D.K.ALIMOVA, V.N.KARIMOVA, A.T.AZIMOV

CHIZMA GEOMETRIYA

TOSHKENT

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS
TA’LIM VAZIRLIGI

ISLOM KARIMOV NOMIDAGI
TOSHKENT DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

D.K.Alimova, V.N.Karimova,
A.T.Azimov

CHIZMA GEOMETRIYA

Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi tomonidan talabalar uchun darslik sifatida tavsiya etilgan

TOSHKENT – 2018

UO'K: 744(075.8)
KBK 30.11ya72
A-50

A-50 D.K.Alimova, V.N.Karimova, A.T.Azimov Chizma geometriya darslik. –T.: «Barkamol fayz media» 2018, 176 b.

ISBN 978-9943-5519-3-0

Darslikda chizma geometriyaning nazariy asoslari, proyeksiyalash usullari, nuqta va to'g'ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari, tekislik, tekislik va to'g'ri chiziq, ikki tekislik, proyeksiyalarini qayta tuzish usullari, sirtlar va ularning yoyilmalari, aksonometrik proyeksiyalarni qurish, tayanch iboralar, masalalar yechish algoritmi, nazorat variantlari bayon qilingan.

Darslik texnika oliy o'quv yurtlari bakalavrlari uchun tayyorlangan bo'lib, undan chizma geometriya mutaxassislari ham foydalanishi mumkin.

***

В учебнике изложены теоретические основы начертательной геометрии, методы проецирования, ортогональные проекции точки и прямой, плоскости и прямой, двух плоскостей, методы преобразования проекций, поверхности и их развертки, аксонометрические проекции, опорные слова, алгоритмы решения задач, варианты контрольных работ.

Учебник предназначен для студентов-бакалавров высших технических учебных заведений, а также для специалистов.

UO'K: 744(075.8)
KBK 30.11ya72

TDTU professor Azimov Tohir Djurayevich tahriri ostida

Taqrizchilar:
M.Q. Pardayev – i.f.d., professor;
M.M. Muhammedov – i.f.d., professor.

ISBN 978-9943-5519-3-0

© «Barkamol fayz media» nashriyoti, 2018.

Darslikda qo‘llanilgan belgilashlar va simvollar

Belgilashlar:	Ma’nosi
O x y z	Natural koordinatalar sistemasi
[ox)	Abssissa o‘qi
[oy)	Ordinata o‘qi
[oz)	Applikata o‘qi
H, V, W	Proyeksiyalar tekisliklari
H	Gorizontal proyeksiyalar tekisligi
V	Frontal proyeksiyalar tekisligi
W	Profil proyeksiyalar tekisligi
Q_I , Q_{II}	Bissektor tekisliklari
A, B, C ; I, II, III	Fazodagi nuqtalar
a, b, c 1, 2, 3	Nuqtalarning gorizontal proyeksiyalari
a’, b′, c′ 1′, 2′, 3′	Nuqtalarning frontal proyeksiyalari
a″, b″, c″ 1″, 2″, 3″	Nuqtalarning profil proyeksiyalari
A (x, y, z)	A nuqtaning koordinatalari
J	Aylantirish o‘qi
I	Aylantirish o‘qining gorizontal proyeksiyasi
I ′	Aylantirish o‘qining frontal proyeksiyasi
I ″	Aylantirish o‘qining profil proyeksiyasi
(AB)	To‘g‘ri chiziq
(a b)	AB to‘g‘ri chiziqning gorizontal proyeksiyasi
(a’ b′)	AB to‘g‘ri chiziqning frontal proyeksiyasi
(a″ b″)	AB to‘g‘ri chiziqning profil proyeksiyasi
|AB|	A va B nuqtalar orasidagi masofa yoki AB kesmasining haqiqiy uzunligi
[AB)	Boshi A nuqtali nur
[AB]	To‘g‘ri chiziq kesmasi
M_H , N_V	To‘g‘ri chiziqning izlari
$M_H = (AB) \cap H$	AB to‘g‘ri chiziqning gorizontal izi
$m_H \equiv M_H$	AB to‘g‘ri chiziq gorizontal izining gorizontal proyeksiyasi; $m_H \equiv M_H$ bilan ustma-ust tushadi
m_H'	AB to‘g‘ri chiziq gorizontal izining frontal proyeksiyasi
m_H''	AB to‘g‘ri chiziq gorizontal izining profil proyeksiyasi
$N_V = (AB) \cap V$	AB to‘g‘ri chiziqning frontal izi
n_V	AB to‘g‘ri chiziq frontal izining gorizontal proyeksiyasi

$n_V' \equiv N_V$	AB to‘g‘ri chiziq frontal izining frontal proyeksiyasi; $n_V' \equiv N_V$ bilan ustma-ust tushadi
$_V''$	AB to‘g‘ri chiziq frontal izining profil proyeksiyasi
P, Q, R, T	Tekisliklar
P_H, P_V, P_W	Tekislikning gorizontal, frontal, profil izlari.

Simvollar	**Ma’nosi**
=	Natija, teng
≡	Ustma - ust tushadi.
≅	Kongruent
~	O‘xshash
∥	Parallel
⊥	Perpendikulyar
· —	Ayqash chiziqlar
∈	Tegishli, o‘tadi
⊂ **yoki** ⊃	Tegishli, ichiga olmoq, o‘tuvchi
∩	Kesishma (to‘plamlarning kesishuvi)
∪	Birlashma (to‘plamlarning birlashuvi)
⊍	Urinma
/	Fikrni inkor qilish
∅	Bo‘sh to‘plam
$\varnothing_K$	Konus sirti
$\varnothing_Ц$	Silindr sirti
∧	«va» bog‘lovchisi («va shu bilan birga») – konyunksiyasi
∨	«yoki» bog‘lovchisi («yo») – dizyunksiyasi
⇒	«Agar ..., unda, u holda», «binobarin»* – implikatsiya
⇔	«Agar ..., u holda ...,» – ikki tomonga – teng kuchli (ekvivalent)
∀	«Har qanday», «istalgan» – umumiylik kvantori.
→	Akslanish
(•)	Nuqta
↺	Aylantirish
Δ	Uchburchak

KIRISH

"Chizma geometriya" fani oliy professional bilim darajasini belgilovchi Davlat ta'lim standartida umumta'lim va umumprofessional o'quv fanlari qatoridan o'rin olgan.

"Chizma geometriya" ni talabalarga o'qitishdan asosiy maqsad, turli obyektlar va ulardagi bog'liqliklarni chizmalar ko'rinishidagi fazoning grafik modellari asosida shu obyektlarning fazoviy shakllari va munosabatlarini fazoviy va xayoliy tasavvur qilish, fazoviy konstruktiv-geometrik fikrlash, shuningdek, ularni fazoviy tahlil qilish va umumlashtirish bilan bog'liq qobiliyatlarini oshirish va rivojlantirishdan iborat.

Chizma geometriya asosida geometrik obrazlarni uch o'lchamli x – absissa, y – ordinata, z – applikata proyeksiyalar o'qlari bo'yicha proyeksiyalar tekisliklariga proyeksiyalash yotadi.

Chizma geometriya o'quv fani sifatida birinchi marta fransuz olimi–injeneri Gaspar Monjning 1798-yilda nashr etilgan "Chizma geometriya" asari natijasida vujudga kelgan. Gaspar Monj o'zaro perpendikular bo'lgan ikki proeksiyalar tekisligiga proyeksiyalash usulini ishlab chiqdi. Shuning uchun chizma geometriya kursidagi ortogonal proyeksiyalar Monj nomi bilan yuritiladi.

Ushbu darslikni London shahrida yaratilgan xorijiy adabiyot mualliflari Harvey Willard Miller "Descriptive Geometry" va William Griswold Smith "Practical Descriptive Geometry" darsliklaridan foydalanib, o'quv uslubiy majmua elektron varianti tayyorlandi. Mualliflarning ko'p yillik ma'ruza o'qish tajribasidan kelib chiqib, majmua darslikka aylantirildi.

Xorijiy adabiyotlardan dolzarb mavzular tanlab olingan va geometrik elementlarga ta'riflar, shartlar, xossalar, alomatlar, teoremalar ifodalangan, ularning algoritmlari berilgan.

I bob. GEOMETRIK SHAKLLARNI TEKISLIKKA PROYEKSIYALASH USULLARI

1.1. Chizma geometriya fani va uning vazifalari

Chizma geometriya matematika fanining maxsus tarmoqlaridan bo'lib, unda quyidagi asosiy masalalar ko'rib chiqiladi:

1. Fazoviy jismlarni (nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik, sirt) tekislikda tasvir qilish usullari.

2. Jismlarning epyuri (tekis chizmasi) bo'yicha uning geometrik xossalarini tekshirish.

3. Fazoda geometrik jismlarning joylashishiga oid masalalarni grafika yordamida yechish.

Chizma geometriya barcha texnika yo'nalishidagi oliy o'quv yurtlarining talabalari uchun fan sifatida o'qitiladi. U texnika yo'nalishidagi bo'lajak bakalavrlarning fazoviy tasavvurlarini o'stiradi, boyitadi kelajakda yangi mashina mexanizmlarining va texnologiya-larning loyihalarini yaratishga asos soladi.

1.2. Proyeksiyalash usullari

Geometrik jismlarning biror tekislikdagi proyeksiyasini hosil qilish jarayoni **proyeksiyalash** deb ataladi.

Proyeksiyalovchi nurlarning yo'nalishiga qarab proyeksiyalash usullari ikkiga bo'linadi.

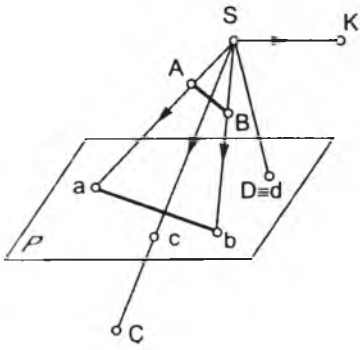
1.2.1. Markaziy proyeksiyalash usuli

Narsaning proyeksiyasini hosil qiluvchi proyeksiyalovchi nurlar bir nuqtadan chiqqan bo'lsa, bunday proyeksiyalash **markaziy proyeksiyalash** deb ataladi.

Bu usulning asosiy mohiyati shundan iboratki, bunda proyeksiyalash markazi **S** deb ataluvchi qo'zg'almas nuqta beriladi va hamma proyeksiyalash nurlari shu qo'zg'almas nuqtadan o'tadi.

Masalan, fazoda **A, B, C** nuqtalar berilgan (1.1-chizma), ularning **P** tekislikdagi proyeksiyalarini chizish kerak. Buning uchun shu nuqtalarni proyeksiyalash markazi **S** bilan tutashtiruvchi proyeksiyalovchi nurlar o'tkazilsa, nurlar **P** proyeksiyalar tekisligi bilan kesishib, **a, b, c**

nuqtalarni hosil qiladi. Bu **a, b, c** nuqtalar fazodagi **A, B, C** nuqtalarning **P** tekislikdagi proyeksiyasidir.



P – proyeksiyalar tekisligi;
S – proyeksiyalash markazi;
A,B,C – fazodagi nuqtalar ;
[SA), [SB), [SC) – proyeksiyalovchi nurlar;
[SA) ∩ P= a – fazodagi **A** nuqtaning markaziy proyeksiyasi;
[SB) ∩ P= b – fazodagi **B** nuqtaning markaziy proyeksiyasi;
[SC) ∩ P= c – fazodagi **C** nuqtaning markaziy proyeksiyasi.

1.1 - chizma.

Agar **D** nuqtani fazoda emas, balki **P** proyeksiyalar tekisligiga tegishli deb olsak, u holda uning markaziy proyeksiyasi **d** o'zi bilan **P** proyeksiyalar tekisligiga ustma-ust tushadi, ya'ni

$$(\bullet)\ D \in P \square d = D.$$

A, B, C, D nuqtalar – **P** tekislikka xos nuqtalardir.

Agar fazoda **K** nuqtani shunday tanlab olsakki, undan o'tuvchi proyeksiyalovchi nur proyeksiyalar tekisligi **P** ga parallel bo'lsa, **K** nuqtaning proyeksiyasi nazariy jihatdan cheksizlikda bo'ladi.

$$[SK) \parallel P \Rightarrow [SK) \cap P = k \infty$$

K nuqta **P** tekislikka tegishli bo'lmagan nuqtadir.

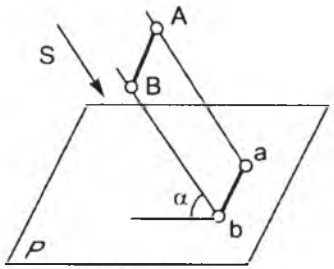
Xulosa qilib aytganda, markaziy proyeksiyalash usuli tasviriy san'atda (dizaynda), arxitektura-qurilish (perspektiva) chizmalarini loyihalashda keng qo'llaniladi.

1.2.2. Parallel proyeksiyalash usuli

Agar proyeksiyalovchi nurlar o'zaro parallel bo'lsa, bunday proyeksiyalash **parallel proyeksiyalash** deb ataladi. Bu usulda proyeksiyalash markazi cheksizlikda deb faraz qilinib, **S** proyeksiyalovchi nur yo'nalishi beriladi (1.2-chizma).

[Aa) || S [Aa) ∩ P = a – fazodagi **A** nuqtaning parallel proyeksiyasi.

[Bb) || S [Bb) ∩ P = b – fazodagi **B** nuqtaning parallel proyeksiyasi.



1.2 - chizma.

α – proyeksiyalovchi nur va proyeksiya tekisligi orasidagi burchakdir:
$\angle \alpha = P\hat{}(S)$
Agar $\alpha \neq 90^0$ bo‘lsa parallel proyeksiyalash qiyshiq burchakli proyeksiyalash deyiladi.
Agar $\alpha = 90^0$ bo‘lsa, parallel proyeksiyalash to‘g‘ri burchakli (ortogonal) proyeksiyalash deyiladi.

To‘g‘ri burchakli proyeksiyalash usulini XVIII asr oxirida fransuz olimi Gaspar Monj (1746–1818) yaratib, chizma geometriya faniga asos solgan.

1.2.3. Parallel proeksiyalashning asosiy xossalari

1. Nuqtaning tekislikdagi proyeksiyasi nuqta bo‘ladi.

2. To‘g‘ri chiziqning tekislikdagi proyeksiyasi to‘g‘ri chiziq bo‘ladi.

3. Agar nuqta to‘g‘ri chiziqda yotsa, uning tekislikdagi proyeksiyasi to‘g‘ri chiziqning proyeksiyasida bo‘ladi.

4. Parallel to‘g‘ri chiziqlarning proyeksiyalari ham o‘zaro parallel bo‘ladi.

* *William Griswold Smith. Practical Descriptive Geometry. London 2013 page 1,2,3*

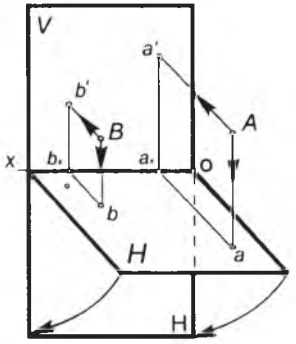
1.3. Nuqta. Nuqtaning ortogonal proyeksiyalari

O‘zaro perpendikular bo‘lgan ikki tekislikka geometrik elementlarni perpendikular proyeksiyalash **ortogonal proyeksiyalash usuli** (Gaspar Monj usuli) deb ataladi. Ortogonal so‘zi to‘g‘ri burchakli degan ma’noni bildiradi. Geometrik nuqtayi nazardan olganda, har qanday geometrik obrazlarni ma’lum geometrik bo‘laklarga bo‘lish mumkin, ya’ni har qanday jism – sirtdan, sirt – tekislikdan, tekislik – chiziqdan, chiziq nuqtalarning geometrik yig‘indisidan iboratdir. Shuning uchun proyeksiyalar yasashni nuqtaning tekisliklardagi proyeksiyalarini yasashdan boshlash o‘rinli.

Har qanday geometrik elementning bir proyeksiyasi uning hamma o'lchamlarini va fazodagi vaziyatini aniqlab bera olmaydi. Shuning uchun uning ikki yoki uch tekislikdagi proyeksiyalarini chizish zarur.

Shunga ko'ra o'zaro perpendikular bo'lgan ikki proyeksiyalar tekisligini olib, unda nuqtaning ortogonal proyeksiyasini chizamiz (1.3 - chizma).

Berilgan ikki tekislik, ya'ni o'zaro perpendikular **V⊥H.**



V – frontal proyeksiyalar tekisligi;
H – gorizontal proyeksiyalar tekisligi;
[OX) – proyeksiyalar o'qi;
A – fazodagi nuqta;
a' – **A** nuqtaning frontal proyeksiyasi;
a – **A** nuqtaning gorizontal proyeksiyasi;
$\mathbf{a_x}$ – **A** nuqtaning proeksiya o'qidagi proyeksiyasi.

1.3 - chizma.

Agar fazodagi **A** nuqtadan frontal proyeksiyalar tekisligi va gorizontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikular **Q** tekislik o'tkazsak, u holda **A** nuqtaning fazodagi holatini quyidagicha tahlil qilamiz: **Q ⊥ V** va **Q ⊥ H**.

Fazodagi **A** nuqtaning frontal proyeksiyalar tekisligigacha bo'lgan masofasi quyidagicha bo'ladi:

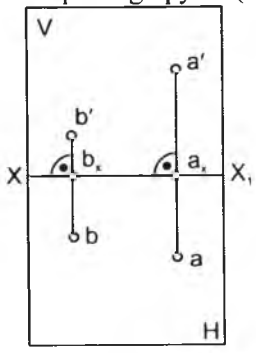
$$[Aa'] = [a\ a_x] = |AV|$$

Fazodagi **A** nuqtaning gorizontal proyeksiyalar tekisligigacha bo'lgan masofasi quyidagicha bo'ladi:

$$[Aa] = [a'\ a_x] = |AH|$$

Fazoviy chizmadan epyur hosil qilish uchun **H** tekislikni **[OX)** proyeksiyalar o'qi atrofida soat strelkasi yo'nalishida 90^0 ga aylantiramiz. Natijada gorizontal proyeksiyalar tekisligi **H** va frontal proyeksiyalar tekisligi **V** bitta tekislik bo'lib qoladilar. Bunday chizma **Monj epyuri** (tekis chizma) deyiladi.

A nuqtaning epyuri (1.4 - chizma)da keltirilgan.



[a a'] – bog'lovchi chiziq;

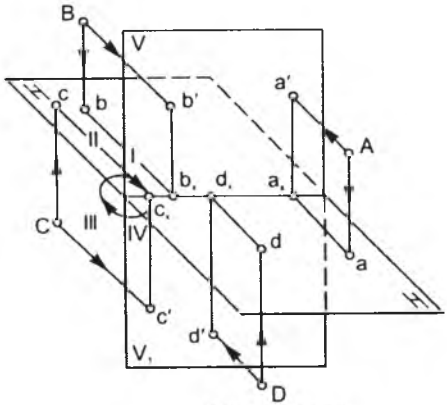
[a a'] ⊥ [ox)

1.4 - chizma.

1.4. Nuqtaning to'rtta chorakdagi proyeksiyalari

O'zaro perpendikulyar frontal proyeksiyalar tekisligi va gorizontal proyeksiyalar tekisligi **V⊥H** fazoni to'rtta bo'lakka bo'ladi, uning **1/4** bo'lagiga **chorak** deyiladi. Choraklarga tegishli **A, B, C, D** nuqtalarning fazodagi holatlarini 1.5-chizmada, epyurini esa 1.6 - chizmada tahlil qilamiz.

V⊥H



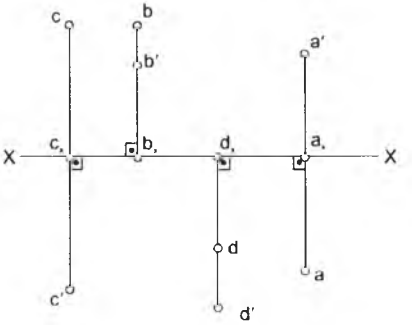
1.5 - chizma.

Agar **A** nuqta fazoning 1 - choragida yotgan bo'lsa, epyurda uning gorizontal proyeksiyasi **a [ox)** proyeksiyalar o'qining ostida, frontal proyeksiyasi **a' [ox)** proyeksiyalar o'qining yuqorisida yotadi.

Agar **B** nuqta fazoning 2 - choragida yotgan bo'lsa, epyurda uning gorizontal **b** va frontal **b'** proyeksiyalari **[ox)** proyeksiyalar o'qining yuqorisida yotadi.

Agar **C** nuqta fazoning 3 - choragida yotgan bo'lsa, epyurda uning gorizontal proyeksiyasi **c [ox)** proyeksiyalar o'qining yuqorisida frontal proyeksiyasi **c'** esa **[ox)** proyeksiyalar o'qining ostida yotadi.

Agar **D** nuqta fazoning 4 - choragida yotgan bo'lsa, epyurda uning gorizontal proyeksiyasi **d** va frontal proyeksiyasi **d' [ox)** proyeksiyalar o'qining ostida yotadi.



1.6 - chizma.

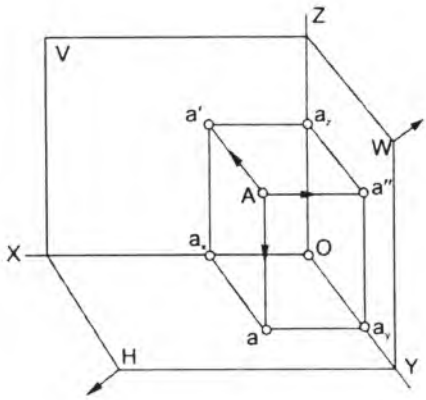
* *George Young. Descriptive Geometry. London, 2013. page 44,45*

1.5. Nuqtani o'zaro perpendikular bo'lgan uchta tekislikka proyeksiyalash

V ⊥ N, V ⊥ W, H ⊥ W uchta o'zaro perpendikular tekisliklar fazoni sakkizta bo'lakka bo'ladi, uning **1/8** bo'lagiga **oktant** deyiladi.

Fazodagi **A** nuqtaning I oktantdagi o'rni 1.7-chizmada keltirilgan.

W – profil proyeksiyalar tekisligi.



1.7 - chizma.

Nuqtadan proyeksiyalar tekisliklarigacha bo'lgan masofaning qiymatiga nuqtaning koordinatalari deyiladi.

Masalan: **A** nuqtaning **(X,Y,Z)** koordinatalari berilgan bo'lsa, uning gorizontal proyeksiyasini chizish uchun **a(x,y)**, frontal proyeksiyasini chizish uchun **a'(x,z)**, profil proyeksiyasini chizish uchun **a''(y,z)** koordinatalaridan foydalanamiz.

Shunda **A** nuqtaning profil proyeksiyalar tekisligigacha bo'lgan masofasi:

$$[A\,a''] = |AW| = [o\,a_x] = X$$

A nuqtaning frontal proyeksiyalar tekisligigacha bo'lgan masofasi:

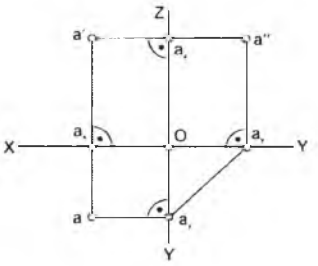
$$[A\,a'] = |AV| = [o\,a_y] = Y$$

A nuqtaning gorizontal proyeksiyalar tekisligigacha bo'lgan masofasi:

$$[A\,a] = |AH| = [o\,a_z] = Z$$

Fazoviy chizmadan epyur hosil qilish uchun, **H** proyeksiyalar tekisligini **[OX)** proyeksiyalar o'qi atrofida soat strelkasi yo'nalishi bo'yicha 90^oga, **W** proyeksiyalar tekisligini esa, **[OZ)** proyeksiyalar o'qi atrofida soat strelkasi yo'nalishiga qarshi yo'nalishda 90^oga aylantiramiz.

Natijada **H, V** va **W** proeksiyalar tekisliklari bitta tekislik bo'lib qoladi (1.8 - chizma)



1.8 - chizma.

A nuqtaning gorizontal proyeksiyasini chizish uchun **a(x,y).**

$$a(\bullet) \rightarrow a_x(\bullet)\text{dan} \parallel [oy) \cap a_y(\bullet)\text{dan} \parallel [ox)$$

A nuqtaning frontal proyeksiyasini chizish uchun **a'(x,z).**

$$a'(\bullet) \rightarrow a_x(\bullet)\text{dan} \parallel [oz) \cap a_z(\bullet)\text{dan} \parallel [ox)$$

Nuqtaning gorizontal proyeksiyasi bilan frontal proeksiyasi bitta vertikal bog'lovchi chiziqda yotadi.

$$[a'\ a] \perp [ox)$$

Nuqtaning frontal proyeksiyasi bilan profil proeksiyasi bitta gorizontal bog'lovchi chiziqda yotadi.

$$[a'\ a''] \perp [oz)$$

Sakkizta oktantdagi proyeksiyalar o'qlarining ishoralari 1-jadvalda ko'rsatilgan.

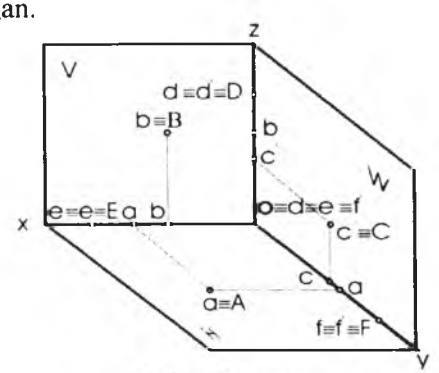
1 - jadval.

№	X	Y	Z
I	+	+	+
II	+	-	+
III	+	-	-
IV	+	+	-
V	-	+	+
VI	-	-	+
VII	-	-	-
VIII	-	+	-

1.6. Xususiy vaziyatdagi nuqtalar

Agar nuqtaning koordinatalaridan biri **O** ga teng bo'lsa, nuqta proyeksiyalar tekisliklaridan birida yotadi.

Birinchi oktantda joylashgan xususiy vaziyatdagi nuqtalar 1.9 - chizmada keltirilgan.



1.9 - chizma.

Agar **X ≠ O, Y = O, Z ≠ O** bo'lsa, nuqta ∈ **V**
Agar **X ≠ O, Y ≠ O, Z = O** bo'lsa, nuqta ∈ **H**
Agar **X = O, Y ≠ O, Z ≠ O** bo'lsa, nuqta ∈ **W**

Tekislikda yotuvchi nuqtalarning bitta proyeksiyasi o'zida, ikkita proyeksiyasi proyeksiyalar o'qlarida yotadi.

Agar nuqtaning koordinatalaridan ikkitasi **O** ga teng bo'lsa, nuqta proyeksiyalar o'qlarining birida yotadi.

Agar **X ≠ O, Y = O, Z = O** bo'lsa, nuqta ∈ **[ox)**
Agar **X = O, Y ≠ O, Z = O** bo'lsa, nuqta ∈ **[oy)**
Agar **X = O, Y = O, Z ≠ O** bo'lsa, nuqta ∈ **[oz)**

Proyeksiyalar o'qlarida yotuvchi nuqtalarning ikkita proyeksiyasi o'zida, bitta proyeksiyasi esa koordinatalar boshida yotadi.

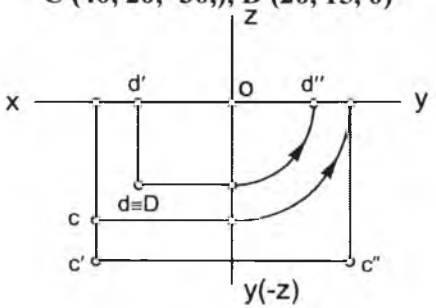
Agar nuqtaning koordinatalaridan uchtasi **O** ga teng bo'lsa, nuqta koordinatalar boshida yotadi.

Agar **X = O, Y = O, Z = O** bo'lsa, nuqta ∈**0**

Koordinata boshida yotuvchi nuqtaning uchta proeksiyasi o'zida yotadi.

Masala: Koordinatalari bilan berilgan **C** va **D** nuqtalarning epyuri chizilsin (1.10 - chizma).

C (40, 20, -30,), D (20, 15, 0)



1.10 - chizma.

Demak, nuqta **C∈4** chorakka, nuqta **D∈H** proyeksiyalar tekisligiga.

Birinchi bobga doir testlar

1. **V** bilan qanday proyeksiyalar tekisligi belgilanadi?

A) orizontal **B) frontal** D) profil E) Aksonometrik

2. Ortogonal proyeksiyalash sistemasidagi chizmada H va V proyeksiyalar tekisliklari o'zaro qanday joylashadi?

A) perpendikular **B) bitta tekislikda** D) parallel E) ixtiyoriy vaziyatda

3. "Proyeksiya" so'zi nima ma'noni bildiradi?

A) oldinga tashlamoq B) tasvir D) Chizma E) ko'rinish

4. Ortogonal proyeksiyalashda qanday usul qo'llaniladi?

A) markaziy B) parallel D) qiyshiq burchakli **E) to'g'ri burchakli**

5. H, V va W proyeksiyalar tekisliklari fazoda o'zaro qanday joylashadi?

A) bitta tekislikda B) oqma D) parallel **E) perpendikular**

6. O'zaro perpendikular ikkita proyeksiyalar tekisligi fazoni nechta choraklarga bo'ladi?

A) uchta B) ikkita **D) to'rtta** E) sakkizta

7. O‘zaro perpendikular uchta proyeksiyalar tekisligi fazoni nechta burchaklarga bo‘ladi?

A) sakkizta B) oltita D) to‘rtta E) yettita

Mustahkamlash uchun savollar

1. Chizma geometriya fanning qaysi sohasi hisoblanadi?
2. Chizma geometriyaning maqsadi nima?
3. Chizma geometriyaning vazifalari nima?
4. Proyeksiyalash deb nimaga aytiladi?
5. Proyeksiyalash usuli nechta?
6. Markaziy proyeksiyalash usuli deb qanday usulga aytiladi?
7. Markaziy proyeksiyalash usulining asosiy mohiyati nimadan iborat?
8. Markaziy proyeksiyalash usuli fanning qaysi sohalarida keng qo‘llaniladi?
9. Parallel proyeksiyalash usuli deb qanday usulga aytiladi?
10. Parallel proyeksiyalash usulida proyeksiyalash markazi qayerda bo‘ladi?
11. Agar $\angle\alpha \neq 90^\circ$ bo‘lsa, qanday parallel proyeksiyalash hosil bo‘ladi.?
12. Agar $\angle\alpha = 90^\circ$ bo‘lsa, qanday parallel proyeksiyalash hosil bo‘ladi.?
13. Parallel proyeksiyalashning asosiy xossalarini ta’riflab bering.
14. Monj usuli deb qanday usulga aytiladi?
15. Fazoviy geometrik jism qanday geometrik elementlardan tarkib topgan?
16. Proeksiyalar tekisligi deb nimaga aytiladi?
17. O‘zaro perpendikular ikki proyeksiya tekisliklari fazoni nechta bo‘lakka bo‘ladi?
18. Fazoning bir bo‘lagi qanday nomlanadi?
19. Umumiy vaziyatdagi nuqta deganda nimani tushunasiz?
20. Xususiy vaziyatdagi nuqtalarni ta’riflab bering.

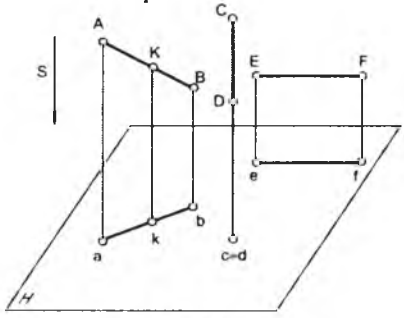
II bob. TO‘G‘RI CHIZIQNING ORTOGONAL PROYEKSIYALARI

2.1. To‘g‘ri chiziq. To‘g‘ri chiziqning ortogonal proyeksiyalardagi invariant xossalari

Ikki nuqta orasidagi eng qisqa masofaga **to‘g‘ri chiziq** deyiladi.

Proyeksiyalash jarayonida geometrik figuralarni o‘zgarmas xossalari, bog‘liq bo‘lmagan yoki tanlab olingan proyeksiyalash usuliga nisbatan **invariant** deyiladi.

Fazoda **[AB], [CD], [EF]** to‘g‘ri chiziq kesmalari va proyeksiyalash yo‘nalishi **[S)** berilgan (2.1- chizma). Shu to‘g‘ri chiziq kesmalarini **H** gorizontal proyeksiyalar tekisligiga proyeksiyalab, to‘g‘ri chiziqning invariant xossalarini ko‘rib chiqamiz.



2.1 - chizma.

1. Agar **[AB]** to‘g‘ri chiziq kesmasi proyeksiyalash yo‘nalishi **[S)**ga parallel bo‘lmasa, u holda **[AB]** to‘g‘ri chiziq kesmasi to‘g‘ri chiziq **[a b]** bo‘lib proeksiyalanadi:

$$[AB] \# [S) \Rightarrow [a\ b] < |AB]$$

2. Agar **[CD]** to‘g‘ri chiziq kesmasi proyeksiyalash yo‘nalishi **[S)**ga parallel bo‘lsa, u holda **[CD]** to‘g‘ri chiziq kesmasi nuqta **[c≡d]** bo‘lib proyeksiyalanadi:

$$[CD] \parallel [S) \Rightarrow [c \equiv d]$$

3. Agar to‘g‘ri chiziq **[EF]** proyeksiyalar tekisligi **H** ga parallel bo‘lsa, u holda **[EF]** to‘g‘ri chiziq kesmasining proyeksiyasi **[e f]** haqiqiy kattaligiga teng bo‘ladi, ya’ni $[EF] \parallel H \Rightarrow [e\ f] = |EF|$

4. Har qanday istalgan **K** nuqta to‘g‘ri chiziq kesmasida **[AB]** yotsa, u holda **K** nuqtaning proyeksiyasi ham to‘g‘ri chiziq kesmasining proyeksiyasida yotadi:

$$\forall(\bullet)K \in [AB] \Rightarrow (\bullet)k \in [a\ b]$$

5. Kesmalarning nisbati proyeksiyalar nisbatiga teng bo‘ladi:

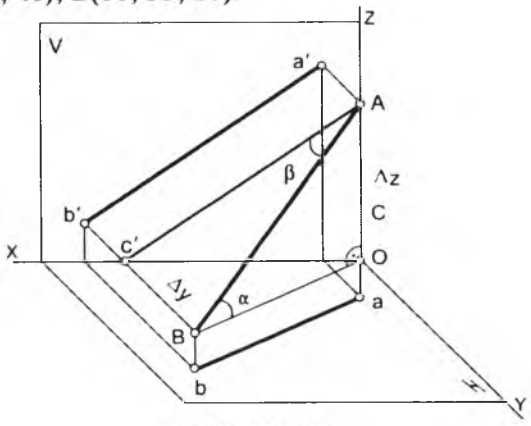
$$[AK] / [KB] = m / n,\ [ak] / [kb] = m / n$$

2.2. Kesmaning haqiqiy uzunligini va proyeksiyalaro tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash

To‘g‘ri chiziq proyeksiyalar tekisliklari **H, V, W**ga og‘ma bo‘lsa, **umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq** deyiladi. Bunday to‘g‘ri chiziq proyeksiyalari **[ox)** proyeksiyalar o‘qlariga og‘ma ravishda joylashgan bo‘ladi.

Koordinatalari bilan berilgan umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziqning fazoviy chizmasini ko‘rib chiqamiz (2.2 - **chizma**).

A (10; 15; 40), B(60; 35; 10).



2.2 - chizma.

Fazoviy chizmada to‘g‘ri burchakli **(ABC)** uchburchak chizamiz.
Uning 1 - kateti **[BC] = [a b]** 2 - kateti **[AC] = [Aa] – [Bb]**

[Aa] = |AH|= Za; [Bb] =|BH|= Zb bo‘lgani uchun

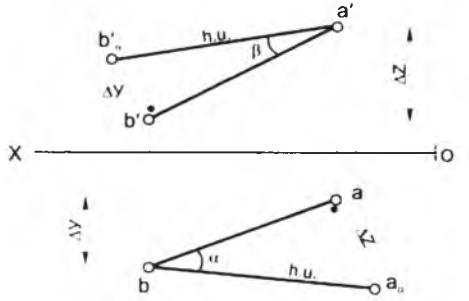
[Ac] = Za – Zb =ΔZ

Chizmadan kesmaning gorizontal proyeksiyalar tekisligi **H** bilan hosil qilgan burchagi **α**. $\angle\alpha = [AB] \hat{} H$

Chizmadan kesmaning frontal proyeksiyalar tekisligi **V** bilan hosil qilgan burchagi **β**. $\angle\beta = [AB] \hat{} V$

Shuning uchun, **[AB]** kesmaning gorizontal va frontal proyeksiyalari o'zidan kichikdir. **[ab] < [AB]** va **[a'b'] < [AB]**

Koordinatalari bilan berilgan **[AB]** kesmaning epyurini chizamiz (2.3 - **chizma**).



2.3 - chizma.

To'g'ri chiziq **[AB]** kesmasining haqiqiy kattaligini va gorizontal proyeksiyalar tekisligi **H** hamda frontal proyeksiyalar tekisligi **V** bilan hosil qilgan og'ish burchaklarini topamiz.

Buning uchun shunday to'g'ri burchakli uchburchak chizish kerakki, uning **bir kateti** kesmaning birorta proyeksiyasiga (gorizontal yo frontal yoki profil) **ikkinchi kateti** esa, kesma uchlari koordinatalarining algebraik ayirmasi **(ΔZ=Za-Zb), (ΔY=Yb-Ya), (ΔX=Xb-Xa)** ga teng bo'lishi kerak.

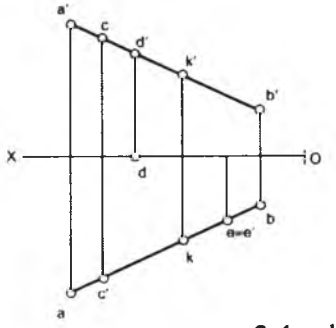
Shunda to'g'ri burchakli uchburchakning gepotenuzasi kesmaning haqiqiy kattaligiga teng bo'ladi.

2.3. Nuqtaning to'g'ri chiziqqa tegishliligi

Agar **K** nuqta **[AB]** to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lsa, nuqtaning bir nomli proyeksiyalari to'g'ri chiziqning bir nomli proyeksiyalariga tegishli bo'ladi.

Ya'ni: **(•)K∈[AB] ⇒ (•)k∈ [a b] ∧ (•)k'∈[a'b'] ∧ (•)k''∈[a''b'']**

Misol: Chizmada berilgan **C, D, K, E** nuqtalarning qaysi biri **[AB]** to'g'ri chiziq kesmasiga tegishliligi aniqlansin (2.4-chizma).



(•) C ∉ AB
(•) D ∉ AB
(•) K ∈ AB
(•) E ∉ AB

2.4 - chizma.

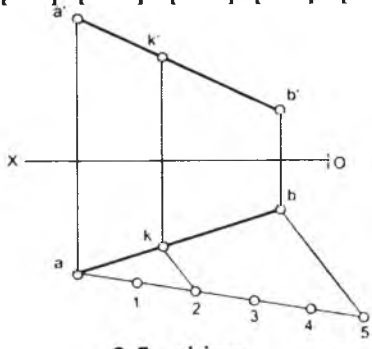
2.4. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish

Misol: Berilgan **[AB]** to'g'ri chiziq kesmasini, **2/3** nisbatda bo'luvchi **K** nuqta topilsin (2.5 - **chizma**).

Berilgan: **[AB] (a b, a' b')**

Topish kerak: **(•)K ∈ [AB] ∧ [AK] / [KB] = 2/3**

[a k] / [k b]=[a'k'] / [k'b']=[AK] / [KB]=2/3



2.5 - chizma.

Bu misol qadimgi grek olimi Fales teoremasiga asosan yechiladi.

Teorema: Agar burchak tomonini kesadigan parallel to'g'ri chiziqlar uning bir tomonidan teng kesmalar ajratsa, ikkinchi tomonidan ham teng kesmalar ajratadi.

2.5. Xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlar

H, V, W proyeksiyalar tekisliklariga parallel yoki perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziqlarga **xususiy vaziyatdagi** to'g'ri chiziqlar deyiladi.

1. Proyeksiyalar tekisliklarining biriga parallel bo'lgan chiziqlar.

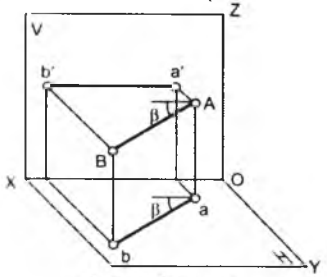
a) Agar to‘g‘ri chiziq gorizontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo‘lsa, u holda bu to‘g‘ri chiziq **gorizontal to‘g‘ri chiziq** deyiladi.

[AB] || H – gorizontal to‘g‘ri chiziq.

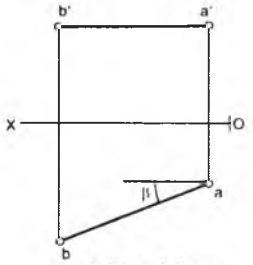
Koordinatalari bilan berilgan **[AB]** gorizontal to‘g‘ri chiziqning fazoviy chizmasini chizamiz (2.6 - **chizma**).

A (20; 10; 30) B (50; 30; 30)

Koordinatalari bilan berilgan **[AB]** gorizontal to‘g‘ri chiziqni epyur chizmasini chizamiz (2.7 - **chizma**).



2.6 - chizma.



2.7 - chizma.

$$[AB] \parallel H \Rightarrow [a'b'] \parallel [ox) \wedge [a\ b] = |AB|$$

Gorizontal to‘g‘ri chiziqning gorizontal proyeksiyasi uning haqiqiy kattaligiga tengdir.

Gorizontal to‘g‘ri chiziqning frontal proyeksiyalar tekisligi **V** bilan hosil qilgan burchagi **β.**

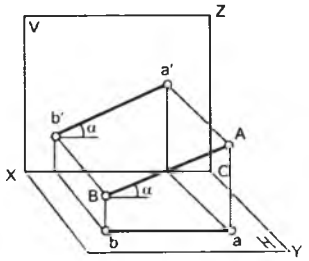
$$\angle \beta = [AB]\ \hat{}\ V$$

b) Agar to‘g‘ri chiziq frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo‘lsa, u holda bu to‘g‘ri chiziq **frontal to‘g‘ri chiziq** deyiladi.

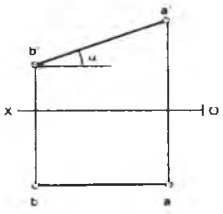
[AB] || V – frontal to‘g‘ri chiziq.

Koordinatalari bilan berilgan **[AB]** frontal to‘g‘ri chiziqning fazoviy chizmasini (2.8 - **chizma**) va epyurini chizamiz (2.9 - **chizma**).

A (10; 20; 30) B (50; 20; 10)



2.8 - chizma.



2.9 - chizma.

$$[AB] \parallel V \Rightarrow [a\ b] \parallel [ox) \wedge [a'b'] = |AB|$$

Frontal to‘g‘ri chiziqning frontal proyeksiyasi uning haqiqiy kattaligiga tengdir.

Frontal to‘g‘ri chiziqning gorizontal proyeksiyalar tekisligi **H** bilan hosil qilgan burchagi α.

$$\angle \alpha = [AB] \hat{} H$$

d) Agar to‘g‘ri chiziq profil proyeksiyalar tekisligiga parallel bo‘lsa, u holda bu to‘g‘ri chiziq **profil to‘g‘ri chiziq** deyiladi.

$[AB] \parallel W$ – profil to‘g‘ri chiziq.

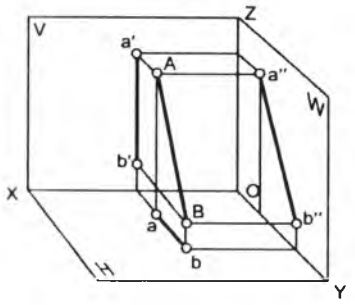
Koordinatalari bilan berilgan **[AB]** profil to‘g‘ri chiziqning fazoviy chizmasini chizamiz (2.10 - chizma).

A (25; 5; 30) B (25; 25; 10)

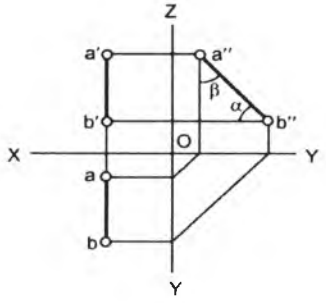
Koordinatalari bilan berilgan **[AB]** profil to‘g‘ri chiziqning epyurini chizamiz (2.11 - chizma).

$$[AB] \parallel W \Rightarrow [a\ b] \perp [ox) \wedge [a'b'] \perp [ox) \wedge [a''b''] = |AB|$$

Profil to‘g‘ri chiziqning profil proyeksiyasi uning haqiqiy kattaligiga tengdir.



2.10 - chizma.



2.11 - chizma.

