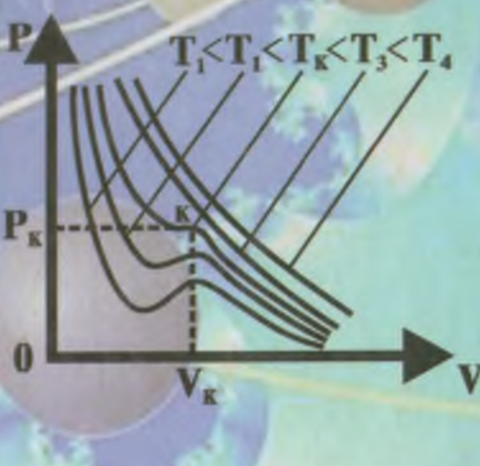
И. ДЖАББАРОВ, А. ЮСУПОВ

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА



МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

И.ДЖАББАРОВ, А.ЮСУПОВ

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

(УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ПО КУРСУ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ)

ТАШКЕНТ – 2006

И.Джаббаров, А.Юсупов. Механика и молекулярная физика (учебное пособие по курсу общей физики). Т., Изд-во "Fan va texnologiya", 2006, 176 стр.

Рецензенты: **К.А. Турсунметов**, профессор;
Р.М. Абдуллаев, доцент

ISBN 978-9943-10-005-3

Оглавление

ПРЕДИСЛОВИЕ

Развитие многих естественных наук основано на достижениях физики. Успехи, достигнутые биологией, геологией, медициной и другими науками, во многом связаны с использованием физических закономерностей, уникальных физических приборов и установок, средств автоматики, моделированием процессов, изучаемых той или иной наукой. Вместе с тем проникновение физики во все области естествознании усложняет понимание физических явлений, лежащих в основе многих процессов, которые изучаются биологами, химиками, медиками, геологами и др.

Мы, авторы данного учебного пособия, решили в краткой и доступной форме изложить основные понятия по механике студентам биологического факультета, учитывая и зная, что при изучении законов и физических явлений, эти студенты испытывают определённые трудности. Это, возможно связано с тем, что учебников по физике, написанных специально для биологов очень мало, а в библиотеке СамГУ число их ограничено. В то же время, изложенный материал по физике, в указанных учебниках очень слабо отражает связь биологии с современной физикой, в них очень мало наглядных иллюстраций.

Авторы будут благодарны тем, кто сделает критические замечания и, возьмёт на себя труд указать пути устранения недостатков.

ГЛАВА I. МЕХАНИКА

§ 1. Движение материальной точки

В жизни мы постоянно имеем дело с различными предметами. Наблюдая и изучая их, мы приобретаем опыт, а через него постепенно познаём мир. Мир не остаётся неизменным. В нём непрерывно происходят самые различные изменения. Все эти изменения или явления мы называем движением материи.

Физика изучает наиболее общие виды (формы) движения материи и её строения. Она является фундаментом всех естественных наук. Слово «фюзис» – по-гречески означает природа, физика – это наука, изучающая наиболее общие законы, которым подчиняется окружающий нас внешний мир.

Всё в мире находится во взаимной связи. Познавая и изучая последовательность и во взаимной связи явлений, исследователи открывают законы природы. В восходящем развитии материи формировались всё более высокие уровни её организации, от неживой материи – к живой, от живой – к мыслящей. Для каждого из них характерны всё более сложные свойства и закономерности существования и развития.

Движение как форма существования материи так же многообразна, как и многообразен мир. Различные формы движения материи подразделяются на пять основных форм: механическая, физическая, химическая, биологическая и социальная.

Простейшим видом движения материи является механическое движение тела, представляющее собой изменение его положения в пространстве относительно других тел с течением времени.

Различают три вида механического движения тел – поступательное, вращательное и колебательное. Поступательное движение – это такое движение, при котором любая прямая, связанная с движущимся телом, остаётся параллельной самой себе (рис. 1).

Вращательное движение – это такое движение, при котором две точки тела остаются всё время неподвижными. Прямая, проходящая через эти точки, называется осью вращения. Все точки тела, лежащие на оси вращения, неподвижны.

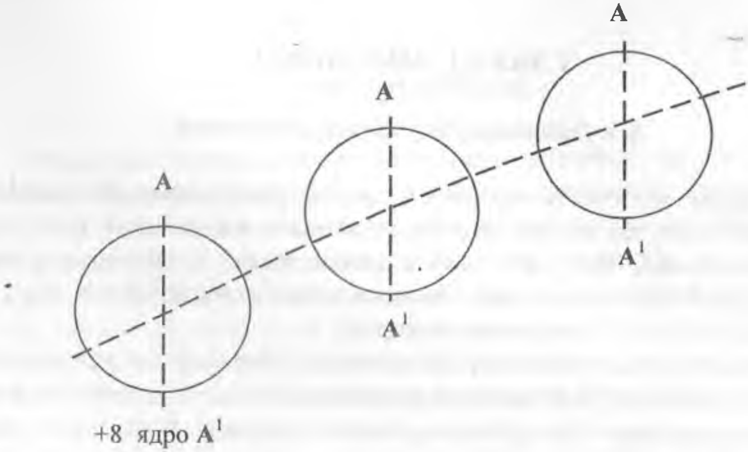


Рис. 1.

Другие точки тела движутся по окружностям в плоскостях, перпендикулярных к оси вращения. Центры этих окружностей лежат на оси вращения (рис. 2).

Например, при движении автомобиля по дороге его кузов движется поступательно, колёса совершают вращательное движение относительно осей.

Колебательным движением называется процесс, при котором система, многократно отклоняясь от своего состояния равновесия, каждый раз вновь возвращается к нему (рис. 3). При решение физических задач часто пренебрегают некоторыми факторами, которые в данном случае не существенны. Например, при изучении движения тела пренебрегают его размерами. Тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь, называется материальной точкой.

Чтобы описать механическое движение тела, нужно знать его координаты в любой момент времени. Для определения координат материальной точки следует, прежде всего, выбрать тело отсчёта и связать с ним систему координат. Для определения положения материальной точки в любой момент времени необходимо также задать начало отсчёта времени. Система координат, тело отсчёта, с которым она вращается, и указание начала отсчёта времени образуют систему отсчёта, относительно которой рассматривается движение тела. Из бесчисленного множества возможных систем координат наиболее простыми и важными, чаще всего используемыми на практике являются лишь немногие. Приведём некоторые из них.

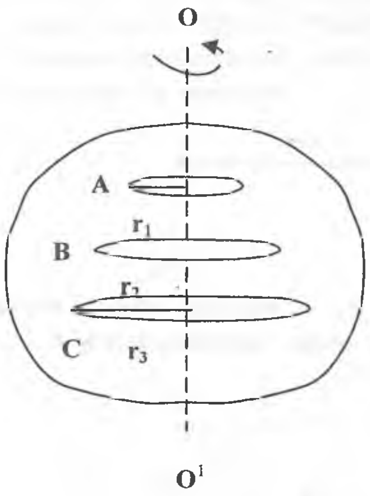


Рис.2.

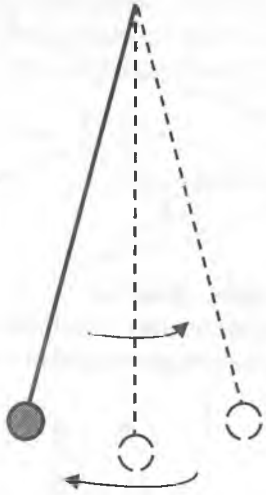


Рис. 3.

1. На плоскости:

а) прямоугольная декартова, в которой двумя числами (Х, У), характеризующими положение точки, являются длины Х и У (рис. 4);

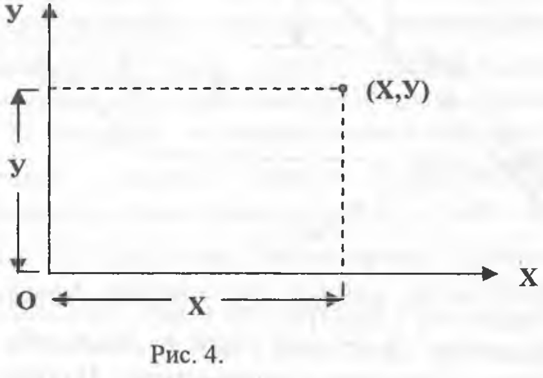


Рис. 4.

б) полярная (рис. 5), в которой двумя числами (ρ, φ), характеризующими положение точки, являются длина ρ и угол φ.

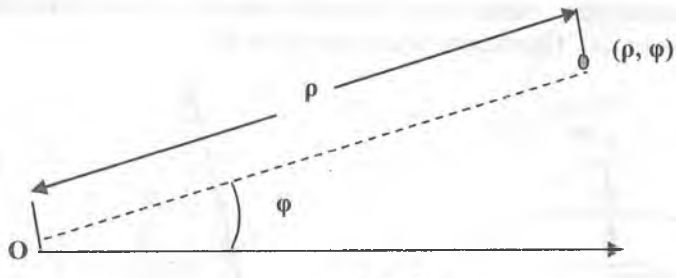


Рис. 5.

2. В пространстве:

прямоугольная декартова (рис. 6), в которой тремя числами (X,У,Z), характеризующими положение точки, являются длины X, У, Z.

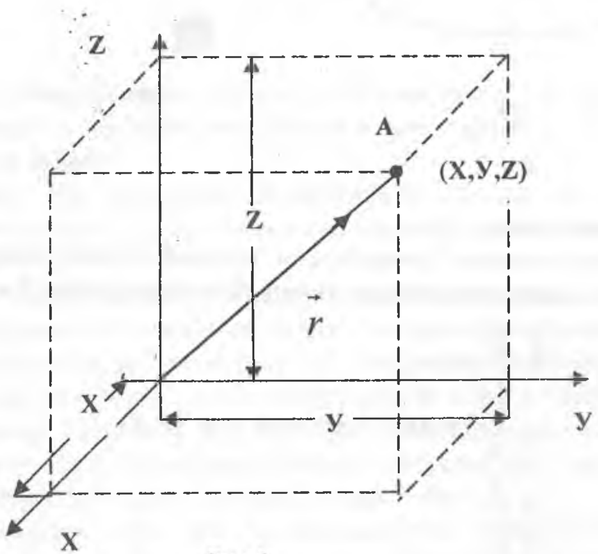


Рис.6.

Положение точки в пространстве можно определить и радиусом – вектором. Радиусом – вектором точки А называется вектор, проведённый на начало координат в данную точку. На (рис. 6) этот вектор показан стрелкой и обозначен буквой $\vec{r}$. Его проекции на координатные оси равны декартовым координатам точки

$$r_x = X; \qquad r_y = У; \qquad r_z = Z \qquad (1)$$

Линия, описываемая движущейся материальной точкой, называется траекторией. Отрезок траектории, пройденный точкой за некоторый промежуток времени, представляет путь, пройденный точкой за этот промежуток времени.

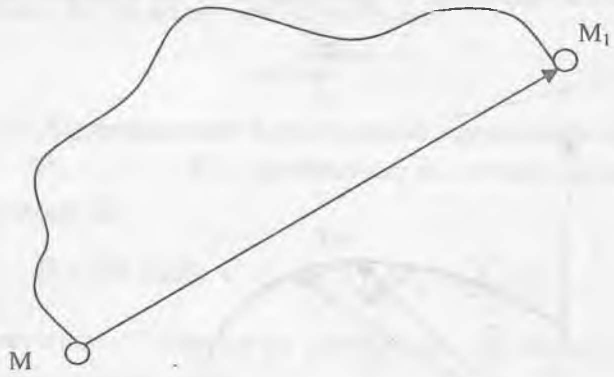


Рис. 7.

Движение называется прямолинейным, если траектория – прямая линия, и криволинейным, если траектория – кривая линия. Направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение тела с его последующим положением называется перемещением тела. При движении материальной точки радиус – вектор $\vec{r}$, определяющей положение материальной точки, изменяется как по величине, так и по направлению. Зафиксируем некоторый момент времени t. Ему соответствует значение $\vec{r}$ радиуса – вектора. В течение следующего за моментом небольшого промежутка времени Δt точка проходит элементарный путь ΔS и получает элементарное перемещение, $\Delta \vec{r}$, которое совпадает с приращением радиус – вектора за время Δt (рис. 8).

Образуем отношение $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$. По достижение достаточно малых значений Δt вектор $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ практически перестаёт изменяться как по величине, так и по направлению. Это означает, что при стремлении Δt к нулю отношение $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ стремится к определённому пределу. Этот предел называется скоростью $\vec{\upsilon}$ движущейся точки в момент времени t.

$$\vec{\upsilon} = \lim \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \qquad (2)$$

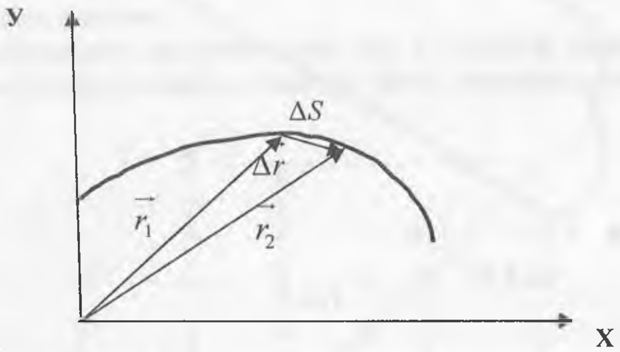


Рис.8.

Итак, скоростью называется предел, к которому стремится отношение $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ при неограниченном убывании Δt. (2) можно записать и так:

$$\vec{\upsilon} = \frac{dr}{dt} \qquad (3)$$

Скорость есть величина векторная. Модуль вектора скорости может быть записан следующим образом:

$$\upsilon = |\vec{\upsilon}\,| = |\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}| = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\vec{r}\,|}{\Delta t} \qquad (4)$$

При уменьшении Δt путь ΔS с возрастающей точностью будет совпадать с $|\Delta \vec{r}\,|$. На этом основании можно написать, что

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{r}\,|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} \tag{5}$$

Исходя из (4) равенство (5) можно записать так:

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} \tag{6}$$

При малых Δt (6) можно представить так:

$$\upsilon \cong \frac{\Delta S}{\Delta t} \tag{7}$$

Весь путь S, пройденный точкой можно представить как сумму путей ΔS_1, ΔS_2 ………ΔS_n, пройденных за соответствующие промежутки времени Δt :

$$S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + \Delta S_n = \sum_{i=1}^{N} \Delta S_i \tag{8}$$

В соответствии (7) каждое из слагаемых ΔS_i может быть приближенно представлено в виде:

$$\Delta S_i \cong \upsilon_i \Delta t_i \tag{9}$$

Если в (9) перейти от знака приближенного равенства к равенству, то с учётом (7) и (9) уравнение (8) можно записать так:

$$S = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_{i=1}^{N} \upsilon_i \Delta t_i \tag{10}$$

Простым видом механического движения является равномерное движение.

Движение, при котором скорость, изменяясь как угодно по направлению, остаётся постоянной по величине, называется равномерным. При равномерном движении все υ_i в формуле (10) будут одинаковы и равны υ. Общий множитель υ можно вынести за знак суммы:

$$S = \lim_{\Delta t \to 0} \upsilon \sum \Delta t_i = \upsilon \lim_{\Delta t \to 0} \sum \Delta t_i \tag{11}$$

где $\sum \Delta t_i$ - есть время t, за которое точка проходит путь S. Таким образом, можно написать:

$$S = \upsilon t \tag{12}$$

Отсюда:

$$\upsilon = \frac{S}{t} \tag{13}$$

т.е. скорость при равномерном движении равна по величине пути, проходящему движущейся точкой за единицу времени. Единицей измерения скорости является м/с.

Скорости некоторых транспортных средств передвижения и животных приведены в таблице № 1.

Таблица № 1

Виды транспорта и животных	Скорости	
	Км/час	м/с
Самолёт современный, боевой	До 3000	До 833
Самолёт ТУ-154	850-920	236,1-255
Автомобиль ЗИЛ - 114	190	52
Автомобиль ГАЗ - 24	145	40,3
Электропоезд $ЭР_1$,$ЭР_2$	130	36,1
Поезд-метрополитен	90	25
Гепард	112	31,1
Газель монгольская (джейран)	95	26,4
Антилопа ГНУ	80	22,2
Страус африканский	80	22,2
Голубь	60-70	16,7-19,4
Лев	65	18,1
Борзая	58	16,1
Бабочка - брагмнис	54	15
Волк	55-60	15,3-16,7
Ласточка	54-63	15-17,5
Галка	46-60	12,8-16,7
Заяц-русак	60	16,7
Дельфин – афалина	54	15
Жираф	51	14,2
Кенгуру	48	13,3
Лось	47	13,1

Лошадь скаковая	46	12,8
Грач	41	11,4
Акула	40	11,1
Медведь	40	11,1
Слон африканский	40	11,1
Кит - полосатик	38-40	10,6-11,1
Воробей	35	9,7
Ворона	25-32	7-8,9
Муха	18	5
Майский жук	11	3,1
Черепаха	0,5	0,14

В общем случае вектор скорости $\vec{\upsilon}$ не остаётся постоянным. С течением времени может изменяться или его абсолютная величина, или направление, или и то и другое вместе. Это значит, что скорость движущейся точки зависит от времени. Для характеристики быстроты изменения скорости движущейся точки вводится новая физическая величина, которую называют ускорением точки.

С ускорением тело может двигаться и при прямолинейном и при криволинейном движениях.

Пусть материальная точка переместилась за малый промежуток времени Δt по криволинейной траектории из точки А, где она имела скорость $\vec{\upsilon}_1$ в точке В, где она имеет скорость $\vec{\upsilon}_2$ (рис.9).

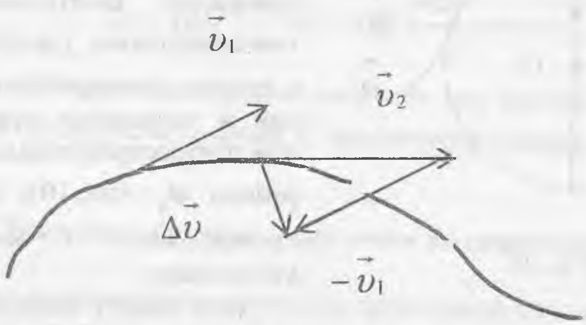


Рис.9.

Из рисунка видно, что приращение скорости точки есть вектор $\Delta\vec{\upsilon}$, равный разности векторов конечной и начальной скоростей:

$$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon_2} - \vec{\upsilon_1} \qquad (14)$$

Отношение изменения скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло, называется средним ускорением $\vec{a}_{cp}$.

$$\vec{a}_{cp} = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{t_2 - t_1} \qquad (15)$$

При $\Delta t \to 0$ точка В будет стремиться к точке А и среднее ускорение на пути АВ превратится в мгновенное, или истинное, ускорение $\vec{a}_{cp}$ в точке А.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_{cp} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} \qquad (16)$$

Мгновенное ускорение движения в любой точке траектории есть вектор, направленный под углом к траектории в сторону её вогнутости, а по величине равный пределу среднего ускорения при стремлении промежутка времени к нулю.

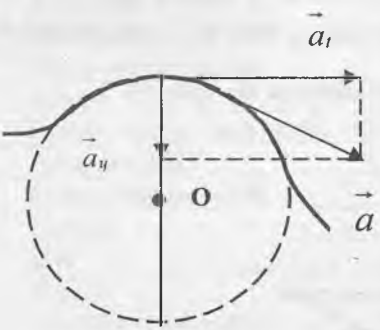


Рис.10.

Вектор ускорения принято раскладывать на две составляющие, одна из которых направлена по касательной к траектории и называется касательным, или тангенциальным, ускорением a_t, а другая – по нормали к траектории и называется нормальным, или центростремительным ускорением $a_ц$ (рис.10). Движение, происходящее с постоянным ускорением.

($a = const$) называется равномерно переменным (равномерно ускоренным, если $a > 0$, и равномерно замедленным, если $a < 0$). В этом случае мгновенное ускорение будет равно среднему ускорению за любой промежуток времени.

Равноускоренное движение определяется уравнениями (17) и (19), а равнозамедленное движение – уравнениями (18) и (20). Соответствующие графики приведены на рисунках 11 и 12.

$$\upsilon_t = \upsilon_0 + at \quad (17) \qquad S = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (19)$$

$$\upsilon_t = \upsilon_0 - at \quad (18) \qquad S = \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2} \quad (20)$$

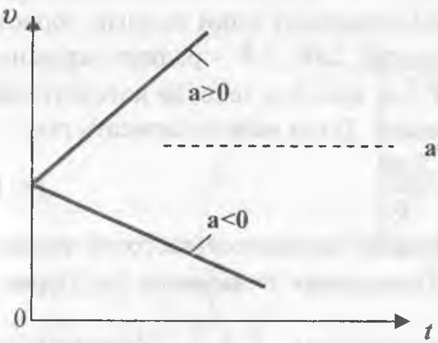


Рис.11.

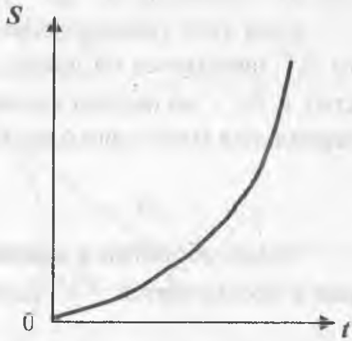


Рис.12.

Формула (19) может быть получена путём интегрирования формулы (17) в пределах от нуля до произвольного момента времени:

$$S = \int_0^t (\upsilon_0 + at)dt = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Формула (19) даёт правильный результат для пройденного пути только в том случае, если за время t направление движения точки не изменится.

§ 2. Движение материальной точки по окружности

Наиболее распространённым видом криволинейного движения, и в то же время простым, является движение по окружности. Это движение может быть как равномерным, так и неравномерным.

Равномерным движением материальной точки по окружности называется такое движение, при котором эта точка за любые равные промежутки времени проходит равные дуги. Для характеристики движения по окружности вводится понятие линейной скорости.

Линейной скоростью равномерного движения материальной точки называется величина, измеряемая отношением длины дуги окружности к времени, за которое эта дуга пройдена. Согласно определению

$$\upsilon = \frac{\Delta \ell}{\Delta t},$$

где $\Delta \ell$ - длина дуги, Δt - время.

Если тело (материальная точка) совершает один полный оборот, то $\Delta \ell$ заменяется на длину окружности $2\pi R$, (R - радиус окружности), а Δt - на период вращения Т, т.е. время, в течение которого материальная точка проходит окружность. Тогда можно записать так:

$$\upsilon = \frac{2\pi R}{T} \qquad (21)$$

Число оборотов в единицу времени называется частотой вращения и обозначается ν. Единицей измерения ν является 1/с, Период и частота связаны следующим соотношением $T = \frac{1}{\nu}$. Учитывая эту линейную скорость можно записать так: $\nu = 2\pi R \upsilon$.

Криволинейное движение характеризуется также тангенциальным ускорением и центростремительным ускорением. При равномерном движении по окружности тангенциальная составляющая полного ускорения отсутствует, и поэтому принимают во внимание центростремительное ускорение. Определим эту величину. Пусть за малый промежуток времени Δt точка прошла путь ΔS, переместившись из точки А, где она имела скорость $\vec{\upsilon}_1$, в точку В где она имеет скорость $\vec{\upsilon}_2$, а радиус – вектор движущейся точки повернулся на малый угол $\Delta\varphi$ (рис. 13).

Соединив точки А и В хордой и с центром О окружности получим треугольник ОАВ. Используя правило вычитания векторов найдём приращение векторов скоростей $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$, а именно $\vec{\upsilon}_2$ - $\vec{\upsilon}_1$ = $\Delta\vec{\upsilon}$. Вектор $\Delta\vec{\upsilon}$ будет направлен в сторону ускорения точки. В результате получим треугольник ВСД. Поскольку движение равномерное, и допуская, что $|\vec{\upsilon}_1| = \upsilon_1$; $|\vec{\upsilon}_2| = \upsilon_2$ можно записать $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$. Тогда и $|\Delta\vec{\upsilon}| = \Delta\upsilon$. Определим величину изменения скорости $\Delta\upsilon$. В треугольниках ОАВ и ВСД $\angle$АОВ = $\angle$ВСД, как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Исходя из этого, можно считать, что треугольники АОВ и ВСД подобны, как равнобедренные с одинаковыми углами при вершине. Используя подобие треугольников, составим отношение.

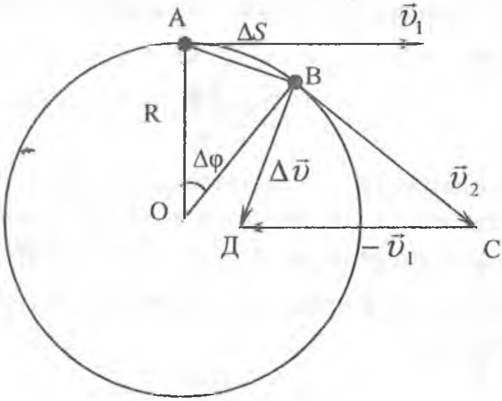


Рис. 13.

$$\frac{\Delta\upsilon}{\upsilon} = \frac{AB}{R} \tag{22}$$

$$\Delta\upsilon = \frac{\upsilon}{R} AB \tag{23}$$

Так как

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \tag{24}$$

то в это уравнение вместо $\Delta\upsilon$ подставим его значение из (23). Тогда получим

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\upsilon \cdot AB}{R\Delta t} \tag{25}$$

При $\Delta t \to 0$ хорда АВ стремится к дуге ΔS, поэтому

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{AB}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} \tag{26}$$

А это, как известно, представляет скорость υ движущейся точки. Следовательно,

$$a_ц = \frac{\upsilon^2}{R} \tag{27}$$

отношение угла $\Delta\varphi$ поворота радиуса R к промежутку времени Δt, за который этот поворот произошёл называется угловой скоростью и обозначается $\vec{\omega}$;

$$\vec{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \tag{28}$$

Единицей измерения ω является рад/с. Если угловая скорость меняется со временем, то вводится понятие углового ускорения. Средним угловым ускорением $\beta_{ср}$ называется отношение изменений угловой скорости $\Delta\omega$ к промежутку времени Δt, за которое это изменение произошло:

$$\beta_{ср} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \tag{29}$$

Мгновенным угловым ускорением $\beta_{мгн}$ называется предел среднего углового ускорения при стремлении промежутка времени к нулю:

$$\beta_{мгн} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \tag{30}$$

Связь между линейной скоростью и угловой скоростью имеет следующий вид:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\omega} R \tag{31}$$

А между линейным ускорением и угловым ускорением – имеет вид:

$$\vec{a} = \vec{\beta} R \tag{32}$$

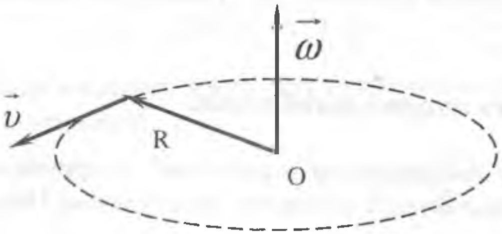


Рис. 14.

Угловая скорость и угловое ускорение – величины векторные. Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ направлен из центра О окружности, по которой движется материальная точка *А*, этот вектор перпендикулярен плоскости этой окружности и направлен в сторону поступательного движения буравчика, рукоятка которого вращается в направлении линейной скорости $\vec{\upsilon}$ (рис.14).

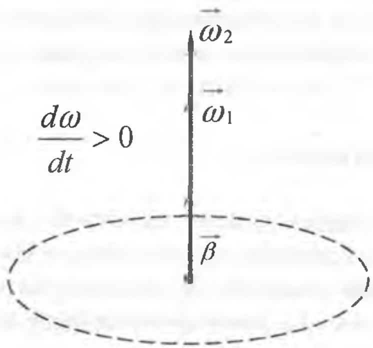


Рис. 15.

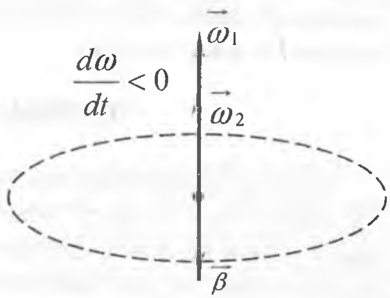


Рис. 16.

Вектор углового ускорения направлен по оси вращения в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости. При ускоренном движении вектор $\vec{\beta}$ параллелен вектору $\vec{\omega}$ (рис.15), при замедленном – антипараллелен (рис.16).

В случае равнопеременного движения точки по окружности ($\beta = const$) можно получить и такие уравнения:

$$\vec{\omega} = \omega_0 + \beta t\,; \tag{33}$$

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}\,. \tag{34}$$

Здесь ω_0 - начальная угловая скорость, φ - угловое перемещение.

§3. Динамика материальной точки

Динамика рассматривает движение тел и выясняет те причины, которые его вызывают или изменяют. В её основе лежат законы Ньютона.

I. Первый закон Ньютона

Всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит изменить её это состояние. Свойство тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения при отсутствии воздействия на него других тел называется инертностью.

II. Второй закон Ньютона

Второй закон Ньютона связывает такие важные величины, как ускорение, силу и массу. Масса тела – физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи, определяющая её инерционные и гравитационные свойства. Мера инертности тела называется массой.

Сила – это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате, которого тело получает ускорение и изменяет свою форму и размеры. В механических процессах действуют силы трения, упругости и тяготения.

Согласно второму закону Ньютона ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом) совпадает по направлению с действующей на неё силой и равно отношению этой силы к массе материальной точки, т.е.

$$\vec{a} = \kappa \frac{\vec{F}}{m} \qquad (35)$$

В системе СИ к =1. Тогда $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$ (36). Так как в классической механике масса есть величина постоянная и учитывая (35) можно записать:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}\left(m\vec{\upsilon}\right). \tag{37}$$

Векторная величина $\vec{P} = m\vec{\upsilon}$, численно равная произведению массы материальной точки на её скорость и имеющая направление скорости, называется количеством движения (импульсом) этой точки. Итак, (37) можно записать так:

$$\vec{F} = \frac{dP}{dt}. \tag{38}$$

Единицей измерения массы является кг, а силы – ньютон (Н), 1Н – сила, которая телу массой в 1 кг сообщает ускорение 1 м/с^2 в направлении действия силы: 1Н = 1кг·м/с^2.

3. Третий закон Ньютона

Характер взаимодействий между материальными точками (телами) определяется третьим законом Ньютона. Всякое действие материальных точек друг на друга носит характер взаимодействия силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки:

$$\vec{F}_{12} = -\overrightarrow{F_{21}}. \tag{39}$$

На рисунке приведены силы, действующие на три тела – сани, лошадь и дорогу. Силы $\vec{F}_{лс}$ и $\vec{F}_{сл}$ - характеризуют взаимодействия лошади и саней ($\vec{F}_{лс} = \vec{F}_{сл}$), силы $\vec{F}_{дс}$ и $\vec{F}_{сд}$ - силы трения между санями и дорогой ($\vec{F}_{дс} = \vec{F}_{сд}$), силы $\vec{F}_{дл}$ и $\vec{F}_{лд}$ - силы сцепления лошади и дороги ($\vec{F}_{дл} = \vec{F}_{лд}$). Каждое равенство представляет всегда равные силы, противоположно направленные и приложенные к различным телам (по третьему закону Ньютона). При $\vec{F}_{лд} > \vec{F}_{сд}$ сани и лошадь имеют ускорение, направленное вперёд (по второму закону Ньютона). Законы Ньютона выполняются только в инерциальных системах отсчёта. Система отсчёта, движущаяся (относительно звёзд) равномерно и прямолинейно (то есть по инерции), называется инерциальной. Любая система, движущаяся относительно некоторой инерциальной системы отсчёта равномерно и прямолинейно то же инерциальная. Система отсчёта, движущаяся (относительно инерциальной системе) с ускорением, называется не инерциальной.

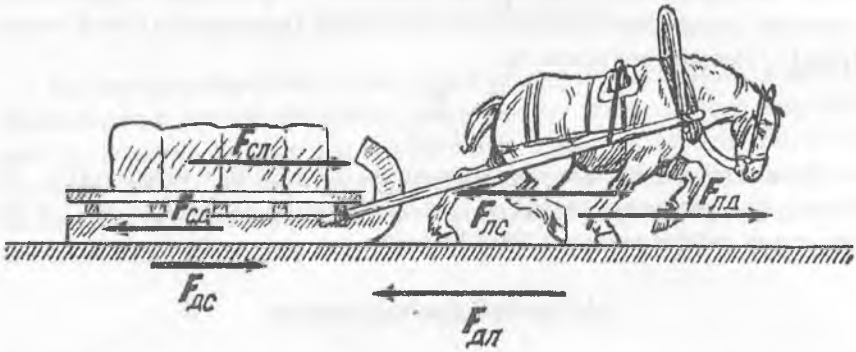


Рис. 17.

§4. Закон всемирного тяготения и вес тел

Под силой понимают взаимодействие по крайней мере двух тел. Взаимодействия по своей природе могут быть разнообразными: гравитационное, электромагнитное, взаимодействие при контакте тел и т.д. Но не все виды взаимодействия простые, не сводимые к другим более простым видам.

Взаимодействия, которые не сводятся к более простым, принято называть фундаментальными, а силы, описывающие такие взаимодействия, называются фундаментальными. Известно четыре вида фундаментальных взаимодействий: гравитационное, электромагнитное, ядерное (или сильное) и слабое взаимодействие.

Существование в природе гравитационного взаимодействия и закон, которому подчиняется это взаимодействие, был открыт Ньютоном. Этот закон формулируется следующим образом: сила взаимного притяжения двух материальных точек прямо пропорциональна произведению масс взаимодействующих точек и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}. \tag{39}$$

Коэффициент $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{н \cdot м^2}{кг^2}$ был определен экспериментально Кавендишем и назван гравитационной постоянной. Эта постоянная равна выраженной в ньютонах силе тяготения между двумя точечными массами в 1 кг каждая, находящимися на расстоянии 1 м друг от друга.

Большинство механических явлений на Земле можно объяснить, рассматривая три силы: тяжести, трение и упругости. Явления, происходящие с космическими объектами, объясняются силой всемирного тяготения. В частности из закона всемирного тяготения следуют полученные из наблюдений И.Кеплером законы движения планет. Этот закон объясняет образование приливов на Земле именно взаимодействием Луны и Земли. То, что взаимное тяготение тел не наблюдается между окружающими нас телами, объяснятся тем, что сила взаимного притяжения для тел с небольшой массой очень мала.

Очень важным понятием в механике является и вес тела. Вес тела равен силе, с которой неподвижное относительно Земли и находящиеся в пустоте тело давит на горизонтальную опору или растягивает пружину вследствие притяжения к Земле. В инерциальной системе отсчета вес тела по модулю равен силе тяжести, т.е. силе, с которой тело притягивается к Земле.

