

Лекция 3

Элементы механики жидкостей и газов

***Мухаммадиев
Бехруз***

2021 г.

План

1. Вступление. Давление. Закон Паскаля. Гидростатическое давление. Сила Архимеда
2. Уравнение неразрывности
3. Уравнение Бернулли
4. Вязкость (внутренне трение)
5. Число Рейнольдса. Принцип подобия
6. Методы определения вязкости: метод Стокса;

Напоминание школьной программы

Давление

– это сила, действующая на единицу площади:

$$p = \frac{F}{S}$$

$$p = \frac{dF}{dS}$$

$$[p] = \frac{H}{m^2} = Па$$

Закон Паскаля

Давление в любой точке покоящегося газа или жидкости одинаково по всем направлениям и одинаково передаётся по всему объёму

Гидростатическое давление

$$p_2 = \rho \cdot g \cdot h$$

Закон Архимеда

На тело, погружённое в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости (газа):

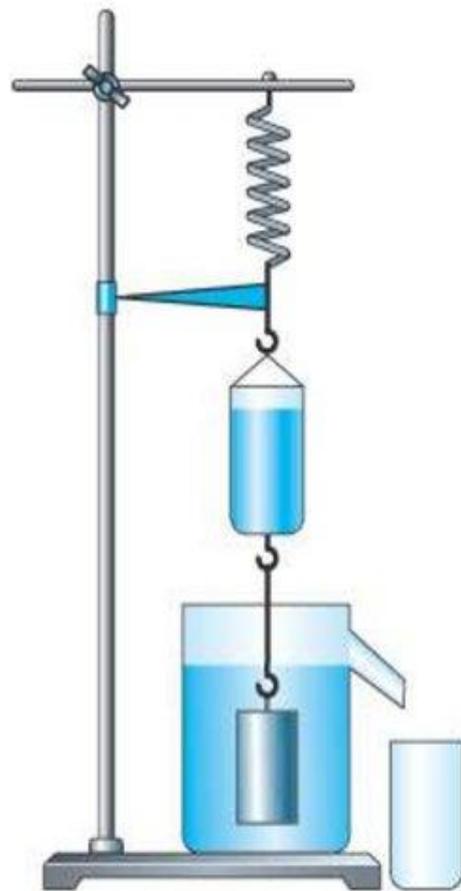
$$F_A = \rho \cdot g \cdot V_{погр.}$$

ЗАКОН АРХИМЕДА

Сила Архимеда, выталкивающая целиком погруженное в жидкость или газ тело, равна весу жидкости или газа в объеме этого тела.

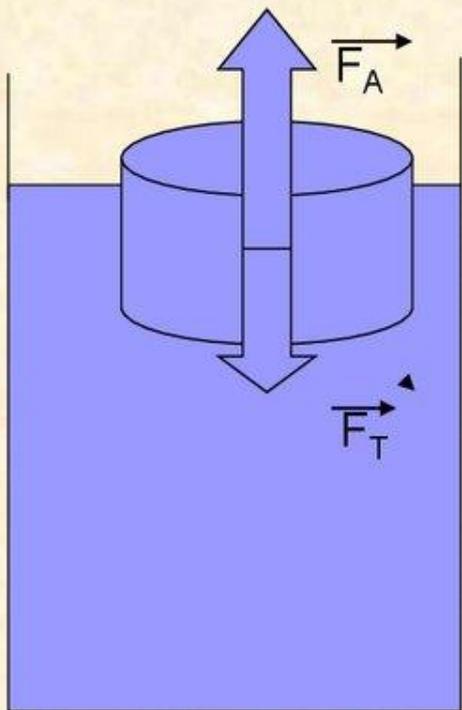
$$F_A = P_{\text{ж}}$$

$$F_A = g \rho_{\text{ж}} V_{\text{Т}}$$



НАПРАВЛЕНИЕ F_A

- **Сила Архимеда**- это сила, выталкивающая тело из жидкости и газа, **направленная вертикально вверх**.



Механика жидкостей и газов (гидроаэродинамика)

– это раздел механики, в котором изучаются законы равновесия и движения жидкой (и газообразной) среды и её взаимодействия с телами, обтекаемыми этой средой