Profil to'g'ri chiziqning gorizontal proyeksiyalar tekisligi **H** bilan hosil qilgan burchagi α. $\angle \alpha = [AB] \hat{} H$

Profil to'g'ri chiziqning frontal proyeksiya tekisligi **V** bilan hosil qilgan burchagi β. $\angle \beta = [AB] \hat{} V$

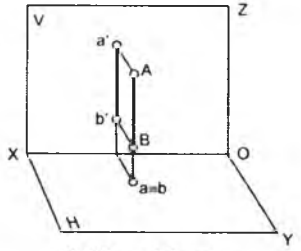
2. Proeksiyalar tekisliklaridan biriga perpendikular bo'lgan chiziqlarga **proyeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar** deyiladi.

a) Agar to'g'ri chiziq gorizontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikular bo'lsa, u holda bu to'g'ri chiziq **gorizontal proyeksiyalovchi** to'g'ri chiziq deyiladi. **[AB]** $\perp$ **H** – gorizontal proyeksiyalovchi to'g'ri chiziq.

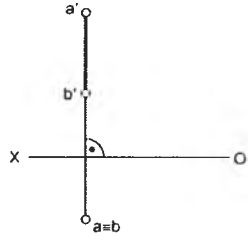
Koordinatalari bilan berilgan **[AB]** gorizontal proyeksiyalovchi to'g'ri chiziqning fazoviy chizmasini chizamiz (2.12 - chizma).

A (40; 10; 30) B (40; 10; 5)

Koordinatalari bilan berilgan **[AB]** gorizontal proyeksiyalovchi to'g'ri chiziqning epyurini chizamiz (2.13 - chizma).



2.12 - chizma.



2.13 - chizma.

$$[AB] \perp H \Rightarrow [a'b'] \perp [ox) \wedge [a'b'] = |AB|$$

Gorizontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqning frontal proyeksiyasi uning haqiqiy kattaligiga tengdir.

Gorizontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqning gorizontal proyeksiyasi ustma-ust tushadi: **[a≡b]**

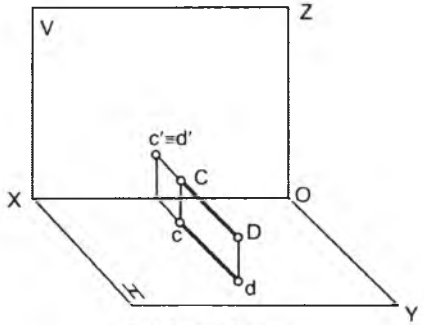
b) Agar to‘g‘ri chiziq frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikular bo‘lsa, u holda bu to‘g‘ri chiziq **frontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq** deyiladi.

[CD] ⊥ V – frontal proeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq.

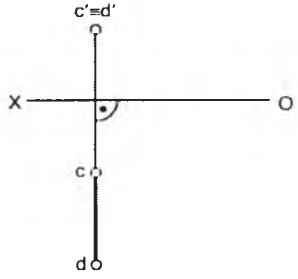
Koordinatalari bilan berilgan **[CD]** frontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqning fazoviy chizmasini chizamiz (2.14 - chizma).

C (30; 5; 15) D (30; 30; 15)

Koordinatalari bilan berilgan **[CD]** frontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqning epyurini chizamiz (2.15 - chizma).



2.14 - chizma.



2.15 - chizma.

[CD] ⊥ V ⇒ [cd] ⊥ [ox) ∧ [cd] = |CD|

Frontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqning gorizontal proyeksiyasi uning haqiqiy kattaligiga tengdir.

Frontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqning frontal proyeksiyasi ustma-ust tushadi: **[c′≡d′]**

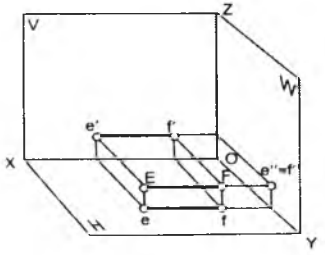
d) Agar to‘g‘ri chiziq profil proyeksiyalar tekisligiga perpendikular bo‘lsa, u holda bu to‘g‘ri chiziq **profil proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq** deyiladi.

[EF] ⊥ W – profil proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq.

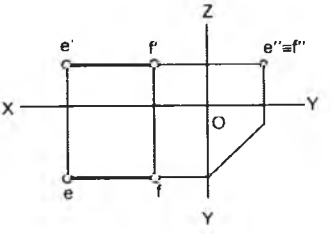
Koordinatalari bilan berilgan **[EF]** profil proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqning fazoviy chizmasini chizamiz (2.16 - chizma).

E (25; 15; 5) F (5; 15; 5)

Koordinatalari bilan berilgan **[EF]** profil proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqning epyurini chizamiz (2.17 - chizma).



2.16 - chizma.



2.17 - chizma.

$$[EF] \perp W \Rightarrow [e'f'] \parallel [ox) \wedge [ef] \parallel [ox) \wedge [ef] = [e'f'] = |EF|$$

Profil proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqning frontal va gorizontal proyeksiyalari uning haqiqiy kattaligiga tengdir.

Profil proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqning profil proyeksiyasi ustma-ust tushadi: **[e''≡f'']**

2.6. To‘g‘ri chiziqning izlari

To‘g‘ri chiziqning proyeksiyalar tekisliklari **H, V, W** bilan kesishgan nuqtasiga **to‘g‘ri chiziqning izlari** deyiladi.

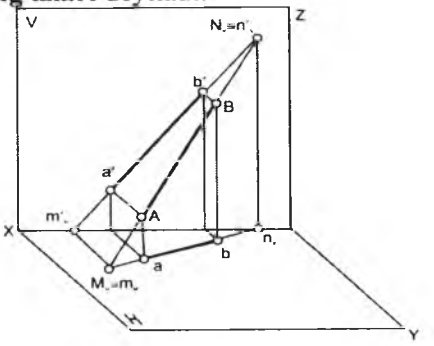
Koordinatalari bilan berilgan **(AB)** to‘g‘ri chiziqning fazoviy chizmasini chizamiz (2.18 - chizma).

Berilgan:

A(45; 15; 5), B(20; 5; 30)

Topish kerak:

M_H – ? N_V – ?



2.18 - chizma.

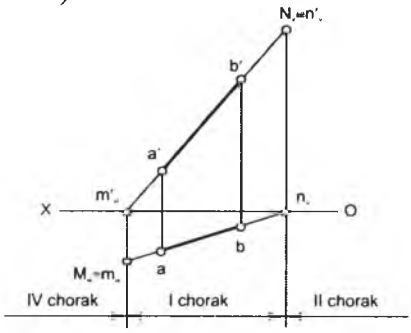
(AB) to‘g‘ri chiziqning **A** uchini davom ettirsak, gorizontal proyeksiyalar tekisligi **H** bilan kesishib, to‘g‘ri chiziqning gorizontal izi $\mathbf{M_H}$ ni hosil qilamiz.

$\mathbf{(AB) \cap H = M_H\ (m_H,\ m_H')}$ – to‘g‘ri chiziqning gorizontal izi.

(AB) to‘g‘ri chiziqning **B** uchini davom ettirsak, frontal proyeksiya tekisligi **V** bilan kesishib, to‘g‘ri chiziqning frontal izini $\mathbf{N_V}$ hosil qilamiz.

$\mathbf{(AB) \cap V = N_V\ (n_V,\ n_V')}$ – to‘g‘ri chiziqning frontal izi.

Koordinatalari bilan berilgan **(AB)** to‘g‘ri chiziqning epyurini chizamiz (2.19 - chizma).



2.19 - chizma.

Epyurda to‘g‘ri chiziqning gorizontal izini $\mathbf{M_H\ (m_H\ ,\ m_H')}$ topish uchun frontal proyeksiyasi **(a'b')** ni **[ox)** proyeksiyalar o‘qi bilan kesishguncha davom ettirib, kesishgan nuqtasidan $\mathbf{(m_H')}$ **[ox)** proyeksiyalar o‘qiga perpendikulyar o‘tkazib, to‘g‘ri chiziqning gorizontal proyeksiyasi **(a b)** bilan kesishgan nuqtasi $\mathbf{(m_H)}$ topiladi [2].

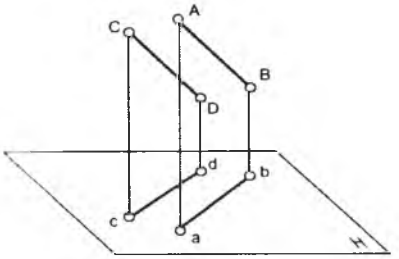
Epyurda to‘g‘ri chiziqning frontal izini $\mathbf{N_V\ (n_V,\ n_V')}$ topish uchun gorizontal proyeksiyasi **(a b)** ni **[ox)** proyeksiya o‘qi bilan kesishguncha davom ettirib, kesishgan nuqtasi $\mathbf{(n_V)}$ dan **[ox)** proyeksiyalar o‘qiga perpendikulyar o‘tkazib to‘g‘ri chiziqning frontal proyeksiyasi **(a'b')** bilan kesishgan nuqtasi $\mathbf{(n_V')}$ topiladi.

Xulosa qilib aytganda, **(AB)** to‘g‘ri chiziq o‘zining frontal izidan $\mathbf{N_V\ (n_V,\ n_V')}$ keyin fazoning II choragiga, gorizontal izidan $\mathbf{M_H\ (m_H,\ m_H')}$ keyin fazoning IV choragiga o‘tadi.

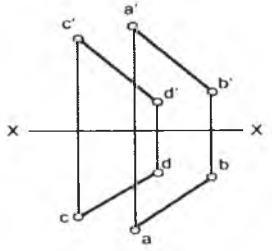
2.7. Ikki to‘g‘ri chiziqning o‘zaro joylashuvi

Fazoda ikki to‘g‘ri chiziq bir-biriga nisbatan quyidagi vaziyatlarda bo‘lishi mumkin: **1)** parallel; **2)** kesishuvchi; **3)** uchrashmas (ayqash).

1. O‘zaro parallel **[AB]** va **[CD]** to‘g‘ri chiziqlarning fazoviy chizmasi 2.20 – chizmada keltirilgan. O‘zaro parallel **[AB]** va **[CD]** to‘g‘ri chiziqlarning epyuri 2.21 - chizmada keltirilgan.



2.20 - chizma.

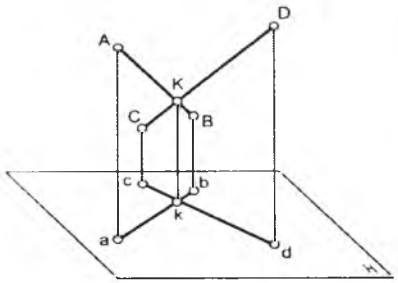


2.21 - chizma.

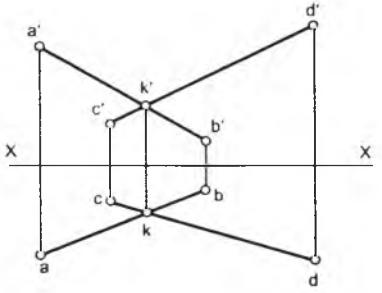
Parallel proyeksiyalarning xossalariga muvofiq, parallel to‘g‘ri chiziqlarning bir nomli proyeksiyalari ham o‘zaro parallel bo‘ladi.

Ya’ni: **(AB) || (CD) ⇒ (ab) || (cd) ∧ (a’b’) || (c’d’) ∧ (a”b”) || (c”d”)**

2. O‘zaro kesishuvchi **[AB]** va **[CD]** to‘g‘ri chiziqlarning fazoviy chizmasi 2.22-chizmada, epyuri 2.23 - chizmada keltirilgan.



2.22 - chizma.



2.23 - chizma.

* *George Young. Descriptive Geometry. London, 2013, page 37, 42*

Fazoda bir umumiy nuqtaga ega bo‘lgan ikki to‘g‘ri chiziq **kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlar** deyiladi. Epyurda kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlarning bir nomli proyeksiyalari ham kesishadi va ularning

kesishuvchi **k k′** nuqtalari, **[ox)** proyeksiyalar o‘qiga nisbatan perpendikulyar bitta chiziqda bo‘ladi.

Ya’ni:

$$(AB) \cap (CD) = (\bullet)K \Rightarrow (ab) \cap (cd) = (\bullet)k \wedge (a'b') \cap (c'd') = (\bullet)k' \wedge (a''b'') \cap (c''d'') = (\bullet)k''$$

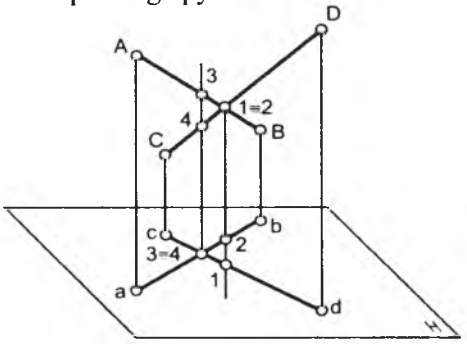
3. Agar to‘g‘ri chiziqlar bir-biri bilan ham kesishmasa, ham parallel bo‘lmasa, bunday to‘g‘ri chiziqlar **ayqash to‘g‘ri chiziqlar** deyiladi.

Ya’ni:

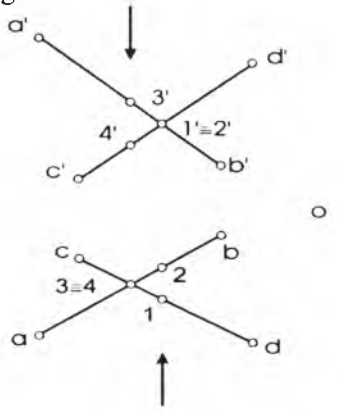
$$(AB) \cdot (CD) \wedge (AB) \cap (CD)$$

Bir-biri bilan uchrashmas (ayqash) **[AB]** va **[CD]** to‘g‘ri chiziqlarning fazoviy chizmasi 2.24 - chizmada keltirilgan.

Bir-biri bilan uchrashmas (ayqash) **[AB]** va **[CD]** to‘g‘ri chiziqlarning epyuri 2.25 - chizmada keltirilgan.



2.24 - chizma.



2.25 - chizma.

Ularning proyeksiyalarida kesishgan nuqtalari bir umumiy nuqtaga ega bo‘lmaydi va bir vertikal chiziqda yotmaydi.

** George Young. Descriptive Geometry. London, 2013, page 38*

Raqobat (kongruent) nuqtalar. Bir proyeksiyalovchi nurda (perpendikularda) joylashgan nuqtalar ko‘rinishi jihatidan **raqobat nuqtalar** deyiladi.

Raqobat nuqtalar yordamida geometrik elementlarning ko‘rinar-ko‘rinmasligi aniqlanadi. Chizmada 1 va 2, 3 va 4 nuqtalar raqobat nuqtalardir.

1-nuqta oldinda, demak, **(AB)** to‘g‘ri chiziq **(CD)** to‘g‘ri chiziqning ustida.

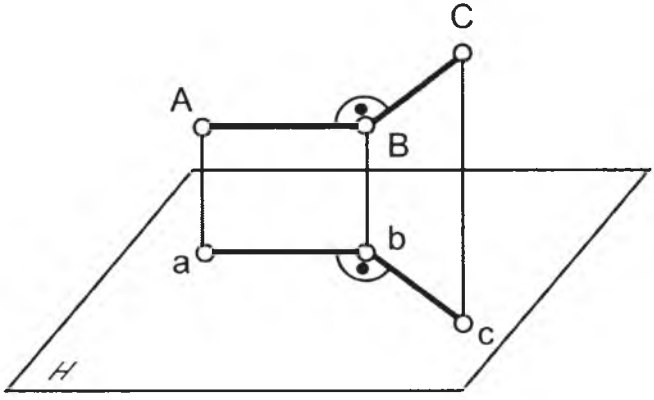
3-nuqta yuqorida, demak, **(CD)** to‘g‘ri chiziq **(AB)** to‘g‘ri chiziqning ostida.

2.8. To‘g‘ri burchak proyeksiyasi haqida teorema

Agar uchburchakning ikki tomoni proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan ixtiyoriy bo‘lsa, to‘g‘ri burchakli uchburchakning proyeksiyalari o‘tkir yoki o‘tmas bo‘lib proyeksiyalanadi.

Fazoda **(AB)** va **(BC)** o‘zaro perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziqlar va ularning **H** gorizontal proyeksiyalar tekislikdagi chizmasi 2.26 - chizmada keltirilgan.

$$(AB) \perp (BC)$$



2.26 - chizma.

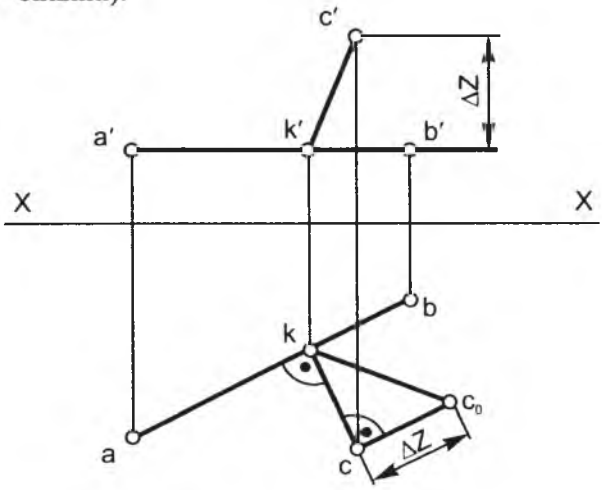
Teorema: Agar to‘g‘ri burchakning bir tomoni proeksiya tekisligiga parallel bo‘lsa, ikkinchi tomoni esa, bu tekislikka perpendikulyar bo‘lmasa, to‘g‘ri burchak shu tekislikka o‘zgarmasdan, ya’ni to‘g‘ri burchak bo‘lib, proyeksiyalanadi.

$$(AB) \parallel H \wedge (BC) \perp H \Rightarrow \angle abc = \angle ABC = 90^{0}$$

** George Young. Descriptive Geometry. London, 2013, page 42*

Misol: Berilgan **C** nuqtadan **(AB)** to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa topilsin (2.27 - **chizma**).

Berilgan:
(AB) || H ∧(•)C
Topish kerak:
|(•)C,(AB)| -?
mm.



2.27 - chizma.

Ikkinchi bobga doir testlar

1. Proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan og’ma joylashgan to‘g‘ri chiziq qanday nomlanadi?

A) ixtiyoriy to‘gri chiziq | B) gorizontal to‘g‘ri chiziq | D) profil to‘g‘ri chiziq | E) frontal to‘g‘ri chiziq

2. Kesmani teng nisbatlarga bo‘lishda qaysi olimning teoremasidan foydalaniladi?

A) Fales | B) Pifagor | D) Monj | E) Al Xorazmiy

3. Proyeksiya tekisliklariga nisbatan xususiy holatda bo‘lgan to‘g‘ri chiziqlar nechta?

A) bitta | B) uchta | D) to‘rtta | **E) oltita**

4. H proyeksiya tekisligiga perpendikular bo‘lgan to‘g‘ri chiziqning nomi nima?

A) frontal to‘g‘ri chiziq | B) gorizontal to‘g‘ri chiziq | **D) gorizontalga proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq** | E) frontalga proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq

5. **W** proyeksiya tekisligiga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziqning nomi nima?

A) profilga proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq	**B) profil to‘g‘ri chiziq**	D) frontalga proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq	E) gorizontalga proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq

6. **V** proyeksiya tekisligiga qanday to‘g‘ri chiziq nuqta bo‘lib proyeksiyalanadi?

A) gorizontal to‘g‘ri chiziq	B) profil to‘g‘ri chiziq	**D) frontalga proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq**	E) gorizontalga proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq

Mustahkamlash uchun savollar

1. To‘g‘ri chiziq deb nimaga aytiladi ?
2. To‘g‘ri chiziqning invariant xossalarini ta’riflab bering.
3. Umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziqni ta’riflab bering.
4. Umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziqlarning haqiqiy uzunligini aniqlash usulini aytib bering.
5. To‘g‘ri chiziqning proyeksiya tekisliklariga og‘ish burchaklari qanday aniqlanadi?
6. Nuqtaning to‘g‘ri chiziqqa tegishlilik xossasini ta’riflab bering.
7. Kesmalarni berilgan nisbatlarda teng bo‘laklarga bo‘lish qanday teoremaga asoslangan?
8. Proyeksiya tekisliklariga nisbatan xususiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziqlarni ta’riflab bering?
9. Proyeksiya tekisliklarining biriga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziqlarni tushuntirib bering.
10. Gorizontal to‘g‘ri chiziqning qaysi proyeksiyasi haqiqiy uzunlikka ega?
11. Gorizontal to‘g‘ri chiziq frontal proyeksiya tekisligi bilan qanday burchak hosil qiladi?
12. Frontal to‘g‘ri chiziqning qaysi proyeksiyasi haqiqiy uzunlikka ega?
13. Frontal to‘g‘ri chiziq gorizontal proyeksiya tekisligi bilan qanday burchak hosil qiladi ?

14. Proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq deb qanday chiziqqa aytiladi va ularning nomlarini ayting.

15. Gorizontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqning qaysi proyeksiyasi haqiqiy uzunlikka ega?

16. Frontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqning qaysi proyeksiyasi ustma-ust tushadi?

17. To‘g‘ri chiziqning izlari deb nimaga aytiladi?

18. To‘g‘ri chiziqning gorizontal izi qanday hosil qilinadi?

19. To‘g‘ri chiziqning frontal izi qanday hosil qilinadi?

20. Fazoda ikki to‘g‘ri chiziqning o‘zaro vaziyatlari qanday bo‘lishi mumkin?

21. Raqobat (konkurent) nuqtalar deb qanday nuqtalarga aytiladi?

22. To‘g‘ri burchakning proyeksiyalanishi haqidagi teoremani aytib bering.

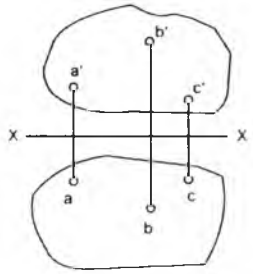
III bob. TEKISLIKNING ORTOGONAL PROYEKSIYALARI

3.1. Tekislik. Tekislikni chizmada berilishi

Tekislik cheksiz nuqtalar yig'indisi bo'lib, uzluksiz sirtdir.

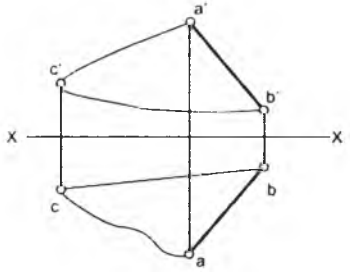
Uch nuqtadan hamma vaqt ikki parallel chiziq yoki ikki kesishgan chiziq o'tkazish mumkin bo'lgani uchun, umumiy holatda tekislik chizmada asosan quyidagi ko'rinishlarda beriladi:

1. Bitta to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqtaning proyeksiyalari bilan, **P(A,B,C)** (3.1 - chizma).



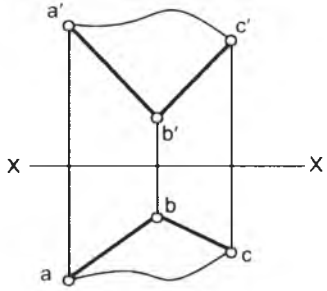
3.1 - chizma.

2. Bitta to'g'ri chiziq va unda yotmagan nuqtaning proyeksiyalari bilan, **P((AB) ∧ (•)C), (•)C ∉(AB)** (3.2-chizma).



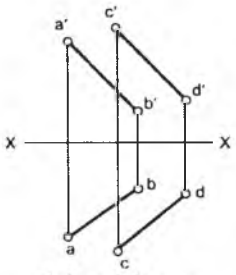
3.2 - chizma.

3. O'zaro kesishuvchi ikki to'g'ri chiziqning proyeksiyalari bilan, **P((AB) ∩ (BC))** (3.3 - chizma).



3.3 - chizma.

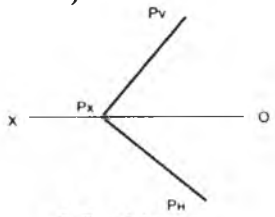
4. O‘zaro parallel ikki to‘g‘ri chiziqning proyeksiyalari bilan, **P((AB) || (CD))** (3.4 - chizma).



3.4 - chizma.

5. Tekis geometrik shakllar orqali uchburchak, to‘rtburchak, romb va h.k. bilan, **P(Δ ABC), P(□ABCD), P(◊ABCD)...**

6. Tekislik izlari bilan **P(P_H, P_V, P_W)** (3.5 - chizma).



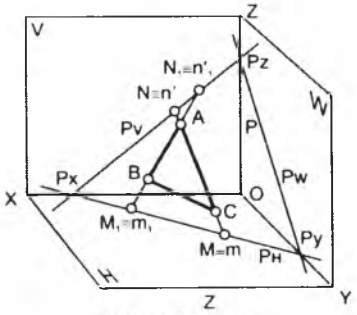
3.5- chizma.

3.2. Tekislikning izlari

Tekislikning proyeksiyalar tekisliklari **H, V, W** bilan kesishgan chiziqlari **tekislikning izlari** deyiladi.

H, V, W proyeksiyalar tekisliklariga og‘ma bo‘lgan tekislikni **umumiy vaziyatdagi tekislik** deyiladi.

Umumiy vaziyatdagi **P** tekislikning fazoviy chizmasi 3.6-chizmada keltirilgan.



3.6 - chizma.

$P \cap H = P_H$ – P tekislikning gorizontal izi;
$P \cap V = P_V$ – P tekislikning frontal izi;
$P \cap W = P_W$ – P tekislikning profil izi.

$$P_H \cap P_V = P_X,\ P_H \cap P_W = P_Y,\ P_V \cap P_W = P_Z.$$

P_X, P_Y, P_Z – P tekislik izlarining uchrashuv nuqtalari.

Umumiy vaziyatdagi **ΔABC** tekislikni olamiz. **ΔABC** tekislikning **(AC)** tomonining gorizontal va frontal izlarini topamiz, so'ng **(AB)** tomonining gorizontal va frontal izlarini aniqlaymiz.

Chizmadan ko'rinib turibdiki, **ΔABC** tekislik tomonlarining bir nomli izlari **P** tekislikning bir nomli izlariga mos keladi.

$$M_H(m_H, m_H') \in P_H \wedge N_V(n_V, n_V') \in P_V$$

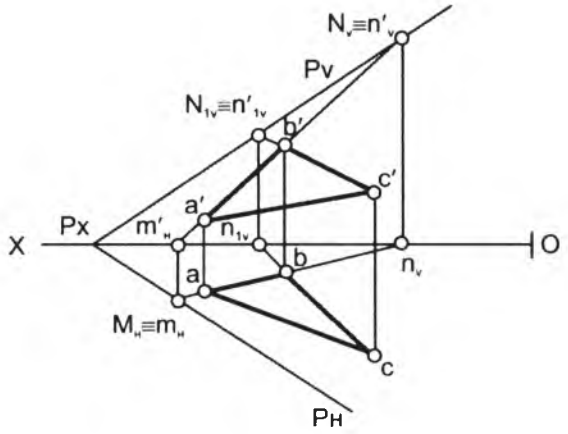
Misol: **Δ ABC** orqali berilgan **P** tekislikning gorizontal va frontal izlari chizilsin (3.7 - chizma). Bu misol talabalarning (1-epyur) uy-grafik ishlari bo'lib, **A, B, C** nuqtalarning **(X, Y, Z)** koordinatalari millimetrlarda variant asosida beriladi.

Berilgan: **P(Δ ABC);**
Topish kerak: **P(P_H , P_V) – ?**

№	X	Y	Z
A	65	20	10
B	35	10	40
C	10	45	20

Birinchi epyurni bajarish algoritmi quyidagi tartibda bo'ladi:

1. $(AB) \cap H = M_H(m_H, m_H')$
2. $(AB) \cap V = N_V(n_V, n_V')$
3. $(BC) \cap V = N_{1V}(n_{1V}, n_{1V}')$
4. $N_V \cup N_{1V} = P_V$
5. $P_V \cap [ox) = P_X$
6. $P_X \cup M_H = P_H$



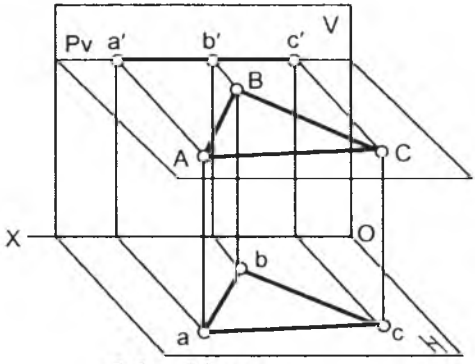
3.7 - chizma.

3.3. Xususiy vaziyatdagi tekisliklar

Proyeksiyalar tekisliklariga parallel yoki perpendikular bo'lgan tekisliklar **xususiy vaziyatdagi tekisliklar** deyiladi.

1. Agarda tekislik gorizontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, u holda bu tekislik **gorizontal tekislik** deyiladi. **P || H.**

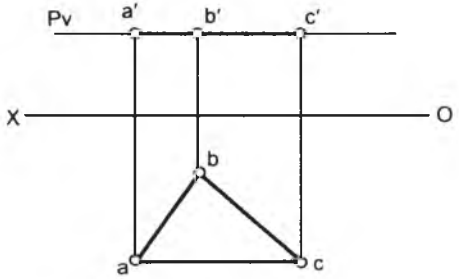
Gorizontal tekislikning fazoviy chizmasi 3.8-**chizma**da keltirilgan.



3.8 - chizma.

Chizmadan ko'rinib turibdiki, **P** gorizontal tekislikka tegishli nuqta, to'g'ri chiziq va **ΔABC** tekislikning frontal proyeksiyalari tekislikning frontal iziga proyeksiyalanadi.

Gorizontal **P** tekislikning epyuri 3.9-chizmada keltirilgan.



3.9 - chizma.

Gorizontal tekislikning frontal P_V izi **[ox)** proyeksiyalar o'qiga parallel.

$$P \parallel H \Rightarrow P_V \parallel [ox)$$

Gorizontal tekislikning xossasi:

Istalgan nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik gorizontal tekislikka tegishli bo'lsa, u holda nuqta, to'g'ri chiziq, tekislikning frontal proyeksiyalari gorizontal tekislikning frontal izida bo'ladi.

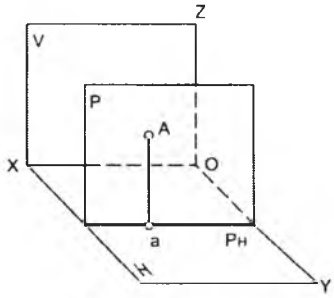
Ya'ni: $\forall (\bullet)\ A \in P \parallel H \Rightarrow a' \in P_V$

U holda **ΔABC** tekislik gorizontal proyeksiyalar tekisligiga haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi:

$$(\Delta ABC) \in P \parallel H \Rightarrow (\Delta abc) = |\Delta ABC|$$

2. Agarda tekislik frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, u holda bu tekislik **frontal tekislik** deyiladi. **P || V.**

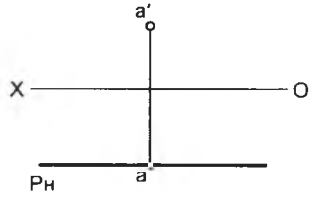
Frontal tekislikning fazoviy chizmasi 3.10- **chizma**da keltirilgan.



3.10 - chizma

Chizmadan ko'rinib turibdiki, **P** frontal tekislikka tegishli **A** nuqta, to'g'ri chiziq va **ΔABC** tekislikning gorizontal proyeksiyalari tekislikning gorizontal iziga proyeksiyalanadi.

P frontal tekislikning epyuri keltirilgan (3.11-chizma).



3.11 - chizma.

Frontal tekislikning gorizontal $\mathbf{P_H}$ izi [ox) proyeksiyalar o'qiga parallel:

$$\mathbf{P \parallel V \Rightarrow P_H \parallel [ox)}$$

Frontal tekislikning xossasi:

Istalgan nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik frontal tekislikka tegishli bo'lsa, u holda nuqta, to'g'ri chiziq, tekislikning gorizontal proyeksiyalari frontal tekislikning gorizontal izida bo'ladi.

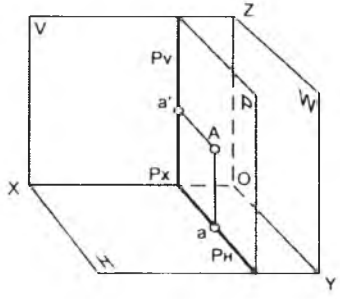
Ya'ni: $\forall (\bullet)\ \mathbf{A \in P \parallel V \Rightarrow a \in P_H}$

U holda **ΔABC** tekislik frontal proyeksiyalar tekisligiga haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi:

$$\mathbf{(\Delta\ ABC) \in P \parallel V \Rightarrow (\Delta\ a'b'c') = |\Delta\ ABC|}$$

3. Agarda tekislik profil proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, u holda bu tekislik **profil tekislik** deyiladi. **P || W.**

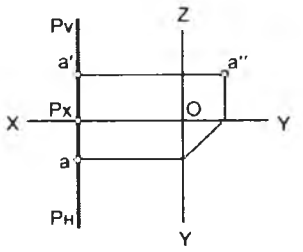
Profil tekislikning fazoviy chizmasi 3.12 - chizmada keltirilgan.



3.12 - chizma.

Chizmadan ko‘rinib turibdiki, **P** profil tekislikka tegishli nuqta, to‘g‘ri chiziq va **ΔABC** tekislikning bir nomli proyeksiyalari tekislikning bir nomli izlariga proyeksiyalanadi.

Profil **P** tekislikning epyuri 3.13 - chizmada keltirilgan.



3.13 - chizma.

Profil tekislikning gorizontal P_H izi va frontal P_V izi **[ox)** proyeksiyalar o‘qiga perpendikulyar bo‘ladi:

$$P \parallel W \Rightarrow P_H \perp [ox) \wedge P_V \perp [ox)$$

Profil tekislikning xossasi:

Istalgan nuqta, to‘g‘ri chiziq, tekislik profil tekislikka tegishli bo‘lsa, u holda nuqta, to‘g‘ri chiziq, tekislikning gorizontal va frontal proyeksiyalari profil tekislikning gorizontal va frontal izida bo‘ladi.

Ya’ni: $\forall (\bullet)\ A \in P \parallel W \Rightarrow a \in P_H \wedge a' \in P_V$

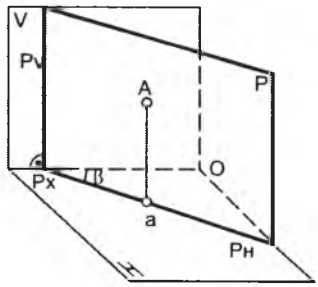
U holda **ΔABC** tekislik profil proeksiyalar tekisligiga haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi:

$$(\Delta ABC) \in P \parallel W \Rightarrow (\Delta a''b''c'') = |\Delta ABC|$$

Agarda tekislik proyeksiyalar tekisliklaridan birortasiga perpendikulyar bo‘lsa, u holda tekislik **proyeksiyalovchi tekislik** deyiladi.

1. Agarda tekislik gorizontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo‘lsa, u holda bu tekislik **gorizontal proyeksiyalovchi tekislik** deyiladi. **$P \perp H$.**

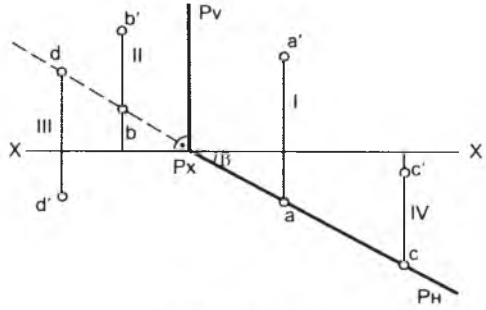
Gorizontal proyeksiyalovchi tekislikning fazoviy tasviri 3.14-chizmada keltirilgan.



3.14 - chizma.

Chizmadan ko‘rinib turibdiki, **P** gorizontal proyeksiyalovchi tekislikka tegishli nuqta, to‘g‘ri chiziq va **ΔABC** tekislikning gorizontal proyeksiyalari tekislikning gorizontal iziga proyeksiyalanadi.

P gorizontal proyeksiyalovchi tekislikning epyuri 3.15-chizmada keltirilgan.



3.15 - chizma.

Gorizontal proyeksiyalovchi tekislikning frontal izi P_V **[ox)** proyeksiyalar o‘qiga perpendikular bo‘ladi:

$$P \perp H \Rightarrow P_V \perp [ox)$$

Gorizontal proyeksiyalovchi tekislikning xossasi:

Istalgan nuqta, to‘g‘ri chiziq, tekislik gorizontal proyeksiyalovchi tekislikka tegishli bo‘lsa, u holda nuqta, to‘g‘ri chiziq, tekislikning gorizontal proyeksiyalari gorizontal proyeksiyalovchi tekislikning gorizontal izida bo‘ladi.

Ya’ni: $\forall (\bullet)\ A \in P \perp H \Rightarrow a \in P_H$

Gorizontal proyeksiyalovchi tekislik frontal proyeksiyalar tekisligi bilan β burchagini hosil qiladi.

$$\angle \beta = P \hat{} V$$

Gorizontal proyeksiyalovchi tekislikda **A, B, C, D** nuqtalarni tanlab olamiz.

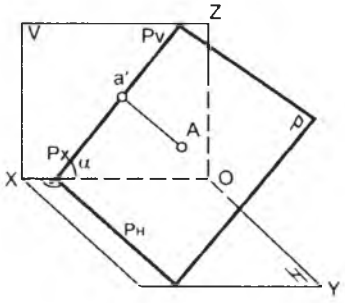
(•) A ∈ P ∧ (•) A ∈ I chorakda
(•) B ∈ P ∧ (•) B ∈ II chorakda
(•) D ∈ P ∧ (•) D ∈ III chorakda
(•) C ∈ P ∧ (•) C ∈ IV chorakda

Xulosa: Gorizontal proyeksiyalovchi tekislik fazoning **I, II, III, IV** choraklaridan o'tadi.

2. Agarda tekislik frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lsa, u holda bu tekislik **frontal proyeksiyalovchi tekislik** deyiladi.

$$P \perp V.$$

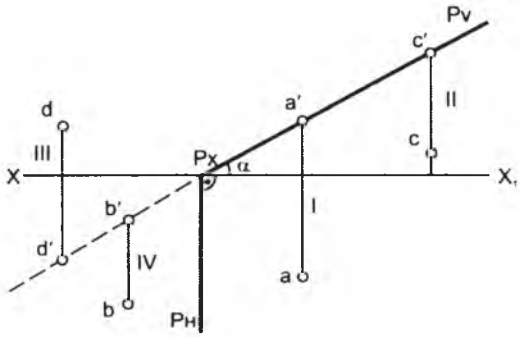
Frontal proyeksiyalovchi tekislikning fazoviy tasviri 3.16-chizmada keltirilgan.



3.16 - chizma.

Chizmadan ko'rinib turibdiki, frontal proyeksiyalovchi **P** tekislikka tegishli nuqta, to'g'ri chiziq va **ΔABC** tekislikning frontal proyeksiyalari tekislikning frontal iziga proyeksiyalanadi.

P frontal proyeksiyalovchi tekislikning epyuri 3.17-chizmada keltirilgan.



3.17 - chizma.

Frontal proyeksiyalovchi tekislikning gorizontal izi P_H proyeksiyalar o'qi **[ox)** ga perpendikulyar bo'ladi:

$$P \perp V \Rightarrow P_H \perp [ox)$$

Frontal proyeksiyalovchi tekislikning xossasi:

Istalgan nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik frontal proyeksiyalovchi tekislikka tegishli bo'lsa, u holda nuqta, to'g'ri chiziq, tekislikning frontal proyeksiyalari frontal proyeksiyalovchi tekislikning frontal izida bo'ladi.

Ya'ni: $\forall (\bullet)\ A \in P \perp V \Rightarrow a' \in P_V$

Frontal proyeksiyalovchi tekislik gorizontal proyeksiya tekisligi bilan α burchagini hosil qiladi:

$$\angle \alpha = P \hat{} H$$

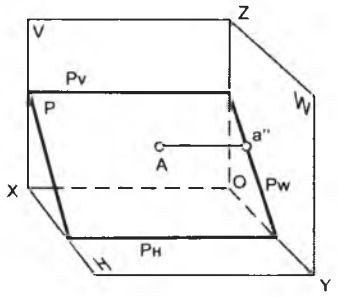
Frontal proyeksiyalovchi tekislikda **A, B, C, D** nuqtalarni tanlab olamiz.

$(\bullet)\ A \in P \wedge (\bullet)\ A \in$ I chorakda
$(\bullet)\ C \in P \wedge (\bullet)\ C \in$ II chorakda
$(\bullet)\ D \in P \wedge (\bullet)\ D \in$ III chorakda
$(\bullet)\ B \in P \wedge (\bullet)\ B \in$ IV chorakda

Xulosa: Frontal proyeksiyalovchi tekislik fazoning **I, II, III, IV** choraklaridan o'tadi.

3. Agarda tekislik profil proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lsa, u holda bu tekislik **profil proyeksiyalovchi tekislik** deyiladi.

$$P \perp W.$$

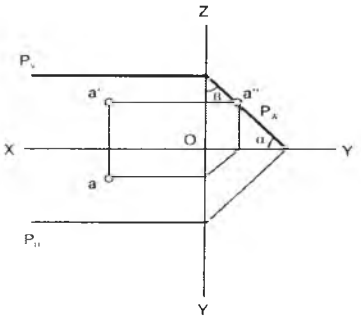


Profil proyeksiyalovchi tekislikning fazoviy chizmasi 3.18-chizmada keltirilgan.

3.18 - chizma.

Chizmadan ko‘rinib turibdiki, **P** profil proyeksiyalovchi tekislikka tegishli nuqta, to‘g‘ri chiziq va **ΔABC** tekislikning profil proyeksiyalari tekislikning profil iziga proeksiyalanadi.

P profil proyeksiyalovchi tekislikning epyuri 3.19-chizmada keltirilgan.



3.19 - chizma.

Profil proyeksiyalovchi tekislikning gorizontal izi P_H va frontal izi P_V proyeksiyalar o‘qi **[ox)**ga parallel bo‘ladi.

$$P \perp W \Rightarrow P_H \parallel [ox) \wedge P_V \parallel [ox)$$

Profil proyeksiyalovchi tekislikning xossasi:

Istalgan nuqta, to‘g‘ri chiziq, tekis shakl profil proyeksiyalovchi tekislikka tegishli bo‘lsa, u holda nuqta, to‘g‘ri chiziq, tekis shaklning profil proyeksiyalari profil proyeksiyalovchi tekislikning profil izida bo‘ladi.

Ya’ni: $\forall (\bullet)\ A \in P \perp W \Rightarrow a'' \in P_W$

Profil proyeksiyalovchi tekislik gorizontal proyeksiyalar tekisligi bilan α burchagini hosil qiladi:

$$\angle \alpha = P \hat{} H$$

Profil proyeksiyalovchi tekislik frontal proyeksiyalar tekisligi bilan β burchagini hosil qiladi:

$$\angle \beta = P \hat{} V$$

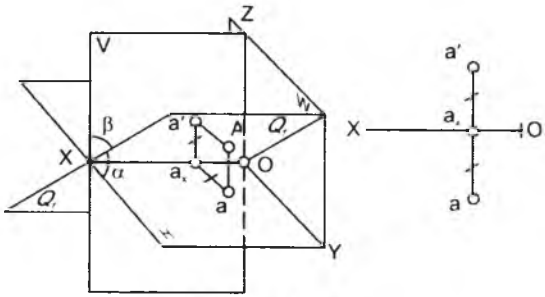
Profil proyeksiyalovchi tekislikda A nuqtani tanlab olamiz:

$$(\bullet)\ A \in P \wedge (\bullet)\ A \in I \text{ chorakda}$$

Xulosa: Profil proyeksiyalovchi tekislik fazoning **I, II, IV** choraklaridan o'tadi.

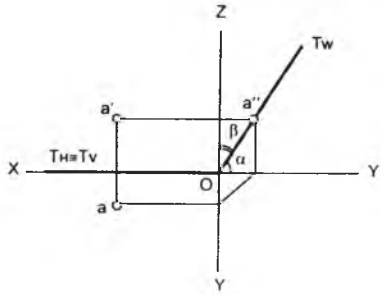
Demak, proyeksiyalovchi tekisliklarda yotuvchi har qanday nuqta, to'g'ri chiziq, tekis shaklning bitta proyeksiyasi tekislikning birorta izida yotadi. Bunday xossaga yig'ish xossasi deyiladi.

[OX) o'qidan o'tuvchi proyeksiyalovchi tekislik (3.20 - chizma).



3.20 - chizma.

Bu tekislik profil proyeksiyalovchi tekislikning xususiy holidir. Agar $\alpha = 45^0$ teng bo'lsa, bu **bissektor** tekisligi deyiladi. (3.21 - chizma).



3.21 - chizma.

