ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ҚУРИЛИШ ВАЗИРЛИГИ
ТОШКЕНТ АРХИТЕКТУРА ҚУРИЛИШ ИНСТИТУТИ

К. Кенжаев, З.С. Шадманова

ҚУРИЛИШ МЕХАНИКАСИ (НАЗАРИЙ МЕХАНИКА)

сиртқи таълим йўналишлари талабалари учун

ўқув услубий қўлланма

Ташкент – 2018

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ҚУРИЛИШ ВАЗИРЛИГИ

ТОШКЕНТ АРХИТЕКТУРА ҚУРИЛИШ ИНСТИТУТИ

К. Кенжаев, З.С. Шадманова

ҚУРИЛИШ МЕХАНИКАСИ (НАЗАРИЙ МЕХАНИКА)

сиртқи таълим йўналишлари талабалари учун

ўқув услубий қўлланма

Тошкент - 2018

УДК 531.8

Муаллифлар: К.Кенжаев, З.С. Шадманова.

Қурилиш механикаси (Назарий механика) сиртқи таълим йўналишлари талабалари учун ўқув-услубий қўлланма.

Тошкент. ТАҚИ, 2018 .

Тошкент архитектура қурилиш институтида қуйидаги йўналишлар бўйича: 5340200 "Бино ва иншоотлар қурилиши" (саноат ва фуқаро бинолари), 5340300- "Шаҳар қурилиши ва хўжалиги", 5340400 "Муҳандислик коммуникацияларни қурилиши ва монтажи" (иссиқлик-газ таъминоти ва вентиляция), 5340500- "Қурилиш материаллари, буюмлари ва конструкцияларини ишлаб чиқариш", 5340700-"Гидротехника қурилиши (дарё иншоотлари ва гидро электростанциялар қурилиши)", 534400-"Қиймат инжиниринги" бакалавр академик даражаси дастури асосида сиртқи таълим шаклида таълим олувчи талабалар учун тузилган.

Тақризчилар:

Т.Т. Мавлонов - техника фанлари доктори, профессор (Тошкент ирригация ва қишлоқ хўжалигини механизациялаш муҳандислари институти).

С.А. Абдуқадиров - физика-математика фанлари номзоди, доцент (Тошкент архитектура-қурилиш институти).

Тошкент архитектура-қурилиш инситути 2018 йил, 28-июндаги Илмий-услубий Кенгашининг 9 - сонли мажлисида улубий кўрсатма сифатида нашр этиш учун тавсия этилган.

Сўз боши

Ўқув-услубий қўлланма 5340200 - "Бино ва иншоотлар қурилиши" (саноат ва фуқаро бинолари), 5340300 - "Шаҳар қурилиши ва хўжалиги", 5340400- "Муҳандислик коммуникацияларни қурилиши ва монтажи" (иссиқлик-газ таъминоти ва вентиляция), 5340500 -"Қурилиш материаллари, буюмлари ва конструкцияларини ишлаб чиқариш", 5340700- "Гидротехника қурилиши (дарё иншоотлари ва гидро электростанциялар қурилиши)", 534400- "Қиймат инжиниринги" таълим йўналиши бўйича ишлаб чиқаришдан ажралмаган холда сиртқи таълимда бакалавр академик даражасига эга бўладиган мутахассислар тайёрлаш ўқув дастури асосида тузилган.

"Қурилиш механикаси " фани "Назарий механика", "Материаллар қаршилиги" ва "Қурилиш механикаси" фанларидан ташкил топган бўлиб, "Архитектура ва қурилиш" соҳасида таҳсил олаётган талабалар учун асосий умумкасбий фанлардан бири ҳисобланади. "Қурилиш механикаси" – конструкция ва иншоотларни мустаҳкамлиги, бикирлиги ва устиворлигини ҳисоблаш усуллари ҳамда иншоотларни мустаҳкамлигини ҳисоблаш йўли билан узоқ муддатга чидамлилигини таъминлашни ўргатувчи фан ҳисобланади.

Сиртқи таълим талабалари томонидан "Қурилиш механикаси" (Назарий механика) фани мувоффақиятли ўзлаштирилиши учун талабалар фанининг "Статика", "Кинематика", "Динамика" бўлимларига мос равишда етарли даражада математик тайёргарликларга эга бўлишлари лозим.

а) "Назарий механика" фанининг Статика бўлимини муваффақиятли ўзлаштириши учун талабалар тригонометрик функциялар тўғрисида батафсил маълумотларга эга бўлиши, тўғри бурчакли ва тўғри бўлмаган бурчакли учбурчакларни ечиши, синуслар ва косинуслар теоремаларини билишлари лозим. Математиканинг "Аналитик геометрия" бўлимидан талабалар текислик ва фазодаги декарт координаталари системасини, икки йўналиш орасидаги бурчакни ҳисоблаш формулаларини, "векторлар алгебраси" бўлимидан векторларни қўшиш ва айириш усулларини, уларнинг координата ўқларидаги проекцияларини ҳисоблашни, векторларни скаляр ва вектор кўпайтириш формулаларини билишлари лозим.

б) "Назарий механика" фанининг "Кинематика" бўлимини муваффақиятли ўзлаштириш учун талабалар функцияларни дифференциаллаш, уларнинг графикларини чизиш, табиий координаталар системасидан фойдаланиш, эгри чизиқнинг эгрилиги, эгрилик радиусини ҳисоблаш малакаларига эга бўлишлари лозим.

в) "Назарий механика" фанининг "Динамика" бўлимини муваффақиятли ўзлаштириш учун талабалар содда функцияларнинг аниқ ва аниқмас интегралларини ҳисоблаш, эгри чизиқли интеграллар тўғрисида тушунчага эга бўлиш, дифференциал тенгламаларни интеграллаш малакаларига эга бўлишлари лозим.

Талабалар "Назарий механика" курсини ўзлаштириши натижасида қуйидаги билим ва малакаларга эга бўлишлари лозим:

- механиканинг асосий қонунларини билишлари ва улар асосида моддий нуқта, қаттиқ жисм ва механик системанинг мувозанати ва ҳаракатини ўрганиш усуллари тўғрисида аниқ тасаввурга эга бўлиш;
- олган билим ва малакаларини техниканинг маълум аниқ масалаларини ечишга тадбиқ қилиш;
- ҳозирги замон компьютер техникаси ва информацион технологиялар имкониятларидан фойдаланиб, техник тизимларнинг математик ва механик моделларини мустақил яратиш ва уларни таҳлил қилиш орқали керакли маълумотларни қўлга киритиш, лойихалар тузиш, мавжуд лойихаларни такомиллаштириш;
- олган билимларини Статика, Кинематика ва Динамика бўлимлари бўйича аниқ масалаларни ечишга тадбиқ қила олиш, компьютерда механик тизимларни ва улардаги механик жараёнларни моделлаштириш ва керакли маълумотларни қўлга кирита олиш.

Ўқув-услубий қўлланмада "Назарий механика"нинг Статика, Кинематика ва Динамика бўлимларидан учтадан топшириқлар келтирилган. Талабаларга вариантлар фан ўқитувчиси томонидан берилади. Топшириқ мавзулари ва ҳажми кафедрада талаба танлаган йўналиш бўйича ажратилган соат ва йўналиш малака талабларидан келиб чиқган ҳолда танланади.

Услубий қўлланмада топшириқлар мавзулари бўйича қисқа назарий маълумотлар, топшириқларни бажариш тартиби, топшириқларни бажариш намуналари келтирилган. Мавзулар бўйича топшириқларни бажариш учун талаба тегишли назарий маълумотларни чуқур ўрганиши, топшириқларни бажариш тартиби билан мукаммал танишиши лозим. Топшириқлар ўқувчи дафтарида аниқ ва тартибли равишда бажарилиши лозим. Ҳисоботда чизмалар масштабга риоя қилган ҳолда чизилиши ва барча ҳисоб китоб ишлари чизмага мос равишда аниқ ва тўла-тўкис келтирилиши лозим.

Топшириқни бажаришда аниқланган камчиликларнинг қийматлари, ўлчов бирликлари кўрсатилган ҳолда, жадвал тарзида келтирилиши лозим. Титул варағи намунаси иловада келтирилган.

Илова

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ҚУРИЛИШ ВАЗИРЛИГИ

ТОШКЕНТ АРХИТЕКТУРА ҚУРИЛИШ ИНСТИТУТИ

“ҚУРИЛИШ МЕХАНИКАСИ ВА ИНШООТЛАР ЗИЛЗИЛАБАРДОШЛИГИ” КАФЕДРАСИ

ҚУРИЛИШ МЕХАНИКАСИ

(НАЗАРИЙ МЕХАНИКА)

фанидан ҳисоб-чизма ишлари тўплами

Бажарди: ____ гурух

талабаси ______________________

Вариант № ________

Ҳимояга қўйилди 20_____..............

Ҳимоя ҳайъати аъзолари ___________________________

____

Баҳо ___________________

Сана ___________________

Тошкент 20……..

Назорат ҳисоб-чизма ишларини бажариш бўйича услубий кўрсатма

Сиртқи бўлим талабалари томонидан мустақил бажарилган ҳар бир назорат иши ҳисоботи дафтарда (саҳифалари қўйилган) расмийлаштирилади. Дафтар муқоваси ўқув-услубий қўлланмада келтирилган шаклда расмийлаштирилади.

Дафтарнинг биринчи бетида назорат топшириғи мазмуни, унинг варианти келтирилади.

Назорат топшириғи масалаларининг ечими дафтарнинг иккинчи саҳифасидан бошланади.

Масалаларни ечишда чизмалар қаламда чизилади (масштаб эътиборга олинган ҳолда) ва масала шарти, аниқланиши лозим бўлган катталиклар кўрсатилади.

Масала схемалари (чизмалари) талаб даражасида чизилади, унинг ўлчамлари масала шартида берилган катталиклар ва аниқланиши лозим бўлган катталиклар векторларини аниқ кўрсатиш имконини бериши лозим.

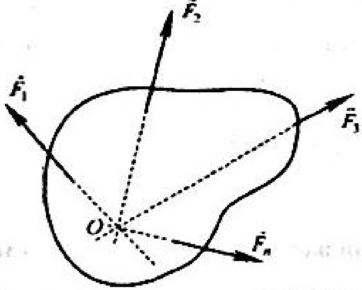
Масала ечими албатта талаба томонидан шарҳлаб борилиши лозим (қисқача назарий маълумот, ҳисоблаш формулалари ва теоремаларини танлаш сабаблари, натижалар қандай ҳосил бўлиши). Масала ечишда уни ечиш йўллари ва ечишнинг кетма-кетлиги албатта кўрсатилиши керак. Дафтарнинг ҳар бир саҳифасида саҳифа чеккасида камчиликларни кўрсатиш учун жой қолдириши керак.

Кўрсатилган шартлар бажарилмаган ҳисоботлар ўқитувчи томонидан қабул қилинмайди. Бажарилган топшириқ ҳисоботи охирида масала жавоблари келтирилиши лозим.

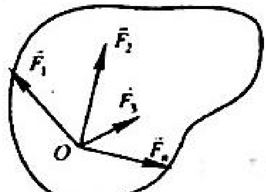
I. Статика

1.1. Бир нуқтада кесишувчи кучлар системаси

Таъсир чизиклари бир нуқтада кесишадиган кучлар тўпламига бир нуқтада кесишувчи ёки кесишувчи кучлар системаси дейилади.



1.1-расм.



1.2- расм.

Бир нуқтада кесишувчи кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун кучлар системасининг тенг таъсир этувчисини нолга тенг бўлиши зарур ва етарлидир.

Бир нуқтада кесишувчи кучлар системасининг мувозанат шартини геометрик ва аналитик формаларда ифодалаш мумкин:

1. Мувозанат шартининг геометрик формаси.

Бир нуқтада кесишувчи кучлар системасининг тенг таъсир етувчиси улардан қурилган кўпбурчакнинг ёпувчи томони орқали ифодаланиши сабабли, мазкур система мувозанатда бўлиши учун, улардан қурилган кўпбурчак ёпиқ бўлиши лозим.

Бундай ҳолда $\vec{R} = 0$ бўлади. (1.1)

2. Мувозанат шартининг аналитик формаси:

Бир нуқтада кесишувчи кучлар системасининг тенг таъсир этувчиси аналитик формада қуйидаги формула асосида аниқланади:

$$R = \sqrt{Rx^2 + Ry^2 + Rz^2} \tag{1.2}$$

(1.2) дан R=0 бўлиши учун, бир вақтда, кесишувчи кучлар системаси учун қуйидаги шартларни бажарилиши зарур ва етарлидир:

$$\begin{cases} Rx = \sum F_{kx} = 0 \\ Ry = \sum F_{ky} = 0 \\ Rz = \sum F_{kz} = 0 \end{cases} \tag{1.3}$$

Демак, бир нуқтада кесишувчи кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун кучларни координата ўқларидаги проекцияларининг алгебраик йиғиндилари бир вақтда нолга тенг бўлиши зарур ва етарлидир. Мазкур шарт бир нуқтада кесишувчи кучлар системаси мувозанатининг аналитик шартини ифодалайди.

Агар бир нуқтада кесишувчи кучлар системаси бир текисликда ётувчи кучлар тўпламидан иборат бўлса, бундай кучлар системаси учун мувозанатнинг аналитик шарти қуйидагича ифодаланади:

$$\begin{cases} Rx = \sum F_{kx} = 0 \\ Ry = \sum F_{ky} = 0 \end{cases} \tag{1.4}$$

1.2. Текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системаси

1.2.1 Кучнинг нуқтага нисбатан алгебраик моменти

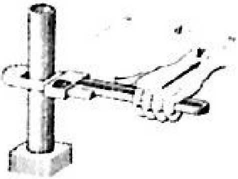
Жисмнинг қўзғалмас нуқта ёки ўқ атрофида айланиши унга қўйилган кучнинг моментига боғлиқ бўлади. Бунда жисмга қўйилган кучнинг моменти ҳисобланадиган нуқта момент маркази, кучнинг бу нуқтага нисбатан моменти – момент марказига нисбатан куч моменти дейилади.

Фараз қилайлик, шакл текислигига перпендикуляр ўқ атрофида айлана оладиган жисмнинг А нуқтасига $\vec{F}$ куч қўйилган бўлсин. O_z ўқнинг шакл текислиги билан кесишган нуқтасини О билан белгилаймиз. Бундай ҳолда, *жисмнинг А нуқтасига қўйилган $\vec{F}$ кучнинг О нуқтага нисбатан моменти деб, мос ишора билан олинган куч модули **F** ни куч елкаси **d** га кўпайтмасига тенг катталикка айтилади* (1.3б-расм). Бунда О нуқтадан $\vec{F}$ кучнинг таъсир чизиғига туширилган перпендикулярнинг узунлиги $\vec{F}$ кучнинг О нуқтага нисбатан елкаси дейилади.

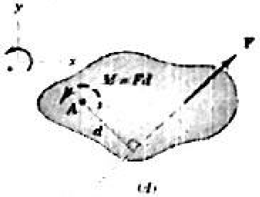
Куч моментининг алгебраик қиймати $M_0(\vec{F})$ билан белгиланади ва у қуйидаги формула ёрдамида аниқланади:

$$M_o(\vec{F}) = \pm F \cdot d \tag{1.5}$$

Агар $\vec{F}$ куч жисмни момент маркази атрофида соат стрелкаси йўналишида айлантирса, куч моменти манфий, акс ҳолда, мусбат ҳисобланади (3а, 3б-расмлар):



1.3а-расм.



1.3б-расм.

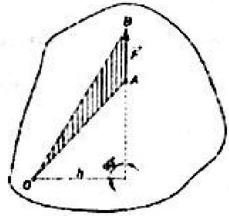
Кучнинг нуқтага нисбатан моменти қуйидаги хоссаларга эга:

1. Кучнинг миқдори ва йўналишини ўзгартирмай, таъсир чизиғи бўйлаб ихтиёрий нуқтага кўчиришдан, куч елкаси ўзгармай қолиши туфайли, куч моменти ўзгармайди.

2. Кучнинг таъсир чизиғи момент марказидан ўтса, унинг шу нуқтага нисбатан моменти, куч елкаси нолга тенг бўлганлиги учун, нолга тенг бўлади.

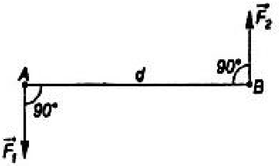
3. 4-расмга кўра, *кучнинг нуқтага нисбатан моментининг абсолют қиймати кучнинг боши ва учини момент маркази билан туташтиришдан ҳосил бўлган* OAB *учбурчак юзасининг иккиланганига тенг бўлади.*

$$|M_o(\vec{F})| = 2S_{\Delta OAB} = |F \cdot d| \qquad (1.6)$$



1.4-расм.

1.2.2. Жуфт куч. Жуфт куч моменти



1.5-расм.

***Жуфт куч** деб миқдор жиҳатдан тенг, бир тўғри чизиқда ётмайдиган, параллел ва қарама – қарши йўналган икки кучдан иборат системага айтилади.* Жуфт куч $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ билан белгиланади (1.5-расм).

Жуфт кучни ташкил этган кучлар орасидаги энг қисқа масофа жуфт куч елкаси дейилади ва у d билан белгиланади. Жуфт куч ётган текислик жуфт куч текислиги дейилади.

Жуфт кучни ташкил этувчи кучлар тенг таъсир этувчига эга эмас. Жуфт кучни битта куч билан алмаштириб бўлмайди. Шу сабабли, фақат жуфт куч таъсирида бўлган жисм илгариланма ҳаракат қила олмайди! Жуфт куч статиканинг мустақил элементи ҳисобланади!

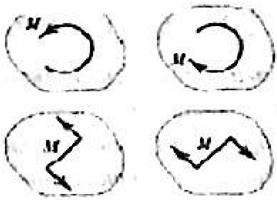
Жуфт куч моменти. Жуфт куч таъсирида жисм жуфт текислигида айланма ҳаракатда бўлиши мумкин. Жуфт кучнинг айлантириш эффекти:

1. Жуфт кучни ташкил этувчи кучларнинг модули -$|\vec{F}_1|, |\vec{F}_2|$ва жуфт елкасининг узунлиги d га;
2. Жуфт куч текислигининг эгаллаган ҳолатига;
3. Жуфт куч таъсиридаги жисмнинг айланиш йўналишига боғлиқ бўлади.

Жуфт кучнинг айлантириш эффектини аниқлаш ва баҳолаш учун жуфт куч моменти тушунчаси киритилади. *Жуфт кучнинг моменти деб, мос ишора билан олинган жуфт кучни ташкил қилган кучлардан бирининг миқдорини жуфт куч елкасининг узунлигига кўпайтмасига тенг бўлган катталикка айтилади*. Жуфт куч моменти m билан белгиланади:

$$M = \pm F_1 d = \pm F_2 d \tag{1.7}$$

Жуфт куч жисмни соат милининг айланишига тескари йўналишда айлантиришга интилса, унинг моменти мусбат, акс ҳолда – манфий ҳисобланади (1.6-расм). Шартли равишда жуфт кучлар ёйсимон стрелкалар орқали тасвирланади. Бунда жуфт куч моментининг катталиги **М** орқали, унинг ишораси эса стрелка йўналиши орқали ифодаланади.



1.6-расм.

1.2.3. Текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системасининг мувозанат шартлари

Текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системасини бир марказга келтиришда, кучлар системаси бош векторга тенг бўлган битта кучга ва моменти бош моментга тенг битта жуфтга келтирилади. Бундай кучлар системаси $\vec{R} \neq 0$ бўлса, тенг таъсир этувчи кучга, $\vec{R} = 0$, $M_O \neq 0$ бўлганда битта жуфтга эквивалент бўлади. Лекин, текисликдаги кучлар системасини шу текисликдаги ихтиёрий О нуқтага келтириш натижасида, бир вақтнинг ўзида бош вектор $\vec{R}$, бош момент M_O ҳам нолга тенг бўлиши мумкин:

$$\vec{R} = 0, M = 0, \tag{1.7}$$

ёки:

$$\sum \vec{F}_i = 0. \sum M_O(\vec{F}_i) = 0. \tag{1.8}$$

(1.7) ва (1.8) тенгламалар текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системаси мувозанатининг зарур ва етарли шартларини ифодалайди.

(1.7) шартларнинг зарурлиги шундан иборатки, уларнинг бирортаси бажарилмаса, кучлар системаси мувозанатда бўла олмайди. (1.7) шартларнинг етарлилиги шундан иборатки, $\vec{R} = 0$ бўлса, текисликдаги кучлар системаси моменти M_O га тенг бўлган жуфтга келтирилади, лекин $M_O = 0$ бўлгани учун, бу кучлар системаси мувозанатда бўлади.

Бош векторнинг модули $R = \sqrt{R_x^2 + R_y{}^2}$ формула асосида аниқланишини эътиборга олсак, (1.7) ёки (1.8) тенгламалар ўрнига, текисликдаги кучлар системаси мувозанати шартларининг аналитик ифодаси учун қуйидаги тенгламаларга эга бўламиз:

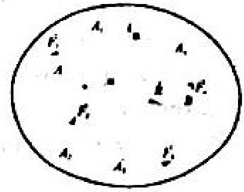
$$\sum X_i = 0, \sum Y_i = 0, \sum M_O(\vec{F}_i) = 0 \qquad (1.9)$$

Демак, *текисликдаги кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун, бир вақтда кучларнинг шу текисликда ётувчи иккита координата ўқларига проекцияларининг алгебраик йиғиндилари алоҳида-алоҳида нолга тенг бўлиши ва шу текисликдаги ихтиёрий нуқтага нисбатан моментларининг алгебраик йиғиндисини ҳам нолга тенг бўлиши зарур ва етарли бўлар экан.*

Текисликдаги кучлар системаси мувозанатининг яна қуйидаги икки шарти ҳам мавжуд:

1) *Текисликдаги кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун, кучларнинг шу текисликда ётувчи ихтиёрий икки нуқтанинг ҳар бирига нисбатан моментларининг алгебраик йиғиндиси алоҳида-алоҳида нолга тенг бўлиши ва мазкур нуқталарни бирлаштирувчи тўғри чизиққа перпендикуляр бўлмаган ўқдаги проекцияларининг алгебраик йиғиндисини ҳам нолга тенг бўлиши зарур ва етарлидир*:

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0, \sum M_B(\vec{F}_i) = 0, \sum U_i = 0. \qquad (1.10)$$



1.7-расм.

Текисликдаги кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун бу шартларнинг зарурлиги шундаки, (1.10) даги шартлардан бирортаси бажарилмаса, бундай кучлар системаси мувозанатлашмайди.

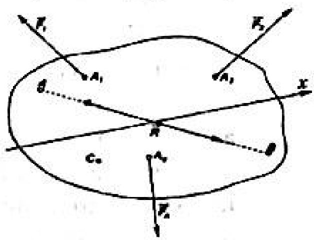
(1.10) даги шартларнинг текисликдаги кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун етарлилигини исботлайлик. (1.10) даги шартлардан биринчи тенгликнинг бажарилиши А нуқтага нисбатан бош моментнинг нолга тенглигини ифодалайди: $M_A = 0$. Бундай ҳолда, текисликдаги кучлар системаси А нуқтадан ўтувчи тенг таъсир этувчига келтирилиши мумкин.

(1.10) нинг иккинчи ифодаси ва тенг таъсир этувчи кучнинг моменти ҳақида Вариньон теоремасига асосан

$$M_B(R) = \sum M_B(\vec{F}_i) = 0, \qquad (1.11)$$

тенглик бажарилади. Бинобарин, $\vec{R}$ нинг таъсир чизиғи В нуқтадан ўтади, яъни АВ да ётади. (1.10) нинг учинчи шартига кўра $R_i=\sum Y_i=0$. Y ўқ AB га перпендикуляр бўлмагани учун, бу тенглик фақат $\vec{R}_u = 0$ бўлгандагина бажарилади. Демак, (1.10) шарт бажарилганда, текисликдаги кучлар системаси мувозанатда бўлар экан.

2) Текисликдаги кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун барча кучларнинг шу текисликдаги бир тўғри чизиқда ётмайдиган учта нуқтанинг ҳар бирига нисбатан ҳисобланган моментларининг йиғиндилари алоҳида-алоҳида нолга тенг бўлиши зарур ва етарлидир:



1.8-расм.

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0, \sum M_B(\vec{F}_i) = 0, \sum M_C(\vec{F}_i) = 0. \quad (1.12)$$

Кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун бу шартларнинг зарурлиги бевосита (1.12) дан келиб чиқади. Чунки, бу шартларнинг бирортаси бажарилмаса, кучлар системаси мувозанатлашмайди. (1.12) шартларнинг текисликдаги кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун етарли эканлиги, тескарисини фараз қилиш билан исботланади. (1.12) шартларнинг бажарилишиға қарамай, текисликдаги кучлар системаси мувозанатда бўлмаслиги учун, берилган кучлар системаси бир вақтнинг ўзида A, B, C нуқталардан ўтувчи тенг таъсир этувчига келтирилиши керак. Бундай ҳол бўлиши мумкин эмас, чунки A, B, C нуқталар бир тўғри чизиқда ётмайди. Шунинг учун (1.12) шартлар бажарилса, текисликдаги кучлар системаси мувозанатда бўлади.

1.2.4. Текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системасининг мувозанатига оид масалаларни ечиш учун услубий кўрсатмалар

Текисликдаги кучлар системасининг мувозанатига доир масалаларни қуйидаги тартибда ечиш тавсия этилади.

1. Мувозанати ўрганилаётган жисм (ёки нуқта) аниқланади;

2. Координаталар системаси танлаб олинади;

3. Жисмга таъсир этаётган кучлар кўрсатилади;

4. Жисмни боғланишлардан бўшатиб, уларнинг таъсирлари боғланиш реакция кучлари билан алмаштирилади;

5. Мувозанати ўрганилаётган жисм берилган кучлар ва боғланишлар реакция кучлари таъсиридаги эркин жисм деб қаралади;

6. Берилган масала статик аниқ масала эканлиги текширилади, яъни масаладаги алгебраик номаълум катталиклар сони учтадан ошмаслиги аниқланади.

7. Координата ўқларининг боши, йўналиши ва момент ҳисобланадиган нуқта (ёки нуқталар) танланади.

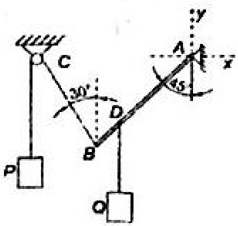
8. Қаттиқ жисмга қўйилган текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системаси учун мувозанат тенгламалари тузилади.

9. Тузилган мувозанат тенгламалари ечилади ва номаълум катталиклар аниқланади.

Мувозанат тенгламаларини тузишда ҳар бир тенгламада фақат биттадан номаълум катталик қатнашишига эътибор бериш лозим. Чунки бунда ҳар бир номаълум катталик бевосита шу номаълум катталик қатнашган тенгламани ечиш орқали аниқланади. Бундай ҳол масалани ечишни соддалаштиради. Бунинг учун координата ўқларини шундай ўтказиш лозимки, бунда баъзи номаълум кучлар ўққа перпендикуляр ҳолда йўналган бўлсин. Бундай ҳолда уларнинг мазкур ўқдаги проекциялари нолга тенг бўлади.

Момент ҳисобланадиган нуқта сифатида одатда икки номаълум кучнинг таъсир чизиқлари кесишадиган нуқтани олиш мақсадга мувофиқ бўлади. Бу ҳол тузиладиган моментлар тенгламаси бевосита учинчи номаълум кучни аниқлашга имкон беради.Агар масалада боғланиш реакциясининг йўналиши аниқ бўлмаса, уни координата ўқларининг мусбат йўналиш бўйлаб йўналган ташкил этувчиларга ажратиш мақсадга мувофиқ бўлади. Ҳисоблаш натижасида кучнинг миқдори манфий ишорали чиқса, бу ҳол, мазкур кучнинг йўналиши, дастлаб чизмада кўрсатилган йўналишига тескари эканлигидан дарак беради.

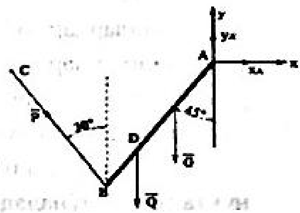
1.2.5. Текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системасининг мувозанатига доир масалаларни ечиш намуналари



1.9 а-расм.

1-масала. Оғирлиги $G=100$ *Н*. бўлган *А* шарнир билан деворга маҳкамланган бир жинсли *АВ* балкани блокдан ўтказилган ва бир учига *Р* юк осилган трос вертикалга нисбатан 45^0 бурчак остида ушлаб туради. Троснинг *ВС* қисми вертикал билан 30^0 бурчак ҳосил қилади. *D* нуқтада балкага оғирлиги *200 Н*. бўлган *Қ* юк осилади. Агар $BD=\frac{1}{4}AB$ бўлса, Р юк оғирлиги ва *А* шарнирнинг реакцияси топилсин. Блокдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин (1.9 а-расм).

Ечиш. АВ балканинг мувозанатини ўрганамиз. АВ балкага унинг оғирлиги $\vec G$ ва D нуқтага қўйилган $\vec Q$ кучлар таъсир этади. А шарнир ва ВС трос балка учун боғланишлар ҳисобланади. Боғланишлардан бўшатиш принципига кўра, боғланишларнинг балкага таъсирини уларнинг реакция кучлари билан алмаштирамиз: А шарнир реакциясининг йўналиши олдиндан номаълум бўлганлиги учун уни координата ўқларининг мусбат йўналиши бўйлаб йўналган $\bar X_A, \bar Y_A$ ташкил этувчиларига ажратамиз, Трос ВС қисмидаги таранглик кучи балканинг В нуқтасига қўйилади ва трос бўйлаб С блок томон йўналади.(С блок Р кучнинг таъсир чизиғини ўзгартиради). Натижада балкага таъсир этувчи $(\bar G, \bar Q, \bar P, \bar X_A, \bar Y_A)$ кучлардан иборат текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системасига эга бўламиз (1.9 б-расм).



1.9 б-расм.

Ҳосил бўлган кучлар системаси учун мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum X_i = 0;\ X_A - P\cos 60^0 = 0 \tag{1.13}$$

$$\sum Y_i = 0\ Y_A - G - Q + P\cos 38 = 0 \tag{1.14}$$

$$\sum M_A(\vec F_i) = 0\ G\cdot\frac{AB}{2}\cos45 + Q\frac{3}{4}AB\cos45 - P\cos30\,AB\sin45 - P\cos60^2 AB\cos45 = 0 \tag{1.15}$$

Тенгламаларни ечиб номаълум катталикларни аниқлаймиз:

(1.15) тенгламадан:

$$P = \frac{\frac{G}{2}\cos 45 + Q\frac{3}{4}\cos 45}{\cos 30 \cdot \sin 45 + cos60^{o} \cdot \cos 45} = \frac{50 \cdot 0{,}71 + 150 \cdot 0{,}71}{0{,}17 \cdot 0{,}71 + 0{,}5 \cdot 0{,}71} = \frac{200 \cdot 0{,}71}{0{,}71 \cdot 1{,}37}$$
$$= \frac{142}{0{,}97} = 146{,}4\,n.$$

(1.13) тенгламадан:

$$X_A = P \cdot \cos 60^{o} = \frac{P}{2} = 73\ N.$$

(1.14) тенгламадан:

$$Y_A = G + Q - Pcos\,30^{0} = 100 + 200 - 146 \cdot 0.87 = 300 - 127 = 173\ N.$$

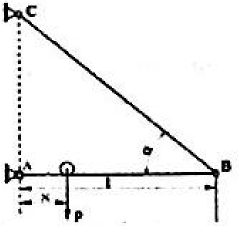
***2-Масала*.** Кран горизонтал балкасининг узунлиги l га тенг, унинг бир учи шарнир ёрдамида махкамланган, иккинчи В учи горизонт билан α бурчак ҳосил қилади. Мувозанат холатида балканинг горизонт билан ташкил қилган бурчаги α ҳамда таянч чизиқларига кўрсатган босими топилсин.

Ечими. *АВ* балканинг мувозанатини ўрганамиз. *АВ* балка бўйлаб *Р* юк ҳаракатланади. Юкнинг балкадаги ҳолати *А* шарнирдан ҳисобланадиган ўзгарувчан *х* масофа орқали аниқланади.

А шарнир ва *ВС* арқон *АВ* балка учун боғланишлар ҳисобланади. Боғланишлардан бўшатиш принсипига кўра боғланишларнинг *АВ* балкага таъсирини уларнинг реакция кучлари билан алмаштирамиз: А шарнир реакцияси олдиндан номаълум бўлган лигиу чун уни координата ўқларининг мусбат йўналиши бўйлаб йўналган X_A, $У_A$ ташкил этувчиларга ажратамиз.

ВС арқон реакцияси балканинг *В* нуқтасига қўйилади ва арқон бўйлаб *С* нуқта томон йўналади. Натижада балкага таъсир этувчи (Р, X_A, $У_A$, *Т)* кучлар системасига эга бўламиз (1.10-расм).

Тенгламаларни ечиб, арқондаги таранглик кучини юк ҳолатига



1.10-расм.

Координата ўқларини расмдагидек ўтказиб, ҳосил бўлган текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системасининг мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum X_i = 0 \quad X_A - T\cos\alpha = 0 \qquad (1.16)$$

$$\sum Y_i = 0 \quad Y_A + T\sin\alpha - P = 0 \qquad (1.17)$$

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0 \quad -P_x + Tl\sin\alpha = 0 \qquad (1.18)$$

боғлиқлигини ифодаловчи муносабатни аниқлаймиз:

(1.18) тенгламадан

$$T = \frac{P_x}{l\sin\alpha}.$$

Таранглик кучини билган ҳолда, (1.16) ва (1.17) тенгламалардан, А шарнир реакциясининг координата ўқлари бўйлаб йўналган ташкил этувчилари X_A, $У_A$ лар аниқланади:

$$X_A = T\cos\alpha$$

$$Y_A = P - T\sin\alpha.$$

3-масала. Зичлиги (интенсивлиги) $q=3кН/м$ бўлган текис тақсимланган куч, $P=4$ $кН$ бўлган куч ва моментлари $M_1=+2кНм$, $M_2=-3кНм$ бўлган жуфт кучлар таъсиридаги консол балканинг қистириб маҳкамланган учидаги реакция кучлари аниқлансин. (1.11а-расм).

Ечиш.

Консол балканинг мувозанатини ўрганамиз.Консол балкага таъсир этувчи текис тақсимланган куч, $\vec{P}$ куч ва моментлари M_1, M_2 бўлган жуфт кучларни кўрсатамиз. Текис тақсимланган кучнинг тенг таъсир этувчиси Q билан белгиланади:

$$Q = q\cdot 3\ кН.$$

Бу куч текис тақсимланган куч таъсир этувчи консол балка қисмининг ўртасига қўйилади.

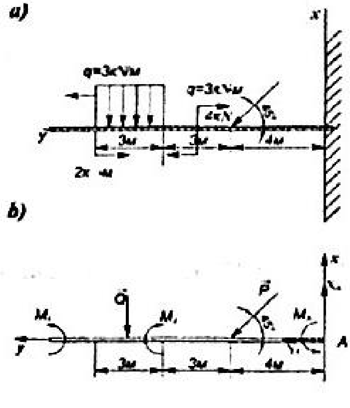
Консол балканинг учи қистириб маҳкамланган. Девор балка учун боғланиш ҳисобланади. Боғланишлардан бўшатиш принципига кўра боғланиш-деворнинг консол балкага таъсирини боғланиш реакция кучлари X_A, Y_A ва реактив момент M_A билан алмаштирамиз. Натижада консол балкага таъсир этувчи текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системасига эга бўламиз (1.11б-расм).

Ҳосил бўлган кучлар системасининг мувозанат тенгламалари қуйидагича ёзилади:

$$\sum X_i = 0 \qquad X_A - P\sin 45^0 - Q = 0, \tag{1}$$

$$\sum Y_i = 0 \qquad Y_A + P\cos 45^0 = 0\,, \tag{2}$$

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0 \quad M_A + P\sin 45^0\cdot 4 + Q\cdot 8{,}5 - M_2 + M_1 = 0\,. \tag{3}$$



1.11 а,б-расм.

Тенгламаларни ечиб номаълумларни аниқлаймиз.

