

Дмитрий Кирьянов

**САМОУЧИТЕЛЬ**

**Mathcad**

**13**

Санкт-Петербург

«БХВ-Петербург»

2006

УДК 681.3.06  
ББК 32.973.26-018.2  
К43

**Кириянов Д. В.**

К43 Самоучитель Mathcad 13. — СПб.: БХВ-Петербург, 2006. — 528 с.: ил.  
ISBN 5-94157-849-0

Представлены основные сведения о Mathcad 13 и приемы работы с его математическим редактором. Рассматриваются типичные математические задачи и способы их решения с помощью Mathcad: алгебраические уравнения и оптимизация, линейная алгебра и специальные функции, обыкновенные дифференциальные уравнения и дифференциальные уравнения в частных производных, математическая статистика, интегрирование, дифференцирование и др. Подробно излагаются сведения, касающиеся профессионального оформления расчетов в Mathcad 13, и методы эффективной работы для опытных пользователей. Все листинги, приведенные в книге, автономны и работают вне каких-либо дополнительных модулей.

*Для широкого круга пользователей*

УДК 681.3.06  
ББК 32.973.26-018.2

**Группа подготовки издания:**

Главный редактор	<i>Екатерина Кондукова</i>
Зам. главного редактора	<i>Евгений Рыбаков</i>
Зав. редакцией	<i>Григорий Добин</i>
Редактор	<i>Алексей Семенов</i>
Компьютерная верстка	<i>Натальи Смирновой</i>
Корректор	<i>Наталья Першакова</i>
Дизайн серии	<i>Игоря Цырульников</i>
Оформление обложки	<i>Елены Беляевой</i>
Зав. производством	<i>Николай Тверских</i>

Лицензия ИД № 02429 от 24.07.00. Подписано в печать 22.12.05.  
Формат 70×100<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Печать офсетная. Усл. печ. л. 42,57.  
Тираж 3000 экз. Заказ №  
"БХВ-Петербург", 194354, Санкт-Петербург, ул. Есенина, 5Б.

Санитарно-эпидемиологическое заключение на продукцию № 77.99.02.953.Д.006421.11.04  
от 11.11.2004 г. выдано Федеральной службой по надзору  
в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека.

Отпечатано с готовых диапозитивов  
в ГУП "Типография "Наука"  
199034, Санкт-Петербург, 9 линия, 12

# Содержание

<b>Введение.....</b>	<b>1</b>
<b>Часть I. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ.....</b>	<b>3</b>
<b>Глава 1. Начинаем работу.....</b>	<b>5</b>
1.1. Назначение Mathcad.....	5
1.2. Знакомство с Mathcad .....	8
1.3. Интерфейс пользователя .....	16
1.3.1. Меню .....	16
1.3.2. Панели инструментов .....	19
1.3.3. Настройка панели инструментов .....	22
1.3.4. Рабочая область .....	26
Вид документа .....	26
1.3.5. Строка состояния.....	33
1.4. Справочная информация .....	33
1.4.1. Доступ к справочной информации .....	34
1.4.2. Стандартная справочная ситема .....	36
1.4.3. Ресурсы Mathcad.....	39
1.4.4. Путеводитель по ресурсам Mathcad .....	42
1.4.5. Дополнительные электронные книги и пакеты расширения .....	45
<b>Глава 2. Редактирование документов .....</b>	<b>49</b>
2.1. Документы Mathcad .....	49
2.1.1. Управление документами .....	49
2.1.2. Создание документа на основе шаблона.....	51
2.1.3. Сохранение документа.....	54
2.1.4. Автоматическое сохранение .....	57
2.1.5. Сохранение документа в формате HTML .....	58
2.1.6. Открытие существующего документа.....	60
2.1.7. Закрытие документа .....	60
2.2. Ввод и редактирование формул.....	61
2.2.1. Интерфейс редактора формул .....	61
2.2.2. Ввод формул .....	62
2.2.3. Перемещение линий ввода внутри формул .....	63

2.2.4. Изменение формул .....	64
2.2.5. Ввод символов, операторов и функций .....	70
2.2.6. Выбор стиля некоторых операторов .....	71
2.3. Текст и комментарии .....	73
2.3.1. Ввод текста .....	74
2.3.2. Редактирование текста.....	75
2.3.3. Импорт текста.....	75
2.3.4. Математические символы внутри текста.....	76
2.3.5. Гиперссылки .....	77
2.3.6. Комментарии и метаданные .....	77
2.4. Правка документа.....	81
2.4.1. Выделение фрагмента документа .....	81
2.4.2. Удаление фрагмента .....	82
2.4.3. Вырезание, копирование, вставка и перемещение части документа.....	82
2.4.4. Выравнивание регионов .....	83
2.4.5. Обновление вида документа .....	84
2.4.6. Поиск и замена .....	85
2.4.7. Отмена последнего действия .....	87
2.4.8. Проверка орфографии.....	87
2.5. Печать документа.....	88
2.6. Посылка документа по электронной почте .....	89
<b>Глава 3. Вычисления.....</b>	<b>91</b>
3.1. Переменные и функции .....	91
3.1.1. Определение переменных .....	91
3.1.2. Присваивание переменным значений .....	92
3.1.3. Функции .....	94
3.1.4. Определение функции пользователя.....	95
3.1.5. Вывод значений переменных и функций.....	96
3.1.6. Символьный вывод .....	98
3.1.7. Допустимые имена переменных и функций.....	100
3.2. Операторы.....	102
3.2.1. Арифметические операторы.....	103
3.2.2. Вычислительные операторы .....	105
3.2.3. Логические операторы .....	109
3.2.4. Матричные операторы .....	110
3.2.5. Операторы выражения.....	111
3.2.6. Создание оператора пользователя .....	113
3.2.7. Именной оператор.....	115
3.3. Управление вычислениями .....	116
3.3.1. Режимы вычислений .....	116

3.3.2. Прерывание вычислений .....	117
3.3.3. Диалоговое окно <i>Worksheet Options</i> .....	118
3.3.4. Вычисления в ручном режиме .....	120
3.3.5. Оптимизация вычислений .....	121
3.3.6. Отключение вычисления отдельных формул .....	121
3.4. Отладка вычислений .....	122
3.4.1. Сообщения об ошибках .....	123
3.4.2. Отладка .....	124
<b>Глава 4. Типы данных .....</b>	<b>128</b>
4.1. Типы данных .....	128
4.1.1. Действительные числа .....	129
4.1.2. Комплексные числа .....	130
4.1.3. Встроенные константы .....	132
4.1.4. Строковые выражения .....	134
4.1.5. Тип данных NaN .....	135
4.2. Размерные переменные .....	135
4.2.1. Создание размерной переменной .....	136
4.2.2. Расчеты с размерными переменными .....	138
4.2.3. Выбор системы единиц .....	140
4.2.4. Определение новой размерности .....	141
4.3. Массивы .....	142
4.3.1. Доступ к элементам массива .....	143
4.3.2. Ранжированные переменные .....	144
4.3.3. Создание массивов .....	147
4.3.4. Отображение вывода векторов и матриц .....	154
4.4. Формат вывода числовых данных .....	156
4.4.1. Формат результата .....	157
4.4.2. Округление малых чисел до нуля .....	160
4.4.3. Вывод чисел в других системах счисления .....	161
4.5. Элементы управления .....	163
<b>Часть II. Точные вычисления .....</b>	<b>165</b>
<b>Глава 5. Символьные вычисления .....</b>	<b>167</b>
5.1. Способы символьных вычислений .....	167
5.2. Алгебраические вычисления .....	172
5.2.1. Упрощение выражений .....	172
5.2.2. Разложение выражений .....	174
5.2.3. Разложение на множители .....	174
5.2.4. Приведение подобных слагаемых .....	175

5.2.5. Коэффициенты полинома .....	176
5.2.6. Ряды и произведения .....	179
5.2.7. Разложение на элементарные дроби .....	180
5.2.8. Подстановка переменной .....	181
5.2.9. Матричная алгебра .....	182
5.3. Математический анализ .....	182
5.3.1. Дифференцирование .....	183
5.3.2. Интегрирование .....	184
5.3.3. Разложение в ряд Тейлора .....	185
5.3.4. Решение уравнений .....	188
5.4. Интегральные преобразования .....	189
5.4.1. Преобразование Фурье .....	189
5.4.2. Преобразование Лапласа .....	190
5.4.3. Z-преобразование .....	191
5.5. Дополнительные возможности символьного процессора .....	191
5.5.1. Применение функций пользователя .....	192
5.5.2. Получение численного значения выражения .....	193
5.5.3. Явные вычисления .....	194
5.5.4. Последовательности символьных команд .....	195
<b>Глава 6. Программирование .....</b>	<b>197</b>
6.1. Программирование без программирования .....	198
6.2. Язык программирования Mathcad .....	199
6.2.1. Основы программирования .....	199
6.2.2. Создание строки программного кода .....	200
6.2.3. Разработка программы .....	202
6.2.4. Локальное присваивание .....	203
6.2.5. Условные операторы .....	204
6.2.6. Операторы цикла .....	205
6.2.7. Возврат значения .....	208
6.2.8. Перехват ошибок .....	209
6.2.9. Отладка программ .....	210
6.3. Примеры программирования .....	211
<b>Часть III. Численные методы .....</b>	<b>213</b>
<b>Глава 7. Основные математические операции .....</b>	<b>215</b>
7.1. Интегрирование .....	215
7.2. Дифференцирование .....	219
7.3. Решение нелинейных алгебраических уравнений .....	223
7.3.1. Одно уравнение с одним неизвестным .....	224

7.3.2. Корни полинома .....	226
7.3.3. Системы уравнений.....	227
7.3.4. Приближенное решение уравнений .....	232
7.3.5. О символьном решении уравнений .....	233
7.4. Поиск экстремума функции .....	234
7.4.1. Поиск максимума и минимума функции .....	235
7.4.2. Условный экстремум .....	237
<b>Глава 8. Дифференциальные уравнения .....</b>	<b>239</b>
8.1. Задачи Коши для ОДУ .....	239
8.1.1. Одно обыкновенное дифференциальное уравнение .....	240
8.1.2. Системы ОДУ первого порядка.....	243
8.1.3. Решение систем ОДУ в одной заданной точке .....	247
8.1.4. Жесткие системы ОДУ .....	250
8.2. Краевые задачи для ОДУ .....	253
8.2.1. Задачи с граничными условиями на краях интервала .....	254
8.2.2. Задачи с дополнительным условием в промежуточной точке интервала .....	256
8.2.3. Задачи на собственные значения для ОДУ .....	259
8.3. Дифференциальные уравнения в частных производных .....	262
8.3.1. Встроенная функция <i>pdesolve</i> .....	263
8.3.2. Встроенная функция <i>numol</i> .....	266
8.3.3. Встроенные функции <i>relax</i> и <i>multigrid</i> .....	268
<b>Глава 9. Линейная алгебра .....</b>	<b>272</b>
9.1. Простейшие операции с матрицами.....	272
9.1.1. Транспонирование.....	273
9.1.2. Сложение.....	273
9.1.3. Умножение.....	274
9.1.4. Определитель квадратной матрицы .....	276
9.1.5. Модуль вектора .....	277
9.1.6. Скалярное произведение векторов .....	278
9.1.7. Векторное произведение .....	279
9.1.8. Сумма элементов вектора и след матрицы .....	279
9.1.9. Обратное обращение квадратной матрицы.....	280
9.1.10. Возведение матрицы в степень.....	280
9.1.11. Векторизация .....	281
9.1.12. Символьные преобразования .....	283
9.2. Матричные функции .....	284
9.2.1. Генераторы матриц .....	284
9.2.2. Слияние и разбиение матриц .....	291

9.2.3. Размер матрицы.....	293
9.2.4. Сортировка матриц .....	294
9.2.5. Норма квадратной матрицы .....	296
9.2.6. Число обусловленности квадратной матрицы.....	297
9.2.7. Ранг матрицы.....	298
9.3. Системы линейных алгебраических уравнений.....	298
9.4. Собственные векторы и собственные значения матриц .....	300
9.5. Матричные разложения .....	303
9.5.1. Разложение Холецкого .....	304
9.5.2. QR-разложение .....	304
9.5.3. LU-разложение .....	305
9.5.4. Сингулярное разложение.....	307
<b>Глава 10. Специальные функции .....</b>	<b>308</b>
10.1. Функции Бесселя.....	308
10.1.1. Обычные функции Бесселя .....	309
10.1.2. Модифицированные функции Бесселя .....	310
10.1.3. Функции Эйри .....	312
10.1.4. Функции Бесселя—Кельвина.....	312
10.1.5. Сферические функции Бесселя.....	313
10.1.6. Нормированные функции Бесселя.....	314
10.2. Функции работы с комплексными числами .....	316
10.3. Логарифмы и экспонента .....	317
10.4. Тригонометрические функции.....	318
10.5. Гиперболические функции.....	319
10.6. Другие спецфункции.....	320
10.7. Строковые функции .....	324
10.8. Функции сокращения и округления .....	326
10.9. Кусочно-непрерывные функции .....	327
10.10. Функция цикла .....	328
10.11. Функции преобразования координат .....	329
10.12. Sinc-функция.....	330
10.13. Функция текущего времени .....	331
10.14. Финансовые функции .....	331
<b>Глава 11. Математическая статистика .....</b>	<b>336</b>
11.1. Случайные величины.....	336
11.1.1. Нормальное (гауссово) распределение .....	336
11.1.2. Другие статистические распределения .....	341
11.2. Статистические характеристики.....	345
11.2.1. Построение гистограмм .....	345
11.2.2. Среднее значение и дисперсия.....	347

11.2.3. Корреляция и ковариация.....	348
11.2.4. Коэффициенты асимметрии и эксцесса .....	349
11.2.5. Другие статистические характеристики.....	350
11.2.6. Действие статистических функций на матрицы.....	351
11.3. Интерполяция и экстраполяция .....	352
11.3.1. Линейная интерполяция .....	352
11.3.2. Сплайн-интерполяция .....	353
11.3.3. Экстраполяция функцией предсказания .....	356
11.3.4. Многомерная интерполяция.....	357
11.4. Регрессия.....	360
11.4.1. Линейная регрессия.....	360
11.4.2. Полиномиальная регрессия .....	362
11.4.3. Регрессия специального вида.....	364
11.4.4. Сглаживание .....	366
11.5. Спектры.....	367
11.5.1. Преобразование Фурье .....	367
11.5.2. Вейвлетное преобразование.....	370

## **Часть IV. Оформление документов ..... 373**

### **Глава 12. Ввод/вывод данных ..... 375**

12.1. Числовой ввод/вывод.....	375
12.2. Создание графиков.....	376
12.3. Двумерные графики .....	379
12.3.1. XY-график двух векторов.....	379
12.3.2. XY-график вектора и ранжированной переменной .....	380
12.3.3. XY-график функции.....	381
12.3.4. Полярный график .....	382
12.3.5. Построение нескольких рядов данных.....	383
12.3.6. XY-график с двумя осями Y .....	385
12.3.7. Форматирование осей .....	386
12.3.8. Форматирование рядов данных .....	391
12.3.9. Сохранение заголовка графика.....	397
12.3.10. Изменение размера и положения графиков.....	398
12.3.11. Трассировка и увеличение графиков.....	398
12.4. Трехмерные графики .....	401
12.4.1. Создание трехмерных графиков .....	401
12.4.2. Форматирование трехмерных графиков .....	406
12.5. Создание анимации.....	416
12.6. Ввод/вывод во внешние файлы .....	418
12.6.1. Текстовые файлы.....	419
12.6.2. Графические файлы .....	421

12.6.3. Звуковые файлы.....	423
12.6.4. Мастер импорта данных и функция <i>READFILE</i> .....	423
12.6.5. Функция <i>READFILE</i> .....	426
<b>Глава 13. Оформление документов .....</b>	<b>427</b>
13.1. Элементы оформления документов .....	427
13.1.1. Элементы оформления.....	428
13.1.2. Размещение элементов оформления в документах.....	429
13.1.3. Выделение областей.....	432
13.1.4. Работа с зонами .....	435
13.2. Форматирование текста и формул.....	439
13.2.1. Форматирование текста .....	440
13.2.2. Стили текста и формул .....	443
13.3. Оформление страниц .....	447
13.3.1. Параметры страницы .....	447
13.3.2. Колонтитулы.....	449
13.3.3. Установки документа.....	451
13.4. Электронные книги .....	451
13.4.1. Просмотр электронных книг.....	452
13.4.2. Создание собственных электронных книг.....	455
13.4.3. Рисунки и гиперссылки .....	461
<b>Приложения.....</b>	<b>467</b>
<b>Приложение 1. Пользователям прошлых версий Mathcad .....</b>	<b>469</b>
Новые возможности Mathcad 13 .....	469
Новые возможности Mathcad 12.....	469
Новые возможности Mathcad 11 .....	470
<b>Приложение 2. Команды меню и панели инструментов.....</b>	<b>472</b>
<b>Приложение 3. Встроенные операторы и функции .....</b>	<b>485</b>
<b>Список литературы .....</b>	<b>504</b>
I. Книги и мультимедийные учебники автора.....	504
II. Литература по математике и методам вычислений.....	505
<b>Предметный указатель .....</b>	<b>506</b>

# Введение

Эта книга — о самом популярном из компьютерных математических пакетов Mathcad 13 компании MathSoft. С его помощью можно решать разнообразнейшие математические задачи и оформлять результаты расчетов на высоком профессиональном уровне.

Что такое система Mathcad? Следует хорошо представлять себе, что в состав Mathcad 13 входят несколько интегрированных между собой компонентов:

- ❑ мощный текстовый редактор, позволяющий вводить, редактировать и форматировать как текст, так и математические выражения;
- ❑ вычислительный процессор, умеющий проводить расчеты по введенным формулам, используя встроенные численные методы;
- ❑ символьный процессор, являющийся, фактически, системой искусственного интеллекта;
- ❑ огромное хранилище справочной информации, как математической, так и инженерной, оформленной в виде библиотеки интерактивных электронных книг.

Обо всех перечисленных возможностях я попытался в доступной форме рассказать в этой книге. Последовательно рассказывая об основах расчетов, интерфейсе пользователя и переходя от простого к сложному, я старался дать читателю возможность самостоятельно освоить Mathcad. Книга может выступать как самоучитель, позволяющий "с нуля" освоить ключевые возможности этой вычислительной системы. Приступая к той или иной задаче, открывайте соответствующую главу книги и используйте ее как справочник. Причем я старался начинать рассказ с краткого определения математических понятий и терминов, конечно, предполагая, что читатель имеет базовые математические знания.

Создавая книгу, я думал не только о пользователях самой последней, 13-й версии, но также и о пользователях предыдущих версий. Зная по собственному опыту, что ученые зачастую не обновляют сразу версию Mathcad (тем более, что отличия между последними из них невелики), я постарался максимально облегчить восприятие материала пользователям Mathcad, начиная с версии 2001 и заканчивая версией 13. Для них в тексте расставлены специальные пиктограммы (11) и (12), говорящие о том, что те или иные возможно-

сти относятся к 11-й и 12-й версии. Большинство листингов работают корректно в Mathcad 2000, 2001 и 2001i.

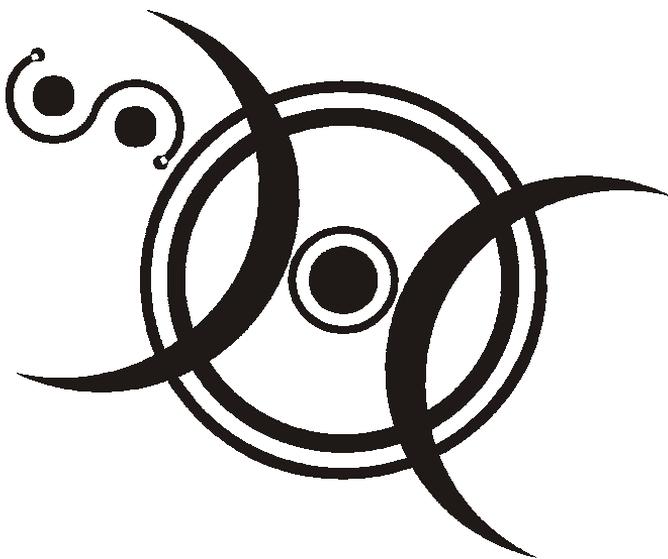
Сама книга разбита на четыре части. В первой даны основные сведения о Mathcad и приемы работы с его математическим редактором (она будет особенно полезна начинающим пользователям), во второй и третьей частях рассматриваются способы решения математических задач, широко проиллюстрированные листингами. В четвертой части приводятся сведения, касающиеся профессионального оформления расчетов в Mathcad 13, и методы повышения эффективности работы для опытных пользователей.

Все листинги, приведенные в книге, автономны и работают вне каких-либо дополнительных модулей. В листингах умышленно, чтобы не загромождать их, нет никаких текстовых примечаний, — они содержат только расчеты по формулам. Все комментарии к ним находятся в тексте. Почти все графики вынесены в рисунки, причем, если они являются продолжением листингов, это помечено в подрисуночной подписи.

В заключение хочется обратиться к читателям моих других книг, связанных с Mathcad, и пользователям обучающего ПО, разработанного мною. Помимо данной книги, посвященной приемам работы с Mathcad, главным образом, его интерфейсу и технике расчетов, в издательстве "БХВ-Петербург" одновременно выходит вторая книга — "Mathcad в подлиннике", акцент в которой сделан на описание конкретных задач математики. В ней я ограничился минимальными сведениями об интерфейсе программы, сосредоточившись на решении типовых (зачастую, не самых простых) математических задач при помощи Mathcad, требующих иногда весьма сложных расчетов и неочевидных приемов программирования. Кроме того, книга "Mathcad в подлиннике" уделяет большое внимание численным алгоритмам, реализованным во встроенных функциях Mathcad.

Еще более детальную информацию о численных методах (в том числе с Mathcad-примерами и виртуальными видеолекциями) читатель может почерпнуть из обучающего мультимедийного CD "Д. В. Кирьянов: Вычислительная математика" (издательство "Новый Диск") и книги, также сопровождаемой мультимедийным CD-учебником "Computational science" (выходит в 2005 г. в издательстве "Полибук Мультимедиа").

Дополнительную информацию читатель может получить в Интернете на сервере производителя Mathcad — <http://www.mathcad.com>, дистрибьютора Mathcad в России — <http://www.mathcad.ru>, на обучающем ресурсе автора на сервере ИПМ РАН им. М. В. Келдыша — <http://www.keldysh.ru/comma> и на личной странице автора — <http://www.kirianov.orc.ru>.



# **ЧАСТЬ I**

## **ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ**

# Глава 1



## Начинаем работу

В данной главе рассмотрено назначение приложения Mathcad 13 в целях знакомства с его основными возможностями и приведены базовые приемы его использования (см. разд. 1.1—1.2). Если вы уже имели дело с прежними версиями, начиная с очень древней Mathcad 7, и у вас неплохие навыки работы с его редактором, то можете смело пропустить эту главу. В ней основное внимание уделено главным компонентам интерфейса Mathcad 13, который интуитивен и похож на другие программы Windows (см. разд. 1.3), а также эффективному использованию справочной системы и ресурсов Mathcad (см. разд. 1.4).

### 1.1. Назначение Mathcad

Mathcad является математическим редактором, позволяющим проводить разнообразные научные и инженерные расчеты, начиная от элементарной арифметики и заканчивая сложными реализациями численных методов. С точки зрения классификации программного обеспечения, пакет Mathcad — типичный представитель класса приложений, называемых PSE (*problem solution environment, программная среда для решения задач*). Пользователи Mathcad — это студенты, ученые, инженеры, разнообразные технические специалисты. Благодаря простоте применения, наглядности математических действий, обширной библиотеке встроенных функций и численных методов, возможности символьных вычислений, а также превосходному аппарату представления результатов (графики самых разных типов, мощных средств подготовки печатных документов и Web-страниц) Mathcad стал наиболее популярным математическим приложением.

Mathcad, в отличие от большинства других современных математических приложений, построен в соответствии с принципом WYSIWYG ("What You

See Is What You Get" — "что вы видите, то и получите"). Поэтому он очень прост в использовании, в частности, из-за отсутствия необходимости сначала писать программу, реализующую те или иные математические расчеты, а потом запускать ее на исполнение. Вместо этого достаточно просто вводить математические выражения с помощью встроенного редактора формул, причем в виде, максимально приближенном к общепринятому, и тут же получать результат. Кроме того, можно изготовить на принтере печатную копию документа или создать страницу в Интернете именно в том виде, который этот документ имеет на экране компьютера при работе с Mathcad, либо включить документ в структуру электронной книги Mathcad.

Создатели Mathcad сделали все возможное, чтобы пользователь, не обладающий специальными знаниями в программировании (а таких большинство среди ученых и инженеров), мог в полной мере приобщиться к достижениям современной вычислительной науки и компьютерных технологий. Для эффективной работы с редактором Mathcad достаточно базовых навыков пользователя. С другой стороны, профессиональные программисты (к которым относит себя и автор этих строк) могут извлечь из Mathcad намного больше, создавая различные программные решения, существенно расширяющие возможности, непосредственно заложенные в Mathcad.

В соответствии с проблемами реальной жизни, математикам приходится решать одну или несколько из следующих задач:

- ввод на компьютере разнообразных математических выражений (для дальнейших расчетов или создания документов, презентаций, Web-страниц или электронных книг);
- проведение математических расчетов;
- подготовка графиков с результатами расчетов;
- ввод исходных данных и вывод результатов в текстовые файлы или файлы с базами данных в других форматах;
- подготовка отчетов работы в виде печатных документов;
- подготовка Web-страниц и публикация результатов в Интернете;
- получение различной справочной информации из области математики.

Со всеми этими (а также некоторыми другими) задачами с успехом справляется Mathcad:

- математические выражения и текст вводятся с помощью формульного редактора Mathcad, который по возможностям и простоте использования не уступает, к примеру, редактору формул, встроенному в Microsoft Word;

- математические расчеты производятся немедленно, в соответствии с введенными формулами;
- графики различных типов (по выбору пользователя) с богатыми возможностями форматирования вставляются непосредственно в документы;
- возможен ввод и вывод данных в файлы различных форматов;
- документы могут быть распечатаны непосредственно в Mathcad в том виде, который пользователь видит на экране компьютера, или сохранены в формате RTF для последующего редактирования в более мощных текстовых редакторах (например, Microsoft Word);
- возможно полноценное сохранение документов Mathcad в формате RTF-документов, а также Web-страниц в форматах HTML и (начиная с 12-й версии) XML;

### 12 **Примечание**

Начиная с 12-й версии, файлы Mathcad имеют формат XMCD, являющийся разновидностью текстовой XML-разметки. Применение XML-стандарта оправдано, главным образом, тем, что формат файлов Mathcad становится общепотребительным для целого ряда приложений и данных самого различного типа. В частности, Mathcad-документы с XML-разметкой теперь можно также просматривать и редактировать "вручную", в любом текстовом редакторе.

- имеется опция объединения разрабатываемых пользователем документов в электронные книги, которые, с одной стороны, позволяют в удобном виде хранить математическую информацию, а с другой — являются полноценными Mathcad-программами, способными осуществлять расчеты;
- символьные вычисления позволяют осуществлять аналитические преобразования, а также мгновенно получать разнообразную справочную математическую информацию;
- справочная система и многочисленные дополнительные материалы, оформленные в виде электронных книг (ресурсы Mathcad), помогают быстро отыскать нужную математическую информацию или пример тех или иных расчетов.

Таким образом, следует хорошо представлять себе, что в состав Mathcad входят несколько интегрированных между собой компонентов: мощный текстовый редактор для ввода и редактирования как текста, так и формул, вычислительный процессор для проведения расчетов согласно введенным формулам и символьный процессор, являющийся, по сути, системой искусственного интеллекта. Сочетание этих компонентов создает удобную вычислительную среду для разнообразных математических расчетов и, одновременно, документирования результатов работы.

## 1.2. Знакомство с Mathcad

В данном разделе, несколько забегаая вперед, покажем, как быстро начать работу с Mathcad, научиться вводить математические выражения и получать первые результаты расчетов. Сведения этого раздела будут затем освещены с большей подробностью, сейчас только продемонстрируем в качестве знакомства со средой Mathcad его некоторые возможности. Поэтому, встретившись с проблемами при выполнении на компьютере описываемых здесь действий, например, при вводе выражений или построении графиков, обратитесь к соответствующему материалу следующих разделов.

После того как Mathcad 13 установлен на компьютере и запущен на исполнение, появляется основное окно приложения, показанное на рис. 1.1. Оно имеет ту же структуру, что и большинство приложений Windows. Сверху вниз располагаются заголовок окна, строка меню, панели инструментов (стандартная и форматирования) и *рабочий лист*, или *рабочая область*, документа (worksheet). Новый документ создается автоматически при запуске Mathcad. В самой нижней части окна находится строка состояния. Не забывая о сходстве редактора Mathcad с обычными текстовыми редакторами, вы интуитивно поймете назначение большинства кнопок на панелях инструментов.

### **Примечание**

В версии Mathcad 13 разработчики предусмотрели специальную область окна Mathcad, называемую **Trace Window** (Окно трассировки, или Окно отладки), а также дополнительную панель инструментов **Debug** (Отладка). Окно отладки располагается под рабочей областью документа, примыкая сверху к строке состояния (рис. 1.1), и служит для облегчения процесса отладки Mathcad-программ. Чтобы закрыть его, достаточно нажать находящуюся в его правом верхнем углу кнопку закрытия окна.

Помимо элементов управления, характерных для типичного текстового редактора, Mathcad снабжен дополнительными средствами для ввода и редактирования математических символов, одним из которых является панель инструментов **Math** (Математика) (см. рис. 1.1). С помощью этой, а также ряда вспомогательных наборных панелей, удобно осуществлять ввод уравнений. Однако для начинающего пользователя Mathcad самым простым (но, возможно, не самым лучшим) будет способ ввода уравнений с клавиатуры.

Для того чтобы выполнить простые расчеты по формулам, сделайте следующее:

1. Определите место в документе, где должно появиться выражение, щелкнув мышью в соответствующей точке документа.

2. Введите левую часть выражения.
3. Введите знак равенства, нажав клавишу  $\leftarrow\rightarrow$ .

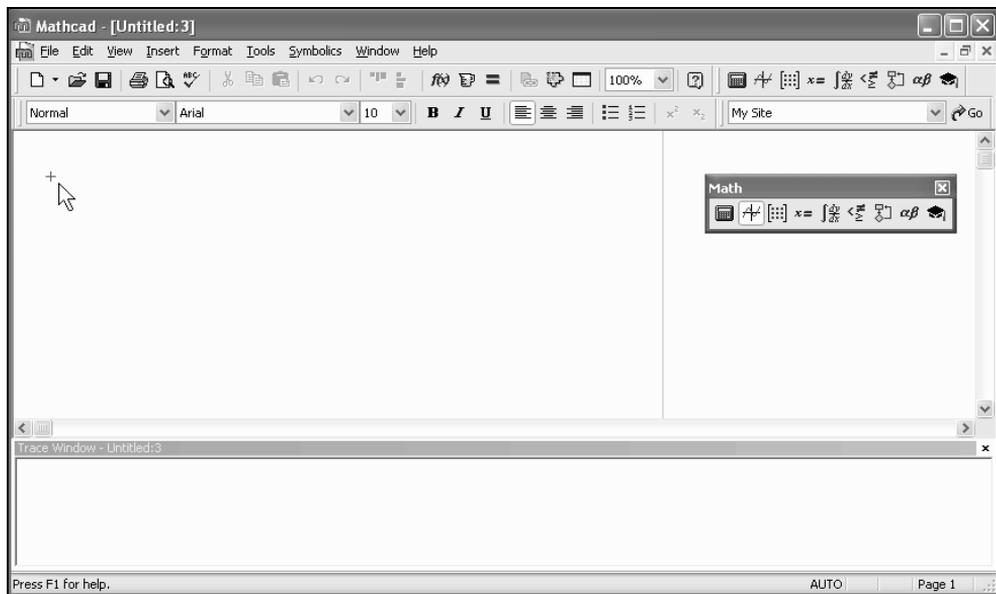


Рис. 1.1. Окно приложения Mathcad 13 с пустым документом

Оставим пока разговор о более надежных способах ввода математических символов и приведем пример простейших расчетов. Для вычисления синуса какого-нибудь числа достаточно ввести с клавиатуры выражение типа  $\sin(1/4)=$ . После того как будет нажата клавиша со знаком равенства, с правой стороны выражения, как по мановению волшебной палочки, появится результат (листинг 1.1).

#### Листинг 1.1. Расчет простого выражения

$$\sin\left(\frac{1}{4}\right) = 0.247$$

#### **Примечание**

Здесь и далее во всей книге в листинги вынесено содержание рабочей области документа Mathcad вместе с полученными результатами вычислений.

### 12 Примечание

Одним из основных достоинств новых версий Mathcad 12 и 13 является новое ядро программы, позволяющее осуществлять вычисления с большей скоростью. Наиболее заметно это проявляется при расчетах с матрицами и векторами больших размеров, а также вложенными массивами (тензорами). Для таких задач разработчики Mathcad анонсируют повышение скорости расчетов примерно в три раза по сравнению с предыдущими версиями. К тому же, некоторые преимущества в плане ускорения работы программы дает и архитектура Mathcad, построенная на платформе новой технологии .NET компании Microsoft.

Подобным образом можно проводить и более сложные и громоздкие вычисления, пользуясь при этом всем арсеналом специальных функций, которые встроены в Mathcad. Легче всего вводить их имена с клавиатуры, как в примере с вычислением синуса, но, чтобы избежать возможных ошибок в их написании, лучше выбрать другой путь. Чтобы ввести встроенную функцию в выражение:

1. Определите место в выражении, куда следует вставить функцию.
2. Нажмите кнопку с надписью  $f(x)$  на стандартной панели инструментов (на нее наведен указатель мыши на рис. 1.2).
3. В списке **Function Category** (Категория функции) появившегося диалогового окна **Insert Function** (Вставить функцию) выберите категорию, к которой принадлежит функция, — в нашем случае это категория **Trigonometric** (Тригонометрические).
4. В списке **Function Name** (Имя функции) выберите имя встроенной функции, под которым она фигурирует в Mathcad (**sin**). В случае затруднения с выбором ориентируйтесь на подсказку, появляющуюся при выборе функции в нижнем текстовом поле диалогового окна **Insert Function** (Вставить функцию).
5. Нажмите кнопку **OK** — функция появится в документе.
6. Заполните недостающие аргументы введенной функции (в нашем случае это  $1/4$ ).

Результатом будет введение выражения из листинга 1.1, для получения значения которого осталось лишь ввести знак равенства.

### Примечание

Большинство численных методов, запрограммированных в Mathcad, реализовано в виде встроенных функций. Пролистайте на досуге списки в диалоговом окне **Insert Function** (Вставить функцию), чтобы представлять себе, какие специальные функции и численные методы можно использовать в расчетах (им полностью посвящена *часть III*, а подробный перечень встроенных функций приведен в *приложении 3*).

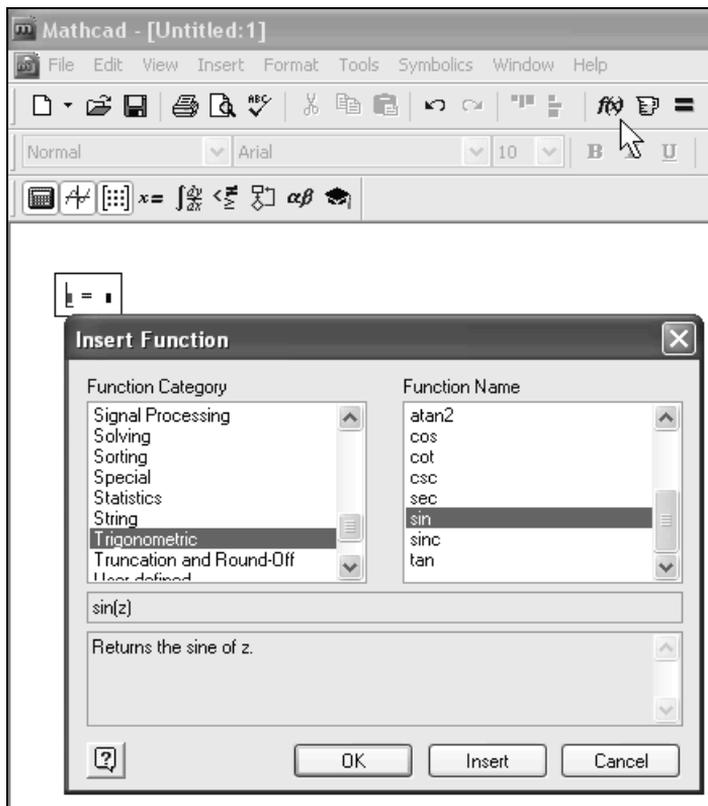


Рис. 1.2. Вставка встроенной функции

Конечно, не всякий символ можно ввести с клавиатуры. Например, неочевидно, как вставить в документ знак интеграла или дифференцирования. Для этого в Mathcad имеются специальные панели инструментов, очень похожие на средства формульного редактора Microsoft Word. Как было сказано ранее, одна из них — панель инструментов **Math** (Математика) — показана на рис. 1.1. Она содержит инструменты для вставки в документы типично математических объектов (операторов, графиков, элементов программ и т. п.). Эта панель показана более крупным планом на рис. 1.3 уже на фоне редактируемого документа.

Панель содержит девять кнопок, нажатие каждой из которых приводит, в свою очередь, к появлению на экране еще одной панели инструментов. С помощью этих девяти дополнительных панелей можно вставлять в документы Mathcad разнообразные объекты. На рис. 1.3, как легко увидеть, на панели

**Math** (Математика) в нажатом состоянии находится первая в верхнем левом углу кнопка (под ней размещается указатель мыши). Поэтому на экране присутствует еще одна панель — **Calculator** (Калькулятор). Легко догадаться, какие объекты вставляются при нажатии кнопок этой панели.

### Примечание

Подробнее о назначении этой и других наборных панелей инструментов рассказано ниже (см. разд. 1.3.2).

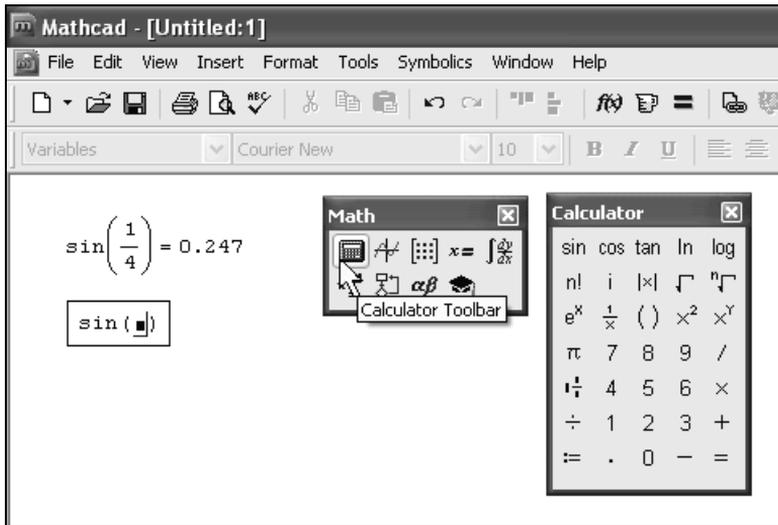


Рис. 1.3. Использование панелей инструментов **Math** и **Calculator**

К примеру, можно ввести выражение из листинга 1.1 исключительно с помощью панели **Calculator** (Калькулятор). Для этого нужно сначала нажать кнопку **sin** (самую первую сверху). Результат данного действия показан на рис. 1.3 (выражение в рамке). Теперь остается лишь набрать выражение  $1/4$  внутри скобок (в *местозаполнителе*, обозначаемом черным прямоугольником). Для этого нажмите последовательно кнопки **1**, **/**, **4** на панели **Calculator** (Калькулятор) и затем, на ней же, кнопку **=**, чтобы получить ответ (разумеется, тот же самый, что и в предыдущей строке документа).

Как видите, вставлять в документы математические символы можно по-разному, как и во многих других приложениях Windows. В зависимости от опыта работы с Mathcad и привычек работы на компьютере пользователь может выбрать любой из них.

### Совет

Если вы только начинаете осваивать редактор Mathcad, настоятельно рекомендую, где это только возможно, вводить формулы, пользуясь наборными панелями инструментов и описанной процедурой вставки функций с помощью диалога **Insert Function** (Вставить функцию). Это позволит избежать многих возможных ошибок.

Описанные действия демонстрируют использование Mathcad в качестве обычного калькулятора с расширенным набором функций. Для математика же интерес представляет, как минимум, возможность задания переменных и операций с функциями пользователя. Нет ничего проще — в Mathcad эти действия, как и большинство других, реализованы по принципу "как принято в математике, так и вводится". Поэтому приведем соответствующие примеры (листинги 1.2 и 1.3), не теряя времени на комментарии (*если у вас возникнут проблемы с пониманием листингов, обратитесь за разъяснением к соответствующим разделам этой главы*). Обратите внимание только на оператор присваивания, который применяется для задания значений переменным в первой строке листинга 1.2. Его, как и все остальные символы, можно ввести с помощью панели **Calculator** (Калькулятор). Присваивание обозначается не знаком равенства, чтобы подчеркнуть его отличие от операции вычисления. Символ равенства говорит о вычислении значения слева направо, а символ " := " — о присваивании значения справа налево.

#### Листинг 1.2. Использование переменных в расчетах

$x := 1.2$        $y := 55$        $z := 4$

$$\frac{(x^2 \cdot 250)}{\sqrt[5]{y}} \cdot \ln(z \cdot \pi) = 408.814$$

#### Листинг 1.3. Определение функции пользователя и расчет ее значения в точке $x = 1$

$a := 2$

$$f(x) := x^a - \frac{2}{|x - 5|}$$

$f(1) = 0.5$

В последнем листинге определяется функция  $f(x)$ . Ее график показан на рис. 1.4. Чтобы построить его, следует нажать на панели **Graph** (График)

кнопку с нужным типом графика (на нее на рисунке наведен указатель мыши) и в появившейся заготовке графика определить значения, которые будут отложены по осям. В нашем случае потребовалось ввести  $x$  в местозаполнитель возле оси  $X$  и  $f(x)$  — возле оси  $Y$ .

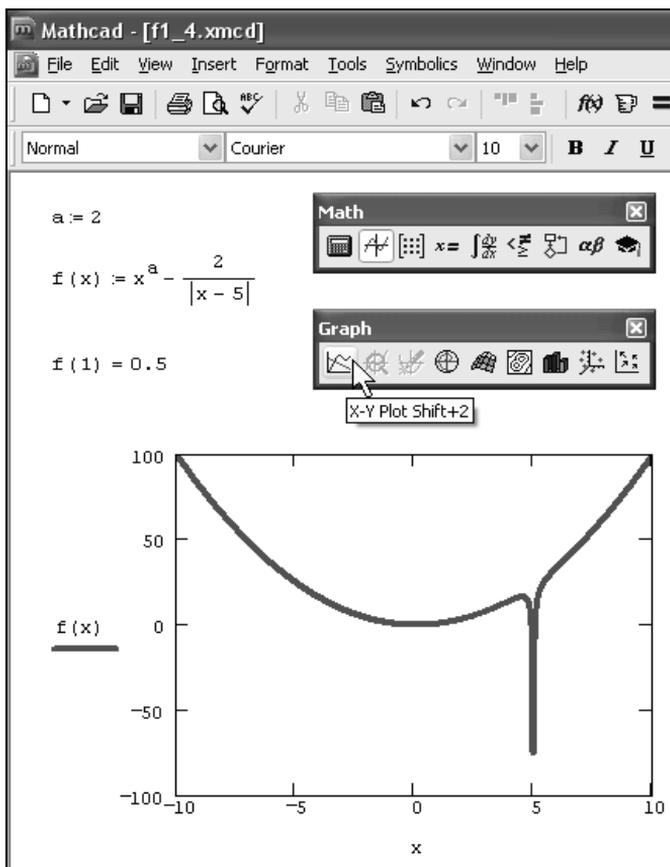


Рис. 1.4. Построение графика функции (листинг 1.3)

### Примечание

Сравните содержание листинга 1.3 и рис. 1.4. Такой стиль подачи материала будет сохранен во всей книге. Листинги представляют собой фрагменты рабочих областей документа, которые работают без какого-либо дополнительного кода (если это не оговорено особо). Можно ввести содержание любого листинга в новый (пустой) документ, и он будет работать точно так же, как в книге. Чтобы не загромождать листинги, графики выведены в отдельные рисунки. В отличие

от рис. 1.4, в следующих рисунках код листингов не дублируется, а если имеет-ся ссылка на листинг в подрисуночной надписи, то это подразумевает, что дан-ный график может быть вставлен в документ после упомянутого листинга.

Одной из самых впечатляющих возможностей Mathcad являются символьные вычисления, позволяющие решить многие задачи аналитически. Фактически, по мнению автора, Mathcad "знает" математику, по крайней мере, на уровне неплохого ученого. Умелое использование интеллекта символьного процессора Mathcad избавит вас от огромного количества рутинных вычислений, к приме-ру, интегралов и производных (листинг 1.4). Обратите внимание на традицион-ную форму написания выражений, единственная особенность заключается в необходимости применения знака символьных вычислений " $\rightarrow$ " вместо знака равенства. Его, кстати, можно ввести в редакторе Mathcad с любой из панелей **Evaluation** (Выражения) или **Symbolic** (Символика), а символы интегрирова-ния и дифференцирования — с панели **Calculus** (Вычисления).

#### Листинг 1.4. Символьные вычисления

$$\int \frac{\ln(a \cdot x)}{x^b} dx \rightarrow \left[ \frac{-(b \cdot \ln(a) - \ln(a) + 1)}{(-2 \cdot b + b^2 + 1)} \cdot x - \frac{1}{(b-1)} \cdot x \cdot \ln(x) \right] \cdot x^{-b}$$

$$\frac{d}{dx} \frac{(x^2 \cdot 250)}{5\sqrt{y}} \cdot \ln(z \cdot \pi) \rightarrow 500 \cdot \frac{x}{y^5} \cdot \ln(z \cdot \pi)$$

В этом разделе была рассмотрена лишь небольшая часть вычислительных возможностей системы Mathcad. Тем не менее, несколько приведенных здесь примеров дают неплохое представление о ее назначении. Вероятно даже, что, преждевременно рассказав о простоте, с которой можно проводить математические расчеты, автор потерял некоторую часть самых нетерпеливых чита-телей, которые уже перешли к решению своих задач. Им я хочу посоветовать воспользоваться в качестве справочника *частями II и III* книги, а для наи-лучшего оформления результатов — *частью IV*. Ниже, в этой и последую-щих главах данной части, основы Mathcad освещены более подробно.

#### Совет

В справочную систему Mathcad встроен целый ряд электронных учебников, в том числе довольно неплохой учебник для начинающих (на английском языке). Чтобы вызвать его на экран, выберите в меню **Help** (Справка) пункт **Tutorials**

(Учебники). В открывшемся окне с перечнем доступных учебников щелкните на ссылке **Getting Started Primers** (Учебник для начинающих). Просмотр материала учебника обеспечивается панелью навигации и системой гиперссылок, как в обычном браузере.

## 1.3. Интерфейс пользователя

В Mathcad интерфейс пользователя интуитивен и сходен с другими приложениями Windows. Его составные части:

- верхнее меню, или строка меню (menu bar);
- панели инструментов (toolbars) **Standard** (Стандартная), **Formatting** (Форматирование), **Resources** (Ресурсы) и **Controls** (Элементы управления);
- панель инструментов **Math** (Математика) и доступные через нее дополнительные математические панели инструментов;
- вспомогательное окно **Trace Window** (Окно отладки);
- рабочая область (worksheet);
- строка состояния (status line, или status bar);
- всплывающие, или контекстные, меню (pop-up menus, или context menus);
- диалоговые окна, или диалоги (Dialogs);
- окна ресурсов Mathcad (Mathcad Resources) со встроенными примерами и дополнительной информацией.

### **Примечание**

Окно **Trace Window** (Окно отладки) появилось в версии 13.

Большинство команд можно выполнить как с помощью меню (верхнего или контекстного), так и панелей инструментов или клавиатуры.

### 1.3.1. Меню

Строка меню располагается в самой верхней части окна Mathcad. Она содержит девять заголовков, щелчок мышью на каждом из которых приводит к появлению соответствующего меню с перечнем команд:

- File** (Файл) — команды, связанные с созданием, открытием, сохранением, пересылкой по электронной почте и распечаткой на принтере файлов с документами;

- ❑ **Edit** (Правка) — команды, относящиеся к правке текста (копирование, вставка, удаление фрагментов и т. п.);
- ❑ **View** (Вид) — команды, управляющие внешним видом документа в окне редактора Mathcad, а также команды, создающие файлы анимации;
- ❑ **Insert** (Вставка) — команды вставки различных объектов в документы;
- ❑ **Format** (Формат) — команды форматирования текста, формул и графиков;
- ❑ **Tools** (Сервис) — команды управления вычислительным процессом и дополнительными возможностями;
- ❑ **Symbolics** (Символика) — команды символьных вычислений;
- ❑ **Window** (Окно) — команды управления расположением окон с различными документами на экране;
- ❑ **Help** (Справка) — команды вызова контекстно-зависимой справочной информации, сведений о версии программы, а также доступа к ресурсам и электронным книгам.

### **Примечание**

Состав всех меню, снабженный описанием действий каждого пункта, вы можете отыскать в *приложении 3*.

Чтобы выбрать нужную команду, щелкните мышью на содержащем ее меню и повторно на соответствующем элементе меню. Некоторые команды находятся не в самих меню, а в подменю, как это показано на рис. 1.5. Чтобы выполнить такую команду, например, команду вызова на экран панели инструментов **Symbolic** (Символика), наведите указатель мыши на пункт **Toolbars** (Панели инструментов) выпадающего меню **View** (Вид) и выберите в появившемся подменю пункт **Symbolic** (Символика).

### **Примечание**

Далее в книге, говоря о совершении того или иного действия с помощью меню, последовательность выбора пунктов меню будем приводить сокращенно, разделяя их вертикальными чертами. Например, рассмотренная команда обозначается как **View | Toolbars | Symbolic**.

Обратите внимание, что пункты меню, которые содержат подменю, снабжены стрелками (как пункт **Toolbars** (Панели инструментов) на рис. 1.5). Кроме того, некоторые пункты меню имеют (или не имеют) флажки проверки, указывающие на включение (или выключение) соответствующей опции в текущий момент. Так, на рис. 1.5 флажки проверки выставлены в пунктах **Status Bar** (Строка состояния) и имен пяти панелей инструментов, что говорит о наличии в данный момент на экране строки состояния и этих пяти панелей.

Флажки же в пунктах **Ruler** (Линейка), **Regions** (Регионы) и имен почти всех математических панелей инструментов отсутствуют, т. е. в данный момент эти опции выключены.

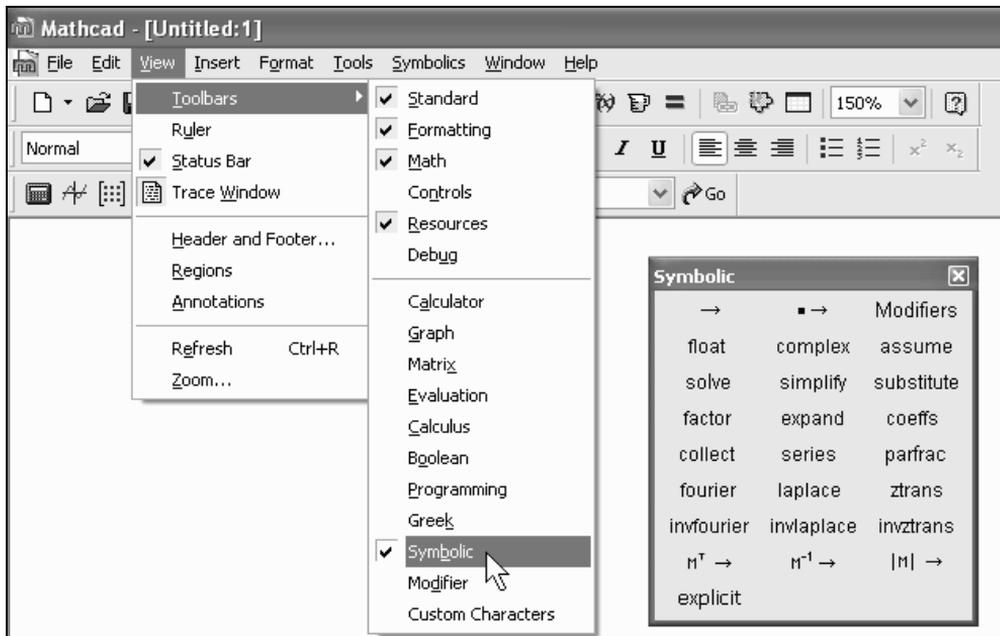


Рис. 1.5. Работа с меню

Назначение пунктов меню, на которые наведен указатель мыши, появляется в виде подсказки слева в строке состояния (в нижней части окна Mathcad). На рис. 1.5 указатель наведен на пункт **Symbolic** (Символика), поэтому соответствующая подсказка будет гласить "Show or hide the symbolic keyword toolbar" (Показать или скрыть панель символики).

Помимо верхнего меню, схожие функции выполняют всплывающие меню (рис. 1.6). Они появляются, как и в большинстве других приложений Windows, при нажатии в каком-либо месте документа правой кнопки мыши. При этом состав данных меню зависит от места их вызова, поэтому их еще называют *контекстными*. Mathcad сам "догадывается", в зависимости от контекста, какие операции могут потребоваться в текущий момент, и помещает в меню соответствующие команды. Поэтому использовать контекстное меню зачастую проще, чем верхнее, т. к. не надо вспоминать, где конкретно в верхнем меню находится нужный пункт. Как и верхнее меню, контекстное

также может иметь подменю (на рис. 1.6 показан участок документа с примером изменения отображения знака умножения в формуле; примечательно, что эту операцию в Mathcad можно осуществить только при помощи контекстного меню).

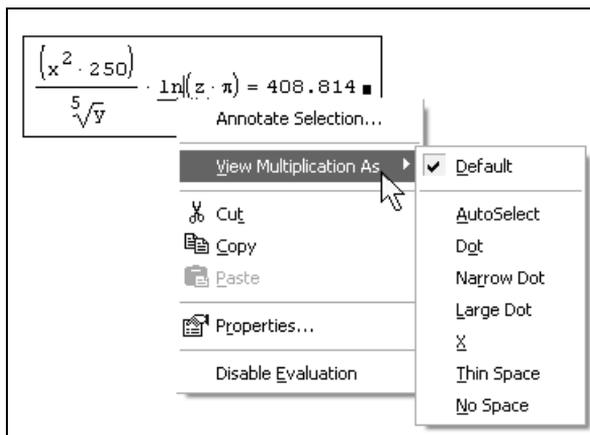


Рис. 1.6. Контекстное меню

### 1.3.2. Панели инструментов

Панели инструментов служат для быстрого (в один щелчок мыши) выполнения наиболее часто применяемых команд. Все действия, которые можно выполнить с помощью панелей инструментов, доступны и через верхнее меню. На рис. 1.7 изображено окно Mathcad с пятью основными панелями инструментов, расположенными непосредственно под строкой меню. Кнопки в панелях сгруппированы по сходному действию команд:

- **Standard** (Стандартная) — служит для выполнения большинства операций, таких как действия с файлами, редакторская правка, вставка объектов и доступ к справочным системам;
- **Formatting** (Форматирование) — для форматирования (изменения типа и размера шрифта, выравнивания и т. п.) текста и формул;
- **Math** (Математика) — для вставки математических символов и операторов в документы;
- **Resources** (Ресурсы) — для вызова ресурсов Mathcad (примеров, учебников и т. п.);

- ❑ **Controls** (Элементы управления) — для вставки в документы стандартных элементов управления интерфейса пользователя (флажков проверки, полей ввода и т. п.);
- ❑ **Debug** (Отладка) — для управления отладкой Mathcad-программ.

### Примечание

Панель инструментов **Debug** (Отладка) появилась в версии Mathcad 13.

Группы кнопок на панелях инструментов разграничены по смыслу вертикальными линиями — *разделителями*. При наведении указателя мыши на любую из кнопок рядом с кнопкой появляется *всплывающая подсказка* — короткий текст, поясняющий назначение кнопки (см. рис. 1.3 и 1.4). Наряду со всплывающей подсказкой, более развернутое объяснение готовящейся операции можно отыскать в строке состояния.



Рис. 1.7. Основные панели инструментов

Панель **Math** (Математика) предназначена для вызова на экран еще девяти панелей (рис. 1.8), с помощью которых, собственно, и происходит вставка математических операций в документы. В прежних версиях Mathcad эти математические панели инструментов назывались *палитрами* (palettes) или *наборными панелями*. Чтобы показать какую-либо из них, нужно нажать соответствующую кнопку на панели **Math** (см. рис. 1.3).

Перечислим назначение математических панелей:

- ❑ **Calculator** (Калькулятор) — служит для вставки основных математических операций, получила свое название из-за схожести набора кнопок с кнопками типичного калькулятора (рис. 1.8, б);
- ❑ **Graph** (График) — для вставки графиков (рис. 1.8, в);
- ❑ **Matrix** (Матрица) — для вставки матриц и матричных операторов (рис. 1.8, з);
- ❑ **Evaluation** (Выражения) — для вставки операторов управления вычислениями (рис. 1.8, д);
- ❑ **Calculus** (Вычисления) — для вставки операторов интегрирования, дифференцирования, суммирования (рис. 1.8, е);

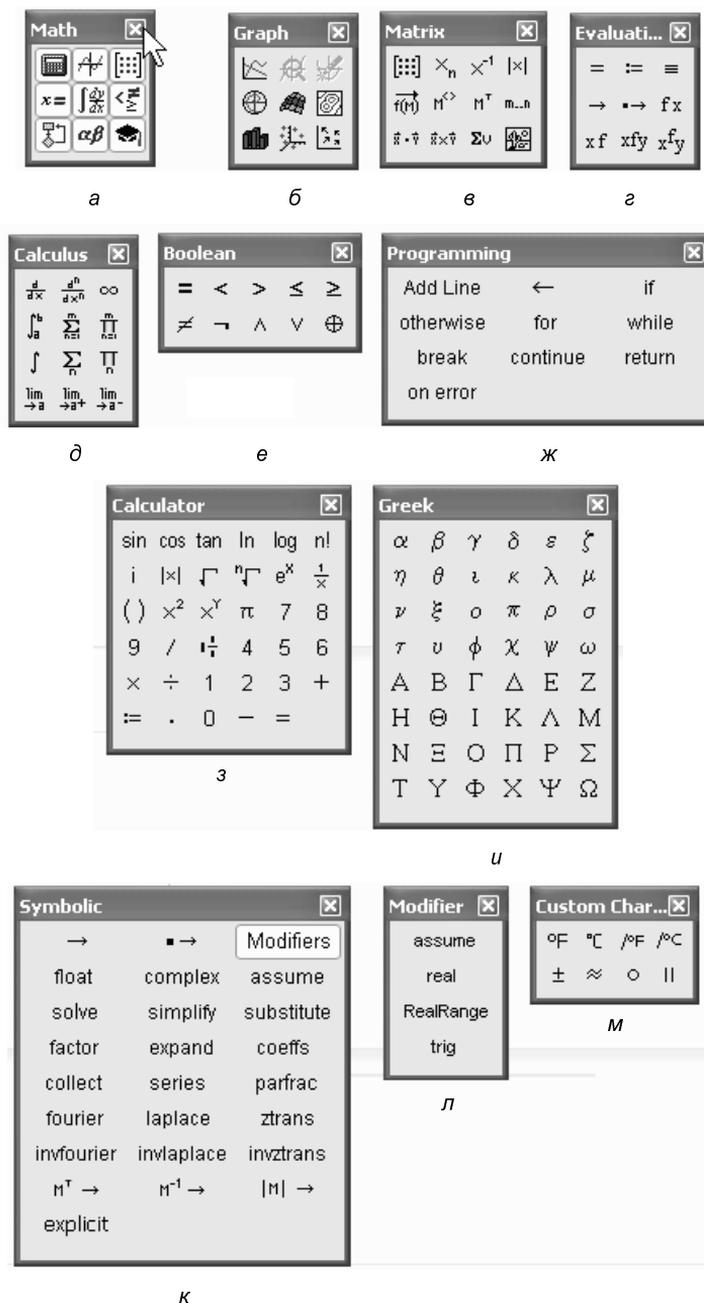


Рис. 1.8. Математические панели инструментов

- ❑ **Boolean** (Булевы операторы) — для вставки логических (булевых) операторов (рис. 1.8, ж);
  - ❑ **Programming** (Программирование) — для программирования средствами Mathcad (рис. 1.8, з);
  - ❑ **Greek** (Греческие символы) — для вставки греческих символов (рис. 1.8, и);
  - ❑ **Symbolic** (Символика) — для вставки символьных операторов (рис. 1.8, к).
- Помимо перечисленных, в Mathcad имеются еще две панели, которые носят вспомогательный характер и используются редко. Поэтому вызываются они не через панель **Math** (Математика), а чуть более сложно — посредством команды меню **View | Toolbars** (Вид | Панели инструментов). Это панели:
- ❑ **Modifier** (Модификатор) — для вставки некоторых операторов (например, преобразования числа) (рис. 1.8, л);
  - ❑ **Custom Characters** (Специальные символы) — для вставки специальных символов, например, единиц измерения температуры и т. п. (рис. 1.8, м).

### **Примечание**

Панель инструментов **Custom Characters** (Специальные символы) появилась в версии Mathcad 13 вместе с дополнительными размерностями температуры (в частности, градусов шкалы Цельсия и Фаренгейта).

Важно заметить, что при наведении указателя мыши на многие из кнопок математических панелей появляется всплывающая подсказка, содержащая еще и сочетание "горячих клавиш", нажатие которых приведет к эквивалентному действию. Ввод действий с клавиатуры часто удобнее нажатия кнопок панелей инструментов, но требует большего опыта.

## **1.3.3. Настройка панели инструментов**

В Mathcad, подобно другим программам Windows, пользователь может настроить внешний вид панелей инструментов наиболее оптимальным для него образом, а именно:

- ❑ показывать или скрывать панели;
- ❑ перемещать панели в любое место экрана и изменять их форму;
- ❑ делать панели плавающими, и наоборот;
- ❑ настраивать основные панели, т. е. определять набор их кнопок.

## Скрытие и отображение панелей

Вызвать любую панель на экран или скрыть ее можно с помощью меню **View | Toolbars** (Вид | Панели инструментов), выбирая в открывающемся подменю имя нужной панели (см. рис. 1.5). Убрать любую панель с экрана можно еще и посредством контекстного меню, которое вызывается щелчком правой кнопки мыши в любом месте панели (например, на любой кнопке). В контекстном меню следует выбрать пункт **Hide** (Скрыть). Кроме того, если панель *плавающая*, т. е. не прикреплена к основному окну (как, например, все панели на рис. 1.8), то ее можно отключить кнопкой закрытия окна (на рис. 1.8, *a*) указатель мыши наведен на эту кнопку панели **Math** (Математика)).

Математические панели, в отличие от основных, можно вызвать или скрыть нажатием соответствующей кнопки панели **Math** (Математика). Присутствие или отсутствие математических панелей показано в виде нажатой (или отжатой) соответствующей кнопки (см. рис. 1.3, 1.4 или 1.8).

## Создание плавающих панелей

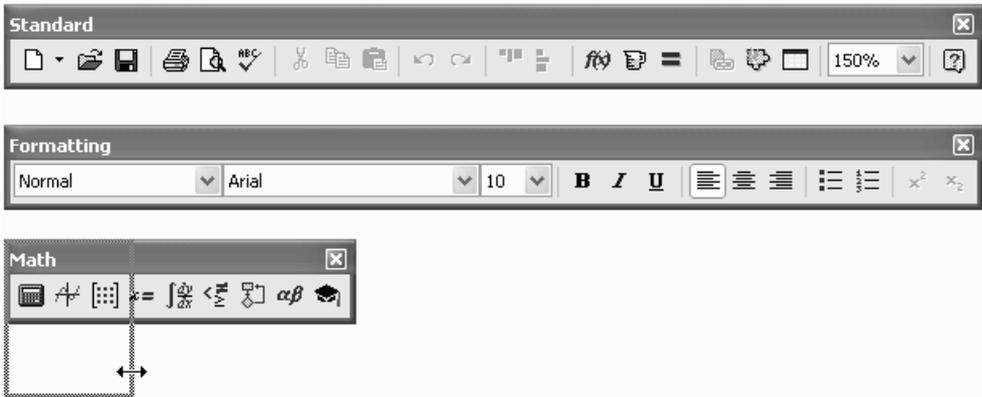
Чтобы открепить любую из панелей от границ окна Mathcad:

1. Поместите указатель мыши над первым или последним разделителем панели (первый разделитель имеет характерный объемный вид, а последний — обычный).
2. Нажмите и удерживайте левую кнопку мыши — вы увидите характерный профиль очертаний панели.
3. Не отпуская кнопку, перетащите панель (для чего переместите указатель мыши в любое место экрана, ориентируясь на перемещение профиля панели).
4. Отпустите кнопку мыши — панель станет плавающей и переместится туда, где находился ее профиль.

Результат перетаскивания основных панелей показан на рис. 1.9. Обратите внимание, что у плавающих панелей инструментов появляется заголовок с названием панели. Чтобы снова прикрепить панель к окну, перетащите ее за этот заголовок к границе окна. При подведении панели на некоторое расстояние к границе можно увидеть, что панель "притягивается" ею. Следует отпустить в этот момент кнопку мыши, и панель перестанет быть плавающей. Можно прикреплять панели не только к строке меню в верхней части окна, а к любой его границе.

### Примечание

Большинство математических панелей могут быть только плавающими.



**Рис. 1.9.** Изменение расположения и размера панелей инструментов

Имеется также и более простой способ открепить панель от границ окна Mathcad. Для этого просто щелкните дважды на ее первом или последнем разделителе. Чтобы прикрепить панель к окну, достаточно двойного щелчка на ее заголовке.

## Перемещение панелей по экрану

Чтобы перемещать панели инструментов по экрану, необходимо предварительно сделать их плавающими. Плавающую панель легко поместить в любое место экрана ее перетаскиванием.

### **Примечание**

Переместить панель в любое место экрана можно, даже если основное окно Mathcad не развернуто во весь экран, а занимает только его часть.

Прикрепленные панели перемещайте вдоль границ окна, буксируя их мышью за крайние разделители. Таким способом удобно располагать несколько панелей инструментов в одну вертикальную или горизонтальную строку.

Чтобы изменить форму плавающей панели, т. е. выстроить кнопки на ней в другое соотношение рядов и столбцов, поместите указатель мыши на границу панели и, когда он приобретет характерную форму (рис. 1.9), нажмите левую кнопку мыши и перетащите при нажатой кнопке указатель, ориентируясь на изменяющуюся форму контура панели. Когда вы отпустите кнопку мыши, размеры панели изменятся.

## Настройка состава основных панелей

Настройка означает изменение количества и состава кнопок на любой из трех основных панелей: **Standard** (Стандартная), **Formatting** (Форматирование) и **Math** (Математика). Она, например, полезна, если требуется убрать редко используемые кнопки, чтобы не загромождать экран (в особенности, если его невысокое разрешение вынуждает пользователя экономить место). Для изменения состава кнопок на панели вызовите щелчком правой кнопкой мыши в любом ее месте (но не на заголовке) контекстное меню и выберите в нем пункт **Customize** (Настроить). Появится диалоговое окно **Customize Toolbar** (Настройка панели инструментов), в котором имеются два списка — в левом перечислены отсутствующие кнопки, а в правом — кнопки, которые присутствуют в данный момент на панели (рис. 1.10).

Чтобы убрать кнопку (или разделитель кнопок) с панели инструментов, выделите ее имя в правом списке и затем нажмите кнопку **Remove** (Удалить) в диалоговом окне (на нее наведен указатель мыши на рис. 1.10). Чтобы добавить новую кнопку, выделите ее имя в левом списке и нажмите **Add** (Добавить). Для изменения порядка расположения на панели той или иной кнопки выделите ее в правом списке и перемещайте в нужную сторону, нажимая кнопки **Move Up** (Вверх) или **Move Down** (Вниз).

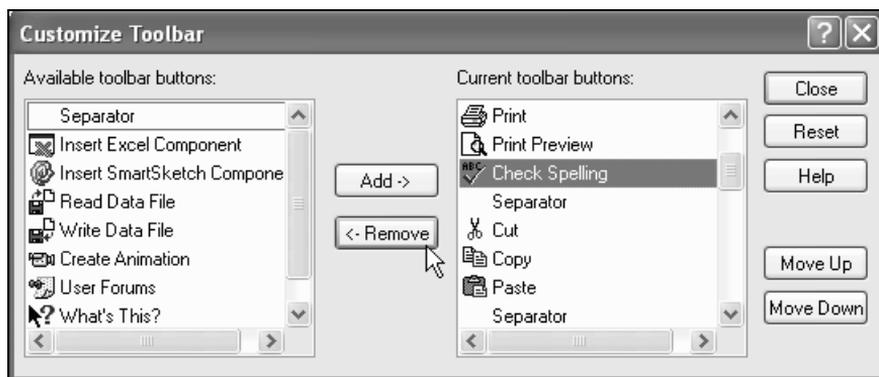


Рис. 1.10. Настройка состава панели инструментов

Подтвердить сделанную настройку панели можно нажатием кнопки **Close** (Закреть) или кнопки закрытия диалогового окна, а вернуться к прежнему составу панели — с помощью кнопки **Reset** (Сброс).

### 1.3.4. Рабочая область

Большую часть окна Mathcad занимает *рабочая область*, в которую пользователь вводит математические выражения, текстовые поля и элементы программирования. Важно уметь настроить рабочую область для работы, чтобы хорошо ориентироваться в документе.

#### Курсор ввода

На некоторых рисунках этой главы (см., например, рис. 1.5) виден *курсор* ввода в виде небольшого крестика (на дисплее он имеет красный цвет). С его помощью отмечается незаполненное место в документе, куда в текущий момент можно вводить формулы или текст. Чтобы переместить курсор, достаточно щелкнуть указателем мыши в требуемом месте либо передвинуть его клавишами-стрелками. Если выполнить щелчок в области формулы или начать ввод выражения на пустом месте, вместо курсора появятся линии редактирования, отмечающие место в формуле или тексте, редактируемое в данный момент (см. рис. 1.3).

#### *Примечание*

Применение курсора ввода и приемов редактирования документов будет подробно рассмотрено в *главе 2*.

#### Вид документа

Документ Mathcad строится по принципу размещения формул и текста в рабочей области, которая изначально является подобием чистого листа. Чтобы показать или скрыть расположение регионов с математическими выражениями, текстом или графиками, имеется возможность включить опцию показа границ регионов. Делается это с помощью главного меню **View | Regions** (Вид | Регионы). Если эта опция включена, документ выглядит так, как показано на рис. 1.11 (см. рис. 1.4 для сравнения).

Присмотревшись к рис. 1.12 и некоторым другим рисункам этой главы, вы обнаружите в правой части рабочей области вертикальную линию раздела страниц. Если документ большой, то в некотором месте будет наблюдаться и прерывистая горизонтальная линия раздела страниц. Эти линии показывают, каким образом будет осуществлено разбиение на страницы при распечатке документа на принтере. Изменить параметры страницы можно с помощью команды **File | Page Setup** (Файл | Параметры страницы).

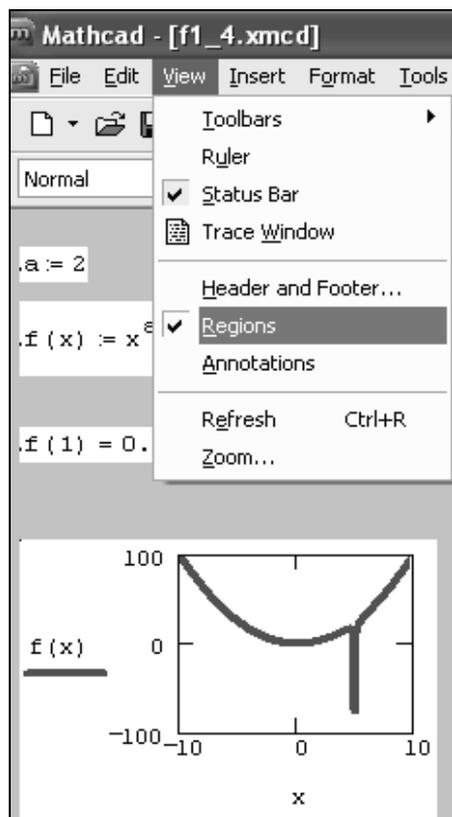


Рис. 1.11. Вид документа с выделенными границами регионов

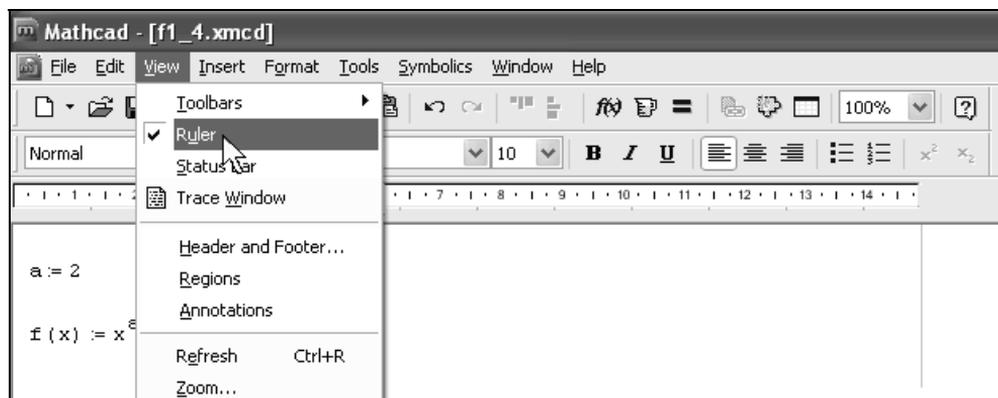


Рис. 1.12. Вызов линейки

Ориентироваться в размещении объектов на странице документа помогает горизонтальная линейка, расположенная под панелями инструментов в верхней части окна Mathcad (рис. 1.12). Линейку можно вызвать на экран с помощью команды **View | Ruler** (Вид | Линейка).

## Перемещение по документу

Просматривать документ вверх-вниз и вправо влево удобно с помощью вертикальной и горизонтальной *полос прокрутки*, перемещая их бегунки (в этом случае обеспечивается плавное перемещение вдоль документа) или щелкая мышью с одной из двух сторон бегунка (при этом перемещение по документу будет скачкообразным). Также для перемещения курсора по документу можно использовать клавиши листания страниц <PgUp> и <PgDn>. Обратите внимание, что во всех перечисленных случаях положение курсора не меняется, а просто просматривается содержание документа. Кроме того, если документ имеет большой размер, просматривать его содержимое удобно при помощи меню **Edit | Go to Page** (Правка | Перейти к странице). При выборе этого пункта откроется диалог, позволяющий перейти к странице с заданным номером.

Для того чтобы двигаться по документу вверх-вниз и вправо влево, перемещая курсор, следует нажимать на соответствующие клавиши управления курсором. Попадая в область регионов с формулами и текстом, курсор превращается в две *линии ввода* — вертикальную и горизонтальную синего цвета. При дальнейшем перемещении курсора внутри региона линии ввода смещаются на один символ в соответствующую сторону. При выходе за пределы региона курсор снова становится курсором ввода в виде красного крестика.

Конечно, переместить курсор можно и щелчком мыши в соответствующем месте. Если щелкнуть на пустом месте, то в нем появится курсор ввода, а если в пределах региона — то линии ввода.

## Изменение масштаба

Изменение масштаба документа не влияет на его содержание, а просто определяет размер букв и графики, отображаемых на экране.

Для того чтобы изменить масштаб изображения, войдите в соответствующее поле на панели инструментов **Standard** (Стандартная), которое отмечено указателем мыши на рис. 1.13. Щелчок мыши на этом поле приводит к появлению списка возможных масштабов от 25 до 200%. Значение 100% соответствует размеру страницы документа, который получится при его распечатке. Сравните рис. 1.13 и 1.14, на которых один и тот же документ представлен при разном увеличении.

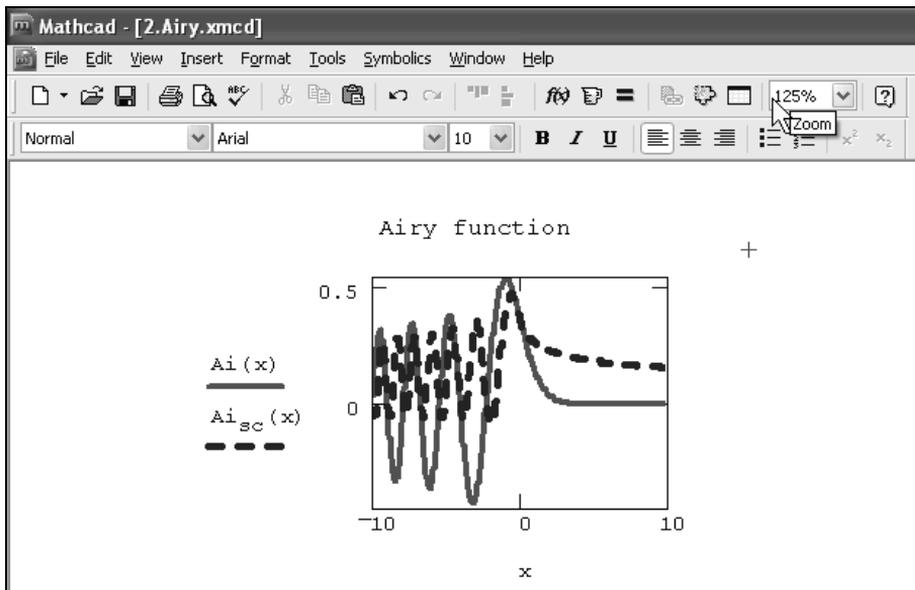


Рис. 1.13. Изменение масштаба отображения документа

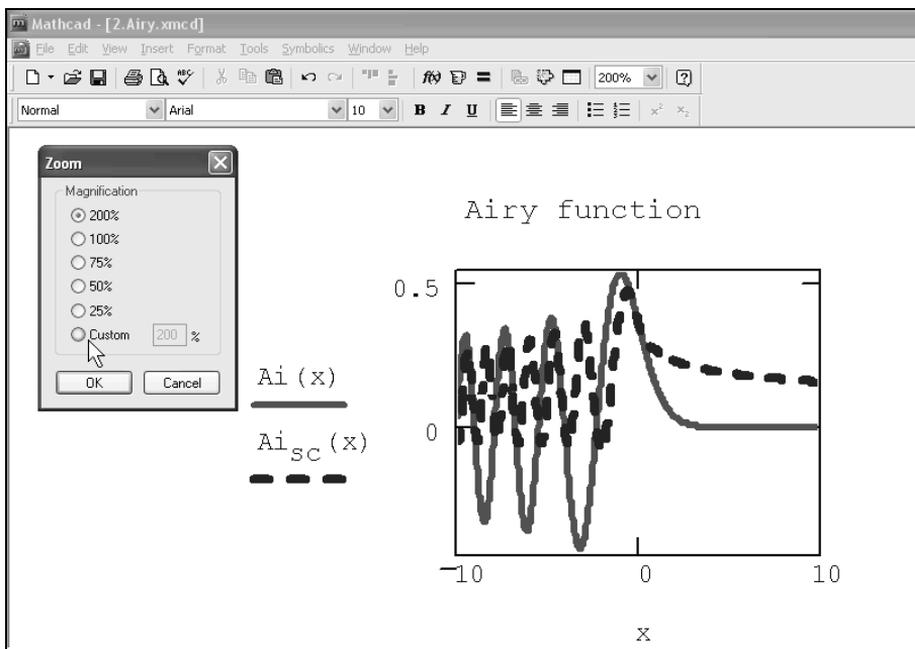


Рис. 1.14. Диалоговое окно выбора масштаба

Чтобы выбрать другое значение масштаба отображения документа, необходимо выполнить команду **View | Zoom** (Вид | Масштаб). В этом случае появляется диалоговое окно **Zoom** (Масштаб) управления масштабом (рис. 1.14), в котором можно выбрать один из переключателей с желаемым значением масштаба. Для задания значения вручную выберите переключатель **Custom** (Другой) и в открывшемся текстовом поле введите нужное число (в процентах от реального масштаба страницы). Для подтверждения проделанных изменений нажмите кнопку **ОК**.

## Многооконный режим редактирования

Все предыдущие рисунки были примерами одного документа, развернутого во все пространство окна Mathcad. Однако допускается одновременно держать на экране и редактировать сразу несколько документов. Их можно расположить на экране в любом порядке. Для этого, открыв меню **Window** (Окно), следует выбрать в нем один из пунктов: **Cascade** (Расположить каскадом), **Tile Horizontal** (Горизонтальная мозаика), **Tile Vertical** (Вертикальная мозаика).

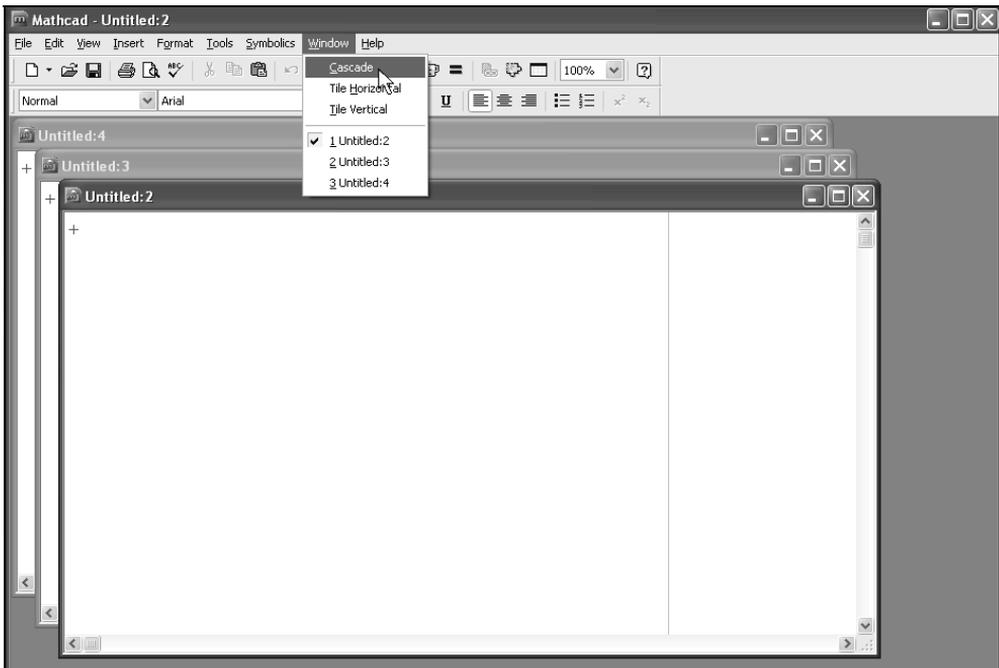


Рис. 1.15. Расположение документов каскадом

В результате все окна будут расположены на экране в пределах окна либо каскадом друг за другом, либо вертикально или горизонтально так, чтобы они не перекрывались (рис. 1.15—1.17).

Обратите внимание, что в окне каждого документа расположен свой курсор (курсор ввода или линии редактирования, в зависимости от места в документе). Кроме того, для каждого документа легко включить либо отключить линейку, задать свой масштаб (как это сделано на рис. 1.17), или установить опцию отображения границ регионов. В каждый момент времени допускается редактирование только одного документа. Заголовок окна активного документа выделен более ярким цветом. Окно документа активизируется либо щелчком мыши в его пределах, либо выбором его имени в выпадающем меню **Window** (Окно). Имена открытых документов расположены в нижней части меню **Window** (Окно), а имя активного документа отмечено флажком.

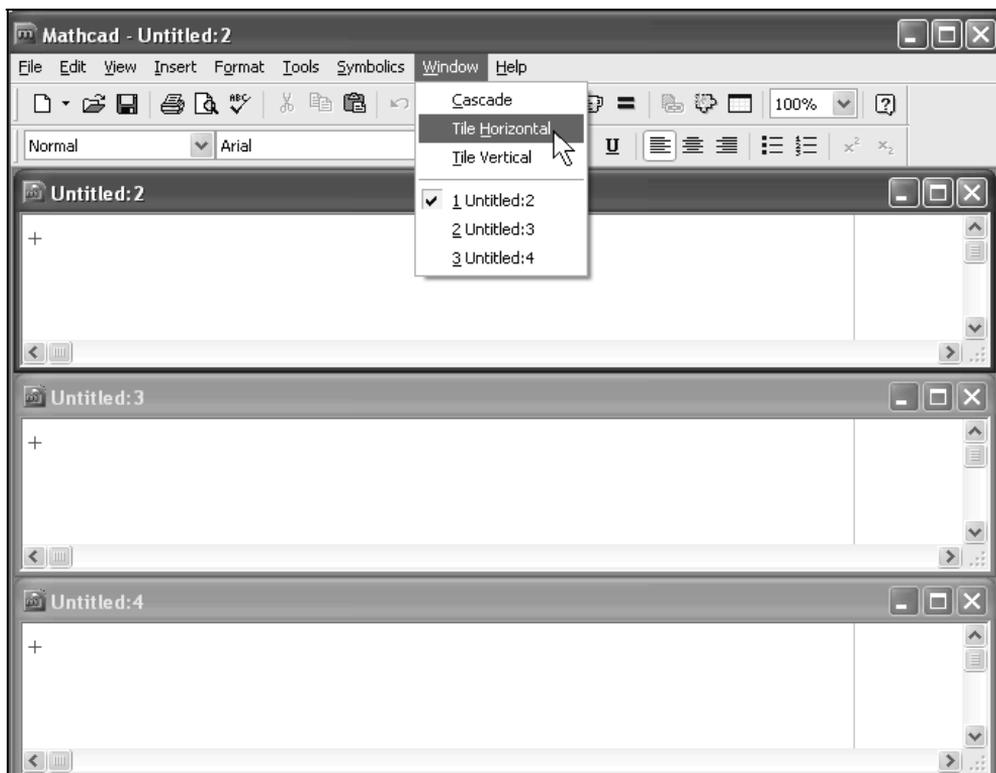


Рис. 1.16. Расположение документов по горизонтали

Разместив несколько документов на экране, можно менять положение и размер каждого из них, перетаскивая их окна за заголовок и перемещая линии их границ.

### **Примечание**

В многооконном режиме удобно копировать объекты из одного документа в другой с помощью техники перетаскивания (Drag-and-Drop). Для этого достаточно ухватить объект указателем, используя левую кнопку мыши, за его границу и буксировать его в окно другого документа, не отпуская кнопку мыши (рис. 1.17).

В многооконном режиме любой документ можно закрыть или развернуть во весь экран с помощью кнопок управления окном в его правом верхнем углу. Когда окно документа развернуто, кнопки управления его окном помещаются в область верхнего меню, а переход между различными документами осуществляется только через меню **Window** (Окно).

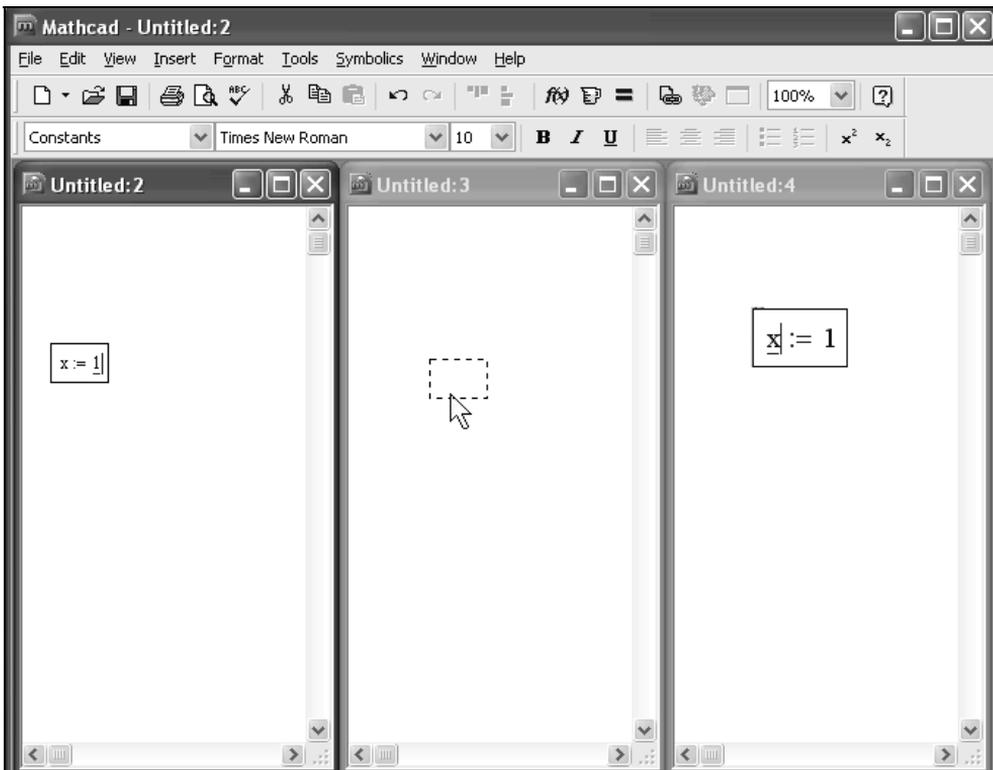


Рис. 1.17. Расположение документов по вертикали

### 1.3.5. Строка состояния

В нижней части окна Mathcad, под горизонтальной полосой прокрутки, на большинстве рисунков этой главы видна *строка (линия) состояния*. На ней отображается основная информация о режиме редактирования (рис. 1.18), разграниченная разделителями (слева направо):

- контекстно-зависимая подсказка о готовящемся действии;
- режим вычислений: автоматический (**AUTO**) или задаваемый вручную (**Calc F9**);
- текущий режим раскладки клавиатуры **CAP**;
- текущий режим раскладки клавиатуры **NUM**;
- номер страницы, на которой находится курсор.



Рис. 1.18. Строка состояния

Чтобы показать или скрыть строку состояния, выполните команду **View | Status Bar** (Вид | Строка состояния).

## 1.4. Справочная информация

Вместе с пакетом Mathcad поставляется большое количество дополнительной информации, выполненной в различных форматах. Помимо стандартной справочной системы (характерной для типичных компьютерных программ), имеется ряд интерактивных коллекций документов, оформленных в виде электронных книг. С их помощью можно получать самую разнообразную справочную информацию, а также использовать ее для компоновки собственных расчетов.

### ⑫ **Примечание**

Для новых версий Mathcad 12 и 13 разработчики существенно переработали и улучшили справочную систему, немного изменив ее интерфейс и пересмотрев и дополнив содержание.

### 1.4.1. Доступ к справочной информации

Перечислим сначала состав источников справочной информации, доступ к которым осуществляется через меню **Help** (Справка).

□ Справочные системы по вопросам использования Mathcad:

- **Mathcad Help** (Справка) — система *справки*, или *технической поддержки*;
- **What's This** (Что это такое?) — контекстно-зависимая интерактивная справка;
- **Developer's Reference** (Руководство разработчика) — дополнительные главы справки для разработчиков собственных самостоятельных приложений на языке Mathcad;
- **Author's Reference** (Справка для авторов) — дополнительные главы справки для авторов, разрабатывающих собственные электронные книги Mathcad.

□ Ресурсы Mathcad — дополнительные материалы, организованные в специфическом формате электронных книг Mathcad с решением множества математических примеров:

- **Tutorials** (Учебники) — библиотека электронных книг Mathcad с примерами, которые построены в форме обучающих курсов (от учебника для начинающих пользователей до учебника, адресованного математикам-профессионалам);
- **QuickSheets** (Быстрые шпаргалки) — большое количество документов Mathcad, организованных в виде электронной книги, которые удобно использовать в качестве шаблона для собственных расчетов;
- **Reference Tables** (Справочный стол) — физические и инженерные таблицы, включающие перечни фундаментальных констант, единиц измерения величин, сводку разнообразных параметров веществ и т. п.;
- **E-Books** (Электронные книги) — доступ к существующим библиотекам документов пользователя, примерам, а также встроенным электронным книгам, посвященным расширениям Mathcad.

#### **Примечание**

Возможности ресурсов Mathcad рассматриваются ниже (см. разд. 1.4.3 и 1.4.4). Там же рассмотрены дополнительные пути получения справочной информации — через Интернет, от сообщества пользователей Mathcad и его разработчиков. Техника создания электронных книг пользователя изложена в последней части этой книги (см. разд. 13.4)

Кроме поименованных, меню **Help** (Справка) содержит следующие пункты.

❑ **Mathcad в сети Интернет:**

- **User Forums** (Форумы) — подключение к специальному интернет-сервису компании MathSoft, дающему возможность пользователям Mathcad общаться между собой, обмениваться программами и получать советы (как друг от друга, так и от разработчиков);
- **Mathcad.com** — переход на официальный сайт приложения Mathcad;
- **Mathcad Update** (Обновление Mathcad) — проверка сайта фирмы MathSoft на наличие обновлений Mathcad 13.

❑ **About Mathcad** (О программе) — вывод информационного окна со сведениями о текущей версии Mathcad и его разработчиках.

❑ **Register Mathcad** (Регистрация Mathcad) — подключение к серверу Mathsoft для регистрации копии программы (что дает, в частности, право полноценного участия в форумах пользователей).

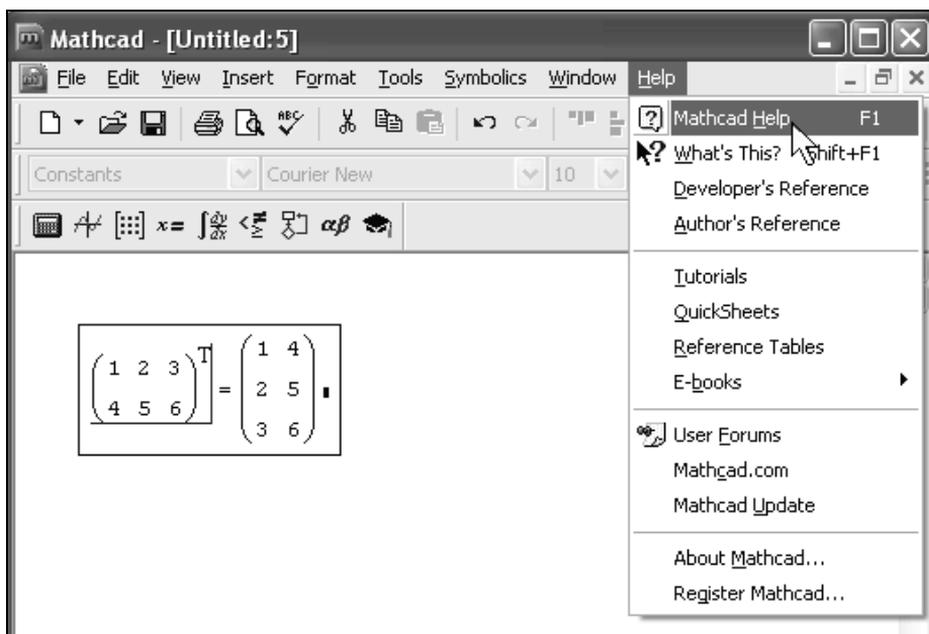


Рис. 1.19. Меню Help

## 1.4.2. Стандартная справочная ситема

Если в какой-либо момент работы с Mathcad вам потребовалась помощь, выберите **Help | Mathcad Help** (Справка | Справка по Mathcad), либо нажмите клавишу <F1>, либо кнопку **Help** (Справка) со знаком вопроса на стандартной панели инструментов. Справка в Mathcad является контекстно-зависимой, т. е. ее содержание определяется тем, на каком месте документа она вызвана. Например, на рис. 1.19 курсор (линии ввода) указывает в редактируемом документе на оператор транспонирования матрицы. Поэтому вызов справки приведет к загрузке окна **Mathcad Help** (Справка по Mathcad), открытого на месте описания операции транспонирования матриц (рис. 1.20).

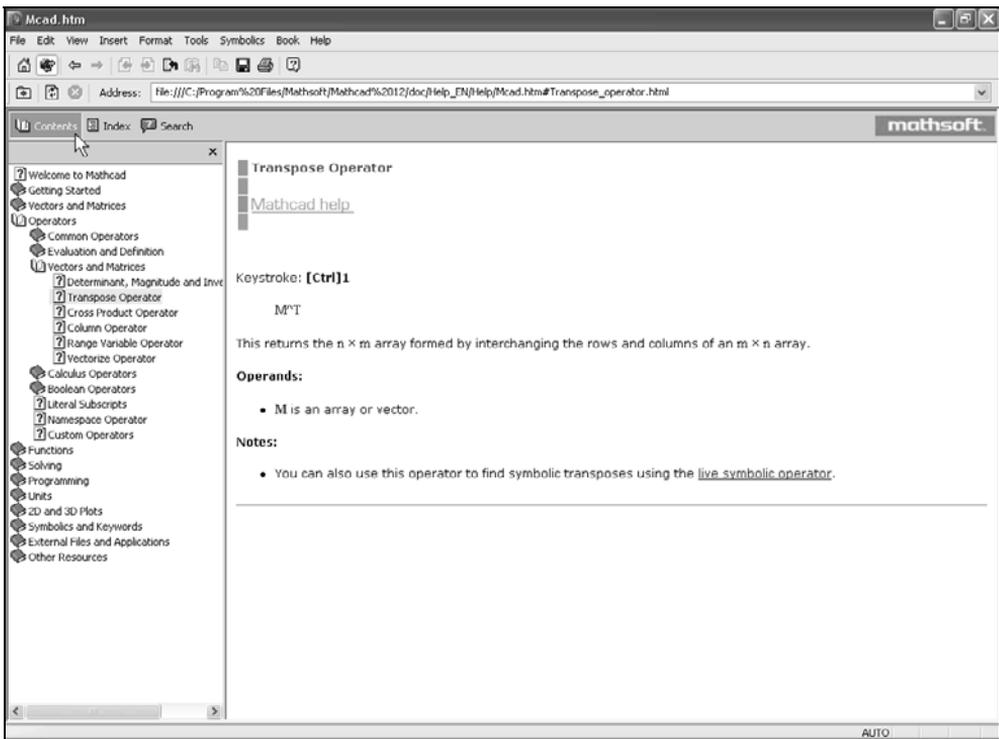


Рис. 1.20. Окно справочной системы Mathcad

В тексте статей часто встречаются кнопки **QuickSheet Example** (Пример из шпаргалок), вызывающие образец из ресурсов Mathcad, связанный с содержанием справочной статьи (например, внизу на рис. 1.22). Нажатие такой

кнопки приведет к переходу к электронной книге **Mathcad Resource** с примером расчетов, *относящихся* к теме раздела справочной системы.

В левой части окна на вкладке **Contents** (Содержание) изначально перечислены только основные главы справочной системы, снабженные значком в виде закрытой книжки (рис. 1.20). Подзаголовки раскрываются с помощью двойного щелчка на названии нужной главы. При этом значок меняется на раскрытую книжку, а подзаголовки выводятся в сопровождении значков в виде вопросительного знака. Щелчок на любом из подзаголовков выводит соответствующую статью справки справа.

Статей гораздо больше, чем подзаголовков в содержании, для вывода большинства из них на экран потребуется один-два перехода по гиперссылкам. Кроме того, довольно мощное средство поиска статей на сходную тему — это кнопка **Related Topics** (Близкие статьи), пример работы которой показан на рис. 1.21. Нажатие этой кнопки вызывает появление всплывающего меню с перечнем справочных статей близкой тематики. Чтобы перейти к какой-либо статье, достаточно щелкнуть на желаемом элементе списка.

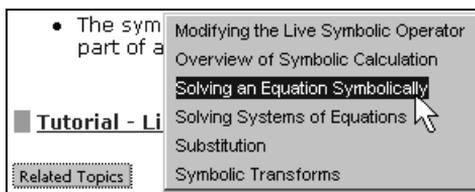


Рис. 1.21. Поиск близких по смыслу справочных статей

В левой части окна **Mathcad Help** (Справка по Mathcad) отображается содержимое одной из трех вкладок:

- Contents** (Содержание) — вывод названий статей в рассмотренном смысловом порядке по главам и подзаголовкам;
- Index** (Указатель) — перечень названий справочных статей в алфавитном порядке (рис. 1.22);
- Search** (Поиск) — поиск статей справки по ключевым словам или фразам.

В частности, при использовании вкладки **Index** (Указатель) следует либо выбрать искомую статью из нижнего списка, либо ввести несколько первых букв в текстовое поле **Type in the keyword to find** (Введите ключевое слово

для поиска). Для перехода к содержимому справки требуется щелкнуть на элементе списка. После этого либо статья появится справа, либо будет выведено уже известное всплывающее меню (как на рис. 1.22), позволяющее выбрать нужную справочную статью.

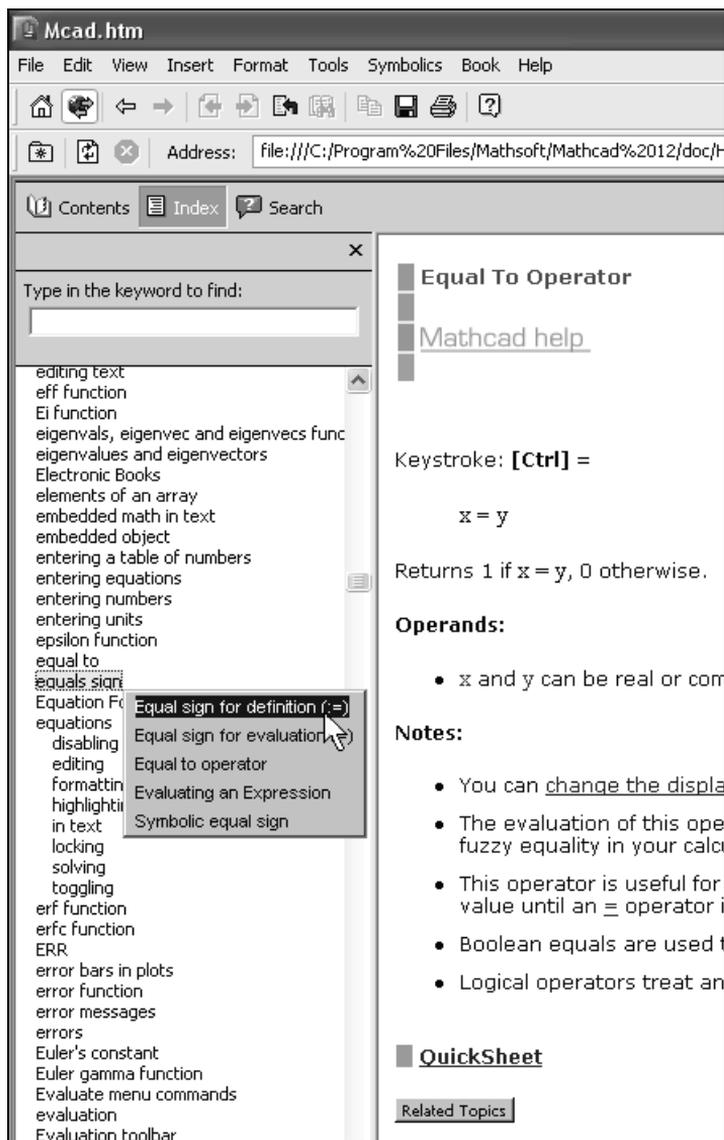


Рис. 1.22. Указатель справочных статей

### 11 **Примечание**

Помимо описанной стандартной справочной системы, построенной в гипертекстовом виде, Mathcad комплектуется также более полным руководством пользователя в формате PDF. Для возможности его чтения на вашем компьютере должно быть установлено специальное приложение — Adobe Acrobat Reader, которое можно бесплатно загрузить с сервера производителя. Доступ к PDF-версии руководства пользователя осуществляется через главное меню Windows, т. е. кнопку **Start** (Пуск). Следует отыскать в разделе **Programs** (Программы) главного меню группу программ компании MathSoft и выбрать пункт **Mathcad User Guide**.

## 1.4.3. Ресурсы Mathcad

*Ресурсы* (Resources) — это несколько встроенных электронных книг, входящих в пакет Mathcad 13. Они представляют собой сборник примеров решения различных математических, физических и инженерных задач как с помощью Mathcad 13, так и в комбинации его с другими приложениями (Axum, Excel, Matlab и т. д.), обеспечивая:

- справочную информацию по возможностям Mathcad;
- полноценную интерактивную справочную и обучающую среду по математике, совмещенную с реальными расчетами;
- возможность вставки фрагментов из ресурсов Mathcad в документы с тем, чтобы облегчить вам вставку формул и избежать многих ошибок.

Ресурсы включают в себя несколько электронных книг:

- Tutorials** (Учебники) — библиотека электронных книг Mathcad с примерами, которые построены в форме обучающих курсов (от учебника для начинающих пользователей до учебника, адресованного математикам-профессионалам);
- QuickSheets** (Быстрые шпаргалки, или просто шпаргалки) — большое число документов Mathcad, организованных в виде электронной книги, которые удобно использовать в качестве шаблона для собственных расчетов;
- Reference Tables** (Справочный стол) — физические и инженерные таблицы, включающие перечни фундаментальных констант, единиц измерения величин, сводку разнообразных параметров веществ и т. п.;
- User's Guide** (Руководство пользователя) — руководство пользователя Mathcad;

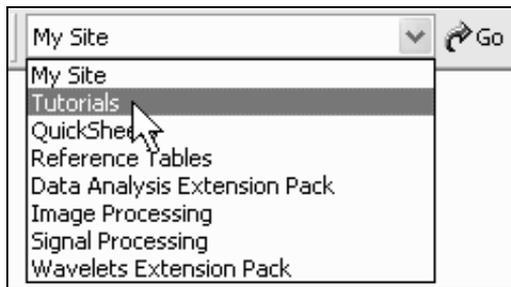
- ❑ **Release Notes** (Замечания) — комментарии к текущей версии Mathcad;
- ❑ **E-Books** (Электронные книги) — дополнительные библиотеки документов, приобретенные у производителя Mathcad, а также разработанные самими пользователями.

### **Примечание**

Помните, что ресурсы — вовсе не единственные электронные книги. Производитель Mathcad, помимо них, предлагает целый спектр электронных книг и пакетов расширения. Кроме того, вы можете оформить расчеты в Mathcad в виде собственной электронной книги (см. разд. 13.4.2).

Рассмотрим основные приемы работы со встроенными ресурсами Mathcad.

Чтобы вызвать один из них на экран, воспользуйтесь верхним меню **Help** (Справка), выбрав в нем один из трех пунктов: **Tutorials** (Учебники), **QuickSheets** (Быстрые шпаргалки) или **Reference Tables** (Справочный стол). Альтернативный вариант заключается в выборе одного из тех же трех элементов в списке панели инструментов **Resources** (Ресурсы), как это показано на рис. 1.23.



**Рис. 1.23.** Вызов ресурсов с помощью панели **Resources**

В результате откроется новое окно выбранной электронной книги ресурсов, в которое будет загружена его домашняя страница. В нашем примере открывается окно **Tutorials** (Учебники) (рис. 1.24).

Ресурсы, как и другие электронные книги Mathcad, открываются в собственном окне, снабженном специфическими элементами управления и имеющем много общего со стандартным строением окна браузера. Интерфейс окна управления ресурсами интуитивен и, скорее всего, не потребует специальных знаний для работы с ним.

### Примечание

Если вы все-таки испытываете трудности при просмотре ресурсов, обратитесь для справки к разделу, посвященному работе с электронными книгами Mathcad (см. разд. 13.4.1).

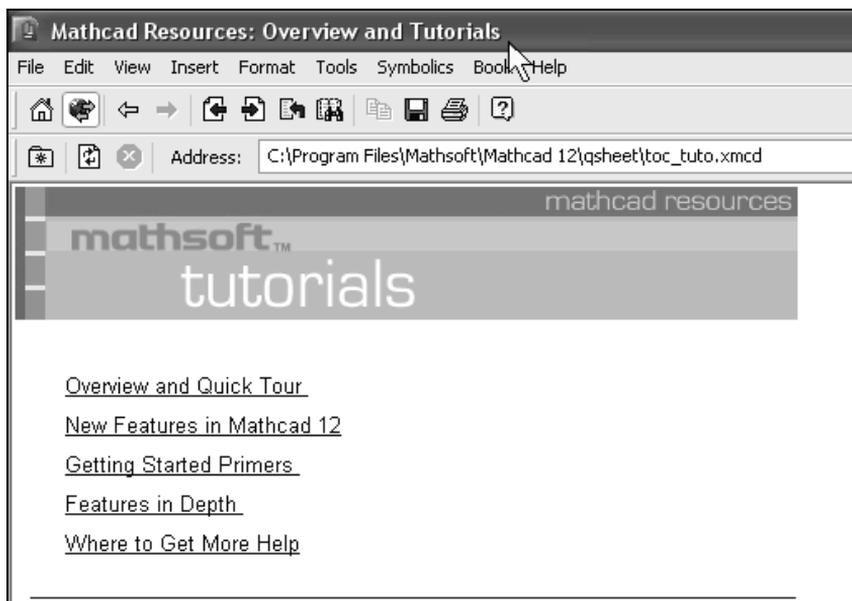


Рис. 1.24. Окно электронной книги ресурсов

Осуществлять навигацию по содержимому окна ресурсов (рис. 1.24) не сложнее, чем просматривать документы в интернет-браузерах. При наведении на гиперссылку курсор меняет вид на значок с изображением руки, и далее, щелкая мышью на той или иной гиперссылке, вы осуществляете переход на соответствующую страницу ресурсов. Для быстрого перехода на недавно просмотренные страницы ресурсов, предыдущие и последующие главы, домашнюю страницу, а также для поиска служат соответствующие кнопки на панели навигации, которые имеют стандартный вид.

При просмотре страниц ресурсов следует помнить лишь о том, что помимо собственно просмотра текста и графики производятся расчеты, совершенно аналогичные расчетам в Mathcad. Поэтому (особенно, если производительность вашего компьютера не слишком высока) на вычисления может затрачиваться некоторое время. Компенсацией временных затрат служит интерактивность, т. е. возможность пользователя менять любые числовые параметры

прямо на странице ресурсов и сразу наблюдать изменения, происходящие с результатом расчетов. Кроме того, можно выделить фрагмент из нужной страницы ресурсов, скопировать его в буфер обмена нажатием комбинации клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{C} \rangle$  и, переключившись в окно Mathcad, вставить его в документ при помощи комбинации клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{V} \rangle$  или соответствующей кнопки на панели инструментов **Standard** (Стандартная).

### **Совет**

Когда вы приступаете к новым для вас расчетам, не поленитесь найти соответствующий пример в ресурсах. Возможно, что небольшое время, которое вы потратите на поиск нужной страницы, будет с лихвой компенсировано временем, сэкономленным заменой ввода формул с клавиатуры копированием фрагмента из ресурсов. Кроме того, использование уже имеющихся в нем отлаженных расчетов позволит избежать возможных ошибок при вводе формул.

## **1.4.4. Путеводитель по ресурсам Mathcad**

Ресурсы содержат очень большое количество информации, пополняемой от одной версии Mathcad к другой. Практически по любому разделу математики и любому методу решения той или иной задачи в Mathcad можно найти справочные сведения в ресурсах. Перечислим в сжатой форме некоторые главы, имеющиеся в ресурсах. Строение данного раздела полностью повторяет строение самих ресурсов и, как надеется автор, поможет читателю лучше в нем ориентироваться.

### **Учебники**

В самом первом ресурсе собраны примеры по применению Mathcad для математических расчетов, информация по основным возможностям системы, базовые приемы работы с редактором, в том числе оформленные в виде электронных учебников.

### **Быстрый обзор Mathcad**

В этой главе ресурсов вы найдете основные сведения о системе Mathcad и сможете шаг за шагом просмотреть, как реализованы его главные возможности.

### **Новые возможности Mathcad 13**

В данной главе ресурсов вы найдете основные сведения о новых опциях, появившихся в Mathcad 13. Если вы давний пользователь Mathcad и уже имели дело с его прежними версиями, вам интересно будет познакомиться с реальными примерами использования новых возможностей 13-й версии.

## Учебник для начинающих

Очень полезный интерактивный учебник, который шаг за шагом покажет все возможности Mathcad, без знания которых трудно проводить какие бы то ни было расчеты.

**Mathcad Resources: Primers**

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Book Help

Address: C:\Program Files\Mathsoft\Mathcad 12\qsheet\tutorial\primers\tu\_08a.xmcd

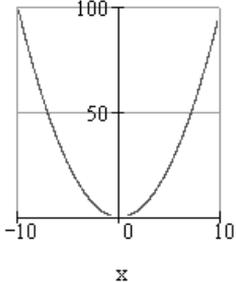
**Example**

$\log(1000) = 3$

The number 1000 is the *argument* to the log function.

In this graph,  $x$  is the *x-axis argument*, and  $x^2$  is the *y-axis argument*.

A *placeholder* is a small black rectangle in which you insert arguments for functions or graphs, in this case.



**Practice**

**Creating a 2D QuickPlot from an Expression or a Function**

1. Type:  $-4x+3$       See:

Without removing your cursor from this math region, select **Graph > X-Y Plot** from the **Insert** menu. In the **placeholder** on the x-axis, where your cursor is, type:

$x$

Then click outside the plot region to see the plot.

Try it!

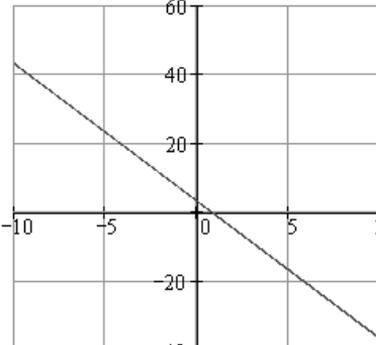


Рис. 1.25. Одна из страниц **Getting Started Tutorial**, посвященная созданию графиков

Например, первая статья **Getting Around the Recourses Window** (Краткий обзор окна ресурсов) даст вам самое первое представление о приемах работы с электронными книгами ресурсов, вторая статья **Mathcad Toolbars** (Панели инструментов) расскажет о применении панелей инструментов, статья **Creating Graphs** (Создание графиков) (рис. 1.25) научит строить разнообразные графики и т. д.

Следующие главы рассчитаны на пользователя, который уже овладел основами работы с редактором Mathcad и желает познакомиться с тем, как в Mathcad решаются более конкретные задачи математики.

### **Расширенные возможности**

Это более объемный учебник, рассчитанный на пользователей, хорошо знающих математику и применяющих Mathcad для решения сложных задач. Здесь вы найдете рецепты использования большинства самых важных встроенных функций, примеры построения двумерных и трехмерных графиков, особенности анализа данных и многое другое.

### **Как получить дополнительную справку**

Информация о способах получения дополнительной справки.

### **Быстрые шпаргалки (*QuickSheets*)**

Самая полезная часть ресурсов сосредоточена в **QuickSheets** (Быстрые шпаргалки). Если вы приступаете к решению той или иной задачи, то часто бывает нелишне посмотреть, как похожие задачи решены профессионалами. Вполне возможно, что вы найдете в **QuickSheets** (Быстрые шпаргалки) пример, настолько похожий на ваш, что останется лишь скопировать часть страницы ресурсов и поменять в ней несколько параметров.

Кратко перечислим содержание шпаргалок, напомнив читателю, что некоторые из глав шпаргалок содержат десятки практических примеров использования большинства встроенных функций и прочих возможностей Mathcad:

- About QuickSheets** (О шпаргалках) — справочная информация по использованию шпаргалок;
- Vectors and Matrices** (Векторы и матрицы);
- Solving Equations** (Решение уравнений);
- Graphing and Visualization** (Построение графиков и визуализация данных);

- ❑ **Calculus and Differential Equations** (Исчисление и дифференциальные уравнения);
- ❑ **Engineering Applications** (Инженерные приложения);
- ❑ **Mathcad Techniques** (Технические приемы);
- ❑ **Data Analysis** (Анализ данных);
- ❑ **Statistics** (Статистика);
- ❑ **Using Mathcad with Other Applications** (Mathcad и другие приложения);
- ❑ **Symbolic Math** (Символьная математика);
- ❑ **Programming** (Программирование);
- ❑ **Extra Math Symbols** (Дополнительные математические символы).

## **Справочный стол (*Reference Tables*)**

**Reference Tables** (Справочный стол) включает самую разную справочную информацию из области математики, физики, химии (оглавление справочного стола показано на рис. 1.26, а начало одной из множества его таблиц — на рис. 1.27).

Как справочная система, так и ресурсы Mathcad представляют собой не просто статьи и примеры с описанием его возможностей. Они могут быть названы полноправными учебными пособиями по нескольким курсам высшей математики (в случае ресурсов, к тому же, еще и интерактивными). Там освещены и основные определения, и математический смысл многих операций, и алгоритмы численных методов. Причем, на взгляд автора, некоторые из тем объяснены лучше, чем где бы то ни было. Если вы в достаточной степени владеете английским языком, обязательно ознакомьтесь с ресурсами Mathcad.

### **1.4.5. Дополнительные электронные книги и пакеты расширения**

*Электронные книги* — это коллекции документов Mathcad-вычислений, как правило, снабженных гиперссылками и интерактивными примерами расчетов в Mathcad. Каждая страница электронной книги — это полноценный документ Mathcad с реально действующими расчетами и возможностью изменения чисел и параметров. В отличие от обычных документов, электронные книги имеют содержание, предметный указатель и развитую систему навигации, реализованную гиперссылками.

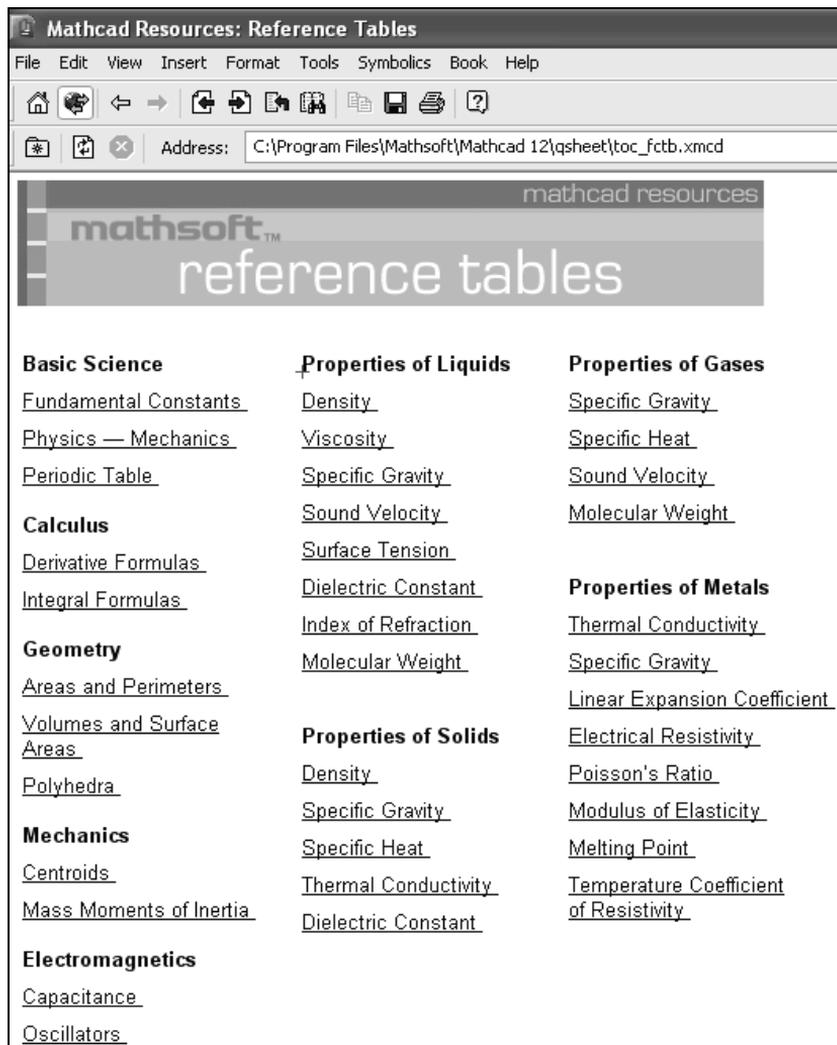


Рис. 1.26. Домашняя страница **Reference Tables** (с его оглавлением)

В предыдущих разделах мы познакомились с типичными примерами электронных книг — ресурсами Mathcad. Однако, помимо центра ресурсов, компания MathSoft предлагает целую коллекцию электронных книг, посвященных различным областям математики и техническим приложениям. Информацию об ассортименте электронных книг и порядке их приобретения вы найдете на сервере Mathcad <http://www.mathcad.com>.

**Mathcad Resources: Table of Derivative Formulas**

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Book Help

Address: C:\Program Files\Mathsoft\Mathcad 12\qsheet\references\calculus\m23\_01.xmcd

CALCULUS REFERENCE FORMULAS

reference tables

**Table of Derivative Formulas**

**Constant Multiple Rule**  $\frac{d}{dx}(c \cdot f(x)) = c \cdot \frac{d}{dx}f(x)$

**Power Rule**  $\frac{d}{dx}x^n = n \cdot x^{n-1}$

**Product Rule**  $\frac{d}{dx}(f(x) \cdot g(x)) = f(x) \cdot \frac{d}{dx}g(x) + \frac{d}{dx}(f(x)) \cdot g(x)$

**Sum Rule**  $\frac{d}{dx}(f(x) + g(x)) = \frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x)$

**Quotient Rule**  $\frac{d}{dx} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{g(x) \cdot \frac{d}{dx}f(x) - f(x) \cdot \frac{d}{dx}g(x)}{g(x)^2}$

**Chain Rule**  $y = f(u) \quad u = g(x) \quad \frac{d}{dx}f(u) = \frac{d}{du} \left( f(u) \cdot \frac{d}{dx}g(x) \right)$

**Рис. 1.27.** Одна из таблиц **Reference Tables**, посвященная правилам дифференцирования функций

Собственные расчеты пользователей, сохраненные в нескольких документах Mathcad, также можно оформить в виде электронной книги. Тому, как это делается, посвящены последние разделы нашей книги (см. разд. 13.3.2 и 13.3.3.).

### Примечание

Подобные электронные книги вы найдете на компакт-дисках, прилагаемых к моим другим книгам — "Mathcad 13 в подлиннике" ("БХВ-Петербург"), "Вычислительная физика" и "Курс высшей математики" ("Полибук Мультимедиа").

Чтобы открыть электронную книгу для просмотра, достаточно выбрать в верхнем меню команду **Help | E-books | Open Book** (Справка | Электронные книги | Открыть книгу) (рис. 1.28) и затем указать путь к файлу, в котором книга находится. В результате на экране появится окно с панелью навигации, идентичное окну ресурсов, с загруженной в него книгой.

Помимо электронных книг, компания MathSoft распространяет разные пакеты расширения Mathcad, относящиеся к различным специальным областям математики. Например, имеются пакеты расширения **Wavelet extension pack** (Вейвлет-анализ данных), **Signal processing** (Анализ сигналов), **Image processing** (Анализ изображений) и т. д. Они обладают, помимо перечисленных свойств электронных книг, возможностью добавлять к стандартному набору встроенных функций Mathcad дополнительные встроенные функции. С предлагаемыми потребителю пакетами расширения можно также ознакомиться на сервере Mathcad.

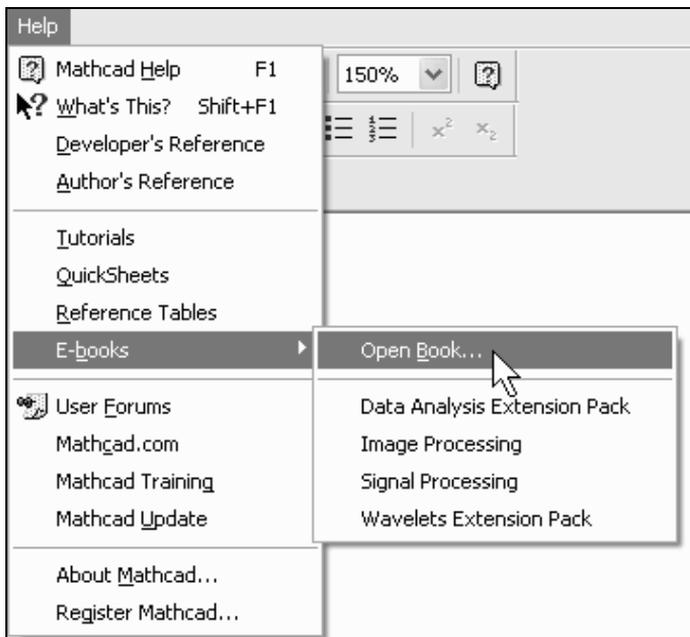


Рис. 1.28. Вызов электронных книг и пакетов расширения

## Глава 2



# Редактирование документов

В данной главе рассматриваются основные приемы редактирования документов Mathcad. Первый раздел посвящен созданию новых документов и сохранению расчетов в файлах (см. разд. 2.1). В трех следующих рассмотрены способы редактирования формул (см. разд. 2.2), текста (см. разд. 2.3) и правки частей документа Mathcad (см. разд. 2.4). В заключение главы приводятся основные сведения по распечатке документов (см. разд. 2.5) и рассылке их по электронной почте (см. разд. 2.6).

## 2.1. Документы Mathcad

В Mathcad все расчеты организуются в *рабочей области*, или листе (worksheet), изначально пустых, на которые можно добавлять формулы и текст. Здесь и далее будем называть рабочий лист *документом* Mathcad. Это не совсем точно передает смысл английского термина "worksheet", зато более привычно с точки зрения терминологии Windows-приложений. Каждый документ представляет собой независимую серию математических расчетов и сохраняется в отдельном файле. Документ является одновременно и листингом Mathcad-программы, и результатом исполнения этой программы, получающимся при ее выполнении, и отчетом, пригодным для распечатки на принтере или публикации в Web.

### 2.1.1. Управление документами

Если Mathcad запускается из главного меню Windows (с помощью кнопки **Start** (Пуск) в углу экрана), например, **Start | All Programs | MathSoft Apps | Mathcad 13** (Пуск | Программы | Приложения MathSoft | Mathcad 13), то окно Mathcad появляется с открытым в нем новым пустым безымянным документом, условно называемым **Untitled:1**.

Для того чтобы создать новый пустой документ, уже работая в Mathcad, следует выполнить одно из трех эквивалентных действий.

- ❑ Одновременное нажатие клавиш <Ctrl>+<N>.
- ❑ Нажатие кнопки **New** (Создать) на панели инструментов.
- ❑ Ввод команды верхнего меню **File** | **New** (Файл | Создать).

Кнопка **New** (Создать) на стандартной панели состоит из двух частей (рис. 2.1). При нажатии ее левой половины (значка в виде чистого листа), как и при наборе комбинации клавиш <Ctrl>+<N>, создается новый пустой документ. Если же нажать правую часть (маленькую стрелку), это приведет к появлению выпадающего списка *шаблонов* нового документа. Аналогичный список выводится и при использовании третьего пути создания документа (через меню), только он помещается в диалоговое окно **New** (Создать) (рис. 2.2).

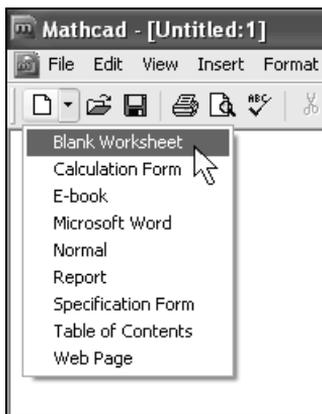


Рис. 2.1. Кнопка **New**

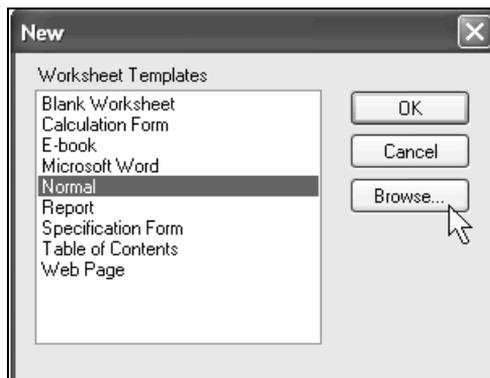


Рис. 2.2. Диалоговое окно **New**

Для создания пустого документа необходимо выделить в списке выпадающего списка (если вы используете панель инструментов) или диалогового окна **New** (Создать) (если вы действуете через меню) пункт **Blank Worksheet** (Пустой документ) и нажать кнопку **OK**.