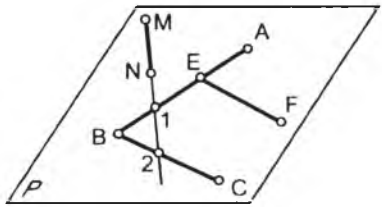
Q_I – birinchi bissektor tekisligi, bu fazoning birinchi va uchinchi choraklaridan o‘tuvchi tekislikdir.

Q_{II} – ikkinchi bissektor tekisligi, bu fazoning ikkinchi va to‘rtinchi choraklaridan o‘tuvchi tekislikdir.

Xossasi: Agar har qanday **A** nuqta bissektor tekisligiga tegishli bo‘lsa, u holda **A** nuqta gorizontal va frontal proyeksiyalar tekisliklaridan teng masofada yotadi.

3.4. Tekislikda yotuvchi to‘g‘ri chiziq va nuqta

To‘g‘ri chiziq yoki nuqtaning tekislikda yotishi geometriyaga asoslanadi (3.22 - chizma).



3.22 - chizma.

1. Agar **(MN)** to‘g‘ri chiziq **P** tekislik bilan ikkita umumiy nuqtaga **(1, 2)** ega bo‘lsa, u tekislikda yotadi: **(MN) ⊂ P.**

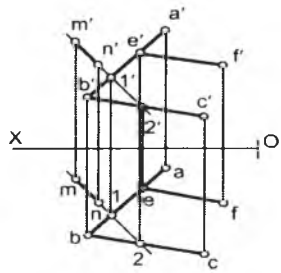
2. Agar **(EF)** to‘g‘ri chiziq **P** tekislikdagi **(E)** bitta nuqtadan o‘tib, undagi **(BC)** to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lsa, to‘g‘ri chiziq ham tekislikda yotadi:

$$(EF) \cap (AB) = (\bullet)\ E \in P \wedge (EF) \parallel (BC) \Rightarrow (EF) \subset P$$

Misol: **(AB)** va **(BC)** kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlar bilan berilgan **P** tekislikda yotuvchi **(MN)** to‘g‘ri chiziqning yetishmagan gorizontal proyeksiyasi topilsin (3.23 - chizma).

Berilgan:
P((AB) ∩ (BC)) ∧
(MN) ⊂ P

Topish kerak:
(mn) – ?



3.23 - chizma.

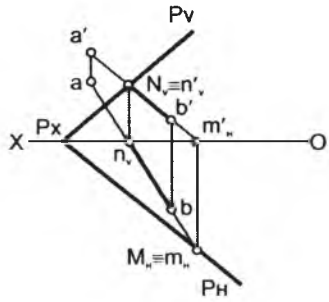
3. Agar **(AB)** to‘g‘ri chiziqning bir nomli izlari **P** tekislikning bir nomli izlariga tegishli bo‘lsa, to‘g‘ri chiziq ham tekislikka tegishli bo‘ladi:

$$(AB) \cap H = M_H \in P_H \wedge (AB) \cap V = N_V \in P_V \Rightarrow (AB) \subset P$$

Misol: Izlari bilan berilgan **P** tekislikda yotuvchi **(AB)** to‘g‘ri chiziqning frontal proyeksiyasi a’b′ berilgan, uning gorizontal proyeksiyasi topilsin (3.24 - chizma).

Berilgan:
$P(P_H, P_V) \wedge (AB) \subset P$

Topish kerak:
(ab) – ?



3.24 - chizma.

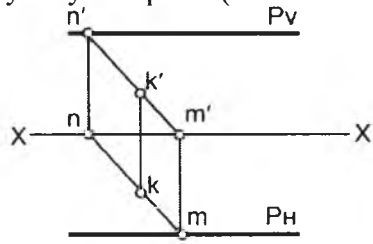
4. Agar biror **(•)K** nuqta tekislikda yotuvchi to‘g‘ri chiziqqa tegishli bo‘lsa, u holda **(•)K** nuqta tekislikka tegishli bo‘ladi:

$$(\bullet)K \in (MN) \subset P \Rightarrow (\bullet)\, K \in P$$

Misol: Izlari bilan berilgan profil proyeksiyalovchi **P** tekislikda yotuvchi **K** nuqtaning yetishmagan proyeksiyasi topilsin (3.25-chizma).

Berilgan: $P(P_H, P_V) \perp W \wedge (\bullet)\, K \in P$

Topish kerak:
(k) – ?

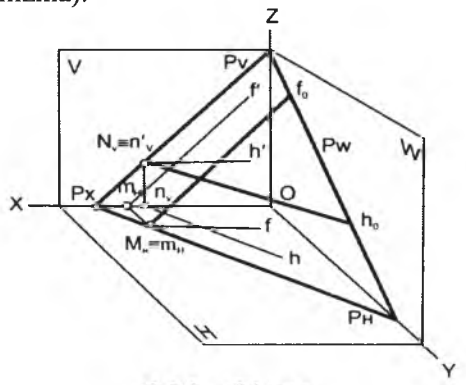


3.25 - chizma.

3.5. Tekislikning bosh chiziqlari

Tekislikda yotuvchi va **H, V, W** proeksiya tekisliklarining biriga parallel bo‘lgan chiziqlarga tekislikning **bosh chiziqlari** deyiladi.

Umumiy vaziyatdagi **P** tekislikning fazoviy chizmasini ko‘rib chiqamiz (3.26-chizma).



3.26 - chizma.

$\mathbf{h_0}$ – tekislikning gorizontal chizig‘i.

$\mathbf{f_0}$ – tekislikning frontal chizig‘i.

Tekislikning gorizontal chizig‘i **P** tekislikka tegishli bo‘lib, gorizontal proyeksiyalar tekisligiga paralleldir:

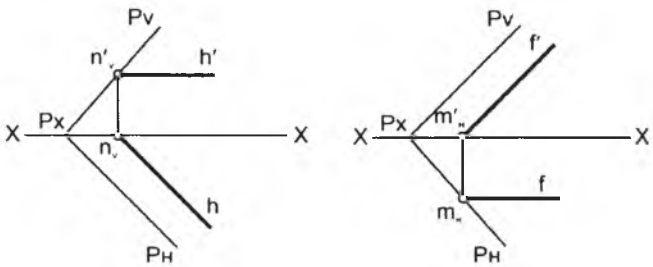
$$\mathbf{h_0 \subset P \wedge h_0 \parallel H}$$

Tekislikning frontal chiziqli **P** tekislikka tegishli bo‘lib, frontal proyeksiyalar tekisligiga paralleldir:

$$\mathbf{f_0 \subset P \wedge f_0 \parallel V}$$

Umumiy vaziyatdagi P tekislikning epyur - chizmasini ko‘rib chiqamiz. (3.27 - chizma).

3.27-chizmada izlari bilan berilgan **P** tekislikning gorizontal va frontali ko‘rsatilgan.



3.27 - chizma.

Chizmadan ko‘rinib turibdiki, **P** tekislik gorizontalining frontal proyeksiyasi proyeksiyalar o‘qiga parallel va gorizontalning gorizontal proyeksiyasi esa tekislikning gorizontal iziga paralleldir:

$$h_0 \subset P \wedge h_0 \parallel H \Rightarrow h' \parallel [ox) \wedge h \parallel P_H$$

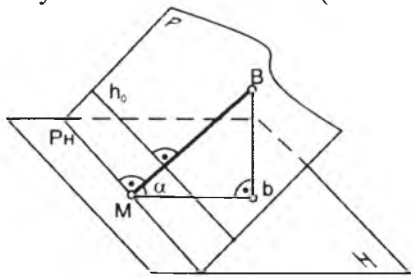
Chizmadan ko‘rinib turibdiki, **P** tekislik frontalining gorizontal proyeksiyasi proyeksiyalar o‘qiga parallel va frontalining frontal proyeksiyasi esa tekislikning frontal iziga paralleldir:

$$f_0 \subset P \wedge f_0 \parallel V \Rightarrow f \parallel [ox) \wedge f' \parallel P_V$$

3.6. Tekislikning eng katta og‘ma chizig‘i

Tekislikda yotuvchi va tekislikning gorizontaliga yoki frontaliga perpendikular bo‘lgan chiziqlarga tekislikning **eng katta qiyalik chiziqlari** deyiladi.

P tekislikning gorizontal proyeksiya tekisligiga nisbatan eng katta qiyalik chizig‘ining fazoviy chizmasini ko‘ramiz. (3.28 - chizma).



3.28 - chizma.

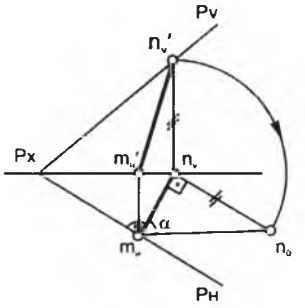
(BM) – **P** tekislikning gorizontal proyeksiyalar tekisligiga nisbatan eng katta qiyalik chizig‘i:

$$(BM) \subset P \wedge (BM) \perp h_0 \wedge (BM) \perp P_H$$

Misol: **P** tekislik izlari bilan berilgan, uning gorizontal proyeksiyalar tekisligiga nisbatan og‘ish burchagi topilsin (3.29 - chizma).

Berilgan:
$\mathbf{P\ (P_H\ ,\ P_V\ )}$

Topish kerak:
$\mathbf{\angle\ \alpha = P\ \hat{}\ H}$



3.29 - chizma

** George Young. Descriptive Geometry. London, 2013, page 72*

Uchinchi bobga doir testlar

1. Bissektor tekisliklarni soni nechta?
A) ikkita B) to‘rtta C) uchta D) sakkizta

2. Xususiy vaziyatdagi tekisliklarni soni nechta?
A) to‘rtta B) ikkita **C) oltita** D) sakkizta

3. Bissektor tekisligi qaysi proyeksiyalar tekisligiga perpendikulars bo‘ladi?
A) frontal va gorizontal B) gorizontal C) frontal **D) profil**

4. Birinchi bissektor tekisligi fazoning qaysi choraklaridan o‘tadi?
A) ikkinchi va to‘rtinchi **B) birinchi va uchinchi** C) birinchi va ikkinchi D) birinchi va to‘rtinchi

5. Gorizontal tekislik proyeksiya tekisliklari bilan qanday izlarni hosil qilish mumkin?
A) gorizontal, profil B) gorizontal, frontal **C) frontal, profil** D) faqat gorizontal

6. Tekislikka tegishli bo‘lib, frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziqning nomi nima?
A) frontal chiziq B) ixtiyoriy chiziq C) gorizontal chiziq D) profil chiziq

7. Gorizontal to‘g‘ri chiziqning qaysi proyeksiyalari proyeksiya o‘qlariga parallel bo‘ladi?

A) hamma proyeksiya lari	B) gorizontal va frontal	C) gorizontal va profil	**D) frontal va profil**

8. Frontal to‘g‘ri chiziqning qaysi proyeksiyasi haqiqiy uzunlikda proyeksiyalanadi?

A) gorizontal proyeksiyasi	**B) frontal proyeksiyasi**	C) profil proyeksiyasi	D) xamma proyeksiyasi

9. Tekislikning gorizontal chiziq’i qaysi proyeksiyalar tekisligiga parallel bo‘ladi?

A) gorizontal proyeksiyalar tekisligiga	B) frontal proyeksiyalar tekisligiga	C) profil proyeksiyalar tekisligiga	D) hamma proyeksiyalar tekisligiga

Mustahkamlash uchun savollar

1. Tekislikning chizmada berilishini ayting.
2. Tekislikning izlari deb nimaga aytiladi?
3. Tekislikning gorizontal, frontal, profil izlari qanday hosil qilinadi?
4. Umumiy vaziyatdagi tekislik deb qanday tekislikka aytiladi?
5. Xususiy vaziyatdagi tekisliklar deb qanday tekisliklarga aytiladi?
6. Gorizontal tekislik deb qanday tekislikka aytiladi?
7. Gorizontal tekislik qanday xossaga ega?
8. Frontal tekislik deb qanday tekislikka aytiladi?
9. Frontal tekislik qanday xossaga ega?
10. Profil tekislik deb qanday tekislikka aytiladi?
11. Profil tekislik qanday xossaga ega?
12. Qanday tekisliklar proyeksiyalovchi tekisliklar deb aytiladi?
13. Gorizontal proyeksiyalovchi tekislik deb qanday tekislikka aytiladi?
14. Gorizontal proyeksiyalovchi tekislik qanday xossaga ega?
15. Gorizontal proyeksiyalovchi tekislik fazoning qaysi choraklaridan o‘tadi?
16. Frontal proyeksiyalovchi tekislik deb qanday tekislikka aytiladi?
17. Frontal proyeksiyalovchi tekislik qanday xossaga ega?

18. Frontal proyeksiyalovchi tekislik fazoning qaysi choraklaridan o‘tadi?

19. Profil proyeksiyalovchi tekislik deb qanday tekislikka aytiladi?

20. Profil proyeksiyalovchi tekislik qanday xossaga ega?

21. Profil proyeksiyalovchi tekislik fazoning qaysi choraklaridan o‘tadi?

22. Qanday tekislik bissektor tekisligi deb ataladi?

23. Birinchi bissektor tekisligi fazoning qaysi choraklaridan o‘tadi?

24. Ikkinchi bissektor tekisligi fazoning qaysi choraklaridan o‘tadi?

25. Bissektor tekisliklari qanday xossaga ega?

26. Nuqtaning tekislikka tegishliligi qanday aniqlanadi?

27. To‘g‘ri chiziqni tekislikka tegishliligi qanday aniqlanadi?

28. Tekislikning bosh chiziqlari deb qanday chiziqlarga aytiladi?

29. Tekislikning eng katta qiyalik chizig‘i deb qanday chiziqqa aytiladi?

IV bob. TO‘G‘RI CHIZIQ VA TEKISLIK. IKKI TEKISLIK

4.1. To‘g‘ri chiziq va tekisliklarning o‘zaro vaziyatlari

Fazoda to‘g‘ri chiziq va tekislik o‘zaro quyidagi vaziyatda bo‘lishi mumkin:

1) to‘g‘ri chiziq tekislik bilan bir nuqtada kesishadi:

$$(AB) \cap P = (\bullet)\, K$$

2) to‘g‘ri chiziq tekislik bilan o‘zaro parallel;

$$(AB) \cap P = (\bullet)\, K \infty$$

Bu holda to‘g‘ri chiziq bilan tekislik noxos nuqtada kesishadi.

Fazoda ikki tekislik o‘zaro quyidagi vaziyatda bo‘lishi mumkin:

1) ikki tekislik bir to‘g‘ri chiziqda kesishadi;

$$P \cap Q = (MN)$$

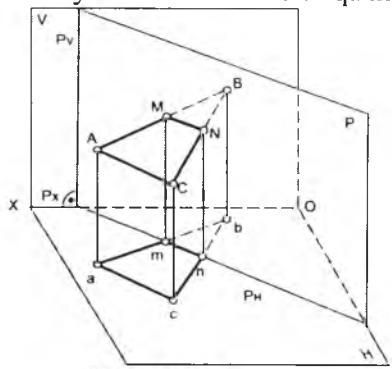
2) ikki tekislik o‘zaro parallel;

$$P \cap Q = (MN) \infty$$

Bu holda ikki tekislik noxos to‘g‘ri chiziqda kesishadi.

4.2.To‘g‘ri chiziqning xususiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishishi

Gorizontal proyeksiyalovchi **P** tekislikning va umumiy vaziyatdagi **(AB)** to‘g‘ri chiziqning fazoviy chizmasini ko’rib chiqamiz, (4.1- chizma).

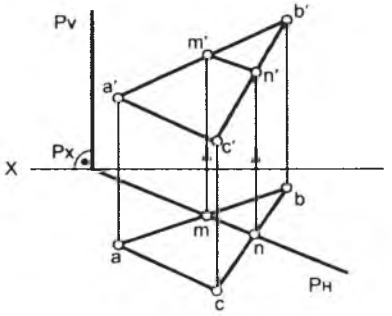


4.1 - chizma.

(AB) to‘g‘ri chiziq **P** tekislik bilan bir nuqtada kesishadi.

$$(AB) \cap P = (\bullet)M$$

To‘g‘ri chiziqning P tekislik bilan kesishish nuqtasi ham to‘g‘ri chiziqqa, ham tekislikka tegishli bo‘ladi. Tekislik xususiy vaziyatda bo‘lganda uning umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq bilan kesishish nuqtasini topish osonlashadi, ya’ni kesishish nuqtasining bir proyeksiyasi tekislikning tegishli izida bo‘lib, uni belgilab, vertikal bog‘lovchi chiziq yordamida ikkinchi proyeksiyasi topiladi. (4.2 - chizma).



4.2 - chizma.

4.1, 4.2 - **chizma**larda **(AB)** to‘g‘ri chiziqning **B** uchidan umumiy vaziyatdagi **(BC)** to‘g‘ri chiziq o‘tkazamiz, bu chiziq ham **P** tekislik bilan bir nuqtada kesishadi;

$$(BC) \cap P = (\bullet)N$$

4.3. Umumiy va xususiy vaziyatda bo‘lgan tekisliklarning o‘zaro kesishishi

Endi **(AB)** va **(BC)** kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlarimiz umumiy vaziyatdagi tekislikni beradi.

Umumiy vaziyatdagi **ΔABC** tekislik xususiy vaziyatda bo‘lgan **P** tekislik bilan to‘g‘ri chiziq bo‘yicha kesishadi;

$$(MN) \subset P \wedge (MN) \subset (\Delta ABC) \Rightarrow P \cap (\Delta ABC) = (MN)$$

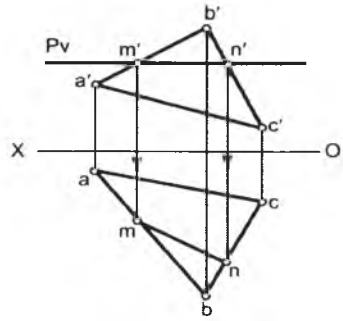
Ikki tekislikning kesishish chizig‘i **(MN)**ning gorizontal proyeksiyasi gorizontal proyeksiyalovchi **P** tekislikning gorizontal izida bo‘ladi.

Xulosa: Agar kesishuvchi tekisliklardan bittasi xususiy vaziyatda bo'lsa, u holda tekisliklarning kesishish chizig'ining bitta proyeksiyasi ma'lum bo'ladi. Faqat uni belgilab ikkinchi proyeksiyasi topiladi.

Misol: Umumiy vaziyatdagi **Q(Δ ABC)** tekislik bilan gorizontal **P** tekislikning kesishish chizig'i topilsin (4.3 - chizma).

Berilgan:
Q(Δ ABC) ∧ P(Pv), P || H

Topish kerak:
(MN) = P ∩ Q

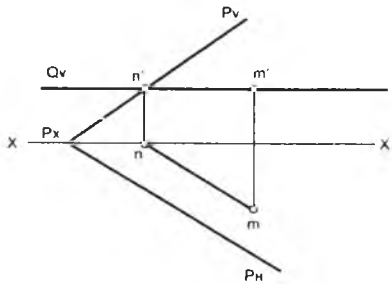


4.3 - chizma.

Misol: Izlari bilan berilgan umumiy vaziyatdagi **P** tekislikning gorizontal **Q** tekislik bilan kesishish chizig'i topilsin. (4.4 - chizma).

Berilgan: **P(PH ,PV), ∧ Q(QV), Q || H**

Topish kerak: **P ∩ Q = (MN) || H**

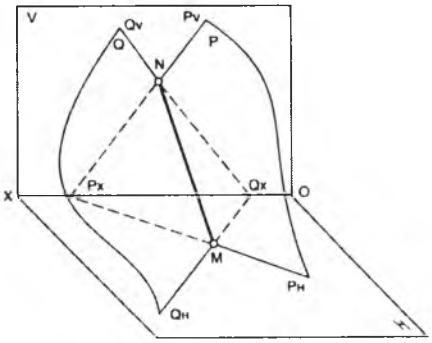


4.4 - chizma.

Xulosa: Kesishayotgan tekisliklarning biri gorizontal tekislik bo'lgani uchun kesishish chizig'ining tavsifi ham gorizontal to'g'ri chiziq bo'ladi.

4.4. Umumiy vaziyatdagi tekisliklarning o'zaro kesishishi

Umumiy vaziyatda berilgan **Q(QH,QV,)** va **P(PH,PV)** tekisliklarning kesishishi fazoviy chizmasi 4.5-chizmada keltirilgan.

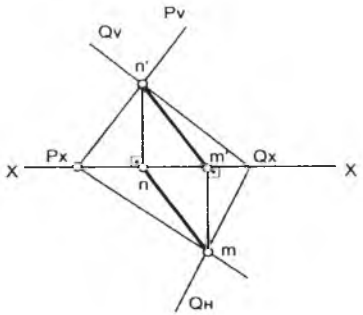


4.5 - chizma.

Ikki tekislikning kesishish chizig'i bir to'g'ri chiziqdan **(MN)** iborat bo'lib, uni topish uchun tekisliklarning bir nomli izlarining kesishgan nuqtasini belgilash kifoya;

$$Q_V \cap P_V = (\bullet)N(n, n') \text{ va } Q_H \cap P_H = (\bullet)M(m, m')$$

Q va **P** tekisliklarning kesishish chizig'ini aniqlash epyuri 4.6-chizmada ko'rsatilgan.

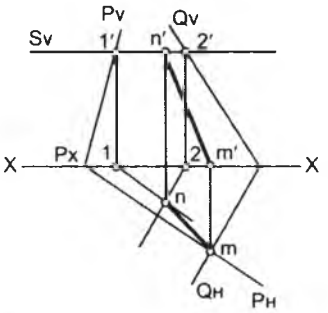


4.6 - chizma

Agarda kesishayotgan umumiy vaziyatdagi ikki tekislikning bir nomli izlaridan biri kesishmasa, u holda tekisliklarning kesishish chizig'ini topish uchun yordamchi tekisliklar o'tkaziladi. Yordamchi tekisliklar sifatida xususiy vaziyatdagi proyeksiyalovchi tekisliklar olinadi.

Berilgan umumiy vaziyatdagi ikki tekislik (4.7 - chizma).

Berilgan: $Q(Q_H, Q_V) \wedge P(P_H, P_V)$
Topish kerak: $(MN) = Q \cap P$



4.7 - chizma.

Yechish: 1) **M** nuqtani topish uchun **Q** va **P** tekisliklarning gorizontal izlari kesishgan nuqtani belgilaymiz: **M(m, m′).**

2) **N** nuqtani topish uchun xususiy vaziyatdagi yordamchi gorizontal **S** tekislik o‘tkazamiz;

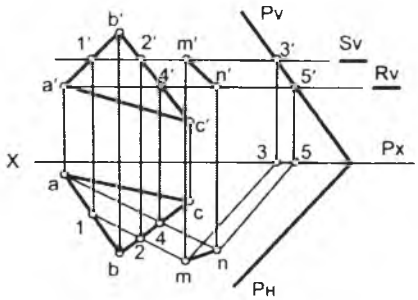
$$(S \cap P) \cap (S \cap Q) = N(n, n').$$

O‘tkazgan yordamchi **S** tekisligimiz har ikki tekislik bilan gorizontal chiziqlar bo‘yicha kesishib (1, 2), o‘z navbatida, bu gorizontal kesishish chiziqlari uchrashib, **N(n, n′)** nuqtani beradi.

Agarda kesishayotgan umumiy vaziyatdagi ikki tekislikning biri uchburchak bo‘lib, ikkinchisi esa, izlari orqali berilsa, bu holda tekisliklarning kesishish chizig‘ini topish uchun yordamchi tekisliklar o‘tkaziladi. Yordamchi tekisliklar sifatida xususiy vaziyatdagi proyeksiyalovchi tekisliklar olinadi.

Misol: Umumiy vaziyatda berilgan **Q(ΔABC)** va izlari orqali berilgan umumiy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ tekisliklarning kesishish chizig‘i topilsin (4.8 - **chizma**).

Berilgan: $Q\ (\Delta\ ABC) \wedge P(P_H, P_V)$
Topish kerak: $(MN) = Q \cap P$



4.8 - chizma.

Yechish: 1) **M** nuqtani topish uchun xususiy vaziyatdagi yordamchi gorizontal **S** tekislik o'tkazamiz:

$$(S \cap P) \cap (S \cap Q) = M(m, m').$$

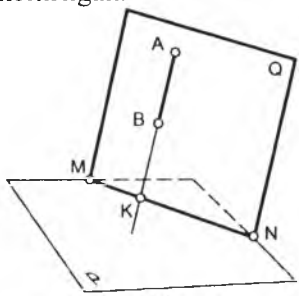
2) **N** nuqtani topish uchun xususiy vaziyatdagi yordamchi gorizontal **R** tekislik o'tkazamiz:

$$(R \cap P) \cap (R \cap Q) = N(n, n').$$

Xulosa: Kesishayotgan tekisliklarning har ikkisi umumiy vaziyatda bo'lsa, ularning kesishish chizig'ining tavsifi umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq bo'ladi.

4.5. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning umumiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishishi

Umumiy vaziyatdagi **(AB)** to'g'ri chiziq va **P** tekislikning fazoviy chizmasi 4.9-chizmada keltirilgan.



4.9 - chizma.

Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning tekislik bilan kesishgan nuqtasini **(AB)** $\cap$ **P** = (•) **K** topish uchun quyidagi uchta shart bajariladi:

1. Berilgan **(AB)** to'g'ri chiziq orqali yordamchi **Q** tekislik o'tkaziladi, yordamchi tekislik sifatida xususiy vaziyatdagi proyeksiyalovchi tekislik olinadi:

$$(AB) \subset Q$$

2. Yordamchi **Q** tekislik bilan berilgan **P** tekislikning kesishish chizig'i **(MN)** topiladi: $Q \cap P = (MN)$

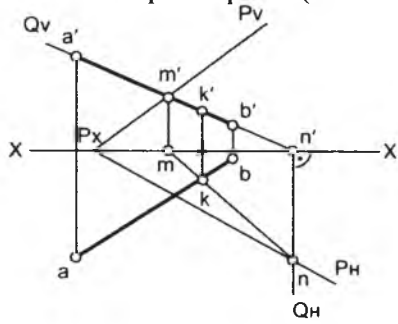
3. **Q** va **P** tekisliklarning kesishish chizig'i **(MN)** bilan berilgan **(AB)** to'g'ri chiziqning kesishgan nuqtasi K topiladi:

$$(MN) \cap (AB) = (\bullet)\ K$$

Misol: Umumiy vaziyatda berilgan **(AB)** to‘g‘ri chiziq bilan **P (P_H , P_V)** tekislikning kesishish nuqtasi topilsin (4.10 - chizma).

Berilgan:
P(P_H , P_V) ∧ (AB)

Topish kerak:
(•) K =(AB) ∩ P

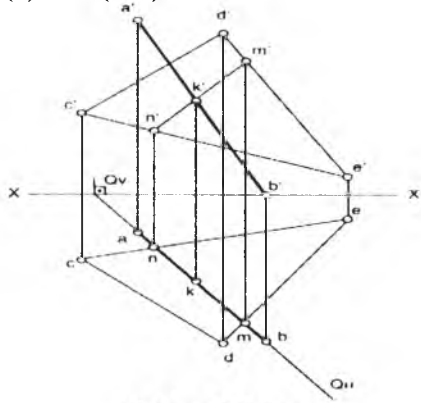


4.10 - chizma.

Misol: Umumiy vaziyatda berilgan **(AB)** to‘g‘ri chiziq bilan **P(ΔCDE)** tekislikning kesishish nuqtasi topilsin (4.11 - **chizma**).

Berilgan: **P(Δ CDE) ∧ (AB)**

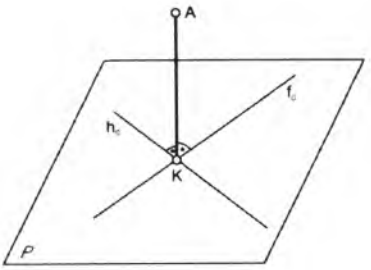
Topish kerak: **(•) K = (AB) ∩ P**



4.11 - chizma

4.6. To‘g‘ri chiziqning tekislikka perpendikularligi

Agar to‘g‘ri chiziq tekislikdagi kesishuvchi gorizontal, frontal chiziqlarga perpendikular bo‘lsa, u holda to‘g‘ri chiziq tekislikka ham perpendikular bo‘ladi (4.12 - **chizma**).



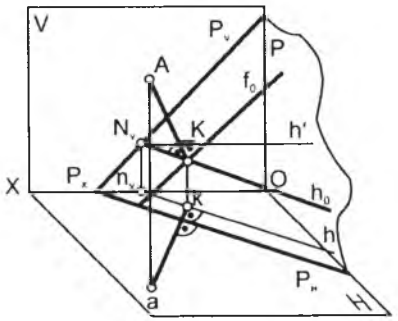
4.12 - chizma.

1. Tekislikning kesishuvchi chiziqlari sifatida tekislikning gorizontali **(h_0)** va frontali **(f_0)** olinadi (4.13 va 4.14- chizmalar).

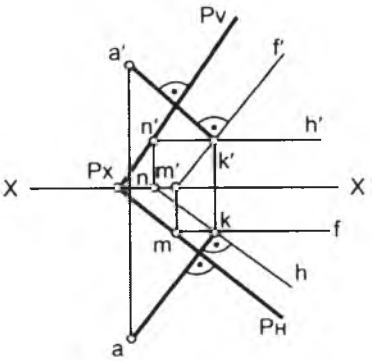
$$(AK) \perp P \Rightarrow (ak) \perp h \wedge (a'\ k') \perp f'$$

2. Agar to'g'ri chiziq tekislikka perpendikular bo'lsa, to'g'ri chiziqning bir nomli proyeksiyalari tekislikning bir nomli izlariga perpendikular bo'ladi:

$$(AK) \perp P \Rightarrow (ak) \perp P_H \wedge (a'\ k') \perp P_V$$



4.13–chizma



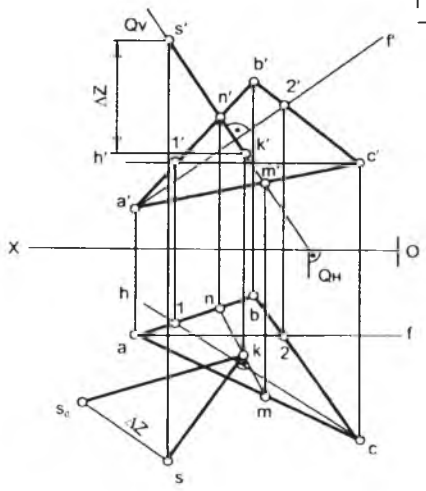
4.14- chizma

Masalalarni yechish algoritmi

Misol: **S** nuqtadan **P(ΔABC)** tekisligigacha bo'lgan masofa aniqlansin (4.15-chizma). Bu misol talabalarning (2-epyur) uy-grafik ishlari bo'lib, **A, B, C** nuqtalarning va **S** nuqtaning **(X, Y, Z)** koordinatalari millimetrlarda variant asosida beriladi.

Berilgan: **P(Δ ABC) ∧ (•)S**
Topish kerak: **| SK | – ?**

№	X	Y	Z
A	65	20	10
B	35	10	40
C	10	45	20
S	55	50	50



4.15 - chizma.

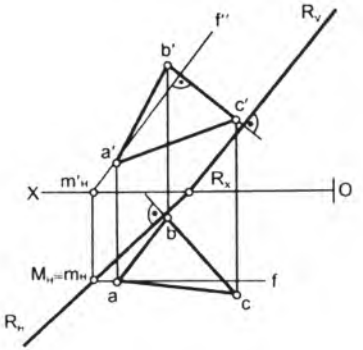
2 - epyur quyidagi algoritm asosida yechiladi:

1) $\mathbf{h_0\,(h, h') \subset (\bullet)C(c, c')}$, $\mathbf{f_0\,(f, f') \subset (\bullet)A(a, a')}$
2) $\mathbf{s' \perp (f'),\ s \perp (h)}$
3) $\mathbf{\perp_{(\bullet)S} \subset Q \perp V}$
4) $\mathbf{Q \cap P(\Delta\ ABC) = (MN)}$
5) $\mathbf{(MN) \cap \perp_{(\bullet)S} = (\bullet)K(k, k')}$
6) $\mathbf{|\ SK\ | = [\ S_0\ k\ ] = ?\ mm}$

Misol: **ΔABC** tekislikning **A** uchidan **BC** tomoniga perpendikular **R** tekislik izlari bilan o'tkazilsin. (4.16 - chizma). Bu misol talabalarning (3-epyur) uy-grafik ishlari bo'lib, **A, B, C** nuqtalarning **(X, Y, Z)** koordinatalari millimetrlarda variant asosida beriladi.

Berilgan: **P(Δ ABC)**
Topish kerak: **(•)A∈R(R_H , R_V) ⊥(BC)-?**

№	X	Y	Z
A	60	30	10
B	40	10	45
C	15	40	25



4.16 - chizma.

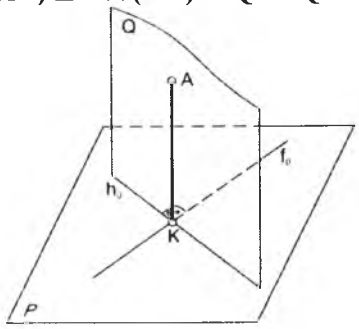
3 - epyur quyidagi algoritm asosida yechiladi:

1) $f_0\,(f\,f') \subset (\bullet)A(a\,a'),\ f' \perp (b'\,c') \wedge f \parallel [ox)$
2) $f_0 \cap H = M_H(m_H', m_H)$
3) $M_H(m_H) \in R_H \perp (b\,c)$
4) $R_H \cap [ox) = R_X$
5) $R_X \in R_V \perp (b'\,c') \wedge R_V \parallel f'$

4.7. Tekisliklarning o'zaro perpendikularligi

Agar bir tekislik ikkinchi tekislikka perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziq orqali o'tsa, u holda ikki tekislik o'zaro perpendikular bo'ladi (4.17 - chizma).

$$(AK) \perp P \wedge (AK) \subset Q \Rightarrow Q \perp P$$

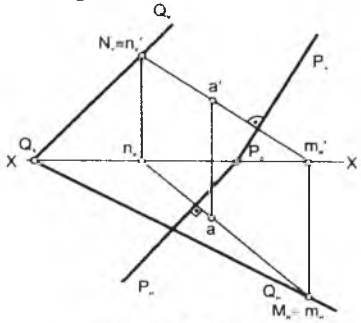


4.17 - chizma.

Misol: Berilgan **P** tekislik izlari orqali, nuqta **A** va **Q** tekislikning proyeksiya o'qi **[ox)**dagi nuqtasi Q_X . **A** nuqta orqali **P** tekislikka perpendikular bo'lgan **Q** tekislik o'tkazilsin (4.18 - chizma).

Berilgan: $P(P_H , P_V)$, $(\bullet)A \wedge (\bullet)Q_X$

Topish kerak: $(\bullet)A \in Q \perp P$



4.18 - chizma.

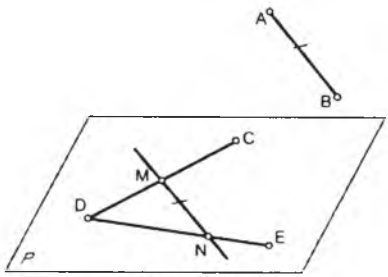
Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi:

1) $(\bullet)A \perp P$
2) $\perp_{(\bullet)A} \cap H = M_H(m_H , m_H')$
3) $\perp_{(\bullet)A} \cap V = N_V(n_V , n_V')$
4) $(\bullet)N_V(n_V') \cup (\bullet)Q_X = Q_V$, $(\bullet)M_H(m_H) \cup (\bullet)Q_X = Q_H$

4.8. To'g'ri chiziqning tekislikka parallelligi

Agar fazodagi to'g'ri chiziq tekislikka tegishli birorta to'g'ri chiziqqa parallel bo'lsa, u holda bu to'g'ri chiziq tekislikka ham parallel bo'ladi (4.19 - chizma).

$$(AB) \parallel (MN) \subset P \Rightarrow (AB) \parallel P$$

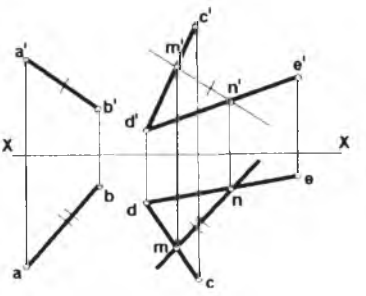


4.19 - chizma.

Misol: P tekislikka parallel bo‘lgan **(AB)** to‘g‘ri chiziqning yetishmagan proyeksiyasi topilsin (4.20 - chizma).

Berilgan: **P((CD)∩(DE)), (AB) || P**

Topish kerak: **(a b) – ?**

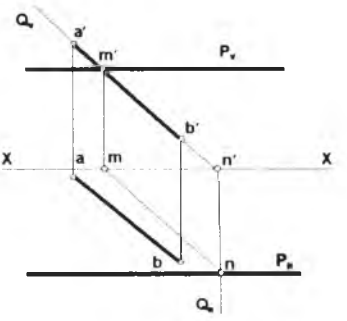


4.20 - chizma.

Misol: P profil proyeksiyalovchi tekislikka parallel bo‘lgan **(AB)** to‘g‘ri chiziqning yetishmagan proyeksiyasi topilsin. (4.21 - chizma).

Berilgan:
$P(P_H, P_V) \perp W$, (AB) || P

Topish kerak:
(a b) – ?



4.21 - chizma.

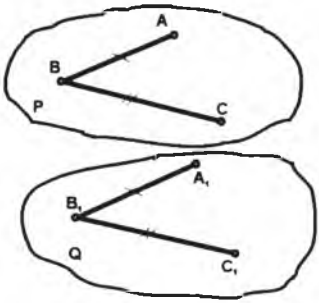
Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi:

1) **(AB) ⊂ Q ⊥ V**
2) **Q ∩ P = (MN)**
3) **(AB) || (MN)**

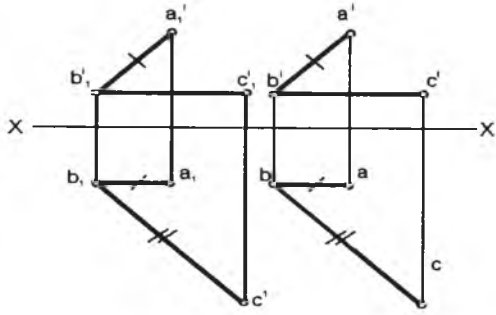
4.9. Ikki tekislikning parallelligi

1. Agar bir tekislikka tegishli ikki kesishuvchi chiziqlar, ikkinchi tekislikka tegishli ikki kesishuvchi chiziqlarga mos ravishda parallel bo‘lsa, u holda bu tekisliklar o‘zaro parallel bo‘ladi (4.22, 4.23 - chizmalar).

$$(AB) \parallel (A_1B_1) \wedge (BC) \parallel (B_1C_1) \Rightarrow P \parallel Q$$



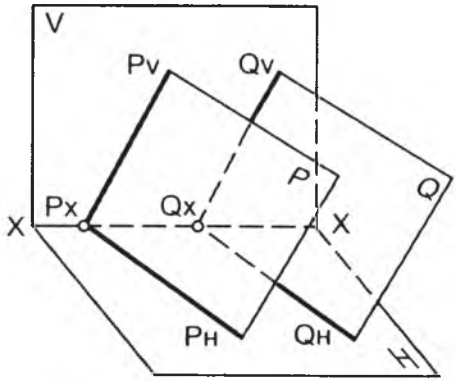
4.22 - chizma.



4.23 - chizma.

2. Agar ikki tekislik o'zaro parallel bo'lsa, u holda ularning bir nomli izlari ham o'zaro parallel bo'ladi. (4.24 - chizma).

$$P_H \parallel Q_H \wedge P_V \parallel Q_V \Rightarrow P \parallel Q$$

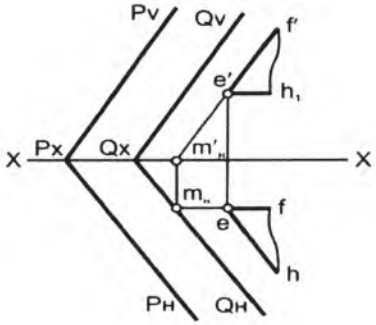


4.24 - chizma.

Misol: **P** tekislikning izlari va **E** nuqta berilgan. **E** nuqta orqali **P** tekislikka paralel **Q** tekislik izlari bilan o'tkazilsin (4.25 - chizma).

Berilgan: $P(P_H , P_V) \wedge (\bullet)\ E$

Topish kerak: $E \in Q(Q_H , Q_V) \wedge Q \parallel P$



4.25 - chizma.

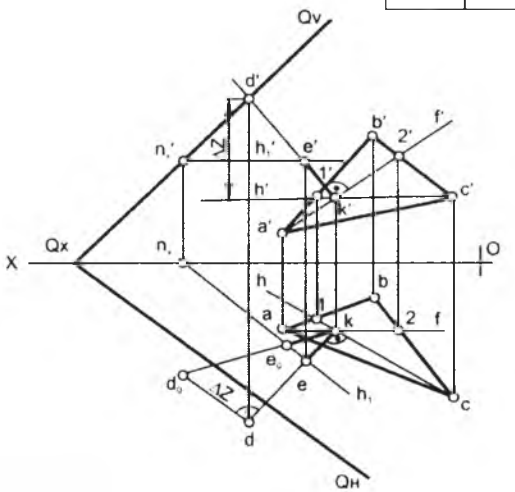
Masalalarni yechish algoritmi

Misol: **ΔABC** tekislikka parallel bo'lgan va undan 20 mm uzoqlikda **Q** tekislik izlari orqali otkazilsin (4.26 - chizma). Bu misol talabalarning (4- epyur) mustaqil-grafik ishlari bo'lib, **A,B,C** nuqtalarning **(X,Y,Z)** koordinatalari millimetrlarda variant asosida beriladi.

Berilgan: **P(Δ ABC)**

Topish kerak:**Q(Q_H , Q_V) || P ∧ |QP| =20**

№	X	Y	Z
A	65	20	10
B	35	10	40
C	10	45	20



4.26 - chizma.

4 - epyur quyidagi algoritm asosida yechiladi:

1) $h_0\,(h\ h') \subset (\bullet)C(c\ c')$, $f_0\,(f\ f') \subset (\bullet)A(a\ a')$

2) $K\,(k'\ k) = h_0 \cap f_0$, $(k'\ k) \perp [ox)$

3) $(\bullet)K \perp P$, $(\bullet)k' \perp f' \wedge (\bullet)k \perp h$

4) $|KD| = [\ kd_0\ ]$

5) $|KE| = [\ k\ e_0] = 20$ **mm**

6) $(\bullet)E \in h_1 \cap V = N_V\,(n_v,\ n_v')$

7) $n_V' \in Q_V \parallel f' \wedge Q_H \parallel h$

8) $Q \parallel P \wedge |QP| = 20$ **mm.**

To'rtinchi bobga doir testlar

1. Umumiy vaziyatdagi ikki tekislikning kesishish chiziq'ini aniqlash uchun nechta nuqta topish kifoya?

A) to'rtta B) bitta D) uchta **E) ikkita**

2. Umumiy vaziyatdagi uchburchak tekislikning qaysi proyeksiyasi to'g'ri chiziq bo'lib proyeksiyalanadi?

A) gorizontal proyeksiyasi **B) hech qaysi proyeksiyasi** D) frontal proyeksiyasi E) profil proyeksiyasi

Mustahkamlash uchun savollar

1. Fazoda to'g'ri chiziq va tekislik qanday vaziyatlarda bo'lishi mumkin?
2. To'g'ri chiziqning xususiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishish nuqtasi qanday chiziladi?
3. Fazoda ikki tekislik qanday vaziyatlarda bo'lishi mumkin?
4. Xususiy va umumiy vaziyatdagi tekisliklarning kesishuv chizig'i qanday aniqlanadi?
5. Xususiy va umumiy vaziyatdagi tekisliklarning kesishuv chizig'i to'g'risida qanday xulosalar qilish mumkin?
6. Umumiy vaziyatdagi ikki tekisliklarning kesishuv chizig'i qanday aniqlanadi?
7. Umumiy vaziyatdagi ikki tekisliklarning kesishuvi to'g'risida qanday xulosa qilish mumkin?
8. Yordamchi tekisliklar sifatida qanday tekisliklar olinadi?
9. Umumiy vaziyatdagi tekislik bilan umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning kesishuv nuqtasini aniqlashda qanday shartlar bajariladi?

10. To‘g‘ri chiziqning tekislikka perpendikularligi qanday ta’riflanadi?

11. Ikki tekislikning o‘zaro perpendikularligi qanday ta’riflanadi?

12. To‘g‘ri chiziqni tekislikka parallelligi qanday ta’riflanadi?

13. Ikki tekislikning o‘zaro parallelligi qanday ta’riflanadi?

14. Parallel tekisliklarning bir nomli izlari epyurada qanday bo‘ladi?

V bob. PROYEKSIYALARNI QAYTA QURISH USULLARI

Geometrik elementlarning umumiy vaziyatdan xususiy vaziyatga keltirishga **epyurni qayta tuzish usuli** deyiladi.