(1) тенгламадан:

$$X_A = P\cdot\sin 45^0 + Q = 4\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + 3\cdot 3 = 11{,}8\ kN.$$

(2) тенгламадан

$$Y_A = -P\cdot\cos 45^0 = -4\cdot 0{,}71 = -2{,}8\ kN.$$

(3) тенгламадан:

$$M_A = M_2 - M_1 - P\sin 45^0\cdot 4 = -3-2-$$
$$-4\cdot 0{,}71\cdot 4 - 9\cdot 8{,}5 = -86{,}8\ kNm.$$

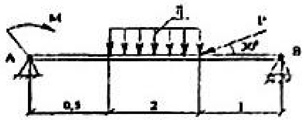
1.2.6. Мустақил ўрганиш учун талабаларга тавсия этиладиган масалалар Берилган қурилмаларнинг таянч реакциялари аниқлансин (Топшириқ С1)

Қурилмага қуйидаги кучлар таъсир қилади. $P = 100\ N,\ F = 60\ N,$ $q = 10\frac{N}{m},$ Қурилмага таъсир этувчи жуфт куч моменти $\mathrm{M} = 50\ Nm$

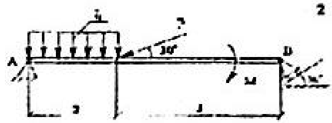
-Топшириқ варианти талабаларга ўқитувчи томонидан берилади.

-Бажарилган иш ҳисоботи титул вараги илова асосида расмийлаштирилади.

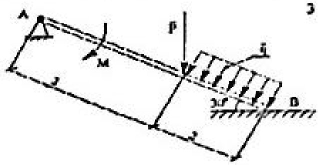
1



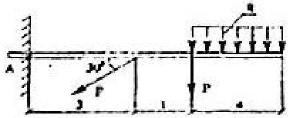
2



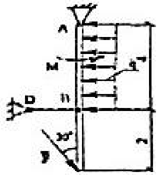
3



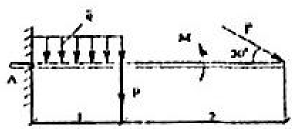
4



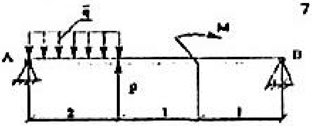
5



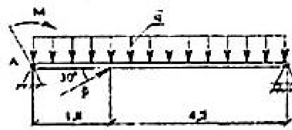
6



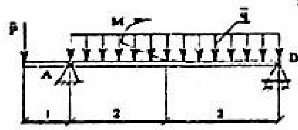
7



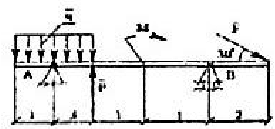
8



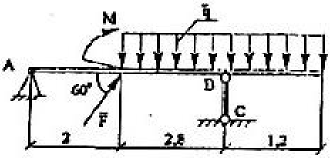
9



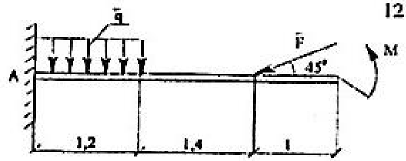
10



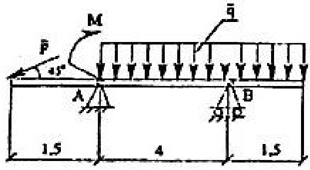
11



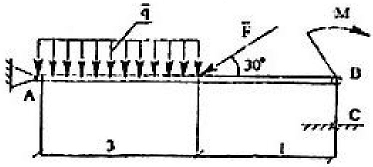
12



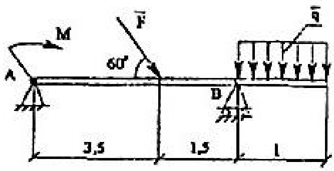
13



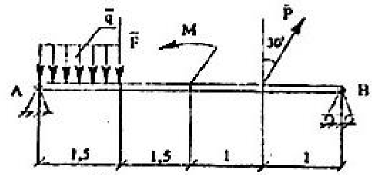
14



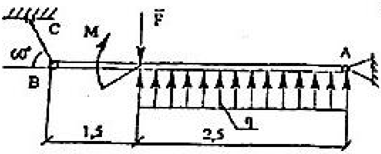
15



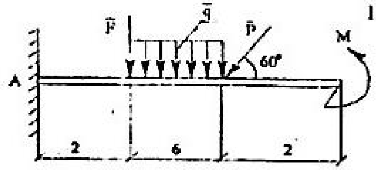
16



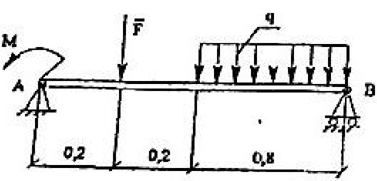
17



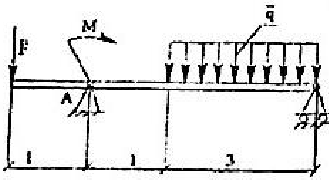
18



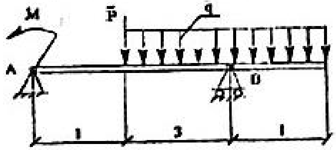
19



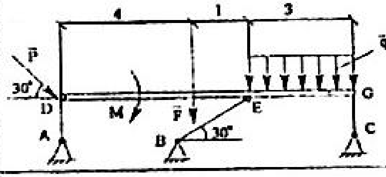
20



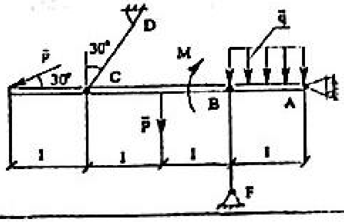
21



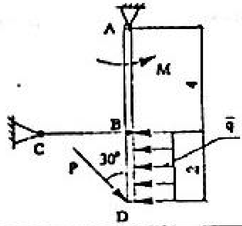
22



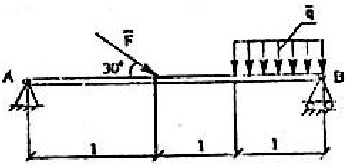
23



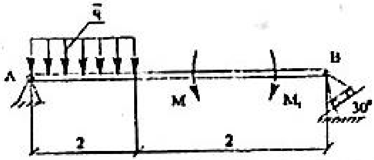
24



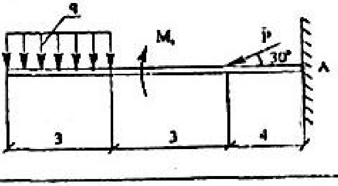
25



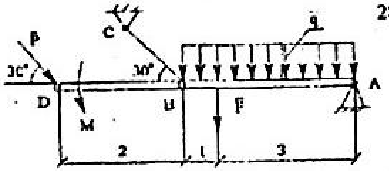
26



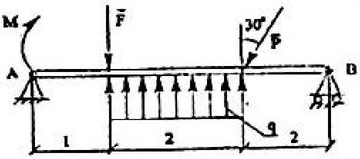
27



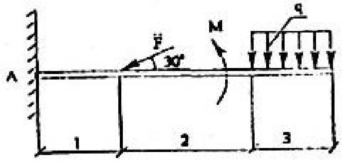
28



29



30

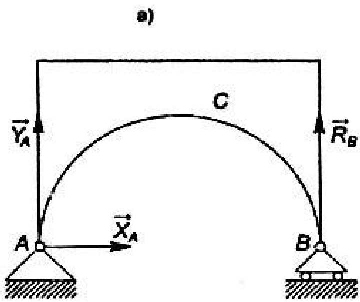


1.3. Мураккаб бир неча жисмлардан ташкил топган конструкцияларнинг таянч реакцияларини аниқлаш

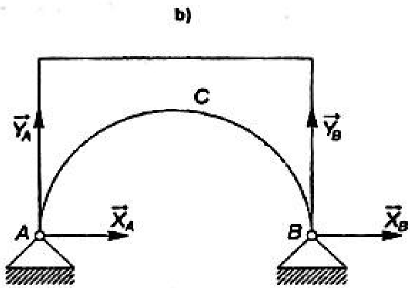
1.3.1. Статик аниқланган ва статик аниқланмаган масалалар

Берилган масалада номаълумлар сони мувозанат тенгламалари сонига тенг бўлса, бундай масала статик аниқ масала дейилади (1.12а-расм).

Агар масалада номаълумлар сони мувозанат тенгламалари сонидан ортиқ бўлса, бундай масала статик аниқмас масала дейилади (1.12б – расм).



1.12а-расм.



1.12б-расм.

Худди шундай мулоҳазалар асосида арканинг мувозанатини ўрганишда кўрсатилган масала статик аниқ (боғланишлар реакциялари сони учта: X_A, Y_A, R_B. Тузиладиган текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системасининг мувозанат тенгламалари сони ҳам учта).

1.12б – расмда кўрсатилган масала эса статик аниқмас эканлиги маълум бўлади (боғланишлар реакциялари сони тўртта X_A, Y_A, X_B, Y_B. Тузиладиган текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системасининг мувозанат тенгламалари сони учта).

Назарий механикада статик аниқ масалалар ечилади. Статик ноаниқ масалаларни ечиш усуллари материаллар қаршилиги ва қурилиш механикаси фанларида ўрганилади.

1.3.2. Мураккаб, бир неча жисмдан ташкил топган конструкциянинг мувозанатига доир масалалар

1-масала. Бир хил узунликдаги иккита бир жинсли брус ўзаро C шарнир билан, шунингдек A ва B нуқтада ҳам шарнир воситасида таянчларга бириктирилган,ҳар қайси бруснинг оғирлиги P га тенг. C нуқтада Q юк осилган. Масофа $AB = d$. C нуқтадан AB горизонтал тўғри чизиқчага бўлган масофа b га тенг.A, B ва Cшарнирларнинг реакциялари аниқлансин (1.12а-расм).

Ечиш.

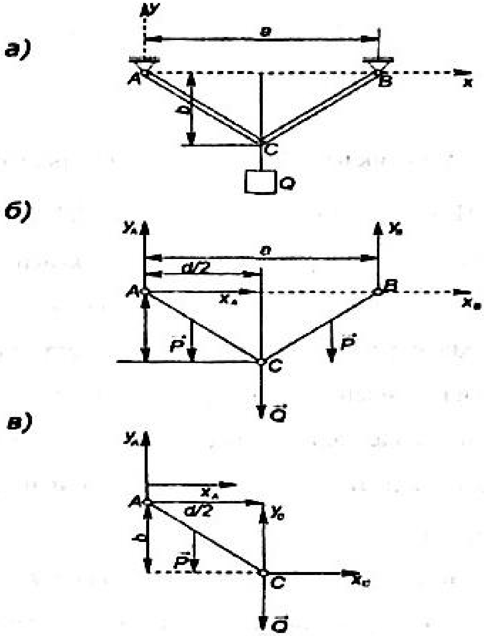
Бир хил узунликдаги икки жисмдан иборат бутун системанинг мувозанатини ўрганамиз. Системага ҳар қайси бруснинг оғирлиги $\vec{P}$ кучлар ва C нуқтага қуйилган $\vec{Q}$ куч таъсир этади. Ҳар қайси бруснинг оғирлик кучи брус марказига қуйилади. A ва B шарнирли таянчлар система учун боғланишлар ҳисобланади. Уларнинг системага таъсирини боғланишлар реакция кучлари билан алмаштирамиз. A ва B шарнирли таянчлар реакцияларининг йўналиши олдиндан маълум бўлмаганлиги учун уларни координата ўқларининг мусбат йўналиши бўйлаб йўналган X_A Y_A, X_B Y_B ташкил этувчиларга ажратамиз.

Натижада системага таъсир этувчи бир текисликда ихтиёрий жойлашган (P, Q, X_A, Y_A, X_B, Y_B) кучлар системасига эга бўламиз.

Ҳосил бўлган кучлар системасининг мувозанат тенгламаларини тузамиз. Бунинг учун координата боши сифатида A нуқтани танлаб, A_x ўқни горизонтал, A_y ўқни вертикал йўналтирамиз. Моментлар тенгламасини тузиш учун моментлар маркази сифатида A нуқтани оламиз. Бундай ҳолда:

$$\begin{aligned} &\sum X_i = 0 \qquad X_A + X_B = 0, \\ &\sum Y_i = 0 \qquad Y_A + Y_B - P - P - Q = 0, \\ &\sum M_A(F_i) = 0 \quad Y_B \cdot d - P \cdot \frac{d}{4} - P \cdot \frac{3}{4} d - Q\frac{d}{2} = 0. \end{aligned} \tag{1.19}$$

Аниқланиши лозим бўлган, тузилган мувозанат тенгламаларида қатнашаётган номаълумлар сони тўртта. Масалани ечиш учун тўртинчи мувозанат тенгламаси ҳам керак. Бу тенгламани тузиш учун система қисмларидан бирининг (AC қисмнинг) мувозанатини ўрганамиз. Бунда C ички шарнир реакция кучлари X_c ва Y_c ни ажратиб олинган қисм учун ташқи кучлар қаторига киритамиз (1.13в-расм).



1.13 а,б,в-расмлар.

Тўртинчи мувозанат тенгламасини тузиш учун C нуқтага нисбатан моментлар тенгламасини тузамиз. (тенгламада X_c, Y_c кучлар моментлари қатнашмайди, масала шартида C шарнир реакциясини топиш талаб қилинмаган.):

$$\sum M_C(F_i) = 0 \quad -Y_A \cdot \frac{d}{2} - X_A \cdot b + P\frac{d}{4} = 0 . \qquad (1.20)$$

Тенгламаларни ечиб, номаълум катталикларни аниқлаймиз.

(1.19) тенгламадан:

$X_A = -X_B$ ёки $X_B = -X_A$.

(1.19) тенгламадан:

$$Y_B = \frac{P \cdot \frac{d}{4} + \frac{3}{4} \cdot P \cdot d + \frac{Qd}{2}}{d} = P + \frac{Q}{2}.$$

(1.19)тенгламадан:

$$Y_A = -Y_B + 2P + Q = -P - \frac{Q}{2} + 2P + Q = P + \frac{Q}{2}.$$

(1.19) тенгламадан:

$$X_A = \frac{-Y_A \cdot \frac{d}{2} + P \cdot \frac{d}{4}}{b} = -\frac{(P + \frac{Q}{2})\frac{d}{2} + P\frac{d}{4}}{b} = -\frac{d(P+Q)}{4b}.$$

$$X_B = \frac{d(P+Q)}{4b}.$$

2-масала. Икки қисмдан иборат конструкциянинг таянч реакциялари аниқлансин. (1.14а-расм).

Берилган: $P = 10$ кН, $P_2 = 8$ кН, $M = 25$кН · м, $q = 1{,}8\frac{кН}{м}$.

Ечиш. Конструкция ҳар бир қисмининг мувозанатини ўрганамиз. Конструкциянинг AC қисмига интенсивлиги q бўлган текис тақсимланган куч ва P_1 куч таъсир этади. Конструкциянинг A учи қистириб маҳкамланган, C нуқтада ички шарнирга таянади. Боғланишлардан бўшатиш принсипига кўра, деворнинг унга қистириб маҳкамланган балканинг A учига таъсири боғланишлар реакциялари билан алмаштирилади: X_A, Y_A реакция кучлари ва моменти M_A бўлган реактив момент.

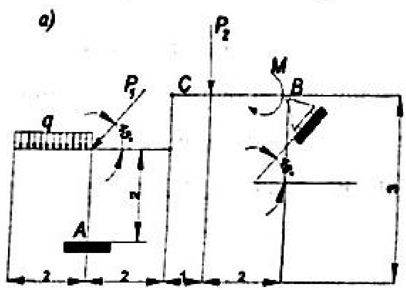
C ички шарнир реакция кучлари X_C, Y_C кучлар орқали ифодаланади (1.14 в-расм). Координата боши сифатида A нуқтани танлаб A_x ўқини горизонтал, A_y ўқини вертикал юқорига йўналтирамиз. Конструкциянинг мазкур қисми учун мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum X_i = 0 \qquad X_A + X_C - P_1 \cos 45^0 = 0 \ ,$$
$$\sum Y_i = 0 \qquad Y_A - Q - P_1 \cos 45^0 + Y_C = 0 \ ,$$
$$\sum M_A(F_i) = 0 \quad M_A + Q \cdot 1 + P_1 \cdot \cos 45^0 \cdot 2 + Y_C \cdot 2 - X_C \cdot 3 = 0 \qquad (1.21)$$

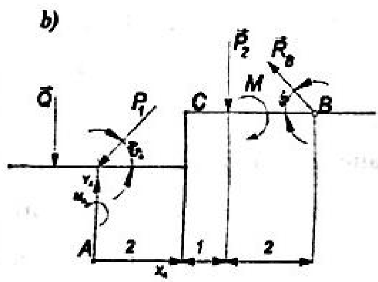
Конструкция CB қисмининг мувозанатини ўрганамиз. Конструкциянинг бу қисмига P_2 куч ва моменти M бўлган жуфт куч таъсир этади. $У_A$ нуқтада қўзғалувчан шарнирга, C нуқтада ички шарнирга таянади. Боғланишлардан бўшатиш принсипига кўра, боғланишларнинг жисмга таъсири боғланишлар реакция кучлари билан алмаштирилади: A қўзғалувчан шарнир реакцияси R_A шарнир ҳаракатланадиган текисликка перпендикуляр ҳолда йўналади, C ички шарнир реакцияси X_C, Y_C ташкил этувчи кучлар орқали ифодаланади (1.14 г-расм). Координата боши сифатида C нуқтани олиб, координата ўқларини 1.14г-расмдагидек ўтказамиз. Конструкциянинг мазкур қисми учун мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum X_i = 0 \qquad -X_C' - R_B \cos 45^0 = 0 \ ,$$
$$\sum Y_i = 0 \qquad -Y_C' + R_B \sin 45^0 - P_2 = 0 \ , \qquad (1.22)$$
$$\sum M_C(F_i) = 0 \quad -M - P_2 \cdot 1 + R_B \sin 45^0 \cdot 3 = 0.$$

Тенгламаларни ечиб, номаълум катталикларни аниқлаймиз.



1.14а-расм.



1.14б-расм.

(1.22) тенгламадан:

$$R_B = \frac{M + P_2 \cdot 1}{3 \cdot \sin 45^0} = \frac{25 + 8 \cdot 1}{3 \cdot 0{,}71} = 15{,}5 \ kN.$$

(1.22) тенгламадан:

$$Y_C' = R_B \cdot \sin 45^\circ - P_2 = 11 - 8 = 3\ \kappa N.$$

(1.22) тенгламадан:

$$X_C' = -R_B \cdot \cos 45^\circ = -15{,}5 \cdot 0{,}71 = -11\ \kappa N.$$

(1.21) тенгламадан:

$$X_A = -X_C + P \cdot \cos 45^\circ = 11 + 10 \cdot 0{,}71 = 18{,}1\ \kappa N.$$

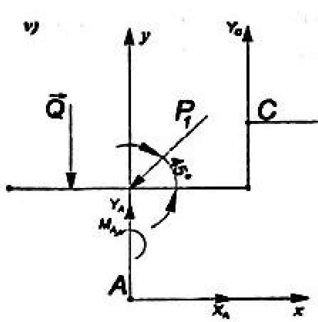
(1.21) тенгламадан:

$$Y_A = Q + P_1 \cdot \cos 45^\circ - Y_C = 3{,}6 + 10 \cdot 0{,}71 - 3 = 7{,}7\ \kappa N.$$

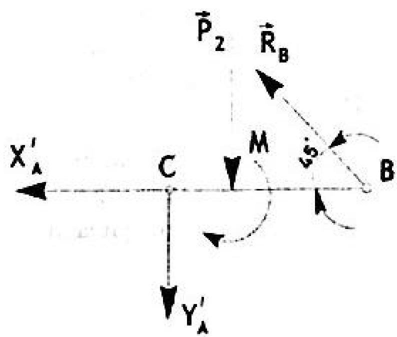
(1.21) тенгламадан:

$$M_A = -Q \cdot 1 - P_1 \cdot \cos 45^\circ \cdot 2 - Y_C \cdot 2 + X_C \cdot 3 =$$
$$= -3{,}6 - 10 \cdot 0{,}71 \cdot 2 - 6 - 33 = -56{,}8\ \kappa N.$$

Бажарилган ҳисоблашларнинг тўғрилигига ишонч ҳосил қилиш учун конструкцияни бир бутун деб қараб, мувозанат тенгламаларини тузамиз (1.14 б-расм). Номаълумларни аниқланган қийматлари тузиладиган тенгламаларни қаноатлантириши лозим.



1.14в-расм.



1.14г-расм.

$$\sum X_i = 0 \qquad X_A - P_1\cos 45^0 - R_B\cos 45^0 = 0$$

$$18{,}1 - 10\cdot 0{,}71 - 15{,}5\cdot 0{,}71 = 0$$

$$18{,}1 - 18{,}1 = 0$$

$$\sum Y_i = 0 \qquad Y_A - Q - P_1\cos 45^0 - P_2 + R_B\cos 45^0 = 0$$

$$7{,}7 - 3{,}6 - 10\cdot 0{,}71 - 8 + 15{,}5\cdot 0{,}71 = 0$$

$$18{,}7 - 18{,}7 = 0$$

$$\sum M_A(F_i) = 0 \qquad Q\cdot 1 + P_1\cos 45^0\cdot 2 - P_2\cdot 3 + R_B\cos 45^0\cdot 5 + R_B\cos 45^0\cdot 3 + M_A - M = 0$$

$$3{,}6 + 14{,}2 - 24 + 55 + 33 - 56{,}8 - 25 = 0$$

$$105{,}8 - 105{,}8 = 0$$

Ҳисоблашлар таянч реакцияларини тўғри аниқланганидан дарак беради.

1.3.3. Мустақил ечиш учун талабаларга тавсия этиладиган масалалар (икки жисмдан иборат система)

Топшириқ С-2

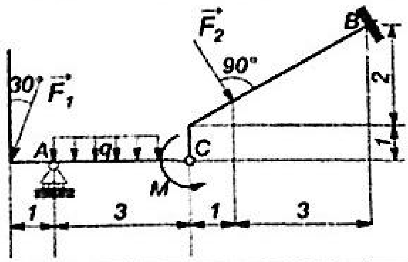
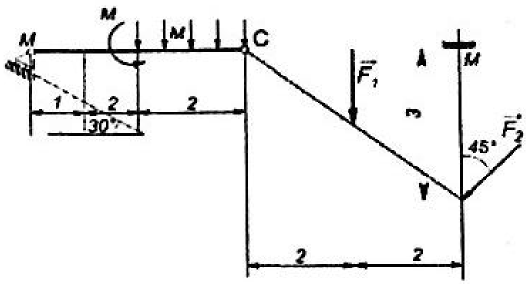
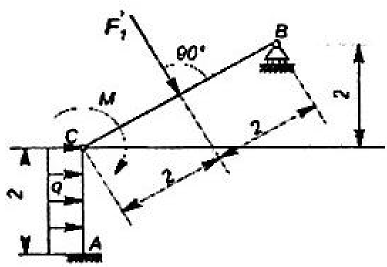
Қўшма конструкциянинг таянч реакцияларини аниқлаш (иккита жисмдан иборат система)

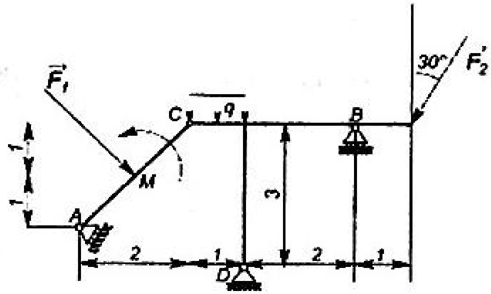
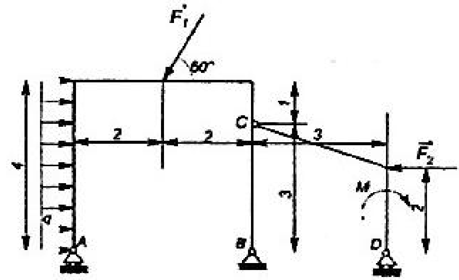
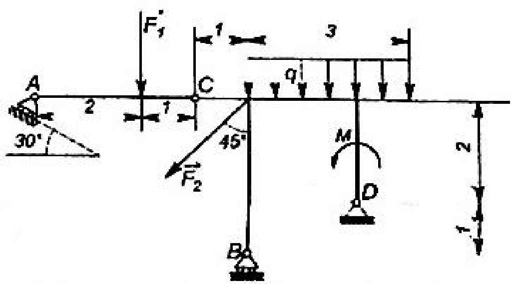
С нуқтада бирлаштирилган иккита жисмдан иборат қўшма конструкциянинг таянч реакциялари аниқлансин.

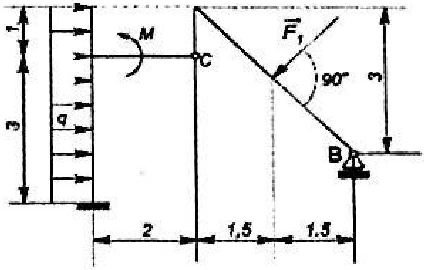
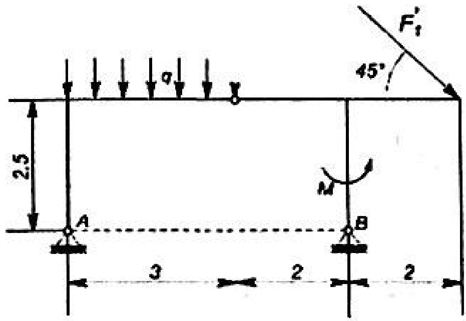
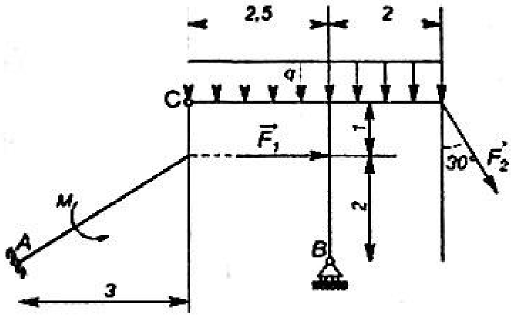
Қўшма конструкциянинг схемалари ва ҳисоблаш учун зарур катталиклар 1-жадвалда кўрсатилган.

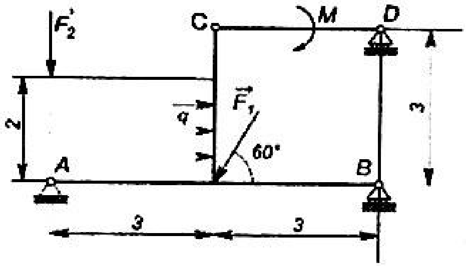
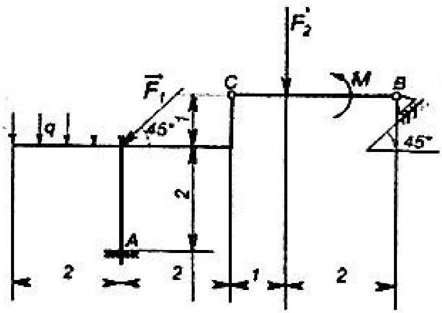
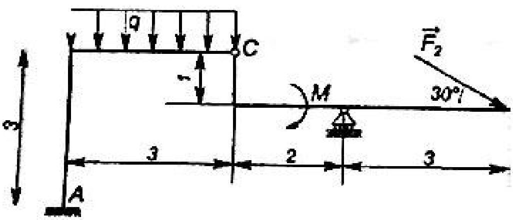
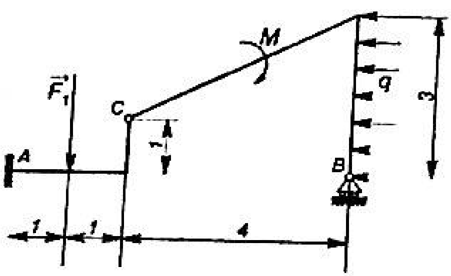
Изох:

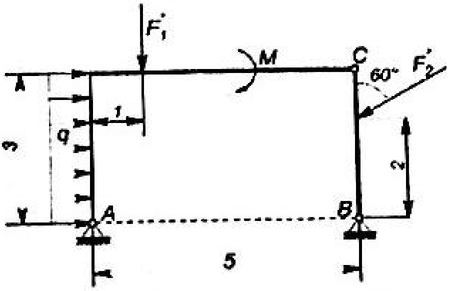
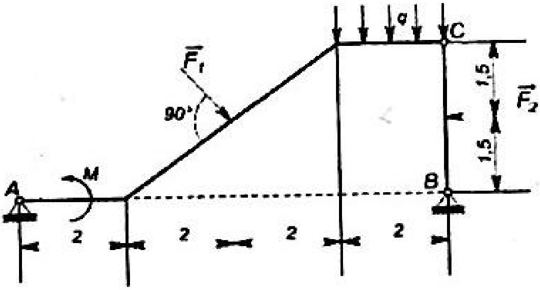
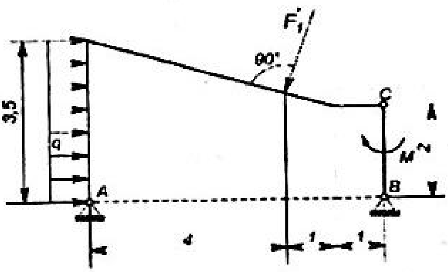
- топшириқ варианти талабаларга ўқитувчи томонидан берилади
- бажарилган иш ҳисоботи титул варағи илова асосида расмийлаштирилади.

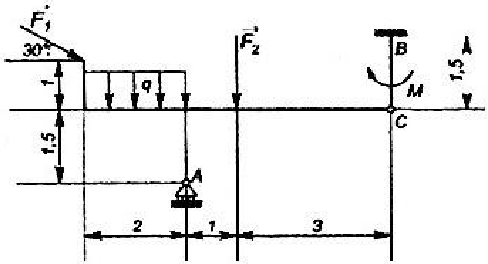
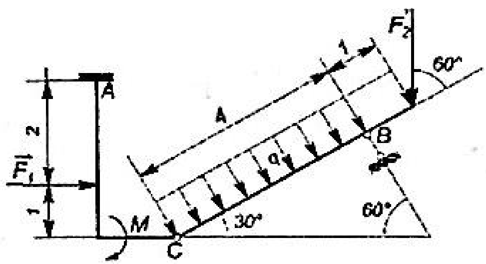
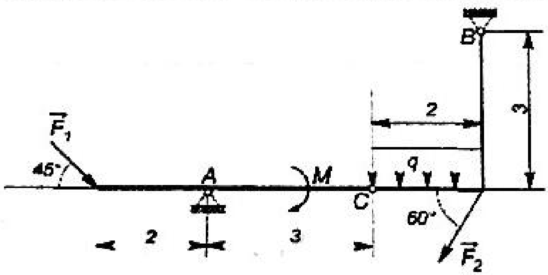
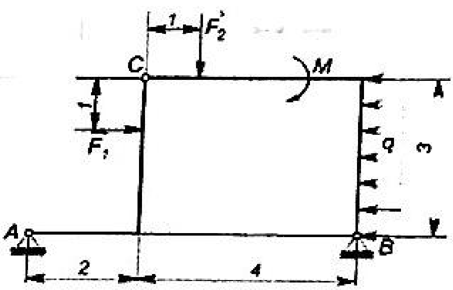
Вариант рақамлари	Конструкциянинг схемалари	Ҳисоблаш учун керакли маълумотлар
	2	3
1.		$F_1 = 6\ kN$ $F_2 = 8\ kN$ $M = 12\ kNm$ $q = 4{,}2\ \frac{kN}{m}$
2.		$F_1 = 6\ kN$ $F_2 = 10\ kN$ $M = 20\ kNm$ $q = 4\ \frac{kN}{m}$
3.		$F_1 = 15\ kN$ $M = 30\ kNm$ $q = 2\ \frac{kN}{m}$

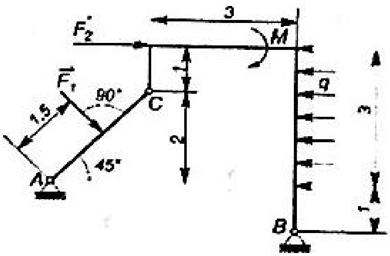
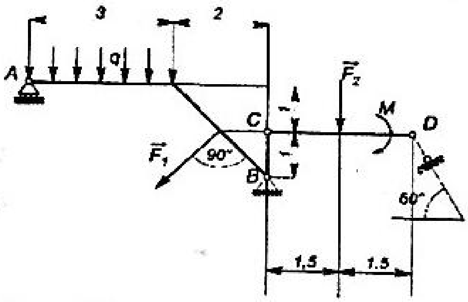
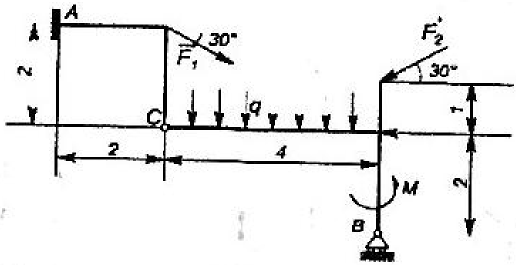
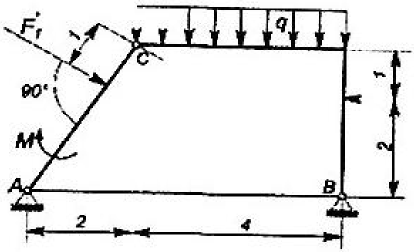
4.		$F_1 = 20\ kN$ $F_2 = 16\ kN$ $M = 15\ kNm$ $q = 4\ \frac{kN}{m}$
5.		$F_1 = 15\ kN$ $F_2 = 18\ kN$ $M = 20\ kNm$ $q = 5\ \frac{kN}{m}$
6.		$F_1 = 15\ kN$ $F_2 = 20\ kN$ $M = 30\ kNm$ $q = 2\ \frac{kN}{m}$

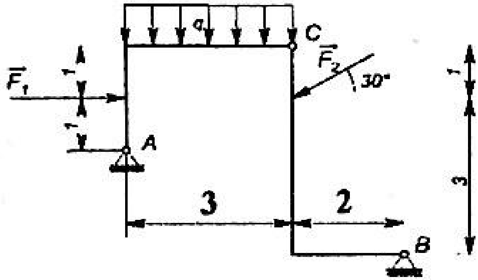
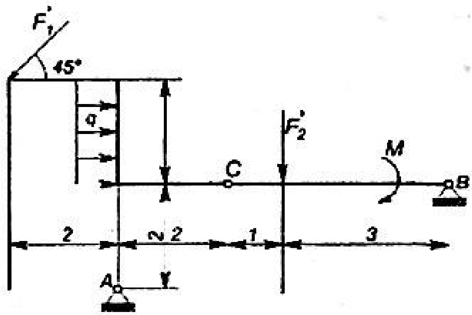
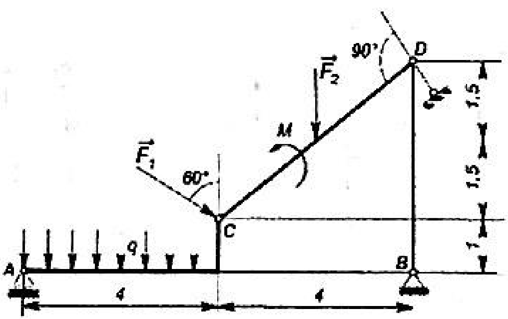
7.		$F_1 = 18\ kN$ $M = 26\ kNm$ $q = 9\ \dfrac{kN}{m}$
8.		$F_1 = 14\ kN$ $M = 25\ kNm$ $q = 4\ \dfrac{kN}{m}$
9.		$F_1 = 12\ kN$ $F_2 = 16\ kN$ $M = 20\ kNm$ $q = 1\ \dfrac{kN}{m}$

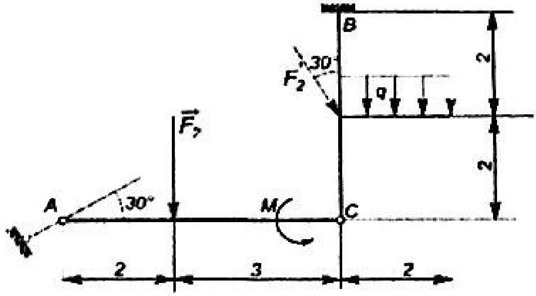
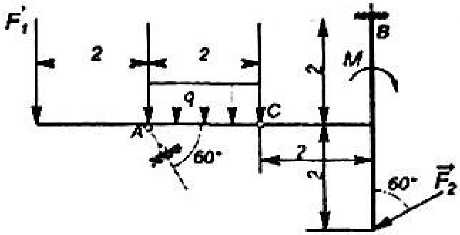
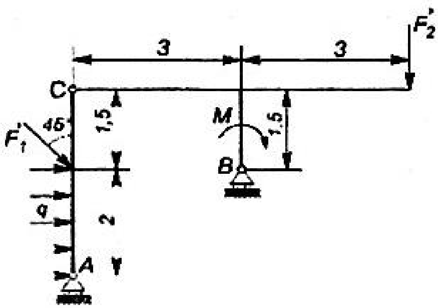
10.		$F_1 = 15\ kN$ $F_2 = 18\ kN$ $M = 18\ kNm$ $q = 4\ \dfrac{kN}{m}$
11.		$F_1 = 14\ kN$ $F_2 = 12\ kN$ $M = 25\ kNm$ $q = 2\ \dfrac{kN}{m}$
12.		$F_1 = 20\ kN$ $M = 20\ kNm$ $q = 2\ \dfrac{kN}{m}$
13.		$F_1 = 20\ kN$ $M = 25\ kNm$ $q = 3\ \dfrac{kN}{m}$

14.		$F_1 = 18\ kN$ $F_2 = 20\ kN$ $M = 30\ kNm$ $q = 4\ \frac{kN}{m}$
15.		$F_1 = 15\ kN$ $F_2 = 18\ kN$ $M = 20\ kNm$ $q = 2\ \frac{kN}{m}$
16.		$F_1 = 10\ kN$ $M = 25\ kNm$ $q = 2\ \frac{kN}{m}$

17.		$P_1 = 20\ kN$ $P_2 = 10\ kN$ $M = 29\ kNm$ $q = 1{,}5\ \dfrac{kN}{m}$
18.		$F_1 = 15\ kN$ $F_2 = 15\ kN$ $M = 35\ kNm$ $q = 1{,}3\ \dfrac{kN}{m}$
19.		$F_1 = 16\ kN$ $F_2 = 20\ kN$ $M = 30\ kNm$ $q = 1{,}1\ \dfrac{kN}{m}$
20.		$F_1 = 18\ kN$ $F_2 = 15\ kN$ $M = 36\ kNm$ $q = 1{,}5\ \dfrac{kN}{m}$

21.		$F_1 = 20\ kN$ $F_2 = 15\ kN$ $M = 18\ kNm$ $q = 1{,}4\ \frac{kN}{m}$
22.		$F_1 = 10\ kN$ $F_2 = 18\ kN$ $M = 33\ kNm$ $q = 1\ \frac{kN}{m}$
23.		$F_1 = 20\ kN$ $F_2 = 14\ kN$ $M = 28\ kNm$ $q = 1{,}3\ \frac{kN}{m}$
24.		$F_1 = 16\ kN$ $F_2 = 22\ kN$ $M = 36\ kNm$ $q = 1{,}2\ \frac{kN}{m}$

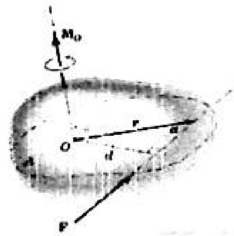
25.		$F_1 = 18\ kN$ $F_2 = 15\ kN$ $M = 34\ kNm$ $q = 1{,}6\ \dfrac{kN}{m}$
26.		$F_1 = 12\ kN$ $F_2 = 16\ kN$ $M = 30\ kNm$ $q = 1{,}2\ \dfrac{kN}{m}$
27.		$F_1 = 15\ kN$ $F_2 = 20\ kN$ $M = 32\ kNm$ $q = 0{,}8\ \dfrac{kN}{m}$

28.		$F_1 = 10\ kN$ $F_2 = 20\ kN$ $M = 35\ kNm$ $q = 1{,}4\ \dfrac{kN}{m}$
29.		$F_1 = 20\ kN$ $F_2 = 18\ kN$ $M = 27\ kNm$ $q = 0{,}8\ \dfrac{kN}{m}$
30.		$F_1 = 18\ kN$ $F_2 = 15\ kN$ $M = 26\ kNm$ $q = 1{,}1\ \dfrac{kN}{m}$

1.4. Фазовий кучлар системаси

1.4.1. Кучнинг нуқтага нисбатан моменти вектори

Кучнинг нуқтага нисбатан моменти вектор катталик бўлиб, у момент марказига қўйилади ва момент маркази ҳамда кучнинг таъсир чизиғи орқали ўтган текисликка перпендикуляр ҳолда шундай йўналадики, унинг учидан қараганда, куч жисмни соат мили ҳаракат йўналишига қарама-қарши йўналишда айлантиради (1.15а-расм).