В результате любого из проделанных действий в окне Mathcad появляется пустой документ с условным названием **Untitled:2** или **Untitled:3** и т. д., в зависимости от того, какой по счету новый документ создается (*сохранение документа описывается в разд. 2.1.3*).

## 2.1.2. Создание документа на основе шаблона

Поработав с Mathcad некоторое время, вы, скорее всего, часто будете создавать новые документы не с чистого листа, а на основе разработанных ранее.

Для этого имеются два пути.

1. Открыть ранее созданный документ и сохранить его под другим именем.
2. Использовать шаблоны.

*Шаблон* (template) — это заготовка нового документа с введенными формулами, графиками, текстом, включая разметку, форматирование, выбор по умолчанию режима вычислений и т. д. В предыдущем разделе было рассмотрено создание нового документа на основе пустого шаблона. Помимо пустого шаблона, который предназначен для начала редактирования документа "с чистого листа", в Mathcad имеется несколько предустановленных шаблонов, список которых отображен на рис. 2.1 и 2.2. Для создания нового документа на основе одного из этих шаблонов достаточно просто выбрать в списке нужный вам шаблон. На рис. 2.3 показан внешний вид документа, созданного на основе шаблона **E-book** (Электронная книга).

### Совет

Такой шаблон рекомендуется использовать, если вы планируете включить в дальнейшем новый документ в электронную книгу Mathcad. *Подробнее о технике разработки электронных книг пользователя см. разд. 13.4.*

Еще один пример документа, созданного на основе шаблона **Web Page** (Web-страница), показан на рис. 2.4. Новый документ, имеющий дизайн и характерную разметку Web-страницы, следует использовать, например, для представления расчетов в формате HTML в сети Интернет.

Для выбора другого шаблона, который имеется на вашем компьютере в виде файла соответствующего формата (возможно, полученного от ваших коллег, если вы вместе с ними работаете над общей задачей), нажмите в диалоговом окне **New** (Создать), показанном на рис. 2.2, кнопку **Browse** (Обзор). В появившемся диалоговом окне **Browse** (Обзор) найдите местоположение нужного файла с шаблоном Mathcad. Эти файлы имеют расширение **mct** (Math Cad Template) или (начиная с версии Matcad 13) — **xmct** (XML Math Cad Template). Выберите желаемый шаблон в списке файлов и нажмите кнопку **Open** (Открыть).

В результате этих действий будет создан новый документ с уже имеющимися элементами оформления и определенными установками (*об установках документа читайте в главе 13*).

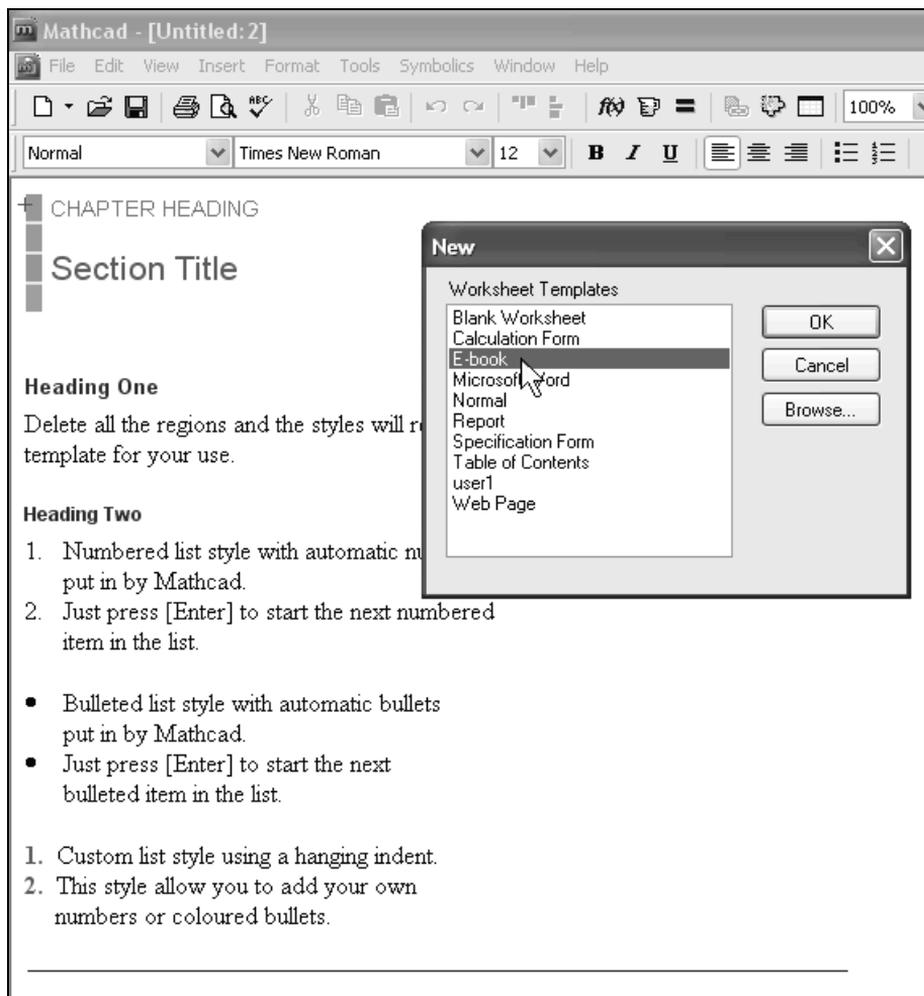


Рис. 2.3. Документ Mathcad, созданный на основе шаблона **E-book**

Для того чтобы разработать шаблон самостоятельно, проделайте следующее:

1. Отредактируйте документ, вводя формулы, текст, графики, отформатируйте их и задайте прочие установки документа.
2. Выполните команду **File | Save As** (Файл | Сохранить как).
3. Найдите на диске папку `\template` (ее местонахождение может быть примерно таким: `\Program Files\Mathcad 13\template`) и перейдите к ее содержимому (рис. 2.5).

4. Выберите в списке **Save as type** (Тип файла) элемент **Mathcad XML Template (\*.xmct)** (XML-шаблон Mathcad).
5. Введите имя шаблона в поле ввода имени файла (на рис. 2.5 он назван user1).
6. Нажмите кнопку **Save** (Сохранить).

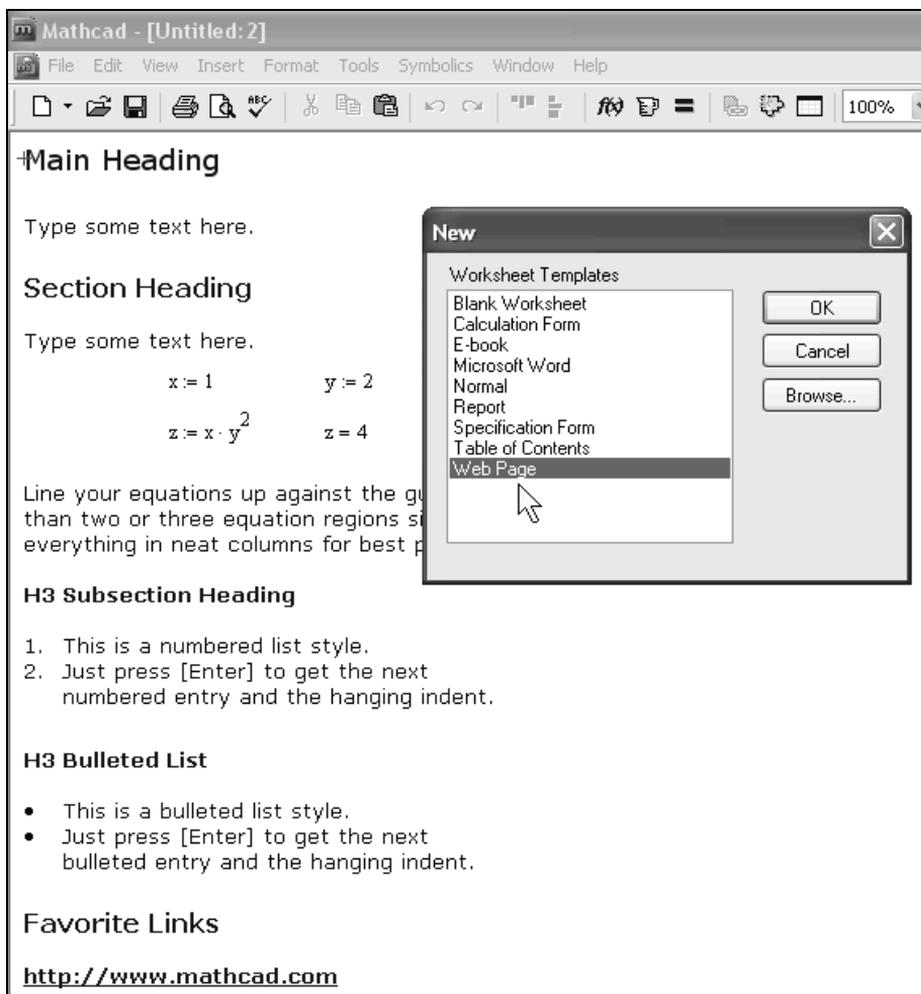


Рис. 2.4. Новый документ на основе шаблона Web-страницы

В результате новый шаблон будет сохранен в файле шаблона, и вы сможете создавать новые документы на его основе, пользуясь кнопкой **Browse** (Обзор) в диалоговом окне **New** (Создать) (см. рис. 2.2). Если поместить файл шаблона в папку `template`, которая вложена в системную папку `Mathcad`, то он будет добавлен к списку шаблонов. Таким образом, при создании нового документа ваш шаблон будет доступен как через меню **File | New** (Файл | Создать), так и через кнопку **New** (Создать) на панели инструментов (рис. 2.5).

Впоследствии шаблон можно редактировать, открывая его как обычный документ `Mathcad`, помня лишь о том, что искать его надо среди файлов с расширением `mct`.

### **Примечание**

Допускается как сохранение шаблона в любом другом месте на жестком диске, так и использование в качестве шаблона обычного документа `Mathcad` в формате `MCD` или `XMCD`. Однако в обоих случаях, для того чтобы создать новый документ, придется самостоятельно искать расположение файла шаблона в диалоговом окне **New** (Создать), которое вызывается одноименной командой меню **File** (Файл).

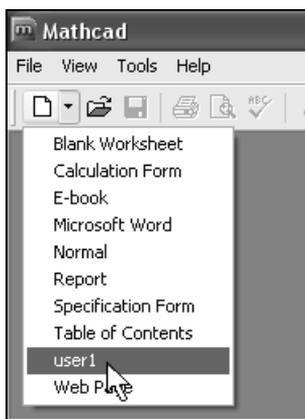


Рис. 2.5. Сохраненный шаблон в списке шаблонов

### **2.1.3. Сохранение документа**

Для того чтобы сохранить документ в формате `Mathcad`, выберите **File | Save** (Файл | Сохранить), либо нажмите комбинацию клавиш `<Ctrl>+<S>`, либо кнопку **Save** (Сохранить) на стандартной панели инструментов. Если создан-

ный документ сохраняется впервые, на экран будет выведено диалоговое окно **Сохранить как** (Save As), в котором потребуется определить его имя (рис. 2.6).

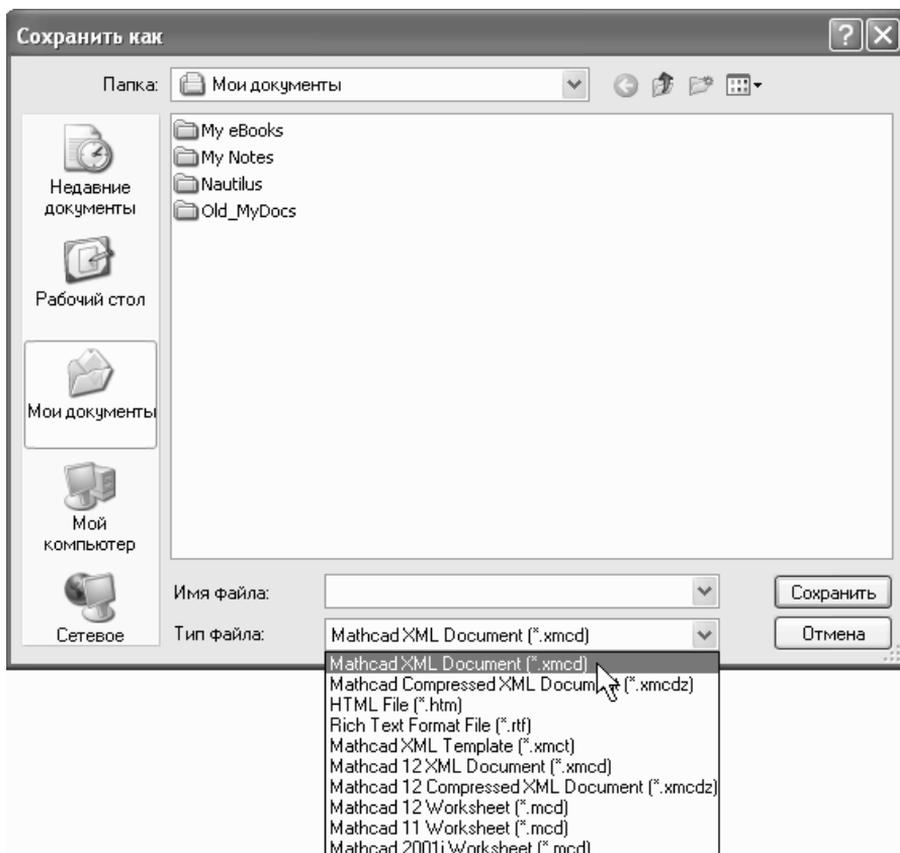


Рис. 2.6. Сохранение документа

Начиная с версии 12, изменен формат файлов, использующийся по умолчанию для хранения документов Mathcad. Теперь они сохраняются в формате XMCD, являющемся разновидностью текстовой XML-разметки (и следующим шагом по сравнению с форматом MathML, примененным в версии 2001). Преимущества этого нововведения практически не заметны для рядового пользователя, процедура сохранения для которого осталась практически неизменной. Применение XML-формата оправдано, во-первых, тем, что он становится общеупотребительным для целого ряда приложений и данных само-

го различного типа. Во-вторых, удобство XML-файлов заключается в возможности использовать для просмотра и манипуляций с Mathcad-документами другие (предусматривающие это) приложения, например, MathSoft Calculation Management Framework, Microsoft Sharepoint и т. п. Их можно также просматривать и редактировать "вручную", в любом текстовом редакторе. Наконец, XMCD-файлы более надежно конвертируются в файлы других математических форматов и HTML.

Помимо формата XMCD поддерживаются форматы файлов MCD прежних версий Mathcad — от 2001i до 12, а также XML-формат со сжатием данных, называемый XMCDZ. В Mathcad 12 и 13 сохранены опции экспорта в Web-страницы (HTML) и текстовые RTF-файлы, записывающие информацию о разметке документа и успешно читаемые такими редакторами, как Microsoft Word.

Чтобы переименовать документ, сохраните его под другим именем с помощью команды **File | Save As** (Файл | Сохранить как) и появляющегося в результате диалогового окна **Save As** (Сохранить как). В этом случае файл со старым названием не изменяется.

На рис. 2.6 показан раскрывающийся список с возможными форматами сохраняемых файлов:

- Mathcad XML Document (\*.xmcd)** — последний и наиболее современный формат на основе XML-разметки, используется по умолчанию;
- Mathcad Compressed XML Document (\*.xmcdz)** — тот же XML-формат с дополнительной компрессией файла;
- HTML (\*.htm)** — формат Web-страницы, полностью сохраняющий информацию о расчетах и позволяющий впоследствии открывать их в Mathcad как обычные документы;
- Rich Text Format (\*.rtf)** — сохраняйте файлы в этом формате только для дальнейшего редактирования в текстовых редакторах с целью создания отчетов. В частности, сохранив документ в RTF-файле, можно загрузить его в Microsoft Word, OpenOffice.org или другой текстовый процессор, большинство из которых поддерживает этот формат;
- Mathcad XML Template (\*.xmct)** — формат шаблона на основе XML-разметки (см. разд. 2.1.2);
- Mathcad 12 XML Document (\*.xmcd)** — формат на основе XML-разметки версии 12;
- Mathcad 12 Compressed XML Document (\*.xmcdz)** — тот же XML-формат (версии 12) с дополнительной компрессией файла;

- **Mathcad Template (\*.mct)** — формат шаблона (см. разд. 2.1.2);
- **Mathcad 12 Worksheet (\*.mcd)**, **Mathcad 11 Worksheet (\*.mcd)**, **Mathcad 2001i Worksheet (\*.mcd)** — форматы прежних версий Mathcad. Если вы работаете одновременно с несколькими версиями Mathcad (например, решаете с другими разработчиками общую задачу), то сохраняйте файлы в наиболее раннем формате из тех, с которыми приходится иметь дело. Однако помните, что возможности прежних версий (в частности, наборы встроенных функций) ограничены по сравнению с более поздними версиями Mathcad, поэтому некоторые из них будут недоступны.

### **Примечание**

При сохранении в форматах XML и HTML можно выбирать различные опции экспорта. *Подробнее об этом см. в разд. 2.1.5.*

## **2.1.4. Автоматическое сохранение**

Начиная с версии Mathcad 13 разработчики предусмотрели стандартную опцию *автоматического сохранения* (или *автосохранения*) файлов документов. Если данная опция включена, то Mathcad через определенные пользователем промежутки времени автоматически (в фоновом режиме) сохраняет в определенном месте на диске резервные копии документов. Если в какой-то момент происходит аварийное выключение или "зависание" компьютера, то автоматически сохраненные копии файлов становятся доступными.

Для того чтобы включить автоматическое сохранение, выполните следующее:

1. Выберите в верхнем меню команду **Tools | Preferences** (Сервис | Настройки).
2. В открывшемся диалоговом окне **Preferences** (Настройки) перейдите к закладке **Save** (Сохранение).
3. Установите флажок проверки **Autosave every ... min** (Автоматически сохранять каждые ... мин.) (рис. 2.7).
4. При желании отредактируйте в поле числового ввода интервал фонового автосохранения файлов (в минутах).
5. Нажмите кнопку **ОК**.

Опция автосохранения работает следующим образом. Через определенные промежутки времени открытые для редактирования документы автоматически сохраняются в служебную папку, типичный путь к которой на диске выглядит так: C:\Documents and Settings\Пользователь\Application Data\Mathsoft\Mathcad\13\Autosave. Если в какой-то момент пользователь со-

хранит документ вручную, эти файлы уничтожаются. Однако в случае нештатной ситуации (аварийного завершения работы программы) при последующем запуске Mathcad и обращении к несохраненным файлам будет выдано диалоговое окно с предложением вернуться к их автоматически сохраненным резервным копиям. В случае согласия пользователя соответствующие документы будут открыты для редактирования.

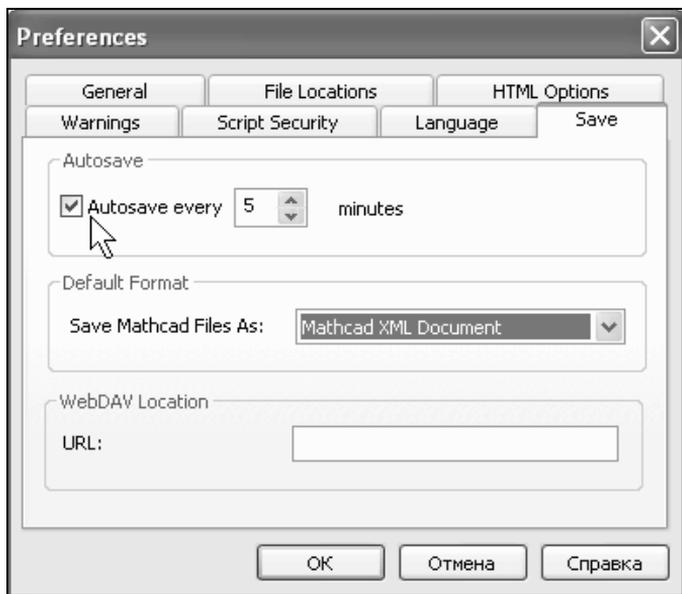


Рис. 2.7. Включение опции автосохранения

### 2.1.5. Сохранение документа в формате HTML

Следуя все возрастающей значимости возможности размещения расчетов Mathcad в сети Интернет, разработчики уделяют значительное внимание опции сохранения документов Mathcad в формате HTML.

В Mathcad 12 и 13 заложены следующие возможности HTML-экспорта.

- HTML — сохранение документа в HTML-файле, который может просматриваться обычным браузером без каких-либо дополнительных средств. Web-страница в окне браузера очень похожа на вид документа в среде

Mathcad. Такой формат действует и в обратном направлении: можно открывать документы Mathcad, сохраненные в HTML-файлах.

- ❑ XML — формат Web-страницы с XML-разметкой (основной формат Mathcad 12 и 13). Такие файлы также могут просматриваться обычным браузером при условии, что предварительно установлен специальный подключаемый модуль.

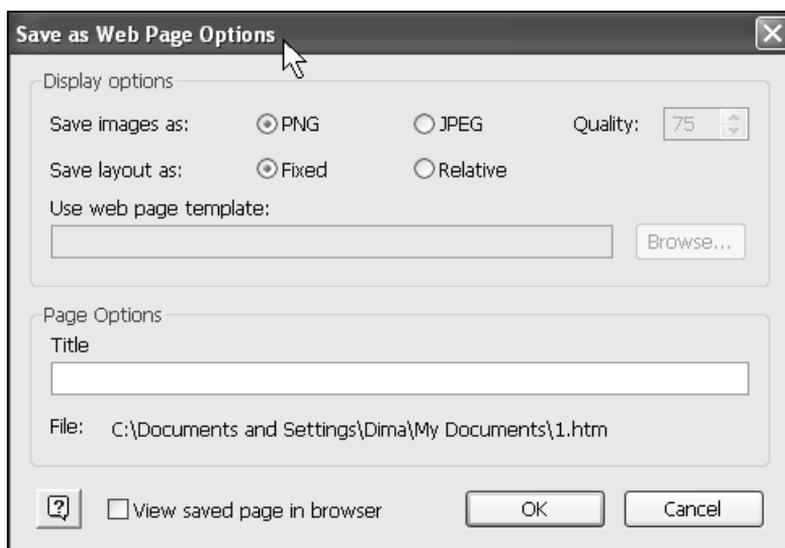


Рис. 2.8. Настройки HTML-экспорта

Для того чтобы экспортировать документ в файл формата HTML, выберите команду **File | Save As** (Файл | Сохранить как). После того как в открывшемся диалоговом окне вы определите имя файла, автоматически откроется еще одно диалоговое окно **Save as Web Page Options** (Опции HTML-сохранения), в котором можно настроить основные параметры текущего экспорта (рис. 2.8). Пара переключателей **Save images as** (Сохранять рисунки как) позволяет выбрать формат вспомогательных графических файлов для сохранения рисунков. Второй переключатель определяет стиль разметки HTML-документа: **Fixed** (Фиксированная) или **Relative** (Относительная).

Впоследствии расчеты Mathcad, сохраненные в виде Web-страницы, можно просматривать в окне любого браузера как стандартный гипертекстовый документ.

## 2.1.6. Открытие существующего документа

Чтобы открыть существующий документ для редактирования, выполните команду **File | Open** (Файл | Открыть) или нажмите комбинацию клавиш <Ctrl>+<O> (или кнопку **Open** (Открыть) на стандартной панели инструментов). В диалоговом окне **Open** (Открыть) выберите файл и нажмите кнопку **ОК**. Таким способом можно открывать документы не только с дисков вашего компьютера, но и из локальной сети и даже с удаленных серверов Интернета.

Открыть файл можно и в обозревателе Windows, щелкнув дважды на его имени с расширением `xmcd` или `mcd`.

Открыть документ Mathcad, находящийся в сети Интернет, можно при помощи окна ресурсов Mathcad:

1. Вызовите один из ресурсов Mathcad, например, быстрые шпаргалки (**Help | QuickSheets** (Справка | Быстрые шпаргалки)).
2. Нажмите кнопку с изображением глобуса и двух стрелок на панели инструментов появившегося окна ресурса.
3. Введите URL-адрес страницы в Интернете, где находится документ Mathcad, например, **http://www.mathsoft.com** — в поле для ввода адреса в окне открытого ресурса.
4. Нажмите клавишу <Enter>.

### *Примечание*

В Интернете находится большое количество Mathcad-файлов, созданных разными разработчиками, которые готовы поделиться своим опытом. Часто для решения сложных задач нелишне познакомиться с работой коллег и взять для себя полезные фрагменты их программ. Для этих целей окнам ресурсов Mathcad и приданы функции браузера, позволяющего просматривать документы Mathcad, размещенные в Интернете. Общаться с другими пользователями Mathcad удобно при помощи форума, войти в который можно командой меню **Help | User Forums** (Справка | Форумы пользователей).

## 2.1.7. Заккрытие документа

Активный документ закрывается одним из способов:

- нажатием стандартной кнопки закрытия окна документа в его правой верхней части (рис. 2.9);
- при помощи команды **File | Close** (Файл | Заккрыть);
- нажатием комбинации клавиш <Ctrl>+<W>;

- при завершении сеанса работы с Mathcad: посредством либо команды **File | Exit** (Файл | Выход), либо кнопки управления окном, либо панели задач Windows, — будут закрыты все открытые документы, включая и неактивные.



Рис. 2.9. Кнопки управления окном

Если внесенные изменения не были сохранены, Mathcad предложит сделать это, выводя на экран соответствующее диалоговое окно. Следует либо сохранить файл в окончательном виде, либо отказаться от изменений, либо вернуться к редактированию, нажав кнопку **Cancel** (Отмена).

## 2.2. Ввод и редактирование формул

Формульный редактор Mathcad позволяет быстро и эффективно вводить и изменять математические выражения. Тем не менее, некоторые аспекты его применения не совсем интуитивны, что связано с необходимостью избегать ошибок при расчетах по этим формулам. Поэтому не пожалейте немного времени на знакомство с особенностями формульного редактора, и впоследствии при реальной работе вы сэкономите гораздо больше.

### 2.2.1. Интерфейс редактора формул

Перечислим еще раз элементы интерфейса редактора Mathcad (со многими из них мы познакомились в *разд. 1.2*):

- указатель мыши (mouse pointer) — играет обычную для приложений Windows роль, следуя за движениями мыши;
- курсор — обязательно находится внутри документа в одном из трех видов:
  - курсор ввода (crosshair) — крестик красного цвета, который отмечает пустое место в документе, куда можно вводить текст или формулу;
  - линии ввода (editing lines) — горизонтальная (underline) и вертикальная (insertion line) линии синего цвета, выделяющие в тексте или формуле определенную часть;
  - линия ввода текста (text insertion point) — вертикальная линия, аналог линий ввода для текстовых областей;

- местозаполнители (placeholders) — появляются внутри незавершенных формул в местах, которые должны быть заполнены символом или оператором:
  - местозаполнитель символа — черный прямоугольник;
  - местозаполнитель оператора — черная прямоугольная рамка.

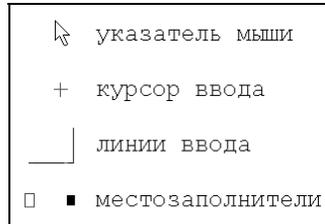


Рис. 2.10. Интерфейс редактирования

Курсоры и местозаполнители, относящиеся к редактированию формул, представлены на рис. 2.10.

## 2.2.2. Ввод формул

Ввести математическое выражение можно в любом пустом месте документа Mathcad. Для этого поместите курсор ввода в желаемое место документа, щелкнув в нем мышью, и просто начинайте вводить формулу, нажимая клавиши. При этом в документе создается *математическая область* (math region), которая предназначена для хранения формул, интерпретируемых процессором Mathcad. Продемонстрируем последовательность действий на примере ввода выражения  $x^5 + x$  (рис. 2.11).

1. Щелкните мышью, обозначив место ввода.
2. Нажмите клавишу  $\langle x \rangle$  — в этом месте вместо курсора ввода появится регион с формулой, содержащей один символ  $x$ , причем он будет выделен линиями ввода.
3. Введите оператор возведения в степень, нажав клавишу  $\langle \wedge \rangle$ , либо выбрав кнопку возведения в степень на панели инструментов **Calculator** (Калькулятор) — в формуле появится местозаполнитель для введения значения степени, а линии ввода выделяют этот местозаполнитель.
4. Последовательно введите остальные символы, нажимая клавиши  $\langle 5 \rangle$ ,  $\langle + \rangle$ ,  $\langle x \rangle$ .

Таким образом, поместить формулу в документ можно, просто начиная вводить символы, числа или операторы, например + или / (рис. 2.12). Во всех этих случаях на месте курсора ввода создается математическая область, иначе называемая *регионом*, с формулой, содержащей и линии ввода. В последнем случае, если пользователь начинает ввод формулы с оператора, в зависимости от его типа, автоматически появляются и местозаполнители, без заполнения которых формула не будет восприниматься процессором Mathcad.

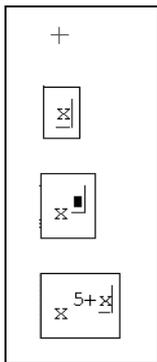


Рис. 2.11. Пример ввода формулы (коллаж)

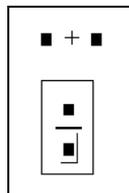


Рис. 2.12. Пример начала ввода операторов

### 2.2.3. Перемещение линий ввода внутри формул

Чтобы изменить формулу, щелкните на ней мышью, поместив таким образом в ее область линии ввода, и перейдите к месту, которое хотите исправить. Перемещайте линии ввода в пределах формулы одним из двух способов:

- щелкая в нужном месте мышью;
- нажимая на клавиши — со стрелками, <Spacebar> (<Пробел>) и <Ins>:
  - клавиши со стрелками имеют естественное назначение, переводя линии ввода вверх, вниз, влево или вправо;
  - клавиша <Ins> переводит вертикальную линию ввода с одного конца горизонтальной линии ввода на противоположный;
  - клавиша <Spacebar> предназначена для выделения различных частей формулы.

Если раз за разом нажимать клавишу <Spacebar> в формуле, пример ввода которой рассмотрен выше (см. рис. 2.11), то линии ввода будут циклически изменять свое положение, как это показано на рис. 2.13. Если в ситуации, показанной сверху на этом рисунке, нажать стрелку <←>, то линии ввода переместятся влево (рис. 2.14). При нажатии клавиши <Spacebar> линии ввода будут попеременно выделять одну из двух частей формулы.

### Совет

Привыкнув к использованию клавиши <Spacebar> для перемещения внутри формул, можно существенно облегчить себе работу с Mathcad.

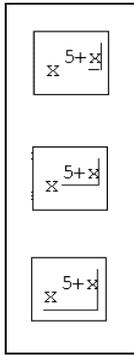


Рис. 2.13. Изменение положения линий ввода с помощью пробела (коллаж)

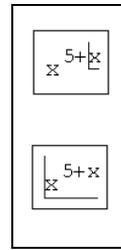


Рис. 2.14. Изменение положения линий ввода клавишей <Backspace> после сдвига стрелкой <←> (коллаж)

Таким образом, комбинация клавиш со стрелками и <Backspace> позволяет легко перемещаться внутри формул. Накопив некоторый опыт, вы без труда освоите эту технику. Иногда поместить линии ввода в нужное место формулы с помощью указателя мыши непросто. Поэтому в Mathcad для этого лучше использовать клавиатуру.

## 2.2.4. Изменение формул

Редактируйте формулы в Mathcad так, как подсказывают вам интуиция и опыт работы с другими текстовыми редакторами. Большинство операций правки формул реализованы естественным образом, однако некоторые из них несколько отличаются от общепринятых, что связано с особенностью Mathcad как вычислительной системы. Рассмотрим основные действия по изменению формул.

## Вставка оператора

Операторы могут быть унарными (действующими на один операнд, как, например, оператор транспонирования матрицы или смены знака числа), так и бинарными (например, + или /, действующими на два операнда). При вставке нового оператора в документ Mathcad определяет, сколько операндов ему требуется. Если в точке вставки оператора один или оба операнда отсутствуют, Mathcad автоматически помещает рядом с оператором один или два местозаполнителя.

### **Внимание!**

То выражение в формуле, которое выделено линиями ввода в момент вставки оператора, становится его первым операндом.

Последовательность вставки оператора в формулу такова:

1. Поместите линии ввода на часть формулы, которая должна стать первым операндом.
2. Введите оператор, нажав кнопку на панели инструментов или сочетание клавиш.

### **Примечание**

Для того чтобы вставить оператор не после, а перед частью формулы, выделенной линиями ввода, нажмите перед его вводом клавишу <Ins>, которая передвинет вертикальную линию ввода вперед. Это важно, в частности, для вставки оператора отрицания.

На рис. 2.15 показано несколько примеров вставки оператора сложения в разные части формулы, создание которой мы подробно разбирали выше (см. рис. 2.11). В левой колонке рис. 2.15 приведены возможные размещения линий ввода в формуле, а в правой — результат вставки оператора сложения (т. е. нажатия клавиши <+>).

Как видно, Mathcad сам расставляет, если это необходимо, скобки, чтобы часть формулы, отмеченная линиями ввода, стала первым слагаемым.

Некоторые операторы Mathcad вставляет в правильное место независимо от положения линий ввода. Таков, например, оператор численного вывода =, который по смыслу выдает значение всей формулы в виде числа. На рис. 2.16 показан момент ввода этого оператора в формулу при помощи панели **Calculator** (Калькулятор), а в листинге 2.1 приведен результат его действия.

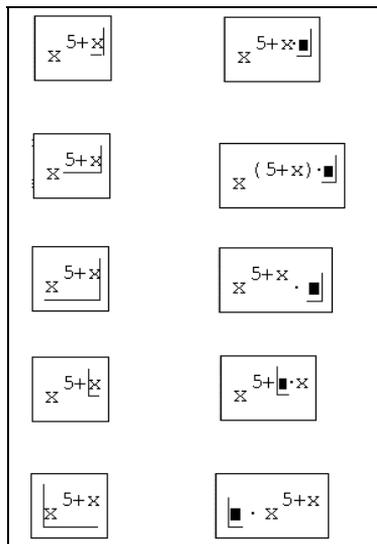


Рис. 2.15. Вставка оператора в разные части формулы (коллаж)

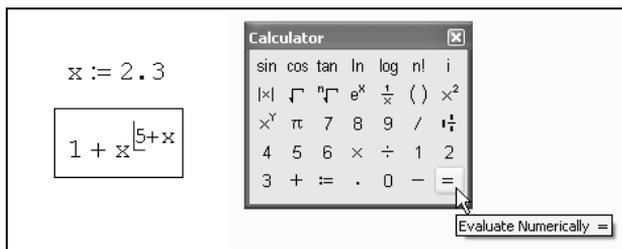


Рис. 2.16. Вставка оператора вывода

### Листинг 2.1. Вычисление простого выражения

```
x := 2.3
```

```
1 + x5+x = 438.133
```

## Выделение части формулы

Чтобы выделить часть формулы в некоторой математической области (рис. 2.17):

1. Поместите ее между линиями ввода, пользуясь, при необходимости, клавишами-стрелками и клавишей <Backspace>.

2. Поместите указатель мыши на вертикальную линию ввода, нажмите и удерживайте левую кнопку мыши.

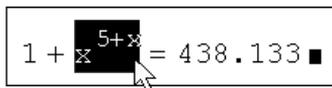


Рис. 2.17. Выделение части формулы

3. Удерживая кнопку мыши, протащите указатель мыши вдоль горизонтальной линии ввода, при этом часть формулы будет выделяться обращением цвета.
4. Отпустите кнопку мыши, когда будет выделена нужная часть формулы.

### **Примечание**

Часть формулы можно выделить и без помощи мыши, нажимая клавиши со стрелками при удерживаемой клавише <Shift>. В этом случае вместо перемещения линий ввода происходит выделение соответствующей части формулы. Многие пользователи находят работу с клавиатурой при выделении части математических областей более удобной.

## **Удаление части формулы**

Чтобы удалить часть формулы:

1. Выделите ее.
2. Нажмите клавишу <Del>.
3. Кроме того, можно удалить часть формулы, помещая ее перед вертикальной линией ввода и нажимая клавишу <Backspace>. В некоторых случаях, например, при работе со сложными формулами, для достижения желаемого эффекта может потребоваться повторное нажатие клавиши <Backspace>.

### **Примечание**

Имеется еще один способ удаления части формулы: выделите ее нужную часть, затем нажмите комбинацию клавиш <Ctrl>+<X>, тем самым вырезая и помещая ее в буфер обмена. Этот способ удобен в случае, если требуется использовать фрагмент формулы в дальнейшем.

## Вырезание, копирование и вставка части формулы

Для правки части формулы:

1. Выделите ее или просто поместите между линиями ввода, пользуясь либо мышью, либо клавишами-стрелками и клавишей <Backspace>.
2. Воспользуйтесь либо верхним меню **Edit** (Правка) (рис. 2.18), либо контекстным меню (рис. 2.19), либо кнопкой на панели инструментов, либо соответствующим сочетанием горячих клавиш:
  - **Cut** (Вырезать), или <Ctrl>+<X> — для вырезания части формулы и помещения в буфер;
  - **Copy** (Копировать), или <Ctrl>+<C> — для копирования в буфер;
  - **Paste** (Вставить), или <Ctrl>+<V> — для вставки из буфера предварительно помещенной туда части формулы.

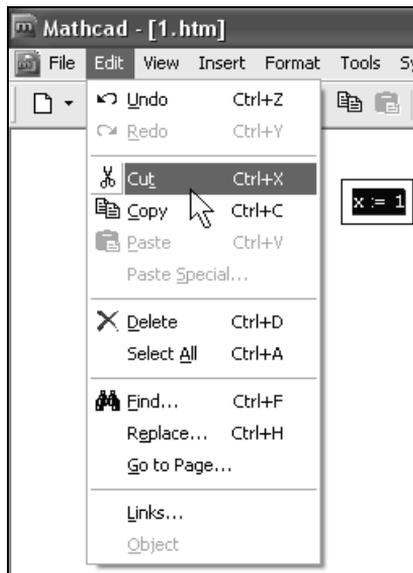


Рис. 2.18. Правка формул с помощью верхнего меню

Чтобы переместить (или скопировать) часть формулы из одной части документа в другую, вырежьте (скопируйте) ее в буфер обмена, перейдите к желаемому новому местоположению и вставьте ее туда из буфера.

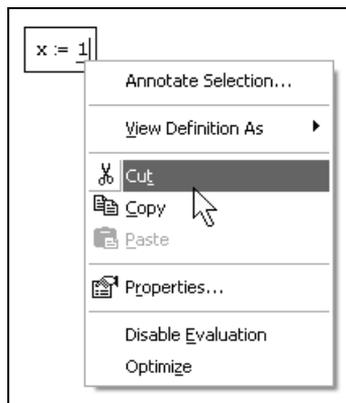


Рис. 2.19. Правка формул с помощью контекстного меню

## Изменение чисел или имен переменных и функций

Для того чтобы в уже введенном математическом выражении изменить какое-нибудь число или имя (переменной или функции):

1. Щелкните мышью на имени переменной или функции, при необходимости передвиньте линии ввода, пользуясь либо мышью, либо клавишами-стрелками и клавишей <Backspace>.
2. Введите с клавиатуры другие числа или буквы, при необходимости удалите существующие символы, помещая их перед вертикальной линией ввода и нажимая клавишу <Backspace>.

### **Примечание**

Иногда бывает удобнее удалить старую часть формулы и в появившемся местозаполнителе ввести новое имя или число.

## Изменение операторов

Для того чтобы удалить оператор, поместите его перед вертикальной линией ввода и нажмите клавишу <Backspace>. В результате оператор либо исчезнет (а операнды слева и справа сольются в одно имя), либо (в сложных формулах) появится местозаполнитель оператора в виде черной рамки. При желании можно удалить и этот местозаполнитель повторным нажатием клавиши <Backspace>.

## 2.2.5. Ввод символов, операторов и функций

Подведем некоторый итог. Математические выражения содержат, как правило, самые различные, в том числе специфичные символы, набор которых в Mathcad выполняется не так, как в большинстве текстовых процессоров. Для вставки символов в документы доступны следующие инструменты:

- ❑ большинство символов, например, латинские буквы или цифры, для определения имен переменных и функций набираются на клавиатуре;
- ❑ греческие буквы легче всего вставляются с помощью панели инструментов **Greek** (Греческие символы) — рис. 2.20. Можно также ввести соответствующую латинскую букву и нажать комбинацию клавиш <Ctrl>+<G> (после этого, например, из латинской буква "a" получается греческая  $\alpha$ );
- ❑ некоторые специальные символы (например, единицы измерения температуры и т. п.) доступны на панели **Custom characters** (Специальные символы) (рис. 2.20);



Рис. 2.20. Панели инструментов **Custom characters** и **Greek**

- ❑ операторы могут быть вставлены либо с различных математических панелей инструментов, либо соответствующим сочетанием клавиш. Например, наиболее часто употребляемые операторы (см. рис. 2.16) сгруппированы на панели **Calculator** (Калькулятор);

- ❑ имена функций вводятся либо с клавиатуры, либо, с большей надежностью, с помощью команды **Insert | Function** (Вставка | Функция) (см. разд. 1.2);
- ❑ скобки могут быть вставлены нажатием соответствующих клавиш. Однако для того чтобы выделить скобками уже введенную часть формулы, лучше поместить ее между линиями ввода и нажать клавишу <'> (апостроф).

Особенности применения операторов и функций будут подробно рассмотрены в главе 3.

## 2.2.6. Выбор стиля некоторых операторов

Некоторые операторы, например, умножения или присваивания численного вывода, допускают различное представление в документах Mathcad. Сделано это, главным образом, для упрощения подготовки отчетов (в Mathcad-программе символ присваивания в виде := выглядит естественно, но в отчетной документации зачастую неприемлем).

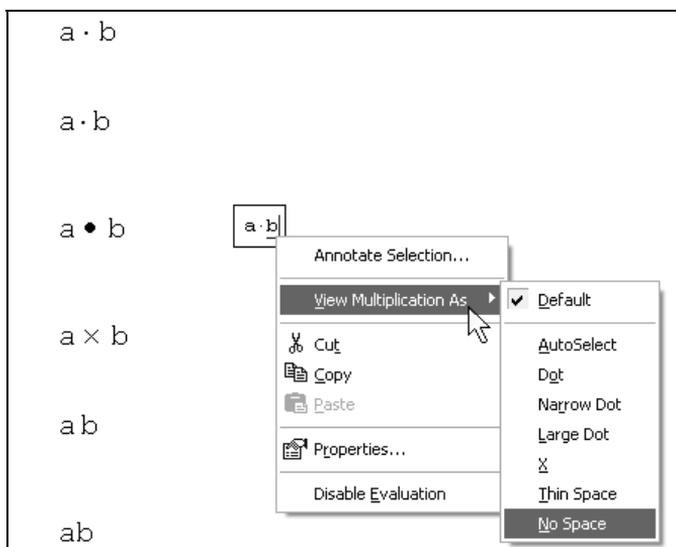


Рис. 2.21. Различный вид оператора умножения и его изменение

Оператор умножения может иметь различный вид (рис. 2.21):

- ❑ **Dot** (Точка);
- ❑ **Narrow Dot** (Узкая точка);

- Large Dot** (Большая точка);
- x**;
- Thin Space** (Тонкий пробел);
- No Space** (Вместе).

Оператор присваивания представляется либо знаками `:=` (двоеточием и равенством — **Colon Equal**), либо просто знаком равенства (**Equal**), как показано на рис. 2.22.

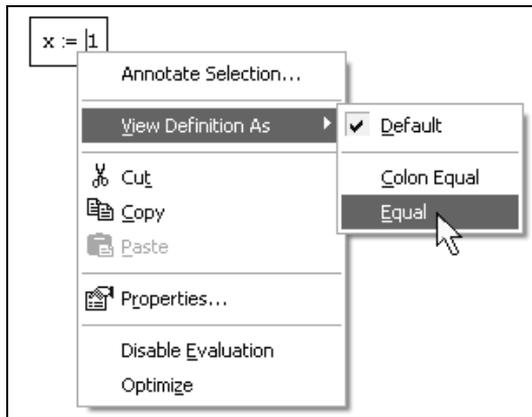


Рис. 2.22. Смена вида оператора присваивания

Для того чтобы в документе поменять отображение указанных операторов:

1. Поместите указатель мыши на оператор и вызовите щелчком правой кнопкой мыши контекстное меню.
2. Наведите указатель мыши на его пункт **View <символ> As** (Изобразить <символ> как).
3. В открывшемся подменю выберите нужный вид оператора, как показано на рис. 2.21 и 2.22.

Обратите внимание, что в режиме редактирования формулы символ оператора временно меняется на представление по умолчанию, даже если выбран другой.

### Совет

Меняйте внешний вид операторов "вручную" только при серьезной необходимости. Помните, что непривычный вид оператора может ввести вас при дальнейшем разборе программ в заблуждение и вызвать ошибки.

Всегда можно вновь переложить ответственность за представление операторов на Mathcad, выбирая в контекстном меню пункт **Default** (По умолчанию). Кроме того, выбор пункта **AutoSelect** (Автоматический выбор) этого меню приводит к отображению оператора редактором Mathcad в зависимости от контекста.

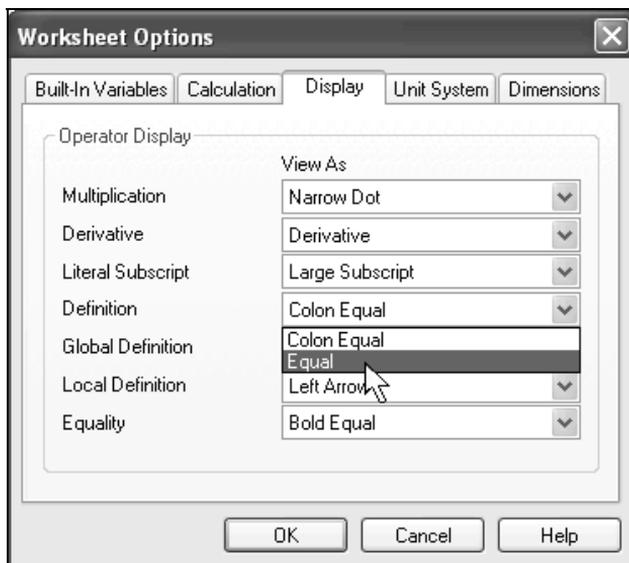


Рис. 2.23. Диалоговое окно **Worksheet Options**

Выбор представления по умолчанию для этих и некоторых других операторов производится на вкладке **Display** (Отображение) диалогового окна **Worksheet Options** (Опции документа) — рис. 2.23. Для его вызова выполните команду **Tools | Worksheet Options** (Сервис | Опции документа). Отображение по умолчанию задается с помощью соответствующих раскрывающихся списков, в частности, списка **Multiplication** для оператора умножения или списка **Definition** для оператора присваивания.

## 2.3. Текст и комментарии

Mathcad — это математический редактор. Основное его назначение заключается в редактировании математических формул и расчете по ним. Вместе с тем, наряду с формульным редактором, Mathcad обладает довольно развиты-

ми средствами по оформлению текста. Назначение текстовых областей в документах Mathcad для разных пользователей и разных задач может быть различным. Стоит различать подход к тексту, используемому:

- просто в виде комментариев;
- как элемент оформления документов для создания качественных отчетов в печатной и электронной формах.

Помимо текстовых регионов Mathcad 13 имеет дополнительные средства комментирования документов и отдельных формул и их фрагментов. Рассмотрим в этом разделе основные приемы работы с текстом, а разбор расширенных возможностей текстового процессора Mathcad отложим до *главы 13*.

### 2.3.1. Ввод текста

*Текстовую область* (или, по-другому, *регион с текстом* — text region) можно разместить в любом незанятом месте документа Mathcad. Однако когда пользователь помещает курсор ввода в пустое место документа и просто начинает вводить символы, Mathcad по умолчанию интерпретирует их как начало формулы. Чтобы до начала ввода указать программе, что требуется создать не формульный, а текстовый регион, достаточно, перед тем как ввести первый символ, нажать клавишу <">. В результате на месте курсора ввода появляется новый текстовый регион, который имеет характерное выделение (рис. 2.24). Курсор принимает при этом вид вертикальной линии красного цвета, которая называется *линией ввода текста* и аналогична по назначению линиям ввода в формулах.



Рис. 2.24. Вновь созданный текстовый регион

#### **Примечание**

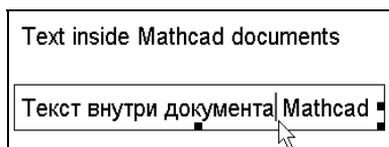
Создать текстовый регион можно и эквивалентным способом, с помощью команды **Insert | Text Region** (Вставка | Текстовая область).

Теперь можно просто вводить любой текст в текстовый регион, причем очередной символ будет вставлен в позицию, обозначенную линией ввода текста.

## 2.3.2. Редактирование текста

Чтобы изменить какой-либо текст внутри документа:

1. Щелкните мышью на области текста — она приобретет характерный вид (рис. 2.25).
2. При необходимости переместите линию ввода текста внутри текстовой области к символам, которые собираетесь изменить, щелкая мышью в нужном месте текста или нажимая клавиши со стрелками и клавиши <Home> и <End>.
3. Отредактируйте текст.



**Рис. 2.25.** Текстовые области  
(нижняя — в процессе редактирования)

Для редактирования текста применяются те же средства, что и для редактирования формул:

- выделение части текста протаскиванием указателя мыши или нажатием клавиш-стрелок при удерживаемой клавише <Shift>;
- вырезание, копирование и вставка части текста либо сочетанием горячих клавиш <Ctrl>+<X>, <Ctrl>+<C>, <Ctrl>+<V> соответственно, либо при помощи меню **Edit** (Правка) контекстного меню или панели **Standard** (Стандартная).

### **Примечание**

Кроме того, существуют развитые средства форматирования текста, такие как управление типом и размером шрифта, выравниванием и т. п. Большинство этих возможностей (см. главу 12) реализуется при помощи панели инструментов **Formatting** (Форматирование).

## 2.3.3. Импорт текста

Mathcad позволяет осуществлять импорт фрагментов текста из других приложений (например, Notepad (Блокнот) или Microsoft Word).

Сделать это проще всего через буфер обмена:

1. Находясь в другом приложении, скопируйте нужный фрагмент в буфер обмена.
2. Перейдите в окно Mathcad и отметьте (щелчком мыши в желаемом месте) курсором ввода место вставки фрагмента.
3. Выберите один из двух путей:
  - создайте в документе Mathcad текстовый регион, нажав клавишу <">, и, находясь внутри него, вставьте содержимое буфера обмена сочетанием клавиш <Ctrl>+<V>. Фрагмент будет вставлен в документ в виде обычной текстовой области (рис. 2.26), которую затем можно редактировать стандартными для Mathcad средствами;
  - не создавая текстовой области, вставьте фрагмент из буфера обмена нажатием комбинации клавиш <Ctrl>+<V>. Текст будет вставлен в виде объекта, т. е. для его редактирования каждый раз станет вызываться то приложение, в котором он был создан. Чтобы вернуться к редактированию вставленного таким образом текста, следует дважды щелкнуть на нем мышью и внести в него желаемые изменения.

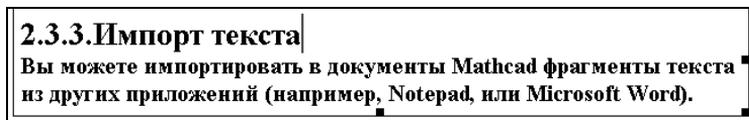


Рис. 2.26. Импорт фрагмента текста внутрь текстовой области

## 2.3.4. Математические символы внутри текста

Для качественного оформления документов скорее всего потребуются текстовые области, содержащие математические выражения. Для создания таких областей:

1. Щелкните в нужной части текстовой области.
2. Выберите команду **Insert | Math Region** (Вставка | Математическая область) или нажмите комбинацию клавиш <Ctrl>+<Shift>+<A>, чтобы создать пустой местозаполнитель внутри текста (рис. 2.27).
3. Введите математическое выражение в местозаполнитель так, как вводите обычные формулы (см. разд. 2.2).



Рис. 2.27. Вставка математических символов в текстовую область

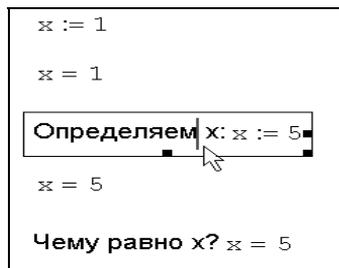


Рис. 2.28. Математические области в тексте влияют на вычисления

Помещая формулы в текст, помните о том, что они влияют на вычисления точно так же, как если бы были помещены в математический регион непосредственно в документе. На рис. 2.28 видны (сверху вниз): два математических региона, потом текстовый (находящийся в процессе редактирования), в котором переменной  $x$  присвоено новое значение, и затем еще один математический и один текстовый регион, в котором выведено это значение  $x$ . Обратите внимание, что после переопределения внутри первого текста переменная  $x$  поменяла свое значение.

### Примечание

Если необходимо, чтобы математическая область внутри текста не влияла на вычисления, отключите их. Для этого, находясь в режиме редактирования формулы, выполните команду **Format | Properties** (Формат | Свойства) и, перейдя в открывшемся диалоговом окне **Properties** (Свойства) на вкладку **Calculations** (Вычисления), установите флажок **Disable Evaluations** (Выключить вычисления) и нажмите кнопку **OK**.

## 2.3.5. Гиперссылки

Иногда необходимо сделать текстовую область одновременно и гиперссылкой, переводящей курсор на какое-либо иное место в активном документе, другой документ Mathcad, либо на сайт в Интернете. Для вставки гиперссылки используется команда **Insert | Hyperlink** (Вставка | Гиперссылка) (см. разд. 13.4.3).

## 2.3.6. Комментарии и метаданные

Несколько нововведений, связанных с интерфейсом, помогут вам разрабатывать документы Mathcad с большим комфортом. Все они представляют собой дополнительные опции вставки в документы комментариев различного рода.

Предусмотрено несколько типов комментариев, называемых *примечаниями* (annotation) и *метаданными* (metadata).

- ❑ Комментарии к файлу документа как единому целому, облегчающие его идентификацию как при работе в Mathcad, так и при поиске и отборе файлов средствами ОС Windows. Для добавления и редактирования комментариев ко всему документу выполните команду **File | Properties** (Файл | Свойства) и в открывшемся диалоговом окне установите стандартные свойства для данного файла. Можно указать такие атрибуты, как заголовок документа, его автора, комментарии, ключевые слова (рис. 2.29).

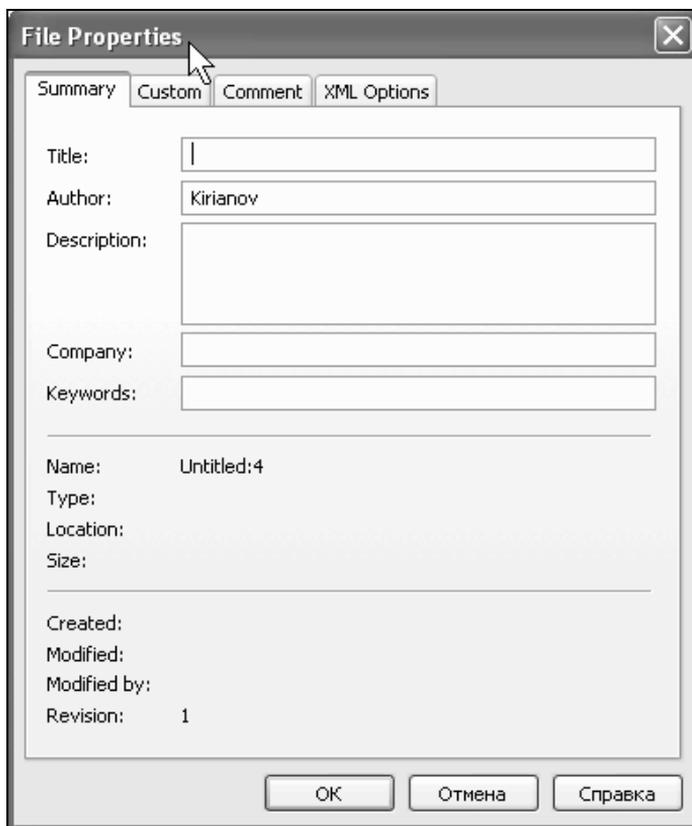


Рис. 2.29. Добавление атрибутов файлу с документом

- ❑ Примечания к отдельным выражениям, представляющие собой обычный текст небольшого размера. Для их добавления выделите выражение, вызо-

вите контекстное меню и выберите в нем пункт **Annotate Selection** (Добавить примечание) — рис. 2.30. В открывшемся диалоге теперь можно ввести текст примечания для выделенного фрагмента, который впоследствии станет доступным по команде контекстного меню **View | Edit annotation** (Вид | Правка примечания) — рис. 2.31. Части формул, которые снабжены примечаниями, выделяются (при установке линий ввода в пределы выражения) дополнительными скобками зеленого цвета.

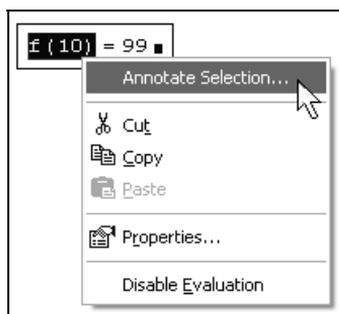


Рис. 2.30. Создание примечания к фрагменту формулы

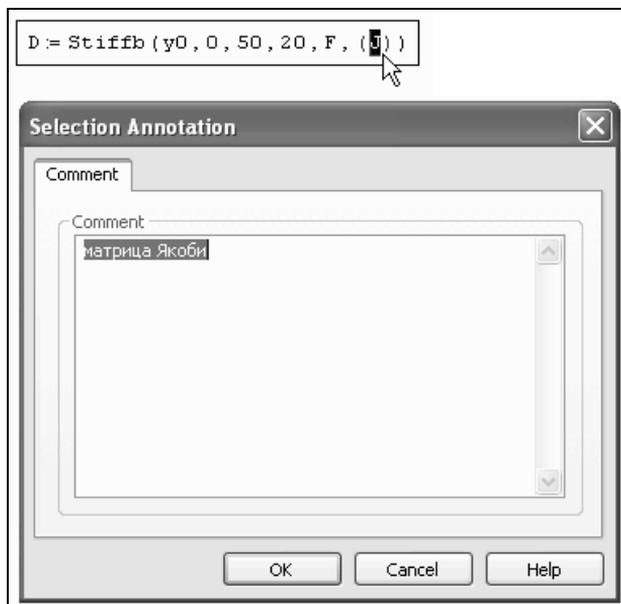


Рис. 2.31. Просмотр примечания к фрагменту формулы

### Примечание

Отключить выделение примечаний можно командой верхнего меню **View | Annotations** (Вид | Примечания), а поменять назначенный им цвет — при помощи команды **Format | Color | Annotations** (Формат | Цвет | Примечания).

- ❑ Комментарии (метаданные) к отдельным элементам формул (переменным, функциям, выражениям), позволяющие задать для них несколько параметров. Для их создания выделите желаемую часть формулы, вызовите контекстное меню, выберите в нем пункт **Properties** (Свойства) и перейдите в открывшемся диалоговом окне ко вкладке **Custom** (Дополнительно). При помощи группы раскрывающихся списков можно добавить параметры разного вида и установить для них определенное значение того или иного типа, например, текст, число, дату (рис. 2.32).
- ❑ Ключевые слова в документе (для глоссария), разметка которых производится в том же диалоговом окне **Properties** (Свойства) на вкладке **Index** (Указатель).

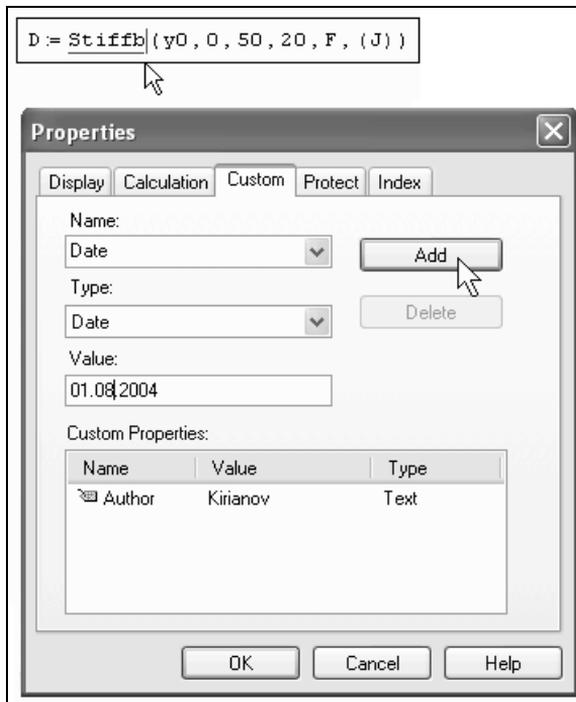


Рис. 2.32. Добавление метаданных фрагменту формулы

## 2.4. Правка документа

В предыдущих разделах было разобрано, как осуществляется правка отдельных текстовых и математических областей. Наряду с этим, к частям документа, пустым или содержащим несколько регионов, применяются и стандартные методы редактирования. Перечислим кратко характерные приемы правки документов, учитывая, что смысл их стандартен для Windows-приложений.

### 2.4.1. Выделение фрагмента документа

- Чтобы выделить несколько регионов, расположенных последовательно друг за другом, нажмите вне крайнего из них левую кнопку мыши (определяя тем самым место курсора ввода) и протащите ее указатель через все регионы, которые надо выделить. Выделенные регионы от курсора ввода до указателя мыши будут отмечены пунктиром (рис. 2.33).

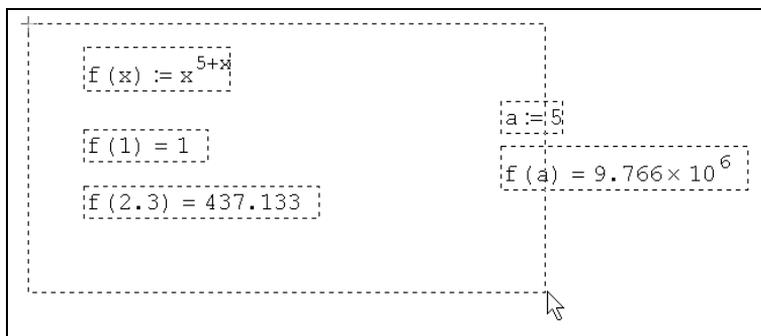


Рис. 2.33. Выделение области в документе

- Также можно выделить несколько соседних регионов, щелкая на крайнем из них, нажав клавишу <Shift> и, не отпуская ее, выполнить щелчок на другом крайнем регионе.
- Несколько разрозненных регионов можно выделить (рис. 2.34), щелкая на первом из них, нажав клавишу <Ctrl> и, не отпуская ее, последовательно щелкать на остальных регионах.
- Все содержание документа можно выделить при помощи команды **Edit | Select All** (Правка | Выделить все) или нажатием комбинации клавиш <Ctrl>+<A>.
- Для снятия выделения щелкните мышью в любой части документа.

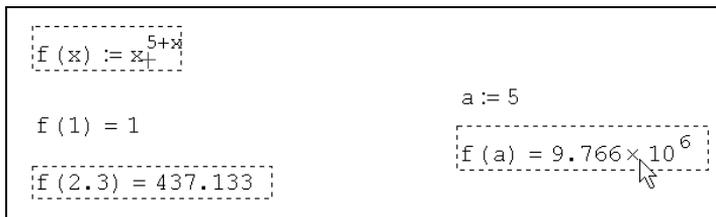


Рис. 2.34. Выделение нескольких разрозненных регионов

## 2.4.2. Удаление фрагмента

- Выделенные регионы удаляются нажатием клавиши  $\langle \text{Del} \rangle$  или комбинации клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{D} \rangle$ .
- Весь текущий регион удаляется нажатием комбинации клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{D} \rangle$  или командой **Edit | Delete** (Правка | Удалить).
- Пустые строки в документе можно удалить, помещая щелчком мыши в их верхнюю часть курсор ввода и нажимая нужное число раз клавишу  $\langle \text{Del} \rangle$ .
- Для вставки пустых строк ниже курсора ввода нажмите нужное число раз клавишу  $\langle \text{Enter} \rangle$ .

## 2.4.3. Вырезание, копирование, вставка и перемещение части документа

- Для вырезания, копирования выделенных регионов в буфер обмена и для вставки их из буфера в документ используйте одно из стандартных средств:
  - верхнее меню **Edit** (Правка);
  - контекстное меню;
  - кнопки правки на панели инструментов **Standard** (Стандартная);
  - сочетание горячих клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{X} \rangle$ ,  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{C} \rangle$ ,  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{V} \rangle$ .
- Для перемещения и копирования выделенных регионов документа удобнее использовать технологию перетаскивания их мышью:
  - для перемещения поместите указатель мыши на один из выделенных регионов — он приобретет форму ладони. Затем нажмите левую кнопку мыши и перетащите при нажатой кнопке выделение в желаемое место (рис. 2.35).

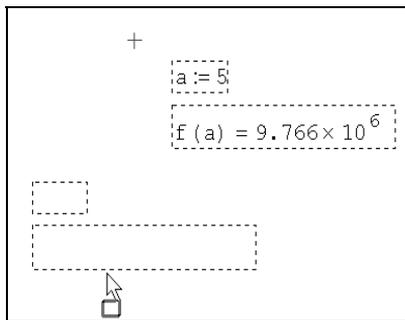


Рис. 2.35. Перетаскивание части документа в другое место

При отпускании кнопки мыши выделенные регионы переместятся на новое место;

- для копирования выделенных регионов перетаскивайте их мышью при нажатой клавише <Ctrl>.

#### 2.4.4. Выравнивание регионов

Чтобы документы воспринимались лучше, в Mathcad предусмотрены опции выравнивания регионов (и математических, и текстовых) по левому краю вдоль вертикальной линии и по верхнему краю вдоль горизонтальной. Для выравнивания выделите сначала несколько регионов и нажмите одну из двух кнопок выравнивания (рис. 2.36), или воспользуйтесь командой **Format | Align Regions** (Формат | Выравнивание регионов) и выберите в открывающемся подменю (рис. 2.37) либо команду **Across** (Горизонтально), либо команду **Down** (Вертикально).

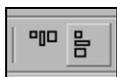


Рис. 2.36. Кнопки выравнивания регионов

Результат выравнивания показан в качестве примера на рис. 2.38. Для того чтобы расположить регионы в геометрически правильном порядке, возможно, потребуется применить различное выравнивание несколько раз.

#### **Примечание**

При попытке выровнять регионы может возникнуть ситуация, когда они станут перекрываться. В этом случае Mathcad задаст вопрос в диалоговом окне

"Selected regions may overlap. Align selected regions?" (Выбранные регионы могут перекрываться. Выровнять их?). Если нажать в этом диалоге кнопку **Cancel** (Отмена), то операция выравнивания будет отменена.

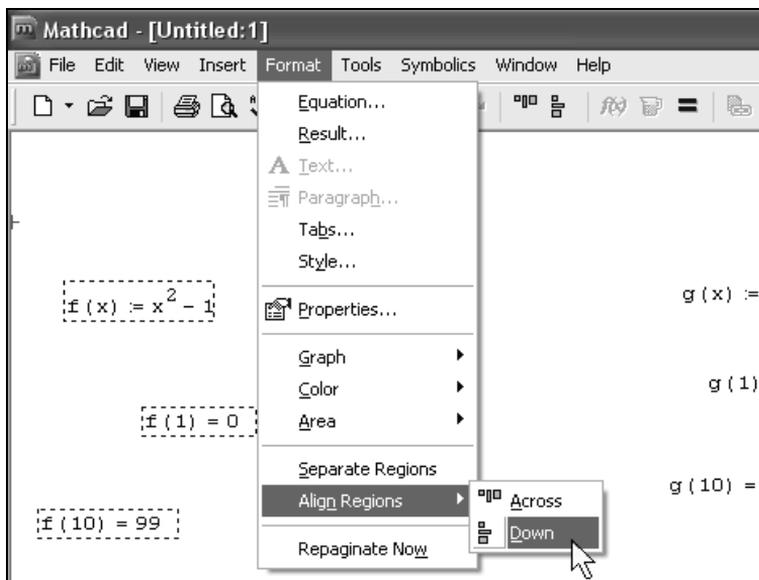


Рис. 2.37. Выравнивание регионов при помощи меню

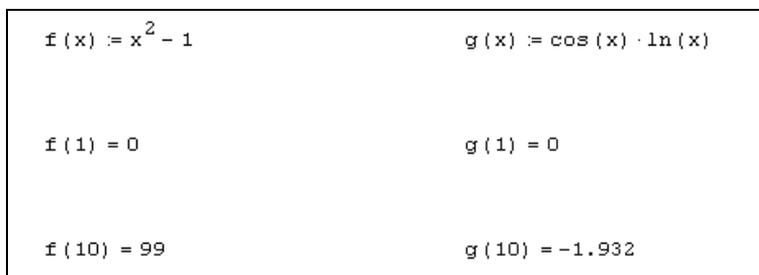


Рис. 2.38. Результат вертикального и горизонтального выравнивания регионов

## 2.4.5. Обновление вида документа

Редактор Mathcad — довольно сложная программа, и в результате работы в нем на поверхности документа может время от времени появляться "мусор" — лишние символы, которых на самом деле в документе нет. Если вы

подозреваете, что имеете дело именно с такой ситуацией, выполните команду **View | Refresh** (Вид | Обновить) или нажмите комбинацию клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{R} \rangle$ . В результате все лишние символы должны исчезнуть.

## 2.4.6. Поиск и замена

Находясь в Mathcad, несложно организовать поиск символа, фрагмента или слова в документе (рис. 2.39):

1. Выполните команду **Edit | Find** (Правка | Найти) или нажмите комбинацию клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{F} \rangle$  для вызова диалогового окна **Find** (Поиск).

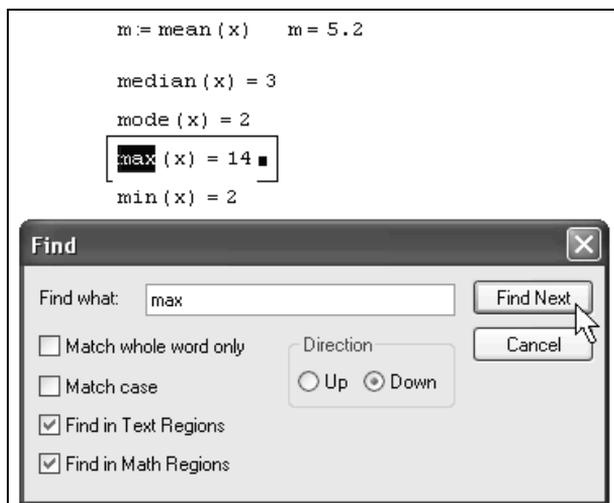


Рис. 2.39. Результат поиска символа в документе

2. Введите в поле **Find what** (Найти) в верхней части окна искомый текст.
3. Укажите, если это необходимо, опции поиска, устанавливая или снимая флажки:
  - **Match whole word only** (Искать совпадение только слов целиком);
  - **Match case** (Учитывать регистр);
  - **Find in Text Regions** (Искать в текстовых областях);
  - **Find in Math Regions** (Искать в математических областях).
4. При необходимости задайте направление поиска переключателями **Up** (Вверх) или **Down** (Вниз).

5. Нажмите кнопку **Find Next** (Найти) для поиска места, где указанный символ встречается в следующий раз.
6. Чтобы выйти из диалога, нажмите кнопку **Cancel** (Отмена). Вы переместитесь в найденное место документа.

Похожим образом можно автоматически заменить одни символы в документе другими (рис. 2.40):

1. Выберите меню **Edit | Replace** (Правка | Заменить) или нажмите комбинацию клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{H} \rangle$  для вызова диалогового окна **Replace** (Замена).
2. Введите текст, подлежащий замене, в поле **Find what** (Найти) в открывшемся диалоговом окне **Replace** (Замена).
3. Введите текст для замены в поле **Replace with** (Заменить).
4. Укажите, если это необходимо, рассмотренные выше опции поиска.
5. Нажмите одну из кнопок:
  - **Find Next** (Найти) — для поиска следующего вхождения указанного символа;
  - **Replace** (Заменить) — для замены очередного найденного символа другим;
  - **Replace All** (Заменить все) — для замены всех символов в документе, удовлетворяющих критериям поиска;
  - **Cancel** (Отмена) — для выхода из диалога **Replace** (Замена).

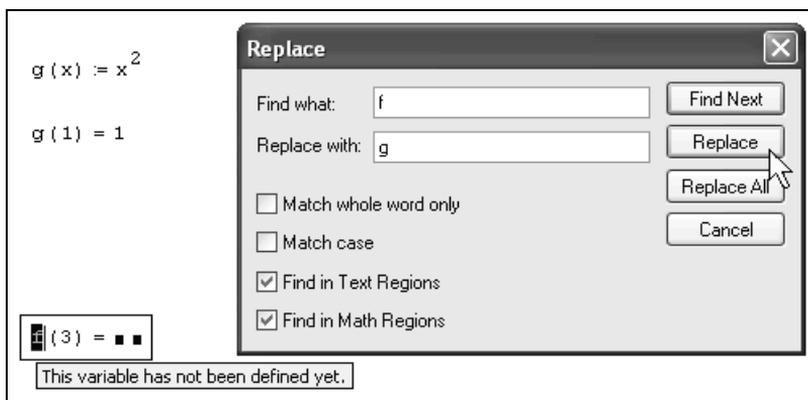


Рис. 2.40. Результат замены символов в документе

## 2.4.7. Отмена последнего действия

Опция отмены последнего действия по редактированию документов работает точно так же, как и в других приложениях Windows. Для ее реализации выполните одно из действий:

- 1) выберите в верхнем меню **Edit | Undo** (Правка | Отменить);
- 2) нажмите кнопку **Undo** (Отменить) на панели инструментов;
- 3) нажмите комбинацию клавиш <Ctrl>+<Z>.

Для того чтобы повторить ранее отмененную операцию, выполните одно из действий:

- 1) выберите в верхнем меню **Edit | Redo** (Правка | Повторить);
- 2) нажмите на панели инструментов кнопку **Redo** (Повторить);
- 3) используйте сочетание горячих клавиш <Ctrl>+<Y>.

## 2.4.8. Проверка орфографии

Для проверки англоязычной орфографии выделите текстовые регионы, подлежащие проверке, и выполните команду **Edit | Check Spelling** (Правка | Проверка орфографии) либо нажмите кнопку с галочкой на стандартной панели инструментов. Если вы хотите проверить орфографию во всем документе, не выделяйте ни один текстовый регион, а поместите курсор ввода в точку, с которой требуется начать проверку.

### *Примечание*

Орфография проверяется только внутри текстовых регионов.

Если в процессе проверки Mathcad обнаружит слово, отсутствующее в его словаре, оно будет выделено в документе, а пользователь увидит диалоговое окно **Check Spelling** (Проверка орфографии), показанное на рис. 2.41.

В диалоговом окне **Check Spelling** (Проверка орфографии) находятся следующие элементы:

- Not Found** (Нет в словаре) — указание на то, что слово отсутствует в словаре. Проверить написание слова придется самостоятельно и затем ввести правильный вариант в поле ввода;
- Change To** (Заменить на) — предложение наиболее близких слов из словаря для исправления. Выберите правильную замену из предложенного списка;

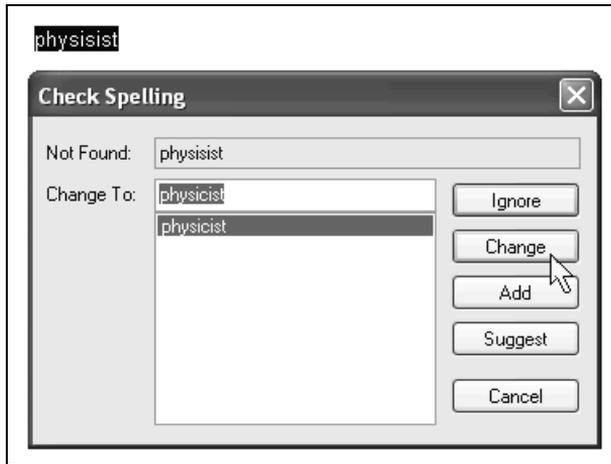


Рис. 2.41. Диалоговое окно **Check Spelling**

- **Change** (Заменить) — нажмите эту кнопку, чтобы заменить слово в документе на исправленное;
- **Ignore** (Пропустить) — оставить слово в документе неизменным;
- **Add** (Добавить) — оставить слово в документе и, кроме того, добавить его в словарь Mathcad, чтобы впоследствии оно интерпретировалось как правильное;
- **Cancel** (Отмена) — оставить все как есть и выйти из диалогового окна, закончив проверку орфографии.

## 2.5. Печать документа

Чтобы распечатать экземпляр активного документа на принтере, нажмите комбинацию клавиш <Ctrl>+<P> или кнопку с изображением принтера на панели инструментов **Standard** (Стандартная).

Для более активного управления процессом печати служат следующие пункты меню **File** (Файл):

- **Page Setup** (Параметры страницы) — опции страницы вывода активного документа на печать (стандартный размер страницы, тип подачи бумаги, поля);
- **Print Preview** (Просмотр) — предварительный просмотр на экране вывода на печать активного документа;

□ **Print** (Печать) — собственно печать активного документа с возможностью выбора принтера (если установлено несколько принтеров), смены установок принтера (таких как качество печати, разрешение, количество печатных копий документа и диапазон печатаемых страниц).

Выбор любого из этих пунктов меню **File** (Файл) приводит к раскрытию одноименного диалогового окна, в котором следует задать соответствующие опции печати и начать саму распечатку документа. Все эти возможности реализованы в Mathcad так, как это принято в Windows.

Отметим, что нажатие кнопки печати на панели инструментов приводит к мгновенной распечатке всего активного документа с текущими опциями печати и установками принтера.

## 2.6. Посылка документа по электронной почте

Послать документ по электронной почте можно с помощью почтового приложения (например, Microsoft Outlook), присоединяя файл с документом Mathcad к письму обычным образом.

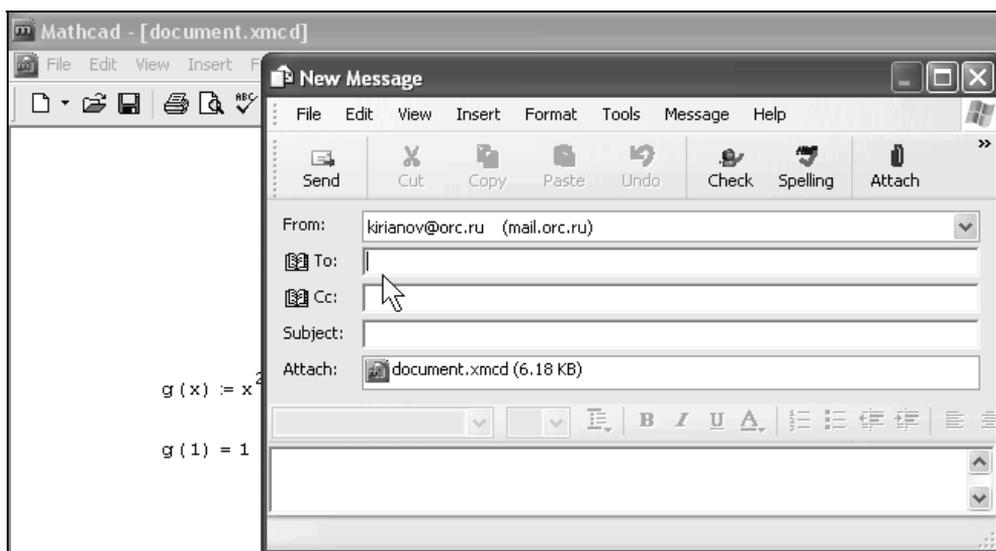


Рис. 2.42. Создание сообщения для отправки документа по электронной почте

Но, кроме того, отправить активный документ по электронной почте легко и не выходя из Mathcad. Для этого выберите команду **File | Send** (Файл | Отправить), в результате чего сразу появится окно **New Message** (Новое сообщение), изображенное на рис. 2.42, с автоматически присоединенным к нему файлом Mathcad. Пользователю остается лишь ввести в соответствующие поля окна электронный адрес получателя, тему и текст письма (последние два пункта необязательны) и отправить письмо.

### ***Примечание***

Для использования этой опции компьютер должен быть подключен к Интернету и на нем должно быть предварительно установлено соответствующее почтовое приложение.

## Глава 3



# Вычисления

Эта глава посвящена основам проведения вычислений в Mathcad. Она содержит все необходимые сведения о применении переменных и функций, операторов присваивания, численного вывода и символьного вывода (см. разд. 3.1), а также других операторов (см. разд. 3.2). В заключение описываются основные средства управления процессом вычислений в Mathcad (см. разд. 3.3) и говорится о том, каким образом происходит выдача сообщений об ошибках и отладка вычислений (см. разд. 3.4).

## 3.1. Переменные и функции

Основные инструменты математика — это операции с переменными величинами и функциями. В Mathcad переменные, операторы и функции реализованы в интуитивной форме, т. е. выражения в редакторе вводятся и вычисляются так, как они были бы написаны на листе бумаги. Порядок вычислений в документе Mathcad также очевиден: математические выражения и действия воспринимаются процессором слева направо и сверху вниз.

Перечислим основные действия, которые пользователь может совершать для определения и вывода переменных и функций.

### 3.1.1. Определение переменных

Чтобы определить переменную, достаточно ввести ее имя и присвоить ей некоторое значение, для чего служит оператор присваивания.

### 3.1.2. Присваивание переменным значений

Чтобы присвоить переменной новое значение, например, переменную  $x$  сделать равной 10:

1. Введите в желаемом месте документа имя переменной, например,  $x$ .
2. Введите оператор присваивания с помощью клавиши  $\langle := \rangle$  или нажатием соответствующей кнопки **Definition** (Присваивание) на панели инструментов **Calculator** (Калькулятор) или **Evaluation** (Выражения), как показано на рис. 3.1.
3. Введите в появившийся местозаполнитель новое значение переменной (10).

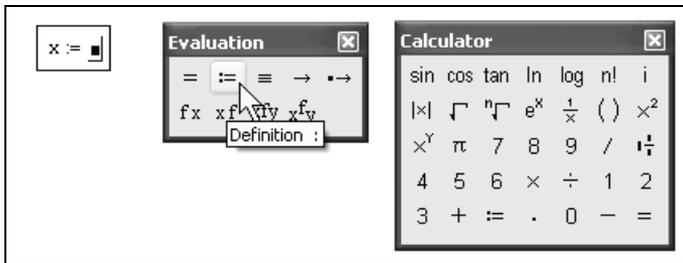


Рис. 3.1. Результат ввода оператора присваивания

Результат описанных действий показан в листинге 3.1.

#### **Примечание**

Кнопка оператора присваивания для удобства помещена сразу на две панели **Calculator** (Калькулятор) и **Evaluation** (Выражения) — рис. 3.1.

#### Листинг 3.1. Присваивание переменной числового значения

```
x := 10
```

Присвоить новое значение переменной возможно как в виде числа, так и в виде математического выражения, содержащего другие переменные (листинг 3.2) и функции (см. следующие разделы), а также в виде строкового выражения (листинг 3.3). В последнем случае будет создана переменная  $s$  не числового, а строкового типа.

**Листинг 3.2. Присваивание переменной вычисляемого значения выражения**

```
x := 10  
y := (x - 3)2 + 1
```

**Листинг 3.3. Присваивание переменной строкового значения**

```
s := "Hello, "
```

Если переменная с некоторым именем создается в данном документе впервые, то для ввода оператора присваивания вместо двоеточия допускается использовать символ равенства "=", который Mathcad автоматически заменит символом присваивания.

**Примечание**

В некоторых случаях это невозможно, в частности, когда значение присваивается переменной, имя которой зарезервировано Mathcad. Например, присвоить значение переменной с именем *N* можно, лишь вводя двоеточие, т. к. по умолчанию это имя обозначает в Mathcad единицу измерения силы (Ньютон).

Чтобы переопределить значение переменной, определенной в документе, оператор присваивания следует вводить не знаком равенства, а двоеточием, либо пользоваться панелью инструментов.

Не вполне соответствующий общепринятому математическому стилю вид оператора присваивания (не =, а :=) является, на самом деле, компромиссом, связанным с назначением Mathcad как системы программирования. Этот оператор показывает, что он действует, в отличие от других, не слева направо, а справа налево, поскольку значение (справа) задается переменной (слева). И если непосвященного математика внешний вид этого оператора может ввести в некоторое заблуждение, то пользователю Mathcad он прямо говорит о действии, выполняемом в данном месте документа: значение переменной *не выводится* на экран (о чем говорит знак =), а некоторое значение *присваивается* (:=) данной переменной.

Для подготовки отчетов, тем не менее, может потребоваться изменить отображение оператора присваивания с принятых по умолчанию символов " := " на символ равенства. Это делается для конкретного оператора присваивания с помощью пункта **View Definition As** (Изображать присвоение как) контекстного меню (рис. 3.2), либо для всего документа с помощью

команды **Tools** | **Worksheet Options** | **Display** (Сервис | Опции документа | Отображение) (см. разд. 2.2.6).

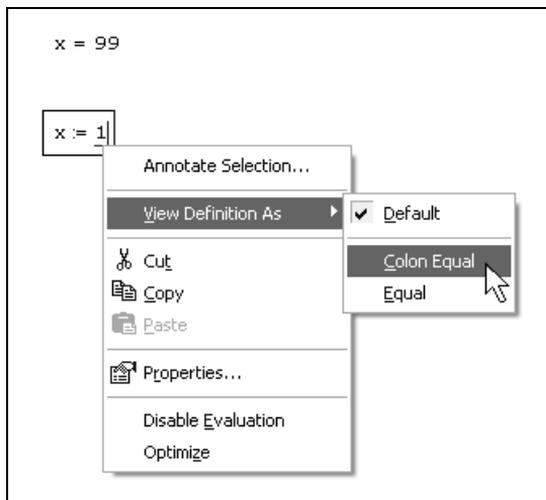


Рис. 3.2. Различное отображение оператора присваивания

Помимо рассмотренного оператора присваивания (а он применяется наиболее часто) существует также возможность *глобального присваивания*, которое будет рассмотрено в разд. 3.2.5.

### 3.1.3. Функции

Функции в Mathcad записываются в обычной для математика форме:

- $f(x, \dots)$  — функция, где:
  - $f$  — имя функции;
  - $x, \dots$  — список переменных.

Легче всего ввести написание функции в документ при помощи клавиатуры.

В Mathcad формально можно разделить функции на два типа:

- встроенные функции;
- функции, определенные пользователем.

Применение функций обоих типов в расчетах совершенно одинаково, с тем исключением, что любую встроенную функцию можно сразу использовать в

любом месте документа (о вставке встроенных функций в документ читайте в разд. 1.2), а пользовательскую функцию необходимо предварительно определить в документе до момента вычисления ее значения.

### 3.1.4. Определение функции пользователя

Для того чтобы определить функцию пользователя, например  $f(x, y) := x^2 \cdot \cos(x+y)$ :

1. Введите в желаемом месте документа имя функции ( $f$ ).
2. Введите левую скобку "(", имена переменных  $x$ ,  $y$  через запятую и правую скобку ")". При вводе левой скобки и запятой автоматически будут появляться соответствующие местозаполнители.
3. Введите оператор присваивания с панели инструментов или нажатием клавиши  $<:=>$ .
4. Введите в появившийся местозаполнитель выражение, определяющее функцию  $x^2 \cdot \cos(x+y)$ , пользуясь клавиатурой или панелями инструментов.

Результат ввода иллюстрируется листингом 3.4.

#### Листинг 3.4. Определение функции пользователя

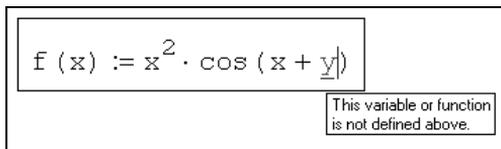
```
f(x, y) := x2 · cos(x + y)
```

#### **Внимание!**

Все переменные, присутствующие справа в выражении определения функции, либо должны входить в список аргументов функции (в скобках, слева после имени функции), либо должны быть определены ранее. В противном случае будет выведено сообщение об ошибке, причем имя неопределенной переменной будет выделено красным цветом (рис. 3.3).

#### **12** **Внимание!**

В Mathcad 12 и 13 запрещено определять функции пользователя посредством рекуррентных выражений, например,  $f(x) = f(x) + 1$ . При попытке вычисления  $f(x)$  вместо ее нового (рекуррентного) присваивания, как происходило в прошлых версиях, будет организован бесконечный цикл, который на определенном шаге приведет к операции переполнения. Для организации рекуррентных вычислений используйте новое имя функции, например,  $f1(f, x) = f(x) + 1$  (что даст  $f1(\sin, 0) = 0$ ), либо введенный в версии 12 *именной* (namespaced) оператор  $f_{[this]}(f, x) = f(x) + 1$  (см. разд. 3.2.7).



**Рис. 3.3.** Сообщение об ошибке ("Эта переменная или функция ранее не определена")

### 3.1.5. Вывод значений переменных и функций

Чтобы вычислить в документе некоторое математическое выражение, которое может состоять из переменных, операторов и функций (встроенных и определенных пользователем):

1. Введите это выражение, например,  $x^y$ .
2. Нажмите клавишу  $\Leftarrow$ .

В результате справа от введенного знака равенства появится вычисленное значение выражения (листинг 3.5, предпоследняя строка). Нельзя изменять содержимое выражения справа от знака равенства, поскольку оно есть результат работы *вычислительного процессора* Mathcad, совершенно скрытой от глаз пользователя. Подчас (когда выражение содержит функции, реализующие разные численные методы, часто в сложных комбинациях) алгоритмы расчета бывают очень затейливыми и занимают существенное время. О том, что некоторое выражение документа находится в стадии вычисления, свидетельствует обрамляющая его зеленая рамка и невозможность предпринять какое-либо действие с программой Mathcad.

#### Листинг 3.5. Вычисление выражения

$x := 10$

$y := (x - 3)^2 + 1$

$x^y = 1 \times 10^{50}$

$x = 10$

Заметьте, что перед тем как вычислить значение математического выражения, вы обязаны определить значение каждой входящей в него переменной

(две первых строки листинга 3.5). Вычисляемое выражение может содержать любое количество переменных, операторов и функций. Вывод текущего значения той или иной переменной приведен в последней строке листинга 3.5, а значения функции — в листингах 3.6 и 3.7.

**Листинг 3.6. Вывод значения функции**

```
f ( x , y ) := x2 · cos ( x + y )  
f ( 2 , 5.99 ) = -0.542  
f ( 1.3 , 7 ) = -0.729
```

**Листинг 3.7. Вывод значения функции (продолжение листинга 3.6)**

```
x := 1.3  
y := 7  
f ( x , y ) = -0.729
```

**Внимание!**

При определении функций пользователя через различные переменные важную роль играет присутствие имен этих переменных в списке аргументов или определение их выше в тексте документа. Например, результаты вывода значения функции  $f(x, y)$  в листинге 3.6 остались бы точно такими же, если до или после определения функции присвоить переменным  $x$  и  $y$  некоторые значения. Так происходит потому, что значения аргумента заданы непосредственно в строке вычисления функции. Если же определить функцию  $f(x)$  так, как это сделано в листинге 3.8, то она будет зависеть от значения переменной  $y$  в момент определения  $f(x)$  (т. е.  $y=5$ ), поскольку  $y$  не входит в список аргументов  $f(x)$ . Фактически  $f(x) = x^2 \cdot \cos(x+5)$ . Даже если где-нибудь ниже в программе пользователь переопределит значение  $y$ , Mathcad все равно будет помнить функцию  $f(x)$  как выражение  $x^2 \cdot \cos(x+5)$  (листинг 3.9).

**Листинг 3.8. К определению функций пользователя**

```
y := 5  
f ( x ) := x2 · cos ( x + y )  
f ( 1 ) = 0.96
```

**Листинг 3.9. К определению функций пользователя  
(продолжение листинга 3.8)**

$y := 0$

$x := 1$

$f(x) = 0.96$

$x^2 \cdot \cos(x + y) = 0.54$

$x^2 \cdot \cos(x + 5) = 0.96$

**Примечание**

Внимательнее относитесь к обязательному требованию совпадения количества аргументов при определении и выводе значения функций. Сравните, например, листинги 3.6 и 3.8, в которых, несмотря на одинаковое выражение в правой части определения функции  $f$ , создаются две существенно разные функции  $f(x, y)$  и  $f(x)$  соответственно.

Вводя знак равенства для вычисления математических выражений в Mathcad, вы фактически применяете оператор *вычисления*, или *численного вывода* (numerical evaluation). Его можно ввести также нажатием кнопки со знаком равенства на одной из панелей инструментов: **Calculator** (Калькулятор) или **Evaluation** (Выражения) (см. рис. 3.1). Оператор численного вывода означает, что все вычисления проводятся с числами, а различные встроенные алгоритмы реализуются соответствующими численными методами.

### 3.1.6. Символьный вывод

Наряду с численным выводом, в Mathcad имеется возможность символьного, или аналитического, вычисления значения выражения. Для символьных вычислений имеется ряд специальных средств, которые будут детально рассмотрены позднее (см. главу 5), самое простое из них — это оператор *символьного вывода* (symbolic evaluation). Он обозначается символом  $\rightarrow$  и в большинстве случаев применяется точно так же, как оператор численного вывода, однако внутреннее различие между действием этих двух операторов огромно. Если численный вывод — это в обычном смысле этого слова "запрограммированный" расчет по формулам и численным методам, скрытый от глаза пользователя, то символьный вывод — результат работы системы искусственного интеллекта, встроенной в Mathcad и называемой *символьным процессором*. Работа символьного процессора также невидима (и, чаще всего, даже трудно представима) пользователю и заключается в анализе самого тек-

ста математических выражений. Конечно, гораздо более узкий круг формул можно рассчитать символично, хотя бы потому, что, вообще говоря, относительно не такая большая часть математических задач допускает аналитическое решение.

Чтобы попытаться вычислить символично математическое выражение, например,

$$B \cdot \sin(\arcsin(C \cdot x))$$

где  $B$ ,  $C$ ,  $x$  — некоторые переменные:

1. Введите это выражение в надлежащем виде (в частности, функция  $\arcsin$  обозначается в Mathcad как  $\text{asin}$ ):  $B \cdot \sin(\text{asin}(C \cdot x))$ .
2. Введите оператор символьного вывода сочетанием клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \cdot \rangle$  либо нажатием соответствующей кнопки (рис. 3.4) на панели **Symbolic** (Символика) или **Evaluation** (Выражения).

После этого справа от символа оператора символьного вывода появится определенное аналитически значение выражения (листинг 3.10), либо сообщение об ошибке **"No answer found"** (Ответ не найден). Если символьному процессору Mathcad не удастся аналитически упростить выражение, то оно будет выдано справа от знака  $\rightarrow$  в том же виде, что и слева.

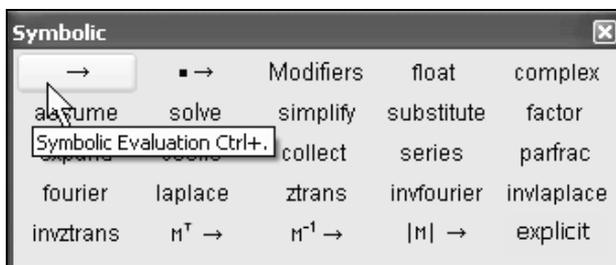


Рис. 3.4. Кнопка вставки оператора символьного вывода

#### Листинг 3.10. Символьный вывод выражения

$$B \cdot \sin(\text{asin}(C \cdot x)) \rightarrow B \cdot C \cdot x$$

#### Листинг 3.11. Символьный вывод выражения, которое не удалось упростить

$$x^2 \cdot \cos(x + y) \rightarrow x^2 \cdot \cos(x + y)$$

**Внимание!**

Присмотритесь внимательнее к листингам 3.10 и 3.11: для символьного вывода не требуется предварительно определять переменные, входящие в левую часть выражения! Если же переменным были все-таки присвоены ранее некоторые значения, символьный процессор просто подставит их в упрощенную формулу и выдаст результат с учетом этих значений (см. в качестве примера два следующих листинга — 3.12 и 3.13).

Точно так же, как численно рассчитываются значения функций, можно вычислять их и с помощью символьного процессора. Сравните соответствующие результаты, которые представлены в листинге 3.12 (конечно, символьный и численный ответы равны:  $9 \cdot \cos(8) = -1.31$ ). Аналогично можно символьно выводить значения переменных. Например, присвоить некоторой переменной значение функции или сложного выражения (листинг 3.13, вторая строка) и затем вывести значение переменной в символьном виде.

**Листинг 3.12. Численный и символьный выводы значения функции**

$$f(x) := x^2 \cdot \cos(x + 5)$$

$$f(3) = -1.31$$

$$f(3) \rightarrow 9 \cdot \cos(8)$$

**Листинг 3.13. Численный и символьный выводы переменной**

$$f(x) := x^2 \cdot \cos(x + 5)$$

$$a := f(3)$$

$$a \rightarrow 9 \cdot \cos(8)$$

$$a = -1.31$$

Как показывают приведенные примеры, преимущество символьных вычислений заключается в выдаче аналитического результата, который для математика часто является более ценным. Поэтому, исходя из специфики конкретных задач, решайте, стоит ли наряду с численными расчетами попытаться получить и символьное решение.

**3.1.7. Допустимые имена переменных и функций**

А теперь перечислим, какие символы можно, а какие нельзя применять в именах, которые пользователь дает переменным и функциям, и перечислим ряд ограничений на присваивание имен.

Допустимые символы:

- большие и маленькие буквы — Mathcad различает регистр: так, имена  $x$  и  $X$  определяют разные переменные. Кроме того, Mathcad различает и шрифт, например, имена  $x$  и  $X$  воспринимаются как разные;
- цифры от 0 до 9;
- символ бесконечности (комбинация клавиш <Ctrl>+<Shift>+<Z>);
- штрих (комбинация клавиш <Ctrl>+<F7>);
- греческие буквы — они вставляются с помощью панели **Greek** (Греческие символы);
- символ подчеркивания;
- символ процента;
- нижний индекс.

### **Внимание!**

С осторожностью используйте нижний индекс в определении имен переменных и функций, не путая его с индексом векторной переменной. Чтобы ввести имя с нижним индексом, например,  $K_{\max}$ : введите букву  $K$ , затем точку ".", после чего линии ввода опустятся чуть ниже, и только затем сам нижний индекс  $\max$ .

Теперь рассмотрим ограничения на имена переменных и функций:

- имя не может начинаться с цифры, символа подчеркивания, штриха или процента;
- символ бесконечности должен быть только первым в имени;
- все буквы в имени должны иметь один стиль и шрифт;
- имена не могут совпадать с именами встроенных функций, констант и размерностей, например,  $\sin$  или  $TOL$ . Тем не менее допускается их переопределение, но тогда одноименная встроенная функция больше не будет использоваться по первоначальному назначению;
- Mathcad не различает имен переменных и функций: если сначала определить функцию  $f(x)$ , а потом переменную  $f$ , то в оставшейся части документа будет утерян доступ к функции  $f(x)$ .

## **Имена, содержащие операторы и специальные символы**

В некоторых случаях желательно использовать имена переменных и функций, содержащие символы операторов Mathcad или другие символы, которые нельзя вставлять в имена непосредственно. Для этого существуют две возможности.

Во-первых, имя, составленное из любых символов и заключенное в квадратные скобки, Mathcad будет воспринимать корректно (рис. 3.5, сверху). Например, чтобы ввести имя  $[a+b]$ :

1. Нажмите комбинацию клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{Shift} \rangle + \langle \text{J} \rangle$  — появится пара квадратных скобок с местозаполнителем внутри.
2. Введите в местозаполнитель последовательность любых символов, например,  $a+b$ .

The image shows a rectangular box containing three lines of text, representing variable assignments in Mathcad. The first line is  $[ a + b ] := 7$ , the second line is  $\$ := 5$ , and the third line is  $a+b := 0$ . The square brackets in the first line are larger and more prominent than the other symbols.

**Рис. 3.5.** Специальные символы в именах переменных

Во-вторых, если вас не устраивает наличие квадратных скобок в имени, то вставить в него специальные символы можно чуть более сложным способом. Например, для ввода имени  $a+b$ :

1. Введите первый символ  $a$ , который должен быть допустимым для имен Mathcad.
2. Нажмите комбинацию клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{Shift} \rangle + \langle \text{K} \rangle$  для перехода в специальный "текстовый" режим редактирования.
3. Введите последовательность любых символов  $+$ .
4. Еще раз нажмите комбинацию клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{Shift} \rangle + \langle \text{K} \rangle$ , чтобы вернуться в обычный режим редактирования. Теперь можно продолжать ввод допустимых символов в имя  $b$ .

Результат этих действий показан в нижней строке рис. 3.5. Если требуется, чтобы имя начиналось со специального символа (средняя строка рис. 3.5), то необходимо выполнить все пункты 1–4, вводя в начале имени произвольный допустимый символ, а по завершении ввода просто стирая его.

## 3.2. Операторы

Каждый оператор в Mathcad обозначает некоторое математическое действие в виде символа. В полном согласии с терминологией, принятой в математике, ряд действий (например, сложение, деление, транспонирование матрицы и т. п.) реализован в Mathcad в виде встроенных операторов, а другие дейст-

вия (например,  $\sin$ ,  $\text{erf}$  и т. п.) — в виде встроенных функций. Каждый оператор действует на одно или два числа (переменную или функцию), которые называют *операндами*. Если в момент вставки оператора одного или обоих операндов не хватает, то недостающие операнды будут отображены в виде местозаполнителей. Символ любого оператора в нужное место документа вводится одним из двух основных способов:

- нажатием соответствующей клавиши (или сочетания клавиш);
- нажатием указателем мыши соответствующей кнопки на одной из математических панелей инструментов.

Напомним, что большинство математических панелей содержат сгруппированные по смыслу математические операторы, а вызвать эти панели на экран можно нажатием соответствующей кнопки на панели **Math** (Математика).

### **Примечание**

Везде в этом разделе будем рассматривать только второй способ вставки оператора. Те же, кто предпочитает использовать клавиатуру, найдут перечень горячих клавиш в *приложении 2*.

Выше мы рассмотрели особенности применения трех операторов: присваивания (см. *разд. 3.1.2*), численного (см. *разд. 3.1.5*) и символьного вывода (см. *разд. 3.1.6*). Разберем теперь действие прочих операторов Mathcad и возможности определения операторов пользователя.

## **3.2.1. Арифметические операторы**

Операторы, обозначающие основные арифметические действия, вводятся с панели **Calculator** (Калькулятор), показанной на рис. 1.8, б:

- сложение и вычитание:  $+$ ,  $-$  (листинг 3.14);
- умножение и деление:  $\times$ ,  $\div$  (листинг 3.15);
- факториал:  $!$  (листинг 3.16);
- модуль числа:  $|x|$  (листинг 3.16);
- квадратный корень:  $\sqrt{\quad}$  (листинг 3.17);
- корень  $n$ -й степени:  $\sqrt[n]{\quad}$  (листинг 3.17);
- возведение  $x$  в степень  $y$ :  $x^y$  (листинг 3.17);
- изменение приоритета: скобки (листинг 3.18);
- численный вывод:  $=$  (все листинги).

**Листинг 3.14. Операторы сложения, вычитания и отрицания**

$$1 + 3 - 7 = -3$$

$$-(-2) = 2$$

**Листинг 3.15. Операторы деления и умножения**

$$\frac{5}{2} = 2.5$$

$$5 \div 2 = 2.5$$

$$2 \frac{3}{4} = 2.75$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

**Листинг 3.16. Операторы факториала и модуля**

$$5! = 120$$

$$|-10| = 10$$

**Листинг 3.17. Операторы извлечения корня и возведения в степень**

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

$$e^{\ln(3)} = 3$$

$$3^2 = 9$$

$$10^{0.2} = 1.585$$

**Листинг 3.18. Оператор изменения приоритета ("скобки")**

$$(1 + 2) \cdot 3 = 9$$

$$1 + 2 \cdot 3 = 7$$

Как видно, с помощью этой панели можно ввести не только перечисленные операторы, но и их часто используемые комбинации, например, возведение экспоненты в степень, смешанное произведение и деление, а также мнимую единицу и число  $\pi$ . Заметим, что допускается запись оператора деления как в одну, так и в две строки, что обеспечивается наличием двух соответствующих кнопок на панели **Calculator** (Калькулятор).

Напомним, что в редакторе Mathcad можно выбирать отображение оператора умножения (см. разд. 2.2.6). Для того чтобы поменять его:

1. Щелкните правой кнопкой мыши на выражении, содержащем оператор умножения.
2. Выберите первый пункт появившегося контекстного меню **View Multiplication As** (Изображать умножение как).
3. В подменю выберите пункт, соответствующий стилю представления умножения: в виде обычной точки (**Dot**), точки с уменьшенным расстоянием от него до сомножителей (**Narrow Dot**), толстой точки (**Large Dot**), крестика ( $\times$ ), без символа с небольшим расстоянием между сомножителями (**Thin Space**), вообще вместе (**No Space**). Чтобы просмотреть, как будет выглядеть выражение в двух последних представлениях, нужно снять с него выделение. Чтобы вернуть представление по умолчанию, выберите в подменю контекстного меню пункт **Default**.

Некоторых операторов, например, таких как оператор комплексного сопряжения, на панелях инструментов нет (листинг 3.19). Его приходится вводить исключительно с клавиатуры нажатием клавиши  $\langle \rangle$ . Делайте это при выделенном выражении в пределах математического региона (комплексное сопряжение которого вы собираетесь осуществить), т. к. на пустом месте документа нажатие на кавычку приводит к созданию текстовой области).

### Листинг 3.19. Оператор комплексного сопряжения

$$(3 + i) = 3 - i$$

## 3.2.2. Вычислительные операторы

Вычислительные операторы вставляются в документы при помощи панели инструментов **Calculus** (Вычисления). При нажатии любой из кнопок в документе появляется символ соответствующего математического действия, снабженный несколькими местозаполнителями. Количество и расположение местозаполнителей определяется типом оператора и в точности соответствует их общепринятой математической записи. Например, при вставке операторо-

ра суммы (рис. 3.6) необходимо задать четыре величины: переменную, по которой надо произвести суммирование, нижний и верхний пределы, а также само выражение, которое будет стоять под знаком суммы (пример заполненного оператора суммы см. далее в листинге 3.22). Для того чтобы вычислить неопределенный интеграл, следует заполнить два местозаполнителя: подынтегрального выражения и переменной интегрирования.

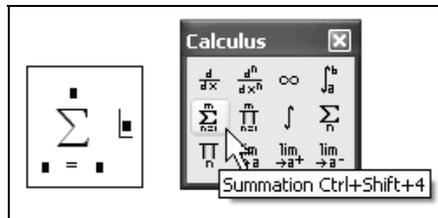


Рис. 3.6. Вставка оператора суммирования

После ввода какого-либо вычислительного оператора имеется возможность вычислить его значение либо численно, нажатием клавиши  $\Leftarrow$ , либо символично, с помощью оператора символического вывода.

Перечислим основные вычислительные операторы и приведем простейшие примеры их применения:

- дифференцирование и интегрирование;
  - производная (листинг 3.20);
  - $n$ -я производная (листинг 3.20);
  - определенный интеграл (листинг 3.21);
  - неопределенный интеграл (листинг 3.21).
- суммирование и вычисление произведения;
  - сумма (листинг 3.22);
  - произведение (листинг 3.22);
  - сумма ранжированной переменной (листинг 3.23);
  - произведение ранжированной переменной (листинг 3.23).
- пределы (листинг 3.24);
  - двусторонний;
  - левый;
  - правый.

**Листинг 3.20. Операторы вычисления производных**

$$\frac{d}{dx} \sin(x) \rightarrow \cos(x)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \sin(x) \rightarrow -\sin(x)$$

**Листинг 3.21. Операторы интегрирования**

$$\int_a^{\infty} \frac{1}{x^3} dx \rightarrow \frac{1}{2 \cdot a^2}$$

$$\int \ln(x) dx \rightarrow x \cdot \ln(x) - x$$

**Листинг 3.22. Операторы суммирования и вычисления произведения**

$$\sum_{i=1}^{10} i = 55 \quad \sum_{i=1}^{10} i \rightarrow 55$$

$$\prod_{i=1}^{30} i = 2.653 \times 10^{32}$$

**Листинг 3.23. Операторы суммирования и произведения ранжированной переменной**

$$i := 1 .. 5$$

$$\sum_i i^2 \cdot i! = 3.447 \times 10^3$$

$$\prod_i e^i = 3.269 \times 10^6$$

**Примечание**

О назначении и особенностях использования ранжированных переменных будет рассказано в следующей главе (см. разд. 4.3.2).

**Листинг 3.24. Операторы символьного вычисления пределов**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 \cdot x}{x} \rightarrow 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \rightarrow \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} \rightarrow -\infty$$

**Примечание**

В отличие от других, операторы поиска предела могут быть вычислены только символьно (см. главу 5).

Операторы суммирования и вычисления произведения фактически являются более удобной записью операторов  $\times$  и  $+$  с большим количеством операндов. А вот вычислительные операторы поиска производных и интегралов существенно отличаются от операторов умножения и сложения тем, что реализованы на основе определенных численных методов, которые в скрытой (невидимой для пользователя) форме запускаются вычислительным процессором Mathcad. При численном расчете интегралов и производных необходимо, хотя бы в общих чертах, представлять принцип работы соответствующих алгоритмов, чтобы избежать ошибок и неожиданностей при получении результатов (*численным методам интегрирования и дифференцирования посвящена глава 7*).

Важно отметить, что имеется возможность вычислять интегралы с одним или обоими бесконечными пределами, а также в символьной форме искать значения бесконечных пределов, сумм (рядов) и произведений. Для удобства ввода кнопка с символом бесконечности помещена на ту же панель инструментов **Calculus** (Вычисления). Пример вставки символа бесконечности в задаче поиска суммы бесконечного ряда приведен на рис. 3.7.

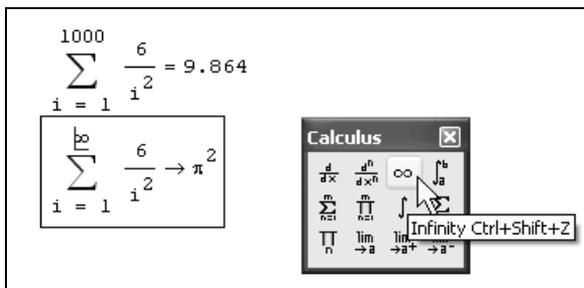


Рис. 3.7. Поиск суммы бесконечного ряда

### 3.2.3. Логические операторы

Результатом действия логических (булевых) операторов являются только числа 0 (если логическое выражение, записанное с их помощью, ложно) или 1 (если логическое выражение истинно). Чтобы вычислить значение логического выражения, например  $1=1$  (рис. 3.8):

1. Вставьте с панели **Boolean** (Булевы операторы) соответствующий оператор =.
2. В появившиеся местозаполнители вставьте операнды (две единицы).
3. Нажмите клавишу  $\langle \Rightarrow \rangle$ , чтобы получить ответ.

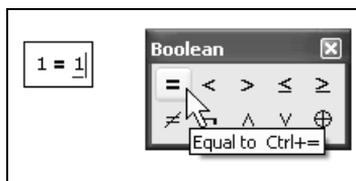


Рис. 3.8. Вставка логического оператора

Получается абсурдное на первый взгляд выражение  $1=1=1$ . Однако на самом деле все правильно. Справа от оператора вывода записано логическое выражение  $1=1$  (обратите внимание, что логический знак равенства выглядит по-другому, нежели обычный), которое является истинным. Поэтому значение данного выражения равно 1, что и показано справа от знака равенства.

Перечислим логические операторы:

- больше (**Greater Than**)  $x > y$ ;
- меньше (**Less Than**)  $x < y$ ;

- больше или равно (**Greater Than or Equal**)  $x \geq y$ ;
- меньше или равно (**Less Than or Equal**)  $x \leq y$ ;
- равно (**Equal**)  $x = y$ ;
- не равно (**Not Equal to**)  $x \neq y$ ;
- и (**And**)  $x \wedge y$ ;
- или (**Or**)  $x \vee y$ ;
- исключающее или (**Exclusive or**)  $x \oplus y$ ;
- отрицание (**Not**)  $\neg x$ .

### Примечание

Операнды в логических выражениях могут быть любыми числами. Однако если оператор по смыслу применим только к 0 и 1, то любое неравное нулю число по умолчанию принимается равным 1. Но в результате все равно может получиться либо 0, либо 1. Например,  $\neg(-0.33) = 0$ .

Примеры действия логических операторов приведены в листингах 3.25 и 3.26.

#### Листинг 3.25. Операторы сравнения

$2 = 3 = 0$	$5 > 1 = 1$	$3 > 3 = 0$
$7 = 7 = 1$	$3 < \infty = 1$	$3 \geq 3 = 1$
$0 \neq 0 = 0$		

#### Листинг 3.26. Булевы операторы

$1 \vee 0 = 1$	$1 \wedge 0 = 0$	$1 \oplus 0 = 1$	$\neg 1 = 0$
$0 \vee 0 = 0$	$0 \wedge 0 = 0$	$0 \oplus 0 = 0$	$\neg 0 = 1$
$1 \vee 1 = 1$	$1 \wedge 1 = 1$	$1 \oplus 1 = 0$	

Логические операторы чрезвычайно важны при записи подлежащих решению алгебраических уравнений и неравенств в приемлемой для Mathcad форме.

## 3.2.4. Матричные операторы

Матричные операторы предназначены для совершения различных действий над векторами и матрицами. Поскольку большинство из них реализует численные алгоритмы, о них будет подробно рассказано в *части III* (см. главу 9).

### 3.2.5. Операторы выражения

Почти все вычислительные операторы были рассмотрены выше (см. разд. 3.1). Они сгруппированы на панели **Evaluation** (Выражения):

- оценить численно (**Evaluate Numerically**) = (см. разд. 3.1.5);
- вычислить символично (**Evaluate Symbolically**) → (см. разд. 3.1.6);
- присваивание (**Definition**) := (см. разд. 3.1.2);
- глобальное присваивание (**Global Definition**) ≡.

Рассмотрим различие между операторами обычного присваивания и *глобального присваивания* (процесс его вставки в документ показан на рис. 3.9). Для того чтобы вычислить выражение, содержащее некоторую переменную или функцию, необходимо, чтобы этой переменной ранее в документе было присвоено какое-либо значение. Иначе будет выдаваться сообщение об ошибке (рис. 3.10). Однако если в любой части документа (например, в самом низу) вставить оператор глобального присваивания, то переменная будет определена в любой части документа (листинг 3.27).

#### Листинг 3.27. Действие операторов присваивания и глобального присваивания

```
x = 5
x := 10
x = 10
x ≡ 5
x = 5
```

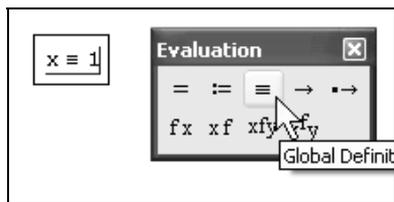


Рис. 3.9. Кнопка глобального присваивания на панели **Evaluation**

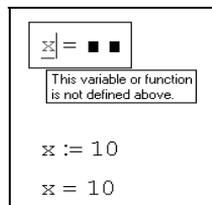


Рис. 3.10. Обычное присваивание сказывается только на следующей ниже части документа

Как видно из листинга 3.27, обычное (*локальное*) присваивание переменной  $x$  действует от момента  $x := 10$  до момента глобального присваивания  $x \equiv 5$ . Во-

общее говоря, Mathcad анализирует документы на предмет присваивания переменных в два прохода: сначала распознаются все операторы глобального присваивания, и все выражения в документе сверху вниз и слева направо вычисляются в соответствии с ними, а при втором проходе в том же порядке анализируются операторы локального присваивания, и все выражения вычисляются с поправкой на них. Приведем важный пример взаимодействия глобального и локального присваивания (листинг 3.28).

### Листинг 3.28. Взаимодействие глобального и локального присваивания

```
x ≡ 5
x = 5
x := 10
x = 10
y ≡ x2
y = 25
```

Обратите внимание, что несмотря на локальное присваивание переменной  $x:=10$  в третьей строке листинга, значение переменной  $y$  вычисляется все-таки в соответствии с глобальным значением  $x≡5$ , поскольку сама переменная  $y$  глобальным образом определена через переменную  $x$ .

### Совет

Аккуратнее относитесь к определению глобальных переменных и, во избежание путаницы, старайтесь не переопределять их локально. Применяйте глобальное присваивание только для определения констант и, по возможности, избегайте случаев, когда оператор вывода предшествует оператору глобального присваивания для улучшения читаемости документов.

Точно так же, как вы глобально присваиваете значение переменной, допускается глобально определять функции (листинг 3.29).

### Листинг 3.29. Глобальное определение функции пользователя

```
f (2) = 128
f (x) ≡ x7
```

### Примечание

Оператор глобального присваивания можно отображать не только в виде тождественного равенства, но и как обычный знак равенства. Для этого вызовите на операторе контекстное меню и в подменю пункта **View Definition As** (Изображать присвоение как) выберите пункт **Equal** (Равенство).

## 3.2.6. Создание оператора пользователя

Запросы взыскательного пользователя могут отнюдь не исчерпываться набором встроенных операторов Mathcad. Для вставки в документы заранее созданных операторов пользователя применяется панель **Evaluation** (Выражения).

### Выбор имени оператора

Оператор пользователя может иметь абсолютно любое имя (см. разд. "Имена, содержащие операторы и специальные символы" этой главы). Однако, исходя из смысла операторов, логично давать им имена в виде символов. Это удобно делать с помощью коллекции символов, находящейся в ресурсах Mathcad. Выберите в верхнем меню **Help | QuickSheets** (Справка | Быстрые шпаргалки) и войдите затем в самый последний раздел **Extra Math Symbols** (Дополнительные символы) открывшегося содержания шпаргалок. Там вы увидите целую коллекцию символов, любой из которых можно просто перетащить указателем мыши в нужное место документа.

Присваивать оператору некоторое действие следует точно так же, как функции пользователя.

### Создание оператора

Определение унарного оператора эквивалентно заданию соответствующей пользовательской функции одного аргумента. Например, чтобы создать оператор с именем %, реализующий перевод доли числа в проценты и сводящийся к умножению его на 100 (листинг 3.30):

1. Введите имя оператора, т. е. символ "%".
2. После знака % наберите скобку "(", далее  $x$ , затем еще одну скобку ")".
3. Введите оператор присваивания, нажав клавишу  $\leftarrow$ .
4. Введите выражение  $x \cdot 100$ .

### Листинг 3.30. Создание унарного оператора пользователя

```
% (x) := x · 100
```

Бинарный оператор создается точно так же, только вместо функции одной переменной следует определить функцию двух переменных. Например, чтобы создать бинарный оператор, например, реализующий действие  $x \cdot y^2$ :

1. Введите имя оператора, например, `bin`.
2. Наберите знак скобки "(" , затем список из двух операндов `x, y` через запятую, затем закрывающую скобку ")" .
3. Введите оператор присваивания `<:=>`.
4. Введите выражение, зависящее от операндов, действие которого необходимо присвоить оператору ( $x \cdot y^2$ ).

### Использование бинарного оператора

Возможны два способа вставки пользовательского бинарного оператора в документ, отличающиеся только отображением в документе. Чтобы вставить оператор в форме графа (или дерева):

1. Нажмите кнопку **Tree Operator** (Оператор дерева) на панели **Evaluation** (Выражения) (рис. 3.11, справа).
2. В появившиеся местозаполнители введите имя оператора (на вершине графа) и значения операндов (в ответвления дерева).
3. Введите оператор присваивания, нажав клавишу `<=>`.

Результат действия оператора показан на рис. 3.11, внизу слева.

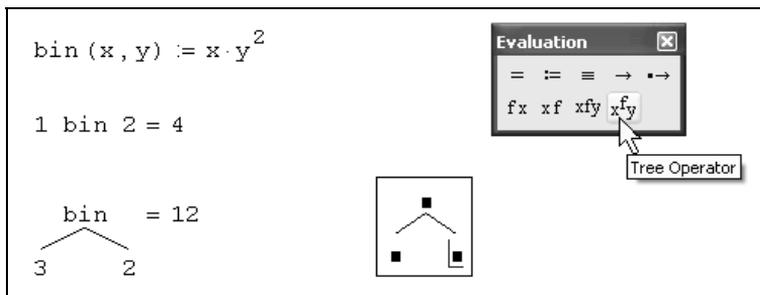


Рис. 3.11. Применение пользовательского бинарного оператора

Кроме древовидной формы оператора, допускается использование его в виде последовательности "операнд — имя оператора — другой операнд" (рис. 3.11, вторая строка слева). Чтобы ввести такую форму оператора, следует нажать соседнюю кнопку **Infix Operator** (Оператор внутри) с изображением **xfy**.

## Использование унарного оператора

Вставка унарного оператора совершенно аналогична, только вместо двух операндов требуется ввести один (рис. 3.12). Унарный оператор вставляется нажатием кнопки **Prefix Operator** (Оператор перед) на панели **Evaluation** (Выражения) либо кнопки **Postfix Operator** (Оператор после). Первый путь проиллюстрирован правой частью рис. 3.12 (в момент вставки) и результатом действия оператора (слева), а результат вставки оператора по второму пути — левой нижней строкой того же рисунка.

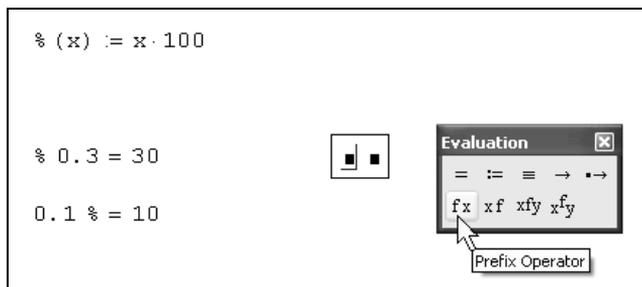


Рис. 3.12. Применение пользовательского унарного оператора

### 3.2.7. Именной оператор

Начиная с Mathcad 12 введена возможность переопределения переменных, размерностей и функций, причем как пользовательских, так и системных. Осуществляется это при помощи *именного оператора* (namespace operator), примеры работы которого показаны в листинге 3.31. Идентификатор `[mc]` указывает на подмену системного имени Mathcad, а `[this]` — на рекуррентное переопределение соответствующей функции.

**Листинг 3.31. Переопределение встроенной функции (синуса) при помощи именного оператора**

$$\sin(x) := \sin_{[mc]} \left( x \cdot \frac{\pi}{180} \right)$$

$$\sin(90) = 1$$

$$\sin_{[mc]}(90) = 0.894$$

$$\sin_{[mc]}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

## 3.3. Управление вычислениями

Документ Mathcad — это в полном смысле слова компьютерная программа, а сама система Mathcad — настоящая система программирования, правда, ориентированная на математика, а не на профессионального программиста. Большинство других сред программирования (знакомых читателю по реализации таких языков, как Си, Фортран, Бейсик и т. п.) разделяют редактирование кода программ и их выполнение, которое можно вызвать предназначенными для этого командами. В Mathcad и код программы, и результат их выполнения объединены в документе. Тем не менее функции редактирования формул и их расчеты разделены, и пользователь имеет возможность управлять всеми важнейшими опциями вычислений.

### 3.3.1. Режимы вычислений

Все примеры, которые мы рассматриваем в этой книге, неявно предполагают, что включен автоматический режим вычислений. Он включается по умолчанию при создании пустого документа, поэтому если вводятся выражения, содержащие операторы вывода, они вычисляются немедленно. Вообще говоря, имеются два режима вычислений:

- автоматический режим* (automatic mode) — все вычисления выполняют­ся автоматически по мере ввода формул;
- ручной режим* (manual mode) — старт вычислений каждой формулы или всего документа производится пользователем.

Режим вычислений можно выбрать с помощью команды **Tools | Calculate | Automatic Calculation** (Сервис | Пересчитать | Считать автоматически), как показано на рис. 3.13. Если в этой строке меню установлен флажок проверки, значит, включен автоматический режим, если флажка нет, то редактируется документ в ручном режиме вычислений. Чтобы сменить режим, просто выберите этот пункт меню (например, нажав кнопку мыши в ситуации, показанной на рис. 3.13, включите ручной режим).

### Примечание

Режим вычислений устанавливается независимо для каждого документа. Одновременно могут быть открыты несколько документов, вычисляемых в различных режимах.

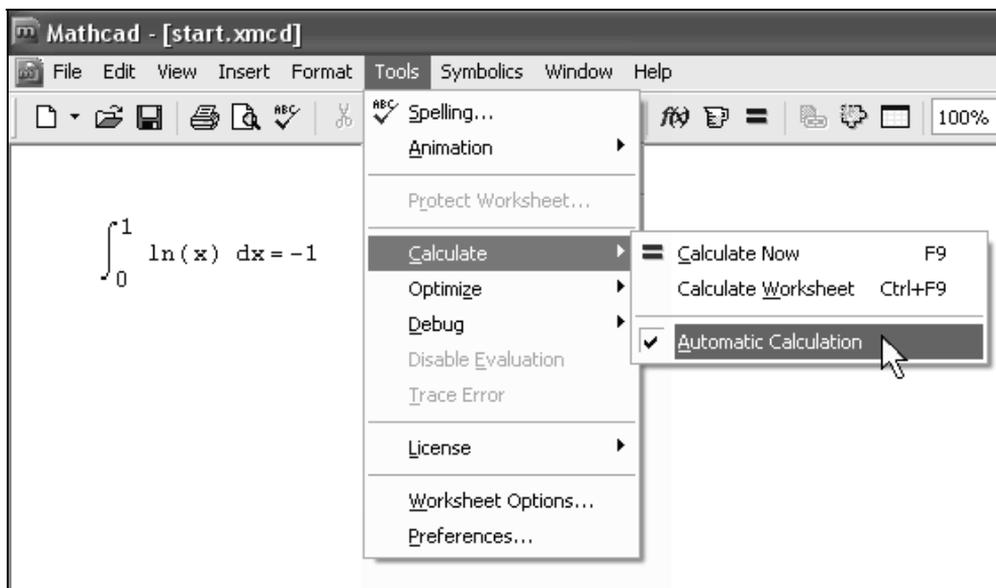


Рис. 3.13. Выбор режима вычислений

Преимущества и недостатки каждого режима очевидны. С одной стороны, автоматические вычисления упрощают работу с документом, поскольку результаты расчетов появляются в реальном времени, и пользователь имеет возможность анализировать их сразу. С другой стороны, если вычисления сложные, они могут отнимать много времени (что особенно заметно на компьютерах с не слишком мощным процессором и небольшим объемом оперативной памяти). В частности, если поменять какое-либо выражение в начале большого документа, которое влияет на последующие вычисления, то все они пересчитываются заново. В таких случаях часто удобнее редактировать текст в ручном режиме, а вычисления включать по мере необходимости.

### 3.3.2. Прерывание вычислений

Mathcad осуществляет вычисления документа, как это принято в большинстве сред программирования: сверху вниз и слева направо. Пока очередное вы-

ражение находится в процессе расчета (вычислительным или символьным процессором), оно выделяется рамкой зеленого цвета, а любые действия пользователя по дальнейшему редактированию документа блокируются. Если у вас не слишком "быстрый" компьютер, а формулы достаточно сложные, то можно наблюдать, как зеленая рамка перескакивает с одного выражения на другое.

Чтобы прервать затянувшийся процесс вычислений, нажмите клавишу <Esc>. Появится диалоговое окно, в котором нужно подтвердить прерывание вычислений (нажать кнопку **ОК**). В этом случае выражения, которые Mathcad не успел вычислить, будут помечены в документе красным цветом. Прерванные вычисления возобновляются нажатием клавиши <F9> или командой **Tools | Calculate | Calculate Now** (Математика | Пересчитать | Пересчитать).