Величина веса тела определяется по формуле

$$\vec{p} = m\vec{g}. \tag{40}$$

Вес тела есть величина переменная, он зависит от географической широты места. Эта зависимость приведена в виде следующего уравнения:

$$p = G\frac{mM}{R^2} - m\omega^2 R\cos^2\varphi, \tag{41}$$

где m - масса тела, M -масса Земли, R -радиус Земли, ω -угловая скорость суточного вращения Земли ($\omega = 7{,}3 \cdot 10^{-5} \frac{рад}{с}$), φ - географическая широта местонахождения тела.

§5. Законы изменения и сохранения импульса

Часто возникает необходимость определить значения силы, массы и ускорения для любого наперёд заданного момента времени. Для этого применяется закон изменения импульса, являющийся одним из выражений второго закона Ньютона.

Пусть на тело массой m, двигавшееся вначале со скоростью $\vec{v}_1$ подействовала постоянная сила в течении времени t. Эта сила изменит скорость тела до $\vec{v}_2$, в результате тело приобретает ускорение $\vec{a}$. На основе второго закона Ньютона можно написать:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t} \text{ или } \vec{F}t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 \qquad (42)$$

Произведение массы тела на его скорость называется количеством движения или импульсом, произведение движущейся силы на время её действия называется импульсом силы. Эти величины векторные. Уравнение (42) выражает закон изменения импульса.

Импульс постоянной силы, действующей на тело равен изменению импульса тела.

Этот закон позволяет определить конечную скорость движения тела по его начальной скорости и импульсу силы.

Теперь рассмотрим систему, состоящую из материальных точек. Совокупность нескольких взаимодействующих тел определяет систему тел. Тела, входящие в систему, могут взаимодействовать как между собой, так и с телами, не принадлежащими данной системе. В соответствии с этим, силы, действующие на тела системы, можно подразделить на внутренние и внешние. Силы, с которыми на данное тело воздействуют остальные тела системы, называются внутренними. Силы, обусловленные воздействием тел, не принадлежащих системе, называются внешними. В случае, когда внешние силы отсутствуют, система называется замкнутой. Импульсом силы $\vec{K}$ называется векторная сумма импульсов тел, образующих систему.

$$\vec{K} = \vec{K}_1 + \vec{K}_2 + \ldots + \vec{K}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{K}_i \qquad (43)$$

Рассмотрим систему тел, движущихся беспорядочно, а, следовательно, сталкивающихся между собой в течение небольшого промежутка времени Δt и, применяя к каждому из тел закон изменения импульса, напишем:

$$\left.\begin{aligned} F_1\Delta t &= m_1 \upsilon_1^1 - m_1 \upsilon_1 \\ F_2\Delta t &= m_2 \upsilon_2^1 - m_2 \upsilon_2 \\ F_i\Delta t &= m_i \upsilon_i^1 - m_i \upsilon_i \\ F_N\Delta t &= m_n \upsilon_n^1 - m_n \upsilon_n \end{aligned}\right\} \quad (44)$$

где F_i - результирующая всех тел, действующих на i - е тело, m_i - масса i - го тела, υ_i и υ_i^1 - его скорость в начале и в конце промежутка времени Δt. Складывая эти равенства по членно, получим:

$$\sum_{i=1}^{i=N} F_i\Delta t = \sum_{i=1}^{i=N} m_i \upsilon_i^1 - \sum_{i=1}^{i=N} m_i \upsilon_i \quad (45)$$

При сложение в соответствии с третьим законом Ньютона левая часть уравнения обратится в нуль. Поэтому

$$\sum_{i=1}^{i=N} m_i \vec{\upsilon}_i^1 = \sum_{i=1}^{i=N} m_i \vec{\upsilon}_i \quad (46)$$

Это означает, что векторная сумма количества движения всех тел не изменяется во времени:

$$\sum_{i=1}^{i=N} m_i \vec{\upsilon}_i = const \quad (47)$$

В изолированной системе сумма количества движения всех тел есть величина постоянная. Так формулируется закон сохранения импульса. Закон сохранения импульса находит применение в различных областях техники, например, в реактивном двигателе (ракете). Своеобразным реактивным снарядом является «бешеный огурец» - растение южного Крыма. Внутри созревшего плода этого растения находится жидкость под повышенным давлением. Если оторвать огурец от стебля, то он вырывается из рук и отлетает в сторону за счёт отдачи струи жидкости, выбрасываемой из отверстия, образующегося в месте крепления к плодоножке.

§6. Движение тел с переменной массой

В реальной жизни очень часто приходится наблюдать явления, в которых при движении тел масса их изменяется. Примерами таких движений могут быть движение ракеты, выбрасывающей струю газа, которые образуются при с горении топлива, движение космического корабля, из которого со временем отделяются его ступени, расход бензина при полете самолета, автомобиля, поливающего улицы водой и т.д. Во всех этих приведенных примерах при движении тел изменяется не только скорость, но и масса. Законы движения тел с переменной массой были сформулированы и исследованы И.В.Мещерским и К.Э.Циолковским. Рассмотрим задачу, связанную с движением ракеты. Пусть m(t) – масса ракеты в произвольный момент времени, а $\vartheta(t)$ – её скорость в тот же момент. В этот момент импульс ракеты будет $\vec{P}_1 = m\vec{\vartheta}$. Через определенное время dt масса и скорость ракеты получит приращение dm и $d\vartheta$ (величине dm будет отрицательной) через время dt импульс ракеты станет равным

$$\vec{P}_2 = (m + dm)(\upsilon + d\upsilon). \tag{48}$$

При движении ракеты из её сопля выбрасывается газ. За время dt импульс этого газа будет равен $P_3 = dm_2\upsilon_2$, - где dm_2 - масса газов, образовавшихся за время dt, υ_2 - их скорость.

Вычитая из суммарного импульса в момент (t+dt) импульс системы в момент t найдем приращение этой величины за время dt. В соответствии с законом изменения импульса это приращение равно F·dt, где F – геометрическая сумма всех внешних сил, действующая на ракету.

Таким образом на основе закона изменения импульса

$$(m + dm)(\upsilon + d\upsilon) + dm_2\upsilon_2 - m\upsilon = Fdt. \tag{49}$$

Это уравнение приведём к виду:

$$m\upsilon + dm\upsilon + md\upsilon + dmd\upsilon + dm_2\upsilon_2 - m\upsilon = Fdt. \tag{50}$$

Производя преобразования и пренебрегая бесконечно малым числом второго порядка $dm \cdot d\upsilon$ получим:

$$md\upsilon + dm(\upsilon_2 - \upsilon) = Fdt \tag{51}$$

$\upsilon_2 - \upsilon = \upsilon_{отн}$ - это скорость истечения газов относительно ракеты.

$$-dm\upsilon_{отн} + md\upsilon = Fdt \tag{52}$$

или

$$md\upsilon - dm(\upsilon_2 - \upsilon) = Fdt\ . \tag{53}$$

Уравнение поделим на dt, тогда уравнение (53) приведем к виду:

$$m\frac{d\upsilon}{dt} = \upsilon_{отн}\frac{dm}{dt} + F\ . \tag{54}$$

Уравнение (54) называется уравнением Мещерского для движения тел с переменной массой. Величина $\upsilon_{отн}\dfrac{dm}{dt}$ - называется реактивной силой.

Применительно к движению ракеты К.Э.Циолковский вывел следующее уравнение:

$$\frac{m_0}{m} = e^{\frac{\upsilon}{\upsilon_{отн}}}, \tag{55}$$

где m_0 - масса ракеты в момент времени t=0, m - масса той же ракеты через некоторый момент времени t. Уравнение (55) показывает, что относительная полезная масса ракеты очень быстро увеличивается с увеличением скорости газовой струи $\upsilon_{отн}$.

§7. Механическая работа

Для характеристики перемещающего действия силы вводится понятие работы. Пусть тело, на которое действует сила F, проходит двигаясь по некоторой траектории, путь S. При этом сила либо изменяет скорость тела, сообщая ему ускорение, либо компенсирует действие другой силы, противодействующей движению. Действие F на пути S характеризуется величиной, которая называется работой. Это скалярная величина, равная произведению проекции силы на направление перемещения F и пути S, проходимого точкой приложения силы:

$$\mathrm{A} = \vec{F}\vec{S} \tag{56}$$

Если направление силы не совпадает с направлением перемещения тела, а образует с ним некоторый угол α (рис. 18), то работа измеряется произведением силы на путь и на косинус угла между ними т.е.

$$A=(\vec{F}\cdot\vec{S})=FS\cos\alpha \tag{57}$$

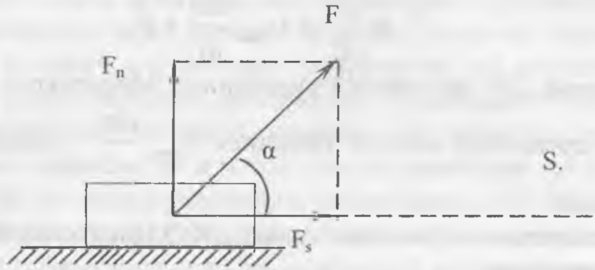


Рис. 18.

Работа – алгебраическая величина. Если сила и направление перемещения образуют острый угол ($0<\alpha<\frac{\pi}{2}$), работа положительна.

Если угол – тупой ($\cos\alpha<0$), работа отрицательна. При $\alpha=\frac{\pi}{2}$ работа равна нулю. В случае переменной силы и криволинейного пути надо разбить весь путь S на столь малые отрезки, $\Delta S_1;\Delta S_2$...........$;\Delta S_n$ чтобы силы, действующие на каждом из них, можно было считать постоянными и соответственно равными $F_1;F_2$...........$;F_n$. Тогда полная работа на всём пути

$$A=\sum_{l=1}^{n}F_i\Delta S_i\cos\alpha_i\,. \tag{58}$$

Если путь разбить на бесконечно малые отрезки dS_i, то сумма, стоящая в правой части последней формулы, переходит в интеграл и выражение работы представляется в виде.

$$\mathrm{A}=\int FdS\cos\alpha\,. \tag{59}$$

В системе СИ единицей работы является Джоуль (дж), который равен работе, совершаемой силой в 1 ньютон на пути в 1 метр. 1 Дж = 1 Н · 1 м. Например, муравей, поднимая былинку, весящую 1 мг=10^{-6}

кг на высоту 1см=10^{-2} м совершает работу, равную 10^{-7} Дж=1эрг (Рис.19). 1эрг равен работе, совершаемой силой в 1 дину на пути в 1 сантиметр: 1эрг=1 дн · 1см.

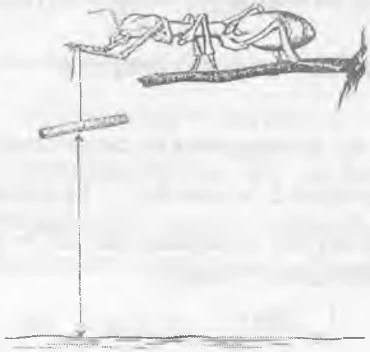


Рис. 19.

§8. Энергия. Кинетическая и потенциальная энергии

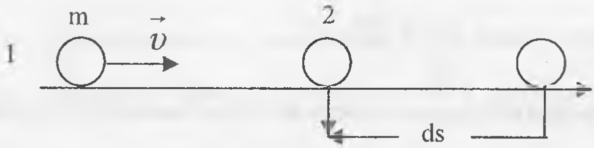
Физическая величина, характеризующая способность тела или системы тел совершать работу, называется энергией. Энергия тела может быть обусловлена причинами двоякого рода: во-первых, движением тела с некоторой скоростью и, во-вторых, нахождением тела в потенциальном поле сил. Энергия первого рода называется кинетической энергией. Энергия второго рода называется потенциальной энергией. Кратко можно сказать, что кинетическая энергия - это энергия движения, а потенциальная – энергия положения и взаимодействия.

Если тело в каждой точке пространства подвержено воздействию других тел, с силой закономерно изменяющейся от точки к точке, то это тело находится в поле сил. Тело вблизи поверхности Земли находится в поле сил тяжести – в каждой точке пространства на него действует сила $\vec{P} = m\vec{g}$, направленная по вертикали вниз. Для сил, зависящих только от положения тела, может случиться, что работа, совершаемая ими над телом, не зависит от пути, а определяется только начальным и конечным положением тела в пространстве. В этом случае поле называется потенциальным, а если силы – консервативным. Силы, работа которых зависит от пути, по которому тело переходит из одного положения в другое, называются неконсервативными. Работа консервативных сил на любом замкнутом пути равна нулю.

А. Кинетическая энергия

Пусть тело I массы m, движущееся со скоростью $\vec{\upsilon}$, действует на соприкасающиеся с ним тело 2 с силой $\vec{F}$. За время dt точка приложения рис. 20 силы получит перемещение $dS = \vec{\upsilon} \cdot dt$, вследствие чего тело I совершит над телом 2 работу:

$$dA = FdS = F\vec{\upsilon}dt. \qquad (60)$$



Тело I совершает работу над другим телом за счёт запаса кинетической энергии $E_к$. Поэтому совершённую телом I работу можно приравнять убыли его кинетической энергии.

$$dA = -dE_k. \qquad (61)$$

Приняв во внимание (60), найдём, что

$$dE_k = -F\vec{\upsilon}dt. \qquad (62)$$

По третьему закону Ньютона тело 2 действует на тело 1 с силой $\overrightarrow{F^{-}} = -\vec{F}$, вследствие чего скорость тела 1 получает за время dt приращения:

$$d\upsilon = \frac{1}{m}\overrightarrow{F^{1}}dt = -\frac{1}{m}Fdt. \qquad (63)$$

Умножив скалярно обе части последнего равенства на $m\vec{\upsilon}$ найдём, что

$$m\vec{\upsilon}\,d\vec{\upsilon} = -F\upsilon\,dt\,. \qquad (64)$$

Сравнивая (62) с (64), получим выражение для dE_k

$$dE_k = m\vec{\upsilon}\,d\vec{\upsilon}\,. \qquad (65)$$

Скалярное произведение $\vec{\upsilon}\,d\vec{\upsilon}$ можно представить в виде

$$\upsilon\,|\,d\vec{\upsilon}\,|\cos\alpha = \upsilon(d\vec{\upsilon})np\,\upsilon\,, \qquad (66)$$

где $\left(d\vec{\upsilon}\right)np\cdot\upsilon$ - проекция вектора $d\upsilon$ на направление вектора $\vec{\upsilon}$. $\left(d\vec{\upsilon}\right)np\cdot\upsilon$ равна приращению модуля скорости, т.е. $d\upsilon$. Поэтому выражение (65) можно записать следующим образом:

$$dE_k = m\upsilon\,d\upsilon = d\left(\frac{m\upsilon^2}{2}\right), \qquad (67)$$

т.е., кинетическая энергия материальной точки массы, движущейся со скоростью υ, равна

$$E_к = \frac{m\upsilon^2}{2}\,. \qquad (68)$$

Умножив на m числитель и знаменатель выражения (68) и приняв во внимание, что произведения $m\upsilon$ равно импульсу тела, выражению для кинетической энергии можно придать вид:

$$E_к = \frac{P^2}{2m}\,. \qquad (69)$$

Б. Потенциальная энергия

Потенциальная энергия – часть общей механической энергии системы, определяемая взаимным расположением тел и характером сил взаимодействия между ними. Рассмотрим пример с пружиной. Пусть невесомая пружина с постоянной жёсткостью расположена горизонтально. Один её конец закреплён, а к другому прикреплено тело, массой m, и приложена сила, растягивающая пружину. Пусть в момент $t = t_0$ растяжение пружины есть $X = X_0$ (рис.21), а скорость перемещения тела равна υ_0. Сила упругости, развиваемая растянутой пружиной, равна

$$\vec{f} = -kx\,. \tag{70}$$

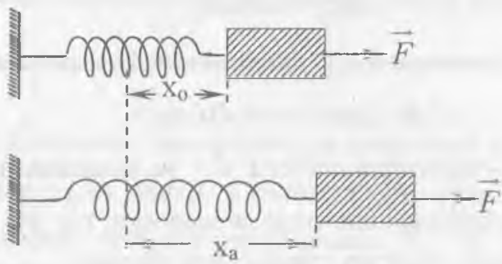


Рис. 21.

Так как внешняя сила продолжает действовать, то растяжение пружины увеличивается. Пусть оно достигает значения X.. Найдём работу внешней силы на перемещение $X_a - X_o$. Используя второй закон Ньютона можно записать:

$$\frac{dP}{dt} = \vec{F} + \vec{f} = \vec{F} - kx\,. \tag{71}$$

Так как все векторы направлены по оси X, то в дальнейшем можно пользоваться скалярной формой записи:

$$m\frac{d\upsilon}{dt} + kx = \vec{F}\,. \tag{72}$$

Умножим обе части (71) на $dx = \upsilon\, dt$ и проинтегрируем в пределах от x_0 до x_c . В результате получим полную работу, совершённую силой $\vec{F}$:

$$A = \int_{x_0}^{x_c} F dx = \int_{x_0}^{x_c} m\upsilon\, d\upsilon + \int_{x_0}^{x_c} kx dx = \frac{1}{2}m\left(\upsilon_a^2 - \upsilon_0^2\right) + \frac{k}{2}\left(x_a^2 - x_0^2\right). \tag{73}$$

При этом не только увеличивается кинетическая энергия тела массой m, но и изменяется форма пружины, что учитывается вторым слагаемым, представляющим прирост энергии деформации (потенциальной энергии). Энергия деформации, как и кинетическая энергия тела, является функцией состояния пружины:

$$U = \frac{1}{2}kx^2 + C, \tag{74}$$

где, постоянная C определяет энергию деформации при x=0; в нашем частном примере примем C=0.

Рассмотрим другой пример. Пусть точка массой M скользит по наклонной плоскости без трения (рис.22). На точку действует сила тяжести $F = mg$. Пусть в момент t=0 точка находится в положении 1 и имеет скорость $\vec{\upsilon_1}$. В положении 2 её скорость увеличится до значения $\vec{\upsilon_2}$, причём прирост кинетической энергии

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}m\left(\upsilon_a^2 - \upsilon_0^2\right) = E_{k2} - E_{k1} \tag{75}$$

равен работе, совершённой силой тяжести:

$$A = mg(y_1 - y_2). \tag{76}$$

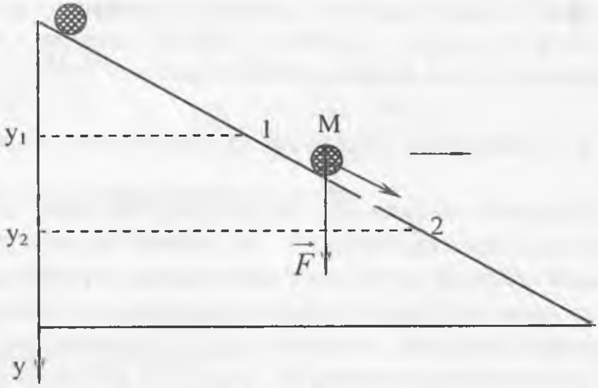


Рис. 22.

Эта работа зависит только от ординат начальной (y_1) и конечной (y_2) точек траекторий, но не от её формы. Если вернуть точку в начальное положение, то работа силы тяжести по замкнутому контуру равна нулю и сила тяжести, как и сила упругости, является консервативной силой. Назовём величину

$$E_n = -mgy_i + c \tag{77}$$

потенциальной энергией тяготения точки массой m в точке с ординатой y. Тогда (76) можно представить в виде:

$$A = -\left(E_{n2} - E_{n1}\right) = -\Delta E_n \,. \qquad (78)$$

Следовательно,

$$\Delta E_k = -\Delta E_n \,, \qquad (79)$$

т.е. прирост кинетической энергии равен убыли потенциальной. Из (75) следует:

$$E_{n1} + E_{k1} = E_{nz} + E_{k2} = E = const \qquad (80)$$

Где E – полная механическая энергия точки. Полная энергии системы E складывается из всех присущих системе видов энергии. Опыт показывает, что какие бы превращения энергии не происходили в изолированной системе, величина полной энергии изолированной системы остаётся постоянной:

$$E^* = const \qquad (81)$$

При этом, будучи не созидаемой и неуничтожимой, энергия может превращаться из одних видов в другие. Эти положения являются наиболее общей формулировкой закона сохранения и превращения энергии; в ней отражены основные свойства энергии – количественная неизменность и качественная изменчивость.

§ 9. Упругие и неупругие столкновения шаров

Столкновением называется взаимодействие двух или большего числа материальных тел, частиц и т.д., которое происходит в относительно малой области пространства в течение относительно малого промежутка времени. Вне этого пространства и вне этого промежутка времени можно говорить о начальных и конечных состояниях тел. Процессы столкновения делятся на упругие и неупругие в соответствии с характером изменения внутренней энергии частиц при их взаимодействии. Если внутренняя энергия частиц при этом изменяется, то столкновение упругое. Можно ввести понятие абсолютно-упругого столкновения или абсолютно-упругого удара. Абсолютно-упругим ударом называют такое кратковременное взаимодействие тел, после которого в обоих взаимодействующих телах не остаётся никаких деформаций, и кинетическая энергия, которой обладало тело до удара снова превращается в кинетическую энергию. Если удар можно считать абсолютно-упругим, то для скоростей до удара и после удара должны быть справедливы уравнения, выражающие закон сохранения импульса и закон сохранения энергии. Эти уравнения имеют вид:

$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_1\upsilon_1^{/} + m_2\upsilon_2^{/} \tag{82}$$

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} = \frac{m_1\upsilon_1^{/2}}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^{/2}}{2} \tag{83}$$

или $$m_1\upsilon_1^2 + m_2\upsilon_2^2 = m_1\upsilon_1^{/2} + m_2\upsilon_2^{/2}. \tag{84}$$

Произведя небольшие преобразования, получим

$$m_1\left(\upsilon_1 - \upsilon_1^{/}\right) = m_2\left(\upsilon_2^{/} - \upsilon_2\right) \tag{85}$$

$$m_1\left(\upsilon_1^2 - \upsilon_1^{/2}\right) = m_2\left(\upsilon_2^{/2} - \upsilon_2^2\right). \tag{86}$$

Деля (86) на (85) получим

$$\upsilon_1 + \upsilon_1^{/} = \upsilon_2^{/} + \upsilon_2 \tag{87}$$

Умножим на m_2 (87). Тогда

$$m_2\upsilon_1 + m_2\upsilon_1^{/} = m_2\upsilon_2^{/} + m_2\upsilon_1. \tag{88}$$

Вычтем (88) из (85)

$$m_1\upsilon_1 - m_1\upsilon_1^{/} - m_2\upsilon_1 - m_2\upsilon_1^{/} = m_2\upsilon_2^{/} - m_2\upsilon_2 - m_2\upsilon_2^{/} - m_2\upsilon_2$$

$$\upsilon_1\left(m_1 - m_2\right) + 2m_2\upsilon_2 = \upsilon_1^{/}\left(m_1 + m_2\right)$$

$$\upsilon_1^{/} = \frac{\left(m_1 - m_2\right)\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}. \tag{89}$$

Уравнение (85) можно записать и так:

$$m_1\left(\upsilon_1^{/} - \upsilon\right) = m_2\left(\upsilon_2 - \upsilon_2^{1}\right). \tag{90}$$

Уравнение (87) умножим на m_1

$$m_1\upsilon_1 + m_1\upsilon_1^{/} = m_1\upsilon_2^{/} + m_1\upsilon_2. \tag{91}$$

Уравнение (91) вычтем из (90)

$$m_1\upsilon_1^{/} - m_1\upsilon_1 - m_1\upsilon_1 - m_1\upsilon_1^{/} = m_2\upsilon_2 - m_2\upsilon_2^{/} - m_1\upsilon_2^{/} - m_1\upsilon_2.$$

После упрощений получим:

$$\upsilon_2^{/} = \frac{\left(m_2 - m_1\right)\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}. \tag{92}$$

Рассмотрим два частных случая.

а) сумма импульсов обоих шаров до удара равна нулю, т.е.

$$m_1\upsilon_1 = -m_2\upsilon_2^{/}. \tag{93}$$

После этого на основании (93) мы придём к тому, что

$$\upsilon_1' = -\upsilon_1 \tag{94}$$

$$\upsilon_2' = -\upsilon_2 \tag{95}$$

т.е. импульсы обоих шаров при ударе только изменяют свой знак.

б) один шар до удара покоится: $\upsilon_2 = 0$ тогда

$$\upsilon_1' = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1}{m_1 + m_2} \tag{96}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}. \tag{97}$$

При неупругих столкновениях происходит превращение кинетической энергии во внутреннюю или наоборот, а также внутренней энергии одной частицы во внутреннюю энергию другой. Рассмотрим абсолютно неупругий удар. В этом случае в результате столкновения оба тела сливаются и движутся как одно тело. Считая, что второе тело массой m_2 до столкновения покоилось, можно написать следующие законы сохранения:

$$E_{вн1} + E_{вн2} + E_{к1} = E'_{вн(1+2)} + E'_{к(1+2)} \tag{98}$$

$$P_1 = P'_{(1+2)} \tag{99}$$

$$m_1\overline{\upsilon_1} = (m_1 + m_2)\overrightarrow{\upsilon_2} \qquad \overrightarrow{\upsilon_2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\overrightarrow{\upsilon_1}. \tag{100}$$

В этих уравнениях $E_{вн1}$ и $E_{вн2}$ - внутренняя энергия первого и второго тел до столкновения, $E_к$ - кинетическая энергия движущего тела, P_1 - его импульс, $E'_{вн(1+2)}$, $E'_{к(1+2)}$ и $P'_{(1+2)}$ - внутренняя энергия, кинетическая энергия и импульс тела, получившего после столкновения в результате слияния. Если не учитывать соотношения между массой и энергией, то уравнение (100) даёт возможность найти скорость тела, получившегося в результате слияния:

$$m_1\vec{\upsilon} = (m_1 + m_2)\overrightarrow{\upsilon_2}.$$

Откуда

$$\overrightarrow{\upsilon_2} = \left[\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right]\overrightarrow{\upsilon_1}. \tag{101}$$

С помощью этих формул можно также вычислить кинетическую энергию, $\Delta E_к$, которая превратилась во внутреннюю энергию:

$$\Delta E_к = \frac{m_1 \upsilon_1^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)\upsilon_2^2}{2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} E_{k1}. \qquad (102)$$

Если масса покоящегося тела очень велика $m_2 \succ\succ m_1$, то $\Delta E \approx E_k$, т.е. почти вся кинетическая энергия превращается во внутреннюю. В этом случае образовавшиеся в результате слияния тело практически покоится. Если же масса покоящегося тела очень мала $m_2 \prec\prec m_1$, то $\Delta E_к \approx 0$, т. е. не происходит заметного превращения кинетической энергии во внутреннюю. Образовавшееся в результате слияния тело движется практически с той жё скоростью, с какой двигалось первое тело до столкновения.

§ 10. Поступательное и вращательное движение абсолютно твёрдого тела

Совокупность материальных точек, не смещающихся друг относительно друга, называется абсолютно твёрдым телом. Характерными видами движения твёрдого тела являются поступательное движение и вращение. При поступательном движении все точки твёрдого тела двигаются с одинаковыми скоростями $\vec{\upsilon}$ и одинаковыми ускорениями $\vec{a}$.

Рассмотрим вращательное движение твёрдого тела. Пусть твёрдое тело произвольной формы вращается под действием силы вокруг неподвижной оси 00^1 (рис.23). Тогда все его точки описывают окружности с центрами на этой оси. При этом все точки тела имеют одинаковую угловую скорость и одинаковое ускорение. Разложим действующую силу $\vec{F}^*$ на три взаимно перпендикулярные составляющие: $\vec{F}'$, $\vec{F}''$ и $\vec{F}$. Назовём $\vec{F}$ вращающей силой. Действие этой силы зависит от момента сил. Моментом $\vec{M}$ вращающей силы называется произведение вращающей силы $\vec{F}$ на радиус окружности $\vec{r}$, описываемой точкой приложения силы:

$$\vec{M} = [\vec{F} \cdot \vec{r}]. \qquad (103)$$

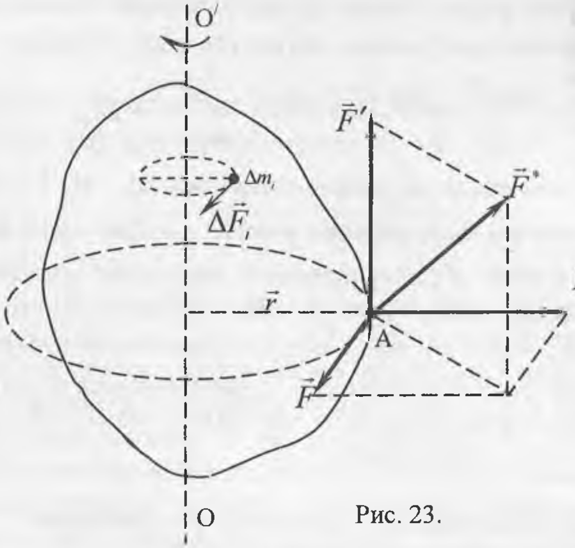


Рис. 23.

Мысленно разобьем всё тело на очень малые частицы – элементарные массы Δm_i. На основании второго закона Ньютона

$$\Delta F_i = \Delta m_i a_i . \tag{104}$$

Умножим обе части этого уравнения на радиус r_i окружности, описываемой элементарной массой.

$$\Delta F_i r_i = \Delta m_i r_i^2 \cdot \beta . \tag{105}$$

Здесь $\Delta F_i r_i = \Delta M_i$ - вращающий момент, приложенный к элементарной массе, $\Delta m_i r_i^2 = \Delta I_i$ - момент инерции элементарной массы, суммируя вращающие моменты ΔM_i, приложенные по всем элементарным массам, составляющим тело, получим

$$\sum \Delta M_i = \beta \sum \Delta I_i , \tag{106}$$

где $\sum \Delta M_i = M$ - вращающий момент, приложенный к телу, т.е. момент вращающей силы, F. $\sum \Delta I_i = I$ - момент инерции тела. Следовательно, моментом инерции тела, называется сумма моментов инерции всех материальных точек, составляющих тело. Можно переписать формулу (106) в виде:

$$M = I \cdot \beta . \qquad (107)$$

Формула (107) выражает основной закон динамики вращения: момент вращающей силы, приложенный к телу, равен произведению момента инерции тела на угловое ускорение.

На рисунке 24 приведены различные позы человека. Момент инерции всего тела человека зависит от позы тела и оси вращения. Изменением позы можно очень сильно изменить момент инерции. Например, группировка при выполнении сальто уменьшает момент инерции по сравнению с прямым положением тела примерно в три раза. В таблице приведены коэффициенты уравнения вида $У = B_0 + B_1 x_1 + B_2 x_2$ для вычисления моментов инерции сегментов человека относительно фронтальной оси по длине тела (x_2) и весу (x_1).

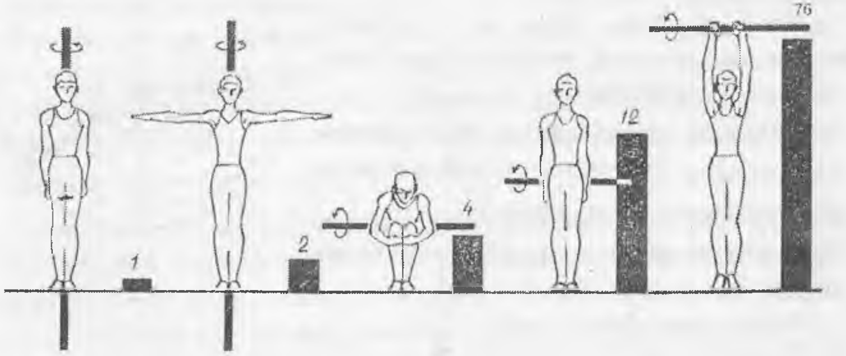


Рис. 24.

Таблица №2.

Сегмент	B_0	B_1	B_2	Сегмент	B_0	B_1	B_2
Стопа	-07.00	0.414	6,14	Средняя часть туловища	263	25,7	-8.0
Голень	-1152	4,594	6,815	Нижняя часть туловища	-934	11,8	3,44
Бедро	-3690	32,02	19,24	Голова	112	1,43	1,73
Кисть	-13,68	0,088	9092	Верхняя часть туловища	367	18,3	-6,73
Предплечье	-67,9	0,855	0,376	Плечо	-232	1,526	1,343

Аналогично закону сохранения количества движений можно написать математические выражения закона сохранения момента импульса.

$$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 + I_3\omega_3 + ... + I_n\omega_n = const \qquad (108)$$

В изолированной системе сумма моментов импульса всех тел – величина постоянная. Для изолированной системы, состоящей из одного тела, закон сохранения момента импульса запишется так:

$$I\omega = const . \qquad (109)$$

§11. Кинетическая энергия вращающегося твёрдого тела

Пусть некоторое тело вращается около неподвижной оси, проходящей через точку 0 и направленной перпендикулярно плоскости чертежа (рис.25).

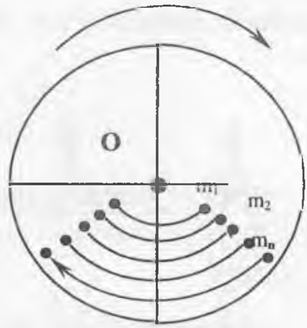


Рис. 25.

Если разобьём тело на отдельные весьма малые части, массы которых обозначены соответственно $m_1, m_2, m_3 : ...; m_n$, то линейные их скорости будут равны $\upsilon_1; \upsilon_2; \upsilon_3; ...; \upsilon_2$. Расстояния от оси вращения до соответствующих частиц $r_1; r_2; r_3; ..., r_4$. Полная кинетическая энергия тела будет равна

$$E_k = \frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} + ... + \frac{m_n\upsilon_n^2}{2}, \qquad (110)$$

но $\upsilon = \omega \cdot r$.

С учётом этого

$$E_k = \frac{m_1\omega^2 r_1^2}{2} + \frac{m_2\omega^2 r_2^2}{2} + ... + \frac{m_n\omega^2 r_n^2}{2} = \frac{\omega^2}{2}\left(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + ... + m_n r_n^2\right). \quad (111)$$

Величина, равная сумме произведений масс отдельных частиц тела на квадраты расстояний до оси вращения, называется моментом инерции тела относительно этой оси. Сумма величин $m_i r_i^2$ и есть полный момент инерции тела. Поэтому

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}, \qquad \text{где} \qquad I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + ... + m_n r_n^2 . \qquad (112)$$

Полная кинетическая энергия настоящего тела, например цилиндра, складывается из энергий его поступательного и вращательного движений.

$$E = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \quad , \tag{113}$$

где ω - угловая скорость цилиндра, вращающегося вокруг своей геометрической оси, υ - линейная скорость поступательного перемещения самой оси. Единицей измерения момента инерции является [I]=кг/м^2 , силы является [М]=н/м.