Chizma geometriyada quyidagi usullar mavjud:

1. Proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish usuli. Bu usulda geometrik elementlar qo'zg'almas bo'lib, proyeksiyalar tekisliklari bir yoki bir necha yangi proyeksiyalar tekisliklari bilan almashtiriladi.

2. Aylantirish usuli. Bu usulda proyeksiyalar tekisliklari qo'zg'almas bo'lib, geometrik elementlar bizga qulay holatga, ya'ni xususiy vaziyatga kelguncha o'q atrofida aylantiriladi.

Joylashtirish usuli (tekislik o'z izlari atrofida aylantiriladi) aylantirish usulining xususiy holidir.

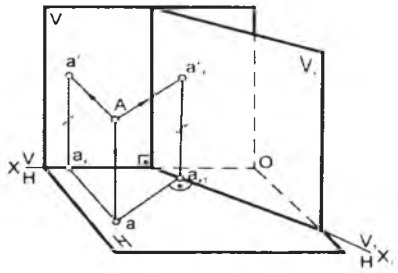
5.1. Proeksiyalar tekisliklarini almashtirish usuli

Bu usulda bir sistema ikkinchi sistema bilan quyidagi sxema bo'yicha almashtiriladi.

Bir marta almashtirilganda:

$$\mathbf{X\ V/H \Rightarrow X_1\ V_1/H} \text{ yoki } \mathbf{X\ V/H \Rightarrow X_1\ V/H_1}$$

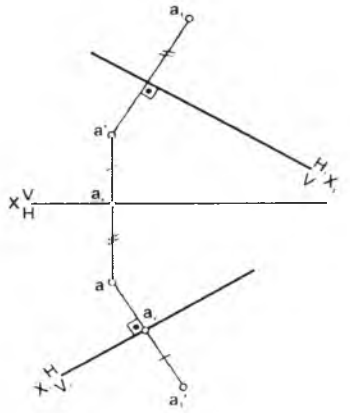
Eski sistemadan yangi sistemaga o'tish uchun frontal proyeksiyalar tekisligi $\mathbf{V_1}$ ni olamiz. $\mathbf{V_1 \perp H}$ bo'lishi shart (5.1 - chizma).



5.1 - chizma.

Fazoda **A** nuqta olib eski sistemaga proyeksiyalaymiz, so'ng yangi frontal proyeksiyalar tekisligi $\mathbf{V_1}$ ga proyeksiyalaymiz.

X V/H – eski sistema.
X – eski proyeksiyalar o‘qi.
$\mathbf{X_1}$ $\mathbf{V_1/H}$ – yangi sistema.
$\mathbf{V_1}$ – yangi frontal proyeksiyalar tekisligi.
$\mathbf{V_1 \cap H = X_1}$ – yangi proyeksiyalar o‘qi.
(•)A – fazodagi nuqta.
a – fazodagi **A** nuqtaning gorizontal proyeksiyasi.
a’ – fazodagi **A** nuqtaning frontal proyeksiyasi.
$\mathbf{a_1'}$ – fazodagi **A** nuqtaning yangi frontal proyeksiyasi.
A nuqtaning epyuri 5.2 - chizmada keltirilgan.



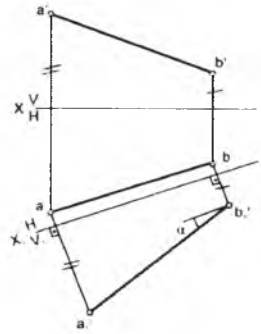
5.2 - chizma.

Nuqtaning yangi frontal proyeksiyasini topish uchun fazodagi **A** nuqtaning gorizontal proyeksiyalar tekisligigacha bo‘lgan masofasi yangi o‘qdan o‘lchab qo‘yiladi.

Ya’ni: $\mathbf{[a_1', a_{X1}] = [a', a_X]}$

Misol: **|AB|** kesmaning haqiqiy kattaligi topilsin (5.3 - chizma).

Berilgan: **[AB]**
Topish kerak: **|AB|**



5.3 - chizma.

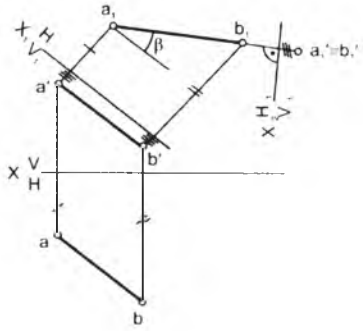
Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi.

1)$\mathbf{V \rightarrow V_1}$, $\mathbf{X_1 \parallel [\ a\ b\ ]}$

2)$\mathbf{[\ a_1'\ b_1'\ ] = [AB]}$, $\mathbf{[A_1B_1] \parallel V_1}$, $\mathbf{\angle \alpha = [AB]\ \hat{}\ H}$

Misol: Berilgan **[AB]** to'g'ri chiziq frontal proyeksiyalar tekisligi **V** ga proyeksiyalovchi holatga keltirilsin (5.4 - chizma).

Berilgan: **[AB]**
Topish kerak:
$\mathbf{[A_1B_1] \perp V_1}$



5.4 - chizma.

Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi:

1)$\mathbf{H \rightarrow H_1}$, $\mathbf{X_1 \parallel [\ a'\ b'\ ]}$, $\mathbf{[A_1B_1] \parallel H_1}$

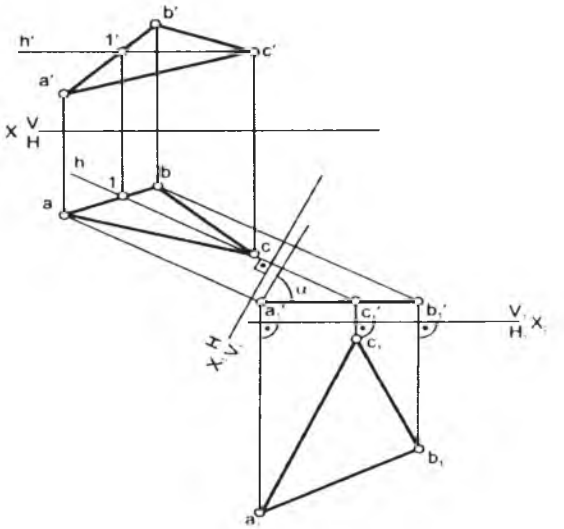
2)$\mathbf{V \rightarrow V_1}$, $\mathbf{X_2 \perp [\ a_1\ b_1\ ]}$, $\mathbf{[A_1B_1] \perp V_1}$

5-epyurni berishdan avval xususiy vaziyatdagi uchburchak tekisligining haqiqiy ko'rinishini topish o'rinli.

Masalalarni yechish algoritmi

Misol: **ΔABC** ning haqiqiy ko'rinishi topilsin (5.5 - chizma). Bu misol talabalarning (5-epyur) mustaqil-grafik ishlari bo'lib, **A, B, C** nuqtalarning **(X, Y, Z)** koordinatalari millimetrlarda variant asosida beriladi.

Berilgan: **P(Δ ABC)**	№	X	Y	Z
	A	60	30	10
Topish kerak: **|Δ ABC |**	B	30	10	40
	C	10	40	20



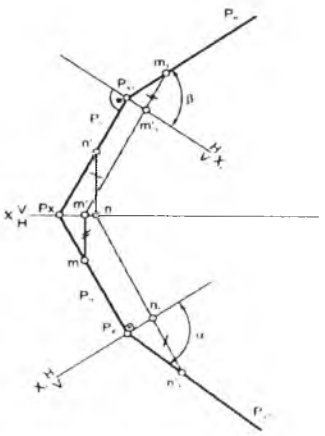
5.5 - chizma.

5 - epyur quyidagi algoritm asosida yechiladi:

1) $\mathbf{h_0(h\ h') \subset (\bullet)C(c\ c')}$, $\mathbf{h' \parallel [ox)}$
2) $\mathbf{V \rightarrow V_1}$, $\mathbf{(\Delta\ A_1B_1C_1) \perp V_1}$,
3) $\mathbf{H \rightarrow H_1}$, $\mathbf{X_2 \parallel (a_1'b_1'c_1')}$
4) $\mathbf{(\Delta\ A_1B_1C_1) \parallel H}$, $\mathbf{(\Delta\ a_1b_1c_1) = |\Delta\ ABC|}$

Misol: Izlari bilan berilgan **P** tekislikning gorizontal proyeksiyalar tekisligi **H** va frontal proyeksiyalar tekisligi **V** bilan hosil qilgan burchaklari topilsin (5.6 - chizma).

Berilgan: $P(P_H, P_V)$
Topish kerak:
$\angle \alpha = P \hat{} H$,
$\angle \beta = P \hat{} V$



5.6 - chizma.

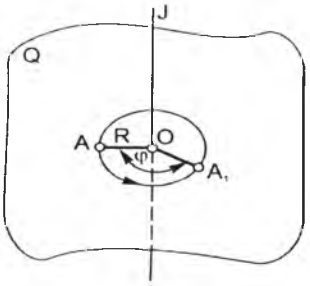
Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi.

1) $V \rightarrow V_1, X_1 \perp P_H$,
2) $N(n, n') \in P_V$
3) $N \rightarrow N_1(n_1, n_1')$
4) $P_{X1} \cup n_1' = P_{V1}$
5) $\angle \alpha = P \hat{} H$,

1) $H \rightarrow H_1, X_1 \perp P_V$,
2) $M(m, m') \in P_H$
3) $M \rightarrow M_1(m_1, m_1')$
4) $P_{X1} \cup m_1 = P_{H1}$
5) $\angle \beta = P \hat{} V$

5.2. Aylantirish usuli

Fazodagi **A** nuqtani **J** aylantirish o'qi atrofida aylantirish 5.7-chizmada keltirilgan.

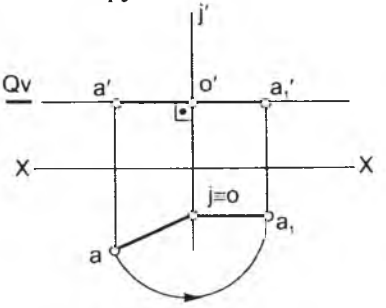


5.7 - chizma.

J – aylantirish o‘qi, u bo‘lishi mumkin **J⊥H, J⊥V, J||H, J||V.**
Q – aylantirish tekisligi, u bo‘lishi mumkin **Q⊥H, Q⊥V,Q||H, Q||V.**
Aylantirish tekisligi va aylantirish o‘qi doim o‘zaro perpendikular
$Q \perp J$ va $J \cap Q = O$
O – aylantirish markazi.
A – fazodagi nuqta
R – aylantirish radiusi, **[OA) = R**
A_1 – **A** nuqtaning yangi vaziyati,
φ – **A** nuqtaning burilish burchagi.

$$(\bullet)A \circlearrowright J_{\perp H} \rightarrow (\bullet)A_1$$

A nuqtaning aylantirish epyuri 5.8 - chizmada keltirilgan.



5.8 - chizma.

Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi:

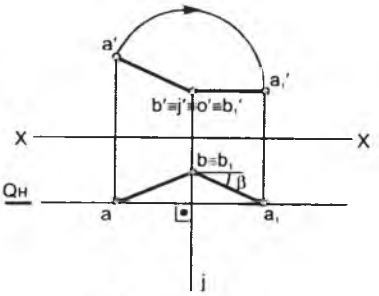
1) $(\bullet)A \in Q \perp J \wedge Q \parallel H , Q_V \parallel [ox)$
2) $J \cap Q = O(o', o)$
3) $O \cup A = [OA] = R = [oa]$

Agar nuqta gorizontal proyeksiya tekisligi **H** ga perpendikular o‘q atrofida aylantirilsa, nuqtaning gorizontal proyeksiyasi aylana bo‘ylab, frontal proyeksiyasi esa, **[ox)** o‘qiga parallel to‘g‘ri chiziq bo‘ylab harakatlanadi.

Agar nuqta frontal proyeksiya tekisligi **V** ga perpendikular o‘q atrofida aylantirilsa, nuqtaning frontal proyeksiyasi aylana bo‘ylab, gorizontal proyeksiyasi esa, **[ox)** o‘qiga parallel to‘g‘ri chiziq bo‘ylab harakatlanadi.

Misol: **[AB]** kesmaning haqiqiy uzunligi topilsin (5.9-chizma).

Berilgan: **[AB]**
Topish kerak: **|AB|**



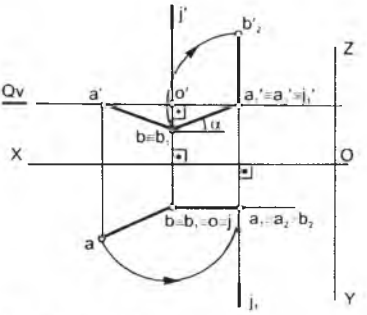
5.9 - chizma.

Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi:

$$J \perp V,\ Q \parallel V,\ \angle\beta = [AB]\ \hat{}\ V$$

Misol: **[AB]** to'g'ri chiziq **[OZ)** proyeksiya o'qiga parallel holatga kelguncha aylantirilsin. (5.10 - chizma).

Berilgan: **[AB]**
Topish kerak:
[AB] || [OZ)



5.10 - chizma.

Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi:

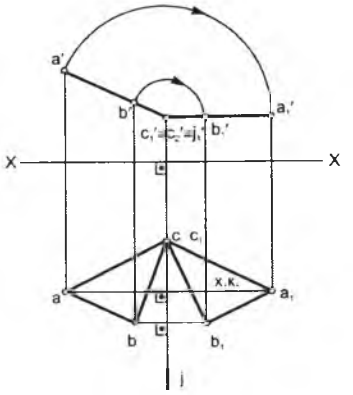
1)**[AB]** $\circlearrowleft J_{\perp H} \rightarrow [A_1B_1]$ va $[(a_1'b_1'] = |AB|, \angle\alpha = [AB]\ \hat{}\ H$

2)$[A_1B_1] \circlearrowleft J_{1\perp V} \rightarrow [A_2B_2] \parallel [OZ)$

Misol: **ABC** uchburchakning haqiqiy ko'rinishi topilsin (5.11 - chizma).

Berilgan:
(Δ ABC) ⊥ V

Topish kerak:
|Δ ABC|



5.11 - chizma.

Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi:

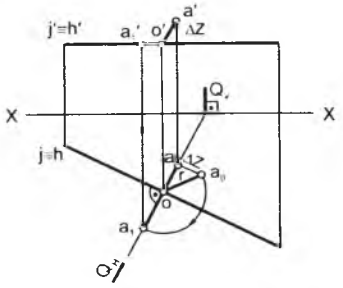
$$(\Delta\ ABC) \circlearrowleft J_{\perp V} \rightarrow (\Delta\ A_1B_1C_1) \parallel H$$

5.3. Gorizontal yoki frontal chiziq atrofida aylantirish.

A nuqtani gorizontal chiziq atrofida aylantirish 5.12-chizmada keltirilgan.

Berilgan:
J || H ∧ (•)A

Topish kerak:
(•)A ↻ $J_{\parallel H}$ → (•)A_1



5.12 - chizma.

Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi:

1) **(•)A ∈ Q ⊥ J**
2) **Q ∩ J = O**
3) **[o a_0] = R**

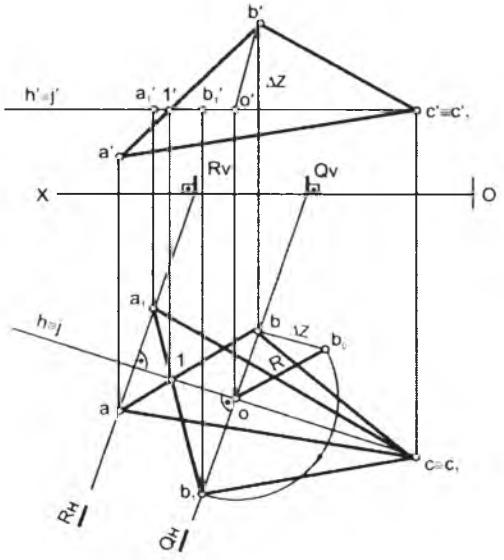
Misol: Berilgan **ΔABC**ni gorizontal yoki frontal chiziq atrofida aylantirib, haqiqiy ko‘rinishi topilsin (5.13-chizma). Bu misol talabalarning (6 - epyur) uy - grafik ishlari bo‘lib, **A,B,C** nuqtalarning **(X, Y, Z)** koordinatalari millimetrlarda variant asosida beriladi.

Berilgan: **P(Δ ABC)**

Topish kerak: **|Δ ABC | – ?**

№	X	Y	Z
A	70	30	10
B	40	15	40
C	10	40	20

(Δ ABC) $\circlearrowleft$ $J_{||H}$ → (Δ $A_1B_1C_1$) = |Δ ABC|



5.13 - chizma.

6 - epyur quyidagi algoritm asosida yechiladi:

1) $\mathbf{h_0(h, h') \subset (\bullet)C(c, c')}$, $\mathbf{h' \parallel [ox)}$
2) $\mathbf{(\bullet)C \in J_{||H} \rightarrow C_1 \equiv C}$
3) $\mathbf{(\bullet)B \in J_{||H} \rightarrow B_1}$
4) $\mathbf{(\bullet)A \in J_{||H} \rightarrow A_1}$
5) $\mathbf{(\bullet)A_1 \cup (\bullet)B_1 \cup (\bullet)C_1 \rightarrow (\Delta\ A_1B_1C_1) = |\Delta\ ABC|}$

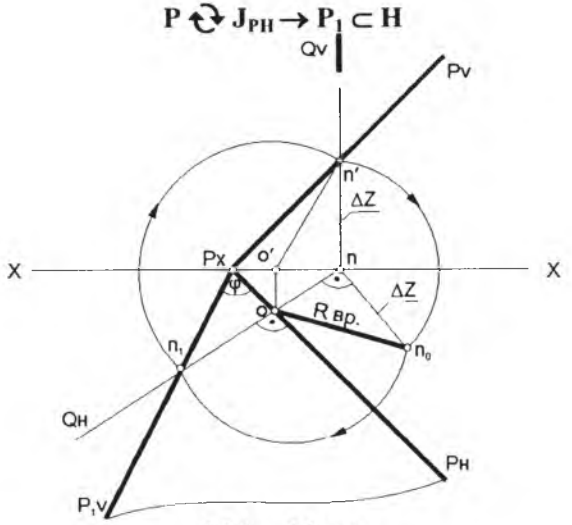
5.4. Joylashtirish usuli. (Tekisliklarning o‘z izlari atrofida aylantirish)

Bu usulda aylantirish o‘qi sifatida tekislikning gorizontal yoki frontal izlari olinadi.

Agar tekislik gorizontal proyeksiya tekisligi **H** ga joylashtirilsa, aylantirish o‘qi sifatida tekislikning gorizontal izi olinadi (5.14-chizma).

Agar tekislik frontal proyeksiya tekisligi **V** ga joylashtirilsa, aylantirish o‘qi sifatida tekislikning frontal izi olinadi (5.15-chizma).

Umumiy vaziyatda izlari orqali berilgan **P** tekislik gorizontal proyeksiya tekisligi **H** ga joylashtirilsin (5.14-chizma).



5.14 - chizma.

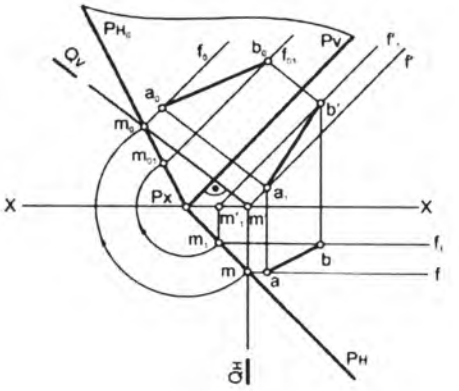
Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi:

1) $N(n, n') \in P_V$
2) $(\bullet)N \circlearrowright J_{PH} \rightarrow (\bullet)N_1$
3) $[P_X\, n'] = [P_X\, n_1]$

Misol: $P(P_H, P_V)$ tekislikda yotuvchi **[AB]** kesmaning haqiqiy uzunligi topilsin (5.15 - chizma).

Berilgan: $P(P_H, P_V) \wedge [AB] \subset P$

Topish kerak: $|AB| - ?$



5.15 - chizma.

Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi:

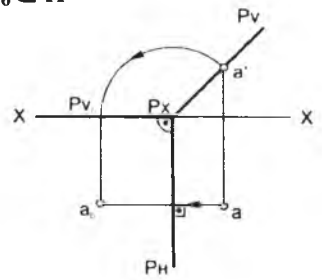
1) $f_0(f, f') \in (\bullet)A \Rightarrow a'$, $f_1(f_1, f_1') \in (\bullet)B \Rightarrow b'$
2) $P \circlearrowleft J_{PV} \rightarrow P_1 \subset V$
3) $(\bullet)M \circlearrowleft J_{PV} \rightarrow (\bullet)M_0$
4) $(\bullet)M_1 \circlearrowleft J_{PV} \rightarrow (\bullet)M_{10}$
5) $f_0 \parallel P_V$, $[a_0\, b_0] = |AB|$

5.5. Xususiy vaziyatdagi tekisliklarni joylashtirish

Frontal proyeksiyalovchi **P** tekislik o'z gorizontal izi atrofida aylantirilsin (5.16 - chizma).

$$P \circlearrowleft J_{PH} \rightarrow P_{V0} \subset H$$

Berilgan:
$P(P_H , P_V) \perp V$
Topish kerak:
$\angle \varphi = P_V \hat{} P_H = 90^0$



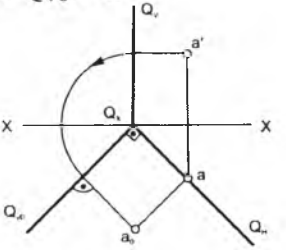
5.16 - chizma.

Gorizontal proyeksiyalovchi **Q** tekislik o'z gorizontal izi atrofida aylantirilsin (5.17 - chizma).

$$Q \circlearrowleft J_{QH} \rightarrow Q_{V0} \subset H$$

Berilgan:
$Q(Q_H , Q_V) \perp H$

Topish kerak:
$\angle \varphi = Q_V \hat{} Q_H = 90^0$

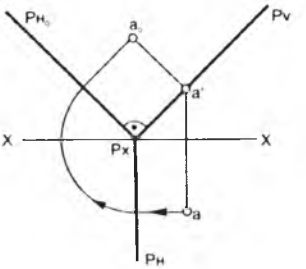


5.17 - chizma.

Frontal proyeksiyalovchi **P** tekislik o'z frontal izi atrofida aylantirilsin (5.18-chizma).

$$P \circlearrowleft J_{PV} \rightarrow P_{H0} \subset V$$

Berilgan: $P(P_H , P_V) \perp V$
Topish kerak: $\angle \varphi = P_V \hat{} P_H = 90^0$

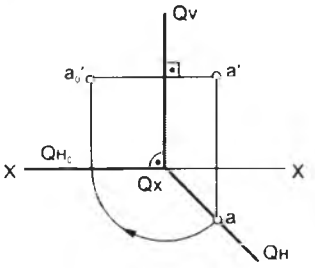


5.18 - chizma.

Gorizontal proyeksiyalovchi **Q** tekislik o'z frontal izi atrofida aylantirilsin (5.19 - chizma).

$$Q \circlearrowleft J_{QV} \rightarrow Q_{H0} \subset H$$

Berilgan: $Q(Q_H , Q_V) \perp H$
Topish kerak: $\angle \varphi = Q_V \hat{} Q_H = 90^0$



5.19 - chizma.

Beshinchi bobga doir testlar

1. Geometrik elementni almashtirish usulining mohiyati nimada?

A) geometrik element aylantiriladi	B) geometrik element o‘z holatini o‘zgartiradi	D) proyeksiyalar tekisligi o‘zgarmaydi	**E) geometrik element o‘z holatini o‘zgartirmaydi**

2. Geometrik elementni aylantirish usulining mohiyati nimada?

A) geometrik element qo‘zg‘aladi	B) geometrik element qo‘zg‘almaydi	D) proyeksiyalar tekisligi o‘z holatini o‘zgartiradi	E) aylantirish o‘qi qo‘zg‘aladi

3. Aylantirish usulida, aylantirish o‘qi va aylantirish tekisligi xolatlari o‘zaro qanday?

A) ixtiyoriy B) parallel **D) perpendikular** E) ayqash

Mustahkamlash uchun savollar

1. Proyeksiyalarni qayta tuzishning qanday usullarini bilasiz?
2. Proyeksiya tekisliklarini almashtirish usuli deb nimaga aytiladi?
3. Almashtirish usulida proyeksiya tekisliklarini vaziyati qanday bo‘ladi?
4. Almashtirish usulining mohiyati nimadan iborat?
5. Proyeksiya tekisliklarini almashtirish usulida proyeksiyalar tekisligi necha marta almashtirilishi mumkin?
6. Proyeksiya tekisliklarini almashtirish usulida fazodagi geometrik elementning vaziyati o‘zgaradimi?
7. Umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziqni haqiqiy kattaligini topish uchun proyeksiya tekisligi necha marta almashtiriladi?
8. Xususiy vaziyatdagi proeksiyalovchi tekislikni haqiqiy kattaligini topish uchun proyeksiya tekisligi necha marta almashtiriladi?
9. Umumiy vaziyatdagi tekislikni haqiqiy kattaligini topish uchun proyeksiya tekisligi necha marta qayta tuziladi?
10. Aylantirish usulining mohiyati nimadan iborat?
11. Fazodagi nuqtani aylantirish uchun qanday aylantirish elementlari zarur?
12. Aylantirish o‘qi proeksiya tekisliklariga nisbatan qanday vaziyatlarda bo‘lishi mumkin?
13. Aylantirish tekisligi proyeksiya tekisliklariga nisbatan qanday vaziyatlarda bo‘lishi mumkin?

14. Aylantirish tekisligi va aylantirish o‘qi doim o‘zaro qanday holatda bo‘ladi?

15. Aylantirish radiusi deb qanday masofaga aytiladi?

16. Aylantirish markazi qanday hosil qilinadi?

17. Tekislikning bosh chiziqlaridan qaysi biri atrofida aylantirish mumkin?

18. Frontal proyeksiyalovchi tekislikni frontal proyeksiyalovchi o‘q atrofida aylantirilsa, u qaysi proyeksiyalar tekisligiga parallel vaziyatga keladi?

19. Umumiy vaziyatdagi tekislikni frontal chiziq atrofida aylantirilsa u qaysi proyeksiyalar tekisligiga parallel vaziyatga keladi?

20. Joylashtirish usuli deb nimaga aytiladi?

21. Joylashtirish usulida aylantirish o‘qi sifatida tekislikning qanday izlari olinishi mumkin?

22. Umumiy vaziyatdagi tekislik gorizontal proyeksiya tekisligiga joylashtirilsa, aylantirish o‘qi sifatida tekislikni qaysi izi olinadi?

23. Xususiy vaziyatdagi tekisliklarni izlari orasidagi burchak har doim necha gradusga teng bo‘ladi?

24. Umumiy vaziyatdagi tekisliklar joylashtirilsa, izlari orasidagi burchak har doim necha gradusdan farqli bo‘ladi?

VI bob. SIRTLAR

Birorta chiziq ma'lum bir qonunga muvofiq fazoda harakat qilsa, sirtlar hosil bo'ladi. Bunda harakat qiluvchi chiziq **yasovchi** deb ataladi va u o'zgarmas bo'lishi yoki cheksiz o'zgarib borishi mumkin. Yasovchi chiziqning harakatini belgilovchi chiziqlar **yo'naltiruvchi chiziq** deb ataladi.

6.1. Sirtlarning tasnifi

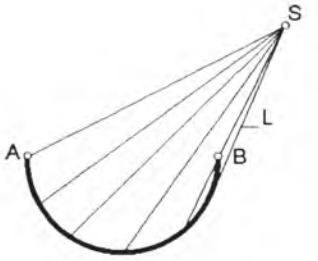
Sirtlar o'z yasovchilarining tavsifiga qarab ikkiga bo'linadi:
1. To'g'ri chiziqli sirtlar.
2. Egri chiziqli sirtlar.

To'g'ri chiziqli sirtlar. To'g'ri chiziqli sirtlarning yasovchilari to'g'ri chiziq bo'lib, shu to'g'ri chiziqning harakatlanishi natijasida to'g'ri chiziqli sirtlar hosil bo'ladi. Sirtlarning yasovchilari o'zaro parallel yoki kesishuvchi bo'lsa, u holda bu sirtlar to'g'ri chiziqli yoyiluvchi sirtlar deyiladi. Ularga konus, piramida, silindr va prizma sirtlari kiradi [2].

6.2. Konus sirti

Umumiy holda konus sirti yo'naltiruvchi egri chiziq va konus uchi orqali beriladi (6.1-chizma).

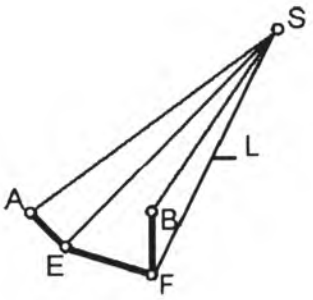
S – konus uchi, **L** – yasovchi, **AB** – yo'naltiruvchi.



6.1 - chizma.

* *George Young. Descriptive Geometry. London, 2013, page 158*

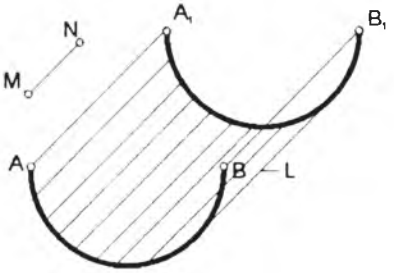
Agar yo'naltiruvchi siniq chiziq bo'lsa, piramida hosil bo'ladi (6.2 - chizma).



6.2 - chizma.

6.3. Silindr sirti

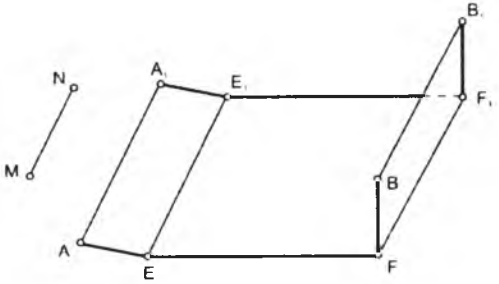
Umumiy holda silindr sirti yo‘naltiruvchi egri chiziq va yasovchilarning yo‘nalishi bilan beriladi (6.3 - chizma).



L – yasovchi;
MN – yasovchining yo‘nalishi;
AB va $\mathbf{A_1B_1}$ – yo‘naltiruvchi egri chiziq.

6.3–chizma.

Agar yo‘naltiruvchi siniq chiziq bo‘lsa, prizma hosil bo‘ladi (6.4 - chizma).

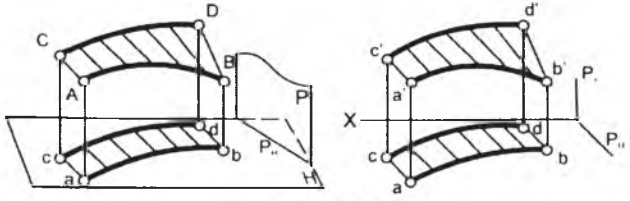


6.4 - chizma.

6.4. Yoyilmaydigan chiziqli sirtlar

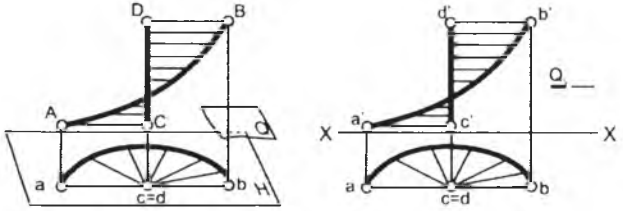
Sirtlarning yasovchilari o‘zaro ayqash bo‘lsa, u holda bu sirtlar **yoyilmaydigan chiziqli sirtlar** deyiladi. Ularga silindroid, konoid, giperboloik paraboloid yoki qiyshiq tekisliklar kiradi.

Silindroid. Bu sirt to‘g‘ri chiziqli yasovchining hamma vaqt berilgan tekislikka parallel bo‘lgan holda, ikkita yo‘naltiruvchi egri chiziqqa tegib, harakat qilishidan hosil bo‘ladi (6.5 - chizma).



6.5 - chizma.

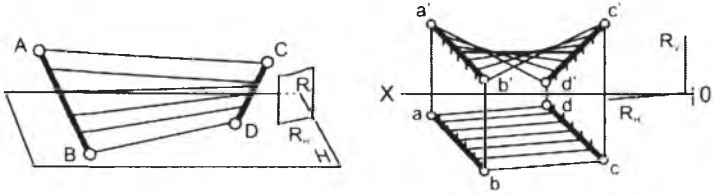
Konoid. Bu sirt to‘g‘ri chiziqli yasovchining hamma vaqt berilgan tekislikka parallel bo‘lgan holda, yo‘naltiruvchi to‘g‘ri chiziq va egri chiziqqa tegib, harakat qilishi natijasida hosil bo‘ladi (6.6 - chizma).



6.6 - chizma.

Giperboloik paraboloid yoki qiyshiq tekislik

Bu sirt to‘g‘ri chiziqli yasovchining hamma vaqt berilgan tekislikka parallel bo‘lgan holda, ikkita yo‘naltiruvchi to‘g‘ri chiziqqa tegib, harakat qilishi natijasida hosil bo‘ladi (6.7 - chizma).



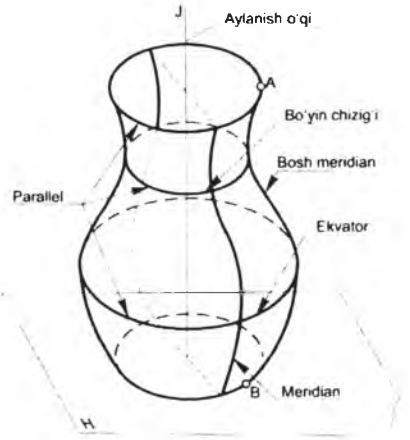
6.7 - chizma.

Egri chiziqli sirtlarning yasovchilari egri chiziq bo‘lib, shu egri chiziqning harakatlanishi natijasida egri chiziqli sirtlar hosil bo‘ladi. Ularga shar (sfera), tor, halqa, aylanma ellipsoid, aylanma paraboloid sirtlari kiradi. Egri chiziqli sirtlar aniq yoyilmaydi.

6.5. Aylanish sirtlari

Aylanish sirtlari biror yasovchi egri **(AB)** chiziqning (xususiy holda to‘g‘ri chiziqning) biror qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanma harakati natijasida hosil bo‘ladi. Bu yerda yasovchi egri chiziq tekis yoki fazoviy bo‘lishi mumkin.

Aylanish sirtlari, yasovchi chizig‘i **(AB)** va aylanish o‘qi bilan beriladi (6.8-chizma). Yasovchi chiziq o‘q atrofida aylanganda, uning har bir nuqtasi aylana chizadi. Aylana tekisligi esa aylanish o‘qiga perpendikulyar bo‘ladi. Bu aylanalar aylanish sirtining **parallellari** deb ataladi.



6.8 - chizma.

Chizmada ko‘pincha aylanish sirtlarining o‘qi proyeksiyalar tekisliklaridan biriga (ko‘proq **H** ga) perpendikulyar qilib olinadi. Bunda hamma parallellar **H** ga parallel joylashadi va unga aylanalar ko‘rinishda proyeksiyalanadi.

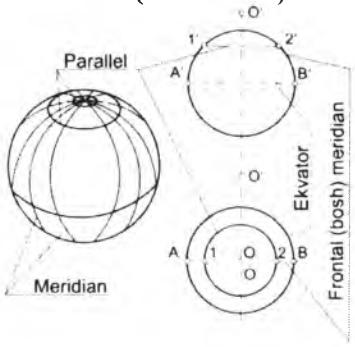
Aylanish o‘qi orqali o‘tgan tekislik **meridian tekisligi** deyiladi. Meridian tekisligi bilan aylanish sirtining kesishgan egri chizig‘i (xususiy holda to‘g‘ri chizig‘i) **meridian** deb ataladi. Agar meridian tekisligi frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo‘lsa, bunday tekislik

bosh yoki **asosiy meridian** tekisligi deyiladi. Bu tekislik bilan aylanish sirtining kesishgan egri chizig'i **bosh** yoki **asosiy meridian chizig'i** deb ataladi.

Bosh meridianning frontal proyeksiyasi aylanish sirtining **frontal qiyofasini** aniqlaydi. Bosh meridianning eng katta parallel bilan kesishish nuqtasi orqali o'tkazilgan urinma chiziq aylanish o'qiga parallel bo'lsa, bunday eng katta parallel **ekvator** deb ataladi. Bosh meridianning eng kichik parallel bilan kesishish nuqtasi orqali o'tkazilgan urinma aylanish o'qiga parallel bo'lsa, bunday eng kichik parallel **bo'yin chizig'i** deyiladi. Ko'pincha aylanish sirtlarining ekvatori va bo'yin chizig'ining gorizontal proyeksiyasi aylanish sirtining gorizontal qiyofasini aniqlaydi.

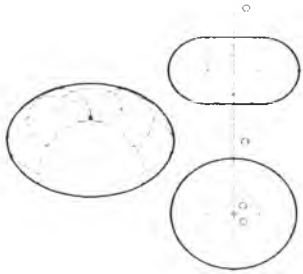
Aylanish sirtlarining quyidagi asosiy turlari mavjuddir:

Shar – bunda yasovchi egri chiziq aylana shaklida bo'lib, aylanish o'qi aylananing diametri bo'ladi (6.9-chizma).



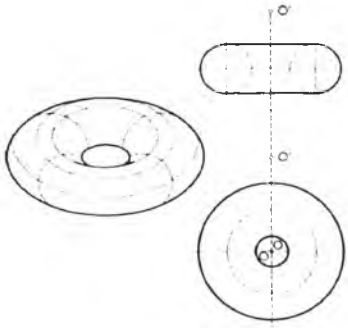
6.9 - chizma.

Tor – bunda yasovchi egri chiziq aylana shaklida bo'lib, aylanish o'qi aylana tekisligida yotadi, lekin aylana markazi orqali o'tmaydi (6.10-chizma).



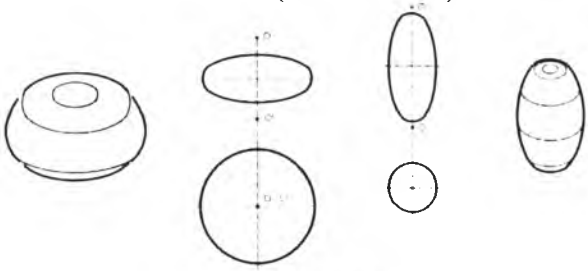
6.10 - chizma.

Halqa – bunda aylanish o‘qi aylanadan tashqarida bo‘ladi (6.11-**chizma**).



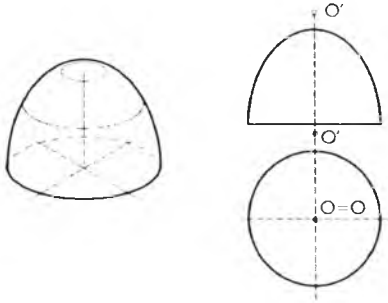
6.11 - chizma.

Aylanma ellipsoid – bu sirt ellipsni uning katta yoki kichik o‘qi atrofida aylanishidan hosil bo‘ladi (6.12 - chizma).



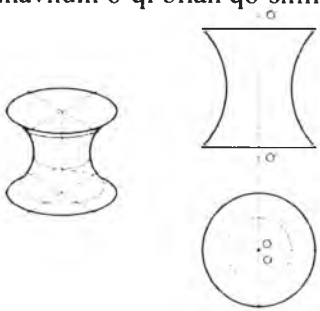
6.12 - chizma.

Aylanma paraboloid – parabolaning o‘z o‘qi atrofida aylanishidan hosil bo‘ladi (6.13- **chizma**).



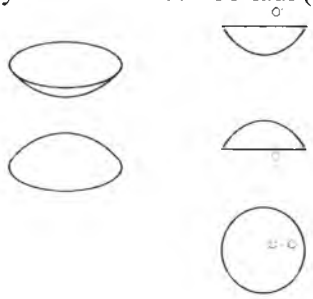
6.13 - chizma.

Bir pallali aylanma giperboloid – bu sirtda aylanish o‘qi giperbolaning mavhum o‘qi bilan qo‘shilib qoladi (6.14-chizma).



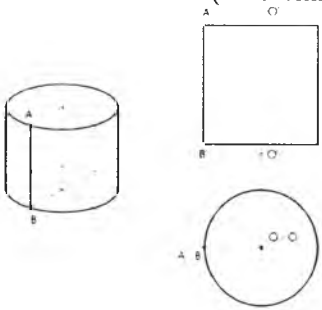
6.14 - chizma.

Ikki pallali aylanma giperboloid – bu sirtda giperbolaning o‘z haqiqiy o‘qi atrofida aylanishidan hosil bo‘ladi (6.15-chizma).



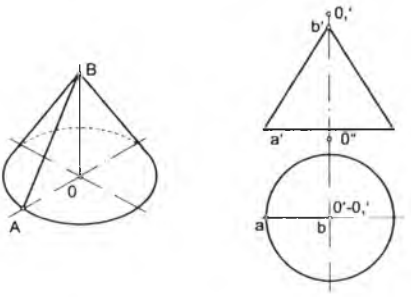
6.15 - chizma.

Aylanma silindr – bu sirtda biror to‘g‘ri chiziqni aylanish o‘qiga parallel harakat qilishidan hosil bo‘ladi (6.16-chizma).



6.16 - chizma.

Aylanma konus – bu sirtda to‘g‘ri chiziqning aylanish o‘qi bilan kesishgan holda aylanma harakat qilishidan hosil bo‘ladi (6.17-**chizma**).



6.17 - chizma.

Aylanma silindr bilan aylanma konusgina tekislik ustida yoyilishi mumkin, qolgan aylanish sirtlari yoyilmaydi.

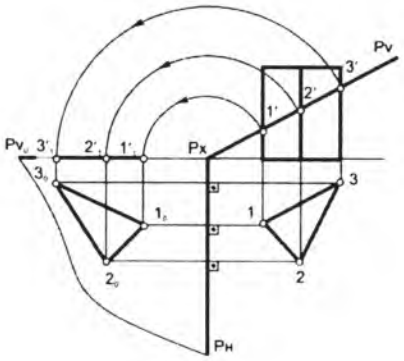
6.6. Sirtlarni xususiy vaziyatdagi tekisliklar bilan kesishishi

6.6.1. Prizmani xususiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishishi

Prizmaning tekislik bilan kesishish chizig‘i prizma qirralarini tekislik bilan uchrashish nuqtalari orqali yoki tekislikning prizma qirralari bilan kesishgan nuqtasini aniqlash yordamida topiladi. Bu masala to‘g‘ri chiziqning tekislik bilan uchrashishi yoki ikki tekislikning kesishishi mavzulari yordamida yechiladi.

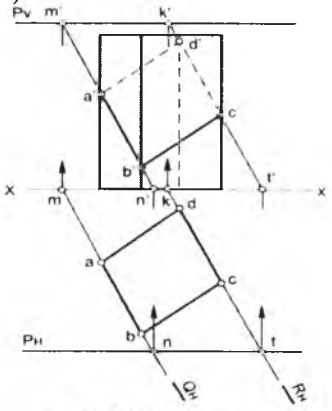
Prizma xususiy vaziyatdagi tekislik bilan kesilganda kesim chizig‘ining nuqtalari prizma qirralarining tekislik bilan uchrashishidan hosil bo‘ladi. Bunda kesilish chizig‘ining bir proyeksiyasi xususiy vaziyatdagi tekislikning iziga tushadi.

Misol: To‘g‘ri uchburchakli prizmaning frontal proyeksiyalovchi tekislik bilan kesishish chizig‘i va uning haqiqiy ko‘rinishi topilsin (6.18-chizma). Bu misol talabalarning 7,8-epyuri bo‘lib, talabalar chizmaning berilishini variant asosida ko‘rgazmali stenddan olib chizadilar.



6.18 - chizma.

Misol: Profil proyeksiyasidan foydalanmay, berilgan to'g'ri prizma sirti bilan $\mathbf{P(P_H,P_V)}$ tekislikning kesishgan chizig'i proyeksiyalari chizilsin (6.19 - chizma).



6.19 - chizma.

6.6.2. Silidrning tekislik bilan kesishishi

Silindr tekislik bilan kesilganda quyidagi silindr kesimlari hosil bo'ladi (6.20 - chizma).

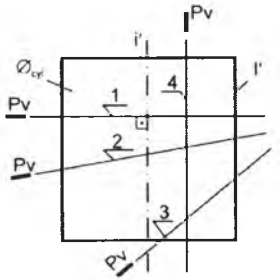
$\varnothing_S$ – silindr sirti. **J** – silindr o'qi. **P** – kesuvchi tekislik.

1) $\mathbf{P} \perp \mathbf{J} \Rightarrow \mathbf{P} \cap \varnothing_S$ – aylana hosil bo'ladi.

2) $\mathbf{P} \wedge \mathbf{J} \Rightarrow \mathbf{P} \cap \varnothing_S$ – ellips hosil bo'ladi.