1.15a-rasm.

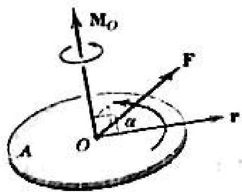
Агар, куч қўйилган А нуқтага, момент маркази О нуқтадан ўтказилган радиус векторни $\vec{r}$ десак, нуқтага нисбатан куч моментининг вектори қуйидагича ифодаланади:

$$\vec{M}_0(\vec{F}) = \vec{r} x \vec{F}. \qquad (1.23)$$

Чунки, бу вектор кўпайтманинг модули:

$$|\vec{r} x \vec{F}| = rF\,sin(\vec{r}\,\hat{}\,\vec{F}) = rd \qquad (1.24)$$

га тенг бўлиб, йўналиши, векторлар алгебрасидан, $\vec{r}$ ва $\vec{F}$ векторлар ётган текисликка перпендикуляр бўлиб (1.16б-расм), унинг учидан қараганда $\vec{r}$ ни $\vec{F}$ вектор устига, кичик бурчак орқали тушириш учун, соат милининг айланишига тескари йўналишда буриш керак.



1.16 б-расм.

Демак, $\vec{r} x \vec{F}$ кўпайтманинг модули нуқтага нисбатан кучнинг моментига тенг бўлиб, йўналиши $\vec{M}_0(\vec{F})$ йўналиши билан устма-уст тушади.

Бинобарин, кучнинг нуқтага нисбатан моменти вектор, момент марказига нисбатан куч қўйилган нуқта радиус векторини куч векторига векторли кўпайтмасига тенг бўлар экан.

1.4.2. Кучнинг ўққа нисбатан моменти

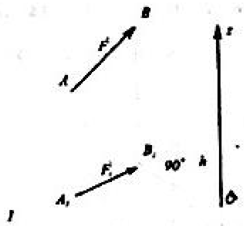
$\vec{F}$ кучнинг z ўққа нисбатан моментини ҳисоблаймиз. Бунинг учун z ўққа перпендикуляр текислик ўтказамиз ва бу текисликка $\vec{F}$ кучни проекциялаймиз. $\vec{F}$ кучнинг мазкур текисликдаги проекцияси $\vec{F}_1$ билан белгиланади (1.17а-расм).

Ўқ ва текисликни кесишиш нуқтасини аниқлаб, кучнинг текисликдаги проекциясидан аниқланган нуқтага нисбатан момент ҳисобланади. Ҳисобланган момент $\vec{F}$ кучнинг з ўққа нисбатан моментини ифодалайди. Агар, $\vec{F}$ кучнинг 3 ўқига нисбатан моментини $M_z(\vec{F})$билан белгиласак, у қуйидагича ифодаланади:

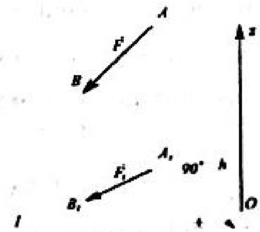
$$M_z(\vec{F}) = M_o(\vec{F}_1) = \pm F_1 h \tag{1.25}$$

Демак, кучнинг бирор ўққа нисбатан моменти деб, кучнинг шу ўққа перпендикуляр текисликдаги проекциясининг ўқ билан текислик кесишган нуқтага нисбатан ҳисобланган моментига айтилар экан.

Ўққа нисбатан куч моменти скаляр миқдордир. У мусбат ишорага эга бўлади, агарда z ўқининг мусбат йўналишидан қараганда, кучнинг текисликдаги проекцияси жисмни соат милининг айланишига тескари йўналишда айлантиришга интилса, акс ҳолда,ўққа нисбатан куч моменти манфий ишорага эга бўлади (1.17а,б-расмлар).



1.17а-расм.



1.17б-расм.

Кучнинг ўққа нисбатан моменти қуйидаги ҳолларда нолга тенг бўлади:

1) $F_1 = 0$ бўлса, яъни куч ўққа параллел бўлса.

2) $h = 0$ бўлса, яъни кучнинг таъсир чизиғи ўқни кесиб ўтса — елка нолга тенг бўлса,

1.17 а,б-расмдан

$$M_z(\vec{F}) = 2\,S_{\Delta OA_1B_1} \tag{1.27}$$

эканлиги маълум бўлади.

1.4.3. Жуфт куч моментининг вектори

Жуфт кучнинг жисмга таъсири:

а) жуфт куч моментининг модули,

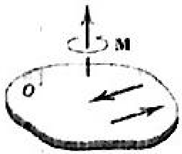
б) жуфт кучнинг таъсир текислиги,

в) жуфт кучнинг шу текисликда айланиш йўналиши билан характерланади.

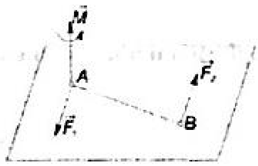
Фазода жойлашган жуфт кучларнинг жисмга таъсирини аниқлаш учун мазкур учта омилнинг ҳар бирини билиш зарур. Бунинг учун жуфт куч моментини вектор тарзда ифодалаш керак.

Жуфт куч моментининг вектори $\vec{M}$ орқали белгиланади.

Жуфт куч моментининг вектори $\vec{M}$ *кучнинг таъсир текислигига* *перпендикуляр ҳолда йўналган бўлиб, унинг учидан қаралганда, жуфт куч жисмни соат милининг айланишига тескари йўналишда айлантиришга интилади.(1.18 а, б-расмлар).*



1.18б-расм.



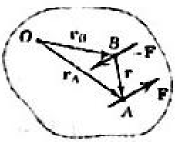
1.18 a-rasm.

Мазкур векторнинг модули жуфт кучни ташкил этувчи кучлардан бирининг жуфт елкаси узунлигига кўпайтмасига тенг бўлади (1.18а-расм):

$$\vec{M} = \vec{M}_B(\vec{F}_1) = \vec{M}_A(\vec{F}_2) \qquad (1.28)$$

Агар Жуфт кучни тузувчи кучларнинг ихтиёрий O нуқтага нисбатан радиус векторларини $\vec{Z_A}$ва $\vec{Z_B}$ орқали белгиласак, жуфт куч моментининг вектори қуйидагича ифодаланиши мумкин (5с-расм).

$$\vec{r}_A x\vec{F} + r_B x(-\vec{F}) = (\vec{r}_A - \vec{r}_B)x\vec{F} \qquad (1.29)$$



1.18с-расм.

Жуфт кучни ўзининг таъсир текислигида ёки унга параллел текисликда ихтиёрий жойга кўчиришдан, жисмга таъсири ўзгармаслиги маълум. Шунинг учун жуфт куч моментининг вектори жисмнинг ихтиёрий нуқтасига қўйилиши мумкин. Бинобарин, жуфт куч моментининг вектори эркин вектор ҳисобланади. Агар, жуфт куч моментининг вектори маълум бўлса, жуфт кучнинг жисмга таъсирини аниқлаш мумкин:

а) $\vec{M}$ га перпендикуляр ўтказиб, жуфт кучнинг таъсир текислиги аниқланади:

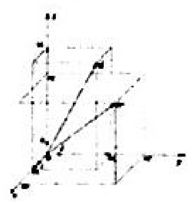
b) $\overrightarrow{M}$ нинг йўналишига қараб, жуфт кучнинг айланиш йўналиши белгиланади;

c) $\overrightarrow{M}$ нинг модули жуфт куч моментини ифодалайди.

1.4.4. Фазодаги кучлар системасини бош вектори ва бош моменти

Фазода ихтиёрий жойлашган кучлар системаси бош векторива бош моментининг миқдор ва йўналишини аналитик усулда аниқлаш учун координаталар бошини келтириш маркази О нуқтада оламиз (1.19-расм). $\vec{F}_i$ кучнинг координата ўқларидаги проекцияларини X_i, Y_i, Z_i орқали белгиласак, барча кучларни координата ўқларига проекциялаб, бош вектор $\vec{R}^*$ нинг Ox, Oy, Oz ўқлардаги проекциялари учун қуйидаги ифодаларга эга бўламиз:

$$R_x^* = \sum X_i \, , R_y^* = \sum Y_i \, , R_z^* = \sum Z_i \, . \tag{1.30}$$



1.19-расм.

Булар орқали бош векторнинг модули ва координата ўқлари билан ҳосил қилган бурчаклар косинусларини қуйидаги формулалар асосида аниқлаймиз:

$$R^* = \sqrt{(\sum X_i)^2 + (\sum Y_i)^2 + (\sum Z_i)^2} \, ; \tag{1.31}$$

$$\left.\begin{aligned} \cos(\vec{R}\wedge\vec{x}) &= \frac{R_x^*}{R}, \\ \cos(\vec{R}\wedge\vec{y}) &= \frac{R_y^*}{R}, \\ \cos(\vec{R}\wedge\vec{z}) &= \frac{R_z^*}{R}. \end{aligned}\right\} \tag{1.32}$$

Бош момент $\vec{M}_O$ нинг координата ўқларидаги проекцияларини M_x, M_y, M_z билан белгиласак, векторлар йиғиндисининг ўқдаги проекцияси ҳақидаги теоремага асосан:

$$\left.\begin{aligned} M_x &= \sum(\vec{r}x\vec{F})_x \; M_x = \sum M_x(\vec{F}_i), \\ M_y &= \sum(\vec{r}x\vec{F})_y \text{ ёки } M_y = \sum M_y(\vec{F}_i), \\ M_z &= \sum(\vec{r}x\vec{F})_z \; M_z = \sum M_z(\vec{F}_i). \end{aligned}\right\} \tag{1.33}$$

Булар орқали, бош моментининг миқдори ва йўналиши қуйидаги формулалар асосида аниқланади:

$$M_o = \sqrt{\left[\sum M_x(F_i)\right]^2 + \left[\sum M_y(F_i)\right]^2 + \left[\sum M_z(F_i)\right]^2}; \tag{1.34}$$

$$\left.\begin{aligned} \cos(\vec{M}_o \wedge \vec{x}) &= \frac{M_x}{M_o}, \\ \cos(\vec{M}_o \wedge \vec{y}) &= \frac{M_y}{M_o}, \\ \cos(\vec{M}_o \wedge \vec{z}) &= \frac{M_z}{M_o}. \end{aligned}\right\} \tag{1.35}$$

Бош момент $\vec{M}_O$ нинг координата ўқларидаги проекцияларини, қуйидагича аниқлаш ҳам мумкин: $M_x = \sum(y_i Z_i - z_i Y_i)$, $M_y = \sum(z_i X_i - x_i Z_i)$, (1.36) $M_z = \sum(x_i Y_i - y_i X_i)$.

1.4.5. Фазода ихтиёрий жойлашган кучлар системасининг мувозанат шартлари

Фазода ихтиёрий жойлашган кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун кучлар системасининг бош вектори ва ихтиёрий олинган келтириш марказига нисбатан бош моменти бир вақтда нолга тенг бўлиши зарур ва етарли:

$$\vec{R}^* = 0 \,.\, \vec{M}_0 = \sum \vec{M}_0(\vec{F}_i) = 0. \tag{1.37}$$

(1.37) тенгликлар фазодаги кучлар системаси мувозанатининг геометрик шартларини ифодалайди.

Бу шартларнинг зарурлиги шундаки, агар $\vec{R}^*$ ва $\vec{M}_O$ нолдан фарқли бўлса, бундай кучлар системаси мувозанатда бўла олмайди, чунки жуфт куч битта куч билан мувозанатлашмайди. Агар, $\vec{R}^* = 0$, $\vec{M}_O \neq 0$ бўлса, кучлар системаси битта жуфт кучга, $\vec{R}^* \neq 0$, $M_O = 0$ бўлган ҳолда эса, кучлар системаси келтириш марказига қўйилган битта тенг таъсир этувчи кучга эквивалент бўлади. Ўрганилган ҳар иккала ҳолда ҳам кучлар системаси мувозанатда бўла олмайди. Шунинг учун, фазовий кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун $\vec{R}^* = 0$, $\vec{M}_O = 0$ бўлиши зарурий шарт ҳисобланади.

(1) шартлар фазовий кучлар системаси мувозанатининг етарли шартини ҳам ифодалайди. Чунки, бу шартлар бажарилса, келтириш марказига кўчирилган барча кучлар ва қўшилган жуфт кучлар системаси мувозанатда бўлади.

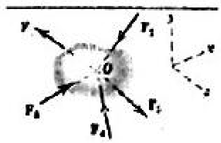
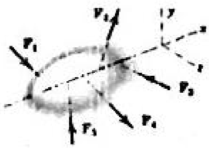
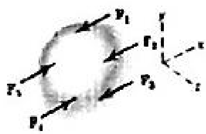
Агар фазода ихтиёрий жойлашган кучлар системасининг бош вектори ва бош моментининг аналитик ифодалари $R^* = \sqrt{(\sum X_i)^2 + (\sum Y_i)^2 + (\sum Z_i)^2}$ ва $\cos(\vec{R}^\wedge\vec{x}) = \frac{R_x^*}{R}$, $\cos(\vec{R}^\wedge\vec{y}) = \frac{R_y^*}{R}$, $\cos(\vec{R}^\wedge\vec{z}) = \frac{R_z^*}{R}$ларни эътиборга олсак, фазодаги кучлар системаси мувозанатининг аналитик шартларини ифодаловчи қуйидаги тенгламалар системасига эга бўламиз:

$$\sum X_i = 0; \sum Y_i = 0; \sum Z_i = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_i) = 0; \sum M_y(\vec{F}_i) = 0; \sum M_z(\vec{F}_i) = 0. \qquad (1.38)$$

Демак, *фазода ихтиёрий жойлашган кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун барча кучларнинг учта координата ўқларидаги проекцияларининг ва координата ўқларининг ҳар бирига нисбатан моментларининг алгебраик йиғиндилари алоҳида-алоҳида нолга тенг бўлиши зарур ва етарли экан.*

Фазода ихтиёрий жойлашган кучлар системаси мувозанатининг қуйидаги хусусий ҳолларини кўриб чиқамиз:

Кучлар системаси	Таъсир этувчи кучлар системасининг кўриниши	Мувозанат тенгламалари
1. Бир нуқтага қўйилган кучлар системаси		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$ $\Sigma F_z = 0$
1. Чизиққа қўйилган кучлар системаси		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma M_y = 0$ $\Sigma F_y = 0$ $\Sigma M_z = 0$ $\Sigma F_z = 0$
2.Параллел кучлар системаси		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma M_y = 0$ $\Sigma M_z = 0$
3.Фазода ихтиёрий жойлашган кучлар системаси		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma M_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$ $\Sigma M_y = 0$ $\Sigma F_z = 0$ $\Sigma M_z = 0$

1.4.6. Фазода бир нуқтада кесишадиган кучлар системасининг мувозанатига доир масалаларни ечиш учун услубий кўрсатмалар

Фазода бир нуқтада кесишувчи кучлар системасининг тенг таъсир этувчиси кучларнинг, таъсир чизиқлари кесишадиган нуқтага қўйилади ва кучларданлардан қурилган фазовий кўпбурчакнинг ёпувчи томони орқали ифодаланилади.

$$\vec{R} = \sum \quad \overrightarrow{F_k}. \tag{1.39}$$

Тенг таъсир этувчи кучнинг ўқлардаги проекциялари қўшилувчи кучларнинг мазкур ўқдаги проекцияларининг алгебравий йиғиндисига тенг бўлади.

$$\overrightarrow{R_x} = \sum \quad \overrightarrow{F_{k_x}}. \tag{1.40}$$

$$\overrightarrow{R_y} - \sum \quad \overrightarrow{F_{k_y}}. \tag{1.41}$$

$$\overrightarrow{R_z} = \sum \quad \overrightarrow{F_{k_z}}. \tag{1.42}$$

Фазода бир нуқтада кесувчи кучлар тенг таъсир этувчисининг миқдори ва йўналиши қуйидаги формулалар асосида аниқланади:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_{y+}^2 R_z^2} \tag{1.43}$$

$$\cos(\vec{R}\,\hat{}\,\vec{i}) = \frac{R_x}{R};\ \cos(\underset{R}{\rightarrow}\hat{}\underset{J}{\rightarrow}) = \frac{R_y}{R};\ \cos(\underset{R}{\rightarrow}\hat{}\underset{r}{\rightarrow}) = \frac{R_z}{K}; \tag{1.44}$$

Фазода бир нуқтада кесишувчи кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун улардан билан кўришган кучлар кўпбурчаги ёпиқ бўлиши лозим. Фазода бир нуқтада кесишувчи кучлар системасининг мувозанатда тенг томонлар қуйидаги кучларга бўлади:

$$\sum F_{kx} = 0; \sum F_{ky} = 0;$$
$$\sum F_{kz} = 0; \tag{1.45}$$

Фазода бир нуқтада кесишувчи кучлар системасининг мувозанатига доир масалалар статик аниқланган бўлиши учун масаласидаги номаълум катталиклар (кучлар) сони мувозанат тенгламалари сонидан ошмаслиги лозим.

Фазода бир нуктада кесишадиган кучлар системасининг мувозанатига доир масалалар куйидаги тартибда ечилади:

1) Мувозанатда ўрганилаётган жисмнинг кучлар таъсир чизиқлари кесишадиган нуктаси аниклаб олинади.

2) Қўйилган ташқи кучлар кўрсатилади.

3) Жисмга боғланишлар қўйилган бўлса, уларнинг жисмга таъсири боғланишлар реакция кучлари билан алмаштирилади.

4) Жисмнинг қўшилган ташқи кучлар ва боғланишлар реакция кучлари таъсиридаги мувозанати ўрнатилади.

5) Масала статик аникланган эканлиги текширилади.

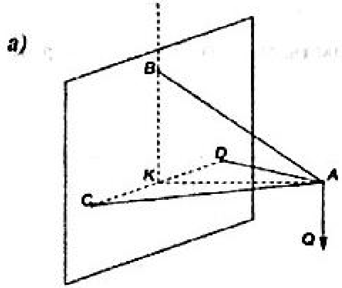
6) Координата ўқлари ўтказилади.

7) Жисмнинг таъсир этувчи кучларининг мувозанат тенгламалари тузилади.

8) Тузилган муозанат тенгламалари ёзиб, номаълумкатталиклр (кучлар) аникланади.

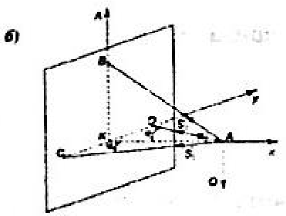
1.4.7. Фазода бир нуктада кесишадиган кучлар системасининг мувозанатига доир масалалар

1-масала. Оғирлиги *180 Н.* бўлган *Q* юкни ушлаб турувчи *AB* тросдаги ҳамда *AC* ва *AD* стерженлардаги зўриқишлар аниқлансин; *AB=170 см.,AC= AD=100 см. CD=120см, KC=KD ва CDA* учбурчак текислиги горизонтал. Стерженлар *A, C* ва *Д* нуқталарда шарнир билан бириктирилган (1.20-расм)



1.20-расм.

Ечиш. А нуқтанинг мувозанатини ўрганамиз. А нуқтага ташқи Q юкнинг оғирлик кучи таъсир этади. A нуқта учун AB трос ва AC, AD стерженлар боғланишлар ҳисобланади. Боғланишлардан бўшатиш принсипига кўра уларнинг таъсирини A нуқтага қўйилган боғланишлар реакция кучлари билан алмаштирамиз. Q юк таъсирида AB трос ва AC, AD стерженлар чўзилган деб фараз қилиб, уларнинг реакция кучларини А нуқтадан трос ва стерженлар бўйлаб йўналтирамиз (1.20 а-расм).



1.20 а-расм.

Бурчакларини аниқлаймиз:

$$\varphi = arcsin\frac{CD}{2AC} = arcsin\frac{120}{R \cdot 100} = 36{,}86^0 \quad (1.47)$$

$$\alpha = arccos\frac{AK}{AB} = arccos\frac{80}{170} = 61{,}92^0 \quad (1.48)$$

чунки $AK=AC\ cos\varphi=80$ *см.* Ҳосил бўлган, фазода таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишадиган кучлар системасининг мувозанат тенгламаларини тузамиз.

$$\sum X_i = 0 \quad -T_B\, cos\alpha - S_C\, cos\varphi - S_D\, cos\varphi = 0 \quad (1.49)$$

$$\sum Y_i = 0 \quad S_D sin\varphi - S_C sin\varphi = 0 \quad (1.50)$$

$$\sum Z_i = 0 \quad -Q + T_B\, sin\alpha = 0 \quad (1.51)$$

Тенгламаларни ечиб, номаълум катталикларни аниқлаймиз.

(1.51) тенгламадан:

$$T_B = \frac{Q}{sin\alpha} = \frac{180}{\sin 61{,}92^0} = 204N$$

(1.50) тенгламадан:

$S_D = S_C = S$

(1.49) тенгламадан:

$2S\cos\varphi = -T_B\cos\alpha$

$$S = S_D = S_C = -\frac{T_B\cos\alpha}{2\cos\varphi} = -\frac{204\cos 61{,}92^0}{2\cdot\cos 36{,}86^0} = -60n$$

Ҳисоблашлар натижалари Q юк таъсирида AC ва AD стенженлар чўзилмасдан сиқилган эканлигидан дарак беради.

Жавоблар: $T_B=204$ *Н*, $S_D=S_C=-60$ *Н*.

2-масала. Фазовий ферма *1,2,3,4,5,6* стерженлардан тузилган. Р *куч ABCD* тўғри тўртбурчак текислигидаги А тугунга таъсир қилади; бунда унинг таъсир чизиғи СА вертикал билан 45^0 бурчак ташкил қилади. $\Delta EAK=\Delta FBM$. Тенг ёнли ЕАК, *FBM* ва *NDB* учбурчакларнинг *А,В* ва *D* учларидаги бурчаклар тўғри бурчак. Агар $P=1$ *кН* бўлса, стерженлардаги зўриқишларнинг қийматлари топилсин.

Ечиш. Масалани ечишда *А* ва *В* тугунларнинг мувозанатини ўрганамиз.

1. *А* тугун. А тугунга вертикал билан 45^0 бурчак ташкил қилувчи куч қуйилган. Тугун учун боғланишлар *1,2,3* стерженлар ҳисобланади. Уларнинг таъсирини боғланишлар реакциялари билан алмаштирамиз; бунда барча стерженларни қуйилган *Р* куч таъсирида чўзилган деб фараз қиламиз. Координата ўқларини расмдагидек йўналтириб, мувозанат тенгламаларини тузамиз.

$$\sum X_i = 0\ S_1\cos 45^0 - S_2\cos 45^0 = 0 \qquad (1.52)$$

$$\sum Y_i = 0\ S_3 + P\sin 45^0 = 0 \qquad (1.53)$$

$$\sum Z_i = 0\ -S_1\sin 45^0 - S_2\sin 45^0 - P\cos 45^0 = 0 \qquad (1.54)$$

Тенгламаларни ечиб, номаълум катталикларни аниқлаймиз.

(1.53) тенгламадан:

$$S_3 = -P\sin 45^0 = -\frac{\sqrt{2}}{2} = -0{,}707\ kN$$

(1.52) тенгламадан:

$$S_1 = \frac{S_2 \cos 45^0}{\cos 45^0} = S_2;$$

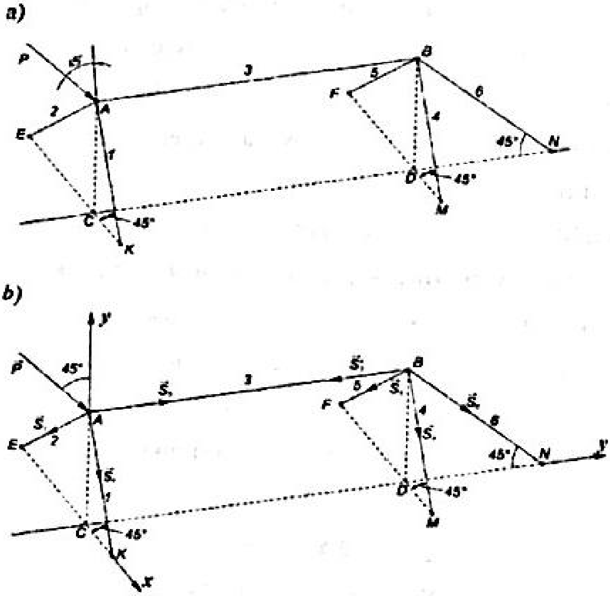
$$-S_2 \sin 45^0 - S_2 \sin 45^0 - P \cos 45^0 - 0$$

буни эътиборга олсак

$$-2S_1 \sin 45^0 = -P \cos 45^0$$

(1.54) тенгламадан:

$$S_2 = -\frac{P \cos 45^0}{2 \sin 45^0} = -\frac{1{,}0707}{2 \cdot 0{,}707} = 0{,}5\,kN$$



1.21 а,б-расмлар.

1. *B* тугун. *B* тугун учун ҳам стерженларни чўзилган деб фараз қиламиз ва мувозанат тенгламаларини тузамиз.

$$\sum X_i = 0 \quad S_4 \cos 45^0 - S_5 \cos 45^0 = 0 \tag{1.55}$$

$$\sum Y_0 = 0 \quad -S_3 + S_6 \cos 45^0 = 0 \tag{1.56}$$

$$\sum Z_i = 0 \quad -S_5 \sin 45^0 - S_4 \sin 45^0 - S_6 \sin 45^0 = 0 \tag{1.57}$$

Тенгламаларни ечиб, номаълум катталикларни аниқлаймиз;

(1.56) тенгламадан: $S_6 = \frac{S_2'}{\cos 45^0} = -\frac{707}{707} = -1kN$

(1.55) тенгламадан: $S_4 = \frac{S_5 \cos 45^0}{\cos 45^0} = S_5$

Буни эътиборга олсак, (1.57) тенгламадан:

$-S_6 \sin 45^0 - S_4 \sin 45^0 = 0$

$$-S_6 = 2S_4$$

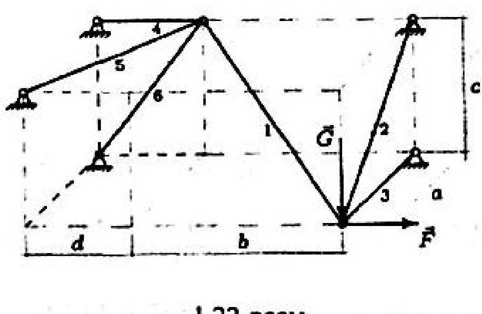
$$S_4 = -\frac{S_6}{2} = -\frac{-1}{2} = 0{,}5kN$$

Жавоблар:

$$S_1 = -0{,}5\ kN,\ S_2 = -0{,}5\ kN, S_3 = -0{,}707\ kN, S_4 = -0{,}5\ kN, S_5 = -0{,}5\ kN,\ S_6 = -1\ kN.$$

3-масала. Фазовий конструкциянинг 1-6 стерженларидаги зўриқишларни аниқланг. Конструкциянинг тугунларидан бирига горизонтал F=40кн ва вертикал G=100кн кучлар қўйилган.

Ўлчамлар: a=12м, в=16м, c=5м, d=5м.



1.22-расм.

Ечими: Конструкция A ва B тугунлари, масала шартига кўра, мувозанат ҳолатида бўлади. Бу тугунларнинг ҳар бирини тугунларни кесиш услуби ёрдамида кесиб, стерженларнинг тугунларга таъсирини, уларни реакциялари билан алмаштирамиз. Стерженларни қўйилган кучлар таъсирида чўзилган деб фараз қиламиз, яъни реакция кучларини тугунлардан стерженлар бўйлаб йўналтирамиз.

Конструкцияда 1 стержен ҳар иккала тугунга уланган. Унинг A ва B тугунларга реакцияларини тугунлардан стерженлар бўйлаб йўналган $\overrightarrow{S_1}$ зўрикиш реакция кучи билан ифодалаймиз.

A тугуннинг мувозанатини ўрганиш A тугунда зўриқишлари номаълум бўлган 3 стержен таъсир кўрсатади. A ва B тугунлардан ўтувчи стержендаги зўриқишни $\overrightarrow{S_1}$ орқали белгиладик. Қолган 2 та стержендаги зўриқишларни $\overrightarrow{S_2}$ ва $\overrightarrow{S_3}$ орқали белгилаймиз. Тугунлардан координата ўқларини ўтказиб, мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\begin{cases} Rx = \sum X_i = 0 & -S_1 cos\gamma - S_2 cos\alpha - S_3 = 0 \\ Ry = \sum Y_i = 0 & -S_1 cos\beta + F = 0 \\ Rz = \sum Z_i = 0 & S_1 \, cos\varphi + S_2 sin\alpha - G = 0 \end{cases} \quad (1.58)$$

(1.58) тенгламалар системасида 3 та $\overrightarrow{S_1}$, $\overrightarrow{S_2}$, $\overrightarrow{S_3}$ номаълум зўриқишлар қатнашмоқда. Тенгламаларда қатнашаётган тригонометрик функцияларни аниқлаймиз.

$$\sin\alpha = \frac{c}{\sqrt{a^2+c^2}} = 0.640, \qquad \cos\alpha = \frac{c}{\sqrt{a^2+c^2}} = 0.768$$

$$\cos\beta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 0.716 \qquad \cos\gamma = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 0.537$$

$$\cos\varphi = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 0.447$$

(1.58) – тенгламалар системасини ечиб, номаълум зўриқишлар қийматларини аниқлаймиз.

$$S_1 = \frac{F}{cos\beta} = \frac{40}{0,710} = 55,902 \text{ кн}$$

$$S_2 = \frac{\delta - S_1 cos\varphi}{sin\alpha} = \frac{100 - 55.902 * 0.447}{0.640} = 117,154 \text{ кн}$$

$$S_3 = -S_1 cos\,\gamma - S_2 cos\alpha = -55.902 * 0.537 - 117.154 * 0.768 = -120 \text{ кн}$$

Ҳисоблашлар конструкцияларнинг 1 ва 2 стерженларини қўйилган кучлар таъсирида чўзилишини (мусбат ишора), 3 стерженни эса сиқилишини кўрсатмоқда (минус ишора).

B тугун учун мувозанат тенгламаларини тузамиз. B тугунда 1,4,5,6 стерженлар кесишади. Қўйилган кучлар таъсирида барча стерженлар чўзилади деб фараз қилиб, улардаги зўриқишларни $\overrightarrow{S_1}$, $\overrightarrow{S_4}$, $\overrightarrow{S_5}$, $\overrightarrow{S_6}$ реакция кучлари орқали ифодалаймиз. В тугун учун мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\begin{cases} \sum X_i = 0 & S_1 cos\gamma + S_5 sin\psi = 0 \\ \sum Y_i = 0 & S_1 cos\beta - S_4 - S_5 cos\psi - S_6 sin\theta = 0 \\ \sum Z_i = 0 & -S_1\, cos\varphi - S_6 cos\theta = 0 \end{cases} \qquad (1.59)$$

(1.59) тенгламалар системасида қатнашаётган тригонометрик функцияларни аниқлаймиз:

$$\sin\psi = \frac{c}{\sqrt{a^2+d^2}} = 0.923, \qquad \cos\psi = \frac{d}{\sqrt{a^2+d^2}} = 0.385$$

$$\sin\theta = \frac{d}{\sqrt{d^2+c^2}} = 0.447 \qquad \cos\theta = \frac{c}{\sqrt{d^2+c^2}} = 0.894$$

(1.59) тенгламалар системасини ечиб, номаълум зўриқишларни аниқлаймиз:

$$S_5 = \frac{-S_1 cos\gamma}{sin\psi} = \frac{-55.902 * 0.537}{0.894} = -32.5 \text{ кн}$$

$$S_6 = \frac{S_1 cos\varphi}{sin\theta} = \frac{-55.902 * 0.447}{0.894} = -27.95 \text{ кн}$$

$$S_4 = S_1 cos\beta - S_5 cos\psi - S_6 sin\theta$$
$$= 55.902 * 0.716 - 32.5 * 0.385 + 27.95 * 0.447 = 65 \text{ кн}$$

Ҳисоблашлар, қўйилган кучлар таъсирида конструкциянинг 4-стержени чўзилишини, 5 ва 6 стерженларни эса сиқилишини кўрсатмоқда.

