

38.6

А46

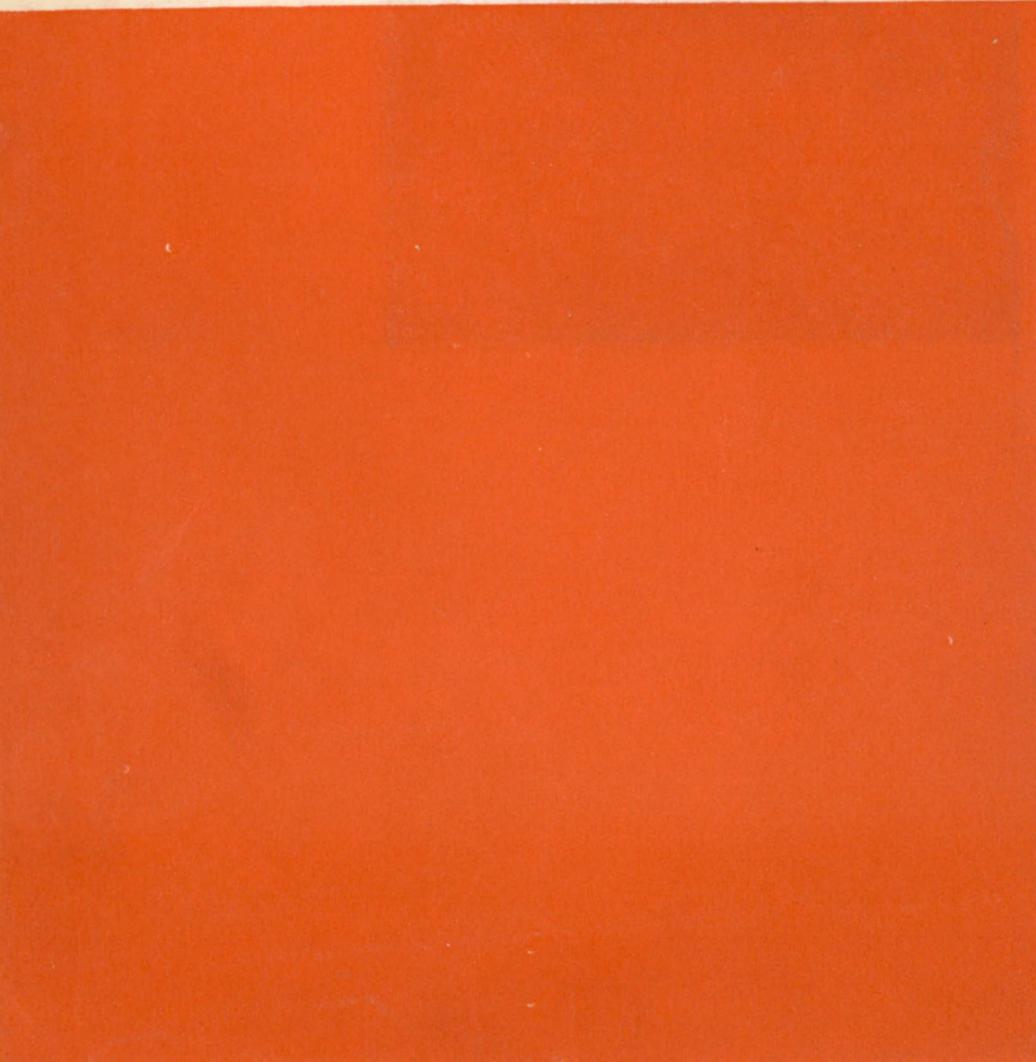
А. А. Алексашенко

Ю. А. Кошмаров

И. С. Молчадский

ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС

ПРИ ПОЖАРЕ



Д46

А. А. Алексащенко, Ю. А. Кошмаров,
И. С. Молчадский

ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС ПРИ ПОЖАРЕ

368837

Сурхандарьинская
ОБЛБИБЛИОТЕКА
им. Гоголя



Москва Стройиздат 1982

Алексашенко А. А., Кошмаров Ю. А., Молчадский И. С. Тепло-массоперенос при пожаре. — М.: Стройиздат, 1982. — 175 с., ил.

Изложены вопросы теплообмена в строительных конструкциях, влияющие на определение их огнестойкости. Рассмотрены математические модели процесса распространения пожара в помещениях. Приведены методы определения теплофизических свойств строительных материалов, теплового и температурного режимов ограждающих конструкций в условиях пожара. Даны примеры тепловых расчетов.

Для работников научно-исследовательских, проектных и строительных организаций.

Табл. 23, ил. 43, список лит.: 35 назв.

Печатается по решению секции литературы по противопожарной технике редакционного совета Стройиздата.

Рецензент докт. техн. наук А. И. Яковлев

ПРЕДИСЛОВИЕ

Дальнейший рост благосостояния советских людей на основе устойчивого, поступательного развития народного хозяйства, ускорения научно-технического прогресса и перевода экономики на путь интенсификации, более рационального использования производственного потенциала СССР, всемерной экономии всех видов ресурсов и улучшения качества работы — так формулируется в решениях XXVI съезда КПСС главная задача одиннадцатой пятилетки. В числе важнейших мер, обеспечивающих успешное решение этой задачи — устранение потерь во всех отраслях народного хозяйства. В связи с этим предстоит дальнейшая работа и по совершенствованию пожарной безопасности производств, промышленных объектов, предприятий торговли, культурных центров, спортивных сооружений и т. д.

Для решения многих вопросов пожарной безопасности (например, таких, как оценка огнестойкости строительных конструкций в условиях пожара, обеспечение эвакуации людей, экспертиза пожара, планирование средств тушения и т. п.) необходимо знание закономерностей процесса развития пожара в помещении. В книге сделана попытка рассмотреть некоторые аспекты этой проблемы. В гл. I приведено математическое описание процесса развития пожара на уровне усредненных термодинамических параметров. Вся совокупность сложных физических процессов, сопровождающих пожар (конвективный теплообмен, теплопроводность, радиация, диффузия, пиролиз, горение), при таком уровне описания в деталях не рассматривается. Эти процессы учитываются интегральными характеристиками, значения которых известны из эксперимента. Этот уровень анализа, называемый интегральным, позволяет установить общие закономерности процесса развития пожара, выявить его наиболее характерные особенности и обуславливающие их факторы.

Более подробный уровень описания пожара — дифференциальный, базируется на использовании известных уравнений механики сплошной среды, включающих в себя реологический закон Стокса, закон теплопроводности Фурье, законы диффузии, законы радиационного переноса в газовой среде и т. п. Система уравнений, описывающих изменение со временем плотности, давления, температуры и состава газовой среды в каждой точке пространства внутри помещения, чрезвычайно громоздка и численное решение ее с помощью современных ЭВМ связано с большими трудностями. Наряду с математическими трудностями существуют принципиальные проблемы, ограничивающие возможности исследования пожара на таком уровне описания. К ним прежде всего относится проблема турбулентности, которая еще досконально не изучена, в связи с чем дифференциальный уровень анализа пожара мало применим для практики.

При исследовании развития пожара на основе интегрального уровня его описания необходимы научно обоснованные представления о законах теплообмена ограждающих конструкций с горячими газами, заполняющими помещение. Эти законы являются клю-

чевыми в решении задач об огнестойкости конструкций. В гл. II излагается полуэмпирическая теория теплообмена с ограждающими конструкциями, основанная на использовании интегральных уравнений пограничного слоя. На основе приближенного аналитического решения интегральных уравнений пограничного слоя установлены законы сложного теплообмена (конвекция совместно с радиацией) в виде, удобном для инженерных расчетов тепловых потоков в ограждающих конструкциях. Применение этих законов в технических расчетах иллюстрируется на примерах.

Тепловое взаимодействие ограждающих конструкций с горячими газами, заполняющими помещение при пожаре, во многом определяется теплофизическими свойствами этих конструкций. Математическое описание процессов переноса тепла в строительных конструкциях связано с необходимостью учета зависимости теплофизических параметров материала от потенциалов переноса. Главы III и IV посвящены методам определения теплофизических параметров строительных материалов. При этом особое внимание уделяется вопросу о погрешностях, обусловленных выбранной математической моделью переноса и методом измерения.

Предисловие, гл. I написаны Ю. А. Кошмаровым, главы III и IV — А. А. Алексашенко, гл. II написана И. С. Молчадским.

Авторы выражают благодарность профессору докт. техн. наук А. И. Яковлеву за советы и замечания, сделанные при подготовке книги к изданию.

ГЛАВА I. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РАЗВИТИЯ ПОЖАРА В ПОМЕЩЕНИИ

1. Усредненные по объему помещения параметры состояния

Условия в помещении при пожаре в каждый момент времени t характеризуются среднеобъемными параметрами состояния, важнейшими из которых являются плотность ρ_m , давление p_m , температура T_m , концентрация x_i компонентов газовой среды.

Среднеобъемная плотность газовой среды есть масса газа, приходящаяся на единицу свободного объема помещения:

$$\rho_m = M_r/V, \quad (1)$$

где M_r — масса газа, заполняющего помещения, кг; V — свободный объем помещения, м³.

В процессе развития пожара масса газа, находящегося в помещении, связанном через проемы с наружным воздухом, изменяется, т. е. $\rho_m = \rho_m(t)$.

Среднеобъемная плотность ρ_m выражается через локальные значения плотности следующим образом. Пусть в некоторой точке пространства внутри помещения плотность равна ρ . Тогда масса газа, заключенного внутри элементарного объема dV , составит $dM_r = \rho dV$ (см. рис. 1). Проинтегрировав это выражение, найдем массу всего газа, заключенного в помещении, $M_r = \int_V \rho dV$.

Тогда из формулы (1) получим

$$\rho_m = (1/V) \int_V \rho dV. \quad (2)$$

Аналогично определим парциальную среднеобъемную плотность i -го компонента газовой среды (например, кислорода)

$$\rho_{mi} = M_i/V, \quad (3)$$

где M_i — масса i -го компонента газовой среды, заполняющей помещение.

Значение ρ_{mi} можно выразить через локальные значения парциальной плотности следующим образом:

$$\rho_{mi} = (1/V) \int_V \rho_i dV, \quad (4)$$

где ρ_i — локальная парциальная плотность i -го компонента, кг/м³.

Между ρ_m и ρ_{mi} существует связь, так как масса га-

зовой среды, заполняющей помещение, равна сумме масс компонентов $M_{\Gamma} = \sum_{i=1}^z M_i$, где z — число компонентов, входящих в газовую смесь.

Разделив правую и левую части последней формулы на V , получим $\rho_m = \sum_{i=1}^z \rho_{mi}$.

Состав газа в помещении характеризуется среднеобъемными концентрациями компонентов x_i , т. е. отношением массы компонента к массе всей смеси

$$x_i = M_i/M_{\Gamma} = \rho_{im}/\rho_m. \quad (5)$$

Нетрудно видеть, что выполняется следующее соотношение: $\sum_{i=1}^z x_i = 1$.

Кроме основных термодинамических параметров при расчете пожара используется ряд дополнительных характеристик. Так, дополнительной характеристикой газовой среды является средняя молекулярная масса

$$M_m = \left(\sum_{i=1}^z \frac{x_i}{M_i} \right)^{-1}, \quad (6)$$

где M_i — молекулярная масса i -го компонента.

При пожаре она изменяется в небольших пределах и по значению близка к молекулярной массе воздуха.

Дополнительной характеристикой среды при пожаре является также средняя газовая постоянная, которая выражается через M_m следующим образом:

$$R_m = 8314/M_m. \quad (7)$$

Формулы (2) и (4) с формальной точки зрения можно рассматривать как правило осреднения того или иного параметра состояния. Именно это правило используется для определения среднеобъемного давления p_m в помещении

$$p_m = (1/V) \int p dV, \quad (8)$$

где p — локальное давление, Н/м².

Понятие среднеобъемной температуры вводится с учетом того факта, что локальные термодинамические параметры связаны между собой уравнением состояния $p/\rho R = T$, где T — локальная температура, К. Уравне-

ние состояния можно преобразовать к следующему виду:

$$R_m \rho dV = p_m \left(\frac{p}{p_m} \frac{R_m}{R} \right) \frac{dV}{T}. \quad (9)$$

После интегрирования правой и левой части уравнения (9) получим

$$\frac{R_m}{\rho_m R_m} = \left[\frac{1}{V} \int_V \left(\frac{p}{p_m} \frac{R_m}{R} \right) \frac{dV}{T} \right]^{-1}. \quad (10)$$

В левой части этого выражения содержатся среднеобъемные плотность, давление и газовая постоянная. Правая часть представляет собой среднеобъемную температуру газа в помещении.

Среднеобъемная температура связана со среднеобъемным давлением и плотностью

$$T_m = p_m / \rho_m R_m. \quad (11)$$

Уравнение (11) называют усредненным уравнением состояния среды, находящейся в помещении при пожаре.

Обычно в условиях реального пожара $p/p_m \approx 1$, $R_m/R \approx 1$. Это означает, что среднеобъемную температуру с достаточной для практики точностью можно вычислить по упрощенной формуле

$$T_m = \left[(1/V) \int_V \frac{1}{T} dV \right]^{-1}. \quad (12)$$

Иногда для осреднения температуры применяют формулу

$$T_* = (1/V) \int_V T dV. \quad (13)$$

При однородном температурном поле результаты вычислений по формулам (12) и (13) будут одинаковыми, а при неоднородном температурном поле в объеме помещения результаты будут различаться ($T_* > T_m$). В условиях реальных пожаров это различие не превышает 7—10%. Достоинство способа осреднения по формулам (11), (12) заключается в том, что получаемая при этом среднеобъемная температура связана с p_m и ρ_m уравнением (11).

2. Уравнения развития пожара

Уравнения развития пожара описывают изменение среднеобъемных параметров состояния во времени. Эти

уравнения вытекают из основных законов физики — закона сохранения массы и первого закона термодинамики [14, 15].

Дифференциальное уравнение материального баланса пожара. Рассмотрим помещение объемом V с произвольным числом проемов, соединяющих его с наружным воздухом (рис. 1). В процессе пожара в помещении изменяются температура, плотность и суммарная масса газа. Пусть в момент t масса газа $M = \rho_m V$. По истечении dt интервала времени она изменится на малую величину, равную $d(\rho_m V)$.

За время dt через одни проемы вытечет некоторое количество газа, а через другие поступит наружный воздух. Предположим, что мгновенный расход газа в мо-

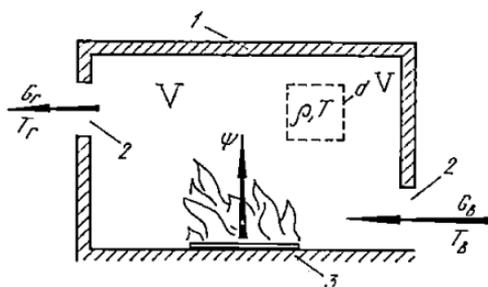


Рис. 1. Схема развития пожара в помещении

1 — ограждение; 2 — проемы; 3 — горящий материал; V — свободный объем помещения; dV — элементарный объем; G_B — расход поступающего воздуха; G_G — расход уходящих газов; ψ — скорость выгорания материала; T , T_G , T_B — температуры соответственно локальная, уходящих газов и поступающего воздуха

мент t равен G_G , а мгновенный расход воздуха — G_B . Тогда количество газов, покинувших помещение за время dt , выразится как $G_G dt$, а количество воздуха, поступившее за то же время в помещение, — $G_B dt$.

В процессе пожара твердые и жидкие горючие вещества переходят в газообразное состояние. Если мгновенная скорость выгорания этих веществ в момент t равна ψ , то за время dt количество горючего материала, перешедшего в газообразное состояние, составит ψdt .

Согласно закону сохранения массы $d(\rho_m V) = G_B dt + \psi dt - G_G dt$. Это уравнение можно преобразовать к следующему виду:

$$\frac{d}{dt} (\rho_m V) = G_B + \psi - G_G. \quad (14)$$

Уравнение (14) называется дифференциальным уравнением материального баланса пожара в помещении.

Во многих случаях изменением свободного объема

помещения V можно пренебречь (т. е. считать, что $V = \text{const}$), тогда уравнение (14) примет вид

$$V (d\rho_m/dt) = G_B + \psi - G_T. \quad (15)$$

Уравнение (14) позволяет установить некоторые общие закономерности процесса развития пожара в помещении с проемами. Рассмотрим для простоты пожар в помещении при $V = \text{const}$. Пусть зависимость среднеобъемной температуры T_m от времени t соответствует показанной на рис. 2. В первом приближении можно считать, что среднеобъемная плотность ρ_m обратно пропорциональна температуре T_m [см. уравнение (11) для усредненных параметров], т. е. $\rho_m \sim 1/T_m$.

Согласно уравнению (15) можно выделить три режима развития пожара. Первый режим характерен для этапа нарастания температуры и убывания плотности. При этом режиме $d\rho_m/dt < 0$. С учетом этого обстоятельства из уравнения (15) следует, что $G_B + \psi < G_T$, т. е. количество уходящих через проемы газов больше, чем количество поступающего воздуха вместе с количеством перешедших в газообразное состояние горячих материалов. Различие

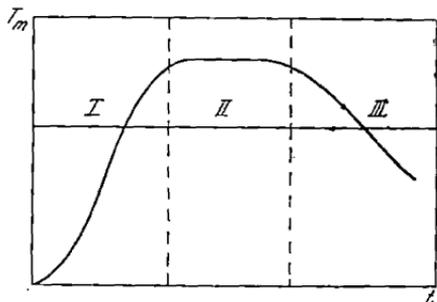


Рис. 2. Режимы пожара

I — нарастания температуры; II — установившийся; III — снижения температуры

тем значительнее, чем выше скорость нарастания температуры в объеме помещения. Второй режим — это режим, при котором температура (и плотность) газа в помещении изменяются со временем незначительно, т. е. $d\rho_m/dt \approx 0$. При этом режиме, так называемом квазистационарном (иногда установившемся), $G_B + \psi \approx G_T$, т. е. расход уходящих газов приблизительно равен сумме расхода поступающего воздуха и скорости выгорания. При третьем режиме, характеризуемом снижением температуры (и повышением плотности) газа, $d\rho_m/dt > 0$ и $G_B + \psi > G_T$, т. е. количество уходящих газов G_T меньше, чем количество поступающего воздуха вместе с количеством выгорающих веществ в единицу времени.

Уравнение кислородного баланса. Рассмотрим то же

са́мое помеще́ние (см. рис. 1). Масса кислорода M_1 в момент t вычисляется как $M_1 = \rho_m V x_1$, где x_1 — средне-объемная концентрация кислорода в момент t . По истечению промежутка времени dt масса кислорода изменится на величину $dM_1 = d(\rho_m V x_1)$.

Количество кислорода, израсходованного за время dt на горение, будет равно $\eta_1 \psi L_1 dt$, где η_1 — коэффициент полноты сгорания; L_1 — масса кислорода, необходимая для сгорания единицы массы горючего материала ($[L_1] = \text{кг/кг}$). Количество кислорода, поступившего вместе с наружным воздухом в помещение за время dt , составит $G_B x_{1B} dt$, где $x_{1B} = 0,23$ — концентрация кислорода в наружном воздухе. Количество кислорода, ушедшего из помещения вместе с покидающими помещение газами, равно $G_T x_{1T} dt$, где x_{1T} — концентрация кислорода в уходящих газах. Концентрация кислорода в уходящих газах в общем случае может отличаться от средне-объемной. В реальных условиях обычно выполняется условие $x_{1T}/x_1 = n_1 \leq 1$, т. е. $x_{1T} \leq x_1$. Обычно n_1 отличается от единицы незначительно.

Согласно закону сохранения массы

$$d(\rho_m x_1 V) = G_B x_{1B} dt - G_T x_1 n_1 dt - \psi \eta_1 L_1 dt.$$

Это уравнение можно преобразовать к виду

$$\frac{d}{dt} (\rho_m x_1 V) = G_B x_{1B} - G_T n_1 x_1 - \psi \eta_1 L_1. \quad (16)$$

Уравнение (16) называют уравнением кислородного баланса пожара.

Левую часть этого уравнения можно преобразовать с учетом уравнения (14) следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\rho_m x_1 V) &= \rho_m V \frac{dx_1}{dt} + x_1 \frac{d}{dt} (\rho_m V) = \rho_m V \times \\ &\times \frac{dx_1}{dt} + x_1 (G_B + \psi - G_T). \end{aligned}$$

Подставив полученное выражение в уравнение (16), получим уравнение кислородного баланса в следующем виде:

$$\rho_m V \frac{dx_1}{dt} = G_B (x_{1B} - x_1) + G_T x_1 (1 - n_1) - \psi (x_1 + \eta_1 L_1). \quad (16a)$$

Уравнение баланса продуктов горения. При горении образуются опасные для человека продукты, такие, как двуокись углерода CO_2 , окись углерода CO и т. д. В момент времени t масса продуктов сгорания в помещении

$M_2 = \rho_m x_2 V$, где x_2 — среднеобъемная концентрация какого-либо продукта сгорания. За время dt масса этого продукта изменится на величину $dM_2 = d(\rho_m x_2 V)$. Количество продуктов сгорания, которое образуется за время dt , равно $\psi L_2 dt$, где L_2 — количество продукта, образующегося в результате сгорания единицы массы вещества. Количество продуктов сгорания, уходящих с газами из помещения, составит $G_{\Gamma} x_{2\Gamma} dt$, где $x_{2\Gamma}$ — концентрация продукта в уходящих газах. Концентрация продуктов в уходящих газах в общем случае может отличаться от среднеобъемной. Обычно $x_{2\Gamma}/x_2 = n_2 \geq 1$. Некоторое количество двуокиси или окиси углерода содержится в наружном воздухе, поступающем в помещение. Количество продукта, поступающего в горящее помещение за время dt с наружным воздухом, равно $G_{\text{В}} x_{2\text{В}} dt$, где $x_{2\text{В}}$ — концентрация продукта в наружном воздухе.

Согласно закону сохранения массы алгебраическая сумма потоков массы продукта должна быть равна изменению массы этого продукта в помещении: $d(\rho_m x_2 V) = \psi L_2 dt + G_{\text{В}} x_{2\text{В}} dt - G_{\Gamma} n_2 x_2 dt$.

Это уравнение можно преобразовать к виду

$$\frac{d}{dt}(\rho_m x_2 V) = \psi L_2 + x_{2\text{В}} G_{\text{В}} - n_2 x_2 G_{\Gamma}. \quad (17)$$

Уравнение (17) называется уравнением баланса продуктов сгорания. С учетом выражения (14) его можно записать в следующей форме:

$$\rho_m V \frac{dx_2}{dt} = \psi(L_2 - x_2) + G_{\text{В}}(x_{2\text{В}} - x_2) - G_{\Gamma} x_2(n_2 - 1). \quad (17a)$$

Для тех продуктов сгорания, которые не содержатся в наружном воздухе (или их содержание пренебрежимо мало), уравнение (17a) упрощается

$$\rho_m V \frac{dx_2}{dt} = \psi(L_2 - x_2) - x_2 G_{\text{В}} - x_2 G_{\Gamma}(n_2 - 1).$$

Уравнение баланса инертного газа. Инертными (нейтральными) газами называются газы, не участвующие в химических реакциях при пожаре. Таким газом является, например, азот. Уравнение материального баланса для инертного газа выводится аналогично предыдущим уравнениям и имеет вид

$$\frac{d}{dt}(\rho_m x_3 V) = x_{3\text{В}} G_{\text{В}} - x_3 n_3 G_{\Gamma}, \quad (18)$$

где x_3 — среднеобъемная концентрация инертного газа в помеще-

нии; $x_{3в}$ — концентрация газа в наружном воздухе; $n_3 = x_{3г}/x_3$ — коэффициент, учитывающий различие концентраций газа в уходящих газах и в помещении.

С учетом выражения (15) уравнение (18) можно преобразовать к следующему виду:

$$\rho_m V \frac{dx_3}{dt} = G_{в} (x_{3в} - x_3) - x_3 \psi - G_{г} x_3 (n_3 - 1). \quad (18a)$$

Уравнение энергии. Согласно первому закону термодинамики изменение внутренней энергии системы ΔU равно алгебраической сумме всех поступлений тепла и совершаемой системой (или над системой) работы, т. е. $\Delta U = \Sigma Q + \Sigma A$. Вычислим внутреннюю энергию газа, заполняющего помещение. Выделим малый объем dV . Масса газа, находящегося в момент t в объеме dV , составит ρdV . Внутренняя энергия этого количества газа равна $c_{vp} T dV$. Внутренняя энергия всего газа, находящегося в помещении, $U = \int_V c_{vp} \rho T dV$. Так как $\rho T = p/R$

и $c_{vp}/R = 1/(k-1)$ (где $k = c_p/c_v$), получим $U = \int_V \frac{1}{k-1} p dV$.

Значение показателя адиабаты k может быть разным в различных точках объема помещения. Однако в реальных условиях это различие невелико. Поэтому можно принять, что $k = \text{const}$, и формулу для определения внутренней энергии записать в следующем виде:

$$U = \frac{1}{k-1} \int_V p dV = \frac{1}{k-1} p_m V. \quad (19)$$

Абсолютное значение давления в процессе пожара изменяется в небольших пределах. Столь же мало изменяется и полная внутренняя энергия газа, заключенного в помещении (несмотря на значительное повышение температуры). Эта особенность процесса объясняется тем, что с ростом температуры масса газа, находящегося в помещении, уменьшается.

Изменение внутренней энергии за малое время dt составит $d[p_m V / (k-1)]$. Количество теплоты, выделившееся при горении за это время, равно произведению $\psi \eta Q_H^p dt$, где Q_H^p — теплота сгорания, η — коэффициент полноты сгорания.

Поток тепловой энергии, обусловленный поступлением в помещение наружного воздуха, можно выразить как $c_{vb} T_{в} G_{в} dt$, где $T_{в}$ — температура наружного возду-

ха. Воздух попадает в помещение в результате совершения работы по проталкиванию газа в помещение окружающей средой. Эта работа $p_v G_B dt = R_B T_B G_B dt$. Сумма тепловой энергии, поступающей с воздухом, и работы проталкивания выразится как $(c_{pv} + R_B) \times G_B T_B dt = c_{pv} T_B G_B dt$. Аналогично сумма тепловой энергии, покидающей помещение с уходящими газами, и работа проталкивания $c_{pr} T_r G_r dt = m c_{pm} T_m G_r dt$, где $m = (c_{pr} T_r) / (c_{pm} T_m)$ — коэффициент, учитывающий различие энтальпии уходящих газов и среднеобъемной энтальпии. Обычно при пожаре $m \geq 1$. Средняя теплоемкость газов в вышеприведенном выражении вычисляется по формуле $c_{pm} = \sum_{i=1}^z x_i c_{pi}(T_m)$.

Часть тепловой энергии поглощается ограждающими конструкциями. Количество тепла, ушедшее за время dt на нагрев ограждающих поверхностей, равно $Q_w dt$, где Q_w — поток тепла в рассматриваемый момент t , Вт.

Энергия поступает в объем помещения также вместе с газифицированным горючим материалом (например, с потоком продуктов пиролиза). Этот поток энергии можно представить как $\psi I_n dt$, где I_n — энтальпия газифицированного горючего вещества.

Приравняв изменение внутренней энергии к алгебраической сумме всех поступлений тепла и работы, получим

$$\begin{aligned} d\left(\frac{p_m V}{k-1}\right) &= (\psi \eta Q_n^p + c_{pv} T_B G_B + I_n \psi - c_{pm} T_m m G_r - Q_w) dt \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{p_m V}{k-1}\right) &= \psi \eta Q_n^p + c_{pv} T_B G_B + I_n \psi - m c_{pm} T_m G_r - Q_w. \end{aligned} \quad (20)$$

Уравнение (20) называется уравнением энергии пожара.

Начальные условия. К начальным условиям относятся данные о параметрах состояния перед пожаром. Они записываются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } t = 0: \\ p_m = p_{0m}, \quad \rho_m = \rho_{0m}; \\ T_m = T_{0m}, \quad x_1 = x_{01}; \\ x_2 = x_{02}, \quad x_3 = x_{03}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Индексом 0 отмечены величины, относящиеся к условиям перед пожаром.

Совокупность уравнений состояния (11), материального баланса пожара (14), кислородного баланса (16), баланса продуктов горения (17), баланса инертного газа (18), энергии (20) и начальные условия (21) представляет собой общее математическое описание пожара на уровне усредненных термодинамических параметров состояния. Эти уравнения содержат следующие переменные — ρ_m , p_m , T_m , x_1 , x_2 , x_3 . Число неизвестных равно числу уравнений. В уравнения кроме перечисленных переменных и величин, известных из справочников (Q_H^p , L_1 , L_2 и т. д.), входят еще четыре величины — G_B , G_T , Q_w , ψ . Чтобы рассчитать, как будет развиваться пожар, нужно знать формулы для вычисления указанных четырех величин. Рассмотрим их ниже.

3. Газообмен помещений с окружающей средой

Если принять, что температурные и концентрационные поля в газовой среде, заполняющей помещение, однородны, можно получить простые формулы, удобные для расчетов. Точность, которую обеспечивают эти фор-

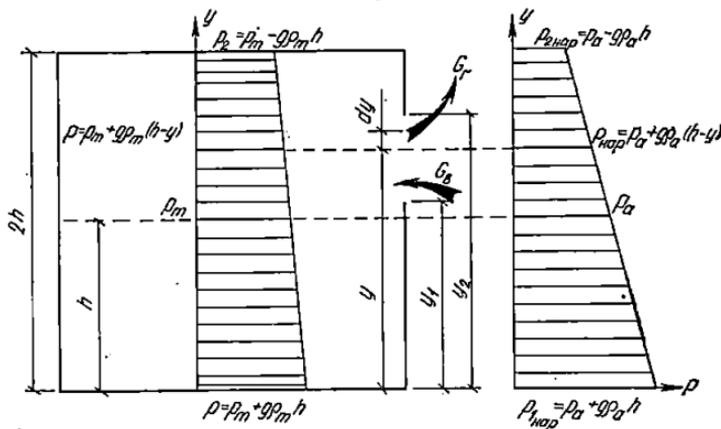


Рис. 3. Схема помещения с одним проемом и распределение внутреннего и наружного давлений

мулы при расчете развития реального пожара, оказывается вполне удовлетворительной [16].

Рассмотрим сначала распределение давлений по высоте помещения. Пусть давление на уровне пола равно p_1 (рис. 3). Тогда давление на расстоянии y от пола со-

ставит

$$p = p_1 - \int_0^y g \rho dy, \quad (22)$$

где $g = 9,81$ м/с² — ускорение свободного падения; ρ — локальная плотность; y — координата, отсчитываемая от пола.

Преобразуем уравнение (22) с учетом уравнения состояния и предположения об однородности температурного и концентрационных полей (т.е. $T = T_m$, $R = R_m$)

$$\frac{p}{p_1} = 1 - \frac{g}{R_m T_m} \int_0^y \frac{p}{p_1} dy.$$

Решение уравнения запишется в виде

$$p/p_1 = e^{-\frac{g}{R_m T_m} y}. \quad (23)$$

В реальных условиях существует неравенство

$$gy/R_m T_m \ll 1. \quad (24)$$

Например, при $y = 10$ м, $R_m = 300$ Дж/(кг·К), $T_m = 330$ К, имеем $gy/R_m T_m = 9,8 \cdot 10 / 300 \cdot 330 \approx 10^{-3}$. С учетом этого формула (23) может быть упрощена

$$p/p_1 = 1 - [g/(R_m T_m)] y. \quad (25)$$

Теперь ясно видно, что распределение давлений внутри помещения является линейным вдоль вертикали (т.е. вдоль оси y).

Проинтегрировав уравнение (25), найдем среднеобъемное давление

$$p_m = \frac{1}{2h} \int_0^{2h} p_1 \left(1 - \frac{g}{R_m T_m} y\right) dy = p_1 \left(1 - \frac{gh}{R_m T_m}\right), \quad (26)$$

где $2h$ — высота помещения.

Из сопоставления формул (25) и (26) следует, что среднеобъемное давление p_m действует на уровне, соответствующем половине высоты помещения (т.е. $y_m = h$).

Заменив в формуле (25) величину p_1 выражением, вытекающим из уравнения (26), и учтя при этом неравенство (24), получим следующую формулу:

$$p = p_m + g p_m \bar{y} (1 - \bar{y}), \quad (27)$$

где $p_m = p_m/R_m T_m$, $\bar{y} = y/h$.

На основе уравнения (27) нетрудно получить формулы для расходов воздуха G_B и уходящих газов G_T при

любой конфигурации проемов. Рассмотрим помещение с одним проемом прямоугольной формы. Обозначим ширину проема b , координаты верхнего и нижнего краев проема соответственно y_1 и y_2 , высоту проема $H=y_2-y_1$ (см. рис. 3).

Наружное распределение давлений описывается формулой

$$p_{\text{нар}} = p_a + g\rho_a h(1 - \bar{y}), \quad (2)$$

где p_a — наружное давление на уровне, соответствующем половине высоты помещения (т. е. при $y=h$); $\rho_a = p_a/R_a T_a$ — плотность наружного воздуха; T_a — температура наружного воздуха.

Положение плоскости равных давлений в каждый момент времени определяется из условий равенства наружного и внутреннего давлений, т. е. из уравнения $p_m + g\rho_m h(1 - \bar{y}_*) = p_a + g\rho_a h(1 - \bar{y}_*)$, где $\bar{y}_* = y_*/h$ — безразмерная координата плоскости равных давлений. Из этого выражения следует

$$\bar{y}_* = 1 - K_0 [\pi / (1 - \beta)]. \quad (29)$$

Здесь и далее используются следующие обозначения: $\pi = (p_m - p_a) / \rho_a$ — относительное значение избыточного давления в помещении (π может быть при пожаре отрицательной и положительной величиной); $\beta = \rho_m / \rho_a$ — отношение среднеобъемной плотности газа в помещении к плотности наружной среды; $K_0 = p_a / g \cdot \rho_a h$ — безразмерный комплекс.

Рассмотрим возможные режимы работы проема. Если $\bar{y}_* \leq y_1$, плоскость равных давлений расположена ниже нижнего края проема и воздух не будет поступать в помещение. В этом случае через весь проем из помещения будет вытекать газ. Если $\bar{y}_* \geq y_2$, плоскость равных давлений расположена выше верхнего края проема и в помещение будет поступать только наружный воздух. При $y_1 < \bar{y}_* < y_2$ через верхнюю часть проема из помещения будет уходить горячий газ, а через нижнюю часть в помещение будет поступать наружный воздух. В частности, если нижний край проема расположен выше середины высоты помещения, то третий режим наступит при $p_m < p_a$, т. е. при $\pi < 0$. Наоборот, если верхний край проема находится ниже середины высоты помещения, то третий режим реализуется, когда $p_m > p_a$, т. е. при $\pi > 0$.

В пределах части проема высотой dy , расположенной на расстоянии y от пола, газ будет вытекать из помещения, если выполняется условие $\Delta p' = p - p_{\text{нар}} = p_m - p_a + hg(\rho_m - \rho_a)(1 - \bar{y}) > 0$. Расход газа через эту часть проема $dG_r = bdy \sqrt{2\rho \Delta p'}$.

После подстановки в формулу значений ρ и $\Delta\rho'$ получим $dG_r = bdy \sqrt{2\rho_m(1+\delta)[p_m - p_a + gh(\rho_m - \rho_a) \times (1-\bar{y})]}$, где $\delta \leq gh/(R_m T_m) \ll 1$ (этой величиной можно пренебречь по сравнению с единицей).

Полный расход уходящих газов определим после интегрирования

$$G_r = \xi_r G_0 \sqrt{\beta} \int_{c_1}^{\bar{y}_2} [\pi K_0 - (1-\beta)(1-\bar{y})]^{1/2} d\bar{y}, \quad (30)$$

где ξ_r — коэффициент, учитывающий влияние вязкости газа; $G_0 = \rho_a b h \sqrt{2gh}$; $\bar{y}_2 = y_2/h$.

Значение нижнего предела интегрирования c_1 в формуле (30) вычислим следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } \bar{y}_1 < \bar{y}_* < \bar{y}_2 & c_1 = 1 - K_0 [\pi/(1-\beta)]; \\ \text{» } \bar{y}_* \leq \bar{y}_1 & c_1 = \bar{y}_1; \\ \text{» } \bar{y}_* \geq \bar{y}_2 & c_1 = \bar{y}_2. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Аналогично получим формулу для определения расхода воздуха, поступающего в помещение. В пределах части проема высотой dy , расположенной на расстоянии y от пола, воздух будет поступать, если выполняется условие $\Delta p'' = p_{нар} - p = p_a - p_m + hg(1-\bar{y})(\rho_a - \rho_m) > 0$. Расход воздуха через эту часть проема составит

$dG_B = bdy \sqrt{2\rho_a[p_a - p_m + hg(\rho_a - \rho_m)(1-\bar{y})]}$. Подставив в выражение безразмерные переменные β и π , получим формулу

$$dG_B = G_0 d\bar{y} \sqrt{1-\beta} \sqrt{\left[1-\bar{y} - \frac{\pi K_0}{(1-\beta)}\right]}.$$

Полный расход воздуха определим интегрированием

$$G_B = \xi_B G_0 \sqrt{1-\beta} \int_{\bar{y}_1}^{c_2} \left[1 - \frac{\pi}{1-\beta} K_0 - \bar{y}\right]^{1/2} d\bar{y}, \quad (32)$$

где ξ_B — коэффициент, учитывающий влияние вязкости воздуха.

Значение верхнего предела интегрирования c_2 зависит от положения плоскости равных давлений и вычисляется по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } \bar{y}_1 < \bar{y}_* < \bar{y}_2 & c_2 = 1 - [\pi/(1-\beta)] K_0; \\ \text{» } \bar{y}_* \leq \bar{y}_1 & c_2 = \bar{y}_1; \\ \text{» } \bar{y}_* \geq \bar{y}_2 & c_2 = \bar{y}_2. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

368837

С учетом условий (31) и (33) из уравнений (30) и (32) вытекают следующие формулы для G_B и G_T :

а) при $(1 - \bar{y}_1)(1 - \beta) > \pi K_0 > (1 - \bar{y}_2)(1 - \beta)$:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_T &= \frac{2}{3} \xi_T \sqrt{\beta(1-\beta)} \left(\bar{y}_2 - 1 + K_0 \frac{\pi}{1-\beta} \right)^{3/2}; \\ \gamma_B &= \frac{2}{3} \xi_B \sqrt{(1-\beta)} \left(1 - \bar{y}_1 - K_0 \frac{\pi}{1-\beta} \right)^{3/2}; \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

б) при $\pi K_0 \geq (1 - \bar{y}_1)(1 - \beta)$:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_T &= \frac{2}{3} \xi_T \sqrt{\beta(1-\beta)} \left[\left(\bar{y}_2 - 1 + K_0 \frac{\pi}{1-\beta} \right)^{3/2} - \right. \\ &\quad \left. - \left(\bar{y}_1 - 1 + K_0 \frac{\pi}{1-\beta} \right)^{3/2} \right]; \\ \gamma_B &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

в) при $\pi K_0 \leq (1 - \bar{y}_2)(1 - \beta)$:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_T &= 0; \\ \gamma_B &= \frac{2}{3} \xi_B \sqrt{(1-\beta)} \left[\left(1 - \bar{y}_1 - K_0 \frac{\pi}{1-\beta} \right)^{3/2} - \right. \\ &\quad \left. - \left(1 - \bar{y}_2 - K_0 \frac{\pi}{1-\beta} \right)^{3/2} \right]; \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

где $\gamma_T = G_T/G_0$; $\gamma_B = G_B/G_0$; $G_0 = \rho_a b h \sqrt{2gh}$.

Рассмотрим помещение с двумя проемами, расположенными на разных уровнях (рис. 4). Центр верхнего проема расположен от пола помещения на расстоянии y_2 , а центр нижнего — на расстоянии y_1 . Высоты проемов H_2 и H_1 намного меньше расстояния между ними, т. е. $H_2 \ll y_2 - y_1$ и $H_1 \ll y_2 - y_1$. Поэтому с достаточной степенью точности можно пренебречь изменением давлений по высоте каждого из проемов. Ограничимся рассмотрением условий, когда отсутствует влияние ветра.

Распределение давлений внутри помещения описывается формулой (27), наружного давления — формулой (28). Положение плоскости равных давлений определяется по формуле (29).

Если $y_1 < y_* < y_2$, то через верхний проем вытекают газы, а через нижний — втекает наружный воздух. Перепад между внутренним и наружным давлениями на уровне верхнего проема $\Delta p' = p_m - p_a + hg(\bar{y}_2 - 1)(\rho_a - \rho_m)$, где $\bar{y}_2 = y_2/h$; h — половина высоты помещения.

Расход уходящих газов

$$G_{\Gamma} = \xi_2 F_2 \sqrt{2\rho_m [\rho_m - \rho_a + gh(\rho_a - \rho_m)(\bar{y}_2 - 1)]}, \quad (37)$$

где ξ_2 — коэффициент, учитывающий сопротивление верхнего проема, F_2 — площадь верхнего проема.

Перепад между наружным и внутренним давлениями на уровне нижнего проема $\Delta p'' = \rho_a - \rho_m + gh(1 - \bar{y}_1)(\rho_a - \rho_m)$. Расход воздуха, поступающего в проем площадью F_1 ,

$$G_{\text{в}} = \xi_1 F_1 \sqrt{2\rho_a [\rho_a - \rho_m + gh(1 - \bar{y}_1)(\rho_a - \rho_m)]}, \quad (38)$$

где $\bar{y}_1 = y_1/h$ — безразмерная координата центра нижнего проема; ξ_1 — коэффициент сопротивления нижнего проема.

Если плоскость равных давлений расположена ниже нижнего проема, т.е. если $y_* < y_1$, то через оба проема из помещения будет выталкиваться газ. Формулы для G_{Γ} и $G_{\text{в}}$ будут иметь следующий вид:

$$G_{\Gamma} = \xi_2 F_2 \rho_a \sqrt{2gh} \sqrt{\beta(1-\beta) \left[K_0 \frac{\pi}{(1-\beta)} + \bar{y}_2 - 1 \right]} + \\ + \xi_1 F_1 \rho_a \sqrt{2gh} \sqrt{\beta(1-\beta) \left[K_0 \frac{\pi}{(1-\beta)} + \bar{y}_1 - 1 \right]}; \quad (39)$$

$$G_{\text{в}} = 0. \quad (40)$$

Если плоскость равных давлений лежит выше верхнего отверстия, т.е. если $y_* > y_2$, то через оба проема будет поступать в помещение наружный воздух. Формулы для G_{Γ} и $G_{\text{в}}$ имеют вид:

$$G_{\Gamma} = 0; \quad (41)$$

$$G_{\text{в}} = \xi_1 F_1 \rho_a \sqrt{2gh} \sqrt{(1-\beta) \left[1 - \bar{y}_1 - K_0 \frac{\pi}{(1-\beta)} \right]} + \\ + \xi_2 F_2 \rho_a \sqrt{2gh} \sqrt{(1-\beta) \left[1 - \bar{y}_2 - K_0 \frac{\pi}{(1-\beta)} \right]}. \quad (42)$$

После несложных преобразований формулы (37) — (42) запишем в следующем виде:

а) при $(1 - \bar{y}_1)(1 - \beta) > \pi K_0 > (1 - \bar{y}_2)(1 - \beta)$:

$$\gamma_{\Gamma} = \Phi \sqrt{\beta [\pi K_0 + (\bar{y}_2 - 1)(1 - \beta)]}; \quad (37a)$$

$$\gamma_{\text{в}} = \frac{1}{\Phi} \sqrt{(1 - \bar{y}_1)(1 - \beta) - \pi K_0}; \quad (38a)$$

б) при $\pi K_0 \geq (1 - \bar{y}_1)(1 - \beta)$:

$$\gamma_r = \Phi \sqrt{\beta [\pi K_0 + (\bar{y}_2 - 1)(1 - \beta)]} + \frac{1}{\Phi} \sqrt{\beta [\pi K_0 + (\bar{y}_1 - 1)(1 - \beta)]} \quad (39a)$$

$$\gamma_b = 0; \quad (40a)$$

$$b) \text{ при } \pi K_0 \leq -(\bar{y}_2 - 1)(1 - \beta)$$

$$\gamma_r = 0; \quad (41a)$$

$$\gamma_b = \frac{1}{\Phi} \sqrt{(1 - \bar{y}_1)(1 - \beta) - \pi K_0} + \Phi \sqrt{(1 - \bar{y}_2)(1 - \beta) - \pi K_0}. \quad (42a)$$

В формулах использованы следующие обозначения:

$$\gamma_r = G_r / G_0; \quad \gamma_b = G_b / G_0; \quad \Phi = (\xi_2 F_2 / \xi_1 F_1)^{1/2}; \quad G_0 = \rho_a \times \times \sqrt{2gh\xi_1\xi_2 F_1 F_2}.$$

Значительное влияние на газообмен помещения с окружающей средой может оказывать ветер. Чтобы учесть влияние ветра, необходимо знать аэродинамические ко-

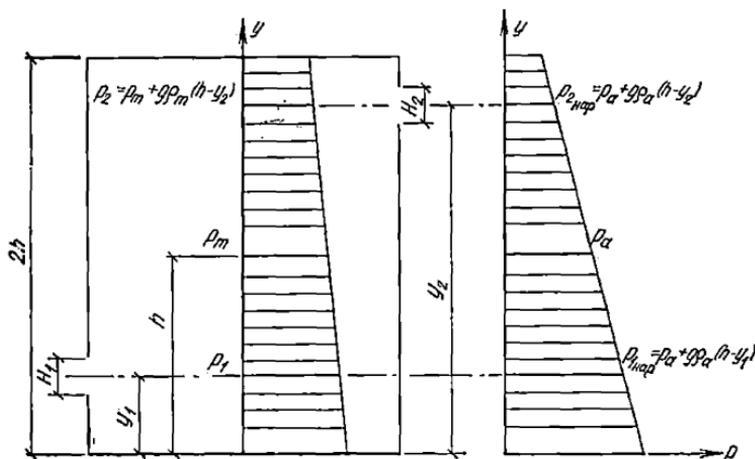


Рис. 4. Схема помещения с двумя проемами и распределение внутреннего и наружного давлений

эффиценты здания. Способ учета влияния ветра на газообмен рассмотрим на примере помещения с двумя проемами (рис. 4). Предположим, что направление ветра перпендикулярно стене, в которой расположен нижний проем, а верхний проем находится на заветренной стороне помещения.

Вдали от помещения распределение давления вдоль вертикали (вдоль оси y) описывается формулой (28).

Наружное давление около нижнего отверстия $p_{\text{нар}}^{(1)} = p_a + g\rho_a h(1 - \bar{y}_1) + K_1(\rho_a \omega^2/2)$, где K_1 — первый аэродинамический коэффициент; ω — скорость ветра, м/с.

Перепад между наружным и внутренним давлениями на уровне нижнего проема $\Delta p'' = p_a - p_m + gh(1 - \bar{y}_1) \times (\rho_a - \rho_m) + K_1(\rho_a \omega^2/2)$.

Если $\Delta p'' > 0$, то через нижний проем втекает воздух. Расход поступающего воздуха

$$G_B = \xi_1 F_1 \sqrt{2\rho_a \Delta p''}. \quad (43)$$

Наружное давление около верхнего проема, расположенного на заветренной стороне, $p_{\text{нар}}^{(2)} = p_a + g\rho_a h \times (1 - \bar{y}_2) - K_2(\rho_a \omega^2/2)$, где K_2 — второй аэродинамический коэффициент здания. Перепад между внутренним и наружным давлениями на уровне верхнего проема $\Delta p' = p_m - p_a + gh(\bar{y}_2 - 1)(\rho_a - \rho_m) + K_2(\rho_a \omega^2/2)$.

Если $\Delta p' > 0$, то через верхний проем вытекают горячие газы из помещения. Расход уходящих газов

$$G_T = \xi_2 F_2 \sqrt{2\rho_m \Delta p'}. \quad (44)$$

Как уже указывалось, полученные зависимости $G_B(\rho_m, \bar{p}_m)$ и $G_T(\rho_m, \bar{p}_m)$ носят приближенный характер, так как при их выводе использовалось допущение об однородности температурного поля в объеме помещения.

Рассмотрим теперь те же зависимости в условиях неоднородного температурного поля.

Из экспериментальных данных видно, что во многих случаях распределение температур по высоте помещения можно аппроксимировать следующей функцией [16, 27]

$$T = T_m \left[1 + a \left(1 - \frac{y}{h} \right) \right]^{-1}, \quad (45)$$

где T_m — среднеобъемная температура; $a = f(T_m)$ — эмпирическая константа; y — координата, отсчитываемая вдоль вертикали от пола помещения; h — половина высоты помещения.

На рис. 5 приведены профили температур, вычисленные по формуле (45) при нескольких значениях параметра a , характеризующего степень неоднородности температурного поля.

Формулу, описывающую распределение давлений по высоте помещения при указанной зависимости $T(y)$, выводим методом, аналогичным использованному при вы-

воде формулы (27),

$$p = p_m + \rho_m gh \left[\frac{3+a}{3} - (1+a)\bar{y} + \frac{a}{2}\bar{y}^2 \right], \quad (46)$$

где $\bar{y} = y/h$ — безразмерная координата.

Координату плоскости, в которой давление равно среднеобъемному, определяем из выражения $\bar{y}_m = (1+a)/a - \sqrt{[(1+a)/a]^2 - 2/3[(a+3)/a]}$, где $\bar{y}_m = y/h$ — координата плоскости среднеобъемного давления.

На рис. 6 представлена зависимость $(p-p_m)/(g\rho_m h)$ от безразмерной координаты \bar{y} при двух значениях параметра a .

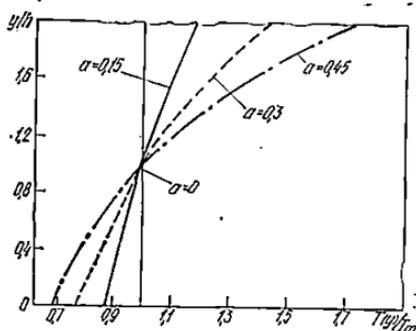


Рис. 5. Распределение температур по высоте помещения

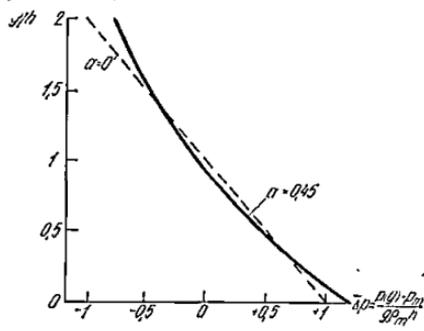


Рис. 6. Распределение давлений по высоте помещения при различных степенях неоднородности температуры

Распределение плотности по высоте помещения в рассматриваемых условиях описывается формулой

$$\rho = \rho_m [1 + a(1 - \bar{y})]. \quad (47)$$

На основе формул (46) и (47) нетрудно получить уравнения для G_r и G_b при любой конфигурации проемов [16]. Рассмотрим помещение с двумя проемами (см. рис. 4). Распределение давлений в окружающей среде описывается формулой (28). Положение плоскости равных давлений в каждый момент времени вычисляется по формуле

$$\bar{y}_* = 1 - \frac{1-\beta}{a\beta} + \frac{1-\beta}{a\beta} \sqrt{1 + \frac{1}{3} \frac{a^2 \beta^2}{(1-\beta)^2} - \frac{2a\beta}{(1-\beta)^2} \pi K_0}, \quad (48)$$

где $\bar{y}_* = y_*/h$ — координата плоскости равных давлений; $K_0 = \rho_a / g\rho_a h$.

При $\bar{y}_1 < \bar{y}_* < \bar{y}_2$ формулы для определения расходов имеют вид:

$$\gamma_r = \Phi \sqrt{\beta [1 + a (1 - \bar{y}_2)] \left\{ \pi K_0 + \beta \frac{3+a}{3} - 1 + [1 - \beta (1+a)] \bar{y}_2 + \frac{a\beta}{2} \bar{y}_2^2 \right\}}; \quad (49)$$

$$\gamma_b = \frac{1}{\Phi} \sqrt{\left\{ 1 - \pi K_0 - \beta \frac{3+a}{3} - [1 - \beta (1+a)] \bar{y}_1 - \frac{a\beta}{2} \bar{y}_1^2 \right\}}. \quad (50)$$

Здесь и далее используются те же обозначения, что и в формулах (37а) — (41а).

При $\bar{y}_* < \bar{y}_1$ (в этом случае через оба проема из помещения выталкиваются газы) расходы вычисляются по формулам:

$$\gamma_r = \Phi \sqrt{\beta [1 + a (1 - \bar{y}_2)] \left\{ \pi K_0 + \beta \frac{3+a}{3} - 1 + [1 - \beta \times \right. \\ \left. \times (1+a)] \bar{y}_2 + \frac{\beta a}{2} \bar{y}_2^2 \right\}} + \frac{1}{\Phi} \sqrt{\beta [1 + a (1 - \bar{y}_1)] \left\{ \pi K_0 + \right. \\ \left. + \beta \frac{3+a}{3} - 1 + [1 - \beta (1+a)] \bar{y}_1 + \frac{a\beta}{2} \bar{y}_1^2 \right\}}; \quad (51)$$

$$\gamma_b = 0. \quad (52)$$

Если $\bar{y}_* > \bar{y}_2$, то через оба проема в помещение поступает наружный воздух. При этом условия формулы для расходов записываются следующим образом:

$$\gamma_r = 0; \quad (53)$$

$$\gamma_b = \frac{1}{\Phi} \sqrt{\left\{ 1 - \pi K_0 - \beta \frac{3+a}{3} - [1 - \beta (1+a)] \bar{y}_1 - \frac{\beta a}{2} \bar{y}_1^2 \right\}} + \\ + \Phi \sqrt{\left\{ 1 - \pi K_0 - \beta \frac{3+a}{3} - [1 - \beta (1+a)] \bar{y}_2 - \frac{a\beta}{2} \bar{y}_2^2 \right\}}. \quad (54)$$

Аналогичным образом получаем зависимости $G_b(\rho_m, \rho_m)$ и $G_r(\rho_m, \rho_m)$ при другой конфигурации проемов.

