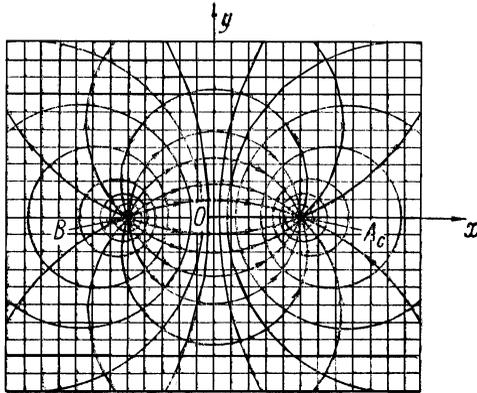


Рис. 156. Семейства траекторий и изобар в потоке жидкости от нагнетательной скважины  $B$  к эксплуатационной  $A_c$ .

На рис. 156 показано семейство траекторий результирующего фильтрационного потока от нагнетательной к равнодебитной эксплуатационной скважине; стрелки показывают направления движения частиц жидкости вдоль траекторий.

При графическом исследовании фильтрационного потока, для которого траектории известны, изобары могут быть проведены как линии, ортогональные траекториям (пересекающие их под прямыми углами). Изобарами рассматриваемого фильтрационного потока будут окружности, эксцентричные скважине; их центры лежат на прямой (на оси  $x$ ), соединяющей центры скважин (рис. 156). Ось  $y$  также входит в состав семейства изобар и может рассматриваться как окружность с бесконечно большим радиусом.

Каждая из «скважин»  $A_c$  и  $B$  (вернее, каждая из окружностей, изображающая горизонтальное сечение скважины) должна входить в состав семейства изобар. Чтобы строго удовлетворить последнему требованию, нужно было бы прямолинейные траектории складывае-

мых потоков проводить не через центры скважин, а через точки, удаленные от них на некоторые расстояния, зависящие от радиусов скважин<sup>2</sup>.

Однако при малых размерах радиусов скважин по сравнению с расстоянием между самими скважинами с высокой степенью точности упоминаемые точки можно считать совпадающими с центрами скважин: из рис. 156 видно, что чем меньше размеры круговых изобар, тем они становятся более концентричными.

Семейства траекторий и изобар получались бы гораздо более сложными по форме, если бы нагнетательная и эксплуатационная скважины были разноразмерными.

Как видно из формул § 2 главы IX, давление в какой-либо точке  $M$  пласта, расположенной на расстоянии  $r_1$  от центра единственной эксплуатационной скважины  $A_c$  с дебитом  $Q$  (рис. 154), может быть определено следующей формулой:

$$p' = \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln r_1 + c', \quad (1, \text{XIX})$$

где  $c' = \text{const}$ .

Так же точно давление  $p''$  в точке  $M$  пласта, расположенной на расстоянии  $r_2$  от центра единственной нагнетательной скважины  $B$  с дебитом  $Q$ , определяется формулой:

$$p'' = \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln r_2 + c'', \quad (2, \text{XIX})$$

где  $c'' = \text{const}$ .

Последние формулы поясняют, почему при одновременной работе двух скважин  $A_c$  и  $B$  пластовое давление  $p$  в точке  $M$  определяют, пользуясь методом наложения потоков, по формуле:

$$p = p' + p'' = \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \frac{r_1}{r_2} + c, \quad (3, \text{XIX})$$

где  $c = \text{const}$ .

Во всех практически интересных случаях расстояние  $2a$  между центрами скважин  $A_c$  и  $B$  больше радиуса  $R_c$  каждой из скважин. Поэтому для любой точки контура скважины можно принять:  $r_1 = R_c$ ,  $r_2 \cong 2a$ ; аналогично, для любой точки на контуре скважины  $B$ :  $r_1 \cong 2a$ ,  $r_2 = R_c$ .

---

<sup>2</sup>Упоминаемые точки должны были бы быть взаимно сопряженными по отношению к каждой из «скважин»  $A_c$  и  $B$ , см. § 4 данной главы.

Считая, что на контурах эксплуатационной и нагнетательной скважин  $A_c$  и  $B$  давления при одновременной их работе соответственно равны  $p_c$  и  $p_n$ , из формулы (3, XIX) получим:

$$p_c = \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \frac{R_c}{2a} + c, \quad (4, \text{XIX})$$

$$p_c = \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \frac{2a}{R_c} + c. \quad (5, \text{XIX})$$

Вычитая предпоследнее равенство из последнего, определим дебит  $Q$  каждой из скважин:

$$Q = \frac{\pi b k (p_n - p_c)}{\mu \ln \frac{2a}{R_c}}. \quad (6, \text{XIX})$$

Определяя величину  $c$  из равенств (4, XIX) или (5, XIX) и подставляя ее значение в формулу (3, XIX), получим:

$$p = p_c + \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \left( \frac{2a}{R_c} \cdot \frac{r_1}{r_2} \right), \quad (7, \text{XIX})$$

$$p = p_n - \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \left( \frac{2a}{R_c} \cdot \frac{r_2}{r_1} \right). \quad (8, \text{XIX})$$

Каждая из двух последних формул определяет давление  $p$  в любой точке пласта  $M$ .

Для той же точки пласта  $M$  скорость фильтрации определяется формулой:

$$v = \frac{Q}{\pi b} \frac{a}{r_1 r_2}. \quad (9, \text{XIX})$$

Уравнения изобар находятся из тех соображений, что давление во всех точках каждой изобары должно быть одинаковым.

Из формулы (7, XIX) или (8, XIX) видно что давление будет одинаковым во всех тех точках пласта, для которых

$$\frac{r_1}{r_2} = \text{const} = C_0. \quad (10, \text{XIX})$$

Считая, что точка  $M$  пласта имеет декартовы координаты  $x$ ,  $y$ , из рис. 154 получим:

$$r_1^2 = (x - a)^2 + y^2, \quad (11, \text{XIX})$$

$$r_2^2 = (x + a)^2 + y^2. \quad (12, \text{XIX})$$

Подставляя значения  $r_1$  и  $r_2$  из равенств (11, XIX) и (12, XIX) в формулу (10, XIX), получим уравнение семейства изобар в декартовых координатах<sup>3</sup>:

$$(x - a)^2 + y^2 = C_0^2[(x + a)^2 + y^2], \quad (13, \text{XIX})$$

$$\left(x + \frac{1 + C_0^2}{1 - C_0^2}\right)^2 + y^2 = \frac{4C_0^2 a^2}{(1 - C_0^2)^2}. \quad (14, \text{XIX})$$

Уравнение (14, XIX) представляет собой уравнение семейства окружностей. Ординаты центров всех окружностей семейства равны нулю, а величины радиусов и абсцисс центров зависят от значения параметра  $C_0$ . Следовательно, действительно, изобары имеют такой вид, как изображено на рис. 156. При  $C_0 = 1$  из формулы (13, XIX) получим  $x = 0$ , т. е. соответствующей изобарой оказывается ось  $y$ .

Положив в уравнениях (7, XIX) или (8, XIX)  $C_0 = 1$  т. е.  $r_1 = r_2$ , найдем давление  $p_y$  вдоль оси  $y$ :

$$p_y = p_c + \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \frac{2a}{R_c}, \quad (15, \text{XIX})$$

$$p_y = p_n - \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \frac{2a}{R_c}, \quad (16, \text{XIX})$$

Складывая равенства (15, XIX) и (16, XIX) или подставляя в них значение  $Q$  из формулы (6, XIX), определим  $p_y$ .

$$p_y = \frac{p_n + p_c}{2}. \quad (17, \text{XIX})$$

Следовательно, давление имеет наибольшую величину в нагнетательной скважине, наименьшую величину в эксплуатационной скважине, и вдоль оси  $y$  оно равно среднеарифметическому из забойных давлений в каждой из скважин.

<sup>3</sup>Формула (10, XIX) представляет собой уравнение семейства изобар в так называемых биполярных координатах. Из формулы (10, XIX) видно, что отношение расстояний каждой точки изобары до двух заданных центров остается величиной постоянной; как известно из геометрии, таким свойством обладают точки, лежащие на окружности.

Для дальнейшего представляет интерес выразить давление в любой точке пласта через давление  $p_y$  вдоль оси  $y$ , для этого сложим равенства (7, XIX) и (8, XIX) и воспользуемся формулой (17, XIX):

$$p = p_y - \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (18, \text{XIX})$$

Перейдем к анализу формулы (9, XIX) для скорости фильтрации в любой точке пласта.

Исследуя изменения величин  $r_1$  и  $r_2$  при движении по любой из траекторий, нетрудно заметить, что наименьшее значение  $r_1$  имеет на контуре эксплуатационной скважины, а  $r_2$  — на контуре нагнетательной скважины. Следовательно, наибольшие значения скорость фильтрации имеет на контуре (правильнее сказать на стенке) каждой из скважин. Величины  $r_1$  и  $r_2$  входят в формулу (9, XIX) одинаковым образом, т. е. распределение скоростей фильтрации в пласте вполне симметрично по отношению к оси  $y$ . Именно, при движении по каждой траектории частица жидкости имеет наибольшую скорость при выходе из нагнетательной скважины; затем частица жидкости движется замедленно и наименьшей скорости достигает в точке пересечения траектории с осью  $y$ . После пересечения с осью  $y$  частица жидкости начинает двигаться ускоренно и прежнего наибольшего значения вновь достигает на стенке эксплуатационной скважины.

Понятно, что по сравнению со всеми остальными траекториями частицы жидкости быстрее всего движутся вдоль отрезка оси  $x$ , соединяющего центры скважин; чем дальше траектория от этого отрезка, тем меньше средняя скорость движения вдоль нее (чем короче пути, тем при равных перепадах давления больше средние скорости движения вдоль них).

Проследим за судьбой частиц жидкости, которые одновременно выходят из нагнетательной скважины, следуя по разным траекториям. Допустим, например, что в некоторый момент времени через нагнетательную скважину в нефтеносный пласт стали закачивать воду, вязкость которой равна вязкости нефти, причем проницаемость сохраняется неизменной во всем пласте. Как уже было выше отмечено, можно считать, что во всех точках контура нагнетательной скважины малого радиуса  $R_c$  (при  $R_c \ll a$ ) имеем:

$$r_2 = R_c = \text{const}, \quad r_1 \cong 2a = \text{const}. \quad (19, \text{XIX})$$

В таком случае из формулы (9, XIX) следует, что на контуре нагнетательной скважины  $v \cong \text{const}$ . Следовательно, частицы воды, выходя из нагнетательной скважины, начинают двигаться по всем траекториям (вначале почти радиально) почти с одинаковой скоростью.

Затем частицы воды, двигающиеся по прямой, соединяющей центры скважин, начинают обгонять соседние частицы. В итоге первоначально круговая форма продвигающегося фронта воды искажается; фронт воды становится овальным, овал постепенно вытягивается и заостряется в направлении к эксплуатационной скважине и, наконец, частицы воды, движущиеся по кратчайшей траектории, первыми прорываются в эксплуатационную скважину. После этого «язык обводнения» около эксплуатационной скважины расширяется, общие размеры зоны затопления продолжают расти, процент нефти в добыче уменьшается за счет роста количества добываемой воды. История продвижения фронта обводнения от нагнетательной скважины к эксплуатационной показана на рис. 157.

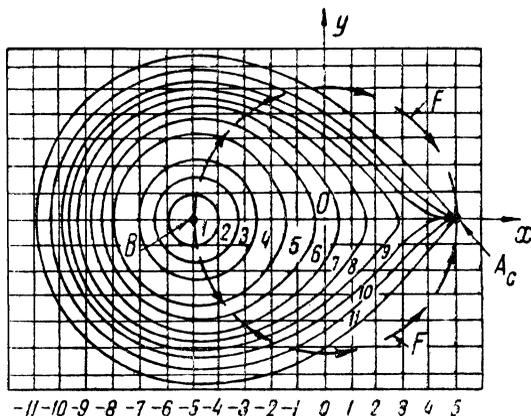


Рис. 157. История продвижения фронта воды от нагнетательной скважины  $B$  к эксплуатационной  $A_c$ .

№ кривой	Время	№ кривой	Время
1	0,0225	7	0,75
2	0,075	8	0,95
3	0,15	9	1,00
4	0,30	10	1,20
5	0,45	11	1,50
6	0,60		

Моменты времени, соответствующие различным положениям (кривые № 1–11) продвигающегося фронта воды, указаны в таблице, помещенной под рис. 157. Для общности за начало отсчета времени принят момент начала нагнетания воды в пласт и за «единицу времени» при-

нят весь промежуток времени  $T$  до прорыва воды в эксплуатационную скважину. Положение фронта воды в момент ее прорыва в скважину изображается кривой 9.

Кривые 10 и 11 показывают положения фронта воды после ее прорыва в скважину.

Кривые 1 и 2 трудно отличимы от окружностей, т. е. в течение времени  $t \cong 0, 1T$  вода движется из нагнетательной скважины почти радиально. На рис. 157 расстояние между центрами эксплуатационной и нагнетательной скважин разделено на 10 частей. К моменту прорыва воды в скважину (при  $t = T$ , см. кривую 9) частица жидкости, двигавшаяся по оси  $x$  в направлении к эксплуатационной скважине, прошла все расстояние между центрами скважин, равное 10 единицам длины, тогда как частица воды, двигавшаяся по оси  $x$  в противоположную сторону, прошла расстояние, равное лишь 5 единицам.

Чтобы построить любую из кривых 1–11, нужно знать законы движения по каждой из траекторий, т. е. надо уметь определять в любой момент времени положение любой частицы жидкости. В условиях рассматриваемой задачи методы гидродинамики позволяют получить в замкнутой форме (не пользуясь разложением функций в ряды) законы движения для каждой из траекторий.

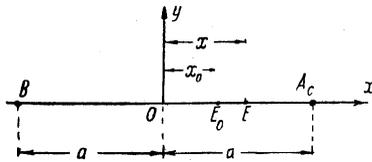


Рис. 158. Движение частицы жидкости  $E$  по прямой, соединяющей центры нагнетательной  $B$  и эксплуатационной  $A_c$  скважин.

деляются следующими равенствами:

$$\begin{aligned} r_1 &= EA_c = a - x, \\ r_2 &= BE = a + x. \end{aligned} \quad (20, \text{XIX})$$

Поэтому скорость фильтрации в точке  $E$  определится по формуле (9, XIX) так:

$$v = \frac{Qa}{\pi b} \frac{1}{a^2 - x^2}. \quad (21, \text{XIX}).$$

Упомянутые методы гидродинамики не настолько элементарны, чтобы мы могли изложить их в данной главе; окончательные расчетные формулы для времени движения по любой из траекторий также довольно громоздки. Однако легко вывести закон движения частиц жидкости вдоль оси  $x$ . В самом деле, для частицы жидкости  $E$  с координатой  $x$  (на оси  $x$  рис. 158) радиусы-векторы  $r_1$  и  $r_2$ , входящие в формулу (9, XIX), определяются следующими равенствами:

Скорость движения по оси  $x$  равна  $\frac{dx}{dt}$ , а поэтому, помня связь между скоростью движения и скоростью фильтрации, из формулы (21, XIX) получим:

$$m \frac{dx}{dt} = \frac{Qa}{\pi b} \frac{1}{a^2 - x^2}, \quad (22, \text{XIX})$$

где  $m$  — пористость пласта.

Разделим переменные в последней формуле:

$$dt = \frac{\pi b m}{Q a} (a^2 - x^2) dx. \quad (23, \text{XIX})$$

Для определения времени движения частицы жидкости от  $E_0$  до  $E$  проинтегрируем уравнение (23, XIX):

$$\int_0^t dt = \frac{\pi b m}{Q a} \int_{x_0}^x (a^2 - x^2) dx. \quad (24, \text{XIX})$$

Выполнив интеграцию, получим:

$$t = \frac{\pi b m}{Q} \left( ax - ax_0 - \frac{x^3}{3a} + \frac{x_0^3}{3a} \right). \quad (25, \text{XIX})$$

Для определения времени движения частицы жидкости от нагнетательной скважины  $B$  (для простоты скважины  $B$  и  $A_c$  изображены на рис. 158 точками) до точки  $E$  в формуле (25, XIX) следует положить  $x_0 = -a$ :

$$t = \frac{\pi b m}{Q} \left( ax + \frac{2}{3} a^2 - \frac{x^3}{3a} \right). \quad (26, \text{XIX})$$

Для определения времени  $T$  движения частицы жидкости по оси  $x$  от нагнетательной скважины  $B$  до эксплуатационной  $A_c$  положим в последней формуле  $x = a$ ; получим:

$$T = \frac{4}{3} \frac{\pi b m}{Q} a^2. \quad (27, \text{XIX})$$

Как показывает формула (27, XIX), промежуток времени с момента выхода воды из нагнетательной скважины до ее прорыва в эксплуатационную скважину обратно пропорционален дебиту и прямо пропорционален квадрату расстояния между скважинами.

Легко подсчитать обводненную площадь  $\sigma$  пласта к моменту времени  $T$ , т. е. площадь внутри кривой 9 на рис. 157. Объем жидкости, закачанной в пласт за время  $T$ , равен  $QT$ ; за это время обводнится объем пласта, равный  $m\sigma b$ .

Приравнивая эти объемы и пользуясь формулой (27, XIX), определим искомую заводненную площадь  $\sigma$  пласта:

$$\sigma = \frac{QT}{mb} = \frac{4\pi}{3} a^2. \quad (28, \text{XIX})$$

Рассмотрим числовой пример. Допустим, что пористость пласта  $m = 0,2$ , мощность пласта  $b = 10$  м, расстояние между гидродинамически совершенными нагнетательной и эксплуатационной скважинами  $2a = 200$  м, дебит каждой из скважин  $Q = 100$  м<sup>3</sup>/сутки. Тогда из формул (27, XIX) и (28, XIX) найдем:

$$\left. \begin{aligned} T &= 840 \text{ суток} \\ \sigma &= 4,2 \text{ га} \end{aligned} \right\} \quad (29, \text{XIX})$$

Выше было отмечено, что за время  $T$ , пока частица воды, двигающаяся по оси  $x$  вправо от нагнетательной скважины, пройдет расстояние, равное  $2a$ , другая частица воды, двигающаяся по оси  $x$  влево от нагнетательной скважины, пройдет путь длиной  $a$ . Этот факт легко проверить. Подставив в формулу (26, XIX) значение  $x = -2a$ , получим тот же промежуток времени  $T$ , какой был определен равенством (27, XIX). Следовательно, действительно, длина области, заключенной внутри кривой 9 на рис. 157, равна  $3a$ .

Подставим в формулу (26, XIX) значение  $x = -3a$ , т. е. подсчитаем промежуток времени  $T'$ , за который частица воды, двигающаяся по оси  $x$  влево от нагнетательной скважины, пройдет расстояние  $2a$ :

$$T' = \frac{20}{3} \frac{\pi mb}{Q} a^2. \quad (30, \text{XIX})$$

Итак, оказывается, что  $T' = 5T$ .

Интересно отметить, что закон движения по оси  $x$  проекции той частицы жидкости, которая движется по любой из двух круговых траекторий  $F$  радиуса  $a$  (эти две траектории изображены на рис. 157), выражается следующей простой формулой:

$$t = \frac{2\pi mba}{Q} (x - x_0), \quad (31, \text{XIX})$$

где  $x_0$  и  $x$  — абсциссы начального и конечного положений частицы жидкости, движущейся по траектории  $F$ . Судя по формуле (31, XIX), проекция на ось  $x$  упомянутой частицы жидкости движется равномерно. Полагая в формуле (31, XIX)  $x_0 = -a$  и  $x = a$ , определим промежуток времени  $T''$ , за который частица воды, вышедшая из нагнетательной скважины и двигающаяся по окружности  $F$ , достигнет эксплуатационной скважины:

$$T'' = 4 \frac{\pi b m a^2}{Q}. \quad (32, \text{XIX})$$

Следовательно,  $T'' = 3T$ . Из формул (27, XIX), (30, XIX), (32, XIX) видно, что

$$T'' = \frac{T + T'}{2}. \quad (33, \text{XIX})$$

Проекция скорости фильтрации  $v_x$  на ось  $x$  частицы жидкости, движущейся по окружности  $F$ , на основании формулы (31, XIX) будет равна:

$$v_x = m \frac{dx}{dt} = \frac{Q}{2\pi b a} = \text{const}. \quad (34, \text{XIX})$$

Зная  $v_x$  и учитывая круговую форму траектории  $F$ , легко найти величину скорости фильтрации  $v$  в любой ее точке:

$$\frac{v}{v_x} = \frac{a}{y} = \frac{a}{\sqrt{a^2 - x^2}}, \quad (35, \text{XIX})$$

откуда

$$v = \frac{Q}{2\pi b \sqrt{a^2 - x^2}}. \quad (36, \text{XIX})$$

Обозначая через  $s$  длину дуги, пройденную частицей жидкости, движущейся из нагнетательной скважины по окружности  $F$ , найдем:

$$s = a \cdot \arccos \frac{x}{a}. \quad (37, \text{XIX})$$

Подставляя в последнее равенство значение  $x$  из формулы (31, XIX) и полагая в ней  $x_0 = -a$ , получим:

$$s = a \cdot \arccos \left( 1 - \frac{Q}{2\pi m b a^2} t \right), \quad (38, \text{XIX})$$

или [см. формулу (32, XIX)]

$$s = a \cdot \arccos \left( 1 - 2 \frac{t}{T''} \right). \quad (39, \text{XIX})$$

Формула (38, XIX) или (39, XIX) представляет собой закон неравномерного движения частицы жидкости по траектории  $F$ .

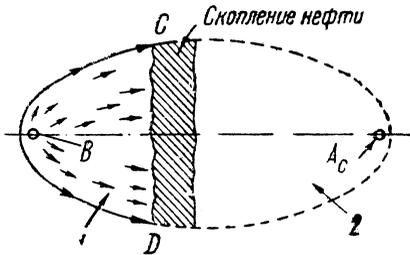


Рис. 159. Прежние неточные изображения движения воды в пласте от нагнетательной  $B$  скважины к эксплуатационной  $A_c$ . 1 — область пласта, затопленная водой; 2 — нефтеносная частично истощенная область.

До сих пор при расчетах предполагалось, что вязкость закачиваемой воды равна вязкости нефти. Если учесть, что вязкость закачиваемой воды может быть значительно меньше вязкости нефти, но сохранить предположение об одинаковой проницаемости пласта в обводняемой и обводненной зонах, то картина продвижения фронта воды изменится. Так, например, язык обводнения, изображенный на рис. 157, должен был бы продвигаться более интенсивно и к моменту обводнения эксплуатационной скважины фронт воды имел бы меньшую ширину в направлении оси  $y$ , но более заостренный язык в направлении движения — это легко объяснить на основании выводов главы XVIII.

В заключение заметим, что картина движения воды от нагнетательной скважины к эксплуатационной изображалась раньше (до середины тридцатых годов нынешнего века) со значительными искажениями. В книгах и статьях американских ученых Герольда [34], Юрена [223], Ноуэlsa приводилась изображенная на рис. 159 схема движения воды в пласте от нагнетательной скважины к эксплуатационной. Упомянутые авторы утверждали, что зона затопления имеет эллиптическую форму, а фронт воды  $CD$ , продвигаясь от нагнетательной скважины  $B$  к эксплуатационной  $A_c$ , сохраняет форму плоскости, перпендикулярной к линии центров скважин.

Эти утверждения неверны<sup>4</sup>. Чтобы фронт воды сохранял плоскую форму, движение частиц жидкости по прямой, соединяющей скважины  $B$  и  $A_c$ , должно было бы происходить медленнее движения по окольным путям, что невозможно. Приведенные на рис. 156 и 157 гид-

<sup>4</sup>Основанная на гидродинамическом анализе критика упомянутых взглядов Герольда, Юрена и Ноуэlsa была впервые приведена в статье Щелкачева [201].

родинамически обоснованные картины процесса заводнения пласта при наличии одной нагнетательной и одной эксплуатационной скважин поясняют неточности схемы, изображенной на рис. 159.

### § 3. Нерадиальное движение жидкости к скважине при прямолинейном контуре области питания

Рассмотрим плоское нерадиальное движение несжимаемой жидкости к скважине по линейному закону фильтрации в однородном пласте в условиях водонапорного режима.

Будем считать, что эксплуатационная скважина  $A_c$  радиуса  $R_c$  расположена на расстоянии  $a$  от прямолинейного контура  $A_k$  (неограниченной длины) области питания (рис. 160). Давление вдоль контуров  $A_c$  и  $A_k$  обозначим через  $p_c$  и  $p_k$ ; эти контуры должны входить в состав семейства изобар. На рис. 156, изображающей картину движения жидкости от нагнетательной скважины к эксплуатационной, среди изобар имеются контур скважины  $A_c$  и ось  $y$ .

Отсюда возникает вполне естественная мысль: зеркально отобразить эксплуатационную скважину  $A_c$  (на рис. 160) в контуре  $A_k$  и на месте зеркального изображения скважины  $A_c$  поместить нагнетательную скважину  $B$ . Приняв контур  $A_k$  за ось  $y$  и линию центров скважин за ось  $x$ , легко сообразить, что вся *правая полуплоскость* рис. 156

даст реальную картину траекторий и изобар при нерадиальном движении жидкости от прямолинейного контура питания (от оси  $y$ ) к скважине  $A_c$ . Итак, задача о нерадиальном движении жидкости к скважине при прямолинейном контуре области питания сводится к решенной в предыдущем параграфе задаче о движении жидкости от нагнетательной скважины к эксплуатационной.

Если радиус кругового сечения эксплуатационной скважины стремится к нулю, считая, что дебит скважины сохраняется, то получим особую точку плоскости, которую в гидродинамике называют стоком.

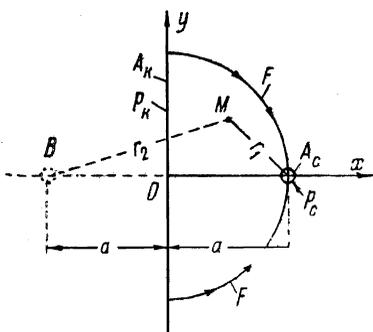


Рис. 160. Эксплуатационная скважина  $A_c$  в пласте с прямолинейным контуром области питания  $A_k$ ; нагнетательная скважина  $B$  — зеркальное изображение эксплуатационной по отношению к контуру  $A_k$  области питания.

Сток «поглощает» жидкость, притекающую («стекающую») к нему в плоскости со всех сторон; «мощность» или «производительность»  $q$  стока в плоскости считают равной дебиту скважины, приходящемуся на единицу мощности пласта:

$$q = \frac{Q}{b}. \quad (40, \text{XIX})$$

Аналогично, стягивая в точку круговое сечение нагнетательной скважины, получим особую точку плоскости, называемую «источником». Жидкость вытекает («истекает») из источника во все стороны плоскости; мощность источника определяется той же формулой (40, XIX)<sup>1</sup>.

Пользуясь новой терминологией, описанный выше метод решения задачи о притоке жидкости к эксплуатационной скважине в пласте с прямолинейным контуром области питания следует назвать «методом отображения источников-стоков»; действительно, сток, расположенный в центре эксплуатационной скважины  $A_c$ , был зеркально отображен в прямолинейном контуре  $A_k$  источником, расположенным в центре нагнетательной скважины  $B$ .

Для определения дебита скважины и давления в любой точке  $M$  пласта с радиусами-векторами  $r_1$  и  $r_2$  (рис. 160) можно воспользоваться формулами (6, XIX) и (18, XIX) предыдущего параграфа. Следует только учесть, что давление вдоль оси  $y$ , совпадающей с контуром питания, обозначается теперь через  $p_k$  вместо  $p_y$ ; кроме того, величину  $p_n$  надо выразить через  $p_c$  и  $p_k$  из формулы (17, XIX). Выполнив все эти преобразования, получим:

$$Q = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{2a}{R_c}}, \quad (41, \text{XIX})$$

$$p = p_k - \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (42, \text{XIX})$$

<sup>1</sup>Точечный сток, или источник на плоскости, можно представить как сечение плоскостью перпендикулярного к ней клинейного источника. В свою очередь линейный сток или источник можно представить себе расположенными вдоль оси гидродинамически совершенной скважины, радиус которой стремится к нулю при сохранении постоянного дебита. Точечные стоки (или источники) в пространстве суть особые точки, к которым жидкость притекает со всех сторон (или из них вытекает во все стороны). Так, например, центр полусферического забоя гидродинамически несовершенной скважины весьма малого радиуса (см. § 3 главы IX) можно рассматривать как точечный сток, помещенный на непроницаемой кровле пласта.

Для определения скорости фильтрации служит та же формула (9, XIX).

Законы движения (25, XIX) и (31, XIX) сохраняются в силе; соответствующие формуле (31, XIX) две круговые траектории  $F$  радиуса  $a$  изображены на рис. 160. Зная законы движения по каждой из траекторий (как уже упоминалось, подземная гидравлика позволяет указать эти законы движения), можно проследить за перемещением контура нефтеносности любой формы (пренебрегая разностью в вязкостях воды и нефти и изменением в проницаемости при продвижении краевых вод), окружающего скважину.

#### § 4. Нерадиальное движение жидкости к скважине при круговом контуре области питания

Сохраним все те же условия, что и в предыдущем параграфе, но будем считать, что контур области питания  $A_k$  имеет форму окружности радиуса  $R_k$ . Скважину  $A_c$  радиуса  $R_c$  будем считать расположенной эксцентрично по отношению к  $A_k$  (рис. 161). Расстояние между центрами  $E$  и  $D$  окружностей  $A_c$  и  $A_k$  обозначим через  $d$ ; постоянные давления на контурах  $A_k$  и  $A_c$  обозначим соответственно через  $p_k$  и  $p_c$ . Таким образом, круговые контуры  $A_k$  и  $A_c$  должны входить в состав семейства изобар.

Представленные на рис. 156 круговые изобары расположены эксцентрично друг по отношению к другу. Является вполне естественная мысль — принять одну из изобар рис. 156 за контур  $A_k$ , а другую — за контур  $A_c$ . Таким образом, задачу о движении жидкости от кругового контура  $A_k$ , во всех точках которого давление одинаково, к скважине  $A_c$  следует пытаться свести к решенной в § 2 задаче о движении жидкости из нагнетательной скважины к эксплуатационной. При заданном положении окружностей  $A_c$  и  $A_k$  необходимо так подобрать положение воображаемой нагнетательной скважины  $B$ , чтобы среди изобар рис. 156 были окружности заданных радиусов  $R_c$  и  $R_k$  с заданным расстоянием  $d$  между их центрами.

В гидродинамике доказывается, что нужное положение нагнетательной скважины всегда может быть определено и притом единственным образом (см. Шелкачев и Пыхачев [203]).

Для этого необходимо на линии центров  $ED$  найти точку  $L$  (точки  $L$  и  $E$  должны лежать по одну сторону от  $D$ ), расстояние  $LD$  до которой удовлетворяет следующему соотношению:

$$ED \cdot LD = R_k^2. \quad (43, XIX)$$



сток помещают не в центре  $E$  эксплуатационной скважины  $A_c$ , точечные сток и источник должны быть взаимно сопряженными не только по отношению к окружности  $A_k$ , но и по отношению к окружности  $A_c$ . Взаимно сопряженные точки по отношению к любой окружности обладают тем замечательным свойством, что отношение расстояний  $\frac{r_1}{r_2}$  любой точки окружности до взаимно сопряженных точек остается величиной постоянной.

Итак, в условиях рассматриваемой задачи для распределения давления вокруг скважины оказывается справедливой формула (3, XIX). Неизвестные величины  $Q$  и  $c$ , входящие в эту формулу, определяются из тех соображений, что вдоль окружностей  $A_c$  и  $A_k$  давления должны быть равными  $p_c$  и  $p_k$ . В результате получается следующая формула для дебита скважины:

$$Q = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k^2 - d^2}{R_k R_c}}. \quad (46, \text{XIX})^1$$

Давление в любой точке  $M$  пласта определяется по любой из следующих двух формул:

$$p = p_c + \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \left( \frac{R_k^2 - d^2}{R_c d} \frac{r_1}{r_2} \right), \quad (47, \text{XIX})$$

$$p = p_k - \frac{Q\mu}{2\pi bk} \ln \left( \frac{d}{R_k} \frac{r_2}{r_1} \right). \quad (48, \text{XIX})$$

Скорость фильтрации в произвольной точке  $M$  пласта определяется по формуле (9, XIX), а закон движения частицы жидкости вдоль линии центров окружностей  $A_c$  и  $A_k$  (вдоль оси  $x$ ) определяется формулой (25, XIX).

Если центры  $E$  и  $D$  окружностей  $A_c$  и  $A_k$  близки, то величина  $d^2$  мала по сравнению с  $R_k^2$  и  $r_2 d \cong R_k^2$ , т. е. при  $d \rightarrow 0$  формула (46, XIX)

<sup>1</sup>или

$$Q = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \left[ \frac{R_k}{R_c} \left( 1 - \frac{d^2}{R_k^2} \right) \right]},$$

отсюда особенно очевидно, что даже при сравнительно большом  $d$  дебит мало отличается от случая дебита в плоско-радиальном течении.

вырождается в формулу дебита для радиального притока и формулы (47, XIX) и (48, XIX) вырождаются в формулы главы IX, справедливые при строго радиальном притоке жидкости к скважине.

Эксцентричное расположение изобар вокруг скважины показывает, что при нерадиальном движении пьезометрическая воронка депрессии асимметрична.

При больших значениях радиуса  $R_k$  влияние эксцентричного расположения скважины  $A_c$  по отношению к контуру  $A_k$  заметно сказывается на дебите скважины и распределении пластового давления лишь при  $d \geq \frac{1}{2} R_k$ , см., например, табл. 36. При сравнительно малых значениях величины  $R_k$  (например, при  $R_k \ll 1000 R_c$ ) даже небольшая эксцентричность в расположении скважины по отношению к круговой изобаре  $A_k$  (под  $A_k$  необязательно подразумевать контур области питания, но можно за  $A_k$  принять круговую изобару, размеры и положение которой определены путем замеров уровней или давлений в бездействующих наблюдательных скважинах, расположенных вокруг работающей скважины  $A_c$ ) приводит к недопустимо большой погрешности при попытке использовать для этого случая формулы радиального движения. Так, в работах Богомолва [17, 18] при анализе многих конкретных примеров из гидрогеологической практики было отмечено, что когда форма пьезометрической воронки депрессии имеет значительную асимметрию, то применение формул дебита радиального притока для определения коэффициента фильтрации приводит к явно ошибочным результатам.

Обозначим дебит скважины, определенный по формуле (46, XIX) при  $d \neq 0$ , т. е. при эксцентричном расположении скважины, через  $Q_э$ ; обозначим через  $Q_k$  дебит, определенный по той же формуле, но при  $d = 0$ , т. е. при концентричном расположении контуров  $A_c$  и  $A_k$ . Получим:

$$\frac{Q_э}{Q_k} = \frac{\lg \frac{R_k}{R_c}}{\lg \frac{R_k^2 - d^2}{R_k R_c}}. \quad (49, \text{XIX})$$

По формуле (49, XIX) подсчитана табл. 36, характеризующая влияние эксцентричности в расположении скважины на ее дебит; величина отношения  $\frac{Q_э}{Q_k}$  подсчитана в зависимости от величины  $\frac{d}{R_k}$  при  $R_k = 10^3 R_c$  и  $R_k = 10^5 R_c$ .

Т а б л и ц а 36

Зависимость отношения  $\frac{Q_э}{Q_к}$  от величины  $\frac{d}{R_к}$  при  $R_к = 10^3 R_с$   
и  $R_к = 10^5 R_с$

	$\frac{d}{R_к} \rightarrow$	0	0, 1	0, 25	0, 50	0, 75	0, 90
$\frac{R_к}{R_с} = 10^3$	$\frac{Q_э}{Q_к} \rightarrow$	1	1, 00	1, 01	1, 04	1, 13	1, 32
$\frac{R_к}{R_с} = 10^5$	$\frac{Q_э}{Q_к} \rightarrow$	1	1, 00	1, 00	1, 02	1, 08	1, 17

### § 5. Влияние формы контура области питания на дебит скважины. Замечания о возможности использования формулы радиального притока в случае нерадиального движения жидкости к скважине

Форма и размеры контура области питания на практике точно никогда не бывают известны. С другой стороны, в формулы подземной гидравлики входят величины  $R_к$ ,  $d$  и  $a$ , характеризующие размеры и форму контура области питания и положение скважины относительно контура, см., например, формулы предыдущих параграфов данной главы. Поэтому вопрос о влиянии формы, положения и размеров контура области питания на дебит скважины и распределение пластового давления вокруг нее представляет не только академический интерес. Если бы форма, положение и размеры контура области питания существенно влияли на производительность скважины, то нужно было бы знать их *совершенно точно*, что, как отмечено выше, практически невозможно. В таком случае исключалась бы возможность практического использования формул подземной гидравлики.

На самом деле мы сможем сделать прямо противоположный вывод. Для выяснения влияния формы и положения контура области питания на дебит скважины рассмотрим два случая, изображенные на рис. 162 и 163. Положения скважины на расстоянии  $d$  и  $2d$  от прямолинейного контура  $A_к$  обозначим соответственно буквами  $B$  и  $C$ ; положения скважины в центре и на середине радиуса  $R_к$  кругового контура  $A'_к$  обозначим буквами  $C'$  и  $B'$ , причем  $R_к = 2d$ .

Сравним дебиты одиночно работающих скважин в положениях  $B$ ,  $C$ ,  $B'$ ,  $C'$  при прочих одинаковых условиях, но при разных формах

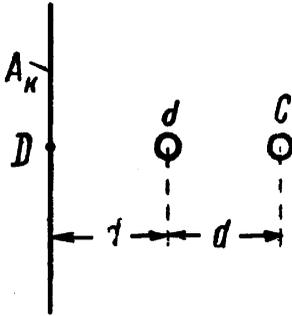


Рис. 162. Различные положения  $B$  и  $C$  эксплуатационной скважины по отношению к прямолинейному контуру области питания  $A_k$ .

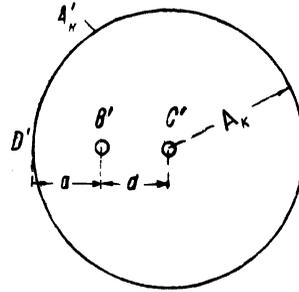


Рис. 163. Различные положения  $B'$  и  $C'$  эксплуатационной скважины по отношению к круговому контуру области питания  $A'_k$ .

контуров области питания  $A_k$  и  $A'_k$ . При подсчетах дебитов используем формулы (41, XIX) и (46, XIX), считая  $R_k = 2d = 10^5 R_c$ .

Скважина в положении  $B'$  дает дебит, больший, чем в положении  $B$ , только на 2,3%.

Скважина в положении  $C'$  дает дебит, больший, чем в положении  $C$ , на 6,2%.

Дебит скважины в положении  $B'$  больше дебита в положении  $C'$  только на 2,3% (см. также табл. 36). Дебит скважины в положении  $B$  больше дебита скважины в положении  $C$  на 6,2%.

Эти примеры доказывают, что форма контура области питания и расстояние от него до скважины весьма мало влияют на дебит скважины. Таблицы и графики главы XIV привели к такому же заключению по поводу влияния размеров контура области питания (см. особенно выводы в конце § 1 главы XIV)<sup>1</sup>.

Допустим, что истинный контур области питания  $A_{ист}$  имеет геометрически неправильную форму, изображенную на рис. 164; на некотором значительном (по сравнению с радиусом скважины) расстоянии от контура расположена скважина  $A_c$ .

<sup>1</sup>Строго говоря, последний вывод о малой зависимости дебита скважины от размеров контура области питания позволяет предугадать и обосновать предыдущие выводы о малой зависимости дебита скважины от формы и положения контура питания.

Предположим, что неправильной формы контур  $A_{ист}$  заменен близким к нему круговым контуром области питания  $A_{круг}$  с центром в  $O$ . Предположим, далее, что контур  $A_{ист}$  заменен близким к нему прямолинейным контуром  $A_{прям}$ . Контур  $A_{ист}$ ,  $A_{прям}$ ,  $A_{круг}$  проведены возможно более близко на участке, ближайшем к скважине  $A_c$ . Сделаем подсчет дебита скважины  $A_c$  по формуле (46, XIX) для кругового контура области питания  $A_{круг}$ , а затем подсчитаем дебит скважины  $A_c$  при прочих равных условиях, но для случая прямолинейного контура области питания  $A_{прям}$ , см формулу (41, XIX). Приведенные выше примеры убеждают, что во всех практически интересных случаях (при значительном расстоянии от скважины  $A_c$  до контура) между результатами подсчетов для случаев  $A_{прям}$  и  $A_{круг}$  разница не будет превышать нескольких процентов. Насколько же истинный дебит, т. е. дебит, соответствующий контуру  $A_{ист}$ , будет отличаться от подсчитанных дебитов для контуров  $A_{круг}$  и  $A_{прям}$ ?

С еще большим правом можно утверждать, что результаты каждого из подсчетов должны лучше согласовываться со случаем  $A_{ист}$ , ибо контур  $A_{ист}$  занимает промежуточное положение между  $A_{круг}$  и  $A_{прям}$ .

Следовательно, смело можно пользоваться любой из формул дебита скважины (41, XIX) и (46, XIX) даже тогда, когда контур области питания имеет заведомо неправильную геометрическую форму.

Конечно, с формой и положением контура области питания следует считаться в задачах другого типа, какие встречаются в гидрогеологической и гидротехнической практике, когда эксплуатационная скважина расположена близ реки или большого открытого водоема (их берега играют роль «контуров области питания»).

Аналогичные рассуждения позволяют убедиться в возможности довольно широкого использования формулы (21, IX) дебита скважины, хотя при ее доказательстве предполагалось, что приток жидкости к скважине строго радиальный.

В самом деле, допустим, что контур области питания или известная изобара имеют неправильную геометрическую форму замкнутой кривой  $A_{ист}$ . Заменяем контур  $A_{ист}$  возможно более близко подходящим

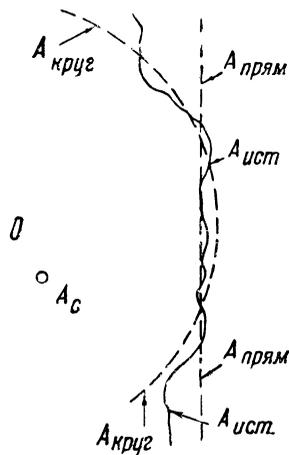


Рис. 164. Эксплуатационная скважина  $A_c$  в пласте с контуром  $A_{ист}$  области питания произвольной формы.

к нему круговым контуром области питания (круговой изобарой)  $A_{\text{круг}}$  с центром в точке  $O$ . Согласно сказанному выше, вполне возможно будет для подсчета дебита скважины  $A_c$  воспользоваться формулой для радиального притока, если только радиус  $R_k$  контура  $A_{\text{круг}}$  значительно больше радиуса  $R_c$  скважины  $A_c$  и если скважина расположена не слишком близко к контуру  $A_k$ . Так, например, погрешность от применения формулы дебита радиального притока заведомо не превзойдет нескольких процентов, если  $OA_c \leq \frac{1}{2} R_k$  и  $R_k \geq 1000R_c$ , считая, что все прочие условия, при которых была выведена эта формула (21, IX), соблюдены.

При употреблении в таких условиях формулы дебита радиального притока было предложено называть величину  $R_k$ , входящую в формулу, «приведенным радиусом питания»<sup>2</sup>. Приведенный радиус есть радиус такого воображаемого концентричного скважине кругового контура области питания, при котором (при сохранении всех прочих условий) скважине обеспечивается ее истинный дебит. Кстати сказать, представление о «приведенном радиусе питания» совершенно свободно от тех противоречий, которые присущи представлению об ограниченном постоянном «радиусе влияния» скважины в условиях установившегося притока к ней любых жидкостей (за исключением случая гравитационного режима со свободной поверхностью при учете инфильтрации в пласт жидкости сверху).

Пользуясь представлением о приведенном радиусе питания  $R_k$ ; совсем не нужно допускать (как это требуется в связи с представлением об ограниченном радиусе влияния), что на расстоянии  $R_k$  от скважины скорость движения жидкостей равна нулю, что касательная к пьезометрической кривой депрессии горизонтальна и т. д. Кроме того, следует помнить, что приведенный радиус питания является полезным «рабочим» представлением только при исследовании условий работы отдельной скважины; это позволит избежать тех ошибок, которые были связаны с употреблением представления о радиусе влияния в прежних теориях взаимодействия скважин.

Соображения, высказанные по поводу возможности использования формулы дебита радиального притока даже в условиях нерадиального движения (при упомянутых выше ограничениях), поясняют причины широкого и успешного применения этой формулы в гидрогеологической и нефтепромысловой практике для предсказания дебитов скважин при заданных физико-геологических константах пласта и, наоборот, для определения коэффициентов проницаемости и коэффициентов фильтрации пласта при известном дебите скважины.

<sup>2</sup>См. Шелкачев [203].

В заключение заметим, что большинство формул этой главы, как уже указывалось, было выведено при приближенном допущении, что точечные источники-стоки помещались в центрах нагнетательных или эксплуатационных скважин. Однако сравнение с более точными формулами показывает, что, например, при  $R_c = 0,001R_k$  и  $d = 0,9R_k$  (рис. 161) (это сравнительно весьма неблагоприятный случай, ибо в большинстве задач, связанных с технологией нефтедобычи,  $d$  и  $R_c$  имеют еще меньшие значения по сравнению с  $R_k$ ) ошибка в подсчете дебита по приближенной формуле выражается в тысячных долях процента, т. е. практически не имеет никакого значения.

# ГЛАВА XX

## Теория взаимодействия скважин

### § 1. Постановка основных задач

Явление взаимодействия (интерференции) скважин состоит в том, что под влиянием пуска, остановки или изменения режима работы одной группы скважин изменяются (через некоторый промежуток времени в той или иной степени)<sup>1</sup> дебиты и забойные давления другой группы скважин, эксплуатирующих тот же пласт. Скважины первой категории будем называть возмущающими, а второй категории — реагирующими.

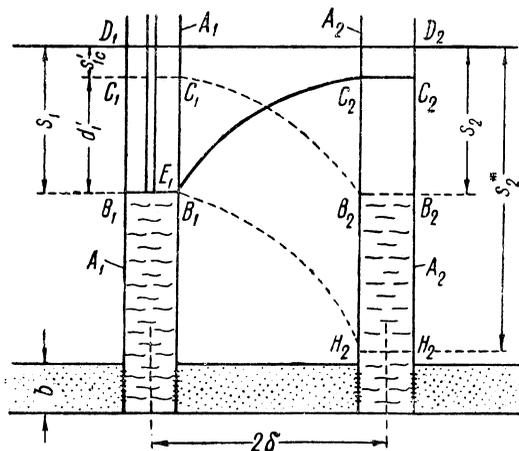


Рис. 165. Динамические уровни и пьезометрические линии при взаимодействии скважин в условиях первого варианта.

Рассмотрим сначала два крайних возможных случая взаимодействия скважин.

<sup>1</sup>Это для условий упругого режима, а в условиях жесткого режима интерференция может быть мгновенна.

Допустим, что скв.  $A_1$  эксплуатировалась настолько мощным глубинным насосом, что динамический уровень  $B_1B_1$  в скважине стоял у приема насоса  $E_1$  (рис. 165). Горизонтальная прямая  $D_1D_2$  указывает положение начального (невозмущенного) статического уровня жидкости в скважинах. При работе скв.  $A_1$  в реагирующей бездействующей скв.  $A_2$  устанавливается возмущенный статический уровень  $C_2C_2$ . Кривая  $B_1C_2$  — схематичное изображение пьезометрической кривой между возмущающей скв.  $A_1$  и реагирующей скв.  $A_2$ <sup>2</sup>. Допустим, что в скв.  $A_2$  также спустили мощный глубинный насос на ту же глубину, что и в скв.  $A_1$ ; пусть при работе насоса в скв.  $A_2$  динамический уровень жидкости  $B_2B_2$  устанавливается у приема насоса, т. е. на той же глубине, что и в скв.  $A_1$ . Спрашивается: как отразится пуск в эксплуатацию скважины  $A_2$ , которую теперь следует назвать возмущающей, на работу скв.  $A_1$ ? Динамический уровень  $B_1B_1$  в реагирующей скважине  $A_1$  снизиться не может, ибо до ввода в эксплуатацию скв.  $A_2$  он стоял у приема насоса. При том же положении приема насоса в скв.  $A_1$  и при том же режиме работы глубоконасосной установки дебит  $Q_1$  скв.  $A_1$  уменьшится до величины  $Q'_1$  после ввода в эксплуатацию возмущающей скв.  $A_2$  вследствие уменьшения действующего понижения давления (дифференциального давления) в скв.  $A_1$ . До пуска в эксплуатацию скв.  $A_2$  в скв.  $A_1$  действующее понижение давления определялось понижением динамического уровня  $B_1B_1$  на глубину  $s_1$  под невозмущенным статическим уровнем  $D_1D_2$ ; после ввода в эксплуатацию скв.  $A_2$  действующий перепад давления в скважине  $A_1$  определяется понижением того же динамического уровня  $B_1B_1$  на глубину  $d'_1$  под возмущенным статическим уровнем  $C_1C_1$ . Возмущенный статический уровень  $C_1C_1$  установился бы в скв.  $A_1$ , если бы ее остановили, а скв.  $A_2$  продолжала бы работать при том же положении динамического уровня  $B_2B_2$  у приема насоса. Ясно, что  $d'_1 < s_1$ .

Этим и объясняется уменьшение дебита в реагирующей скв.  $A_1$  за счет ввода в эксплуатацию возмущающей скв.  $A_2$ .

Итак, рассмотренный случай взаимодействия скважин характеризуется тем, что в результате воздействия возмущающей скважины изменился только дебит реагирующей при неизменном положении в ней динамического уровня. Этот крайний случай будем называть первым вариантом воздействия на реагирующую скважину.

Для осуществления условия первого варианта взаимодействия скважин совершенно не обязательно было требовать, чтобы в возму-

<sup>2</sup>Для простоты рисунков типа 165 и 166 и для простоты пересчетов забойных давлений на высоты столбов жидкости в скважинах будем в этой главе считать, что жидкость в пласте и в скважинах однородная, пьезометрические уровни жидкости в скважинах совпадают с истинными уровнями жидкости в них.

щающей скв.  $A_2$  насос спускали бы на ту же глубину и динамический уровень устанавливали бы на той же глубине, что и в реагирующей скв.  $A_1$ . Последние требования были сформулированы лишь для простоты, чтобы лебит скв.  $A_2$ , которую мы считаем во всем одинаковой со скв.  $A_1$  (включая и одинаковость пластовых условий), оказался бы равным дебиту скв.  $A_1$  при их совместной работе. Собственно же для первого варианта характерно лишь то, что пуск в эксплуатацию какой-либо возмущающей скважины (или изменение режима ее работы) отражается *лишь на дебите* реагирующей. Также необязательно считать, что взаимодействие скважин в условиях первого варианта осуществляется лишь при глубоконасосной эксплуатации. Если бы одиночно работающая скв.  $A_1$  фонтанировала при отсутствии противодействия на ее устье, то динамическое давление на ее забое определялось бы лишь весом столба жидкости в скважине (если пренебречь сопротивлением при движении жидкости в трубах). После пуска новой возмущающей скв.  $A_2$  давление на забое реагирующей фонтанной скв.  $A_1$  могло бы не измениться, а дебит ее уменьшился бы, т. е. были бы соблюдены условия первого варианта.

Перейдем к другому крайнему случаю. Допустим, что в одиночно работающей скв.  $A_1$  динамический уровень  $B_1B_1$  расположен значительно выше приема  $E_1$  глубинного насоса (рис. 166); все остальные условия и обозначения сохранены те же, что и в первом варианте. Если пустить в эксплуатацию возмущающую скв.  $A_2$ , то при не слишком большом (см. дальше) снижении в ней динамического уровня ее пуск совсем не отразится на дебите  $Q_1$  реагирующей скв.  $A_1$ , а лишь на снижении в ней динамического уровня до некоторого положения  $F_1F_1$ . До тех пор пока динамический уровень  $F_1F_1$  в скв.  $A_1$  будет при совместной работе со скв.  $A_2$  стоять выше приема насоса  $E_1$ , насос в скв.  $A_1$  будет откачивать прежнее количество жидкости  $Q_1$ . Пусть  $C_1C_1$  — положение возмущенного статического уровня жидкости, который бы установился в скв.  $A_1$ , если бы ее остановили, а скв.  $A_2$  продолжала бы работать с тем же дебитом, что и при совместной работе. Сохранение дебита  $Q_1$  скв.  $A_1$  после пуска скв.  $A_2$  обеспечивается тем, что понижение прежнего динамического уровня  $B_1B_1$  (при одиночной работе) под возмущенным статическим уровнем  $D_1D_2$  равно понижению нового (при совместной работе) динамического уровня  $F_1F_1$  под возмущенным статическим уровнем  $C_1C_1$ , т. е.  $s_1 = z'_1$ ; дальше это будет строго доказано.

Необходимо подчеркнуть различие между возмущенными статическими уровнями  $C_1C_1$  на рис. 165 и 166. На рис. 165 изображены условия, соответствующие следующему случаю: уровень  $C_1C_1$  устанавливается в скв.  $A_1$  при прекращении отбора из нее жидкости, когда

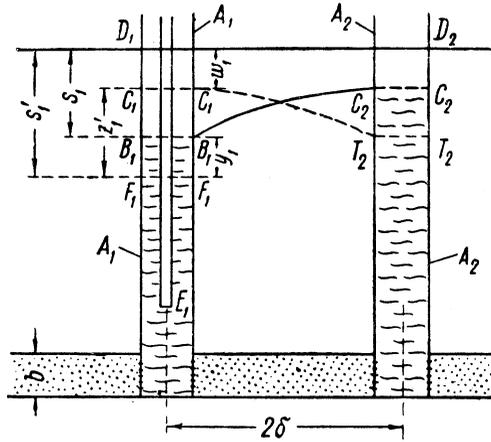


Рис. 166. Динамические уровни и пьезометрические янии при взаимодействии скважин в условиях второго варианта.

во взаимодействующей с ней скважине поддерживается то же противодействие на забой  $p'_2$ , какое было и при работе скв.  $A_1$ . На рис. 166 отображены другие условия: уровень  $C_1C_1$  устанавливается в скв.  $A_1$  при прекращении отбора из нее жидкости, когда во взаимодействующей с ней скважине поддерживается тот же дебит  $Q'_2$ , какой был и при работе скв.  $A_1$ . Поэтому различными оказываются величины понижений  $s'_{1c}$  и  $w_1$  возмущенных статических уровней по отношению к невозмущенному статическому уровню  $D_1D_2$ .

Описанные условия взаимодействия скважин, когда воздействие возмущающей скважины на реагирующую сводится только к понижению уровня, т. е. к снижению динамического забойного давления в реагирующей скважине, будем считать соответствующим второму варианту.

Условия второго варианта взаимодействия скважин могут осуществляться не только при насосной, но и при фонтанной эксплуатации при наличии противодействия на устье скважины. Действительно, пуск новой скважины может привести лишь к снижению динамического давления на забое старой фонтанной скважины, а следовательно, и к уменьшению давления на ее устье, причём дебит старой скважины сохраняется. Однако чаще всего пуск новой скважины вызывает снижение забойного и устьевого давлений в старой скважине, но это в свою очередь вызывает изменение условий выделения газа из раство-

ра в стволе скважины; условия фонтанигования изменяются, а потому изменяется и дебит реагирующей старой скважины.

Условия, соответствующие последнему «промежуточному» случаю, т. е. когда пуск новой скважины отражается частично на снижении дебита, а частично на уменьшении забойного динамического давления в старой скважине, назовем *третьим вариантом* взаимодействия скважин. При компрессорной (эр-газлифтной) эксплуатации также чаще всего встречаются условия третьего варианта взаимодействия скважин.

Проанализируем несколько более подробно эффект взаимодействия скважин в условиях первого и второго вариантов.

Допустим, что в условиях первого варианта (рис. 165) глубинный насос в скв.  $A_2$  опущен гораздо глубже, чем в скв.  $A_1$ . Усиливая темпы отбора жидкости из скв.  $A_2$ , снижаем в ней положение динамического уровня. Согласно сделанным выше пояснениям, при каждом новом понижении динамического уровня жидкости в возмущающей скв.  $A_2$  дебит реагирующей скв.  $A_1$  будет уменьшаться при неизменном положении динамического уровня жидкости в ней у приема насоса  $E_1$ . Однако подобное явление будет наблюдаться лишь до известного предела. Именно, при некотором понижении  $s_2^*$  динамического уровня  $H_2H_2$  в скв.  $A_2$  дебит скв.  $A_1$  станет равным нулю — насос прекратит откачивать жидкость из реагирующей скв.  $A_1$ , ибо его прием  $E_1$  окажется на высоте «статического возмущенного» уровня в этой скважине, соответствующего динамическому уровню  $H_2H_2$  в скв.  $A_2$ , см. пьезометрическую кривую  $H_2B_1$  на рис. 165. Аналогичная картина по отношению к скв.  $A_2$  получилась бы в том случае, если бы при откачке жидкости из скв.  $A_1$  динамический уровень в ней находился в положении  $B_1B_1$ , а в скв.  $A_2$  насос был бы спущен до уровня  $C_1C_2$ . Итак, для условий первого варианта необходимо выяснить: насколько уменьшается дебит реагирующей скв.  $A_1$  после пуска возмущающей скв.  $A_2$  при разных положениях динамического уровня в ней и при каком именно понижении динамического уровня в скв.  $A_2$  она полностью заглушает скв.  $A_1$ , т. е. дебит скв.  $A_1$  обращается в нуль при данной глубине подвески насоса.

Называя дебит скв.  $A_1$  при одиночной ее работе через  $Q_1$ , а дебит той же скважины после пуска новой скважины  $A_2$  (при соблюдении условий первого варианта) через  $Q'_1$ , получим:

$$Q'_1 < Q_1. \quad (1, XX)$$

Отношение дебитов  $Q_1$  и  $Q'_1$ , вполне характеризующее эффект взаимодействия скважин в условиях первого варианта, обозначим через  $J$

и назовем «показателем взаимодействия» скважин:

$$J = \frac{Q_1}{Q'_1}. \quad (2, XX)$$

Ясно, что

$$J > 1. \quad (3, XX)$$

Не менее характерной величиной для оценки эффекта взаимодействия скважин в условиях первого варианта будет отношение  $U$  суммы дебитов  $Q'_1$  и  $Q'_2$  скв.  $A_1$  и  $A_2$  при их совместной работе к дебиту  $Q_1$ , реагирующей скважины  $A_1$ , при ее одиночной работе:

$$U = \frac{Q'_1 + Q'_2}{Q_1}. \quad (4, XX)$$

Величину  $U$  назовем «суммарным показателем взаимодействия» скважин. Еще раз подчеркнем, что величины  $J$  и  $U$  служат показателями взаимодействия скважин только в условиях первого варианта.

Условимся дебиты и другие величины при совместной работе скважин обозначать теми же буквами, что и при одиночной работе, но с акцентами (штрихами), см., например, обозначения в соотношениях (1, XX)–(4, XX).

В условиях второго варианта при усилении темпов отбора жидкости из новой скв.  $A_2$  дебит скважины  $A_1$  будет сохраняться постоянным лишь до тех пор, пока динамический уровень жидкости в ней не упадет до приема насоса  $E_1$  (рис. 166), после чего наступают условия первого варианта.

На практике взаимодействие скважин в условиях первого варианта наблюдается значительно реже, чем в условиях второго и третьего вариантов. Тем не менее многие подсчеты в последующих параграфах будут выполнены применительно именно к условиям первого варианта, ибо такие подсчеты характеризуют *наибольшие* возможные изменения в *дебите* ранее работавшей скважины после пуска новой при определенном режиме ее работы.

Было бы, однако, большой ошибкой, которую, к сожалению, совершают иногда нефтепромысловые работники, судить об эффекте взаимодействия скважин *только* на основании замеров дебитов скважин, не проверив — выполнены ли условия первого варианта или нет.

Так, например, в начале 40-х годов, при обсуждении проектов разработки XVI пласта месторождения Бори-Су треста Малгобекнефть

Грознефти, возник следующий вопрос: целесообразно ли сгущать сетку пробуренных скважин с расстояний 150 м между ними до расстояний 75 м?

Для решения вопроса были пробурены и пущены в эксплуатацию опытные скважины в промежутках между старыми. Проследив в течение 1–2 мес. за окружающими скважинами и не заметив никаких изменений в их дебитах, было решено, что эффект взаимодействия либо вовсе отсутствует, либо проявляется столь слабо, что бурить скважины на расстоянии 75 м в конкретных условиях XVI пласта Бори-Су якобы вполне целесообразно. Позже, однако, выяснилось, что в качестве наблюдательных реагирующих скважин были выбраны как раз те, в которых динамические уровни стояли выше приемов насосов, т. е. взаимодействие скважин происходило в условиях второго варианта и потому не могло быть обнаружено по изменениям дебитов. Давление в XVI пласте непрерывно падало, динамические уровни в скважинах опускались при постоянных темпах отбора жидкости из них; поэтому пуск опытных возмущающих скважин, вызвавший дополнительное снижение динамических уровней в окружающих реагирующих скважинах, сокращал срок падения этих уровней до приемов насосов, после чего должно было начаться падение дебитов в наблюдательных скважинах. За 1–2 мес., несмотря на пуск опытных скважин, динамические уровни не успели опуститься до приемов насосов, чем и объясняется постоянство дебитов наблюдательных реагирующих скважин.

Необходимо отметить и другое обстоятельство, с которым нужно считаться при сравнении промысловых наблюдений за взаимодействием скважин с теми предпосылками теории, которые выше были описаны. Именно, при определении в данном параграфе различных условий взаимодействия скважин неявно предполагалось, что режим притока жидкости к одиночной скважине и к взаимодействующим скважинам установившийся. На самом деле вследствие упругости жидкостей и сжимаемости пласта эффект взаимодействия скважин устанавливается не сразу. Например, после ввода в эксплуатацию новой скважины давление вокруг нее перераспределяется постепенно, зона влияния скважины растет, достигает соседней скважины и затем, опять-таки постепенно, эффект взаимодействия скважин усиливается до тех пор, пока перераспределение давления в пласте не закончится и процесс окончательно не установится.

В данной главе будет исследован только установившийся эффект взаимодействия скважин, который может характеризовать лишь конечную стадию перераспределения давления в пласте.

Ради простоты будем рассматривать приток к скважинам лишь несжимаемой жидкости в несжимаемом пласте при водонапорном ре-

жиме; в этих условиях, вообще, не может быть речи о неустановившемся процессе взаимодействия скважин — перераспределение давления в пласте наступает мгновенно.

По тем же соображениям, какие были отмечены в § 1 предыдущей главы, все выводы о влиянии взаимного расположения и расстояний между скважинами на эффект их взаимодействия при движении в пласте несжимаемой жидкости совершенно одинаковы и для установившегося движения любой другой жидкости (или газа) *при прочих равных условиях*.

Так же как и в предыдущей главе ограничимся исследованием лишь плоского горизонтального движения жидкости к гидродинамически совершенным скважинам по линейному закону фильтрации.

Основной задачей данной главы, помимо выяснения влияния взаимодействия скважин на их дебиты и забойное давление, является исследование формы траекторий, изобар и изучение распределения скоростей фильтрации в пласте вокруг взаимодействующих скважин.

Последовательный вывод многих формул не может быть выполнен в данной главе, ибо для этого пришлось бы воспользоваться гидродинамическими методами; однако во всех случаях, где это возможно, будут даны пояснения по поводу способов вывода формул и будет приведен анализ самих расчетных формул и следствий из них.

В основу теории взаимодействия скважин положены те представления о пластах, как единых гидравлических системах, которые были развиты в главе II данной книги. На этой основе теория взаимодействия скважин была впервые изложена В. Н. Щелкачевым и Г. Б. Пыхачевым в книге [203], опубликованной в 1939 г. и подытожившей исследовательские работы, проведенные в ГрозНИИ в 1935–1937 гг., т. е. ранее и независимо от книги Маскета [120], опубликованной в 1937 г. В той же книге Щелкачева и Пыхачева [203] приводится критический анализ ранее существовавших теорий взаимодействия скважин.

Весьма тщательная экспериментальная проверка формул и наиболее важных результатов, полученных в цитированной книге Щелкачева и Пыхачева, была выполнена на «опытном пласте» в АзНИИ В. М. Барышевым [14].

Дальнейшее развитие теории взаимодействия скважин протекало в следующих направлениях (приводим работы в хронологическом порядке их опубликования):

В. Н. Щелкачевым [208] исследованы вопросы, связанные с разработкой гидродинамически рациональных вариантов расстановки скважин в нефтяных месторождениях различных типовых форм в условиях водонапорного режима;

Г. Б. Пыхачевым [149] решены некоторые вопросы взаимодействия скважин в неоднородно проницаемых пластах;

И. А. Чарный [188, 79] разработал весьма остроумный метод исследования взаимодействия гидродинамически несовершенных скважин и решил ряд новых вопросов о взаимодействии батарей скважин;

Б. Б. Лапук [91] разработал газодинамическую теорию взаимодействия и расстановки скважин в газовых месторождениях;

М. Е. Альтовский [7], а затем А. М. Агаджанов [2] предложили простые новые приемы для исследования взаимодействующих скважин по данным опытных откачек;

А. П. Крылов и соавторы [79] дополнили теорию взаимодействия скважин многими новыми методами и результатами, необходимыми для ее использования при комплексном проектировании разработки нефтяных месторождений.

## § 2. Основные формулы, характеризующие работу двух взаимодействующих скважин

Допустим, что в однородный горизонтальный пласт постоянной мощности проведены две гидродинамически совершенные эксплуатационные скважины  $A_1$  и  $A_2$  одинакового радиуса  $R_c$ . Исследуем плоское установившееся движение несжимаемой жидкости в пласте по линейному закону фильтрации в условиях водонапорного режима при одиночной и совместной работе скважин  $A_1$  и  $A_2$ . Схематичный вертикальный разрез скважин дан на рис. 165 и 166. При упомянутых выше условиях достаточно исследовать движение лишь в одной горизонтальной плоскости; примем ее за плоскость координат  $xy$ , причем ось  $x$  проведем через центры круговых сечений скважин, а начало координат поместим в середине расстояния между центрами скважин (рис. 167). Обозначим через  $\delta$  расстояние между центрами скважин,  $p_1$  и  $Q_1$  — забойное динамическое давление и дебит скважины  $A_1$  при ее одиночной работе,  $p'_1$ ,  $p'_2$ ,  $Q'_1$ ,  $Q_2$  — забойные динамические давления и дебиты скважин  $A_1$  и  $A_2$  при их совместной работе (в обозначениях дебита и давления употребляется тот же индекс, что и в обозначении соответствующей скважины).

В предыдущей главе было доказано, что форма контура области питания  $A_k$  не оказывает существенного влияния на поведение скважин, если они расположены на достаточно большом расстоянии от него. Поэтому, не задаваясь никакой определенной формой контура питания  $A_k$ , будем *приближенно* считать, что на расстоянии  $R_k$  от центра каждой из скважин давление сохраняется постоянным и равным на-

начальному пластовому давлению  $p_k$ ; конечно,  $R_k \gg 2\delta$ . Формулы, полученные при таком приближенном допущении, будут дальше сравниваться с более точными формулами, выведенными при учете круговой или прямолинейной форм контура области питания; чем больше  $R_k$  по сравнению с  $2\delta$  и  $R_c$ , тем лучше совпадают результаты подсчетов по упомянутым точным и приближенным формулам.

В данном параграфе ограничимся в основном выводом формул, а их анализ и вытекающие из них заключения приведем в следующих параграфах.

Согласно методу, поясненному в предыдущей главе, поместим точечные стоки соответствующей производительности в центре каждой из скважин. Тогда давление  $p$  в точке  $M$  при одиночной работе скважины  $A_1$  определится формулой:

$$p = \frac{Q_1\mu}{2\pi bk} \ln r_1 + c', \quad (5, XX)$$

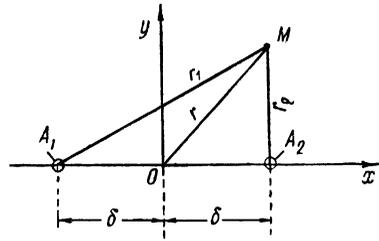


Рис. 167. Две взаимодействующие скважины  $A_1$  и  $A_2$ .

а давление  $p'$  в той же точке  $M$  при совместной работе двух скважин  $A_1$  и  $A_2$  найдется по формуле:

$$p' = \frac{Q'_1\mu}{2\pi bk} \ln r_1 + \frac{Q'_2\mu}{2\pi bk} \ln r_2 + c'. \quad (6, XX)$$

Считая, что в условиях одиночной работы скважины  $A_1$  известны ее забойное динамическое давление  $p_1$  и давление  $p_k$  на контуре области питания  $A_k$ , сможем определить неизвестные величины  $Q_1$  и  $c_1$  входящие в формулу (5, XX). Для этого составим так называемые «граничные условия» — условия на контуре скважины  $A_1$  и на контуре области питания  $A_k$ :

$$p = p_1 \quad \text{при} \quad r_1 = R_c, \quad (7, XX)$$

$$p = p_k \quad \text{при} \quad r_1 = R_k. \quad (8, XX)$$

Пользуясь этими условиями, из формулы (5, XX) получим следующие два уравнения для определения двух неизвестных:

$$p_1 = \frac{Q_1\mu}{2\pi bk} \ln R_c + c_1, \quad (9, XX)$$

$$p_{\kappa} = \frac{Q_1 \mu}{2\pi b k} \ln R_{\kappa} + c_1, \quad (10, \text{XX})$$

откуда находим:

$$Q_1 = \frac{2\pi b k (p_{\kappa} - p_1)}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}, \quad (11, \text{XX})$$

$$c_1 = p_1 - \frac{Q_1 \mu}{2\pi b k} \ln R_c = p_{\kappa} - \frac{Q_1 \mu}{2\pi b k} \ln R_{\kappa} \quad (12, \text{XX})$$

или

$$c_1 = p_1 + \frac{p_{\kappa} - p_1}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \ln R_c = p_{\kappa} - \frac{p_{\kappa} - p_1}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \ln R_{\kappa}. \quad (13, \text{XX})$$

На основании равенств (11, XX)–(13, XX) формула (5, XX) переписывается так:

$$p = p_1 + \frac{Q_1 \mu}{2\pi b k} \ln \frac{r_1}{R_c} = p_{\kappa} - \frac{Q_1 \mu}{2\pi b k} \ln \frac{R_{\kappa}}{r_1} \quad (14, \text{XX})$$

или

$$p = p_1 + (p_{\kappa} - p_1) \frac{\ln \frac{r_1}{R_c}}{\frac{R_{\kappa}}{R_c}} = p_{\kappa} - (p_{\kappa} - p_1) \frac{\ln \frac{R_{\kappa}}{r_1}}{\frac{R_{\kappa}}{R_c}}. \quad (15, \text{XX})$$

Как и следовало ожидать, формулы (11, XX), (14, XX), (15, XX) для дебита скважины и давления в любой точке пласта совпадают с формулами Дюпюи, выведенными в § 2 главы IX для радиального движения жидкости в пласте к одиночно работающей скважине.

Возвратимся к формуле (6, XX); в эту формулу входят 3 неизвестные величины:  $Q'_1$ ,  $Q'_2$ ,  $c'$ . Эти неизвестные могут быть определены из трех граничных условий: на контурах  $A_1$ ,  $A_2$  взаимодействующих скважин и на контуре области питания  $A_{\kappa}$ .

Упомянутые три условия запишутся при сохранении описанной выше приближенной постановки задачи так:

$$p' = p'_1 \quad \text{при} \quad r_1 = R_c, \quad r_2 \cong 2\delta, \quad (16, \text{XX})$$

$$p' = p'_2 \quad \text{при} \quad r_1 \cong 2\delta, \quad r_2 = R_c, \quad (17, \text{XX})$$

$$p' = p_{\kappa} \quad \text{при} \quad r_1 \cong r_2 \cong R_{\kappa}. \quad (18, \text{XX})$$

Пользуясь граничными условиями (16, XX)–(18, XX), из формулы (6, XX) получим следующие 3 уравнения для определения трех неизвестных:

$$p'_1 = \frac{Q'_1\mu}{2\pi bk} \ln R_c + \frac{Q'_2\mu}{2\pi bk} \ln 2\delta + c', \quad (19, \text{XX})$$

$$p'_2 = \frac{Q'_1\mu}{2\pi bk} \ln 2\delta + \frac{Q'_2\mu}{2\pi bk} \ln R_c + c', \quad (20, \text{XX})$$

$$p_k = \frac{Q'_1\mu}{2\pi bk} \ln R_k + \frac{Q'_2\mu}{2\pi bk} \ln R_k + c'. \quad (21, \text{XX})$$

Определим  $c'$  из последнего уравнения и подставим его в два предыдущие:

$$p'_1 = p_k - \frac{Q'_1\mu}{2\pi bk} \ln \frac{R_k}{R_c} - \frac{Q'_2\mu}{2\pi bk} \ln \frac{R_k}{2\delta}, \quad (22, \text{XX})$$

$$p'_2 = p_k - \frac{Q'_1\mu}{2\pi bk} \ln \frac{R_k}{2\delta} - \frac{Q'_2\mu}{2\pi bk} \ln \frac{R_k}{R_c}. \quad (23, \text{XX})$$

Считая  $p_k$  известной величиной, из уравнений (22, XX) и (23, XX) можно определить любые две из четырех величин  $p'_1$ ,  $p'_2$ ,  $Q'_1$ ,  $Q'_2$  через две другие и тем самым решить задачу о взаимодействии двух скважин при каких угодно условиях каждого из трех вариантов, перечисленных в предыдущем параграфе. В условиях первого варианта давление  $p'_1$  на забое реагирующей скв.  $A_1$  должно остаться после пуска возмущающей новой скв.  $A_2$  таким же, каким оно было до ее пуска. Итак, следует считать заданной величину  $p'_1$  для реагирующей скважины, а для возмущающей должна быть задана либо величина  $p_2$  либо  $Q'_2$ . Рассмотрим оба случая.

Пусть заданы  $p'_1$  и  $p'_2$ ; неизвестны  $Q'_1$  и  $Q'_2$ . Из уравнений (22, XX) и (23, XX) находим:

$$Q'_1 = \frac{2\pi bk}{\mu} \frac{(p_k - p'_1) \ln \frac{R_k}{R_c} - (p_k - p'_2) \ln \frac{R_k}{2\delta}}{\left(\ln \frac{R_k}{R_c}\right)^2 - \left(\ln \frac{R_k}{2\delta}\right)^2}, \quad (24, \text{XX})$$

$$Q'_2 = \frac{2\pi bk}{\mu} \frac{(p_k - p'_2) \ln \frac{R_k}{R_c} - (p_k - p'_1) \ln \frac{R_k}{2\delta}}{\left(\ln \frac{R_k}{R_c}\right)^2 - \left(\ln \frac{R_k}{2\delta}\right)^2}, \quad (25, \text{XX})$$

Эти формулы позволяют определить дебиты взаимодействующих скважин, если в них при совместной работе поддерживаются любые заданные динамические забойные давления  $p'_1$  и  $p'_2$ . В частном случае, когда  $p'_1 = p'_2 = p_1$ , последние две формулы упрощаются и приводятся к следующему виду:

$$Q'_1 = Q'_2 = \frac{2\pi bk(p_k - p'_1)}{\mu \ln \frac{R_k}{2\delta R_c}}. \quad (26, XX)$$

По формуле (26, XX) определяются дебиты взаимодействующих скв.  $A_1$  и  $A_2$ , когда в них при совместной работе поддерживается то же динамическое забойное давление, что и при одиночной работе скв.  $A_1$ .

Рассмотрим второй возможный случай в условиях первого варианта взаимодействия скважин: пусть заданы  $p'_1$  и  $Q'_2$ ; неизвестны  $Q'_1$  и  $p'_2$ .

Из уравнений (22, XX) и (23, XX) находим<sup>1</sup>:

$$Q'_1 = \frac{2\pi bk(p_k - p'_1)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}} - Q'_2 \frac{\ln \frac{R_k}{2\delta}}{\ln \frac{R_k}{R_c}}, \quad (27, XX)$$

$$p'_2 = p_k - (p_k - p'_1) \frac{\ln \frac{R_k}{2\delta}}{\ln \frac{R_k}{R_c}} - \frac{Q'_2 \mu \left[ \left( \ln \frac{R_k}{R_c} \right)^2 - \left( \ln \frac{R_k}{2\delta} \right)^2 \right]}{2\pi bk \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (28, XX)$$

В частном случае, при  $p'_1 = p_1$ , из формулы (27, XX), учитывая равенство (11, XX), получим:

$$Q'_1 = Q_1 - Q'_2 \frac{\lg \frac{R_k}{2\delta}}{\lg \frac{R_k}{R_c}}. \quad (29, XX)$$

<sup>1</sup>Если поменять роли, скв.  $A_1$  считать возмущающей, а скв.  $A_2$  — реагирующей, то уравнения (27, XX) и (28, XX) останутся справедливыми, но будут соответствовать условиям второго варианта воздействия возмущающей скв.  $A_1$  на реагирующую  $A_2$ , в которой поддерживается постоянный дебит  $Q'_2$ .

Формула (29, XX) весьма наглядно отражает эффект взаимодействия скважин: из нее видно, что чем больше дебит  $Q'_2$  вновь пущенной возмущающей скважины  $A_2$ , тем сильнее дебит  $Q'_1$  реагирующей скважины  $A_1$ , при совместной работе отличается от дебита  $Q_1$  при одиночной ее работе:

$$Q'_1 = Q_1 \text{ лишь при } Q'_2 = 0.$$

В условиях второго варианта дебит  $Q'_1$  реагирующей скважины  $A_1$  должен остаться после пуска новой возмущающей скважины  $A_2$  таким же, каков он был до ее пуска. Следовательно, нужно считать заданной величину  $Q'_1$  для реагирующей скважины, а для возмущающей опять-таки должна быть задана либо величина  $p'_2$ , либо  $Q'_2$ . Рассмотрим оба случая.

Пусть заданы  $Q'_1, p'_2$ ; неизвестны  $p'_1, Q'_2$ . Из уравнений (22, XX) и (23, XX) найдем<sup>2</sup>:

$$p'_1 = p_k - (p_k - p'_2) \frac{\ln \frac{R_k}{2\delta}}{\ln \frac{R_k}{R_c}} - \frac{Q'_1 \mu}{2\pi b k} \frac{\left(\ln \frac{R_k}{R_c}\right)^2 - \left(\ln \frac{R_k}{2\delta}\right)^2}{\ln \frac{R_k}{R_c}}, \quad (30, XX)$$

$$Q'_2 = \frac{2\pi b k (p_k - p'_2)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}} - Q'_1 \frac{\ln \frac{R_k}{2\delta}}{\ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (31, XX)$$

Положив в этих уравнениях  $Q'_1 = Q_1$ , получим возможность изучить эффект воздействия новой возмущающей скважины, в которой задано динамическое забойное давление на старую реагирующую скважину, в которой сохраняется неизменный дебит.

Пусть заданы  $Q'_1, Q'_2$ ; неизвестны  $p'_1, p'_2$ . Уравнения (22, XX) и (23, XX) служат для определения неизвестных величин.

Если считать известными динамическое забойное давление  $p'_2$  и дебит  $Q'_2$  вновь пущенной возмущающей скважины без всяких ограничений величин  $p'_1$  и  $Q'_1$ , то из уравнений (22, XX) и (23, XX) две последние величины могут быть определены; такая постановка задачи характерна для условий третьего варианта взаимодействия скважин.

<sup>2</sup>Если переменить роли скважин  $A_1$  и  $A_2$ , то формулы (27, XX) и (28, XX) останутся справедливыми, но будут соответствовать условиям первого варианта воздействия возмущающей скв.  $A_1$  на реагирующую  $A_2$ , в которой поддерживается постоянное забойное давление  $p'_2$ .

Итак, действительно, с помощью уравнений (22, XX) и (23, XX) задача о взаимодействии двух скважин решается в общем виде в условиях любого из трех вариантов.

Следует заметить, что уравнения (22, XX) и (23, XX) были выведены на основании приближенного метода, игнорирующего форму контура области питания<sup>3</sup>.

Поэтому с помощью всех формул, выведенных из этих уравнений, можно с достаточной степенью точности (см. дальше) исследовать лишь те случаи взаимодействия скважин, когда скважины далеки от контура, т. е.  $R_k \gg 2\delta$ .

Для пояснения этого замечания исследуем, например, формулу (26, XX). Из формулы (26, XX) видно, что при  $2\delta = R_k$  она вырождается в формулу (11, XX) для дебита одиночно работающей скважины, т. е.  $Q'_1 = Q'_2 = Q_1$ . Иными словами, как видно из формулы (26, XX), скважины перестают взаимодействовать, находясь на расстоянии  $R_k$  друг от друга. Такой вывод из приближенной формулы (26, XX) многие авторы (не учитывающие приближенность формулы и исходных предположений при ее выводе) рассматривали как подтверждение существования радиуса влияния скважины. На самом деле, в условиях водонапорного режима скважины должны в большей или меньшей степени взаимодействовать, находясь в одном однородном пласте на любом расстоянии друг от друга, в частности и на расстоянии  $R_k$ . Чем же объяснить только что упомянутый парадоксальный вывод из формулы (26, XX)?

Объясняется он так: при выводе формулы было предположено, что на расстоянии  $R_k$  от каждой из взаимодействующих скважин сохраняется начальное пластовое давление  $p_k$ . Именно на основании этого предположения и получается, что скважины, удаленные друг от друга на расстояние  $R_k$ , не будут взаимодействовать. Однако упомянутое предположение, как раньше указывалось, приближенное, и его точно нельзя оправдать ни при какой форме контура области питания. Поэтому, действительно, формулу (26, XX) и все выведенные выше остальные формулы нельзя использовать при исследовании взаимодействия скважин, когда расстояния  $2\delta$  между ними того же порядка, что и расстояние до контура области питания.

Для оценки погрешности приближенных формул и для исследования взаимодействия скважин, расположенных вблизи контура обла-

<sup>3</sup>Иногда [120] те же уравнения (19, XX)–(23, XX) выводятся иным способом, причем строго доказываются, что они справедливы для тесной группы скважин, расположенных любым образом внутри кругового контура радиуса  $R_k$  (считая, что расстояния между скважинами малы по сравнению с  $R_k$ ), вдоль которого среднее давление сохраняется постоянным.

сти питания, необходимо иметь точные формулы, учитывающие форму этого контура.