§12. Деформация твёрдого тела

Деформацией называют изменение формы и размеров тел под действием внешних сил. Различают деформацию упругую и неупругую. Если после прекращения действия сил вызвавших деформацию, тело принимает первоначальные размеры и форму, деформация называется упругой. Деформация, сохраняющаяся и после прекращения действия силы на тела называется неупругой или пластической. Если к концам однородного стержня постоянного сечения приложить направленные вдоль его оси силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ $\left(\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}\right)$, действие которых равномерно распределено по всему сечению, то длина стержня L получит либо положительное (при растяжении), либо отрицательное (при сжатии) приращение ΔL (рис.26). При этом каждый произвольный выбранной элемент стержня δL получает приращение $\Delta(\delta L)$, пропорциональное его длине, так что для всех элементов стержня отношение $\dfrac{\Delta(\delta L)}{\delta L}$ оказывается одним и тем же. В качестве величины, характеризующей деформацию стержня, берут относительное изменение его длины.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}\,. \tag{114}$$

В случае растяжения оно положительно, а в случае сжатия отрицательно. При упругой деформации относительное удлинение пропорционально силе, приходящейся на единицу площади поперечного сечения стержня:

$$\varepsilon = \alpha \frac{F}{S} \qquad (115)$$

α - называется коэффициентом упругости. Величина, равная отношению силы к величине поверхности, на которую сила действует, называется напряжением, и обозначается либо σ (нормальное); либо τ (тангенциальное).

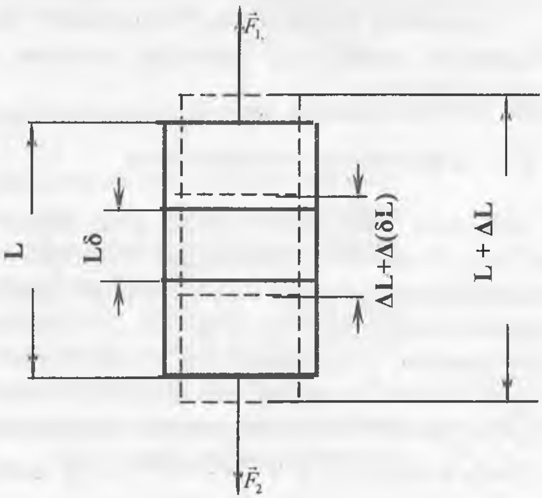


Рис. 26.

Итак

$$\sigma = \frac{F}{S}. \qquad (116)$$

Тогда

$$\varepsilon = \alpha\sigma. \qquad (117)$$

Для характеристики упругих свойств материала пользуются величиной, называемой модулем Юнга, связанного с α соотношением

$$E = \frac{1}{\alpha}. \qquad (118)$$

Модуль Юнга равен такому нормальному напряжению, при котором относительное удлинение было бы равно единице, если бы столь большие упругие деформации были возможны. С учётом записанных формул можно определить силу:

$$F = \frac{ES}{L}\Delta L = k\Delta L. \qquad (119)$$

где k - постоянный для данного стержня коэффициент. Соотношение (119) выражает закон Гука для данной деформации. Этот закон выполняется только до тех пор, пока не достигается предел упругости.

Теперь рассмотрим деформацию сдвига. Для этого возьмём однородное тело имеющее форму прямоугольного параллелепипеда, и приложенные его противоположным граням силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. (рис.27), $\left(\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}\right)$ направленные параллельно этим граням. Если действие сил будет равномерно распределено по всей поверхности соответствующей грани S, то в любом сечении, параллельном этим граням, возникнет тангенциальное напряжение:

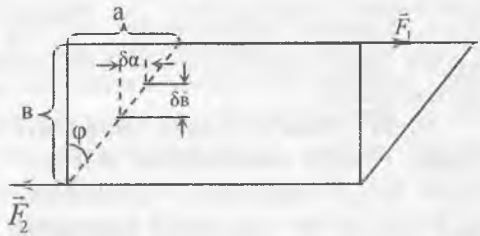


Рис. 27.

$$\tau = \frac{F}{S}. \qquad (120)$$

Под действием напряжений тело деформируется таким образом, что верхняя грань сместится относительно нижней грани на некоторое расстояние а. Если, тело мысленно разбить на элементарные горизонтальные слои, то каждый слой окажется сдвинутым относительно соседних с ним слоёв. По этой причине деформация такого вида получила название сдвига. При этой деформации любая прямая, первоначально перпендикулярная к горизонтальным слоям, сместится на некоторый угол φ. Следовательно, отношение сдвига δa двух произвольно взятых слоёв к расстоянию между этими слоями $\delta в$ будет одинаково для любой пары слоёв. Это отношение естественно взять в качестве характеристики деформации сдвига:

$$\gamma = \frac{a}{в} = tg\varphi. \qquad (121)$$

Величина γ называется относительным сдвигом. В силу малости угла φ можно положить $tg\varphi \approx \varphi$. Следовательно, относительный сдвиг γ оказывается равным углу сдвига φ. Опыт показывает, что относительный сдвиг пропорционален тангенциальному напряжению:

$$\gamma = \frac{1}{G} \cdot \tau . \tag{122}$$

Коэффициент зависит только от свойств материала и называется модулем сдвига. Он равен такому тангенциальному напряжению, при котором угол сдвига оказался бы равным 45^0 ($tg\varphi = 1$), если бы при столь больших деформациях не был превзойдён предел упругости. Кроме рассмотренных выше деформаций, рассмотрим кручение круглого стержня.

Если такой стержень закрепить одним концом неподвижно, а к другому концу приложить вращательный момент M, имеющий направление вдоль оси стержня (рис.28), то стержень получит такую деформацию, при которой его нижнее основание повернётся по отношению к верхнему на некоторый угол φ. Произведя соответствующий расчёт можно показать, что угол закручивания стержня определяется следующим выражением:

$$\varphi = \frac{2L}{\pi r^4 G} M . \tag{123}$$

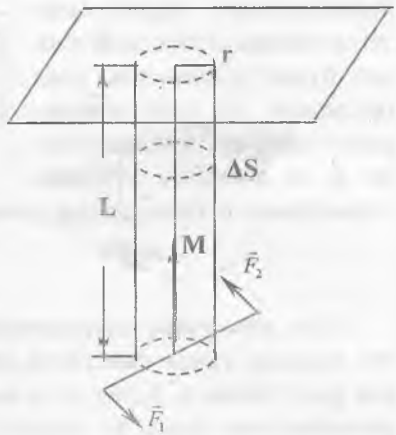


Рис. 28.

где L – длина стержня, r – его радиус, G – модуль сдвига, M – вращательный момент. Обозначив постоянный для данного стержня множитель при M буквой к, соотношению (123) можно придать вид:

$$\varphi = \kappa M . \tag{124}$$

Последнее соотношение выражает закон Гука при кручении.

Всякое твёрдое тело даёт деформации, подчиняющиеся закону Гука лишь до известного предела.

Графически зависимость относительного удлинения от напряжения представлена на рис.29. То значение напряжения $\sigma = \sigma_{np}$, начиная с некоторого отступления от линейности, становится заметным, называется пределом пропорциональности. При значениях напряжения, превышающих так называемый предел упругости $\sigma_{упр}$, наступает иной вид деформации носящий название пластической деформации, не пропадающей полностью после прекращения действия сил. Если при достижении некоторой точки c, лежащей в области пластической деформации, начать уменьшать напряжение до нуля, то тело не вернётся в исходное состояние по линии в $c0$; убывание деформации изобразится пунктирной линией ce, тело сохранит остаточную деформацию $0e$. На рисунке 29 представлена диаграмма растяжения железа. Прямолинейная часть 0а соответствует выполнению закона Гука: часть, ab, хотя и относится ещё к упругой деформации, но даёт уже отступление от закона Гука; здесь удлинение возрастает быстрее напряжения. Максимальное напряжение, возникающее в теле до разрушения, называют пределом прочности. Точка d соответствует разрыву. Реальные твёрдые тела обнаруживают в большей или меньшей мере сложную зависимость деформации от времени, не учитываемую ни законом Гука, ни теми упрощёнными схемами, которые были рассмотрены.

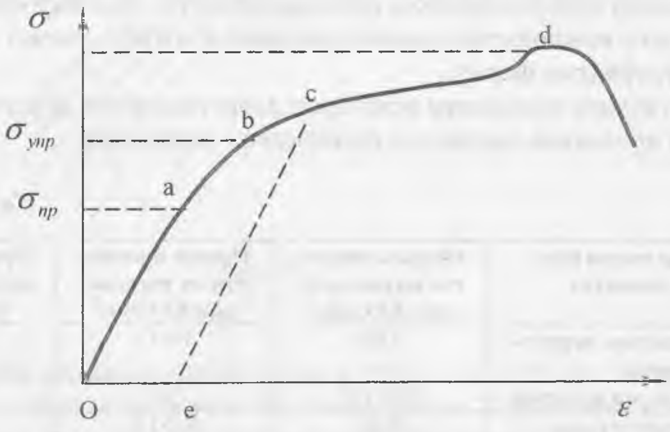


Рис. 29.

Вещества с высоким пределом упругости называются упругими (большая часть металлов).

Эластичными называют тела, способные к большим упругим деформациям, т.е. с малым модулем упругости, например каучук. Хрупкими называются тела, имеющие узкие пределы упругих деформаций (чугун, закалённая сталь).

Механические свойства вещества зависят также от его температуры. Повышение температуры способствует пластичности, понижение температуры - хрупкости. Хрупкое при обычной температуре стекло делается пластичным при нагревании, эластичный при обычной температуре каучук делается хрупким, при низких температурах и т.п. Деформация проявляется и в живых организмах. Так элементы опорки - двигательного аппарата человека несут значительную и разнообразную механическую нагрузку. При этом могут иметь место самые различные сочетания сил, действующих на опорный аппарат. В основном это силы, вызывающие сжатия (например, для позвоночного столба, нижних конечностей), растяжение (верхние конечности, связки, сухожилия и мышцы) и изгиб (позвоночник, кости таза, кости конечностей и т.п.). Если нагрузка переходит предел прочности элементов опорно-двигательного аппарата, то происходит их разрушение (переломы костей, разрывы связок). Могут иметь место и вывихи костей в суставах, разрывы мышц, повреждение кожи и т.д.

Деформация кости подчиняется закону Гука. Строение отдельных костей приспособлено к приходящимся на них нагрузкам. Длинные кости конечностей, подвергающиеся к изгибу, имеют в средней части трубчатую форму.

В таблице приведены некоторые характеристики деформации для тканей организма человека и технических материалов.

Таблица №3.

Вид ткани или вещества	Модуль упругости на растяжении КГС/мм^2	Предел прочности на расстоянии КГС/мм^2	Предел прочности нажатия КГС/мм^2
Компактное вещество извести	2300	10-12	12-16
Сухожилия и связки	100-150	5-7	-
Нервные стволы	8-12	1,2-1,5	-
Артерии и вены	0,4-0,5	0,15-0,2	-
Сталь	20 000	80-100	120-150
Дерево	1000	8-10	4-5
Каучук	1,2	5	-

§13. Движение жидкости

Часть механики, занимающаяся изучением движения жидкости, называется гидродинамикой. Рассматривая движение жидкости, в большинстве случаев можно с достаточной степенью приближения считать жидкость абсолютно несжимаемой и полагать, что перемещение в ней одних слоёв относительно других не связано с возникновением сил трения (отсутствует внутреннее трение или вязкость). Такая абсолютно несжимаемая и абсолютно невязкая жидкость называется идеальной. Рассмотрим некоторый объём внутри движущейся идеальной несжимаемой жидкости. Мысленно выделим в нём ряд точек и изобразим векторами скорость движения частиц жидкости, находящихся в данный момент времени в этих точках (рис.30).

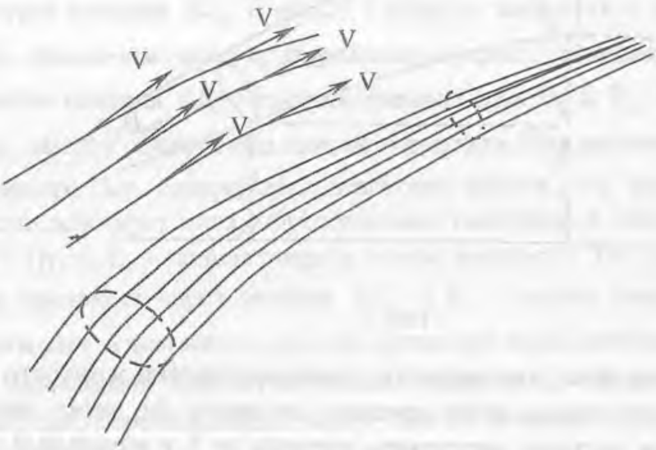


Рис. 30.

Проведём линии, в каждой точке которых касательная совпадает с вектором скорости движения частиц жидкости. Такие лини называются линиями тока. Условимся проводить линии тока, так чтобы густота их был пропорциональна величине скорости в данном месте. Поскольку величина и направление вектора $\vec{v}$ в каждой точке могут меняться со временем, то и картина линий тока может непрерывно меняться. Если вектор скорости в каждой точке пространства остаётся постоянным, то течение называется установившимся или стационарным. При стационарном течении любая частица жидкости проходит данную точку пространства с одним и тем же значением $\vec{v}$. Часть жидкости, ограниченная линиями тока, называется трубкой тока. Вектор $\vec{v}$, будучи в каждой точке касательным к линии тока, будет касательным и к поверхности трубки тока. Следовательно, частицы жидкости при своём движении не пересекают стенок трубки тока.

Возьмём перпендикулярное к направлению скорости сечение трубки тока S (рис. 31).

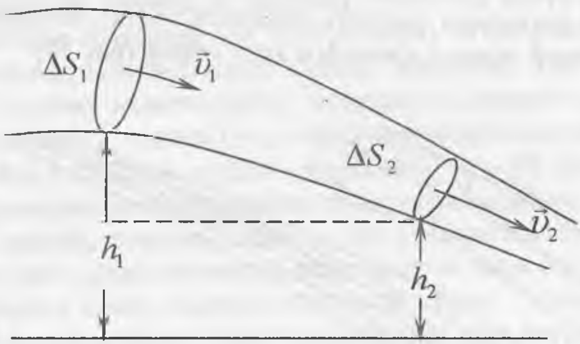


Рис. 31.

Предположим, что скорость движения частиц жидкости одинакова во всех точках этого сечения. За время Δt через сечение S пройдут все частицы, расстояние которых от S в начальный момент не превышает значения $v_1\Delta t$. Следовательно, за время Δt через сечение S_1 пройдёт объём жидкости, равный $S \cdot v_1\Delta t$ за единицу времени через сечение пройдёт объём жидкости равный $S \cdot v$. Возьмём такую трубку тока, в каждом сечении которой скорость жидкости можно считать постоянной. Если жидкость несжимаема, то количество жидкости между сечениями S_1 и S_2 (рис.31) будет оставаться постоянным. Отсюда следует, что объёмы жидкости, протекающие за единицу времени через сечения S_1 и S_2 должны быть одинаковы:

$$S_2 v_1 = S_2 v_2. \qquad (125)$$

Приведённое выше рассуждение применимо к любой паре сечений. Следовательно, для несжимаемой жидкости величина $S \cdot \upsilon$ в любом сечении одной и той же трубки должна быть одинакова:

$$S \cdot \upsilon = const . \tag{126}$$

Полученный результат представляет собой содержание теоремы о неразрывности струи. Эта теорема применима и к реальным жидкостям и газам, если сжимаемостью их можно пренебречь.

Установим связь между скоростью течения жидкости и давлением. Для этого представим себе трубку тока, сужающуюся по направлению течения; поступая в более узкую часть трубки тока, жидкость начинает течь скорее, т.е. она приобретает ускорение.

Выделим из текущей струи некоторую определённую массу жидкости, протекающую сначала через сечение трубки тока ΔS_1, а затем через сечения ΔS_2 (рис.32). Скорость жидкости в месте сечения ΔS_1 обозначим через υ_1 и давление – через P_1, скорость и давление в месте сечения ΔS_2 - соответственно через υ_2 и P_2. Обозначим через h_1 высоту сечения над линией горизонта. При протекании массы жидкости Δm совершается некоторая работа., т.к. на эту массу жидкости действует сила, обусловленная наличием в жидкости давления P. Пусть E_1 – полная энергия массы жидкости Δm в том месте, где она протекает через сечение ΔS_1, а E_2 – полная энергия массы жидкости Δm в том месте, где она протекает через сечение ΔS_2. По закону сохранения энергии изменение энергии E_2 - E_1 равна работе внешних сил, перемещающих массу Δm от сечения ΔS_1, к сечению ΔS_2:

$$E_2 - E_1 = A . \tag{127}$$

Энергии E_2 и E_1 складываются из кинетических и потенциальных энергий массы жидкости Δm:

$$E_1 = \frac{\Delta m \upsilon_1^2}{2} + \Delta m g h_1 ;$$

$$E_2 = \frac{\Delta m \upsilon_2^2}{2} + \Delta m g h_2 . \tag{128}$$

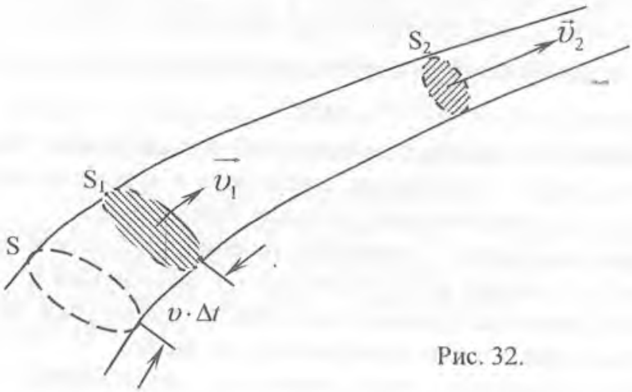


Рис. 32.

Силы, давлений действующие на оба конца выделенного участка жидкости, соответственно равны:

$$F_1 = P_1 \Delta S_1 ;\ F_2 = -P_2 \Delta S_2 . \qquad (129)$$

Первая сила положительна, т.к. она направлена в сторону течения жидкости; вторая отрицательна, т.к. она представляет собой силу, действующую на рассматриваемый участок со стороны жидкости, находящейся правее сечения, и, следовательно, направленную в сторону, противоположную течению жидкости. Окончательно находим

$$A = F_1 \cdot \Delta l_1 + F_2 \cdot \Delta l_2 = P_1 \Delta S_1 \upsilon_1 \Delta t - P_2 \Delta S_2 \upsilon_2 \Delta t , \qquad (130)$$

где $\Delta l_1 = \upsilon_1 \Delta t$ и $\Delta l_2 = \upsilon_2 \Delta t$ - расстояния, на которые сдвигаются массы жидкости в местах расположения сечений ΔS_1 и ΔS_2. Подставляя найденные значения E_1, E_2 и A в уравнении (127) получим:

$$\frac{\Delta m \upsilon_2^2}{2} + \Delta m g h_2 - \frac{\Delta m \upsilon_1^2}{2} - \Delta m g h_1 = P_1 \Delta S_1 \upsilon_1 \Delta t - P_2 \Delta S_2 \upsilon_2 \Delta t$$

или

$$\frac{\Delta m \upsilon_1^2}{2} + \Delta m g h_1 + P_1 \Delta S_1 \upsilon_1 \Delta t = \frac{\Delta m \upsilon_2^2}{2} + \Delta m g h_2 + P_2 \Delta S_2 \upsilon_2 \Delta t . \qquad (131)$$

Согласно теореме о неразрывности струи объём, занимаемый массой жидкости Δm, остаётся постоянным:

$$\Delta V = \Delta S_1\ \upsilon_1\ \Delta t = \Delta S_2\ \upsilon_2\ \Delta t . \qquad (132)$$

Деля правую и левую части равенства (131) на этот объём ΔV и замечая, что

$\frac{\Delta m}{\Delta V}$ есть плотность жидкости ρ, получим,

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + P_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + P_2. \qquad (133)$$

Это уравнение было впервые выведено выдающимся физиком и математиком Даниилом Бернулли и носит его имя. Для трубки тока, расположенной горизонтально ($h_1 = h_2$), уравнение Бернулли имеет вид:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + P_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + P_2. \qquad (134)$$

Поскольку сечения ΔS_1 и ΔS_2 были выбраны произвольно, то можно окончательно написать:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + P = const. \qquad (135)$$

Все члены левой части этого уравнения можно рассматривать как величины давления. Величину P называют статическим давлением, величину $\frac{\rho v^2}{2}$ - динамическим давлением, величину $\rho g h$ - гидравлическим давлением. Следовательно, уравнению Бернулли, можно дать такую формулировку:

В установившемся потоке идеальной несжимаемой жидкости полное давление, слагающееся из динамического, гидравлического и статического давлений, постоянно на любом поперечном сечении потока. Из уравнений Бернулли и неразрывности следует, что в местах сужения трубопровода скорость течения жидкости возрастает, а давление понижается, и наоборот: в местах расширения трубопровода скорость течения уменьшается, а давление возрастает.

Рассмотренное выше уравнение Д.Бернулли (135) связано с идеальной жидкостью. Идеальная жидкость, т.е. жидкость без трения, является абстракцией. Всем реальным жидкостям и газам присуща вязкость или внутреннее трение. Ниже будут рассмотрены вопросы течения жидкостей и газов, обладающих вязкостью и движение тел в них.

Наблюдаются два вида течения жидкости (или газа). В одних случаях жидкость как бы разделяется, на слои, которые скользят друг относительно друга, не перемешиваясь. Такое течение называется ламинарным течением. При увеличении скорости или поперечных размеров потока характер течения существенным образом изменяется. Возникает энергичное перемешивание жидкости. Такое течение называется турбулентным. Английский учёный Рейнольд установил, что характер течения зависит от значения безразмерной величины

$$R_e = \frac{\rho \upsilon l}{\eta}$$

где ρ - плотность жидкости или газа, υ - средняя скорость потока, η - коэффициент вязкости жидкости или газа l - размер тела, R_l - называется числом Рейнольдса.

Это число характеризует переход от ламинарного течения к турбулентному. Отношение $\nu = \dfrac{\upsilon}{\rho}$ - называется кинематической вязкостью. Тогда числу Рейнольдса можно придать следующий вид. $R_e = \dfrac{\upsilon l}{\nu}$ при числе Рейнольдса меньше 100 воздух, вода или любая другая среда обтекают, например, шар, плавно, т.е. ламинарно. Если число Рейнольдса превысит критическое значение (вследствие увеличения диаметра шара или скорости потока), появится завихрения. Специалисты по бионике рассчитали значения числа Рейнольдса для многих животных (рис. 33).

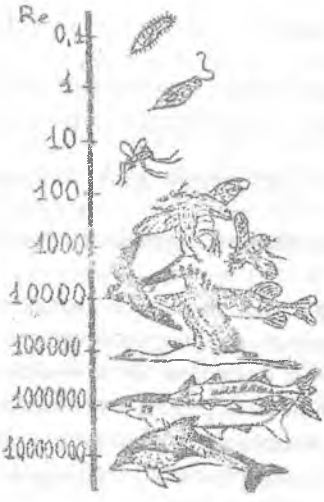


Рис. 33.

§14. Движение вязкой жидкости в трубе

При движении жидкости в круглой трубе скорость равна нулю у стенок трубы и максимальна на оси трубы. Полагая течение ламинарным, найдём закон изменения скорости с расстоянием r от оси трубы. Выделим воображаемый цилиндрический объём жидкости радиуса r и длины l (рис.34). При стационарном течении в трубе постоянного сечения скорости всех частиц жидкости остаются постоянными. Следовательно, сумма внешних сил, приложенных к любому объёму жидкости, равна нулю. На основания рассматриваемого цилиндрического объёма действуют силы давления, сумма которых равна $(P_1 - P_2)\pi r^2$. Эта сила действует в направлении движения жидкости.

Кроме того, на боковую поверхность цилиндра действует сила трения, равная

$$F_{TP} = \eta(\frac{dv}{dr})2\pi r l \cdot$$

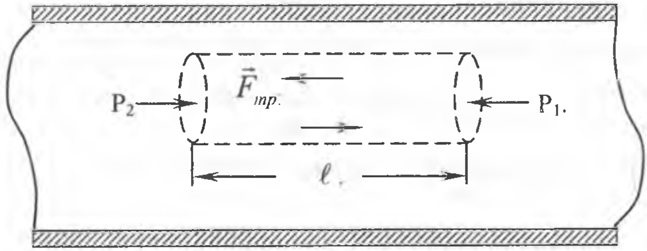


Рис. 34.

Условии стационарности будет выполнено при:

$$(P_1 - P_2)\pi r^2 = \eta\left|\frac{dv}{dr}\right|2\pi rl\,. \qquad (136)$$

Скорость убывает с расстоянием от оси трубы. Следовательно, $\frac{dv}{dr}$ отрицательно и $\left|\frac{dv}{dr}\right| = -\frac{dv}{dr}$ Учитывая это, преобразуем соотношение (136), следующим образом:

$$-\frac{dv}{dr} = -\frac{(P_1 - P_2)r}{2\eta l}. \qquad (137)$$

Разделив переменные, получим уравнение:

$$dv = -\frac{P_1 - P_2}{2\eta l}rdr\,. \qquad (138)$$

Интегрирование этого уравнения приведёт к определению величины скорости:

$$\upsilon = -\frac{P_1 - P_2}{4\eta l} r^2 + c\,. \qquad (139)$$

Постоянную интегрирования c нужно выбрать так, чтобы скорость обращалась в нуль на стенках трубы, т.е. при $r = R$ (R- радиус трубы). Из этого условия

$$c = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} R^2\,. \qquad (140)$$

Подстановка значения c в (139) приводит к формуле:

$$\upsilon\left(r\right) = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l}(R^2 - r^2) = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} R^2 (1 - \frac{r^2}{R^2})\,. \qquad (141)$$

Следовательно, значение скорости на оси трубы равно:

$$\upsilon_0 = \upsilon\left(0\right) = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} R^2\,. \qquad (142)$$

С учётом этого формуле (141) можно придать вид:

$$\upsilon\left(r\right) = \upsilon_0 (1 - \frac{r^2}{R^2})\,. \qquad (143)$$

Таким образом, при ламинарном течении скорость изменяется с расстоянием от оси трубы по параболическому закону рис.35. При турбулентном течении скорость в каждой точке меняется беспорядочным образом.

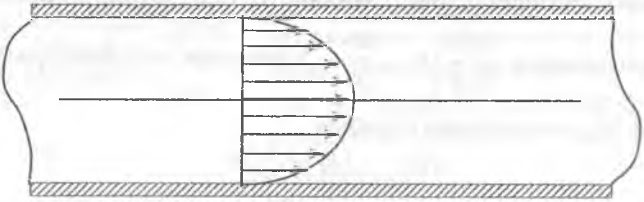


Рис. 35.

При неизменных внешних условиях постоянной оказывается средняя по времени скорость в каждой точке сечения трубы. Профиль средних скоростей при турбулентном течении изображен на рис.36. Вблизи стенок трубы скорость изменяется гораздо сильнее, чем при ламинарном течении, в остальной же части сечения скорость изменяется меньше.

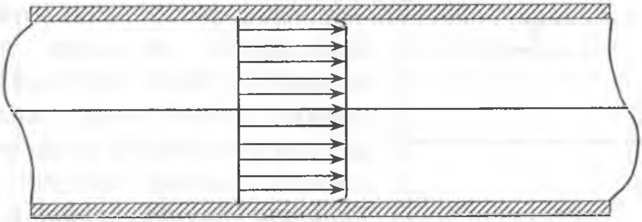


Рис. 36.

Полагая течение ламинарным, вычислим поток жидкости Q, т.е. объём жидкости, протекающий через поперечное сечение трубы за единицу времени. Разобьём поперечное сечение трубы на кольца шириной dr (рис.37). Через кольцо радиусом r пройдёт за секунду объём жидкости, равный произведению площади кольца $2\pi r dr$ на скорость течения в точках, находящихся на расстоянии r от оси трубы. Приняв во внимание формулу (143), получим:

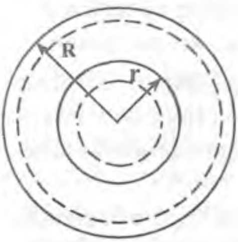


Рис. 37.

$$dQ = \upsilon_0 (1 - \frac{r^2}{R^2})\, 2\pi r dr \,. \tag{144}$$

Чтобы получить поток Q нужно проинтегрировать выражение (144) по r в пределах от нуля до R:

$$Q = \int_0^R \upsilon_0 (1 - \frac{r^2}{R^2})\, 2\pi r dr = \frac{1}{2} \pi R^2 \upsilon_0 = \frac{1}{2} S \upsilon_0 \,, \tag{145}$$

(S – площадь сечения трубы). Из формулы (145) следует, что при ламинарном течении среднее (по сечению) значение скорости равно половине значения скорости на оси трубы. Подставив в (145) значение (142) υ_0, получим для потока формулу:

$$Q = \frac{(P_1 - P_2)}{8\eta l} \pi R^4 \,. \tag{146}$$

Эта формула называется формулой Пуазейля. Согласно (146) поток жидкости пропорционален перепаду давления на единице длины трубы и обратно пропорционален коэффициенту вязкости жидкости. Формула Пуазейля применима при ламинарном течении жидкости.

Уравнение Д. Бернулли и формула Пуазейля находят широкое применение в технике, в биологии и медицине при изучении и использовании процессов течения жидкости и газов. Так, кровь представляет собой вязкую жидкость, которая прогоняется сердцем через сложную систему артерий и вен. Скорость течения крови по телу достаточна мала, так что поток можно считать ламинарным, благодаря силам сцепления между молекулами крови и внутренними стенками артерий вблизи них течение крови отсутствует. Значит, кровь течёт быстрее в центре артерии, а у стенок её скорость крови равна нулю. Если вязкость крови равна η то её скорость будет определяться теми же уравнениями, которые были получены при рассмотрении течения вязкой жидкости. Изменение скорости крови в зависимости от расстояния до стенок показано на рис. 38, которое по форме совпадает с рис.35.

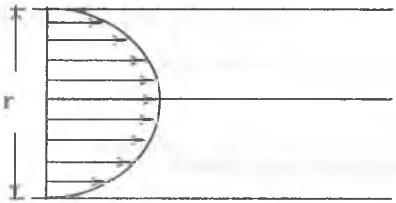


Рис. 38.

Согласно уравнению Бернулли должно иметь место и изменение давления. Низкая скорость течения около стенки означает, что давление здесь высокое. В центре трубки, там, где скорость максимальная, давление низкое. Распределение скоростей слоёв и давлений в артерии показано на рис.39. Такое изменение скорости течения в зависимости от расстояния до центра приводит к изменению давления, которое толкает клетки крови к центру. Изменение давления на протяжении кровеносной системы, состоящей из артерий, капилляров и вен показано на рис.40

Рис. 39.

Рис. 40.

Часто бывает необходимым рассматривать движение тел в жидкостях или газах. Например, полёт снаряда, самолёта, птиц, плавание в воде рыб и др. В этом случае на них действуют различные силы. Так, для создания самолётов учёные, как известно, много внимания уделяли изучению полёта птиц. Среди особенностей организма птиц, связанных с передвижением в воздушной среде, первое место занимают крылья. Движение крыла, как несущей поверхности, производится мускулами, определяющими то или иное движение в суставах. Изменение площади несущей поверхности происходит в результате частичного складывания крыла при сгибании его в локтевом суставе. Изменение сводчатости производится большим или меньшим натяжением передней летательной перепонки, а изменение угла атаки - произвольным или непроизвольным ротационным движением плеча, предплечья и пальцев. Приспособление организма птиц к воздушной среде проявляется не только в строении органов полёта, но и тем, что птицы обладают низким абсолютным весом. Наиболее тяжёлыми из летающих птиц являются дродоп и пеликаны, достигающие веса 13-20 кг. Некоторые птицы, весят не больше 1,8 г. Сущность полёта птиц заключается в создании при помощи крыльев аэродинамических сил – подъёмной и поступательной, обеспечивающих передвижение птиц в воздухе.

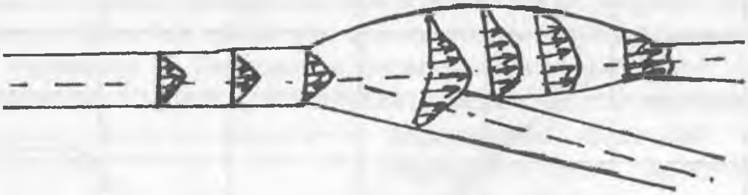


Рис. 41.

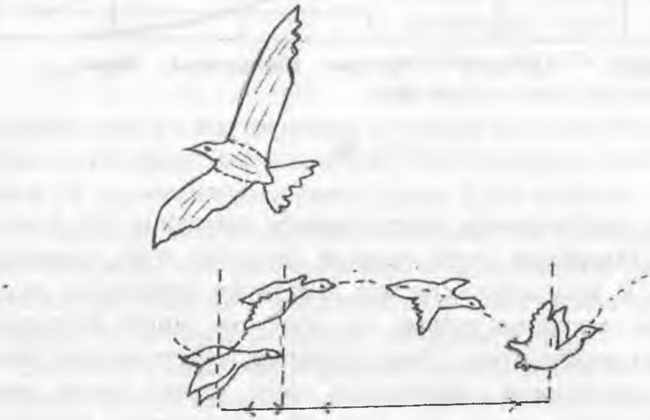


Рис. 42.

Образование крыльями аэродинамических сил имеет в основе неравномерное обтекание потоками воздуха выпукло-вогнутой поверхности крыла, в результате чего на нижней вогнутой поверхности образуются повышенное давление, а на верхней выпуклой – пониженное. В результате на крыле возникает результирующая сила (R), направленная под углом вверх и слегка в сторону, противоположную движению. Составляющими этой полной аэродинамической силы (R) являются подъёмная сила (P) и сила, тормозящая движение вперёд, т.е. лобовое сопротивление (Q) (рис. 43).

Точкой приложения аэродинамической силы считается точка пересечения аэродинамической силы с хордой крыла. Она называется центром давления крыла.