В процессе развития пожара может изменяться число открытых проемов. Характерным при пожаре является, например, вскрытие оконных проемов в результате раз-

рушения остекления или вскрытие дверных проемов в результате прогорания дверей либо действий людей.

Остекление проемов разрушается под действием нагревания стекла горячими газами. Момент разрушения остекления проемов наступает при достижении в помещении среднеобъемной температуры некоторого критического значения $T_m^* \approx 500-600$ К. Расчет пожара в помещении с остекленными (закрытыми) проемами после достижения этой критической температуры необходимо выполнять с использованием формул для G_r и G_b , учитывающих газообмен помещения с окружающей средой через вскрывшиеся проемы.

4. Тепловой поток в ограждающие конструкции

Тепловые потоки в разные элементы ограждающей поверхности помещения (стены, пол, потолок) в условиях пожара существенно отличаются. Поэтому общий поток тепла Q_w через ограждающую поверхность в каждый момент времени целесообразно представить как сумму потоков в различные элементы ограждающих конструкций

$$Q_w = Q_{w1} + Q_{w2} + Q_{w3} + Q_r, \quad (55)$$

где Q_{w1} , Q_{w2} , Q_{w3} — потоки тепла через поверхности соответственно стен, потолка и пола; Q_r — радиационный поток тепла в окружающую среду из открытых проемов, через которые в помещение втекает наружный воздух.

Поток тепла, излучаемый из объема помещения через проем, с достаточной для практики точностью можно определить по формуле

$$Q_r = cF_0 [(T_m/100)^4 - (T_a/100)^4], \quad (56)$$

где c — коэффициент излучения, Вт/(м²·К⁴); F_0 — площадь проема, м²; T_m — среднеобъемная температура в помещении, К; T_a — температура в окружающей здание среде, К.

При пожаре газовая среда внутри помещения из-за задымления является, как правило, оптически непрозрачной. Значение коэффициента излучения близко к значению коэффициента излучения абсолютно черного тела, т. е. $c = 5,67$ Вт/(м²·К⁴). В связи с этим проемы, через которые вытекают из помещения задымленные газы, не являются открытыми для радиации, идущей изнутри помещения. Если через один и тот же проем одновременно уходят задымленные газы и поступает холодный воздух, он является лишь частично открытым.

Тепловые потоки в стены, потолок и пол (Q_{w1} , Q_{w2}

Q_{w3}) обусловлены совместным действием излучения и конвекции (подробнее см. гл. II). Они зависят от температуры газовой среды в помещении, теплофизических характеристик материала (теплоемкость, плотность, теплопроводность и т. п.), толщины ограждения и других факторов. Для помещений с ограждающими конструкциями, изготовленными из кирпича (или материалов, теплофизические свойства которых близки к свойствам кирпича), значения тепловых потоков при $300 < T_m < 1500$ К можно в первом приближении вычислять по эмпирической формуле [27]

$$Q_{w1} + Q_{w2} + Q_{w3} = F\Sigma (T_m - T_{om}) [0,8 - 0,00065 (T_m - T_{om})] \alpha_0 \exp [0,0023 (T_m - T_{om})], \quad (57)$$

где $F\Sigma = F_1 + F_2 + F_3$ — суммарная площадь поверхностей ограждений (стен, потолка, пола) за вычетом площади проемов, м²; T_{om} — температура среды перед пожаром, К; $\alpha_0 = 11,6$ Вт/(м²·К) — эмпирический коэффициент.

Если ограждения изготовлены из материала с небольшим коэффициентом теплопроводности $\lambda < 1$ Вт/(м·К) и имеют значительную толщину δ , то в процессе их прогревания при пожаре $Bi = \alpha\delta/\lambda \gg 1$, где Bi — число Био; α — коэффициент теплоотдачи от газа к поверхности ограждения, обусловленный действием радиации и конвекции; λ — коэффициент теплопроводности материала, Вт/(м·К). При выполнении этого условия температура поверхности ограждения близка к температуре среды, омывающей конструкцию. В таких случаях для приближенных оценок тепловых потоков в ограждения можно воспользоваться формулой

$$Q_{w1} + Q_{w2} + Q_{w3} = F\Sigma \frac{2\lambda}{\delta} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t \frac{dT_m}{dH} \exp \left[- \left(\frac{2n-1}{2} \pi \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{a(t-H)}{\delta^2} \right] dH, \quad (58)$$

где $a = \lambda/\rho c$ — коэффициент температуропроводности материала, м²/с; t — время.

Формула (58) позволяет решить задачу о прогревании стенки толщиной δ в том случае, когда на одной ее поверхности выполняется условие $T_w \rightarrow T_m$, а на другой — отсутствует теплоотдача. Если ограждающую конструкцию можно рассматривать как полубесконечный массив, то для оценки тепловых потоков при указанном условии можно применить формулу

$$Q_{w1} + Q_{w2} + Q_{w3} = F_{\Sigma} \frac{\lambda}{\sqrt{\pi \alpha}} \int_0^t \left(\frac{dT_m}{dH} \right) \frac{dH}{(t-H)^{1/2}}. \quad (59)$$

В общем случае тепловой поток на поверхность i -го элемента ограждения вычисляется по формуле

$$Q_{wi} = \alpha_i (T_m - T_{wi}) F_i, \quad (60)$$

где α_i — коэффициент теплоотдачи на i -той поверхности; T_{wi} — температура внутренней поверхности ограждения, омываемой горячими газами, К; F_i — площадь поверхности i -го элемента ограждения, м².

Температура T_{wi} определяется из краевой задачи, которая формулируется для однородной стенки следующим образом:

$$\text{ср } (\partial T / \partial t) = \partial / \partial X [\lambda (\partial T / \partial X)]; \quad (61)$$

$$T(0, X) = f(X); \quad (62)$$

$$(\partial T / \partial X)_{X=0} = -(\alpha_i / \lambda) (T_m - T_{wi}); \quad (63)$$

$$(\partial T / \partial X)_{X=\delta} = -(\alpha_n / \lambda) [T(\tau, \delta) - T_a], \quad (64)$$

где $T = T(t, x)$ — температура в толще ограждения; $T(0, X)$ — температура ограждения перед пожаром; $T_{wi} = T_w(t, 0)$ — температура внутренней поверхности ограждения; $T(t, \delta)$ — температура внешней поверхности ограждения; T_a — температура наружного воздуха; α_n — коэффициент теплоотдачи на внешней поверхности ограждения; λ — коэффициент теплопроводности материала ограждения; x — координата, отсчитываемая по нормали к стенке от внутренней поверхности ограждения; T_m — температура среды в помещении.

В формуле (63) температура среды в помещении определяется из системы уравнений (11), (14), (16) — (18), (20), дополненной уравнениями (61) — (64). Таким образом, уравнения (61) — (64) являются частью системы, уравнений, дающей полное описание пожара.

5. Интенсивность выделения тепла при пожаре

Интенсивность выделения тепла есть величина, по значению равная теплоте, выделяющейся при пожаре внутри помещения за единицу времени. Она определяется массовой скоростью выгорания материалов и их тепловой сгорания. На интенсивность тепловыделения влияют содержание кислорода и температура среды в помещении. Содержание кислорода в свою очередь зависит от интенсивности поступления воздуха в помещение. Приток наружного воздуха в помещение через проемы обуславливается законами естественной конвекции под действием разности плотностей наружного воздуха и на-

гретых газов внутри помещения. В помещениях с большой горючей загрузкой и с проемами, имеющими малую площадь, в процессе развития пожара может реализоваться режим, при котором из-за нехватки кислорода часть продуктов пиролиза твердых материалов (или паров жидких продуктов) уходит через проемы и сгорает за пределами помещения, создавая выброс пламени через проемы. Интенсивность выделения тепла внутри помещения при таком режиме пожара пропорциональна расходу поступающего воздуха, т. е.

$$Q_{\Pi} = \eta \psi Q_{\Pi}^P \approx Q_{\Pi}^P (x_{\text{IВ}} G_{\text{В}} / L_1), \quad (65)$$

где η — коэффициент полноты сгорания (учитывающий также и возможные выбросы пламени); ψ — массовая скорость выгорания материала, равная массе материала, перешедшего за единицу времени из твердого или жидкого состояния в газообразное; $x_{\text{IВ}} = 0,23$ — концентрация кислорода в поступающем воздухе; L_1 — теоретически необходимое количество кислорода для сгорания единицы массы горючего материала.

Момент наступления режима, при котором справедлива зависимость (65), определяется уровнем среднеобъемной концентрации кислорода в помещении. Эксперименты показали, что критическое значение среднеобъемной концентрации, при котором наступает этот режим, лежит в интервале значений $x_{\text{Iкр}} \approx 0,05—0,01$.

Массовая скорость выгорания при режиме, когда горение ограничивается из-за притока воздуха, определяется соотношением, вытекающим из выражения (65),

$$\psi = x_{\text{IВ}} G_{\text{В}} / \eta L_1, \quad (65a)$$

т. е. скорость выгорания ψ пропорциональна расходу воздуха $G_{\text{В}}$. Эта зависимость подтверждается экспериментальными работами [12].

Если горение в помещении не ограничивается притоком воздуха, интенсивность тепловыделения зависит от площади поверхности материала, охваченной горением. Площадь поверхности материала, охваченной горением, может оставаться в процессе пожара постоянной величиной (например, при горении слоя жидкости, оконтунного устройством, препятствующим растеканию этой жидкости), или изменяться со временем (например, при распространении огня в помещении, заполненном мебелью). Скорость нарастания площади, охваченной горением, определяется физической природой материала, его геометрической структурой и температурой среды в помещении. Интенсивность тепловыделения при услови-

ях, когда горение не лимитируется притоком кислорода, определяют по формуле

$$Q_{\text{г}} = \eta \psi_A A Q_{\text{н}}^{\text{р}}, \quad (66)$$

где $\psi_A = \psi/A$ — удельная скорость выгорания, равная массе сгорающего материала за единицу времени, приходящаяся на единицу площади поверхности горения, $\text{кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$; $A = f(t)$ — площадь поверхности материала, охваченной горением.

Удельные скорости выгорания различных материалов и их теплоты сгорания приведены в табл. 1 [27].

Таблица 1

Горючие материалы и вещества	ψ_A , $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$	$Q_{\text{н}}^{\text{р}}$, кДж/кг
Ацетон	158	28 800
Бензин	160—200	41 870
Диэтиловый эфир	216	33 500
Древесина (бруски, мебель)	54	13 800
Дизельное топливо	150	48 870
Карболитовые изделия	22	26 900
Каучук натуральный	48	42 000
Каучук СКС	32	40 000
Керосин	160	41 870
Киноплёнка целлулоидная	4200	16 700
Книги на деревянных стеллажах	20	13 400
Мазут	125	38 700
Натрий металлический	42—63	10 900
Нефть	85	41 870
Органическое стекло	58	25 000
Полистирол	52	39 000
Резина	40	33 500
Текстолит	24	20 900
Хлопок разрыхленный	15	15 700
Штапельное волокно разрыхленное	24	13 800
Этиловый спирт	96—120	27 200

Площадь поверхности горения зависит от скорости изменения площади горения $A = \int_0^t \omega_A(t) dt$, где ω_A — скорость изменения площади горения, $\text{м}^2/\text{с}$.

Функцию $\omega_A(t)$ определяют на основании экспериментальных данных.

По мере роста среднеобъемной температуры газа в помещении и прогревания горючих материалов может наступить момент, когда пламя сразу охватывает практически все поверхности горючих материалов. Это явление

ние иногда называют «общей вспышкой». После общей вспышки горение может проходить или в режиме, когда горение начинает лимитироваться притоком воздуха (при малых проемах), или при режиме, когда поступает достаточное количество наружного воздуха (при большой степени проемности помещения). Момент «общей вспышки» приближенно определяется среднеобъемной температурой среды в помещении. В зависимости от природы материала критическое значение этой температуры $(T_m)_{кр} = 473 - 600$ К.

6. Моделирование пожаров

Характер развития пожара в помещении зависит от размеров проемов и их расположения, вида и количества горючего материала, теплофизических свойств ограждающих конструкций и других факторов. Пожары в помещениях можно разделить с позиций термогазодинамического анализа на группы (классы). Пожары, входящие в одну группу, описываются одинаковыми по форме размерными уравнениями и условиями однозначности. В частности, пожары можно относить к одной группе лишь в том случае, если они протекают в геометрически подобных помещениях. Пожары, входящие в одну группу, могут быть подобными, если выполняются определенные условия. Условия подобия можно установить при помощи хорошо разработанных в теплофизике методов. Одним из методов анализа подобия является метод приведения уравнений пожара к безразмерному виду. Сущность этого метода рассмотрим на примере анализа конкретной группы явлений.

Рассмотрим группу пожаров в геометрически подобных помещениях, у которых свободный объем не изменяется со временем, т. е. $V = \text{const}$, а газообмен с окружающей средой постоянно осуществляется через один прямоугольный проем. Расположение проема в каждом помещении задается координатами y_1 и y_2 (см. рис. 3). Расходы поступающего воздуха и уходящих газов вычислим по формулам (34) — (36). Ограничимся далее условиями, при которых ограждающие конструкции можно рассматривать как полубесконечные массивы и при этом рассчитать тепловые потоки в поверхность ограждения по формуле (59). При анализе пренебрегаем влиянием радиационных потерь тепла через проем (это

можно сделать, если площадь проема сравнительно мала). В рассматриваемых помещениях температура и состав газа перед пожаром такие же, как в окружающей атмосфере.

Приведем уравнения, описывающие пожар в помещении при указанных условиях, к безразмерному виду. В качестве масштабов приведения будем использовать следующие величины:

для среднеобъемной температуры T_m — начальное значение температуры T_{0m} (отметим, что T_{0m} равна температуре воздуха в окружающей атмосфере T_B);

для среднеобъемной плотности ρ_m — плотность перед пожаром ρ_{0m} (перед пожаром ρ_{0m} равна плотности воздуха в окружающей среде ρ_a);

для среднеобъемного давления p_m — начальное давление p_{0m} (перед пожаром $p_{0m} = p_a$);

для расходов воздуха и уходящих газов — величину $G_0 = \rho_a b h \sqrt{2gh}$, содержащуюся в формулах (34) — (36).

Уравнения пожара после преобразований примут вид:

$$d\beta/d\bar{t} = \gamma_B + \bar{\psi} - \gamma_\Gamma; \quad (67)$$

$$\beta \frac{dx_1}{d\bar{t}} = \gamma_B (x_{1B} - x_1) + \gamma_\Gamma x_1 (1 - n_1) - \bar{\psi} (x_1 + \eta_1 L_1); \quad (68)$$

$$\beta \frac{dx_2}{d\bar{t}} = \bar{\psi} (L_2 - x_2) + \gamma_B (x_{2B} - x_2) - \gamma_\Gamma x_2 (n_2 - 1); \quad (69)$$

$$\beta \frac{dx_3}{d\bar{t}} = \gamma_B (x_{3B} - x_3) - \bar{\psi} x_3 - \gamma_\Gamma x_3 (n_3 - 1); \quad (70)$$

$$0,286 \frac{d}{d\bar{t}} \left(\frac{\pi}{K-1} \right) = K_1 \bar{\psi} \eta + \gamma_B - K_2 \int_0^{\bar{t}} \left(\frac{d\theta}{dH} \right) \times \\ \times \frac{dH^{1/2}}{(t-H)} - m_1 \theta \gamma_\Gamma + K_3 \bar{\psi}; \quad (71)$$

$$\pi + 1 = \bar{R} \beta \theta. \quad (72)$$

Уравнения (67) — (72) совместно с формулами (34) — (36) дают полное (замкнутое) описание пожара. В этих уравнениях используются следующие обозначения:

$$\beta = \rho_m / \rho_{0m}; \quad \pi = (\rho_m - \rho_a) / \rho_a; \\ \theta = T_m / T_{0m}; \quad \gamma_B = G_B / G_0; \quad \gamma_\Gamma = G_\Gamma / G_0; \\ \bar{\psi} = \psi / G_0; \quad \bar{R} = R_m / R_a; \quad m_1 = mc_{pm} / c_{pB};$$

$$\bar{t} = tG_0/\rho_a V;$$

$$K_1 = \frac{Q_H^p}{c_{pB} T_B}; \quad K_2 = \frac{F_\Sigma}{c_{pB}} \sqrt{\frac{\rho c \lambda}{3,14 \rho_a G_0 V}};$$

$$K_3 = \frac{I_\Pi}{c_{pB} T_B}.$$

Начальные условия после перехода к безразмерным величинам (переменным) принимают вид:

$$\left. \begin{array}{l} \beta \Big|_{\bar{t}=0} = 1; \quad \theta \Big|_{\bar{t}=0} = 1; \quad \pi \Big|_{\bar{t}=0} = 0; \\ x_1 \Big|_{\bar{t}=0} = 0,23; \quad x_2 \Big|_{\bar{t}=0} = 0; \quad x_3 \Big|_{\bar{t}=0} = 0,77 \end{array} \right\} \quad (73)$$

Решение вышеприведенной системы уравнений в неявном виде записывается следующим образом:

$$\left. \begin{array}{l} \theta = f_1(\bar{t}, \bar{\psi}, L_2, L_1, K_0, \bar{y}_1, \bar{y}_2, K_1, K_2, K_3); \\ \beta = f_2(\bar{t}, \bar{\psi}, L_1, L_2, K_0, \bar{y}_1, \bar{y}_2, K_1, K_2, K_3); \\ \pi = f_3(\bar{t}, \bar{\psi}, L_1, L_2, K_0, \bar{y}_1, \bar{y}_2, K_1, K_2, K_3); \\ x_i = f_i(\bar{t}, \bar{\psi}, L_1, L_2, K_0, \bar{y}_1, \bar{y}_2, K_1, K_2, K_3). \end{array} \right\} \quad (74)$$

Безразмерные числа и комплексы $L_1, L_2, K_0, \bar{y}_1, \bar{y}_2, K_1, K_2$ и K_3 характеризуют условия протекания пожара. Если в двух сравниваемых пожарах эти числа соответственно равны друг другу, т. е.:

$$(L_1)_I = (L_1)_{II}; \quad (L_2)_I = (L_2)_{II}; \quad (K_1)_I = (K_1)_{II}; \quad (K_3)_I = (K_3)_{II}, \quad (75)$$

$$(\bar{y}_1)_I = (\bar{y}_1)_{II}; \quad (\bar{y}_2)_I = (\bar{y}_2)_{II}; \quad (K_0)_I = (K_0)_{II}; \quad (76)$$

$$(K_2)_I = (K_2)_{II}; \quad (\bar{\psi})_I = (\bar{\psi})_{II}, \quad (77)$$

то безразмерные уравнения (67) — (72), описывающие пожары в двух разных помещениях (помещениях I и II), будут тождественны. Зависимости величин θ, β, π и x_i от \bar{t} при обоих пожарах будут одинаковы. Такие пожары называют подобными.

Анализ условий (75) — (77) позволяет сформулировать правила моделирования пожаров. Чтобы удовлетворить условиям подобия (75), необходимо использовать в модели горючий материал той же физической природы, что и в натурном объекте. Из условий (76) следует, что расположение проема в модельном помещении долж-

но отвечать следующим соотношениям:

$$(y_1)_I = (y_1)_{II} \omega; (y_2)_I = (y_2)_{II} \omega, \quad (78)$$

где $\omega = h_I/h_{II}$ — масштаб модели (число, показывающее, во сколько раз высота помещения I меньше высоты помещения II).

Исследование влияния комплекса K_0 на развитие пожара показало, что роль этого комплекса несущественна [18]. При моделировании пожара во многих случаях можно не заботиться о том, чтобы соблюдалось равенство $(K_0)_I = (K_0)_{II}$. Из условий равенства чисел K_2 для натурального объекта и модели вытекает соотношение, с помощью которого определяется ширина проема в модельном помещении

$$b_I = b_{II} \varepsilon \omega^{-1/2}, \quad (79)$$

где $\varepsilon = (\rho c \lambda)_I / (\rho c \lambda)_{II}$; ρ , c , λ — соответственно плотность, теплоемкость и теплопроводность материала ограждающей конструкции. Это соотношение справедливо, если тепловые потоки описываются формулой (59).

Сходные моменты времени для модели и натурального объекта определяются из условия равенства временных комплексов ($t[G_0/(\rho_a V)] = \text{idem}$): $t_I = t_{II}(\omega^2/\varepsilon)$.

Если площадь горения в натурном объекте не изменяется со временем ($A = \text{const}$) и можно принять, что $\Psi_A = \text{const}$, то площадь горения в модели следует определять, пользуясь соотношением (вытекающим из условия $\Psi/G_0 = \text{idem}$) $A_I = A_{II} \omega \varepsilon$.

Проведенный анализ подобия и сделанные выводы относятся к частной группе пожаров. Аналогичным образом можно провести анализ для других видов пожаров.

7. Расчет развития пожара

Аналитическое решение системы дифференциальных уравнений, описывающих развитие пожара, может быть получено лишь для некоторых частных случаев [15]. В общем случае система решается численными методами с использованием ЭВМ. Для интегрирования системы уравнений пожара с заданными начальными условиями можно использовать стандартную программу (метод Рунге — Кутта) с автоматическим выбором шага интегрирования. Шаг интегрирования выбирается в соответствии с погрешностью интегрирования. Как правило, следует задавать очень невысокую погрешность (порядка 10^{-8}).

Рассмотрим помещение кубической формы, высота которого $2h=10$ м, объем $V=1000$ м³. Помещение имеет два открытых проема (см. рис. 4). Верхний проем расположен у потолка так, что координата центра проема $y_2 \approx 2h$. Нижний проем находится у пола. Координата его центра $y_1 \approx 0$. Размеры проема по вертикали малы по сравнению с высотой помещения. Площади верхнего и нижнего проемов одинаковы, т. е. $F_1=F_2=F_0=4$ м². Ветра нет. Расход поступающего воздуха G_v и уходящих газов G_r через такие проемы рассчитываем по формулам (37) — (42а). Коэффициенты сопротивления у обоих проемов одинаковы $\xi_1=\xi_2=0,9$. Горючий материал в помещении имеет следующие характеристики: а) теплоту сгорания $Q_H^p=2,2 \cdot 10^7$ Дж/кг; б) теоретически необходимое количество кислорода для сгорания 1 кг материала $L_1=4$ кг/кг; в) количество образующегося углекислого газа при сгорании 1 кг материала $L_2=2,7$ кг/кг; г) $I_n=5 \cdot 10^5$ Дж/кг. Такие характеристики имеет, например, метан CH_4 . Скорость выгорания при среднеобъемной концентрации $x_1 \geq 0,05$ описывается некоторой заданной функцией Ψ , а при $x_1 < 0,05$ — формулой (65). Условия в окружающей среде характеризуются следующими параметрами: температурой $T_n=290$ К; б) давлением $p_a=10^5$ Па; в) плотностью $\rho_a=1,2$ кг/м³; г) концентрацией кислорода, углекислого газа и азота соответственно $x_1=0,77$; $x_2 \approx 0$; $x_3=0,23$. Перед пожаром параметры газа внутри помещения такие же, как во внешней среде, т. е. $T_{om}=T_a$; $p_{om}=p_a$; $\rho_{om}=\rho_a$. Количество тепла, передаваемое при пожаре горячими газами в ограждения, в каждый момент развития пожара может быть оценено по следующей эмпирической формуле:

$$Q_w = F_{\Sigma} \alpha_0 T_{om} (\theta - 1) (1 - b\theta), \quad (80)$$

где $\alpha_0 = 11,6$ Вт/(м²·К); $b = 0,5$; $\theta = T_m/T_{om}$; $F_{\Sigma} = 24 h^2 = 600$ м².

При расчетах примем следующие значения коэффициентов, учитывающих неоднородность концентрационных и температурных полей в помещении: $n_1=1$; $n_2=1$; $n_3=1$; $m=1$. Если имеются эмпирические данные об этих коэффициентах, то следует воспользоваться ими. Так как в процессе развития пожара газовая постоянная $R_m=8314/\mu_m$ и показатель адиабаты $k=c_{pm}/c_{vm}$ изменяются незначительно, примем их постоянными и равными тем, которые характеризуют воздух. Зависимость теплоемкости газа в помещении от температуры

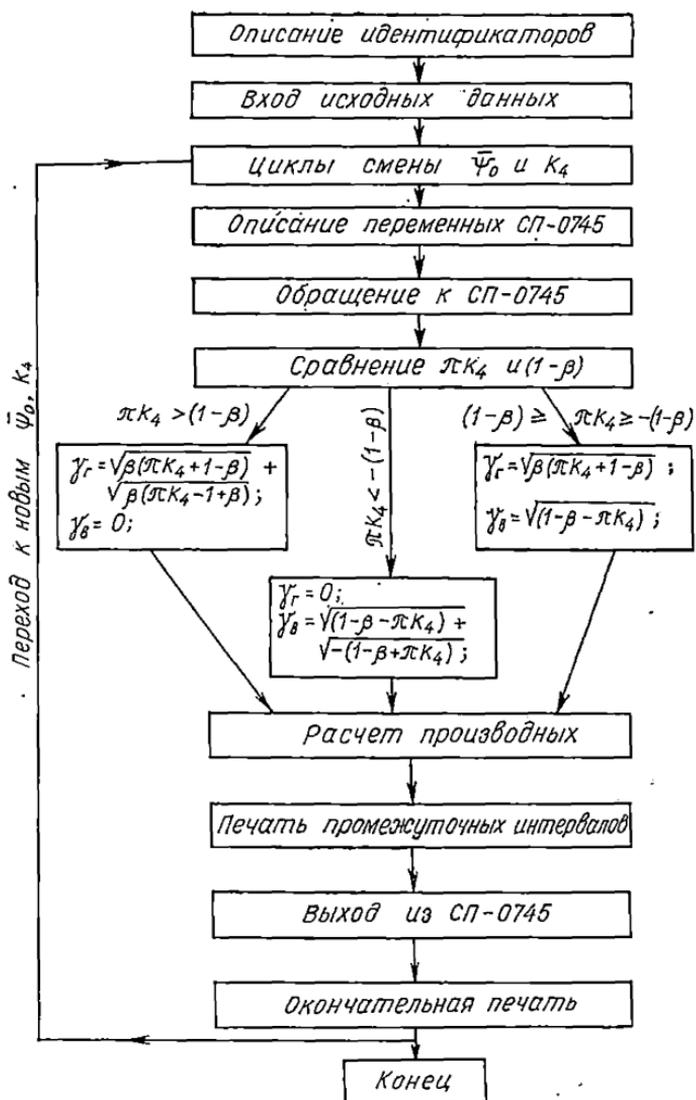


Рис. 7. Блок-схема программы для ЭВМ

При этом до тех пор, пока концентрация кислорода удовлетворяла условию $x_1 \geq 0,05$, коэффициент полноты сгорания принимался равным единице (т. е. $\eta = 1$).

На рис. 7 приведена блок-схема программы расчетов, разработанной для ЭВМ «БЭСМ-4» [18].

Результаты расчетов представлены на рис. 8 и 9.

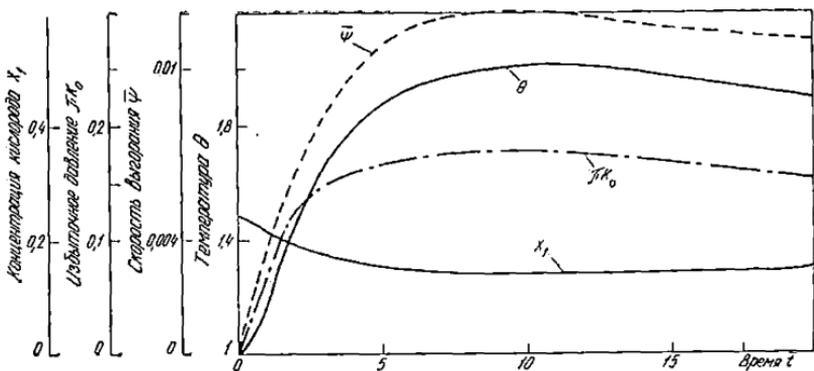


Рис. 8. Зависимости среднеобъемной температуры θ , концентрации кислорода x_1 и избыточного давления πK_4 от времени при $K_1=75,9$; $K_2=0,163$; $K_3=1,75$

Графики показывают, что скорость выгорания сначала нарастает, а затем постепенно уменьшается. Температура θ также сначала нарастает, достигает при $\bar{t} \approx 10$ максимального значения, а затем медленно убывает. В начальной фазе пожара (при $\bar{t}=0-3$) избыточное давление интенсивно увеличивается, а затем изменяется очень медленно. Расходы уходящих газов γ_r и поступающего воздуха γ_v в начальной стадии пожара значительно отличаются, например при $\bar{t}=1$ имеем: $\gamma_v=0,223$, $\gamma_r=0,419$. Лишь при стабилизации пожара, как и должно быть, выполняется условие $\gamma_r = \gamma_v + \Psi$.

На рис. 10 приведены результаты расчетов пожара в том же помещении, но при условии, что площадь вдвое

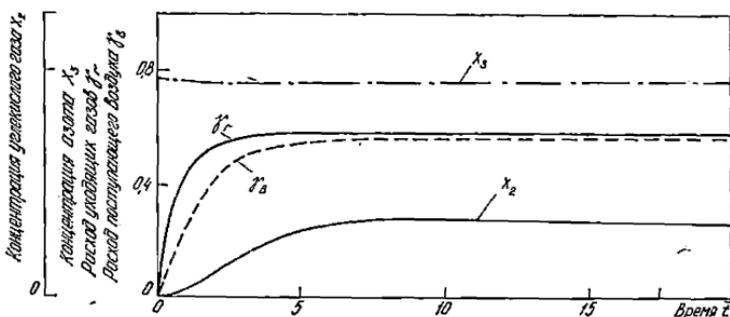


Рис. 9. Зависимости расходов уходящих газов γ_r , поступающего воздуха γ_v , концентраций углекислого газа x_2 и азота x_3 от времени

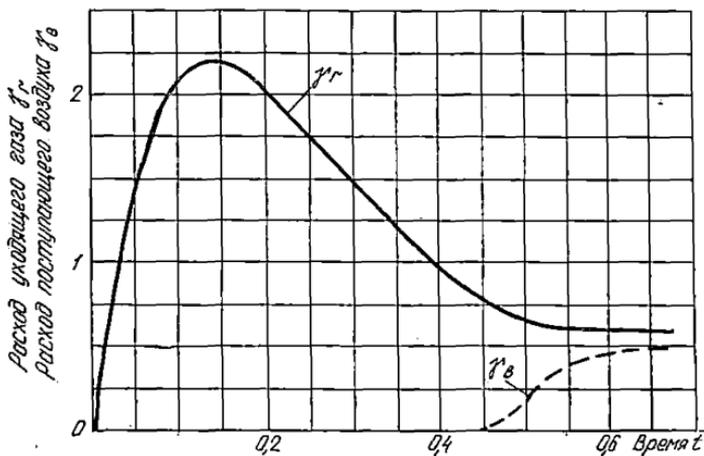
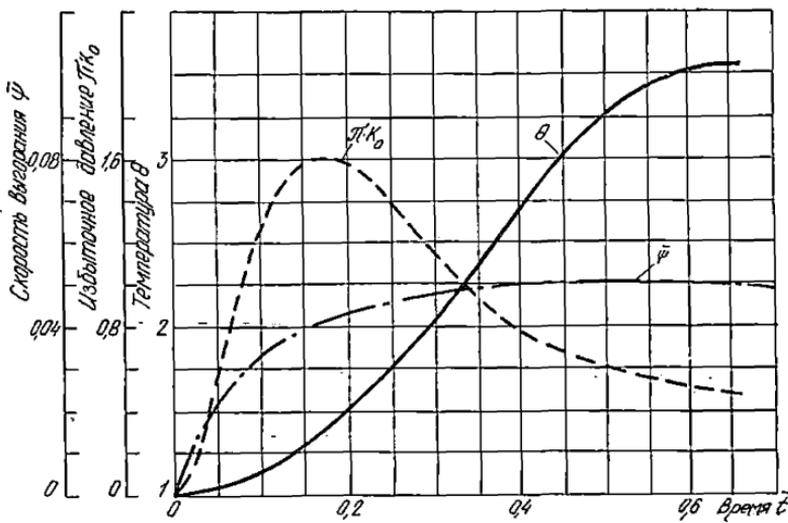


Рис. 10. Зависимости температуры, избыточного давления, расходов уходящих газов и воздуха от времени

меньше (т. е. $K_2=0,326$), а скорость выгорания описывается следующей зависимостью $\bar{\Psi}=0,05(1-e^{-10t})$. При принятых условиях температура θ быстро нарастает в интервале времени $\bar{t}=0-0,6$. В начальной стадии пожара ($\bar{t}=0-0,2$) наблюдается резкое повышение среднеобъемного избыточного давления πK_4 , которое за-

тем постепенно снижается и стабилизируется. Максимальное избыточное давление в начале пожара при рассмотренных условиях превышает давление при стабилизированном режиме приблизительно в четыре раза.

В начальной стадии пожара ($\bar{t}=0-0,45$) из помещения только выбрасываются газы. При $\bar{t}=0,15$ расход уходящих газов γ_r достигает максимального значения. На этой стадии пожара наружный воздух в помещение не поступает, т. е. $\gamma_{в}=0$.

ГЛАВА II. ТЕПЛОБМЕН ПРИ ПОЖАРЕ

1. Интегральные уравнения пограничного слоя

Интегральное уравнение движения. Рассмотрим дифференциальные уравнения движения пограничного слоя:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}; \quad (91)$$

$$\partial p / \partial y = 0. \quad (92)$$

Уравнение (92) является уравнением движения газа в пограничном слое в проекции на ось y , направленную нормально к поверхности. Оно выведено с учетом допущения о постоянстве давления по толщине пограничного слоя. Поэтому давление в пограничном слое можно выразить через давление на внешней границе пограничного слоя из уравнения Бернулли

$$\rho_{\infty} u_{\infty} \frac{du_{\infty}}{dx} = -\frac{dp}{dx} + g_x \rho_{\infty}. \quad (93)$$

После несложных преобразований уравнения (91) с учетом формулы (93) получим следующее дифференциальное уравнение движения пограничного слоя:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} - \rho_{\infty} u_{\infty} \frac{du_{\infty}}{dx} = g_x (\rho - \rho_{\infty}) + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (94)$$

В общем случае с учетом проницаемости поверхности (испарение влаги, выделение газов при действии высоких температур и др.) уравнение (94) должно рассматриваться со следующими граничными условиями:

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } y = 0: u = 0, v = v_w \neq 0; \\ \text{при } y = \delta: u = u_{\infty}, \partial u / \partial y = \partial^2 u / \partial y^2 = 0. \end{array} \right\} \quad (95)$$

Величина ρu , входящая в уравнение (94), определяется из дифференциального уравнения неразрывности $[\partial(\rho u)/\partial x] + [\partial(\rho v)/\partial y] = 0$ при его интегрировании по толщине гидродинамического пограничного слоя $\int_0^\delta \partial(\rho v) = - \int_0^\delta [\partial(\rho u)/\partial x] dy$ и с учетом условия (95)

$$\rho v = \rho_w v_w - \int_0^\delta [\partial(\rho u)/\partial x] dy.$$

Найденное значение ρv подставляется в уравнение (94), которое после этого интегрируется по толщине гидродинамического пограничного слоя в пределах от 0 до δ ,

$$\int_0^\delta \rho u \frac{\partial u}{\partial x} dy + \rho_w v_w \int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial y} dy - \int_0^\delta \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \left[\int_0^\delta \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dy \right] dy - \\ - \int_0^\delta \rho_\infty u_\infty \frac{du_\infty}{dx} dy = g \int_0^\delta (\rho - \rho_\infty) dy + \mu \int_0^\delta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy. \quad (96)$$

Интегралы, входящие в формулу (96), с учетом граничных условий имеют значения:

$$\rho_w v_w \int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial y} dy = \rho_w v_w u_\infty; \\ \int_0^\delta \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \left[\int_0^y \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dy \right] dy = u_\infty \int_0^\delta \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dy - \int_0^\delta u \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dy; \\ \mu \int_0^\delta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy = -\mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_w = \tau_w,$$

что позволяет уравнение (96) переписать в виде

$$\int_0^\delta \left[\rho \frac{\partial u^2}{\partial x} dy - u_\infty \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} - \rho_\infty u_\infty \frac{du_\infty}{dx} \right] dy = g_x \int_0^\delta (\rho - \rho_\infty) dy - \\ - \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_w - \rho_w v_w u_\infty. \quad (97)$$

Левая часть уравнения (97) после ряда преобразований принимает вид $d/dx \int_0^\delta (u - u_\infty) \rho u dy + (du_\infty/dx) \times$

$\times \int_0^{\delta} (\rho u - \rho_{\infty} u_{\infty}) dy$, что позволяет получить интегральное уравнение движения многокомпонентной смеси для непроницаемой поверхности

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} (u_{\infty} - u) \rho u dy + \frac{du_{\infty}}{dx} \int_0^{\delta} (\rho_{\infty} u_{\infty} - \rho u) dy = \\ = g_x \int_0^{\delta} (\rho_{\infty} - \rho) dy - \tau_w + \rho_w v_w u_{\infty}. \end{aligned} \quad (98)$$

Можно принять с достаточной степенью приближения, что при пожаре в замкнутых объемах существует тепловое и гидродинамическое взаимодействие очага пожара с ограждающими конструкциями для условий естественной конвекции на непроницаемой поверхности. В этих условиях, когда продольная составляющая скорости на поверхности $v_w = 0$ и скорость на внешней границе пограничного слоя $u_{\infty} = 0$, интегральное уравнение движения принимает вид

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho u^2 dy = g_x \int_0^{\delta} (\rho - \rho_{\infty}) dy + \tau_w. \quad (99)$$

Если принять, что теплофизические свойства продуктов сгорания не меняются при пожаре, за исключением члена, учитывающего подъемную силу, уравнение (99) можно переписать в виде

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u^2 dy = g_x \int_0^{\delta} \frac{(\rho - \rho_{\infty})}{\rho} dy + \frac{\tau_w}{\rho}. \quad (100)$$

Для процессов тепло- и массообмена в бинарном пограничном слое, где плотность меняется как в результате наличия градиента температуры, так и присутствия в пограничном слое газа, отличного от газа основного потока, относительное изменение плотности выражается

$$\frac{\rho - \rho_{\infty}}{\rho} = \beta_t (T - T_{\infty}) + \beta_m (m_i - m_{i\infty}),$$

где β_t — коэффициент объемного термического расширения $\beta_t = -1/\rho (\partial\rho/\partial T)_{p,i}$, для идеальных газов $\beta_t \approx 1/T$; β_m — коэффициент объемного концентрационного расширения $\beta_m = -1/\rho (\partial\rho/\partial m)_{p,T}$;

для идеальной бинарной смеси $\beta_m = \frac{(M_2/M_1 - 1)}{1 + [(M_2/M_1) - 1]m_1}$; M_1, m_1 — молекулярная масса и массовая доля активного компонента; M_2 — молекулярная масса газа основного потока.

Интегральное уравнение движения для процессов совместного теплообмена имеет вид

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u^2 dy = g_x \int_0^{\delta} \beta_t (T - T_{\infty}) dy + g_x \int_0^{\delta} \beta_m (m_i - m_{i\infty}) dy + \frac{\tau_w}{\rho}. \quad (101)$$

Интегральное уравнение энергии. Рассмотрим дифференциальное уравнение энергии пограничного слоя для сложного теплообмена.

$$c_p \rho \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial q^R}{\partial y} + \frac{\partial q^r}{\partial y}. \quad (102)$$

В правой части уравнения второй член учитывает интегральный поток результирующего излучения, третий член — тепло, выделяемое при догорании горючих веществ в пограничном слое. Если в уравнение ввести новую переменную $\theta = T - T_{\infty}$, то оно примет вид

$$c_p \rho \left(u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial q^R}{\partial y} + \frac{\partial q^r}{\partial y}. \quad (103)$$

После интегрирования уравнения (103) по y в пределах от 0 до δ_t (где δ_t — толщина теплового пограничного слоя) с учетом граничных условий на поверхности строительной конструкции (при $y=0$; $u=0$; $\theta=\theta_w = T_w - T_{\infty}$) и на внешней границе теплового пограничного слоя (при $y=\delta_t$; $u=u_{\infty}$; $\theta=0$; $\partial\theta/\partial y = \partial^2\theta/\partial y^2 = 0$) получаем

$$\int_0^{\delta_t} c_p \rho u \frac{\partial \theta}{\partial x} dy + \int_0^{\delta_t} c_p \rho v \frac{\partial \theta}{\partial y} dy = \lambda \int_0^{\delta_t} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} dy + \int_0^l \frac{\partial q^R}{\partial y} dy + \int_0^{l^*} \frac{\partial q^r}{\partial y} dy. \quad (104)$$

В уравнении (104) второй и третий член в правой части интегрируются по верхнему пределу l и l^* , где l и l^* соответственно эффективная длина пути луча и приведенная толщина пограничного слоя, в котором происходит догорание горючих веществ. Значения величин l и

l^* могут быть больше, меньше и равны толщине пограничного слоя δ_l . При $l \geq \delta_l$ пограничный слой можно считать оптически прозрачным и уравнение энергии можно рассматривать без члена, учитывающего интегральный поток результирующего излучения.

Интегралы, входящие в уравнение (104), находят из выражений:

$$\int_0^{\delta_l} c_p \rho v \frac{\partial \theta}{\partial y} dy = \theta_w c_p \rho v \Big|_0 - c_p \rho \int_0^{\delta_l} \theta \frac{\partial v}{\partial y} dy = -\theta_w c_{pw} \rho_w v_w +$$

$$+ c_p \rho \int_0^{\delta} \theta \frac{\partial u}{\partial x} dy;$$

$$\lambda \int_0^{\delta_l} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} dy = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_0 = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_w = q_w;$$

$$\int_0^l \frac{\partial q^R}{\partial y} dy = (q_l^R - q_w^R) = Q_R;$$

$$\int_0^{l^*} \frac{\partial q^r}{\partial y} dy = (q_{l^*}^r - q_w^r) = Q_r.$$

Подстановка найденных интегралов в уравнение (104) после несложных преобразований позволяет получить интегральное уравнение энергии пограничного слоя (предполагается, что теплофизические свойства среды постоянны и для ее интегральных оптических характеристик)

$$c_p \rho \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_l} u \theta dy = q_w + c_{pw} \rho_w \theta_w v_w + Q_R + Q_r. \quad (105)$$

Интегральное уравнение диффузии. Рассмотрим дифференциальное уравнение диффузии в пограничном слое (без учета явлений термо- и бародиффузий) с граничными условиями на поверхности строительной конструкции (при $y=0$: $m_i = m_{iw}$; $v = v_w$ и на внешней границе массообменного пограничного слоя (при $y = \delta_m$: $m_i = m_{i\infty}$; $\frac{\partial m_i}{\partial y} = \frac{\partial^2 m_i}{\partial y^2} = 0$);

$$u \frac{\partial m_i}{\partial x} + v \frac{\partial m_i}{\partial y} = D \frac{\partial^2 m_i}{\partial y^2}. \quad (106)$$

Если ввести новую переменную $\bar{m}_i = m_i - m_{i\infty}$, то уравнение примет вид

$$u \frac{\partial \bar{m}_i}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{m}_i}{\partial y} = D \frac{\partial^2 \bar{m}_i}{\partial y^2}. \quad (107)$$

Граничные условия для переменной \bar{m}_i при $y=0$: $\bar{m}_{iw} = m_{iw} - m_{i\infty}$ и при $y = \delta_m$: $\bar{m}_{i\infty} = 0$, $\frac{\partial \bar{m}_i}{\partial y} = \frac{\partial^2 \bar{m}_i}{\partial y^2} = 0$

Интегрирование уравнения (107) по y в пределах от 0 до внешней границы массообменного пограничного слоя δ_m приводит к выражению

$$\int_0^{\delta_m} u \frac{\partial \bar{m}_i}{\partial x} dy + \int_0^{\delta_m} v \frac{\partial \bar{m}_i}{\partial y} dy = \int_0^{\delta_m} D \frac{\partial^2 \bar{m}_i}{\partial y^2} dy. \quad (108)$$

Интегралы, входящие в уравнение (108), находят из выражений

$$\int_0^{\delta_m} v \frac{\partial \bar{m}_i}{\partial y} dy = \bar{m}_i v \int_0^{\delta_m} - \int_0^{\delta_m} \bar{m}_i \frac{\partial v}{\partial y} dy = -\bar{m}_{iw} v_w + \int_0^{\delta_m} \bar{m}_i \frac{\partial u}{\partial x} dy;$$

$$\int_0^{\delta_m} D \frac{\partial^2 \bar{m}_i}{\partial y^2} dy = D \frac{\partial \bar{m}_i}{\partial y} \Big|_0^{\delta_m} = -D \frac{\partial \bar{m}_i}{\partial y} \Big|_w = -D \frac{\rho}{\rho} \frac{\partial \bar{m}_i}{\partial y} \Big|_w = \frac{j_{iw}}{\rho}.$$

Подстановка найденных интегралов в уравнение (108) позволяет получить интегральное уравнение диффузии пограничного слоя при постоянных теплофизических свойствах жидкости

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_m} u (m_i - m_{i\infty}) dy = \frac{j_{iw}}{\rho} + \bar{m}_{iw} v_w, \quad (109)$$

где $j_{iw} = -D\rho \frac{\partial \bar{m}_i}{\partial y} \Big|_w$ — концентрационный поток i -ой компоненты.

При наличии в пограничном слое n компонент необходимо n уравнений диффузии (109).

2. Теплообмен при естественной конвекции в задымленных помещениях

Ламинарный теплообмен на вертикальных конструкциях. Ламинарный сложный теплообмен в оптически плотных средах при пожарах описывается следующей системой интегральных уравнений пограничного слоя (с учетом постоянства теплофизических и оптических свойств среды, за исключением члена, учитывающего подъемную силу):

$$\frac{d}{dx} \int_0^y u^2 dy = g\beta_t \int_0^y (T - T_\infty) dy + \frac{\tau_w}{\rho}; \quad (110)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^y (T - T_\infty) u dy = \frac{q_w}{c_p \rho} + \frac{1}{c_p \rho} (q_l^R - q_w^R). \quad (111)$$

При анализе второго члена правой части уравнения (111), описывающего лучистую составляющую эффективного теплового потока, необходимо оценить оптическую толщину теплового пограничного слоя τ_0 . Трудности, возникающие при решении интегродифференциальных уравнений лучистого теплообмена, привели к появлению ряда приближенных методов решения уравнения переноса излучением. В приближениях оптически тонкого и оптически толстого слоев (последнее называется также диффузионным или приближением Росселанда) используются упрощения, вытекающие из предельного значения толщины среды.

Приближенные методы позволяют относительно простыми методами решать сложные задачи переноса излучением. Однако их применение ограничивается тем, что точность приближенного метода не может быть оценена без сравнения с точным решением или экспериментом.

Приближение оптически тонкого слоя основано на предположении, что оптическая толщина среды τ_0 мала ($\tau_0 \ll 1$). Это приближение можно использовать для исследования температурного режима при пожаре в незадымленных помещениях.

Приближение оптически толстого слоя используется в том случае, если средняя длина свободного пробега фотона (т.е. величина, обратная коэффициенту ослабления) мала по сравнению с ее характерным размером.

Преимуществом этого приближения является, то, что оно дает очень простое выражение для определения плотности потока результирующего излучения, учитывающее интегральные оптические характеристики газовой среды.

Оптическая толщина слоя газа выражается как $\tau_0 = l/(1/k_\delta)$, где l — характерная длина; $1/k_\delta$ — средняя длина свободного пробега или средняя глубина проникновения фотона. Выражение может быть записано в виде, удобном для практического использования, $\tau_0 = k_\delta l$. Для помещений средней задымленности коэффициент ослабления среды $k_\delta \approx 2-3$. Характерная длина l возрастает с увеличением размеров помещения, где находится очаг пожара. Например, $l=0,6$ м для помещения размером $1 \times 1 \times 1$ м, $l=3,6$ м для помещения размером $6 \times 6 \times 3$ м. Таким образом, для средних размеров помещения со средним уровнем задымленности $\tau_0 > 1$ и с увеличением размеров помещения (промышленные здания) или увеличением степени задымленности оптическая толщина слоя газа возрастает и значительно превышает 1. В связи с этим при анализе лучистой составляющей эффективного теплового потока в условиях пожара в помещениях целесообразно принять модель оптически толстого пограничного слоя, справедливую при $\tau_0 \gg 1$, для которой лучистый тепловой поток можно выразить формулой [25] $q^R = -(16n^2\sigma T^3/3k_\delta)(dT/dy)$.

Для решения инженерных задач можно предположить, что законы касательных напряжений и тепловых потоков, а также распределение скорости и температуры в условиях сложного теплообмена остаются по виду записи такими же, как и в условиях конвективного теплообмена. Влияние лучистой составляющей сложного теплообмена скажется на значении толщины пограничного слоя.

При сделанных допущениях законы касательных напряжений и тепловых потоков для ламинарной естественной конвекции записываются как

$$\tau_w = -\mu \left. \frac{du}{dy} \right|_w, \quad g_w = -\lambda \left. \frac{dT}{dy} \right|_w,$$

а распределение скорости и температуры по толщине пограничного слоя

$$u = u_1 \frac{y}{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2; \quad T - T_\infty = (T_w - T_\infty) \left(1 - \frac{y}{\delta_t}\right)^2,$$

где u_1 — неизвестная величина, имеющая размерность скорости, толщина теплового пограничного слоя δ_t считается равной толщине гидродинамического δ , что справедливо для условий естественной конвекции.

Уравнения (110, 111) с учетом принятых законов касательных напряжений, тепловых потоков и распределений можно записать в следующем виде, используя новые переменные $\theta = T - T_\infty$, $\theta_w = T_w - T_\infty$:

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta u^2 dy = g\beta_t \int_0^\delta \theta dy - \nu \left. \frac{du}{dy} \right|_w; \quad (112)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \theta u dy = -a \left. \frac{d\theta}{dy} \right|_w - \frac{16n^2\sigma}{3k_\delta c_p \rho} \left(T_l^3 \left. \frac{d\theta}{dy} \right|_l - T_w^3 \left. \frac{d\theta}{dy} \right|_w \right). \quad (113)$$

Если использовать допущение о постоянстве оптических свойств среды в пограничном слое, равных их интегральным значениям, при определении лучистого теплового потока запишем, что $\left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_l \cong \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_w$. Интегралы и производные, входящие в уравнения (112, 113), определяются с учетом принятых распределений скорости и температуры

$$\int_0^\delta u^2 dy = \int_0^\delta \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^4 dy = \frac{1}{105} u_1^2 \delta,$$

$$\int_0^\delta \theta dy = \int_0^\delta \theta_w \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^2 dy = \frac{1}{3} \theta_w \delta;$$

$$\int_0^\delta \theta u dy = \int_0^\delta \theta_w u_1 \frac{y}{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^4 dy = \frac{1}{30} \theta_w u_1 \delta;$$

$$\left. \frac{du}{dy} \right|_w = \frac{u_1}{\delta}; \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_w = \theta_w \left(-\frac{2}{\delta} \right).$$

Найденные значения интегралов и производных, входящих в формулы (112) и (113), позволяют получить систему дифференциальных уравнений

$$\frac{1}{105} \frac{d}{dx} u_1^2 \delta = \frac{1}{3} g\beta_t \theta_w \delta - \nu \frac{u_1}{\delta}; \quad (114)$$

$$\frac{1}{30} \frac{d}{dx} u_1 \delta = \frac{2a}{\delta} + \frac{2}{\delta} \frac{16n^2\sigma}{3k_\delta c_p \rho} [T_l^3 - T_w^3]. \quad (115)$$

Для решения полученной системы дифференциальных уравнений необходимо иметь зависимости вида $u_1 = f(x)$ и $\delta = f(x)$. Их можно принять для рассматриваемых условий в виде степенных законов $u_1 = c_u x^m$, $\delta = c_\delta x^n$. В этом случае решением системы уравнений (114) и (115) будет

$$(2m + n) \frac{c_u^2 c_\delta}{105} x^{2m+n-1} = \frac{1}{3} g\beta_t \theta_w c_\delta x^n - \nu \frac{c_u}{c_\delta} x^{m-1}; \quad (116)$$

$$(m + n) \frac{c_u c_\delta}{30} x^{m+n-1} = \frac{2a}{c_\delta} x^{-n} + \frac{2}{c_\delta} x^{-n} \frac{16n^2 \sigma}{3k_\delta c_p \rho} [T_l^3 - T_w^3]. \quad (117)$$

Так как уравнения (116) — (117) должны быть справедливы при всех значениях x , показатели степени при x должны быть равны, что является достаточным условием для определения показателей m и n

$$\left. \begin{aligned} 2m + n - 1 = n = m - 1 \\ m + n - 1 = -n = -n \end{aligned} \right\} m = \frac{1}{2}, \quad n = \frac{1}{4}.$$

Подстановка найденных значений m и n в уравнения (116) и (117) позволяет получить систему алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{84} c_u^2 c_\delta = \frac{1}{3} g\beta_t \theta_w c_\delta - \nu \frac{c_u}{c_\delta}; \\ \frac{1}{80} c_u c_\delta = \frac{1}{c_\delta} \left\{ a + \frac{16n^2 \delta}{3k_\delta c_p \rho} [T_l^3 - T_w^3] \right\}, \end{aligned} \right\}$$

из решения которой находятся аналитические выражения для коэффициентов c_u и c_δ .

$$c_\delta = \left[\frac{76,19 a^2 (1 + \text{Bo})^2 + 80 \nu a (1 + \text{Bo})}{\frac{1}{3} g\beta_t \theta_w} \right]^{1/4}; \quad (118)$$

$$c_u = 80a (1 + \text{Bo}) \left[\frac{76,19 a^2 (1 + \text{Bo})^2 + 80 \nu a (1 + \text{Bo})}{\frac{1}{3} g\beta_t \theta_w} \right]^{-1/2}. \quad (119)$$

С учетом выражений (118) и (119) находим соотношения для определения толщины пограничного слоя и величины u_1

$$\delta = [76,19 a^2 (1 + \text{Bo})^2 + 80 \nu a (1 + \text{Bo})]^{1/4} \left(\frac{1}{3} g\beta_t \theta_w \right)^{-1/4} x^{1/4}; \quad (120)$$

$$u_1 = 80a (1 + \text{Bo}) [76,19 a^2 (1 + \text{Bo})^2 + 80 \nu a (1 + \text{Bo})]^{-1/2} \times$$

$$\times \left(\frac{1}{3} g \beta_t \theta_w \right)^{1/2} x^{1/2}. \quad (121)$$

Полученные соотношения позволяют вычислять распределение скорости и температуры по толщине пограничного слоя с учетом ранее приведенных их распределений. В соотношениях (120) и (121) $Bo = 16n^2 \sigma T_i^3 / 3k_\delta c_p \rho a$ — критерий Больцмана, где $T_i^3 = T_i^3 - T_w^3$.