### 3.3.3. Диалоговое окно *Worksheet Options*

Наравне с изложенными способами установки режимов вычислений, их основные опции допускается выбирать для всего документа на вкладке **Calculations** (Вычисления) диалогового окна **Worksheet Options** (Опции документа), вызываемого с помощью команды **Tools | Worksheet Options** (Сервис | Опции документа).

Установки режимов вычислений для всего документа сведены на вкладке **Calculations** (Вычисления) диалогового окна **Worksheet Options** (Опции документа), вызываемого с помощью команды **Tools | Worksheet Options** (Сервис | Опции документа). Опции сгруппированы на нескольких вкладках (рис. 3.14), а их набор изменялся от версии к версии Mathcad и в 13-й версии приобрел такой вид:

- Unit system** (Система измерения) — выбор системы, в которой отображаются размерные величины (СИ, СГС и т. д., в том числе пользовательская система);
- Dimension** (Размерность) — задание набора единиц измерения основных размерных величин;
- Compatibility** (Совместимость) — включение опций работы математического процессора по обработке команд присваивания в стиле версий Mathcad 11 или 12;
- Built-in variables** (Встроенные переменные) — определение значений системных констант, таких как `ORIGIN`, `TOL` или `CTOL`;
- Calculating** (Вычисление) — выбор опций режима вычислений;

- **Display** (Отображение) — выбор установок по умолчанию для символов операций, допускающих разное отображение на экране (например, присваивания, численного и символьного вывода, умножения).

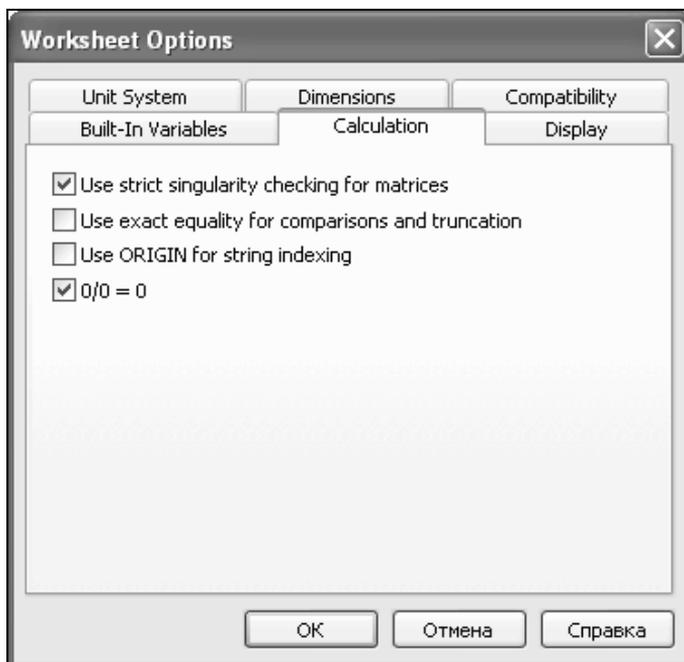


Рис. 3.14. Управление режимом вычислений документа в диалоговом окне **Worksheet Options**

В частности, на закладке **Calculating** (Вычисление) сведены следующие флажки проверки:

- **Use strict singularity checking for matrices** (Использовать проверку матриц на сингулярность) — опция, означающая проведение дополнительной проверки на сингулярность матрицы перед использованием численных алгоритмов, что позволяет, во избежание неправильного применения численного метода, выдать заранее сообщение об ошибке, если матрица сингулярная;
- **Use exact equality for boolean comparisons** (Использовать точное равенство для логического сравнения) — когда флажок выбран, применяется жесткий критерий точного равенства чисел (лучше сказать, числа при

сравнении считаются равными, если отличаются по модулю менее, чем на  $10^{-307}$ ). Если флажок снят, используется более мягкий критерий (относительное различие чисел по модулю менее, чем на  $10^{-12}$ ).

- **Use ORIGIN for string indexing** (Использовать константу ORIGIN для индексации строк) — когда флажок отмечен, системная константа ORIGIN задает номер начального индекса не только для массивов, но и для строковых переменных.
- **0/0=0** — выбор правила раскрытия неопределенности.

### **Примечание**

В Mathcad 12 нельзя было переключиться на старый режим вычислений, и флажков проверки **Old engine** (Старый процессор) или **Backward compatibility** (Обратная совместимость) в диалоговом окне **Worksheet options** (Опции документа) уже нет. В Mathcad 13 разработчики предусмотрели возможность вернуться к стилю вычислений прошлых версий, для чего следует установить соответствующий переключатель Mathcad 11 на закладке **Compatibility** (Совместимость).

## **3.3.4. Вычисления в ручном режиме**

Если флажок в строке команды **Tools | Calculate | Automatic Calculation** (Сервис | Пересчитать | Считать автоматически) снят, пользователь должен запускать вычисления самостоятельно.

Для того чтобы вычислить все формулы во всем документе, выполните команду **Tools | Calculate | Calculate Worksheet** (Математика | Пересчитать | Пересчитать все).

Для вычисления всех формул в видимой части документа выберите пункт **Tools | Calculate | Calculate Now** (Сервис | Пересчитать | Пересчитать), либо нажмите клавишу <F9>, либо щелкните на кнопке с изображением знака равенства (**Calculate**) на стандартной панели инструментов.

Прервать вычисления можно обычным образом, нажав клавишу <Esc>.

### **Совет**

Управлять размером видимой части документа можно при помощи изменения масштаба отображения документа.

При редактировании текста в ручном режиме не выполняются ни вычисления, ни построение графиков, а соответствующие места в выражениях формально отмечаются местозаполнителями (рис. 3.15).

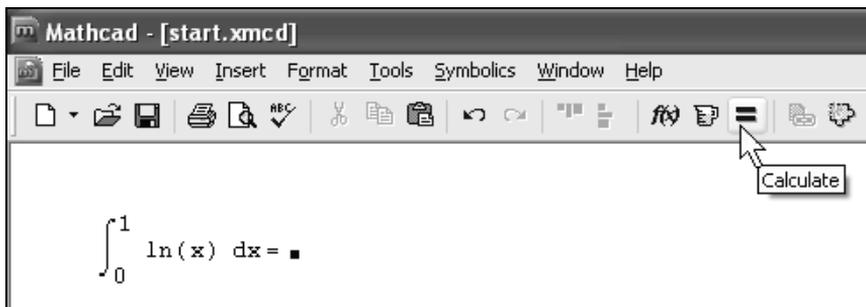


Рис. 3.15. Чтобы запустить вычисления в ручном режиме, нажмите кнопку **Calculate**

### 3.3.5. Оптимизация вычислений

Отличительная черта последних версий Mathcad — улучшенные возможности ускорения численных вычислений за счет применения элементов символической математики. Непосредственно перед численным расчетом Mathcad автоматически пытается упростить выражение, используя символичный процессор. Это называется *оптимизацией*. За счет того, что от версии к версии качество работы символического процессора улучшается, символическое преобразование зачастую существенно ускоряет расчеты. Режим оптимизации включается либо в документе целиком, либо для отдельных формул.

Чтобы включить или отключить режим оптимизации всех выражений в активном документе, выберите команду **Tools | Optimize | Worksheet** (Сервис | Оптимизация | Документ). Чтобы изменить режим оптимизации для отдельной формулы, не меняя выбранного режима для остальных выражений документа, выделите эту формулу линиями ввода и выберите в верхнем меню **Tools | Optimize | Equation** (Сервис | Оптимизация | Уравнение).

### 3.3.6. Отключение вычисления отдельных формул

Mathcad позволяет отключить вычисление какой-либо формулы. При этом она не будет влиять на последующие вычисления. Чтобы не вычислять определенную формулу в документе:

1. Щелкните правой кнопкой мыши на формуле.
2. Выберите в контекстном меню пункт **Disable Evaluations** (Выключить вычисления), как показано на рис. 3.16.

Эквивалентный способ отключения вычисления отдельной формулы состоит в вызове диалогового окна **Properties** (Свойства) через одноименный пункт контекстного меню или главного меню **Format** (Формат). В диалоге **Properties** (Свойства) следует перейти на вкладку **Calculation** (Вычисления) и установить там флажок **Disable Evaluations** (Выключить вычисления). О выключении той или иной формулы из вычислений можно судить по наличию черного квадрата сразу за этой формулой, а вновь вернуть ее в процесс вычислений можно также при помощи контекстного меню.

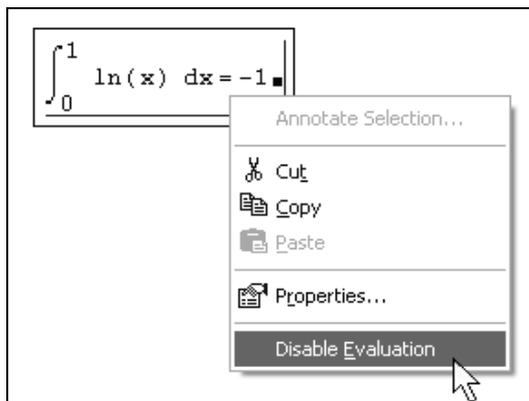


Рис. 3.16. Отключение вычисления формулы с помощью контекстного меню

Результат выключения формулы из процесса вычислений проиллюстрирован листингом 3.32, в котором выключен второй из операторов присваивания. Соответственно, в последней строке выведенное значение переменной  $x$  "не чувствует" выключенного присваивания и остается равным 3.

#### Листинг 3.32. Вычисление второго оператора присваивания выключено

```
x := 3
```

```
x := 0 ■
```

```
x = 3
```

## 3.4. Отладка вычислений

Как бы хорошо вы ни овладели системой Mathcad, в ваших расчетах, скорее всего, все равно будут появляться ошибки. Они могут быть связаны как с ор-

фографическими ошибками, так и с более серьезными внутренними причинами, требующими знания численных алгоритмов расчетов. Искусство математика во многом состоит в умении анализировать ошибочные ситуации и находить правильный выход из них. В Mathcad встроены специальные возможности, которые позволяют отслеживать и устранять ошибки.

### 3.4.1. Сообщения об ошибках

Когда процессор Mathcad по тем или иным причинам не может вычислить выражение, он вместо ответа выдает сообщение об ошибке (рис. 3.17). Если курсор находится вне формулы с ошибкой, то в ней имя функции или переменной, которая вызвала ошибку, отмечается красным цветом (сверху на рис. 3.17). При щелчке на такой формуле под ней появляется текстовое сообщение о типе ошибки, обрешенное черным прямоугольником (рис. 3.17, снизу).

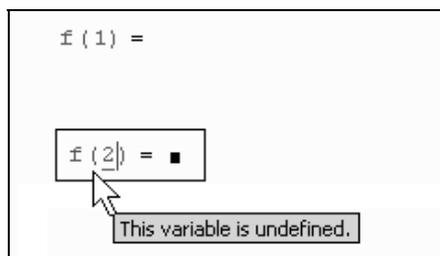


Рис. 3.17. Сообщение об ошибке

Если некоторые выражения вызывают ошибку, они просто игнорируются, а следующие выражения в документе по-прежнему вычисляются. Конечно, если формулы, вызвавшие ошибку, влияют на значения нижеследующих формул, то они будут также интерпретированы как ошибочные. Поэтому, встречая в документе сообщения об ошибках, найдите сначала самое первое из них. Часто ее устранение позволяет избавиться и от последующих ошибок.

Помимо собственно сообщений об ошибках, которые приводят к аварийной остановке расчетов некоторых формул, последние версии Mathcad выдают пользователю дополнительные предупреждения о вероятных ошибках. Эти предупреждения выделяются при помощи подчеркивания волнистой зеленой линией и связаны, главным образом, с переопределением уже существующих переменных или функций, как встроенных, так и пользовательских (рис. 3.18).

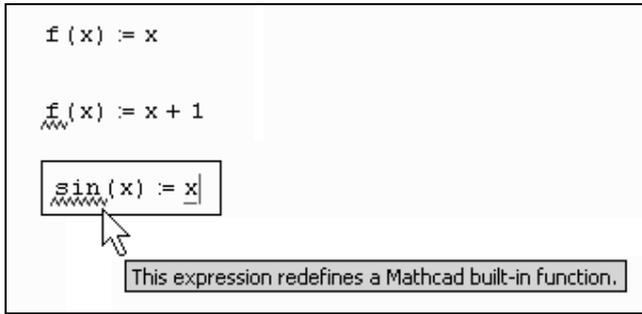


Рис. 3.18. Предупреждение о возможной нефатальной ошибке

### 3.4.2. Отладка

Начиная с версии 13 Mathcad стал обладать расширенными возможностями по отладке программ. Для отладки предназначены три новых элемента Mathcad, связанные между собой: встроенные функции `trace` и `pause`, окно **Trace Window** (Окно отладки) и панель инструментов **Debug** (Отладка).

Встроенные функции отладки позволяют организовать в документах Mathcad определенные точки, в которых можно наблюдать значения любых переменных и функций, а также прерывать и продолжать расчеты. Сами значения наблюдаемых переменных выводятся в текстовом виде в окно **Trace Window** (Окно отладки), а управлять приостановом и продолжением вычислений, а также опциями отладки, можно при помощи панели **Debug** (Отладка).

Панель **Debug** (Отладка) содержит следующие кнопки (рис. 3.19):

- Resume** (Продолжить) — для продолжения процесса вычислений, прерванного функцией `pause`;
- Interrupt** (Прервать) — для отключения дальнейших вычислений (прерванных благодаря работе функции `pause`);
- Toggle Debugging** (Включить отладку) — для включения (или отключения) опции отладки (т. е. работы функций отладки);
- Trace Window** (Окно отладки) — для вызова на экран (или скрытия) окна отладки.

#### *Примечание*

Вызвать панель **Debug** (Отладка) на экран можно посредством команды меню **View | Toolbars | Debug** (Вид | Панели инструментов | Отладка).

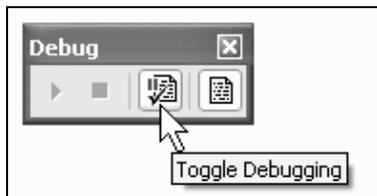


Рис. 3.19. Панель Debug

В Mathcad 13 появились следующие функции отладки:

- `trace ([format_string],x)` — функция, осуществляющая вывод наблюдаемых переменных в окно отладки;
- `pause ([format_string],x)` — функция, осуществляющая приостановку процесса вычислений с одновременным выводом наблюдаемых переменных в окно отладки, где:
  - `format_string` — строка, определяющая формат вывода (см. пример ниже);
  - `x` — наблюдаемая переменная (или список переменных через запятую).

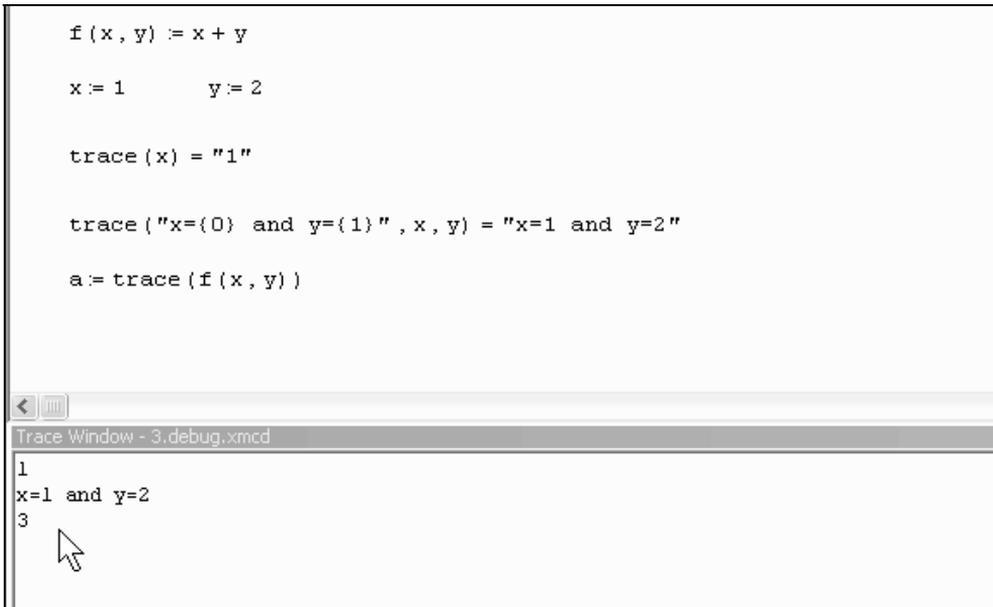
Пример применения функции `trace` в документе приведен на рис. 3.20. Каждое обращение к функции `trace` приводит к появлению в окне **Trace Window** (Окно отладки) соответствующего числа. Использование первого строкового аргумента функции `trace` позволяет задать формат вывода и снабдить его соответствующими комментариями.

### **Внимание!**

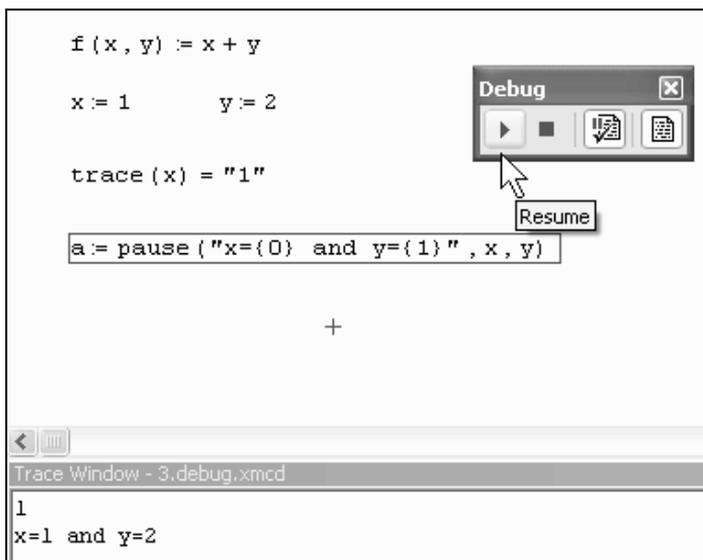
Помните о том, что опция отладки (т. е. прерывание вычислений и вывод наблюдаемых величин в окно отладки) будет работать, только если кнопка **Toggle Debugging** (Включить отладку) на панели **Debug** (Отладка) находится в нажатом состоянии.

Организация точек останова вычислений в теле документа при помощи функции `pause` иллюстрируется рис. 3.21. Продолжить вычисления или прервать их можно нажатием кнопки **Resume** (Продолжить) или **Interrupt** (Прервать) соответственно на панели **Debug** (Отладка).

Содержимое окна **Trace Window** (Окно отладки) можно скопировать в буфер обмена или попросту "уничтожить" (для того чтобы возобновить затем процесс отладки "с чистого листа").



**Рис. 3.20.** Отслеживание значений переменных при помощи окна **Trace Window**



**Рис. 3.21.** Организация прерывания вычислений

Для этого следует вызвать из области окна **Trace Window** (Окно отладки) контекстное меню и выбрать в нем соответствующую команду (рис. 3.22):

- ❑ **Copy** (Копировать) — для копирования выделенного фрагмента в буфер обмена;
- ❑ **Select all** (Выделить все) — для выделения всего содержимого окна отладки;
- ❑ **Clear all** (Удалить все) — для очистки окна отладки.

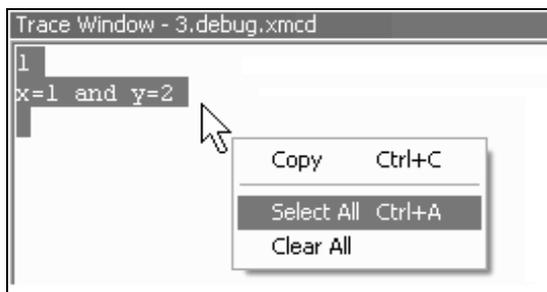


Рис. 3.22. Управление содержимым окна **Trace Window**

## Глава 4



# Типы данных

В этой главе рассматриваются типы данных, применяемые в документах Mathcad, и принципы их ввода/вывода в наиболее простой числовой форме. Обычные типы данных (действительные и комплексные числа, константы и строковые данные) перечисляются в начале главы (*см. разд. 4.1*) параллельно с объяснением принципов их ввода в документы. Предусмотрена также возможность форматирования результатов численных расчетов (*см. разд. 4.4*). Наряду с обычными числами, в Mathcad имеется мощный аппарат для работы с массивами. Массивы реализованы в виде векторов и матриц, что максимально приближает стиль вычислений к общепринятой математической форме (*см. разд. 4.3*).

Отличительной чертой среды Mathcad является возможность использования размерных переменных, снабженных физическими единицами измерений (*см. разд. 4.2*). Эти средства существенно облегчают инженерные и научные расчеты. В некоторых случаях удобно осуществлять ввод данных при помощи элементов управления (*см. разд. 4.5*).

Другие формы ввода/вывода (графики, анимация, запись и считывание файлов т. д.) разобраны в последней части книги (*см. главу 12*).

## 4.1. Типы данных

Наиболее простой и распространенный ввод/вывод данных в Mathcad реализован присваиванием и выводом (либо численным, либо символьным) непосредственно в документ. Переменные и функции, посредством которых осуществляется ввод/вывод, могут иметь значения различных типов (числовые, строковые и т. д.).

Перечислим основные типы данных, которые обрабатываются процессорами системы Mathcad:

- *числа* (в том числе действительные, комплексные, а также встроенные константы) — Mathcad хранит все числа в формате двойной точности с плавающей точкой (не разделяя их на целые, булевы и т. д.);
- *строки* — любой текст, заключенный в кавычки;
- *массивы* (в том числе ранжированные переменные, векторы и матрицы) — упорядоченные последовательности чисел или строк.

Рассмотрим более подробно типы данных и осуществление их непосредственного ввода в документ с помощью присваивания значения переменным.

### 4.1.1. Действительные числа

Любое выражение, начинающееся с цифры, Mathcad интерпретирует как число. Поэтому для ввода числа просто начните его набирать на клавиатуре. Несмотря на то, что Mathcad хранит все числа в одинаковом формате, вводить их можно в наиболее подходящем *представлении* (notation), исходя из контекста документа:

- как целое число;
- как десятичное число (decimal notation) с любым количеством десятичных цифр после точки;
- в представлении с порядком (exponential notation) — в так называемом научном формате или представлении (scientific notation), для чего после ввода числа напечатайте символ умножения и введите 10 в нужной степени;
- как число в другой системе счисления.

Три первых представления иллюстрируются содержанием соответствующей строки листинга 4.1.

#### **Внимание!**

При вводе целых чисел, больших или равных 1000, все цифры пишутся слитно (как показано в первой строке листинга 4.1), и ни в коем случае не разделяются на порядки запятыми. Например, ввод числа 1000 как 1,000 или 1.000 недопустим.

#### **Листинг 4.1. Ввод действительных чисел**

a := 10000

b := 2.57285

c := 312.1

d :=  $4.17 \cdot 10^{-23}$

e :=  $345.1 \cdot 10^3$

### Примечание

Если вы продолжите листинг 4.1 последовательным выводом всех переменных, то с удивлением обнаружите, что некоторые из чисел выглядят по-иному (например, число  $d=0$ ). Объяснение этому будет дано в разд. 4.2.

Для ввода числа в других системах счисления: *двоичной* (binary), *восьмеричной* (octal) или *шестнадцатеричной* (hexadecimal) сделайте следующее:

1. Введите его представление в соответствующей системе, применяя лишь корректные символы (для двоичной системы допустимы только цифры 0 и 1; для восьмеричной — цифры от 0 до 7, для шестнадцатеричной — цифры от 0 до 9 и буквы от a до f). Например, число 34 в двоичной системе представлено такой последовательностью: 100010.
2. После ввода последнего символа числа введите *b* (для двоичного числа), *o* (для восьмеричного числа) или *h* (для шестнадцатеричного).

Использование чисел в других системах счисления иллюстрируется листингом 4.2. Обратите внимание, что вывод осуществляется все равно в десятичной системе.

#### Листинг 4.2. Ввод чисел в других системах счисления

```
a := 100010b      a = 34
b := 37o          b = 31
c := 0af0h        c = 2.8 × 103
```

### Примечание

В логических функциях используются битовые числа (ложь или истина). Они в Mathcad обозначаются обычными действительными числами 0 и 1.

## 4.1.2. Комплексные числа

Большинство операций в среде Mathcad по умолчанию осуществляются над *комплексными числами*. Комплексное число является суммой действительного и *мнимого числа*, получающегося путем умножения любого действительного числа на *мнимую единицу* (imaginary unit)  $i$ . По определению,  $i = \sqrt{-1}$  или  $i^2 = -1$ .

Чтобы ввести мнимое число, например,  $3i$ :

1. Введите действительный множитель (3).
2. Введите символ "i" или "j" непосредственно после него.

**Внимание!**

Для ввода мнимой единицы надо нажать клавиши <1>, <i.>. Если просто ввести символ "i", то Mathcad интерпретирует его как переменную i. Кроме того, мнимая единица имеет вид 1i, только когда соответствующая формула выделена. В противном случае мнимая единица отображается просто как i (рис. 4.1).

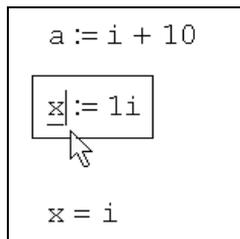


Рис. 4.1. Ввод мнимой единицы

Комплексное число можно ввести в виде обычной суммы действительной и мнимой частей или в виде любого выражения, содержащего мнимое число. Примеры ввода и вывода комплексных чисел иллюстрируются листингом 4.3.

**Листинг 4.3. Комплексные числа**

```
x := 2i + 4
y := 19.785j + 0.1
z := 23 · e0.1i
x = 4 + 2i
y = 0.1 + 19.785i
z = 22.885 + 2.296i
```

Для работы с комплексными числами имеется несколько простых функций и операторов (см. разд. 10.2), действие которых показано в листинге 4.4.

**Листинг 4.4. Функции работы с комплексными числами**

```
y := 19.785j + 0.1
Im (y) = 19.785      Re (y) = 0.1
```

$$z := 23 \cdot e^{0.1i}$$

$$|z| = 23 \qquad \arg(z) = 0.1$$

### Примечание

Можно выводить мнимую единицу в результатах вычислений не как  $i$ , а как  $j$ . Для смены представления выберите нужное в списке **Imaginary Value** (Мнимое значение) диалогового окна **Result Format** (Формат результата), доступного по команде **Format | Result | Display Options** (Формат | Результат | Опции отображения).

## 4.1.3. Встроенные константы

Некоторые имена в Mathcad зарезервированы под системные переменные, которые называются *встроенными константами* (built-in constants). Встроенные константы делятся на два типа: *математические*, хранящие значения некоторых общеупотребительных специальных математических символов, и *системные*, определяющие работу большинства численных алгоритмов, реализованных в Mathcad.

### Математические константы (math constants)

К математическим константам относятся:

- $\infty$  — бесконечность (вводится нажатием комбинации клавиш <Ctrl>+<Shift>+<z>);
- $e$  — основание натурального логарифма (клавиша <e>);
- $\pi$  — число "пи" (вводится нажатием комбинации клавиш <Ctrl>+<Shift>+<p>);
- $i$ ,  $j$  — мнимая единица (вводится клавишами <l>, <i> или <l>, <j>);
- % — процент (клавиша <%>), эквивалентный 0.01.

Математические константы по-разному интерпретируются при численных и символьных вычислениях. Вычислительный процессор просто воспринимает их как некоторые числа (листинг 4.5), а символьный распознает каждое из них, исходя из математического контекста, и способен выдавать математические константы в качестве результата.

#### Листинг 4.5. Значения математических констант

$$\infty = 1 \times 10^{307}$$

$$e = 2.718$$

$\pi = 3.142$  $i = i$  $j = i$  $\% = 0.01 \quad 100 \cdot 25 \cdot \% = 25$ 

При желании можно изменить значение любой из перечисленных констант или использовать их в качестве переменных в расчетах (см. листинг 4.1, в котором переопределена константа  $e$ ). Разумеется, если присвоить константе новое значение, прежнее станет недоступным.

## Системные переменные (system variables)

Перечислим системные переменные:

- TOL — точность численных методов (см. часть III);
- STOL — точность выполнения выражений, используемая в некоторых численных методах (см. часть III);
- ORIGIN — номер начального индекса в массивах (см. разд. 4.3.1);
- PRNPRECISION — установка формата данных при выводе в файл (см. главу 12);
- PRNCOLWIDTH — установка формата столбца при выводе в файл (см. главу 12);
- CWD — строковое представление пути к текущей рабочей папке.

Предустановленные значения системных переменных перечислены в листинге 4.6. Их можно поменять в любой части документа, присвоив соответствующей переменной новое значение. Кроме того, переопределение значения переменной для всего документа производится при помощи команды **Tools | Worksheet Options | Built-In Variables** (Сервис | Опции документа | Встроенные переменные) в диалоговом окне **Worksheet Options** (Опции документа), приведенном на рис. 4.2. Чтобы в любой момент вернуть значения по умолчанию, нажмите кнопку **Restore Defaults** (Восстановить установки по умолчанию).

### Листинг 4.6. Предустановленные значения системных переменных

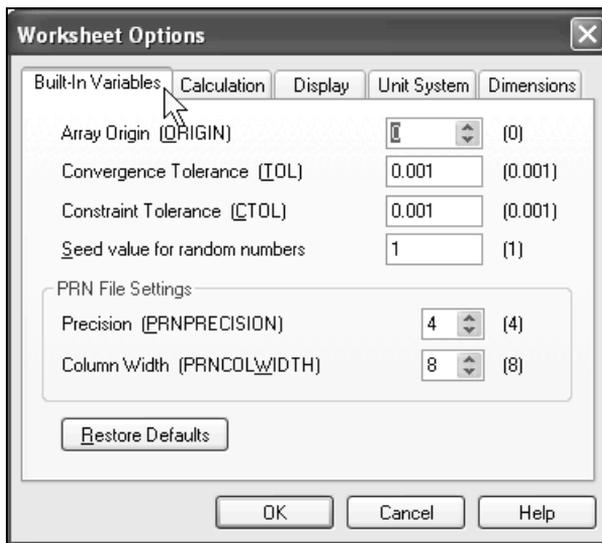
 $TOL = 1 \times 10^{-3}$  $STOL = 1 \times 10^{-3}$ 

ORIGIN = 0

```
PRNPRECISION = 4
```

```
PRNCOLWIDTH = 8
```

```
CWD = "C:\Dima\MCAD\MathCad 2001\4 Data\"
```



**Рис. 4.2.** Вкладка **Built-In Variables** диалогового окна **Worksheet Options**

#### 4.1.4. Строковые выражения

Значением переменной или функции может быть не только число, но и строка, состоящая из любой последовательности символов, заключенной в кавычки (листинг 4.7). Для работы со строками в Mathcad имеется несколько встроенных функций (см. разд. 10.7).

##### Листинг 4.7. Ввод и вывод строк

```
s := "Hello, "
s = "Hello, "
concat(s, " world!") = "Hello, world!"
```

### Примечание

Совершенно аналогичным образом можно определять пользовательские функции строкового типа.

### 12 Примечание

В Mathcad 12 на работу строковых функций, учитывающих индекс символа, влияет системная константа `ORIGIN` (см. разд. 10.7 и 3.3.6).

## 4.1.5. Тип данных NaN

В версии Mathcad 12 введен новый тип данных, носящий имя NaN — *NotA-Number* (Не число). Он предназначен, главным образом, для идентификации элементов массивов, содержащих пропущенные (по тем или иным причинам) данные. Если вы импортируете матрицу данных из внешнего файла, то элементам, соответствующим пропускам (пустым местам в файле), будет автоматически присвоено значение NaN. Если какие-либо элементы вектора или матрицы, которые откладываются на графике, имеют тип NaN, то они просто игнорируются при построении кривой (т. е. вовсе не показываются). Тем самым, во-первых, повышается надежность импорта данных из файлов; во-вторых, улучшается качество построения графиков рядов данных при наличии пропусков и в-третьих, пользователю предоставляются дополнительные средства по управлению вычислениями, т. к. любой переменной можно присвоить значение NaN, например:  $x := \text{NaN}$ .

Помните о том, что математическое выражение, включающее в себя значение NaN, тоже имеет тип NaN. Идентифицировать значение переменной или выражения как NaN можно при помощи новой служебной функции `isNaN`.

□ `isNaN(x)` — возвращает 1, если  $x = \text{NaN}$ , и 0 — в противоположном случае, где:

- $x$  — аргумент.

## 4.2. Размерные переменные

В Mathcad числовые переменные и функции могут обладать *размерностью*. Сделано это для упрощения инженерных и физических расчетов. В Mathcad встроено большое количество *единиц измерения*, с помощью которых и создаются размерные переменные.

### 4.2.1. Создание размерной переменной

Чтобы создать размерную переменную, определяющую, например, силу тока в 10 А:

1. Введите выражение, присваивающее переменной  $I$  значение 10:  $I := 10$ .
2. Сразу после ввода 10 введите символ умножения "\*".
3. Находясь в области местозаполнителя, выберите команду **Insert | Unit** (Вставка | Единицы), либо нажмите кнопку с изображением мерного стакана на стандартной панели инструментов, либо используйте комбинацию клавиш <Ctrl>+<U> (рис. 4.3).
4. В списке **Unit** (Единица измерения) диалогового окна **Insert Unit** (Вставка единицы измерений) (рис. 4.4) выберите нужную единицу измерения **Amperere (A)**.
5. Нажмите кнопку **OK**.

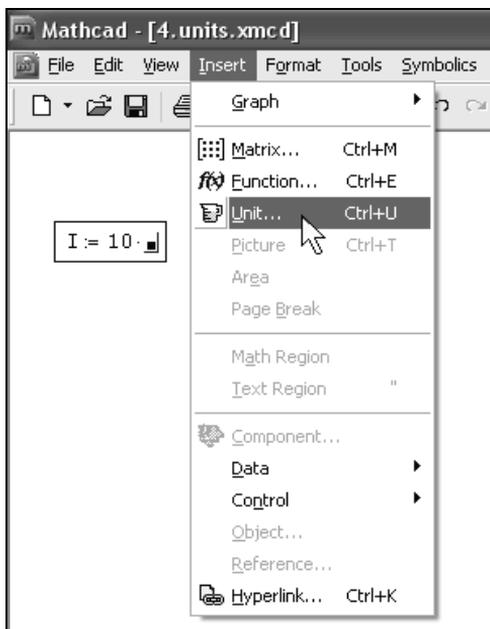


Рис. 4.3. Вставка единиц измерения размерной величины

Если вы затрудняетесь с выбором конкретной единицы измерения, но знаете, какова размерность переменной (в нашем случае это единица измерения

электрического тока), то попробуйте выбрать ее в списке **Dimension** (Размерность) диалогового окна **Insert Unit** (Вставка единицы измерений). Тогда в списке **Unit** (Единица измерения) появятся допустимые для этой величины единицы измерений, из которых выбрать нужную будет легче (рис. 4.5).

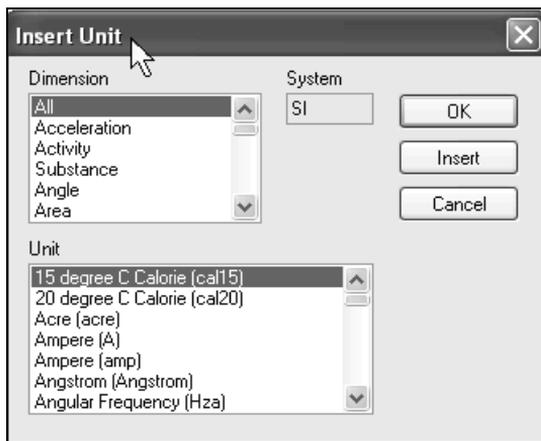


Рис. 4.4. Диалоговое окно **Insert Unit**

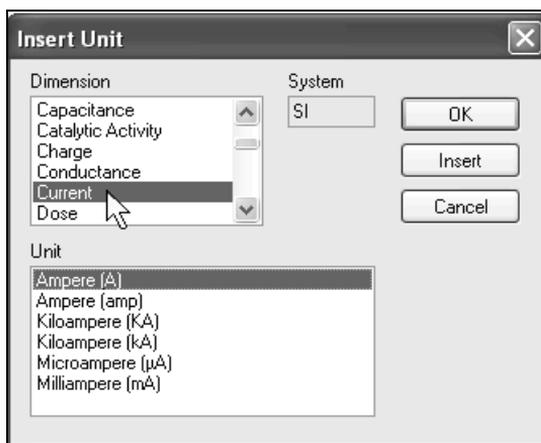


Рис. 4.5. Выбор размерности

Просмотреть вставку единиц измерения можно и без выхода из диалогового окна **Insert Unit** (Вставка единицы измерений), нажимая вместо кнопки **OK** кнопку **Insert** (Вставить). В этом случае вы увидите, что единица измерения

появилась в нужном месте документа, и можете поменять ее, оставаясь в диалоге **Insert Unit** (Вставка единицы измерений).

### Примечание

Многие единицы измерения можно представлять в виде различных символов. Например, ампер — как A или amp, Ом — как ohm или  $\Omega$  и т. д.

## 4.2.2. Расчеты с размерными переменными

Работая с размерными переменными, приготовьтесь к тому, что Mathcad будет постоянно контролировать корректность расчетов. Например, нельзя складывать переменные разной размерности, в противном случае (рис. 4.6) будет получено сообщение об ошибке **"The units in this expression do not match"** (Размерности в этом выражении не совпадают). Тем не менее позволяет складывать, например, амперы с килоамперами (рис. 4.8).

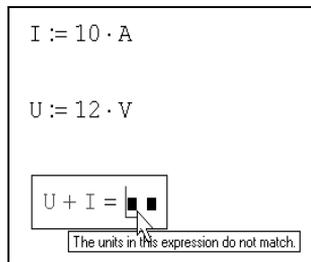


Рис. 4.6. Нельзя складывать переменные разной размерности

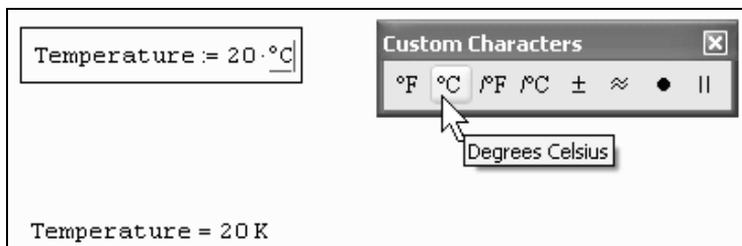


Рис. 4.7. Ввод единиц измерения температуры

Над размерными переменными можно производить любые корректные с физической точки зрения расчеты. Пример расчета сопротивления через отношение напряжения к току приведен в листинге 4.8.

**Листинг 4.8. Расчеты с размерными переменными**

$$I := 10 \cdot A \qquad U := 110 \cdot V$$

$$R := \frac{U}{I}$$

$$R = 11 \Omega$$

$$\text{Temperature} := 20 \cdot \Delta^{\circ}\text{C}$$

$$\text{Temperature} = 20 \text{ К}$$

**Примечание**

В Mathcad 13 появились новые единицы измерения температуры (а именно, градусы Цельсия и Фаренгейта, а также их относительные значения). Ввод единиц измерения температуры осуществляется при помощи диалогового окна **Insert Unit** (Вставка единицы измерений), либо панели **Custom Characters** (Специальные символы) (рис. 4.7), а пример их применения иллюстрируется последними строками листинга 4.8.

**Примечание**

Автоматический перевод единиц измерения в более простые единицы включается в диалоговом окне **Result Format** (Формат результата) на вкладке, посвященной размерностям. Попасть на нее можно при помощи команды **Format | Result | Unit Display** (Формат | Результат | Отображение размерности). Установите в ней флажок **Simplify units when possible** (Упрощать единицы, когда это возможно). Именно благодаря этому результат в листинге 4.8 выдан в омах.

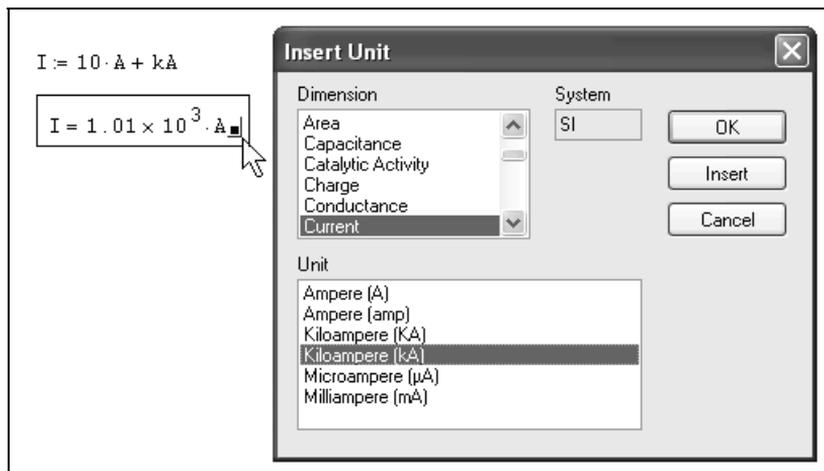


Рис. 4.8. Сложение переменных одной размерности, выраженных в разных единицах

Для того чтобы перевести результат в другие единицы, достаточно дважды щелкнуть на местозаполнителе, который находится сразу за вычисленным значением формулы, в момент, когда она выделена (рис. 4.8). В результате появляется диалоговое окно **Insert Unit** (Вставка единицы измерений), в котором можно поменять единицу измерений вычисленного ответа. Тогда ответ будет пересчитан в соответствии с вновь введенной единицей измерения. В результате приведенного на рис. 4.8 выбора выведенное в амперах значение силы тока будет изменено на значение в килоамперах: 1.01 кА.

### 4.2.3. Выбор системы единиц

Как легко заметить, во всех примерах этого раздела вставлялись единицы системы измерения SI (СИ). Об этом можно было судить как по перечню самих единиц, так и по недоступному списку **System** (Система) в диалоговом окне **Insert Unit** (Вставка единицы измерений) с выбранным пунктом **SI**.

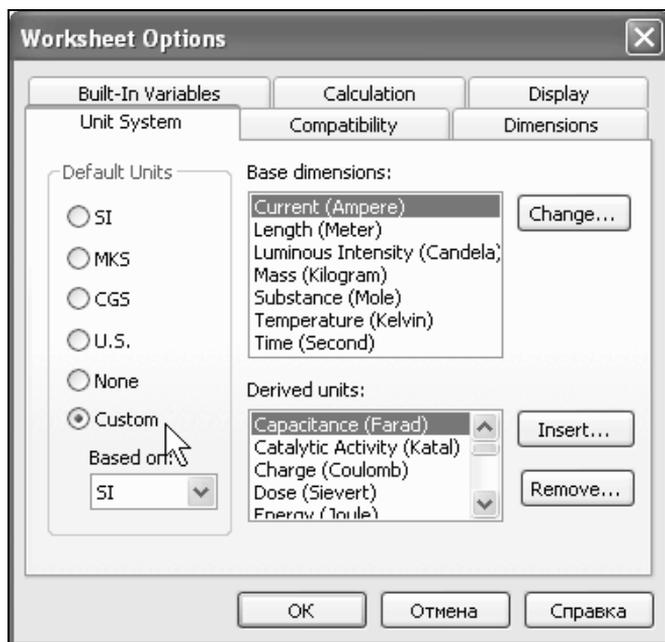


Рис. 4.9. Выбор системы единиц измерения для размерных переменных

Сменить систему единиц во всем документе можно, выполнив команду **Tools | Worksheet Options** (Сервис | Опции документа) и переходя в диалого-

вом окне **Worksheet Options** (Опции документа) на вкладку **Unit System** (Система единиц). В ней следует выбрать один из переключателей, соответствующий желаемой системе (рис. 4.9).

### **Примечание**

Начиная с версии Mathcad 13, допускается возможность произвольного набора системы единиц. Для этого в окне **Worksheet Options** (Опции документа) следует установить переключатель **Custom** (Пользовательская) и, нажимая кнопку **Change** (Изменить), определить желаемую единицу измерения по умолчанию для каждого базового класса размерных переменных (рис. 4.9).

Единицу измерения в системе СИ любой размерной переменной можно вывести при помощи встроенной функции `SIUnitsOf` (листинг 4.9):

□ `SIUnitsOf (a)` — возвращает единицу измерения переменной (в системе СИ), где:

- `a` — переменная.

### **Внимание!**

Данная функция введена в Mathcad 12, а в прежних версиях программы эта функция имела другое название — `UnitsOf`.

## **12 Листинг 4.9. Вывод единицы измерения размерной величины в системе СИ**

$$v := 40 \cdot \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$

$$v = 11.111 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{SIUnitsOf}(v) = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

## **4.2.4. Определение новой размерности**

Чтобы определить новую (пользовательскую) единицу измерения некоторой величины либо новую размерность, достаточно присвоить ее выражение через используемые размерности переменной с соответствующим именем. Пример создания новой единицы измерения "наноампер" приведен в листинге 4.10.

**Листинг 4.10. Определение новой единицы измерения**

$$\text{nA} := 10^{-9} \cdot \text{A}$$

$$3 \cdot \text{A} = 3 \times 10^9 \text{ nA}$$

Созданные пользователем единицы измерения недоступны в диалоговом окне **Insert Unit** (Вставка единицы измерений), поэтому их приходится вводить вручную с клавиатуры (как это сделано для новой единицы nA во второй строке листинга 4.10).

### 4.3. Массивы

*Массивами* (arrays) называют упорядоченные последовательности чисел, или *элементов массива*. Доступ к любому элементу массива возможен по его *индексу*, т. е. номеру в последовательности чисел (в листинге 4.11  $a$  — это массив,  $a_1$  — его элемент). Применение массивов чрезвычайно эффективно в математических расчетах.

**Листинг 4.11. Одномерный массив (вектор)**

$$a := \begin{pmatrix} 14 \\ 1.4 \\ 4.7 \end{pmatrix}$$

$$a_0 = 14$$

$$a_1 = 1.4$$

$$a_2 = 4.7$$

В Mathcad условно можно выделить два типа массивов:

- векторы* (одноиндексные массивы, листинг 4.11), *матрицы* (двухиндексные, листинг 4.12) и *тензоры* (многоиндексные);
- ранжированные переменные* (range variables) — векторы, элементы которых определенным образом зависят от их индекса.

**Листинг 4.12. Двумерный массив (матрица)**

$$a := \begin{pmatrix} 0.1 & 2.8 \\ 3.7 & 0 \end{pmatrix}$$

$$a_{0,0} = 0.1$$

$$a_{1,0} = 3.7$$

$$a_{1,1} = 0$$

### 4.3.1. Доступ к элементам массива

Доступ ко всему массиву осуществляется обычным поименованием векторной переменной. Например, последовательность символов "a", "=" в листингах 4.11 и 4.12 приведет к выводу соответствующего вектора или матрицы. В Mathcad имеются и операторы, и встроенные функции, которые действуют на векторы и матрицы целиком (они рассматриваются в *главе 9*), например, транспонирование, матричное умножение и т. д.

Над элементами массива можно совершать действия, как над обычными числами. Нужно только правильно задать соответствующий индекс или сочетание индексов массива.

Например, чтобы получить доступ к нулевому элементу вектора  $a$  из листинга 4.11:

1. Введите имя переменной массива ( $a$ ).
2. Нажмите кнопку **Subscript** (Нижний индекс) со значком  $x_n$  на панели **Matrix** (Матрица) либо введите символ "[".
3. В появившийся справа снизу от имени массива местозаполнитель введите желаемый индекс (0).

Если после этого ввести знак численного вывода, то справа от него появится значение нулевого элемента вектора, как показано во второй строке листинга 4.11.

Чтобы получить доступ к элементу многоиндексного массива (например, элементу  $a_{1,0}$  матрицы  $a$  из листинга 4.12):

1. Введите имя переменной массива ( $a$ ).
2. Перейдите к вводу нижнего индекса, введя символ "[".
3. Введите в местозаполнитель индекса первый индекс (1), запятую (,) и в появившийся после запятой местозаполнитель — второй индекс (0).

В результате будет получен доступ к элементу, как показано в предпоследней строке листинга 4.12.

В рассмотренных листингах нумерация индексов массивов начинается с нуля, иными словами, первый элемент массива имеет индекс 0. Стартовый ин-

декс массива задается системной переменной `ORIGIN`, которая по умолчанию равна нулю. Если вы привыкли нумеровать элементы векторов и матриц с единицы, присвойте этой переменной значение 1 (листинг 4.13). Обратите внимание, что в этом случае попытка выяснить значение нулевого элемента вектора приводит к ошибке, поскольку его значение не определено.

Помимо доступа к отдельным элементам массива, имеется возможность совершать действия над его подмассивами (например, столбцами, образующими вектора). Делается это с помощью оператора со значком  $\hat{x}$  на панели **Matrix** (Матрица) (см. главу 9).

#### Листинг 4.13. Изменение нумерации индексов массивов

```
ORIGIN := 1
```

$$a := \begin{pmatrix} 14 \\ 1.4 \\ 4.7 \end{pmatrix}$$

```
a_0 = ■
```

```
a_1 = 14
```

```
a_2 = 1.4
```

```
a_3 = 4.7
```

### 4.3.2. Ранжированные переменные

Ранжированные переменные в Mathcad являются разновидностью векторов и предназначены, главным образом, для создания *циклов* или итерационных вычислений. Простейший пример ранжированной переменной — это массив с числами, лежащими в некотором диапазоне с некоторым шагом.

Например, для создания ранжированной переменной  $s$  с элементами 0, 1, 2, 3, 4, 5:

1. Поместите курсор ввода в нужное место документа.
2. Введите имя переменной ( $s$ ) и оператор присваивания ":".
3. Нажмите кнопку **Range Variable** (Ранжированная переменная) на панели **Matrix** (Матрица), показанную на рис. 4.10, либо введите символ ";" с клавиатуры.

4. В появившиеся местозаполнители (рис. 4.10) введите левую и правую границы диапазона изменения ранжированной переменной 0 и 5.

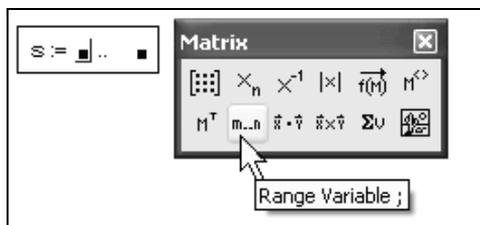


Рис. 4.10. Создание ранжированной переменной

Чтобы создать ранжированную переменную с шагом, не равным 1, например, 0, 2, 4, 6, 8:

1. Создайте ранжированную переменную в диапазоне от 0 до 8 (см. рис. 4.10).
2. Поместите линии ввода на значение начала диапазона (0).
3. Введите запятую.
4. В появившийся местозаполнитель (рис. 4.11) введите значение шага изменения ранжированной переменной (2).

Созданная ранжированная переменная будет иметь значения от 0 до 8 включительно, с шагом, равным 2. Результат создания ранжированной переменной иллюстрируется листингом 4.14.

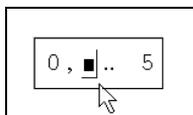


Рис. 4.11. Создание ранжированной переменной с шагом, отличным от единицы

Чаще всего ранжированные переменные используются:

- при параллельных вычислениях (листинги 4.14 и 4.15);
- для присвоения значений элементам других массивов (листинги 4.15 и 4.16).

Обратите внимание на типичный пример использования ранжированной переменной из листингов 4.14 и 4.15. Большинство математических действий, реализованных в Mathcad, совершаются над ранжированными переменными точно так же, как над обычными числами. В этом случае одно и то же действие осуществляется *параллельно* над всеми элементами ранжированной переменной.

#### Листинг 4.14. Ранжированная переменная при параллельных вычислениях

```
i := 0, 2 .. 8
```

```
s (i) := i2 + 1
```

$i =$	$s(i) =$	$\exp(s(i)) =$
0	1	2.718
2	5	148.413
4	17	2.415·10 <sup>7</sup>
6	37	1.172·10 <sup>16</sup>
8	65	1.695·10 <sup>28</sup>

#### Примечание

Параллельные вычисления производятся точно так же и над произвольными векторами, не обязательно являющимися ранжированными переменными. Например, можно определить в листинге 4.15 вектор  $i$  подобно вектору из листинга 4.11, и провести те же параллельные вычисления над его элементами.

#### Листинг 4.15. Ранжированная переменная при параллельных вычислениях

```
i := 0 .. 5
```

```
si := i2 + 1
```

$s =$	$\sin(s) =$
$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 10 \\ 17 \\ 26 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.841 \\ 0.909 \\ -0.959 \\ -0.544 \\ -0.961 \\ 0.763 \end{pmatrix}$

**Листинг 4.16. Использование ранжированной переменной для определения матрицы**

```
i := 0 .. 3
j := 0 .. 5
Ci, j := i + j
```

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$
**Внимание!**

Определяя массив с помощью ранжированных переменных (листинги 4.15 и 4.16), позаботьтесь о том, чтобы их значения "пробежали" все необходимые индексы массива. Например, если задать шаг изменения ранжированной переменной, равный 2, то половина элементов вектора будет не определена.

Помните о том, что ранжированные переменные — просто разновидности векторов с упрощенной формой задания элементов. Часто необходимо провести одни и те же вычисления циклически, большое количество раз, например, вычисление некоторой функции  $f(x)$  в некотором диапазоне  $x$  для построения подробного графика. Задание вручную всех значений аргумента (наподобие вектора из листинга 4.11) очень трудоемко, а с помощью использования ранжированной переменной  $x$  это делается в одну строку.

### 4.3.3. Создание массивов

Существует несколько способов создания массива:

- ввод всех элементов вручную с помощью команды **Insert Matrix** (Вставка матрицы);
- определение отдельных элементов массива;
- создание таблицы данных и ввод в нее чисел;
- применение встроенных функций создания массива (см. главу 9);
- создание связи с другим приложением, например, Excel или MATLAB;
- чтение из внешнего файла данных;
- импорт из внешнего файла данных.

Рассмотрим основные способы создания массива, учитывая, что две последних возможности будут разобраны в *главе 12*. Применяйте способ, который оптимален в смысле простоты и читаемости конкретного документа, либо ставший наиболее для вас привычным.

## Создание матрицы командой *Insert Matrix*

Самый простой и наглядный способ создания вектора или матрицы заключается в следующем:

1. Нажмите кнопку **Matrix or Vector** (Матрица или вектор) на панели **Matrix** (Матрица), либо комбинацию клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{M} \rangle$ , либо выберите пункт меню **Insert | Matrix** (Вставка | Матрица).
2. В диалоговом окне **Insert Matrix** (Вставка матрицы) задайте целое число столбцов и строк матрицы, которую хотите создать. Например, для создания вектора  $3 \times 1$  введите показанные на рис. 4.12 значения.
3. Нажмите кнопку **OK** или **Insert** (Вставить) — в результате в документ будет вставлена заготовка матрицы с заданным числом строк и столбцов (рис. 4.13).
4. Введите значения в местозаполнители элементов матрицы. Переходить от одного элемента матрицы к другому можно с помощью указателя мыши либо клавиш со стрелками.

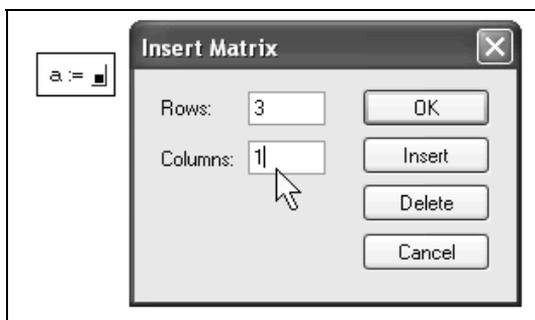


Рис. 4.12. Вставка матрицы

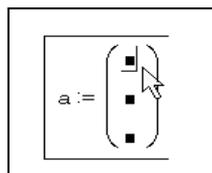


Рис. 4.13. Заполнение матрицы элементами

Добавление в уже созданную матрицу строк или столбцов производится точно так же:

1. Выделите линиями ввода элемент матрицы, правее и ниже которого будет осуществлена вставка столбцов и (или) строк.

2. Вставьте в него матрицу, как было описано выше. При этом допускается задание числа столбцов или строк равным нулю (рис. 4.14).
3. Заполните местозаполнители недостающих элементов матрицы.

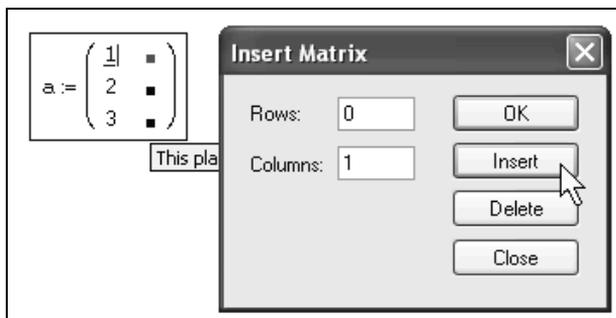


Рис. 4.14. Добавление одного столбца к матрице

На рис. 4.14 и 4.15 показаны результаты последовательной вставки в матрицу столбца и строки после определения соответствующего числа столбцов и строк в диалоговом окне **Insert Matrix** (Вставка матрицы) и нажатия в нем кнопки **Insert** (Вставить).

В местозаполнители элементов матрицы можно вставлять не только числа (действительные или комплексные), но и любые математические выражения, состоящие из переменных, операторов, встроенных и пользовательских функций (листинг 4.17, вторая строка).

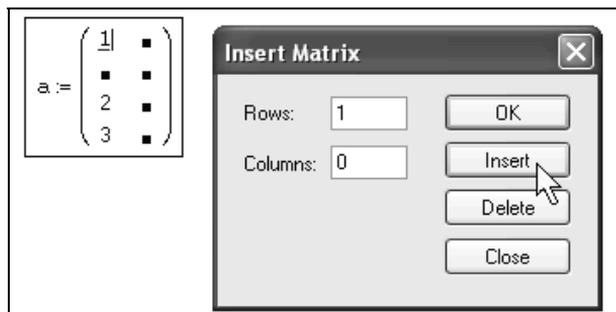


Рис. 4.15. Добавление одной строки к матрице

### Листинг 4.17. Использование переменных и функций при определении матрицы

```
x := 3
A := ( sin(x)
      x )
A = ( 0.141
     3 )
```

## Создание массива путем определению его элементов

Самый простой способ создания массива заключается в определении любого количества его элементов. Это можно сделать:

- присваивая значения непосредственно отдельным элементам массива;
- применяя ранжированные переменные (см. листинг 4.16).

Любой из этих способов позволяет присвоить нужное значение как всем элементам массива (см. листинг 4.16), так и части из них, либо даже одному-единственному элементу. В последнем случае создается массив, размерность которого задается индексами введенного элемента (листинг 4.18), а неопределенным элементам по умолчанию присваиваются нулевые значения.

### Листинг 4.18. Создание матрицы определением одного ее элемента

```
s3,2 := 99
s = ( 0 0 0
     0 0 0
     0 0 0
     0 0 99 )
```

В любом месте документа допускается как переопределение любого из элементов массива (листинг 4.19, первая строка), так и изменение его размерности. Чтобы поменять размерность всего массива, просто присвойте любое значение новому элементу, индексы которого выходят за границы прежней размерности (третья строка листинга 4.19).

### Примечание

В местозаполнители элементов матрицы допускается вставка любых функций, подобно применению обычного оператора присваивания.

**Листинг 4.19. Изменение матрицы (продолжение листинга 4.18)**

$$s_{1,2} := 1$$

$$s = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 99 \end{pmatrix}$$

$$s_{4,4} := -7$$

$$s = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 99 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7 \end{pmatrix}$$

**Создание тензора**

Определение отдельных элементов — удобный способ создания *тензоров* (многоиндексных массивов). В Mathcad имеется непосредственная возможность работы только с векторами и матрицами. Тем не менее, можно создать тензор путем определения *вложенного массива* (nested array). Для этого необходимо присвоить каждому элементу матрицы значение в виде другого вектора или матрицы (листинг 4.20). Пользователь должен лишь позаботиться о корректности задания индексов тензора и не запутаться в индексировании вложенных матриц (последняя строка листинга).

**Листинг 4.20. Создание тензора и доступ к его элементам**

$$s_{0,0} := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad s_{1,0} := \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$s_{0,1} := \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix} \quad s_{1,1} := \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$s = \begin{pmatrix} \{2,1\} & \{2,1\} \\ \{2,1\} & \{2,1\} \end{pmatrix}$$

$$(s_{1,0})_0 = 1 \quad (s_{1,0})_1 = 4$$

### Совет

Процесс создания тензора автоматизирует применение ранжированных переменных.

Обратите внимание, что Mathcad по умолчанию не отображает трехмерную структуру тензора (предпоследняя строка листинга 4.20), а вместо этого показывает информацию о размерах каждого элемента матрицы  $s$ . Развернуть вложенные массивы можно с помощью команды **Format | Result | Display Options** (Формат | Результат | Опции отображения), устанавливая флажок **Expand Nested Arrays** (Разворачивать вложенные массивы) на вкладке **Display Options** (Опции отображения).

### Создание таблицы ввода

В документе Mathcad могут присутствовать разнообразные объекты, созданные в других приложениях. Например, если в буфер обмена скопирован фрагмент таблицы с данными из другого приложения (допустим, Microsoft Excel), то можно, во-первых, использовать его при создании матрицы с помощью *таблицы ввода*, а во-вторых, вставить соответствующий компонент (таблицу Microsoft Excel) непосредственно в рабочую область документа Mathcad.

Для того чтобы создать таблицу ввода:

1. Поместите щелчком мыши курсор ввода на свободное место документа, в которое вы намерены вставить таблицу.
2. Выберите в главном меню команду **Insert | Data | Table** (Вставка | Данные | Таблица).
3. Вставьте имя матрицы в местозаполнитель и данные в ячейки появившейся в документе таблицы ввода (рис. 4.16). Учтите, что в таблицу можно вставлять фрагменты из буфера обмена, любые действительные или комплексные числа, но нельзя использовать формулы.

Матрица, определенная с помощью таблицы ввода, выглядит точно так же, как при обычном определении (листинг 4.21).

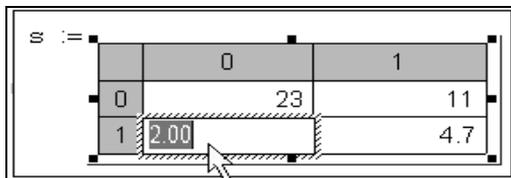


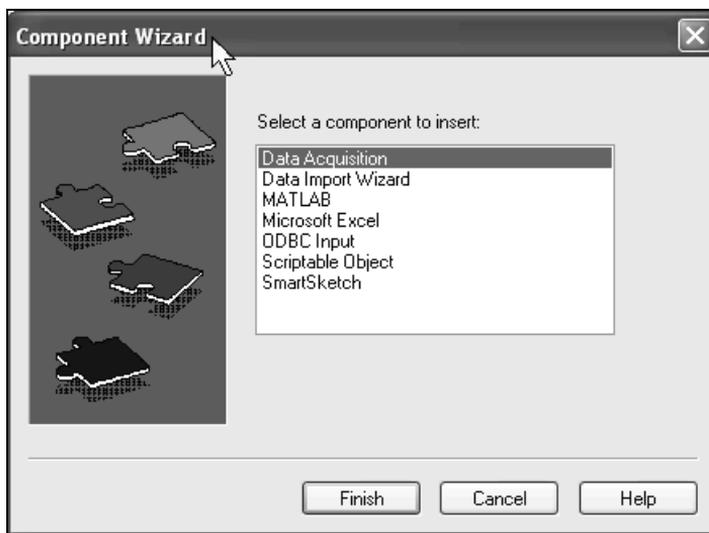
Рис. 4.16. Ввод чисел в таблицу данных

**Листинг 4.21. Матрица, определенная в таблице данных (рис. 4.16)**

$$s = \begin{pmatrix} 23 & 11 \\ 2 & 4.7 \end{pmatrix}$$

**Создание матрицы путем импорта данных**

С помощью окна **Component Wizard** (Мастер компонентов) — рис. 4.17, вызываемого командой **Insert | Component** (Вставка | Компонент) легко устанавливать связь с другими программами Windows, импортируя оттуда данные. Подробнее об этом можно прочитать в справочной системе Mathcad в статьях раздела **Data Management** (Управление данными).

**Рис. 4.17. Окно Component Wizard**

Наиболее часто используются следующие компоненты:

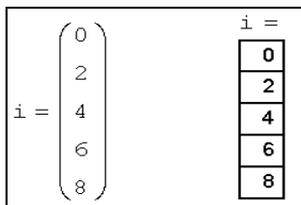
- Excel Component** (Компонент Microsoft Excel);
- MATLAB Component** (Компонент MATLAB);
- Axum Component** (Компонент графики Axum);
- Data Acquisition Component** (Компонент сбора данных).

### Примечание

Последний из перечисленных компонентов используется для непосредственного "закачивания" прямо в Mathcad данных с подключенного к компьютеру внешнего устройства (например, разнообразных плат оцифровки).

## 4.3.4. Отображение вывода векторов и матриц

Вы, вероятно, обратили внимание, что матрицы, векторы и ранжированные переменные отображались в различных примерах по-разному. Это связано с автоматическими установками отображения матриц, принятыми в Mathcad по умолчанию. Существуют два стиля отображения массива: в форме матрицы и в форме таблицы (рис. 4.18).



**Рис. 4.18.** Отображение массивов в форме матрицы (слева) и таблицы (справа)

Изменение стиля отображения какого-либо массива выполняется командой **Format | Result** (Формат | Результат), вызывающей диалоговое окно **Result Format** (Формат результата).

В нем следует перейти на вкладку **Display Options** (Опции отображения) (рис. 4.19) и в списке **Matrix display style** (Стиль отображения матриц) выбрать один из стилей:

- Automatic** (Авто) — стиль выбирается Mathcad;
- Matrix** (Матрица);
- Table** (Таблица).

Стиль отображения в виде таблицы допускает различное выравнивание матрицы относительно выражения слева от оператора вывода (рис. 4.20). Для изменения выравнивания вызовите контекстное меню из области таблицы, наведите в нем указатель мыши на пункт **Alignment** (Выравнивание) и в подменю выберите тип выравнивания.

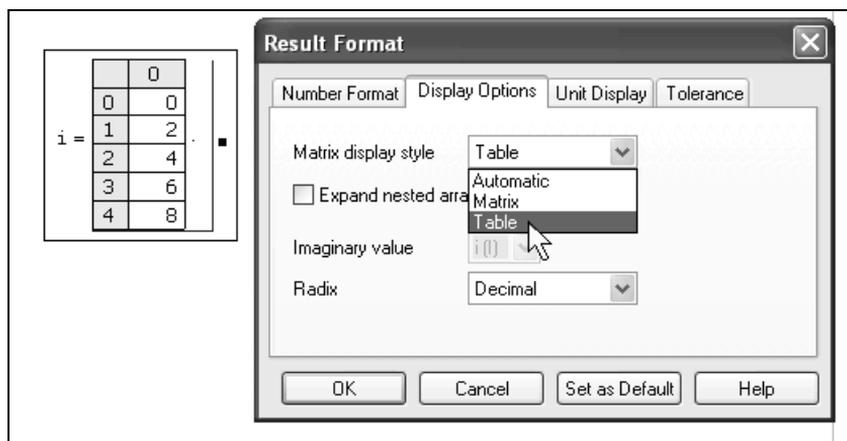


Рис. 4.19. Изменение стиля отображения массива

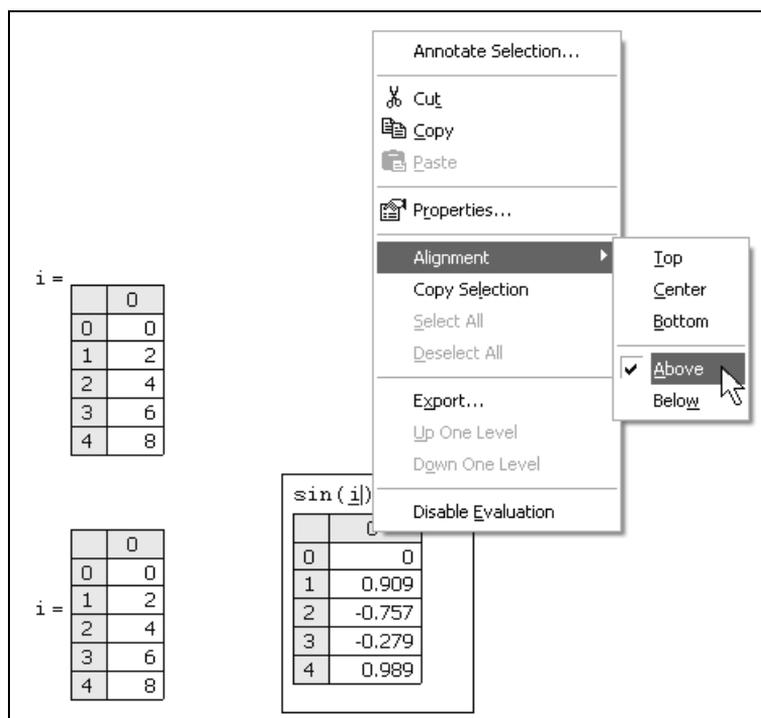


Рис. 4.20. Различные стили выравнивания матриц

В диалоговом окне **Result Format** (Формат результата), помимо стиля отображения матрицы, можно задать стиль отображения тензоров (вложенных массивов). Для того чтобы отображать тензоры в стиле, показанном на рис. 4.21, установите флажок **Expand nested arrays** (Разворачивать вложенные массивы). Чтобы отображать их в свернутой форме (см. листинг 4.19), сбросьте этот флажок.

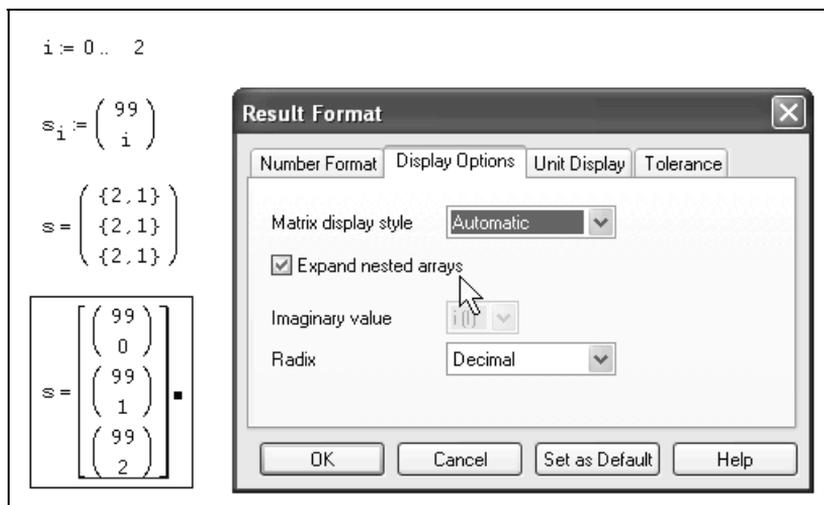


Рис. 4.21. Разворачивание вывода вложенных массивов

Особенно наглядной формой отображения вектора является построение его в виде графика (см. главу 12).

## 4.4. Формат вывода числовых данных

Несмотря на то, что невозможно влиять на результат, который отображается справа от оператора вывода значений переменных, функций и выражений, допускается изменять формат его отображения. Напомним, что как ввод, так и вывод данных могут осуществляться в двух основных представлениях (см. разд. 4.1.1):

- десятичное (decimal notation), например, 13478.74559321;
- с порядком (exponential notation), например,  $1.348 \times 10^4$ .

Выбор формата вывода числовых данных осуществляется при помощи диалогового окна **Result Format** (Формат результата). Оно вызывается командой **Format | Result** (Формат | Результат).

### 4.4.1. Формат результата

Управление отображением числа в десятичном представлении или представлении с порядком осуществляется при помощи следующих параметров:

- количество отображаемых *десятичных знаков* (decimal places) после точки. Например, число 122,5587 с четырьмя десятичными знаками при отображении с двумя знаками будет выглядеть как 122,56;
- отображение или скрытие *незначащих нулей* (trailing zeros) — опция, позволяющая показывать или скрывать незначащие нули в десятичном представлении числа, т. е. выводить, к примеру, 1,5 вместо 1,500 (даже если установлено количество десятичных знаков, равное 3);
- порядковый порог* (exponential threshold), при превышении степени 10 которого число будет показываться с порядком. Например, при пороге 3 число 122,56 будет отображаться как десятичное, а при пороге 2 — уже как " $1,23 \times 10^2$ ";

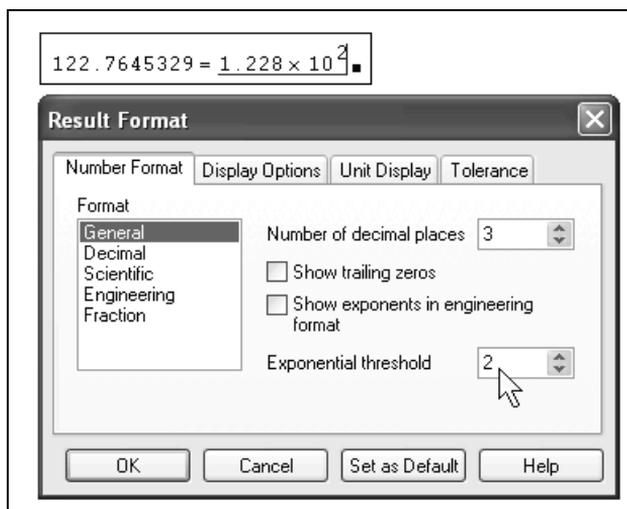


Рис. 4.22. Выбор формата вывода числа

### Примечание

Количество десятичных знаков левого сомножителя числа с порядком контролируется в некоторых форматах первым из трех перечисленных параметров.

□ кроме того, число с порядком может представляться в *инженерном формате* (engineering format): 1.23E+002.

В Mathcad имеется несколько типов форматов, в каждом из которых разрешается изменение различных параметров представления числа. Формат выбирается на вкладке **Number Format** (Формат числа) диалогового окна **Result Format** (Формат результата) — рис. 4.22.

### Основной формат

Этот формат принят при выводе чисел по умолчанию. Можно управлять и количеством отображаемых десятичных знаков (поле со счетчиком **Number of decimal places**), и порядковым порогом (поле со счетчиком **Exponential threshold**). При превышении порога число отображается с порядком (как показано на рис. 4.22). Несколько примеров вывода одного и того же числа в общем формате показано в листинге 4.22. В левой колонке приведены числа с порядковым порогом, равным 3, и количеством десятичных знаков (сверху вниз) 3, 4, 4, 5 соответственно. Для нижнего числа установлен флажок отображения незначащих нулей. В правой колонке сгруппированы числа с порядковым порогом от 1 до 4 (сверху вниз).

#### Листинг 4.22. Основной формат результата

152.5889 = 152.589	152.5889 = 1.526 × 10 <sup>2</sup>
152.5889 = 152.5889	152.5889 = 1.5 × 10 <sup>2</sup>
152.5889 = 152.5889	152.5889 = 1.5 × 10 <sup>2</sup>
152.5889 = 152.58890	152.5889 = 152.58890

### Десятичный формат

Числа отображаются только в десятичном представлении и никогда — в представлении с порядком.

## Научный формат

Числа отображаются только с порядком, причем количество десятичных знаков левого сомножителя, как и отображение незначащих нулей, определяется пользователем.

## Инженерный формат

Числа отображаются только с порядком, причем обязательно кратным 3; как и в научном формате, пользователю разрешается изменять количество десятичных знаков.

## Дробный формат

Этот формат сильно отличается от предыдущих, представляя число в виде дроби (рис. 4.23). Можно управлять как точностью представления числа с помощью поля со счетчиком **Level of accuracy** (Уровень точности), так и задать модификацию этого формата — отображение числа в виде целой и дробной части (как показано на рис. 4.23 внизу слева) посредством установки флажка **Use mixed numbers** (Смешанные числа).

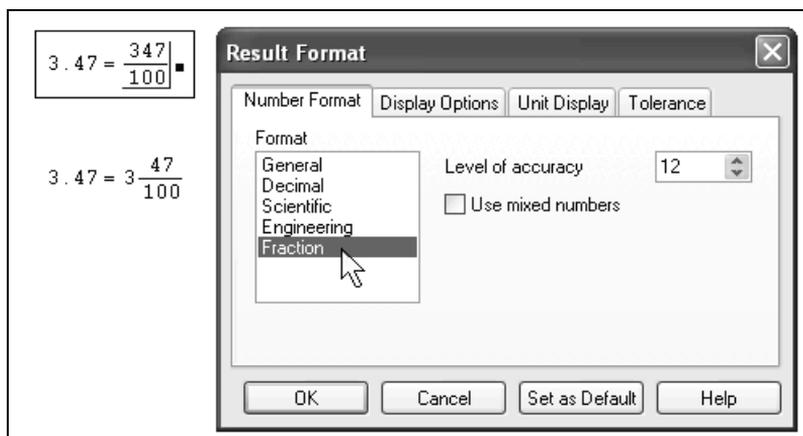


Рис. 4.23. Дробный формат

Вид одного и того же числа в различных форматах приведен в листинге 4.23. В первой строке показан десятичный формат, во второй строке — научный с тремя десятичными знаками, в третьей — инженерный также с тремя десятичными знаками. В последних двух строках представлен дробный формат: в предпоследней с уровнем точности 5, в последней — 10. К тому же для вы-

ражения последней строки установлен флажок **Use mixed numbers** (Смешанные числа).

#### Листинг 4.23. Форматы результата вычислений

$$12340.56789 = 12340.568$$

$$12340.56789 = 1.234 \times 10^4$$

$$12340.56789 = 12.341 \times 10^3$$

$$12340.56789 = \frac{999586}{81}$$

$$12340.56789 = 12340 \frac{56789}{100000}$$

### 4.4.2. Округление малых чисел до нуля

Mathcad автоматически округляет малые числа до нуля (листинг 4.24). Допускается установка порогового значения округления (в степенях 10) отдельно для действительной и мнимой частей числа. При этом числа, по модулю меньшие порога, отображаются в виде нуля.

#### **Внимание!**

Помните, что это касается только отображения чисел. В памяти компьютера они хранятся корректно.

#### Листинг 4.24. Представление близких к нулю чисел

$$2.15 \cdot 10^{-23} = 0$$

$$3.4 + i \cdot 10^{-11} = 3.4$$

$$-0.000000000000000001 = 0$$

Чтобы изменить пороговые значения:

1. Поместите курсор на любое свободное место документа.
2. Откройте диалоговое окно **Result Format** (Формат результата) командой **Format | Result** (Формат | Результат).
3. Перейдите на вкладку **Tolerance** (Точность).

4. Установите пороговые значения для действительного нуля в поле со счетчиком **Zero threshold** (Порог нуля) и мнимого нуля в поле **Complex threshold** (Комплексный порог нуля).
5. Нажмите кнопку **ОК**.

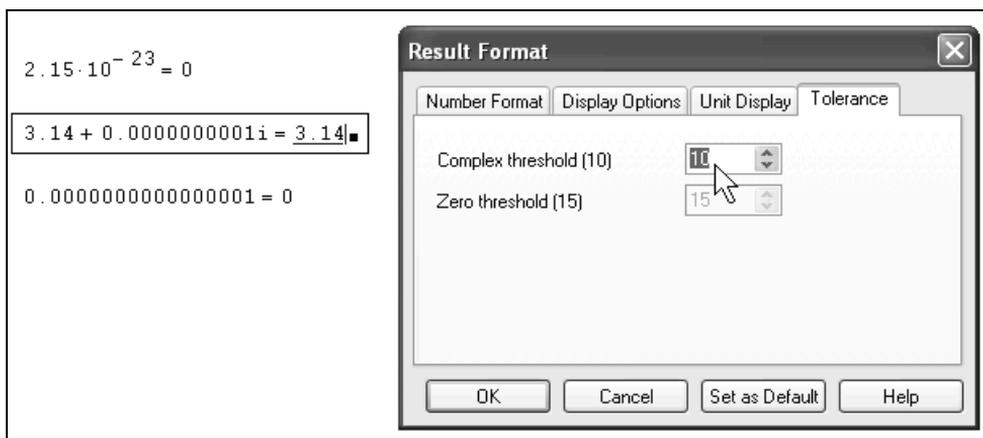


Рис. 4.24. Задание порога мнимого нуля

Изменение порога мнимого нуля возможно и в режиме редактирования формулы (рис. 4.24), но изменение действительного порога нуля при этом недоступно.

### 4.4.3. Вывод чисел в других системах счисления

Аналогично вводу чисел в других системах счисления (см. разд. 4.1.1), вывести результат также возможно в виде десятичного, двоичного, восьмеричного или шестнадцатеричного числа (листинг 4.25, сверху вниз).

#### Листинг 4.25. Вывод чисел в других системах счисления

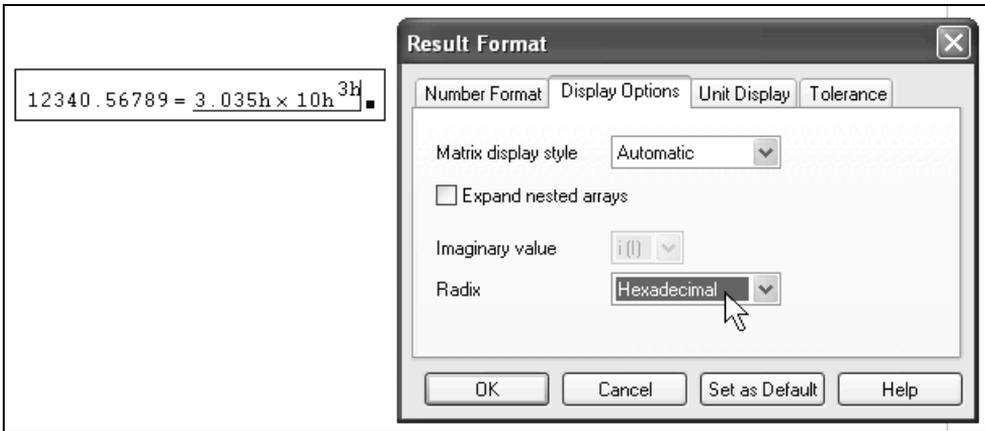
47 = 47

47 = 1011111b

47 = 57o

47 = 2fh

Чтобы задать систему счисления, выберите команду **Format | Result | Display Options** (Формат | Результат | Опции отображения), а затем желаемый элемент раскрывающегося списка **Radix** (Система счисления) — рис. 4.25. При отображении чисел в других системах счисления также доступно форматирование их представления на вкладке **Number Format** (Формат числа) того же диалогового окна **Result Format** (Формат результата). В листинге 4.26 приведено несколько примеров форматирования чисел в двоичном представлении.



**Рис. 4.25.** Задание вывода результата в других системах счисления

#### Листинг 4.26. Форматирование вывода чисел в других системах счисления

$$47 = 1011111b$$

$$47 = 1.1b \times 10b^{101b}$$

$$47 = 1.100b \times 10b^{101b}$$

#### **Примечание**

Мы рассмотрели в этой главе основные принципы наиболее простого численного ввода и вывода данных. О более впечатляющих формах ввода/вывода (графики, анимация, ввод/вывод в файлы) рассказывается в *главе 12*.

## 4.5. Элементы управления

Одна из нечасто используемых возможностей Mathcad — ввод данных при помощи общеупотребительных элементов управления (таких как поле ввода, ползунковый регулятор и т. п.). Очевидно, что такой способ ввода удобен, если вы занимаетесь разработкой расчетов, которые предназначены для непрофессиональных пользователей Mathcad.

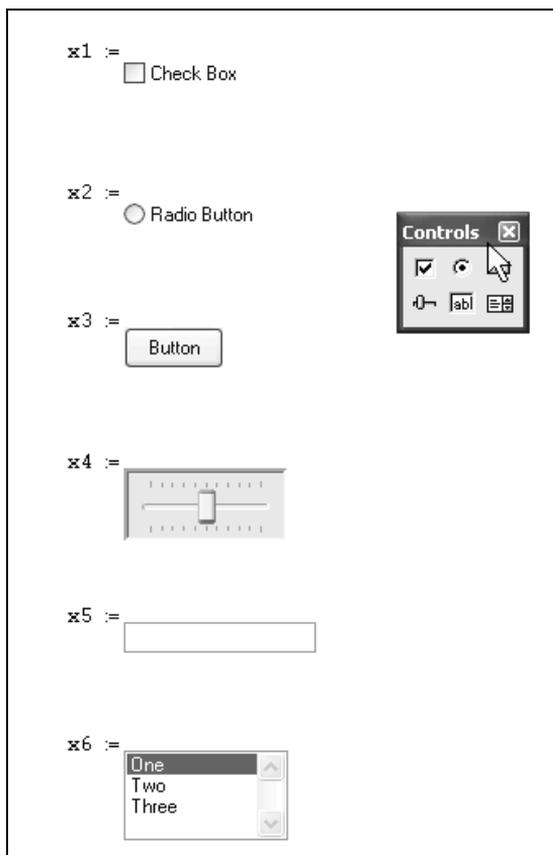


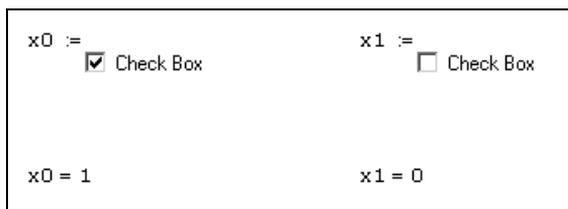
Рис. 4.26. Элементы управления MathSoft и панель **Controls**

В Mathcad имеются следующие элементы управления (рис. 4.26):

- Check Box** (флажок проверки);
- Radio Button** (переключатель);

- **Button** (кнопка);
- **Slider** (ползунковый регулятор);
- **Text Box** (поле текстового ввода);
- **List Box** (список).

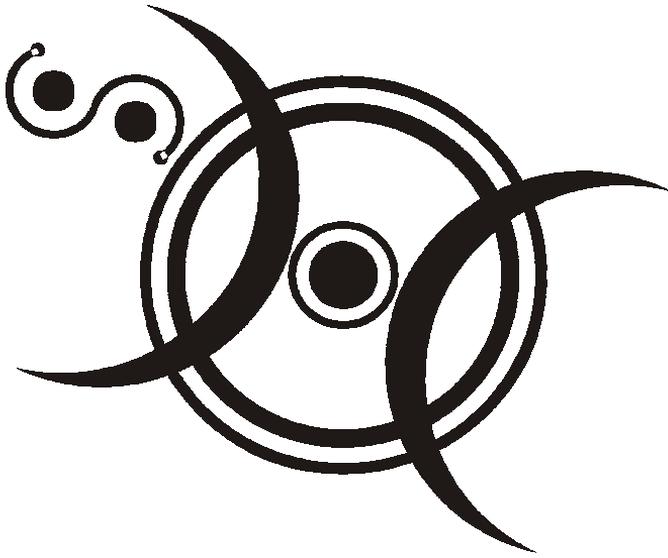
Как видно из рис. 4.26, элементы управления в Mathcad используются для присваивания переменным значений, которые определяются действиями пользователя над элементами управления. Например, на рис. 4.27 два флажка проверки определяют переменные  $x_0$  и  $x_1$ . Если флажок проверки выставлен, переменная принимает значение 1, а если снят — 0.



**Рис. 4.27.** Пример использования флажка проверки

Для того чтобы вставить элемент управления в документ, можно использовать либо команду меню **Insert | Controls** (Вставка | Элементы управления), либо панель инструментов **Controls** (Элементы управления), которая вызывается при помощи команды **Toolbars | Controls** (Панели инструментов | Элементы управления) меню **View** (Вид). После нажатия кнопки с пиктограммой нужного элемента управления новый элемент управления появляется в документе вместе с местозаполнителем, который следует заменить именем переменной.

Чтобы отредактировать свойства самого элемента управления, следует вызвать на нем контекстное меню и выбрать пункт **Properties** (Свойства). Большинство свойств имеет интуитивный смысл, и вам будет несложно управлять характеристиками ввода данных посредством регулировки параметров самих элементов управления. Дополнительную информацию об использовании элементов управления вы сможете найти в специальном справочном пособии, доступном по команде **Help | Developer's Reference** (Справка | Руководство разработчика).



## **ЧАСТЬ II**

**ТОЧНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ**

## Глава 5



# Символьные вычисления

В данной главе рассматриваются возможности символьного процессора Mathcad. Он позволяет решить многие задачи математики аналитически, без применения численных методов и, соответственно, без погрешностей вычислений. В начале главы коротко говорится о путях проведения символьных вычислений в редакторе Mathcad (*см. разд. 5.1*), а основное содержание главы посвящено организации символьных вычислений для решения конкретных задач математики. Mathcad позволяет проводить широкий спектр аналитических преобразований, таких как алгебраические и матричные операции (*см. разд. 5.2*), основные действия математического анализа (*см. разд. 5.3*) и расчеты интегральных преобразований функций (*см. разд. 5.4*).

Необходимо отметить, что приемы многих символьных вычислений описываются также в *части III* данной книги, в рамках рассказа о решении конкретных вычислительных задач. В заключение главы приводится несколько практических приемов проведения эффективных символьных вычислений (*см. разд. 5.5*).

## 5.1. Способы символьных вычислений

Символьные вычисления в Mathcad можно осуществлять в двух различных вариантах:

- с помощью команд меню;
- с помощью оператора символьного вывода " $\rightarrow$ ", ключевых слов символьного процессора и обычных формул (в справочной системе Mathcad этот способ называется *символьными вычислениями в реальном времени* — live symbolic evaluation).

Первый способ более удобен, когда требуется быстро получить какой-либо аналитический результат для однократного использования, не сохраняя сам ход вычислений. Второй способ более нагляден, т. к. позволяет записывать выражения в традиционной математической форме и сохранять символьные вычисления в документах Mathcad. Кроме того, аналитические преобразования, проводимые через меню, касаются только одного, выделенного в данный момент, выражения. Соответственно, на них не влияют формулы, находящиеся в документе Mathcad выше этого выделенного выражения (например, операторы присваивания значений каким-либо переменным). Оператор символьного вывода, напротив, учитывает все предыдущее содержимое документа и выдает результат с его учетом.

### Примечание

В символьных вычислениях допускается использование большинства встроенных функций Mathcad.

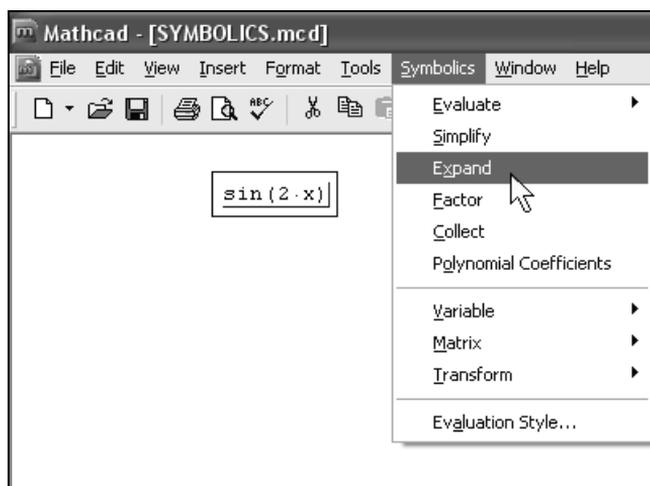


Рис. 5.1. Меню **Symbolics**

Для символьных вычислений при помощи команд предназначено главное меню **Symbolics** (Символика), объединяющее математические операции, которые Mathcad умеет выполнять аналитически (рис. 5.1). Для реализации второго способа (рис. 5.2) применяются все средства Mathcad, пригодные для численных вычислений (например, панели **Calculator** (Калькулятор), **Evaluation** (Выражения) и т. д.), и специальная математическая панель инструментов, которую можно вызвать на экран нажатием кнопки **Symbolic Keyword**

**Toolbar** (Панель символики) на панели **Math** (Математика). На панели **Symbolic** (Символика) находятся кнопки, соответствующие специфическим командам символьных преобразований. Например, таким как разложение выражения на множители, расчет преобразования Лапласа и другим операциям, которые в Mathcad нельзя проводить численно, и для которых, соответственно, не предусмотрены встроенные функции.

Рассмотрим оба типа символьных вычислений на простом примере разложения на сомножители выражения  $\sin(2 \cdot x)$ .

Первый способ (с помощью меню).

1. Введите выражение  $\sin(2 \cdot x)$ .
2. Выделите его целиком (рис. 5.1).
3. Выберите в главном меню пункты **Symbolics** | **Expand** (Символика | Разложить).

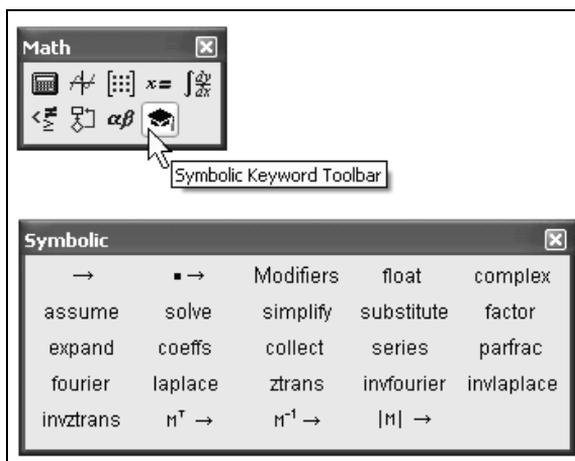


Рис. 5.2. Панель Symbolic

После этого результат разложения выражения появится чуть ниже в виде еще одной строки (рис. 5.3).

### **Внимание!**

Символьные операции с помощью меню возможны лишь над каким-либо объектом (выражением, его частью или отдельной переменной). Для того чтобы правильно осуществить желаемое аналитическое преобразование, предварительно необходимо выделить тот объект, к которому оно будет относиться. В данном случае преобразование было применено ко всему выражению  $\sin(2 \cdot x)$ .

Если же выделить часть формулы, как показано на рис. 5.4, то соответствующее преобразование будет отнесено к выделенной части (нижняя строка на этом рисунке).

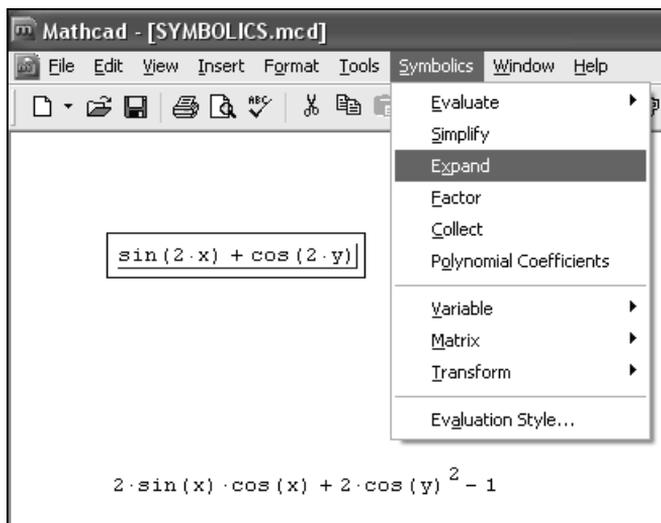
$$\sin(2 \cdot x)$$

$$2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$$

**Рис. 5.3.** Результат применения команды меню **Symbolics | Expand**

Второй способ символьных преобразований (с помощью оператора  $\rightarrow$ ).

1. Введите выражение  $\sin(2 \cdot x)$ .
2. Нажмите кнопку **Expand** (Разложить) на панели **Symbolic** (Символика).



**Рис. 5.4.** Символьное разложение части выражения и его результат

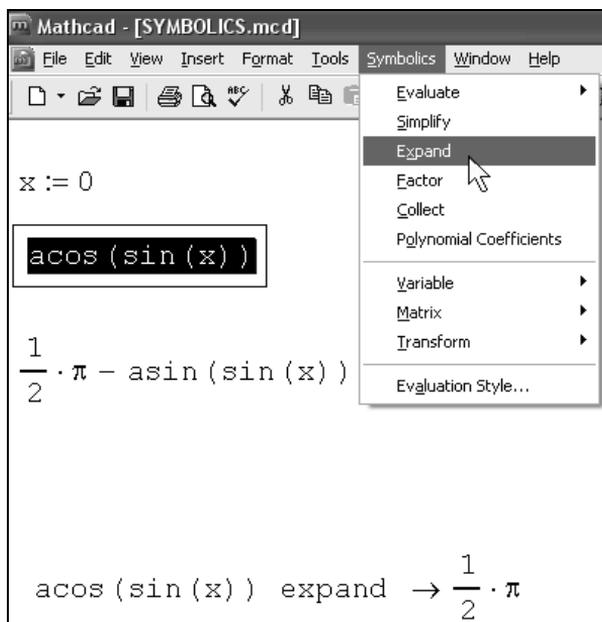
$$\sin(2 \cdot x) \text{ expand, } \blacksquare \rightarrow$$

$$\sin(2 \cdot x) \text{ expand, } x \rightarrow 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$$

**Рис. 5.5.** Символьное разложение выражения

3. Введите в местозаполнитель после появившегося ключевого слова `expand` (рис. 5.5, сверху) имя переменной `x` либо нажмите клавишу `<Del>`, чтобы просто удалить местозаполнитель.
4. Введите оператор символьного вывода  $\rightarrow$ .
5. Нажмите клавишу `<Enter>` либо просто щелкните мышью за пределами выражения.

Оператор символьного вывода, как вы помните, можно ввести в редакторе Mathcad несколькими способами: нажатием кнопки  $\rightarrow$  на любой из панелей **Evaluation** (Выражения) или **Symbolic** (Символика) либо сочетания клавиш `<Ctrl>+<.>`. Результат символьного разложения выражения показан на рис. 5.5, снизу.



**Рис. 5.6.** Различия в символьных вычислениях при помощи меню (сверху) и оператора  $\rightarrow$  (снизу)

### **Внимание!**

Если символьные вычисления осуществляются вторым способом, символьный процессор учитывает все формулы, предварительно введенные в документе (рис. 5.6, снизу). Но если те же преобразования выполняются при помощи меню, символьный процессор "не видит" ничего, кроме одной формулы, и воспри-

нимает все ее переменные аналитически, даже если им предварительно были присвоены какие-то значения (рис. 5.6, сверху). По этой причине, например, символьным преобразованиям через меню недоступны предварительные определения функций пользователя.

### Совет

Если вы можете выбрать способ символьных вычислений, рекомендую второй путь — с помощью оператора  $\rightarrow$ , поскольку при этом в документе сохраняются действия пользователя. Наличие специального меню символьных вычислений — своего рода дань прежним версиям Mathcad. В них аналитические преобразования были встроены не так гармонично и были доступны, главным образом, через меню.

Не всякое выражение поддается аналитическим преобразованиям. Если это так (либо в силу того, что задача вовсе не имеет аналитического решения, либо она оказывается слишком сложной для символьного процессора Mathcad), то в качестве результата выводится само выражение (листинг 5.1, внизу).

#### Листинг 5.1. Символьные преобразования

```
cos (2 · x) expand , x → 2 · cos ( x )2 - 1
```

```
cos ( x ) expand , x → cos ( x )
```

### Примечание

Далее в этой главе, рассматривая символьные вычисления с помощью меню, будем иллюстрировать результаты рисунками, а символьные вычисления с применением оператора  $\rightarrow$  приводить в виде листингов.

## 5.2. Алгебраические вычисления

Символьный процессор Mathcad умеет выполнять основные алгебраические преобразования, такие как упрощение выражений, разложение их на множители, символьное суммирование и перемножение.

### 5.2.1. Упрощение выражений

*Упрощение выражений* — наиболее часто применяемая операция. Символьный процессор Mathcad стремится так преобразовать выражение, чтобы оно приобрело более простую форму. При этом используются различные арифметические формулы, приведение подобных слагаемых, тригонометрические

тождества, пересчет обратных функций и др. Чтобы упростить выражение с помощью меню (рис. 5.7):

1. Введите выражение.
2. Выделите выражение целиком или его часть, которую нужно упростить.
3. Выберите команду **Symbolics | Simplify** (Символика | Упростить).

Для упрощения выражения при помощи оператора символьного вывода используйте ключевое слово `simplify` (листинг 5.2). Не забывайте, если каким-либо переменным, входящим в выражение, ранее были присвоены некоторые значения, то они будут подставлены в него при выполнении символьного вывода (листинг 5.3).

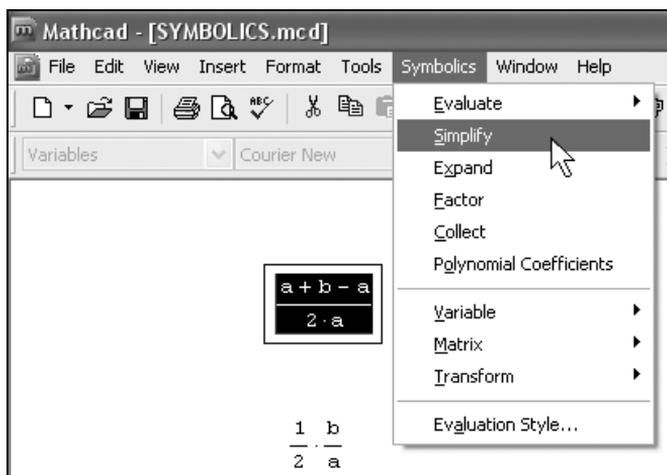


Рис. 5.7. Упрощение выражения

#### Листинг 5.2. Упрощение выражения

```
(x + 2 · y) · z - z2 · (x + 5 · y) + z simplify → z · x + 2 · z · y - z2 · x - 5 · z2 · y + z
```

#### Листинг 5.3. Упрощение выражения с подстановкой значения переменных

```
x := 10    y := 1
```

```
(x + 2 · y) · z - z2 · (x + 5 · y) + z simplify → 13 · z - 15 · z2
```

Упрощение выражений, содержащих числа, производится по-разному, в зависимости от наличия в числах десятичной точки. Если она есть, то выполняется непосредственное вычисление выражения (листинг 5.4).

#### Листинг 5.4. Упрощение выражения с числами

$$\sqrt{3} \text{ simplify} \rightarrow \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3.01} \text{ simplify} \rightarrow 1.7349351572897472412$$

## 5.2.2. Разложение выражений

Операция символьного *разложения*, или *расширения*, выражений противоположна по смыслу операции упрощения. В ходе разложения раскрываются все суммы и произведения, а сложные тригонометрические зависимости раскладываются с помощью тригонометрических тождеств. Разложение выражений производится путем выбора команды **Symbolics | Expand** (Символика | Разложить) либо использованием вместе с оператором символьного вывода ключевого слова `expand`. Применение операции разложения было подробно рассмотрено в *разд. 5.1* (см. рис. 5.3—5.6 и листинг 5.1).

## 5.2.3. Разложение на множители

Разложение выражений на простые множители производится при помощи команды **Symbolics | Factor** (Символика | Разложить на множители) (рис. 5.8) либо использованием вместе с оператором символьного вывода ключевого слова `factor` (листинг 5.5). Эта операция позволяет разложить полиномы на произведение более простых полиномов, а целые числа — на простые сомножители. Применяя команду меню, не забывайте перед ее вызовом выделить все выражение или его часть, которую планируете разложить на множители.

#### Листинг 5.5. Примеры разложения на множители

$$x^4 - 16 \text{ factor} \rightarrow (x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (x^2 + 4)$$

$$28 \text{ factor} \rightarrow 2^2 \cdot 7$$

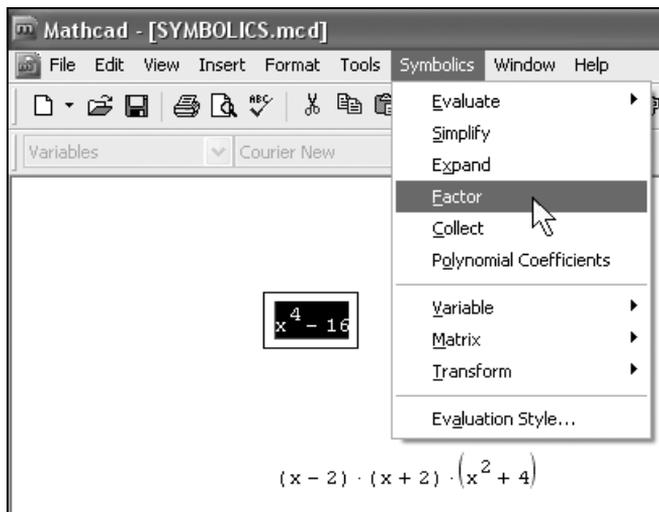


Рис. 5.8. Разложение выражения на множители

### 5.2.4. Приведение подобных слагаемых

Чтобы привести подобные слагаемые полинома с помощью меню (рис. 5.9):

1. Введите выражение.
2. Выделите в выражении имя переменной, относительно которой надо привести подобные слагаемые (в примере на рис. 5.9 это переменная  $y$ ).
3. Выберите команду **Symbolics** | **Collect** (Символика | Привести подобные).

В результате появится строка с результатом приведения подобных слагаемых (нижняя строка на рис. 5.9).

Чтобы привести подобные слагаемые с помощью оператора символьного вывода (листинг 5.6):

1. Введите выражение.
2. Нажмите кнопку **Collect** (Привести подобные) на панели **Symbolic** (Символика).
3. Введите в местозаполнитель после вставленного ключевого слова `collect` имя переменной, относительно которой требуется привести подобные слагаемые (в первой строке примера из листинга 5.6 это переменная  $x$ , во второй —  $y$ ).

4. Введите оператор символьного вывода  $\rightarrow$ .
5. Нажмите клавишу  $\langle \text{Enter} \rangle$ .

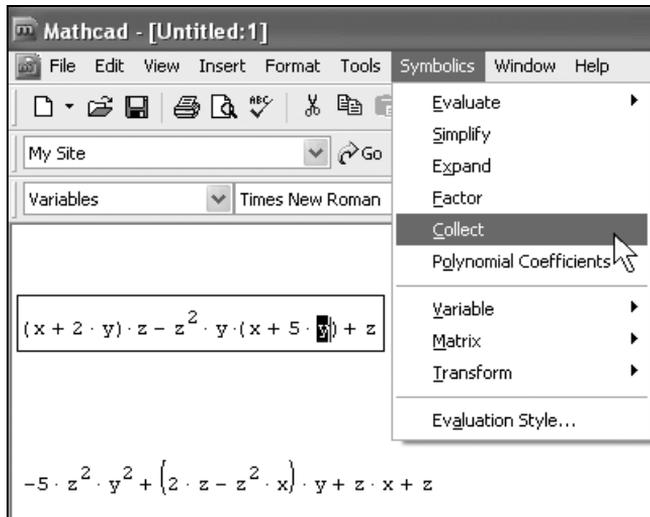


Рис. 5.9. Приведение подобных слагаемых

### Примечание

После ключевого слова `collect` допускается задание нескольких переменных через запятую. В этом случае, что иллюстрируется последней строкой листинга 5.6, приведение подобных слагаемых выполняется последовательно по всем переменным.

#### Листинг 5.6. Приведение подобных слагаемых по разным переменным

$$(x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ collect, } x \rightarrow (z - z^2 \cdot y) \cdot x + 2 \cdot z \cdot y - 5 \cdot z^2 \cdot y^2 + z$$

$$(x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ collect, } y \rightarrow -5 \cdot z^2 \cdot y^2 + (2 \cdot z - z^2 \cdot x) \cdot y + z \cdot x + z$$

$$(x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ collect, } x, y, z \rightarrow (z - z^2 \cdot y) \cdot x + 2 \cdot z \cdot y - 5 \cdot z^2 \cdot y^2 + z$$

## 5.2.5. Коэффициенты полинома

Если выражение является полиномом относительно некоторой переменной  $x$ , заданным не в обычном виде  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$ , а как произведение других, бо-

лее простых полиномов, то коэффициенты  $a_0, a_1, a_2, \dots$  легко определяются символьным процессором Mathcad. Коэффициенты сами могут быть функциями (подчас, довольно сложными) других переменных.

Чтобы вычислить полиномиальные коэффициенты в выражении при помощи меню (рис. 5.10):

1. Введите выражение.
2. Выделите в нем имя переменной или выражение, для которого требуется рассчитать полиномиальные коэффициенты (в примере на рис. 5.10 это переменная  $z$ ).
3. Выполните команду **Symbolic | Polynomial Coefficients** (Символика | Коэффициенты полинома).

В результате под выражением появится вектор, состоящий из полиномиальных коэффициентов. Первым элементом вектора является свободный член  $a_0$ , вторым —  $a_1$  и т. д.

### Примечание

Конкретная задача, требующая вычисления полиномиальных коэффициентов, приведена в разделе, посвященном численному отделению корней полинома (см. разд. 7.3.2).

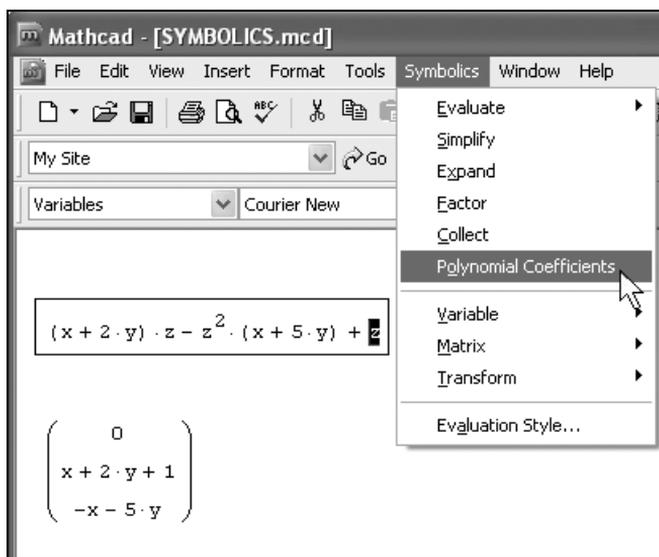


Рис. 5.10. Вычисление коэффициентов полинома

Чтобы вычислить полиномиальные коэффициенты с помощью оператора символьного вывода:

1. Введите выражение.
2. Нажмите кнопку **Coeffs** (Коэффициенты) на панели **Symbolic** (Символика).
3. Введите в местозаполнитель после вставленного ключевого слова `coeffs` аргумент полинома.
4. Введите оператор символьного вывода  $\rightarrow$ .
5. Нажмите клавишу `<Enter>`.

Примеры вычисления коэффициентов полинома приведены в листингах 5.7 и 5.8. Листинг 5.7 показывает расчет коэффициентов для разных аргументов. Последний листинг демонстрирует возможность определения коэффициентов не только для отдельных переменных, но для более сложных выражений, входящих в рассматриваемую формулу в качестве составной части.

#### Листинг 5.7. Вычисление коэффициентов полинома

$$(x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ coeffs}, z \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ x + 2 \cdot y + 1 \\ -y \cdot x - 5 \cdot y^2 \end{pmatrix}$$

$$(x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ coeffs}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \cdot z \cdot y - 5 \cdot z^2 \cdot y^2 + z \\ z - z^2 \cdot y \end{pmatrix}$$

#### Листинг 5.8. Вычисление полиномиальных коэффициентов для простой переменной и выражения

$$(x - 4) \cdot (x - 7) \cdot x + 99 \text{ coeffs}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 99 \\ 28 \\ -11 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(x - 4)^3 + (x - 4) \cdot (x - 7) \cdot x + 99 \text{ coeffs}, x - 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 99 \\ x^2 - 7 \cdot x \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

## 5.2.6. Ряды и произведения

Чтобы вычислить символьно конечную или бесконечную сумму или произведение:

1. Введите выражение, используя панель **Calculus** (Вычисления) для вставки соответствующих символов суммирования или произведения (см. разд. 3.2.2). При необходимости введите в качестве предела ряда символ бесконечности (комбинация клавиш <Ctrl>+<Shift>+<Z>).
2. В зависимости от желаемого стиля символьных вычислений выберите команду **Symbolics | Simplify** (Символика | Упростить) или введите оператор символьного вывода  $\rightarrow$ .

Примеры численного и символьного вычисления рядов и произведений приведены в листингах 5.9 и 5.10.

**Листинг 5.9. Символьные и численные расчеты рядов**

$$\sum_{i=0}^{10} 2^i = 2.047 \times 10^3 \qquad \sum_{i=0}^{10} 2^i \rightarrow 2047$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} a^i \rightarrow \frac{-1}{(a-1)}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \cdot n!} \rightarrow \exp\left(\frac{1}{2} \cdot x\right) \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1^n}{2^n \cdot n!} \rightarrow \exp\left(\frac{1}{2}\right) = 1.649$$

$$\sum_{n=0}^{100} \frac{1^n}{2^n \cdot n!} = 1.649$$

**Листинг 5.10. Символьный расчет произведения**

$$\prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + 1} \rightarrow 0 \qquad \prod_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \rightarrow \infty$$

## 5.2.7. Разложение на элементарные дроби

Чтобы разложить сложную дробь на более простые, следует либо выполнить команду **Symbolics | Variable | Convert to Partial Fractions** (Символика | Переменная | Разложить на элементарные дроби) (рис. 5.11), либо указать ключевое слово `parfrac` (листинг 5.11).

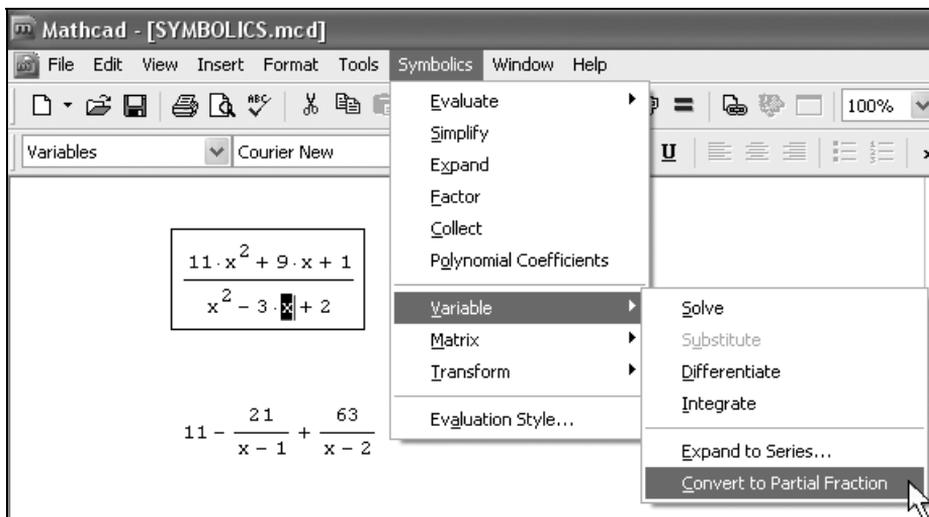


Рис. 5.11. Разложение сложной дроби на элементарные дроби

Применяя первый способ (меню), не забывайте перед выбором команды выделить переменную, по которой будет производиться разложение, а если используется второй способ (с оператором символьного вывода), то имя переменной следует указать после ключевого слова `parfrac`. В общем, последовательность действий при разложении на дроби та же самая, что и обычно (см., например, разд. 5.2.4).

### Листинг 5.11. Разложение на элементарные дроби

$$\frac{11 \cdot x^2 + 9 \cdot x + 1}{x^2 - 3 \cdot x + 2} \text{ convert, parfrac, x } \rightarrow 11 - \frac{21}{(x - 1)} + \frac{63}{(x - 2)}$$

## 5.2.8. Подстановка переменной

Очень удобная возможность символьных вычислений — это операция подстановки значения переменной в выражение. При помощи меню подстановка производится следующим образом (рис. 5.12):

1. Выделите значение переменной, которое необходимо подставить в некоторое выражение. Значение переменной может быть любым выражением относительно любых переменных (на рис. 5.12 в качестве подстановки взята самая первая строка документа).
2. Скопируйте значение переменной в буфер обмена, например, нажатием комбинации клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{C} \rangle$  или кнопки **Copy** (Копировать) на панели инструментов **Standard** (Стандартная).
3. Выделите в выражении, в которое требуется подставить значение из буфера обмена, заменяемую переменную (во второй строке на рис. 5.12 выделена переменная  $x$ ).
4. Выполните команду **Symbolics** | **Variable** | **Substitute** (Символика | Переменная | Подставить).

Результат этих действий иллюстрируется нижней строкой в документе на рис. 5.12.

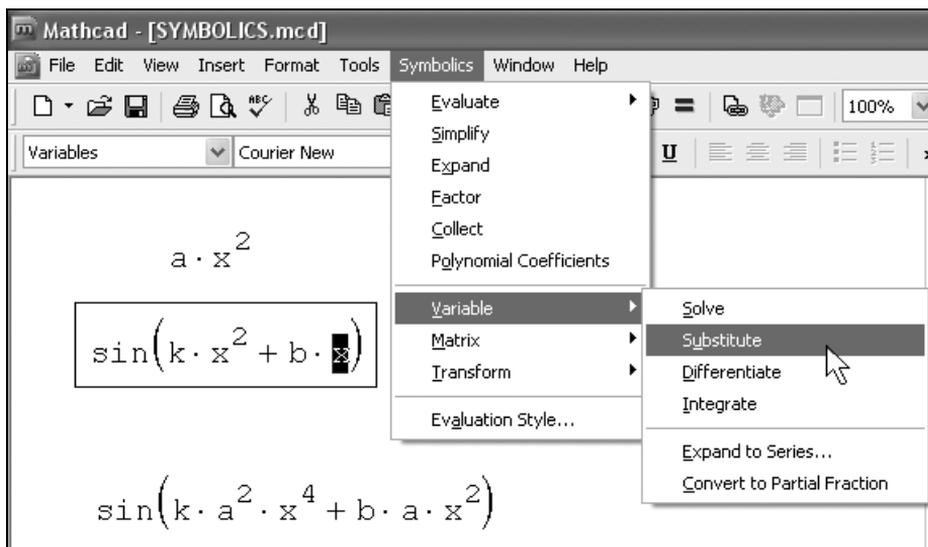


Рис. 5.12. Подстановка значения переменной

Для осуществления той же операции в совокупности с оператором символьного вывода используйте ключевое слово `substitute`, которое вставляется в документ одноименной кнопкой на панели **Symbolic** (Символика). После ключевого слова `substitute` необходимо ввести в местозаполнители логическое выражение, показывающее, какую именно переменную какой формулой следует заменить (листинг 5.12).

**Листинг 5.12. Подстановка значения переменной**

```
sin(k · x2 + b · x) substitute, k = a · x2 → sin(a · x4 + b · x)
```

### 5.2.9. Матричная алгебра

Символьный процессор Mathcad позволяет аналитически выполнять самые разные матричные вычисления. Помня о том, что большинство операций и встроенных функций осуществляются над матрицами точно так же, как над обычными числами, к матричным вычислениям можно применять рассмотренную выше команду упрощения (**Simplify**) из меню символьных вычислений.

Кроме того, имеется ряд специфичных матричных операций, которые можно организовать либо с помощью пункта меню **Symbolics | Matrix** (Символика | Матрица), либо с помощью нескольких кнопок на панели **Symbolic** (Символика), относящихся к матрицам (см. рис. 5.2). Это следующие матричные операции:

- Transpose** (Транспонирование);
- Invert** (Обратная матрица);
- Determinant** (Определитель).

Выполняются действия с матрицами в той же последовательности, что и рассмотренные символьные операции со скалярными переменными. Перед их применением не забывайте выделить в выражении матрицу, к которой будет относиться операция.

## 5.3. Математический анализ

Наиболее ярким проявлением возможностей символьного процессора Mathcad являются аналитические вычисления пределов, производных, интегралов и разложений в ряд, а также решение алгебраических уравнений. Все эти

операции, при выполнении их посредством меню **Symbolics** (Символика), находятся в его подменю **Variable** (Переменная). Соответственно, требуется предварительное выделение в выражении переменной, относительно которой будет совершаться операция. Для выделения переменной достаточно поместить ее между линиями ввода, но для большей наглядности лучше выделить ее черным цветом путем протаскивания указателя мыши через нужную часть выражения.

Все перечисленные операции можно осуществлять и при помощи оператора символьного вывода. Применение этого способа описывается в соответствующих главах *части III (за исключением разложения в ряд, освещенного в разд. 5.3.3)*. Ниже приводятся сведения о проведении операций математического анализа посредством меню.

### Примечание

Символьный поиск предела функции описан в *разд. 3.2.2*.

## 5.3.1. Дифференцирование

Чтобы аналитически продифференцировать выражение по некоторой переменной, выделите в нем эту переменную и выберите команду **Symbolics | Variable | Differentiate** (Символика | Переменная | Дифференцировать) — рис. 5.13.

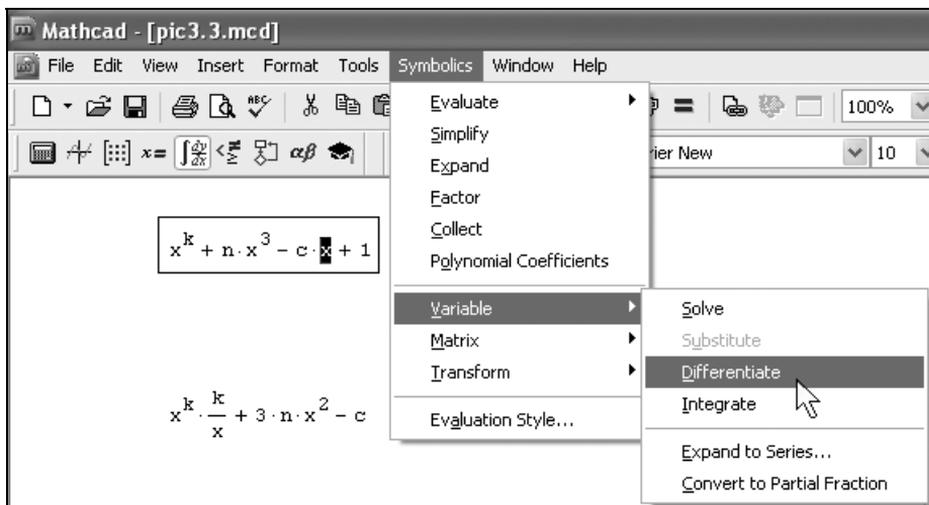


Рис. 5.13. Дифференцирование по переменной

В результате в следующей за выражением строке появится значение ее производной. Для того чтобы найти вторую производную, повторно примените эту последовательность действий к уже полученному результату дифференцирования. Так же находятся и производные высших порядков.

### 5.3.2. Интегрирование

Для вычисления неопределенного интеграла от некоторого выражения по определенной переменной выделите в выражении переменную и выполните команду **Symbolics** | **Variable** | **Integrate** (Символика | Переменная | Интегрировать) — рис. 5.14.

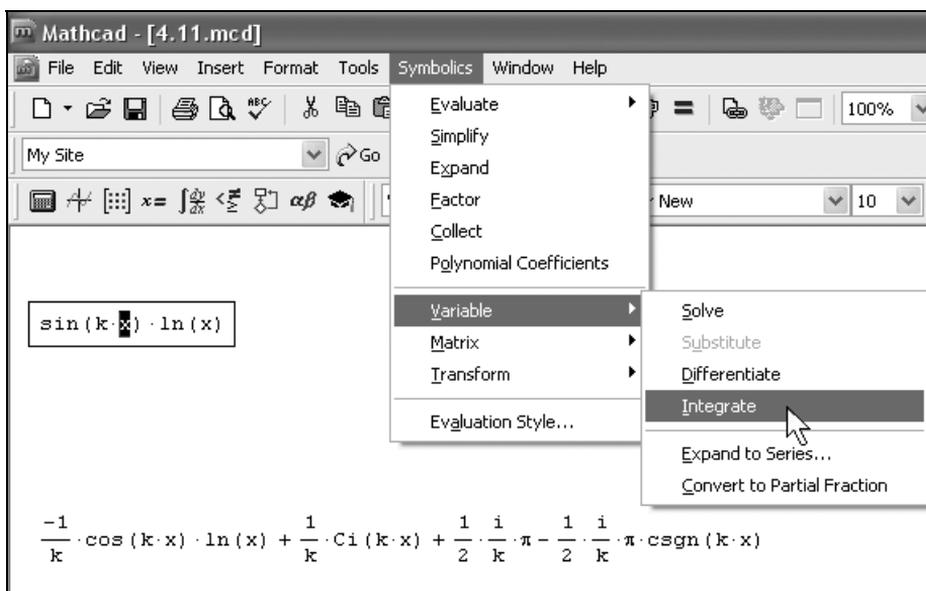


Рис. 5.14. Интегрирование по переменной

Вычисленное аналитическое представление неопределенного интеграла появится ниже. При этом результат может содержать как встроенные в Mathcad функции (см. главу 10 и приложение 3), так и другие спецфункции, которые нельзя непосредственно рассчитать в Mathcad, но символный процессор "умеет" выдавать их в качестве результата некоторых символьных операций.

### Примечание

Более подробную информацию о символьном решении алгебраических уравнений, дифференцировании и интегрировании (с применением оператора символьного вывода), включая вычисление производных высших порядков, определенных кратных интегралов, можно найти в *части III (см. главу 7)*.

### 5.3.3. Разложение в ряд Тейлора

С помощью символьного процессора Mathcad возможно получить разложение выражения в *ряд Тейлора* по любой переменной  $x$  в точке  $x=0$ , т. е. представить выражение в окрестности точки  $x$  суммой вида  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$ . Здесь  $a_i$  — некоторые коэффициенты, не зависящие от  $x$ , но, возможно, являющиеся функциями других переменных, входящих в исходное выражение. Если выражение имеет в точке  $x=0$  особенность, то соответствующее разложение называют *рядом Лорана*.

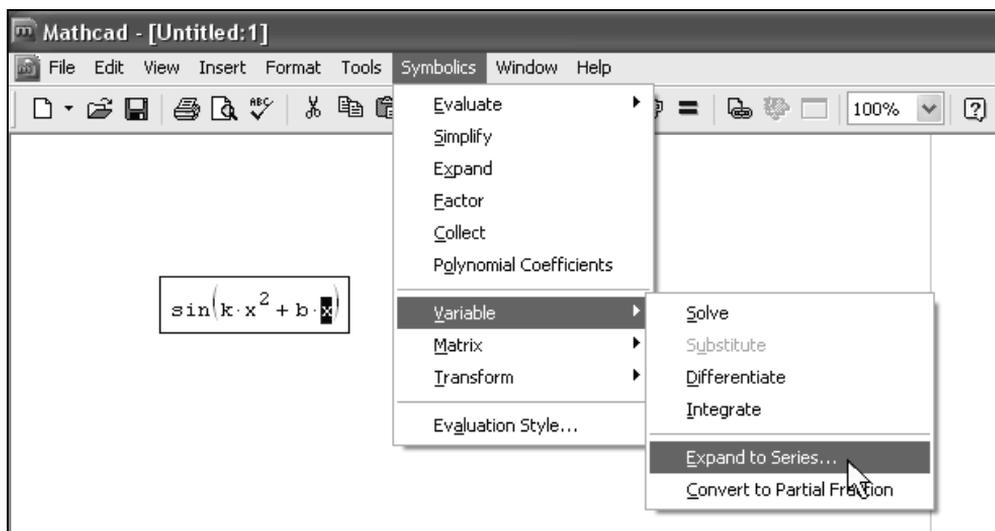


Рис. 5.15. Подготовка выражения для разложения в ряд по переменной  $x$

Чтобы разложить выражение в ряд:

1. Введите выражение.
2. Выделите значение переменной, по которой требуется получить разложение в ряд.

3. Выполните команду **Symbolics | Variable | Expand to Series** (Символика | Переменная | Разложить в ряд) — рис. 5.15.
  4. В появившемся диалоговом окне (рис. 5.16) введите желаемый порядок аппроксимации (**Order of Approximation**) и нажмите кнопку **OK**.
- Результат разложения появится под выражением (рис. 5.17).

### **Внимание!**

Не забывайте, что разложение строится только в точке  $x=0$ . Чтобы получить разложение в другой точке  $x=a$ , можно, например, подставить вместо переменной  $x$  значение  $x-a$  (см. разд. 5.2.8).