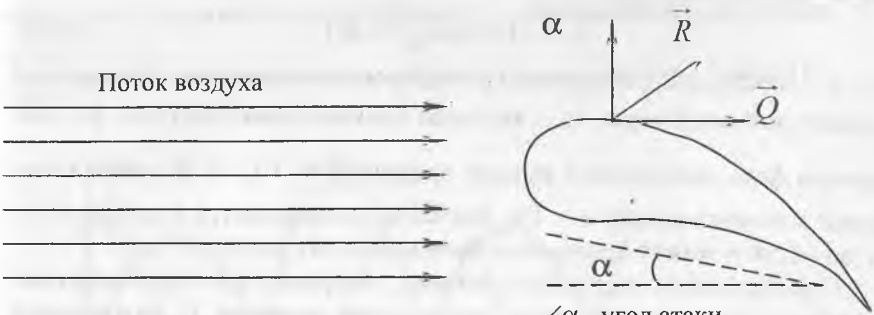


Рис. 43.

$\angle\alpha$ - угол атаки

§15. Колебательное движение

Колебаниями называются процессы, отличающиеся той или иной степенью повторяемости. Таким свойством обладают, например, качания маятника часов, колебания струны или ножек камертона, напряжение между обкладками конденсатора в контуре радиоприёмника и т.д. Физическая природа колебаний может быть разной, поэтому различают колебания механические, электромагнитные и др. Колебания называются свободными (или собственными), если они совершаются за счёт первоначально сообщённой энергии при последующем отсутствии внешних воздействий на колебательную систему. Примером могут служить колебания шарика, подвешенного на нити (маятник). Для того, чтобы вызвать колебания, можно либо толкнуть шарик, либо, отведя в сторону, отпустить его. Вынуждёнными называются такие колебания, в процессе которых колеблющаяся система подвергается воздействию внешней периодически изменяющейся силы. Примером служат колебания моста, возникающие при прохождении по нему людей, шагающих в ногу. Простейшими являются гармонические колебания, при которых колеблющаяся величина (например, отклонение маятника) изменяется со временем по закону синуса или косинуса. Рассмотрение гармонических колебаний важно по двум причинам: 1) колебания, встречающиеся в природе и технике, часто имеют характер, близкий к гармоническому; 2) различные периодические процессы можно представить как наложение гармонических колебаний. Гармонические колебания величины, описываются уравнением типа:

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi), \qquad (147)$$

где A – максимальное значение колеблющейся величины, называемой амплитудой колебания. ω_0 - круговая (циклическая) частота, φ - начальная фаза колебаний в момент времени t=0, $\omega_0 t + \varphi$ - фаза колебаний в момент времени t. Так как косинус изменяется в пределах от +1 до –1, то x может принимать значения от +A до –A.

Определённые состояния системы, совершающей гармонические колебания, повторяются через промежуток времени T, называемый периодом колебания, за который фаза колебания получает приращение 2π, т.е.

$$\omega_0(t + T) + \varphi = (\omega_0 t + \varphi) + 2\pi. \qquad (148)$$

Откуда

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \qquad (149)$$

Величина, обратная периоду колебаний: $\nu = \frac{1}{T}$, т.е. равная числу периодов колебаний (числу колебаний), совершаемых в единицу времени, называется частотой колебаний. Единица частоты – Герц (Гц.). 1Гц – частота периодического процесса, при которой за 1с совершается один цикл процесса.

Запишем первую и вторую производные по времени от величины (соответственно скорость и ускорение).

$$\frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \qquad (150)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi). \qquad (151)$$

Т.е. имеем гармонические колебания той же циклической частоты. Фаза скорости отличается от фазы величины (а) на $\frac{\pi}{2}$, а фаза ускорения отличается от фазы той же величины на π. Следовательно, в момент времени, когда x=0, $\frac{dx}{dt}$ приобретает наибольшие значения:

когда же x достигает отрицательного максимального значения, то $\frac{d^2x}{dt^2}$ приобретает наибольшее положительное значение (рис.44).

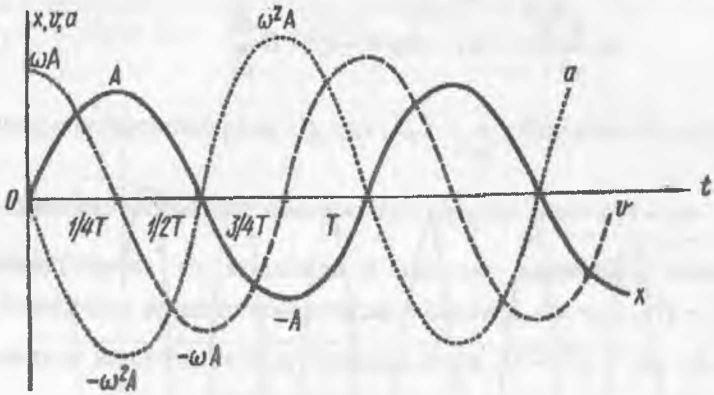


Рис. 44.

Из выражения (151) следует дифференциальное уравнение гармонических колебаний:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0. \quad (152)$$

Решением этого уравнения является выражение (147).

§16. Затухающие и вынужденные колебания

Рассмотренные выше гармонические колебания рассматривались нами без учёта действия на колеблющееся тело сил трения и сопротивления среды. Действие этих сил существенно меняет характер движения колеблющего тела и приводит к затуханию колебаний. На колеблющееся тело может действовать возвращающая сила и сила сопротивления среды (сила трения). Тогда, например, для свободных затухающих колебаний пружинных маятников можно написать:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx + F_{TP}. \quad (153)$$

При не очень больших амплитудах и частотах сила трения пропорциональна скорости движения, т.е. $F_{TP} = в v$, где $в$ коэффициент трения, характеризующий свойства среды оказывать сопротивление движению. Тогда

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b\upsilon = -kx - b\frac{dx}{dt}. \qquad (154)$$

Введём обозначения: $\frac{b}{m} = 2\beta$, где β - коэффициент затухания, а $\frac{k}{m} = \omega_0^2$, ω_0 - круговая частота собственных колебаний системы.

Решение уравнения зависит в основном от знака равенства $\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$, где ω - круговая частота затухающих колебаний. Если разность $\omega_0^2 - \beta^2 \succ 0$, то ω является действительной величиной. Тогда решением уравнения является следующее:

$$x = A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi_0). \qquad (155)$$

Это уравнение называется уравнением затухающих колебаний, а $A_0 e^{-\beta t}$ - представляет амплитуду этих колебаний, A_0 – начальную амплитуду. График изменения смещения колеблющейся точки в зависимости от времени при затухающих колебаниях представлен на рис. 45. Пунктирной линией изображено изменение амплитуды. Период и круговая частота колебаний связаны между собой следующим соотношением

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \qquad (156)$$

Период затухающих колебаний зависит от коэффициента трения и определяется так:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \qquad (157)$$

Чем больше величина β, тем сильнее тормозящее действие среды и соответственно быстрее уменьшается амплитуда колебаний. Для характеристики степени затухания вводится понятие логарифмический декремент затухания, который обозначается через букву λ. Эта величина определяется натуральным логарифмом отношением двух последовательных амплитуд колебаний, отстоящих друг от друга на время, равное периоду.

$$\lambda = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln\frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T} = \beta T. \qquad (158)$$

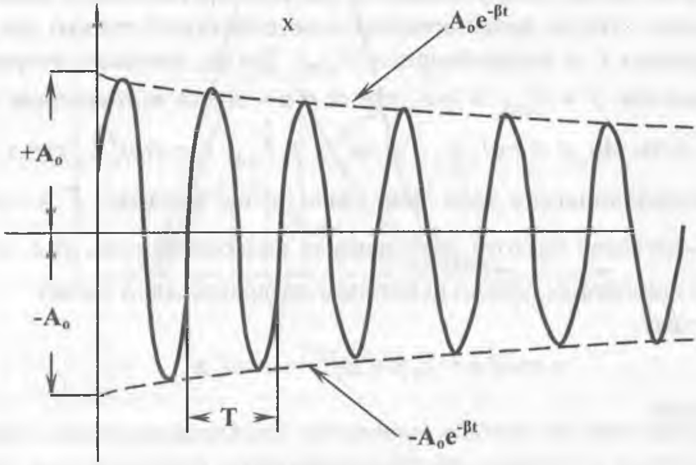


Рис.45.

Итак, затухание происходит тем быстрее, чем больше коэффициент сопротивления, чем меньше масса и чем больше период колебания. В этом и состоит смысл логарифмического декремента затухания. Промежуток времени τ, в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в e раз, называется временем релаксации.

Для получения незатухающих колебаний, должна действовать дополнительная внешняя переменная сила. Эта сила будет подталкивать колеблющуюся точку то в одну, то в другую сторону и работа этой силы будет восполнять ту убыль энергии колеблющейся точки, которая идет на преодоление трения.

Колебания, которые совершаются под действием внешней переменной силы, называются вынужденными, а сама внешняя сила – вынуждающей силой.

Эту периодически изменяющуюся силу можно представить в форме

$$f = f_0 \sin \omega t \,, \qquad (159)$$

где f_0 - амплитудное значение силы, t - время.

Очевидно, что вынужденные колебания происходят с частотой, равной частоте вынуждающей силы. Определим амплитуду вынужденных колебаний. Для упрощения расчёта пренебрежём силой трения, полагая, что на колеблющееся тело действуют только две силы: вынуждающая f и возвращающая $F_{возв}$. Тогда, согласно второму закону Ньютона $f + F_{возв} = ma$, где m и a – масса и ускорение колеблющего тела. Но $a = -\omega_b^2 x$. Тогда, $f + F_{возв} = -m\omega_b^2 x$, где x – смещение колеблющегося тела. Как было выше указано $F = -m\omega_0^2 x$, где ω_0 -круговая частота собственных колебаний тела, (т.е. колебаний, обусловленных только действием возвращающей силы).

Поэтому:

$$-m\omega_0^2 x + f_0 \sin \omega_b t = -m\omega_b^2 x \,. \qquad (160)$$

Откуда:

$$x = \frac{f_0}{m\left(\omega_0^2 - \omega_b^2\right)} \sin \omega_b t \,. \qquad (161)$$

Из этого уравнения следует, что амплитуда вынужденного колебания можно приближенно представить виде:

$$A \cong \frac{f_0}{m\sqrt{(\omega_0{}^2 - \omega_b^2)^2 + 4\beta^2\omega_0^2}} \qquad (162)$$

зависит от соотношения круговых частот вынужденного и собственного колебаний: при $\omega_b \to \omega_0$ будет $\left(\omega_0^2 - \omega_b^2\right) \to 0$ и $A \to \max$. В действительности, благодаря трению амплитуда вынужденных колебаний остаётся конечной. Она достигает максимального значения в том случае, когда частота вынужденных колебаний близка к частоте собственных колебаний системы. Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при $\omega_b \approx \omega_0$ называется резонансом. Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы показана графически на рис.46. Кривые на графике соответствуют различным значениям параметра β, чем меньше β, тем выше и правее лежит максимум данной кривой.

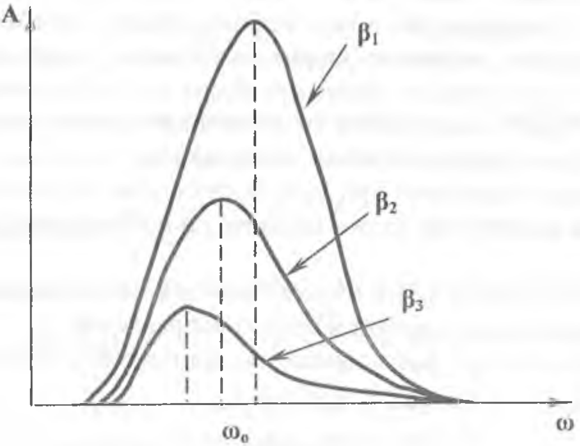


Рис.46.

Если тело первоначально покоилось, а затем на него начала действовать вынуждающая сила, то оно начнет совершать вынужденные колебания, амплитуда которых будет возрастать. Возрастание со временем амплитуды вынужденных колебаний представлено на рис.47. Когда вынужденные колебания установились, дальнейшее возрастание амплитуды прекращается.

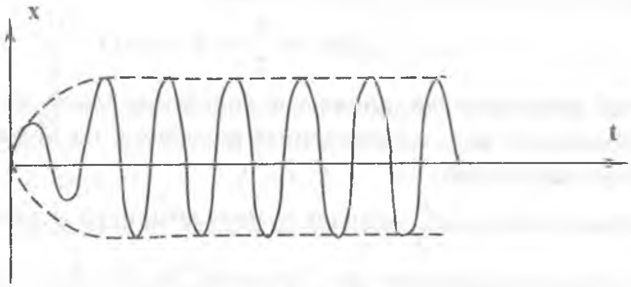


Рис. 47.

§17. Сложение гармонических колебаний

Часто приходится иметь дело с таким движением, при котором тело участвует одновременно в двух или нескольких колебаниях.

Если, например, подвесить шарик на пружине к потолку вагона, качающегося на рессорах, то движение шарика относительно поверхности Земли будет складываться из колебаний вагона относительно Земли, и колебаний шарика относительно вагона.

Характер возникающего при этом более сложного колебания, зависит от соотношения фаз, частот амплитуд и направлений слагаемых колебаний.

Рассмотрим простые случаи сложения гармонических колебаний.

1. Сложение двух колебаний одного направления.

Круговые частоты и фазы одинаковы, амплитуды различны:

$$x_1 = A_1 \sin\omega\, t\ ; \tag{163}$$

$$x_2 = A_2 \sin\omega\, t\ . \tag{164}$$

Смещение x из положения равновесия, при участии тела одновременно в обоих колебаниях выразится алгебраической суммой смещения x_1 и x_2:

$$x = x_1 + x_2 = (A_1 + A_2)\sin\omega\, t = A\sin\omega\, t \tag{165}$$

т.е. возникает гармоническое колебание такой же частоты с амплитудой A, равной сумме амплитуд A_1 и A_2 слагаемых колебаний.

2. Круговые частоты и амплитуды одинаковы фаз различны:

$x_1 = A\ \sin\omega\, t$; $x_2 = A\ \sin(\omega\, t + \theta)$, где θ-разность фаз. Применяя формулу сложения синусов, получим:

$$x = x_1 + x_2 = 2A\cos\frac{\theta}{2}\sin(\omega\, t + \frac{\theta}{2}) = B\sin(\omega\, t + \frac{\theta}{2})\ . \tag{166}$$

При этом возникает гармоническое колебание такой же частоты, но отличающееся по фазе от первичных колебаний на половине разности фаз этих колебаний.

Амплитуда $B = 2A\cos\frac{\theta}{2}$ меньше суммы амплитуд первичных колебаний. Только при разности фаз, кратной $2\pi, B = 2A$. При разности фаз, равной $(2n+1)\pi$ (где n=0,1,2,3…), B=0 и слагаемые колебания взаимно «гасятся».

3. Амплитуды одинаковы, круговые частоты мало отличаются друг от друга:

$$x_1 = A \sin\omega_1 t \qquad x_2 = A \sin\omega_2 t,$$

тогда:

$$x = x_1 + x_2 = 2A\cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \sin(\omega\ t + \frac{\omega_1 + \omega_2}{2})t \qquad (167)$$

Результирующее колебание оказывается не гармоническим, так как не соответствует уравнению $x = A\sin\omega\ t$.

Но, поскольку $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \prec\prec \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ можно считать результирующее колебание почти гармоническим, имеющим круговую частоту $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$, период $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{4\pi}{\omega_1 + \omega_2}$ и амплитуду $2A\cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t$, которая очень медленно периодически изменяется со временем. Такого рода колебания называются биениями (рис.48).

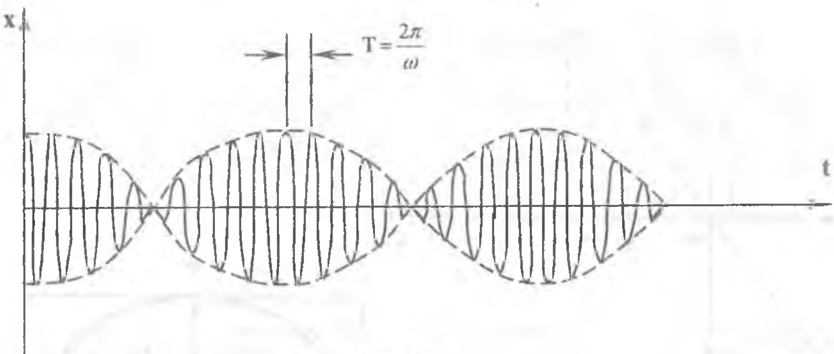


Рис. 48.

II. Сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний.

1. Круговые частоты и фазы одинаковы, амплитуды различны:

$x = A_1 \sin\omega\ t$; $x = A_2 \sin\omega\ t$, где x и y – смещения тела, вызванные первым и вторым колебаниями. Разделим второе уравнение на первое, тогда получим: $y = \frac{A_2}{A_1} x$ - это уравнение прямой. Следовательно, результирующее колебание совершается вдоль прямой, проходящей через положение равновесия под углом α к направлению первого колебания: $tg\alpha = \frac{A_2}{A_1}$.

Величина результирующего смещения $S = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{A_1^2 + A_1^2}\sin\omega t$, где $\sqrt{A_1^2 + A_1^2}$ - амплитуда результирующего колебания.

2. Круговые частоты одинаковы, фазы различаются на $\frac{\pi}{2}$; амплитуды различны:

$$x = A_1\sin\omega t;\ y = A_2\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = A_2\cos\omega t. \tag{168}$$

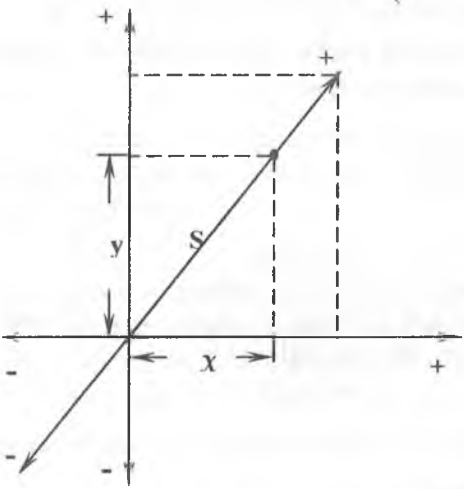


Рис.49.

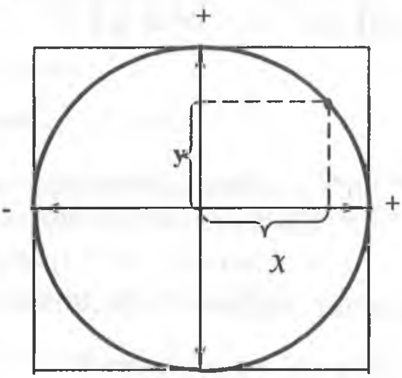


Рис.50.

На основе этих уравнений составим отношения $\frac{x}{A_1} = \sin\omega\, t$; $\frac{y}{A_2} = \cos\omega\, t$; возведём обе части в квадрат и сложим левые и правые части, тогда:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = \sin^2\omega\, t + \cos^2\omega\, t \quad \text{или} \quad \frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1 \qquad (169)$$

– это уравнение эллипса.

Следовательно, результирующее движение тела совершается по эллипсу, полуоси которого равны амплитудам слагаемых колебаний.

Если $A_1 = A_2 = A$, то уравнение эллипса переходит в уравнение окружности $\left(x^2 + y^2 = A^2\right)$ и тело будет описывать окружность. При $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ эллипс выражается в прямую линию:

Если слагаемые колебания имеют различную частоту, то траектории результирующего движения тела будет весьма сложными и разнообразными по форме получивших название фигур Лиссажу (рис. 51).

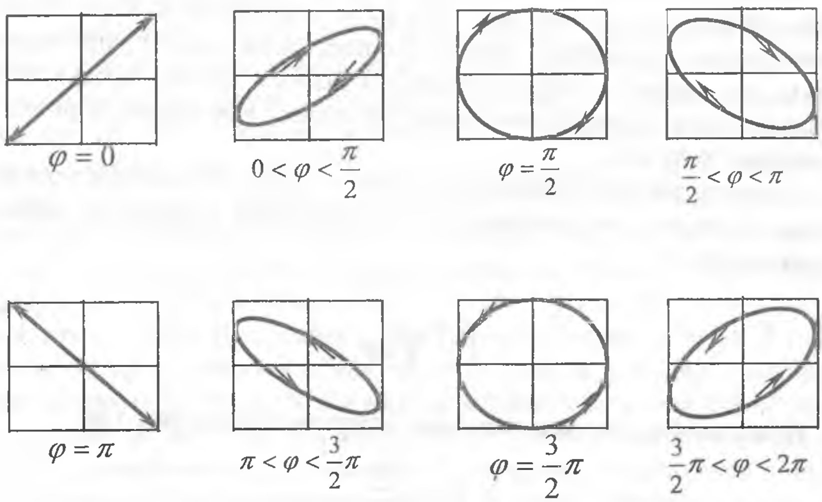


Рис. 51.

§18. Волны

Если в упругую среду поместить колеблющее тело, то соседние с ним частицы среды тоже придут в колебательное движение. Колебания этих частиц передаётся силами упругости соседним частицам среды и т.д. Через некоторое время, колебания охватят всю среду. Однако оно будет совершаться с различными фазами: чем дальше расположена частица от источника колебаний, тем позднее начнёт оно колебаться и тем больше будет запаздывать по фазе её колебание. Распространение колебаний в среде называется волновым процессом, или волной.

Направление, вдоль которого распространяется волна, называется лучом.

Волна называется поперечной, если частицы среды колеблются перпендикулярно лучу. Если же они колеблются вдоль луча, то волна называется продольной. Частицы среды не перемещаются вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия; перемещается только колебательный процесс, точнее говоря, фаза колебаний.

Продольные волны могут возникать в среде, обладающей упругостью объёма, т.е. в твёрдых, жидких и газообразных телах. Поперечные волны возникают только в среде, обладающей упругостью формы, т.е. только в твёрдых телах. Подобные волны образуются в металлическом стержне или натянутой струне при ударе, перпендикулярном его длине.

Скорость распространения продольных волн υ обратно пропорциональна корню квадратному из коэффициента упругости среды и её плотности ρ:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{1}{\alpha\rho}}. \tag{170}$$

Приближённо это соотношение может быть записано так:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

где $E = \frac{1}{\alpha}$ модуль Юнга среды.

Скорость распространения поперечных волн зависит от модуля сдвига G:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \tag{171}$$

Расстояние между двумя ближайшими точками среды, колебания которых происходит в одинаковой фазе, называется длиной волны λ и является важнейшей характеристикой волнового движения. Длина волны λ может быть определена также как расстояние, на которое распространяются колебания в среде за время, равное одному периоду колебания; она численно равна произведению скорости распространения волны на период T или отношению скорости распространения волны к частоте υ колебания:

$$\lambda = \upsilon T = \frac{\upsilon}{\nu}. \tag{172}$$

Поскольку скорость волны зависит от свойств среды, длина волны при переходе волны из одной среды в другую изменяется, хотя частота колебаний остаётся неизменной.

Колеблющееся тело, создающее волновое движение в окружающей среде называют вибратором. Рассмотрим возникновение поперечной волны на шнуре. Если зафиксировать положение шнура через каждые T/4 после начала колебаний его первичной точки, то получится картина, показанная на рис. 52. Положение (а) соответствует началу колебаний первой точки шнура. Десять его точек помечены цифрами, а штриховые прямые показывают, где находятся одни и те же точки шнура в разные моменты времени: стрелка показывает направление движения точек в волне. Через T/4 1 после начала колебания точка 1 занимает крайнее верхнее положение, а точка 2 только начинает своё движение. Ещё через T/4 точка 1 займёт положение равновесия и будет двигаться вниз, а верхнее положение займёт точка 2 (положение в). Точка 3 в этот момент только начинает своё движение. За целый период колебания распространяются до точки 5 шнура (положение е). По окончании периода T точка 1, двигаясь вверх, начнёт своё второе колебание. Одновременно с ней начнёт двигаться вверх и точка 5, совершая своё первое колебание. В дальнейшем эти точки будут иметь одинаковые фазы колебаний. Совокупность точек шнура в интервале 1-5 образуют волну. Когда точка 1 закончит второе колебание, на шнуре вовлекутся в движение ещё точки 5-9, т.е. образуется вторая волна.

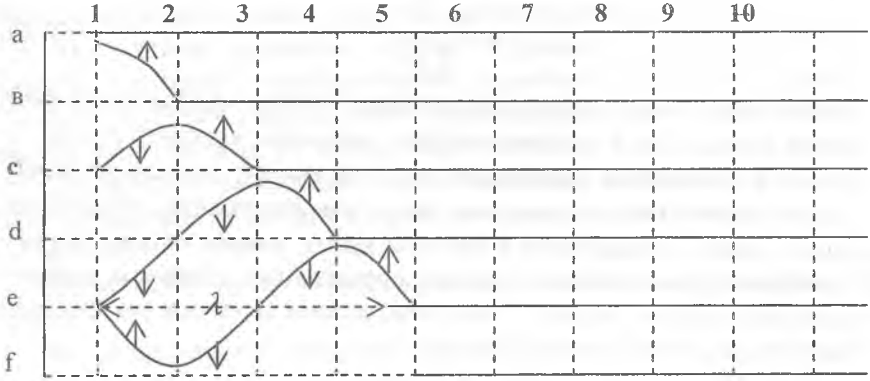


Рис. 52.

Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени+называется фронтом волны (или волновым фронтом). Фронт волны представляет собой ту поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлечённую в волновой процесс, от области, в которой колебания ещё не возникли.

Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется волновой поверхностью. Волновую поверхность можно провести через любую точку пространства, охваченного волновым процессом. Следовательно, волновых поверхностей существует бесконечное множество, в то время как волновой фронт в каждый момент времени только один. Волновые поверхности остаются неподвижными, а волновой фронт всё время перемещается. Волновые поверхности могут быть любой формы. В простейших случаях они имеют форму плоскости или сферы, соответственно в этих случаях волна называется плоской или сферической. При точечном источнике колебаний S волновой фронт в однородной среде имеет форму сферы; лучи, являющиеся радиусами R этой сферы, перпендикулярны к волновому фронту (рис. 53).

Очевидно, что $R = \upsilon t$, где υ - скорость волны, t- время её распространения. Волны, образующие сферический фронт, называются сферическими. Если фронт волны представляет собой плоскость, то волна называется плоской. В этом случае лучи параллельны между собой (рис. 53). В неоднородной среде, где скорость волны неодинакова в различных направлениях, волновой фронт может иметь весьма сложную форму.

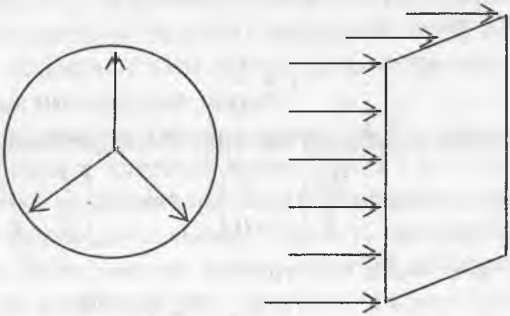


Рис. 53.

§19. Уравнение волны

Положение колеблющейся точки, находящейся на расстоянии r от источника колебаний в любой момент времени t определяется уравнением волны. Для получения этого уравнения рассмотрим следующий рис.54.

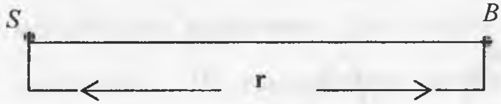


Рис.54.

Пусть точка S представляет собой источник колебаний. Если колебания источника будут гармоническими, то уравнение этих колебаний запишем в виде:

$$x = A\sin\omega\, t = A\sin\frac{2\pi}{T}t, \qquad (173)$$

где t – время, отсчитываемые от начала колебания точки S. Через время, равное τ точка B придёт в колебание. Если энергия передаётся лишь в одном направлении и без потерь, то амплитуда и частота её колебаний будет такой же, как у источника, а уравнение колебания будет иметь вид:

$$x = A\sin\omega\, t_1 = A\sin\frac{2\pi}{T}t_1, \qquad (174)$$

где t_1 – время, отсчитываемое от начала колебаний точки B. Другими словами, если частица S колеблется уже t- секунд, то частица B колеблется ещё только $t_1 = (t - \tau)$ секунд. Если υ - скорость распространения волны, то

$$\tau = \frac{r}{\upsilon}.$$

Тогда уравнение колебания частицы B следует написать так:

$$x = A\sin\omega(t - r) = A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{r}{\upsilon}\right) = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\upsilon\, T}\right). \qquad (175)$$

Поскольку $\upsilon\, T = \lambda$, то

$$x = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right). \qquad (176)$$

Это соотношение позволяет определить смещение любой точки волны в любой момент времени и называется уравнением волны. График зависимости смещения x частиц среды, участвующих в волновом процессе от расстояния r этих частиц от источника колебания, представлен на рис. 55.

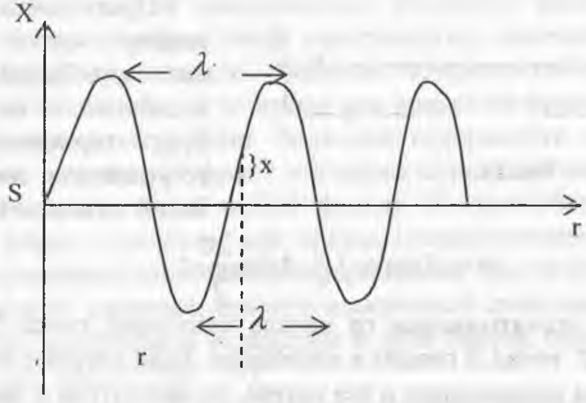


Рис. 55.

§20. Звуковые волны

Звук представляет собой упругие волны, распространяющиеся в твёрдых, жидких и газообразных телах. Человеческое ухо воспринимает не все колебания, а только с частотами примерно от 16 до 20000 Гц. Таким образом, колебания лежащие в интервале от 20 до 20000 Гц, обладает свойством вызывать ощущение звука и связано с физиологическими особенностями человеческого органа слуха воспринимать колебания именно этих частот.

Колебания, частота которых менее 16 Гц, называется инфразвуками, а колебания с частотой более 20000 Гц – ультразвуками. Так как, звуки распространяются в газах и жидкостях, то значит, звуковые волны – есть волны продольные. Скорость распространения продольных волн, как было указано выше, обратно пропорциональна корню квадратному из коэффициента упругости среды и её плоскости.

Волновой процесс можно представить как процесс сжатия и разрежения среды и уподобить деформации твёрдых тел. Для деформируемого упругого стержня, как известно, модуль Юнга:

$E = \dfrac{P_n}{\frac{\Delta l}{l}}$, где P_n - напряжение, т.е. величина, численно равная, силе отнесённой к единице поперечного сечения стержня, а $\dfrac{\Delta l}{l}$ - относительное удлинение. Для столба газа P_n заменяют добавочным давлением ΔP., вызывающее сжатие газа, $\dfrac{\Delta l}{l}$ - заменяют объемной относительной деформацией $\dfrac{\Delta V}{V}$, так как можно полагать, что столб газа сжимается лишь вдоль своей длины, не меняя своей длины, не меняя своего поперечного сечения. Таким образом, имеем:

$$\mathrm{E} = \frac{\Delta \mathrm{P}}{\frac{\Delta V}{V}}. \tag{177}$$

Если считать изменение давления и объёма бесконечно малыми (dP – положительно, а dV - отрицательно), то (177) можно записать так:

$$\mathrm{E} = -\frac{d\mathrm{P}}{\frac{dP}{V}} \qquad \text{или} \qquad \mathrm{E} = -V\frac{d\mathrm{P}}{dP}. \qquad (178)$$

Звуковые колебания происходят настолько быстро, что сжатие и разряжение можно считать адиабатическими, поэтому изменение состояния газа удовлетворяет формуле Пуассона: $PV^{\gamma} = const$, где γ - отношение теплоёмкостей газа при постоянном давлении и постоянном объёме называется коэффициентом Пуассона или показателем адиабаты:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}. \qquad (179)$$

После соответствующих преобразований и с учётом универсальной газовой постоянной R, абсолютной температуры T – молярной массы μ Лаплас получил выражение для скорости распространения звука в газовой среде.

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\gamma\ RT}{\mu}}. \qquad (180)$$

Из этой формулы следует, что скорость звука в газе обратно пропорциональна корню квадратному из молярной массы газа. Следовательно, с наибольшей скоростью распространяется звук в водороде.

Скорость звука в некоторых средах (в м/с) приведена в таблице № 4.

Таблица №4.

Вещество	**Температура (^{0}C)**	**Скорость (м/с)**
Водород	0	1280
Воздух	20	343
Воздух	0	331
Углекислый газ	0	259
Вода пресная	17	1450
Вода морская	17	1500
Сталь	20	5800
Кислород	0	315

Среди многообразия звуков особое место занимают музыкальные звуки. К музыкальным звукам относятся пение, звучание музыкальных инструментов (рояль, скрипка, гитара, барабан), свист. (рис. 56).

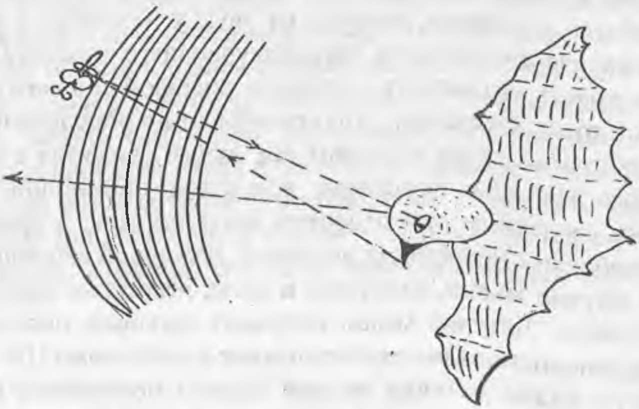


Рис. 56.

Звук, издаваемый гармонически колеблющимся телом, называют музыкальным тоном. Музыкальные тоны отличаются по громкости и высоте.

Струна гитары, к примеру, издаёт вполне определённый тон. Но, если вы пробуете возбудить её колебания, сначала оттянув струну в средней части, а затем на расстоянии ¼ длины от конца, то звук будет другим. Имея одинаковую частоту и примерно одинаковую громкость, эти звуки отличаются друг от друга специфическим оттенком. Музыканты это особое качество звука называют тембром. Громкость звука определяется амплитудой колебаний.

Высота звука определяется частотой колебаний; звуки высокие имеют большую частоту, чем звуки низкие. Шум отличается от музыкального тона тем, что ему не соответствует какая – либо определённая частота колебаний и, следовательно, определённая высота звука. В шуме присутствуют колебания всевозможных частот. Шумы возникают при взрывах, работе двигателей внутреннего сгорания и т.д.