1.4.8. Мустақил бажариш учун талабаларга тавсия этиладиган масалалар

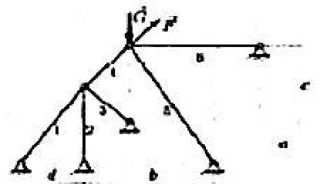
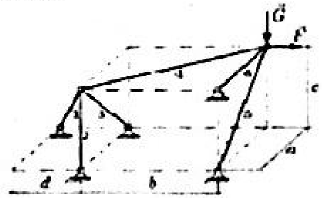
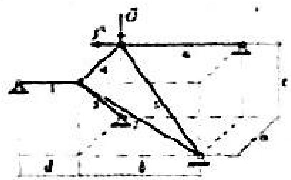
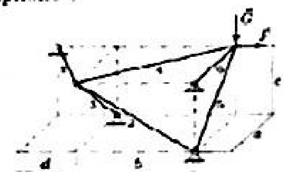
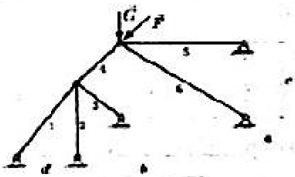
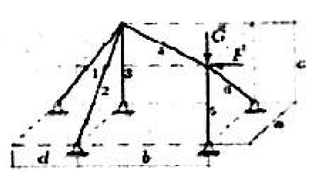
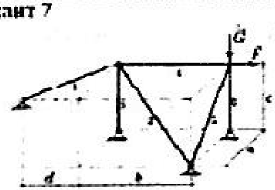
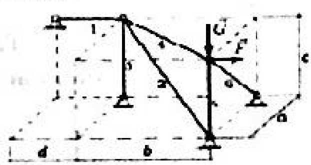
Топшириқ С 3

Фазовий конструкциянинг стержендаги зўриқишларни аниқлаш

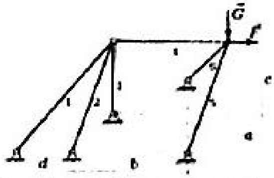
Фазовий конструкция ферманинг 1-6 стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин. Ферманинг тугунларидан бирига вертикал $\vec{G}$ иккинчисига эса горизонтал $\vec{F}$ куч қўйилган конструкция ўлчамлари масала чизмасида кўрсатилган.

Изох:

- Топшириқ варианти талабаларга ўқитувчи томонидан берилади.
- Ҳисоботнинг титул варағи иловадан олинади.

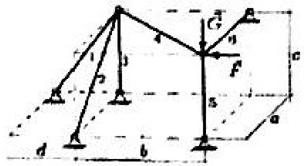
Вариант 1  $a = 2$ м, $b = 3$ м, $c = 4$ м, $d = 3$ м, $G = 2$ кН, $F = 1$ кН.	**Вариант 2**  $a = 4$ м, $b = 6$ м, $c = 5$ м, $d = 4$ м, $G = 7$ кН, $F = 6$ кН.
Вариант 3  $a = 5$ м, $b = 4$ м, $c = 3$ м, $d = 2$ м, $G = 4$ кН, $F = 2$ кН.	**Вариант 4**  $a = 7$ м, $b = 6$ м, $c = 5$ м, $d = 4$ м, $G = 6$ кН, $F = 4$ кН.
Вариант 5  $a = 2$ м, $b = 3$ м, $c = 4$ м, $d = 3$ м, $G = 8$ кН, $F = 5$ кН.	**Вариант 6**  $a = 4$ м, $b = 6$ м, $c = 5$ м, $d = 3$ м, $G = 6$ кН, $F = 3$ кН.
Вариант 7  $a = 5$ м, $b = 4$ м, $c = 3$ м, $d = 1$ м, $G = 8$ кН, $F = 4$ кН.	**Вариант 8**  $a = 7$ м, $b = 6$ м, $c = 5$ м, $d = 3$ м, $G = 7$ кН, $F = 5$ кН.

Вариант 9



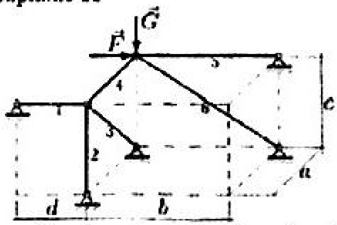
a = 2 м, b = 3 м, c = 4 м, d = 2 м,
G = 9 кН, F = 8 кН.

Вариант 10



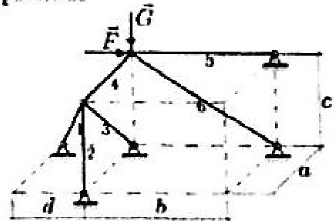
a = 4 м, b = 6 м, c = 5 м, d = 3 м,
G = 8 кН, F = 7 кН.

Вариант 11



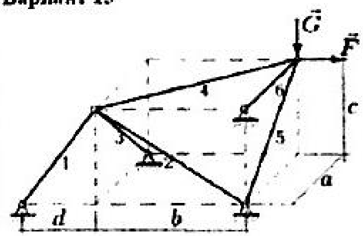
a = 3 м, b = 4 м, c = 3 м, d = 2 м,
G = 9 кН, F = 1 кН.

Вариант 12



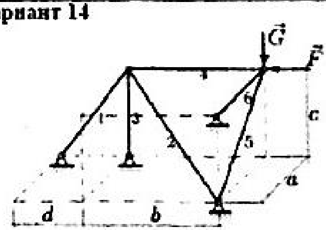
a = 3 м, b = 4 м, c = 3 м, d = 2 м,
G = 7 кН, F = 1 кН.

Вариант 13



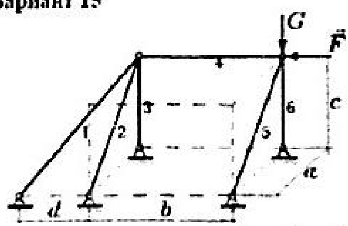
a = 2 м, b = 3 м, c = 4 м, d = 3 м,
G = 4 кН, F = 2 кН.

Вариант 14



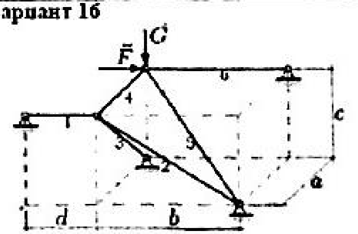
a = 6 м, b = 5 м, c = 4 м, d = 2 м,
G = 8 кН, F = 8 кН.

Вариант 15



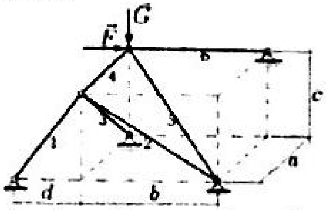
a = 3 м, b = 4 м, c = 3 м, d = 1 м,
G = 7 кН, F = 4 кН.

Вариант 16



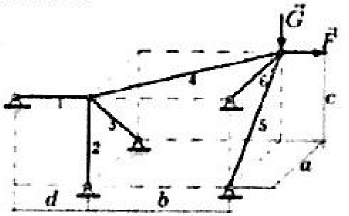
a = 7 м, b = 6 м, c = 5 м, d = 4 м,
G = 12 кН, F = 2 кН.

Вариант 17



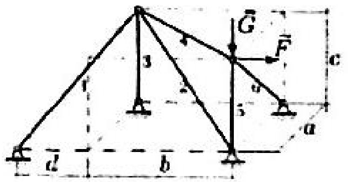
a = 4 м, b = 6 м, c = 5 м, d = 4 м, G = 11 кН, F = 2 кН.

Вариант 18



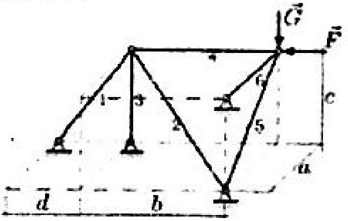
a = 7 м, b = 6 м, c = 5 м, d = 4 м, G = 9 кН, F = 1 кН.

Вариант 19



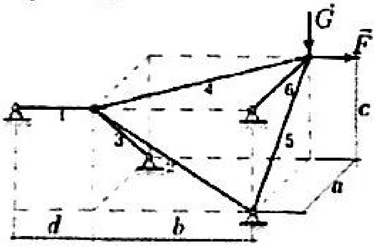
a = 6 м, b = 5 м, c = 4 м, d = 2 м, G = 13 кН, F = 2 кН.

Вариант 20



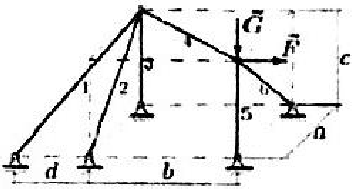
a = 5 м, b = 4 м, c = 3 м, d = 1 м, G = 8 кН, F = 8 кН.

Вариант 21



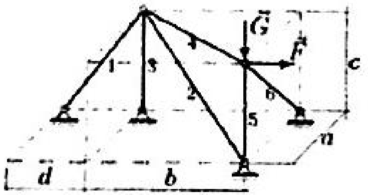
a = 5 м, b = 4 м, c = 3 м, d = 1 м, G = 8 кН, F = 8 кН.

Вариант 22



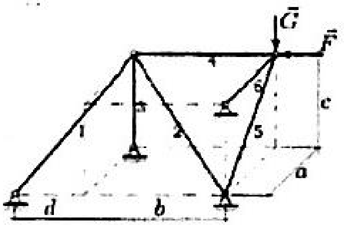
a = 2 м, b = 3 м, c = 4 м, d = 2 м, G = 7 кН, F = 1 кН.

Вариант 23



a = 4 м, b = 6 м, c = 5 м, d = 3 м, G = 11 кН, F = 2 кН.

Вариант 24



a = 7 м, b = 6 м, c = 5 м, d = 3 м, G = 9 кН, F = 8 кН.

1.4.9. Фазода ихтиёрий жойлашган кучлар системасининг мувозанатига доир масалаларни ечиш учун услубий кўрсатмалар

Фазода ихтиёрий жойлашган кучлар системасининг мувозанатига доир масалаларни қуйидаги тартибда ечиш тавсия этилади.

1) Мувозанати ўрганилаётган жисм (ёки нуқта) аниқланади;

2) Координаталар системаси танлаб олинади;

3) Жисмга таъсир этаётган, берилган кучлар кўрсатилади;

4) Жисмни боғланишлардан бўшатиб, уларнинг таъсирлари боғланиш реакция кучлари билан алмаштирилади;

5) Мувозанати ўрганилаётган жисм берилган кучлар ва боғланишлар реакция кучлари таъсиридаги эркин жисм деб қаралади;

6) Берилган масала статик аниқ масала эканлиги текширилади, яъни масаладаги алгебраик номаълум катталиклар сони олтитадан ошмаслиги лозим.

Изоҳ: агар қаттиқ жисмга таъсир этувчи кучлар фазода кесишувчи ёки фазодаги параллел кучлар системасини ташкил этса, масаладаги номаълум алгебраик катталиклар сони учтадан ошмаслиги лозим.

7) Координата ўқларининг йўналишлари танлаб олинади.

8) Қаттиқ жисмга қўйилган фазода ихтиёрий жойлашган кучлар системаси учун олтита мувозанат тенгламалари тузилади. Бунда тенгламаларнинг биринчи учтаси проекциялар, охирги учтаси моментлар тенгламалари дейилади. Проекциялар тенгламалари кучлар системаси бош векторининг моментлар тенгламалари эса кучлар системаси бош моментининг нолга тенг бўлишини таъминлайди.

Изоҳ: Агар қаттиқ жисмга таъсир этувчи кучлар фазода кесишувчи ёки фазодаги параллел кучлар системасини ташкил этса, уларнинг мувозанатини ифодаловчи учтадан тенгламалар тузилади.

9) Тузилган мувозанат тенгламаларини ечиб, номаълум катталиклар аниқланади.

1.4.10. Фазода ихтиёрий жойлашган кучлар системасининг мувозанатига доир масалалар

1-масала. AB айланиш ўқи вертикал бўлган тўғри бурчакли эшик $CAD=60^0$ бурчакка очилган. Уни шу вазиятда икки арқон ушлаб туради: улардан бири – *CD* арқон блокдан ўтказилган бўлиб, уни $P=320$ *Н.* юк тортиб туради, иккинчиси EF арқон полнинг F нуқтасига боғланган. Эшикнинг оғирлиги *640 Н;* унинг эни $AD=AC=1,8$ *м.;* баландлиги $AB=2,4$ *м.* Блокдаги ишқаланишни ҳисобга олмай, EF арқоннинг тортилиш кучи T ҳамда A нуқтадаги цилиндрик шарнирнинг ва B нуқтадаги подпятникнинг реакциялари аниқлансин.

Ечиш.

Эшикнинг мувозанатини ўрганамиз. Унга $P=320$ *Н.* бўлган юк ҳамда эшик оғирлик кучи $\bar{G}$ таъсир этади. Эшик учун *CD, EF* арқонлар, *A* нуқтадаги цилиндрик шарнир ва *B* нуқтадаги подпятник боғланишлар ҳисобланади. Боғланишлардан бўшатиш принципига кўра, боғланишларнинг эшикка таъсирини боғланишлар реакция кучлари билан алмаштирамиз:

- *CD* арқондаги таранглик кучи $T_D=P$ бўлиб, у эшикнинг *C* нуқтасига қўйилади ва *CD* арқон бўйлаб йўналади;

- *EF* арқон таранглик кучи $\bar{T}_F$ эшик э нуқтасига қўйилади ва *EF* арқон бўйлаб йўналади;

- *A* цилиндрик шарнир реакциясининг йўналиши олдиндан номаълум бўлганлиги учун уни координата ўқларининг мусбат йўналиши бўйлаб йўналган $\bar{X}_A$, $\bar{Y}_A$ ташкил этувчиларга ажратамиз;

- B подпятник реакциясининг йўналиши ҳам олдиндан номаълум бўлганлиги учун уни координата ўқларининг мусбат йўналиши бўйлаб йўналган $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$, $\vec{Z}_B$ ташкил этувчиларга ажратамиз.

Натижада эшикка таъсир қилувчи фазода ихтиёрий жойлашган $\left(\bar{P},\ \bar{G},\ \bar{T}_F,\ \bar{X}_A,\ \bar{Y}_A,\ X_B,\ Y_B,\ Z_B\right)$кучлар системасига эга бўламиз.

Координата ўқларини расмдагидек ўтказиб, ҳосил бўлган кучлар системасининг мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum X_i = 0 \qquad X_A + X_B - P\cdot\cos 30^0 = 0, \tag{1}$$

$$\sum Y_0 = 0 \qquad Y_A + Y_B - T_F + P\cdot\cos 60^0 = 0, \tag{2}$$

$$\sum Z_i = 0 \qquad Z_B - G = 0. \tag{3}$$

$$\sum M_X(\bar{F}_i) = 0 \qquad -Y_A\cdot AB - P\cdot\cos 60^0\cdot AB - G\cdot BK = 0, \tag{4}$$

$$\sum M_Y(\bar{F}_i) = 0 \qquad X_A\cdot AB - P\cdot\cos 30^0\cdot AB + G\cdot KL = 0, \tag{5}$$

$$\sum M_Z(\bar{F}_i) = 0 \qquad -T_F\cdot BF + P\cdot AN = 0. \tag{6}$$

Тенгламалардаги номаълум масофаларни аниқлаймиз:

ΔBEF *дан* $BF = BE\cdot\sin 60^0 =$

$= 1{,}8\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 1{,}8\cdot 0{,}86 = 1{,}56\,m.$

ΔBKL *дан* $BK = BL\cdot\cos 60^0 =$

$= 0{,}9\cdot\dfrac{1}{2} = 0{,}45\,m.$

$KL = BL\cdot\sin 60^0 = 0{,}9\cdot 0{,}86 = 0{,}77\,m.$

ΔADN *дан* $AN = AD\cdot\sin 60^0 =$

$= 1{,}8\cdot 0{,}86 = 1{,}56\,m.$

Топилган номаълум масофалардан фойдаланиб, тенгламалардаги номаълум катталикларни аниқлаймиз:

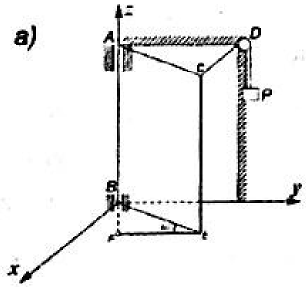
(3) тенгламадан:

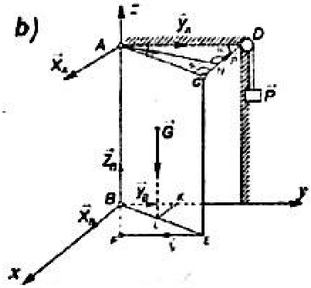
$$Z_B = G = 640 N$$

(4) тенгламадан:

$$Y_A = \frac{-P \cdot \cos 60^0 \cdot AB - G \cdot BK}{AB} =$$

$$= \frac{-320 \cdot 1{,}2 - 640 \cdot 0{,}45}{2{,}4} = -280 N$$





(1) тенгламадан:

$$X_A = \frac{P \cdot \cos 30^0 \cdot AB - G \cdot KL}{AB} = \frac{320 \cdot 0{,}86 \cdot 2{,}4 - 640 \cdot 0{,}77}{2{,}4} = 69{,}9 N.$$

(1) тенгламадан:

$$X_B = P \cdot \cos 30^0 - X_A = 320 \cdot 0{,}86 - 69 = 208 N.$$

(2) тенгламадан:

$$T_F = \frac{P \cdot AN}{BF} = \frac{320 \cdot 1{,}56}{1{,}56} = 320 N.$$

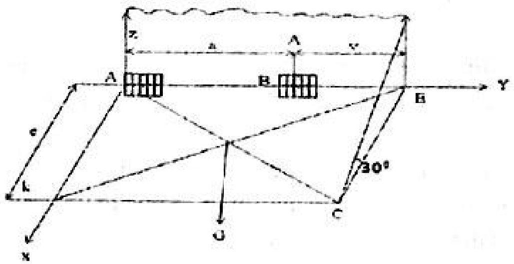
(2) тенгламадан:

$$Y_B = T_F - P \cdot \cos 60^0 - Y_A = 320 - 320 \cdot \frac{1}{2} + 280 = 440 N.$$

Жавоблар

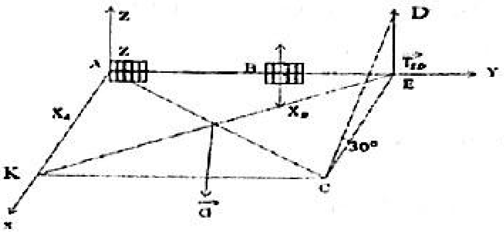
$X_A = 69{,}9 N$; $X_B = 208 N$; $Y_A = -280 N$; $Y_B = 440 N$; $T_F = 320 N$; $Z_B = 640 N$.

2-масала. Конструкциянинг таянч реакциялари аниклансин.

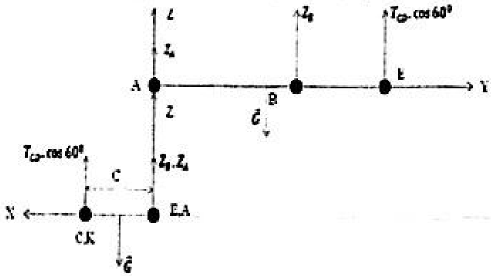


Берилган:

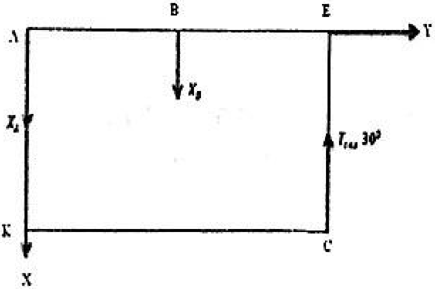
G = 4 КН.
а = 40 см.
в = 20 см.
с = 20 см.



Ечиш. Конструкциянинг мувозанатини ўрганамиз. Унга таъсир этувчи ташқи кучларни кўрсатамиз: *G*– оғирлик кучи. Конструкцияни боғланишлардан озод этиб, уларнинг таъсирини боғланишлар реакциялари билан алмаштирамиз: *A* кўзғалмас шарнир реакциясини $\overrightarrow{X_A}$, $\overrightarrow{Y_A}$ ташкил этувчиларга, *B* кўзғалмас шарнир реакцияларини $\overrightarrow{X_B}$, $\overrightarrow{Y_B}$ ташкил этувчиларга ажратамиз. *CD* ип реакцияси $\overrightarrow{S_{CD}}$ ип бўйлаб *D* нуқта томон йўналади. (….а-расм ҳосил бўлган фазода ихтиёрий жойлашган кучлар системаси учун мувозанат тенгламаларини тузамиз.



Шуни таъкидлаш лозимки мувозанат тенгламаларидан координата ўқларига нисбатан моментлар тенгламаларини тузишда қуйидаги қоидаларга амал қиламиз.



1. Момент-тенгламасини тузиладиган ўққа перпендикуляр текислик ўтказамиз.
2. Ҳосил бўлган текисликка барча кучларни проекциялаймиз.
3. Ўқ ва текислик кесишган нуқтани аниқлаймиз.

4. Аниқлаган нуқтага нисбатан кучлар.

Ҳисобланган момент танлаб олинган ўққа нисбатан момент тенгламасини ифодалайди.

Шунинг учун .....б-расм A_x ўқига нисбатан моментлар тенгламасини тузиш учун, ...с-расм A_Y ......д-расм A_z ўқига нисбатан моментлар тенгламасини тузиш учун чизилган.

Чизилган расмлардан проекциялар тенгламалари бевосита тузилади.

Масалага тааълуқли бўлган кучлар системаси учун юқорида баён қилинганларни эътиборга олиб, мувозанат тенгламаларини тузамиз:

(1) $\sum M_x\ (\vec{F_i}) = 0 -G\ \left(\frac{a+b}{2}\right) + Z_B \cdot a + T_{CD}\ COS\ 60^0(a+b) = 0$

(2) $\sum M_y\ (\vec{F_i}) = 0\ \ G \cdot \frac{C}{2} - T_{CD} COS\ 60^0 \cdot C = 0$

(3) $\sum M_z\ (\vec{F_i}) = 0 -X_B \cdot a + T_{CD}\ COS\ 30^0\ (a+b) = 0$

(4) $\sum X_i = 0\ \ X_A + X_B - T_{CD}\ COS\ 30^0 = 0$

(5) $\sum Y_i = 0\ \ 0=0$

(6) $\sum Z_i = 0\ \ Z_A + Z_B - G + T_{CD}\ COS\ 60^0 = 0$

Мувозанат тенгламаларини ечиб, номаълум катталикларни аниқлаймиз:

(2) тенгламадан:

$$T_{CD} = \frac{G \cdot \frac{C}{2}}{C \cdot coc\, 60^0} = \frac{G}{2 \cdot 0,5} = 4\ \text{КН}.$$

(1) Тенгламадан:

$$Z_B = \frac{G\left(\frac{a+b}{2}\right) - T_{CD}\, .coc\, 60^0(a+b)}{a} = \frac{4 \cdot 30 - 4 \cdot 0,5 \cdot 60}{40} = \frac{120-120}{40} = 0$$

(3) Тенгламадан:

$$X_B = \frac{T_{CD}\ cos\ (a+b)}{a} = \frac{4 \cdot 0,87 \cdot 60}{40} = 5,22\ \text{КН}.$$

(4) Тенгламадан:

$$X_A = T_{CD} \cdot \cos 30^0 - X_B = 4 \cdot 0,87 - 5,22 = -1,74\ \text{КН}.$$

(6) Тенгламадан :

$$Z_A = G - Z_B - T_{CD} \cos 60^0 = 4 - 0 - 4 \cdot 0,5 = 2\ \text{КН}.$$

Масалада талаб этилган барча катталиклар аниқланди.

1.4.11. Мустақил ўрганиш учун талабаларга тавсия этиладиган масалалар

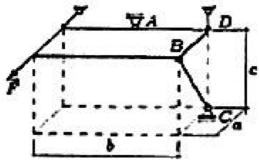
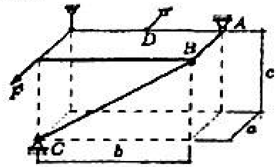
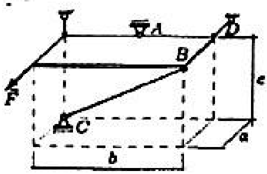
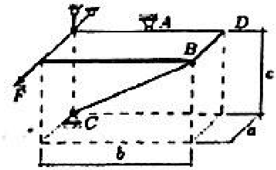
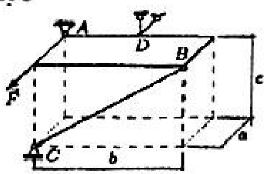
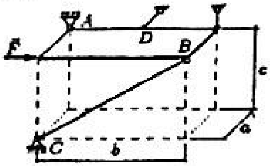
Топшириқ С-4

Фазода ихтиёрий жойлашган кучлар системаси таъсиридаги конструкциянинг таянч реакцияларини аниқлаш

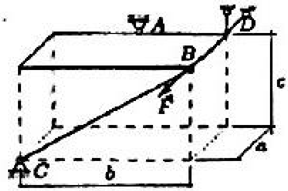
Конструкциянинг таянч реакциялари аниқлансин. Конструкциянинг схемалари, ҳисоблаш учун кераkли маълумотлар топшириқ вариантларида кўрсатилган.

Изоҳ:

- топшириқ варианти талабаларга ўқитувчи томонидан берилади.
- ҳисобот титул варағи иловага асосан расмийлаштирилади.

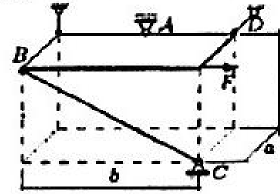
Вариант 1  $a = 3$ м, $b = 8$ м, $c = 3$ м, $AD = 4$ м, G= 4кН, F= 1кН.	**Вариант 2**  $a = 3$ м, $b = 8$ м, $c = 3$ м, $AD = 4$ м, G= 3кН, F= 2кН.
Вариант 3  $a = 3$ м, $b = 8$ м, $c = 3$ м, $AD = 4$ м, G= 5кН, F= 3кН.	**Вариант 4**  $a = 2$ м, $b = 6$ м, $c = 4$ м, $AD = 3$ м, G= 6кН, F= 4кН.
Вариант 5  $a = 4$ м, $b = 12$ м, $c = 5$ м, $AD = 6$ м, G= 6кН, F= 5кН.	**Вариант 6**  $a = 4$ м, $b = 12$ м, $c = 5$ м, $AD = 6$ м, G= 7кН, F= 6кН.

Вариант 7



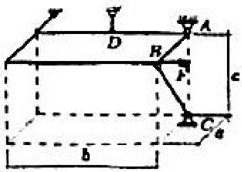
$a = 6$ м, $b = 10$ м, $c = 4$ м, $AD = 5$ м,
$G = 8$кН, $F = 7$кН.

Вариант 8



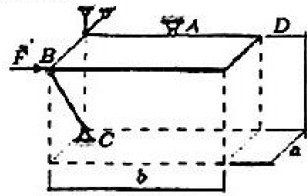
$a = 6$ м, $b = 10$ м, $c = 4$ м, $AD = 5$ м,
$G = 14$кН, $F = 8$кН.

Вариант 9



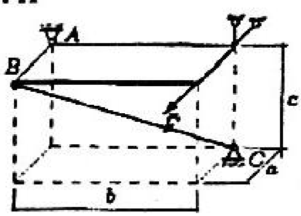
$a = 6$ м, $b = 10$ м, $c = 4$ м, $AD = 5$ м,
$G = 12$кН, $F = 9$кН.

Вариант 10



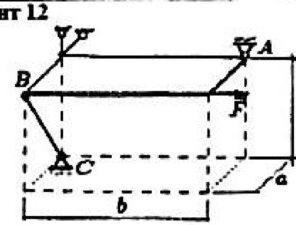
$a = 3$ м, $b = 8$ м, $c = 3$ м, $AD = 4$ м,
$G = 14$кН, $F = 10$кН.

Вариант 11



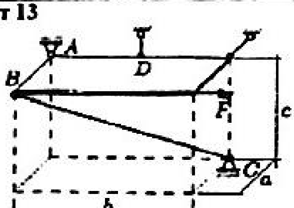
$a = 4$ м, $b = 12$ м, $c = 5$ м, $G = 16$кН,
$F = 11$кН.

Вариант 12



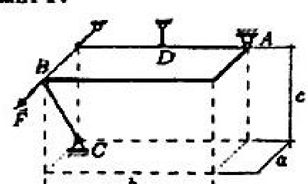
$a = 5$ м, $b = 8$ м, $c = 3$ м, $G = 16$кН,
$F = 12$кН.

Вариант 13



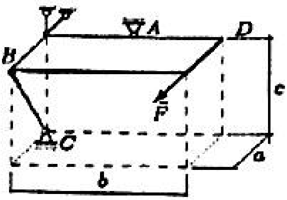
$a = 6$ м, $b = 10$ м, $c = 4$ м, $AD = 5$ м,
$G = 18$кН, $F = 13$кН.

Вариант 14



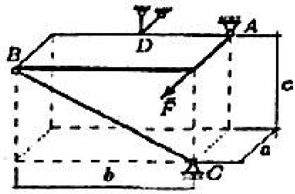
$a = 3$ м, $b = 8$ м, $c = 3$ м, $AD = 4$ м,
$G = 18$кН, $F = 14$кН.

Вариант 15



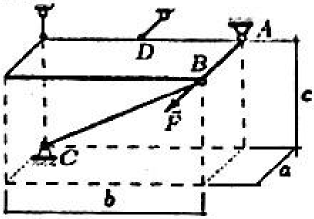
$a = 4$ м, $b = 12$ м, $c = 5$ м, $AD = 6$ м,
$G = 19$кН, $F = 15$кН.

Вариант 16



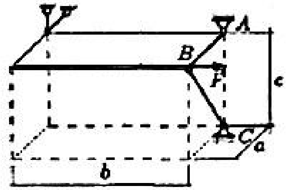
$a = 6$ м, $b = 10$ м, $c = 4$ м, $AD = 5$ м,
$G = 22$кН, $F = 16$кН.

Вариант 17



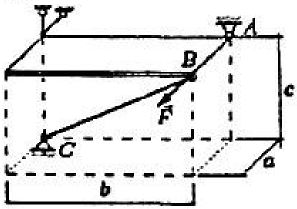
$a = 5$ м, $b = 8$ м, $c = 3$ м, $AD = 4$ м,
$G = 19$кН, $F = 17$кН.

Вариант 18



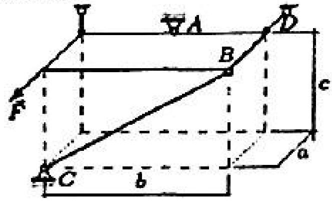
$a = 5$ м, $b = 8$ м, $c = 3$ м, $G = 21$кН,
$F = 18$кН.

Вариант 19



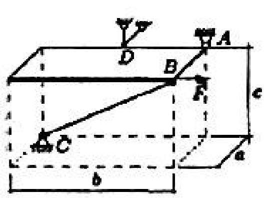
$a = 4$ м, $b = 12$ м, $c = 5$ м, $G = 21$кН,
$F = 19$кН.

Вариант 20



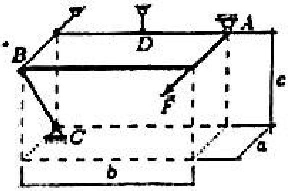
$a = 3$ м, $b = 8$ м, $c = 3$ м, $AD = 4$ м,
$G = 21$кН, $F = 20$кН.

Вариант 21



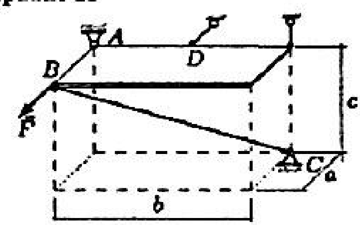
$a = 7$ м, $b = 12$ м, $c = 5$ м, $AD = 6$ м,
$G = 23$кН, $F = 21$кН.

Вариант 22



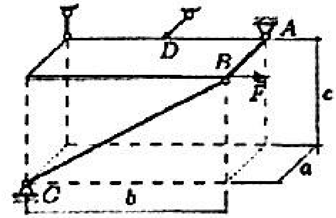
$a = 5$ м, $b = 8$ м, $c = 3$ м, $AD = 4$ м,
$G = 26$кН, $F = 22$кН.

Вариант 23



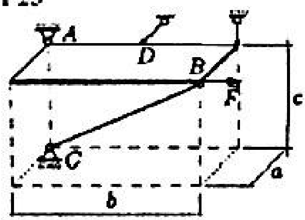
$a = 3$ м, $b = 8$ м, $c = 3$ м, $AD = 4$ м,
$G = 28$кН, $F = 23$кН.

Вариант 24



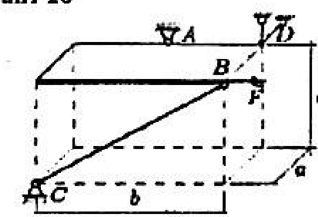
$a = 6$ м, $b = 10$ м, $c = 4$ м, $AD = 5$ м,
$G = 25$кН, $F = 24$кН.

Вариант 25



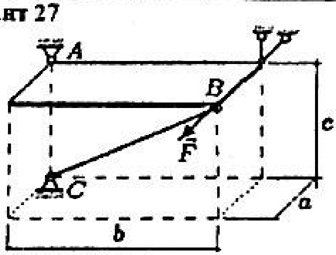
$a = 6$ м, $b = 10$ м, $c = 4$ м, $AD = 5$ м,
$G = 27$кН, $F = 25$кН.

Вариант 26



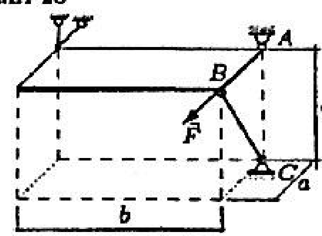
$a = 7$ м, $b = 12$ м, $c = 5$ м, $AD = 6$ м,
$G = 27$кН, $F = 26$кН.

Вариант 27



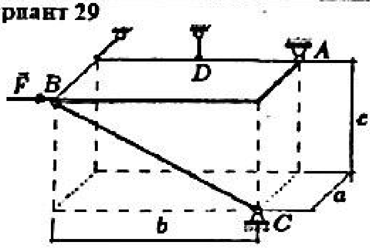
$a = 4$ м, $b = 12$ м, $c = 5$ м, $G = 29$кН,
$F = 27$кН.

Вариант 28



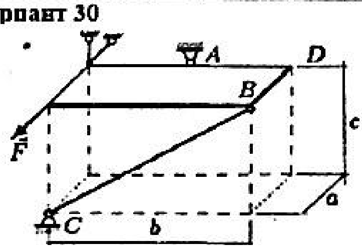
$a = 4$ м, $b = 12$ м, $c = 5$ м, $G = 31$кН,
$F = 28$кН.

Вариант 29



$a = 4$ м, $b = 12$ м, $c = 5$ м, $AD = 6$ м,
$G = 35$кН, $F = 29$кН.

Вариант 30



$a = 2$ м, $b = 6$ м, $c = 4$ м, $AD = 3$ м,
$G = 31$кН, $F = 30$кН.

II. Кинематика

2.1. Нуқта кинематикаси. Нуқтанинг мураккаб ҳаракати

Агар моддий нуқта бир вақтда икки ва ундан ортиқ ҳаракатларда қатнашса, ёки унинг ҳаракати бир вақтнинг ўзида икки қўзғалмас ва қўзғалувчан саноқ системаларига нисбатан ўрганилса, моддий нуқтанинг бундай ҳаракати мураккаб ҳаракат дейилади. Бундай ҳаракатга, ҳаракатда бўлган поезд вагонидаги йўловчининг вагон ичидаги ҳаракати мисол бўла олади. Нуқтанинг мураккаб ҳаракатида абсолют, нисбий ва кўчирма ҳаракатларни фарқ қила олиш зарур бўлади.

Абсолют ҳаракат деб, моддий нуқтанинг қўзғалмас саноқ системасига нисбатан ҳаракатига айтилади. Бундай ҳаракатдаги тезлик абсолют тезлик, тезланиш эса абсолют тезланиш дейилади. Адабиётларда абсолют тезлик $\overrightarrow{V_a}$, абсолют тезланиш $\overrightarrow{a_A}$ орқали ифодаланади.

Нисбий ҳаракат деб, моддий нуқтанинг қўзғалувчан саноқ системасига нисбатан ҳаракатига айтилади. Бундай ҳаракатдаги тезлик нисбий тезлик, тезланиш эса нисбий тезланиш дейилади. Адабиётларда нисбий тезлик $\overrightarrow{V_n}$, нисбий тезланиш $\overrightarrow{a_n}$ орқали ифодаланади.

Кўчирма ҳаракат деб, ҳаракатдаги жисм (масалан поезд вагони ва у билан боғланган қўзғалувчан саноқ системасини қўзғалмас саноқ системасига нисбатан ҳаракатига айтилади. Бундай ҳаракатдаги тезлик кўчирма тезлик, тезланиш эса кўчирма тезланиш дейилади. Кўчирма тезлик ва кўчирма тезланиш, қаралаётган вақт моментида, қўзғалувчан саноқ системасини ва у билан боғланган жисмни ҳаракатда бўлган нуқта билан устма-уст тушувчи нуқтасининг тезлиги ва тезланиши каби аниқланади. Кўчирма тезлик $\overrightarrow{V_k}$, кўчирма тезланиш $\overrightarrow{a_k}$ орқали белгиланади.