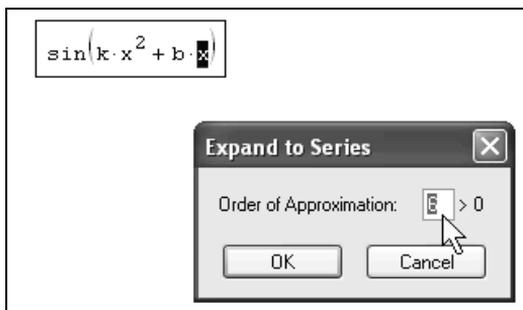


Рис. 5.16. Выбор порядка аппроксимации разложения в ряд Тейлора

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x)$$

$$b \cdot x + k \cdot x^2 + \frac{-1}{6} \cdot b^3 \cdot x^3 + \frac{-1}{2} \cdot k \cdot b^2 \cdot x^4 + \left( \frac{1}{120} \cdot b^5 - \frac{1}{2} \cdot k^2 \cdot b \right) \cdot x^5 + o(x^6)$$

Рис. 5.17. Результат разложения в ряд Тейлора

Для разложения в ряд альтернативным способом, с помощью оператора символического вывода, используйте ключевое слово `series`, вставляя его одноименной кнопкой панели **Symbolic** (Символика). После ключевого слова `series`, через запятую, указывается имя переменной, по которой производится разложение, и порядок аппроксимации (листинги 5.13 и 5.14). Сравнение функции и ее разложений в ряды с разными порядками аппроксимации (для  $k=b=1$ ) иллюстрируется рис. 5.18. Видно, что разложение в ряд хорошо рабо-

тает в окрестности точки  $x=0$ , а по мере удаления от нее все сильнее и сильнее отличается от функции.

**Листинг 5.13. Разложение выражения в ряд с разным порядком аппроксимации**

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series, } x, 2 \rightarrow b \cdot x$$

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series, } x, 3 \rightarrow k \cdot x^2 + b \cdot x$$

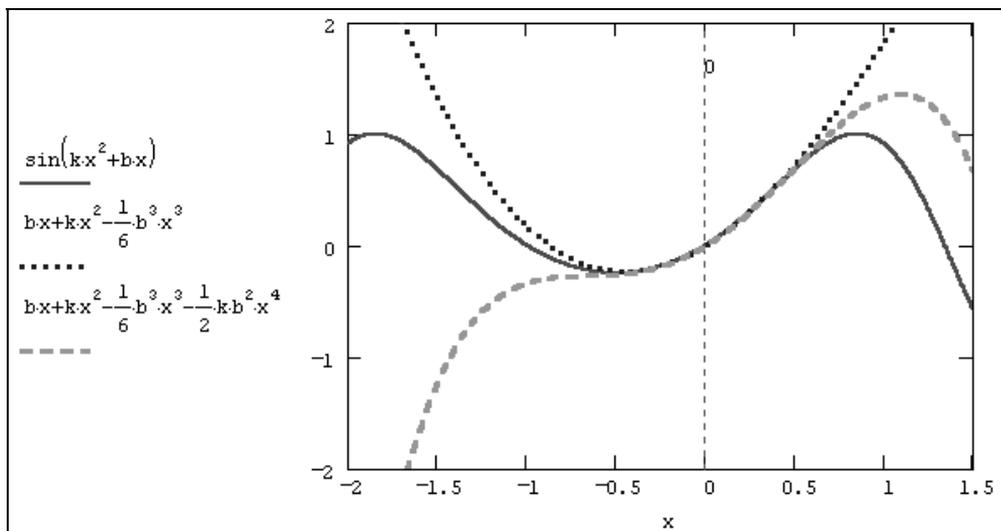
$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series, } x, 4 \rightarrow b \cdot x + k \cdot x^2 - \frac{1}{6} \cdot b^3 \cdot x^3$$

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series, } x, 5 \rightarrow b \cdot x + k \cdot x^2 - \frac{1}{6} \cdot b^3 \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot k \cdot b^2 \cdot x^4$$

**Листинг 5.14. Разложение выражения в ряд по разным переменным**

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series, } k, 3 \rightarrow \sin(b \cdot x) + \cos(b \cdot x) \cdot x^2 \cdot k - \frac{1}{2} \cdot \sin(b \cdot x) \cdot x^4 \cdot k^2$$

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series, } b, 3 \rightarrow \sin(k \cdot x^2) + \cos(k \cdot x^2) \cdot x \cdot b - \frac{1}{2} \cdot \sin(k \cdot x^2) \cdot x^2 \cdot b^2$$



**Рис. 5.18.** Функция и ее разложения в ряды Тейлора

### 5.3.4. Решение уравнений

С помощью символьного процессора можно вычислить аналитически значение переменной, при котором выражение обращается в ноль. Для этого:

1. Введите выражение.
2. Выделите переменную, относительно которой будет решаться уравнение, приравняющее выражение нулю.
3. Выберите в меню **Symbolics** (Символика) пункт **Variable | Solve** (Переменная | Решить) — рис. 5.19.

#### Примечание

Подробная информация о символьном решении алгебраических уравнений изложена в *части III* (см. разд. 7.3). В частности, там рассказано о возможности решения систем уравнений и задании уравнений в привычной для нас форме логического равенства.

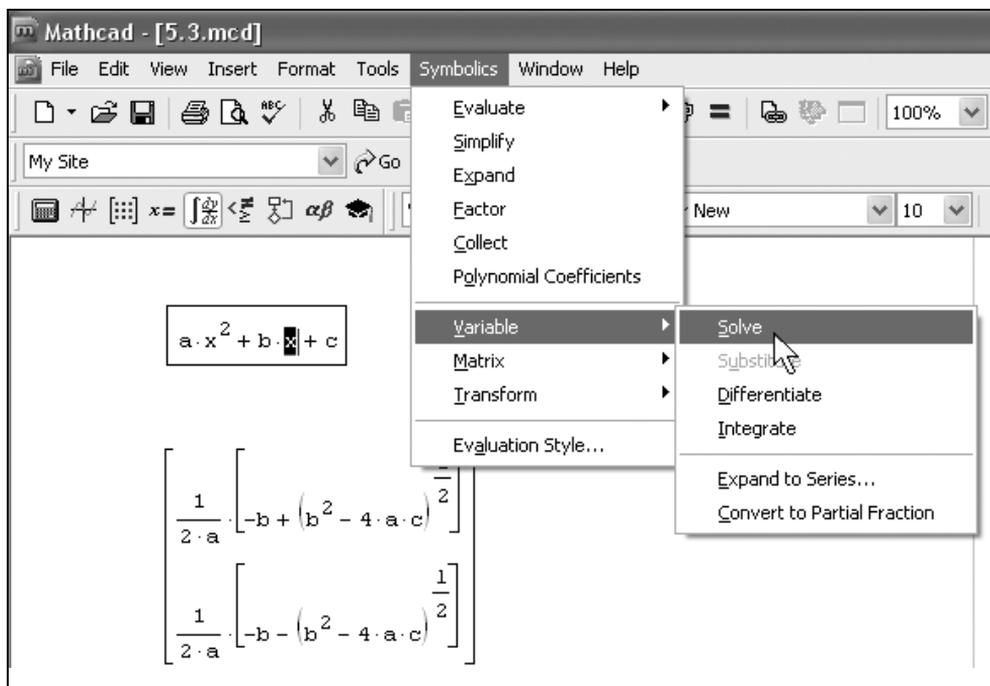


Рис. 5.19. Символьное решение уравнения

## 5.4. Интегральные преобразования

Интегральные преобразования, по определению, ставят в соответствие некоторой функции  $f(x)$  другую функцию от другого аргумента  $F(\omega)$ . Причем это соответствие  $f(x) \rightarrow F(\omega)$  задается интегральной зависимостью. Символьный процессор Mathcad позволяет осуществлять три вида интегральных преобразований функций: преобразование Фурье, Лапласа и Z-преобразование. Наряду с прямыми преобразованиями, имеется возможность совершать любое из этих трех обратных преобразований, т. е.  $F(\omega) \rightarrow f(x)$ .

Выполняются все символьные интегральные преобразования аналогично уже рассмотренным операциям. Для вычисления преобразования выражения необходимо выделить переменную, по которой будет осуществляться преобразование, и затем выбрать соответствующий пункт меню. Преобразования с применением оператора символьного вывода используются с одним из соответствующих ключевых слов, вслед за которым требуется указать имя нужной переменной.

Приведем примеры символьного расчета каждого из трех интегральных преобразований.

### 5.4.1. Преобразование Фурье

Преобразование Фурье представляет функцию  $f(x)$  в виде интеграла по гармоническим функциям, называемого *интегралом Фурье*:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot \exp(-i\omega x) dx.$$

Аналитический расчет преобразования Фурье при помощи меню показан на рис. 5.20. В листинге 5.15 приведены два примера вычисления прямого преобразования Фурье с применением ключевого слова `fourier` и оператора символьного вывода  $\rightarrow$ . Листингом 5.16 иллюстрируется обратное преобразование Фурье одной из функций предыдущего листинга.

#### **Примечание**

В Mathcad преобразование Фурье можно вычислить и с помощью численного процессора, использующего популярный алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ) (см. разд. 11.5.1).

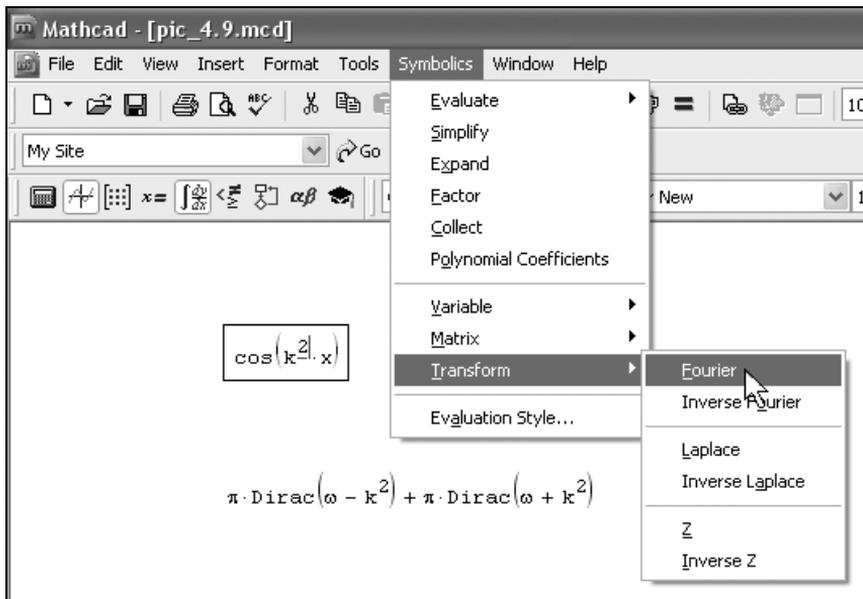


Рис. 5.20. Расчет Фурье-преобразования при помощи меню

#### Листинг 5.15. Прямое преобразование Фурье

$$\cos(x) \text{ fourier}, x \rightarrow \pi \cdot \Delta(\omega - 1) + \pi \cdot \Delta(\omega + 1)$$

$$x^2 + 4 \text{ fourier}, x \rightarrow -2 \cdot \pi \cdot \Delta(2, \omega) + 8 \cdot \pi \cdot \Delta(\omega)$$

#### Листинг 5.16. Обратное преобразование Фурье

$$-2 \cdot \pi \cdot \Delta(2, \omega) + 8 \cdot \pi \cdot \Delta(\omega)$$

$$+ 8 \cdot \pi \cdot \text{Dirac}(\omega) \text{ invfour}$$

## 5.4.2. Преобразование Лапласа

Преобразованием Лапласа называют интеграл от  $f(x)$  следующего вида:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(x) \cdot \exp(-sx) dx.$$

Рассчитывается преобразование Лапласа совершенно аналогично Фурье-преобразованию (см. предыдущий раздел). Примеры преобразования Лапласа приведены в листинге 5.17.

#### Листинг 5.17. Прямое и обратное преобразования Лапласа

$$x^2 + 4 \text{ laplace}, x \rightarrow \frac{2}{s^3} + \frac{4}{s}$$

$$\frac{2}{s^3} + \frac{4}{s} \text{ invlaplace}, s \rightarrow t^2 + 4$$

### 5.4.3. Z-преобразование

Z-преобразование функции  $f(x)$  определяется через бесконечную сумму следующего вида:

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(n) \cdot z^{-n}.$$

Пример Z-преобразования приведен в листинге 5.18.

#### Листинг 5.18. Прямое и обратное Z-преобразования

$$x^2 + 4 \text{ ztrans}, x \rightarrow z \cdot \frac{(-7 \cdot z + 5 + 4 \cdot z^2)}{(z - 1)^3}$$

$$z \cdot \frac{(-7 \cdot z + 5 + 4 \cdot z^2)}{(z - 1)^3} \text{ invztrans}, z \rightarrow 4 + n^2$$

## 5.5. Дополнительные возможности символьного процессора

Выше в этой главе были разобраны основные приемы символьных вычислений в Mathcad. Они, как правило, были показаны на простых примерах, которые иллюстрировали ту или иную символьную операцию. Тем не менее при проведении разнообразных (и численных тоже) расчетов в Mathcad возмож-

ности символьного процессора можно использовать более эффективно. Отметим некоторые из них.

### 5.5.1. Применение функций пользователя

При проведении символьных вычислений с оператором символьного вывода функции пользователя переменные, определенные ранее в документе Mathcad, воспринимаются символьным процессором корректно. Таким образом, имеется мощный аппарат включения символьных расчетов в программы пользователя. Примеры применения функции пользователя приведены в листингах 5.19 и 5.20. Сравните последние строчки этих листингов. Несмотря на их идентичность слева от знака символьного вывода, результаты получены различные. Это связано с тем, что в листинге 5.20 предварительно переменной  $x$  присвоено значение 4. Поскольку значения переменных влияют на символьные вычисления, то результат учитывает подстановку вместо  $x$  числа 4.

#### Листинг 5.19. Функция пользователя в символьных вычислениях

```
f ( k , x ) := cos ( k · x ) + 4 · x 2-k
f ( k , x ) substitute , k = √x → cos (  $\frac{3}{x^2}$  ) + 4 · x ( $\frac{1}{2-x^2}$ )
f ( k , x ) series , k , 2 → 1 + 4 · x 2 - 4 · x 2 · ln ( x ) · k
```

#### Листинг 5.20. Значения переменных влияют на результат символьных вычислений

```
f ( k , x ) := cos ( k · x ) + 4 · x 2-k
x := 4
f ( k , x ) series , k , 2 → 65 - 64 · ln ( 4 ) · k
```

Напротив, при осуществлении символьных операций через меню **Symbolics** (Символика) символьный процессор "не видит" ничего, кроме выражения, в пределах которого находятся линии ввода. Поэтому ни функции пользователя, ни предварительно определенные значения каких-либо переменных никак не влияют на вычисления.

### Совет

Используйте меню **Symbolics** (Символика), если требуется "сиюминутно" провести некоторые аналитические действия с выражением и получить ответ в общем виде, не учитывающем текущие значения переменных, входящих в выражение.

## 5.5.2. Получение численного значения выражения

С помощью символьного процессора можно рассчитать численное значение выражения (действительное или комплексное). Иногда такой путь представляется более удобным, чем применение численного процессора (т. е. знака обычного равенства). Чтобы рассчитать значение некоторого выражения (рис. 5.21), выберите команду **Symbolics | Evaluate | Symbolically** (Символика | Вычислить | Символьно) либо пункт **Symbolics | Evaluate | Floating Point** (Символика | Вычислить | С плавающей точкой). В последнем случае вам будет предложено с помощью диалога **Floating Point Evaluation** (Вычисления с плавающей точкой) задать точность вывода. В итоге применения данных команд Mathcad заменяет символьные результаты, где это возможно, значениями в виде чисел с плавающей точкой.

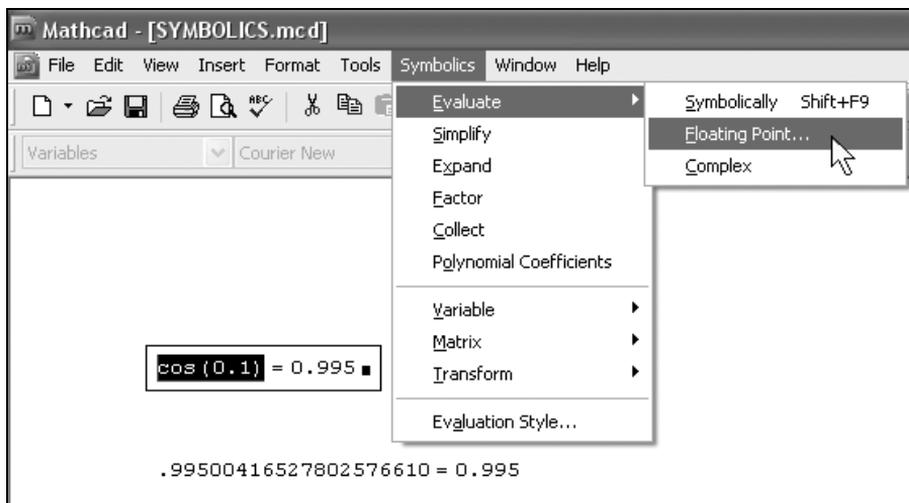


Рис. 5.21. Вычисление выражения с плавающей точкой

Еще один пункт меню **Symbolics | Evaluate | Complex** (Символика | Вычислить | Комплексно) позволяет представить выражение в виде  $a+bi$ .

Аналогичные по действию ключевые слова `float` и `complex` можно использовать в документах, вводя их с панели **Symbolic** (Символика). Ключевое слово `float` применяется вместе со значением точности вывода результата с плавающей точкой (листинг 5.21). С помощью слова `complex` можно преобразовывать выражения как в символьном виде, так и с учетом численных значений, если они были ранее присвоены переменной (несколько примеров приведено в листинге 5.22).

#### Листинг 5.21. Вычисление выражения с плавающей точкой

```
x := 3          k := 2.4
cos(k · x) + 4 · x2-k float, 3 → 3.19
cos(k · x) + 4 · x2-k float, 10 → 3.185927374
cos(k · x) + 4 · x2-k float, 20 → 3.1859273744412716730
```

#### Листинг 5.22. Комплексные преобразования выражений

```
ez+2i complex → exp(z) · cos(2) + i · exp(z) · sin(2)
4.2 · 2i1.8-3i complex → 1193.4523970930846183 + 1107.3477730509390980 · i
x := i
4 · x3 complex → -4 · i
4 · x3.1 complex → .62573786016092347604 - 3.9507533623805509048 · i
```

### 5.5.3. Явные вычисления

В Mathcad 13 появилась возможность осуществления *явных* (*explicit*) символьных вычислений. Этим термином разработчики обозначили расчеты, в которых осуществляется простая подстановка в выражение численного значения той или иной переменной (без упрощения результата). Для организации явных вычислений предусмотрено специальное ключевое слово `explicit`, которое вводится с панели **Symbolic** (Символика). Сама формула вводится в левый местозаполнитель, а переменные, числовые значения которых должны быть подставлены в нее явно и без упрощения, — в правый местозаполнитель.

Пример вычислений, включающих ключевое слово `explicit`, приведен в листинге 5.23.

#### Листинг 5.23. Явные вычисления

$$\underline{x} := 2 \cdot m \quad y := 0.5 \cdot \text{sec}$$

$$z := 1.5 \cdot \frac{m}{\text{sec}}$$

$$\frac{x}{y} + z \text{ explicit}, x \rightarrow \frac{2 \cdot m}{y} + z$$

$$\frac{x}{y} + z \text{ explicit}, x, y, z \rightarrow \frac{2 \cdot m}{0.5 \cdot \text{sec}} + 1.5 \cdot \frac{m}{\text{sec}}$$

$$\frac{x}{y} + z \text{ explicit}, z, y \rightarrow \frac{x}{0.5 \cdot \text{sec}} + 1.5 \cdot \frac{m}{\text{sec}}$$

### 5.5.4. Последовательности символьных команд

Символьные вычисления допускается проводить с применением цепочек из ключевых слов. Для этого ключевые слова, соответствующие последовательным символьным операциям, должны быть введены по очереди с панели **Symbolic** (Символика). Принцип организации цепочек символьных вычислений очень похож на применение встроенного языка программирования *Mathcad* (см. следующую главу). Несколько примеров использования последовательности символьных операторов приводится в листингах 5.24 и 5.25.

#### Примечание

Последовательности символьных команд допускают введение дополнительных условий в расчеты, например, таких как ограничение на действительную или комплексную форму результата. Это делается с помощью ключевого слова `assume`. Более подробную информацию читатель найдет в справочной системе *Mathcad*.

#### Листинг 5.24. Фурье-преобразование, разложение в ряд, и расчет коэффициентов с заданной точностью

$$e^{-x} \text{ fourier}, x \rightarrow 2 \cdot \pi \cdot \Delta(\omega - i)$$

$$e^{-x^2} \left| \begin{array}{l} \text{fourier, x} \\ \text{series, } \omega, 5 \end{array} \right. \rightarrow \pi^2 - \frac{1}{4} \cdot \pi^2 \cdot \omega^2 + \frac{1}{32} \cdot \pi^2 \cdot \omega^4$$

$$e^{-x^2} \left| \begin{array}{l} \text{fourier, x} \\ \text{series, } \omega, 5 \\ \text{float, 3} \end{array} \right. \rightarrow 1.77 - .443 \cdot \omega^2 + 5.54 \cdot 10^{-2} \cdot \omega^4.$$

**Листинг 5.25. Z-преобразование и разложение на простые дроби**

$$x^2 + 4 \text{ ztrans, x} \rightarrow z \cdot \frac{(-7 \cdot z + 5 + 4 \cdot z^2)}{(z - 1)^3}$$

$$x^2 + 4 \left| \begin{array}{l} \text{ztrans, x} \\ \text{convert, parfrac, z} \end{array} \right. \rightarrow 4 + \frac{2}{(z - 1)^3} + \frac{3}{(z - 1)^2} + \frac{5}{(z - 1)}$$

## Глава 6



# Программирование

Mathcad — это система, ориентированная на пользователя, который не обязан знать что-то о программировании. Создатели Mathcad изначально поставили перед собой такую задачу, чтобы дать возможность профессионалам-математикам, физикам и инженерам самостоятельно проводить сложные расчеты, не обращаясь за помощью к программистам. Несмотря на блестящее воплощение этих замыслов, выяснилось, что вовсе без программирования Mathcad серьезно теряет в своей силе, в основном из-за недовольства пользователей, знакомых с техникой создания программ и желающих осуществить свои расчеты в привычном для себя программистском стиле. Вместо знакомых принципов программирования пользователям очень старых версий Mathcad предлагалось комбинировать несколько специфичных встроенных функций и ранжированные переменные (*см. разд. 6.1*).

Последние версии Mathcad имеют не очень мощный, но весьма элегантный собственный язык (*см. разд. 6.2*). С одной стороны, он дает возможность программисту эффективно применять программный код в документах Mathcad. С другой, простота и интуитивность языка программирования позволяют быстро ему обучиться. Наконец, программные модули внутри документа Mathcad сочетают в себе и обособленность (поэтому их легко отличить от остальных формул), и простоту смыслового восприятия.

Несмотря на небольшое число операторов, язык программирования Mathcad позволяет решать самые различные, в том числе и довольно сложные, задачи и является серьезным подспорьем для расчетов (*см. разд. 6.3*).

## 6.1. Программирование без программирования

В очень ранних версиях Mathcad встроенного языка программирования не было. Чтобы применять привычные операции проверки условий и организовывать циклы, приходилось изобретать причудливую смесь из встроенных функций условия `if` (листинг 6.1) и `until`, а также комбинаций ранжированных переменных (листинг 6.2).

### 12) **Примечание**

Начиная с Mathcad 12 восстановлена функция `until`, ранее относившаяся к разряду устаревших.

#### Листинг 6.1. Функция условия

```
f(x) := if(x < 0, "negative", "positive")
f(1) = "positive"
f(-1) = "negative"
```

#### Листинг 6.2. Организация цикла при помощи ранжированной переменной

```
i := 0 .. 10
xi := i2
```

Фактически использование ранжированных переменных — мощный аппарат Mathcad, похожий на применение циклов в программировании. В подавляющем большинстве случаев намного удобнее организовать циклы (в том числе вложенные) с помощью ранжированных переменных, чем заниматься для этого программированием. Полезнее освоить технику, связанную с ранжированными переменными, векторами и матрицами, поскольку на ней основаны главные принципы расчетов в Mathcad, в частности, подготовка графиков.

*Более подробную информацию о ранжированных переменных и связанных с ними возможностях можно получить в главе 4.*

## 6.2. Язык программирования Mathcad

Для вставки программного кода в документы в Mathcad имеется специальная панель инструментов **Programming** (Программирование), которую можно вызвать на экран нажатием кнопки **Programming Toolbar** на панели **Math** (Математика), как показано на рис. 6.1. Большинство кнопок этой панели выполнено в виде текстового представления операторов программирования, поэтому их смысл очевиден.

Изложим последовательно основные составные части языка программирования Mathcad и рассмотрим примеры его использования.

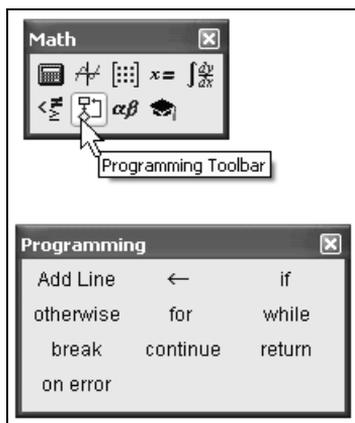


Рис. 6.1. Панель инструментов **Programming**

### 6.2.1. Основы программирования

Основными инструментами работы в Mathcad являются математические выражения, переменные и функции. Нередко записать формулу, использующую ту или иную внутреннюю логику (например, возвращение различных значений в зависимости от условий), в одну строку не удастся. Назначение программных модулей как раз и заключается в определении выражений, переменных и функций в несколько строк, часто с применением специфических программных операторов.

Сравните определение функции  $f(x)$  из листинга 6.1 с определением  $f(x)$  с помощью программного модуля (листинг 6.3).

### Листинг 6.3. Функция условия, определенная с помощью программы

```
f(x) := | "negative"  if x < 0
        | "positive"  if x > 0
        | "zero"     otherwise
```

```
f(1) = "positive"
```

```
f(-1) = "negative"
```

```
f(0) = "zero"
```

Несмотря на принципиальную эквивалентность определения функций и переменных через встроенные функции Mathcad или программные модули, программирование имеет ряд существенных преимуществ, которые в ряде случаев делают документ более простым и читаемым:

- возможность применения циклов и условных операторов;
- простота создания функций и переменных, требующих нескольких простых шагов (как в примере листинга 6.3);
- возможность создания функций, содержащих закрытый для остального документа код, включая преимущества использования локальных переменных и обработку исключительных ситуаций (ошибок).

Как видно из листинга 6.3, программный модуль обозначается в Mathcad вертикальной чертой, справа от которой последовательно записываются операторы языка программирования.

## 6.2.2. Создание строки программного кода

Чтобы создать программный модуль, например, представленный в предыдущем разделе (см. листинг 6.3):

1. Введите часть выражения, которая будет находиться слева от знака присваивания, и сам знак присваивания. В нашем примере это имя функции  $f(x)$ .
2. При необходимости вызовите на экран панель инструментов **Programming** (Программирование) — см. рис. 6.1.
3. Нажмите на этой панели кнопку **Add Line** (Добавить линию).
4. Если приблизительно известно, сколько строк кода будет содержать программа, можно создать нужное количество линий повторным нажатием

кнопки **Add Line** (Добавить линию) соответствующее число раз (на рис. 6.2 показан результат трехкратного нажатия).

5. В появившиеся местозаполнители введите желаемый программный код, используя программные операторы. В рассматриваемом примере в каждый местозаполнитель вводится строка, например, "positive" (рис. 6.3), затем нажимается кнопка **if** (Если) на панели **Programming** (Программирование) и в возникший местозаполнитель вводится выражение  $x > 0$  (рис. 6.4).

После того как программный модуль полностью определен, и ни один местозаполнитель не остался пустым, функция может использоваться обычным образом, как в численных, так и в символьных расчетах.

### Внимание!

Не вводите с клавиатуры имена программных операторов. Для их вставки можно применять лишь сочетания клавиш, которые приведены в тексте всплывающей подсказки (рис. 6.2 и 6.3).

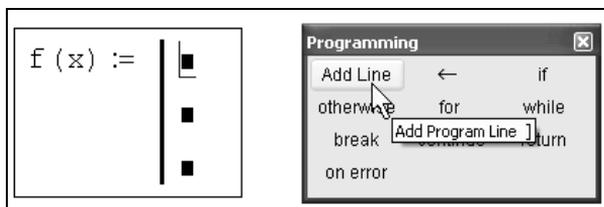


Рис. 6.2. Начало создания программного модуля

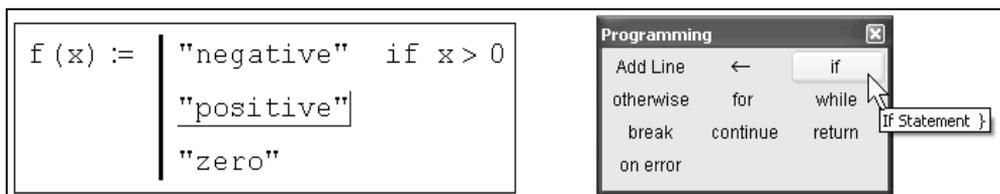


Рис. 6.3. Вставка программного оператора

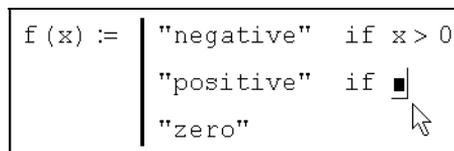


Рис. 6.4. Вставка условия в программу

### 6.2.3. Разработка программы

Вставить строку программного кода в уже созданную программу можно в любой момент с помощью той же самой кнопки **Add Line** (Добавить линию). Для этого следует предварительно поместить на нужное место внутри программного модуля линии ввода. Например, расположение линии ввода на строке, показанной на рис. 6.5, приведет к появлению новой линии с место-заполнителем перед этой строкой. Если передвинуть вертикальную линию ввода из начала строки (как на рис. 6.5) в ее конец, то новая линия появится после строки. Если выделить строку не целиком, а лишь некоторую ее часть (рис. 6.6), то это повлияет на положение в программе новой строки кода (результат нажатия кнопки **Add Line** показан на рис. 6.7).

#### Совет

Не забывайте, что для желаемого размещения линий ввода внутри формулы можно использовать не только мышь и клавиши со стрелками, но и клавишу `<Spacebar>` (`<Пробел>`). С помощью последовательных нажатий этой клавиши линии ввода "захватывают" разные части формулы.

```
f(x) := | "negative" if x > 0
        | "positive" if x < 0
        | "zero" otherwise
```

Рис. 6.5. Вставка новой строки в существующую программу

```
f(x) := | "negative" if x < 0
        | "positive" if x > 0
        | "zero" otherwise
```

Рис. 6.6. Положение линий ввода влияет на положение новой линии

Зачем может потребоваться вставка новой линии в положение, показанное на рис. 6.7? Новая вертикальная черта с двумя линиями выделяет фрагмент программы, который относится к условию  $x > 0$ , находящемуся в его заголовке. Пример возможного дальнейшего программирования показан в листинге 6.4.

```
f(x) := | "negative" if x < 0
        | if x > 0
          | "positive"
          | "zero" otherwise
```

Рис. 6.7. Результат вставки новой линии в программу (из положения рис. 6.6)

## Листинг 6.4. Пример усовершенствования программы

```
f(x) := | "negative"   if x < 0
        | if x > 0
          | "positive"
          | "big positive"   if x > 1000
        | "zero"   otherwise

f(1) = "positive"
f(105) = "big positive"
```

В режиме выполнения программы, а это происходит при любой попытке вычислить  $f(x)$ , выполняется последовательно каждая строка кода. Например, в предпоследней строке листинга 6.4 вычисляется  $f(1)$ . Рассмотрим работу каждой строки кода этого листинга.

1. Поскольку  $x=1$ , то условие  $x < 0$  не выполнено, и в первой строке ничего не происходит.
2. Условие второй строки  $x > 0$  выполнено, поэтому выполняются обе следующие строки, объединенные короткой вертикальной чертой в общий фрагмент.
3. Функции  $f(x)$  присваивается значение  $f(x) = \text{"positive"}$ .
4. Условие  $x > 1000$  не выполнено, поэтому значение  $\text{"big positive"}$  не присваивается  $f(x)$ , она так и остается равной строке  $\text{"positive"}$ .
5. Последняя строка не выполняется, т. к. одно из условий ( $x > 0$ ) оказалось истинным, и оператор `otherwise` (т. е. "иначе") не понадобился.

Таким образом, основной принцип создания программных модулей заключается в правильном расположении строк кода. Ориентироваться в их действии довольно легко, т. к. фрагменты кода одного уровня сгруппированы в программе с помощью вертикальных черт.

## 6.2.4. Локальное присваивание

Язык программирования Mathcad не был бы эффективным, если бы не позволял создавать внутри программных модулей локальные переменные, которые "не видны" извне, из других частей документа. Присваивание в пределах программ, в отличие от документов Mathcad, производится с помощью оператора **Local Definition** (Локальное присваивание), который вставляется на-

жатием кнопки с изображением стрелки  $\leftarrow$  на панели **Programming** (Программирование).

### **Внимание!**

Ни оператор присваивания  $:=$ , ни оператор вывода  $=$  в пределах программ не применяются.

Локальное присваивание иллюстрируется листингом 6.5. Переменная  $z$  существует только внутри программы, выделенной вертикальной чертой. Из других мест документа получить ее значение невозможно.

#### **Листинг 6.5. Локальное присваивание в программе**

```
f ( x ) := | z ← 4
           | z + x
f ( 1 ) = 5
```

## 6.2.5. Условные операторы

Действие условного оператора `if` состоит из двух частей. Сначала проверяется логическое выражение (условие) справа от него. Если оно истинно, выполняется выражение слева от оператора `if`. Если ложно — ничего не происходит, а выполнение программы продолжается переходом к ее следующей строке. Вставить условный оператор в программу можно следующим образом:

1. Если необходимо, введите левую часть выражения и оператор присваивания.
2. Создайте новую строку программного кода, нажав на панели **Programming** (Программирование) кнопку **Add Line** (Добавить строку).
3. Нажмите кнопку условного оператора `if` (рис. 6.8).
4. Справа от оператора `if` введите условие. Пользуйтесь логическими операторами, вводя их с панели **Boolean** (Булевы операторы).
5. Выражение, которое должно выполняться, если условие оказывается истинным, введите слева от оператора `if`.
6. Если в программе предусматриваются дополнительные условия, добавьте в программу еще одну строку нажатием кнопки **Add Line** (Добавить строку) и введите их таким же образом, используя операторы `if` или `otherwise`.

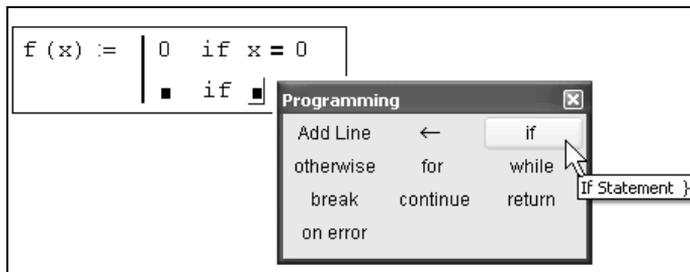


Рис. 6.8. Вставка условного оператора

Оператор `otherwise` применяется совместно с одним или несколькими условными операторами `if` и указывает на выражение, которое будет выполняться, если ни одно из условий не оказалось истинным. Примеры использования операторов `if` и `otherwise` приведены в предыдущих разделах (см. листинги 6.3 и 6.4).

## 6.2.6. Операторы цикла

В языке программирования Mathcad имеются два оператора цикла: `for` и `while`. Первый из них дает возможность организовать цикл по некоторой переменной, заставляя ее пробегать определенный диапазон значений. Второй создает цикл с выходом из него по некоторому логическому условию. Чтобы вставить в программный модуль оператор цикла:

1. Создайте в программном модуле новую линию.
2. Вставьте один из операторов цикла `for` или `while` нажатием одноименной кнопки на панели **Programming** (Программирование).
3. Если выбран оператор `for` (рис. 6.9), то вставьте в соответствующие местозаполнители имя переменной и диапазон ее значений (листинги 6.6 и 6.7), а если `while` — то логическое выражение, при нарушении которого должен осуществляться выход из цикла (листинг 6.8).
4. В нижний местозаполнитель введите тело цикла, т. е. выражения, которые должны выполняться циклически.
5. При необходимости дополните программу другими строками и введите в них нужный код.

### **Примечание**

Диапазон значений переменной в условии цикла `for` можно задать как с помощью диапазона ранжированной переменной (листинг 6.6), так и с помощью вектора (листинг 6.7).

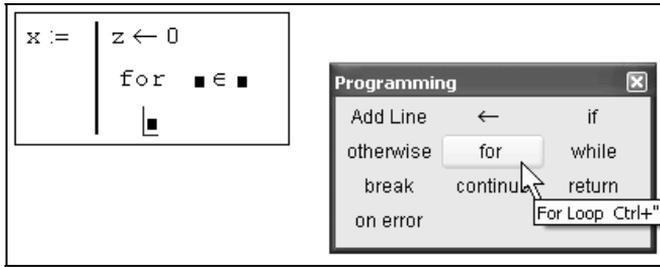


Рис. 6.9. Вставка оператора цикла

**Листинг 6.6. Оператор цикла `for` с ранжированной переменной**

```
x := | z ← 0
      | for i ∈ 0.. 5
      |   z ← z + i
x = 15
```

**Листинг 6.7. Оператор цикла `for` с вектором**

```
x := | z ← 0
      | for i ∈ (1 2 3)
      |   z ← z + i
x = 6
```

**Листинг 6.8. Оператор цикла `while`**

```
x := | z ← 0
      | while z < 10
      |   z ← z + 1
x = 10
```

Иногда необходимо досрочно завершить цикл, т. е. не по условию в его заголовке, а в некоторой строке тела цикла. Для этого предназначен оператор `break`. Модификации листингов 6.6 и 6.8 с прерыванием цикла оператором `break` приведены в листингах 6.9 и 6.10 соответственно. Например, в листин-

ге 6.9, как только значение переменной цикла  $i$  достигает 2, цикл, благодаря оператору `break` в последней строке программного модуля, прерывается. Соответственно, значение переменной  $x$  остается равным  $0+1+2=3$ .

**Листинг 6.9. Оператор `break` внутри цикла `for`**

```
x := | z ← 0
      | for i ∈ 0.. 5
      |   | z ← z + i
      |   | break if i = 2
x = 3
```

**Листинг 6.10. Оператор `break` внутри цикла `while`**

```
x := | z ← 0
      | while z < 10
      |   | z ← z + 1
      |   | break if z > 5
x = 6
```

**Примечание**

Чтобы четче обозначить границы завершения тела цикла, в его конце может использоваться дополнительная строка с оператором `continue`, который вводится одноименной кнопкой панели **Programming** (Программирование). Примеры, модернизирующие листинги 6.7 и 6.8, иллюстрируются листингами 6.11 и 6.12 соответственно. Как видно, на результат программы наличие оператора `continue` не влияет.

**Листинг 6.11. Оператор `continue` в конце цикла `while`**

```
x := | z ← 0
      | while z < 10
      |   | z ← z + 1
      |   | continue
x = 10
```

**Листинг 6.12. Оператор `continue` в конце цикла `for`**

```
x := | z ← 0
      | for i ∈ ( 1 2 3 )
      | | z ← z + i
      | | continue
x = 6
```

## 6.2.7. Возврат значения

Если для определения переменной или функции применяется программный модуль, то его строки исполняются последовательно при вычислении в документе этой переменной или функции. Соответственно, по мере выполнения программы рассчитываемый результат претерпевает изменения. В качестве окончательного результата выдается последнее присвоенное значение (примеры можно найти в листингах 6.3—6.12). Чтобы подчеркнуть возврат программным модулем определенного значения, можно взять за правило делать это в последней строке программного модуля (листинг 6.13).

**Листинг 6.13. Возврат значения обозначен явно в последней строке программы**

```
f ( x ) := | y ← x2
           | z ← y + 1
           | z
f ( 2 ) = 5
```

Вместе с тем можно прервать выполнение программы в любой ее точке (например, с помощью условного оператора) и выдать некоторое значение, применив оператор `return`. В этом случае при выполнении указанного условия (листинг 6.14) значение, введенное в местозаполнитель после `return`, возвращается в качестве результата, и никакой другой код больше не выполняется. Вставляется в программу оператор `return` с помощью одноименной кнопки панели **Programming** (Программирование).

Листинг 6.14. Применение оператора `return`

```
f(x) := | z ← x2
        | return "zero" if x = 0
        | return "i" if x = i
        | z
f(-1) = 1
f(2) = 4
f(0) = "zero"
f(i) = "i"
```

## 6.2.8. Перехват ошибок

Программирование в Mathcad позволяет осуществлять дополнительную обработку ошибок. Если пользователь предполагает, что выполнение кода в каком-либо месте программного модуля способно вызвать ошибку (например, деление на ноль), то эту ошибку можно перехватить с помощью оператора `on error`. Чтобы вставить его в программу, надо поместить линии ввода в ней в нужное положение и нажать кнопку с именем оператора `on error` на панели **Programming** (Программирование). В результате появится строка с двумя местозаполнителями и оператором `on error` посередине (рис. 6.10).



```
f(x) := | ■ on error ■
        | ■
```

Рис. 6.10. Вставка оператора перехода по ошибке

В правом местозаполнителе следует ввести выражение, которое должно выполняться в данной строке программы. В левом — выражение, которое будет выполнено вместо правого выражения, если при выполнении последнего возникнет ошибка. Приведем пример применения оператора `on error` (листинг 6.15) в программном модуле, который рассчитывает функцию обратного числа значению  $n$ . Если  $n \neq 0$ , то и присвоенное значение  $z \neq 0$ , поэтому в последней строке программы выполняется правое выражение расчета  $1/z$ . Так происходит при расчете  $f(-2)$ . Если попытаться вычислить  $f(0)$ , как в конце листинга, то выполнение программы, заложенной в  $f(n)$ , вызовет ошибку деления на ноль в последней строке программы. Соответственно, вместо вы-

ражения справа от оператора `on error` будет выполнено левое выражение, присваивающее функции `f(n)` строковое значение "user error: can't divide by zero" (пользовательская ошибка: деление на ноль невозможно). Конечно, этой строке можно присвоить и текст на русском языке.

#### Листинг 6.15. Перехват ошибки деления на ноль

```
f (n) := | z ← n
          | "user error: can't divide by zero"  on error  1/z
```

$f(-2) \rightarrow \frac{-1}{2}$

$f(0) = \text{"user error: can't divide by zero"}$

Оператор перехвата ошибок удобно применять в комбинации со встроенной функцией `error(s)`. Она приводит к генерации ошибки в обычной для Mathcad форме с сообщением `s`. Пример усовершенствования листинга 6.15 для такого стиля обработки ошибки деления на ноль показан на рис. 6.11. Обратите внимание, что сделанные изменения свелись к помещению текста сообщения об ошибке в аргумент функции `error`.

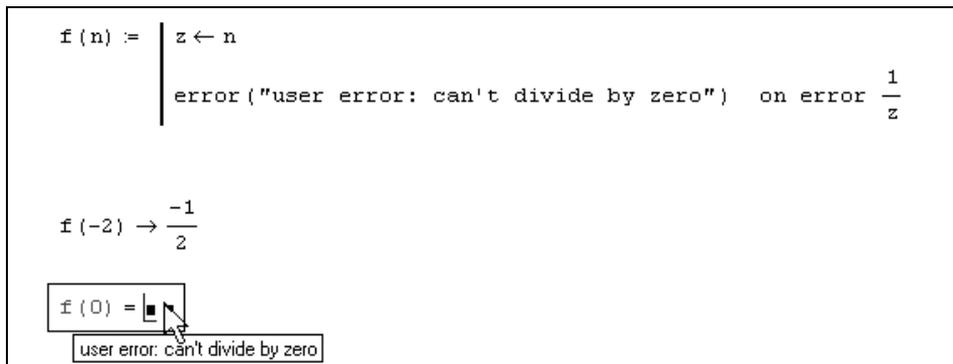


Рис. 6.11. Перехват ошибки деления на ноль

## 6.2.9. Отладка программ

Как мы уже говорили, Mathcad 13 включает дополнительные возможности по отладке программ (см. разд. 3.4.2), а именно панель инструментов **Debug**

(Отладка) и окно **Trace Window** (Окно отладки). Использование встроенных функций отладки `trace` и `pause` наиболее удобно в теле программных блоков, что иллюстрируется на рис. 6.12 и 6.13 соответственно.

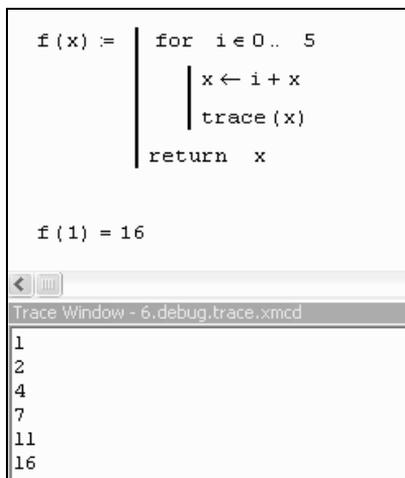


Рис. 6.12. Отладка при помощи функции `trace`

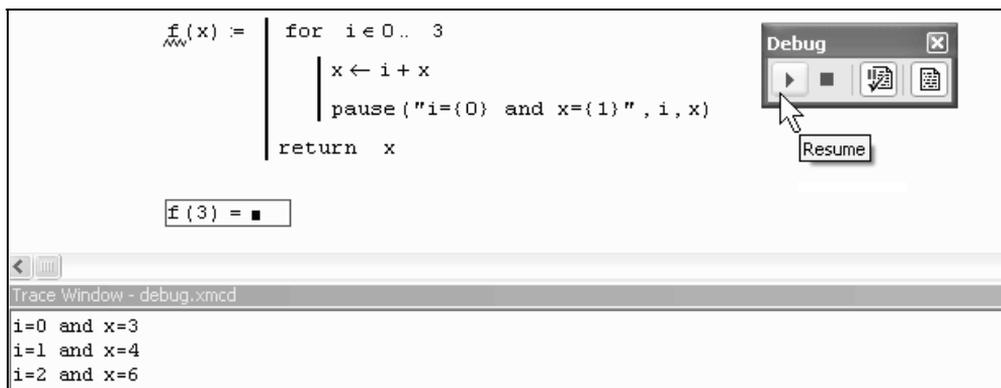


Рис. 6.13. Отладка при помощи функции `pause`

### 6.3. Примеры программирования

Рассмотрим два простых примера использования программных модулей в Mathcad для численных (листинг 6.16) и символьных (листинг 6.17) расчетов.

В двух приведенных листингах используется большинство операторов, рассмотренных в данной главе. Когда вы станете самостоятельно разрабатывать программные модули в Mathcad, не забывайте, что операторы программирования вставляются в текст программы с помощью кнопок панели инструментов **Programming** (Программирование). Их имена нельзя ни в коем случае просто набивать на клавиатуре, поскольку они не будут восприняты Mathcad корректно.

#### Листинг 6.16. Программирование в численных расчетах

```
f(n) := | return -99 if n < 0
        | z ← 1
        | for i ∈ 1.. n
        |   z ← z · i
        | z
```

$f(-2) \rightarrow -99$

$f(0) = 0$

$f(3.9) = 6$

$f(3) = 6$

$f(10) = 3.629 \times 10^6$

#### Листинг 6.17. Программирование в символьных расчетах

```
f(n) := | -1 if n < 0
        | x on error  $\frac{d^n}{dx^n} x^{10}$  otherwise
```

$f(1) \rightarrow 10 \cdot x^9$

$f(10) \rightarrow 3628800$

$f(-3) \rightarrow -1$

$f(2.1) \rightarrow x$



# **ЧАСТЬ III**

## **ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

## Глава 7



# Основные математические операции

В этой главе рассматриваются основные математические операции, к которым мы отнесли численное интегрирование (см. разд. 7.1) и дифференцирование (см. разд. 7.2) функций, а также отделение корней, т. е. решение нелинейных уравнений (см. разд. 7.3) и задачи поиска экстремума функций (см. разд. 7.4).

## 7.1. Интегрирование

Интегрирование в Mathcad реализовано в виде вычислительного оператора. Допускается вычислять интегралы от скалярных функций в пределах интегрирования, которые также должны быть скалярами. Несмотря на то, что пределы интегрирования обязаны быть действительными, подынтегральная функция может иметь и комплексные значения, поэтому и значение интеграла может быть комплексным. Если пределы интегрирования имеют размерность (см. разд. 4.2), то она должна быть одной и той же для обоих пределов.

Интегрирование, дифференцирование, как и множество других математических действий, устроено в Mathcad по принципу "как пишется, так и вводится". Чтобы вычислить определенный интеграл, следует напечатать его обычную математическую форму в документе. Делается это с помощью панели **Calculus** (Вычисления) нажатием кнопки со значком интеграла или комбинации клавиш <Shift>+<7> (или символа "&", что то же самое). Появится символ интеграла с несколькими местозаполнителями (рис. 7.1), в которые нужно ввести нижний и верхний интервалы интегрирования, подынтегральную функцию и переменную интегрирования.

**Внимание!**

Можно вычислять интегралы с одним или обоими бесконечными пределами. Для этого на месте соответствующего предела введите символ бесконечности, воспользовавшись, например, той же самой панелью **Calculus** (Вычисления). Чтобы ввести  $-\infty$  (минус бесконечность) добавьте знак минус к символу бесконечности, как к обычному числу.

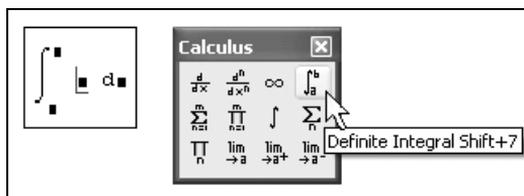


Рис. 7.1. Оператор интегрирования

Чтобы получить результат интегрирования, следует ввести знак равенства или символьного равенства. В первом случае интегрирование будет проведено численным методом, во втором — в случае успеха будет найдено точное значение интеграла с помощью символьного процессора Mathcad. Оба способа иллюстрирует листинг 7.1. Конечно, символьное интегрирование возможно только для небольшого круга несложных подынтегральных функций.

**Листинг 7.1. Численное и символьное вычисления определенного интеграла**

$$\int_0^{\pi} \sin(x) \, dx = 2$$

$$\int_0^{\pi} \sin(x) \, dx \rightarrow 2$$

**Примечание**

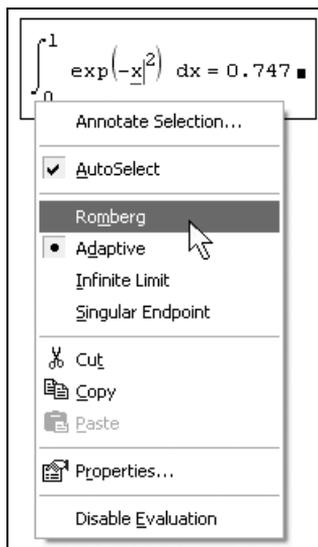
Подынтегральная функция может зависеть от любого количества переменных. Именно для того чтобы указать, по какой переменной Mathcad следует вычислять интеграл, и нужно вводить ее имя в соответствующий местозаполнитель. Помните, что для численного интегрирования по одной из переменных предварительно следует задать значение остальных переменных, от которых зависит подынтегральная функция и для которых вы намерены вычислить интеграл.

Результат численного интегрирования — это не точное, а приближенное значение интеграла, определенное с погрешностью, которая зависит от встроен-

ной константы  $TOL$ . Чем она меньше, тем с лучшей точностью будет найден интеграл, но и тем больше времени будет затрачено на расчеты. По умолчанию  $TOL=0.001$ . Для того чтобы ускорить вычисления, можно установить большее значение  $TOL$ .

Отдавайте себе отчет в том, что при вводе в редакторе Mathcad оператора численного интегрирования вы фактически создаете самую настоящую программу. Например, программой является первая строка листинга 7.1, просто большая часть ее скрыта от вашего взора разработчиками компании MathSoft. В большинстве случаев об этом не приходится специально задумываться, можно полностью положиться на Mathcad. Но иногда может потребоваться умение управлять параметрами этой программы, как мы уже рассмотрели на примере выбора константы  $TOL$ . Кроме нее пользователь имеет возможность выбирать сам алгоритм численного интегрирования. Для этого:

1. Щелкните правой кнопкой мыши на левой части вычисляемого интеграла.
2. В появившемся контекстном меню выберите один из четырех численных алгоритмов (рис. 7.2).



**Рис. 7.2.** Выбор алгоритма численного интегрирования

Обратите внимание, что перед тем как один из алгоритмов выбран впервые, как показано на рис. 7.2, флажок проверки в контекстном меню установлен

возле пункта **AutoSelect** (Автоматический выбор). Это означает, что алгоритм определяется Mathcad, исходя из анализа пределов интегрирования и особенностей подынтегральной функции. Как только один из алгоритмов выбран, этот флажок сбрасывается, а избранный алгоритм отмечается точкой.

Разработчиками Mathcad запрограммированы четыре численных метода интегрирования:

- Romberg** (Ромберга) — для большинства функций, не содержащих особенностей;
- Adaptive** (Адаптивный) — для функций, быстро меняющихся на интервале интегрирования;
- Infinite Limit** (Бесконечный предел) — для интегралов с бесконечными пределами;
- Singular Endpoint** (Сингулярный предел) — для интегралов с сингулярностью на конце. Модифицированный алгоритм Ромберга для функций, не определенных на одном или обоих концах интервала интегрирования.

Старайтесь все-таки оставить выбор численного метода за Mathcad, установив флажок **AutoSelect** (Автоматический выбор) в контекстном меню. Попробовать другой метод можно, например, чтобы сравнить результаты расчетов в специфических случаях, когда у вас закрадываются сомнения в их правильности.

В завершение разговора об интегрировании остановимся на задаче вычисления кратного интеграла. Для этого:

1. Введите, как обычно, оператор интегрирования.
2. В соответствующих местозаполнителях введите имя первой переменной интегрирования и пределы интегрирования по ней.
3. На месте ввода подынтегральной функции введите еще один оператор интегрирования.
4. Точно так же введите вторую переменную, пределы интегрирования и подынтегральную функцию (если интеграл двукратный) или следующий оператор интегрирования (если более чем двукратный) и т. д., пока выражение с многократным интегралом не будет введено окончательно.

Пример символьного и численного расчета двукратного интеграла в бесконечных пределах приведен в листинге 7.2. Обратите внимание, что символьный процессор "угадывает" точное значение интеграла  $\pi$ , а вычислительный определяет его приближенно и выдает в виде числа 3.142.

## Листинг 7.2. Символьное и численное вычисления кратного интеграла

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy \rightarrow \pi$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy = 3.142$$

## 7.2. Дифференцирование

С помощью Mathcad можно вычислять производные скалярных функций любого количества аргументов, от 0-го до 5-го порядка включительно. И функции, и аргументы могут быть как действительными, так и комплексными. Невозможно дифференцирование функций только вблизи точек их сингулярности.

Вычислительный процессор Mathcad обеспечивает превосходную точность численного дифференцирования. Но больше всего пользователь оценит возможности символьного процессора, который позволяет с легкостью осуществить рутинную работу вычисления производных громоздких функций, поскольку, в отличие от всех других операций, символьное дифференцирование выполняется успешно для подавляющего большинства аналитически заданных функций.

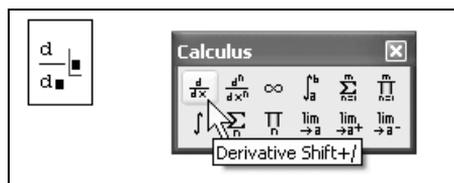


Рис. 7.3. Оператор дифференцирования

Для того чтобы продифференцировать функцию  $f(x)$  в некоторой точке:

1. Определите точку  $x$ , в которой будет вычислена производная, например,  $x := 1$ .
2. Введите оператор дифференцирования нажатием кнопки **Derivative** (Производная) на панели **Calculus** (Вычисления) или нажмите комбинацию клавиш  $\langle \text{Shift} \rangle + \langle ? \rangle$ .

3. В появившихся местозаполнителях (рис. 7.3) введите функцию, зависящую от аргумента  $x$ , т. е.  $f(x)$ , и имя самого аргумента  $x$ .
4. Введите оператор численного  $\langle \Rightarrow \rangle$  или символьного  $\langle \rightarrow \rangle$  вывода для получения ответа.

Пример дифференцирования функции  $f(x) = \cos(x) \cdot \ln(x)$  приведен в листинге 7.3.

### Листинг 7.3. Численное и символьное дифференцирование

```
x := 0.01
```

$$\frac{d}{dx} \cos(x) \cdot \ln(x) = 100.041$$

$$\frac{d}{dx} \cos(x) \cdot \ln(x) \rightarrow -\sin(1. \cdot 10^{-2}) \cdot \ln(1. \cdot 10^{-2}) + 1. \cdot 10^{-2} \cdot \cos(1. \cdot 10^{-2})$$

### Внимание!

Не забывайте предварительно определять точку, в которой производится численное дифференцирование, как это сделано в первой строке листинга 7.10. Иначе будет выдано сообщение об ошибке, показанное на рис. 7.4, гласящее, что переменная или функция, входящая в выражение, ранее не определена. Между тем символьное дифференцирование не требует обязательного явного задания точки дифференцирования. В этом случае вместо значения производной (числа или числового выражения) будет выдана аналитическая зависимость (см. верхнюю часть того же рис. 7.4).

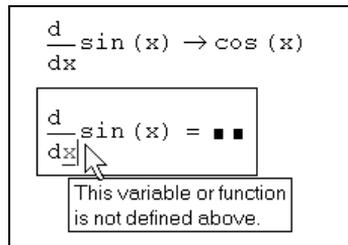


Рис. 7.4. Ошибка в применении оператора дифференцирования

Конечно, можно, как и при использовании других операторов, предварительно определить функцию в отдельном выражении, а затем посчитать ее производную или применить оператор дифференцирования для определения собственных функций пользователя.

Чтобы вычислить производную функции  $f(x)$   $N$ -го порядка в точке  $x$ , нужно проделать те же самые действия, что и при взятии первой производной, за тем исключением, что вместо оператора производной необходимо применить оператор  $N$ -й производной (**Nth Derivative**). Этот оператор вводится с той же панели **Calculus** (Вычисления), либо с клавиатуры нажатием комбинации клавиш `<Shift>+<Ctrl>+<?>`, и содержит еще два местозаполнителя, в которые следует поместить число  $N$ . В полном соответствии с математическим смыслом оператора, определение порядка производной в одном из местозаполнителей приводит к автоматическому появлению того же числа в другом из них.

"Производная" при  $N=0$  по определению равна самой функции, при  $N=1$  получается обычная первая производная. Листинг 7.4 демонстрирует численное и символьное вычисления второй производной. Обратите внимание, что, как и при вычислении обычной производной, необходимо перед оператором дифференцирования присвоить аргументу функции значение, для которого будет вычисляться производная.

#### Листинг 7.4. Численное и символьное вычисления второй производной

```
x := 0.1
```

$$\frac{d^2}{dx^2} \cos(x) \cdot x^2 = 1.94$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \cos(x) \cdot x^2 \rightarrow 1.99 \cdot \cos(.1) - .4 \cdot \sin(.1)$$

С помощью обоих процессоров Mathcad можно вычислять производные функций любого количества аргументов. В этом случае, как известно, производные по разным аргументам называются *частными*. Чтобы вычислить частную производную, необходимо, как обычно, ввести оператор производной с панели **Calculus** (Вычисления) и в соответствующем местозаполнителе напечатать имя переменной, по которой должно быть осуществлено дифференцирование.

Пример приведен в листинге 7.5, в первой строке которого определена функция двух переменных, а в двух следующих строках символьным образом вычислены ее частные производные по обоим переменным —  $x$  и  $y$ . Чтобы определить частную производную численным методом, необходимо предварительно задать значения всех аргументов, что и сделано в следующих двух строках листинга. Последнее выражение в листинге снова (как и в третьей строке) определяет символьно частную производную по  $y$ . Но поскольку пе-

ременным  $x$  и  $y$  уже присвоены конкретные значения, то в результате получается число, а не аналитическое выражение.

### Примечание

Частные производные высших порядков рассчитываются точно так же, как и обычные производные высших порядков.

#### Листинг 7.5. Символьное и численное вычисления частных производных

```
f ( x , y ) := x 2y + cos ( x ) · y

$$\frac{\partial}{\partial x} f ( x , y ) \rightarrow 2 \cdot x^{(2 \cdot y)} \cdot \frac{y}{x} - \sin ( x ) \cdot y$$


$$\frac{\partial}{\partial y} f ( x , y ) \rightarrow 2 \cdot x^{(2 \cdot y)} \cdot \ln ( x ) + \cos ( x )$$

x := 1      y := 0.1

$$\frac{\partial}{\partial y} f ( x , y ) = 0.54$$


$$\frac{\partial}{\partial y} f ( x , y ) \rightarrow \cos ( 1 )$$

```

Возможно, вы обратили внимание, что в листинге 7.5 оператор дифференцирования записан в форме частной производной. Подобно тому, как существует возможность выбирать вид, например, оператора присваивания, можно записывать операторы дифференцирования в виде обычной или частной производной. Запись оператора не влияет на вычисления, а служит лишь более привычной формой представления расчетов.

Для того чтобы изменить вид оператора дифференцирования на представление частной производной, следует:

1. Вызвать контекстное меню из области оператора дифференцирования нажатием правой кнопки мыши.
2. Выбрать в контекстном меню пункт **View Derivative As** (Изобразить производную как).
3. В появившемся подменю (рис. 7.5) выбрать пункт **Partial Derivative** (Частная производная).

Чтобы вернуть вид производной, принятый по умолчанию, выберите в подменю пункт **Default** (По умолчанию) либо, для представления ее в обычном виде, — **Derivative** (Производная).

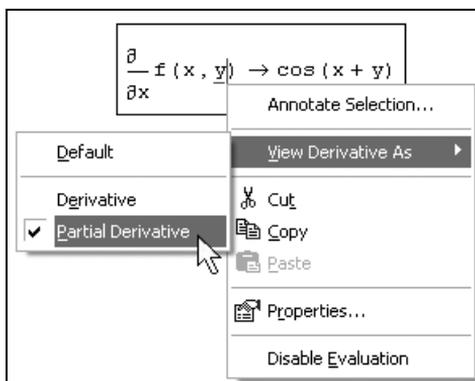


Рис. 7.5. Изменение вида оператора дифференцирования

## 7.3. Решение нелинейных алгебраических уравнений

Задача решения алгебраических нелинейных уравнений ставится следующим образом. Пусть имеется одно алгебраическое уравнение с неизвестным  $x$

$$f(x) = 0,$$

или система  $N$  алгебраических уравнений

$$\begin{cases} f_1(x_1, \dots, x_N) = 0, \\ \dots \\ f_N(x_1, \dots, x_N) = 0, \end{cases}$$

где  $f(x)$  — некоторая функция. Требуется найти корни уравнения, т. е. все значения  $x$ , которые переводят уравнение (или, соответственно, систему уравнений) в верное равенство (равенства).

### **Примечание**

Решение систем линейных уравнений, у которых все функции имеют вид  $f_i(x) = a_{i1} \cdot x_1 + a_{i2} \cdot x_2 + \dots + a_{iN} \cdot x_N$ , представляет собой отдельную задачу вычислительной линейной алгебры. Она рассматривается в главе 9.

Как правило, отыскание корней численными методами связано с несколькими задачами:

- исследование существования корней в принципе, определение их количества и примерного расположения;
- отыскание корней с заданной погрешностью `TOL`.

Последнее означает, что надо найти значения  $x_0$ , при которых  $f(x_0)$  отличается от нуля не более чем на `TOL`. Почти все встроенные функции системы Mathcad, предназначенные для решения нелинейных алгебраических уравнений, нацелены на решение второй задачи, т. е. предполагают, что корни уже приблизительно локализованы.

### 7.3.1. Одно уравнение с одним неизвестным

Рассмотрим одно алгебраическое уравнение с одним неизвестным  $x$  вида  $f(x)=0$ . Например,  $\sin(x)=0$ .

Для решения таких уравнений Mathcad имеет встроенную функцию `root`, которая реализует *алгоритм секущих* и, в зависимости от типа задачи, может включать либо два, либо четыре аргумента и, соответственно, работает несколько по-разному.

- `root(f(x), x)`
- `root(f(x), x, a, b)`

где:

- $f(x)$  — скалярная функция, определяющая уравнение;
- $x$  — скалярная переменная, относительно которой решается уравнение;
- $a, b$  — границы интервала, внутри которого происходит поиск корня.

Первый тип функции `root` требует дополнительного задания *начального значения* (guess value) переменной  $x$ . Для этого нужно просто предварительно присвоить  $x$  некоторое число. Поиск корня будет производиться вблизи этого числа. Таким образом, присвоение начального значения требует априорной информации о примерной локализации корня.

Приведем пример решения очень простого уравнения  $\sin(x)=0$ , корни которого известны заранее (листинг 7.6).

#### Листинг 7.6. Поиск корня нелинейного алгебраического уравнения

```
x := 0.5
f(x) := sin(x)
```

```
solution := root ( f ( x ) , x )
```

```
solution = -6.2 × 10-7
```

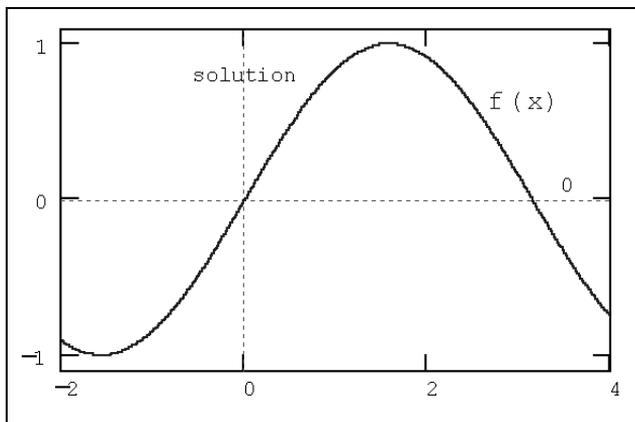


Рис. 7.6. Графическое решение уравнения  $\sin(x)=0$

График функции  $f(x)=\sin(x)$  и положение найденного корня показаны на рис. 7.6. Обратите внимание, что хотя уравнение имеет бесконечное количество корней  $x_N=N\cdot\pi$  ( $N=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), Mathcad находит (с заданной точностью) только один из них,  $x_0$ , лежащий наиболее близко к  $x=0.5$ . Если задать другое начальное значение, например,  $x=3$ , то решением будет другой корень уравнения  $x_1=\pi$  и т. д. Таким образом, для поиска корня средствами Mathcad требуется его предварительная локализация.

### Примечание

Для решения уравнения с одним неизвестным применимы и градиентные методы, относящиеся в Mathcad к системам уравнений. *Информация об этом приведена в разд. 7.3.3.*

Иногда удобнее задавать не начальное приближение к корню, а интервал  $[a, b]$ , внутри которого корень заведомо находится. В этом случае следует использовать функцию `root` с четырьмя аргументами, а присваивать начальное значение  $x$  не нужно, как показано в листинге 7.7.

### Листинг 7.7. Поиск корня алгебраического уравнения в заданном интервале

```
solution := root ( sin ( x ) , x , -1 , 1 )
```

```
solution = 0
```

Обратите внимание, что явный вид функции  $f(x)$  может быть определен непосредственно в теле функции `root`.

Когда `root` имеет четыре аргумента, следует помнить о двух ее особенностях:

- внутри интервала  $[a, b]$  не должно находиться более одного корня, иначе будет найден один из них, заранее неизвестно какой именно;
- значения  $f(a)$  и  $f(b)$  должны иметь разный знак, иначе будет выдано сообщение об ошибке.

### 7.3.2. Корни полинома

Если функция  $f(x)$  является *полиномом*, то все корни можно определить, используя встроенную функцию

□ `polyroots(v)`,

- $v$  — вектор, составленный из коэффициентов полинома.

Поскольку полином  $N$ -й степени имеет ровно  $N$  корней (некоторые из них могут быть кратными), вектор  $v$  должен состоять из  $N+1$  элемента. Результатом действия функции `polyroots` является вектор, составленный из  $N$  корней рассматриваемого полинома. При этом нет необходимости вводить какое-либо начальное приближение, как для функции `root`. Пример поиска корней полинома четвертой степени иллюстрируется листингом 7.8.

#### Листинг 7.8. Поиск корня полинома

```
v := ( 3  -10  12  -6  1 )T
polyroots (v) =  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 - 5.113i \times 10^{-6} \\ 1 + 5.113i \times 10^{-6} \\ 3 \end{pmatrix}$ 
```

Коэффициенты рассматриваемого в примере полинома

$$f(x) = (x-3) \cdot (x-1)^3 = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 10x + 3$$

записаны в виде вектора в первой строке листинга. Первым в векторе должен идти свободный член полинома, вторым — коэффициент при  $x^1$  и т. д. Соответственно, последним  $N+1$  элементом вектора должен быть коэффициент при старшей степени  $x^N$ .

### Совет

Иногда исходный полином представлен не в развернутом виде, а, например, как произведение нескольких полиномов. В этом случае определить все его коэффициенты можно, выделив его и выбрав в меню **Symbolics** (Символика) пункт **Expand** (Разложить). В результате символьный процессор Mathcad сам преобразует полином в нужную форму, пользователю надо будет только корректно ввести ее в аргументы функции `polyroots`.

Во второй строке листинга 7.8 показано действие функции `polyroots`. Обратите внимание, что численный метод вместо двух из трех действительных единичных корней (иными словами, кратного корня 1) выдает два мнимых числа. Однако малая мнимая часть этих корней находится в пределах погрешности, определяемой константой `TOL`, и не должна вводить пользователей в заблуждение. Просто нужно помнить, что корни полинома могут быть комплексными, и ошибка вычислений может сказываться как на действительной, так и на комплексной части искомого корня.

## 7.3.3. Системы уравнений

Рассмотрим теперь решение системы  $N$  нелинейных уравнений с  $M$  неизвестными

$$\begin{cases} f_1(x_1, \dots, x_M) = 0, \\ \dots \\ f_N(x_1, \dots, x_M) = 0. \end{cases}$$

Здесь  $f_1(x_1, \dots, x_M), \dots, f_N(x_1, \dots, x_M)$  — некоторые скалярные функции от скалярных переменных  $x_1, x_2, \dots, x_M$  и, возможно, от еще каких-либо переменных. Уравнений может быть как больше, так и меньше числа переменных. Заметим, что приведенную систему можно формально переписать в виде

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0,$$

где  $\mathbf{x}$  — вектор, составленный из переменных  $x_1, x_2, \dots, x_M$ , а  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  — соответствующая векторная функция.

### Вычислительный блок *Given/Find*

Для решения систем уравнений имеется специальный *вычислительный блок*, состоящий из трех частей, идущих последовательно друг за другом:

- `Given` — ключевое слово;
- система, записанная логическими операторами в виде равенств и, возможно, неравенств;

□ `Find(x1, ..., xM)` — встроенная функция для решения системы относительно переменных  $x_1, \dots, x_M$ .

Вставляя логические операторы следует, пользуясь панелью инструментов **Boolean** (Булевы операторы). Если вы предпочитаете ввод с клавиатуры, помните, что логический знак равенства вводится сочетанием клавиш `<Ctrl>+<=>`. Блок `Given/Find` использует для поиска решения итерационные методы, поэтому, как и для функции `root`, требуется задать начальные значения для всех  $x_1, \dots, x_M$ . Сделать это необходимо до ключевого слова `Given`. Значение функции `Find` есть вектор, составленный из решения по каждой переменной. Таким образом, число элементов вектора равно числу аргументов `Find`.

В листинге 7.9 приведен пример решения системы двух уравнений.

#### Листинг 7.9. Решение системы уравнений

```
f(x, y) := x4 + y2 - 3
g(x, y) := x + 2 · y
x := 1    y := 1
Given
f(x, y) = 0
g(x, y) = 0
v := Find(x, y)
v = ( 1.269
     -0.635 )
f(v0, v1) = -1.954 × 10-7
g(v0, v1) = 0
```

В первых двух строках листинга вводятся функции, которые определяют систему уравнений. Затем переменным  $x$  и  $y$ , относительно которых она будет решаться, присваиваются начальные значения. После этого следуют ключевое слово `Given` и два логических оператора, выражающих рассматриваемую систему уравнений. Завершает вычислительный блок функция `Find`, значение которой присваивается вектору  $v$ . Следующая строка показывает содержимое вектора  $v$ , т. е. решение системы. Первый элемент вектора есть первый аргумент функции `Find`, второй элемент — ее второй аргумент. В последних двух строках осуществлена проверка правильности решения уравнений.

### Совет

Часто бывает очень полезно проверить точность решения уравнений, вычислив значения образующих их функций в найденных вычислительным процессором корнях, как это сделано в конце листинга 7.9.

Отметим, что уравнения можно определить непосредственно внутри вычислительного блока. Таким образом, можно не определять заранее функции  $f(x, y)$  и  $g(x, y)$ , как это сделано в первых двух строках листинга 7.9, а сразу написать:

```
Given
```

$$x^4 + y^2 = 3$$

$$x + 2 \cdot y = 0$$

Такая форма представляет уравнения в более привычной и наглядной форме, особенно подходящей для документирования работы.

## Системы уравнений и неравенств

Пока мы рассмотрели пример системы из двух уравнений и таким же числом неизвестных, что встречается наиболее часто. Но число уравнений и неизвестных может и не совпадать. Более того, в вычислительный блок можно добавить дополнительные условия в виде неравенств. Например, введение ограничения на поиск только отрицательных значений  $x$  в рассмотренный выше листинг 7.9 приведет к нахождению другого решения, как это показано в листинге 7.10.

### Листинг 7.10. Решение системы уравнений и неравенств

```
x := 1    y := 1
```

```
Given
```

$$x^4 + y^2 = 3$$

$$x + 2 \cdot y = 0$$

$$x < 0$$

$$\text{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} -1.269 \\ 0.635 \end{pmatrix}$$

Обратите внимание, что, несмотря на те же начальные значения, что и в листинге 7.9, мы получили в листинге 7.10 другой корень. Это произошло именно благодаря введению дополнительного неравенства, которое определено в блоке `Given` в предпоследней строке листинга 7.10.

### Примечание

Вычислительным блоком с функцией `Find` можно найти и корень уравнения с одним неизвестным. Действие `Find` в этом случае совершенно аналогично уже рассмотренным в данном разделе примерам. Задача поиска корня рассматривается как решение системы, состоящей из одного уравнения. Единственным отличием будет скалярный, а не векторный тип числа, возвращаемого функцией `Find`.

## Решение уравнений в векторной форме

Система нелинейных уравнений может быть представлена в векторном виде (см. разд. 7.3). Для ввода соответствующих выражений в Mathcad следует просто аккуратно записать (в пределах вычислительного блока) систему  $f(x)=0$  после ключевого слова `Given`, а перечень неизвестных  $(x_i)$  — в виде вектора  $x$ , составленного из переменных  $x_0, \dots, x_m$ . Пример решения в векторной форме той же системы двух уравнений, что в листинге 7.9, приведен в листинге 7.11.

### Листинг 7.11. Решение уравнений, записанных в векторной форме

```
x0 := 1           x1 := 1
Given
(x0)4 + (x1)2 = 3
x0 + 2 · x1 = 0
Find (x) =  $\begin{pmatrix} 1.269 \\ -0.635 \end{pmatrix}$ 
```

## О выборе численных алгоритмов

В отличие от функции `root`, `Find` реализует градиентные численные методы. Основная их идея состоит в последовательных приближениях к истинному решению уравнения, которые вычисляются с помощью производной от  $f(x)$ .

### Примечание

Вычислительный блок использует константу `STOL` в качестве погрешности выполнения уравнений, введенных после ключевого слова `Given`. Например, если `STOL=0.001`, то уравнение  $x=10$  будет считаться выполненным и при  $x=10.001$ , и при  $x=9.999$ . Другая константа `TOL` определяет условие прекращения итераций численным алгоритмом. Значение `STOL` может быть задано

пользователем так же, как и  $TOL$ , например,  $CTOL:=0.01$ . По умолчанию принято, что  $CTOL=TOL=0.001$ , но вы по желанию можете переопределить их.

Mathcad предлагает три различных вида градиентных методов. Чтобы поменять численный метод:

1. Щелкните правой кнопкой мыши на названии функции `Find`.
2. Наведите указатель мыши на пункт **Nonlinear** (Нелинейный) в контекстном меню.
3. В появившемся подменю (рис. 7.7) выберите один из трех методов: **Conjugate Gradient** (Сопряженных градиентов), **Quasi-Newton** (Квазиныютоновский) или **Levenberg-Marquardt** (Левенберга).

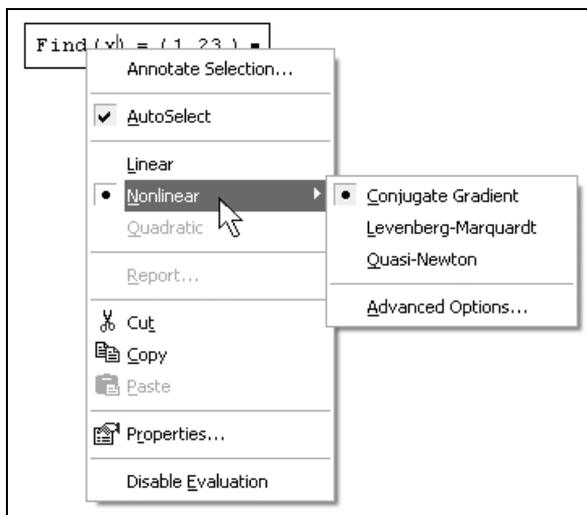


Рис. 7.7. Смена численного метода

Чтобы вернуть автоматический выбор типа численного метода, в контекстном меню надо выбрать пункт **AutoSelect** (Автоматический выбор). Если установлена опция автоматического выбора (о чем говорит флажок, установленный в пункте **AutoSelect**), то текущий тип численного метода можно узнать, вызвав то же самое подменю и посмотрев, который из них отмечен точкой.

Помимо выбора самого метода, имеется возможность устанавливать некоторые его параметры. Для этого нужно вызвать с помощью того же контекстно-

го меню диалоговое окно **Advanced Options** (Дополнительные параметры), выбрав в контекстном меню пункты **Nonlinear | Advanced options** (Нелинейный | Дополнительные параметры).

### Совет

С осторожностью изменяйте параметры численных методов. Пользуйтесь ими, когда решение не находится при выставленных по умолчанию параметрах или когда расчеты занимают очень продолжительное время.

## 7.3.4. Приближенное решение уравнений

Иногда приходится заменять задачу отделения корней системы уравнений задачей поиска экстремума функции многих переменных. Например, когда невозможно найти решение с помощью функции `Find`, можно попытаться потребовать вместо точного выполнения уравнений условий минимизировать их невязку. Для этого следует в вычислительном блоке вместо функции `Find` использовать функцию `Minerr`, имеющую тот же самый набор параметров. При помощи этой же функции можно решать и несовместные (т. е. не имеющие корней) системы уравнений и неравенства. В последнем случае численный алгоритм выдаст в качестве результата значения переменных, наилучшим образом удовлетворяющих уравнениям внутри вычислительного блока.

Функция `Minerr` также должна находиться в пределах вычислительного блока:

- $x_1 := C_1, \dots, x_M := C_M$  — начальные значения для неизвестных;
- `Given` — ключевое слово;
- система алгебраических уравнений и неравенств, записанная логическими операторами;
- `Minerr(x1, ..., xM)` — приближенное решение системы относительно переменных  $x_1, \dots, x_M$ , минимизирующее невязку системы уравнений.

### Примечание

В функции `Minerr` реализованы те же самые алгоритмы, что и в функции `Find`, иным является только условие завершения работы численного метода. Поэтому пользователь может тем же самым образом, с помощью контекстного меню (см. *предыдущий разд.*), выбирать численный алгоритм приближенного решения для функции `Minerr`.

Пример использования функции `Minerr` показан в листинге 7.12. Обратите внимание, что решение, выдаваемое функцией `Minerr` в рассматриваемом случае, не является единственным, поскольку множество пар значений  $(x, y)$

в равной степени минимизирует невязку данной системы уравнений и неравенств. Поэтому для различных начальных значений будут получаться разные решения, подобно тому, как разные решения выдаются функцией Find в случае бесконечного множества корней. Еще более опасен случай, когда имеются всего несколько локальных минимумов функции невязки. Тогда неудачно выбранное начальное приближение приведет к выдаче именно этого локального минимума, несмотря на то, что другой (глобальный) минимум невязки может удовлетворять системе гораздо лучше.

#### Листинг 7.12. Приближенное решение несовместной системы уравнений и неравенств

```
x := 1      y := 1
Given
x2 + y2 = -1
x > 0.1
y ≤ -0.2
Minerr (x, y) = ( -0.042 )
                ( -0.085 )
```

### 7.3.5. О символьном решении уравнений

Некоторые уравнения можно решить точно с помощью символьного процессора Mathcad. Делается это очень похоже на численное решение уравнений с применением вычислительного блока. Присваивать неизвестным начальные значения нет необходимости. Листинги 7.13 и 7.14 демонстрируют символьное решение уравнения с одним неизвестным и системы двух уравнений соответственно.

#### Листинг 7.13. Символьное решение алгебраического уравнения с одним неизвестным

```
Given
x2 + 2 · x - 4 = 0
Find (x) → ( √5 - 1   -1 - √5 )
```

### Листинг 7.14. Символьное решение системы алгебраических уравнений

Given

$$x^4 + y^2 + -3 = 0$$

$$x + \frac{1}{2} \cdot y = 0$$

$$\text{Find}(x, y) \rightarrow \left[ \begin{array}{cccc} (-2 + \sqrt{7})^{\frac{1}{2}} & -(-2 + \sqrt{7})^{\frac{1}{2}} & (-2 - \sqrt{7})^{\frac{1}{2}} & -(-2 - \sqrt{7})^{\frac{1}{2}} \\ -2 \cdot (-2 + \sqrt{7})^{\frac{1}{2}} & 2 \cdot (-2 + \sqrt{7})^{\frac{1}{2}} & -2 \cdot (-2 - \sqrt{7})^{\frac{1}{2}} & 2 \cdot (-2 - \sqrt{7})^{\frac{1}{2}} \end{array} \right]$$

Как видно, вместо знака равенства после функции Find в листингах следует знак символьных вычислений, который можно ввести с панели **Symbolic** (Символика) или нажав комбинацию клавиш <Ctrl>+<.>. Не забывайте, что сами уравнения должны иметь вид логических выражений, т. е. знаки равенства нужно вводить с помощью панели **Boolean** (Булевы операторы).

Символьные вычисления могут производиться и над уравнениями, в которые, помимо неизвестных, входят различные параметры. В листинге 7.15 приведен пример решения уравнения четвертой степени с параметром  $a$ . Как видите, результат получен в аналитической форме.

### Листинг 7.15. Символьное решение уравнения, зависящего от параметра

Given

$$x^4 - a^4 = 0$$

$$\text{Find}(x) \rightarrow ( a \quad -a \quad i \cdot a \quad -i \cdot a )$$

## 7.4. Поиск экстремума функции

Задачи поиска *экстремума* функции близки к задачам нахождения ее *максимума* (наибольшего значения) или *минимума* (наименьшего значения) в некоторой области определения ее аргументов. Ограничения значений аргументов, задающих эту область, как и прочие дополнительные условия, должны быть определены в виде системы неравенств и (или) уравнений. В таком случае говорят о задаче на *условный экстремум*.

Для решения задач поиска максимума и минимума в Mathcad имеются встроенные функции `Minerr`, `Minimize` и `Maximize`. Все они используют те же градиентные численные методы, что и функция `Find` для решения уравнений. Поэтому вы можете выбирать численный алгоритм минимизации из уже рассмотренных нами численных методов (см. разд. 7.3.3).

### 7.4.1. Поиск максимума и минимума функции

Поиск экстремума функции включает в себя задачи нахождения *локального* и *глобального* экстремума. Последние называют еще *задачами оптимизации*. Рассмотрим конкретный пример функции  $f(x)$ , показанной графиком на рис. 7.8 на интервале  $(-2, 5)$ . Она имеет глобальный максимум на левой границе интервала, глобальный минимум, локальный максимум, локальный минимум и локальный максимум на правой границе интервала (в порядке слева направо).

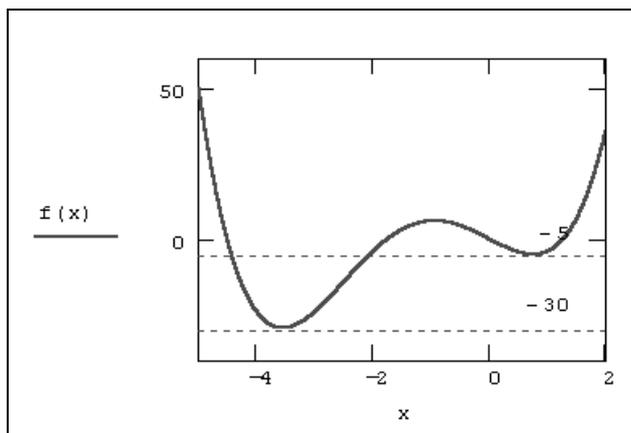


Рис. 7.8. График функции  $f(x) = x^4 + 5 \cdot x^3 - 10 \cdot x$

В Mathcad с помощью встроенных функций решается только задача поиска локального экстремума. Чтобы найти глобальный максимум (или минимум), требуется либо сначала вычислить все их локальные значения и потом выбрать из них наибольший (наименьший), либо предварительно *просканировать* с некоторым шагом рассматриваемую область, чтобы выделить из нее подобласть наибольших (наименьших) значений функции и осуществить по-

иск глобального экстремума, уже находясь в его окрестности. Последний путь таит в себе некоторую опасность уйти в зону другого локального экстремума, но часто может быть предпочтительнее из соображений экономии времени.

Для поиска локальных экстремумов имеются две встроенные функции, которые могут применяться как в пределах вычислительного блока, так и автономно.

□ `Minimize(f, x1, ..., xm)` — вектор значений аргументов, при которых функция  $f$  достигает минимума;

□ `Maximize(f, x1, ..., xm)` — вектор значений аргументов, при которых функция  $f$  достигает максимума;

где:

- $f(x_1, \dots, x_m, \dots)$  — функция;
- $x_1, \dots, x_m$  — аргументы, по которым производится минимизация (максимизация).

Всем аргументам функции  $f$  предварительно следует присвоить некоторые значения, причем для тех переменных, по которым производится минимизация, они будут восприниматься как начальные приближения. Примеры вычисления экстремума функции одной переменной (рис. 7.8) без дополнительных условий показаны в листингах 7.16—7.17. Поскольку никаких дополнительных условий в них не вводится, поиск экстремумов выполняется для любых значений  $x$  от  $-\infty$  до  $\infty$ . Отметим, что вычисление экстремума функции многих переменных не несет принципиальных особенностей по сравнению с функциями одной переменной, следует только аккуратно указывать список аргументов, по которым осуществляется поиск экстремума.

#### Листинг 7.16. Поиск минимума функции

```
f(x) := x4 + 5 · x3 - 10 · x
```

```
x := -1
```

```
Minimize(f, x) = -3.552
```

```
x := 1
```

```
Minimize(f, x) = 0.746
```

**Листинг 7.17. Поиск максимума функции**

```
f (x) := x4 + 5 · x3 - 10 · x
x := 1
Maximize (f, x) = -0.944
x := -10
Maximize (f, x) = ■
```

Как видно из листингов, существенное влияние на результат оказывает выбор начального приближения, в зависимости от чего в качестве ответа выдаются различные локальные экстремумы. В последнем случае численный метод вообще не справляется с задачей, поскольку начальное приближение  $x=-10$  выбрано далеко от области локального максимума, и поиск решения уходит в сторону увеличения  $f(x)$ , т. е. расходится к  $x \rightarrow \infty$ .

**7.4.2. Условный экстремум**

В задачах на условный экстремум функции минимизации и максимизации должны быть включены в вычислительный блок, т. е. им должно предшествовать ключевое слово `Given`. В промежутке между `Given` и функцией поиска экстремума с помощью булевых операторов записываются логические выражения (неравенства, уравнения), задающие ограничения на значения аргументов минимизируемой функции. В листинге 7.18 показаны примеры поиска условного экстремума на различных интервалах, определенных неравенствами. Сравните результаты работы этого листинга с двумя предыдущими.

**Листинг 7.18. Три примера поиска условного экстремума функции**

```
f (x) := x4 + 5 · x3 - 10 · x
x := 1
Given
-5 < x < -2
Minimize (f, x) = -3.552
x := 1
Given
```

$x > 0$

Minimize (f, x) = 0.746

$x := -10$

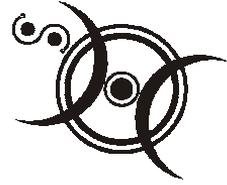
Given

$-3 < x < 0$

Maximize (f, x) = -0.944

Не забывайте о важности выбора правильного начального приближения и в случае задач на условный экстремум. Например, если вместо условия  $-3 < x < 0$  в последнем примере листинга задать  $-5 < x < 0$ , то при том же самом начальном  $x = -10$  будет найден максимум  $\text{Maximize}(f, x) = -0.944$ , что неверно, поскольку максимальное значение достигается функцией  $f(x)$  на левой границе интервала при  $x = -5$ . Выбор начального приближения  $x = -4$  решает задачу правильно, выдавая в качестве результата  $\text{Maximize}(f, x) = -5$ .

## Глава 8



# Дифференциальные уравнения

*Дифференциальные уравнения* — это уравнения, в которых неизвестными являются не переменные (т. е. числа), а функции одной или нескольких переменных. Эти уравнения (или системы) включают соотношения между искомыми функциями и их производными. Если в уравнения входят производные только по одной переменной, то они называются *обыкновенными дифференциальными уравнениями* (далее чаще используется сокращение *ОДУ*) (см. разд. 8.1 и 8.2). В противном случае говорят об *уравнениях в частных производных* (см. разд. 8.3). Таким образом, решить (иногда говорят *проинтегрировать*) дифференциальное уравнение — значит, определить неизвестную функцию на определенном интервале изменения ее переменных.

Как известно, одно обыкновенное дифференциальное уравнение или система ОДУ имеет единственное решение, если помимо уравнения определенным образом заданы *начальные* или *граничные* условия. В соответствующих курсах высшей математики доказываются теоремы о существовании и единственности решения в зависимости от тех или иных условий. Имеются два типа задач, которые возможно решать с помощью Mathcad 13:

- *задачи Коши*, для которых определены начальные условия на искомые функции, т. е. заданы значения этих функций в начальной точке интервала интегрирования уравнения (см. разд. 8.1);
- *краевые задачи*, для которых заданы определенные соотношения сразу на обеих границах интервала (см. разд. 8.2), а также задачи на собственные значения (см. разд. 8.2.3).

## 8.1. Задачи Коши для ОДУ

Решение задач Коши для ОДУ и их систем — задача хорошо разработанная и с вычислительной точки зрения не слишком сложная. В Mathcad решение

задач Коши организовано посредством двух альтернативных процедур: вычислительного блока `Given/Odesolve` и семейства встроенных функций. Первый путь предпочтительнее из соображений наглядности представления задачи и результатов, а второй позволяет более гибко выбирать численный алгоритм и его параметры.

### 8.1.1. Одно обыкновенное дифференциальное уравнение

Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) с неизвестной функцией  $y(t)$ , в которое входят производные этой функции вплоть до  $y^{(N)}(t)$ , называется ОДУ  $N$ -го порядка. Если имеется такое уравнение, то для корректной постановки задачи Коши требуется задать  $N$  начальных условий на саму функцию  $y(t)$  и ее производные от первого до  $(N-1)$ -го порядка включительно. Поэтому задачи Коши называют еще *задачами с начальными условиями* (initial value problem), в отличие от краевых задач. Требуется явно определить функцию  $y(t)$  на интервале от  $t_0$  до  $t_1$ .

Вычислительный блок для решения одного ОДУ, реализующий численный метод Рунге—Кутты, состоит из трех частей:

- `Given` — ключевое слово;
- ОДУ и начальное условие, записанное с помощью логических операторов, причем начальное условие должно быть в форме  $y(t_0) = b$ ;
- `Odesolve(t, t1)` — встроенная функция для решения ОДУ относительно переменной  $t$  на интервале  $(t_0, t_1)$ .

При решении в среде `Mathcad` на форму ОДУ налагаются следующие ограничения:

- ОДУ должно быть линейно относительно старшей производной, т. е. фактически должно быть поставлено в стандартной форме;
- начальные условия должны иметь форму  $y(t) = b$  или  $y^{(N)}(t) = b$ , а не более сложную (как например, встречающаяся в некоторых математических приложениях форма  $y(t) + y'(t) = b$ ).

Для ОДУ первого порядка это означает, что дифференциальное уравнение должно быть записано в *стандартной форме (форме Коши)*:  $y'(t) = f(y(t), t)$  и содержать одно начальное условие — значение функции  $y(t_0)$  в некоторой точке  $t_0$ .

### Примечание

Допустимо, и даже часто предпочтительнее, задание функции `Odesolve(t, t1, step)` с тремя параметрами, где `step` — внутренний параметр численного метода, определяющий количество шагов, в которых метод Рунге—Кутты будет рассчитывать решение дифференциального уравнения. Чем больше `step`, тем с лучшей точностью будет получен результат, но тем больше времени будет затрачено на его поиск. Помните, что подбором этого параметра можно заметно (в несколько раз) ускорить расчеты без существенного ухудшения их точности.

Пример решения задачи Коши для ОДУ первого порядка  $y' = y - y^2$  посредством вычислительного блока приведен в листинге 8.1, а второго порядка (уравнение осциллятора) — в листинге 8.2. Результат решения второго уравнения приведен на рис. 8.1.

#### Листинг 8.1. Решение задачи Коши для ОДУ первого порядка

Given

$$\frac{d}{dt}y(t) = y(t) - y(t)^2$$

$$y(0) = 0.1$$

$$y := \text{Odesolve}(t, 10)$$

#### Листинг 8.2. Решение задачи Коши для ОДУ второго порядка

Given

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 0.1 \cdot \frac{d}{dt}y(t) + 1 \cdot y(t) = 0$$

$$y(0) = 0.1$$

$$y'(0) = 0$$

$$y := \text{Odesolve}(t, 50)$$

Не забывайте о том, что вставлять логические операторы следует при помощи панели инструментов **Boolean** (Булевы операторы). При вводе с клавиатуры помните, что логическому знаку равенства соответствует сочетание клавиш `<Ctrl>+<=>`. Символ производной можно ввести как средствами панели **Calculus** (Вычисления), как это сделано в листинге 8.1, так и в виде

штриха, набрав его с помощью сочетания клавиш <Ctrl>+<F7> (как это сделано для начальных условий в листинге 8.2.) Выбирайте тот или иной способ представления производной из соображений наглядности представления результатов — на ход расчетов он не влияет.

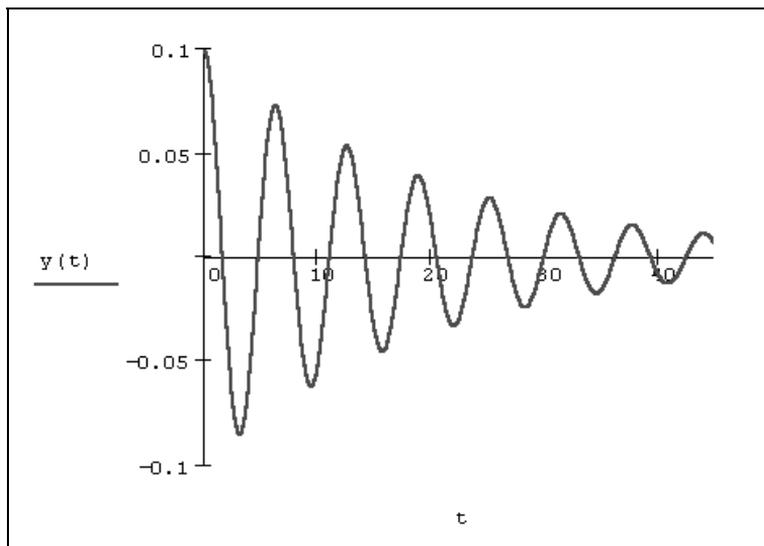


Рис. 8.1. Решение уравнения осциллятора  
(листинг 8.2)

Mathcad требует, чтобы конечная точка интегрирования ОДУ лежала правее начальной:  $t_0 < t_1$  (в листинге 8.1  $t_0=0$ ,  $t_1=10$ ), иначе будет выдано сообщение об ошибке. Как можно заметить, результатом применения блока *Given/Odesolve* является функция  $y(t)$ , определенная на промежутке  $(t_0, t_1)$ . Следует воспользоваться обычными средствами Mathcad, чтобы построить ее график или получить значение функции в какой-либо точке указанного интервала, например,  $y(3)=0.691$ .

Пользователь имеет возможность выбирать между двумя модификациями численного метода Рунге—Кутты. Для смены метода необходимо нажатием правой кнопки мыши на области функции *Odesolve* вызвать контекстное меню и выбрать в нем один из пунктов: **Fixed** (Фиксированный шаг), **Stiff** (Для жестких ОДУ) или **Adaptive** (Адаптивный).

## 8.1.2. Системы ОДУ первого порядка

Mathcad требует, чтобы система дифференциальных уравнений была представлена в стандартной форме:

$$y_0'(t) = f_0(y_0(t), y_1(t), \dots, y_{N-1}(t), t),$$

$$y_1'(t) = f_1(y_0(t), y_1(t), \dots, y_{N-1}(t), t),$$

...

$$y_{N-1}'(t) = f_{N-1}(y_0(t), y_1(t), \dots, y_{N-1}(t), t).$$

Задание данной системы эквивалентно следующему векторному представлению:

$$Y'(t) = F(Y(t), t),$$

где  $Y$  и  $Y'$  — соответствующие неизвестные векторные функции переменной  $t$  размера  $N \times 1$ , а  $F$  — векторная функция того же размера с количеством переменных  $(N+1)$  ( $N$  компонентов вектора и, возможно,  $t$ ). Именно векторное представление используется для ввода системы ОДУ в среде Mathcad.

Для того чтобы определить задачу Коши для системы ОДУ, следует определить еще  $N$  начальных условий, задающих значение каждой из функций  $y_i(t_0)$  в начальной точке интегрирования системы  $t_0$ .

В векторной форме они могут быть записаны в виде

$$Y(t_0) = B,$$

где  $B$  — вектор начальных условий размера  $N \times 1$ , составленный из  $y_i(t_0)$ .

Обратите внимание на необходимость векторной записи как самого уравнения, так и начального условия. В случае одного ОДУ соответствующие векторы имеют только один элемент, а в случае системы  $N > 1$  уравнений —  $N$ .

### **Примечание**

Как вы заметили, задача сформулирована для систем ОДУ первого порядка. Однако если в систему входят и уравнения высших порядков, то ее можно свести к системе большего числа уравнений первого порядка при помощи замены переменных.

В Mathcad имеются три встроенные функции, которые позволяют решать задачу Коши различными численными методами.

- `rkfixed` ( $y_0, t_0, t_1, M, D$ ) — метод Рунге—Кутты с фиксированным шагом;
- `Rkadapt` ( $y_0, t_0, t_1, M, D$ ) — метод Рунге—Кутты с переменным шагом;
- `Bulstoer` ( $y_0, t_0, t_1, M, D$ ) — метод Булирша—Штера,

где:

- $y_0$  — вектор начальных значений в точке  $t_0$  размера  $N \times 1$ ;
- $t_0$  — начальная точка расчета;
- $t_1$  — конечная точка расчета;
- $M$  — число шагов, на которых численный метод находит решение;
- $D$  — векторная функция размера  $N \times 1$  двух аргументов — скалярного  $t$  и векторного  $y$ . При этом  $y$  — искомая векторная функция аргумента  $t$  того же размера  $N \times 1$ .

### **Внимание!**

Соблюдайте регистр первой буквы рассматриваемых функций, поскольку это влияет на выбор алгоритма счета, в отличие от многих других встроенных функций Mathcad, например, `Find=find` (см. разд. 7.3).

Каждая из приведенных функций выдает решение в виде матрицы размером  $(M+1) \times (N+1)$ . В ее левом столбце находятся значения аргумента  $t$ , делящие интервал на равномерные шаги, а в остальных  $N$  столбцах — значения иско- мых функций  $y_0(t), y_1(t), \dots, y_{N-1}(t)$ , рассчитанные для этих значений аргу- мента. Поскольку всего точек (помимо начальной)  $M$ , то строк в матрице ре- шения будет всего  $M+1$ .

В подавляющем большинстве случаев достаточно использовать первую функцию `rkfixed`, как это показано в листинге 8.3 на примере решения систе- мы ОДУ модели осциллятора с затуханием (см. разд. 8.1.1).

### **Листинг 8.3. Решение системы двух ОДУ**

$$D(t, y) := \begin{pmatrix} y_1 \\ -y_0 - 0.1 \cdot y_1 \end{pmatrix}$$

$$y_0 := \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$M := 100$$

$$u := \text{rkfixed}(y_0, 0, 50, M, D)$$

Самая важная — это первая строка листинга, в которой, собственно, опреде- ляется система ОДУ. Функция  $D$ , входящая в число параметров встроенных функций для решения ОДУ, должна быть обязательно функцией двух аргу- ментов. Причем второй ее аргумент должен быть вектором того же размера,

что и сама функция  $D$ . Точно такой же размер должен быть и  $y$  вектора начальных значений  $y_0$  (он определен во второй строке листинга).

Не забывайте, что векторную функцию  $D(t, y)$  следует определять через компоненты вектора  $y$  с помощью кнопки нижнего индекса (**Subscript**) с наборной панели **Calculator** (Калькулятор) или нажатием клавиши  $\langle \rangle$ . В третьей строке листинга определено число шагов, за которое рассчитывается решение, а его последняя строка присваивает матричной переменной  $u$  результат действия функции `rkfixed`. Решение системы ОДУ будет осуществлено на промежутке  $(0, 50)$ .

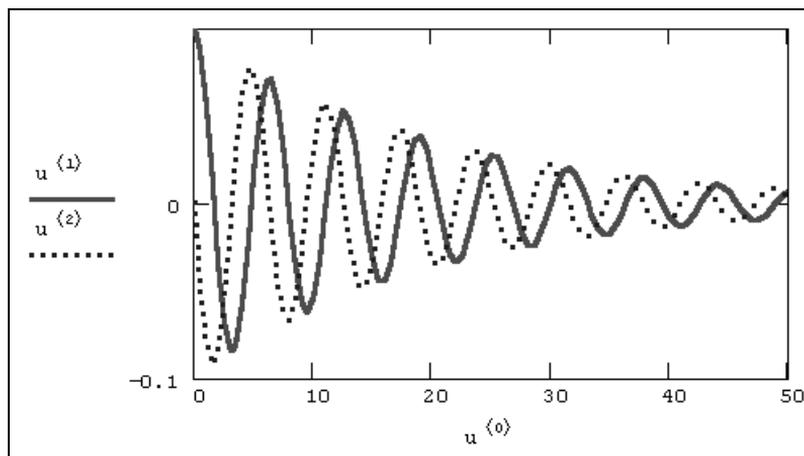
Как выглядит все решение, показано на рис. 8.2. Размер полученной матрицы будет равен  $(M+1) \times (N+1)$ , т. е.  $101 \times 3$ . Просмотреть все компоненты матрицы  $u$ , которые не помещаются на экране, можно с помощью вертикальной полосы прокрутки. Как нетрудно догадаться, на этом рисунке отмечено выделением расчетное значение первого искомого вектора  $y_0$  на 12-м шаге  $u_{12,1} = 0.07$ . Это соответствует, с математической точки зрения, найденному значению  $y_0(6.0) = 0.07$ . Для вывода элементов решения в последней точке интервала используйте выражения типа  $u_{M,1} = 7.523 \times 10^{-3}$ .

	0	1	2
0	0	0.1	0
1	0.5	0.088	-0.047
2	1	0.058	-0.08
3	1.5	0.011	-0.093
4	2	-0.033	-0.082
5	2.5	-0.068	-0.053
6	3	-0.084	-0.013
7	3.5	-0.08	0.029
8	4	-0.057	0.062
9	4.5	-0.021	0.078
10	5	0.018	0.075
11	5.5	0.051	0.054
12	6	0.07	0.021
13	6.5	0.071	0.015
14	7	0.058	-0.048
15	7.5	0.028	-0.084

Рис. 8.2. Матрица решений системы уравнений (листинг 8.3)

**Внимание!**

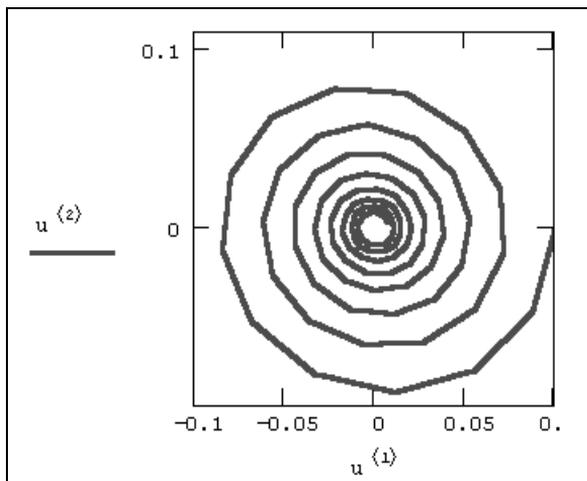
Обратите внимание на некоторое разночтение в обозначении индексов вектора начальных условий и матрицы решения. В ее первом столбце собраны значения нулевого компонента искомого вектора, во втором столбце — первого компонента и т. д.



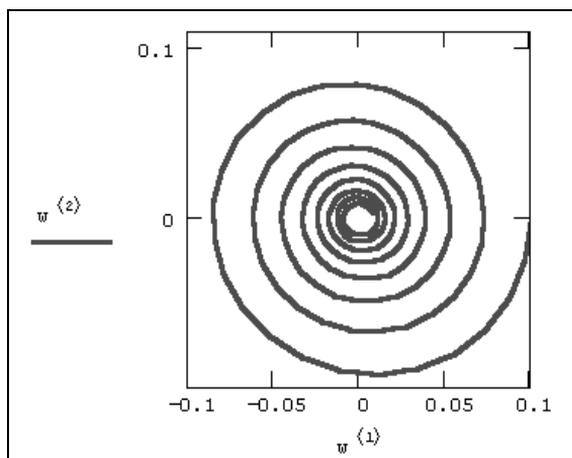
**Рис. 8.3.** График решения системы ОДУ  
(листинг 8.3)

Чтобы построить график решения, надо отложить соответствующие компоненты матрицы решения по координатным осям: значения аргумента  $u^{(0)}$  — вдоль оси  $x$ , а  $u^{(1)}$  и  $u^{(2)}$  — вдоль оси  $y$  (рис. 8.3). Как известно, решения обыкновенных дифференциальных уравнений часто удобнее изображать не в таком виде, а в фазовом пространстве, по каждой из осей которого откладываются значения каждой из найденных функций. При этом аргумент входит в них лишь параметрически. В рассматриваемом случае двух ОДУ такой график — *фазовый портрет системы* — является кривой на фазовой плоскости и поэтому особенно нагляден. Он изображен на рис. 8.4, *а*, и можно заметить, что для его построения потребовалось лишь поменять метки осей на  $u^{(1)}$  и  $u^{(2)}$  соответственно.

На рис. 8.4, *б* показан для сравнения результат расчета фазового портрета с бóльшим числом шагов. Видно, что в этом случае обеспечивается лучшая точность, и, в результате, решение получается более гладким. Конечно, при этом увеличивается и время расчетов.



а



б

Рис. 8.4. Фазовый портрет решения системы ОДУ при  $M=100$  (а) и  $M=200$  (б) (листинг 8.3)

### 8.1.3. Решение систем ОДУ в одной заданной точке

Зачастую при решении дифференциальных уравнений требуется определить значения искомых функций не на всем интервале  $(t_0, t_1)$ , а только в одной

его последней точке. Например, весьма распространены задачи поиска аттракторов динамических систем. Известно, что для широкого класса ОДУ одна и та же система при разных (или даже любых, как рассмотренный выше пример осциллятора с затуханием) начальных условиях при  $t \rightarrow \infty$  приходит в одну и ту же точку (аттрактор). Поэтому часто нужно определить именно эту точку.

Такая задача требует меньших ресурсов компьютера, чем решение системы ОДУ на всем интервале, поэтому в Mathcad имеются модификации встроенных функций `Rkadapt` и `Bulstoer`. Они имеют несколько другой набор параметров и работают быстрее своих аналогов:

□ `rkadapt(y0, t0, t1, acc, D, k, s)` — метод Рунге—Кутты с переменным шагом;

□ `bulstoer(y0, t0, t1, acc, D, k, s)` — метод Булирша—Штера,

где:

- $y_0$  — вектор начальных значений в точке  $t_0$ ;
- $t_0, t_1$  — начальная и конечная точки расчета;
- `acc` — погрешность вычисления (чем она меньше, тем с лучшей точностью будет найдено решение; рекомендуется выбирать значения погрешности в районе 0.001);
- $D$  — векторная функция, задающая систему ОДУ;
- $k$  — максимальное число шагов, за которое численный метод будет находить решение;
- $s$  — минимально допустимая величина шага.

Как легко заметить, вместо числа шагов на интервале интегрирования ОДУ в этих функциях необходимо задать точность расчета численным методом значений функций в последней точке. В этом смысле параметр `acc` похож на константу `TOL`, которая влияет на большинство встроенных численных алгоритмов Mathcad. Количество шагов и их расположение определяются численным методом автоматически, чтобы обеспечить эту точность. Два последних параметра нужны для того, чтобы пользователь мог управлять разбиением интервала на шаги. Параметр  $k$  служит для того, чтобы шагов не было чрезмерно много, причем нельзя сделать  $k > 1000$ . Параметр  $s$  — для того, чтобы ни один шаг не был слишком малым для появления больших погрешностей при разностной аппроксимации дифференциальных уравнений внутри алгоритма. Эти параметры следует задавать явно, исходя из свойств конкретной системы ОДУ. Как правило, проведя ряд тестовых расчетов, можно подобрать их оптимальный набор для каждого конкретного случая.

Пример использования функции `bulstoer` для решения системы ОДУ (см. листинг 8.3) приведен в листинге 8.4. В его первых двух строках, как обычно, определяются система уравнений и начальные условия; в следующей строке матрице `u` присваивается решение, полученное с помощью `bulstoer`. Структура этой матрицы в точности такая же, как и в случае решения системы ОДУ посредством уже рассмотренных нами ранее встроенных функций (см. разд. 8.1.2). Однако в данном случае нам интересна только последняя точка интервала. Поскольку сделанное численным методом количество шагов, т. е. размер матрицы `u`, заранее неизвестно, то его необходимо предварительно определить. Это осуществлено в четвертой строке листинга, присваивающей это число переменной `M`, в этой же строке оно выведено на экран. В предпоследней строке листинга выполнен вывод решения системы ОДУ на конце интервала, т. е. в точке  $t=50$  в виде вектора. В последней строке еще раз выводится искомое значение первой функции из системы ОДУ (сравните его с соответствующим местом вектора из предыдущей строки).

#### Листинг 8.4. Решение системы двух ОДУ в точке

```

D (t, y) :=  $\begin{pmatrix} y_1 \\ -y_0 - 0.1 \cdot y_1 \end{pmatrix}$ 
y0 :=  $\begin{pmatrix} 0.1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 
u := bulstoer (y0, 0, 50, 10-5, D, 300, 0.0001)
M := length (u (1)) - 1           M = 21
(uT) (M) =  $\begin{pmatrix} 50 \\ 7.638 \times 10^{-3} \\ 2.648 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$ 
uM,1 = 7.638 × 10-3

```

Чтобы попробовать альтернативный численный метод, достаточно в листинге 8.4 заменить имя функции `bulstoer` на `rkadapt`.

#### **Внимание!**

Функции `bulstoer` и `rkadapt` (те, что пишутся с маленькой буквы) не предназначены для нахождения решения в промежуточных точках интервала, хотя они и выдают их в матрице-результате.

### 8.1.4. Жесткие системы ОДУ

До сих пор мы имели дело с "хорошими" уравнениями, которые надежно решались численными методами Рунге—Кутты. Однако имеется класс так называемых *жестких* (stiff) систем ОДУ, для которых стандартные методы практически неприменимы, поскольку их решение требует исключительно малого значения шага численного метода. Некоторые из специальных алгоритмов, разработанных для этих систем, реализованы в Mathcad:

- $\text{Radau}(y_0, t_0, t_1, M, F)$  — алгоритм RADAUS для жестких систем ОДУ;
- $\text{Stiffb}(y_0, t_0, t_1, M, F, J)$  — алгоритм Булирша—Штера для жестких систем ОДУ;
- $\text{StiffR}(y_0, t_0, t_1, M, F, J)$  — алгоритм Розенброка для жестких систем ОДУ,

где:

- $y_0$  — вектор начальных значений в точке  $t_0$ ;
- $t_0, t_1$  — начальная и конечная точки расчета;
- $M$  — число шагов численного метода;
- $F$  — векторная функция  $F(t, y)$  размером  $1 \times N$ , задающая систему ОДУ;
- $J$  — матричная функция  $J(t, y)$  размером  $(N+1) \times N$ , составленная из вектора производных функции  $F(t, y)$  по  $t$  (правый столбец) и ее якобиана ( $N$  левых столбцов).

Как вы можете заметить, для двух последних функций серьезным отличием от функций, решающих нежесткие системы, является добавление к стандартному набору параметров дополнительной матричной функции, задающей якобиан системы ОДУ. Решение выдается в виде матрицы, по форме идентичной аналогичным функциям решения нежестких задач Коши. А вот встроенная функция  $\text{Radau}$  не требует явного задания якобиана системы уравнений.

Исторически интерес к жестким системам возник в середине XX века при изучении уравнений химической кинетики с одновременным присутствием очень медленно и очень быстро протекающих химических реакций. Тогда неожиданно оказалось, что считавшиеся исключительно надежными методы Рунге—Кутты стали давать сбой при расчете этих задач. Рассмотрим классическую модель взаимодействия трех веществ (Робертсон, 1966 г.), которая как нельзя лучше передает смысл понятия жесткости ОДУ (ее решение приводится в листинге 8.5, а результат показан на рис. 8.5).

## Листинг 8.5. Решение жесткой системы ОДУ химической кинетики

$$y_0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$F(t, y) := \begin{pmatrix} -0.1 \cdot y_0 + 10^2 \cdot y_1 \cdot y_2 \\ 0.1 \cdot y_0 - 10^2 \cdot y_1 \cdot y_2 - 10^3 \cdot y_1 \\ 10^3 \cdot y_1 \end{pmatrix}$$

$$J(t, y) := \begin{pmatrix} 0 & -0.1 & 10^2 \cdot y_2 & 10^2 \cdot y_1 \\ 0 & 0.1 & -10^2 \cdot y_2 - 10^3 & -10^2 \cdot y_1 \\ 0 & 0 & 10^3 & 0 \end{pmatrix}$$

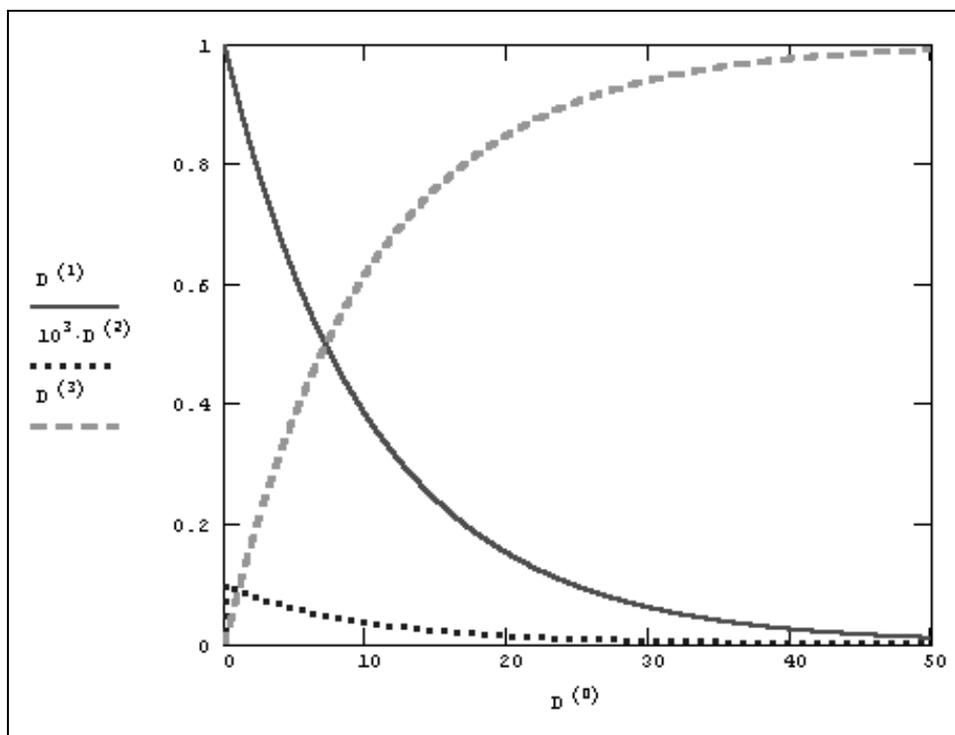
$$D := \text{Stiffb}(y_0, 0, 50, 20, F, J)$$


Рис. 8.5. Решение жесткой системы ОДУ химической кинетики (листинг 8.5)

Бросается в глаза сильно различающийся порядок коэффициентов при разных слагаемых. Именно степень этого различия чаще всего и определяет жесткость системы ОДУ. В качестве соответствующей характеристики выбирают матрицу Якоби (якобиан) векторной функции  $F(t, y)$ , т. е. функциональную матрицу, составленную из производных  $F(t, y)$ . Чем вырожденнее матрица Якоби, тем жестче система уравнений. В приведенном примере определитель якобиана и вовсе равен нулю при любых значениях  $y_0$ ,  $y_1$  и  $y_2$  (листинг 8.6, вторая строка). В первой строке листинга 8.6 показан способ вычисления якобиана средствами Mathcad на примере определения элементов его первой строки.

Обратите внимание, как следует представлять в данном случае якобиан, сравнив задание матричной функции в предпоследней строке листинга 8.5 с заданием якобиана из листинга 8.6.

**Листинг 8.6. Якобиан рассматриваемой системы ОДУ химической кинетики**

$$\frac{\partial}{\partial x} F \left[ t, \begin{pmatrix} x \\ y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \right]_0 \rightarrow -0.1 \quad \frac{\partial}{\partial x} F \left[ t, \begin{pmatrix} y_0 \\ x \\ y_2 \end{pmatrix} \right]_0 \rightarrow 100 \cdot y_2 \quad \frac{\partial}{\partial x} F \left[ t, \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ x \end{pmatrix} \right]_0 \rightarrow 100 \cdot y_1$$

$$\left( \begin{pmatrix} -0.1 & 10^2 \cdot y_2 & 10^2 \cdot y_1 \\ 0.1 & -10^2 \cdot y_2 - 10^3 & -10^2 \cdot y_1 \\ 0 & 10^3 & 0 \end{pmatrix} \right) \rightarrow 0$$

Для решения очень жестких систем особенно подходит функция Radau. Пример ее использования для решения очень жесткой задачи с перечисленными коэффициентами приведен в листинге 8.7. Результат, выдаваемый функцией Radau, практически тот же, что и в случае использования алгоритма Розенброка (рис. 8.5).

**Листинг 8.7. Решение очень жесткой системы ОДУ химической кинетики**

$$y_0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$F(t, y) := \begin{pmatrix} -0.05 \cdot y_0 + 10^4 \cdot y_1 \cdot y_2 \\ 0.05 \cdot y_0 - 10^4 \cdot y_1 \cdot y_2 - 10^7 \cdot y_1 \\ 10^7 \cdot y_1 \end{pmatrix}$$

D := Radau(y0, 0, 50, 20, F)

В заключение данного раздела приведем соответствующие встроенные функции, которые применяются для решения жестких систем ОДУ не на всем интервале, а только в одной заданной точке  $t_1$ :

- `radau(y0, t0, t1, acc, F, k, s)` — метод RADAUS;
- `stiffb(y0, t0, t1, acc, F, J, k, s)` — метод Булирша—Штера;
- `stiffrr(y0, t0, t1, acc, F, J, k, s)` — метод Розенброка.

Имена этих функций пишутся с маленькой буквы, а их действие и набор параметров полностью аналогичны рассмотренным нами ранее функциям, относящимся к решению в заданной точке нежестких систем (см. разд. 8.1.3). Отличие заключается в специфике применяемого алгоритма и необходимости задания матричной функции якобиана  $J(t, y)$ .

## 8.2. Краевые задачи для ОДУ

Постановка *краевых задач* (boundary value problem) для ОДУ отличается от задач Коши, рассмотренных выше, тем, что граничные условия для них ставятся не в одной начальной точке, а на обеих границах расчетного интервала. Если имеется система  $N$  обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, то часть из  $N$  условий может быть поставлена на одной границе интервала, а оставшиеся условия — на противоположной границе.

В связи с тем, что условия поставлены не на одной, а на обеих границах интервала, краевые задачи нельзя решить изложенными выше методами, предназначенными для задач Коши. Для их решения в Mathcad реализован популярный алгоритм, называемый методом *стрельбы*, или *пристрелки* (shooting). Он, по сути, сводит решение краевой задачи к решению серии задач Коши с различными начальными условиями ("пристрелке" по недостающему начальному условию). В результате пристрелки можно найти то решение системы ОДУ, которое (с заданной точностью) удовлетворит граничному условию (или, в общем случае, условиям) на другой границе расчетного интервала.

## 8.2.1. Задачи с граничными условиями на краях интервала

Решение краевых задач для систем ОДУ методом стрельбы в Mathcad достигается применением двух встроенных функций. Первая предназначена для двухточечных задач с краевыми условиями, заданными на концах интервала.

□ `sbval(z, x0, x1, D, load, score)` — поиск вектора недостающих  $L$  начальных условий для двухточечной краевой задачи для системы  $N$  ОДУ, где:

- $z$  — вектор размером  $L \times 1$ , присваивающий недостающим начальным условиям (на левой границе интервала) начальные значения;
- $x_0$  — левая граница расчетного интервала;
- $x_1$  — правая граница расчетного интервала;
- `load(x0, z)` — векторная функция размером  $N \times 1$  левых граничных условий, причем недостающие начальные условия поименовываются соответствующими компонентами векторного аргумента  $z$ ;
- `score(x1, y)` — векторная функция размером  $L \times 1$ , выражающая  $L$  правых граничных условий для векторной функции  $y$  в точке  $x_1$ ;
- `D(x, y)` — векторная функция, описывающая систему  $N$  ОДУ, размером  $N \times 1$  и двух аргументов — скалярного  $x$  и векторного  $y$ . При этом  $y$  — это неизвестная векторная функция аргумента  $x$  того же размера  $N \times 1$ .

### **Внимание!**

Решение краевых задач в Mathcad, в отличие от большинства остальных операций, реализовано не совсем очевидным образом. В частности, помните, что число элементов векторов `D` и `load` равно количеству уравнений  $N$ , а векторов `z`, `score` и результата действия функции `sbval` — количеству правых граничных условий  $L$ . Соответственно, левых граничных условий в задаче должно быть  $(N-L)$ .

Как видно, функция `sbval` предназначена не для поиска собственно решения, т. е. неизвестных функций  $y_i(x)$ , а для определения недостающих начальных условий в первой точке интервала, т. е.  $y_i(x_0)$ . Чтобы вычислить  $y_i(x)$  на всем интервале, требуется дополнительно решить задачу Коши.

Разберем особенности использования функции `sbval` (листинг 8.8) на примере системы двух уравнений:

$$\frac{dy_0(x)}{dx} = -a(x) \cdot y_0(x) + r(x) \cdot y_1(x)$$

$$\frac{dy_1(x)}{dx} = a(x) \cdot y_1(x) - r(x) \cdot y_0(x)$$

Для завершения постановки задачи требуется, помимо двух уравнений ( $N=2$ ), задать такое же количество граничных условий, например, одного левого ( $L=1$ ) и одного ( $N-L=2-1=1$ ) правого:

$$y_0(0) = I_0$$

$$y_1(1) = R \cdot y_0(1)$$

### Листинг 8.8. Решение двухточечной краевой задачи

```

r ( x ) := .1      a ( x ) := 1
R := 1           I0 := 100
D ( x , y ) :=  $\begin{pmatrix} -a ( x ) \cdot y_0 + r ( x ) \cdot y_1 \\ a ( x ) \cdot y_1 - r ( x ) \cdot y_0 \end{pmatrix}$ 
z0 := 10
load ( x0 , z ) :=  $\begin{pmatrix} 100 \\ z_0 \end{pmatrix}$ 
score ( x1 , y ) := R · y0 - y1
I1 := sbval ( z , 0 , 1 , D , load , score )
I1 = ( 18.555 )
S := rkfixed  $\left[ \begin{pmatrix} I_0 \\ I1_0 \end{pmatrix} , 0 , 1 , 10 , D \right]$ 

```

Первые три строки листинга задают необходимые параметры задачи и саму систему ОДУ. В четвертой строке определяется вектор  $z$ . Поскольку правое граничное условие всего одно, то недостающее начальное условие тоже одно, соответственно, и вектор  $z$  имеет только один элемент  $z_0$ . Ему необходимо присвоить некоторое начальное значение (мы приняли  $z_0=10$ ), чтобы запустить алгоритм стрельбы. Начальное значение фактически является параметром численного метода и поэтому может сильно повлиять на решение краевой задачи.

В следующей строке листинга векторной функции  $load(x, z)$  присваиваются левые граничные условия. Эта функция аналогична векторной переменной, определяющей начальные условия для встроенных функций, решающих задачи Коши. Отличие заключается в записи недостающих условий. Вместо конкретных чисел на соответствующих местах пишутся имена искомым элементов вектора  $z$ . В нашем случае вместо второго начального условия стоит аргумент  $z_0$  функции  $load$ . Первый аргумент функции  $load$  — это точка, в

которой ставится левое граничное условие. Ее конкретное значение определяется непосредственно в списке аргументов функции `sbval`.

Следующая строка листинга определяет правое граничное условие, для введения которого используется функция `score(x, y)`. Оно записывается точно так же, как система уравнений в функции `D`. Аргумент  $x$  функции `score` аналогичен функции `load` и нужен для тех случаев, когда граничное условие явно зависит от координаты  $x$ . Вектор `score` должен состоять из такого же числа элементов, что и вектор  $z$ .

Реализованный в функции `sbval` алгоритм стрельбы ищет недостающие начальные условия таким образом, чтобы решение полученной задачи Коши делало функцию `score(x, y)` как можно ближе к нулю. Как видно из листинга, результат применения `sbval` для интервала  $(0, 1)$  присваивается векторной переменной `l1`. Этот вектор похож на вектор  $z$ , только в нем содержатся искомые начальные условия вместо приближенных начальных значений, заданных в  $z$ . Вектор `l1` содержит, как и  $z$ , всего один элемент `l1[0]`. С его помощью можно определить решение краевой задачи  $y(x)$  (последняя строка листинга). Тем самым функция `sbval` сводит решение краевых задач к задачам Коши. График решения краевой задачи показан на рис. 8.6.

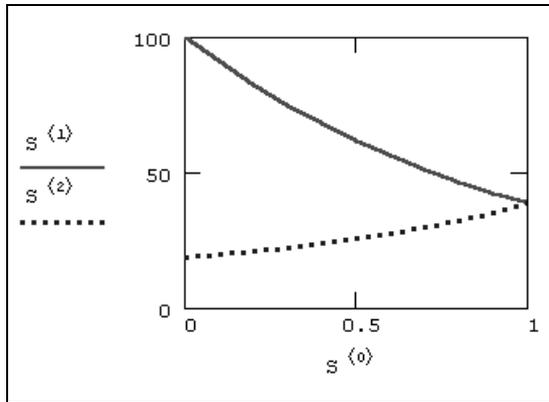


Рис. 8.6. Решение краевой задачи (листинг 8.8)

## 8.2.2. Задачи с дополнительным условием в промежуточной точке интервала

Иногда дифференциальные уравнения определяются с граничными условиями не только на концах интервала, но и с дополнительным условием в неко-

торой промежуточной точке расчетного интервала. Чаще всего такие задачи содержат данные о негладких в некоторой внутренней точке интервала решениях.