Допустим, что две взаимодействующие скважины  $A_1$  и  $A_2$  радиуса  $R_c$  с дебитами  $Q'_1$  и  $Q'_2$  расположены произвольным образом по отношению к прямолинейному контуру области питания  $A_k$  (рис. 168). Отобразим зеркально по отношению к линии  $A_k$  эксплуатационные скважины  $A_1$  и  $A_2$  нагнетательными скв.  $A_{11}$ ,  $A_{22}$  соответственно с теми же дебитами  $Q'_1$  и  $Q'_2$ . Поместим точечные стоки в центрах скважин  $A_1$  и  $A_2$  и точечные источники — в центрах скважин  $A_{11}$ ,  $A_{22}$ <sup>4</sup>.

Вследствие симметричного расположения источников-стоков по отношению к линии  $A_k$  эта линия будет служить изобарой, что и требуется для точного учета формы контура.

При наличии попарно равнодебитных четырех источников-стоков давление в любой точке  $M$  пласта представится следующей формулой, см. § 3 главы XIX:

$$p = p_k - \frac{Q'_1 \mu}{2\pi b k} \ln \frac{r_{11}}{r_1} - \frac{Q'_2 \mu}{2\pi b k} \ln \frac{r_{22}}{r_2}, \quad (32, XX)$$

где  $p_k$  — давление на контуре области питания  $A_k$ , а соответствующие радиусы-векторы точки  $M$  указаны на рис. 168. Обозначая через  $p'_1$  и  $p'_2$  забойные динамические давления в скв.  $A_1$  и  $A_2$  при их совместной работе, тем же способом, что и в предыдущем параграфе, сможем составить два граничных условия на контурах  $A_1$  и  $A_2$  для определения двух из четырех величин  $p'_1$ ,  $p'_2$ ,  $Q'_1$ ,  $Q'_2$ ; две из этих величин, давление  $p_k$ , а также расстояния  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $2\delta$  и радиус скважин  $R_c$  должны быть заданы (величины  $b$ ,  $k$ ,  $\mu$  предполагаются известными). Таким образом задача решается до конца.

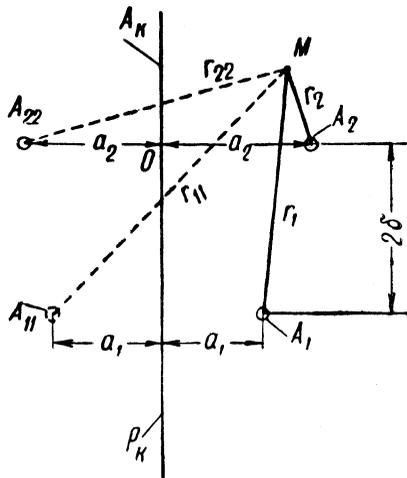


Рис. 168. Две скважины (стоки)  $A_1$  и  $A_2$  и их зеркальные отображения  $A_{11}$  и  $A_{22}$  (источники) в прямолинейном контуре области питания  $A_k$ .

<sup>4</sup>Производительность каждого стока или источника должна быть равна дебиту соответствующей скважины, приходящемуся на единицу мощности пласта, см. формулу (40, XIX).

Считая, например, заданными динамические забойные давления  $p'_1$  и  $p'_2$ , определим дебиты взаимодействия скважин:

$$Q'_1 = \frac{2\pi bk}{\mu} \frac{(p_K - p'_1) \ln \frac{2a_2}{R_c} - (p_K - p'_2) \ln \sqrt{\frac{(a_2 + a_1)^2 + 4\delta^2}{(a_2 - a_1)^2 + 4\delta^2}}}{\ln \frac{2a_1}{R_c} \ln \frac{2a_2}{R_c} - \left( \ln \sqrt{\frac{(a_2 + a_1)^2 + 4\delta^2}{(a_2 - a_1)^2 + 4\delta^2}} \right)^2}, \quad (33, XX)$$

$$Q'_2 = \frac{2\pi bk}{\mu} \frac{(p_K - p'_2) \ln \frac{2a_1}{R_c} - (p_K - p'_1) \ln \sqrt{\frac{(a_2 + a_1)^2 + 4\delta^2}{(a_2 - a_1)^2 + 4\delta^2}}}{\ln \frac{2a_1}{R_c} \ln \frac{2a_2}{R_c} - \left( \ln \sqrt{\frac{(a_2 + a_1)^2 + 4\delta^2}{(a_2 - a_1)^2 + 4\delta^2}} \right)^2}. \quad (34, XX)$$

При  $a_1 = a_2 = a$ ,  $p'_1 = p'_2$ , т. е. когда две равнодебитные взаимодействующие скв.  $A_1$  и  $A_2$  расположены на одинаковом расстоянии  $a$  от контура области питания (рис. 169), из последних формул получим:

$$Q'_1 = Q'_2 = \frac{2\pi bk(p_K - p'_1)}{\mu \ln \left( \frac{2a \sqrt{a^2 + \delta^2}}{R_c \delta} \right)}. \quad (35, XX)$$

Чтобы определить дебит  $Q_1$  одиночно работающей скв.  $A_1$  с динамическим давлением на забое  $p_1$ , можно воспользоваться формулой (35, XX), положив в ней  $\delta \rightarrow \infty$  и  $p'_1 = p_1$ :

$$Q_1 = \frac{2\pi bk(p_K - p_1)}{\mu \ln \frac{2a}{R_c}}. \quad (36, XX)$$

Рис. 169. Две скважины  $A_1$  и  $A_2$ , симметрично расположенные по отношению к контуру области питания.

Последняя формула совпадает с ранее выведенной другим способом формулой (41, XIX). В отличие от формулы (26, XX) из формулы (35, XX) получен совершенно правильный вывод: при любом конечном расстоянии между скважинами в одном и том же однородном

пласте они будут взаимодействовать друг с другом:  $Q'_1 \rightarrow Q_1$  лишь при  $\delta \rightarrow \infty$ .

Рассмотрим другой случай: две взаимодействующие скв.  $A_1$  и  $A_2$  радиуса  $R_c$  с дебитами  $Q'_1$  и  $Q'_2$  расположены произвольным образом по отношению к круговому контуру области питания  $A_k$  (рис. 170).

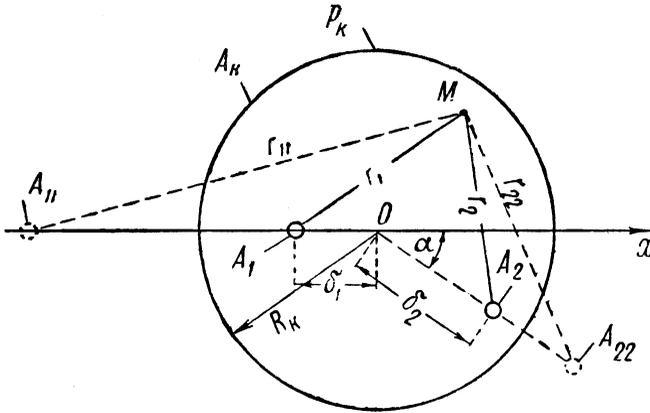


Рис. 170. Две скважины  $A_1$  и  $A_2$ , расположенные произвольным образом по отношению к круговому контуру области питания  $A_k$ .

Поместим в центрах скв.  $A_1$  и  $A_2$  точечные стоки, производительность которых равна соответственным дебитам скважин на единицу мощности пласта. Отобразим в окружности  $A_k$  стоки  $A_1$  и  $A_2$  источниками  $A_{11}$ ,  $A_{22}$  (эксплуатационные скважины отображаем нагнетательными скважинами; их центры — точечные стоки и источники должны быть точками «взаимно сопряженными» по отношению окружности  $A_k$ ; см. § 4 главы XIX). При таком расположении равнодебитных стоков и источников окружность  $A_k$  будет служить изобарой, что и необходимо по условию задачи. С помощью метода отображения источников-стоков задача о взаимодействии двух скважин внутри кругового контура решается теми же приемами, что и решенная перед этим задача с прямолинейным контуром области питания. Из-за громоздкости не будем здесь приводить окончательных формул для изображенного на рис. 170 случая произвольного расположения скважин (см. подробности в книге Шелкачева и Пыхачева [203]). Ограничимся более простым случаем, изображенным на рис. 171, когда скважины  $A_1$  и  $A_2$  радиуса  $R_c$  расположены симметрично по отношению к контуру

области питания  $A_K$ , на котором давление поддерживается равным  $p_K$ . Считая, что динамические давления на забоях скважин  $p'_1$  и  $p'_2$  одинаковы и обозначая расстояние между центрами скважин через  $2\delta$ , дебиты  $Q'_1$  и  $Q'_2$  определим из формул:

$$Q'_1 = Q'_2 = \frac{2\pi bk(p_K - p_1)}{\mu \ln \frac{R_K^4 - \delta^4}{2R_K^2 R_c \delta}}. \quad (37, XX)$$

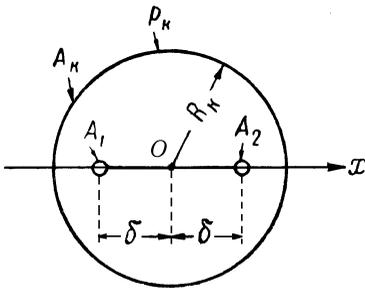


Рис. 171. Две скважины  $A_1$  и  $A_2$ , расположенные симметрично по отношению к центру  $O$  кругового контура области питания  $A_K$

Когда величина  $\delta$  столь мала по сравнению с величиной  $R_K$ , что  $R_K^4 - \delta^4 \cong R_K^4$ , из формулы (37, XX) получаем приближенную формулу (26, XX). С другой стороны, точная формула (37, XX) не приводит к таким парадоксальным выводам, к каким приводила приближенная формула (26, XX) при больших расстояниях между скважинами. Действительно, полагая, например, в формуле (37, XX)  $p'_1 = p_1$ ,  $2\delta = R_K$  и сравнивая результат подстановки с формулой (46, XIX) (в которую также надо подставить  $d = \frac{1}{2} R_K$ ) для дебита  $Q$  одиночной скважины, видим, что  $Q'_1 < Q$ .

Итак, точные формулы (33, XX) и (37, XX) позволяют решать задачи о взаимодействии скважин, расположенных вблизи контуров области питания соответствующей формы, и, кроме того, позволяют оценить степень погрешности результатов подсчетов по приближенной формуле (26, XX). Сравнительные числовые подсчеты по выведенным выше формулам будут выполнены в следующих параграфах.

### § 3. Анализ семейств траекторий и изобар и распределения скоростей фильтрации в пласте в случае двух взаимодействующих скважин

При анализе семейств траекторий и изобар будем сначала базироваться на приближенной формуле (6, XX), при выводе которой не

учитывалась форма контура области питания.

Допустим, что изображенные на рис. 167 скважины  $A_1$  и  $A_2$  равнодебитны. Положив в формуле (6, XX)  $Q'_1 = Q'_2 = Q'$ , получим следующую формулу для давления в любой точке  $M$  пласта:

$$p' = \frac{Q'\mu}{2\pi bk} (\ln r_1 r_2) + c'. \quad (38, \text{XX})$$

Чтобы найти уравнение изобары — уравнение геометрического места точек в пласте, в которых давления одинаковы, — следует в формуле (38, XX) положить  $p' = \text{const}$ . Из формулы (38, XX) ясно, что давление будет одинаково в тех точках пласта, радиусы-векторы которых  $r_1$  и  $r_2$  удовлетворяют следующему соотношению:

$$r_1 \cdot r_2 = \text{const} \equiv C. \quad (39, \text{XX})$$

Геометрическое место точек, произведение расстояний до которых от двух заданных центров остается величиной постоянной, представляет собой кривую линию, называемую лемнискатной кривой или кассиноидой или, наконец, овалом Кассини (см., например, справочник по математике Бронштейна и Семендяева [21]). Уравнение (39, XX) представляет собой уравнение лемнискатных кривых в биполярных координатах; различным значениям постоянной  $c$  будут соответствовать различные кривые одного и того же семейства.

Обозначая через  $x$  и  $y$  декартовы координаты точки и замечая, что

$$\begin{aligned} r_1^2 &= (x + \delta)^2 + y^2, \\ r_2^2 &= (x - \delta)^2 + y^2, \end{aligned} \quad (40, \text{XX})$$

получим следующее уравнение семейства изобар в декартовых координатах:

$$(x^2 + y^2)^2 + 2(y^2 - x^2)\delta^2 + \delta^4 - C^2 = 0. \quad (41, \text{XX})$$

Как видно из последнего уравнения, лемнискатные кривые представляют собой кривые четвертого порядка.

На рис. 172 изображены лемнискатные кривые, причем кривым  $S_1, S_2 \dots S_5$  соответствуют следующие значения параметра  $C$ :

$$C = \frac{1}{2} \delta^2 \quad \text{для } S_1,$$

$$C = \delta^2 \quad \text{для } S_2,$$

$$C = \frac{3}{2} \delta^2 \quad \text{для } S_3,$$

$$C = 2\delta^2 \quad \text{для } S_4,$$

$$C = 3\delta^2 \quad \text{для } S_5.$$

Значению параметра  $C = \delta^2$  соответствует линия, называемая лемниской Бернулли. При  $\delta^2 < C < 2\delta^2$  получаются бисквитообразные кривые, окружающие обе скважины и имеющие точки перегиба вблизи пересечения с осью  $y$ . При  $C > 2\delta^2$  получаются правильные всюду выпуклые овалы, окружающие обе скважины и тем более приближающиеся по форме к окружности, чем больше  $C$ . При  $C > \delta^2$  кривые распадаются на пары овалов, каждый из которых окружает соответствующую скв.  $A_1$  либо  $A_2$ . Хотя при  $C < \delta^2$  ни один из овалов точно не представляет собой окружности, но при малых значениях  $C$  эти овалы весьма мало отличаются от окружностей, концентричных скважинам. Если радиус скважин  $R_c$  не превышает  $0,001\delta$ , то с высокой степенью точности круговое сечение скважины можно принять за овал, входящий в состав семейства изобар (с точностью по крайней мере до тысячной доли процента большая ось соответствующего овала равна малой).

Для овала, заменяющего круговое сечение скв.  $A_1$  (или  $A_2$ ), с упомянутой выше степенью точности имеем:

$$r_1 \cong R_c, \quad r_2 \cong 2\delta, \quad C = 2\delta R_c.$$

Расстояние, измеренное вдоль оси  $x$  между любыми двумя из изображенных на рис. 172 лемнискатых кривых, всегда меньше соответствующего расстояния, измеренного вдоль оси  $y$ . Следовательно, в точках оси  $x$  скорости фильтрации больше скоростей фильтрации в соответствующих (лежащих на тех же изобарах) точках оси  $y$ . Расстояние между соседними изобарами по оси  $x$  в направлениях от скважин к началу координат больше расстояний между теми же изобарами в противоположных направлениях.

Следовательно, в направлениях от скважин к началу координат скорости движения меньше, чем в соответственных точках оси  $x$  (на тех же изобарах) в противоположных направлениях<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Вообще следует отметить, что на рис. 172 приведены лишь наиболее характерные и интересные по форме изобары. При построении изобар на рис. 172 не выдержано обычное требование (см. § 2 главы VIII) о равенстве приращений давлений при переходе от любой изобары к соседней. Поэтому, вообще говоря, по густоте изобар на рис. 172 нельзя судить об изменении относительной величины скорости фильтрации.

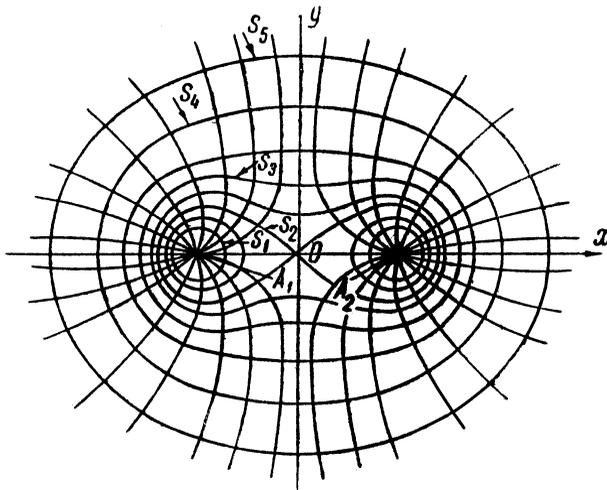


Рис. 172. Траектории и изобары двух равнодебитных взаимодействующих скважин.

Траектории (линии тока) можно построить либо как кривые, ортогональные к изобарам, либо воспользоваться графическим методом наложения (суперпозиции) полей, поясненным в § 2 главы XIX.

Рассмотрим, например, рис. 155, на которой пунктирными и штрихпунктирными линиями изображены прямолинейные радиальные потоки одиночно работающих скважин. Для изучаемого случая двух взаимодействующих скважин скорости фильтрации в любой точке потока, в частности и в изображенной на рис. 155 точке  $M$ , должны быть направлены по радиусам к скважинам. Направление скорости  $\bar{v}_2$  на рис. 155 следовало бы изменить на противоположное. Поэтому хорда траектории результирующего потока двух эксплуатационных скважин будет совпадать не с диагональю  $MT$  четырехугольника  $NMST$ , а с диагональю  $NS$ .

В рассматриваемом случае траектории результирующего потока должны соединять те точки пересечения траекторий складываемых потоков, для которых сумма чисел (а не разность, как на рис. 155), стоящих около соответствующих линий (траекторий складываемых потоков), остается величиной постоянной. Так, для точек  $N$  и  $S$  упомянутая сумма чисел одинакова и равна 9. Рекомендуем читателю самостоятельно выполнить по методу графического наложения полей построе-

ние траекторий двух взаимодействующих скважин и убедиться в том, что эти траектории будут иметь форму, изображенную на рис. 172 (см. кривые, проходящие через центры скважин).

Гидродинамические методы исследования потока позволяют доказать, что упоминаемые траектории представляют собой семейство равнобочных гипербол, уравнение которых в декартовых координатах имеет вид:

$$x^2 - y^2 - 2C_0xy - \delta^2 = 0, \quad (42, XX)$$

где  $C_0$  — параметр семейства. При  $C_0 = \infty$  формула (42, XX) вырождается и приводит к уравнениям осей координат  $x$  и  $y$ , т. е. оси  $x$  и  $y$  входят в состав семейства траекторий.

Поток к двум равнодебитным скважинам оказывается симметричным, причем ось  $y$  отделяет частицы жидкости, движущиеся к скв.  $A_1$  от частиц, движущихся к скв.  $A_2$ . Линии, отделяющие потоки к двум соседним скважинам (в данной задаче положительная и отрицательная полуоси  $y$ ), называются «нейтральными линиями тока». Как уже было замечено, частицы жидкости скорее всего движутся к скважинам вдоль прямых, совпадающих с осью  $x$  вне отрезка между скважинами; эти прямые линии называются «главными линиями тока» в потоке к каждой из скважин.

Вследствие полной симметрии потока по отношению к середине расстояния между центрами скважин в этой точке — в начале координат  $0$  — скорость фильтрации должна быть равна нулю. Точка  $O$  носит название критической точки, или точки равновесия.

Модуль скорости фильтрации  $v$  в любой точке  $M$  пласта (рис. 167) определяется формулой:

$$v = \frac{Q'}{\pi b} \frac{r}{r_1 r_2}. \quad (43, XX)$$

Следовательно, действительно, скорость фильтрации равна нулю в начале координат — при  $r = 0$  и возрастает при  $r_1 \rightarrow 0$  или  $r_2 \rightarrow 0$ , т. е. при приближении к любой из двух скважин.

Скорости фильтрации  $v_x$  и  $v_y$  для движения частиц жидкости, соответственно вдоль осей  $x$  и  $y$ , определяются следующими формулами:

$$v_x = -\frac{Q'}{\pi b} \frac{x}{x^2 - \delta^2}, \quad (44, XX)$$

$$v_y = -\frac{Q'}{\pi b} \frac{y}{y^2 + \delta^2}. \quad (45, XX)$$

При  $x > 0$ ,  $|x| > \delta$  имеем  $v_x < 0$ , т. е. частица жидкости приближается к скв.  $A_2$  справа; при  $x > 0$ ,  $|x| < \delta$  имеем  $v_x < 0$ , т. е. частица жидкости приближается к той же скважине слева. В обоих случаях абсолютное значение скорости  $|v_x|$  возрастает при  $|x| \rightarrow \delta$ , т. е. движение к скважине по оси  $x$  ускоренное.

Наоборот, нетрудно убедиться в том, что частица жидкости движется вдоль положительной полуоси  $y$  ускоренно лишь в интервале  $\infty > y > \delta$  (аналогично движение и вдоль отрицательной полуоси). Перейдя через точку  $x = 0$ ,  $y = \delta$ , частица жидкости начинает двигаться замедленно и по мере приближения к началу координат ее скорость стремится к нулю. Итак, на оси  $y$  модуль скорости имеет максимум в точках  $y = \pm\delta$ . Это те точки, которые лежат на первой (от скважин) изобаре  $S_4$ , не имеющей вогнутости (см. рис. 172). В окрестности каждой из этих точек ближайшие к оси  $y$  траектории сходятся наиболее близко.

Вернемся к анализу распределения давления в пласте. Определяя величину  $c'$  из равенства (21, XX) и подставляя ее в равенство (6, XX), получим следующую формулу для определения давления в любой точке  $M$  пласта (рис. 167):

$$p' = p_{\kappa} - \frac{Q'_1 \mu}{2\pi b k} \ln \frac{R_{\kappa}}{r_1} - \frac{Q'_2 \mu}{2\pi b k} \ln \frac{R_{\kappa}}{r_2}. \quad (46, XX)$$

Будем считать, что динамическое давление на забое каждой из взаимодействующих скважин равно  $p'_c$ , т. е.  $p'_1 = p'_2 = p'_c$ . В таком случае скважины будут равнодебитны. Определяя дебиты из формул (24, XX) и (25, XX) и подставляя их в формулу (46, XX), получим:

$$\frac{p_{\kappa} - p'}{p_{\kappa} - p'_c} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}^2}{r_1 r_2}}{\lg \frac{R_{\kappa}^2}{2\delta R_c}}. \quad (47, XX)$$

Величина  $(p_{\kappa} - p')$  представляет понижение давления в любой точке  $M$  пласта, а  $(p_{\kappa} - p'_c)$  — понижение давления в самой скважине; отношение этих величин можно заменить отношением понижений пьезометрических уровней. Обозначим через  $s'_p$  понижение пьезометрического уровня в произвольной точке  $M$  пласта ( $s'_p$  — понижение возмущенного статического уровня в бездействующей реагирующей скважине в точке  $M$  пласта, вызванное работой двух взаимодействующих возмущающих скважин),  $s'$  — понижение пьезометрического уровня в каждой

из эксплуатационных взаимодействующих скважин. Для точек вдоль линии центров скважин (вдоль оси  $x$ ) имеем:

$$r_1 = x + \delta, \quad r_2 = x - \delta.$$

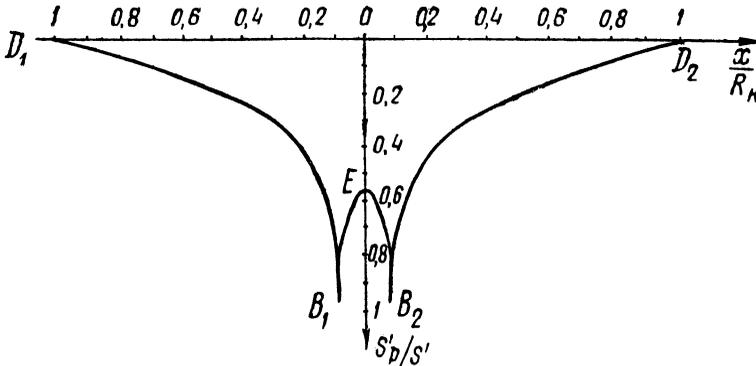


Рис. 173. Вертикальный разрез пьезометрической воронки депрессии двух равнодебитных взаимодействующих скважин.

Поэтому формулу (47, XX) для понижений пьезометрических уровней вдоль оси  $x$  перепишем так:

$$\frac{s'_p}{s'} = \frac{\lg \frac{R_k^2}{x^2 - \delta^2}}{\lg \frac{R_k^2}{2\delta R_c}}. \quad (48, XX)$$

Для точек оси  $x$  между скважинами следует вместо величины  $(x^2 - \delta^2)$  подставить  $(\delta^2 - x^2)$ .

Формула (48, XX) позволяет построить пьезометрическую линию для точек пласта вдоль оси  $x$  — вертикальное сечение пьезометрической воронки депрессии, проходящее через оси взаимодействующих скважин.

Упомянутое вертикальное сечение пьезометрической воронки депрессии изображено на рис. 173, причем ось абсцисс проведена на высоте невозмущенного статического уровня и вдоль нее отложены относительные значения  $\frac{x}{R_k}$  координаты  $x$  точки в пласте, а вдоль оси

координат откладываются вниз значения отношений  $\frac{s'_p}{s}$ . Точки  $B_1$  и  $B_2$  на пьезометрической кривой соответствуют скважинам  $A_1$  и  $A_2$ , точки  $D_1$  и  $D_2$  находятся на контуре области питания.

Рис. 173 построен для случая  $R_k = 1000R_c = 10\delta$ . При построении рис. 173 использована табл. 37; табл. 37 рассчитана по приближенной формуле (48, XX). Поверочные расчеты по точной формуле, учитывающей круговую форму контура области питания (при симметричном положении скважин по отношению к центру кругового контура), показали, что погрешность результатов подсчетов по формуле (48, XX) не превышает долей процента.

На рис. 173 для большей наглядности пьезометрической кривой изображен не вполне реальный случай слишком большого расстояния между скважинами по сравнению с радиусом  $R_k$  контура области питания. Если пьезометрическую кривую начертить для более тесного расположения скважин, то легко было бы заметить, что уже на очень близком расстоянии от скважин давление мало отличается от первоначального пластового давления, т.е. пьезометрическая линия имеет большой уклон лишь в окрестности каждой из скважин, а дальше она быстро выполаживается.

На основании формулы (46, XX) легко пояснить метод наложения (суперпозиции) полей давления:

$$p_k - p' = \gamma s'_p. \tag{49, XX}$$

Формулу (46, XX) перепишем так:

$$s'_p = \frac{Q'_1 \mu}{2\pi b k \gamma} \ln \frac{R_k}{r_1} + \frac{Q'_2 \mu}{2\pi b k \gamma} \ln \frac{R_k}{r_2}. \tag{50, XX}$$

Если бы скв.  $A_1$  и  $A_2$  работали в одиночку соответственно с дебитами  $Q'_1$  и  $Q'_2$ , то понижения пьезометрического уровня  $s_{1p}$ ,  $s_{2p}$  в произ-

Таблица 37

**Относительные понижения  $\frac{s'_p}{s'}$  пьезометрического уровня для различных точек пласта на линии центров скважин**

$\frac{x}{R_k}$	$\frac{s'_p}{s'}$	$\frac{x}{R_k}$	$\frac{s'_p}{s'}$
0	0,540	0,17	0,466
0,01	0,542	0,19	0,428
0,03	0,552	0,20	0,412
0,09	0,736	0,50	0,167
0,10	1	0,80	0,053
0,11	0,724	1	0

Скважины радиуса  $R_c$  расположены симметрично по отношению к круговому контуру области питания радиуса  $R_k$ ; расстояние между скважинами  $2\delta$ ; см. рис. 167 и 171. При подсчетах принято  $R_k = 10^3 R_c = 10\delta$

вольной точке  $M$  пласта, вызванные работой каждой из этих скважин, определились бы с помощью формулы (14, XX):

$$s_{1p} = \frac{Q'_1 \mu}{2\pi b k \gamma} \ln \frac{R_K}{r_1}, \quad (51, XX)$$

$$s_{2p} = \frac{Q'_2 \mu}{2\pi b k \gamma} \ln \frac{R_K}{r_2}. \quad (52, XX)$$

Сравнивая формулы (50, XX)–(52, XX), видим, что

$$s'_p = s_{1p} + s_{2p}. \quad (53, XX)$$

Как и следовало ожидать, понижение  $s'_p$  пьезометрического уровня в любой точке пласта при совместной работе двух скважин с дебитами  $Q'_1$  и  $Q'_2$  равно сумме понижений  $s_{1p}$  и  $s_{2p}$  пьезометрического уровня в той же точке пласта при одиночной работе каждой из скважин с теми же дебитами  $Q'_1$ ,  $Q'_2$ .

Допустим, что на основании формул (51, XX) и (52, XX) построены пьезометрические воронки депрессии для каждой из двух взаимодействующих скважин при их одиночной работе.

Пользуясь методом графического наложения (суперпозиции) полей давления, т. е. складывая графически понижения пьезометрических уровней в каждой точке пласта, легко построить пьезометрическую воронку депрессии для случая совместной работы скважин с теми же дебитами, что и при одиночной работе. Так, например, складывая понижения пьезометрических уровней, определяемые участками  $B_1C_2$  и  $T_2C_1$  пьезометрических линий на рис. 166, можно было бы получить участок результирующей пьезометрической линии при совместной работе двух скважин; этот участок имел бы форму линии  $B_1EB_2$  на рис. 173.

В качестве упражнения рекомендуем читателю построить пьезометрическую линию  $D_1B_1EB_2D_2$  на рис. 173 с помощью метода графического сложения понижений пьезометрического уровня в каждой точке пласта, вызванных одиночной работой каждой из скважин; предварительно следует начертить, пользуясь формулами (51, XX) и (52, XX), пьезометрические линии для одиночно работающих скважин  $A_1$  и  $A_2$ .

Обозначим через  $s_1$  и  $s'_1$  понижения пьезометрического динамического уровня в скв.  $A_2$  при ее одиночной и совместной работе со скв.  $A_2$ ; обозначим, далее, через  $w_1$  понижение уровня в скв.  $A_2$ , вызванное одиночной работой скв.  $A_1$  (считаем, что при совместной работе дебиты

скважин такие же, как и при одиночной работе), см. рис. 166. В таком случае из формулы (53, XX) получим:

$$s'_1 = s_1 + w_1. \quad (54, XX)$$

Но, как видно из рис. 166:

$$s'_1 = s_1 + y_1. \quad (55, XX)$$

Следовательно,

$$w_1 = y_1, \quad (56, XX)$$

$$s_1 = z'_1, \quad (57, XX)$$

где  $y_1$  — понижение динамического уровня  $F_1F_1$  в скв.  $A_1$  (при совместной работе со скв.  $A_2$ ) под динамическим уровнем  $B_1B_1$  той же скв.  $A_1$  при одиночной работе с тем же дебитом;  $z'_1$  — понижение динамического уровня  $F_1F_1$  в скв.  $A_1$  (при совместной работе со скв.  $A_2$ ) под возмущенным статическим уровнем  $C_1C_1$  в той же скважине.

Физический смысл равенства (57, XX) уже был пояснен в § 1 данной главы.

В заключение заметим следующее: при построении картины траекторий и изобар на рис. 172 был рассмотрен только случай двух равнодебитных скважин. Если бы скважины  $A_1$  и  $A_2$  были неравнодебитны, то изображенное на рис. 172 гидродинамическое поле перестало бы быть симметричным по отношению к оси  $y$ .

Точка равновесия переместилась бы в сторону к менее дебитной скважине (то же можно сказать и по отношению к точке  $E$  на рис. 173). Действительно, в точке  $N$  пласта (рис. 174) скорости фильтрации  $v_1$  и  $v_2$  каждой из скважин  $A_1$  и  $A_2$  при их одиночной работе определяются по формулам (9, VIII) и (11, VIII) так:

$$v_1 = \frac{Q'_1}{2\pi r_1 b}, \quad (58, XX)$$

$$v_2 = \frac{Q'_2}{2\pi r_2 b}; \quad (59, XX)$$

дебиты  $Q'_1$  и  $Q'_2$  скв.  $A_1$  и  $A_2$  при одиночной работе считаем теми же, что и при совместной работе. Результирующая скорость фильтрации  $v$  в той же точке  $N$  пласта, лежащей на линии центров скважин, определится так:

$$v = v_1 - v_2 = \frac{1}{2\pi b} \left( \frac{Q'_1}{r_1} - \frac{Q'_2}{r_2} \right). \quad (60, XX)$$

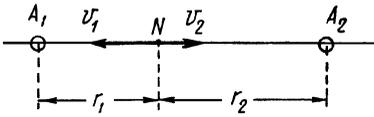


Рис. 174. Определение положения точки равновесия в поле двух неравнодебитных взаимодействующих скважин.

Уметь определять положения точек равновесия весьма важно, ибо в их окрестности скорости движения малы, т. е. их окружает «застойная область». В застойной области в условиях водонапорного режима могут образоваться «целики нефти» после того, как скважины обводнятся краевой водой. В некоторых случаях *своевременным* перераспределением дебитов скважин можно ликвидировать или уменьшить целик нефти между ними, ибо при непропорциональном изменении дебитов скважин точка равновесия перемещается в новое положение.

Ясно, что скорость фильтрации  $v$  обратится в точке  $N$  в нуль лишь при соблюдении следующего условия:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{Q'_1}{Q'_2}. \quad (61, XX)$$

Формула (61, XX) обозначает, что точка равновесия делит расстояние между двумя взаимодействующими скважинами прямо пропорционально их дебитам.

#### § 4\*. Решение простейшей задачи об условиях заглушения одной из двух скважин в процессе их взаимодействия

С помощью формул (27, XX) и (28, XX) легко решить поставленный в § 1 вопрос о заглушении новой скважиной  $A_2$  ранее пущенной скважины  $A_1$ , если в ней поддерживается постоянное динамическое забойное давление  $p_1$ . Положим в упомянутых формулах  $p'_1 = p_1$ ,  $Q'_1 = 0$  и исключим из них величину  $Q'_2$ ; в результате алгебраических преобразований получим следующее соотношение:

$$\frac{p_k - p_1}{p_k - p'_2} = \frac{\lg \frac{R_k}{2\delta}}{\lg \frac{R_k}{R_c}}. \quad (62, XX)$$

Считая, что в обеих скважинах удельные веса жидкости одинаковы, заменим отношение перепадов давлений  $(p_k - p_1)$  и  $(p_k - p'_2)$  в скв.  $A_1$  и  $A_2$  отношением понижений динамических уровней  $s_1$  и  $s_2^*$ :

$$\frac{s_1}{s_2^*} = \frac{\lg \frac{R_k}{2\delta}}{\lg \frac{R_k}{R_c}}. \quad (63, XX)$$

Формула (63, XX) позволяет определить понижение  $s_2^*$  динамического уровня в возмущающей скв.  $A_2$ , которое необходимо в ней поддерживать, чтобы дебит реагирующей скв.  $A_1$  обратился в нуль при понижении  $s_1$  динамического уровня в ней (рис. 165).

Формулу (63, XX) можно было бы вывести другим путем: для этого нужно было бы переписать формулу (15, XX) применительно к случаю одиночной работы скважины  $A_2$ :

$$p = p_k - (p_k - p_2) \frac{\lg \frac{R_k}{r_2}}{\lg \frac{R_k}{R_c}}. \quad (64, XX)$$

Подставив в последнее уравнение  $r_2 = 2\delta$ , получим возможность определить статическое возмущенное давление в пласте на расстоянии  $2\delta$  от возмущающей скв.  $A_2$ , т. е. определить понижение статического возмущенного уровня в скв.  $A_1$ . Выполняя подстановку, приходим к равенству (62, XX), а затем и к формуле (63, XX), которая совпадает с выведенной в главе IX формулой (32, IX).

*Пример.* Пусть  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см, расстояние между скважинами  $2\delta = 200$  м. Из формулы (63, XX) получаем:

$$\frac{s_1}{s_2^*} = \frac{\lg 50}{\lg 10^5} = \frac{1,70}{5} = 0,34. \quad (65, XX)$$

Итак, в условиях рассматриваемого примера для заглушения скв.  $A_1$  нужно было бы во вновь пущенной возмущающей скв.  $A_2$  снизить динамический уровень почти в три раза больше, чем в реагирующей скв.  $A_1$ .

## § 5\*. Свойства коэффициентов продуктивности взаимодействующих скважин

Факты взаимодействия скважин, проявляющиеся в изменениях дебитов и забойных давлений скважин после пуска, остановки или изменения режима работы одной (или многих) из скважин того же пласта, многочисленны и хорошо известны. Формулы, выведенные в предыдущих параграфах, позволяют количественно оценить эффект взаимодействия двух скважин при любых условиях их работы. Возникает естественный вопрос: если меняются дебиты и забойные давления скважин в процессе их взаимодействия, то не будут ли меняться их коэффициенты продуктивности? На первый взгляд кажется, что коэффициенты продуктивности суть характерные константы скважин, не зависящие от влияния других скважин. Однако это не совсем так.

Здесь следует сделать оговорку: при постановке вопроса данного параграфа предполагается, что в условиях водонапорного режима к скважинам

притекает несжимаемая однородная жидкость, движущаяся в несжимаемом пласте по линейному закону фильтрации; сопротивления при движении жидкости из пласта в скважину (через отверстия фильтра) и по колонне труб считаются малыми. Иными словами, предполагаются выполненными все пять условий прямолинейности индикаторной линии, оговоренные в § 3 главы XV. Кроме того, здесь не рассматриваются изменения в величине к. п. с. вследствие образования песчаных пробок, явления выноса мелких фракций, запарафинивания пор, изменения эффективной проницаемости призабойной зоны при изменении соотношения нефти, воды и газа в продукции скважины и т. д. Как было доказано в § 5 главы XV, при перечисленных выше условиях к. п. с. должен был бы оставаться постоянным, если бы на скважину не влияли другие скважины, т. е. если бы она работала в пласте одна.

Приведем сначала весьма простые доводы, подтверждающие законность поставленного вопроса о возможном изменении коэффициента продуктивности какой-либо скважины в процессе ее взаимодействия с другими скважинами<sup>1</sup>.

Действительно, для определения к. п. с. надо исследовать скважину по крайней мере при двух различных установившихся режимах ее работы либо вместо одного из двух режимов работы надо иметь данные о статическом давлении на забое скважины (или о положении статического уровня) при отсутствии отбора из нее жидкости. Таким образом, для определения к. п. с. требуется хотя бы один раз изменить режим работы или нарушить состояние бездействия скважины. Всякое же изменение темпов отбора жидкости из исследуемой возмущающей скважины влияет на режим работы соседних реагирующих скважин. Соответствие между дебитом и забойным динамическим давлением при новом режиме работы исследуемой скважины существенно зависит от того, какую реакцию во взаимодействующих скважинах вызывает смена режима работы в исследуемой скважине. В самом деле, допустим, что исследуемая возмущающая скв.  $A_1$  первоначально имела дебит  $Q'_{11}$  и динамическое давление на забое  $p'_{11}$ <sup>2</sup>. Допустим, что мы задались целью достичь в скв.  $A_1$  при новом режиме ее работы дебита  $Q'_{12}$ . Если бы скважина  $A_1$  работала в пласте одна, то ее дебиту  $Q'_{12}$  соответствовало бы одно определенное давление на забое. Однако, если тот же пласт эксплуатируется еще хотя бы одной взаимодействующей скв.  $A_2$ , то картина изменяется. Именно, при переходе от дебита  $Q'_{11}$  к дебиту  $Q'_{12}$  в скв.  $A_1$  давление на ее забое не будет иметь однозначно определенной величины. Величина забойного давления в возмущающей скв.  $A_1$  будет зависеть от того, как именно реагирует скв.  $A_2$  на изменение режима работы скв.  $A_1$ . Именно скв.  $A_2$  может реагировать изменением только своего дебита при сохранении величины забойного давления; это условия первого варианта воздействия возмущающей

<sup>1</sup>Этот вопрос был поставлен и исследован в работах В. Н. Щелкачева (204] в 1937–1938 гг.

<sup>2</sup>Двойной индекс в обозначениях дебита и давления подчеркивает, что речь идет о скв. № 1 при первом режиме ее работы; первый индекс соответствует номеру скважины, а второй индекс — порядковому номеру режима ее работы.

скважины на реагирующую (см. § 1 данной главы, в котором были выяснены возможности осуществления условий взаимодействия скважин при трех вариантах). Кроме того, скв.  $A_2$  может реагировать изменением только своего забойного давления при сохранении дебита (условия второго варианта) или, наконец, в скв.  $A_2$  в процессе взаимодействия могут меняться и дебит и забойное давление (условия третьего варианта). Поскольку величина забойного давления  $p'_{12}$  в исследуемой возмущающей скв.  $A_1$  при ее дебите  $Q'_{12}$  зависит от реакции скв.  $A_2$  на смену режима работы в скв.  $A_1$ , постольку и определяемая величина к. п. скв.  $A_1$  зависит от условий взаимодействия со скв.  $A_2$ , что и требовалось доказать.

Математическое исследование вопроса будет приведено ниже, но сказанного достаточно, чтобы учесть возможность существования следующих четырех типов к. п. с.

I тип к. п. с., который будем обозначать буквой  $\eta$ , определяется при одиначной работе скважины в пласте (при полном отсутствии эффекта взаимодействия).

II тип к. п. с., который будем обозначать буквой  $\eta'_п$ , определяется в условиях первого варианта воздействия возмущающей исследуемой скважины на реагирующие остальные. Индекс «п» (первая буква слова противодействие) в обозначении к. п. с. подчеркивает, что при определении  $\eta'_п$  противодействия на забой реагирующих скважин поддерживаются постоянными. Акцент около буквы  $\eta$  подчеркивает, как было раньше оговорено, что соответствующая величина определяется в условиях взаимодействия скважин.

III тип к. п. с., который будем обозначать буквой  $\eta'_д$ , определяется в условиях второго варианта воздействия возмущающей исследуемой скважины на реагирующие остальные. Индекс «д» (первая буква слова дебит) в обозначении к. п. с. подчеркивает, что при определении  $\eta'_д$  дебиты реагирующих скважин поддерживаются постоянными.

IV тип к. п. с., который будем обозначать буквой  $\eta'$ , определяется в условиях третьего варианта воздействия возмущающей исследуемой скважины на реагирующие остальные.

Коэффициент продуктивности скважин I типа  $\eta$  подробно был исследован в § 5 главы XV. Таким образом, все решение задачи сводится к сравнению к. п. с. трех остальных типов II–IV с к. п. с. I типа. Достаточно сравнить крайние возможные значения к. п. с.  $\eta'_п$  и  $\eta'_д$  II и III типов с величиной  $\eta$ , ибо величина к. п. с.  $\eta'$  IV типа должна иметь промежуточное значение между  $\eta'_п$  и  $\eta'_д$ .

Прежде чем приступить к сравнительной оценке упомянутых величин к. п. с., следует сделать одно важное замечание. Несоблюдение определенных правил в процессе исследования скважины для определения ее к. п. с. может привести к совершенно ошибочному представлению о величине к. п. с. Именно, после смены режима работы в исследуемой скважине приходится делать замеры ее дебита и забойного давления не сразу, а следует дожидаться практически установившегося режима работы. Если в течение этого периода времени меняются (не в процессе естественного взаимодействия, а искус-

ственно) режимы работы соседних скважин, то замеренные после этого дебит и забойное давление в исследуемой скважине нельзя (для определения ее к. п. с.) сравнивать с дебитом и забойным давлением, замеренными раньше. Так, например, снижая забойное давление в скв.  $A_1$ , можем через некоторый промежуток времени получить для нее не увеличенный, а даже уменьшенный дебит, если в течение того же промежутка времени мы резко увеличим темпы отбора жидкости из соседних взаимодействующих скважин. Другой пример: в скв.  $A_1$  зафиксировали статическое забойное давление  $p_{ст}$ ; затем снизили забойное давление в скв.  $A_1$  и спустя некоторое время замерили ее дебит  $Q'_1$  и забойное давление  $p'_1$ . Если в течение того же промежутка времени были пущены новые скважины или усилены темпы отбора жидкости из других старых скважин, то это должно было повлиять на исследуемую скв.  $A_1$ . Деля дебит  $Q'_1$  на изменение забойного давления  $p_{ст} - p'_1$ , получим ошибочное представление о к. п. с. скв.  $A_1$ , обозначим такой ошибочный к. п. с. через  $\eta'_o$  (где индекс «о» соответствует первой букве слова ошибочный):

$$\eta'_o = \frac{Q'_1}{p_{ст} - p'_1}. \quad (66, XX)$$

Ясно, что  $\eta'_o$  получится меньше к. п. с. I типа:

$$\eta'_o < \eta.$$

В самом деле, в упомянутых условиях величины  $Q'_1$  и  $p'_1$  должны получиться уменьшенными вследствие пуска или усиления темпов отбора жидкости из скважин, взаимодействующих со скв.  $A_1$ . Эти примеры ошибочного определения к. п. с. были приведены, чтобы подчеркнуть недопустимость искусственно менять режимы работы взаимодействующих скважин в процессе исследования какой-либо из скважин для определения ее к. п. с. обычным способом.

Определим сначала величину к. п. с. III типа  $\eta'_д$ .

В рассуждениях данного параграфа исследуемая скв.  $A_1$  рассматривалась как возмущающая, а скв.  $A_2$  — как реагирующая. При подсчетах величины к. п. с.  $\eta'_д$  исследуемой скв.  $A_1$  нужно считать выполненными условия второго варианта воздействия возмущающей скв.  $A_1$  на реагирующую скв.  $A_2$ . Именно, будем считать заданным постоянный дебит  $Q'_2$  скв.  $A_2$ . Кроме того, будем считать заданными динамические забойные давления  $p'_{11}$  и  $p'_{12}$  при первом и втором установившихся режимах работы исследуемой скв.  $A_1$ , искомые соответствующие дебиты скв.  $A_1$  обозначим  $Q'_{11}$  и  $Q'_{12}$ .

Для определения дебитов  $Q'_{11}$  и  $Q'_{12}$ , воспользуемся формулой (27, XX) (см. подстрочное примечание к ней):

$$Q'_{11} = \frac{2\pi bk(p_{к} - p'_{11})}{\mu \ln \frac{R_{к}}{R_{с}}} - Q'_2 \frac{\ln \frac{R_{к}}{2\delta}}{\ln \frac{R_{к}}{R_{с}}}, \quad (67, XX)$$

$$Q'_{12} = \frac{2\pi bk(p_k - p'_{11})}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}} - Q'_2 \frac{\ln \frac{R_k}{2\delta}}{\ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (68, XX)$$

Введем обозначение

$$\phi = \frac{\ln \frac{R_k}{2\delta}}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \quad (69, XX)$$

и учтем, что первые слагаемые правых частей уравнений (67, XX) и (68, XX) равны дебитам  $Q_{11}$  и  $Q_{12}$  скв.  $A_1$  при одиночной ее работе соответственно с противодавлениями  $p'_{11}$  и  $p'_{12}$ . Пользуясь этими обозначениями, формулы (67, XX) и (68, XX) перепишем так:

$$Q'_{11} = Q_{11} - \phi Q'_2, \quad (70, XX)$$

$$Q'_{12} = Q_{12} - \phi Q'_2. \quad (71, XX)$$

Вычтем предпоследнее равенство из последнего:

$$Q'_{12} - Q'_{11} = Q_{12} - Q_{11}. \quad (72, XX)$$

Разделим обе части равенства (72, XX) на понижение ( $p'_{11} - p'_{12}$ ) давлений при переходе от первого режима работы исследуемой скв.  $A_1$  ко второму:

$$\frac{Q'_{12} - Q'_{11}}{p'_{11} - p'_{12}} = \frac{Q_{12} - Q_{11}}{p'_{11} - p'_{12}}, \quad (73, XX)$$

то есть

$$\eta'_d = \eta = \frac{2\pi bk}{\mu \ln \frac{R_k}{R_c}}. \quad (74, XX)$$

Итак, оказывается, что к. п. с. исследуемой скважины при ее совместной работе с какой-либо другой реагирующей скважиной, в которой поддерживается постоянный дебит, равен к. п. с. той же исследуемой скважины при одиночной ее работе.

На рис. 175 изображены индикаторные линии исследуемой скв.  $A_1$  при одиночной ее работе — прямая  $OF$  — и при совместной работе со скв.  $A_2$ , в которой дебит остается постоянным при изменениях темпов отбора жидкости из скв.  $A_1$  в процессе ее исследования (см. прямую  $BC$ ). Так как к. п. с.  $\eta$  и  $\eta'_d$  одинаковы, то прямые линии  $OF$  и  $BC$  имеют одинаковые углы наклона к оси ординат. Вдоль оси ординат откладываются понижения забойного давления в скважине.

Вдоль оси  $x$  откладываются дебиты  $Q_1$  скв.  $A_1$  при одиночной работе, причем точка  $O$  соответствует положению невозмущенного статического

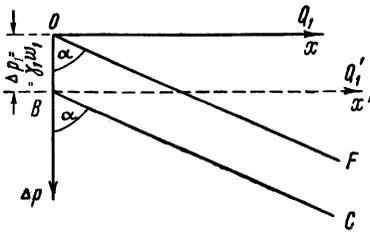


Рис. 175. Индикаторные линии:  $OF$  — при одиночной работе скважины,  $BC$  — при взаимодействии с другой скважиной в условиях второго варианта.

уровня в скв.  $A_1$  (см. линию  $D_1D_2$  на рис. 166). Вдоль оси  $x'$  откладываются дебиты  $Q_1'$  скв.  $A_1$  при совместной работе со скв.  $A_2$ ; точка  $B$  соответствует положению возмущенного статического уровня в скв.  $A_1$  (см. линию  $C_1C_1$  на рис. 166).

Перепад давления  $\Delta p_1$ , соответствующий отрезку  $OB$ , легко определить, положив, например,  $Q_1' = 0$  в формуле (67, XX):

$$p_k - p'_{11} = \Delta p_1 = \gamma w_1 = \phi \frac{Q_2'}{\eta}, \quad (75, XX)$$

где  $\gamma$  — вес единицы объема жидкости,  $w_1$  — понижение статического возмущенного уровня.

Доказав равенство коэффициентов продуктивности I и III типов  $\eta$  и  $\eta'_D$ , как следствие, получаем следующее уже доказанное ранее равенство — см. рис. 166 и формулу (57, XX):

$$s_1 = z'_1, \quad (76, XX)$$

а потому

$$w_1 = y_1. \quad (77, XX)$$

Можно было бы пойти и по другому пути: сначала обосновать равенство (77, XX), пользуясь, например, методом наложения (суперпозиции) полей давления взаимодействующих скважин; затем на основании равенства (77, XX) написать равенство (76, XX), из которого в свою очередь вытекает равенство  $\eta = \eta'_D$ . Именно таким способом в § 3 данной главы были обоснованы равенства (56, XX) и (57, XX).

Равенством (77, XX) и свойством параллельности прямых линий  $OF$  и  $BC$  на индикаторной диаграмме рис. 175 широко пользовался гидрогеолог М. Е. Альтовский [7] при разработке предложенной им гидравлической теории взаимодействия скважин. А. М. Агаджанов [2, 3] также использовал равенства (76, XX) и (77, XX) в предложенном им методе исследования взаимодействующих скважин.

Перейдем к подсчету величины коэффициента продуктивности скважины  $\eta'_n$ , названного выше к. п. с. II типа.

Допустим, что при исследовании возмущающей скв.  $A_1$  при любой смене режима работы в ней в реагирующей скв.  $A_2$  сохраняется постоянное противодавление на забой  $p'_2$ , т. е. постоянное положение динамического уровня  $B_2B_2$  (рис. 165). Если бы отбор жидкости из скв.  $A_1$  прекратили, то в ней установился бы возмущенный статический уровень  $C_1C_1$ ; соответствующее возмущенное статическое давление на забое скв.  $A_1$  обозначим через  $p'_{1c}$ .

По формуле (15, XX) или (63, XX) получим:

$$\frac{p_{\kappa} - p'_{1c}}{p_{\kappa} - p'_2} = \frac{s'_{1c}}{s_2} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}}{2\delta}}{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}}, \quad (78, XX)$$

где  $s'_{1c}$  и  $s_2$  представляют собой изображенные на рис. 165 понижения уровней. Выражая с помощью последнего соотношения величину  $(p_{\kappa} - p'_2)$  через  $(p_{\kappa} - p'_{1c})$  формулу (24, XX) для дебита скв.  $A_1$  приведем к следующему виду:

$$Q'_1 = \frac{2\pi bk}{\mu} \frac{(p'_{1c} - p'_1) \ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{\left(\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}\right)^2 - \left(\ln \frac{R_{\kappa}}{2\delta}\right)^2}, \quad (79, XX)$$

где

$$p'_{1c} - p'_1 = \gamma d'_1. \quad (80, XX)$$

Отрезок  $d'_1$  на рис. 165 изображает понижение пьезометрического динамического уровня  $B_1 B_1$  в исследуемой скв.  $A_1$  под статическим  $C_1 C_1$ , когда в реагирующей скв.  $A_2$  поддерживается на забое постоянное динамическое давление  $p'_2$ , буквой  $\gamma$  обозначен вес единицы объема жидкости в скважине. Следовательно, величина  $p'_{1c} - p'_1$  представляет собой «действующий» (эффективный) перепад давления в скв.  $A_1$  при ее совместной работе со скв.  $A_2$  в упомянутых выше условиях.

Из формулы (79, XX) найдем искомую величину к. п. с.  $\eta'_{\Pi}$ :

$$\eta'_{\Pi} = \frac{Q'_1}{p'_{1c} - p'_1} = \frac{Q'_1}{\gamma d'_1} = \frac{2\pi bk}{\mu} \frac{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}{\left(\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}\right)^2 - \left(\ln \frac{R_{\kappa}}{2\delta}\right)^2}. \quad (81, XX)$$

Для сравнения к. п. с.  $\eta$  и  $\eta'_{\Pi}$  I и II типов разделим равенство (81, XX) на (74, XX):

$$\frac{\eta'_{\Pi}}{\eta} = \frac{\left(\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}\right)^2}{\left(\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}\right)^2 - \left(\lg \frac{R_{\kappa}}{2\delta}\right)^2}. \quad (82, XX)$$

Из формулы (82, XX) видно, что всегда

$$\eta'_{\Pi} > \eta. \quad (83, XX)$$

Итак, к. п. с.  $\eta$  при ее одиночной работе оказывается меньше к. п. с.  $\eta'_n$  при совместной ее работе со скв.  $A_2$ , если в скв.  $A_2$  поддерживается постоянное противодавление на забой. Чем меньше расстояние  $2\delta$  между скв.  $A_1$  и  $A_2$ , тем больше величина  $\eta'_n$  отличается от  $\eta$ .

Неравенство (83, XX) можно объяснить с помощью следующих физических соображений: при понижении давления на забое скв.  $A_1$  ее дебит в условиях рассматриваемой задачи увеличивается *дополнительно* вследствие снижения дебита в реагирующей скв.  $A_2$ . В табл. 38, рассчитанной по формуле (82, XX), приведены значения отношения к. п. с.  $\eta'_n$  к  $\eta$  при разных значениях величин  $R_k$  и  $2\delta$ ; при подсчетах было принято, что  $R_c = 10$  см.

Таблица 38

Значения отношения  $\frac{\eta'_n}{\eta}$ , подсчитанные по формуле (82, XX), для различных значений величин  $R_k$  и  $2\delta$  при  $R_c = 10$  см

$2\delta, \text{ м}$	50	100	200	1000
$R_k, \text{ км}$				
1	1,12	1,07	1,03	1,00
10	1,27	1,19	1,13	1,04
20	1,32	1,23	1,17	1,06

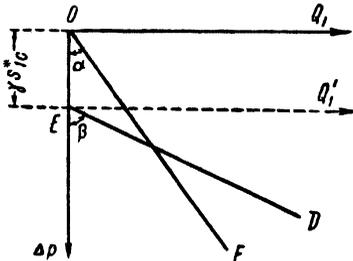


Рис. 176. Индикаторные линии:  $OF$  — при одиночной работе скважины,  $ED$  — при взаимодействии с другой скважиной в условиях первого варианта.

Заметим, что при увеличении числа взаимодействующих скважин величина  $\eta'_n$  должна еще сильнее отличаться от величины  $\eta$ , чем это следует из табл. 38<sup>3</sup>.

На рис. 176 прямая  $OF$  изображает индикаторную линию исследуемой скв.  $A_1$  при одиночной ее работе, а прямая  $ED$  изображает индикаторную линию той же скв.  $A_1$ , но при совместной ее работе со скв.  $A_2$ , в которой противодавление на забой остается постоянным при изменениях темпов отбора жидкости из скв.  $A_1$  в процессе ее исследования. Так как  $\eta'_n > \eta$ , то прямая  $ED$  имеет больший угол наклона к оси ординат, чем прямая  $OF$ ;  $\beta > \alpha$ . Точка  $O$  соответствует положению невозмущенного статического уровня в скв.  $A_1$ , а точка  $E$  — положению возмущенного статического уровня в той же скв.  $A_1$ .

<sup>3</sup> В упомянутых выше работах Щелкачева [204] подсчеты всех типов к.п.с. были выполнены для любого числа скважин.

Перепад давления, соответствующий отрезку  $OE$ , равен  $\gamma s'_{1c}$  (см. также рис. 165); величина понижения уровня  $s'_{1c}$  определяется формулой (78, XX).

Согласно определению величина  $\eta'$  к. п. с. IV типа должна иметь промежуточное значение между величинами  $\eta'_д$  и  $\eta'_п$  к. п. с. II и III типов. Поэтому, учитывая формулы (74, XX) и (83, XX), получаем следующую цепь неравенств, дающую ответы на вопросы, поставленные в начале данного параграфа:

$$\eta = \eta'_д < \eta' < \eta'_п. \quad (84, XX)$$

Необходимо отметить, что перечисленные выше свойства к. п. с. взаимодействующих скважин были весьма тщательно и подробно экспериментально исследованы В. М. Барышевым в АЗНИИ на «опытном пласте». Опыты В. М. Барышева [15] полностью подтвердили соотношения между различными типами к. п. с., подытоженные в цепи неравенств (84, XX).

## § 6. Количественная оценка эффекта взаимодействия двух скважин

Оценим эффект взаимодействия двух скважин в зависимости от расстояния  $2\delta$  между ними и от некоторых других факторов. Количественную оценку проведем в условиях первого варианта воздействия возмущающей скважины на реагирующую, ибо в этих условиях эффект взаимодействия скважин полностью отражается на величинах их дебитов (см. § 1 и 2 данной главы).

Сравним дебиты какой-либо скважины в условиях ее одиночной и совместной работы.

Дебит скважины в условиях одиночной работы (при строго радиальном притоке жидкости к скважине) определяется формулой (11, XX). Дебит той же скважины при совместной работе с другой равнодебитной скважиной определяется формулой (26, XX), причем предполагается, что в обеих скважинах при совместной работе поддерживается то же противодействие на забой (следовательно, сохраняется то же понижение динамического уровня), что и при одиночной работе.

На основании формул (2, XX), (11, XX), (26, XX) показатель взаимодействия скважин  $J$  определится так:

$$J = \frac{Q_1}{Q'_1} = \frac{\lg \frac{R_{\kappa}^2}{2\delta R_c}}{\lg \frac{R_{\kappa}}{R_c}}, \quad (85, XX)$$

или

$$J = \frac{Q_1}{Q'_1} = 1 + \frac{\lg \frac{R_k}{2\delta}}{\lg \frac{R_k}{R_c}}. \quad (86, XX)$$

Как и следовало ожидать на основании физических соображений, формула (86, XX) указывает на то, что  $J > 1$ , т. е.  $Q' < Q_1$ .

С помощью формул (4, XX), (11, XX), (26, XX) получим следующее выражение для суммарного показателя взаимодействия двух равнодебитных скважин  $U$ :

$$U = \frac{Q'_1 + Q'_2}{Q_1} = 2 \frac{Q'_1}{Q_1} = \frac{2}{J} = \frac{2 \lg \frac{R_k}{R_c}}{\lg \frac{R_k^2}{2\delta R_c}}. \quad (87, XX)$$

Ясно, что  $U < 2$ , т. е. суммарный дебит двух равнодебитных скважин при их совместной работе меньше двойного дебита каждой из скважин при их одиночной работе.

Допустим, что  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см, и подсчитаем величины  $J$  и  $U$  для разных значений расстояния между скважинами  $2\delta$ ; результаты подсчетов приведены в табл. 39.

Таблица 39

**Значения  $J$  и  $U$  при разных расстояниях  $2\delta$  между двумя взаимодействующими равнодебитными скважинами**

$2\delta, м$	10	100	500	1000	2000
$J$	1,60	1,40	1,26	1,207	1,14
$U$	1,25	1,43	1,59	1,67	1,75

Расчеты выполнены по формулам (86, XX) и (87, XX) при  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см

Как видно из табл. 39, даже при сравнительно больших расстояниях  $2\delta = 500$  м между взаимодействующими скважинами дебит скважины при одиночной работе на 26% больше дебита той же скважины при совместной работе в упомянутых выше условиях; суммарный же дебит обеих равнодебитных скважин при совместной работе превосходит дебит одиночно работающей скважины только на 59%.

Формулы (86, XX) и (87, XX) для  $J$  и  $U$  приближенные, ибо они выведены из приближенных формул (11, XX) и (26, XX), которые не учитывали форму контура области питания.

Воспользуемся точными формулами, соответствующими круговому контуру области питания. Учтем, что дебиты  $Q'_1$  и  $Q'_2$  каждой из двух равнодебитных скважин, изображенных на рис. 171, подсчитываются по точной формуле (37, XX), тогда как дебиты  $Q_1$  и  $Q_2$  при одиночной работе тех же скважин (при том же динамическом давлении на забое) подсчитываются по формуле (46, XIX). Поэтому

$$J = \frac{Q_1}{Q'_1} = \frac{\lg \frac{R_k^4 - \delta^4}{2R_k^2 R_c \delta}}{\lg \frac{R_k^2 - \delta^2}{R_k R_c}} = \frac{2}{U}. \quad (88, XX)$$

При  $\delta \ll R_k$ , когда величинами  $\delta^2$  и  $\delta^4$  можно пренебречь по сравнению с  $R_k^2$  и  $R_k^4$ , из точной формулы (88, XX) получаются приближенные формулы (86, XX) и (87, XX). Полагая, например, в формуле (88, XX)  $R_k$ ,  $R_c$  и  $2\delta$  равными тем значениям, какие фигурируют в табл. 39, получаем соответственно те же значения  $J$  и  $U$  (с сохранением прежней степени точности подсчетов). Это замечание достаточно хорошо характеризует высокую степень точности подсчетов по приближенным формулам (86, XX) и (87, XX), если скважины расположены не слишком близко к круговому контуру области питания.

Для оценки эффекта взаимодействия в пласте с прямолинейным контуром области питания (рис. 169) следует воспользоваться формулами (35, XX) и (36, XX) для дебитов  $Q'_1$  и  $Q_1$  каждой из двух скважин при совместной и одиночной работе (при сохранении забойного динамического давления), получим:

$$J = \frac{Q_1}{Q'_1} = \frac{2}{U} = \frac{\lg \left( \frac{2a}{R_c} \cdot \frac{\sqrt{a^2 + \delta^2}}{\delta} \right)}{\lg \frac{2a}{R_c}}. \quad (89, XX)$$

Формулы (86, XX)–(89, XX) доказывают, что вызванные эффектом взаимодействия *относительные* изменения дебитов скважин не зависят от физико-геологических характеристик пласта и от физических характеристик жидкости; в упомянутые формулы не входят величины коэффициентов проницаемости, пористости и вязкости; конечно, это справедливо лишь при оговоренных выше условиях (жидкость и пласт

считаются однородными и несжимаемыми). Следовательно, в плохо проницаемом пласте величины  $J$  и  $U$ , характеризующие эффект взаимодействия скважин, должны быть такими же, как и в хорошо проницаемом пласте.

Результаты подсчетов величин  $J$  и  $U$  по формуле (89, XX) при  $R_c = 10$  см и для различных расстояний между скважинами приведены в табл. 40 для  $a = 10$  км и в табл. 41 для  $a = 20$  км.

Таблица 40

**Значения  $J$  и  $U$  при разных расстояниях  $2\delta$  между двумя взаимодействующими равнодебитными скважинами**

$2\delta, м$	10	100	1000
$J$	1,62	1,43	1,25
$U$	1,23	1,40	1,60

Расчеты выполнены по формуле (89, XX) при  $a = 10$  км,  $R_c = 10$  см.

Таблица 41

**Значения  $J$  и  $U$  при разных расстояниях  $2\delta$  между двумя взаимодействующими равнодебитными скважинами**

$2\delta, м$	10	100	1000
$J$	1,64	1,46	1,29
$U$	1,22	1,37	1,55

Расчеты выполнены по формуле (89, XX) при  $a = 20$  км,  $R_c = 10$  см.

Сравнение табл. 40 и 39 убеждает в том, что при прочих одинаковых условиях форма контура области питания мало влияет на эффект взаимодействия скважин.

Сравнение табл. 40 и 41 убеждает в том, что даже значительная (всегда возможная в реальных условиях) погрешность в оценке расстояния от скважин до контура области питания слабо отражается на количественной оценке эффекта взаимодействия скважин: соответственные величины в сравниваемых таблицах мало отличаются друг от друга.

Для обычных задач технологии нефтедобычи случаям близкого расположения скважин к контуру области питания не представляют интереса<sup>1</sup>. Наоборот, во многих гидрогеологических задачах имеет существенный интерес исследование явления взаимодействия скважин вблизи берега крупного водоема, играющего роль области питания сообщающегося с ним пласта. Анализ формулы (89, XX) показывает, что при уменьшении расстояния  $a$  от скважин до контура области питания величина  $J$  уменьшается (сравнить, например, табл. 40 и 41), стремясь к 1. Это обозначает, что при приближении к контуру области питания

<sup>1</sup>Здесь не учитывался контур питания, созданный рядом нагнетательных скважин.

скважины меньше влияют друг на друга, ибо усиливается влияние на них притока жидкости из области питания.

Подчеркнем, что в реальных условиях дебит реагирующей скважины может значительно меньше измениться под влиянием пуска-остановки возмущающей скважины, чем на это указывают формулы и таблицы данного параграфа. Такое *количественное* расхождение между теоретическими подсчетами и результатами фактических наблюдений может быть объяснено несоблюдением какого-либо из тех условий, которые были оговорены при выводе формул данного параграфа.

Так, например, если воздействие возмущающей скважины на реагирующую происходит в условиях третьего варианта, а не первого (см. § 1 данной главы), то изменение дебита реагирующей скважины будет менее интенсивным, ибо пуск, остановка или изменение режима работы возмущающей скважины частично отразятся на изменении забойного динамического давления (пьезометрического динамического уровня) реагирующей скважины.

Во-вторых, все формулы данного параграфа отражают *установившийся* эффект взаимодействия скважин. В действительности вследствие упругости пласта и насыщающих его жидкостей эффект взаимодействия скважин устанавливается далеко не сразу, а потому, особенно в начальной стадии возмущения, величины  $J$  и  $U$  будут значительно меньше тех, которые выше были подсчитаны (см. книгу Щелкачева [219]). Эффект взаимодействия скважин приближается к установившемуся состоянию тем скорее, чем больше проницаемость пласта и чем меньше вязкость насыщающей его жидкости.

В-третьих, в громадном большинстве случаев скважины в реальных условиях гидродинамически несовершенны. Гидродинамически несовершенные скважины взаимодействуют друг с другом при прочих одинаковых условиях менее интенсивно, чем гидродинамически совершенные — см. ст. проф. И. А. Чарного [188], в которой впервые было выполнено математическое исследование проблемы взаимодействия гидродинамически несовершенных скважин.

Неоднородность по проницаемости и анизотропность пласта могут в некоторых случаях усиливать, а в других — ослаблять эффект взаимодействия скважин; см. ст. доц. Г. Б. Пыхачева [149], в которой впервые был решен ряд задач о взаимодействии скважин в неоднородных и анизотропных пластах.

Наконец, эффект взаимодействия между скважинами уменьшается при нарушении линейного закона фильтрации в пласте.

## § 7. Взаимодействие скважин кольцевой батареи

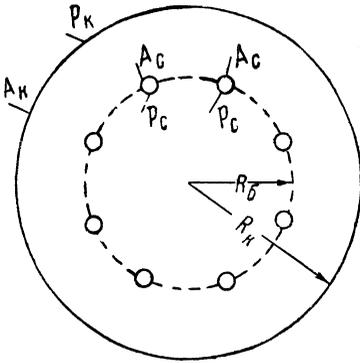


Рис. 177. Кольцевая батарея скважин.

Рассмотрим случай симметричной кольцевой батареи скважин;  $n$  равнодебитных скважин  $A_c$  радиуса  $R_c$  расположены на равных расстояниях друг от друга вдоль окружности радиуса  $R_c$ , концентричной круговому контуру  $A_k$  области питания радиуса  $R_k$  (рис. 177).

Постоянное давление на контуре  $A_k$  обозначим через  $p_k$ , а постоянные забойные динамические давления в каждой из скважин  $p_c$ .

Помещая точечные стоки в центре каждой скважины и отображая их точечными источниками в окружности  $A_k$ , т. е. следуя методу, поясненному в § 4 главы XIX и в § 2 данной главы (например, рис. 170), можно решить задачу о взаимодействии скважин кольцевой батареи, учитывая точно круговую форму контура области питания  $A_k$ . Для дебита  $Q'$  каждой из  $n$  совместно работающих скважин кольцевой батареи получим следующую формулу:

$$Q' = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k^{2n} - R_c^{2n}}{nR_k^n R_c^{n-1} R_c}}. \quad (90, XX)$$

В частном случае двух симметрично расположенных скважин, при  $n = 2$ , из формулы (90, XX) выводится формула (37, XX); при  $n = 1$ , т. е. для случая нерадиального притока жидкости к одной скважине, из формулы (90, XX) вытекает формула (46, XIX).

Если точно не учитывать форму контура области питания  $A_k$  и воспользоваться приближенным «методом стоков» (не отображая стоки источниками), изложенным в начале § 2 данной главы, то для дебита  $Q'$  каждой из  $n$  скважин кольцевой батареи получается еще более простая формула:

$$Q' = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k^n}{nR_c^{n-1} R_c}}. \quad (91, XX)$$

Формула (91, XX) получается из формулы (90, XX), если пренебречь величиной  $R_6^{2n}$  по сравнению с  $R_k^{2n}$ ; при  $R_6 \ll R_k$  приближенной формулой (91, XX) можно с высокой степенью точности пользоваться вместо формулы (90, XX).

Суммарный дебит всех  $n$  взаимодействующих скважин кольцевой батареи обозначим через  $Q'_{cn}$ . Из формулы (91, XX) имеем:

$$Q'_{cn} = n \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k^n}{nR_6^{n-1}R_c}}. \quad (92, XX)$$

Зададим себе такой вопрос: как будет изменяться суммарный дебит скважин кольцевой батареи при увеличении их числа  $n$ ?

Заметим, что при  $n \rightarrow \infty$  вместо батареи из  $n$  отдельных скважин получается сплошная «дренажная галерея» радиуса  $R_6$  (рис. 178). Сопоставление дебита  $n$  скважин батареи с дебитом дренажной галереи имеет в основном лишь теоретический интерес, ибо проведение кольцевой дренажной галереи в глубоко залегающий водонапорный нефтеносный пласт было бы совершенно невыгодным решением задачи разработки пласта. Впрочем исследование дебита кольцевой дренажной галереи может представлять интерес для решения некоторых задач гидрогеологической практики и шахтной разработки нефтеносных пластов.

Обозначим дебит дренажной кольцевой галереи через  $Q_\Gamma$ , причем

$$Q_\Gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} Q'_{cn}. \quad (93, XX)$$

Полагая  $n \rightarrow \infty$  в формуле (92, XX), переходя к пределу и пользуясь обычным методом раскрытия неопределенностей, получим:

$$Q_\Gamma = \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{R_6}}. \quad (94, XX)$$

Формула (94, XX) могла бы быть получена из формулы дебита скважины для радиального притока (21, IX), если положить в ней радиус  $R_c$  скважины равным радиусу  $R_6$  кольцевой батареи. В условиях водонапорного режима и при условии, что динамический уровень жидкости в галлее расположен выше кровли продуктивного пласта, галерея будет отсасывать жидкость только из кольцевой области, лежащей между окружностями  $A_k$  и  $E_1$ . Ширина галереи, т. е. разность

между радиусами окружностей  $E_1$  и  $E_2$ , не влияет на величину дебита галереи. В частности, радиус окружности  $E_2$  мог бы быть равным нулю — галерея обратилась бы в цилиндрический котлован радиуса  $R_6$ ; дебит котлована определялся бы той же формулой (94, XX).

Чтобы узнать, во сколько раз суммарный дебит  $Q'_{cn}$  кольцевой батареи  $n$  скважин меньше дебита  $Q_r$  кольцевой галереи того же радиуса  $R_6$ , что и батарея, на основании формул (92, XX) и (94, XX) составим следующее соотношение:

$$\frac{Q'_{cn}}{Q_r} = n \frac{\lg \frac{R_k}{R_c}}{\lg \frac{R_k^n}{nR_6^{n-1}R_c}}. \quad (95, XX)$$

Чтобы подробнее выяснить зависимость суммарного дебита скважин кольцевой батареи от их числа, на основании формулы (94, XX) составим

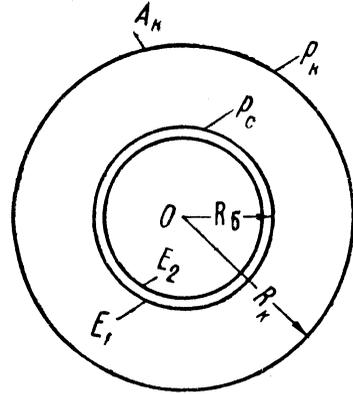


Рис. 178. Кольцевая галерея. еще следующее соотношение:

$$\frac{Q'_{cn}}{Q'_{c4}} = \frac{n}{4} \frac{\lg \frac{R_k^4}{4R_6^3R_c}}{\lg \frac{R_k^n}{nR_6^{n-1}R_c}}, \quad (96, XX)$$

где  $Q'_{c4}$  — суммарный дебит кольцевой батареи, состоящей из четырех скважин.

Выполним подсчеты отношений дебитов, входящих в формулы (95, XX) и (96, XX) и характеризующих эффект взаимодействия скважин кольцевой батареи в зависимости от их числа, величины радиуса  $R_6$  батареи и радиуса  $R_k$  контура  $A_k$  области питания.

Допустим, что  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см; в табл. 42 собраны результаты подсчетов при  $R_6 = 200$  м, а в табл. 43 собраны результаты подсчетов при  $R_6 = 400$  м.

На рис. 179 построены графики зависимости суммарного дебита  $n$  скважин кольцевой батареи  $Q'_{cn}$  в зависимости от числа скважин  $n$ ; дебит  $Q'_{cn}$  выражен в процентах по отношению к  $Q'_{c4}$ . Сплошная кривая 1 соответствует первой строке табл. 42, а штрих-пунктирная кривая 2 — первой строке табл. 43.

Крайние правые колонки табл. 42 и 43 указывают пределы, к которым должны стремиться суммарные дебиты скважин кольцевой батареи при неограниченном увеличении их числа. Эти данные определяют положения асимптот каждой из кривых 1 и 2; на рис. 179 асимптоты отмечены теми же цифрами, что и соответствующие кривые. Кроме того, на рис. 179 пунктиром изображена кривая 3 (и ее асимптота), построенная для тех же условий, что и кривая 2, за исключением величины  $R_k$ ; кривая 3 соответствует случаю  $R_k = 20 \text{ км}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ ;  $R_b = 400 \text{ м}$ .

Во всех подсчетах, как и при выводе формул, предполагалось, конечно, что при увеличении числа скважин в кольцевой батарее забойные динамические давления в них не изменяются, т. е. взаимодействие скважин целиком отражалось на подсчитанных величинах их дебитов.

Т а б л и ц а 42

**Зависимость отношений дебитов, характеризующих эффект взаимодействия скважин кольцевой батареи от их числа**

Число скважин $n$	4	6	8	10	12	16	40	100	$\infty$
$Q'_{cn}/Q'_{c4}$	1,00	1,12	1,19	1,23	1,26	1,30	1,36	1,39	1,40
$Q'_{cn}/Q'_r$	0,72	0,80	0,85	0,88	0,90	0,93	0,98	0,99	1,00

Расчеты выполнены по формулам (95, XX) и (96, XX) при  $R_k = 10 \text{ км}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ ,  $R_b = 200 \text{ м}$  (см. рис. 177).

Т а б л и ц а 43

**Зависимость отношений дебитов, характеризующих эффект взаимодействия скважин кольцевой батареи от их числа**

Число скважин $n$	4	6	8	10	12	16	40	100	$\infty$
$Q'_{cn}/Q'_{c4}$	1,00	1,15	1,24	1,30	1,34	1,38	1,48	1,52	1,54
$Q'_{cn}/Q'_r$	0,65	0,75	0,80	0,84	0,87	0,90	0,96	0,99	1,00

Расчеты выполнены по формулам (95, XX) и (96, XX) при  $R_k = 10 \text{ км}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ ,  $R_b = 400 \text{ м}$  (см. рис. 177).

Из табл. 43 видно, что десятикратное увеличение числа скважин в кольцевой батарее с 4 до 40 увеличивает их суммарный дебит не в 10 раз, а благодаря эффекту взаимодействия только на 48%. Увеличение числа скважин с 4 до 8 дает прибавку в суммарном дебите

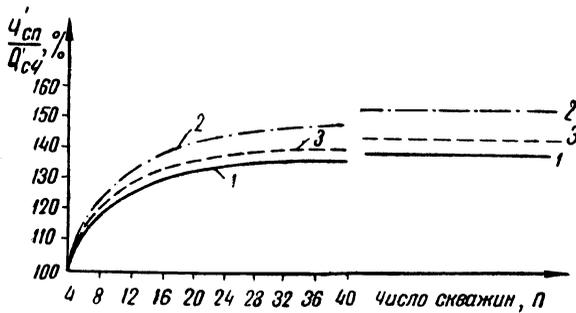


Рис. 179. Зависимость суммарного дебита скважин кольцевой батареи от их числа: кривая 1 соответствует первой строке табл. 42, кривая 2 — первой строке табл. 43, кривая 3 — тем же условиям, что и кривая 2, но при  $R_k = 20$  км. Прямые линии — асимптоты соответствующих кривых.

на 24%; увеличение же на то же число скважин с 12 до 16 дает прибавку в дебите лишь на 4%.

Суммарный дебит 6 скважин в батарее (в этом случае расстояние между соседними скважинами равно радиусу батареи 400 м) составляет 75% от дебита сплошной кольцевой галереи того же радиуса.

Приведенные подсчеты и графики приводят к выводу, что увеличение числа скважин в кольцевой батарее сверх определенного предела, соответствующего сравнительно небольшому их числу, явно невыгодно.

Дальше мы вернемся еще к этому вопросу. Увеличение вдвое радиуса  $R_6$  кольцевой батареи увеличивает темпы роста суммарного дебита скважин, но не вдвое, а значительно меньше. Кривая 2 рис. 179 значительно сильнее отличается от кривой 1, чем от кривой 3, т. е. увеличение вдвое радиуса батареи  $R_6$  сильнее отражается на суммарном дебите скважин, чем увеличение вдвое радиуса  $R_k$  контура области питания.

На основании формулы (92, XX) построены графики рис. 180, иллюстрирующие зависимость суммарного дебита одного и того же числа 8 скважин кольцевой батареи от радиуса батареи. Кривая 1 соответствует случаю  $R_k = 10$  км, кривая 2 —  $R_k = 20$  км; кроме того, было принято, что  $R_c = 10$  см. На оси абсцисс отложены значения радиуса  $R_6$  батареи скважин (в метрах); на оси ординат отложены величины дебита  $Q''_{cs}$ , выраженного в процентах по отношению к дебиту  $Q'_{cs}$ , причем  $Q'_{cs}$  — дебит 8 скважин при  $R_6 = 200$  м, а  $Q''_{cs}$  — дебит 8 скважин, но при любом значении радиуса  $R_6$  кольцевой батареи.

Графики рис. 180 подтверждают, что при сохранении одного и того же числа скважин в батарее их суммарный дебит хотя и растет с увеличением радиуса батареи, но не так интенсивно, как могло казаться на первый взгляд. Несколько более заметного роста суммарного дебита скважин можно добиться, если при увеличении радиуса батареи увеличивать и их число в батарее.

Однако отсюда совсем нельзя сделать вывода о выгодности расстановки скважин подалеже от центра нефтяной залежи. Ведь при удалении скважин от центра залежи они приближаются к контуру нефтеносности, что сокращает срок их жизни до обводнения. Кроме того, большое количество нефти, оставшееся в залежи после обводнения приконтурной кольцевой батареи, пришлось бы выбирать внутренними скважинами. Возникает естественная задача о нахождении наивыгоднейшего числа скважин в каждой батарее, о наивыгоднейших радиусах батарей и числе батарей, с помощью которых наиболее рационально и рентабельно можно было бы разработать залежь нефти. Такого рода задача должна решаться с учетом геологических данных и экономического анализа (см. дальше). Во всяком случае, гидродинамический анализ проблемы расстановки скважин, хотя и не является единственно достаточный для решения всей проблемы, но безусловно необходим<sup>1</sup>.

В заключение выясним некоторые необходимые для дальнейшего свойства изобар и траекторий движения жидкости к скважинам кольцевой батареи. Гидродинамические методы исследования фильтрационных потоков позволяют вывести уравнения семейств изобар и траекторий; вследствие громоздкости формул мы их приводить здесь не будем (см. по этому поводу книгу Шелкачева и Пыхачева [203]).

Воспроизведем из этой книги чертеж (рис. 181), на котором изображены изобары и траектории для трех равнодебитных скважин, расположенных симметрично вдоль окружности. Картина изобар и траекторий, изображенная на рис. 181, является естественным обобщением картины рис. 172, относящейся к случаю двух равнодебитных скважин.

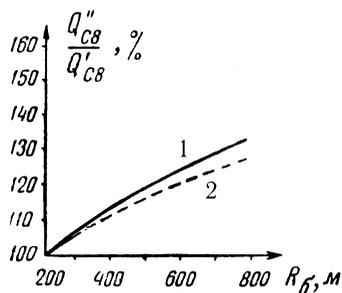


Рис. 180. Зависимость суммарного дебита 8 скважин кольцевой батареи от ее радиуса  $R_б$ . Кривая 1 соответствует  $R_к = 10$  км, кривая 2 —  $R_к = 20$  км.

<sup>1</sup>Формулы, таблицы и графики данного параграфа заимствованы из работы В. Н. Шелкачева [208].

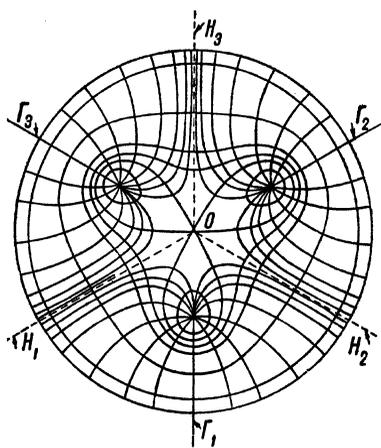


Рис. 181. Траектории и изобары трех равнодебитных взаимодействующих скважин.