– использует **единый подход** для описания поведения жидкостей и газов

– жидкости и газы считаются **несжимаемыми**

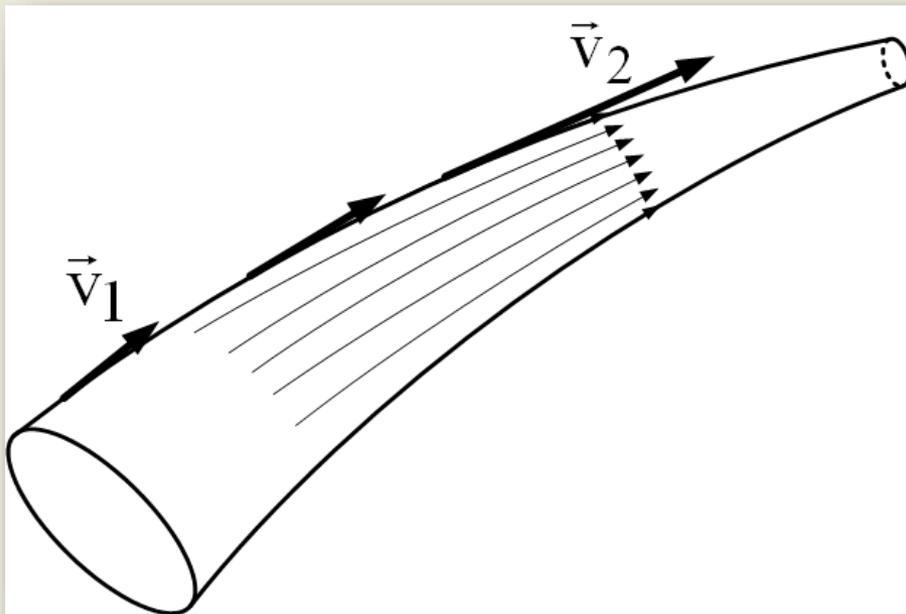
– отвлекаются от молекулярного строения жидкости или газа и рассматривают её как **сплошную, непрерывную среду**

Течение установившееся (стационарное), если:

скорость потока в данной точке не зависит от времени

Линия тока – мысленно проведённая линия, касательная к которой в каждой точке **совпадает с направлением скорости частиц \vec{V}**

Трубка тока – поверхность, образованная линиями тока, проведёнными через все точки замкнутого контура



При установившемся течении линии тока не изменяются, и частицы жидкости не пересекают поверхность трубки тока, так как линия тока совпадает с траекторией частицы