3) $\mathbf{P} \wedge \mathbf{J} \Rightarrow \mathbf{P} \cap \varnothing_S$ – ellipsning bir qismi silindrning hamma yasovchilarini kesmagan holda hosil bo'ladi.

4) $\mathbf{P} \parallel \mathbf{J} \Rightarrow \mathbf{P} \cap \varnothing_S$ – ikki to'g'ri chiziq hosil bo'ladi.

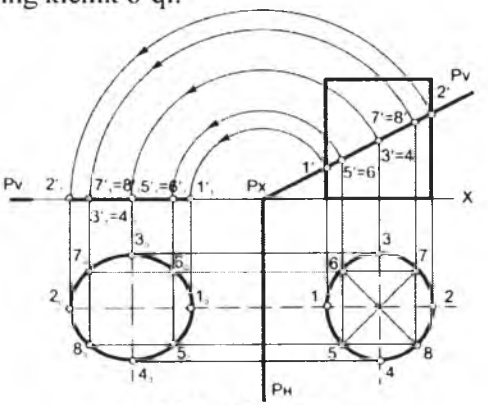


6.20 - chizma.

Misol: Silindrning frontal proyeksiyalovchi **P** tekislik bilan kesilish chizig'i va uning haqiqiy ko'rinishi aniqlansin (6.21 - chizma).

1.2 – ellipsning katta o'qi.

3.4 – ellipsning kichik o'qi.



6.21 - chizma.

6.6.3. Konusning tekislik bilan kesishishi

Konus tekislik bilan kesilganda quyidagi konus kesimlari hosil bo'ladi (6.22 - chizma).

$\varnothing_K$ – konus sirti. **J** – konus o'qi. **P** – kesuvchi tekislik. **L** – konusning yasovchisi.

α – konusning yasovchilari va o'qi orasidagi burchak.

θ – kesuvchi tekislik va konusning o'qi orasidagi burchak.

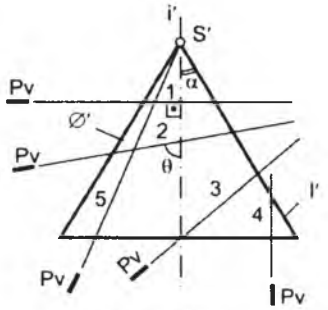
1) $\theta = 90^0 \Rightarrow P \cap \varnothing_K$ – aylana hosil bo'ladi.

2) $\theta > \alpha \Rightarrow P \cap \varnothing_K$ – ellips hosil bo'ladi.

3) $\theta = \alpha \Rightarrow P \cap \varnothing_K$ – parabola hosil bo'ladi.

4) $\theta < \alpha \Rightarrow P \cap \varnothing_K$ – giperbola hosil bo‘ladi.

5) $\theta = 0 \Rightarrow P \cap \varnothing_K$ – uchburchak yoki ikki kesishuvchi to‘g‘ri chiziq hosil bo‘ladi.

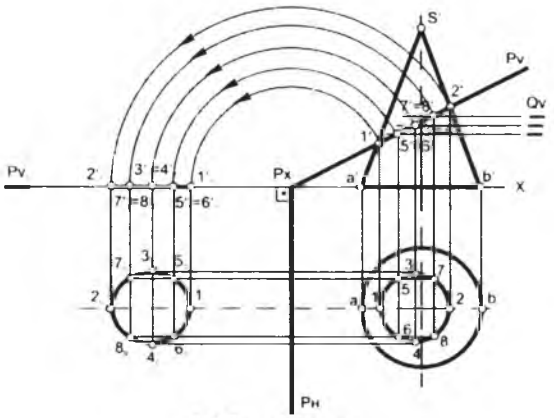


6.22 - chizma.

Misol: Konusning frontal proyeksiyalovchi **P** tekislik bilan kesilish chizig‘i va uning haqiqiy ko‘rinishi aniqlansin (6.23 - chizma).

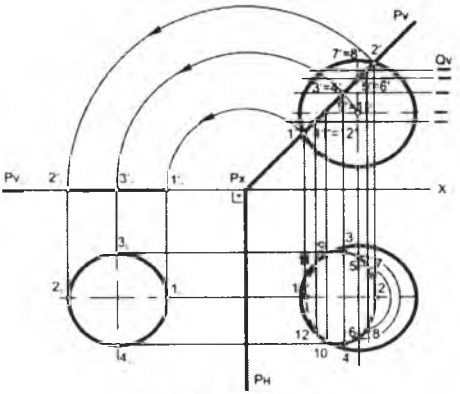
1,2 – ellipsning katta o‘qi.

3.4 – ellipsning kichik o‘qi.



6.23 - chizma.

Misol: Sferaning frontal proyeksiyalovchi **P** tekislik bilan kesilish chizig‘i va uning haqiqiy ko‘rinishi aniqlansin (6.24 - chizma).



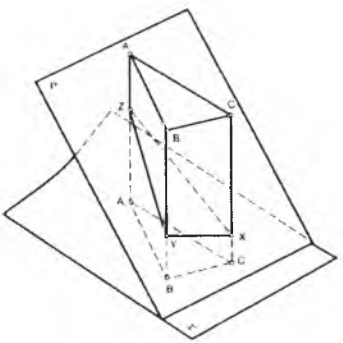
6.24 - chizma.

6.7. Sirtlarni umumiy vaziyatdagi tekisliklar bilan kesishishi

6.7.1. Prizmani umumiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishishi

Agar chiziqli yoyiluvchi sirt ko'pyoqli (qirrali) bo'lsa, bunday sirtlarni umumiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash bir muncha osonlashadi.

Misol: To'g'ri uchburchakli prizmaning umumiy vaziyatdagi **P** tekislik bilan kesishish chizig'i va uning haqiqiy ko'rinishi topilsin (6.25, 6.26-chizma). Bu misol talabalarning 7,8-epyuri bo'lib, talabalar chizmaning berilishini variant asosida ko'rgazmali stenddan olib chizadilar.



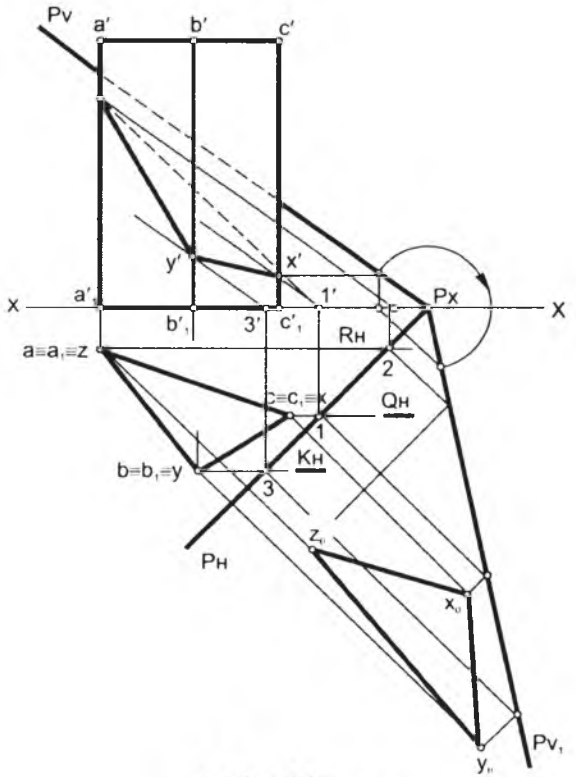
6.25 - chizma.

Misol quyidagi tartibda yechilad:

1) Sirt qirralarini berilgan tekislik bilan kesishgan nuqtalarini topamiz.

2) Topilgan nuqtalarni birlashtiramiz. Hosil bo'lgan chiziq izlangan chiziq bo'ladi.

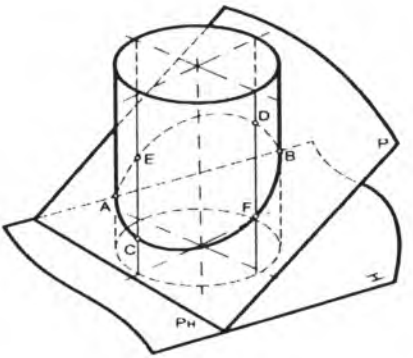
3) Joylashtirish usuli bilan kesim chizig'ining haqiqiy ko'rinishini topamiz.



6.26 - chizma.

6.7.2. Silindrni umumiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishishi

Silindr sirtini umumiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishishi quyidagi tartibda bajariladi (6.27, 6.28 - chizma).



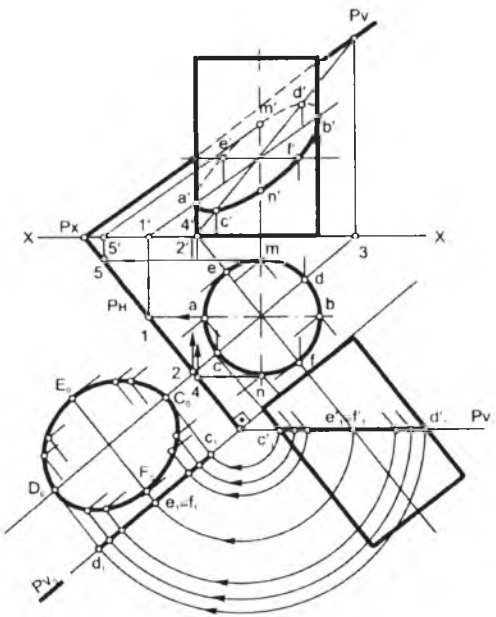
6.27 - chizma.

1) Silindr sirtida bir qancha yasovchilar o'tkazamiz.

2) O'tkazilgan yasovchilarni berilgan **P** tekislik bilan uchrashgan nuqtalarini topamiz.

3) Topilgan nuqtalarni birlashtirsak, izlangan chiziq hosil bo'ladi.

4) Joylashtirish usuli bilan kesim chizig'ining haqiqiy ko'rinishini topamiz.



6.28 - chizma.

6.8. Sirtlar va ularning yoyilmalariga oid umumiy tushunchalar

Sirt fazoda ma'lum tartibda harakatlanayotgan qandaydir chiziq izining grafik usulda tasvirlanishi yoki boshqacha qilib aytganda, chiziqning fazodagi hamma holatlari yig'indisidir.

Chiziqli sirtlar faqat to'g'ri chiziqning harakatidan emas, balki egri chiziqning ham harakatidan hosil bo'ladi.

Chiziqli sirtlar yoyiladigan va yoyilmaydigan sirtlarga bo'linadi. Yoyiladigan sirtlarning yondosh chiziqli yasovchilari bir tekislikda yotadi va o'zaro kesishuvchi yoki parallel bo'ladi.

Yoyiladigan sirtlar buklanmasdan, uzilmasdan bir tekislikda yota oladi. Yoyiladigan sirtlarga hamma qirrali, silindrik, konus sirtlar va torslar (qaytish qirra deb ataluvchi fazoviy egri chiziqqa urinma sirtlar) kiradi.

Yoyilmaydigan sirtlar tekislikka biroz deformatsiyalanishi natijasida taxminiy, ya'ni yoyilmaydigan sirtlarning ayrim bo'laklarini yoyiladigan sirtlarning bo'laklari bilan shartli almashtirib joylashtiriladi.

Bir shaklni ikkinchi oddiy shakl bilan bunday almashtirish **approksimatsiya** deyiladi.

Yoyish deb sirtni shunday qayta tuzishga aytiladiki, natijada bu sirt tekislikka joylashadi.

Jism sirtini yoyish davrida hosil bo'lgan yassi shakl **yoyilma** deyiladi.

Yoyilmada quyidagilar o'zgarmay saqlanadi:

1) Sirtda yotuvchi chiziqlarning uzunliklari.
2) Chiziqlar orasidagi burchakning kattaligi.
3) Yopiq chiziqlar bilan hosil bo'lgan shakl yuzasi.

Yoyilmada to'g'ri chiziqqa aylanib qolgan, sirtda esa, ikki nuqta orasidagi eng qisqa masofani aniqlovchi chiziq **sirtning geodeziya chizigi** deyiladi.

Sirtlarning yoyilmasini chizishning asosiy grafik usullari:

1) Normal kesim usuli.
2) Dumalatib yoyish usuli.
3) Uchburchak usuli (triangulatsiya)
4) Yordamchi silindrlar usuli.
5) Yordamchi konuslar usuli va boshqalar.

Bu usullarning mohiyatlari har birini amalda qo'llaganda ko'riladi.

Fazoning yopiq qirrali yoki egri chiziqli sirt va tekislik bilan chegaralangan qismiga **jism** deyladi. Jismlarning nomlari, ularning geometrik xususiyatlari, shu nomdagi geometrik jism sirtlari yoyilmasini grafik usulda chizilayotganda yoritib boriladi.

6.9. Geometrik jismlar va sirtlarning ta'riflari va ularning yoyilmasini grafik usulda chizish

6.9.1. Prizma sirtiga oid ta'riflar

Prizma deb, asoslari–bir nomli ko'pburchaklikning ikki yoqlari parallel tekisliklarda yotuvchi va shu tekisliklarda yotmagan har qanday ikki qirralari o'zaro parallel bo'lgan ko'pyoqlikka aytiladi.

Prizmaning asoslari deb, bir nomli ko'pburchakliklari parallel tekisliklarda yotuvchi ikki yoqiga aytiladi.

Prizmaning boshqa barcha yoqlari parallelogrammdir. Parallelogrammlarni **prizmaning yon yoqlari** deyiladi. Prizma barcha yon yoqlarining birlashmasi prizma yon yoqining sirti deyiladi. Prizmalar to'g'ri va og'ma bo'ladilar. **To'g'ri prizma** deb, yon qirralari prizma asosining tekisligiga perpendikular bo'lgan prizmaga aytiladi. Agar yon qirralari prizma asosining tekisligiga perpendikular bo'lmasa, bunday prizma **og'ma prizma** deb ataladi. **Prizmaning balandligi** deb, prizma asoslari tekisliklariga bir uchi bilan tegib turgan perpendikularga aytiladi. **Muntazam prizma** deb, asosi muntazam ko'pburchaklikdan iborat bo'lgan to'g'ri prizmaga aytiladi.

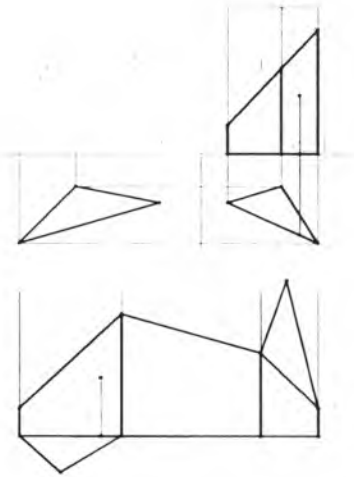
6.9.2. Prizmatik sirtlarning yoyilmasi

Ko'pyoqlikning yoyilmasini chizish uchun, avvalo uning qirralarini haqiqiy o'lchamlari topiladi, so'ngra chizmada biron usul bilan chiziladi.

To'g'ri prizma sirtining yoyilmasi. Yon yoqlari asosiga perpendikular ko'pburchak (uchburchak, to'rtburchak) dan iborat bo'lgan prizmaga **to'g'ri prizma** deyiladi.

Prizmaning nomi yon yoqlarining soniga (uchyoqli, to'rtyoqli) qarab emas, balki asosining shakliga qarab aniqlanadi (uch burchakli, to'rtburchakli va h.k.)

Frontal proyeksiyalovchi tekislik bilan kesishgan uchburchakli to'g'ri prizma sirtining yoyilmasini chizamiz (6.29-chizma).



6.29 - chizma

Yoyilmani chizish quyidagicha olib boriladi:

Ixtiyoriy gorizontal to‘g‘ri chiziqda prizma asoslari **AB, BC, CA** larni **H**-gorizontal proyeksiya tekisligidan o‘lchab qo‘yamiz va topilgan nuqtalar **A,B,C,A** dan asos tomonlariga perpendikular bo‘ylab prizma balandligini **V**-frontal proyeksiya tekisligidan olib o‘lchab qo‘yamiz. Prizma yon sirti yoyilmasiga, prizma asoslarini olib kelib joylashtirsak, prizmaning to‘la yoyilmasiga ega bo‘lamiz.

Kesik prizmaning yoyilmasini chizish uchun **A, B, C, A** nuqtalardan o‘tkazilgan perpendikularlarga kesilgan prizma qirralari **AD=a’d′**, **BE=b′e′**, **CF=c′f′** larni **V** tekislikdan o‘lchab qo‘yamiz. Kesik prizmaning to‘la yoyilmasini chizish uchun kesim yuzasining haqiqiy o‘lchamini yon sirti yoyilmasiga joylashtiramiz, masalan, **FD** tomoniga. Kesimning haqiqiy kattaligini joylashtirish yoki tekisliklarni almashtirish usuli bilan topamiz. Bu chizmada aniq ko‘rsatilgan.

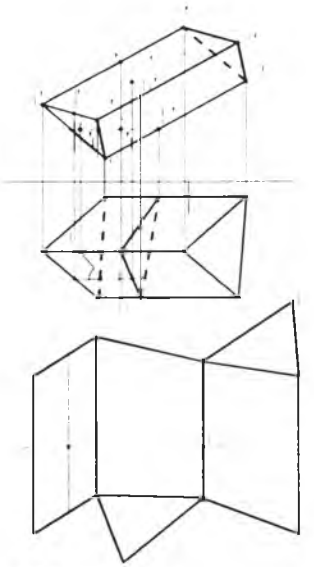
Yoyilmadagi **“K”** nuqtani topish uchun **A** nuqtadan **H** tekislikdagi **MA=ma** kesmasi, perpendikularda esa, **V** tekisligidagi **MK=m′k″** kesmasi qo‘yilgan.

Qiya prizma sirtining yoyilmasi. Yon yoqlarining qirralari asosiga perpendikular bo‘lmagan prizma **qiya prizma** deyiladi.

Qiya prizma yoyilmasini bir necha misollarda ko‘rib chiqamiz.

1-misol. 6.30-chizmada yon qirralari frontal holdagi uchburchakli qiya prizma berilgan. Agar prizmaning yon qirralari proyeksiya tekisliklariga nisbatan umumiy holda berilganda, chizmani qayta tuzib, uni yangi sath chizig‘i (xususiy) holatiga keltirib olishimiz kerak bo‘lar edi.

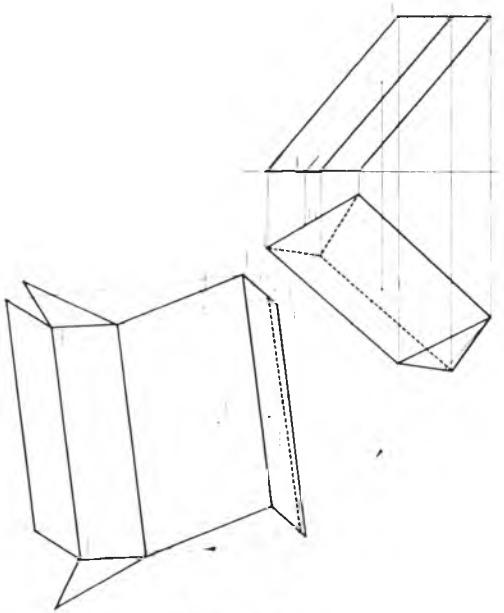
Yoyilmani normal kesim usuli bilan bajaramiz. Buning uchun prizmaning yon qirralariga perpendikulyar bo‘lgan frontal proyeksiyalovchi **P** tekisligini o‘tkazamiz va kesim yuzasining proyeksiyalarini topamiz, bizning misolda **MNK** uchburchak. Istalgan usuldan foydalanib, uchburchak **MNK**ning haqiqiy kattaligini topamiz va prizmaning normal kesim perimetriga teng, normal kesim yoyilmasi bo‘lgan **MM** kesmaga ega bo‘lamiz.



6.30 – chizma.

MM kesmadagi **M,N,K,M** nuqtalardan perpendikulyar bo‘yicha ikki tomonga yon qirralarining uzunligi **MA=m′a’, MD=m′d′, NB=n′b′, NE=n′e′, KC=k′c′**...larni frontal proyeksiyadan olib qo‘yamiz. Olingan kesmalarning uchlarini to‘g‘ri chiziq bilan tutashtiramiz. Bu yon sirt yoyilmasiga, chizmada ko‘rsatilganidek, asoslarni olib kelib joylashtirsak, qiya prizmaning to‘la yoyilmasiga ega bo‘lamiz

2-misol. 6.31-**chizma**da yon qirralari umumiy holdagi uchburchakli qiya prizma berilgan. Prizmaning yon sirti yoyilmasini chizish uchun yon yoqlarini qirralar atrofida ketma-ket aylantirishdan foydalanamiz (dumalatish usuli).



6.31 - chizma.

Avval frontal proyeksiya tekisligini prizma yon qirralariga parallel bo'lgan frontal V_1 tekislikka almashtirib, prizmani hususiy holga keltiramiz, ya'ni barcha qirralarining haqiqiy kattaligiga ega bo'lamiz. So'ngra **ACFD** yon yog'ini **AD** qirrasi (H/V_1 sistemada) frontal atrofida V_1 tekisligiga parallel bo'lgan tekislik bilan joylashgunga qadar aylantiramiz. Bunda **C** nuqtaning trayektoriyasini **a'd'** ga perpendikular qilib o'tkazamiz va **a'1** nuqtadan **AC=ac** asos tomonining haqiqiy kattaligini qo'yib, **C** nuqtani hosil qilamiz. **CF** qirra yoyilmada **a'd'** kesmaga teng va paralleldir. Yuqoridagi yasashdan so'ng, **B** nuqta trayektoriyasining proyeksiyasini **a'1d'1** ga perpendikular qilib o'tkazamiz. **C** nuqtadan asos tomoni **CB=cb** ning haqiqiy kattaligini **B** nuqta trayektoriyasiga qo'yib, **B** nuqtani olamiz va h.k. Yoyilmadagi nuqtalarni shakldagi tartib bo'yicha birlashtirib, prizma asoslarini

chizmadagidek joylashtirsak, prizma sirtining to'la yoyilmasini hosil qilamiz.

Proyeksiyalari bilan berilgan prizma sirtidagi **M** nuqtani yoyilmada topish uchun nuqta orqali qulay holdagi **MN** chiziqni o'tkazamiz. V_1 tekisligida **M** va **N** nuqtalarning proyeksiyalarini topamiz va **M** nuqtaning trayektoriyasi proyeksiyasini **a'1d'1** ga perpendikular qilib o'tkazamiz. **N** nuqtadan prizma qirralariga parallel chiziq o'tkazib, **M** nuqta trayektoriyasi bilan kesishgan joyini belgilaymiz, bu biz izlagan nuqta bo'ladi.

Teskari masala ham shunga o'xshash yechiladi.

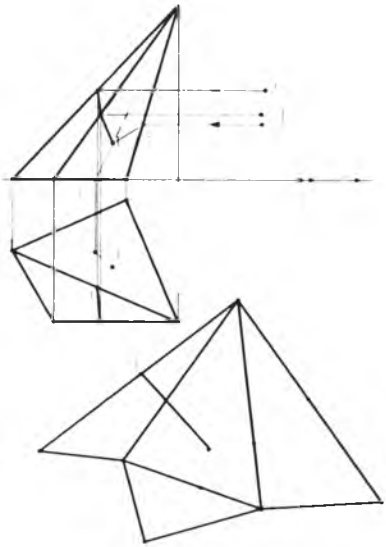
6.9.3. Piramida sirtiga oid ta'riflar

Piramida deb, asosi–yoqlaridan biri ko'pburchaklik, boshqa yoqlari esa, umumiy bir uchga ega bo'lgan uchburchakliklardan iborat bo'lgan ko'pburchaklikka aytiladi. **Piramidaning asosi** deb, yon yoqlaridan boshqa bir yog'i uchburchaklik, ko'pburchaklik va muntazam ko'pburchakdan iborat ko'pyoqlikka aytiladi. Piramidaning boshqa barcha yoqlari uchburchakliklardir. Bu uchburchaklik yoqlari piramidaning **yon yoqlari** deyiladi. Piramida yon yoqlari–yondosh uchbur-chakliklarining umumiy qirralari piramida yoqlarining **qirralari** deb ataladi. Piramida barcha yon yoqlarining birlashmasi shu piramida yon yog'ining **sirti** deyiladi. Piramidaning **balandligi** deb, piramida uchidan uning asosiga tushirilgan perpendikular uzunligiga aytiladi. Piramidalar muntazam va kesik bo'ladilar. **Muntazam piramida** deb, asosi muntazam ko'pburchaklikdan iborat bo'lgan, uchi esa, shu ko'p-burchaklik asosning markaziga to'g'riburchakli proyeksiyalangan piramidaga aytiladi. Agar piramida uchi va qirralari tekislik bilan kesilsa, kesik piramida hosil bo'ladi. Muntazam piramidaning qismi bo'lgan kesik piramida **muntazam kesik piramida** deb ataladi. Kesik piramida asoslarining tekisliklariga uchlari tegib turuvchi perpendikular uzunligi shu kesik piramidaning **balandligi** deyiladi. Muntazam kesik piramida yon yoqlari teng yoqli trapetsiyadan iborat bo'lsa, ularning balandliklari muntazam kesik **piramida apofemalari** deb ataladi.

6.9.4. Piramida sirtining yoyilmasi

Yon yoqlari uchburchak, asosi ko'pburchakli jism **piramida** deyiladi. Piramidaning nomi yon yoqlarining soniga qarab aniqlanmaydi, chunonchi, piramida uchyoqli, to'rtyoqli emas, balki

uchburchakli, to‘rtburchakli deb yuritiladi. 6.32-chizmada tasvirlangan piramida sirti yoyilmasining chizmasini chizishimiz kerak.



6.32 - chizma.

Piramidaning asosi gorizontal proyeksiya tekisligiga parallel bo‘lganligi uchun, shu tekislikdagi proyeksiyasi haqiqiy kattalikda bo‘ladi. Yon yoqlarining haqiqiy kattaligini topish uchun ma’lum bo‘lgan usullarning birontasidan foydalanib, yon qirralari har birining haqiqiy uzunligini topish kerak. Misol uchun piramidaning **S** uchidan o‘tuvchi va gorizontalga perpendikular bo‘lgan o‘q atrofida aylantirib yoki chizmada ko‘rsatilganidek G.Monj usulidan foydalanib topish mumkin. So‘ngra chizmaning ixtiyoriy joyida uchburchak **ABC= abc** ni chizib, unga uchburchak **BCS,** uchburchak **SCA** va uchburchak **SBA** larni chizmadagidek joylashtirib, piramidaning to‘la yoyilmasini hosil qilamiz. Piramidada **M** va **N** nuqtalari berilgan. Buning uchun bu nuqtalarni yoyilmada chizish va ular orasidagi eng qisqa masofani piramida sirti bo‘ylab topish, ya’ni sirtning geodeziya chizig‘ini chizish kerak bo‘ladi.

M nuqta **AS** qirrada yotganligi sababli, **AS** ning haqiqiy uzunligini topib, **M** nuqtani ham burish kerak. Shunda **M** nuqtadan piramidaning uchigacha bo‘lgan masofa frontal proyeksiya tekisligiga haqiqiy kattalikda **s’m’=SM** proyeksiyalanadi. Hosil qilingan **SM** kesmani

yoyilmada **SA** ga **S** uchidan o'lchab qo'yib, **M** nuqtani topamiz. **N** nuqtani yoyilmaga shu **N** nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar yordamida o'tkazish mumkin. Misol uchun, **FS** va **BE**. Bu chiziqlarning yoyilmadagi kesishgan nuqtasi **N** ni beradi. Topilgan **M,N** nuqtalarni birlashtiruvchi chiziqning **BS** qirra bilan kesishgan nuqtasini **K** bilan belgilaymiz.

Yoyilmada **M** nuqtani topish uchun teskari yo'l bilan **K** nuqtaning proyeksiyalarini chizamiz. Topilgan nuqtalarning bir nomli proyeksiyalarini birlashtirib, sirt geodezik chizig'ining proyeksiyalarini topamiz.

6.9.5. Silindr sirtiga oid ta'riflar

Silindr deb, to'g'ri burchaklikni shu to'g'ri burchaklikni tashkil qiluvchi o'q atrofida aylantirilishidan hosil bo'ladigan jismga aytiladi .

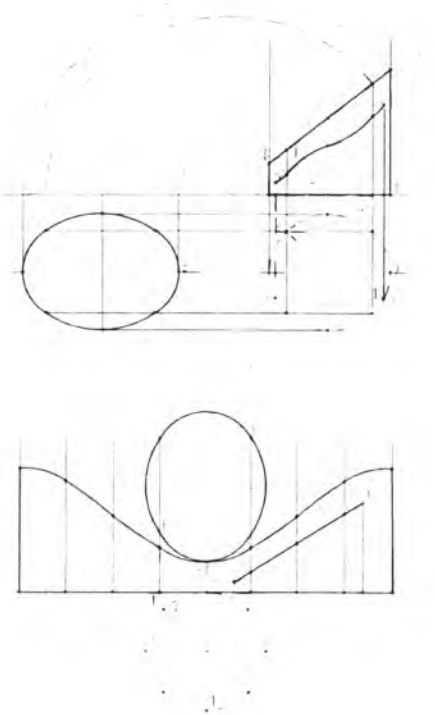
Silindr sirti deb, aylantirish o'qida yotmagan va to'g'ri burchaklik tomonlaridan tarkib topgan egri chiziqning aylantirilishidan hosil bo'ladigan sirtga aytiladi. Bu sirt silindr asoslari deb ataluvchi ikki konkurent doiralardan va aylantirish o'qiga parallel bo'lgan to'g'ri burchaklik tomonlarining aylantirilishi natijasida chiziladigan silindr yon sirtidan tashkil topadi. **Silindr balandligi** deb, asoslar tekisligiga bir uchi bilan tegib turuvchi perpendikular kesmaga aytiladi. Silindr **yasovchisi** deb, asos aylanalari nuqtalarini birlashtiruvchi va shu asoslar tekisliklariga perpendikular bo'lgan kesmaga aytiladi. Silindr yon sirtining yoyilmasi deb, uzunligi silindr asosi aylanasining uzunligiga, balandligi silindr balandligiga teng bo'lgan to'g'ri burchaklikka aytiladi.

6.9.6. Silindrik sirtlarning yoyilmasi

Silindrik sirtlarning yoyilmasini chizish uchun bir xil oraliqda joylashgan bir necha yasovchilar olib, ularni silindr ichiga chizilgan prizmaning qirralari deb qarash qulaydir. Buni quyidagi misollarda ko'ramiz.

To'g'ri aylanma silindrning yoyilmasi. Yasovchilari asosiga perpendikular bo'lgan silindr **to'g'ri silindr** deyiladi.

6.33-chizmada to'g'ri doiraviy silindr asosi bilan, gorizontal tekislikda joylashgan bo'lib, frontal – proyeksiyalovchi **Q** tekislik bilan kesishgan. Silindrning yoyilmasini va **MN** nuqtalar orasidagi sirtning geodezik chizig'ini chizamiz.



6.33-chizma.

Asos aylanasini o‘zaro teng 8 bo‘laklarga bo‘lib, undan o‘tuvchi yasovchilarni gorizontaldan frontalga ko‘chiramiz. Qiya kesimning haqiqiy kattaligini istalgan usulda topish mumkin, misol uchun, joylashtirish usuli bilan. Silindr yon sirtining yoyilmasini chizish uchun chiziq bo‘ylab silindr asos aylanasining uzunligi **2PR** ni o‘lchab qo‘yamiz va uni teng **8** bo‘lakka bo‘lib, nuqtalardan perpendikular o‘tkazamiz.

Bu perpendikularga frontal **V** tekislikdan silindrning balandligini olib qo‘yamiz. Agar perpendikularga frontal proyeksiyadan **Q** tekisligi bilan kesishgan yasovchilarning (**OX** dan **Qv** gacha bo‘lgan masofa) uzunligini qo‘yib hosil bo‘lgan **A,C,K,E,B,D,L,F,A** nuqtalarni ravon egri chiziq bilan sindirmay birlashtirsak, kesik silindr yon sirtining yoyilmasi hosil bo‘ladi. Bunga kesim yuzasining haqiqiy kattaligini va bir asosni joylashtirsak, kesik silindr yon sirtining yoyilmasi hosil bo‘ladi.

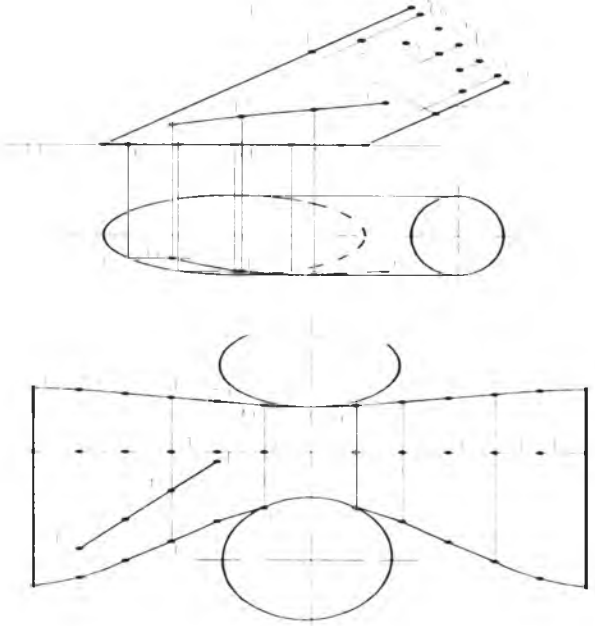
M va **N** nuqtalar orasidagi sirtning geodezik chizig'ini chizish uchun shu nuqtalarni silindr yon sirti yoyilmasiga, asosdagi **9** va **10** nuqtalardan o'tuvchi, yasovchilar o'tkazamiz va ularni to'g'ri chiziq bilan tutashtiramiz. Yoyilmadagi **DG, L7, F8** yasovchilarning **MN** chiziq bilan kesishgan **P,R,S** nuqtalari silindr proyeksiyalaridagi xuddi shu yasovchilarda topiladi. **M, P, R, S, N** nuqtalarni ravon egri chiziq bilan tutashtirimiz. Bu chiziqning gorizontal proyeksiyasi aylana bo'lib, frontal proyeksiyasi sinusoidadir.

Og'ma silindr sirtining yoyilmasi. Yasovchilari asosiga perpendikular bo'lmagan silindrga **og'ma silindr** deyiladi. Agar silindr yasovchilari perpendikular tekislik bilan kesilsa, hosil bo'lgan normal kesim shakliga qarab, u **doiraviy** yoki **elliptik silindr** deb atalishi mumkin. Og'ma silindr yoyilmasining yasalishini bir necha misol va usullarda ko'rib chiqamiz.

1-misol. Berilgan og'ma doiraviy silindrning yoyilmasi va sirtnin geodezik chizig'i chizilsin (6.34-chizma).

Yoyilmani chizish uchun silindrni uning yasovchilariga perpendikular bo'lgan frontal proyeksiyalovchi tekislik bilan kesamiz va gorizontal proyeksiya tekisligini **(N ni) N1** ga almashtirib, normal kesim yuzasining haqiqiy kattaligini topamiz. Topilgan normal kesim yarim aylanasini teng **6** bo'lakka bo'lamiz va nomlangan nuqtalardan silindr sirtida yasovchilar o'tkazamiz. Bu yasovchilar frontal tekisligiga haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi.

Ixtiyoriy to'g'ri chiziq olib normal kesim aylanasining uzunligi – **2pR** ni qo'yamiz va uni teng **12** bo'lakka bo'lamiz. Olingan nuqtalardan perpendikular o'tkazib, frontal proyeksiyadan shu nomli yasovchilarning uzunligini qo'yamiz. Topilgan nuqtalarni ravon egri chiziq bilan tutashtirsak, og'ma silindr yon sirtining yoyilmasi hosil bo'ladi. Bunga og'ma silindr asoslarini joylashtirsak, to'la yoyilma hosil bo'ladi. **M** va **N** nuqtalar orasidagi sirtning geodezik chizig'i oldingi misollarimizda ko'rilganidek chiziladi.



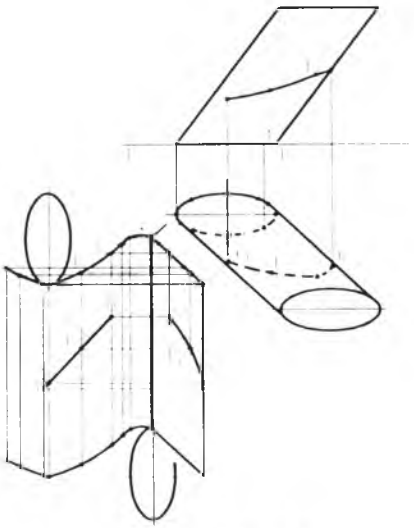
6.34 – chizma.

2-misol. 6.35-chizmada berilgan elliptik og‘ma silindr sirtining yoyilmasi va **M,N** nuqtalar orasidagi sirtning geodezik chizig‘i chizilgan. Yasovchilari umumiy holda bo‘lgan elliptik silindrning yon sirti yoyilmasini chizish uchun frontal tekislikni frontal **V1**ga almashtirib, silindr yasovchilarini frontal sath chizig‘i holatiga keltirsak, ular **V1** ga haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi. Asosni shunday bo‘laklarga bo‘lamizki, ularni birlashtiruvchi xordalar ellips yoyidan kam farq qilsin, so‘ngra asosdagi shu nuqtalar orqali silindr yasovchilarini o‘tkazamiz. Yoyilmani dumalatish usulidan foydalanib chizamiz.

Buning uchun silindrning barcha yasovchilarini **AA** yasovchi atrofida **V1** ga parallel bo‘lgan tekislikka joylashganga qadar aylantiramiz. Chunonchi, **V** nuqta trayektoriyasining frontal proyeksiyasini **AA** yasovchiga perpendikular qilib o‘tkazamiz va unga **A** nuqtadan **AB** xorda uzunligini qo‘yamiz.

Yoyilmadagi **VV1** yasovchi **AA1** kesmaga teng va unga paralleldir. So‘ngra **S** nuqta trayektoriyasining proyeksiyasini o‘tkazamiz va **V**

nuqtadan unga **bc** xordani o'lchab qo'yamiz va h.k. Yoyilmada olingan nuqtalarni ravon egri chiziq bilan proyeksiyalarga mos ravishda tutashtiramiz. Silindr asoslarini chizmada ko'rsatilganidek yon sirt yoyilmasiga joylashtirsak, sirtning to'la yoyilmasini hosil qilamiz. **MN** geodezik chiziq silindr sirtidagi **M** va **N** nuqtalar orasidagi eng qisqa masofadir.



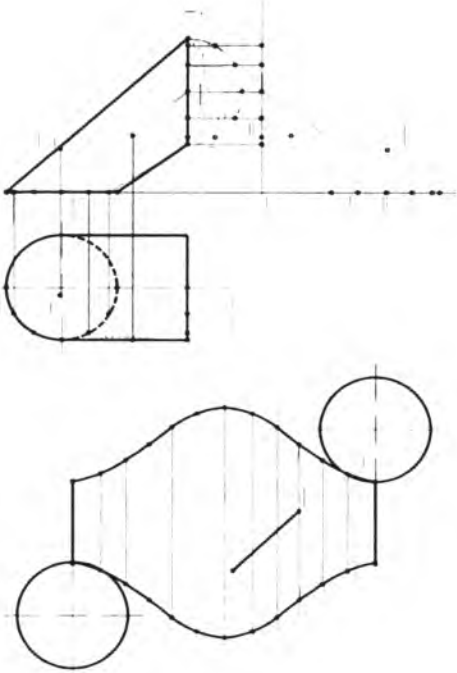
6.35 – chizma.

6.9.7. Silindroid sirtining yoyilmasi

Yo'naltiruvchisi ikki egri chiziq bo'lib parallelizm tekisligi bo'lgan chiziqli sirtga **silindroid** deyiladi.

Ikki bir xil aylanadan iborat yo'naltiruvchisi bo'lgan silindroid sirtining yoyilmasi chizilsin. Yo'naltiruvchilaridan biri gorizontalda, kkinchisi profilda yotgan, parallelizm tekisligi frontal hisoblanadi (6.36-chizma).

Berilgan silindroid sirtini ichki chizilgan uchburchaklardan iborat ko'pyoqli sirt bilan almashtiramiz. Buning uchun frontal sath chizig'i holatidagi **0–7, 1–8, 2–9** va h.k. yasovchilarni o'tkazamiz. Yasovchilarning gorizontal aylanadagi uchlarini–yarim aylanani teng 6 ga bo'lib topamiz.



6.36 - chizma.

Profil aylanadagi uchini esa, **H** ni $\mathbf{H_1}$ ga almashtirib, shu aylananing haqiqiy kattaligini aniqlab topamiz. So'ngra yondosh yasovchilar bilan chegaralangan sirtning har qaysi elementini triangulatsiya usuli bilan ikki uchburchakka bo'lamiz. **0–7** va **1–8** yasovchilar bilan chegaralangan elementni ikki: **0–7-8** va **0–1-8** uchburchaklarga bo'lamiz va h.k. Hosil bo'lgan uchburchaklarning haqiqiy kattaligini aniqlash uchun sirt elementini uchburchakka bo'luvchi diagonallarning haqiqiy kattaligini G.Monj usuli bilan topamiz.

OX o'qida **K'** nuqta olib, perpendikular o'tkazamiz. Perpendikularda **VII, IX, X, XI, XII** nuqtalarni chizmada ko'rsatilganidek topamiz. So'ngra **K'** dan gorizontal chiziq bo'ylab diagonallarning gorizontal proyeksiyalari, ya'ni **K'-0=0–8, K'-I=1–9, K'-II=2–10, K'-III=3–11, K'-IV=4–12, K'-V=5–13** larni qo'yamiz. **O** va **VIII** , **I** va **IX** , **II** va **X, III** va **XI** , **IX** va **XII** , **V** va **XIII** nuqtalarni to'g'ri chiziq bilan birlashtirib, diagonallarning haqiqiy kattaligini topamiz.

Uchburchaklarning uch tomoni bilan haqiqiy kattaliklarini chizib, ularning uchlari orqali ravon egri chiziq o'tkazsak, silindroidning yon sirti yoyilmasi chiziladi. Asoslarini yoyilmaga chizmadagidek joylashtirsak, silindroid sirtining to'la yoyilmasi hosil bo'ladi. Yoyilmadagi **MN** chiziq silindroid sirtida yotgan **M** va **N** nuqtalar orasidagi geodezik chiziqdir (shartli ravishda proyeksiyada chiziq ko'rsatilmagan).

6.9.8. Konus sirtiga oid ta'riflar

Konus deb, to'g'ri burchakli uchburchakni uning katta kateti – aylantirish o'qi atrofida aylantirishdan hosil bo'ladigan jismga aytiladi.

Konus sirti deb, shu katta katet – aylantirish o'qi atrofida to'g'riburchakli uchburchakning gipotenuzasi va kichik katetini tashkil qiluvchi siniq chiziqning aylantirilishidan hosil bo'ladigan sirtga aytiladi. Bu sirt **konus asosi** deb ataluvchi doiradan va konus yon sirtidan tashkil topadi. **Konus balandli**gi deb, konus uchidan uning asosiga tushirilgan perpendikular kesmaga aytiladi. **Konus yasovchisi** deb, konus balandligini uning asosi – aylanadagi nuqtasi bilan tutashtiruvchi kesmaga aytiladi. Bu yasovchilarning hammasi kongruentdir. **Konus yon sirtining yoyil**masi deb, radiusi konus yasovchisi uzunligiga, yon uzunligi esa, konus asosi aylanasining uzunligiga teng bo'lgan doiraviy sektorga aytiladi.

6.9.9. Konusaviy sirtlarning yoyilmasi

Konusaviy sirtlarning yoyilmasi silindrik sirtlar yoyilmasiga o'xshash taxminiy chiziladi, chunki amalda bu sirtlar qirrali sirtlar bilan almashtiriladi. Ammo ularni aniq deb atash mumkin, chunki sirtdagi har qanday nuqtani yoyilmada aniq chizish mumkin.

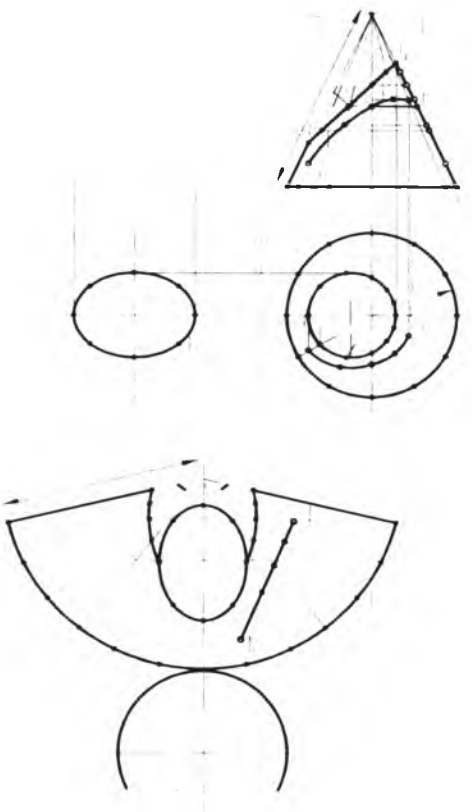
To'g'ri aylanish konusining yoyilmasi. Aylanish o'qi asosiga perpendikular bo'lgan konus **to'g'ri konus** deyiladi. Aylananing bir sektorini eslatuvchi konus yon sirti yoyilmasining chizilishini 6.37-chizmada ko'rib chiqamiz .