Благодаря полной симметрии в расположении скважин фильтрационный поток делится на три одинаковые части — на три потока к каждой из скважин. Прямые линии  $H_1, H_2, H_3$ , отделяющие потоки к соседним скважинам, называются, как это уже упоминалось в § 3, нейтральными линиями тока; на рис. 181 они изображены пунктиром. Среди криволинейных траекторий в потоке жидкости к каждой из скважин выделяются прямые линии  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ ; вдоль них частицы жидкости движутся быстрее, чем по соседним траекториям. Эти прямые  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  называются главными линиями тока. В центре  $O$  симметричной кольцевой батареи скважин скорость фильтрации равна нулю; точка  $O$  является точкой равновесия.

Вблизи скважин изобары имеют форму овалов, мало отличающихся от окружности; по мере удаления от скважин овальность изобар постепенно усиливается, в изобарах намечаются заострения, направленные к центру  $O$  кольцевой батареи. Изобара, проходящая через точку равновесия  $O$ , трижды сама себя пересекает. Более удаленные (чем предыдущая) от скважин изобары имеют треугольную бисквитообразную форму. Чем дальше от скважин, тем вогнутость изобар в окрестностях точек их пересечения с нейтральными линиями тока делается менее заметной. Еще более удаленные изобары мало отличаются от окружностей, concentричных кольцевой батарее скважин.

Как видно из чертежа, траектории ортогональны изобарам<sup>2</sup>.

## § 8. Оценка эффекта взаимодействия многих скважин при расположении их вдоль прямой линии и по квадратной сетке

Во всех задачах данного параграфа будем предполагать, что пуск в эксплуатацию новых скважин отражается лишь на дебитах ранее вве-

<sup>2</sup>Здесь следует повторить то же замечание, какое было сделано по поводу карты изобар на рис. 172. Именно, на рис. 181 приведены лишь наиболее характерные изобары, так что обычное правило (см. § 2 главы VIII) построения карты изобар на упоминаемой фигуре не выдержано.

денных скважин, а одинаковые забойные динамические давления в них остаются неизменными. Иными словами, будем исследовать взаимодействие скважин в условиях первого варианта (см. § 1 данной главы).

Рассмотрим сначала простейший случай ползущей системы расстановки скважин вдоль прямой линии (рис. 182). Для простоты будем считать, что контур  $A_k$  области питания прямолинеен и параллелен батарее скважин; такое допущение упрощает формулы и не накладывает никаких существенных ограничений на результирующие выводы, ибо ранее уже доказывалось, что форма и положение контура весьма мало влияют на дебиты и эффект взаимодействия скважин.

Расстояние между соседними скважинами в прямолинейной батарее обозначим через  $2\delta$ , а расстояние от скважин до контура  $A_k$  обозначим через  $a$ ; радиусы всех скважин одинаковы и равны  $R_c$ .

Распределение давлений вокруг взаимодействующих скважин и их дебиты можно было бы подсчитать, пользуясь методом отображения источников-стоков, поясненным на рис. 168 при выводе формулы (32, XX). Если в изображенной на рис. 182 прямолинейной батарее было бы  $n$  скважин, то в формулу (32, XX) вместо двух логарифмических членов вошло бы  $n$  членов. Соответствующим образом усложнились бы и формулы дебита (33, XX)–(34, XX).

Указав метод вывода, не будем вследствие громоздкости приводить самих формул (подробности см. в книге Щелкачева и Пыхачева [203]). Приведем из упомянутой книги результирующую табл. 44, отображающую эффект взаимодействия скважин при ползущей системе их расстановки вдоль прямой. При составлении таблицы было принято, что пласт вначале эксплуатировался одной скв. № 1 с динамическим давлением  $p_c$  на забое. Затем последовательно вводятся в эксплуатацию скв. № 2–8, причем динамические давления на их забоях равны той же величине  $p_c$ , которая сохраняется и на забое ранее введенной скв. № 1. В табл. 44 приведены величины суммарных дебитов и приращений дебитов скважин при различном их числе.

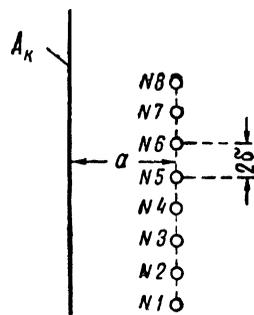


Рис. 182. Прямолинейная батарея скважин

Все дебиты подсчитаны в процентах по отношению к дебиту скв. № 1 при одиночной ее работе, причем при подсчетах было принято:

$$a = 10 \text{ км}, \quad 2\delta = 200 \text{ м}, \quad R_c = 10 \text{ см}.$$

Из табл. 44 видно, что суммарный дебит трех взаимодействующих скв. № 1, 2 и 3 составляет 175% по отношению к дебиту одиночно ра-

ботавшей скв. № 1. Среднее приращение дебита на каждую вновь введенную скважину № 2 и № 3 составляет 37,5%, но истинный прирост от пуска скв. № 2 составляет 45%, а от пуска скв. № 3 — 30%. Истинный прирост дебита, приходящийся на долю последней из числа вновь пущенных в эксплуатацию скважин, тем меньше среднего прироста дебита, чем больше число скважин (ср. в табл. 44 числа третьей колонки соответственно с крайними справа числами каждой строки).

Таблица 44

**Суммарные дебиты и их приращения для группы  
взаимодействующих скважин прямолинейной батареи  
при последовательном вводе их в эксплуатацию  
(ползущая система расстановки)**

Число скважин в батарее	Суммарный дебит в % к дебиту одиночно работавшей первой скважины № 1	Среднее приращение суммарного дебита (в %) на каждую из числа всех вновь пущенных скважин после скв. № 1	Приращения суммарного дебита (в % к дебиту одиночно работавшей скв. № 1), приходящиеся на вновь пущенные скважины, если число работавших перед этим скважин равно						
			1	2	3	4	5	6	7
1	100	—	—	—	—	—	—	—	—
2	145	45	45	—	—	—	—	—	—
3	175	37,5	75	30	—	—	—	—	—
4	197	32	97	52	22	—	—	—	—
5	215,5	29	115,5	70,5	40,5	18,5	—	—	—
6	231	26	131	86	56	34	15,5	—	—
7	245	24	145	100	70	48	29,5	14	—
8	258	22,5	158	113	83	61	42,5	17	13

При подсчетах дебит первой введенной одиночно работавшей скв. № 1 принят за 100%,  $a = 10$  км,  $2\delta = 200$  м,  $R_t = 10$  см (рис. 182).

Табл. 44 не отображает перераспределение дебитов ранее введенных в эксплуатацию скважин при пуске новой скважины. Так, например, если в табл. 44 указано, что суммарный дебит шести скв. № 1–6 составляет 231% по отношению к дебиту скв. № 1 при ее одиночной работе, то остается неизвестным: какая доля из этих 231% приходится на каждую из скв. № 1–6?

Для ответа на вопрос о перераспределении дебитов в процессе взаимодействия скважин прямолинейной батареи, изображенной на рис. 182, составлена табл. 45. Табл. 45 составлена для тех же условий, что и табл. 44.

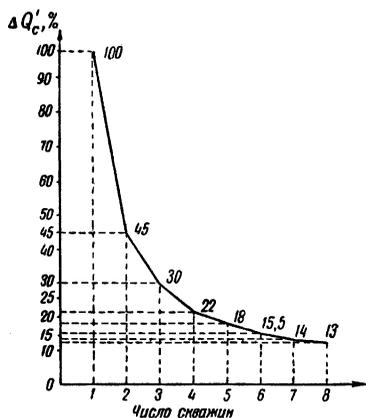
Из табл. 45 видно, что, например, упомянутый суммарный де-



вании этого, согласно упомянутой выше ошибочной методике, делается следующий вывод: если будут пущены в эксплуатацию две новые скв. № 7 и № 8, то каждая из них даст прирост суммарного дебита на 26%, т. е. обе они вместе дадут прирост на 52%.

Приведенные выше рассуждения и табл. 44 показывают, что последний вывод неверен. Описанная ошибочная методика подсчета вероятных дебитов вновь пущенных в эксплуатацию скважин не учитывает того, что каждая последующая скважина дает при пуске меньшее приращение в суммарном дебите, чем предыдущая. Действительно, скв. № 6 дает прирост суммарного дебита не на 26%, а на 15,5%; скв. № 7 и № 8 дают приросты дебита только на 14% и на 13%. Таким образом, скв. № 7 и № 8 увеличат суммарный дебит на 27%, а не на 52%, как это следовало из подсчетов по ошибочной методике.

Рис. 183. Зависимость суммарного дебита скважин прямолинейной батареи от их числа.



На основании табл. 44 построен график рис. 183; на оси абсцисс отложены числа скважин в прямолинейной батарее, вдоль оси ординат — величины  $\Delta Q'_c$  в процентах.

Величина  $\Delta Q'_c$  равна приращению суммарного дебита за счет последней вновь введенной скважины; величина  $\Delta Q'_c$  подсчитана (как и в табл. 44) в процентах по отношению к дебиту первой введенной в эксплуатацию скв. № 1 при ее одиночной работе.

График рис. 183 показывает, что при достаточно большом числе скважин при ползущей системе разработки пласта приращение дебита на каждую последующую скважину приблизительно стабилизуется. Следовательно, для более правильного (при условии однородности пласта) подсчета дебитов последующих намеченных к пуску скважин надо взять группу ранее пущенных в эксплуатацию скважин, построить для них график падения начальных дебитов (пересчитав эти дебиты на одинаковое динамическое забойное давление) и для последующих скважин проэкстраполировать построенный участок графика.

При увеличении числа взаимодействующих скважин в прямолинейной батарее формулы дебита для них становятся очень громоздкими.

Студент (а ныне научный работник) Днепропетровского государ-

ственного университета П. П. Голосов (см. [208]) вывел очень простую приближенную формулу для суммарного дебита скважин прямолинейной батареей. Допустим, что изображенная на рис. 182 прямолинейная батарея содержит какое угодно нечетное число скважин  $(2n+1)$ , где  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ . Будем считать, что все эти скважины окружены контуром питания любой формы; среднее расстояние от скважин до контура области питания обозначим через  $R_k$  (предполагается, что расстояние от любой скважины батареи до контура питания значительно больше расстояния  $2\delta$  между соседними скважинами).

Давление на контуре области питания обозначим через  $p_k$ , динамические давления на забоях всех скважин считаем одинаковыми и равными  $p_c$ . Суммарный дебит всех  $(2n+1)$  скважин прямолинейной батареей при совместной работе обозначим через  $Q'_c$ . При этих обозначениях формула П. П. Голосова имеет вид:

$$Q'_c = \frac{2\pi bk(2n+1)(p_k - p_c)}{\mu \left[ \ln \frac{R_k}{R_c} + \sum_{i=1}^n + \ln \frac{R_k^2}{(2i\delta)^2} \right]}. \quad (97a, XX)$$

Если число скважин в батарее четное и равно  $2n$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$ , то формула П. П. Голосова для суммарного дебита  $2n$  скважин имеет следующий вид:

$$Q'_c = \frac{4\pi bkn(p_k - p_c)}{\mu \left[ \ln \frac{R_k^2}{2\delta R_c} + \sum_{i=2}^n \ln \frac{R_n^2}{i(i-1)(2\delta)^2} \right]}. \quad (97b, XX)$$

Сравнение приближенных формул (97а, XX) и (97б, XX) с точными для 3, 4, 5, ..., 8 скважин показало, что ошибка от подсчетов по приближенным формулам не превосходит 3–4% (и не растет с увеличением числа скважин) при  $R_k = 10 \text{ км}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$  и при любом расстоянии между скважинами в пределах  $100 \text{ м} \leq 2\delta \leq 500 \text{ м}$ .

При  $n = 0$  из формулы (97а, XX) получается формула (21, IX) для дебита одной скважины в пласте при радиальном притоке жидкости к ней. Когда в батарее имеются лишь две скважины, т. е. при  $n = 1$ , в знаменателе формулы (97б, XX) остается только первое слагаемое; сумму остальных членов в знаменателе следует считать равной нулю, ибо наименьшее значение индекса суммирования  $i = 2$ .

Легко заметить, что при  $n = 1$  из формулы (97б, XX) получается удвоенное значение дебита каждой из двух взаимодействующих скважин, определяемого формулой (26, XX).

Приведем пример поучительного подсчета суммарного дебита скважин по формуле Голосова (97а, XX).

Допустим, что на отрезке длиной 6 км размещены 11 скважин на равных расстояниях 600 м друг от друга; две крайние скважины находятся на концах упомянутого отрезка. Будем считать, что забойные динамические давления во всех 11 скважинах одинаковы, и примем их суммарный дебит при совместной работе за 100%. Если на том же отрезке разместить на одинаковых расстояниях 100 м друг от друга 61 скважину, то, как показывает формула (97а, XX), суммарный дебит всех 61 скважин лишь на 18% больше ранее подсчитанного суммарного дебита 11 скважин, причем принято:  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см. Если же  $R_k = 50$  км,  $R_c = 10$  см, то при тех же условиях суммарный дебит 61 скважины больше суммарного дебита 11 скважин лишь на 13%.

Следовательно, увеличение числа скважин прямолинейной батареей одной и той же длины мало влияет на увеличение суммарного дебита всех скважин батареи. Этот вывод вполне согласуется с тем, что было установлено в § 7 при исследовании суммарного дебита скважин кольцевой батареи.

Проанализируем взаимодействие скважин при расстановке их по квадратной сетке при сгущающейся системе разработки.

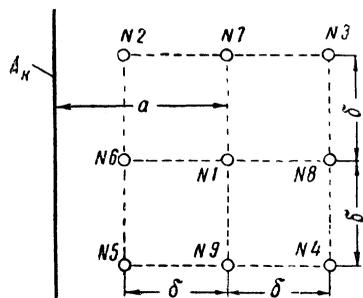


Рис. 184. Расположение скважин по квадратной сетке.

Допустим, что сначала была пущена в эксплуатацию одна скв. № 1 с динамическим давлением на забое  $p_c$ , затем были пущены скв. № 2–5, у которых на забоях поддерживалось то же динамическое давление  $p_c$  (рис. 184).

Назовем случай одиночной работы скв. № 1 начальной стадией разработки пласта; случай, когда совместно работают скв. № 1–5, назовем первой стадией уплотнения. Длина сторон квадрата в первой стадии уплотнения обозначена через  $2\delta$ .

Уплотним сетку еще 4 скважинами № 6–9, разместив их в серединах сторон квадрата. Совместную работу 9 скважин назовем второй стадией уплотнения. Наконец, добавим еще 16 скважин, разделив расстояния между ранее введенными скважинами пополам; получим 25 скважин в третьей стадии уплотнения. Во всех стадиях уплотнения сохраняем динамическое давление  $p_c$  на забоях скважин. Пользуясь методами, описанными в § 2 данной главы, возможно подсчитать дебиты взаимодействующих скважин; формул при-

водить не будем, а приведем табл. 46, отображающую изменения дебитов скважин при последовательных уплотнениях сетки их размещения. Таблицы заимствованы из книг Щелкачева и Пыхачева [203].

При подсчетах табл. 46 было принято, что среднее расстояние  $a$  скважин от прямолинейного контура питания  $A_k$  равно  $10 \text{ км}$ ,  $2\delta = 500 \text{ м}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ , все дебиты и их изменения подсчитаны в процентах по отношению к дебиту скв. № 1 при одиночной ее работе.

Т а б л и ц а 46

**Суммарные дебиты взаимодействующих скважин  
и их приращения при различных степенях  
уплотнения квадратной сетки (рис. 184)**

Число скважин	Степень уплотнения	Число новых скважин	Суммарный дебит, %	Среднее приращение суммарного дебита на одну скважину по сравнению с начальной стадией разработки, %	Среднее приращение суммарного дебита, приходящееся на долю каждой новой скважины, по сравнению с предыдущей степенью уплотнения, %
1	начальная	1	100	—	—
5	I	4	221,4	31,1	31,1
9	II	4	251,3	18,9	6,7
25	III	16	277,3	7,4	1,6

Подсчеты выполнены при  $a = 10 \text{ км}$ ,  $2\delta = 500 \text{ м}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ ; все дебиты подсчитаны в процентах по отношению к дебиту одиночно работающей скв. № 1.

Табл. 46 подтверждает выводы, сделанные на основе табл. 44, и в рассматриваемом случае числа последней вертикальной колонки меньше (при последующих степенях уплотнения) чисел тех же строк предпоследней колонки.

Если воспользоваться материалами исследования продуктивности первых эксплуатационных скважин и имеющимися геологическими данными о пласте, то относительные величины, приведенные в табл. 46, можно пересчитать в абсолютные. В таком случае на основании таблиц типа табл. 46, дополненных технико-экономическими расчетами, можно судить о рентабельности той или иной степени уплотнения сетки скважин.

Другие примеры гидродинамических решений задач о взаимодействии различных групп скважин см. в книгах Лейбензона [100], Щелкачева и Пыхачева [203], Маскета [120].

### § 9\*. Анализ простейших гидродинамических полей взаимодействующих скважин и выводы по поводу влияния на их работу непроницаемых границ в пласте

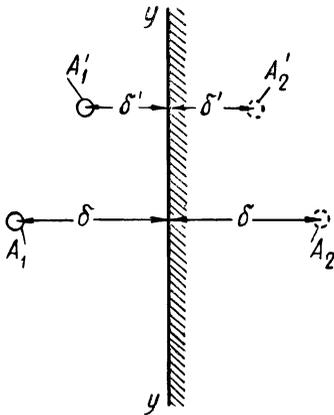


Рис. 185. Сква.  $A_1$  и  $A_1'$  (стоки) и их зеркальные отображения  $A_2$  и  $A_2'$  (стоки) в прямолинейной непроницаемой границе пласта  $уу$ .

При анализе семейств траекторий, изображенных на рис. 172 и 181 и соответствующих случаям притока жидкости к двум и к трем симметрично расставленным равнодебитным скважинам, отмечалось наличие прямых нейтральных линий тока, служащих границами между потоками к соседним скважинам. На рис. 172 нейтральной линией тока служила ось  $у$ , на рис. 181 линии  $H_1, H_2, H_3$ .

Если мысленно представить себе, что в пласте вдоль прямых нейтральных линий тока установлены тонкие непроницаемые плоские стенки, перпендикулярные кровле и подошве пласта (т.е. перпендикулярные к основной плоскости течения плоско-параллельного потока), то течение к каждой из скважин не нарушилось бы. Больше того, если, сохраняя прежнее положение введенных в пласт непроницаемых стенок, прекратить эксплуатацию всех скважин, кроме одной, то картина притока к этой оставшейся между непроницаемыми стенками скважине не нарушится<sup>1</sup>.

Отсюда следует весьма важный обратный вывод: допустим, что в пласте имеется плоская непроницаемая граница  $уу$ , перпендикулярная кровле и подошве пласта (рис. 185).

Если на том или ином расстоянии  $\delta$  от непроницаемой границы  $уу$  эксплуатируется гидродинамически совершенная сква.  $A_1$ , то распределение давления вокруг скв.  $A_1$  и ее дебит оказываются совершенно такими же, как если бы непроницаемой границы  $уу$  вовсе не было, однородный пласт неограниченно продолжался бы вправо (глядя на рис. 185) и на расстоянии  $2\delta$  от

<sup>1</sup>Несколько видоизменяя, подобное заключение можно было бы обобщить на установку непроницаемых границ в потоке вдоль любой (необязательно нейтральной) линии тока, но такое обобщение в данном курсе нас не интересует.

сква.  $A_1$ , эксплуатировалась бы равнодебитная сква.  $A_2$ ; линия центров скв.  $A_1$  и  $A_2$  должна быть перпендикулярна  $yy$ . Следовательно, гидродинамическое поле одной эксплуатационной скв.  $A_1$  в пласте, ограниченном непроницаемой плоской стенкой  $yy$ , можно рассматривать как половину гидродинамического поля двух равнодебитных скв.  $A_1$  и  $A_2$ , т. е. на рис. 185, левее оси  $yy$ , можно было бы начертить картину траекторий и изобар, изображенных левее оси  $y$  на рис. 172.

Итак, исследуя *плоский* поток к скв.  $A_1$  вблизи прямолинейной непроницаемой границы  $yy$ , необходимо в центре скважины поместить сток и этот сток зеркально отобразить стоком же в линии  $yy$ . Близость к эксплуатационной скважине прямолинейной непроницаемой границы в пласте равносильна близости к скважине (уже в условиях однородного неограниченного пласта) другой взаимодействующей скважины на расстоянии, вдвое большем, чем расстояние до непроницаемой границы.

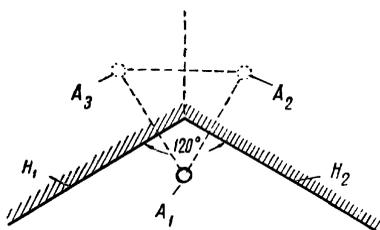


Рис. 186. Сква.  $A_1$  (сток) и ее зеркальные отображения  $A_2$  и  $A_3$  (стоки) в прямолинейных непроницаемых границах пласта  $H_1$  и  $H_2$ .

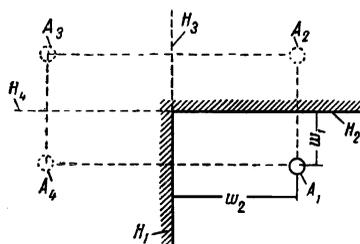


Рис. 187. Сква.  $A_1$  (сток) и ее зеркальные отображения  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$  (стоки) в прямолинейных непроницаемых границах пласта  $H_1$ ,  $H_2$  и в их продолжениях  $H_3$  и  $H_4$ .

В этих рассуждениях предполагалось, что контур области питания лежит на столь большом расстоянии от скважины, что его форма не влияет на форму изобар и траекторий вблизи скважины<sup>2</sup>.

Под непроницаемой границей в реальном пласте можно подразумевать, например, экранирующую поверхность сброса, когда амплитуда сброса превышает мощность продуктивного пласта и он по линии сброса приходит в соприкосновение с непроницаемым пластом; при решении многих задач за непроницаемую границу принимают линию выклинивания пласта, порог его резкой фациальной изменчивости или экранирующую поверхность несогласного налегания (Брод [20]).

<sup>2</sup>Если бы контур области питания был расположен вблизи скважины, то пришлось бы делать специальное предположение: контур должен был бы совпадать с одной из тех изобар потока, которые изображены на рис. 172.

После сказанного выше по поводу применения метода отображения стоков к решению задачи о скважине в пласте с одной прямолинейной непроницаемой границей становится вполне понятной возможность обобщения задачи. Именно, допустим, что скв.  $A_1$  расположена в пласте, ограниченном двумя прямолинейными непроницаемыми границами  $H_1$  и  $H_2$ , наклоненными друг к другу под углом  $120^\circ$  (рис. 186). При симметричном расположении скв.  $A_1$  по отношению к линиям  $H_1$  и  $H_2$  сток, помещенный в центре скв.  $A_1$ , следует зеркально отобразить в линиях  $H_1$  и  $H_2$  двумя стоками в центрах равнодебитных скважин  $A_2$  и  $A_3$ .

Если бы непроницаемые границы в пласте  $H_1$  и  $H_2$  были расположены под прямым углом, то сток в центре скв.  $A_1$ , даже если бы он был несимметричен по отношению к линиям  $H_1$  и  $H_2$ , следовало бы зеркально отобразить в линиях  $H_1$  и  $H_2$  и их продолжениях  $H_3$  и  $H_4$  (рис. 187).

Итак, непроницаемые границы можно мысленно отбросить, заменив их влияние на скважину соответствующими равнодебитными взаимодействующими скважинами, положения которых определяются методом отображения стоков.

Ясно, что дебит скважины, расположенной вблизи непроницаемых границ в пласте, должен быть меньше дебита скважины при прочих равных пластовых условиях, но при отсутствии непроницаемых границ. Метод отображения стоков и позволяет подсчитать упомянутое уменьшение дебита скважины за счет близости непроницаемых границ в пласте с помощью теории взаимодействия скважин.

Отсюда следует, что подсчитанную в § 6 величину  $J$  — показатель взаимодействия двух скважин — можно рассматривать по-другому. Именно, величину  $J$ , определяемую формулой (86, XX), можно рассматривать как отношение дебита скважины при отсутствии непроницаемой границы (сброса) в пласте к дебиту скважины в таких же пластовых условиях, но расположенной на расстоянии  $\delta$  от непроницаемой границы. Рассмотрим под этим углом зрения табл. 39: если бы, например, не было непроницаемой границы на расстоянии  $\delta = 50$  м от скважины, то ее дебит, при прочих равных условиях, возрос бы на 40%.

Понятно, что тот же метод отображения стоков следовало бы применить и в том случае, если бы в пласте с непроницаемыми границами эксплуатировалась бы не одна, а любое число скважин. Так, например, если бы в пласте, изображенном на рис. 185, кроме скв.  $A_1$ , эксплуатировалась бы еще скв.  $A'_1$ , то и ее пришлось бы зеркально отобразить в линии  $yy$  равнодебитной скв.  $A_2$ .

Для следующего представляет интерес исследовать работу эксплуатационной скв.  $A_1$ , симметрично или несимметрично расположенной по отношению к двум параллельным прямолинейным непроницаемым границам  $B_1$  и  $C_1$  (рис. 188 и 189). И в том и в другом случае нужно сток в центре скв.  $A_1$  отобразить зеркально в линиях  $B_1$  и  $C_1$  равнодебитными стоками в центрах скв.  $A_2$  и  $A_3$ ; такое отображение нужно затем повторить по отношению к линиям  $B_2$  и  $C_2$  и продолжить процесс отображения неограниченно в обе стороны. В итоге получается бесконечно длинная прямолинейная батарея равнодебитных скважин. При симметричном расположении скв.  $A_1$  по отношению

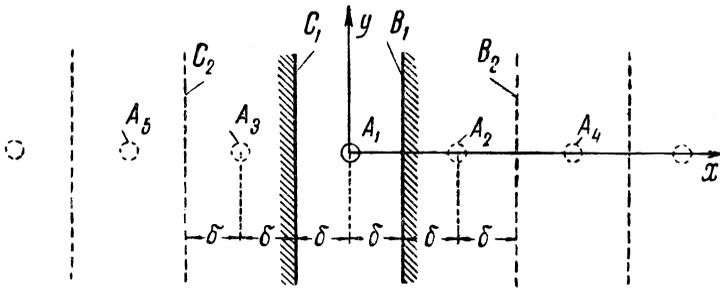


Рис. 188. Скв.  $A_1$  (сток) и ее зеркальные отражения в параллельных непроницаемых границах пласта  $C_1$  и  $B_1$ .

к границам  $B_1$  и  $C_1$  расстояния между соседними скважинами одинаковы (см. рис. 188); при несимметричном расположении прямолинейная батарея состоит из пар скважин, причем расстояние между скважинами в паре иное, чем расстояние между ближайшими скважинами соседних пар (см. рис. 189).

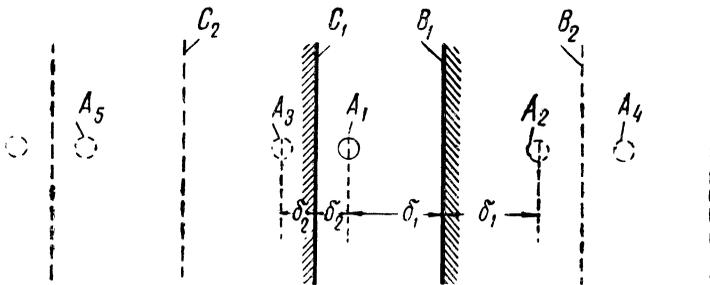


Рис. 189. Скв.  $A_1$  (сток) и ее зеркальные отображения в двух параллельных непроницаемых границах пласта  $C_1$  и  $B_1$  (случай несимметричного расположения скважины).

Ограничиться однократным отображением скв.  $A_1$  в линиях  $B_1$  и  $C_1$  скв.  $A_2$  и  $A_3$  нельзя, ибо крайние скв.  $A_2$  и  $A_3$  работали бы в иных условиях, чем средняя скв.  $A_1$ . Среди линий токов в потоке к трем скважинам  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  было бы ни одной, совпадающей с прямыми линиями  $B_1$  и  $C_1$ , а потому применение однократного отображения стоков оказалось бы незаконным. Поэтому приходится зеркально отображать скважину неограниченное число раз, ибо в построенной таким образом прямолинейной батарее

бесконечно большого числа равнодебитных скважин все они оказываются «равноправными». Соседние параллельные нейтральные линии тока разбивают пласт на одинаковые поля (см. рис. 188 и 189).

Задачу о работе скважины, расположенной между параллельными прямолинейными непроницаемыми границами, впервые решил акад. Л. С. Лейбензон [100]. Акад. Л. С. Лейбензон нашел следующие формулы для дебита  $Q^*$  скважины и для давления  $p$  в любой точке пласта (с координатами  $x, y$ ) между непроницаемыми границами:

$$Q^* = \frac{4\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \left( \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi R_k}{\delta} - 1}{\frac{\pi^2 R_c^2}{2\delta^2}} \right)}, \quad (97, XX)^3$$

$$p = p_k - \frac{Q^* \mu}{4\pi bk} \ln \left( \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi R_k}{\delta} - 1}{\operatorname{ch} \frac{\pi y}{\delta} - \cos \frac{\pi x}{\delta}} \right), \quad (98, XX)$$

где  $p_k$  — давление на контуре области питания, расстояние от скважины до которого обозначено через  $R_k$ , причем  $R_k \gg \delta$ ;

$\delta$  — расстояние от скважины до каждой из двух непроницаемых границ (т. е.  $2\delta$  — расстояние между соседними скважинами в батарее);

$p_c$  — динамическое давление на забое скв.  $A_1$  (и в любой другой скважине батареи);

$R_c$  — радиус скважины,

предполагается, что оси координат  $x, y$  проведены через центр скв.  $A_1$ , как показано на рис. 188;

ch — символ гиперболического косинуса.

---

3

$$\begin{aligned} Q^* &= \frac{4\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \left[ \ln \left( \frac{\delta^2}{\pi^2 R_c^2} \right) + \ln 4 \operatorname{ch}^2 \frac{\pi R_k}{2\delta} \right]} = \\ &= \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \left[ \ln \frac{\delta}{\pi R_c} + \ln 2 \operatorname{ch} \frac{\pi R_k}{2\delta} \right]} \cong \frac{2\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \left[ \ln \frac{\delta}{\pi R_c} + \frac{\pi R_k}{2\delta} \right]}, \end{aligned}$$

ибо  $2 \operatorname{ch} x \cong e^x$ ; при  $\frac{\pi R_k}{\delta}$  большим можно и сразу заметить, что

$$\operatorname{ch} \frac{\pi R_k}{\delta} - 1 \cong \operatorname{ch} \frac{\pi R_k}{\delta} \cong \frac{1}{2} e^{\frac{\pi R_k}{\delta}}.$$

Если отбросить непроницаемые границы  $B_1$  и  $C_1$ , то величина  $Q^*$  будет представлять дебит каждой из скважин батареи при бесконечном числе скважин в батарее; предполагается, что контуры области питания расположены по обе стороны батареи скважин на расстоянии  $R_k$  от нее и параллельно ей.

Рассмотрим, наконец, более общую задачу о работе скв.  $A_1$  в пласте, ограниченном непроницаемыми границами  $BC, CD, DE$  с трех сторон (рис. 190). Далее выяснится, что решение этой задачи является одновременно решением более общей задачи о работе группы скважин, эксплуатирующих «полосовую залежь нефти», ограниченную непроницаемыми границами с трех сторон, т.е. имеющую только одностороннее питание.

Будем считать, что скв.  $A_1$  расположена на одинаковых расстояниях  $\delta$  от границ  $BC$  и  $DE$  и на расстоянии  $w$  от границы  $CD$ . Поместим сток в центре скв.  $A_1$  и зеркально отобразим его стоком в линии  $CD$ ; иными словами, рассмотрим эксплуатационную скв.  $A_2$ , равнодебитную скв.  $A_1$  и находящуюся от нее на расстоянии  $2w$ . Затем зеркально отобразим стоки (скважины)  $A_1$  и  $A_2$  в линиях  $BC$  и  $DE$  и в их продолжениях; повторив неограниченно такие отображения, получим две параллельные батареи скважины с бесконечно большим числом скважин в каждой из них.

При наличии двух изображенных на рис. 190 батарей с бесконечным числом скважин в каждой батарее пласт оказывается разбитым на отдельные поля, прямолинейные границы которых могут быть приняты за непроницаемые границы. Можно, например, считать, что реальной непроницаемой границей является линия  $FKNG$ , причем в пласте, ограниченном линией  $FKNG$ , работает группа пяти (или вообще  $n$ ) равнодебитных скважин. Все скважины каждой из рассматриваемых двух батарей равноправны. Исследование работы скважин двух батарей было выполнено Шелкачевым [208].

Дебит  $Q^*$  каждой из скважин определяется следующей формулой:

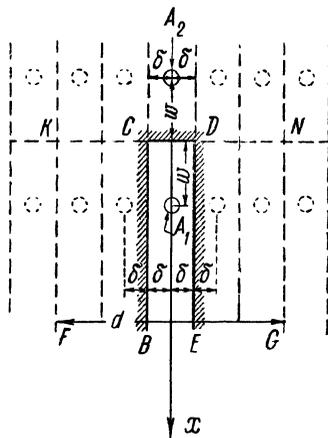


Рис. 190. Скв. 1 (сток) и ее зеркальные отображения в трех непроницаемых прямолинейных границах пласта.

$$Q^* = \frac{4\pi bk(p_k - p_c)}{\mu \ln \left\{ \frac{\left[ \operatorname{ch} \frac{\pi(R_k - w)}{\delta} - 1 \right] \left[ \operatorname{ch} \frac{\pi(R_k + w)}{\delta} - 1 \right]}{\frac{\pi^2 R_c^2}{2\delta^2} \left( \operatorname{ch} \frac{2\pi w}{\delta} - 1 \right)} \right\}}. \quad (99, XX)$$

В тех случаях, которые как раз и представляют наибольший интерес для практики, когда  $\delta$  и  $w$  малы по сравнению с  $R_k$ , формулу (99, XX) можно упростить; именно, студент Днепропетровского государственного университета В. П. Криворот (см. [208]) предложил вместо формулы (99, XX) следующую приближенную формулу:

$$Q^* = \frac{4\pi b k (p_k - p_c)}{\mu \left[ 2\pi \frac{R_k}{\delta} - \ln \left( \frac{2\pi^2 R_c^2}{\delta^2} \right) - \ln \left( \operatorname{ch} \frac{2\pi w}{\delta} - 1 \right) \right]}. \quad (99a, XX)$$

Даже при  $w \leq 0,5R_k$ ,  $\delta \leq 0,5R_k$ ,  $R_k \geq 10^5 R_c$  результаты подсчетов по приближенной и точной формулам (99, XX) и (99a, XX) расходятся не больше, чем на 0,5%.

Оценим влияние близости непроницаемых границ на дебит скважины. Для этого сопоставим дебит  $Q^*$  скважины, расположенной вблизи непроницаемых границ пласта, с дебитом  $Q$  такой же скважины и при прочих одинаковых пластовых условиях, но при отсутствии непроницаемых границ в пласте. Дебит  $Q$  подсчитывается по формуле (11, XX). Дебит же  $Q^*$  подсчитывается по разным формулам в зависимости от формы непроницаемых границ в пласте. Для оценки влияния близости непроницаемых границ (сбросов) всего удобнее определить величину отношения дебитов  $\frac{Q^*}{Q}$  для разных форм непроницаемых границ и для разных расстояний от скважины до непроницаемой границы.

Заметим, что при делении дебита  $Q^*$  на дебит  $Q$  величины  $k$ ,  $\mu$ ,  $b$ ,  $(p_k - p_c)$  сокращаются. При всех подсчетах будем считать  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см.

Рассмотрим три случая.

*I случай.* Скважина расположена вблизи прямолинейной границы (см. рис. 185). Как было выяснено в начале данного параграфа, при этих условиях дебит  $Q^*$  скважины следует подсчитывать по формуле (26, XX).

В табл. 47 приведены результаты подсчетов величины  $\frac{Q^*}{Q}$  по формулам (11, XX) и (26, XX).

*II случай.* Скважина расположена вблизи непроницаемой границы, образующей прямой угол (см. рис. 187). Допустим для простоты, что  $w_1 = w_2$ . При этих условиях скв.  $A_1$  и ее «отображения»  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$  оказываются расположенными в вершинах квадрата, а потому подсчет дебита  $Q^*$  скважины следует проводить по формуле (91, XX) при  $n = 4$  и  $R_5 = \sqrt{2} w_1$ . В табл. 48 приведены результаты подсчетов отношения  $\frac{Q^*}{Q}$  по формулам (11, XX) и (91, XX).

*III случай.* Скважина проведена в пласт между тремя прямолинейными непроницаемыми границами  $BC$ ,  $CD$  и  $DE$  (см. рис. 190). В табл. 49 при-

Таблица 47

Значение отношения  $\frac{Q^*}{Q}$  при разных расстояниях  $\delta$  скважины от прямолинейной непроницаемой границы в пласте (рис. 185)

$\delta, м$	10	50	100	500	2000
$\frac{Q^*}{Q}, \%$	64,8	71,4	74,6	83,3	92,6

Подсчеты дебитов  $Q$  и  $Q^*$  выполнены соответственно по формулам (11, XX) и (26, XX) при  $R_k = 10 км$ ,  $R_c = 10 см$ .

Таблица 48

Значения отношения  $\frac{Q^*}{Q}$  при разных расстояниях  $w_1$  и  $w_2$  скважины от прямолинейных непроницаемых границ, ограничивающих пласт с двух сторон (рис. 187)

$w_1, м$	10	50	100	500	2000
$\frac{Q^*}{Q}, \%$	39,2	46,1	50,5	63,7	82,8

Подсчеты дебитов  $Q$  и  $Q^*$  выполнены соответственно по формулам (11, XX) и (91, XX), причем принято  $R_k = 10 км$ ,  $R_c = 10 см$ ,  $R_6 = \sqrt{2} w_1$ ,  $w_1 = w_2$ .

Таблица 49

Значения отношения  $\frac{Q^*}{Q}$  при разных расстояниях  $w$  и  $\delta$  скважины от прямолинейных непроницаемых границ, ограничивающих пласт с трех сторон (рис. 190)

$\delta, м$	100	500	1000	4500
$w, м$				
10	3,60	16,0	27,2	55,3
50	3,62	16,3	28,3	59,9
100	3,64	16,7	28,9	62,2
500	3,79	17,2	30,3	68,2
2000	4,48	20,0	34,7	75,6

Подсчеты дебитов  $Q$  и  $Q^*$  выполнены соответственно по формулам (11, XX) и (101, XX), причем принято  $R_k = 10 км$ ,  $R_c = 10 см$ .

ведены результаты подсчетов отношения  $\frac{Q^*}{Q}$ , причем для дебитов  $Q$  и  $Q^*$  были использованы соответственно формулы (11, XX) и (99, XX).

Сопоставляя табл. 47–49, видим, что увеличение числа непроницаемых границ в пласте (т.е. усиление степени его замкнутости) резко влияет на величину дебита скважины. Так, например, полагая расстояния  $\delta$ ,  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w$  на рис. 185, 187, 190 равными 500 м, из табл. 47–49 находим соответственно для величины  $\frac{Q^*}{Q}$  следующие значения: 83,3%, 63,7%, 17,2%.

Нижняя граница диапазона изменений расстояний  $\delta$ ,  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w$  учтенных в табл. 47–49, соответствует нереально малым их значениям; подсчеты для этих случаев приведены с целью оценки наибольшего возможного влияния близости к скважине непроницаемых границ в пласте.

Табл. 49 позволяет отметить следующую любопытную особенность поведения скважины в пласте, замкнутом непроницаемыми границами с трех сторон: расстояние  $w$  скважины от непроницаемой границы сравнительно мало влияет на ее дебит.

Если нарушить симметрию и расположить скв.  $A_1$  ближе к границе  $BC$ , чем к  $DE$  (см. рис. 190), то дебит скважины (при сохранении всех прочих одинаковых условий) мало изменился бы от такой перестановки. В работе Щелкачева [208] приведены, например, следующие подсчеты: расстояние  $2\delta$  между границами  $BC$  и  $DE$  принято равным 2000 м, скв.  $A_1$  расположена на расстоянии 400 м от границы  $BC$ , т.е. в 4 раза ближе к ней, чем к  $DE$ . При таком расположении и при  $w = 10$  м дебит скважины был бы лишь на 2,5% меньше того дебита, который бы имела та же скважина, если бы она была расположена посередине между границами  $BC$  и  $DE$ ; при тех же условиях, но при  $w = 1000$  м, упомянутое различие в дебитах несимметрично и симметрично расположенных скважин было бы еще меньше — лишь 1,7%. Последние подсчеты были выполнены при следующих дополнительных предположениях:  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см. Итак, мы видим, что при заданном расстоянии  $2\delta$  между параллельными непроницаемыми границами пласта  $BC$  и  $DE$  положение скважины по отношению к этим границам и по отношению к третьей непроницаемой границе  $CD$  весьма мало отражается на дебите скважины.

В согласии с методами решения задач, поясненными в данном параграфе, табл. 47–49 могут быть истолкованы по-другому. Именно, можно считать, что в упомянутых таблицах подсчитаны отношения дебита  $Q^*$  какой-либо скв.  $A_1$ , работающей совместно со всеми теми взаимодействующими равнодебитными с ней скважинами, которые служат ее «отображениями» (рис. 185, 187, 190, считая, что пласт однородный и никаких непроницаемых границ в пласте нет) к дебиту  $Q$  той же скв.  $A_1$  при одиночной ее работе с тем же динамическим противодавлением на забой. Этим и объясняется,

что значения величины  $\frac{Q^*}{Q}$ , подсчитанные в табл. 49, значительно меньше соответствующих величин, подсчитанных в табл. 47–49; ведь табл. 49 отражает эффект воздействия на какую-либо скважину всех остальных скважин двух бесконечно длинных батарей.

## § 10\*. Оценка эффекта взаимодействия скважин прямолинейной батареи при наличии непроницаемых границ в пласте; сравнение дебитов прямолинейной галереи и батареи

Предположим, что пласт с трех сторон ограничен непроницаемыми границами  $FK$ ,  $KN$ , и  $NG$  (см. рис. 190). На расстоянии  $w$  от границы  $KN$  и параллельно ей проведена прямолинейная батарея из  $n$  скважин. Скважины в батарее расположены на одинаковом расстоянии друг от друга, и, кроме того, батарея симметрична по отношению к границам пласта  $FK$  и  $NG$ , т. е. расстояния от ближайших крайних скважин до этих границ равны  $\delta$ .

Обозначим расстояние между границами  $FK$  и  $NG$  через  $d$ . Вследствие симметрии в расположении  $n$  скважин  $d = 2\delta n$ .

Обозначим расстояние от границы  $KN$  до параллельного ей контура области питания через  $R_k$ , постоянное давление вдоль контура питания —  $p_k$ . Динамические забойные давления во всех скважинах примем одинаковыми и равными  $p_c$ .

При этих условиях справедливы следующие выводы:

- 1) все скважины батареи равнодебитны;
- 2) нейтральные линии токов являются прямыми линиями, параллельными границам  $FK$  и  $NG$  и проходящими через середины расстояния между соседними скважинами;
- 3) непроницаемые границы  $FK$  и  $NG$  также принадлежат к числу нейтральных линий тока.

Таким образом, для каждой из  $n$  скважин будут справедливы формулы (99, XX) и (99а, XX). Для определения суммарного дебита  $Q_n^*$  всех  $n$  скважин батареи воспользуемся формулой (99а, XX), причем умножим  $Q^*$  на  $n$  и заменим  $\delta$  на  $\frac{d}{2n}$ :

$$Q_n^* = \frac{4\pi bk(p_k - p_c)n}{\mu \left[ \frac{4\pi R_k n}{d} - \ln \left( \frac{8\pi^2 R_c^2 n^2}{d^2} \right) - \ln \left( \frac{4\pi wn}{d} - 1 \right) \right]}. \quad (100, XX)$$

Чтобы выяснить наиболее полно влияние числа ( $n$ ) скважин на их суммарный дебит при заданном неизменном расстоянии  $d$ , представляет интерес исследовать крайний предел уплотнения скважин, когда  $n \rightarrow \infty$ . При бесконечном числе скважин в батарее на участке конечной длины  $d$  они сливаются в сплошную прямолинейную дренажную галерею. Дебит галереи обозначим через  $Q_r^*$ , причем

$$Q_r^* = \lim_{n \rightarrow \infty} Q_n^*. \quad (101, XX)$$

Полагая в формуле (100, XX)  $n \rightarrow \infty$ , переходя к пределу и пользуясь правилом Лопиталья для раскрытия неопределенностей, получим:

$$Q_r^* = \frac{k}{\mu} \frac{p_k - p_c}{R_k - w} bd. \quad (102, XX)$$

Как и следовало ожидать, для  $Q_r^*$  получили формулу, характеризующую одномерный поток в пласте ширины  $d$  и длины  $(R_k - w_c)$  — сравнить с формулой (5, IX).

Поскольку формула (102, XX) для дебита галлерей при одномерном притоке к ней жидкости получилась в результате предельного перехода из формулы суммарного дебита прямолинейной батареи скважин, постольку возникает вполне естественный вопрос: насколько сильно движение жидкости к батарее скважин отличается от одномерного движения?

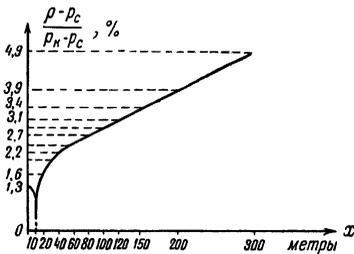


Рис. 191. Вертикальное сечение пьезометрической воронки депрессии вдоль оси  $x$  (главной линии тока) рис. 190.  $R_k = 10$  км;  $R_c = 10$  см;  $w = 10$  м;  $2\delta = 200$  м.

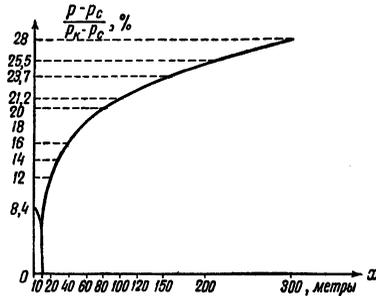


Рис. 192. Вертикальное сечение пьезометрической воронки депрессии вдоль оси  $x$  (главной линии тока) рис. 190.  $R_k = 10$  км;  $R_c = 10$  см;  $w = 10$  м;  $2\delta = 2$  км.

Для ответа на этот вопрос исследуем распределение давлений вдоль прямой — главной линии тока, проходящей через центр любой скважины батареи и параллельной непроницаемым границам  $FK$ ,  $NG$ ; одной из таких прямых является ось  $x$ ; исследуем распределение давления вдоль нее. Формула для распределения давления вдоль оси  $x$  довольно громоздка, и потому она здесь не приводится (подробности в работе Шелкачева [208]). Исследуем пьезометрические линии, построенные на основании упомянутой формулы, для точек оси  $x$  при двух различных значениях расстояний  $2\delta$  между соседними скважинами в батарее.

Пьезометрические линии, изображенные на рис. 191 и 192, построены для следующих условий:  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см,  $w = 10$  м, причем рис. 191 соответствует значению расстояния  $2\delta = 200$  м, а рис. 192 — в десять раз большее —  $2\delta = 2$  км. На осях ординат обеих фигур откладывается величина

на  $\frac{p-p_c}{p_k-p_c}$ , характеризующая превышение давления  $p$  в любой точке главной линии тока (оси  $x$ ) над забойным динамическим давлением  $p_c$  в скважине; это превышение давления  $(p-p_c)$  выражено в процентах по отношению к общему перепаду давления  $(p_k-p_c)$  между контуром области питания и скважиной.

Понятно, что на скважине  $p = p_c$ , на контуре области питания  $p = p_k$ , потому упомянутая безразмерная величина на стенке скважины равна нулю, а на контуре области питания — единице (т.е. достигает 100%).

На осях абсцисс рис. 191 и 192 откладываются расстояния вдоль главной линии тока, отсчитываемые от непроницаемой границы  $KN$ , см. рис. 190; для скважины  $x \cong w$ .

Судя по форме пьезометрических кривых, градиенты давлений велики и резко изменяются лишь в ближайшей окрестности скважин, но вдали от скважин давление распределяется примерно по линейному закону; график изменения давления тем лучше приближается к прямой (см. рис. 191), чем меньше расстояние между скважинами. Таким образом, в рассматриваемых условиях замкнутости пласта с трех сторон (при тесном расположении скважин в батарее) движение жидкости сравнительно недалеко от скважин почти точно следует законам одномерного течения.

Вернемся к формулам (100, XX) и (102, XX). На основании этих формул легко подсчитать отношение  $\frac{Q_n^*}{Q_r^*}$ , характеризующее, насколько суммарный дебит  $Q_n^*$  скважин батареи отличается от дебита  $Q_r^*$  галереи той же длины и при прочих одинаковых условиях. Сравнение величин отношения  $\frac{Q_n^*}{Q_r^*}$  при одних и тех же условиях, но при разных значениях  $n$ , дает полное представление об эффекте взаимодействия скважин симметричной однородной батареи в пласте, закрытом с трех сторон непроницаемыми границами.

В табл. 50 и 51 подсчитаны значения отношения  $\frac{Q_n^*}{Q_r^*}$  для тех случаев, когда батарея скважин в пласте, закрытом непроницаемыми границами с трех сторон (см. рис. 190), состоит из 1, 2, 5 и 10 скважин [таковы значения  $n$  в формуле (100, XX)]. Величины  $\frac{Q_n^*}{Q_r^*}$  подсчитаны (в процентах) по формулам (100, XX) и (102, XX).

При подсчетах было принято  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см, причем табл. 50 соответствует значению расстояния  $d = 2$  км, а табл. 51 — расстоянию  $d = 9$  км.

Из табл. 50 видно, что суммарный дебит батареи, состоящей из двух скважин, отличается от дебита галереи меньше, чем на 15% при  $w = 10 \sim 1000$  м.

Табл. 50 соответствует случаю сильной замкнутости пласта — расстояние  $d$  между параллельными непроницаемыми границами  $FK$  и  $NG$  равно всего 2 км. Следовательно, если, например, пласт перебит сбросами на отдельные небольшие поля, то добавление новых скважин в каждом таком поле сравнительно мало влияет на увеличение суммарного дебита первых ранее введенных в эксплуатацию скважин. Сопоставление табл. 50 и 51 показывает, что эффект взаимодействия между скважинами сказывается тем сильнее, чем более замкнут пласт.

Из того факта, что при малых значениях  $d$  суммарный дебит несколь-

Таблица 50

Значения отношения  $\frac{Q_n^*}{Q_\Gamma^*}$  при разных значениях  $n$  и  $w$  (рис. 190)

$w, м$	$\frac{Q_1^*}{Q_\Gamma^*}, \%$	$\frac{Q_2^*}{Q_\Gamma^*}, \%$	$\frac{Q_5^*}{Q_\Gamma^*}, \%$	$\frac{Q_{10}^*}{Q_\Gamma^*}, \%$
10	74,3	86,8	95,3	98,0
100	77,9	89,0	96,0	98,2
1000	77,8	88,5	95,6	98,0

Подсчеты выполнены при  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см,  $d = 2$  км.

Таблица 51

Значения отношения  $\frac{Q_n^*}{Q_\Gamma^*}$  при разных значениях  $n$  и  $w$  (рис. 190)

$w, м$	$\frac{Q_1^*}{Q_\Gamma^*}, \%$	$\frac{Q_2^*}{Q_\Gamma^*}, \%$	$\frac{Q_5^*}{Q_\Gamma^*}, \%$	$\frac{Q_{10}^*}{Q_\Gamma^*}, \%$
10	33,5	52,8	76,6	88,2
100	37,3	57,3	79,2	90,1
1000	39,0	58,6	79,8	89,6

Подсчеты выполнены при  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см,  $d = 9$  км.

ких скважин батареи почти равен дебиту галлерей, и из ранее отмеченного факта, что вдали от батареи движение жидкости почти точно следует законам одномерного течения, можно сделать важный вывод. Именно, расстояние ( $R_k - w$ ) от контура области питания до батареи должно сравнительно сильно влиять на величину суммарного дебита скважин батареи<sup>1</sup>. В условиях строго одномерного притока жидкости к галлерее дебит галлерей, как показывает формула (102, XX), обратно пропорционален расстоянию ( $R_k - w$ ) до контура области питания. Для суммарного дебита скважин прямолинейной батареи, близкого к дебиту галлерей, зависимость от ( $R_k - w$ ) будет хотя и несколько меньше, чем только что было упомянуто для галлерей, но все же достаточно большой.

В работе Шелкачева [208] было выполнено исследование не только однорядной, но и двухрядной батареи скважин — второй ряд эксплуатационных скважин располагался параллельно первому в пласте, закрытом непроницаемыми границами с трех сторон (рис. 193). Кратко опишем важнейшие

<sup>1</sup>На этот вывод следует обратить особое внимание, ибо выше мы неоднократно подчеркивали, что при радиальном и нерадиальном движении жидкости к одной и к многим скважинам (в пласте без непроницаемых границ) расстояние от скважин до контура области питания мало влияет на их дебит.

результаты этого исследования. Допустим, что пласт первоначально эксплуатировался одним рядом скважин с одинаковыми динамическими давлениями на забоях  $p_c$ . После пуска второго ряда скважин с теми же динамическими давлениями на забоях  $p_c$  (считая, что в скважинах I ряда также продолжают сохраняться те же забойные динамические давления) происходит как бы перераспределение дебитов: суммарный дебит скважин обоих рядов оказывается не на много больше суммарного дебита скважин ранее эксплуатировавшегося одного ряда. При совместной работе обоих рядов дебиты скважин I ряда меньше дебита скважин II ряда: скважины II ряда как бы перехватывают напор и экранируют следующий I ряд скважин.

Таблица 52

**Значения дебита  $Q^*$  (выраженные в  $m^3/сутки$ ) любой из скважин первого ряда (рис. 193), когда скважины второго ряда бездействуют**

$2\delta, m$	100	200	400	2000
$w_1, m$				
10	8,5	16,9	33,0	128
100	8,6	17,1	33,5	136
1000	9,5	18,8	36,7	149

Таблица 53

**Значения дебитов  $Q_1^*$ ,  $Q_2^*$  каждой из скважин I и II рядов при их совместной работе и значения суммарного дебита  $Q_c^*$  двух скважин, из которых одна первого ряда, а другая второго;  $Q_c^* = Q_1^* + Q_2^*$**

$2\delta \rightarrow$		100			200			2000		
$w_1$	$w_2$	$Q_1^*$	$Q_2^*$	$Q_c^*$	$Q_1^*$	$Q_2^*$	$Q_c^*$	$Q_1^*$	$Q_2^*$	$Q_c^*$
10	100	2,7	6,0	8,7	6,6	10,8	17,4	61,2	84,3	145
10	200	2,0	6,8	8,8	5,5	11,9	17,4	60,8	88,5	149
10	500	1,1	7,9	9,0	3,7	14,2	17,9	60,5	94,9	155
10	1000	0,7	8,9	9,6	2,5	16,3	18,8	59,1	103	162
100	500	1,3	7,7	9,0	4,2	13,7	17,9	69,6	87,6	157
200	500	1,6	7,4	9,0	5,0	12,9	17,9	72,6	84,8	157

Все дебиты выражены в  $m^3/сутки$ , а расстояния  $2\delta$ ,  $w_1$  и  $w_2$  — в м (рис. 193).

Обозначим дебит любой из скважин I ряда, когда скважины II ряда не работают, через  $Q^*$ . Дебит любой из тех же скважин I ряда при совместной работе со скважинами II ряда обозначим через  $Q_1^*$ , а дебит какой угодно скважины II ряда при совместной работе со скважинами I ряда — через  $Q_2^*$ .

$2\delta$  — расстояние между соседними скважинами в каждом из двух рядов;  $w_1$  и  $w_2$  — расстояния от скважин I и II ряда до поперечной непроницаемой границы.

Приведем табл. 52 и 53, заимствованные из упомянутой выше работы Щелкачева [208]. Эти таблицы иллюстрируют эффект взаимодействия между скважинами двухрядной батареи, изображенной на рис. 193, при различных значениях расстояний  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $2\delta$ .

В таблицах приведены величины дебитов скважин  $Q^*$ ,  $Q_1^*$ ,  $Q_2^*$ , подсчитанные для следующих условий:  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см,  $b = 10$  м,  $k = 1$  д,  $\mu = 1$  сантипуазу,  $(p_k - p_c) = 10$  ат.

Сравнивая табл. 52 и 53, действительно убеждаемся, что чем гуще расположены скважины в каждом ряду (чем меньше  $2\delta$ ), тем меньше суммарный дебит  $Q_c^*$  одной скважины I ряда и одной скважины II ряда при совместной работе обоих рядов отличается от дебита  $Q^*$  какой-либо из скважин I ряда.

При подсчетах предполагалось, что скважины I и II рядов расположены по квадратной сетке и симметрично к обеим продольным непроницаемым границам (рис. 193). Поэтому в таблицах достаточно было ограничиться указанием расстояния между соседними скважинами  $2\delta$ , не считаясь с числом скважин и с расстоянием между продольными непроницаемыми границами; при  $n$  скважинах в каждом ряду упомянутое расстояние равно  $2\delta n$ . Итак обе рассмотренные таблицы справедливы при любом числе  $n$  скважин в каждом ряду, начиная от  $n = 1$ . Табл. 53 рассчитана с помощью того же метода отображения стоков, который был выше пояснен для однорядной батареи.

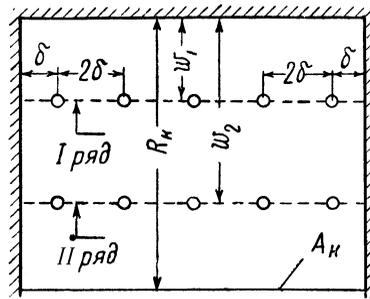


Рис. 193. Двухрядная батарея скважин в пласте, замкнутом с трех сторон непроницаемыми границами.

Если в тех же условиях пласта, замкнутого с трех сторон непроницаемыми границами, скважины двухрядной батареи расставить в шахматном порядке, то их суммарный дебит мало отличается от суммарного дебита двухрядной батареи при расстановке скважин по квадратной сетке (при прочих одинаковых условиях).

---

---

## ГЛАВА XXI

# Простейшие законы стягивания контура нефтеносности к скважинам. Выводы по поводу рациональных методов расстановки скважин

### § 1. Замечания по поводу постановки задач

В этой главе задачи о стягивании контура нефтеносности решаются при тех же условиях, которые были оговорены в § 1 предыдущей главы: рассматривается плоское установившееся горизонтальное движение однородной несжимаемой жидкости в однородном пласте к гидродинамически совершенным скважинам; жидкость движется в пласте по линейному закону фильтрации в условиях водонапорного режима, причем кровля и подошва пласта горизонтальны. При такой идеализированной постановке задач, когда игнорируются различия в вязкостях и плотностях нефти и воды и изменения в эффективной проницаемости пласта при вытеснении нефти водой, невозможно учесть некоторые очень важные особенности продвижения контура нефтеносности в реальных пластовых условиях. Даже термин «контур нефтеносности» при такой постановке задач оказывается не вполне законным<sup>1</sup>. Однако математически строгое решение задач при сформулированных выше простейших условиях позволяет точно установить ряд интересных особенностей продвижения контура нефтеносности в пласте в зависимости от его начальной формы и начальных расстояний до скважин, а также от числа скважин, расстояний между ними и системы их расстановки.

Получив точное количественное решение задачи о стягивании контура нефтеносности при сформулированных выше условиях, дополнительно легче учесть различие в вязкостях и плотностях нефти и воды, уклон пласта, изменение эффективной проницаемости пласта в процессе вытеснения нефти водой, гидродинамическое несовершенство сква-

---

<sup>1</sup>При гидродинамическом решении задач, когда соблюдаются перечисленные выше простейшие условия, доц. М. М. Глоговский предложил заменить термин «контур нефтеносности» термином «контур разноцветности». Последний термин подчеркивает, что исследуется стягивание к скважинам контура, разделяющего две жидкости, физические свойства которых (вязкость и плотность) одинаковы.

жин и т. д. Количественные и качественные оценки возможного влияния этих факторов могут основываться на закономерностях, исследованных в главах XIII, XVI, XVIII данного курса.

Вопросы стягивания контуров нефтеносности при учете упомянутых выше усложняющих факторов были исследованы в СССР (в хронологическом порядке) Шелкачевым [208], Полубариновой-Кочиной и Казарновской [63], Пыхачевым [150], Полубариновой-Кочиной [145], Миллионщиковым, Тиховым [167], Казарновской [64], Чарным и Глоговским [79], Дудиным [49]; в США — Маскетом [120, 122].

В данной главе, как и в предыдущей, приходится во многих случаях ограничиваться пояснением лишь постановки задачи, метода ее решения и конечных выводов; подробности решения не приводятся, ибо они потребовали бы от читателя знания специальных разделов гидродинамики.

Решения важнейших проблем взаимодействия скважин и задач о стягивании контура нефтеносности позволяют (в конце главы) осветить гидродинамические основы теории расстановки скважин на нефтяных месторождениях<sup>2</sup>.

## § 2. Стягивание контуров нефтеносности различных форм к одной скважине

Задачи о стягивании контура нефтеносности к одной скважине будем решать при соблюдении тех простейших условий, которые были сформулированы в предыдущем параграфе. В таком случае достаточно ограничиться исследованием стягивания контура в одной горизонтальной плоскости.

Как было доказано в § 2 главы IX, закон движения частицы жидкости вдоль траектории при плоском радиальном притоке к скважине определяется формулой:

$$r^2 = r_0^2 - Bt, \quad (1, XXI)$$

где

$$B = \frac{2k(p_k - p_c)}{m\mu \ln \frac{R_k}{R_c}} = \frac{Q}{\pi b m}, \quad (2, XXI)$$

$r$  и  $r_0$  — текущее и начальное расстояния движущейся частицы жидкости от центра скважины. Задаваясь произвольной формой начального

<sup>2</sup>Большинство выводов, таблиц и графинов, приводимых в данной главе, заимствовано из работы Шелкачева [208].

контура нефтеносности, т. е. задаваясь значениями расстояния  $r_0$  вдоль каждой траектории (вдоль каждого радиуса), по формуле (1, XXI) сможем определить  $r$  для любого момента времени  $t$ , а следовательно, будем знать форму контура нефтеносности в тот же момент времени.

*Задача 1.* Исследуем этим способом стягивание к скв.  $A_c$  контура нефтеносности, имеющего в начальный момент форму окружности  $A_n$ , эксцентричной к  $A_c$  (рис. 194); для наглядности масштабы при изображении скв.  $A_c$  радиуса  $R_c$  и начального контура нефтеносности  $A_n$  радиуса  $R_n$  не соблюдены.

Будем считать, что контур области питания  $A_k$ , на котором поддерживается постоянное давление  $p_k$ , удален от скважины на расстояние  $R_k$ , значительно большее  $R_n$ . При этом условии форма контура  $A_k$  не будет влиять на приток жидкости к скважине; в частности,  $A_k$  может быть окружностью, концентричной скважине.

В описанных условиях приток жидкости к скважине будет строго радиальным, ибо хотя скв.  $A_c$  эксцентрична по отношению к начальному контуру нефтеносности  $A_n$ , но разностью в вязкостях нефти и воды мы пренебрегаем.

В начальный момент времени уравнение кругового контура нефтеносности  $A_n$  имеет вид:

$$(x - a)^2 + y^2 = R_n^2, \quad (3, XXI)$$

где  $a$  — расстояние между центрами окружностей  $A_c$  и  $A_n$ , расположение декартовых осей координат указано на рис. 194.

Условившись выше обозначать через  $r_0$  начальные расстояния точек контура нефтеносности от скважины, переход от декартовых координат  $x, y$  к полярным  $r_0, \theta$  для точек окружности  $A_n$  совершим по формулам:

$$x = r_0 \cos \theta; \quad y = r_0 \sin \theta. \quad (4, XXI)$$

На основании равенств (4, XXI) уравнение (3, XXI) начального контура нефтеносности  $A_n$  переписется так:

$$r_0^2 = 2ar_0 \cos \theta + a^2 - R_n^2 = 0. \quad (5, XXI)$$

Рассматривая последнее равенство как квадратное уравнение по отношению к  $r_0$ , определяя  $r_0$  и подставляя затем значение  $r_0^2$  в формулу (1, XXI), получим уравнение стягивающегося контура нефтеносности в полярных координатах  $r, \theta$ :

$$r^2 = R_n^2 + a^2 \cos 2\theta + 2a \sqrt{R_n^2 - a^2 \sin^2 \theta} \cos \theta - Bt. \quad (6, XXI)$$

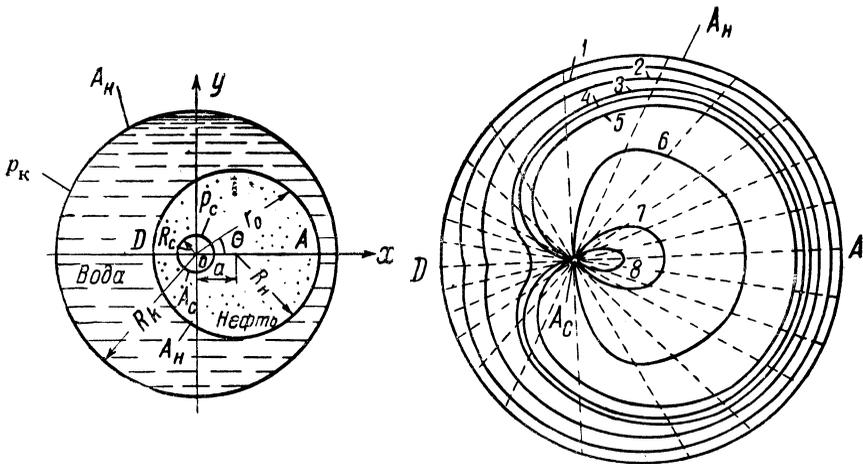


Рис. 194. Эксцентричное расположение скв.  $A_c$  по отношению к стягивающемуся контуру нефтеносности, к начальному контуру нефтеносности  $A_n$ .

Рис. 195. Последовательные положения имевшего первоначально форму окружности, эксцентричной скважине.

Задавая различные значения полярного угла  $\theta$ , по формуле (6, XXI) можем определить соответствующие расстояния  $r$  от точек контура нефтеносности до скважины в любой момент времени  $t$ .

Последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности построены на рис. 195 с помощью уравнения (6, XXI). Кривые 1–3, 5 соответствуют положениям контура нефтеносности через равные интервалы времени; промежуточная кривая 4 соответствует моменту прорыва воды в скважину; кривые 5–7 также соответствуют положениям стягивающегося контура нефтеносности через равные интервалы времени, но иные, чем для кривых 1–3, 5. Пунктиром на рис. 195 показаны траектории, вдоль которых прослеживалось продвижение контура нефтеносности из начального положения  $A_n$  причем было принято  $R_n = 150$  м,  $a = 50$  м,  $R_c = 10$  см (см. рис. 194). Следовательно, расстояние от скв.  $A_c$  до ближайшей точки  $D$  контура нефтеносности равно 100 м, а до наиболее удаленной  $A$  — 200 м.

В дополнение к рис. 195 составлена табл. 54; в таблице указаны промежутки времени (в сутках), в течение которых стягивающийся контур нефтеносности может пройти путь от начального положения до любого из положений 1–8, изображенных на рис. 195. При составле-

нии таблицы подсчеты проводились по формулам (2, XXI) и (6, XXI), причем для  $R_n$ ,  $R_c$  и  $a$  были сохранены вышеупомянутые значения; кроме того, было принято:  $Q = 47,2 \text{ м}^3/\text{сутки}$ ,  $b = 10 \text{ м}$ ,  $t = 0,15$ . Дебит  $Q = 47,2 \text{ м}^3/\text{сутки}$  при  $b = 10 \text{ м}$  выбран потому, что именно такой дебит имеет гидродинамически совершенная скважина в условиях плоского радиального потока при следующих, например, удобных для пересчетов условиях:  $k = 1 \text{ д}$ ,  $\mu = 1$  сантипуазу,  $(p_k - p_c) = 1 \text{ ат}$ ,  $R_k = 10^5 R_c$ , см. формулу (2, XXI) или формулу (29, IX) и примеры 1 и 5 в § 2 главы IX. Промежуток времени до полного обводнения скважины (до того момента, когда наиболее удаленная частица  $A$  контура нефтеносности достигнет скважины) равен 4000 суток. На рис. 195 заметно постепенное образование «языка обводнения», вызванное несимметричным расположением скважины по отношению к начальному контуру нефтеносности  $A_n$ .

Ближайшая к скважине частица жидкости, находившаяся в точке  $D$  начального контура нефтеносности, обладает наибольшей скоростью и потому, обгоняя соседние с ней частицы контура, первой достигает скважины.

Таблица 54

**Промежутки времени  $t$ , соответствующие стягиванию контура нефтеносности от начального положения  $A_n$  до кривых 1–8 (рис. 194 и 195)**

Номера кривых	1	2	3	4	5	6	7	8
$t$ , сутки . . . . .	300	600	900	1000	1200	2400	3600	3900

При подсчетах по формулам (2, XXI) и (6, XXI) принято:  $R_n = 150 \text{ м}$ ,  $a = 50 \text{ м}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ ,  $Q = 47,2 \text{ м}^3/\text{сутки}$ ,  $b = 10 \text{ м}$ ,  $t = 0,15$ .

*Задача 2.* Сохраним все условия предыдущей задачи за исключением одного: предположим, что ближайшая к скважине часть контура нефтеносности имеет прямолинейную форму. Кратчайшее расстояние между центром скв.  $A_c$  и прямолинейной частью контура нефтеносности  $A_n$  обозначим через  $a$  (рис. 196; на фигуре изображена только прямолинейная часть контура). Требуется проследить за стягиванием контура нефтеносности.

Уравнение прямолинейного начального контура нефтеносности в полярных координатах имеет вид:

$$r_0 = \frac{a}{\sin \theta}. \tag{7, XXI}$$

Подставляя в формулу (1, XXI) значение  $r_0$  из уравнения (7, XXI) получим искомый закон стягивания прямолинейного контура нефтеносности при плоско-радиальном притоке жидкости к скважине:

$$r^2 = \frac{a^2}{\sin^2 \theta} - Bt. \quad (8a, XXI)$$

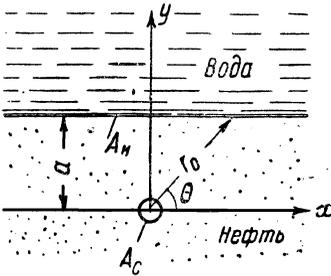


Рис. 196. Скв.  $A_C$  вблизи прямолинейного контура нефтеносности  $A_H$ .

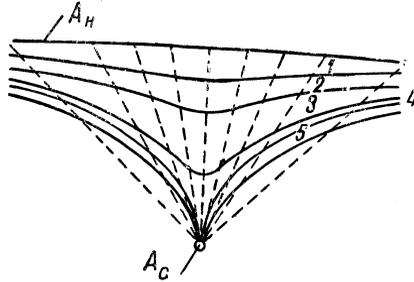


Рис. 197. Последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности, имевшего первоначально форму прямой линии.

Уравнение (8a, XXI) позволяет определить радиус-вектор  $r$  точки стягивающегося контура нефтеносности для любого значения полярного угла  $\theta$  и в любой момент времени  $t$ .

На рис. 197, построенном с помощью формулы (8a, XXI), изображены последовательные положения контура нефтеносности  $A_H$  стягивающегося к скважине, кривые 1, 2, 3 и 5 представляют последовательные положения контура нефтеносности через равные интервалы времени. Кривая 4 соответствует моменту начала обводнения скважины. Полагая  $a = 100$  м,  $R_c = 10$  см,  $m = 0,15$ ,  $Q = 47,2$  м<sup>3</sup>/сутки,  $b = 10$  м (вместо двух последних данных и здесь можно было бы принять  $k = 1$  д,  $\mu = 1$  сантипуазу,  $(p_k - p_c) = 1$  ат,  $R_k = 10^5 R_c$ ), получаем возможность использовать табл. 54 для определения промежутков времени, через которые стягивающийся контур нефтеносности достигает положений 1–5 на рис. 197.

На упомянутом рисунке опять видно образование языка обводнения в зоне наибольших скоростей движения жидкости к скважине. Если в рассмотренных задачах 1 и 2 учесть различие в вязкостях нефти и воды и учесть различие в эффективных проницаемостях нефтяной

и заводненной (ранее нефтяной) зонах, то пришлось бы «язык обводнения» на рис. 193 и 195 изобразить более интенсивным и время до момента обводнения скважины сократилось бы. Последнее замечание было бы справедливо во всех тех случаях (наиболее часто встречающихся в реальных условиях), когда величина отношения  $\frac{k}{\mu}$  для чисто нефтяной зоны меньше, чем для заводненной зоны, см. по этому поводу главу XVIII, в которой исследовался процесс вытеснения нефти водой<sup>1</sup>.

### § 3. Стягивание контуров нефтеносности к двум взаимодействующим скважинам

В § 3 главы XX было подробно исследовано гидродинамическое поле двух равнодебитных взаимодействующих скважин и было указано, что уравнение семейства траекторий имеет вид:

$$x^2 - y^2 - 2C_0xy - \delta^2 = 0, \quad (8, XXI)$$

где  $\delta$  — половина расстояний между центрами скважин;

$C_0$  — параметр семейства; различным значениям  $C_0$  соответствуют различные траектории, имеющие форму равнобочных гипербол (см. рис. 172).

Методы гидродинамики позволяют вывести законы движения частиц жидкости вдоль любой из траекторий семейства (8, XXI), (Щелкачев [208]).

В частности, закон движения вдоль главной линии тока — вдоль оси  $x$  на рис. 172 — выражается так:

$$t_x = \frac{\pi b m}{Q'} \left[ \frac{1}{2} (x_0^2 - x^2) - \delta^2 \ln \frac{x_0}{x} \right], \quad (9, XXI)$$

где  $Q'$  — дебит каждой из двух взаимодействующих скважин;

$t_x$  — время движения частицы жидкости вдоль оси  $x$  между точками с координатами  $x_0$  и  $x$ .

<sup>1</sup>В книге Маскета [120] также исследуется вопрос о стягивании прямолинейного контура нефтеносности к скважине. Однако Маскет считает, что во всех точках первоначально прямолинейного контура  $A_n$  (см. рис. 196) давление постоянно; этого не может быть в условиях радиального притока жидкости к скважине. Таким образом, в книге Маскета решена не та задача, о которой говорит автор. По существу Маскет решает задачу о стягивании прямолинейного контура нефтеносности, расположенного в начальный момент как раз посередине между нагнетательной и эксплуатационной скважинами (прямолинейный начальный контур нефтеносности перпендикулярен линии центров скважин и делит пополам отрезок между этими центрами).

Вдоль нейтральной линии тока закон движения представляется следующей формулой:

$$t_y = \frac{\pi b m}{Q'} \left[ \frac{1}{2} (y_0^2 - y^2) + \delta^2 \ln \frac{y_0}{y} \right], \quad (10, \text{XXI})$$

где  $t_y$  — время движения вдоль оси  $y$  между точками с координатами  $y_0$  и  $y$ .

Спроектируем на ось  $y$  частицу жидкости, движущуюся по любой из гиперболических кривых семейства (8, XXI); напишем закон движения проекции на ось  $y$  движущейся частицы жидкости:

$$t = \frac{\pi b m}{Q'} \left[ C_0 y \sqrt{(C_0^2 + 1)y^2 + \delta^2} - \frac{C_0 \delta^2}{\sqrt{C_0^2 + 1}} \times \right. \\ \left. \times \ln \left( y + \sqrt{y^2 + \frac{\delta^2}{C_0^2 + 1}} \right) - (C_0^2 + 1)y^2 \right]_{y=0}^y, \quad (11, \text{XXI})$$

где  $t$  — время движения частицы жидкости вдоль гиперболической траектории между точками с ординатами  $y_0$  и  $y$  (именно эти значения ординат и следует подставить в выражение, заключенное в квадратных скобках, следуя обычным правилам подстановки). Каждой гиперболической траектории соответствует определенное значение  $C_0$ . Полагая, например,  $C_0 = \infty$  и пользуясь правилом Лопиталья для раскрытия неопределенностей, из формулы (11, XXI) получим закон движения (10, XXI) для нейтральной линий тока.

На рис. 198 кривые 1–15 изображают последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности через равные промежутки времени для случая, когда равнодебитные скважины расположены симметрично по отношению к начальному контуру  $A_n$ , имеющему круговую форму. Пунктиром намечены траектории семейства (8, XXI); около них поставлены соответствующие значения параметра  $C_0$ . Кривая 4 соответствует положению контура нефтеносности в момент обводнения скважин, когда частицы жидкости на контуре нефтеносности, движущиеся быстрее всего по главным линиям тока, достигают скважин, образовав языки обводнения. Кривые 1–15 построены на основании расчетов с помощью формул (8, XXI)–(11, XXI); эти формулы, а следовательно, и картина стягивания контура нефтеносности, изображенная на рис. 198, справедливы лишь при тех простейших условиях, какие были оговорены в § 1. Кроме того, при построении этой фигуры было принято, что  $R_n = 2\delta = 2 \cdot 10^3 R_c$ , где  $R_n$  — радиус начального

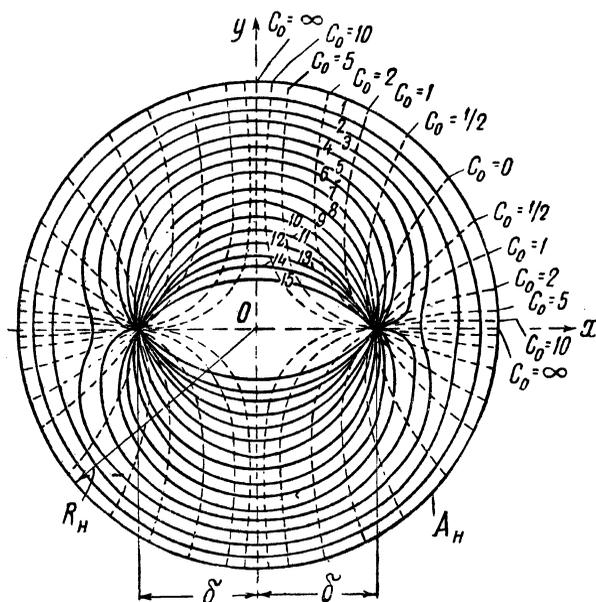


Рис. 198. Последовательные положения контура нефтеносности, имевшего первоначально форму окружности и стягивающегося к двум равнодебитным скважинам.

контура нефтеносности  $A_n$ ;  $R_c$  — радиус любой из скважин. Если, например,  $R_c = 10$  см, то на рис. 198 расстояние между скважинами  $2\delta$  и радиус  $R_n$  следует считать равными 200 м.

Столь малые значения контура нефтеносности взяты с той целью, чтобы на чертеже удобнее было проследить за всеми особенностями стягивания контура к скважинам. Чем больше было бы  $R_n$  по сравнению с  $2\delta$ , тем более было бы заметно, что, находясь на далеких расстояниях от скважин, контур стягивается, сохраняя свою круговую форму, как будто бы в его центре расположена только одна скважина. Языки обводнения вдоль линии центров скважин становятся заметны, лишь когда контур нефтеносности приближается к скважинам.

Если принять  $R_k = 10$  км,  $R_n = 200$  м,  $2\delta = 200$  м,  $R_c = 10$  см;  $m = 0,15$ ,  $k = 1$  д,  $\mu = 1$  сантипуазу;  $(p_k - p_c) = 1$  ат,  $b = 10$  м, то дебит каждой из двух взаимодействующих скважин, подсчитанный по формуле (26, XX), равен  $34,4$  м<sup>3</sup>/сутки; промежуток времени  $T_0$  до

начала обводнения скважин (см. кривую 4 на рис. 198) оказывается равным 1248 суток. Величина  $T_0$  подсчитывается по формуле (9, XXI), для чего в ней следует положить  $x_0 = 200$  м,  $x = 100$  м. Промежуток времени  $t'$ , в течение которого контур нефтеносности переходит от одной кривой из числа кривых 1–15 на рис. 198 к соседней кривой, равен  $\frac{1}{4} T_0$ , т. е. равен 312 суткам.

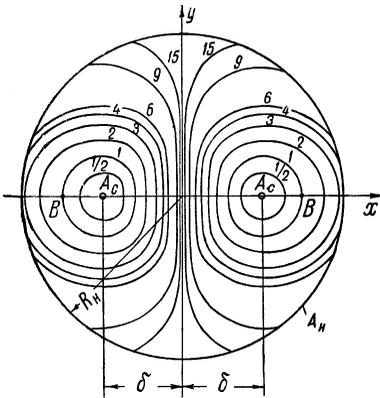


Рис. 199. Синхронные контуры вокруг двух равнодебитных скважин.

Если бы, наоборот, дебит  $Q'$  каждой из двух взаимодействующих скважин взять равным дебиту  $Q$  одиночно работающей скважины (за счет увеличения перепада давления во взаимодействующих скважинах), то при таком увеличении дебита в 1,34 раза ( $47,2 : 34,4 = 1,34$ ) промежуток времени  $T_0$  до начала обводнения каждой из двух скважин уменьшится в 1,34 раза и станет равным 931 суткам ( $1248 : 1,34 = 931$ ). Вполне естественно, что когда частица жидкости находится на линии центров двух взаимодействующих скважин на каком-либо определенном расстоянии, например 100 м от одной из них, то она пройдет путь до скважины скорее (за 911 суток) частицы, удаленной на то же расстояние от одиночно работающей равнодебитной скважины (в последнем случае тот же путь 100 м проходится за 1000 суток).

Представляет интерес следующий вопрос, впервые поставленный В. П. Яковлевым [226]: какую форму имеют кривые линии, обладающие тем свойством, что частицы жидкости, находившиеся на каждой из этих кривых, одновременно подходят к стенке скважины. Такие кривые, пользуясь остроумным термином В. П. Яковлева, будем называть «синхронными контурами».