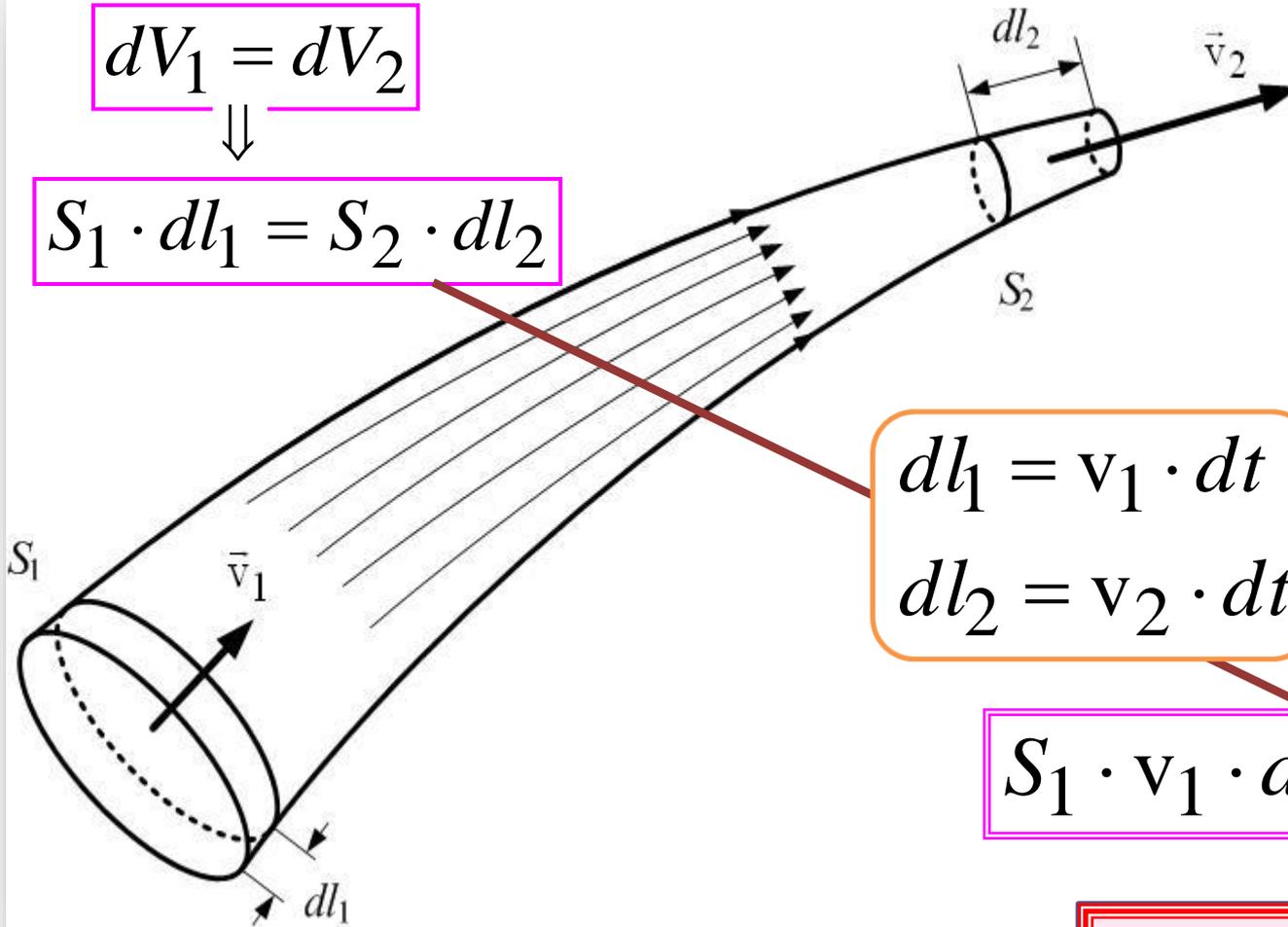
Уравнение неразрывности

Рассматривается стационарное течение несжимаемой жидкости

$$dV_1 = dV_2$$



$$S_1 \cdot dl_1 = S_2 \cdot dl_2$$



$$dl_1 = v_1 \cdot dt$$

$$dl_2 = v_2 \cdot dt$$

$$S_1 \cdot v_1 \cdot dt = S_2 \cdot v_2 \cdot dt$$

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

Уравнение Бернулли (для идеальной жидкости)

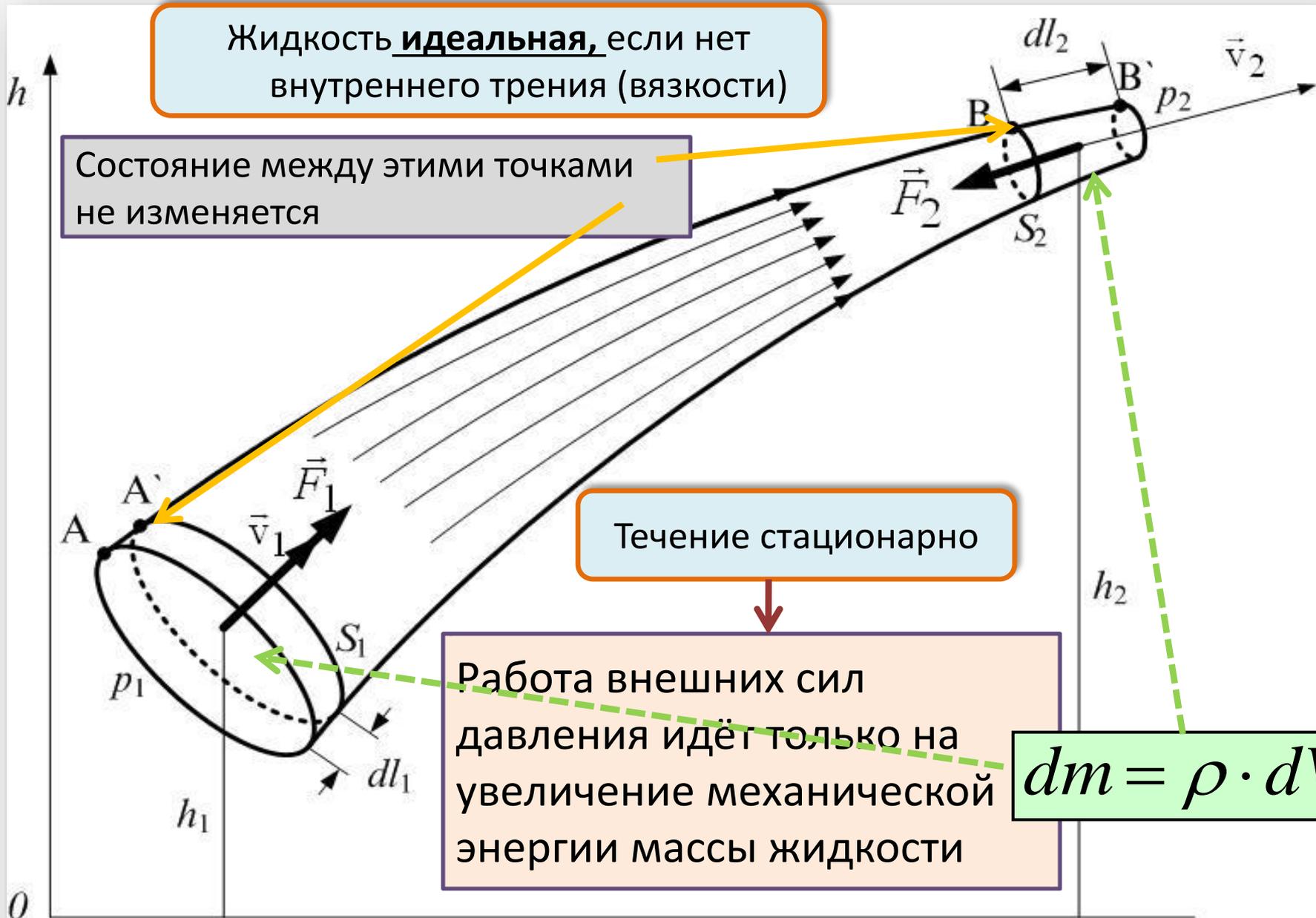
Жидкость идеальная, если нет внутреннего трения (вязкости)