Раздел акустики, изучающий устройство и функции звука принимающих и звукоизлучающих систем человека и животных, называется физиологической акустикой. Используемые методы могут быть как физическими исследованиями биомеханики и акустических свойств наружного, среднего и внутреннего уха, а также гортани и ротовой полости, так и физиологическими – речевой отсчёт о слышимых звуках, выработке условных реакций на звук у человека и животных. Изучение физических свойств, звукоизлучающего аппарата животных дала возможность установить принципы звуковой локации некоторых животных и птиц. Оказалось, что способностью определения направления на источник звука обладают все живые существа в результате шнурального эффекта. Некоторые животные, обитающие в местах, где лучшим средством ориентировки является звук, в процессе эволюции приобрели способность активной локальной эволюции. К ним относятся летучие мыши, дельфины и киты, некоторые виды птиц, например, гуахаро. Летучие мыши излучают звуковые импульсы в несколько мс, заполненная высокочастотными колебаниями (10-150 кГц).

Для всех видов летучих мышей частота повторения импульсов зависит от расстояния до цели и возрастает с 10-20 Гц вдали от цели и до 250 Гц при приближении к цели (рис. 57).

Рис. 57.

Дельфины издают поскрипывающие звуки длительностью в несколько мс, причём частота повторения также зависит от расстояния до цели (1-2 Гц до сотен Гц).

Животные, использующиеся звуковой локацией обладают способностью обнаруживать слабые полезные сигналы на фоне мешающих отражений и множество подобных сигналов других особей.

Так, при общении птицы воспроизводят сигналы большой ширины частот. Однако какой бы спектр частот голоса не был взят для сравнения, можно наблюдать отчётливое расхождение в границах частотного восприятия слуха и частотного диапазона голоса.

Одной из важных форм взаимодействия слуха и голоса является соотношение зон наибольшей слуховой чувствительности и основной частоты голоса. Ширина спектра сигналов некоторых птиц приведена в таблице №5.

Таблица №5.

№	Характер сигналов	Ширина спектра частот (кГц)
1	Песня	2-6; 5-12
2	Сигнал угрозы	1-6,5
3	Сигнал бедствия	2-7
4	Песня	1,3-7,8
5	Гнездовый позыв	2-2
6	Предупреждающий	1,3-7
7	Сигнал тревоги	4-6
8	Брачный крик	0,6-3,2
9	Брачный позыв	0,4-0,6

ГЛАВА II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Изучая основные законы механики, обычно не интересуются, как устроены тела, из каких частиц они состоят, какими свойствами обладают. Знание массы тел и их размеров было вполне достаточным для изучения движения тел. Однако, размеры и масса тел не исчерпывают всех их свойств, поскольку последние зависят от того, как устроены тела, из каких частиц они состоят, какие силы действуют между этими частицами и т.д.

§ 21. Основные положения молекулярно-кинетической теории

Тела всегда нам кажутся сплошными, т.е. полностью заполненными составляющим их веществом. Однако, тела являются не сплошными, а состоят из огромного числа очень маленьких частиц. Расположены эти частицы не вплотную друг к другу, а на некотором расстоянии. Называются эти мельчайшие частицы вещества молекулами.

О том, что все тела в природе построены из мельчайших частиц – атомов высказано было еще в глубокой древности греческим философом Демокритом. Однако, это воззрение было забыто и возрождено во второй половине XVII в. Бойлем, затем в XVIII-XIX веках разработаны Ломоносовым, Дальтоном, Кренигом, Больцманом, Максвеллом и другими в качестве научной теории, получившей название классической молекулярно-кинетической теории.

Эта теория указывает, что, во-первых, в природе все вещества состоят из очень маленьких отдельных частиц, называемых молекулами.

Молекула – это наименьшая частица вещества, сохраняющая все его физико-химические свойства. Сами молекулы состоят из более простых частиц – атомов. Схематически строение вещества представлено на рис. 58.

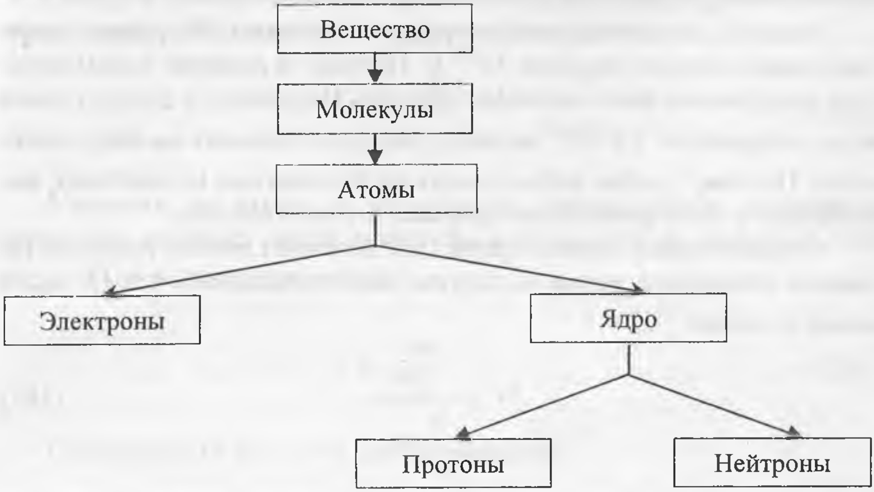


Рис. 58.

Вода, например, состоит из молекул H_2O. Эти молекулы состоят из двух атомов водорода и одного атома кислорода (рис. 59).

Рис. 59.

Атом водорода состоит из одного электрона, а ядро содержит один протон. Атом кислорода содержит 8 электронов, а ядро этого атома составлен из 8 протонов и 8 нейтронов.

Насчитываются миллионы различных молекул, однако, число разных атомов ограничено. Комбинируясь различным образом, атомы химических элементов образуют молекулы всего огромного разнообразия веществ в окружающем нас мире.

Размеры молекул и атомов чрезвычайно малы. Их радиус имеет численное значение порядка 10^{-10} м. Поэтому в единице массы вещества содержание числа молекул огромно. Например, в одном грамме воды содержится $3{,}3 \cdot 10^{22}$ молекул. Массы отдельных молекул очень малы. Поэтому удобно использовать не абсолютные их значения, выраженные в килограммах или граммах, а относительные.

Относительной молекулярной (или атомной) массой вещества называют отношение массы молекулы данного вещества к 1/12 массы атома углерода $^{12}_{6}C$

$$M = \frac{m}{\frac{1}{12} m_{0_C}}. \qquad (181)$$

Например, относительная молекулярная масса CO_2 равна 44, поскольку относительная атомная масса углерода равна 12, а кислорода - 16. В сумме для CO_2 они равны 44. Например, белковая молекула рибонуклеазы состоит из 124 повторяющихся звеньев. Ее химическая формула – $C_{575}H_{901}O_{193}N_{171}S_{12}$, относительная молекулярная масса 13682. Полиэтилен имеет относительную молекулярную массу 280 000. Молекула состоит из 20000 звеньев CH_2 – групп.

В системе СИ количество вещества характеризуется числом его структурных элементов. Оно выражается в молях. Моль равен количеству вещества рассматриваемой системы, которое содержит столько же структурных элементов, сколько структурных элементов (атомов) содержится в 0,012 кг изотопа углерода C^{12}.

Таким образом, моль любого вещества содержит по определению, одинаковое число структурных элементов. Это число называют постоянной Авогадро.

$$N_A = \frac{0{,}012 кг}{12 m_C} моль^{-1} = \frac{12 \cdot 10^{-3}}{12 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}} моль^{-1} = 6{,}02 \cdot 10^{23}\, моль^{-1}$$

В молекулярной физике пользуются также понятием молярной массы, которая определяется как масса *1моль* вещества:

$$\mu = m_{мол} \cdot N_A, \qquad (182)$$

где $m_{мол}$ – масса молекулы.

Число ν молей связано с числом N структурных элементов (молекул) некоторого количества вещества формулой

$$\nu = \frac{N}{N_A}. \tag{183}$$

Умножая числитель и знаменатель правой части последнего уравнения на массу одной молекулы и принимая во внимание, что $m_{мол} \cdot N_A = \mu$ получим, что

$$\nu = \frac{m}{\mu}. \tag{184}$$

Сравнивая (183) и (184) можно написать:

$$N = \frac{m}{\mu} \cdot N_A. \tag{185}$$

Второе положение молекулярно-кинетической теории состоит в том, что между молекулами веществ действуют силы взаимного притяжения и взаимного отталкивания. Эти силы, называемые молекулярными, имеют электрическую природу (рис. 60). При удалении друг от друга молекулярное взаимодействие проявляется в виде сил притяжения, при сближении на расстояние порядка линейных размеров самих молекул – в виде сил отталкивания. Эти силы носят название сил Ван-дер-Ваальса. Появление сил притяжения между нейтральными молекулами сводится к следующему. Во-первых, заряды противоположного знака внутри частицы не совмещены в одной точке. Поэтому их внешнее действие не вполне уничтожается – вокруг некого атома или молекулы имеется электрическое поле, убывающее с расстоянием. Во-вторых, под действием внешнего поля положение или движение зарядов внутри молекулы слегка изменяется таким образом, что положительные заряды смещаются в направлении электрического поля, а отрицательные – в противоположном направлении. Это явления называется электрической поляризацией.

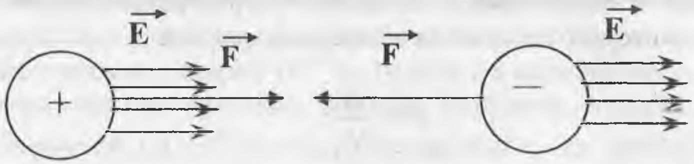


Рис. 60.

Рассматриваемые силы называются дисперсионными.

Помимо дисперсионных сил между молекулами могут действовать еще так называемые дипольно-ориентационные силы. Эти силы тоже является силами притяжения, но по величине меньшие, чем дисперсионные силы. Они возникают тогда, когда молекулы газа поляризованы уже в отсутствии внешнего электрического поля. Такие молекулы называются полярными. Полярные молекулы во внешнем электрическом поле поворачиваются подобно тому, как поворачивается магнитная стрелка в магнитном поле.

Плохая сжимаемость жидкостей, прилипание друг к другу хорошо отшлифованных твердых тел, смачивание твердых тел жидкостями и т.п. говорят о том, что между молекулами действуют значительные по величине силы, которые обусловлены молекулярными силами. Молекулярные силы проявляются при расстояниях порядка эффективных размеров самих молекул.

Величина молекулярных сил не зависит от общего числа молекул. Капля воды и вода в океане при всех внешних условиях имеют одинаковую плотность и сжимаемость. Молекулярные силы имеют электрическую природу. Электрическое взаимодействие возникает и между диполями – нейтральными частицами с несимметрично расположенными зарядами, равными по величине, но противоположными по знаку.

Молекулы ряда веществ имеют симметричное строение, как это показано на рис. 61. Допустим, что молекула деформировалась так, что ее электронное облако несколько сместилось в сторону, как показано на рис. 62.

Здесь шарик, имеющий положительный заряд, изображает ядро атомов, входящих в молекулу, а отрицательно заряженная сфера – электронное облако этих атомов.

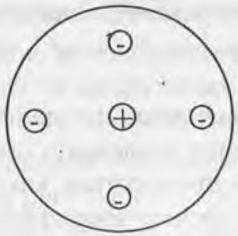


Рис. 61.

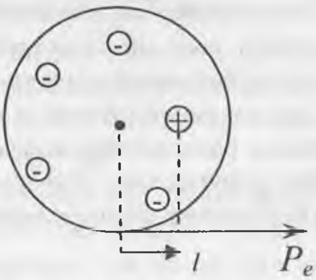


Рис. 62.

Такую деформированную молекулу можно в первом приближении рассматривать как диполь с некоторым моментом $P_e = q \cdot l$. В этом случае молекула создает вне себя электрическое поле, напряженность которого определяется по формуле

$$E \approx \frac{P_e}{4\pi\varepsilon_0 r^3}, \qquad (186)$$

где r – расстояние от точки поля до оси диполя, ε_0 – электрическая постоянная.

Поле этой молекулы вызывает деформацию близлежащих молекул. На положительное ядро молекулы действует сила отталкивания, направленная вдоль вектора напряженности, а на отрицательно заряженное электронное облако – силы, направленные в противоположную сторону. Эти силы и деформируют молекулу (рис. 63).

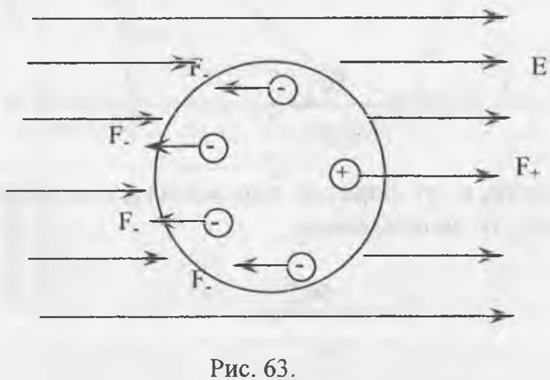


Рис. 63.

Итак, молекула, имеющая дипольный момент P_e, индуктирует (наводит) у соседних молекул дипольный момент $P'e = ql'$, где l' - плечо индуктированного диполя.

С достаточной степенью точности можно считать, что при незначительных растяжениях молекулы ее внутренние силы ведут себя наподобие упругих сил. Деформация молекулы прекратится, когда упругая внутренняя сила уравновесит внешнюю электрическую силу:

$$F_{упр} = F_{эл} \tag{187}$$

или

$$\kappa\ell' = qE\,. \tag{188}$$

Отсюда индуктированный момент

$$P_e' = q\ell' = \frac{q^2}{k}E = \varepsilon_0\alpha \cdot E\,. \tag{189}$$

Величина α называется поляризуемостью молекулы, ε_0 - введена для удобства расчетов. В нашем случае

$$P_e' \approx \frac{\varepsilon_0 \cdot \alpha P_e}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \approx \frac{\alpha P_e}{4\pi r^3}\,. \tag{190}$$

Если две молекулы с одинаково ориентированными дипольными моментами P_e и P_e' находятся недалеко друг от друга, то они притягиваются

$$f = -\frac{6P_e P_e'}{4\pi\varepsilon_0 r^4}\,. \tag{191}$$

Если подставить в эту формулу выражение для момента индуктированного диполя, то окончательно

$$f \approx -\frac{\alpha P_e^2}{\varepsilon_0 \cdot r^7}\,. \tag{192}$$

Если молекулы индуктируют у ближайших соседей дипольный момент, то между ними возникает сила притяжения, обратно пропорциональная седьмой степени расстояния между ними. Величина силы молекулярного взаимодействия равна $5 \cdot 10^{-11} H$.

На рисунке 64 показан характер изменения сил отталкивания $F_{от}$ и сил притяжения $F_{пр}$ между двумя молекулами твердого тела в зависимости от расстояния r между их центрами. Как видно при уменьшении .расстояния силы отталкивания возрастет значительно сильнее, чем силы притяжения. Эту зависимость можно описать общей формулой $F = \frac{1}{r^n}$, где $n \approx 7$ для сил притяжения, а для сил отталкивания $n \approx 12$. Если определить результирующую силу $F_{рез}$, то на графике она пересчет ось абсцисс в точке, соответствующей расстоянию $r_o = 3 \cdot 10^{-8}$ см. При этом расстоянии силы притяжения и отталкивания между молекулами взаимно уравновешиваются. При $r < 3 \cdot 10^{-8} см$ преобладают силы отталкивания, а при $r > 3 \cdot 10^{-8} см$ преобладают силы притяжения. На расстоянии $r \approx 1{,}5 \cdot 10^{-7} см$ межмолекулярные силы практически перестают действовать.

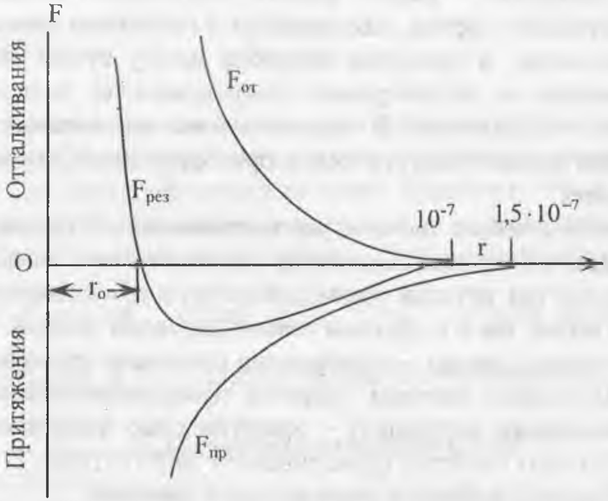


Рис. 64.

Третье положение этой теории говорит о том, что молекулы образующие тела, находятся в состоянии непрерывного беспорядочного движения. Это движение называется молекулярным или тепловым.

В газообразных телах это движение преимущественно поступательное и вращательное, в твердых телах – колебательное около положения равновесия, а в жидких – колебательное и периодически поступательное.

Основным свойством теплового движения является его беспорядочность (хаотичность), обусловленная непрерывно происходящими соударениями частиц. Под соударением частиц понимается мгновенное взаимодействие их через поле молекулярных сил, при сближении на достаточно малое расстояние. Примером беспорядочности (хаотичности) движения молекул является диффузия в различных агрегатных состояниях веществ.

Изучением свойств веществ занимаются молекулярная физика и термодинамика.

Молекулярная физика – раздел физики, изучающий строение и свойства вещества исходя из молекулярно – кинетических представлений, основывающихся на том, что все тела состоят из молекул, находящихся в непрерывном движении.

Термодинамика – раздел физики, изучающий общие свойства макроскопических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, и процессы перехода между этими состояниями. Термодинамика не рассматривает микропроцессы, которые лежат в основе этих превращений. В термодинамики все явления рассматривают с точки зрения энергетических преобразований, происходящих в этих явлениях.

Микроскопическая система, рассматриваемая методами термодинамики, называется термодинамической системой. Это совокупность микроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией, как между собой, так и с другими телами (внешней средой). Основа термодинамического метода – определение состояния термодинамической системы. Состояние системы задается термодинамическими параметрами (параметрами состояния) – совокупностью физических величин, характеризующих свойства термодинамической системы. В качестве параметров системы выбирают температуру и давление.

Температура тела – физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы.

В настоящее время широко используют только две температурные шкалы – градуированные, соответственно, в кельвинах (K) и в градусах Цельсия (^0C). Термодинамическая температура и температура по шкале Цельсия связаны соотношением (см. рис. 65).

$$T=273{,}15 + t\,. \tag{193}$$

Температура $T=0$ называется нулем Кельвина. Один Кельвин и один градус шкалы Цельсия совпадают, изменение абсолютной температуры ΔT равно изменению температуры по шкале Цельсия Δt т.е. $\Delta T = \Delta t$.

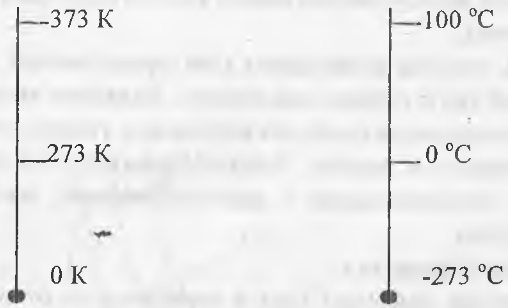


Рис. 65.

С понятием давления вы знакомы в разделе “Механика”.

Знание объема твердых тел, газов и жидкости является важным для решения многих физических задач. Поскольку это понятие математическое, то объемы веществ определяют по тем формам сосудов, в которых они заключены. К примеру, объем шара определяется по формуле $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$, объем куба $V=a^3$, объем параллелепипеда $V=a\cdot b\cdot c$, где a, b c – длина стороны соответствующих фигур.

§ 22. Законы идеального газа

В природе вещества могут находиться в различных агрегатных состояниях: газы, жидкости, твердые тела, плазма, Бозэ – Эйнштейновский конденсат. В разделе молекулярной физики изучение свойств веществ обычно начинают с газов. Газы условно подразделяются на идеальные и реальные. Изучение свойств газов мы начнем со свойств идеальных газов.

Если газ удовлетворяет следующим условиям, то его считают идеальным:

1. Молекулы считают как упругие шарики и принимают за материальные точки.
2. Межмолекулярные силы пренебрежимо малы.
3. Силы отталкивания между молекулами проявляются только в момент столкновения молекул.
4. Столкновения между молекулами газа считают центральными и абсолютно упругими.

Таким образом, модель идеального газа представляет собой довольно разреженный газ с низким давлением. Большое число ученых различных стран исследовали свойства идеальных газов и открыли их законы. К ним относятся законы Бойля-Мариотта, Гей-Люссака и Шарля, связанные соответственно с изотермическим, изобарным и изохорным процессами.

1. Закон Бойля-Мариотта

Процесс изменения давления газа в зависимости от объема при постоянной температуре называется изотермическим.

Английский ученый Бойль и французский ученый Мариотт независимо друг от друга открыли закон, носящий их имя.

Для данной массы газа при постоянной температуре объем газа изменяется обратно пропорционально его давлению. Для того, чтобы понять суть этого закона можно проделать следующий опыт с цилиндром, поршнем и определенным количеством идеального газа. Изменяя положения поршня в цилиндре (рис. 66) и определяя давление и объем приходим к выводу, что $P_1V_1=P_2V_2=P_3V_3=P_4V_4$ или в частности

$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{V_2}{V_1};\frac{P_3}{P_4}=\frac{V_4}{V_3}. \qquad (194)$$

Отсюда можно сделать вывод, что при изотермическом процессе ($t=const$) произведение давления газа на его объем есть величина постоянная, т.е. $PV=const$. Графически этот закон изображается в виде кривой линии – гиперболы, называемой изотермой (рис.67).

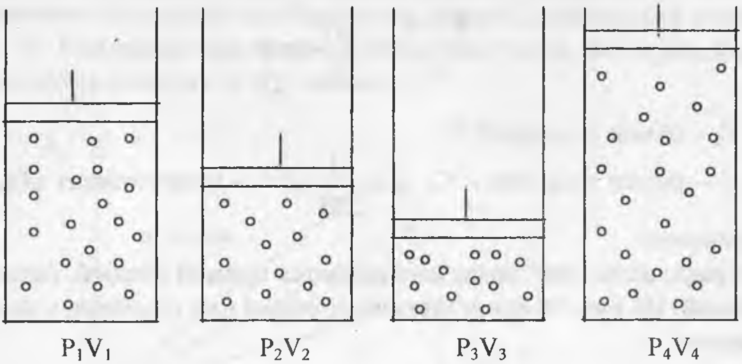


Рис. 66.

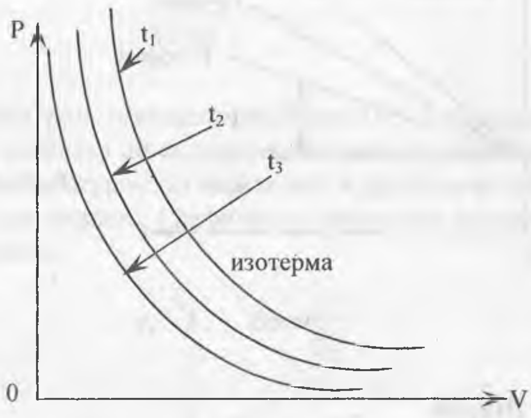


Рис. 67.

2. Закон Гей – Люссака

Процесс изменения объема газа в зависимости от температуры при постоянном давлении называется изобарным. Закон Гей-Люссака формулируется следующим образом. Относительное увеличение объема данной массы газа при постоянном давлении прямо пропорционально увеличению температуры.

$$\frac{V_t - V_0}{V_0} = \frac{\Delta V}{V_0} = \alpha \cdot t, \tag{195}$$

где V_0 – объем газа при 0 °С;

V_t – объем газа при t °С, $\alpha = \frac{1}{273} K^{-1}$ - коэффициент объемного расширения.

Графически этот закон изображается прямой линией, называемой изобарой. На рис. 68 представлены изобары при различных значениях давления.

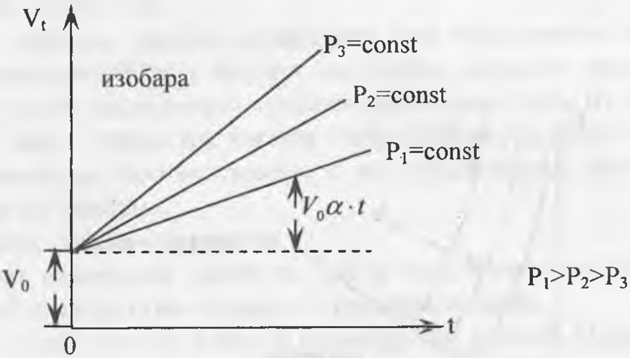


Рис.68.

3. Закон Шарля

Процесс изменения давления газа в зависимости от температуры при постоянном объеме называется изохорным. Закон Шарля формулируется так: относительное увеличение давления данной массы газа прямо пропорционально увеличению температуры

$$\frac{P_t - P_o}{P_o} = \frac{\Delta P}{P_o} = \beta \cdot t, \tag{196}$$

где β – термический коэффициент давления $\beta = \frac{1}{273} K^{-1}$.

Графически этот закон изображается прямой, называемой изохорой (рис.69). Последние два графика указывают на то, что исследования проводились начиная от 0^oC и выше.

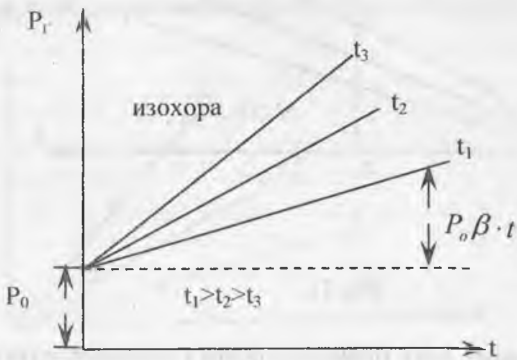


Рис.69.

Исследования при температурах ниже 0^oC показывают, что газ сохраняет свои свойства до определенной низкой температуры, а при более низких температурах газ переходит в другое агрегатное состояние – жидкое или твердое. Графически сказанное можно изобразить следующим образом.

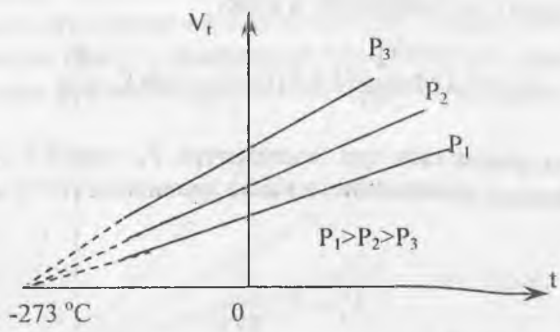


Рис.70.

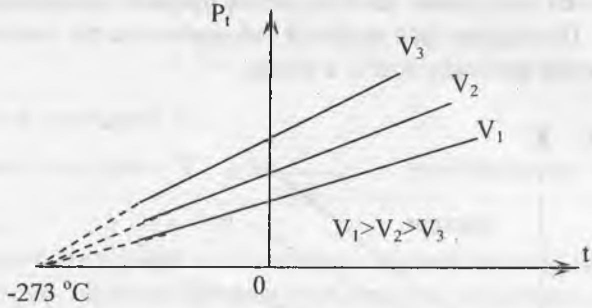


Рис.71.

Точки пересечения этих прямых с осью t соответствуют температуре -273°C. Эти точки соответствуют началу новой температурной шкалы. При t=-273°C прекращается поступательное движение молекул. Поэтому температура -273°C носит название абсолютного нуля температуры. Температура, отсчитанная от абсолютного нуля именуется абсолютной. Основываясь на том, что

$$V_T = V_o(1+\alpha \cdot t), \text{ где } \alpha = \frac{1}{273}K^{-1}$$

можно представить это уравнение в виде:

$$V_t = V_o(1+\frac{1}{273}t) = V_o(\frac{273+t}{273}) = V_o\frac{T}{273} \qquad (197)$$

Обозначим объем газа при температуре T_1 через V_1, а при T_2 – через V_2. На основе приведенного выше уравнения (197) можно записать:

$$V_1 = V_o\frac{T_1}{273} \qquad (198)$$

$$V_2 = V_o\frac{T_2}{273}. \qquad (199)$$

Отношение этих выражений даст

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}. \qquad (200)$$

График этой зависимости представлен на рис. 72.

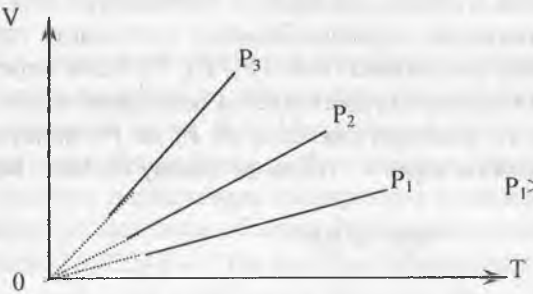


Рис.72.

При изобарном процессе объем некоторой массы газа прямо пропорционален его абсолютной температуре – закон Гей – Люссака. Аналогично можно представить закон Шарля в виде

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}, \qquad (201)$$

при изохорном процессе давление некоторой массы газа прямо пропорционально его абсолютной температуре. График этой зависимости представлен на рис. 73. Идеальный газ с большой точностью подчиняется законам Бойля-Мариотта, Гей-Люссака и Шарля.

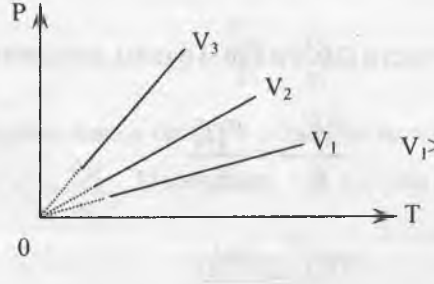


Рис.73.

§ 23. Уравнение состояния идеального газа

Рассмотренные выше изопроцессы относятся к случаю, когда один из параметров V, P или T состояния газа сохранялся постоянным. Рассмотрим самый общий случай газового процесса, когда одновременно изменяются и объем, давление и температура газа. Пусть параметры, соответствующие первоначальному состоянию газа, будут V_1, P_1, T_1, а новому состоянию газа – V_2; P_2; T_2. Если переход от первого состояния ко второму осуществляется последовательно, то не изменяя температуру T_1, изменим давление от P_1 до P_2. Занятый при этом объем газа обозначим через V. Тогда по закону Бойля – Мариотта

$$P_1V_1 = P_2V\ ,$$

отсюда

$$V = \frac{P_1V_1}{P_2}. \tag{202}$$

После этого сохранив неизменным давление P_2 , изменим температуру газа от T_1 до T_2. При этом изменится объем газа от значения V до V_2 . По закону Гей – Люссака

$$\frac{V}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

откуда:

$$V = \frac{V_2T_1}{T_2}. \tag{203}$$

Поскольку левые части (202) и (203) равны, следовательно, равны и правые части.

$$\frac{P_1V_1}{P_2} = \frac{V_2T_1}{T_2}$$

или

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}, \tag{204}$$

т.е. произведение давления газа на объем, деленное на абсолютную температуру, есть для данной массы газа величина постоянная. Это положение получило название **закон Клапейрона.**

$$\frac{PV}{T} = B = const \,. \tag{205}$$

B – называется удельной газовой постоянной. Недостатком этого уравнения является то обстоятельство, что постоянная B различна для различных газов. Д.И. Менделеев устранил этот недостаток, объединив закон Клапейрона (205) с законом Авогадро. Последний читается так: при одинаковых температуре и давлении моли любых газов занимают одинаковые объемы. При нормальных условиях этот объем составляет 0,02241 м^3. Так как при одинаковых значениях P и T моли всех газов имеют одинаковое значение V_μ и, следовательно, постоянная B будет одинаковой для всех газов. Обозначив это значение B через R , получим:

$$\frac{PV_\mu}{T} = R \tag{206}$$

R – называется универсальной газовой постоянной,

$$R = 8{,}31 Дж / К \cdot моль \,.$$

$$PV_\mu = RT \,. \tag{207}$$

Уравнение (207) называется уравнением Клапейрона-Менделеева для моля или киломоля газа. Так как объем газа пропорционален его массе то

$$\frac{V_\mu}{V} = \frac{\mu}{m} \,,$$

где μ – молярная масса газа, V – объем m-массы этого газа.

Отсюда $V_\mu = \frac{V\mu}{m}$. Подставим $V\mu$ в (206) и получим.

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \tag{208}$$

Уравнение (208) называется уравнением состояния идеального газа для любой массы газа. Поскольку $\frac{m}{\mu} = \nu$, то из (208) получим следующее выражение:

$$PV = \nu \cdot RT \tag{209}$$

где ν - количество вещества. Уравнение (208) позволяет определить и плотность газа, учитывая что

$$\rho = \frac{m}{V},$$

получим

$$\rho = \frac{P \cdot \mu}{RT}. \tag{210}$$

§ 24. Основное уравнение кинетической теории идеального газа

С точки зрения молекулярно-кинетической теории, газ, находящийся в сосуде представляет собой совокупность множества хаотически движущихся молекул. При своем движении молекулы газа ударяются о стенки сосуда, и при каждом ударе молекула действует на стенку с некоторой, сравнительно не большой силой, перпендикулярной к поверхности стенки. А так как число молекул очень большое, то стенки сосуда испытывают как бы непрерывное действие некоторой, нормально направленной силы. Рассчитанная на единицу площади стенки, эта сила, очевидно, представляет собой давление газа. И так, давление газа обусловлено тепловым движением и проявляется ударами молекул о стенки сосуда. Давление газа зависит от средней кинетической энергии поступательного движения его молекул. Для определения этого давления немецкий ученый Клаузиус вывел уравнение, которое получило название основного уравнения кинетической теории идеального газа.