Сравнивая этот пример с тем, который был разобран в предыдущем параграфе при анализе табл. 54, видим, что если в каждой из двух взаимодействующих скважин поддерживать то же понижение давления  $(p_k - p_c) = 1$  ат, что и в скважине при ее одиночной работе, то дебит  $Q'$  каждой из взаимодействующих скважин меньше ( $34,4$  м<sup>3</sup>/сутки вместо  $47,2$  м<sup>3</sup>/сутки), а промежуток времени  $T_x$  до начала обводнения больше (1248 суток вместо 1000 суток), чем в одиночно работающей скважине при прочих равных условиях. Если бы, наоборот, дебит  $Q'$  каждой из двух взаимодействующих скважин взять равным дебиту  $Q$  одиночно работающей скважины (за

На рис. 199 изображены синхронные контуры, построенные по формулам (8, XXI) — (11, XXI) для случая  $2\delta = 2 \cdot 10^3 R_c$ , где  $R_c$  — радиус каждой из двух равнодебитных скв.  $A_c$ . Около каждого синхронного контура поставлена цифра, указывающая: сколько промежутков времени потребуется, чтобы данный контур всеми своими точками стянулся к скважине. За единицу взят промежуток времени, необходимый для того, чтобы скважина достигла точки  $B$ , причем  $BA_c \frac{1}{2} \delta$  (см. [208]).

Кроме синхронных контуров, на рис. 199 построен такой же начальный круговой контур нефтеносности  $A_n$ , как и на рис. 198; именно радиус  $R_n$  взят равным расстоянию  $2\delta$  между центрами скважин. Замечая точки пересечения синхронных контуров с окружностью  $A_n$ , сразу легко представить, через какие промежутки времени и одновременно с какими другими частицами жидкости точки контура нефтеносности достигают скважин.

На рис. 200 с помощью тех же формул (8, XXI)–(11, XXI) построены через равные промежутки времени последовательные положения контура нефтеносности, имевшего первоначально прямолинейную форму и стягивающегося к двум равнодебитным скважинам<sup>1</sup>. Кратчайшее расстояние от скважин до контура нефтеносности  $A_n$  принято равным расстоянию  $2\delta$  между центрами скв.  $A_c$ . Пунктирные линии — гиперболы траектории; около них проставлены соответствующие значения параметра  $C_0$ , см. уравнение (8, XXI). Цифры, стоящие около кривых, изображающих последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности, указывают, сколько промежутков времени  $t'$  потребуется для того, чтобы контур нефтеносности прошел путь от начального положения  $A_n$  до заданного. При  $t = 14t' = T_0$  начнется обводнение скважин, к этому моменту их достигнут первые частицы, левявшие на начальном контуре нефтеносности.

Приняв опять  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см,  $2\delta = 200$  м,  $m = 0,15$ ,  $k = 1$  д,  $\mu = 1$  сантипуазу,  $(p_k - p_c) = 1$  ат,  $b = 10$  м, получим по формуле (26, XX)  $Q' = 34,4$  м<sup>3</sup>/сутки, а из формул (8, XXI)–(11, XXI) найдем промежуток времени  $T_0$  до начала обводнения скважин:  $T_0 = 4368$  суток. Отсюда следует, что  $t' = \frac{1}{14} T_0 = 312$  суток.

Рекомендуем читателю сравнить этот пример с тем, который был разобран выше при исследовании стягивания кругового контура нефтеносности к двум скважинам.

Покажем, что в рассматриваемых простейших условиях формулы

<sup>1</sup>Все подсчеты для построения рис. 198–200 и построение этих фигур были выполнены в 1940 г. студентом Днепропетровского государственного университета М. З. Чарным [208].

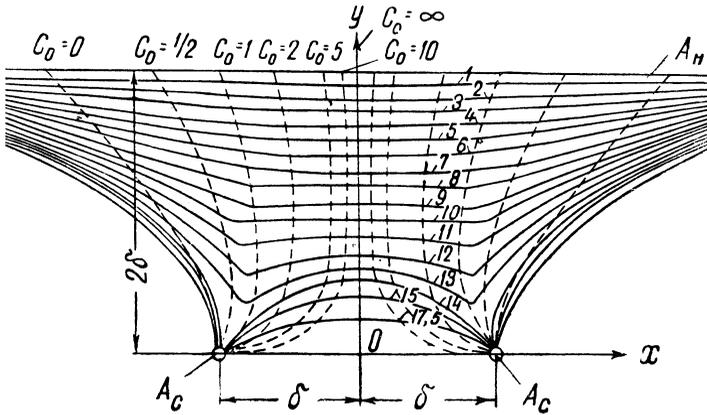


Рис. 200. Последовательные положения контура нефтеносности, имевшего первоначально прямолинейную форму и стягивающегося к двум равнодебитным скважинам.

подземной гидравлики позволяют точно подсчитать площадь «целика нефти» (площадь внутри контура нефтеносности) к началу обводнения скважин или к любому заданному более позднему моменту до полного их обводнения.

Предположим, что начальный контур нефтеносности  $A_n$  имеет форму окружности радиуса  $R_n$  (см. рис. 198). При стягивании контура нефтеносности первыми достигают скважины те точки контура, которые лежат на линии центров скважин. Линия центров скважин принята за ось  $x$ , поэтому если в формуле (9, XXI) положить  $x_0 = R_n$ ,  $x = \delta$ , то получим промежуток времени  $T_0$  до начала обводнения скважин:

$$T_0 = \frac{\pi b m}{Q'} \left[ \frac{1}{2} (R_n^2 - \delta^2) - \delta^2 \ln \frac{R_n}{\delta} \right]. \quad (12, XXI)$$

Обозначим суммарную добычу нефти из двух скважин за время  $T_0$ , т. е. в течение безводной эксплуатации, через  $\tau_0$ . Очевидно, что

$$\tau_0 = 2Q'T_0, \quad (13, XXI)$$

или на основании формулы (12, XXI)

$$\tau_0 = 2\pi b m \left[ \frac{1}{2} (R_n^2 - \delta^2) - \delta^2 \ln \frac{R_n}{\delta} \right]. \quad (14, XXI)$$

Суммарная добыча  $\tau_0$  равна объему пор, освободившихся от нефти в той части пласта, которая заключена между начальным круговым контуром нефтеносности  $A_n$  и контуром нефтеносности в момент, соответствующий началу обводнения скважин, см. кривую 4 на рис. 198<sup>2</sup>.

Площадь целика нефти  $\sigma_{ц}$  внутри контура нефтеносности в момент начала обводнения скважин легко подсчитать как разность первоначальной площади нефтеносности и площади заводненной зоны:

$$\sigma_{ц} = \pi R_n^2 - \frac{\tau_0}{bm} = \pi \delta^2 \left( 1 + 2 \ln \frac{R_n}{\delta} \right). \quad (15, XXI)$$

Назовем, «коэффициентом равномерности стягивания контура нефтеносности» величину  $\xi$ , равную отношению площади целика нефти в момент начала обводнения скважины к начальной площади нефтеносности:

$$\xi = \frac{\sigma_{ц}}{\pi R_n^2} = \frac{\delta^2}{R_n^2} \left( 1 + 2 \ln \frac{R_n}{\delta} \right). \quad (16, XXI)$$

В табл. 55, рассчитанной по формуле (16, XXI), приводятся значения величины  $\xi$  для разных величин отношения  $\frac{R_n}{\delta}$ . Из таблицы видно, что по мере

увеличения отношения  $\frac{R_n}{\delta}$ , т. е. с увеличением расстояния от скважин до первоначального контура нефтеносности, относительные размеры целика нефти, характеризующиеся величиной  $\xi$ , убывают. Подтверждается известное правило: не следует ставить скважины слишком близко от контура нефтеносности, ибо

Таблица 55

**Значения коэффициента  $\xi$ , характеризующего относительные размеры целика нефти к моменту обводнения скважин**

$\frac{R_n}{\delta}$	2	5	10
$\xi$	0,600	0,170	0,056

Подсчет выполнен по формуле (16, XXI) (рис. 198).

<sup>2</sup> Коэффициент усадки учитывать не требуется, ибо дебиты скважин и добыча подсчитываются во всех предыдущих формулах применительно к пластовым условиям. Кроме того, в реальных условиях при вытеснении нефти водой из пласта часть нефти остается в порах обводненной зоны и часть порового пространства внутри начального контура нефтеносности занята неподвижной связанной (погребенной) водой. Для учета этих факторов следовало бы либо ввести в формулы поправочные коэффициенты, либо соответственно уменьшить величину эффективной динамической пористости  $m$ . Предполагается, что избран последний способ; этим и объясняется, что во всех примерах при высокой величине проницаемости пласта (порядка 1  $d$ ) берется заниженное значение коэффициента пористости  $m = 0,15$ . Следует также помнить, что во всех рассуждениях пласт предполагается однородным.

это создает быстрое подтягивание к ним языков воды и после обводнения скважин в пласте остается большой целик нефти.

Казалось бы, что для уменьшения размеров целика нефти следовало бы рекомендовать расставлять скважины тесной группой вблизи центра залежи нефти. Однако такое решение было бы неправильным: с одной стороны, при тесном расположении скважин между ними силен эффект взаимодействия и, с другой стороны, требуется очень длительное время для стягивания контура нефтеносности до центральных скважин (при сколько-нибудь значительных размерах начального контура нефтеносности).

Следовательно, при выборе гидродинамически обоснованных вариантов расстановки скважин необходимо заботиться не только о равномерности стягивания контура нефтеносности, но учитывать и эффект взаимодействия скважин и срок разработки залежи нефти. Несколько более подробно этот вопрос будет освещен дальше<sup>3</sup>.

#### § 4\*. Стягивание контура нефтеносности к скважинам кольцевой батареи

Допустим, что симметричная кольцевая батарея состоит из  $n$  равнодебитных скважин (см. рис. 177). Возьмем две любые соседние скважины из батареи и рассмотрим движение частиц жидкости по одной из главных линий тока (по оси  $x$ ) и по одной из нейтральных линий тока (по оси  $N$ ); см. рис. 201. Предполагается, что выполнены все те простейшие условия, которые были оговорены в § 1. Время  $t_x$  движения частицы жидкости вдоль главной линии тока  $x$  между двумя любыми точками  $C$  и  $P$  определяется формулой:

$$t_x = \frac{\pi b m}{n Q'} \left[ (r_0^2 - r^2) - \frac{2R_6^n}{n-2} \left( \frac{1}{r^{n-2}} - \frac{1}{r_0^{n-2}} \right) \right], \quad (17, XXI)$$

где  $r_0$  и  $r$  — расстояния точек  $C$  и  $P$  от центра  $O$  окружности  $E$ , вдоль которой располагается кольцевая батарея  $n$  скважин. Время  $t_N$  движения частицы жидкости вдоль нейтральной линии тока  $N$  между двумя любыми точками  $A$  и  $M$  определяется формулой:

$$t_N = \frac{\pi b m}{n Q'} \left[ (r_0^2 - r^2) + \frac{2R_6^n}{n-2} \left( \frac{1}{r^{n-2}} - \frac{1}{r_0^{n-2}} \right) \right], \quad (18, XXI)$$

где  $r_0$  и  $r$  — расстояния точек  $A$  и  $M$  от центра  $O$ .

Формулы (17, XXI) и (18, XXI) справедливы при  $n > 2$ . Связанный с применением методов гидродинамики вывод этих формул мы здесь привести не можем, см. Щелкачев [208].

<sup>3</sup>См. § 7 данной главы.

Модуль скорости фильтрации в любой точке главной линии тока на расстоянии  $r$  от центра  $O$ , причем  $r > R_6$ , определяется формулой:

$$v = \frac{nQ'}{2\pi b} \frac{r^{n-1}}{r^n - R_6^n}; \quad (19, XXI)$$

если  $r < R_6$ , т. е. для любой точки оси  $x$ , но внутри окружности  $E$ , имеем:

$$v = \frac{nQ'}{2\pi b} \frac{r^{n-1}}{R_6^n - r^n}. \quad (20, XXI)$$

Из формул (19, XXI) и (20, XXI) видно, что при  $R \rightarrow R_6$ , т. е. при приближении к скважине, скорость  $v$  возрастает. Следовательно, движение к скважине вдоль главной линии тока с обеих сторон (при  $r > R_6$  и при  $r < R_6$ ) ускоренное. При  $r = 0$  имеем  $v = 0$ , т. е. центр  $O$  является точкой равновесия.

Модуль скорости фильтрации  $v$  в любой точке нейтральной линии тока на расстоянии  $r$  от центра  $O$  определяется формулой:

$$v = \frac{nQ'}{2\pi b} \frac{r^{n-1}}{R_6^n + r^n}. \quad (21, XXI)$$

Для исследования характера движения вдоль нейтральной линии тока продифференцируем  $v$  по  $r$ , пользуясь формулой (21, XXI):

$$\frac{dv}{dr} = \frac{nQ'}{2\pi b} \frac{r^{n-2}[(n-1)R_6^n - r^n]}{(r^n + R_6^n)^2}. \quad (22, XXI)$$

Следовательно,

$$\frac{dv}{dr} > 0, \quad \text{если } (n-1)R_6^n > r^n,$$

$$\frac{dv}{dr} = 0, \quad \text{если } (n-1)R_6^n = r^n,$$

$$\frac{dv}{dr} < 0, \quad \text{если } (n-1)R_6^n < r^n,$$

$$\frac{dv}{dr} = 0, \quad \text{если } r = 0.$$

Проведенное исследование показывает, что скорость частицы жидкости движущейся к центру вдоль нейтральной линии тока из удаленных частей

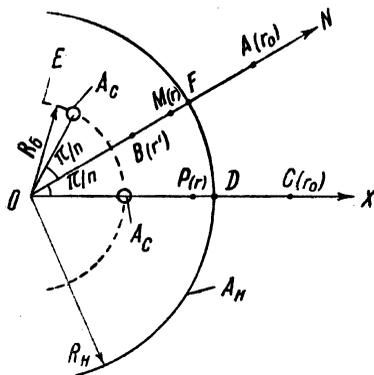


Рис. 201. Главная и нейтральная линии токов ( $OX$  и  $ON$ ) при движении жидкости к кольцевой батарее равнодебитных скважин.

пласта, сначала возрастает и достигает своего максимума при  $r = \sqrt[n]{n-1} R_6$ ; затем скорость фильтрации начинает убывать и в точке равновесия  $O$  обращается в нуль. Подставляя найденное критическое значение  $r$  в формулу (21, XXI), найдем максимальную скорость фильтрации вдоль нейтральной линии тока:

$$v_{\max} = \sqrt[n]{(n-1)^{n-1}} \frac{Q'}{2\pi b R_6}. \quad (23, \text{XXI})$$

Рассмотрим особенности стягивания контура нефтеносности, имевшего в начале форму окружности  $A_n$ , концентричной кольцевой батарее скважин  $E$ . Сравним движения вдоль наиболее характерных линий тока — главной и нейтральной.

Допустим, что точка  $F$  начального контура нефтеносности  $A_n$ ,двигающаяся по нейтральной линии тока  $N$ , достигает точки  $B$  в тот момент, когда достигает скв.  $A_c$  точка  $D$  контура нефтеносности  $A_n$ ,двигающаяся по главной линии тока  $x$ .

Требуется определить расстояние  $r'$  точки  $B$  от центра  $O$ .

Для этого поступим следующим образом: в формулу (17, XXI) подставим вместо  $r_0$  и  $r$  величины  $R_n$  и  $R_6$ ; найдем величину  $t_x$ , соответствующую моменту начала обводнения скважины. Найденное значение  $t_x$  подставим вместо  $t_N$  в левую часть формулы (18, XXI), а в правой ее части положим  $r_0 = R_n$ ,  $r = r'$ ; получим следующее уравнение для определения искомого расстояния  $r'$ :

$$\left(\frac{r'}{R_6}\right)^n + \left\{ \frac{2}{n-2} \left[ 2 \left(\frac{R_6}{R_n}\right)^{n-2} - 1 \right] - 1 \right\} \left(\frac{r'}{R_6}\right)^{n-2} - \frac{2}{n-2} = 0. \quad (24, \text{XXI})$$

Из этого алгебраического уравнения степени  $n$  можно определить  $r'$  в зависимости от  $R_6$  и  $R_n$ . Не при всех значениях  $n$  уравнение (24, XXI) можно разрешить в радикалах; оно может быть сведено к уравнению не выше четвертой степени и тем самым разрешено в радикалах при следующих значениях числа скважин  $n$ :  $n = 3$ ;  $n = 4$ ;  $n = 6$ ;  $n = 8$ .

Для любого другого целого числа  $n$  следует воспользоваться каким-либо из приближенных известных способов решения уравнений высших степеней.

Исследуя уравнение (24, XXI), легко убедиться в том, что величина  $\frac{r'}{R_6}$  возрастает по мере увеличения отношения  $\frac{R_n}{R_6}$ . Это обозначает, что чем больше величина радиуса  $R_n$  первоначального контура нефтеносности  $A_n$  (по сравнению с  $R_6$ ), тем больше точки контура нефтеносности, движущиеся по нейтральной линии тока, будут отставать от точек контура нефтеносности, движущихся вдоль главной линии тока. Наиболее сильное отставание, т. е. наиболее сильно выраженный язык обводнения, получается в том предельном случае, когда  $R_n = \infty$ . Подобный крайний нереальный случай представляет интерес потому, что ему соответствует наиболее неблагоприятная картина стягивания контура нефтеносности.

Положив в уравнении (24, XXI)  $R_n = \infty$ , получим:

$$\left(\frac{r'}{R_6}\right)^n - \frac{2}{n-2} \left(\frac{r'}{R_6}\right)^{n-2} - \frac{2}{n-2} = 0. \tag{25, XXI}$$

При  $n = 3$  уравнение (25, XXI) сводится к кубическому уравнению; его левая часть легко раскладывается на множители. При  $n = 6$  уравнение (25, XXI) также сводится к кубическому уравнению; при  $n = 4$  получаем биквадратное уравнение, а при  $n = 8$  — уравнение четвертой степени. Решения этих уравнений приведены в табл. 56.

Т а б л и ц а 56

**Относительные величины расстояний  $\frac{r'}{R_6}$   
 точки  $B$  от центра  $O$  при разном числе  
 скважин в батарее (рис. 201)**

$n$	3	4	6	8
$\frac{r'}{R_6}$	2	1,55	1,30	1,20

Подсчеты выполнены с помощью уравнения (25, XXI).

Форма контура нефтеносности  $A'_n$  в момент обводнения скважин показана на рис. 202 и 203 для трех и восьми скважин в батарее.

Строго говоря, картины, изображенные на рис. 202 и 203 и табл. 56, справедливы лишь для теоретически мыслимого случая  $R_n = \infty$ .

Однако подсчеты показывают, что в практически интересном диапазоне значений радиуса  $R_n$  начального кругового контура нефтеносности, когда  $R_n > 2R_6$  картина стягивания контура нефтеносности будет почти точно такая же, какая отражена на упомянутых фигурах и в таблице (при соблюдении всех прочих одинаковых условий).

Так, например, если в уравнении (24, XXI) положить  $R_n = 10R_6$  или  $R_n = 5R_6$ , то для  $n = 4$  получаем соответственно  $r' = 1,55R_6$  или  $r' = 1,54R_6$ . Как показывает табл. 56, тот же результат получился и при  $R_n = \infty$ .

Другие подсчеты по формулам (17, XXI) и (18, XXI) показывают, что если принять опять  $n = 4$  и  $R_n = 10R_6$  или  $R_n = 5R_6$ , то к тому моменту, когда точка контура нефтеносности,двигающаяся по главной линии тока, будет на расстоянии  $2R_6$  от центра  $O$ , другая точка,двигающаяся по нейтральной линии тока, будет на расстоянии  $2,11R_6$  или  $2,09R_6$  от центра  $O$ . Различие в расстояниях от центра  $O$  до наиболее близкой (на главной линии тока) и наиболее удаленной (на нейтральной линии тока) точек контура нефтеносности в обоих случаях порядка 5%.

Следовательно, действительно, если контур нефтеносности в отдалении от скважин кольцевой батарее имеет форму окружности, то круговая форма

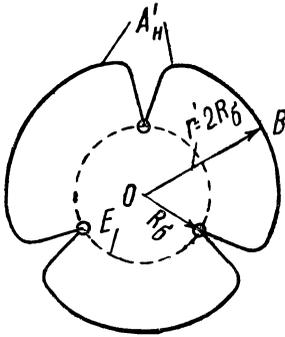


Рис. 202. Контур нефтеносности  $A'_H$  в момент прорыва воды к кольцевой батарее из 3 скважин.

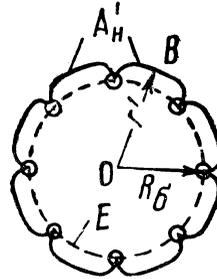


Рис. 203. Контур нефтеносности  $A'_H$  в момент прорыва воды к кольцевой батарее из 8 скважин.

стягивающегося контура нарушается лишь в ближайшей окрестности скважин; в основном это нарушение происходит в зоне, точки которой удалены не больше, чем на расстояние  $2R_6$  от центра  $O$ , т. е. на расстояние  $R_6$  от кольцевой батареи скважин  $E$ .

Поэтому при анализе формы стягивающегося контура нефтеносности и при подсчетах времени его стягивания к скважинам кольцевой батареи вполне допустимо кольцевую батарею скважин мысленно заменять равнодебитной кольцевой галлереей (см. рис. 178); подобное допущение, значительно облегчающее все подсчеты, не может быть использовано лишь при анализе формы стягивающегося контура нефтеносности в ближайшей окрестности скважин.

Пользуясь тем же методом, что и в предыдущем параграфе, легко подсчитать площадь целика нефти  $\sigma_{ц}$  внутри контура  $A'_H$  в момент начала обводнения скважин; для 3 и 8 скважин контуры  $A'_H$  показаны на рис. 202 и 203. Выполним этот подсчет. Положив в формуле (17, XXI)  $r_0 = R_H$ ,  $r = R_6$ , получим промежуток времени  $T_0$  до начала обводнения скважин с момента пуска их в эксплуатацию, т. е. с начала стягивания кругового контура нефтеносности  $A_H$  (предполагается, что  $n$  скважин кольцевой батареи пущены одновременно).

Суммарная добыча  $\tau_0$  всех  $n$  скважин за время  $T_0$  безводной их эксплуатации определится из формулы (17, XXI):

$$\tau_0 = nQ'T_0 = \pi b m \left[ (R_H^2 - R_6^2) - \frac{2R_6^n}{n-2} \left( \frac{1}{R_6^{n-2}} - \frac{1}{R_H^{n-2}} \right) \right]. \quad (26, XXI)$$

Суммарная добыча нефти  $\tau_0$  равна объему пор, освободившихся от нефти в той части пласта, которая заключена между начальным круговым контуром нефтеносности  $A_n$  (см. рис. 201) и контуром нефтеносности  $A'_n$  в момент, соответствующий началу обводнения скважин (см. рис. 202 и 203). Поэтому площадь  $\sigma_{ц}$  целика нефти, заключенного внутри контура  $A'_n$ , найдем на основании формулы (26, XXI)<sup>1</sup>:

$$\sigma_{ц} = \pi R_n^2 - \frac{\tau_0}{bm} = \frac{2R_6^2}{n-2} \left[ n - 2 \left( \frac{R_6}{R_n} \right)^{n-2} \right]. \quad (27, XXI)$$

Обозначив площадь круга, ограниченного кольцевой батареей скважин  $E$ , через  $\sigma_E$  и учтя, что  $\sigma_E = \pi R_6^2$ , получим:

$$\sigma_{ц} = \left[ 1 + 2 \frac{1 - \left( \frac{R_6}{R_n} \right)^{n-2}}{n-2} \right] \sigma_E. \quad (28, XXI)$$

Формула (28, XXI) справедлива при любом числе скважин  $n$  в батарее, если только  $n > 2$ , см. сделанное выше замечание по поводу формул (17, XXI) и (18, XXI). Для  $n = 2$  формулу (15, XXI) в новых обозначениях можно переписать так:

$$\sigma_{ц} = \left( 1 + 2 \ln \frac{R_n}{R_6} \right) \sigma_E. \quad (29, XXI)$$

Из формулы (28, XXI) видно, что  $\sigma_{ц} \rightarrow \sigma_E$ , когда  $n \rightarrow \infty$ , т.е. когда уплотненность скважин кольцевой батареи приближает ее к кольцевой галлерее. Наглядной иллюстрацией формул (28, XXI) и (29, XXI) служит табл. 57.

Таблица 57

**Относительная величина целика нефти в момент начала обводнения скважин кольцевой батареи (см. рис. 201–203)**

Число скважин	2	4	8	$\infty$	2	4	8	$\infty$
$\frac{R_6}{R_n}$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,1	0,1	0,1	0,1
$\frac{\sigma_{ц}}{\sigma_E}$	2,83	1,84	1,33	1	5,61	1,99	1,33	1

Расчет выполнен по формулам (28, XXI) и (29, XXI).

<sup>1</sup>См. подстрочное примечание по поводу формул (14, XXI) и (15, XXI) в предыдущем параграфе.

Из таблицы видно, что при значительном числе скважин в кольцевой батарее площадь целика  $\sigma_{ц}$  мало зависит от величины отношения  $\frac{R_6}{R_n}$ . Это согласуется со сделанным выше выводом о том, что изменения в форме стягивающегося кругового контура нефтеносности становятся заметны лишь в ближайшей окрестности скважин.

Совершенно аналогичными способами можно было бы решить все рассмотренные в данном параграфе задачи для двух концентричных кольцевых батарей скважин и большего их числа.

Итак, методы подземной гидродинамики позволяют точно (в упомянутых выше идеализированных условиях) подсчитать дебиты скважин кольцевых батарей, время до начала обводнения скважин, безводную добычу нефти из скважин, площадь целика нефти к моменту начала обводнения скважин, позволяют проанализировать форму стягивающегося контура нефтеносности и т. д. Все это весьма важно для решения проблемы расстановки скважин и составления проекта рациональной разработки залежи нефти, ограниченной круговым (или слабо вытянутым) контуром нефтеносности.

В работе Щелкачева [208] приведены более подробные подсчеты только что перечисленных величин, причем дана приближенная оценка влияния различия в вязкостях нефти и воды на приток нефти к скважинам кольцевой батареи.

**Примечание.** Точная оценка влияния различия в вязкостях воды и нефти на стягивание контура нефтеносности к группе скважин представляет большие трудности. Еще большие осложнения получаются при попытке учесть изменения в эффективной проницаемости пласта за счет проникновения воды в область, ранее занятую водой. При учете всех этих факторов проблема стягивания контура нефтеносности до сих пор не имеет сколько-нибудь строгого и общего математического решения. Помимо цитированной выше работы Щелкачева [208], приближенные методы оценки влияния различия в вязкостях воды и нефти на характер стягивания контура нефтеносности даны в новых работах Чарного [189], Крылова и др. [79].

## § 5\*. Особенности стягивания овально вытянутого контура нефтеносности к скважинам, расположенным вдоль длинной оси овала

Рассмотрим сначала прямолинейную батарею трех равнодебитных скв.  $A_1, A_2, A_3$ ; дебит каждой из скважин при совместной работе обозначим через  $Q$ . Расстояния между соседними скважинами будем считать одинаковыми и равными  $2\delta$ . Проведем оси координат  $x$  и  $y$  так, как указано на рис. 204.

Траектории, по которым движутся частицы жидкости к трем взаимодействующим скважинам, имеют довольно сложную форму. Получить законы движения в замкнутой форме возможно лишь для некоторых простейших

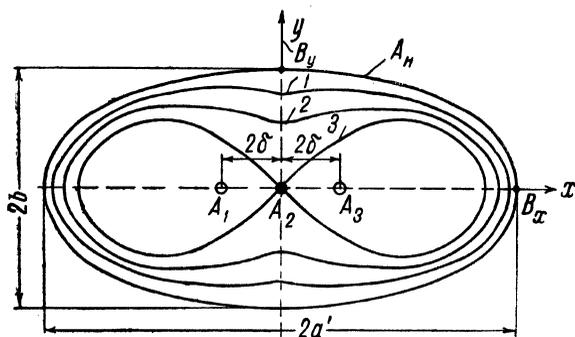


Рис. 204. Последовательные положения контура нефтеносности, имевшего первоначально форму эллипса и стягивающегося к трем равнодебитным скважинам.

траекторий. В частности, законы движения вдоль траекторий, совпадающих с осями  $x$  и  $y$ , имеют вид:

$$t_x = \frac{\pi b m}{3Q'} \left[ (x_0^2 - x^2) - \frac{8\delta^2}{3} \ln \frac{3x_0^2 - 4\delta^2}{3x^2 - 4\delta^2} \right], \quad (30, \text{XXI})$$

$$t_y = \frac{\pi b m}{3Q'} \left[ (y_0^2 - y^2) + \frac{8\delta^2}{3} \ln \frac{3y_0^2 - 4\delta^2}{3y^2 - 4\delta^2} \right]. \quad (31, \text{XXI})$$

где  $t_x$  — время движения вдоль оси  $x$  между точками с координатами  $x_0$  и  $y$ ;  
 $t_y$  — время движения вдоль оси  $y$  между точками с координатами  $y_0$  и  $y$ .

Из формул (30, XXI) и (31, XXI) видно, что при  $x_0 = y_0$  и  $x = y$  оказывается  $t_x < t_y$ , т. е. на указанных участках пути частицы жидкости будут двигаться по оси  $x$  скорее, чем по оси  $y$ . Однако, если величины  $x_0, x, y_0, y$  больше  $2\delta$ , то упомянутое различие между  $t_x$  и  $t_y$  очень незначительно; объясняется это тем, что вторые члены (логарифмические) в правых частях формул (30, XXI) и (31, XXI) в рассматриваемых условиях значительно меньше влияют на величины  $t_x$  и  $t_y$ , чем первые члены (одинаковые в обеих формулах).

Отсюда же следует, что если  $y_0 \ll x$ , то соответствующая частица жидкости вдоль оси  $y$  движется с гораздо большей скоростью (при  $x_0 \gg 2\delta$ , чем по оси  $x$ . Именно этот случай и будет интересовать нас в дальнейшем.

Допустим, что начальный контур нефтеносности  $A_n$  имеет форму эллипса и скв.  $A_1, A_2, A_3$  расположены симметрично вдоль его длинной оси; скв.  $A_2$  расположена в центре эллипса.

Рис. 204 построен для следующих соотношений между полуосями эллипса  $a'$  и  $b'$  и расстоянием  $2\delta$  между соседними скважинами:  $a' = 2b' = 8\delta$ .

В этом случае, согласно сказанному выше, после одновременного пуска скважин в эксплуатацию точка  $B_x$  должна начать двигаться с меньшей скоростью, чем  $B_y$ , — контур нефтеносности стягивается вдоль короткой оси овала скорее, чем вдоль длинной. Кривые 1–3 изображают последовательные, построенные через равные интервалы времени, положения стягивающегося контура нефтеносности; кривая 3 соответствует моменту начала обводнения центральной скв.  $A_2$ . В этот момент область нефтеносности оказывается разбитой на два отдельных поля, причем обводнено 55% начальной площади нефтеносности (внутри контура  $A_n$ ), т. е. площадь целиков нефти вокруг скв.  $A_n$  и  $A_3$  (внутри контура 3) составляет около половины начальной площади нефтеносности.

Приведем результаты некоторых числовых подсчетов<sup>1</sup>. Допустим, что  $a' = 2$  км;  $b' = 1$  км;  $2\delta = 500$  м, среднее расстояние от скважин до контура нефтеносности  $R_k = 10$  км,  $R_c = 10$  см,  $\mu = 1$  сантипуазу,  $k = 1$  д,  $b = 10$  м,  $m = 0,15$ ; понижения давлений ( $p_k - p_c$ ) в крайних скв.  $A_1$  и  $A_3$  равны  $10$  ат.

При сформулированных условиях для равнодебитности центральной скв.  $A_2$  с крайними необходимо, чтобы в скв.  $A_2$  поддерживался больший перепад давления, а именно равный  $10,4$  ат; дебит каждой из скважин будет равен  $324$  м<sup>3</sup>/сутки. Промежутки времени, через которые построены последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности 1–3, равны 1774 суток; промежуток времени с момента пуска всех скважин в эксплуатацию до прорыва воды в центральную скважину будет в 3 раза больше, т. е. равен 5322 суток.

Начальная площадь нефтеносности (площадь  $\pi a' b'$  внутри эллипса  $A_n$ ) равна 628 га. Объем нефти, добытой за 5322 суток из трех скважин при их суммарном дебите  $972$  м<sup>3</sup>/сутки, равен  $5,17 \cdot 10^6$  м<sup>3</sup>. При эффективной динамической пористости пласта  $m = 0,15$  и мощности  $b = 10$  м в результате добычи упомянутого количества нефти должна была обводниться площадь, равная 345 га:

$$(5,17 \cdot 10^6) : (0,15 \cdot 10) = 3,45 \cdot 10^6 \text{ м}^2,$$

т. е. несколько больше половины (55%) начальной площади нефтеносности.

Конечно, при столь большой начальной площади нефтеносности было недопустимо ограничиваться тремя скважинами для разработки залежи (этим и объясняется громадный промежуток времени до начала обводнения центральной скважины), но рассмотренный пример был выбран с особой целью — выяснить характерные особенности стягивания овально вытянутого контура нефтеносности.

Обобщим предыдущие выводы. Допустим, что залежь нефти, ограниченная овально вытянутым контуром нефтеносности, эксплуатируется прямой батареей скважин, расположенных вдоль длинной оси овала (рис. 205).

Контур нефтеносности находится вдоль оси  $y$  на более близком расстоянии от середины батареи скважин, чем вдоль оси  $x$ . Анализируя законы

<sup>1</sup>Подсчеты заимствованы из работы Щелкачева [208].

движения вдоль осей  $x$  и  $y$ , можно сделать следующие несколько упрощенные выводы: расстояние от контура нефтеносности до центра овала входит в формулы для времени [см., например, формулы (30, XXI) и (31, XXI)] во второй степени. Следовательно, при  $a' > b'$  вершина  $B$  стягивающегося овального контура нефтеносности будет двигаться к скважинам значительно быстрее, чем вершина  $A$  (за исключением тех периодов, когда точка  $A$  попадает в ближайшие окрестности скважин). При такой системе разработки овальной залежи нефти вдоль оси  $y$  появляется интенсивный обводнения и центральные скважины обводняются задолго до того, как из пласта выбрана вся нефть.

Отмеченные особенности стягивания овально вытянутого контура нефтеносности позволяют сделать ряд существенных выводов по поводу системы разработки залежей нефти соответствующей формы в условиях водонапорного режима; некоторые замечания по этому поводу будут сделаны в конце данной главы.

### § 6\*. Особенности стягивания контура нефтеносности к однорядной батарее скважин в пласте, замкнутом с трех сторон

В § 9 и 10 главы XX было изучено влияние непроницаемых границ в пласте (например, сбросов, порогов резкой фациальной изменчивости) на эффект взаимодействия скважин. Особенно подробно была изучена работа однорядной симметричной батареи скважин в пласте с непроницаемыми границами, замыкающими пласт с трех сторон (см., например, рис. 190), считая на ней линии  $FK$ ,  $KN$ ,  $NG$  непроницаемыми границами. Было доказано, что в упомянутых условиях каждая из скважин ведет себя так же, как и соседние с ней скважины, а потому весь пласт можно разбить на одинаковые поля; достаточно изучить работу одной скважины в таком поле с границами  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$ , где  $BC$  и  $DE$  — нейтральные линии тока.

В данном параграфе исследуем особенности стягивания прямолинейного контура нефтеносности к скважинам, расположенным параллельно этому контуру в пласте, замкнутом с трех сторон. Считая скважины равнодебитными и расположенными симметрично по отношению к границам пласта, согласно сказанному выше, можно было бы ограничиться исследованием стягивания контура нефтеносности только к одной скважине. Для ясности на рис. 206 изображена батарея только из трех скв.  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ . Линия  $BC$  — непроницаемая граница пласта; штрих-пунктирные линии  $N_1N_1$ ,  $N_2N_2$  — нейтральные линии, разграничивающие потоки между соседними скв.  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ . Линии  $AB$  и  $CE$  следует рас-

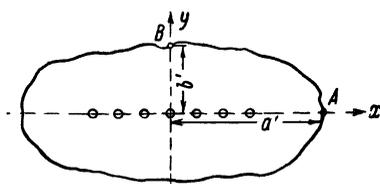


Рис. 205. Прямолинейная батарея скважин, расположенная вдоль большей оси овально вытянутого контура нефтеносности.

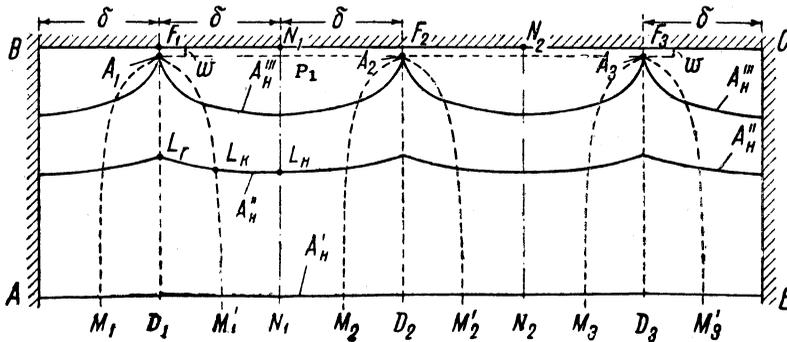


Рис. 206. Последовательные положения контура нефтеносности, имевшего первоначально форму прямой и стягивающегося к батарее скважин в пласте с непроницаемыми границами.

считать либо как нейтральные линии, считая, что батарея скважин продолжается влево и вправо и состоит из  $n$  скважин, либо каждая из этих линий может рассматриваться как продольная непроницаемая граница в пласте. Прямые  $D_1A_1$ ,  $D_2A_2$ ,  $D_3A_3$  — главные линии тока. Кривые  $M_1A_1$ ,  $M'_1A_1$  ...  $M_3A_3$  — характерные траектории, асимптоты которых параллельны главным и нейтральным линиям тока и делят расстояния между ними пополам (именно вдоль этих траекторий законы движения определяются наиболее просто).  $B$ ,  $F_1$ ,  $N_1$ , ...  $C$  — точки равновесия, в которых скорости фильтрации равны нулю.

При расстоянии  $2\delta$  между соседними  $n$  скважинами симметричной батареи расстояние между параллельными продольными непроницаемыми границами равно  $2\delta n$ .

Сплошные кривые линии  $A'_n$ ,  $A''_n$ ,  $A'''_n$  представляют собой последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности, причем контур  $A'''_n$  соответствует именно моменту начала обводнения скважин батареи.

При построении рис. 206 предполагалось, что прямолинейный начальный контур нефтеносности  $A_n$  (на чертеже этот контур не показан) параллелен непроницаемой границе  $BC$  и находится на расстоянии  $R_n$  от этой границы, причем  $R_n = 10\delta = 100w^1$ .

Искривление контура  $A'_n$  едва заметно, искривление контура  $A''_n$  хорошо заметно, но все же мало. Резкие языки обводнения вдоль главных линий тока контур образует лишь в ближайшей окрестности скважин.

Не имея возможности привести здесь аналитические выражения законов движения вдоль линии токов, проанализируем некоторые числовые подсчеты

<sup>1</sup>Рис. 206 построен на основании точных гидродинамических расчетов [208].

(выполненные на основании упомянутых законов), характеризующие наиболее замечательные особенности стягивания прямолинейного контура нефтеносности к параллельной контуру однорядной батарее скважин при условии, что непроницаемые границы замыкают пласт с трех сторон.

*Пример 1.* Допустим, что расстояние  $R_n$  от непроницаемой границы  $BC$  до параллельного ей начального контура нефтеносности  $A_n$  равно 1000 м. В табл. 58 приведены расстояния  $y_r, y_k, y_n$  от границы  $BC$  тех точек стягивающего контура нефтеносности, которые движутся соответственно вдоль главной линии тока  $D_1A_1$  вдоль кривой  $M_1A_1$  и вдоль нейтральной линии тока  $N_1N_1$ . В каждой горизонтальной строке таблицы приведены расстояния  $y_r, y_k, y_n$ , замеренные одновременно, т. е. характеризующие положение стягивающегося контура нефтеносности в один и тот же момент времени. Так, например, для положения контура  $A_n''$  на рис. 206  $y_r, y_k, y_n$  равны расстояниям точек  $L_r, L_k, L_n$  от линии  $BC$ .

Из табл. 58 видно, что контур нефтеносности, стягиваясь, движется поступательно, т. е. остается параллельным своему начальному положению почти до тех пор пока не приблизится к скважинам на расстояние  $\delta$ , равное половине расстояния между ними. Так, например, при  $2\delta = 200$  м сколько-нибудь заметное различие в величинах  $y_r, y_k, y_n$  наблюдается лишь тогда, когда  $(y_r - w) < 100$  м.

При одном и том же значении  $2\delta$  контур нефтеносности приближается к скважинам тем более равномерно, чем больше  $w$ . Однако только на основании этого соображения было бы невыгодно увеличивать расстояние  $w$  от батареи скважин до непроницаемой границы  $BC$ , ибо при больших значениях  $w$  между границей  $BC$  и скважинами к моменту их обводнения остаются большие целики нефти.

Табл. 58 хорошо подтверждает вывод, сделанный в § 10 главы XX: вдали от скважин (на расстоянии, большем  $\delta$ ) фильтрационный поток почти точно следует законам одномерного движения.

*Пример 2.* Охарактеризуем с помощью подсчетов других величин тот же процесс стягивания прямолинейного контура нефтеносности, который был исследован в предыдущем параграфе.

Обозначим через  $t_{гл}$  время движения частицы жидкости вдоль главной линии тока  $D_1A_1$  от начального прямолинейного контура нефтеносности  $A_n$  до скв.  $A_1$ ;  $t_k$  — время движения частицы жидкости по криволинейной траектории  $M_1A_1$  от  $A_n$  до скв.  $A_1$ ;  $t_n$  — время движения частицы жидкости вдоль нейтральной линии тока от  $A_n$  до точки  $P_1$ , лежащей от границы  $BC$  на том же расстоянии  $w$ , что и скважина. Величина  $t_{гл}$  имеет особое значение, ибо она указывает промежуток времени до начала обводнения скважин.

В табл. 59 приведены результаты подсчетов величин  $t_{гл}, t_k, t_n$  (в годах) по формулам, которые здесь не приводятся [208]. Вследствие того, что в упомянутой таблице взяты большие расстояния ( $R_n - w$ ) начального контура нефтеносности от батареи скважин (490 м  $\sim$  400 м), соответствующие промежутки времени  $t_{гл}, t_k, t_n$  оказались весьма большими. В данной таблице нас интересуют не столько абсолютные величины этих промежутков

Таблица 58

Расстояния  $y_r, y_k, y_n$  (в м) точек сдвигающегося контура нефтеносности, движущихся к однорядной батарее скважин вдоль главной линии тока, вдоль характерной криволинейной траектории и вдоль нейтральной линии тока

$2\delta = 200 \text{ м}$				$2\delta = 800 \text{ м}$			
$w, \text{ м}$	$y_r$	$y_k$	$y_n$	$w, \text{ м}$	$y_r$	$y_k$	$y_n$
10	1000	1000	1000	10	1000	1000	1000
	500	500	500		500	503	507
	300	300	300		300	319	337
	200	200	200		200	248	280
	100	104	105		100	187	236
	10	46, 2	58, 9	10	168	227	
100	1000	1000	1000	100	1000	1000	1000
	500	500	500		500	503	527
	300	300	300		300	326	350
	200	201	202		200	264	299
	100	132	142	100	231	274	
300	1000	1000	100	300	1000	1000	1007
	500	500	500		500	526	548
	300	306	329		300	423	433

Расстояния до движущихся точек отсчитываются от непроницаемой границы  $BC$  (рис. 206).

времени, сколько их изменения в зависимости от изменения расстояния  $2\delta$  между соседними скважинами батареи.

Табл. 59 рассчитана для следующих условий:  $R_n = 500 \text{ м}$ ,  $R_k = 10 \text{ км}$ ,  $R_c = 10 \text{ см}$ ,  $\mu = 1$  сантипуазу,  $k = 1$  дарси,  $m = 0,15$ ,  $(p_k - p_c) = 10 \text{ ат}$  (мощность пласта не указана, ибо ее величина влияет лишь на дебит гидродинамически совершенной скважины и перечисленных данных вполне достаточно для подсчетов промежутков времени [см., например, формулы (1, XX) и (2, XX)]).

Таблица показывает, что, как и следовало ожидать,

$$t_{гн} < t_k < t_n. \quad (32, XXI)$$

Кроме того, из табл. 59 видно, что с увеличением расстояния  $2\delta$  между скважинами соответствующие промежутки времени  $t_{гн}$  убывают, ибо с уменьшением эффекта взаимодействия скважин увеличиваются их дебиты. Впрочем увеличение расстояния между скважинами со 100 до 400 м не сильно отражается на уменьшении промежутка времени  $t_{гн}$ , что вполне со-

Т а б л и ц а 59

**Промежутки времени (в годах), соответствующие перемещению первоначально прямолинейного контура нефтеносности, находившегося на расстоянии 500 м от непроницаемой границы BC (рис. 206)**

$t_{гл}$  и  $t_k$  — промежутки времени для перемещений контура нефтеносности до скважин вдоль главной линии тока  $D_1A_1$  и кривой  $M_1A_1$ ,  $t_n$  — время перемещения контура нефтеносности по нейтральной линии тока  $N_1N_1$  до точки  $P_1$  (до линии скважин);  $t_{гал}$  — время перемещения контура нефтеносности до прямолинейной галлерей, расположенной между непроницаемыми границами вдоль линии  $A_1A_2A_3$ .

$2\delta = 100 \text{ м}$					$2\delta = 400 \text{ м}$				
$w, \text{ м}$	$t_{гл}$	$t_k$	$t_n$	$t_{гал}$	$w, \text{ м}$	$t_{гл}$	$t_k$	$t_n$	$t_{гал}$
10	22,6	23,3	24,9	23,3	10	20,4	28,6	36,9	23,3
100	18,2	19,1	19,9	18,8	100	16,5	19,5	23,0	18,8

гласно с замечаниями § 10 главы XX о медленном изменении суммарного дебита скважин с увеличением их числа.

Наоборот, с увеличением расстояния между скважинами частицы жидкости, двигающиеся по нейтральным линиям тока, испытывают меньшее влияние скважин, чем и объясняется заметное по табл. 59 увеличение промежутка времени  $t_n$ .

Напомним, что в рассматриваемых условиях расстояние между параллельными непроницаемыми границами пласта равно  $2\delta n$ , где  $n$  — число скважин в однорядной батарее. Поэтому, если речь идет об увеличении расстояния  $2\delta$  между соседними скважинами, то это обозначает пропорциональное уменьшение числа скважин  $n$  в батарее. Следовательно, сделанные выше замечания по поводу изменений промежутков времени  $t_{гл}$  и  $t_n$  можно сформулировать по-другому. Именно: с уменьшением числа скважин  $n$  в однорядной симметричной батарее, расположенной между непроницаемыми границами, замыкающими пласт с трех сторон, уменьшается промежуток времени  $t_{гл}$  и увеличиваются промежутки времени  $t_k$  и  $t_n$ . Однако не следует думать, что значительное увеличение числа скважин  $n$  может вызвать сильное увеличение промежутка времени  $t_{гл}$ .

Для этого рассмотрим, что будет происходить при неограниченном увеличении числа скважин  $n$  в батарее, т. е. при неограниченном уменьшении расстояния  $2\delta$  между ними. В пределе, при  $n = \infty$ , получим сплошную прямолинейную галлерею, пересекающую пласт между непроницаемыми границами  $AB$  и  $EC$  на расстоянии  $w$  от границы  $BC$ . Такого рода предельный переход уже был выполнен в § 10 главы XX при исследовании поведения суммарного дебита скважин в батарее в зависимости от их числа.

В рассматриваемых условиях жидкость будет притекать к галлерее по закону одномерного движения. Поэтому время  $t_{\text{гал}}$  перемещения контура нефтеносности из начального положения (на расстоянии  $R_n$  непроницаемой границы  $BC$ ) до галлерей, т. е. на расстояние  $(R_n - w)$  определится согласно формуле (11, IX) главы IX так:

$$t_{\text{гал}} = \frac{m\mu(R_k - w)}{k(p_k - p_c)} (R_n - w). \quad (33, \text{XXI})$$

В формуле (33, XXI) подразумевается, что понижение (перепад) давления в галлерее такой же, как и в каждой из скважин батареи, т. е. равен  $(p_k - p_c)$ ; расстояние от контура области питания до галлерей равно  $(R_k - w)$ . В табл. 59 приведены значения промежутка времени  $t_{\text{гал}}$ , подсчитанного по формуле (33, XXI) для тех же значений входящих в нее величин, какие были приняты при подсчетах  $t_{\text{гал}}$ ,  $t_k$ ,  $t_n$ , см. начало этого примера II.

Как видно из таблицы:

$$t_{\text{гл}} < t_{\text{гал}} < t_n. \quad (34, \text{XXI})$$

С уменьшением расстояния  $2\delta$  между скважинами разница между величинами  $t_n$  и  $t_{\text{гл}}$  уменьшается и обе они стремятся к величине  $t_{\text{гал}}$ , как к своему пределу. Таким образом, оправдалось сделанное выше замечание: с увеличением числа скважин в однорядной батарее, зажатой между непроницаемыми границами, промежуток времени до обводнения скважин увеличивается, но это увеличение имеет предел;  $t_{\text{гл}} \rightarrow t_{\text{гал}}$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Весьма интересно выяснить различия между законами стягивания кругового контура нефтеносности к кольцевой батарее и кольцевой галлерее, изученными в § 4 данной главы, и между только что исследованными законами стягивания прямолинейного контура нефтеносности к прямолинейной батарее и галлерее.

Если положим в формулах (17, XXI) и (18, XXI)  $r_0 = R_n$  и  $r = R_6$  получим промежутки времени  $t_{XE}$  и  $t_{NE}$ , в течение которых круговой контур нефтеносности  $A_n$  радиуса  $R_n$  достигает окружности  $E$  по главной и нейтральной линиям тока  $X$  и  $N$  (рис. 201). Подсчитанные таким способом промежутки времени  $t_{XE}$  и  $t_{NE}$  вполне аналогичны рассматриваемым в данном примере промежуткам времени  $t_{\text{гл}}$  и  $t_{XE}$ . Величина  $t_{XE}$  определяет промежуток времени до начала обводнения скважин кольцевой батарее. На основании формул (17, XXI) и (18, XXI) можно отметить следующие два свойства упомянутых промежутков времени  $t_{XE}$  и  $t_{NE}$ : во-первых,  $t_{XE} < t_{NE}$  и, во-вторых, *оба промежутка времени  $t_{XE}$  и  $t_{NE}$  уменьшаются с увеличением числа скважин.*

Последнее свойство прямо противоположно тому, что выше было отмечено по отношению к промежуткам времени  $t_{\text{гл}}$  и  $t_n$  в случае стягивания прямолинейного контура нефтеносности к прямолинейной батарее (рост  $t_{\text{гл}}$  и уменьшение  $t_n$  с ростом числа скважин  $n$  и уменьшением расстояния  $2\delta$  между ними).

Объясним отмеченное весьма любопытное различие в законах стягивания кругового и прямолинейного контуров нефтеносности соответственно к скважинам кольцевой и прямолинейной батареей. Увеличение числа скважин в кольцевой батарее (вдоль окружности  $E$ , см. рис. 201) вызывает усиление эффекта их взаимодействия, а потому вместе с ростом суммарного дебита скважин уменьшается дебит каждой из них, если забойные давления в скважинах поддерживаются неизменными. Однако кольцевое расположение скважин обуславливает то, что уменьшение дебита каждой из скважин не влечет за собой уменьшение промежутка времени  $t_{XE}$ , который проходит до их обводнения. При кольцевом расположении рост суммарного дебита скважин с увеличением их числа сказывается на изменении промежутка времени  $t_{XE}$  *сильнее*, чем уменьшение дебита отдельной скважины.

В условиях притока жидкости к однорядной прямолинейной батарее в пласте, замкнутом непроницаемыми границами с трех сторон, рост суммарного дебита скважин с увеличением их числа сказывается на изменении промежутка времени *слабее*, чем уменьшение дебита отдельной скважины. Этим и объясняется упомянутое выше различие в законах стягивания контура нефтеносности к кольцевой и прямолинейной батареям скважин. Заранее предвидеть только что отмеченное различие вряд ли было бы возможно; лишь гидродинамический анализ соответствующих фильтрационных потоков вскрыл замечательные особенности каждого из них [208].

Формулы подземной гидродинамики позволяют точно (при упомянутых выше идеализированных условиях) подсчитать площадь целика нефти внутри контура нефтеносности к началу обводнения скважия прямолинейной батареей, подсчитать количество нефти, добытой всеми скважинами до начала их обводнения, и т. д. Подсчеты выполняются теми же методами, что и для кольцевой батареей (см. § 4), но расчетные формулы несколько более громоздкий потому мы их здесь не приводим. Существенные количественные поправки ко всем подсчетам, связанным со стягиванием прямолинейного контура нефтеносности к однорядной батарее скважин, вносит учет различия в вязкостях нефти и законтурной воды (с качественной стороны картина стягивания контура не изменяется, см. Щелкачев [208]). Особенно большое значение эффект различия в вязкостях воды и нефти в задаче о стягивании контура нефтеносности именно к прямолинейной батарее скважин имеет потому, что вдали от скважин поток следует законам одномерного движения; при одномерном же движении эффект различия в вязкостях сказывается более сильно, чем при радиальном, см. главу XVIII.

### **§ 7\*. Некоторые соображения по поводу расстановки скважин в нефтеносных пластах с водонапорным режимом**

Знание законов подземной гидро-нафтамеханики совершенно необходимо (хотя, конечно, недостаточно) для полного и обоснованного решения задачи о расстановке скважин в нефтеносном пласте.

Проф. М. Ф. Мирчинк [128] дает следующее определение: «Рациональ-

ной системой разработки нефтяного месторождения на каждом данном этапе следует считать такую систему расположения скважин, в такой последовательности их заложения и такие методы эксплуатации нефтеносных горизонтов в целом и отдельных скважин, при которых обеспечивается осуществление следующих основных условий:

- 1) удовлетворение потребности страны в нефти (определенного количества и качества);
- 2) наиболее рациональное и эффективное использование естественной пластовой энергии (пластового давления);
- 3) соблюдение норм по охране недр для предотвращения обводнения или дегазации нефтяных пластов;
- 4) максимальное извлечение нефти из недр при минимальных капитальных затратах;
- 5) полный учет всех естественных, производственных и экономических особенностей каждого нефтеносного района;
- 6) возможность сочетания рационального использования естественной пластовой энергии и применения методов увеличения отдачи».

Вполне понятно, что удовлетворить перечисленным выше условиям пп. 2–4 и 6 невозможно без проведения соответствующего гидродинамического анализа.

Итак, проблема разработки нефтеносных и газоносных пластов требует комплексного решения, основанного на детальном физико-геологическом изучении пласта, физико-химических исследованиях пластовых жидкостей, гидродинамическом анализе; в каждом конкретном случае решение проблемы должно быть подчинено требованию: успешно разрешить поставленную хозяйственно-политическую задачу.

Из предыдущих параграфов данной и предшествующих глав следует, что, основываясь на законах подземной гидро-нафтамеханики, можно, зная необходимые параметры пластовых жидкостей и газов и самого пласта, вводимого в разработку, предсказать возможные изменения в пластовом давлении и в дебитах скважин при изменениях их числа, расстояний между ними, способов расстановки, предсказать изменения в форме стягивающегося контура нефтеносности, сроки начала обводнения скважин, прекращения их фонтанирования и т. д.; основываясь на тех же законах, можно заранее предложить определенные мероприятия, способствующие поддержанию пластового давления и увеличению нефтеотдачи пласта. Такие гидродинамически обоснованные предсказания позволяют составить проект рациональной разработки нефтегазосного пласта, наиболее удовлетворяющий планово-экономическим заданиям. Конечно, проводя дополнительные исследования скважин, пласта, жидкостей и газов в процессе разработки нефтегазосной залежи, упомянутые выше предсказания будут уточняться; поэтому будет необходимо вносить соответствующие изменения в систему разработки пласта и в режимы эксплуатации скважин.

В задачу данной книги не входит изложение основ теории разработки нефтяных и газовых месторождений. Тем не менее для иллюстрации практического значения законов подземной гидравлики и гидро-нафтамеханики

полезно привести ряд выводов, которые непосредственно вытекают из решений проблем, рассмотренных в главе XX и в предшествующих параграфах данной главы, и которые связаны с вопросами расстановки скважин в нефтеносных пластах, разрабатываемых в условиях водонапорного режима.

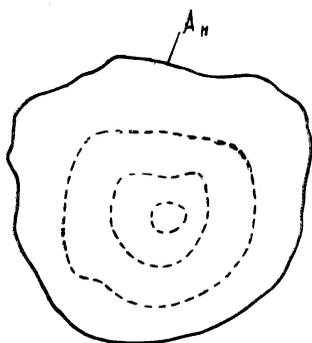


Рис. 207. Начальный контур нефтеносности  $A_n$  и изогипсы (пунктирные линии) для залежи нефти в сводовой части купольной складки.

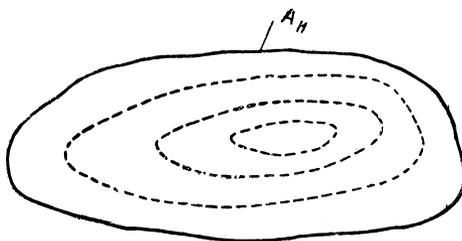


Рис. 208. Начальный контур нефтеносности  $A_n$  и изогипсы (пунктирные линии) для залежи нефти в сводовой части антиклинальной складки.

На основании материала, изложенного в упомянутых главах и параграфах, наиболее полные выводы о системе расстановки скважин можно сделать для залежей нефти следующих форм:

1. Залесь нефти занимает свод и присводовую часть правильной купольной складки; начальный контур нефтеносности  $A_n$ , следующий в условиях водонапорного режима изогипсе пласта, имеет почти круговую форму (рис. 207).
2. Залесь нефти занимает свод и присводовую часть вытянутой брахиантиклинальной складки; начальный контур нефтеносности  $A_n$  имеет вид вытянутого овала (рис. 208).
3. Залесь нефти замкнута с трех сторон непроницаемыми границами  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$  (образованных сбросами, несогласным налеганием пластов, выклиниванием продуктивного пласта и т. д.) и занимает повышенную часть моноклинально залегающего пласта; начальный контур нефтеносности  $A_n$  имеет примерно прямолинейную форму (рис. 209).

На рис. 207–209 изогипсы внутри начальных контуров нефтеносности  $A_n$  показаны пунктиром.

Можно представить себе, что залежи нефти, изображенные на рис. 207–209, не структурного, а стратиграфического типа (см. Брод [20],

Мирчинк [128]), и для них справедливы те же выводы по поводу расстановки скважин, которые будут изложены ниже.

Гидродинамический анализ проблемы расстановки скважин в залежах нефти таких форм, какие изображены на рис. 207–209, впервые был выполнен применительно к условиям водонапорного режима Щелкачевым [208]; как уже указывалось, из этой работы заимствована большая часть материала данной и предшествующей глав.

Формулы, таблицы и графики, приведенные в упомянутых главах, позволяют обоснованно сделать следующие важные выводы по поводу расстановки скважин при разработке залежей нефти простейших форм (в плане) в условиях водонапорного режима.

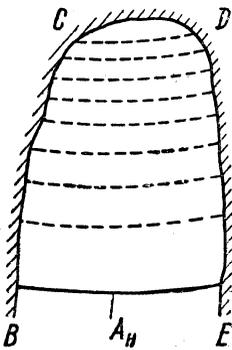


Рис. 209. Начальный контур нефтеносности  $A_n$  и изогипсы для залежи нефти в повышенной части моноклиальной складки.

1. Скважины нужно расставлять батареями вдоль изогипс пласта; ранее практиковавшиеся способы расстановки скважин по квадратной и треугольной сеткам в данных условиях совершенно нерациональны.

2. Увеличение числа скважин в батарее сверх некоторого предела весьма мало влияет на увеличение их суммарного дебита (при сохранении прежних забойных давлений).

Все же нельзя допускать слишком редкой расстановки скважин (особенно во внешней батарее) во избежание неравномерного стягивания контура нефтеносности и образования языков обводнения.

3. Первая же батарея, поставленная параллельно начальному контуру нефтеносности, сильно экранирует внутреннюю часть залежи (перехватывает напор воды) и потому установка еще одной или двух внутренних батарей, работающих одновременно с внешней, может быть оправдана лишь для залежей больших размеров.

Особенно силен эффект взаимодействия между скважинами и экранирующий эффект каждой батареи скважин в залежи нефти с односторонним напором краевых вод (см. рис. 209).

4. Внешнюю батарею скважин нельзя ставить слишком близко от контура нефтеносности во избежание слишком быстрого ее обводнения. С другой стороны, нельзя располагать скважины только в центральной части залежи, ибо, во-первых, их сближение усиливает эффект взаимодействия и, во-вторых, потребовалось бы слишком много времени, чтобы подтянуть контур нефтеносности к сильно удаленным от него скважинам. Выбор оптимального числа скважин в батарее, количества батарей, расстояния между контуром нефтеносности и ближайшей к нему батареей и т. д. решается гидродинамическим расчетом с учетом геологического строения пласта, физических условий в нем, его проницаемости, пористости, мощности, вязкости нефти и воды и других физических и физико-химических свойств породы и насы-

щающих ее жидкостей и газов. Конечно каждый такой гидродинамический расчет проводится и оценивается под углом зрения успешного решения поставленных хозяйственно-политических задач.

5. Если залежь нефти имеет в плане форму, изображенную на рис. 208, то отнюдь нельзя допускать в первой же стадии разработки залежи эксплуатацию ее в центральной части (вблизи малой оси овального контура нефтеносности) такими же темпами, как и на погружении большой оси — в периклинальных частях. В противном случае вдоль малой оси овального контура нефтеносности  $A_n$  быстро образуются языки обводнения и они сомкнутся в центре залежи и, следовательно, разрежут площадь нефтеносности на отдельные поля задолго до того, как будет выбрана нефть на периклиналях (см. рис. 204). В связи с этим в работе Щелкачева [208] для залежей нефти малых размеров (когда малая ось начального контура нефтеносности не превышает 1 км) в однородных пластах средней и выше средней проницаемости было предложено ограничиваться бурением одного ряда скважин вдоль длинной оси, но разработку вести по ползуще-сгущающейся системе от вершин овала, т. е. начиная с периклиналей) к центру. Соответствующая схема расположения скважин изображена на рис. 210: линия  $AB$  — большая ось начального овально вытянутого контура нефтеносности. Первоначально вводятся в эксплуатацию две группы скважин 1–4 и 5–8 на погружениях длинной оси. Расстояния крайних скв. № 1 и № 5 от вершин овала подбираются так, чтобы обводнение этих скважин началось раньше остальных. После того как обводнятся одна или две крайние скважины в каждой группе, пускаются в эксплуатацию одна или две новые скважины в каждой группе — №№ 9–12, расположенные ближе к центру залежи, и т. д. По мере приближения к центру залежи расстояния между соседними скважинами следует увеличивать, ибо усиливается эффект взаимодействия между ними, вследствие сближения обеих групп скважин. Постепенное добавление новых скважин в направлении от вершин овального контура нефтеносности к центру и постепенное сближение двух групп скважин около центра и дало повод назвать такую систему разработки «ползуще-сгущающейся».

При больших размерах малой оси (более 1 км) и больших размерах всей площади нефтеносности необходимо эксплуатацию залежи начинать одной или двумя батареями, расставленными вдоль изогипс пласта, но и здесь скважины, расположенные вблизи короткой оси овала, следует либо пускать в эксплуатацию несколько позже, либо эксплуатировать с меньшими дебитами, чем скважины на периклиналях, дабы, как уже упоминалось выше, не подтянуть языков обводнения вдоль короткой оси овала к центру залежи. Конечно конкретные особенности пласта — нарушения сплошности, изменения в мощности и в проницаемости и т. д. — должны учитываться и вызывать изменения в системе расстановки и режимах эксплуатации скважин.

6. В залежах нефти такой формы, какая изображена на рис. 209, не следует последнюю батарею скважин (при малых размерах залежи эта батарея может быть единственной) ставить слишком далеко от непроницаемой границы  $CD$ , ибо после начала обводнения скважин батареи между ними

и границей  $CD$  осталось бы еще много нефти, которую пришлось бы добывать с быстро возрастающим количеством воды.

7. При подсчетах суммарного дебита скважин кольцевой или прямой батареей или при подсчетах сроков стягивания контуров нефтеносности к таким батареям можно для упрощения расчетов с высокой степенью точности каждую батарею заменять соответствующей кольцевой или прямой линейной равнодебитной галлереей.

Следует отметить, что все перечисленные выше принципиальные выводы по поводу расстановки скважин в пластах, разрабатываемых в условиях водонапорного режима, были за последние годы значительно развиты, дополнены и частично обобщены на условия других режимов нефтеносных пластов в исследованиях коллектива сотрудников Проектно-исследовательского бюро Московского нефтяного института (ПИБ МНИ). Особенной заслугой этого коллектива (подробности см. в главе XXIII) является создание совершенно оригинальной комплексной методики проектирования рациональной разработки нефтяных месторождений, учитывающей все последние достижения подземной гидродинамики. К сожалению, к моменту подготовки рукописи данной книги к печати коллективный труд сотрудников ПИБ МНИ [79] еще не был опубликован и мы не смогли здесь им воспользоваться. Общие основы методики, разработанной коллективом работников ПИБ МНИ, изложены в статье руководителя этого коллектива А. П. Крылова [78].

В книге Н. М. Николаевского [136] имеются указания на то, как используются выводы гидродинамического анализа при решении различных проблем расстановки скважин. Пример использования той же комплексной методики приведен в статье М. М. Глоговского [39].

За последние годы Б. Б. Лапуком была предложена теория разработки газовых месторождений, основанная на газодинамическом анализе проблемы с учетом геологических особенностей пласта и режима газовой залежи.

Основанные на законах подземной гидро-нафтамеханики выводы по поводу разработки нефтяных и газовых месторождений прекрасно подтверждаются опытами В. М. Барышева [12, 13, 14] на моделях пластов в АЗНИИ, подсчетами на электронном интеграторе системы Л. И. Гутенмахера [61, 170, 16] и анализом текущих и специальных наблюдений за поведением скважин на многих нефтяных и газовых месторождениях. Достаточно упомянуть о месторождениях Абузы, Кура-цеце, Туймазы, Султангулово, которые разрабатывались по проектам, выполненным на основании комплексной методики, причем гидродинамический анализ имел весьма существенное значение в этом комплексе.

## Часть V

# Дифференциальные уравнения подземной гидравлики. Заключение



---

---

## ГЛАВА XXII

# Дифференциальные уравнения движения жидкостей и газов в пористой среде по линейному закону фильтрации и их интегрирование в простейших случаях

### § 1. Уравнение неразрывности при движении однородных жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде

Рассмотрим движение сжимаемой жидкости в недеформируемой пористой среде. Под сжимаемой жидкостью будем понимать как капельно-сжимаемые жидкости, так и газы. Выделим мысленно в пористой среде, сквозь которую происходит движение сжимаемой жидкости, элементарный объем в форме прямоугольного параллелепипеда; длина ребер параллелепипеда  $dx$ ,  $dy$  и  $dz$  (см. рис. 211).

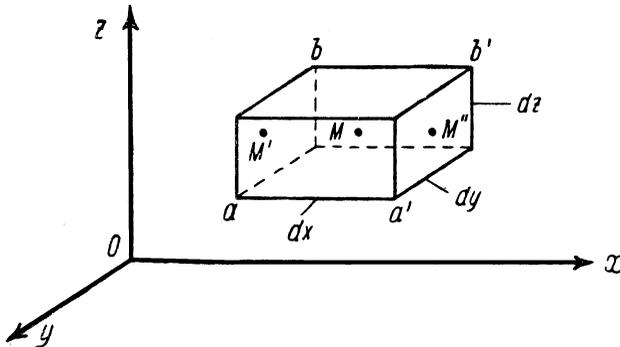


Рис. 211. Элемент пласта. К выводу уравнения неразрывности.

Грани указанного прямоугольного параллелепипеда параллельны соответствующим координатным плоскостям  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Начало координ-

нат поместим в произвольно выбранной точке  $O$ , находящейся в пористой среде.

Объем выделенного нами элемента пористой среды является весьма малым по сравнению с объемом пористого пласта, но длина ребер параллелепипеда  $dx$ ,  $dy$  и  $dz$  во много раз больше поперечных размеров поровых каналов.

Обозначим:

$\vec{v}$  — вектор скорости фильтрации жидкости в точке  $M$ , находящейся в центре элементарного параллелепипеда; координаты точки  $M$  —  $x$ ,  $y$  и  $z$ ;

$v_x$ ,  $v_y$  и  $v_z$  — проекции вектора скорости фильтрации  $\vec{v}$  соответственно на оси координат  $x$ ,  $y$  и  $z$ ;

$\rho$  — плотность жидкости в точке  $M(x, y, z)$  в момент времени  $t$ ;

$\rho v_x$ ,  $\rho v_y$  и  $\rho v_z$  — проекции вектора массовой скорости фильтрации  $\rho \vec{v}$  в точке  $M(x, y, z)$  на соответствующие оси координат.

В рассматриваемом общем случае неустановившегося движения сжимаемой жидкости скорость фильтрации и плотность жидкости являются функцией координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и времени  $t$ , т. е.

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t),$$

$$\rho = \rho(x, y, z, t).$$

Вследствие малых размеров выделенного элементарного объема пористой среды плотность жидкости в точке  $(x, y, z)$  можно рассматривать как среднюю плотность жидкости в объеме прямоугольного параллелепипеда  $dx dy dz$ .

Проекция на ось  $x$  массовой скорости фильтрации в точках  $M'$  и  $M''$ , расположенных в центрах боковых граней  $ab$  и  $a'b'$ , перпендикулярных оси  $x$  и отстоящих от точки  $M$  на расстоянии соответственно  $-\frac{dx}{2}$  и  $\frac{dx}{2}$ , соответственно равны

$$\rho v_x - \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2}$$

и

$$\rho v_x + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2}.$$

Вследствие весьма малых размеров боковых граней рассматриваемого элементарного параллелепипеда можно принять, что скорости фильтрации в точках  $M'$  и  $M''$  равны средним скоростям фильтрации соответственно на гранях  $ab$  и  $a'b'$ .

Масса жидкости, протекающей за время  $dt$  через грань  $ab$  в направлении оси  $x$ , равна:

$$\left[ \rho v_x - \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz dt. \quad (1, \text{XXII})$$

За то же время в том же направлении через грань  $a'b'$  протекает масса жидкости

$$\left[ \rho v_x + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz dt. \quad (2, \text{XXII})$$

Изменение массы жидкости, заключенной в элементарном объеме  $dx dy dz$ , за время  $dt$  равно разности величин (1, XXII) и (2, XXII):

$$-\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} dx dy dz dt. \quad (3, \text{XXII})$$

Рассматривая аналогично предыдущему фильтрацию жидкости в направлениях  $y$  и  $z$ , получим соответствующие изменения массы жидкости, заключенной в элементарном объеме, за время  $dt$  в виде:

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} dy dx dz dt, \\ & -\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} dz dx dy dt. \end{aligned} \quad (4, \text{XXII})$$

Общее изменение массы жидкости в рассматриваемом объеме за время  $dt$  равно сумме величин (3, XXII) и (4, XXII), что составляет:

$$\begin{aligned} & - \left[ \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] dx dy dz dt = \\ & = - \operatorname{div}(\rho \vec{v}) dx dy dz dt, \end{aligned} \quad (5, \text{XXII})$$

где  $\operatorname{div}(\rho \vec{v})$  — дивергенция вектора массовой скорости  $(\rho \vec{v})$

$$\operatorname{div}(\rho \vec{v}) = \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z}.$$

Найдем теперь изменение за то же время  $dt$  массы жидкости, заключенной в выделенном объеме, исходя из других соображений.

Масса жидкости, находящейся в указанном объеме в момент времени  $t$ , равна

$$\varrho = m dx dy dz, \quad (6, \text{XXII})$$

где  $m$  — пористость среды, в которой происходит фильтрация.

В момент времени  $t + dt$  плотность жидкости, заключенной в объеме элементарного параллелепипеда, равна  $\varrho + \frac{\partial \varrho}{\partial t} dt$ , а следовательно, масса этой жидкости равна:

$$\left( \varrho + \frac{\partial \varrho}{\partial t} dt \right) m dx dy dz. \quad (7, \text{XXII})$$

Изменение массы жидкости в рассматриваемом объеме за время  $dt$  равно разности величин (7, XXII) и (6, XXII), что дает:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} m dx dy dz dt. \quad (8, \text{XXII})$$

Приравнивая друг другу величины (5, XXII) и (8, XXII), получим:

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial(\varrho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\varrho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\varrho v_z)}{\partial z} &= -m \frac{\partial \varrho}{\partial t}, \\ \text{div}(\varrho \vec{v}) &= -m \frac{\partial \varrho}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (9, \text{XXII})$$

Это и есть уравнение неразрывности при неустановившейся фильтрации однородных жидкостей в недеформируемой пористой среде.

С физической точки зрения уравнение неразрывности представляет уравнение материального баланса фильтрующейся жидкости и выражает закон сохранения массы.

В случае установившейся фильтрации жидкостей  $\frac{\partial \varrho}{\partial t} = 0$  и, следовательно,

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial(\varrho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\varrho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\varrho v_z)}{\partial z} &= 0 \\ \text{div}(\varrho \vec{v}) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (10, \text{XXII})$$

Для неустановившегося и установившегося движения несжимаемой жидкости ( $\varrho = \text{const}$ ,  $\frac{\partial \varrho}{\partial t} = 0$ ) уравнение неразрывности (9, XXII) имеет вид:

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\rho v_x}{\partial x} + \frac{\rho v_y}{\partial y} + \frac{\rho v_z}{\partial z} = 0 \\ \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (11, \text{XXII})$$

При выводе уравнений неразрывности предполагалось, что жидкости и газы движутся в пласте без разрывов в сплошности потока и что в поле скоростей фильтрации нет особых точек (стоков, источников — см. главы XIX–XX), в которых жидкость может «исчезать» или «появляться». При движении жидкостей (газов) в пласте к скважинам эти уравнения справедливы во всех точках пласта вне скважин. В подземной гидравлике источниками и стоками в потоке жидкостей являются нагнетательные и эксплуатационные скважины.

Иногда уравнение неразрывности выражают через оператор Гамильтона  $\nabla$  (набла) — символический вектор, заменяющий символы градиента или дивергенции

$$\nabla(\rho \vec{v}) = \operatorname{div}(\rho \vec{v}),$$

тогда уравнения (9, XXII), (10, XXII) и (11, XXII) соответственно можно представить в виде:

$$\nabla(\rho \vec{v}) = -m \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (9', \text{XXII})$$

$$\nabla(\rho \vec{v}) = 0, \quad (10', \text{XXII})$$

$$\nabla(\rho \vec{v}) = 0. \quad (11', \text{XXII})$$

## § 2. Уравнение движения капельно-сжимаемой и несжимаемой жидкости в недеформируемой пористой среде

### 1. Линейный закон фильтрации в обобщенной форме

Согласно линейному закону фильтрации скорость фильтрации однородных жидкостей прямо пропорциональна градиенту давления, что позволяет в векторной форме представить этот закон в виде

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \vec{v} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p \\ \vec{v} = -\frac{k}{\mu} \nabla p \end{aligned} \right\} \quad (12, \text{XXII})$$

где  $k$  — проницаемость пористой среды,  $\mu$  — абсолютная вязкость жидкости,  $p$  — давление.

Проекции вектора скорости фильтрации  $V$  на оси координат  $x$ ,  $y$  и  $z$  в соответствии с линейным законом фильтрации выражаются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} v_x &= -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ v_y &= -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y}, \\ v_z &= -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (13, \text{XXII})$$

Предыдущие формулы справедливы лишь для горизонтального фильтрационного потока (влиянием силы тяжести пренебрегаем). Если поток не горизонтальный, то в любой точке  $M$  потока скорость фильтрации определяется так:

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{d}{dL} (p + \gamma z), \quad (21', \text{VI})$$

где символ  $\frac{d}{dL}$  указывает на дифференцирование в направлении касательной к траектории в точке  $M$ ;  $\gamma$  — удельный вес жидкости;  $z$  — координата точки по оси  $z$ .

Обозначим

$$\Phi = \frac{k}{\mu} (p + \gamma z). \quad (14, \text{XXII})$$

Тогда вместо выражения (12', VI) имеем:

$$v = -\frac{d\Phi}{dL}$$

или в векторной форме

$$\vec{v} = -\text{grad } \Phi. \quad (15, \text{XXII})$$

Проекции скорости фильтрации на соответствующие оси координат в рассматриваемом случае могут быть представлены в виде:

$$\left. \begin{aligned} v_x &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \\ v_y &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \\ v_z &= -\frac{\partial \Phi}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (16, \text{XXII})$$

Функция  $\Phi$ , определяемая уравнением (14, XXII), называется *потенциалом скорости фильтрации* и обладает тем свойством, что градиент этой функции, взятый с обратным знаком, равен вектору скорости фильтрации, а частные производные от потенциала скорости  $\Phi$  по  $x$ ,  $y$  и  $z$ , взятые с обратным знаком, дают величину проекций скорости фильтрации на соответствующие оси координат.

Уравнения (15, XXII) и (16, XXII) представляют наиболее общую форму выражения линейного закона фильтрации и учитывают влияние силы тяжести на фильтрацию.

### 2. Дифференциальные уравнения движения сжимаемой и несжимаемой жидкости в пористой среде

При выводе дифференциального уравнения движения сжимаемой жидкости исходными уравнениями являются следующие:

1) закон фильтрации жидкости; в качестве закона фильтрации принимаем линейный закон фильтрации, выражающийся формулами (13, XXII)<sup>1</sup>,

2) уравнение неразрывности (9, XXII),

3) уравнение состояния. Для капельной сжимаемой жидкости уравнение состояния может быть представлено в виде (см. § 1 главы XI):

$$\varrho = \varrho_{\text{ат}} e^{\beta(p-p_{\text{ат}})}, \quad (17, \text{XVII})$$

где  $\varrho_{\text{ат}}$  — плотность жидкости при атмосферном давлении  $p_{\text{ат}}$ .

Подставляя в уравнение неразрывности (9, XXII) вместо проекций скорости фильтрации  $v_x$ ,  $v_y$  и  $v_z$  их значения из линейного закона, выражающегося формулой (13, XXII), получим:

$$\frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \varrho \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \varrho \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \varrho \frac{\partial p}{\partial z} \right) \right] = m \frac{\partial \varrho}{\partial t}. \quad (18, \text{XXII})$$

Из уравнения состояния (17, XXII) имеем:

$$p = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\varrho}{\varrho_{\text{ат}}}, \quad (19, \text{XXII})$$

откуда

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\beta \varrho} \frac{\partial \varrho}{\partial x}, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{1}{\beta \varrho} \frac{\partial \varrho}{\partial y}, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{\beta \varrho} \frac{\partial \varrho}{\partial z}. \quad (20, \text{XXII})$$

<sup>1</sup> Следовательно рассматривается случай только горизонтального потока (либо действием силы тяжести пренебрегаем.)

Подставляя эти значения частных производных  $\frac{\partial p}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial p}{\partial y}$  и  $\frac{\partial p}{\partial z}$  в уравнение (18, XXII), получим:

$$\frac{\partial^2 \varrho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varrho}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varrho}{\partial z^2} = \frac{m\mu\beta}{k} \frac{\partial \varrho}{\partial t}.$$

Вводя оператор Лапласа

$$\nabla^2 \varrho = \frac{\partial^2 \varrho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varrho}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varrho}{\partial z^2},$$

уравнение (21, XXII) более кратко можно написать в виде

$$\nabla^2 \varrho = \frac{m\mu\beta}{k} \frac{\partial \varrho}{\partial t}. \quad (22, \text{XXII})$$

Учитывая, что

$$\left. \begin{aligned} \varrho &= \varrho_{\text{ат}} e^{\beta(p-p_{\text{ат}})} \cong \varrho_{\text{ат}} + \beta \varrho_{\text{ат}} (p - p_{\text{ат}}), \\ \frac{\partial \varrho}{\partial t} &\cong \beta \varrho_{\text{ат}} \frac{\partial p}{\partial t}, \\ \nabla^2 \varrho &\cong \beta \varrho_{\text{ат}} \nabla^2 p, \end{aligned} \right\} \quad (23, \text{XXII})$$

уравнение (21, XXII) можно приближенно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} &= \frac{m\beta\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \\ \text{или} \quad \nabla^2 p &= \frac{m\beta\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (24, \text{XXII})$$

Уравнение (21, XXII) или приближенное заменяющее его уравнение 24, XXII) есть искомое дифференциальное уравнение неустановившегося движения сжимаемой жидкости в пористой среде. Упомянутые уравнения имеют вид «уравнения теплопроводности», интегрирование которого при различных начальных и граничных условиях рассматривается в каждом курсе математической физики.

Решение различных задач о *неустановившемся* движении однородной сжимаемой жидкости в пористой среде, основанное на интегрировании уравнения (21, XXII) при различных начальных и граничных

условиях, дается в книгах В. Н. Шелкачева [219], И. А. Чарного [189] и М. Маскета [120].

В связи с тем, что рассмотрение этих решений выходит за рамки настоящего курса, интересующегося читателя мы отсылаем к указанным книгам.

При *установившемся* движении сжимаемой жидкости  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  и вместо уравнения (21, XXII) имеем:

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = 0 \\ \nabla^2 \rho = 0. \end{aligned} \right\} \quad (25, \text{XXII})$$

Уравнение (25, XXII) называется уравнением Лапласа.

При установившейся и неустановившейся фильтрации несжимаемой жидкости плотность жидкости постоянна ( $\rho = \text{const}$ ,  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ ), следовательно, величина, стоящая в правой части уравнения (18, XXII), равна нулю. Сокращая левую часть этого уравнения на постоянную  $\frac{k\rho}{\mu}$  и выполнив дифференцирование, получим:

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \\ \nabla^2 p = 0. \end{aligned} \right\} \quad (26, \text{XXII})$$

Таким образом, установившаяся и неустановившаяся фильтрация несжимаемой жидкости описывается уравнением Лапласа (26, XXII).

Приведем простейшие примеры.

*Пример 1.* Одномерная установившаяся фильтрация несжимаемой жидкости по линейному закону фильтрации.

Модель пласта представлена на рис. 53а. Для случая одномерного установившегося движения уравнение Лапласа (26, XXII) имеет вид:

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = 0. \quad (27, \text{XXII})$$

Граничные условия выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} p &= p_{\Gamma} \quad \text{при} \quad x = 0, \\ p &= p_{\kappa} \quad \text{при} \quad x = L_{\kappa}, \end{aligned} \quad (28, \text{XXII})$$

где  $p_{\Gamma}$  и  $p_{\kappa}$  — давления соответственно в галлерее и на контуре питания.

Из уравнения (27, XXII) следует, что

$$\frac{dp}{dx} = c_1,$$

откуда

$$p = c_1x + c_2, \quad (29, \text{XXII})$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — произвольные постоянные.