Нуқтанинг мураккаб ҳаракатини ўрганишда қўзғалувчан саноқ системаси ва у билан боғланган жисмнинг қўзғалмас саноқ системасига нисбатан қандай ҳаракатда бўлиши муҳим аҳамиятга эга бўлади. Бунда қўзғалувчан саноқ системаси ва у билан боғланган жисмни қўзғалмас саноқ системасига нисбатан илгарилама ва ёки илгарилама бўлмаган ҳаракатларини фарқ қилиш лозим.

1. **Ҳаракатдаги моддий нуқта учун кўчирма ҳаракат илгариланма ҳаракат бўлган ҳол.**

Бундай ҳолда нуқтанинг абсолют тезлиги нисбий ва кўчирма ҳаракат тезликларининг геометрик йиғиндисига тенг бўлади:

$$\overrightarrow{V_a} = \overrightarrow{V_n} + \overrightarrow{V_к} \qquad (2.1)$$

(2.1) ифода мураккаб ҳаракатда бўлган нуқта учун тезликларни қўшиш теоремасини ифодалайди.

Моддий нуқта учун кўчирма ҳаракат илгариланма ҳаракат бўлган ҳолда нуқтанинг абсолют тезланиши нисбий ва кўчирма ҳаракат тезланишларининг геометрик йиғиндисига тенг бўлади.

$$\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_n} + \overrightarrow{a_к} \qquad (2.2)$$

(2.2) ифода мураккаб ҳаракатда бўлган моддий нуқта учун тезланишларни қўшиш теоремасини ифодалайди.

2. Ҳаракатдаги моддий нуқта учун кўчирма ҳаракат, илгариланма ҳаракат бўлмаган ҳол.

Бундай ҳолда ҳам нуқтанинг абсолют тезлиги унинг нисбий ва кўчирма тезликларининг геометрик йиғиндисига тенг бўлади:

$$\overrightarrow{V_a} = \overrightarrow{V_n} + \overrightarrow{V_к} \qquad (2.3)$$

(2.3) ифода мураккаб ҳаракатда бўлган нуқта учун тезликларни қўшиш теоремасини ифодалайди.

Шуни таъкидлаш лозимки (2.2) ва (2.3) ифодаларнинг структуралари бир хил бўлишига қарамасдан, моддий нуқта учун кўчирма ҳаракат илгариланма ҳаракат бўлмаган ҳолда, кўчирма тезлик структураси кўчирма ҳаракат илгариланма ҳаракат бўлган ҳолдагидан фарқ қилади.

Моддий нукта учун кўчирма ҳаракати илгариланма ҳаракат бўлмаган ҳолда нуқтанинг абсолют тезланиши нисбий, кўчирма ва Кориолис тезланишларининг геометрик йиғиндисидан иборат бўлади:

$$\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_n} + \overrightarrow{a_к} + \overrightarrow{a_c} \qquad (2.4)$$

(2.4) ифода кўчирма ҳаракати илгариланма ҳаракат бўлмаган моддий нуқта учун тезланишларни қўшиш теоремасини ифодалайди.

Кориолис тезланиши нуқтанинг нисбий ҳаракатида кўчирма тезликни ҳам миқдор ва ҳам йўналиш жиҳатидан, кўчирма ҳаракатда нисбий тезликни фақат йўналиш жихатдан ўзгариши туфайли юзага келади.

Кориолис тезланишининг вектори қуйидагича ифодаланади:

$$\overrightarrow{a_c} = 2(\overrightarrow{\omega_к} \times \overrightarrow{v_n}) \qquad (2.5)$$

Кориолис тезланишининг модули эса қуйидаги формула асосида аниқланади.

$$a_c = 2\omega_к v_n \sin(\overrightarrow{\omega_к} \wedge \overrightarrow{v_n}) \qquad (2.6)$$

Кориолис тезланиши қуйидаги ҳолларда нолга тенг бўлади:

а) мураккаб ҳаракатдаги нуқта учун кўчирма ҳаракат илгариланма ҳаракат бўлган ҳолда яъни $\widetilde{\omega}_к = 0$ бўлганда.

б) мураккаб ҳаракатдаги нуқта нисбий ҳаракатда қатнашганда, яъни $\tilde{v}_п = 0$ бўлганда.

в) мураккаб ҳаракатдаги нуқта учун $\overrightarrow{\omega_к}$ ва $\overrightarrow{\omega_п}$ векторлар ўзаро параллел бўлганда, яъни нуқтанинг нисбий ҳаракати айланиш ўқи бўйлаб юз берганда.

Кориолис тезланишининг йўналиши $(\overrightarrow{\omega_к} * \overrightarrow{\omega_п})$ вектор кўпайтманинг йўналишини ифодаловчи вектор йўналиши каби аниқланади.

Кориолис тезланишининг йўналишини аниқлашда Жуковский қоидасидан фойдаланиш ҳам мумкин. Мазкур қоидага асосан Кориолис тезланишининг йўналишини аниқлаш учун нисбий тезлик векторини айланиш ўқига перпендикуляр бўлган текисликка проекциялаб, ҳосил бўлган проекцияни жисмнинг айланиш томонига 90^0 га буриш лозим.

2.1.1. Моддий нуқтанинг мураккаб ҳаракатида нуқтанинг абсолют тезлик ва абсолют тезланишини аниқлашга доир масалаларни ечиш учун услубий кўрсатмалар

Нуқтанинг мураккаб ҳаракатида абсолют тезлигини аниқлашга доир масалаларни қуйидаги тартибда ечиш тавсия этилади:

1. Масала шартига кўра нуқтанинг нисбий, кўчирма ва абсалют ҳаракатлари аниқланади;
2. Қўзғалмас ва қўзғалувчан саноқ системалари танлаб олинади;
3. Кўчирма ҳаракат хаёлан тўхтатилади ва нуқтанинг нисбий ҳаракат тезлиги аниқланади;
4. Нисбий ҳаракат хаёлан тўхтатилади ва нуқтанинг кўчирма ҳаракат тезлиги аниқланади;
5. Мураккаб ҳаракатда нуқтанинг тезликларини қўшиш ҳақидаги теоремадан фойдаланиб, нуқтанинг абсолют тезлиги аниқланади.

Мураккаб ҳаракатда кўчирма ҳаракат илгариланма ҳаракатдан иборат бўлса, нуқтанинг абсалют тезланиши нисбий ва кўчирма тезланишларининг геометрик йиғиндисидан иборат бўлади.

$$\vec{a}_a = \vec{a}_n + \vec{a}_k \quad (1)$$

ёки

$$\vec{a}_a = \vec{a}_n^n + a_n^\tau + \vec{a}_k^n + \vec{a}_k^\tau. \quad (2)$$

Бу ифодада:

$\vec{a}_n^n\ va\ \vec{a}_n^\tau$ – нуктанинг нисбий ҳаракатида марказга интилма ва айланма тезланишлар.

$\vec{a}_k^k\ va\ \vec{a}_k^\tau$ – кўчирма ҳаракатда нуктанинг нормал ва уринма тезланшлари.

Агар мураккаб ҳаракатда нуктанинг нисбий ва кўчирма ҳаракатлари тўгри чизикли ҳаракатлардан иборат бўлса, нуктанинг нисбий марказга интилма ва кўчирма нормал тезланишлар нолга тенг бўлади.

Агар мураккаб ҳаракатда нуктанинг нисбий ва кўчирма ҳаракатлари эгри чизикли текис ҳаракатлардан иборат бўлса, нуктанинг нисбий айланма ва кўчирма уринма тезланишлари нолга тенг бўлади.

Мавзуга доир масалаларни икки усулда ечиш тавсия этилади: геометрик ва аналитик усуллар.

а) Масалаларни геометрик усулда ечишда танланган масштабда тезланишлар параллелограм ёки кўп бурчаги чизилади.

Масалаларни аналитик усулда ечишда проекциялар методидан фойдаланиш тавсия этилади. Бунинг учун координата ўқлари ўтказилади ва (2) тенгламани чап ва ўнг томонлари танлаб олинган координата ўқларига проекцияланади:

$$(a_a)_x = (a_n^n)_x + (a_n^\tau)_x + (a_k^n)_x + (a_k^\tau)_x,$$
$$(a_a)_y = (a_n^n)_y + (a_n^\tau)_y + (a_k^n)_y + (a_k^\tau)_y,$$
$$(a_a)_z = (a_n^n)_z + (a_n^\tau)_z + (a_k^n)_z + (a_k^\tau)_z.$$

Бунда абсолют тезланишнинг модули

$$a_a = \sqrt{(a_a)_x^2 + (a_a)_y^2 + (a_a)_z^2}$$

формула ёрдамида, йўналиши эса

$$\cos(\vec{a}_a{}^\wedge x) = \frac{(a_a)_x}{a_a},$$

$$\cos(\vec{a}_a \hat{} y) = \frac{(a_a)_y}{a_a},$$

$$\cos(\vec{a}_a \hat{} z) = \frac{(a_a)_z}{a_a}$$

формулалар асосида аниқланади.

Мавзуга доир масалаларни қуйидаги тартибда ечиш мақсадга мувофиқ бўлади.

1. Масала шартидан нуқтанинг нисбий, кўчирма ва абсолют ҳаракатлари аниқлаб олинади;
2. Қўзғалмас ва қўзғалувчан координата ўқлари системаси танлаб олинади;
3. Кўчирма ҳаракат хаёлан тўхтатилиб, нуқтанинг нисбий тезлиги ва нисбий тезланиши аниқлаб олинади;
4. Нисбий ҳаракат хаёлан тўхтатилиб, нуқтанинг кўчирма ҳаракат тезлиги ва тезланиши аниқлаб олинади;
5. Масалани геометрик усулда ечишда тезланишлар параллелограмм ёки кўп бурчаги чизилади ва улардан номаълум тезланиш аниқланади;
6. Масалани аналитик усулда ечишда проекциялар усулидан фойдаланиш тавсия этилади яни абсолют тезланишнинг ўқлардаги проекциялари аниқланади;
7. Абсолют тезланишнинг ўқлардаги проекцияларига кўра унинг модули ва йўналиши топилади.

2.1.2. Моддий нуқтанинг мураккаб ҳаракатида, кўчирма ҳаракат илгариланма ҳаракат бўлган ҳол учун, нуқтанинг абсолют тезлик ва тезланишини аниқлашга доир масала

1-масала. Ўнг томонга горизонтал йўналишда $x_k = t^2 + 4t$ м. қонунга мувофиқ ҳаракат қилувчи аравачага электр мотори ўрнатилган. Унинг ротори ҳаракатга келтириш вақтида $\varphi_n = t^2$ тенгламага мувофиқ айланади, бунда φ_n бурчак радианларда ўлчанади. Ротор гардишидаги M нуқтанинг $t = 1s$. бўлгандаги абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши аниқлансин. Роторнинг радиуси 0,2м.га тенг. Шу пайтда M нуқта расмда кўрсатилган ҳолда туради (2.1-расм).

Ечиш:

Расмда кўрсатилган $A\xi\eta$ ўқлар системаси қўзғалмас саноқ системасини, аравача билан боғланган ва у билан бирга ҳаракатланувчи Oxy ўқлар системаси қўзғалувчан саноқ системасини ташкил этади.

Ротор гардишидаги M нуқтанинг мотор корпусиаравачага боғланган Oxy саноқ системасига нисбатан ҳаракати нисбий, роторнинг қўзғалувчан O,x,y саноқ системаси билан биргаликда қўзғалмас $A\xi\eta$ саноқ системасига нисбатан ҳаракати M нуқта учун кўчирма ва M нуқтанинг бевосита қўзғалмас $A\xi\eta$ саноқ системасига нисбатан ҳаракати мураккаб ҳаракат ҳисобланади.

M нуқтанинг абсолют тезлигини нуқтанинг мураккаб ҳаракатида тезликларни қўшиш теоремасига асосан аниқлаймиз.
Теоремага кўра:

$$\vec{\vartheta}_M - \vec{\vartheta}_n + \vec{\vartheta}_k . \qquad (2.7)$$

Нисбий тезликнинг модули

$$\vartheta_n = R \cdot \omega_n, \qquad (2.8)$$

бу ерда R – роторнинг радиуси,

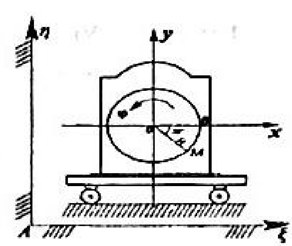
ω_n – ротор бурчак тезлигининг модули

$$\omega_n = [\tilde{\omega}_n], \quad \tilde{\omega}_n = \frac{d\varphi_n}{dt} = 2t. \qquad (2.9)$$

$t = 1$ секундда

$$\tilde{\omega}_n = 2 rad/s, \qquad \omega_n = 2\ rad/s. \qquad (2.10)$$

$\tilde{\omega}_n$катталикнинг олдидаги мусбат ишора роторнинг айланиши φ_n бурчакнинг ўсиш томонига қараб рўй беришини кўрсатади.

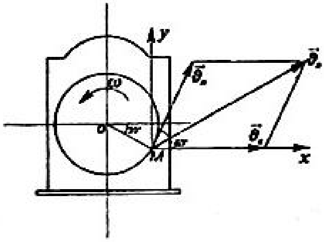


Нисбий тезликнинг модули (2.8) формула асосида аниқланади:

$$\vartheta_n = 0{,}2 \cdot 2 = 0{,}4\, m/s . \qquad (2.11)$$

$\vec{\vartheta}_n$ вектор, M нуқта нисбий ҳаракатда чизган айланага уринма бўйлаб, роторнинг айланиш томонига қараб йўналади (2.1а-расм).

M нуқтанинг қаралаётган вақт моментида мотор корпуси-аравачанинг M нуқта билан устма – уст тушувчи нуқтасининг тезлигига тенг бўлади: кўчирма тезлиги



2.1-расм.

$$v_k = |\tilde{x}_k'| = |3t^2 + 4|. \tag{2.12}$$

$t = 1$ секундда

$\tilde{x}_k' = 7 sm/s, \quad x_k' = 7 sm/s.$

Демак, $v_k = 7\ sm/s.$

$\vec{v}_k$ вектор, $\tilde{x}_k'$ катталик олдидаги ишора мусбат бўлганлиги учун, x нинг ўсиш томонига, яъни аравачанинг ҳаракат йўналиши томон йўналади (2.1а-расм).

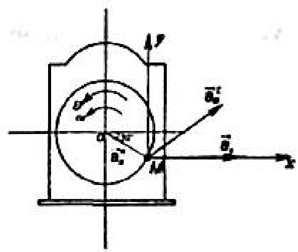
M нуқтанинг абсолют тезлиги унинг нисбий ва кўчирма ҳаракат тезликларидан қурилган параллелограмнинг диагонали орқали ифодаланади. Унинг модули:

$$\vartheta_m = \sqrt{\vartheta_n^2 + \vartheta_k^2 + 2\vartheta_n\vartheta_k cos60^0} = 7{,}21\ sm/s. \tag{2.13}$$

M нуқтанинг абсолют тезланишини нуқтанинг мураккаб ҳаракатида тезланишларни қўшиш теоремасидан аниқлаймиз.

Кўчирма ҳаракат илгариланма ҳаракат бўлганлиги учун

$$\vec{a}_M = \vec{a}_n + \vec{a}_k, \tag{2.14}$$



2.1б-расм.

ёки, ёйилган кўринишда

$$\vec{a}_M = \vec{a}_n^\tau + \vec{a}_n^n + \vec{a}_k. \qquad (2.15)$$

Нисбий уринма тезланишнинг модули:

$$a_n^\tau = R\varepsilon_n \quad , \qquad (2.16)$$

бу ерда $\varepsilon_n = |\vec{\varepsilon}_n|$– ротор бурчак тезланишининг модули.

$$\vec{\varepsilon}_n = \frac{d^2\varphi_n}{at^2} = 2\frac{rad}{s^2}, \ \ \varepsilon_n = \frac{2rad}{s^2}.$$

$\vec{\varepsilon}_n$ ва $\vec{\omega}_n$ ларнинг ишоралари бир хил. Демак, $\vec{a}_n^\tau$ ва $\vec{\vartheta}_n$ векторлар бир хил йўналишга эга бўлади (2.1а,б-расмлар).

(2.16)га асосан

$$a_n^\tau = 0{,}2 \cdot 2 = 0{,}4\ sm/s^2. \qquad (2.17)$$

Нисбий нормал тезланишнинг модули:

$$a_n^n = R\omega_n^2 = 0{,}2 \cdot 4 = 0{,}8\ sm/s^2. \qquad (2.18)$$

$\vec{a}_n^n$ вектор ротор M нуқтасининг нисбий ҳаракатда чизган айланасининг маркази O нуқта томон йўналади (2.1б-расм).

M нуқтанинг кўчирма тезланиши қаралаётган вақт моментида мотор корпуси – аравачанинг M нуқтаси билан

устма – уст тушувчи нуқтасининг тезланишига тенг бўлади:

$$a_k = |\ddot{x}_k''| = |6t|. \qquad (2.19)$$

$t = 1$ секундда

$$\ddot{x}_k'' = 6sm/s^2, \ \ x'' = 6sm/s^2. \qquad (2.20)$$

Демак, $a_k = 6\ sm/s^2$.

$\dot{x}'$ ва $\ddot{x}''$ катталикларнинг ишоралари бир хил бўлганлиги учун $\vec{\vartheta}_k$ ва $\vec{a}_k$ векторларнинг йўналишлари устма – уст тушади (2.1а,б-расмлар).

M нуқта абсолют тезланишининг модулини проектсиялаш усули ёрдамида топамиз:

$$a_{Mx} = a_k - a_n^n cos30^0 - a_n^\tau cos60^0 = 5{,}52\, sm/s^2, \qquad (2.21)$$

$$a_{My} = a_n^n cos60^0 + a_n^\tau cos30^0 = 0{,}74\, sm/s^2, \qquad (2.22)$$

$$a_M = \sqrt{a_{Mx}^2 + a_{My}^2} = 5{,}6\, sm/s^2. \qquad (2.23)$$

Ҳисоб натижалари жадвалда кўрсатилган.

$\tilde{\omega}_n$, рад/с.	Тезлик, см/с.			$\tilde{\varepsilon}$, рад/с^2.	Тезланиш, см/с^2.					
	ϑ_n	ϑ_k	ϑ_M		a_n^τ	a_n^n	a_k	a_{Mx}	a_{My}	a_M
2	0,4	7	7,21	2	0,4	0,8	6	5,52	0,74	5,6

2-масала. M нуқта D жисмга нисбатан $OM = s_n = 6\pi t^2$ тенглама бўйича ҳаракатланади. D жисм O_1OAO_2 шарнирли тўрт звеноликга маҳкамланган. Тўрт звеноликнинг O_1O ва O_2A стерженлари O_1 ва O_2 нуқталар атрофида $\varphi = \frac{\pi t^3}{6}$ қонунга мувофиқ айланади. M нуқтанинг $m=m_1$ вақт онидаги абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши аниқлансин (2.2а-расм).

Масалада:

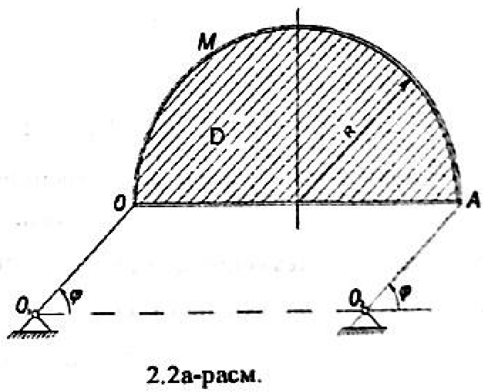
$OM = s_n = 6\pi t^2 (sm),$

$\varphi\ \frac{\pi t^3}{6}$(рад),

$t_1 = 1s.$

$R = 18\, sm.$

$O_1O = O_2A = 20sm.$



2.2а-расм.

Ечими: Масалада тўрт звеноликнинг O_1O ва O_2A стерженлари O_1 ва O_2шарнирлар атрофида айланади, OA стержен эса илгариланма ҳаракатда бўлади. Ярим доира ҳам OA стерженга маҳкамланганлиги туфайли илгариланма ҳаракатда бўлади. M нуқта учун D ярим доиранинг ҳаракати кўчирма ҳаракат ҳисобланади.

Шунинг учун масалада кўчирма ҳаракат илгариланма ҳаракат бўлади. M нуқтанинг $Д$ жисмга нисбатан ҳаракати эса нисбий ҳаракат ҳисобланади.
Берилган вақт моментида M нуқтанинг $Д$ жисмдаги ўрни$\alpha = \frac{s_n}{R}$ бурчак орқали аниқланади:
$t_1 = 1$с. да

$$\alpha = \frac{6\pi t_1^2}{18} = \frac{\pi}{3} = 60^0. \tag{2.24}$$

D жисмнинг текисликдаги ҳолати φ бурчак орқали аниқланади:

$t_1 = 1$с. да

$$\varphi = \frac{\pi t_1^3}{6} = \frac{\pi}{6} = 30^0. \tag{2.25}$$

Нуқтанинг мураккаб ҳаракатида тезликларни қўшиш ҳақидаги теоремага асосан M нуқтанинг абсолют тезлиги унинг нисбий ва кўчирма ҳаракат тезликларининг геометрик йиғиндисига тенг бўлади:

$$\vec{\vartheta}_a = \vec{\vartheta}_n + \vec{\vartheta}_k. \tag{2.26}$$

Нисбий тезликнинг миқдорини аниқлаймиз:

$$\vartheta_n = s_n = (6\pi t^2) = 12\pi t; \tag{2.27}$$

$t_1 = 1$с. да

$$\vartheta_n = 12 \cdot \pi \cdot 1 = 37{,}68 см/с. \tag{2.28}$$

Илгариланма ҳаракатдаги жисмнинг барча нуқталари бир хил траектория бўйлаб ҳаракатланади ва ҳар онда миқдор ва йўналишлари бир хил бўлган тезлик ва тезланишга эга бўлади. Шунинг учун M нуқтанинг кўчирма тезлиги O нуқтанинг кўчирма тезлигига тенг бўлади:

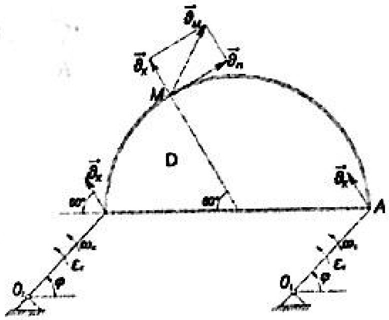
$$\vartheta_K = \vartheta_O = \omega \cdot O_1O_1 \tag{2.29}$$

Бунда:

$$\omega_K = \varphi' = \left(\frac{\pi t^3}{6}\right)' = \frac{\pi t^2}{2};$$

$t_1 = 1 \cdot c$ да

$$\omega_k = 1{,}57\ rad/s.$$



2.2б-расм

Бинобарин,

$$\vartheta_k = \omega \cdot O_1 O = 1.57 \cdot 20 = 3{,}14\ sm/s. \qquad (2.30)$$

$\vartheta_n = \vartheta_K$ векторлар ўзаро перпендикуляр йўналган(2.2б-расм). Шунинг учун M нуқта абсолют тезлигининг миқдори қуйидагича аниқланади:

$$\vartheta_M = \sqrt{\vartheta_n^2 + \vartheta_K^2} = \sqrt{(37{,}68)^2 + (3{,}14)^2} = 49{,}05\,sm/s. \qquad (2.31)$$

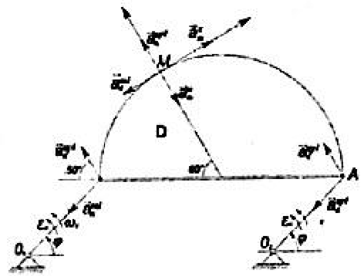
M нуқтанинг абсолют тезланишини аниқлаймиз. Кўчирма ҳаракат илгариланма ҳаракат бўлганлиги учун кариолис тезланиши

$$\bar{a}_c = 2(\bar{\omega}_k \times \bar{\vartheta}_n) = 0. \qquad (2.32)$$

Шунинг учун

$$\vec{a}_a = \vec{a}_n + \vec{a}_k = \vec{a}_n^n + \vec{a}_n^\tau + \vec{a}_k^{mi} + \vec{a}_k^{ayl} \qquad (2.33)$$

M нуқта нисбий тезланишларининг миқдорлари:



2.2с-расм.

$$a_n^n = \frac{\vartheta_n^2}{R} = \frac{(37,68)^2}{18} = 78,88 sm/s^2, \quad (2.34)$$

$$a_n^\tau = \frac{d\vartheta_n}{dt} = 12 = 37,68\, sm/s^2. \quad (2.35)$$

M нуқтанинг кўчирма тезланишларининг миқдорлари:

$$a_k^{mi} = \omega^2 \cdot O_1O = (1,57)^2 \cdot 20 = 49,30\, sm/s^2;$$
$$a_k^{ayl} = \varepsilon \cdot O_1O. \quad (2.36)$$

Бунда $: \varepsilon = \varepsilon_k = \frac{d\omega_k}{dt}.$

(2.37)

$$t = 1 \text{ с. да}, \ \varepsilon_k = \frac{d\omega_k}{dt} = \pi t = 3,14\, rad/s^2. \quad (2.38)$$

Шунинг учун,

$$a_k^{ayl} = 3,14 \cdot 20 = 62,8 sm/s^2. \quad (2.39)$$

M нуқтанинг нисбий ва кўчирма тезланишлари 2.2с-расмда кўрсатилган.*M* нуқтанинг абсолют тезланишининг миқдорини проекциялаш усулидан фойдаланиб аниқлаймиз

$$(a_M)_x = a_n^\tau - a_k^{mi} = 37,68 - 49,30 = -11,62, \quad (2.40)$$

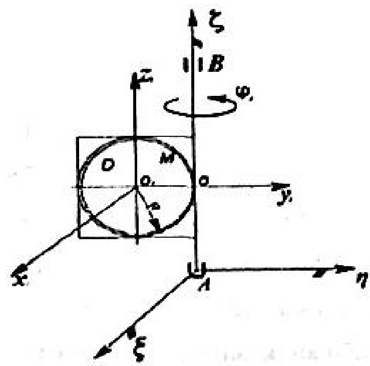
$$(a_M)_y = a_n^n - a_k^{ayl} = -78,88 + 62,8 = -16,08, \quad (2.41)$$

$$a_M = \sqrt{(a_M)_X^2 = (a_M)_Y^2} = 19,84\ см/s^2. \quad (2.42)$$

2.1.3. Моддий нуқтанинг мураккаб ҳаракатида, кўчирма ҳаракат илгариланма ҳаракат бўлмаган ҳол учун, нуқтанинг абсолют тезлик ва тезланишини аниқлашга доир масалалар

1-масала.

Тўғри бурчакли рамка AB қўзғалмас ўқ атрофида $\varphi_k = 3t - 0{,}5t^3$ рад. қонун бўйича айланади. M нуқта тўғри бурчакли рамкага нисбатан унда чизилган радиуси $R = 40\,sm.$ бўлган айлана бўйлаб O нуқтадан $OM = s_n = 40\pi cos\frac{\pi t}{3}$см. қонун бўйича ҳаракатланади. M нуқтанинг $t = 1$ секунддаги абсолют тезлиги ва асболют тезланиши топилсин (2.3-расм).



2.3-расм.

Ечиш:

1. М нуқтанинг абсолуте тезлигини аниқлаш.

Берилган вақт онида чизма текислиги тўғри бурчакли рамканинг текислиги билан устма – уст тушади деб фараз қилинади.

Шаклда кўрсатилган $A\xi\eta\zeta$ ўқлар системаси қўзғалмас санок системасини, тўғри бурчакли рамка билан боғланган ва у билан бирга айланувчи $O_1x_1y_1z_1$ ўқлар системаси қўзғалувчан саноқ системасини ташкил этади.

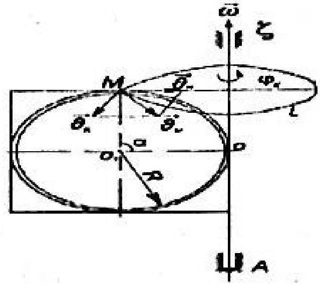
M нуқтанинг тўғри бурчакли рамка билан боғланган $O_1x_1y_1z_1$ саноқ системасига нисбатан ҳаракати нисбий, тўғри бурчакли рамканинг ва у билан боғланган $O_1x_1y_1z_1$ саноқ системасининг қўзғалмас $A\,\xi\,\eta\,\zeta$ саноқ системасига нисбатан ҳаракати кўчирма ва нуқтанинг қўзғалмас $A\,\xi\,\eta\,\zeta$ саноқ системасига нисбатан ҳаракати мураккаб ҳаракат хисобланади.

М нуқтанинг тўғри бурчакли рамкада чизилган айланадаги ҳолатини унинг айлана бўйлаб ҳаракат қонунидан фойдаланиб, қуйдаги α бурчак орқали аниқлаймиз:

$$\alpha = \frac{s_n}{R} = \frac{40\pi cos\frac{\pi t}{3}}{40}; t = 1 \qquad (2.43)$$

t=1с. да α=90°

М нуқтанинг абсолют тезлигини нуқатанинг мураккаб ҳаракатида тезликларни қўшиш ҳақидаги теоремага асосан, нисбий ва кўчирма тезликларнинг геометрис йиғиндиси каби аниқлаймиз (2.3а-расм)



2.3а-расм.

$$\vec{\vartheta}_M = \vec{\vartheta}_n + \vec{\vartheta}_k. \qquad (2.44)$$

Нисбий тезликнинг модули:

$$\vartheta_n = |\vec{\vartheta}_n|, \qquad (2.45)$$

бу ерда,

$$\tilde{\vartheta}_n = \frac{ds_n}{at} = -\frac{40\pi^2}{3} sin\frac{\pi t}{3}. \qquad (2.46)$$

$t = 1$ секундда,

$$\tilde{\vartheta}_n = \frac{-40\cdot(3,14)^2}{3}\cdot 0,86 = -113,06 \text{ см/с},$$

(2.47)

$$\vartheta_n = 113,06 \text{ см/с}.$$

ϑ_n катталикнинг олдидаги манфий ишора M нуқтанинг нисбий тезлиги s_nнинг камайиш томонига қараб айланага уринма ҳолда йўналишини билдиради (2.3а-расм).

М нуқтанинг кўчирма тезлигини аниқлаймиз.

Кўчирма тезликнинг модули:

$$\vartheta_k = R_k \omega_k \tag{2.48}$$

Бу ифодада R_k тўғри бурчакли рамканинг қаралаётган вақт онида M нукта билан устма – уст тушувчи нуқтаси томонидан, $A\,\xi$ ўқ атрофида чизадиган L айланасининг радиуси, $R_k = R = 40\ sm.$,

ω_k – тўғри бурчакли рамка бурчак тезлигининг модули:

$$\omega_k = |\tilde{\omega}_k|,\ \ \tilde{\omega}_k = \frac{d\varphi_k}{dt} = 3 - 1{,}5t^2. \tag{2.49}$$

$t = 1$ секундда,

$$\tilde{\omega}_k = 1{,}5 \text{ рад/с},\ \ \omega_k = 1{,}5\ \mathrm{rad/s}. \tag{2.50}$$

$\vec{\omega}_k$ катталикнинг мусбат ишораси тўғри бурчакли рамканинг $A\,\xi$ ўқ атрофидаги айланиши φ_k бурчакнинг ўсиш томонига рўй беришини кўрсатади. Шунинг учун $\tilde{\omega}_k$ Кўчирма тезликнинг модули (2.49) формула бўйича ҳисобланади:

$$\vartheta_k = 40 \cdot 1{,}5 = 60\ sm/s. \tag{2.51}$$

$\vec{\vartheta}_k$ вектор L айланага уринма бўйлаб, тўғри бурчакли рамканинг айланиш томонига қараб йўналган.

$\vec{\vartheta}_k$ ва $\vec{\vartheta}_n$ векторлар ўзаро перпендикуляр бўлгани учун M нуқта абсолют тезлигининг модули: (2.3а-расм)

$$\vartheta_M = \sqrt{\vartheta_n^2 + \vartheta_k^2} = 128\ sm/s. \tag{2.52}$$

2. М нуқтанинг абсолют тезланишини аниқлаймиз.

M нуқтанинг абсолют тезланишини нуқтанинг мураккаб ҳаракатида тезланишларни қўшиш теоремасидан аниқлаймиз. Масалада, кўчирма ҳаракат илгариланма бўлмаган мураккаб ҳаракат бўлганлиги учун, абсолют тезланиш нисбий, кўчирма ва Кориолис тезланишларининг геометрик йиғиндисига тенг:

$$\vec{a}_M = \vec{a}_n + \vec{a}_k + \vec{a}_c, \tag{2.53}$$

ёки, ёйилган кўринишда

$$\vec{a}_M = \vec{a}_n^\tau + \vec{a}_n^n + \vec{a}_k^\tau + \vec{a}_k^n + \vec{a}_c. \quad (2.54)$$

Нисбий уринма тезланишнинг модули

$$a_n^\tau = |\tilde{a}_n^\tau|, \quad (2.55)$$

бу ифодада,

$$\tilde{a}_n^\tau = \frac{d^2 s_n}{at^2} = -\frac{40\pi^2}{9} cos\frac{\pi t}{3}. \quad (2.56)$$

$t = 1$ секундда,

$$\tilde{a}_n^\tau = -21{,}91 \text{ см/с}^2,$$

$$a_n^\tau = 21{,}91 \text{ см/с}^2.$$

$\tilde{a}_n^\tau$нинг манфий ишораси $\vec{a}_n^\tau$ векторнинг s_n нинг камайиш томонигақараб йўналганлигини кўрсатади. $\tilde{a}_n^\tau$ ва $\tilde{v}_n$ ишоралари бир хил. Демак, $\vec{a}_n^\tau$ ва $\vec{v}_n$ векторлари бир хил йўналишга эга. Нисбий нормал тезланиш:

$$a_n^n = \frac{\vartheta_n^2}{R} = 319{,}56$$

$\vec{a}_n^n$ вектор М нуқтадан O_1 нуқта тамонё`налган . (2.3б-расм)

Кўчирма айланма тезланишнинг модули 2.3-расм

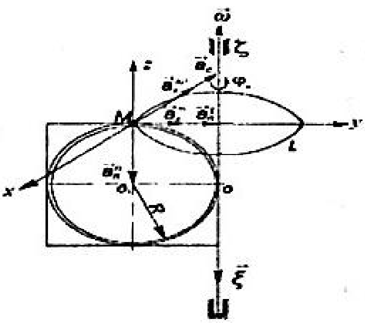
$$a_k^\tau = R_k \mathcal{E}_k; \quad (2.57)$$

Бу ифодада$\mathcal{E}_k = |\vec{\mathcal{E}}_k|$ – тўғри бурчакли рамканинг бурчак тезланишининг модули

$$\tilde{\mathcal{E}}_k = \frac{d^2 \varphi_k}{at^2} = -3t. \quad (2.58)$$

$t = 1$ секундда,

$\tilde{\mathcal{E}}_k = -3\, rad/s^2$, $\mathcal{E}_k = 3\, rad/s^2$.$\tilde{\mathcal{E}}_k$ ва $\tilde{\omega}_k$ ларнинг ишоралари ҳар хил. Демак, тўғри бурчакли рамканинг айланиши секинланувчан, $\vec{\omega}_k$ ва $\vec{\mathcal{E}}_k$ векторларнинг йўналишлари қарама – қарши бўлади (2.3б-расм).



2.3б-расм.

(2.58) га асосан,

$$a_k^{\tau} = 40 \cdot 3 = 120\, sm/s^2.$$

$\vec{a}_k^{ayl}$ ва $\vec{\vartheta}_k$ векторлар қарама-қарши томонларга йўналган (2.3а – 2.3б-расмлар)

Кўчирма марказга интилма нормал тезланишнинг модули

$$a_k^n = R_k \omega_k^2 = 40 \cdot (1{,}5)^2 = 90\, sm/s^2. \quad (2.59)$$

$\vec{a}_k^n$ вектор L айлананинг маркази томон йўналган.

Кориолис тезланишининг модули

$$a_c = 2\omega_k \vartheta_n \sin(\vec{\omega}_k\, \vec{\vartheta}_n), \quad (2.60)$$

бу ифодада,

$$\sin(\vec{\omega}_k \vec{\vartheta}_n) = sin 90^0 = 1. \quad (2.61)$$

ω_k ва ϑ_n ларнинг юқорида топилган қийматларини ҳисобга олган ҳолда a_c учун қуйидаги натижага эга бўламиз:

$a_c = 2 \cdot 1{,}5 \cdot 113{,}06 = 339{,}18\, sm/s^2$.