Конвективную составляющую теплового потока на поверхности $q_w = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_w$ с учетом значения градиента температуры, найденного ранее, можно определить как $q_w = \alpha \theta_w = 2\theta_w (\lambda / \delta)$. Подставив в это выражение значение толщины пограничного слоя $\delta = c_\delta x^{1/4}$ и проделав несложные алгебраические преобразования, определим значение теплового потока в безразмерном виде $Nu_h = 2x^{3/4} / c_\delta$.

Ранее найденное значение коэффициента c_δ (118) позволяет получить критериальную зависимость безразмерного локального коэффициента конвективной теплоотдачи в условиях сложного теплообмена

$$Nu_h = 0,508 (Gr_x Pr)^{1/4} \left[\frac{Pr}{0,952(1+Bo) + Pr} \right]^{1/4} \left(\frac{1}{1+Bo} \right)^{1/4}. \quad (122)$$

При отсутствии лучистой составляющей в теплообмене газа с ограждающей поверхностью ($Bo = 0$) соотношение (122) переходит в хорошо известную зависимость для определения безразмерного коэффициента конвективной теплоотдачи для ламинарной естественной конвекции $Nu_h = 0,508 (Gr_x Pr)^{1/4} [Pr / (0,952 + Pr)]^{1/4}$. Средний безразмерный коэффициент конвективной теплоотдачи в условиях сложного теплообмена при ламинарной конвекции определяется по формуле $\overline{Nu}_h = 0,68 (Gr Pr)^{1/4} \{ Pr / [0,952(1+Bo) + Pr] \}^{1/4} [1 / (1+Bo)]^{1/4}$. Средний коэффициент теплоотдачи $\alpha = 4/3 \alpha_x$. Эффективный лучистый тепловой поток на ограждающей конструкции в диффузионном приближении $q_w^R = -\frac{16n^2 \sigma}{3k_\delta} \left(T_i^3 \frac{d\theta}{dy} \Big|_l - T_w^3 \frac{d\theta}{dy} \Big|_w \right)$, а с учетом найденного значения градиента температуры и при условии постоянства оптических свойств газовой среды в пограничном слое $q_w^R = (2\theta_w / \delta) (T_i^3 - T_w^3) (16n^2 \sigma / 3k_\delta)$.

Используя коэффициент лучистого теплообмена α_R ,

аналогичный по смыслу коэффициенту теплоотдачи α , запишем $q_w^R = \alpha_R \theta_w = (2\theta_w/\delta) (T_l^3 - T_w^3) (16n^2\sigma/3k\delta)$, что позволяет его определить в безразмерной форме $Nu_R = 10,7 (n^2\sigma/k\delta\lambda) x^{3/4}/c_\delta (T_l^3 - T_w^3)$, и с учетом формулы (118) как

$$Nu_{Rx} = 0,508 (Gr_x Pr)^{1/4} Bo \left[\frac{Pr}{0,952 (1 + Bo) + Pr} \right]^{1/4} \left(\frac{1}{1 + Bo} \right)^{1/4}. \quad (123)$$

Суммарный эффективный безразмерный коэффициент теплоотдачи $Nu_{эф} = Nu_h + Nu_R$ определим из соотношения

$$Nu_{эф,x} = 0,508 (Gr_x Pr)^{1/4} \left[\frac{Pr}{0,952 (1 + Bo) + Pr} \right]^{1/4} \times \\ \times \left(\frac{1}{1 + Bo} \right)^{1/4} (1 + Bo). \quad (124)$$

Рассчитаем температуру газа T_l на расстоянии приведенной эффективной длины пути луча l_δ , входящую в критерий Больцмана. Температура T_l на расстоянии приведенной эффективной длины пути луча l_δ от поверхности определяется из принятого распределения температуры по толщине пограничного слоя, где вместо текущей координаты ставится координата $y = l_\delta$. Поскольку l_δ — величина, обратная коэффициенту ослабления пограничного слоя, значение температуры T_l найдем из следующего соотношения:

$$T_l = T_\infty + (T_w - T_\infty) [1 - (1/Vu)]^2. \quad (125)$$

Критерий Бугера (Vu), входящий в соотношение (125), определяем из принятого допущения о постоянстве оптических свойств среды $Vu = k_s l = k_\delta \delta$, где k_s — коэффициент ослабления среды (является теплофизической характеристикой среды); k_δ — коэффициент ослабления среды пограничного слоя.

Коэффициент ослабления среды пограничного слоя должен иметь значение, обеспечивающее ослабление лучей в пограничном слое, равное ослаблению от источника излучения до рассматриваемой конструкции,

$$k_\delta = k_s (l/\delta_0), \quad (126)$$

где l — эффективная толщина слоя газа; δ_0 — толщина пограничного слоя, определяется из решения задачи о ламинарной естественной конвекции

$$\delta_0 = 3,93 \left(\frac{0,952 + Pr}{Pr} \right)^{1/4} \left(\frac{g\beta_l \theta_w Pr}{\nu^2} \right)^{-1/4} x^{1/4}.$$

Проанализируем влияние на безразмерный коэффициент эффективного теплового потока, определяемый соотношением (124), оптической характеристики газовой среды, которая характеризуется безразмерным комплексом Бугера (Bu). С увеличением значения критерия Бугера оптическая плотность среды увеличивается и при $Bu \rightarrow \infty$ среда становится непрозрачной для тепловых лучей. Физически это означает, что вся тепловая лучистая энергия полностью поглощается в пограничном слое, а приведенная длина свободного пробега фотонов $l_\delta = 0$. Для $Bu \rightarrow \infty$ в соответствии с соотношением (125) температура T_l на расстоянии приведенной эффективной длины пути луча l_δ будет равна температуре на поверхности конструкции T_w . Поскольку критерий Больцмана $Bo = f(T_l^3 - T_w^3)$, для $Bu \rightarrow \infty$ $Bo = 0$ уравнение (124) для определения эффективного безразмерного коэффициента теплоотдачи переходит в уравнение для определения безразмерного коэффициента конвективной теплоотдачи для ламинарной естественной конвекции.

При $Bu = 1$ температура T_l в соответствии с выражением (125) становится равной температуре на внешней границе пограничного слоя T_∞ , а приведенная эффективная длина l_δ — толщине пограничного слоя δ . В этих условиях тепловой лучистый поток проходит через пограничный слой, не претерпевая изменения (без поглощения и рассеивания газами пограничного слоя), и пограничный слой можно считать оптически прозрачным для тепловой лучистой энергии. Критерий Больцмана в этом случае определяется из соотношения $Bo = (16n^2\sigma/3k_3 c_{пра}) \times (T_\infty^3 - T_w^3)$.

При $Bu < 1$ задачу сложного теплообмена необходимо решать как задачу для условий оптически прозрачного пограничного слоя, что соответствует процессу сложного теплообмена в незадымленных помещениях.

Таким образом, безразмерный критерий Бугера, характеризующий свойство среды ослаблять тепловую лучистую энергию, является удобным критерием для оценки оптических свойств среды при определении характера сложного теплообмена в условиях пожара. При $Bu > 1$ рассматривается сложный теплообмен в условиях задымленного помещения, при $Bu \leq 1$ — в условиях незадымленного помещения.

Турбулентный теплообмен на вертикальных конструкциях. Стационарный сложный теплообмен в условиях

турбулентной естественной конвекции для условий пожара с негорючими конструкциями описывается следующей системой уравнений:

интегральным уравнением движения

$$\frac{d}{dx} \int_0^y u^2 dy = g\beta_t \int_0^y (T - T_\infty) dy - (\tau_w/\rho); \quad (127)$$

интегральным уравнением энергии

$$\frac{d}{dx} \int_0^y u (T - T_\infty) dy = \frac{q_{wk}}{c_p \rho} + \frac{1}{c_p \rho} (q_t^R - q_w^R). \quad (128)$$

Примем турбулентное касательное напряжение и тепловой поток на ограждающей конструкции по виду записи такими же, как и для случая конвективного теплообмена в условиях естественной конвекции. В этих условиях влияние лучистой составляющей сложного теплообмена скажется на толщине пограничного слоя:

$$\left. \begin{aligned} \tau_w &= 0,253 \rho u_1^2 (\nu/u_1 \delta)^{1/2}; \\ q_{wk} &= 0,253 c_p \rho u_1 (T_w - T_\infty) (\nu/u_1 \delta)^{1/2} \text{Pr}^{-2/3}. \end{aligned} \right\} \quad (129)$$

Лучистую составляющую теплового потока рассмотрим в приближении оптически толстого слоя (приближение Росселанда) при условии, что оптические свойства среды постоянны: $q_R = -(16n^2\sigma T^3/3k_\delta) (dT/dy)_T$. Градиент температуры, необходимый для определения лучистой составляющей в диффузионном приближении $(dT/dy)_T$ при турбулентной естественной конвекции, определим, используя выражение для q_{wk} и модель турбулентного пограничного слоя с ламинарным подслоем толщиной Δ . Если принять, что тепловой поток на внешней границе ламинарного подслоя равен тепловому потоку на твердой поверхности, то для решения инженерных задач в достаточной степени справедливо $q_\Delta \approx q_w$. В этом случае тепловой поток на поверхности можно записать как $q_w = -\lambda_T (dT/dy)_T$ и с учетом соотношений (129) $q_{wk} = -\lambda_T (dT/dy)_T = 0,253 c_p \rho u_1 (T_w - T_\infty) [\nu/(u_1 \delta)]^{1/2} \times \text{Pr}^{-2/3}$. Отсюда $(dT/dy)_T = -\frac{1}{\lambda_T} 0,253 c_p \rho u_1 (T_w - T_\infty) [\nu/(u_1 \delta)]^{1/2} \text{Pr}^{-2/3}$.

При допущении постоянства оптических свойств среды лучистый тепловой поток на расстоянии средней приве-

денной длины пробега фотонов l_δ от поверхности определится как $q_l^R = (16n^2 \sigma T_l^3 / 3k_\delta \lambda_T) 0,253 c_{pr} \mu_1 (T_w - T_\infty) \times [v/(u_1 \delta)]^{1/2} Pr^{-2/3}$ и лучистый тепловой поток на ограждающей поверхности $q_w^R = (16n^2 \sigma T_w^3 / 3k_\delta \lambda_T) 0,253 c_{pr} \mu_1 \times (T_w - T_\infty) [v/(u_1 \delta)]^{1/2} Pr^{-2/3}$.

Зададимся распределениями скорости и температуры по толщине пограничного слоя, по виду записи аналогичными этим же распределениям в условиях естественного конвективного теплообмена $u = u_1 (y/\delta)^{1/7} (1 - y/\delta)^4$ и $T - T_\infty = (T_w - T_\infty) [1 - (y/\delta)^{1/7}]$. Влияние лучистой составляющей теплового потока скажется на значении толщины пограничного слоя. В принятых распределениях: u_1 — неизвестная функция, имеющая размерность скорости, тепловой пограничный слой δ_t равен гидродинамическому пограничному слою δ .

С учетом принятых соотношений для τ_w и q_{wh} , а также распределений для скорости и температуры уравнения (127) и (128) для новой переменной $\theta = T - T_\infty$ и $\theta_w = T_w - T_\infty$ примут вид:

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta u^2 dy = g\beta_t \int_0^\delta \theta dy - 0,253 u_1^2 [v/(u_1 \delta)]^{1/2}; \quad (130)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta u\theta dy = 0,253 u_1 \theta_w [v/(u_1 \delta)]^{1/2} Pr^{-2/3} + (16n^2 \sigma / 3k_\delta \lambda_T) 0,253 u_1 \theta_w [v/(u_1 \delta)]^{1/2} Pr^{-2/3} (T_l^3 - T_w^3). \quad (131)$$

Интегралы, входящие в выражения (130) и (131), определяются с учетом принятых распределений скорости и температуры

$$\int_0^\delta u^2 dy = \int_0^\delta u_1^2 (y/\delta)^{2/7} (1 - y/\delta)^8 dy = 0,0523 u_1^2 \delta;$$

$$g\beta_t \int_0^\delta \theta dy = g\beta_t \int_0^\delta \theta_w [1 - (y/\delta)^{1/7}] dy = 0,125 g\beta_t \theta_w \delta;$$

$$\int_0^\delta u\theta dy = \int_0^\delta u_1 (y/\delta)^{1/7} (1 - y/\delta)^4 \theta_w [1 - (y/\delta)^{1/7}] dy = 0,0366 u_1 \theta_w \delta.$$

Найденные значения интегралов позволяют получить следующую систему дифференциальных уравнений:

$$0,0523 \frac{d}{dx} u_1^2 \delta = 0,125 g\beta_t \theta_w \delta - 0,253 u_1^2 [v/(u_1 \delta)]^{1/2}; \quad (132)$$

$$0,0366 \theta_w \frac{d}{dx} u_1 \delta = 0,253 u_1 \theta_w \text{Pr}^{-2/3} [v/(u_1 \delta)]^{1/2} \times \\ \times [1 + (16n^2 \sigma/3k_\delta \lambda_T) (T_l^3 - T_w^3)]. \quad (133)$$

Для решений этой системы дифференциальных уравнений с достаточной степенью точности можно принять для рассматриваемых условий степенной вид зависимостей $u_1 = f(x)$ и $\delta = f(x)$: $u_1 = c_u x^m$, $\delta = c_\delta x^n$, где c_u , c_δ — постоянные величины, не зависящие от координаты x .

В результате подстановки принятой степенной зависимости в уравнения (132) и (133) получаем систему дифференциальных уравнений:

$$0,0523 c_u^2 c_\delta \frac{d}{dx} (x^{2m+n}) = 0,125 g \beta_t \theta_w c_\delta x^n - \\ - 0,253 c_u^2 x^{2m} \left(\frac{v}{c_u c_\delta x^{m+n}} \right)^{1/2}; \\ 0,0366 c_u c_\delta \frac{d}{dx} (x^{m+n}) = 0,253 c_u x^m \text{Pr}^{-2/3} \left(\frac{v}{c_u c_\delta x^{m+n}} \right)^{1/2} \times \\ \times [1 + (16n^2 \sigma/3k_\delta \lambda_T) (T_l^3 - T_w^3)],$$

которая после дифференцирования переходит в систему алгебраических уравнений

$$0,0523 (2m+n) c_u^2 c_\delta x^{2m+n-1} = 0,125 g \beta_t \theta_w c_\delta x^n - \\ - 0,253 c_u^2 x^{3/2m-1/2n} [v/(c_u c_\delta)]^{1/2}; \\ 0,0366 (m+n) c_u c_\delta x^{m+n-1} = 0,253 c_u x^{1/2m-1/2n} \text{Pr}^{-2/3} \times \\ \times [v/(c_u c_\delta)]^{1/2} [1 + (16n^2 \sigma/3k_\delta \lambda_T) (T_l^3 - T_w^3)].$$

Эти уравнения должны быть справедливы при любых значениях x . Следовательно, показатели степени при x должны быть одинаковы, т. е. должны удовлетворяться следующие равенства: $2m+n-1 = n = 3/2m-1/2n$; $m+n-1 = 1/2m-1/2n$. Из этих равенств находим $m = 1/2$ и $n = 1/2$. Подстановка найденных значений m и n в уравнения (134) позволяет получить систему алгебраических уравнений:

$$0,0523 \frac{3}{2} c_u^2 c_\delta = 0,125 g \beta_t \theta_w c_\delta - 0,253 (c_u^{3/2}/c_\delta^{1/2}) v^{1/2}; \\ 0,0366 c_u c_\delta = 0,253 \text{Pr}^{-2/3} (c_u/c_\delta)^{1/2} v^{1/2} \times \\ \times [1 + (16n^2 \sigma/3k_\delta \lambda_T) (T_l^3 - T_w^3)],$$

которые решаются относительно коэффициентов c_u и c_δ

$$c_\delta = \left(\frac{0,125 g\beta_t \theta_w}{0,0785 \bar{k}^2 + 0,253 \bar{k}^{3/2} \nu^{1/2}} \right)^{-1/6}; \quad (135)$$

$$c_u = \bar{k} \left(\frac{0,125 g\beta_t \theta_w}{0,0785 \bar{k}^2 + 0,253 \bar{k}^{3/2} \nu^{1/2}} \right)^{1/2}, \quad (136)$$

где $\bar{k} = 47,8 \nu \text{Pr}^{-4/3} (1 + \text{Bo})^2$, $\text{Bo} = (16n^2 \sigma / 3k_\delta \lambda_T) (T_l^3 - T_w^3)$.

Для определения удельных тепловых потоков необходимо найти $(c_u/c_\delta)^{1/2} = (g\beta_t \theta_w / 0,63 \bar{k}^{1/2} + 2,02 \nu^{1/2})^{1/3}$.

После несложных преобразований получим соотношение для определения толщины пограничного слоя в условиях турбулентного сложного теплообмена

$$\delta/x = 2,93 (\text{Gr}_x \text{Pr})^{-1/6} \left\{ \frac{\text{Pr}^{2/3}}{(1 + \text{Bo})^3 [2,14 (1 + \text{Bo}) + \text{Pr}^{2/3}]} \right\}^{-1/6}. \quad (137)$$

При отсутствии лучистого теплового потока ($\text{Bo} = 0$) соотношение (137) переходит в известное выражение для определения толщины пограничного слоя при турбулентной естественной конвекции $\delta/x = 2,93 (\text{Gr}_x \text{Pr})^{-1/6} [\text{Pr}^{2/3} / (2,14 + \text{Pr}^{2/3})]^{-1/6}$.

Максимальную скорость потока жидкости в пограничном слое находим из соотношения

$$u_{\text{макс}} = 0,537 u_1 = \frac{\nu}{x} (1 + \text{Bo})^2 (\text{Gr}_x \text{Pr})^{1/2} \times \\ \times \left\{ \frac{\text{Pr}^{2/3}}{(1 + \text{Bo})^3 [2,14 (1 + \text{Bo}) + \text{Pr}^{2/3}]} \right\}^{1/2} \text{Pr}^{-5/6}. \quad (138)$$

При отсутствии лучистого теплового потока выражение (138) переходит в соотношение для определения максимальной скорости потока жидкости в условиях конвективного теплообмена $u_{\text{макс}} = \nu/x (\text{Gr}_x \text{Pr})^{1/2} \{ \text{Pr}^{2/3} / (2,14 + \text{Pr}^{2/3}) \}^{1/2} \text{Pr}^{-5/6}$. В соответствии с принятым законом теплообмена определяем уравнение для удельного конвективного теплового потока в условиях естественной турбулентной конвекции при сложном теплообмене, используя полученное выражение для $(c_u/c_\delta)^{1/2}$

$$q_{wk} = 0,253 c_p \rho \nu^{1/2} \text{Pr}^{-2/3} \left(\frac{g\beta_t \theta_w}{0,63 \bar{k}^{1/2} + 2,02 \nu^{1/2}} \right)^{1/3} \theta_w,$$

и локальное число Нуссельта для турбулентной естественной конвекции в условиях сложного теплообмена

$$Nu_h = 0,2 (Gr_x Pr)^{1/3} \left[\frac{Pr^{2/3}}{2,14 (1 + Bo) + Pr^{2/3}} \right]^{1/3}. \quad (139)$$

При отсутствии лучистого теплового потока ($Bo=0$) уравнение (139) переходит в соотношение для определения критерия Nu для турбулентной естественной конвекции $Nu_h = 0,2 (Gr_x Pr)^{1/3} [Pr^{2/3} / (2,14 + Pr^{2/3})]^{1/3}$.

Эффективный лучистый тепловой поток на поверхности определяется как

$$q_R = \frac{16n^2 \sigma}{3k_\delta \lambda_T} 0,253 c_p \rho \theta_w v^{1/2} Pr^{-2/3} \times \\ \times \left(\frac{g\beta_t \theta_w}{0,63 \bar{k}^{1/2} + 2,02 v^{1/2}} \right)^{1/3} (T_l^3 - T_w^3). \quad (140)$$

Использование коэффициента лучистого теплообмена α_R , аналогичного по смыслу коэффициенту теплоотдачи α , позволяет записать эффективный лучистый тепловой поток как $q_R = \alpha_R \theta_w$ или в безразмерном виде как $Nu_R = 0,2 (Gr_x Pr)^{1/3} \{ Pr^{2/3} / [2,14 (1 + Bo) + Pr^{2/3}] \}^{1/3} Bo$.

Суммарный, эффективный, безразмерный коэффициент теплоотдачи $Nu_{эф} = Nu_h + Nu_R$ определим из соотношения

$$Nu_{эф} = 0,2 (Gr_x Pr)^{1/3} \left[\frac{Pr^{2/3}}{2,14 (1 + Bo) + Pr^{2/3}} \right]^{1/3} (1 + Bo). \quad (141)$$

При расчете удельных тепловых потоков необходимо знать температуру газа T_l на расстоянии приведенной эффективной длины пути луча l_δ от поверхности. Она определяется при допущении о постоянстве радиационных свойств газовой среды $Bi = k_\delta \delta_0 = \text{const}$.

Коэффициент ослабления пограничного слоя k_δ находим по формуле (126). Толщину конвективного пограничного слоя при заданном значении температурного напора θ_w определим из решения уравнения движения и энергии, записанных для условий естественной конвекции

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta u^2 dy = g\beta_t \int_0^\delta (T - T_\infty) dy - \frac{\tau_w}{\rho};$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta u (T - T_\infty) dy = \frac{q_w}{c_p \rho}.$$

Решением этой системы уравнений с учетом вышеописанных законов касательного напряжения τ_w и теплового потока q_w и принятых распределений температур и скоростей в пограничном слое являются:

$$c_\delta = 2,93 \left(\frac{g\beta_l \theta_w}{v^2} \right)^{-1/6} \left(\frac{Pr^{2/3}}{2,14 + Pr^{2/3}} \right)^{-1/6} Pr^{-1/6};$$

$$c_u = 1,845 v \left(\frac{g\beta_l \theta_w}{v^2} \right)^{1/2} \left(\frac{Pr^{2/3}}{2,14 + Pr^{2/3}} \right)^{1/2} Pr^{-5/6}.$$

Толщину конвективного пограничного слоя δ_0 определим из соотношения

$$\delta_0 = 2,93 (Gr_x Pr)^{-1/6} \left(\frac{Pr^{2/3}}{2,14 + Pr^{2/3}} \right)^{-1/6} x. \quad (142)$$

Температуру газового потока на расстоянии приведенной эффективной длины пути луча l_δ от ограждающей поверхности найдем из соотношения

$$T_l - T_\infty = (T_w - T_\infty) \{1 - [1 / (k_\delta \delta_0)]^{1/7}\}, \quad (143)$$

где δ_0 определяется по формуле (142).

При $k_\delta \delta_0 = 1$ $T_l = T_\infty$. Это значит, что эффективная приведенная длина пути луча l_δ равна толщине пограничного слоя и лучистый поток проходит через пограничный слой, не претерпевая изменений (без ослабления).

Так же, как и для ламинарного режима движения, для турбулентного режима при $Bi > 1$ газовая среда является непрозрачной, а при $Bi \leq 1$ — прозрачной для теплового лучистого потока. Следовательно, в условиях пожара в помещениях, если безразмерный критерий Бугера больше единицы, при решении задачи о сложном теплообмене конструкции необходимо учитывать оптические свойства среды.

Для расчета сложного теплообмена в оптически плотных средах в условиях турбулентной естественной конвекции необходимо определить значения турбулентной теплопроводности $\lambda_T = \lambda + \varepsilon_\lambda$. Связь между коэффициентом турбулентной теплопроводности и осредненными величинами пульсационных составляющих скорости v , плотности ρ и энтальпии h устанавливается соотношением $\varepsilon_\lambda (dT/dy) = (\rho v) h$. В настоящее время нет достаточных данных о средних значениях пульсации в условиях естественной конвекции, что не позволяет получить функциональную зависимость. Поэтому прибегнем к следую-

щему приему. Оценим турбулентную теплопроводность, используя такие соображения. В соответствии с принятыми допущениями о ламинарном подслое удельный тепловой поток на ограждающей конструкции при турбулентной естественной конвекции определим как

$$q_{\Delta} \approx q_w = -\lambda_T \frac{dT}{dy} \Big|_T = 0,2 (Gr_x Pr)^{1/3} \times \\ \times \left(\frac{Pr^{2/3}}{2,14 + Pr^{2/3}} \right)^{1/3} \frac{\lambda \theta_w}{x}.$$

Найдем величину $\frac{dT}{dx} \Big|_T$, предположив, что непосредственно у ограждающей поверхности в вязком подслое распределение температуры подобно распределению как и для ламинарного пограничного слоя, а $\frac{dT}{dy} \Big|_w = k_{\lambda} \times \times \frac{dT}{dy} \Big|_T$, где коэффициент k_{λ} учитывает влияние на профиль температуры у внешней границы вязкого подслоя турбулентности и процесса лучистого теплообмена. С учетом принятых допущений соотношение для оценки турбулентной теплопроводности примет вид

$$\lambda_T = 0,1 k_{\lambda} (Gr_x Pr)^{1/3} \left(\frac{Pr^{2/3}}{2,14 + Pr^{2/3}} \right)^{1/3} \left(\frac{\delta}{x} \right) \lambda. \quad (144)$$

Подставив в соотношение (144) значение δ/x из выражения (142), получим формулу для определения турбулентного коэффициента теплопроводности

$$\lambda_T = k_{\lambda} 0,293 (Gr_x Pr)^{1/6} \left(\frac{Pr^{2/3}}{2,14 + Pr^{2/3}} \right)^{1/6} \lambda. \quad (145)$$

Зависимость коэффициента k_{λ} от оптических свойств среды выбирается такой, чтобы при $Bi \rightarrow \infty$ (среда непрозрачна для тепловых лучистых потоков) коэффициент был равен единице. При $k_{\lambda} = 1$ теплообмен ограждающей конструкции определяется законами турбулентной естественной конвекции и турбулентный коэффициент теплопроводности $\lambda_T = 0,293 (Gr_x Pr)^{1/6} [Pr^{2/3}/(2,14 + Pr^{2/3})]^{1/6} \lambda$, а удельный тепловой поток $q_w = 0,2 \times \times (Gr_x Pr)^{1/3} [Pr^{2/3}/(2,14 + Pr^{2/3})]^{1/3} (\lambda \theta_w/x)$.

Для оптически прозрачной газовой среды ($Bi = 1$) k_{λ} должен быть равен k_0 , турбулентный коэффициент

теплопроводности $\lambda_{T_0} = k_0 0,293 (Gr_x Pr)^{1/6} [Pr^{2/3} / (2,14 + Pr^{2/3})]^{1/6} \lambda$, конвективная составляющая эффективно теплового потока $q_{wh} = 0,2 (Gr_x Pr)^{1/3} \{Pr^{2/3} / [2,14 \times (1 + Bo) + Pr^{2/3}]\}^{1/3} (\lambda \theta_w / x)$ и лучистый тепловой поток $q_{wR} = 0,2 (Gr_x Pr)^{1/3} Bo \{Pr^{2/3} / [2,14(1 + Bo) + Pr^{2/3}]\}^{1/3} (\lambda \theta_w / x)$.

Проведенные во ВНИИПО опыты по исследованию теплового режима ограждающих конструкций в условиях пожара позволили определить вид зависимости коэффициента k_λ от оптических свойств среды, удовлетворяющей изложенным граничным условиям,

$$k_\lambda = (k_0 - 1) e^{-0,124 (Bu-1)} + 1. \quad (146)$$

Определим коэффициент k_0 , учитывающий влияние лучистого теплообмена на турбулентный коэффициент теплопроводности для оптически прозрачной газовой среды ($Bu=1$). При такой среде удельный тепловой поток на конструкции можно найти из соотношения (140), где вместо температуры T_i газового потока на расстоянии приведенной эффективной длины пути луча необходимо подставить значение температуры на внешней границе пограничного слоя T_∞

$$q_{wR} = \frac{16n^2\sigma}{3k_{60} \lambda_{T_0}} 0,253c_p \rho \theta_w v^{1/2} Pr^{-2/3} \times \\ \times \left(\frac{g\beta_l \theta_w}{0,63\bar{k}^{1/2} + 2,02v^{1,2}} \right)^{1/3} (T_\infty^3 - T_w^3).$$

С другой стороны, удельный лучистый тепловой поток в прозрачной среде между двумя телами, произвольно расположенными в пространстве, можно определить из соотношения $q_{wR} = \epsilon_{пр} c_0 [(T_\infty/100)^4 - (T_w/100)^4] \psi_{2-1}$.

Приравняв правые части обеих соотношений, определяющих удельный лучистый тепловой поток, после несложных преобразований получим кубическое уравнение, которое позволяет определить k_0 для определенных граничных условий:

$$k_0^3 + \frac{b}{(2,14 + Pr^{2/3})} k_0^2 - \frac{a Pr^{2/3}}{c(2,14 + Pr^{2/3})} = 0, \quad (147)$$

$$\text{где } a = \left[\frac{16n^2\sigma (T_\infty^3 - T_w^3) \psi_{2-1}}{3k_{60} 0,293 (Gr_x Pr)^{1/6} \left(\frac{Pr^{2/3}}{2,14 + Pr^{2/3}} \right)^{1/6} \lambda} \right]^3;$$

$$b = 2,14a^{1/3};$$

$$c = \left[\frac{\varepsilon_{\text{пр}} \sigma_0 \left[\left(\frac{T_\infty}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right] \psi_{2-1} x}{0,2 (\text{Gr}_x \text{Pr})^{1/3} (T_\infty - T_w) \lambda} \right]^3.$$

Коэффициент облученности ψ_{2-1} , входящий в коэффициенты кубического уравнения (147), является средним по поверхности коэффициентом облученности строительной конструкции на излучатель (факел). Он вычисляется по формуле $\psi_{2-1} = \psi_{1-2} (F_f/F_w)$, где ψ_{1-2} — средний по поверхности коэффициент облученности излучателя (факела) на строительную конструкцию; F_f, F_w — площади поверхности соответственно излучателя и конструкции.

Прежде чем найти коэффициент k_0 , определим коэффициент ослабления пограничного слоя k_{δ_0} для оптически прозрачной газовой среды при $\text{Bi} = 1$. При таком значении критерия Бугера приведенная длина свободного пробега фотона равна толщине пограничного слоя. Поскольку в данном случае пограничный слой является оптически прозрачным для лучистого теплового потока, его толщину можно найти, решив задачу о турбулентной естественной конвекции без учета лучистого теплового потока. Толщина пограничного слоя δ_0 для турбулентной естественной конвекции определяется соотношением (142). Значение критерия Бугера, равное единице, дает возможность найти коэффициент ослабления пограничного слоя как $k_{\delta_0} = 1/\delta_0$.

3. Теплообмен при естественной конвекции в незадымленных помещениях

Как доказано ранее, если оптические свойства газа в помещении таковы, что безразмерный критерий, определяющий эти свойства, равен или меньше единицы ($\text{Bi} \leq \leq 1$), то с достаточной степенью достоверности можно считать, что газовая среда является прозрачной для тепловых лучистых потоков. Но так как по физической природе конвективный и лучистый теплообмен различны, принято эти виды переноса тепла рассматривать отдельно. Это значительно упрощает анализ теплообмена и позволяет получать достаточно надежные расчетные соотношения для определения тепловых потоков в ограждающие конструкции при оптически прозрачных средах. Эффективный тепловой поток $q_{\text{эф}}$ на конструкции опре-

деляется как сумма конвективного q_k и лучистого q_R тепловых потоков.

Теплообмен в условиях естественной конвекции в неограниченном пространстве. Движение жидкостей, вызванное разностью плотности в поле внешних сил, обычно называют свободной (естественной) конвекцией. Такими внешними силами являются силы тяжести, центробежные силы и силы наведенного в жидкости электромагнитного поля высокой напряженности. Разность плотностей в общем случае может быть вызвана перепадом температур между поверхностью твердого тела и жидкостью и наличием в потоке жидкости компонентов, отличных по своим свойствам от свойств основного теплоносителя. В теории теплообмена принято рассматривать два разных условия теплоотдачи при естественной конвекции: в неограниченном и ограниченном пространстве. Теплоотдача в неограниченном пространстве предполагает, что на процесс конвективной теплоотдачи рассматриваемой конструкции не оказывают влияние процессы конвективной теплоотдачи окружающих ее конструкций. При теплоотдаче в ограниченном пространстве процессы конвективного теплообмена различных конструкций связаны между собой и изучать конвективный теплообмен рассматриваемой конструкции без учета окружающих ее конструкций нельзя.

В условиях пожара внешними силами являются силы тяжести, а разность плотностей вызывается главным образом перепадом температур.

Размеры помещений, в которых может развиваться пожар, в большинстве случаев несоизмеримо больше, чем толщина пограничного слоя, возникающего у строительной конструкции, поэтому теплообмен на конструкциях следует рассматривать в условиях неограниченного пространства.

Рассмотрим теплообмен у тел простой геометрической формы, наиболее часто встречающихся в практике строительства: плиты и цилиндры, расположенные вертикально и горизонтально.

При движении жидкости, вызванной естественной конвекцией, на поверхности теплообмена образуются динамический и тепловой пограничные слои. При движении жидкости вдоль поверхности пограничный слой развивается и по мере развития переходит из ламинарного в турбулентный. Такая структура пограничного слоя

наблюдается во многих случаях, за исключением тех (например, около горизонтальной поверхности), когда около теплообменных поверхностей образуется сложное восходящее и нисходящее движение. На основании теории подобия для естественной конвекции в большом объеме была получена критериальная зависимость вида $Nu = f(GrPr)$.

Теплообмен на вертикальной поверхности. Развитие течения вдоль нагреваемой (охлаждаемой) вертикальной поверхности происходит следующим образом. В верхней (нижней) части пограничный слой ламинарный, затем устойчивость его нарушается и он постепенно переходит в турбулентный.

Закономерности изменения коэффициента теплообмена для различных режимов течения неодинаковы. По-

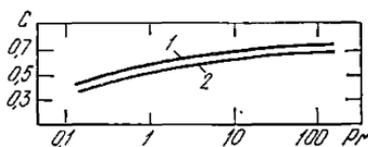


Рис. 11. Зависимость коэффициента c от числа Pr

1 — при $q_w = \text{const}$; 2 — при $t_w = \text{const}$

этому принято рассматривать теплообмен отдельно при соответствующем режиме: ламинарном, турбулентном, переходном. Для ламинарного течения в результате точных решений уравнений пограничного слоя, выполненных различными исследователями, получено расчетное соотношение среднего коэффициента теплообмена $Nu_{cp} = c(GrPr)^{0,25}$, где коэффициент пропорциональности c зависит от числа Pr (рис. 11). В данном уравнении за определяющий размер принимается высота стенки, за определяющую температуру — температура окружающей среды (для условий пожара это — среднеобъемная температура помещения). Под определяющим размером здесь и далее понимается тот линейный размер, который используется при вычислении коэффициента теплообмена, под определяющей температурой — та температура, по которой находятся необходимые характеристики жидкости, используемые при расчете коэффициента теплообмена.

Для расчета локального теплообмена при ламинарном пограничном слое на вертикальной поверхности пользуются эмпирическим уравнением, полученным для условия постоянного теплового потока по поверхности

$$\text{Nu}_x = 0,6 (\text{Gr}_x \text{Pr})^{0,25} (\text{Pr}_t/\text{Pr}_w)^{0,25}. \quad (148)$$

За определяющий размер в соотношении (148) принято расстояние от точки начала теплообмена (при нагревании конструкции от верха и при охлаждении от низа конструкции) до рассматриваемой точки, за определяющую температуру — температура окружающей среды. Множитель $(\text{Pr}_t/\text{Pr}_w)^{0,25}$ учитывает влияние направления теплового потока и изменения физических параметров в пограничном слое. Для газов отношение Pr_t/Pr_w близко к единице. При $q_w = \text{const}$ средний коэффициент теплообмена $\bar{\alpha} = 1,25\alpha_{x=l}$, а расчетная формула для среднего коэффициента теплообмена имеет вид

$$\text{Nu}_{\text{cp}} = 0,75 (\text{Gr}_l \text{Pr})^{0,25} (\text{Pr}_t/\text{Pr}_w)^{0,25}. \quad (149)$$

За определяющий размер в формуле (149) принимается длина участка от начала теплообмена, равная длине конструкции. Для расчета теплообмена при постоянной температуре поверхности $t_w = \text{const}$ коэффициент пропорциональности c в уравнении (148) можно принять равным 0,55, в уравнении (149) — 0,73. Формулы (148) и (149) получены для теплоносителей, имеющих $\text{Pr} = 0,7 - 3 \cdot 10^3$. Они справедливы для комплекса (GrPr) в пределах $10^3 - 10^9$.

Решение интегральных уравнений ламинарного пограничного слоя, выполненное методом Кармана—Польгаузена, дает выражение для определения коэффициента теплообмена в условиях ламинарного пограничного слоя для локального коэффициента в широком диапазоне изменения критерия Pr : $\text{Nu}_x = 0,508 (\text{Gr}_x \text{Pr})^{1/4} [\text{Pr}/(0,952 + \text{Pr})]^{1/4}$.

Средний коэффициент теплообмена вычисляется по уравнению

$$\text{Nu}_{\text{cp}} = 0,68 (\text{Gr}_x \text{Pr})^{1/4} \left(\frac{\text{Pr}}{0,952 + \text{Pr}} \right)^{1/4}. \quad (150)$$

Определяющая температура в этих уравнениях — средняя температура пограничного слоя $T_{\text{cp}} = 0,5 (T_\infty + T_w)$.

Как показывает опыт, ламинарный режим течения на вертикальной стенке при естественной конвекции сохраняется до значения комплекса $(\text{GrPr}) \approx 10^8 - 10^9$. Устойчивое турбулентное течение наступает при $(\text{GrPr}) > > 6 \cdot 10^{10}$. Переходные значения комплекса (GrPr) , свя-

занные с условием устойчивости потока, приближенные и могут меняться в зависимости от конкретных условий. При пожарах, когда большое количество возмущающих факторов усиливают неустойчивость потока в пограничном слое, для инженерных расчетов можно принять наступление турбулентного режима при $(GrPr) \approx 10^8$.

При турбулентном пограничном слое было получено критериальное уравнение $Nu = 0,15 (GrPr)^{1/3} (Pr_t / Pr_w)^{0,25}$. Определяющий размер и температура здесь такие же, как и в уравнении (148). Решение интегральных уравнений турбулентного пограничного слоя, выполненное методом Кармана—Польгаузена, позволяет получить критериальную зависимость для коэффициента теплообмена при широком интервале изменения критерия $Pr = 10^{-3} - 10^3$

$$Nu = 0,2 (Gr Pr)^{1/3} \left(\frac{Pr^{2/3}}{2,14 + Pr^{2/3}} \right)^{1/3} \quad (151)$$

Определяющая температура в уравнении (151) — средняя температура $T_{cp} = 0,5 (T_{\infty} + T_w)$. Если в уравнении (151) вместо параметров Nu_x и Gr_x поставить их выражения $Nu_x = \alpha x / \lambda$ и $Gr_x = g \beta_t (t_{\infty} - t_w) x^3 / \nu^2$, то легко увидеть, что коэффициент теплоотдачи в условиях турбулентной естественной конвекции не зависит от определяющего размера x , т. е. является автомодельным относительно линейного размера. Однако следует иметь в виду, что полученная автомодельность в турбулентном режиме при пожаре справедлива только для незадымленных помещений и лишь для тех случаев, когда возможно рассматривать отдельно процессы конвективного и лучистого теплообмена, т. е. при условии, если $Bu \leq 1$. Для задымленных помещений ($Bu > 1$) критериальная зависимость, как было показано ранее, имеет вид $Nu = f(GrPr; Bo)$. В критерий Больцмана в неявном виде и в сложной форме входит определяющий размер, выражаемый через коэффициент взаимной облученности пламени и конструкции и приведенную длину свободного пробега фотона. Это существенно осложняет процесс моделирования сложного теплообмена в условиях задымленного помещения при пожаре, так как не позволяет использовать автомодельность, которая отсутствует в данном случае.

Для прозрачной газовой среды теплообмен в турбулентной зоне не зависит от линейного размера, а изменение температуры стенки по высоте оказывает значительное влияние на закон теплообмена.

называется пленочным или кондуктивным режимом. Ослабление роли конвективного переноса вызывает усиление влияния формы тела на теплообмен. В этих условиях критерий Нуссельта зависит только от формы тела: для тонкой проволоки $Nu=0,5$, а для сферы $Nu=2$. То обстоятельство, что в кондуктивном режиме критерий Нуссельта для тела определенной формы — величина постоянная, позволяет этот режим использовать для определения теплофизических свойств жидкостей.

При изменении комплекса $(GrPr)$ от 10^{-3} до $5 \cdot 10^2$ наблюдается режим, переходный от пленочного к ламинарному (так называемый ползучий режим движения). Коэффициент теплообмена в ползучем режиме меняется от минимального значения, соответствующего значению его при пленочном режиме, до своего наибольшего значения, определяемого уравнением $Nu_{ср}=1,18 (Gr_d Pr)^{1/8}$.

Для расчета теплообмена на горизонтальном цилиндре при значениях комплекса $10^3 < (GrPr) < 10^9$ используется уравнение $Nu_{ср}=0,5 (Gr_d Pr)^{0,25} (Pr Pr_w)^{0,25}$. За определяющий размер принят внешний диаметр, за определяющую температуру — температура окружающей среды.

Теплообмен на горизонтальной стенке. Теплообмен на нагретых горизонтальных плитах в условиях естественной конвекции отличается особой организацией движения среды. У поверхности, обращенной вверх, нагреваемые массы среды образуют восходящий струйный поток с попутным присоединением масс окружающей среды. В результате над плитой появляется сложное восходящее и нисходящее струйное движение с зонами циркуляции. Характер движения сильно зависит от размеров горизонтальной стенки, ее длины и ширины. У поверхности, обращенной вниз, движение происходит лишь в тонком слое под поверхностью, от центра к краям. Чем больше размер пластины, тем меньше влияние на средний коэффициент теплообмена оказывает краевой эффект.

Для расчета теплообмена горизонтальной поверхности можно рекомендовать уравнение $Nu_{ср}=c (GrPr)^n$, где при $2 \cdot 10^7 < (GrPr) < 10^{13}$ $c=0,135$, $n=1/3$; при $(GrPr) < 2 \cdot 10^7$ $c=0,54$, $n=1/4$. За определяющий размер принимается меньшая сторона. Физические параметры рассчитываются с учетом средней температуры $T_{ср} = 0,5(T_{\infty} + T_w)$. Если теплоотдающая поверхность направлена вверх или тепловоспринимающая вниз, то ре-

зультаты расчетов, полученные по этому уравнению, необходимо увеличить на 30%, если теплоотдающая поверхность направлена вниз или тепловоспринимающая вверх — уменьшить на 30%.

Наличие четырех основных режимов свободного движения жидкости, которым соответствуют свои законы теплообмена, отчетливо видно по кривым изменения $\lg Nu$ от $\lg(GrPr)$. При построении кривых принимались: за определяющую температуру — средняя температура пограничного слоя $T_{ср} = 0,5(T_{\infty} + T_w)$, за определяющий размер для труб и шаров — их диаметр, для вертикальных плит и труб — их высота, для горизонтальных плит — меньшая сторона.

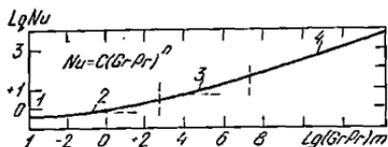


Рис. 12. Зависимость $\lg N_4 = f \lg(GrPr)$

Как видно из рис. 12, для любых четырех зон, которые отличаются друг от друга наклоном прямых, эта зависимость может быть выражена уравнением прямой $\lg Nu = \lg c + n \lg(GrPr)$ или $Nu = c(GrPr)^n$ со своими значениями c и n в каждой зоне. Значения постоянных c и n для каждого из четырех режимов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Номера участков	Режим	(Gr Pr)	c	n
1	Кондуктивный	Меньше 10^{-3}	0,5 (цилиндр)	0
2	Ползучего течения	$1 \cdot 10^{-3}$ — $5 \cdot 10^2$	2 (сфера) 1,18	0 1/8
3	Ламинарный	$5 \cdot 10^2$ — 10^8	0,54	1/4
4	Турбулентный	Больше 10^8	0,135	1/3

Среднее значение коэффициента теплоотдачи в зависимости от режима течения определяется по соотношению $\alpha_{ср} = (\lambda/x_{опр}) c (GrPr)^n$, значение удельного теплового потока по формуле $q_k = \alpha_{ср} \theta_w = (\lambda/x_{опр}) c (GrPr)^n \theta_w$.

Теплообмен на наклонной поверхности. Для наклонных поверхностей, как показали исследования, при их наклоне под углом $\varphi > 45^\circ$ значения коэффициента теп-

лообмена близко к значениям для вертикальной стенки. Для углов φ , лежащих в пределах между 0 и 45° , допустима линейная интерполяция коэффициента теплообмена между значениями для горизонтальной и вертикальной поверхностей.

В результате экспериментальных исследований теплоотдачи от наклонных цилиндров при свободной конвекции [24] предложены следующие соотношения для расчета коэффициента теплообмена в интервале отношения длины цилиндра к его диаметру $l/D = 8-16$ в условиях ламинарной естественной конвекции при $Pr \approx 1$:

$$\text{для } 10 > l^* > 1 \quad Nu_{\text{ср}} = 0,42 \left[1 + \left(\frac{1,31}{l^{*0,25}} \right)^8 \right]^{0,125} (Gr \cos \varphi)^{0,25};$$

$$\text{» } l^* > 10 \quad Nu_{\text{ср}} = 0,42 (Gr \cos \varphi)^{0,25};$$

$$\text{» } l^* < 1 \quad Nu_{\text{ср}} = \frac{0,55}{l^{*0,25}} (Gr \cos \varphi)^{0,25}.$$

В этих уравнениях определяющий размер равен диаметру цилиндра D , определяющая температура — средней температуре пограничного слоя, приведенная длина $l^* = l/D \operatorname{tg} \varphi$.

Теплообмен в условиях естественной конвекции в ограниченном пространстве. Этот случай конвективного теплообмена при свободном движении теплоносителя встречается при распространении тепла в воздушных прослойках, которые имеются в оконных проемах и в ряде конструкций стен. Циркуляция жидкости в прослойке, возникающая за счет разности температур на ограждающих поверхностях, зависит от размера, формы и расположения теплоотдающих и тепловоспринимающих поверхностей. Разделить процессы нагревания и охлаждения жидкости в этих условиях невозможно. Поэтому такой сложный процесс рассматривается обычно как единое целое.

Для упрощения теплоотдачу при свободном движении жидкости в ограниченном объеме принято рассчитывать по формулам теплопроводности, вводя при этом взамен коэффициента теплопроводности понятие эквивалентного коэффициента теплопроводности $\lambda_{\text{экв}}$. Эквивалентный коэффициент теплопроводности вычисляется по формуле $\lambda_{\text{экв}} = \lambda \varepsilon_{\text{к}}$, где $\varepsilon_{\text{к}}$ — коэффициент конвекции, учитывающий влияние на кондуктивный перенос тепла конвекции.

Так как интенсивность перемещения жидкости в условиях естественной конвекции определяется произведением $(GrPr)$, то ε_K зависит от него

$$\varepsilon_K = c (Gr Pr)^n. \quad (152)$$

При вычислении критериев Gr и Pr независимо от формы прослойки за определяющий размер принимается ее толщина δ , за определяющую температуру — средняя температура жидкости $T_{cp} = 0,5(T_1 + T_2)$, где T_1 и T_2 — температура поверхностей, образующих прослойку конструкций. Постоянные c и n в формуле (152) принимаются в зависимости от $(GrPr)$. При малых значениях $(GrPr) < 10^3$ $c=1$ и $n=0$, следовательно, $\varepsilon_K=1$. Таким образом, при малых значениях $(GrPr)$ теплопередача в прослойках определяется только теплопроводностью теплоносителя.

При $10^3 < (GrPr) < 10^6$ $\varepsilon_K = 0,105 \cdot (Gr_\delta Pr)^{0,3}$; при $10^6 < (GrPr) < 10^{10}$ $\varepsilon_K = 0,4 (Gr_\delta Pr)^{0,2}$; при $(GrPr) > 10^9$ $\varepsilon_K \approx 0,18 (Gr_\delta Pr)^{1/4}$.

Большое влияние на процесс распространения тепла в газовых прослойках оказывает лучистый теплообмен. Расчет лучистой составляющей эффективного теплового потока в оптически прозрачной среде производится в зависимости от характера излучающего объекта.

Излучение факела пламени. Факелом пламени называется поток горящих газов, несущий продукты разложения: углеводороды, раскаленные частицы сажи, угля и летучей золы. Эти вещества вызывают свечение газа, причем светло-синий цвет пламени обусловлен химическими реакциями (горением), красный цвет — излучением очень мелких частиц углерода.

Частицы углерода излучают значительное количество тепловой энергии. По своей физической природе излучение светящегося пламени ближе к излучению твердого тела, чем к излучению газов. Однако использование закона Стефана.—Больцмана для определения количества тепловой энергии, излучаемой факелом, сопряжено с большими трудностями. Излучательная способность факела пламени зависит от размеров и количества содержащегося в нем углерода и других веществ, формы и размеров факела, размеров помещения, аэродинамических условий горения, температурного режима горения и т. д. Трудно учесть также влияние большого числа разнообразных факторов на степень черноты факела, определить температуру его пламени.

Различными исследователями предложен ряд приближенных эмпирических формул для определения количества тепловой энергии, излучаемой факелом в топках печей и котлов [27].

В первом приближении факел рассматривается как абсолютно черное тело, для чего вводится эмпирический коэффициент меньше единицы.

В этом случае количество лучистого тепла, передаваемое факелом стенкам, определяется по формуле

$$Q = c_0 \beta \epsilon_w F [(T_f/100)^4 - (T_w/100)^4],$$

где ϵ_w — степень черноты стенок; T_f — абсолютная температура факела; T_w — абсолютная температура стенок; F — площадь поверхности стенок.

Значение коэффициента β применительно к топочным устройствам зависит главным образом от вида топлива и размеров топок. Для больших топок $\beta = 1$. Для топок обычных размеров 0,6—1.

Для приближенного определения количества тепловой энергии, излучаемой факелом на стенки топки, рекомендуется применять формулу

$$Q = c_0 \epsilon_w \epsilon_f F [(T_f/100)^4 - (T_w/100)^4],$$

где ϵ_f — степень черноты факела.

Для локального пожара и развивающейся его стадии можно рекомендовать следующее соотношение для определения количества тепла, которое факел отдает окружающим конструкциям:

$$Q = \left\{ c_0 \left/ \left[\frac{1}{\epsilon_f} + \frac{F_f}{F} \left(\frac{1}{\epsilon_w} - 1 \right) \right] \right\} \left[\left(\frac{T_f}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right] F_f;$$

где F_f — площадь поверхности факела.

Значения степени черноты бесконечно толстого слоя факела для некоторых видов топлива приведены ниже.