Уравнение (29, XXII) представляет общее решение задачи об установившейся одномерной фильтрации несжимаемой жидкости. Значения произвольных постоянных  $c_1$  и  $c_2$  определяем из граничных условий (28, XXII). Подставляя значения  $x$  и  $p$  из равенств (28, XXII) в общее решение (29, XXII), имеем:

$$\begin{aligned} p_{\Gamma} &= c_2 \\ p_{\kappa} &= c_1 L_{\kappa} + c_2 \end{aligned}$$

откуда

$$c_1 = \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}}.$$

Вводя полученные значения постоянных  $c_1$  и  $c_2$  в уравнение (29, XXII), находим закон распределения давления в пласте

$$p = p_{\Gamma} \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}} x. \quad (30, \text{XXII})$$

Дифференцируя уравнение (30, XXII) согласно линейному закону фильтрации, найдем скорость фильтрации:

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx} = -\frac{k}{\mu} \frac{p_{\kappa} - p_{\Gamma}}{L_{\kappa}}. \quad (31, \text{XXII})$$

Формулы (30, XXII) и (31, XXII) полностью совпадают с соответствующими формулами (15', IX) и (8, IX), выведенными в § 1 главы IX.

*Пример 2.* Установившаяся радиальная фильтрация несжимаемой жидкости по линейному закону фильтрации.

Модель пласта представлена на рис. 52 и 61. Для случая плоского радиального движения уравнение Лапласа (28, XXII) имеет вид:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0. \quad (32, \text{XXII})$$

Чтобы упростить решение задачи, перейдем от декартовых координат к полярным координатам. Вследствие радиальной симметрии давление в любой точке  $M(x, y)$  зависит только от радиуса-вектора  $r$  и не зависит от полярного угла. Поэтому после преобразования в дифференциальном уравнении остается только одна независимая переменная — радиус-вектор  $r$ .

Так как

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (33, \text{XXII})$$

то

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{x}{r},$$

$$\frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{y}{r}.$$

Выразим производные  $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$  и  $\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}$  через  $r$ :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial r} \frac{x}{r}, \quad (34, \text{XXII})$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial r} \frac{y}{r}. \quad (35, \text{XXII})$$

Дифференцируя уравнение (34, XXII) по  $x$ , имеем:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{x}{r} \right) + \frac{x}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right),$$

но

$$\frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{x}{r} \right) = \frac{\partial p}{\partial r} \left( \frac{r^2 - x^2}{r^3} \right) = \frac{y^2}{r^3} \frac{\partial p}{\partial r},$$

$$\frac{x}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{x}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right) \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \frac{x}{r} = \frac{x^2}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2},$$

следовательно,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{x^2}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{y^2}{r^3} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (36, \text{XXII})$$

Дифференцируя уравнение (35, XXII) по  $y$ , имеем:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{y^2}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{x^2}{r^3} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (37, \text{XXII})$$

Складывая уравнения (36, XXII) и (37, XXII) и учитывая, что  $x^2 + y^2 = r^2$ , находим:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{(x^2 + y^2)}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{(y^2 + x^2)}{r^3} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r}.$$

Таким образом, уравнение Лапласа (29, XXII) в полярных координатах выражается так:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = 0. \quad (38, \text{XXII})$$

Общее решение уравнения (38, XXII) имеет вид:

$$p = c_1 \ln r + c_2, \quad (39, \text{XXII})$$

в чем легко убедиться путем проверки.

Здесь  $c_1$  и  $c_2$  — произвольные постоянные, определяемые из граничных условий, формулируемых так:

$$\left. \begin{array}{l} p = p_c \quad \text{при} \quad r = R_c, \\ p = p_k \quad \text{при} \quad r = R_k \end{array} \right\} \quad (40, \text{XXII})$$

где  $R_c$  и  $R_k$  — соответственно радиусы скважины и контура питания, а  $p_c$  и  $p_k$  — соответственно давления на скважине и на контуре питания.

Подставляя граничные условия (40, XXII) в общее решение (39, XXII), имеем:

$$p_c = c_1 \ln R_c + c_2,$$

$$p_k = c_1 \ln R_k + c_2,$$

откуда находим значения постоянных  $c_1$  и  $c_2$

$$c_1 = \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}}, \quad c_2 = p_c - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}.$$

Подставляя эти значения  $c_1$  и  $c_2$  в уравнение (39, XXII), находим формулу распределения давления в пласте при установившейся радиальной фильтрации несжимаемой жидкости:

$$p = p_c + \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{R_c}} \ln \frac{r}{R_c}. \quad (41, \text{XXII})$$

Отсюда по линейному закону фильтрации найдем скорость фильтрации:

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} = -\frac{k}{\mu} \frac{p_{\kappa} - p_c}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}} \cdot \frac{1}{r}. \quad (42, \text{XXII})$$

Дебит скважины

$$Q = |v| 2\pi r h = \frac{2\pi k h}{\mu} \frac{p_{\kappa} - p_c}{\ln \frac{R_{\kappa}}{R_c}}, \quad (43, \text{XXII})$$

т. е. мы получили формулу Дюпои.

Формулы (41, XXII), (42, XXII) и (43, XX) полностью совпадают с соответствующими формулами, выведенными в § 2 главы IX.

Аналогично предыдущему легко получить формулы распределения давления, скорости фильтрации и дебита скважины при одномерном и радиальном установившемся движении сжимаемой жидкости в пористой среде, полностью совпадающие с соответствующими формулами § 1 и 2 главы XI.

Сравнение общих решений (29, XXII) и (39, XXII) уравнения Лапласа для одномерного и плоско-радиального потоков позволяет сделать важный вывод: формулы плоско-радиального движения могут быть получены из формул одномерного движения, если в последние вместо  $x$  подставить  $\ln r$ .

### § 3. Уравнения движения газов в пористой среде

#### 1. Дифференциальное уравнение движения идеальных газов в пористой среде по линейному закону фильтрации

При выводе дифференциального уравнения движения газа в пористой среде исходные уравнения те же, что для движения сжимаемой жидкости, только вместо уравнения (17, XII) следует взять уравнение состояния газа, в условиях изотермического течения имеющего вид (см. § 3 главы XII):

$$\varrho = \varrho_{\text{ат}} \frac{p}{p_{\text{ат}}}, \quad (44, \text{XXII})$$

где  $\varrho$  и  $\varrho_{\text{ат}}$  — плотность газа при давлениях  $p$  и  $p_{\text{ат}}$ .

Подставляя в уравнение (18, XXII) вместо плотности  $\varrho$  ее значение из уравнения (44, XXII) и сокращая полученное уравнение на постоян-

ный множитель  $\frac{\rho_{ат}}{p_{ат}}$ , имеем:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( p \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( p \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( p \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{m\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (45, \text{XXII})$$

Но

$$p \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial p^2}{\partial x}, \quad p \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial p^2}{\partial y} \quad \text{и} \quad p \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{\partial p^2}{\partial z}. \quad (46, \text{XXII})$$

Подставляя вместо произведений, стоящих в круглых скобках в уравнении (45, XXII), их значения из равенств (46, XXII) и выполнив дифференцирование, получим:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial z^2} = \frac{2m\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (47, \text{XXII})$$

Уравнение (47, XXII) и является искомым *дифференциальным уравнением неустановившейся изотермической фильтрации идеального газа по линейному закону фильтрации.*

Обозначим

$$P = p^2,$$

тогда

$$\frac{\partial P}{\partial t} = 2p \frac{\partial p}{\partial t} = 2P^{\frac{1}{2}} \frac{\partial p}{\partial t},$$

откуда

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{2} P^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial P}{\partial t}.$$

Внося в уравнение (47, XXII) эти значения  $p^2$  и  $\frac{\partial p}{\partial t}$ , получим:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{m\mu}{k} P^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial P}{\partial t},$$

или

$$\nabla^2 P = \frac{m\mu}{k} P^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (48, \text{XXII})$$

Уравнение (48, XXII) является нелинейным дифференциальным уравнением параболического типа; впервые оно было получено

акад. Л. С. Лейбензоном в 1928 г. и опубликовано в журнале «Нефтяное хозяйство» № 10 за 1929 г. в статье «Движение газа в пористой среде». На два года позже, в 1931 г. аналогичное уравнение было опубликовано в США Маскетом и Ботсетом [123].

Точное решение уравнения (48, XXII) до сих пор еще не получено даже для простейших случаев одномерной и радиальной неустановившейся фильтрации газов. Акад. Л. С. Лейбензоном в 1928 г. предложены приближенные методы интегрирования уравнения (48, XXII), изложение которых дается ниже.

### 2. Установившееся движение идеального газа в пористой среде по линейному закону фильтрации

В случае *установившейся фильтрации газа*  $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$ , следовательно, правая часть уравнений (47, XXII) и (48, XXII) равна нулю и они обращаются в уравнение Лапласа

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial z^2} = 0 \\ \nabla^2 P = 0. \end{aligned} \right\} \quad (49, \text{XXII})$$

Дифференциальное уравнение (49, XXII) установившейся фильтрации газа отличается от дифференциального уравнения (23, XXII) установившейся фильтрации несжимаемой жидкости лишь тем, что под знаком оператора Лапласа в первом случае стоит  $P = p^2$ , а во втором — давление  $p$ . Поэтому при решении задач о распределении давления газа в пласте можно воспользоваться формулами для распределения давления в случае установившейся фильтрации несжимаемой жидкости, в которые вместо давления  $p$  следует подставить  $p^2 = P$ . Произведя такую замену в формулах (27, XXII) и (37, XXII), получим уравнения распределения давления при установившейся фильтрации газа по линейному закону фильтрации, полностью совпадающие с соответствующими формулами, выведенными в главе XII (§ 3 и 4).

### 3. Неустановившееся одномерное движение идеального газа по линейному закону фильтрации. Решение акад. Л. С. Лейбензона

В случае одномерной изотермической фильтрации в направлении оси  $x$  (см. модель пласта на рис. 53а) уравнение (48, XXII) принимает вид:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{m\mu}{k} P^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (50, \text{XXII})$$

Весовой расход газа через площадь  $F$  сечения пласта равен:

$$G = \gamma v F = -\frac{kF}{2\mu\beta} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (51, \text{XXII})$$

где  $\gamma$  — удельный вес газа;

$v$  — скорость фильтрации газа;

$\beta = RT = \frac{p}{\gamma} = \frac{p_{\text{ат}}}{\gamma_{\text{ат}}}$  (в случае изотермического движения); причем  $R$  — газовая постоянная,  $T$  — абсолютная температура.

Г р а н и ч н ы е у с л о в и я:

1)  $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$  при  $x = L_{\text{к}}$  (где  $L_{\text{к}}$  — длина пласта) — условие на контуре пласта, представляющем непроницаемую границу газовой залежи;

2)  $p = p_{\text{г}} = \text{const}$ ,  $P_{\text{г}} = p_{\text{г}}^2 = \text{const}$  при  $x = 0$  — условие на выходе газа из пласта.

Н а ч а л ь н о е у с л о в и е:  $p = p_{\text{н}} = \text{const}$  при  $t = 0$ .

Как отмечает акад. Л. С. Лейбензон, «интегрирование уравнения (50, XXII) при указанных граничном и начальном условиях представляется в настоящее время неисполнимым. Поэтому был выработан метод последовательного приближения» (см. [100] стр. 122).

В первом приближении Л. С. Лейбензон принимает коэффициент  $P^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{p}$ , входящий в правую часть уравнения (50, XXII), постоянным и равным  $P_{\text{н}}^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{p_{\text{н}}}$ . Тогда уравнение (50, XXII) обращается в классическое уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{m\mu}{kp_{\text{н}}} \frac{\partial P}{\partial t},$$

интеграл которого, удовлетворяющий принятым начальному и граничным условиям, имеет следующий вид:

$$P = P_0 + \frac{4}{\pi} (P_{\text{н}} - P_0) \sum_{i=1, 3, 5}^{\infty} \frac{1}{i} e^{-\omega i^2 t} \sin \frac{i\pi x}{2L_{\text{к}}}, \quad (52, \text{XXII})$$

где

$$\omega = \frac{\pi^2 k p_{\text{н}}}{4m\mu L_{\text{к}}^2}. \quad (53, \text{XXII})$$

Во втором приближении Л. С. Лейбензон, полагая пере-

менный коэффициент в правой части уравнения (62, XII) зависящим только от  $t$ , принимает:

$$P^{\frac{1}{2}} = p = p_0 + (p_n - p_0)e^{-\frac{\omega}{2}t}. \quad (54, \text{XXII})$$

При таком выборе значения  $p$  имеем:

$$\begin{aligned} p &= p_0 & \text{при } t &= \infty, \\ p &= p_n & \text{при } t &= 0, \end{aligned}$$

что вполне удовлетворяет начальному условию и условию, имеющему место в конце процесса истечения газа из пласта. Внося значения (54, XXII) в (50, XXII), получаем:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{m\mu}{kP_n\delta(t)} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (55, \text{XXII})$$

где

$$\delta(t) = \frac{p_0}{p_n} + \left(1 - \frac{p_0}{p_n}\right) e^{-\frac{\omega}{2}t}. \quad (56, \text{XXII})$$

Интеграл уравнения (55, XXII) удовлетворяющий начальному и граничным условиям, имеет вид:

$$P = P_0 + \frac{4}{\pi} (P_n - P_0) \sum_{i=1, 3, 5}^{\infty} \frac{1}{i} e^{-\omega i^2 \tau} \sin \frac{i\pi x}{2L_k}, \quad (57, \text{XXII})$$

причем

$$\tau = \int_0^t \delta(t) dt = \frac{p_0}{p_n} t + \frac{2}{\omega} \left(1 - \frac{p_0}{p_n}\right) \left(1 - e^{-\frac{\omega}{2}t}\right). \quad (58, \text{XXII})$$

Введем обозначение

$$y = e^{-4\omega\tau}. \quad (59, \text{XXII})$$

Тогда уравнение (57, XXII) приводится к виду:

$$\frac{P - P_0}{P_n - P_0} = \phi\left(\frac{x}{L_k}, y\right), \quad (60, \text{XXII})$$

где

$$\phi\left(\frac{x}{L_k}, y\right) = \frac{4}{\pi} \sum_{i=1, 3, 5}^{\infty} \frac{1}{i} y^{\frac{i^2}{4}} \sin \frac{i\pi x}{2L_k},$$

причем

$$0 \leq y \leq 1.$$

На рис. 212 помещен график значений функции  $\phi\left(\frac{x}{L_{\kappa}}, y\right)$  для значений  $\frac{x}{L_{\kappa}}$ , заключенных в интервале  $x$

$$0 < \frac{x}{L_{\kappa}} \leq 1$$

при изменении  $y$  в интервале

$$0 < y \leq 1.$$

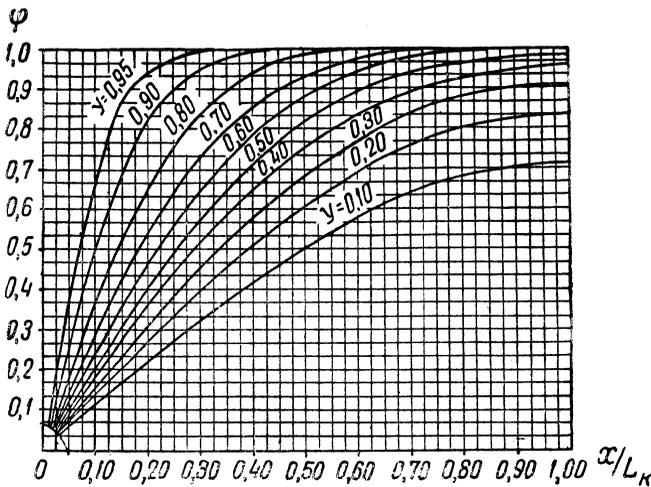


Рис. 212. Зависимость функции  $\phi$  от величины  $\frac{x}{L_{\kappa}}$  при разных значениях  $y$  [см. формулы (61, XXII) и (59, XXII)].

Полагая в формуле (60, XXII)  $x = L_{\kappa}$  и учитывая, что при этом

$$P = P_{\kappa} = p_{\kappa}^2,$$

где  $p_{\kappa}$  — давление на контуре пласта (на непроницаемой стенке), имеем

$$\frac{P_{\kappa} - P_0}{P_{\text{н}} - P_0} = \phi(1, y). \quad (61, \text{XXII})$$

Разделив уравнение (60, XXII) на (61, XXII), получим:

$$\frac{P_{\kappa} - P_0}{P_{\text{H}} - P_0} = \psi \left( \frac{x}{L_{\kappa}}, y \right),$$

где

$$\psi \left( \frac{x}{L_{\kappa}}, y \right) = \frac{\phi \left( \frac{x}{L_{\kappa}}, y \right)}{\phi(1, y)}. \quad (62, \text{XXII})$$

На рис. 213 помещены кривые  $\psi = \psi \left( \frac{x}{L_{\kappa}} \right)$ , отвечающие различным значениям  $y$ <sup>1</sup>.

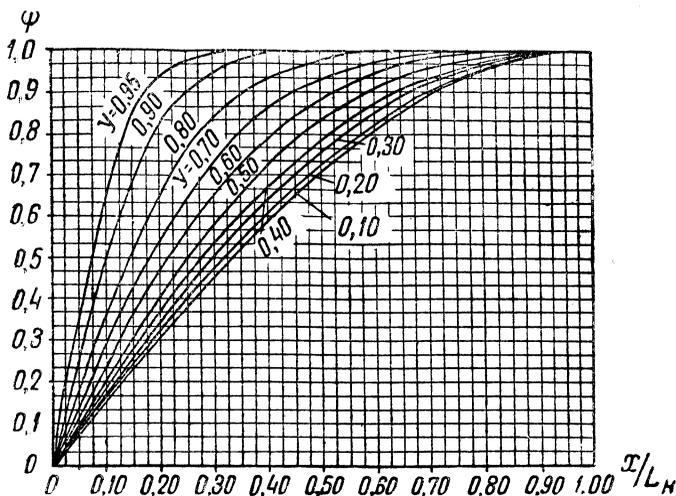


Рис. 213. Зависимость функции  $\psi$  от величины  $\frac{x}{L_{\kappa}}$  при разных значениях  $y$  [см. формулы (62, XXII) и (59, XXII)].

Для нахождения распределения давления в пласте вычисления производятся в следующем порядке.

Задаемся значением  $\frac{x}{L_{\kappa}} = 1$  и  $t = t_1$ . По формулам (58, XXII) и (59, XXII) находим  $\tau_1$  и  $y_1$ . Далее по формуле (60, XXII) или по

<sup>1</sup>Рис. 212 и 213 заимствованы из книги акад. Л. С. Лейбензона [107].

графику Л. С. Лейбензона (рис. 212) находим значение  $\phi = \phi_1$  и определяем, исходя из уравнения (61, XXII), квадрат контурного давления

$$P_{1к} = p_{1к}^2 = P_0 + (P_n - P_0)\psi_1.$$

Теперь, задаваясь различными значениями  $\frac{x}{L_k}$ , находим по графику, приведенному на рис. 213, соответствующие им значения  $\psi_1$  при  $y = y_1$ . Распределение давления по длине пласта в момент времени  $t_1$  определяем из формулы (62, XXII):

$$P_1 = p_1^2 = P_0 + (P_k - P_0)\psi_1.$$

Задаемся значением  $\frac{x}{L_k} = 1$  и  $t = t_2$  и аналогично предыдущему находим  $P_2$  и т. д.

Расход газа определяется на основании линейного закона фильтрации. Скорость фильтрации газа на выходе из пласта равна:

$$v = -\frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0}.$$

Учитывая, что в условиях изотермического процесса удельный вес газа будет:

$$\gamma = \frac{p}{\beta},$$

имеем

$$\gamma v = -\frac{k}{\beta\mu} p \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} = -\frac{k}{2\beta\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right)_{x=0}.$$

Внося сюда значение  $P$  из формул (57, XXII) и (59, XXII), получим:

$$\gamma v = \frac{k}{2\beta\mu} \frac{P_n - P_0}{L} \cdot \vartheta(y), \quad (63, \text{XXII})$$

где

$$\vartheta(y) = 2\left(y^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{2}{4}} + y^{\frac{25}{4}} + \dots\right).$$

Формула (63, XXII) дает весовую скорость фильтрации газа на выходе из пласта, представляющую собой *весовой дебит газа, отнесенный к единице площади сечения пласта*.

При площади сечения пласта  $F$ , приведенный к атмосферному давлению дебит (объемный расход) газа,

$$Q = \frac{kF}{2\beta\gamma_{\text{ат}}\mu} \frac{P_{\text{н}} - P_0}{L} \vartheta(y) \quad (64, \text{XXII})$$

или, учитывая, что при изотермическом процессе  $\beta\gamma_{\text{ат}} = p_{\text{ат}}$  и понимая под  $p$  не абсолютное давление, а его отношение к атмосферному, получим вместо (15, XII)

$$Q = \frac{kF p_{\text{ат}}}{2\mu} \frac{p_{\text{н}}^2 - p_0^2}{L} \vartheta(y). \quad (65, \text{XXII})$$

Обозначим безразмерный дебит

$$Q^* = \frac{2\mu L}{kF p_{\text{ат}} (p_{\text{н}}^2 - p_0^2)} \cdot Q,$$

тогда, согласно теории Л. С. Лейбензона, зависимость безразмерного дебита  $Q^*$  от безразмерной величины  $y$ , являющейся функцией времени, определяется соотношением

$$Q^* = \vartheta_{\Gamma}(y). \quad (66, \text{XXII})$$

#### 4. Неустановившееся плоское радиальное движение идеального газа в пористой среде. Решение акад. Л. С. Лейбензона

Для условий плоского радиального движения уравнение (48, XXII) имеет вид:

$$\nabla^2 P = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{m\mu}{k} P^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (67, \text{XXII})$$

Полагая, что начальное давление газа в пласте постоянно и равно  $p_{\text{н}}$ , Л. С. Лейбензон принимает для коэффициента в правой части уравнения (67, XXII)

$$P^{\frac{1}{2}} = p = p_{\text{н}}\sigma(t).$$

Тогда уравнение (67, XXII) принимает вид

$$\nabla^2 P = \frac{m\mu}{k p_{\text{н}}\sigma(t)} \frac{\partial P}{\partial t}.$$

Введя новое переменное по формуле

$$\tau(t) = \int_0^t \sigma(t) dt = \frac{p_c}{p_H} t + \frac{2}{\theta \lambda_1^2} \left(1 - \frac{p_c}{p_H}\right) \left(1 - e^{-\frac{1}{2} \theta \lambda_1 t}\right),$$

где через  $\theta$  обозначено

$$\theta = \frac{k p_H}{m \mu},$$

получим

$$\theta \nabla^2 P = \frac{\partial P}{\partial \tau}, \quad (68, \text{XXII})$$

уравнение, по типу представляющее собой уравнение теплопроводности.

Когда скважина находится в центре кругового контура пласта, уравнение (68, XXII) преобразуется в полярные координаты:

$$\frac{\partial^2 P}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{\tau} \frac{\partial P}{\partial \tau}. \quad (69, \text{XXII})$$

Приближенное решение уравнения (69, XXII) для постоянного противодавления на скважине впервые было дано акад. Л. С. Лейбензон [100, 107].

Вследствие сложности и громоздкости полученных формул распределения давления в пласте и дебита газа мы, не приводя их в настоящей главе, отсылаем читателя к книгам акад. Л. С. Лейбензона [100, 107], в которых подробно изложены соответствующие математические выкладки.

В 1945 г. Б. Б. Лапуком было предложено в целях линеаризации уравнения (67, XXII) заменить входящий в его правую часть коэффициент  $P^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{p}$  обратной величиной контурного давления  $p_K$ , приближенная зависимость которого от времени дается уравнениями (64, XII) и (61, XII). Тогда уравнение (67, XXII) также приводится к виду (69, XXII).

Решение задачи при указанном допущении изложено в работе [91]. В заключение отметим, что сравнение результатов вычислений дебита газовой скважины и распределения давления в пласте по упомянутым выше сложным формулам и по нашим формулам, приведенным в § 5 главы XII, показывает весьма близкое совпадение (см. нашу статью [89] и работу [91]).

### 5. Дифференциальное уравнение движения реальных газов в пористой среде

Как отмечалось в § 8 главы XII, особенностью реальных углеводородных газов по сравнению с идеальным газом является их отклонение от уравнения Клапейрона. Кроме того, при падении давления происходит изменение абсолютной вязкости газов.

Учитывая эти особенности, выведем дифференциальное уравнение движения реальных газов в пористой среде по линейному закону фильтрации.

Фильтрацию газов в соответствие с § 2 главы XII рассматриваем как изотермический процесс, что позволяет считать коэффициент сжимаемости и абсолютную вязкость газа функциями только давления.

В качестве исходных уравнений принимаем уравнение (13, XXII), уравнение неразрывности (9, XXII) и уравнение состояния реального газа, которое напомним в виде

$$\varrho = \frac{p}{gRTZ}, \quad (70, \text{XXII})$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести, остальные обозначения прежние.

Подставляя в уравнение неразрывности (9, XXII) значения  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$  из линейного закона фильтрации (13, XXII) и значение  $\varrho$  из уравнения состояния (70, XXII), получим:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p}{Z\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{m}{k} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p}{Z} \right),$$

что после преобразований дает искомое дифференциальное уравнение в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial z^2} - \left[ \frac{\partial p^2}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} (\ln \mu Z) + \frac{\partial p^2}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} (\ln \mu Z) + \right. \\ \left. + \frac{\partial p^2}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} (\ln \mu Z) \right] = \frac{2m\mu}{k} \left( \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{p}{Z} \frac{\partial Z}{\partial t} \right). \end{aligned} \quad (71, \text{XXII})$$

При  $Z = 1$  и  $\mu = \text{const}$ ,  $\mu Z = \text{const}$ , обозначая  $P = p^2$ , получим, как частный случай, дифференциальное уравнение (48, XXII), выведенное Л. С. Лейбензоном для неустановившейся фильтрации совершенных газов.

Интегрирование уравнения (71, XXII) встречает еще большие математические трудности, чем решение уравнения (48, XXII), и пока,

видимо, не представляется возможным. В связи с этим нами [90, 91] предложен приближенный метод решения задачи о движении реальных газов в пористой среде, изложенный в § 8 главы XII.

#### § 4. Движение газированной жидкости в пористой среде

Исследования проблемы движения газированной жидкости в пористой среде производились акад. Л. С. Лейбензоном [100, 107], акад. С. А. Христиановичем [179], К. А. Царевичем [181] и Б. Б. Лапуком [87, 91].

Акад. Л. С. Лейбензоном еще в 1934 г. было выведено и проинтегрировано дифференциальное уравнение неустановившегося и установившегося движения газированной жидкости в пористой среде. Полученное Л. С. Лейбензоном решение основывалось на следующей выдвинутой им гипотезе.

Природный газ частью растворен в жидкости (нефть), а частью находится в жидкости в состоянии мельчайших газовых пузырьков, размеры которых, по мере падения давления, все время растут, но остаются вообще настолько малыми, что эти пузырьки свободно проходят через поровые каналы между частицами, из которых построена пористая среда (см. [100]). Скорости жидкости и пузырьков газа принимаются одинаковыми.

Л. С. Лейбензон показал, что установившаяся фильтрация газированной жидкости описывается уравнением Лапласа.

На основании сопоставления теории с результатами экспериментальных исследований В. Клауда, Л. Юрена и Рида и Хентингтона Л. С. Лейбензон приходит к выводу, что гипотеза о совместном (с одинаковыми скоростями) движении жидкой и газовой фаз газированной жидкости подтверждается указанными экспериментальными данными.

В 1945 г. акад. Л. С. Лейбензоном рассмотрена задача о движении газированной жидкости при различных скоростях жидкой и газообразной фаз смеси.

В этой же работе на основе теории фильтрации и экспериментальных данных, приведенных на рис. 83, устанавливаются функциональные зависимости фазовой проницаемости для жидкости и газа от насыщенности жидкостью порового пространства.

В связи с тем, что указанные исследования подробно изложены в вышедшей недавно книге акад. Л. С. Лейбензона [107], мы отсылаем к ней интересующегося читателя.

Как отмечалось нами в главе XIII, в 1941 г. акад. С. А. Христиановичем при рассмотрении задачи об установившемся движении гази-

рованной жидкости в пористой среде было установлено, что введение в уравнение линейного закона фильтрации вместо давления  $p$  величины  $H$ , связанной с давлением функциональной зависимостью (23, XIII), делает это уравнение справедливым для жидкой фазы газированной жидкости (см. статью акад. С. А. Христиановича [179] или нашу статью [87]).

Таким образом, проекции скоростей фильтрации жидкой фазы газированной жидкости на оси координат  $x$ ,  $y$  и  $z$  можно представить в следующем виде:

$$v_x = -\frac{k}{\mu_{ж}} \frac{\partial H}{\partial x},$$

$$v_y = -\frac{k}{\mu_{ж}} \frac{\partial H}{\partial y},$$

$$v_z = -\frac{k}{\mu_{ж}} \frac{\partial H}{\partial z},$$

Дифференцируя  $v_x$ ,  $v_y$  и  $v_z$  соответственно по  $x$ ,  $y$  и  $z$ , получим

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{k}{\mu_{ж}} \left( \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right). \quad (72, \text{XXII})$$

Но в случае установившегося движения левая часть уравнения (72, XXII) вследствие условия неразрывности (11, XXII) должна быть равна нулю. Учитывая это, уравнение (72, XXII) можно записать так:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0. \quad (73, \text{XXII})$$

Полученное акад. С. А. Христиановичем уравнение (73, XXII), представляющее собой уравнение Лапласа, является дифференциальным уравнением *установившейся* фильтрации жидкой фазы газированной жидкости.

Таким образом, все аналитические решения задач об установившейся фильтрации однородной несжимаемой жидкости остаются справедливыми и для установившегося движения жидкой фазы газированной жидкости, если только в соответствующие формулы вместо давления  $p$  подставить величину  $H$ , методы определения которой изложены нами в § 3 главы XIII.

Каждому случаю движения однородной жидкости в пористой среде отвечает соответствующий случай фильтрации газированной жидкости. Различие состоит в том, что одному и тому же полю скоростей

однородной и газированной жидкостей отвечают разные перепады давлений. При этом семейство линий равного давления при фильтрации однородной жидкости можно рассматривать как семейство изобар для газированной жидкости, но абсолютные значения давления на этих линиях будут различны.

К. А. Царевич в 1942 г., рассматривая *неустановившуюся* фильтрацию газированной жидкости как непрерывную последовательность стационарных состояний и опираясь на указанное выше решение акад. С. А. Христиановича, получил приближенное решение задачи о неустановившейся радиальной фильтрации газированной жидкости. Метод К. А. Царевича подробно описан в его статье [181], к которой мы отсылаем читателя.

Конечные формулы К. А. Царевича совпадают с полученными нами в 1945 г. и изложенными в главе XIII результатами, основанными на решении задач о радиальной неустановившейся фильтрации газированной жидкости методами, разработанными нами для исследования неустановившейся фильтрации газов.

В заключение настоящего параграфа отметим, что указанные выше аналитические решения являются лишь первыми значительными шагами в решении сложной проблемы движения газированной жидкости в пористой среде.

## § 5. Дифференциальное уравнение движения сжимаемой жидкости в упругой пористой среде<sup>1</sup>

Имеются многочисленные прямые и косвенные доказательства сжимаемости (упругости) горной породы, слагающей продуктивные нефтегазоносные пласты<sup>2</sup>. При изменении темпа отбора жидкости перераспределяется пластовое давление. С изменением пластового давления изменяются плотность жидкостей, насыщающих пласт, и объем его порового пространства, т. е. меняется пористость пласта. Коэффициенты сжимаемости жидкости (воды и нефти) и горной породы (песка, песчаника) были приведены выше (см. § 1 и 2 главы III и § 5 главы XI, а также книгу [219]). Однако природные резервуары имеют большие протяжения, объемы порового пространства в них и, следовательно, объемы жидкостей, насыщающих водонефтеносные пласты, весьма велики. Поэтому вызванные изменением пластового давления даже малые изменения в плотности жидкости и в пористости пласта

<sup>1</sup> Настоящий параграф написан В. Н. Щелкачевым.

<sup>2</sup> См. книгу В. Н. Щелкачева [219].

создают возможность отбора громадного количества жидкости только вследствие ее объемной упругости и упругости горной породы.

В настоящем параграфе дается вывод и анализ приближенного дифференциального уравнения движения упругой жидкости в упругой пористой среде.

Введем следующие обозначения:  $m$  — абсолютная пористость пласта,  $\tau$  — начальный полный объем образца пласта (суммарный объем скелета породы и порового пространства),  $\tau_{\Pi}$  — объем порового пространства указанного образца пласта.

Согласно определению

$$m = \frac{\tau_{\Pi}}{\tau}. \quad (74, \text{XXII})$$

Для простоты вывода упругие среды (жидкость и пласт) считаем однородными, изотропными и подчиняющимися закону Гука, т. е.

$$\frac{dQ}{Q} = \beta_{\text{ж}} dp, \quad (75, \text{XXII})$$

$$\frac{d\tau_{\Pi}}{\tau} = -\frac{d\tau_{\text{ж}}}{\tau} = \beta_{\text{с}} dp, \quad (76, \text{XXII})$$

где  $Q$  — плотность жидкости,  $p$  — давление,  $\beta_{\text{ж}}$  и  $\beta_{\text{с}}$  — коэффициенты сжимаемости жидкости и упругой пористой среды,  $d\tau_{\text{ж}}$  — количество жидкости, которое выжимается из образца породы с начальным объемом  $\tau$  при изменении давления на  $dp$ . В числителе левой части формулы (76, XXII) фигурирует изменение объема порового пространства, а не изменение объема самого образца пористой среды. Поэтому величина  $\beta_{\text{с}}$  строго говоря, отлична от коэффициента сжимаемости в обычном смысле слова. Судя по экспериментальным данным, упомянутое различие весьма мало.

Выберем произвольно систему декартовых координат и в окрестности некоторой точки  $(x, y, z)$  рассмотрим элемент пространства  $\tau = dx dy dz$ . В дальнейшем будем пользоваться понятием скорости фильтрации  $\bar{v}$ , а потому пространство, занятое жидкостью и пористой средой, рассматриваем как непрерывное поле скоростей фильтрации.

В момент времени  $t$  выделенный элемент объема содержит массу жидкости

$$M = \varrho m \tau = \varrho \tau_{\Pi}. \quad (77, \text{XXII})$$

Изменение массы жидкости за время  $dt$  будет:

$$\frac{\partial M}{\partial t} dt = \left( \tau_{\Pi} + \varrho \frac{\partial \tau_{\Pi}}{\partial t} \right) dt \quad (78, \text{XXII})$$

или, используя уравнения (74, XXII)–(76, XXII), имеем:

$$\frac{\partial M}{\partial t} dt = \left( \frac{\beta_c}{\beta_{ж}} + m \right) \frac{\partial \varrho}{\partial t} \tau dt. \quad (79, \text{XXII})$$

Следуя обычному приему вывода уравнения неразрывности (см. § 1 настоящей главы) и учитывая массу жидкости, которая за время  $dt$  вытекла из рассматриваемого элемента объема  $\tau$ , получим:

$$\operatorname{div}(\varrho \bar{v}) = - \left( \frac{\beta_c}{\beta_{ж}} + m \right) \frac{\partial \varrho}{\partial t}. \quad (80, \text{XXII})$$

Согласно линейному закону фильтрации

$$\bar{v} = - \frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p = - \frac{k_{\Phi}}{\gamma} \operatorname{grad} p = - k_{\text{д}} \operatorname{grad} p, \quad (81, \text{XXII})$$

где  $k$  — коэффициент проницаемости пласта,  $k_{\Phi}$  и  $k_{\text{д}}$  — кинематический и динамические коэффициенты фильтрации пласта,  $\mu$  и  $\gamma$  — абсолютная вязкость и вес единицы объема жидкости.

Подставляя  $\bar{v}$  из (81, XXII) в (80, XXII) и используя формулы (20, XXII), получим:

$$\nabla^2 \varrho = \frac{(m\beta_{ж} + \beta_c)\mu}{k} \cdot \frac{\partial \varrho}{\partial t}. \quad (82, \text{XXII})$$

Для коэффициента сжимаемости воды в пластовых условиях можно в среднем принять (см. § 2 главы III)

$$\beta_{ж} \cong 4,5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{атм}}. \quad (83, \text{XXII})$$

Сжимаемость горных пород применительно к пластовым условиям менее изучена. Для цементированного песчаника пласта Вудбайн Восточного Тексаса по материалам тщательных лабораторных экспериментов можно принять:

$$\beta_c = 1 \cdot 10^{-5} \div 2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{атм}}, \quad (84, \text{XXII})$$

причем результаты экспериментов нами пересчитаны по формуле (76, XXII) для диапазона давлений  $70 \div 105 \text{ атм}$ , и эти результаты,

судя по замечаниям экспериментаторов, можно считать несколько преуменьшающими значение  $\beta_c$ . Некоторые гидрогеологи считали, что для артезианских пластов в среднем

$$\beta^* = 16,4 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{ат}}, \quad (85, \text{XXII})$$

где  $\beta^*$  — коэффициент упругоёмкости (см. дальше).

Учитывая малость величины  $\beta_{ж}$  можно в разложении экспоненциальной функции пренебречь членами, содержащими  $\beta_{ж}$  в степени выше первой, поэтому, после интегрирования уравнения (75, XXII), получим:

$$\varrho = \varrho_0 e^{\beta_{ж}(p-p_0)} \cong \varrho_0 + \beta_{ж} \varrho_0 (p - p_0), \quad (86, \text{XXII})$$

где  $\varrho_0$  и  $p_0$  — начальные плотность и давление.

На основании соотношения (86, XXII) уравнение (82, XXII) переписется так:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{\mu(m\beta_{ж} + \beta_c)} \nabla^2 p. \quad (87, \text{XXII})$$

Строго говоря, уравнение (87, XXII) — нелинейное уравнение, ибо пористость  $m$  зависит от  $p$ .

Однако из формул (74, XXII) и (76, XXII) следует:

$$dm = \frac{d\tau_{п}}{\tau} = \beta_c dp, \quad (88, \text{XXII})$$

откуда

$$m = m_0 + \beta_c (p - p_0), \quad (89, \text{XXII})$$

где  $m_0$  — пористость при начальном давлении  $p_0$ . Пренебрегая членами, содержащими малые величины порядка  $\beta_{ж} \cdot \beta_c$ , в уравнении (87, XXII) пористость  $m$  можно считать постоянной и равной  $m_0$ ; поэтому само уравнение будем считать линейным. Введем понятие о коэффициенте упругоёмкости пласта  $\beta^*$ :

$$\beta^* = m\beta_{ж} + \beta_c. \quad (90, \text{XXII})$$

Используя коэффициент упругоёмкости пласта, можно из формул (74, XXII)–(77, XXII) найти следующее соотношение:

$$dM = \tau_{п} d\varrho + \varrho d\tau_{п} = \varrho(m\beta_{ж} + \beta_c) \tau dp \quad (91, \text{XXII})$$

или

$$d\tau_{ж}^* = -\beta^* \tau dp, \quad (92, \text{XXII})$$

где  $d\tau_{\text{ж}}^*$  — объем жидкости, выделившейся благодаря ее упругости и упругости породы из элемента пласта с начальным объемом  $\tau$  при изменении давления на  $dp$ . Положим

$$a^2 = \frac{k_{\text{д}}}{\beta^*} = \frac{k}{\mu(m\beta_{\text{ж}} + \beta_{\text{с}})} \quad (93, \text{XXII})$$

и назовем  $a^2$  коэффициентом пьезопроводности пласта.

Уравнение (87, XXII) окончательно переписется так:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = a^2 \nabla^2 p. \quad (94, \text{XXII})$$

Таким образом, исследование неустановившихся процессов движения упругой жидкости в упругом пласте сводится к решению дифференциального уравнения (94, XXII) типа дифференциального уравнения теплопроводности при соответствующих начальных и граничных условиях.

В книге [219] нами подробно изложены основы теории упругого режима нефтеносных и артезианских пластов и рассмотрены приложения теории к нефтепромысловой практике. Ряд задач о движении сжимаемой жидкости в упругом пласте рассмотрен проф. И. А. Чарным в книге [189].

В заключение отметим, что закон Гука для пористой среды и изменение пористости можно было бы представить иными равенствами, чем равенства (76, XXII) и (88, XXII); в таком случае получилось бы несколько иное выражение для коэффициента  $\beta^*$ , но на принципиальные выводы это не повлияло бы. Для вывода (даже более простого и строгого) уравнения (94, XXII) можно было бы вообще не пользоваться равенствами (76, XXII) и (88, XXII), а в основу вывода положить равенства (75, XXII) и (92, XXII), считая, что  $\beta^*$  непосредственно определяется из экспериментов, причем  $\beta_{\text{ж}} \cong \text{const}$ .

## § 6. Аналогия между движением жидкостей и газов в пористой среде и другими физическими явлениями

В § 2–5 было показано, что установившаяся фильтрация жидкостей и газов по линейному закону фильтрации описывается уравнением Лапласа:

$$\nabla^2 \phi = 0, \quad (95, \text{XXII})$$

где функция  $\phi = \phi(x, y, z)$  для различных жидкостей и газов имеет следующие значения:

для несжимаемой жидкости  $\phi = p$ , где  $p = p(x, y, z)$  — давление;

« сжимаемой жидкости  $\phi = \rho$ , где  $\rho = \rho(x, y, z)$  — плотность жидкости;

« газа  $\phi = p^2 = P$ , где  $p = p(x, y, z)$  — давление;

для жидкой фазы газированной жидкости  $\phi = \int_1^p k'_{ж} dp$ , где  $p$  — давле-

ние,  $k'_{ж} = \frac{k_{жк}}{k}$  — отношение фазовой проницаемости пласта для жидкой фазы газированной жидкости к его проницаемости для однородной жидкости.

Как известно из физики, уравнение Лапласа описывает различные установившиеся процессы. Так, если в уравнение (95, XXII) вместо  $\phi$  подставить температуру  $T$  или потенциал (напряжение электрического тока)  $U$ , то соответственно получаем дифференциальные уравнения, описывающие установившиеся процессы теплопередачи и движения электрического тока в проводниках. Таким образом, имеется формальная аналогия между установившейся фильтрацией жидкостей и газов и установившимися процессами теплопередачи и течения электрического тока. Указанную аналогию можно распространить на электростатику, установившиеся процессы диффузии и пр.

Между неустановившимся движением сжимаемой жидкости в недеформируемой и в упругой пористой среде и другими физическими явлениями также существует аналогия, основанная на однотипности дифференциальных уравнений указанных неустановившихся процессов.

Так неустановившиеся процессы теплопередачи описываются уравнением теплопроводности

$$\nabla^2 T = \frac{1}{a^2} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{c\gamma}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (96, \text{XXII})$$

где величина  $a^2$  называется температуропроводностью,

$$a^2 = \frac{\lambda}{c\gamma};$$

$\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $c$  — удельная теплоемкость (отнесенная к единице веса),  $\gamma$  — удельный вес теплопроводящей среды.

Сравнивая уравнения (96, XXII), (21, XXII) и (24, XXII), легко видеть, что они аналогичны. Температуре  $T$  отвечают плотность жидкости  $Q$  или давление  $p$ , величине  $\frac{k}{\mu\beta}$  в дифференциальном уравнении

неустановившейся фильтрации сжимаемой жидкости в недеформируемой пористой среде соответствует коэффициент теплопроводности  $\lambda$  в уравнении (96, XXII), а произведению коэффициента пористости  $t$  на коэффициент  $\beta$  объемного упругого расширения жидкости отвечает произведение  $c\gamma$  в уравнении теплопроводности.

При проведении термогидродинамической аналогии между неустановившимся движением сжимаемой жидкости в упругой пористой среде и теплопередачей из сравнения уравнений (87, XXII), (94, XXII) и (96, XXII) следует, что коэффициенту температуропроводности  $a^2$  в уравнении теплопроводности соответствует коэффициент пьезопроводности  $a^2$  в дифференциальном уравнении неустановившейся фильтрации сжимаемой жидкости в упругой пористой среде, коэффициенту теплопроводности  $\lambda$  — величина  $\frac{k}{\mu\beta}$ , произведению  $c\gamma$  — коэффициент упругоёмкости пласта  $\beta^*$ .

В табл. 60 приведены данные, характеризующие аналогю между фильтрацией и другими физическими явлениями.

Наличие электрогидродинамической аналогии позволяет ряд задач подземной гидравлики решать на электролитических и электрических моделях пластов. Впервые метод электрогидродинамической аналогии для решения задач о фильтрации жидкостей был использован акад. Н. Н. Павловским [138] при исследовании вопросов движения воды под гидротехническими сооружениями.

Успешное решение различных задач подземной нефтяной гидравлики методом электрической аналогии было впервые осуществлено в СССР проф. Л. И. Гутенмахером при помощи созданного им электрического интегратора, носящего имя автора.

Следует также отметить работы по созданию электрических моделей пластов, проведенные Л. А. Сергеевым [157] в Академии наук Азербайджанской ССР.

Большая ценность методов электроанalogии заключается в том, что они позволяют решать задачи об установившейся и неустановившейся фильтрации жидкостей и газов по линейному закону фильтрации при произвольных очертаниях контуров питания и водонности и наличии многих любым образом расположенных скважин с различными противодавлениями на пласт. Гидродинамическое решение подобных задач часто встречает большие, а иногда непреодолимые математические трудности.

В настоящее время в Московском нефтяном институте

<sup>1</sup>При установившейся фильтрации сжимаемой жидкости.

<sup>2</sup>При неустановившейся фильтрации сжимаемой жидкости в упругой пористой среде.

Таблица 60

**Аналогия между движением жидкостей и газов в пористой среде по линейному закону фильтрации и другими физическими явлениями**

Движение жидкостей и газов в пористой среде				Тепло-передача	Электри-ческий ток
несжимаемая жидкость	сжимаемая жидкость	газ	жидкая фаза газированной жидкости		
Давление	Плотность жидкости	Функция давления	Функция давления	Темпера-тура	Напряжение (потенциал)
$p$	$\rho$	$P = p^2$	$H = \int_1^p k'_{ж} dp$	$T$	$U$
Уравнение поверхностей равного давлени-я (изобары)	Уравнение поверхно-стей равных плотностей (совпадают с изобарами)	$P = p^2 = \text{const}$ (совпадает с изобарами)	$H = \text{const}$ (совпадает с изобарами)	Уравнение изотерми-ческих по-верхностей (изотермы)	Уравнение эквипотен-циальных по-верхностей
$p = \text{const}$	$\rho = \text{const}$			$T = \text{const}$	$U = \text{const}$
Градиент давления	Градиент плотности	Градиент функции давления	Градиент функции давления	Градиент темпера-туры	Градиент потенциала
$\text{grad } p$	$\text{grad } \rho$	$\text{grad } P$	$\text{grad } H$	$\text{grad } T$	$\text{grad } U$
Вектор скорости фильтрации	Вектор массовой скорости фильтрации	Вектор массовой скорости фильтрации	Вектор скорости фильтрации	Вектор теплового потока	Вектор силы тока
$\vec{v}$	$\rho \vec{v}$	$\rho \vec{v}$	$\vec{v}_{ж}$	$\vec{q}$	$\vec{I}$
Проницае-мость/абс. вязкость				Коэффици-ент тепло-проводности	Удельная проводи-мость
$\frac{k}{\mu}$	$\frac{k_{-1}}{\mu\beta}$	$\frac{k}{2\mu p_{ат}}$	$\frac{k}{\mu_{ж}}$	$\lambda$	$\sigma$
Закон фильтрации	Закон фильтрации	Закон фильтрации	Закон фильтрации	Закон Фурье	Закон Ома
$\vec{v} = -\frac{k}{\mu} \text{grad } p$	$\rho \vec{v} = \frac{-k}{\mu\beta} \times \text{grad } \rho$	$\rho \vec{v} = \frac{-k}{\mu\beta p_{ат}} \times \text{grad } P$	$\vec{v}_{ж} = \frac{-k}{\mu_{ж}} \times \text{grad } H$	$\vec{q} = -\lambda \text{grad } T$	$\vec{I} = -\sigma \text{grad } U$
—	Коэффици-ент упруго-емкости <sup>2</sup> $\beta^* = m\beta_{ж} + \beta_c$ Пьезопро-водность <sup>2</sup>	—	—	Теплоем-кость $\times$ уд. вес $c\gamma$	—
	$a^2 = \frac{k}{\mu\beta^*}$			Температу-ропровод-ность $a^2 = \frac{\lambda}{c\gamma}$	

им. акад. И. М. Губкина и во Всесоюзном научно-исследовательском нефтяном институте существуют специальные лаборатории электрического моделирования нефтяных пластов, занимающиеся решением различных задач подземной нефтяной гидравлики, связанных с разработкой нефтяных месторождений.

Подробное описание устройства электрического интегратора системы Л. И. Гутенмахера и примеры решения на нем указанных задач подземной гидравлики выходят за рамки настоящего курса и имеются в литературе (см. [41], [79] и [170]), к которой мы отсылаем читателя.

---

---

## ГЛАВА XXIII\*

# Краткая история развития подземной гидравлики. Заключение

Общую историю подземной гидравлики будет правильно разделить на два периода: первый период — с середины девятнадцатого века до 1917–1920 гг., второй — с 1917–1920 гг. до последнего времени. Такое деление оправдывается тем, что в СССР, после 1917 г., подземная гидравлика получила особое развитие благодаря бурному развитию промышленности вообще и нефтяной промышленности в частности; кроме того, и в США исследования в области подземной нефтяной гидравлики и технологии нефтедобычи начали проводиться после окончания первой мировой войны, после того как в 1919 г. был создан американский нефтяной институт.

Сравнивая состояние нефтепромыслового дела до и после 1920 г., следует отметить, во-первых, резкое увеличение среднегодовой добычи нефти и газа во всем мире и, во-вторых, значительное усложнение проблем технологии добычи нефти и газа. Именно после 1920 г. значительно возросли глубины эксплуатационных скважин, стали в широких масштабах внедряться методы поддержания и восстановления пластового давления путем нагнетания в нефтеносный пласт воды или газа; широкое распространение получили такие способы интенсификации нефтедобычи, как кислотная обработка и торпедирование забоев скважин и т. д. Естественно, что управление новыми технологическими процессами и строгая оценка их эффективности были невозможны без знания законов движения нефти, газа и воды к скважинам. К тому же социалистическое хозяйство СССР требовало создания научно-обоснованной системы разработки нефтяных месторождений различных типов.

Таким образом, после 1920 г. перед подземной гидравликой возникли новые весьма крупные проблемы и развитие этой науки, действительно, вступило в новую фазу.

Не будем касаться истории развития подземной гидравлики в течение первого периода (до 1920 г.), ибо проблемы собственно нефтяной подземной гидравлики были поставлены и начали систематически разрабатываться лишь после 1920 г.

Начнем с обзора исследований, выполненных в течение второго периода.

В конце второго десятилетия нынешнего века начал свои исследования в области теории фильтрации академик Н. Н. Павловский. В опубликованной в 1922 г. замечательной монографии (докторской диссертации) академик Н. Н. Павловский [138] разработал ясную гидромеханическую модель явления фильтрации, позволившую выполнить строгий вывод дифференциальных уравнений движения жидкости в пористой среде. Впервые мно-

гие задачи фильтрации жидкости под плотинами были сформулированы акад. Павловским как краевые задачи математической физики; решение этих задач в таком аспекте открыло новую эпоху в гидротехнике. Впервые в мировой литературе акад. Павловский предложил использовать параметр Рейнольдса как критерий существования линейного закона фильтрации. До акад. Павловского Крчбер (в 1884 г.) и Мазони (в 1895 г.) провели ряд исследований, имевших целью установить пределы применимости линейного закона фильтрации, но их выводы были принципиально неверны, ибо Крчбер связывал предел применимости основного закона фильтрации только с величиной диаметра зерен грунта, Мазони — только с пьезометрическим уклоном; другие исследователи пытались установить критическую скорость фильтрации, при которой, якобы, при всех условиях линейный закон фильтрации нарушается. Акад. Павловский не только ввел в подземную гидравлику параметр Рейнольдса и подсчитал, базируясь на правильно обработанных прежних экспериментальных данных, критическое значение параметра Рейнольдса, но и избежал тех ошибок, которые допустили позднейшие американские авторы, не знавшие его работы. Именно, в позднейших работах американских авторов параметр Рейнольдса был чисто механически перенесен из трубной гидравлики в подземную без всякого обоснования. Наоборот, акад. Павловский дал вывод формулы, определяющей параметр Рейнольдса.

Заинтересовавшись работами акад. Н. Н. Павловского, наш знаменитый механик Н. Е. Жуковский [58] вторично, незадолго до своей кончины, вернулся к исследованиям в области теории фильтрации. В 1920 г. Н. Е. Жуковский разработал иной метод (чем у акад. Павловского) решения задач о фильтрации воды под плотинами при наличии напорной поверхности и о фильтрации воды со свободной поверхностью.

Следует заметить, что начало исследований проф. Н. Е. Жуковского в области теории фильтрации относится к первому периоду развития подземной гидравлики. Именно, в восьмидесятых годах прошлого века Н. Е. Жуковский был привлечен к участию в работах комиссии по водоснабжению г. Москвы; комиссия была создана в связи с тем, что ресурсы подземных вод Мытищинской водопроводной станции перестали удовлетворять потребностям г. Москвы. Жуковский не только принял безвозмездное деятельное участие в работах упомянутой комиссии, но здесь, как и во всех других случаях, проявил свое умение сочетать воедино теорию с практикой. Именно, важным *практическим* следствием работы Н. Е. Жуковского и комиссии было принятие конкретного решения о нецелесообразности расширения Мытищинского водопровода и о необходимости постройки Рублевской водопроводной станции. Заинтересовавшись теорией фильтрации, Н. Е. Жуковский [56], [57] предложил новый, более общий, чем у Буссине и Форхгеймера, вывод дифференциальных уравнений теории фильтрации, установил связь колебаний уровня грунтовых вод с колебаниями показаний барометра, исследовал вопросы капиллярного поднятия воды в пористой среде, решил новые проблемы притока воды к скважинам в условиях естественного подземного потока, а также исследовал особенности движения воды к водосборной галлерее.

Упомянутые идеи акад. Павловского и проф. Жуковского были в последующем развиты в трудах обширной советской школы исследователей: В. И. Аравина, Е. А. Замарина, В. В. Ведерникова, Н. Н. Веригина, Л. А. Галина, Н. К. Гириного, Б. Б. Девисона, В. С. Козлова, Н. Т. Мелещенко, Ф. Б. Нельсон-Скорнякова, Я. Т. Ненько, С. Н. Нумерова, П. Я. Полубариновой-Кочиной, Б. К. Ризенкампа, А. А. Угинчуса, С. В. Фальковича и др. Содержание работ этой школы исследователей мы здесь описывать не будем<sup>1</sup>, ибо большинство из них связано только с проблемами фильтрации воды под плотинами, через тело земляных плотин, с проблемами притока воды к ирригационным и дренажным сооружениям и т. д., т. е. с такими проблемами, которых мы в данном курсе подземной гидравлики не касались.

С 1921 г. в Баку начались теоретические и экспериментальные исследования акад. Л. С. Лейбензона [94–107] — основателя советской школы ученых, работающих в области подземной гидравлики именно в связи с проблемами добычи нефти и газа. Акад. Л. С. Лейбензоном впервые выведены дифференциальные уравнения движения газа и газированной жидкости в пористой среде, выяснены особенности работы газовых скважин, подвергнуты математическому исследованию кривые производительности и режимы работы нефтяных скважин и пластов, методы подсчета запасов нефти и газа в пластах, проблема вытеснения нефти и газа водой и т. д.

В 1927–1928 гг. акад. Л. С. Лейбензон организовал проведение крупных исследований по подземной гидравлике в Государственном исследовательском нефтяном институте (ГИНИ) и в Московском государственном университете. Ценные экспериментальные исследования в ГИНИ и МГУ были выполнены Д. С. Вилькером [27] и И. П. Москальковым [129]. В 1934 г. была опубликована капитальная монография акад. Л. С. Лейбензона [100] — «Подземная гидравлика воды, нефти и газа». В этой монографии, впервые в мировой литературе, систематично изложены основы общей теории фильтрации, а также все важнейшие исследования в области собственно подземной нефтяной гидравлики, проведенные автором и другими учеными до начала тридцатых годов нашего века. Подчеркнем, что и в теоретическом и экспериментальном решении новых проблем и в опубликовании сводной монографии акад. Л. С. Лейбензон опередил зарубежную научную мысль — аналогичная сводная монография была опубликована Маскетом [120] в США на 3 года позже, т. е. только в 1937 г.

Следующей сводной монографией, изданной в СССР в 1935 г. и посвященной теории движения подземных вод в водоносных пластах, была книга проф. Г. Н. Каменского [65].

В этой книге собраны и сведены в единую систему важнейшие результаты работ, проведенных в области подземной гидравлики в первый период ее развития, а также более новые исследования акад. Н. Н. Павловского, акад. Л. С. Лейбензона, М. Е. Альтовского, Н. Н. Биндемана, Е. А. Замарина,

<sup>1</sup>Работы этой школы исследователей прореферированы в обзорно-исторической статье П. Я. Полубариновой-Кочиной и С. В. Фальковича.

Козени, И. П. Кусакина, Н. А. Плотникова, Н. М. Победоносцева, самого автора и др.

Работы проф. Г. Н. Каменского и его школы имеют большое значение не только потому, что они позволили решить важные проблемы гидрогеологии, но еще и по другой причине. Именно, упомянутые работы популяризировали основные идеи подземной гидравлики среди гидрогеологов и позволили нефтяникам перенять опыт гидрогеологов в области исследования скважин, определения физико-геологических характеристик пластов и т. д.

Для понимания последующей истории развития подземной гидромеханики необходимо отметить те новые идеи, которые были заложены в трудах главным образом грозненских нефтяников, опубликованных в двадцатых — начале тридцатых годов нынешнего века: Н. Т. Линдтропа [108–110], М. М. Чарыгина [190], С. Н. Шаньгина [197], М. Г. Танасевича [165], В. М. Николаева [134, 135], Н. М. Карпенко [67] и других. В связи с изучением поведения некоторых нефтеносных пластов Старо-Грозненского и Ново-Грозненского месторождений упомянутые геологи (главой этой школы был Н. Т. Линдтроп) пришли к весьма важному (и по тому времени совершенно новому) выводу о том, что главной силой, двигавшей нефть к забоям скважин в наиболее продуктивных пластах упомянутых месторождений, была сила напора краевых вод; в пластовых условиях газ был полностью растворен в нефти и никакой активной роли в продвижении нефти по пласту играть не мог.

Этим существенно изменялось общепринятое в то время мнение — господствовавшая с 1865 г. американская теория Бриггса; следуя Бриггсу, считали, что единственной силой, продвигавшей нефть в пласте к забоям скважин, могла быть сила упругости газа. Кроме того, тогда считали, что влияние работы каждой скважины может распространяться в пласте не далее строго определенного расстояния; например, во всех гидромеханических расчетах Слихтера принималось, что радиус влияния скважин равнялся 183 м (600 футам). Если скважины были взаимно удалены на расстояние двойного радиуса влияния, то они якобы совершенно не должны были влиять друг на друга.

Н. Т. Линдтроп и другие упомянутые геологи привели факты взаимодействия скважин на очень больших расстояниях друг от друга, факты влияния разработки нефтяного месторождения на пластовые давления в удаленных законтурных водяных скважинах и даже на дебиты естественных минеральных источников, выходы которых были расположены на расстоянии почти 20 км от эксплуатировавшихся нефтяных скважин; далее, те же геологи открыли зависимость изменения пластового давления в нефтяной залежи от повышения зеркала краевых вод (водо-нефтяного контакта), зависимость пластовых давлений в скважинах от гипсометрии их забоев и положения забоев по отношению к зеркалу подошвенных или краевых вод и т. д. Таким образом, еще до появления работы Герольда, которого было принято считать первым автором теории режимов нефтеносных месторождений, грозненские

геологи разработали теорию водонапорного режима<sup>2</sup>.

На основании этой теории развились представления о балансе пластовых водонапорных систем и необходимости учитывать гидравлическую связь области разработки пласта с областью напора и областью питания. Вполне понятно, что именно эти, в то время передовые, идеи геологов следовало положить в основу гидромеханического анализа особенностей работы нефтяных скважин и нефте-водо-газоносных пластов.

Поэтому в начатых с 1935 г. в ГрозНИИ исследовательских работах упомянутые идеи грозненских геологов были обобщены; была разработана гидравлическая теория пластовых водонапорных систем, были подвергнуты критике прежние теории взаимодействия скважин Сликхтера–Форхгеймера, связанные с дефектным представлением о существовании постоянного, ограниченного радиуса влияния скважин, были исследованы особенности работы скважин при различных формах и размерах контура области питания.

В исследованиях ГрозНИИ (1936–1939 гг.) была разработана<sup>3</sup> новая теория взаимодействия скважин, изучены свойства различных систем расстановки скважин [см. 200–204].

Прежде чем перейти к описанию дальнейшего (после 1939 г.) развития подземной гидравлики в СССР, необходимо отметить более ранние экспериментальные и промысловые исследования.

В начале тридцатых годов В. П. Яковлев [224, 225] провел обширные исследования нефтяных скважин, на базе которых сделал ряд ценных предложений по поводу методики исследования скважин и пластов и выяснил особенности движения уровня жидкости в скважинах непосредственно после их пуска или останова при различных простейших законах фильтрации жидкости в пласте. В. П. Яковлев указывал на необходимость учитывать сжимаемость жидкости в пластовых условиях. Работы В. П. Яковлева особенно ценны тем, что способствовали пробуждению внимания инженерно-технических работников нефтяной промышленности не только к исследованию скважин, но и к изучению законов фильтрации жидкости в нефтеносных пластах.

В те же годы в ГрозНИИ инж. А. А. Болтышев и инж. Т. Л. Михайлов сконструировали «опытный пласт» — цилиндрический резервуар, заполнявшийся песком. На этом пласте были изучены законы одномерного движения мертвой и газированной жидкости, были установлены интересные зависимости дебитов газированной жидкости от перепадов давления и газовых факторов и т. д.

В середине тридцатых годов В. М. Барышев сконструировал в АзНИИ опытный куполовидный «пласт», на который было проведено 108 скважин. На «опытном пласте» и на специальных дренажных элементах В. М. Барышев [12–15] и А. Н. Снарский [161–163] провели интересные опы-

<sup>2</sup>Очень жаль, что долгое время оставались незамеченными и не подвергались гидродинамической обработке высказанные в то время передовые идеи проф. И. Н. Стрижова по поводу «упруго-грузового режима» нефтяных месторождений.

<sup>3</sup>В. Н. Щелкачевым. (Ред.)

ты по взаимодействию скважин при различных системах их расстановки, по анализу свойств коэффициентов продуктивности скважин, по движению газированной жидкости в пористой среде, по образованию газовой шапки в пласте и ее влиянию на дебит скважин и т. д. Результаты этих опытов очень хорошо согласовывались с упомянутыми выше гидродинамическими исследованиями ГрозНИИ.

Ценные экспериментальные исследования по движению газированной жидкости в пористой среде были проведены в 1940 г. в АзНИИ А. М. Пирвердяном [139] и М. К. Мамедовым [119]. Авторы сопоставили дебиты газированной и «мертвой» жидкости при всех прочих одинаковых условиях их движения, исследовали зависимость между газовым фактором и перепадом давления и, кроме того, основываясь на теории обтекания и законах подобия, исследовали явления отклонения закона фильтрации от линейного закона.

В Азербайджанском филиале Академии наук СССР Л. А. Сергеев [157], пользуясь методом электрогидродинамических аналогий, провел на электромоделах нефтяных пластов ряд исследований, имевших целью установить рациональные схемы расстановки скважин, распределения давления вокруг них и т. д.

В 1938–1939 гг. были начаты в ГрозНИИ и продолжены в Днепропетровском университете дальнейшие исследования проблемы расстановки скважин. [см. 205, 208]; было подвергнуто критике и существенно уточнено решение проблемы вытеснения нефти водой, данное ранее Маскетом. Был подробно разработан метод исследования законов движения вдоль различных линий тока и стягивания контура нефтеносности к одной и к различным группам скважин, были сопоставлены дебиты батарей скважин с дебитами «галлерей», были установлены простейшие гидродинамически рациональные варианты расстановки скважин в условиях купольной, брахиантиклинальной и моноклинальной структур, к которым приурочены залежи нефти.

В те же годы Г. Б. Пыхачевым [149] были решены некоторые задачи о взаимодействии скважин и о работе отдельных скважин в условиях неоднороднопроницаемых пластов; в Московском нефтяном институте [см. 85, 86] исследован вопрос о термодинамических процессах, происходящих в нефтяных и газовых пластах при фильтрации жидкостей и газов.

В 1940 г. акад. Л. С. Лейбензон возглавил организованную проф. Б. Б. Лапуком группу, в которую входили ученые и инженеры различных специальностей. Эта группа поставила своей целью выработку научно-обоснованной методики проектирования рациональной разработки нефтяных месторождений.

При выборе рациональной системы разработки месторождения считалось необходимым: 1) учесть геологические особенности каждого месторождения; 2) установить гидродинамически рациональные варианты расстановки скважин применительно к выясненным геологическим особенностям; 3) провести расчеты дебитов скважин, пластовых и забойных давлений и определить технико-экономические показатели бурения и эксплуата-

ции скважин при различных вариантах размещения скважин; 4) провести заключительную экономическую оценку.

Таким образом, совершенно правильно предполагалось, что решить проблему рациональной разработки нефтяных месторождений можно лишь на базе комплексного геологическо-гидродинамическо-техническо-экономического анализа.

После начала войны группа была реорганизована в Проектно-исследовательское бюро (ПИБ) при Московском нефтяном институте. В бюро под руководством доц. Крылова А. П. были проведены работы по проектированию разработки многих нефтяных и газовых месторождений; попутно решались новые проблемы подземной гидравлики. В итоге этих работ коллектив из пяти авторов — ныне Лауреатов Сталинской Премии — А. П. Крылов, М. М. Глоговский, М. Ф. Мирчинк, Н. М. Николаевский и И. А. Чарный — издал капитальную монографию [79]: «Научные основы разработки нефтяных месторождений». И эта работа намного опережает последние достижения зарубежной науки.

Следует отметить, что очень существенную помощь в работе Проектно-исследовательского бюро оказывает сконструированный проф. Л. И. Гутенмахером электроинтегратор. Использование этого прибора основано на существовании электрогидродинамической аналогии. В том случае, когда геологические условия разрабатываемого месторождения сложны — пласт неоднороден по проницаемости, пористости, мощности, имеет контуры нефтеносности и контуры области питания неправильной геометрической формы — решать задачу подземной гидравлики строгими математическими методами было бы трудно и нецелесообразно; наоборот, на электроинтеграторе сравнительно легко учесть всю сложность известных геологических условий нефтегазонасного пласта и довести решение задачи до получения необходимых числовых результатов. Методику решения задач подземной гидравлики на электроинтеграторе значительно усовершенствовал и углубил научный сотрудник Проектно-исследовательского бюро, канд. техн. наук П. М. Белаш; пользуясь методикой П. М. Белаш, на электроинтеграторе были изучены многие особенности и установившегося и неустановившегося притока жидкости и газа к скважинам.

К описанию других работ, выполненных в Проектно-исследовательском бюро, вернемся несколько позже.

В 1940–1941 гг. акад. С. А. Христианович [178, 179] провел весьма интересные исследования сложной проблемы движения грунтовых вод, не следуя линейному закону фильтрации, а также построил теорию движения газированной жидкости, базирующуюся на упомянутых выше экспериментах Викова–Ботсета. Новые ценные выводы, вытекающие из исследований акад. Христиановича по вопросам движения газированной жидкости, были в 1941 г. получены в Московском нефтяном институте<sup>4</sup> [см. 87]. К этому же периоду времени относится вывод общего выражения для коэффициента проницаемости пористой среды и обобщение различных теоретических формул,

---

<sup>4</sup>Б. Б. Лапуком. (Ред.)

описывающих законы фильтрации (см. § 2 главы V и § 2 главы VI данной книги).

Во время войны были опубликованы новые работы акад. Л. С. Лейбензона [101–105], в которых значительно усовершенствована прежняя теория движения газированной жидкости автора и были исследованы вопросы турбулентной фильтрации газов.

Член-корр. Акад. наук П. Я. Полубаринова-Кочина [143–145] в 1942–1945 гг. решила ряд сложных задач подземной нефтяной гидравлики: о притоке жидкости к скважинам в неоднородной среде, об определении размеров пластовой водонапорной системы и проницаемости пласта на основании известных дебитов скважин (решение так называемых обратных задач подземной гидравлики), о перемещении контура нефтеносности.

Последняя проблема была также подвергнута глубокому математическому исследованию М. Н. Тиховым [167] в ГрозНИИ.

В те же годы проф. И. А. Чарный [183–185] улучшил методику решения задач о притоке нефти к скважинам в месторождениях различных форм, решил очень важный вопрос о наиболее выгоднейшей расстановке рядов скважин в пластах с водонапорным режимом. В 1946 г. проф. Чарный [188] предложил весьма остроумный приближенный метод решения задачи о взаимодействии гидродинамически несовершенных скважин. Точное математическое решение этой проблемы вызывало большие математические трудности. Сравнение найденного Б. И. Сегалом [156] точного решения с приближенным решением Чарного показало хорошее совпадение и потому простой метод Чарного может быть с успехом использован при практических расчетах.

В 1941–1944 гг. ГрозНИИ [209–214, 216] удалось провести весьма тщательные исследования скважин и поведения пластов после массовой остановки и пуска скважин<sup>5</sup>. Это дало возможность уточнить гидродинамический анализ различных методов исследования скважин, улучшить методику их исследования, выяснить особенности неустановившихся процессов перераспределения пластового давления, дало твердые доказательства большого влияния объемной упругости жидкостей и горной породы на поведение скважин и режим пласта.

В те же годы в ГрозНИИ [209, 212]<sup>6</sup> был заново исследован вопрос о критерии существования линейного закона фильтрации, была преобразована формула акад. Павловского для параметра Рейнольдса — в нее вместо эффективного диаметра введен коэффициент проницаемости пласта. Затем было установлено, что линейный закон фильтрации не может одновременно нарушаться во всем пласте, было введено понятие об области кризиса этого закона и о движении жидкости к скважине при одновременном существовании двух режимов фильтрации в пласте. Несколько позже были выведены

<sup>5</sup>Начатые В. Н. Щелкачевым в Октябрьском (бывшем Ново-Грозненском) районе исследования скважин продолжил в 1944–1948 гг. инж. К. М. Донцов. К. М. Донцов систематизировал богатейший материал по исследованиям скважин и интерпретировал его с точки зрения новейших идей подземной гидравлики.

<sup>6</sup>В. Н. Щелкачевым. (Ред.)

дифференциальные уравнения движения упругой жидкости в упругом пласте и продолжено гидродинамическое исследование теории упругого режима (см. [217, 218]).

М. Д. Миллионщиковым впервые (в 1945 г.) было доказано, что и в подземной гидравлике для движения жидкости в пористой среде можно построить диаграмму, аналогичную диаграмме Никурадзе в трубной гидравлике. Проф. М. Д. Миллионщиков выполнил гидродинамическое исследование проблемы образования конуса обводнения и метода бесконусной эксплуатации скважин при наличии подошвенной воды в призабойной зоне и выяснил особенности эксплуатации скважин в пластах с подгазовой нефтью.

Доц. Г. Б. Пыхачевым [151] на основании гидродинамических исследований акад. С. А. Христиановича [179], Московского нефтяного института [87] и опытов по движению газированной нефти, установлено (в 1847 г.), что в пластах с режимом «растворенного газа» производительность скважин существенно зависит не только от перепада давления, но и от абсолютной величины пластового давления. В 1948 г. Г. Б. Пыхачевым [152] дано упрощенное решение задачи о вытеснении из пласта нефти газом, нагнетаемым в пласте через специальные нагнетательные скважины. В. Ф. Дудиным [49] исследовано вытеснение нефти водой из пласта, когда движение жидкости не подчиняется линейному закону фильтрации.

В 1947 г. была опубликована статья А. Н. Мятиева [132], в которой автор значительно обобщил обычную постановку задач подземной гидравлики, учтя при эксплуатации скважин приток воды в напорный пласт через его кровлю и ложе; в ряде конкретных случаев А. Н. Мятиев продемонстрировал очень хорошее согласие теоретических расчетов с фактическими данными.

Дальнейшая математическая разработка этой проблемы была выполнена П. Я. Полубариновой-Кочиной.

В заключение необходимо вновь вернуться к описанию тех исследований по подземной гидравлике, которые за последние годы проводились в Проектно-исследовательском бюро Московского нефтяного института, помимо решения основной задачи о рациональной разработке нефтяных месторождений. Кроме уже упомянутых выше работ чл.-корр. АН П. Я. Полубариновой-Кочиной и проф. И. А. Чарного, выполненных в ПИБ, следует упомянуть еще о дальнейших исследованиях проф. И. А. Чарного [186] по теории упругого режима, в которых выяснено значение факта сжимаемости законтурной воды и сделана попытка определения параметров пласта на основании результатов специальных исследований скважин.

Канд. техн. наук М. М. Глоговским подвергнуты критике решения Форхгеймера, Козени, Маскета проблемы работы гидродинамически несовершенных скважин и предложено собственное, более строгое решение этой проблемы. С помощью построенных М. М. Глоговским графиков легко судить о влиянии глубины вскрытия пласта на производительность скважин.

Канд. техн. наук Б. Э. Казарновской [63, 64] выполнены ценные исследования движения жидкости к скважинам в негоризонтальных пластах, решены задачи об особенностях перемещения водо-нефтяного контакта, стягивающегося в слабо наклонном пласте к прямолинейной батарее скважин, выясне-

ны целесообразные пределы эксплуатации обводнившейся батареи скважин. Новые теоретические и экспериментальные результаты по вопросу влияния размеров и числа круглых перфорационных отверстий на дебит скважины были получены канд. техн. наук В. И. Щуровым.

В работах канд. мат. наук М. Д. Розенберга получили дальнейшее развитие идеи проф. И. А. Чарного о наиболее выгоднейшей расстановке рядов скважин в нефтяных пластах с водонапорным режимом.

Канд. техн. наук К. А. Царевич и В. А. Архангельский получили новые ценные результаты по вопросам движения газированной жидкости в пористой среде, причем К. А. Царевич [181] дал теоретическое объяснение многим явлениям, наблюдавшимся в процессе разработки пластов с режимом растворенного газа; свои дальнейшие исследования авторы проводят во ВНИИ.

Проведенными в 1944–1946 гг. в Московском нефтяном институте исследованиями<sup>7</sup> [88, 89, 91] было доказано, что в условиях установившегося и неустановившегося радиального движения газа к скважинам средневзвешенное по объему пластовое давление может быть с высокой степенью точности приравнено контурному давлению. То же самое было доказано и для некоторых иных случаев притока к скважинам газированной нефти, капельно-носимой жидкости (в условиях упругого режима), притока жидкости со свободной поверхностью в условиях гравитационного режима. Основанный на этом факте приближенный метод позволил весьма просто и с высокой степенью точности решить как многие из тех задач, которые раньше решались сложно и с большими математическими трудностями, так и ряд совершенно новых задач.

Именно, в результате указанных исследований решены некоторые проблемы работы скважин в условиях гравитационного режима, режима растворенного газа и упругого режима, но особенно широко упомянутый прием оказалось возможным использовать для исследования проблемы разработки газовых месторождений. В зарубежной литературе до сих пор не было теоретически сколько-нибудь обоснованных решений проблемы расстановки газовых скважин. Мы же теперь имеем развивающуюся последовательную, гидродинамически обоснованную теорию разработки газовых месторождений; на базе этой теории уже сделаны многие важные для практики выводы и получены существенные для промышленности результаты.

В 1947 г. указанными выше методами была приближенно решена задача о движении реальных газов в пористой среде с учетом их отклонений от законов идеальных газов и изменения вязкости при падении давления [90].

Проведенные в Проектно-исследовательском, бюро в 1946–1948 гг. гидродинамические исследования теории упругого режима объяснили закономерности в изменении пластового давления и удельной добычи жидкости из пласта в процессе его разработки, выяснили особенности неустановившегося эффекта взаимодействия скважин и законы изменения их радиусов влияния [219, 221, 222].

---

<sup>7</sup>Исследования проводились Б. Б. Лапуком. (Ред.)

В 1948 г. в Московском нефтяном институте также было получено приближенное решение задачи о вытеснении газа водой, представляющее дальнейшее развитие исследований акад. Л. С. Лейбензона [100] и [107] и имеющее существенное значение для решения проблемы разработки газовых месторождений при водонапорном режиме (см. § 3 главы XVIII данной книги).

В нашем обзоре мы не упоминали о работах П. П. Авдусина, М. А. Геймана, А. И. Губанова, Б. В. Дерягина, С. Л. Закса, Ф. И. Котяхова, М. М. Кусакова, П. А. Ребиндера, Ф. А. Требина и др., которые в большей степени связаны с физикой и физико-химией пласта, чем с подземной гидравликой.

В заключение заметим, что все большее и большее число инженеров и геологов используют сведения из области подземной гидравлики для решения важнейших конкретных проблем технологии нефтедобычи и промышленной геологии. Достаточно, например, указать на опубликованные работы профессоров Г. Н. Газиева [30, 31], М. А. Жданова [53], Н. Т. Линдтропа [112], М. Ф. Мирчинка [128], а также И. И. Корганова [73], М. М. Максимова [115], Г. К. Максимовича [116, 117], И. М. Муравьева [130, 131], В. М. Николаева [135], И. Т. Пронякова, Э. Б. Чекалюка [191–195] и многих других; в этих работах сведения из области подземной гидравлики используются для анализа режима пластов и поведения скважин, для анализа эффекта солянокислотной обработки скважин, вторичных методов эксплуатации и т. д.

Однако современное внедрение новейших достижений подземной гидравлики в практику нефтедобывающей и газовой промышленности все же нельзя признать достаточным. Происходит это вовсе не из-за того, что интересующие практиков вопросы якобы не подверглись теоретическому исследованию; наоборот, как следует из приведенного выше исторического обзора, охватывающий *теоретическими* исследованиями круг вопросов весьма велик.

Мы считаем, что имеются иные причины, тормозящие использование достижений подземной гидравлики в нефтепромысловой практике. Во-первых, необходимо отметить новизну вопросов и слабую популяризацию новейших достижений подземной гидравлики. В самом деле, обязательный курс подземной гидравлики начал читаться в нефтяных институтах лишь с 1941 г., так что лишь последние выпуски инженеров-нефтяников и геологов с ним знакомы; до сих пор не было издано ни одного широко доступного, достаточно полного и систематического курса подземной гидравлики. Мы надеемся, что данное учебное пособие будет способствовать устранению последнего недостатка.

Во-вторых, провести гидромеханические расчеты и использовать формулы подземной гидравлики можно лишь тогда, когда известны основные параметры пласта. Необходимые для этого тщательные исследования скважин, пластов и насыщающих их жидкостей и газов в широком масштабе начали проводиться у нас лишь за последние годы, в связи с освоением регистрирующих глубинных манометров, глубинных пробоотборников и прочей аппаратуры. Никакое знание законов подземной гидравлики не может помочь технологу нефтедобычи, если за разрабатываемым пластом не ведется должного наблюдения и не проводятся необходимые исследования скважин и пласта.

Наконец, третьей причиной, тормозящей и развитие самой подземной гидравлики и ее внедрение в нефтепромысловую практику, является отставание экспериментальных работ от теоретических исследований. В частности, необходимо как можно скорее и шире развернуть опыты по движению газированной нефти в пористой среде и по вопросам физики пласта, тесно связанным с задачами подземной гидравлики.

Заканчивая на этом изложение краткой истории развития подземной гидравлики, заметим, что в течение первого отмеченного периода разрозненные работы ученых были большей частью посвящены решению каких-либо отдельных проблем, связанных с изучением притока воды к скважинам и иным водосборным сооружениям, а также с движением естественных подземных потоков в водоносных пластах.

Для второго периода характерно развитие идеи о пластовых водонапорных системах и решение проблем движения не только воды, но и нефти и газа в пластах. Именно в течение второго периода была начата разработка важнейших для технологии добычи нефти и газа проблем вытеснения нефти водой и газом, вытеснения газа водой, движения газированной жидкости и смеси двух жидкостей в пласте, расстановки скважин в нефтяных и газовых месторождениях при различных режимах пласта.

Проведенный исторический обзор показывает, что с тех пор, когда начало решению перечисленных проблем было положено в трудах акад. Л. С. Лейбензона, отечественная школа подземной гидравлики занимает в этой области науки ведущее место в мире.

---

---

## Литература

- [1] Авдусин П. П., Цветкова М. А. О структуре поровых пространств песчаных коллекторов нефти. «Нефт. хоз.», № 6, 1938.
- [2] Агаджанов А. М. Расчет дебитов, взаимодействующих в артезианском потоке (бассейне) скважин. «Азерб. нефт. хоз.», № 1, 1938.
- [3] Агаджанов А. М. Гидрогеология и гидравлика подземных вод. Гостоптехиздат, 1947.
- [4] Альтовский М. Е. Анализ данных опытных откачек из артезианских скважин. «Разведка недр», № 7, 1937.
- [5] Альтовский М. Е. Расчет дебита по откачкам из одиночных скважин. Госгеолыздат, М. — Л., 1940.
- [6] Альтовский М. Е. Испытание скважин методом опытных откачек. «Нефт. хоз.», № 2, 1946.
- [7] Альтовский М. Е. Методическое руководство по расчету взаимодействующих артезианских и грунтовых водозаборов. Госгеолыздат, М. — Л., 1947.
- [8] Андрианов Л. Н. Вопросы физики нефтяного пласта в решении основных задач подземной нефтяной гидравлики. «Нефт. хоз.», № 8, 1948.
- [9] Арутюнов А. И. Продуктивность нефтяных скважин. Гостоптехиздат, Баку, 1941.
- [10] Багдасаров В. Г. Эксплуатация нефтяных месторождений. Нефтеиздат, Баку, 1935.
- [11] Балнес А., Фиттинг Р. (Bulnes A. C. and Fitting R. U.). Предварительное рассмотрение режимов пластов, представленных известняками (An Introductory Discussion of the Reservoir Performans of Limestone Formations. Trans. AIME «Petr. Techn.», p. 1791, January, 1945.
- [12] Барышев В. М. и Снарский А. Н. Гидравлические модели пластов. Сборник «Принципы разработки нефтяного пласта». Труды АзНИИ им. Куйбышева. Азгостоптехиздат, Баку — Москва, 1942.