Состояние между этими точками не изменяется

Течение стационарно

Работа внешних сил давления идёт только на увеличение механической энергии массы жидкости

$$dm = \rho \cdot dV$$



Уравнение Бернулли

Работа внешних сил давления идёт только на увеличение механической энергии массы жидкости

$$dA_{\text{внеш.}} = dW = W_2 - W_1$$

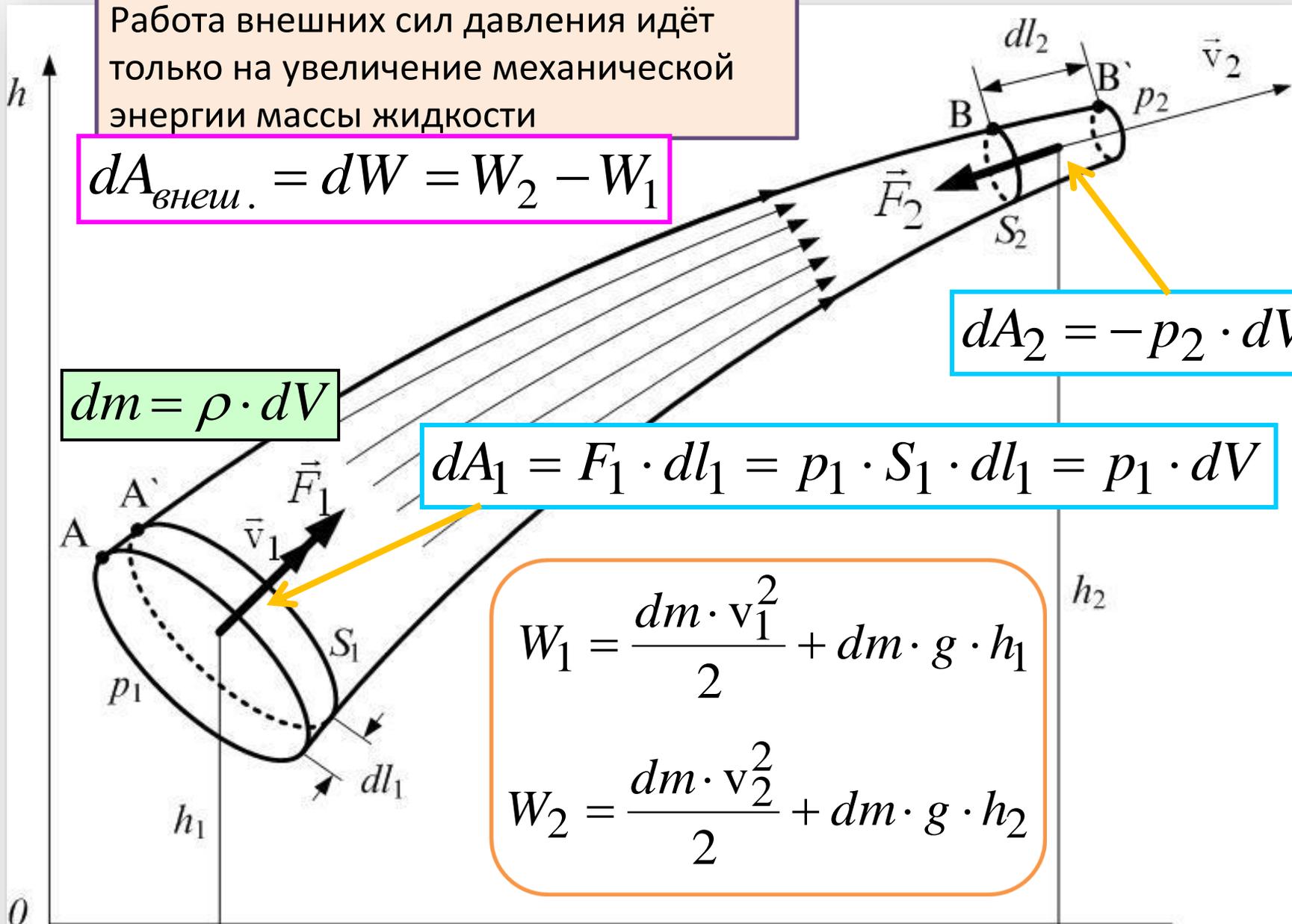
$$dA_2 = -p_2 \cdot dV$$

$$dm = \rho \cdot dV$$

$$dA_1 = F_1 \cdot dl_1 = p_1 \cdot S_1 \cdot dl_1 = p_1 \cdot dV$$

$$W_1 = \frac{dm \cdot v_1^2}{2} + dm \cdot g \cdot h_1$$

$$W_2 = \frac{dm \cdot v_2^2}{2} + dm \cdot g \cdot h_2$$



Уравнение Бернулли

$$dA_{\text{внеш.}} = dW = W_2 - W_1$$

$$dA_1 = p_1 \cdot dV$$

$$dA_2 = -p_2 \cdot dV$$

$$W_1 = \frac{dm \cdot v_1^2}{2} + dm \cdot g \cdot h_1$$
$$W_2 = \frac{dm \cdot v_2^2}{2} + dm \cdot g \cdot h_2$$

$$dA_{\text{внеш.}} = dA_1 + dA_2 = (p_1 - p_2) \cdot dV$$

$$W_2 - W_1 = dm \cdot \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g(h_2 - h_1) \right)$$

$$(p_1 - p_2) \cdot dV = dm \cdot \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g(h_2 - h_1) \right)$$