Несветящееся пламя газового фонтана	0,3
Несветящееся газовое пламя и пламя антрацита при слоевом сжигании	0,4
Светящееся пламя антрацитной пыли	0,45
Светящееся пламя тощих углей	0,6
Пламя каменных углей (богатых летучими), древесины, торфа и т. д.	0,7
Светящееся пламя мазута	0,85
Светящееся пламя бензина	0,96—0,99

Значение T_f для использования в приведенных соотношениях принимается среднегеометрическим из теоретической температуры горения T_1 и температуры продуктов горения в конце топки T_2 (средняя температура

уходящих газов)

$$T_f = \sqrt{T_1 T_2},$$

где $T_1 = (Q_H^p \eta_m / V c_p) + 273$ К; Q_H^p — низшая теплота сгорания топлива; η_m — полнота сгорания; V — объем продуктов сгорания на 1 кг (или 1 м³) топлива (кг·кг⁻¹; кг·м⁻³); c_p — теплоемкость продуктов сгорания при постоянном давлении [кДж/(кг·К); кДж/(м³·К)].

Средние температуры пламени, К, при горении различных веществ указаны ниже.

Торф, мазут	1273
Древесина, бурый уголь, сырая нефть, тракторный керосин, дизельное топливо	1373
Каменный уголь, каучук и изделия из него, бензин	1473
Антрацит, сера	1573
Горючие газы	1573—1773
Магний, электрон	2273

Примечание. Температура пламени огнеопасных жидкостей приведена для случая турбулентного режима горения в резервуарах.

Вышеприведенные расчетные соотношения получены применительно к топочным устройствам, где горение хорошо организовано, а факел пламени симметричен относительно стенок топки и занимает почти весь ее объем. При пожаре горение не контролируется: постоянно меняются размеры факела пламени и его взаимное расположение относительно ограждающих конструкций. Поэтому при расчете лучистого теплообмена факела с ограждающей конструкцией при пожаре целесообразно использовать закономерности лучистого теплообмена между двумя телами, произвольно расположенными в пространстве. Причем при определении лучистого теплового потока от очага пожара к конструкциям необходимо рассматривать систему очаг пожара — конструкция для каждой конструкции отдельно, а лучистый тепловой поток в общем случае определять по формуле

$$Q = \epsilon_{\text{пр}} c_0 [(T_f/100)^4 - (T_w/100)^4] H,$$

где H — взаимная излучающая поверхность системы тело 1 (факел) и тело 2 (конструкция); $\epsilon_{\text{пр}}$ — приведенная степень черноты системы.

Взаимная излучающая поверхность тел 1 и 2. Величина H определяется из соотношения $H = F_1 \psi_{12} = F_2 \psi_{21}$, где F_1 и F_2 — площади поверхности тел 1 и 2; ψ_{12} и ψ_{21} — средние по поверхности коэффициенты облученности тела 1 на тело 2 и тела 2 на тело 1.

Коэффициенты облученности выражают ту часть полусферического излучения тела, которое падает на другое тело, находящееся с ним в лучистом теплообмене.

Эти коэффициенты, как и взаимные поверхности излучения, являются геометрическими характеристиками системы, которые зависят от формы и взаимного расположения тел, находящихся в лучистом теплообмене друг с другом. Коэффициенты облученности существенно меняются во время развития пожара, принимая максимальное значение и оставаясь примерно постоянными в развитой стадии пожара. Расчет этих величин представляет большие трудности. Только для некоторых простых случаев взаимного расположения тел удается определить

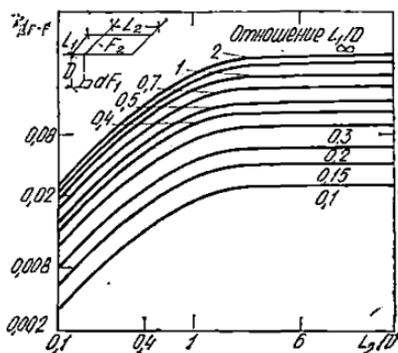


Рис. 13. Диффузный локальный угловой коэффициент ψ_{d, F_1-F_2}

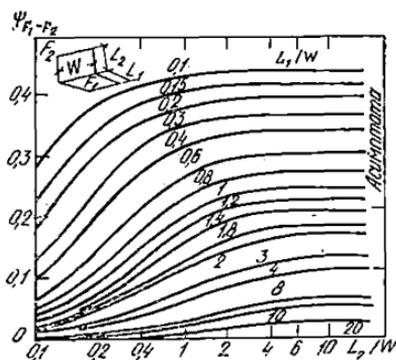


Рис. 14. Диффузный средний угловой коэффициент $\psi_{F_1-F_2}$

угловые коэффициенты и площади взаимной облучающей поверхности расчетным методом. При сложных системах угловые коэффициенты и площади взаимной излучающей поверхности определяются экспериментально. На рис. 13, 14 приведены номограммы для определения коэффициентов взаимной облученности геометрических систем, часто встречающихся при пожарах.

Существуют формулы для расчета H , ψ_{12} и ψ_{21} для отдельных типичных случаев лучистого теплообмена [28]. Они выведены в предположении, что плотность излучения тела не зависит от его направления. Это строго справедливо для абсолютно черных тел и достаточно точно соответствует действительным телам с неметаллическими поверхностями, а также для окисленных металлов. Расчетные и экспериментальные методы определе-

ния коэффициентов облученности и взаимной поверхности излучения подробно описаны в [25] и др.

Средние по поверхности коэффициенты облученности тел сложной формы часто могут быть выражены через известные коэффициенты ψ для более простых тел при использовании метода суперпозиции и соотношений взаимности для коэффициентов ψ . Такой подход известен под названием «алгебра диффузных угловых коэффици-

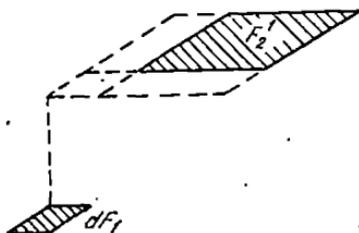


Рис. 15. Взаимное расположение поверхностей dF_1 и F_2

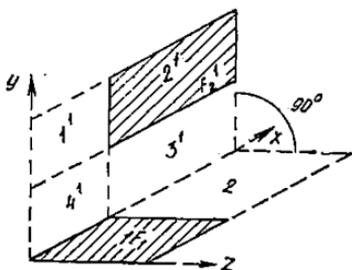


Рис. 17. Взаимное расположение поверхностей F_1-F_2 , для которых определяется диффузный средний коэффициент

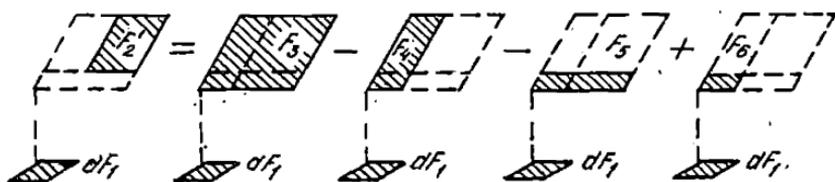


Рис. 16. Определение диффузного локального углового коэффициента $\psi_{dF_1-F_2}$ методом суперпозиций

ентов». Рассмотрим некоторые наиболее простые примеры, которые могут встречаться в инженерной практике:

1) коэффициент ψ между поверхностями dF_1 и F_2 , расположенными параллельно друг другу. Рассмотрим элементарную площадку dF_1 и прямоугольник площадью F_2 , расположенные параллельно относительно друг друга (рис. 15). Используя методы алгебры диффузных угловых коэффициентов, определим коэффициент $\psi_{dF_1-F_2}$

через известный коэффициент $\psi_{dF_1-F_2}$ между поверхностями dF_1 и F_2 в соответствии с рис. 13.

Представим F'_2 (рис. 16) как алгебраическую сумму таких площадей F_i ($i=3, 4, 5, 6$), для которых коэффициенты $\psi_{dF_1-F_i}$ можно было бы определить из графика, приведенного на рис. 13. В соответствии с сохранением энергии излучения площадки dF_1 на F'_2 коэффициент $\psi_{dF_1-F'_2}$ может быть получен суперпозицией коэффициентов $\psi_{dF_1-F_i}$ в виде $\psi_{dF_2-F'_2} = \psi_{dF_1-F_3} - \psi_{dF_1-F_4} - \psi_{dF_1-F_5} + \psi_{dF_1-F_6}$, так как $F'_2 = F_3 - F_4 - F_5 + F_6$. Коэффициенты $\psi_{dF_1-F_i}$ в правой части полученного равенства для нахождения $\psi_{dF_1-F'_2}$ можно определить, используя рис. 13;

2) коэффициент ψ между поверхностями F_1 и F'_2 , расположенными перпендикулярно друг другу. Рассмотрим два прямоугольника, представленных на рис. 17. Коэффициент $\psi_{F_1-F'_2}$ между поверхностями F_1 и F'_2 определим суперпозицией коэффициентов $\psi_{F_1-F_2}$ между прямоугольниками F_1 и F_2 . Арифметические действия, применяемые к коэффициентам ψ для сложной системы, могут быть записаны с использованием выражения для взаимной излучающей поверхности $H = F_1\psi_{1-2} = F_2\psi_{2-1}$. Например, если поверхности F_1 и F_2 можно разбить на участки так, что $F_1 = F_i + F_j$, а $F_2 = F_k + F_l$, то коэффициент ψ между этими поверхностями, используя выражения для взаимной излучающей поверхности, можно определить как

$$H_{1-2} = H_{ij-kl} = H_{ij-k} + H_{ij-l} = H_{i-kl} + H_{j-kl} = \\ = H_{i-k} + H_{j-k} + H_{i-l} + H_{j-l},$$

$$\text{где } H_{ij-kl} \equiv (F_i + F_j) \psi_{(F_i+F_j)-(F_k+F_l)} \equiv \\ \equiv (F_i + F_k) \psi_{(F_l+F_k)-(F_i+F_j)};$$

$$H_{i-kl} \equiv F_i \psi_{F_i-(F_k+F_l)} \equiv (F_k + F_l) \psi_{(F_k+F_l)-F_i}.$$

Используя эти соотношения, в рассматриваемом примере (см. рис. 17) определим

$$H_{12-1'2'3'4'} = H_{12-1'2'} + H_{12-3'4'} = (H_{1-1'} + H_{1-2'} + \\ + H_{2-1'} + H_{2-2'}) + H_{12-3'4'}.$$

В этом равенстве необходимо найти взаимную излучающую поверхность $H_{1-2'}$. Значения $H_{12-1'2'3'4'}$ и $H_{12-3'4'}$

можно определить, используя рис. 14 по соотношениям $H_{12-1'2'3'4'} = F_{12}\psi_{12-1'2'3'4'}$ и $H_{12-3'4'} = F_{12}\psi_{12-3'4'}$.

Преобразуем величины $H_{1-1'}$ и $H_{2-2'}$ следующим образом:

$$H_{1-1'} = H_{1-1'4'} - H_{1-4'}; \quad H_{2-2'} = H_{2-2'3'} - H_{2-3'}$$

Величины, стоящие в правой части, можно определить, используя номограммы рис. 14, по соотношениям $H_{1-1'4'} = F_{1}\psi_{1-1'4'}$; $H_{1-4'} = F_{1}\psi_{1-4'}$; $H_{2-2'3'} = F_{2}\psi_{2-2'3'}$; $H_{2-3'} = F_{2}\psi_{2-3'}$.

Можно показать, исходя из определения взаимной излучающей поверхности, что $H_{2-1'} = H_{1-2'}$. Таким образом, можно записать следующее уравнение:

$$2H_{1-2'} = H_{12-1'2'3'4'} + H_{1-4'} + H_{2-3'} - H_{1'-1'4'} - \\ - H_{2-2'3'} - H_{12-3'4'}$$

Все члены правой части этого уравнения могут быть определены по графику рис. 14.

Геометрические размеры излучающей поверхности факела пламени. Для расчета коэффициента взаимной облученности факела пламени с конструкцией необходимо знать не только геометрические размеры факела, но и динамику изменения его геометрических размеров в период развития пожара. Пожар является в большой степени случайным явлением, и в настоящее время нет достаточных данных, позволяющих предсказать развитие геометрических характеристик факела при пожаре в помещениях. В какой-то мере ответ на этот вопрос могут дать исследования, отраженные в работах [28, 29].

Для упрощения расчетов предположим, что излучающая поверхность пламени параллельна ограждающей конструкции и имеет форму прямоугольника. Ширина прямоугольника равна линейному размеру зоны горения, параллельной поверхности. Высота излучающей поверхности равна средней высоте факела. Расстояние от излучающего прямоугольника до конструкции равно наименьшему расстоянию от поверхности до фронта горения, определенному по нормали к поверхности. Ширина излучающего прямоугольника зависит от изменения площади горения, связанного со скоростью распространения огня по горючей нагрузке. В стадии развившегося пожара она будет зависеть от расположения пожарной нагрузки в помещении. Среднюю высоту h факела в стадии развившегося пожара в помещениях в условиях 'естественной

конвекции рекомендуется определять из следующих соотношений [33]:

для параметра $\Phi/A_f \geq 0,263$ (пожары, регулируемые нагрузкой) $h = 0,75 A_f^{1/3}$;

для параметра $\Phi/A_f < 0,263$ (пожары, регулируемые газообменом) $h = 1,17 \Phi^{1/3}$.

Здесь $\Phi = \rho_a g^{1/2} A_w H^{1/2}$ — массовый расход воздуха, $\text{кг} \cdot \text{с}^{-1}$; ρ_a — плотность воздуха, входящего в очаг пожара, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$; g — ускорение свободного падения, $\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$; A_w — площадь оконных проемов, м^2 ; H — высота оконных проемов, м ; A_f — площадь поверхности горящего материала, м^2 .

Площадь поверхности древесины может быть вычислена по формуле [10]

$$A_f = K_{\rho_0} (V_H S_{\text{вл}} / l_2 \sigma),$$

где $K_{\rho_0} = V_H / V_0$ — безразмерный комплекс; $V_H = \sum V_{\text{эл}}$ — объем древесины в системе, м^3 ; $V_{\text{эл}}$ — объем элемента в системе, м^3 ; V_0 — объем системы (горючей нагрузки), м^3 ; $S_{\text{вл}}$ — площадь полной поверхности элемента, м^2 ; l_2 — длина элемента, м ; σ — площадь поперечного сечения элемента, м^2 .

Для определения динамики изменения высоты факела пламени высота его может быть выражена через условный диаметр очага горения (ширина излучающей поверхности) и скорость выгорания. При горении любого вида горючего материала высота h факела диффузионного пламени связана с объемной скоростью θ_1 расхода горючего материала с единицы площади пожара и размером D (сторона квадрата, диаметр) очага пожара соотношением

$$h/D = f(\theta_1^2/gD), \quad (153)$$

где h/D — безразмерная высота факела пламени; θ_1^2/gD — число Фруда, в котором θ_1 является объемной скоростью.

Если заменить величину θ_1 объемной скоростью расхода горючего материала со всей площади очага пожара ($\theta \sim \theta_1 D^2$), то это соотношение примет вид $h/D = f(\theta^2/gD^5)$.

Для пожаров в виде бесконечно длинной полосы, у которой ширина значительно меньше длины, имеем $h/D = f(\theta_2^2/gD^3)$, где θ_2 — объемная скорость расхода горючего материала с единицы длины.

На практике для расчетов часто пользуются массовой скоростью выгорания. Обозначим n удельную скорость выгорания. Скорость выгорания со всей площади будет пропорциональна величине $R \sim nD^2$ или $\rho_r \theta$, где ρ_r —

плотность выделяющихся горючих газов. Учитывая, что $\theta^2/gD^5 = n^2/\rho_r gD$, перепишем соотношение (153) в виде $h/D = f(n^2/\rho_r^2 gD)$ или для скорости выгорания R : $h/D = f(R^2/\rho_r^2 gD^5)$.

Для диапазона изменения параметра $R^2/D^5 = 2 \cdot 10^{-7} - 2 \cdot 10^{-5}$ высоту пламени можно найти из соотношения

$$h/D = 4,4 (R^2 \cdot 10^6 / D^5)^{0,3}, \quad (154)$$

для $R^2/D^5 = 4 \cdot 10^{-8} - 10^{-6}$ из уравнения

$$h/D = 4 (R^2 \cdot 10^6 / D^5)^{0,33}. \quad (155)$$

В соотношениях (154) и (155) h и D измеряются в см, R — гс^{-1} .

ВНИИПО на основе анализа данных лабораторных испытаний и реальных пожаров на больших площадях предложено следующее соотношение для определения высоты пламени: $h/D = 42 \{n^2 / [\rho_0 \cdot (gD)^{1/2}]^{0,61}\}$, где $\rho_0 = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ — плотность воздуха.

Для развившихся пожаров, регулируемых условиями газообмена, скорость выгорания зависит от размеров и конфигурации окон в помещениях и определяется из соотношения

$$R_m = k S_w H_w^{1/2}, \quad (156)$$

где R_m — скорость выгорания, $\text{кг} \cdot \text{мин}^{-1}$; S_w — площадь проемов, м^2 ; H_w — высота проема, м.

Значение константы k обычно равно 5—6 $\text{кг} \cdot \text{м}^{-5/2} \cdot \text{мин}^{-1}$, если площадь проемов равна (или меньше) четверти площади пола помещения. Значение констант k зависит не только от площади проемов, но и от их формы и расположения.

Если принять среднее значение $k = 5,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-5/2} \cdot \text{мин}^{-1}$, уравнение (156) можно записать в виде

$$R_m = 91,67 S_w H_w^{1/2}, \quad (157)$$

где R_m — скорость выгорания, $\text{г} \cdot \text{с}^{-1}$.

Выражения (156) и (157) получены для случая, когда характеристики горения постоянны во время развития пожара, например в случае горения жидкого топлива. В противном случае необходимо учитывать зависимости выгорания от времени развития пожара, что приводит к следующему выражению для скорости выгорания [26]:

$$R = \eta R_m. \quad (158)$$

В работе [35] по результатам большого числа экспериментов, где в качестве пожарной нагрузки использовалась древесина, приведены зависимости коэффициента η от времени t в период развитой стадии пожара для различной продолжительности пожаров, регулируемых газообменом (рис. 18).

Продолжительность пожара, по которой выбирается зависимость $\eta = f(t)$ определяется по формуле

$$t_n = S_{\text{полн}} q / 1500 S_w H_w^{1/2}, \quad (159)$$

где $S_{\text{полн}}$ — полная внутренняя поверхность помещения без учета площади проемов, м^2 ; q — огневая нагрузка, т. е. количество тепла, приходящееся на 1 м^2 всей внутренней площади поверхности помещения, $\text{мкал} \cdot \text{м}^{-2}$.

В табл. 3 приведены удобные для практического использования выражения, описывающие кривые η для пожаров продолжительностью 0,2; 0,5; 0,75 и 1 ч. В данном случае продолжительность пожара включает в себя время развивающейся и развитой стадии пожара.

ВНИИПО проведена серия экспериментов по изучению температурного режима в помещении при пожарах, регулируемых пожарной нагрузкой. Эксперименты проводились на фрагментах здания размерами $6 \times 6 \times 6$ и $6 \times 6 \times 3$ м. В качестве горючей нагрузки использовались древесные отходы со средней влажностью 18%. В результате получены эмпирические зависимости, позволяющие определять скорость выгорания древесины в различные интервалы времени при пожарах, развивающихся в помещениях и регулируемых пожарной нагрузкой.

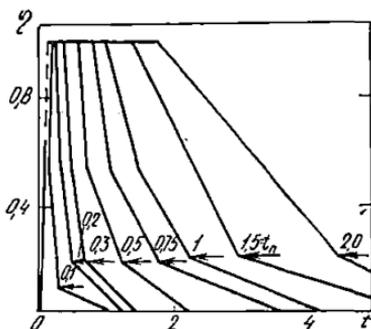


Рис. 18. Зависимость $\eta = f(t)$ для пожаров, регулируемых газообменом

$$\text{для } \frac{t}{t^*} < 0,8 \quad \frac{n}{n_{\text{макс}}} = 80,5 \left(\frac{t}{t^*} \right)^{3,6} e^{-[4,5(t/t^*) + 0,05 S_H]}$$

$$\text{для } 0,8 < \frac{t}{t^*} < 1,22 \quad e^{0,05 S_H} \frac{n}{n_{\text{макс}}} = 1,22 e^{-0,05 S_H}; \quad (160)$$

Таблица 3

η	t , мин
$t_{\Pi} = 0,2$ ч	
0,2 t	$t \leq 4,8$
1	$4,8 \leq t \leq 9,24$
$0,5 + 0,06(15,4 - t)$	$9,24 \leq t \leq 15,4$
$0,2 + 0,024(30 - t)$	$15,4 \leq t \leq 30$
$0,004(73,8 - t)$	$30 < t \leq 73,8$
$t_{\Pi} = 0,5$ ч	
0,143	$t \leq 3,45$
$0,6 + 0,053(t - 3,45)$	$3,45 < t \leq 7,8$
$0,83 + 0,028(t - 7,8)$	$7,8 < t \leq 13,8$
1	$13,8 < t \leq 27$
$0,5 + 0,033(42 - t)$	$27 < t \leq 42$
$0,2 + 0,01(72 - t)$	$42 < t \leq 72$
$0,03(138 - t)$	$72 < t \leq 138$
$t_{\Pi} = 0,75$ ч	
0,173	$t \leq 3,45$
$0,6 + 0,053(t - 3,45)$	$3,45 < t \leq 7,8$
$0,83 + 0,028(t - 7,8)$	$7,8 < t \leq 13,8$
1	$13,8 < t \leq 42$
$0,5 + 0,024(63 - t)$	$42 < t \leq 83$
$0,2 + 0,007(102 - t)$	$63 < t \leq 102$
$t_{\Pi} = 1$ ч	
0,173	$t \leq 3,45$
$0,6 + 0,053(t - 3,45)$	$3,45 < t \leq 7,8$
$0,83 + 0,028(t - 7,8)$	$7,8 < t \leq 13,8$
1	$13,8 < t \leq 49,8$
$0,5 + 0,014(85,2 - t)$	$49,8 < t \leq 85,2$
$0,2 + 0,0056(138 - t)$	$85,2 < t \leq 138$
$0,0017(251,4 - t)$	$138 < t \leq 251,4$

$$\text{Для } \frac{t}{t^*} > 1,22 e^{0,05S_{\Pi}} \frac{n}{n_{\text{макс}}} = 42 \left(\frac{t}{t^*} \right)^{4,32} e^{-3,6 \left[\left(\frac{t}{t^*} \right) + 0,05S_{\Pi} \right]}$$

где $n_{\text{макс}}$ и n — максимальная и текущая скорости выгорания, г/(с × м²); t — текущее время, ч; $t^* = (t_1 + t_2)/2$; t_1 и t_2 — время начала и окончания развитой стадии пожара, ч.

Максимальная скорость выгорания вычисляется из соотношения

$$\frac{n_{\text{макс}}}{R_m} S_{\Pi} = \left[-19,8 \left(\frac{S_{\Pi}}{S_{\Pi}} \right)^3 + 27,4 \left(\frac{S_{\Pi}}{S_{\Pi}} \right)^2 - 9,23 \left(\frac{S_{\Pi}}{S_{\Pi}} \right) + 2,29 \right] \frac{G}{G_{\text{кр}}}$$

где R_m — максимальная скорость выгорания при пожаре в помещении с количеством горючей нагрузки, равной критической. Значение R_m определяется по формуле (157); S_n — площадь в помещении, занимаемая горючей нагрузкой, м²; S_n — площадь помещения; G — удельная горючая нагрузка в помещении, определяемая как отношение общего количества горючей нагрузки к площади всех теплопринимающих поверхностей помещения; $G_{кр}$ — удельная критическая горючая нагрузка.

Время t^* определяется из соотношения

$$\frac{t^*}{t_{кр}} = -2,3 \left(\frac{G}{G_{кр}} \right)^4 + 1,672 \left(\frac{G}{G_{кр}} \right)^3 + 2,783 \left(\frac{G}{G_{кр}} \right)^2 - 2,317 \left(\frac{G}{G_{кр}} \right) + 1,16 + (0,61 e^{0,05S_n} - 0,65),$$

$$\text{где } t_{кр} = 2,6 G_{кр} S_{полн} / 1500 S_w H_w^{1/2}.$$

Удельную критическую пожарную нагрузку для помещений различного объема и проемности определяют по графикам рис. 19.

Таким образом, оценка геометрических размеров излучающего факела в момент времени t развития пожара производится в такой последовательности. Для пожаров, регулируемых газообменом, по формуле (159) определяется время развития пожара t_n и по номограмме рис. 18 коэффициент η в момент времени t (по кривой, соответствующей найденному времени t_n или по приведенным соотношениям). Скорость выгорания в развитой стадии пожара вычисляется по уравнению (157), скорость выгорания в момент времени t — по формуле (158). Для пожаров, регулируемых нагрузкой, скорость выгорания в момент времени t находится из выражения (160). Линейный размер источника пожара в момент времени t рассчитывается из соотношения $D=2vt$, где v — скорость распространения огня по поверхности горючей на-

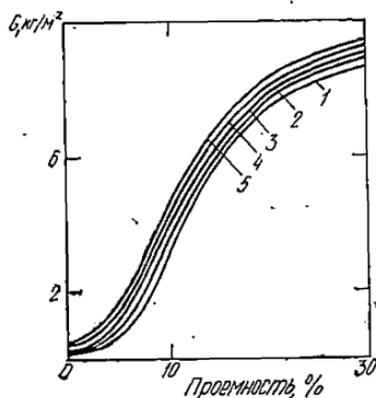


Рис. 19. Определение критической горючей нагрузки для помещений

1 — $V=40,7$ м³; 2 — $V=162,4$ м³; 3 — $V=545$ м³; 4 — $V=5750$ м³; 5 — $V=11500$ м³

грузки, которая зависит от вида горючей нагрузки и условия развития пожара. Некоторые данные о скорости распространения огня по ряду горючих материалов приведены в [30]. Линейный размер источника пожара в развитой его стадии будет зависеть от расположения нагрузки. По найденным значениям линейного источника пожара и скорости выгорания по формуле (154) или (155) определяется средняя высота факела. Если найденная средняя высота факела окажется больше высоты помещения, то ее следует принимать равной высоте этого помещения. Ширина факела в этом случае находится из выражения $a = (h/H)D$, где a — ширина факела; h — средняя высота факела, определенная расчетным путем; H — высота помещения, м; D — ширина размещения горючей нагрузки, м.

Расстояние, на которое фронт пламени приближается к ограждающей конструкции, $\Delta = a - D/2$. Если ширина факела окажется больше ширины помещения, ширину факела следует принимать равной ширине помещения.

Приведенная степень черноты системы. Если в диапазоне температур T_f и T_w — степень черноты собственного излучения тел не зависит от температуры, то для произвольно расположенного факела относительно конструкции приведенная степень черноты системы $\epsilon_{пр} = 1/[1 + \psi_{12} \left(\frac{1}{\epsilon_f} - 1\right) + \psi_{2-1} \left(\frac{1}{\epsilon_w} - 1\right)]$. В развитой стадии пожара, когда факел занимает большинство объема помещения, а высота его равна высоте помещения и между факелом и конструкцией существует оптически прозрачная газовая прослойка, толщина которой намного меньше высоты помещения, приведенную степень черноты можно определить как $\epsilon_{пр} = 1/\left(\frac{1}{\epsilon_f} + \frac{1}{\epsilon_w} - 1\right)$. В приведенных соотношениях ϵ_f — степень черноты излучающего факела; ϵ_w — степень черноты поверхности конструкций.

Излучение горячих газов. Этот случай переноса тепла может быть рассмотрен при расчете теплообмена стенок дымоходов нагревательных и отопительных установок, определении коэффициентов теплообмена излучением при пожаре в помещениях здания, прилегающих к помещению с очагом пожара, и т. д. Расчетная формула для определения плотности теплового излучения между газом и конструкциями имеет вид

$$q_R = \epsilon_0 \epsilon_a [\epsilon_r (T_r/100)^4 - A_r (T_w/100)^4],$$

где $\epsilon_a = (\epsilon_w + 1)/2$ — эффективная степень черноты оболочки; ϵ_w — степень черноты поверхности, ограничивающей газ; ϵ_r — степень черноты газа; A_r — относительная поглощательная способность газа при температуре оболочки.

Степень черноты газа определяется по соотношению $\epsilon_r = q_r/q_0$, где q_0 — плотность излучения абсолютно черного тела при температуре газа, Вт/м²; q_r — плотность

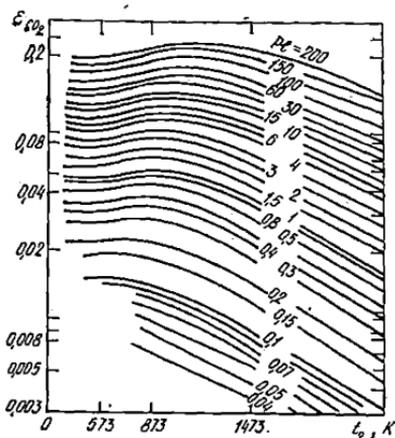


Рис. 20. Степень черноты двуокиси углерода

Значения P_1 приведены в м·Па·10⁻³

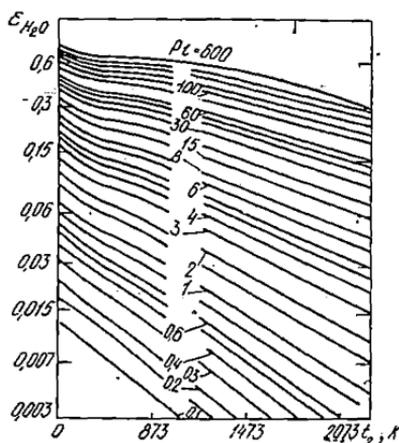


Рис. 21. Степень черноты водяного пара

Значения P_1 приведены в м·Па·10⁻³

излучения газа, Вт/м². Например, для дымовых газов, содержащих двуокись углерода и водяной пар, степень черноты

$$\epsilon_r = \epsilon_{CO_2} + \beta \epsilon_{H_2O} - \Delta \epsilon_r,$$

где ϵ_{CO_2} и ϵ_{H_2O} — степень черноты двуокиси углерода и водяного пара (определяется по графикам рис. 20 и 22); β — поправочный множитель, зависящий от парциального давления водяного пара в смеси (определяется по графикам рис. 22); $\Delta \epsilon_r$ — уменьшение суммарной степени черноты смеси CO_2 и H_2O под влиянием совпадения полос излучения и поглощения для CO_2 и H_2O (значения $\Delta \epsilon_r$ приведены в табл. 4).

Относительная поглощательная способность газа при температуре поверхности

$$A_r = A_{CO_2} + A_{H_2O} - \Delta A_r,$$

где $A_{CO_2} = \epsilon_{CO_2} (T_r/T_w)^{0,65}$; ϵ_{CO_2} — определяется по графикам рис. 20 в зависимости от температуры, равной температуре поверхности конструкции t_w ; $A_{H_2O} = \epsilon_{H_2O} (T_r/T_w)^{0,45}$, ϵ_{H_2O} оп-

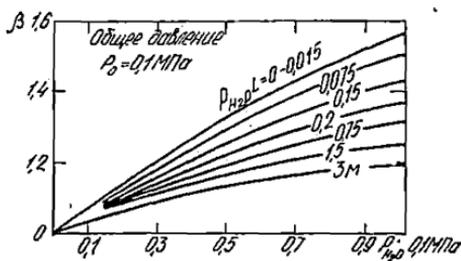


Рис. 22. Поправочный коэффициент β на парциальное давление водяного пара

Значение P_0 приведено в $\text{м.Па} \cdot 10^{-3}$

Таблица 4

CO_2 , м.Па·10 ³	H_2O , м.Па·10 ³			Температура смеси, К
	5	30	100	
5	0,0	0,014	0,034	673
	0,003	0,012	0,018	1073
	0,007	0,02	0,035	1473
30	0,0	0,017	0,043	673
	0,008	0,024	0,032	1073
	0,018	0,047	0,052	1473
100	0,0	0,017	0,043	673
	0,013	0,025	0,033	1073
	0,03	0,049	0,054	1473

ределяется по графикам рис. 21 по температуре, равной температуре поверхности конструкции t_w ; ΔA_r — уменьшение суммарной относительной поглощательной способности под влиянием совпадения полюсов излучения и поглощения CO_2 и H_2O .

Для определения степени черноты газа необходимо знать парциальное давление двуокиси углерода и водяного пара p_{CO_2} и $p_{\text{H}_2\text{O}}$ и приведенную длину пути луча l . Парциальные давления углекислого газа и водяных паров определяются из соотношения $p_i = p n_i$, где n_i — мольная доля газа. Парциальные давления CO_2 и H_2O при сгорании твердых топлив для различных значений коэффициента избытка воздуха приведены на рис. 23, для жидких топлив — на рис. 24, 25.

Во ВНИИПО выполнен расчет продуктов сгорания древесины, их термодинамических свойств и свойств переноса в широком диапазоне изменения коэффициента избытка воздуха $\alpha = 0-2$ и температуры $t = 300-3000$ К. Данные по составу и свойствам продуктов сгорания древесины, необходимые для теплофизических задач в интервале температур, характерных при пожарах, приведе-

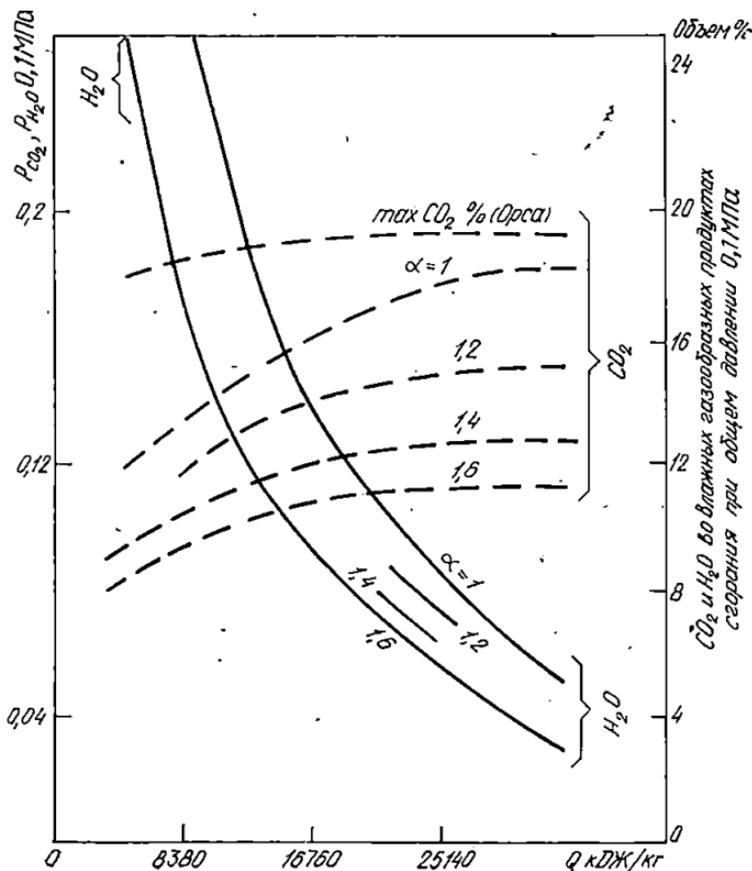


Рис. 23. Парциальное давление двуокиси углерода и водяного пара в продуктах сгорания твердого топлива (кроме кокса) при полном давлении 10^5 Па

Таблица 5

Мольные доли	Температура, К						
	400	600	700	900	1200	1700	2900
	При $\alpha = 0$						
n_i	0,553	0,605	0,627	0,731	0,934	0,941	1
n_j	0,447	0,395	0,373	0,269	0,066	0,059	0
	При $\alpha = 0,5$			При $\alpha = 0,75$			
	400	600	700	900	400	600	700
n_i	0,89	0,924	0,941	1	0,961	0,987	1
n_j	0,11	0,076	0,059	0	0,039	0,013	0

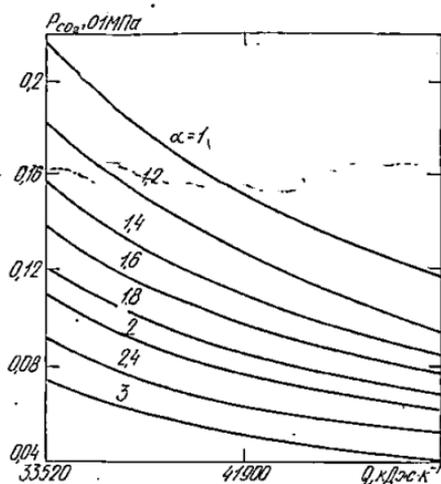


Рис. 24. Парциальное давление двуокиси углерода в продуктах сгорания жидкого топлива

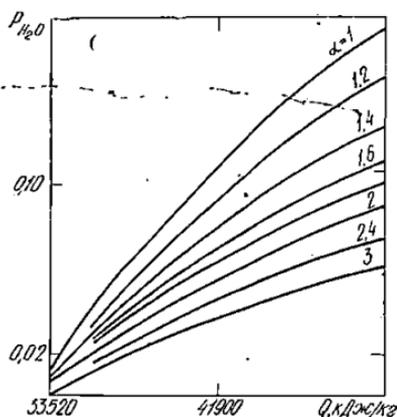


Рис. 25. Парциальное давление водяного пара в продуктах сгорания жидкого топлива

ны на рис. 26—31. В табл. 5 приведены молярные доли газовой n_i и конденсированной фаз n_j в продуктах сгорания древесины при коэффициенте избытка воздуха $\alpha=0$; 0,5; 0,75. В табл. 6 указаны молярные доли газообразных компонентов продуктов сгорания древесины.

В табл. 7 даны коэффициенты взаимной диффузии для пар, образованных молекулами CO_2 , H_2O , N_2 .

Таблица 7

Температура, К	Влажность, %		Коэффициент избытка воздуха			
	50	15	0,5	1	1,5	2
Коэффициент взаимной диффузии, $D_{\text{CO}_2-\text{H}_2\text{O}} \cdot 10^4 / (\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1})$						
700	1	1	1	1	1,1	1,1
1100	2,7	2,4	2,3	2,4	2,4	2,5
1500	4,6	4,2	4,1	4,0	4,1	4,2
Коэффициент взаимной диффузии $D_{\text{CO}_2-\text{N}_2} \cdot 10^4 / (\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1})$						
700	0,75	0,74	0,72	0,72	0,75	0,76
1100	1,7	1,6	1,5	1,6	1,6	1
1500	3,1	2,9	2,7	2,7	2,7	2,8

Из данных, приведенных на рис. 26—28, видно, что содержание CO_2 и H_2O и CH_4 в системе зависит в значительной мере от коэффициента избытка воздуха. Следовательно, от коэффициента избытка воздуха также существенно зависит степень черноты газа. Для сравнения

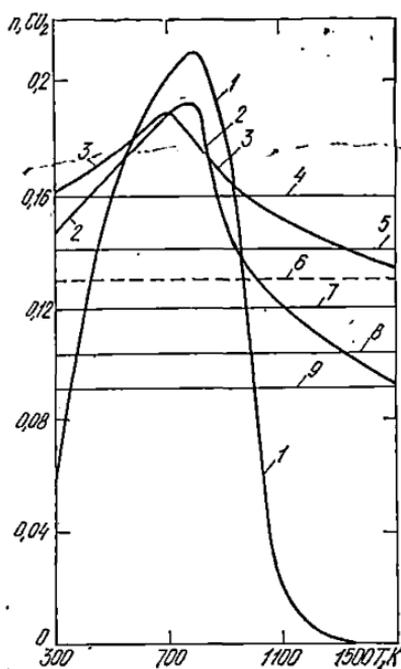


Рис. 26. Молярная доля CO_2 в продуктах сгорания древесины при различных значениях коэффициента избытка воздуха α
 1 — $\alpha=0$; 2 — $\alpha=0,5$; 3 — $\alpha=0,75$; 4 — $\alpha=1$; 5 — $\alpha=1,25$; 6 — литературные данные по дымовым газам; 7 — $\alpha=1,5$; 8 — $\alpha=1,75$; 9 — $\alpha=2$

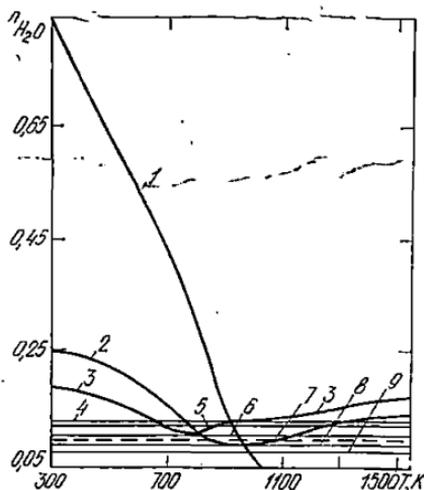


Рис. 27. Молярная доля H_2O в продуктах сгорания древесины при различных коэффициентах избытка воздуха α
 1 — $\alpha=0$; 2 — $\alpha=0,5$; 3 — $\alpha=0,75$; 4 — $\alpha=1$; 5 — $\alpha=1,25$; 6 — литературные данные по дымовым газам; 7 — $\alpha=1,5$; 8 — $\alpha=1,75$; 9 — $\alpha=2$

на рис. 26—30 пунктиром приведены традиционные литературные данные по составу дымовых газов [27]. Данные расчета коэффициентов переноса показали, что коэффициент динамической вязкости — величина, мало изменяющаяся для данной системы. Она практически не изменяется с изменением коэффициента избытка воздуха и влажности древесины. Значение коэффициента динамической вязкости практически совпадает с его значением для дымовых газов [27]. Коэффициент теплопроводности заметно изменяется (до 30%) с изменением коэффициента избытка воздуха. Коэффициент взаимной диффузии слабо зависит от влажности и от коэффициента избытка воздуха.

Приведенная длина пути луча. В общем случае приведенную длину пути луча l можно вычислить по формуле $l=100mV/F$, где $m=3,6$ при $l>100$ см и $m=3,4$ при $l<100$ см; V — объем, занятый газом, м^3 ; F — площадь поверхности, ограничивающей этот объем, м^2 .

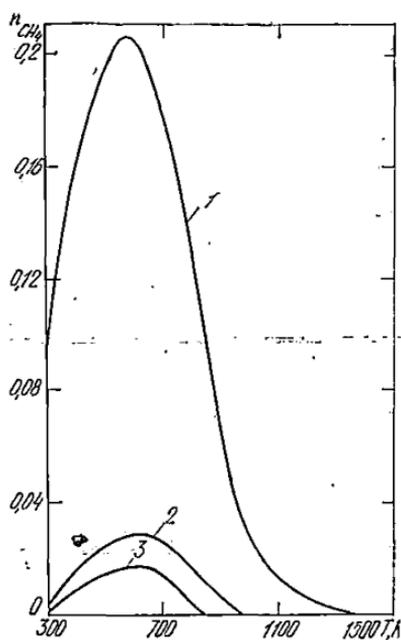


Рис. 28. Молярная доля CH_4 в продуктах сгорания древесины при различных значениях коэффициента избытка воздуха α
 1 — $\alpha=0$; 2 — $\alpha=0,5$; 3 — $\alpha=0,75$

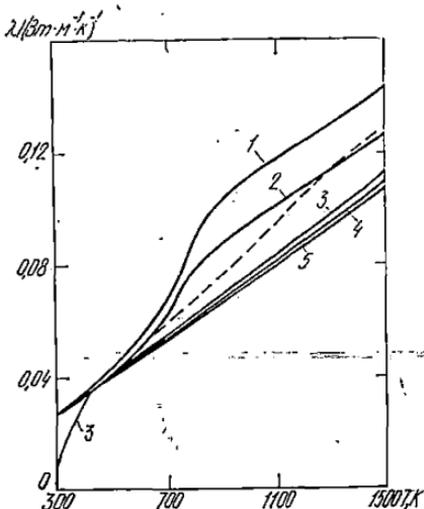


Рис. 29. Коэффициент теплопроводности газовой фазы продуктов сгорания древесины при различных значениях α
 1 — $\alpha=0,5$; 2 — $\alpha=0,75$; 3 — $\alpha=1$; 4 — $\alpha=1,5$; 5 — $\alpha=2$; пунктирная линия — литературные данные по дымовым газам

Ниже приведены средние значения l для газовых тел различной формы при средних значениях произведения pl .

Сфера диаметром d	$0,6 d$
Куб со стороной a	$0,6 a$
Цилиндр диаметром d бесконечной длины	$0,9 d$
Цилиндр высотой $h=d$, излучение на боковую поверхность	$0,6 d$
То же, излучение на центр основания	$0,77 d$
Цилиндр высотой $h \rightarrow \infty$, основание — полу- круг радиусом r , излучение на боковую по- верхность	$1,26 r$
Плоскопараллельный слой бесконечных разме- ров толщиной δ	$1,8 \delta$
Пучок труб диаметром d с расстоянием меж- ду поверхностями труб x и при расположении труб:	
по треугольнику $x=d$	$2,8 x$
по треугольнику $x=2d$	$3,8 x$
по квадрату $x=d$	$3,5 x$

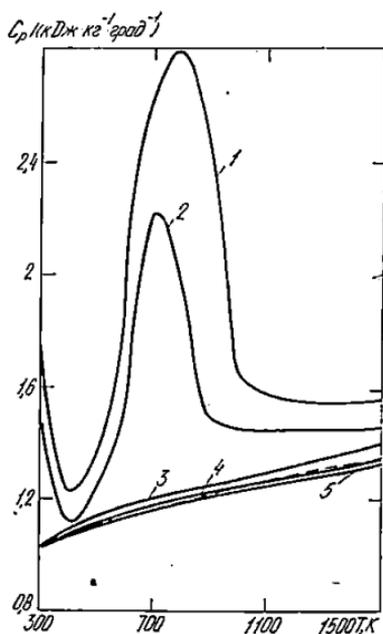


Рис. 30. Теплоемкость газовой фазы продуктов сгорания древесины при различных значениях α

1 — $\alpha=0,5$; 2 — $\alpha=0,75$; 3 — $\alpha=1$; 4 — $\alpha=1,5$; 5 — $\alpha=2$; пунктирная линия — литературные данные по дымовым газам

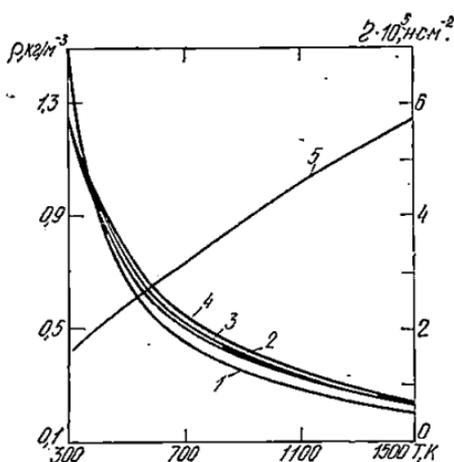


Рис. 31. Вязкость газовой фазы продуктов сгорания древесины и их плотность при различных α

1 — плотность ρ при $\alpha=0,5$; 2 — ρ при $\alpha=0,75$; 3 — ρ при $\alpha=1$; 4 — ρ при $\alpha=2,0$; 5 — коэффициент вязкости μ

Если температуры излучающих газов и поверхности ограждающих конструкций не постоянны, а изменяются от t'_r и t'_w в начале участка теплообмена до t''_r и t''_w в конце участка, то в качестве расчетной температуры можно принять ее среднее значение $t_r^{cp} = 0,5(t'_r + t''_r) + \Delta t_r$, где Δt_r — поправка к средней температуре (определяется из рис. 32 в зависимости от t_r и t''_r): $t_w^{cp} = 0,5(t'_w + t''_w)$.

В условиях пожара в закрытых помещениях температура газа и поверхностей имеет нестационарный характер. В этих условиях все величины, входящие в формулы для определения тепловых потоков, вычисляются при средних температурах газовой среды и поверхности для различных промежутков времени, в течение которых нестационарный режим развития пожара можно заменить на квазистационарный.

Сложный теплообмен. На практике расчет теплообмена при совместном действии теплового излучения и кон-

векции в оптически прозрачных газовых средах выполняют по методам эффективной теплоотдачи и эффективной степени черноты $\alpha_{эф} = \alpha + \alpha_R$; $\epsilon_{эф} = \epsilon_{пр} + \epsilon_K$, где α_R — лучистый коэффициент теплообмена; ϵ_K — конвективная составляющая степени черноты.

Если лучистый теплообмен сопутствует конвекции, которая является основным процессом переноса ($q_K > q_R$), то пользуются понятием эффективного коэффициента теплообмена. Плотность теплового потока определяют по формуле $q_{эф} = \alpha_{эф} (T_\infty - T_w)$.

Для определения лучистого коэффициента теплообмена, входящего в эффективный коэффициент теплообмена, вычисляют плотность лучистого теплового потока по одной из зависимостей, приведенных выше. Лучистый коэффициент теплообмена находят из соотношения $\alpha_R = q_R / (T_\infty - T_w)$.

Если основным процессом переноса является тепловое излучение ($q_R > q_K$), влияние конвекции учитывается соответствующим увеличением степени черноты газа на величину ϵ_K . Конвективную составляющую степени черноты газа рассчитывают по формуле

$$\epsilon_K = q_K / c_0 [(T_\infty / 100)^4 - (T_w / 100)^4] \psi_{2-1}.$$

Плотность конвективного теплового потока определяется по закону Ньютона $q_K = \alpha (T_\infty - T_w)$, где α находится по соотношениям, приведенным выше. Коэффициент облученности ψ_{2-1} вычисляется при расчете лучистого теплового потока.

Общая плотность теплового потока в сложном лучисто-конвективном теплообмене

$$q_{эф} = \epsilon_{эф} c_0 [(T_\infty / 100)^4 - (T_w / 100)^4] \psi_{2-1}.$$

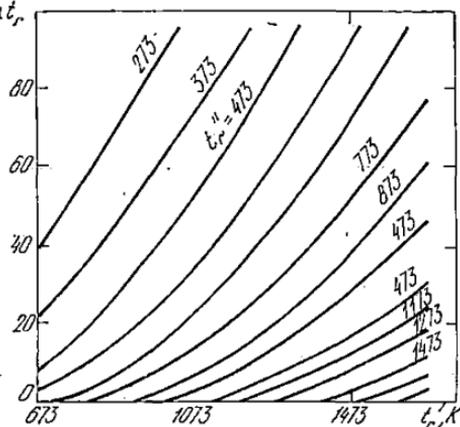


Рис. 32. Поправка к средней температуре газа

4. Тепловой режим помещения при пожаре

Для определения тепловых потоков в конструкции при пожаре необходимо знать температуру на поверхности конструкции и в объеме помещения. При пожаре в большинстве случаев эти температуры неизвестны. Среднеобъемная температура и температура поверхностей ограждающих конструкций, обращенных к очагу пожара (обогреваемых поверхностей), зависит от вида, размещения и количества горючей нагрузки в помещении, конструктивных и планировочных решений помещения, характеристики строительных конструкций и свойств материалов, из которых они выполнены, характеристики окружающей среды и целого ряда случайных факторов, сопровождающих пожар и влияющих на его развитие в помещении.

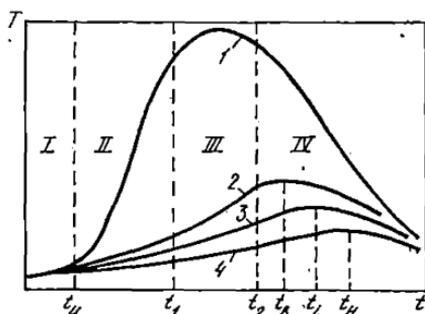


Рис. 33. Изменение температурного режима при свободном развитии пожара в помещении
1 — среднеобъемная температура; 2 — температура обогреваемой поверхности; 3 — температура i -го слоя поверхности; 4 — температура необогреваемой поверхности; t_1 и t_2 — начало и конец развитой стадии пожара; t_3 и t_n — время достижения максимальной температуры на обогреваемой и необогреваемой поверхности; t_4 — время достижения максимальной температуры защитного слоя i -й толщины

На рис. 33 показано изменение среднеобъемной температуры и температуры строительной конструкции при свободном развитии пожара в помещении. По характеру изменения температурного режима в помещении развитие пожара в нем можно разделить на четыре стадии (четыре режима). Первый режим — начальная стадия пожара. Длительность этого режима определяется временем от начала загорания до момента интенсификации пожара. Под интенсификацией пожара понимается момент свободного развития пожара, в который происходит резкое увеличение значений всех характеристик пожара (среднеобъемной температуры, скорости выгорания и др.). На рис. 33 момент интенсификации пожара обозначен t_u . Продолжительность начальной стадии пожара зависит от большого числа факторов, влияющих на характер ее развития, и может меняться в широком диа-

пазоне. К числу таких факторов относятся: место возникновения загорания, расположение горючей нагрузки, объем помещения, площадь помещения, температура и влажность окружающей среды. Большое значение на развитие начальной стадии пожара могут оказывать различные случайные факторы: изменение направления и скорости ветра, открытие или закрытие проемов в помещении и т. д. Начальная стадия пожара характеризуется медленным изменением среднеобъемной температуры. Тепло, выделяемое при горении, главным образом идет на нагрев воздуха в помещении и нагрев горючей нагрузки. Тепловое воздействие на строительные конструкции в начальной стадии пожара (особенно на вертикальные конструкции) незначительно и не влияет на решение вопроса о требуемых пределах огнестойкости конструкций. В то же время начальная стадия пожара является определяющей для проектирования путей эвакуации и размещения систем пожарной автоматики. В связи с этим при изучении начальной стадии пожара основное внимание необходимо уделить исследованию его локальных характеристик. Интегральные характеристики начальной стадии пожара нужны для перехода к изучению последующих стадий развития пожара.