- [13] Барышев В. М. Пропускная способность нефти при фильтрации негазированной жидкости, там же.
- [14] Барышев В. М. и Мамедов М. К. Пропускная способность пласта при фильтрации газированной жидкости, там же.
- [15] Барышев В. М. Некоторые свойства коэффициента продуктивности скважин, там же.
- [16] Белаш П. М. Электромоделирование процессов разработки нефтеносных пластов. «Новости нефтяной техники», серия добычи, № 9, 1947.
- [17] Богомоллов Г. В. Подсчет коэффициента фильтрации по откачке для случая асимметричной воронки депрессии. 1 Всесоюзный гидрогеологический съезд 1931 г. Секция спец. гидрогеолог. Сб. 6 Горно-геол. изд-ва., Л. — М., 1933.
- [18] Богомоллов Г. В. К методике определения производительности водоносных пластов откачкой. Гидротехгеоинститут, М., вып. 13, 1933.
- [19] Ботсет М. О. (Botset M. O.) Движение смеси жидкости и газа в сцементированных песках (Flow of Gas-Liquid Mixtures through consolidated Sands) Trans. AIME, № 136, p. 91, 1940.
- [20] Брод И. О. О некоторых основных терминах геологии нефти и природного газа «Труды МНИ», Гостоптехиздат, вып. 4, 1946.
- [21] Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике, ОГИЗ, М. — Л., 1945.
- [22] Буссинэск (Boussinesq). Теоретические исследования движения подпочвенных вод (Recherches théoriques sur l'écoulement des nappes d'eau infiltrées dans le sol). «J. de Mathem. pure et appliquée», 2, 1904.
- [23] Бэкли (Buckley St. E.). Направление развития технологии нефтедобычи (Trends and Developments in Petroleum Production Engineering) «Petr. Eng.» Reference Annual, vol. 17, № 10, pp. 154-166, 1946.
- [24] Ведерников В. В. Теория фильтрации и ее применение в области ирригации и дренажа. Госстройиздат, Москва, 1939.
- [25] Великанов М. А. Движение подземных вод в крупнозернистых грунтах. «Изв. АН СССР, ОТН», № 7-8, 1945.

- [26] В и к о в Р. ,                    Б о т с е т М.                    ( W y c o f f R. D. ,  
V o t s e t M. O. ). Движение смеси жидкости и газа в несцементированных песках. (Flow of Gas-Liquid Mixtures through Unconsolidated sands). «Physics», vol. 7, September, 1936.
- [27] В и л ь к е р Д. С. Истечение воздуха из пористой среды. «Природные газы». ОНТИ, Сб. 9, 1935.
- [28] Г а з и е в Г. Н. Учебное пособие по эксплуатации месторождений, ч. 1, Азнефтеиздат, Баку — Москва, 1933.
- [29] Г а з и е в Г. Н. Математическая обработка результатов исследования скважин. «Азерб. нефт. хоз.», № 4-5, 1939.
- [30] Г а з и е в Г. Н. О коэффициенте продуктивности. «Азерб. нефт. хоз.», № 6, 1940.
- [31] Г а з и е в Г. Н. и К о р г а н о в И. И. Научные основы проектирования вторичных методов добычи нефти «Азерб. нефт. хоз.», № 6, 1948.
- [32] Г е й м а н М. А. Определение физических констант нефтяного пласта. «Труды Всесоюзного совещания Наркомнефти». Гостоптехиздат, М. — Л., т. 1, 1946.
- [33] Г е й м а н М. А. Исследование скважин на нефтяных промыслах США, Гостоптехиздат, М. — Л., 1946.
- [34] Г е р о л ь д С. Аналитические основы добычи нефти, газа и воды из скважин, Нефтеиздат, М. — Л., 1932.
- [35] Г е р о л ь д С. ( H e r o l d S. ). Приток к нефтяным скважинам (Oil Well Drainage). Stand. Univ. Press., 1941.
- [36] Г и р и н с к и й Н. К. Комплексный потенциал потока в пласте относительно малой мощности при  $k = f(Z)$ . «ДАН СССР», т. LI, № 5, 1946.
- [37] Г и р и н с к и й Н. К. Комплексный потенциал потока пресных вод со слабо наклонными струйками, фильтрующего в водопроницаемой толще морских побережий. «ДАН СССР», т. LVIII, № 4, 1947.
- [38] Г л о г о в с к и й М. М. Эксплуатация обводненных нефтяных скважин методом обращенного конуса обводнения, «Труды МНИ», Гостоптехиздат, вып. 6, 1947.
- [39] Г л о г о в с к и й М. М. Рациональное размещение скважин на месторождениях Кура-Цеце и Абузы. «Труды МНИ», Гостоптехиздат, М. — Л., вып. 5, юбилейный, 1947.

- [40] Губкин И. М. Материалы комиссии по уточнению запасов нефти и составлению проектов разведки и разработки Ново-Грозненского района. ОНТИ, М. — Л., 1932.
- [41] Гутенмахер Л. И. Электрическое моделирование. Изд. АН СССР, 1943.
- [42] Дарси (Darcy H.). Общественное водоснабжение г. Дижона (Les fontaines publiques de la ville de Dijon). Paris 1856.
- [43] Девисон Б. Б. Некоторые новые вопросы механики сплошной среды. Изд. АН СССР, 1938.
- [44] Джонс П. Д. Механика нефтяного пласта, Гостоптехиздат, М. — Л., 1947.
- [45] Добровольский К. И. Теоретические основания полевых методов исследования грунтов на водопроницаемость. «Серия геол. и гидрогеол.» Управление работ по сооружению Храмской гидроэлектрической станции, Тифлис, вып. 1, 1932.
- [46] Додсон, Кардуэлл (Dodson C. R. and Cardwell W. T.). Приток к перфорированным фильтрам и приложение теории к анализу кернов (Flow into slotted Liners and an Application of the Theory to Core Analysis) «Petr. Techn.», vol. 7, № 2, p. 1–16, March, 1944.
- [47] Гутман С. Г. К исследованию кинематики плоского потенциального потока. «Изв. научно-иссл. ин-та Гидротехники», Л., т. 17, 1935.
- [48] Давидович В. И. Метод электрогидродинамических аналогий. Изд. Гидролог. ин-та. Л., 1932.
- [49] Дудин В. Ф. Вытеснение нефти водой. «Труды ГНИ», сб. № 6, 1948.
- [50] Дюпюи (Dupuit J.). Теоретическое и практическое изучение движения воды в открытых каналах и в пористых породах (Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables), 2-ème éd., Paris, 1863.
- [51] Есьман И. Г. Гидравлика. ГОНТИ, М., 1938.
- [52] Есьман И. Г. Нефтяная гидравлика (см. главы VII и VIII, написанные Баклановым Б. Д.). Гос. научно-техн. нефт. изд-во, М., 1938.
- [53] Жданов М. А. Исследование зависимости между дебитом и давлением в природных резервуарах. «Труды МНИ», Гостоптехиздат, вып. 1, 1946.

- [54] Ж и р м у н с к и й А. М. и К о з ы р е в А. А. О классификации подземных вод. «Материалы по общей и прикладной геологии». Изд-во Геол. комитета, Л., 1928.
- [55] Ж у к о в А. И. Эксплуатация нефтяных скважин, ГНТИ, М. — Л., 1946.
- [56] Ж у к о в с к и й Н. Е. Теоретическое исследование о движении подпочвенных вод (1889 г.). Полное собр. соч., т. VII, М., 1937.
- [57] Ж у к о в с к и й Н. Е. О влиянии давления на насыщенные водой пески (1890), там же.
- [58] Ж у к о в с к и й Н. Е. Просачивание воды через плотины (1923), там же.
- [59] З а к с С. Л. Влияние температуры на отдачу нефти нецементированными песками при гравитационном истечении. «Изв. АН СССР, ОТН», № 10–11, 1944.
- [60] З а к с С. Л. Погребенная вода и ее значение для нефтедобычи. «Нефт. хоз.», № 4, 1947.
- [61] З и г е л ь В. Фильтрация, М., 1938.
- [62] З и н ч е н к о К. Е. Физико-химическое исследование процессов взаимного вытеснения нефти и воды в песчаных пластах. «Труды АН СССР», вып. 5, 1939.
- [63] К а з а р н о в с к а я Б. Э. и П о л у б а р и н о в а - К о ч и н а П. Я. О движении подошвенных вод в нефтяных пластах. «Приклад. матем. и мех.», т. VII, вып. 6, 1943.
- [64] К а з а р н о в с к а я Б. Э. Перемещение водонефтяного контакта и обводнение скважин при водонапорном режиме месторождений. «ДАН СССР», т. LVIII, № 8, 1947.
- [65] К а м е н с к и й Г. Н. Основы динамики подземных вод, Госгеол-издат, М., 1943.
- [66] К а м е н с к и й Г. Н., К о р ч е б о к о в Н. А., Р а з и н К. И. Движение подземных вод в неоднородных пластах. ОНТИ, М., 1943.
- [67] К а р п е н к о Н. М. Практика разработки пластов Новогрозненского района. «Плановая разработка нефтяных месторождений». Труды ВНИТО, вып. 2, Горно-геол. нефт. изд-во, М., 1934.
- [68] К а р л т о н Бил. Вязкость флюидов в пластовых условиях. «Иностранная нефтяная техника, Добыча (перевод Г. В. Исакова), Гостоптехиздат, 1948.

- [69] Кейльгак К. Подземные воды, ОНТИ, Л. — М., 1935.
- [70] Келлер Г. Напорные воды, М., 1930.
- [71] Клинкаенберг Л. (Klinkenberg L. J.). Проницаемость пористой среды для жидкостей и газов (The Permeability of Porous Media to Liquides and Gases) «Drill. and Prod. Practice» 1941 г., New-York, 1942.
- [72] Козени (Kozeny J.). Теория и расчет колодцев (Theorie und Berechnung der Brunnen). «Wasserkraft und Wasserwirtschaft», 1933.
- [73] Корганов И. И. Вторичные методы добыча нефти. Азгостоптехиздат, Баку, 1940,
- [74] Корнеев И. Ф. О размещении скважин. «Нефт. пром. СССР», № 6, 1940.
- [75] Котяхов Ф. И., Ремнев Б. Ф., Буторин Н. П. Анализ кернов нефтяных месторождений. Гостоптехиздат, 1948.
- [76] Краснопольский А. А. Грунтовые и артезианские колодцы. «Горн. журн.», № 3-7 (март-июль), 1912.
- [77] Круль, Лифринк (Krul F. J. and Liefrink F. A.). Современные гидрогеологические исследования в Голландии (Recent Groundwater Investigation in the Netherlands) «Monographs on the progress of Research in Holland», Elsevir Publ. Comp. New-York — Amsterdam, 1946.
- [78] Крылов А. П. Принципы и методы проектирования рационального размещения скважин. «Труды МНИ», Гостоптехиздат, М. — Л., вып. 5 (юбилейный), 1947.
- [79] Крылов А. П., Глоговский М. М., Мирчинк М. Ф., Николаевский Н. М., Чарный И. А. Научные основы разработки нефтяных месторождений, Гостоптехиздат, М. — Л., 1948.
- [80] Кусакин И. П. Искусственное понижение уровня грунтовых вод. ОНТИ, М. — Л., 1935.
- [81] Кусаков М. М. Методы определения физико-химических характеристик нефтяных продуктов. ОНТИ, 1936.
- [82] Ланге О. К. К вопросу о гидрогеологических определениях. «Материалы по гидрогеол. Узбекистана», вып. 15, Изд-во Ком-та наук Узб. ССР, Ташкент, 1933-1935 гг.

- [83] Ланге О. К. Гидрология на службе социалистического строительства. Изд-во Ком-та наук Узб. ССР, Ташкент, 1937.
- [84] Лапук Б. Б. Эксплоатационная 5'' колонна. «Гроз. нефт.» № 9, 1936.
- [85] Лапук Б. Б. О термодинамических процессах при движении газа в пористых пластах. «Нефт. хоз.», № 3, 1940.
- [86] Лапук Б. Б. Термодинамические процессы при движении газированной нефти в пористой среде. «Азерб. нефт. хоз.», № 12, 1940.
- [87] Лапук Б. Б. Об установившемся движении газированной жидкости в пористой среде. «Нефт. промышлен. СССР», № 5, 1941.
- [88] Лапук Б. Б. О распределении давления в газовых месторождениях. «Нефт. хоз.», № 4, 1947.
- [89] Лапук Б. Б. Приближенное решение задач о неустановившейся радиальной фильтрации газов по закону Дарси. «ДАН СССР», том LVIII, 1, 1947.
- [90] Лапук Б. Б. Движение реальных газов в пористой среде. «ДАН СССР», т. LVIII, 3, 1947.
- [91] Лапук Б. Б., Стрижов И. Н., Козлов А. Л. Основы рациональной разработки газовых месторождений, Гостоптехиздат, М. — Л. «Труды МНИ», вып. 6, 1947.
- [92] Леверетт М. С. Движение водо-нефтяных смесей в несцементированных песках. Сб. «Методы интенсификации нефтеотдачи пластов», М. — Л., 1648.
- [93] Леверетт М. С., Льюис В. Б. Установившееся движение газо-водо-нефтяных смесей в несцементированных песках, см. там же.
- [94] Лейбензон Л. С. О режиме нефтяных скважин и подсчете запасов нефтяных месторождений. «Нефт. хоз.», № 3, 1923.
- [95] Лейбензон Л. С. О кривых эксплуатации нефтяных скважин. «Нефт. хоз.», № 1, 1924.
- [96] Лейбензон Л. С. Аналитическое вычисление уравнения кривой производительности средней нефтяной скважины месторождения. «Азерб. нефт. хоз.», № 1, 1928.
- [97] Лейбензон Л. С. Движение газа в пористой среде. «Нефт. хоз.», № 10, 1929.

- [98] Лейбензон Л. С. К вопросу о движении смеси нефти и газа в пласте и о числе скважин на заданном участке. «Азерб. нефт. хоз.», № 4, 1930.
- [99] Лейбензон Л. С. и Москальков И. П. Современное состояние гидромеханического исследования нефтяных и газовых пластов. «Плановая разработка нефтяных месторождений», вып. 2, Труды ВНИГО, Москва, 1934.
- [100] Лейбензон Л. С. Нефтепромысловая механика, ч. II, Горгеонефтеиздат, М., 1934.
- [101] Лейбензон Л. С. Движение газированной жидкости в пористой среде. «Изв. АН СССР», Серия геогр. и геофиз., 1941.
- [102] Лейбензон Л. С. Общая задача о движении сжимаемой жидкости в пористой среде. «Изв. АН СССР», серия геогр. и геофиз., т. IX, № 1, 1945.
- [103] Лейбензон Л. С. Турбулентное движение газов в пористой среде. «Изв. АН СССР», серия геогр. и геофиз., т. IX, № 1, 1945.
- [104] Лейбензон Л. С. Новые уравнения движения-газированной жидкости в пористой среде. «ДАН СССР», т. 49, № 3, 1945.
- [105] Лейбензон Л. С. Основной закон движения газа в пористой среде. «ДАН СССР», т. 1, 1945.
- [106] Лейбензон Л. С. К теории движения газированной жидкости в пористой среде. «Изв. АН СССР», серия геогр. и геофиз., т. X, № 1, 1946.
- [107] Лейбензон Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. Гостехиздат, М., 1947.
- [108] Линдтроп Н. Т. Режим нефтяных фонтанов Грозненского района. «Нефт. и сланц. хоз.», № 4, 1925.
- [109] Линдтроп Н. Т. Характеристика фонтанов Грозненского района. «Нефт. хоз.», № 9 и 10, 1928.
- [110] Линдтроп Н. Т. и Николаев В. М. Содержание нефти и воды в нефтеносных пластах. «Нефт. хоз.», № 9, 1929.
- [111] Линдтроп Н. Т. Уч.-Кизыл. «Азерб. нефт. хоз.», № 3, 1938.
- [112] Линдтроп Н. Т. Влияние разработки грозненских месторождений нефти на естественные источники. «Нефт. хоз.», № 8, 1946.

- 
- [113] Линдтроп Н. Т. Исследования уровней в скважинах методом уругих волн. Гостоптехиздат, М. — Л., 1946.
- [114] Личков Б. Л. Материалы к вопросу о классификации подземных вод. «Материалы по общей и прикладной геологии». Изд. геол. комитета, Л., 1928.
- [115] Максимов М. И. Обработка скважин соляной кислотой. Гостоптехиздат, 1945.
- [116] Максимович Г. К. Методы интенсификации нефтеотдачи пластов. «Методы интенсификации добычи нефти». Труды Всесоюзн. техн. совещ. Наркомнефти, т. I, 1946.
- [117] Максимович Г. К. Методы исследования пластов и скважин, там же.
- [118] Малышев А. И. Усовершенствование метода солянокислотной обработки скважин. Сб. «Научно-исслед. работы нефтяников». Добыча нефти, дополн. к вып. III, Гостоптехиздат, 1947.
- [119] Мамедов М. К. Распределение давления при интерференции скважин. Сб. «Принципы разработки пласта». Труды АзНИИ, Азгостоптехиздат, Баку, 1942.
- [120] Маскет (Muskat M.). Движение однородной жидкости в пористой среде (The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media). New-York — London, 1937.
- [121] Маскет (Muskat M.). Влияние перфораций на продуктивность скважин (The effect of Casing Perforations on Well Productivity). «Trans. Amer. Inst. Min. Met. Eng.», vol. 151, pp. 175–187, 1943.
- [122] Маскет (Muskat M.). Влияние подошвенной воды на поведение нефтеносных пластов (The Performance of Bottom Water-drive Reservoirs) «Petr. Techn.», vol. 9, № 5, Sept. 1946.
- [123] Маскет М. и Ботсет М. (Muskat M. and Botset M.). Движение газов в пористой среде (Flow of Gases through Porous Matherials) «Physics», VII, vol. I, № 1, 1931.
- [124] Мейнцер О. Э. Гидрогеологические понятия, определения и термины. Геолразведиздат, М., 1933.
- [125] Мейнцер (Meinzer O. E.). Движение грунтовых вод (Movements of Ground Water). «Bullet. of the Amer. Assoc. Petrol Geol.», vol. 20, № 6, pp. 704–725, June 1936.

- [126] Миллер (Miller F. G.). Распределение давления около щелей фильтра в эксплуатирующихся нефтяных скважинах (Pressure Distribution about a slotted Liner in a Producing Oil Well). «Petr. Techn.» pp. 1–15, Aug. 1940.
- [127] Медиков В. С. Теоретические основы эксплуатации нефтяного пласта. «Тр. Азерб. фил. АН СССР», серия энергетич., Баку, т. XXIV, 1936.
- [128] Мирчинк М. Ф. Нефтепромысловая геология, Гостоптехиздат, 1946.
- [129] Москальков И. П. К вопросу об изучении законов движения газов в пористой среде. «Нефт. хоз.», № 3, 1930.
- [130] Муравьев И. М. и Требин Ф. А. Курс эксплуатации нефтяных месторождений, ч. I, ОНТИ, М., 1937.
- [131] Муравьев И. М. и Крылов Д. П. Курс эксплуатации нефтяных месторождений, ч. II, ОНТИ, М., 1940.
- [132] Мятнев А. Н. Напорный комплекс подземных вод и колодцы. «Изв. АН СССР, ОТН», № 9, 1947.
- [133] Нельсон-Скорняков Ф. Б. Фильтрация в однородной среде. Изд-во «Советская наука», М., 1947.
- [134] Николаев В. М. Газовые факторы фонтанных пластов Ново-Грозненского района, Горно-геол. нефт. изд-во, М. — Л., 1933.
- [135] Николаев В. М. Режимы нефтяных месторождений Терско-Сунженской нефтеносной области и их особенности. «Труды ГрозНИИ», Грозный, 1946.
- [136] Николаевский Н. М. Экономика разработки нефтяных месторождений. Гостоптехиздат, 1946.
- [137] Оркин К. Г. Исследование скважин на приток с помощью максимальных глубинных манометров. «Нефт. хоз.», № 3, 1940.
- [138] Павловский Н. Н. Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения. Петроград, 1922.
- [139] Пирвердян А. М. и Мамедов М. К. Экспериментальное изучение движения газированной жидкости. Сб. «Принципы разработки нефтяного пласта». Труды АЗНИИ, Азгостоптехиздат, Баку, 1940.

- [140] Победоносцев Н. Гидрогеологическое исследование притоков и утечек жидкостей в буровых скважинах. «Аз. нефт. хоз.», № 5 и 9, 1926.
- [141] Полубаринова-Кочина П. Я. Простейшие случаи движения грунтовой воды в двух слоях с различными коэффициентами фильтрации. «Изв. ОТН АН СССР», № 6, 1939.
- [142] Полубаринова-Кочина П. Я. О неустановившемся движении грунтовых вод в двух слоях различной плотности. «Изв. ОТН АН СССР», № 6, 1940.
- [143] Полубаринова-Кочина П. Я. Некоторые задачи плоского движения грунтовых вод. Изд-во АН СССР, М. — Л., 1942.
- [144] Полубаринова-Кочина П. Я. О прямой и обратной задаче гидравлики нефтяного пласта. «Прикл. матем. и механ.», т. VII, 1943.
- [145] Полубаринова-Кочина П. Я. К вопросу о перемещении контура нефтеносности. «ДАН СССР», т. XLVIII, 4, 1945.
- [146] Полубаринова-Кочина П. Я. и Фалькович С. В. Теория фильтрации жидкостей в пористых средах. «Прикл. математика и механика», т. XI, вып. 6, 1947.
- [147] Прандтль Л. и Титъенс О. Гидро- и аэромеханика, т. II, ОНТИ, М., 1935.
- [148] Принц Е. Гидрогеология, Сельхозгиз, 1933.
- [149] Пыхачев Г. Б. О дебите скважин в неоднороднопроницаемом пласте. «Труды ГНИ и ГрозНИИ», Грозный, вып. 1, 1944.
- [150] Пыхачев Г. Б. К вопросу о вытеснении нефти водой из неоднороднопроницаемого пласта, там же, вып. II, 1944.
- [151] Пыхачев Г. Б. О значении давлений для темпов отдачи нефти пластом. «Нефт. хоз.», № 3, 1948.
- [152] Пыхачев Г. Б. Простейшая задача о вытеснении нефти газом, нагнетаемым в пласт. «Труды ГНИ», сб. № 3, 1948.
- [153] Пыхачев Г. Б. О роли нефтенасыщенности пласта. «Труды ГНИ», сб. № 5, 1948.
- [154] Ребиндер П. А., Кусаков М. М., Зинченко К. Е. Поверхностные явления в процессах фильтрации. «ДАН СССР», т. XXVIII, № 5, 1940.

- [155] Р и з е н к а м п ф Б . К . Гидравлика грунтовых вод. «Ученые записки Саратовского гос. унив.», т. I (XIV), серия Ф. М. И., вып. 1 и 2, 1938; т. XV, вып. 5, 1940.
- [156] С е г а л Б . И . Некоторые пространственные задачи теории потенциала и их приложения. «Изв. АН СССР», серия математич., т. X, № 4, 1946.
- [157] С е р г е е в Л . А . Электрическая модель нефтяного пласта. «Изв. АзФАН», № 6, Баку, 1939.
- [158] С и л и н - Б е к ч у р и н А . И . О влиянии кинематической плотности, приведенных давлений и проницаемости пород на скорость фильтрации рассолов в нефтеносных горизонтах Урало-Волжской области. «ДАН СССР», т. LVIII, № 6, 1947.
- [159] С л и х т е р ( S l i c h t e r C h . S . ) . Теоретическое исследование движения грунтовых вод (Theoretical Investigation of the Motion of Ground Waters). «Nineteenth Annual Report of the United States Geol. Survey», Part II, 1897–1898.
- [160] С м р е к е р О . ( S m r e k e r O . ) Грунтовые воды, их проявления и законы движения (Das Grundwasser, seine Erscheinungsformen, Bewegungsgesetze und Mengebestimmung), Leipzig-Berlin, 1914.
- [161] С н а р с к и й А . Н . Влияние газовой шапки на дебит скважин при постоянном напоре контурных вод. Сб. «Принципы разработки нефтяного пласта». Труды АзНИИ, Азгостоптехиздат, Баку, 1942.
- [162] С н а р с к и й А . Н . и Б а р ы ш е в В . М . Влияние газовой шапки на дебит скважины при падающем напоре контурных вод, там же.
- [163] С н а р с к и й А . Н . и Б а р ы ш е в В . М . Определение газонефтяного контакта, там же.
- [164] С т р и ж о в И . Н . и Х о д а н о в и ч И . Е . Добыча газа. Гостоптехиздат, М., 1946.
- [165] Г а н а с е в и ч М . Г . Некоторые общие принципы разработки Ново-Грозненского района. «Материалы комиссии акад. Губкина», ОНТИ, М., 1932.
- [166] Т е р ц а г и К . Механика грунтов.
- [167] Т и х о в М . Н . Несколько замечаний о перемещении контура нефтеносности. «Сборник работ ГрозНИИ», вып. II, 1947.
- [168] Т и х о в М . Н . Влияние перфораций в обсадных трубах на продуктивность скважин. «Нефт. хоз.», № 5, 1947

- [169] Толмэн (Tolman C. F.). Грунтовые воды (Ground Water). New-York — London, 1937.
- [170] Толстов Ю. Г. Применение метода электрического моделирования физических явлений к решению некоторых задач подземной гидравлики. «Ж. техн. физ.», т. XII, вып. 10, 1942.
- [171] Требин Ф. А. (редактор). Исследование нефтяных скважин и примеры установления технологического режима их эксплуатации. Гостоптехиздат, 1940.
- [172] Требин Ф. А. Нефтепроницаемость песчаных коллекторов. Гостоптехиздат, 1945.
- [173] Фальковский Н. И. История водоснабжения в России. Изд. Министерства коммун. хоз. РСФСР, 1947.
- [174] Фенчер Д., Льюис Д. и Берне К. Физические испытания пород нефтяных и газовых пластов и их свойства. «Илотехника», вып. 105, Баку — М., 1935.
- [175] Форхгеймер Ф. Гидравлика, ОНТИ, М. — Л., 1935.
- [176] Фэйгин (Fagin K. M.). Разработка нефтяного месторождения Хоукинс (Development economics of Hawkins Oil-Field). «Petr. Eng.» vol. XVII, № 12, pp. 92–98, Aug. 1946.
- [177] Храмушев А. С. Исследование водоносности пластов одиночными выработками. Гос. изд. геол. лит., М., 1940.
- [178] Христианович С. А. Движение грунтовых вод, не следующее закону Дарси. «Прикладн. матем. и механ.», т. IV, вып. I, 1940.
- [179] Христианович С. А. О движении газированной жидкости в пористых средах. «Прикл. матем. и механ.», т. V, вып. 2, 1941.
- [180] Хютте. Справочник, том I (любое издание).
- [181] Царевич К. А. Приближенный способ расчета притока нефти и газа к скважинам при режиме растворенного газа. «Труды МНИ», Гостоптехиздат, вып. 5 (юбилейный) М — Л., 1947.
- [182] Чалмерс И. Движение воздуха и газа сквозь пористую среду. Илотехника, вып. 24, Баку — М., 1932.
- [183] Чарный И. А. Об одном способе оценки промышленных запасов нефтяных месторождений. «Изв. ОТН АН СССР», № 11–12, 1943.

- [184] Ч а р н ы й И . А . О притоке нефти к скважинам в месторождениях овальной или серповидной формы. «ДАН СССР», т. XLII, № 5, 1944.
- [185] Ч а р н ы й И . А . О притоке нефти к скважинам в месторождениях круговой и полосообразной формы. «ДАН СССР», т. XLII, № 4. 1944.
- [186] Ч а р н ы й И . А . Влияние сжимаемости краевой воды на режим эксплуатации нефтяных месторождений. «Изв. ОТН АН СССР», № 7–8, 1944.
- [187] Ч а р н ы й И . А . О наивыгоднейшей расстановке рядов скважин в нефтяных пластах с водонапорным режимом. «Изв. ОТН АН СССР», № 1–2, 1945.
- [188] Ч а р н ы й И . А . Об интерференции несовершенных скважин. «Изв. АН. СССР», № 11, 1946.
- [189] Ч а р н ы й И . А . Подземная гидромеханика, ОГИЗ, Гостехиздат, 1948.
- [190] Ч а р ы г и н М . М . О Соленой Балке. «Нефт. хоз.», № 7, 1925.
- [191] Ч е к а л ю к Э . Б . Параметры, определяющие проницаемость осадочных пород. «Нефт. хоз.», № 8, 1947.
- [192] Ч е к а л ю к Э . Б . Псевдокритические параметры фильтрации. «Нефт. хоз.», № 9, 1947.
- [193] Ч е к а л ю к Э . Б . Скорость распространения упругих деформаций в пористой среде. «Нефт. хоз.», № 11, 1947.
- [194] Ч е к а л ю к Э . Б . Влияние сил инерции на скорость распространения волн в поровом пространстве. «Нефт. хоз.», № 5, 1948.
- [195] Ч е к а л ю к Э . Б . К анализу методов исследования скважин. «Нефт. хоз.», № 11, 1948.
- [196] Ш а й д е р о в А . М . Геотермические наблюдения в Ново-Грозненском районе. «Азерб. нефт. хоз.», № 4, 1929.
- [197] Ш а н ь г и н С . Н . Практика разработки Грозненских месторождений нефти. «Плановая разработка нефтяных месторождений», вып. II, Труды ВНИТО, Горно-геол. нефт. изд., М., 1934.
- [198] Ш и л л е р Л . Движение жидкости в трубах. ОНТИ, М., 1936.
- [199] Ш ю л е В . Техническая термодинамика, ч. II, М. — Л., 1938.
- [200] Щ е л к а ч е в В . Н . Об одном случае движения нефти к скважинам при гидравлическом режиме. «Нефт. хоз.», № 10 и 12, 1935.

- [201] Щелкачев В. Н. Гидромеханическая теория флюидинга и репрессии. «Нефт. хоз.», № 4 и 6, 1936.
- [202] Щелкачев В. Н. Решение некоторых задач пластовой нефтемеханики и гидромеханики. «Бюлл. Грозн. нефт. института», Грозный, 1937.
- [203] Щелкачев В. Н. и Пыхачев Г. В. Интерференция скважин и теория пластовых водонапорных систем. АзГОНТИ, Баку, 1939.
- [204] Щелкачев В. Н. Анализ свойств коэффициентов продуктивности и методов определения потенциалов скважин (1938–1939 гг.). См. сборник «Научно-исследовательские работы нефтяников», вып. III, Добыча нефти, Гостоптехиздат, М., 1944.
- [205] Щелкачев В. Н. Зависимость суммарного дебита скважин от их числа и степени уплотнения. «Нефт. пром. СССР», № 2, 1940.
- [206] Щелкачев В. Н. О режимах фильтрации, «Нефт. пром. СССР», № 7, 1940.
- [206а] Щелкачев В. Н. Видоизменение метода обработки результатов прослеживания движения динамического уровня в скважине. «Азерб. нефт. хоз.», № 9, 1940.
- [206б] Щелкачев В. Н. Гидродинамический анализ одного из методов определения потенциальных и оптимальных возможностей скважин. «Нефт. пром.», № 6, 1940.
- [207] Щелкачев В. Н. О некоторых факторах, влияющих на форму индикаторных кривых. Эксплуатация скважин. «Азерб. нефт. хоз.», № 6, 1941.
- [208] Щелкачев В. Н. Расстановка скважин в пластах с водонапорным режимом, см. сборник «Научно-исследовательские работы нефтяников», вып. III, Добыча нефти, Гостоптехиздат, 1944.
- [209] Щелкачев В. Н. Основы подземной нефтяной гидравлики. Гостоптехиздат, Москва, 1945.
- [210] Щелкачев В. Н. Итоги специальных исследований скважин XIII и XVI пластов Ново-Грозненского района. «Труды Грозн. нефт. ин-та и ГрозНИИ», вып. 4, Грозный, 1945.
- [211] Щелкачев В. Н. Влияние упругих свойств жидкости на режим месторождения и поведение скважин, там же, вып. 5, 1945.

- [212] Щелкачев В. Н. Анализ существующих методов исследования скважин, там же, вып. 6, 1945, и сборник «Методы интенсификации добычи нефти» Труды Всесоюз. технич. совет, при Наркомнефти, тем I, 1946.
- [213] Щелкачев В. Н. и Донцов К. М. Сопоставление исследований скважин различными методами. «Нефт. хоз.», № 2-3, 1945.
- [214] Щелкачев В. Н. и Кондратьев В. Ф. Исследование фонтанной скважины методом установившихся отборов. «Нефт. хоз.», № 5 и 6, 1945.
- [215] Щелкачев В. Н. Влияние проницаемости призабойной области и диаметра скважины на ее дебит. «Нефт. хоз.», № 10, 1945; № 2, 1946.
- [216] Щелкачев В. Н. и Кондратьев В. Ф. Неустановившийся процесс интерференции скважин. «Нефт. хоз.», № 6-7, 1946.
- [217] Щелкачев В. Н. История управления разработкой и истории разработки нефтяных месторождений СССР и России. М.: Издательство «Нефть и газ», 1998.
- [218] Щелкачев В. Н. Основные уравнения движения упругой жидкости в упругой пористой среде. «ДАН СССР», т. 52, № -2, 1946.
- [219] Щелкачев В. Н. Отечественная и мировая нефтедобыча. История развития, современное создание и прогнозы. М.: Издательство «Нефть и газ», 2001.
- [220] Щелкачев В. Н. Сравнительный анализ нефтедобычи и разработки нефтяных месторождений по странам мира. М.: ВНИИОЭНТ, 1996.
- [221] Щелкачев В. Н. Некоторые приложения теории упругого режима водо-нефтеносных пластов. Там же, т. 52, № 5, 1946.
- [222] Щелкачев В. Н. Упругий режим пластовых водонапорных систем. Гостоптехиздат, М., 1948.
- [223] Щелкачев В. Н. Анализ параметров подобия гидравлики. «Нефт. хоз.», № 1, 1948.
- [224] Щелкачев В. Н. Обобщение представлений о радиусах влияния скважин. «Нефт. хоз.», № 2, 1948.
- [225] Щелкачев В. Н., Говорова Г. Л. и Рябинина З. К. Законы изменения радиуса влияния скважины в условиях упругого режима. «Нефт. хоз.», № 7, 1948.

- 
- [226] Ю р е н Л. Современные методы добычи нефти. Нефт. изд., М., 1928.
- [227] Я к о в л е в В. П. Законы волнометрического режима, ОНТИ, Баку, 1936
- [228] Я к о в л е в В. П. Гидродинамический анализ недр, ОНТИ, Баку, 1937.
- [229] Я к о в л е в В. П. О размещении скважин при водонапорных режимах, «Нефт. хоз.», № 3-5, 1940.
- [230] Я к о в л е в В. П. Исследование упругих колебаний в артезианском пласте. «Нефт. хоз.», № 1, 1946.

---

---

## Дополнительный список литературы<sup>1</sup>

- [1] *Абасов М. Т., Джалилов К. Н.* Вопросы подземной гидродинамики и разработки нефтяных и газовых месторождений. Изд-во Азернешр, 1960 г., 255 с.
- [2] *Абасов М. Т., Джалилов К. М.* Неустановившийся приток жидкости к несовершенной скважине: Доклады Академии Наук Азерб. ССР. Т. XVI, № 8, 1960 г., с. 743–747.
- [3] *Абасов М. Т., Алекперов С. И., Джалилов К. Н., Мамедов О. А.* О фильтрации жидкости при упругом режиме. Известия Высших учебных заведений. «Нефть и Газ», № 8, 1961 г., с. 45–50.
- [4] *Абдулвалобов А. И.* О пределе применимости линейного закона фильтрации. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство» № 9, 1960 г., с. 24–32.
- [5] *Абдулвалобов А. И.* О законе движения жидкостей и газов в пористой среде. «Нефть и Газ» № 4, 1961 г., с. 83–89.
- [6] *Абдуллин Ф. С.* Контроль за герметичностью колонн нагнетательных скважин в процессе закачки. «Нефтяное Хозяйство», № 6, с. 40–44, 1957 г.
- [7] *Абдуллин Ф. С.* Расслоение пород девонского продуктивного пласта при законтурном заводнении. «Нефтяное Хозяйство», № 1, с. 44–150, 1958 г.
- [8] *Абуталиев Э. Б., Агзамов А., Каримсаков С.* Аналитическое решение задачи прогнозирования динамического уровня артезианских вод, используемых для орошения, «Вопросы кибернетики и вычислительной математики», вып. 14, издательство «ФАН». Узбекская ССР, 1968 г., с. 116–120.
- [9] *Абуталиев Ф. Б., Баклушин М. Б., Ербеков Я. С. и др.* Анализ динамики подземных вод аналитическими и численными методами. Изд-во «Фан», Ташкент, 150 с.
- [10] *Авчян Г. М.* Физические свойства осадочных горных пород при высоких давлениях и температурах. «Недра». Москва, 1972 г., 145 с.
- [11] *Адигамов З. Б.* Сравнение результатов приближенного решения задачи нестационарного притока жидкости к несовершенной галерее с точным решением. Научно-технический сборник «Добыча нефти». ВНИИ, № 35, 1969 г. Гостоптехиздат, Москва, с. 43–47.

---

<sup>1</sup>Указатель литературы составлялся автором в процессе многолетней (хотя иногда и с перерывами) работы над основами и приложениями теории неустановившейся фильтрации.

По каждому упоминаемому в указателе литературы первоисточнику даны точные и полные данные: фамилия автора, его инициалы, название опубликованной им работы, место и год издания, номера страниц в соответствующем журнале или общее число страниц в книге.

Оказалось, что приводимые автором эти сведения не всюду расположены в порядке, соответствующем современному стандарту. Переделать по стандарту обширный указатель литературы и ссылки на него в книге автор не имеет сил и возможностей. Поэтому автор принимает на свою ответственность несоблюдение стандарта в ссылках на литературу, считая, что для каждого читателя эти ссылки не вызовут трудностей или неясностей.

- [12] *Азимов Э. Х., Кулиев А. М.* К методике обработки кривых восстановления давления с учетом изменения реальных свойств коллекторов и нефти от давления. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 7, 1977 г., Баку, с. 34–38.
- [13] *Айнс Э. Л.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. Государственное Научно-Техническое издательство Украины, Харьков, 1939 г., 720 с.
- [14] *Акилов Ж. А.* К определению релаксационных параметров неравновесной фильтрации. Изв. Академии Наук Узб. ССР, Сер. технич. наук, 1982 г., № 5, с. 50–54.
- [15] *Акилов Ж. А.* О гидродинамическом методе определения релаксационных характеристик неравновесной фильтрации. Докл. Акад. Наук Узб. ССР, № 4, 1983 г., с. 20–23.
- [16] *Ализаде И. М., Аметов И. М., Мамедзаде Р. Б.* О нестационарной фильтрации вязкоупругих жидкостей в пористой среде. Известия вузов «Нефть и Газ», № 9, 1975 г., с. 52–54.
- [17] *Алишаев М. Г., Губанов Б. Ф.* Определение параметров пласта по кривой самоизлива скважины. Научно-технич. сборник «Добыча нефти». ВНИИ, № 30, 1966 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 53–57.
- [18] *Алишаев М. Г.* О нестационарной фильтрации с релаксацией давления. Сборник Трудов МОПИ «Гидромеханика», вып. 3, 1974 г., с. 166–174.
- [19] *Алишаев М. Г., Мирзаджанзаде А. Х.* К учету явлений запаздывания в теории фильтрации. «Известия вузов», «Нефть и Газ», 1975 г. № 6, с. 71–74.
- [20] *Алмамедов Д. Г.* О методике подсчета накопленной добычи при упругом режиме, когда забойное давление является переменной величиной. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 7, 1964 г., Баку, с. 25–26.
- [21] *Амелин И. Д.* Исследование водяных переливающих скважин методом восстановления давления на устье. «Нефтяное Хозяйство», № 9, с. 24–29, 1956 г.
- [22] *Аметов И. М.* О моделях, учитывающих явления запаздывания при фильтрации жидкости через пористую среду. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 3, 1977 г., с. 58–60.
- [23] *Аметов И. М., Басович И. Б., Бакарджиева В. И., Капцанов Б. С.* Применение метода детерминированных моментов для обработки кривых восстановления давления при исследовании неоднородных пластов. «Сборник Трудов ВНИИ», «Добыча нефти», вып. 61, Москва, Изд-во «Недра», 1977 г., с. 174–182.
- [24] *Аметов И. М., Байдиқов Ю. М.* Гидропрослушивание в залежи вязкоупругой нефти. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 6, 1981 г., с. 27–31.
- [25] *Амикс Дж., Басс Д., Уайттинг Р.* Физика нефтяного пласта. Гостоптехиздат, 1962 г., 572 с.
- [26] *Андриасов Р. С.* К вопросу определения среднего пластового давления. Труды Московского нефтяного института, вып. 16, 1956 г., с. 58–69.
- [27] *Антонов Д. А.* Экспериментальное определение коэффициента сжимаемости песчаников. «Труды Уфимского Н.-И. института», вып. II, 1957 г., с. 117–127.
- [28] *Аравин В. И., Нумеров С. Н.* Теория движения жидкостей и газов в деформируемой пористой среде. Государственное Издательство Техничко-Теоретической Литературы, Москва, 1953 г., 616 с.
- [29] *Арсланов А., Захаров С. Н.* Неустановившаяся радиальная фильтрация в пластах, разделенных слабопроницаемой перемычкой, при заданном суммарном дебите скважины. «Вопросы кибернетики и вычислительной математики», вып. 14, Издательство «ФАН» Узбекской ССР, 1968 г., с. 98–105.

- [30] *Арцев А. И., Бочеввер Ф. М. и др. (под ред. Ф. М. Бочеввера)* «Проектирование водозаборов подземных вод». Стройиздат, Москва, 1976 г., 291 с.
- [31] *Арбе А. Г.* Физические основы фильтрации подземных вод «Недра», Москва, 1984 г., 102 с.
- [32] *Афанасьева А. В.* Определение дебита скважины при упругом режиме и заданном давлении при помощи гидродинамической линейки. «Научно-технический сборник «Добыча нефти». ВНИИ, Гостоптехиздат, № 6, Москва, 1959 г., с. 66–71.
- [33] *Афиногенов Ю. А.* Исследование жидкостной проницаемости пород в зависимости от давления и температур. Сборник «Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых», № 6, «Наука», г. Новосибирск, 1969 г., с. 34–42.
- [34] *Ахмедов Б. А.* Осесимметричное течение жидкости и анизотропном пласте с проницаемой кровлей. «Известия Академии Наук Азерб. ССР, Серия физико-технич. и математич. наук», № 4, 1960 г., с. 104–106.
- [35] *Ахмедов Б. А.* Течение жидкости в анизотропных пластах, разделяющихся слабопроницаемой перемычкой. «Ученые записки», Азербайджанского Государственного университета. Серия физико-математическая, № 3, 1966 г., с. 79–84.
- [36] *Ахмедов Б. А.* Течение жидкости в анизотропном пласте с проницаемой кровлей. «Известия Академии Наук Азерб. ССР», Серия физико-технических и математических наук, № 6, 1966 г., с. 56–59.
- [37] *Бабалян Г. А.* О факторах, обуславливающих anomalно высокие начальные давления в пластах. «Труды Нефтяной Экспедиции», Баку, № 1, 1953, с. 87–93.
- [38] *Богов М. С., Цой В. И.* Экспериментальное определение коэффициента сжимаемости известняков. Труды ГрозНИИ «Бурение и Добыча нефти», вып. XIII, 1962 г., Москва, Гостоптехиздат, с. 160–165.
- [39] *Баишев Б. Т.* Опыт исследования взаимодействия скважин с помощью дифференциального глубинного манометра. «Новости Науки и Техники. Нефтепромысловое дело», вып. 5, Гостоптехиздат, 1955 г., с. 36–37.
- [40] *Банков Н. М., Бузинов С. Н., Умрилин И. Д.* Исследование пластов по кривым изменения давления в реагирующих скважинах при гармоническом колебании дебита или давления в возмущающей скважине. «Научно-технический сборник. Добыча нефти», ВНИИ № 18, 1962 г. Гостоптехиздат, Москва, с. 65–72.
- [41] *Балакирев Ю. А.* Гидропрослушивание и термографирование нефтяных скважин и пластов. Издательство Аэроэнерг, 1965 г., 200 с.
- [42] *Баллах И. Я.* О влиянии пластовой нефти на упругие свойства пористых сред. «Известия Академии Наук Туркменской ССР», Серия физико-технических наук, № 4, 1961 г., с. 62–72.
- [43] *Бан А., Басниев К. С., Николаевский В. Н.* Об основных уравнениях фильтрации жидкости и газов в деформируемых пористых средах. «Прикладная математика и Технич. физика». № 3, 1961 г., с. 52–55.
- [44] *Бан А., Богомолова А. Ф., Максимов В. А., Николаевский В. Н., Оганджаниянц В. Г., Рыжик В. М.* «Влияние свойств горных пород на движение в них жидкости», Гостоптехиздат, Москва, 1962 г. 275 с.
- [45] *Баренблатт Г. И.* Об автомодельных движениях сжимаемой жидкости в пористой среде. «Прикладная математика и механика», том XVI, вып. 6, 1952 г., с. 679–698.

- [46] *Баренблатт Г. И.* О некоторых неустановившихся движениях жидкости и газов в пористой среде. «Прикладная математика и механика», Москва, 1952 г., том XV, вып. 1, с. 67–68.
- [47] *Баренблатт Г. И.* О некоторых приближенных методах в теории одномерной неустановившейся фильтрации жидкости при упругом режиме. «Известия Акад. Наук СССР, Отделение Технич. наук», № 9, с. 35–49, 1954 г.
- [48] *Баренблатт Г. И.* О приближенном решении задач одномерной нестационарной фильтрации в пористой среде. «Прикладная математика и механика», том 18, вып. 3, с. 351–370, 1954 г.
- [49] *Баренблатт Г. И.* О некоторых задачах восстановления давления и распространения волн разгрузки при упруго-пластическом режиме фильтрации. «Известия Акад. Наук СССР, Отделение Технических наук», № 3, с. 14–26, 1955 г.
- [50] *Баренблатт Г. И., Крылов А. П.* Об упруго-пластическом режиме фильтрации. «Известия Акад. Наук СССР, Отделение Технических наук», № 2, с. 5–13, 1955 г.
- [51] *Баренблатт Г. И., Трифонов Н. П.* О некоторых осесимметричных задачах неустановившейся фильтрации жидкости и газа в пористой среде. «Известия Академии Наук СССР, Отделение Технических наук», Москва, 1956 г., № 1, с. 59–70.
- [52] *Баренблатт Г. И., Борисов Ю. П., Каменецкий С. Г., Крылов А. П.* Об определении параметров нефтеносного пласта по данным о восстановлении давления в остановленных скважинах. Известия Акад. Наук СССР, Отделение Технических наук, № 11, 1957 г., с. 104–107.
- [53] *Баренблатт Г. И., Максимов В. А.* О влиянии неоднородностей на определение параметров нефтеносного пласта по данным нестационарного притока жидкости к скважинам. Известия Отделения Технических наук Академии Наук СССР, № 7, 1958 г., с. 49–55.
- [54] *Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М.* Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. «Недра», Москва, 1972 г., 288 с.
- [55] *Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н.* Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. «Прикладная математика и механика», том 24, вып. 5, 1960 г., Москва, с. 852–864.
- [56] *Баренблатт Г. И.* Анализ размерностей и автомодельные решения, Москва, 1975 г., 54 с.
- [57] *Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М.* Движение жидкостей и газов в природных пластах. Издательство «Недра», Москва, 1984 г., 208 с.
- [58] *Басниев К. С., Власов А. М., Кочина И. Н., Максимов В. М.* Подземная гидравлика. Москва, Издательство «Недра», 1986 г., 303 с.
- [59] *Басниев К. С., Кочина И. Н., Максимов В. М.* Подземная гидромеханика. Москва, «Недра», 1993 г., 414 с.
- [60] *Басович И. Б., Капцанов Б. С.* Выбор фильтрационных моделей по данным гидродинамических исследований скважин. «Нефтяное хозяйство», № 3, 1980 г., Москва, с. 44–47.
- [61] *Басович И. Б., Капцанов Б. С., Кульпин Л. Г.* Методические основы и принципы построения математического и программного обеспечения комплексной обработки результатов гидродинамических исследований скважин на ЭВМ. В сборнике «Проблемы освоения морских нефтяных и газовых месторождений», Москва, ВНИИОЭНГ, 1990 г., с. 126–137.

- [62] *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция; функции Лежандра. Издательство «Наука», Москва, 1965 г., 294 с.
- [63] *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции — функции Бесселя и другие. Издательство «Наука», Москва, 1966 г., 295 с.
- [64] *Белаиш П. М.* Применение электрических сеток при упругом режиме, «Новости науки и техники», Серия «Добыча нефти», № 7, 1947 г., Гостоптехиздат, с. 2–8.
- [65] *Белаиш П. М.* Моделирование процессов разработки нефтяных месторождений. «Труды совещания по развитию н.-и. работ в области вторичных методов добычи нефти». Издание Академии Наук Азерб. ССР, 1953 г., с. 71–80.
- [66] *Белов В. Н.* О некоторых свойствах интегральных функций, характеризующих решения основных задач теории нестационарного поля. Труды Моск. Института нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина «Подземная гидродинамика». Издательство «Недра», Москва, 1971 г., с. 46–50.
- [67] *Белов В. Н.* Обобщение решений задач теории нестационарного поля прямолинейно-параллельных и сферических радиальных потоков. Труды Моск. Института нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина «Подземная гидравлика». Издательство «Недра», Москва, 1971 г., с. 50–54.
- [68] *Бережной Н. И.* Получение кривых восстановления давления на экспериментальной установке и их исследование. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 6, 1965 г. Баку, с. 53–56.
- [69] *Беркун В. А.* Решение одной осесимметричной задачи нестационарной фильтрации в бесконечном пласте. «Известия АН СССР, Механика жидкости и газа», Москва, 1966 г., вып. 4, с. 148–151.
- [70] *Беркун В. А.* К решению некоторых осесимметричных задач нестационарной фильтрации. Труды УкрНИИгаза, г. Киев, 1969 г., вып. 3 (7), с. 97–103.
- [71] *Берлянд О. С., Гаврилов Р. И., Прудников А. П.* Таблицы интегральных функций ошибок и полиномов Эрмита. Издательство АН БССР, Минск, 1961 г., 164 с.
- [72] *Бернадинер М. Г., Енцов В. М.* Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. «Наука», Москва, 1975 г., 197 с.
- [73] *Берч Ф. Р., Шерер Дж., Спайсер Г.* Справочник для геологов по физическим константам, «Издательство» «Иностранная литература», Москва, 1949 г., 302 с.
- [74] *Близнец Е. З., Орлов В. С.* Оценка гидропроводности и пьезопроводности пласта в законтурной области (на примере нефтяных месторождений Соколова Гора и Красный Яр). «Научно-технический сборник по добыче нефти», ВНИИ, Гостоптехиздат, 1957 г., № 11, Москва, с. 24–28.
- [75] *Блинов В. С., Харин О. Н.* Определение поля давлений в окрестности круговых батарей скважин. Труды МИНХ и ГП «Недра», вып. 94, 1972, с. 49–55.
- [76] *Блинов В. С., Харин О. Н.* Исследование поля давлений в окрестности круговой батареи скважин в бесконечном пласте. Труды МИНХ и ГП «Недра», вып. 94, 1972, с. 63–69.
- [77] *Блинов В. С.* О новых свойствах характеристических функций плоско-радиального потока. Выпуск 94 Трудов Моск. института нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина. «Упругий режим фильтрации и термодинамика пласта». Издательство «Недра», Москва, 1972 г., с. 89.

- [78] *Блинов В. С., Харин О. Н.* Применение функций Шелкачева при исследовании работы круговой батареи скважин в ограниченном пласте. Труды МИНХ и ГП «Недра», вып. 94, 1972, с. 75–79.
- [79] *Блинов В. С., Харин О. Н.* Применение функций Шелкачева при аналитическом исследовании поля давлений в бесконечном пласте. Труды МИНХ и ГП «Недра», вып. 143, 1973, с. 31–41.
- [80] *Богачев Б. А.* Новый метод определения пластового давления. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 10, 1961 г., с. 43–45.
- [81] *Богачев Б. А.* К анализу гидродинамических методов исследований скважин по эталонным кривым. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 1, 1963 г., Баку, с. 49–53.
- [82] *Боксерман А. А., Орлов В. С.* Определение среднего пластового давления при различных режимах эксплуатации нефтяной залежи. «Нефтяное хозяйство», № 5, Москва, 1962 г., с. 45–49.
- [83] *Боровский Б. Н., Самсонов Б. Г., Язвин Л. С.* Методика определения параметров водоносных горизонтов по данным откачек. Издательство «Недра», Москва, 1973 г., 304 с.
- [84] *Борисов Ю. П.* К гидродинамическим расчетам при упругом режиме. Труды ВНИИ, вып. 8, Москва, Гостоптехиздат, 1956 г., с. 208–231.
- [85] *Борисов Ю. П., Орлов В. С.* Интерпретация данных о восстановлении забойного давления и их использование при построении карт изобар. «Нефтяное хозяйство», № 7, 1957 г., с. 39–43.
- [86] *Борисов Ю. П., Яковлев В. П.* Определение параметров продуктивных пластов по данным гидроразведки. «Новости нефтяной техники», № 2, 1957 г., с. 21–25.
- [87] *Борисов Ю. П.* Расчет давлений при упругом режиме фильтрации и переменном дебите скважины. Научно-технич. сборник ВНИИ, № 1, Москва, Гостоптехиздат, 1958 г., с. 19–22.
- [88] *Борисов Ю. П.* К гидродинамическим расчетам при упругом режиме фильтрации и заданных давлениях., Научно-технический сборник по добыче нефти. ВНИИ, вып. 1, 1958 г., Гостоптехиздат, с. 23–26.
- [89] *Борисов Ю. П., Каменецкий С. Г., Яковлев В. П.* Гидроинтегратор для решения радиальных задач неустановившейся фильтрации. Труды ВНИИ, вып. XIX, Госуд. Н.-Т. изд-во нефтяной и горно-топливной литературы, Москва, 1959 г., с. 191–208.
- [90] *Борисов Ю. П.* Определение параметров пласта при исследовании скважин на неустановившихся режимах с учетом продолжающегося притока жидкости. «Труды ВНИИ», вып. XIX, «Разработка нефтяных месторождений и подземная гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1959 г., с. 115–133.
- [91] *Бочеввер Ф. М.* О постановке опытных откачек в условиях неустановившегося движения для определения гидрогеологических параметров. «Разведка и охрана недр», № 12, 1956 г., с. 47–52.
- [92] *Бочеввер Ф. М., Цюрупа П. В.* Прогноз притока и снижения уровней подземных вод при осушении месторождений полезных ископаемых. «Разведка и охрана недр», № 5, 1958 г., с. 45–52.
- [93] *Бочеввер Ф. М.* Неустановившийся приток грунтовых вод к скважине в долинах рек. Известия АН СССР, ОТН «Энергетика и Автоматика», № 1, 1959 г., с. 115–118.
- [94] *Бочеввер Ф. М. и Веригин Н. Н.* Методическое пособие по расчетам эксплуатационных запасов подземных вод для водоснабжения. Труды ВОДГЕО. Гос. издательство литературы по строительству, Москва, 1961 г., 199 с.

- [95] *Бочевер Ф. М.* Приближенные гидрогеологические расчеты крупных водозаборов и водопонижительных установок. Издание Научно-исслед. института водоснабжения, канализации, гидротехнических сооружений и инженерной гидрогеологии. Москва, 1961 г., 52 с.
- [96] *Бочевер Ф. М.* Расчет притока подземных вод к водозаборным сооружениям с учетом осушения пласта в области выхода его на поверхность. Известия Академии Наук СССР. Отделение Технич. Наук «Механика и Машиностроение». № 4, 1961 г., с. 164–166.
- [97] *Бочевер Ф. М.* Гидрогеологические расчеты крупных водозаборов подземных вод и водопонижительных установок. Госстройиздат, Москва, 1963 г., 59 с.
- [98] *Бочевер Ф. М.* Расчет водозаборных и водопонижительных скважин в «закрытых пластах». «Вопросы гидрогеологических расчетов водозаборов и дренажей». Труды ВОДГЕО, сборник № 5, Госстройиздат, Москва, 1963 г., с. 65–94.
- [99] *Бочевер Ф. М., Язвин Л. С.* Неустановившееся напорно-безнапорное движение подземных вод к водозаборам. Труды ВОДГЕО, сборник № 5, Госстройиздат, Москва, 1963 г., с. 124–137.
- [100] *Бочевер Ф. М.* К гидрогеологическим расчетам водозаборных сооружений в неоднородных водоносных пластах. Труды ВОДГЕО, сборник № 4. Издательство литературы по строительству, Москва, 1964 г., с. 32–52.
- [101] *Бочевер Ф. М.* Расчеты эксплуатационных запасов подземных вод. Изд-во «Недра», Москва, 1968 г., 325 с.
- [102] *Бочевер Ф. М., Лапшин Н. Н.* К вопросу о гидрогеологических расчетах водозаборных скважин в слоистых толщах. Труды ВНИИ ВОДГЕО, № 22, 1969 г., с. 26–35.
- [103] *Бочевер Ф. М., Орадовская А. Е.* Гидрогеологическое обоснование защиты подземных вод и водозаборов от загрязнений. Издательство «Недра», Москва, 1972 г., 124 с.
- [104] *Бузинов С. Н.* О восстановлении давления в несовершенных скважинах с песчаной пробкой. «Труды Московского нефтяного института», вып. 16, с. 96–112, Гостоптехиздат, 1956 г.
- [105] *Бузинов С. Н., Умрихин И. Д.* К определению параметров пласта по кривой изменения давления в реагирующей скважине. «Научный Технич. Сборник: Добыча нефти», ВНИИ, № 14, 1961 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 87–91.
- [106] *Бузинов С. Н., Умрихин И. Д.* Исследование скважин при гармоническом законе возбуждения уровня. «Труды ВНИИ», вып. XXXII, «Недра», Москва, 1961 г., с. 19–28.
- [107] *Бузинов С. Н., Умрихин И. Д., Эйхман В. Н.* Влияние границ пласта на характер изменения давления в реагирующих скважинах. Труды ВНИИ, вып. 37, 1961 г., с. 19–28.
- [108] *Бузинов С. Н., Умрихин И. Д.* Исследование пластов и скважин при упругом режиме фильтрации. Издательство «Недра», Москва, 1964 г., 272 с.
- [109] *Бузинов С. Н., Умрихин И. Д.* Исследование нефтяных и газовых скважин и пластов. Издательство «Недра», Москва, 1984 г. 269 с.
- [110] *Бульгин В. Я.* Оценка проницаемости и упругости нефтяных пластов по эксплуатационным данным. «Нефтяное Хозяйство» № 7, с. 35–38, 1957 г.
- [111] *Бульгин В. Я.* Определение водонасыщения и нефтеотдачи пластов «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 8, 1961 г., с. 75–81.
- [112] *Бульгин В. Я.* Гидромеханика нефтяного пласта. Издательство «Недра», Москва, 1974 г., 230 с.

- [113] *Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С.* Физико-математические основы фильтрации. «Мир», Москва, 1971 г., 452 с.
- [114] *Бэррер Р.* Диффузия в твердых телах. Издательство иностранной литературы, Москва, 1948 г. 504 с.
- [115] *Ван Дер Варден Б. Л.* Пробуждающаяся наука. Москва, Государственное Издательство физ.-мат. литературы, 1959 г., 459 с.
- [116] *Васильев В. А., Хабиров А. С.* Неустановившееся движение грунтовых вод к скважине вертикального дренажа. Труды Ташкентского Гос. Университета. Вып. 189, книга 21, «Математика и механика», 1961 г., с. 119–129.
- [117] *Васильев С. В., Веригин Н. Н.* (редактор и соавтор) и другие. Методы фильтрационных расчетов гидромелиоративных систем. Изд-во «Колос», 1970 г., Москва, 440 с.
- [118] *Васильев Ю. Н.* Линеаризация уравнений фильтрации сжимаемой жидкости при проницаемости и вязкости, зависящих от давления. Труды ВНИИгаза, вып. 45 (53), 1972 г., Москва, с. 18–21.
- [119] *Васильев Ю. Н.* Напряженное состояние от действия фильтрующейся жидкости в упругом слое, спаянном с двумя другими упругими полупространствами. «Прикладная Механика», том 11, вып. 2, 1975 г., с. 130–133.
- [120] *Васильев Ю. Н.* Интегро-дифференциальное уравнение фильтрации упругой жидкости в упругой пористой среде. Сборник научных трудов ВНИИгаза «Теория и практика разработки газовых месторождений Западной Сибири», Москва, 1985 г., с. 117–128.
- [121] *Васильевский В. Н., Лейбин Э. Л.* Определение пластового давления. «Нефтяное хозяйство», № 12, 1956 г., с. 26–30.
- [122] *Васильевский В. Н.* Комплекс гидродинамических исследований пластов и скважин с целью получения исходных данных для проектирования и осуществления их разработки. «Труды ВНИИ», вып. 33, Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., с. 182–189.
- [123] *Васильевский В. Н.* Временная инструкция по гидродинамическим исследованиям пластов и скважин. Гостоптехиздат, Москва, 1963 г., 68 с.
- [124] *Ватсон Г. Н.* Теория Бесселевых функций, часть первая, Издательство Иностранной Литературы, Москва, 1949 г., 798 с.
- [125] *Вахитов Г. Г.* Эффективные способы решения задач разработки неоднородных нефтеводоносных пластов, Москва, Гос. Научно-Технич. издательство нефтяной и горно-топливной литературы, 1963 г., 216 с.
- [126] *Вебстер А. и Сеге Г.* Дифференциальные уравнения в частных производных математической физики, часть I, Государств. Технико-Теоретическое издательство, 1933 г.
- [127] *Вебстер А. Г.* Механика материальных точек, твердых, упругих и жидких тел. «Государственное Технико-Теоретическое издательство». Ленинград — Москва, 1933 г., 635 с.
- [128] *Вевиоровская М. А., Кравченко И. П., Румянцев С. А.* Методы аналогий применительно к фильтрационным расчетам. Изд-во Моск. ун-та, 1962 г. 257 с.
- [129] *Веригин Н. Н.* Взаимодействие скважин при законтурном заводнении. «Доклады Академии Наук СССР», том 91, № 4, 1953, с. 753–756.
- [130] *Веригин Н. Н.* Об уплотнении грунтов под нагрузкой. «Прикладная математика» № 1, 1961 г., с. 95–98.
- [131] *Веригин Н. Н.* Расчет прямолинейных бесконечных рядов скважин. «Труды ВНИИ ВОДГЕО», сборник № 4, Госстройиздат, Москва, 1962 г.

- [132] *Веригин Н. Н.* О действии водозаборных скважин при неустановившемся режиме фильтрации. Труды ВОДГЕО, сборник № 4, Издательство Литературы по строительству, Москва, 1964 г., с. 5–24.
- [133] *Веригин Н. Н., Саркисян В. С.* Методы расчета подземных водозаборов и вертикального дренажа в полуограниченном водоносном пласте. «Труды ВНИИ ВОДГЕО», сборник № 13, 1966 г., с. 115–132.
- [134] *Веригин Н. Н., Зубов Л. Б.* О влиянии сил инерции на напорную фильтрацию воды в грунтах. «Труды ВОДГЕО (Всесоюз. Н.-И. института водоснабжения)». Вып. 22 «Инженерная гидрогеология», 1969 г., с. 62–65.
- [135] *Веригин Н. Н.* О гравитационно-упругом режиме фильтрации. «Труды ВНИИ ВОДГЕО». Вып. № 22, 1969 г., с. 6–17.
- [136] *Веригин Н. Н., Михайлов А. В.* К методике технико-экономического расчета прямолинейных рядов водозаборных скважин. Известия вузов, «Геология и Разведка», сборник № 8, 1970 г., с. 114–119.
- [137] *Веригин Н. Н.* Об определении границы раздела двух несмешивающихся жидкостей в пористой среде. Известия Академии Наук СССР, «Механика жидкости и газа», № 6, 1973 г., с. 155–163.
- [138] *Веригин Н. Н.* О фильтрации двух жидкостей с разной плотностью и вязкостью при закачке в галерею с постоянным расходом. Доклады Академии Наук СССР, том 218, № 3, 1974 г., с. 536–539.
- [139] *Веригин Н. Н., Васильев С. В., Саркисян В. С., Шеренжиков Б. С.* Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород. Издательство «Недра», Москва, 1977 г., 271 с.
- [140] *Веригин Н. Н., Саркисян В. С., Тороцин Ю. Л.* Об одном экспресс-методе определения гидродинамических параметров пласта. Известия Акад. Наук СССР, «Механика жидкости и газа», № 4, 1978 г., с. 141–144.
- [141] *Владимиров Л. А., Самарский А. А., Щелкачев В. Н.* Решение специальных краевых задач неустановившегося движения упругой жидкости в упругом пласте с помощью электронных вычислительных машин. Доклад на II съезде по теоретической и прикладной механике. Аннотация докладов, Москва, Изд. Академии Наук СССР, 1964 г., с. 53.
- [142] *Владимиров Л. А.* Решение задачи о притоке жидкости к галерее в условиях упругого режима. Труды Московского Института нефтехимической и газовой промышленности, выпуск 55, Издательство «Недра», Москва, 1965 г., с. 93–102.
- [143] *Владимиров Л. А.* Применение однородных разностных схем к решению математической теории фильтрации. Автореферат диссертации, Ташкент, Издательство «ФАН», 1969 г., 13 с.
- [144] *Влюшин В. Е.* Вывод приближенных формул для подсчета понижения пластового давления при эксплуатации круговой галереи с переменным дебитом в условиях упругого режима. Труды Московского Института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 48, Издательство «Недра», Москва, 1964 г., с. 67–73.
- [145] *Влюшин В. Е., Харин О. Н.* Вывод простых приближенных формул, характеризующих работу укрупненной скважины после ее пуска с постоянным забойным давлением. Известия вузов, «Нефть и газ», № 8, 1964, с. 83–87.
- [146] *Влюшин В. Е.* Метод непрерывного распределения стоков по площади для подсчетов пластового давления при разработке крупных нефтяных залежей. «Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности», вып. 55, 1965 г., с. 31–40.

- [147] *Влюшин В. Е.* Упрощение методики подсчета давления на стенке укрупненной скважины, пущенной с линейно изменяющимся дебитом. Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 55, 1965 г., Изд-во «Недра», Москва, с. 48–51.
- [148] *Влюшин В. Е., Харин О. Н.* Распределение давления в ограниченном пласте после пуска в эксплуатацию круговой галереи с переменным дебитом. Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 55, 1965 г., Издательство «Недра», Москва, с. 52–63.
- [149] *Влюшин В. Е.* Упрощение расчетных формул теории упругого режима. «Тезисы докладов на и.-т. конференции молодых специалистов». Издание Моск. ин-та нефтехимической и газовой промышленности, 1965 г., с. 63–64.
- [150] *Влюшин В. Е., Харин О. Н.* Аналитическое исследование процесса распределения давления при разработке многопластовых нефтяных месторождений. «Прикладная Математика и Техническая физика», вып. № 1, 1966 г., Москва, с. 137–141.
- [151] *Влюшин В. Е.* Распределение давления в окрестности круговой батареи скважин, работающих в условиях упруго-подонапорного режима фильтрации. Известия Академии Наук СССР, «Механика жидкости и газа», № 6, 1964 г., с. 193–196.
- [152] *Воларович М. П., Баяк Е. И., Левыкин А. И., Томашевская Е. С.* Физико-механические свойства горных пород и минералов при высоких давлениях. Изд-во «Наука», Москва, 1974 г., 223 с.
- [153] *Выгодский Е. М., Девликамов В. В.* Влияние пресной воды на коэффициент сжимаемости девонских песчаников. «Нефтепромысловое Дело», Москва, № 5, 1966 г., с. 10–11.
- [154] *Гавич И. К.* Некоторые вопросы неустановившейся фильтрации в анизотропных пластах. В сборнике «Труды координационных совещаний по гидротехнике». Изд-во «Энергия», 1966 г., с. 263–275.
- [155] *Гавич И. К.* Определение параметров анизотропного пласта по данным опытных работ в условиях неустановившейся фильтрации. В книге «Труды координационного совещания по гидротехнике», т. 48, Изд-во «Энергия», Ленинград, 1969 г., с. 102–116.
- [156] *Гавич И. К., Ковалевский В. С., Язвин Л. С.* Основы гидрогеодинамики. Изд-во «Наука», Новосибирск, 1983 г., 241 с.
- [157] *Гавич И. К.* Теоретические основы изучения движения подземных вод в земной коре. Сборник: «Основы гидрогеологии. Гидрогеодинамика». Издательство «Наука», Сибирское отделение, Новосибирск, 1983 г., с. 7–10.
- [158] *Гаджиев Л. М.* Приток упругой жидкости к галерее и к скважине в упругом пласте переменной мощности при двучленном законе фильтрации. «Научно-технический сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 36, 1969 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 52–57.
- [159] *Гаджиев Ш. А.* Исследование влияния зависимости коэффициента пьезопроводности от пластового давления на итогу решения основных задач теории упругого режима. Известия Академии Наук Азербайджанской ССР, «Серия физ.-мат. наук», № 4, 1965 г., с. 62–67.
- [160] *Гаджиев Ш. А.* Табулирование трансцендентных функций, характеризующих нестационарные фильтрационные потоки. Сборник «Вопросы вычислительной математики» (Академия Наук Азербайджанской ССР), Издательство «ЭЛМ», Баку, 1970 г., с. 45–55.

- [161] *Гаджиев Ш. А.* Изменение коэффициента пьезопроводности в зависимости от пластового давления. Известия Высших учебных заведений, «Нефть и Газ», № 3, 1965 г., Баку, с. 81–83.
- [162] *Гаджиев Ш. А.* Обобщение основного дифференциального уравнения теории упругого режима на случай, когда параметры пласта и жидкости зависят от давления. Известия Высших учебных заведений, «Нефть и Газ», № 4, 1965 г., Баку, с. 45–46.
- [163] *Гаджиев Ш. А.* Исследование интегралов, связанных с решениями плоского нестационарного поля источников и стоков, расположенных по окружности. «Известия Высших учебных заведений», Нефть и Газ, № 10, Баку, 1966 г., с. 59–62.
- [164] *Гаджиев Ш. А.* Вычисление интегральных функций, характеризующих плоское нестационарное поле при включении линейных круговых стоков и источников. «Вопросы вычислительной математики». Издательство Академии Наук Азербайджанской ССР (Институт Кибернетики). Баку, 1967 г., с. 85–100.
- [165] *Галкин А. И.* Об открытии упругого режима нефтяных залежей. «Нефтяное хозяйство», № 6, 1989 г., с. 70–71.
- [166] *Гаттенбергер Ю. П.* Гидрогеология и гидродинамика подземных вод. Изд-во «Недра», Москва, 1971 г., 184 с.
- [167] *Глоговский М. М.* Интерпретация кривых восстановления забойного давления. «Труды Моск. ин-та нефтехимич. и газовой промышленности», вып. 57, Москва, «Недра», 1966 г., с. 134–154.
- [168] *Глоговский М. М., Крыницкий В. Г.* Методы расчета пластового давления. Труды Моск. ин-та нефтехимич. и газовой промышленности, «Нефтегазовая и подземная гидрогазодинамика», вып. 79, Москва, Изд-во «Недра», с. 134–139.
- [169] *Глоговский М. М., Крыницкий В. Г.* Обработка графиков изменения давления и дебита при помощи параболической аппроксимации. Сборник ВНИИ по добыче нефти, вып. 29, Москва, изд-во «Недра», 1966 г., с. 73–79.
- [170] *Глоговский М. М., Дияшев Р. Я.* Определение параметров при совместной эксплуатации пластов по кривым изменения дебита. Труды Моск. ин-та нефтехимической и газовой промышленности, вып. 91, Изд-во «Недра», Москва, 1969 г., с. 305–316.
- [171] *Гиматудинов Ш. К., Ширковский А. И.* Физика нефтяного и газового пласта. Изд. третье. Издательство «Недра», Москва, 1989 г., 311 с.
- [172] *Говорова Г. Л.* Перераспределение пластового давления в процессе заводнения, «Нефтяное хозяйство» № 1, 1949 г., с. 26–31.
- [173] *Говорова Г. Л.* Об изменении пластового давления при нарастающих отборах. «Нефтяное хозяйство» № 4, 1950 г., с. 37–38.
- [174] *Говорова Г. Л.* Перераспределение давления в процессе заводнения. Доклад на Всесоюзном Советании, посвященном «Вторичным методам добычи нефти и методам поддержания пластового давления на промыслах СССР». Труды Советания. Госоптехиздат, Москва, 1950 г., с. 275–294.
- [175] *Горбунов А. Т., Николаевский В. Н.* Установившийся приток жидкости к скважинам при упругом режиме фильтрации. «Известия Акад. Наук СССР. Отделение Технич. Наук» «Механика и Машиностроение». № 5, 1961 г., с. 163–167.
- [176] *Горбунов А. Т.* К определению параметров пласта при упругом режиме фильтрации. «Инженерный Журнал», т. 2, вып. 3, 1962 г., с. 162–168.

- [177] *Горбунов А. Т., Николаевский В. Н.* О нелинейной теории упругого режима фильтрации. Сборник «Добыча нефти», ежегодник, ВНИИ, Издательство «Недра», Москва, 1964 г., с. 73–95.
- [178] *Горбунов А. Т.* К упруго-пластическому режиму фильтрации. «Научно-технический сборник по добыче нефти». ВНИИ, вып. 29, 1966 г., с. 40–44.
- [179] *Горбунов А. Т.* Уравнение материального баланса с учетом сжимаемости породы пласта. «Научно-технический сборник по добыче нефти». ВНИИ, вып. 30, 1966 г., с. 20–23.
- [180] *Горбунов А. Т.* Уравнение материального баланса с учетом сжимаемости породы пласта. «Научно-технич. сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 32, 1968 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 47–50.
- [181] *Горбунов А. Т.* Упруго-пластический режим фильтрации жидкости в пористых средах. Известия Акад. Наук СССР, Серия «Механика жидкости и газа», 1973 г., № 5, с. 84–90.
- [182] *Горбунов А. Т.* Разработка аномальных нефтяных месторождений. «Недра», Москва, 1981 г. 237 с.
- [183] *Горюховенко А. И., Аметов И. М., Даниэлян Ю. С.* Об одном способе определения параметров пласта по нестационарным исследованиям. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 10, Баку, 1975, с. 46–48.
- [184] *Горохова И. Г.* Исследование поведения расхода жидкости в простейших фильтрационных потоках в условиях упругого режима. Известия вузов, «Нефть и Газ», № 4, 1958 г., с. 61–66.
- [185] *Горохова И. Г.* Исследование средневзвешенного пластового давления при упругом режиме разработки. Труды Моск. института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 33, «Подземная гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., с. 226–244.
- [186] *Горохова И. Г.* Замечания о способах подсчета накопленной добычи жидкости из скважины, работающей с постоянным противодавлением на забое. Там же, с. 245–248.
- [187] *Горохова И. Г.* О влиянии макронеоднородности пласта на дебит и забойное давление прямолинейной галереи в условиях упругого режима. Труды Моск. ин-та нефтехимической и газовой промышленности, вып. 48, Изд-во «Недра», 1964 г., с. 51–59.
- [188] *Горохова И. Г.* Неустановившееся движение однородной жидкости к стокам, равномерно распределенным внутри прямолинейной полосы. «Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности», вып. 66, Москва, Издательство «Недра», 1967 г., с. 165–169.
- [189] *Горохова И. Г.* Определение давления в бесконечном пласте при работе прямолинейной галереи конечной длины в условиях упругого режима. Сборник «Подземная Гидродинамика», Изд. «Недра», 1971 г., с. 36–39.
- [190] *Гохберг Л. К., Лапшин Н. Н.* Решение гидрогеологических задач с применением численных методов обращения преобразования Лапласа. «Труды ВСЕГИНГЕО», № 32, 1970 г., с. 93–104.
- [191] *Гребер Г., Эрк С., Григуль У.* Основы учения о теплообмене. Издательство Иностранной Литературы (перевод с немецкого), Москва, 1958 г., 566 с.
- [192] *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Госуд. изд-во физ.-мат. литературы. Москва, 1962 г., 1100 с.
- [193] *Грей Э., Мэтьюз Г. Б.* Функции Бесселя и их приложения к физике и механике. Издательство Иностранной Литературы, Москва, 1953 г., 371 с.

- [194] *Губанов А. И., Черченко Г. В.* Характеристика нефти из месторождений Куйбышевской области. «Нефтепромысловое Дело», № 1, Гостоптехиздат, 1952 г., с. 17–22.
- [195] *Гудок Н. С., Кусаков М. М.* Экспериментальное исследование влияния внешнего давления на проницаемость нефтесодержащих пород. «Доклады Акад. Наук СССР», том 119, вып. 2, 1958, с. 229–232.
- [196] *Гудок Н. С.* Изучение физических свойств горных пород. Изд-во «Недра», Москва, 1970 г., 205 с.
- [197] *Гулиев М. А.* О неустановившемся плоско-параллельном течении жидкости в неоднородном пласте. «Нефть и Газ», № 9, 1966 г., с. 83–86.
- [198] *Гулиев М. А.* Нестационарное осесимметричное течение в пласте с проницаемой кровлей. «Азербайджанское нефтяное хозяйство», № 12, 1966 г., с. 21–23.
- [199] *Гулиев М. А.* Осесимметричное течение жидкости в неоднородном пласте со слабопроницаемой кровлей. «Нефть и Газ», № 4, 1966 г., с. 69–71.
- [200] *Гурбанов Р. С., Касимов А. Ф., Мирзаджанзаде А. Х.* Гидродинамика вязко-пластических сред. Известия Акад. Наук СССР, Серия «Механика Жидкости и Газа», 1967 г., № 3, с. 171–179.
- [201] *Гурса Э.* Курс математического анализа, том III, ч. I, Государственное технико-теоретическое издательство, Москва — Ленинград, 1933 г., 245 с.
- [202] *Гусейн-заде М. А., Хуань Коу-жэнь.* Неустановившееся течение жидкости в неоднородном пласте, имеющем слабопроницаемую перемычку. Труды Моск. Института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 33, «Подземная Гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., с. 296–304.
- [203] *Гусейн-заде М. А.* Особенности движения жидкости в неоднородном пласте. Издательство «Недра», Москва, 1965 г., 276 с.
- [204] *Гусейн-заде М. А., Хуань Коу-жэнь.* Учет проницаемости кровли пласта при упругом режиме. «Азербайджанское нефтяное хозяйство», № 4, 1961 г., с. 92–97.
- [205] *Гусейн-заде М. А., Добкина М. Б.* Определение количества перетока жидкости через перемычку между пластами при упругом режиме. Труды Моск. Института нефтехимич. и газовой промышленности, вып. 66, 1967 г., Изд-во «Недра», с. 112–116.
- [206] *Гусейн-заде М. А., Другина Л. И., Мусаев М. А.* Неустановившееся движение жидкости в пласте с неоднороднопроницаемой кровлей. Труды Моск. Ин-та нефтехимической и газовой промышленности, вып. 66, 1967 г., Издательство «Недра», с. 117–121.
- [207] *Гусейн-заде М. А., Колосовская А. К.* Работа несовершенной скважины в пласте с проницаемой подошвой. Труды Моск. Ин-та нефтехимической и газовой промышленности, вып. 91, Изд-во «Недра», Москва, 1969 г., с. 446–451.
- [208] *Гусейн-заде М. А., Колосовская А. К.* Учет неоднородности пласта при движении в нем упругой жидкости. Труды Моск. Ин-та нефтехимич. и газ. промышл., вып. 91, 1969 г., с. 451–458.
- [209] *Гусейн-заде М. А., Колосовская А. К.* Работа горизонтальной скважины в упругом пласте. Там же, с. 458–460.
- [210] *Гусейн-заде М. А., Колосовская А. К.* Течение упругой жидкости в неоднородной упругой пористой среде. Труды Моск. Инст-та нефтехим. и газ. промышленности, вып. 91, 1969 г., с. 460–465.
- [211] *Гусейн-заде М. А., Колосовская А. К.* Упругий режим в однопластовых и многопластовых системах. Издательство «Недра», Москва, 1972 г., 454 с.

- [212] *Гусейнов Г. П.* Поведение величины удельной добычи при упруговодонапорном режиме разработки пласта и при режиме растворенного газа. Докл. А.Н. Азерб. ССР, т. X, № 3, 1954 г., с. 159–165.
- [213] *Гусейнов Г. П.* Поведение величины удельной добычи при смене упруговодонапорного режима режимом растворенного газа. «Нефтяное хозяйство», № 10, 1954, Гостехиздат, с. 34–39.
- [214] *Гусейнов Г. П.* Приближенный метод решения нестационарных задач теории фильтрации. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», 1956, Азнефтеиздат, Баку, с. 114–136.
- [215] *Гусейнов Г. П., Хейров З. Б.* Движение упругой жидкости в пласте при переменной проницаемости. Ученые записки Азерб. Гос. Университета, № 6, 1957, Баку, с. 31–38.
- [216] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* Движение упругой жидкости в пласте при переменной мощности. «Известия Вузов», «Нефть и газ», № 9, 1958, Баку, с. 61–65.
- [217] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* О разработке круговой залежи при упругом режиме. «Азербайдж. нефтяное хозяйство», № 11, 1958, Баку, с. 28–30.
- [218] *Гусейнов Г. П.* О неустановившемся периоде работы нагнетательных скважин. «Азербайдж. нефтяное хозяйство», № 12, 1959, Баку, с. 24–25.
- [219] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* Интерференция прямолинейной батареи скважины при упругом режиме. Азербайджанское нефтяное хозяйство, № 10, 1961 г., с. 24–25.
- [220] *Гусейнов Г. П.* Некоторые вопросы гидродинамики нефтяного пласта. Издательство «Азернешр», 1961 г., 231 с.
- [221] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* Интерференция прямолинейной бесконечной батареи совершенных скважин при упругом режиме. Известия Высших Учебных Заведений, «Нефть и Газ», № 1, 1962 г., с. 45–49.
- [222] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* Интерференция прямолинейной бесконечной батареи несовершенных скважин при упругом режиме. Журнал «Нефть и Газ», № 3, 1962 г., Баку, с. 44–53.
- [223] *Гусейнов Г. П., Камбаров Г. С.* Неустановившееся радиальное движение жидкости в неоднородном пласте. «Известия Акад. наук Азерб. ССР», ОТН, № 4, 1963, с. 105–119.
- [224] *Гусейнов Г. П.* Удельная добыча при упругом режиме. Труды Азербайджанского Научно-Исслед. Института по добыче нефти, вып. VII, 1958 г., с. 136–139.
- [225] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* Интерференция прямолинейной бесконечной батареи скважин в неоднородном пласте при упругом режиме. Труды Азербайджанского научно-исследовательского института по добыче нефти, вып. XII, 1964 г., Издательство «Недра». Ленинград, с. 104–113.
- [226] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. И., Керимов Ю. Г.* Влияние изменения дебита на перепад давления при фильтрации упругой жидкости в упругом пласте. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», вып. XII, 1964, Изд. «Недра», Ленинград, с. 123–133.
- [227] *Гусейнов Г. П., Алмамедов Д. Г.* По поводу статьи Кима В. Ю. «Методика подсчета накопленной добычи при известном забойном давлении». «Нефтяное хозяйство», № 5, Москва, 1964 г., с. 58–59.
- [228] *Гусейнов Г. П., Хейров З. Б.* Неустановившаяся прямолинейно-параллельная фильтрация упругой жидкости в неоднородной упругой среде. «Ученые записки Азерб. Гос. Унив-та», Баку, № 1, 1964 г., с. 76–86.