Подсчитаем давление, возникающее в результате удара молекул о стенки сосуда. Представим себе сосуд в виде куба с длиной ребра $\Delta\ell$, в котором беспорядочно движутся n молекул, размерами которых мы пренебрегаем. В виду беспорядочности движения молекул, результат их удара о стенки будет таков, как если бы *1/3* всех молекул двигалось прямолинейно между передней и задней стенками куба, *1/3* молекул – между верхней и нижней стенками и *1/3* – между правой и левой стенками куба. Отдельная молекула, обладающая массой m, летящая, например, к правой стенке со скоростью υ во время упругого соударения отскочит назад, в результате чего его импульс изменится на величину $\Delta P = m\upsilon - m(-\upsilon) = 2m\upsilon$. Согласно закону изменения импульса импульс силы, действующий со стороны стенки на молекулу во время удара:

$$\Delta F \cdot \delta t = 2m\upsilon, \tag{211}$$

где ΔF – сила удара, δt - продолжительность удара. Аналогичная сила будет действовать со стороны молекулы на стенку. Отскочив от стенки, молекула полетит к противоположной стенке и, отскочив в свою очередь от нее, снова вернется к первой стенке через некоторое время Δt. Средняя сила $\Delta\overline{F}$, действующая на стенку за все время между двумя последовательными ударами молекулы, определяется из того требования, что ее импульс $\Delta\overline{F} \cdot \Delta t$ должен численно равняется импульсу силы ΔF, действующей во время удара δt. Поэтому

$$\Delta\overline{F} \cdot \Delta t = 2m\upsilon \tag{212}$$

Величина Δt определится из $\Delta t = \dfrac{2 \cdot \ell}{\upsilon}$, где υ – скорость движения молекулы на расстоянии 2ℓ. Подставляя это значение Δt в (212) получим среднее по времени значение силы удара одной молекулы:

$$\Delta\overline{F} = \frac{m\upsilon^2}{\ell} \tag{213}$$

Суммарная сила $\overline{F}$ ударов n молекул о правую стенку, движущихся со скоростями $\upsilon_1, \upsilon_2, \upsilon_3, \ldots$ равна

$$\overline{F} = \frac{m\upsilon_1^2}{\ell} + \frac{m\upsilon_2^2}{\ell} + \cdots + \frac{m\upsilon_n^2}{\ell}, \tag{214}$$

где $n' = \frac{1}{3}n$ - число молекул, движущихся между левой и правой стенками. Умножив и разделив правую часть этого уравнения на n' получим:

$$\overline{F} = \frac{n' \cdot m}{\ell}\left(\frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \upsilon_3^2 + \cdots + \upsilon_{n'}^2}{n'}\right). \tag{215}$$

Выражение в скобках равное $\overline{\upsilon}^2$, представляет собой квадрат средней квадратичной скорости. Отсюда

$$\overline{F} = \frac{n' \cdot m}{\ell}\overline{\upsilon}^2 \tag{216}$$

или

$$\overline{F} = \frac{1}{3}n\frac{m\overline{\upsilon}^2}{\ell}. \tag{217}$$

Если разделить правую и левую части этого уравнения на ℓ^2, то получим следующее выражение:

$$\frac{\overline{F}}{\ell^2} = \frac{1}{3}n\frac{m\overline{\upsilon}^2}{\ell^3}, \tag{218}$$

где ℓ^2 - площадь стенки куба, ℓ^3 - объем куба, $\frac{n}{\ell^3}=n_o$- число молекул в единице объема, $\overline{\upsilon}$ - средняя квадратичная скорость молекул.

Следовательно,

$$P = \frac{\overline{F}}{\ell^2} = \frac{1}{3}n_o m\overline{\upsilon}^2 \tag{219}$$

Таким образом, давление P, оказываемое газом на стенки сосуда, определяется числом молекул в единице объема, массой молекул и средней квадратичной скоростью. Если в этой формуле правую часть умножить и разделить на два, то это формула примет следующий вид:

$$P = \frac{2}{3}n_o\frac{m\overline{\upsilon}^2}{2}, \tag{220}$$

где

$$\frac{m\overline{v}^2}{2} = \overline{E}_K \qquad (221)$$

средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы. Поэтому,

$$P = \frac{2}{3} n_o \overline{E}_K \,. \qquad (222)$$

Это уравнение называется основным уравнением кинетической теории газов или уравнением Клаузиуса. Это уравнение показывает, что давление газа прямо пропорционально средней кинетической энергии поступательного движения молекул, содержащихся в единице объема газа. Так как, скорость молекул зависит от температуры газа, то и средняя кинетическая энергия молекул должна зависеть от температуры. Умножим обе части основного уравнения на объем одного моля газа V_μ

$$PV_\mu = \frac{2}{3} n_o \overline{E}_K V_\mu \qquad (223)$$

Зная, что $n_o \cdot V_\mu = N_A$ – число Авогадро, а $PV_\mu = RT$ перепишем (221)

$$\overline{E}_K = \frac{3}{2} kT \qquad (224)$$

где $\kappa = \dfrac{R}{N_A}$ – постоянная величина, носит название постоянной Больцмана, и равная $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *Дж / К* .

Подставив значение (224) в формулу (222) получим

$$P = n_o kT \,. \qquad (225)$$

Отсюда

$$n_o = P/kT. \qquad (226)$$

Это значит, что при одинаковых температуре и давлении все газы содержат в единице объема одинаковое число молекул. Число молекул, содержащихся в $1 м^3$ газа при нормальных условиях, называется числом Лошмидта. Это число равно $n_o = 2{,}683 \cdot 10^{25} м^{-3}$.

§ 25. Внутренняя энергия и теплоемкость газов

Сумма кинетической и потенциальной энергии всех частиц тела называется внутренней энергией этого тела. Эта энергия определяется только его состоянием и не зависит от того, каким путем тело попало в это состояние. Система тел, внутренняя энергия которой остается постоянной, называется замкнутой или изолированной системой. Одним из важнейших видов обмена энергией между телами и окружающей средой является теплообмен. Обмен внутренней энергией между телами и окружающей средой или между частями тела без совершения механической работы называется теплообменом. Изменение внутренней энергии тела при теплообмене часто называют переданным или полученным количеством теплоты Q. Эта величина является мерой изменения внутренней энергии тел в процессе теплообмена и существенно зависит от рода процесса. Молекулы идеального газа не взаимодействуют друг с другом и, следовательно, не обладают потенциальной энергией. Поэтому энергия молекул такого газа состоит только из кинетической энергии поступательного и вращательного движений. Энергия поступательного движения молекул, как уже было сказано выше, определяется из уравнения (224)

$$\overline{E}_K = \frac{3}{2}kT.$$

Для учета средней кинетической энергии вращательного движения молекулы необходимо ввести понятие числа степеней свободы тела. Числом степеней свободы тела называется число независимых координат, определяющих положение тела в пространстве. Если тело перемешается в пространстве совершенно произвольно, то это перемещение всегда можно составить из шести независимых одновременных движений: трех поступательных (в вдоль трех осей координат) и трех вращательных (вокруг трех взаимно перпендикулярных осей, проходящих через центр тяжести тела). Другими словами тело может обладать тремя линейными (x,y,z) и тремя угловыми (α, β, γ) координатами. Эти координаты называются степенями свободы и обозначаются буквой i. Эти понятия можно использовать и для определения степеней свободы различных молекул. В соответствии с теорией Бльцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы на каждую степень свободы молекулы приходится в среднем одинаковое количество энергии. Так как средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы равна $E_K = \frac{3}{2}kT$, а при таком движении молекула может обладать тремя степенями свободы, то на каждую степень свободы приходится энергия равная $E_K = \frac{1}{2}kT$. Если молекула участвует и в поступательном и во вращательном движениях, то его полная кинетическая энергия будет равна $E_K = \frac{i}{2}kT$, где i – число степеней свободы молекулы. Следовательно, полная кинетическая энергия молекулы газа пропорциональна его абсолютной температуре и зависит только от нее. Разные молекулы обладают разными степенями свободы и, следовательно, разными кинетическими энергиями. Так, одноатомная молекула (i=3) имеет полную энергию $E_K = \frac{3}{2}kT$, двух атомная (i=5) - $E_K = \frac{5}{2}kT$ и трех атомная (i=6) - $E_K = \frac{6}{2}kT = 3kT$.

Внутренняя энергия U некоторой массы газа будет равна произведению числа молекул N, содержащегося в этой массе газа на полную кинетическую энергию одной молекулы

$$U = N\frac{i}{2}kT. \qquad (227)$$

Так как для моля газа $N = N_A$, то для внутренней энергии моля получим

$$U_\mu = N_A\frac{i}{2}kT = N_A\frac{i}{2}\frac{R}{N_A}T \quad или \quad U_\mu = \frac{i}{2}RT. \qquad (228)$$

Внутренняя энергия любой массы m газа равна

$$U = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RT. \qquad (229)$$

Следовательно, внутренняя энергия любой массы газа пропорциональна числу степеней свободы молекулы, абсолютной температуре и массе газа.

Количество внутренней энергии, переданное от одного тела к другому, называется количеством переданной теплоты. Количество теплоты Q, необходимое для нагревания массы m вещества от температуры t_1 до t_2 кельвинов пропорционально массе вещества и изменению температуры:

$$Q = cm(t_2 - t_1), \tag{230}$$

где с – коэффициент пропорциональности, называемый удельной теплоемкостью вещества.

Из последней формулы определим

$$c = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)} \tag{231}$$

Удельной теплоемкостью вещества называется количество теплоты, необходимое для нагревания единицы массы вещества на один градус °С В системе СИ c измеряется $Дж / кг \cdot К$. Внесистемными единицами измерения удельной теплоемкости являются:

$$Q=1\ кал;\ \ m=1г;\ \ t=1^{o}C;\ \ c = \frac{1кал}{г \cdot рад}$$

$$Q=1\ ккал;\ \ m=1кг;\ \ t=1^{o}C;\ \ c = \frac{1ккал}{кг \cdot град}$$

Кроме удельной теплоемкости вводится понятие молярной теплоемкости. Количество теплоты, необходимое для нагревания моля вещества на 1 градус, называется молярной теплоемкостью и обозначается C_μ.

Между удельной теплоемкостью и молярной теплоемкостью вещества существует следующая связь:

$$C_\mu = \mu \cdot c, \tag{232}$$

где c - удельная теплоемкость вещества; μ – молярная масса вещества; C_μ - молярная теплоемкость.

Величина теплоемкости газа зависит о того, при каких условиях он нагревается: при постоянном объеме или постоянном давлении. В первом случае все сообщенное тепло идет только на увеличение внутренней энергии газа (т.к. объем газа не изменяется). Во втором случае требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение работы по расширению газа. Поэтому различают две теплоемкости: при постоянном объеме C_V и при постоянном давлении C_P. Очевидно, что $C_P>C_V$. Так как

$$\Delta U_M = \frac{i}{2} R \cdot \Delta T , \qquad (233)$$

то

$$C_V = \frac{\Delta U_\mu}{\Delta T} . \qquad (234)$$

Поэтому

$$C_V = \frac{i}{2} R \qquad (235)$$

и

$$C_P = C_V + A . \qquad (236)$$

Для определения величины совершенной газом работы допустим, что один моль газа, имеющий температуру T, объем V_μ и давление p, находится в цилиндре под поршнем с площадью S. При нагреве газа на 1°K, газ расширится и займет объем V'_μ. При этом поршень поднимется на высоту Δh (рис. 74).

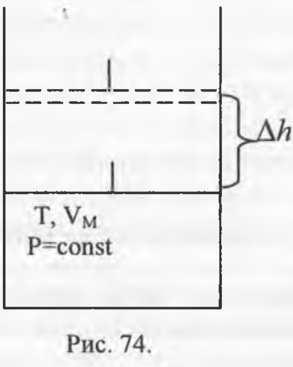


Рис. 74.

Тогда

$$A = P \cdot S \cdot \Delta h . \qquad (237)$$

Так как $S \cdot \Delta h = \Delta V$ – увеличение объема газа, то $\Delta V = \Delta V'_\mu - V_\mu$. И следовательно

$$A = P \cdot \Delta V = P\left(V'_\mu - V_\mu\right) = PV'_\mu - PV_\mu \qquad (238)$$

Согласно уравнению Клапейрона-Менделеева $PV'_\mu = R(T+1)$, а $PV_\mu = RT$. Подставляя эти значения в уравнение (238) получим: $A = R(T+1) - RT = RT + R - RT = R$. Итак $A = R$. Следовательно R – численно равна работе по расширению моля идеального газа при нагревании его на один градус кельвина при постоянном давлении.

Таким образом

$$C_P = C_V + R \qquad (239)$$

Выражение (239) называется уравнением Майера.

Так как

$$C_V = \frac{i}{2} R,$$

то

$$C_P = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R .$$

Отношение теплоемкостей газа обозначим через γ и тогда

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i} \qquad (240)$$

Значение $\gamma > 1$ и зависит от сорта газа.

§ 26. Термодинамика и ее законы

Как было уже отмечено выше молекулярная физика изучает физические свойства макроскопических тел (газообразных, жидких и твердых), а так же совершающиеся в них физические процессы, обусловленные тепловым движением и взаимодействием микрочастиц (атомов, молекул, ионов), составляющих эти тела.

Метод описания свойств макроскопических систем на основе усредненных значений характеристик движения микрочастиц, составляющих эти системы, называется молекулярно кинетическим (статистическим) методом.

Можно, однако, изучать свойства макросистем, не касаясь ее микроструктуры и совершающихся в ней микропроцессов.

Они могут быть связаны с процессами превращения энергии из одних видов в другие.

Метод описания свойств макроскопических систем на основе законов превращения энергии, совершающихся в этих системах, называется термодинамическим.

Задачей термодинамики является исследование свойств материальных тел, характеризуемых макроскопическими параметрами, на основе общих законов, называемых началами термодинамики.

Термодинамика основывается на трех началах (законах).

Первое начало описывает количественную и качественную стороны превращения энергии.

Второе начало характеризует направление развития процессов, изучаемых в термодинамике.

Третье начало накладывает ограничения на процессы, утверждая невозможность процессов, приводящих к достижению термодинамического нуля температуры.

Для изучения законов термодинамики необходимо знание некоторых понятий. К ним относятся – термодинамическая система, параметр, термодинамическое равновесие, состояние, процесс, обратимые и необратимые процессы.

Термодинамической системой называется макроскопическое тело, которому свойственны процессы, сопровождающиеся переходом теплоты в другие виды энергии и обратные процессы.

К системам можно отнести газ, жидкость, твердые тела, плазму, электрические, магнитные и гравитационные поля.

Величины, служащие для определения состояния системы и могущие изменяться под влиянием внешних причин, называются параметрами. К ним относятся масса, температура, давление, объем. Эти величины могут быть связаны между собой уравнением состояния.

Система находится в термодинамическом равновесии, если величины, определяющие ее состояние, остаются постоянными, например – температура, давление, масса. В состоянии термодинамического равновесия не могут происходить такие явления, как теплопроводность, диффузия, химические реакции, фазовые переходы и т. д.

Равновесное состояние системы графически изображается точкой (рис.75). Переход системы из одного состояния в другое называется термодинамическим процессом.

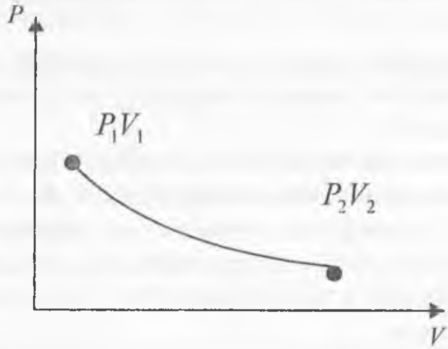


Рис. 75.

Обратимым называется процесс, для которого возможен обратный переход из конечного состояния в начальное через те же промежуточные состояния, что и в прямом процессе.

Необратимым называется процесс, когда обратимый переход через те же промежуточные состояния не возможен.

Равновесный процесс является всегда обратимым. Неравновесный процесс всегда является необратимым.

Обратимые процессы – это идеализированная модель реальных процессов, необходимых для успешного их изучения. На основе многочисленных опытов и наблюдений ученые пришли к выводу, что в природе нет обратимых процессов.

Рассмотрим процесс изменения состояния газа при сообщении ему определенного количества теплоты. Для этого представим, что газ находится при заданных температуре и давлении в цилиндре под поршнем (рис.76).

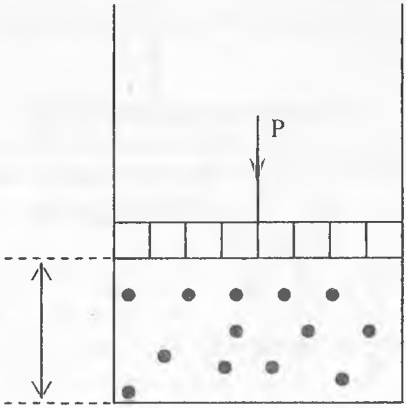


Рис. 76.

При этом газ обладает определенной внутренней энергией равной $U_1 = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT_1$. Сообщив газу определенное количество теплоты Q изменим его внутреннюю энергию до $U_2 = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT_2$. Следовательно внутренняя энергия газа изменится на

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT_2 - \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT_1 = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T \qquad (241)$$

Получив от нагревателя количество теплоты Q газ расширится, совершив работу против внешних сил (см. рис. 77).

В соответствии с законом сохранения энергии изменение внутренней энергии системы $\Delta U = U_2 - U_1$ при этом равняется разности между количеством теплоты Q, переданным системе, и совершенной системой работой A, $\Delta U = Q - A$, откуда

$$Q = \Delta U + A. \qquad (242)$$

Другими словами количество теплоты переданное системе идет на изменение ее внутренней энергии и на работу, совершаемую системой. Это и есть определение первого закона термодинамики.

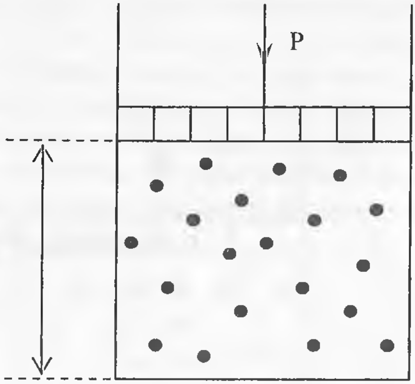


Рис. 77.

Если система периодически возвращается в исходное состояние, то изменение ее внутренней энергии $\Delta U = 0$ и тогда в соответствии с (242) $A = Q$.

Если рассматривается элементарный участок процесса, на котором система получает достаточно малое количество теплоты dQ, совершает соответственно малую работу dA и в системе происходит бесконечно малое изменение внутренней энергии dU, то первый закон термодинамики можно написать в дифференциальной форме:

$$dQ = dU + dA. \qquad (243)$$

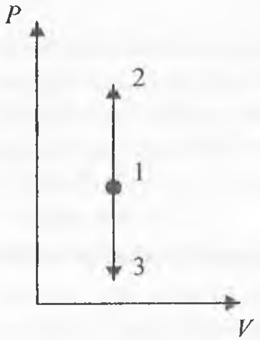
Первое начало термодинамики представляет собой общее выражение закона сохранения и превращения энергии. Это означает, что невозможно создать периодически действующий механизм, который совершал бы работу, превышающую получаемую им энергию.

§ 27. Определение работы при изотермическом, изобарном, изохорном и адиабатическом процессах на основе применения первого закона термодинамики

Среди равновесных процессов, происходящих с термодинамическими системами, выделяются изопроцессы, при которых, как было уже указано выше, один из основных параметров сохраняется постоянным.

1. Изохорный процесс

Графически изохорный процесс (v=const) изображается прямой, параллельной оси ординат (рис. 78).



1-2 – изохорное нагревание

1-3 – изохорное охлаждение

Рис. 78.

При изохорном процессе газ не совершает работу.

$$dA = PdV = 0\,. \tag{244}$$

Тогда $dQ = dU$, отсюда следует, что при изохорном процессе вся теплота, сообщаемая газу, идет на увеличение его внутренней энергии: $dQ = dU$.

Поскольку $dU = C_V dT$, то для произвольной массы газа

$$dQ = dU = \frac{m}{\mu} C_V dT\,. \tag{245}$$

2. Изобарный процесс

Графически изобарный процесс (P=const) изображается прямой 1-2, параллельной оси V (рис. 79).

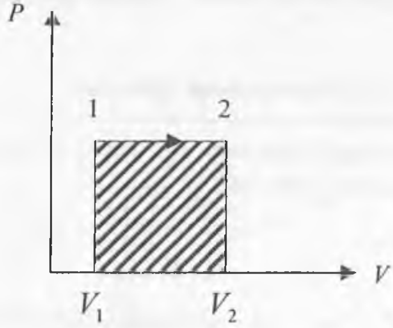


Рис. 79.

При изобарном процессе работа газа при расширении от объема V_1 до V_2 равна

$$A=\int_{V_1}^{V_2} PdV = P\left(V_2 - V_1\right) = P\Delta V \tag{246}$$

и определяется площадью заштрихованного прямоугольника V_1-1-2-V_2.

3. Изотермический процесс

Используя уравнение состояния идеального газа $PV=\dfrac{m}{\mu}RT$ и определим работу исходя из

$$A=\int_{V_1}^{V_2} PdV = \int_{V_1}^{V_2}\frac{m}{\mu}RT\frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu}RT\int_{V_2}^{V_1}\frac{d}{V} = \frac{m}{\mu}RT\ln\frac{V_2}{V_1}. \tag{247}$$

Работа численно равна на площадь ΔS.

Из первого начала термодинамики следует, что для изотермического процесса $dQ = dA$, так как при $T = const$ в идеальном газе его внутренняя энергия не изменяется $dU = \dfrac{m}{\mu}C_V dT = 0$, а все количество теплоты, сообщаемое газу, расходуется на совершение им работы против внешних сил.

$$Q = A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \qquad (248)$$

4. Адиабатический процесс

Адиабатными называются процессы, происходящие при отсутствии теплообмена между системой и окружающей средой. Близкими к адиабатическим являются все быстро протекающие процессы. Например, процесс распространения звука в среде. Адиабатические процессы применяются в двигателях внутреннего сгорания, в холодильных установках и т. д.

Так как при адиабатическом процессе $dQ = 0$, то на основе первого начала термодинамики получим $dA = -dU$, то есть работа совершается за счет изменения внутренней энергии системы.

Поскольку $dU = C_V dT$, то заменяя $dA = PdV$, получим $PdV = -C_V dT$.

Используя уравнение состояния идеального газа напишем

$$PV = RT; \qquad \frac{RT}{V} dV = -C_V dT; \qquad \frac{R}{C_V}\frac{dV}{V} = -\frac{dT}{T}.$$

Следовательно, адиабатическое изменение объема газа сопровождается изменением его температуры. Интегрируя левую часть последнего равенства в пределах от V_1 до V_2, а правую часть в пределах от T_1 до T_2:

$$\frac{R}{C_V}\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = -\int_{T_1}^{T_2}\frac{dT}{T} \qquad (249)$$

$$\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{R}{C_V}} = \ln\frac{T_1}{T_2} \qquad (250)$$

На основе уравнения Майера $C_p = C_V + R$. $\frac{R}{C_V}$ преобразуем следующим образом, учитывая, что $\frac{C_p}{C_V} = \gamma$

$$\frac{R}{C_V} = \frac{C_p - C_V}{C_V} = \gamma - 1. \qquad (251)$$

Тогда

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{T_2}.$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}, \quad TV^{\gamma-1} = const \qquad (252)$$

- эта формула выражает закон Пуассона. Это означает, что при адиабатическом расширении газа его температура понижается, а при сжатии повышается. Зная,что $PV = RT$, определим $T = \frac{PV}{R}$ и подставим это значение T в уравнение $TV^{\gamma-1} = const$. Тогда получим второе уравнение Пуассона

$$PV^{\gamma} = const \quad (253)$$

На графике (рис. 80) для сравнения изображены изотерма (2) и адиабата (1).

При адиабатическом процессе работа, совершаемая газом, определяется из условия

$$dA = -C_V dT$$

или

$$A = -\int_{T_1}^{T_2} C_V dT = -C_V(T_2 - T_1) = C_V(T_1 - T_2) \qquad (254)$$

Работа, совершаемая газом при адиабатическом процессе, пропорциональна изменению температуры газа.

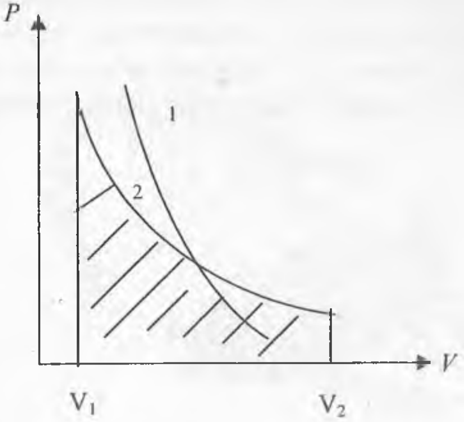


Рис. 80.

Адиабата более крута, чем изотерма. Это объясняется тем, что при адиабатическом сжатии увеличение давления газа обусловлено не только уменьшением его объема, но и повышением температуры.

§ 28. Цикл Карно. Второе начало термодинамики

Первое начало термодинамики не дает указаний относительно направления, в котором могут происходить процессы в природе. Второе начало термодинамики позволяет указать направление процессов, которые могут происходить в действительности. Используя совместно первое и второе начала можно установить множество точных количественных соотношений между различными макроскопическими параметрами тел в состоянии термодинамического равновесия.

Основоположником второго начала термодинамики считается французский инженер и физик Сади Карно. Он исследовал условия превращения теплоты в работу. Конкретную формулировку и математическое выражение второго начала можно получить из рассмотрения так называемого цикла Карно.

Круговым процессом или циклом называется такой процесс, при котором система после ряда изменений возвращается в исходное состояние. Графически он изображается замкнутой кривой. Работа, совершаемая при круговом процессе, складывается из работы на участке 1 – 2 и работы на участке 2 – 1, а работа за цикл изображается площадью, охваченной замкнутой кривой – заштрихованная площадь (рис. 81).

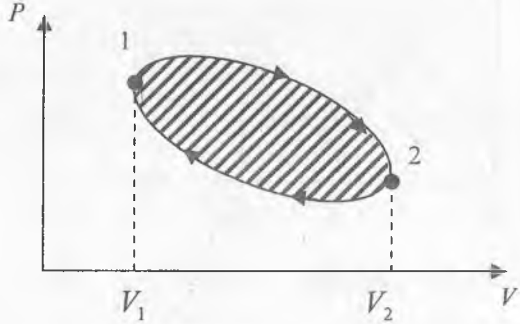


Рис. 81.

Если точка, изображающая состояние системы, описывает цикл по часовой стрелке, то работа системы положительна. Если же цикл происходит в направлении против часовой стрелки, то работа отрицательна.

Если в результате цикла, совершается некоторая работа A, то система, периодически повторяющая такой цикл, называется машиной. Теоретически рассмотрим работу идеальной тепловой машины. Тепловая машина состоит из трех элементов – нагревателя, рабочего тела и холодильника. Эта система периодически совершает обратимые циклы, состоящие из двух изотермических и двух адиабатических процессов (рис. 82).

Пусть газ расширяется изотермически, переходя из состояния 1 в состояние 2. При этом внутренняя энергия газа не меняется и количество теплоты полученного газом от нагревателя тепла Q, равно работе A_{12}. Поскольку процесс изотермический, то работа A_{12} определяется из

$$Q_1 = A_{12} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}. \qquad (255)$$

Рис. 82.

На участке 2–3 газ адиабатически расширяется. Работа при этом A_{2-3} равна

$$A_{2-3} = -C_V\left(T_{\Gamma} - T_2\right). \qquad (256)$$

На участке 3–4 он изотермически сжимается, а совершаемая работа при этом равна A_{3-4}:

$$Q_2 = A_{3-4} = -\frac{m}{\mu} RT_2 \ln\frac{V_4}{V_3}. \qquad (257)$$

На участке 4–1 газ адиабатически сжимается, возвращаясь к исходному состоянию 1. Работа при этом равна A_{4-1}:

$$A_{4-1} = -C_V\left(T_2 - T_1\right). \qquad (258)$$

Работа, совершаемая за весь цикл, равна сумме всех указанных выше работ.

$$A = A_{12} + A_{2-3} + A_{3-4} + A_{4-1}; \tag{259}$$

$$A = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} - C_V\left(T_2 - T_1\right) - \frac{m}{\mu} RT_2 \ln\frac{V_4}{V_3} + C_V\left(T_1 - T_2\right) \tag{260}$$

или

$$Q_1 - Q_2 = A_{1-2} - A_{3-4} = A, \tag{261}$$

где A – суммарная работа, совершаемая за весь цикл, и численно равная площади 1-2-3-4, ограниченной графиком цикла. Так как цикл проводился по часовой стрелке, то эта работа положительна. Итак, в результате цикла газ, получив количество теплоты Q_1 от нагревателя и передав часть этого количества теплоты Q_2 холодильнику, совершил внешнюю работу, равную

$$A = Q_1 - Q_2 \tag{262}$$

Отдача части теплоты Q_2 холодильнику является необходимым условием совершения работы. Невозможен механизм, который все получаемое от нагревателя количество теплоты целиком переводил бы в работу; часть этого количества теплоты должна быть отдана холодильнику. Это и есть формулировка второго начала термодинамики, а уравнение (262) его математическим выражением.

§ 29. Средняя длина свободного пробега молекул

Молекулы газа при хаотическом движении проходят определенные расстояния между двумя последовательными столкновениями, которые называются длиной свободного пробега молекул. Определим среднее значение этой длины пробега. Для этого рассмотрим газ в котором отдельно взятая молекула двигаясь в объеме газа сталкивается с другими молекулами, расположенными на расстоянии не большем $2r$ от прямой, вдоль которой она движется (рис.83). Следовательно, за единицу времени молекула заденет все те Z молекул, центры которых лежат внутри цилиндра радиуса $R=2r$ и длины l, численно равной скорости молекул υ. Число молекул Z, которые попадают внутрь такого цилиндра, равно:

$$Z = \pi \cdot R^2 \upsilon \cdot n_o, \tag{263}$$

где, n_0- число молекул в единице объема. Так как $R = 2r$, а υ есть средняя скорость движения молекул $\overline{\upsilon}$, то получим выражение для среднего числа столкновений молекул в единицу времени:

$$\overline{Z} = 4\pi r^2 \overline{\upsilon} \cdot n_0 . \tag{264}$$

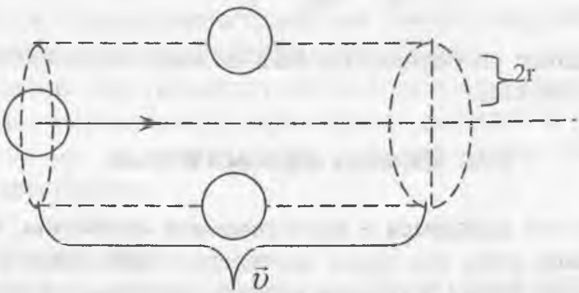


Рис. 83.

Поскольку все молекулы газа находятся в движении, то вводят поправку в это уравнение, учитывающую это движение и записывают $\overline{Z} = 4\sqrt{2}\pi r^2 \overline{\upsilon} \cdot n_0$. Среднюю длину свободного пути молекулы $\overline{\lambda}$ получим поделив средний путь, проходимый ею за единицу времени на число столкновений в единицу времени $\overline{Z}$. Так как $l = \overline{\upsilon}$, то $\overline{\lambda} = \frac{\overline{\upsilon}}{\overline{Z}}$. Подставив в это выражение вместо $\overline{Z}$ его значение, получим:

$$\overline{\lambda} = \frac{\overline{\upsilon}}{4\sqrt{2}\pi r^2 \cdot \overline{\upsilon} \cdot n_0} \tag{265}$$

или

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi r^2 \cdot n_0}. \tag{266}$$

Таким образом, длина свободного пробега молекул обратно пропорциональна числу молекул в единице объема. Единицей измерения $\bar{\lambda}$ является $[\bar{\lambda} = м]$. Так как $P = n_0 \cdot kT$, то для отношения двух значений $\bar{\lambda}_1$ и $\bar{\lambda}_2$ получим

$$\frac{\bar{\lambda}_1}{\bar{\lambda}_2} = \frac{n_{02}}{n_{01}} = \frac{P_2}{P_1}, \tag{267}$$

т.е. средняя длина свободного пробега молекул обратно пропорциональна давлению газа.

§ 30. Явления переноса в газах

Если система находится в неравновесном состоянии, то предоставленная самой себе, она будет постепенно приходить к равновесному состоянию. Время, в течение которого система достигает равновесного состояния, называется временем релаксации. Если распределение плотности газа в пространстве является неоднородным, то оно стремится стать однородным. Время достижения равномерности плотности характеризуется своим временем релаксации. При отклонений плотности от равновесного значения в некоторой области в системе возникает движение компонент вещества в таких направлениях, чтобы сделать плотность каждой из компонент постоянной по всему объему системы. Связанный с этим движением перенос вещества компонентов, составляющих фазу, называется диффузией.

При отклонении температуры от равновесного значения в некоторой области в системе возникает движение теплоты в таких направлениях, чтобы сделать температуру всех частей системы одинаковой. Связанный с этим движением перенос теплоты называется теплопроводностью.

При относительном движении различных частей фазы возникают силы, стремящиеся уменьшить их относительную скорость, т.е. возникает вязкость. Одним из условий равновесного состояния термодинамической системы является отсутствие в системе потоков вещества и энергии. Однако, беспорядочность теплового движения молекул газа, непрерывные столкновения между ними приводят к постоянному перемешиванию частиц. Если в газе существует пространственная неоднородность плотности, температуры и скорости перемещения отдельных слоев газа, то происходит самопроизвольное выравнивание этих неоднородностей. В газе возникают потоки энергии, вещества и импульса частиц. Эти потоки являются физической основой особых процессов, объединенных общим названием явлений переноса. К этим явлениям относятся теплопроводность, внутреннее трение и диффузия. Таким образом, во всех трех процессах – диффузии, теплопроводности и внутреннего трения мы имеем дело с переносом какой-либо величины: массы, энергии и импульса.

В результате газ стремится перейти в состояние равновесия. Когда произойдет выравнивание параметров – давления и температуры по всему объему, то перемещение отдельных слоев относительно друг друга прекратится.

а) диффузия в газах

Диффузией называется процесс взаимного проникновения атомов или молекул граничащих веществ. Швейцарский физик Фик на основании опытов установил формулу, согласно которой масса Δm продиффундировавшего вещества за промежуток времени Δt через площадку ΔS пропорциональна времени Δt, площади ΔS и градиенту концентрации газа $\frac{\Delta C}{\Delta x}$,

$$\Delta m = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}\cdot \Delta S\cdot \Delta t\,, \tag{268}$$

D – носит название коэффициента диффузии и измеряется в D = м^2/сек.

Пусть слева и справа от некоторой мысленно выделенной площадки ΔS находится газ, концентрация которого меняется вдоль оси X (рис. 84).

Молекулы газа будут протекать через эту площадку как в направлении слева направо, так и справа налево. Если концентрация этого газа с одной стороны (например, слева) больше, чем с противоположной, то число молекул, продифундировавщих в этом направлении будет больше, чем во встречном, т.е. будет наблюдаться градиент концентрации молекул. Градиент любой физической величины показывает быстроту изменения ее в зависимости от расстояния, если эта величина меняется вдоль некоторого направления.

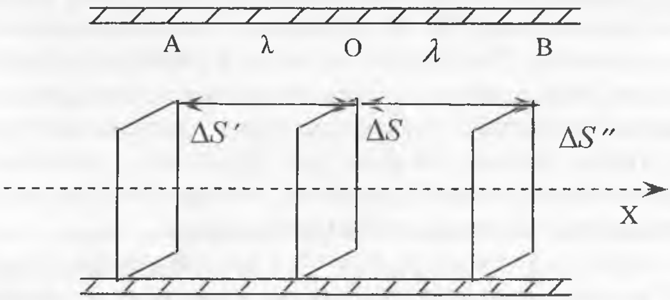


Рис. 84.