Уравнение Бернулли

$$(p_1 - p_2) \cdot dV = dm \cdot \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g(h_2 - h_1) \right)$$



$$(p_1 - p_2) = \frac{dm}{dV} \cdot \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g(h_2 - h_1) \right)$$

$$dm = \rho \cdot dV$$

$$(p_1 - p_2) = \rho \cdot \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g(h_2 - h_1) \right)$$

Уравнение Бернулли

$$(p_1 - p_2) = \rho \cdot \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g(h_2 - h_1) \right)$$



$$p_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_1 = p_2 + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_2$$

$$p + \frac{\rho \cdot v^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h = const$$

Статическое
давление

Динамическое
давление

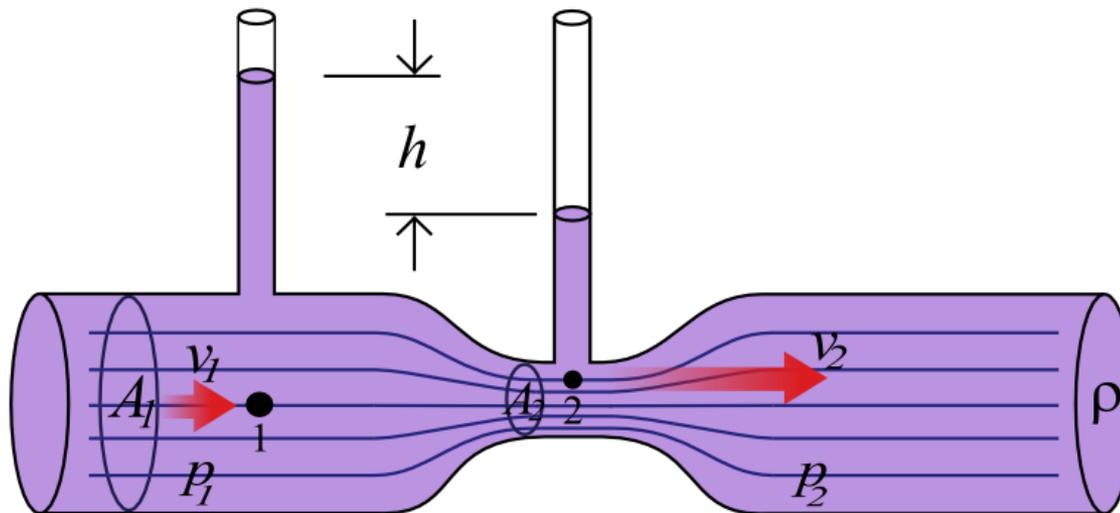
Гидростатическое давление

Уравнение Бернулли

В любом сечении трубки тока сумма **статического, динамического и гидростатического** давлений остаётся постоянной

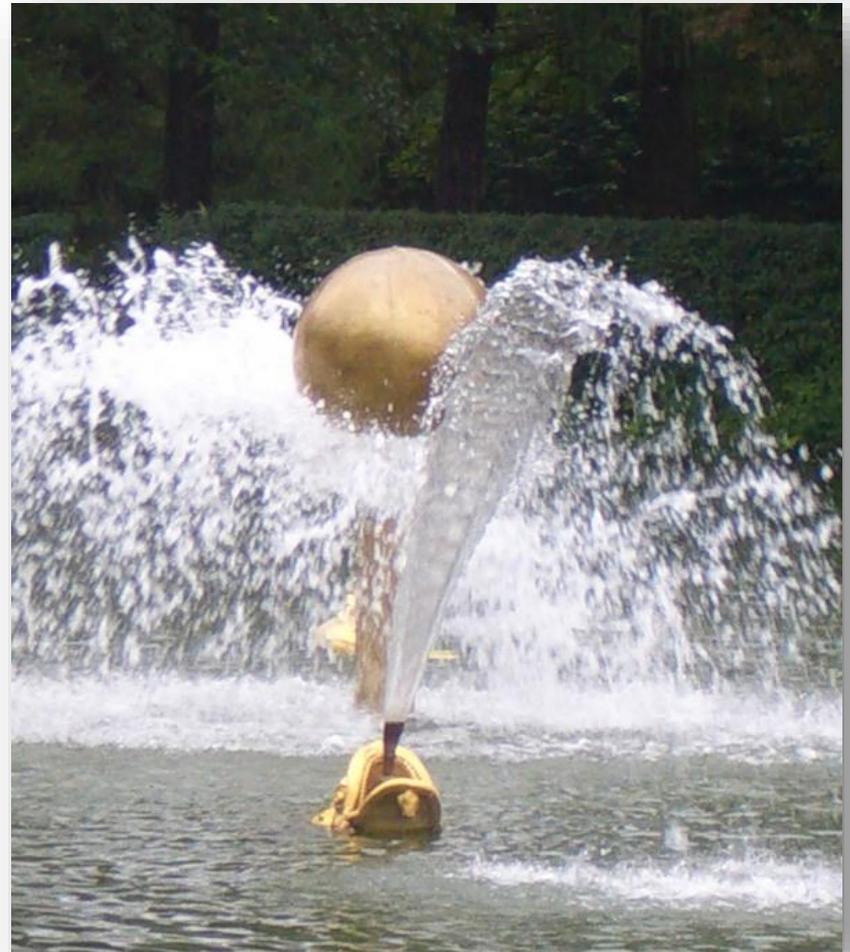
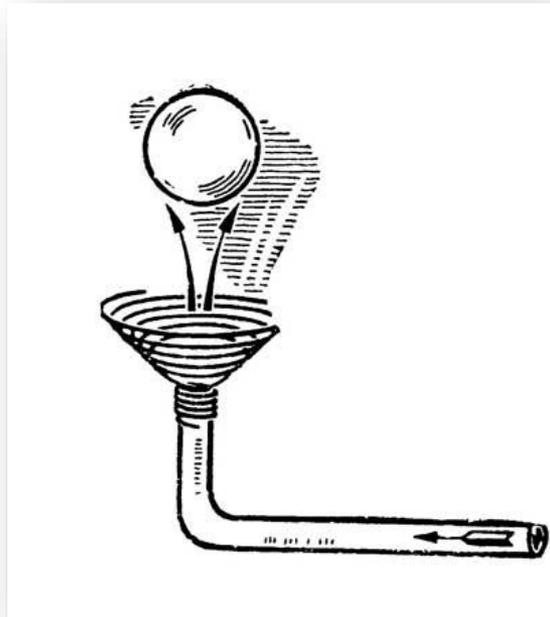
$$p + \frac{\rho \cdot v^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h = const$$