Второй режим — развивающаяся стадия пожара. Длительность этого режима определяется временем от начала интенсификации пожара t_u до начала развитой стадии пожара t_1 . Длительность второго режима для пожаров, регулируемых пожарной нагрузкой, зависит от количества и характеристики пожарной нагрузки, конструктивно-планировочных характеристик помещения, параметров ограждающих конструкций и материалов, из которых они сделаны, а для пожаров, регулируемых газообменом, и от проемности помещения, размеров проемов и их расположения.

По мере развития второй стадии пожара влияние случайных факторов уменьшается. Важным для характеристики этой стадии развития пожара является то, что в процессе ее развития усиливаются процессы перемещения газа, что приводит к уменьшению разницы между локальными и интегральными характеристиками пожара.

Третий режим — развитая стадия пожара. В этой стадии все теплотехнические параметры, характеризующие развитие пожара, достигают своего максимального значения и стабилизируются. Влияние случайных факторов

на этой стадии также незначительно. Режим развития пожара в третьей его стадии близок к стационарному, а скорость выгорания постоянна и равна своему максимальному значению для данных условий. Интенсивность процессов перемешивания газа достигает максимума, а разница между локальными и интегральными характеристиками минимальна. Продолжительность развитой стадии для пожаров, регулируемых пожарной нагрузкой, зависят от удельной пожарной нагрузки, размеров помещения и характеристики строительных конструкций, а для пожаров, регулируемых газообменом, и характеристиками проемов.

Четвертый режим — затухающая стадия пожара. Эта стадия характеризуется постоянным уменьшением среднеобъемной температуры и скорости выгорания до полного прекращения горения. В начале затухающей стадии пожара продолжается нагрев строительных конструкций, увеличивается их теплосодержание. Это в значительной мере влияет на огнестойкость конструкций, что необходимо учитывать при выборе типа строительных конструкций. Время, определяющее огнестойкость конструкций, — это время прогрева конструкций в результате теплового воздействия на них очага горения. Это время зависит от параметра, определяющего огнестойкость конструкции (прогрев необогреваемой поверхности строительной конструкции, прогрев защитного слоя конструкции или любой другой теплотехнический параметр). Критическое время зависит не только от тепловых характеристик очага горения, но и от характеристик строительных конструкций, определяющих их огнестойкость. Так, если огнестойкость конструкций будет определяться прогревом необогреваемой поверхности, то критическое время для случая, приведенного на рис. 33, будет равно t_k . Для конструкций, у которых огнестойкость определяется прогревом защитного слоя i -ой толщины, критическое время будет равно t_i .

На огнестойкость строительных конструкций оказывает влияние развивающаяся, развитая и затухающая стадия развития пожара до момента времени, соответствующего критическому. То обстоятельство, что в этих стадиях пожара (особенно в развитой стадии) интенсивно-процессы перемешивания и локальные характеристики пожара близки к их интегральным характеристикам (особенно для пожаров с максимальной среднеобъемной

температурой, превышающей 800° С), позволяет применять сравнительно простой инженерный метод расчета развития пожара в помещениях, основанный на изучении интегральных характеристик с помощью уравнений теплового и материального баланса (подробно см. в гл. I).

Рассмотрим составляющую уравнения теплового баланса, описывающую теплоту, воспринимаемую ограждающими конструкциями помещения при пожаре.

Для определения количества тепла, воспринимаемого ограждающими конструкциями, необходимо в каждый момент времени знать температуру их обогреваемой поверхности. Поскольку температура поверхности зависит не только от внешних условий теплообмена, но и от теплофизических свойств материала конструкций, ее можно найти по уравнениям теплопроводности при граничных условиях III рода. Причем для условий пожара граничные условия несимметричны относительно решаемой конструкции. Численные методы решения таких задач теплопроводности в настоящее время получили большое распространение [9, 11, 20, 27].

Рассмотрим уравнение теплопроводности одномерного нестационарного температурного поля, записанное в конечных разностях для плоской поверхности $c_p \rho (\Delta T / \Delta t) = \lambda (\Delta^2 T / \Delta x^2)$.

Если плоскую конструкцию разделить на n слоев, то для каждого интервала времени Δt и каждого слоя k можно записать следующую систему n уравнений:

для первого слоя, обращенного к очагу горения,

$$\Delta x_1 c_p \rho \frac{T_1^m - T_1^{m-1}}{\Delta t} = \frac{T_t^m - T_1^{m-1}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\Delta x_1}{2\lambda(x, T)}} - \frac{T_1^{m-1} - T_2^{m-1}}{\frac{\Delta x_1}{2\lambda(x_1 T)} + \frac{\Delta x_2}{2\lambda(x_2 T)}}; \quad (161)$$

для k -го слоя

$$\Delta x_k c_p \rho \frac{T_k^m - T_k^{m-1}}{\Delta t} = \frac{T_{k-1}^{m-1} - T_k^{m-1}}{\frac{\Delta x_{k-1}}{2\lambda(x, T)} + \frac{\Delta x_k}{2\lambda(x, T)}} - \frac{T_k^{m-1} - T_{k+1}^{m-1}}{\frac{\Delta x_k}{2\lambda(x, T)} + \frac{\Delta x_{k+1}}{2\lambda(x, T)}}; \quad (162)$$

Для слоя n , обращенного к окружающей среде,

$$\Delta x_n \varepsilon_{pr} \rho \frac{T_n^m - T_n^{m-1}}{\Delta t} = \frac{T_{n-1}^{m-1} - T_n^{m-1}}{\frac{\Delta x_{n-1}}{2\lambda(x, T)} + \frac{\Delta x_n}{2\lambda(x, T)}} - \frac{T_n^{m-1} - T_0}{\frac{\Delta x_n}{2\lambda(x, T)} + \frac{1}{\alpha_n}}. \quad (163)$$

В уравнениях (161)–(163) T_t — среднеобъемная температура в огневом отсеке; T_0 — температура окружающей среды; T_1, T_k, T_n — температура в середине 1-го, k -го и n -го слоев; индекс m обозначает, что параметр определяется в m момент времени, индекс $(m-1)$ — в момент времени $t = m-1$.

В общем случае толщина Δx каждого слоя, на которые разбивается конструкция, может быть не одинаковой и зависит от характеристики конструкции и свойств материалов, из которых она выполнена.

Толщина слоя Δx и временный интервал Δt определяются из условий устойчивости явной конечно-разностной схемы [20]:

$$[\Delta t] = \frac{(\Delta x)^2/a}{1 + \frac{1}{\frac{1}{2} + \lambda/\alpha\Delta x}}; \quad \frac{(\Delta x)^2}{3a} < \Delta t < \frac{(\Delta x)^2}{a}.$$

Коэффициент теплоотдачи α_1 от очага горения к нагреваемой поверхности, входящий в выражение (161) в условиях незадымленного помещения записывается следующим образом:

$$\alpha_1 = \frac{\text{Nu} \lambda(T_{\text{опр}}^m)}{x} + \frac{\varepsilon_{\text{пр}}^{5,76} \left[\left(\frac{T_t}{100} \right)^4 - \left(\frac{T}{100} \right)^4 \right] / H}{T_t^m - T^m}, \quad (164)$$

где Nu — безразмерный коэффициент конвективной теплоотдачи; x — определяющий размер; $\lambda(T_{\text{опр}}^m)$ — теплопроводность газовой среды в огневом отсеке при определяющей температуре $T_{\text{опр}}^m = (T_t^m + T^m)/2$; $\varepsilon_{\text{пр}}$ — приведенная степень черноты системы очаг пожара — обогреваемая поверхность конструкции; H — взаимная облучающая площадь поверхности системы очаг пожара — обогреваемая поверхность конструкции; T_t^m, T^m — среднеобъемная температура в огневом отсеке и на обогреваемой поверхности в момент времени $t = m$.

Для задымленного помещения коэффициент теплоотдачи определяется из соотношения

$$\alpha_1 = \text{Nu}_{\text{эф}} \lambda_{\text{опр}}^m / x. \quad (165)$$

Коэффициент теплоотдачи от необогреваемой поверхности в окружающую среду, входящий в выражение (163), вычисляется по формуле

$$\alpha_{\text{п}} = \frac{\text{Nu} \lambda (T_{\text{опр}}^m)}{x} + \frac{\varepsilon_{\text{пр}} 5,76 \left[\left(\frac{T_{\text{п}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_0}{100} \right)^4 \right] H}{(T_{\text{п}}^m - T_0)}, \quad (166)$$

где $\lambda(T_{\text{опр}}^m)$ — коэффициент теплопроводности окружающей среды при $T_{\text{опр}}^m = T_{\text{п}}^m + T_0/2$; $\varepsilon_{\text{пр}}$ — приведенная степень черноты системы необогреваемая поверхность — окружающая газовая среда; H — взаимно излучающая поверхность этой системы; $T_{\text{п}}^m, T_0$ — температура соответственно необогреваемой поверхности в момент времени $t = m$ и температура окружающей газовой среды.

Система уравнений (161) — (163) решается относительно величины $(T_{\text{к}}^m - T_{\text{к}}^{m-1})$, что позволяет рассчитать количество теплоты, поступающей в каждую конструкцию,

$$Q^m = F \left[(T_{\text{г}}^m - T_{\text{г}}^m) / \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\Delta x_{\text{г}}}{2\lambda} \right) \right] \quad (167)$$

и температуру нагреваемой поверхности конструкции

$$T^m = T_{\text{г}}^m - (Q^m / F \alpha_1). \quad (168)$$

В уравнениях (167) и (168) F — площадь тепловоспринимающей поверхности конструкции, равная полной площади поверхности конструкции (без учета площади проемов).

При решении системы уравнений (161) — (163) находится распределение температуры в конструкции для различного времени развития пожара. Полученные данные служат основанием для расчета огнестойкости конструкции.

В условиях реальных пожаров в зданиях больших размеров и задымленных помещениях газовая среда не является оптически прозрачной и оказывает существенное влияние на процесс теплообмена при пожаре. Коэффициент теплоотдачи α_1 , входящий в уравнение (161), вычисляются из соотношений, учитывающих процесс сложного теплообмена в условиях задымленной газовой среды.

Расчет коэффициентов теплоотдачи в условиях сложного теплообмена, используемый для определения средней объемной температуры, сводится к следующему. Рас-

считывается толщина пограничного слоя на-ограждающей конструкции

$$\delta_0 = 2,93 (Gr_x Pr)^{-1/6} \left(\frac{Pr^{2/3}}{2,14 + Pr^{2/3}} \right)^{-1/6} x.$$

Вычисляется коэффициент ослабления лучистой энергии в пограничном слое k_{δ_0} и критерий Бугера

$$k_{\delta_0} = k_s l / \delta_0, \quad Bu = k_s l,$$

где k_s — коэффициент ослабления среды. Для факела $k_s = 1,6 \cdot 10^{-3} T_{\phi} - 0,5$; для газовой среды $1 - e^{-k_s l} = \epsilon$. Здесь T_{ϕ} — температура факела; ϵ — степень черноты газовой среды; l — эффективная толщина слоя газа $l = 100 mV/F$; F, V — площадь внутренней поверхности и объем помещения; $m = 3,6$.

Определяется температура T_l на расстоянии эффективной длины пути луча от поверхности

$$T_l = T_w + (T - T_w) [1 - (1/Bu)^{1/7}],$$

где T и T_w — температура в объеме помещения и на поверхности окружающей конструкции, К.

Рассчитывается эффективный коэффициент теплопроводности

$$\lambda_T = k_{\lambda} 0,293 (Gr_x Pr)^{1/6} \left(\frac{Pr^{2/3}}{2,14 + Pr^{2/3}} \right)^{1/6} \lambda.$$

Выражение для k_{λ} имеет вид $k_{\lambda} = (k_0 - 1)e^{-n(Bu-1)} + 1$, где $n \approx 0,124$.

k_0 , в свою очередь, находится из уравнения

$$k_0^3 + \frac{b}{2,14 + Pr^{2/3}} k_0^2 - \frac{a Pr^{2/3}}{C (2,14 + Pr^{2/3})} = 0,$$

$$\text{где } a = \left[\frac{16_n^2 \epsilon_{\text{пр}} \sigma (T_t^3 - T^3) \psi_{2-1}}{3k_{\delta_0} 0,293 (Gr_x Pr)^{1/6} \left(\frac{Pr^{2/3}}{2,14 + Pr^{2/3}} \right) \lambda} \right]^3;$$

$$b = 2,14a^{1/3};$$

$$c = \left[\frac{\epsilon_{\text{пр}} \sigma_0 \left[\left(\frac{T_t}{100} \right)^4 - \left(\frac{T}{100} \right)^4 \right] \psi_{2-1} x}{0,2 (Gr_x Pr)^{1/3} (T_t - T) \lambda} \right]^3,$$

где $\epsilon_{\text{пр}}$ — приведенная степень черноты для факела и поверхности; ψ_{2-1} — угловой коэффициент облученности поверхности на факел; $n = 1$ — показатель преломления среды.

Определяется критерий Больцмана $Bo = (16\sigma/3k_{\delta_0} \lambda_T) (T_t^3 - T^3)$.

Вычисляется коэффициент теплоотдачи. В частности, для случая оптически плотной газовой среды для условий турбулентной естественной конвекции

$$Nu_{\alpha\phi} = 0,2 (Gr_x Pr)^{1/3} \left[\frac{Pr^{2/3}}{2,14 (1+Bo) + Pr^{2/3}} \right]^{1/3} (1 + Bo),$$

откуда определяется коэффициент теплоотдачи $\alpha_1 = Nu_{\alpha\phi} \lambda / x$.

Пример 1. Определить конвективную и радиационную составляющие теплового потока, эффективный тепловой поток от источника лучистой энергии на ограждающей конструкции при следующих условиях: высота конструкции 0,4 м, размер в плане 1×1 м, температура излучателя $T_{\infty} = 600$ К, температура поверхности $T_w = 500$ К, коэффициент ослабления среды $k_s = 2,24; 4,48; 44,8$. Степень черноты поверхности $\varepsilon_w = 0,9$. Коэффициент облученности $\psi_{2-1} = 1$.

Решение. Определим значения критерия GrPr. Значения $Pr_{\infty} v$, необходимые для расчета комплекса (GrPr), берем из [28] по определяющей температуре.

Найдем определяющую температуру

$$T_{\text{опр}} = \frac{T_w + T_{\infty}}{2} = \frac{500 + 600}{2} = 550 \text{ К.}$$

Pr и v , найденные из (28), соответственно равны 0,65 и $45,81 \times 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, $\beta_t = 1/T_{\text{опр}}$.

$$Gr Pr = \frac{g \beta_t (T_{\infty} - T_w) x^3}{\nu^2} \quad Pr = \frac{9,8 \cdot 1 (600 - 500) 0,4^3}{550 (45,81 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 0,65 = 3,58 \cdot 10^7.$$

$(GrPr) < 10^8$, следовательно, режим течения будет ламинарный.

Определим длину пути луча

$$l = \frac{100mV}{F} = \frac{100 \cdot 3,4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,4}{1 \cdot 0,4 \cdot 6} = 0,57 \text{ м.}$$

Вычислим толщину пограничного слоя δ_0

$$\begin{aligned} \delta_0 &= 3,93 \left(\frac{0,952 + Pr}{Pr} \right)^{1/4} \left(\frac{g \beta_t \theta_w}{\nu^2} Pr \right)^{-1/4} x^{1/4} = \\ &= 3,93 \left(\frac{0,952 + 0,65}{0,65} \right)^{1/4} \left[\frac{9,8 \cdot 100}{550 (45,81 \cdot 10^{-6})^2} 0,65 \right]^{-1/4} 0,4^{1/4} = \\ &= 0,0265 \text{ м.} \end{aligned}$$

Рассчитаем коэффициент ослабления газовой среды пограничного слоя k_{δ} :

$$k_{\delta} = k_s \frac{l}{\delta_0}; \quad k_{\delta_1} = 2,24 \frac{0,57}{0,0256} = 50 \text{ м}^{-1};$$

$$k_{\delta_2} = 4,48 \frac{0,57}{0,0256} = 100 \text{ м}^{-1}; \quad k_{\delta_3} = 44,8 \frac{0,57}{0,0256} = 1000 \text{ м}^{-1}.$$

Найдем оптическую характеристику пограничного слоя, критерий Бугера $Bu = k_{\delta} \delta_0$: $Bu_1 = 50 \cdot 0,0256 = 1,28$; $Bu_2 = 100 \times 0,0256 = 2,56$; $Bu_3 = 1000 \cdot 0,0256 = 25,6$.

Определим температуру на расстоянии l_{δ} от поверхности (табл. 8).

Таблица 8

Bu	$T_l = T_{\infty} + (T_w - T_{\infty}) (1 - 1/Bu)^2, K$
1,28	$600 - 100 (1 - 1/1,28)^2 = 595,15$
2,56	$600 - 100 (1 - 1/2,56)^2 = 562,6$
25,6	$600 - 100 (1 - 1/25,6)^2 = 507$

Вычислим критерий Больцмана, удельные тепловые потоки и другие характеристики (табл. 9).

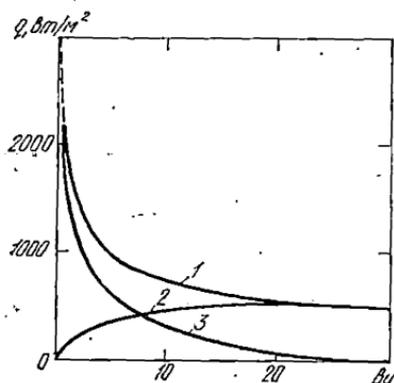


Рис. 34. Зависимость удельных тепловых потоков на конструкции от оптических свойств пограничного слоя (к примеру 1)

1 — эффективный удельный тепловой поток $q_{эф}$; 2 — конвективный удельный тепловой поток q_K ; 3 — лучистый удельный тепловой поток $q_{л}$

Результаты расчета приведены на рис. 34.

Пример 2. Определить тепловые потоки на вертикальной ограждающей конструкции для следующих условий; средняя температура излучающей среды $T_{\infty} = 1000$ К; температура ограждающей конструкции $T_w = 300$ К; размеры помещения $4 \times 4 \times 4$ м; коэффициент ослабления газовой среды $k_g = 0,56$; 2,8; 28; газовая среда — дымовые газы; приведенная степень черноты $\epsilon_{пр} = 0,8$. Коэффициент облученности $\psi_{2-1} = 1$.

Решение. Определим значение критерия $(GrPr)$.

Найдем определяющую температуру

$$T_{опр} = \frac{T_{\infty} + T_w}{2} = \frac{1000 + 300}{2} = 650 \text{ К.}$$

Подставим в формулу значения $Pr = 0,64$, $\nu = 60 \cdot 10^{-6}$ м²/с², взятые из таблицы (28),

$$GrPr = \frac{g\beta_l (T_{\infty} - T_w) x^3}{\nu^2} = \frac{9,8 (1000 - 300) 4^3}{650 (60 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 0,64 = 0,12 \cdot 10^{12}$$

k_6	$Bo = (16 \pi^2 \sigma / 3k_6 c_p \rho a) (T_1^3 - T_w^3)$	$Nu_K = 0,68 (GrPr)^{1/4} \left[\frac{Pr}{0,952(1+Bo+Pr)} \right]^{1/4} \left(\frac{1}{1+Bo} \right)^{1/4}$
50	$\frac{16 \cdot 5,76 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 50 \cdot 1,12 \cdot 10^3 \cdot 0,617 \cdot 6,98 \cdot 10^{-5}} (596^3 - 500^3) = 10,7$	$0,68(3,58 \cdot 10^7)^{1/4} \left[\frac{0,65}{0,952(1+10,7)+0,65} \right]^{1/4} \left(\frac{1}{1+10,7} \right)^{1/4} = 13,6$
100	$\frac{16 \cdot 5,76 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 100 \cdot 1,12 \cdot 10^3 \cdot 0,617 \cdot 6,98 \cdot 10^{-5}} (562,6^3 - 500^3) = 3,28$	$0,68(3,58 \cdot 10^7)^{1/4} \left[\frac{0,65}{0,952(1+3,28)+0,65} \right]^{1/4} \left(\frac{1}{1+3,28} \right)^{1/4} = 22,4$
1000	$\frac{16 \cdot 5,76 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 1000 \cdot 1,12 \cdot 10^3 \cdot 0,617 \cdot 6,98 \cdot 10^{-5}} (507^3 - 500^3) = 0,043$	$0,68(3,58 \cdot 10^7)^{1/4} \left[\frac{0,65}{0,952(1+0,043)+0,65} \right]^{1/4} \left(\frac{1}{1+0,043} \right)^{1/4} = 41,3$

$\alpha_k = \text{Nu}_k \lambda / x, \text{Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$	$q_k = \alpha_k (T_\infty - T_{\text{ст}}), \text{Вт} \cdot \text{м}^{-2}$	$\text{Nu}_R = \text{Nu}_k \text{Bo}$	$\alpha_R = \text{Nu}_R \lambda / x, \text{Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$
$\frac{13,6 \cdot 4,82 \cdot 10^{-2}}{0,4} = 1,64$	$1,64 \cdot 100 = 164$	$13,6 \cdot 10,7 = 145$	$\frac{145 \cdot 4,82 \cdot 10^{-2}}{0,4} = 17,5$
$\frac{22,4 \cdot 4,82 \cdot 10^{-2}}{0,4} = 2,7$	$2,7 \cdot 100 = 270$	$22,4 \cdot 3,28 = 73,5$	$\frac{73,5 \cdot 4,82 \cdot 10^{-2}}{0,4} = 8,85$
$\frac{41,3 \cdot 4,82 \cdot 10^{-2}}{0,4} = 5$	$5 \cdot 100 = 500$	$41,3 \cdot 0,043 = 1,77$	$\frac{1,77 \cdot 4,82 \cdot 10^{-2}}{0,4} = 0,21$

Продолжение

$q_R = \alpha_R (T_\infty - T_{\text{ст}}), \text{Вт} \cdot \text{м}^{-2}$	$q_{\text{вф}} = q_R + q_k, \text{Вт} \cdot \text{м}^{-2}$
$17,5 \cdot 100 = 1750$ $8,85 \cdot 100 = 885$ $0,21 \cdot 100 = 21$	$1750 + 164 = 1914$ $270 + 885 = 1155$ $500 + 21 = 521$

$(GrPr) > 10^8$, следовательно, режим турбулентный. Вычислим коэффициент k_0 , для чего найдем толщину пограничного слоя δ_0

$$\delta_0 = 2,93 (Gr_x Pr)^{-1/6} \left(\frac{Pr^{2/3}}{2,14 + Pr^{2/3}} \right)^{-1/6} x =$$

$$2,93 \left(\frac{9,8 \cdot 100 \cdot 4^3 \cdot 10^{12}}{650 \cdot 60^2} - 0,64 \right)^{-1/6} \left(\frac{0,64^{2/3}}{2,14 + 0,64^{2/3}} \right)^{-1/6} 4 =$$

$$= 0,134 \text{ м.}$$

Определим значение k_{δ_0} , $k_{\delta_0} = \frac{1}{\delta_0} = \frac{1}{0,134} = 7,46 \text{ м}^{-1}$.

Найдем коэффициенты

$$a = \left[\frac{16n^2 \sigma (T_\infty^3 - T_w^3) \psi}{3k_{\delta_0} 0,293 (Gr Pr)^{1/6} \left(\frac{Pr^{2/3}}{2,14 + Pr^{2/3}} \right)^{1/6} \lambda} \right]^3 =$$

$$= \left[\frac{16 \cdot 0,8 \cdot 5,76 \cdot 10^{-8} (1000^3 - 300^3) \cdot 1}{3 \cdot 7,46 \cdot 0,293 (0,12 \cdot 10^{12})^{1/6} \cdot 0,8 \cdot 8 \cdot 10^{-2}} \right]^3 = 14\,538,49;$$

$$b = 2,14a^{1/3} = 2,14 (14\,538,49)^{1/3} = 52,216;$$

$$c = \left\{ \frac{\varepsilon_{\text{пр}} c_0 \left[\left(\frac{T_\infty}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right] \psi x}{0,2 (Gr Pr)^{1/3} (T_\infty - T_w) \lambda} \right\}^3 =$$

$$= \left\{ \frac{0,8 \cdot 5,76 \left[\left(\frac{1000}{100} \right)^4 - \left(\frac{300}{100} \right)^4 \right] \cdot 1 \cdot 4}{0,2 (0,12 \cdot 10^{12})^{1/3} (1000 - 300) \cdot 8 \cdot 10^{-2}} \right\}^3 = 35,937.$$

Вычислим коэффициент k_0

$$k_0^3 = \frac{52,216}{2,88} k_{\delta_0}^2 - \frac{14\,538,49 \cdot 0,7}{35,937 \cdot 2,88} = 0, \quad k_0 = 2,2.$$

Рассчитаем длину пути луча

$$l = 100mV/E = 100 \cdot 3,6 \cdot 4 \cdot 4 / 4 \cdot 4 \cdot 6 = 240 \text{ см.}$$

Найдем коэффициент ослабления газовой среды пограничного слоя $k_\delta = k_s (l/\delta_0)$:

$$k_{\delta_1} = 0,56 \frac{240}{13,4} = 10 \text{ м}^{-1}; \quad k_{\delta_2} = 2,8 \frac{240}{13,4} = 50 \text{ м}^{-1};$$

$$k_{\delta_3} = 5,6 \frac{240}{13,4} = 100 \text{ м}^{-1}; \quad k_{\delta_4} = 28 \frac{240}{13,4} = 500 \text{ м}^{-1}.$$

Определим оптическую характеристику пограничного слоя и температуру на расстоянии l_0 от поверхности (табл. 10, 11).

Вычислим коэффициент $k\lambda$ и эффективный турбулентный коэффициент теплопроводности (табл. 12):

Таблица 10

$\kappa \delta_{i-d}$	$Bu = \kappa \delta \delta_0$
10	$10 \cdot 0,134 = 1,34$
50	$50 \cdot 0,134 = 6,7$
100	$100 \cdot 0,134 = 13,7$
500	$500 \cdot 0,134 = 67$

Таблица 12

Bu	κ_λ	$\lambda_T \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$
1,34	2,19	2,86
6,7	1,6	2,09
13,4	1,26	1,64
67	1	1,304

Таблица 11

$\kappa \delta_{i-d}$	$T_f, \text{ К}$
10	$(300-1000) (1-0,746^{1/7}) + 1000 = 972$
50	$-700 (1-0,149^{0,143}) + 1000 = 835$
100	$-700 (1-0,0746^{0,143}) + 1000 = 783$
500	$-700 (1-0,0149^{0,143}) + 1000 = 615$

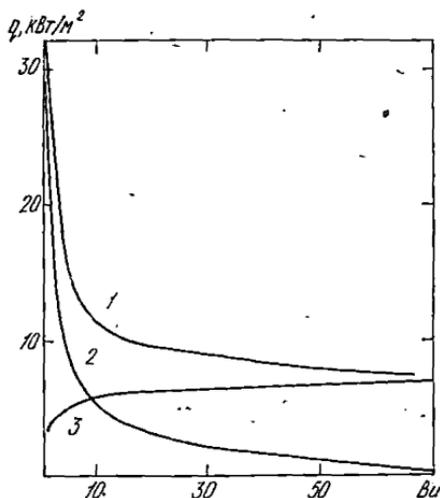


Рис. 35. Зависимость удельных тепловых потоков на конструкции от оптических свойств среды (к примеру 2)

1 — эффективный удельный тепловой поток $q_{эф}$; 2 — удельный лучистый тепловой поток q_R ; 3 — удельный конвективный тепловой поток q_K

$$k_\lambda = (k_0 - 1)^{-0,124(Bu-1)} + 1, \quad \lambda_T = k_\lambda 0,293 \text{ Ra}^{1/6} \left(\frac{\text{Pr}^{2/3}}{2,14 + \text{Pr}^{2/3}} \right)^{1/6} \lambda;$$

$$\lambda_T = k_\lambda 0,293 (0,12 \cdot 10^{12})^{1/6} \left(\frac{0,64^{2/3}}{2,14 + 0,64^{2/3}} \right)^{1/6} 8 \cdot 10^{-2} = k_\lambda 1,308 \text{ Вт} \cdot \text{м} \cdot \text{К}^{-1}.$$

Определим значение критерия Больцмана, безразмерные коэффициенты теплоотдачи и удельные тепловые потоки (табл. 13, рис. 35).

Таблица 13

κ (1+4)	Bu	$Bo = \frac{16\pi^2 \sigma}{3\kappa g \lambda T} (T_f^3 - T_w^3)$	$Nu_{\kappa} = 0,2 (CrPr)^{1/3} \left[\frac{Pr^{2/3}}{2,14 (1+Bo) + Pr^{2/3}} \right]^{1/3}$
10	1,34	$\frac{16 \cdot 0,8 \cdot 5,76 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 10 \cdot 2,86} (972^3 - 300^3) = 765$	$0,2 (0,12 \cdot 10^{12})^{1/3} \left[\frac{0,64^{2/3}}{2,14 (1+7,65) + 0,64^{2/3}} \right]^{1/3} = 326$
50	6,7	$\frac{16 \cdot 0,8 \cdot 5,76 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 50 \cdot 2,09} (835^3 - 300^3) = 1,304$	$0,2 (0,12 \cdot 10^{12})^{1/3} \left[\frac{0,64^{2/3}}{2,14 (1+1,304) + 0,64^{2/3}} \right]^{1/3} = 494$
100	13,4	$\frac{16 \cdot 0,8 \cdot 5,76 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 100 \cdot 1,64} (783^3 - 300^3) = 0,68$	$0,2 (0,12 \cdot 10^{12})^{1/3} \left[\frac{0,64^{2/3}}{2,14 (1+0,64) + 0,64^{2/3}} \right]^{1/3} = 539,4$
500	67	$\frac{16 \cdot 0,8 \cdot 5,76 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 100 \cdot 1,304} (615^3 - 300^3) = 0,078$	$0,2 (0,12 \cdot 10^{12})^{1/3} \left[\frac{0,64^{2/3}}{2,14 (1+0,078) + 0,64^{2/3}} \right]^{1/3} = 611$

$Nu_R = Nu_{\kappa, Bo}$	$Nu_{\text{сф}} = Nu_{\kappa} + Nu_R$	$g = (Nu \lambda / x) (T_{\infty} - T_{\text{сф}}), \text{ кВт} \cdot \text{м}^2$	g_R	$g_{\text{сф}}$
$326 \cdot 7,65 = 2493,9$	$2493,9 + 326 =$ $= 2819,9$	$\frac{326 \cdot 654 \cdot 10^{-2}}{4} (100 - 300) =$ $= 3,73$	$\frac{2493,9 \cdot 6,54 \cdot 10^{-2}}{4} \times$ $\times (1000 - 300) = 28,54$	$28,51 + 3,73 = 32,27$
$494 \cdot 1,304 = 644,176$	$644,176 + 494 =$ $= 1138,176$	$\frac{494 \cdot 6,54 \cdot 10^{-2}}{4} \cdot 700 = 5,65$	$\frac{644,176 \cdot 6,54 \cdot 10^{-2}}{4} \cdot 700 = 7,37$	$5,65 + 7,37 = 13,02$
$539 \cdot 4 \cdot 0,68 = 366,79$	$539 \cdot 4 + 366,79 =$ $= 906,16$	$\frac{539 \cdot 4 \cdot 6,54 \cdot 10^{-2}}{4} \cdot 700 = 6,17$	$\frac{366,79 \cdot 654 \cdot 10^2}{4} \cdot 700 = 4,2$	$6,17 + 4,2 = 10,37$
$611 \cdot 0,078 = 4766$	$611 + 47,66 =$ $+ 658,66$	$\frac{611 \cdot 6,54 \cdot 10^{-2}}{4} \cdot 700 = 7$	$\frac{47,66 \cdot 6,54 \cdot 10^{-2}}{4} \cdot 700 = 0,55$	$7 + 0,55 = 7,55$

Пример 3. Определить тепловые потоки на вертикальных ограждающих конструкциях для условий примера 2. Газовую среду считать оптически прозрачной.

Решение. Конвективная составляющая эффективного теплового потока. В примере 2 найдено, что $GrPr = 0,12 \cdot 10^{12}$, следовательно, режим движения турбулентный. Для турбулентной естественной конвекции найдем критерии Nu (без учета ламинарного участка на поверхности)

$$Nu = 0,135 (Gr Pr)^{1/3} = 0,135 (0,12 \cdot 10^{12})^{1/3} = 666,9.$$

Вычислим коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = Nu \lambda / x = 666,9 \cdot 5,68 \cdot 10^{-2} / 4 = 9,47 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}.$$

Рассчитаем удельный конвективный тепловой поток

$$q_k = \alpha (T_\infty - T_w) = 9,47 (1000 - 300) = 6,629 \text{ кВт} \cdot \text{м}^{-2}.$$

Лучистая составляющая эффективного теплового потока. Определим удельный лучистый тепловой поток для условия примера

$$\begin{aligned} q_k &= \varepsilon_{\text{пр}} c_0 \left[\left(\frac{T_\infty}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right] \psi_{2-1} = \\ &= 0,8 \cdot 5,76 \left[\left(\frac{1000}{100} \right)^4 - \left(\frac{300}{100} \right)^4 \right] = 45,71 \text{ кВт} \cdot \text{м}^{-2}. \end{aligned}$$

Поскольку $q_k > q_k$, влияние конвекции на эффективный теплообмен учтен увеличением степени черноты на величину

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= \frac{q_k}{c_0 \left[\left(\frac{T_\infty}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right] \psi_{2-1}} = \\ &= \frac{6629}{5,76 \left[\left(\frac{1000}{100} \right)^4 - \left(\frac{300}{100} \right)^4 \right]} = 0,116. \end{aligned}$$

Вычислим эффективную степень черноты

$$\varepsilon_{\text{эф}} = \varepsilon + \varepsilon_k = 0,8 + 0,116 = 0,916.$$

Найдем эффективный удельный тепловой поток

$$\begin{aligned} q_{\text{эф}} &= \varepsilon_{\text{эф}} c_0 \left[\left(\frac{T_\infty}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right] \psi_{2-1} = \\ &= 0,916 \cdot 5,76 \left[\left(\frac{T_\infty}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right] = 52,33 \text{ кВт} \cdot \text{м}^{-2}. \end{aligned}$$

Пример 4. Определить изменение взаимной излучающей площади поверхностей и коэффициентов облученности боковой грани факела и ограждающих конструкций (рис. 36). Пожар развивается в помещении размером $6 \times 6 \times 3 \text{ м}^3$, проемность помещения 20%, высота проемов 2 м. Горючая нагрузка — древесина в количестве 10 кг на 1 м^2 площади тепловоспринимающих поверхностей. Горючая нагрузка расположена на площади $3 \times 3 \text{ м}^2$ в центре помещения.

Решение. По рис. 19 устанавливаем, что для данных условий пожар в помещении будет регулироваться газообменом.

Определим площадь оконных проемов

$$S_w = S \cdot 0,2 = 6 \cdot 6 \cdot 0,2 = 7,2 \text{ м}^2.$$

По уравнению (157) рассчитаем максимальную скорость выгорания

$$R_m = 91,67 \cdot 7,2 \cdot 2^{1/2} = 933,4 \text{ гс}^{-1}.$$

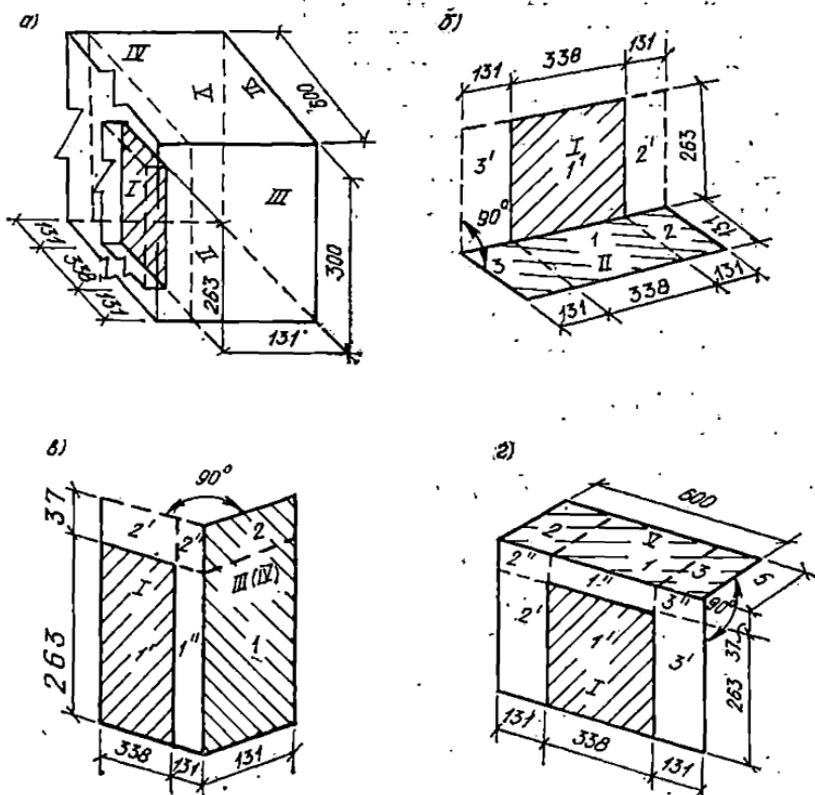


Рис. 36. Взаимное расположение боковой грани факела и конструкции (к примеру 4)

а — рассматриваемая система; б — система факел—пол; в — система факел—боковая поверхность; г — система факел—потолок

По уравнению (159) вычислим время развития пожара

$$t_{п} = \frac{qS_{\text{полн}}}{1500S_w H_w^{1/2}} = \frac{10 \cdot 18,88 (6 \cdot 6 \cdot 2 + 6 \cdot 3 \cdot 4 - 7,2)}{4,19 \cdot 7,2 \cdot 2^{1/2} \cdot 1500} = 0,4 \text{ ч.}$$

По графикам рис. 18 найдем коэффициент η для различного времени развития пожара (табл. 14).

По уравнению (158) определим скорость выгорания в момент времени t (табл. 15).

Таблица 14

t , мин	η
0,075	0,188
0,125	0,663
0,4	1
0,75	0,188

Таблица 15

t , мин	R , г·с ⁻¹
0,075	0,188·933,4=175,5
0,125	0,663·933,4=618,8
0,4	1·933,4=933,4
0,75	0,188·933,4=175,5

Найдем приведенный линейный размер

$$D = (4ab/\pi)^{0/5} = (4 \cdot 3 \cdot 3/3,14)^{0/5} = 338 \text{ см.}$$

Вычислим значения параметра R^2/D^5 (табл. 16) и для полученных значений определим высоту пламени (табл. 17).

Рассчитаем габаритные размеры факела пламени. Для $t=0,075$ и $0,75$ ч высота факела $h=2,63$ м, ширина (приведенный диаметр) $D=3,38$ м. Для $t=0,125$ ч высота факела $h=3$ м, ширина $a=(h/H)D=(6.338)/3=6,76$ м. Принимаем ширину факела равной ширине помещения $D=6$ м.

Таблица 16

t , мин	R^2/D^5
0,125	$618,8^2/338^5=8,68 \cdot 10^{-8}$
0,4	$933,4^2/338^5=197 \cdot 10^{-7}$
0,75 (0,075)	$175,5^2/338^5=7 \cdot 10^{-9}$

Очевидно, что для $t=0,4$ ч, высота факела $h=3$ м, ширина $D=6$ м. Таким образом, в момент времени $t=0,125$ и $0,4$ ч факел пламени полностью занимает объем помещения и коэффициент облученности равен 1.

По графикам рис. 36, а определим площади взаимных излучающих поверхностей и коэффициенты облученности для $t=0,075$ и

Таблица 17

t , мин	$h=D(R^2 \cdot 10^6/D^5)^{0,33}$, м
0,125	$4 \cdot 338 (8,68 \cdot 10^{-8} \cdot 10^6)^{0,33} = 6$
0,4	$4 \cdot 338 (1,97 \cdot 10^{-7} \cdot 10^6)^{0,33} = 7,9$
0,075 и 0,75	$4 \cdot 338 (7 \cdot 10^{-9} \cdot 10^6)^{0,33} = 2,63$

0,75 ч без учета переизлучения между ограждающими поверхностями.

Рассмотрим по отдельности взаимное расположение излучающей поверхности (факел) и конструкций.

Факел — пол. Взаимное расположение системы факел — пол показано на рис. 36, б.

Согласно методу суперпозиции

$$H_{1'-123} = \frac{1}{2} (H_{1'2'-12} + H_{1'3'-13} - H_{2'-2} - H_{3'-3}).$$

Все величины, стоящие в правой части равенства, определяем по графикам рис. 14 $H_{1'2'-12} = F_{1'2'} \psi_{1'2'-12}$.

Для определения $\psi_{1'2'-12}$ по графику рис. 14 найдем вспомогательные величины:

$$\frac{L_1}{\omega} = \frac{2,63}{3,38 + 1,31} = 0,56; \quad \frac{L_2}{\omega} = \frac{1,31}{3,38 + 1,31} = 0,28;$$

$$\psi_{1'2'-12} = 0,16.$$

Вычисляем площадь поверхности $1'2'$

$$F_{1'2'} = 2,63 \cdot 4,69 = 12,33 \text{ м}^2; \quad H_{1'2'-12} = 12,33 \cdot 0,16 = 1,97 \text{ м}^2;$$

$$H_{1'3'-13} = F_{1'3'} \psi_{1'3'-13}.$$

Легко показать, что в данном случае

$$H_{1'2'-12} = H_{1'3'-13} = 1,97 \text{ м}^2; \quad H_{2'-2} = F_{2'} \psi_{2'-2};$$

$$\frac{L_1}{\omega} = \frac{2,63}{1,31} = 2; \quad \frac{L_2}{\omega} = \frac{1,31}{1,31} = 1;$$

$$\psi_{2'-2} = 0,11; \quad F_{2'} = 1,31 \cdot 2,63 = 3,45 \text{ м}^2;$$

$$H_{2'-2} = 3,45 \cdot 0,11 = 0,38 \text{ м}^2.$$

Очевидно, что

$$H_{3'-3} = H_{2'-2} = 0,38 \text{ м}^2. \quad H_{1'-123} = \frac{1}{2} (1,97 + 1,97 -$$

$$0,38 - 0,38) = 1,59;$$

$$\psi_{1'-123} = \frac{H_{1'-123}}{F_{1'}} = \frac{1,59}{2,63 \cdot 3,38} = 0,18.$$

Факел — боковые поверхности. Взаимное расположение системы факел — боковые поверхности показано на рис. 36, в.

$$H_{1'-12} = \frac{1}{2} (1,266 + 1,048 - 0,05) - \frac{1}{2} (0,94 + 0,84 - 0,01) = 0,247;$$

$$\psi_{1'-12} = \frac{H_{1'-12}}{F_{1'}} = \frac{0,247}{3,38 \cdot 2,63} = 0,03.$$

Нетрудно показать, что для условий задачи площади взаимно

излучающихся поверхностей и коэффициенты облученности для обеих боковых поверхностей равны.

Факел — потолок. Взаимное расположение системы факел — потолок показано на рис. 36, г.

$$H_{1'-123} = \frac{1}{2} (2,11 + 2,11 - 0,339 - 0,339) - \\ - \frac{1}{2} (0,68 + 0,68 - 0,17 - 0,17) = 1,26 \text{ м}^2; \\ \psi_{1'-123} = \frac{H_{1'-123}}{F_{1'}} = \frac{1,26}{3,38 \cdot 2,63} = 0,14.$$

В замкнутой системе сумма всех угловых коэффициентов равна 1, следовательно,

$$\psi_{I-II} + \psi_{I-III} + \psi_{I-IV} + \psi_{I-V} + \psi_{I-VI} = 1,$$

откуда угловой коэффициент системы факел — параллельная поверхность

$$\psi_{I-VI} = 1 - 0,18 - 0,03 - 0,03 - 0,14 = 0,62.$$

Взаимная излучающая площадь поверхности

$$H_{I-VI} = F_I \psi_{I-VI} = 3,38 \cdot 2,63 \cdot 0,62 = 5,51 \text{ м}^2.$$

ГЛАВА III. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

1. Погрешность определения параметров

Процессы переноса в строительных конструкциях при пожаре отличаются высокой интенсивностью. Математическое описание этих процессов связано с необходимостью учета зависимости теплофизических параметров от потенциалов переноса (нелинейности). Знание параметров переноса необходимо для различных расчетов: процессов тепло- и массопереноса при пожаре, огнестойкости конструкций, длительности времени их нагревания; расстояний между элементами зданий, на которых температура не должна превышать критической; определения возможностей загорания зданий и сооружений, смежных с горящими, и т. д. От точности, с которой найдены теплофизические параметры, зависит точность всех остальных расчетов, в которые они входят. Кроме того, методы определения параметров и математические идеи, в них заложенные, используются также для расчета других

величин, входящих в уравнения, описывающие тепло- и массоперенос при пожаре.

Общие методы определения нелинейных теплофизических параметров до настоящего времени не разработаны. Используемые на практике методы содержат те или иные погрешности, зависящие от многих причин: погрешностей определения (измерения) различных констант, погрешностей математических моделей, точности реализации в эксперименте граничных и начальных условий, ошибок, вносимых упрощениями решений (например, линеаризацией). Не все указанные причины погрешностей исследуются в комплексе, а те, которые исследуются, — не всегда анализируются глубоко. Подтверждением этого являются, например, три ошибочных утверждения, бытующих в литературе.

Первое — погрешность приближения расчетной формы, дающей поле температур, совпадает с погрешностью параметра, определяемого из этого приближенного решения. На самом деле это не так. Имеются две различные погрешности: приближенного нахождения поля температур, потоков и т. п. (прямая задача) и определения теплофизического параметра из этого приближенного решения (обратная задача). Очевидно, что погрешность обратной задачи зависит от погрешности прямой. На это впервые было указано в [6]. Проиллюстрируем высказанное утверждение примерами.

Одним из часто применяемых в инженерной практике методов определения теплофизических параметров строительных материалов (и не только их) является метод регулярного режима I рода [33]. В линеаризованных решениях уравнения теплопроводности ограничиваются одним или несколькими первыми членами ряда. Вносимая при этом погрешность обрыва ряда (прямая задача) ошибочно отождествляется с погрешностью нахождения параметра из этого приближенного решения. Теоретические исследования [6, 3] показали, что обе погрешности различны, причем последняя является некоторой функцией первой. Так, для случая неограниченной пластины (стенки) при $Bi \rightarrow \infty$ в точке $X=0$ (на поверхности стенки) погрешность определения поля температур по одному члену ряда не превышала 21,5%, в то время, как погрешность определения коэффициента теплопроводности из этого приближенного решения менялась от 0 до 100%. В методе регулярного режима предполагается,

что расчет производится, начиная с некоторого t_p , называемого временем регулярного режима, которое гарантирует малую погрешность обрыва ряда (ошибочно отождествляемую с погрешностью нахождения параметра), близкую к нулю.

Исследованиями [3, 6] доказано, что, действительно, при $t > 0,5$ обе погрешности практически равны нулю, однако при этом обнаружилось, что подобные решения справедливы при узком лишь интервале температур $0 \leq \theta \leq 0,3708$, так как при $\theta \geq 0,3708$ погрешность определения параметра меняется от 0 до 100%. Таким образом, при использовании метода регулярного режима I рода для определения теплофизического параметра строительных материалов всегда имеется интервал, где погрешность параметра меняется от 0 до 100% (в некоторых случаях до 67%). Увеличение числа членов ряда может лишь уменьшить этот интервал, но не ликвидировать его. Игнорирование этого положения привело к значительному занижению погрешностей определения параметров до традиционно принятых в литературе 1—5%. Отметим, что при этом ничего не говорится о погрешностях линеаризации, которая в условиях существенной нелинейности строительных материалов для высоких температур в условиях пожара может дать даже качественно иной вид параметра [2, 3].

Второе — при определении переменных характеристик (параметров) переноса можно использовать как локальные, так и интегральные значения температур. Что это не так, впервые было показано в работах [2, 3]. Действительно, переменный теплофизический параметр определяют как кусочно-постоянный, что в конечном счете приводит к зависимости параметра от средних интегральных значений температур. Особенно часто так поступают при вычислении влажностных характеристик, ошибочно определяя из кривых сушки, или увлажнения переменные параметры. Напомним, что все уравнения переноса тепла, вещества, влаги содержат переменные параметры как функции локальных, а не интегральных значений потенциалов. Поэтому параметры, найденные как функции средних интегральных значений, не могут быть использованы в расчетах.

Третье — линеаризация уравнения за счет осреднения теплофизических параметров приводит лишь к количественным ошибкам. Это положение также не верно.

В работах [1—3] было показано, что ошибки линеаризации полей температур в расчетных формулах в некоторых случаях приводят не только к количественным ошибкам, но и к качественно иному виду переменных характеристик.

Источником ошибки определения теплофизических параметров является также неточность реализации в эксперименте предпосылок того или иного решения, так как эксперименты часто проводятся на образцах, которые не позволяют создать одномерность поля температур, в то время как в расчете берется одномерное решение. Вопрос о размерах образцов и о том, при каких размерах можно считать поле температур в образцах одно-, дву- или трехмерным, сложен и в настоящее время недостаточно разработан. Некоторые рекомендации имеют лишь для линеаризованных решений. Кроме того, иногда неверно трактуются граничные условия в случае полуограниченной стенки. Критерием полуограниченности является в первую очередь не протяженность стенки, а постоянство температуры и равенство потока нулю (очевидно, нельзя считать точку бесконечно удаленной, если в ней меняется температура во времени). При определении теплофизических параметров строительных материалов в некоторых случаях не учитываются условия, существенно меняющие поле температур, а значит, и найденный из него параметр. Так, неучет фазовых превращений, излучения, различных источников (стоков) тепла, не входящих в расчетные формулы, приводит к недостаточно достоверным значениям найденных теплофизических параметров. Принято считать, что, если, например, для пластины (стенки) имеется один и тот же перепад температур, то каким бы образом поле не было получено, оно будет одним и тем же. На самом деле это не так: поля для одного перепада температур на поверхности стенки, полученные, например, конвективным нагревом или излучением, будут различными, что должно отразиться на параметрах. С этой точки зрения необходимо, вероятно, внести коррективы в те методы определения параметров, в которых принимается во внимание лишь перепад температур, а само поле не рассматривается.

Трудность определения переменных теплофизических параметров усугубляется еще и тем, что эти задачи некорректны, т. е. для них нарушается хотя бы одно из

условий корректно поставленной задачи [31]: решение существует при любых входных данных; решение устойчиво относительно малого возмущения входных данных; решение единственно.

В отличие от общего подхода многие известные методы не учитывают некорректность определения теплофизических параметров по данным поля температур, полученным экспериментально с некоторыми погрешностями. В частности, это выражается в неверном мнении, что совпадение полей, полученных экспериментально и из решения краевой задачи переноса тепла, гарантирует совпадение полученного параметра с его точным значением. На самом деле все гораздо обстоит сложнее. Так, в работе [2] было показано, что при расчете коэффициента температуропроводности вида (175) по линеаризованной формуле (328) даже при разбиении интервала изменения температур $[0; 1]$ на 20 частей, в каждой из которых параметр считался постоянным, погрешность определения параметра изменялась от 27 до 51% (табл. 18). Кроме того, в [2] показано, что нахождение параметра в точке, где $\theta = 0,5$ с учетом линеаризованной формулы, иногда применяющейся на практике, дает ошибочный результат.

Чтобы показать, что линеаризованные решения в некоторых случаях приводят не только к количественным ошибкам при определении параметров, но и к качественно иному их виду, были рассмотрены поля температур, соответствующие нелинейным коэффициентам температуропроводности вида $a_2(\theta) = (1 - 0,838\theta)^{-2}$, $a_3(\theta) = (1 - 3,292\theta + 2,877\theta^2)^{-1}$ и линеаризованному решению, найденному для средних интегральных значений их $\bar{a}_2 = \bar{a}_3 = 6,19$ (см. рис. 40). Из графиков видно, что замена θ_3 на θ_1 при $0,54 < \theta < 1$ (при вычислении поля температур), приводящая к погрешности, не превышающей 13%, при определении вместо a_3 величины $\bar{a}_3 = 6,19$ (обратная задача) дает в данном случае погрешность 178%. При определении с помощью линеаризованной формулы (328): $a_{li} = \varepsilon_i^2 (\operatorname{erfc}^{-1}\theta)^{-2}$, в точке $\theta = \theta_1 = 0,5$, $\theta_3 = \theta_2$ при $\xi \approx 1,7$. Поэтому $\bar{a}_3 = \bar{a}_2$, хотя на самом деле графики $a_3(\theta)$ и $a_2(\theta)$ качественно различны, причем $a_3(\theta = 0,5) = 14,5$, $a_2(\theta = 0,5) = 3$. Приведенные графики показывают, что при линеаризации можно получить качественно иной вид графика параметра. Этот пример

свидетельствует о неправомерности нахождения теплофизического параметра по данным поля температур, ошибку которого в 13% (прямой задачи) можно трактовать как ошибку математической модели и эксперимента (она приводит к ошибке в 178% при нахождении параметра). Даже в окрестности точки пересечения графиков полей температур один параметр в пять раз больше другого [2, 3].