$\vec{a}_c$ вектор $(\vec{\omega}_k x \vec{\vartheta}_n)$ вектор кўпайтма қоидасига мувофиқ йўналган (2.3б-расм).

M нуқта абсолют тезланишининг модулини проектсиялаш усули орқали аниқлаймиз:

$$a_{Mx} = -a_k^{ayl} - a_c = 459{,}18\, sm/s^2;$$

$$a_{My} = a_n^{\tau} + a_k^{mu} = 111{,}91 \frac{sm}{s^2};$$

$$a_{Mz} = -a_n^n = -319{,}56\, sm/s^2;$$

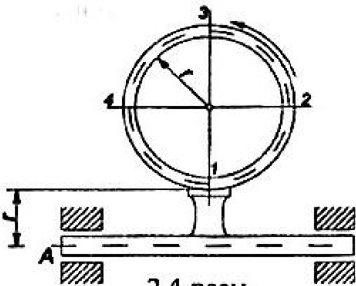
$$a_M = \sqrt{a_{mx}^2 + a_{my}^2 + a_{mz}^2} = 570{,}5\, sm/s^2.$$

М нуқта абсолют тезланишининг йўналиши 2.3-расмда кўрсатилган хисоблаш натижалари қуйидаги жадвалда келтирилган.

$\tilde{\omega}_k$, рад/с	Тезлик, см/с			ε_k, рад/с²	Тезланиш, см/с²								
	ϑ_k	ϑ_n	ϑ_M		$a_k^{тл}$	a_k^{ayl}	a_n^{τ}	a_n^{n}	a_c	a_{Mx}	a_{My}	a_{Mz}	a_M
115	60	113,06	128	-3	90	120	21,91	319,56	339,18	459,18	111,91	319,56	570,5

2-масала.

Радиус r бўлган ковак халқа АВ вал билан маҳкам бириктирилган, бунда валнинг ўқи халқа ўқининг текислигида жойлашган. Халқа расмда кўрсатилган стрелка йўналишида ўзгармас u нисбий тезлик билан ҳаракат қилувчи суюқлик билан тўлдирилган.



2.4-расм.

Агар айланиш ўқи бўйича А дан В га қаралса, АВ вал соат стрелкаси айланадиган томонга айланади. Валнинг ω бурчак тезлиги ўзгармас. 1, 2, 3 ва 4 нуқталардаги суюқлик зарраларининг абсолют тезланишлари миқдорлари аниқлансин (4-расм).

Ечиш: Масалада суюқлик зарраларининг халқа ичидаги ҳаракати нисбий ҳаракат, халқанинг эса, АВ вал билан биргаликда соат стрелкаси айланадиган томонга айланиши кўчирма ҳаракат ҳисобланади.

Нуқтанинг мураккаб ҳаракатида тезланишларни қўшиш теоремасига асосан 1,2,3 ва 4 нуқталардаги суюқлик зарраларининг абсолют тезланишлари қуйидаги формула асосида аниқланади:

$$\vec{a} = \vec{a}_в + \vec{a}_k + \vec{a}_c = \vec{a}_n^n + \vec{a}_n^\tau + \vec{a}_k^n + \vec{a}_k^\tau + \vec{a}_c. \qquad (2.62)$$

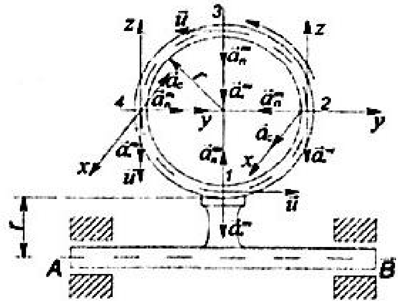
Масала шартига кўра:

$$\vartheta_n = u = const;$$

$$\omega_k = \omega = const.$$

Шунинг учун барча нуқталарда

$a_n^\tau = 0, \qquad a_k^\tau = 0.$



2.4а-расм

1-нуқтада суюқлик зарраларининг абсолют тезланишининг миқдорини аниқлаймиз (2.4а-расм).

$$a_n^n = \frac{u^2}{r}; \quad a_k^n = \omega^2 \cdot r; \quad a_c = 2\omega_k \vartheta_n \cdot \sin(\widehat{\vec{\omega}_n \vartheta_n}) = 0: \tag{2.63}$$

Шунинг учун

$$a_1 = a_k^n - a_n^n = \omega^2 r - \frac{u^2}{r}; \tag{2.64}$$

2-нуқтада суюқлик зарраларининг абсолют тезланишининг миқдорини аниқлаймиз (2.4а-расм).

$$a_n^n = \frac{u^2}{r}; \quad a_k^n = \omega^2 \cdot 2r; \tag{2.65}$$

$$a_c = 2 \cdot \omega_k \vartheta_n \sin(\widehat{\vec{\omega}_k \vec{\vartheta}_n}) = 2 \cdot \omega_k \cdot \vartheta_n = 2\omega \cdot u. \tag{2.66}$$

Буларни эътиборга олсак,

$$a_2 = \sqrt{(a_c)^2 + (-a_n^n)^2 + (-a_k^n)^2} = \sqrt{4\omega^2 u^2 + \frac{u^4}{r^2} + 4\omega^4 r^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{4\omega^2 u^2 r^2 + u^4 + 4\omega^4 \cdot 2^4}{2^2}} = \frac{1}{r}\sqrt{(u^2 + 2\omega^2 2^2)^2} =$$

$$=\frac{1}{r}(u^2+2\omega^2 2^2)=\frac{u^2}{r}+2\omega^2 r.$$

3-нуқтада суюқлик зарраларининг абсолют тезланишининг миқдори қуйидагига тенг бўлади (3.68б-расм).

$$a_n^n=\frac{u^2}{r};\quad a_k^n=\omega^2\cdot 3r; \tag{2.67}$$

$$a_c=2\cdot\omega_k\vartheta_n\sin(\vec{\omega}_k\hat{\,}\vec{\vartheta}_n)=0. \tag{2.68}$$

Шунинг учун

$$a_3=a_n^n+a_k^n=\frac{u^2}{r}+3\omega^2 r. \tag{2.69}$$

4-нуқтада суюқлик зарраларининг абсолют тезланишининг миқдорини аниқлаймиз.

$$a_n^n=\frac{u^2}{r};\quad a_k^{mi}=\omega^2\cdot 2r. \tag{2.70}$$

$$a_c=2\cdot\omega_k\vartheta_n\sin(\vec{\omega}_k\hat{\,}\vec{\vartheta}_n)=2\omega_k\vartheta_n=2\omega u. \tag{271}$$

Шунинг учун

$$a_4=\sqrt{(-a_c)^2+(-a_n^{mi})^2+(-a_k^{mi})^2}$$

$$=\sqrt{(-2\omega u)^2+\left(\frac{u^2}{r}\right)^2+(2\omega^2 r)^2}=\frac{u^2}{r}+2\omega^2 r.$$

2.1.4. Мустақил ечиш учун талабаларга тавсия этиладиган масалалар

Топшириқ К-1

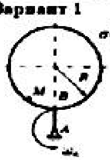
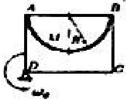
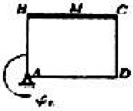
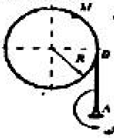
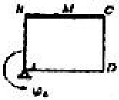
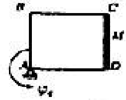
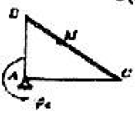
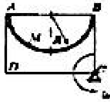
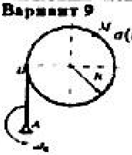
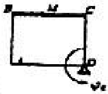
Нуқтанинг абсолют тезлик ва абсолют тезланишини аниқлаш.

Геометрик фигура унинг текислигига перпендикуляр бўлган ўқ атрофида айланади. Фигурадаги каналча бўйича моддий нуқта $\delta=\delta(t)$қонунига мувофиқ ҳаракатланади. Моддий нуқтанинг $t=t_1$ вақт моменти учун абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши аниқлансин.

Масала шартида $\delta = \delta(t)$ функция, фигуранинг айланиш қонуни $\varphi_к = \varphi_e(t)$, t_1 вақт қийматлари ва фигуранинг ўлчамлари берилган.

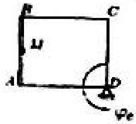
Изоҳ:

- топшириқ варианти талабага ўқитувчи томонидан берилади
- ҳисобот учун титул варағи иловадан олинади.

Вариант 1 $\sigma(t) = BM = \frac{2\pi}{3}(t^2 + 50)$ см.  $\omega_e = 0.06$ рад/с, $R = 51$ см, $AB = 2$ см, $t_1 = 1$ с.	**Вариант 2** $\sigma(t) = AM = \frac{\pi}{4}(t^2 + 3)$ см  $\omega_e = 1.54$ рад/с, $R = 11$ см, $AD = 13$ см, $t_1 = 2$ с.
Вариант 3 $\sigma(t) = BM = \frac{2}{3}(t^2 + 50)$ см.  $\varphi_e = 0.02t^2$, $AB = 26$ см, $BC = 51$ см, $t_1 = 1$ с.	**Вариант 4** $\sigma(t) = BM = \frac{3\pi}{2}(t^2 + 4)t$ см.  $\omega_e = 3.72$ рад/с, $R = 39$ см, $AB = 44$ см, $t_1 = 3$ с.
Вариант 5 $\sigma(t) = BM = \frac{2}{3}(t^2 + 50)$ см  $\varphi_e = 0.02t^2$, $AB = 26$ см, $BC = 51$ см, $t_1 = 1$ с.	**Вариант 6** $\sigma(t) = DM = \frac{3}{4}(t^2 + 3)$ см.  $\varphi_e = 0.15t^2$, $AB = 11$ см, $BC = 13$ см, $t_1 = 2$ с.
Вариант 7 $\sigma(t) = BM = \frac{5}{6}(t^2 + 2t)$ см.  $\varphi_e = 0.60t^2$, $AB = 2$ см, $AC = 4$ см, $t_1 = 1$ с.	**Вариант 8** $\sigma(t) = AM = \frac{\pi}{4}(t^2 + 2)t$ см.  $\omega_e = 0.67$ рад/с, $R = 3$ см, $AD = 5$ см, $t_1 = 1$ с.
Вариант 9 $\sigma(t) = BM = \frac{\pi}{3}(t^2 + 51)$ см  $\omega_e = 0.04$ рад/с, $R = 55$ см, $AB = 60$ см, $t_1 = 2$ с.	**Вариант 10** $\sigma(t) = BM = \frac{1}{2}(t^2 + 4)$ см.  $\varphi_e = 0.1t^2$, $AB = 16$ см, $BC = 31$ см, $t_1 = 3$ с.

Вариант 11

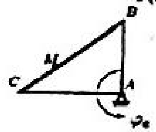
$\sigma(t) = AM = \frac{2}{3}(t^2 + 6t)$ см.



$\varphi_e = 0.04t^2$,
$AB = 27$ см,
$BC = 29$ см,
$t_1 = 3$ с.

Вариант 12

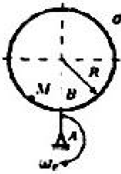
$\sigma(t) = BM = \frac{3}{4}(t^2 + 4)t$ см.



$\varphi_e = 0.15t^2$,
$AB = 20$ см,
$AC = 35$ см,
$t_1 = 3$ с.

Вариант 13

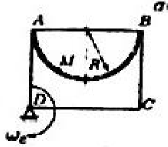
$\sigma(t) = BM = \frac{5\pi}{3}(t^2 + 50)$ см.



$\omega_e = 0.2$ рад/с,
$R = 51$ см,
$AB = 2$ см,
$t_1 = 1$ с.

Вариант 14

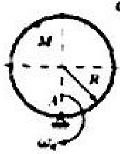
$\sigma(t) = AM = \frac{\pi}{2}(t^3 + 4)$ см.



$\omega_e = 1.37$ рад/с,
$R = 31$ см,
$AD = 33$ см,
$t_1 = 3$ с.

Вариант 15

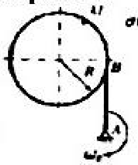
$\sigma(t) = AM = \frac{4\pi}{3}(t^2 + 4t)$ см.



$\omega_e = 1.61$ рад/с,
$R = 12$ см,
$t_1 = 2$ с.

Вариант 16

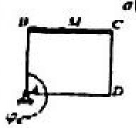
$\sigma(t) = BM = \frac{3\pi}{4}(t^2 + 3)t$ см.



$\omega_e = 0.94$ рад/с,
$R = 14$ см,
$AB = 19$ см,
$t_1 = 2$ с.

Вариант 17

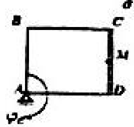
$\sigma(t) = BM = \frac{5}{6}(t^2 + 50)$ см.



$\varphi_e = 0.02t^2$,
$AB = 26$ см,
$BC = 51$ см,
$t_1 = 1$ с.

Вариант 18

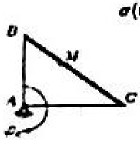
$\sigma(t) = DM = \frac{1}{2}(t^3 + 4)$ см.



$\varphi_e = 0.06t^2$,
$AB = 31$ см,
$BC = 33$ см,
$t_1 = 3$ с.

Вариант 19

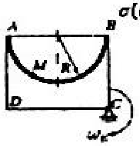
$\sigma(t) = BM = \frac{2}{3}(t^2 + 6t)$ см.



$\varphi_e = 0.08t^2$,
$AB = 14$ см,
$AC = 24$ см,
$t_1 = 3$ с.

Вариант 20

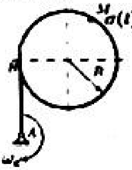
$\sigma(t) = AM = \frac{3\pi}{4}(t^2 + 4)t$ см.



$\omega_e = 4.14$ рад/с,
$R = 39$ см,
$AD = 41$ см,
$t_1 = 3$ с.

Вариант 21

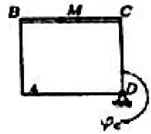
$\sigma(t) = BM = \frac{5\pi}{3}(t^2 + 52)$ см.



$\omega_e = 0.95$ рад/с,
$R = 61$ см,
$AB = 66$ см,
$t_1 = 3$ с.

Вариант 22

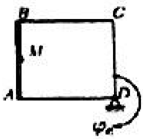
$\sigma(t) = BM = \frac{1}{6}(t^3 + 2)$ см.



$\varphi_e = 0.08t^2$,
$AB = 2$ см,
$BC = 3$ см,
$t_1 = 1$ с.

Вариант 23

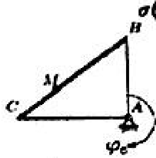
$\sigma(t) = AM = \frac{1}{4}(t^2 + 6t)$ см.



$\varphi_e = 0.02t^2$,
$AB = 27$ см,
$BC = 29$ см,
$t_1 = 3$ с.

Вариант 24

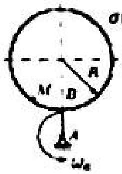
$\sigma(t) = BM = \frac{1}{3}(t^2 + 2)t$ см.



$\varphi_e = 0.47t^2$,
$AB = 2$ см,
$AC = 4$ см,
$t_1 = 1$ с.

Вариант 25

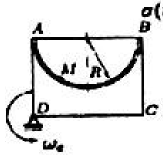
$\sigma(t) = BM = \frac{3\pi}{2}(t^2 + 51)$ см.



$\omega_e = 0.24$ рад/с,
$R = 55$ см,
$AB = 2$ см,
$t_1 = 2$ с.

Вариант 26

$\sigma(t) = AM = \frac{2\pi}{3}(t^3 + 4)$ см.



$\omega_e = 1.21$ рад/с,
$R = 31$ см,
$AD = 33$ см,
$t_1 = 3$ с.

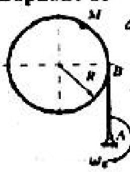
Вариант 27

$\sigma(t) = AM = \frac{3\pi}{4}(t^2 + 4t)$ см.

$\omega_e = 0.85$ рад/с,
$R = 12$ см,
$t_1 = 2$ с.

Вариант 28

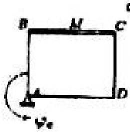
$\sigma(t) = BM = \frac{5\pi}{3}(t^2 + 2)t$ см.



$\omega_e = 4.07$ рад/с,
$R = 3$ см,
$AB = 8$ см,
$t_1 = 1$ с.

Вариант 29

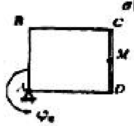
$\sigma(t) = BM = \frac{1}{6}(t^2 + 50)$ см.



$\varphi_e = 0.01t^2$,
$AB = 26$ см,
$BC = 31$ см,
$t_1 = 1$ с.

Вариант 30

$\sigma(t) = DM = \frac{1}{4}(t^3 + 2)$ см.



$\varphi_e = 0.07t^2$,
$AB = 3$ см,
$BC = 5$ см,
$t_1 = 1$ с.

2.2. Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофидаги айланма ҳаракати

Агар қаттиқ жисмнинг ҳаракати давомида унинг икки нуқтаси қўзғалмас ҳолда қолиб, қолган барча нуқталари марказлари қўзғалмас нуқталарни бирлаштирувчи чизиқда бўлиб, унга перпендикуляр бўлган текисликда ётувчи айланалар бўйлаб ҳаракатланса, қаттиқ жисмнинг бундай ҳаракати қўзғалмас ўқ атрофидаги айланма ҳаракати дейилади.

Қўзғалмас ўқ атрофида айланувчи қаттиқ жисмнинг ҳаракат тенгламаси қуйидагича ифодаланади:

$$\varphi = \varphi(t) \tag{2.72}$$

Бу ифодада φ – бурилиш бўлиб, бирор қўзғалмас текисликка нисбатан аниқланади. Бурилиш бурчаги радианларда ўлчанади.

Қаттиқ жисмнинг айланма ҳаракати бурчак тезлик ва бурчак тезланиш билан характерланади. Бурчак тезлик қаттиқ жисмнинг айланма харакати жадаллигини ифодаловчи катталик бўлиб, бурилиш бурчагидан вақт бўйича олинган ҳосила орқали аниқланади.

$$\omega = \omega_z = \dot{\varphi} \tag{2.73}$$

Унинг модули $\omega = |\omega_z| = |\dot{\varphi}|$ ифода орқали аниқланади, ўлчов бирлиги рад/с=1/с=$c^{-1}n$.

Бурчак тезланиш айланма ҳаракатда бурчак тезликни ўзгариши жадаллигини ифодаловчи катталик бўлиб, бурчак тезликдан вақт бўйича ҳисобланган биринчи ёки бурилиш бурчагидан вақт бўйича ҳисобланган иккинчи тартибли ҳосила орқали аниқланади:

$$\varepsilon = \omega_z' = \dot{\varphi}$$

(2.74)

Унинг модули $\varepsilon = |\dot{\omega}_z| = |\dot{\varphi}|$ ифода орқали аниқланади, ўлчов бирлиги рад/с$^2 = 1/c^2 = c^{-2}$.

Агар бурчак тезлик ва бурчак тезланишларнинг алгебраик қийматлари бир хил ишорага эга бўлса, айланма ҳаракат тезланувчан бўлади. Бундай ҳаракатда бурчак тезлик вектори $\vec{\omega}$ ва бурчак тезланиш вектори $\vec{\varepsilon}$ лар айланиш ўқи бўйлаб бир томонга йўналади.

Агар бурчак тезлик ва бурчак тезланишларнинг алгебраик қийматлари ҳар хил ишорага эга бўлса, айланма ҳаракат секинлашувчан бўлади.

Бундай ҳаракатда бурчак тезлик вектори $\vec{\omega}$ ва бурчак тезланиш вектори $\vec{\varepsilon}$ -лар айланиш ўқи бўйлаб қарама қарши томонларга йўналади.

Агар каттиқ жисмнинг айланма ҳаракатида $\omega = const$ бўлса, бундай ҳаракат текис айланма, $\varepsilon = const$ бўлса юзага келадиган айланма ҳаракат текис ўзгарувчан (текис тезланувчан ёки текис секинлашувчан) бўлади.

Қўзғалмас ўқ атрофида айланма ҳаракатда бўлган каттиқ жисм нуқталарининг чизиқли тезликлари мазкур нуқталардан айланиш ўқигача бўлган масофаларга тўғри пропорционал бўлади:

$$v = \omega * R \tag{2.75}$$

Бу ифодада ω- айланма ҳаракат бурчак тезлиги (2.75) ифода Эйлер формуласини ифодалайди.

Қўзғалмас ўқ атрофида айланма ҳаракатда бўлган каттиқ жисм нуқталарининг тўла тезланиши унинг уринма $\overrightarrow{\alpha_\tau}$ ва марказга интилма $\overrightarrow{\alpha_n}$ тезланишларининг геометрик йиғиндисидан иборат бўлади:

$$\alpha = \overrightarrow{\alpha_\tau} + \overrightarrow{\alpha_n} \tag{2.76}$$

Уринма тезланиш модули $\alpha_\tau = \varepsilon * R$ марказга интилма (нормал) тезланиш модули эса $\alpha_n = \omega^2 * R$ формулалар ёрдамида аниқланади.

Моддий нуқта тўла тезланиши қуйидаги формула асосида аниқланади.

$$\alpha = \sqrt{\alpha_\tau^2 + \alpha_n^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \tag{2.77}$$

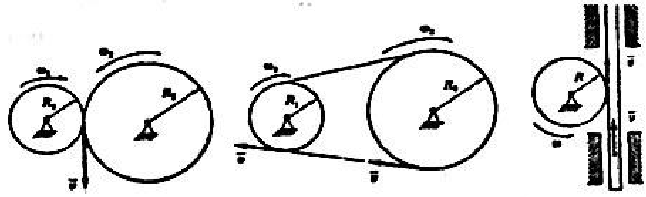
Уринма тезланиш вектори нуқта траекториясига уринма ҳолда, нормал марказга интилма тезланиш вектори эса, айланма ҳаракат маркази томон йўналади.

Тўла тезланишнинг нормал марказга интилма тезланиш билан ҳосил қилган бурчаги қуйидагича аниқланади:

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{|\varepsilon|}{\omega^2} \tag{2.78}$$

Шуни таъкидлаш лозимки, кундалик хаётда ишлатиладиган турли механизмларда, ҳар хил узатмалар (тишли фракцион) ёрдамида илгариланма ҳаракатни айланма харакатга ва аксинча, айланма ҳаракатни илгариланма ҳаракатга ўзгартириш мумкин.

Бундай ҳолларни қуйида келтирилган расмлардан кўриш мумкин.



а) б) в)

2.5-расм.

Бундай механизмларнинг ҳаракатини ўрганишда механизм турли қисмларига таалуқли, лекин улар учун умумий бўлган нуқталарнинг тезликлари ўзаро тенг бўлишини назарда тутишимиз лозим. Натижада а,б расмлар учун $\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$ ёки $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1}$, бўлиши б расм учун эса $v = \omega * R$ формула ўринли бўлиши маълум бўлади.

2.2.1. Қаттиқ жисмнинг илгариланма ва қўзғалмас ўқ атрофида айланма ҳаракатига доир масалаларни ечиш учун услубий кўрсатмалар

Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофида айланишига доир масалаларни қуйидаги тартибда ечиш тавсия этилади:

1. Координаталар системаси танлаб олинади, бунда координата ўқларидан бирини (z ўқини) айланиш ўқи бўйлаб йўналтириш мақсадга мувофиқ бўлади.
2. Қаттиқ жисмнинг айланма ҳаракати тенгламаси тузилади.
3. Қаттиқ жисмнинг айланиш бурчагидан вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила ҳисоблаб, бурчак тезликнинг айланиш ўқидаги проекцияси аниқланади.
4. Қаттиқ жисмнинг айланиш бурчагидан вақт бўйича иккинчи тартибли ҳосила ҳисоблаб, бурчак тезланишнинг айланиш ўқидаги проектсияси аниқланади.

5. Айланма ҳаракат бурчак тезлигини билган ҳолда, жисм нуқтасининг чизиқли тезлиги ва нормал тезланиши аниқланади.

6. Айланма ҳаракат бурчак тезланишини билган ҳолда, жисм нуқтасининг уринма тезланиши аниқланади.

7. Аниқланган нормал ва уринма тезланишлар орқали жисм нуқтасининг тўла тезланиши аниқланади.

Агар масалада қаттиқ жисмнинг бурчак тезланиши ёки бурчак тезлиги берилган бўлиб, айланма ҳаракат тенгламасини қаттиқ жисм нуқталарининг тезлиги ва тешланишини аниқлаш талаб этилса, масалани қуйидаги тартибда ечиш мақсадга мувофиқ бўлади.

1. Қаттиқ жисм бурчак тезланишининг айланиш ўқидаги проекциясини ифодаловчи тенгламани интеграллаб, бурчак тезликнинг айланиш ўқидаги проекциясини аниқлаймиз. Бундан интеграллаш доимийлари –ўзгармаслари бошланғич катталиклар орқали аниқланади.

2. Бурчак тезликнинг айланиш ўқидаги проекциясини ифодаловчи тенгламани интеграллаб, жисмнинг айланма ҳаракат тенгламасини аниқлаймиз. Бунда ҳам интеграллаш ўзгармаслари бошланғич катталиклар орқали аниқланади.

3. Бурчак тезликнинг айланиш ўқидаги проекцияси ифодасидан фойдаланиб, жисм нуқталарининг тезлигини ва нормал тезланишини аниқлаймиз.

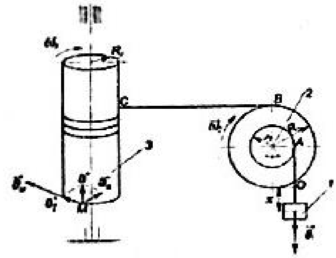
4. Бурчак тезланишнинг айланиш ўқидаги проекцияси ифодасидан фойдаланиб, жисм нуқталарининг уринма тезланишларини аниқлаймиз.

5. Жисм нуқталарининг нормал ва уринма тезланишларини билган ҳолда унинг тўла тезланиши аниқланади.

2.2.2. Жисмларнинг илгариланма ва айланма ҳаракатларини механизмларда қўлланишига доир масалалар

1-масала. 1-жисмнинг ҳаракат тенгламаси $x = 10 + 30t^2$ га кўра, унинг вертикал ўқ бўйлаб, $s = 0{,}3$м йўлни ўтган вақт моментида, 3 жисм M нуқтасининг тезлиги, уринма, нормал ва тўла тезланиши топилсин (2.6-расм).

Шкив ва цилиндр ўлчамлари қуйидагича: $R_2 = 30\ sm,\ r_2 = 20$ см, $R_3 = 30\ sm$.



2.6-расм.

Ечиш:

Биринчи жисмнинг $s = 0{,}3m = 30\ sm$

йўлни ўтиш вақти τ ни топамиз:

$s = x_{t=\tau} - x_{t=0} = 10 + 30\tau^2 - 10 = 30\tau^2.$

Бундан,

$$\tau = \sqrt{s/30} = \sqrt{s/30} = 1\ s. \qquad (2.79)$$

Биринчи жисм тезлигини аниқлаш учун унинг ҳаракат тенгламасидан вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила ҳисоблаймиз:

$$\vartheta_1 = \frac{dx}{dt} = (10 + 30t^2)' = 60t. \qquad (2.80)$$

Агар биринчи жисм осилган, ҳамда 2- ва 3- жисмларни бириктирувчи тасмаларни чўзилмайди деб олсак, $\vec{\vartheta}_A = \vec{\vartheta}_1$ бўлади. У вақтда

2- жисмнинг бурчак тезлиги

$$\omega_2 = \frac{\vartheta_A}{r_2} = \frac{\vartheta_1}{r_2} = \frac{60t}{20} = 3t \ \text{ бўлади.}$$

Бу жисм B нуқтасининг тезлиги:

$$\vartheta_B = \omega_2 \cdot R_2 = 3t \cdot 30 = 90t. \qquad (2.81)$$

BC тасмани ҳам чўзилмайди, деб олсак,

$$\vartheta_B = \vartheta_c = 90\,t \text{бўлади.}$$

Бу ҳолатда 3-жисмнинг бурчак тезлиги қуйидаги формула билан аниқланади:

$$\omega_3 = \frac{\vartheta_c}{R_3} = \frac{90t}{30} = 3t\frac{1}{s} \qquad (2.82)$$

3-жисмнинг бурчак тезланиши эса унинг бурчак тезлигидан вақт бўйича ҳисобланган биринчи тартибли ҳосилага тенг:

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{at} = (3t)' = 3\frac{1}{c^2} \tag{2.83}$$

M ва *C* нуқталар цилиндрнинг сиртида, яъни айланиш ўқидан бир хил масофада ётганлиги учун, уларнинг тезликлари, уринма, нормал ва тўла тезланишлари ўзаро тенг бўлади. Шунинг учун:

$$\vartheta_M = \vartheta_c = \omega_3 \cdot R_3 = 3t \cdot 30 = 90t, \tag{2.84}$$

$$a_\tau = \varepsilon_3 R_3 = 3 \cdot 30 = 90, \tag{2.85}$$

$$\vartheta_n = \omega_3^2 \cdot R_3 = 9t^2 \cdot 30 = 270t^2, \tag{2.86}$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{90^2 + (270t^2)^2} = \sqrt{8100 + 72900t^4}. \tag{2.87}$$

$t = \tau = 1$ секундда:

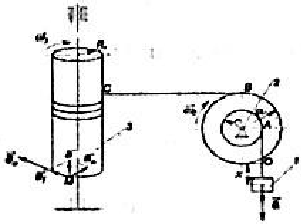
$$\vartheta_M = 90 \cdot 1 = 90 \text{см/с}, \tag{2.88}$$

$$a_\tau = 90 \text{ см/с}^2, \tag{2.89}$$

$$a_n = 270 \cdot 1 = 270 \text{см/с}, \tag{2.90}$$

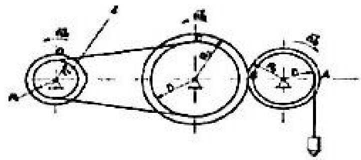
$$a = \sqrt{8100 + 72900} = 284{,}6 \text{ см/с}^2. \tag{2.91}$$

M нуқтанинг тезлиги, уринма, нормал ва тўла тезланиши (2.6а- расмда кўрсатилган).



2.6а-расм.

2-масала. 1-жисмнинг ҳаракат тенгламаси $x = 5 + 8t^2$ га кўра, унинг вертикал ўқ бўйлаб, $s = 0{,}32$ м йўлни босиб ўтган вақт моментида, 4-жисм M нуқтасининг тезлиги, уринма, нормал ва тўла тезланишлари топилсин. 2,3,4 жисмлар радиуслари $r_2 = 16\,sm$, $R_2 = 20\,sm$, $r_3 = 20\,sm$, $R_3 = 25\,sm$, $r_4 = 8\,sm/s$, $R_4 = 12\,sm$га тенг (2.6б-расм)



2.6б-расм.

Ечиш:

1-жисмнинг $s = 0{,}32$ м йўлни босиб ўтиш вақти τ ни аниқлаймиз:

$$s = x_{t=\tau} - x_{t=0} = 5 + 8\tau^2 - 5 = 8\tau^2. \quad (2.92)$$

Бундан,

$$\tau = \sqrt{S/8} = \sqrt{32/8} = 2\ s. \quad (2.93)$$

Биринчи жисм тезлигини топамиз. Бунинг учун унинг ҳаракат тенгламасидан вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила ҳисоблаймиз:

$$\vartheta_1 = \frac{dx}{at} = 16t. \quad (2.94)$$

Юк осилган арқонни чўзилмайди деб ҳисобласак, 2 жисмнинг бурчак тезлиги қуйидагича аниқланади:

$$\omega_2 = \frac{\vartheta_A}{r_2} = \frac{\vartheta_1}{r_2} = \frac{16t}{16} = t; \quad (2.95)$$

бунда, $\vartheta_A = \vartheta_1$ эканлиги эътиборга олинди.

2-жисм B нуқтасининг тезлиги эса $\vartheta_B = \omega_2 \cdot R_2 = 20t$ бўлади.

B нуқтани 2- ва 3- жисмлар учун умумий деб олиб, 3 жисмнинг бурчак тезлигини топамиз:

$$\omega_3 = \frac{\vartheta_Б}{R_3} = \frac{20t}{25} = 0{,}8t. \quad (2.96)$$

3- жисм C нуқтасининг тезлиги эса қуйидагига тенг бўлади:

$$\vartheta_c = \omega_3 \cdot r_3 = 0{,}8t \cdot 20 = 16t \quad (2.97)$$

Агар 3- ва 4- жисмларни бириктирувчи тасмани чўзилмайди деб ҳисобласак,

$$\vartheta_c = \vartheta_D \tag{2.98}$$

бўлади.

Шунинг учун 4- жисмнинг бурчак тезлиги

$$\omega_4 = \frac{\vartheta_d}{r_4} = \frac{16t}{8} = 2t \tag{2.99}$$

бўлади.

4-жисмнинг бурчак тезланишини аниқлаш учун бурчак тезлигидан вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила ҳисоблаймиз:

$$\varepsilon_4 = \frac{d\omega_4}{at} = (2t)' = 2. \tag{2.100}$$

4-жисм M нуқтасининг тезлиги, уринма, нормал ва тўла тезланишлари қуйидагича аниқланади:

$$\vartheta_M = \omega_4 \cdot R_4 = 2t \cdot 12 = 24t, \tag{2.101}$$

$$a_\tau = \varepsilon_4 \cdot R_4 = 2 \cdot 12 = 24, \tag{2.102}$$

$$a_n = \omega_4^2 \cdot R_4 = 4t^2 \cdot 12 = 48t^2, \tag{2.103}$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{576 + 2304t^2}. \tag{2.104}$$

$t = \tau = 2$ секундда:

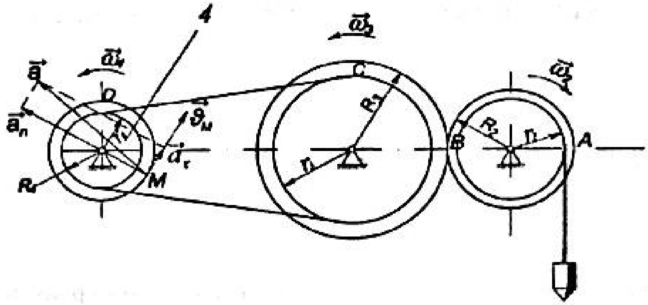
$$\vartheta_m = 24 \cdot 2 = 48 \text{ см/с}^2,$$

$$a_\tau = 24 \text{ см/с}^2,$$

$$a_n = 48 \cdot 4 = 192 \text{ см/с}^2,$$

$$a = \sqrt{576 + 36864} = 193{,}4 \text{ см/с}^2.$$

Тезлик ва тезланишлар учун масштаб танлаб, уларни чизмада кўрсатамиз: M нуқтанинг тезлик вектори нуқтадан траекторияга ўтказилган уринма бўйлаб, тўла тезланиш вектори эса уринма ва нормал тезланишларга қурилган параллелограмнинг диагонали бўйлаб йўналади (2.6в-расм).



2.6в-расм.

2.2.3. Мустақил ечиш учун талабаларга тавсия этиладиган масалалар

Топшириқ К-2.
Илгариланма ва айланма ҳаракатларда қаттиқ жисм нуқталарининг тезликлари ва тезланишларини аниқлаш

Механизм турли узатмалар ёрдамида ўзаро боғланган 1-3 ғилдираклардан, 4-тишли рейка ва ғилдираклардан бирига ўралган ип учига боғланган 5 юкдан ташкил топган. Ғилдираклар радиуслари:

$r_1 = 2$ см, $R_1 = 4$ см

$r_2 = 6$ см, $R_2 = 8$ см

$r_3 = 12$ см, $R_1 = 16$ см

Топшириқ шартида механизмни ҳаракатга келтирувчи звенонинг ёки ҳаракат қонуни, ёки бурчак тезлиги, ёки тезлиги берилган. Бунда φ радианларда, S- сантиметрларда, t-секундларда берилган. Бурилиш бурчаги φ ва бурчак тезлик ω нинг мусбат йўналиши сифатида соат мили ҳаракати йўналишига тескари йўналиш олинсин, S_4, S_5 ва υ_4, υ_5 ларнинг мусбат йўналишлари сифатида вертикал паст томон қабул қилинсин.

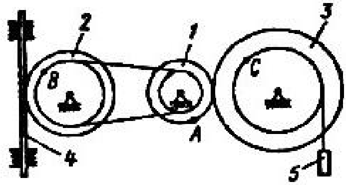
Масалани ечими давомида аниқланиши лозим бўлган катталиклар жадвалда кўрсатилган.

Изоҳ:

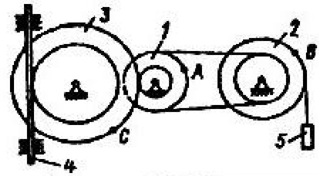
- топшириқ вариантлари ўқитувчи томонидан берилади
- ҳисобот учун титул варағи иловадан олинади.