Kesik konus sirtining to'la yoyilmasini chizish uchun, avvalo, asos aylanasini teng **12** bo'lakka bo'lib, bu nuqtalardan konusning yasovchilarini o'tkazamiz. Ixtiyoriy S_0 nuqtada burchak **a=360R/L** ni chizamiz va radiusi konus yasovchisi **L** ga teng bo'lgan yoy bilan sektor hosil qilamiz. Konus asosiy aylanasini necha bo'lakka bo'lgan bo'lsak, sektor yoyini ham shuncha bo'lakka bo'lamiz, konus yasovchilarini

o‘tkazib, ularga kesilgandan qolgan konus yasovchisining haqiqiy uzunligini qo‘yamiz.

Haqiqiy kattalikni topish uchun yasovchilarini **Rv** bilan uchrashgan nuqtalaridan **OX** ga parallel va eng chekka yasovchini kesganga qadar to‘g‘ri chiziq o‘tkazamiz. Bu bizga kesik konus yasovchilarini frontal proyeksiya tekisligiga parallel holga keltirish degan gap.

Sektorning uchi S_0 dan kesilgan yasovchilarning haqiqiy uzunligini qo‘yib hosil bo‘lgan nuqtalarni ravon egri chiziq bilan birlashtirib, asos va kesim yuzasining haqiqiy kattaligini joylashtirsak, kesik konus sirtining to‘la yoyilmasi hosil bo‘ladi. Bunda qiya kesim yuzasining haqiqiy kattaligini tekisliklarni almashtirish usuli bilan topamiz.



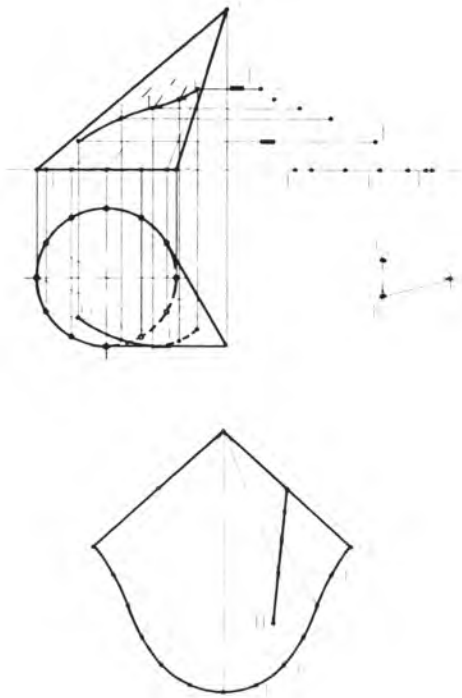
6.37-chizma.

Og'ma konus sirtining yoyilmasi. 6.39-chizmada o'qi gorizontal va frontal proyeksiya tekisliklariga og'ma holdagi asosi doiraviy elliptik konus berilgan. Konusning yoyilmasini chizish uchun asos aylanasini teng **12** bo'lakka bo'lib, yasovchilar o'tkazamiz. G.Monj metodi bo'yicha yasovchilarning haqiqiy uzunligini topib, umumiy uchi S_0 ega bo'lgan **12** ta yondosh uchburchaklarning uch tomonini chizamiz. Uchburchaklarning ikki tomoni yasovchilarning haqiqiy uzunligiga teng, uchinchisi esa, asosdagi yondosh nuqtalarni tutashtiruvchi xordaga teng. Uchburchak uchinchi tomonini aniqroq 6.38-chizmada (chapda) ko'rsatilganidek, yanada aniqroq topish 6.38-chizmada (o'ngda) ko'rsatilganidek yoyni to'g'rilash bilan yasaladi.

6.38 – chizma.

So'ngra konus yasovchilarda olingan nuqtalardan ravon egri chiziq o'tkazamiz. **M** va **N** nuqtalar orasidagi geodezik chiziqni aniqlash uchun yoyilmada ularga mos **M,N** nuqtalar topib, to'g'ri chiziq bilan tutashtiramiz va bu to'g'ri chiziqni **S – 4, S – 5, S – 6** yasovchilarga mos bo'lgan S_0**– 4,** S_0 **– 5,** S_0 **–6** chiziqlar bilan kesishgan **P, Q, R** nuqtalarini belgilaymiz.

Proyeksiyalarda **P, Q, R** nuqtalar yordamida geodezik chiziqni chizamiz. Buning uchun konus yasovchilarining haqiqiy uzunligini, **P, Q, R** nuqtalarni, yoyilmada S_0 dan **P, Q, R** nuqtalargacha bo'lgan masofani qo'yib topamiz. So'ngra bu yasovchilar konus yasovchilarining proyeksiyalariga o'tkaziladi.

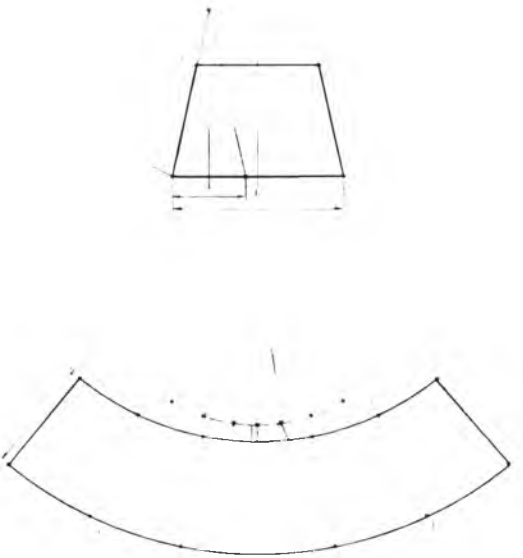


6.39 - chizma.

Uchi uzoqda yotgan kesik konus sirtining yoyilmasi

1-misol. 6.40-chizmada kesik doiraviy konus berilgan. Buning yoyilmasi chizilishini quyidagi usulda ko‘rib chiqamiz. Chizma chegarasida **S'** uch olib berilgan konusga o‘xshash yordamchi to‘liq konus chizamiz. Yordamchi konus asosining diametrini **(d)** berilgan konus diametriga **(D)** nisbatan shunday tanlaymizki, o‘xshashlik koeffitsiyenti **K=D/d** butun son bo‘lsin. So‘ngra yordamchi konus yon sirtining yoyilmasini chizish uchun S_1-**A-B-C-A** sektor olamiz va unga o‘xshash **"K"** koeffitsiyentli A_1 B_1 C_1..... yoy chizamiz.

Buning uchun ixtiyoriy S_0 nuqta tanlab olib, shu nuqta va yoydagi **A,B,C,.....A** nuqtalardan nurlar o‘tkazamiz. S_0**A** nurga S_0 nuqtadan boshlab uzunligi S_0**A** kesmadan **"K"** marta uzun bo‘lgan kesma qo‘yib **A1** nuqtani topamiz . Bu nuqta izlanayotgan egri chiziqqa tegishlidir. Shunday yo‘l bilan boshqa **V,S,...** nuqtalarni topamiz va bu nuqtalarni birlashtiramiz. Bu yordamchi sektor yoyiga o‘xshash egri chiziq yoki konus pastki asosining yoyilmasi bo‘la oladi.



6.40 - chizma.

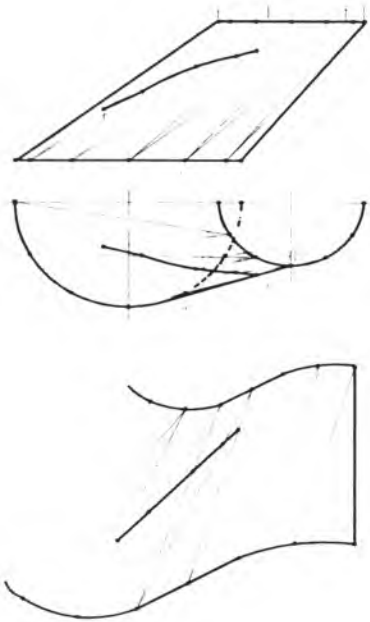
$A_1,B_1,C_1,...$ nuqtalar orqali yordamchi konus yoyilmasidagi **A,B,S,..** nuqtalardan o'tuvchi yasovchilarga mos ravishda parallel chiziqlar o'tkazamiz. Bu chiziqlarda $A_1,B_1,C_1,...$ nuqtalardan kesik konus yasovchisining uzunligi **L** ni o'lchab qo'yib, yuqorigi asos yoyilmasini beruvchi nuqtalarni topamiz. Topilgan nuqtalardan 2 egri chiziq o'tkazib, unga asoslarni joylashtirsak, kesik konus sirtining to'la yoyilmasi hosil qilinadi

2-misol. 6.41-chizmada asosi doiraviy elliptik kesik konus berilgan. Bu konusning yoyilmasini uchburchaklar usuli bilan chizamiz.

Konus yon sirtining yoyilmasini chizish uchun asos aylanasi va ustki kesimni teng **12** bo'lakka bo'lamiz. Bo'lish nuqtalardan yasovchilar o'tkazamiz va ikki yondosh yasovchi oralig'ini ikkita **O-A-B** va **O-I-B** uchburchakka bo'lamiz va h.k.

Uchburchaklar tomonlarining haqiqiy uzunliklarini topib, chizmada ko'rsatilganidek bir-birlariga yonma-yon qilib chizamiz.

M va **N** nuqtalar orasidagi geodezik chiziq oldingi misollarimizda ko'rib chiqqanimizdek chiziladi.



6.41 - chizma.

6.10. Yoyilmaydigan sirtlarning taxminiy yoyilmasi

Yoyilmaydigan sirtlarning taxminiy yoyilmasini chizish uchun yoyiladigan sirtlar bilan almashtiramiz. Buni quyidagi misollarda ko‘rib chiqamiz.

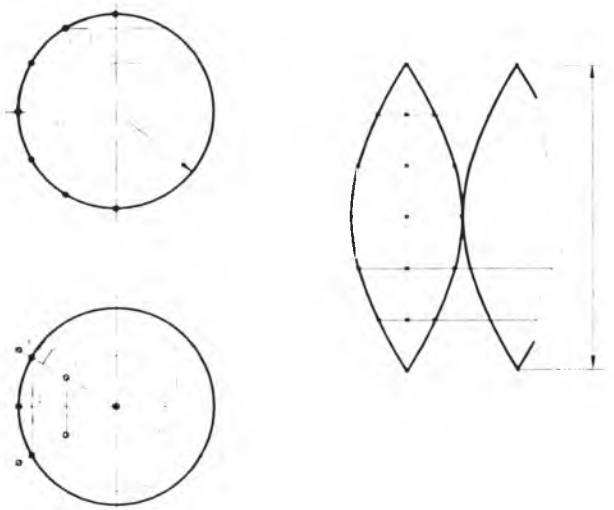
6.10.1. Shar sirtining taxminiy yoyilmasi

Sferik sirtning taxminiy yoyilmasini chizishni juda ko‘p usullari bor. Shundan uchta asosiysini ko‘rib chiqamiz.

1-misol. Sirtni meridianlar tekisligi usuli bilan yoyamiz (6.42 - chizma). Shar sirtini meridianlar yordamida asoslari ekvatorda tutashgan **6** sferik ikkiburchakka bo‘lamiz.

Har bir to‘g‘rilangan tasma $OO=\pi D/2$ uzunlikka ega, bunda **D** – shar diametri. O‘rtadagi eng katta kenglik $MN= \pi D/6$ ga teng bo‘ladi. Frontal proyeksiyada sharni teng **6** bo‘lakka bo‘lib, **1, 2, 3...** nuqtalarning gorizontal va frontal proyeksiyalarini topamiz. Meridiana tekisligi bilan kesilgan yoyning yoyilgandagi uzunligini aniqlaymiz.

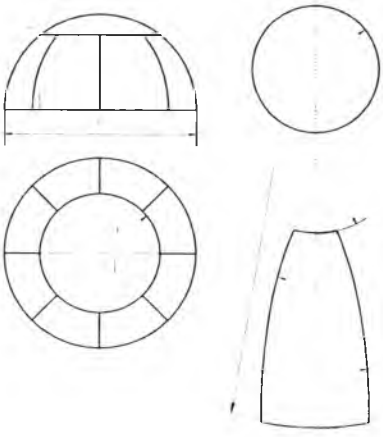
To‘g‘rilangan o‘q chiziq **OO1** ni **6** teng bo‘lakka bo‘lib, bo‘lingan nuqtalardan o‘q chiziqqa perpendikular (ekvatorning yoyilgan chizig‘iga parallel) o‘tkazamiz. Perpendikularlarga gorizontal proyeksiyadan mos parallellarning yoyilgan uzunligini olib qo‘yamiz. Olingan nuqtalarni ravon egri chiziq bilan tutashtirib, bir tasmaning yoyilmasiga ega bo‘lamiz. Shunday tasmalarning 6 tasi sharni taxminiy yoyilmasini beradi.



6.42 – chizma.

2-misol. Shar sektori va segmentlari usuli bilan yarim sharning yoyilmasini chizish (6.43-chizma). Sharning yuqori qismini gorizontal tekisligiga parallel qilib kesib, kesimda **R** radiusli aylana olamiz. Yarim sferaning qolgan qismini teng 8 shar segmentlariga bo‘lamiz. Shunday qilib yarim sharning yoyilmasi bir shar sektori va 8 shar segmentining yoyilmasidan iborat bo‘ladi.

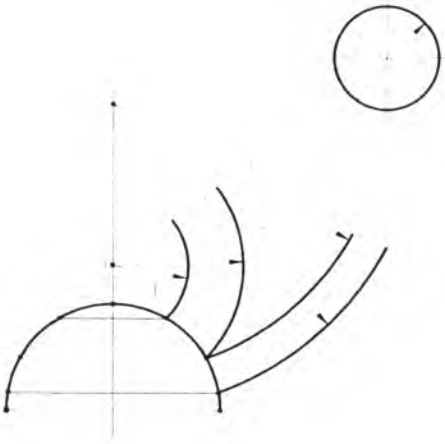
Shar sektorining yoyilmasi radiusi **e’g‘** bo‘lgan doira bo‘ladi. Uning radiusi yarim yoyning xordasiga teng. **R=D/4** bo‘lganda, shar segmentining yoyilmasini chizish uchun to‘g‘ri chiziq o‘tkazib, unga **KL=πD/6** kesma qo‘yamiz. **AB** yoy katta doiraning segmentlarga bo‘lingan uzunligiga, **EC** yoy esa, radius **R** aylananing segmentlarga bo‘lingan uzunligiga teng. Boshqa yasashlar chizmada aniq ko‘rsatilgan.



6.43 - chizma.

3-misol. Shar sektori va poyaslari yordamida sharning bir qismini yoyish (6.44-chizma).

Berilgan sirtni gorizontal tekislikka parallel tekisliklar bilan shar sektori va bir necha shar poyaslari hosil qilib kesamiz. Shar sektorining yoyilmasi 2-misolda ko'rilganidek bajariladi. Shar poyaslari esa, shu shar ichiga chizilgan kesik konuslar bilan almashtiriladi. Bu 6.44-chizmadan ma'lum.

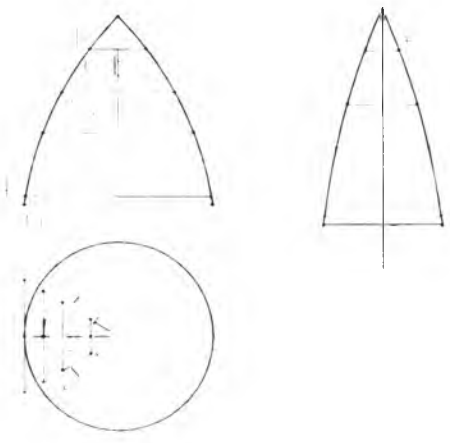


6.44 - chizma.

6.10.2. Yopiq tor sirtining taxminiy yoyilmasi

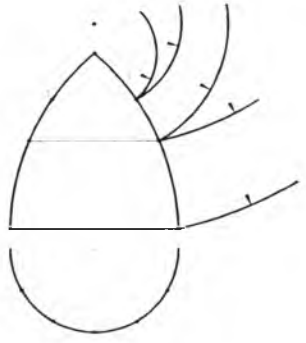
Yarim tor sirti berilgan. Uning yoyilmasini ikki usulda bajarish mumkin. Bu usullarning qo'llanishi 6.45, 6.46-chizmalarda ko'rsatilgan.

Masalan, 6.45-chizmadagi yoyilma avvalgidek shar yoyilmasini yasaganimizdek yordamchi silindrlar usulida chizilgan.



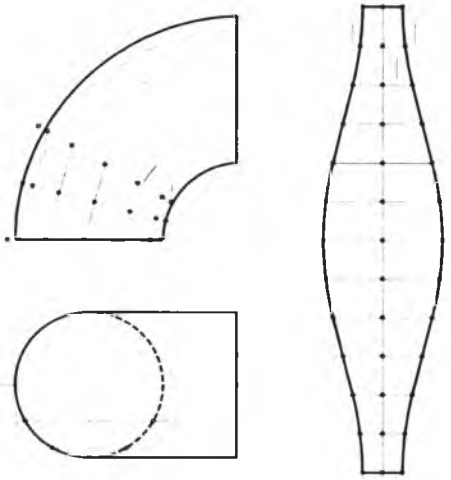
6.45 - chizma.

6.46-chizmadagi yoyilma yordamchi konuslar yordamida bajarilgan. Uning grafik bajarilish tartibi chizmada ko'rinib turibdi.



6.46 - chizma.

Halqa sirtining taxminiy yoyilmasi. 6.47-chizmada halqaning **1/4** qismini tashkil etuvchi tirsak berilgan. Berilgan halqa sirtining yoyilmasi chizilsin.



6.47-chizma.

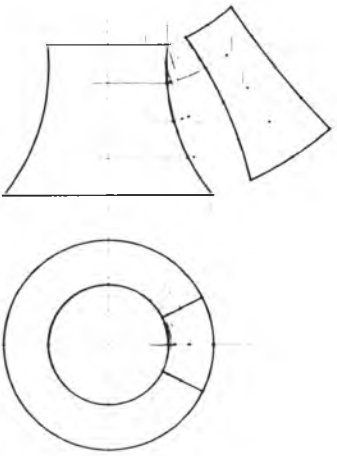
Sirtni meridianlar yordamida teng 3 bo'lakka bo'lib, bir bo'lagining taxminiy yoyilmasini chizamiz. Bu qismni tashqi chizilgan silindr sirt bilan almashtiramiz.

Silindrning normal kesimi kuzatilayotgan halqa qismining meridiani bo'ladi. Agar shu meridianni to'g'rilab yuborsak, to'g'ri chiziq kesmasi hosil bo'ladi. Bo'linish nuqtalaridan silindr yasovchilarini perpendikular holatda o'tkazamiz va uchlarini ravon egri chiziq bilan tutashtirsak, halqaning **1/12** qismi sirtining yoyilmasini chizgan bo'lamiz. Bu chizmada aniq ko'rsatilgan.

6.10.3. Ixtiyoriy aylanish sirtining taxminiy yoyilmasi

6.48-chizmada tasvirlangan sirtning yoyilmasi chizilsin. Xorda **b'c'** ni o'tkazamiz va uni **e'** nuqtada teng ikki bo'lakka bo'lamiz.

Bu nuqtadan **b'c'** xordaga perpendikular o'tkazib, sirt chegarasi bilan uchrashgan nuqtasi **3'** gacha davom ettiramiz. Kesma **3'e'** ni ikkiga bo'luvchi **K'** nuqtadan **b'c'** ga parallel chiziq o'tkazamiz va uni aylanish o'qi **S'** bilan uchrashganga qadar davom ettiramiz.



6.48 - chizma.

Sirt chegarasining egri chizig'i **b'c'** ni ixtiyoriy teng bo'laklarga bo'lamiz va nuqtalarni **m'n'** chiziqqa olib o'tamiz. **S'** ni markaz deb olib, topilgan **m',g',k',f',n'** nuqtalar orqali **S'** dan o'tkazilgan ixtiyoriy chiziqni kesguncha yoy o'tkazamiz. Topilgan **I, II, III, IV, V** nuqtalardan ikki tomonga gorizontal proyeksiyadan olingan yarim yoylarning yoyilgan uzunligini qo'yamiz.

Olingan nuqtalarni ravon egri chiziq bilan tutashtirib, aylanish sirtining yoyilmasini hosil qilamiz. Geodezik chiziqni esa avvalgidek o'tkazamiz.

6.11. Havo yo'naltirgich va bunker tipidagi sirtlarning yoyilmasi

6.11.1.Yoyilmani grafik chizish usuli

Texnikaviy sirtlarning yoyilmasi o'quv qo'llanmasida (5) shaxsiy uy-grafik topshiriqlarining 30 ta varianti berilgan. Ularning har biri simmetriya o'qiga ega bo'lgan har xil geometrik jismlarning shakl kombinatsiyalaridan iborat. Yoyilma grafikasi qaytarilmasligi uchun

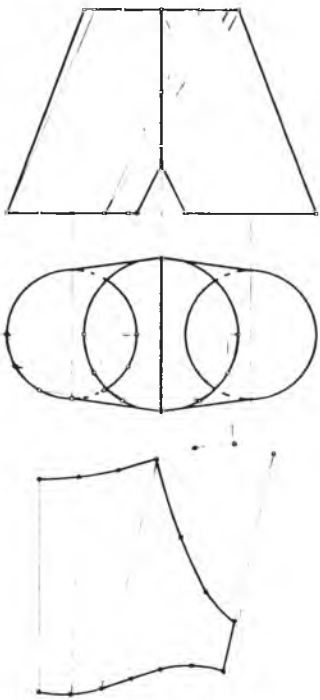
berilgan sirtning to‘la yoyilmasini emas, balki topshiriqda ko‘rsatilgan qismining yoyilmasini bajarish kerak.

Texnik shakllar sirtlarining yoyilmalari chizilishini bir necha misollarda ko‘rib chiqamiz.

1-misol. Havo yo‘lini birlashtiruvchi yoki bo‘luvchi qurilma yoyilmasi chizilsin (6.49-chizma).

Qurilma uchlari uzoqda yotuvchi o‘zaro kesishgan ikki konusdan iborat. Qurilma gorizontal proyeksiyasidan ko‘rinib turibdiki, u – simmetrik. Shuning uchun uning **1/4** qismi yoyilmasini chizish kifoyadir. Shu nisbatda qolgan qismlarini ham yoyish mumkin.

Yoyilma chizishni aylanani **12** bo‘lakka bo‘lishdan boshlaymiz. Yoylarni mos to‘g‘ri chiziqlar bilan almashtiramiz. Aylananing bo‘lingan nuqtalaridan yasovchilar o‘tkazib, konus sirtining yaqin yasovchilari oralig‘ini ikki uchburchakka bo‘lamiz. Yasovchilar va diagonallarning haqiqiy uzunligini aniqlaymiz. So‘ngra uchburchaklarni ketma-ket chizmada ko‘rsatilganidek chizamiz. Yoyilma uchi uzoqda yotgan qiya konusning yon sirti yoyilmasidek yasaladi (6.38-chizma).

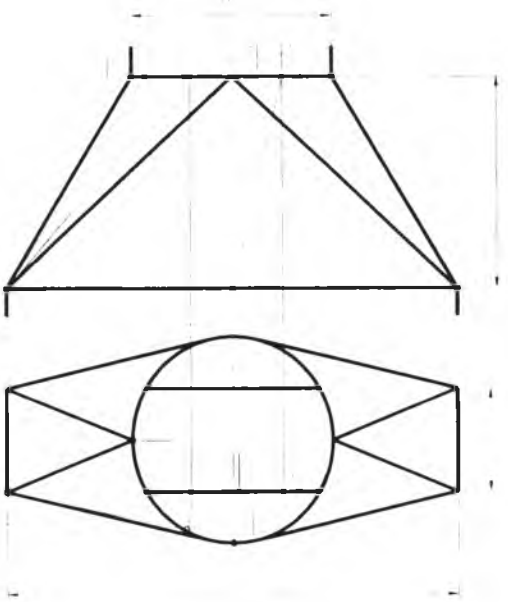


6.49 - chizma.

6.50-chizmada doira kesimdan to‘g‘ri to‘rtburchakli kesimga o‘tuvchi tarmoqli havo yo‘naltirgich ko‘rsatilgan.

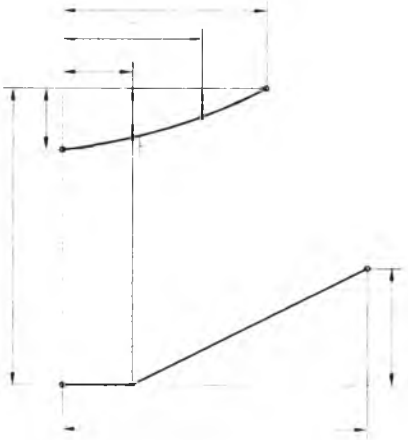
Tarmoqning yon sirti to‘rtta konus **A-D-2** sirt va to‘rtta uchburchakdan iborat. Konstruksiya ikki simmetriya tekisligiga ega bo‘lganligi uchun chegaralangan to‘rtdan bir qismining yoyilmasini chizsak kifoya bo‘ladi.

Diametri **∅ 60** bo‘lgan aylanani **12** teng bo‘lakka bo‘lib, bo‘linish nuqtalari **B,C** va uchi **2** dan konus sirtining yasovchilarini o‘tkazamiz.



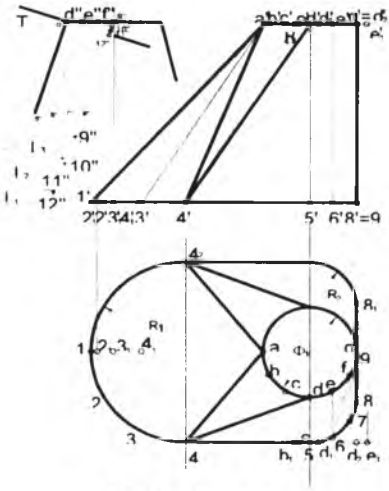
6.50 - chizma.

Profil proyeksiya tekisligiga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq **D3** va konus yasovchilari **A3, B2, C2, D2** larning haqiqiy uzunliklarini topamiz. So‘ngra ixtiyoriy to‘g‘ri chiziqda **1A** kesmani o‘lchab qo‘yamiz va unga perpendikular **2** nuqtani o‘tkazamiz, keyin **B, C, D, 3** nuqtalarni topamiz, bu 6.51-chizmada ko‘rinib turibdi.



6.51 - chizma.

6.52-chizmada berilgan texnik konstruksiya uchi **A** nuqtada bo'lgan, asos aylanasining radiusi $\mathbf{R_1}$ bo'lgan konus sirti, asoslari esa diametri $\mathbf{F_1}$ bo'lgan aylana, uchlari **4** va $\mathbf{4_2}$ da bo'lgan ikki konus sirt hamda **D, E, F, G, 5, 6, 7, 8** nuqtalar bilan chegaralangan ikki qiya silindr, **D-4–5** nuqtalar bilan chegaralangan ikki uchburchakdan, **G-8–8**, nuqtalar bilan chegaralangan bir uchburchakdan iborat. Berilgan texnik konstruksiya bitta simmetriya tekisligiga ega bo'lganligi uchun sirtning yarim yoyilmasini bajaramiz.



6.52 - chizma.

Konus sirti yasovchilarining haqiqiy uzunliklarini topib, $\mathbf{R_1}$ radiusli, **F** diametrli aylanalarning bo'linish yoylarini chiziq bilan almashtirib, konus sirtining yoyilmasini chizish mumkin va buning uchun uchburchak **D-4–5** va uchburchak **G-8–8$_1$** ning yarmini chizamiz.

Qiya silindr yasovchilari orasidagi masofani topish uchun qo'shimcha "o'ng tomondan ko'rinish" beramiz (6.52-chizmaga qarang). Bundan ko'rinib turibdiki, **D** nuqtadan o'tuvchi, yasovchilarga perpendikular bo'lgan tekislik yasovchilarning haqiqiy uzunligidan bir qismini kesib oladi. Masalan, yasovchi **G8** dan **9" 10"** kesmani, **F7** yasovchidan **10"11"** kesmani, **E6** yasovchidan **11"12"** kesmani kesib oladi.

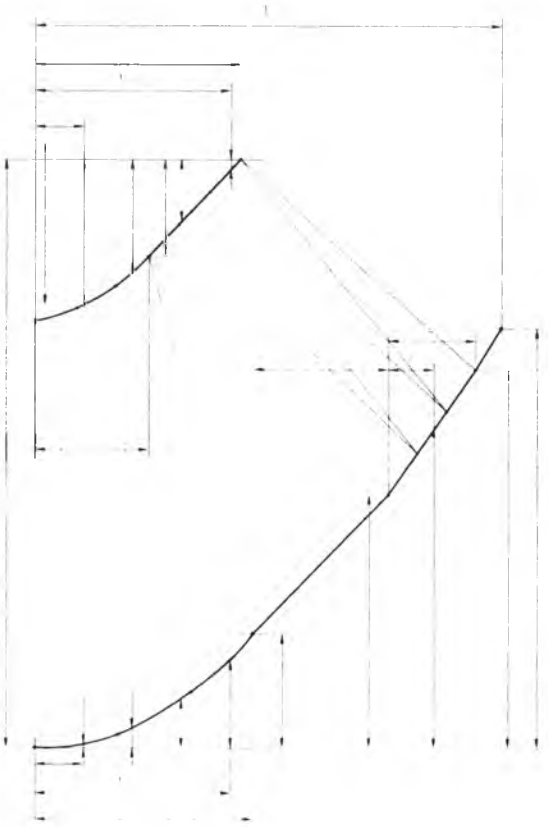
Bu kesmalarni to'g'ri burchakli uchburchaklarning katetlari, to'g'rilangan yoylar **9f** = **fe** = **ed** ni gipotenuzalar deb qabul qilamiz. Katet va gipotenuza yordamida uchburchak chizib, ikkinchi katetni topamiz, bu bizga yasovchilar orasidagi masofani beradi. Chizmadan ko'rinib turipdiki, yasovchilar **E6** va **F7** orasidagi masofa $\mathbf{L_1}$, yasovchilar **E6** va **F7** orasidagi masofa $\mathbf{L_2}$, yasovchilar **F7** va **G8** orasidagi masofa $\mathbf{L_3}$ ga teng.

Yoyiladigan sirtning barcha elementlarini aniqlab bo'lgandan so'ng uni grafik tasvirlashga kirishamiz, bu chizmada aniq berilgan (6.53-chizma).

6.11.2. Yoyilma chizmasiga o'lcham qo'yish

6.51 va 6.53-chizmalarda texnik konstruksiyalarning yoyilmalariga o'lchamlar qo'yishning asosiy qoidalari ko'rsatilgan. Buyum sirti yoyilmasining ishchi chizmasida yoyilma chegarasi, chekkalarga ishlov berish, teshiklar teshish va shunga o'xshash jarayonlarni bajarish uchun zaruriy hamma o'lchamlar berilishi lozim. Shuningdek, fazoviy shakl hosil qilish uchun buklanish chiziqlarining o'lchamlari ham berilishi kerak. Yoyilmaning konfiguratsiyasini aniqlovchi ayrim elementlarning o'lchamlaridan tashqari, yoyilma qirqiladigan materialni aniqlovchi gabarit o'lchamlar beriladi. Yoyilma chegarasi aylana yoyi bo'lmagan egri chiziq bo'lsa, ayrim nuqtalarning koordinatalari beriladi. Shuningdek, chiqarish chizig'ini o'lcham chizig'ini vazifasida ishlatishga ruxsat etiladi. Egri chiziqning egriligi katta bo'lsa, chiqarish chiziqlari oralig'ini oshirish, egrilik kichik bo'lsa, kamaytirish tavsiya etiladi.

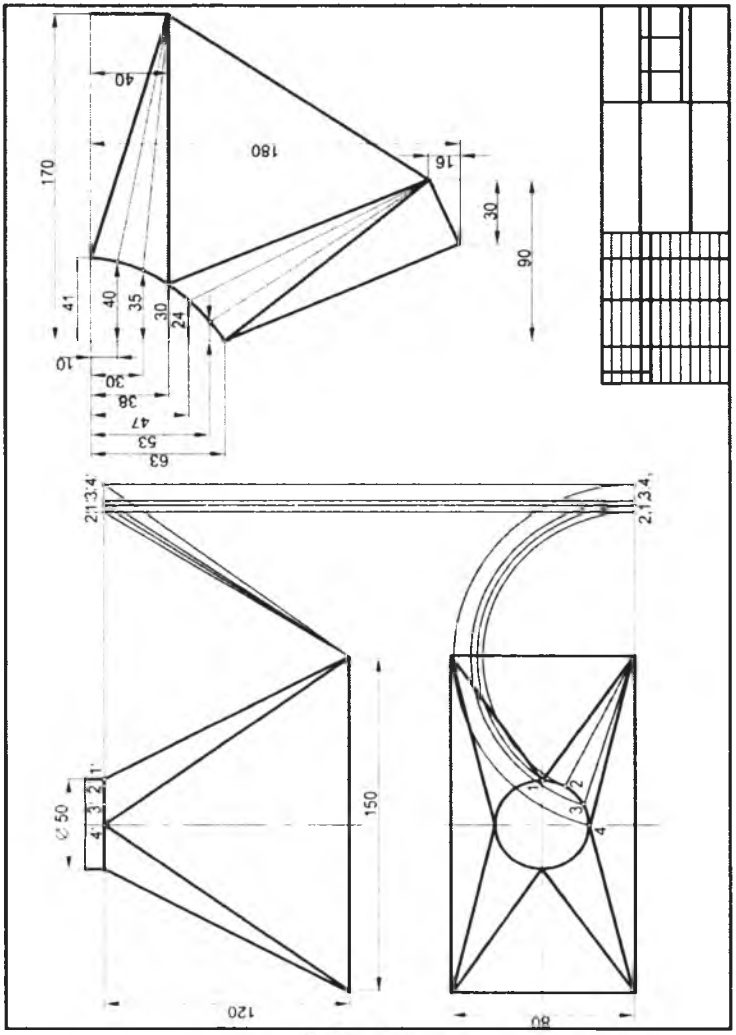
O'lcham qo'yishda xarakterli nuqtalarning koordinatalarini berish zarur. Misol uchun 6.51-chizmada **2, 3, D** shunday nuqtalardir.



6.53 – chizma.

6.53-chizmada **4, 5, 9, A, D, G** nuqtalar shunday nuqtalar. O‘lchamlarni tanlangan bazadan qo‘yish tavsiya etiladi, chunki o‘lchash belgilovchiga oson bo‘ladi. O‘lchamlarni zanjir tariqasida berish tavsiya etilmaydi, chunki xatoliklar ko‘payib ketadi. Uchi berilgan konus sirtlarining yoyilmasiga o‘lchamlar qo‘yishda to‘g‘ri burchakli koordinat o‘rniga polyar usuldan foydalanish mumkin. Ya’ni bir nuqtadan chiquvchi nurlarga, egri chiziq ayrim nuqtalarining konus uchidan uzoqligi masofasi o‘lchab quyiladi.

Texnik konstruksiya yoyilmasining ishchi chizmasiga o‘lcham quyish namunasi 6.54-chizmada berilgan.



6.54 - chizma.

Oltinchi bobga doir testlar

1. Sirtlarning yasovchilari qanday holatda bo‘lganda, sirtlar tekislikka yeyilmaydi?

A) ayqash B) kesishuvchi D) parallel E) perpendikular

2. Sfera sirtini frontal proyeksiyalovchi tekislik bilan kesilgan kesim shaklining haqiqiy kattaligi qanday nomlanadi?

A) ellips **B) aylana** D) to‘g‘ri chiziq E) oval

Mustahkamlash uchun savollar

1. Sirtlar qanday hosil bo‘ladi?
2. Sirtlar tasnifi haqida nima bilasiz?
3. Qanday yoyiluvchi sirtlarni bilasiz?
4. Qanday yoyilmaydigan to‘g‘ri chiziqli sirtlarni bilasiz?
5. Egri chiziqli sirtlarning yasovchilari qanday bo‘ladi?
6. Qanday egri chiziqli sirtlarni bilasiz?
7. Aylanish sirtlari qanday hosil bo‘ladi?
8. Aylanish sirtlarning qanday turlarini bilasiz?
9. Konus sirti qanday hosil bo‘ladi?
10. Silindr sirti qanday hosil bo‘ladi?
11. Shar sirti qanday hosil bo‘ladi?
12. Aylanish sirtning parallellari deb nimaga aytiladi?
13. Aylanish sirtning meridiani deb nimaga aytiladi?
14. Aylanish sirtning ekvatori deb nimaga aytiladi?
15. Aylanish sirtning bo‘yin chizig‘i deb nimaga aytiladi?
16. Sharning bosh meridiana chizig‘i uning qanday qiyofasini aniqlaydi?
17. Aylanma ellipsoid qanday hosil bo‘ladi?
18. Aylanma paraboloid qanday hosil bo‘ladi?
19. Ko‘pyoq deb nimaga aytiladi?
20. Piramida sirti qanday hosil bo‘ladi?
21. Prizma sirti qanday hosil bo‘ladi?
22. Ko‘pyoqlarning qanday elementlarini bilasiz?

VII bob. SIRTLARNING O‘ZARO KESISHISHI

Umumiy vaziyatdagi ikki sirtning kesishishi fazoviy chiziqni hosil qiladi.

Sirtlarning kesishish chizig‘ini aniqlash uchun unda yotuvchi bir nechta nuqtalarni topish kerak bo‘ladi. Buning uchun vositachilardan foydalaniladi.

Vositachilar ikki xil bo‘ladi:

1. Yordamchi proyeksiyalovchi tekisliklar.

2. Yordamchi sfera (sharlar).

Bu vositachilardan qaysi birini qo‘llash, berilgan sirtning turlariga va ularning o‘zaro vaziyatiga bog‘liq.

7.1. Yordamchi kesuvchi tekislik usuli

Yordamchi tekislik usuli kesishayotgan sirtlar ko‘pyoqliklar bo‘lsa yoki ulardan biri ko‘pyoqlik bo‘lsa qo‘llaniladi.

Bu usulning mohiyati shundaki, kesishayotgan sirtlar yordamchi tekislik bilan kesiladi. Sirtlarning tekislik bilan kesishishidan hosil bo‘lgan nuqtalar har ikkala sirt uchun umumiy bo‘lib, kesishish chizig‘ini tashkil qiladi.

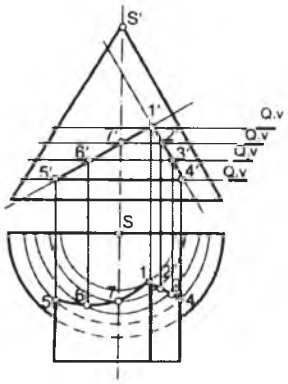
Kesishish chizig‘ini yasashda avval xarakterli nuqtalar – eng chetki o‘ng va chap hamda eng yuqorigi va eng pastki nuqtalar topib olinadi, so‘ng oraliq nuqtalar aniqlanadi.

Sirtlarning kesishish chizig‘ini yasashda, odatda, **7** ta yoki **9** ta nuqta aniqlash kifoya. Aniqlangan nuqtalar lekalo yordamida ravon tutashtiriladi

Misol: To‘g‘ri doiraviy yarim konus bilan to‘g‘ri prizmaning kesishish chizig‘i proyeksiyalari aniqlansin (7.1-chizma). Bu misol talabalarning 9-epyuri bo‘lib, talabalar chizmaning berilishini variant asosida ko‘rgazmali stenddan olib chizadilar.

Prizmaning yon yoqlari frontal proyeksiyalovchi tekisliklar bo‘lgani uchun, shu yon yoqlarning konus sirti bilan kesishish chizig‘i frontal proyeksiyada, xususiy vaziyatdagi tekisliklarning yig‘ish xossasiga asosan prizma yon yoqlarining ustiga tushadi. Prizmaning ostki yog‘i konus sirti bilan to‘liq bo‘lmagan aylana (**5,4** chiziq), chap yog‘i to‘liq bo‘lmagan ellips (**5,6,7,1** chiziq), o‘ng yog‘i to‘liq bo‘lmagan parabola (**1,2,3,4** chiziq) bo‘ylab kesishadi. Misolni yechish uchun kesishish chiziqlarining gorizontal proyeksiyalarini chizish kifoya.

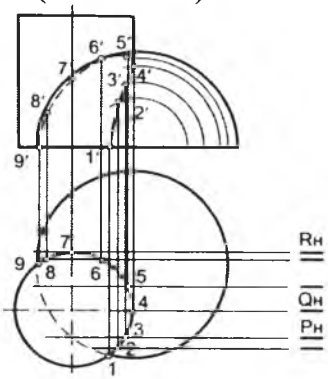
Kesishish chiziqlariga tegishli nuqtalarning gorizontal proyeksiyasini aniqlash uchun xususiy vaziyatdagi yordamchi gorizontal Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 tekisliklardan foydalanamiz.



7.1 - chizma.

Yordamchi tekisliklar har ikki sirtlarni kesib o'tib, konus sirti uchun yarim aylanalar – konus parallellarini, prizma sirti uchun to'g'ri chiziqlarni – prizma yasovchilarini hosil qiladi. O'z navbatida, konus parallellari prizma yasovchilari bilan uchrashib, har ikki sirtlarning kesishish chiziqlariga tegishli bo'lgan nuqtalarni beradi. Hosil bo'lgan nuqtalarni tutashtirib, **1, 7, 6, 5** ellips, **1, 2, 3, 4** parabola, **4, 5** aylana bo'laklarni hosil qilamiz.

Misol: Yarim sfera bilan silindrning kesishish chizig'i proyeksiyalari aniqlansin (7.2 - chizma).

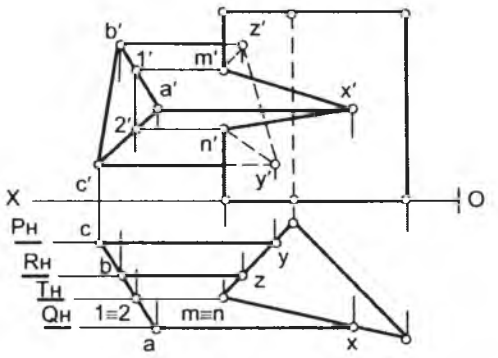


7.2 - chizma.

Silindr sirtining yasovchilari gorizontal proyeksiyalar tekisligiga proyeksiyalovchi vaziyatda bo‘lgani uchun, ma’lum yasovchilarining yarim sfera bilan kesishish chizig‘ining gorizontal proyeksiyasi silindr asoslari bilan ustma-ust tushadi (**1–2-3–4-5–6–7–8–9**-chiziqlar) Yarim sfera bilan silindr sirtlarining kesishish chizig‘i frontal proyeksiyasini aniqlash uchun yordamchi frontal **Q, R, P...** tekisliklardan foydalanamiz.

Yordamchi frontal tekisliklar silindr sirtini yasovchilari – to‘g‘ri chiziqlar, yarim sfera sirtini yarim aylanalar bo‘ylab kesib o‘tadi. Natijada sfera sirtidagi yarim aylanalar, silindr sirtidagi yasovchilar – to‘g‘ri chiziqlar bilan uchrashib, har ikki sirtlarning kesishish chizig‘iga tegishli bo‘lgan nuqtalarning frontal proyeksiyalarini beradi. Hosil bo‘lgan nuqtalarni o‘zaro ravon tutashtirib, silindr va yarim sfera sirtining o‘zaro kesishish chizig‘ini frontal proyeksiyasini hosil qilamiz. Bu yerda **1’, 2’, 3’, 4’** nuqtalarni tutashtiruvchi kesishish chizig‘i kuzatuvchiga ko‘rinadi, **4’, 5’, 6’, 7’, 8’, 9’** nuqtalarni tutashtiruvchi kesishish chizig‘i ko‘rinmaydi, chunki ko‘rinmas kesishish chizig‘i silindr sirtining o‘ng qiyofa yasovchisining (**4**-nuqtaning) orqasida bo‘ladi.

Misol: Ikki prizmaning kesishish chizig‘i proyeksiyalari chizilsin (7.3 - chizma).



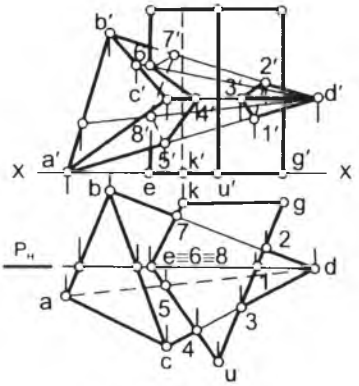
7.3- chizma.