Для них имеется встроенная функция `bvalfit`, также реализующая алгоритм стрельбы.

□ `bvalfit(z1, z2, x0, x1, xf, D, load1, load2, score)` — поиск вектора недостающих граничных условий для краевой задачи с дополнительным условием в промежуточной точке для системы  $N$  ОДУ, где:

- $z1$  — вектор, присваивающий недостающим начальным условиям на левой границе интервала начальные значения;
- $z2$  — вектор того же размера, присваивающий недостающим начальным условиям на правой границе интервала начальные значения;
- $x0$  — левая граница расчетного интервала;
- $x1$  — правая граница расчетного интервала;
- $xf$  — точка внутри интервала;
- $D(x, y)$  — векторная функция, описывающая систему  $N$  ОДУ размером  $N \times 1$  и двух аргументов — скалярного  $x$  и векторного  $y$ . При этом  $y$  — это неизвестная векторная функция аргумента  $x$  того же размера  $N \times 1$ ;
- $load1(x0, z)$  — векторная функция размером  $N \times 1$  левых граничных условий, причем недостающие начальные условия поименовываются соответствующими компонентами векторного аргумента  $z$ ;
- $load2(x1, z)$  — векторная функция размером  $N \times 1$  левых граничных условий, причем недостающие начальные условия поименовываются соответствующими компонентами векторного аргумента  $z$ ;
- $score(xf, y)$  — векторная функция размером  $N \times 1$ , выражающая внутреннее условие для векторной функции  $y$  в точке  $xf$ .

Обычно функция `bvalfit` применяется для задач, в которых производная решения имеет разрыв во внутренней точке  $xf$ . Некоторые из таких задач не удается решить обычным методом пристрелки, поэтому приходится вести пристрелку сразу из обеих граничных точек. В этом случае дополнительное внутреннее условие в точке  $xf$  является просто условием сшивки в ней левого и правого решений. Поэтому для данной постановки задачи оно записывается в форме `score(xf, y) := y`.

Рассмотрим действие функции `bvalfit` на том же примере, что был разобран в предыдущем разделе. Предположим, что в промежутке между  $xf=0.5$  и

$x_1=1.0$  коэффициент  $a(x)$  скачкообразно изменяется до значения  $a(x)=3$  (листинге 8.9, вторая строка).

### Листинг 8.9. Краевая задача с граничным условием в промежуточной точке

```

I0 := 100    r(x) := .1    R := 1
a(x) := | 1  if x < 0.5
         | 3  otherwise
D(x, y) := ( -a(x) · y0 + r(x) · y1
              a(x) · y1 - r(x) · y0 )
z1_0 := 20
load1(x0, z1) := ( 100
                  z1_0 )
z2_0 := 30
load2(x1, z2) := ( z2_0
                  R · z2_0 )
score(xf, y) := y
I1 := bvalfit(z1, z2, 0, 1, 0.5, D, load1, load2, score)T
I1 = ( 5.618
      13.801 )

```

Система уравнений и левое краевое условие вводятся так же, как и в предыдущем листинге для функции `sbval`. Обратите внимание, что таким же образом записано и правое краевое условие. Для того чтобы ввести условие отражения на правой границе, пришлось определить еще один неизвестный пристрелочный параметр  $z_{2_0}$ . Строка листинга, в которой определена функция `score`, задает условие стрельбы — сшивку двух решений в точке  $x_f$ . В самой последней строке листинга выдан ответ — определенные численным методом значения обоих пристрелочных параметров, которые объединены в вектор  $I_1$  (здесь в предпоследней строке применена операция транспонирования, чтобы результат получился в форме вектора, а не матрицы-строки).

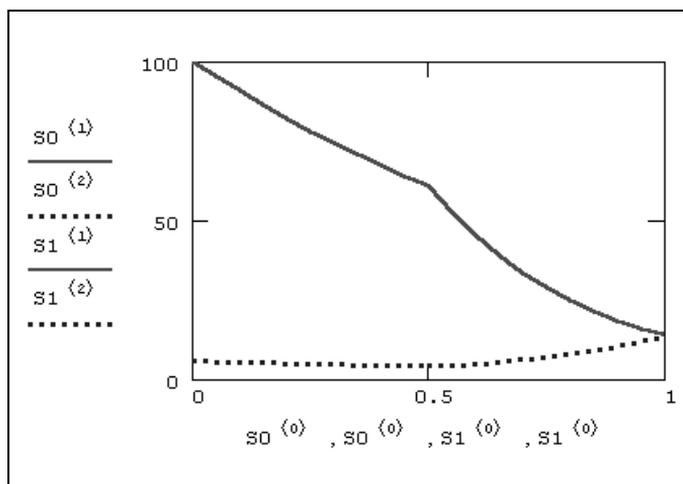
Для корректного построения графика решения лучше составить его из двух частей — решения задачи Коши на интервале  $(x_0, x_f)$  и другой задачи Коши для интервала  $(x_f, x_1)$ . Реализация этого способа приведена в листинге 8.10, который является продолжением листинга 8.9. В последней строке листинга 8.10 выведено значение второй искомой функции на правой границе ин-

тервала. Всегда полезно проконтролировать, что оно совпадает с соответствующим пристрелочным параметром (выведенным в последней строке листинга 8.9).

**Листинг 8.10. Решение краевой задачи (продолжение листинга 8.9)**

```
M := 10
S0 := rkfixed( [ [ I0
                 I10 ] ], 0, 0.5, M, D )
S1 := rkfixed( [ [ S0M, 1
                 S0M, 2 ] ], 0.5, 1, M, D )
S1M, 2 = 13.801
```

Решение краевой задачи приведено на рис. 8.7. В средней точке  $x_f=0.5$ , как и ожидалось, производные обеих вычисленных функций имеют разрыв.



**Рис. 8.7.** Решение краевой задачи с разрывом в  $x_f=0.5$  (листинги 8.9—8.10)

### 8.2.3. Задачи на собственные значения для ОДУ

Задачи на собственные значения — это краевые задачи для системы ОДУ, в которой правые части зависят от одного или нескольких параметров  $\lambda$ . Зна-

чения этих параметров неизвестны, а решение краевой задачи существует только при определенных  $\lambda_k$ , которые называются *собственными значениями* (eigenvalues) задачи. Решения, соответствующие этим  $\lambda_k$ , называют *собственными функциями* (eigenfunctions) задачи. Правильная постановка таких задач требует формулировки количества граничных условий, равного сумме числа уравнений и числа собственных значений. Физическими примерами задач на собственные значения являются, например, уравнение колебаний струны, уравнение Шредингера в квантовой механике, уравнения волн в резонаторах и многие другие.

С вычислительной точки зрения, задачи на собственные значения очень похожи на рассмотренные выше краевые задачи. В частности, для многих из них так же применим метод стрельбы (см. разд. 8.2.1). Отличие заключается в пристрелке не только по недостающим левым граничным условиям, но еще и по искомым собственным значениям. В Mathcad для решения задач на собственные значения используются те же функции `sbval` и `bvalfit`. В их первый аргумент, т. е. вектор, присваивающий начальные значения недостающим начальным условиям, следует включить и начальное приближение для собственного значения.

Рассмотрим методику решения на конкретном примере определения собственных упругих колебаний струны. Профиль колебаний струны  $y(x)$  описывается линейным дифференциальным уравнением второго порядка

$$\frac{d}{dx} \left[ p(x) \cdot \frac{dy(x)}{dx} \right] + \lambda \cdot q(x) \cdot y(x) = 0,$$

где  $p(x)$  и  $q(x)$  — жесткость и плотность, которые, вообще говоря, могут меняться вдоль струны. Если струна закреплена на обоих концах, то граничные условия задаются в виде  $y(0) = y(1) = 0$ . Сформулированная задача является частным случаем *задачи Штурма—Лиувилля*. Поскольку решается система двух ОДУ, содержащая одно собственное значение  $\lambda$ , то по идее задача требует задания трех (2+1) условий. Однако, как легко убедиться, уравнение колебаний струны — линейное и однородное, поэтому в любом случае решение  $y(x)$  будет определено с точностью до множителя. Это означает, что производную решения можно задать произвольно, например,  $y'(0) = 1$ , что и будет третьим условием. Тогда краевую задачу можно решать как задачу Коши, а пристрелку вести только по одному параметру — собственному значению.

Процедура поиска первого собственного значения представлена в листинге 8.11.

## Листинг 8.11. Решение задачи о собственных колебаниях струны

```

p ( x ) := 1    q ( x ) := 1    p' ( x ) := 0
a := 0    b := 1
λ0 := 0.5

D ( x , y ) := ⎡
                y1
                -  $\frac{1}{p(x)}$  · ( p' ( x ) · y1 + y2 · q ( x ) · y0 )
                0
            ⎤

load ( a , λ ) := ⎡
                0
                1
                λ0
            ⎤

score ( b , y ) := y0

Λ := sbval ( λ , a , b , D , load , score )

Λ = ( 9.87 )    12 · π2 = 9.87

```

В первых двух строках листинга определяются функции, входящие в задачу, в том числе  $p'(x) := 0$ , и границы расчетного интервала  $(0, 1)$ . В третьей строке дается начальное приближение к собственному значению  $\lambda_0$ , в четвертой вводится система ОДУ. Обратите внимание, что она состоит не из двух, а из трех уравнений. Первые два из них определяют эквивалентную систему ОДУ первого порядка, а третье необходимо для задания собственного значения в виде еще одного компонента  $y_2$  искомого вектора  $y$ . Поскольку по определению собственное значение постоянно при всех  $x$ , то его производная должна быть приравнена нулю, что отражено в последнем уравнении. Важно также, что во втором из уравнений собственное значение записано как  $y_2$ , поскольку является одним из неизвестных.

В следующих двух строках листинга задается левое граничное условие, включающее и недостающее условие на собственное значение для третьего уравнения, и правое граничное условие  $y_0=0$ . В предпоследней строке листинга обычным образом применяется функция `sbval`, а в последней выводится результат ее работы вместе с известным аналитически собственным значением  $n^2 \cdot \pi^2$ . Как легко убедиться, мы нашли первое собственное значение для  $n=1$ , а чтобы найти другие собственные значения, необходимо задать другие начальные приближения к ним (в третьей строке листинга 8.11). Например,

выбор  $\lambda_0=50$  приводит ко второму собственному значению  $2^2 \cdot \pi^2$ , а  $\lambda_0=100$  — к третьему  $3^2 \cdot \pi^2$ .

Чтобы построить график соответствующей собственной функции, надо добавить в листинг строку, программирующую решение задачи Коши, например, такую: `U:=rkfixed(load(a,Λ),a,b,100,D)`. Полученные кривые показаны на рис. 8.8 в виде коллажа трех графиков, рассчитанных для трех собственных значений.

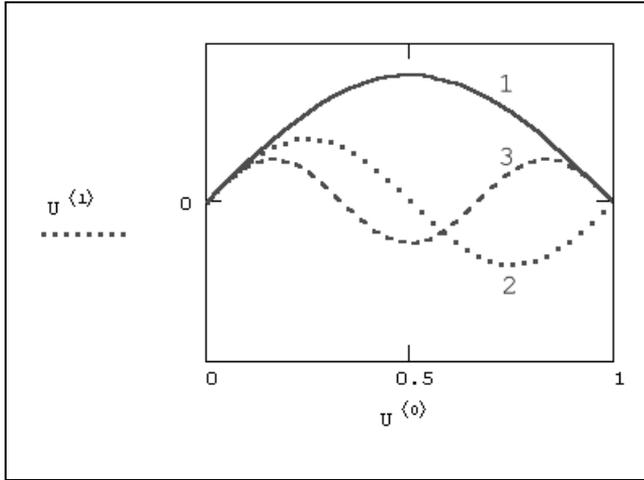


Рис. 8.8. Первые три собственные функции задачи колебаний струны (коллаж трех графиков)

## 8.3. Дифференциальные уравнения в частных производных

Дифференциальные уравнения в частных производных представляют собой одну из наиболее сложных и одновременно интересных задач вычислительной математики, требуя нахождения функции не одной, как для ОДУ, а нескольких переменных, например,  $f(x, y)$  или  $f(x, t)$ . Постановка задач включает в себя само уравнение (или систему уравнений), содержащее производные неизвестной функции по различным переменным (частные производные), а также определенное количество краевых условий на границах расчетной области.

Mathcad обладает довольно ограниченными возможностями по отношению к уравнениям в частных производных, позволяя решать лишь их сравнительно небольшие классы.

### 8.3.1. Встроенная функция *pdesolve*

Встроенная функция `pdesolve` предназначена для решения уравнений в частных производных и применяется в рамках вычислительного блока, начинающегося ключевым словом `Given`. Она пригодна для решения различных гиперболических и параболических уравнений (или системы уравнений), зависящих от времени  $t$  и пространственной координаты  $x$ . Функция `pdesolve`, имеет целый набор различных аргументов и работает следующим образом.

□ `pdesolve(u, x, xrange, t, trange, [xpts], [tpts])` — возвращает скалярную (для единственного исходного уравнения) или векторную (для системы уравнений) функцию двух аргументов  $(x, t)$ , являющуюся решением дифференциального уравнения (или системы уравнений) в частных производных. Результирующая функция получается интерполяцией сеточной функции, вычисляемой согласно разностной схеме,

где:

- $u$  — явно заданный вектор имен функций (без указания имен аргументов), подлежащих вычислению. Эти функции, а также граничные условия (в форме Дирихле или Неймана) должны быть определены пользователем перед применением функции `pdesolve` в вычислительном блоке после ключевого слова `Given`. Если решается не система уравнений в частных производных, а единственное уравнение, то, соответственно, вектор  $u$  содержит только одно имя функции и вырождается в скаляр;
- $x$  — пространственная координата (имя аргумента неизвестной функции);
- $xrange$  — пространственный интервал, т. е. вектор значений аргумента  $x$  для граничных условий. Этот вектор должен состоять из двух действительных чисел (представляющих левую и правую границу расчетного интервала);
- $t$  — время (имя аргумента неизвестной функции);
- $trange$  — расчетная временная область: вектор значений аргумента  $t$ , который должен состоять из двух действительных чисел (представляющих левую и правую границу расчетного интервала по времени);

- `xpts` — количество пространственных точек дискретизации (может не указываться явно, в таком случае будет подобрано программой автоматически);
- `tpts` — количество временных слоев, т. е. интервалов дискретизации по времени (также может не указываться пользователем явно).

В качестве первого примера использования функции `pdesolve` (листинг 8.12) используем линейное одномерное уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + \phi(x, t, u)$$

### Листинг 8.12. Решение одномерного уравнения теплопроводности

```
D := 0.1
L := 1          T := 10
Given
u_t(x, t) = D · u_xx(x, t)
u(x, 0) = Φ(x - 0.45) - Φ(x - 0.55)
u(0, t) = 0          u(L, t) = 0
u := Pdesolve [ u, x, ( 0
                  L ), t, ( 0
                          T ), 100, 10 ]
```

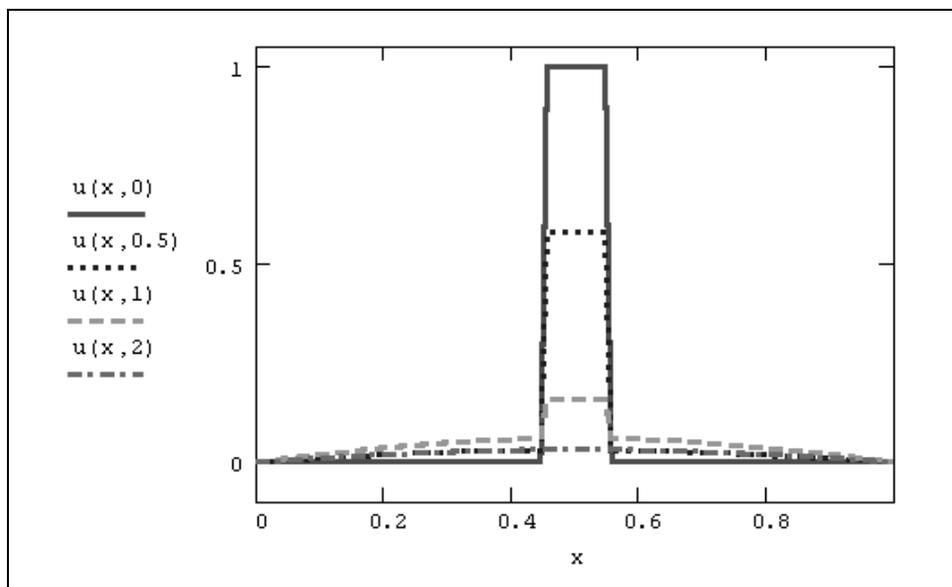
#### Примечание

Заметим, что использование встроенной функции `pdesolve` связано с довольно громоздкими вычислениями, которые могут отнимать существенное время.

Для корректного использования функции `pdesolve`, предварительно, после ключевого слова `Given`, следует записать само уравнение и граничные условия при помощи логических операторов (для их ввода в Mathcad существует специальная панель). Обратите внимание, что уравнение должно содержать имя неизвестной функции  $u(x, t)$  вместе с именами аргументов (а не так, как она записывается в пределах встроенной функции `pdesolve`). Для идентификации частных производных в пределах вычислительного блока следует использовать нижние индексы, например,  $u_{xx}(x, t)$  для обозначения второй производной функции  $u$  по пространственной координате  $x$ .

Как видно из рис. 8.9, на котором изображены результаты расчетов по листингу 8.12., встроенная функция с успехом справляется с уравнением диффу-

зии. Начальное распределение температуры вдоль расчетной области и решение для нескольких моментов времени показаны на рис. 8.9 сплошной, пунктирной и штриховой линиями соответственно.



**Рис. 8.9.** Решение уравнения диффузии тепла при помощи встроенной функции `pdesolve` (листинг 8.12)

### Примечание

Как вы можете заметить, выбирать величину шага по пространственной и временной переменным может как сам алгоритм, так и пользователь (неявным образом через число узлов сетки). Читателю предлагается повторить вычисления листинга 12.1 для различных комбинаций параметров (главным образом, числа узлов сетки), чтобы проверить, в каких случаях алгоритм встроенной функции справляется с задачей, выдавая верное решение, а в каких дает сбой, обусловленный, чаще всего, потерей *устойчивости* разностной схемы при определенных соотношениях параметров. Проблема устойчивости является краеугольным камнем алгоритмов решения уравнений в частных производных, и к ней следует относиться со всем вниманием. Дополнительную информацию читатель может отыскать в любых учебниках по численным методам, а также в моих книгах "Mathcad 12 в подлиннике" (издательство "БХВ-Петербург") "Computational Science — по-русски" (издательство "Полибук Мультимедиа") и моем же мультимедийном обучающем курсе по вычислительной математике, вышедшем на компакт-диске в издательстве "Новый Диск" (см. Введение).

### 8.3.2. Встроенная функция *numol*

Помимо функции `pdesolve`, для решения параболических и гиперболических уравнений можно использовать еще одну встроенную функцию — `numol`. Функция `numol` имеет еще большее число аргументов и позволяет управлять дополнительными параметрами численного метода сеток. Однако пользоваться ею намного сложнее, чем функцией `pdesolve`.

□ `numol(xrange, xpts, trange, tpts, Npde, Nae, rhs, init, bc)` — возвращает матрицу решения дифференциального уравнения в частных производных, представляющую искомую сеточную функцию в каждой точке по пространственной (по строкам) и временной координате (по столбцам). Если решается не одно уравнение, а система, то результатом является составная матрица, образованная путем слияния (слева направо) матриц со значениями каждой искомой сеточной функции,

где:

- `Npde` — общее количество дифференциальных уравнений в частных производных в системе;
- `Nae` — общее количество дополнительных алгебраических уравнений, которые также могут входить в систему;
- `rhs` — векторная функция, определяющая систему дифференциальных и алгебраических уравнений (формат этого и двух следующих матричных параметров объяснен в листинге 8.13);
- `init` — векторная функция, определяющая начальные условия для каждой неизвестной функции;
- `bc` — функциональная матрица граничных условий;
- `xrange` — пространственный интервал, т. е. вектор значений аргумента  $x$  для граничных условий. Этот вектор должен состоять из двух действительных чисел (представляющих левую и правую границу расчетного интервала);
- `xpts` — количество пространственных точек дискретизации (может не указываться явно, в таком случае будет подобрано программой автоматически);
- `trange` — расчетная временная область: вектор значений аргумента  $t$ , который должен состоять из двух действительных чисел (представляющих левую и правую границу расчетного интервала по времени);
- `tpts` — количество временных слоев, т. е. интервалов дискретизации по времени (также может не указываться пользователем явно).

## Пример решения волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$$

при помощи функции `numol` приведен в листинге 8.13, особое внимание в котором призываем уделить формату представления векторов `rhs`, `init` и `bc`, а также принципу извлечения отдельных сеточных решений из матрицы-результата. Полученное решение имеет те же свойства, что и решение при использовании вычислительного блока, однако важным отличием является его векторная (а не функциональная) форма.

**Листинг 8.13. Решение волнового уравнения при помощи функции `numol`**

```

c := 1

L := 2 * pi           Nx := 20
T := 10              Nt := 15
num_pde := 2         num_pae := 0

rhs(x, t, u, ux, uxx) := (
  u1
  c^2 * uxx_0
)

init(x) := (
  sin(pi * x / L)
  0
)

bc_func(t) := (
  init(0)_0  init(L)_0  "D"
  "NA"      "NA"      "D"
)

sol := numol(
  (
    0
    L
  ), Nx, (
    0
    T
  ), Nt, num_pde, num_pae, rhs, init, bc_func
)

rows(sol) = 20           Nx = 20
cols(sol) = 30           Nt * 2 = 30
SOL := submatrix(sol, 0, Nt - 1, 0, Nx - 1)

```

Применение функции `numol` оправдано, когда необходимо включить решение уравнений в частных производных в более сложные вычисления в качестве подпрограммы, организовать серию расчетов с меняющимся параметром, подготовить анимацию графиков решения и т. п.

### 8.3.3. Встроенные функции *relax* и *multigrid*

Решение эллиптических уравнений в частных производных реализовано только для единственного типа задач — *двумерного уравнения Пуассона*. Это уравнение содержит вторые производные функции  $u(x, y)$  по двум пространственным переменным:

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = -f(x, y).$$

Корректная постановка краевой задачи для уравнения Пуассона требует задания граничных условий. В Mathcad решение ищется на плоской квадратной области, состоящей из  $(M+1) \times (M+1)$  точек. Поэтому граничные условия должны быть определены пользователем для всех четырех сторон упомянутого квадрата. Самый простой вариант — это нулевые граничные условия, т. е. постоянная температура по всему периметру расчетной области. В таком случае можно использовать встроенную функцию *multigrid*.

□ *multigrid*( $F, ncycle$ ) — матрица решения уравнения Пуассона размером  $(M+1) \times (M+1)$  на квадратной области с нулевыми граничными условиями, где:

- $F$  — матрица размером  $(M+1) \times (M+1)$ , задающая правую часть уравнения Пуассона;
- *ncycle* — параметр численного алгоритма (количество циклов в пределах каждой итерации).

#### **Внимание!**

Сторона квадрата расчетной области должна включать точно  $M=2^n$  шагов, т. е.  $2^n+1$  узлов, где  $n$  — целое число.

Параметр численного метода *ncycle* в большинстве случаев достаточно взять равным 2. Листинг 8.14 содержит пример использования функции *multigrid* для расчета краевой задачи на области  $33 \times 33$  точки и точечным источником тепла в месте, задаваемом координатами  $(15, 20)$  внутри этой области.

#### Листинг 8.14. Решение уравнения Пуассона с нулевыми граничными условиями

```
M := 32
FM, M := 0
F15, 20 := 104
G := multigrid (-F, 2)
```

В первой строке листинга задается значение  $M=32$ , в двух следующих строках создается матрица правой части уравнения Пуассона, состоящая из всех нулевых элементов, за исключением одного, задающего расположение источника. В последней строке матрице  $G$  присваивается результат действия функции `multigrid`. Обратите внимание, первый ее аргумент сопровождается знаком "минус", что соответствует записи правой части уравнения Пуассона. Графики решения показаны на рис. 8.10 и 8.11 в виде трехмерной поверхности и линий уровня соответственно.

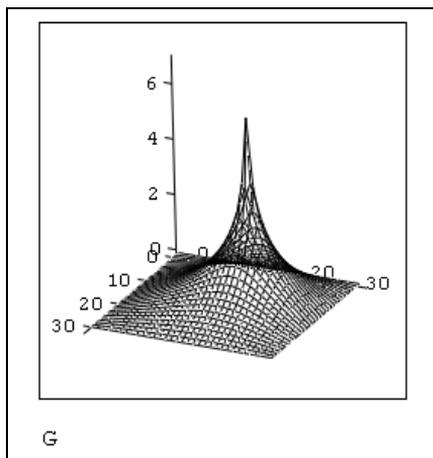


Рис. 8.10. График поверхности решения уравнения Пуассона (листинг 8.14)

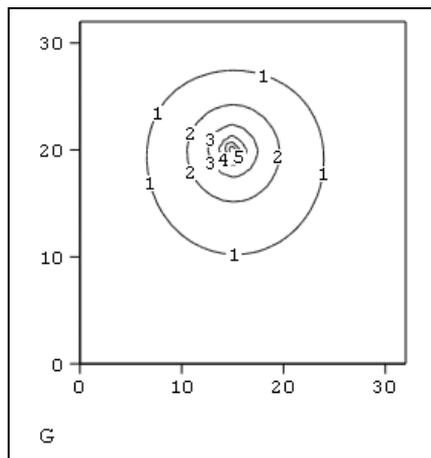


Рис. 8.11. График линий уровня решения уравнения Пуассона (листинг 8.14)

В более сложных случаях, например, для решения краевой задачи с ненулевыми условиями на границах, следует использовать другую встроенную функцию — `relax`.

□ `relax(a,b,c,d,e,F,v,rjac)` — матрица решения дифференциального уравнения в частных производных на квадратной области, полученного с помощью алгоритма релаксации для метода сеток, где:

- $a, b, c, d, e$  — квадратные матрицы коэффициентов разностной схемы, аппроксимирующей дифференциальное уравнение;
- $F$  — квадратная матрица, задающая правую часть дифференциального уравнения;
- $v$  — квадратная матрица граничных условий и начального приближения к решению;

- `rjac` — параметр численного алгоритма (спектральный радиус итераций Якоби).

Параметр численного алгоритма характеризует скорость сходимости итераций. Он должен быть числом от 0 до 1. В матрице граничных условий  $v$  необходимо задать только граничные элементы, исходя из значения краевых условий по периметру расчетной области. Прочие (внутренние) элементы этой матрицы служат для задания начального приближения к решению. Суть алгоритма релаксации сводится к тому, что в ходе итераций происходит проверка уравнений и соответствующая коррекция значений искомой функции в каждой точке. Если начальное приближение выбрано удачно, то можно надеяться, что алгоритм сойдется ("срелаксирует") к правильному решению.

### **Внимание!**

Все матрицы, задающие как коэффициенты разностной схемы  $a, b, c, d, e$ , граничные условия  $v$ , так и само решение  $F$ , должны иметь одинаковый размер  $(M+1) \times (M+1)$ , соответствующий размеру расчетной области. При этом целое число  $M$  обязательно должно быть степенью двойки:  $M=2^n$ .

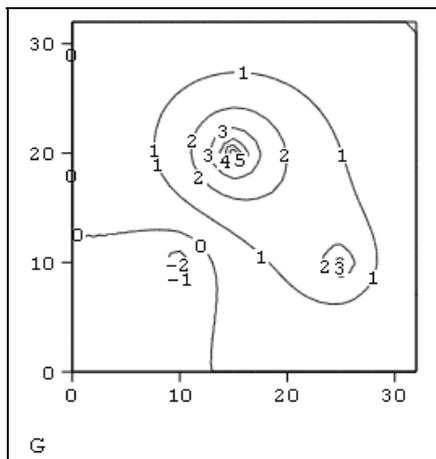
Решение уравнения Пуассона с тремя источниками разной интенсивности при помощи функции `relax` приведено в листинге 8.15.

#### **Листинг 8.15. Решение уравнения Пуассона с помощью функции `relax`**

```
M := 32
FM, M := 0
F15, 20 := 10   F25, 10 := 5   F10, 10 := -5
i := 0 .. M      k := 0 .. M
ai, k := 1
b := a
c := a
d := a
e := -4 · a
vi, k := 0
G := relax ( a, b, c, d, e, -F, v, .95 )
```

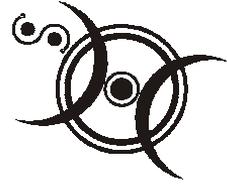
Первые три строки имеют тот же смысл, что и в предыдущем листинге. Только вместо одного источника тепла взято их другое распределение — один сильный источник, один более слабый и один сток тепла. В следующих

шести строках задаются коэффициенты разностной схемы. Ограничимся здесь утверждением, что для решения уравнения Пуассона коэффициенты должны быть взяты именно такими, как показано в листинге 8.15 (обсуждение их можно найти в моей книге "Mathcad 13 в подлиннике" издательства "БХВ-Петербург"). В предпоследней строке задана матрица нулевых граничных условий и нулевых начальных приближений, а в последней матрице  $G$  присваивается результат действия функции `relax`. График полученного решения в виде линий уровня показан на рис. 8.12.



**Рис. 8.12.** Решение уравнения Пуассона с помощью функции `relax` (листинг 8.15)

# Глава 9



## Линейная алгебра

Матричные вычисления можно условно разделить на несколько типов. Первый тип — это простейшие действия, которые реализованы операторами (см. разд. 9.1) и несколькими функциями, предназначенными для создания, объединения, сортировки, получения основных свойств матриц и т. п. (см. разд. 9.2). Второй тип — это более сложные функции, которые реализуют алгоритмы вычислительной линейной алгебры, такие как решение систем линейных уравнений (см. разд. 9.3), вычисление собственных векторов и собственных значений (см. разд. 9.4), различные матричные разложения (см. разд. 9.5).

### 9.1. Простейшие операции с матрицами

Простейшие операции матричной алгебры реализованы в Mathcad в виде операторов. Написание операторов по смыслу максимально приближено к их математическому действию. Каждый оператор выражается соответствующим символом. Рассмотрим матричные и векторные операции Mathcad. Векторы являются частным случаем матриц размером  $N \times 1$ , поэтому для них справедливы все те операции, что и для матриц, если ограничения особо не оговорены (например, некоторые операции применимы только к квадратным матрицам  $N \times N$ ). Какие-то действия допустимы лишь для векторов (например, скалярное произведение), а какие-то, несмотря на одинаковое написание, по-разному действуют на векторы и матрицы.

#### **Внимание!**

Непосредственное проведение векторных операций над строками, т. е. матрицами  $1 \times N$ , невозможно; для того, чтобы превратить строку в вектор, ее нужно предварительно транспонировать.

### 9.1.1. Транспонирование

*Транспонированием* называют операцию, переводящую матрицу размером  $M \times N$  в матрицу размером  $N \times M$ , делая столбцы исходной матрицы строками, а строки — столбцами. Пример приведен в листинге 9.1. Ввод символа транспонирования (transpose) осуществляется с помощью панели инструментов **Matrix** (Матрица) (см. рис. 1.8, з) или нажатием комбинации клавиш <Ctrl>+<1>. Не забывайте, что для вставки символа транспонирования матрица должна находиться между линиями ввода. Напоминание о линиях ввода по отношению к матрицам приведено в *разд. 9.1.4*.

#### Листинг 9.1. Транспонирование векторов и матриц

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}^T = ( 1 \quad 2 \quad 3 )$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

### 9.1.2. Сложение

В Mathcad можно как складывать матрицы, так и вычитать их друг из друга. Для этих операций применяются символы "+" или "-" соответственно. Матрицы должны иметь одинаковый размер, иначе будет выдано сообщение об ошибке. Каждый элемент суммы двух матриц равен сумме соответствующих элементов матриц-слагаемых (листинг 9.2).

#### Листинг 9.2. Сложение и вычитание матриц

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 5 & 8 & 10 \end{pmatrix}$$

Кроме сложения матриц Mathcad поддерживает операцию сложения матрицы со скаляром (листинг 9.3). Каждый элемент результирующей матрицы равен сумме соответствующего элемента исходной матрицы и скалярной величины.

### Листинг 9.3. Сложение матрицы со скаляром

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$x := 1$$

$$A + x = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$A - x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Результат смены знака матрицы эквивалентен смене знака всех ее элементов. Для того чтобы изменить знак матрицы, достаточно ввести перед ней знак минуса, как перед обычным числом (листинг 9.4).

### Листинг 9.4. Смена знака матрицы

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$-A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -4 & -5 & -6 \end{pmatrix}$$

## 9.1.3. Умножение

При умножении следует помнить, что матрицу размером  $M \times N$  допустимо умножать только на матрицу размером  $N \times P$  ( $P$  может быть любым). В результате получается матрица размером  $M \times P$ .

Чтобы ввести символ умножения, нужно нажать клавишу  $\langle * \rangle$  или воспользоваться панелью инструментов **Matrix** (Матрица), нажав на ней кнопку **Dot Product** (Умножение). Умножение матриц обозначается по умолчанию точкой, как показано в листинге 9.5. Символ умножения матриц можно выбирать точно так же, как и в скалярных выражениях (см. разд. 2.2.6).

### Листинг 9.5. Умножение матриц

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \blacksquare$$

$$C := B^T$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -3 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & -19 \\ 4 & -43 \end{pmatrix}$$

Обратите внимание, что попытка перемножить матрицы  $A$  и  $B$  несоответствующего (одинакового  $2 \times 3$ ) размера оказалась безрезультатной: после введенного знака равенства находится пустой местозаполнитель, а само выражение в редакторе Mathcad выделяется красным цветом. При установке курсора на это выражение появляется сообщение о несовпадении числа строк первой матрицы с числом столбцов второй матрицы.

Еще один пример, относящийся к умножению вектора на матрицу-строку и, наоборот, строки на вектор, приведен в листинге 9.6. Во второй строке этого листинга показано, как выглядит формула при выборе отображения оператора умножения **No Space** (Вместе).

#### Листинг 9.6. Умножение вектора и строки

$$(3 \quad 4) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = (11)$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} (3 \quad 4) = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$$

#### **Внимание!**

Тот же самый оператор умножения действует на два вектора по-другому (см. разд. 9.1.6).

Аналогично сложению матриц со скаляром определяется умножение и деление матрицы на скалярную величину (листинг 9.7). Символ умножения вводится так же, как и в случае умножения двух матриц. На скаляр можно умножать любую матрицу  $M \times N$ .

## Листинг 9.7. Умножение матрицы на скаляр

$$A \cdot 2 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\frac{A}{2} = \begin{pmatrix} 0.5 & 1 & 1.5 \\ 2 & 2.5 & 3 \end{pmatrix}$$

### 9.1.4. Определитель квадратной матрицы

*Определитель* (Determinant) матрицы обозначается стандартным математическим символом. Чтобы ввести оператор нахождения определителя матрицы, можно нажать кнопку **Determinant** (Определитель) на панели инструментов **Matrix** (Матрица) (рис. 9.1) или набрать на клавиатуре  $\langle \rangle$  (нажав комбинацию клавиш  $\langle \text{Shift} \rangle + \langle \rangle$ ). В результате любого из этих действий появляется местозаполнитель, в который следует поместить матрицу. Чтобы вычислить определитель уже введенной матрицы (именно этот случай показан на рис. 9.1), нужно:

1. Переместить курсор в документе таким образом, чтобы поместить матрицу между линиями ввода (напоминаем, что линии ввода — это вертикальный и горизонтальный отрезки синего цвета, образующие уголок, указывающий на текущую область редактирования).
2. Ввести оператор нахождения определителя матрицы.
3. Ввести знак равенства, чтобы вычислить определитель.

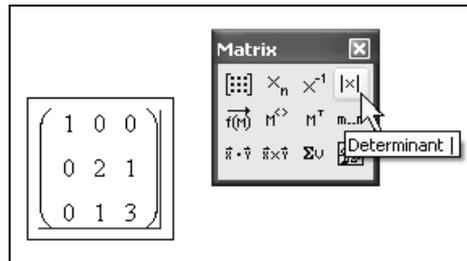


Рис. 9.1. Ввод символа определителя матрицы

Результат вычисления определителя приведен в листинге 9.8.

**Листинг 9.8. Поиск определителя квадратной матрицы**

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 5$$

### 9.1.5. Модуль вектора

По определению *модуль вектора* (vector magnitude) равен квадратному корню из суммы квадратов его элементов (листинг 9.9). Он обозначается тем же символом, что и определитель матрицы.

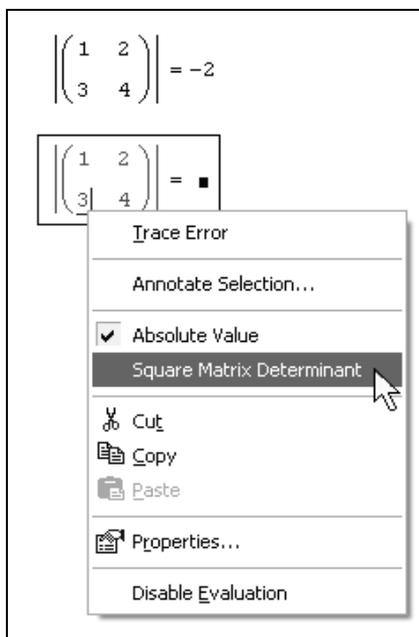


Рис. 9.2. Подтверждение ввода символа длины вектора или определителя матрицы

#### 12 **Внимание!**

Чтобы избежать путаницы в вычислениях, следует вводить оператор вычисления модуля вектора с панели **Calculator** (Калькулятор), а определителя матри-

цы — с панели **Matrix** (Матрица). При ошибочном вводе оператора будет выведено сообщение об ошибке, а результат появится только после того, как пользователь вызовет контекстное меню и подтвердит в нем желаемый тип оператора (рис. 9.2).

### Листинг 9.9. Поиск модуля вектора

$$\left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\| = 3.742$$

## 9.1.6. Скалярное произведение векторов

*Скалярное произведение векторов* (vector inner product) определяется как скаляр, равный сумме попарных произведений соответствующих элементов. Векторы должны иметь одинаковый размер. Скалярное произведение двух векторов  $u$  и  $v$  равно  $u \cdot v = |u| \cdot |v| \cdot \cos\theta$ , где  $\theta$  — угол между векторами. Если векторы ортогональны, их скалярное произведение равно нулю. Обозначается скалярное произведение тем же символом умножения (листинг 9.10). Для обозначения скалярного произведения пользователь также может выбирать представление оператора умножения.

### Совет

Никогда не применяйте для обозначения скалярного произведения символ  $\times$ , который является общеупотребительным символом векторного произведения (см. разд. 9.1.7).

### Листинг 9.10. Скалярное произведение векторов

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = 32$$

### Внимание!

С осторожностью перемножайте несколько (более двух) векторов. По-разному расставленные скобки полностью изменяют результат умножения. Примеры такого умножения см. в листинге 9.11.

## Листинг 9.11. Скалярное произведение векторов, умноженное на третий вектор

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 224 \\ 256 \\ 288 \end{pmatrix}$$

$$\left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 224 \\ 256 \\ 288 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \left[ \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 122 \\ 244 \\ 366 \end{pmatrix}$$

### 9.1.7. Векторное произведение

*Векторное произведение* (cross product) двух векторов  $u$  и  $v$  с углом  $\theta$  между ними равно вектору с модулем  $|u| \cdot |v| \cdot \sin\theta$ , направленным перпендикулярно плоскости векторов  $u$  и  $v$ . Обозначают векторное произведение символом  $\times$ , который можно ввести нажатием кнопки **Cross Product** (Векторное произведение) на панели **Matrix** (Матрица) или сочетанием клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle 8 \rangle$ . Пример приведен в листинге 9.12.

## Листинг 9.12. Векторное произведение

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

### 9.1.8. Сумма элементов вектора и след матрицы

Иногда бывает нужно вычислить сумму всех элементов вектора. Для этого существует вспомогательный оператор (листинг 9.13, первая строка), задаваемый кнопкой **Vector Sum** (Сумма вектора) на панели **Matrix** (Матрица) или сочетанием клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle 4 \rangle$ . Этот оператор чаще оказывается полезным не в векторной алгебре, а при организации циклов с индексированными переменными.

В том же листинге 9.13 (снизу) показано применение операции суммирования диагональных элементов квадратной матрицы. Эту сумму называют *следом* (trace) матрицы. Данная операция организована в виде встроенной функции `tr`:

□ `tr(A)` — след квадратной матрицы  $A$ .

### Листинг 9.13. Суммирование элементов вектора и диагонали матрицы

$$\sum \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 6$$

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{tr}(A) = 5$$

## 9.1.9. Обращение квадратной матрицы

Поиск *обратной матрицы* возможен, если матрица квадратная, и ее определитель не равен нулю (листинг 9.14). Произведение исходной матрицы на обратную по определению является единичной матрицей. Для ввода оператора поиска обратной матрицы нажмите кнопку **Inverse** (Обратная матрица) на панели инструментов **Matrix** (Матрица).

### Листинг 9.14. Поиск обратной матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.333 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.333 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.999 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.333 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.999 \end{pmatrix}$$

## 9.1.10. Возведение матрицы в степень

К квадратным матрицам можно формально применять операцию возведения в степень  $n$ . Для этого  $n$  должно быть целым числом. Результат данной операции приведен в табл. 9.1. Ввести оператор возведения матрицы  $M$  в степень  $n$  можно точно так же, как и для скалярной величины: нажав кнопку **Raise to Power** (Возвести в степень) на панели **Calculator** (Калькулятор) или клавишу  $\langle \wedge \rangle$ . После появления местозаполнителя в него следует ввести значение степени  $n$ .

**Таблица 9.1. Результаты возведения матрицы в степень**

$n$	$M^n$
0	Единичная матрица размером матрицы $M$
1	Сама матрица $M$
-1	$M^{-1}$ — матрица, обратная $M$
2, 3, ...	$M \cdot M$ , $(M \cdot M) \cdot M$ , ...
-2, -3, ...	$M^{-1} \cdot M^{-1}$ , $(M^{-1} \cdot M^{-1}) \cdot M^{-1}$ , ...

Некоторые примеры возведения матриц в степень приведены в листинге 9.15.

#### Листинг 9.15. Примеры возведения квадратной матрицы в целую степень

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.333 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3.003 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}^{-2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0.111 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

### 9.1.11. Векторизация

Векторная алгебра Mathcad включает несколько необычный оператор, который называется *оператором векторизации* (vectorize operator). Этот оператор предназначен, как правило, для работы с массивами. Он позволяет провести однотипную операцию над всеми элементами массива (т. е. матрицы или вектора), упрощая тем самым программирование циклов. Например, иногда требуется умножить каждый элемент одного вектора на соответствующий элемент другого вектора. Непосредственно такой операции в Mathcad нет, но ее легко осуществить с помощью векторизации (листинг 9.16). Для этого:

1. Введите векторное выражение, как показано во второй строчке листинга 9.16 (обратите внимание, что в таком виде символ умножения обозначает оператор скалярного произведения векторов).

2. Переместите курсор таким образом, чтобы линии ввода выделяли все выражение, которое требуется подвергнуть векторизации (рис. 9.3).
3. Введите оператор векторизации, нажав кнопку **Vectorize** (Векторизация) на панели **Matrix** (Матрица) (рис. 9.3), или сочетанием клавиш <Ctrl>+<->.
4. Нажмите клавишу <=>, чтобы получить результат.

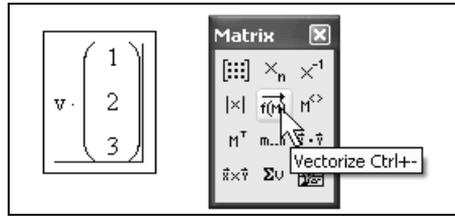


Рис. 9.3. Оператор векторизации

**Листинг 9.16. Использование векторизации для перемножения элементов вектора**

$$v := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$v \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 14$$

$$\left[ v \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Оператор векторизации можно использовать только с векторами и матрицами одинакового размера.

Большинство неспецифических функций Mathcad не требуют векторизации для проведения одной и той же операции над всеми элементами вектора. Например, аргументом тригонометрических функций по определению является скаляр. Если попытаться вычислить синус векторной величины, Mathcad осуществит векторизацию по умолчанию, вычислив синус каждого элемента

и выдав в качестве результата соответствующий вектор. Пример показан в листинге 9.17.

**Листинг 9.17. Векторизация необязательна для большинства функций Mathcad**

$$\sin(v) = \begin{pmatrix} 0.841 \\ 0.909 \\ 0.141 \end{pmatrix} \quad \sin(\vec{v}) = \begin{pmatrix} 0.841 \\ 0.909 \\ 0.141 \end{pmatrix}$$

## 9.1.12. Символьные преобразования

Все матричные и векторные операторы, о которых шла речь выше, допустимо использовать в символьных вычислениях. Мощь символьных операций заключается в возможности проводить их не только над конкретными числами, но и над переменными. Несколько примеров приведены в листинге 9.18.

**Листинг 9.18. Примеры символьных операций над векторами и матрицами**

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ f & g \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} o & p & q \\ r & s & t \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a \cdot o + b \cdot r & a \cdot p + b \cdot s & a \cdot q + b \cdot t \\ c \cdot o + d \cdot r & c \cdot p + d \cdot s & c \cdot q + d \cdot t \\ f \cdot o + g \cdot r & f \cdot p + g \cdot s & f \cdot q + g \cdot t \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{d}{(a \cdot d - b \cdot c)} & \frac{-b}{(a \cdot d - b \cdot c)} \\ \frac{-c}{(a \cdot d - b \cdot c)} & \frac{a}{(a \cdot d - b \cdot c)} \end{bmatrix} \left| \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 1 & c \end{pmatrix} \right| \rightarrow a \cdot (b \cdot c - 1)$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} r \\ s \\ t \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} b \cdot t - c \cdot s \\ c \cdot r - a \cdot t \\ a \cdot s - b \cdot r \end{pmatrix}$$

$$\sum \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \rightarrow a + b + c$$

### Совет

Смело используйте символьный процессор в качестве мощного математического справочника. Например, когда вы хотите вспомнить какое-либо определение из области линейной алгебры (так, правила перемножения и обращения матриц показаны в первых строках листинга 9.18).

## 9.2. Матричные функции

Перечислим основные встроенные функции, предназначенные для облегчения работы с векторами и матрицами. Они нужны для создания матриц, слияния и выделения части матриц, получения основных свойств матриц и т. п.

### 9.2.1. Генераторы матриц

Самым наглядным способом создания матрицы или вектора является применение первой кнопки панели инструментов **Matrix** (Матрицы) (см. разд. 4.3). Однако в большинстве случаев, в частности, при программировании сложных проектов, удобнее бывает создавать массивы с помощью встроенных функций.

#### Создание матрицы на основе функции

□ `matrix(M,N,f)` — создание матрицы размера  $M \times N$ , каждый  $i, j$  элемент которой есть  $f(i, j)$  (листинг 9.19),

где:

- $M$  — количество строк;
- $N$  — количество столбцов;
- $f(i, j)$  — функция.

#### Листинг 9.19. Создание матрицы

```
f(i, j) := i + 0.5 · j
```

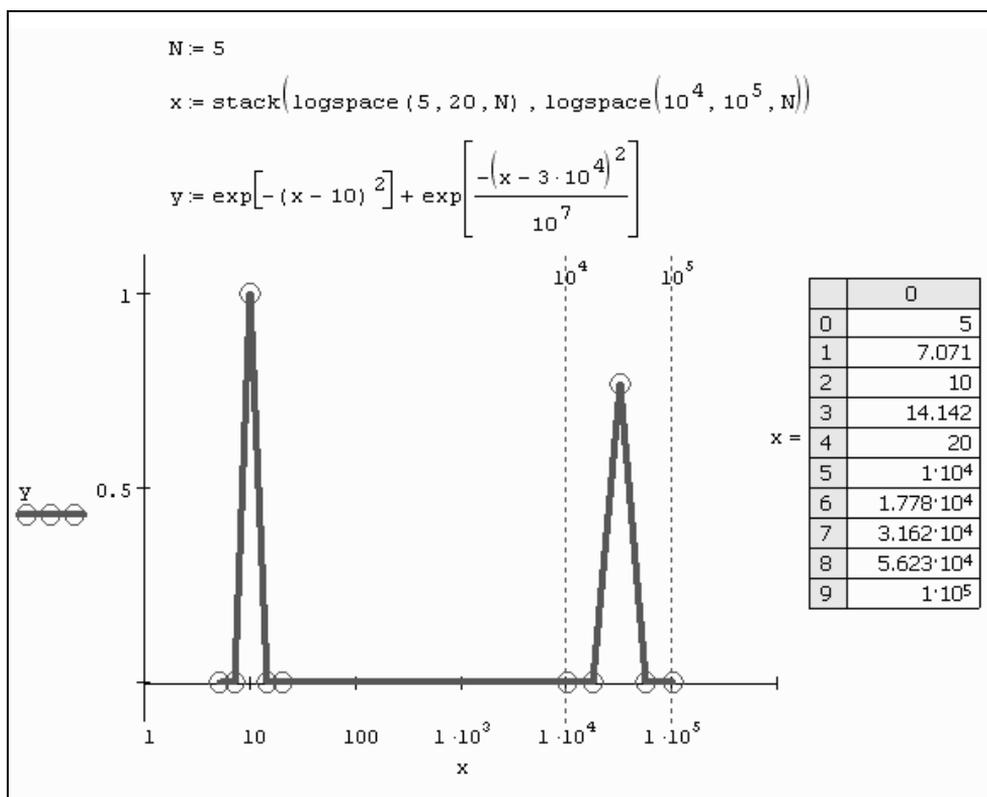
```
A := matrix(2, 3, f)
```

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 1 \\ 1 & 1.5 & 2 \end{pmatrix}$$

#### Подготовка векторов для логарифмических 2D-графиков

Начиная с Mathcad 12, для облегчения труда пользователя по подготовке графиков функций в логарифмическом масштабе добавлены встроенные функции `logspace` и `logpts`.

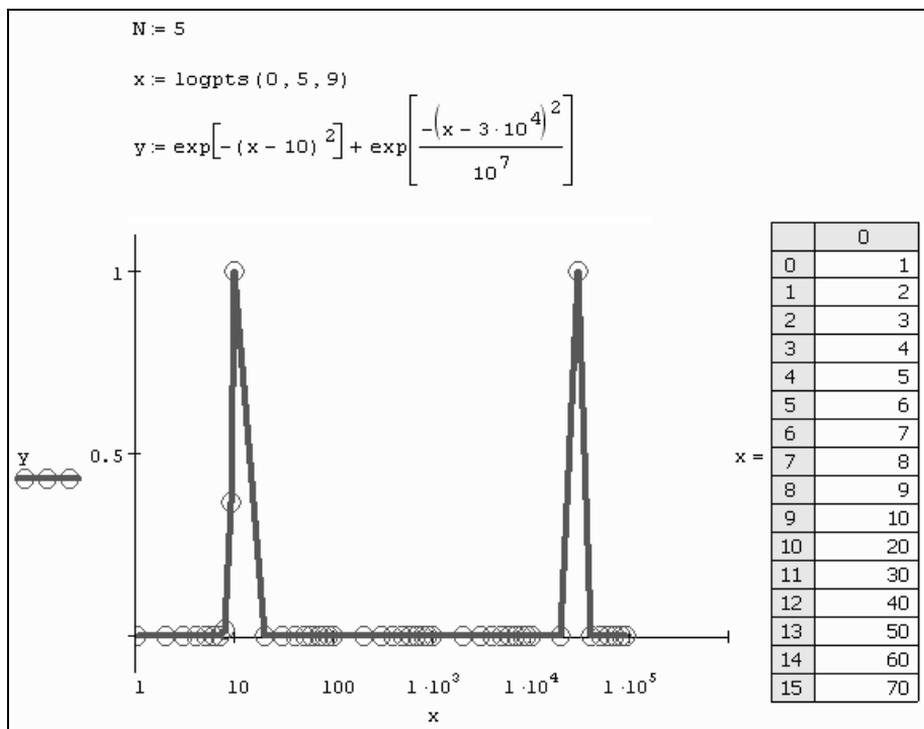
Функция `logspace` позволяет создать вектор из точек, отстоящих (в логарифмическом масштабе) друг от друга на равном расстоянии. Предполагается, что эти логарифмически равномерно расположенные точки будут использоваться в качестве аргумента для построения графиков в логарифмическом масштабе. Например, рассмотрим функцию  $f(x)$ , которая на одном промежутке  $x$  меняется быстро, а на другом — медленно. Для того чтобы "красиво" и информативно построить график подобной функции, раньше приходилось создавать вектор  $x$  вручную, а теперь благодаря функции `logspace` этот процесс легко автоматизировать (рис. 9.4). Вторая функция, `logpts`, предназначена для генерации вектора, состоящего из нескольких серий точек, расположенных линейно-равномерно в пределах каждой из серий (рис. 9.5).



**Рис. 9.4.** Функция `logspace` выдает вектор логарифмически равномерно расположенных точек

### Примечание

Для построения графиков в логарифмическом масштабе необходимо установить опцию **Log Scale** (Логарифмический масштаб) в диалоговом окне **Formatting Currently Selected X-Y Plot** (Форматирование выбранного графика).



**Рис. 9.5.** Функция `logpts` выдает вектор точек, расположенных равномерно по декадам

Приведем описание новых функций и их аргументов:

- `logspace(min, max, N)` — возвращает вектор из чисел, расположенных равномерно (в логарифмическом масштабе) на интервале  $(min, max)$ , где:
  - `min, max` — границы интервала;
  - `N` — количество генерируемых точек;
- `logpts(min, dec, N)` — возвращает вектор из чисел, расположенных линейно равномерно в пределах каждой логарифмической декады, т. е. на интервалах  $0.1-10$ ,  $10-100$  и т. д., начиная с  $10^{\min}$ , где:
  - `min` — показатель начальной границы интервала;

- `dec` — количество серий (декад);
- `N` — количество генерируемых точек в пределах каждой серии (декады).

## Подготовка матриц для 3D-графиков

Для создания матриц имеются две специфические функции, применяемые, в основном, для быстрого и эффектного представления каких-либо зависимостей в виде трехмерных графиков (типа поверхности или пространственной кривой). Все их аргументы, кроме первого (функции), необязательны. Рассмотрим сначала первую из функций.

□ `CreateSpace(F, t0, t1, tgrid, fmap)` или

`CreateSpace(f1, f2, f3, t0, t1, tgrid, fmap)` — создание вложенного массива, представляющего  $x$ -,  $y$ - и  $z$ -координаты параметрической пространственной кривой, заданной функцией  $F$ , где:

- $F(t)$  — векторная функция из трех элементов, заданная параметрически относительно единственного аргумента  $t$ ;
- $f1(t)$ ,  $f2(t)$ ,  $f3(t)$  — скалярные функции;
- $t0$  — нижний предел  $t$  (по умолчанию  $-5$ );
- $t1$  — верхний предел  $t$  (по умолчанию  $5$ );
- $tgrid$  — число точек сетки по переменной  $t$  (по умолчанию  $20$ );
- $fmap$  — векторная функция от трех аргументов, задающая преобразование координат.

### Примечание

О вложенных массивах читайте в разд. "Создание тензора" главы 4.

Пример использования функции `CreateSpace` показан на рис. 9.6. Заметьте, для построения графика спирали не потребовалось никакого дополнительного кода, кроме определения параметрической зависимости в вектор-функции  $F$ !

Функция создания матрицы для графика трехмерной поверхности устроена совершенно аналогично, за тем исключением, что для определения поверхности требуется не одна, а две переменных. Пример ее использования иллюстрирует рис. 9.7.

□ `CreateMesh(F, s0, s1, t0, t1, sgrid, tgrid, fmap)` или

`CreateMesh(g, s0, s1, t0, t1, sgrid, tgrid, fmap)` или

`CreateMesh(f1, f2, f3, s0, s1, t0, t1, sgrid, tgrid, fmap)` — создание вложенного массива, представляющего  $x$ -,  $y$ - и  $z$ -координаты параметрической поверхности, заданной функцией  $F$ , где:

- $F(s, t)$  — векторная функция из трех элементов, заданная параметрически относительно двух аргументов  $s$  и  $t$ ;
- $g(s, t)$  — скалярная функция;
- $f1(s, t), f2(s, t), f3(s, t)$  — скалярные функции;
- $s0, t0$  — нижние пределы аргументов  $s, t$  (по умолчанию  $-5$ );
- $s1, t1$  — верхние пределы аргументов  $s, t$  (по умолчанию  $5$ );
- $sgrid, tgrid$  — число точек сетки по переменным  $s$  и  $t$  (по умолчанию  $20$ );
- $fmap$  — векторная функция из трех элементов от трех аргументов, задающая преобразование координат.

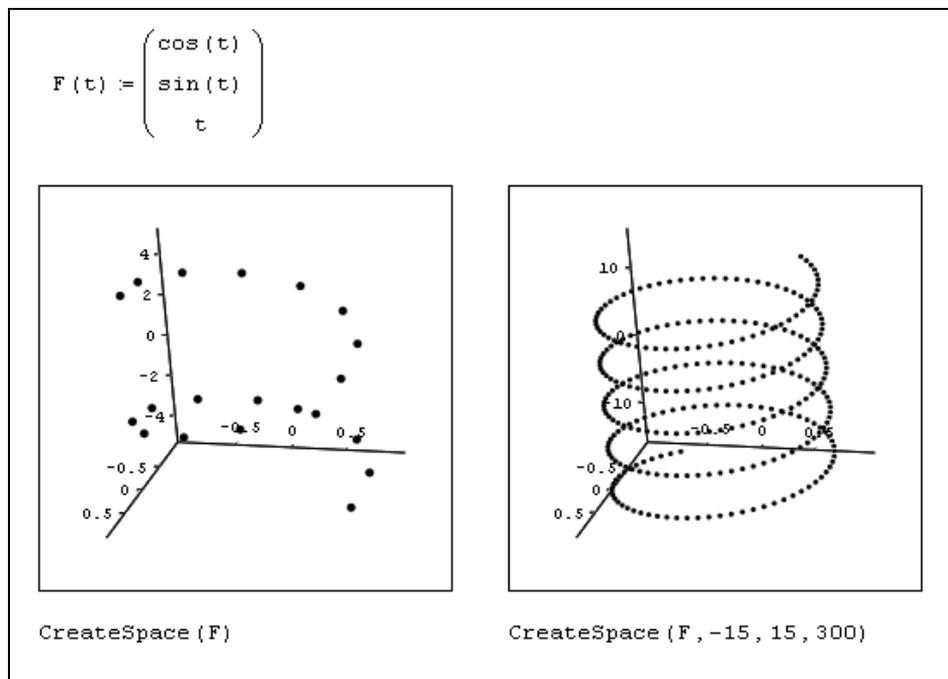
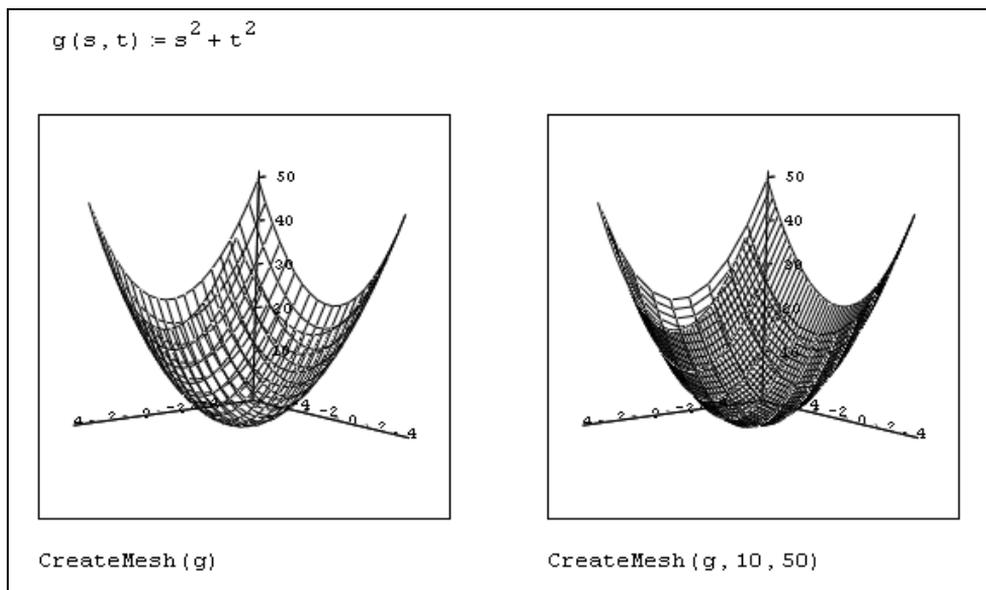


Рис. 9.6. Использование функции `CreateSpace` с разным набором параметров

Примеры вложенных массивов, которые создаются функциями `CreateMesh` и `CreateSpace`, приведены в листинге 9.20. Каждая матрица из числа трех вложенных матриц, образующих массив, определяет  $x$ -,  $y$ - и  $z$ -координаты точек поверхности или кривой соответственно.



**Рис. 9.7.** Использование функции `CreateMesh` с разным набором параметров

**Листинг 9.20.** Результат действия функций `CreateMesh` и `CreateSpace` (см. рис. 9.3—9.4)

$$\text{CreateMesh}(g, 2, 3) = \left[ \left[ \begin{array}{ccc} (-5 & -5 & -5) \\ (5 & 5 & 5) \\ (-5 & 0 & 5) \\ (-5 & 0 & 5) \\ (50 & 25 & 50) \\ (50 & 25 & 50) \end{array} \right] \right]$$

$$\text{CreateSpace}(F, 3) = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0.284 \\ 1 \\ 0.284 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0.959 \\ 0 \\ -0.959 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

## Генерация матриц специального вида

В Mathcad легко создать матрицы определенного вида с помощью одной из встроенных функций. Примеры использования этих функций приведены в листинге 9.21.

- `identity(N)` — единичная матрица размера  $N \times N$ ;
- `diag(v)` — диагональная матрица, на диагонали которой находятся элементы вектора  $v$ ;
- `geninv(A)` — создание матрицы, обратной (слева) матрице  $A$ ;
- `rref(A)` — преобразование матрицы или вектора  $A$  в ступенчатый вид,

где:

- $N$  — целое число;
- $v$  — вектор;
- $A$  — матрица из действительных чисел.

### Примечание

Размер  $N \times M$  матрицы  $A$  для функции `geninv` должен быть таким, чтобы  $N \geq M$ .

### Листинг 9.21. Создание матриц специального вида

$$\text{identity}(2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{diag} \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\text{geninv}(A) = \begin{pmatrix} -1.333 & -0.333 & 0.667 \\ 1.083 & 0.333 & -0.417 \end{pmatrix} \quad \text{geninv}(A) \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{rref}(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{rref} \left( \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

## 9.2.2. Слияние и разбиение матриц

Из матрицы или вектора можно выделить либо подматрицу, либо вектор-столбец, либо отдельный элемент. И обратно, можно "склеить" несколько матриц в одну.

### Выделение части матрицы

Часть матрицы выделяется одним из следующих способов:

- для выделения одного элемента предназначен оператор нижнего индекса (*подробнее об этом операторе рассказано в разд. 4.3.1*). Оператор вводится нажатием кнопки **Subscript** (Нижний индекс) со значком  $x_n$  на панели **Matrix** (Матрица) либо нажатием клавиши <[> (листинг 9.22, вторая строка сверху);
- для выделения из матрицы столбца примените оператор выделения столбца нажатием кнопки **Matrix Column** (Столбец матрицы) с изображением угловых скобок <> на панели **Matrix** (Матрица), либо сочетанием клавиш <Ctrl>+<6> (листинг 9.22). Этот оператор называют еще, по аналогии с предыдущим, оператором *верхнего индекса*;
- чтобы выделить из матрицы строку, примените тот же оператор <> к транспонированной матрице (листинг 9.22, снизу);

□ для выделения подматрицы используйте встроенную функцию `submatrix(A, ir, jr, ic, jc)`, возвращающую часть матрицы  $A$ , находящуюся между строками  $ir$ ,  $jr$  и столбцами  $ic$ ,  $jc$  включительно (листинг 9.23).

### Примечание

Выделить из матрицы один столбец или строку можно и с помощью функции `submatrix`.

#### Листинг 9.22. Доступ к отдельным элементам, столбцам и строкам матрицы

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$A_{0,1} = 2$$

$$A_{1,1} = 5$$

$$A^{(2)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$A^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$A^{(1)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$(A^T)^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$(A^T)^{(0)T} = (1 \ 2 \ 3)$$

#### Листинг 9.23. Выделение подматрицы

$$\text{submatrix} \left[ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, 0, 1, 0, 1 \right] = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{submatrix} \left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & -4 \end{pmatrix}, 0, 0, 0, 1 \right] = (1 \ 0)$$

Те же операции применимы к матрицам-векторам и матрицам-строкам. Следует помнить только, что размер их составляет  $N \times 1$  и  $1 \times N$  соответственно (листинг 9.24).

#### Листинг 9.24. Выделение частей из векторов и строк

$$(1 \ 2 \ 3)^{(0)} = (1) \quad \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}^T \right)^{(1)} = (2)$$

$$\text{submatrix} \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, 0, 1, 0, 0 \right] = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

## Слияние матриц

Для того чтобы составить из двух или более матриц одну, в Mathcad предусмотрены две матричные функции (листинг 9.25):

- `augment(A, B, C, ...)` — матрица, сформированная слиянием матриц-аргументов слева направо;
- `stack(A, B, C, ...)` — матрица, сформированная слиянием матриц-аргументов сверху вниз,

где:

- $A, B, C, \dots$  — векторы или матрицы соответствующего размера.

### Листинг 9.25. Примеры слияния матриц

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{stack}(A, B) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{augment}(A, B) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{augment} \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, A, B, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

## 9.2.3. Размер матрицы

Для получения сведений о характеристиках матриц или векторов предусмотрены следующие встроенные функции (листинг 9.26):

- `rows(A)` — число строк;
- `cols(A)` — число столбцов;

- `length(v)` — число элементов вектора;
- `last(v)` — индекс последнего элемента вектора,

где:

- $A$  — матрица или вектор;
- $v$  — вектор.

### Примечание

Число элементов вектора и индекс его последнего элемента совпадают, если индексы нумеруются с 1, т. е. системная константа `ORIGIN` равна 1 (см. главу 4).

#### Листинг 9.26. Размер матриц и векторов

```
w := ( 1  2  3 )
```

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$v := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

```
rows(A) = 3
```

```
rows(v) = 3
```

```
rows(w) = 1
```

```
cols(A) = 2
```

```
cols(v) = 1
```

```
cols(w) = 3
```

```
length(v) = 3
```

```
last(v) = 2
```

## 9.2.4. Сортировка матриц

Часто бывает нужно переставить элементы матрицы или вектора, расположив их в определенной строке или столбце в порядке возрастания или убывания. Для этого имеются несколько встроенных функций, которые позволяют гибко управлять сортировкой матриц:

- `sort(v)` — сортировка элементов вектора в порядке возрастания (листинг 9.27);
- `csort(A, i)` — сортировка строк матрицы выстраиванием элементов  $i$ -го столбца в порядке возрастания (листинг 9.28);
- `rsort(A, i)` — сортировка столбцов матрицы выстраиванием элементов  $i$ -й строки в порядке возрастания (листинг 9.29);

□ `reverse(v)` — перестановка элементов вектора в обратном порядке (см. листинг 9.27),

где:

- $v$  — вектор;
- $A$  — матрица;
- $i$  — индекс строки или столбца.

### Примечание

Если элементы матриц или векторов комплексные, то сортировка ведется по действительной части, а мнимая часть игнорируется.

#### Листинг 9.27. Сортировка векторов

$$v := \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{sort}(v) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{reverse}(v) = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

#### Листинг 9.28. Сортировка матриц по столбцу

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 0 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{csort}(A, 1) = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 8 \\ 1 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{csort}(A, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 2 & 8 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

#### Листинг 9.29. Сортировка матриц по строке (матрица $A$ из листинга 9.28)

$$\text{rsort}(A, 1) = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 0 & 3 \\ 8 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{rsort}(A, 2) = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 0 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$$

## 9.2.5. Норма квадратной матрицы

В линейной алгебре используются различные матричные *нормы* (norm), которые ставят в соответствие матрице некоторую скалярную числовую характеристику. Норма матрицы отражает порядок величины матричных элементов. В разных специфических задачах линейной алгебры применяются различные виды норм. Mathcad имеет четыре встроенных функции для расчета разных норм квадратных матриц:

- `norm1(A)` — норма в пространстве L1;
- `norm2(A)` — норма в пространстве L2;
- `norme(A)` — евклидова норма (euclidean norm);
- `normi(A)` — max-норма, или  $\infty$ -норма (infinity norm),

где:

- A — квадратная матрица.

Примеры расчета различных норм двух матриц A и B с различающимися на два порядка элементами приведены в листинге 9.30. В последней строке этого листинга пояснено определение евклидовой нормы, которое похоже на определение длины вектора.

### Совет

В большинстве задач неважно, какую норму использовать. Как видно, в обычных случаях разные нормы дают примерно одинаковые значения, хорошо отражая порядок величины матричных элементов. Определение остальных норм заинтересованный читатель отыщет в справочниках по линейной алгебре или в ресурсах Mathcad.

#### Листинг 9.30. Нормы матриц

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{norm1}(A) = 6$$

$$\text{norm2}(A) = 5.465$$

$$\text{normi}(A) = 7$$

$$\text{norme}(A) = 5.477$$

$$B := \begin{pmatrix} 100 & 200 \\ 300 & 400 \end{pmatrix}$$

$$\text{norm1}(B) = 600$$

$$\text{norm2}(B) = 546.499$$

$$\text{normi}(B) = 700$$

$$\text{norme}(B) = 547.723$$

$$\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2} = 5.477$$

## 9.2.6. Число обусловленности квадратной матрицы

Еще одной важной характеристикой матрицы является ее *число обусловленности* (condition number). Оно является мерой чувствительности системы линейных уравнений  $A \cdot x = b$ , определяемой матрицей  $A$ , к погрешностям задания вектора  $b$  правых частей уравнений. Чем больше число обусловленности, тем сильнее это воздействие и тем более неустойчив процесс нахождения решения. Число обусловленности связано с нормой матрицы и вычисляется по-разному для каждой из норм:

- $\text{cond1}(A)$  — число обусловленности в норме  $L1$ ;
- $\text{cond2}(A)$  — число обусловленности в норме  $L2$ ;
- $\text{conde}(A)$  — число обусловленности в евклидовой норме;
- $\text{condi}(A)$  — число обусловленности в  $\infty$ -норме,

где:

- $A$  — квадратная матрица.

Расчет чисел обусловленности для двух матриц  $A$  и  $B$  показан в листинге 9.31. Обратите внимание, что первая из матриц является хорошо обусловленной, а вторая — плохо обусловленной (две ее строки определяют очень близкие системы уравнений, с точностью до множителя 3). Вторая строка листинга дает формальное определение числа обусловленности как произведения норм исходной и обратной матриц. В других нормах определение точно такое же.

### Примечание

Как нетрудно понять, матрицы  $A$  и  $B$  из предыдущего листинга 9.30 обладают одинаковыми числами обусловленности, т. к.  $B = 100 \cdot A$ , и, следовательно, обе матрицы определяют одну и ту же систему уравнений.

#### Листинг 9.31. Числа обусловленности матриц

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6.01 \end{pmatrix}$$

$$\text{norme}(A) \cdot \text{norme}(A^{-1}) = 15$$

$$\text{conde}(A) = 15$$

$$\text{cond1}(A) = 21$$

$$\text{conde}(B) = 5.012 \times 10^3$$

$$\text{cond1}(B) = 7.217 \times 10^3$$

$$\text{cond2}(A) = 14.933$$

$$\text{cond2}(B) = 5.012 \times 10^3$$

$$\text{condi}(A) = 21$$

$$\text{condi}(B) = 7.217 \times 10^3$$

## 9.2.7. Ранг матрицы

*Рангом* (rank) матрицы называют наибольшее натуральное число  $k$ , для которого существует не равный нулю определитель  $k$ -го порядка подматрицы, составленной из любого пересечения  $k$  столбцов и  $k$  строк матрицы.

Для вычисления ранга в Mathcad предназначена функция rank (листинг 9.32).

□ rank(A) — ранг матрицы, где:

- A — матрица.

### Листинг 9.32. Ранг матрицы

$$\text{rank} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = 1$$

$$\text{rank} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = 2$$

$$\text{rank} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = 1$$

$$\text{rank} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = 2$$

## 9.3. Системы линейных алгебраических уравнений

Центральным вопросом вычислительной линейной алгебры является решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), т. е. систем уравнений вида

$$a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1N} \cdot x_N = b_1. \quad (9.1)$$

В матричной форме СЛАУ записывается в эквивалентном виде:

$$A \cdot x = b, \quad (9.2)$$

где A — матрица коэффициентов СЛАУ размером  $M \times N$ ; x — вектор неизвестных; b — вектор правых частей уравнений.

СЛАУ имеет единственное решение, если матрица A является невырожденной, или по-другому, несингулярной, т. е. ее определитель не равен нулю.

С вычислительной точки зрения, решение СЛАУ с квадратной матрицей не представляет трудностей, если она не очень велика. С большой матрицей проблем также не возникнет, если она не очень плохо обусловлена. В Mathcad СЛАУ можно решить как в более наглядной форме (9.1), так и в более удобной для записи форме (9.2). Для первого способа следует использовать вычислительный блок Given/Find (см. главу 7), а для второго — встроенную функцию `lsolve`.

□ `lsolve(A,b)` — решение системы линейных уравнений, где:

- `A` — матрица коэффициентов системы;
- `b` — вектор правых частей.

### Примечание

Для решения линейных систем используется алгоритм LU-разложения, являющийся модификацией метода последовательных исключений Гаусса.

Применение функции `lsolve` показано в листинге 9.33. При этом матрица `A` может быть определена любым из способов (см. разд. 4.3), необязательно явно, как во всех примерах этого раздела. Встроенную функцию `lsolve` допускается применять и при символьном решении СЛАУ (последняя строка листинга 9.33).

### Примечание

Начиная с версии Mathcad 13, встроенная функция `lsolve` может использоваться не только для решения линейных систем с квадратной матрицей, но также и систем с прямоугольной матрицей, т. е. как недоопределенных, так и переопределенных систем уравнений. В случае переопределенных систем (листинг 9.34) вместо (несуществующего) точного решения системы уравнений следует организовать поиск такого вектора `x`, который будет наилучшим образом удовлетворять всем уравнениям, т. е. минимизировать их невязку (расхождение между вектором `A·x` и вектором правой части СЛАУ `b`, которая выведена в последней строке листинга 9.34). Если уравнений меньше, чем неизвестных (СЛАУ недоопределена и решений бесконечно много), ищется такое из решений, которое само имеет минимальную норму (листинг 9.35).

**Листинг 9.33. Численное и символьное решение СЛАУ**

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0.7 & 12 & 5 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 1 \\ 2.9 \\ 3.1 \end{pmatrix}$$

$$\text{lsolve}(A, b) = \begin{pmatrix} -0.186 \\ -0.129 \\ 0.915 \end{pmatrix}$$

$$\text{lsolve}(A, b) \rightarrow \begin{pmatrix} -.18648648648648648648649 \\ -.12864864864864864864865 \\ .91486486486486486486 \end{pmatrix}$$

**Листинг 9.34. Решение переопределенной СЛАУ**

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 51 \\ 109 \\ 172 \end{pmatrix}$$

$$\text{lsolve}(A, b) = \begin{pmatrix} 10.333 \\ 19.917 \end{pmatrix}$$

$$|A \cdot \text{lsolve}(A, b) - b| = 2.041$$

**Листинг 9.35. Решение недоопределенной СЛАУ**

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\text{lsolve}(A, b) = \begin{pmatrix} -2.5 \\ -2.887 \times 10^{-15} \\ 2.5 \end{pmatrix}$$

## 9.4. Собственные векторы и собственные значения матриц

Вторая по частоте применения задача вычислительной линейной алгебры — это задача поиска собственных векторов  $x$  и собственных значений  $\lambda$  матрицы  $A$ , т. е. решение матричного уравнения  $A \cdot x = \lambda \cdot x$ . Такое уравнение имеет решения в виде собственных значений  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$  и соответствующих им собственных векторов  $x_1, x_2, \dots$ . Для решения таких задач на собственные векторы

и собственные значения в Mathcad встроено несколько функций, реализующих довольно сложные вычислительные алгоритмы:

- `eigenvals(A)` — вычисляет вектор, элементами которого являются собственные значения матрицы  $A$ ;
- `eigenvecs(A)` — вычисляет матрицу, содержащую нормированные собственные векторы, соответствующие собственным значениям матрицы  $A$ .  $n$ -й столбец вычисляемой матрицы соответствует собственному вектору  $n$ -го собственного значения, вычисляемого `eigenvals`;
- `eigenvec(A, λ)` — вычисляет собственный вектор для матрицы  $A$  и заданного собственного значения  $λ$ ,

где:

- $A$  — квадратная матрица.

Применение этих функций иллюстрирует листинг 9.36. Проверка правильности нахождения собственных векторов и собственных значений приведена в листинге 9.37. Причем проверка правильности выражения  $A \cdot x = \lambda \cdot x$  проведена дважды — сначала на числовых значениях  $x$  и  $\lambda$ , а потом путем перемножения соответствующих матричных компонентов.

#### Листинг 9.36. Поиск собственных векторов и собственных значений

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0.7 & 12 & 5 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{eigenvals}(A) = \begin{pmatrix} 0.938 \\ 3.024 \\ 13.037 \end{pmatrix}$$

$$\text{eigenvecs}(A) = \begin{pmatrix} 0.68936 & -0.27605 & 0.3989 \\ 0.26171 & -0.45121 & 0.90738 \\ -0.6755 & 0.84865 & 0.13242 \end{pmatrix}$$

$$\text{eigenvec}(A, 0.938) = \begin{pmatrix} -0.68936 \\ -0.26171 \\ 0.6755 \end{pmatrix}$$

$$\text{eigenvec}(A, 3.024) = \begin{pmatrix} -0.27605 \\ -0.45121 \\ 0.84865 \end{pmatrix}$$

**Листинг 9.37. Проверка правильности нахождения собственных векторов и собственных значений (продолжение листинга 9.36)**

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0.7 & 12 & 5 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.68936 \\ 0.26171 \\ -0.6755 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.647 \\ 0.246 \\ -0.634 \end{pmatrix} \quad 0.938 \cdot \begin{pmatrix} 0.68936 \\ 0.26171 \\ -0.6755 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.647 \\ 0.245 \\ -0.634 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot \text{eigenvecs}(A) \langle 0 \rangle = \begin{pmatrix} 0.647 \\ 0.246 \\ -0.634 \end{pmatrix}$$

$$\text{eigenvals}(A)_0 \cdot \text{eigenvecs}(A) \langle 0 \rangle = \begin{pmatrix} 0.647 \\ 0.246 \\ -0.634 \end{pmatrix}$$

Помимо рассмотренной проблемы поиска собственных векторов и значений, иногда рассматривают более общую задачу, называемую задачей на *обобщенные собственные значения*:  $A \cdot x = \lambda \cdot B \cdot x$ . В ее формулировке помимо матрицы  $A$  присутствует еще одна квадратная матрица  $B$ . Для задачи на обобщенные собственные значения имеются еще две встроенные функции, действие которых аналогично рассмотренным (листинги 9.38 и 9.39):

- `genvals(A, B)` — вычисляет вектор  $v$  собственных значений, каждый из которых удовлетворяет задаче на обобщенные собственные значения;
- `genvecs(A, B)` — вычисляет матрицу, содержащую нормированные собственные векторы, соответствующие собственным значениям в векторе  $v$ , который вычисляется с помощью `genvals`. В этой матрице  $i$ -й столбец является собственным вектором  $x$ , удовлетворяющим задаче на обобщенные собственные значения,

где:

- $A, B$  — квадратные матрицы.

**Листинг 9.38. Поиск обобщенных собственных векторов и собственных значений**

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0.7 & 12 & 5 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{genvals}(A, 1B) = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.674 \end{pmatrix}$$

$$\text{genvecs}(A, B) = \begin{pmatrix} -0.3067 & -0.70544 \\ 0.15571 & -0.23715 \\ -0.93898 & 0.66792 \end{pmatrix}$$

**Листинг 9.39. Проверка правильности нахождения собственных векторов и собственных значений (продолжение листинга 9.38)**

$$A \cdot \text{genvecs}(A, B) \langle 0 \rangle = \begin{pmatrix} -1.406 \\ -3.041 \\ -4.676 \end{pmatrix}$$

$$\text{genvals}(A, B) \langle 0 \rangle \cdot B \cdot \text{genvecs}(A, B) \langle 0 \rangle = \begin{pmatrix} -1.406 \\ -3.041 \\ -4.676 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot \text{genvecs}(A, B) \langle 1 \rangle = \begin{pmatrix} -0.555 \\ 0 \\ 0.555 \end{pmatrix}$$

$$\text{genvals}(A, B) \langle 1 \rangle \cdot B \cdot \text{genvecs}(A, B) \langle 1 \rangle = \begin{pmatrix} -0.555 \\ 0 \\ 0.555 \end{pmatrix}$$

## 9.5. Матричные разложения

Современная вычислительная линейная алгебра — бурно развивающаяся наука. Главная проблема, рассматриваемая ею, — это проблема решения систем линейных уравнений. В настоящее время разработано множество методов, упрощающих эту задачу, которые, в частности, зависят от структуры матрицы СЛАУ. Большинство методов основано на представлении матрицы в виде произведения других матриц специального вида, или *матричных разложениях*. Как правило, после определенного разложения матрицы задача линейной алгебры существенно упрощается. В Mathcad имеется несколько встроенных функций, реализующих алгоритмы наиболее популярных матричных разложений.

## 9.5.1. Разложение Холецкого

Разложением Холецкого симметричной матрицы  $A$  является представление вида  $A=L \cdot L^T$ , где  $L$  — *треугольная матрица* (т. е. матрица, по одну из сторон от диагонали которой находятся одни нули). Алгоритм Холецкого реализован во встроенной функции `cholesky`.

□ `cholesky(A)` — разложение Холецкого, где:

- $A$  — квадратная положительно определенная матрица.

Пример разложения Холецкого приведен в листинге 9.40. Обратите внимание, что в результате получается верхняя треугольная матрица (нули сверху от диагонали), а транспонированная матрица является нижней треугольной. В последней строке листинга приведена проверка правильности найденного разложения.

**Листинг 9.40. Разложение Холецкого**

$$A := \begin{pmatrix} 13 & 7 & 4 \\ 7 & 9 & -3 \\ 4 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

`L := cholesky(A)`

$$L = \begin{pmatrix} 3.606 & 0 & 0 \\ 1.941 & 2.287 & 0 \\ 1.109 & -2.253 & 1.64 \end{pmatrix}$$

$$L \cdot L^T = \begin{pmatrix} 13 & 7 & 4 \\ 7 & 9 & -3 \\ 4 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

## 9.5.2. QR-разложение

QR-разложением матрицы  $A$  называется разложение вида  $A=Q \cdot R$ , где  $Q$  — ортогональная матрица, а  $R$  — верхняя треугольная матрица. Напомним, что матрица  $Q$  называется *ортогональной*, если  $Q^T \cdot Q=I$ , где  $I$  — единичная матрица. Ортогональные разложения широко используются при решении любых систем линейных уравнений (в том числе с прямоугольной матрицей  $A$ , причем как переопределенных, так и недоопределенных).

□ `qr(A)` — QR-разложение, где:

- $A$  — вектор или матрица любого размера.

Результатом действия функции  $\text{qr}(A)$  является матрица  $L$ , составленная из матриц  $Q$  и  $R$  соответственно. Чтобы выделить сами матрицы QR-разложения, необходимо применить функцию выделения подматрицы  $\text{submatrix}$  (листинг 9.41).

#### Листинг 9.41. QR-разложение

$$A := \begin{pmatrix} 13 & 7 & 4 \\ 7 & 9 & -3 \\ 4 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

$$L := \text{qr}(A)$$

$$L = \begin{pmatrix} 0.85 & 0.122 & 0.513 & 15.297 & 9.283 & 4.38 \\ 0.458 & -0.654 & -0.603 & 0 & -7.268 & 9.171 \\ 0.261 & 0.747 & -0.612 & 0 & 0 & -1.646 \end{pmatrix}$$

$$Q := \text{submatrix}\left(L, 0, \text{rows}(L) - 1, 0, \frac{\text{cols}(L) - 1}{2}\right)$$

$$Q = \begin{pmatrix} 0.85 & 0.122 & 0.513 \\ 0.458 & -0.654 & -0.603 \\ 0.261 & 0.747 & -0.612 \end{pmatrix}$$

$$R := \text{submatrix}\left(L, 0, \text{rows}(L) - 1, \frac{\text{cols}(L) + 1}{2}, \text{cols}(L) - 1\right)$$

$$R = \begin{pmatrix} 15.297 & 9.283 & 4.38 \\ 0 & -7.268 & 9.171 \\ 0 & 0 & -1.646 \end{pmatrix}$$

$$Q \cdot R = \begin{pmatrix} 13 & 7 & 4 \\ 7 & 9 & -3 \\ 4 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

### 9.5.3. LU-разложение

LU-разложением матрицы  $A$ , или *треугольным* разложением, называется матричное разложение вида  $P \cdot A = L \cdot U$ , где  $L$  и  $U$  — нижняя и верхняя треугольные матрицы соответственно. В этой формуле  $P$ ,  $A$ ,  $L$ ,  $U$  — квадратные матрицы одинакового размера.

□  $\text{lu}(A)$  — LU-разложение матрицы, где:

- $A$  — квадратная матрица.

**Примечание**

Фактически треугольное разложение матрицы системы линейных уравнений производится при ее решении численным методом Гаусса.

Функция LU-разложения, подобно предыдущей функции QR-разложения, выдает составную матрицу B (листинг 9.42). Выделить матрицы P, L, U несложно при помощи встроенной функции `submatrix`.

**Листинг 9.42. LU-разложение**

$$A := \begin{pmatrix} 13 & 7 & 4 \\ 7 & 9 & -3 \\ 4 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

$$B := \text{lu}(A)$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 13 & 7 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0.538 & 1 & 0 & 0 & 5.231 & -5.154 \\ 0 & 0 & 1 & 0.308 & -0.985 & 1 & 0 & 0 & 2.691 \end{pmatrix}$$

$$P := \text{submatrix}\left(B, 0, \text{rows}(B) - 1, 0, \frac{\text{cols}(B) - 1}{3}\right)$$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$L := \text{submatrix}\left(B, 0, \text{rows}(B) - 1, \frac{\text{cols}(B) + 1}{3}, \frac{\text{cols}(B) - 1}{3} \cdot 2\right)$$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.538 & 1 & 0 \\ 0.308 & -0.985 & 1 \end{pmatrix}$$

$$U := \text{submatrix}\left(B, 0, \text{rows}(B) - 1, \frac{\text{cols}(B) + 1}{3} \cdot 2, \text{cols}(B) - 1\right)$$

$$U = \begin{pmatrix} 13 & 7 & 4 \\ 0 & 5.231 & -5.154 \\ 0 & 0 & 2.691 \end{pmatrix}$$

$$P \cdot A - L \cdot U = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## 9.5.4. Сингулярное разложение

*Сингулярным разложением* (singular value decomposition) матрицы  $A$  размером  $N \times M$  (причем  $N \geq M$ ) является разложение вида  $A=U \cdot s \cdot V^T$ , где  $U$  и  $V$  — ортогональные матрицы размером  $N \times N$  и  $M \times M$  соответственно, а  $s$  — диагональная матрица с сингулярными числами матрицы  $A$  на диагонали:

□  $\text{svds}(A)$  — вектор, состоящий из сингулярных чисел;

□  $\text{svd}(A)$  — сингулярное разложение,

где:

- $A$  — действительная матрица.

Пример поиска сингулярных чисел вырожденной (сингулярной) матрицы показан в листинге 9.43. Проверка правильности сингулярного разложения приведена в листинге 9.44. Вычисленные сингулярные числа находятся на главной диагонали средней матрицы (ее остальные элементы, по определению, равны нулю).

### Листинг 9.43. Сингулярное разложение сингулярной матрицы

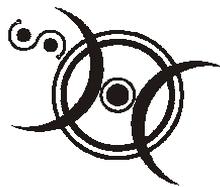
$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{svds}(A) = \begin{pmatrix} 11.832 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{svd}(A) = \begin{pmatrix} -0.316 & -0.949 & 0 \\ -0.949 & 0.316 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.267 & 0.964 & 0 \\ -0.535 & -0.148 & 0.832 \\ -0.802 & -0.222 & -0.555 \end{pmatrix}$$

### Листинг 9.44. Проверка сингулярного разложения (продолжение листинга 9.43)

$$\begin{pmatrix} -0.316 & -0.949 & 0 \\ -0.949 & 0.316 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 11.832 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -0.267 & 0.964 & 0 \\ -0.535 & -0.148 & 0.832 \\ -0.802 & -0.222 & -0.555 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## Глава 10



# Специальные функции

Данная глава посвящена вычислению различных математических функций, встроенных в Mathcad. Причем описываются как специальные функции (Бесселя, Эйри и т. п.), так и элементарные функции (синус, экспонента, гиперболические функции), а также функции, специфичные для тех или иных областей (финансовые функции). Кроме того, упоминаются очень простые с точки зрения программной реализации, но часто довольно полезные функции типа ступеньки, дельта-функции и т. д.

Несмотря на то, что большинство функций, о которых пойдет речь в этой главе, рассчитываются без привлечения специальных численных методов, мы совместили рассказ о них в одной главе, чтобы читателю было удобнее найти описание нужной функции. Перечень специальных функций разбит на разделы по их математическому смыслу и (или) области применения.

### **Примечание**

Вставлять в документ не очень знакомую спецфункцию легче всего, пользуясь диалоговым окном **Insert Function** (Вставить функцию), которое вызывается нажатием кнопки с надписью  $f(x)$  на панели инструментов **Standard** (Стандартная) (см. разд. 1.2). В этом диалоге функции разбиты на несколько групп, поэтому несложно выбрать из них нужную. При выделении какой-либо группы в левом списке упомянутого диалога справа обнаруживается список функций, принадлежащих выбранной группе. Названия групп функций, появляющихся в левом списке диалогового окна **Insert Function** (Вставить функцию), приведены в скобках после названия каждого раздела этой главы.

## 10.1. Функции Бесселя

Функции Бесселя по определению являются решениями различных краевых задач для некоторых обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).

### 10.1.1. Обычные функции Бесселя

Функции Бесселя первого и второго рода обычно возникают как решения волнового уравнения с цилиндрическими граничными условиями:

#### **Примечание**

Конкретный вид соответствующих дифференциальных уравнений можно без труда отыскать в справочниках по спецфункциям или в системе помощи Mathcad.

- $J_0(z)$  — функция Бесселя первого рода нулевого порядка;
- $J_1(z)$  — функция Бесселя первого рода первого порядка;
- $J_n(m, z)$  — функция Бесселя  $m$ -го порядка;
- $Y_0(z)$  — функция Бесселя второго рода нулевого порядка,  $x > 0$ ;
- $Y_1(z)$  — функция Бесселя второго рода первого порядка,  $x > 0$ ;
- $Y_n(m, z)$  — функция Бесселя второго рода  $m$ -го порядка,  $x > 0$ ,

где:

- $z$  — действительный или комплексный безразмерный скаляр;
- $m$  — порядок, целое число  $0 < m < 100$ .

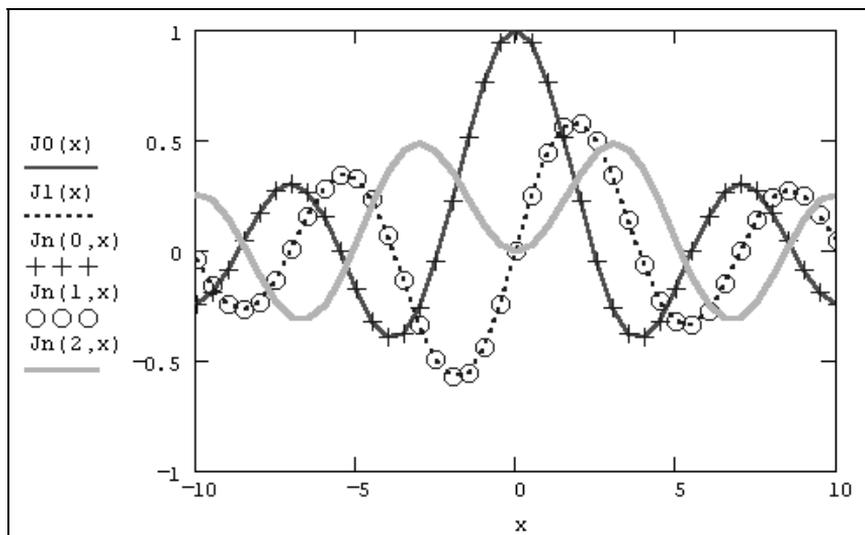


Рис. 10.1. Функции Бесселя первого рода

Внешний вид нескольких функций Бесселя первого и второго рода показан на рис. 10.1 и 10.2 соответственно.

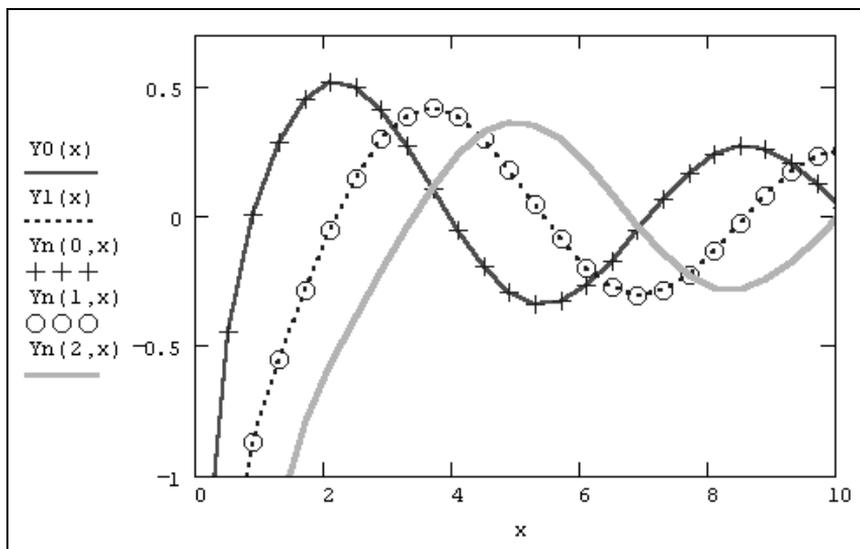


Рис. 10.2. Функции Бесселя второго рода

### 10.1.2. Модифицированные функции Бесселя

Перечислим их:

- $I_0(z)$  — модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка;
- $I_1(z)$  — модифицированная функция Бесселя первого рода первого порядка;
- $I_n(m, z)$  — модифицированная функция Бесселя первого рода  $m$ -го порядка;
- $K_0(z)$  — модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка,  $x > 0$ ;
- $K_1(z)$  — модифицированная функция Бесселя второго рода первого порядка,  $x > 0$ ;
- $K_n(m, z)$  — модифицированная функция Бесселя второго рода  $m$ -го порядка,  $x > 0$ ,

где:

- $z$  — действительный или комплексный безразмерный скаляр;
- $m$  — порядок, целое число  $0 < m < 100$ .

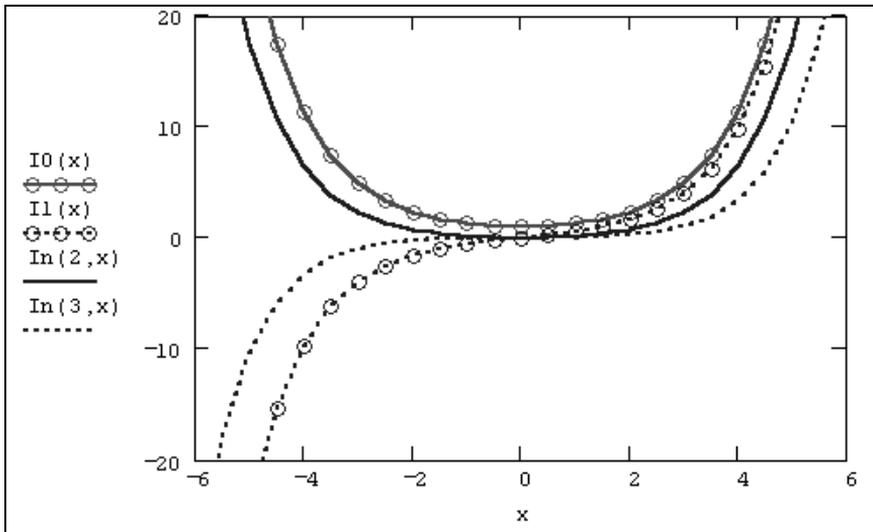


Рис. 10.3. Модифицированные функции Бесселя первого рода

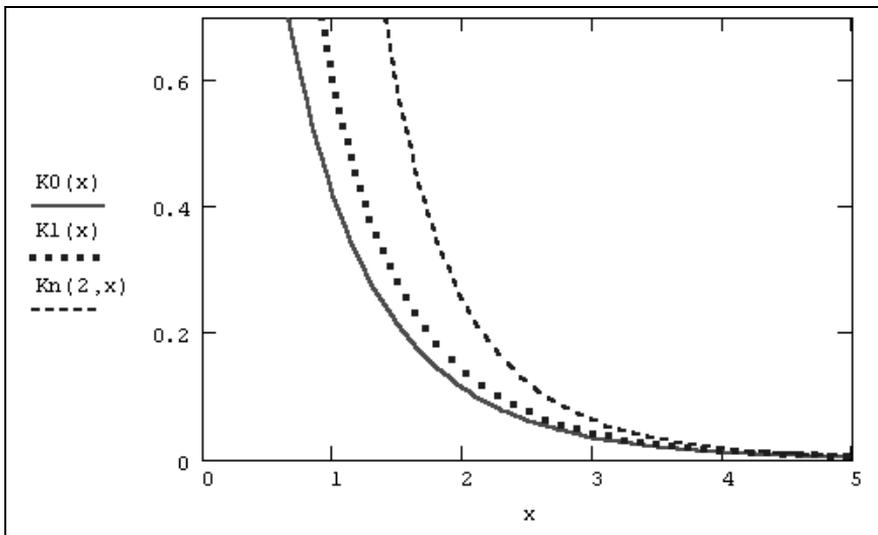


Рис. 10.4. Модифицированные функции Бесселя второго рода

Примеры нескольких модифицированных функций Бесселя начального порядка показаны на рис. 10.3 и 10.4.

### 10.1.3. Функции Эйри

Функции Эйри являются независимыми решениями ОДУ  $y''=zy$ . Их вид показан на рис. 10.5. Итак:

$Ai(z)$  — функция Эйри первого рода;

$Bi(z)$  — функция Эйри второго рода,

где:

- $z$  — действительный или комплексный безразмерный скаляр,  $x < 103.892$ .

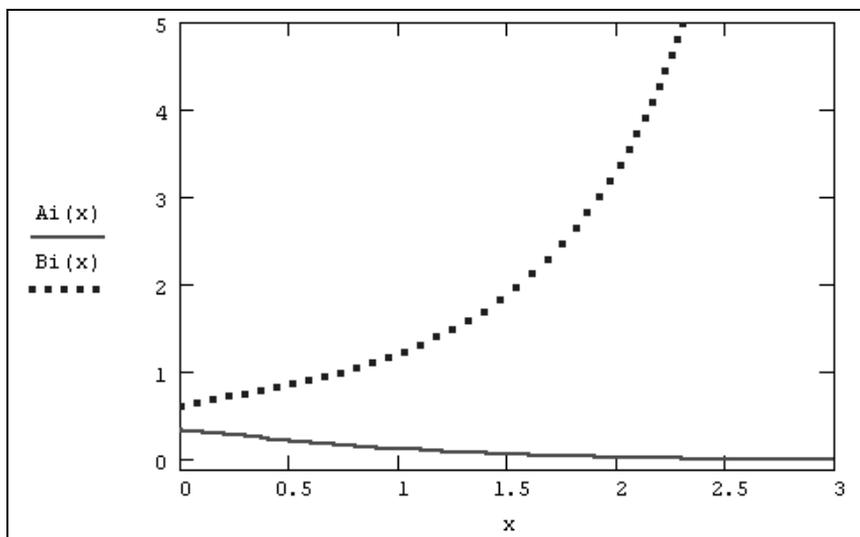


Рис. 10.5. Функции Эйри

### 10.1.4. Функции Бесселя—Кельвина

Комплексная комбинация функций Бесселя—Кельвина вида  $ber(n, x) + i \cdot bei(n, x)$  является решением соответствующего ОДУ, зависящего от параметра  $n$ .

Вид графиков функции  $\text{bei}$  для  $n=1$  и  $n=2$  показан на рис. 10.6.

- $\text{bei}(n, x)$  — мнимая часть функции Бесселя—Кельвина порядка  $n$ ;
- $\text{ber}(n, x)$  — действительная часть функции Бесселя—Кельвина порядка  $n$ ,

где:

- $n$  — порядок (безразмерное неотрицательное целое число);
- $x$  — действительный безразмерный скаляр.

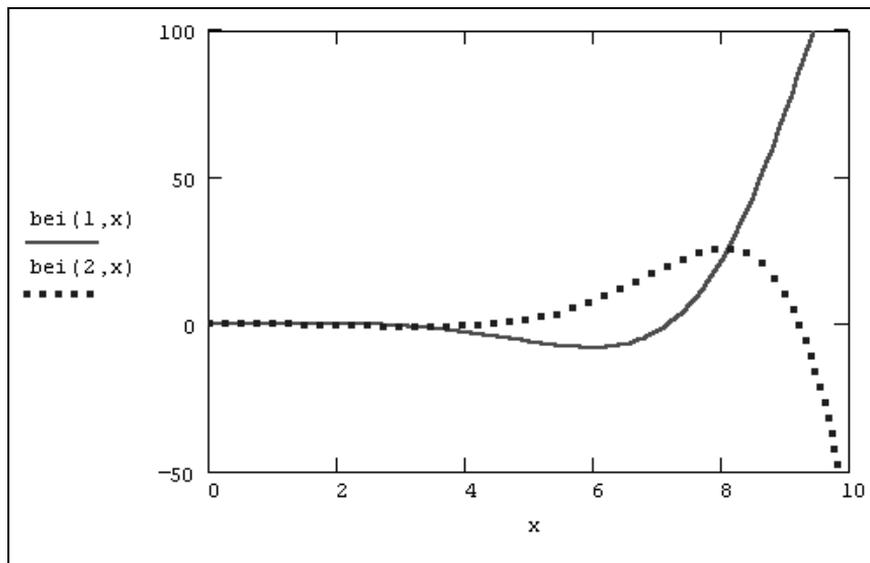


Рис. 10.6. Функции Бесселя—Кельвина

### 10.1.5. Сферические функции Бесселя

График сферических функций Бесселя первого порядка показан на рис. 10.7.

- $j_s(n, z)$  — сферическая функция Бесселя первого рода порядка  $n$ ,  $x > 0$ ;
- $y_s(n, z)$  — сферическая функция Бесселя второго рода порядка  $n$ ,  $x > 0$ ,

где:

- $n$  — порядок (целое число),  $n \geq 200$ ;
- $z$  — действительный или комплексный безразмерный скаляр,  $x > 0$ .

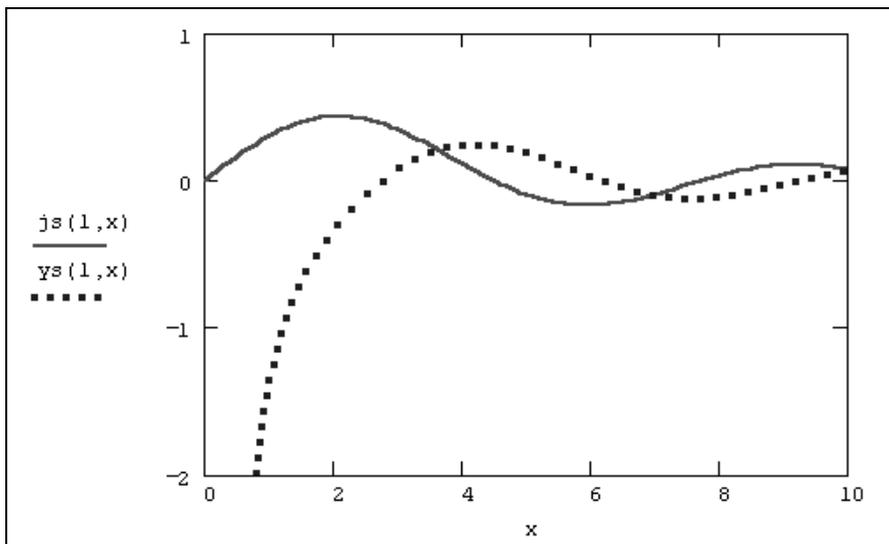


Рис. 10.7. Сферические функции Бесселя первого порядка

### 10.1.6. Нормированные функции Бесселя

Большинство перечисленных функций Бесселя (кроме функций Эйри и сферических бesselевых) имеют "двойника" — функцию, образованную умножением соответствующей функции Бесселя на нормировочный множитель (рис. 10.8 и 10.9). Такие функции бывают полезными в некоторых областях математической физики (например, в задачах квантовой теории или электродинамики), которые связаны с вычислением комплексных функций Бесселя. В большинстве случаев использование нормированных функций улучшает точность их вычисления при больших значениях аргумента. Коэффициент нормировки также различен для разных функций и равен (для разных функций)  $\exp[-\operatorname{Re}(z)]$  или  $\exp[-\operatorname{Im}(z)]$ .

#### 12 Примечание

Нормированная форма функций Эйри (рис. 10.9) появилась в версии Mathcad 12.

Все нормированные функции образуются добавлением к имени стандартной функции суффикса *sc* (от англ. *scale* — нормировка). Например, обычным

функциям Бесселя  $J_0(z)$ ,  $J_1(z)$ ,  $J_n(m, z)$  соответствуют нормированные  $J_{0sc}(z)$ ,  $J_{1sc}(z)$ ,  $J_{nsc}(m, z)$  и т. д.

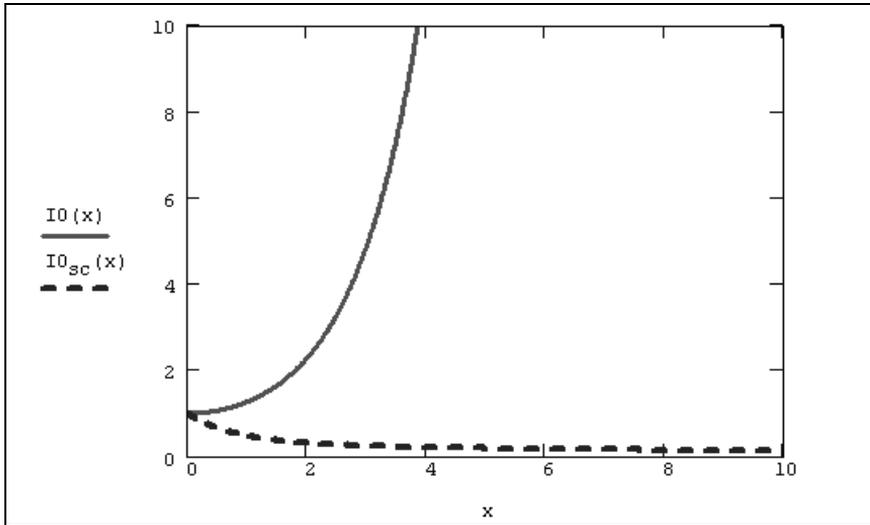


Рис. 10.8. Обычная и нормированная функции Бесселя

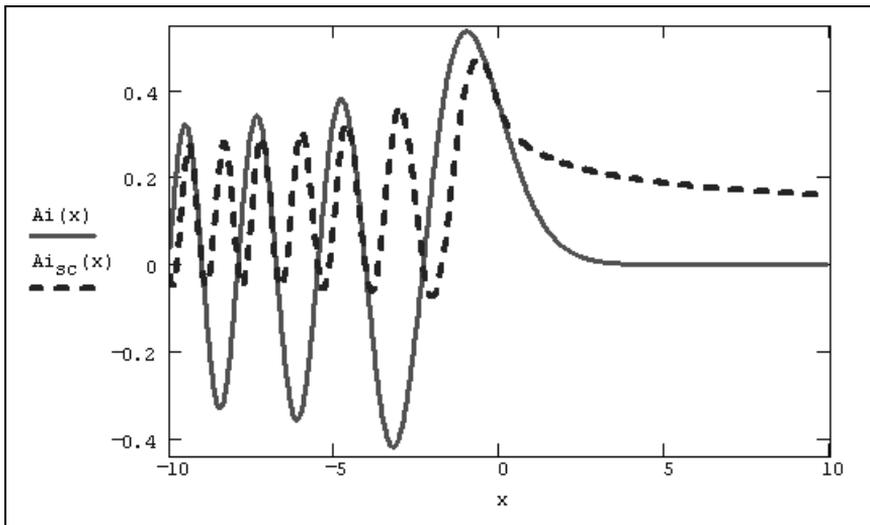


Рис. 10.9. Нормированные функции Эйри

## 10.2. Функции работы с комплексными числами

В Mathcad имеется несколько функций, облегчающих работу с комплексными числами:

- $\text{Re}(z)$  — действительная часть комплексного числа  $z$ ;
- $\text{Im}(z)$  — мнимая часть комплексного числа  $z$ ;
- $\text{arg}(z)$  — аргумент комплексного числа  $z$ ,  $-\pi < \text{arg}(z) \leq \pi$ ;
- $\text{csgn}(z)$  — функция комплексного знака числа (возвращает либо 0, если  $z=0$ ; либо 1, если  $\text{Re}(z) > 0$  или если  $\text{Re}(z)=0$  и  $\text{Im}(z) > 0$ ; либо -1 — в остальных случаях);
- $\text{signum}(z)$  — возвращает 1, если  $z=0$ , и  $z/|z|$  — в остальных случаях, где:
  - $z$  — действительное, мнимое или комплексное число.

Комплексное число можно ввести как обычно, в виде суммы действительной и мнимой частей, либо как результат любого комплексного выражения. Несколько примеров действия функций работы с комплексными числами приведены в листингах 10.1—10.3.

### Листинг 10.1. Базовые функции работы с комплексными числами

$$\text{Re}(3.9 + 2.4i) = 3.9$$

$$\text{Im}(3.9 + 2.4i) = 2.4$$

$$\left| 1.7 \cdot e^{0.1i} \right| = 1.7$$

$$\text{arg}(1.7 \cdot e^{0.1i}) = 0.1$$

### Листинг 10.2. Пример действия функции $\text{csgn}$

$$\text{csgn}(0) = 0$$

$$\text{csgn}(0 - i) = -1$$

$$\text{csgn}(i) = 1$$

$$\text{csgn}(0 + i) = 1$$

$$\text{csgn}(0.1) = 1$$

$$\text{csgn}(0.1 + 2i) = 1$$

$$\text{csgn}(-0.1) = -1$$

$$\text{csgn}(-0.1 - 3i) = -1$$

Листинг 10.3. Пример действия функции `signum`

$\text{signum}(0) = 1$	$\text{signum}(0 - i) = -i$
$\text{signum}(i) = i$	$\text{signum}(0 + i) = i$
$\text{signum}(0.1) = 1$	$\text{signum}(0.1 + 2i) = 0.05 + 0.999i$
$\text{signum}(-0.1) = -1$	$\text{signum}(-0.1 - 3i) = -0.033 - 0.999i$

## 10.3. Логарифмы и экспонента

Перечислим без комментариев хорошо известные логарифмические функции (рис. 10.10) и экспоненциальную функцию:

- $\exp(z)$  — значение  $e$  (основание натурального логарифма) в степени  $z$ ;
- $\ln(z)$  — натуральный логарифм;
- $\log(z)$  — десятичный логарифм;
- $\log(z, b)$  — логарифм  $z$  по основанию  $b$ ;
- $\ln\Gamma(z)$  — логарифм гамма-функции Эйлера (см. разд. 10.6).

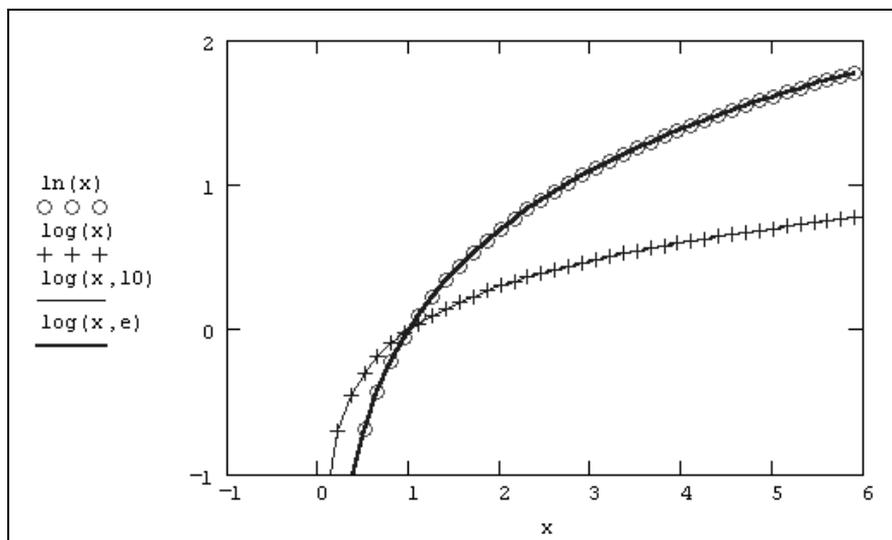


Рис. 10.10. Логарифмические функции

## 10.4. Тригонометрические функции

Перечислим их:

- $\text{acos}(z)$  — арккосинус;
- $\text{acot}(z)$  — арккотангенс;
- $\text{acsc}(z)$  — арккосеканс (листинг 10.4);
- $\text{angle}(x, y)$  — угол между точкой  $(x, y)$  и осью  $Ox$ ;
- $\text{asec}(z)$  — арксеканс;
- $\text{asin}(z)$  — арксинус (листинг 10.4);
- $\text{atan}(z)$  — арктангенс;
- $\text{atan2}(x, y)$  — угол, отсчитываемый от оси  $Ox$  до точки  $(x, y)$  (листинг 10.5);
- $\text{cos}(z)$  — косинус;
- $\text{cot}(z)$  — котангенс;
- $\text{csc}(z)$  — косеканс (листинг 10.4);
- $\text{sec}(z)$  — секанс;
- $\text{sin}(z)$  — синус (листинг 10.4);
- $\text{tan}(z)$  — тангенс,

где:

- $z$  — безразмерный скаляр.

### **Примечание**

Аргумент тригонометрических функций и результат обратных тригонометрических функций выражаются в радианах. Чтобы использовать значение угла в градусах, его необходимо перевести в радианы (листинг 10.6).

### **Примечание**

Аргумент тригонометрических функций может быть комплексным.

#### Листинг 10.4. Примеры тригонометрических функций

$$\begin{array}{l} \sin(0.5) = 0.479 \\ \text{asin}(0.479) = 0.5 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{1}{\text{csc}(0.5)} = 0.479 \\ \text{acsc}\left(\frac{1}{0.479}\right) = 0.5 \end{array}$$

**Листинг 10.5. Примеры расчета угла между прямой и осью  $ox$** 

$$\text{atan2}(1, 1) = 0.785 \qquad \text{atan2}(-1, -1) = -2.356$$

$$\text{angle}(1, 1) = 0.785 \qquad \text{angle}(-1, -1) = 3.927$$

**Листинг 10.6. Расчет тригонометрических функций в градусах**

$$z := 47$$

$$\cos\left(\frac{\pi \cdot z}{180}\right) = 0.682$$

$$\text{acos}(0.682) \cdot \frac{180}{\pi} = 47$$

## 10.5. Гиперболические функции

Гиперболические функции, согласно определению, выражаются через различные комбинации  $e^z$  и  $e^{-z}$  (пример приведен в листинге 10.7). Аргумент гиперболических функций также может быть комплексным. Графики трех основных гиперболических функций показаны на рис. 10.11.

- $\text{acosh}(z)$  — гиперболический арккосинус;
- $\text{acoth}(z)$  — гиперболический арккотангенс;
- $\text{asinh}(z)$  — гиперболический арксинус;
- $\text{acsch}(z)$  — гиперболический арккосеканс;
- $\text{atanh}(z)$  — обратный гиперболический тангенс;
- $\text{asech}(z)$  — обратный гиперболический секанс;
- $\text{cosh}(z)$  — гиперболический косинус;
- $\text{coth}(z)$  — гиперболический котангенс;
- $\text{sinh}(z)$  — гиперболический синус;
- $\text{csch}(z)$  — гиперболический косеканс;
- $\text{tanh}(z)$  — гиперболический тангенс;
- $\text{sech}(z)$  — гиперболический секанс,

где:

- $z$  — безразмерный скаляр.

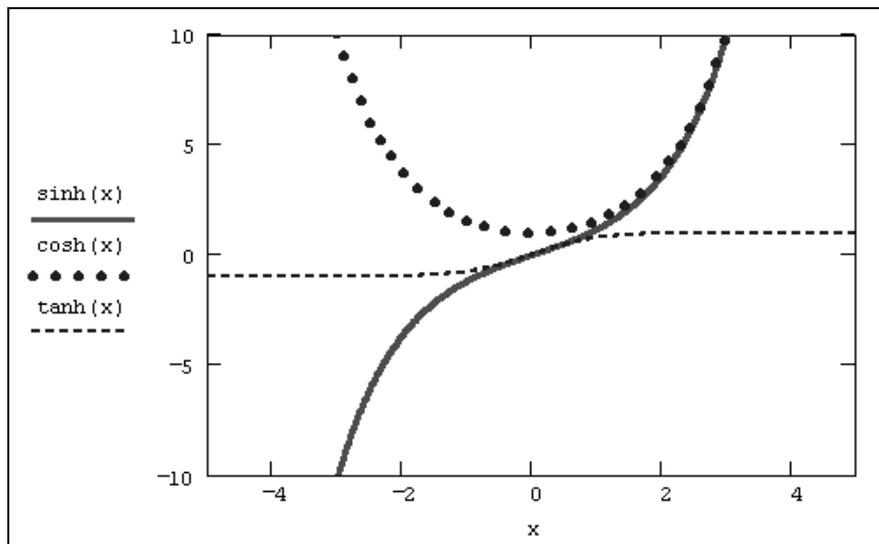


Рис. 10.11. Основные гиперболические функции

## Листинг 10.7. Пример гиперболических функций

```
z := 1.27
```

$$\frac{e^z + e^{-z}}{2} = 1.921$$

```
cosh(z) = 1.921
```

```
acosh(1.921) = 1.27
```

## 10.6. Другие спецфункции

Приведем перечень остальных спецфункций, которые рассчитываются Mathcad встроенным образом. Действие некоторых функций иллюстрируется листингом 10.8, а некоторые полиномы — графиками на рис. 10.12—10.15.

□  $\operatorname{erf}(z)$  — функция ошибок (см. разд. 11.1.1);

□  $\operatorname{erfc}(z) \equiv 1 - \operatorname{erf}(z)$ ,

где:

- $z$  — скаляр;

### 11 **Примечание**

Обе спецфункции, вычисляющие интеграл ошибок, появились в Mathcad 11.

- $\text{fhyper}(a, b, c, x)$  — гауссова гипергеометрическая функция;
- $\text{mhyper}(a, b, x)$  — конфлюэнтная гипергеометрическая функция,

где:

- $a, b, c$  — параметры;
- $x$  — действительный скаляр,  $-1 < x < 1$ ;
- $\text{Gamma}(z)$  — гамма-функция Эйлера, где:
  - $z$  — скаляр,  $|z| < 1$ ;
- $\text{Gamma}(a, x)$  — неполная гамма-функция порядка  $a$ , где:
  - $x$  — действительный положительный скаляр;

### **Примечание**

Гамма-функция в документе Mathcad отображается греческой буквой  $\Gamma$  (листинг 10.8).

- $\text{Her}(n, x)$  — полином Эрмита порядка  $n$  с аргументом  $x$  (рис. 10.12), где:
  - $n$  — порядок (неотрицательное целое число);
  - $x$  — скаляр;
- $\text{ibeta}(a, x, y)$  — неполная бета-функция для  $x$  и  $y$  с параметром  $a$ , где:
  - $a$  — действительный скаляр,  $0 \leq a \leq 1$ ;
  - $x, y$  — действительные скаляры,  $x > 0, y > 0$ ;
- $\text{Jac}(n, a, b, x)$  — полином Якоби степени  $n$  в точке  $x$  с параметрами  $a$  и  $b$ ;
- $\text{Lag}(n, x)$  — полином Лагерра степени  $n$  в точке  $x$  (рис. 10.13);
- $\text{Leg}(n, x)$  — полином Лежандра степени  $n$  в точке  $x$  (рис. 10.14),
 

где:

  - $n$  — порядок (неотрицательное целое число);
  - $x$  — действительный скаляр;
  - $a, b$  — действительные скаляры,  $a > -1, b > -1$ ;
- $\text{Tcheb}(n, x)$  — полином Чебышева первого рода степени  $n$  в точке  $x$  (рис. 10.15);

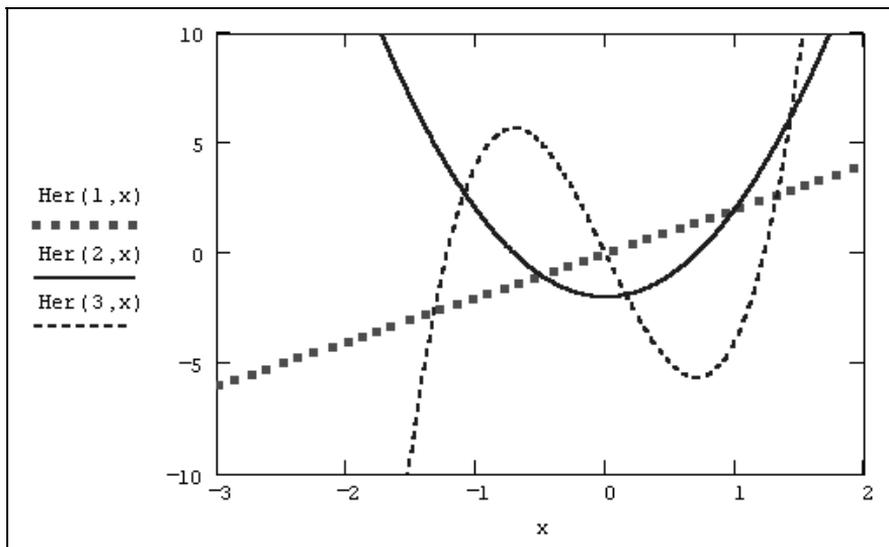


Рис. 10.12. Полиномы Эрмита

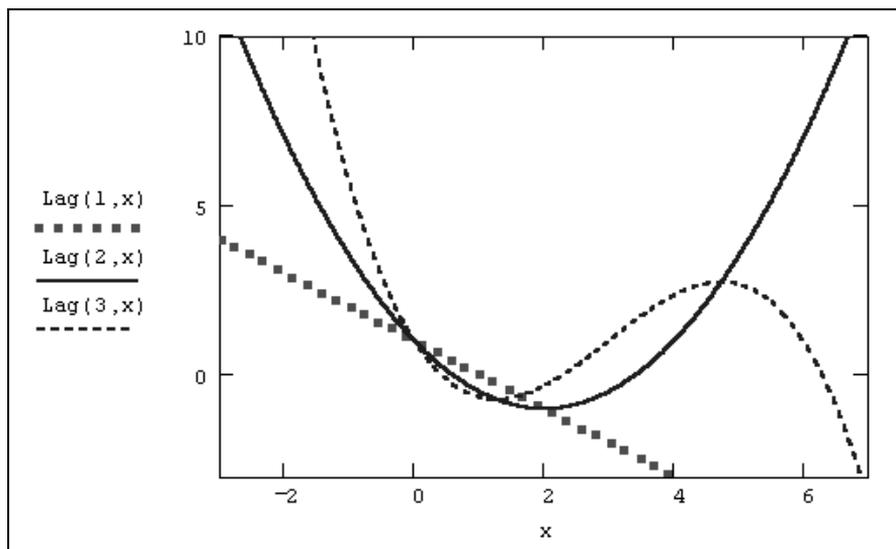


Рис. 10.13. Полиномы Лагерра

□  $Ucheb(n, x)$  — полином Чебышева второго рода степени  $n$  в точке  $x$  (рис. 10.15),

где:

- $n$  — порядок (неотрицательное целое число);
- $x$  — действительный скаляр.

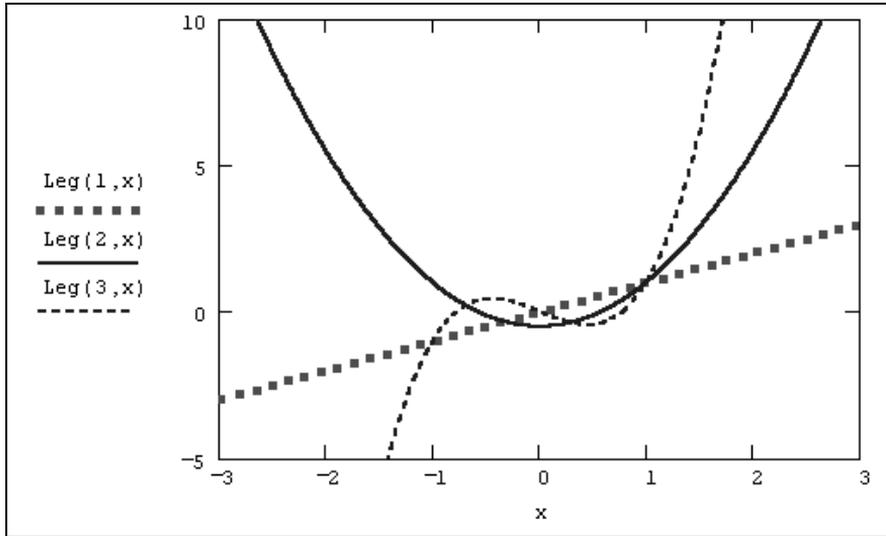


Рис. 10.14. Полиномы Лежандра

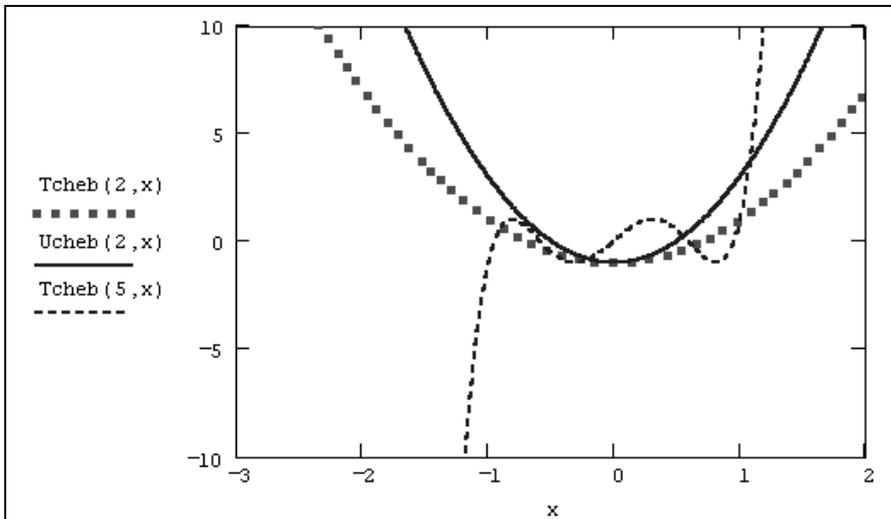


Рис. 10.15. Полиномы Чебышева

**Листинг 10.8. Примеры вычисления некоторых спецфункций**

$$\text{fhyper}(1, 2, 3, 0.34) = 1.306$$

$$\Gamma(0.7i) = -0.29 - 0.961i$$

$$\Gamma(1.3, 7.7) = 8.655 \times 10^{-4}$$

$$\text{Jac}(1, 2, 1, -0.13) = 0.175$$

## 10.7. Строковые функции

Приведем перечень функций, благодаря которым пользователь может оперировать строковыми переменными, подобно операциям с числами:

- `concat(s1, s2, ...)` — строковая переменная, полученная объединением строковых переменных или констант `s1, s2, ...` (листинг 10.9);
- `error(s)` — возвращает строку `s` как сообщение об ошибке (рис. 10.16);
- `lsString(x)` — возвращает 1, если `x` — строковая переменная, и 0 — в остальных случаях (листинг 10.10);
- `num2str(z)` — возвращает строку, чьи знаки соответствуют десятичному значению числа `z` (листинг 10.10);

### **Примечание**

Эта функция используется, когда проще манипулировать числом как строкой, нежели как математической переменной.