Номер условия	Дано	Найти	
		скорости	ускорения
1	$s_4 = 4(7t-t^2)$	v_B, v_C	ε_2, a_A, a_5
2	$v_5 = 2(t^2-3)$	v_A, v_C	ε_3, a_B, a_4
3	$\varphi_1 = 2t^2-9$	v_4, ω_2	ε_2, a_C, a_5
4	$\omega_2 = 7t-3t^2$	v_5, ω_3	ε_2, a_A, a_4
5	$\varphi_3 = 3t-t^2$	v_4, ω_1	ε_1, a_B, a_5
6	$\omega_1 = 5t-2t^2$	v_5, v_B	ε_2, a_C, a_4
7	$\omega_2 = 2(t^2-3t)$	v_4, ω_1	ε_1, a_C, a_5
8	$v_4 = 3t^2-8$	v_A, ω_3	ε_3, a_B, a_5
9	$s_5 = 2t^2-5t$	v_4, ω_2	ε_1, a_C, a_4
10	$\omega_3 = 8t-3t^2$	v_5, v_B	ε_2, a_A, a_4

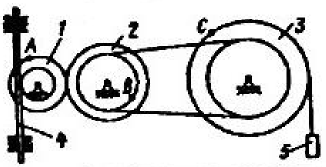
Вариант 1



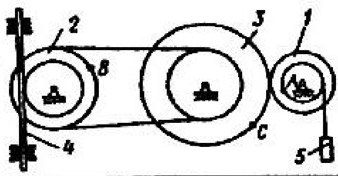
Вариант 2



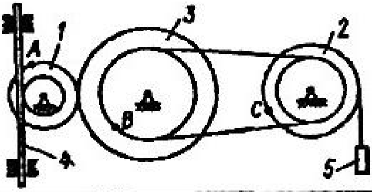
Вариант 3



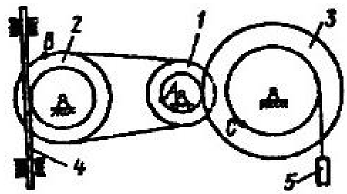
Вариант 4



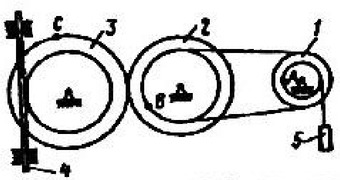
Вариант 5



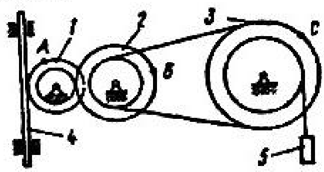
Вариант 6



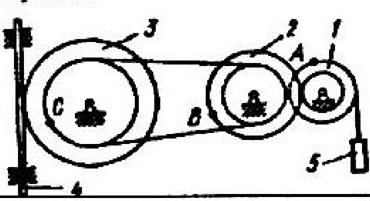
Вариант 7



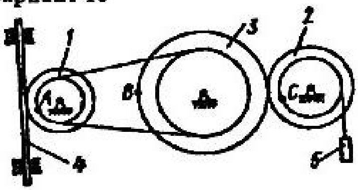
Вариант 8



Вариант 9



Вариант 10



2.3. Қаттиқ жисмнинг текисликка параллел ҳаракати

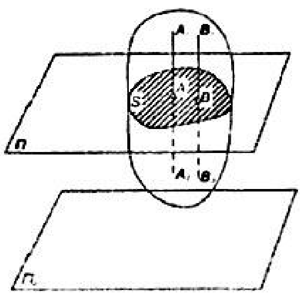
Агар қаттиқ жисмнинг барча нуқталари бирор қўзғалмас текисликка параллел бўлган текисликларда харакатланса, унинг бундай ҳаракати текисликка параллел ҳаракат дейилади.

Қаттиқ жисмнинг текисликка параллел ҳаракатини ўрганиш учун жисмни қўзғалмас текисликка параллел бўлган бирор текислик билан кесишдан ҳосил бўладиган S текис жисмни мазкур шакл текислигидаги ҳаракатини ўрганиш етарли бўлади. (2.7а расм)

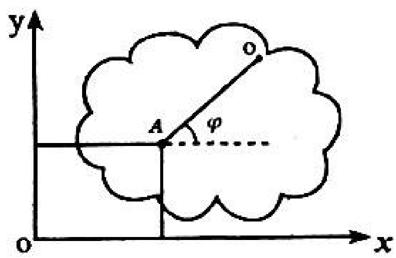
Текис шаклнинг ўз текислигидаги ҳар қандай ҳаракати қутб сифатида танлаб олинган нуқта билан биргаликдаги илгариланма ва унинг атрофидаги айланма ҳаракатлардан ташкил топади. (2.7.б расм)

Текис шаклнинг ўз текислигидаги ҳаракат тенгламалари қутбнинг илгариланма ҳаракат тенгламалари билан қутб атрофидаги айланма ҳаракат тенгламаларидан ташкил топади.

$$\begin{cases} X_A = f_1(t) \\ Y_A = f_2(t) \\ \varphi = f_3(t) \end{cases} \qquad (2.105)$$



2.7.а расм.



2.7.б расм.

Текис шаклнинг қутб атрофидаги айланма ҳаракати унинг бурчак тезлиги ω ва бурчак тезланиши ε билан ҳарактерланади:

$$\begin{cases} \omega = \dfrac{d\varphi}{dt} \\ \varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\varphi}{dt^2} \end{cases} \qquad (2.106)$$

Текис шаклнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши қутбнинг танланишига боғлиқ бўлмайди.

Текис шаклнинг берилган онда тезлиги нолга тенг бўлган нуқтаси текис шакл нуқталари тезликларининг оний маркази дейилади.

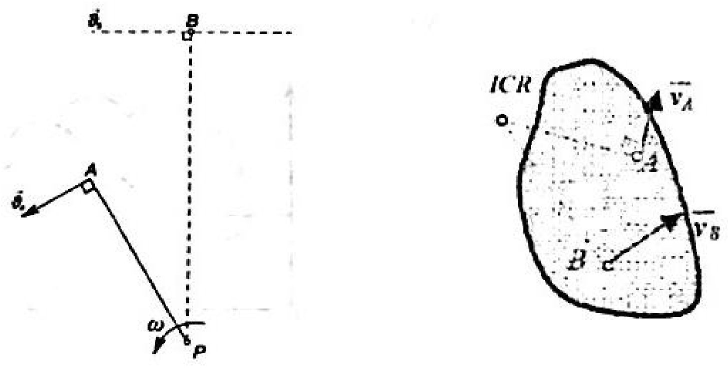
Текис шакл нуқталари тезликларининг оний марказини аниқлашнинг қуйидаги ҳоллари мавжуд.

1) Текис шакл бирор A нуқтасининг тезлиги $\vec{\vartheta}_A$ ва B нуқтасининг тезлигини йўналиши маълум бўлсин. Бундай ҳолда текис шакл нуқталари тезликларининг оний маркази A ва B нуқталар тезликларига ўтказилган перпендикулярларнинг кесишган нуқтасида бўлади (2.7.c-расм).

A нуқта тезлигининг модули маълум бўлгани учун, (2.107) дан текис шаклнинг бурчак тезлигини аниқлаймиз:

$$\omega = \frac{VA}{AP}. \qquad (2.107)$$

AP масофа чизмадан аниқланади.



2.7.c-расм.

У пайтда B нуқтанинг тезлгни микдори қуйдагига тенг бўлади:

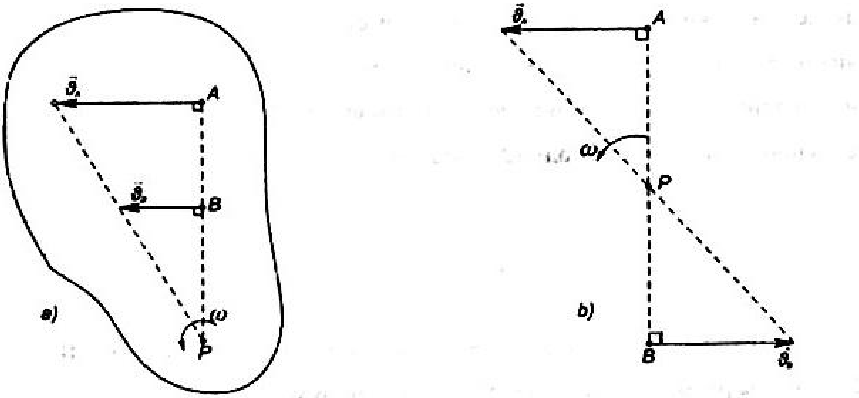
$$\vartheta_B = \omega \cdot BP. \qquad (2.108)$$

2) Текис шакл A ва B нуқталарининг тезликлари параллел ва AB кесмага перпендикуляр бўлса, тезликларнинг оний марказини аниқлаш учун тезликлар модули ҳам маълум бўлиши керак.

(2.107) га кўра :

$$\frac{\vartheta_B}{\vartheta_A} = \frac{BP}{AP}. \qquad (2.109)$$

Шунинг учун ҳам, A ва B нуқталар тезликларининг учи оний марказ орқали ўтувчи чизиқда ётади. Шу чизиқнинг AB чизиқ билан кесишган нуқтаси тезликлар оний марказини ифодалайди.(2.8а,б-расмлар).

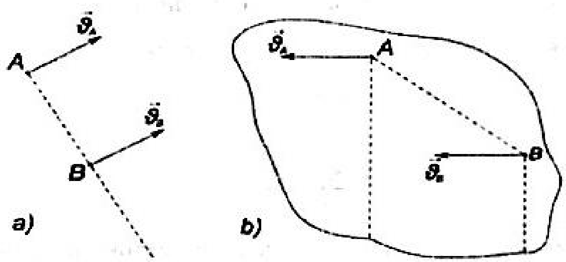


2.8 а,б-расм.

Агар текис шакл A ва B нуқталарининг тезликлари ўзаро тенг ва параллел йўналган бўлса, у ҳолда тезликлар оний маркази чексизликда бўлади ($AP = \infty$).

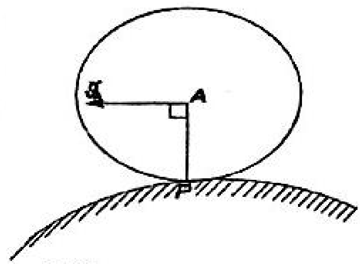
Текис шакл бурчак тезлиги бундай ҳолда нолга тенг бўлиб, у берилган онда илгариланма ҳаракатда бўлади (2.9а,б-расмлар):

$$\omega = \frac{\vartheta_A}{AP} = \frac{\vartheta_A}{\infty} = 0 \qquad (2.110)$$



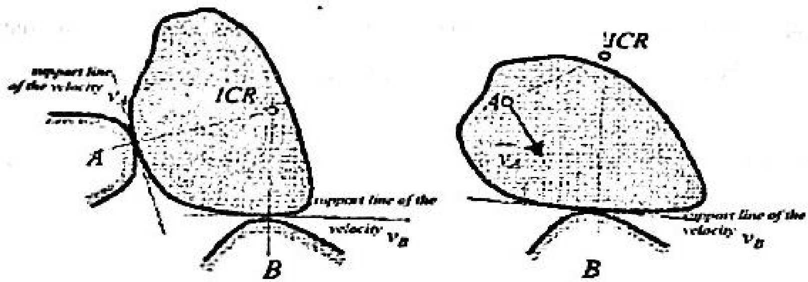
2.9 а,б-расм.

3) Текис шакл контури бирор кўзғалмас чизиқ устида сирпанмасдан думаласа, текис шакл контурининг кўзғалмас чизиққа тегиб турган нуқтасининг тезлиги нолга тенг бўлади. Шунинг учун оний марказ шу уриниш нуқтасида ётади (2.10-расм).



2.10-расм.

4) Текис шакл контури A ва B кўзғалмас 2.10а-расм ёки B кўзғалмас 2.10б-расм расм чизма устида сирпанмасдан думаласа.



2.10 а,б –расмлар.

Шакл тезликларининг оний маркази А ва В нуқталар тезликларига ўтказилган перпендикулярларнинг кесишган нуқтасида бўлади. (2.10а,б-расмлар)

2.3.1. Текис шакл нуқталарининг тезликларини аниқлаш

Текис шакл нуқталарининг тезлиги икки усулда аниқланади:

а) Текис шакл нуқталарининг тезлигини қутб усулида аниқлаш. Бу усулда текис шакл нуқталарининг тезликлари қуйидагича аниқланади.

1. Тезлиги маълум ёки масала шартига кўра аниқланиши мумкин бўлган текис шакл нуқтаси қутб сифатида танланади.
2. Текис шаклда тезлигининг йўналиши маълум бўлган бошқа нуқта аниқланади.
3. Бу нуқтанинг тезлиги текис шакл нуқталарининг тезликлари ҳақидаги теорема асосида ҳисобланади.
4. Текис шаклнинг шу вақт онидаги бурчак тезлиги аниқланади.
5. Текис шакл бурчак тезлигини билган ҳолда, юқорида баён этилган текис шакл нуқталарининг тезликлари ҳақидаги теоремадан, текис шаклнинг сўралган нуқтасининг тезлиги аниқланади.

б) Текис шакл нуқталарининг тезликларини тезликларнинг оний маркази орқали аниқлаш.

Бу усулда текис шакл нуқталарининг тезликлари қуйидагича аниқланади:

1. Текис шакл нуқталари тезликларининг оний маркази аниқланади.
2. Текис шаклнинг тезлиги маълум бўлган нуқтасининг оний радиуси аниқланади ва тезлик модулини оний радиусга бўлиб, текис шаклнинг бурчак тезлиги топилади.
3. Текис шаклнинг бурчак тезлигини билган ҳолда, сўралган нуқтанинг тезлиги аниқланади.

б) Текис шакл нуқталарининг тезликларнинг оний маркази орқали аниқлаш.

2.3.2. Текис шакл нуқталарининг тезланишларини аниқлаш

Текис шакл нуқталарининг тезланишлари орасидаги боғланиш қуйидаги теорема ёрдамида аниқланади:

Теорема. Текис шакл ихтиёрий нуқтасининг тезланиши қутбнинг тезланиши билан мазкур нуқтанинг қутб атрофидаги айланма ҳаракат тезланишининг геометрик йиғиндисига тенг:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_a + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_a + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA} = \vec{a}_A + \overline{\varepsilon x}\vec{A}B + \vec{\omega}x\vec{V}_{BA} \qquad (2.111)$$

Бунда:

$$\vec{a}^{\tau}_{BA} = AB \cdot \varepsilon_{\text{[illegible]}} \qquad \vec{a}^{n}_{BA} = AB \cdot \omega^2 \qquad (2.112)$$

$\vec{a}_{BA}$ тезланишнинг модули қуйидагича аниқланади:

$$\vec{a}_{BA} = \sqrt{(\vec{a}^{\tau}_{BA})^2 + (\vec{a}^{n}_{BA})^2} = AB\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \qquad (2.113)$$

2.3.3. Текисликка параллел ҳаракатда бўлган жисм нуқталарининг тезлик ва тезланишларини аниқлашга доир масалаларни ечиш учун услубий кўрсатмалар

Текисликка параллел ҳаракатда бўлган жисм нуқталарининг тезланишларини аниқлашга доир масалаларни қуйидаги тартибда ечиш тавсия этилади:

1. Текис шакл нуқталари тезликларининг оний марказини аниқлаш усулларидан фойдаланиб, берилган масалада, текис шакл нуқталари тезликларининг оний маркази аниқланади.
2. Текис шакл нуқталари тезликларининг оний марказини билган ҳолда шаклнинг бурчак тезлиги аниқланади.

3. Текис шаклнинг бурчак тезлигини билган ҳолда, текис шакл иккинчи нуқтасининг биринчи нуқта атрофидаги айланма ҳаракатидаги марказга интилма тезланиши топилади.

4. Иккинчи нуқтага унинг тезланишини ташкил этувчи тезланишлар векторлари қўйилади. Агар биринчи нуқта A, иккинчи нуқта B бўлса:

$$\vec{a}_B = \vec{a} + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_A^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{BA}^n. \qquad (2.114)$$

5.Координата ўқларини ўтказиб, юқоридаги вектор тенгликнинг ҳар икки томони координата ўқларига проекцияланади.

6.Ҳосил бўлган проекциялар тенгламаларидан номаълум $\vec{a}_{BA}^\tau$ ва $\vec{a}_B$лар аниқланади.

7.Проекциялар тенгламаларидан топилган a_{BA}^τ тезланиш модулини билган ҳолда, текис шакл бурчак тезланиши аниқланади:

$$a_{BA}^\tau = \varepsilon \cdot AB, \qquad (2.115)$$

Бундан

$$\varepsilon = \frac{a_{BA}^\tau}{AB}. \qquad (2.116)$$

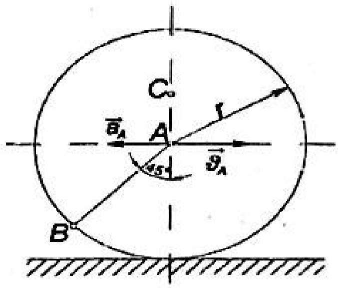
8.Текис шакл бурчак тезлиги ва бурчак тезланишини билган ҳолда, текис шакл нуқталарининг тезланишлари ҳақидаги теорема ёрдамида, сўралган ихтиёрий нуқтанинг тезланиши аниқланади.

Изоҳ: Текис шаклда, $\vec{a}_B$ ва $\vec{a}_{BA}^\tau$ ларнинг модулларини B нуқтада танланган масштабда чизилган, томонлари ташкил этувчи тезланишлар, ёпувчи томони эса нуқтанинг тезланиши бўлган кўп бурчакдан, график усулда аниқлаш ҳам мумкин.

2.3.4. Текисликка параллел ҳаракатда бўлган жисм нуқталарининг тезликлари ва тезланишларини аниқлашга доир масалалар

1-масала. Радиуси $r_1 = 30$ *см.* бўлган ғилдирак йўлнинг тўғри чизиқли горизонтал участкасида сирғанмай думалайди. Бу пайтда ғилдирак марказининг тезлиги $\vartheta_A = 50$ *м/с*, тезланиши $a_A = 30$ *м/с*^{2}, $AC = 10$ *см*.

Ғилдирак B ва C нуқталарининг тезлиги ва тезланиши аниқлансин (2.11 а-расм).



2.11 а-расм.

Ечиш:

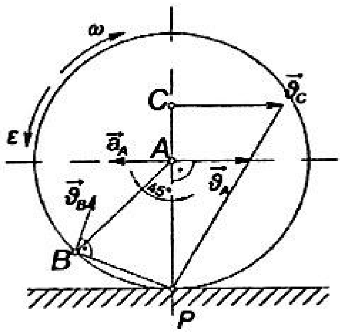
I. Нуқталарнинг тезликларини ва ғилдирак бурчак тезкигини аниқлаш.

Масала шартида ғилдирак маркази A нуқтанинг тезлиги $\vec{\vartheta}_A$ берилган.

Ғилдиракнинг қўзғалмас чизиққа тегиб турган нуқтасининг тезлиги нолга тенг бўлишисабабли, ғилдиракнуқталаритезликларининг оний марказ шу уриниш нуқтасида ётади (2.11 б-расм).

Берилган онда ғилдирак нуқталари тезликларининг оний маркази $П$ нуқтани қутб деб олсак, ғилдирак нуқталарининг шу ондаги тезликларини оний марказ атрофида айланма ҳаракатдаги жисм нуқталарининг тезликлари каби аниқлаш мумкин бўлади:

$$\begin{aligned} \vartheta_A &= \omega \cdot PA\ ; \\ \vartheta_B &= \omega \cdot PB\ ; \\ \vartheta_C &= \omega \cdot PC \end{aligned} \qquad (2.117)$$



2.11б-расм.

ёки

$$\frac{\vartheta_A}{PA}=\frac{\vartheta_B}{PB}=\frac{\vartheta_C}{PC}. \qquad (2.118)$$

Масала шартига кўра:

$PA = r = 30sm. PB$ va PC masofalarni 4.51б – rasmdan aniqlaymiz:

$$PB = \sqrt{r^2 + r^2 - 2r^2 cos45^0} = 22{,}8\, sm; \qquad (2.119)$$

Шунинг учун

$$\vartheta_B = \frac{\vartheta_A \cdot PB}{PA} = 38{,}1\, sm/s; \qquad (2.120)$$

$$\vartheta_C = \frac{\vartheta_A \cdot PC}{PA} = 66{,}7\, sm/s. \qquad (2.121)$$

Ғилдирак нуқталарининг тезликларини ғилдиракнинг бурчак тезлигини аниқлаш орқали ҳам топиш мумкин:

$$v_A = \omega_g \cdot PA \qquad (2.122)$$

Бундан,

$$\omega = \omega_g = \frac{\vartheta_A}{PA} = \frac{50}{30} = 1{,}67 \text{ рад/с}. \qquad (2.123)$$

Бурчак тезликнинг йўналиши $\vec{\vartheta}_A$ йўналиши орқали аниқланади (2.11б-расм).

Бундай ҳолда, ғилдирак *Б* ва *C* нуқталарининг тезлиги қуйидагиларга тенг бўлади:

$$\vartheta_B = \omega_g \cdot PB = 1{,}67 \cdot 22{,}8 = 38{,}1\, sm/s.$$
$$\vartheta_C = \omega_g \cdot PC = 1{,}67 \cdot 40 = 66{,}7\, sm/s. \qquad (2.124)$$

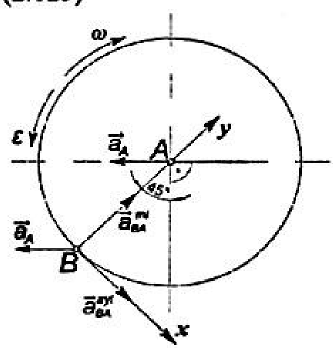
II. *Ғилдирак нуқталарнинг тезланишлари ва ғилдирак бурчак тезланишини аниқлаш.*

Масала шартида *A* нуқтанинг тезланиши a_A берилган.

Текис шакл нуқталарининг тезланишлари ҳақидаги теоремага асосан:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^n_{BA} + \vec{a}^\tau_{BA} \qquad (2.125)$$

Бунда *A* нуқта қутб сифатида қабул қилинди. Ғилдиракнинг *A* қутб атрофида айланма ҳаракатида *B* нуқтасининг марказга интилма нормал тезланиши қуйидагича аниқланади:



2.11с-расм.

$$\vec{a}^n_{BA} = \omega_g^2 \cdot AB = 83{,}7 sm/s^2 \qquad (2.126)$$

$\vec{a}^n_{BA}$ вектор *Б* нуқтадан *A* нуқтага томон йўналади.

Ғилдиракнинг *A* қубт атрофида айланма ҳаракатида *Б* нуқтасининг айланма уринма тезланишиқуйидаги формула асосида аниқланади:

$$a^\tau_{BA} = \varepsilon_g \cdot AB. \qquad (2.127)$$

Бу ифодада эг- ғилдиракнинг бурчак тезланиши. Бурчак тезланиш таърифига кўра

Ғилдиракнинг бурчак тезланишини аниқлаймиз:

$$\varepsilon_g = \frac{d\omega g}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{v_A}{PA}\right) = \frac{1}{PA}\frac{dv_A}{dt} = \frac{a_A}{PA} = 1rad/s^2 \qquad (2.128)$$

Бурчак тезланишининг йўналиши $\vec{a}_A$ вектор йуналиши орқали аниқланади.

B нуқтанинг *A* нукта атрофида айланма ҳаракатида айланма-уринма тезланишининг микдорини аниқлаймиз:

$$a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_g \cdot AB = 30sm/s^2 \qquad (2.129)$$

a^{τ}_{BA}вектор ғилдиракнинг *Б* нуқтасига ε_g йўналишида ўтказилган уринма бўйлаб йўналади (2.11с-расм).

B нуқта тезланишинингмодулини проекциялаш йўли билан аниқлаймиз координата ўқларини 2.11в-расмдагидек ўтказсак:

$$(a_B)_x = a^{\tau}_{BA} - a_A \cos 45^0 = 30 - 30 \cdot 0{,}71 = 8{,}7sm/s^2; \qquad (2.130)$$

$$(a_Б)_в = a^{n}_{BA} - a_A \cos 45^0 = 83{,}7 - 30 \cdot 0{,}71 = 62{,}4sm/s^2; \qquad (2.131)$$

Булар орқали *Б*нуқта тезланишининг модулиқуйидагича аниқланади:

$$a_B = \sqrt{(a^2_B)^2_x + (a^2_Б)^2_y} = \sqrt{75{,}69 + 3893{,}76} = 63sm/s^2 \qquad (2.132)$$

Ғилдирак *C* нуқтасининг тезланишини аниқлаймиз.

Текис шакл нуқталарининг тезланишлари ҳақидаги теоремага асосан:

$$\vec{a}_c = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}, \qquad (2.133)$$

ёки

$$\vec{a}_c = \vec{a}_A + \vec{a}^{n}_{CA} + \vec{a}^{\tau}_{CA}. \qquad (2.134)$$

Ғилдиракнинг *A* қутб атрофида айланма ҳаракатида *C* нуқтасининг марказга интилма тезланишиқуйидагича аниқланади:

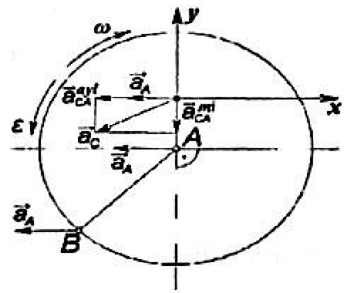
$$\vec{a}^{mi}_{CA} = \omega^2_g \cdot CA = 16.7\frac{sm}{s^2} \qquad (2.135)$$

Мазкур тезланиш С нуқтадан А нукта томон йўналади.

Ғилдиракнинг A қутб атрофида айланма ҳаракатида С нуқтасининг айланма уринма тезланиши қуйидагича ҳисобланади:

$$\vec{a}^{\tau}_{CA} = \varepsilon_g \cdot CA = 10\, sm/s^2. \quad (2.136)$$

Мазкур тезланиш C нуқтада a^{mi}_{CA} га перпен-дикуляр ҳолда ε_g томон йўналади. $\vec{a}^{n}_{CA}, \vec{a}^{\tau}_{CA}$векторлар 2.11 г-расмда кўрсатилган. С нуқтанинг тезланишини ҳам проекциялаш йўли билан аникланади. Координата ўқларини С нуқтанинг тезланишини ҳам проекциялаш



2.11г-расм.

йўли билан аникланади. Координата ўқларини 4.51д расмдагидек ўтказсак

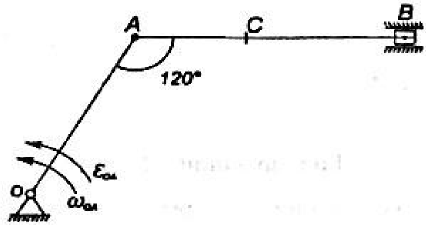
$$(a_c)_x = -a_A - a^{\tau}_{CA} = -30 - 10 = -40 sm/s^2 \quad (2.137)$$

$$(a_c)_y = -a^{n}_{CA} = -16{,}7 sm/s^2. \quad (2.138)$$

Булар орқали

$$a_c = \sqrt{(a_C)^2_x + (a_C)^2_y} = 43{,}34 sm/s^2. \quad (2.139)$$

2-масала. Механизмнинг берилган ҳолати учун A, B, C нуқталарининг тезликлари ва тезланишлари ҳамда шу нуқталар тегишли бўлган звенонинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши топилсин (2.12-расм).



2.12-расм.

Масалада:қуйидаги катталиклар берилган:

$$OA = 40\, sm., \qquad AB = 80\, sm., AC = 30\, sm., \qquad (2.140)$$

$$\omega_{CA} = 2\, rad/s., \quad \varepsilon_{OA} = 6\, rad/s^2., \qquad (2.141)$$

Ечиш.

1. Нуқталарнинг тезликларини ва АВ звенонинг бурчак тезлигини аниқлаш.

Механизмнинг берилган ҳаракатида OA кривошип A панжаси тезлигининг модулини ҳисоблаймиз:

$$\vartheta_A = \omega_{OA} \cdot OA = 2 \cdot 40 = 80 \text{ см/с}. \qquad (2.142)$$

A нуқтанинг тезлиги $\vec{\vartheta}_A$ OA кривошипга перпендикуляр ҳолда, ω_{CA} йўналиши бўйича йўналади.

B ползуннинг тезлиги горизонтал ҳолда B нуқтадан A нуқта томон йўналган. Унинг модулини аниқлаш учун $AБ$ звено нуқталари тезликларининг оний марказидан фойдаланамиз. AB звено-шатун нуқталари тезликларининг оний маркази P_{AB} A ва B нуқталардан, уларнинг $\vec{v}_A\, va\, \vec{v}_B$ тезликларига ўтказилган перпендикулярларнинг кесишган нуқтасида ётади.

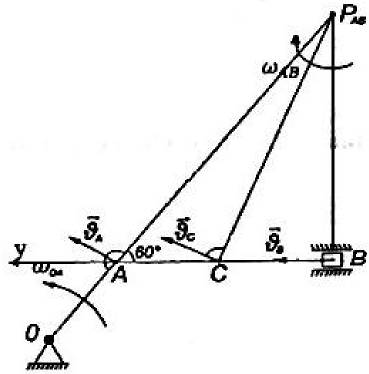
Бундай ҳолда А нуқтанинг тезликини АБ звена нуқталари тезликларининг оний маркази орқали қуйдагича ифодалаш мумкин.

$$\vartheta_A = \omega_{AB} \cdot BP_{AB}, \qquad (2.143)$$

Бундай холда АБ шотун бурчак тезлиги қуйдаги ифодадан аниқланади.

$$\omega_{AB} = \frac{\vartheta_A}{AP_{AB}}. \qquad (2.144)$$

ω_{AB}нингйўналиши $\vec{\vartheta}_A$вектор йўналиши орқали аниқланади (2.12а-расм).



2.12а-расм.

Шатун B ва C нуқталари тезликларининг модулларини мазкур нуқталарнинг оний марказ P_{AB} нуқта атрофидаги айланма ҳаракат тезликлари каби аниқлаймиз. Шунинг учун

$$\vartheta_B = \omega_{AB} \cdot BP_{AB}, \quad \vartheta_C = \omega_{AB} \cdot CP_{AB}. \qquad (2.145)$$

AP_{AB}, BP_{AB}, CP_{AB} масофалар чизмадаги ABP_{AB}ва ACP_{AB} учбурчаклардан топилади (2.12а-расм).

$$AP_{AB} = \frac{AB}{\cos 60^0} = 160\, sm, \quad BP_{AB} = AP_{AB} \cdot \sin 60^0 = 137{,}6\, sm; \quad (2.146)$$

$$CP_{AB} = \sqrt{(BC)^2 + (BP_{AB})^2} = \sqrt{2500 + 18933{,}8} = 146{,}4\, sm. \quad (2.147)$$

Юқоридагиларни эътиборга олсак:

$$\omega_{AB} = 0{,}5\, rad/s; \vartheta_B = 68{,}8\, sm/s, \vartheta_C = 73{,}2\, sm/s, \qquad (2.148)$$

$\vec{\vartheta}_C$ вектор CP_{AB} кесмага перпендикуляр ҳолда, ω_{AB} йўналиши томон йўналган (2.12а-расм).

Бажарилган ҳисоблашларнинг тўғрилигига ишонч ҳосил қилиш учун, B нуқтанинг тезлигини, текис шакл икки нуқтаси тезликларининг бу нуқталардан ўтувчи ўқдаги проекцияларининг ўзаро тенглиги ҳақидаги теоремадан фойдаланиб аниқлаймиз.

Бунинг учун y ўқини шатун бўйлаб B нуқтадан A нуқта томонйўналтирамиз. Теоремага асосан:

$$\vartheta_A \cos(\vec{\vartheta}_A y) = \vartheta_B \cos(\vec{\vartheta}_B y). \tag{2.149}$$

2.12а-расмдан:

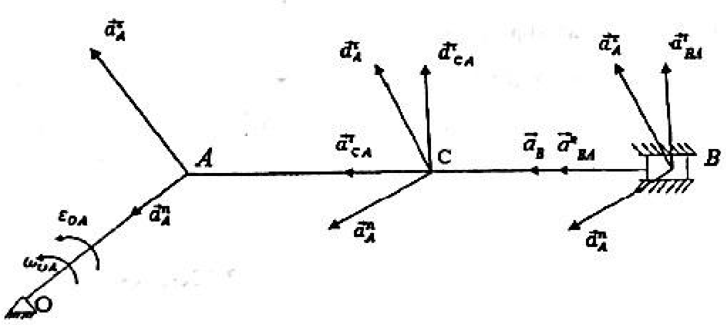
$$\vartheta_A cos30^0 = \vartheta_B \text{ , чунки } \cos(\vec{v}_B{}^\wedge y) = 1 \tag{2.150}$$

Демак, $\vartheta_B = 68{,}8$ см/с, ҳисоблашлар тўғри бажарилган.

C нуқтанинг аввал топилган тезлиги ϑ_C ҳам шу теорема ёрдамида текширилиши мумкин.

2. Нуқталарнинг тезланишлари ва AB звенонинг бурчак тезланишини аниқлаш.

A нуқта O нуқта атрофида айлана бўйлаб ҳаракатланиши туфайли унинг тезланиши айланма уринма ва марказга интилма нормал тезланишлардан ташкил топади (2.12б-расм).



2.12б-расм.

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_A^n. \qquad (2.151)$$

Бунда:

$$a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 240 \text{ см/с}^2;, a_A^{mi} = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 160 \text{ см/с}^2. \qquad (2.152)$$

$\vec{a}_A^{ayl}$ вектор OA кривошипга перпендикуляр ҳолда,ε_{OA} йўналиши бўйича йўналади. a_A^n вектор A нуқтадан O нуқта томон йўналади.

Текис шакл нуқталарининг тезланишлари ҳақидаги теоремага асосан:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} \qquad (2.153)$$

ёки

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_A^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{BA}^n. \qquad (2.154)$$

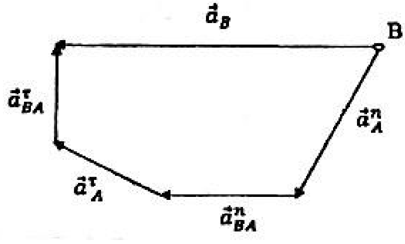
Бунда тезланиши $\vec{a}_A$ маълум бўлган A нуқта қутб деб олинди.

AB шатуннинг A қутб атрофидаги айланма ҳаракатида B нуқтанинг марказга интилма тезланиши қуйидагига тенг бўлади:

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB = 20 \text{ м/с}^2. \qquad (2.155)$$

$\vec{a}_{BA}^\tau$ вектор B нуқтадан A нуқта томон йўналади.

B нуқтанинг тезланиши $\vec{a}_B$ ва B нуқтанинг A қутб атрофидаги айланма ҳаракатидаги айланма тезланиши $\vec{a}_{BA}^\tau$ ларнинг фақат йўналиш чизиқлари маълум: $\vec{a}_B$



2.12с-расм.

горизонтал, $\vec{a}_{BA}^{\tau}$ эса, AB шатунга перпендикуляр йўналган. Уларнинг кўрсатилган йўналиш чизиқлари бўйлаб қайси томонларга йўналишларини ихтиёрий танлаб оламиз (2.12б-расм).

Мазкур тезланишларнинг модуллари (2.154) вектор тенгликнинг координата ўқларига проектсиялари тенгламаларидан аниқланади. Жавобнинг ишорасига қараб, векторнинг ҳақиқий йўналишини, ҳисоблашда қабул қилинганига мос келиши ёки келмаслиги аниқланади. x ва y ўқларининг йўналишларини 2.12б-расмда кўрсатилгандек ўтказиб, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$0 = -a_A^n cos30^0 + a_A^\tau cos60^0 + a_{BA}^\tau; \tag{2.156}$$

$$a_B = a_{BA}^n + a_A^n cos60^0 + a_A^\tau cos30^0. \tag{2.157}$$

(2.156) дан:

$$a_{BA}^\tau = a_A^\tau cos30^0 - a_A^\tau cos60^0 = 17{,}6 \text{ см/с}^2.$$

(2.157) дан

$$a_B = 306{,}4 \text{см/с}^2.$$

Жавобларнинг ишоралари мусбат. Шунинг учун $\vec{a}_{BA}^{\tau}$ ва $\vec{a}_B$ векторларнинг ҳақиқий йўналишлари, ҳисоблашда қабул қилинган йўналишларга мос келар экан.