Пусть за время Δt через площадку ΔS слева направо проникает n_1 молекул, а в обратном направлении – n_2 молекул. Если концентрация газа в направлении оси X слева направо убывает, то $n_1 > n_2$. Найдем n_1 и n_2. Если в сечении O в $1м^3$ находится n_0 молекул, то в сечении A их больше, чем в O, в сечении B меньше, чем в O, на $\frac{\Delta n_0}{\Delta x}\cdot\lambda$, где $\frac{\Delta n_0}{\Delta x}$ – показывает, насколько изменяется число молекул в единице объема при перемещении вдоль оси X на единице расстояния. Ввиду беспорядочности движения молекул можно полагать, что $\frac{1}{6}$ всех молекул, находящихся в $1м^3$, движется вдоль оси X по направлению к площадке ΔS.

За время Δt при средней арифметической скорости движения молекул $\overline{\upsilon}$ через площадку ΔS пройдет столб газа объемом $\overline{\upsilon}\cdot\Delta t\cdot\Delta S$.

Следовательно,

$$n_1 = \frac{1}{6}\left(n_0 + \frac{\Delta n_0}{\Delta x}\cdot\lambda\right)\upsilon\cdot\Delta t\cdot\Delta S\,. \qquad (269)$$

$$n_2 = \frac{1}{6}\left(n_0 - \frac{\Delta n_0}{\Delta x}\cdot\lambda\right)\upsilon\cdot\Delta t\cdot\Delta S. \qquad (270)$$

Откуда

$$n_1 - n_2 = \frac{1}{6}2\frac{\Delta n_0}{\Delta x}\cdot\lambda\overline{\upsilon}\cdot\Delta t\cdot\Delta S = \frac{1}{3}\lambda\overline{\upsilon}\cdot\frac{\Delta n_0}{\Delta x}\cdot\Delta S\cdot\Delta t. \qquad (271)$$

Что будет соответствовать массе продиффундировавщего газа:

$$\Delta m = (n_1 - n_2)m_0, \qquad (272)$$

где m_0 – масса одной молекулы газа, т. е:

$$\Delta m = \frac{1}{3}\lambda\overline{\upsilon}\frac{\Delta n_0\cdot m_0}{\Delta x}\cdot\Delta S\cdot\Delta t. \qquad (273)$$

Но $\frac{\Delta n_0\cdot m_0}{\Delta x}$ – это градиент концентрации газа $\frac{\Delta C}{\Delta x}$, так как $m_0\cdot\Delta n_0$ есть изменение массы газа в единице объема при изменении расстояния вдоль оси X на величину Δx. Обозначим через D

$$D = \frac{1}{3}\overline{\upsilon}\cdot\lambda \qquad (274)$$

$\overline{\upsilon}$ – средняя арифметическая скорость молекулы; λ – средняя длина свободного пробега молекулы. Так как $\overline{\upsilon}\approx 1{,}6\sqrt{\frac{RT}{\mu}}$, λ – не зависит от температуры (при $P=const$). D – пропорционален $\sqrt{T}$. С другой стороны $\lambda\sim\frac{1}{P}$, следовательно и $D\sim\frac{1}{p}$.

б) внутреннее трение в газах

Выделим в газе мысленно площадку ΔS параллельно слоям, текущими с различными скоростями U. Пусть слой 1 ($\Delta S''$) лежит под площадкой ΔS на расстоянии средней длины свободного пути молекул $\overline{\lambda}$. Тогда молекулы, летящие из слоя 1 по направлению к площадке ΔS, достигнут ее без столкновений (рис. 85).

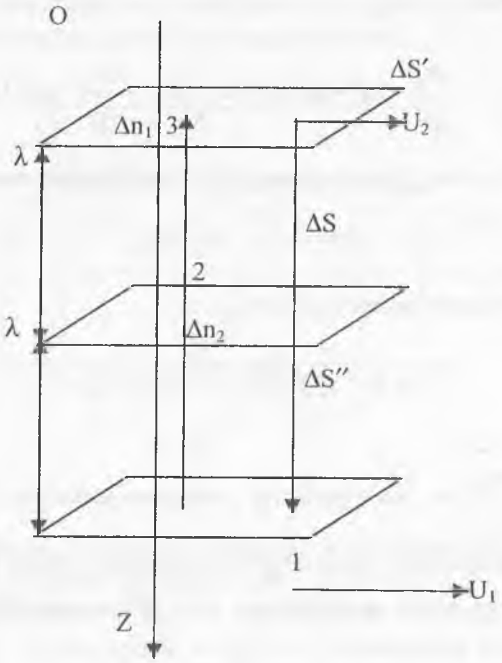


Рис. 85.

Число этих молекул Δn_1, пролетающих через площадку ΔS за время Δt из слоя 1 будет:

$$\Delta n_1 = \frac{1}{6} n_0 \overline{\upsilon} \cdot \Delta S \cdot \Delta t \tag{275}$$

n_o- число молекул в единице объема. Эти Δn_1 молекул перенесут через площадку ΔS свой импульс ΔK_1, равное

$$\Delta K_1 = \frac{1}{6} n_o \overline{\upsilon} \cdot \Delta S \cdot \Delta t \cdot mU_1, \tag{276}$$

где U_1 – скорость течения слоя 1.

Точно так же из слоя 3 ($\Delta S'$), лежащего над площадкой ΔS на расстоянии $\overline{\lambda}$, через площадку ΔS за время Δt будет перенесен импульс.

$$\Delta K_2 = \frac{1}{6} n_o \overline{\upsilon} \cdot \Delta S \cdot \Delta t \cdot mU_2, \tag{277}$$

где U_2 – скорость течения слоя 2.

Для обоих слоев число молекул в единице объема n_o одно и то-же, так как в рассматриваемом случае мы считаем плотность газа повсюду одинаковой.

В результате этих двух переносов импульса, происходящих в противоположных направлениях, через площадку ΔS будет перенесен импульс молекул.

$$\Delta K = \Delta K_2 - \Delta K_1 = \frac{1}{6} n_0 \overline{\upsilon} \cdot \Delta S \cdot \Delta t (mU_2 - mU_1) \tag{278}$$

$$mU_2 - mU_1 = -m(U_2 - U_1)$$

Разность скоростей U_2-U_1 равна градиенту скорости, умноженному на расстоянии между слоями 2 и 1; так как это расстояние равно $2\overline{\lambda}$, то

$$U_2 - U_1 = -\frac{\Delta U}{\Delta z} 2\overline{\lambda}. \tag{279}$$

Откуда

$$mU_2 - mU_1 = -m\frac{\Delta U}{\Delta z} 2\overline{\lambda}. \tag{280}$$

И следовательно,

$$\Delta K = -\frac{1}{3} n_0 m\overline{\lambda} \cdot \overline{\upsilon} \frac{\Delta U}{\Delta z} \Delta S \cdot \Delta t. \tag{281}$$

Так как $n_0 m = \rho$ – плотность газа, то

$$\Delta K = -\frac{1}{3} \rho \cdot \overline{\lambda} \cdot \overline{\upsilon} \frac{\Delta U}{\Delta z} \Delta S \cdot \Delta t. \tag{282}$$

На основе закона изменения импульса

$$f = \frac{\Delta K}{\Delta t} = -\frac{1}{3}\rho \cdot \bar{\lambda} \cdot \bar{\upsilon}\frac{\Delta U}{\Delta z} \cdot \Delta S . \tag{283}$$

Обозначим через η, которая называется коэффициентом внутреннего трения

$$\eta = \frac{1}{3}\rho \cdot \bar{\lambda} \cdot \bar{\upsilon} . \tag{284}$$

$$\Delta K = f \cdot \Delta t = -\eta \ \frac{\Delta U}{\Delta z} \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \tag{285}$$

Коэффициент внутреннего трения не зависит от давления. Единица измерения $[\eta] = \frac{кг}{м \cdot с}$.

в) теплопроводность

Как совершается перенос тепловой энергии в газе. Представим, что плотность газа всюду одинакова, т.е. число частиц n, приходящееся на единицу объема, во всех частях газа одно и тоже. Тогда число частиц, проходящих, за время Δt через элемент поверхности ΔS из области I в область II и обратно будет одно и тоже и равно (рис. 86)

$$\frac{1}{6} \cdot n\bar{\upsilon} \cdot \Delta t \cdot \Delta S \cdot$$

Каждая молекула в среднем насет с собой запас тепловой энергии $E_k = \frac{i}{2}\kappa T$, где T − абсолютная температура.

Если T постоянна во всем объеме, то переходящая в обоих направлениях через элемент поверхности тепловая энергия будет одна и та же.

$$Q = \frac{1}{6} \cdot \frac{i}{2} \cdot kn \cdot T \cdot \bar{\upsilon} \cdot \Delta t \cdot \Delta S \tag{286}$$

и в итоге мы не получаем никакого преимущественного переноса теплоты.

$T_1 > T_2$

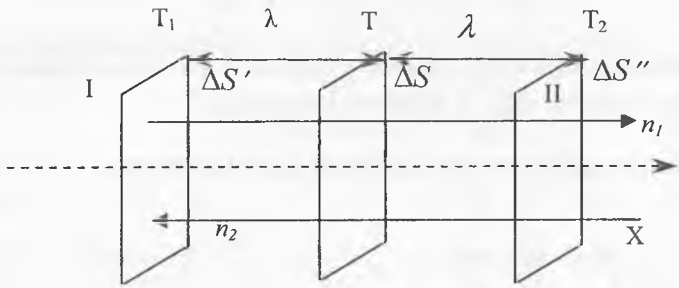


Рис. 86.

Если же температура газа изменяется в направлении перпендикулярном к элементу поверхности ΔS так, что в слое газа, прилегающим к поверхности $\Delta S'$ она больше, чем в $\Delta S''$, то каждая частица, переходящая из области I в область II, перенесет с собой большую энергию, чем частица, переходящая в обратном направлении. В итоге будет наблюдаться перенос количества тепловой энергии от слоев с более высокой температурой к слоям с более низкой температурой.

На расстоянии $\bar{\lambda}$ от ΔS в области I температура T_1

$$T_1 = T + \frac{\Delta T}{\Delta X} \cdot \bar{\lambda},$$

а на расстоянии $\bar{\lambda}$ от ΔS в области II температура T_2

$$T_2 = T - \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \bar{\lambda},$$

где $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ – величина градиента температуры, численно равная изменению температуры, рассчитанному на единице длины.

Количество тепла, переносимое слева направо, окажется равной

$$Q_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{i}{2} k n T_1 \bar{\upsilon} \cdot \Delta t \cdot \Delta S, \tag{287}$$

а справа налево

$$Q_2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{i}{2} knT_2 \cdot \overline{\upsilon}\, \Delta t \cdot \Delta S . \tag{288}$$

Вычитая из первого выражения второе, в итоге получаем перенос количества теплоты ΔQ из области I в область II.

$$\Delta Q = -\frac{1}{6} \cdot \frac{i}{2} kn(T_1 - T_2)\overline{\upsilon} \cdot \Delta t \cdot \Delta S . \tag{289}$$

Но

$$T_1 - T_2 = \left(T + \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \overline{\lambda} \right) - \left(T - \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \overline{\lambda} \right) = -2\frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \overline{\lambda} . \tag{290}$$

Следовательно,

$$Q = -\frac{1}{3} \cdot \frac{i}{2} kn \cdot \overline{\upsilon} \cdot \overline{\lambda} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta t \cdot \Delta S . \tag{291}$$

Преобразуем $\frac{i}{2}k$, зная, что $k = \frac{R}{N_A}$.

Поскольку

$$\frac{i}{2}k = \frac{i}{2}R\frac{1}{N_A} \quad \text{и} \quad \frac{i}{2}R = C_v{}^{\mu}, \quad \text{то} \quad \frac{i}{2}k = C_v^{\mu}\frac{1}{N_A} .$$

Тогда

$$\Delta Q = -\frac{1}{3} C_v{}^{\mu} \frac{1}{N_A} \cdot n \cdot \overline{\upsilon} \cdot \overline{\lambda} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta t \cdot \Delta S . \tag{292}$$

Умножим числитель и знаменатель на массу одной молекулы m_o. Зная, что $N_A \cdot m_o = \mu$, а $nm_o = \rho$, получим

$$\Delta Q = -\frac{1}{3} \rho \cdot \overline{\upsilon} \cdot \overline{\lambda} \cdot C_v^{\mu} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta t \cdot \Delta S . \tag{293}$$

Введем обозначение

$$\chi = \frac{1}{3} \overline{\lambda} \cdot \overline{\upsilon} \cdot \rho \cdot C_v , \tag{294}$$

где χ называется коэффициентом теплопроводности.

$$\Delta Q = -\chi \cdot \frac{\Delta T}{\Delta z} \cdot \Delta S \cdot \Delta t \,. \qquad (295)$$

Единица измерения коэффициента теплопроводности

$$[\chi] = \frac{дж}{м.сек.град} = \frac{Вт}{мК}$$

Итак, мы получили очень важные выражения, именуемые уравнениями:

$$\Delta m = -D \cdot \frac{\Delta C}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t$$ - уравнение Фика,

$$\Delta K = f \cdot \Delta t = -\eta \cdot \frac{\Delta U}{\Delta z} \cdot \Delta S \cdot \Delta t$$ - уравнение Ньютона,

$$\Delta Q = \chi \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t$$ - уравнение Фурье.

Полученные выражения для соответствующих коэффициентов этих процессов:

$$D = \frac{1}{3} \cdot \overline{\lambda} \cdot \overline{\upsilon}; \quad \eta = \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot \overline{\upsilon} \cdot \overline{\lambda}; \quad \chi = \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot \overline{\upsilon} \cdot \overline{\lambda} \cdot C$$

Эти коэффициенты связаны между собой определенными соотношениями.

Например,

$$\eta = D \cdot \rho; \quad \chi = \eta \cdot C \quad \chi = D \cdot \rho \cdot C$$

Рассмотренные явления переноса играют очень важную роль в различных биологических процессах. Например, питательная среда подводится к корневой системе растения путем диффузии ее в почве, внутреннее трение проявляется при движении крови в кровеносных сосудах, теплопроводность имеет место при обмене тепла между различными частями организма.

§ 31. Реальный газ. Уравнение Ван-дер-Ваальса

Модель идеального газа, используемая в молекулярно-кинетической теории газов, позволяет описывать поведение разреженных реальных газов при достаточно высоких температурах и низких давлениях. Повышение давления приводит к изменению среднего расстояния между молекулами, поэтому необходимо учитывать объем занимаемый самими молекулами и взаимодействие между ними. При высоких давлениях и низких температурах модель идеального газа непригодна. Учет собственного объема молекул и сил межмолекулярного взаимодействия привел голландского физика Ван-дер-Ваальса к выводу уравнения состояния реального газа, в котором введены две поправки. Первая поправка связана с учетом собственного объема молекул, а вторая учитывает притяжение молекул. Свободный объем в котором могут двигаться молекулы реального газа, будет не V_μ , как это было указано в уравнении состояния идеального газа, а V_μ-b, где b − объем, занимаемый самими молекулами. Этот объем равен учетверенному собственному объему молекул $b \approx 4\gamma \cdot N_A$, где γ − собственный объем молекулы. Притяжения между молекулами реального газа приводит к появлению дополнительного давления в газе, называемого внутренним давлением. Это давление, характеризующее силу межмолекулярного притяжения, обратно пропорционально квадрату объема газа, т.е.

$$P' = \frac{a}{V_\mu^2} \tag{296}$$

где a − постоянная Ван-дер-Ваальса.

С учетом этих поправок уравнение состояния реальных газов для моля газа записывается в следующем виде:

$$(P + \frac{a}{V_\mu^2})(V_\mu - b) = RT\ . \tag{297}$$

Для произвольной массы m- газа, соответствующей ν молям газа $\left(\nu = \dfrac{m}{\mu}\right)$ с учетом того, что $V = \nu \cdot V_\mu$ уравнение Ван-дер-Ваальса примет вид

$$\left(P + \frac{\nu^2 \cdot a}{V^2}\right)\left(\frac{V}{\nu} - b\right) = RT \text{ или } \left(P + \nu^2 \cdot \frac{a}{V^2}\right)\left(V - \nu \cdot b\right) = \nu \cdot RT \tag{298}$$

При малых давлениях и высоких температурах объем V_μ - становится большим, поэтому $b << V_\mu$, $P' << P$ и уравнение Ван-дер-Ваальса совпадает с уравнением Клапейрона-Менделеева.

Проведем некоторый анализ уравнения Ван-дер-Ваальса. Для этого надо составить таблицы зависимости давления от объема газа при определенной температуре. При значениях $T_1>T_2>T_k>T_3>T_4$ результаты таких расчетов графически представлены на рисунке 87. Полученные кривые называются изотермами Ван-дер-Ваальса. При низких температурах они имеют волнообразные участки. При некоторой температуре $T_к$ на изотерме имеется только точка перегиба К, при высоких температурах изотермы Ван-дер-Ваальса похожи на изотермы идеального газа (Бойля–Мариотта или Менделеева-Клапейрона).

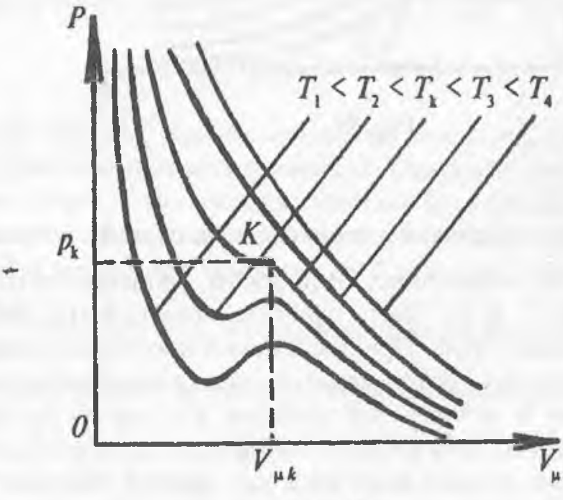


Рис. 87.

Английский физик Эндрьюс произвел ряд важных исследований свойств газов и паров и построил экспериментальные изотермы. Эндрьюс производил свои эксперименты в цилиндре, в котором под поршнем помещался один моль углекислота газа. Давление газа определялось манометром, а объем по шкале объемов. На рис.88 показан ряд изотерм, соответствующих одной и той же массе CO_2, но построенных для различных температур. При высоких температурах Т изотермы углекислота напоминают изотермы идеального газа. При более низких температурах характер изотерм совсем иной.

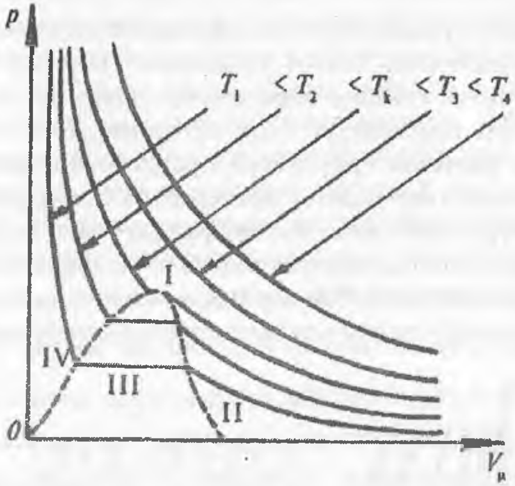


Рис. 88.

При больших объемах V_μ с опусканием поршня давление углекислоты возрастет монотонно; этой части процесса соответствует ветви изотерм с T_3 и T_4. Здесь свойства углекислоты, аналогичны свойствам идеального газа. При достижении некоторого давления P_0, поведение углекислоты резко меняется: при дальнейшем опускании поршня давлении P_0 остается постоянным: начинается процесс сжижения CO_2. Давление, при котором начинается сжижение газа, называется упругостью насыщенного пара при данной температуре. Чем больше опускается поршень, тем большее количество газа переходит в жидкость. На рисунке 88 область I соответсвует газообразному состоянию. Область II – это состояние пара. III область соответсвует жидкости и насыщенного пара. IV область это состояние жидкости. Изотерма с точкой перегиба соответсвует критической точке и критической температуре $T_к$.

Из опыта Эндрьюса выяснилось, что газ может быть переведен в жидкое состояние только при температурах меньших некоторой определенной для данного газа температуре $T_к$; при температурах, выше чем $T_к$, газ нельзя перевести в жидкое состояние на при каких значениях давления. Для CO_2 $T_к$=304К.

В критической точке пропадает различие между жидкостью и паром. Переход из газообразного состояния в жидкое в критической точке происходит непрерывно.

Следовательно, газ находящийся при температуре большей критической отличается от газа, находящийся при температуре, меньшей критической. В этой связи, газ, находящейся при температуре меньшей критической, называется паром.

Уравнение Ван-дер-Ваальса имеет большое практическое применение. Оно позволило перевести все газы, имеющиеся в природе в жидкое состояние. В настоящее время многие физические, химические и биологические процессы изучают при низких температурах, которыми владеют жидкие газы – кислород, азот и гелий.

§ 32. Понятие об энтропии

В середине XIX века было сделано открытие, касающееся обратимых термодинамических процессов. Оказалось, что наряду с внутренней энергией у тела имеется еще одна функция состояния – энтропия. Если тело или система при бесконечно малом переходе из одного состояния в другое при температуре T получает тепло ΔQ, то отношение $\frac{\Delta Q}{T}$ является полным дифференциалом некоторой функции S.

Напишем уравнение первого закона термодинамики в форме:

$$dQ = dU + dA. \tag{299}$$

Поскольку $dU = C_v dT$ а dA=Pdv, то $dQ=C_v dT+Pdv$. (300)

Воспользовавшись, уравнением состояния идеального газа $PV_0=RT$ и исключив давление получим

$$dQ = C_v dT + RT\frac{dV}{V}. \tag{301}$$

Разделив обе части уравнения на температуру T_l получим

$$\frac{dQ}{T} = C_v\frac{dT}{T} + R\frac{dV}{V}. \tag{302}$$

Поскольку в правой части этого уравнения стоит сумма полных дифференциалов, то и слева должен быть полный дифференциал некоторой функции S:

$$dS = \frac{dQ}{T}. \tag{303}$$

Эта функция состояния S получила название **энтропии**, а отношение количества теплоты dQ к той температуре T, при которой это тепло было получено называют **приведенной теплотой**. Введя энтропию, уравнению (303) можно придать вид

$$dS = C_v \frac{dT}{T} + R\frac{dV}{V}. \tag{304}$$

Если, например моль идеального газа, занимающий при температуре T_1 объем V_1, в случае обратимого процесса переходит в состояния с температурой T_2 и объемом V_2, то проинтегрировав уравнение (304) в пределах от T_1 до T_2 и от V_1 до V_2, получим

$$S_2 - S_1 = C_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right), \tag{305}$$

где S_1 – энтропия системы в начальном состоянии, а S_2 – энтропия системы в конечном состоянии.

Энтропия − однозначная функция состояния системы и поэтому может служить таким же ее параметром, как температура T, давление P и объем V. Функциональную связь между S,T, P и V можно установить, если в уравнение (304) используя соотношение $Pv = RT$ вместо R подставить Pv/T

$$dS = \frac{C_v dT + PdV}{T}. \tag{306}$$

На основании уравнения (306), которое является выражением для энтропии идеальных газов можно сделать вывод, что энтропия возрастает при повышении температуры, а также при увеличении объема газа. Таким образом, при подводе к телу тепла энтропия повышается.

Энтропия – величина аддитивная, т.е. энтропия системы, состоящей из нескольких тел, равна сумме энтропий этих тел.

Если в изолированной системе происходят обратимые процессы, то ее энтропия остается неизменной. Если в такой системе происходят необратимые процессы, то ее энтропия возрастает. Энтропия изолированной системы не может уменьшаться. На это указывает неравенство Клаузиуса $\Delta S \geq 0$.

Исходя из вышеизложенного, второй закон термодинамики, указывающий направление реальных процессов, можно сформулировать так:

Возможны лишь такие процессы, которые ведут к увеличению энтропии изолированной системы.

Физическая сущность энтропии была выяснена позднее благодаря статистическим исследованиям Больцмана. Для понимания этой сущности, необходимо было ввести понятие вероятности состояния системы (W). Как известно, вероятность события характеризуется отношением числа случаев, осуществляющих данное событие, к числу всех возможных случаев. Термодинамической вероятностью состояния называются число способов, которым эти состояния осуществляются. Во всякой системе, предоставленной самой себе, процесс пойдёт так, что система будет переходить от менее вероятных состояний к более вероятным. Состояние равновесия – это всегда наиболее вероятное состояние. Энтропия при этом максимальна. Отсюда следует, что энтропия и термодинамическая вероятность состояния – связанные между собой понятия.

Согласно исследованиям Больцмана, эта связь выражается формулой:

$$S = k \ln W \,, \tag{307}$$

где (307) k - постоянная Больцмана.

Таким образом, энтропия пропорциональна натуральному логарифму вероятности состояния.

Неравенство Клаузиуса и формула (307) делают возможным дать еще одну формулировку второго закона термодинамики, отражающую его статический характер: при необратимых процессах, протекающих в конечной изолированной системе, вероятность состояния системы возрастает, при обратимых процессах – остается неизменной.

В 1906 году термодинамика обогатилась новым законом, открытым Нернстом эмпирическим путем. Этот закон получил название тепловой теоремы Нернста. Эта теорема сводится к двум утверждениям:

а) при приближении к абсолютному нулю энтропия стремится к определенному конечному пределу;

б) все процессы при абсолютном нуле температур, приводящие систему из одного равновесного состояния в другое равновесное состояние, происходят без изменения энтропии.

Объединив оба утверждения, можно дать теореме Нернста следующую формулировку: при приближении к абсолютному нулю приращение энтропии $S\text{-}S_0$ стремится к вполне определенному конечному пределу, не зависящему от значений, которые принимают все параметры, характеризующие состояние системы.

Если условится, энтропию всякой равновесной системы при абсолютном нуле температур считать равной нулю, то всякая неоднозначность в определении энтропии исчезнет.

Энтропия, определенная таким образом, называется абсолютной энтропией. Тогда теорема Нернста, которую иногда называют третьим законом термодинамики, может быть сформулирована следующим образом: энтропия всякого вещества при абсолютном нуле равна нулю

$$S=0 \quad \text{при} \quad T=0.$$

В самом деле, при абсолютном нуле состоянию термодинамической системы, соответствует минимальный беспорядок; все атомы находятся в определенных местах (например, в узлах кристаллической решетки твердого тела), а все электроны располагаются на самых низких энергетических уровнях.

При абсолютном нуле состояние системы является единственно возможным и обладает вероятностью, равной единице.

Рассмотрим несколько примеров:

1) Детский, резиновый мячик массой 0,3 кг упав с высоты 2 м, подскочил от пола на 1м. Определить изменение энтропии системы мяч-пол, если температура в комнате равна 21^0C.

Дано:	Решение
$m=0{,}3$кг	Процесс можно считать изотермическим.
$h_1=2$м	Найдем энергию, необратимо переходящую
$h_2=1$м	в теплоту: $T=21^0C+273^0C=294K$

$$\Delta E = E_1 - E_2 = mg(h_1 - h_2)$$

$$\Delta S = ?$$

Так как $\Delta E = \Delta Q$, то, зная, что $\Delta S = \dfrac{\Delta Q}{T} = \dfrac{mg(h_1 - h_2)}{T}$

После подстановки значений соответствующих величин получим, что $\Delta S = 10^{-2} \dfrac{Дж}{К}$.

2) При таянии 1 кг льда энтропия вещества возрастает на 0.29 Дж/К.

3) Определим изменение энтропии 0,1 кг воды, охлаждаемой от 18 до 0^0С.

Дано:
$m = 0.1$ кг
$c = 4.2 \cdot 10^3$ Дж/моль·К
$t_1 = 18°C$; $T_1 = 291°K$
$t_2 = 0°C$; $T_2 = 273°K$

$\Delta S = ?$

Решение:

1. Воспользуемся выражением

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{cmdT}{T} = cm \ln \frac{T_2}{T_1}$$

2. Подставим в это уравнение соответствующие значения

$$\Delta S = cm \ln \frac{T_2}{T_1} = 4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}1 \cdot \ln \frac{273}{291} = -21 \frac{Дж}{К}$$

Следовательно, в процессе охлаждения воды энтропия уменьшилась на $21 \dfrac{Дж}{К}$.

§ 33. Свойства жидкостей

Вещества в жидком состоянии сохраняют свой объем, но не сохраняют формы. Молекулы жидкости между перескоками совершают колебательное движение около временного положения равновесия. Время между двумя перескоками молекулы из одного положения в другое называется временем оседлой жизни. В небольшом объеме жидкости наблюдается упорядоченное расположение ее молекул, а в большом объеме оно оказывается хаотическим. В жидкости существует ближний порядок и отсутствует дальний порядок. Такое состояние жидкости называют квазикристаллическим (кристалло-подобным).

Жидкость проявляет и упругие свойства. В жидких веществах расстояние между молекулами значительно меньше, чем в газе. Довольно значительны силы притяжения и отталкивание. При повышении температуры изменение положения молекул учащается, а периоды колебательного движения, вязкость жидкости уменьшаются.

На каждую молекулу жидкости действуют силы притяжения со стороны окружающих молекул, удаленных от нее на расстояние, не превышающее $1{,}5 \cdot 10^{-7}\ см$, т.е. находящихся внутри сферы радиусом $R = 1{,}6 \cdot 10^{-7}\ см$. Это сфера называется сферой молекулярного действия.

Положения молекул, находящихся внутри жидкости и на поверхности различны (рис. 89). Сравним силы, действующие со стороны окружающих молекул на молекулу С, находящуюся в глубине, и на молекулу А на поверхности жидкости. На каждую из них действуют силы притяжения со стороны окружающих молекул, центры которых находятся в пределах сферы молекулярного действия. На молекулы В и С силы действуют равномерно со всех сторон и взаимно уравновешиваются. На молекулу А, находящуюся на свободной поверхности, действуют силы со стороны каждой из молекул жидкости. Каждую из этих сил можно разложить на две составляющие, направление одна вдоль поверхности жидкости, другая к ней перпендикулярно. Складываясь между собой, составляющие, перпендикулярные поверхности, дают силы f_H, направленные внутрь массы жидкости, а касательные составляющие образуют равные и противоположные силы f_k, направленные вдоль поверхности.

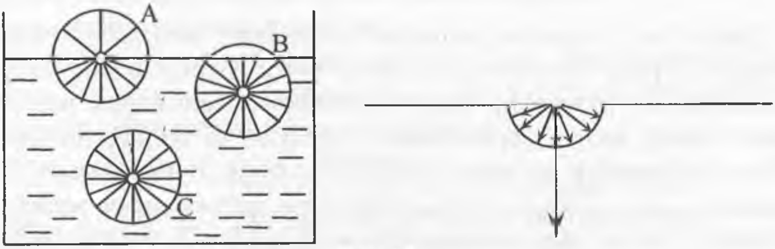


Рис. 89.

Силы f_H всех молекул поверхностного слоя, складываясь, оказывают на жидкость давление, называемое внутренним или молекулярным давлением жидкости. Это давление составляет десятки тысяч атмосфер. Силы f_k, взаимно уравновешиваясь по отношению к каждой молекуле, в тоже время связывают их между собой дополнительными силами притяжения.

Суммарное действие этих сил называют поверхностным натяжением жидкости.

Сумма сил притяжения, действующих на контур, ограничивающий поверхность жидкость, называется силой поверхностного натяжения F. Сила поверхностного натяжения перпендикулярна контуру и касательна к поверхности жидкости рис.90. Эта сила пропорциональна числу молекул, прилегающих к контуру, которое в свою очередь пропорционально длине контура *l*. Она стремится сократить свободную поверхность жидкости (рис. 90).

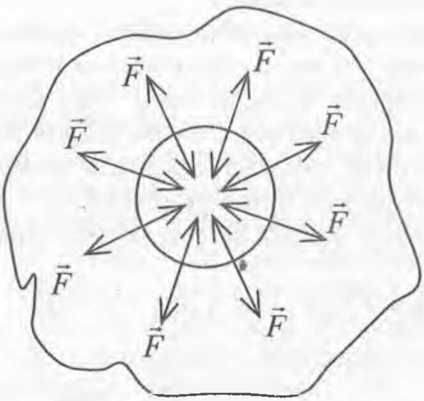


Рис. 90.

Следовательно $F = \sigma \cdot l$, где σ – коэффициент поверхностного натяжения. Единицей измерения $[\sigma] = \frac{н}{м}$. Для воды $\sigma = 0{,}073\ ^{н}/_{м}$, для ртути $\sigma = 0{,}54\frac{н}{м}$. С увеличением температуры величина коэффициента поверхностного натяжения уменьшается (рис.91).

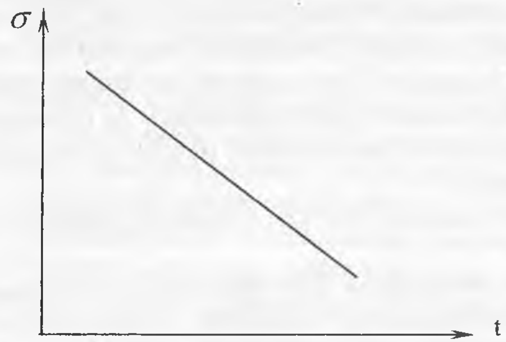


Рис. 91.

Для растяжения поверхности жидкости необходимо совершить работу против молекулярных сил. При сокращении поверхности молекулярные силы совершают работу.

Для определения величины этой работы можно взять проволочную раму П-образной формы, по образующим которой свободно может передвигаться правая сторона рамы. При погружении рамы в мыльный раствор она покроется с обеих сторон пленкой. Сила поверхностного натяжения, стремясь сократить поверхность жидкости (пленки) передвинет правую сторону, длиной l (l – длина контура) на расстояние Δx (рис.92). Работа по сокращению поверхности жидкости будет равна

$$\Delta A = F \cdot \Delta x = 2\sigma \cdot \ell \cdot \Delta x = \sigma \cdot \Delta S \ . \qquad (308)$$

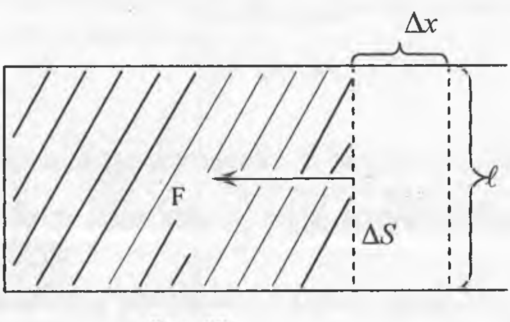


Рис. 92.

Множитель 2 обусловлен двумя поверхностями пленки.