- `search(s, Subs, m)` — стартовая позиция подстроки `Subs` в строке `s` при поиске, начиная с позиции `m`, при неуспешном поиске возвращает -1 (листинг 10.9);
- `str2num(s)` — преобразование строкового представления числа `s` (в любой форме) в число (листинг 10.10);
- `str2vec(s)` — преобразование в вектор ASCII-кодов строки `s` (листинг 10.10);
- `vec2str(v)` — строковое представление элементов вектора `v` ASCII-кодов (целых чисел,  $32 < v < 255$ );
- `strlen(s)` — количество знаков в строке `s` (листинги 10.9, 10.10);
- `substr(s, m, n)` — подстрока, полученная из строки `s` выделением `n` знаков, начиная с позиции `m` в строке `s` (листинг 10.9);

где:

- $s$  — строка;
- $v$  — вектор ASCII-кодов (целых чисел,  $0 < v < 255$ ).

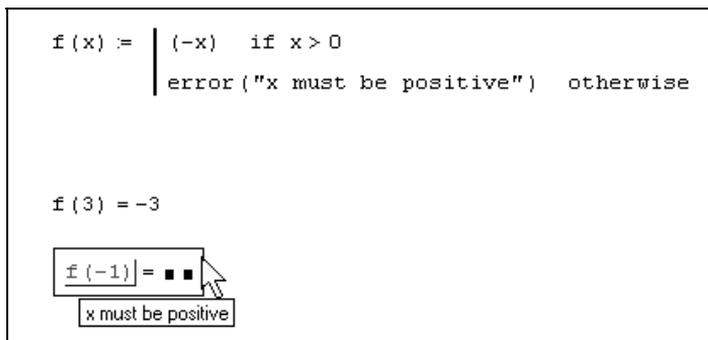


Рис. 10.16. Использование функции создания сообщения об ошибке

### 12) Примечание

Системная константа `ORIGIN` может теперь устанавливать не только номер начального индекса массивов, но и начало отсчета для соответствующих встроенных функций строкового (текстового) аргумента. Если вы хотите включить эту опцию, установите флажок проверки **Use ORIGIN for string indexing** (Использовать `ORIGIN` для индексирования строковых переменных) на вкладке **Calculations** (Вычисления) диалогового окна **Worksheet options** (Опции документа).

### Листинг 10.9. Примеры использования строковых функций

```
concat("Hello," , " " , "World" , "!") = "Hello, World!"
substr("Hello, World!" , 4, 8) = "o, World"
substr("Hello, World!" , 0, 5) = "Hello"
search("Hello, World!" , "Wo" , 1) = 7
search("Hello, World!" , "wo" , 1) = -1
strlen("hello") = 5
```

**Листинг 10.10. Функции взаимных преобразований чисел и строк**

```

IsString (1) = 0
IsString ("!") = 1
strlen ("Hello, World!") = 13
num2str (579 + 3i) = "579 + 3i"
num2str (12.345) = "12.345"
str2num ("123.4567" ) = 123.457

str2vec ("17") =  $\begin{pmatrix} 49 \\ 55 \end{pmatrix}$ 

```

## 10.8. Функции сокращения и округления

Перечислим функции сокращения и округления:

- `ceil(z)` — наименьшее целое, не меньшее  $z$  (листинг 10.11);
- `floor(z)` — наибольшее целое число, меньшее или равное  $z$  (листинг 10.11);
- `round(z, n)` — при  $n > 0$  возвращает округленное значение  $z$  с точностью до  $n$  знаков после десятичной точки, при  $n < 0$  — округленное значение  $z$  с  $n$  цифрами слева от десятичной точки, при  $n = 0$  — округленное до ближайшего целого значение  $z$  (листинг 10.12);
- `trunc(z)` — целая часть числа (листинг 10.11),

где:

- $z$  — действительный или комплексный скаляр.

### **11** Примечание

Начиная с версии Mathcad 11, функции округления и сокращения чисел поддерживают также и комплексные аргументы (последние строки листингов 10.11 и 10.12).

**Листинг 10.11. Функции сокращения и округления**

```

ceil (3.7) = 4      floor (3.7) = 3      trunc (3.7) = 3
ceil (-3.7) = -3   floor (-3.7) = -4   trunc (-3.7) = -3

```

$$\text{ceil}(3.7 - 2.1 \cdot i) = 4 - 2i$$

$$\text{floor}(3.7 - 2.1 \cdot i) = 3 - 3i$$

$$\text{trunc}(3.7 - 2.1 \cdot i) = 3 - 2i$$

### Листинг 10.12. Округление чисел

$$\text{round}(1.23456789, 0) = 1 \qquad \text{round}(12.3456789, 0) = 12$$

$$\text{round}(12.3456789, 1) = 12.3 \qquad \text{round}(12.3456789, -1) = 10$$

$$\text{round}(12.3456789, 2) = 12.35 \qquad \text{round}(12.3456789, -2) = 0$$

$$\text{round}(12.3456789, 5) = 12.34568$$

$$\text{round}(1.2345 + 6.789i, 1) = 1.2 + 6.8i$$

#### Примечание

При округлении не забывайте о принципах представления чисел в Mathcad. Чтобы отобразить нужное количество знаков после десятичной точки, воспользуйтесь диалогом **Result Format** (Формат результата) (см. главу 4).

## 10.9. Кусочно-непрерывные функции

Перечислим кусочно-непрерывные функции:

□ `heaviside step(x)` — функция Хевисайда, возвращает 1, если  $x \geq 0$ , и 0 — в остальных случаях (рис. 10.17), где:

- $x$  — действительный скаляр;

□ `if(cond, x, y)` — возвращает  $x$ , если логическое условие `cond` верно (не ноль), и  $y$  — в остальных случаях (листинг 10.13);

□ `sign(x)` — возвращает 0, если  $x=0$ , 1, если  $x>0$ , и  $-1$  — в остальных случаях (листинг 10.13), где:

- $x$  — действительное число.

#### Примечание

В документах функция Хевисайда обозначается греческой буквой  $\Phi$ .

#### 12) Внимание!

Начиная с Mathcad 12, дельта-символ Кронекера: `Kronecker delta(x, y)` (рис. 10.17) изъят из перечня доступных функций.

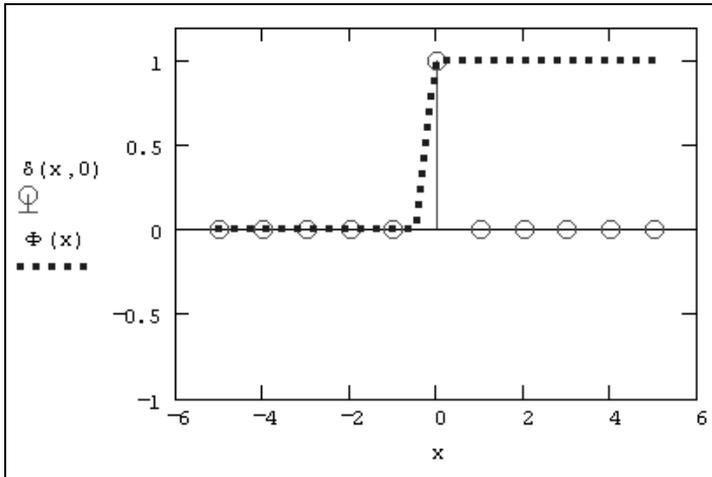


Рис. 10.17. Функции Хевисайда и Кронекера (последняя исключена из Mathcad 12)

#### Листинг 10.13. Функции условия и знака

```

sign (-4) = -1
sign (1.3) = 1
if (1 > 3, 1, 3) = 3
if (1 > 3, "Yes" , "No" ) = "No"
if (2 + 5 ≥ 0, "Yes" , "No" ) = "Yes"

```

## 10.10. Функция цикла

Разработчики Mathcad 12 восстановили встроенную функцию `until`, которая вплоть до версии 2000 служила для включения в документы циклов без помощи программирования.

□ `until(x, y)` — функция "непрограммной" имитации цикла: если  $x < 0$ , происходит вычисление очередного  $y$ , затем опять вычисляется новое  $x$  (так или иначе зависящего от  $y$ ), снова проверяется условие  $x < 0$  и т. д. Финальное значение  $y$ , при котором  $x$  становится неотрицательным, выдается в качестве результата функции, где:

- $x$  — условие продолжения цикла;
- $y$  — выражение.

## 10.11. Функции преобразования координат

В Mathcad имеется семейство несложных, но полезных встроенных функций, позволяющих перейти от одних координат к другим, как на плоскости, так и в пространстве:

- $xy2pol(x, y)$  — преобразование прямоугольных координат в полярные;
- $pol2xy(r, \theta)$  — преобразование полярных координат в прямоугольные;
- $angle(x, y)$  — угол между точкой  $(x, y)$  и осью  $Ox$  (см. разд. 10.4);
- $atan2(x, y)$  — угол, отсчитываемый от оси  $Ox$  до точки  $(x, y)$  (см. разд. 10.4);
- $xyz2cyl(x, y, z)$  — преобразование прямоугольных координат в цилиндрические;
- $cyl2xyz(r, \theta, z)$  — преобразование цилиндрических координат в прямоугольные;
- $xyz2sph(x, y, z)$  — преобразование прямоугольных координат в сферические;
- $sph2xyz(r, \theta, \phi)$  — преобразование сферических координат в прямоугольные, где:

- $x, y$  — прямоугольные координаты на плоскости;
- $x, y, z$  — прямоугольные координаты в пространстве;
- $r, \theta$  — полярные координаты на плоскости;
- $r, \theta, z$  — цилиндрические координаты;
- $r, \theta, \phi$  — сферические координаты.

Несколько примеров преобразования координат приведены в листингах 10.14 и 10.15. Обратите внимание на возможность ввода аргументов этих функций как в виде списка, так и в виде вектора.

### Листинг 10.14. Функции преобразования координат на плоскости

$$\begin{array}{ll}
 xy2pol \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 7.071 \\ 1.429 \end{pmatrix} & xy2pol(1, 7) = \begin{pmatrix} 7.071 \\ 1.429 \end{pmatrix} \\
 pol2xy \left( \begin{pmatrix} 7.071 \\ 1.429 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 0.999 \\ 7 \end{pmatrix} & pol2xy(7.071, 1.429) = \begin{pmatrix} 0.999 \\ 7 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

**Листинг 10.15. Функции преобразования координат в пространстве**

$$\begin{aligned} \text{xyz2cyl}(1, 1, 1) &= \begin{pmatrix} 1.414 \\ 0.785 \\ 1 \end{pmatrix} & \text{cyl2xyz}(1, \pi, 3.93) &= \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3.93 \end{pmatrix} \\ \text{xyz2sph}(1, 1, 1) &= \begin{pmatrix} 1.732 \\ 0.785 \\ 0.955 \end{pmatrix} & \text{sph2xyz}\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) &= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

## 10.12. Sinc-функция

Sinc-функция (рис. 10.18) по определению равна  $\sin(x)/x$  и обеспечивает более точное вычисление предела при  $x \rightarrow 0$ .

□  $\text{sinc}(z)$  — Sinc-функция, где:

- $z$  — аргумент.

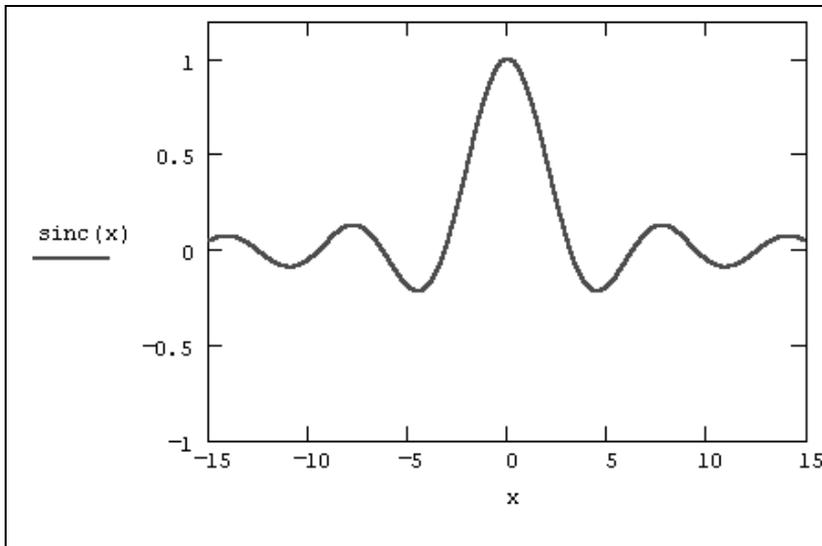


Рис. 10.18. Sinc-функция

## 10.13. Функция текущего времени

Начиная с версии Mathcad 12 появилась новая встроенная функция, которая иногда может быть очень полезной для хронометрирования процесса вычислений.

□  $\text{time}(x)$  — значение системной переменной текущего времени (в секундах), где:

- $x$  — аргумент (нужен лишь для идентификации как встроенной функции и не оказывает никакого влияния на результат).

Типичное использование функции требует ее двукратного вычисления: до и после расчетного фрагмента, который вы собираетесь хронометрировать (листинг 10.16). Одиночное вычисление  $\text{time}(x)$  выдает абсолютное значение системной переменной времени (первая строка листинга 10.16). Помните о том, что для получения значимой информации о времени расчетов необходимо пересчитать заново содержимое всего документа командой **Tools | Calculate Worksheet** (Сервис | Вычислить все).

### Листинг 10.16. Хронометрирование вычислений

```
time(0) = 1.089 × 109
```

```
T := time(0)
```

```
i := 0.. 105
```

```
vi :=  $\sqrt[3]{i}$ 
```

```
time(1) - T = 1.542
```

## 10.14. Финансовые функции

В Mathcad имеется ряд функций, облегчающих финансовый анализ, реализуя, как правило, несложные алгебраические вычисления. Приведем список этих функций, не вдаваясь в пояснения и надеясь на то, что заинтересованный читатель найдет подробное описание и практические примеры их применения в справочной системе Mathcad.

□  $\text{cnper}(\text{rate}, \text{pv}, \text{fv})$  — отвечает числу составных периодов, необходимых для получения будущего значения вклада при заданных текущем значении вклада и проценте начислений, где:

- $\text{rate}$  — фиксированный процент по вкладу; должен быть действительным скаляром,  $\text{rate} > -1$ ;

- $pv$  — текущее значение вклада,  $pv > 0$ ;
  - $fv$  — будущее значение вклада,  $fv > 0$ .
- `crate(nper, pv, fv)` — отвечает фиксированному проценту начислений по вкладу на период, необходимый для прироста от текущего значения вклада до будущего значения при заданном числе составных периодов, где:
- $nper$  — число составных периодов; должно быть целым числом,  $nper \geq 1$ ;
  - $pv$  — текущее значение вклада,  $pv > 0$ ;
  - $fv$  — будущее значение вклада,  $fv > 0$ .
- `cumint(rate, nper, pv, start, end, [type])` — отвечает совокупному проценту по заему между начальным и конечным периодами при фиксированном проценте, общем числе составных периодов и текущем значении заема.
- `cumprn(rate, nper, pv, start, end, [type])` — отвечает совокупной сумме по заему между начальным и конечным периодами при фиксированном проценте, общем числе составных периодов и текущем значении заема, где:
- $rate$  — фиксированный процент по вкладу; должен быть действительным скаляром,  $rate \geq 0$ ;
  - $nper$  — общее число составных периодов; должно быть положительным целым числом;
  - $pv$  — текущее значение заема,  $pv > 0$ ;
  - $start$  — начальный период накопления; должен быть положительным целым числом;
  - $end$  — конечный период накопления; должен быть положительным целым числом;  $start \leq end$ ;
  - $type=0$  для платежа, сделанного в конце периода, или  $type=1$  для платежа, сделанного в начале периода.
- `eff(rate, nper)` — отвечает эффективной ежегодной процентной ставке при данной номинальной ежегодной процентной ставке и числе составных периодов в год, где:
- $rate$  — номинальная процентная ставка; должна быть действительным скаляром;
  - $nper$  — общее число составных периодов в год,  $nper > 0$ .

- $f_v(\text{rate}, \text{nper}, \text{pmt}, [[\text{pv}], [\text{type}]])$  — соответствует будущему значению вклада или займа через особое число составных временных интервалов, установленных периодически, при постоянных платежах и фиксированной процентной ставке, где:
  - $\text{rate}$  — фиксированная процентная ставка за период; должна быть действительным скаляром,  $\text{rate} > 0$ ;
  - $\text{nper}$  — общее число составных периодов в год,  $\text{nper} > 0$ ;
  - $\text{pv}$  — текущее значение займа;
  - $\text{type} = 0$  для платежа, сделанного в конце периода, или  $\text{type} = 1$  для платежа, сделанного в начале периода.
- $f_{\text{vadj}}(\text{prin}, \mathbf{v})$  — соответствует будущему значению ежегодной общей суммы капитала, на который начисляются проценты, при применении серии составных процентных ставок, где:
  - $\text{prin}$  — ежегодная общая сумма;
  - $\mathbf{v}$  — вектор процентных ставок, каждая из которых применяется с той же самой основной суммой и процентами с нее за период времени.
- $f_{\text{vc}}(\text{rate}, \mathbf{v})$  — соответствует будущему значению серии денежных потоков, происходящих с регулярными интервалами и приносящих специальную процентную ставку, где:
  - $\text{rate}$  — фиксированная процентная ставка за период; должна быть действительным скаляром;
  - $\mathbf{v}$  — вектор регулярных денежных потоков.
- $i_{\text{pmt}}(\text{rate}, \text{per}, \text{nper}, \text{pv}, [[\text{fv}], \text{type}])$  — соответствует процентному платежу по вкладу или займу за данный временной интервал, основанному на периодичности, постоянных платежах через данное число составных периодов, использующих фиксированную процентную ставку и особое текущее значение, где:
  - $\text{rate}$  — фиксированная процентная ставка за период,  $\text{rate} \geq 0$ ;
  - $\text{per}$  — период, за который вы хотите найти ставку; должен быть положительным целым числом;
  - $\text{nper}$  — общее число составных периодов,  $\text{per} \leq \text{nper}$ ;
  - $\text{pv}$  — текущее значение;

- $f_v$  — будущее значение;
  - $type=0$  для платежа, сделанного в конце периода, или  $type=1$  для платежа, сделанного в начале периода.
- $irr(v, [guess])$  — отвечает внутренней ставке возврата для серии денежных потоков, происходящих с регулярными интервалами, где:
- $v$  — вектор денежных потоков, определяемых за регулярные интервалы; должен состоять, по крайней мере, из одного положительного и одного отрицательного числа;
  - $guess$  — численное значение, которым вы предполагаете аппроксимировать ответ, если явное задание данного параметра отсутствует, то используется значение по умолчанию  $guess=0.1(10\%)$ .
- $mirr(v, fin\_rate, rein\_rate)$  — соответствует модифицированной процентной ставке возврата для серии денежных потоков с регулярными интервалами при условии, что ставка финансирования подлежит оплате в соответствии с суммой заимствования, а ставка реинвестирования приносит доход с суммы, которую вы повторно инвестируете, где:
- $v$  — вектор денежных потоков, определяемых за регулярные интервалы; он должен состоять, по крайней мере, из одного положительного и одного отрицательного числа;
  - $fin\_rate$  — финансовая ставка платежа по заимствованным денежным потокам;
  - $rein\_rate$  — ставка реинвестирования.
- $nom(rate, nper)$  — соответствует номинальной процентной ставке, включающей эффективную ежегодную процентную ставку и число составных периодов за год, где:
- $rate$  — эффективная ежегодная процентная ставка; должна быть действительным скаляром,  $rate > -1$ ;
  - $nper$  — общее число составных периодов за год,  $nper > 0$ .
- $npv(rate, v)$  — вычисляет чистое текущее значение вклада, в том числе скидки и регулярные денежные потоки, где:
- $rate$  — фиксированная процентная ставка, с которой вклад зарабатывает процент за период; должна быть действительным скаляром;
  - $v$  — вектор регулярных денежных потоков.

- `nper(rate, pmt, pv, [[fv], [type]])` — отвечает числу периодов для вклада или займа, основанных на периодичности, постоянных платежах, использующих фиксированную процентную ставку и особое текущее значение.
- `pmt(rate, nper, pv, [[fv], [type]])` — соответствует платежу по вкладу или займу, основанному на периодичности, постоянных платежах через данное число составных периодов, использующих фиксированную процентную ставку и особое текущее значение.
- `ppmt(rate, per, nper, pv, [[fv], [type]])` — соответствует платежу по общей сумме вклада или займа, основанному на периодичности, постоянных платежах через данное число составных периодов, использующих фиксированную процентную ставку и особое будущее значение.
- `pv(rate, nper, pmt, [[fv], [type]])` — соответствует текущему значению вклада или займа, основанному на периодичности, постоянных платежах через данное число составных периодов, использующих фиксированную процентную ставку и особый взнос.
- `rate(nper, pmt, pv, [[fv], [type], [guess]])` — соответствует процентной ставке на период вклада или займа при особом числе периодических составных периодов, постоянных платежах и особом текущем значении, где:
  - `rate` — фиксированная процентная ставка;
  - `per` — период;
  - `nper` — общее число составных периодов за год; должно быть положительным целым числом;
  - `pmt` — платеж, делаемый каждый период;
  - `pv` — текущее значение вклада;
  - `fv` — будущее значение вклада;
  - `type=0` для платежа, сделанного в конце периода, или `type=1` для платежа, сделанного в начале периода;
  - `guess` — численное значение, которым вы предполагаете аппроксимировать ответ, если им пренебрегается, то `guess=0.01 (10%)`.

# Глава 11



## Математическая статистика

Mathcad имеет развитый аппарат работы с задачами математической статистики. С одной стороны, имеется большое количество встроенных специальных функций, реализующих генераторы псевдослучайных чисел, а также позволяющих рассчитывать плотности вероятности и другие характеристики основных законов распределения случайных величин (см. разд. 11.1). Наряду с этим, имеется возможность строить гистограммы и рассчитывать статистические характеристики выборок случайных чисел и случайных процессов, таких как средние, дисперсии, корреляции и т. п. (см. разд. 11.2). Развитый аппарат статистической обработки данных позволяет осуществлять их интерполяцию и экстраполяцию (см. разд. 11.3), проводить регрессию и сглаживание (см. разд. 11.4) и вычисление спектров (см. разд. 11.5).

### 11.1. Случайные величины

В Mathcad имеется ряд встроенных функций, задающих используемые в математической статистике законы распределения. Они вычисляют как значение плотности вероятности различных распределений по значению случайной величины  $x$ , так и некоторые сопутствующие функции. Рассмотрим их сначала на примере гауссового распределения, а затем дадим короткую сводку схожих функций для остальных распределений.

#### 11.1.1. Нормальное (гауссово) распределение

Перечислим встроенные функции, имеющиеся в Mathcad для описания нормального распределения вероятностей:

- $\text{dnorm}(x, \mu, \sigma)$  — плотность вероятности нормального распределения;
- $\text{pnorm}(x, \mu, \sigma)$  — функция нормального распределения;

- $\text{cnorm}(x)$  — функция нормального распределения для  $\mu=0, \sigma=1$ ;
- $\text{qnorm}(P, \mu, \sigma)$  — обратная функция нормального распределения;
- $\text{rnorm}(M, \mu, \sigma)$  — вектор  $M$  независимых случайных чисел, каждое из которых имеет нормальное распределение,

где:

- $x$  — значение случайной величины;
- $P$  — значение вероятности;
- $\mu$  — математическое ожидание;
- $\sigma$  — среднеквадратичное отклонение.

Математическое ожидание и дисперсия являются, по сути, параметрами распределения. Плотность распределения для трех пар значений параметров показана на рис. 11.1. Напомним, что плотность распределения  $\text{dnorm}$  задает вероятность попадания случайной величины  $x$  в малый интервал от  $x$  до  $x+\Delta x$ . Таким образом, например, для первого графика (сплошная линия) вероятность того, что случайная величина  $x$  примет значение в окрестности нуля, приблизительно в три раза больше, чем вероятность того, что она примет значение в окрестности  $x=2$ . А значения случайной величины, большие 5 и меньшие -5, и вовсе очень маловероятны.

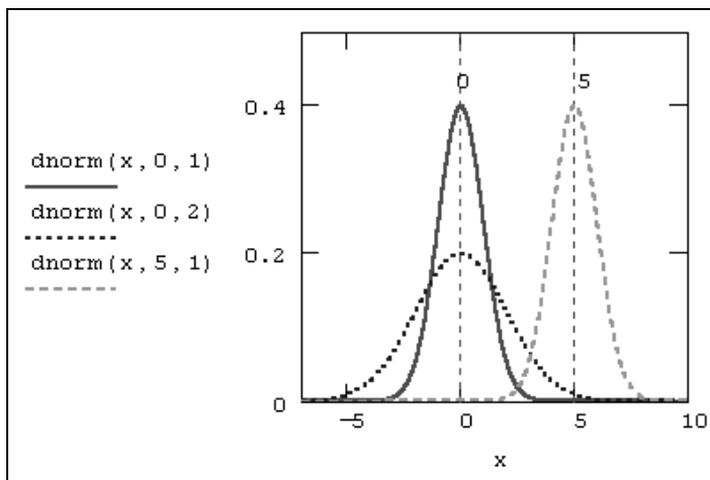


Рис. 11.1. Плотность вероятности нормальных распределений

**Функция распределения**  $F(x)$  (cumulative probability) — это вероятность того, что случайная величина примет значение, меньшее или равное  $x$ . Как следует из математического смысла, она является интегралом от плотности вероятности в пределах от  $-\infty$  до  $x$ . Функции распределения для упомянутых нормальных законов изображены на рис. 11.2. Функция, обратная  $F(x)$  (inverse cumulative probability), называемая еще *квантилем распределения*, позволяет по заданному аргументу  $p$  определить значение  $x$ , причем случайная величина будет меньше или равна  $x$  с вероятностью  $p$ .

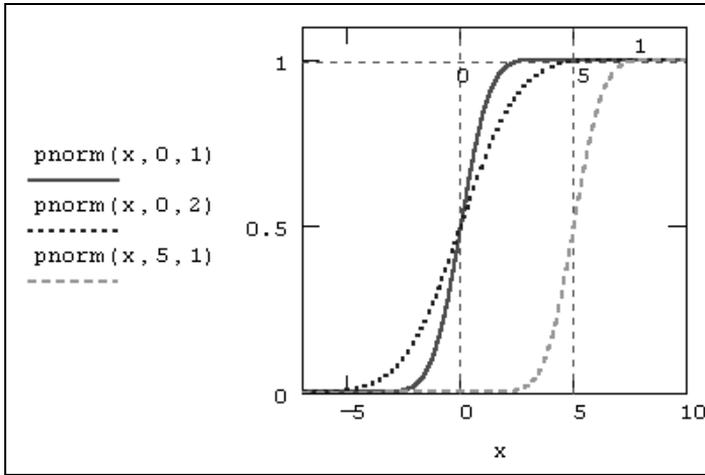


Рис. 11.2. Нормальные функции распределения

### Примечание

Здесь и далее графики различных статистических функций, показанные на рисунках, получены с помощью Mathcad без каких-либо дополнительных выражений в рабочей области.

Приведем несколько примеров, позволяющих почувствовать математический смысл рассмотренных функций на примере случайной величины  $x$ , распределенной по нормальному закону с  $\mu=0$  и  $\sigma=1$  (листинги 11.1—11.5).

**Листинг 11.1. Вероятность того, что  $x$  будет меньше 1.881**

```
pnorm(1.881, 0, 1) = 0.97
```

**Листинг 11.2. 97%-ный квантиль нормального распределения**

$$\text{qnorm}(0.97, 0, 1) = 1.881$$

**Листинг 11.3. Вероятность того, что  $x$  будет больше 2**

$$1 - \text{pnorm}(2, 0, 1) = 0.02275$$

**Листинг 11.4. Вероятность того, что  $x$  будет находиться в интервале (2, 3)**

$$\text{pnorm}(3, 0, 1) - \text{pnorm}(2, 0, 1) = 0.021$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left( \text{erf}\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right) - \text{erf}\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right) \right) = 0.021$$

**Листинг 11.5. Вероятность того, что  $|x| < 2$** 

$$\text{pnorm}(2, 0, 1) - \text{pnorm}(-2, 0, 1) = 0.954$$

$$\text{erf}\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right) = 0.954$$

Обратите внимание, что задачи двух последних листингов решаются двумя разными способами. Второй из них связан с еще одной встроенной функцией `erf`, называемой *функцией ошибок* (или *интегралом вероятности*, или *функцией Крампта*):

□ `erf(x)` — функция ошибок

$$\text{erfc}(x) \equiv 1 - \text{erf}(x).$$

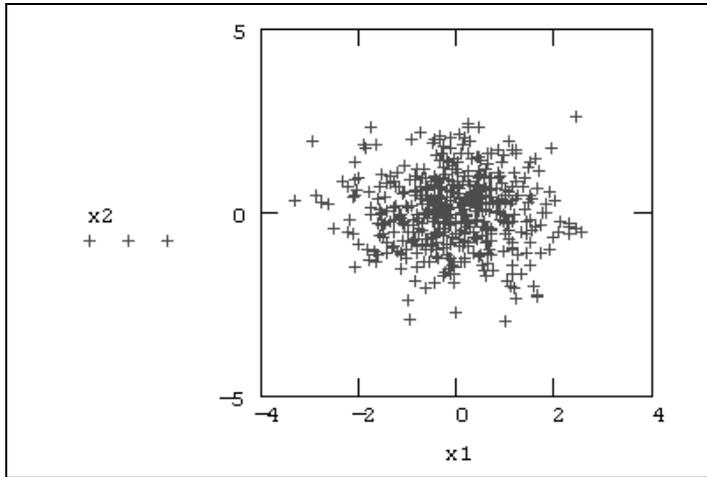
Математический смысл функции ошибок ясен из листинга 11.5. Интеграл вероятности имеет всего один аргумент, в отличие от функции нормального распределения. Исторически последняя пересчитывалась через табулированный интеграл вероятности по формулам, приведенным в листинге 11.6 для произвольных значений параметров  $\mu$  и  $\sigma$ .

**Листинг 11.6. Вероятность того, что  $x$  будет находиться в интервале (2, 3)**

$$\mu := 5 \quad \sigma := 2$$

$$\text{pnorm}(3, \mu, \sigma) - \text{pnorm}(2, \mu, \sigma) = 0.092$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left( \operatorname{erf} \left( \frac{3 - \mu}{\sigma \cdot \sqrt{2}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{2 - \mu}{\sigma \cdot \sqrt{2}} \right) \right) = 0.092$$



**Рис. 11.3.** Псевдослучайные числа с нормальным законом распределения (листинг 11.7)

Если вы имеете дело с моделированием методами Монте-Карло, то в качестве генератора случайных чисел с нормальным законом распределения применяйте встроенную функцию `rnorm`. В листинге 11.7 ее действие показано на примере создания двух векторов по  $M=500$  элементов в каждом с независимыми псевдослучайными числами  $x_{1i}$  и  $x_{2i}$ , распределенными согласно нормальному закону. О характере распределения случайных элементов векторов можно судить по рис. 11.3. В дальнейшем будем часто сталкиваться с генерацией случайных чисел и расчетом их различных средних характеристик.

#### Листинг 11.7. Генерация двух векторов с нормальным законом распределения

```

σ := 1           μ := 0
M := 500
x1 := rnorm(M, μ, σ)
x2 := rnorm(M, μ, σ)

```

## 11.1.2. Другие статистические распределения

Как легко заметить по рассмотренным трем распределениям, Mathcad имеет четыре основных категории встроенных функций. Они различаются написанием их первой литеры, а оставшаяся часть имени функций (ниже в списке функций она условно обозначена звездочкой) идентифицирует тот или иной тип распределения.

- $d^*(x, \text{par})$  — плотность вероятности;
- $p^*(x, \text{par})$  — функция распределения;
- $q^*(P, \text{par})$  — квантиль распределения;
- $r^*(M, \text{par})$  — вектор  $M$  независимых случайных чисел, каждое из которых имеет соответствующее распределение,

где:

- $x$  — значение случайной величины (аргумент функции);
- $P$  — значение вероятности;
- $\text{par}$  — список параметров распределения.

Чтобы получить функции, относящиеся, например, к равномерному распределению, вместо  $*$  надо поставить  $\text{unif}$  и ввести соответствующий список параметров  $\text{par}$ . Он будет состоять в данном случае из двух чисел  $a, b$  — интервала распределения случайной величины.

Перечислим все типы распределения, реализованные в Mathcad, вместе с их параметрами, на этот раз обозначив звездочкой  $*$  недостающую первую букву встроенных функций. Некоторые из плотностей вероятности показаны на рис. 11.4.

- $*\text{beta}(x, s1, s2)$  — бета-распределение ( $s1, s2 > 0$  — параметры,  $0 < x < 1$ ).
- $*\text{binom}(k, n, p)$  — биномиальное распределение ( $n$  — целый параметр,  $0 \leq k \leq n$  и  $0 \leq p \leq 1$  — параметр, равный вероятности успеха единичного испытания).
- $*\text{cauchy}(x, l, s)$  — распределение Коши ( $l$  — параметр разложения,  $s > 0$  — параметр масштаба).
- $*\text{chisq}(x, d)$  —  $\chi^2$  ("хи-квадрат") распределение ( $d > 0$  — число степеней свободы).
- $*\text{exp}(x, r)$  — экспоненциальное распределение ( $r > 0$  — показатель экспоненты).
- $*F(x, d1, d2)$  — распределение Фишера ( $d1, d2 > 0$  — числа степеней свободы).

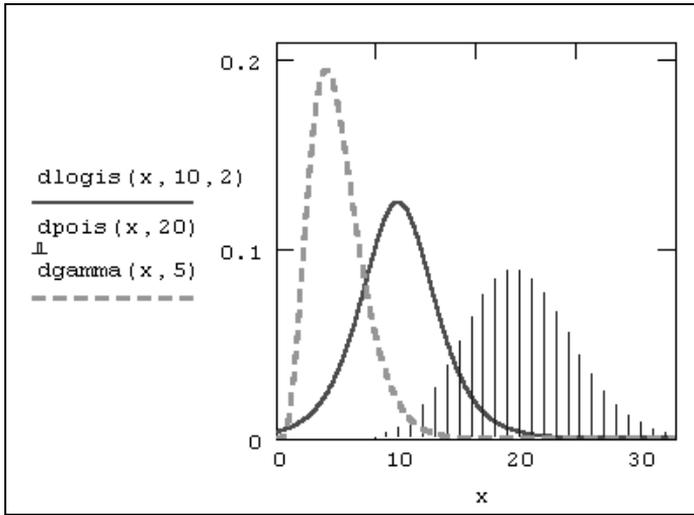


Рис. 11.4. Плотность вероятности некоторых распределений

- $*gamma(x, s)$  — гамма-распределение ( $s > 0$  — параметр формы).
- $*geom(k, p)$  — геометрическое распределение ( $0 \leq p \leq 1$  — параметр, равный вероятности успеха единичного испытания).
- $*hypergeom(k, a, b, n)$  — гипергеометрическое распределение ( $a, b, n$  — целые параметры).
- $*lnorm(x, \mu, \sigma)$  — логарифмически нормальное распределение ( $\mu$  — натуральный логарифм математического ожидания,  $\sigma > 0$  — натуральный логарифм среднеквадратичного отклонения).
- $*logis(x, l, s)$  — логистическое распределение ( $l$  — математическое ожидание,  $s > 0$  — параметр масштаба).
- $*nbinom(k, n, p)$  — отрицательное биномиальное распределение ( $n > 0$  — целый параметр,  $0 < p \leq 1$ ).
- $*norm(x, \mu, \sigma)$  — нормальное распределение ( $\mu$  — среднее значение,  $\sigma > 0$  — среднеквадратичное отклонение).
- $*pois(k, \lambda)$  — распределение Пуассона ( $\lambda > 0$  — параметр).
- $*t(x, d)$  — распределение Стьюдента ( $d > 0$  — число степеней свободы).
- $*unif(x, a, b)$  — равномерное распределение ( $a < b$  — границы интервала).
- $*weibull(x, s)$  — распределение Вейбулла ( $s > 0$  — параметр).

Вставку рассмотренных статистических функций в программы удобно осуществлять с помощью диалогового окна **Insert Function** (Вставить функцию). Для этого необходимо выполнить следующие действия:

1. Установите курсор на место вставки функции в документе.
2. Вызовите диалоговое окно **Insert Function** нажатием кнопки  $f(x)$  на панели инструментов **Standard** (Стандартная), или командой меню **Insert | Function** (Вставка | Функция), или нажатием комбинации клавиш  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{E} \rangle$ .
3. В списке **Function Category** (Категория функции) (рис. 11.5) выберите одну из категорий статистических функций. Категория **Probability Density** (Плотность вероятности) содержит встроенные функции для плотности вероятности, **Probability Distribution** (Функция распределения) — для вставки функций или квантилей распределения, **Random Numbers** (Случайные числа) — для вставки функции генерации случайных чисел.
4. В списке **Function Name** (Имя функции) отметьте функцию в зависимости от требуемого закона распределения. При выборе того или иного элемента списка в текстовых полях в нижней части окна будет появляться информация о назначении выбранной функции.
5. Нажмите кнопку **OK** для вставки функции в документ.

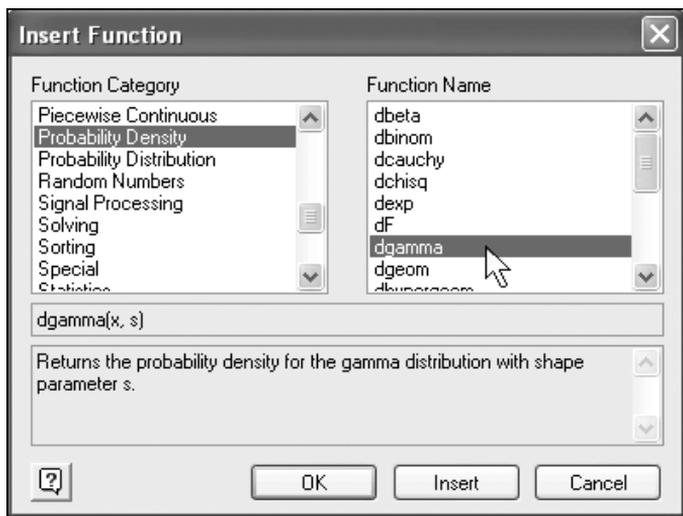


Рис. 11.5. Диалоговое окно **Insert Function**

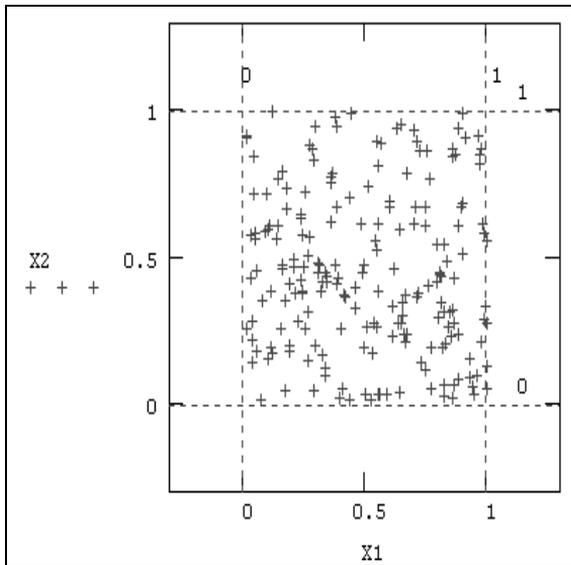
В Mathcad применяются типичные алгоритмы генерации последовательностей псевдослучайных чисел, которые используют в качестве "отправной точки" некоторое *начальное значение* (seed value). Оно используется для того, чтобы совершить над ним определенные математические действия (например, взять остаток от деления на некоторое другое число) и получить в итоге первое псевдослучайное число последовательности. Для того чтобы иметь возможность поменять саму последовательность сгенерированных датчиком случайных чисел, в Mathcad 11 и выше имеется встроенная функция `seed`:

□ `seed(x)` — функция установки нового начального значения для генератора псевдослучайных чисел, где:

- $x$  — новое начальное значение для генератора псевдослучайных чисел (целое число от 1 до 2 147 483 647).

Отметим также, что генератор псевдослучайных чисел с равномерным распределением (рис. 11.6) доступен и через общепринятую встроенную функцию `rnd`:

□ `rnd(x)` — случайное число, имеющее равномерную плотность распределения на интервале  $(0, x)$ .



**Рис. 11.6.** Псевдослучайные числа с равномерным законом распределения

## 11.2. Статистические характеристики

В большинстве статистических расчетов вы имеете дело либо со случайными данными, полученными в ходе какого-либо эксперимента (которые выводятся из файла или печатаются непосредственно в документе), либо с результатами генерации случайных чисел, рассмотренными в предыдущих разделах встроенными функциями, моделирующими то или иное явление методом Монте-Карло. Рассмотрим возможности Mathcad по оценке функций распределения и расчету числовых характеристик случайных данных.

### 11.2.1. Построение гистограмм

*Гистограммой* называется график, аппроксимирующий по случайным данным плотность их распределения. При построении гистограммы область значений случайной величины  $(a, b)$  разбивается на некоторое количество  $\text{bin}$  сегментов, а затем подсчитывается процент попадания данных в каждый сегмент. Для построения гистограмм в Mathcad имеется несколько встроенных функций. Рассмотрим их, начиная с самой сложной по применению, чтобы лучше разобраться в возможностях каждой из функций.

□  $\text{hist}(\text{intvls}, x)$  — вектор частоты попадания данных в интервалы гистограммы, где:

- $\text{intvls}$  — вектор, элементы которого задают сегменты построения гистограммы в порядке возрастания  $a \leq \text{intvls}_i < b$ ;
- $x$  — вектор случайных данных.

Если вектор  $\text{intvls}$  имеет  $\text{bin}$  элементов, то и результат  $\text{hist}$  имеет столько же элементов. Построение гистограммы иллюстрируется листингом 11.8 и рис. 11.7.

#### Листинг 11.8. Построение гистограммы

```
N := 1000
bin := 30
x := rnorm(N, 0, 1)
lower := floor(min(x))
upper := ceil(max(x))
h := 
$$\frac{\text{upper} - \text{lower}}{\text{bin}}$$

```

```

j := 0 .. bin
intj := lower + h · j
f :=  $\frac{1}{N \cdot h}$  · hist (int, x)

```

Для анализа взято  $N=1000$  данных с нормальным законом распределения, созданных генератором случайных чисел (третья строка листинга). Далее определяются границы интервала (`upper, lower`), содержащего внутри себя все случайные значения, и осуществляется его разбиение на количество (`bin`) одинаковых сегментов, начальные точки которых записываются в вектор `int` (предпоследняя строка листинга).

### **Внимание!**

В векторе `int` можно задать произвольные границы сегментов разбиения так, чтобы они имели разную ширину.

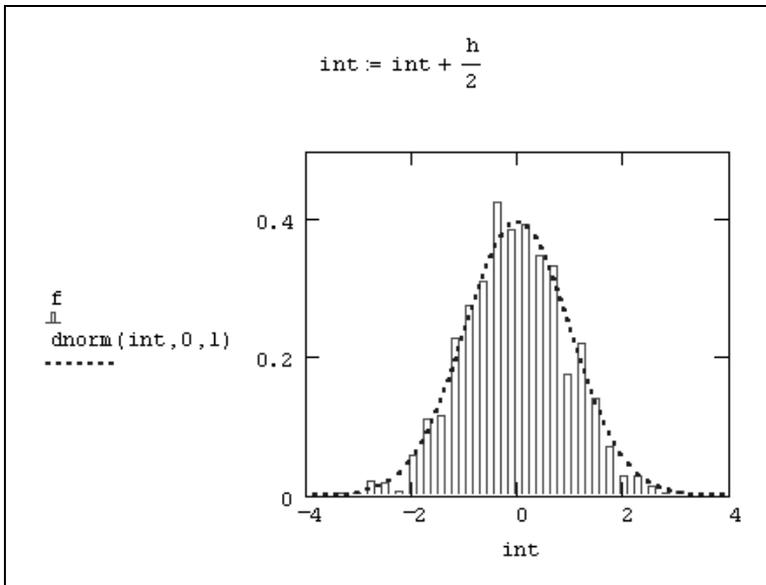


Рис. 11.7. Построение гистограммы (листинг 11.8)

Обратите внимание, что в последней строке листинга осуществлена нормировка значений гистограммы с тем, чтобы она правильно аппроксимировала плотность вероятности, также показанную на графике. Очень важно переоп-

ределение вектора `int` в самом верху рис. 11.8, которое необходимо для перехода от левой границы каждого элементарного сегмента к его центру.

Если нет необходимости задавать сегменты гистограммы разной ширины, то удобнее воспользоваться упрощенным вариантом функции `hist` или функцией `histogram`:

- `hist(bin, x)` — вектор частоты попадания данных в интервалы гистограммы;
- `histogram(bin, x)` — матрица гистограммы размером `bin×2`, состоящая из столбца сегментов разбиения и столбца частоты попадания в них данных, где:
  - `bin` — количество сегментов построения гистограммы;
  - `x` — вектор случайных данных.

Для того чтобы использовать этот вариант функции `hist` вместо предыдущего, достаточно заменить первый из ее аргументов в листинге 11.8 следующим образом:

$$f := \frac{1}{N \cdot h} \cdot \text{hist}(\text{int}, x)$$

## 11.2.2. Среднее значение и дисперсия

В Mathcad имеется ряд встроенных функций для расчетов числовых статистических характеристик рядов случайных данных (листинг 11.9):

- `mean(x)` — выборочное среднее значение;
- `median(x)` — выборочная *медиана* (`median`) — значение аргумента, которое делит гистограмму плотности вероятностей на две равные части;
- `Var(x)` — выборочная *дисперсия* (`variance`);
- `stdev(x)` — *среднеквадратичное* (или "*стандартное*") *отклонение* (`standard deviation`);
- `max(x), min(x)` — максимальное и минимальные значения выборки;
- `mode(x)` — наиболее часто встречающееся значение выборки;
- `Var(x), Stdev(x)` — выборочная дисперсия и среднеквадратичное отклонение в другой нормировке,

где:

- `x` — вектор (или матрица) с выборкой случайных данных.

**Листинг 11.9. Расчет числовых характеристик случайного вектора**

```

x := rweibull (1000, 1.5)

N := length (x)           N = 1 × 103

mean (x) = 0.917

median (x) = 0.781

var (x) = 0.402

stdev (x) = 0.634        √var (x) = 0.634

hi := mean (x) + stdev (x)   lo := mean (x) - stdev (x)

```

**11.2.3. Корреляция и ковариация**

До сих пор мы рассматривали наиболее простой случай применения генераторов независимых случайных чисел. В методах Монте-Карло часто требуется создавать случайные числа с определенной *корреляцией*. Приведем пример программы, создающей два вектора  $x_1$  и  $x_2$  одинакового размера и одним и тем же распределением, случайные элементы которых попарно коррелированы (зависимы между собой) с коэффициентом корреляции  $R$  (листинг 11.10).

**Листинг 11.10. Генерация попарно коррелированных случайных чисел**

```

σ := 3           N := 1000

R := 0.4

x1 := rnorm (N, 0, σ)

x2 := R · x1 + √(1 - R2) · rnorm (N, 0, σ)

```

Функции, устанавливающие связь между парами двух случайных векторов, называются *ковариацией* и *корреляцией* (или, по-другому, *коэффициентом корреляции*). Они различаются нормировкой, как следует из их определения (листинг 11.11):

- $\text{corr}(x)$  — коэффициент корреляции двух выборок;
- $\text{cvar}(x)$  — ковариация двух выборок,

где:

- $x_1, x_2$  — векторы (или матрицы) одинакового размера с выборками случайных данных.

### Листинг 11.11. Расчет ковариации и корреляции (продолжение листинга 11.10)

```

m1 := mean (x1)           m2 := mean (x2)
σ1 := stdev (x1)         σ2 := stdev (x2)


$$\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} (x1_i - m1) \cdot (x2_i - m2) = 3.823$$


cvar (x1, x2) = 3.823


$$\frac{\text{cvar}(x1, x2)}{\sigma1 \cdot \sigma2} = 0.415$$


corr (x1, x2) = 0.415

```

## 11.2.4. Коэффициенты асимметрии и эксцесса

*Коэффициент асимметрии* задает степень асимметричности плотности вероятности относительно оси, проходящей через ее центр тяжести. Коэффициент асимметрии определяется третьим центральным моментом распределения. В любом симметричном распределении с нулевым математическим ожиданием, например, нормальным, все нечетные моменты, в том числе и третий, равны нулю, поэтому коэффициент асимметрии тоже равен нулю.

Степень сглаженности плотности вероятности в окрестности главного максимума задается еще одной величиной — *коэффициентом эксцесса*. Он показывает, насколько острую вершину имеет плотность вероятности по сравнению с нормальным распределением. Если коэффициент эксцесса больше нуля, то распределение имеет более острую вершину, чем распределение Гаусса, если меньше нуля, то более плоскую.

Для расчета коэффициентов асимметрии и эксцесса в Mathcad имеются две встроенные функции:

- $\text{kurt}(x)$  — *коэффициент эксцесса* (kurtosis) выборки случайных данных  $x$ ;
- $\text{skew}(x)$  — *коэффициент асимметрии* (skewness) выборки случайных данных  $x$ .

Примеры расчета коэффициентов асимметрии и эксцесса для распределения Вейбулла приведены в листинге 11.12.

**Листинг 11.12. Расчет выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса**

```
x := rweibull (1000, 1.5)
skew (x) = 1.216
kurt (x) = 1.89
```

**11.2.5. Другие статистические характеристики**

В предыдущих разделах были рассмотрены встроенные функции, рассчитывающие наиболее часто используемые статистические характеристики выборок случайных данных. Иногда в статистике встречаются и иные функции, например, помимо арифметического среднего применяются другие средние значения:

- $\text{gmean}(x)$  — геометрическое среднее выборки случайных чисел;
- $\text{hmean}(x)$  — гармоническое среднее выборки случайных чисел.

Математическое определение этих функций и пример их использования в Mathcad приведены в листинге 11.13.

**Листинг 11.13. Вычисление различных средних значений**

```
N := 10
x := runif (N, 0, 1)
```

$$\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} x_i = 0.338 \qquad \text{mean}(x) = 0.338$$

$$\left( \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{x_i} \right)^{-1} = 0.012 \qquad \text{hmean}(x) = 0.012$$

$$\sqrt[N]{\prod_{i=0}^{N-1} x_i} = 0.171 \qquad \text{gmean}(x) = 0.171$$

## 11.2.6. Действие статистических функций на матрицы

Все рассмотренные примеры работы статистических функций относились к векторам, элементы которых были случайными числами. Но точно так же все эти функции применяются и по отношению к выборкам случайных данных, сгруппированных в матрицы. При этом статистические характеристики рассчитываются для совокупности всех элементов матрицы, без разделения ее на строки и столбцы. Например, если матрица имеет размер  $M \times N$ , то и объем выборки будет равен  $M \cdot N$ .

Соответствующий пример вычисления среднего значения приведен в листинге 11.14. В его первой строке определяется матрица данных  $x$  размером  $4 \times 2$ . Действие встроенной функции `mean` матричного аргумента (последняя строка листинга) иллюстрируется явным суммированием элементов матрицы  $x$  (предпоследняя строка). Действие прочих встроенных функций на матрицы совершенно аналогично действию их на векторы (листинг 11.15).

**Листинг 11.14. Вычисление среднего значения элементов матрицы**

```
x := ( 1.0  4
      1.5  7
      0.9  1.2
      1.2  12 )

M := rows (x)      M = 4
N := cols (x)      N = 2

1 / (M * N) * sum_{i=0}^{M-1} sum_{j=0}^{N-1} x_{i,j} = 3.6

mean (x) = 3.6
```

**Листинг 11.15. Действие различных статистических функций на матрицу**

```
median (x) = 1.35
mode (x) = 1.2
var (x) = 14.033
```

$\text{Var}(x) = 16.037$

$\text{stdev}(x) = 3.746$

$\text{Stdev}(x) = 4.005$

### **Примечание**

Некоторые статистические функции (например, вычисления ковариации) имеют два аргумента. Они также могут быть матрицами, но, в соответствии со смыслом функции, должны иметь одинаковый размер.

Большинству статистических функций позволено иметь в качестве аргументов даже не одну матрицу, а любое количество матриц, векторов и скаляров. Числовые характеристики будут рассчитаны для всей совокупности значений аргументов функции.

## **11.3. Интерполяция и экстраполяция**

Для построения интерполяции/экстраполяции в Mathcad имеются несколько встроенных функций, позволяющих "соединить" точки выборки данных  $(x_i, y_i)$  кривой разной степени гладкости.

### **11.3.1. Линейная интерполяция**

Самый простой вид интерполяции — линейная, которая представляет искомую зависимость  $A(x)$  в виде ломаной линии. Интерполирующая функция  $A(x)$  состоит из отрезков прямых, соединяющих точки (рис. 11.8).

Для построения линейной интерполяции служит встроенная функция `linterp` (листинг 11.16).

□ `linterp(x, y, t)` — функция, аппроксимирующая данные векторов  $x$  и  $y$  кусочно-линейной зависимостью, где:

- $x$  — вектор действительных данных аргумента;
- $y$  — вектор действительных данных значений того же размера;
- $t$  — значение аргумента, при котором вычисляется интерполирующая функция.

### **Внимание!**

Элементы вектора  $x$  должны быть определены в порядке возрастания, т. е.  $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_N$ .

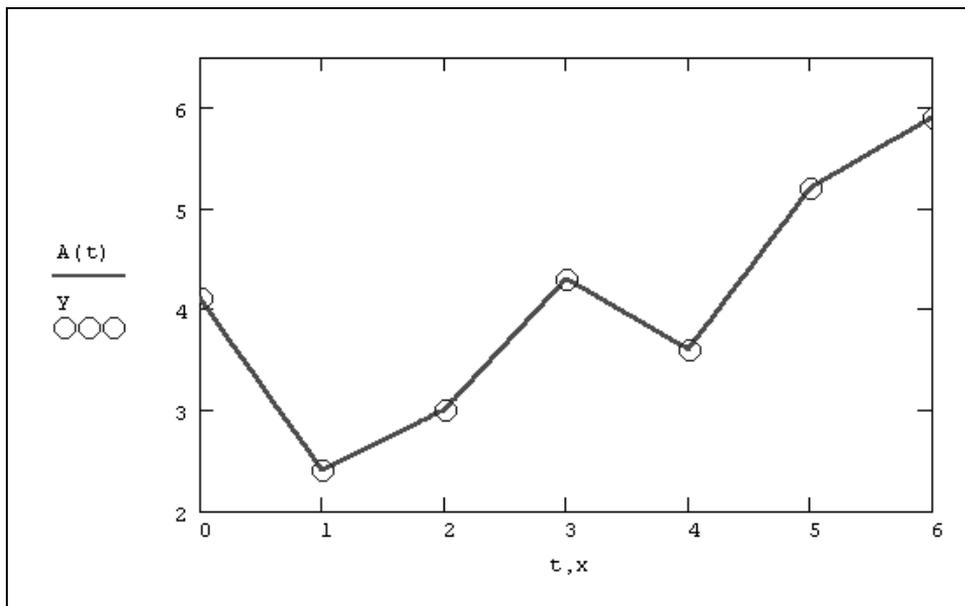


Рис. 11.8. Линейная интерполяция (листинг 11.16)

**Листинг 11.16. Линейная интерполяция**

```

x := ( 0  1  2  3  4  5  6 )T
y := ( 4.1  2.4  3  4.3  3.6  5.2  5.9 )T
A(t) := linterp(x, y, t)

```

**11.3.2. Сплайн-интерполяция**

В большинстве практических приложений желательно соединить экспериментальные точки не ломаной линией, а гладкой кривой. Лучше всего для этих целей подходит интерполяция сплайнами, т. е. отрезками полиномов (чаще всего кубических парабол, как это показано на рис. 11.9).

□ `interp(s, x, y, t)` — функция, аппроксимирующая данные векторов  $x$  и  $y$  кубическими сплайнами, где:

- $s$  — вектор вторых производных, созданный одной из сопутствующих функций `cspline`, `pspline` или `lspline`;

- $x$  — вектор действительных данных аргумента, элементы которого расположены в порядке возрастания;
- $y$  — вектор действительных данных значений того же размера;
- $t$  — значение аргумента, при котором вычисляется интерполирующая функция.

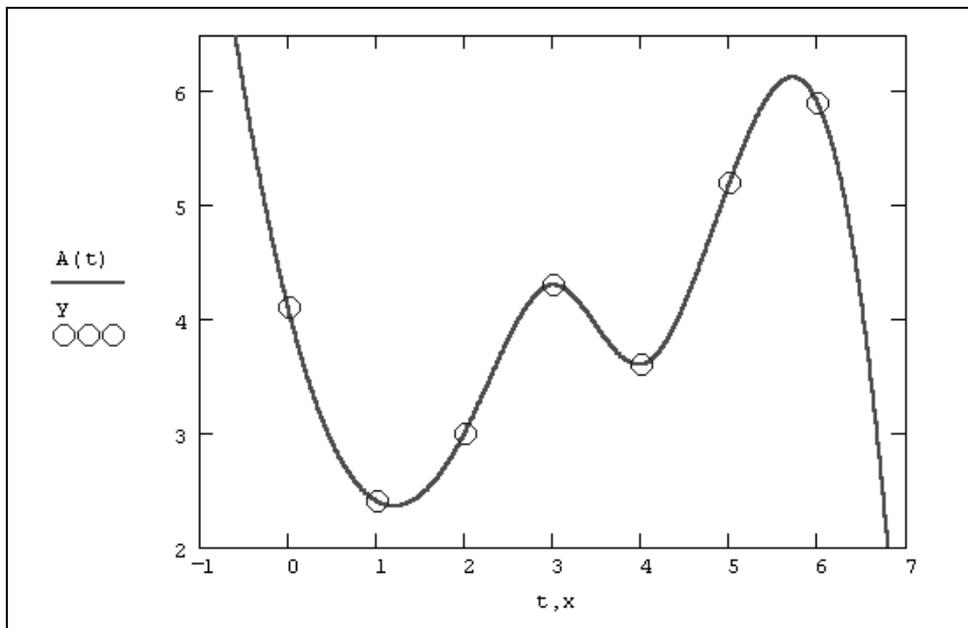


Рис. 11.9. Сплайн-интерполяция (листинг 11.17)

Сплайн-интерполяция в Mathcad реализована чуть сложнее линейной. Перед применением функции `interp` необходимо предварительно определить первый из ее аргументов — векторную переменную  $s$ . Делается это при помощи одной из трех встроенных функций тех же аргументов ( $x, y$ ):

- `lspline(x, y)` — вектор значений коэффициентов линейного сплайна;
- `pspline(x, y)` — вектор значений коэффициентов квадратичного сплайна;
- `cspline(x, y)` — вектор значений коэффициентов кубического сплайна,

где:

- $x, y$  — векторы данных.

Выбор конкретной функции сплайновых коэффициентов влияет на интерполяцию вблизи конечных точек интервала. Пример сплайн-интерполяции приведен в листинге 11.17.

#### Листинг 11.17. Кубическая сплайн-интерполяция

```
x := ( 0  1  2  3  4  5  6 )T
y := ( 4.1  2.4  3  4.3  3.6  5.2  5.9 )T
s := cspline (x, y)
A (t) := interp (s, x, y, t)
```

Более сложный тип интерполяции — так называемая *интерполяция В-сплайнами*. В отличие от обычной сплайн-интерполяции, сшивка элементарных В-сплайнов производится не в точках  $x_i$ , а в других точках  $u_i$ , координаты которых предлагается ввести пользователю. Сплайны могут быть полиномами 1, 2 или 3 степени (линейные, квадратичные или кубические). Применяется интерполяция В-сплайнами точно так же, как и обычная сплайн-интерполяция, различие состоит только в определении вспомогательной функции коэффициентов сплайна (листинг 11.18):

□ `bspline(x, y, u, n)` — вектор значений коэффициентов В-сплайна, где:

- $x, y$  — векторы данных аргумента и значений;
- $u$  — вектор значений аргумента, в которых производится сшивка В-сплайнов;
- $n$  — порядок полиномов сплайновой интерполяции (1, 2 или 3).

#### Примечание

Размер вектора  $u$  должен быть на 1, 2 или 3 меньше размера векторов  $x$  и  $y$ . Первый элемент вектора  $u$  должен быть меньше или равен первому элементу вектора  $x$  (т. е. лежать за пределами левой границы интервала интерполирования). Последний элемент  $u$  должен быть больше или равен последнему элементу  $x$  (т. е. находиться за правой границей интервала интерполирования).

#### Листинг 11.18. Интерполяция В-сплайнами

```
x := ( 0  1  2  3  4  5  6 )T
y := ( 4.1  2.4  3  4.3  3.6  5.2  5.9 )T
```



Как видно из рис. 11.10, функция предсказания может быть полезна при экстраполяции данных на небольшие расстояния. Вдали от исходных данных результат часто бывает неудовлетворительным. Кроме того, функция `predict` хорошо работает в задачах анализа подробных данных с четко прослеживаемой закономерностью (типа рис. 11.10), в основном осциллирующего характера. Однако если данных мало, результат работы функции предсказания может оказаться неудовлетворительным.

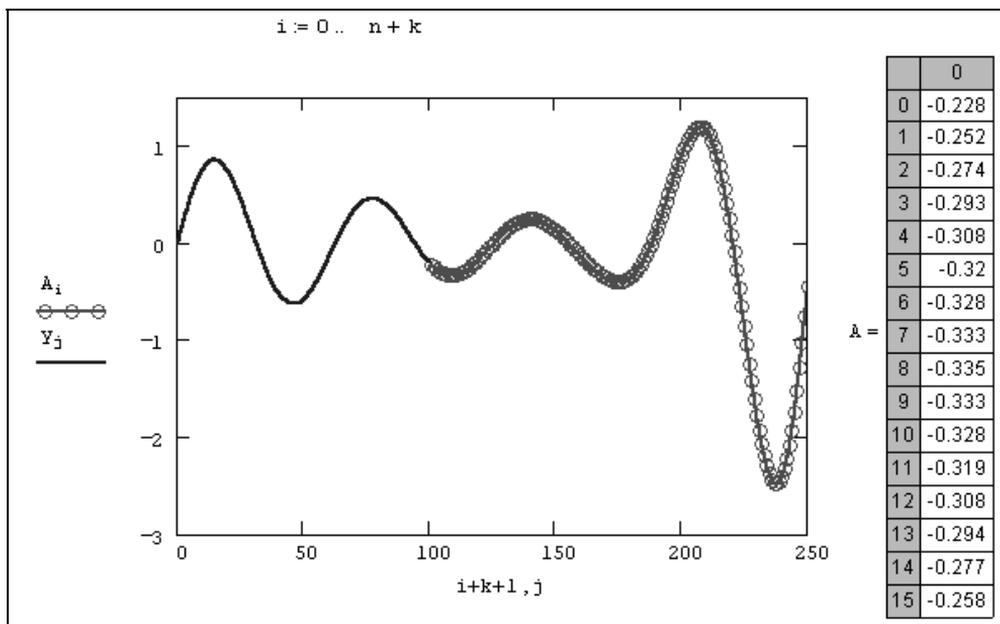


Рис. 11.10. Экстраполяция при помощи функции предсказания (листинг 11.19)

### 11.3.4. Многомерная интерполяция

Двумерная сплайн-интерполяция приводит к построению поверхности  $z(x, y)$ , проходящей через массив точек, описывающий сетку на координатной плоскости  $(x, y)$ . Поверхность создается участками двумерных кубических сплайнов, являющихся функциями  $(x, y)$  и имеющих непрерывные первые и вторые производные по обеим координатам.

Многомерная интерполяция строится с помощью тех же встроенных функций, что и одномерная, но имеет в качестве аргументов не векторы, а соответствующие матрицы. Существует одно важное ограничение, связанное с возможностью интерполяции только квадратных  $N \times N$  массивов данных.

□  $\text{interp}(S, X, Z, V)$  — скалярная функция, аппроксимирующая данные выборки двумерного поля по координатам  $x$  и  $y$  кубическими сплайнами, где:

- $s$  — вектор вторых производных, созданный одной из сопутствующих функций `cspline`, `pspline` или `lspline`;
- $X$  — матрица размером  $N \times 2$ , определяющая диагональ сетки значений аргумента (элементы обоих столбцов соответствуют меткам  $x$  и  $y$  и расположены в порядке возрастания);
- $Z$  — матрица действительных данных размером  $N \times N$ ;
- $V$  — вектор из двух элементов, содержащий значения аргументов  $x$  и  $y$ , для которых вычисляется интерполяция.

### Примечание

Вспомогательные функции построения вторых производных имеют те же матричные аргументы, что и `interp`: `lspline(X, Y)`, `pspline(X, Y)`, `cspline(X, Y)`.

Пример исходных данных приведен на рис. 11.11 в виде графика линий уровня, программная реализация двумерной интерполяции показана в листинге 11.20, а ее результат — на рис. 11.12.

#### Листинг 11.20. Двумерная интерполяция

$$X := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 10 \\ 2 & 20 \\ 3 & 30 \\ 4 & 40 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1.1 & 1.2 \\ 1 & 2 & 3 & 2.1 & 1.5 \\ 1.3 & 3.3 & 5 & 1.7 & 2 \\ 1.3 & 3 & 3.7 & 2.1 & 2.9 \\ 1.5 & 2 & 2.5 & 2.8 & 4 \end{pmatrix}$$

$S := \text{cspline}(X, Y)$

$$V := \begin{pmatrix} 3.7 \\ 2.2 \end{pmatrix} \quad \text{interp}(S, X, Y, V) = 1.636$$

$k := 30$

$i := 0 .. k \quad j := 0 .. k$

$$A_{i,j} := \text{interp} \left[ S, X, Y, \begin{pmatrix} \frac{i}{k} \cdot 4 \\ \frac{j}{k} \cdot 40 \end{pmatrix} \right]$$

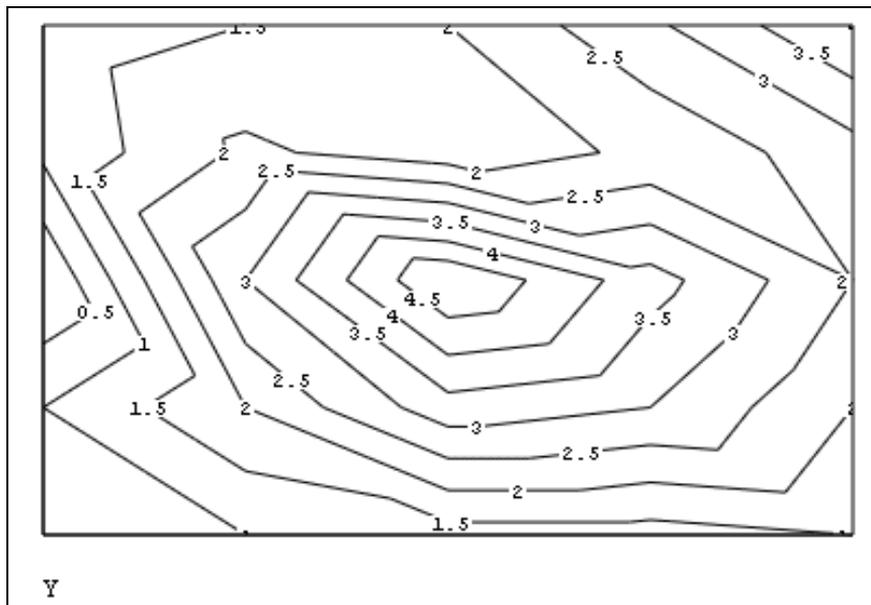


Рис. 11.11. Исходное двумерное поле данных (листинг 11.20)

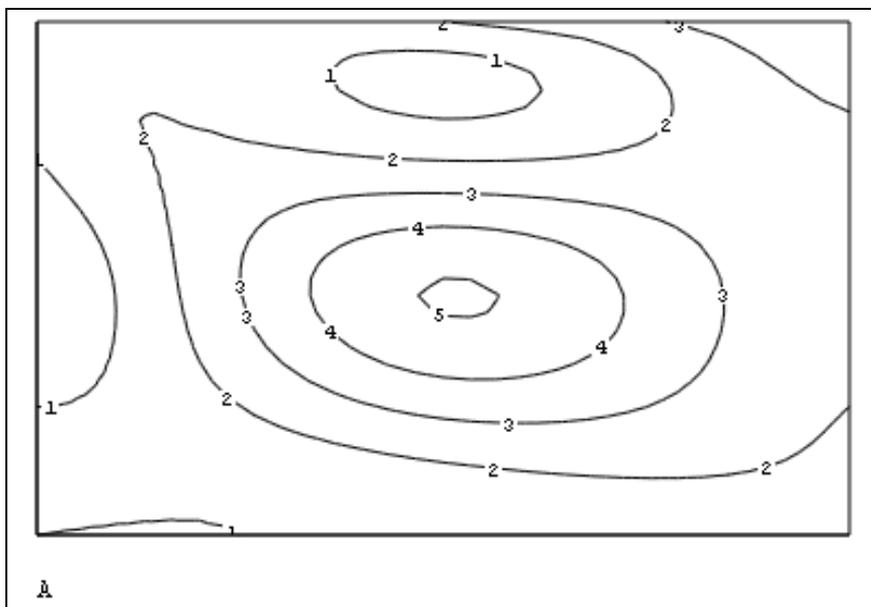


Рис. 11.12. Результат двумерной интерполяции (листинг 11.20)

## 11.4. Регрессия

Задачи математической регрессии имеют смысл приближения выборки данных  $(x_i, y_i)$  некоторой функцией  $f(x)$ , определенным образом минимизирующей совокупность ошибок  $|f(x_i) - y_i|$ . Регрессия сводится к подбору неизвестных коэффициентов, определяющих аналитическую зависимость  $f(x)$ . В силу производимого действия большинство задач регрессии являются частным случаем более общей проблемы сглаживания данных.

Как правило, регрессия очень эффективна, когда заранее известен (или, по крайней мере, хорошо угадывается) закон распределения данных  $(x_i, y_i)$ .

### 11.4.1. Линейная регрессия

Самый простой и наиболее часто используемый вид регрессии — линейная. Приближение данных  $(x_i, y_i)$  осуществляется линейной функцией  $y(x) = b + a \cdot x$ . На координатной плоскости  $(x, y)$  линейная функция, как известно, представляется прямой линией (рис. 11.12).

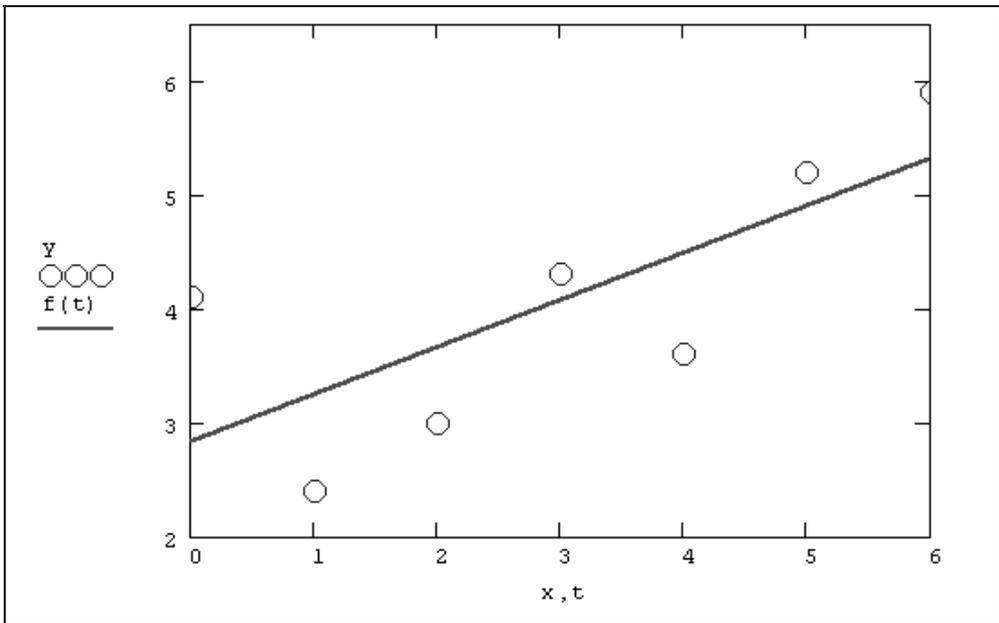


Рис. 11.13. Линейная регрессия (листинг 11.21 или 11.22)

Еще линейную регрессию часто называют *методом наименьших квадратов*, поскольку коэффициенты  $a$  и  $b$  вычисляются из условия минимизации суммы квадратов ошибок  $|b+a \cdot x_i - y_i|$ .

### Примечание

Чаще всего такое же условие ставится и в других задачах регрессии, т. е. приближения массива данных  $(x_i, y_i)$  другими зависимостями  $y(x)$ . Исключение рассмотрено в листинге 11.9.

Для расчета линейной регрессии в Mathcad имеются два дублирующих друг друга способа. Правила их применения представлены в листингах 11.21 и 11.22. Результат обоих листингов получается одинаковым (рис. 11.13).

- $\text{line}(x, y)$  — вектор из двух элементов  $(b, a)$  коэффициентов линейной регрессии  $b+a \cdot x$ ;
  - $\text{intercept}(x, y)$  — коэффициент  $b$  линейной регрессии;
  - $\text{slope}(x, y)$  — коэффициент  $a$  линейной регрессии,
- где:
- $x$  — вектор действительных данных аргумента;
  - $y$  — вектор действительных данных значений того же размера.

#### Листинг 11.21. Линейная регрессия

```
x := (0 1 2 3 4 5 6)ᵀ
y := (4.1 2.4 3 4.3 3.6 5.2 5.9)ᵀ
line(x, y) = (2.829
             0.414)
f(t) := line(x, y)₀ + line(x, y)₁ · t
```

#### Листинг 11.22. Другая форма записи линейной регрессии

```
x := (0 1 2 3 4 5 6)ᵀ
y := (4.1 2.4 3 4.3 3.6 5.2 5.9)ᵀ
intercept(x, y) = 2.829
slope(x, y) = 0.414
f(t) := intercept(x, y) + slope(x, y) · t
```

Кроме того, в Mathcad имеется альтернативный алгоритм, реализующий не минимизацию суммы квадратов ошибок, а медиан-медианную линейную регрессию для расчета коэффициентов  $a$  и  $b$ .

- `medfit(x, y)` — вектор из двух элементов  $(b, a)$  коэффициентов линейной медиан-медианной регрессии  $b+a \cdot x$ , где:
  - $x, y$  — векторы действительных данных одинакового размера.

## 11.4.2. Полиномиальная регрессия

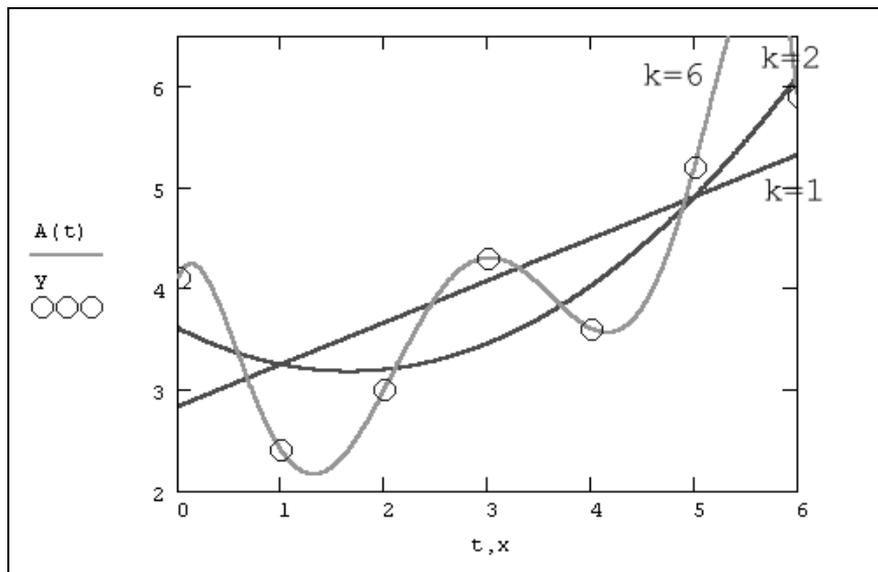
В Mathcad реализована регрессия одним полиномом, отрезками нескольких полиномов, а также двумерная регрессия массива данных, причем она осуществляется в комбинации со встроенной функцией полиномиальной интерполяции (см. разд. 11.3.2):

- `regress(x, y, k)` — вектор коэффициентов для построения полиномиальной регрессии данных;
- `loess(x, y, span)` — вектор коэффициентов для построения регрессии данных фрагментами полиномов;
- `interp(s, x, y, t)` — результат полиномиальной регрессии, где:
  - `s=regress(x, y, k)`;
  - $x$  — вектор действительных данных аргумента, элементы которого расположены в порядке возрастания;
  - $y$  — вектор действительных данных значений того же размера;
  - $k$  — степень полинома регрессии (целое положительное число);
  - `span` — положительный параметр сглаженности данных, определяющий размер фрагментов полиномов (хорошие результаты дает значение `span~0.75`);
  - $t$  — значение аргумента полинома регрессии.

### **Внимание!**

Для построения регрессии полиномом  $k$ -ой степени необходимо наличие, по крайней мере,  $(k+1)$  точек данных, а для построения полиномиальной регрессии после функции `regress` вы обязаны использовать функцию `interp`.

Пример полиномиальной регрессии квадратичной параболой приведен в листинге 11.23, а ее результат показан на рис. 11.14.



**Рис. 11.14.** Регрессия полиномами разной степени (коллаж результатов листинга 11.10 для разных  $k$ )

### Листинг 11.23. Полиномиальная регрессия

```
x := (0 1 2 3 4 5 6)ᵀ
y := (4.1 2.4 3 4.3 3.6 5.2 5.9)ᵀ
k := 2
s := regress(x, y, k)
A(t) := interp(s, x, y, t)
```

По аналогии с одномерной полиномиальной регрессией и двумерной интерполяцией (см. разд. 11.3) Mathcad позволяет приблизить множество точек  $z_{i,j}(x_i, y_j)$  поверхностью, которая определяется многомерной полиномиальной зависимостью. В качестве аргументов встроенных функций для построения полиномиальной регрессии должны стоять в этом случае не векторы, а соответствующие матрицы, например,  $\text{regress}(X, Z, k)$  и  $\text{interp}(S, X, Z, V)$ .

### 11.4.3. Регрессия специального вида

Кроме рассмотренных, в Mathcad встроено еще несколько видов трехпараметрической регрессии (с искомыми коэффициентами  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ), а также регрессия в виде линейной комбинации  $C_1 f_1(x) + C_2 f_2(x) + \dots$ , где  $f_i(x)$  — любые функции пользователя, а  $C_i$  — подлежащие определению коэффициенты. К тому же, имеется путь проведения регрессии общего вида, когда комбинацию функций и искомым коэффициентов задает сам пользователь.

Реализация специальной регрессии несколько отличается от приведенных выше вариантов регрессии тем, что для них, помимо массива данных, требуется задать некоторые начальные значения искомым коэффициентам. Каждая из функций выдает вектор уточненных параметров  $a$ ,  $b$ ,  $c$ :

- $\text{expfit}(x, y, g)$  — регрессия экспонентой  $f(x) = a \cdot e^{bx} + c$ ;
- $\text{lgsfit}(x, y, g)$  — регрессия логистической функцией  $f(x) = a / (1 + b \cdot e^{-cx})$ ;
- $\text{sinfit}(x, y, g)$  — регрессия синусоидой  $f(x) = a \cdot \sin(x + b) + c$ ;
- $\text{pwfit}(x, y, g)$  — регрессия степенной функцией  $f(x) = a \cdot x^b + c$ ;
- $\text{logfit}(x, y, g)$  — регрессия логарифмической функцией  $f(x) = a \cdot \ln(x + b) + c$ ;
- $\text{lnfit}(x, y)$  — регрессия двухпараметрической логарифмической функцией  $f(x) = a \cdot \ln(x) + b$ ;
- $\text{linfit}(x, y, F)$  — вектор параметров линейной комбинации функций пользователя, осуществляющей регрессию данных;
- $\text{genfit}(x, y, g, G)$  — вектор параметров, реализующих регрессию данных с помощью функций пользователя общего вида,

где:

- $x$  — вектор действительных данных аргумента;
- $y$  — вектор действительных значений того же размера;
- $g$  — вектор из трех элементов, задающий начальные значения  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ;
- $F$  — пользовательская векторная функция скалярного аргумента;
- $G$  — векторная  $(N+1)$ -мерная функция, составленная из функции пользователя и ее  $N$  частных производных по каждому из параметров  $c$ .

#### **Внимание!**

Начиная с Mathcad 13, для функции регрессии общего вида  $\text{genfit}$  достаточно определить (в качестве последнего аргумента) только саму функцию регрессии  $F$ , не тратя время на ввод ее производных.

Пример расчета одного из видов трехпараметрической регрессии (экспоненциальной) приведен в листинге 11.24 и на рис. 11.15. В предпоследней строке листинга выведены в виде вектора вычисленные коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , а в последней строке через эти коэффициенты определена искомая функция  $f(x)$ .

#### Листинг 11.24. Экспоненциальная регрессия

$$x := (0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6)^T$$

$$y := (4.1 \ 2.4 \ 3 \ 4.3 \ 3.6 \ 5.2 \ 5.9)^T$$

$$g := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C := \text{expfit}(x, y, g)$$

$$C = \begin{pmatrix} 0.111 \\ 0.544 \\ 3.099 \end{pmatrix}$$

$$f(t) := C_0 \cdot \exp(C_1 \cdot t) + C_2$$

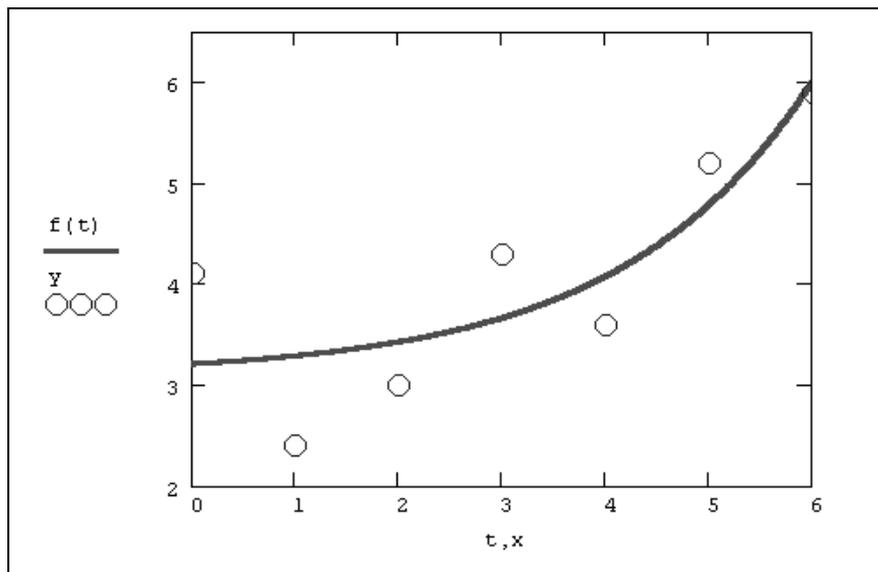


Рис. 11.15. Экспоненциальная регрессия (листинг 11.24)

### 11.4.4. Сглаживание

Помимо регрессии, в Mathcad имеется несколько встроенных функций, реализующих различные алгоритмы сглаживания данных:

- $\text{medsmooth}(y, b)$  — сглаживание алгоритмом "бегущих медиан";
- $\text{ksmooth}(x, y, b)$  — сглаживание на основе функции Гаусса;
- $\text{supsmooth}(x, y)$  — локальное сглаживание адаптивным алгоритмом, основанное на анализе ближайших соседей каждой пары данных,

где:

- $x$  — вектор действительных данных аргумента (для  $\text{supsmooth}$  его элементы должны быть расположены в порядке возрастания);
- $y$  — вектор действительных значений того же размера, что и  $x$ ;
- $b$  — ширина окна сглаживания.

Все функции имеют в качестве аргументов векторы, составленные из массива данных, и выдают в качестве результата вектор сглаженных данных того же размера. Функция  $\text{medsmooth}$  предполагает, что данные расположены равномерно.

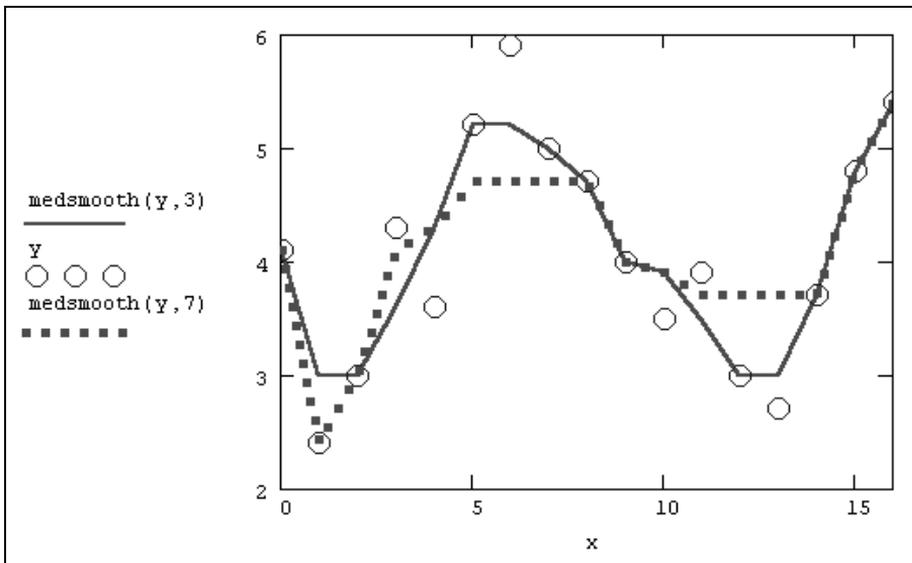


Рис. 11.16. Сглаживание "бегущими медианами"

Примеры сглаживания при помощи "бегущих медиан" и функции Гаусса с разным значением ширины окна пропускания показаны на рис. 11.16 и 11.17 соответственно.

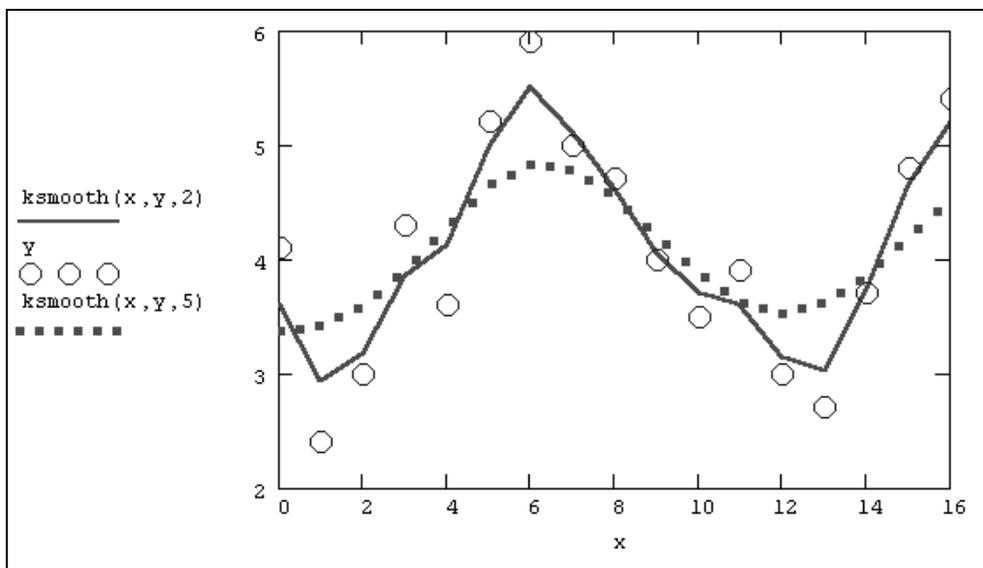


Рис. 11.17. Сглаживание при помощи функции `ksmooth`

## 11.5. Спектры

Интегральные преобразования (*спектры*) массива сигнала  $y(x)$  ставят в соответствие всей совокупности данных  $y(x)$  некоторую функцию другой координаты  $F(v)$ . Рассмотрим встроенные функции для расчета интегральных преобразований, реализованных в Mathcad.

### 11.5.1. Преобразование Фурье

Преобразование Фурье имеет огромное значение для различных математических приложений, и для него разработан очень эффективный алгоритм, называемый *БПФ* (быстрым преобразованием Фурье). Этот алгоритм реализован в нескольких встроенных функциях Mathcad, различающихся нормировками:

- `fft(y)` — вектор прямого преобразования Фурье;
- `FFT(y)` — вектор прямого преобразования Фурье в другой нормировке;

- $\text{ifft}(v)$  — вектор обратного преобразования Фурье;
  - $\text{IFFT}(v)$  — вектор обратного преобразования Фурье в другой нормировке,
- где:

- $y$  — вектор действительных данных, взятых через равные промежутки значений аргумента;
- $v$  — вектор действительных данных Фурье-спектра, взятых через равные промежутки значений частоты.

### **Внимание!**

Аргумент прямого Фурье-преобразования, т. е. вектор  $y$ , должен иметь ровно  $2^n$  элементов ( $n$  — целое число). Результатом является вектор с  $1+2^{n-1}$  элементами. И наоборот, аргумент обратного Фурье-преобразования должен иметь  $1+2^{n-1}$  элементов, а его результатом будет вектор из  $2^n$  элементов. Если число данных не совпадает со степенью 2, то необходимо дополнить недостающие элементы нулями.

### **Примечание**

Алгоритм быстрого преобразования Фурье для комплексных данных встроен в соответствующие функции, в имя которых входит литера "C", например,  $\text{cfft}(y)$ ,  $\text{CFFT}(y)$  и т. д. Помимо этого, в Mathcad имеется возможность осуществления двумерного Фурье-преобразования, благодаря применению встроенных функций комплексного преобразования Фурье не только к одномерным, но и к двумерным массивам, т. е. матрицам.

Пример расчета Фурье-спектра для суммы трех действительных синусоидальных сигналов разной амплитуды (показанных в виде сплошной кривой на рис. 11.18) приведен в листинге 11.25. Расчет проводится по  $N=128$  точкам, причем предполагается, что интервал дискретизации данных  $y_i$  равен  $\Delta$ . В предпоследней строке листинга применяется встроенная функция  $\text{fft}$ , а в последней корректно определяются соответствующие значения частот  $\Omega_i$ . Обратите внимание, что результаты расчета представляются в виде модуля Фурье-спектра (рис. 11.19), поскольку сам спектр является комплексным. Очень полезно сравнить полученные амплитуды и местоположение пиков спектра с определением синусоид в листинге 11.25. Результат обратного преобразования Фурье показан в виде кружков на том же рис. 11.18, что и исходные данные.

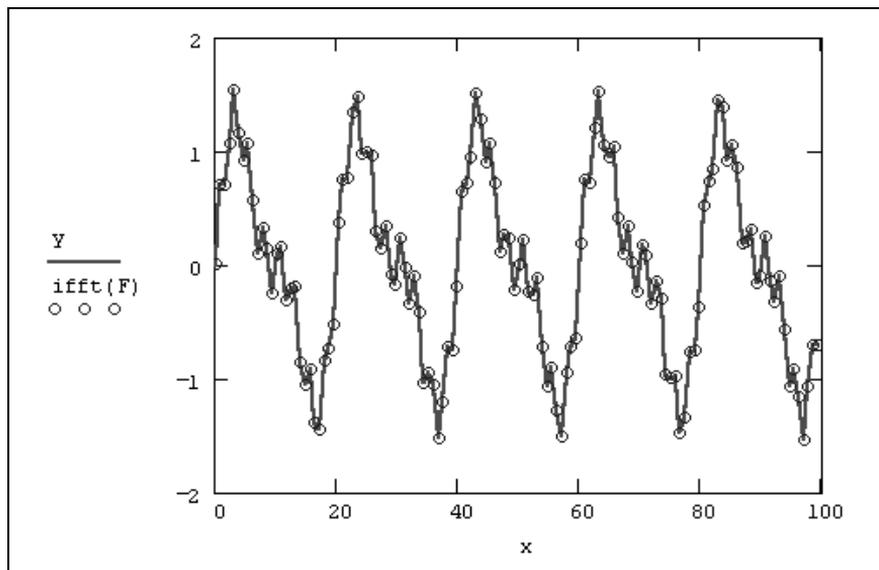


Рис. 11.18. Исходные данные и обратное преобразование Фурье (листинг 11.25)

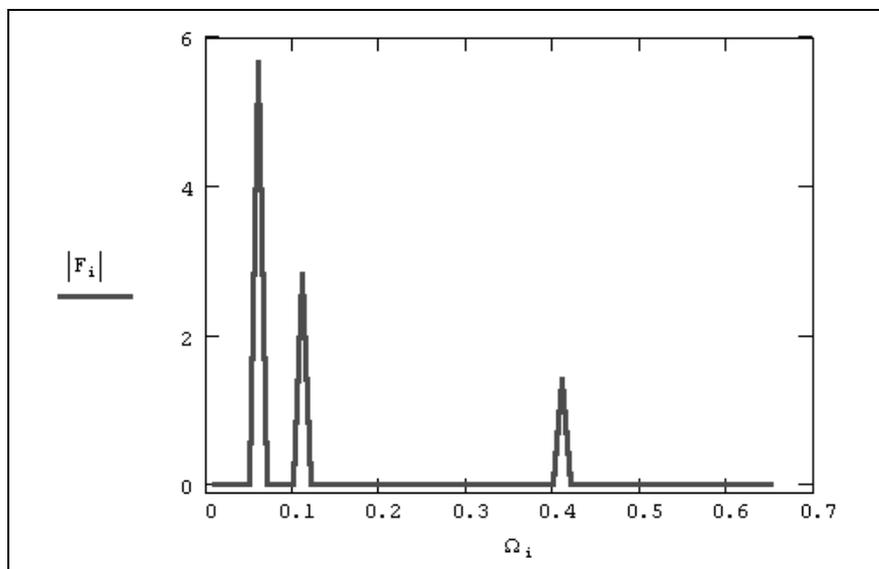


Рис. 11.19. Преобразование Фурье (листинг 11.25)

### Листинг 11.25. Быстрое преобразование Фурье

$N := 128$

$x_{MAX} := 100$

$$\Delta := \frac{x_{MAX}}{N}$$

$i := 0 .. N - 1$

$x_i := i \cdot \Delta$

$y_i := \sin(2 \cdot \pi \cdot 0.05 \cdot x_i) + 0.5 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 0.1 \cdot x_i) + 0.25 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 0.4 \cdot x_i)$

$F := \text{fft}(y)$

$$\Omega_i := (i + 1) \cdot \frac{1}{x_{MAX}}$$

## 11.5.2. Вейвлетное преобразование

В последнее время возрос интерес к другим интегральным преобразованиям, в частности, *вейвлетному* (или *дискретному волновому*) преобразованию. Оно применяется, главным образом, для анализа нестационарных сигналов и для многих задач подобного рода оказывается более эффективным, чем преобразование Фурье. Основным отличием вейвлетного преобразования является разложение данных не по синусоидам (как для преобразования Фурье), а по другим функциям, называемым *вейвлетобразующими*. Вейвлетобразующие функции, в противоположность бесконечно осциллирующим синусоидам, локализованы в некоторой ограниченной области своего аргумента, а вдали от нее равны нулю или ничтожно малы.

Mathcad имеет одну встроенную функцию для расчета вейвлет-преобразования на основе вейвлетобразующей функции Добеши:

- $\text{wave}(y)$  — вектор прямого вейвлет-преобразования;
- $\text{iwave}(v)$  — вектор обратного вейвлет-преобразования,

где:

- $y$  — вектор данных, взятых через равные промежутки значений аргумента;
- $v$  — вектор данных вейвлет-спектра.

Аргумент функции вейвлет-преобразования, т. е. вектор  $y$ , должен так же, как и в преобразовании Фурье, иметь ровно  $2^n$  элементов ( $n$  — целое число). Результатом функции  $\text{wave}$  является вектор, скомпонованный из нескольких

коэффициентов с двухпараметрического вейвлет-спектра. Использование функции `wave` объясняется на примере анализа суммы двух синусоид в листинге 11.26, а три семейства коэффициентов вычисленного вейвлет-спектра показаны на рис. 11.20.

### Листинг 11.26. Поиск вейвлет-спектра Добеши

```
f (t) := sin(2·π· $\frac{t}{50}$ ) + 0.3·sin(2·π· $\frac{t}{10}$ )
Nmax := 256                                i := 0.. Nmax - 1
yi := f(i)
W := wave(y)
Nlevels :=  $\frac{\ln(Nmax)}{\ln(2)} - 1$               Nlevels = 7
k := 1, 2.. Nlevels
coeffs(level) := submatrix(W, 2level, 2level+1 - 1, 0, 0)
Ci,k := coeffs(k)
      floor( $\left[ \begin{array}{c} i \\ \left( \frac{Nmax}{2^k} \right) \end{array} \right]$ )
```

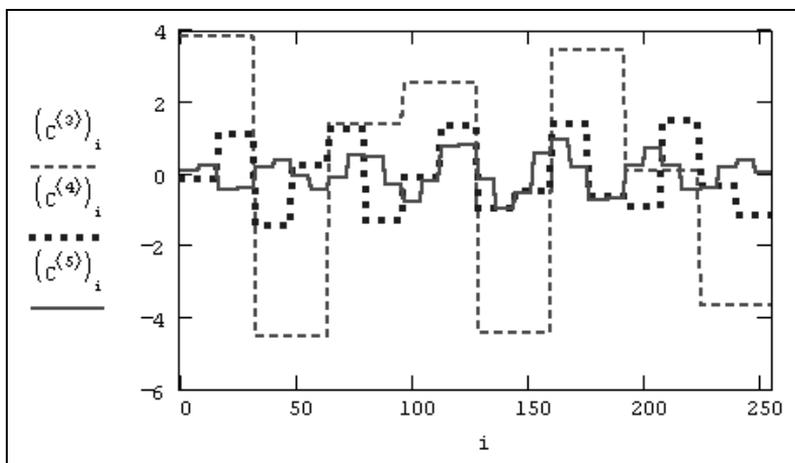
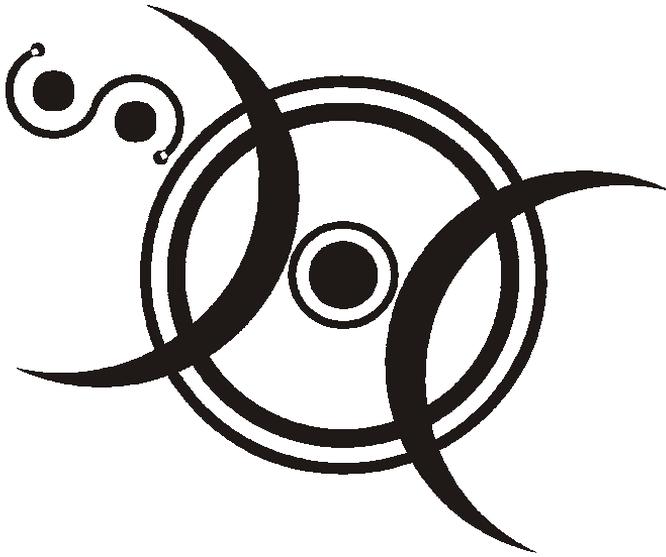


Рис. 11.20. Вейвлет-спектр на основе функции Добеши (листинг 11.26)



# **ЧАСТЬ IV**

## **ОФОРМЛЕНИЕ ДОКУМЕНТОВ**

## Глава 12



# Ввод/вывод данных

В данной главе рассматриваются вопросы ввода входных данных в документы Mathcad и вывода результатов вычислений. В начале главы приведено краткое напоминание о числовом вводе/выводе значений, перечисляются типы данных, которые применимы в среде Mathcad (*см. разд. 12.1*) при определении переменных и функций.

Наиболее мощными средствами вывода результатов в Mathcad являются графики, и именно их эффективному использованию посвящено основное содержание главы (*см. разд. 12.2—12.4*).

На применении динамической смены графиков основан аппарат создания видеофайлов анимации (*см. разд. 12.5*), который делает результаты работы в Mathcad особенно эффектными. К тому же Mathcad обладает целым спектром возможностей по вводу/выводу данных во внешние текстовые и графические файлы (*см. разд. 12.6*).

## 12.1. Числовой ввод/вывод

Наиболее простой и распространенный ввод/вывод данных в Mathcad реализован присваиванием и (либо численным, либо символьным) выводом непосредственно в документе. Фактически документ Mathcad является одновременно и кодом программы, и результатом ее выполнения. Поэтому самый простой и распространенный способ ввода/вывода — это непосредственное присвоение и вывод вычисленных значений в документах. Числового вводу и выводу данных посвящена практически вся *глава 4* (о вводе данных *см. разд. 4.1—4.3*, об управлении формой вывода — *см. разд. 4.4*), поэтому ограничимся напоминанием об этом важном элементе системы Mathcad (листинги 12.1, 12.2).

**Листинг 12.1. Числовой ввод данных**

```

i := 0 .. 4
x := 1.5257285
y := 1234.567890
A :=  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 
f ( x ) := x2

```

**Листинг 12.2. Числовой вывод данных (продолжение листинга 12.1)**

```

x = 1.526           f ( x ) = 2.328
y = 1234.568       y = 1.235 × 103
A =  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$    f ( A ) =  $\begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix}$ 
A1,0 = 3
i =                f ( i ) =


|   |
|---|
| 0 |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |



|    |
|----|
| 0  |
| 1  |
| 4  |
| 9  |
| 16 |


```

## 12.2. Создание графиков

В пакет Mathcad встроено несколько различных типов графиков (см. рисунки этой главы), которые можно разбить на две большие группы.

Двумерные графики:

- XY (декартов) график (XY Plot);
- полярный график (Polar Plot).

Трехмерные графики:

- график трехмерной поверхности (Surface Plot);
- график линий уровня (Contour Plot);

- трехмерная гистограмма (3D Bar Plot);
- трехмерное множество точек (3D Scatter Plot);
- векторное поле (Vector Field Plot).

Деление графиков на типы несколько условно, т. к., управляя установками многочисленных параметров, можно создавать комбинации типов графиков, а также новые типы (например, двумерная гистограмма распределения является разновидностью простого XY-графика).

Все графики создаются совершенно одинаково, с помощью панели инструментов **Graph** (График), различия обусловлены отображаемыми данными.

### ***Внимание!***

Некорректное определение данных приводит вместо построения графика к выдаче сообщения об ошибке.

Чтобы создать график, например, двумерный декартов:

1. Поместите курсор ввода в то место документа, куда требуется вставить график.
2. Если на экране нет панели **Graph** (График), вызовите ее нажатием кнопки с изображением графиков на панели **Math** (Математика).
3. Нажмите на панели **Graph** (График) кнопку **X-Y Plot** для создания декартова графика (рис. 12.1) или другую кнопку для иного желаемого типа графика.
4. В результате в обозначенном месте документа появится пустая область графика с одним или несколькими местозаполнителями (рис. 12.1, слева). Введите в местозаполнители имена переменных или функций, которые должны быть изображены на графике. В случае декартова графика это два местозаполнителя данных, откладываемых по осям  $x$  и  $y$ .

Если имена данных введены правильно, нужный график появится на экране. Созданный график можно изменить, меняя сами данные, форматирова его внешний вид или добавляя дополнительные элементы оформления.

### ***Примечание***

Правильному заданию данных и форматированию графиков посвящены соответствующие разделы этой главы.

Самый наглядный способ создания графика — с помощью панели инструментов **Graph** (График). Однако точно так же создаются графики путем выбора соответствующего элемента подменю **Insert | Graph** (Вставка | График),

показанного на рис. 12.2, либо нажатием соответствующей типу графика горячей клавиши.

Чтобы удалить график, щелкните в его пределах и выберите в верхнем меню **Edit** (Правка) команду **Cut** (Вырезать) или **Delete** (Удалить).

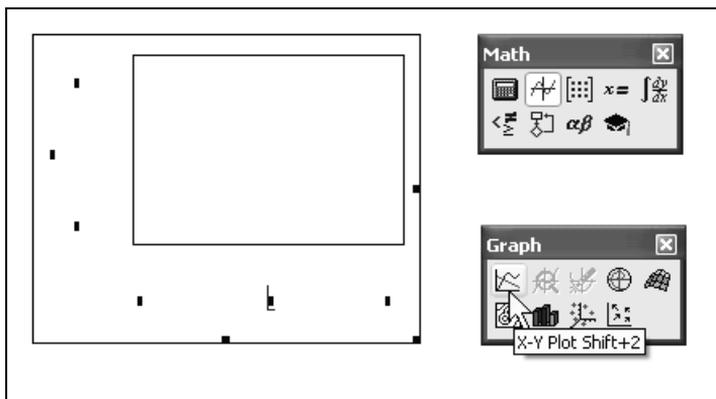


Рис. 12.1. Создание декартова графика при помощи панели **Graph**

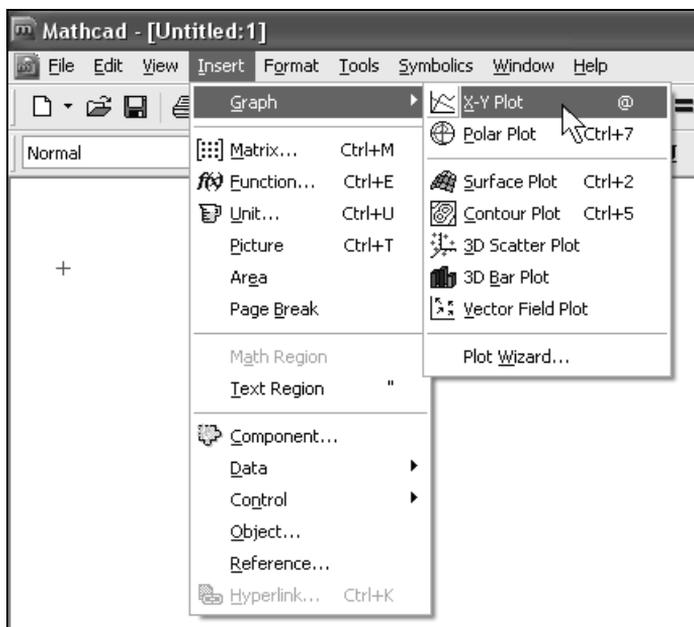


Рис. 12.2. Создание графика посредством меню

## 12.3. Двумерные графики

К двумерным графикам относят графики в декартовой и полярной системах координат. Созданный однажды график некоторого типа нельзя переделать в график другого типа (в отличие от трехмерных графиков). Для построения XY-графика необходимы два ряда данных, откладываемых по осям  $x$  и  $y$ .

### 12.3.1. XY-график двух векторов

Самый простой и наглядный способ получить декартов график — это сформировать два вектора данных, которые будут отложены вдоль осей  $x$  и  $y$ . Последовательность построения графика двух векторов  $x$  и  $y$  показана на рис. 12.3.

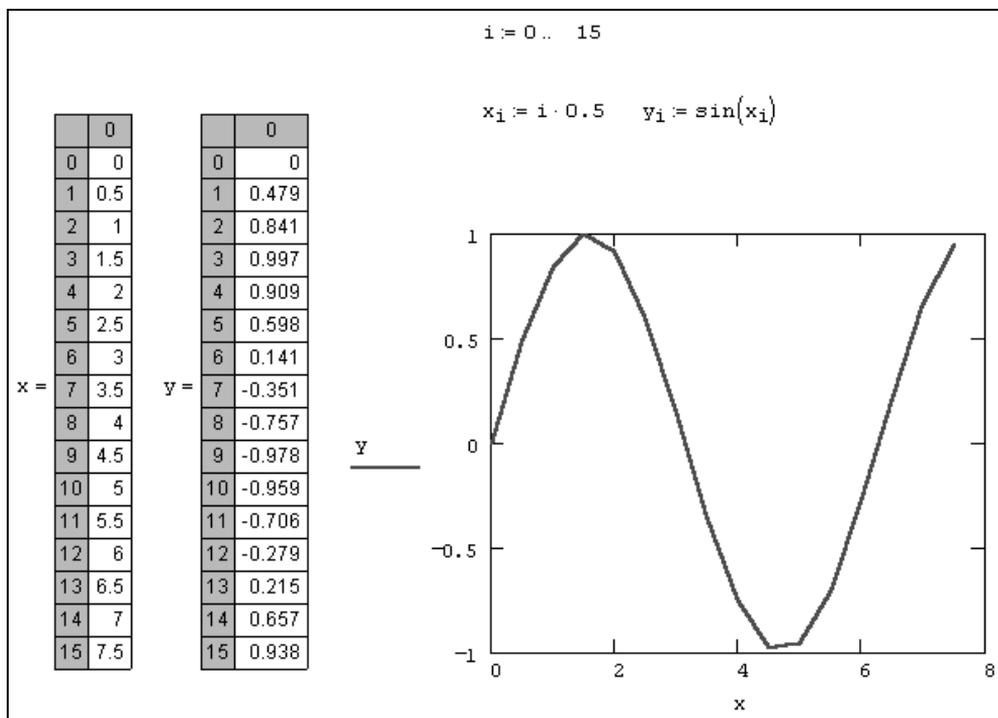


Рис. 12.3. XY-график двух векторов

В этом случае в местозаполнители возле осей вводятся просто имена векторов. Также допускается откладывать по осям элементы векторов, т. е. вво-

дуть в местозаполнители возле осей имена  $x_i$  и  $y_i$  соответственно (рис. 12.4). В результате получается график, на котором отложены точки, соответствующие парам элементов векторов, соединенные отрезками прямых линий. Образованная ими ломаная называется *рядом данных*, или *кривой* (trace).

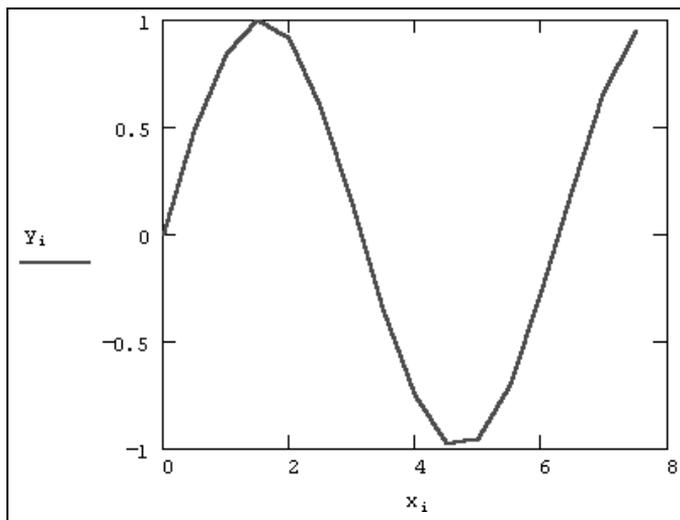


Рис. 12.4. XY-график двух векторов, заданных элементами

### Примечание

Обратите внимание, что Mathcad автоматически определяет границы графика, исходя из диапазона значений элементов векторов.

Стоит отметить, что подобным образом легко создать и XY-график столбцов или строк матрицы, применяя оператор выделения столбца и откладывая соответствующие выражения по осям графика (*множество подобных примеров вы найдете на рисунках глав 11 и 12*).

## 12.3.2. XY-график вектора и ранжированной переменной

В качестве переменных, откладываемых по любой из осей, можно использовать ранжированную переменную (рис. 12.5). При этом по другой оси должно быть отложено либо выражение, явно содержащее саму ранжированную переменную, либо элемент вектора с индексом по этой ранжированной переменной, но никак не сам вектор.

### 12.3.3. XY-график функции

Нарисовать график любой скалярной функции  $f(x)$  можно двумя способами. Первый заключается в дискретизации значений функции, присвоении этих значений вектору и прорисовке графика вектора. Собственно, так и были получены графики синуса на рис. 12.3—12.5.

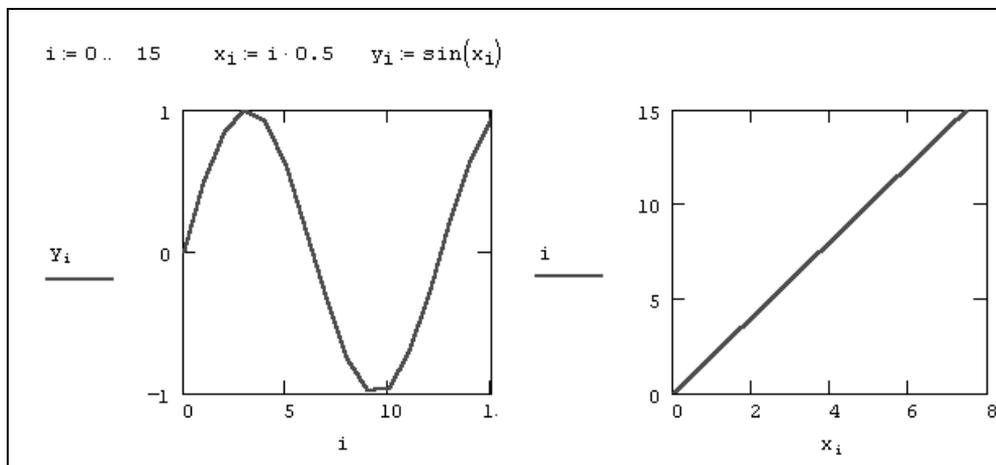


Рис. 12.5. Графики вектора и ранжированной переменной

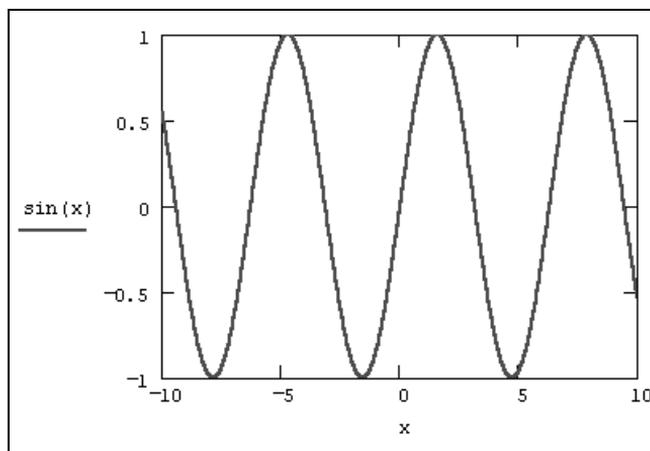


Рис. 12.6. Быстрое построение графика функции

Второй, более простой способ, называемый *быстрым построением графика*, заключается во введении функции в один из местозаполнителей (например, для оси  $Y$ ), а имени аргумента — в местозаполнитель у другой оси (рис. 12.6). В результате Mathcad сам создает график функции в пределах значений аргумента, по умолчанию принятых равными от  $-10$  до  $10$ . Разумеется, впоследствии можно поменять диапазон значений аргумента, и график автоматически подстроится под него.

Необходимо заметить, что если переменной аргумента функции было присвоено некоторое значение до построения в документе графика, то вместо быстрого построения графика будет нарисована зависимость функции с учетом этого значения. Примеры двух таких графиков приведены на рис. 12.7.

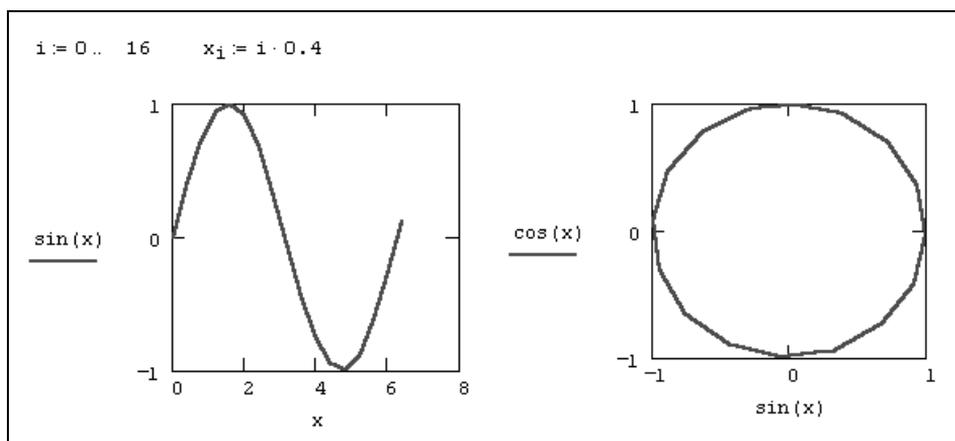


Рис. 12.7. Графики функций от векторного аргумента

### 12.3.4. Полярный график

Для создания полярного графика необходимо нажать кнопку **Polar Plot** на панели **Graph** (График) (рис. 12.8) и вставить в местозаполнители имена переменных и функций, которые будут нарисованы в полярной системе координат: угол (нижний местозаполнитель) и радиус-вектор (левый местозаполнитель).

Точно так же, как при создании декартова графика (см. разд. 12.3.1—12.3.3), по осям могут быть отложены два вектора (рис. 12.8, слева), элементы векторов и ранжированные переменные в различных сочетаниях, а также может быть осуществлено быстрое построение графика функции (рис. 12.8, справа).

Форматирование полярных графиков практически идентично форматированию декартовых, поэтому все, сказанное ниже об оформлении двумерных графиков на примере XY-графиков, в полной мере относится и к полярным.

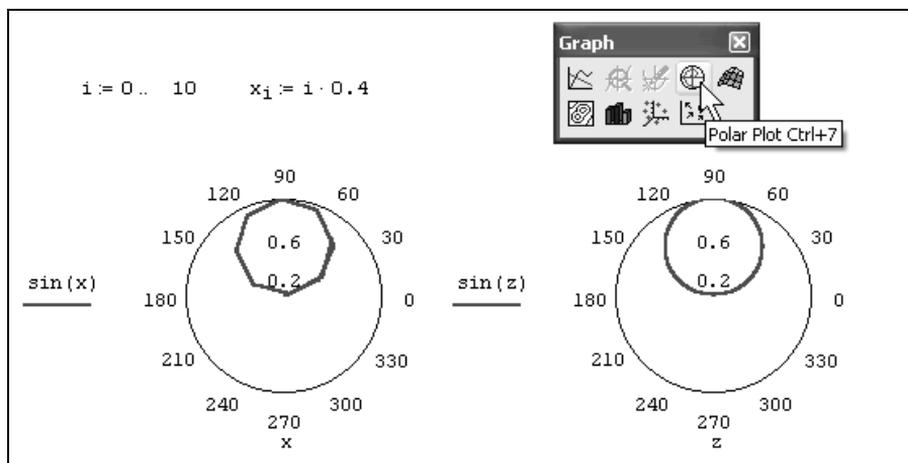


Рис. 12.8. Полярные графики

### 12.3.5. Построение нескольких рядов данных

На одном графике может быть отложено до 16 различных зависимостей. Чтобы построить на графике еще одну кривую, необходимо выполнить следующие действия:

1. Поместите линии ввода таким образом, чтобы они целиком захватывали выражение, стоящее в надписи координатной оси  $y$  (рис. 12.9).
2. Нажмите клавишу  $\langle, \rangle$ .
3. В результате появится местозаполнитель, в который нужно ввести выражение для второй кривой.
4. Щелкните в любом месте вне этого выражения (на графике или вне его).

После этого вторая кривая будет отображена на графике. На рис. 12.9 уже нарисованы два ряда данных, а нажатие клавиши  $\langle, \rangle$  приведет к появлению третьего местозаполнителя, с помощью которого можно определить третий ряд данных.

### Примечание

Чтобы убрать один или несколько рядов данных с графика, удалите клавишами `<Backspace>` или `<Del>` соответствующие им надписи у координатных осей.

Описанным способом будет создано несколько зависимостей, относящихся к одному аргументу. На рис. 12.9 построены графики пар точек  $y(x_i)$  и  $\cos(x_i)$  одного и того же аргумента — элементов вектора  $x_i$ . Об этом говорит единственная метка  $x$  у оси абсцисс. Вместе с тем имеется довольно мощная возможность отображения на одном и том же графике зависимостей разных аргументов. Для этого достаточно расставить по очереди метки всех зависимостей у обеих осей.

Например, чтобы вместо второго (пунктирного) графика на рис. 12.9 построить график не  $\cos(x_i)$ , а график параметрической зависимости  $\cos(\sin(x_i))$ , достаточно добавить нажатием клавиши с запятой еще одну метку, на этот раз оси  $x$ , и ввести в нее выражение  $\sin(x)$ .

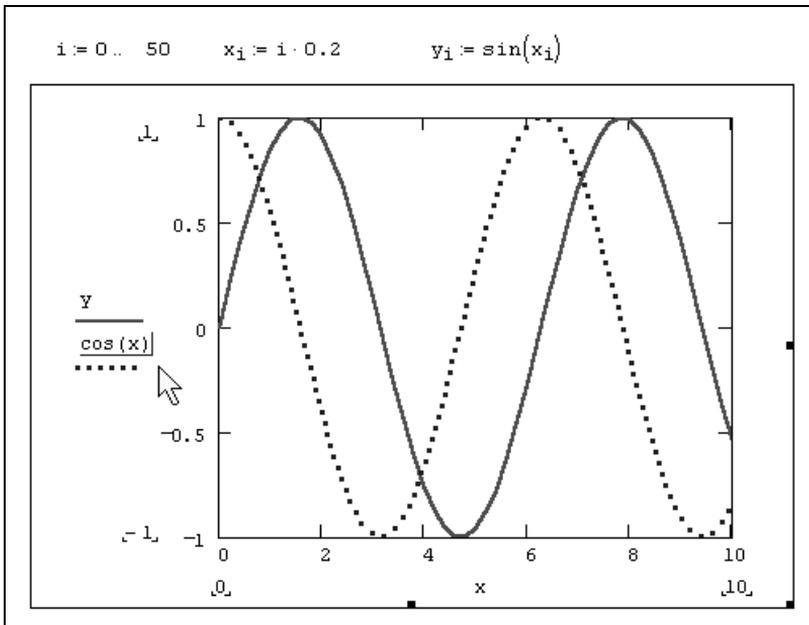


Рис. 12.9. Построение нескольких зависимостей на одном графике

При построении на одном и том же графике нескольких зависимостей разного аргумента достаточно позаботиться только о соответствии типа данных

для каждой пары точек в отдельности. Например, вполне можно совместно отобразить график функции от ранжированной переменной и график функции, созданный в режиме быстрого построения (рис. 12.10).

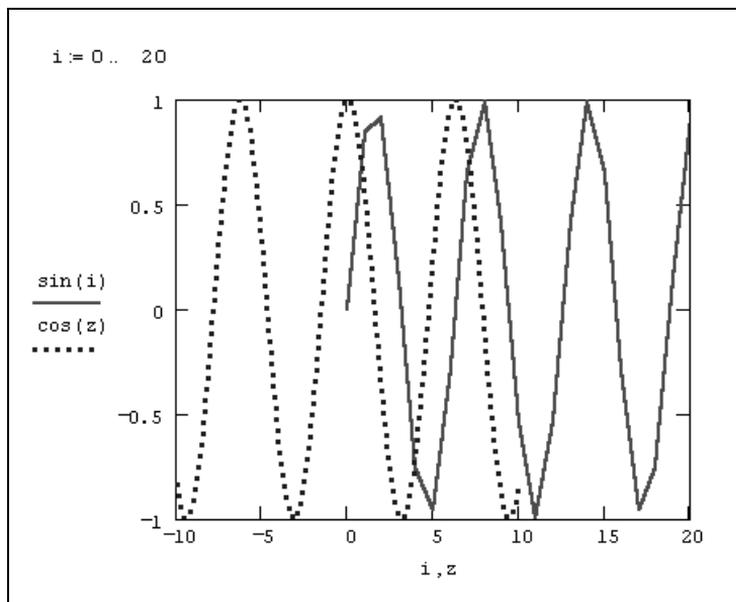


Рис. 12.10. Построение зависимостей от разного аргумента разного типа данных

### 12.3.6. XY-график с двумя осями Y

Начиная с Mathcad 12, появилась дополнительная возможность добавления второй оси  $y$ , обладающей собственной шкалой (рис. 12.11). Использование двух осей ординат очень удобно, когда на одном и том же графике представляются разнородные данные (например, данные различной размерности, либо различающиеся на несколько порядков, и т. п.).

Для того чтобы задать опцию рисования второй оси ординат:

1. Вызовите двойным щелчком диалоговое окно **Formatting Currently Selected X-Y Plot** (Форматирование выбранного графика) и откройте его вкладку **X-Y Axes** (Оси X-Y) (см. рис. 12.14 ниже).
2. Установите флажок проверки **Enable secondary Y axis** (Включить вторую ось Y).

3. Откройте вкладку **Secondary Y axis** (Вторая ось Y) и настройте в ней желаемые параметры второй оси, точно так же, как вы это делаете для первой оси (см. разд. 12.3.8).
4. Нажмите кнопку **ОК**.
5. В появившиеся местозаполнители возле второй оси ординат введите желаемые имена переменных или выражения, которые вы хотите отложить на данной оси.

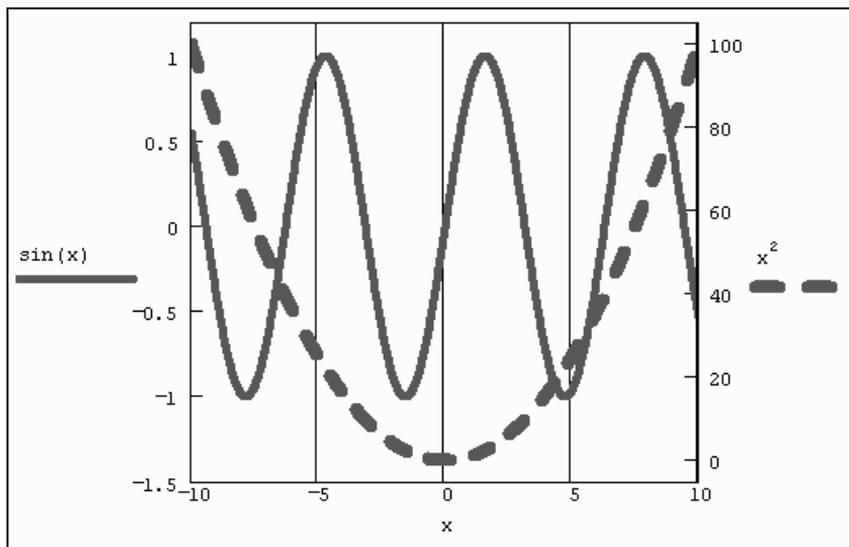


Рис. 12.11. Декартов график с двумя осями ординат

### 12.3.7. Форматирование осей

Возможности форматирования координатных осей графиков включают в себя управление их внешним видом, диапазоном, шкалой, нумерацией и отображением некоторых значений на осях при помощи маркеров.

#### Изменение диапазона осей

Когда график создается впервые, Mathcad выбирает представленный диапазон для обеих координатных осей автоматически. Чтобы изменить этот диапазон:

1. Перейдите к редактированию графика, щелкнув в его пределах мышью.
2. График будет выделен, а вблизи каждой из осей появятся два поля с числами, обозначающими границы диапазона. Щелкните мышью в области

одного из полей, чтобы редактировать соответствующую границу оси (например, верхнего предела оси  $x$ , как показано на рис. 12.12).