- [229] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* Влияние неравнодебитности на перераспределение давления при интерференции прямолинейной батареи скважин при упругом режиме. Журнал «Нефтяное хозяйство», № 2, Издательство «Недра», 1965 г., Ленинград, с. 46–50.
- [230] *Гусейнов Г. П., Велиев М. Н.* Движение упругой жидкости в упругом кусочно-однородном пласте. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», вып. 18, 1967, Баку, с. 280–290.
- [231] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А.* Приток упругой жидкости к прямолинейной бесконечной батарее скважин с заданными забойными давлениями. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», вып. 18, 1967, Баку, с. 273–279.
- [232] *Гусейнов Г. П., Велиев М. Н.* Интерференция батареи скважин, расположенных на дуге окружности при упругом режиме с непроницаемой и проницаемой кровлей и подошвой пластов. Труды Азербайджанского научно-исслед. института по добыче нефти, выпуск 18, Издательство «Азернешр», 1967 г., Баку, с. 280–290.
- [233] *Гусейнов Г. П., Камбаров Г. С.* Неустановившееся движение жидкости в упругих непрерывно-неоднородных пластах. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», вып. 18, 1967, Баку, с. 304–312.
- [234] *Гусейнов Г. П., Вагабова Н. Р.* Применения метода осреднения к вопросам взаимодействия двух горизонтов, разделяющихся малопроницаемой перемычкой и некоторые вопросы исследования скважин. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», вып. 18, 1967, Баку, с. 203–225.
- [235] *Гусейнов Г. П., Гусейнов А. И.* Неустановившееся сферическо-радиальное движение сжимаемой жидкости в упругом неоднородном пласте. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 1, 1969, Баку, с. 20–22.
- [236] *Гусейнов Г. П., Велиев М. Н.* Упрощение расчетных данных формул интерференции скважин, расположенных на дуге окружности, при упругом режиме. Труды Азербайджанского научно-исследовательского института по добыче нефти, выпуск XXIII, Издательство «Азернешр», 1972 г., Баку, с. 302–313.
- [237] *Гусейнов Г. П., Гусейнов А. И.* Неустановившееся сферическо-нерадиальное движение сжимаемой жидкости в упругом неоднородном пласте. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», вып. XXIII, 1972, Баку, с. 320–331.
- [238] *Гусейнов Г. П., Велиев М. Н., Джабаров И. И.* Движение жидкости в кусочно-однородном пласте со слабо проницаемой кровлей. «Известия Акад. наук Азерб. ССР», № 1, 1972, Баку, с. 50–57.
- [239] *Гусейнов Г. П., Керимов Г. Г., Амирбеков Т. С.* Неустановившийся приток жидкости к несовершенной скважине в неоднородном пласте. «Известия высших учебных заведений», «Нефть и Газ», № 4, 1972, с. 41–47.
- [240] *Гусейнов Г. П., Гусейнов А. И.* Приток к несовершенной скважине в неоднородном по проницаемости пласте. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 10, 1972, Баку, с. 20–23.
- [241] *Гусейнов Г. П., Велиев М. Н., Керимов Г. Г.* Изучение влияния неоднородности пласта на кривые перепада давления. «Нефтяное Хозяйство», № 4, 1973, Москва, с. 33–37.
- [242] *Гусейнов Г. П., Велиев М. Н., Мамедкеримов В. И.* Приток жидкости к горизонтальным скважинам в двух пластах при наличии между ними слабопроницаемой перемычки. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 11, 1973, Баку, с. 24–27.
- [243] *Гусейнов Г. П., Камбаров Г. С., Насруллаев И. А.* Движение упругой жидкости в упругом закрытом пласте при переменных проницаемости и мощности.

- Труды Всесоюзной конф. по математическим методам решения задач подземной нефтяной гидродинамики. Издательство «ЭЛМ», Баку, 1974, с. 171–177.
- [244] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А., Керимов Ю. Г.* Приток жидкости к несовершенной скважине в двухслойном пласте при упругом режиме. «Известия Акад. наук Азерб. ССР», № 3, 1974, Издательство «ЭЛМ», Баку, с. 92–98.
- [245] *Гусейнов Г. П., Керимов Ю. Г., Насруллаев И. А.* Приток жидкости к наклонной скважине в пласте с непроницаемой кровлей и подошвой при упругом режиме. Доклады Акад. наук Азерб. ССР, № 8, 1974, Баку, с. 20–24.
- [246] *Гусейнов Г. П., Гусейнов А. И., Керимов Ю. Г.* Интерференция дуговой батареи наклонных скважин при упругом режиме. Труды Азербайджанского научно-исследовательского института по добыче нефти. Выпуск XXIX, «Издательство «Азернашр», 1974 г., Баку, с. 162–168.
- [247] *Гусейнов Г. П., Гусейнов А. И.* Интерференция дуговой батареи несовершенных наклонных скважин при упругом режиме. Известия Академии Наук Азерб. ССР, т. II, № 1, 1981 г., с. 141–151.
- [248] *Гусейнов Г. П., Насруллаев И. А., Керимов Ю. Г.* Определения давления наклонных скважин прямолинейной цепочки в безграничном пласте при упругом режиме. Известия Академии Наук Азерб. ССР, Серия наук о Земле, № 1, Баку, 1983 г., с. 40–45.
- [249] *Гылыбов М.* Расчет водопонижения и притока к скважинам и клинообразных пластах. Доклады Болгарской Акад. Наук, том. 18, № 8, 1965 г., с. 763–766.
- [250] *Гылыбов М.* Определение гидрогеологических параметров пласта в условиях неустановившегося движения подземных вод. «Известия вузов», «Геология и разведка», № 7, 1966 г., с. 87–93.
- [251] *Гылыбов М., Моллов Д.* О точности и применимости метода «дополнительного слоя» для учета сопротивления ложка водоемов при гидрогеологических расчетах. «Review of the Bulgarian Geological Society», vol. XXX, part 3, 1969, с. 331–339.
- [252] *Гылыбов М.* Действие скважины с непрерывно изменяющимся дебитом. «Вестник Болгарского геологического общества», том XXXV, № 3, 1974 г., с. 326–333.
- [253] *Гылыбов М., Моллов Д.* Гидродинамика дрен, расположенных под дном водохранилищ. «Инженерная Геология и Гидрогеология», № 8–9, 1979, София, с. 16–30.
- [254] *Давыдов О. И.* Экспресс-метод прогнозирования пластового давления по начальному участку К.В.Д. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 9, 1977 г., Баку, с. 74–75.
- [255] *Дадаева Э. Л.* Изолинии давлений и определение величины среднего пластового давления. Труды Нефтяной Экспедиции Академии Наук Азербайджанской ССР, 1953 г., с. 68–77.
- [256] *Данилов В. Л.* К определению давления в пластах с переменными проницаемостью и мощностью. «Известия Казанского филиала АН СССР», Серия физико-математических и технических наук, т. 8, 1955 г., с. 129–136.
- [257] *Данилов В. Л., Салехов Г. С., Цыбульский Т. Л.* Исследования по теории фильтрации жидкостей в нефтяных пластах в Казанском филиале АН СССР в 1951–1957 гг., «Известия Казанского филиала АН СССР», серия физ. мат. и технических наук, вып. 11, 1957 г., с. 5–14.
- [258] *Дажилогов Т. Д.* Изменение пористости и проницаемости песчано-глинистых пород под давлением. «Известия Вузов» «Нефть и Газ», № 11, 1965 г., с. 3–7.

- [259] *Двайт Г. Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. Государственное издательство математической литературы. Москва, 1948 г, 255 с.
- [260] *Девисон Б. Б.* Движение грунтовых вод. В сборнике «Некоторые новые вопросы механики сплошной среды». Изд. АН СССР, 1938 г., с. 219–356.
- [261] *Девликамов В. В., Хабибулин З. А., Кабиоров М. М.* Аномальные нефти. «Недра», Москва, 1975 г., 167 с.
- [262] *Демин Н. В., Кисляков Ю. П., Морозова В. Т.* О зависимости проницаемости пористой среды от градиента давления. «Нефтяное Хозяйство», № 12, 1966 г., с. 36–38.
- [263] *Джалилов К. Н., Гулямов Х. А.* О неустановившейся фильтрации жидкостей и газов к несовершенным скважинам по степени вскрытия в неоднородных пластах. Известия АН Азерб. ССР, № 5, 1958 г., с. 447–451.
- [264] *Джалилов К. Н.* Об одном приближенном решении задач о движении упругой жидкости в упругой пористой среде к круговым батареям скважин. Доклады АН Азербайджанской ССР, том 15, № 1, 1959 г., с. 17–20.
- [265] *Джалилов К. Н.* Определение параметров пласта при наличии утечки жидкости в другой горизонт. «Доклады Акад. Наук Азербайджанской ССР», том 18, № 5, 1962 г., с. 7–9.
- [266] *Джалилов К. Н., Гаджиев М. А.* Вопросы перемещения контура нефтеносности и обводнения прямолинейной цепочки скважин при упругом режиме. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 6, 1966 г., г. Баку, с. 31–33.
- [267] *Джалилов К. Н., Гаджиев М. А., Джафаров Н. Д.* Исследование процесса обводнения скважин при упругом режиме. Известия Академии Наук Азерб. ССР. «Серия наук о земле», № 3–4, 1967 г., с. 203–208.
- [268] *Джонс Парк Дж.* Механика нефтяного пласта. Гостоптехиздат, Москва, 1947 г., 183 с.
- [269] *Диткин В. А., Кузнецов П. И.* Справочник по операционному исчислению. Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1951 г., Москва, Ленинград, 255 с.
- [270] *Диткин В. А., Прудников А. П.* Интегральные преобразования и операционное исчисление. Государственное издательство физико-математической литературы 1961 г., Москва, 524 с.
- [271] *Диткин В. А., Прудников А. П.* Справочник по операционному исчислению. Издательство «Высшая Школа», Москва, 1965 г., 466 с.
- [272] *Дияшев Р. Н.* Влияние неньютоновских свойств газа, воды и нефти в пористой среде на результаты исследования скважин по кривым восстановления давления. «Нефтяное Хозяйство», 1973 г., № 3, с. 30–32.
- [273] *Добкина М. Б.* Неустановившаяся фильтрация жидкости при начальном установившемся режиме. «Тезисы докладов на н.-т. конференции молодых специалистов». Издание Моск. ин-та нефтехимической и газовой промышленности. 1965 г., с. 64.
- [274] *Добкина М. Б.* Учет проницаемости кровли пласта при упругом режиме. Труды Моск. института нефтехимической и газовой промышленности, выпуск 55, Издательство «Недра», Москва, 1965 г., с. 79–82.
- [275] *Добкина М. Б.* Решение некоторых задач упругого режима при начальных установившихся течениях. Там же, с. 83–92.
- [276] *Добкина М. Б.* Определение утечки через перемычку при упругом режиме. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 8, Баку, 1966 г., с. 69–78.
- [277] *Добрыйнин В. М.* Влияние давления на коллекторские свойства песчаников. «Нефтяное Хозяйство», № 1, 1963 г., с. 45–52.

- [278] *Добрынин В. М.* Изменение упругоёмкости песчаных пластов в зависимости от горного и пластового давления. «Нефтяное Хозяйство», № 2, 1963 г., с. 35–40.
- [279] *Добрынин В. М.* Подсчет начальных запасов нефти при водонапорном режиме с использованием упругих характеристик пласта. «Геология нефти и газа», № 1, 1964 г., с. 57–61.
- [280] *Добрынин В. М.* Физические свойства нефтегазовых коллекторов в глубоких скважинах. «Недра», 1965 г., 163 с.
- [281] *Добрынин В. М.* Деформации и изменения физических свойств коллекторов нефти и газа. Изд-во «Недра», 1970 г., 239 с.
- [282] *Дорохов Ю. О., Свирчишкова Т. П.* Анализ приближенной методики подсчета пластового давления. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 6, Баку, 1977 г., с. 37–41.
- [283] *Евченко В. С.* Обобщение решений нестационарной фильтрации при переменном дебите в горизонтальных, наклонных скважинах и вертикальных трещинах. Научно-технич. сборник «Нефть и Газ Тюмени», вып. 53, 1982 г., с. 46–49.
- [284] *Евченко В. С., Захарченко Н. П., Коган Я. М., Максимов В. П., Маринин Н. С., Сафиуллин М. Н.* Разработка нефтяных месторождений наклонно-направленными скважинами. Москва, изд-во «Недра», 1986 г., 278 с.
- [285] *Евдокимова В. А.* Первая фаза неустановившейся радиальной фильтрации жидкостей. Доклады Академии Наук СССР, том 74, № 4, 1950 г., с. 669–671.
- [286] *Егоров И. П.* Гомотетия. «Математическая Энциклопедия», том I, Издательство «Советская Энциклопедия», Москва, 1977 г., с. 1061–1062.
- [287] *Енттов В. М.* Об одной задаче нелинейной нестационарной фильтрации. Известия Акад. Наук СССР, Отделение Технич. Наук, Механика и Машиностроение, № 5, 1963 г., с. 141–143.
- [288] *Енттов В. М., Сузарев М. Г.* Автомодельный случай плоскорадиальной фильтрации при нелинейном законе сопротивления. Известия вузов, «Нефть и Газ», № 4, 1965 г., с. 57–63.
- [289] *Енттов В. М.* Двумерные и нестационарные одномерные задачи движения неньютоновских жидкостей в пористой среде. «Нефтяное Хозяйство», № 10, 1968 г., с. 47–53.
- [290] *Енттов В. М., Малахова Т. А.* Некоторые задачи нелинейной фильтрации при кусочно-линейном законе сопротивления. Известия Акад. Наук СССР, «Механика Жидкости и Газа», № 2, 1974 г., с. 40–45.
- [291] *Ерофеев Н. С., Рутман В. Я., Иванова М. М., Мамлеев Р. Ш.* Определение коэффициента пьезопроводности и проницаемости по кривым изменения давления в эксплуатационных скважинах. «Нефтяное Хозяйство», № 12, 1952 г., с. 19–21.
- [292] *Ерофеев Н. С., Рутман В. Я., Иванова М. М., Мамлеев Р. Ш.* Определение коэффициента пьезопроводности и проницаемости по кривым изменения давления в эксплуатационных скважинах. «Нефтяное Хозяйство», № 1, 1953 г., с. 31–35.
- [293] *Жуковский Н. Е.* О влиянии давления на насыщенные водой пески (1890 г.). Полное собрание сочинений, том 7, Москва, 1937 г.
- [294] *Жаутыков О. А.* Об одной задаче фильтрации, «Известия Академии Наук Казахской ССР», Серия математики и механики. Вып. 4(8), 1956 г., с. 70–79.
- [295] *Жаутыков О. А.* По поводу решения одной задачи теории фильтрации. «Известия Академии Наук Казахской ССР», Серия математики и механики. Выпуск 6(10), 1957 г., с. 46–50.

- [296] *Жданов М. А.* Нефтегазопромысловая геология и подсчет запасов нефти и газа, издание второе, Издательство «Недра», Москва, 1981 г., 453 с.
- [297] *Желтов Ю. П.* О восстановлении заданного давления при различной проницаемости пласта в призабойной зоне и вдали от скважины. Труды Института Нефти Академии Наук СССР, Нефтепромысловое дело, том 9, 1958 г., с. 184–192.
- [298] *Желтов Ю. П.* Об учете сжимаемости пористой среды при фильтрации в ней однородной жидкости, «Труды ВНИИ нефти», вып. 37, 1962 г., с. 3–13.
- [299] *Желтов Ю. П.* Деформация горных пород. Москва, «Недра», 1965 г., 198 с.
- [300] *Желтов Ю. П.* Расчет процессов разработки нефтяных месторождений при упругом и водонапорном режимах. Изд-во Моск. ин-та нефтехимич. и газовой промышленности, Москва, 1977 г., 119 с.
- [301] *Желтов Ю. П.* Разработка нефтяных месторождений. Изд-во «Недра», 1986 г., 332 с.
- [302] *Жернов И. Е., Шестаков В. М.* Моделирование фильтрации подземных вод. Издательство «Недра», Москва, 1971 г., 224 с.
- [303] *Жуковский Н. Е.* Теоретическое исследование о движении подпочвенных вод. «Журнал Русского физико-химического общества», часть физическая, т. 21, отд. 1, вып. 1, 1889 г., с. 1–20 (см. еще Избранные Сочинения, том I, ОГИЗ, М. — Л., 1948 г., с. 153–170).
- [304] *Журина М. И., Осипова Л. Н.* Таблицы вырожденной гипергеометрической функции, Изд. Вычисл. Центра АН СССР, Москва, 1964 г., 24 с.
- [305] *Закиров С. Н., Лапук Б. Б.* Проектирование и разработка газовых месторождений. Москва, «Недра», 1974 г., 374 с.
- [306] *Закиров С. Н., Коротаев Ю. П., Кондрат Р. М., Турниер В. Н., Шмыгля О. П.* Теория водонапорного режима газовых месторождений, Москва, «Недра», 1976 г., 240 с.
- [307] *Закиров С. Н.* Теория и разработка газовых и газоконденсатных месторождений, Москва, «Недра», 1989 г., 334 с.
- [308] *Золотарев П. П., Николаевский В. Н.* О распространении волн давления в насыщенных жидкостью горных породах. «Труды ВНИИ», вып. XLII, «Недра», Москва, 1965 г., с. 112–130.
- [309] *Золотухин А. Б.* О некоторых свойствах характеристических функций плоско-радиального потока. Сборник статей «Подземная гидродинамика» (Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина), Издательство «Недра», Москва, 1971 г., с. 58–60.
- [310] *Иванов Т. Ф.* Метод оценки гидродинамических параметров псевдооднородных пластов по кривым забойного давления. «Научно-технический сборник», «Нефтепромысловое дело», ВНИИОЭНГ, № 3, с. 13–16.
- [311] *Иванов Н. Ф., Салехов Г. С., Свирский И. В.* Об определении оптимальных условий эксплуатации нефтяных скважин в пластах с упругим режимом. Известия Казанского филиала АН СССР, серия физ. мат. и технических наук, вып. 5, 1954 г., с. 40–51.
- [312] *Иванов М. М.* Новые глубинные манометры УфНИИ для исследования скважин. «Материалы межвузовского совещания по вопросам новой техники в нефтяной промышленности», том I, с. 296–303, Гостоптехиздат, Москва, 1958 г.
- [313] *Индутный В. Ф., Беляев В. С., Пономарчук Г. Ф., Фиалко А. И.* Влияние литологии гранулярных пород на характер изменения их сжимаемости при

- различных изотропных нагрузках. Сборник «Вопросы геологии осадочных отложений Украины». Изд-во «Наукова Думка», Киев, 1972 г., с. 205–214.
- [314] *Ирмей С.* О теоретических основах формул Дарси и Форкгеймера, Сборник статей «Вопросы гидрогеологических расчетов». Издательство МИР, Москва, 1964 г., с. 7–14.
- [315] *Исаев Р. Г.* К вопросам неустановившейся фильтрации жидкости в трещиноватом коллекторе. Известия Высших Учебных Заведений. «Нефть и Газ», № 7, 1964 г., с. 71–75.
- [316] *Исаев Р. Г.* К выводу основного дифференциального уравнения неустановившейся фильтрации упругой вязкой жидкости в анизотропном коллекторе. Известия Высших Учебных Заведений. «Нефть и Газ», № 11. 1966 г., с. 71–76.
- [317] *Исаев Р. Г.* Об одном приближенном способе решения нестационарных задач теории фильтрации. Известия Высших Учебных Заведений. «Нефть и Газ», № 7, 1968 г., с. 61–65.
- [318] *Исаев Р. Г.* К выводу основного дифференциального уравнения неустановившейся фильтрации сжимаемой жидкости в трещиновато-пористом упруго-вязко-пластичном коллекторе. Там же, № 10, 1970 г., с. 71–74.
- [319] *Исаев Р. Г.* Некоторые особенности фильтрации в неупругих пористых средах. Там же, № 11, 1970 г., с. 69–73.
- [320] *Исаев Р. Г.* К учету наиболее характерных особенностей пласта и флюида в процессах фильтрации в глубоководных продуктивных пластах с новыми реологическими свойствами. Там же, № 1, 1973 г., с. 69–72.
- [321] *Исаев Р. Г.* Об учете влияния сил инерции при нестационарной фильтрации в трещиноватых глубинных пластах с наследственностью проницаемости. Там же, № 11, 1976 г., с. 44–48.
- [322] *Исаков Г. В.* О деформациях нефтяных коллекторов «Нефтяное Хозяйство», № 11, с. 17–24, 1948 г.
- [323] *Йотов И. Г.* Определение гидрогеологических параметров слабопроницаемых слоев сложной системы. «Доклады Болгарской академии наук», т. 30, № 10, 1977 г., с. 1459–1462.
- [324] *Йотов И. Г.* Метод определения фильтрационных параметров водоносных горизонтов операционным способом. «Доклады Болгарской академии наук», т. 24, № 5, 1971 г., с. 653–655.
- [325] *Казарина Е. С.* Решение нестационарной задачи притока жидкости к гидродинамически несовершенной круговой галерее в анизотропном пласте. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 12, 1971 г., Баку, с. 63–67.
- [326] *Казарина Е. С.* Решение стационарной задачи притока жидкости к гидродинамически несовершенным стокам. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 5, Баку, 1972 г., с. 68–72.
- [327] *Казарина Е. С.* О притоке жидкости к гидродинамически несовершенной прямолинейной галерее в анизотропном пласте. «Труды Моск. инст-та нефтехимич. и газовой промышленности», Вып. 94, Москва, 1972 г., с. 118–121.
- [328] *Казарина Е. С.* О нестационарном притоке жидкости к линейному и точечному стокам в анизотропном пласте. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 7, Баку, 1976 г., с. 64–68.
- [329] *Камбаров Г. С.* Движение упругой жидкости в упругом пласте при переменной проницаемости и переменной мощности. «Инженерный журнал», Издание АН СССР, № 2, 1961 г., Москва, с. 154–156.

- [330] Камбаров Г. С. Приближенное решение уравнения движения сжимаемости жидкости в упругом неоднородном пласте. «Известия Акад. наук Азерб. ССР», № 5, 1962 г., Сер. физ. мат. и техн. наук, Баку, с. 107–117.
- [331] Камбаров Г. С. Движение упругой жидкости в неоднородном пласте. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 9, 1963 г., с. 25–27.
- [332] Камбаров Г. С. Вопросы движения упругой жидкости в упругом пласте при переменных проницаемости и мощности. «Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти», вып. XV, 1965 г., Баку, с. 57–70.
- [333] Камбаров Г. С. Приток упругой жидкости к круговой батарее скважин с заданными забойными давлениями. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 2, 1968, Баку, с. 25–27.
- [334] Каменецкий С. Г. Неустановившаяся фильтрация жидкости в пласте переменной мощности. «Труды ВНИИ», вып. XIX, «Разработка нефтяных месторождений и подземная гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1959 г., с. 58–64.
- [335] Каменецкий С. Г. Две задачи теории фильтрации упругой жидкости в упругой пористой среде. «Труды ВНИИ», вып. XIX, «Разработка нефтяных месторождений и подземная гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1959 г., с. 134–145.
- [336] Каменецкий С. Г., Борисов Ю. П. К вопросу определения основных гидродинамических параметров в пластах, расчлененных на отдельные пропластки. Труды ВНИИ XIX, Гостоптехиздат, 1959 г., с. 164–173.
- [337] Каменецкий С. Г. Определение фильтрационных параметров методом восстановления давления в случае, если пласт разбит на отдельные пропластки. Научно-технический сборник по добыче нефти, ВНИИ, вып. 14, Гостоптехиздат, 1961 г., с. 46–50.
- [338] Каменецкий С. Г. Оценка неоднородностей пласта по кривым восстановления давления. Научно-технический сборник. Добыча нефти, ВНИИ, № 15, 1961 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 72–77.
- [339] Каменецкий С. Г. Вычисление интеграла Лапласа при обработке данных исследования скважин. «Научно-технич. сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 26, 1965 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 28–31.
- [340] Каменецкий С. Г. Неустановившаяся фильтрация жидкости в пласте переменной мощности. Труды ВНИИ, «Разработка нефтяных месторождений и гидродинамика пласта», Москва, Издательство «Недра», с. 58–64.
- [341] Каменецкий С. Г., Кузьмин В. М., Степанов В. П. Нефтепромысловые исследования пластов. Гостоптехиздат, Москва, 222 с.
- [342] Каменецкий Г. Н., Климентов П. П., Овчинников А. М. Гидрогеология месторождений полезных ископаемых. Гос. изд-во геологич. литератур». Москва, 1953 г., 355 с.
- [343] Кампе де Ферье Ж., Кемпбелл Р., Петъо Г., Фогель Т. Функции математической физики. Государственное издательство физико-математической литературы, Москва, 1963 г., 102 с.
- [344] Капцанов Б. С., Кульчицкий Л. Г., Симонова Г. М. Исследование точности определения фильтрационных и геометрических параметров пласта по кривым восстановления давления в скважинах. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 8, 1986 г., Баку, с. 14–17.
- [345] Капцанов Б. С., Фогельсон В. В. Обработка гидродинамических исследований скважин методом детерминированных моментов. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 7, 1987 г., Баку, с. 38–40.

- [346] *Карачинский В. Е.* О нестационарной квазиодномерной фильтрации в неоднородном пласте. Известия Акад. Наук СССР, «Механика жидкости и газа», № 3, 1971 г., с. 139–147.
- [347] *Карплос У.* Моделирующие устройства для решения задач теории поля. Издательство «Иностранная литература», Москва, 1962 г., 471 с.
- [348] *Карпов К. А., Разумовский С. И.* Таблицы интегрального логарифма. Москва, Издательство Академии Наук СССР, 1956 г., 319 с.
- [349] *Карпычева З. Ф.* Вывод рекуррентной формулы для новых трансцендентных функций, используемых при решении основных задач теории упругого режима. Известия Высших учебных заведений «Нефть и Газ», г. Баку, 1967 г., № 2, с. 81–83.
- [350] *Карпычева З. Ф.* Исследование работы круговой полосы стоков в условиях упругого режима. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 9, 1969 г., Баку, с. 61–64.
- [351] *Карпычева З. Ф.* Вывод рекуррентной формулы для характеристических функций с отрицательным индексом, используемых при решении основных задач теории упругого режима. Сборник «Подземная Гидродинамика», Москва, Издательство «Недра», 1971 г., с. 39–40.
- [352] *Карпычева З. Ф.* Исследование работы круговой галереи с переменным дебитом в ограниченном пласте в условиях упругого режима. Сборник «Подземная Гидродинамика», Москва, Издательство «Недра», 1971 г., с. 41–46.
- [353] *Карпычева З. Ф.* О свойствах некоторых функций, связанных с характеристическими функциями плоско-радиального потока. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 6, 1971 г., Баку, с. 69–72.
- [354] *Карпычева З. Ф.* Об одном свойстве простых решений дифференциального уравнения нестационарных одномерных фильтрационных потоков. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 8, 1971 г., с. 41–44.
- [355] *Карпычева З. Ф.* Об одном свойстве интегро-экспоненциальной функции и кратных интегралов от нее. «Известия вузов», «Математика», № 1, 1972 г., с. 33–41.
- [356] *Карпычева З. Ф.* О представлении кратных интегралов, используемых для построения характеристических функций. Сборник трудов Московского института нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина, вып. 94, «Упругий режим фильтрации и термодинамика пласта», Издательство «Недра», Москва, 1972 г., с. 94–99.
- [357] *Карпычева З. Ф.* Функции расходов и некоторые их свойства. Сборник трудов Московского института нефтехимической и газовой промышленности имени И. М. Губкина. Упругий режим фильтрации и термодинамика пласта. Вып. 94. Издательство «Недра», Москва, 1972 г., с. 99–103.
- [358] *Карпычева З. Ф.* Некоторые свойства характеристических функций прямолинейно-параллельного потока. Сборник трудов Московского института нефтехимической и газовой промышленности имени И. М. Губкина. Вып. 94, «Упругий режим фильтрации и термодинамика пласта». Издательство «Недра», Москва, 1972 г., с. 104–107.
- [359] *Карпычева З. Ф.* О связях автомодельных задач теории упругого режима и характеристических функциях. «Известия Акад. Наук СССР», «Механика жидкости и газа», № 1, Москва, 1973 г., с. 152–155.
- [360] *Карпычева З. Ф., Харин О. Н.* Упрощение гидродинамических расчетов пластового давления в ограниченном двухслойном пласте. Труды МИНХиГП, вып. 143, 1973 г., с. 62–68.

- [361] *Карпычева З. Ф., Харин О. Н.* Исследование нестационарной фильтрации к несовершенной галерее и скважине. Труды МИНХиГП, вып. 143, 1973 г., с. 68–76.
- [362] *Карпычева З. Ф.* Обобщение нестационарной задачи, связанной с прямолинейной полосой стоков. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 5, 1974 г., Баку, с. 63–66.
- [363] *Карпычева З. Ф.* К решению некоторых неавтомодельных задач теории упругого режима. «Известия вузов», «Нефть и Газ» № 7, 1975 г., Баку, с. 56–60.
- [364] *Карпычева З. Ф.* К вопросу о построении автомодельных решений уравнения пьезопроводности. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 8, 1975 г., Баку, с. 47–51.
- [365] *Карслоу Х. С.* Теория теплопроводности. «ОГИЗ», Москва — Ленинград, 1947 г., 288 с.
- [366] *Карслоу Х., Егер Д.* Операционные методы в прикладной математике, 1948 г., Государственное издательство иностранной литературы, Москва, 291 с.
- [367] *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. «Наука», Москва, 1964 г., 487 с. (Перевод со II англ. издания).
- [368] *Карцев А. А.* Гидрогеология нефтяных и газовых месторождений. Изд. II, «Недра», Москва, 1972 г., 280 с.
- [369] *Ким В. Ю.* К задаче о неустановившейся фильтрации жидкости в пласте переменной мощности. «Известия Акад. Наук СССР, ОТН, Энергетика и автоматика», № 1, 1959 г., с. 104–107.
- [370] *Керимов Ю. Г.* Приток жидкости к круговой батарее наклонных скважин с постоянными забойными давлениями в слоевом пласте при упругом режиме. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 4, 1970, Баку, с. 31–33.
- [371] *Ким В. Ю.* О неустановившейся фильтрации жидкости в пласте переменной мощности. «Известия Академии Наук СССР», «Энергетика и автоматика», № 1, 1959 г., с. 104–107.
- [372] *Ким В. Ю.* Об одном интегральном методе в теории нестационарной фильтрации жидкости в пористой среде. «Инженерный сборник», Изд. института механики Акад. Наук ССР, том XXX, 1960 г., с. 126–130.
- [373] *Ким В. Ю.* Приближенное решение некоторых задач о неустановившейся фильтрации жидкости при упругом режиме. Известия АН СССР, ОТН, серия «Механика и Машиностроение», вып. 2, 1960 г., с. 153–158.
- [374] *Ким В. Ю.* О приближенном решении задачи неустановившейся фильтрации жидкости к скважине с заданным забойным давлением. «Известия Акад. Наук СССР», отдел технич. наук, «Механика и Машиностроение», № 5, 1961 г., с. 174–177.
- [375] *Ким В. Ю.* Приближенный метод расчета скважины с заданным забойным давлением при упругом режиме. «Нефтяное Хозяйство», № 2, Москва, 1961 г., с. 41–45.
- [376] *Ким В. Ю.* Методика подсчета накопленной добычи при известном забойном давлении. «Нефтяное Хозяйство», № 5, Москва, 1962 г., с. 42–45.
- [377] *Ким В. Ю.* Влияние неоднородности призабойной зоны на дебит скважины при упруго-водонапорном режиме. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 6, 1963 г., Баку, с. 49–55.
- [378] *Ким В. Ю.* Интерференция скважин при упругом режиме фильтрации жидкости при заданных забойных давлениях. «Инженерный журнал», том III, вып. 1, Изд. Акад. Наук СССР, 1963 г., с. 63–70.

- [379] *Климентов П. П.* Методика гидрогеологических исследований. Госуд. н.-т. издательство литературы по геологии и охране недр, Москва, 1961 г., 390 с.
- [380] *Климентов П. П., Пыхачев Г. Б.* Динамика подземных вод. Гос. н.-т. издательство литературы по горному делу, Москва, 1961 г., 515 с.
- [381] *Климентов П. П., Коченов В. М.* Динамика подземных вод. Изд-во «Высшая школа», Москва, 1973 г., 440с.
- [382] Климентов П. П., Богданов Г. Я. Общая гидрогеология. Изд-во «Недра», Москва, 1977 г., 357 с.
- [383] Коган Л. Г. Счетная линейка для гидродинамических расчетов. ЦНИИТЭнефть, Москва, 1956 г.
- [384] Коган Л. Г. Гидродинамические расчеты упругого режима при проектировании разработки нефтяных месторождений. Труды ВНИИ, вып. XII, Госуд. издательство нефтяной и горнотопливной литературы, г. Ленинград, 1958, с. 292–313.
- [385] *Коган Л. Г.* О гидродинамических расчетах пластов, работающих в упруго-водонапорном режиме, по формулам водонапорного и упругого режимов. Там же, с. 314–322.
- [386] *Коллинз Р. Е.* Определение расхода фильтрующейся жидкости в любом сечении пласта при откачке из скважин в условиях упругого режима. Сборник статей «Вопросы гидрогеологических расчетов». Издательство «Мир», Москва, 1964 г., с. 107–121.
- [387] *Коллинз Р.* Течение жидкостей через пористые материалы. Изд-во «Мир», Москва, 1964 г., 350 с.
- [388] *Коловская А. К.* Закон изменения количества движения фильтрационного потока и основные динамические уравнения теории фильтрации. «Нефть и Газ», № 8, 1965 г., с. 75–79.
- [389] *Комри Л. Дж.* Шестизначные математические таблицы Чемберса, Издательство «Наука», 1964 г., Москва, 574 с.
- [390] *Корнильцев Ю. А., Мазитов Т. Г., Молокович Ю. М.* Электрическое моделирование одномерных нестационарных задач нелинейной фильтрации. Сборник «Фильтрация аномальных жидкостей и задачи оптимизации». Издание Казанского университета, 1973 г., с. 59–66.
- [391] *Корнильцев Ю. А., Молокович Ю. М.* Электромоделирование плоскорадиальных задач фильтрации неньютоновских жидкостей. Сборник «Проблемы рациональной разработки нефтяных месторождений», Издание Казанского Университета, 1974 г., с. 44–50.
- [392] *Котлягов Ф. И., Муравьев И. М.* Анализ гидродинамического исследования скважин методом прослеживания уровня. «Труды Академии Нефтяной промышленности». Вып. III, Москва, Гостоптехиздат, 1956 г., с. 148–162.
- [393] *Котлягов Ф. И.* Основы физики нефтяного пласта. Гостоптехиздат, Москва, 1956 г., 363 с.
- [394] *Кочин Н. Е., Розе Н. В.* Теоретическая гидромеханика. Часть I, ГОНТИ, Ленинград — Москва, 1938 г., 324 с.
- [395] *Кочина П. Я.* О неустановившихся движениях грунтовых вод при фильтрации из водохранилищ. «Прикладная Математика и Механика», том XIII, 1949 г., с. 187–206.
- [396] *Кочина И. Н.* и др. Определение параметров полосообразных пластов по кривым восстановления давления. Сборник «Нефтепромысловое дело», № 3, Изд-во ВНИИОЭНГ, Москва, 1970 г., с. 16–19.

- [397] *Кочина И. Н.* и др. Определение параметров полосообразных пластов. Сборник «Нефтепромысловое дело», № 6, Изд-во ВНИИОЭНГ, Москва, 1971 г., с. 18–22.
- [398] *Кратцер А., Франц В.* Трансцендентные функции. Издательство Иностранной Литературы. Москва, 1963 г., 466 с.
- [399] *Кристеа Н.* Подземная гидравлика. Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., том I, 343 с.; 1962 г., том II, 466 с.
- [400] *Крылов А. Н.* О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики, имеющих приложение в технических вопросах, издание третье. Ленинград, Издательство Академии Наук СССР, 1933 г., 472 с.
- [401] *Крылов А. П., Баренблатт Г. И.* Об упруго-пластическом режиме нефтяного пласта. «Труды IV Международного Конгресса в Риме», том III, с. 253–260, Гостоптехиздат, 1956 г.
- [402] *Крыницкий В. Г.* К оценке методов определения параметров пласта по кривым прослеживания давления в реагирующих скважинах. Нефтяное Хозяйство, 1965 г., № 1, с. 42–46.
- [403] *Куванышев У. П.* Определение распределения давления в пластах различных форм при упругом режиме фильтрации. Теоретические и экспериментальные вопросы рациональной разработки нефтяных месторождений. Изд-во Казанского Университета, 1969 г., с. 231–239.
- [404] *Куделин Б. И.* Об упругом запасе вод артезианских пластов. «Гидрогеология и Инженерная Геология», № 10, Москва, 1958 г., с. 40–44.
- [405] *Куделин Б. И.* Принципы региональной оценки естественных ресурсов подземных вод. Из-во Моск. Университета, 1960 г., 344 с.
- [406] *Кудрявцев Л. Д.* Мысли о современной математике и ее изучении. «Наука», Москва, 1977 г., 112 с.
- [407] *Кузнецов Д. С.* Специальные функции. Издательство «Высшая Школа», Москва, 1962 г., 248 с.
- [408] *Кузьмин Р. О.* Бесселевы функции, ОНТИ, Издание второе, Ленинград — Москва, 1935 г., 244 с.
- [409] *Кузьмин В. М., Степанов В. П.* Определение параметров совместно разрабатываемых пластов. «Научно-технический сборник по добыче нефти». ВНИИ, № 36, 1969 г., с. 122–125.
- [410] *Кузьмичев Д. Н., Богов М. С.* Модель сжимаемости элемента горной породы. «Нефтяное Хозяйство», № 8, 1993 г., с. 34–37.
- [411] *Кульпин Л. Г.* Определение расстояний до границ клинообразных пластов по кривым изменения давления в скважинах. «Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений», сборник № 3, с. 25–33. Издание МинГазПром СССР, Москва, 1970 г.
- [412] *Кульпин Л. Г.* Определение параметров пластов, экранированных двумя пересекающимися границами, по кривым восстановления давления. Сборник ВНИИ по добыче нефти № 40, издательство «Недра», 1971 г., с. 142–152.
- [413] *Кульпин Л. Г.* Методы определения расстояния до прямолинейного сброса в пласте по кривым восстановления давления. «Нефтяное Хозяйство», № 6, Москва 1971 г., с. 41–43.
- [414] *Кульпин Л. Г., Мясников Ю. А.* Определение параметров пластов, осложненных пересекающимися границами, по кривым гидропрослушивания. «Нефтепромысловое Дело», № 12, Москва, Изд-во ВНИИОЭНГ, 1972 г., с. 13–15.

- [415] *Кульпин Л. Г.* Определение параметров пластов осложненных границами конечной длины, по кривым восстановления давления. «Газовая Промышленность», № 6, Москва, 1973 г., с. 11–15.
- [416] *Кульпин Л. Г., Мясников Ю. И.* Гидродинамические методы исследования нефтегазоводоносных пластов. Издательство «Недра», Москва, 1974 г., 200 с.
- [417] *Кундин А. С.* Использование характеристических функций плоскорадиального потока для обработки кривых восстановления давления, «Нефтяное Хозяйство», № 10, 1970 г., с. 43–46.
- [418] *Кундин А. С.* Определение параметров пласта по кривым восстановления давления и падения дебита. «Нефтяное Хозяйство», № 11, 1973 г., с. 36–38.
- [419] *Кундин А. С.* Влияние продолжающегося притока в скважину на точность определения параметров пласта. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 3, 1975 г., Баку, с. 41–44.
- [420] *Кусаков М. М., Гудож Н. С.* Влияние внешнего давления на фильтрационные свойства нефтесодержащих пород. «Нефтяное Хозяйство», № 6, 1958 г., с. 40–47.
- [421] *Лаверентьев М. А., Шабат Б. В.* Методы теории функций комплексного переменного. Государственное издательство технико-теоретической литературы. Москва — Ленинград, 1951 г., 606 с.
- [422] *Ламб Г.* Гидродинамика. ОГИЗ, Москва — Ленинград, 1947 г., 928 с.
- [423] *Ланге О. К., Плотицков Н. И.* Научное содержание современной гидрогеологии. Издательство Моск. Университета, 1980 г., 95 с.
- [424] *Ландрум Б. Л., Фланаган Д. А., Норвуд Б., Крофорд П. Б.* Новая экспериментальная модель для изучения нестационарных явлений. Сборник статей «Вопросы гидрогеологических расчетов». Издательство «Мир», Москва, 1964 г., с. 173–179.
- [425] *Ланук Б. Б.* Приближенное решение задач о неустановившейся фильтрации по закону Дарси. «Доклады Академии Наук СССР», том LVIII (1), 1947 г., с. 33–36.
- [426] *Ланук Б. Б.* Теоретические основы разработки месторождений природных газов. Государственное издательство нефтяной и горно-топливной литературы, Москва, 1948 г., 296 с.
- [427] *Лебедев С. А., Абдуллин Ф. С., Люшин С. Ф.* Исследование нагнетательных скважин. Гостоптехиздат, Москва, 1956 г., 58 с.
- [428] *Лебедев Н. Н.* Специальные функции и их приложения. Госуд. издательство физико-математической литературы. Москва — Ленинград, 1963 г., 358 с.
- [429] *Лебединец Н. П., Майдебор В. Н., Постаиш М. Ф., Человская Г. Ю.* Использование кривых восстановления пластового давления для изучения трещинных коллекторов. Труды ГрозНИИ, вып. XIII, 1962 г., Гостоптехиздат, с. 132–136.
- [430] *Левашкевич В. Г.* Нелинейные эффекты при фильтрации жидкости в пористой среде. Институт геохимии и геофизики Акад. Наук ВССР, «Наука и Техника», Минск, 1987 г., 102 с.
- [431] *Лейбензон Л. С.* Нефтепромысловая механика, ч. II, Подземная гидравлика воды, нефти и газа, «ОНТИ», Москва, 1934 г., 352 с. Перепечатано во II томе «Собрания трудов», Изд. АН СССР, 1953 г., с. 163–478.
- [432] *Лейбензон Л. С.* Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. ОГИЗ, Москва — Ленинград, 1947 г., 244 с.
- [433] *Лейбензон Л. С.* О режиме нефтяных скважин и подсчете запасов нефтяных месторождений. Собрание трудов, том II, Издательство Акад. Наук СССР,

- Москва, 1953 г., с. 9–23. (Впервые напечатано в журн. «Нефтяное и Сланцевое Хозяйство», № 3–5, 1923 г.)
- [434] *Лейбензон Л. С.* Движение газа в пористой среде. Собрание трудов, том II, Издательство Акад. Наук СССР, Москва, 1953 г., с. 126–138. (Впервые напечатано в журнале «Нефтяное и Сланцевое Хозяйство», № 10, 1929 г., и «Нефтяное Хозяйство» № 8–9, 1930 г.)
- [435] *Лейбензон Л. С.* Подземная гидрогазодинамика — статья первая. Сборник трудов, том II, Издательство Акад. Наук СССР, Москва, 1953 г., с. 523–531. (Впервые напечатано в «Юбилейном Сборнике», Москва, АН СССР, 1947 г.)
- [436] *Лейбензон Л. С.* Подземная гидрогазодинамика — статья вторая. Сборник трудов, том II, Издательство Акад. Наук СССР, Москва, 1953 г., с. 532–538. (Впервые напечатано там же в 1947 г.)
- [437] *Лещий Н. П.* Влияние горного давления на проницаемость пород Долинского месторождения. «Нефтепромысловое Дело», № 2, Изд. ГосИНТИ, Москва, 1962 г., с. 27–29.
- [438] *Ливийцев П. Н.* Прослушивание пластов, насыщенных углеводородным газом, при аварийном фонтанировании. «Нефтяное Хозяйство», № 10, 1970 г., с. 46–49.
- [439] *Лисютин А. Я.* Определение коэффициента пьезопроводности методом восстановления уровня. «Нефтяное Хозяйство», № 2, с. 15–16, 1949 г.
- [440] *Ли Юн-шан.* Определение параметров пласта по наблюдениям за изменением забойного давления с учетом притока жидкости в скважину после ее остановки. «Известия высших учебных заведений», «Нефть и Газ», № 5, 1960 г., Баку, с. 63–69.
- [441] *Ли Юн-шан.* Сравнение некоторых формул исследования скважин с учетом притока жидкости после ее остановки. «Известия вузов». «Нефть и Газ», № 7, 1960 г., Баку, с. 43–46.
- [442] *Ли Юн-шан.* Метод определения коэффициента пьезопроводности пласта по точке максимального изменения пластового давления в реагирующей скважине. Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности. Выпуск 33, «Подземная гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., с. 240–251.
- [443] *Ли Юн-шан.* Метод расчета забойного и пластового давления и определения параметров пласта при упругом режиме фильтрации в случае переменного дебита скважины. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 5, 1961 г., с. 30–32.
- [444] *Ли Юн-Шан, Щербakov Г. В.* Об определении параметров пласта по данным исследования скважин на приток при помощи испытателя — пробоотборника. «Научно-технич. сборник Добыча нефти», ВНИИ, № 15, 1961 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 77–79.
- [445] *Лойцянский Л. Г.* Некоторые основные закономерности изотропного турбулентного потока. «Труды ЦАГИ», вып. 440, Москва, 1939 г., 24 с.
- [446] *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. Издательство «Наука», Москва, 1970 г., 900 с.
- [447] *Лузин Н. Н.* Дифференциальное исчисление. 1946 г., 451 с.
- [448] *Лурье А. И.* Операционное исчисление. Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950 г., Москва — Ленинград, 452 с.
- [449] *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. Издательство «Высшая Школа», Москва 1967 г., 599 с.

- [450] Люстерник Л. А., Акушский И. А., Диткин В. А. Таблицы Бесселевых функций. Гостехиздат, Москва — Ленинград, 1949 г., 430 с.
- [451] Майдебор В. Н. Простейшие случаи одномерного движения упругой однородной жидкости в упругом неоднородном по проницаемости пласте. «Труды ГрозНИИ», вып. III, Гос. н.-т. издательство нефтяной и горно-топливной литературы, 1959 г., с. 184–205 г.
- [452] Майдебор В. Н. Особенности разработки нефтяных месторождений с трещиноватыми коллекторами, Москва, «Недра», 1980 г., 288 с.
- [453] Максимов В. А. О влиянии неоднородностей на определение параметров нефтеносного пласта по данным нестационарного притока жидкости к скважинам. «Известия Академии Наук СССР», Отделение технических наук, «Механика и Машиностроение», № 3, 1959 г., с. 168–171.
- [454] Мамуна В. Н., Хазнаферов А. И. Исследование глубинных проб нефти месторождения с высокой пластовой температурой. «Труды ВНИИ», вып. VIII, Гостоптехиздат, 1956 г., с. 379–391.
- [455] Мамуна В. Н., Уляничский Б. В. Об исследовании пластовых нефтей. «Нефтяное хозяйство», № 12, 1956 г., с. 31–35.
- [456] Мамуна В. Н. К расчету сжимаемости пластовой воды. Труды ВНИИ, вып. XV, Гос. изд-во нефтяной и горно-топливной литературы, Москва, 1959 г., с. 211–218.
- [457] Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. Москва — Ленинград, Гостоптехиздат, 1949 г., 628 с.
- [458] Маскет М. Физические основы технологии добычи нефти. Москва — Ленинград, Гостоптехиздат, 1953 г., 606 с.
- [459] Матвеевко Т. И. О неустановившейся фильтрации в одном и двух пластах. Известия АН СССР, ОТН, № 6, 1957 г., с. 127–129.
- [460] Меладзе О. Б. О решении одного трансцендентного уравнения на машине «Урал 2''». «Труды Грузинского политехнического института», № 4(109), 1966 г., с. 223–226.
- [461] Мелик Асланов Л. С., Черномордигов М. З. К вопросу обработки данных исследования скважин методом неустановившихся отборов. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 5–6, 1937 г., с. 21–23.
- [462] Меликов В. С. Анализ забойного давления нефтяных скважин. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 5–6, 1937 г., с. 32–36.
- [463] Миллер Дж. Ч. П. Таблицы функций Вебера (функций параболического цилиндра). Библиотека математических таблиц, вып. 45, Издательство ВЦ АН СССР, Москва, 1968 г., 143 с.
- [464] Миллионщиков М. Д. Вырождение однородной изотропной турбулентности в вязкой несжимаемой жидкости. Доклады АН СССР, том 22, № 5, Москва, 1939 г., с. 236–240.
- [465] Милн-Томсон. Теоретическая гидромеханика. «Мир», Москва, 1964 г., 665 с.
- [466] Мирзаджанзаде А. Х. Об одном приближенном способе решения задач о фильтрации сжимаемой и несжимаемой жидкости в пористой среде. «Доклады Академии Наук Азерб. ССР», том XIII, № 6, 1957 г., с. 613–616.
- [467] Мирзаджанзаде А. Х. Вопросы гидродинамики вязко-пластичных и вязких жидкостей в нефтедобыче. Баку, Азнефтеиздат, 1959 г., 409 с.
- [468] Мирзаджанзаде А. Х., Гусейн-Заде М. А. Решение задач нефтепромышленной механики. Издательство «Недра», Москва, 1971 г., 199 с.

- [469] *Мирзаджанзаде А. Х., Ковалев А. Г., Зайцев Ю. В.* Особенности эксплуатации месторождений аномальных нефтей. «Недра», Москва, 1972 г., 200 с.
- [470] *Мироненко В. А., Шестаков В. М.* Основы гидромеханики. Издательство «Недра», Москва, 1974 г., 295 с.
- [471] *Михайлов Г. К., Николаевский В. Н.* Движение жидкостей и газов в пористых средах. «Механика в СССР за 50 лет», Москва, 1970 г., Изд. Акад. Наук СССР, с. 585–648.
- [472] *Моллов Д.* Подпор грунтовых вод при сложных гидрогеологических условиях. «Известия на Геологический институт». Серия «Инженерная Геология и Гидрогеология», кн. XVI, 1967 г., г. София, с. 37–44.
- [473] *Молокович Ю. М., Шкуро А. С.* Использование волн давления для определения границы раздела двух сред, имеющих различные коэффициенты пьезопроводности. Сборник статей «Вопросы усовершенствования разработки нефтяных месторождений». Татарское издательство. Казанский Унив-т, Казань, 1962 г., с. 39–46.
- [474] *Молокович Ю. М., Скворцов Э. В.* Одномерная фильтрация сжимаемой вязкопластичной жидкости. Издательство Казанского Госуд. Университета, 1971 г., 63 с.
- [475] *Молокович Ю. М.* Обзор работ по нелинейным задачам подземной гидромеханики, выполненных в Казанском Университете. Сборник «Теоретические и экспериментальные проблемы рациональной разработки нефтяных месторождений», ч. II, Издательство Казанского Госуд. Университета, 1972 г., с. 6–8.
- [476] *Молокович Ю. М.* К теории линейной фильтрации с учетом релаксационных эффектов. «Известия вузов», «Математика», № 5, 1977 г., с. 66–73.
- [477] *Молокович Ю. М., Непримеров Н. Н., Пикуза В. И., Штацин А. В.* Релаксационная фильтрация. Издательство Казанского Университета. 1980 г., 136 с.
- [478] *Молокович Ю. М.* К учету запаздывания при пьезометрии пластов периодическими возмущениями. Сборник «Задачи подземной гидромеханики и рациональной разработки нефтяных месторождений». Казань, Изд-во Казанск. Гос. университета, 1981 г., с. 48–61.
- [479] *Молокович Ю. М., Остов П. П.* Основы теории релаксационной фильтрации. Изд-во Казанского университета, 1987 г., 114 с.
- [480] *Муравьев И. М.* и др. К анализу методов обработки кривых изменения давления в нефтяных скважинах. «Нефтяное Хозяйство», № 3, 1961 г., Москва, с. 35–40.
- [481] *Мясников Ю. А.* Обработка данных гидропрослушивания ограниченных упруго-нефтеносных пластов при переменном дебите скважины методом наилучшего совмещения. Тезисы доклада на XI научно-технич. семинаре по гидродинамическим исследованиям нефтяных месторождений. Москва, ОНТИ, 1972 г., с. 78–80.
- [482] *Надарейшвили А. В.* О причинах периодического самопроизвольного фонтанирования скважин при высокомо газовом факторе. Труды Грузинского политехнического института. № 6(104), Тбилиси, 1965 г., с. 109–115.
- [483] *Назаров С. Н.* Влияние темпов отбора на суммарную добычу жидкости из пласта при его разработке в условиях упруго-водонапорного режима. «Труды Московского нефтяного института», вып. 14. Гостоптехиздат, 1955 г., с. 224–230.
- [484] *Назаров С. Н.* Методика определения проницаемости нефтяных коллекторов. «Нефтяное Хозяйство», № 1, с. 46–52, 1955 г., г. Москва.

- [485] *Назаров С. Н.* Освоение нефтяных и газовых месторождений в условиях аномально высоких пластовых давлений. «Известия Акад. Наук Узбекской ССР», серия технич. наук. «Горное дело и металлургия», № 6, 1966 г., г. Тбилиси, с. 60–64.
- [486] *Назаретов М. Б.* К методике расчета изменений пластового давления. «Нефтяное хозяйство», № 2, 1953 г., Москва, с. 11–18.
- [487] *Назаров С. Н.* Последствия взаимодействия месторождений, приуроченных к единой пластовой водонапорной системе. «Известия вузов; Нефть и Газ», № 1, 1968 г., Баку, с. 39–42.
- [488] *Наказная Л. Г.* К вопросу о движении однородной сжимаемой жидкости в деформируемом трещинном пласте. Труды Моск. института нефтехимической и газовой промышленности, выпуск 66, Издательство «Недра», Москва, 1967 г., с. 153–155.
- [489] *Наказная Л. Г.* Фильтрация жидкости и газа в трещиноватых коллекторах. Издательство «Недра», Москва, 1972 г., 184 с.
- [490] *Насруллаев И. А., Керимов Ю. Г.* Влияние изменения дебита скважины на перепад давления в полубесконечном упругом пласте. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 12, 1969, Баку, с. 27–28.
- [491] *Насруллаев И. А.* Взаимодействия скважин с заданными забойными давлениями в кусочно-однородном пласте при упругом режиме. «Азерб. Нефтяное Хозяйство», № 6, 1970, Баку, с. 21–23.
- [492] *Насруллаев И. А.* Приток упругой жидкости к прямолинейной цепочке скважин с заданными забойными давлениями при наличии контура питания. Труды Азерб. н.-и. ин-та по добыче нефти, вып. XXIII, 1972 г., Баку, с. 314–319.
- [493] *Насыров Р. М.* Об одном методе восстановления функции давления в неоднородной пористой среде. «Известия высших учебных заведений», Математика 1(2), 1958 г., Казань, с. 114–123.
- [494] *Непримеров Н. Н., Шарагин А. Г.* Особенности внутриконтурной выработки нефтяных пластов. Издательство Казанского университета, Казань, 1961 г., 214 с.
- [495] *Непримеров Н. Н., Молокович Ю. М., Штанин А. В.* Особенности гидродинамических методов определения фильтрационных характеристик продуктивных горизонтов. «Нефтяное Хозяйство», 1977 г., № 8, с. 45–50.
- [496] *Непримеров Н. Н.* Трехмерный анализ нефтеотдачи охлажденных пластов. Издательство Казанского университета, Казань, 1978 г., 216 с.
- [497] *Нигматуллин Р. И.* Динамика многофазных сред. Ч. I, 456 с.; ч. II, 348 с. Изд. Наука, Москва.
- [498] *Николаевский В. Н.* Измерение пластового давления пьезометрической скважиной. Известия Акад. Наук СССР, ОТН, «Энергетика и автоматика», № 1, 1959, с. 112–113.
- [499] *Николаевский В. Н.* К построению нелинейной теории упругого режима фильтрации жидкости и газа. Журнал «Прикладная математика и техническая физика», № 1, 1963 г.; № 4, 1962 г.; с. 67–76; Москва, издательство АН СССР.
- [500] *Николаевский В. Н.* Об основных уравнениях динамики насыщенных жидкостью упругих пористых сред. Ежегодник ВНИИ, «Добыча Нефти». Издательство «Недра», 1964 г., с. 40–60.
- [501] *Николаевский В. Н., Горбунов А. Т.* О нелинейной теории упругого режима фильтрации «Добыча Нефти», Ежегодник, Москва, «Недра», 1964 г., с. 73–95.

- [502] *Николаевский Н. М.* К теории неупругих деформаций пористых сред. В книге «Теория и практика добычи нефти», Москва, «Недра», 1964 г., с. 75–86.
- [503] *Николаевский В. Н.* К изучению нелокальных эффектов при упругом режиме фильтрации в глубинных пластах. «Прикладная математика и техническая физика», № 4, 1968 г., с. 35–38.
- [504] *Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А.* Механика насыщенных пористых сред. «Недра», Москва, 1970 г., 335 с.
- [505] *Николаевский В. Н.* Механика пористых и трещиноватых сред. Москва, «Недра», 1984 г., 232 с.
- [506] *Носова Л. Н.* Таблицы функций Томсона и их первых производных. «Издательство Академии Наук СССР», Москва, 1960 г., 443 с.
- [507] *Нурсин М. Т.* О некоторых вопросах разработки нефтяных месторождений. Сборник статей: «Вопросы усовершенствования разработки нефтяных месторождений Татарии». Издательство Казанского университета, Казань, 1962 г., с. 3–6.
- [508] *Нумеров С. Н.* О неустановившейся фильтрации в полосообразном пласте к прямолинейной цепочке совершенных скважин. «Известия Академии Наук СССР», Отделение технических наук, № 1, 1958 г., с. 79–85.
- [509] *Нумеров С. Н.* Об интерференции несовершенных скважин при упругом режиме фильтрации. «Известия АН СССР», ОТН, Энергетика и Автоматика, № 1, 1959 г., с. 114–115.
- [510] *Овчинников А. М.* Водонапорные системы земной коры. «Известия вузов», «Геология и разведка», № 8, 1961 г., с. 63–74.
- [511] *Оркин К. Г., Кучинский П. К.* Физика нефтяного пласта. Госгостехиздат, Москва, 1955 г., 299 с.
- [512] *Орванцу Т., Сильвянцу Э.* О повышении давления в скважине после ее закрытия. «Revue de Mécanique Appliquée», tome V, № 2, 1960 г., с. 215–227.
- [513] *Орфаниди К. Ф.* Закономерность изменения пластового давления в недрах земли. «Доклады Акад. Наук СССР», том 248, № 3, 1979 г., с. 692–694.
- [514] *Осипова Л. Н.* Таблицы вырожденной гипергеометрической функции второго рода. Изд. ВЦ АН СССР, Москва, 1972 г., 210 с.
- [515] *Павловская Л. Н.* Фильтрационные расчеты водопонижительных установок в строительных котлованах гидротехнических сооружений. Известия ВНИИГ им. Веденеева, том 64, 1960 г., с. 191–213.
- [516] *Павловская Л. Н., Шестаков В. М.* Методические указания по фильтрационным расчетам водопонижения в гидротехническом строительстве. Госэнергоиздат, 1961, 124 с.
- [517] *Павловский Н. Н.* Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения. Научно-мелиорационный институт, Петербург. 1922 г., 752 с.
- [518] *Пагурова В. И.* Таблицы интегро-экспоненциальной функции. Изд-во Вычислительного центра АН СССР, Москва, 1959 г., 152 с.
- [519] *Пагурова В. И.* Таблицы неполной гамма-функции. Издательство ВЦ АН СССР, 1963 г., 236 с.
- [520] *Пермяков И. Г.* Построение карт приращений давления для контроля за процессом законтурного давления. «Башкирская Нефть», № 1, г. Уфа, 1949 г., с. 36–40.
- [521] *Пермяков И. Г.* Определение параметров пласта по промысловым наблюдениям. «Башкирская Нефть», № 2–3, с. 41–48. г. Уфа, 1949 г.

- [522] *Пермяков И. Г., Халикова А. Г.* Построение карт изобар для пластов, разрабатываемых при упруго-водонапорном режиме. «Нефтяное Хозяйство», № 2, с. 39–41, 1964 г.
- [523] *Пермяков И. Г.* Исследование скважин прецизионным манометром для определения пьезопроводности и проницаемости пласта. «Нефтепромышленное Дело», № 5, с. 37–39. Гостоптехиздат, Москва, 1955 г.
- [524] *Пермяков И. Г.* Определение пластового давления по кривой восстановления давления, снятой прецизионным манометром. «Нефтепромышленное Дело», вып. 5, с. 32–36, Гостоптехиздат, Москва, 1955 г.
- [525] *Пейрос М. И.* Анализ методов обработки результатов исследований скважин. «Труды ВНИИгаза», вып. VI, с. 270–278, Гостоптехиздат, Москва, 1954 г.
- [526] *Пикуза В. И.* Метод гидропрослушивания при произвольном законе возбуждения возмущающей скважины в кусочно-однородных пластах. Сборник «Вопросы подземной гидромеханики», Казань, Изд. Каз. Гос. университета, 1965 г., с. 92–102.
- [527] *Пикуза В. И.* Гидропрослушивание в кусочно-однородных пластах, когда дебит возмущающей скважины изменяется скачком. Сборник «Вопросы подземной гидромеханики», Казань, Изд. Каз. Гос. университета, 1965 г., с. 103–107.
- [528] *Пикуза В. И.* К теории одномерной нестационарной фильтрации в вязкоупругом нефтяном пласте. Сборник «Исследования по подземной гидродинамике», вып. 2, Казань, Изд-во Казан. Гос. университета, 1978 г., с. 52–58.
- [529] *Пилатовский В. П.* Взаимодействие круговых концентрических галерей, дренирующих пласт в условиях упругого режима. Инженерный сборник, том XV, Издательство Академии Наук СССР, (институт Механики), 1953 г., с. 147–158.
- [530] *Пилатовский В. П.* К задаче о неустановившейся фильтрации упругой жидкости к круговой галерее. Доклады Академии Наук СССР, том LXXXIX, № 4, 1953 г., с. 635–638.
- [531] *Пилатовский В. П.* Взаимодействие галерей, дренирующих пласт в условиях упругого режима при постоянных давлениях на галереях. Труды ВНИИ нефти и газа, вып. VIII, Гостоптехиздат, 1956 г., с. 179–207.
- [532] *Пирвердян А. М.* Приближенное решение задачи о фильтрации жидкости при упругом режиме. Доклады Акад. Наук Азербайджанской ССР, том VI, № 1, г. Баку, 1950 г., с. 28–32.
- [533] *Пирвердян А. М.* Упругий режим в пластах с неоднородной проницаемостью. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 10, 1950 г., с. 9–12.
- [534] *Пирвердян А. М.* Об одном приближенном методе решения задач при упругом режиме. Инженерный Сборник, № 14, 1953 г., с. 189–191.
- [535] *Пирвердян А. М.* Нефтяная подземная гидравлика. Изд. Азнефтеиздат, г. Баку, 1956 г., 332 с.
- [536] *Пирвердян А. М.* О перетоках жидкости из одного горизонта в другой. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 8, 1958 г., Баку, с. 59–61.
- [537] *Пирвердян А. М., Бабич Э. С.* Приближенный метод расчета притока жидкости к круговой батарее при упругом режиме фильтрации. «Труды АЗНИИ по добыче нефти», г. Баку, вып. 7, 1958 г., с. 111–117.
- [538] *Пирвердян А. М., Бабич Э. С., Бабич Ю. А.* Приближенный метод расчета притока жидкости к круговой батарее скважин при упругом режиме. «Известия вузов», «Нефть и газ», г. Баку, № 6, 1958 г., с. 55–60.

- [539] *Пирвердян А. М.* Об оценках некоторых приближенных методов решения задач нестационарной фильтрации. «Известия Акад. Наук СССР, Отделение технич. наук; Механика и машиностроение». № 5, 1962 г., Москва, с. 46–50.
- [540] *Пирвердян А. М.* О методике исследования скважин и пластов. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 9, 1977 г., г. Баку, с. 68–70.
- [541] *Пискунов Н. С.* Определение передвижения контура нефтеносности и падения давления при эксплуатации крупных месторождений. «Труды Всесоюзного Научно-исследовательского Нефтяного института», вып. VI, 1954 г., с. 13–26.
- [542] *Пискунов Н. С., Говорова Г. Л.* «Приближенный метод определения передвижения контура нефтеносности». Труды ВНИИ «Вопросы гидродинамики нефтяного пласта», Москва, Гос. н.-т. изд-во нефтяной горно-топливной литературы, Москва, 1954 г., с. 3–12.
- [543] *Погребенко В. И., Кауфман Л. Л.* Опыт исследования скважин при неустановившемся режиме без их остановки. «Новости Науки и Техники». «Нефтепромысловое дело»; № 12, 1956 г., Гостоптехиздат, с. 13–14.
- [544] *Полубаринова-Кочина П. Я.* О прямой и обратной задачах гидравлики нефтяного пласта. «Прикладная Математика и Механика», том VII, № 5, 1943 г., Москва, с. 361–374.
- [545] *Полубаринова-Кочина П. Я.* О неустановившихся движениях в теории фильтрации. «Прикладная Математика и Механика». Том IX, вып. 1, 1945 г., с. 79–90.
- [546] *Полубаринова-Кочина П. Я.* Теория движения грунтовых вод. Гостехиздат, Москва, 1952 г., 676 с.
- [547] *Полубаринова-Кочина П. Я.* О радиусе влияния скважины. «Известия Сибирского отделения Акад. наук СССР», 1960 г., № 5, с. 20–29.
- [548] *Полубаринова-Кочина П. Я.* О прямой и обратной задачах гидравлики нефтяного пласта. «Прикладная математика и механика», том VII, вып. 5, Москва, 1961 г., с. 361–374.
- [549] *Полубаринова-Кочина П. Я.* О физических основах и некоторых задачах теории фильтрации. Сборник «Динамика сплошной среды». Изд. ин-та гидродинамики. Сибирск. отдел. АН СССР, г. Новосибирск, 1969 г., вып. II, с. 19–33.
- [550] *Полянин В. Д.* Табулирование корней уравнений, связанных с точными решениями основных задач теории упругого режима. «Теория и практика разработки нефтяных месторождений». Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 66, Издательство «Недра», Москва, 1967 г., с. 182–187.
- [551] *Полянин В. Д.* Численное решение задачи о фильтрации упругой вязко-пластичной жидкости в упругой пористой среде. Сборник «Подземная гидродинамика», Москва, Изд-во «Недра», 1971 г., с. 33–36.
- [552] *Пудовкин М. А.* Решение одной задачи подземной гидромеханики при упругом режиме. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 11, 1962 г., Баку, с. 39–45.
- [553] *Пылачев Г. Б.* Об одном случае неустановившейся фильтрации нефти. Грозный. «Труды Грозненского нефтяного института», № 4, г. Грозный, 1948 г., с. 73–82.
- [554] *Пылачев Г. Б.* Движение жидкости к фильтру скважины конечной длины в пласте большой мощности. «Прикладная математика и техническая физика», № 6, Москва, 1967 г., с. 42–47.
- [555] *Пылачев Г. Б., Исаев Р. Г.* О нестационарной фильтрации в однородно анизотропных по проницаемости пластах. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 11, Баку, 1967 г., с. 76–80.

- [556] *Пылачев Г. Б.* Об одной пространственной задаче теории упругого режима. «Труды Грозненского нефтяного института», г. Грозный, 1967 г., № 30, с. 121–122.
- [557] *Пылачев Г. Б.* Обобщенный одномерный поток любой жидкости в пласте. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 1, г. Баку, 1970 г., с. 65–68.
- [558] *Пылачев Г. Б.* К вопросу неустановившейся фильтрации жидкости в пласте большой мощности при упругом режиме. «Труды Грозненского нефтяного института», № 33, г. Грозный, 1971 г., с. 91–92.
- [559] *Пылачев Г. Б., Исаев Р. Г.* Подземная гидравлика. Издательство «Недра», Москва, 1973 г., 359 с.
- [560] *Пылачев Г. Б., Пылачева И. Г.* О способе спрямления линий тока при решении задач нестационарных фильтрационных потоков неизменяющейся конфигурации. «Известия Северо-Кавказского научного центра высшей школы», Серия естеств. наук, № 3, г. Ростов, 1978 г., с. 30–33.
- [561] *Пылачев Г. Б.* О нерадиальном нестационарном симметричном поле с конечным источником. Сборник «Гидродинамическая теория фильтрации». Издательство Чечено-Ингушского Госуд. Университета, г. Грозный, 1978 г., с. 3–16.
- [562] *Пылачев Г. Б.* Элементарная задача многомерных фильтрационных полей. Сборник «Гидродинамическая теория фильтрации». Издательство Чечено-Ингушского Университета, г. Грозный, 1978 г., с. 17–26.
- [563] *Пылачев Г. Б.* Нестационарные течения, создаваемые стоками конечной протяженности // «Известия Северо-Кавказского научного центра высшей школы». Серия естеств. наук, № 1, г. Ростов, 1983 г., с. 40–43.
- [564] *Пылачев Г. Б.* Анализ некоторых нестационарных одномерных полей с искривленными линиями тока. Сборник «Математический анализ и его приложения», Издательство Чечено-Ингушского Госуд. Университета, 1984 г., г. Грозный, с. 3–10.
- [565] *Пылачева И. Г.* Одномерные нестационарные потоки в ограниченном открытом пласте. Сборник «Гидродинамическая теория фильтрации». Издательство Чечено-Ингушского Госуд. Университета, г. Грозный, 1978 г., с. 53–59.
- [566] *Рейнер М.* Десять лекций по теоретической реологии. Гостехиздат, Москва, 1947 г., 134 с.
- [567] *Рейнер М.* Реология. Изд-во «Наука», Москва, 1965 г., 223 с.
- [568] *Розенберг М. Д.* Об интерференции скважин при упругом режиме фильтрации. «Доклады Акад. Наук СССР», том 84, № 1, 1952 г., с. 31–32.
- [569] *Рокотян В. Е.* Автоподобность. «Физическая Энциклопедия», том 1, Москва, изд-во «Советская Энциклопедия», 1988 г., с. 19–20.
- [570] *Романова В. М.* Комбинированные методы решения некоторых краевых задач математической физики. Сборник «Подземная Гидродинамика», изд-во «Недра», Москва, 1971 г., с. 25–33.
- [571] *Ромм Е. С.* Фильтрационные свойства трещиноватых горных пород. Изд-во «Недра», Москва, 1966 г., 283 с.
- [572] *Рощаль С. Е., Виноградов К. В.* Коэффициент сжатия нефтей. «Труды АЗНИИ», вып. II, «Вопросы бурения и эксплуатации нефтяных скважин», 1955 г., с. 234–245.
- [573] *Рубинштейн Л. И.* Об одном случае фильтрации двух малосжимаемых жидкостей через деформируемую пористую среду. «Известия вузов», «Математика», № 1(8), 1959 г., Казань, с. 174–179.
- [574] *Руппенейт К. В.* Некоторые вопросы механики горных пород. Углетехиздат, Москва, 1954 г., 384 с.

- [575] *Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Издание II, ОГИЗ, Москва — Ленинград, 1948 г., 400 с.
- [576] *Салехов Г. С., Иванов Н. Ф.* К вопросу об оптимальном режиме эксплуатации нефтяных месторождений. Доклады АН СССР, том 89, № 2, 1953 г., с. 237–239.
- [577] *Саттаров М. М.* Особенности распределения давления в неоднородном пласте при упругом режиме. Труды Уфимского нефтяного института, вып. III, 1960 г., с. 47–55.
- [578] *Свирский И. В.* К вопросу форсированной эксплуатации нефтяных скважин. Известия Казанского филиала АН СССР, серия физ. мат. и технических наук, вып. 8, 1955 г., с. 150–153.
- [579] *Сегал Б. И., Семендяев К. А.* Пятизначные математические таблицы. Издательство Академии Наук СССР, Москва — Ленинград, 1948 г., 450 с.
- [580] *Седов Л. И.* Введение в механику сплошной среды. «Госуд. издательство физ. мат. литературы», Москва, 1962 г., 284 с.
- [581] *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. Издание шестое, издательство «Наука», Москва, 1967 г., 428 с.
- [582] *Сергеевич В. И., Закс С. Л.* Вязкость, плотность и сжимаемость некоторых углеводородных смесей при высоких давлениях. «Труды института геологии и разработки горючих ископаемых», том II, Изд-во Акад. Наук СССР, Москва, 1966 г., с. 113–119.
- [583] *Симин-Бекчурин А. И.* Динамика подземных вод. Изд-во МГУ, Москва, 1965 г., 375 с.
- [584] *Скворцов Э. В., Шкуро А. С.* К определению гидродинамических параметров пласта и градиента сдвига. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 9, 1969 г., 65–68.
- [585] *Слезкин Н. А.* О гипотезе сплошности и основных уравнениях гидродинамики. Изд-во МГУ, 1952 г., 5 с.
- [586] *Слезкин Н. А.* Динамика вязкой несжимаемой жидкости. Гос. изд-во технико-теоретич. литературы, Москва, 1955 г., 519 с.
- [587] *Слейтер Люси Дж.* Вырожденные гипергеометрические функции. Библиотека математических таблиц, вып. 39, ВЦ АН СССР, Москва, 1966 г., 250 с.
- [588] *Смирнов В. И.* Курс высшей математики, том III, Государственное технико-теоретическое издательство, Москва — Ленинград, 1933 г., 736 с.
- [589] *Соколов Ю. Д.* Безнапорный радиальный приток грунтовых вод к скважинам при наличии инфильтрации «Украинский математический журнал». Институт математики, том VI, № 1, 1954 г., с. 58–80.
- [590] *Соколов Ю. Д.* К теории плоской неустановившейся фильтрации грунтовых вод. «Украинский математический журнал». Институт математики, том VI, № 2, 1954 г., с. 218–232.
- [591] *Соколов Ю. Д.* Об одной задаче теории неустановившихся движений грунтовых вод. «Украинский математический журнал». Издание института математики Украин. Акад. Наук, том № 2, 1953 г., с. 159–170.
- [592] *Соколовский Э. В.* Результаты изучения движения жидкости в трещинном коллекторе. «Нефтяное Хозяйство», № 8, 1964 г., с. 27–32.
- [593] *Соколовский Э. В.* Применение радиоактивных изотопов для контроля за разработкой нефтяных месторождений. Москва, «Недра», 1968 г., 180 с.
- [594] *Сонин Н. Я.* Исследования о цилиндрических функциях и специальных полиномах. Государственное издательство технико-теоретической литературы. Москва, 1954 г., 244 с.

- [595] Справочник по специальным функциям. Под редакцией М. Абрамовича и И. Стиган. «Наука», Москва, 1979 г., 830 с.
- [596] *Ставрогин А. Н.* О влиянии деформации на проницаемость горных пород. Сборник «Физико-механические свойства горных пород верхней части земной коры». Изд-во «Наука», Москва, 1968 г., с. 156–161.
- [597] *Степанов В. В.* Курс дифференциальных уравнений. Издание пятое, Москва — Ленинград, Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950 г., 167 с.
- [598] *Степанов В. П.* О деформациях насыщенных жидкостью пористых сред при малых динамических нагрузках. «Труды ВНИИ», вып. XLII, «Недра», Москва, 1965 г., с. 153–163.
- [599] *Степанов В. П.* О фильтрации жидкости, вызванной колебаниями атмосферного давления. «Труды ВНИИ», вып. 1, 1967 г., «Недра», Москва, с. 3–10.
- [600] *Степанов В. П.* К выводу уравнений нестационарной фильтрации однородной жидкости при переменном горном давлении. Научно-технич. сборник «Добыча нефти», ВНИИ, № 34, 1968 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 59–63.
- [601] *Степанов В. П.* Обработка кривых гидропрослушивания на ЭВМ. «Тезисы докладов на X Всесоюзной конференции по гидродинамическим методам исследования пластов и скважин». ОНТИ, Москва, 1969 г., с. 44–45.
- [602] *Степанов В. П., Кузьмин В. М.* Руководство по гидродинамическим исследованиям неоднородных пластов. ОНТИ, Москва, 1978 г., 150 с.
- [603] *Степан И. Р.* О возможности использования гидродинамических исследований для выявления дизъюнктивных нарушений. «Научно-технич. сборник. Добыча нефти». ВНИИ, № 18, 1962 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 53–58.
- [604] *Стрижов И. М., Ходанович И. В.* Добыча газа. Гостоптехиздат, 1946 г., 376 с.
- [605] *Султанов Б. И.* О фильтрации вязко-пластичных жидкостей в пористой среде. Известия Акад. Наук Азерб. ССР, № 5, 1960 г., Баку, с. 125–130.
- [606] *Султанкин Е. И.* Результаты исследования пластовых нефтей Башкирии и Татарии. «Труды совещания по развитию н.-и. работ в области вторичных методов добычи нефти». Издание Акад. Наук СССР, Москва, 1953 г., с. 283–305.
- [607] *Сухарев М. Г.* Метод приближенного расчета интерференции скважин при упругом режиме. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 6, Баку, 1959 г., с. 53–57.
- [608] *Сухоносов Г. Д.* Оценка изменения проницаемости околоствольной зоны пласта по данным испытателя пластов. «Нефтяное Хозяйство», № 10, 1970 г., с. 22–27.
- [609] Таблицы интегральной показательной функции. Изд-во АН СССР, Москва, 1954 г., 301 с.
- [610] Таблицы обобщенных интегральных показательных функций. Библиотека математических таблиц, вып. 36, Вычислительный Центр АН СССР, Москва, 1966 г., 417 с.
- [611] Таблицы функций Кельвина. Библиотека математических таблиц, вып. 41. Издательство Вычислительного Центра АН СССР, Москва, 1966 г., 98 с.
- [612] Таблицы функций ошибок и ее первых двадцати производных. Библиотека математических таблиц, вып. 33, Издательство ВЦ АН СССР, Москва, 1965 г., 277 с.
- [613] Таблицы функций Уиттекера. Библиотека математических таблиц, вып. 25, Издательство ВЦ АН СССР, Москва, 1964 г., 155 с.

- [614] *Таиров Н. Д., Пашаев Н. Г., Гасанова Д. И., Калантаров А. И.* Влияние давления и состава фильтрующихся жидкостей на проницаемость пористой среды. «Азербайджанское Нефтяное Хозяйство», № 3, 1970 г., с. 26–27.
- [615] *Телков А. П.* Определение параметров пласта по кривым восстановления забойного давления при различной форме границ пласта. Труды Моск. института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 33, «Подземная Гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., с. 131–142.
- [616] *Телков А. П.* Подземная гидрогазодинамика. Уфа, Издательство Уфимского нефтяного института, 1974 г., 224 с.
- [617] *Тихов М. Н.* Математическая теория движения жидкости и газа к центральной несовершенной скважине. Изд. Харьковского ин-та им. А. М. Горького, Харьков, 1964 г., 155 с.
- [618] *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. Гос. Издательство технико-теоретич. литературы, Москва — Ленинград 1951 г., 659 с.
- [619] *Толстов Г. П.* Ряды Фурье, Москва, Государственное Издательство физико-математической литературы, 1950 г., 390 с.
- [620] *Требин Ф. А., Щербаков Г. В.* К анализу методов гидродинамических исследований скважин. «Нефтяное Хозяйство», № 3, с. 22–29, 1957 г.
- [621] *Требин Ф. А., Борисов Ю. П., Музарский Э. Д.* К определению параметров пласта по кривым восстановления давления с учетом притока жидкости в скважину после ее закрытия. «Нефтяное Хозяйство», № 8, 1958 г., с. 38–46.
- [622] *Требин Ф. А., Щербаков Г. В.* Некоторые указания к упрощенной методике интерпретации итогов восстановления давления в скважинах с учетом притока жидкости после их остановки. «Нефтяное Хозяйство», № 1, 1959 г., с. 55–57.
- [623] *Требин Ф. А., Щербаков Г. В., Яковлев В. П.* Гидромеханические методы исследования скважин и пластов, Москва, «Недра», 1965 г., 276 с.
- [624] *Требин Ф. А., Щербаков Г. В.* Экспресс-метод исследования скважин по кривым восстановления давления. «Нефтяное Хозяйство», № 9, 1965, с. 28–31.
- [625] *Умрихин И. Д., Днепровская Н. И., Носкова Е. В., Власова Т. В., Смирнов Ю. М.* Метод обработки кривых восстановления давления с учетом эксплуатации скважин до остановки. «Нефтяное Хозяйство», № 7, 1987, с. 35–38.
- [626] *У Сей Мьинт.* Анализ гидродинамических методов исследования пластов и скважин и сферически-радиальных фильтрационных потоков. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Московский институт нефтехимической и газовой промышленности. Москва, 1970 г., 150 с.
- [627] *Фан Нгок Кы.* Гидродинамические расчеты взаимодействующих скважин. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технич. наук. Моск. институт нефтехимической и газовой промышленности, 1970 г., 141 с.
- [628] *Фан Нгок Кы.* Неустановившаяся интерференция скважин с заданными переменными дебитами. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 8, Баку, 1970 г., с. 63–67.
- [629] *Фиалко А. И., Фаст Ф. Б., Кудин Л. Н., Горбенко В. С.* Влияние внутрипорового давления на проницаемость горных пород. Сборник «Вопросы технической теплофизики», вып. 3, Изд-во «Наукова Думка», Киев, 1971 г., с. 114–117.
- [630] *Фиалко А. И.* Результаты исследования вида напряженного состояния на фильтрационные свойства осадочных пород. Сборник «Геофизические исследования на Украине». Изд-во «Техника», Киев, 1974 г., с. 116–119.