Berilgan ikki uch yon yoqli prizmaning biri – to‘g‘ri gorizontal proyeksiyalovchi vaziyatda, ikkinchisining yon qirralari profil proyeksiyalovchi vaziyatga ega. Ikki prizma sirtlarining kesishish chizig‘ining gorizontal proyeksiyasi ma’lum bo‘lib, u gorizontal proyeksiyalovchi prizmaning asoslari bilan ustma-ust tushadi. Shu **x, m,**

z, y, n nuqtalarni belgilab olib, yordamchi frontal **Q, T, R, P** tekisliklar o'tkazamiz. Yordamchi **T** frontal tekislik bir prizmaning chap qirrasini, ikkinchi prizmaning **1, 2** yasovchilarini kesib o'tib, natijada ikki prizma sirtining kesishish chizig'iga tegishli bo'lgan **m', n'** nuqtalarni beradi. Qolgan **x', y', z'** nuqtalar ham shu tartibda topiladi.

Hosil qilingan nuqtalar o'zaro tutashtirilib, ikki prizma kesishish chizig'ining frontal proyeksiyasini hosil qilinadi. Bu yerda **m'– x'- n'** siniq chiziq kuzatuvchiga ko'rinadi, **m'-z'-y'-n'** siniq chiziq ko'rinmas bo'ladi.

Misol: To'g'ri prizma sirti bilan piramida sirtining kesishish chizig'i proyeksiyalari chizilsin (7.4-chizma). Bu misol mexanika ta'lim yo'nalishidagi talabalarning mustaqil-grafik ishi bo'lib, **A,B,C,D** piramida va **E,K,U,Q** prizma **(X,Y,Z)** koordinatalari millimetrlarda variant asosida beriladi.



7.4 - chizma.

To'g'ri prizma sirti gorizontal proyeksiyalovchi vaziyatda bo'lgani uchun, prizma va piramida sirtlarining o'zaro kesishish chizig'ining gorizontal proyeksiyasi ma'lum bo'ladi, ya'ni prizma yoqlarining piramida qirralari bilan uchrashgan nuqtalarini belgilab olamiz. Prizmaning **E** qirrasidagi **6, 8** nuqtalarni topish uchun yordamchi proyeksiyalovchi **P** tekislik o'tkazamiz. Kesishish chizig'iga tegishli nuqtalarni frontal proyeksiyasini aniqlash uchun vertikal bog'lovchi chiziqlardan foydalanamiz.

7.2. Yordamchi sferalar usuli

Bu usul aylanish sirtlari umumiy simmetriya tekisligiga ega bo'lganda, kesishuvchi sirtlarning o'qlari o'zaro kesishadigan va bir proyeksiyalar tekisligiga parallel joylashgan hollardagina qo'llaniladi.

Sfera usuli ikki xil bo'ladi:

1. **Konsentrik**, ya'ni yordamchi sharlar bir markazdan o'tkaziladi.
2. **Ekssentrik**, ya'ni yordamchi sharlar markazi bir to'g'ri chiziqda yotuvchi bir nechta nuqtalardan iboratdir.

Konsentrik usulning mohiyati shundan iboratki, yordamchi sfera har ikkala aylanish sirtlarining o'qlari kesishgan nuqtadan o'tkaziladi.

Yordamchi **"min"** sfera birinchi sirtni aylana bo'yicha kesib, ikkinchi sirtga aylana bo'yicha urinib o'tadi. Aylanalar kesishib, ikki sirtga umumiy bo'lgan kesishish chizig'iga tegishli nuqtani beradi.

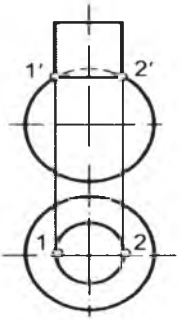
Minimal sferadan tashqari, ikki yoki uch katta sferalar o'tkaziladi.

Bu katta sferalar har ikkala aylanish sirtlarini o'z asoslariga parallel bo'lgan aylanalar bo'ylab kesadi. Odatda, kesishish chizig'ini topish uchun **7** ta yoki **9** ta nuqta topish kifoya.

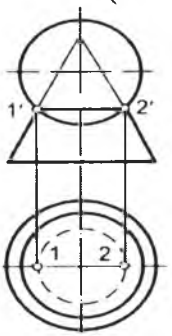
7.3. Sirtlar kesishuvining xususiy holi

Agar kesishuvchi sirtlar umumiy o'qqa ega bo'lsa, ularning kesishish chizig'i o'qqa perpendikular bo'lgan aylana bo'ladi.

Misol: Sfera va silindr (7.5-chizma). Sfera va konus (7.6-chizma)



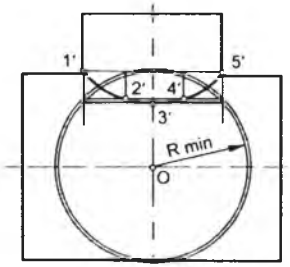
7.5 - chizma.



7.6 - chizma.

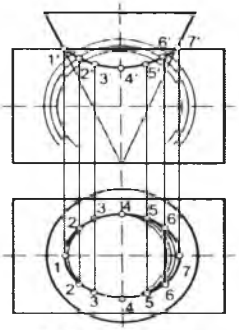
Umumiy o‘qqa ega bo‘lgan aylanish sirtlarining o‘zaro kesishish xususiyatlari, ikki sirtning kesishish chizig‘i proyeksiyalarini aniqlashda berilgan sirtlarga o‘qdosh bo‘lgan yordamchi sferalardan foydalanishga imkon beradi.

Misol: Ikki silindrning kesishishi (7.7 - chizma).



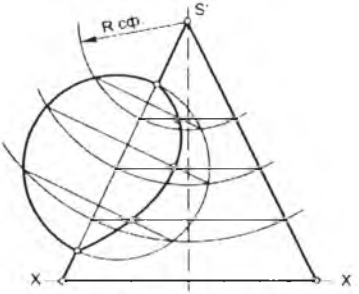
7.7 - chizma.

Misol: Silindr va konusning kesishishi (7.8 - chizma).



7.8 - chizma.

Misol: Konus va sferaning kesishishi (7.9 - **chizma**).

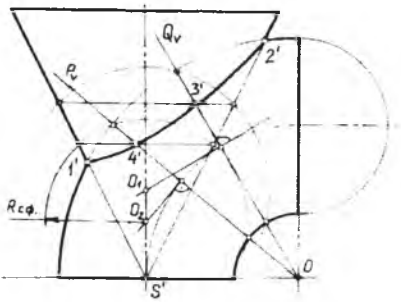


7.9 - chizma.

Umumiy simmetriya tekisligiga ega bo‘lgan aylanish sirtlarining kesishish chizig‘ini aniqlashda yordamchi kesuvchi vositachi sferalarni qo‘llash 7.9-chizmada keltirilgan. Bu yerda bir sirt aylanish konusi ikkinchisi esa sfera. Misolni yechishda kesuvchi ekssentrik sferalar qo‘llanilgan. Bu misolni yordamchi kesuvchi tekisliklar va konsentrik sferalar usullari bilan yechish mumkin.

Markazi konus o‘qida joylashgan , istalgan radiusdagi yordamchi kesuvchi vositachi sferalar konusni va berilgan sferani aylanalar bo‘yicha kesadi. Aylanalar kesishib, sirtlarning kesishish chizig‘iga tegishli nuqtalarni beradi. Boshqa radiusli kesuvchi ekssentrik sferalar markazini aylanish konusi o‘qida tanlab olsak, sirtlarning kesishish chizig‘iga tegishli bo‘lgan bir qator nuqtalarni hosil qilamiz.

Misol: Konus va torning kesishishi (7.10 - chizma).



7.10 - chizma.

Ikki aylanish sirtining kesishish chizig‘ini ekssentrik sferalar usuli bilan aniqlash 7.10-chizmada keltirilgan. Bu misolda halqa (ochiq tor) bilan aylanish konusi kesishishi ko‘rsatilgan. Sirtlar bitta umumiy simmetriya tekisligiga ega va chizmada sirtlarning frontal qiyofalari berilgan. Bu sirtlarning kesishish chizig‘ini aniqlashda avval sirtlarning qiyofa yasovchilari kesishayotgan tayanch **1** va **2** nuqtalarni topib olamiz. So‘ng torning aylanish o‘qi orqali frontal proyeksiyalovchi **Q** tekislikni o‘tkazamiz. **U** torni aylana bo‘ylab kesadi. **Q** tekislikdagi aylana markazidan o‘tkazilgan perpendikular aylanish konusining o‘qini kesib, torning aylana bo‘ylab kesgan sferaning $\mathbf{O_1}$ markazini beradi. O‘tkazilgan sfera tor va aylanish konusini aylanalar bo‘ylab kesib o‘tadi, ularning frontal proyeksiyalari to‘g‘ri chiziq kesmalari bo‘ladi. Ikki **3**-nuqtalar sirtlarning kesishish chizig‘iga tegishlidir. Ikki sirtning kesishish chizig‘iga tegishli bo‘lgan **4**-nuqtalar ham shu tartibda

topiladi. U holda yordamchi kesuvchi sferaning markazi O_2 bo'ladi. Kesishish chizig'ining gorizontal proyeksiyasi uning frontal proyeksiyasi bilan proyeksion bog'lanishda aniqlanadi.

Yettinchi bobga doir testlar

1. Ikki sirtning kesishish chizig'ini aniqlash qaysi nuqtalarni topishdan boshlanadi?

A) oraliq nuqtalar B) ixtiyoriy nuqtalar **D) tayanch nuqtalar** E) istalgan nuqtalar

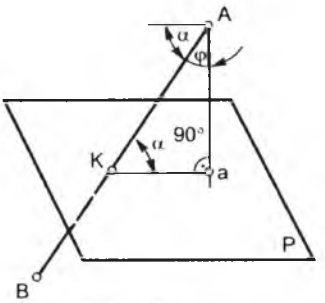
Mustahkamlash uchun savollar

1. Sirtlarning kesishish chizig'ini aniqlashning qanday usullarini bilasiz?
2. Ko'pyoqlarni o'zaro kesishish chizig'i qanday usulda aniqlanadi?
3. Yordamchi kesuvchi tekislik usulining mohiyatini aytib bering.
4. Ko'ryoq bilan aylanish sirtining kesishuv chizig'i qanday usulda aniqlanadi?
5. Ikki aylanish sirtlarining o'qlari o'zaro ayqash bo'lsa, ularning kesishuv chizig'i qanday usulda aniqlanadi?
6. Yordamchi kesuvchi tekislik usulida qanday vaziyatdagi tekisliklar qo'llaniladi?
7. Yordamchi sferalar usuli qanday hollarda qo'llaniladi?
8. Konsentrik yordamchi sharlar usulining mohiyatini aytib bering.
9. Sirtlarning kesishish chizig'iga tegishli tayanch nuqtalar to'g'risida tushuncha bering.
10. Umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtlarining kesishish chizig'i qanday bo'ladi?
11. Aylanish sirtlarining xususiy holdagi kesishish chiziqlari deganda nimani tushunasiz?
12. Ekssentrik yordamchi sharlar markazi qanday olinadi?
13. Konsentrik yordamchi sharlar markazi qanday olinadi?
14. Aylanish sirtlarining o'qlari o'zaro ayqash bo'lsa, yordamchi sferalar usulini qo'llash mumkinmi?

VIII bob. BURCHAKLARNI ANIQLASH

8.1. To‘g‘ri chiziq va tekislik orasidagi burchakni aniqlash

To‘g‘ri chiziq va tekislik orasidagi burchak shu to‘g‘ri chiziqning berilgan tekislikdagi ortogonal proyeksiyasi bilan hosil qilgan burchagiga teng bo‘ladi. To‘g‘ri chiziq va tekislik orasidagi burchakni fazoviy chizmadan (8.1 - chizma) foydalanib, quyidagi tartibda aniqlash mumkin:



8.1 - chizma.

1) Berilgan **AB** to‘g‘ri chiziqning tekislik bilan kesishish nuqtasi aniqlanadi:

$$(\bullet)K = (AB) \cap P$$

2) To‘g‘ri chiziqni **A** uchidan berilgan tekislikka **P** perpendikularni tushirib, uning **P** tekislik bilan kesishuv nuqtasini aniqlaymiz:

$$\perp_{(\bullet)A} \cap P = a$$

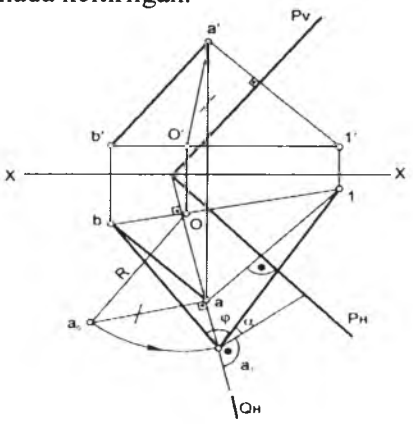
3) Chizmada aniqlangan **K** va **A** nuqtalarni o‘zaro tutashtirish natijasida hosil bo‘lgan α burchak **AB** to‘g‘ri chiziq va **P** tekislik orasidagi burchak bo‘ladi:

$$(\bullet)\, a \cup (\bullet)\, K = (a\, K),\ \angle \alpha = (AB) \wedge P$$

Bu masalani ikkinchi usulda ham yechish mumkin. Bu usulda talab qilingan α burchak **(AB)** to‘g‘ri chiziq va uning **A** uchidan **P** tekislikka tushirilgan perpendikular orasidagi φ burchak orqali aniqlanadi:

$$\alpha + \varphi = 90^0\ ,\ \angle\alpha = 90^0 - \varphi$$

Misol: **AB** to‘g‘ri chiziq bilan **P** tekislik orasidagi burchakni aniqlash 8.2 - chizmada keltirilgan.

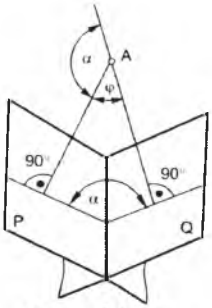


8.2 - chizma.

8.2. Ikki tekislik orasidagi burchakni aniqlash

Ikki **P** va **Q** tekisliklar orasidagi burchak bu tekisliklarning kesishish chizig‘iga perpendikular bo‘lgan ikki to‘g‘ri chiziqlari orasidagi chiziqli burchak bilan o‘lchanadi. Bunday usul bilan ikki tekislik orasidagi chiziqli burchakni aniqlash ko‘p geometrik yasashlarni talab etadi.

Ikki tekislik orasidagi burchakni quyidagicha aniqlash mumkin (8.3-chizma).



8.3 - chizma.

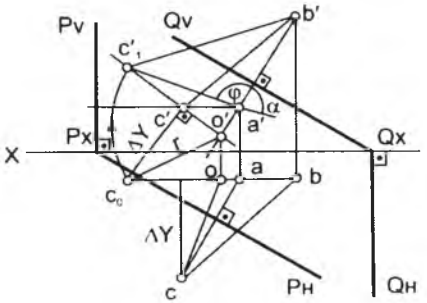
Buning uchun fazoning ixtiyoriy **A** nuqtasidan berilgan **Q** va **P** tekisliklarga perpendikular tushirib, **φ** burchakning haqiqiy qiymatini aniqlash orqali **α** burchakni topamiz.

$$\angle \alpha = 180^0 - \varphi$$

Misol: Ikki tekislik $P(P_H,P_V)$ va $Q(Q_H,Q_V)$ orsidagi burchak aniqlansin (8.4 - chizma).

Berilgan:
$P(P_H, P_V) \wedge Q(Q_H, Q_V)$

Topish kerak:
$\angle \alpha = P \wedge Q$

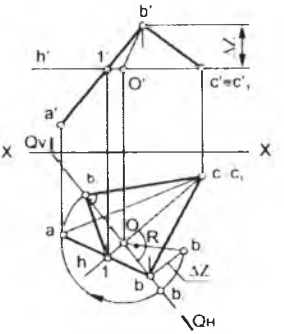


8.4 - chizma.

8.3. Ikki kesishuvchi to'g'ri chiziq orasidagi burchakni aniqlash

Misol: Berilgan **AB** va **BC** kesishuvchi to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak aniqlansin (8.5 - chizma).

Berilgan:
$(AB) \cap (BC)$
Topish kerak:
$|\angle BCA| - ?$



8.5 - chizma.

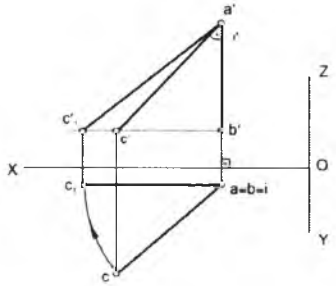
Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi:

1) $h_0\,(h\ h') \subset (\bullet)C(c\ c')$

2) $(\bullet)B \circlearrowright J_{\|H} \rightarrow (\bullet)B_1$

Misol: Berilgan **AB** va **AC** kesishuvchi to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak aniqlansin (8.6 - chizma).

Berilgan:
$(AB) \cap (AC) \wedge (AB) \perp H$
Topish kerak:
$|\angle ABC| - ?$



8.6 - chizma.

Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi:

1)$(\bullet)C \circlearrowleft J_{\perp H} \rightarrow (\bullet)C_1$

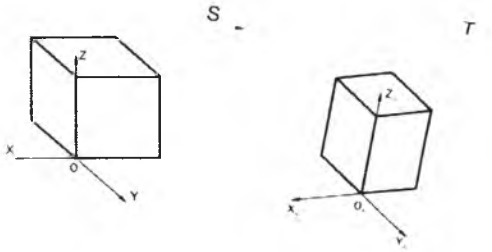
Mustahkamlash uchun savollar

1. To‘g‘ri chiziq bilan tekislik orasidagi burchak qanday aniqlanadi?
2. To‘g‘ri chiziq va uning uchidan tekislikka tushirilgan perpendikular orasidagi burchak qanday aniqlanadi?
3. Ikki tekislik orasidagi burchak qanday aniqlanadi?
4. Ikki kesishuvchi chiziqlar orasidagi burchak qanday aniqlanadi?
5. Ayqash chiziqlar orasidagi burchak qanday aniqlanadi?
6. To‘g‘ri chiziq va proyeksiyalar o‘qi orasidagi burchak qanday aniqlanadi?
7. Tekislikning gorizontal va frontal izlari orasidagi burchak qanday aniqlanadi?
8. Xususiy vaziyatdagi tekislikning izlari orasidagi burchak necha gradusga teng?

IX bob. AKSONOMETRIK PROYEKSIYALAR

9.1. Umumiy ma'lumot

Jismning to'g'ri burchakli proyeksiyalari yetarli yaqqollikka ega bo'lmaydi. Shuning uchun jismning yaqqol tasvirini chizish kerak bo'ladi. Yaqqol tasvirlar aksonometrik proyeksiyalar chizish orqali amalga oshiriladi. Aksonometrik proyeksiyalar yoki qisqacha aksonometriya – grekcha so'z bo'lib, «o'qlar bo'ylab o'lchash» degan ma'noni bildiradi. Aksonometrik proyeksiyalar tekisligidagi **X, Y, Z** o'qlar **aksonometrik o'qlar** deb ataladi. Aksonometriya – buyumni, to'g'ri burchakli fazoviy koordinata o'qlari bilan birga sistemadan tashqarida olingan tekislikka proeksiyalash yo'li bilan hosil qilingan tasvirga aytiladi. Prizmaning aksonometrik proyeksiyasini hosil qilish uchun uning **OXYZ** o'qlar sistemasiga joylashtirib, biror yo'nalishda bitta tekislikka parallel proyeksiyalash yo'li bilan olingan tasvirdan iborat (9.1-chizma).



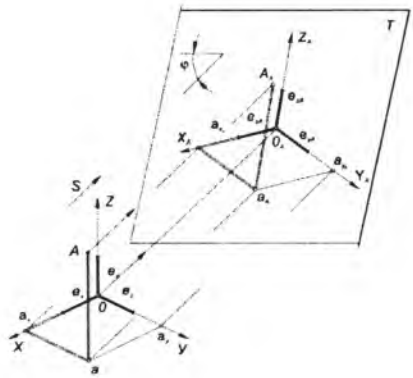
9.1- chizma.

S proyeksiyalash yo'nalishi, odatda, **T** aksonometrik tekislikka perpendikular yoki og'ma joylashgan bo'lishi mumkin.

Agarda **S** proyeksiyalash yo'nalishi bilan **T** tekislik orasidagi burchak $\varphi°=90$ bo'lsa, aksonometrik proyeksiyalar **to'g'ri burchakli** deyiladi.

Buyumning aksonometrik proyeksiyasini chizish uchun shu buyumning o'zini va uning ortogonal proyeksiyasidan birini aksonometrik proyeksiyalar tekisligiga proyeksiyalash yetarlidir.

Masalan, **A** nuqta bilan uning ortogonal proyeksiyalaridan biri **A** gorizontal proyeksiyasini **T** aksonometriya tekisligiga proyeksiyalash 9.2-chizmada ko'rsatilgan.



9.2 - chizma.

Bu yerda, A_A-**A** nuqtaning aksonometrik proyeksiyasi deyiladi. a_A nuqta esa **A** nuqtaning ikkilamchi proyeksiyasi deb yuritiladi. 9.2-**chizma**dagi $0a_Xaa$ siniq chiziq **A**-nuqtaning **X,Y** va **Z** o'qlaridagi koordinatalarining yig'indisidan iborat bo'lganligi uchun, u chiziqni koordinatalar siniq chizig'i deyiladi. Shu chiziqning aksonometrik proyeksiyasi $O_Aa_{XA}a_AA_A$ bo'ladi. 9.2-chizmadagi O_AX_A, O_AY_A, O_AZ_A o'qlar aksonometrik proyeksiyalari, O_A esa **O** koordinatalar boshining aksonometriyasi bo'ladi. Aksonometrik proyeksiyalar parallel proyeksiyalar turiga mansub bo'lganligi sababli, ular parallel proyeksiyalarning hamma xossalariga ega. Shunga ko'ra, **Aa II OZ**, aa_X **II OY**, aa_y **II OX** bo'lganligi uchun, $A_A\,a_A$ **II** $O_A\,Z_A$, $a_A\,a_{XA}$ **II** $O_A\,Y_A$, $a_A\,O_{YA}$ **II** $O_A\,X_A$ bo'ladi.

9.2. Aksonometriya o'qlari va ular bo'yicha o'zgarish koeffitsiyenti

To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasidagi uchala koordinata o'qi uchun umumiy bo'lgan uzunlik masshtab birligi sifatida **e** ni qabul qilib, uni **tabiiy masshtab birligi** deb ataymiz (9.2-chizma). Tabiiy shakl birligi **e** kesmani **OX, OY, OZ** koordinata o'qlariga qo'yamiz. Ularni **T** tekislikka proyeksiyalasak, e_{XA}, e_{YA}, e_{ZA}, kesmalar hosil bo'ladi. Bu kesmalar **aksonometriya masshtab birliklari** deb yuritiladi. Ularning tabiiy masshtab birligi **e** ga nisbatlari aksonometriya o'qlari bo'yicha o'zgarish koeffitsiyentlari deyiladi va quyidagicha yoziladi:

$$\frac{e_{XA}}{e} = kx; \frac{e_{YA}}{e} = ky; \frac{e_{ZA}}{e} = kz$$

9.2-chizmadan **A** nuqta uchun o‘zgarish koeffitsiyentlari tenglik-larini yozish mumkin: $\frac{O_A a_{YA}}{oa_Y} = \frac{e_{YA}}{e} = Ky$; $\frac{O_A a_{YA}}{oa_Y} = \frac{e_{YA}}{e} = K_Z$

Demak, **A** nuqtaning dekart va aksonometrik koordinatalari orasidagi bog‘lanishini quyidagicha yozishimiz mumkin:

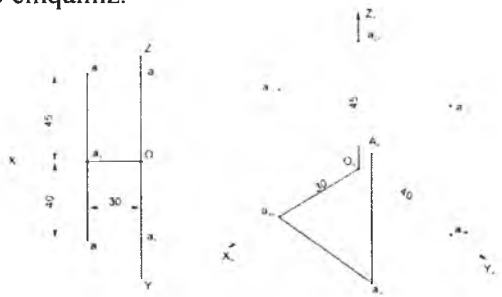
$$\frac{X_A}{X} = k_X; \qquad \frac{Y_A}{Y} = k_Y; \qquad \frac{Z_A}{Z} = k_Z$$

yoki

$$X_A = k_X * X\ ;\ Y_A = k_Y * Y\ ;\ Z_A = k_Z * z$$

Aksonometriya o‘qlarining vaziyatlari va shu o‘qlari bo‘yicha o‘zgarish koeffitsiyentlari berilgan bo‘lsa, fazodagi har qanday nuqtaning, to‘g‘ri chiziqning, tekis geometrik shaklning, texnikaviy buyumning aksonometriyasini chizish mumkin. Buning uchun nuqtaning har bir koordinatasini mos o‘zgarish koeffitsiyentlariga ko‘paytirib, aksonometriya o‘qlari bo‘yicha o‘lchab qo‘yiladi va aksonometriyasi chiziladi.

Fazodagi koordinatalari **x=30; y=40 va z=50** ga teng bo‘lgan **A** nuqtaning ortogonal proyeksiyasidan (9.3-chizma, a) aksonometriyasini chizishni ko‘rib chiqamiz.



a) b)

9.3 - chizma.

Buning uchun abssissa o‘qiga O_A nuqtadan boshlab $O_A\ a_{XA} = 30 \bullet e_X$ kesmani o‘lchab qo‘yamiz va a_{XA} nuqtani belgilab olamiz (9.2-chizma, b).

Bu nuqtadan ordinata o'qiga parallel qilib a_{XA} a_A=40 • e_U kesmani o'lchab qo'yamiz va hosil bo'lgan a_A nuqtadan applikata o'qiga parallel qilib a_Aa_A=45 • e_Z kesmani o'lchab qo'yamiz. A_A nuqta **A** nuqtaning aksonometrik proeksiyasi, a_A, a'_A va a''_A nuqtalar esa **A** nuqtaning ikkilamchi proyeksiyalari bo'ladi.

Aksonometrik proyeksiyalar o'qlar bo'yicha o'zgarish koeffisiyentlariga qarab uchta turga bo'linadi.

Agar uchta o'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsiyentlari teng, ya'ni **Kx=Ky=Kz** bo'lsa, aksonometrik proeksiyalar **izometrik proeksiyalar** deyiladi.

Agar ikkita o'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsiyentlari teng bo'lib, uchinchisi ulardan farqli, ya'ni **Kx=Ky≠Kz, Ky=Kz≠Kx, Kz=Kx≠Ky** bo'lsa, aksonometrik proyeksiyalar **dimetrik proyeksiyalar** deyiladi.

Agar uchta o'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsiyentlari turlicha, ya'ni **Kx≠Ky≠Kz** bo'lsa, aksonometrik proeksiyalar **trimetrik proyeksiyalar** deyiladi.

9.3. Aksonometriyaning asosiy teoremasi

Aksonometriyaning asosiy teoremasi nemis olimi Karl Polke (1810–1876) tomonidan ta'riflangan.

Polke teoremasi Bir nuqtadan chiqqan ixtiyoriy uzunlikdagi bir-biriga nisbatan ixtiyoriy burchakda bo'lgan va bir tekislikda yotgan uchta to'g'ri chiziq kesmasini, to'g'ri burchakli koordinatalar o'qining boshidan qo'yilgan uch teng to'g'ri chiziq kesmasini parallel proyeksiyasi deb qabul qilish mumkin.

Ushbu teoremaga muvofiq, bir nuqtada kesishuvchi har qanday uchta to'g'ri chiziqning tekislikdagi ustma-ust tushmagan tasvirini aksonometriya o'qlari sifatida qabul qilinishi mumkin. Shu to'g'ri chiziqlarning kesishuv nuqtasidan tanlab olingan ixtiyoriy uzunlikdagi kesmalar esa **aksonometriya masshtabi** deb qabul qilinishi mumkin.

Bu aksonometriya o'qlari va masshtablar sistemasi qandaydir to'g'ri burchakli koordinata o'qlari va tabiiy masshtablarining parallel proyeksiyalari hisoblanadi, ya'ni aksonometriya masshtablarini ixtiyoriy ravishda berilishi mumkin bo'ladi. O'zgarish koeffitsiyentlari esa o'zaro quyidagi bog'lanishda bo'ladi:

$$\upsilon^2 + \nu^2 + \varpi^2 = 2 + ctg^2\varphi \qquad (1)$$

bu yerda, **φ** – proeksiyalash yo'nalishi bilan aksonometrik proyeksiyalar tekisligi orasidagi burchak. To'g'ri burchakli aksonometrik proyeksiyalar uchun $\angle\varphi=90^0$ bo'ladi va quyidagi ko'rinishdagi tenglik to'g'ri bo'ladi:

$$\upsilon^2 + \nu^2 + \varpi^2 = 2 \qquad (2)$$

ya'ni o'zgarish koeffitsiyentlari kvadratlarining yig'indisi ikkiga teng bo'ladi.

To'g'ri burchakli proyeksiyalashda faqat bitta izometrik va cheksiz ko'p dimetrik va trimetrik proyeksiyalar chizish mumkin bo'ladi.

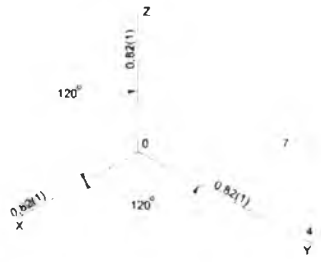
GOST 2.317–69 ga binoan, muhandislik grafikasida quyidagi ikki to'g'ri burchakli aksonometriyani qo'llash qabul qilingan. Ular o'zgarish koeffitsiyentlari $\upsilon = \varpi = 2\nu$ ko'rinishidagi tenglikni qoniqtiradigan to'g'ri burchakli izometriya va to'g'ri burchakli dimetriyadir.

To'g'ri burchakli izometriya uchun (2) tenglikdan quyidagi qiymatni olamiz: $3\upsilon^2 = 2$ yoki $\upsilon = \varpi = \nu = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0.82$

Ya'ni uzunligi koordinatalar o'qida **100 mm** bo'lgan kesma to'g'ri burchakli izometriyada uzunligi **82 mm** kesma bo'lib proyeksiyalanadi. Buning uchun koordinatalar o'qidagi istalgan o'lcham **0,82** o'zgarish koeffitsiyentiga ko'paytirilib, hosil bo'lgan sonni izometrik proyeksiya chizishda aksonometrik o'qlarga qo'yilishi kerak bo'ladi. Amaliyotda ushbu o'zgarish koeffitsiyentlaridan foydalanish noqulay hisoblanadi. Shuning uchun muhandislik chizmalarida GOST 2.317–69 quyidagi keltirilgan o'zgarish koeffitsiyentlaridan foydalanishni tavsiya etadi: $\upsilon = \varpi = \nu = 1$

Ushbu tarzda bajarilgan izometriya asl o'lchamlariga nisbatan **1,22** marta katta bo'lib tasvirlanadi, ya'ni to'g'ri burchakli izometriyaning masshtabi $\mathbf{M^A}$ **1,22:1** bo'ladi.

To'g'ri burchakli izometriyada aksonometriya o'qlari o'zaro $\mathbf{120^0}$ ni tashkil etadi (9.4-chizma).



9.4 - chizma.

9.5 - chizma.

To‘g‘ri burchakli dimetriya uchun (2) tenglikdan quyidagi qiymatni olamiz:

$$u^2 + \left(\frac{v^2}{2}\right) + \omega^2 = 2$$

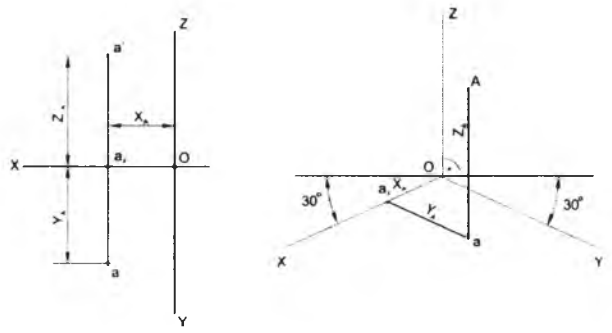
$$u^2 = \frac{8}{9}\ ;\ u = \varpi = \sqrt{\frac{8}{9}} \approx 0.94\ ;\ v = 0.47$$

GOST 2.317–69 ga binoan, to‘g‘ri burchakli dimetriyada keltirilgan o‘zgarish koeffitsiyentlari $u = \varpi = 1$ va $v = 0.5$ dan foydalanilib bajariladi. Shunda to‘g‘ri burchakli dimetriyaning masshtabi **M^{A} 1,06:1** bo‘ladi.

To‘g‘ri burchakli standart dimetriyani aksonometrik o‘qlarining joylashuvi 9.5-chizmada ko‘rsatilgan.

9.4. To‘g‘ri burchakli izometriya

Nuqtaning izometrik proeksiyasi. Nuqtaning ortogonal proyeksiyasi va uning asosida chizilgan to‘g‘ri burchakli izometrik proyeksiyasi o‘rtasidagi bog‘liqlik 9.6-chizmada keltirilgan. Nuqtaning koordinatalari mos ravishda aksonometriya o‘qlarining yo‘nalishiga parallel holda o‘lchab qo‘yiladi.



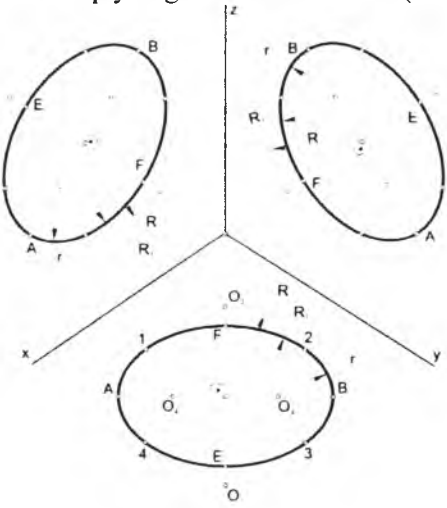
9.6 – chizma.

U yerdagi **A** nuqta yaqqol tasvir hisoblanadi. **O a_X aA** chiziqlar **aksonometriya siniq chizig'i** deyiladi. Aksonometriya siniq chizig'ining uzunligi nuqtaning koordinata qiymatlari yig'indisiga teng.

Aylananing izometrik proyeksiyasi. Proyeksiyalar tekisliklariga parallel bo'lgan aylanalar aksonometrik proyeksiyalarda ellips ko'rinishida bo'ladi.

Muhandislik grafikasi amaliyotida ellipsni o'rniga sirkul bilan bajariladigan to'rt markazli oval chiziladi.

Agar aylana gorizontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, ovalning **AB** katta o'qi **Z** izometriya proyeksiyalar o'qiga perpendikular **(AB⊥Z)** bo'ladi. Ovalni quyidagi tartibda chiziladi (9.7- **chizma**):



9.7 - chizma.

– izometriya o‘qlarini chizib, tegishli markazdan berilgan **R** radiusda aylana chiziladi;

– **Z** o‘qiga perpendikular qilib ovalning katta o‘qi **AB** nuqtalar yotuvchi to‘g‘ri chizig‘i o‘tkaziladi;

– aylananing **X** va **Y** proyeksiyalar o‘qlari bilan kesishgan **1,2,3,4** nuqtalarni belgilab olinadi;

– aylananing **Z** proyeksiya o‘qi bilan kesishgan nuqtalari O_1, O_2 lar, ya’ni ovalning katta yoyi markazlari belgilab olinadi;

– sirkul ignasini O_1 nuqtaga qo‘yib, **1,2** nuqtalarni va 0_2 nuqta qo‘yib, **3,4** nuqtalarni tutashtiruvchi R_1 radiusda katta yoylar chiziladi;

– katta yoylar – **Z** proyeksiya o‘qini kesib o‘tib, ovalning kichik o‘qiga tegishli **F** va **E** nuqtalarni hosil qiladi;

– 0_1 nuqtani **1** nuqta hamda **2** nuqta bilan tutashtiriladi, ular ovalni katta o‘qida yotuvchi to‘g‘ri chiziq bilan kesishib O_3 va O_4 nuqtalarni, ya’ni ovalning kichik yoy markazlarini beradi;

– O_3 va O_4markazlardan **1,4** va **2,3** nuqtalarni **R** radiusda tutashtirib, ovalning kichik yoylari chiziladi, bu yoylar ovalning katta o‘qiga tegishli **A** va **B** nuqtalarni aniqlab beradi.

Aylananing boshqa tekisliklardagi izometrik proyeksiyalari ham yuqorida ko‘rsatilgan tartibda chiziladi. Bunda frontal aylananing izometriyasida (AB) ovalning katta o‘qi **OY** izometriya o‘qiga perpendikular, profil aylana uchun esa ovalning katta o‘qi **OX** izometriya o‘qiga perpendikular holda bo‘ladi. Izometriyada ovalning hamma holatlari uchun katta o‘qlar kichik o‘qlarga o‘zaro perpendikular bo‘ladi: **AB⊥EF.**

Oltiyoqli muntazam prizmaning izometrik proyeksiyasi. Prizmaning ortogonal proyeksiyasi asosida izometrik proeksiyasini chizish 9.8-chizmada keltirilgan.

9.8 - chizma.

Bu chizmani quyidagi tartibda bajarish mumkin:

– izometriya o'qlarini chizib, **OX, OY, OZ** lar belgilab olinadi;

– prizma asosining markazidan ikki tomonga **OX** o'qi bo'ylab **A** va **D** nuqtalarning koordinatalarini o'lchab qo'yiladi, $(X_A=X_D)$ va prizmaning **A** va **D** uchlarini hosil qiladi;

– **BC** va **FE** tomonlarini hosil qilish uchun Y_B va Y_F qiymatldarda **OX** o'qiga parallel bo'lgan chiziqlar o'tkaziladi, shu chiziqlarda **OY** o'qidan ikki tomonga tomonlarning teng yarmini, ya'ni Y_F ni o'lchab qo'yiladi, prizmaning qolgan **F,E,B,C,** uchlarini hosil qilinadi;

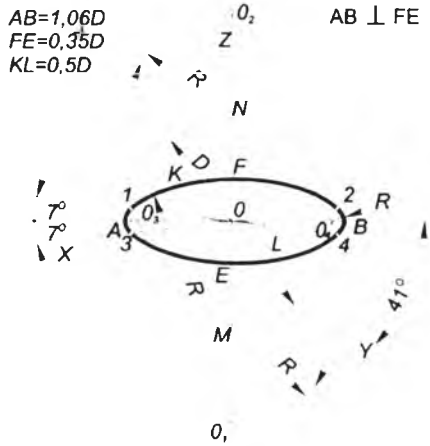
– hosil bo'lgan **A,B,C,D,E,F** nuqtalarni to'g'ri chiziqlar bilan birlashtirsak, prizma asosining izometriyasi hosil bo'ladi.

– prizma asosiga tegishli barcha nuqtalardan balandligiga teng Z_M o'lchamda vertikal to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi;

– to'g'ri chiziq uchlari o'zaro tutashtirilsa, prizmaning yuqori asosi, ya'ni to'g'ri burchakli izometriyasi hosil bo'ladi; Prizma asosi tomonlarining va qirralarining kuzatuvchiga ko'rinmagan chiziqlari shtrix chiziqlar bilan chiziladi.

9.5. To'g'ri burchakli dimetriya

Aksonometriya o'qlari bo'yicha o'zgarish koeffitsiyentlarining ikkitasi o'zaro teng, uchinchisi esa boshqacha bo'lsa, dimetrik proyeksiya hosil bo'ladi. Dimetriya so'zi grekcha bo'lib, di- qo'sh (ikki yoqlama), ya'ni ikki o'q bo'yicha bir xil o'lchab qo'yish degan ma'noni anglatadi. To'g'ri burchakli dimetriyada keltirilgan o'zgarish koeffitsiyentlari **OX** va **OZ** o'qlar bo'yicha bir xil, $u=\omega=1$, **OY** o'q bo'yicha esa ikki marta qisqa, ya'ni $\gamma=0,5$ ga teng bo'ladi. Bunday koeffitsiyentlarda tasvir **1,06** marta katta bo'ladi. Dimetrik proyeksiyalarda **OZ** o'qi, odatda, vertikal yo'nalishda olinadi. **OX** o'q gorizontal chiziqqa nisbatan $7^{\circ}\ 10'$ ni tashkil etsa, **OY** o'qi $41^{\circ}25'$ ni tashkil etadi (9.9.-chizmaga qarang).

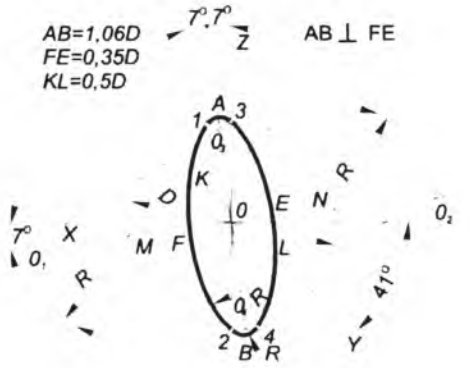


9.9 - chizma.

Aylananing dimetrik proyeksiyasi. Dimetrik proyeksiyada ham, qulay bo'lishi uchun, izometrik proyeksiyadagi kabi ellipsni to'rt markazli oval bilan almashtirish mumkin. Bu yerda ham, izometrik proyeksiyadagi kabi ovallarning **(AB)** katta o'qlari koordinata o'qlari **(OX,OY,OZ)** ga perpendikulyar bo'ladi va ovallarning **(FE)** kichik o'qlari koordinata o'qlarining birortasida yotadi (9.9-chizma).

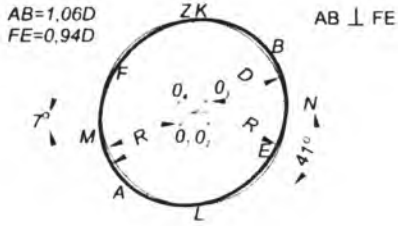
Dimetrik proyeksiyalarda proyeksiya tekisliklariga parallel bo'lgan aylanalarning ko'rinishi turlicha bo'ladi. 9.9-chizmada aylanalarning dimetrik proyeksiyasini chizish ko'rsatilgan. Gorizontal proyeksiyalar tekisligidagi ovalni chizishda dimetrik proyeksiya o'qlarini o'tkazamiz, so'ngra berilgan diametr bilan aylana chizib, uning **OZ** o'qi bilan kesishgan M_1, N_1 nuqtalaridan pastga va yuqoriga berilgan aylananing **R** radiusi bilan yoy chizamiz, O_1 , O_2 oval katta yoy markazlarini hosil qilamiz. **D** diametrli aylana **OX** o'qi bilan kesishib, **1** va **2**, **3** va **4** nuqtalarni hosil qiladi. Sirkul bilan O_1 markazdan **1** va **2**, O_2 markazdan **3** va **4** nuqtani R_1, R_2 radius bilan chizib, oval katta yoylarni o'tkazamiz. O_1 markaz bilan 1 va **2** ni yoki O_2 markaz bilan 3 va **4** ni birlashtirsak, kichik radius markazlari O_3 va O_4 ni topamiz. Bu markazlardan sirkul bilan **1** va **3**, **2** va **4** nuqtalarni birlashtirsak, oval hosil bo'ladi.

Profil tekislikdagi ovalni chizish yo'li ham **H** tekisligidagi oval chizish singari bir xildir (9.10-chizma). Unda kichik o'q **OZ** o'rniga **OX** o'qi olinadi. Hosil bo'lgan ovallarning katta o'qlari **AB=1,06D** ga, kichik o'qlari **EF=0.35D** ga teng.



9.10 - chizma.

Frontal tekisligidagi ovalni chizish uchun berilgan **D** diametrli aylanani dimetrik proyeksiya o'qlari markazi **O** dan chizib, **OX** o'qi bilan kesishgan **M, N** nuqtalardan gorizontal chiziqlar o'tkazib, katta o'q **AB** bilan va kichik o'q **FE** bilan kesishtiramiz (9.11-chizma). Shunda oval katta yoyi markazlari O_2 va O_4 va kichik yoy markazlari O_1, O_3 hosil bo'ladi. So'ng O_1 markazdan **M** bilan **L** nuqtani, O_2 markazdan **L** bilan **N** nuqtani, O_3 markazdan **N** bilan **K** nuqtani va O_4 markazdan **K** bilan **M** nuqtani sirkul yordamida birlashtirib chiqamiz. Hosil bo'lgan ovalning katta o'qi **(AB) 1,06D** ga, lekin kichik o'qi **(EF) 0,94 D** ga teng bo'ladi.



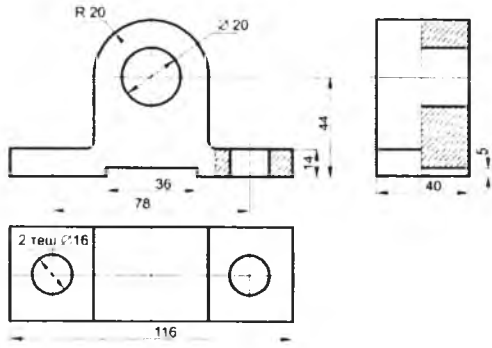
9.11 - chizma.