Исследования показали [1—4], что наибольшая погрешность при определении теплофизических параметров с учетом экспериментальных значений поля температур будет в том случае, если графики экспериментально полученного поля и решения качественно различны. Например, линеаризованные решения для полуограниченной стенки имеют вогнутый (выпуклый) график соответственно при убывании и возрастании поля температур по ξ . В то же время нелинейное решение при этих же самых условиях может иметь как точку перегиба на графике, так и представлять вогнутую (выпуклую) кривую. Таким образом, меньшая ошибка как при нахождении поля температур, так и при определении параметра возможна именно в том случае, когда оба графика вогнуты (выпуклы) или имеют точки перегиба. Следовательно, наиболее точный результат получается, если графики линеаризованного и нелинейного решения качественно совпадают [7]. Это необходимо учитывать при постановке опытов.

Согласно методике [3—4], необходимо перед постановкой эксперимента проводить исследование полей температур и устанавливать интервалы монотонностей искомых параметров. Такой подход требует, чтобы методы решения различных прямых и обратных задач тепло- и массопереноса в условиях пожара были пересмотрены.

В настоящее время в основном используются линеаризованные решения для полуограниченной стенки, коэффициент температуропроводности определяется для некоторой средней температуры, критерием его точности является отличие не более чем на 10% полученного в первом приближении и т. д. [27]. Все эти методы не учитывают погрешности экспериментально найденного поля, которая входит в суммарную погрешность. Не принимается в расчет также и погрешность линеаризации, которая может давать не только неприемлемые погрешности (при определении теплофизических параметров,

но и иной их качественный вид). В частности, в примере 1 использование линейризованного решения для полуограниченной стенки (которым широко пользуются в пожарной теплофизике) дало бесконечно большое значение коэффициента температуропроводности, подтвердив тем самым еще раз неприемлемость использования линейризованных решений для определения нелинейных теплофизических параметров (в примере 10 из нелинейных решений параметр был найден с достаточной для инженерных расчетов точностью).

2. Общий подход к определению теплофизических параметров строительных материалов

Изложим общий подход к определению теплофизических параметров строительных материалов [1], позволяющий учесть влияние погрешностей эксперимента и математической модели (в том числе ее упрощений) на вид искомым теплофизических параметров. В рамках общего подхода могут быть использованы решения как точные, так и приближенные; линейризованные и нелинейные; одномерные и многомерные. При этом одновременно оценивается погрешность найденного параметра в зависимости от суммарной погрешности (эксперимента и выбранной математической модели). Если погрешность не отвечает задачам исследования, параметр должен быть найден с большей точностью. Для этого следует либо уточнить эксперимент, либо уточнить решение, либо то и другое сделать одновременно. При этом будет дан четкий ответ, может или не может выбранная математическая модель дать искомый параметр с нужной точностью.

Предлагаемый подход позволяет использовать любой экспериментальный метод, так как одновременно устанавливаются границы его применимости и соответственно решается окончательно вопрос о его пригодности или непригодности с точки зрения необходимой точности получения теплофизического параметра. При определении параметра целесообразно вначале выяснить погрешность эксперимента и математической модели (очевидно, эта суммарная погрешность всегда не меньше, чем погрешность эксперимента). Затем устанавливается погрешность нахождения теплофизического параметра, зависящая от суммарной погрешности.

Общий подход позволяет (если погрешность параметра известна) найти погрешность эксперимента и математической модели (суммарную). В том случае, если обе погрешности неизвестны, то они могут быть найдены в зависимости одна от другой. Предлагаемый подход позволяет определить от одного до трех искомым теплофизических параметров (при большем их числе расчеты усложняются и их целесообразно реализовать на ЭВМ). Преимуществом данного подхода является также то, что он позволяет учесть некорректность решения обратных задач. С помощью указанного метода могут быть найдены не только теплофизические параметры, но и любые искомые величины, входящие в решение: длительность процесса, характерный размер, недостающие краевые условия, функции источника и др.

Рассмотрим основные положения общего подхода. Пусть требуется определить теплофизический параметр строительных материалов $a(T)$ по экспериментальным значениям поля температур $T_{\text{ЭК}}(M, t)$ из решения некоторой краевой задачи, описывающей излучаемый процесс $T(M, t)$.

Предположим, что имеется неравенство

$$|T_{\text{ЭК}}(M, t) - T(M, t)| \leq \alpha;$$

$$\mu^{(1)} \equiv -\alpha + T_{\text{ЭК}}(M, t) \leq T(M, t) \leq T_{\text{ЭК}}(M, t) + \alpha \equiv \mu^{(2)},$$

где α — абсолютная (суммарная) погрешность, включающая в себя погрешность эксперимента и математической модели (не меньшая, чем погрешность эксперимента. В идеальном случае погрешность математической модели равна нулю, если она неизвестна и найти ее не представляется возможным).

Фиксируя точку в пространстве $M(x_i, y_i, z_i)$ и время t_j экспериментального измерения, строим график решения $T(M_i, t_j) = \mu(M_i, t_j, a)$ как функции искомого параметра a и пересекаем его двумя прямыми

$$\mu_{ij}^{(1)} = -\alpha + T_{\text{ЭК}}(M_i, t_j); \quad \mu_{ij}^{(2)} = \alpha + T_{\text{ЭК}}(M_i, t_j), \quad (169)$$

параллельными оси абсцисс.

Абсциссы получившихся при этом точек пересечения дают интервал изменения искомого параметра

$$a_{ij}^{(1)} \leq a \leq a_{ij}^{(2)}, \quad (170)$$

который тем точнее определяет параметр, чем он уже (в качестве искомого параметра можно взять любое значение из полученного интервала). Этот интервал может быть уменьшен (а значит, уточнен параметр) за счет

уменьшения абсолютной погрешности α , т.е. за счет уточнения эксперимента и математической модели (вплоть до ее замены иной) или того и другого одновременно.

В том случае, если определяется теплофизический параметр a , целесообразно величину α представить в виде ($0 \leq \beta \leq 1$):

$$\begin{aligned} \alpha &= \beta T_{\text{ЭК}}(M_i, t_j); \quad \mu_{ij}^{(1)} = (1 - \beta) T_{\text{ЭК}}(M_i, t_j); \\ \mu_{ij}^{(2)} &= (1 + \beta) T_{\text{ЭК}}(M_i, t_j). \end{aligned} \quad (171)$$

Аналогичным образом поступают при определении двух или трех искоемых теплофизических параметров. Причем в первом и втором случаях решения (графики которых необходимо строить) будут соответственно функциями двух и трех искоемых параметров

$$\left. \begin{aligned} T(M_i, t_j) &= \mu(M_i, t_j, a, b); \\ T(M_i, t_j) &= \mu(M_i, t_j, a, b, c), \end{aligned} \right\} \quad (172)$$

где a, b, c — искоемые теплофизические параметры.

В случае двух искоемых параметров график функции (172) пересекается плоскостями вида (169) и полученная область проектируется на плоскость искоемых параметров. Можно поступить иначе — записать выражения

$$\left. \begin{aligned} -\alpha + T_{\text{ЭК}}(M_i, t_j) &= \mu(M_i, t_j, a, b), \\ \alpha + T_{\text{ЭК}}(M_i, t_j) &= \mu(M_i, t_j, a, b) \end{aligned} \right\} \quad (172a)$$

и преобразовать их к виду

$$\left. \begin{aligned} a &= \chi_1 [M_i, t_j; b, -\alpha + T_{\text{ЭК}}(M_i, t_j)], \\ a &= \chi_2 [M_i, t_j; b, \alpha + T_{\text{ЭК}}(M_i, t_j)]. \end{aligned} \right\} \quad (172b)$$

Построив последние графики, получим область изменения искоемых параметров a и b . В случае трех искоемых параметров поступаем, как и в случае двух, однако при построении графиков функций фиксируем уже два параметра:

$$\begin{aligned} a &= \chi_1 [M_i, t_j; b, c, -\alpha + T_{\text{ЭК}}(M_i, t_j)]; \\ a &= \chi_2 [M_i, t_j; b, c, \alpha + T_{\text{ЭК}}(M_i, t_j)]. \end{aligned}$$

Одним из важных вопросов при определении теплофизических параметров является планирование эксперимента, в частности выбор числа экспериментальных точек, числа измерений полей температур и т. д. Существует ряд рекомендаций, относящихся в основном к выбо-

ру постоянных параметров, для переменных параметров такие рекомендации пока разработаны недостаточно.

Предлагаемый подход позволяет дать рекомендации по планированию эксперимента в случае нелинейных теплофизических параметров. В частности, для этого полезно использовать две формулы:

$$\theta_p = (1 - \beta)^{p-1} (1 + \beta)^{-p}, \quad (p = 1, 2, \dots, n); \quad (173)$$

$$\theta_p^* = (1 - \beta)^p (1 + \beta)^{-p}. \quad (174)$$

Первая из этих формул показывает, какие значения температур целесообразно измерить, а также устанавливает их необходимое число в зависимости от погрешности β (α), характеризующей с учетом выражений (169) и (171) суммарную погрешность. Формула (174) задает координаты концов интервалов, центры которых позволяет определить формула (173). При этом предполагается, что интервалы $[\mu_p^{(1)} = \theta_p(1 - \beta); \mu_p^{(2)} = \theta_p(1 + \beta)]$ полностью покрывают отрезок $[0; 1]$ так, что конец предыдущего интервала является началом последующего (отсчет ведется от $\theta = 1$ до $\theta = 0$). В частности, при суммарной ошибке 30% ($\beta = 0,3$) имеем из формулы (173): $\theta_1 = 0,77$; $\theta_2 = 0,414$; $\theta_3 = 0,223$; $\theta_4 = 0,12$; $\theta_5 = 0,0649$; $\theta_6 = 0,0349$. Аналогично при $\beta = 0,2$ имеем из формулы (173) $\theta_1 = 0,834$; $\theta_2 = 0,555$; $\theta_3 = 0,37$; $\theta_4 = 0,247$; $\theta_5 = 0,1645$; ...; $\theta_{10} = 0,0227$.

При $\beta = 0,1$ из формулы (173) получаем 30 экспериментальных значений температур (число которых, очевидно, с уменьшением β будет увеличиваться). Говоря о числе экспериментальных значений, мы имеем в виду значения безразмерных температур, которые могут быть получены, например, в одной фиксированной точке пространства в различные моменты времени или в один момент времени в различных фиксированных точках. Если число экспериментальных значений поля меньше, чем требуется по формуле (173), то тем самым при определении теплофизического параметра не удастся иметь одно и то же значение суммарной погрешности β на всем интервале изменения температур и ее приходится увеличивать, что приводит к большей ошибке. Так, при наличии одной точки $\theta_1(x_1, t_1)$, найденной при эксперименте с учетом суммарной погрешности $\beta = 0,1; 0,2; 0,3$, можно искать теплофизический параметр лишь на интервалах $(0,9\theta_1; 1,1\theta_1)$, $(0,8\theta_1; 1,2\theta_1)$, $(0,7\theta_1; 1,3\theta_1)$, на оставшихся

интервалах отрезка $[0; 1]$ можно лишь предположить, что $0,1 \leq \beta \leq 1$; $0,2 \leq \beta \leq 1$; $0,3 \leq \beta \leq 1$ и с учетом этого искать параметр. Часто это не удается сделать с нужной точностью, особенно при значительной нелинейности параметров, зависящих от температуры (отсутствие требуемого числа экспериментальных точек нельзя компенсировать уточнением математической модели).

Если экспериментальные значения поля температур не совпадают с теми, которые дает формула (173), то для получения параметра в виде (170) необходимо на всем отрезке $[0; 1]$, чтобы интервалы $(\theta_p(1-\beta); \theta_p(1+\beta))$ хотя бы частично перекрывались. На их общей части в этом случае в качестве концов интервалов в формуле (170) можно брать средние арифметические значения концов перекрывающихся интервалов (см. пример 9).

Очевидно, чем меньше число экспериментальных значений поля температур, тем больше должно быть β , чтобы покрыть интервалами $[\theta_p(1-\beta); \theta_p(1+\beta)]$ весь отрезок $[0; 1]$, что в конечном счете приводит к большой ошибке при определении теплофизического параметра.

Пример 5. Найти коэффициент температуропроводности ограждающей конструкции вида

$$a(\theta) = (1 - 0,8\theta)^{-1}. \quad (175)$$

За экспериментальные значения поля температур примем данные Фудзита [22], полученные как решения уравнения (195) ($\omega - F = 1$, табл. 18) при крайних условиях (197). В качестве математической модели используем линейризованное решение $\theta_{ли} = \operatorname{erfc} \xi a_{ли}^{-0,5} [1]$. Построим его график при $\xi = 0,25; 0,5; 0,75; 1; 1,5; 2$ как функции искомого параметра. Согласно формуле (173), при шести экспериментальных значениях можно иметь суммарную погрешность не ниже 0,3 или, если это нас не устроит, получить дополнительные экспериментальные значения поля температур. Поступим иначе: взяв погрешности $\beta = 0,1$ и $0,2$, прикинем, что это нам даст. Если погрешность полученного параметра нас не устроит, то, следовательно, при $\beta = 0,3$ мы получим еще худший результат (и либо сразу откажемся от подобной расчетной формулы, либо попытаемся ее уточнить, а также увеличить число экспериментальных значений поля температур).

Пересекая график линейризованного решения прямыми вида (171):

$$\begin{aligned} \mu^{(k)} &= (1 \pm 0,1) \theta_{ЭК}(\xi); \quad \mu^{(k)} = (1 \pm 0,2) \theta_{ЭК}(\xi), \\ &(k = 1, 2), \end{aligned} \quad (176)$$

получим интервалы изменения искомого параметра (коэффициента температуропроводности) вида (170)

$$a_{ли}^{(1)} < a < a_{ли}^{(2)} \quad (177)$$

Таблица 18

ε_i	θ_i	$-\Delta\theta_i$	$-\theta'(\varepsilon_i)$	$a_i\theta_i$	$a_i^{(1)}$	$\delta_i^{(1)}, \%$	$a_i^{(2)}(Q_i)$	$\delta_i^{(2)}, \%$	$a_{\text{лн}}$	$\delta_{\text{лн}}, \%$
0	1	—	—	5	5	0	5	0	—	—
0,125	0,95	0,1	0,4	4,16	4,84	13,85	4,54	4,62	8,066	46,5
0,25	0,9	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,375	0,825	0,15	0,6	2,94	2,97	1,01	2,92	0,685	5,780	49,2
0,5	0,75	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,625	0,675	18	0,72	2,18	2,285	4,6	2,19	0,456	4,44	51
0,75	0,57	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,875	0,47	0,19	0,76	1,605	1,685	4,75	1,163	1,53	2,94	45,4
1	0,38	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1,125	0,3	0,17	0,68	1,315	1,342	2,1	1,316	0,076	2,35	44
1,25	0,21	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1,375	0,15	0,11	0,44	1,135	1,18	3,81	1,145	0,69	1,755	35,3
1,5	0,1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1,625	0,075	0,06	0,24	1,065	1,175	9,37	1,166	6,06	1,665	36
1,75	0,04	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1,875	0,025	0,02	0,1	1,02	1,12	8,9	1,1	7,27	1,4	27,1
2	0,02	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2,125	0,018	0,01	0,04	1,01	1,117	14	1,13	10,6	1,86	45,7
2,25	0,01	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2,375	0,005	0,01	0,04	1,005	—	—	—	—	—	—
2,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

для погрешностей $\alpha=0,1\theta_{\text{ЭК}}$; $0,2\theta_{\text{ЭК}}$ ($\beta=0,1; 0,2$). Данные расчета представлены в табл. 19. Из них следует, что линеаризованное решение $\theta_{\text{ли}} = \text{erfc} \xi a_{\text{ли}}^{-0,5}$ нельзя использовать для нахождения существенно нелинейного коэффициента температуропроводности вида (175), так как получаемая область лишь частично захватывает точные значения параметра (175) и с ростом $\theta \rightarrow 1$ неограниченно возрастает ($a_{\text{ли}}^{(2)} \rightarrow \infty$). Следовательно, при $\beta=0,3$ не стоит проводить

Таблица 19

$\beta, \%$	$\theta_{\text{ЭК}}$													
	1		0,9		0,75		0,57		0,38		0,1		0,02	
	$a_{\text{ли}}^{(1)}$	$a_{\text{ли}}^{(2)}$												
10	5	2,2	771	2,8	10	2,8	5	2,2	3	1,8	2	1,44	1,54	1
20	5	1	8	1,75	32	2,2	7	1,96	36	1,6	2,2	1,38	1,5	1
$\alpha(\theta) = \frac{1}{1-0,8\theta}$	5	3,57		2,5		1,84		1,44		1,08		1,02		1

расчеты и от линеаризованного решения необходимо полностью отказаться.

Пример 6. Найти погрешность математической модели при определении коэффициента температуропроводности строительных материалов по методу регулярного режима I рода.

Решение краевой задачи

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\Gamma}{x} \frac{\partial T}{\partial x} \right); \quad (178)$$

$$T(x, 0) = T_0; \quad \frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 0;$$

$$T(L, t) = T_1 \quad (179)$$

при $x=0$ запишется в виде знакочередующегося ряда ($\Gamma=0$)

$$\theta = \frac{T - T_1}{T_0 - T_1} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \exp \left[-\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 \bar{t} \right]. \quad (180)$$

Ограничившись первым членом ряда

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\theta}_1(0, t) &= \frac{4}{\pi} \exp \left(-\frac{\pi^2}{4} \frac{at}{L^2} \right); \\ 0 &\leq \tilde{\theta}_1 \leq \frac{4}{\pi}, \quad \bar{t} = \frac{at}{L^2}, \end{aligned} \right\} \quad (181)$$

по теореме Лейбница найдем оценку остатка отброшенного ряда

$$|R_1(0, \bar{t})| \leq \frac{4}{3\pi} \exp \left(-\frac{9\pi^2 \bar{t}}{4} \right) = \alpha_1, \quad (182)$$

причем

$$\inf \alpha_1 \equiv 0 \leq \alpha_1 \leq 4/3\pi = 0,425 \equiv \sup \alpha_1. \quad (183)$$

Согласно формуле (169), получим уравнение прямых

$$\mu^{(1)} = -0,425 + \theta_{\text{ЭК}}(0, t_1); \quad \mu^{(2)} = 0,425 + \theta_{\text{ЭК}}(0, t_1), \quad (184)$$

пересекающих график поля температур (181) как функции искомого параметра (в фиксированных значениях времени). Очевидно, за счет большого значения верхней границы абсолютной погрешности $\sup \alpha_1 = 0,425$ диапазон изменения искомого коэффициента температуропроводности a может быть очень велик. Мы приняли идеальный случай — погрешность эксперимента равна нулю. В реальности она отлична от нуля и ее необходимо добавить к 0,425. Если даже этот идеальный случай не даст нужной точности получения параметра, то эксперимент можно и не ставить — выбранная модель не подходит для определения переменного коэффициента температуропроводности во всем диапазоне изменения поля температур. Кроме того, если экспериментальные значения температур, в данном случае совпадающие со значениями (181), $\theta_{\text{ЭК}}(0, t_1) \geq 0,575$ или $\theta_{\text{ЭК}}(0, t_1) \leq -0,425$, то мы не получим две точки пересечения графика $\tilde{\theta}_1 = \mu(a, t_1)$ с графиками прямых (184), что не позволит получить

интервалы изменения искомого параметра вида (170). Величину α можно уменьшить, взяв два, три и т. д. членов ряда в формуле (180). В этом случае $\sup \alpha_2 = 0,255$; $\sup \alpha_3 = 0,182$ и т. д. Однако при этом встречается другая трудность — в приближенном решении (180) имеет место неоднозначность нахождения a , так как $\tilde{\theta}_k = \mu(a, t_1)$ имеет по a максимум, чего нет при использовании первого члена ряда (181), так как $\tilde{\theta}_1(0, t_1)$ монотонно убывает по a . Неоднозначность нахождения параметра в рамках предлагаемого подхода непринципиальна, однако для ее исключения необходимо излишне увеличивать интервал изменения параметра, чтобы он охватил точку максимума (но это опять уменьшит точность получения a). Неоднозначности при определении a с использованием приближенных решений (180) можно избежать в тех случаях, когда ряд в (180) знакопеременный, однако оценка погрешности его отбрасывания α_k в этом случае несколько завышена. Этот пример еще раз показывает непригодность метода регулярного режима I рода для получения нелинейного коэффициента температуропроводности во всем рассматриваемом диапазоне изменения поля температур.

Отметим, что в формуле (183) полученное значение α , несколько завышено, так как мы, ничего не зная о значении искомого параметра, взяли предельный случай $a=0$ в (182). Если же нам известен хотя бы грубый диапазон изменения искомого параметра

$$\tilde{a}^{(1)} \leq a \leq \tilde{a}^{(2)}, \quad (185)$$

то величина a может быть уменьшена. В этом случае

$$\tilde{t}^{(1)} \equiv \frac{\tilde{a}^{(1)} t}{L^2} \leq \frac{at}{L^2} \leq \frac{\tilde{a}^{(2)} t}{L^2} \equiv \tilde{t}^{(2)} \quad (186)$$

и с учетом выражения (182)

$$\alpha_1 = \frac{4}{3\pi} \exp \left[-\frac{9\pi^2}{4} \tilde{t}^{(1)} \right].$$

Таким образом, в случае монотонного убывания (возрастания) приближенного решения по \tilde{t} достаточно иметь соответственно нижнюю (верхнюю) оценку искомого параметра $\tilde{a}^{(1)}$ или $\tilde{a}^{(2)}$.

Для удобства использования в приближенных расчетах решений (178) для условий (179), последнее из которых заменим более общим — условием теплообмена на поверхности стенки

$$\left[-\lambda \frac{\partial T_{\Gamma}}{\partial x} + \kappa (T_{\Gamma 1} - T_{\Gamma}) \right]_{x=L} = 0, \quad (187)$$

выпишем решения для тел классической формы в виде

$$\theta_{\Gamma} = \frac{T_{\Gamma} - T_{\Gamma 1}}{T_{\Gamma 0} - T_{\Gamma 1}} = \sum_{n=1}^{\infty} A_{\Gamma n}(\eta_{\Gamma n}) \omega_{\Gamma n}(X, \eta_{\Gamma n}) \exp(-\eta_{\Gamma n}^2 \tilde{t}),$$

где $\eta_{\Gamma n}$ — корни характеристического уравнения $\gamma_{\Gamma}(\eta_{\Gamma}) = 0$, имеющих, например в [22] (там же приведены $A_{\Gamma n}$, $\omega_{\Gamma n}$); $x = XL$.

Решения для стенки, цилиндрической области, шара имеют со-

ответственно вид

$$\theta_0 \equiv \frac{T_0 - T_{0f}}{T_{00} - T_{01}} = 2\text{Bi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{\text{Bi}^2 + \eta_{0n}^2}}{\eta_{0n} (\text{Bi}^2 + \text{Bi} + \eta_{0n}^2)} \times \\ \times \cos \eta_{0n} X \exp(-\eta_{0n}^2 \bar{t});$$

$$\theta_1 \equiv \frac{T_1 - T_{1f}}{T_{10} - T_{11}} = 2\text{Bi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} J_0(\eta_{1n} X)}{|J_0(\eta_{1n})| (\text{Bi}^2 + \eta_{1n}^2)} \exp(-\eta_{1n}^2 \bar{t}),$$

$$\text{Bi} = \frac{\kappa L}{\lambda};$$

$$\theta_2 \equiv \frac{T_2 - T_{2f}}{T_{20} - T_2} = 2\text{Bi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{\eta_{2n}^2 + (\text{Bi} - 1)^2}}{\text{Bi}^2 - \text{Bi} + \eta_{2n}^2} \times \\ \times \frac{\sin \eta_{2n} X}{\eta_{2n} X} \exp(-\eta_{2n}^2 \bar{t}),$$

где η_{0n} , η_{1n} , η_{2n} — корни характеристических уравнений.

$$\gamma_0(\eta) \equiv \text{ctg } \eta - \eta \text{Bi}^{-1} = 0; \quad \gamma_1(\eta) \equiv J_0(\eta) J_1^{-1}(\eta) - \eta \text{Bi}^{-1} = 0;$$

$$\gamma_2(\eta) \equiv \text{tg } \eta + \eta (\text{Bi} - 1)^{-1} = 0.$$

Наиболее точную абсолютную погрешность α находим с помощью теоремы Лейбница при $x=0$ соответственно на поверхности пластины, оси цилиндра, в центре шара:

$$\alpha_{0k} = \frac{2\text{Bi} \sqrt{\text{Bi}^2 + \eta_{0(k+1)}^2}}{\eta_{0(k+1)} (\text{Bi}^2 + \text{Bi} + \eta_{0(k+1)}^2)} \exp[-\eta_{0(k+1)}^2 \bar{t}];$$

$$\alpha_{1k} = \frac{2 \text{Bi} \exp[-\eta_{1(k+1)}^2 \bar{t}]}{(\text{Bi}^2 + \eta_{1(k+1)}^2) |J_0(\eta_{2(k+1)})|};$$

$$\alpha_{2k} = \frac{2\text{Bi} \sqrt{(\text{Bi} - 1)^2 + \eta_{2(k+1)}^2}}{\text{Bi}^2 - \text{Bi} + \eta_{2(k+1)}^2} \exp[-\eta_{2(k+1)}^2 \bar{t}].$$

Мы привели лишь формулы, дающие наиболее точные значения погрешностей замены ряда в выражении (180) приближенными решениями (k первыми членами ряда). Однако можно получить менее точные оценки, равномерные на всем отрезке $0 \leq X \leq 1$, для чего следует заменить сумму ряда интегралом и произвести интегрирование [22].

Приведем некоторые из этих оценок. Отметим, что, производя интегрирование, под знаком интеграла можно различным образом оценивать функцию, что приводит к разным значениям абсолютной

Γ	0	1	2
$\alpha_{I\kappa}^{(1)}$	$\frac{4Bi}{\pi} (1 + Bi^2 \eta_{0\kappa}^{-2}) \times$ $\times \frac{\exp(-\eta_{0\kappa}^2 \bar{t})}{\sqrt{Bi^2 + Bi}} \times$ $\times \operatorname{arccig} \frac{\eta_{0\kappa}}{\sqrt{Bi^2 + Bi}}$	—	$\frac{2Bi \sqrt{1 + (Bi - 1)^2 \eta_{2\kappa}^{-2} \exp(-\eta_{2\kappa}^2 \bar{t})}}{(\eta_{2(\kappa+1)} - \eta_{2\kappa}) 2\bar{t} (Bi^2 - Bi + \eta_{2\kappa}^2)}$
$\alpha_{I\kappa}^{(2)}$	$\frac{4Bi}{\pi} (1 + Bi^2 \eta_{0\kappa}^{-2}) \times$ $\times \left[\frac{\exp(-\eta_{0\kappa}^2 \bar{t})}{\eta_{0\kappa}} - \right.$ $\left. - \sqrt{\pi \bar{t}} \operatorname{erfc} \eta_{0\kappa} \sqrt{\bar{t}} \right]$	—	$\frac{Bi \sqrt{1 + (Bi - 1)^2 \eta_{2\kappa}^{-2}} \sqrt{\operatorname{erfc} \eta_{2\kappa} \sqrt{\bar{t}}}}{(\eta_{2(\kappa+1)} - \eta_{2\kappa}) \eta_{2\kappa} \sqrt{\bar{t}}}$

r	0	1	2
$\bar{\theta}_{r1}(0, t)$	$\frac{2Bi \sqrt{Bi^2 + \eta_{01}^2} \exp(-\eta_{01}^2 \bar{t})}{\eta_{01} (Bi^2 + Bi + \eta_{01}^2)}$	$\frac{2Bi \exp(-\eta_{11}^2 \bar{t})}{ J_0(\eta_{11}) (Bi^2 + \eta_{11}^2)}$	$\frac{2Bi \sqrt{\eta_{21}^2 + (Bi - 1)^2} \exp(-\eta_{21}^2 \bar{t})}{Bi^2 - Bi + \eta_{21}^2}$
α_{r1}	$\frac{2Bi \sqrt{Bi^2 + \eta_{02}^2} \exp(-\eta_{02}^2 \bar{t})}{\eta_{02} (Bi^2 + Bi + \eta_{02}^2)}$	$\frac{2Bi \exp(-\eta_{12}^2 \bar{t})}{ J_0(\eta_{12}) (Bi^2 + \eta_{12}^2)}$	$\frac{2Bi \sqrt{\eta_{22}^2 + (Bi - 1)^2} \exp(-\eta_{22}^2 \bar{t})}{Bi^2 - Bi + \eta_{22}^2}$
δ_{r1}	$\frac{\eta_{01} (Bi^2 + Bi + \eta_{01}^2) \sqrt{Bi^2 + \eta_{02}^2}}{\eta_{02} (Bi^2 + Bi + \eta_{02}^2) \sqrt{Bi^2 + \eta_{01}^2}} \times$ $\times \exp[-\bar{t} (\eta_{02}^2 - \eta_{01}^2)]$	$\frac{ J_0(\eta_{11}) (Bi^2 + \eta_{11}^2)}{ J_0(\eta_{12}) (Bi^2 + \eta_{12}^2)} \times$ $\times \exp[-\bar{t} (\eta_{12}^2 - \eta_{11}^2)]$	$\sqrt{\frac{\eta_{22}^2 + (Bi - 1)^2}{\eta_{21}^2 + (Bi - 1)^2}} \times$ $\times \frac{(Bi^2 - Bi + \eta_{21}^2)}{(Bi^2 - Bi + \eta_{22}^2)} \exp[-\bar{t} (\eta_{22}^2 - \eta_{21}^2)]$

Γ	0	1	2
$\Delta_{\Gamma n}(\eta_{1n})$	$\frac{4}{\pi} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$	$\frac{2}{\eta_{1n} J_1(\eta_{1n}) }$	$2(-1)^{n+1}$
$\omega_{\Gamma n}(X, \eta_{2n})$	$\cos[\pi(n-0,5)X]$	$J_0[\eta_{1n}, X]$	$\frac{\sin \eta_{2n} X}{\eta_{2n} X}$
$\gamma_{\Gamma}(\eta_2) = 0$	$\cos \eta_0 = 0, \eta_{0n} = \pi(n-0,5)$	$J_0(\eta_1) = 0$	$\sin \eta_2 = 0, \eta_{2n} = n\pi$
$\alpha_{\Gamma k}^*$	$\frac{4 \exp[-\pi^2(k+0,5)^2 \bar{t}]}{\pi(2k+1)}$	$\frac{2 \exp[-\eta_1^2(k+1) \bar{t}]}{\eta_1(k+1) J_1(\eta_1(k+1)) }$	$2 \exp[-\eta_2^2(k+1) \bar{t}]$

P	0	1	2
$\tilde{\alpha}_{Fk}^*$	$\frac{\operatorname{erfc} \pi (k - 0,5) \sqrt{\bar{t}}}{(k - 0,5) \sqrt{\pi \bar{t}}}$	—	$\frac{\exp(-k^2 \pi^2 \bar{t})}{k^2 \pi^2 \bar{t}}$
$\theta_{F1}^*(0, t)$	$\frac{4}{\pi} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} \bar{t}\right)$	$\frac{2 \exp(-\eta_{11}^2 \bar{t})}{\eta_{11} J_1(\eta_{11}) }$	$2 \exp(-\eta_{21}^2 \bar{t})$
α_{F1}^*	$\frac{4}{3\pi} \exp\left(-\frac{9\pi^2}{4} \bar{t}\right)$	$\frac{2 \exp(-\eta_{12}^2 \bar{t})}{\eta_{12} J_1(\eta_{12}) }$	$2 \exp(-\eta_{22}^2 \bar{t})$
δ_{F1}^*	$\frac{1}{3} \exp(-2\pi^2 \bar{t})$	$\frac{\eta_{11} J_1(\eta_{11}) \exp[-\bar{t}(\eta_{12}^2 - \eta_{11}^2)]}{\eta_{12} J_1(\eta_{12}) }$	$\exp[-\bar{t}(\eta_{22}^2 - \eta_{21}^2)]$

погрешности. В частности, из найденных двух абсолютных погрешностей $\alpha_{ГК}^{(1)}$ и $\alpha_{ГК}^{(2)}$ необходимо брать наименьшую (табл. 20).

Кроме того, для цилиндрической области ($\Gamma=1$) равномерную оценку остатка ряда на отрезке $[0; 1]$ дать нельзя из-за особенностей функции $J_0(\mu_{1n})$, имеющей бесчисленное множество корней, приводящих к делению на 0. В табл. 20 приведены также решения $\tilde{\theta}_{Г1}(0, \bar{t})$ в первом приближении (один член ряда) и их абсолютные и относительные погрешности, полученные с помощью теоремы Лейбница. В табл. 21 приведены соответствующие решения уравнения (178) при условиях

$$T_{\Gamma}(x, 0) = T_{\Gamma 0}, \quad \frac{\partial T_{\Gamma}(0, t)}{\partial x} = 0, \quad T_{\Gamma}(L, t) = T_{\Gamma 1},$$

а также абсолютная (полученная с помощью теоремы Лейбница, и равномерная на всем отрезке $[0; 1]$, $\tilde{\alpha}_{ГК}^*$ и относительная погрешности.

Если из приближенного решения (181) определять сразу две искомые величины, например параметр a и характерный размер $b = L^2$, то принимая во внимание выражения (181), (172) — (172а), запишем:

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \theta_{\text{ЭК}}(0, t_1) &= \frac{4}{\pi} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} t_1 \frac{a}{L^2}\right); \\ -\alpha_1 + \theta_{\text{ЭК}}(0, t_1) &= \frac{4}{\pi} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} t_1 \frac{a}{L^2}\right) \end{aligned}$$

или, решив относительно L^2 , эту систему получим согласно формуле (172б) функции

$$a = \frac{-4L^2}{\pi^2 t_1} \ln \frac{\pi}{4} [\alpha_1 + \theta_{\text{ЭК}}(0, t_1)], \quad a = \frac{-4L^2}{\pi^2 t_1} \ln \frac{\pi}{4} [\alpha_1 - \theta_{\text{ЭК}}(0, t_1)],$$

графики которых ограничивают область изменения искомых величин.

Пример 7. Определить коэффициент температуропроводности по методу двух температурно-временных интервалов [33]. Решение на границе контакта исследуемого и эталонного тел представим в виде

$$\theta = \tilde{\theta}_1 + R_1, \quad (188)$$

$$\text{где } \tilde{\theta}_1(a, t) = (1 + \beta) \operatorname{erfc} y; \quad \beta = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}, \quad \varepsilon = \lambda b^{-1} a^{-0.5}; \quad (189)$$

$$\left. \begin{aligned} R_1(a, t) &= (1 + \beta) (-\beta \operatorname{erfc} 3y + \beta^2 \operatorname{erfc} 5y - \dots); \\ b &= \lambda_{\text{в}} a_{\text{в}}^{-0.5}, \quad y = L (4at)^{-0.5}. \end{aligned} \right\} \quad (190)$$

С учетом обозначений $z = 0,5L(at_2)^{-0.5}$ перепишем выражение (189) при $t=t_1$ и $t=t_2$ в виде

$$\frac{\tilde{\theta}_1^{(1)}}{\tilde{\theta}_1^{(2)}} = \frac{\operatorname{erfc} z \sqrt{t_2/t_1}}{\operatorname{erfc} z} = \mu(a). \quad (191)$$

Оценив по теореме Лейбница остаток отброшенного ряда с учетом

выражений (188) — (190), получим оценку левой части (191) в виде $(\theta^{(1)} > \alpha^{(1)}; \theta^{(2)} > \alpha^{(2)})$:

$$\mu^{(1)} \equiv \frac{-\alpha_1^{(1)} + \theta^{(1)}}{\alpha_1^{(2)} + \theta^{(2)}} \leq \frac{\tilde{\theta}_1^{(1)}}{\tilde{\theta}_1^{(2)}} \leq \frac{\theta^{(1)} + \alpha_1^{(1)}}{\theta^{(2)} - \alpha_1^{(2)}} \equiv \mu^{(2)}. \quad (192)$$

Теперь, построив график $\mu(a)$, пересекаем его прямыми $\mu = \mu^{(1)}$, $\mu = \mu^{(2)}$. Абсциссы точек пересечения дадут интервал (170), содержащий искомый параметр. Известен пример расчета по формулам (188) — (191), однако при этом не учитывалась та ошибка, к которой приводит отбрасывание членов ряда в расчетной формуле. В рамках предлагаемого общего подхода учтем эту ошибку. Произведем числовой расчет по формулам (188) — (192), используя данные: $L = 3,5 \cdot 10^{-3}$ м; $t_2 = 78,5$ с; $t_1 = 29,6$ с; $\theta_1 = 0,25$; $\theta_2 = 0,5$; $b = 610$ В·с^{0,5}/(м²·К); $\lambda = 0,276$ В/(м·К).

Вначале по теореме Лейбница найдем погрешность заданной математической модели (при отбрасывании всех членов ряда, кроме первого)

$$\alpha_1 = \beta(1 + \beta) \operatorname{erfc} 3\gamma. \quad (193)$$

Поскольку в β входит искомый параметр a , необходимо для него иметь хотя бы «грубый» интервал изменения вида (185), если λ неизвестно, то и для него необходимо иметь подобный интервал, либо находить a и λ одновременно, как и будет сделано ниже. С учетом того, что $a = 1,44 \cdot 10^{-7}$ м²/с, предположим, что имеем «грубый» диапазон его изменения, который надо сузить:

$$\tilde{a}^{(1)} \equiv 10^{-0,8} \leq a \leq 10^{-0,6} \equiv \tilde{a}^{(2)}. \quad (194)$$

Тогда с учетом (193) — (194) получим абсолютную погрешность для двух значений времени $0 < \alpha^{(1)}(t_1) < 0,238$; $0 < \alpha^{(2)}(t_2) < 0,556$.

По формулам (190), (192) найдем

$$\mu^{(1)} \equiv 0,01 \leq \frac{\tilde{\theta}_1^{(1)}}{\tilde{\theta}_1^{(2)}} \leq 0,5 \equiv \mu^{(2)}.$$

Прямые $\mu = \mu^{(1)} = 0,01$ и $\mu = \mu^{(2)} = 0,5$ пересекают график функции $\mu = \mu(a)$ в точках, абсциссы которых дают интервал изменения искомого параметра (рис. 37): $0,152 \cdot 10^{-7} = a \leq 1,44 \cdot 10^{-7}$. Отметим, что этот же расчет, но без оценки погрешностей давал не диапазон изменения, а значение $a = 1,44 \cdot 10^{-7}$ м²/с.

В формуле (191) мы делили $\tilde{\theta}_1^{(1)}$ на $\tilde{\theta}_1^{(2)}$ с тем, чтобы избавиться от β , содержащего параметр λ . Однако можно обойтись без этого, одновременно определяя область изменения a и $c\gamma$ (а значит, и λ). По формулам (172а) — (172б), запишем

$$\theta_{\text{вк}}(0, t_1) + \alpha_1 = \frac{2\sqrt{a}c\gamma}{\sqrt{a}c\gamma + b} \operatorname{erfc} \frac{L}{2\sqrt{at_1}};$$

$$\theta_{\text{вк}}(0, t_1) - \alpha_1 = \frac{2\sqrt{a}c\gamma}{\sqrt{a}c\gamma + b} \operatorname{erfc} \frac{L}{2\sqrt{at_1}}.$$

Откуда имеем функции

$$c\gamma = b [\theta_{\text{ЭК}}(0, t_1) + \alpha_1] a^{-0,5} \left[2 \operatorname{erfc} \frac{L}{2\sqrt{at_1}} - \theta_{\text{ЭК}}(0, t_1) - \alpha_1 \right]^{-1};$$

$$c\gamma = b [\theta_{\text{ЭК}}(0, t_1) - \alpha_1] a^{-0,5} \left[2 \operatorname{erfc} \frac{L}{2\sqrt{at_1}} - \theta_{\text{ЭК}}(0, t_1) + \alpha_1 \right]^{-1},$$

часть плоскости между графиками которых и есть область изменения искомого параметров.

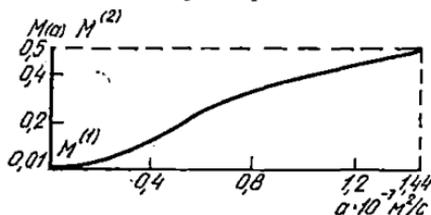


Рис. 37. Значения коэффициента температуропроводности, найденные в рамках общего подхода по методу двух температурно-временных интервалов

Пример 8. Найти коэффициент температуропроводности a по экспериментальному значению поля температур в безразмерном виде: $\theta(0, t_1) = 0,3$; $x=0$, $L=1$ м, $t_1 = 8,64 \cdot 10^5$ с, используя при этом решение по формуле (180). Предположим, что суммарная погрешность $\alpha = 0,1\theta_{\text{ЭК}} (\beta = 0,1)$. Строим график решения по формуле (180) как функцию a и пересекаем его прямыми $\mu^{(1)} = 0,3 - 0,1 \cdot 0,3 = 0,27$; $\mu^{(2)} = 0,3 + 0,1 \cdot 0,3 = 0,33$. Получим интервал изменения искомого коэффициента температуропроводности: $a^{(1)} = 6,25 \cdot 10^{-7} \leq a \leq 7,18 \times 10^{-7} = a^{(2)}$ м²/с).

Подчеркнем, что теплофизический параметр найден лишь в интервале (0,27; 0,33), на оставшихся интервалах (0; 0,27) и (0,33; 1) суммарная ошибка $0,1 \leq \beta \leq 1$, что приводит (как видно из рис. 38) к неоправданно большому интервалу изменения коэффициента температуропроводности: $0 = a^{(1)} \leq a \leq a^{(2)} = 22 \cdot 10^{-7}$ м²/с.

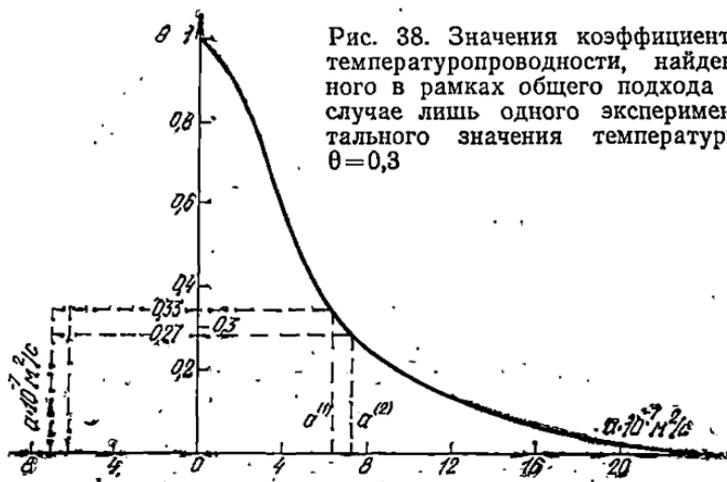


Рис. 38. Значения коэффициента температуропроводности, найденного в рамках общего подхода в случае лишь одного экспериментального значения температуры $\theta = 0,3$

Очевидно в рассматриваемом случае не поможет и замена иным решением, так как не достает главного — экспериментальных значений поля во всем диапазоне изменения температур. В работе [1] предлагаемый общий подход определения параметров был использован для нахождения коэффициента диффузии, а также одновременного определения коэффициента конвективной диффузии и скорости фильтрации жидкости.

3. Методика определения переменных теплофизических параметров

В основе предложенных методов [1—3] лежит качественное исследование полей температур по методике, приведенной в [3—4]. Согласно этой методике вначале целесообразно установить интервалы монотонности искомого теплофизического параметра, для чего следует поставить так называемые пробные опыты и рассмотреть стационарное решение для стенки при исследуемом перепаде температур или автомодельные нестационарные решения для полуограниченной стенки (образца). В первом случае для стационарных решений имеем следующее: при наличии на графике точек перегиба поля температур их ординаты являются одновременно экстремальными точками искомого параметра, разбивающими диапазон изменения температур на интервалы монотонности искомого параметра; если поле температур представлено выпуклой (вогнутой) кривой, то искомый параметр — соответственно возрастающая (убывающая) функция температуры.

Для автомодельных решений в случае полуограниченности стенки наличие точки перегиба на графике поля температур свидетельствует о возрастании (убывании) искомого параметра соответственно убыванию (возрастанию) поля температур по ζ [3—4]. Наличие двух точек перегиба показывает, что имеется экстремум параметра, абсцисса которого лежит между ординатами точек перегиба поля температур и т. д. При одновременном возрастании и убывании поля температур и параметра поле температур представляет собой выпуклую (вогнутую) кривую.

В случае нестационарных автомодельных решений $\theta = \theta(\zeta)$ в эксперименте необходимо иметь значения поля температур, измеренные либо в одной точке в разные моменты времени (так часто поступают на практике) или в различных точках в один момент времени; в обоих слу-

чаях заменой переменных приходим к автомодельному виду поля температур $\theta = \theta(\xi)$.

В дальнейшем предполагаем, что проведено качественное исследование и установлены интервалы монотонности искомого теплофизического параметра, зависящего от температуры.

В качестве математической модели для определения параметров строительных материалов в условиях пожара используем решения уравнения теплопроводности нестационарного ($\Gamma = 0, 1, 2$ соответственно для пластины, цилиндра, шара) и стационарного

$$\bar{c}(T) \bar{v}(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{\chi}(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\Gamma}{x} \bar{\lambda}(T) \frac{\partial T}{\partial x} + \bar{F}\left(x, t, T, \frac{\partial T}{\partial x}\right); \quad (195)$$

$$\frac{d}{dx} \left(\lambda(T) \frac{dT}{dx} \right) + \frac{\Gamma}{x} \lambda(T) \frac{dT}{dx} + F\left(x, T, \frac{\partial T}{\partial x}\right) = 0. \quad (196)$$

Метод непосредственного интегрирования. Интегрируя уравнение (195), получаем формулу для определения теплофизического параметра (коэффициента теплопроводности) из стационарного решения

$$\lambda(T) = x^{-\Gamma} [T'(x)]^{-1} \left[\lambda(T_*) T'(x_*) x_*^{\Gamma} - \int_{T_*}^T F(x, T, T') x^{\Gamma} dx \right],$$

где $e \leq x_* \leq d$, $T_{1c} \leq T_* \leq T_{2c}$.

Если искомым параметр меняется по координате x , то его вычисляют по формуле

$$\lambda(x) = x^{-\Gamma} [T'(x)]^{-1} \left[\lambda(x_*) T'(x_*) x_*^{\Gamma} - \int_{x_*}^x x^{\Gamma} F(x, T, T') dx \right].$$

Подчеркнем, что обе формулы верны лишь на интервалах монотонности искомого коэффициента теплопроводности. Функция источника, входящая в них, характеризует, в частности, лучистый теплообмен на боковой поверхности (что характерно для условий пожара), а также различные фазовые переходы.

В нестационарном случае рассмотрим автомодельные решения (195) при постоянных температурах — начальной и на поверхности стенки при $x=0$:

$$T(0, t) = T_1, \quad T(x, 0) = T(\infty, t) = T_0. \quad (197)$$

а также функции источника вида

$$\bar{F}\left(x, t, T, \frac{\partial T}{\partial x}\right) = \frac{\partial T}{\partial t} F\left(x, t, T, \frac{\partial T}{\partial x}\right), \quad (198)$$

которая позволяет характеризовать различные фазовые переходы, имеющиеся при интенсивном теплообмене в условиях пожара, в частности, учитывать влияние влажности строительных материалов. Подчеркнем, что выражение (198) позволяет при расчетах свести систему уравнений тепломассопереноса к двум несвязанным уравнениям и при определении теплофизических параметров на образцах различной влажности учесть также термоперенос, диффузию и т. д.

С учетом соотношений $\Gamma=0$ (198) и

$$\left. \begin{aligned} T - T_0 &= \theta (T_1 - T_0), \quad \bar{\omega} = \bar{c}(T) \bar{\gamma}(T), \quad \xi = x (4a_* t)^{-0,5}; \\ \bar{\omega} &= \omega_0 \omega(\theta), \quad \bar{F} = \omega_0 F(\xi, T, T'), \quad \bar{a}(T) = \omega_0 a_* a(\theta) \end{aligned} \right\} \quad (199)$$

перепишем уравнение (195) и краевые условия (197) в виде

$$-\theta' \{2\xi [\omega(\theta) - F(\xi, \theta, \theta')] + \theta' a'(\theta)\} = a(\theta) \theta''; \quad (200)$$

$$\theta(0) = 1, \quad \theta(\infty) = 0, \quad \theta'(\xi) < 0. \quad (201)$$

Замена переменных $T - T_1 = \theta(T_0 - T_1)$ дает вместо (195)

$$\theta(0) = 0, \quad \theta(\infty) = 1, \quad \theta'(\xi) > 0. \quad (202)$$

Интегрируя уравнение (200), получаем при $0 \leq \theta_* \leq 1$:

$$a(\theta) = (\theta')^{-1} \left\{ a(\theta_*) \theta'(\theta_*) - 2 \int_{\theta_*}^{\theta} [\omega(\theta) - F(\xi, \theta, \theta')] \xi(\theta) d\theta \right\};$$

при $\theta_* = 0 [\theta'(0) = 0]$:

$$a(\theta) = (\theta')^{-1} \left\{ -2 \int_0^{\theta} [\omega(\theta) - F(\xi, \theta, \theta')] \xi(\theta) d\theta \right\}. \quad (203)$$

При вычислении интеграла в выражении (203) по формуле Симпсона с числом точек разбиения интервала интегрирования $n=2$ и $n=4$ получим две формулы для определения искомого коэффициента температуропроводности [1—3]:

$$a^{(1)}(\theta_i) = \frac{-\theta_i}{3\theta'_i(\xi_i)} < [\omega(\theta_i) - F(\xi_i, \theta_i; \theta'_i)] \xi(\theta_i) + 4\{\omega(0,5\theta_i) - F(\xi_i; 0,5\theta_i; \theta')\} \xi(0,5\theta_i) + \xi(0)\{\omega(0) - F(\xi_i, 0, \theta')\} >, \quad (204)$$

$$\begin{aligned}
 a^{(2)}(\theta_i) = \frac{-\theta_i}{6\theta_i'(\xi_i)} < [\omega(\theta_i) - F(\xi_i, \theta_i; \theta_i')] \xi(\theta_i) + \\
 + 4 \{ [\omega(0,75\theta_i) - F(\xi_i; 0,75\theta_i; \theta_i')] \xi(0,75\theta_i) + \\
 + 2 \{ [\omega(0,5\theta_i) - F(\xi_i; 0,5\theta_i; \theta_i')] \xi(0,5\theta_i) + \\
 + 4 \{ [\omega(0,25\theta_i) - F(\xi_i; 0,25\theta_i; \theta_i')] \xi(0,25\theta_i) + \\
 + \xi(0) \{ [\omega(0) - F(\xi; 0; \theta_i')] \} >. \quad (205)
 \end{aligned}$$

Пример 9. Найти коэффициент температуропроводности, точные значения которого задаются формулой (175), при этом в качестве математической модели использовать не линеаризованное, а нелинейное решение для тех же самых значений $\beta=0,1; 0,2$. Как уже отмечалось, в первом случае необходимо иметь 30 экспериментальных

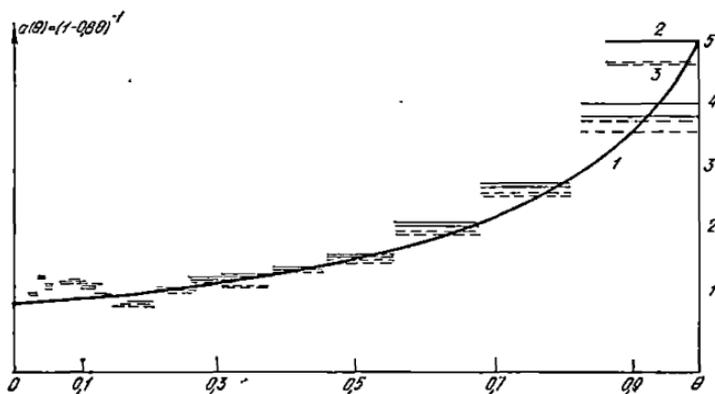


Рис. 39. Значения коэффициента температуропроводности
1 — точное; 2 и 3 — приближенные соответственно по формулам (204) и (205)

значений поля температур и, следовательно, 30 интервалов, покрывающих отрезок $[0; 1]$. Расчеты, проведенные по формулам (204) — (205) при $\omega = F = 1$, дают область изменения искомого параметра, представленную на рис. 39. Поскольку наибольшие погрешности имеются вблизи концов отрезка $[0; 1]$, там целесообразно более часто измерять температуры, что приведет к тому, что перекрываются интервалы. Так, в нашем случае, согласно формуле (173) при $\beta=0,1$, первая экспериментальная точка $\theta(\xi_1=0,23)=0,909$, в которой точное значение $a(\theta=0,909)=3,67$. С погрешностью $\beta=0,1$ имеем $\mu^{(1)}=0,818$ и $\mu^{(2)}=1$ и $3,81 \equiv a^{(1)} \leq a \leq a^{(2)} \equiv 3,97$ при расчете по формулам (204) и $3,56 \equiv a^{(1)} \leq a \leq a^{(2)} \equiv 3,73$ по формулам (205). Для уточнения параметра вблизи $\theta=1$ берем еще одну экспериментальную точку $\theta_1(\xi_1=0,125)=0,95$, для которой соответственно получим $\mu^{(1)}=0,855$, $\mu^{(2)}=1,045$ и $4,918 \equiv a^{(1)} \leq a \leq a^{(2)} \equiv 4,92$ в (204) и $4,599 \equiv a^{(1)} \leq a \leq a^{(2)} \equiv 4,6$ в (205). Следовательно, при $0,855 < \theta < 1$ оба интервала имеют общую часть, на которой мы берем среднее арифметическое значений концов интервалов, содержа-

щих искомым параметр: $a_{\text{ср}}^{(1)} = 0,5(3,81 + 4,912) = 4,364 \leq a \leq 4,445 = 0,5(3,97 + 4,92) = a_{\text{ср}}^{(2)}$ в случае (204) и $a_{\text{ср}}^{(1)} = 0,5(3,64 + 4,599) = 4,08 \leq a \leq 4,165 = 0,5(3,73 + 4,6) = a_{\text{ср}}^{(2)}$ в случае (205). Соответствующие значения (точные) $3,17 \leq a \leq 5$ представлены на рис. 39. Если точность найденных значений коэффициента температуропроводности отвечает требованиям задачи, то можно закончить эксперимент.