Коэффициент поверхностного на-тяжения это величина, характерезущая зависимость работы мелекулярных сил при изменении площади свободной поверхности жидкости и зависит от рода жидкости и внешних условий.

$$\sigma = \frac{A}{\Delta S} \qquad [\sigma] = \frac{Дж}{м^2}$$

σ – измеряется работой молекулярных сил при уменьшении площади свободной поверхности жидкости на единицу площади. Работа сил поверхностного натяжения совершается за счет уменьшения потенциальной энергии поверхности пленки.

Часть потенциальной энергии поверхности жидкости, которая может перейти в работу по изотермическому сокращению поверхности жидкости называется свободной энергией поверхности жидкости ΔE. Поэтому

$$\Delta E = \Delta A = \sigma \cdot \Delta S\,. \tag{309}$$

За счет этой энергии может быть произведена работа, связанная с уменьшением свободной поверхности жидкости.

Поверхностная пленка жидкости по своим свойствам сходна с растянутой упругой пленкой. Если пленка ограничена плоским контуром, то она и сама стремится принять форму плоскости. Если пленка выпуклая, то она стремясь стать плоской, давит на нижележащие слои жидкости, а вогнутая пленка растягивает их. Таким образом, всякая изогнутая, поверхностная пленка оказывает на жидкость добавочное давление. Если поверхность выпуклая, то давление положительное, а если – вогнутая – отрицательное.

Определим дополнительное давление под поверхностью жидкости сферической формы. Для этого выделим малый сферический сегмент (рис. 93). Силы поверхностного натяжения, приложенные к контуру этого сегмента, повсюду касательны к сферической поверхности. Рассмотрим силу Δf, приложенную к элементу контура Δl. Эта сила равна

$$\Delta f = \sigma \cdot \Delta l\,, \tag{310}$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения. Эта сила составляет некоторый угол с радиусом ОД. Составляющая этой силы Δf_1 направлена параллельно радиуса ОД. Эта сила сжимает жидкость, лежащую под сегментом ΔS, т.е. образует положительное давление. Из рисунка имеем $\Delta f_1 = f \sin\alpha$ или с учетом (310)

$$\Delta f_1 = \sigma \cdot \Delta l \sin\alpha . \tag{311}$$

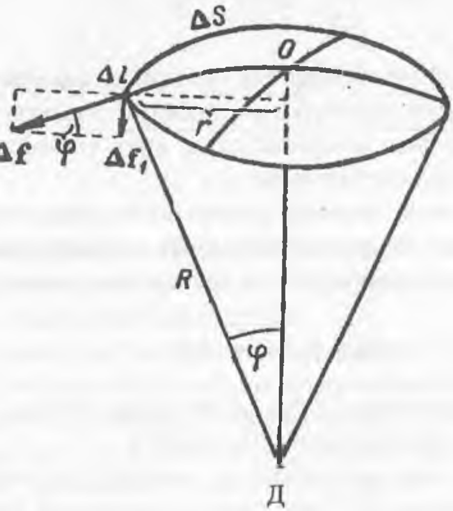


Рис. 93.

Эта сила приложена к элементу контура Δl. Такие же силы приложены ко всем другим элементам контура. Поэтому ко всему сферическому сегменту ΔS приложена параллельно радиусу ОД сила

$$F = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta f_1 = \sum_{i=1}^{i=n} \sigma \cdot \Delta l_i \sin\varphi = \sigma \cdot \sin\varphi \sum_{i=1}^{i=n} \Delta l_i . \tag{312}$$

$\sum_{i=1}^{i=n} \Delta l_i$ – представляет собой длину контура, ограничивающего шаровой сегмент ΔS. Этот контур есть окружность. Обозначим радиус окружности через r, тогда $\sum_{i=1}^{i=n} \Delta l_i = 2\pi \cdot r$. Тогда

$$\Delta F_1 = \sigma \cdot 2\pi \cdot r \cdot \sin\varphi . \tag{313}$$

Из рисунка видно, что $\sin\varphi = \dfrac{r}{R}$. Подставив это значение $\sin\varphi$ в (313), найдем

$$F_1 = \frac{\sigma \cdot 2\pi \cdot r^2}{R} . \tag{314}$$

Если эту силу разделить на площадь той части плоскости, которая ограничена контуром сегмента, то получим выражение для дополнительного давления, обусловленного сферической поверхностью жидкости.

$$P = \frac{\sigma \cdot 2\pi \cdot r^2}{R \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{2\sigma}{R} .$$

Итак

$$P = \frac{2\sigma}{R} . \tag{315}$$

Чем сильнее искривлена поверхность, и чем меньше ее радиус, тем больше, следовательно, дополнительное давление. Давление под изогнутой поверхностью жидкости любой формы определяется по формуле Лапласа.

$$P = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \tag{316}$$

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных нормальных сечений, σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

§ 34. Капиллярные явления

Экспериментальные данные показывают, что жидкость в одних случаях смачивает поверхность твердого тела, а в других не смачивает.

Если молекулы жидкости притягиваются друг к другу слабее, чем к молекулам твердого вещества, то жидкость называют смачивающей это вещество. Если молекулы жидкости притягиваются друг к другу сильнее, чем к молекулам твердого вещества, то жидкость называют не смачивающей это вещество. Например, вода смачивает чистое стекло и не смачивает парафин. Ртуть не смачивает стекло, однако, она смачивает чистые медь и цинк. Листья и стебли растений не смачиваются водой благодаря покрывающему их тонкому воскообразному налету – кутикуле.

В зависимости от того, смачивает жидкость поверхность твердого тела или не смачивает, форма поверхности этой жидкости будет различной.

Смачивающая жидкость стремится увеличить границу соприкосновения с твердым телом. Несмачивающая жидкость, наоборот, сократить эту границу. Угол θ, образованный поверхностью твердого тела и касательной к поверхности жидкости, называется краевым. Для смачивающей жидкости $\theta < 90°$; а для не смачивающей жидкости $\theta > 90°$ (рис. 94).

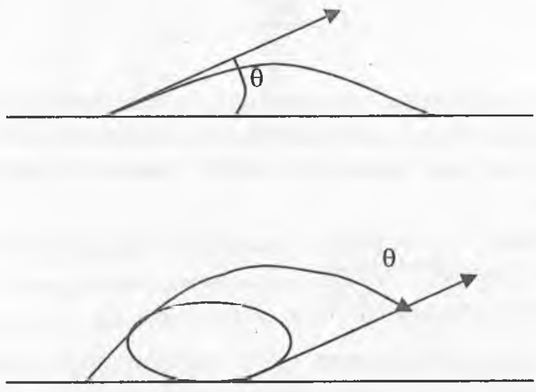


Рис. 94.

Учитывая вышеизложенное, поверхность жидкости налитой в сосуд должна искривиться вблизи его стенок: вогнутая будет в случае смачивающей жидкости и выпуклой – в случае не смачивающей.

В узком сосуде краевые искривления охватывают всю поверхность жидкости, делая ее целиком изогнутой. Такая изогнутая поверхность называется мениском. Узкие сосуды называются капиллярами.

Явление поднятия или опускания уровня жидкости в узких трубках в связи с действиями дополнительного давления называются капиллярностью.

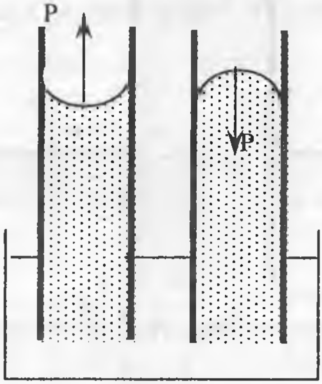


Рис. 95.

Если жидкость смачивает поверхность твердого тела, то жидкость поднимается, а если жидкость не смачивает поверхность твердого тела то жидкость опускается по капилляру вниз.

При погружении капиллярной трубки в сосуд с жидкостью прежде всего образуется мениск. Предположим, что он вогнутый, т.е. что жидкость смачивает стенки трубки. В начальный момент давление на обе стороны мениска одинаковое. Если мениск представляет сабой часть сферической поверхности, то радиус кривизны легко определить из треугольника aob (рис. 96).

$$R = \frac{r}{\cos\theta}, \qquad (317)$$

где r – радиус капилляра, r/R − cos θ.

Вследствие давления, оказываемого мениском с выпуклой стороны (внутри жидкости), общее давление снизу будет больше атмосферного.

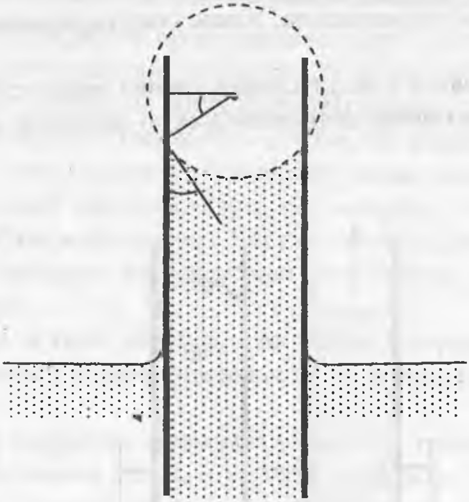


Рис. 96.

Давление столба жидкости в трубке поднятой на высоту h компенсируется давлением, создаваемым поверхностным натяжением искривленной поверхности и направленным вверх.

$$\rho g h = \frac{2\sigma}{R},$$

где ρ – плотность, h – высота жидкости, R – радиус кривизны поверхности жидкости, r – радиус трубки. Воспользовавшись (рис. 96) определим, что

$$\frac{r}{R} = \cos\theta \rightarrow R = \frac{r}{\cos\theta}.$$

Тогда

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r}. \qquad (318)$$

Если $\theta = 0^0$, то $\cos 0^0 = 1$.

Следовательно,

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}. \qquad (319)$$

Эта формула называется формулой Жюрена-Борелли, и даёт возможность определить высоту подьёма или опускания жидкости в каппиляре.

Если трубка не смачивается жидкостью, поверхность жидкости в трубке образует выпуклый мениск. Давление внутри трубки больше давления на поверхности жидкости вне трубки, вследствие чего жидкость будет опускаться на высоту (рис. 97), определяемую формулой (319).

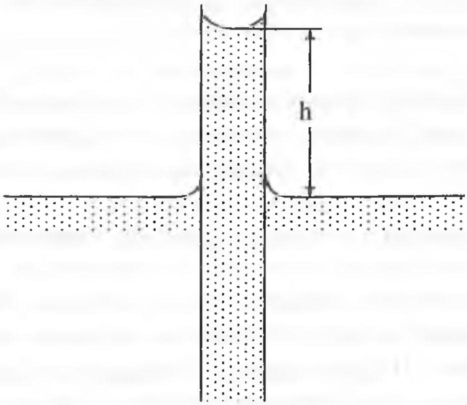


Рис. 97.

Капиллярными свойствами обладает всякое пористое тело: полотенце, фильтровальная бумага, сухой мел, вата, разрыхленная почва и т.д. Капиллярные явления имеют большое значение для жизни растений, так как способствуют поднятию воды и питательных растворов из почвы вдоль ствола растения.

§ 35. Растворы

Растворами называются молекулярная смесь двух или нескольких веществ, находящихся в жидком состоянии. В результате кристаллизации образуется твердая фаза, состоящая из кристаллов, построенных атомов обеих компонент вещества. Такая твердая фаза называется твердым раствором. Они делятся нетвердые растворы замещения, внедрения и вычитания. Ниже будут рассмотрены в основном свойства жидких растворов.

Известно, что для приготовления раствора необходимы растворитель и растворенное вещества. Если одно из веществ присутствует в растворе в значительно большом количестве, чем другие, то оно называется растворителем, а другие растворенными веществами. Растворе, состоящие из двух веществ, называется бинарными.

Растворы называются слабыми или разбавленными, если число молекул растворенных веществ очень мало по сравнению с числом молекул растворителя. Растворы же, содержащие много растворенных веществ, называются крепкими, а очень крепкие – концентрированными.

Растворение обычно сопровождается выделением или поглощением тепла. Тепловой эффект считается положительным, если при растворении тепло выделяется, и отрицательным, если оно поглощается.

Механизм растворения сводится к разрыву связей между молекулами каждого из исходящих веществ и образованию новых связей между молекулами веществ, находящихся в растворе. Во многих случаях при растворении молекулы вещества распадаются не свои составные части – ионы. Не разъединение молекул при растворение вещества затрачивается определенная энергия. Благодаря этому при растворении происходит охлаждение. Энергия, затраченная на растворение, называется теплотой растворения. Вещества, входящие в раствор, называются его компонентами. Относительное содержание компонентов в растворе характеризуется их концентрациями. Различают весовые, молярные и объемные концентрации. Весовая концентрация есть отношения веса рассматриваемого компонента к общему весу раствора. Молярная концентрация определяется отношением число молей рассматриваемого компонента к общему числу молей раствора. Объемной концентрацией компонента называется количество его (в граммах или молях) в единице объема раствора.

Раствор содержащий наибольшее количество вещества, которое может в нем раствориться, называется насыщенным.

Концентрация насыщенного раствора может служить мерой способности рассматриваемого вещества растворяться в растворителе. Ее называют растворимостью и она зависит от температуры. Для веществ с положительным тепловым эффектом растворимость убывает с температурой, а для веществ с отрицательным тепловым эффектом возрастает.

Растворы, у которых теплота растворения равна нулю, называются идеальными растворами. В этих растворах характер взаимодействия между молекулами растворенного вещества и молекулами растворителя такой же, как и между молекулами растворителя. Это означает, что взаимодействие между молекулами в растворе не меняется, если заменить некоторое число молекул растворенного вещества на такое же число молекул растворителя и на оборот.

§ 36. Осмос и осмотическое давление

В слабом растворе растворенное вещество напоминает собой идеальный газ с той лишь разницей, что в растворе свобода движения молекул растворенного вещества ограничена присутствием молекул растворителя. Следовательно, можно полагать, что к слабым растворам можно применять законы идеальных газов:

а) основное уравнение молекулярно – кинетической теории

$$P = \frac{2}{3} n_0 \overline{E}_K ;$$

б) уравнение состояния идеального газа:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT .$$

Применительно к слабым растворам можно полагать, что n_0 – концентрация молекул растворенного вещества, $\overline{E}_K$ – средняя кинетическая энергия молекулы растворенного вещества, m и μ – масса и молярная масса растворенного вещества. V и T – объем и температура раствора, R – универсальная газовая постоянная, P – парциальное давление, которым обладает растворенное вещество.

Пусть раствор некоторого вещества и чистый растворитель разделены полупроницаемой перегородкой, которая пропускает молекулы растворителя, но не пропускает молекул растворенного вещества.

К примеру, для водного раствора сахара такой полупроницаемой перегородкой является, например, бычий пузырь, кишечная ткань и некоторые искусственные пластмассовые пленки.

Поры в этих перегородках столь малы, что через них могут пройти молекулы воды, но не могут пройти более крупные молекулы сахара.

В целом не зависимо от состава раствора через достаточно большой промежуток времени устанавливается равновесие, при котором молекулы растворителя свободно взаимодействуют между собой через полупроницаемую перегородку. Исходя из вышеизложенного и обратившись к рис. 98 можно полагать, что давление на перегородку за счет ударов по ней молекул растворителя с обеих сторон должно быть в состоянии равновесия одинаковым. Давления же растворенного вещества не передается растворителю с другой стороны перегородки. Следовательно, общее давления с одной стороны перегородки, равное сумме давлении растворенного вещества и растворителя, больше чем давления с другой стороны перегородки, равное давлению растворителя. В результате уровень чистого растворителя установится ниже уровня раствора. Если первоначально уровни чистого растворителя и раствора были одинаковы, то происходит проникновение чистого растворителя через полупроницаемую перегородку в область, занятую раствором, в результате чего в этой области повышаются давление и уровень раствора. Эта давления диффузии растворителя через полупроницаемую перегородку, отделяющую раствор от чистого растворителя, называется осмосом, а возникающее при этом в растворе избыточное давление называется осмотическим давлением. Это давление, найденное на основе уравнения $P = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}$ для водного раствора тройникового сахара при 27^0C, при концентрации 0,034 кг на 1 л воды и молярной массе сахара $\mu = 0{,}342\frac{кг}{моль}$ оценивается равным $P=25\cdot10^4$ Па.

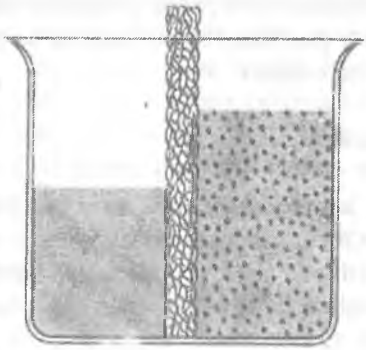


Рис. 98.

Осмотическое давление слабых растворов не зависит от природы растворителя и растворенного вещества, а зависит лишь от молярной концентрации растворенного вещества.

Явление осмоса играет громадную роль в животном и растительном мире. Большинство перегородок в живых и растительных организмах являются полупроницаемыми. Например, осмотическое давление в растительных клетках достигает нескольких атмосфер, благодаря чему жидкость из почвы может подниматься по стволу деревьев на большую высоту. Переход воды из одних жидких сред в другие через соответствующие перегородки в организмах происходит благодаря наличию осмотического давления. Это давления наглядно обнаруживается в том, что если сушеную ягоду (изюм, урюк, вишню) с неповрежденной оболочкой погрузить в воду, то вскоре ягода набухнет, что свидетельствует об избыточном давлении (осмотическом) внутри ягоды. Оболочка ягоды проницаема для молекул воды, но непроницаема для молекул сахара, содержащегося внутри ягоды. Если в уравнение $P = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}$ введем величину концентрации раствора $C = \frac{m}{V}$, то это уравнение можно представить в следующем виде:

$$P = \frac{CRT}{\mu}, \tag{320}$$

где P – осмотическое давление. В соответствии с формулой (320) осмотическое давление пропорционально концентрации и температуре раствора и обратно пропорционально молярной массе растворенного вещества. Это определение является выражением закона Вант-Гоффа. Согласно этому закону осмотическое давление не зависит от свойств растворителя.

§ 37. Свойства твердых тел

Физика твердого тела является в настоящее время одним из важнейших разделов науки, имеющей весьма широкое практическое применение. Она лежит в основе материаловедения, производства полупроводников, пьезоэлектриков, сегнетоэлектриков, магнитных материалов, искусственных драгоценных камней (алмазов, рубинов и прочих), оптических кристаллов (в том числе люминофоров) и т.д. Предметом физики твердого тела является изучение состава твердых тел, их атомно-электронной структуры, установление зависимости между ними и различными физическими свойствами, в первую очередь кристаллических материалов.

Известно, что область применения твердых тел обширна благодаря их уникальным свойствам. Одним из них является способность твердых тел сохранять свою форму и размеры.

Твердые тела разделяются на два типа, весьма существенно отличающихся друг от друга по своим физическим свойствам – на кристаллические и аморфные.

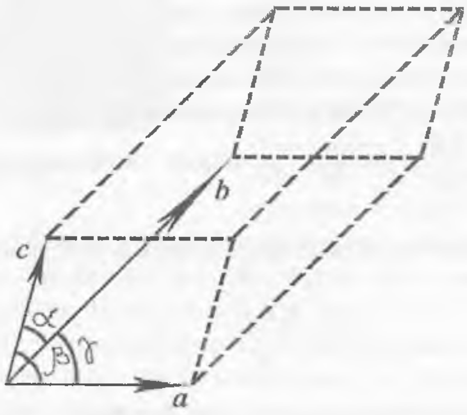


Рис. 99.

Большая часть твердых тел имеет кристаллическое строение, т.е. упорядоченное, геометрически правильное расположение атомов или молекул по всей массе тела. Эти частицы находятся в непрерывном колебательном движении около среднего положения. При повышении температуры амплитуды колебаний увеличиваются и колебания теряют гармонический характер.

Совокупность точек, определяющих расположение частиц в общей структуре тела, называется его пространственной (или кристаллической) решеткой, а сами точки узлами решетки.

Примером простейшей пространственной решетки является кристаллическая решетка поваренной соли $NaCl$. Ее элементарная ячейка с ребром a образована положительными ионами натрия и отрицательными ионами хлора, расположенными в вершинах куба (рис. 100 и 101).

Правильное расположение узлов в кристаллической решетке наблюдается вдоль любой прямой, и называют это дальним порядком в расположении частиц. Весь кристалл может быть получен путем многократного повторения в трех различных направлениях одного и того же структурного элемента, называемого элементарной кристаллической ячейкой.

Длина ребер a, b и c кристаллической ячейки называются периодами идентичности кристалла (рис. 100).

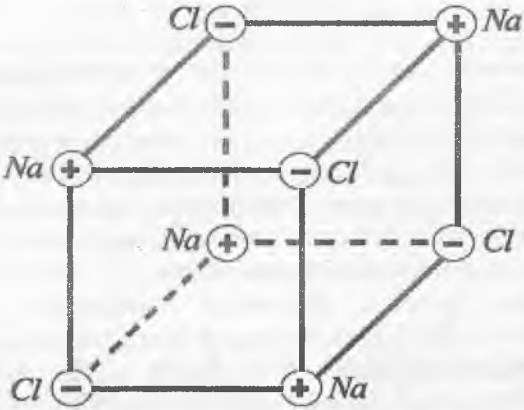


Рис. 100.

В зависимости от того, из каких частиц образована кристаллическая решетка, различают четыре основные группы решеток: ионную, атомную, молекулярную и металлическую.

У ионных кристаллов в узлах решетки располагаются ионы различных знаков. Разноименные ионы связаны электростатическими силами притяжения.

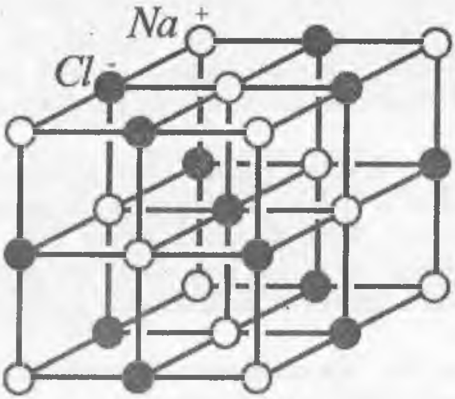


Рис. 101.

Примером ионных кристаллов является поваренная соль.

У атомных кристаллов в узлах решетки находятся нейтральные атомы. Эти атомы удерживаются в узлах решетки химическими (валентными) связями. Два электрона от разных атомов с противоположно направленными спинами спариваются на одной орбите и таким образом связывают ядра силой притяжения. Алмаз и графит являются представителями атомных кристаллов.

Молекулярная решетка образована полярными молекулами, удерживающимися в узлах решетки также электрическими силами.

Большинство органических соединений имеет молекулярную кристаллическую решетку (резина, парафин, нафталин, йод и т. д.).

Металлическая решетка образована положительными ионами металла, окруженными свободными электронами. *Fe*, *Cu*, *Ni* и другие относятся к таким кристаллам.

Большинство твердых веществ имеют поликристаллическое строение. Поликристалл – тело, состоящее из множества мелких кристалликов, беспорядочно расположенных друг относительно друга. Такие тела изотропны. Создав специальные условия кристаллизации из расплава или раствора можно получить большие одиночные кристаллы – монокристаллы.

Монокристалл – тело, все частицы которого укладываются в одну общую пространственную решетку. Такие тела анизотропны.

Характерным свойством кристаллических тел является анизотропия, т.е. различие определенных физических свойств тела – прочности, теплопроводности, электропроводности, оптических свойств и т.д., в различных направлениях. Это связано с тем, что в пространственной решетке на одинаковые по длине отрезки ионов, атомов и молекул приходится различное число структурных элементов, которые к тому же имеют различную пространственную ориентировку относительно этих направлений.

Очень важным геометрическим свойством твердых тел является их симметрия. Под симметрией понимается способность твердого тела совмещаться с самим собой в результате его движения или воображаемых операций над его точками. Чем большим числом способов такое совмещение возможно, тем более симметричной является форма тела.

Круглый цилиндр, например, совмещается с самим собой при повороте его вокруг оси на любой угол. Шар является более симметричным, чем цилиндр.

Всякая кристаллическая решетка прежде всего обладает трансляционной симметрией, т.е. совпадает сама с собой при перемещении (трансляции) на величину периода идентичности.

Если решетка совпадает сама с собой при повороте вокруг некоторой оси на угол $\frac{2\pi}{n}$, то эта ось называется осью симметрии n - го порядка.

Русский ученый Е. С. Федоров теоретически рассчитал все возможные формы кристаллических решеток и установил, что в природе может существовать только 230 различных видов кристаллических решеток, образующих 32 класса симметрии.

Часть твердых тел (стекло, смолы, пластмасса и др.) имеют аморфное строение, при котором, подобно жидкостям, сохраняется только ближний порядок расположения молекул. Физические свойства таких тел, подобно свойствам жидкостей и газов, одинаковы по всем направлениям, т.е. аморфные тела изотропны. Эти тела рассматриваются как переохлажденные высоковязкие жидкости. У аморфных тел можно наблюдать слабо выраженное свойство текучести.

Если наблюдать процесс плавления и отвердевания кристаллических и аморфных тел, то можно заметить, что кристаллические тела имеют точку плавления, при которой вещество находится в устойчивом состоянии в обеих фазах – твердой и жидкой. Аморфные же тела, постоянно размягчаясь при нагревании, не имеют определенной температуры, соответствующей переходу твердой фазы в жидкую фазу. Графически это изображено на рисунках 102 и 103. Участок ВС графика соответствует процессу плавления кристаллического тела, при этом температура не изменяется. Полученная телом энергия расходуется на разрушение кристаллической решетки.

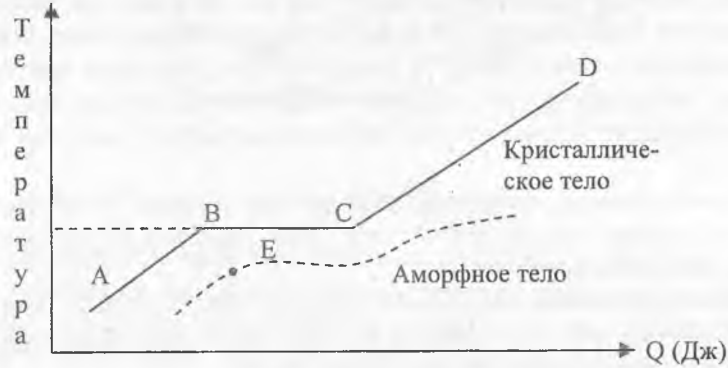


Рис. 102.

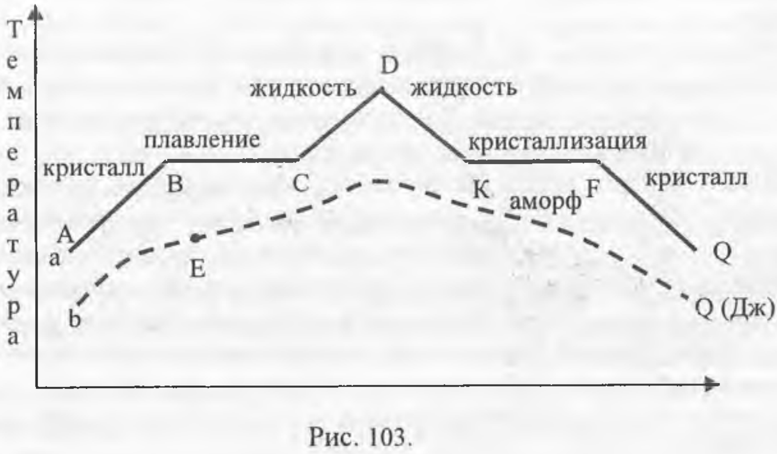


Рис. 103.

На графике для аморфных тел нет горизонтального участка, а наблюдается лишь точка перегиба Е. Температуру, соответствующую этой точке, условно называют температурой размягчения аморфного тела. Вообще же у аморфных тел при повышении температуры размягчение происходит постепенно до состояния очень вязкой жидкости. При дальнейшем повышении температуры вязкость жидкости уменьшается.

а) тепловое расширение твердых тел

При повышении температуры твердого тела усиливается тепловое движение его частиц, и среднее расстояние между ними возрастает. Поэтому при нагревании твердое тело расширяется. Каждая частица, из которых построена пространственная решетка кристаллического твердого тела, совершает колебания около положения равновесия.

Полагая длину твердого тела при температуре 0°С равной l_0, получим для удлинения Δl при изменении его температуры на Δt: $\Delta l = \alpha l_0 t$, где α – коэффициент линейного теплового расширения твердого тела. Длина тела l_t при температуре t будет равна

$$l_t = l_0 + \Delta l = l_0(1 + \alpha t) \tag{321}$$

т.е. длина твердого тела возрастает линейно с температурой. Для твердых тел коэффициенты линейного расширения малы и представляют собой величины $10^{-5} - 10^{-6}\ \frac{1}{K}$.

Линейное расширение твердых тел приводит к возрастанию и объема тела. Представим себе тело в виде куба с длиной ребра l_0 и обозначим его первоначальный объем, равный $l_0{}^3$, через V_0. Тогда объем при температуре t окажется равным $V = l_0{}^3(1+\alpha t)^3 = V_0(1+\alpha t)^3$. Возведя $(1+\alpha t)$ в куб и пренебрегая слагаемыми, содержащими a^2 и a^3, получим $V = V_0(1+3\alpha t)$. Если обозначить 3α через β, то

$$V = V_0(1 + \beta t), \tag{322}$$

где β.– коэффициент объемного теплового расширения твердого тела.

б) теплоемкость твердых тел

В пространственной кристаллической решетке каждая частица совершает колебания около своего положения равновесия в любом из трех направлений. Поэтому логично полагать, что каждая частица обладает тремя степенями свободы i. Так как средняя кинетическая энергия $\overline{E}_k = \frac{i}{2}kT$, а $i = 3$, то $\overline{E}_k = \frac{3}{2}kT$. Так как полная энергия равна сумме кинетической и потенциальной энергий и в кристаллической решетке средняя кинетическая энергия равна средней потенциальной энергии, то

$$E_{полн.} = E_к + E_п = E_к + E_к = 2\,E_к. \tag{323}$$

Тогда полное значение средней энергии одной частицы

$$\overline{E} = 2\overline{E}_k = 3kT.$$

Внутренняя энергия одного моля твердого тела U определяется умножением средней полной энергии одной частицы на число колеблющихся частиц, содержащихся в одном моле. Для химически простых твердых кристаллических тел, число частиц в одном моле совпадает с числом Авогадро N_A. Поэтому $U = \overline{E} \cdot N_A = 3N_A kT = 3RT$, где R – универсальная газовая постоянная.

Для твердых тел теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении почти не различимы. Поэтому молярная теплоемкость C равна отношению внутренней энергии одного моля на его температуру, т. е.

$$C = \frac{U_M}{T} = 3R. \tag{324}$$

Так как $R = 8{,}31\frac{Дж}{моль \cdot K}$, то $C = 25\frac{Дж}{моль \cdot K}$.

Дюлонг и Пти установили закон, в соответствии с которым, атомная теплоемкость всех химически простых кристаллических твердых тел при достаточно высокой температуре равна $25\frac{Дж}{моль \cdot K}$.

В твердых химических соединениях число частиц в моле будет nN_A, где n – число атомов в молекуле.

Джоуль и Копп установили закон, в соответствии с которым молярная теплоемкость твердого химического соединения равна сумме атомных теплоемкостей входящих в него элементов. Поэтому молекулярная теплоемкость химического соединения выразится формулой

$$C = 25 \cdot n \frac{Дж}{моль \cdot K}. \tag{325}$$

Например, теплоемкость цинка равна 25 *Дж/моль·К*, а теплоемкость хлористого кальция $CaCl_2$ – $75\frac{Дж}{моль \cdot K}$.

Независимость теплоемкости твердых тел от температуры справедлива только для достаточно высоких температур. При низкой температуре теплоемкость зависит от температуры, убывая с уменьшением температуры и приближаясь к нулю при температуре, стремящейся к нулю.

На рис. 104 представлена зависимость C от T.

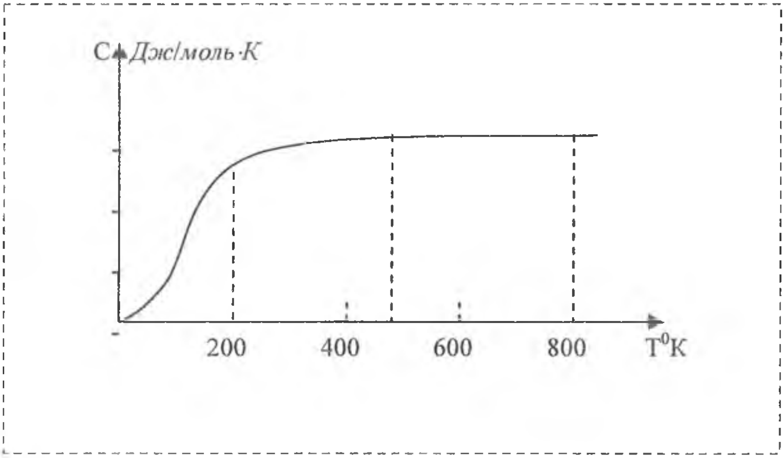


Рис. 104.

Зависимость теплоемкости твердых кристаллических тел от температуры связана с тем, что при низких температурах можно не учитывать энергию, приходящуюся на колебания частиц твердого тела, т.е. колебательные степени свободы можно не учитывать.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А.Детлаф, Б.М.Яворский. Курс физики. М., 1989.
2. Т.И.Трофимова. Курс физики. М., 1985.
3. Р.И.Грабовский. Курс физики. М., 1974.
4. А.Н.Матвеев. Молекулярная физика. М., 1987.
5. Г.Абдуллаев. Физика. Т., 1989.
6. У.Б.Жўраев. Молекуляр физика. М., 1987.
7. А.С.Нумонхўжаев. Физика курси. I қисм. Механика, статистик физика ва термодинамика. Т., 1992.
8. А.Г.Расулмухамедов, Ж.Камолов, Б.Ф.Избосарэв. Умумий физика курси. Т., 1989.

Исмаил Джаббаров, Аминджан Юсупов

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
(УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ПО КУРСУ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ)

Ташкент – Изд-во “Fan va texnologiya” – 2006

Редактор *Ж. Тураханов*
Тех. редактор *А. Мойдинов*
Корректор *К. Авезбаев*
Компьютерная верстка: *А. Шахамедов*

Разрешено в печать 25.10.2006. Формат 60x84 $^{1}/_{16}$. Гарнитура «Times New Roman». Печасть офсетная. Услов.печ.лист 10,5. Издат.печ.лист 11,0. Тираж 1000. Заказ №97.

Отпечатано в типографии “Fan va texnologiyalar Markazining bosmaxonasi”.
700003, г. Ташкент, Алмазар. 171.

ISBN 978-9943-10-005-3