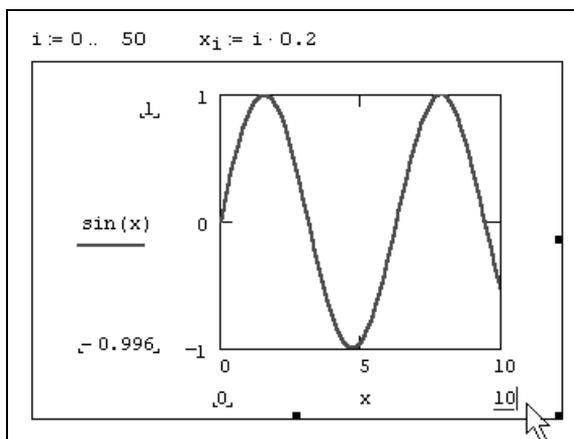


Рис. 12.12. Изменение диапазона оси  $x$

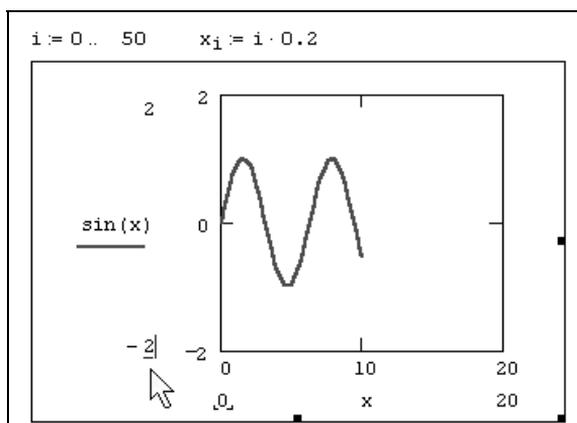


Рис. 12.13. Результат изменения диапазона осей

3. Пользуясь клавишами управления курсором и клавишами `<Backspace>` и `<Del>`, удалите содержимое поля.
4. Введите новое значение диапазона (например, 20).
5. Щелкните за пределами поля, и график будет автоматически перерисован в новых пределах.

На рис. 12.13 показаны результаты изменения диапазона оси  $X$  на  $(0, 20)$  и оси  $Y$  — на  $(-2, 2)$ .

Чтобы вернуть автоматический выбор какого-либо диапазона, удалите число из соответствующего поля и щелкните вне его. Граница шкалы будет выбрана Mathcad, исходя из значений данных, представляемых на графике.

## Форматирование шкалы

Изменение внешнего вида шкалы, нанесенной на координатную ось, производится с помощью диалогового окна **Formatting Currently Selected X-Y Plot** (Форматирование выбранного графика), в котором следует перейти на вкладку **X-Y Axes** (Оси X-Y) (рис. 12.14). Вызвать диалог можно двойным щелчком мыши в области графика или выполнением команды **Format | Graph | X-Y Plot** (Формат | График | X-Y График) или выбором в контекстном меню команды **Format** (Формат).

С помощью флажков и переключателей легко поменять внешний вид каждой из трех осей (одной оси  $x$  и двух из осей  $y$ ).

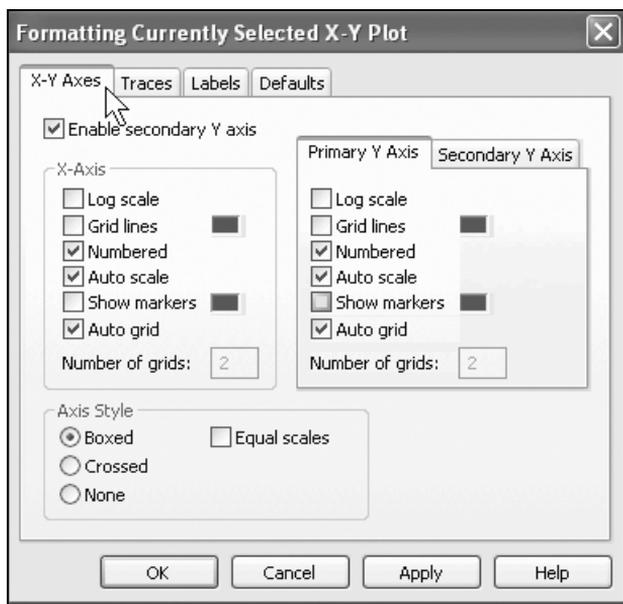


Рис. 12.14. Диалоговое окно **Formatting Currently Selected X-Y Plot**

Перечислим доступные опции и поясним их действие:

- Log scale** (Логарифмический масштаб) — график по данной оси будет нарисован в логарифмическом масштабе. Это полезно, если данные разнятся на несколько порядков;
- Grid lines** (Линии сетки) — показать линии сетки (пример на рис. 12.15);

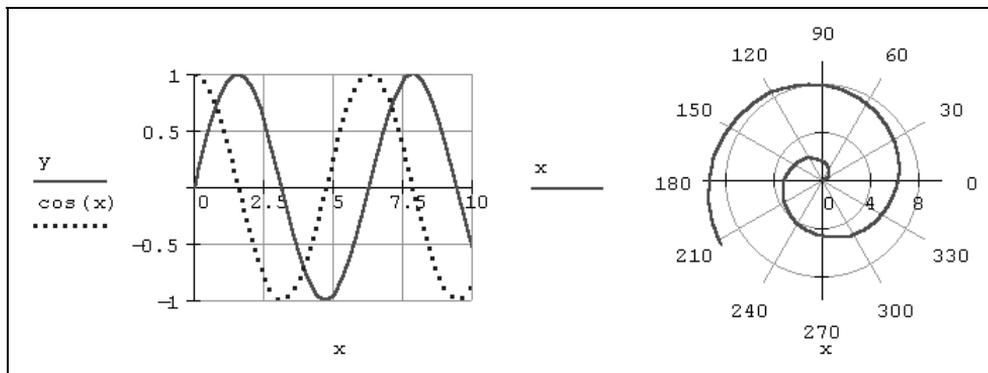


Рис. 12.15. Линии сетки на декартовом и полярном графиках, вид осей — **Crossed**

- Numbered** (Нумерация) — показать нумерацию шкалы. Если убрать этот флажок, то числа, размечающие шкалу, пропадут (пример см. ниже на рис. 12.16);

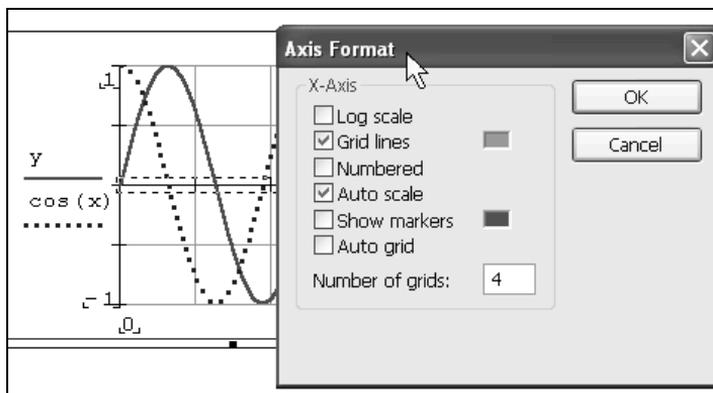


Рис. 12.16. Диалоговое окно **Axis Format**

- Auto scale** (Автоматический масштаб) — выбор диапазона оси производится автоматически процессором Mathcad;
- Show markers** (Показать маркеры) — выделение значений на осях (см. разд. "Маркеры" этой главы);
- Auto grid** (Автоматическая шкала) — разбиение шкалы производится автоматически процессором Mathcad. Если этот флажок снят, в поле ввода ниже следует указать желаемое количество меток шкалы;
- Equal scales** (Одинаковый масштаб) — оси  $x$  и  $y$  принудительно рисуются в одинаковом масштабе;
- Axes Style** (Вид оси) — можно выбрать один из трех видов системы координат:
  - **Boxed** (Прямоугольник) — как показано на рис. 12.10—12.13;
  - **Crossed** (Пересечение) — координатные оси в виде двух пересекающихся прямых (рис. 12.15);
  - **None** (Нет) — координатные оси не показываются на графике.

### **Примечание**

Для полярного графика предусмотрены другие виды осей: **Perimeter** (Периметр), **Crossed** (Пересечение) и **None** (Нет). Первый тип оси показан выше (см. рис. 12.8), а второй вы видите на рис. 12.12.

Изменить описанные параметры можно и в диалоговом окне **Axis Format** (Формат оси), которое появляется, если щелкнуть дважды на самой оси (рис. 12.16).

## **Маркеры**

*Маркером* на координатных осях отмечаются метки некоторых значений. Маркер представляет собой линию, перпендикулярную оси, снабженную числом или переменной. Чтобы создать маркер:

1. Дважды щелкните на графике.
2. На вкладке **X-Y Axes** (Оси X-Y) диалогового окна **Formatting Currently Selected X-Y Plot** (Форматирование выбранного графика), показанной на рис. 12.14, установите флажок **Show markers** (Показать маркеры).
3. При желании выберите цвет маркера, щелкнув на поле справа от флажка.
4. Нажмите кнопку **OK**.

5. В появившийся местозаполнитель введите число или имя переменной, значение которой вы хотите отобразить на оси маркером (рис. 12.17, слева).

6. Щелкните вне маркера.

Готовые маркеры показаны на рис. 12.17, справа. На каждой из осей допускается установить по два маркера. Если определен лишь один из них, то второй виден не будет.

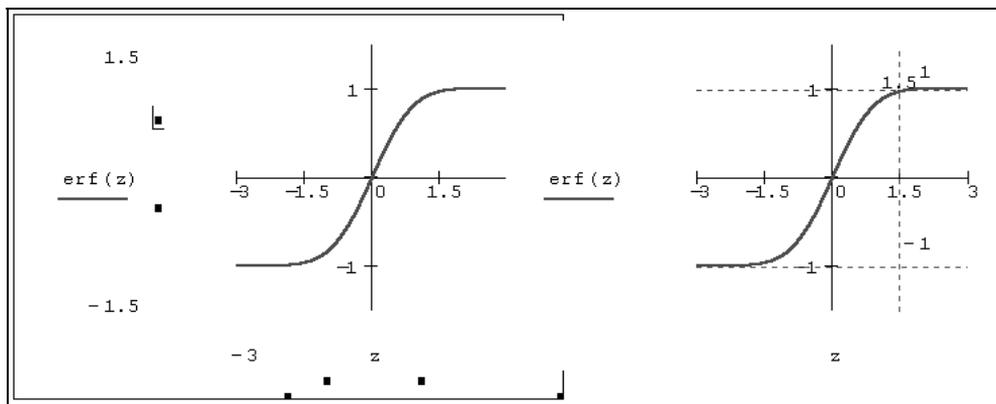


Рис. 12.17. Создание маркеров (слева) и готовые маркеры (справа)

### Примечание

При создании маркеров очень полезной бывает трассировка графиков, позволяющая точно определить значение маркера (см. разд. 12.3.11).

## 12.3.8. Форматирование рядов данных

С помощью вкладки **Traces** (Ряды данных) диалогового окна **Formatting Currently Selected X-Y Plot** (Форматирование выбранного графика) легко установить комбинацию параметров линии и точек для каждого из рядов данных, представленных на графике. Пользователю требуется выделить в списке нужный ряд данных (его положение в списке соответствует положению метки зависимости у оси  $y$ ) и изменить в списках в середине диалогового окна желаемые установки (рис. 12.18).

На вкладке **Traces** (Ряды данных) регулируются следующие параметры:

**Legend label** (Метка легенды) — текст легенды, описывающий ряд данных (на рис. 12.19—12.22 легенда объясняет смысл различных параметров);

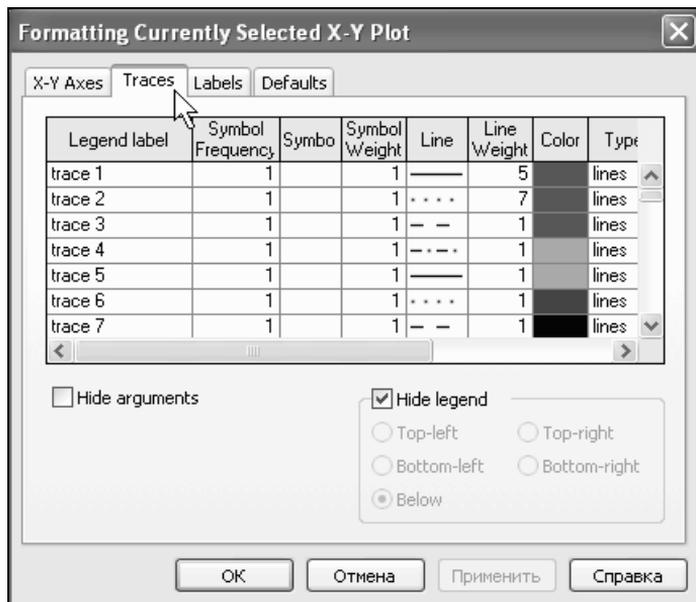


Рис. 12.18. Вкладка **Traces** диалогового окна **Formatting Currently Selected X-Y Plot**

- Symbol Frequency** (Частота символов) — частота символов, отмечающих точки (этот параметр определяет будет ли отмечаться каждая точка графика или каждая 2-я, 3-я и т. д.);
- Symbol** (Символ) — символ, которым обозначаются отдельные точки данных (рис. 12.21);
- Symbol Weight** (Размер символа) — размер точек данных;
- Line** (Линия) — стиль линии (рис. 12.19):
  - сплошная;
  - пунктирная;
  - штриховая и т. п.;
- Line Weight** (Толщина) — толщина линии (рис. 12.20) и точек данных;
- Color** (Цвет) — цвет линии и точек данных;
- Type** (Тип) — тип представления ряда данных:
  - **lines** (линии);
  - **points** (точки);

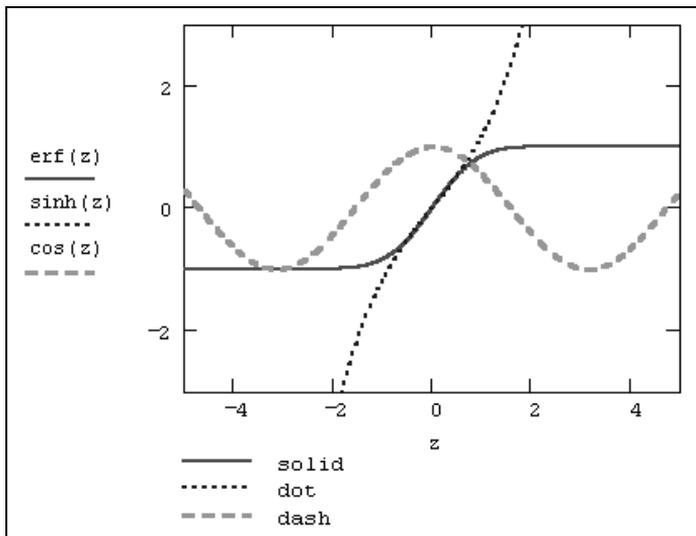


Рис. 12.19. Линии различного стиля

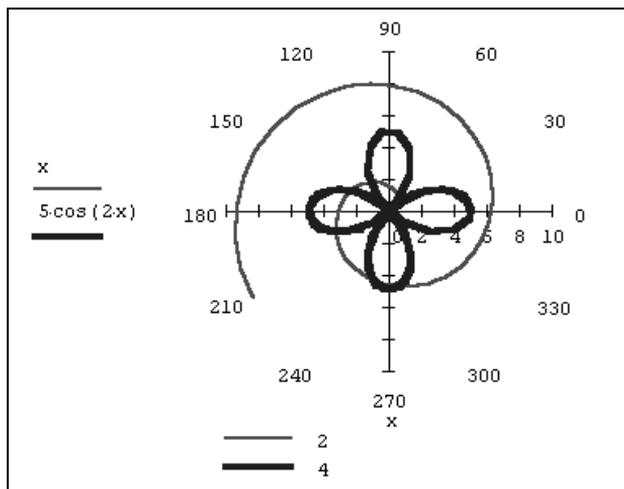


Рис. 12.20. Линии разной толщины на полярном графике

- **error** (ошибка);
- **bar** (столбец);
- **step** (шаг);
- **draw** (рисунок);

- **stem** (стержень);
  - **solid bar** (гистограмма);
- **Y-axis** (Ось Y) — информация о том, на какой из двух осей Y откладывается ряд данных.

### **Примечание**

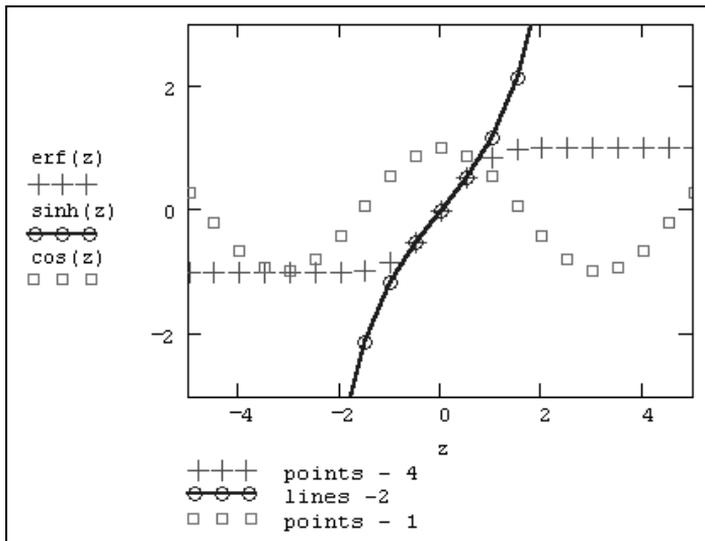
Для некоторых типов графиков те или иные параметры недоступны (например, нельзя задать символ для шаговой кривой).

## **Стиль, толщина и цвет линии**

Изменяя параметры линии, можно добиться наилучшего восприятия разных зависимостей на одном графике (см. рис. 12.19 и 12.20).

## **Форматирование точек данных**

Чтобы построить график в виде только точек данных, перейдите в диалоговом окне форматирования выбранного графика к списку **Type** (Тип) и выберите в нем пункт **points** (точки). Чтобы вместе с точками была показана и кривая, выберите другой тип ряда данных (например, линии — **lines**, см. рис. 12.18).



**Рис. 12.21.** Различные стиль и размер точек данных

Внешний вид точки задает список **Symbol** (Символ), а их размер — **Symbol Weight** (Толщина символа). Примеры показаны на рис. 12.21.

## Типы рядов данных

Несколько различных типов рядов данных представлено на рис. 12.22.

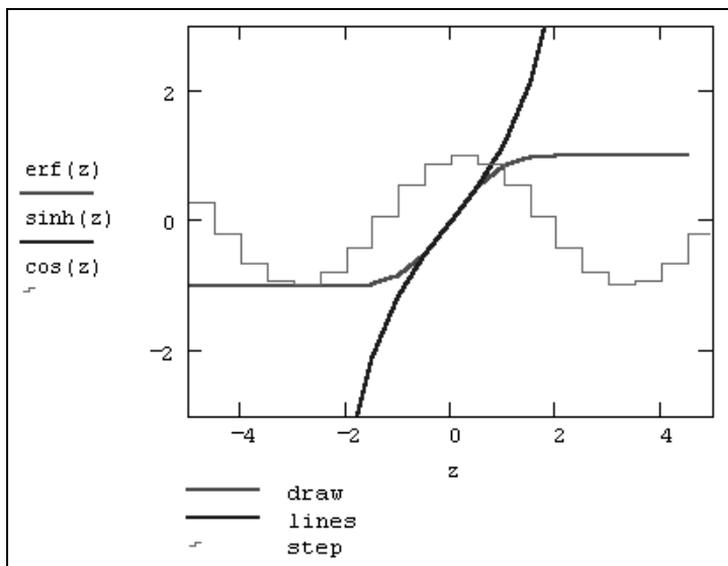


Рис. 12.22. Различные типы рядов данных

### Примечание

Для полярных графиков также допускается устанавливать любые из перечисленных типов (пример см. ниже на рис. 12.25).

## Столбчатые графики (гистограммы)

В Mathcad имеется несколько столбчатых типов графиков, подходящих для построения гистограмм (*об их практическом применении читайте в главе 11*). Три различных типа иллюстрируются рис. 12.23.

## Графики с отложенными ошибками

Тип графика с отложенными ошибками довольно сильно отличается от остальных типов, поскольку требует не двух, а трех серий данных.

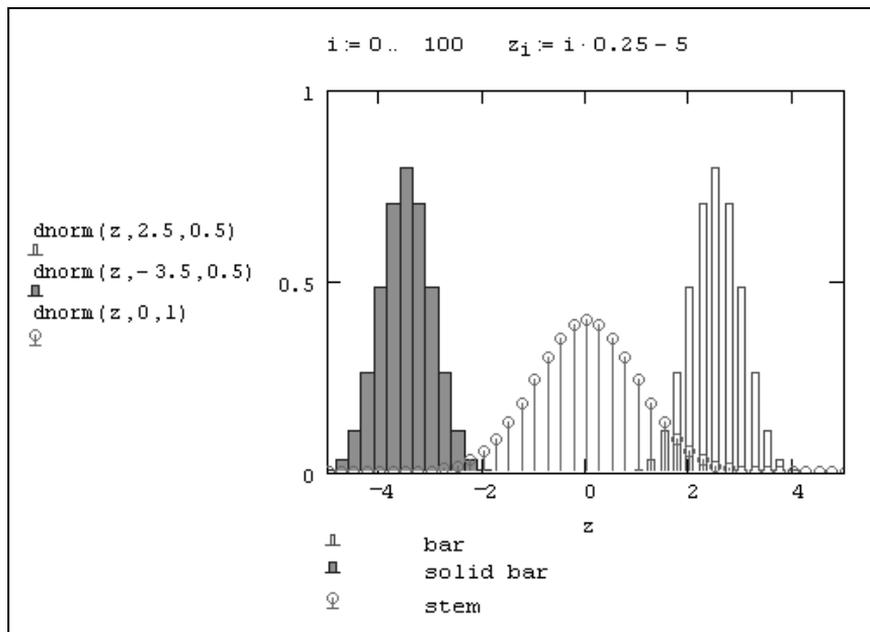


Рис. 12.23. Столбчатые типы графиков

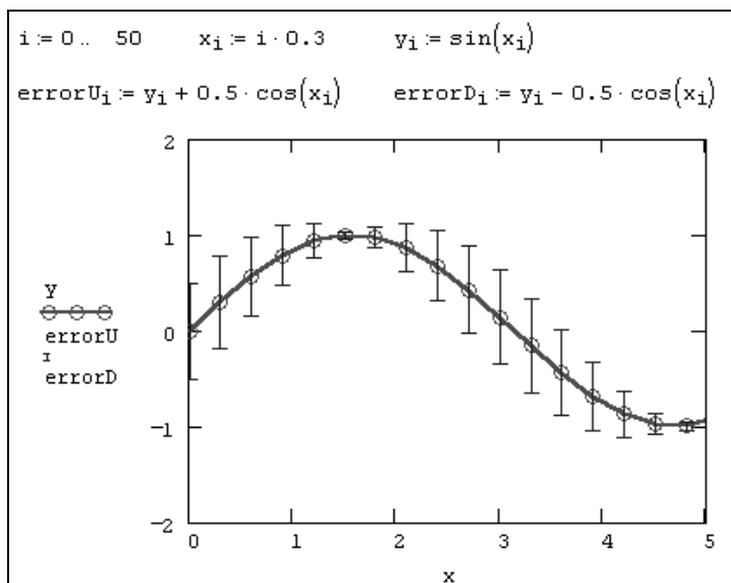


Рис. 12.24. Создание графика с отложенными ошибками

Помимо пар декартовых ( $x, y$ ) или полярных координат точек необходимо задать еще две последовательности данных, представляющих соответствующие значения ошибок для каждой пары точек (рис. 12.24).

### **Внимание!**

График представления данных с погрешностями требует, чтобы два последовательных ряда данных имели тип графика с ошибками (`error`).

На рис. 12.24 отложено три ряда данных:  $y$  (сами данные), `errorU` (верхняя метка ошибок), `errorD` (нижняя метка ошибок). Для двух последних рядов выставлен тип `error` (ошибка).

## **Сохранение установок по умолчанию**

На вкладке **Defaults** (По умолчанию) диалогового окна **Formatting Currently Selected X-Y Plot** (Форматирование выбранного графика) находятся два элемента управления:

- кнопка **Change to Defaults** (Вернуть установки по умолчанию) — изменяет все установки выделенного графика на установки по умолчанию, принятые для текущего документа;
- флажок проверки **Use for Defaults** (Использовать для установок по умолчанию) — делает установками по умолчанию для данного документа установки выбранного графика.

### **12.3.9. Сохранение заголовка графика**

Чтобы создать заголовок графика:

1. Дважды щелкните на графике.
2. В диалоговом окне **Formatting Currently Selected X-Y Plot** (Форматирование выбранного графика) перейдите на вкладку **Labels** (Метки).
3. В поле **Title** (Заголовок) введите текст заголовка.
4. Установите флажок проверки **Show Title** (Показать заголовок).
5. Выберите переключатель **Above** (Сверху) или **Below** (Снизу), чтобы заголовок появился сверху или снизу графика, как показано на рис. 12.25.
6. Нажмите кнопку **OK**.

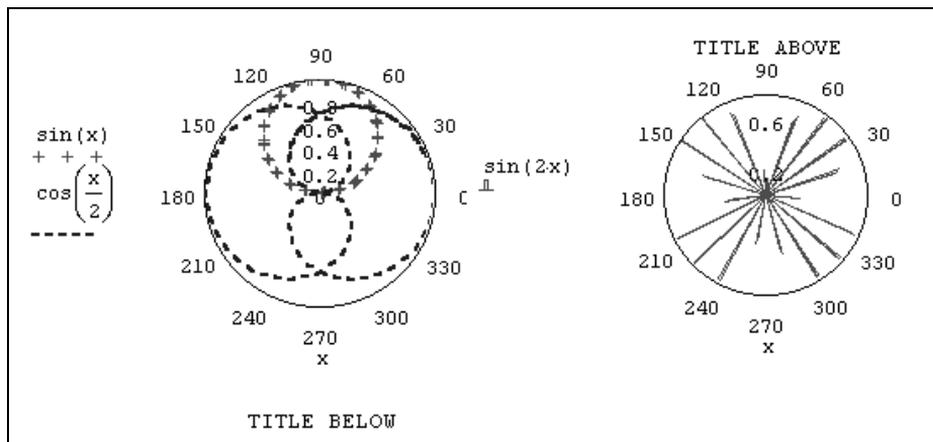


Рис. 12.25. Заголовок сверху и снизу графика

### 12.3.10. Изменение размера и положения графиков

Прежде чем переместить или изменить размер графика, выделите его щелчком мыши. Изменить положение графика в документе можно перетаскиванием, т. е. перемещением указателя при нажатой кнопке мыши. Чтобы изменить размер графика, растягивайте или сжимайте его, перемещая указателем мыши черные прямоугольные маркеры, расположенные на его сторонах.

### 12.3.11. Трассировка и увеличение графиков

*Трассировка* позволяет очень точно изучить строение графика. Для того чтобы включить режим трассировки, щелкните в области графика правой кнопкой мыши и выберите в контекстном меню пункт **Trace** (Трассировка). В результате появится окно трассировки (рис. 12.26), а в поле графика вы увидите две пересекающиеся пунктирные линии.

Перемещая указатель мыши по графику, вы тем самым передвигаете точку пересечения линий трассировки. При этом координаты точки указываются с высокой точностью в окне трассировки в полях **X-Value** (Значение X) и **Y-Value** (Значение Y). Нажатие кнопки **Copy X** (Копировать X) или **Copy Y** (Копировать Y) копирует соответствующее число в буфер обмена. В дальнейшем его можно вставить в любое место документа или в маркер, нажав комбинацию клавиш **<Ctrl>+<V>**.

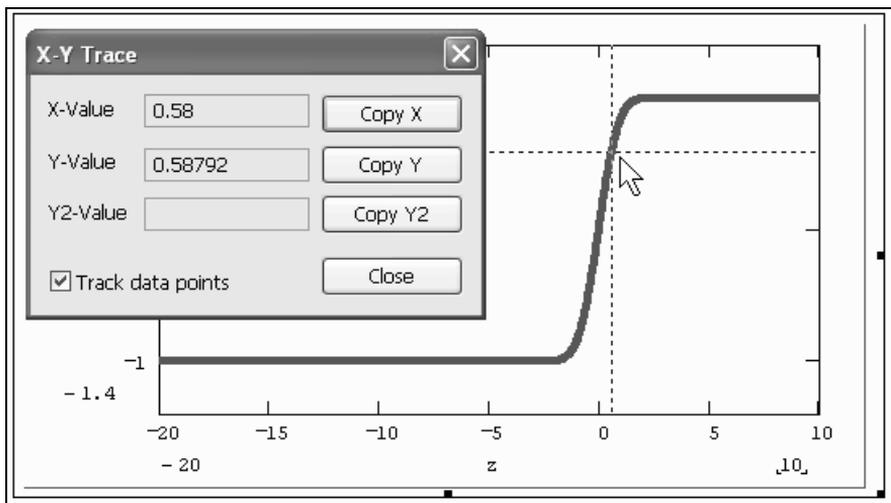


Рис. 12.26. Трассировка графика

Если установлен флажок **Track Data Points** (Следовать за рядом данных), как это показано на рис. 12.26, то линии трассировки следуют точно вдоль графика. В противном случае они могут перемещаться по всей области графика.

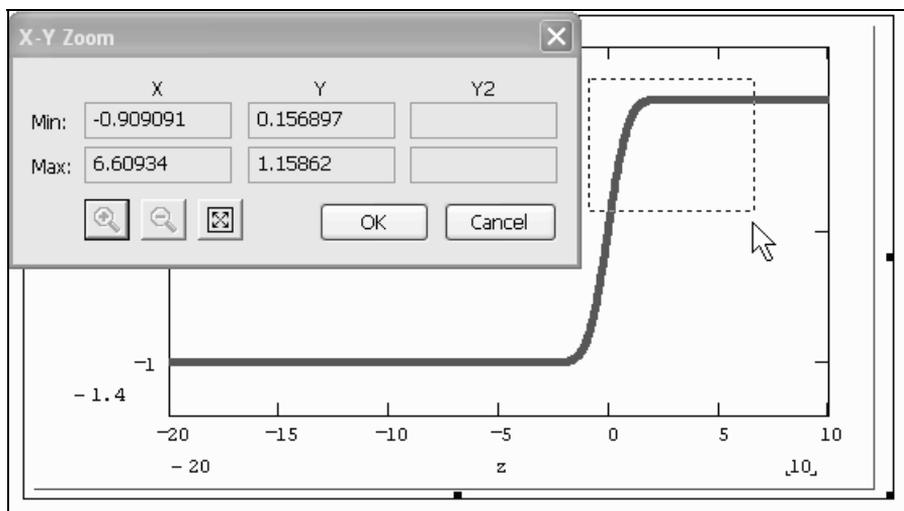


Рис. 12.27. Управление масштабом графика

Помимо трассировки, в Mathcad предусмотрена еще одна удобная возможность просмотра графика в увеличенном масштабе. Для вызова диалогового окна **X-Y Zoom** (Масштаб графика) выберите в контекстном меню или в меню **Format** (Формат) пункты **Graph** (График) и **Zoom** (Масштаб). После этого указателем мыши выберите прямоугольную область на графике, которую вы планируете просмотреть в увеличенном масштабе (рис. 12.27), и нажмите кнопку **Zoom** (Увеличить). В результате часть графика будет прорисована более крупно (рис. 12.28).

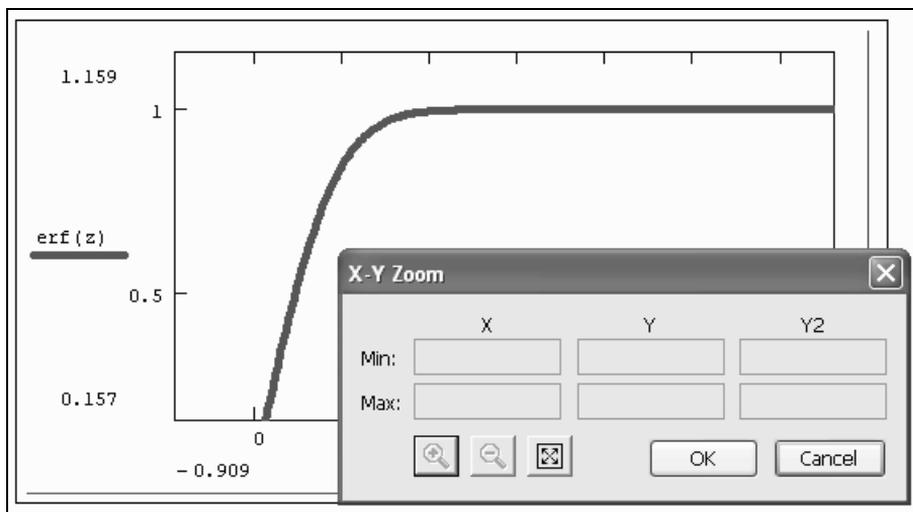


Рис. 12.28. Просмотр графика в увеличенном масштабе

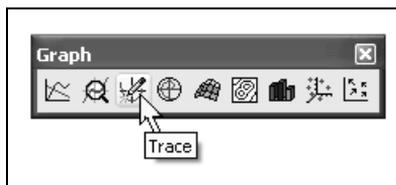


Рис. 12.29. Кнопка трассировки на панели **Graph**,  
кнопка масштабирования — слева от нее

Далее можно либо продолжать изменять масштаб, либо вернуться к прежнему виду графика кнопкой **Full View** (Показать целиком), либо закрыть диало-

говое окно **X-Y Zoom** (Масштаб графика) для окончательной перерисовки графика в крупном масштабе (нажав кнопку **ОК**).

### Примечание

Возможно, вам покажется более удобным вызов окон трассировки и масштабирования графиков с помощью панели инструментов **Graph** (График) — рис. 12.29. Эти кнопки доступны только при выделенном двумерном графике.

## 12.4. Трехмерные графики

Коллекция трехмерных графиков — настоящее чудо, которое Mathcad дарит пользователю. За считанные секунды вы можете создать великолепную презентацию результатов своих расчетов.

### 12.4.1. Создание трехмерных графиков

Чтобы создать трехмерный график, требуется нажать кнопку с изображением любого из типов трехмерных графиков на панели инструментов **Graph** (График) (если возникнут сложности, обратитесь к *разд. 12.2*). В результате появится пустая область графика с тремя осями (рис. 12.30) и единственным местозаполнителем в нижнем левом углу.

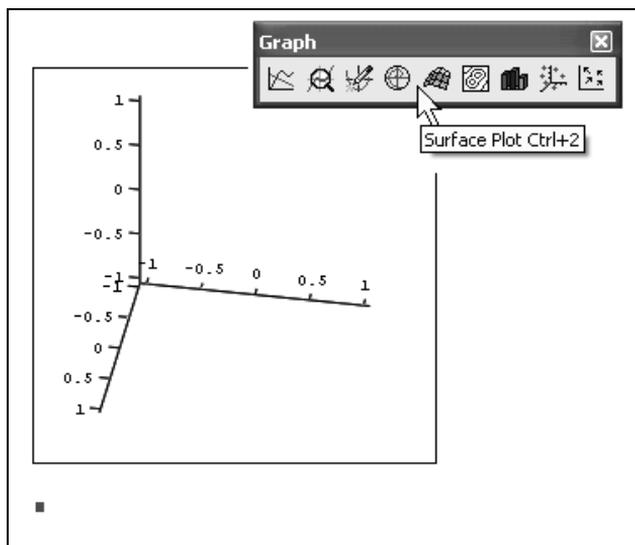


Рис. 12.30. Создание трехмерного графика

В этот местозаполнитель следует ввести либо имя  $z$  функции  $z(x, y)$  двух переменных для *быстрого построения трехмерного графика*, либо имя матричной переменной  $Z$ , которая задаст распределение данных  $Z_{x,y}$  на плоскости  $XY$ .

Рассмотрим на простом примере функции  $z(x, y)$  и матрицы  $Z$  (они заданы в листингах 12.3 и 12.4 соответственно) особенности построения трехмерных графиков различных типов, создаваемых нажатием той или иной кнопки на панели **Graph** (График). Еще раз отметим, что для получения графиков не требуется никакого текста, кроме введения имени соответствующей функции или матрицы в местозаполнитель.

### **Внимание!**

Для графиков, основой которых служат матрицы, шкалу плоскости  $XY$  приходится задавать вручную. Mathcad просто рисует поверхность, точки в пространстве или линии уровня, основываясь на двумерной структуре этой матрицы. При быстром же построении графиков имеется возможность строить их в различном диапазоне аргументов подобно двумерным графикам.

#### **Листинг 12.3. Функция для быстрого построения трехмерного графика**

$$z(x, y) := x^2 + y^2$$

#### **Листинг 12.4. Матрица для отображения на трехмерных графиках**

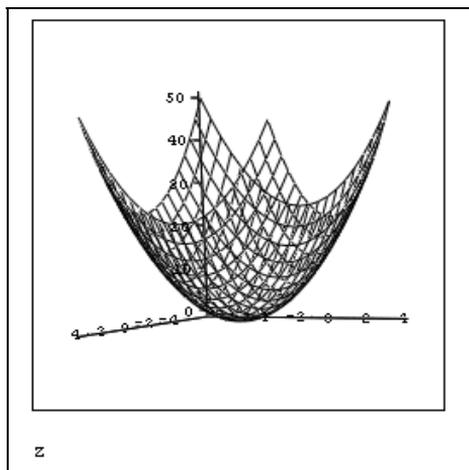
$$Z := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1.1 & 1.2 \\ 1 & 2 & 3 & 2.1 & 1.5 \\ 1.3 & 3.3 & 5 & 3.7 & 2 \\ 1.3 & 3 & 5.7 & 4.1 & 2.9 \\ 1.5 & 2 & 6.5 & 4.8 & 4 \end{pmatrix}$$

## **График поверхности**

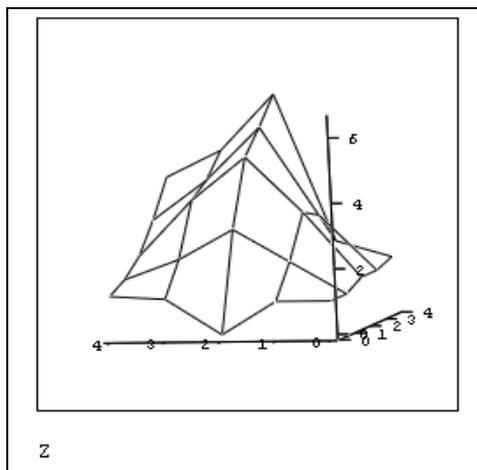
Графики поверхности (Surface Plot) представлены на рис. 12.31 и 12.32.

## **График линий уровня**

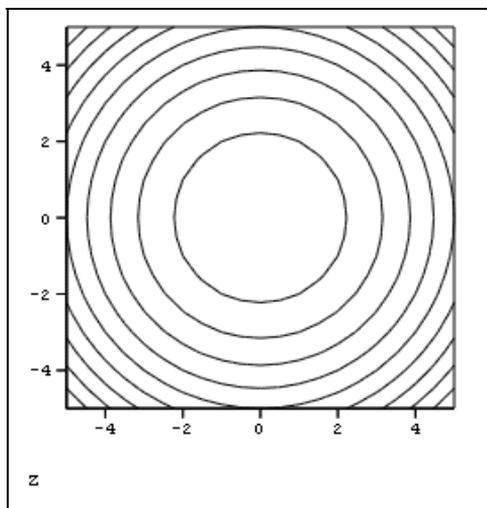
Графики линий уровня (Contour Plot) изображены на рис. 12.33 и 12.34.



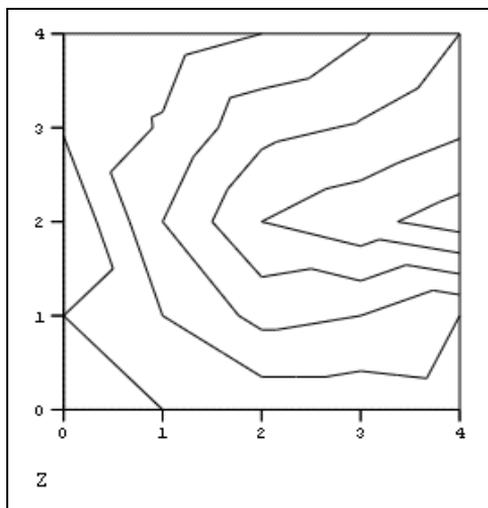
**Рис. 12.31.** Быстрое построение графика поверхности функции (листинг 12.3)



**Рис. 12.32.** График поверхности, заданный матрицей (листинг 12.4)



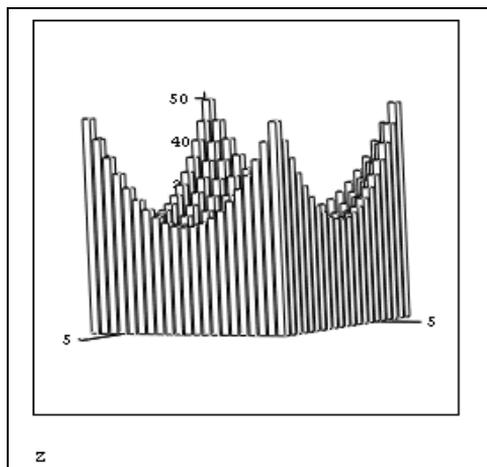
**Рис. 12.33.** Быстрое построение графика линий уровня функции (листинг 12.3)



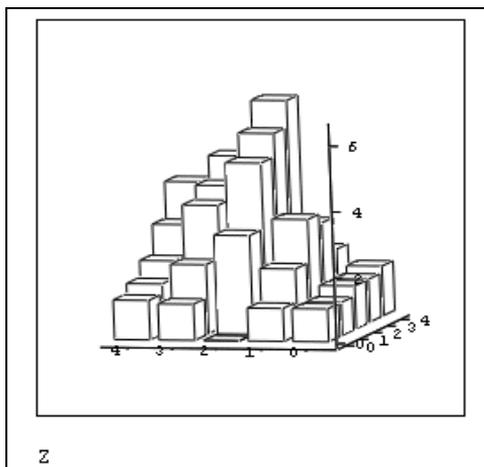
**Рис. 12.34.** График линий уровня, заданный матрицей (листинг 12.4)

## График трехмерной гистограммы

Графики трехмерных гистограмм (3D Bar Plot) приведены на рис. 12.35 и 12.36.



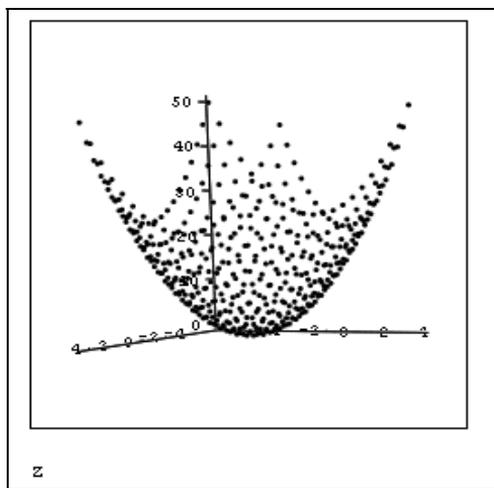
**Рис. 12.35.** Быстрое построение графика трехмерной гистограммы функции (листинг 12.3)



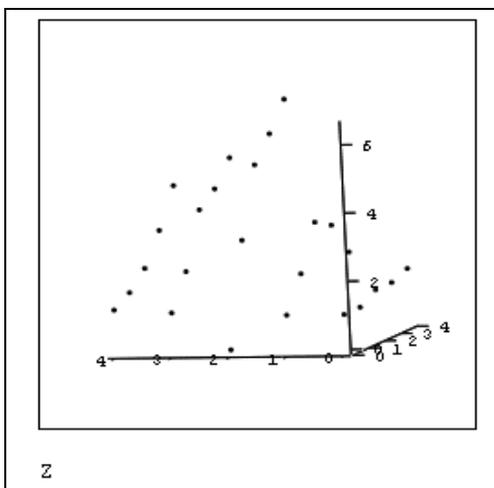
**Рис. 12.36.** График трехмерной гистограммы, заданной матрицей (листинг 12.4)

## График множества точек

Графики множества точек (3D Scatter Plot) представлены на рис. 12.37 и 12.38.



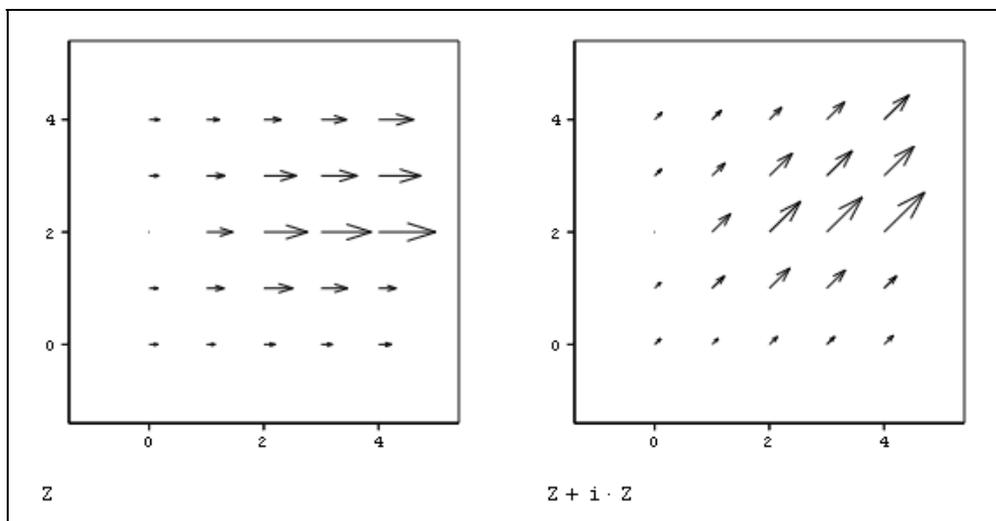
**Рис. 12.37.** Быстрое построение графика множества точек функции (листинг 12.3)



**Рис. 12.38.** График множества точек, заданный матрицей (листинг 12.4)

## График векторного поля

График векторного поля (Vector Field Plot) несколько отличается от остальных типов двумерных графиков (рис. 12.39). Его смысл заключается в построении некоторого вектора в каждой точке плоскости  $xY$ . Чтобы задать вектор на плоскости, требуются два скалярных числа. Поэтому в Mathcad принято, что векторное поле задает комплексная матрица. Действительные части каждого ее элемента определяют проекцию вектора на ось  $x$ , а мнимые — на ось  $Y$ .



**Рис. 12.39.** Графики векторного поля, заданные матрицами (листинг 12.4)

Приведенные рисунки являются лишь первым шагом в создании красочных графиков. О том, как правильно отформатировать вновь созданные графики, чтобы они приобрели оптимальный с математической точки зрения и эффектный вид, рассказано в следующих разделах.

### Совет

Улучшить трехмерное представление графика часто позволяет применение к исходным данным интерполяции (см. разд. 11.3).

## 12.4.2. Форматирование трехмерных графиков

Форматирование трехмерных графиков выполняется с помощью диалогового окна **3-D Plot Format** (Форматирование 3D-графика), которое вызывается двойным щелчком мыши в области графика (рис. 12.40). Параметры трехмерных графиков всех типов устанавливаются посредством этого диалогового окна.

В диалоге **3-D Plot Format** (Форматирование 3D-графика) доступно большое количество параметров, изменение которых способно очень сильно повлиять на внешний вид графика. Они сгруппированы по принципу действия на нескольких вкладках. Остановимся коротко на возможностях оформления трехмерных графиков, поясняя их, главным образом, примерами.

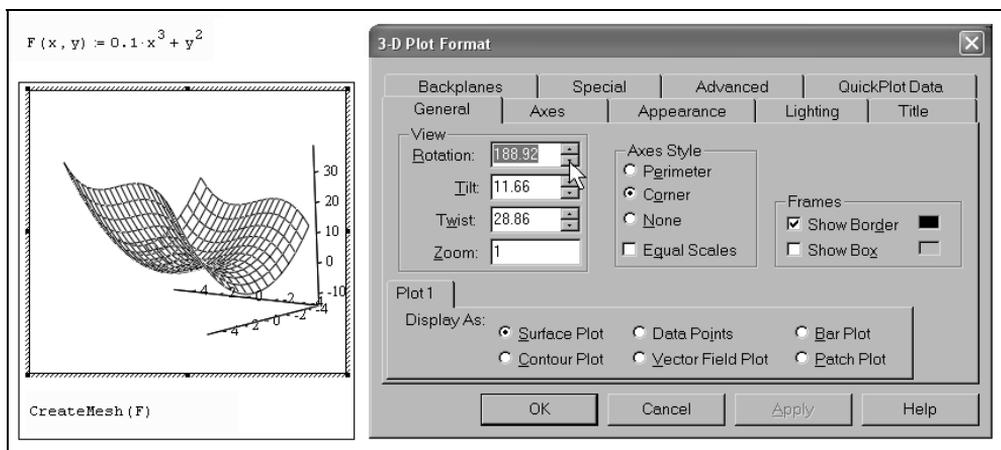


Рис. 12.40. Диалоговое окно 3-D Plot Format

### Изменение типа графика

Чтобы поменять тип уже имеющегося графика (например, построить вместо поверхности график линий уровня и т. д.), просто установите соответствующий переключатель в нижней части вкладки **General** (Общие) и нажмите кнопку **ОК**. График будет перерисован.

### Вращение графика

Самый простой способ ориентации системы координат с графиком в трехмерном пространстве — это перетаскивание ее указателем мыши. Попробуй-

те перемещать при нажатой левой кнопке мыши указатель в пределах графика и вы увидите, как поворачивается график.

### Примечание

Разумеется, поворачивать можно лишь графики в трехмерном пространстве; векторное поле и линии уровня строятся, по определению, на прямоугольном участке плоскости.

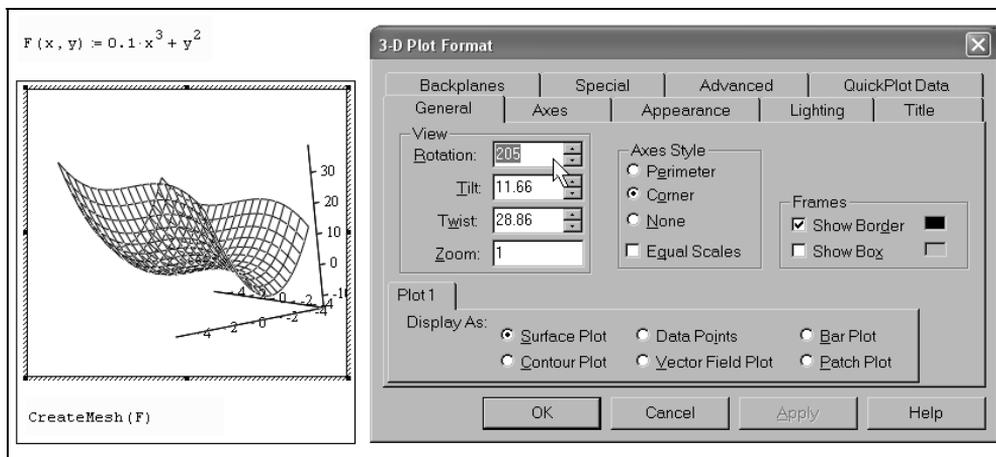


Рис. 12.41. Изменение параметра **Rotation** (сравните с рис. 12.40)

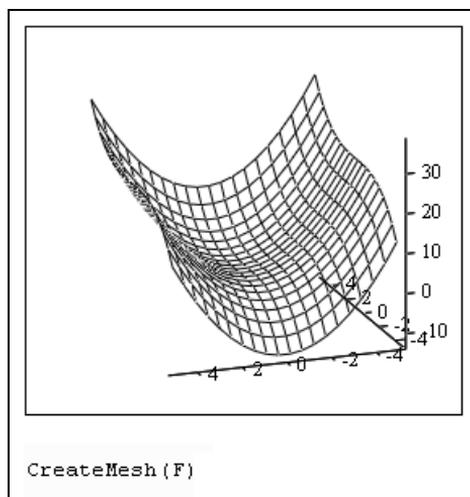


Рис. 12.42. Вид того же графика (см. рис. 12.41) при углах **Rotation** — 0, **Tilt** — 20 и **Twist** — 200

Другой способ изменения ориентации графика — с помощью полей-счетчиков **Rotation** (Вращение), **Tilt** (Наклон) и **Twist** (Поворот) на вкладке **General** (Общие) (см. рис. 12.40), которые в совокупности определяют соответствующие углы (в градусах) и тем самым задают направление всех трех осей координат в пространстве. Сравнивая рис. 12.40—12.42, вы разберетесь, как эти углы влияют на ориентацию графика.

## Стиль осей

С помощью группы переключателей **Axis Style** (Стиль осей) можно задать один из следующих стилей осей координат:

- Perimeter** (Периметр) — как на рис. 12.43;
- Corner** (Угол) — как на рис. 12.41 и 12.42;
- None** (Нет) — оси отсутствуют.

Если установить флажок **Show Box** (Показать куб), то координатное пространство будет изображено в виде куба (рис. 12.44).

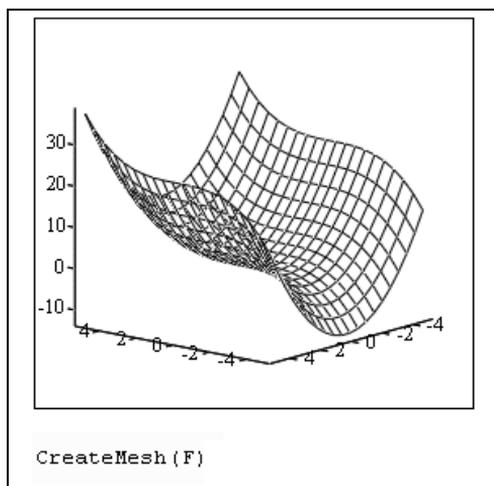


Рис. 12.43. Расположение координатных осей по периметру

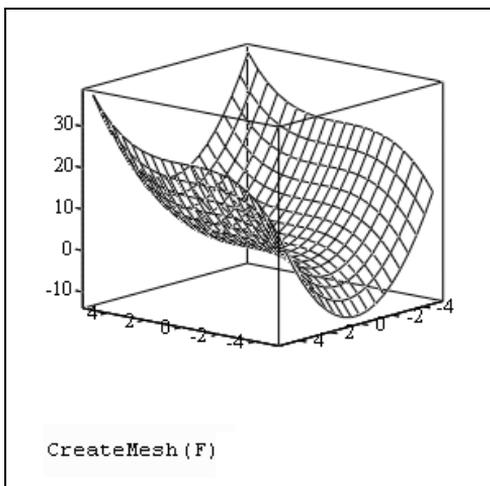


Рис. 12.44. Установлен флажок **Show Box**

## Масштабирование графика

В поле **Zoom** (Масштаб) вкладки **General** (Общие) (см. рис. 12.40) можно задать числовое значение масштаба (рис. 12.45).

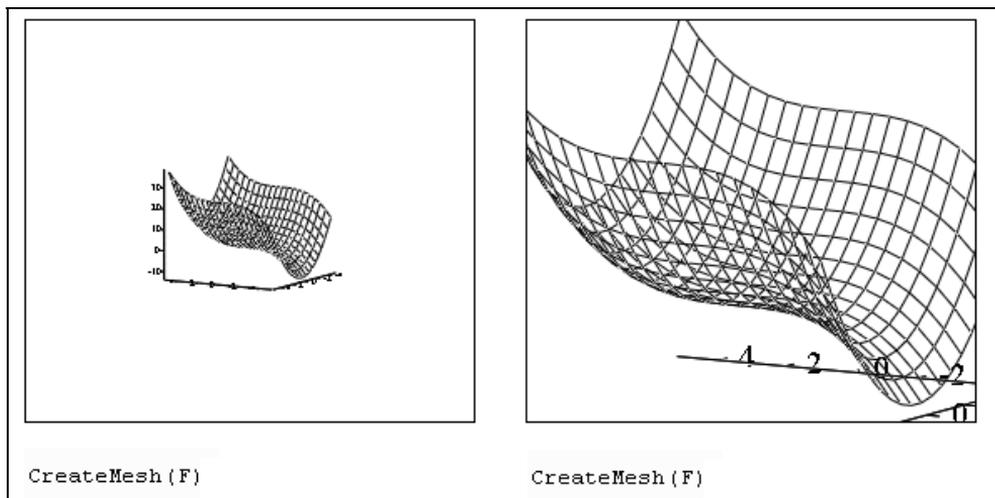


Рис. 12.45. Вид графика поверхности при масштабе 0,5 (слева) и 1,5 (справа)

## Форматирование осей

Вкладка **Axis** (Оси) содержит три вложенных вкладки, в которых задаются параметры для каждой из трех координатных осей.

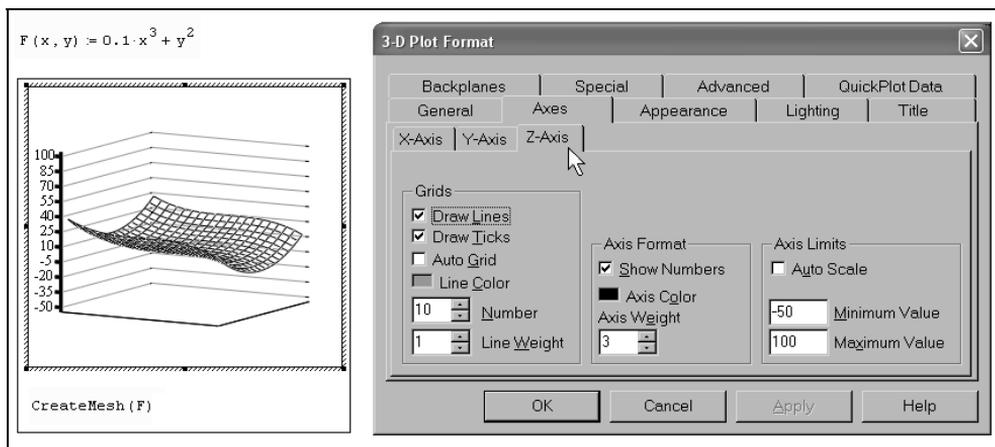


Рис. 12.46. Форматирование осей координат

В частности, можно включить или отключить показ линий сетки, нумерации и задать диапазон по каждой из осей (рис. 12.46). Смысл этих операций схо-

ден с аналогичными операциями для двумерных графиков. При помощи еще одной вкладки — **Backplanes** (Плоскости заднего плана) — задается показ проекций координатной сетки на три скрытые плоскости трехмерного графика (пример форматирования плоскости XY показан на рис. 12.47).

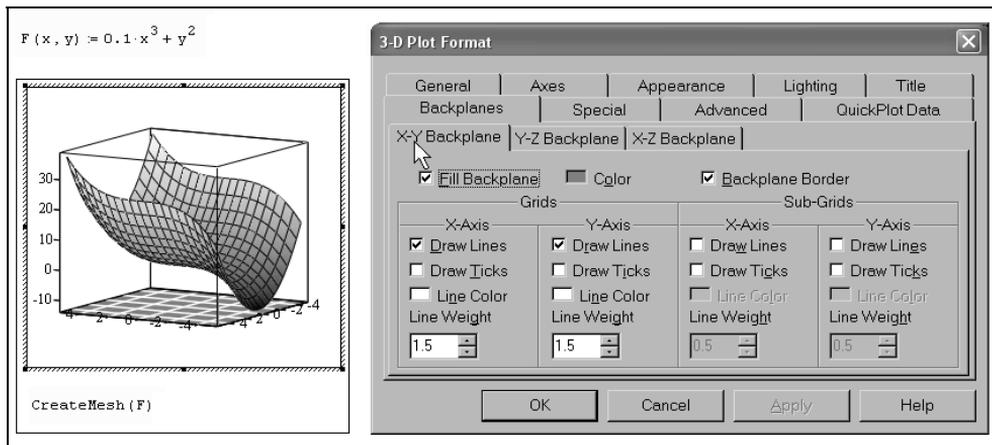


Рис. 12.47. Форматирование скрытых плоскостей графика

## Стиль заливки и линий

На рис. 12.48 и 12.49 показано влияние различного стиля задания заливки и линий с помощью вкладки **Appearance** (Появление) для контурного и поверхностного графиков. При выборе переключателя **Fill Surface** (Заливка поверхности) из группы **Fill Options** (Опции заливки) (рис. 12.48) вы получаете доступ к опциям цвета (в группе **Color Options**). Если выбрать переключатель **Solid Color** (Один цвет), то выполнится однотонная заливка поверхности, показанная на рис. 12.49.

Если установить переключатель **Colormap** (Цветовая схема), то поверхность или контурный график будут залиты разными цветами и оттенками (рис. 12.48), причем выбрать цветовую схему можно на вкладке **Advanced** (Дополнительно) (рис. 12.50).

Поэкспериментируйте с разными цветовыми схемами и представлениями заливки и линий, задаваемых полем **Line Options** (Опции линии) (рис. 12.48), чтобы уяснить богатство возможностей Mathcad. Некоторые параметры, влияющие на представление контуров графиков, доступны на вкладке **Special**

(Специальные) (рис. 12.51). Сочетаний различных цветовых схем, заливок и других параметров так много, что лучше предоставить читателю самому попробовать применить их различные комбинации и выбрать из них наиболее понравившиеся.

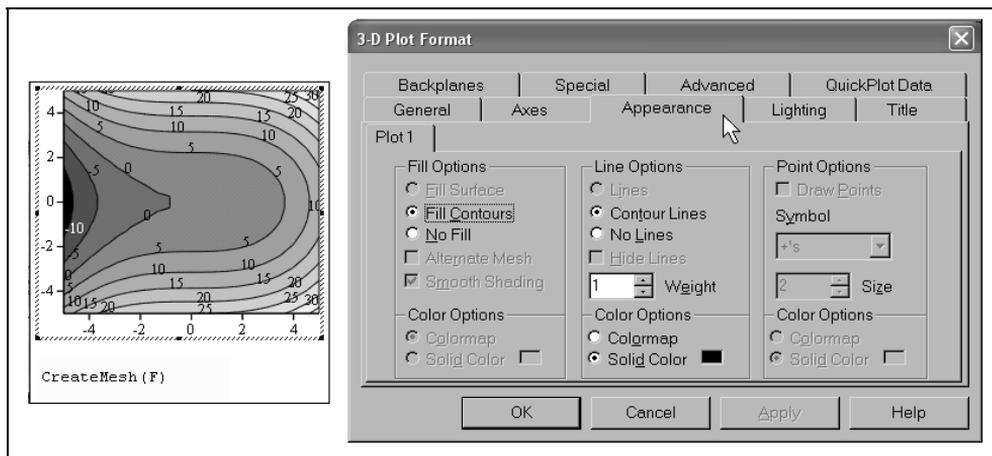


Рис. 12.48. Настройка заливки графика поверхности

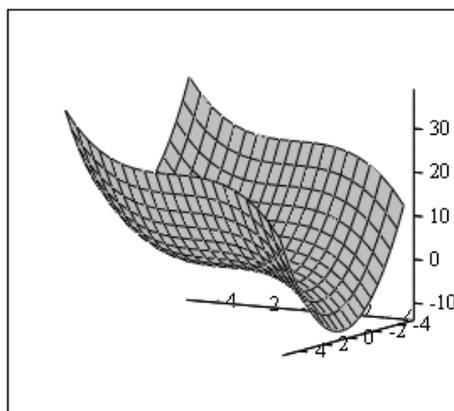
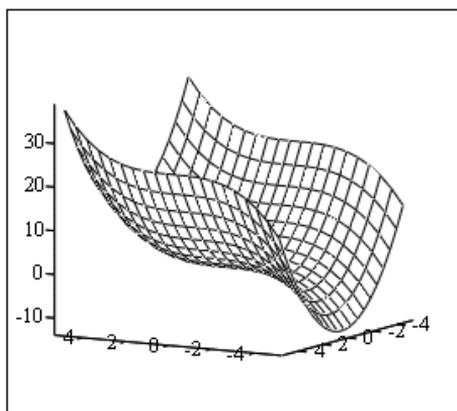


Рис. 12.49. Заливка поверхности белым цветом (слева) и серым цветом (справа)

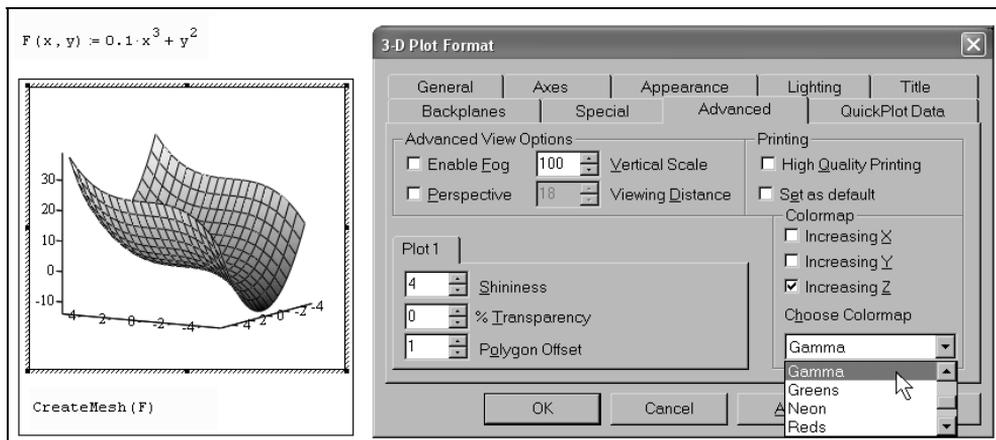


Рис. 12.50. Выбор цветовой схемы

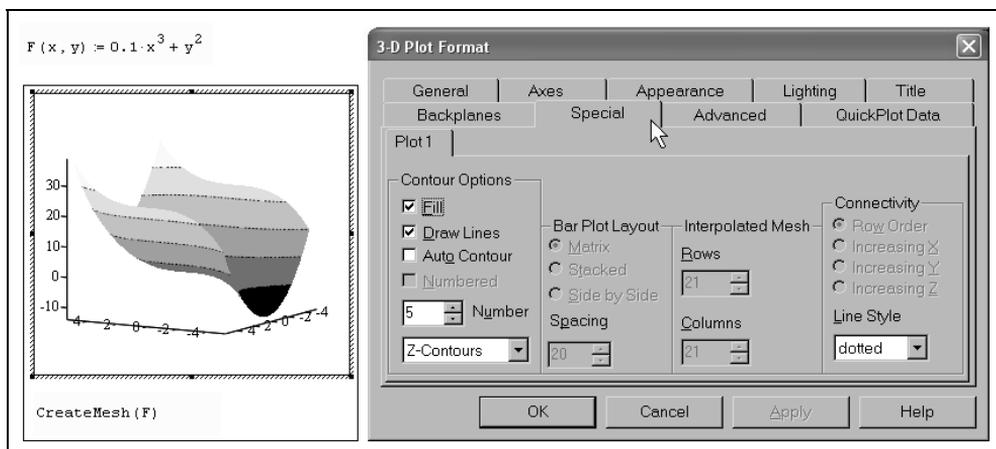


Рис. 12.51. Вкладка Special

## Спецэффекты

В той же вкладке **Advanced** (Дополнительно) (см. рис. 12.50) имеется доступ к управлению несколькими специальными эффектами оформления графиков, благодаря которым они смотрятся более красиво.

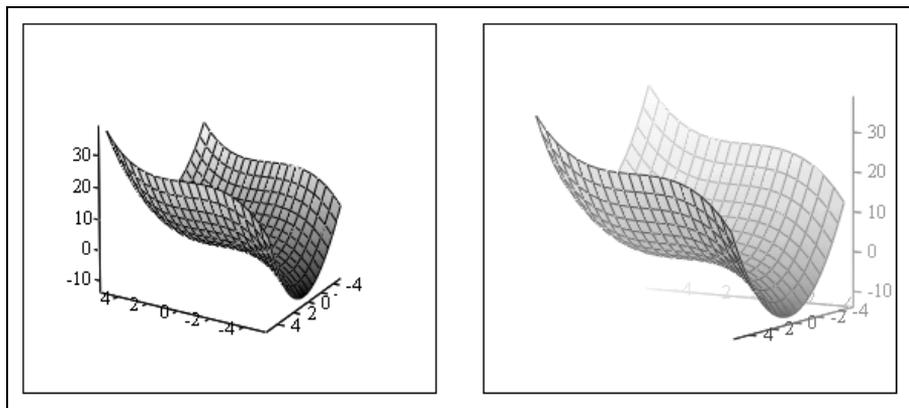


Рис. 12.52. Эффекты перспективы (слева) и тумана (справа)

Перечислим эти эффекты:

- Shininess** (Сияние) — имеется возможность регулировать сияние в пределах от 0 до 128;
- Enable Fog** (Туман) — эффект тумана (рис. 12.52);
- Transparency** (Прозрачность) — задается процент прозрачности графика (рис. 12.53);
- Perspective** (Перспектива) — показ перспективы с определением видимости расстояния (рис. 12.52).

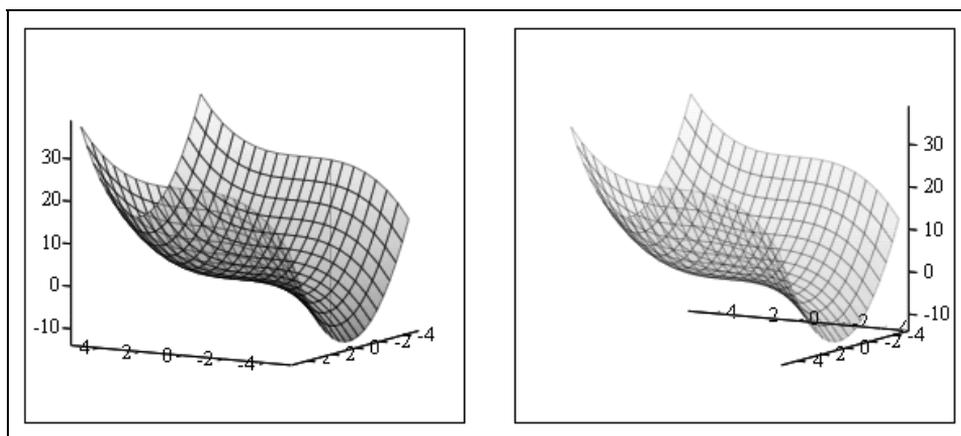


Рис. 12.53. Эффект прозрачности в 40% (слева) и 80% (справа)

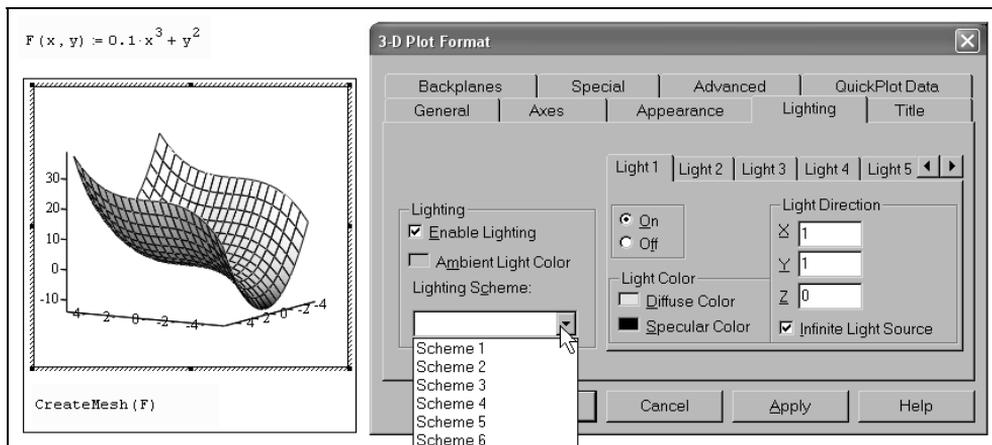


Рис. 12.54. Эффект подсветки

Еще один спецэффект подсветки графика задается на вкладке **Lighting** (Подсветка) (рис. 12.54), причем имеются как встроенные схемы подсветки (на рис. 12.54 на них наведен указатель мыши), так и возможность задавать ее цвет и направление самому пользователю.

## Заголовок графика

Заголовок графика определяется на вкладке **Title** (Заголовок) и может быть расположен как сверху, так и снизу графика (рис. 12.55).

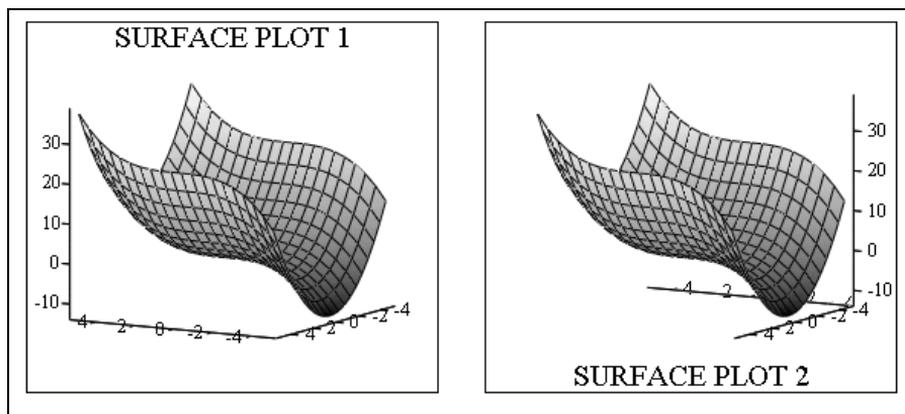


Рис. 12.55. Графики с заголовками

## Редактирование точек данных

На многих типах графиков допускается показ точек данных. Формат точек, включая тип символа, размер, соединение их линией, задается на вкладке **Appearance** (Оформление) (рис. 12.56).

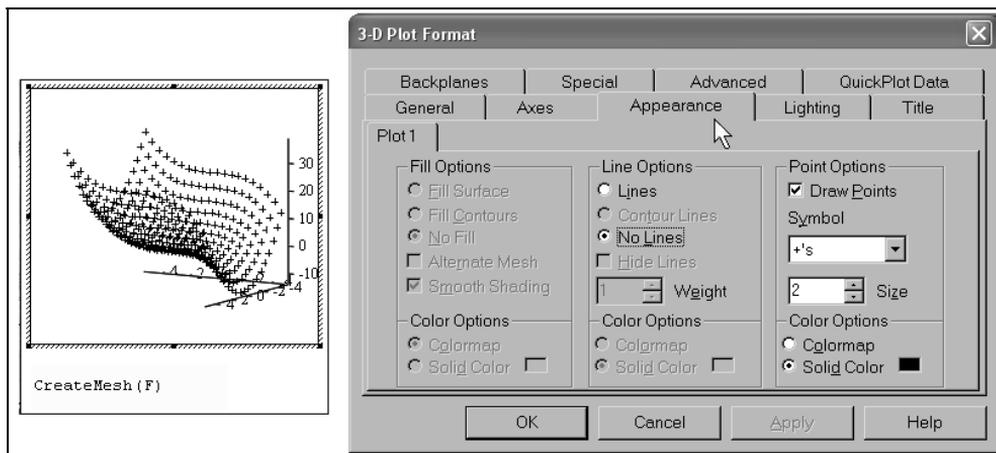


Рис. 12.56. Форматирование точек данных

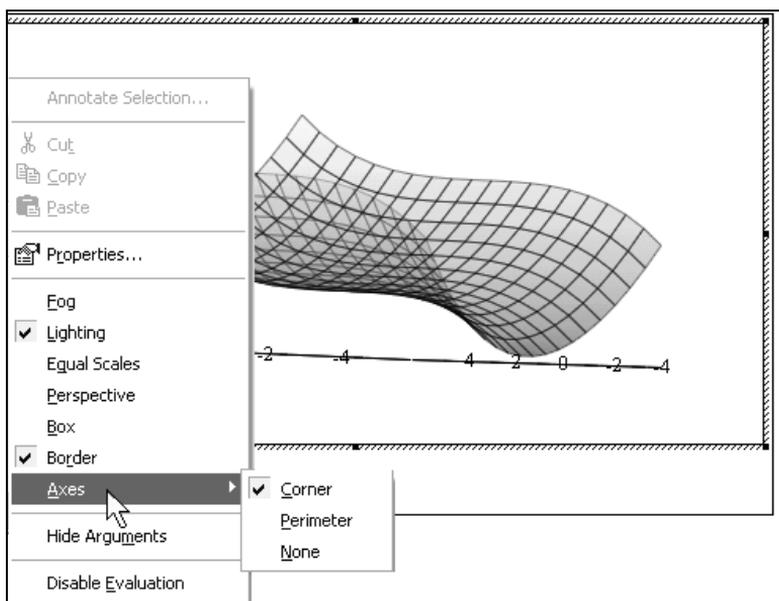


Рис. 12.57. Форматирование графика при помощи контекстного меню

Опции форматирования точек те же самые, что и для двумерных графиков (см. разд. 12.3.7).

## Быстрое изменение формата графика

Удобный способ применения некоторых видов форматирования трехмерных графиков заключается в использовании контекстного меню (рис. 12.57). Достаточно нажать на графике правую кнопку мыши и выбрать в контекстном меню одну из опций форматирования, внешний вид графика сразу изменится.

## 12.5. Создание анимации

Во многих случаях самый зрелищный способ представления результатов математических расчетов — это анимация. Mathcad позволяет создавать анимационные ролики и сохранять их в видеофайлах.

Основной принцип анимации в Mathcad — покадровая анимация. Ролик анимации — это просто последовательность кадров, представляющих собой некоторый участок документа, который выделяется пользователем. Расчеты производятся обособленно для каждого кадра, причем формулы и графики, которые в нем содержатся, должны быть функцией от номера кадра. Номер кадра задается системной переменной `FRAME`, которая может принимать лишь натуральные значения. По умолчанию если не включен режим подготовки анимации, `FRAME=0`.

Рассмотрим последовательность действий для создания ролика анимации, например, демонстрирующего перемещение гармонической бегущей волны. При этом каждый момент времени будет задаваться переменной `FRAME`.

1. Введите в документ необходимые выражения и графики, в которых участвует переменная номера кадра `FRAME`. Подготовьте часть документа, которую вы желаете сделать анимацией, таким образом, чтобы она находилась в поле вашего зрения на экране. В нашем примере подготовка сводится к определению функции  $f(x, t) := \sin(x-t)$  и созданию ее декартова графика  $y(x, FRAME)$ .
2. Выполните команду **Tools | Animation | Record** (Сервис | Анимация | Запись).
3. В диалоговом окне **Animate** (Анимация) задайте номер первого кадра в поле **From** (От), номер последнего кадра в поле **To** (До) и скорость анимации в поле **At** (Скорость) в кадрах в секунду (рис. 12.58).
4. Выделите протаскиванием указателя мыши при нажатой левой кнопке мыши область в документе, которая станет роликом анимации.

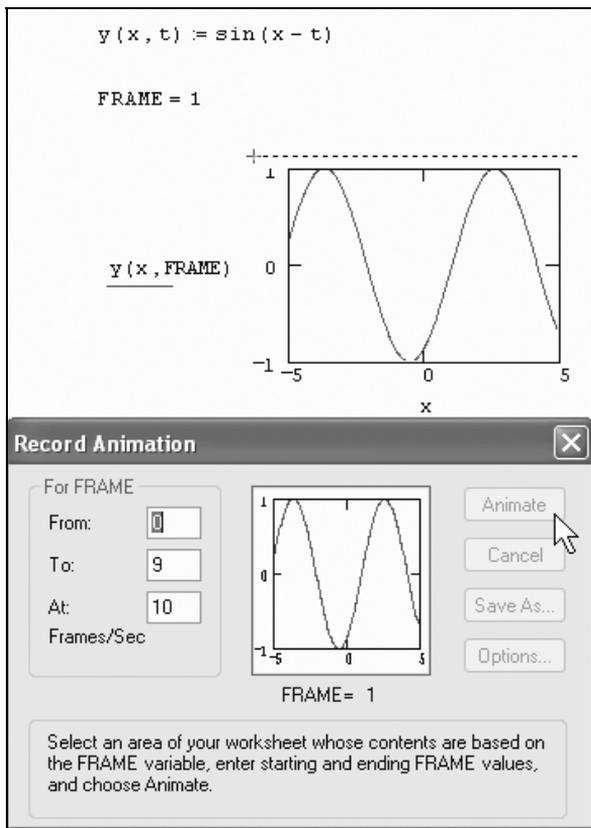


Рис. 12.58. Начало создания анимации

5. В диалоговом окне **Animate** (Анимация) нажмите кнопку **Animate** (Анимация). После этого в окошке диалогового окна **Animate** (Анимация) будут появляться результаты расчетов выделенной области, сопровождающиеся выводом текущего значения переменной `FRAME`. По окончании этого процесса на экране появится окно проигрывателя анимации (рис. 12.59).
6. Запустите просмотр анимации в проигрывателе нажатием кнопки воспроизведения в левом нижнем углу окна проигрывателя.
7. В случае если вид анимации вас устраивает, сохраните ее в виде видео-файла, нажав кнопку **Save As** (Сохранить как) в диалоговом окне **Animate** (Анимация). В появившемся диалоговом окне **Save Animation** (Сохранить анимацию) обычным для Windows способом укажите имя файла и его расположение на диске.

8. Закройте диалог **Animate** (Анимация) нажатием кнопки **Cancel** (Отмена) или кнопки управления его окном.
9. Сохраненный видеофайл можно использовать за пределами Mathcad. Скорее всего, если в Проводнике Windows дважды щелкнуть на имени этого файла, он будет загружен в проигрыватель видеофайлов Windows, и вы увидите его на экране компьютера. Таким образом, запуская видеофайлы обычным образом, можно устроить красочную презентацию результатов работы как на своем, так и на другом компьютере.

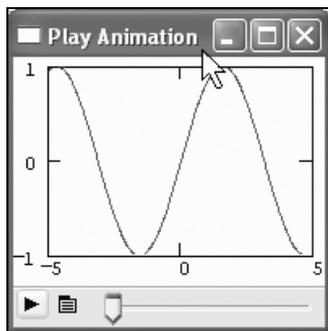


Рис. 12.59. Просмотр созданного ролика анимации

### **Примечание**

При создании файлов анимации допускается выбирать программу видеосжатия (кодек) и качество компрессии. Делается это с помощью кнопки **Options** (Опции) в диалоговом окне **Animate** (Анимация).

## **12.6. Ввод/вывод во внешние файлы**

Важный компонент ввода/вывода — это ввод/вывод во внешние файлы. Ввод внешних данных в документы Mathcad применяется чаще вывода, поскольку Mathcad имеет гораздо лучшие возможности представления результатов расчетов, чем многие пользовательские программы. Для общения с внешними файлами данных в Mathcad имеется несколько разных способов, причем наиболее простые и универсальные из них появились в версии Mathcad 12. Мы рассмотрим их в завершающей части данного раздела, а вначале расскажем о семействе специализированных встроенных функций.

## 12.6.1. Текстовые файлы

Перечислим встроенные функции для работы с текстовыми файлами:

- READPRN("file") — чтение данных в матрицу из текстового файла;
  - WRITEPRN("file") — запись данных в текстовый файл;
  - APPENDPRN("file") — дозапись данных в существующий текстовый файл,
- где:

- file — путь к файлу.

### Примечание

Можно задавать как полный путь к файлу, например, C:\Мои документы, так и относительный, имея в виду, что он будет отсчитываться от папки, в которой находится файл с документом Mathcad. Если вы задаете в качестве аргумента просто имя файла (как в листингах 12.5—12.7), то файл будет записан или прочитан из той папки, в которой находится сам документ Mathcad.

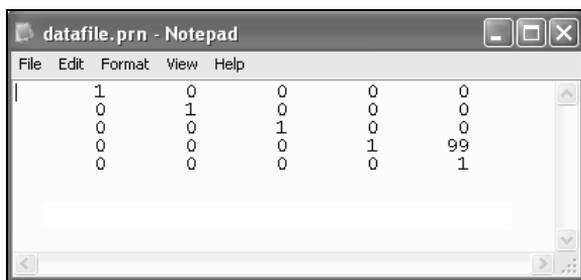


Рис. 12.60. Файл, созданный листингом 12.5

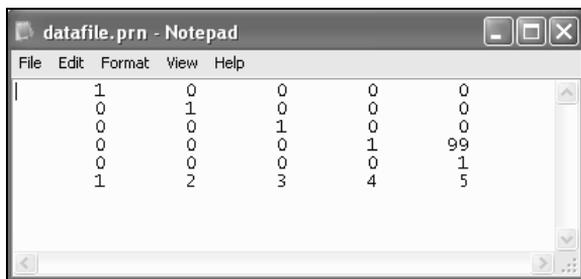


Рис. 12.61. Файл, созданный листингами 12.5 и 12.7

Примеры использования встроенных функций иллюстрируются листингами 12.5—12.7. Результат действия листингов 12.5 и 12.7 можно понять, про-

смотря полученные текстовые файлы, например, с помощью Блокнота Windows (рис. 12.60 и 12.61 соответственно).

#### Листинг 12.5. Запись матрицы $Z$ в текстовый файл

$$Z := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 99 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
WRITEPRN ("datafile.prn" ) := Z
```

#### Листинг 12.6. Чтение данных из текстового файла в матрицу $C$

```
C := READPRN ("datafile.prn" )
```

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 99 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

#### Листинг 12.7. Дозапись вектора $k$ в существующий текстовый файл

```
k := ( 1 2 3 4 5 )
```

```
APPENDPRN ("datafile.prn" ) := k
```

Обратите внимание, что, если вы выводите данные в файл, пользуясь встроенной функцией `WRITEPRN`, то в любом случае создается новый текстовый файл. Если даже до записи данных файл с таким именем существовал, то его содержимое будет уничтожено и заменено новыми данными. Если вы хотите сохранить прежнее содержимое текстового файла с данными, пользуйтесь функцией `APPENDPRN`. Она может применяться и для создания нового файла. Иными словами, если файла с заданным именем не существовало, то он после применения функции будет создан и наполнен теми данными, которые определены вами в документе.

### 11 **Примечание**

Создание нового файла путем использования функции `APPENDPRN` добавлено разработчиками в версию Mathcad 11. В прежних версиях программы при попытке добавить данные к несуществующему файлу при помощи этой функции появится сообщение об ошибке.

## 12.6.2. Графические файлы

Подобно вводу/выводу в текстовые файлы можно организовать чтение и запись данных в графические файлы различных форматов.

При этом данные отождествляются с интенсивностью того или иного цвета пиксела изображения, находящегося в файле. Перечислим основные функции:

- `READRGB("file")` — чтение цветного изображения;
- `READBMP("file")` — чтение изображения в оттенках серого;
- `WRITERGB("file")` — запись цветного изображения;
- `WRITEBMP("file")` — запись изображения в оттенках серого,

где:

- `file` — путь к файлу.

### **Примечание**

Имеется также большое количество функций специального доступа к графическим файлам, например, чтение интенсивности цветов в других цветовых моделях (яркость-насыщенность-оттенки), а также чтение только одного из основных цветов и т. п. Вы без труда найдете информацию об этих функциях в справочной системе Mathcad, а их применение полностью эквивалентно описанным встроенным функциям.

Действие функций доступа к графическим файлам иллюстрируется листингами 12.8—12.10. Заметим, что для создания изображения используется встроенная функция `identity`, создающая единичную матрицу. Изображение, созданное листингом 12.8, приведено на рис. 12.62.

#### Листинг 12.8. Запись матрицы $I$ в графический файл

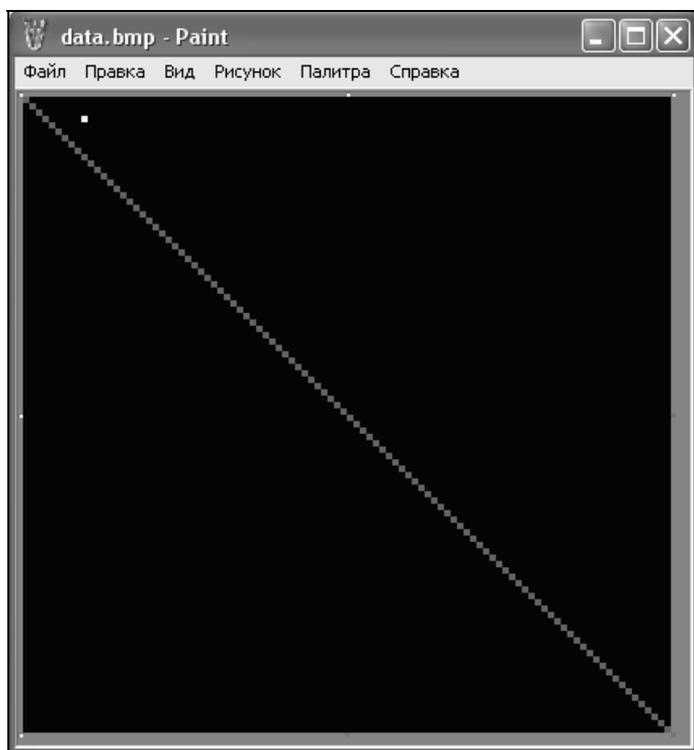
```
I := identity(100) · 100
I3,9 := 500
WRITEBMP("data.bmp") := I
```

**Листинг 12.9. Чтение из графического файла**

```
C := READBMP ( "data.bmp" )
```

**Листинг 12.10. Запись в цветной графический файл**

```
R := identity ( 100 ) · 100  
G := identity ( 100 )  
B := identity ( 100 )  
WRITERGB ( "color.bmp" ) := augment ( R, G, B )
```



**Рис. 12.62.** Файл с изображением, созданным листингом 12.8

### 12.6.3. Звуковые файлы

В Mathcad версии 2001 появилась возможность записывать и считывать амплитуду акустических сигналов, записанных в звуковые файлы с расширением wav:

- `READWAV("file")` — чтение звукового файла в матрицу;
- `WRITEWAV("file", s, b)` — запись данных в звуковой файл;
- `GETWAVINFO("file")` — создает вектор из четырех элементов с информацией о звуковом файле,

где:

- `file` — путь к файлу;
- `s` — скорость следования сэмплов, задаваемых матрицей;
- `b` — разрешение звука в битах.

Использование этих встроенных функций позволяет организовать обработку звука.

### 12.6.4. Мастер импорта данных и функция *READFILE*

Начиная с Mathcad 12 появились две новых, более универсальных, возможности для импорта данных из внешнего файла. Они связаны с появлением Data Import Wizard (Мастер импорта данных), позволяющего осуществить импорт в нужном формате в диалоговом режиме с подсказками, а также новой встроенной функции *READFILE*, призванной унифицировать процесс импорта. Первый путь позволяет импортировать данные "вручную", проследив процесс считывания данных последовательно, шаг за шагом, а второй — автоматизировать его, не путаясь в других многочисленных функциях импорта.

#### *Примечание*

Оба способа подразумевают возможность импорта файлов данных самых разных форматов: текстовых с разнообразными символами-разделителями, а также XLS-файлы (Microsoft Excel).

Рассмотрим реализацию первой возможности на примере считывания данных из файла, который мы формировали в предыдущих разделах:

1. Выберите команду верхнего меню **Insert | Component** (Вставка | Компонент), а затем укажите в списке тип компонента **Data Import Wizard** (Мастер импорта данных). В результате появится окно мастера, которое в

пошаговом диалоговом режиме позволит осуществить считывание нужной информации.

- Выберите в раскрывающемся списке **File format** (Формат файла) желаемый формат файла, из которого вы осуществляете импорт (рис. 12.63).

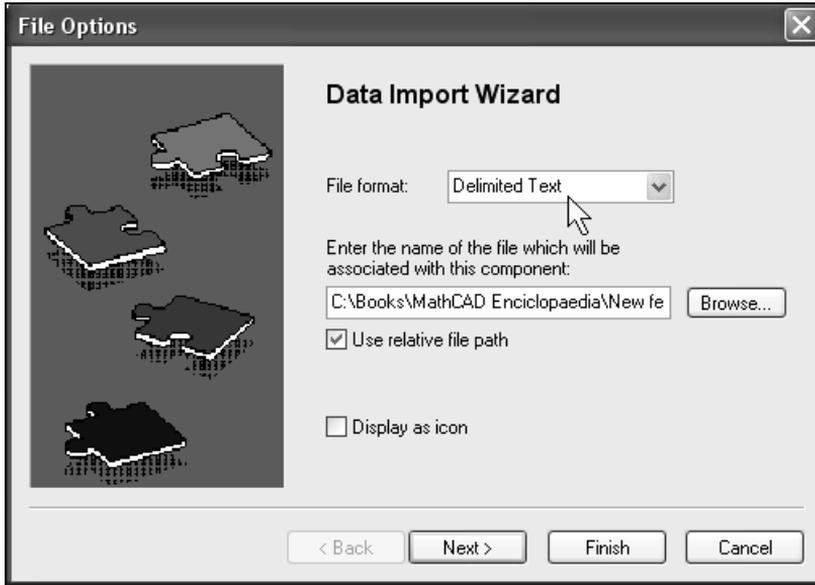


Рис. 12.63. Стартовая страница мастера импорта данных

- Если вы затрудняетесь с его точной идентификацией, лучшим решением будет задание типа **Delimited Text** (Текст с разделителями), что позволит возложить распознавание типа данных и формат их записи на Mathcad.
- Нажмите кнопку **Browse** (Пролистать) и отыщите в открывшемся диалоговом окне местоположение нужного вам файла.
- Если вы уверены (например, основываясь на накопленном опыте работы с мастером импорта), что данные будут считаны правильно, то можете сразу нажать кнопку **Finish** (Завершить). Если вы хотите просмотреть и, при необходимости, изменить те или иные опции импорта, нажмите кнопку **Next** (Вперед). В последнем случае в диалоговом режиме еще на двух страницах мастера (подобных рис. 12.64, но с новыми параметрами) можно будет отредактировать многочисленные параметры импорта (такие как тип разделителя между данными, интервалы импорта и т. д.).

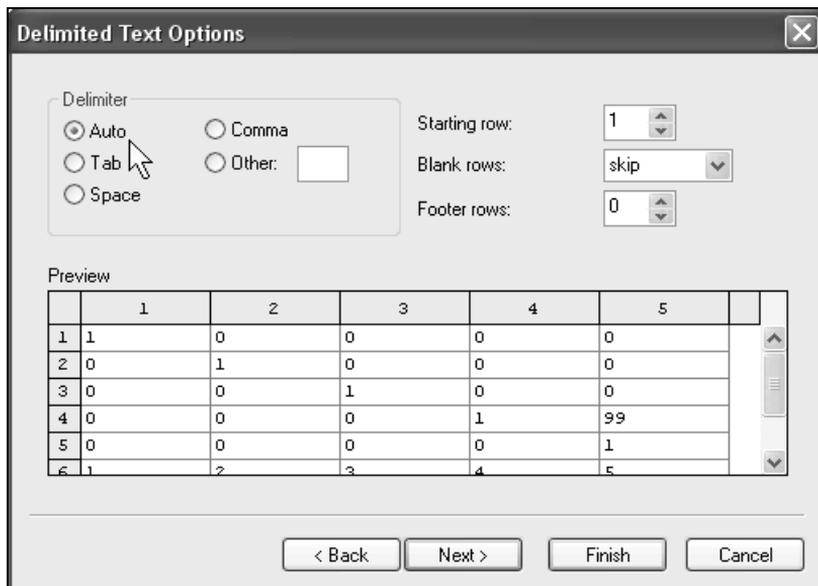


Рис. 12.64. Следующая страница мастера импорта данных

$\mathbf{A} :=$

	0	1	2	3	4
0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	0	1	99
4	0	0	0	0	1
5	1	2	3	4	5

$\mathbf{A} =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 99 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Рис. 12.65. Результат импорта данных из файла

6. После нажатия кнопки **Finish** (Завершить) в диалоговом окне настройки мастера импорта данных и возвращения на рабочую область документа Mathcad введите в местозаполнитель, появившийся слева от таблицы им-

портированных данных, желаемое имя переменной. В дальнейших расчетах ее можно будет использовать как обычную матрицу.

Итог работы мастера показан на рис. 12.65. Его первая строка является результатом описанных шагов по считыванию данных в матрицу, а вторая строка показывает вывод этой матрицы в стандартной для Mathcad форме.

## 12.6.5. Функция *READFILE*

Новая функция *READFILE* облегчает процесс "программного" считывания данных из файла (листинг 12.11).

□ *READFILE*("file", "type", [colwidth, rows, cols, emptyfill]) — возвращает матрицу с элементами, считанными из внешнего файла данных, где:

- *file* — имя файла (включая, путь к нему на диске);
- *type* — тип файла ("delimited" или "Excel");
- *colwidth* — ширина столбца данных, считываемого из файла в случае выбора в качестве предыдущего параметра типа "fixed", т. е. с фиксированной шириной данных;
- *rows* — начальная строка импорта данных или двухкомпонентный вектор, задающий интервал импорта строк;
- *cols* — начальный столбец импорта данных или двухкомпонентный вектор, задающий интервал импорта столбцов;
- *emptyfill* — значение, которое будет использовано для замены отсутствующих данных (пустот в файле). Для него можно использовать значение NaN (см. разд. 4.1.5).

### Листинг 12.11. Импорт данных при помощи универсальной функции *READFILE*

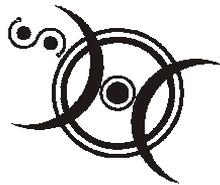
```
A := READFILE ("datafile.txt" , "delimited" )
```