Пример 10. Найти коэффициент температуропроводности полуграниченной стенки с учетом данных примера 5 [2—3]. По формулам (204) — (205) при $\omega - F = 1$ получим значения коэффициента температуропроводности с погрешностью, не превышающей 14 и 10,6% соответственно (см. табл. 18). Точность расчета можно увеличить, взяв большее число точек разбиения интервала интегрирования. Отметим, что в данном случае мы предполагали, что погрешность $\alpha = 0$ ($\beta = 0$). Поскольку в примере 9 коэффициент температуропроводности получен при $\alpha = 0,1$ $\theta_{\text{вк}}$ ($\beta = 0,1$), можно предполагать, что результаты примеров 9 и 10 позволяют иметь значения искомого параметра при $0 \leq \beta \leq 0,1$ (при этом учитывается непрерывная зависимость поля температур от искомого коэффициента температуропроводности).

Метод «модельных» решений. Под «модельными» понимаются решения, которые легко находятся и позволяют дать оценки снизу и сверху как поля температур, так и искомого теплофизического параметра [1, 3]:

$$T_{M1}(x) \leq T(x) \leq T_{M2}(x); \quad (206)$$

$$a_{M1}(T_{M1}) \cong a(T) \cong a_{M2}(T_{M2}). \quad (207)$$

Очевидно, что чем уже интервалы изменения в выражениях (206) и (207), тем точнее «модельные» решения позволяют заменить ими точные значения поля температур и параметра. В случае стационарных решений для получения неравенств вида (206) — (207) необходимо применить теорему сравнения [21, 1], из которых следует, что, если $T_1(x)$ и $T_2(x)$ соответственно решения уравнений [1]:

$$T'' = f(x, T, T'), \quad T'' = g(x, T, T'),$$

удовлетворяющие условиям $T_1(e) \geq T_2(e)$; $T_1(d) \geq T_2(d)$, причем выполняется одна из систем неравенств на $[e; d]$:

$$\frac{\partial f}{\partial T} \geq 0, f < g; \quad \frac{\partial g}{\partial T} \geq 0, f < g; \quad (208)$$

$$\frac{\partial f}{\partial T} > 0, f \leq g; \quad \frac{\partial g}{\partial T} > 0, f \leq g;$$

$$f \leq g, \frac{\partial f}{\partial T} \geq 0, \frac{\partial f}{\partial T'} \cong 0; \quad f \leq g, \frac{\partial g}{\partial T} \geq 0, \frac{\partial g}{\partial T'} \cong 0, \quad (208a)$$

то на всем отрезке $[e, d]$ выполняется неравенство

$$T_2(x) \geq T_1(x). \quad (209)$$

Функции f и g определены в полосе $S: e \leq x \leq d; -\infty < T, T' < \infty$. Применив теоремы сравнения в случае решения краевой задачи (196), (213), ($F=G=0$) при

$$\begin{aligned} f(x, T, T') &= -(T')^2 \lambda_2'(T) [\lambda_2(T)]^{-1}; \\ g(x, T, T') &= -(T')^2 \lambda_1'(T) [\lambda_1(T)]^{-1} \end{aligned} \quad (210)$$

и подставив выражение (210) в систему (208), получим, что для «модельных» значений искомого параметра должна быть справедлива система неравенств

$$\begin{cases} \frac{d}{dT} \ln \lambda_{M2}(T) \lambda_{M2}'(T) \geq 0; \\ \frac{d^2}{dT^2} [\ln \lambda_{M2}(T)] \leq 0; \\ -2(T')^2 \frac{d}{dT} \lambda_{M2}(T) \geq 0. \end{cases} \quad (211)$$

Из выражения (211) следует, что $\lambda_{M2}(T)$ является выпуклой (или линейной функцией температуры). Аналогичным образом при использовании второй системы неравенств (208а) получаем, что $\lambda_{M1}(T)$ выпукла (или линейна). Если обе функции на графике представимы вогнутыми кривыми, то не выполняется условие неубывания функции (это условие единственности решения) и теоремы сравнения неприменимы: в этом случае возможно пересечение графиков $T_2(x)$ и $T_1(x)$ и неравенство (206) не выполняется при всех рассматриваемых значениях x .

Если предположить линейную зависимость искомого теплофизического параметра от температуры (что часто имеет место для строительных материалов) в безразмерном виде: $\theta = (T - T_{2c}) (T_{1c} - T_{2c})^{-1}$;

$$\lambda_M(\theta) = \lambda(0) [1 + (1 - \beta) \beta^{-1} \theta], \quad \beta = \lambda(0) \lambda^{-1}(1) \neq 0, \quad (212)$$

то решение (в безразмерном виде) уравнения (196) при условиях ($F=G=0$)

$$\{ T(e) = T_{1c}, \quad T(d) = T_{2c} \quad (213)$$

или

$$\theta(0) \equiv \frac{T(e) - T_{2c}}{T_{1c} - T_{2c}} = 1, \quad \theta(1) \equiv \frac{T(d) - T_{2c}}{T_{1c} - T_{2c}} = 0, \quad X = \frac{x-e}{d-e}$$

запишется так:

$$\theta_M(X) = (1 - \beta)^{-1} \{ -\beta + [1 - x(1 - \beta^2)]^{0,5} \}.$$

Кроме того, эти формулы можно использовать в качестве «модельных», если искомый параметр отличен от линейной функции, причем в случае выпуклых «модельных» параметров $\lambda_i(\theta) \geq \lambda_M(\theta)$, $i = 1, 2$ имеют место неравенства $\theta_i(X) \leq \theta_M(X)$.

Если известно, что график искомого параметра является выпуклой кривой, то в качестве «модельных» решений и значений искомого параметра целесообразно брать следующие:

$$\lambda_M(\theta) = \lambda(0) \{ [1 + (-1 + \beta^{-n})] \theta \}^{1/n}, \quad \theta_M(1 - \beta^n)^{-1} \{ -\beta^n + [1 - X(1 - \beta^{n+1})]^{n(n+1)} \}.$$

В предельном случае при $\lim \lambda_M(\theta) = \lambda_M(1)$, $\lim \theta_M \equiv \theta_n = 1 - X$, где $X = (x - e)(d - e)^{-1}$. Следовательно, чем дальше график $\lambda_{Mi}(\theta)$ отстоит от графика $\lambda(\theta)$ искомого параметра, тем меньше поле температур, соответствующее искомому параметру, отличается от прямой $\theta_n = 1 - X$ (графика соответствующей линеаризованной задачи).

В нестационарном случае вместо неравенства (206) будем иметь [1, 3]

$$\theta_{M1}(\xi) \leq \theta(\xi) \leq \theta_{M2}(\xi). \quad (214)$$

Методика подбора «модельных» решений изложена в работах [1, 3], приведем лишь несколько видов функции φ_{Mi} :

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{Mi} &= -\theta'_{Mi}(\xi) [2\xi b_i + a'(\theta_{Mi}) a^{-1}(\theta_{Mi}) \theta'_{Mi}]; \\ \varphi_{Mi} &= -\theta'_{Mi}(\xi) [2\xi + a'(\theta_{Mi}) \theta'_{Mi}]; \\ \varphi_{Mi} &= -\theta'_{Mi}(\xi) [2\xi - a'(\theta_{Mi}) a^{-1}(\theta_{Mi}) \theta'_{Mi}] \end{aligned} \right\} \quad (215)$$

в предположении, что они удовлетворяют уравнению $\theta''_{Mi} = \varphi_{Mi}(\xi, \theta_{Mi}, \theta'_{Mi})$, ($i = 1, 2$) и условиям (201) или (202).

Решения, «модельные» для первой функции (215), при условиях (202) и (201) запишутся соответственно так:

$$\left(\int_1^{\theta_{Mi}} a(\theta) d\theta \right) \left(\int_1^0 a(\theta) d\theta \right)^{-1} = \operatorname{erfc} \sqrt{b_i} \xi, \quad \theta'_{Mi} > 0;$$

$$\left(\int_1^{\theta_{Mi}} a(\theta) d\theta \right) \left(\int_1^0 a(\theta) d\theta \right)^{-1} = \operatorname{erf} \sqrt{b_i} \zeta, \quad \theta'_{Mi} < 0.$$

Еще более простые «модельные» решения получены при $\varphi_{Mi} = (B_j - 2\zeta) \theta'_{iM}$, $\varphi_M = \pi \zeta (\theta'_M)^2$ в виде

$$\theta_{Mi} = \frac{\operatorname{erfc}(\zeta - 0,5 B_i)}{\operatorname{erfc}(-0,5 B_i)}, \quad \theta_M = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \zeta.$$

Одним из вариантов метода «модельных» решений является следующий метод. Пусть требуется найти связь между теплофизическими параметрами, входящими в автомодельное решение уравнения [3]

$$\bar{c}(T) \bar{\gamma}(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{\lambda}(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right], \quad (216)$$

получающегося из выражения (195) при $(F = \Gamma = 0)$ и условиях (197).

Заменой переменных $z = 0,5 x [c_0 \gamma_0 \lambda_0^{-1} t^{-1}]^{0,5}$, $c(0) \gamma(0) = c_0 \gamma_0$ краевую задачу (216), (197) перепишем в виде

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{\lambda}{\lambda_0} \frac{dT}{dz} \right) = -2z \frac{c\gamma}{c_0 \gamma_0} \frac{dT}{dz}, \quad (217)$$

$$T(0) = T_1, \quad T(\infty) = T_0. \quad (218)$$

Предположим, что решение (217) — (218) может быть представлено в виде $(T_1 > T_0)$: $T = T_0 + (T_1 - T_0) \exp(-m^2 z)$. Подставив это решение в уравнение (217), получим соотношение, связывающее теплоемкость с коэффициентом теплопроводности

$$\frac{c(T) \gamma(T)}{c_0 \gamma_0} = m^2 \frac{d}{dT} \left[\frac{\lambda(T)}{\lambda_0} T \right] \left(2 \ln \frac{T_1 - T_0}{T} \right)^{-1}. \quad (219)$$

Отметим, что в качестве «модельных» решений уравнения (217) в принципе можно брать любые дважды дифференцируемые функции z , монотонно убывающие от 1 до 0 (возрастающие от 0 до 1) с ростом z .

Несколько более сложные формулы получаются, если взять «модельное» решение в виде

$$T = (T_1 - T_0) A \exp(-m^2 z^2) + T_0. \quad (220)$$

Очевидно, подобные «модельные» решения целесообразно брать с учетом качественного исследования графика решения, представленного выпуклой, вогнутой или имеющей точки перегиба кривой. Так, решения $T - T_0 / (T_1 - T_0) = e^{-m^2 z}$ и (220) являются соответственно выпуклыми

(вогнутыми) и имеющими точку перегиба кривыми [4].

Несколько иной подход при использовании «модельных» решений для нахождения полей температур при нелинейных теплофизических параметрах и источниках (стоках) вида (198) рассмотрен в [5]. Его идея заключается в сведении с помощью нескольких подстановок нелинейного уравнения (195) к иному нелинейному или линеаризованному, «модельные» решения которых имеются или легко определяются (подробно см. гл. IV). Такой подход позволяет построить серии графиков «модельных» решений, которые с учетом теорем сравнения позволяют давать оценки искомых теплофизических параметров строительных материалов и полей вида (207), (214). Кроме того, они могут быть использованы для общего подхода при определении теплофизических параметров.

Пример 11. Найти коэффициент теплопроводности ограждающей конструкции, если экспериментальные значения поля температур представляют собой выпуклую кривую $\theta(X)$, которая будет иметь оценки снизу и сверху [1, 3]:

$$(1 - X)^{0.5} \equiv \theta_M(X) \leq \theta(X) \leq \theta_{M2}(X) \equiv (1 - X)^{2/3}.$$

Тогда для искомого коэффициента теплопроводности и «модельных» значений параметров, соответствующих «модельным» решениям $\theta_{M1}(X)$ и $\theta_{M2}(X)$, справедливы неравенства вида (207):

$$\lambda_2(T) \equiv \sqrt{T} \geq \lambda(T) \geq T \equiv \lambda_1(T). \quad (221)$$

Таким образом, вместо искомого параметра можно взять $\lambda_2(T)$ или $\lambda_1(T)$ или иную функцию, удовлетворяющую неравенствам (221).

Пример 12. Найти коэффициент температуропроводности полуграниченной стенки, поле температур которой представляет выпуклую кривую $\theta(\xi)$, причем имеют место неравенства

$$\arctg \xi \equiv \theta_{M1} \leq \theta(\xi) \leq \theta_{M2} = \frac{1}{3} [-1 + (1 + 15 \operatorname{erf} \xi)^{0.5}].$$

«Модельное» решение $\theta_{M2}(\xi)$ соответствует параметру: $a_{M2}(\theta) = 0,25 + 0,75\theta$. Погрешность замены экспериментально найденного поля на $\theta_{M1}(\xi)$ или $\theta_{M2}(\xi)$ не превышает 28,3% и убывает с ростом ξ . Таким образом, в качестве искомого коэффициента температуропроводности может быть выбран $a_{M2}(\theta)$, причем это не приведет при расчете поля температур к ошибке, превышающей 28,3% [1, 3].

Метод точек перегиба. Как уже отмечалось, результаты качественного исследования в некоторых случаях позволяют по графику поля температур, полученному экспериментально, указать на наличие возрастания или убывания искомого параметра, а также четко формулировать условия, при которых на графике поля будет точ-

ка перегиба. Ее можно использовать как некоторую дополнительную информацию при определении теплофизического параметра. В точке перегиба в случае стационарных решений будут справедливы соотношения [1—3].

$$T''(x_0) = 0, T'(x_0) [\lambda' T'(x_0) + x_0^{-1} \Gamma \lambda] + F(x_0, T, T') = 0, \quad (222)$$

справедливые, если, например,

$$\begin{aligned} T'(x_0) < 0; \lambda' < 0; F > 0; T'(x_0) > 0, \lambda' > 0; F < 0; \\ \Gamma = 0, \lambda' < 0; T' > 0; F > 0; \Gamma = 0, T' < 0; \lambda' > 0; F < 0; \\ F = 0; \lambda'(x_0) T(x_0) < 0. \end{aligned}$$

При наличии точки перегиба с учетом соотношений (222) можно аппроксимировать искомый коэффициент теплопроводности линейной (223), квадратичной (224) или иными функциями

$$\lambda^*(T) = MT + H; \quad (223)$$

$$\lambda_*(T) = K_1 T^2 + K_2 T + K_3. \quad (224)$$

В первом случае необходимо иметь хотя бы одно значение искомого параметра (чаще всего это $\lambda_*(T_{1c})$ или $\lambda_*(T_{2c})$. Если оно известно, то с учетом соотношения (222) получим

$$\begin{aligned} \lambda_*(T) = \lambda_*(T_{ic}) + (T - T_{ic}) [T'(x_0) + x_0^{-1} \Gamma] [T(x_0) - T_{ic}]^{-1} \times \\ \times [-x_0^{-1} \Gamma \lambda_*(T_{ic}) - F(x_0, T, T') (T')^{-1}]; \\ T'(x_0) + x_0^{-1} \Gamma [T(x_0) - T_{ic}] \neq 0, \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

Аналогично при параболической аппроксимации (224), имея два значения параметра $\lambda_*(T_{ic})$, с учетом соотношения (222) получим для определения K_1, K_2, K_3 систему уравнений:

$$\begin{aligned} [2K_1 T(x_0) + K_2] T'(x_0) + x_0^{-1} \Gamma [K_1 T^2(x_0) + K_2 T(x_0) + K_3] + \\ + F [T'(x_0)]^{-1} = 0; \quad \lambda_*(T_{ic}) = K_1 T_{ic}^2 + K_2 T_{ic} + K_3, \end{aligned}$$

решение которой

$$K_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad K_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad K_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta},$$

$$\begin{aligned} \text{где } \Delta = (T_{1c} - T_{2c}) \{2T(x_0) T'(x_0) + x_0^{-1} \Gamma T^2(x_0) - \\ - (T_{1c} + T_{2c}) [T'(x_0) + x_0^{-1} \Gamma T(x_0)] + T_{1c} T_{2c} x_0^{-1} \Gamma\} \neq 0; \\ \Delta_1 = (-T_{1c} + T_{2c}) F [T'(x_0)]^{-1} - [T'(x_0) + x_0^{-1} \Gamma T(x_0)] \times \\ \times [\lambda_*(T_{1c}) - \lambda_*(T_{2c})] + x_0^{-1} \Gamma [T_{2c} \lambda_*(T_{1c}) - T_{1c} \lambda_*(T_{2c})]; \end{aligned}$$

$$\Delta_2 = [2T(x_0)T'(x_0) + x_0^{-1}\Gamma T^2(x_0)] [\lambda_*(T_{1c}) - \lambda_*(T_{2c})] +$$

$$+ [T_{1c}^2 - T_{2c}^2] F [T'(x_0)]^{-1} + x_0^{-1}\Gamma [\lambda_*(T_{2c})T_{1c}^2 - \lambda_*(T_{1c})T_{2c}^2];$$

$$\Delta_3 = [2T(x_0)T'(x_0) + x_0^{-1}\Gamma T^2(x_0)] [T_{1c}\lambda_*(T_{2c}) - T_{2c}\lambda_*(T_{1c})] -$$

$$- [T'(x_0) + x_0^{-1}\Gamma T(x_0)] [T_{1c}^2\lambda_*(T_{2c}) - \lambda_*(T_{1c})T_{2c}^2] +$$

$$+ F [T'(x_0)]^{-1} (T_{1c}^2 T_{2c} - T_{1c} T_{2c}^2).$$

В нестационарном случае с учетом выражения (200) получим в точке перегиба соотношения:

$$\theta''(\xi_0) = 0, \quad 2\xi_0 [\omega(\theta) - F(\xi, \theta, \theta')] + \theta'(\xi_0) a'(\theta) = 0,$$

позволяющие аппроксимировать искомый параметр по формулам вида (223) — (224) и др. В частности, при известных $a_*(\theta)$ и $a_*(1)$ получим в линейном случае

$$a_*(\theta) = a_*(0) - 2\theta [\theta'(\xi_0)]^{-1} e_0 \{ \omega[\theta(\xi_0)] - F[\xi_0, \theta(\xi_0), \theta'(\xi_0)] \};$$

$$a_*(\theta) = a_*(1) - 2(\theta - 1) [\theta'(\xi_0)]^{-1} \xi_0 \{ \omega[\theta(\xi_0)] - F[\xi_0, \theta(\xi_0), \theta'(\xi_0)] \}.$$

В случае параболической аппроксимации:

$$a_*(\theta) = K_1 \theta^2 + [a^*(1) - a_*(0) - K_1] \theta + a_*(0), \quad (225)$$

где $\theta(\xi_0) \neq 0, 5$;

$$K_1 = \{ [2\theta(\xi_0) - 1] \theta'(\xi_0) \}^{-1} \{ \theta'(\xi_0) [1 - a_*(1) + a_*(0)] - 2\xi_0 \{ \omega[\theta(\xi_0)] - F[\xi_0, \theta(\xi_0), \theta'(\xi_0)] \} \}.$$

Пример 13. Найти коэффициент температуропроводности, используя данные примера 5. Определив по графику (рис. 40) координаты точки перегиба, найдем $\xi_0 = 1$, $\theta(1) = 0,38$; $\theta'(1) = -0,78$. Тогда

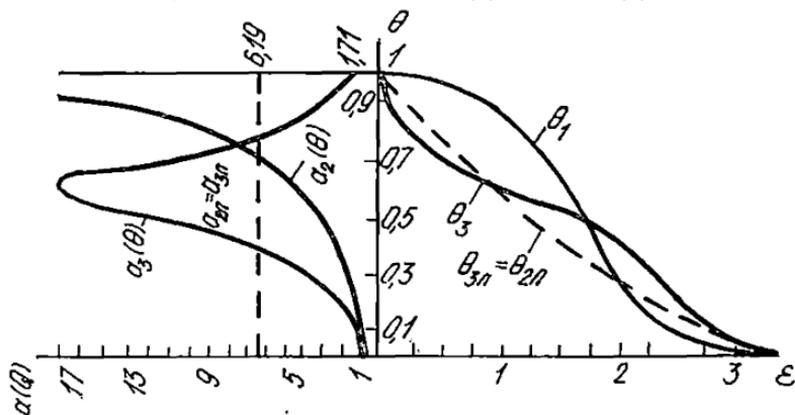


Рис. 40. Значения коэффициентов температуропроводности и им соответствующих полей температур в нелинейном и линеаризованном случаях

с учетом выражений (225) ($\omega - F = 1$) получим параболическую аппроксимацию коэффициента температуропроводности $a_*(\theta) = 5,090^2 - 1,090\theta + 1$. Сравнение с точными значениями его (175) дало относительную погрешность, соответственно равную 19; 5,6; 17,8% при $\theta = 0,25; 0,5; 0,75$ [1—3].

4. Исследование ограничений при использовании решений уравнений тепломассопереноса

При исследовании процессов тепломассопереноса важным является вопрос о единственности и существовании решения нелинейных краевых задач. Очевидно, если поставленная задача имеет несколько решений, то слова «решение задачи» не имеют смысла, поэтому прежде чем говорить о решении, необходимо доказать, что оно единственно. Имеются различные мнения по поводу первостепенной важности доказательств существования и единственности решения нелинейных краевых задач тепломассопереноса применительно к условиям пожара. Одни исследователи считают, что наиболее важен вопрос о существовании решения, другие заявляют, что существование вытекает из самой постановки задачи и наиболее важно установить единственность решения. На наш взгляд, оба доказательства важны. До настоящего времени не разработано еще в общем виде доказательств существования и единственности решений нелинейных краевых задач. Ряд важных результатов получен математиками [13, 21], однако они до сих пор не нашли широкого использования в теплофизических исследованиях.

При проведении экспериментов часто полагают, что, если изучаемое явление математически описано, то решение математической модели должно существовать само собой. На самом деле, это не так. Далеко не всякий эксперимент может, например, дать однозначно значения теплофизических параметров. В подобных случаях необходимо либо изменить эксперимент, либо по-другому обработать опытные данные. Так, наличие в функции теплового источника (стока) частных производных по координате ухудшает математическую модель, поэтому, если это возможно, лучше представить источник в виде функции температуры и т. д. Вопросы существования и единственности решений нелинейных краевых задач сложны и их подробное изложение выходит за рамки данной книги. Приведем лишь отдельные наиболее важ-

ные результаты, относящиеся к одномерным задачам.

В некоторых случаях при проведении экспериментов исследователи встречаются с нарушением единственности решения (неоднозначностью) или невозможностью получения той или иной математической модели, описывающей реальный физический процесс. Несмотря на то, что все ограничения, вытекающие из теорем существования и единственности решения, являются достаточными, но не необходимыми (т. е. при их невыполнении вопрос остается открытым, а их выполнение гарантирует существование и единственность), их нужно всегда принимать во внимание.

Для стационарного случая существование и единственность решения (196) при условиях (213) гарантируется при выполнении следующих неравенств [1]:

$$\begin{cases} 1 & F(x, T, 0) \leq 0; & (226) \\ T' [\lambda' T' + x^{-1} \Gamma \lambda] + F(x, T, T') \leq C(x, T) [1 + (T')^2]; & (227) \\ (T')^2 [\lambda \lambda'' - (\lambda')^2] - \lambda' F(x, T, T') + \lambda(T) \frac{\partial F}{\partial T} \leq 0; & (228) \end{cases}$$

$$T'' \equiv f(x, T, T') = -\lambda^{-1}(T) \{T' [\lambda' T' + x^{-1} \Gamma \lambda] + F(x, T, T')\},$$

где $f(x, T, T')$ определена и непрерывна в области G ($0 < x < \infty$, $-\infty < T, T' < \infty$), имеет конечные частные производные $\partial f / \partial T$ и $\partial f / \partial T'$ в каждой ограниченной области $G_1 \subset G$; $C[x, T]$ — непрерывная функция.

Отметим, что неравенства (226) — (227) получены из теоремы существования, неравенство (228) — из теоремы единственности решения. Соотношение (227) иногда называют «почти» необходимым (условие С. Н. Бернштейна). Нарушение справедливости неравенств (226) — (228) не гарантирует существование и единственность решений, а следовательно, нет гарантии, что полученные с их помощью поля температур, теплофизические и другие параметры являются достоверными. Например, нарушение условия Бернштейна (227) для уравнения $T'' = (T')^{2+\varepsilon}$ при граничных условиях: $T(0) = 0$, $T(1) = T_{2c}$, $\varepsilon > 0$, приводит к тому, что при $T_{2c} > \varepsilon^{-1} \times (1 + \varepsilon)^{\varepsilon / (1 + \varepsilon)}$ нет решения. Краевая задача

$$T'' = 1 - (T')^2, \quad T(0) = 1, \quad T(1) = 0 \quad (229)$$

также не имеет решения, хотя существует общее решение $T(x) = -x + C_2 + \ln(\exp 2C_1 - \exp 2x)$, но не определяются постоянные из граничных условий. Этой же краевой задаче удовлетворяет решение $T = 1 - x$ (которое,

однако, нельзя получить из общего решения). Это же решение удовлетворяет уравнению $T''=0$ при тех же условиях (229). В то же самое время уравнение $T''=1+(T')^2$ при тех же граничных условиях имеет единственное решение

$$T = 1 - 0,5 \ln \left[1 + \left(\frac{\cos l - e}{\sin l} \right)^2 \right] - \ln \cos \left[x + \operatorname{arctg} \left(\frac{\cos l - e}{\sin l} \right) \right].$$

Условия существования и единственности решения могут нарушаться не только у нелинейных, но и линейных краевых задач.

В работе [13] сформулированы условия, при которых в случае $\lambda=\lambda(x)$ и $F(x, T, T')=\mu F(x, T)$ отсутствует решение краевой задачи (196), (213). Там же подчеркивалось, что на единственность решения нелинейной краевой задачи оказывает большое влияние вид функции источника (стока) $F(x, T)$. В частности, единственное решение имеется не для всех выпуклых функций $F(x, T)$, сформулированы достаточные условия единственности решения для выпуклых и вогнутых функций источника.

Из неравенств (226) — (228) следуют ограничения даже в случае постоянного коэффициента теплопроводности [1, 3]

$$\lambda(T) = \lambda_0. \quad (230)$$

Из выражения (228) следует, что функция источника $F(x, T, T')$ должна быть не возрастающей по температуре. Весьма ограничительно условие Бернштейна (227), поэтому при обработке экспериментальных данных нужно (как уже отмечалось) по возможности в функции источника не принимать производную температуры в степени выше второй, а лучше иметь функцию источника в виде [1, 3]

$$F(x, T, T') = F(x, T), \quad (231)$$

гарантирующую удовлетворение неравенства (227). По формулам (230) — (231) получим в выражениях (226) — (228):

$$\begin{aligned} F(x, T) \leq 0; \quad |T' x' \Gamma \lambda_0 + F(x, T)| \leq \\ \leq C(x, T) [1 + (T')^2]; \quad \frac{\partial F}{\partial T} \leq 0. \end{aligned} \quad (232)$$

Неравенство (228) будет справедливо, в частности, при

$$\lambda'' \leq 0, \lambda' \geq 0, T' < 0, F \geq 0, \partial F / (\partial T) \leq 0; \quad (233)$$

$$\lambda'' \leq 0, \lambda' \leq 0, T' > 0, F \leq 0, \partial F / (\partial T) \leq 0. \quad (234)$$

Частными случаями (231) являются источники вида

$$F = A + BT; \quad F = F_0 \exp(CT); \quad F = F_0 \exp(-K/T),$$

характеризующие излучение, различные химические реакции, радиоактивный распад и др. Нетрудно видеть, что условие (227) выполняется, а для условий (226), (228), (230) требуется справедливость неравенств: $F_0 \leq 0, A + B \leq 0$.

Аналогично для линейной зависимости коэффициента теплопроводности от температуры вида (223) неравенство (228) будет выполнимо при условиях (233) — (234).

Отметим, что ограничения, вытекающие из теорем существования и единственности решения, менее жесткие при постоянном, чем при переменном коэффициенте теплопроводности. Поэтому при определении переменного коэффициента теплопроводности как кусочно-постоянного из линеаризованных решений (при менее жестких ограничениях) в некоторых случаях можно получить неверные результаты, так как при этих же условиях переменный коэффициент теплопроводности может не существовать или быть неединственным. Чтобы этого не случилось, необходимо учитывать ограничения, вытекающие из теорем существования и единственности решения для переменного, а не линеаризованного теплофизического параметра.

В случае нестационарных решений рассмотрим в качестве примера автомодельные решения. Если

$$F(\xi, \theta, \theta') = F(\xi, \theta), \quad (235)$$

то существование и единственность решения (200) — (201) или (200) — (202) гарантируется при выполнении неравенств

$$\omega(\theta) - F(\xi, \theta) > 0; \quad 2 \left| \frac{a'(\theta)}{a(\theta)} \right| < \infty, \quad \left| \frac{a'' a - (a')^2}{a^2} \right| < \infty.$$

Наиболее ограничительно из них первое, два последних, как правило, выполняются.

В общем случае, при наличии производной в функции источника $F(\xi, \theta, \theta')$ вместо (232) должны выполняться неравенства ($\xi \geq \xi_0 > 0; \sigma > 0$):

$$\xi \{ 2\xi [\omega(\theta) - F(\xi, \theta, \theta')] + \theta' a'(\theta) \} > a(\theta) (1 + \sigma);$$

$$|\theta' \{2\xi [\omega(\theta) - F(\xi, \theta, \theta')] + \theta' a'(\theta)\}| < a(\theta) C(\xi, \theta) [1 + (\theta')^2];$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \langle a^{-1} \{2\xi [\omega(\theta) - F(\xi, \theta, \theta')] + \theta' a'(\theta)\} \rangle \geq 0, \quad \theta' < 0;$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \langle a^{-1} \{2\xi [\omega(\theta) - F(\xi, \theta, \theta')] + \theta' a'(\theta)\} \rangle \leq 0, \quad \theta' > 0;$$

$$\theta' \frac{\partial}{\partial \theta} \langle a^{-1}(\theta) \{2\xi [\omega(\theta) - F(\xi, \theta, \theta')] + \theta' a'(\theta)\} \rangle \leq 0, \quad \theta' \neq 0,$$

из которых следует, что имеются довольно жесткие ограничения на вид функций источников $F(\xi, \theta, \theta')$ и коэффициент температуропроводности даже в случае (230) ($a = a_0$).

ГЛАВА IV. ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРАХ В ОГРАЖДАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЯХ

1. Точные решения

В настоящее время, как указывалось, отсутствуют общие методы решения нелинейных краевых задач теплопереноса. Получены лишь отдельные решения частных случаев

$$c\gamma \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\lambda \frac{\partial \theta}{\partial X} \right] + \frac{\Gamma}{X} \lambda \frac{\partial \theta}{\partial X} + \varepsilon K_0 \gamma \frac{\partial \omega}{\partial t}; \quad (236)$$

$$\frac{1}{Lu} \frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X} \left[D \frac{\partial \omega}{\partial X} \right] + \frac{\Gamma}{X} D \frac{\partial \omega}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial X} \left[D_{\text{Рп}} \frac{\partial T}{\partial X} \right] + \frac{\Gamma}{X} D_{\text{Рп}} \frac{\partial T}{\partial X}, \quad (237)$$

а также уравнения (195). Известно также сравнительно небольшое количество численных решений системы уравнений (236) — (237), полученных на ЭВМ. Это объясняется в основном сложностью решения подобных систем нелинейных уравнений, а также отсутствием эффективных методов определения теплофизических параметров.

В настоящее время вместо системы уравнений (236) — (237) иногда используют отдельные уравнения, причем в первом — влажностное поле учитывают не явно как источник (последнее слагаемое), а косвенно, проведением эксперимента на образцах различной влажности. Аналогично во втором уравнении косвенно учитывают теплоперенос (сначала уравнение рассматривается без

термопереноса (на его влияние указывает сравнение с полями, а термоперенос определяют отдельно и т. д.).

Для определения переменных теплофизических параметров можно применять линеаризованные решения системы при осредненных параметрах лишь в рамках общего подхода. В этом случае резко возрастает роль эксперимента: его необходимо ставить таким образом, чтобы получить максимально простые решения системы уравнений теплопереноса. В частности, такими наиболее простыми решениями являются автомодельные решения, когда система уравнений в частных производных (236) — (237) сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Покажем, каким образом можно получить подобные решения.

Рассмотрим систему теплопереноса при осредненных постоянных параметрах для полуграниченной стенки

$$\frac{\partial \theta}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} - \text{Ko}^* \frac{\partial w}{\partial \bar{t}}; \quad (238)$$

$$\frac{\partial w}{\partial \bar{t}} = \text{Lu} \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} - \text{Lu Pn} \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}; \quad (239)$$

при постоянных начальных условиях

$$\theta(X, 0) = \theta_0, \quad w(X, 0) = w_0 \quad (240)$$

и граничных условиях вида:

$$\frac{\partial \theta(0, \bar{t})}{\partial X} - \text{Bi}_q [1 - \theta(0, \bar{t})] + (1 - \varepsilon) \text{Ko Lu Ki}_m = 0; \quad (241)$$

$$-\frac{\partial w(0, \bar{t})}{\partial X} + \text{Pn} \frac{\partial \theta(0, \bar{t})}{\partial X} + \text{Ki}_m = 0; \quad (242)$$

$$\frac{\partial \theta(\infty, \bar{t})}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial w(\infty, \bar{t})}{\partial X} = 0, \quad (243)$$

где A, B, D, H — постоянные.

$$\text{Ki}_m(\bar{t}) = A/\sqrt{\bar{t}}; \quad \text{Bi}_q(\bar{t}) = B/\sqrt{\bar{t}}; \quad (244)$$

$$\text{Bi}_m(\bar{t}) = D/\sqrt{\bar{t}}; \quad \text{Bi}_q(\bar{t}) = H/\sqrt{\bar{t}}; \quad (245)$$

$$\text{Ki}_m(\bar{t}) = \text{Bi}_m(\bar{t}) [1 - w(0, \bar{t})]. \quad (246)$$

Сведем систему уравнений (238) — (243) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$-2\zeta \frac{d\theta}{d\zeta} = \frac{d^2\theta}{d\zeta^2} + 2\text{Ko}^* \zeta \frac{dw}{d\zeta}; \quad (247)$$

$$-2\xi \frac{dw}{d\xi} = \text{Lu} \frac{d^2w}{d\xi^2} - \text{Lu Pn} \frac{d^2\theta}{d\xi^2} \quad (248)$$

с помощью подстановки в нее

$$\xi = x/2\sqrt{\bar{t}}. \quad (249)$$

Краевые условия в этом случае запишутся так:
для (244)

$$\left[0,5 \frac{d\theta}{d\xi} - B(1-\theta) + (1-\varepsilon) \text{Ko Lu} A \right]_{\xi=0} = 0; \quad (250)$$

$$\left[-0,5 \frac{dw}{d\xi} + 0,5 \text{Pn} \frac{d\theta}{d\xi} + A \right]_{\xi=0} = 0; \quad (251)$$

$$\left[\frac{d\theta}{d\xi} \right]_{\xi=\infty} = 0, \quad \left[\frac{dw}{d\xi} \right]_{\xi=\infty} = 0; \quad (252)$$

$$\theta(\infty) = \theta_0, \quad w(\infty) = w_0; \quad (253)$$

для (245) — (246):

$$\left[0,5 \frac{d\theta}{d\xi} - H(1-\theta) + (1-\varepsilon) \text{Ko Lu} D(1-w) \right]_{\xi=0} = 0; \quad (254)$$

$$\left[-0,5 \frac{dw}{d\xi} + 0,5 \text{Pn} \frac{d\theta}{d\xi} + D(1-w) \right]_{\xi=0} = 0; \quad (255)$$

$$\left[\frac{d\theta}{d\xi} \right]_{\xi=\infty} = 0, \quad \left[\frac{dw}{d\xi} \right]_{\xi=\infty} = 0; \quad (256)$$

$$\theta(\infty) = \theta_0, \quad w(\infty) = w_0; \quad (257)$$

Опуская промежуточные действия, выпишем решения
(238) — (239) при условиях (240) — (244):

$$\theta = \frac{1}{\Delta} \left[\Delta_1 \operatorname{erf} \left(\frac{v_1 X}{2\sqrt{\bar{t}}} \right) + \Delta_2 \operatorname{erf} \left(\frac{v_2 X}{2\sqrt{\bar{t}}} \right) + \Delta_3 \right]; \quad (258)$$

$$w = \frac{1}{\text{Ko}^* \Delta} \left[(1-v_1^2) \Delta_1 \operatorname{erfc} \left(\frac{\Delta_1 X}{2\sqrt{\bar{t}}} \right) + \right. \\ \left. + (1-v_2^2) \Delta_2 \operatorname{erfc} \left(\frac{\Delta_2 X}{2\sqrt{\bar{t}}} \right) \right] + w_0, \quad (259)$$

где $\Delta = \pi^{-0,5} (v_1 - v_2) [B(1 - v_1 - v_2^2 - v_1^2 + \text{Pn}) + v_1 v_2 \pi^{-0,5}]$;
 $\Delta_1 = A (v_2 \pi^{-0,5} - B) + \pi^{-0,5} v_2 (1 - v_2^2 + \text{Pn}) [B + (\varepsilon - 1) \text{Ko Lu} A - \theta_0]$;
 $\Delta_2 = A (B - v_1 \pi^{-0,5}) + \pi^{-0,5} v_1 (1 - v_1^2 + \text{Pn}) [\theta_0 B - B + (1 - \varepsilon) \text{Ko Lu} A]$;
 $\Delta_3 = \pi^{-0,5} (v_1 - v_2) \{ [B + (\varepsilon - 1) \text{Ko Lu} A] (1 - v_1^2 + v_2^2 - \text{Pn}) + A + \theta_0 v_1 v_2 \pi^{-0,5} \}$.

Решение системы уравнений (238) — (239) при условиях (240) — (243), (245), (246) имеет тот же вид, однако в уравнениях (258) — (259) величины Δ , Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 принимают со знаком \sim , причем

$$v_i^2 = 0,5 \left[(1 + Ko^* Pn + Lu^{-1}) + \right. \\ \left. + (-1)^i \sqrt{(1 + Ko^* Pn + Lu^{-1})^2 - 4Lu^{-1}} \right] \\ (i = 1, 2);$$

$$\tilde{\Delta} = \frac{v_1 - v_2}{\sqrt{\pi}} \left\{ \pi^{-0,5} Ko^* v_1 v_2 - D + H Ko^* [1 + Pn - (v_1^2 + v_2^2)] + \right. \\ \left. + (1 - \varepsilon) Ko Lu D [1 + Pn - (v_1^2 + v_2^2) + v_1 v_2] \right\};$$

$$\tilde{\Delta}_1 = H (1 - \theta_0) [\pi^{-0,5} Ko^* v_2 (1 - v_2^2 + Pn) + D (v_2^2 - 1)] - \\ - D Ko^* (1 + w_0) (v_2 \pi^{-0,5} - H) + (\varepsilon - 1) Ko Lu D [2D (v_2^2 - 1) + \\ + \pi^{-0,5} Ko^* v_2 (1 - v_2^2 + Pn) (1 - w_0)];$$

$$\tilde{\Delta}_2 = (v_1 \pi^{-0,5} - H) D Ko^* (1 + W_0) + \pi^{-0,5} v_1 Ko^* (1 - v_1^2 + Pn) \times \\ \times [(\varepsilon - 1) Ko Lu D (w_0 - 1) + H (\theta_0 - 1)] - \\ - D (v_1^2 - 1) [H (1 - \theta_0) + 2 (\varepsilon - 1) Ko Lu D];$$

$$\tilde{\Delta}_3 = \frac{v_1 - v_2}{\sqrt{\pi}} \left\langle \frac{w_0 Ko^* v_1 v_2}{\sqrt{\pi}} + H w_0 Ko^* [1 + Pn - (v_1^2 + v_2^2)] + \right. \\ \left. + D (1 - H \sqrt{\pi}) + [H (1 - \theta_0) + (\varepsilon - 1) Ko Lu D] \times \right. \\ \left. \times [1 + Pn + v_1 v_2 - (v_1^2 + v_2^2)] \right\rangle.$$

Граничное условие (241) называют также обобщенным граничным условием. Оно применяется, в частности, в том случае, если на поверхности стенки наряду с источниками имеются стоки тепла (как это наблюдается при радиационной сушке влажных дисперсных сред, динамическом охлаждении стенки, находящейся под облучением и др.).

Полученные решения можно использовать также для различных частных случаев системы уравнений, например, «развязав» ее при $Ko = 0$ (исключив фазовые переходы — испарение, конденсацию), или при $Pn = 0$ (исключив теплоперенос).

Так, решение уравнения (238) при $Ko^* = 0$ и условиях (240), (241) ($Ko = 0$), (243) имеет вид:

$$\theta(\xi) = [1 + \lambda (a\pi^2 M^2)^{-0,5}]^{-1} \operatorname{erfc} \xi, \quad (260)$$

при $M \rightarrow \infty$ запишем $\theta(\xi) = \operatorname{erfc} \xi$.

Полученное решение (260) может быть использовано при определении λ или a в рамках общего подхода.

Полученные решения системы уравнений (238) — (239) также могут быть использованы для решения различных обратных задач, при вычислении различных искомых величин, входящих в них: теплофизических параметров, длительности процесса, недостающего краевого условия и т. д. Автомодельность полученных решений привела к простым и эффективным для инженерных расчетов формулам, которые могут широко применяться при расчете процессов тепломассопереноса в условиях пожара. Даже в тех случаях, когда реальные зависимости коэффициентов теплообмена и массообмена отличаются от заданных (244) — (245), полученными решениями можно пользоваться на каждом временном интервале, на котором истинные значения аппроксимированы формулами вида (244) — (245). Подобная аппроксимация дала хорошие результаты при расчете некоторых процессов влагообмена [34].

Изложим теперь метод, позволяющий в квадратурах получать аналитические решения нелинейного уравнения теплопроводности (195) ($F = \Gamma = 0$) для полуограниченной стенки при краевых условиях (197).

Вначале с помощью замены переменных

$$\xi = x(4t)^{-0,5} \quad (261)$$

составим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d}{d\xi} \left[\lambda(T) \frac{dT}{d\xi} \right] = -2\xi \frac{dT}{d\xi} c(T) \gamma(T), \quad (262)$$

решаемое при условиях (201). Затем после ряда подстановок и понижения порядка уравнения получим его решение в квадратурах:

$$U = \int_0^y (c - 4 \ln y_1 - \delta y_1^2)^{-0,5} dy_1 + c_1, \quad (263)$$

причем вид функций λ , $c\gamma$, для которых получено решение, определяется из уравнений

$$\lambda^{-1}(T) c(T) \gamma(T) = f(u); \quad U = \int_{T_0}^T \lambda(T_1) dT_1 + M. \quad (264)$$

Отметим, что при этом мы ограничились лишь решениями в квадратурах. Если бы нас интересовали также и численные решения, то можно было бы получить как

угодно большое число функций $f(U)$, а значит, и нелинейных теплофизических параметров с учетом (264). Приведем несколько примеров функций

$$\left. \begin{aligned} f(U) &= c_1 \cos^{-2} [\sqrt{\delta} (U+c)], \quad \delta > 0; \\ f(U) &= c_1 \operatorname{ch}^{-2} [\sqrt{-\delta} (U+c)], \quad |z| < 2\sqrt{-1}; \\ f(U) &= c_2 \operatorname{sh}^{-2} [\sqrt{-\delta} (U+c)], \quad |z| > 2\sqrt{-\delta}; \\ f(U) &= \exp A - \operatorname{const}, \\ f(U) &= c_1/(U+c)^2, \quad \delta - \operatorname{const}, \end{aligned} \right\} \quad (265)$$

$$\left. \begin{aligned} f(U) &= c \exp [\pm \sqrt{-\delta} U], \\ y &= \frac{du}{d\xi} f^{-0,5}(U), \end{aligned} \right\} \quad (266)$$

где постоянные c и c_1 находятся из системы ($c_1 = a$):

$$\left. \begin{aligned} [(c - 4 \ln y - \delta y^2)^{0,5} - 0,5 F'(U) y F^{-1}(U)]_{U=D} &= 0; \\ U = \int_0^y (c - 4 \ln y_1 - \delta y_1^2)^{-0,5} dy_1 + \alpha, \quad D = \int_{T_0}^T \lambda(T_1) dT_1 + \alpha. \end{aligned} \right\}$$

Окончательно необходимо исключить y , U и с учетом условия (264) получить решение. Покажем, как находить вид теплофизических параметров, для которых получены эти решения. Для этого нужно рассмотреть систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} c(T) \gamma(T) \lambda^{-1}(T) &= f(U); \\ U &= \int_{T_0}^T \lambda(T_1) dT_1 + M, \end{aligned} \right\} \quad (267)$$

где $f(U)$ принимает вид (265) — (266). Исключив из системы (267) переменную U , получим уравнение, связывающее переменные теплофизические параметры

$$c(T) \gamma(T) = \lambda(T) f \left[\int_{T_0}^T \lambda(T_1) dT_1 + M \right]. \quad (268)$$

Эта формула эффективна при нахождении $c(T) \gamma(T)$ по виду $\lambda(T)$. Формула для нахождения коэффициента теплопроводности получается из решения уравнения $\lambda(T) = \bar{f} [c(T) \gamma(T) \lambda^{-1}(T)]$, где \bar{f} функция, обратная f в выражении (267). Покажем это на примере (266), подставив в (268):

$$c(T) \gamma(T) = B \lambda(T) \left\langle \exp \left\{ \pm \sqrt{-\delta} \left[\int_{T_0}^T \lambda(T_1) dT_1 + M \right] \right\} \right\rangle. \quad (269)$$

Логарифмируя, а затем дифференцируя в. (269), приходим к уравнению Бернулли, решение которого дает связь между коэффициентами теплопроводности и теплоемкости

$$\lambda(T) = c(T) \gamma(T) \left[c_1 + B (\pm \sqrt{-\delta}) \int_{T_0}^T c(T_1) \gamma(T_1) dT_1 \right],$$

$$\text{где } c_1 = \lambda(T_0) (c(T_0) \gamma(T_0))^{-1}, \quad \delta < 0.$$

Покажем, как получить в квадратурах решение уравнения при переменном коэффициенте теплообмена при условиях (197) и

$$\left[\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{A}{\sqrt{t}} (T_1 - T) \right]_{x=0} = 0. \quad (270)$$

Решение будет иметь вид (263), а постоянная c определяется из решения системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} &< \{ C - 4 \ln [2A(w - T_1)] F^{0,5}(U) \}^{0,5} - F'(U) A(w - T_1) \times \\ &\quad \times F^{-0,5}(U) >_{U=\bar{N}(w)} = 0; \\ &\bar{N}(w) = \int_0^y (c - 4 \ln y_1 - \delta y_1^2)^{-0,5} dy_1 + M, \\ &\frac{y}{\sqrt{F[\bar{N}(w)]}} + 2A(T_1 - w) = 0. \end{aligned} \right\}$$

Применим предложенный метод к решению системы уравнений, описывающей перенос тепла в двуслойной конструкции с нелинейными теплофизическими параметрами:

$$c_1(T_1) \gamma(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial x} \right], \quad (t > 0, x > 0); \quad (271)$$

$$c_2(T_2) \gamma(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial x} \right], \quad (t > 0, x < 0) \quad (272)$$

при постоянных начальных температурах

$$T_1(x, 0) = T_{10}, \quad T_2(x, 0) = T_{20} \quad (273)$$

и условиях контакта (сопряжения) на границе слоев

$$T_1(0, t) = T_2(0, t), \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1(0, t)}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(0, t)}{\partial x}. \quad (274)$$

С учетом подстановки $\zeta = |x| (4t)^{-0,5}$ краевая задача

(271) — (274) переписывается так:

$$\frac{d}{d\xi} \left[\lambda_i(T_i) \frac{dT_i}{d\xi} \right] = -2\xi \frac{dT_i}{d\xi} c_i(T_i) \gamma_i(T_i), \quad (i = 1, 2); \quad (275)$$

$$T_1(\infty) = T_{10}, \quad T_2(\infty) = T_{20};$$

$$T_1(0) = T_2(0), \quad \lambda_1 \frac{dT_1(0)}{d\xi} = \lambda_2 \frac{dT_2(0)}{d\xi}.$$

Решение (275) с учетом (263) имеет вид:

$$U_i = \int_0^{y_i} (c_i - 4 \ln y - \delta_i y^2)^{0,5} dy + A_i, \quad (i = 1, 2).$$

Для определения постоянных c_1, c_2 решается система уравнений

$$U_1(0) = m_1, \quad U_2(0) = m_2, \quad \Psi_1(m_1) = \Psi_2(m_2),$$

$$[(c_i - 4 \ln y_i - \delta_i y_i^2)^{0,5} - 0,5 F'_i(U_i) y_i F_i^{-1}(\bar{U}_i^*)]_{U_i=m_i} = 0;$$

$$\left(\frac{y_1}{\sqrt{F_1(U_1)}} \right)_{U_1=m_1} = - \left(\frac{y_2}{\sqrt{F_2(U_2)}} \right)_{U_2=m_2};$$

$$U_i = \int_0^{y_i} (c_i - 4 \ln y + \delta_i y^2)^{-0,5} dy + M_i \quad (i = 1, 2)$$

и выписывается окончательное решение.

2. Приближенные решения

Рассмотрим два приближенных метода, позволяющих получить эффективные инженерные решения нелинейных уравнений теплопереноса, а также систем уравнений.

Первый метод заключается в том, что решение нелинейной краевой задачи теплопереноса в условиях пожара ищется в виде разложения в ряд по функциям времени и пространственной координаты, причем в качестве последних выбираются те, по которым функция Грина может быть разложена в билинейный равномерно-сходящийся ряд.

Существует два способа подобного разложения: 1) по собственным функциям симметричного ядра интегрального уравнения (линеаризованной задачи при постоянных параметрах); 2) по функциям, построенным некоторым специальным образом.

Изложим метод на примере решения системы нели-

нейных уравнений тепломассопереноса (236) — (237), удовлетворяющей краевым условиям:

$$\theta(X, 0) = F_1(X); \quad \omega(X, 0) = F_2(X); \quad (276)$$

$$\frac{\partial \theta(0, \bar{t})}{\partial X} = 0; \quad \frac{\partial \omega(0, \bar{t})}{\partial X} = 0; \quad (277)$$

$$\theta(1, \bar{t}) = \omega_1(\bar{t}); \quad \omega(1, \bar{t}) = \omega_2(\bar{t}), \quad (278)$$

где $\bar{t} = a_0 t L^{-2}$, $Lu = D_0 a_0^{-1}$, $Ko = rU_0 (c_0 T^*)^{-1}$, $Pn = \delta U_0^{-1} T^*$; $\lambda = \bar{\lambda} \lambda_0^{-1}$, $c\gamma = \bar{c} \bar{\gamma} (\bar{c}_0 \gamma_0)^{-1}$, $\theta = T(T^*)^{-1}$, $\omega = U(U_0^{-1})$, $X = xR^{-1}$.