В горизонтальной трубе в местах сужения, где скорость потока больше, статическое давление падает



Видео: шарик парит в струе воздуха

<http://www.musicasenlinea.com/videos/aeeee-ae-te-;5z1uDgYjiAl.html>



Вязкость (внутреннее трение)

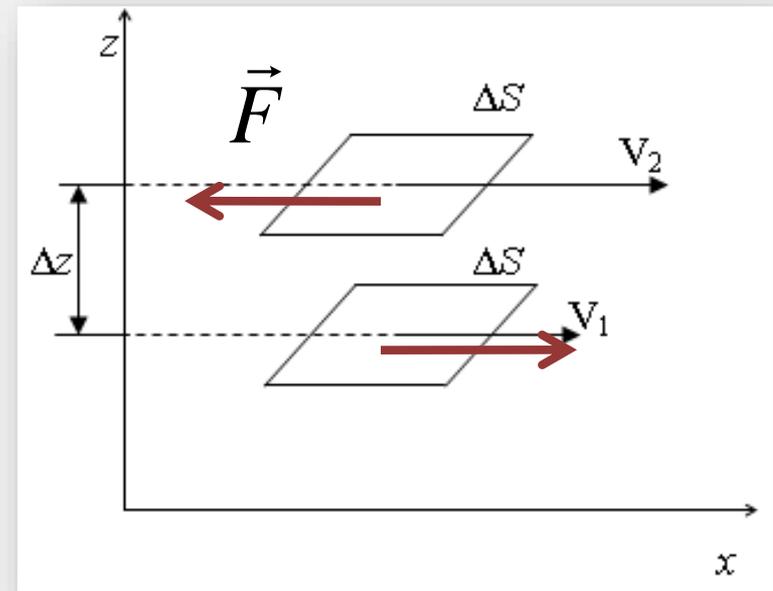
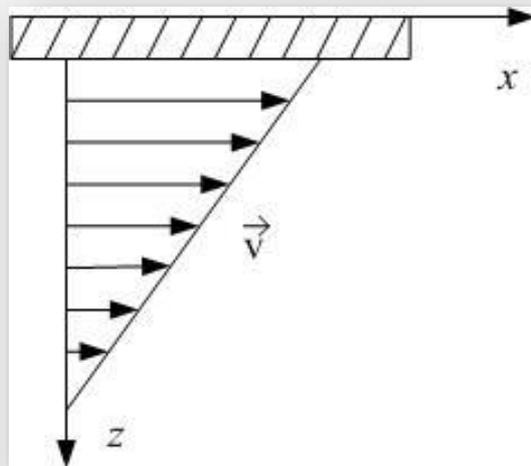
Во всех реальных жидкостях и газах при перемещении одного слоя относительно другого возникают силы трения

Со стороны слоя, движущегося более быстро, на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила

Со стороны слоя, движущегося медленнее, на более быстрый слой действует тормозящая сила