```
B := READFILE [ "datafile.txt" , "delimited" ,  $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$  ,  $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$  ]
```

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 99 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 99 \\ 0 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

## Глава 13



# Оформление документов

В последней главе рассматриваются приемы оформления результатов работы в Mathcad. Помимо того, что Mathcad является мощным математическим редактором, позволяющим проводить самые различные численные и символьные расчеты по формулам, в нем еще предусмотрены богатые возможности представления внешнего вида расчетов. Если уметь правильно пользоваться инструментами, имеющимися в Mathcad для оформления документов, то результаты работы можно подать в очень эффектной и математически понятной форме.

Базовые возможности редактора Mathcad были рассмотрены в первой части книги (*см. главу 2*). В начале данной главы перечисляются различные элементы оформления, как встроенные, так и внешние, которые допускается применять в документах Mathcad для выделения областей (*см. разд. 13.1*), шрифтового оформления текста и формул (*см. разд. 13.2*), разметки страниц и установки колонтитулов (*см. разд. 13.3*). Последний раздел главы посвящен вопросам объединения серий документов в электронные книги Mathcad (*см. разд. 13.4*).

## 13.1. Элементы оформления документов

Расчеты в Mathcad могут быть оформлены по-разному:

- печатные материалы — документы, распечатанные на принтере;
- Web-страницы — документы, просматриваемые с помощью браузеров, которые могут быть размещены в Интернете;
- документы Mathcad — для представления аудитории с помощью самого приложения Mathcad;

- ❑ электронные книги — оформленные специальным образом интерактивные документы Mathcad, построенные по принципу, который можно наблюдать на примере различных ресурсов Mathcad;
- ❑ фрагменты документов, экспортированные и оформленные в других приложениях (например, в документах Microsoft Word или в презентациях Microsoft PowerPoint).

### 13.1.1. Элементы оформления

Перечислим элементы оформления документов, которые допускается применять в Mathcad как, собственно, для проведения математических расчетов, так и в чисто декоративных целях (рис. 13.1, сверху вниз):

- ❑ текстовые области (text region);
- ❑ математические области или формулы (math region);
- ❑ графики или графические области (graphics region);
- ❑ компоненты других приложений (component);
- ❑ внедренные объекты (object).

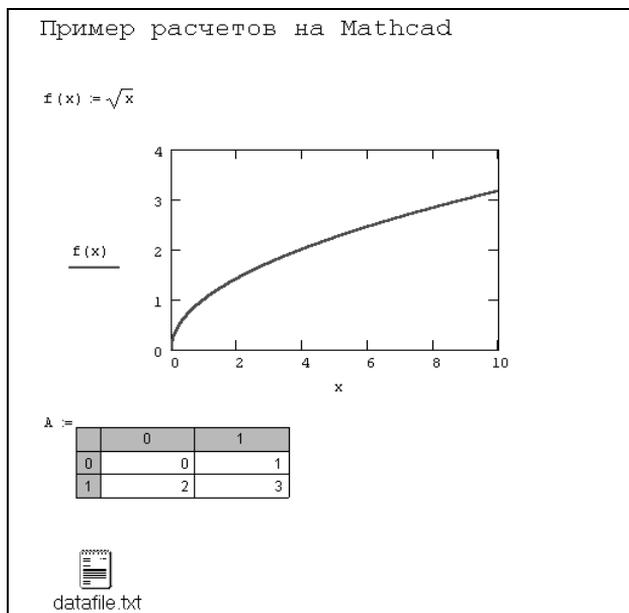


Рис. 13.1. Основные элементы оформления документов Mathcad

За пределами границ областей находится пустая часть документа. Кроме перечисленных, часто бывает полезным применение следующих дополнительных элементов оформления:

- закрытые и выделенные области (locked and highlighted area);
- колонтитулы (header, footer);
- разметка документов — разрывы страниц (page break), стили (styles) и поля (margins);
- ссылки (references);
- гиперссылки (hyperlinks);
- рисунки (pictures).

### 13.1.2. Размещение элементов оформления в документах

Важной составляющей оформления расчетов является правильное и понятное размещение объектов по документу Mathcad.

#### Вставка новой области

Для вставки того или иного элемента нужно предварительно выбрать место в документе, куда он будет вставлен. Это осуществляется с помощью курсора ввода. Затем следует воспользоваться соответствующим пунктом меню **Insert** (Вставка), либо одной из панелей инструментов, либо, как для ввода формулы, просто начать вводить символы с клавиатуры.

#### *Примечание*

Приемы вставки различных областей были рассмотрены ранее в соответствующих разделах книги (например, формулы — в главе 2, графики — в главе 12 и т. д.).

Помните, что компоненты вставляются при помощи пункта меню **Insert | Component** (Вставка | Компонент), а внедренный объект можно вставить, поместив его в буфер обмена из области другого приложения и, после переключения в Mathcad, нажав сочетание клавиш <Ctrl>+<V>.

#### Перемещение областей по документу

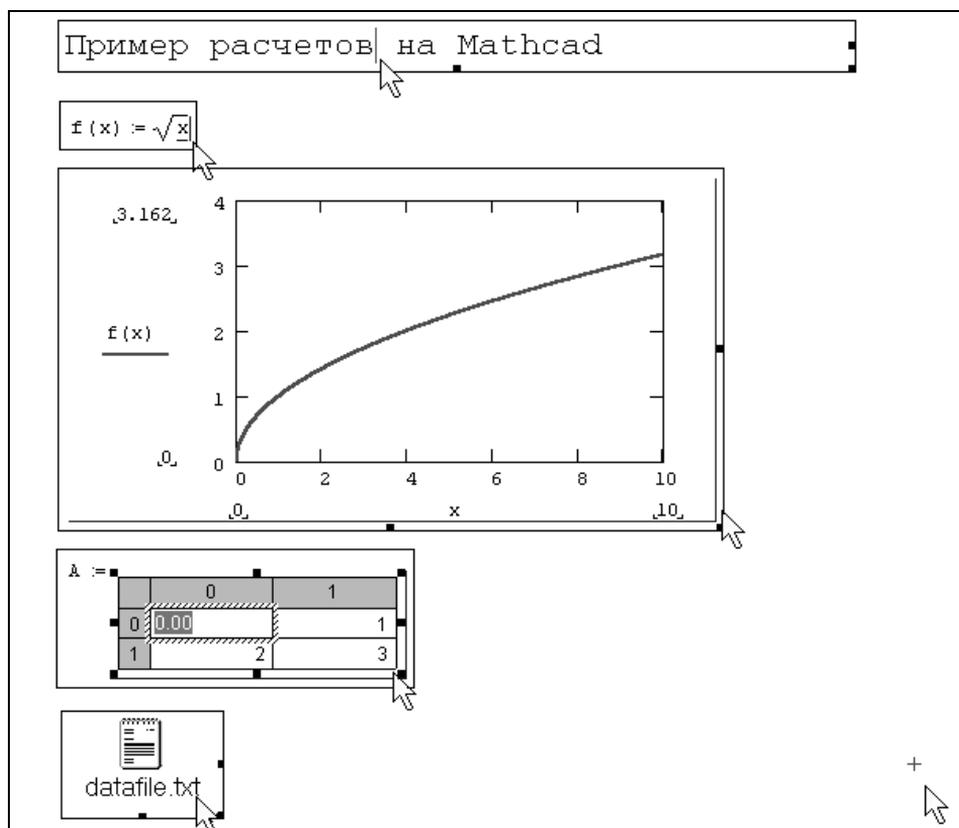
Чтобы изменить место расположения любой области в документе Mathcad:

1. Щелкните в ее пределах мышью. После этого область будет выделена, а курсор, оказавшись внутри нее, приобретет форму линий ввода. Выделение различных элементов показано в виде коллажа на рис. 13.2.

2. Не нажимая кнопку, поместите указатель мыши на границу области, чтобы он сменил вид стрелки на форму руки.
3. Нажмите левую кнопку мыши и, удерживая ее, перетащите объект на новое место.

### **Внимание!**

Помните о том, что порядок следования формул и графиков в документе влияет на расчеты. Вычисление формул производится в порядке слева направо и сверху вниз.



**Рис. 13.2.** Выделение основных элементов оформления (коллаж)

Чтобы создать копию области в другом месте документа, начните перетаскивать ее обычным образом, а затем нажмите клавишу <Ctrl> и удерживайте ее вплоть до отпускания кнопки мыши.

## Изменение размера областей

Рассматривая рис. 13.2, можно заметить, что по сторонам всех областей, за исключением математических, при выделении располагаются черные прямоугольники, называемые маркерами, или ручками (handle). С их помощью осуществляется растягивание или сжатие областей в соответствующих направлениях. Если поместить указатель мыши на ручку, то он приобретет форму двойной стрелки, перетаскивая которую можно изменить размер области.

Размер формул изменить таким образом нельзя. Для форматирования (управления размером и типом шрифта) как формул, так и текста в текстовых областях следует пользоваться панелью **Formatting** (Форматирование) (см. разд. 13.2).

### Примечание

Помните о том, что изменение масштаба представления документа в меню **View | Zoom** (Вид | Масштаб) влияет только на его экранное представление внутри Mathcad, но не сохраняется в файле и не влияет на распечатку на принтере.

## Разделение областей

Часто при работе с Mathcad, по мере перетаскивания областей с места на место, оказывается, что одни из них наезжают на другие и даже перестают быть видны на экране, полностью заслоняясь соседними областями.

Чтобы разделить области, примените удобную возможность, предусмотренную разработчиками Mathcad.

1. Выделите группу областей протаскиванием через них указателя при нажатой кнопке мыши (рис. 13.3).
2. Выберите команду **Format | Separate Regions** (Формат | Разделить регионы).

В результате области в документе будут разделены как по вертикали, так и по горизонтали.

### Примечание

Если вы по какой-либо причине считаете, что некоторые регионы должны в документе перекрываться, то порядком их наложения друг на друга можно управлять при помощи команд контекстного меню **Bring to Front** (На передний план) или **Send to Back** (На задний план).

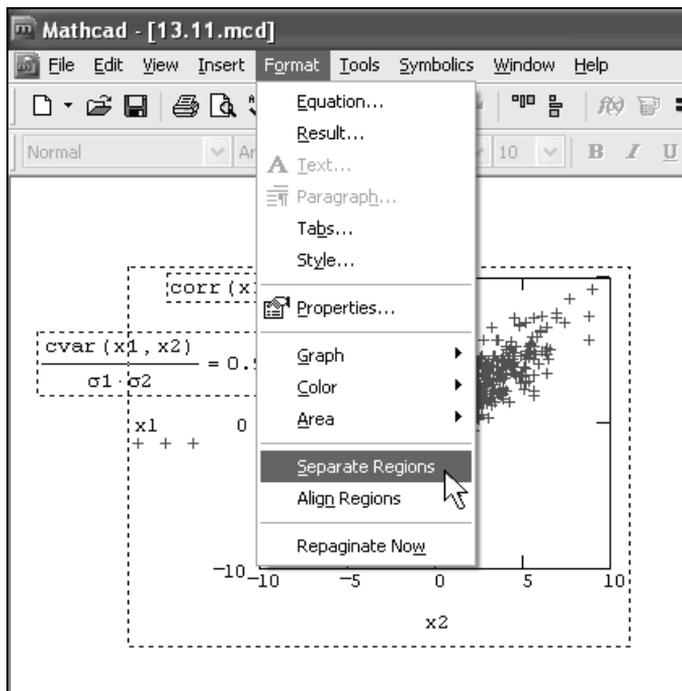


Рис. 13.3. Разделение областей

## Удаление области

Универсальный метод удаления области целиком — выбор в главном меню пункта **Edit | Delete** (Правка | Удалить). Различные области можно также удалить многократным нажатием клавиш  $\langle \text{Del} \rangle$  или  $\langle \text{Backspace} \rangle$ , однако эти клавиши используются, в основном, для удаления содержимого внутри областей.

### Примечание

Редактор Mathcad, в силу математической специфики, отличается от большинства текстовых процессоров, с которыми, как правило, пользователи не испытывают трудностей. Встретив сложности при работе с редактором, что не является редкостью, обратитесь к первой части книги (см. главу 2).

## 13.1.3. Выделение областей

В документах Mathcad можно выделять некоторые области цветом или обрамлением.

## Выделение области цветом

Чтобы выделить область цветом, вызовите нажатием на ней правой кнопкой мыши контекстное меню и выберите в нем пункт **Properties** (Свойства) либо выберите такой же пункт в меню **Format** (Формат). Установите в диалоговом окне **Properties** (Свойства) флажок **Highlight Region** (Выделить цветом) и нажмите кнопку **ОК** (рис. 13.4). Область будет выделена цветом, по умолчанию желтым (текст, показанный в левой верхней части рис. 13.4, выделен серым).

После установки флажка **Highlight Region** (Выделить цветом) становится доступной кнопка **Choose Color** (Выбрать цвет), с помощью которой можно выбрать любой другой цвет выделения из палитры. Именно так была выделена формула на рис. 13.4.

### Примечание

Многие формулы из ресурсов Mathcad выделены цветом. После того как вы скопировали какие-либо формулы в документ, выделение можно убрать снятием флажка проверки в диалоговом окне **Properties** (Свойства).

Для того чтобы задать цвет фона всего документа, выберите команду **Format | Color | Background** (Формат | Цвет | Фон) и определите в палитре понравившийся вам цвет.

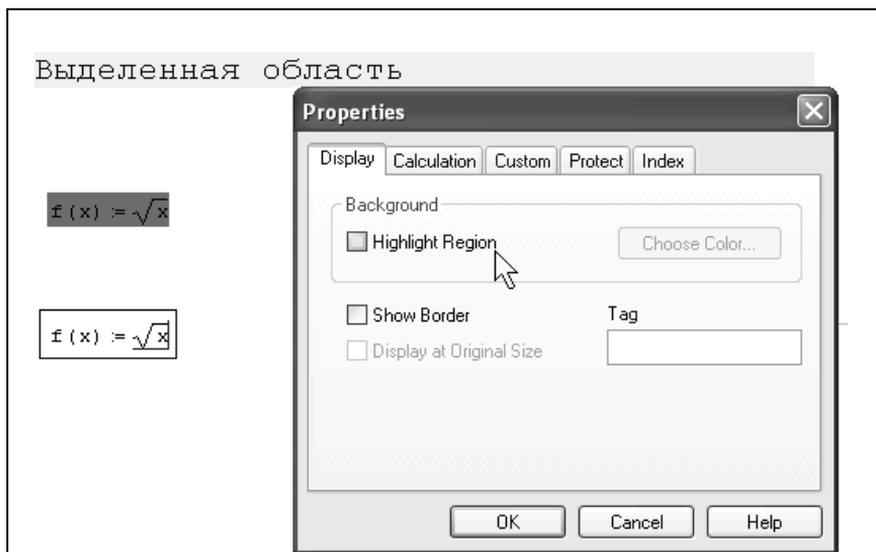


Рис. 13.4. Выделение области цветом

## Выделение области обрамлением

Выделить область можно не только цветом, но и обрамлением (рис. 13.5).

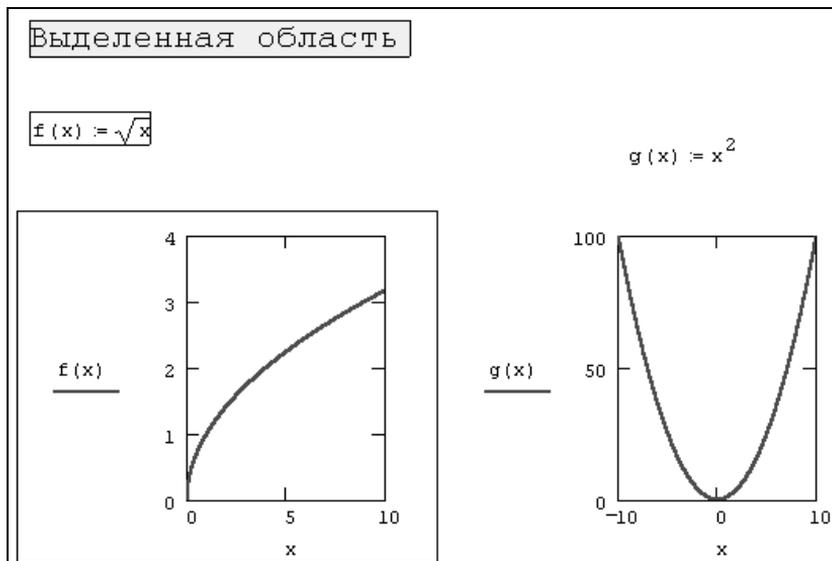


Рис. 13.5. Области с обрамлением (слева) и без обрамления (справа)

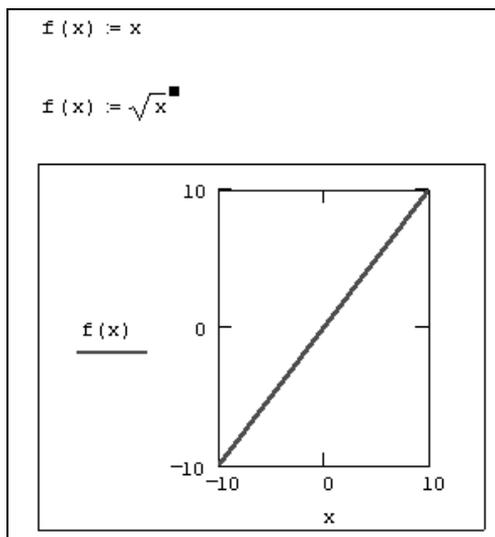


Рис. 13.6. Вычисление формулы в центре выключено

Для включения обрамления установите флажок **Show Border** (Показать рамку) в том же самом диалоговом окне **Properties** (Свойства). Обрамление может применяться вместе с выделением цветом (так выделена текстовая область на рис. 13.5).

### **Примечание**

Напомним, что при помощи вкладки **Calculations** (Вычисления) того же самого диалогового окна **Properties** (Свойства) можно исключить отдельные формулы из процесса вычислений (см. главу 3). Такие формулы отображаются в документе с прямоугольной точкой в углу (рис. 13.6).

## **13.1.4. Работа с зонами**

Участки документа Mathcad можно объединять в *зоны* (area). Часто их в русском переводе называют областями, что создает путаницу с термином *область*, который в данной книге эквивалентен понятию *регион* (region). Например, в этой и других главах мы говорим о текстовой или математической области. Собственно зоны включают в себя различные области.

Зоны могут понадобиться для следующих целей:

- разграничение участков документа по смыслу;
- временное скрытие участков документов;
- запираение участков документов таким образом, чтобы несанкционированный доступ к ним был запрещен другим пользователям, за исключением одобренных разработчиком документа.

### **Совет**

Зоны могут использоваться при создании обучающих систем на основе Mathcad для организации областей, которые пользователям не рекомендуется или вообще запрещается модифицировать.

## **Создание зоны**

Чтобы создать новую зону в документе, достаточно поместить курсор ввода в желаемое место и выбрать в верхнем меню пункт **Insert | Area** (Вставка | Область). В результате в выбранном месте документа появится пара горизонтальных линий, отмеченных у левого края значком в виде черного треугольника (рис. 13.7). Часть документа, оказавшаяся между этими линиями, и образует зону.

Изменить размеры зоны можно в произвольный момент, щелкнув на любой из горизонтальных линий (в результате чего она будет выделена) и передви-

нужно ее в новое положение. Для удаления зоны из документа выделите щелчком мыши любую из горизонтальных линий и нажмите клавишу <Del>.

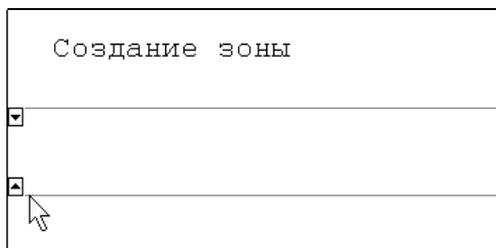


Рис. 13.7. Создание зоны

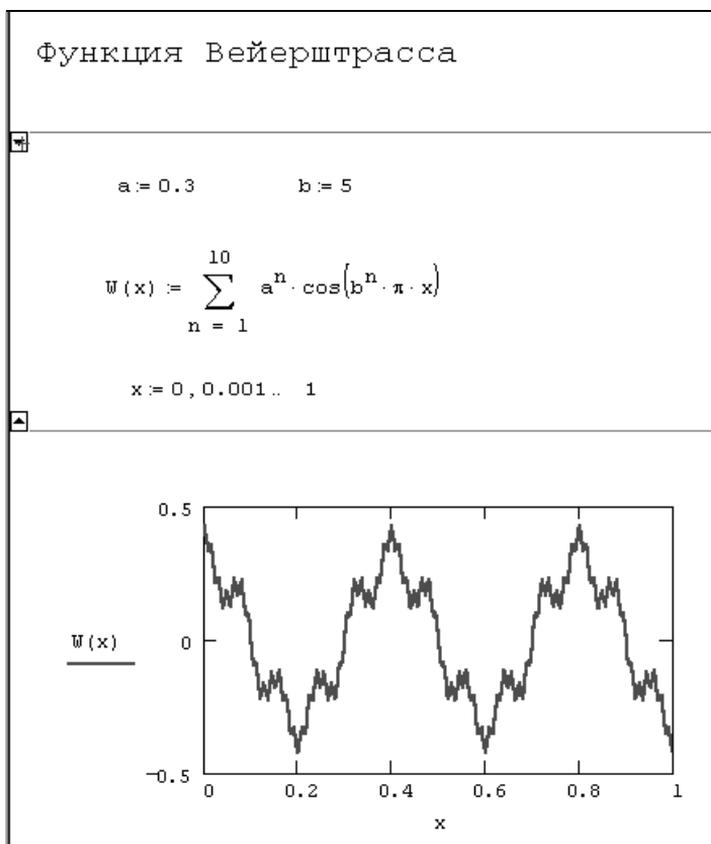


Рис. 13.8. Помещение формул внутрь зоны

Чтобы поместить формулу внутрь зоны, просто перетащите ее туда указателем мыши (рис. 13.8).

## Скрытие зоны

Чтобы скрыть зону, дважды щелкните мышью на любой из линий, ее выделяющих. Альтернативный способ заключается в помещении курсора внутрь зоны и выполнении команды **Format | Area | Collapse** (Формат | Область | Скрыть). Сразу после этого содержимое зоны будет убрано с экрана, но по-прежнему будет участвовать в расчетах (рис. 13.9).

Вернуть зону на экран можно точно так же: двойным щелчком на линии, показывающей наличие скрытой зоны (рис. 13.9), либо выбором команды **Format | Area | Expand** (Формат | Область | Раскрыть).

### Совет

Применение скрытых зон эффективно в документах большого размера.

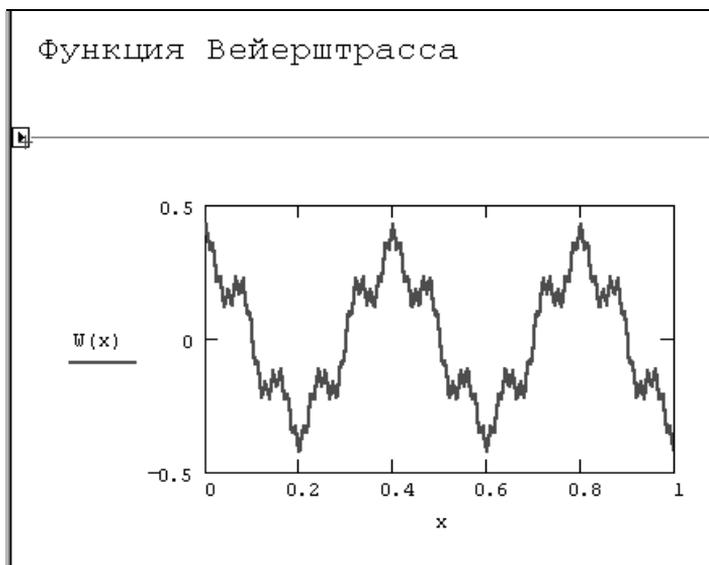


Рис. 13.9. Скрытие зоны

## Запирание зоны

Зоны можно не только скрывать и раскрывать, но и запереть, или *блокировать*, т. е. закрывать для любого редактирования. Для запирания зоны выбо-

рите команду **Format | Area | Lock** (Формат | Область | Запереть). В появившемся диалоговом окне (рис. 13.10) следует нажать кнопку **ОК**. Для того чтобы запретить несанкционированный доступ к редактированию зоны другим пользователям, предварительно введите пароль (password) в верхнем текстовом поле, повторите ввод пароля в нижнем текстовом поле, дабы избежать возможных ошибок, и затем нажмите кнопку **ОК**.

Чтобы открыть, или *разблокировать* зону, выберите в главном меню пункт **Format | Area | Unlock** (Формат | Область | Открыть). Если зона была заперта с защитой паролем, то этот пароль будет запрошен при разблокировании зоны (рис. 13.11). Запертая зона отображается со значками в форме замков в левом углу горизонтальных линий, ее обрамляющих.

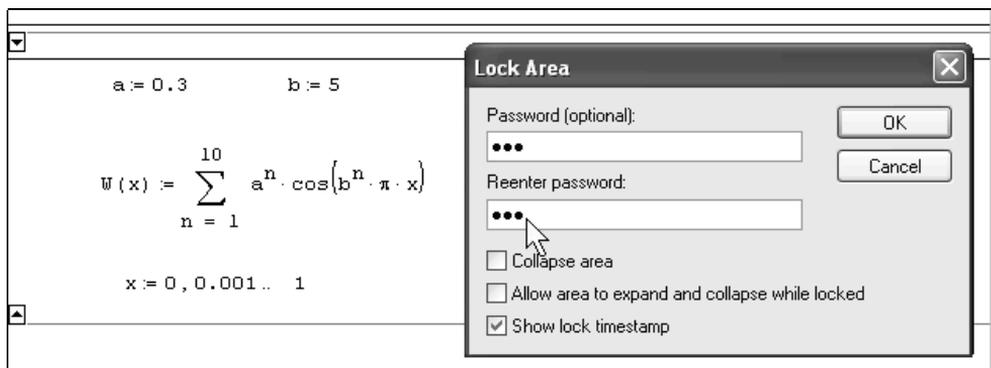


Рис. 13.10. Блокирование зоны

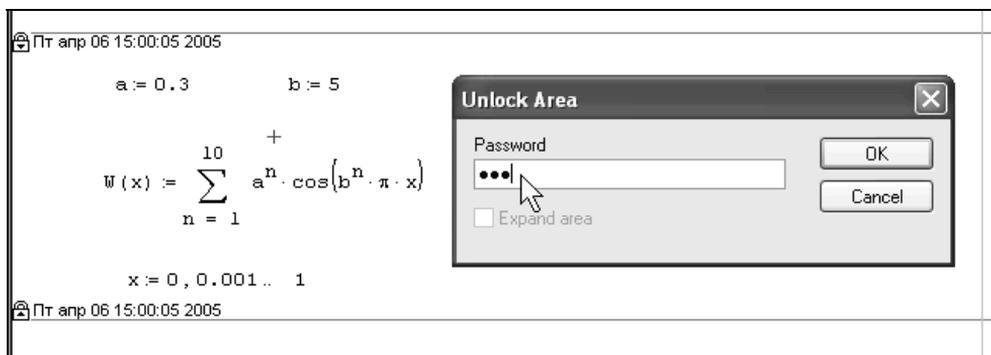


Рис. 13.11. Разблокирование зоны

На рис. 13.11 вы видите запертую зону с информацией о времени ее блокирования, поскольку в диалоге **Lock Area** (Запереть область) был установлен флажок **Show lock timestamp** (Показать время блокировки).

## 13.2. Форматирование текста и формул

Для форматирования текста и формул служит панель инструментов **Formatting** (Форматирование).

С ее помощью текстовые области можно форматировать двумя способами:

- применять к ним текстовые стили, что сказывается на изменении формата текстовой области целиком (см. разд. 13.2.1);
- форматировать отдельные элементы текста.

Для применения стиля к текстовому региону или формуле используется поле с раскрывающимся списком стилей на панели **Formatting** (Форматирование) (на него наведен указатель мыши на рис. 13.12). Все элементы управления, расположенные на этой панели правее списка со стилями, служат для форматирования отдельных частей текста. Особенность форматирования ими формул заключается в том, что при изменении шрифта отдельной формулы изменяется соответствующий параметр математического стиля во всем документе.

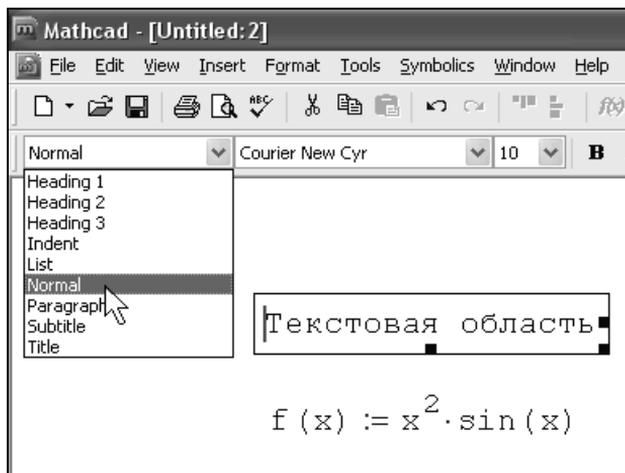


Рис. 13.12. Список стилей форматирования текста

Форматирование текста (и, отчасти, формул) в Mathcad во многом похоже на форматирование в большинстве текстовых редакторов, поэтому остановимся коротко на возможностях шрифтового оформления и редактировании параметров абзацев и страниц. Разберем сначала второй способ, относящийся к форматированию текста, чтобы ясно представлять соответствующие возможности Mathcad.

### 13.2.1. Форматирование текста

Форматирование текста заключается в управлении его двумя основными составляющими:

- форматом шрифта;
- форматом абзаца.

#### Шрифт

Шрифт выделенного текста можно поменять при помощи панели **Formatting** (Форматирование) (рис. 13.13) либо при помощи диалогового окна **Text Format** (Формат текста) (рис. 13.14).

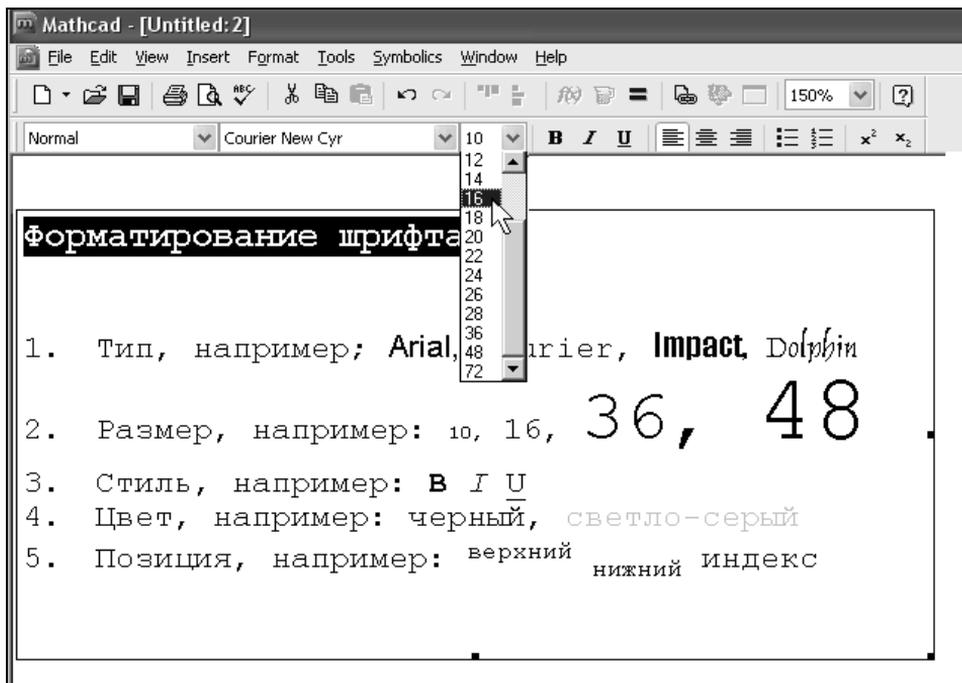
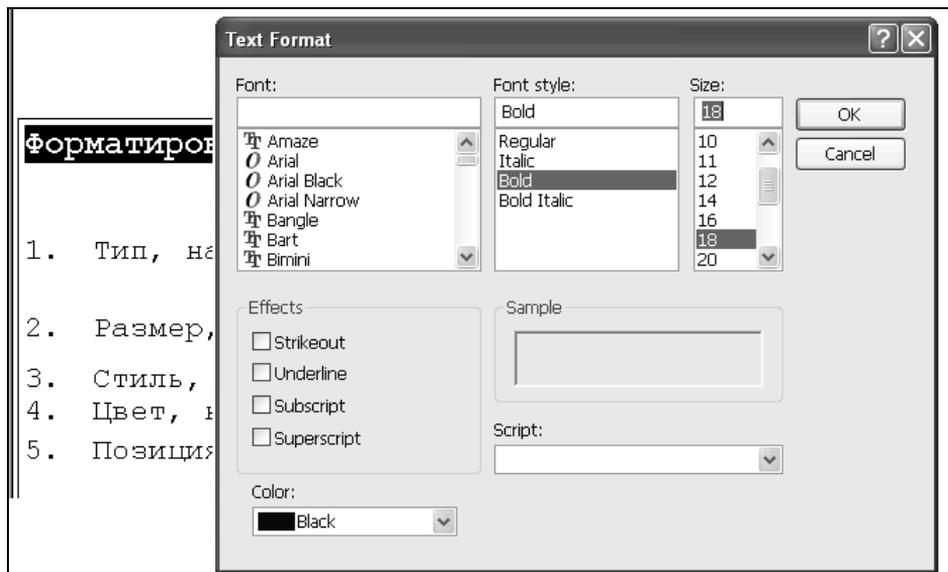


Рис. 13.13. Примеры шрифтового оформления текста

Рис. 13.14. Диалоговое окно **Text Format**

Чтобы вызвать это диалоговое окно, следует выбрать пункт **Text** (Текст) в верхнем меню **Format** (Формат) или пункт **Font** (Шрифт) в контекстном меню. Перечислим параметры шрифта и соответствующие элементы этой панели, которыми допускается управлять:

- Font** (Шрифт) — поле со списком в окне **Text Format** (Формат текста);
- Size** (Размер) — поле со списком в окне **Text Format** (Формат текста) (на аналогичное поле панели форматирования на рис. 13.13 наведен курсор);
- Font style** (Стиль шрифта) — поле со списком в окне **Text Format** (Формат текста), ему соответствуют кнопки **B I U** на панели форматирования:
  - **Bold** (Полужирный);
  - **Italic** (Наклонный);
  - **Underlined** (Подчеркнутый);
- Color** (Цвет) — раскрывающийся список в диалоговом окне **Text Format** (Формат текста);
- Effects** (Позиция) — флажки в диалоговом окне **Text Format** (Формат текста):
  - **Strikeout** (Зачеркнутый);
  - **Underline** (Подчеркнутый);

- **Superscript** (Верхний индекс);
- **Subscript** (Нижний индекс).

Примеры форматирования шрифта показаны на рис. 13.13.

## Абзац

Для установки параметров абзаца применяются:

- абзацный отступ — три маркера на линейке в верхней части экрана задают левую границу первой строки абзаца (верхний левый маркер) и его остальных строк (нижний левый маркер), а также правую границу абзаца (правый маркер);
- нумерованный и маркированный списки — две крайние правые кнопки на панели **Formatting** (Форматирование);

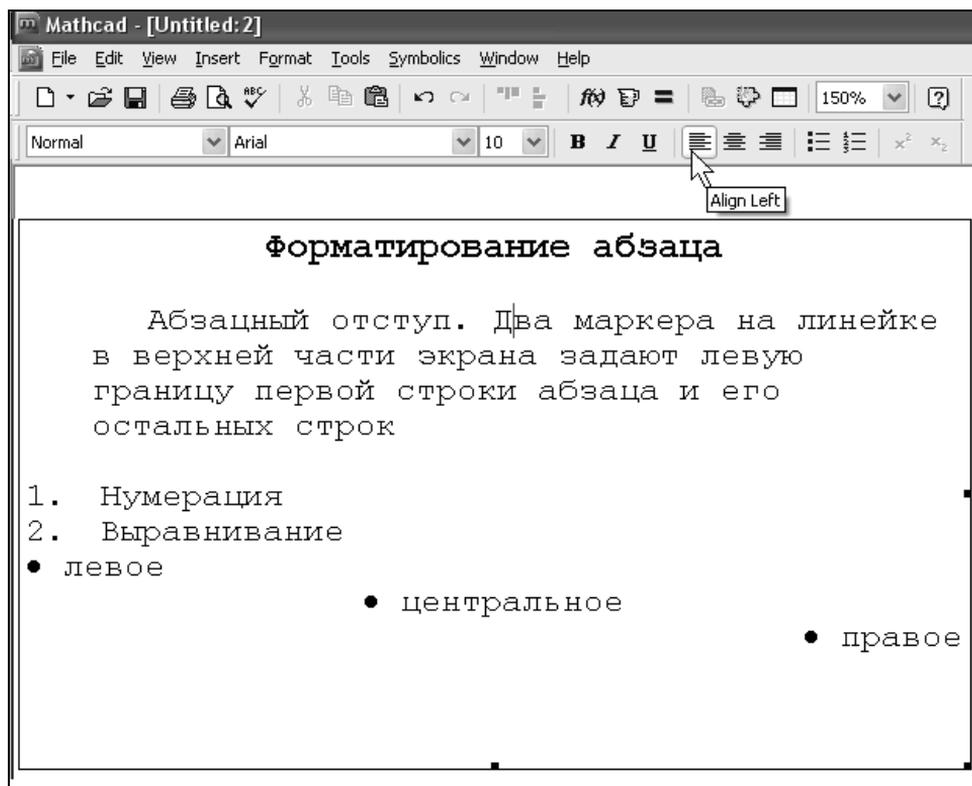


Рис. 13.15. Примеры оформления абзаца

выравнивание — задается кнопками  на панели форматирования (рис. 13.15):

- по левому краю;
- по центру;
- по правому краю.

Все параметры абзаца можно изменить и в диалоговом окне **Paragraph Format** (Формат абзаца), которое вызывается выбором пункта **Paragraph** (Абзац) меню **Format** (Формат) или одноименного пункта контекстного меню (рис. 13.16).

### **Примечание**

Дополнительная и реже применяемая возможность форматирования текста — установка табуляции. Инструкции по установке знаков табуляции вы найдете в справочной системе Mathcad.

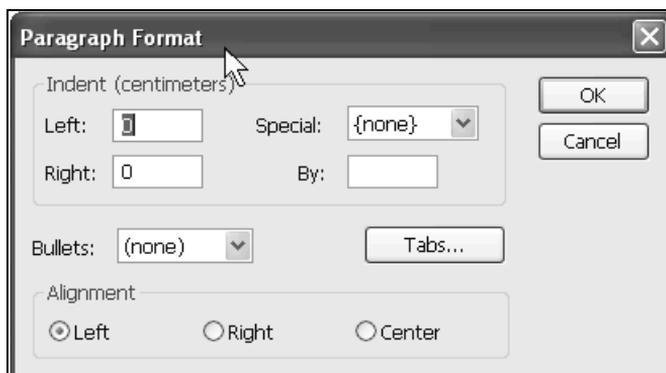


Рис. 13.16. Диалоговое окно **Paragraph Format**

## 13.2.2. Стили текста и формул

Когда вы начинаете вводить текст в текстовый регион или формулы в математический регион, формат шрифта и абзаца определяется в соответствии со *стилями*, выбранными по умолчанию и сохраненными в шаблоне документа.

Текстовый стиль содержит информацию обо всех установках шрифта и абзаца текстового региона, а математический стиль — об установках только шрифта различных элементов формул (но не абзаца, т. к. каждая формула по умолчанию не может занимать более одной строки).

## Форматирование формул

Для математических регионов можно применять все рассмотренные способы форматирования шрифта при помощи панели **Formatting** (Форматирование).

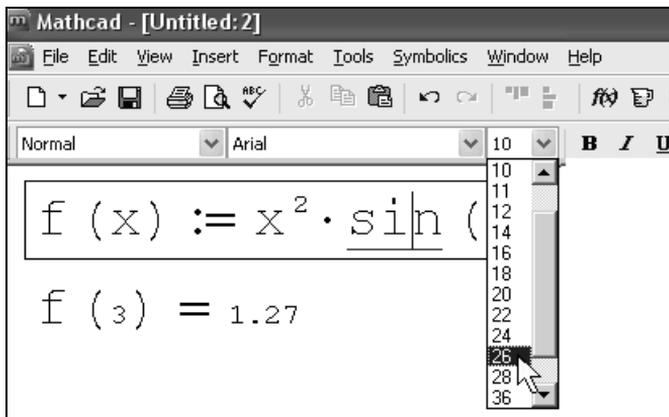


Рис. 13.17. Изменение шрифта элементов формулы, выполненных в стиле переменных

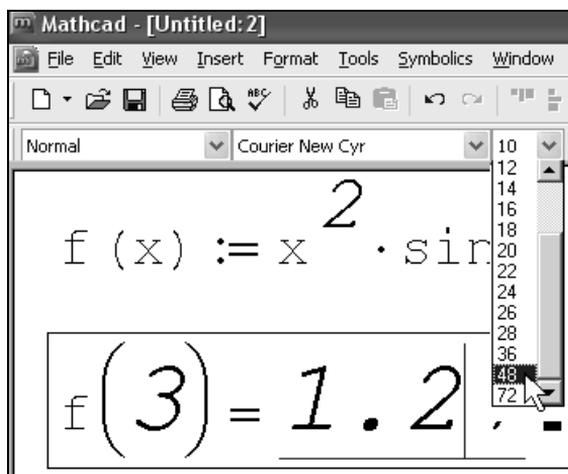


Рис. 13.18. Изменение шрифта элементов формулы, выполненных в стиле констант

Особенность форматирования формул заключается в том, что изменения шрифта, примененные к отдельному параметру в одной формуле, немедленно

приводят к его изменению во всех формулах в документе (там, где этот параметр присутствует) (рис. 13.17, 13.18). При этом следует помнить, что формулы содержат элементы, выполненные в нескольких математических стилях. Например, на рис. 13.17 и 13.18 изменяется стиль составляющих всех формул документа, выполненных в стиле **Normal** (Обычный). О принадлежности редактируемой части формулы к тому или иному стилю можно судить по имени стиля, отображаемому в левом углу панели **Formatting** (Форматирование).

## Применение стиля к формуле или тексту

Изменить форматирование формулы или абзаца текстового региона целиком можно с помощью применения к нему стиля. Для этого выделите абзац или формулу, а затем выберите из списка стиль, который вы желаете применить к формуле или абзацу текста (см. рис. 13.12).

## Изменение стиля

Для того чтобы изменить установки текстового или математического стиля или создать новый стиль пользователя, выберите в меню **Format** пункт **Style** (Стиль) или **Equation** (Формула). Рассмотрим изменение текстового стиля (рис. 13.19). В диалоговом окне **Text Styles** (Стили текста) нажмите кнопку **Modify** (Изменить) и в появившемся новом диалоговом окне **Define Style** (Определение стиля) отредактируйте параметры шрифта и абзаца, которые будут присущи данному стилю. Текущее описание стиля можно наблюдать в нижней части диалога **Define Style** (Определение стиля) в области **Description** (Описание).

## Применение стиля к формуле

Иногда требуется применить стиль шрифта к одной из переменных или чисел, чтобы она отличалась от остальных. Для этого измените математический стиль переменной.

Выполните следующие действия (рис. 13.20):

1. Щелкните на имени переменной или числе.
2. Выберите команду **Format | Equation** (Формат | Формула).
3. В диалоговом окне **Equation Format** (Формат формулы) выберите стиль формулы в списке стилей **Style Name** (Имя стиля) — на него наведен указатель мыши на рис. 13.20.
4. Если требуется поменять какие-либо установки шрифта, задающие стиль, отредактируйте их, нажав кнопку **Modify** (Изменить).
5. Нажмите кнопку **OK**.

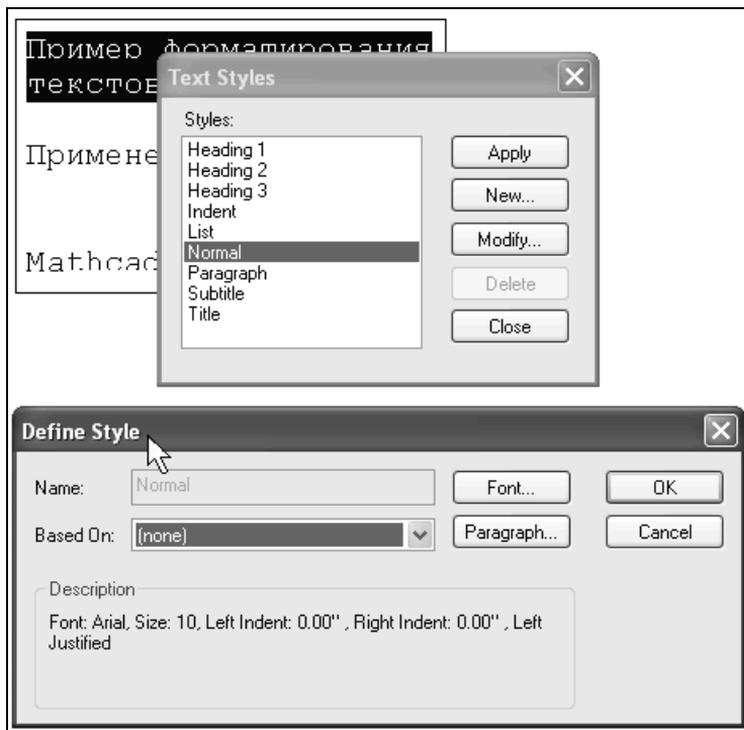


Рис. 13.19. Изменение текстового стиля

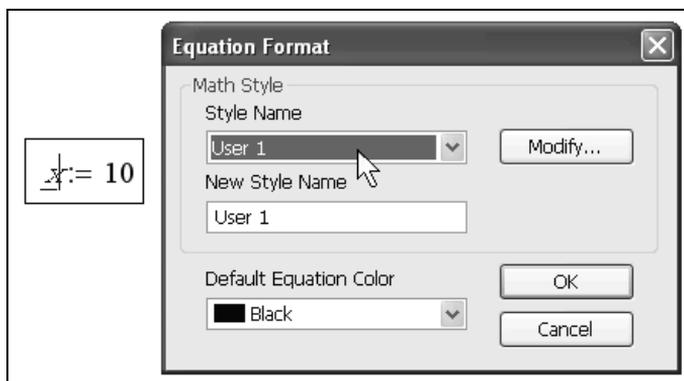
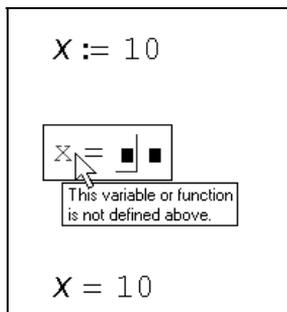


Рис. 13.20. Изменение стиля переменной

В результате шрифт переменной будет отформатирован в соответствии с выбранным стилем.



**Рис. 13.21.** Стиль влияет на идентификацию переменной Mathcad

### **Внимание!**

Одноименные переменные, записанные в разном стиле, являются разными переменными! Если вы желаете поменять математический стиль переменной, меняйте его везде, где переменная встречается в документе. Соответствующий пример приведен на рис. 13.21, на котором переменная  $x$  в разных стилях по-разному идентифицируется Mathcad.

Если стиль не нужно изменять, применить его к формуле можно более просто, выбрав из списка стилей на панели форматирования.

## **13.3. Оформление страниц**

Mathcad имеет некоторый набор средств для оформления страниц в целом, которые можно разделить на управление параметрами разметки страницы и на создание верхних и нижних колонтитулов.

### **13.3.1. Параметры страницы**

Расположение документа на странице при распечатке ее на принтере задается в диалоговом окне **Page Setup** (Параметры страницы) (рис. 13.22), которое вызывается одноименной командой меню **File** (Файл). В этом диалоговом окне определяются следующие параметры:

- Size** (Размер страницы);
- Source** (Тип подачи бумаги);
- Orientation** (Ориентация):
  - **Portrait** (Вертикальная);
  - **Landscape** (Горизонтальная);

### □ Margins (Поля):

- **Left** (Левое);
- **Right** (Правое);
- **Top** (Отступ сверху);
- **Bottom** (Отступ снизу).

При изменении какого-либо параметра его влияние можно оценить в области предварительного просмотра в верхней части диалогового окна, в которой изображается макет печатной копии страницы. Кроме того, установка полей в диалоговом окне **Page Setup** (Параметры страницы) влияет на положение линий раздела границ, которые вы видите в рабочей области документа Mathcad.

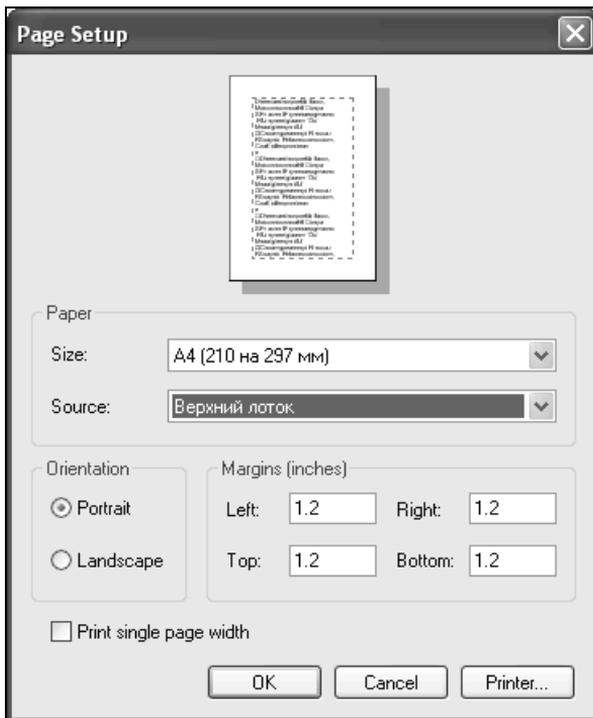


Рис. 13.22. Параметры страницы

## 13.3.2. Колонтитулы

Колонтитулами называют элементы оформления документа, которые появляются в унифицированном виде на каждой странице печатной копии документа. Чтобы вставить колонтитулы в документ:

1. Выберите пункт **Header and Footer** (Колонтитулы) меню **View** (Вид).
2. В зависимости от типа колонтитула перейдите в диалоговом окне **Header and Footer** (Колонтитулы), изображенном на рис. 13.23, на одну из вкладок: **Header** (Верхний колонтитул) или **Footer** (Нижний колонтитул).
3. Щелкните в одном из трех текстовых полей, в зависимости от того, куда вы желаете поместить колонтитул: слева (**Left**), в центр (**Center**) или справа (**Right**).
4. Вставьте текст колонтитула, комбинируя его с информацией, которая может быть вставлена автоматически (дата, номер страницы, имя файла или т. п.). Для ввода этой информации просто нажмите одну из кнопок с соответствующим значком, которые находятся в нижней левой части диалогового окна.
5. При необходимости повторите пп. 3—4 для разных колонтитулов.

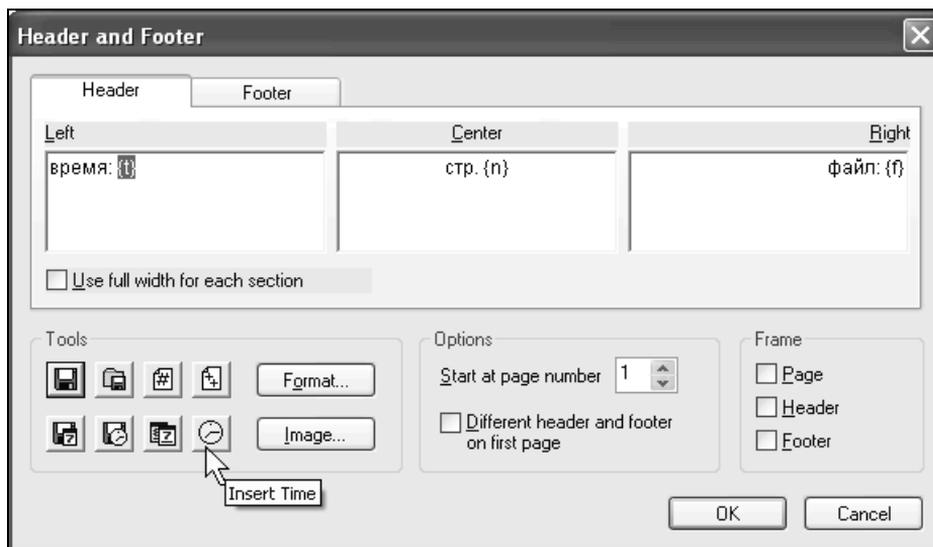


Рис. 13.23. Установка колонтитулов

### Примечание

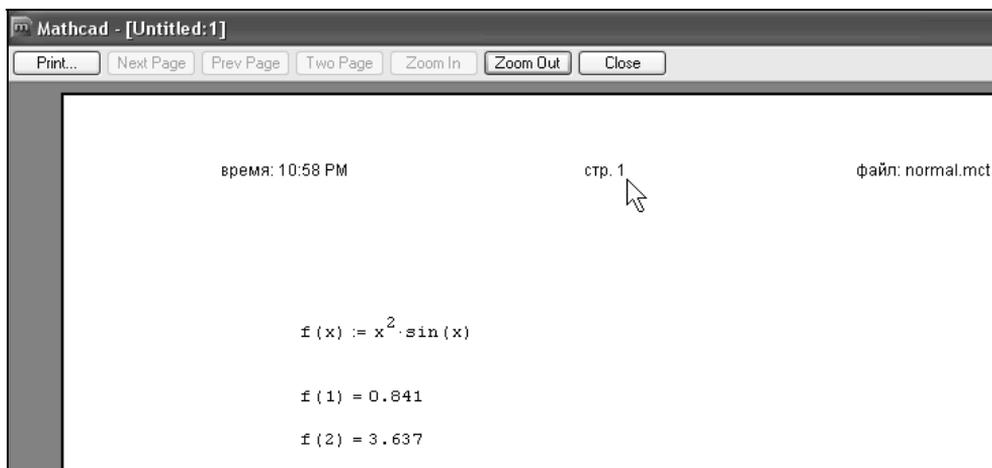
Колонтитулы влияют только на вид печатных копий документа. Просмотреть их можно, например, в режиме предварительного просмотра, выбрав команду **File | Print Preview** (Файл | Предварительный просмотр), как показано на рис. 13.24.

Перечислим кнопки, которые осуществляют автоматическую вставку информации в колонтитул. В фигурных скобках отображен символ, который определяет соответствующую информацию в поле колонтитула.

- File Name** {f} (Имя файла).
- File Path** {p} (Путь к файлу)
- Page Number** {n} (Номер страницы).
- Number of Pages** {nn} (Число страниц).
- Date Last Saved** {fd} (Дата последнего сохранения).
- Time Last Saved** {ft} (Время последнего сохранения).
- Date** {d} (Текущая дата).
- Time** {t} (Текущее время).

### Примечание

Задать начало нумерации страниц с любой цифры можно в поле **Start at page number** (Начать нумерацию) в диалоговом окне **Headers/Footers** (Колонтитулы).



**Рис. 13.24.** Внешний вид колонтитулов в режиме предварительного просмотра страницы

### 13.3.3. Установки документа

Основные элементы оформления документа сохраняются в его *установках* (settings). Они автоматически сохраняются вместе с содержимым в Mathcad-файле и могут быть использованы в качестве установок по умолчанию при создании нового документа на основе шаблона (см. разд. 2.1.2).

Перечислим установки документа:

- свойства текста по умолчанию;
- определение всех текстовых и математических стилей;
- колонтитулы;
- установка полей для печати документов;
- численный формат результатов вычислений;
- значения встроенных переменных;
- основные размерности переменных;
- система исчисления по умолчанию;
- режим вычислений по умолчанию.

## 13.4. Электронные книги

Вспомогательными, но очень важными дополнительными элементами оформления документов являются гиперссылки, позволяющие организовать оперативный переход от одних расчетов к другим, а также рисунки, которые можно импортировать из внешних графических файлов. Сочетание в документах Mathcad расчетов и названных компонентов оформления позволяет организовать документы в библиотеки, называемые *электронными книгами*.

Отметим основные свойства электронной книги, отличающие ее от обычных документов Mathcad:

- каждая страница электронной книги — полноценный документ Mathcad с реально действующими расчетами и возможностью изменения чисел и параметров;
- пользователь электронной книги может копировать ее фрагменты в свои документы;
- электронная книга имеет содержание, предметный указатель и развитую систему навигации, реализованную гиперссылками;
- всплывающие окна поставляют пользователю дополнительный источник информации;

- для перехода от страницы к странице книги используется специальная панель навигации;
- пользователь может делать и сохранять заметки на страницах электронной книги.

### 13.4.1. Просмотр электронных книг

Типичными примерами электронных книг являются ресурсы Mathcad, поэтому рассмотрим особенности строения и просмотра электронных книг именно на примере ресурсов.

Электронные книги Mathcad открываются в собственном окне, снабженном специфическими элементами управления и имеющем много общего со стандартным строением окна браузера. Перечислим конспективно составные элементы (рис. 13.25, сверху вниз):

- заголовок окна — в нем отображается заголовок текущей страницы ресурсов;

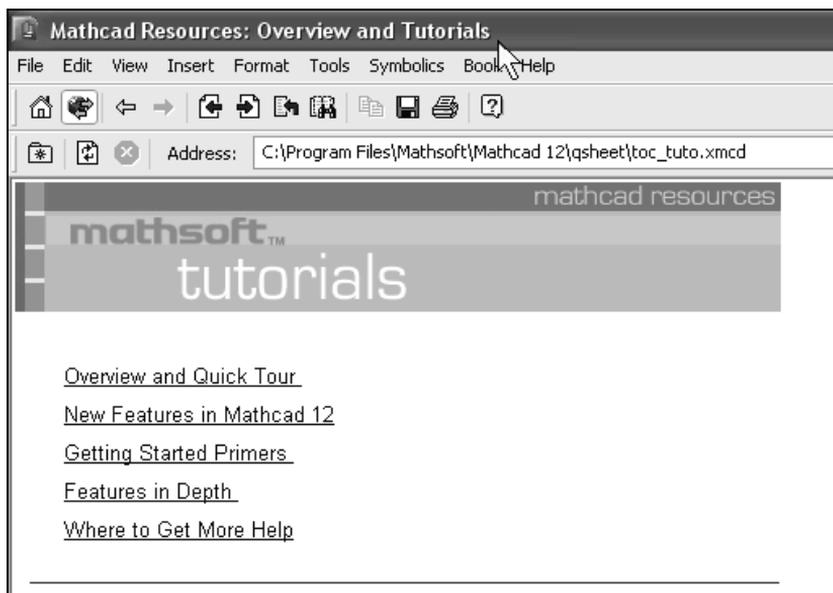


Рис. 13.25. Окно электронной книги ресурсов Mathcad

- строка меню — она очень похожа на строку меню Mathcad, поскольку в электронных книгах, каковой является центр ресурсов, расчеты произво-

дятся точно так же, как в Mathcad. Отличие заключается, в основном, в новом меню **Book** (Книга), предназначенном для управления просмотром электронной книги ресурсов;

- панель навигации (**Toolbar**) — панель инструментов, сходная со строкой навигации браузеров, находящаяся сразу под строкой меню и позволяющая сильно упростить переход с одной страницы центра ресурсов на другую;
- панель адреса (**Address Bar**) — панель, облегчающая навигацию в сети Интернет (если она отсутствует, то вызвать ее на экран можно при помощи команды **Address Bar** (Панель адреса) из меню **View** (Вид));
- содержание самой текущей страницы внутри окна (фактически содержание соответствующего документа Mathcad);
- строка состояния (**Status Bar**) — служит для подсказки пользователю о действиях, которые он может совершить.

Осуществлять навигацию по содержимому окна ресурсов не сложнее, чем просматривать документы в интернет-браузерах. При наведении на гиперссылку курсор меняет вид на значок с изображением руки, и далее, щелкая мышью на той или иной гиперссылке, вы осуществляете переход на соответствующую страницу ресурсов. Для быстрого перехода на недавно просмотренные страницы ресурсов, предыдущие и последующие главы, домашнюю страницу, а также для поиска служат соответствующие кнопки на панели навигации, которые имеют стандартный вид.

Перечислим кнопки, находящиеся на панели навигации (слева направо):

- **Home** (Домашняя) — переход на страницу с содержанием электронной книги;
- **Address ToolBar** (Панель адреса) — вызов на экран или скрытие панели адреса;
- **Back** (Назад) — переход на страницу, которая была просмотрена до текущей;
- **Forward** (Вперед) — переход на страницу, с которой был осуществлен возврат на текущую страницу;
- **Previous topic** (Предыдущая статья) — переход на предыдущую (по содержанию) страницу электронной книги;
- **Next topic** (Следующая статья) — переход на следующую (по содержанию) страницу электронной книги;

- **History list** (Журнал) — вызов диалогового окна со списком недавно просмотренных страниц электронной книги;
- **Search** (Поиск) — поиск по ключевому слову в электронной книге;
- **Copy** (Копировать) — копирование содержимого страницы электронной книги для последующей вставки в собственные документы Mathcad;
- **Save As** (Сохранить как) — сохранение текущей страницы электронной книги в обычный файл Mathcad для последующего использования стандартными приемами;
- **Print** (Печать) — печать страницы электронной книги;
- **Help** (Справка) — вызов справки Mathcad.

При просмотре страниц ресурсов следует помнить лишь о том, что помимо собственно просмотра текста и графики производятся расчеты, совершенно аналогичные расчетам в Mathcad. Поэтому (особенно, если производительность вашего компьютера не слишком высока) на вычисления может затрачиваться некоторое время. Компенсацией временных затрат служит интерактивность, т. е. возможность пользователя менять любые числовые параметры прямо на странице ресурсов и сразу наблюдать изменения, происходящие в результате расчетов. Кроме того, можно выделить фрагмент из нужной страницы ресурсов, скопировать его в буфер обмена нажатием комбинации клавиш <Ctrl>+<C> и, переключившись в окно Mathcad, вставить его в документ при помощи комбинации клавиш <Ctrl>+<V> или соответствующей кнопки на панели инструментов **Standard** (Стандартная).

Итак, ресурсы Mathcad обладают всеми отличительными чертами электронной книги. Однако, помимо них, компания MathSoft предлагает целую коллекцию электронных книг, посвященных различным областям математики и техническим приложениям. Информацию об ассортименте электронных книг и порядке их приобретения вы найдете на сервере Mathcad <http://www.mathcad.com>.

Помимо электронных книг компания MathSoft распространяет разные пакеты расширения Mathcad, относящиеся к различным специальным областям математики. Например, имеются пакеты расширения Wavelet extension pack (Вейвлет-анализ данных), Signal processing (Анализ сигналов), Image processing (Анализ изображений) и т. д. Они обладают, помимо перечисленных свойств электронных книг, возможностью добавлять к стандартному набору встроенных функций Mathcad дополнительные встроенные функции. С предлагаемыми потребителю пакетами расширения можно также ознакомиться на сервере Mathcad.

Чтобы открыть для просмотра электронную книгу из файла, достаточно выбрать в верхнем меню команду **Help | E-books | Open Book** (Справка | Электронные книги | Открыть книгу) и затем указать путь к файлу, в котором книга находится. В результате на экране появится окно с панелью навигации, идентичное окну ресурсов, с загруженной в него книгой.

### 13.4.2. Создание собственных электронных книг

Собственные расчеты, сохраненные в нескольких документах Mathcad, можно оформить как электронную книгу. Коротко перечислим основные шаги создания электронной книги.

1. Создайте обычные документы Mathcad, которые станут страницами книги, и сохраните их в соответствующих файлах (*см. часть I*). При необходимости используйте в качестве элементов оформления рисунки, импортированные из внешних файлов (*см. разд. 13.4.3*).
2. Оформите теги и гиперссылки между документами таким образом, чтобы пользователь книги получил возможность полноценной навигации между ее страницами (*см. разд. 13.4.3*).
3. Создайте документ Mathcad, который станет содержанием книги, и назовите его `toc.mcd`. Расставьте в содержании гиперссылки на соответствующие страницы. Пример документа-содержания показан на рис. 13.26. Лучше всего создавать содержание на основе соответствующего шаблона и назвать его файл именем `toc.mcd`.

#### **Примечание**

Если вы создаете документы в новых форматах Mathcad 12 и 13, то следует использовать файлы соответствующих форматов: `xmcd` или Web-страниц `htm`. Только помните, что, если вы сохраняете документы в форматах Mathcad 13, просматривать их в прежних версиях Mathcad (например, вашими коллегами на других компьютерах) будет невозможно.

#### **Примечание**

Электронную книгу, содержание которой вы видите на рис. 13.26, вы найдете на CD, прилагаемом к другой моей книге, — "Mathcad 13 в подлиннике", вышедшей в издательстве "БХВ-Петербург".

4. Если пожелаете, создайте также еще один вспомогательный документ-заставку, который будет отображаться в первый момент открытия книги (еще раньше содержания). Лучше всего назвать его `welcome.mcd` (рис. 13.27).

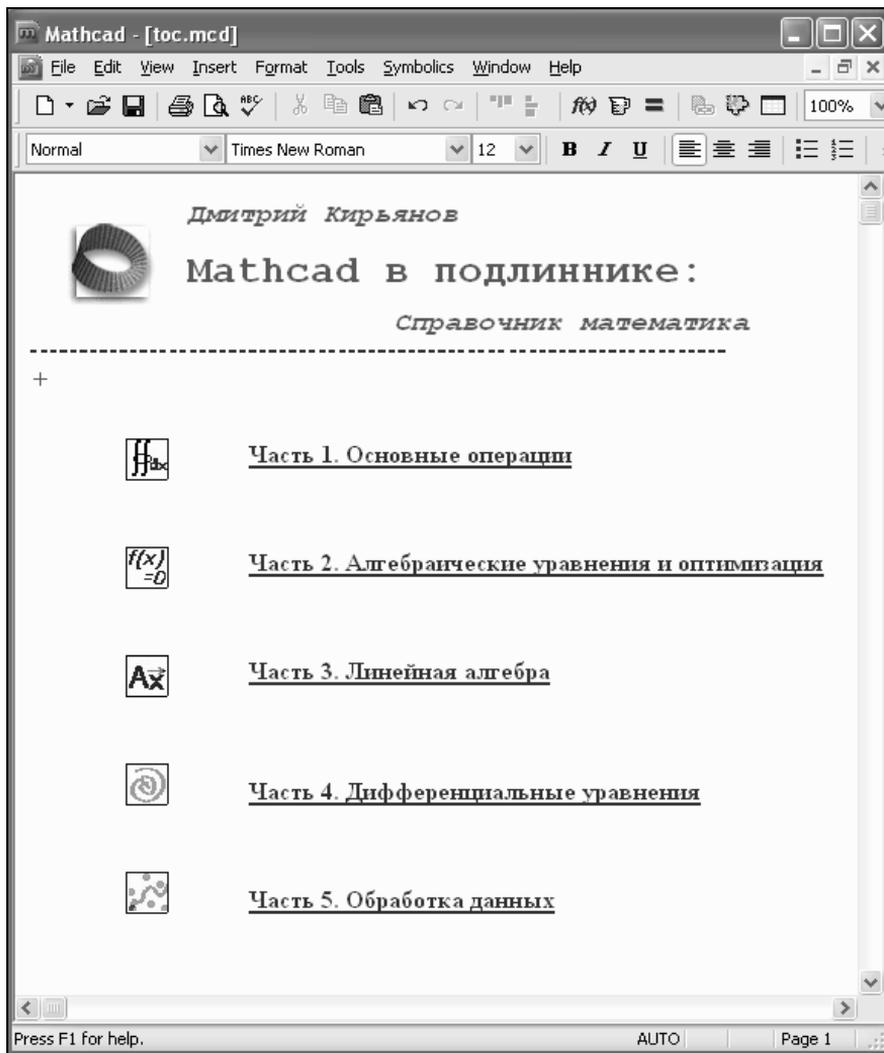


Рис. 13.26. Создание содержания электронной книги пользователя

5. Создайте файл особого вида, называемый *НВК-файлом*, выполненный в специальном формате, с перечнем файлов создаваемой электронной книги (рис. 13.28). Для редактирования НВК-файла можно использовать простейший редактор типа Notepad (Блокнот) в ОС Windows. При необходимости за дополнительной информацией обращайтесь к справке для авторов, которую можно вызвать, выбрав пункт **Author's Reference** (Справка для авторов) в меню **Help** (Справка).

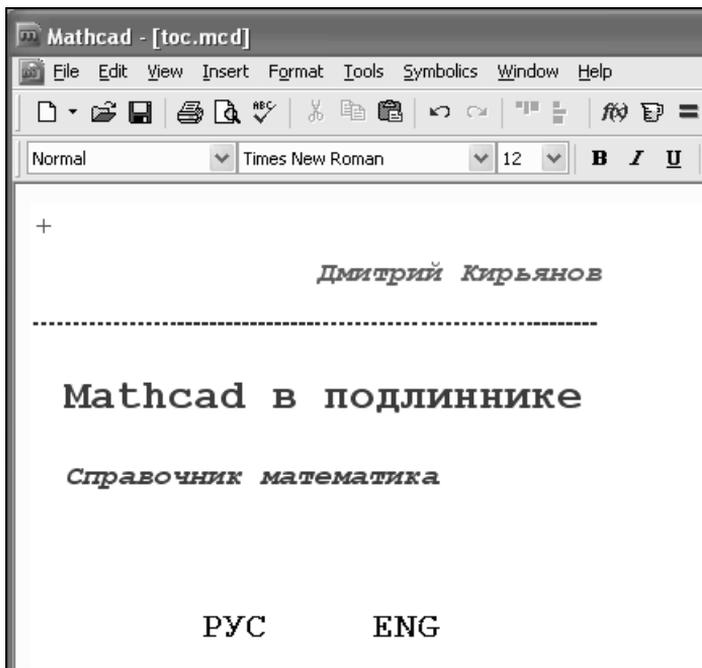


Рис. 13.27. Создание заставки электронной книги пользователя

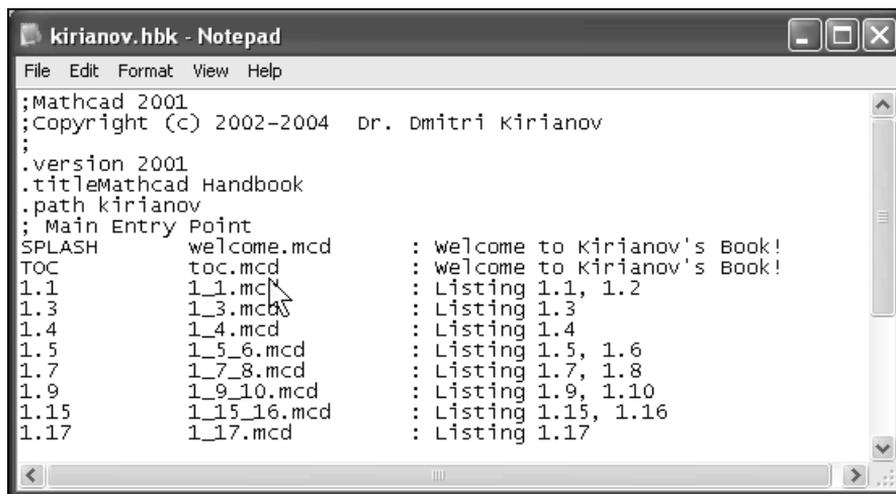


Рис. 13.28. Редактирование НВК-файла в Notepad

Обратите внимание, что HBK-файл должен содержать информацию о версии Mathcad-документов, файле-содержании и файле-заставке. Кроме того, желательно привести перечень всех страниц книги (т. е. файлов Mathcad) в виде, показанном на рис. 13.28.

6. По желанию создайте предметный указатель (index), следуя для этого инструкциям справки для авторов.
7. Произведите отладку электронной книги, проверив правильность HBK-файла, гиперссылок и предметного указателя. Для этого потребуется закрыть окно приложения Mathcad, а затем запустить его особым образом в HBK-режиме, о применении которого также рассказано в справке для авторов.

Выполнив все перечисленные действия, вы сможете просматривать собственную электронную книгу точно так же, как электронные книги компании MathSoft.

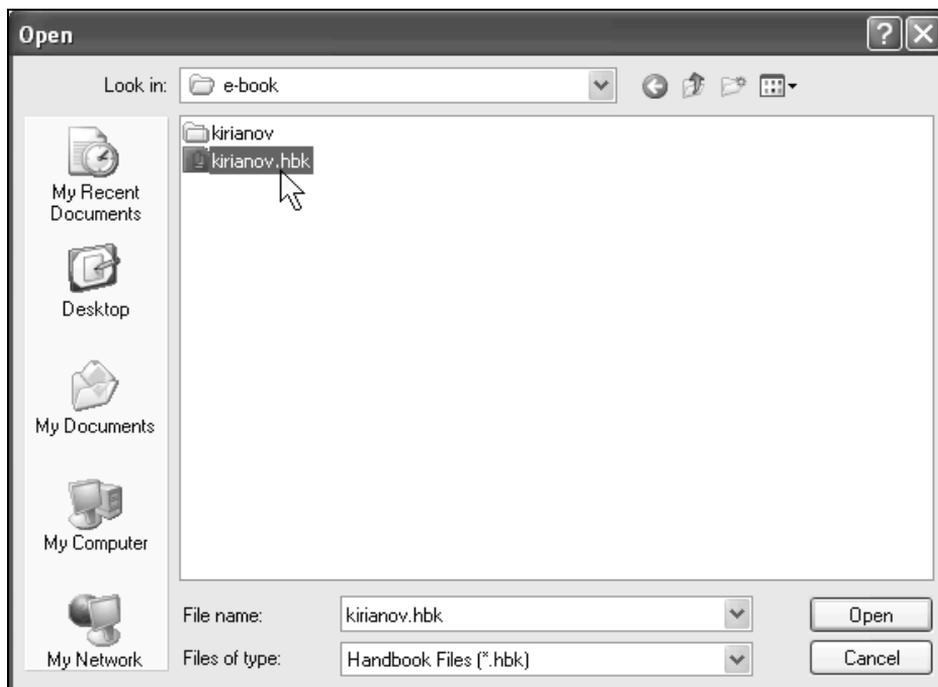


Рис. 13.29. Открытие электронной книги пользователя

Чтобы открыть электронную книгу пользователя в Mathcad, следует выполнить следующие действия:

1. В верхнем меню **Help** (Справка) выберите **E-Books | Open Book** (Электронные книги | Открыть книгу).
2. В появившемся диалоговом окне открытия электронной книги (рис. 13.29) выберите местоположение НВК-файла и нажмите кнопку **Open** (Открыть).

После этого будет открыто окно с заставкой (рис. 13.30), а при нажатии кнопки **Next topic** (Следующая статья) появится и содержание электронной книги (рис. 13.31). Полезно сравнить вид страниц в окне электронной книги (рис. 13.30 и 13.31) с ними же на стадии разработки в редакторе Mathcad (рис. 13.27 и 13.26 соответственно). Осуществляя затем навигацию по гиперссылкам и при помощи кнопок **Previous topic** (Предыдущая статья) и **Next topic** (Следующая статья) можно просматривать созданные вами документы Mathcad, пользуясь всеми преимуществами электронной книги (рис. 13.32).

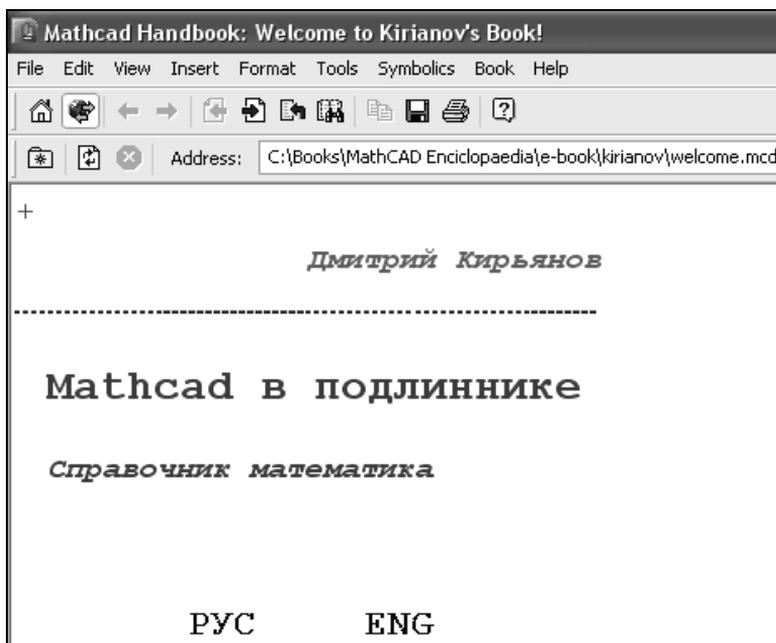


Рис. 13.30. Заставка электронной книги пользователя

Помните о том, что электронные книги — очень удобный способ хранения расчетов. Когда созданных вами документов становится довольно много,

стоит подумать о том, что их следует организовать в виде электронных книг, систематизировав всю информацию и облегчив ее последующий поиск. Оставшуюся часть раздела мы посвятим характерным атрибутам электронных книг — рисункам и ссылкам.

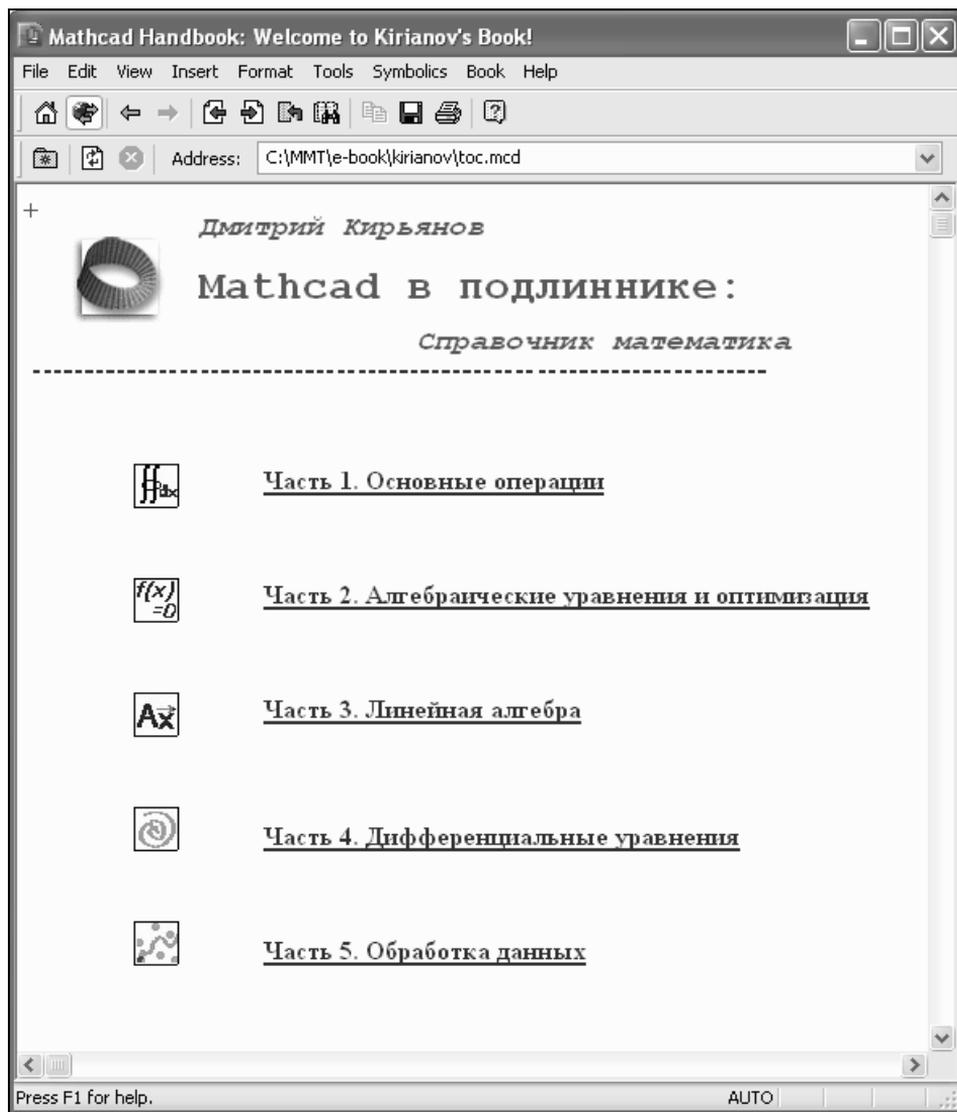


Рис. 13.31. Содержание электронной книги пользователя

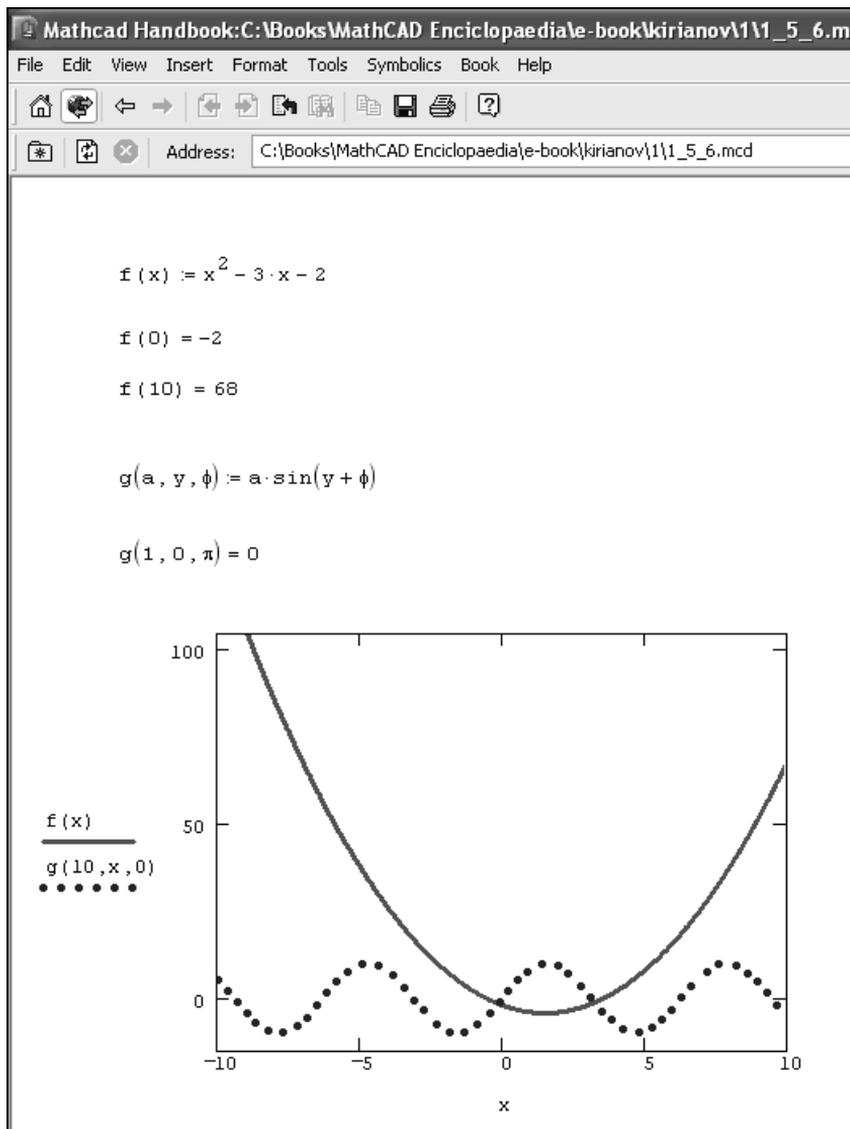


Рис. 13.32. Одна из страниц электронной книги пользователя

### 13.4.3. Рисунки и гиперссылки

Mathcad имеет довольно мощные средства оформления документов, позволяющие вставлять и редактировать рисунки, сохраненные в файлах самых

разных графических форматов, а также гиперссылки на другие документы. Эти средства придают Mathcad основные функции графического редактора.

## Рисунки

Для вставки рисунка в документ:

1. Сохраните его в файле и поместите этот файл в ту же папку на диске, что и документ Mathcad.
2. Если панели **Matrix** (Матрица) нет на экране, вызовите ее.
3. Нажмите кнопку **Picture** (Рисунок) на панели **Matrix** (Матрица) — рис. 13.33.
4. В местозаполнитель появившейся области введите в кавычках имя файла.

В примере, показанном на рис. 13.33, рисунок был сохранен в файле bhv.jpg. В результате содержимое графического файла появится в области рисунка.

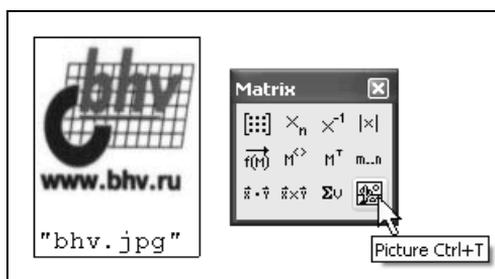
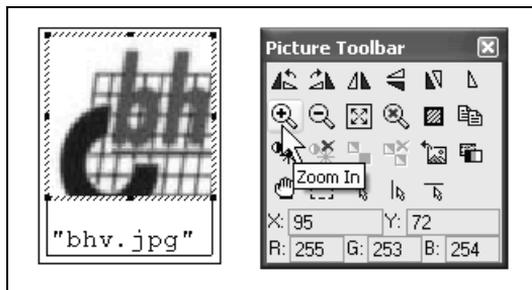


Рис. 13.33. Вставка области с рисунком

### Примечание

Если ввести в местозаполнитель имя какой-либо определенной ранее в документе матрицы, то созданный рисунок отразит строение этой матрицы. Данная опция очень эффективна для визуализации матриц большого размера, особенно на разреженных.

Как только пользователь выделит рисунок, щелкнув на нем мышью, на экран автоматически будет вызвана панель инструментов **Picture** (Рисунок) — рис. 13.34. Она позволяет редактировать рисунок, применяя довольно развитые графические средства, например, зеркальное отражение рисунка, увеличение его фрагмента и т. п. Назначение большинства кнопок на панели **Picture** (Рисунок) совпадает с кнопками обычных графических редакторов. Вставка областей с рисунками позволяет оформить документы более эффектно.



**Рис. 13.34.** Редактирование рисунка при помощи панели **Picture**

## Гиперссылки

*Гиперссылки* — это активные области в документах Mathcad, которые выводят на экран какой-либо другой фрагмент активного документа, другой документ Mathcad или другое приложение, либо переводят на сайт в Интернете. Гиперссылки эффективны в больших документах, а также в обучающих и презентационных системах, выполненных в Mathcad. Особенно важно уметь пользоваться гиперссылками, если вы разрабатываете электронные книги.

Прежде чем определить гиперссылку, можно сначала точно определить место в документе, на которое эта гиперссылка будет переводить курсор и которое в Mathcad называется *тегом* (tag). Для установки тега:

1. Щелкните на том месте, где вы хотите расположить тег, правой кнопкой мыши.
2. В контекстном меню выберите пункт **Properties** (Свойства).
3. В диалоговом окне **Properties** (Свойства) перейдите на вкладку **Display** (Отображение).
4. В поле **Tag** (Тег) введите имя тега, которое будет идентифицировать данное место в документе (рис. 13.35).
5. Нажмите кнопку **ОК**.

Создавать гиперссылку можно в произвольном месте любого документа. Щелчок на гиперссылке будет переводить курсор в то место, где установлена гиперссылка, либо (при отсутствии тега) в начало документа, на который произведена гиперссылка.

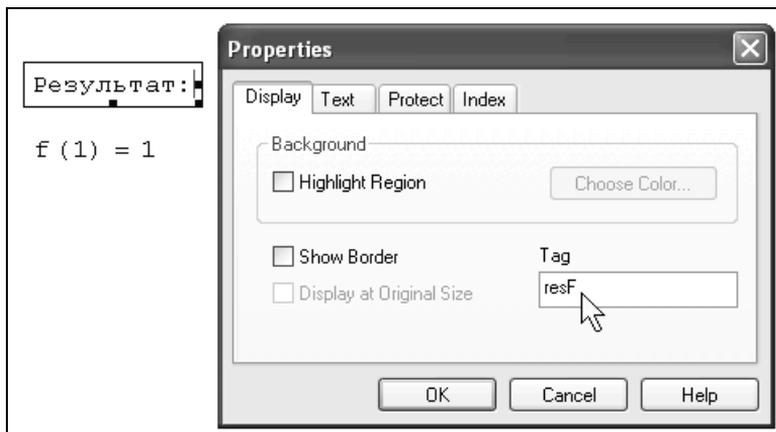


Рис. 13.35. Установка тега

Для вставки гиперссылки:

1. Щелкните на текстовой или формульной области документа, которую вы хотите сделать гиперссылкой.
2. Выберите в меню **Insert** (Вставка) пункт **Hyperlink** (Гиперссылка).
3. В диалоговом окне **Edit Hyperlink** (Правка гиперссылки) в текстовом поле **Link to file or URL** (Связать с файлом или URL) определите путь к документу, на который вы собираетесь ссылаться, а также (необязательно) имя тега, в формате `filename#tagname` (рис. 13.36).
4. По желанию в нижнем текстовом поле задайте текст, который будет появляться в строке состояния при наведении указателя мыши на гиперссылку.
5. Нажмите кнопку **OK**.

### **Примечание**

Имя файла необходимо указывать, даже если тег расположен в том же документе, что и гиперссылка.

Если вы все сделали правильно, то при двойном щелчке на гиперссылке будет осуществлен переход на место, где расположен тег, т. е. в нашем примере на документ `filename.mcd`, причем открыто будет именно то его место, которое отмечено тегом `resF`. Чтобы отредактировать гиперссылку, достаточно, находясь на ее области, выбрать тот же пункт меню **Insert | Hyperlink** (Вставка | Гиперссылка). Появится диалоговое окно **Insert Hyperlink** (Вставка гиперссылки), в котором можно исправить ее параметры (рис. 13.36). Уда-

лить гиперссылку можно нажатием кнопки **Remove Link** (Удалить гиперссылку).

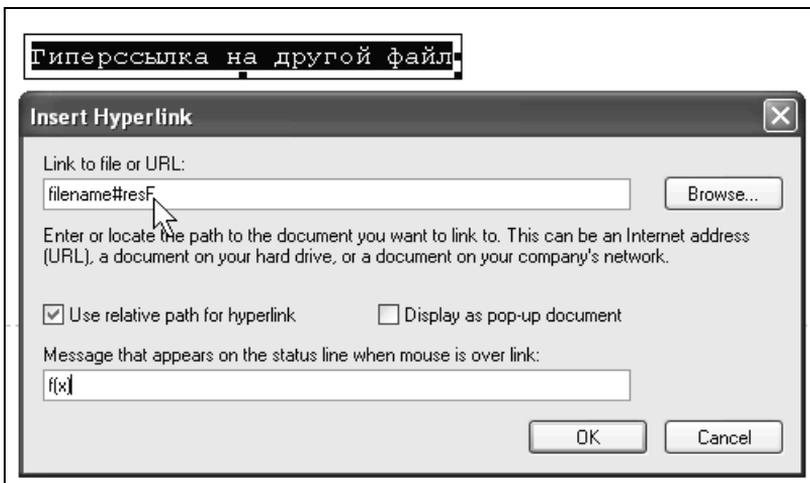


Рис. 13.36. Вставка гиперссылки

По умолчанию гиперссылки в документах Mathcad выделяются подчеркиванием. Чтобы перейти по гиперссылке на соответствующий документ Mathcad, достаточно дважды щелкнуть по ней (рис. 13.37). Если документ с гиперссылками включен в электронную книгу и открыт в соответствующем окне, то достаточно одинарного щелчка по гиперссылке.

Помимо гиперссылок на документы Mathcad, допускается создавать гиперссылки на другие файлы (например, видеофайлы или HTML-файлы), в том числе находящиеся в Интернете. Для этого достаточно указать соответствующий адрес URL в верхнем текстовом поле диалогового окна **Insert Hyperlink** (Вставка гиперссылки).

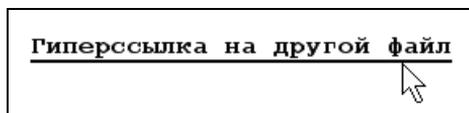


Рис. 13.37. Гиперссылка в документе Mathcad

## Ссылки

Помимо гиперссылок иногда стоит применять другие схожие с ними объекты, называемые *ссылками* (reference). Ссылка на документ А, вставленная в некоторое место документа В, приводит к расчету всего документа А внутри документа В. Таким образом, ссылки позволяют хранить вложенные друг в друга расчеты в разных файлах.

### Совет

Ссылки могут понадобиться, если группа разработчиков решает одну большую задачу. В этом случае после распределения задач и соглашения об именах глобальных и локальных переменных каждый разработчик создает свой файл с расчетами.

Для установки ссылки достаточно выбрать команду **Insert | Reference** (Вставка | Ссылка) и затем в диалоговом окне **Insert Reference** (Вставка ссылки) определить путь к имени файла-ссылки. В примере, показанном на рис. 13.38, в файле отсутствует описание функции  $f(x)$ , зато оно есть в файле, на который оформляется ссылка. Поэтому после нажатия кнопки **OK** на месте курсора ввода появится информация о файле-ссылке, а результат функции  $f(1)$  будет рассчитан в соответствии с формулами этого файла.

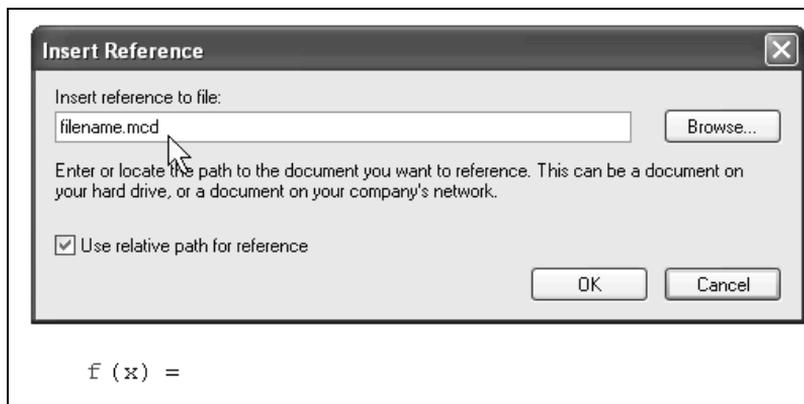
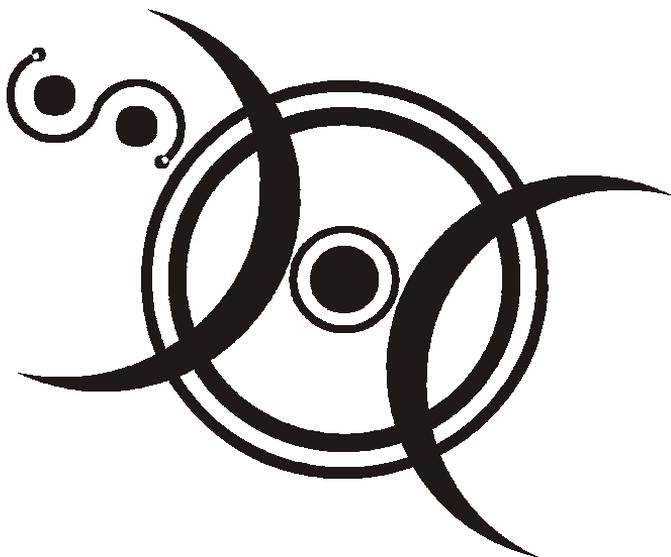
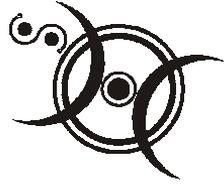


Рис. 13.38. Создание ссылки



# ПРИЛОЖЕНИЯ

# Приложение 1



## Пользователям прошлых версий Mathcad

### **13** Новые возможности Mathcad 13

- Автоматическое (фоновое) сохранение документов (*см. разд. 2.1.4*).
- Поддержка новых размерностей: температурные величины и пользовательские размерности (*см. разд. 1.2.7, 4.2.3*).
- Отладчик программ (*см. разд. 1.2, 1.3, 3.4.2, 6.2.9*).
- Модернизированный аппарат построения двумерных графиков (*см. разд. 12.3.8*).
- Явные символьные вычисления (*см. разд. 5.5.3*).
- Улучшенный аппарат расчета параметрической регрессии (*см. разд. 11.4.3*).
- Дополнительные алгоритмы линейной алгебры (*см. разд. 9.3*).
- Лучшая совместимость с прежними версиями благодаря появившейся опции переключения быстрогодействия (*см. разд. 3.3.3*).
- Сообщения об ошибках содержат информацию о размерностях и типах переменных (*см. разд. 3.4.1*).
- Дополнительные опции управления метаданными и примечаниями (*см. разд. 2.3.6*).
- Новая редакция справочной документации (*см. разд. 1.4*).

### Новые возможности Mathcad 12

- Новый более быстрый математический процессор.
- Новый формат файлов на основе XML-разметки.

- Новые опции комментирования документов (примечания и метаданные).
- Модернизированный аппарат работы с размерными переменными, статическая проверка размерности, новые единицы измерения (ангстрем и т. д).
- Новый тип данных NaN (НеЧисло).
- Возможность построения второй оси  $y$  на двумерных графиках.
- Новые встроенные функции генерации массивов для повышения удобства построения графиков в логарифмическом масштабе.
- Новые удобные опции импорта данных из внешних файлов.
- Контроль правильности ввода оператора определителя матрицы и длины вектора.
- Улучшенная работа функций округления.
- Упразднение символа Кронекера.
- Восстановление функции `until`.
- Новые нормированные функции Эйри.
- Новая функция `time` для хронометрирования вычислений.
- Новые функции корреляционного анализа сигналов.
- Усовершенствование алгоритма регрессии общего вида.
- Возможность переопределения встроенных и пользовательских функций и переменных при помощи нового именованного оператора.
- Ограничение на форму записи неизвестных в пределах вычислительного блока.
- Константа `ORIGIN` теперь может относиться и к строковым переменным.
- Изменения в работе строковых функций `str2num` и `vec2str`.
- Запрещение рекуррентного задания функций.

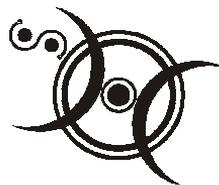
## Новые возможности Mathcad 11

- Расширены возможности импорта и экспорта данных в текстовом формате и формате Microsoft<sup>®</sup> Excel, введены функции ввода/вывода в двоичные файлы (`READBIN` и `WRITEBIN`).
- Улучшен редактор, повышена эффективность команд **Undo** и **Redo**, немало модернизирован математический процессор, улучшен RTF-экспорт

и обеспечена возможность открытия файлов с удаленных серверов по протоколу HTTP.

- ❑ Расширен класс поддающихся решению дифференциальных уравнений в частных производных (введена дополнительная встроенная функция для решения параболических и гиперболических уравнений).
- ❑ Обеспечена возможность расчета ряда специальных функций с комплексными аргументами, таких как функции округления, интегралы ошибок, а также функции Бесселя и Ганкеля.
- ❑ Добавлена новая sinc-функция с улучшенным вычислением значений  $\sin(x)/x$  при  $x$ , стремящемся к 0.
- ❑ Обеспечен доступ к начальным значениям, используемым в генераторах последовательностей псевдослучайных чисел.
- ❑ Формат HTML стал собственным форматом документов Mathcad.
- ❑ Изменены некоторые меню, панели и диалоговые окна, в частности, вместо верхнего меню **Math** (Математика) введено меню **Tools** (Сервис).
- ❑ Mathcad поставляется не только с обычной гипертекстовой справочной системой, но и более полным руководством пользователя в формате PDF.

## Приложение 2



# Команды меню и панели инструментов

Команды меню Mathcad и панели инструментов описаны в табл. П2.1—П2.9.

*Таблица П2.1. Команды меню*

Меню	Команда	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш	Описание
File (Файл)	New	Создать	<Ctrl>+<N>	Создать новый документ
	Open	Открыть	<Ctrl>+<O>	Открыть существующий документ
	Close	Закрыть	<Ctrl>+<W>	Закрыть активный документ
	Save	Сохранить	<Ctrl>+<S>	Сохранить активный документ
	Save As	Сохранить как		Сохранить активный документ в другом файле
	Save As Web Page	Сохранить как Web-страницу		Сохранить копию активного документа в файле формата HTML
	Page Setup	Параметры страницы		Опции вывода активного документа на печать

Таблица П2.1 (продолжение)

Меню	Команда	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш	Описание
	<b>Print Preview</b>	Просмотр		Предварительный просмотр на экране вывода на печать активного документа
	<b>Print</b>	Печать	<Ctrl>+<P>	Распечатать активный документ
	<b>Send</b>	Отправить		Отправить активный документ по электронной почте
	<b>Properties</b>	Свойства		Свойства документа (примечания, опции XML и т. п.)
	<b>Exit</b>	Выход		Завершение работы с Mathcad
<b>Edit</b> (Правка)	<b>Undo</b>	Отменить	<Ctrl>+<Z>	Отменить последнее действие
	<b>Redo</b>	Повторить	<Ctrl>+<Y>	Повторить последнее отмененное действие
	<b>Cut</b>	Вырезать	<Ctrl>+<X>	Вырезать выбранное выражение в буфер
	<b>Copy</b>	Копировать	<Ctrl>+<C>	Копировать выбранное выражение в буфер
	<b>Paste</b>	Вставить	<Ctrl>+<V>	Вставить выражение из буфера
	<b>Paste Special</b>	Специальная вставка		Вставить объект специального формата, находящийся в буфере
	<b>Delete</b>	Удалить	<Ctrl>+<D>	Удалить выбранный регион

Таблица П2.1 (продолжение)

Меню	Команда	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш	Описание
	<b>Select All</b>	Выделить все	<Ctrl>+<A>	Выделить всю рабочую область
	<b>Find</b>	Найти	<Ctrl>+<F>	Поиск текста
	<b>Replace</b>	Заменить	<Ctrl>+<H>	Замена искомого текста другим
	<b>Go to Page</b>	Перейти к странице		Переход к другой странице
	<b>Links</b>	Ссылки		Управление связями OLE с другими приложениями
	<b>Object</b>	Объект		Активизировать вставленный объект OLE
<b>View</b> (Вид)	<b>Toolbars</b>	Панели инструментов		Показать или скрыть панели инструментов
	<b>Ruler</b>	Линейка		Показать или скрыть линейку
	<b>Status Bar</b>	Строка состояния		Показать или скрыть строку состояния
	<b>Trace window</b>	Окно трассировки		Показать или скрыть окно трассировки
	<b>Header and Footer</b>	Верхний и нижний колонтитулы		Изменить колонтитулы для распечатываемых страниц
	<b>Regions</b>	Регионы		Показать или скрыть границы регионов
	<b>Annotations</b>	Примечания		Показать или скрыть примечания
	<b>Refresh</b>	Обновить	<Ctrl>+<R>	Обновить документ
	<b>Zoom</b>	Масштаб		Изменить масштаб отображения документа

Таблица П2.1 (продолжение)

Меню	Команда	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш	Описание
Insert (Вставка)	<b>Graph</b>	График		Вставить график (с выбором типа графика из подменю)
	<b>Matrix</b>	Матрица	<Ctrl>+<M>	Вставить матрицу или вектор
	<b>Function</b>	Функция	<Ctrl>+<E>	Вставить встроенную функцию
	<b>Unit</b>	Единицы	<Ctrl>+<U>	Вставить единицы измерения размерной величины
	<b>Picture</b>	Рисунок	<Ctrl>+<T>	Создать рисунок для отображения матрицы
	<b>Area</b>	Область		Создать зону
	<b>Page Break</b>	Разрыв страницы		Начать новую страницу
	<b>Math Region</b>	Математическая область	<Ctrl>+<Shift>+<A>	Создать математическую область в тексте
	<b>Text Region</b>	Текстовая область	<">	Создать текстовую область в документе
	<b>Component</b>	Компонент		Вставить компонент другого приложения
	<b>Data</b>	Данные		Вставить данные в различных форматах
	<b>Control</b>	Элемент управления		Вставить элемент управления
	<b>Object</b>	Объект		Внедрение объекта
	<b>Reference</b>	Ссылка		Вставить ссылку на другой документ
<b>Hyperlink</b>	Гиперссылка	<Ctrl>+<K>	Вставить гиперссылку	

Таблица П2.1 (продолжение)

Меню	Команда	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш	Описание
Format (Формат)	Equation	Формула		Форматирование формул
	Result	Результат		Форматирование вывода результатов вычислений
	Text	Текст		Форматирование текста
	Paragraph	Абзац		Изменение разметки абзаца
	Tabs	Табуляции		Установить табуляцию для документа или выделенного участка текста
	Style	Стиль текста		Определить или применить стиль — комбинацию настроек текстового формата
	Properties	Свойства		Изменение свойств области
	Graph	График		Изменения в графиках
	Color	Цвет		Настройка цвета
	Area	Зона		Работа с зоной
	Separate Regions	Разделить регионы		Разделить перекрывающиеся регионы в документе
Align Regions	Выводить регионы		Выводить регионы по горизонтали или вертикали	
Repaginate Now	Разбить на страницы		Разбиение документа на страницы	

Таблица П2.1 (продолжение)

Меню	Команда	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш	Описание
<b>Tools</b> (Сервис)	<b>Spelling</b>	Проверка орфографии	<F9>	Проверка орфографии текстовых регионов
	<b>Animation</b>	Анимация		Создать или воспроизвести анимацию
	<b>Protect Worksheet</b>	Запереть документ		Защита документа от редактирования
	<b>Calculate</b>	Пересчитать		Управление вычислением формул
	<b>Optimize</b>	Оптимизировать		Управление режимом оптимизации расчетов
	<b>Debug</b>	Отладка		Управление отладкой программ
	<b>Disable Evaluation</b>	Отключить вычисления		Включить/выключить вычисление формулы
	<b>Trace Error</b>	Трассировка ошибки		Трассировка источника сообщения об ошибке
	<b>Worksheet Options</b>	Опции документа		Установка опций математики
	<b>License</b>	Лицензия		Параметры лицензирования копии Mathcad
	<b>Preferences</b>	Настройки	Изменить основные настройки	
<b>Symbolics</b> (Символика)	<b>Evaluate</b>	Вычислить		Вычислить выражение в виде числа, если это возможно
	<b>Simplify</b>	Упростить		Упростить выражение

Таблица П2.1 (продолжение)

Меню	Команда	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш	Описание
	<b>Expand</b>	Разложить		Представить выражение в более развернутом виде
	<b>Factor</b>	Разложить на множители		Разложить полином или целое число на простые множители
	<b>Collect</b>	Привести подобные		Привести подобные слагаемые
	<b>Polynomial Coefficients</b>	Коэффициенты полинома		Вычислить полиномиальные коэффициенты
	<b>Variable</b>	Переменная		Символьные действия с выделенной переменной
	<b>Matrix</b>	Матрица		Символьные действия с матрицей
	<b>Transform</b>	Преобразование		Символьные интегральные преобразования
	<b>Evaluation Style</b>	Стиль вычислений		Изменить показ символьных ответов
<b>Window</b> (Окно)	<b>Cascade</b>	Каскад		Расположить окна документов каскадом
	<b>Tile Horizontal</b>	По горизонтали		Расположить окна документов по горизонтали
	<b>Tile Vertical</b>	По вертикали		Расположить окна документов по вертикали
	*	(Имя документа)		Активизировать окно

Таблица П2.1 (продолжение)

Меню	Команда	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш	Описание
<b>Help</b> (Справка)	<b>Mathcad Help</b>	Справка	<F1>	Получение справочной информации
	<b>What's This?</b>	Что это такое?		Быстрая интерактивная справка об элементах интерфейса
	<b>Developer's Reference</b>	Справка для разработчиков		Дополнительная справка для разработчиков
	<b>Author's Reference</b>	Справка для авторов		Дополнительная справка для авторов электронных книг
	<b>Tutorials</b>	Учебники		Доступ к электронным книгам учебников
	<b>QuickSheets</b>	Быстрые шпаргалки		Доступ к электронным книгам быстрых шпаргалок
	<b>Reference Tables</b>	Справочный стол		Доступ к электронной книге со справочными таблицами
	<b>E-Books</b>	Электронные книги		Открыть существующую в виде файла электронную книгу или пакет расширения
	<b>User's Forum</b>	Форум		Перейти на форум пользователей Mathcad
	<b>Mathcad.com</b>	Mathcad.com		Перейти на сайт Mathcad
<b>Mathcad Update</b>	Обновление Mathcad		Проверить сайт компании MathSoft на наличие обновлений версии Mathcad 13	

Таблица П2.1 (окончание)

Меню	Команда	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш	Описание
	About Mathcad	О программе		Информация о текущей версии Mathcad
	Register Mathcad	Регистрация		Онлайн-регистрация копии Mathcad

Таблица П2.2. Панель **Math** (Математика)

Панель	Перевод
Calculator	Калькулятор
Graph	График
Matrix	Матрица
Evaluation	Выражения
Calculus	Вычисления
Boolean	Булевы операторы
Programming	Программирование
Greek Symbols	Греческие символы
Symbolic Keyword	Символика

Таблица П2.3. Панель **Calculator** (Калькулятор)

Кнопка панели инструментов	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш
sin	Синус	
cos	Косинус	
tan	Тангенс	
In	Натуральный логарифм	
log	Десятичный логарифм	
n!	Факториал	<!>

Таблица П2.3 (окончание)

Кнопка панели инструментов	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш
$i$	Ввод мнимой единицы	<1>, <i >
$ x $	Модуль	<Shift>+< >
$\sqrt{\quad}$	Квадратный корень	< >
$\sqrt[n]{\quad}$	Корень $n$ -ой степени	<Ctrl>+< >
$e^x$	Экспонента в $n$ -ой степени	
$1/x$	Обратная величина	
( )	Скобки	< >
$x^2$	Возведение в квадрат	
$x^y$	Возведение в степень $y$	<^>
$\pi$	Ввод числа $\pi$	<Ctrl>+<Shift>+<P>
/	Деление	</>
$\times$	Умножение	<*>
÷	Деление в одну строку	<Ctrl>+</>
+	Сложение	<+>
:=	Присваивание	<:=>
.	Десятичная точка	<.>
0, 1, 2, ..., 9	Числа 0–9	<0>, <1>, <2>, ..., <9>
–	Вычитание ("минус")	<->
=	Вычислить численно ("равно")	<=>

Таблица П2.4. Панель **Graph** (График)

Кнопка панели инструментов	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш
X-Y Plot	XY (декартов) график	<Shift>+<2>
Zoom	Масштаб графика	
Trace	Трассировка графика	
Polar Plot	Полярный график	<Ctrl>+<7>

Таблица П2.4 (окончание)

Кнопка панели инструментов	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш
Surface Plot	График трехмерной поверхности	<Ctrl>+<2>
Contour Plot	График линий уровня	<Ctrl>+<5>
3D Bar Plot	Трехмерная гистограмма	
Vector Field Plot	Векторное поле	
3D Scatter Plot	Трехмерное множество точек	

Таблица П2.5. Панель *Matrix* (Матрица)

Кнопка панели инструментов	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш
Matrix or Vector	Матрица или вектор	<Ctrl>+<M>
Subscript	Нижний индекс	<[>
Inverse	Обратная матрица	
Determinant	Определитель	< ><Shift>+<1>
Vectorize	Векторизовать	<Ctrl>+<->
Matrix Column	Выделение столбца	<Ctrl>+<6>
Matrix Transpose	Транспонирование	<Ctrl>+<1>
Range Variable	Ранжированная переменная	<:>
Cross Product	Векторное произведение	<Ctrl>+<8>
Dot Product	Умножение	<*>
Vector Sum	Сумма вектора	<Ctrl>+<4>
Picture	Рисунок	<Ctrl>+<T>

Таблица П2.6. Панель *Evaluation* (Выражения)

Оператор и кнопка панели инструментов	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш
Evaluate Numerically =	Вычислить численно ("равно")	<=>
Definition :=	Присваивание	<:>

Таблица П2.6 (окончание)

Оператор и кнопка панели инструментов	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш
Global Definition $\equiv$	Глобальное присваивание	<~>
Evaluate Symbolically $\rightarrow$	Вычислить символично	<Ctrl>+<. >
Symbolic Keyword Evaluation $\bullet \rightarrow$	Символьное вычисление с ключевым словом	<Ctrl>+<Shift >+<. >
Prefix Operator fx	Оператор "перед"	
Postfix Operator xf	Оператор "после"	
Infix Operator xfy	Оператор "внутри"	
Tree Operator xfy	Оператор "дерево"	

Таблица П2.7. Панель *Calculus* (Вычисления)

Оператор	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш
Derivative	Производная	<?>
Nth Derivative	<i>n</i> -я производная	<Ctrl>+<?>
Infinity	Символ бесконечности	<Ctrl>+<Shift >+<Z >
Definite Integral	Определенный интеграл	<&>
Summation	Сумма	<Ctrl>+<Shift >+<4 >
Iterated product	Произведение	<Ctrl>+<Shift >+<3 >
Indefinite Integral	Неопределенный интеграл	<Ctrl>+<  >
Summation with range variables	Сумма ранжированной переменной	<Ctrl>+<4 >
Iterated product with range variables	Произведение ранжированной переменной	<Ctrl>+<3 >
Two-sided limit	Предел	<Ctrl>+<L >
Left-sided limit	Левый предел	<Ctrl>+<A >
Right-sided limit	Правый предел	<Ctrl>+<B >

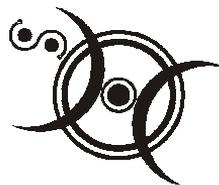
**Таблица П2.8. Панель Boolean** (Булевы операторы)

Кнопка панели инструментов и оператор	Перевод	Горячая клавиша или комбинация клавиш
= equal	Равно	<Ctrl>+<=>
< less than	Меньше	<<>
> greater than	Больше	<>>
≤ less than or equal	Меньше или равно	<Ctrl>+<9>
≥ greater than or equal	Больше или равно	<Ctrl>+<0>
≠ not equal to	Не равно	<Ctrl>+<3>
¬ Not	НЕ	<Ctrl>+<Shift>+<1>
∧ And	И	<Ctrl>+<Shift>+<7>
∨ Or	ИЛИ	<Ctrl>+<Shift>+<6>
⊕ Exclusive or	Исключающее ИЛИ	<Ctrl>+<Shift>+<5>

**Таблица П2.9. Панель Controls** (Элементы управления)

Элемент управления	Перевод
Check Box	Флажок проверки
Radio Button	Переключатель
Push Button	Кнопка
Slider	Ползунковый регулятор
Text Box	Поле текстового ввода
List Box	Список

## Приложение 3



# Встроенные операторы и функции

Встроенные операторы и функции приведены в табл. ПЗ.1—ПЗ.3.

*Таблица ПЗ.1. Арифметические операторы*

Оператор	Клавиши	Скаляр	Вектор	Матрица
:=	<:>	Присваивание		
≡	<~>	Глобальное присваивание		
=	<=>	Численный вывод		
→	<Ctrl>+<=>	Символьный вывод		
+	<+>	Сложение		
-	<->	Вычитание или отрицание (унарная операция)		
.	<*>	Умножение	Матричное умножение. Умножение на скаляр	
×	<Ctrl>+<8>		Скалярное произведение	
/ либо ÷	</> либо <Ctrl>+</>		Деление	
!	<!>	Факториал		
-	<">	Комплексное сопряжение		
$\sqrt{\quad}$	<\>	Квадратный корень		
$\sqrt[n]{\quad}$	<Ctrl>+<\>	Корень $n$ -й степени		
( ■ )	<>	Скобки (изменение приоритета)		

Таблица ПЗ.1 (окончание)

Оператор	Клавиши	Скаляр	Вектор	Матрица
■ ■	<[>		Нижний индекс	
■ T	<Ctrl>+<1>		Транспонирование	
■	<Shift>+< >	Модуль	Модуль вектора	Определитель
∑ ■	<Ctrl>+<4>		Сумма элементов	
■ -1		Обратная величина		Обратная матрица
■ n	<^>+n	Возведение в степень $n$		Возведение матрицы в степень $n$
→	<Ctrl>+<->		Векторизация	
■ < ■ >	<Ctrl>+<6>		Выделение столбца	

**Примечание**

Скалярные операции над векторами и матрицами, если это не оговорено особо, производятся независимо над их каждым элементом, как над скаляром.

Таблица ПЗ.2. Вычислительные операторы

Оператор	Горячая клавиша или комбинация клавиш	Описание	Ссылка
$\int \blacksquare d\blacksquare$	<Shift>+<7>	Определенный интеграл	7.1
$\int \blacksquare d\blacksquare$	<Ctrl>+<I>	Неопределенный интеграл	7.1.3
$\frac{d}{d\blacksquare} \blacksquare$	<?>	Дифференцирование	7.2
$\frac{d^n}{d\blacksquare^n} \blacksquare$	<Ctrl>+<?>	Вычисление $n$ -ой производной	7.2

Таблица ПЗ.2. (окончание)

Оператор	Горячая клавиша или комбинация клавиш	Описание	Ссылка
$\sum_{i=}$	<Ctrl>+<Shift >+<4>	Сумма	3.2.2
$\sum$	<Ctrl>+<4>	Сумма ранжированной переменной	3.2.2
$\prod_{i=}$	<Ctrl>+<Shift >+<3>	Произведение	3.2.2
$\prod$	<Ctrl>+<3>	Произведение ранжированной переменной	3.2.2
$\lim_{i \rightarrow}$	<Ctrl>+<L>	Предел	3.2.2
$\lim_{i \rightarrow} -$	<Ctrl>+<A>	Левый предел	3.2.2
$\lim_{i \rightarrow} +$	<Ctrl>+<B>	Правый предел	3.2.2

Таблица ПЗ.3. Встроенные функции

Функция	Аргументы	Описание
$a^*(z)$	$z$ — аргумент	Обратная тригонометрическая или гиперболическая функция*
$Ai(x)$	$x$ — аргумент	Функция Эйри первого рода
$angle(x, y)$	$x, y$ — координаты точки	Угол между точкой и осью OX
APPENDPRN (file)	file — строковое представление пути к файлу	Дозапись данных в существующий текстовый файл

Таблица П3.3 (продолжение)

Функция	Аргументы	Описание
<code>arg(z)</code>	$z$ — аргумент функции	Аргумент комплексного числа
<code>atan2(x, y)</code>	$x, y$ — координаты точки	Угол, отсчитываемый от оси $Ox$ до точки $(x, y)$
<code>augment(A, B, C, ...)</code>	$A, B, C, \dots$ — векторы или матрицы	Слияние матриц слева направо
<code>bei(n, x)</code> <code>ber(n, x)</code>	$n$ — порядок $x$ — аргумент	Мнимая и действительная части функции Бесселя—Кельвина
<code>Bi(x)</code>	$x$ — аргумент	Функция Эйри второго рода
<code>bspline(x, y, u, n)</code>	$x, y$ — векторы данных $u$ — вектор значений сшивков В-сплайнов $n$ — порядок полиномов	Вектор коэффициентов В-сплайна
<code>Bulstoer(y0, t0, t1, M, D)</code>	См. <code>rkfixed</code>	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для системы ОДУ методом Булирша—Штера
<code>bulstoer(y0, t0, t1, acc, D, k, s)</code>	См. <code>rkadapt</code>	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для системы ОДУ методом Булирша—Штера (для определения только последней точки интервала)
<code>bval-fit(z1, z2, x0, x1, x, f, D, load1, load2, score)</code>	$z1, z2$ — вектор начальных значений для недостающих левых и правых граничных условий $x0$ — левая граница $x1$ — правая граница $xf$ — внутренняя точка $D(x, y)$ — векторная функция, задающая систему ОДУ	Возвращает вектор недостающих граничных условий у краевой задачи для системы $N$ ОДУ с дополнительным условием в промежуточной точке

Таблица П3.3 (продолжение)

Функция	Аргументы	Описание
	<code>load1(x0, z)</code> , <code>load2(x1, z)</code> — векторные функции, задающие левые и правые граничные условия  <code>score(xf, y)</code> — векторная функция, задающая сшивку решений в <code>xf</code>	
<code>ceil(x)</code>	<code>x</code> — аргумент	Наименьшее целое, не меньше <code>x</code>
<code>cfft(y)</code> <code>CFFT(y)</code>	<code>y</code> — вектор данных	Вектор прямого комплексного преобразования Фурье (в разных нормировках)
<code>cholesky(A)</code>	<code>A</code> — квадратная, определенная матрица	Разложение Холецкого
<code>cols(A)</code>	<code>A</code> — матрица или вектор	Число столбцов
<code>concat(S1, S2, ...)</code>	<code>S1, S2, ...</code> — строки	Объединение строковых переменных
<code>cond1(A)</code> <code>cond2(A)</code> <code>conde(A)</code> <code>condi(A)</code>	<code>A</code> — квадратная матрица	Числа обусловленности в разных нормах (L1, L2, евклидова, $\infty$ )
<code>cos(z)</code>	<code>z</code> — аргумент	Косинус
<code>cosh(z)</code>	<code>z</code> — аргумент	Гиперболический косинус
<code>cot(z)</code>	<code>z</code> — аргумент	Котангенс
<code>coth(z)</code>	<code>z</code> — аргумент	Гиперболический котангенс
<code>csort(A, i)</code>	<code>A</code> — матрица <code>i</code> — индекс столбца	Сортировка строк матрицы по элементам <code>i</code> -го столбца
<code>CreateMesh(F, s0, s1, t0, t1, sgr, tgr, fmap)</code>	<code>F(s, t)</code> — векторная функция из трех элементов <code>t0, t1</code> — пределы <code>t</code> <code>s0, s1</code> — пределы <code>s</code>	Создание вложенного массива, представляющего <code>x</code> -, <code>y</code> - и <code>z</code> -координаты параметрической поверхности, заданной функцией <code>F</code>

Таблица ПЗ.3 (продолжение)

Функция	Аргументы	Описание
	$tgr, sgr$ — число точек сетки по $t$ и $s$ $fmap$ — функция преобразования координат	
<code>CreateSpace(F, t0, t1, tgr, fmap)</code>	$F(t)$ — векторная функция из трех элементов $t0, t1$ — пределы $t$ $tgr$ — число точек сетки по $t$ $fmap$ — функция преобразования координат	Создание вложенного массива, представляющего $x$ -, $y$ - и $z$ -координаты параметрической пространственной кривой, заданной функцией $F$
<code>csc(z)</code>	$z$ — аргумент	Косеканс
<code>csch(z)</code>	$z$ — аргумент	Гиперболический косеканс
<code>csgn(z)</code>	$z$ — аргумент	Комплексный знак числа
<code>cspline(x, y)</code>	$x, y$ — векторы данных	Вектор коэффициентов кубического сплайна
<code>cyl2xyz(r, <math>\theta</math>, z)</code>	$r, \theta, z$ — цилиндрические координаты	Преобразование цилиндрических координат в прямоугольные
<code>D*(x, par)</code>	$x$ — значение случайной величины $par$ — список параметров распределения	Плотность вероятности со статистикой распределения
<code>diag(v)</code>	$v$ — вектор	Диагональная матрица, на диагонали которой находятся элементы вектора
<code>eigenvals(A)</code>	$A$ — квадратная матрица	Собственные значения матрицы
<code>eigenvec(A, <math>\lambda</math>)</code>	$A$ — квадратная матрица $\lambda$ — собственное значение	Собственный вектор матрицы, соответствующий заданному собственному значению

Таблица П3.3 (продолжение)

Функция	Аргументы	Описание
<code>eigenvecs (A)</code>	$A$ — квадратная матрица	Собственные векторы матрицы
<code>erf (x)</code>	$x$ — аргумент	Функция ошибок
<code>erfc (x)</code>	$x$ — аргумент	Обратная функция ошибок
<code>error (S)</code>	$S$ — строка	Возвращает строку $S$ как сообщение об ошибке
<code>exp (z)</code>	$z$ — аргумент	Экспонента в степени $z$
<code>expfit (x, y, g)</code>	$x, y$ — векторы данных $g$ — вектор начальных значений $a, b, c$	Регрессия экспонентой $a \cdot e^{bx} + c$
<code>fft (y)</code> <code>FFT (y)</code>	$y$ — вектор данных	Вектор прямого преобразования Фурье (в разных нормировках)
<code>fhyper (a, b, c, x)</code>	$a, b, c$ — параметры $x$ — аргумент, $-1 < x < 1$	Гауссова гипергеометрическая функция
<code>find (x1, x2, ...)</code>	$x1, x2, \dots$ — переменные	Возвращает корень алгебраического уравнения (скаляр) или системы (вектор), определенных в блоке с <code>Given</code>
<code>floor (x)</code>	$x$ — аргумент	Наибольшее целое число, меньше или равно $x$
<code>Gamma (x)</code> <code>Gamma (a, x)</code>	$x$ — аргумент	Гамма-функция Эйлера или неполная гамма-функция порядка $a$
<code>genfit (x, y, g, G)</code>	$x, y$ — векторы данных $g$ — вектор начальных значений параметров регрессии $G(x, C)$ — векторная функция, составленная из функции пользователя и ее частных производных по каждому параметру	Вектор коэффициентов регрессии функциями пользователя общего вида

Таблица П3.3 (продолжение)

Функция	Аргументы	Описание
<code>geninv(A)</code>	$A$ — матрица	Создание обратной матрицы
<code>genvals(A, B)</code>	$A, B$ — квадратные матрицы	Расчет обобщенных собственных значений
<code>genvecs(A, B)</code>	$A, B$ — квадратные матрицы	Расчет обобщенных собственных векторов
<code>Given</code>		Ключевое слово для ввода систем уравнений, неравенств и т. п.
<code>Her(n, x)</code>	$x$ — аргумент $n$ — порядок	Полином Эрмита
<code>I0(x)</code> <code>I1(x)</code> <code>In(m, x)</code>	$x$ — аргумент	Модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого, первого и $m$ -го порядка
<code>ibeta(a, x, y)</code>	$x, y$ — аргументы $a$ — параметр	Неполная бета-функция
<code>identity(N)</code>	$N$ — размер матрицы	Создание единичной матрицы
<code>icfft(v)</code> <code>ICFFT(v)</code>	$v$ — вектор частотных данных Фурье-спектра	Вектор комплексного обратного преобразования Фурье (в разных нормировках)
<code>if(cond, x, y)</code>	<code>cond</code> — логическое условие $x, y$ — значения, возвращаемые, если условие верно (ложно)	Функция условия
<code>iff(v)</code> <code>IFFT(v)</code>	$v$ — вектор частотных данных Фурье-спектра	Вектор обратного преобразования Фурье (в разных нормировках)
<code>isNaN(x)</code>	$x$ — аргумент	Возвращает 1, если $x = \text{NaN}$ , и 0 — в остальных случаях
<code>lsString(x)</code>	$x$ — аргумент	Возвращает 1, если $x$ — строка, и 0 — в остальных случаях

Таблица П3.3 (продолжение)

Функция	Аргументы	Описание
<code>iwave(v)</code>	$v$ — вектор частотных данных вейвлет-спектра	Вектор обратного вейвлет-преобразования
<code>Im(z)</code>	$z$ — аргумент	Мнимая часть комплексного числа
<code>interp(s, x, y, t)</code>	$s$ — вектор вторых производных $x, y$ — векторы данных $t$ — аргумент	Сплайн-интерполяция
<code>intercept(x, y)</code>	$x, y$ — векторы данных	Коэффициент $b$ линейной регрессии $b+a \cdot x$
<code>J0(x)</code> <code>J1(x)</code> <code>Jn(m, x)</code>	$x$ — аргумент	Функция Бесселя первого рода нулевого, первого и $m$ -го порядка
<code>Jac(n, a, b, x)</code>	$x$ — аргумент $a, b$ — параметры $n$ — порядок	Полином Якоби
<code>js(n, x)</code>	$n$ — порядок $x$ — аргумент	Сферическая функция Бесселя первого рода
<code>K0(x)</code> <code>K1(x)</code> <code>Kn(m, x)</code>	$x$ — аргумент	Модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого, первого и $m$ -го порядка
<code>Kronecker delta(x, y)</code>	$x, y$ — аргументы	Дельта-символ Кронекера
<code>ksmooth(x, y, b)</code>	$x, y$ — векторы данных $b$ — ширина окна сглаживания	Сглаживание с помощью функции Гаусса
<code>Lag(n, x)</code>	$x$ — аргумент $n$ — порядок	Полином Лагерра
<code>last(v)</code>	$v$ — вектор	Индекс последнего элемента вектора
<code>Leg(n, x)</code>	$x$ — аргумент $n$ — порядок	Полином Лежандра

Таблица П3.3 (продолжение)

Функция	Аргументы	Описание
<code>length(v)</code>	<code>v</code> — вектор	Число элементов вектора
<code>line(x, y)</code>	<code>x, y</code> — векторы данных	Вектор из коэффициентов линейной регрессии $b+a \cdot x$
<code>linfit(x, y, F)</code>	<code>x, y</code> — векторы данных <code>F(x)</code> — векторная функция пользователя	Вектор коэффициентов регрессии функцией пользователя
<code>linterp(x, y, t)</code>	<code>x, y</code> — векторы данных <code>t</code> — аргумент	Кусочно-линейная интерполяция
<code>lgsfit(x, y, g)</code>	<code>x, y</code> — векторы данных <code>g</code> — вектор начальных значений <code>a, b, c</code>	Регрессия логистической функцией $a / (1+b \cdot e^{-cx})$
<code>ln(z)</code>	<code>z</code> — аргумент	Натуральный логарифм
<code>lnfit(x, y)</code>	<code>x, y</code> — векторы данных	Регрессия логарифмической функцией $a \cdot \ln(x) + b$
<code>loess(x, y, span)</code>	<code>x, y</code> — векторы данных <code>span</code> — параметр размера полиномов	Вектор коэффициентов для регрессии отрезками полиномов (применяется вместе с <code>interp</code> )
<code>log(z)</code>	<code>z</code> — аргумент	Десятичный логарифм
<code>log(z, b)</code>	<code>z</code> — аргумент	Логарифм <code>z</code> по основанию <code>b</code>
<code>logfit(x, y, g)</code>	<code>x, y</code> — векторы данных <code>g</code> — вектор начальных значений <code>a, b, c</code>	Регрессия логарифмической функцией $a \cdot \ln(x+b) + c$
<code>logpts(min, dec, N)</code>	<code>min</code> — показатель начала интервала <code>dec</code> — количество декад <code>N</code> — число точек в пределах каждой декады	Возвращает вектор из чисел, расположенных линейно-равномерно в пределах каждой логарифмической декады

Таблица П3.3 (продолжение)

Функция	Аргументы	Описание
<code>logspace (min, max, N)</code>	<code>min, max</code> — границы интервала <code>N</code> — число точек	Возвращает вектор из чисел, расположенных равномерно (в логарифмическом масштабе) на интервале ( <code>min, max</code> )
<code>lsolve (A, b)</code>	<code>A</code> — матрица СЛАУ <code>b</code> — вектор правых частей	Решение системы линейных уравнений (СЛАУ)
<code>lspline (x, y)</code>	<code>x, y</code> — векторы данных	Вектор коэффициентов линейного сплайна
<code>lu (A)</code>	<code>A</code> — квадратная матрица	LU-разложение
<code>matrix (M, N, f)</code>	<code>M</code> — количество строк <code>N</code> — количество столбцов <code>f(i, j)</code> — функция	Создание матрицы с элементами <code>f(i, j)</code>
<code>Maximize (f, x1, ...)</code>	<code>f(x1, ...)</code> — функция <code>x1, ...</code> — аргументы, по которым производится максимизация	Вектор значений аргументов, при которых функция <code>f</code> достигает максимума (возможно задание дополнительных условий в блоке <code>Given</code> )
<code>hyper (a, b, x)</code>	<code>x</code> — аргумент <code>a, b</code> — параметры	Конфлюэнтная гипергеометрическая функция
<code>Minerr (x1, x2, ...)</code>	<code>x1, x2, ...</code> — переменные	Возвращает вектор приближенного решения системы уравнений и неравенств, определенных в блоке с <code>Given</code>
<code>Minimize (f, x1, ...)</code>	<code>f(x1, ...)</code> — функция <code>x1, ...</code> — аргументы, по которым производится минимизация	Вектор значений аргументов, при которых функция <code>f</code> достигает минимума (возможно задание дополнительных условий в блоке <code>Given</code> )
<code>medsmooth (y, b)</code>	<code>y</code> — вектор данных <code>b</code> — ширина окна сглаживания	Сглаживание методом "бегущих медиан"

Таблица П3.3 (продолжение)

Функция	Аргументы	Описание
<code>multigrid (F, ncycle)</code>	<code>F</code> — матрица правой части уравнения Пуассона <code>ncycle</code> — параметр алгоритма	Матрица решения уравнения Пуассона на квадратной области с нулевыми граничными условиями
<code>n* (M, par)</code>	<code>M</code> — размер вектора <code>x</code> — значение случайной величины <code>par</code> — список параметров распределения	Вектор случайных чисел со статистикой
<code>norm1 (A)</code> <code>norm2 (A)</code> <code>norme (A)</code> <code>normi (A)</code>	<code>A</code> — квадратная матрица	Нормы матриц (L1, L2, евклидова, $\infty$ )
<code>num2str (z)</code>	<code>z</code> — число	Возвращает строку, чьи знаки соответствуют десятичному значению числа <code>z</code>
<code>Odesolve (t, t1 [, step])</code>	<code>t</code> — переменная интегрирования ОДУ <code>t1</code> — конечная точка интервала интегрирования <code>step</code> — число шагов интегрирования ОДУ	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для одного ОДУ, определенного в блоке с <code>Given</code> и начальными условиями в точке <code>t0</code>
<code>p* (x, par)</code>	<code>x</code> — значение случайной величины <code>par</code> — список параметров распределения	Функция распределения со статистикой
<code>pdsolve (u, x, xrange, t, trange, [xpts], [tpts])</code>	<code>u</code> — вектор имен функций <code>x</code> — пространственная переменная <code>xrange</code> — интервал интегрирования по пространству <code>t</code> — временная переменная <code>trange</code> — интервал интегрирования по времени	Возвращает скалярную функцию двух аргументов ( <code>x, t</code> ), являющуюся решением дифференциального уравнения (или системы уравнений) в частных производных

Таблица ПЗ.3 (продолжение)

Функция	Аргументы	Описание
	<p><code>xpts</code> — число пространственных узлов сетки</p> <p><code>tpts</code> — число временных шагов сетки</p>	
<code>pol2xy(r, θ)</code>	<code>r, θ</code> — полярные координаты	Преобразование полярных координат в прямоугольные
<code>polyroots(v)</code>	<code>v</code> — вектор, составленный из коэффициентов полинома	Возвращает вектор всех корней полинома
<code>predict(y, m, n)</code>	<p><code>y</code> — исходный вектор</p> <p><code>m</code> — число элементов <code>y</code>, по которым строится экстраполяция</p> <p><code>n</code> — количество предсказываемых элементов</p>	Функция предсказания, экстраполирующая вектор
<code>pspline(x, y)</code>	<code>x, y</code> — векторы данных	Вектор коэффициентов квадратичного сплайна
<code>pwfit(x, y, g)</code>	<p><code>x, y</code> — векторы данных</p> <p><code>g</code> — вектор начальных значений <code>a, b, c</code></p>	Регрессия степенной функцией $a \cdot x^b + c$
<code>q* (p, par)</code>	<p><code>p</code> — значение вероятности</p> <p><code>par</code> — список параметров распределения</p>	Квантиль (функция, обратная функции распределения) со статистикой
<code>qr(A)</code>	<code>A</code> — вектор или матрица	QR-разложение
<code>Radau(y0, t0, t1, M, D)</code>	См. <code>rkfixed</code>	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для жесткой системы ОДУ методом RADAUS
<code>radau(y0, t0, t1, M, D)</code>	См. <code>rkfixed</code>	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для жесткой системы ОДУ методом RADAUS (для определения только последней точки интервала)

Таблица П3.3 (продолжение)

Функция	Аргументы	Описание
<code>rank(A)</code>	$A$ — матрица	Ранг матрицы
<code>Re(z)</code>	$z$ — аргумент	Действительная часть комплексного числа
<code>READ*(file)</code>	<code>file</code> — строковое представление пути к файлу	Запись данных в файл типа
<code>regress(x, y, k)</code>	$x, y$ — векторы данных $k$ — степень полинома	Вектор коэффициентов для полиномиальной регрессии (применяется вместе с <code>interp</code> )
<code>Relax(a, b, c, d, e, F, v, rjac)</code>	$a, b, c, d, e$ — матрицы коэффициентов разностной схемы $F$ — матрица правой части уравнения $v$ — матрица граничных условий <code>rjac</code> — параметр алгоритма (0–1)	Матрица решения методом сеток дифференциального уравнения в частных производных на квадратной области
<code>reverse(v)</code>	$v$ — вектор	Перестановка элементов вектора в обратном порядке
<code>Rkadapt(y0, t0, t1, acc, D, k, s)</code>	$y_0$ — вектор начальных условий $(t_0, t_1)$ — интервал интегрирования <code>acc</code> — погрешность вычисления $D(t, y)$ — векторная функция, задающая систему ОДУ $k$ — максимальное число шагов интегрирования $s$ — минимальный шаг интегрирования	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для системы ОДУ методом Рунге—Кутты с переменным шагом и заданной точностью (для определения только последней точки интервала)
<code>Rkadapt(y0, t0, t1, M, D)</code>	См. <code>rkfixed</code>	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для системы ОДУ методом Рунге—Кутты с переменным шагом

Таблица П3.3 (продолжение)

Функция	Аргументы	Описание
<code>rkfixed(y0, t0, t1, M, D)</code>	<p><math>y_0</math> — вектор начальных условий</p> <p><math>(t_0, t_1)</math> — интервал интегрирования</p> <p><math>M</math> — число шагов интегрирования</p> <p><math>D(t, y)</math> — векторная функция, задающая систему ОДУ</p>	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для системы ОДУ методом Рунге—Кутты с фиксированным шагом
<code>root(f(x, ...), x[a, b])</code>	<p><math>f(x, \dots)</math> — функция</p> <p><math>x</math> — переменная</p> <p><math>(a, b)</math> — интервал поиска корня</p>	Возвращает корень функции
<code>round(x, n)</code>	<p><math>x</math> — аргумент</p> <p><math>n</math> — число знаков округления после десятичной точки</p>	Округление
<code>rows(A)</code>	$A$ — матрица или вектор	Число строк
<code>rref(A)</code>	$A$ — матрица или вектор	Преобразование матрицы в ступенчатый вид
<code>rsort(A, i)</code>	<p><math>A</math> — матрица</p> <p><math>i</math> — индекс строки</p>	Сортировка матрицы по элементам $i$ -ой строки
<code>sbval(z, x0, x1, D, load, score)</code>	<p><math>z</math> — вектор начальных приближений для недостающих начальных условий</p> <p><math>x_0</math> — левая граница</p> <p><math>x_1</math> — правая граница</p> <p><math>D(x, y)</math> — векторная функция, задающая систему ОДУ</p> <p><math>load(x_0, z)</math> — векторная функция с начальными условиями</p> <p><math>score(x_1, y)</math> — векторная функция, задающая правые граничные условия</p>	Возвращает вектор недостающих начальных условий для двухточечной краевой задачи для системы ОДУ

Таблица П3.3 (продолжение)

Функция	Аргументы	Описание
<code>search(S, Subs, m)</code>	$S$ — строка $Sub$ — подстрока $m$ — стартовая позиция поиска	Стартовая позиция подстроки в строке
<code>sec(z)</code>	$z$ — аргумент	Секанс
<code>sech(z)</code>	$z$ — аргумент	Гиперболический секанс
<code>sign(x)</code>	$x$ — аргумент	Знак числа
<code>signum(z)</code>	$z$ — аргумент	Комплексный знак числа $z /  z $
<code>sin(z)</code>	$z$ — аргумент	Синус
<code>sinh(z)</code>	$z$ — аргумент	Гиперболический синус
<code>sinfit(x, y, g)</code>	$x, y$ — векторы данных $g$ — вектор начальных значений $a, b, c$	Регрессия синусоидой $f(x) = a \cdot \sin(x+b) + c$
<code>sinc(z)</code>	$z$ — аргумент	Sinc-функция
<code>SIUnitsOf(x)</code>	$x$ — аргумент	Возвращает единицу измерения в системе СИ
<code>slope(x, y)</code>	$x, y$ — векторы данных	Коэффициент $a$ линейной регрессии $b+a \cdot x$
<code>sort(v)</code>	$v$ — вектор	Сортировка элементов вектора
<code>sph2xyz(r, <math>\theta</math>, <math>\phi</math>)</code>	$r, \theta, \phi$ — сферические координаты	Преобразование сферических координат в прямоугольные
<code>stack(A, B, C, ...)</code>	$A, B, C, \dots$ — векторы или матрицы	Слияние матриц сверху вниз
<code>Stiffb(y0, t0, t1, M, D, J)</code>	См. <code>rkfixed</code> $J(t, y)$ — матричная функция Якоби для $D(t, y)$	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для жесткой системы ОДУ методом Булирша—Штера

Таблица П3.3 (продолжение)

Функция	Аргументы	Описание
<code>stiffb(y0, t0, t1, acc, D, J, k, s)</code>	См. <code>rkadapt</code> $J(t, y)$ — матричная функция Якоби для $D(t, y)$	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для жесткой системы ОДУ методом Булирша—Штера (для определения только последней точки интервала)
<code>StiffR(y0, t0, t1, M, D, J)</code>	См. <code>stiffb</code>	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для жесткой системы ОДУ методом Розенброка
<code>stiffR(y0, t0, t1, acc, D, J, k, s)</code>	См. <code>stiffb</code>	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для жесткой системы ОДУ методом Розенброка (для определения только последней точки интервала)
<code>str2num(S)</code>	$S$ — строка	Преобразование строкового представления в действительное число
<code>str2vec(S)</code>	$S$ — строка	Преобразование строкового представления в вектор ASCII-кодов
<code>strlen(S)</code>	$S$ — строка	Количество знаков в строке
<code>submatrix(A, ir, jr, ic, jc)</code>	$A$ — матрица $ir, jr$ — строки $ic, jc$ — столбцы	Возвращает часть матрицы, находящуюся между $ir, jr$ строками и $ic, jc$ столбцами
<code>substr(S, m, n)</code>	$S$ — строка	Подстрока, полученная из строки $S$ выделением $n$ знаков, начиная с позиции $m$ в строке $S$
<code>supsmooth(x, y)</code>	$x, y$ — векторы данных	Сглаживание с помощью адаптивного алгоритма

Таблица ПЗ.3 (продолжение)

Функция	Аргументы	Описание
<code>svd(A)</code>	$A$ — действительная матрица	Сингулярное разложение
<code>svds(A)</code>	$A$ — действительная матрица	Вектор, состоящий из сингулярных чисел
<code>tan(z)</code>	$z$ — аргумент	Тангенс
<code>tanh(z)</code>	$z$ — аргумент	Гиперболический тангенс
<code>Tcheb(n, x)</code>	$x$ — аргумент $n$ — порядок	Полином Чебышева первого рода
<code>time(x)</code>	$x$ — аргумент	Значение системной константы текущего времени
<code>tr(A)</code>	$A$ — квадратная матрица	След матрицы
<code>trunc(x)</code>	$x$ — аргумент	Целая часть числа
<code>Ucheb(n, x)</code>	$x$ — аргумент $n$ — порядок	Полином Чебышева второго рода
<code>vec2str(v)</code>	$v$ — вектор ASCII-кодов	Строковое представление элементов вектора $v$
<code>wave(y)</code>	$y$ — вектор данных	Вектор прямого вейвлет-преобразования
<code>WRITE*(file)</code>	<code>file</code> — строковое представление пути к файлу	Запись данных в файл
<code>xy2pol(x, y)</code>	$x, y$ — прямоугольные координаты на плоскости	Преобразование прямоугольных координат в полярные
<code>xyz2cyl(x, y, z)</code>	$x, y, z$ — прямоугольные координаты	Преобразование прямоугольных координат в цилиндрические
<code>xyz2sph(x, y, z)</code>	$x, y, z$ — прямоугольные координаты	Преобразование прямоугольных координат в сферические
<code>Y0(x)</code> <code>Y1(x)</code> <code>Yn(m, x)</code>	$x$ — аргумент, $x > 0$	Функция Бесселя второго рода нулевого, первого и $m$ -го порядка

Таблица ПЗ.3 (окончание)

Функция	Аргументы	Описание
$y_s(n, x)$	$n$ — порядок $x$ — аргумент	Сферическая функция Бесселя второго рода
$\Phi(x)$	$x$ — аргумент	Функция Хевисайда

### Примечание

Некоторые функции, составляющие семейства типовых функций, приведены в сокращенном виде с недостающей частью имени в виде звездочки (\*). Например, различные статистические функции, описывающие разные распределения или функции вывода в файлы. Специальных функций комплексного аргумента с измененной нормировкой, а также финансовых функций (см. главу 10) в данном списке нет.

# Список литературы

## I. Книги и мультимедийные учебники автора

1. Кирьянов Д. В., Кирьянова Е. Н. Лекции по вычислительной физике. — М.: Полибук Мультимедиа, 2005.

Современный курс "Computational science", разбитый на две части: моделирование и обработка эксперимента. Это "живая книга" с мультимедийным учебником (курсом виртуальных видеолекций) и интерактивными расчетами всех иллюстраций, выполненными в формате Mathcad. Примеры оформлены в формате электронной книги Mathcad, что облегчает их использование в собственных расчетах читателя и позволяет "поиграть" параметрами.

2. Кирьянов Д. В. Mathcad 13 в подлиннике. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005.

Описание работы численных методов, реализованных в системе Mathcad. Книга содержит примеры расчета типовых задач линейной алгебры, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, статистики и обработки данных. Наряду с традиционными, автор предлагает неочевидные приемы решения актуальных задач современной вычислительной науки. Примеры оформлены в формате электронной книги Mathcad, что обеспечивает их быстрый просмотр с компакт-диска и использование в собственных расчетах читателя.

3. Кирьянов Д. В. Вычислительная математика. Мультимедийный обучающий CD. — М.: Новый Диск, 2005.

Мультимедийный учебник (курс виртуальных видеолекций), созданный на основе лекционного курса по вычислительной физике, прочитанного автором в МГУ им. Ломоносова.

4. **[www.keldysh.ru/comma](http://www.keldysh.ru/comma)** — обучающий и справочный ресурс по вычислительной математике (облегченная версия мультимедийного учебника, содержащая всю гипертекстовую составляющую и часть медиа-контента в формате Flash).

## II. Литература по математике и методам вычислений

1. Анищенко В. С. Сложные колебания в простых системах. — М.: Наука, 1990.
2. Бат М. Спектральный анализ в геофизике. — М., Наука, 1980.
3. Гласко В. Б. Обратные задачи математической физики. — М.: МГУ, 1984.
4. Дьяконов В. П. Справочник по алгоритмам и программам на языке Бейсик для ПЭВМ. — М.: Наука, 1987.
5. Калиткин Н. Н. Численные методы. — М.: Наука, 1978.
6. Каханер Д., Моулер К., Нэш С. Численные методы и программное обеспечение. — М.: Мир, 2001.
7. Кунин С. Вычислительная физика: Пер. с англ. — М.: Мир, 1992.
8. Пытьев Ю. П., Шишмарёв И. А. Курс теории вероятности и математической статистики для физиков. — М.: МГУ, 1983.
9. Рябенкий В. С. Введение в вычислительную математику. — М.: Наука, 1994.
10. Свирежев Ю. М., Логофет Д. О. Устойчивость биологических сообществ. — М.: Наука, 1978.
11. Странные аттракторы (сборник). — М.: Мир, 1981.
12. Федоренко Р. П. Введение в вычислительную физику. — М.: МФТИ, 1984.

# Предметный указатель

## З

3D Bar Plot 377  
3D Scatter Plot 377

## А

Area 435  
Array 142  
Autosave 57

## В

Boundary value problem 253  
Break 206  
Built-in constants 132  
Button 164  
В-сплайн 355

## С

Check Box 163  
Component 428  
Condition number 297  
Context menu 16  
Continue 207  
Contour Plot 376  
Control 163  
Crosshair 61  
CTOL 133 230  
Cumulative probability 338  
Custom Characters 22  
CWD 133

## Д

Data Import Wizard 423  
Debug 20  
Decimal notation 129  
Delimited text 424  
Determinant 276

## Е

Editing lines 61  
Eigenvalue 260  
Error 209  
Excel 423  
Explicit 194  
Exponential notation 129  
Exponential threshold 157  
Extra math symbols 113

## F

For 205  
Format:

- decimal 158
- engineering 158
- engineering 159
- fraction 159
- scientific 159

## Г

General format 158  
Graph area 428

**H**

Handle 431  
HBK-файл 456, 459  
Help 34  
HTML 58

**I**

If 204  
Imaginary unit 130  
Insertion line 61

**L**

Level of accuracy 159  
List Box 164  
Live symbolic evaluation 167  
Local Definition 203  
LU-разложение 305

**M**

Math area 428  
Math region 62  
Menu bar 16  
Microsoft Word 7

**N**

Namespace 115  
NaN 135  
Nested array 151  
Norm 296  
Notation 129, 156  
    decimal 156  
    exponential 156  
Numerical evaluation 98

**O**

Object 428  
On error 209

ORIGIN 133, 135, 144  
Otherwise 203, 205

**P**

Placeholder 62  
Polar Plot 376  
Pop-up menu 16  
PRNPRECISION 133

**Q**

QR-разложение 304

**R**

Radio Button 163  
Range variable 141, 142, 286  
Rank 298  
READFILE 426  
Reference 466  
Region 435  
Resource Center 34, 39, 40  
Resources 16  
Return 208  
RNCOLWIDTH 133  
Ruler 28

**S**

Scientific notation 129  
Seed value 344  
Settings 451  
SI 140  
Singular value decomposition 307  
Slider 164  
Status line 16  
Surface plot 402  
Surface Plot 376  
Symbolic evaluation 98

**T**

Tag 463  
Template 51

Text area 428  
 Text Box 164  
 Text insertion point 61  
 Text region 74  
 Toolbars 16  
 Trace 279, 380  
 Trace Window 8 16  
 Trailing zero 157  
 Transpose 273

## U

Underline 61

## V

Vector Field Plot 377

## W

While 205  
 Worksheet 8, 16, 49  
 Worksheet  
 WYSIWYG 5

## X

Xls 423  
 XML 7  
 XY Plot 376

## Z

Zoom 30  
 Z-преобразование 191  
 Векторное произведение 279

## A

Абзац текстового региона 442  
 Автоматические вычисления 116  
 Автоматическое сохранение 57  
 Алгоритм Гаусса 299  
 Аргумент комплексного числа 316

## Б

Бесконечность 108, 132  
 Блокировка зоны 437  
 БПФ 367  
 Быстрые шпаргалки 34

## В

Вейвлет-преобразование 370  
 Вектор 142

Верхний индекс 291  
 Возведение в степень 280  
 Возврат значения программы 208  
 Восьмеричное число 130  
 Вставка 429  
 Встроенная константа TOL 217  
 Встроенные константы 132  
 Выделение области 433  
 Выравнивание:  
   матрицы 154  
   текста 443  
 Вычислительный:  
   блок 227, 240  
   процессор 96, 98

## Г

Гамма-функция 321  
 Гиперболические функции 319

Гипергеометрическая функция 321

Гиперссылка 77, 463

Гистограмма 345, 395

Глобальное присваивание 111

График:

поверхности 287, 402

трехмерной кривой 287

Греческие символы 70

## Д

Двоичное число 130

Десятичное число 129, 157

Дисперсия 347

Дифференциальное уравнение в частных  
производных 262

Дифференцирование 183, 219

функций многих переменных 221

Документ 49

закрытие 60

открытие 60

открытие в Интернете 60

отправка по электронной почте 89

печать 88

создание 50

сохранение 54

установки 451

шаблон 51

## Е

Единица измерения 135

вставка 136

пользовательская 141

## З

Заголовок графика 397

Задача:

Коши 239, 243

краевая 239

Замена 86

Запирание зоны 437

Знак числа 316

Зона 435

## И

Именной оператор 115

Имя 100

Индекс 142

Интеграл вероятности 339

Интегрирование 184, 215

алгоритмы 216

кратные интегралы 218

с бесконечными пределами 216, 218

Интерполяция:

линейная 352

сплайнами 353

## К

Калькулятор 70

Кнопка 164

Ковариация 348

Колонтитул 449

Комплексное сопряжение 105

Комплексное число 130, 316

Компонент 429

Копирование области 430

Корень уравнения 224

Корреляция 348

Косеканс 318

Косинус 318

Коэффициент корреляции 348

Краевая задача:

для ОДУ 254

Штурма—Лиувилля 260

Кронекера символ 327

Курсор 26

ввода 61

## Л

Лапласа преобразование 190

Легенда 391  
 Линейка 28  
 Линия:  
   ввода 28, 61, 63, 276, 429  
   ввода текста 61 74  
   программы 200  
   редактирования 26  
 Логарифм 317  
 Логические операторы 109  
 Локальное присваивание 203

**М**

Максимум функции 234  
 Маркер 390, 431  
 Массив 142  
   вложенный 156  
   доступ к столбцу 144  
   доступ к элементу 143  
   создание 147, 150  
 Мастер импорта данных 423  
 Математическая область 62  
 Матрица 142  
   доступ к столбцу 144  
   доступ к элементу 143  
   единичная 290  
   матричные операторы 272  
   отображение 154  
   создание 148  
   треугольная 304  
 Медиана случайной величины 347  
 Меню контекстное 18  
 Местозаполнитель 12 62  
 Метод:  
   градиентный 231  
   наименьших квадратов 361  
   релаксации 270  
   Рунге—Кутты 240, 243  
   стрельбы 253  
 Минимум функции 234  
 Мнимая единица 130, 132  
 Мнимое число 130  
 Модель:  
   осциллятор 244

  собственных колебаний струны 260  
   химической кинетики  
     (Робертсона) 250  
 Модуль вектора 277

## Н

Научный формат 129  
 Начальное значение 224  
   генератора псевдослучайных  
   чисел 344  
 Невязка 299  
 Неравенство 229  
 НеЧисло 135  
 Норма матрицы 296  
 Нормированные функции Бесселя 314  
 Ноль незначащий 157

## О

Обобщенное собственное значение 302  
 Обработка ошибок 209  
 Обрамление области 434  
 Обратная матрица 280, 290  
 ОДУ 239  
   высшего порядка 240  
   задача на собственные значения 259  
   краевая задача 254  
   начальные условия 240, 243  
   решение в одной точке 248  
   система 243  
   стандартная форма (Коши) 243  
   фазовый портрет 246  
 Окно 30  
   активное 31  
   отладки 8, 16  
   сглаживания 366  
   трассировки 8  
 Округление 326  
 Операнд 65, 103  
 Оператор 65, 69, 102  
   векторизации 281  
   выбор стиля 71

глобального присваивания 111  
логический или булев 109  
отрицания 65  
пользователя 113  
присваивания 92, 94  
символьного вывода 98  
умножения 71  
численного вывода 98  
Определитель 276  
Оптимизация 235  
    вычислений 121  
Опции документа 73  
Орфография 87  
Оси графика 386  
Отладка программ 20  
Отображение матриц 154  
Ошибки показ на графике 397

## П

Пакет расширения 48, 454  
Палитра 20  
Панель:  
    инструментов 19  
    настройка 25  
    математическая 20  
    навигации 453  
    отладки 20  
    специальные символы 22  
Параллельные вычисления 145  
Переключатель 163  
Переменная 91  
    ранжированная 142, 144  
    строковая 134  
Перемещение области 429  
Перехват ошибок 209  
Печать документа 88  
Подобные слагаемые 175  
Подстановка переменной 181  
Поиск 85  
Поле текстового ввода 164  
Ползунковый регулятор 164  
Полином 176, 321

    корень 226  
Полоса прокрутки 28  
Поля 448  
Полярные координаты 329  
Полярный график 382  
Порядковый порог 157  
Правка формул 66  
Преобразование:  
    координат 329  
    Фурье 189  
Прерывание цикла 206  
Проверка орфографии 87  
Программирование 197, 211  
Производная 184  
Процент 132  
Прямоугольные координаты 329

## Р

Рабочая область 8, 26, 49  
Разделение областей 431  
Разложение:  
    в ряд 185  
    Холецкого 304  
Размерность 135  
Ранг матрицы 298  
Регион 435  
Регрессия:  
    двумерная 363  
    линейная 360  
    общего вида 364  
Результат 132  
    представление 156  
Ручка 431  
Ряд 179  
    данных 380, 395  
    Тейлора 185

## С

Сбор данных 153  
Секанс 318

Сетка графика 389  
 Символьный процессор 98  
 Сингулярное разложение 307  
 Сингулярность 298  
 Система:  
   дифференциальных уравнений 243  
   единиц 140  
   линейных алгебраических  
   уравнений 298  
   счисления 130  
 Скалярное произведение 278  
 Сканирование 235  
 Скобки 71  
 Скрытие зоны 437  
 След матрицы 279  
 Случайная величина:  
   квантиль распределения 338  
   функция распределения 338  
 Собственное значение 260, 300  
   краевой задачи 260  
 Собственная функция:  
   краевой задачи 260  
 Собственный вектор 300  
 Сортировка массива 294  
 Сохранение в формате HTML 58  
 Спектр 367  
 Спираль 287  
 Список 164, 442  
 Слайн-коэффициенты 354  
 Слайн-интерполяция 353  
 Справка 34  
   для авторов и разработчиков 34  
   для авторов 456  
   содержание 37  
 Среднее значение случайной  
   величины 347  
 Среднеквадратичное отклонение 347  
 Ссылка 466  
 Стиль текста и формул 443  
 Страница 447  
 Строка 134, 324  
   состояния 33  
 Сферическая функция Бесселя 313

Сферические координаты 329

## Т

Таблица ввода 152  
 Тангенс 318  
 Тег 463  
 Текст 439  
   импорт 75  
 Текстовая область 74  
 Тензор 142, 151, 156  
 Транспонирование 273  
 Трассировка графиков 391  
 Треугольное разложение матрицы 305

## У

Удаление области 432  
 Указатель мыши 61  
 Упрощение выражений 172  
 Уравнение:  
   алгебраическое 224  
   в частных производных 239, 262  
   обыкновенное дифференциальное  
   (ОДУ) 239  
   приближенное решение 232  
   Пуассона 268  
 Уровень точности 159  
 Условный оператор 204  
 Установки документа 451

## Ф

Финансовые функции 331  
 Флажок проверки 163  
 Формат:  
   десятичный 158  
   дробный 159  
   инженерный 158, 159  
   научный 159  
   основной 158  
   результата 139, 157

числа 158  
Форумы 35  
Функция 94  
    Бесселя 308  
    встроенная 10  
    максимум 234  
    минимум 234  
    ошибок 339  
    пользователя 95  
    разложение в ряд 185  
    условия 198  
    Хевисайда 323  
    Эйри 312  
Фурье преобразование 189

## Ц

Цикл 144, 198  
Цилиндрические координаты 329

## Ч

Число обусловленности 297

## Ш

Шаблон 50 51  
Шестнадцатеричное число 130  
Шкала графика 388  
Шпаргалки 39  
Шрифт 440

## Э

Экспонента 317  
Экстремум 234  
    условный 237  
Электронная книга 45  
Элемент управления 163

## Я

Явные вычисления 194  
Якобиан 252