После элементарных преобразований система (236) — (237) примет вид:

$$\begin{cases} \nabla^2 \theta = \Phi_1(\theta, \omega, X, \bar{t}); \\ \nabla^2 \omega = \Phi_2(\theta, \omega, X, \bar{t}), \end{cases} \quad (279)$$

$$\text{где } \Phi_1(\theta, \omega, X, \bar{t}) = \lambda^{-1} \left[c \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial \lambda}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \varepsilon Ko \frac{\partial \omega}{\partial \bar{t}} \right],$$

$$\Phi_2(\theta, \omega, X, \bar{t}) = [(D Lu)^{-1} + Pn Ko \varepsilon \lambda^{-1}] \frac{\partial \omega}{\partial \bar{t}} - Pn c \lambda^{-1} \frac{\partial \theta}{\partial \bar{t}} -$$

$$- D^{-1} \frac{\partial D}{\partial X} \frac{\partial \omega}{\partial X} - \frac{\partial \theta}{\partial X} \left[D^{-1} \frac{\partial (D Pn)}{\partial X} - Pn \lambda^{-1} \frac{\partial \lambda}{\partial X} \right].$$

С помощью функции Грина перейдем в (279) к системе нелинейных интегральных уравнений

$$\theta_\Gamma(X, \bar{t}) = S_{1\Gamma}(X, \bar{t}) - \int_0^1 G_\Gamma(X, \xi) \Phi_1(\theta, \omega, \xi, \bar{t}) d\xi; \quad (280)$$

$$\omega_\Gamma(X, \bar{t}) = S_{2\Gamma}(X, \bar{t}) - \int_0^1 G_\Gamma(X, \xi) \Phi_2(\theta, \omega, \xi, \bar{t}) d\xi. \quad (281)$$

Постоянная формы $\Gamma = 0, 1, 2$ играет роль индекса, где

$$S_{1\Gamma}(X, \bar{t}) = \omega_1(\bar{t}), \quad S_{2\Gamma}(X, \bar{t}) = \omega_2(\bar{t})$$

и функции Грина для пластины (стенки), цилиндра и шара имеют вид:

$$G_0(X, \xi) = \begin{cases} X - 1, & 0 \leq \xi \leq X; \\ \xi - 1, & X \leq \xi \leq 1, \end{cases}$$

$$G_1(X, \xi) = \begin{cases} \ln X, & 0 \leq \xi \leq X; \\ \ln \xi, & X \leq \xi \leq 1, \end{cases}$$

$$G_2(X, \xi) = \begin{cases} X^{-1}(X - 1), & 0 \leq \xi \leq X; \\ \xi^{-1}(\xi - 1), & X \leq \xi \leq 1. \end{cases}$$

Полученные нелинейные интегральные уравнения носят название уравнений типа Гаммерштейна (предполагается, что существование и единственность их решений доказана).

Из теории интегральных уравнений известно, что функция Грина может быть разложена в билинейный ряд по собственным функциям ядра:

$$G_{\Gamma}(X, \xi) = \sum_{j=1}^n \beta_{j\Gamma}(X) \beta_{j\Gamma}(\xi) \mu_{j\Gamma}^{-2}, \quad (282)$$

имеющим соответствующий вид для неограниченной пластины ($\Gamma=0$); цилиндра ($\Gamma=1$) и шара ($\Gamma=2$):

$$\beta_{j0}(X) = \sqrt{2} \cos(2j-1)0,5\pi X, \quad \mu_{j0} = (2j-1)0,5\pi; \quad (283)$$

$$\beta_{j1}(X) = \sqrt{2} [J_1(\mu_{j1})]^{-1} J_0(\mu_{j1} X);$$

$$\beta_{j2}(X) = \sqrt{2} \sin j\pi X, \quad \mu_{j2} = j\pi,$$

где $\beta_{j\Gamma}$, $\mu_{j\Gamma}$ — соответственно собственные функции и собственные числа ядра $G_{\Gamma}(X, \xi)$, причем μ_{j1} — положительные корни уравнения $J_0(\mu) = 0$.

Решение (280) — (281) ищем в виде выражений:

$$\theta_{\Gamma}(X, t) = \omega_1(\bar{t}) + \sum_{j=1}^n \beta_{j\Gamma}(X) \varphi_j(\bar{t}); \quad (284)$$

$$w_{\Gamma}(X, t) = \omega_2(\bar{t}) + \sum_{j=1}^n \beta_{j\Gamma}(X) \Psi_j(\bar{t}). \quad (285)$$

Подставив их в формулы (280) — (281) и учитывая ортонормируемость собственных функций (283), получим систему дифференциальных уравнений первого порядка, из которой определяются неизвестные функции времени:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i(\bar{t}) &= \sum_{j=1}^n [\chi_{ij} \varphi_j'(\bar{t}) + \kappa_{ij} \Psi_j'(\bar{t}) + M_{ij} \varphi_j] + N_{ij}; \\ \Psi_i(\bar{t}) &= \sum_{j=1}^n [\Psi_{ij} \varphi_j'(\bar{t}) + \eta_{ij} \Psi_j'(\bar{t}) + P_{ij} \varphi_j + R_{ij} \Psi_j] + Q_{ij}, \end{aligned} \right\} \quad (286)$$

$$\text{где } \chi_{ij} = - \int_0^1 \beta_{j\Gamma}(\xi) \beta_{i\Gamma}(\xi) c \lambda^{-1} \mu_{j\Gamma}^{-2} d\xi,$$

$$\kappa_{ij} = \int_0^1 \beta_{j\Gamma}(\xi) \beta_{i\Gamma}(\xi) \varepsilon K_0 \lambda^{-1} \mu_{j\Gamma}^{-2} d\xi;$$

$$\begin{aligned}
M_{ij} &= \int_0^1 \beta_{j\Gamma}(\xi) \beta'_{i\Gamma}(\xi) \lambda^{-1} \frac{\partial \lambda}{\partial \xi} \mu_{j\Gamma}^{-2} d\xi, \\
\Psi_{ij} &= \int_0^1 \beta_{j\Gamma}(\xi) \beta_{i\Gamma}(\xi) \lambda^{-1} \mu_{j\Gamma}^{-2} \text{Pn} \, c d\xi; \\
N_{ij} &= \int_0^1 \beta_{j\Gamma}(\xi) \mu_{j\Gamma}^{-2} \lambda^{-1} [c\omega'_1(\bar{t}) - \text{Ko} \omega'_2 \varepsilon] d\xi; \\
\eta_{ij} &= - \int_0^1 \beta_{j\Gamma}(\xi) \beta_{i\Gamma} \mu_{j\Gamma}^{-2} [Lu^{-1} D^{-1} + \text{KoPn} \xi \lambda^{-1}] d\xi; \\
P_{ij} &= \int_0^1 \beta_{j\Gamma}(\xi) \beta'_{i\Gamma}(\xi) \mu_{j\Gamma}^{-2} \left[D^{-1} \frac{\partial(D \text{Pn})}{\partial \xi} - \frac{\text{Pn}}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial \xi} \right] d\xi; \\
R_{ij} &= \int_0^1 \beta_{j\Gamma}(\xi) \beta'_{i\Gamma}(\xi) D^{-1} \frac{\partial D}{\partial \xi} \mu_{j\Gamma}^{-2} d\xi; \\
Q_{ij} &= - \int_0^1 \beta_{j\Gamma}(\xi) \mu_{j\Gamma}^{-2} [(D^{-1} Lu^{-1} + \lambda^{-1} \text{PnKo} \varepsilon) \omega'_2(\bar{t}) - \\
&\quad - \text{Pn} \lambda^{-1} c\omega'_1(\bar{t})] d\xi.
\end{aligned}$$

С помощью начальных условий (276) по формулам (284) — (285) с учетом ортонормируемости собственных функций получим соотношения:

$$\left. \begin{aligned}
\varphi_i(0) &= -\omega_1(0) \int_0^1 \beta_{i\Gamma}(X) dx + \int_0^1 F_1(X) \beta_{i\Gamma}(X) dx; \\
\Psi_i(0) &= -\omega_2(0) \int_0^1 \beta_{i\Gamma}(X) dX + \int_0^1 F_2(X) \beta_{i\Gamma}(X) dX.
\end{aligned} \right\}$$

Решение системы (276) может быть найдено различными приближенными методами (Рунге — Кутта, Эйлера, Адамса и др.).

Приведем подробное решение, расчет и построим графики решения уравнения

$$\frac{\partial \theta}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial}{\partial x} \left[a(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial X} \right]; \quad (c(T) \gamma(T) = c_0 \gamma_0), \quad (287)$$

(получающегося из (236) при $\Gamma = \varepsilon = \text{Pn} = 0$) при крае-

вых условиях:

$$\theta(0, \bar{t}) = \theta_1, \quad \frac{\partial \theta(1, \bar{t})}{\partial X} = 0, \quad (288)$$

$$\theta(X, 0) = 1 \quad (289)$$

и коэффициенте температуропроводности

$$a(\theta) = (1 + \kappa\theta)^{-0,5}. \quad (290)$$

С помощью подстановки

$$V = \int_{\theta_1}^{\theta} a(\theta_1) d\theta_1, \quad (291)$$

перепишем сформулированную краевую задачу в виде:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\partial V}{\partial t} f(V); \quad (292)$$

$$V(x, 0) = \int_{\theta_1}^1 a(\theta) d\theta = V_0; \quad (293)$$

$$V(0, \bar{t}) = 0, \quad \frac{\partial V(1, \bar{t})}{\partial x} = 0, \quad (294)$$

где $f(V) = [a(\theta)]^{-1}$.

Из формул (290) и (291) получим соотношение, связывающее V и θ :

$$V = \int_{\theta_1}^{\theta} (1 - \kappa\theta)^{-0,5} d\theta = 2\kappa^{-1} [\sqrt{1 + \kappa\theta} - \sqrt{1 + \kappa\theta_1}]. \quad (295)$$

Откуда

$$\theta = \theta_1 + V \sqrt{1 + \kappa\theta_1} + 0,25\kappa V^2;$$

$$f(V) = [a(\theta)]^{-1} = B_1 V + B_2, \quad B_1 = 0,5\kappa, \quad B_2 = \sqrt{1 + \kappa\theta_1}.$$

С помощью функции Грина

$$G(X, \xi) = \begin{cases} \xi, & 0 \leq \xi \leq X; \\ X, & x \leq \xi \leq 1, \end{cases}$$

перейдем в (292) — (294) к интегральному уравнению

$$V = - \int_0^1 G(X, \xi) f(V) \frac{\partial v}{\partial t} d\xi, \quad (296)$$

решение которого с учетом разложения в билинейный ряд $G(X, \xi)$:

$$G(X, \xi) = \sum_{k=1}^{\infty} \bar{\beta}_k(X) \bar{\beta}_k(\xi) \mu_k^{-2} \equiv \sum_{k=1}^n \beta_k(X) \beta_k(\xi) \quad (297)$$

запишется так:

$$V(X, t) = - \sum_{k=1}^n \beta_k(X) \varphi_k(\bar{t}), \quad (298)$$

$$\text{где } \beta_k(X) = \mu_k^{-1} \bar{\beta}_k(X) = \frac{\sqrt{8}}{\pi(2K-1)} \cos[(K-0,5)\pi(X-1)], \\ \mu_k = (K-0,5)\pi.$$

Отметим, что собственные функции $\bar{\beta}_k(X)$ могут быть получены из выражения (283) заменой X на $X-1$, приводящий граничные условия (277) — (278) к виду (294). Подстановка (297), (298) в (296) с учетом ортогональности $\beta_k(X)$ приводит к системе дифференциальных уравнений первого порядка относительно неизвестных функций времени

$$-\varphi_j(\bar{t}) = \sum_{k=1}^n \varphi_k'(\bar{t}) \int_0^1 \beta_j(\xi) \beta_k(\xi) f(V) d\xi, \quad (j=1, 2, \dots, n). \quad (299)$$

Если ограничиться лишь первым членом ряда в решении и разложении функции Грина, то вместо системы (299) следует решать уравнение

$$-\varphi_1'(\bar{t}) = \int_0^1 \beta_1^2(\xi) f(V) \varphi_1'(\bar{t}) d\xi.$$

Если взять два члена ряда, то система (299) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} -\varphi_1(\bar{t}) &= \varphi_1'(\bar{t}) \int_0^1 \beta_1^2 f(V) d\xi + \varphi_2'(\bar{t}) \int_0^1 \beta_1 \beta_2 f(V) d\xi; \\ -\varphi_2(\bar{t}) &= \varphi_2'(\bar{t}) \int_0^1 \beta_1 \beta_2 f(V) d\xi + \varphi_2'(\bar{t}) \int_0^1 \beta_2^2 f(V) d\xi. \end{aligned} \right\}$$

причем $\varphi_1(0) = -\sqrt{2}V_0$, $\varphi_2(0) = -\varphi_1(0)$. Произведем числовые расчеты при $T=20^\circ\text{C}$, $a_0=0,0822 \text{ м}^2/\text{ч}$; $\kappa=0,0416$; $T=300^\circ\text{C}$; $\theta_1=T_1/T_0=15$. Поскольку $\theta_1 > 1$, краевая задача (287) — (290) описывает процесс нагрева пластины, теплоизолированной с одной поверхно-

сти. Окончательно получим в первом приближении

$$\tilde{\theta}_1 = 15 - 19,9 \tilde{z}_1 \cos 0,5\pi(1-X) + 2,53 \tilde{z}_1^2 \cos^2 1,5\pi(X-1),$$

во втором приближении

$$\tilde{\theta}_1 = 15 - 19,9 [z_1 \cos 0,5\pi(X-1) - 1/3 z_2 \cos 1,5\pi(X-1)] + \\ + 2,53 [z_1 \cos 0,5\pi(X-1) - 1/3 z_2 \cos 1,5\pi(X-1)]^2,$$

где графики функций времени, найденных по методу Эйлера, приведены на рис. 41 (\tilde{z}_1 в первом приближении практически совпадает с z_1 во втором приближении). На рисунке представлены графики решений нелинейной и линеаризованной ($\kappa=0$) задач. Сравнение решений: во втором приближении $\tilde{\theta}_2$ и линеаризованного $\theta_{л}$ показывают, что (при $X=0$) погрешность не превышает 15%.

Второй предлагаемый метод (пересчета линеаризованных решений) заключается в том, что имея нелинейное уравнение теплопроводности (при зависящих от температуры теплофизических параметрах) и решение соответствующего линеаризованного уравнения (при постоянных, осредненных параметрах), мы можем решение нелинейного уравнения получить несложным пересчетом линеаризованных решений. Как показали расчеты, метод дает удовлетворительную точность, применим как к одномерным, так и многомерным задачам для любых областей, для которых имеются линеаризованные решения.

Изложим метод применительно к решению одномерного нелинейного уравнения теплопроводности (195) при граничных условиях I—IV рода соответственно и произвольном начальном распределении температуры:

$$T(x, 0) = \Omega(x); \quad (300)$$

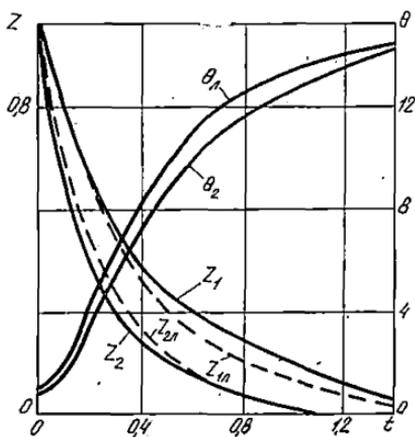


Рис. 41. Значения двух первых функций времени, соответствующих нелинейному и линеаризованному решениям, а также графики этих решений

$$\left. \begin{aligned} T(e, t) = \Phi_1(t), \quad T(d, t) = \Phi_2(t); \\ \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=e} = \Psi_1(t), \quad \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=d} = \Psi_2(t); \\ \left[\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} + \kappa_1(T - T_1) \right]_{x=e} = \Phi_1(t); \\ \left[\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} + \kappa_2(T - T_2) \right]_{x=d} = \Phi_2(t); \end{aligned} \right\} (301)$$

$$T_1(e, t) = T_2(e, t); \quad \lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=e} = \lambda_2(T) \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=e} \quad (302)$$

Предположим, что функция источника F имеет вид, позволяющий при постоянных параметрах найти решение соответствующей линеаризованной задачи. В случае (302) при $x=e$ или $x=d$ берется дополнительно одно из условий (301) — это случай двуслойной стенки.

С помощью замены переменных

$$\theta = \int_{T_*}^T \lambda(T) dT = \chi(T), \quad T = \chi^{-1}(\theta); \quad (303)$$

$$\tilde{t} = \int_0^t \lambda(T) C^{-1}(T) \gamma^{-1}(T) dt, \quad (304)$$

где $\chi^{-1}(\theta)$ — обратная функция в (303), перепишем нелинейную краевую задачу (195), (300) — (303) в виде

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{t}} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\Gamma}{X} \frac{\partial \theta}{\partial x} + F(x, \tilde{t}, \theta, \frac{\partial \theta}{\partial x});$$

$$\theta(e, \tilde{t}) = \int_{T_*}^{\Phi_1(\tilde{t})} \lambda(T) dT = \bar{\Phi}_1(\tilde{t}); \quad \chi^{-1}(\theta(x, 0)) = \Omega(x);$$

$$\theta(d, \tilde{t}) = \int_{T_*}^{\Phi_2(\tilde{t})} \lambda(T) dT = \bar{\Phi}_2(\tilde{t});$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=e} = \Psi_1(t) \equiv \bar{\Psi}_1(\tilde{t}); \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=d} = \Psi_2(t) \equiv \bar{\Psi}_2(\tilde{t});$$

$$\left\{ \frac{\partial \theta}{\partial x} + \kappa_1[\chi^{-1}(\theta) - T_1] \right\}_{x=e} = \bar{\Phi}_1(\tilde{t});$$

$$\left\{ \frac{\partial \theta}{\partial x} + \kappa_2[\chi^{-1}(\theta) - T_2] \right\}_{x=d} = \bar{\Phi}_2(\tilde{t});$$

$$\chi_1^{-1}(\theta_1) \Big|_{x=e} = \chi_2^{-1}(\theta_2) \Big|_{x=e}; \quad \frac{d\theta_1}{dx} \Big|_{x=e} = \frac{d\theta_2}{dx} \Big|_{x=e}$$

где

$$\theta_k = \int_{T_{*k}}^{T_k} \lambda_k(T) dT = \chi_k(T_k), \quad T_k = \chi_k^{-1}(\theta_k), \quad K=1,2.$$

При проведении расчетов фиксируются значения $x=x_i$ и $t=t_j$ в линеаризованном решении $\theta_{ij}=\theta(x_i, t_j)$, затем с учетом (303) — (304) запишем

$$T_{ij} = \chi^{-1}(\theta_{ij}); \quad t_{ij} = \frac{c [\chi^{-1}(\theta_{ij})] \gamma [\chi^{-1}(\theta_{ij})]}{\lambda [\chi^{-1}(\theta_{ij})]} \tilde{t}_{ij} \quad (305)$$

Можно поступать иначе: задавать значения $x=x_i$, $t=t_j$, тогда, подставив в соотношение, полученное из (304),

$$\tilde{t}_{ij} = \lambda(T_{ij}) c^{-1}(T_{ij}) \gamma^{-1}(T_{ij}) t_j$$

искомые значения температуры, по формулам (303) — (304) найдем

$$T_{ij} = \chi^{-1} \theta(x_i, t_j, T_{ij}) \equiv \gamma(T_{ij}). \quad (306)$$

Из этого выражения температура определяется либо графически (строится график правой части как функции T_{ij} и пересекается прямыми $\gamma=T_{ij}$), либо последовательными приближениями. В последнем случае в качестве первого приближения следует принимать решение линеаризованной задачи (при постоянных характеристиках). Пусть при этом значение левой (правой) части (306) больше, чем правой (левой). Тогда, приняв второе приближение (большее или меньшее, чем первое), добиваемся противоположного смысла неравенств (306), что будет свидетельствовать о том, что искомое значение температуры T_{ij} находится внутри интервала, концами которого являются значения первого и второго приближения. Этот интервал последующими приближениями сужается так, что лежащее внутри его искомое значение температуры может быть найдено с любой заданной наперед точностью. В рассмотренных ниже примерах было достаточно 3—4 приближений.

Пример 14. Найти поле температур при линейной зависимости коэффициента теплопроводности из решения уравнения (в безразмерном виде)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X} \left[(1+\beta T) \frac{\partial T}{\partial X} \right]$$

для стенки конечной толщины (ограждающей конструкции) при условиях

$$T(X, 0) = 0, \quad T(1, t) = 1, \quad \frac{\partial T(0, t)}{\partial X} = 0.$$

С помощью замены переменных вида (303) — (304)

$$\theta = \int_0^T (1 + \beta T) dT = T + 0,5 \beta T^2, \quad \bar{t} = \int_0^t (1 + \beta T) dt,$$

$$T = \beta^{-1} (\sqrt{1 + 2\beta\theta} - 1), \quad (307)$$

линеаризуем сформулированную задачу:

$$\partial\theta/\partial\bar{t} = \partial^2\theta/\partial X^2, \quad (308)$$

$$\theta(X, 0) = 0, \quad \theta(1, \bar{t}) = 1 + 0,5\beta \equiv \theta_1, \quad \frac{\partial\theta(0, \bar{t})}{\partial X} = 0. \quad (309)$$

Ее решение запишем так:

$$\theta(X, \bar{t}) = \theta_1 \left\{ 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \cos(n-0,5)\pi X \times \right. \\ \left. \times \exp[-(n-0,5)^2 \pi^2 \bar{t}] \right\}. \quad (310)$$

Произведем расчеты, используя формулы (307), (310) при $X=0$, $t=0,2$; $0,8$ (безразмерные значения) и сравним их с данными, полученными другим методом и точным решением [23] (табл. 22).

Т а б л и ц а 22

	T_*		\tilde{T}		T		T_L
\bar{t}			При $\beta=0,5$				При $\beta=0$
0,2	0,15	0,27	0,18	0,26	0,15	0,33	0,23
0,8	0,65	0,92	0,65	0,9	0,6	0,94	0,82

T_* — точное решение; T_L — линеаризованное ($\beta=0$), \tilde{T} — приближенное (23); T — полученное в данном примере.

Покажем, как производится расчет для случая $\beta=-0,5$; $\bar{t}=0,2$; $\theta_1=-0,75$. В этом случае расчетная формула имеет вид

$$T = 2 \left\{ 1 - \sqrt{1 - 0,75 [1 - f(\bar{t})]} \right\}, \quad (311)$$

где значения функции

$$f(\bar{t}) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \left[-\frac{(2n-1)^2 \pi^2 \bar{t}}{4} \right]$$

имеются, например, в [22]. В качестве первого приближения берем решение линеаризованной задачи ($\beta=0$): $T^{(1)}(0; 0,2) = 0,23$. Тогда с учетом (304) имеем $t_1 = 0,2(1 + \beta T^{(1)}) = 0,2(1 - 0,5 \cdot 0,23) = 0,177$ и

$f(t) = 0,814$. Подставив эти данные в формулу (311), получим в правой части 0,1452. Подстановка второго $T^{(2)} = 0,2$ и третьего $T^{(3)} = 0,1$ приближений дает в правой части соответственно 0,149 и 0,16. Следовательно, искомое значение температуры $0,1 < T < 0,2$. С учетом этого интервала. Взяв четвертое приближение $T^{(4)} = 0,15$, получим с точностью до тысячной совпадение значений в левой и правой части (311), т. е. $T = 0,15$ — искомое значение температуры и т. д.

Пример 15. Найти поле температур из решения нелинейного уравнения теплопроводности $\partial T / \partial t = \partial / \partial x [a_0 / (1 - a_1 T) (\partial T / \partial x)]$ при нулевой начальной и постоянной температуре на поверхности полуграниченной стенки (и условии полуграниченности на второй стенке, которую считаем бесконечно удаленной): $T(x, 0) = 0$; $T(0, t) = T_1$, $\partial T(\infty, t) / \partial x = 0$. Принимая во внимание соотношения $\theta T_0 = T$, $A(\theta) = (1 - \alpha\theta)^{-1}$; $0 < \alpha = a_1 T_1 < 1$, перепишем, сформулированную задачу так:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a_0 \frac{\partial}{\partial x} \left[(1 - \alpha\theta)^{-1} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right];$$

$$\theta(X, 0) = 0, \quad \theta(0, t) = 1, \quad \frac{\partial \theta(\infty, t)}{\partial x} = 0.$$

Заменами переменных вида (303) — (304)

$$\omega = \int_0^\theta A(\theta) d\theta = \ln(1 - \alpha\theta)^{-1/\alpha}, \quad \theta = \frac{1 - \exp(-\alpha\omega)}{\alpha};$$

$$\tilde{t} = \int_0^t A(\theta) dt,$$

получим линеаризованную краевую задачу

$$\partial \omega / \partial \tilde{t} = a_0 (\partial^2 \omega / \partial x^2);$$

$$\omega(x, 0) = 0; \quad \omega(0, \tilde{t}) = \int_0^1 A(\theta) d\theta = b, \quad \partial \omega(\infty, \tilde{t}) / \partial x = 0,$$

решение которой известно:

$$\omega(x, \tilde{t}) = b \operatorname{erfc} \left(x (4a_0 \tilde{t})^{-0,5} \right), \quad b = -1/\alpha [\ln(1 - \alpha)]. \quad (312)$$

Окончательно приближенное решение нелинейной задачи с учетом (312) примет вид

$$\theta = T(x, t) / T = 1/\alpha \{ 1 - \exp(-\alpha) [b \operatorname{erfc} x (4a_0 \tilde{t})^{-0,5}] \}. \quad (313)$$

Результаты расчетов по формуле (313) и график точного решения θ представлены на рис. 42.

Пример 16. Найти приближенное решение уравнения теплопроводности, коэффициент температуропроводности которого пропорционален температуре (его можно рассматривать как первое приближение в случае электронной теплопроводности в плазме, а также при лучистом теплообмене)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (314)$$

при постоянных температурах: начальной и на одной поверхности стенки (полуограниченной):

$$T(0, t) = T_1, \quad T(x, 0) = T_0, \quad \frac{\partial T(\infty, t)}{\partial x} = 0. \quad (315)$$

Замена переменных вида (303) — (304)

$$\int_{T_0}^T T dT = 0,5 (T^2 - T_*^2); \quad T = (T_*^2 + 2\theta)^{0,5}; \quad (316)$$

$$\tilde{t} = \int_0^t T dt, \quad (317)$$

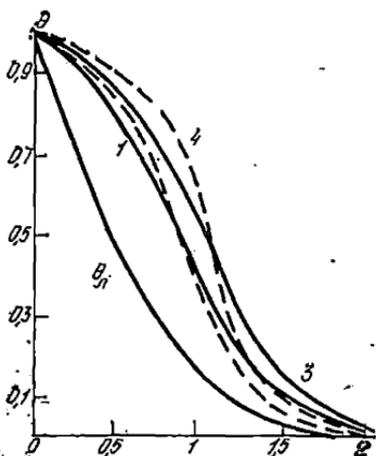


Рис. 42. Изменение температуры 1, 3 — точное решение T_*T ; 2, 4 — соответствующие приближенные решения при $\alpha=0,8$ и $0,9$

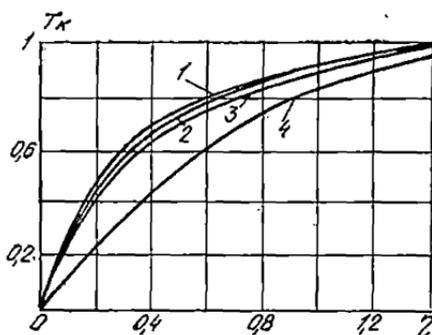


Рис. 43. Изменение температуры 1—4 — соответственно приближенное T_* , точное T_*T ; 3, 4 — линейризованные по первому $T_{л*}^{(1)}$ и второму способу $T_{л*}^{(2)}$ линейризации решения

приводит к линейризованной задаче

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{t}} &= a_0 (\partial^2 \theta / \partial x^2); \\ \theta(0, \tilde{t}) &= 0,5 (T_1^2 - T_*^2) \equiv \theta_1; \quad \theta(x, 0) = 0,5 (T_0^2 - T_*^2) = \theta_0; \\ \frac{\partial \theta(\infty, t)}{\partial x} &= 0, \end{aligned}$$

решение которой может быть представлено в следующем виде:

$$\theta_* \equiv \frac{\theta(x, \tilde{t}) - \theta_1}{\theta_0 - \theta_1} = \operatorname{erf} x (4a_0 \tilde{t})^{-0,5}$$

или с учетом формулы (316)

$$T_* \equiv T^2 - T_1^2 / (T_0^2 - T_1^2) = \operatorname{erf} x (4a_0 \tilde{t})^{-0,5}.$$

Произведем расчеты, сравним их с результатами как точного, так и приближенных решений уравнения (314), встречающегося в различных областях науки (в теории фильтрации носит название уравнения Буссинеска). Известны два способа линеаризации этого уравнения. При первом способе в правой части под знаком дифференциала температура заменяется некоторым постоянным значением $T = \bar{T}$ (в фильтрации напор $H = \bar{H}$). При втором способе линеаризации вначале подстановкой вида (303) температура T выводится из-под знака дифференциала, а затем уже заменяется постоянным значением. Эти два способа линеаризации дают соответственно решения (314) — (315) в виде [7, 26]:

$$T_{л*}^{(1)} = T_{л}^{(1)} - T_1 / (T_0 - T_1) = \operatorname{erf} x (4a_0 \bar{T} t)^{-0,5};$$

$$T_{л*}^{(2)} = (T_{л}^{(2)})^2 - T_1^2 / (T_0^2 - T_1^2) = \operatorname{erf} x (4a_0 \bar{T} t)^{-0,5},$$

причем при расчете по формулам (317) при интегрировании взяли то же постоянное значение \bar{T} , т. е. $\tilde{t} = \int_0^t T dt = \bar{T} t$. Положим $\bar{T} = T_0$ ($T_1 = 0$). Тогда

$$T' > 0, \quad \eta = x (4a_0 \bar{T} t)^{-0,5}; \quad \xi = \eta \left[t \left(\int_0^t T dt \right)^{-1} \right]^{0,5}; \quad (318)$$

$$T_{л*}^{(1)} = \frac{T_{л}^{(1)}}{T_0} = \operatorname{erf} \eta; \quad T_{л*}^{(2)} = \frac{T^{(2)}}{T_0} = (\operatorname{erf} \eta)^{-0,5};$$

$$T_* = \frac{T}{T_0} = (\operatorname{erf} \xi)^{0,5}. \quad (319)$$

С учетом выражения (318) при фиксированных значениях $x = x_i$ и $t = t_j$ будем иметь расчетную формулу

$$T_{*ij} = \sqrt{\operatorname{erf} \eta_{ij} (T_{*ij})^{-0,5}}, \quad (320)$$

которую можно использовать двояко: строить графики или применять итерации (последовательные приближения). Остановимся на последнем. В качестве первого приближения, например при $\eta = 0,1$, берем $T_{*11}^{(1)} = 0,4$; соответствующее точное значение $T_{*11} = 0,38$ и приближенные $T_{*11}^{(2)} = 0,33$ и $T_{*11}^{(1)} = 0,109$ по первому и второму способам линеаризации. Подстановка в выражение (320) первого приближения дает в правой части число 0,4205, большее, чем в левой (0,4). Подставив в выражение (320) второе $T_{*11}^{(2)} = 0,41$ и третье $T_{*11}^{(3)} = 0,42$ приближения, получим в правой части его соответственно 0,4181 и 0,4155. В последнем случае, в левой части $0,42 > 0,4155$, стоящего в правой части. Следовательно, знак неравенства изменился, поэтому искомое значение температуры $0,41 < T < 0,42$. Сужим интервал. Подставив четвертое приближение $T_{*11}^{(4)} = 0,415$ в выражение (320), получим в правой части 0,4169. Таким образом, с точностью до 0,003 можно в качестве искомого значения температуры взять $T_{*11} = 0,415$.

Если полученная точность недостаточна, необходимо продолжить расчет. Результаты расчетов представлены на рис. 43, где приведены также точное $T_{*т}$ и два приближенных решения $T_{*л}^{(2)}$, $T_{*л}^{(1)}$. Как видно из графиков, расчеты по формуле (320) более точны, чем по формулам (319). Большая точность объясняется тем, что при линейризации по второму способу (более точному, чем первый в рассматриваемом случае) на всем интервале изменения температуры ее значения заменяли постоянным числом \bar{T} (при линейризации уравнения), в то время как по методу пересчета линейризованных решений осреднение под знаком интеграла в формуле (317) происходит в окрестности x_i, t_i каждого определяемого значения температуры T_{*ij} .

Пример 17. Найти поле температур из решения двумерного нелинейного уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_0 \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right]$$

при краевых условиях

$$T(x, y, 0) = T(x, \infty, t) = T(\infty, y, t) = T_0;$$

$$T(0, y, t) = T(x, 0, t) = T_1.$$

Принимая во внимание соотношения (316)—(317), получим линейризованную краевую задачу

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a_0 \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right);$$

$$\theta(x, y, 0) = 0,5 (T_0^2 - T_*^2) \equiv \theta_0;$$

$$\theta(0, y, t) = \theta(x, 0, t) = 0,5 (T_1^2 - T_*^2) \equiv \theta_1;$$

$$\theta(\infty, y, t) = \theta(x, \infty, t) = 0,5 (T_0^2 - T_*^2) \theta_0,$$

решив которую, окончательно запишем:

$$T_* \equiv \frac{T^2 - T_1^2}{T_0^2 - T_1^2} = \operatorname{erf} \left(x \left(4a_0 \int_0^t T dt \right)^{-0,5} \right) \times \\ \times \operatorname{erf} \left[y \left(4a_0 \int_0^t T dt \right)^{-0,5} \right].$$

Соответствующие линейризованные решения, полученные по первому и второму способам линейризации, запишутся так ($T_* = T_1$):

$$T_{*л}^{(1)} \equiv \frac{T^{(1)} - T_1}{T_0 - T_*} = \operatorname{erf} [x (4a_0 \bar{T} t)^{-0,5}] \operatorname{erf} [y (4a_0 \bar{T} t)^{-0,5}];$$

$$\begin{aligned} (T_{\text{ж}}^{(2)})^2 &= (T_{\text{л}}^{(2)})^2 - T_1^2 / (T_0^2 - T_1^2) = \\ &= \operatorname{erf}(x(4\alpha_0 \bar{T} t)^{-0,5}) \operatorname{erf}(y(4\alpha_0 \bar{T} t)^{-0,5}). \end{aligned}$$

Аналогичным образом может быть решена и трехмерная нелинейная задача теплопроводности.

3. Тепломассоперенос с учетом фазовых превращений

Выше были рассмотрены некоторые точные и приближенные методы решений нелинейных краевых задач тепломассопереноса, позволяющие также учесть фазовые переходы (испарение, конденсацию, плавление, кристаллизацию и др.): Как правило, все эти физические эффекты специально учитываются введением соответствующих слагаемых в уравнения или краевые условия. Так, при решении системы тепломассопереноса в случае переменных коэффициентов теплообмена и массообмена испарение и конденсация учитывалась в уравнении переноса тепла и обобщенном граничном условии второго рода (241).

Во многих случаях при учете фазовых превращений в строительных конструкциях в уравнение переноса тепла включается функция источника (стока).

Рассмотрим метод решения нелинейного уравнения (195), функция источника (стока) которого имеет вид (198).

В этом случае реализуется один из вариантов метода «модельных» решений. Изложим метод, используя уравнение (195) [5], при $\Gamma=0$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\bar{\omega}(T)] &= \frac{\partial T}{\partial t} \omega(T) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right]; \\ \bar{\omega}(T) &= \int_{T_*}^T \omega(T) dT + \kappa \end{aligned} \quad (321)$$

при условиях (197). С учетом соотношений

$$\begin{aligned} \omega(T) &= c(T) \gamma(T) - F(T); \quad \theta = (\varphi_1 - \varphi_0)^{-1} \times \\ &\times [\bar{\omega}(T) - \varphi_0], \quad \zeta = x(4t)^{-0,5} \end{aligned} \quad (322)$$

перепишем краевую задачу (321), (197) в виде

$$-2\zeta d\theta/d\zeta = d/d\zeta [\Phi(\theta) d\theta/d\zeta]; \quad (323)$$

$$\theta(0) = 1, \quad \theta(\infty) = \theta'(\infty) = 0, \quad (324)$$

$$\text{где } \varphi_i = \bar{\omega}_i(T), \quad (i = 1, 2); \quad \Phi(\theta) = \lambda(T) [\omega(T)]^{-1}. \quad (325)$$

Пусть имеется решение уравнения (323) — (325) для различных значений $\Phi(\theta)$, тогда с учетом соотношений (322) в неявном виде температура запишется так:

$$\varphi(T) \equiv \bar{\omega}(T) = \varphi_0 + (\varphi_1 - \varphi_0) \theta(\xi). \quad (326)$$

Если к явному виду перейти не удастся, то задавая ξ_1 , находим $\varphi_1(T_1)$, а затем уже T_1 (или наоборот, по T_1 находим $\varphi(T_1)$ и ξ_1), причем это удобно сделать, построив графики левой и правой частей уравнения на одном чертеже. Исключив θ из соотношений (322) и (325), найдем зависимость между $\bar{\omega}(T)$ и $a(T)$ в виде

$$\lambda(T) = \omega(T) \Phi[\bar{\omega}(T) - \varphi_0 / (\varphi_1 - \varphi_0)]$$

$$\text{или } \omega(T) = \lambda(T) \{ \Phi[\bar{\omega}(T) - \varphi_0 / (\varphi_1 - \varphi_0)] \}^{-1}.$$

Наиболее просто могут быть получены решения в случае, если a_1 — постоянная:

$$\Phi(\theta) = \lambda(T) / \omega(T) = a_1. \quad (327)$$

Тогда решение уравнения (323) при условиях (324):

$$\theta_{\pi}(\xi) = \operatorname{erfc} \xi a_1^{-0,5} \quad (328)$$

и с учетом выражений (325), (326), (328) запишем

$$\varphi(T) \equiv \bar{\omega}(T) = \varphi_0 + (\varphi_1 - \varphi_0) \operatorname{erfc} \xi a_1^{-0,5}. \quad (329)$$

В качестве примера рассмотрим функцию источника

$$c(T) \gamma(T) - F(T) = 0,5M(T+1)^{-0,5}. \quad (330)$$

В этом случае с учетом соотношений (327), (330) коэффициент теплопроводности $\lambda(T) = Ma_1 0,5(T+1)^{-0,5}$. Подставив соотношения (330) в формулу (326), получим (переходя к явному виду: $T(\xi) = [\varphi_0 + (\varphi_1 - \varphi_0) \operatorname{erfc} \xi \times a_1^{-0,5}]^2 M^{-2} - 1$).

Если

$$c(T) \gamma(T) - F(T) = 2MT, \quad (331)$$

то соответственно $\lambda(T) = a_1 MT^2$, а решение

$$T(\xi) = M^{-0,5} \{ [\varphi_0 + (\varphi_1 - \varphi_0) \operatorname{erfc} \xi a_1^{-0,5}] \}^{0,5}. \quad (332)$$

Проведем линеаризацию, заменив $F(T)$ и $c(T)\gamma(T)$ постоянными значениями: $F(T) = F_0$, $c(T)\gamma(T) = c_0\gamma_0$, $\lambda(T) = \lambda_0$. Подставив их в выражение (329), получим линеаризованное решение

$$\theta_{\pi} = T_{\pi} - T_0 / (T_1 - T_0) = \operatorname{erfc} \xi a_1^{-0,5};$$

$$a_1 = \lambda_0 / (c_0 \gamma_0 - F_0).$$

Дадим оценку относительной погрешности, вносимой линеаризацией [5]:

$$\delta(\xi) = |T(\xi) T_{\text{л}}^{-1}(\xi) - 1|. \quad (333)$$

Из выражения (329) с учетом формулы (321) следует соотношение

$$\varphi(T) = \bar{\omega}(T) = \int_{T_*}^T [c(T) \gamma(T) - F(T)] dT + \alpha = \varphi_0 + \\ + (\varphi_1 - \varphi_0) (T_{\text{л}} - T_0) (T_1 - T_0)^{-1},$$

связывающее решения: $T(\xi)$ и линеаризованное $T_{\text{л}}(\xi)$. Для вычисления по формуле (333) необходим явный вид $T(\xi)$. Произведем вычисления для случаев (330) и (331). Нетрудно видеть, что при $T = T_0 \neq 0$ и $T = T_1 \neq 0$ относительная погрешность линеаризации равна нулю и согласно теореме Ролля будет хотя бы один максимум $\delta(\xi)$. Если же $T_0 = 0$ или $T_1 = 0$, то выражение (333) дает в этих случаях неопределенность $0/0$, которую необходимо раскрывать. Так, для соотношения (332) при $T_0 \neq 0$ и $T_1 \neq 0$:

$$\delta_{\text{макс}} = 0,5 \left(\sqrt[4]{T_0/T_1} - \sqrt[4]{T_1/T_0} \right); \quad (334)$$

$$\operatorname{erfc} \xi_{\text{макс}} a_1^{-0,5} = \frac{T_0}{T_0 + T_1};$$

$$\xi_{\text{макс}} = \left[\operatorname{erfc}^{-1} \left(\frac{T}{T_0 + T_1} \right) \right] a_1^{0,5}. \quad (335)$$

Из выражения (335) можно найти $\xi_{\text{макс}}$. Если $T_0 = 0$ ($T_1 \neq 0$) или $T_1 = 0$ ($T_0 \neq 0$), то возрастающая функция $\delta(\xi)$ принимает наибольшие значения соответственно при $T_0 = 0$ и $T_1 = 0$, которые мы получим, раскрыв неопределенность — для (334):

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} \delta(\xi) = \infty, \quad \lim_{\xi \rightarrow 0} \delta(\xi) = 0, \quad T_1 = 0 \quad (T_0 \neq 0),$$

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} \delta(\xi) = 0, \quad \lim_{\xi \rightarrow \infty} \delta(\xi) = \infty, \quad T_0 = 0 \quad (T_1 \neq 0).$$

Так, если $T_1 = 100^\circ \text{C}$, $T_2 = 20^\circ \text{C}$, то подставив в выражение (334), получим максимальную погрешность линеаризации $\delta_{\text{макс}} = 25\%$ [5].

Предложенный метод позволяет использовать решения нелинейной краевой задачи теплопроводности и для тел конечных размеров, а также в многомерных случаях при различных краевых условиях.

Формулы (333) — (335) верны в случае (327) и для тел конечных размеров, при этом необходимо вместо $\theta_{\text{л}}(\xi)$ подставлять $\theta(x, t)$ и заменить $\xi = \infty$, $\xi = 0$ на $X = 1$ и $X = 0$. Отметим, что точные решения для стенки конечной толщины существуют в основном лишь для случая (327). В остальных случаях необходимо брать либо приближенные аналитические решения, либо решать задачи с помощью ЭВМ.

В качестве «модельного» рассмотрим [5] известное решение Фудзита [22] ($0 < \alpha < 1$) при

$$\Phi(\theta) \equiv (1 - \alpha\theta)^{-1} = \lambda(T) [\omega(T)]^{-1}$$

(один из частных случаев этого решения использован в примере 5).

Тогда с учетом выражений (323) — (325) получим решение в виде (329), причем

$$\lambda(T) = [c(T)\gamma(T) - F(T)] \left\langle 1 - \frac{\alpha}{\varphi_1 - \varphi_0} \{-\varphi_0 + \int_{T_*}^T [c(T)\gamma(T) - F(T)] dT + \kappa\} \right\rangle^{-1}.$$

Для рассмотренных частных случаев (330) и (331) будем иметь коэффициенты теплопроводности вида:

$$\lambda(T) = 0,5M(T+1)^{-0,5} \{1 - \alpha(\varphi_1 - \varphi_0)^{-1} (-\varphi_0 + M(T+1)^{0,5})\}^{-1}$$

$$\lambda(T) = 2MT [1 - \alpha(\varphi_1 - \varphi_0)^{-1} (-\varphi_0 + MT^2)]^{-1}.$$

Еще раз напомним схему применения предложенного метода. Если известны теплофизические параметры и функция источника, то подставим их в формулу (325) и с учетом выражения (322) определим вид $\Phi(\theta)$; затем подберем соответствующие решения, из имеющихся в литературе, и простым пересчетом получим ответ. Если таких решений найти не удастся, то по одной из функций (источника или теплофизическим параметрам) находим $\Phi(\theta)$ такое, для которого имеются решения, например в случае (327). Получающиеся при этом приближенные значения $\lambda_*(T)$, $c_*(T)$, $\gamma_*(T)$ или $F_*(T)$ должны быть подобраны как можно менее отличающимися от истинных. В частности, при $F(T)$ и различных $\lambda_i(T)$ в случае (327) могут быть получены серии полей температур, используемых как «модельные» решения для искомых параметров с учетом оценок снизу и сверху.

Пример 18. Найти поле температур, используя данные примера 16 и метод «модельных» решений [1, 3]. Продифференцировав в

правой части уравнения (314) и приняв в слагаемом $a_0 T \cdot \partial^2 T / \partial x^2$ температуру, равной некоторому постоянному значению $T = \bar{T}$, получим упрощенное уравнение

$$\frac{\partial T_M}{\partial t} = a_0 \left[\bar{T} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \right],$$

«модельное» решение которого при условиях (315) имеет вид

$$T_{M*} \equiv \frac{T_M(x, t) - T_1}{T_0 - T_1} = \ln \left((1 + (e - 1) \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a_0 \bar{T} t}}) \right). \quad (336)$$

Результаты расчетов по формуле (336) приведены в табл. 23 ($T = T_0$, $T_1 = 0$). Они показывают, что «модельное» решение дает лучший результат, чем линейризация первым способом, и несколько худший, чем линейризация вторым способом.

Таблица 23

η	$T_{\text{точ}}$	$T_{\text{л*}}^{(1)}$	$T_{\text{л*}}^{(2)}$	T_{M*}	T_*
0	0	0	0	0	0
0,1	0,38	0,109	0,33	0,1768	0,415
0,2	0,52	0,2227	0,4719	0,3235	0,545
0,4	0,69	0,4284	0,6545	0,5517	0,705
0,6	0,802	0,6039	0,7771	0,7105	0,805
0,8	0,88	0,7421	0,8615	0,8211	0,885
1	0,92	0,8427	0,918	0,894	0,928
1,2	0,96	0,9103	0,9541	0,9408	0,961
1,4	0,9823	0,9523	0,9759	0,9689	0,978

$T_{\text{точ}}$, $T_{\text{л*}}^{(1)}$, $T_{\text{л*}}^{(2)}$, T_{M*} , T_* — решение, соответственно точное [26], приближенное по первому и второму способам линейризации, «модельное» и полученное методом пересчета линейризованных решений.

Список литературы

1. Алексашенко А. А. Аналитические методы определения переменных физико-химических характеристик. Физическая химия, 1979, № 8, с. 1905—1920.

2. Алексашенко А. А. Аналитические исследования нелинейных обратных (инверсных) задач теплопроводности. АН СССР, 1976, № 4.

3. Алексашенко А. А. Аналитические методы определения нелинейных теплофизических параметров без линеаризации уравнения теплопроводности. АН СССР, 1978, № 1.

4. Алексашенко А. А. Качественное исследование решений нелинейных краевых задач теплопроводности. АН СССР, 1975, № 4.

5. Алексашенко А. А. Исследование кинетики адсорбции для случаев нелинейных коэффициентов диффузии и изотерм адсорбции. Физическая химия, 1977, № 8.

6. Алексашенко А. А. Исследование погрешностей решений некоторых обратных задач. Теплофизика высоких температур, 1975, № 5.

7. Алексашенко А. А. Качественный анализ некоторых автомодельных решений уравнения Буссинеска. — В сб.: Современные проблемы мелiorации и пути их решения. Т. 2, М., 1974.

8. Алексашенко А. А. Приближенный метод решения нелинейных задач тепло- и массопереноса. — В сб.: Тепло- и массоперенос, т. 10, ч. 2, 1974.

9. Готов В. Н., Зотов С. В., Молчадский И. С. Расчет температурного режима в помещении при пожаре с учетом оптических свойств среды. В сб.: Огнестойкость строительных конструкций, вып. 6. М., ВНИИПО, 1978.

10. Девлишев П. П. Исследование кинетики пожара на моделях. — В сб. трудов Пожарная наука и техника. М., ВНИИПО, 1977.

11. Инструкция по расчету фактических пределов огнестойкости железобетонных строительных конструкций на основе применения ЭВМ (А. И. Яковлев, Р. Г. Олимпиев, В. П. Бушев). М., ВНИИПО, 1975.

12. Итоги науки и техники. Пожарная охрана, т. 3 М., ВИНТИ, 1979.

13. Келлер Г. Б. Некоторые позитонные задачи, выдвигаемые нелинейной теорией генерации тепла. — В сб.: Теория ветвления и нелинейные задачи на собственные значения. М., Мир, 1974.

14. Кошмаров Ю. А. Уравнения развития пожара в помещении.

В сб.: Проблемы противопожарной защиты зданий и сооружений, М., ВИПТШ МВД СССР, 1978.

15. Кошмаров Ю. А. Развитие пожара в помещении.— В сб.: Огнестойкость строительных конструкций, вып. 5, М., ВНИИПО, 1977.

16. Кошмаров Ю. А. Газообмен помещения при пожаре.— В сб.: Пожарная профилактика, вып. 15, М., ВНИИПО, 1979.

17. Кошмаров Ю. А., Рощеня А. К., Матюшин А. В. Новые способы экспериментального определения среднеобъемных значений концентрации, плотности и температуры газов при моделировании пожаров в помещении. Горение и проблемы тушения пожаров, тезисы VI Всесоюзной конференции. М., ВНИИПО, 1979.

18. Кошмаров Ю. А., Иванов А. И., Агапов В. С. Исследование влияния масштабного фактора на развитие пожара и газообмен помещения.— В сб.: Безопасность людей на пожарах, вып. 1. М., ВНИИПО, 1979.

19. Кошмаров Ю. А., Астапенко В. М., Шевляков А. Н. Анализ и разработка алгоритма пожара в помещении с проемами. В сб.: Пожарная профилактика, вып. 17, ВНИИПО, 1981.

20. Купцова В. С. Основы вычислительной математики в приложении к теплофизическим задачам. М., МЛТИ, 1975.

21. Ладыжинская О. А., Уральцева Н. Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. М., Наука, 1973.

22. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М., Высшая школа, 1967.

23. Мехта. К вопросу о решении задач нестационарной теплопроводности при зависящем от температуры коэффициенте теплопроводности.— Теплопередача, № 1, 1977.

24. Осткейзен Р. Н. Экспериментальное исследование теплопередачи от наклонных цилиндров при свободной конвекции. Теплопередача. № 4, 1976.

25. Оцисик М. Н. Сложный теплообмен. М., Мир, 1976.

26. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. М., Наука, 1977.

27. Романенко П. Н., Кошмаров Ю. А., Башкирцев М. П. Термодинамика и теплопередача в пожарном деле. ВИПТШ МВД СССР. М., 1977.

28. Рыжов А. М. О математическом моделировании пожаров в помещениях.— В сб.: Огнестойкость строительных конструкций, вып. 6, ВНИИПО, 1978.

29. Рыжов А. М., Молчадский И. С., Кошмаров Ю. А. К вопросу о математическом моделировании пожаров в помещении с проемами.— В сб.: Пожарная профилактика, вып. 15. ВНИИПО, М., 1979.

30. Справочное пособие по пожарной технике. М., ВИПТШ МВД СССР, 1975.

31. Тихонов А. Н. Обратные задачи теплопроводности. ИФЖ, 1975, № 1.

32. Хормети. Новый взгляд на пожары в помещениях. ЭИ Пожарная охрана, 1973, № 21.

33. Шашков А. Г., Волохов Г. М., Абраменко Т. И., Козлов В. П. Методы определения теплопроводности и температуропроводности. М., Энергия, 1973.

34. Шумаков Б. Б., Алексащенко А. А., Вдовин Н. И. Теоретические и экспериментальные исследования капельного орошения. Вестник сельскохозяйственной науки, № 7, 1978.

35. Magnussen S. E., Melander S. Acta Polytechnica Scandinavica Civil Engineering and building construction series. n 65. Stockholm. 1970.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
Глава I. Математическое описание развития пожара в помещении	5
1. Усредненные по объему помещения параметры состояния	5
2. Уравнения развития пожара	7
3. Газообмен помещения с окружающей средой	14
4. Тепловой поток в ограждающие конструкции	24
5. Интенсивность выделения тепла при пожаре	26
6. Моделирование пожаров	29
7. Расчет развития пожара	32
Глава II. Теплообмен при пожаре	38
1. Интегральные уравнения пограничного слоя	38
2. Теплообмен при естественной конвекции в задымленных помещениях	44
3. Теплообмен при естественной конвекции в незадымленных помещениях	59
4. Тепловой режим помещения при пожаре	90
Глава III. Определение теплофизических параметров строительных материалов	109
1. Погрешность определения параметров	109
2. Общий подход к определению теплофизических параметров строительных материалов	115
3. Методика определения переменных теплофизических параметров	131
4. Исследование ограничений при использовании решений уравнений тепломассопереноса	142
Глава IV. Тепломассоперенос при переменных теплофизических аппаратах в ограждающих конструкциях	
1. Точные решения	146
2. Приближенные решения	153
3. Тепломассоперенос с учетом фазовых превращений	167
Список литературы	172

*Анатолій Андреевич Алексашенко
Юрий Антонович Кошмаров
Игорь Семенович Молчадский*

ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС ПРИ ПОЖАРЕ

Редакция литературы по жилищно-коммунальному хозяйству
Зав. редакцией М. К. Склярова
Редактор Т. А. Горькова
Мл. редактор Г. А. Морозова
Технический редактор Н. Г. Новак
Корректоры Т. М. Бочагова, К. М. Корепанова
ИБ № 2519

Сдано в набор 27.10. 81. Подписано в печать 17.02.82. Т-03190. Формат 84×108^{1/32}. Бумага тип. № 2. Гарнитура «Литературная». Печать высокая. Усл. печ. л. 9,24. Усл. кр.-отг. 9,45. Уч.-изд. л. 9,49. Тираж 12 000 экз. Изд. № AVI-8337. Заказ № 920. Цена 55 коп.

*Стройиздат
101442, Москва, Каляевская, 23а*

Владимирская типография «Союзполиграфпрома» при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли 600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7