9.6. Kompleks chizma bo'yicha aksonometrik proyeksiyalarni chizish

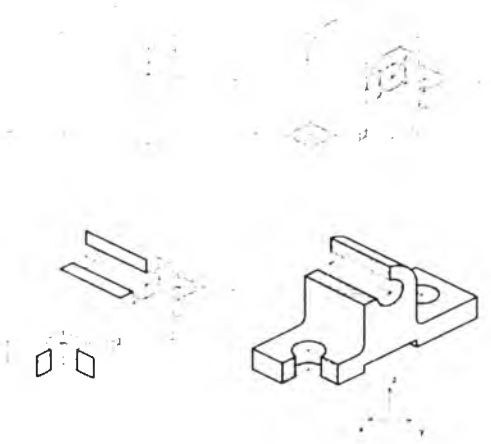
Loyihalash amaliyotida texnikaviy detallarni kompleks chizmasi (ortogonal ko'rinishlari) bo'yicha aksonometrik proyeksiyalarini chizish kerak bo'ladi.

Agar buyumning egri chiziqli konturlari (shu o‘rinda aylanalar ham) ikki va undan ortiq o‘zaro perpendikulyar tekisliklarga nisbatan joylashgan bo‘lsa, dimetrik proyeksiyalarga nisbatan izometrik proeksiyalarni chizish afzalliklari bor.

9.12-chizmada podshipnikning kompleks chizmasi bo‘yicha 9.13-chizmada uning izometrik proyeksiyasini qirqimlarini qo‘llab chizish ko‘rsatilgan.



9.12 - chizma.



9.13 - chizma.

Podshipnikning izometrik proyeksiyasini chizishda «umumiylikdan xususiylikka» usuli qo‘llanishi ko‘rsatilgan. Bu usul keng tarqalgan bo‘lib, chizmani bajarishda podshipnikni tayyorlashdagi texnologik ketma-ketligiga amal qilingan. Birinchi navbatda podshipnik zagatovkasining izometriyasi chizilgan. Keyin silindrik teshiklarni

parmalashga va silindrik qismini prizmatik frezolangan (yo'nilgan). Foydali va yetarli qirqim bajarilib, ortiqcha chiziqlar o'chirilgan va detal yo'g'on asosiy chiziqlar bilan ustidan yurgizib chiqilgan.

Detalning kesuvchi tekislikka tushgan qismlari shtrixlanadi. Turli kesuvchi tekisliklarga tushgan detalning yuzalari har xil yo'nalishda shtrixlanadi, shtrixlanish yo'nalishini tegishli koordinata tekisliklarida yotgan to'g'ri burchakli teng yonli uchburchakning gipotenuzasiga parallel qilib o'tkaziladi.

Izometrik proeksiyalarni chizishni «xususiylikdan umumiylikka» usulida, avval qirqim yuzasini konturi chizilib, so'ng detalning qolgan qismlari chiziladi.

Mustahkamlash uchun savollar

1. Aksonometriya nima?
2. Aksonometrik proyeksiyalar qanday hosil qilinadi?
3. O'zgarish koeffitsiyenti deb nimaga aytiladi?
4. Aksonometriyani qanday turlarini bilasiz?
5. Aksonometriyaning asosiy teoremasini ta'riflab bering.
6. To'g'ri burchakli izometriya o'qlari qanday joylashgan?
7. To'g'ri burchakli izometriyada haqiqiy va keltirilgan o'zgarish koeffitsiyentlari qanday?
8. Standart to'g'ri burchakli izometriyaning masshtabi qanday?
9. To'g'ri burchakli dimetriya o'qlari qanday joylashgan?
10. To'g'ri burchakli dimetriyada haqiqiy va keltirilgan o'zgarish koeffitsientlari qanday?
11. Standart to'g'ri burchakli dimetriyaning masshtabi qanday?
12. Frontal proyeksiyalar tekisligidagi aylananing izometriyasi qanday chiziladi?
13. To'g'ri burchakli izometriyada ellipsning katta va kichik o'qlari nimaga teng?
14. To'g'ri burchakli dimetriyada ellipsning katta va kichik o'qlari nimaga teng?
15. Gorizontal proyeksiyalar tekisligidagi aylananing dimetriyasi qanday chiziladi?

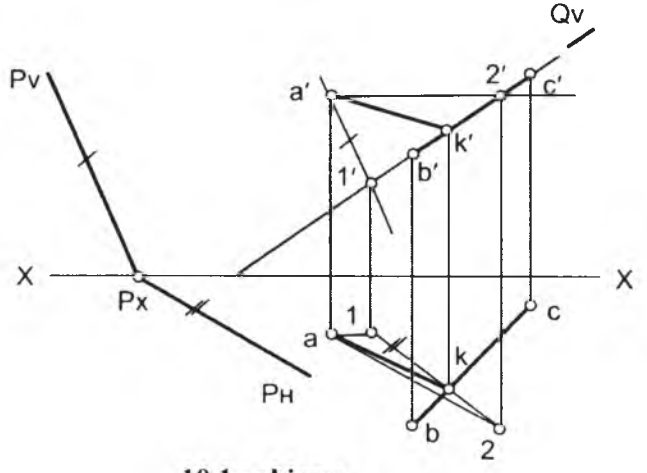
X bob. KOMPLEKS MASALALAR

10.1. Ikkinchi oraliq baholashda beriladigan masalalar namunasi

Misol: Berilgan **A** nuqta orqali **P** tekislikka parallel va **BC** to'g'ri chiziqni kesuvchi **AK** to'g'ri chiziq o'tkazilsin (10.1 - chizma).

Berilgan: $P(P_H, P_V)$, $(BC) \wedge (\bullet)\, A$

Topish kerak: $(\bullet)\, A \in (AK) \wedge (AK) \cap (BC) \wedge (AK) \parallel P$ – ?



10.1 - chizma.

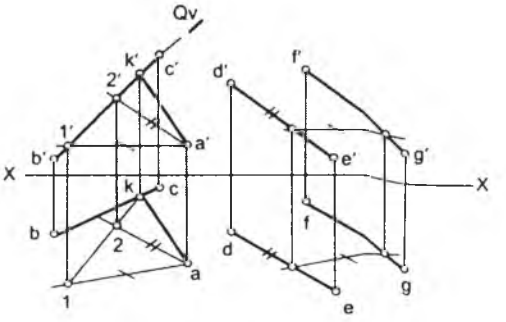
Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi:

1) $(\bullet)\, A \in R \parallel P$
2) $(\bullet)\, K = R \cap (BC)$
a) $(BC) \subset Q$
b) $R \cap Q = (1, 2)$
d) $(1, 2) \cap (BC) = (\bullet)K$

Misol: Berilgan A nuqta orqali **P((DE) || (FQ))** tekislikka parallel va **BC** to'g'ri chiziqni kesuvchi **AK** to'g'ri chiziq o'tkazilsin (10.2 - chizma).

Berilgan: $P((DE) \parallel (FQ)), (BC) \wedge (\bullet)\, A$

Topish kerak: $(\bullet)\, A \in (AK) \wedge (AK) \cap (BC) \wedge (AK) \parallel P$ – ?



10.2 - chizma.

Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi:

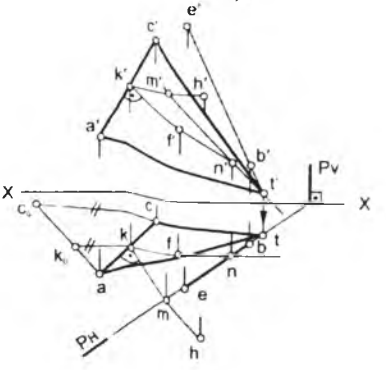
1) **(•) A ∈ R || P**
2) **(•) K) = R ∩ (BC)**
a) **(BC) ⊂ Q**
b) **R ∩ Q = (1, 2)**
d) **(1, 2) ∩ (BC) = (•)K**

10.2. Yakuniy yozma ishda beriladigan masalalar namunasi

Misol: 1. **AC** kesmani asos qilib, uchi **BE** to'g'ri chiziqda yotadigan teng yonli uchburchak chizilsin (10.3 - chizma).

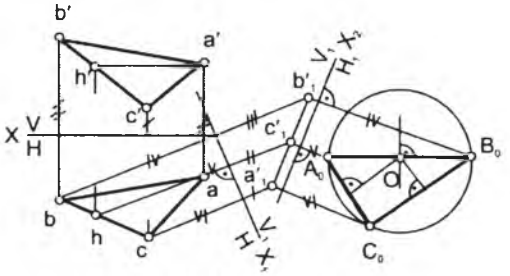
Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi

1. **(AC)/2 = (AK) = (KC)**
2. **(•) K ∈ Q(h_0 ∩ f_0) ⊥ (AC)**
3. **(BE) ∩ Q = (•) T**
3.1. **(BE) ⊂ P(P_H, P_V) ⊥ H**
3.2. **Q ∩ P = (MN)**
3.3. **(MN) ∩ (BE) = (•)T**
4. **(•)T ∪ (•)C ∧ (•)T ∪ (•)A**



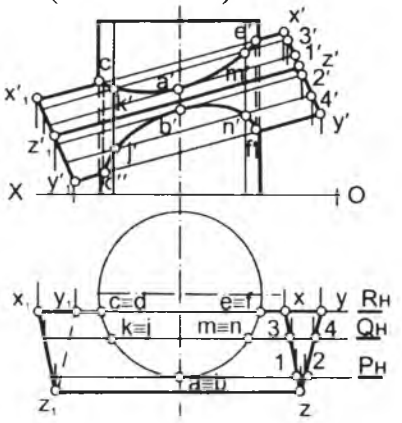
10.3 - chizma.

Misol: 2. Almashtirish usulidan foydalanib, **ABC** uchburchakning tashqarisiga urinma chizilgan aylananing markazi topilsin (10.4 - chizma).



10.4 - chizma.

Misol: 3. Berilgan sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ining asosiy proyeksiyalari chizilsin (10.5 - chizma).



10.5 - chizma.

10.3. Chizma geometriya fanidan yakuniy baholash variantlari

1-variant

1. Tomonlaridan birini **CE** kesma qilib, qo'shni tomonining yo'nalishi **BC** to'g'ri chiziqda bo'lgan rombning proyeksiyalari chizilsin (1-chizma).

2. Aylantirish usulidan foydalanib, **ABC** tekislik bilan **BE** chiziq orasidagi burchak aniqlansin (2-chizma).

3. Berilgan sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3-chizma).

2-variant

1. **CE** to‘g‘ri chiziqda **ABC** tekislikdan **40 mm** uzoqlikdagi nuqta topilsin (1- **chizma**).

2. Aylantirish usulidan foydalanib, **ABC** uchburchakning **B** uchidan o‘tkazilgan balandlikning haqiqiy uzunligi topilsin (2- **chizma**).

3. Berilgan sirtlarning o‘zaro kesishish chizig‘ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3- **chizma**).

3-variant

1. **CA** to‘g‘ri chiziqqa nisbatan B nuqtaga simmetrik bo‘lgan nuqta topilsin (1- **chizma**).

2. Aylantirish usulidan foydalanib, **ABC** burchak tomonlariga urinma bo‘lgan, radiusi **15 mm**li, aylana yoyining markazi va urinish nuqtalari topilsin (2- **chizma**).

3. Berilgan sirtni **ABC** tekisligi bilan kesishgan chizig‘i proyeksiyalari chizilsin (3- **chizma**). Tekislik shaffof deb qabul qilinsin.

4-variant

1. Asosi **ABC** uchburchak bo‘lgan va balandligi **70 mm** ga teng to‘g‘ri prizma chizilsin (1- **chizma**).

2. Aylantirish usulidan foydalanib, **ABC** uchburchak balandliklarining o‘zaro kesishish nuqtasi topilsin (2- **chizma**).

3. Berilgan sirtni **P** tekisligi bilan kesishgan chizig‘ining frontal proyeksiyasi va uning haqiqiy ko‘rinishi chizilsin (3-chizma). Tekislik shaffof deb qabul qilinsin.

5-variant

1. **AE** kesmani katet qilib, to‘g‘ri burchagining uchi **A** nuqtada bo‘lgan va uchinchi uchi **CE** to‘g‘ri chiziqda yotuvchi to‘g‘ri burchakli uchburchak chizilsin (1-chizma).

2. Almashtirish usulidan foydalanib, **A** nuqtadan **BE** to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofaning haqiqiy uzunligi topilsin (2-chizma).

3. Berilgan sirtlarning o‘zaro kesishish chizig‘ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3-chizma).

6-variant

1. **ABE** tekislikka nisbatan **E** nuqtaga simmetrik nuqta topilsin (1-chizma).

2. Almashtirish usulidan foydalanib, **BE** to'g'ri chiziq bilan **ABC** tekislik orasidagi burchak kattaligi topilsin (2- **chizma**).

3. Berilgan sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3- **chizma**).

7-variant

1. **AC** kesmani asos qilib, uchi **BE** to'g'ri chiziqda yotadigan teng yonli uchburchak chizilsin (1- chizma).

2. Almashtirish usulidan foydalanib, **AB** va **CE** ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi masofaning haqiqiy uzunligi topilsin (2-chizma).

3. Berilgan sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3-chizma).

8-variant

1. **A** nuqtadan **BCE** tekislikkacha bo'lgan masofaning haqiqiy uzunligi aniqlansin (1- chizma).

2. Almashtirish usulidan foydalanib, **ABC** tekislikda tomonlaridan birini **AC** qilib teng tomonli uchburchak chizilsin (2-chizma) .

3. Berilgan sirtni **ABC** tekisligi bilan kesishgan chizig'ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3- chizma).

9-variant

1. **E** nuqta orqali o'tuvchi va **AE** to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan tekislik bilan **ABC** tekislikning kesishish chizig'i proyeksiyalari chizilsin (1- **chizma**).

2. Almashtirish usulidan foydalanib, **AB** va **CE** to'g'ri chiziqlarda bir-biriga nisbatan eng yaqin nuqtalar topilsin (2- chizma).

3. Berilgan sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3- **chizma**).

10-variant

1. Profil proyeksiyasidan foydalanmay, **AB** va **CE** to'g'ri chiziqlarni kesib o'tadigan va **OX** o'qqa parallel bo'lgan chiziq o'tkazilsin (1- chizma).

2. Almashtirish usulidan foydalanib **AB** qirra orasidagi ikki yoqli burchak tomonlaridan **15 mm** uzoqlikda to'g'ri chiziq o'tkazilsin (2- chizma).

3. Berilgan sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3- chizma).

11-variant

1. **ABC** tekislikka parallel shunday tekislik o'tkazilsinki, bu ikki tekislik **AE** to'g'ri chiziqni kesib, **40 mm** li kesma hosil qilsin (1-chizma).

2. Almashtirish usulidan foydalanib, **AB** to'g'ri chiziqda **CE** to'g'ri chiziqdan **40 mm** uzoqlikda nuqtalar topilsin (2- chizma).

3. Berilgan sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3- chizma).

12-variant

1. Profil proyeksiyasidan foydalanmay, **AB** va **CE** to'g'ri chiziqlarni kesib o'tadigan hamda **OX** o'qqa parallel bo'lgan chiziq o'tkazilsin (1-chizma).

2. Almashtirish usulidan foydalanib, **AB** qirra orasidagi ikki yoqli burchak tomonlaridan **15 mm** uzoqlikda to'g'ri chiziq o'tkazilsin (2-chizma).

3. Berilgan sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3- **chizma**).

13-variant

1. **ABC** tekislikda **CE** to'g'ri chiziqning to'g'ri burchakli proyeksiyasi chizilsin (1- chizma).

2. Almashtirish usulidan foydalanib, **E** nuqtadan **ABC** tekislikkacha bo'lgan masofaning haqiqiy uzunligi aniqlansin (2- chizma).

3. Berilgan sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3- chizma).

14-variant

1. **ABE** tekislikka nisbatan **C** nuqtaga simmetrik bo'lgan nuqta topilsin (1- **chizma**).

2. Almashtirish usulidan foydalanib, **ABC** tekislikdan **30 mm** uzoqlikda tekislik o'tkazilsin (2-chizma).

3. Berilgan sirtni **ACE** tekislik bilan kesishgan chizig'ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3-chizma).

15-variant

1. **E** nuqta orqali **ABC** tekislikka perpendikular va **AB** to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan tekislik o'tkazilsin va uning **ABC** tekislik bilan kesishgan chizig'ining proyeksiyalari chizilsin (1- chizma).

2. Almashtirish usulidan foydalanib, **ABE** uchburchakning haqiqiy ko'rinishi chizilsin (2-chizma).

3. Berilgan sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3-chizma).

16-variant

1. **ABC** tekislikdan **40 mm** uzoqlikda va unga parallel bo'lgan tekislik o'tkazilsin (1- chizma).

2. Almashtirish usulidan foydalanib, yon tomonlaridan biri **AB** kesma va asosi **AE** to'g'ri chiziqda yotuvchi teng yonli uchburchak chizilsin (2- chizma).

3. Berilgan sirtni **ABC** tekisligi bilan kesishgan chizig'ining proyeksiyalari chizilsin (3-chizma). Tekislik shaffof deb qabul qilinsin.

17-variant

1. **A** nuqtadan **BCE** tekislikkacha bo'lgan masofaning haqiqiy uzunligi aniqlansin (1-chizma).

2. Almashtirish usulidan foydalanib, **ABE** burchak tomonlariga urinma bo'lgan, radiusi **15 mm** li aylana yoyining markazi va urinish nuqtalari topilsin (2-chizma).

3. Berilgan sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3-chizma).

18-variant

1. Tomonlaridan birini **AB** kesma qilib, diagonalining yo'nalishi **CA** chizig'ida yotgan romb chizilsin (1-chizma).

2. Almashtirish usulidan foydalanib, **ABC** uchburchakning tashqarisiga urinma chizilgan aylananing markazi topilsin (2-chizma).

3. Berilgan sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3-chizma).

19-variant

1. **AE** to'g'ri chiziqda **ABC** tekislikdan **40 mm** uzoqlikda bo'lgan nuqta topilsin (1- chizma).

2. Aylantirish usulidan foydalanib, **BE** to'g'ri chiziq bilan **ABC** tekislik orasidagi burchakning haqiqiy kattaligi topilsin (2- chizma).

3. Berilgan sirtni **ABC** tekislik bilan kesishgan chizig'ining proyeksiyalari chizilsin (3-chizma). Tekislik shaffof deb qabul qilinsin.

20-variant

1. **CE** to‘g‘ri chiziq bo‘ylab uning **E** nuqtasidan ikki tomoniga uzunligi **40mm** bo‘lgan kesmalar chizilsin (1-chizma).

2. Aylantirish usulidan foydalanib, **AB** va **CE** to‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchakning haqiqiy kattaligi topilsin (2-chizma).

3. Berilgan sirtlarning o‘zaro kesishish chizig‘ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3-chizma).

21-variant

1. **AE** to‘g‘ri chiziq orqali **ABC** tekislikka perpendikular tekislik o‘tkazilsin va berilgan tekislikning o‘tkazilgan tekislik bilan kesishish chizig‘i chizilsin (1-chizma).

2. Almashtirish usulidan foydalanib, **ABC** va **ABE** tekisliklar orasidagi burchakning haqiqiy kattaligi topilsin (2-chizma).

3. Berilgan sirtlarning o‘zaro kesishish chizig‘ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3-chizma).

22- variant

1. **CA** to‘g‘ri chiziqqa nisbatan **B** nuqtaga simmetrik bo‘lgan nuqta topilsin (1- chizma).

2. Almashtirish usulidan foydalanib **ABC** uchburchak ichiga chizilgan urinma aylananing markazi topilsin (2- chizma).

3. Berilgan sirtni **R** tekisligi bilan kesishgan chizig‘ining frontal proyeksiyasi va uning haqiqiy ko‘rinishi chizilsin (3-chizma). Tekislikni shaffof deb qabul qilinsin.

23-variant

1. **A** uchburchakning **B** uchidan o‘tuvchi balandlikning haqiqiy uzunligi topilsin (1- chizma).

2. Aylantirish usulidan foydalanib, **E** nuqtadan **ABC** tekislikkacha bo‘lgan masofaning haqiqiy kattaligi aniqlansin (2- chizma).

3. Berilgan sirtlarning o‘zaro kesishish chizig‘ining gorizontal va frontal proyeksiyalari chizilsin (3- chizma).

24-variant

1. **ABC** tekislikdan **30 mm** uzoqlikda unga parallel tekislik o‘tkazilsin (1-chizma).

2. Almashtirish usulidan foydalanib, **ABC** tekislikda unga tegishli **BC** kesmani bitta asosi qilib, balandligi **20 mm** va diagonali **50 mm** bo'lgan teng yonli trapetsiya chizilsin (2-chizma).

3. Berilgan sirtning **ACE** tekisligi bilan kesishgan chizig'i proyeksiyalari chizilsin (3-chizma). Tekislikni shaffof deb qabul qilinsin.

25-variant

1. B nuqtadan **AC** to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofaning haqiqiy uzunligi aniqlansin (1-chizma).

2. Aylantirish usulidan foydalanib, **AB** to'g'ri chiziqda **BCE** tekislikdan **30 mm** uzoqlikdagi nuqta topilsin (2-chizma).

3. Berilgan sirtni **R** tekisligi bilan kesishgan chizig'ining gorizontal proyeksiyasi va uning haqiqiy ko'rinishi chizilsin (3-chizma).

26-variant

1. Asosi uchburchak bo'lgan, balandligi **40 mm** ga teng prizma proyeksiyalari chizilsin (1-chizma).

2. Aylantirish usulidan foydalanib, **ABC** tekislikdan **30 mm** uzoqlikda tekislik o'tkazilsin (2-chizma).

3. Berilgan sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ining proyeksiyalari chizilsin (3-chizma).

27-variant

1. **B** nuqtadan **CA** to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofaning haqiqiy uzunligi aniqlansin (1-chizma).

2. Aylantirish usulidan foydalanib, **A** nuqtadan **BC** to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofaning haqiqiy uzunligi topilsin (2-chizma).

3. Berilgan sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ining proyeksiyalari chizilsin (3-chizma).

28-variant

1. Kateti **CE** kesmaga teng bo'lgan va gipotenuzasi **CB** to'g'ri chiziqda yotgan to'g'ri burchakli uchburchak chizilsin (1-chizma).

2. Aylantirish usulidan foydalanib, **ABC** uchburchakning haqiqiy ko'rinishi chizilsin (2-chizma).

3. Berilgan sirtni **R** tekislik bilan kesishgan chizig'ining gorizontal proyeksiyasi va uning haqiqiy ko'rinishi chizilsin (3-chizma). Tekislikni shaffof deb qabul qilish kerak.

29-variant

1. Tomonlaridan birini **AC** kesma qilib, qo‘shni tomonining yo‘nalishi **AB** to‘g‘ri chiziqda bo‘lgan rombning proyeksiyalari chizilsin (1-chizma).

2. Aylantirish usulidan foydalanib, **ABC** tekislik bilan **BE** chiziq orasidagi burchakning haqiqiy kattaligi aniqlansin (2-chizma).

3. Berilgan sirtlarning o‘zaro kesishish chizig‘ining proyeksiyalari chizilsin (3-chizma).

30-variant

1. **ABC** tekislikni **N** va **B** tekisliklarga og‘ish burchaklarining haqiqiy kattaligi topilsin (1-chizma).

2. Aylantirish usulidan foydalanib, **A** nuqtadan **BC** to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofaning haqiqiy uzunligi topilsin (2-chizma).

3. Berilgan sirtlarning o‘zaro kesishish chizig‘ining proyeksiyalari chizilsin (3-chizma).

GLOSSARIY

	O‘zbek-lotin	Рус – кирилл	инглиз
Proyeksiya **Проекция** **Projections**	– geometrik elementlarning tekislikdagi tasviri, markaziy proyeksiyalash, parallel proyeksiyalash, ortogonal proyeksiyalash, proyeksiyalash markazi, nur, proyeksiyalash tekisligi, nuqta.	– изображения геометрических элементов на плоскости, центральное проецирование, параллельное проецирование, ортогональное проецирование, центр проецирования, луч, плоскость проекции, точка.	– depictions of geometrical elements on the plane; central projection; parallel projection; orthogonal projection; centre of projection; ray; plane of projection; point.
Oktant **Октант** **Octant**	– o‘zaro perpendikular uchta proyeksiyalar tekisligi fazoni sakkizta burchakka bo‘ladi, fazo, chorak, nuqta, xususiy vaziyatdagi nuqta, umumiy vaziyatdagi nuqta, burchak.	– три взаимно перпендикуляр-ные плоскости проекции делят пространство на восемь углов, пространство, четверть, точка, точка частного положения, точка общего положения, угол.	– three mutually planes of projection divide space into eight angles; space; quarter; point; point of private position; point of general position; angle.
Umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq **Прямая**	– asosiy proyeksiyalar tekisligiga og‘ma bo‘lgan to‘g‘ri chiziqlar, ta'rif, haqiqiy kattalik,	– прямая наклоненная к основным плоскостям проекции, определение,	– straight line inclined towards principal planes of projections; determination;

общего положения **Straight lines of general position**	og‘ish burchagi, berilgan nisbat, Fales teoremasi, to‘g‘ri burchakli uchburchak usuli.	натуральная величина, угол наклона, заданное соотношение, теорема Фалеса, метод прямоугольного треугольника.	life-size; angle of incline; adjusted ratio; Thale’s theorem; method of right triangle.
Xususiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq **Прямые частного положения** **Straight lines of private position**	– asosiy proyeksiyalar tekisligiga parallel yoki perpendikular bo‘lgan to‘g‘ri chiziqlar, gorizontal to‘g‘ri chiziq, frontal to‘g‘ri chiziq, profil to‘g‘ri chiziq, proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq, gorizontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq, frontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq, profil proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq, to‘g‘ri chiziqning izi, to‘g‘ri chiziqning gorizontal izi, to‘g‘ri chiziqning frontal izi, to‘g‘ri chiziqning profil	– прямые перпендикулярное или параллельное к основным плоскостям проекции, горизонтальная прямая, фронтальная прямая, профильная прямая, проецирующие прямые, горизонтально проецирующий прямой, фронтально проецирующий прямой, профильно-проецирующий прямой, следы прямой, горизонтальный след прямой, фронтальный след прямой, профильный след	– straight line, which is perpendicular or parallel to principal planes of projection; horizontal straight line; frontal straight line; profile straight line; projecting straight lines; horizontal-projecting straight line; frontal-projecting straight line; profile-projecting straight line; track of straight line; horizontal track of straight line; frontal track of straight line; profile track of straight line; band of

	izi, fazoning chegaralari, to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro holatlari, parallel to‘g‘ri chiziqlar, kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlar, ayqash to‘g‘ri chiziqlar, konkurent nuqtalar.	прямой, границы углов пространства, взаимное положение прямых, параллельные прямые, пересекающиеся прямые, скрещивающиеся прямые, конкурентные точки.	angles of the space; reciprocal position of straight lines; parallel straight lines; crossing straight lines; interbreeding straight lines; competitive dots.
Teorema **Теорема** **Theorem**	– geometrik elementlarni holatini asoslovchi tushuncha, to‘g‘ri burchak, tekislik, tekislikning berilishi, tekislikning izi, gorizontal iz, frontal iz, profil iz.	– понятие доказывающие положение геометрических элементов, прямой угол, плоскость, задания плоскости, следы плоскости, горизонтальный след, фронтальный след, профильный след.	– conception, providing position of geometrical elements; right angle; plane; set of the plane; tracks of the plane; horizontal track; frontal track; profile track.
Xususiy vaziyatdagi tekisliklar **Плоскости частного положения**	– asosiy proyeksiyalar tekisligiga parallel yoki perpendikular bo‘lgan tekisliklar, parallel	– перпендикулярные или параллельные к основным плоскостям проекции, параллельные плоскости,	– perpendicular of parallel to principal planes of projection; parallel planes; perpendicular planes; horizontal

Planes of private position	tekisliklar, perpendikular tekisliklar, gorizontal tekislik, frontal tekislik, profil tekislik, gorizontal proyeksiyalovchi tekislik,frontal proyeksiyalov-chi tekislik, profil proyek-siyalovchi tekislik, bissektor tekisligi.	перпендикуляр-ные плоскости, горизонтальная плоскость, фронтальная плоскость, профильная плоскость, горизонтально проецирующая плоскость, фронтально проецирующая плоскость, профильно-проецирующая плоскость, биссекторная плоскость.	plane; frontal plane; profile plane; horizontal-projecting plane; frontal-projecting plane; profile-projecting plane; bisector plane.
To‘g‘ri chiziqni tekislikka tegishliligi **Принадлеж-ность прямой плоскости** **Belongingness of straight line to the plane**	– agar to‘g‘ri chiziq tekislik bilan ikki umumiy nuqtaga ega bo‘lsa, u holatda u tekislikka tegishlidir, nuqtani to‘g‘ri chiziqqa tegishliligi, nuqtani tekislikka tegishliligi, tekislikning eng katta qiyalik chizig‘i.	– если прямая с плоскостью имеет две общие точки, то она принадлежит плоскости, принадлежность точки прямой, принадлежность точки плоскости, линии наибольшего наклона плоскости.	– if the straight line and plane both have two common points, then straight line belongs to the plane; belongingness of point to the straight line; belongingness of point to the plane; line of the most incline to the plane.
To‘g‘ri chiziqni	– to‘g‘ri chiziq tekislik bilan bir	– прямая пересекаются с	– straight line crosses with

tekislik bilan uchrashishi **Пересечение прямой с плоскостью** **Intersection straight line and plane**	nuqtada uchrashadi, uchrashuv nuqta, tekisliklarning kesishishi, kesishish chizig‘i.	плоскостью в одной точке, точка встречи, пересечение плоскостей, линия пересечения.	plane at one point; the point of meeting; intersection of planes; the line of intersection.
Ikki tekislik **Две плоскости** **Two planes**	– bir to‘g‘ri chiziqda kesishadi, uning uchun ikkita nuqta aniqlash kifoya, uchrashuv nuqtasi, kesishish chizig‘i, umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq, umumiy vaziyatdagi tekislik.	– пересекается по одной прямой, линии пересечения, прямая общего положения, плоскость общего положения.	– two planes cross at one straight line; line of intersection; straight line of general position; plane of general position.

Perpendikularlik **Перпендикулярность** **Perpendicularity**	– to‘g‘ri chiziq tekislikka tegishli bo‘lgan kesishuvchi ikki to‘g‘ri chiziqqa perpendikular bo‘lgan holat, to‘g‘ri chiziqni tekislikka perpendikularligi, ikki tekislikning perpendikularligi, perpendikularlik shartlari, perpendikularlik alomatlari.	– положение прямой перпендикулярной к двум пересекающимся прямым плоскости, перпендикулярность прямой плоскости, перпендикулярность двух плоскостей, условие перпендикулярности, признаки перпендикулярности, алгоритмы перпендикулярности.	– position of straight line, which is perpendicular to two intersection straight line of the plane; perpendicularity of straight line to the plane; perpendicularity of two planes; condition of perpendicularity; signs of perpendicularity; algorithms of perpendicularity.
Parallellik **Параллельность** **Parallelism**	– to‘g‘ri chiziq tekislikka tegishli bir to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lgan holat, to‘g‘ri chiziqni tekislikka parallelligi, ikki tekislikni parallelligi, parallellik sharti, parallellik alomati, parallellik algoritmi.	– положение прямой параллельной одной прямой принадлежащей плоскости, параллельность прямой плоскости, параллельность двух плоскостей, условие параллельности, признаки параллельности, алгоритмы параллельности.	– position of the straight line which is parallel to one line, belonging to plane; parallelism of a line and plane; parallelism of two planes; condition of the parallelism; signs of parallelism; algorithms of parallelism.

Chizmani g'ayta qurish **Преобразо-вания чертежа** **Transforma tions of graph**	– yangi proyeksiyalar chizish.	– построение новой проекции,	– construction of the new projection.
Proyeksiya tekisliklarini almashtirish **Перемены плоскостей проекции** **Changes of planes of projection**	– yangi tekislikka proyeksiya chizish, yangi proyeksiyalar tekisligi, yangi proyeksiya o'qi, yangi frontal proyeksiya, yangi gorizontal proyeksiya, proyeksiya tekisligini bir marta almashtirish, proyeksiya tekisligini ikki marta almashtirish.	– построение проекции в новой плоскости проекции, новое плоскость проекции, новое ось проекции, новая фронтальная проекция, новая горизонтальная проекция, однократная замена, двукратная замена.	– construction of the projection in the new plane of projection; new plane of projection; new axis of projection, new frontal projection; single change; double change.
Aylantirish usuli **Метод вращения** **Method of rotation**	– geometrik elementlarni biror burchakka aylantirib, yangi proyeksiyasini chizish, aylantirish o'qi, aylantirish markazi, aylantirish	– построение новой проекции вращением геометрических элементов на некоторый угол, ось вращения, центр вращения, радиус вращения, плоскость	– construction of the new plane by rotation of geometrical elements through some angle; axis of rotation; centre of rotation;

	radiusi, aylantirish tekisligi.	вращения.	radius of rotation; plane of rotation.
Joylashtirish usuli **Способ совмещения** **Way of combination**	– tekislikni o‘z izi atrofida aylantirish, gorizontal iz atrofida joylashtirish, frontal iz atrofida joylashtirish, umumiy vaziyatdagi tekislikni joylashtirish, xususiy vaziyatdagi tekislikni joylashtirish.	– вращения плоскости вокруг своих следов, совмещения вокруг горизонтального следа, совмещения вокруг фронтального следа, совмещение плоскостей общего положения, совмещение плоскостей частного положения.	– rotations of the plane about its tracks; combinations around the horizontal track; combination of surfaces of general position; combination of planes of private position.
Geometrik sirtlar **Геометрические поверхности** **Geometrical surfaces**	– silindr, konus, piramida, prizma, sirt, yasovchi, yo‘naltiruvchi, aylanish sirti, to‘g‘ri chiziqli sirt, egri chiziqli sirt, yoyiluvchi sirt, yoyilmaydigan sirt, paraboloid, ellipsoid, ko‘pburchaklik, shar, ekvator, meridiana,	– цилиндр, конус, пирамида, призма, поверхность, образующий, направляющий, поверхность вращения, прямолинейная поверхность, криволинейная поверхность, развертывающиеся, не развертывающи-	– cylinder; cone; pyramid; prism; surface; forming(generatrix); guide; surface of rotation; straight surface; curvilinear surface; developable; non-developable; paraboloid; ellipsoid;

	bo‘yin.	еся, параболоид, эллипсоид, многогранник, шар, экватор, меридиана, горловина.	polyhedron; sphere; equator; meridian; neck.
Kesim yuzasi **Фигура сечения** **Shape of cut**	– geometrik sirtlarni tekislik bilan kesilishida hosil bo‘ladigan yuza, kesim haqiqiy kattaligi.	– площадь образующей при пересечении геометрических поверхностей с плоскостью, натуральный вид сечения.	– area, which forms by intersection of geometrical surfaces and plane; natural view of cut.
Sirtlarning kesishishi **Пересечение поверх-ностей** **Intersection of surfaces**	– ikki sirtga tegishli bo‘lgan chiziq.	– прямая принадлежащие к двум поверхностям.	– straight line belonging to two surfaces;
Kesuvchi tekisliklar usuli **Способ секущих плоскостей** **Way of secant planes**	– yordamchi tekisliklar orqali sirtlar kesishuv chizig‘iga tegishli nuqtalarni aniqlash, tayanch nuqtalar, oraliq nuqtalar, kesishish chiziqlari.	– определение точки принадлежащие линии пересечения двух поверхностей вспомогательным и секущими плоскостями, опорные точки, промежуточные точки, линии пересечении.	– determination of point belonging to line of intersection of two surfaces by subsidiary secant planes; bearing points; intermediate points; lines of intersection.

Kesuvchi sferalar usuli **Способ секущих сфер** **Way of secant spheres**	– yordamchi sferalar orqali sirtlar kesishuv chizig'iga tegishli nuqtalarni aniqlash, tayanch nuqtalar, oraliq nuqtalar, kesishish chiziqlari, kesishishning xususiy holi, umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtlari, sfera markazi, minimal sfera, ekssentrik usul, konsentrik usul.	– определение точки принадлежащие линии пересечения двух поверхностей вспомогательным и секущими сферами, опорные точки, промежуточные точки, линии пересечений, частный случай пересечения, поверхности вращения с общей осью, центр сферы, минимальная сфера, эксцентрический, способ, концентрический.	– determination of point belonging to line of intersection of two surfaces by subsidiary secant spheres; bearing points; intermediate points; lines of intersection; private cases of intersection; surfaces of rotation with general axis; centre of sphere; minimal sphere; eccentric; concentric.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Harvey Willard Miller. Descriptive Geometry. London, 2013. – 149 pages.

2. William Griswold Smith. Practical Descriptive Geometry. London 2013. – 257 pages.

3. Sabirova D.U., Alimova D.K., Mirzaraimova V.T. "Chizma geometriya va kompyuter grafikasi" fanidan o'quv-uslubiy majmua. – T.:TDTU, 2016, 317 b.

4. Azimov T.D. Chizma geometriya. O'quv qo'llanma. –T.:TDTU, 2005, 228 б.

5. Murodov Sh. va boshqalar. Chizma geometriya. Oliy o'quv yurtlari uchun darslik. – T.: "O'qituvchi", 2008, 260 б.

6. Sabirova D.U. Chizma geometriya va muhandislik grafikasi. O'quv qo'llanma. -T.:TDTU, 2011, 140 б.

7. Л. Хейфец «Инженерная компьютерная графика». – Петербург, 2005.

8. Томас А., Стелман Г.В., Кришнан (инглизчадан таржима). Auto CAD 2005 официальный учебный курс с диском. –М., 2005.

MUNDARIJA

Darslikda qo'llanilgan belgilashlar va simvollar.....3
Kirish.....5

I bob. GEOMETRIK SHAKLLARNI TEKISLIKKA PROYEKSIYALASH USULLARI
1.1. Chizma geometriya fani va uning vazifalari.....6
1.2. Proyeksiyalash usullari.....6
1.2.1. Markaziy proyeksiyalash usuli.....6
1.2.2. Parallel proyeksiyalash usuli.....7
1.2.3. Parallel proyeksiyalashning asosiy xossalari.....8
1.3. Nuqta. Nuqtaning ortogonal proyeksiyalari.....8
1.4. Nuqtaning to'rtta chorakdagi proyeksiyalari.....10
1.5.Nuqtani o'zaro perpendikular bo'lgan uchta tekislikka proyeksiyalash.....11
1.6. Xususiy vaziyatdagi nuqtalar.....14

II bob. TO'G'RI CHIZIQNING ORTOGONAL PROYEKSIYALARI
2.1. To'g'ri chiziq. To'g'ri chiziqning orthogonal proyeksiyalaridagi invariant xossalari.....17
2.2. Kesmaning haqiqiy uzunligini va proyeksiyalararo tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash.....18
2.3. Nuqtaning to'g'ri chiziqqa tegishliligi.....19
2.4. Kesmani berilgan nisbatga bo'lish.....20
2.5. Xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlar.....20
2.6. To'g'ri chiziqning izlari.....25
2.7. Ikki to'g'ri chiziqning o'zaro joylashuvi.....27
2.8. To'g'ri burchak proyeksiyasi haqida teorema.....29

III bob. TEKISLIKNING ORTOGONAL PROYEKSIYALARI
3.1. Tekislik. Tekislikni chizmada berilishi.....33
3.2. Tekislikning izlari.....34
3.3. Xususiy vaziyatdagi tekisliklar.....36
3.4. Tekislikda yotuvchi to'g'ri chiziq va nuqta.....45
3.5. Tekislikning bosh chiziqlari.....46
3.6. Tekislikning eng katta qiyalik chizig'i.....48

IV bob. TO‘G‘RI CHIZIQ VA TEKISLIK. IKKI TEKISLIK

4.1. To‘g‘ri chiziq va tekisliklarning o‘zaro vaziyatlari....52
4.2. To‘g‘ri chiziqning xususiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishishi....52
4.3. Umumiy va xususiy vaziyatda bo‘lgan tekisliklarning o‘zaro kesishishi....53
4.4. Umumiy vaziyatdagi tekisliklarning o‘zaro kesishishi....54
4.5. Umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziqning umumiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishishi....57
4.6. To‘g‘ri chiziqning tekislikka perpendikularligi....58
4.7. Tekisliklarning o‘zaro perpendikularligi....61
4.8. To‘g‘ri chiziqning tekislikka parallelligi....62
4.9. Ikki tekislikning parallelligi....63

V bob. PROYEKSIYALARNI QAYTA QURISH USULLARI

5.1. Proyeksiyalari tekisliklarini almashtirish usuli....68
5.2. Aylantirish usuli....72
5.3. Gorizontal yoki frontal chiziq atrofida aylantirish....75
5.4. Joylashtirish usuli. Tekisliklarni o‘z izlari atrofida aylantirish....77
5.5. Xususiy vaziyatdagi tekisliklarni joylashtirish....78

VI bob. SIRTLAR

6.1. Sirtlarning tasnifi....82
6.2. Konus sirti....82
6.3. Silindr sirti....83
6.4. Yoyilmaydigan chiziqli sirtlar....84
6.5. Aylanish sirtlari....85
6.6. Sirtlarni xususiy vaziyatdagi tekisliklar bilan kesishishi....89
6.6.1. Prizmani xususiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishishi....89
6.6.2. Silindrning tekislik bilan kesishishi....90
6.6.3. Konusning tekislik bilan kesishishi....91
6.7. Sirtlarni umumiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishishi....93
6.7.1. Prizmani umumiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishishi....93
6.7.2. Silindrni umumiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishishi....94
6.8. Sirtlar va ularning yoyilmalariga oid umumiy tushunchalar....96
6.9. Geometrik jismlar, sirtlarning ta’riflari va ularning yoyilmasini grafik usulda chizish....97
6.9.1. Prizma sirtiga oid ta’riflar....97
6.9.2. Prizmatik sirtlarning yoyilmasi....97
6.9.3. Piramida sirtiga oid ta’riflar....101

6.9.4. Piramida sirtining yoyilmasi....101
6.9.5. Silindr sirtiga oid ta'riflar....102
6.9.6. Silindrik sirtlarning yoyilmasi....103
6.9.7. Silindroid sirtining yoyilmasi....107
6.9.8. Konus sirtiga oid ta'riflar....109
6.9.9. Konusaviy sirtlarning yoyilmasi....109
6.10. Yoyilmaydigan sirtlarning taxminiy yoyilmasi....114
6.10.1. Shar sirtining taxminiy yoyilmasi....114
6.10.2. Yopiq tor sirtining taxminiy yoyilmasi....117
6.10.3. Ixtiyoriy aylanish sirtining taxminiy yoyilmasi....118
6.11. Havo yo'naltirgich va bunker tipidagi sirtlarning yoyilmasi....119
6.11.1. Yoyilmani grafik chizish usuli....119
6.11.2. Yoyilma chizmasiga o'lcham qo'yish....123

VII bob. SIRTLARNING O'ZARO KESISHISHI

7.1. Yordamchi kesuvchi tekislik usuli....127
7.2. Yordamchi sferalar usuli....131
7.3. Sirtlar kesishuvining xususiy holi....131

VIII bob. BURCHAKLARNI ANIQLASH

8.1. To'g'ri chiziq va tekislik orasidagi burchakni aniqlash....135
8.2. Ikki tekislik orasidagi burchakni aniqlash....136
8.3. Ikki kesishuvchi to'g'ri chiziq orasidagi burchakni aniqlash....137

IX bob. AKSONOMETRIK PROYEKSIYALAR

9.1. Umumiy ma'lumot....139
9.2. Aksonometriya o'qlari va ular bo'yicha o'zgarish koeffitsiyentlari....140
9.3. Aksonometriyaning asosiy teoremasi....142
9.4. To'g'ri burchakli izometriya....144
9.5. To'g'ri burchakli dimetriya....147
9.6. Kompleks chizma bo'yicha aksonometrik proeksiyalarni chizish....149

X bob. KOMPLEKS MASALALAR

10.1. Ikkinchi oraliqda beriladigan masalalar namunasi....152
10.2. Yakuniy yozma ishda beriladigan masalalar namunasi....153
10.3. Chizma geometriya fanidan yakuniy baholash variantlari....154
Glossariy....162
Foydalanilgan adabiyotlar....172

D.K.Alimova, V.N.Karimova,
A.T.Azimov

CHIZMA GEOMETRIYA

Toshkent – «Barkamol fayz media» – 2018

Muharrir: *Sh.Aliyeva*
Musavvir: *D.Azizov*
Musahhiha: *M.Hasanova*
Kompyuterda sahifalovchi: *M.Mamarasulova*

Bosishga ruxsat etildi: 05.11.2018 yil.
Bichimi 60x84 $^{1}/_{16}$. «Timez news roman» garniturasi.
Ofset bosma usulida bosildi.
Shartli bosma tabog'i 10,75 Nashriyot bosma tabog'i 11
Tiraji 300. Buyurtma № 10

«FAYLASUFLAR» MCHJ bosmaxonasida chop etildi.
Manzil: Toshkent shahri, Matbuotchilar ko'chasi, 32-uy.