- [631] *Фиалко А. И.* Об определении проницаемости горных пород при нестационарной фильтрации. Сборник «Методика геофизических исследований на Украине», Изд-во «Техника», Киев, 1975 г., с. 140–144.
- [632] *Фиалко А. И., Козлов Е. М.* Об одном методе экспериментального исследования фильтрационных свойств горных пород при неустановившемся движении сжимаемой жидкости. Сборник «Проблемы гидрогеологии и инженерного грунтоведения», Издательство «Наукова Думка», г. Киев, 1975 г., с. 95–97.
- [633] *Фиалко А. И., Руденко Ф. А., Винникова Е. И.* К вопросу экспериментального определения проницаемости горных пород при одномерной нестационарной фильтрации сжимаемой жидкости. «Сборник н.-и. сектора Киевского Гос. университета», № 12, Изд-во Киевского Гос. Университета, Киев, 1976 г., с. 75–80.
- [634] *Фиалко А. И.* Методика экспериментального определения водопроницаемости горных пород в нестационарном режиме фильтрации при высоких давлениях. «Материалы по геологии и гидрогеологии Украины и РСФСР», сборник научных работ, вып. 13, Издательство Киевского университета, Киев, 1977 г., с. 71–75.
- [635] *Фиалко А. И.* Научно-методические основы определения фильтрационных свойств горных пород при высоких давлениях и температурах в нестационарном режиме фильтрации. Вестник Киевского университета, «Прикладная геохимия и петрофизика», 1991 г., с. 150–159.
- [636] *Филинов М. В.* Применение метода последовательной смены стационарных состояний к задаче о вытеснении нефти водой. «Нефтяное Хозяйство», № 5, Москва, 1962 г., с. 49–50.
- [637] *Флорин В. А.* Основное уравнение консолидации земляной массы. «Доклады Акад. Наук СССР», Том 99, № 1, 1948 г., с. 21–24.
- [638] *Флорин В. А.* Задача консолидации земляной массы, «Доклады Акад. Наук СССР», Том 59, № 9, 1948 г., с. 219–222.
- [639] *Флорин В. А.* Основы механики грунтов, Том 1, 1959 г., Госстройиздат, 357 с.
- [640] *Фоменко И. Е.* Изменение проницаемости горных пород под влиянием внешнего давления. Труды ТатНИИ, вып. 8, Москва, Изд-во «Недра», 1965 г., с. 448–451.
- [641] *Фоменко И. Е.* Взаимодействие двух скважин при фильтрации неньютоновской жидкости. Сборник, «Применение неньютоновских систем в добыче нефти». Изд-во ВНИИОЭНГ, 1970 г., с. 125–133.
- [642] *Халиков Г. А.* К приближенному решению задач нестационарной фильтрации нефти при локальном разгазировании залежи. «Научно-технич. сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 25, 1964 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 70–73.
- [643] *Халиков Г. А.* Применение одного приближенного метода к решению задач неустановившейся фильтрации нефти. «Труды Московского ин-та нефтехимич. и газовой промышленности», вып. 57, Москва, «Недра», 1966 г., с. 71–74.
- [644] *Хантуш М. С.* Анализ данных опытных откачек из скважин в водоносных горизонтах с перетеканием. Сборник статей «Вопросы гидрогеологических расчетов». Издательство «Мир», Москва, 1964 г., с. 27–42.
- [645] *Хантуш М. С.* Новое в теории перетекания. Там же, с. 43–60.
- [646] *Хантуш М. С.* Неустановившийся приток подземных вод к скважине, несовершенной по степени вскрытия. Там же, с. 61–84.
- [647] *Хантуш М. С.* Движение подземных вод и пласте переменной мощности. Там же, с. 85–94.

- [648] Хантун М. С. Экономически рациональное расположение взаимодействующих скважин. Там же, с. 95–106.
- [649] Харин О. Н. Упрощенная методика подсчета пластового давления после пуска скважины с линейно изменяющимся дебитом. «Труды Московского ин-та нефтехимии, и газовой промышленности», вып. 48, Москва, «Недра», 1964 г., с. 74–78 г.
- [650] Харин О. Н. Вывод приближенных формул, характеризующих работу укрупненной скважины с постоянным дебитом в условиях упругого режима. Труды Института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 55, «Разработка нефтяных и газовых месторождений и подземная гидродинамика», Издательство «Недра», Москва, 1965 г., с. 41–47.
- [651] Харин О. Н. Вывод упрощенных формул, характеризующих работу прямолинейной галереи после ее пуска с линейно изменяющимся дебитом. Там же, с. 16–20.
- [652] Харин О. Н., Влюшин В. Е. Определение поля давления в многопластовых системах при упругом режиме фильтрации. «Труды Моск. ин-та нефтехимич. и газовой промышленности», вып. 57, Москва, «Недра», 1966 г., с. 84–92.
- [653] Харин О. Н., Влюшин В. Е. Упрощение поля давления в многопластовых системах. Там же, с. 93–101.
- [654] Харин О. Н. Вывод расчетных формул для приближенной оценки эффективности циклического воздействия на пласт. «Труды Моск. ин-та нефтехимич. и газовой промышленности», вып. 66, Москва, «Недра», 1967 г., с. 128–130.
- [655] Харин О. Н. Решение некоторых задач теории упругого режима фильтрации. «Тезисы докладов на и.-т. конференции молодых специалистов». Издание Моск. ин-та нефтехимической и газовой промышленности, 1965 г., с. 66–67.
- [656] Харин О. Н., Влюшин В. Е. Аналитическое исследование процесса распределения давления при разработке многопластовых нефтяных месторождений. ПМТФ, № 1, 1966.
- [657] Харин О. Н., Влюшин В. Е. Анализ решения задачи о работе круговой галереи после ее пуска с переменным дебитом в ограниченном пласте. «Труды Моск. ин-та нефтехимич. и газовой промышленности», вып. 66, Москва, «Недра», 1987 г., с. 131–138.
- [658] Харин О. Н., Влюшин В. Е. Упрощение расчета поля давления в многопластовых системах. «Труды Моск. института нефтехимич. и газовой промышленности», вып. 66, Москва, «Недра», 1967 г., с. 93–101.
- [659] Харин О. Н., Блинов В. С. О методе упрощения решения задач нестационарной фильтрации. ВНИИОЭНГ, «Газовое дело», № 10, 1970.
- [660] Харин О. Н., Блинов В. С. Метод упрощения решений основных задач теории упругого режима. ВНИИОЭНГ, «Газовое дело», № 12, 1970.
- [661] Харин О. Н., Блинов В. С. Об одной теореме конечного интегрального преобразования Ханкеля и ее приложении к теории фильтрации. ИФЗЖ, том XXII, № 5. 1970 г., с. 938–940.
- [662] Харин О. Н. Анализ результатов промысловых исследований скважин, характеризующих особенности деформации пористых горных пород. Сборник «Подземная Гидродинамика», Изд-во «Недра», Москва, 1971, с. 16–20.
- [663] Харин О. Н. Определение нестационарных полей давления в ограниченных пластах. Труды МИНХиГП «Недра», вып. 94. 1972, с. 19–27.
- [664] Харин О. Н. Упрощение решений основных задач теории упругого режима фильтрации. Труды МИНХиГП «Недра», вып 94, 1972, с. 27–36.

- [665] Харин О. Н., Блинов В. С. Анализ решения задачи о работе круговой батареи скважин в бесконечном пласте. Труды МИНХиГП «Недра», вып. 94, 1972 г., с. 69–75.
- [666] Харин О. Н., Блинов В. С. Вывод расчетных формул для определения понижения давления в окрестности батареи скважин в ограниченном пласте. Труды МИНХиГП «Недра», вып. 94, 1972, с. 55–63.
- [667] Харин О. Н., Блинов В. С. Гидродинамический анализ распределения давления в ограниченном пласте при его эксплуатации круговой батареей скважин. Труды МИНХиГП «Недра», вып. 94, 1972, с. 79–83.
- [668] Харин О. Н. Применение косвенного метода суммирования рядов Фурье–Бесселя для определения давления в окрестности батареи скважин. Труды МИНХиГП «Недра», вып. 94, 1972, с. 36–43.
- [669] Харин О. Н., Блинов В. С. Уточнение краевых условия задач об определении давления в окрестности круговых батарей скважин. Труды МИНХиГП «Недра», вып. 94, 1972, с. 43–49.
- [670] Харин О. Н., Блинов В. С. Применение функции Шелкачева при исследовании работы круговой батареи скважин в ограниченном пласте. Труды МИНХиГП, вып. 94. Упругий режим фильтрации и термодинамика пласта. Издательство «Недра», Москва, 1972 г., с. 75–78.
- [671] Харин О. Н. Анализ распределения давления в ограниченном пласте при его эксплуатации круговой батареей скважин. Труды МИНХиГП, вып. 143, 1973, с. 21–31.
- [672] Харин О. Н. Обобщение решения одной из основных задач теории упругого режима фильтрации. «Известия вузов», «Нефть и газ», № 6, Баку, 1973, с. 51–54.
- [673] Харин О. Н., Блинов В. С. Методика гидродинамических расчетов пластового давления в окрестности круговой батареи произвольно расположенных скважин с заданными различными переменными дебитами. Труды МИНХиГП, вып. 143, 1973, с. 41–49.
- [674] Харин О. Н., Карпычева З. Ф. Аналитическое исследование работы скважины в двухслойном продуктивном пласте с учетом поперечного перетока. Труды МИНХиГП, вып. 143, 1973, с. 49–62.
- [675] Харин О. Н., Кундин А. С. Замечания о схематизации краевых условий при исследовании распределения давления в окрестности батареи скважин. Труды МИНХиГП, вып. 143, 1973, с. 3–12.
- [676] Харин О. Н. Общее решение задачи об определении поля давлений в окрестности круговой батареи скважин в ограниченном пласте. Труды МИНХиГП, вып. 143, 1973, с. 12–21.
- [677] Харин О. Н., Кундин А. С. Обработка кривых восстановления давления методом В. Н. Шелкачева. «Нефтяное Хозяйство», № 7, 1973 г., Москва, с. 7–9.
- [678] Хорнер Д. Р. Среднее пластовое давление. IV Международный нефтяной конгресс. Гостоптехиздат, 1956 г., с. 401–424.
- [679] Харченко Б. С., Майдебор В. Н. О режиме XII пласта месторождения Ташкала. «Нефтяное Хозяйство», № 10, 1950 г., с. 26–29.
- [680] Хейн А. Л. Теоретические основы и методика определения параметров пласта по данным испытания несовершенных скважин при неустановившемся режиме фильтрации жидкости и газа. Труды ВНИИГАЗ, Госнефтеиздат, 1953 г., с. 80–144.
- [681] Хейн А. Л. Неустановившаяся фильтрация жидкости и газа к скважине с открытым забоем, неполностью вскрывающей пласт. Доклады Академии Наук СССР, том 91, № 3, 1953 г., с. 467–470.

- [682] *Хейн А. Л.* Неустановившийся приток жидкости и газа к забою перфорированной скважины при постоянном отборе. Доклады Академии Наук СССР, том 91, № 3, 1953 г., с. 467–470.
- [683] *Хейн А. Л.* Некоторые вопросы теории неустановившегося притока жидкости и газа к скважинам с меридианально-симметричной конструкцией забоя. Труды Всесоюзного Нефтяного научно-исслед. института, вып. V, 1954 г., Гостоптехиздат, с. 15–55.
- [684] *Хейн А. Л.* Неустановившийся приток жидкости и газа к несовершенным скважинам. Доклады АН СССР, Том 96, № 1, 1954 г., с. 33–36.
- [685] *Хейн А. Л.* Неустановившийся приток жидкости и газа к круговой батарее несовершенных скважин в бесконечном пласте. Труды ВНИИ, вып. X, Гостехиздат, 1957 г., с. 25–40.
- [686] *Хейиров З. В., Гусейнов Г. П.* Решение некоторых задач неустановившихся фильтраций в пластах переменной проницаемости. Ученые Записки Азейрбайджанского Госуд. Университета, вып. 6, 1957 г., Баку, с. 31–38.
- [687] *Хитров Е. А., Дурыманова Г. Л.* Уточнения параметра нефтяного пласта при разработке залежи на упругом режиме. «Труды ПермНИПИнефти», вып. 6, 1972 г., с. 17–19.
- [688] *Хованский А. Н.* Вывод основных уравнений фильтрации упругой жидкости в упругой пористой среде. Доклады Академии Наук СССР, том 89, № 2, 1953 г., с. 241–244.
- [689] *Хованский А. Н.* К расчету восстановления пластового давления после закрытия скважины. «Известия Казанского филиала АН ССР, серия физико-математических и технических наук», вып. 5, 1954 г., с. 70–76.
- [690] *Христианович С. А.* Механика сплошных сред. «Наука», Москва, 1981 г., 483 с.
- [691] *Хуань Коу-жэнь.* Об обработке кривых восстановления давления с учетом притока жидкости в скважину после ее остановки. Труды Моск. ин-та нефтехимической и газовой промышленности, вып. 42, Госуд. Н.-Т. Изд-во нефтяной и горнотопливной литературы, 1963 г., с. 164–175.
- [692] *Хуань Коу-жэнь.* Методы определения параметров пласта по кривым прослеживания давления (уровня) в реагирующей скважине. Там же, с. 184–195.
- [693] *Царевич К. А., Куранов И. Ф.* Расчет дебитов центральной скважины в круговом пласте при упругом режиме. Труды ВНИИ, вып. VIII, Гос. Н.-Т. изд-во нефтяной и горно-топливной литературы, г. Ленинград, 1956 г., с. 9–34.
- [694] *Цимбаревич П. М.* Механика горных пород. Углетехиздат, Москва, 1948 г., 184 с.
- [695] *Чарный И. А.* Влияние упругости краевой воды на режим эксплуатации нефтяных месторождений. Труды Моск. нефтяного института, вып. 3, 1945 г., Москва, Гостоптехиздат, с. 39–40.
- [696] *Чарный И. А.* Об одной задаче теории фильтрации сжимаемой жидкости. Там же, вып. 7, 1947 г., с. 48–70.
- [697] *Чарный И. А.* Исследование скважин методом восстановления динамического уровня при упругом режиме фильтрации. Там же, вып. 9, 1947 г., с. 37–45.
- [698] *Чарный И. А.* Подземная гидромеханика ОГИЗ. Гостехиздат, Москва — Ленинград, 1948 г., 195 с.
- [699] *Чарный И. А.* Метод последовательной смены стационарных состояний и его приложения к задачам нестационарной фильтрации жидкостей и газов. Известия Акад. наук СССР, отделение технических наук, № 3, 1949 г., с. 323–342.

- [700] *Чарный И. А.* О методах линеаризации нелинейных уравнений типа уравнения теплопроводности. «Известия Академии Наук СССР, Отделение технических наук», № 6, 1951 г., с. 829–838.
- [701] *Чарный И. А.* Определение некоторых параметров пласта при помощи кривых восстановления забойного давления. «Нефтяное Хозяйство», № 3, 1955 г., с. 40–48.
- [702] *Чарный И. А., Розенберг М. Д.* Взаимодействие скважин при упругом режиме фильтрации жидкости. Труды Московского нефтяного института, вып. 12, 1953 г., с. 184–200.
- [703] *Чарный И. А.* Методы расчета неустановившегося притока грунтовых вод, к скважинам при глубинном водопонижении. Инженерный сборник, том XXIII, изд. АН СССР, 1956 г., с. 40–48.
- [704] *Чарный И. А., Умрихин И. Д.* Об одном методе определения параметров пластов по наблюдениям неустановившегося режима притока к скважинам. Углетехиздат, 1957 г., 47 с.
- [705] *Чарный И. А.* Подземная гидрогазодинамика. Гостоптехиздат, Москва, 1962 г., 396 с.
- [706] *Чекалюк Э. Б.* Скорость распространения упругих деформаций в пористой среде. «Нефтяное Хозяйство», № 11, Москва, 1947 г., с. 29–32.
- [707] *Чекалюк Э. Б.* Влияние сил инерции на скорость распространения волн в поровом пространстве. «Нефтяное Хозяйство», № 5, Москва, 1948 г., с. 21–24.
- [708] *Чекалюк Э. Б.* К анализу методов исследования скважин. «Нефтяное Хозяйство», № 11, Москва, 1948 г., с. 27–30.
- [709] *Чекалюк Э. Б.* Об эффективном радиусе влияния скважины. «Нефтяное Хозяйство», № 4, Москва, 1950 г., с. 33–36.
- [710] *Чекалюк Э. Б.* Метод определения физических параметров пласта. «Нефтяное Хозяйство», № 11, Москва, 1958 г., с. 42–48.
- [711] *Чекалюк Э. Б.* О влиянии контуров пласта на восстановление забойного давления в остановленной скважине. «Научно-технич. сборник, Добыча нефти», ВНИИ, № 2, 1959 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 11–15.
- [712] *Чекалюк Э. Б.* Пьезометрический метод определения запасов нефтяных и газовых месторождений. «Нефтяная и Газовая промышленность», Научно-технический сборник № 2, 1960 г., Киев, с. 22–24.
- [713] *Чекалюк Э. Б.* Основы пьезометрии залежей нефти и газа. Государственное издательство технической литературы УССР, Киев, 1961 г., 286 с.
- [714] *Чекалюк Э. Б.* Формулы радиального притока упругой жидкости к скважине из ограниченного пласта при постоянном забойном давлении. Научно-технич. сборник «Добыча нефти», ВНИИ, № 11, Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., с. 29–34.
- [715] *Чекалюк Э. Б.* Метод условного контура пласта. «Научно-техн. сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 17, 1962 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 28–33.
- [716] *Чекалюк Э. Б.* Определение параметров пласта по результатам испытания скважин с помощью тестера. «Научно-технич. сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 19, 1963 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 64–70.
- [717] *Чекалюк Э. Б.* Сжимаемость пористого тела и взаимосвязь между пластовым геостатическим и атмосферным давлениями. «Труды Украинского н.-и. Геолого-Разведочного ин-та», вып. III, 1963 г., Киев, с. 422–427.
- [718] *Чекалюк Э. Б.* Уравнение энергии потока упругой жидкости в пористой среде. Сборник «Добыча нефти», ежегодник, ВНИИ, Издательство «Недра», Москва, 1964 г., с. 13–24.

- [719] Чекалюк Э. Б. Распределение пластовых давлений в радиальном пласте при постоянном забойном давлении. «Научно-технич. сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 32, 1968 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 40–42.
- [720] Чернов Б. С., Базлов М. Н. Исследование нефтяных и газовых скважин и пластов. Гостоптехиздат, 1953 г., 232 с.
- [721] Чернов Б. С. Исследование фонтанной или нагнетательной скважины без остановки и получение кривых восстановления давления для определения параметров пласта. «Труды ВНИИ», вып. XVII, 1958 г., Москва, Гостоптехиздат, с. 162–184.
- [722] Чернов Б. С., Базлов М. Н., Жуков А. И. Гидродинамические методы исследования скважин и пластов. Госуд. Научно-технич. изд-во нефтяной и горно-топливной промышленности, Москва, 1969 г., 319 с.
- [723] Черныш В. А. Эндогемеханика процессов разработки нефтяных и газовых месторождений. VII Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике, Москва, 1991 г., 20 с.
- [724] Шагиев Р. Г. Определение параметров пласта по графикам прослеживания давления в реагирующих скважинах. Известия Высших Учебных Заведений. «Нефть и Газ», № 11, Баку, 1960 г., № 11, с. 53.
- [725] Шагиев Р. Г., Портнов В. И. Определение параметров пласта и некоторых особенностей пластовой водонапорной системы по кривым восстановления давления. Труды Моск. института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 33, «Подземная Гидродинамика», Гостоптехиздат, Москва, 1961 г., с. 107–121.
- [726] Шагиев Р. Г. Сопоставление различных гидродинамических методов определения параметров пластов по кривым изменения забойного давления., «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 4, 1962 г., Баку, с. 43–46.
- [727] Шагиев Р. Г. Анализ влияния сил и энергии на кривые восстановления давления и определение параметров пласта. Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности. Выпуск 42, 1963 г., г. Москва, с. 129–142.
- [728] Шаймуратов Р. В. Гидродинамика нефтяного трещиноватого пласта. Изд-во «Недра», Москва, 1980 г., 233 с.
- [729] Шалимов Б. В. Об интерференции цепочки скважин в неоднородном пласте при упругом режиме. «Научно-технич. сборник Добыча нефти», ВНИИ, № 31, 1967 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 8–12.
- [730] Шаташвили С. Х., Надарейшвили А. В. Об одном способе определения параметров пласта по данным прослеживания давления в реагирующей скважине. Труды Грузинского политехнического института, № 3(108), 1966 г., Тбилиси, с. 103–108.
- [731] Шахназаров А. А. Влияние неустойчивости фильтрации сжимаемой жидкости на деформации разрыва коллекторских пород. «Нефтяное Хозяйство», № 8, 1954 г., с. 37–40.
- [732] Швидлер М. И. Интерференция скважин при упругом режиме фильтрации нефти. «Известия Академии Наук СССР», Отделение Технических наук, № 5, 1955 г.
- [733] Швидлер М. И. Об учете сил инерции в уравнениях фильтрации сжимаемой жидкости в сжимаемой пористой среде. «Вопросы технологии добычи нефти и бурения нефтяных скважин», Сборник Трудов УфНИИ, вып. 3, Ленинград, Государственное Научно-Технич. Издательство, Ленинград, 1958 г., с. 78–81.

- [734] Швидлер М. И., Разимкулов И. Ф., Портнов В. И. Определение параметров пласта по кривым восстановления давления. «Нефтяное Хозяйство», № 8, 1961 г., Москва, с. 49–56.
- [735] Шелевой Н. Ш., Джаруллаев Ш. А. Определение размеров изолированных тектонических полей по данным исследования скважин. Научно-Технич. Сборник «Нефтепромысловое дело», № 8, Изд-во ВНИИОЭНГ, Москва, 1972 г., с. 19–22.
- [736] Шероужов Б. С. О расчете неустановившегося притока подземных вод в строительные котлованы при открытом водоотливе. Труды ВОДГЕО, вып. 22, «Инженерная гидрогеология», 1969 г., с. 47–53.
- [737] Шерстняков В. Ф. К вопросу упрощения расчетов показателей разработки нефтегазовых залежей «Научно-технич. сборник Добыча нефти», ВНИИ, № 26, 1965 г., Госстехиздат, Москва, с. 31–35.
- [738] Шестаков В. М. Вопросы расчета водопонижительных установок сложных контуров в плане. Труды ВНИИ ВОДГЕО, Госстройиздат, 1958 г.
- [739] Шестаков В. М. Соавтор и редактор книги: «Водопонижение в гидротехническом строительстве», Госстройиздат, Москва, 1960 г., 244 с.
- [740] Шестаков В. М. Некоторые вопросы теории упругого режима фильтрации. «Прикладная механика и Техническая физика», № 3, 1962 г., с. 99–102.
- [741] Шестаков В. М. Об определении гидрогеологических параметров пласта по данным опытных откачек в условиях неустановившейся фильтрации. «Разведка и Охрана Недр», № 12, 1962 г., с. 35–42.
- [742] Шестаков В. М. О применении метода фильтрационных сопротивлений для расчетов контурных систем скважин. Труды ВНИИ ВОДГЕО, сборник № 4, Госстройиздат, Москва, 1962 г.
- [743] Шестаков В. М. О фильтрации из экранированных бассейнов. Труды ВОДГЕО, сборник № 4, Госстройиздат, Москва, 1962 г.
- [744] Шестаков В. М. О фильтрации в напорных горизонтах при выемке котлованов или карьеров. «Известия Академии Наук СССР», отделение технических наук, «Механика и Машиностроение», № 2, 1962 г., с. 133–135.
- [745] Шестаков В. М. О влиянии упругого режима фильтрации в раздельных слоях на взаимодействие водоносных горизонтов «Известия вузов», «Геология и Разведка», № 10, 1963 г., Москва, с. 92–98.
- [746] Шестаков В. М. Неустановившаяся фильтрация в двухслойной среде «Известия АН СССР», ОТН, № 6, 1963 г., Москва, с. 93–96.
- [747] Шестаков В. М. Теоретические основы оценки подпора, водопонижения и дренажа, Изд-во МГУ, 1965 г., 243 с.
- [748] Шестаков В. М., Пашковский И. С. Анализ восстановления уровня воды в скважине. Сборник «Вопросы определения гидрогеологических параметров», вып. 1, 1967 г., Москва, Изд-во ВСЕГИНГЕО, с. 28–35.
- [749] Шестаков В. М. К гидродинамике открытых пьезометрических скважин. Сборник «Вопросы определения гидрогеологических параметров», вып. 1, 1967 г., Москва, Изд-во ВСЕГИНГЕО, с. 36–42.
- [750] Шестаков В. М. Основные этапы развития советской школы динамики подземных вод и задачи дальнейших исследований. «Бюллетень Общества испытателей природы». Отдел Геологии, том XLIV (1), 1969 г., Москва, с. 139–146.
- [751] Шестаков В. М. Динамика подземных вод. Издание Моск. ун-та, (второе издание), 1979 г., 368 с.
- [752] Ширковский А. И. Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений, Москва, «Недра», 1987 г., 309 с.

- [753] *Шжуро А. С.* Использование кривой падения дебита скважины, пущенной с постоянным забойным давлением, для определения параметров пластов. Сборник «Вопросы подземной гидродинамики», изд. Казанского университета», 1965 г., с. 16–25.
- [754] *Шжуро А. С.* Определение параметров пласта по кривым падения дебита. Известия вузов, «Нефть и Газ», № 2, 1965, с. 42–46.
- [755] *Шжуро А. С.* Определние градиента сдвига из формулы упругого запаса жидкости в пласте. Сборник «Фильтрация аномальных жидкостей и задачи оптимизации». Издание Казанского университета, 1973 г., с. 192–197.
- [756] *Шрейбер Е. И.* К вопросу влияния темпа отбора жидкости на показатели работы скважины при упругом режиме. Труды Московского ин-та нефтехимической и газовой промышленности. Вып. 42, Госуд. Н.-Т. из-во нефтяной и горно-топливной промышленности, 1963 г., с. 156–163.
- [757] *Щелкачев В. Н., Пыхачев Г. Б.* Интерференция скважин и теория пластовых водонапорных систем. АЗГОНТИ, г. Баку, 1939 г., 288 с.
- [758] *Щелкачев В. Н.* Анализ существующих методов исследования скважин. «Труды Грозненского нефтяного института и ГрозНИИ», вып. 6, Грозненское областное издательство, 1945 г., 84 с.
- [759] *Щелкачев В. Н.* Итоги исследований скважин XIII и XVI пластов Октябрьского района в 1943 г. — Анализ пластовых давлений. Труды Грозненского Нефтяного института и ГрозНИИ, вып. 4, Грозненское областное издательство, 1945 г., 47 с.
- [760] *Щелкачев В. Н.* Влияние упругих свойств жидкости на режим месторождений и поведение скважин. Труды Грозненского нефтяного института и ГрозНИИ, вып. 5, Грозненское областное издательство, 1945 г., 32 с.
- [761] *Щелкачев В. Н.* Основы подземной нефтяной гидравлики. Москва, Гостоптехиздат, 1945 г., 159 с.
- [762] *Щелкачев В. Н., Донцов К. М.* Сопоставление исследований скважин различными методами. «Нефтяное Хозяйство» № 2–3, 1945 г., с. 30–35.
- [763] *Щелкачев В. Н., Кондратьев В. Ф.* Исследование фонтанной скважины методом установившихся отборов. «Нефтяное Хозяйство» № 5–6, 1945 г., с. 20–25.
- [764] *Щелкачев В. Н.* Исследование одномерного движения упругой жидкости в упругой пористой среде. Доклады Академии Наук СССР, новая серия, том 52, № 3, 1946 г., с. 203–205.
- [765] *Щелкачев В. Н.* Некоторые приложения теории упругого режима нефтеводоносных пластов. Доклады Академии Наук СССР, том ЛП, № 5, 1946 г., с. 399–402.
- [766] *Щелкачев В. Н., Кондратьев В. Ф.* Неустановившийся процесс интерференции скважин, «Нефтяное Хозяйство», № 6–7, 1946 г., с. 23–25.
- [767] *Щелкачев В. Н.* Основные уравнения движения упругой жидкости в упругой пористой среде. ДАН СССР, том 52, № 2, 1946 г., с. 103–106.
- [768] *Щелкачев В. Н.* Проявление упругого режима при эксплуатации и исследовании скважин. Труды Московского нефт. ин-та, 1947 г., № 9, с. 3–36.
- [769] *Щелкачев В. Н.* Упругий режим нефтеносных пластов. Башкирская нефть, 1947, № 2, с. 8–15.
- [770] *Щелкачев В. Н.* Упругий режим пластовых водонапорных систем. Москва, Гостоптехиздат, 1948 г., 144 с.
- [771] *Щелкачев В. Н.* Обобщение представления о радиусах влияния скважин. Москва, «Нефтяное Хозяйство», № 2, 1948 г., с. 10–17.

- [772] *Щелкачев В. Н.* О распространении возмущенных состояний в пласте. «Нефтяное Хозяйство», 1948 г., № 5.
- [773] *Щелкачев В. Н., Говорова Г. Л., Рябинина З. К.* Законы изменения радиуса влияния скважины в условиях упругого режима. Москва, «Нефтяное Хозяйство», № 7, 1948 г., с. 18–28.
- [774] *Щелкачев В. Н., Лапук Б. В.* Подземная гидравлика. Государственное Научно-Техническое издательство нефтяной и горно-топливной промышленности, Москва, 1949 г., 523 с.
- [775] *Щелкачев В. Н.* Особенности перераспределения пластового давления. «Нефтяное Хозяйство», № 4, 1950 г., с. 27–32.
- [776] *Щелкачев В. Н.* Некоторые условности карт изобар. «Нефтяное Хозяйство», 1950 г., № 5, с. 20–26.
- [777] *Щелкачев В. Н.* Расчеты пластовых давлений и дебитов скважин при законтурном заводнении. Сборник трудов Московского нефтяного института, выпуск 11, «Геология и Промысловое дело», Гос. Научно-техническое издательство нефтяной и горно-топливной промышленности. Москва — Ленинград, 1951 г., с. 40–56.
- [778] *Щелкачев В. Н.* Исследование неустановившегося фильтрационного потока упругой жидкости к круговой батарее стоков. «Доклады Академии Наук СССР», том 79, № 4, 1951 г., с. 577–580.
- [779] *Щелкачев В. Н.* Применение операционных методов к решению задачи о движении упругой жидкости в упругом пласте. Доклады Акад. Наук СССР, том 79, № 5, 1951 г., с. 751–754.
- [780] *Щелкачев В. Н.* Особенности восстановления пластового давления в процессе законтурного заводнения. «Нефтяное Хозяйство», 1952 г., № 2, с. 30–35 и № 4, с. 22–29.
- [781] *Щелкачев В. Н.* Подсчет сумм четных степеней расстояний до вершин правильного многоугольника. Труды Моск. нефтяного института, вып. 13, Госуд. Н.-Т. изд-во нефтяной и горно-топливной промышленности, Москва, 1953 г., с. 130–132.
- [782] *Щелкачев В. Н., Назаров С. Н.* Учет влияния гидродинамического несовершенства скважин в условиях упругого режима. «Нефтяное Хозяйство», № 5, 1954 г., Москва, с. 35–41.
- [783] *Щелкачев В. Н.* Упрощение решений дифференциального уравнения Фурье для задач, связанных с включением круговых батарей источников и стоков. Доклады Академии Наук СССР, № 2, 1955 г., том 101, с. 225–228.
- [784] *Щелкачев В. Н.* Подземная гидравлика. Большая Советская Энциклопедия, 1955, т. 29, с. 399–403.
- [785] *Щелкачев В. Н.* Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. Москва, Гостоптехиздат, 1959 г., 467 с.
- [786] *Щелкачев В. Н.* Уточнение приближенной формулы для определения понижения давления на стенке укрупненной скважины, пущенной с постоянным дебитом. Труды Моск. института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 33, Госуд. Науч.-Технич. издательство нефтяной и горно-топливной промышленности, Москва, 1961 г., с. 5–13.
- [787] *Щелкачев В. Н.* Графики понижения-восстановления забойного давления и скин-эффект в простейших условиях неоднородного пласта. Труды Моск. нефт. ин-та, 1961, вып. 33, с. 14–26.

- [788] *Щелкачев В. Н.* Примеры применения косвенного метода вывода формул для вычисления несобственных интегралов от функций Бесселя. Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности. Выпуск 33, Государственное научно-техническое издательство нефтяной и горно-топливной промышленности, Москва, 1961 г., с. 42–47.
- [789] *Щелкачев В. Н.* Уточнение вывода основных динамических уравнений теории фильтрации. Известия высших учебных заведений «Нефть и Газ», № 2, Баку, 1961 г., с. 87–93.
- [790] *Щелкачев В. Н.* Оценка погрешности простой приближенной формулы для подсчета количества добытой из пласта жидкости. Изв. высших учебных заведений «Нефть и газ», 1961, № 12, с. 73–75.
- [791] *Щелкачев В. Н.* Уточнение математической постановки и приближенное решение одной из основных задач теории упругого режима. «Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности», вып. 33., «Подземная гидродинамика», 1961 г., с. 21–41.
- [792] *Щелкачев В. Н.* Дополнительное обоснование преимуществ поддержания пластового давления в связи с обобщенным доказательством одной из важнейших теорем теории упругого режима. «Нефтяное Хозяйство», № 2, 1962 г., с. 46–52.
- [793] *Щелкачев В. Н.* Итоги некоторых новейших исследований в области теории упругого режима. Тезисы докладов Всес. совещания гидрогеологов в г. Ереван, 1963 г.
- [794] *Щелкачев В. Н., Влюшин В. Е.* Дальнейшее упрощение и уточнение расчетных формул для определения понижения давления на стенке укрупненной скважины, пущенной с постоянным дебитом в условиях упругого режима. «Известия вузов», «Нефть и Газ», № 7, 1963 г., с. 77–82.
- [795] *Щелкачев В. Н., Влюшин В. Е.* Упрощение подсчетов пластового давления при работе круговой галереи в условиях упругого режима. Известия Высших Учебных заведений. «Нефть и Газ», № 12, 1963 г., г. Баку, с. 81–85.
- [796] *Щелкачев В. Н., Влюшин В. Е., Харин О. Н.* Вывод расчетных формул для определения давления в ограниченном пласте в условиях упругого режима. Известия Высших Учебных заведений, «Нефть и Газ», № 11, 1964 г., г. Баку, с. 55–60.
- [797] *Щелкачев В. Н.* Упрощение расчетов притоков к круговым галереям в условиях упругого режима. Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности, вып. 48, Изд. «Недра», Москва, 1964 г., с. 14–40.
- [798] *Щелкачев В. Н., Влюшин В. Е., Харин О. Н.* Методика подсчета пластового давления и притоков к галерее после ее пуска с переменным дебитом. Труды Московского института нефтехимической и газовой промышленности. Выпуск 55, Издательство «Недра», 1965 г., с. 14–25.
- [799] *Щелкачев В. Н.* Критический анализ новейших экспериментальных исследований особенности деформации пористых сред. Сборник «Труды Моск. института нефтехимич. и газовой промышленности», вып. 55, Москва, Издательство «Недра», 1965 г., с. 3–8.
- [800] *Щелкачев В. Н., Самарский А. А., Владимиров Л. А.* Решение специальных краевых задач неустановившегося движения жидкости в упругом пласте с помощью электронных счетных машин. «Известия высших учебных заведений», «Нефть и Газ», № 3, 1965 г., Баку, с. 77–80.
- [801] *Щелкачев В. Н., Гаджиев Ш. А., Влюшин В. Е.* Об одном классе функций, характеризующих нестационарное поле при включении линейных круговых

- стоков и источников. Доклады Азербайджанской Академии Наук, том XXII, № 7, Баку, 1966 г., с. 26–29.
- [802] *Щелкачев В. Н.* Уточнение формул притока жидкости к скважине, пущенной с заданным переменным давлением в условиях упругого режима. «Известия ВУЗов», Баку, «Нефть и Газ», № 12, 1966 г., с. 42–48.
- [803] *Щелкачев В. Н.* Использование специальных функций для эффективного решения одной из основных задач теории упругого режима. «Известия высших учебных заведений». «Нефть и Газ», Баку, 1967 г., № 10, с. 61–65.
- [804] *Щелкачев В. Н.* Обобщение формы решений простейших основных задач теории нестационарного поля фильтрационных потоков. Труды МИНХиГП им. И. М. Губкина. Издательство «Недра», Москва, вып. 66, 1967 г., с. 96–106.
- [805] *Щелкачев В. Н.* Некоторые новые решения основных задач теории нестационарного поля. Третий Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотации докладов. Москва, 1968 г., с. 328–329.
- [806] *Щелкачев В. Н.* Обобщение исследований нестационарных плоско-радиальных фильтрационных потоков на случаи, когда стоки источников непрерывно распределены в ограниченных областях. «Известия Высших Учебных Заведений. Нефть и Газ». № 8, г. Баку, 1968 г., с. 74–78.
- [807] *Щелкачев В. Н.* Прямолинейно-параллельные нестационарные потоки, вызванные переменными стоками-источниками, распределенными в ограниченной области. «Известия Высших Учебных Заведений. Нефть и Газ», № 10, г. Баку, 1968 г., с. 53–56.
- [808] *Щелкачев В. Н.* Развитие косвенного метода подсчета несобственных интегралов с функциями Бесселя. «Прикладная Механика» том 4, вып. 8, Киев, 1968 г., с. 109–113.
- [809] *Щелкачев В. Н., Харин О. Н., Полянин В. Д.* Некоторые особенности фильтрации неньютоновских жидкостей. Сборник «Подземная Гидродинамика», Моск. ин-тут нефтехимич. и газ. промышленности, «Недра», Москва, 1971 г., с. 12–15.
- [810] *Щелкачев В. Н.* Общие решения дифференциальных уравнений одномерных нестационарных потоков в многомерном пространстве. «Механика жидкости и газа», № 3, 1971 г., с. 132–138.
- [811] *Щелкачев В. Н.* Связь характеристических функций стоков-источников переменной производительности с другими высшими трансцендентными функциями. Сборник «Подземная Гидродинамика», Издательство «Недра», Москва, 1971 г., с. 3–12.
- [812] *Щелкачев В. Н.* Критический анализ исследований, посвященных определению верхней границы закона фильтрации Дарси. В сборнике «Упругий режим фильтрации и термодинамика пласта». Труды МИНХиГП, вып. 94. Изд-во «Недра», Москва 1972 г., с. 3–12.
- [813] *Щелкачев В. Н.* О характеристических функциях для дифференциального уравнения нестационарных фильтрационных потоков. — «Нефть и Газ», Изв. высшей школы, Баку, 1974 г., № 6, с. 36–40.
- [814] *Щелкачев В. Н.* Эффективные решения наиболее часто встречающихся в подземной гидродинамике простейших задач теории нестационарного поля. Труды Всесоюзной Конференции по математическим методам решения задач подземной нефтяной гидрогазодинамики. Баку, 1967 г. Издательство «ЭЛМ», Баку, 1974 г., с. 301–310.
- [815] *Щелкачев В. Н.* Развитие фундаментальных решений теории нестационарного поля и их применение в теории фильтрации. «Известия Высших Учебных Заведений». «Нефть и Газ», № 10, 1985 г., Баку, с. 47–53.

- [816] *Щелкачев В. Н.* Особенности математических решений задач исследования одномерных неустановившихся потоков в многомерном пространстве. Доклад на международном совещании по вопросам: «Математические методы в механике», 1987 г., изд. ин-та математики АН СССР, 1989, с. 19–26.
- [817] *Щелкачев В. Н.* Избранные труды. Том 1, Часть I, 399 с., том 1, часть II, 232 с., том II, 613 с., издательство «Недра», 1990 г.
- [818] *Щелкачев В. Н.* Расстановка скважин в пласте с водонапорным режимом. «Избранные труды». Том 1, часть II. Издательство «Недра», Москва, 1990 г., 232 с.
- [819] *Щербаков Г. В.* Методика исследования глубиннонасосных скважин по скорости восстановления забойного давления после прекращения откачки из скважин, «Нефтяное Хозяйство», № 3, 1956 г., с. 32–37.
- [820] *Щербаков Г. В.* Некоторые факторы, влияющие на ход кривой восстановления уровня (давления) в насосной скважине. «Нефтяное Хозяйство», № 3, 1958 г., с. 47–52.
- [821] *Щербаков Г. В.* Метод интерпретации результатов опробования пластов при помощи испытателей. «Научно-технич. сборник. Добыча нефти», ВНИИ, № 18, 1962 г., Гостоптехиздат, Москва, с. 72–76.
- [822] *Щуров В. И.* Влияние перфораций на приток жидкости из пласта в скважину. «Труды совещания по развитию научно-исследовательских работ в области вторичных методов добычи нефти». Издательство Академии Наук Азербайджанской ССР, 1953 г., с. 144–149.
- [823] *Эйлер Л.* Дифференциальное исчисление. Государственное изд-во технико-теоретич. литературы, Москва — Ленинград, 1949 г., 580 с.
- [824] *Эйлер Л.* Интегральное исчисление. Том I, Государственное издательство технико-теоретической литературы. Москва, 1956 г., 415 с.
- [825] *Энгельгардт В.* Поровое пространство осадочных пород. «Недра», Москва, 1964 г., 232 с.
- [826] *Юрин И. Я.* Наблюдения за пьезометрической скважиной № 109 Туймазинского месторождения. «Башкирская нефть», № 1, с. 52–54, Уфа.
- [827] *Яковлев В. П.* Возможность промысловых определений коэффициентов сжимаемости, нефтенасыщенности и нефтеотдачи пласта. Труды ВНИИ, вып. XXI, «Разработка нефтяных месторождений и гидродинамика пласта», Гостоптехиздат, 1959 г., Москва, с. 142–160.
- [828] *Яковлев В. П.* Гидродинамический анализ недр. Ч. I. Анализ притоков. ОНТИ, Москва, 1936 г., 158 с.
- [829] *Яковлев В. П.* Опыт гидрологической разведки на промыслах Октябрьнефти. «Нефтяное Хозяйство» № 3, с. 25–30., 1939 г.
- [830] *Яковлев В. П.* Исследование упругих колебаний в артезианском пласте. Москва, «Нефтяное Хозяйство», № 1, 1946 г., с. 24–29.
- [831] *Яковлев В. П.* Гидрогеологическая разведка нефтяных и газовых горизонтов. Гостоптехиздат, Москва, 1953 г., 206 с.
- [832] *Янке Е., Эмде Ф.* Таблицы функций с формулами и кривыми, ОГИЗ, Москва — Ленинград, 1948 г., 420 с.
- \* \* \*
- [833] *Гъльбов М.* Номограммы за гидрогеоложни изчисления. Държавно Издателство «Техника», София, 1967 г., 144 стр.

- [834] *Гълъбов М.* О распространении паводка в прилегающих к реке водоносных пластах. «Хидрология и Метеорология», том XXIII, кн. 3, София, 1974, стр. 9–14.
- [835] *Йотов И. Г., Ченов Х. Д.* Методика за определяне хидрогеоложните параметри на водоносните пластове. Държавно Издателство «Техника», София, 1976, 268 стр.
- [836] *Гълъбов М. М.* Хидродинамика на подземните вододобивни и дренажни съоръжения. Държавно Издателство «Техника», София, 1978 г., 308 стр.
- [837] *Йотов И. Г.* Върху определяна колебанието на подземните води в крайречни низини. «Известия на Геологическия институт», серия «Инженерна Геология и Хидрогеология», кн. XVI, 1967 г., стр. 21–29.
- [838] *Минчева П. М.* Разработване на нефтени находища в пукнатинни колектори. Държавно Издателство «Техника», София, 1988 г., 266 стр.
- [839] *Agarwal R. G., Al-Hussainy R., Ramey H. J.* An investigation of wellbore storage and skin effect in unsteady liquid flow. «Society of Petroleum Engineers Journal», Sept., 1970, p.p. 279–290.
- [840] *Alba P.* Quelques Aspects de la Mécanique des Fluides dans les Milieux Poreux. «Revue de l'Institut Français du Pétrole», Vol. XIII, № 7-8, Juillet-Août, 1958, p.p. 1117–1156.
- [841] *Arps J. J., Smith A. E.* Practical use of bottom-hole pressure build-up curves. «Drilling and Production Practice», A.P.I., 1949, p.p. 155–165.
- [842] *Arps J. J.* Analysis of Decline Curves. Petroleum Transactions, AJME, vol. 160, 1945, p.p. 228–247.
- [843] A mystery of the oil fields, «The Oil Weekly», Vol. 123, № 4, September 23, 1946, p.p. 28–32.
- [844] *Bear J.* Dynamics of fluids in porous media. New York, Amer. Elsevier Publ. Comp., 1972, 764 p.
- [845] *Bixel H. C., Larkin B. K, Van Poolen H. V.* Effect of linear discontinuities on pressure build-up and drawdown behaviour. «Journal of Petroleum Technology», Vol. 15, № 8, 1963, p.p. 885–895.
- [846] *Blanshard F. B., Byerly P.* The effect of distant earth-quakes on the waterlevel in wells. «Transactions of the American Geophysical Union», P. II, 1936, p.p. 405–406.
- [847] *Botset H. G., Reed D. W.* Experiment of compressibility of sand. «Bulletin Amer. Assoc. Petrol. Geol.», Vol. 19, № 7, July 1935, p.p. 1053–1060.
- [848] *Boulton N. S.* The drawdown of the water-table under nonsteady conditions near a pumped well in an unconformed formation. «Proceedings Institute Civil Engineers», Vol. 3, Part 3, August 1954, p.p. 564–567.
- [849] *Boulton N. S.* Unsteady radial flow to a pumped well allowing for delayed yield from storage. «Association Internationale d'hydrologie scientifique», Publ. 87, p.p. 472–477, 1954.
- [850] *Boulton N.* Analysis of data from non-equilibrium pumping tests allowing for delayed yield from storage, «Proceedings Inst. Civil Engineers», Vol. 26, 1963, p.p. 469–482.
- [851] *Boussinesq J.* Essai sur la théorie des eaux courantes. «Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences», 23, № 1, Paris, 1877, p. 680.
- [852] *Buckley S. E., Leverett M. C.* Mechanism of fluid displacement in sands. «Transactions Amer. Inst. Mining Engineers», Vol. 146, 1942, p. 107.

- [853] *Brandt H.* A study of speed of sound in porous medis. «Journal of Applied Mechanics», Vol. 22, № 4, December 1955, p.p. 479–486.
- [854] *Brauer E. B.* Simplification of superposition principle for pressure analysis at variable rates. Preprint, Panel No SPE 1184, Society of Petroleum Engineers of AIME.
- [855] *Brownscombe E. R., Collins F.* Pressure distribution in unsaturated oil reservoirs. «Petroleum Transactions», AIME, Vol. 189, 1950, p.p. 371–372.
- [856] *Buck J. R.* Pressure build-up curves show oil in place. «The Petroleum Engineers», May 1955, Vol. XXIII, № 5, Sect. B, p.p. 103–112.
- [857] *Cameron A.* The isothermal and adiabatic compressibilities of oil. «Journal of the Inst. of Petrol.», Vol. 31, № 263, November 1944, p.p. 421–427.
- [858] *Carpenter Ch. B., Spenser G. B.* Compressibility measurements of consolidated oil sands. «The Oil Weekly», Vol. 100, № 3, Dec. 23, 1940, p.p. 22–32.
- [859] *Carsten H. R. F., Mc-Kerrow N. W.* The tabulation of some Bessel functions  $K(x)$ . «Philosophical Magazine», London, Vol. 35, VII, 1944, p.p. 812–818.
- [860] *Chatas Ang. T. A.* Practical treatment of nonsteadystate flow problems in reservoir systems. Part 1, «The Petroleum Engineer», May 1953, Vol. XXV, № 5, p.p. B–42–50; Part II, «The Petroleum Engineer», June 1953, Vol. XXV, № 6, p.p. B–38–51; Part III, Idem, Aug. 1953, № 8, p.p. B–44–56.
- [861] *Chen H. K., Brigham W. E.* Pressure buildup for a well with storage and skin in a closed square. «Journal of Petrol. Technology», January 1978, p.p. 141–146.
- [862] *Cooper H. H., Jacob C. E.* A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well-fluid history. «Transactions American Geophysical Union», Vol. 27, № IV, August 1946, p.p. 526–534.
- [863] *Cooper H. H., Bredehoeft J. D., Papondopulos S. S., Bennet R. R.* The response of well-aquifer system to seismic waves. «Journal Geophys. Rev.», August 15, 1965, p.p. 3915–3926.
- [864] *Chow V. T.* On the determination of transmissibility and storage coefficients from pumping test data. «Transactions American Geophysical Union», Washington, Vol. 33, 1952, p.p. 397–404.
- [865] *Collins K. E.* Flow of fluids through! porous materials, New York, 1961, p.p. 270.
- [866] *Cobb W. M., Smith J. T.* An investigation of pressure buildup test in bounded reservoirs. «Journal Petrol. Technology», August, 1975, 991–996.
- [867] *Crank J.* The mathematics of diffusion. Clarendon Press, Oxford, 1956, p.p. 347.
- [868] *Cret, u I.* Hidraulică generală si subterană. «Editura didactica si pedagogica», Bucuresti, 1971, 490 p.
- [869] *Cret, u I., Svare Al.* Cercetarea hidrodinamica a sondelor. «Editura Tehnica», Bucuresti, 1967, 224 p.
- [870] *Cret, u I.* Posibilitatea luării in considerare a debitului variabil la cercetarea sondelor prin schimbarea debitului in trepte. «Studii si Cercetari de Mecanica Aplicata», Tomul 20, № 6, 1965, Romania, p.p. 1499–1507.
- [871] *Darcy H.* Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Paris, 1856, 647 p.
- [872] *De-Golyer E.* Production under effective water drive. «Petroleum Technology», Vol. 4, № 3, May 1941, p.p. 1–4.
- [873] *Dietz D. N.* Determination of average reservoir pressure from build-up surveys. «Journal Petrol. Technol.», August 1965, p. 955.
- [874] *Dobrynin V. M.* Effect of overburden pressure on properties of sandstones. Ed. of Department of Mineral Technology, University of California, Berkeley, 1961, 31 p.

- [875] *Dobrynin V. M.* Effect of overburden pressure on some properties of sandstones. «Society of Petroleum Engineers Journal», 1962, p.p. 360–366.
- [876] *Dolan J. P., Einarsen Ch. A., Holl G. A.* Special applications of drill-stem test pressure data. «Journal of Petroleum Technology», November 1957, Vol. IX, № 11, p.p. 318–324.
- [877] *Donoghue D.* Elasticity of reservoir rocks and fluid with special reference to the East Texas oil field. «Bull. Am. Assoc. Petr. Geol.», Vol. 28, № 7, July 1944, p.p. 1032–1035.
- [878] *Earlougher R. C., Ramey H. J., Miller F. G., Mueller T. D.* Pressure distribution in rectangular reservoirs. «Journal of Petroleum Technology», Febr. 1968, p. 199.
- [879] *Earlougher R. C., Kersh K. M.* Analysis of short-time transient test data by type-curve matching. «Journal of Petroleum Technology», July 1974, p.p. 793–800.
- [880] *Elliot G. R.* Behavior and control of natural water drive reservoirs. «The Oil Weekly», Vol. 118, № 10, August 6, 1945, p.p. 54–60.
- [881] *Fatt I.* Compressibility of sandstones at low to moderate pressures. «Bull. Am. Assoc. Petrol. Geol.», Vol. 42, № 8, 1957, p. 1924.
- [882] *Fatt I.* Compressibility of sphere pack-comparison of theory and experiment. «Journal of Applied Mechanics», March 1957, p.p. 148–149.
- [883] *Fatt I.* A new electric analogue model for nonsteady state flow problems, «Amer. I. Ch. Journal», Vol. 4, № 1, March 1958, p.p. 49–52.
- [884] *Fatt I.* Pore volume compressibilities of sandstone reservoir rock. «Journal of Petroleum Technology», March 1958, p.p. 64–66.
- [885] *Fatt I.* The effect of stress on permeability of sandstone cores. «Society of Petroleum Engineers Journal», № 7, p.p. 95–100.
- [886] *Ferrandon J.* Les lois de l'écoulement de filtration. «Le Genie Civil», Tome CXXV, № 2, 15 Janvier 1948, p.p. 24–28.
- [887] *Ferrandon J.* Mécanique des terrains permeables. «La Houille Blanche», Juillet-Aout 1954, № 4, p.p. 466–480.
- [888] *Ferrari F.* Theorie du puits en écoulement non permanent. Society Hydrotechnique de France. Paris, 1958, 29 p.
- [889] *Fetcovich M. F.* Decline Curve Analysis Using Type Curves. «Journal of Petroleum Technology», June 1982, p.p. 1065–1077.
- [890] *Fourier J. B.* Théorie analytique de la chaleur. Oeuvres de Fourier, Tome I, Gauthier-Villars, Paris, 1888, 563 p.
- [891] *Galabov M.* Bank-storage dynamics due to rivers. «Journal of Hydrological Sciences», Vol. 4, № 3–4, 1977, p.p. 205–215.
- [892] *Gaucher M., Burman M.* Modél hydraulique, écoulements lineares en milieu poreux. «Revue de l'Institut Francais du Pétrole», Vol. X, № 9, September 1955, p.p. 1057–1072.
- [893] *Geartsmā J.* The effect of fluid pressure decline on volumetric changes of porous rocks. «Journal of Petroleum Technology», Vol. 9, № 12, December 1957, p.p. 331–339.
- [894] *Gheorghit, a S, t. I.* Metode matematica in hidrogazodinamica subterana. Editura Academicii Republicii Socialiste Romania, Bucuresti, 1966, 582 p.
- [895] *Gheorghit, a S, t. I.* Introducere in hidrodinamica corpurilor porouse. Editura Academicii republicii Romania, 1969, 210 p.

- [896] *Gladfelter R. E., Tracy G. W., Wilsey L. E.* Selecting wells which will respond to production-stimulation treatments. «Oil & Gas Journal», Vol. 54, № 3, May 23, 1955, p.p. 126–131.
- [897] *Goldstein S.* Some two-dimensional diffusion problems with circular symmetry. «Proceedings of the London Mathematical Society», Vol. XXXIV, Section 2, Part 1, 1932, p. 51.
- [898] *Goodnight R. C., Klikoff W. A., Fatt I.* Non-steady-state fluid flow and diffusion in porous media containing dead-end pore volume. «Journal of Physical Chemistry», Vol. 64, 1960, p.p. 1162–1167.
- [899] *Gosselin M., Schweller H.* Observation de la débit des puits artesiens. «Congrès Intern. Union Géodésique et Géophysique», Rapport 7, Commission des eaux souterraines, Washington, 1939, 18 p.
- [900] *Griffin Ph.* Field evaluation of drill-stem tests. «Canadian Oil and Gas Industries», Vol. 11, № 6, June 1958, p.p. 61–67.
- [901] *Gringarten A. C., Ramey H. J.* The use of source and Green's functions in solving unsteady-flow problems in reservoirs. «Society of Petroleum Engineers Journal», October 1973, p.p. 285–296.
- [902] *Gringarten A. C., Ramey H. J., Raghavan R.* Unsteady state pressure distributions created by a well with a single infinite conductivity vertical fracture. «Society of Petroleum Engineers Journal», August 1974, p.p. 347–360.
- [903] *Gringarten A. C., Ramey H. J.* Unsteady state pressure distribution created by a well with a single horizontal fracture, partial penetration, or restricted entry. «Society of Petroleum Engineers Journal», August 1974, p.p. 413–426.
- [904] *Gringarten A. C., Ramey H. J., Raghavan R.* Pressure analysis for fractured wells. «Journal of Petroleum Engineers», July, 1975, p.p. 887–892.
- [905] *Haiek V., Novak M.* Problems concerning solution of steady and unsteady groundwater flow by statistical method. Preprints. «Symposium on the Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media», Haifa, Israel, Febr. 1969, p.p. 1125–1140.
- [906] *Hall H. N.* Compressibility of reservoir rocks. «Petroleum Transactions AIME», Vol. 198, 1953, p.p. 309–311.
- [907] *Hartree D. R.* Some properties and applications of repeated integrals of the error function. «Memoirs and Proceedings of the Manchester Literary and Philosophical Society», Vol. LXXX, № 9, 1935–1936, p.p. 85–102.
- [908] *Hantush M. and Jacob C. E.* Nonsteady flow in an infinite leaky aquifer. «Trans. Amer. Geophys. Union», 36, 1955, p.p. 95–100.
- [909] *Hantush M.* Drawdown around wells of variable discharge. «Journal of Geophys. Research», Vol. 69, № 20, 1964, p.p. 4221–4235.
- [910] *Hantush M.* Hydraulics of wells. «Advances in Hydroscience», Vol. 1, New York, Academic Press, 1964, p.p. 281–432.
- [911] *Hawkins M. F.* A note on the skin effect. «Petroleum Transactions», AIME, Vol. 207, 1956, p.p. 356–357.
- [912] *Hazebrook P., Rainbow H., Matthews C. S.* Pressure falloff in water injection wells. «Transactions AIME», № 213, 1958, p.p. 250–260.
- [913] *Heeg W.* Zur instationären Strömung einer homogenen kompressiblen Flüssigkeit in klüftigen porösen Stoffen. «Bergakademie», Vol. 8, 1967, p.p. 490–491.
- [914] *Heeg W.* Hydrodynamische Erkundungs- und Untersuchungsmethoden bei übertiefen Bohrungen. «Vortragsreihe Tiefbohrtechnik und Erdölgewinnung», Band II, Bergakademie Freiberg, 1968, s.s. 23–79.

- [915] *Homer D. R.* Pressure build-up in wells. «Third World Petroleum Congress, The Hague, 1951, Proceedings», Sect. II, p.p. 503–521.
- [916] *Houpeurt A.* Eléments de mécanique des fluides dans les milieur poreux. «Revue de l'Institut Français du Pétrole», Vol. XI, № 3, Mars 1956, p.p. 326–352; Vol. XI, № 4, Apr. 1956, p.p. 456–487.
- [917] *Houpeurt A.* Eléments de mécanique des fluides dans les milieur poreux. «Société des Editions Technip», Paris, 1958, 231 p.
- [918] *Houpeurt A.* Exploitation des Gisements d'Hydrocarbures. «Guiffre Edilore», Milano, 1963, 250 p.
- [919] *Houpeurt A.* Mécanique des fluides dans les milieux poreux critiques et recherches. Edition Technip., Paris, 1974, 385 p.
- [920] *Hubbert K.* Discussion on papers by Messrs Jacoband Guyto. National Research Council, «American Geophysical Union Transactions», Part III, 1941, p.p. 770–772.
- [921] *Hughes D. E., Cooke C. E.* The effect of the pressure on the reduction of pore volume of consolidated sandstones. «Geophysics», Vol. XVIII, № 2, April 1953, p.p. 298–309.
- [922] *Hurst W.* Unsteady flow of fluids in oil reservoirs. «Physics», Vol. 5, № 1, January 1934, p.p. 20–30.
- [923] *Hurst W.* Water influx into a reservoir and its application to the equation of volumetric balance. «Transactions AIME», № 151, 1943, p.p. 57–72.
- [924] *Hurst W.* Establishment of the skin effect and its impediment to fluid flow into a well bore. «The Petroleum Engineer», Vol. XXV, № 11, October 1953, p.p. B6–B16.
- [925] *Hurst W.* Advances in petroleum engineering. «Penn Well Publishing Company», Tulsa, Oklahoma, 1981, 382 p.
- [926] *Hurst W.* The simplification of the balance formulae by the Laplace transformation. At first was published as a paper, presented at the Production and Reservoir Engineering Conference in Tulsa, Oklahoma, March 20–21, 1958. Then was published as 10th Chapter in «Advances in Petroleum Engineering», Penn Well Publishing Company, Tulsa, Okla., 1981, p.p. 206–236.
- [927] *Hurst W.* Interference between oil fields. At first was published as a report for the annual meeting of Society of Petroleum Engineers, October, 1959, Dallas, Texas. Then was published as 11th Chapter in «Advances in Petroleum Engineering», Penn Well Publishing Company, Tulsa, Okla., 1981, p.p. 237–272.
- [928] *Hurst W., Haynie O. K, Walker R. N.* Some problems in pressure buildup. At first was published as Paper 145 at the 36th Annual Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers, October 1961. Then was published as 13th Chapter in «Advances in Petroleum Engineering», Penn Well Publishing Company, Tulsa, Okla., 1981, p.p. 296–312.
- [929] *Hurst W.* The radius-of-drainage formula. At first was published in «Oil & Gas Journal», July 14, 1969. Then was published as 14th Chapter in «Advances in Petroleum Engineering», Penn Well Publishing Company, Tulsa, Okla., 1981, p.p. 313–321.
- [930] *Hurst W., Clark J. D., Brauer E. B.* The skin effect in producing wells. At first was published in «Trans. AIME», 1953, 171–198. Then was published as 16th Chapter in «Advances in Petroleum Engineering», Penn Well Publishing Company, Tulsa, Okla., 1981, p.p. 346–366.
- [931] *Ineson J.* Notes on the theory and formulae associated with pumping tests for determination of formation constants. «Journal Inst. Water Engineers», Vol. 6, Oct. 1952, p. 454.

- [932] *Ineson J., Engelund F.* The drawdown of the water table under nonsteady conditions near a pumped well in an unconfined formation. «Proceedings Inst. Civil Eng.», Part III, Vol. 4, p.p. 213–218.
- [933] *Ingersoll L. R., Zobel O. J., Ingersoll A. C.* Heat conduction with engineering, geological and other applications. The University of Wisconsin Press, Madison, U.S.A., 1954, 325 p.
- [934] *Jacob C. E.* Fluctuation in artesian pressure produced by passing railroad trains as shown in a well on Long Island. «Transactions Amer. Geophys. Union», Vol. 20, New York, 1939, p.p. 666–674.
- [935] *Jacob C. E.* On the flow of water in an artesian aquifer. «Transactions Amer. Geophys. Union», 21st Annual Meeting, 1940, p.p. 574–586.
- [936] *Jacob C. E.* Coefficients of storage and transmissibility obtained from pumping tests in the Houston District, Texas. «National Research Council», American Geophysical Union Transactions of 1941, Part III, p.p. 744–756.
- [937] *Jacob C. E.* Radial flow in a leaky artesian aquifer. «Trans. Amer. Geophys. Union», 1946, 27, p.p. 198–205.
- [938] *Jacob C. E.* Drawdown test to determine effective radius of artesian well. «American Society Civil Eng.», Vol. 112, 1947, p. 1049.
- [939] *Jacob C. E.* Flow of ground water. «Engineering Hydraulics», Vol. 1, Ch. 5, 1950. John Wiley & Sons, 321–386.
- [940] *Jacob C. E., Lohman S. W.* Nonsteady flow to a well constant drawdown in extensive aquifers. «Transactions Amer. Geophys. Union», 33, 1959, p.p. 559–569.
- [941] *Jacquirel P.* Théorie de l'interprétation des mesures de pression. «Rev. Inst. Franc. du Pétrole», XIX–3, 1964, p.p. 297–338.
- [942] *Jousson J.* Interpretation des essais de production et des tests de formation. «Revue de l'Institut Français du Pétrole», Vol. 12, № 11, November, 1957, p.p. 1123–1142.
- [943] *Joers J. C., Smith R. V.* Determination of effective formation permeabilities and operation efficiencies of water input wells. «The Petroleum Engineer», Vol. XXVI, № 11, October 1954, p.p. 82–96.
- [944] *Jones P. J.* Properties of water found in reservoirs. «Oil & Gas Journal», Vol. 43, № 28, November 18, 1944, p.p. 205–209.
- [945] *Káramán Th., Howarth L.* On the statistical theory of isotropic turbulence. «Proceedings of the Royal Society», Series A, Vol. 164, № 916, January 7, 1938, p.p. 192–215.
- [946] *Kaye J.* A table of the first eleven repeated integrals of the error function. «Journal of Mathematics and Physics», Vol. XXXIV, № 2, 1955. The Technology Press, Massachusetts Institute of Technology, p.p. 119–125.
- [947] *King F. H.* Principles and conditions of the movements of ground water. «Nineteenth Report of the United States Geological Survey», 1897–1898, Part II, Washington, 1899, p.p. 59–294.
- [948] *Lamé G.* Mémoire sur les Lois de L'Équilibre du Fluide Étéré. «Journal de l'École Polytechnique», Tome XIV, Cahier 23, Bachelier, Paris, 1834, p.p. 191–288.
- [949] *Lamé G.* Leçons sur les coordonnées curvilignes et leurs diverses applications. Paris, Mallet-Bachelier, 1859, p.p. 368.
- [950] *Laplace P. S.* Mémoire sur divers points d'Analyse. «Journal de l'École Polytechnique», Tome VIII, XV Cahier, p.p. 229–265, December 1809, Paris.

- [951] *Lee Ch. H.* The interpretation of water levels and test holes. «Transactions Amer. Geophysical Union», P. II, 1934, p.p. 540–554.
- [952] *Lagette R. M., Taylor G. H.* The transmission of pressure in artesian aquifers. «Transactions Amer. Geophysical Union», P. II, 1934, p.p. 409–413.
- [953] *Long G., Chierichi G.* Salt content changes compressibility of reservoir brines. «The Petroleum Engineer», July 1961, p.p. B25–B31.
- [954] *Lubinsky A.* The theory of elasticity of porous bodies displaying a strong pore structure. «Proceedings of the Second United States National Congress of Applied Mechanics», 1955, p.p. 13–20.
- [955] *Mann R. L., Fatt I.* Effect of pore fluids on the elastic properties of sandstones. «Geophysics», Vol. XXV, № 2, April 1960, p.p. 493–444.
- [956] *Mc Latchie A. S., Hemstock R. A., Young J. W.* The effective compressibility of reservoir rock and its effects on permeability. «Journal of Petroleum Technology», Vol. X, № 6, June 1958, p.p. 49–51.
- [957] *Matthews C. S., Russel D. G.* Pressure buildup and How tests in wells. Monograph, Vol. 1, Henry L. Doherty Series, New York, Dallas, 1967, 172 p.
- [958] *Matthews C. S., Russel D. G.* Pressure build-up and flow tests in wells. «Society of Petroleum Engineers of AIME», Dallas, 1967, p. 48.
- [959] *Mayuga M. N.* Geology and Development of Californiás Gicent-Wilmington Field. Memoir 14. Geology of Gicent Petroleum Fields. Published by the American Association of Petroleum Geologists, Tulsa, Oklahoma U.S.A., November, 1970, 575 pages.
- [960] *Mc Dowell J. M., Muskat M.* The effect on Well Production of Formation on Penetration beyond Perforated Casing. «Journal of Petroleum Technology», November 1950, Vol. 2, № 11, p.p. 309–319.
- [961] *Mc Dowell J. M.* Performance of water drive reservoirs, including pressure maintenance, as determined by the reservoir analyser. «Journal of Petroleum Technology», Vol. 7, № 5, May 1955, p.p. 73–78.
- [962] *Mc Kinley R. M.* Wellbore transmissibility from afterflow dominated pressure build-up data. «Journal of Petroleum Technology», July 1971, p.p. 863–872.
- [963] *Meinzer O. E.* Compressibility and elasticity of artesian aquifers. «Econ. Geol», Vol. XXIII, № 3, May 1928, p.p. 263–291.
- [964] *Meinzer O. E.* The need for a nation-wide program of observation wells. «Trans. Amer. Geophys. Union», P. II, 1935, p.p. 433–438.
- [965] *Meinzer O. E.* Hydrology — our water supply. «Journal of the Washington Acad. of Sciences», Vol. 27, № 3, March 15, 1937, p.p. 85–101.
- [966] *Miller C. C., Dyes A. B., Hutchinson C. A.* The estimation of permeability and reservoir pressure from bottom hole pressure build-up characteristics. «Trans. AIME», 1950, Vol. 189, p.p. 91–107.
- [967] *Moore T. V., Shilthuis R. J., Hurst W.* Determinating permeability from field data. «The Oil Weekly», May 22, 1933, Vol. 69, № 10, p.p. 16–34.
- [968] *Monicard R.* Techniques employees pour l'etude et la realisation de stockages souterrains de gas dans les reservoirs aquiferes. Communication présentée om V Congrès du Petrole, New York, 1959, Section VIII, Refer. I.F.P. 2891, December 1958.
- [969] *Mueller Th. D., Witherspoon P. A.* Pressure interference effects within reservoirs and aquifers. «Journal of Petroleum Technology», April 1965, p.p. 471–474.
- [970] *Mullain J. J.* Reservoir performance. «The Petroleum Engineer», Vol. 15, № 10, 1944, p.p. 93–106.

- [971] *Muskat M.* The flow of compressible fluids through porous media and some problems in heat conduction. «Physics», Vol. 5, № 3, March 1934, p.p. 71–94.
- [972] *Muskat M.* Determining production capacity and pressure. «The Oil Weekly», October 12, 1936, p. 30.
- [973] *Muskat M.* The use of data on build-up of bottom hole pressures. «Transactions AIME», 1937, № 123, p.p. 44–48.
- [974] *Mutalik P. N., Joshi S. D.* Declina curve analysis predicts oil recovery from horizontal wells. «Oil & Gas Journal», Vol. 90, № 36, Sept. 7, 1992, p.p. 42–48.
- [975] *Nisle R. G.* The effect of a short time shut-in on a subsequent pressure build-up test on an oil well. «Petroleum Transactions», AIME, Vol. 207, 1956, p.p. 320–321.
- [976] *Nordon J.* Sur une solution nouvelle de l'équation de Fourier. «Comptes Rendus Acad. Sciences», Paris, 1949, t. 228, p.p. 167–168.
- [977] *Nowwak T. J., Lester G. W.* Analysis of pressure fall-off curves obtained in water injection wells to determine injective capacity and formation damage. «Journal of Petroleum Technology», Vol. 204, June 1955, p.p. 96–102.
- [978] *Oroveanu T., Pascal H.* Sur le mouvement d'un Mélange compressible de liquide et de gaz á travers un milieu poreux. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome II, № 1, 1957, p.p. 93–99, Romania.
- [979] *Oroveanu T., Pascal H.* On the propagation of pressure waves in a liquid flowing through a porous medium. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome IV, № 3, 1959, Editions de l'Académie de la République Populaire Roumaine, p.p. 445–448.
- [980] *Oroveanu T., Silveanu E.* Asupra cerasterii presiunii intro sondá dupá inchiderea acesteia. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome V, № 2, 1960 (Édition de l'Académie de la République Populaire Roumaine).
- [981] *Oroveanu T.* On the flow of compressible liquid through non-homogenous porous media. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome VI, № 3, 1961, p.p. 284–289.
- [982] *Oroveanu T.* Scurgerea fluidelor prin medii poroase neomogene. Editura Academiei Republicii Populaire Roumaine, 1963, 328 p.
- [983] *Oroveanu T., Osnea A.* Sur l'écoulement lineare d'un liquide compressible dans un milieu poreux. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome 9, № 3, 1964, Romania, p.p. 581–599.
- [984] *Oroveanu T.* Quelques aspects de l'écoulement des liquides compressibles dans les milieux poreux. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome 12, № 3, 1967, Romania, p.p. 741–760.
- [985] *Oroveanu T., Spulber I.* L'influence de la variation des caracteristiques du milieu poreux sur la remontée de la pression dans un systeme lineare. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome 13, № 3, 1968, Romania, p.p. 417–428.
- [986] *Pascal H.* Une methode pour déterminer la perméabilité d'un milieu poreux. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome VI, № 2, 1961, Romania, p.p. 197–205.
- [987] *Pascal H.* Dispersion des ondes de pression dans un liquide qui s'écoule a travers un milieu poreux. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome 9, № 4, 1964, Romania, p.p. 747–758.
- [988] *Pascal H.* L'écoulement d'un mélange compressible liquide-gaz á travers un milieu poreux en régime transitoire. «Revue de Mécanique Appliquée», Tome 11, № 4, 1966, Romania, p.p. 833–853.
- [989] *Pascal H.* Étude de la courbe de remontée de pression dans l'écoulement polyphasique. «Revue de l'Institut Français du Pétrole», Vol. XXII, № 3, Mars 1968, p.p. 425–442.

- [990] *Perrine R. L.* Analysis of pressure build-up cuves. «Drilling and Production Practices», API, 1956, p. 482.
- [991] *Poland J. F., Davis G. H.* Subsidence of the land surface in the Tulara Wasco (Delana) and Los Banos Kettleman city area, San Joaquin Valley, California. «Transactions Amer. Geophys. Union», Washington, Vol. 37, 1956, p.p. 287–296.
- [992] *Pouchan P.* Étude de nappes á l'aide de régime transitoire. «Trav. de Labor de Geolog. de la Fac. des Sc. de Bordeaux», T. II, Vol. 85, 1959, 18 p.
- [993] *Ramey H. J.* Rapid methods for estimating reservoir compressibilities. «Journal of Petroleum Technology», April 1964, p. 447.
- [994] *Ramey H. J.* Application of the line source solution to flow in porous media. «Production Monthly», May 1967, p. 4.
- [995] *Ramey H. J.* Short-time well test data interpretation in the pressure of skin effect and wellbore storage. «Journal of Petroleum Technology», January 1970, p.p. 97–104.
- [996] *Ramey H. J., Cobb W. M.* A general pressure buildup theory for a well in a closed drainage area. «Journal of Petroleum Technology», December 1971, p.p. 1493–1505.
- [997] *Ramey H. J., Kumar A., Gulati M. S.* Gas well test analysis under water-drive conditions. Ed. «American Gas Association», 1973, 312 p.
- [998] *Ramey H. J.* A drawdown and buildup type curves for interference testing. «Proceedings of the Third Invitational Well-Testing Symposium», Berkeley, California, 1980, p.p. 130–134.
- [999] *Ramey H. J.* Distinguished Author Series. Pressure transient testing. «Journal of Petroleum Technology», July 1982, Vol. 34, № 7, p.p. 1407–1413.
- [1000] *Rayleigh J.* Problems in conduction of heat. «The London, Edinburgh and Dublin Phylosophical Magazine and Journal of Science», Vol. XXII, Sixth Series, № CXXIX, September 1911, London, p.p. 381–396.
- [1001] *Ribaud G.* Une solution nouvelle de l'équation de Fourier. «Comptes Rendus de l'Académie des Sciences», Tome 226, 1948, p.p. 140–142.
- [1002] *Ribaud G.* Les problème du mur indéfini avec flux calorifique constant. «Comptes Rendus de l'Académie des Sciences», Tome 226, 1948, p.p. 204–206.
- [1003] *Ribeau G.* Development sur une solution de l'équation de Fourier dans le cas du mur d'épaisseur infinie. «Comptes Rendus de l'Academie des Sciences», Tome 226, 1948, p.p. 449–451.
- [1004] *Richardson R. M.* Tidal fluctuations of water levels observed in wells in East Tennessee. «Transactions Amer. Geophys. Union», Washington, Vol. 37, 1956, p.p. 461–462.
- [1005] *Roberts W. J., Romine H. E.* Effect of train loading on the water level in a deep glacial drift well in Central Illinois. «Transactions Amer. Geophys. Union», Washington, Vol. 28, 1947, p.p. 912–991.
- [1006] *Robinson P. W.* Earth-tides shown by fluctuations of water levels in New Mexico and Iowa. «Transactions Amer. Geophys. Union», Washington, Vol. 20, 1939, p.p. 656–666.
- [1007] *Rumble R. C., Spain H. H., Stamm H. E.* A reservoir analyser study of the Woodbine Basin. «Transactions AIME», Vol. 192, 1951, p.p. 331–340.
- [1008] *Schoeller H.* Les eaux souterraines. «Masson et Cie», Paris, 1962, 642 p.
- [1009] *Scheidegger A. E.* The physics of flow through porous media. Revised edition, University of Toronto Press, 1960, 313 p. (Есть русский перевод первого издания: «Физика течения жидкостей через пористую среду», Гостоптехиздат, 1960 г., 249 стр.)

- [1010] *Scheidegger A. E.* On the theory of flow of underground fluids in compressible strata. «Canadian Journal of Physics», Vol. 37, 1959, p.p. 276–284.
- [1011] *Schilthuis R., Hurst W.* Variations in reservoir pressure in the East Texas Field. «The Oil Weekly», Vol. 78, № 5, October 15, 1934.
- [1012] *Schilthuis R. J., Hurst W.* Variations in reservoir pressure in the East Texas Field. «Transactions AIME», 1935, p.p. 171–176.
- [1013] *Schoeller H.* Arid zone hydrology recent development. UNESCO, 1959, p. 125.
- [1014] *Shchelkachev V. N.* Summary of latest works on unsteady flow of liquids through porous media. Fundamentals of transport phenomena in porous media. Proceedings of the Second Symposium, Vol. 1, University of Guelph, Canada, 1972, p.p. 206–221.
- [1015] *Smith R. V., Williams R. H., Dewes E. J., Archer F. G.* Pressure-buildup and well-interference tests. «Oil & Gas Journal», Vol. 50, № 26, November 1, 1950, p.p. 52–53, 73–74; Vol. 51, № 14, August 11, 1952, p.p. 118–125; Vol. 51, № 15, August 18, 1952, p.p. 99–105, 124–127.
- [1016] *Sneddon R.* Does oil withdrawal cause earthquakes? «The Petroleum Engineer», Vol. XXIV, № 11, October 1952, p.p. A 54–71.
- [1017] *Stewart F. M., Callaway F. H., Gladfelter R. E.* Comparison of methods for analysing a water drive field, Torchlight Tensleep reservoir, Wyoming. «Journal of Petroleum Technology», Vol. 6, № 9, September 1954, p.p. 105–110.
- [1018] Tables of integral transforms. Vol. I, Mc-Graw Hill Co., New York, 1954, 391 p.
- [1019] *Taeger I.* Numerical values for the temperature in radial heat flow. «Journal Math. Phys.», 34, 1956, p.p. 316–321.
- [1020] *Theis Ch. V.* The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage. «Transactions Amer. Geophys. Union», Part II, Vol. 16, 1935, p.p. 519–524.
- [1021] *Theis Ch. V., Brown R. H.* Use of slide rule in solving ground water problems involving application of the non equilibrium formula. «U.S. Geological Survey», 1956, 2 p.
- [1022] *Thomson W.* (Lord Kelvin) Compendium of the Fourier mathematics for the conduction of heat in solids, and the mathematically allied physical subjects of diffusion of fluids and transmission of electric signals through submarine cables. «Mathematical and Physical Papers», Vol. II, Cambridge, 1884, p.p. 41–60.
- [1023] *Thompson D. G.* Report of the Committee on Underground Waters. «Transactions Amer. Geophys. Union», P. II, 1935, p.p. 432–438.
- [1024] *Thompson D. G.* Some problems relating to fluctuations of ground-water levels. «Transactions Amer. Geophys. Union», P. II, 1936, p.p. 337–341.
- [1025] *Tinzaad H.* Influence of the atmospheric pressure on the head of artesian water and phreatic water. «Association International d'Hydrologie Scientifique», Publ. № 37, 1954, p.p. 32–37.
- [1026] *Tolman C. F.* Ground water. Mc Grow Hill Book Co., New York and London, 1937, 593 p.
- [1027] *Trube A. S.* Compressibility of undersaturated hydrocarbon reservoir fluids. «Journal of Petroleum Technology», Vol. 9, № 12, December 1957, p.p. 341–345.
- [1028] *Van Everdingen A. F., Hurst W.* The application of the Laplace transformation to flow problems in reservoirs. «Petroleum Transactions», AIME, December 1949, p.p. 305–324.
- [1029] *Van Everdingen A. F.* The skin effect and its influence on the productive capacity of a well. «Petroleum Transactions», AIME, Vol. 198, 1953, p.p. 171–176.

- [1030] *Van Pollen H. K.* Damage ratio determined by drill stem test data. «World Oil», Vol. 14, № 6, November 1957, p. 139.
- [1031] *Veatch A. C.* Fluctuations of waterlevel in wells, with special reference to Long Island, New York. «Water Supply Paper», Washington, Geological Survey, № 155, 1906, 83 p.
- [1032] *Wenzel L. K.* Methods of determining permeability of water bearing materials with special reference to discharging well methods. U.S. Geophysical Society. Water-Supply Paper 887, 1942.
- [1033] *Wenzel L. K., Kazman R. G.* Well discharg: a method of computing the quantity of water derived from storage within a given radius of discharging well. National Research Council, «American Geophysical Union Transactions», 1944, Part IV, Section of Hydrology, p.p. 940–944.
- [1034] *Wilhelmi B., Somerton W. H.* Simultaneous measurement of pore and elastic properties of rocks under triaxial stress conditions. «Society of Petroleum Engineers Journal», September 1967, p.p. 283–294.
- [1035] *Winslow A. G.* Land-surface and its relation to the withdrawal of ground water in the Houston-Galveston region, Texas. «Economic Geology», Vol. 49, № 4, 1954, p.p. 413–422.
- [1036] *Wyble D. O.* Effect of applied pressure on the conductivity, porosity and permeability of sandstones. «Journal of Petroleum Technology», Vol. X, № 11, November 1959, p.p. 57–59.
- [1037] *Yotov I. G.* Drawdown around wells of linearly changing discharge in infinite leaky aquifer. «Comptes rendu de l'Academie bulgara des Sciences», Tome 20, № 9, 1957, p.p. 967–970.
- [1038] *Yotov I. G.* On drawdown around wells in leaky water table aquifer. «Comptes rendu de l'Academie bulgara des Sciences», Tome 21, № 8, 1968, p.p. 765–768.
- [1039] *Yotov I. G.* Flow to wells in leaky water table aquifer and analysis of pumping dates. «Comptes rendu des l'Academie bulgara de Sciences», Tome 23, № 7, 1970, p.p. 823–826.
- [1040] *Zak A. J., Griffin Ph.* Evaluating drillstem test data. «Oil & Gas Journal», Vol. 55, 1957, № 15, April 15, p.p. 122–124, 126; № 17, April 29, p.p. 193–195; № 19, May 13, p.p. 136, 139–140, 142; № 21, May 27, p.p. 125–128.

**Владимир Николаевич Щелкачев,  
Бернард Борисович Лапук**

## ПОДЗЕМНАЯ ГИДРАВЛИКА

*Дизайнер М. В. Ботя  
Технический редактор А. В. Ширококов  
Компьютерная верстка Р. Р. Сафин  
Корректор М. А. Ложкина*

---

Подписано в печать 30.11.01. Формат  $60 \times 84\frac{1}{16}$ .  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 42,78. Уч. изд. л. 42,83.  
Гарнитура Computer Modern Roman. Бумага офсетная №1.  
Тираж 1000 экз. Заказ №

Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика»  
426057, г. Ижевск, ул. Пастухова, 13.  
Лицензия на издательскую деятельность ЛУ №084 от 03.04.00.  
<http://rcd.ru> E-mail: [borisov@rcd.ru](mailto:borisov@rcd.ru)

Отпечатано в полном соответствии с качеством  
предоставленных диапозитивов в ГИПП «Вятка».  
610033, г. Киров, ул. Московская, 122.

---