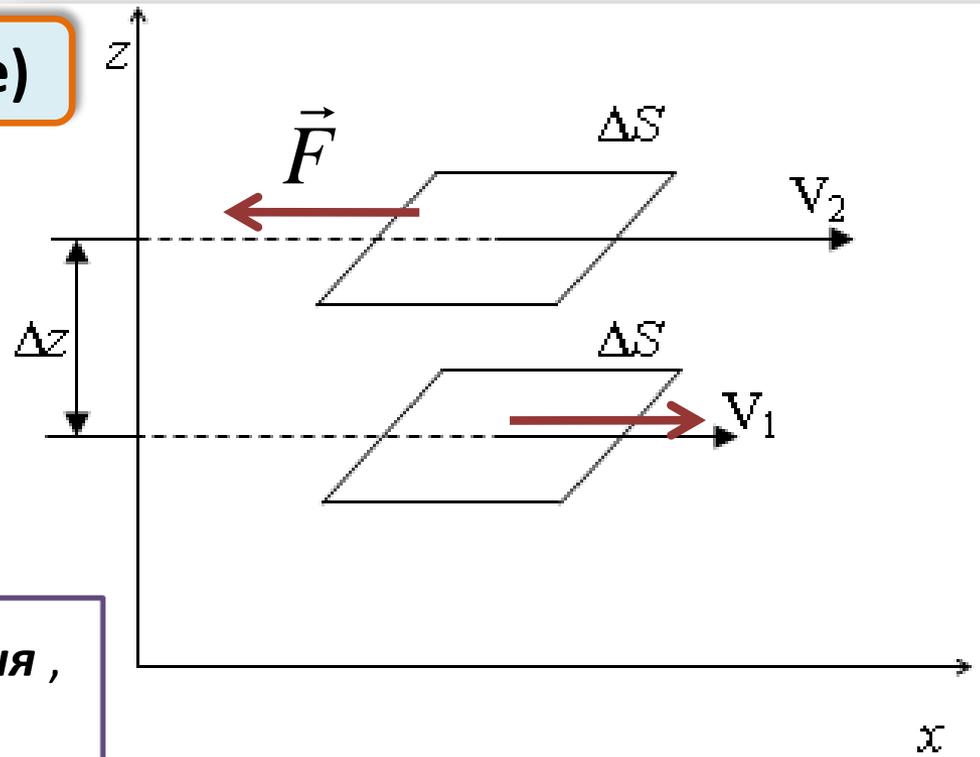
Это силы **внутреннего трения**

Они направлены по касательной к поверхности слоёв



Вязкость (внутреннее трение)

Рассматриваются два слоя жидкости (газа) площади ΔS , отстоящие друг от друга на расстояние Δz и движущиеся перпендикулярно оси OZ с разными скоростями



Величина **силы внутреннего трения**, действующей между слоями, пропорциональна площади соприкосновения движущихся слоёв и градиенту скорости (закон Ньютона):

$$\vec{F} = -\eta \frac{d\vec{v}}{dz} \Delta S$$

Закон
Ньютона

$$\frac{dv}{dz} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta z}$$

– **градиент скорости**

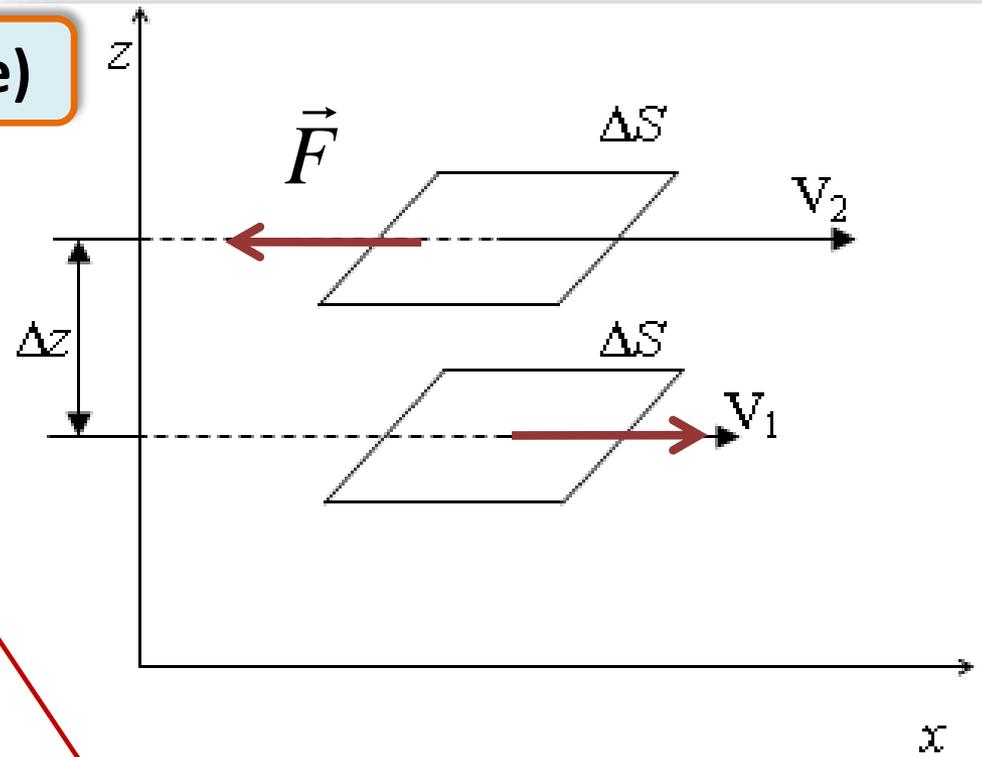
показывает, как быстро
меняется скорость при
переходе от слоя к слою

Вязкость (внутреннее трение)

$$\vec{F} = -\eta \frac{d\vec{v}}{dz} \Delta S$$

Коэффициент вязкости
(динамическая вязкость)

$$[\eta] = \text{Па} \cdot \text{с}$$



Знак «-» показывает, что сила направлена противоположно градиенту скорости, то есть быстрый слой тормозится, а медленный – ускоряется

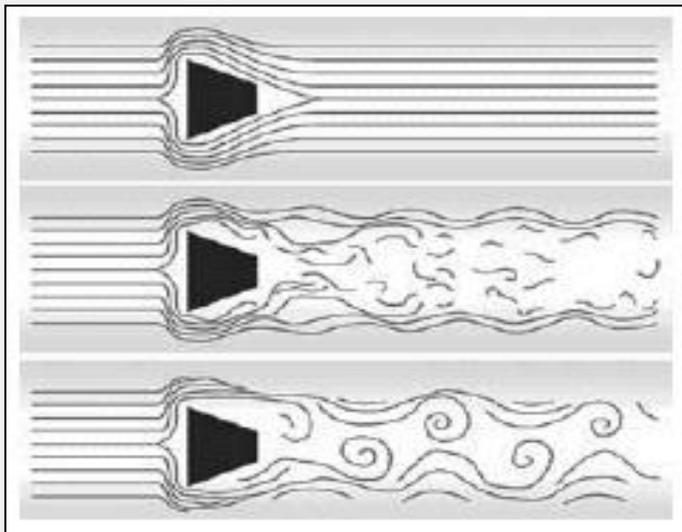
$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

кинематическая
вязкость

Закону Ньютона не подчиняются жидкости, состоящие из сложных и крупных молекул, например, растворы полимеров.

Это неньютоновские жидкости

Число Рейнольдса



С увеличением скорости обтекания тела **ламинарное** течение становится неустойчивым, хаотичным и **переходит в турбулентное**

Характер течения определяется числом Рейнольдса:

средняя скорость потока

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu} = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\eta}$$

кинематическая вязкость

характерный размер (в случае течения жидкости в трубе – диаметр трубы)

Число Рейнольдса. Принцип подобия

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu} = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\eta}$$

$$[Re] = 1$$

Существует критическое число Рейнольдса, при превышении которого происходит переход из ламинарного режима в турбулентный

Для случая течения жидкости в трубе $Re_{кр.} \approx 10^3$

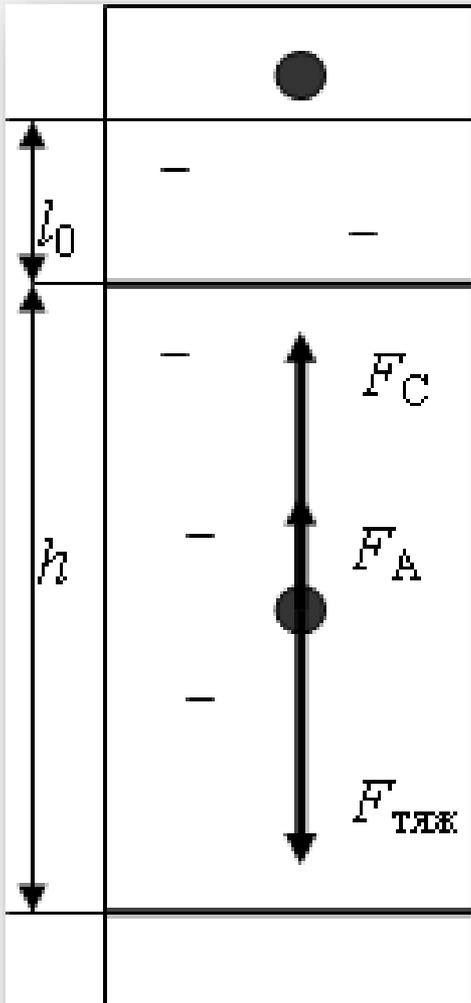
$Re < 1000 \Rightarrow$ Ламинарное

$Re > 1000 \Rightarrow$ Турбулентное

Если для двух течений разных размеров **числа Рейнольдса одинаковы**, то такие течения **подобны**, и возникающие в них явления могут быть получены одно из другого изменением масштаба

Методы определения вязкости

1) Метод Стокса



$$F_C = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \quad \text{Сила Стокса}$$

$$F_{\text{Арх.}} = V \cdot \rho_{\text{ж}} \cdot g = \rho_{\text{ж}} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot g$$

$$F_{\text{ТЯЖ}} = mg = \rho_{\text{ш}} V g = \rho_{\text{ш}} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 g$$

По второму закону Ньютона

$$ma = F_{\text{ТЯЖ}} - F_{\text{Арх}} - F_C$$

Если движение установившееся, $a=0$

Метод Стокса

$$ma = F_{\text{тяж}} - F_{\text{Арх}} - F_C = 0$$

$$F_C = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$$

$$F_{\text{Арх.}} = \rho_{\text{жс}} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot g$$

$$F_{\text{тяж}} = \rho_{\text{ш}} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot g$$

$$6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v = (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{жс}}) \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot g$$

$$\eta = \frac{d^2 g (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{жс}})}{18 \cdot v}$$