AB шатуннинг бурчак тезланишини қуйидаги формуладан топамиз:

Маълумки,

$$a_{БА}^\tau = \varepsilon_{AB} \cdot AB. \tag{2.158}$$

Бундан,

$$\varepsilon_{AB} = \frac{a_{BA}^\tau}{BA} = 0{,}22 \text{ рад/с}^2. \tag{2.159}$$

$\varepsilon_{AБ}$ нинг йўналиши $\vec{a}_{BA}^{\tau}$ вестор йўналиши орқали аниқланади.

$\vec{a}_B$ ва $\vec{a}_{BA}^{\tau}$ ларнинг модулларини график усулда B нуқтада тезланишлар кўп бурчагини чизиш орқали ҳам аниқлаш мумкин. Бунинг учун (1.6) га асосан B

нуқтадан бошлаб, танланган масштабда кетма-кет $\vec{a}_A^n$, $\vec{a}_{BA}^n$ ва $\overrightarrow{a}_A^\tau$ векторларни қўямиз (4.52с-расм). $\vec{a}_A^\tau$ векторнинг охири орқали AB шатунга перпендикуляр ҳолда утказилган тўғри чизиқни $\vec{a}_B$ тезланишнинг йўналиш чизиғи билан кесишгунча давом эттирамиз. Мазкур тўғри чизиқ узунлиги танланган масштабда $\vec{a}_{BA}^\tau$нинг модулини ифодалайди. $\vec{a}_B$ векторнинг модули тезланишлар кўп бурчагининг ёпувчи томони каби аниқланади. Шунинг учун кўп-бурчакнинг ёпувчи томонининг узунлиги танланган масштабда $\vec{a}_B$ модулини ифодалайди (2.12с-расм).

C нуқтанинг тезланишини аниқлаймиз:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA} = \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_A^n + \vec{a}_{CA}^\tau + \vec{a}_{CA}^n. \qquad (2.160)$$

AB шатуннинг A нуқта атрофидаги айланма ҳаракатида C нуқтанинг айланма ва марказга интилма тезланишлари қуйидагиларга тенг бўлади:

$$a_{CA}^\tau = \varepsilon_{AB} \cdot AC = 6{,}6\,\text{см/с}^2, \qquad (2.161)$$

$$a_{CA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AC = 7{,}5\,\text{см/с}^2. \qquad (2.162)$$

$\vec{a}_{CA}^n$ вектор C нуқтадан A нуқта томон йўналади. $\vec{a}_{CA}^\tau$ вектор эса, $\vec{a}_{CA}^n$ векторга перпендикуляр ҳолда, ε_{AB} бурчак тезланишининг йўналиши томон йўналади.

$\vec{a}_C$нинг модулини проектсиялаш усули билан аниқлаймиз.

Бунинг учун x ва y ўкларга проектсиялаймиз(2.12б- расм):

$$(a_C)_x = +a_A^\tau cos60^0 - a_A^n cos30^0 + a_{CA}^\tau = -11\text{см/с}^2; \qquad (2.163)$$

$$(a_C)_y = a_A^\tau cos30^0 + a_A^n cos60^0 + a_{CA}^n = 293{,}9\text{см/с}^2. \qquad (2.164)$$

Натижада

$$a_C = \sqrt{(a_C)_x^2 + (a_C)_y^2} = 294{,}1\,\text{см/с}^2. \qquad (2.165)$$

2.3.5. Мустақил ечиш учун талабаларга тавсия этиладиган масалалар

Топшириқ К-3.

Текис механизмнинг кинематик таҳлили

Масала. Текис шакл (механизм) 1,2,3,4 стерженлар ва B, E ползунлардан иборат. Баъзи механизмлар 1,2,3 стерженлар ва B, E ползунлардан ташкил топган. Стерженлар ва ползунлар ўзаро ва O_1 , O_2 қўзғалмас таянчларга шарнирлар воситасида бириктирилган. Д нуқта AB стержен ўртасида жойлашган. Стерженлар узунликлари: l_1=0,4 м, l_2=1,2 м, l_3=1,4 м, l_4=0,6 м. Механизмнинг текисликдаги ҳолати $\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \theta$ бурчаклар ёрдамида аниқланади. Бурчаклар ва бошқа берилган катталиклар қийматлари 1-5 чизмалар учун 2.2-жадвалда. 6-10 чизмалар учун 2.3-жадвалларда берилган. Бунда ω_1 ва ω_2-лар ўзгармас катталиклар.

Масалани ечишда аниқланиши лозим бўлган катталиклар жадвалларда кўрсатилган.

Масалани ечишда чизмани вазияти α бурчак қиймати орқали аниқланадиган 1-стерженда бошлаш зарур. 6-10 вариантлардан бурчак тезлик ва бурчак тезланишлар соат мили ҳаракат йўналишига тескари ҳолда йўналган, $\overrightarrow{V_B}$ ва $\overrightarrow{a_B}$ катталиклар A нуқтадан B нуқта томон йўналган.

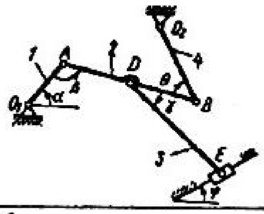
Изоҳ:

- топшириқ вариантлари ўқитувчи томонидан берилади,
- ҳисобот титул варағи иловадан олинади.

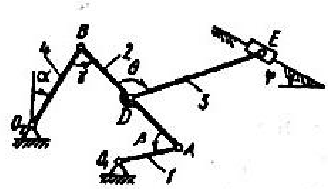
2.2-жадвал (1-5 расмлар)

Номер условия	Углы, град					Дано		Найти			
	α	β	γ	φ	θ	ω_1 1/с	ω_4 1/с	υ точек	ω звена	a точки	ε звена
1	0	60	30	0	120	6	-	B, E	DE	B	AB
2	90	120	150	0	30	-	4	A, E	AB	A	AB
3	30	60	30	0	120	5	-	B, E	AB	B	AB
4	60	150	150	90	30	-	5	A, E	DE	A	AB
5	30	30	60	0	150	4	-	D, E	AB	B	AB
6	90	120	120	90	60	-	6	A, E	AB	A	AB
7	90	150	120	90	30	3	-	B, E	DE	B	AB
8	0	60	60	0	120	-	2	A, E	DE	A	AB
9	60	150	120	90	30	2	-	D, E	AB	B	AB
10	30	120	150	0	60	-	8	A, E	DE	A	AB

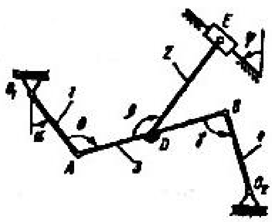
Вариант 1



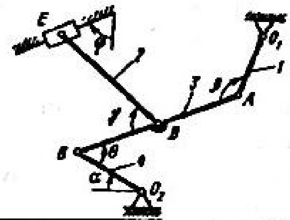
Вариант 2



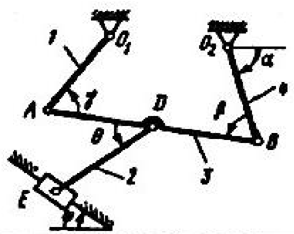
Вариант 3



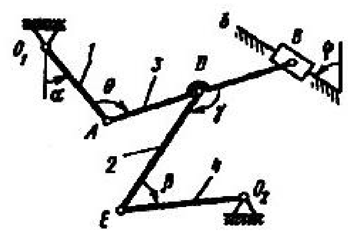
Вариант 4



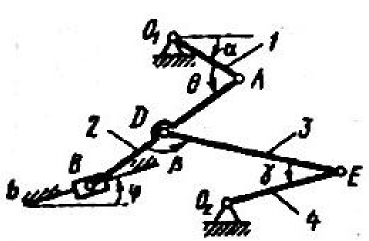
Вариант 5



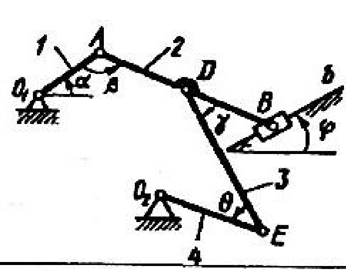
Вариант 6



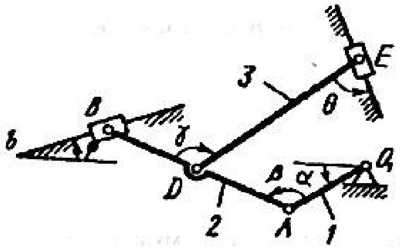
Вариант 7



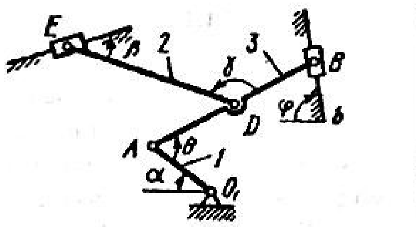
Вариант 8



Вариант 9



Вариант 10



III. ДИНАМИКА

3.1 Моддий нуқтанинг тебранма ҳаракати

3.1.1. Моддий нуқтанинг эркин тебранма ҳаракати

Агар моддий нуқта деб қабул қилинган жисмга бир вақтда миқдор ва йўналиш жиҳатдан ўзгармас бўлган (жисм оғирлиги) куч ва нуқтани мувозанат ҳолатига қайтаришга интилувчи (эластиклик) куч таъсир этса, моддий нуқта эркин тебранма ҳаракатда бўлади.

Қайтарувчи куч $F=cx$ қонунга мувофиқ ўзгариши мумкин, бу ерда x-нуқтанинг мувозанат ҳолатидан оғиши, c –пропорционаллик коэффициенти.

M нуқтанинг қайтарувчи $\vec{F}$ куч таъсиридаги тўғри чизиқли ҳаракат дифференциал тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$m\ddot{x} = -cx \tag{3.1}$$

агар $\frac{c}{m} = k^2$ белгилаш киритсак,

$$\ddot{x} + k^2x = 0. \tag{3.2}$$

(3.2) дифференциал тенгламанинг умумий ечими қўйидагича ёзилади:

$$x = x_0 coskt + \frac{v_0}{k} sinkt \tag{3.3}$$

ёки

$$x = a\sin(kt + \alpha) \tag{3.4}$$

Шундай қилиб, моддий нуқтанинг чизиқли қайтарувчи куч таъсиридаги эркин тебранма ҳаракати гармоник тебранма ҳаракатдан иборат бўлар экан.

Тебраниш амплитудаси

$$a = \sqrt{x_0{}^2 + (\frac{v_0}{k})^2}, \tag{3.5}$$

Ҳаракатнинг бошланғич фазаси

$$tg\alpha = \frac{x_0 k}{v_0}, \qquad sin\alpha = \frac{x_0}{a} = \frac{x_0}{\sqrt{x_0{}^2 + (\frac{v_0}{k})^2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\dot{x}_0}{k\sqrt{{x_0}^2+(\frac{v_0}{k})^2}}, \quad (3.6)$$

тебранишларнинг доиравий частотаси

$$k = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{g}{f_{ст}}} \quad (3.7)$$

формулалар ёрдамида аниқланади.

Ёзилган ифодаларда:

c – тикланиш коэффициенти (эластиклик коэффициенти);

m – жисм массаси;

$f_{ст}$ – пружинанинг статик чўзилиши;

g – эркин тушиш тезланиши;

Эркин тебранма ҳаракат даври қуйидагича аниқланади:

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi}{k} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}} = 2\pi\sqrt{\frac{f_{ст}}{g}}; \quad (3.8)$$

3.1.2. Тезликнинг биринчи даражасига пропорционал бўлган қаршилик кучи таъсиридаги моддий нуқтанинг эркин тебранма ҳаракати (сўнувчи тебранма ҳаракат)

Агар моддий нуқта деб қабул қилинган жисмга бир вақтнинг ўзида қайтарувчи (эластиклик) куч ва тезликнинг биринчи даражасига пропорционал бўлган қаршилик кучи $R = \mu v$ таъсир этса, моддий нуқта сўнувчи (тебранма ёки апериодик) ҳаракатда бўлади.

$\vec{F}$ ва $\vec{R}$ кучлар таъсиридаги нуқтанинг ҳаракат дифференциал тенгламаси қуйидагича ёзилади.

$$m\ddot{x} = -cx - \mu\dot{x} \quad (3.9)$$

Тенгламанинг иккала томонини m га бўлиб, барча ҳадларни чап томонга ўтказсак

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2x = 0 \quad (3.10)$$

кўринишдаги тенгламага эга бўламиз. Тенгламада

$$\frac{c}{m} = k^2, \quad \frac{\mu}{m} = 2n. \quad (3.11)$$

Нуқтанинг ҳаракат тенгламасини ёзиш учун n ва k қийматларини аниқлаш лозим.

Бунда $$n = \frac{\mu}{2m}; \qquad k = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{g}{f_{ст}}}; \qquad (3.12)$$

а) Агар $n<k$ бўлса, моддий нуқтанинг сўнувчан ҳаракати қуйидаги қонун бўйича юз беради:

$$x = e^{-nt}(C_1 cos k_1 t + C_2 sin k_1 t) \qquad (3.13)$$

ёки

$$x = ae^{-nt} sin(k_1 t + \alpha) \qquad (3.14)$$

Бунда

$$a = \sqrt{x_0^2 + (\frac{v_0 + n\dot{x}_0}{k_1})^2}; \qquad (3.15)$$

$$tg\alpha = \frac{x_0 k_1}{v_0 + n\dot{x}_0}; \qquad sin\alpha = \frac{x_0}{a}; \qquad (3.16)$$

Сўнувчи тебранма ҳаракатнинг доиравий частотаси

$$k_1 = \sqrt{k^2 - n^2}; \qquad (3.17)$$

ҳаракат даври

$$T_1 = \frac{2\pi}{k_1} \qquad (3.18)$$

формулалар ёрдамида аниқланади.

$e^{\frac{-nT_1}{2}}$ га тенг бўлган абстракт сон тебраниш декременти дейилади. Декрементнинг натурал логарифми модулига тенг катталик <u>логарифмик декремент</u> дейилади ва у Д билан белгиланади:

$$Д = \left| ln e^{\frac{-nT_1}{2}} \right| = \frac{nT_1}{2} \qquad (3.19)$$

б) Агар $n>k$ бўлса, моддий нуқта сўнувчи апериодик ҳаракатда бўлади ва (3.7) тенгламанинг умумий ечими қуйидагича ёзилади:

$$x = e^{-nt}(C_1 e^{\sqrt{n^2 - k^2 t}} + C_2 e^{-\sqrt{n^2 - k^2 t}}) \qquad (3.20)$$

ёки

$$x = Ae^{-nt} sh(\sqrt{n^2 - k^2 t} + \beta) \qquad (3.21)$$

Бунда C_1 ва C_2 интеграллаш ўзгармаслар ўрнига B_1 ва B_2 ўзгармасларни киритдик:

$$C_1 = \frac{B_1+B_2}{2}; \qquad C_2 = \frac{B_1-B_2}{2}; \tag{3.22}$$

ва B_1 ва B_2 ларни бошқа A ва β ўзгармаслар билан алмаштирдик:

$$B_1 = Ash\beta, \quad B_2 = Ach\beta, \tag{3.23}$$

(3.18) тенгламадан кўриниб турибдики $n>k$ бўлган ҳолда нуқта тебранма ҳаракатда бўлмайди, чунки гиперболик синус функцияси даврий функция эмас.

в) Агар $n=k$ бўлса, нуқтанинг ҳаракат тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлади.

$$x = e^{-nt}(C_1 t + C_2) \tag{3.24}$$

C_1 ва C_2-ларни аниқлаш учун ҳаракатнинг бошланғич шартларидан фойдаланамиз. Натижада нуқтанинг ҳаракат тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$x = e^{-nt}[x_0 + (v_0 + nx_0)t] \tag{3.25}$$

Бу тенглама воситасида аниқланадиган ҳаракат ҳам сўнувчи апериодик ҳаракатдан иборат бўлади.

3.1.3. Моддий нуқтанинг мажбурий тебранма ҳаракати

Агар моддий нуқта деб қабул қилинган жисмга бир вақтда қайтарувчи кучдан ташқари вақтнинг даврий функциясидан иборат бўлган уйғотувчи куч ҳам таъсир этса, у мажбурий тебранма ҳаракатда бўлади.

Уйғотувчи куч

$$Q = Hsin(pt + \delta) \tag{3.26}$$

формула орқали ифодаланади.

Бунда H – уйғотувчи куч амплитудаси;

p – уйғотувчи кучнинг доиравий частотаси;

δ – уйғотувчи кучнинг бошланғич фазаси.

$\vec{F}$ қайтарувчи ва $\vec{Q}$ уйғотувчи кучлар таъсиридаги моддий нуқтанинг ҳаракат дифференциал тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$m\ddot{x} = -cx + Hsin(pt + \delta) \tag{3.27}$$

ёки

$$\ddot{x} + k^2x = H_0\sin(pt + \delta) \qquad (3.28)$$

бунда

$$\frac{c}{m} = k^2,\ \frac{H}{m} = H_0. \qquad (3.29)$$

p ва $к$ – ларнинг қийматлари орқали мажбурий тебранма ҳаракат ҳамда нуқтанинг қайтарувчи ва уйғотувчи кучлар таъсиридаги мураккаб ҳаракати қонунларини аниқлаш мумкин:

а) Агар $p<к$ бўлса, мажбурий тебранма ҳаракат қуйидаги қонун асосида юз беради:

$$x_{мажб} = \frac{H_0}{k^2-p^2}\sin(pt + \delta) \qquad (3.30)$$

Нуқтанинг натижавий мураккаб ҳаракати эса қуйидаги қонун асосида юз беради:

$$x = C_1coskt + C_2sinkt + \frac{H_0}{k^2-p^2}\sin(pt + \delta) \qquad (3.31)$$

Интеграллаш ўзгармаслари C_1 ва C_2 қийматлари ҳаракатнинг бошланғич шартларини (3.31) ва бу тенгламани дифференциаллашдан ҳосил бўладиган тенгламаларга қўйиш орқали аниқланади.

б) Агар $p >к$ бўлса, мажбурий тебранма ҳаракат қуйидаги қонун асосида юз беради:

$$x_{мажб} = -\frac{H_0}{p^2-k^2}\sin(pt + \delta) \qquad (3.32)$$

Нуқтанинг натижавий мураккаб ҳаракати эса қуйидаги қонун асосида юзага келади:

$$x = C_1coskt + C_2sinkt - \frac{H_0}{p^2-k^2}\sin(pt + \delta) \qquad (3.33)$$

Бу ҳолда ҳам C_1, C_2 интеграллаш ўзгармаслари ҳаракатнинг бошланғич шартларини (3.33) ва бу тенгламани дифференциаллашдан ҳосил бўладиган тенгламаларга қўйиш орқали аниқланади.

в) Агар $p=к$ бўлса, мажбурий тебранма ҳаракат қуйидаги қонун асосида юз беради:

$$x_{мажб} = -\frac{H_0t}{2k}\cos(pt + \delta) \qquad (3.34)$$

Ёзилган тенгламадан кўриниб турибдики, p=к ҳолда мажбурий тебранма ҳаракат амплитудаси вақт ўтиши билан вақтнинг чизиқли функцияси сифатида чексиз ортиб борар экан. Бу ҳодисага резонанс дейилади.

Резонанс ходисасида мажбурий тебранма ҳаракат фазаси уйғотувчи куч фазасидан $\frac{\pi}{2}$ га фарқ қилади. Нуқтанинг натижавий мураккаб ҳаракати қуйидаги қонун асосида юз беради:

$$x = C_1 coskt + C_2 sinkt - \frac{H_0 t}{2k}\cos(kt + \delta) \qquad (3.35)$$

Бу ҳолда ҳам C_1, C_2 интеграллаш ўзгармаслари ҳаракатнинг бошланғич шартларини (3.35) ва бу тенгламани дифференциаллашдан ҳосил бўладиган тенгламаларга қўйиш орқали аниқланади.

3.1.4. Ҳаракат тезлигига пропорционал бўлган қаршилик кучи таъсиридаги нуқтанинг мажбурий тебранма ҳаракати

Моддий нуқтага қайтарувчи куч $\vec{F}$, уйғотувчи куч $\vec{Q}$ ва тезликнинг биринчи даражасига пропорционал бўлган $\vec{R} = -\mu\vec{v}$ қаршилик кучи таъсир этса, нуқтанинг ҳаракат дифференциал тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$m\ddot{x} = -cx + Hsin(pt + \delta) - \mu\dot{x} \qquad (3.36)$$

Тенгламанинг иккала томонини m га бўлиб, барча ҳадларни чап томонга ўтқазсак,

$$\ddot{x} + \frac{\mu}{m}\dot{x} + \frac{c}{m}x = \frac{H}{m}sin(pt + \delta) \qquad (3.37)$$

кўринишдаги тенгламага эга бўламиз.

Агар $\frac{\mu}{m} = 2n$, $\frac{c}{m} = k^2$, $\frac{H}{m} = H_0$ белгилашларни киритсак,

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2 x = H_0 sin(pt + \delta) \qquad (3.38)$$

дифференциал тенглама ҳосил бўлади. Бундай ҳолда нуқтанинг натижавий мураккаб ҳаракати сўнувчи тебранма (ёки апериодик) ва мажбурий тебранма ҳаракатлардан ташқи л топади.

Сўнувчи тебранма ҳаракат вақт ўтиши билан сўниб бориши туфайли, маълум вақт ўтгач, моддий нуқта фақат қуйидаги қонун асосида юз берувчи мажбурий тебранма ҳаракатда бўлади:

$$x_{мажб} = B\sin(pt + \delta - \varepsilon). \qquad (3.39)$$

бунда

B –мажбурий тебранишлар амплитудаси;

p – тебранишларнинг уйғотувчи куч частотасига тенг бўлган доиравий частотаси;

ε – мажбурий тебранишлар фазасини уйғотувчи куч фазасига нисбатан фарқи.

Тебранма ҳаракатнинг характеристикалари p ва κ нинг қийматларига боғлиқ бўлади.

а) Агар $p \neq k$ бўлса

$$B = \frac{H_0}{\sqrt{(k^2-p^2)^2+4n^2p^2}} \tag{3.40}$$

$$tg\varepsilon = \frac{2np}{k^2-p^2} \tag{3.41}$$

$$sin\varepsilon = \frac{2np}{\sqrt{(k^2-p^2)^2+4n^2p^2}}$$

$$cos\varepsilon = \frac{k^2-p^2}{\sqrt{(k^2-p^2)^2+4n^2p^2}} \tag{3.42}$$

Мажбурий тебранишлар даври

$$\tau = \frac{2\pi}{p} \tag{3.43}$$

Мажбурий тебранишларнинг максимал амплитудаси қуйидаги формула орқали аниқланади:

$$B_{мах} = \frac{H_0}{2n\sqrt{k^2-n^2}} \tag{3.44}$$

ва $p = \sqrt{k^2 - 2n^2}$ частотада юзага келади.

Моддий нуқта муҳит қаршилиги кучи таъсирида бўлса мажбурий тебранишлар фақат $n < \frac{k}{\sqrt{2}}$ бўлганда максимал амплитудага эга бўлади.

б) Агар $p=\kappa$ бўлса, резонанс ҳодисаси юз беради. Бундай ҳолда, мажбурий тебранишлар амплитудаси максимал қийматга яқин қийматга эга бўлади.

$$B_{мах} = \frac{H_0}{2nk} = \frac{H_0}{2np} \tag{3.45}$$

Резонанс ҳодисасида фазалар фарқи $\frac{\pi}{2}$ га тенг бўлади.

Шуни таъкидлаш лозимки, мажбурий тебранишларнинг амплитудаси, частотаси, даври ва фазалари силжиши (фарқи) ҳаракатнинг бошланғич шартларига боғлиқ бўлмайди, чунки мажбурий тебранишлар фақат уйғотувчи куч таъсирида юзага келади.

Агар моддий нуктага муҳитнинг қаршилик кучи таъсир этса, мажбурий тебранишларнинг амплитудаси ва фазалари силжиши (фарқи) H_0 коэффициентининг қийматига боғлиқ бўлади.

3.1.5. Моддий нуқтанинг тебранма ҳаракатига доир масалаларни ечиш тартиби

Моддий нуқтанинг тебранма ҳаракатини ўрганишга доир масалаларни қуйидаги тартибда ечиш мақсадга мувофиқ бўлади.

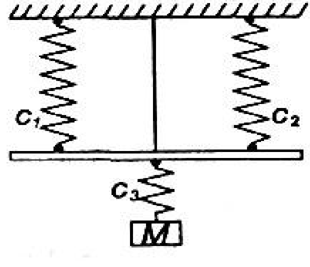
1. Пружиналар системасини (масалада бир нечта пружиналар қатнашса) уларга эквивалент бўлган пружинага алмаштириш.
2. Моддий нуқта тебранма ҳаракатининг бошланғич шартларини аниқлаш.
3. Моддий нуқта (жисм) ҳаракатининг дифференциал тенгламаларини тузиш.
4. Дифференциал тенгламаларни ечиб, нуқтанинг ҳаракат қонунини аниқлаш.
5. Моддий нуқта ҳаракатининг графигини тузиш.

3.1.6. Моддий нуқтанинг тебранма ҳаракатига доир масалалар ечиш намуналари

3.1.6.1. Эквивалент пружинанинг бикрлик коэффицентини аниқлашга доир масалаларни ечиш намуналари

Пружинага осилган жисмни моддий нуқта деб қабул қилсак, жисмнинг пружинадаги тебранма ҳаракати моддий нуқтанинг ҳаракати сифатида қаралади.

Агар масалада моддий нуқта сифатида қаралаётган жисм пружиналар системасига бириктирилган бўлса, масалани ечишда биринчи навбатда, пружиналар системасини уларга эквивалент бўлган пружина билан алмаштириш лозим бўлади. Бунда қуйидаги ҳоллар бўлиши мумкин:



3.1-расм.

а) Пружиналар параллел ҳолда уланган (3.1-расм).

Бундай параллел ҳолда уланган пружиналар системаси бикирлик коэффициенти пружиналар бикирлик коэффициентларини йиғиндисига тенг бўлган пружинага эквивалент бўлади:

$$C = C_1 + C_2 \qquad (3.46)$$

Бунда *M* жисм *LL* горизонтал тахтачанинг *N* нуқтасига осилган. *LL* тахтача горизонтал ҳолда қолиши учун a_1 ва a_2 масофалар нисбати пружиналар бикирликларининг тескари нисбати каби бўлиши лозим.

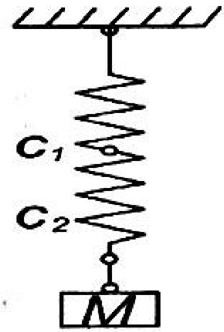
$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{C_1}{C_2} \qquad (3.47)$$

б) Пружиналар кетма – кет уланган (3.2-расм).

Бундай пружиналар системаси бикирлиги:

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \qquad (3.48)$$

бўлган битта пружинага эквивалент бўлади.



3.2-расм.

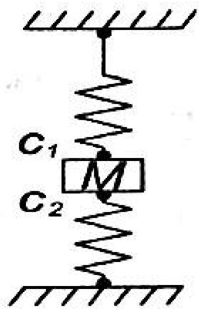
в) Пружиналар жисмга 3.3-расмда кўрсатилган шаклда бириктирилган.

Бу ҳолатда ҳам пружиналар системасига эквивалент бўлган пружинанинг бикирлиги қуйидагига тенг бўлади:

$$C = C_1 + C_2 \qquad (3.49)$$

Изох: (3.47), (3.48), (3.49) формулалар пружиналар горизонтал ёки қия ҳолатда жойлашганда ҳам ўринли бўлади.

Қуйида уч ва ундан ортиқ пружиналар системаси қатнашган масалаларни кўриб чиқамиз. Бундай мураккаб масалалар ҳам кўриб чиқилган масалалар каби ечилади.



3.3-расм.

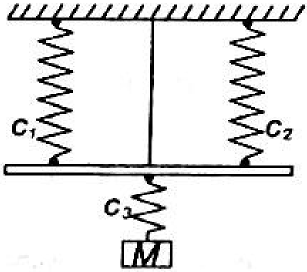
1-Масала.

3.4-расмда кўрсатилган пружиналар системасига эквивалент пружинанинг бикирлиги аниқлансин.

Биринчи навбатда параллел пружиналар системасини уларга эквивалент ва бикирлиги

$$C' = C_1 + C_2 \tag{3.50}$$

бўлган пружина билан алмаштирамиз. У пайтда бикирликлари C' ва C_3 бўлган, кетма-кет уланган пружиналар системасига эга бўламиз. Бундай системага эквивалент бўлган пружинанинг бикирлик коэффициенти қуйидагига тенг бўлади:



3.4-расм.

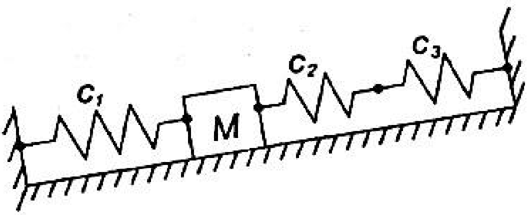
$$C = \frac{C' C_3}{C' + C_3} = \frac{(C_1 + C_2) \cdot C_3}{C_1 + C_2 + C_3} \tag{3.51}$$

Кўриниб турибдики, 3-4-расмда кўрсатилган учта пружинадан иборат система бикирлик коэффициенти (3.51) формула ёрдамида аниқланадиган пружинага эквивалент бўлар экан.

2-Масала.

3.5-расмда кўрсатилган учта пружинадан иборат пружиналар системасига эквивалент пружинанинг бикирлик коэффициенти аниқлансин.

Бу масалада ҳам биринчи навбатда, кетма – кет уланган пружиналарга эквивалент пружинанинг бикирлик коэффициентини аниқлаймиз:



3.5-расм.

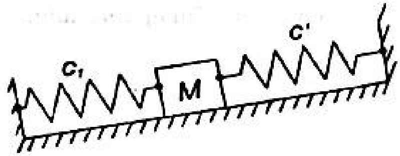
$$C' = \frac{C_2 \cdot C_3}{C_2 + C_3} \tag{3.52}$$

Натижада 3.6-расмда кўрсатилган пружиналар системасига эга бўламиз:

Бундай пружиналар системаси бикирлик коэффициенти

$$C = C_1 + C' \qquad (3.53)$$

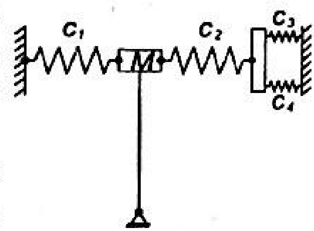
бўлган пружина билан алмаштирилади (3.52)ни эътиборга олсак, эквивалент пружина бикирлик коэффициенти учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:



3.6-расм.

$$C = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} + C_1 \qquad (3.54)$$

3-Масала. 3.7-расмда кўрсатилган тўрт пружинадан иборат пружиналар системасига эквивалент пружинанинг бикирлик коэффициенти аниқлансин:

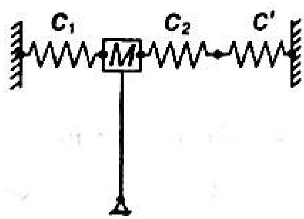


3.7-расм.

Биринчи навбатда параллел уланган, бикирлик коэффициентлари C_3 ва C_4 бўлган пружиналарни эквивалент пружинага алмаштирамиз. Эквивалент пружинанинг бикирлик коэффициенти

$$C' = C_3 + C_4 \qquad (3.55)$$

Натижада 3.8- расмда кўрсатилган пружиналар системасига эга бўламиз. Бу системада бикирлик коэффициентлари кетма – кет уланган C_2, C' бўлган пружиналарни уларга эквивалент бўлган ва бикирлик коэффициенти

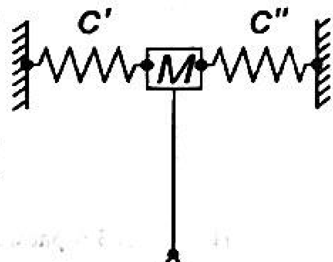


3.8-расм.

$$C'' = \frac{C' \cdot C_2}{C' + C_2} = \frac{(C_3 + C_4)\, C_2}{C_2 + C_3 + C_4} \qquad (3.56)$$

бўлган пружинага алмаштирамиз.

Бундай ҳолда 3.9-расмда кўрсатилган бикирлик коэффициентлари C_1 ва C'' бўлган пружиналар системасига эга бўламиз. Бундай



3.9-расм.

пружиналар системасига эквивалент пружинанинг бикирлик коэффициенти қуйидагига тенг бўлади:

$$C = c_1 + \frac{(c_3+c_4)\cdot c_2}{c_2+c_3+c_4} \qquad (3.57)$$

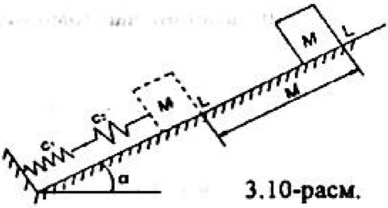
Изоҳ: Масалалар СИ бирликлар системасида ечилса, бикирлик коэффициенти н/м – да ўлчанади.

Масалан $C = 5\frac{н}{см} = 5\frac{н}{\frac{1}{100}м} = 500\frac{н}{м}$.

3.1.6.2. Моддий нуқтанинг эркин тебранма ҳаракатига доир масалаларни ечиш намуналари.

1-Масала.

Массаси m бўлган юк қия текислик бўйлаб (α=30°) бошланғич тезликсиз S – масофани ўтиб, бикирлик коэффициентлари C_1, C_2 бўлган деформацияланмаган кетма – кет уланган пружиналарга бориб урилади. Бунда юк кейинги ҳаракати давомида пружиналардан ажралмайди деб фараз қилинсин ва тебранма ҳаракат тенгламаси тузилсин. Юкнинг тебраниш амплитудаси, доиравий частотаси, даври ва бошланғич фазаси ҳам аниқлансин.



3.10-расм.

$C_1 = C_2 = 1\frac{Н}{см}$, $m = 0,5$ кг, S=20 см=0,2м эканлиги эътиборга олинсин (3.10-расм).

Ечими.

а) Пружиналар системасини эквивалент пружина билан алмаштирамиз.

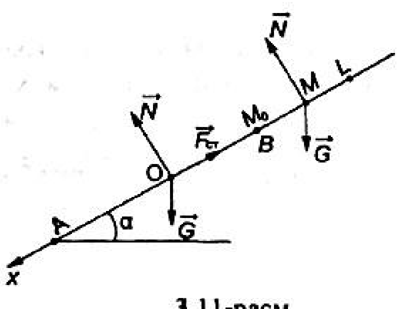
Эквивалент пружинанинг бикирлик коэффициенти қуйидагича аниқланади:

$$c = \frac{c_1 \cdot c_2}{c_1+c_2} = 0,5\ \frac{н}{см} = 50\frac{н}{м} \qquad (3.58)$$

б) Юк тебранма ҳаракатининг бошланғич шартларини аниқлаймиз.

Бунинг учун «x» ўқини қия текисликка параллел ҳолда юкнинг ҳаракати томон пастга йўналтирамиз (3.11-расм).

M юкнинг LB участкадаги ҳаракатини ўрганамиз. Бу участкада M юкга оғирлик кучи $\vec{G}$, қия текислик реакцияси $\vec{N}$ таъсир



3.11-расм.

этади. Шунинг учун юк ҳаракатининг дифференциал тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$m\ddot{x} = G_x + N_x \tag{3.59}$$

Лекин

$$G_x = Gsin\alpha; \qquad N_x = 0 \tag{3.60}$$

шунинг учун

$$m\ddot{x} = Gsin\alpha = mgsin\alpha \tag{3.61}$$

ёки

$$\ddot{x} = gsin\alpha \tag{3.62}$$

Тенгламанинг чап томонини қуйидагича ёзамиз:

$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{at^2} = \frac{dv}{at} = \frac{dv}{as}\frac{ds}{at} = \frac{dv}{as}\cdot v \tag{3.63}$$

У пайтда (3.62) қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$v\frac{dv}{as} = gsin\alpha \tag{3.64}$$

Агар (3.64) нинг икки томонини ds га кўпайтирсак, қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$v \cdot dv = gsin\alpha \cdot dS \tag{3.65}$$

(3.65) тенгламани M юкнинг LB участкадаги бошланғич ва охирги ҳолатларига мос чегаралари бўйича интегралласак қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$\frac{v^2}{2} = gsin\alpha \cdot S \tag{3.66}$$

ёки

$$v^2 = 2gsin\alpha \cdot S \tag{3.67}$$

Бу ифодадан

$$v = \sqrt{2gS\ sin\alpha} \tag{3.68}$$

Аниқланган v тезлик юкнинг B нуқтада пружинага урилган пайтдаги тезлиги, яъни M юк тебранма ҳаракатининг бошлангич тезлиги ҳисобланади.

(3.68) га S ва α – лар қийматини қўйсак, қуйидаги натижага эга бўламиз:

$$v_{ox} = v_0 = \sqrt{2gsin\alpha \cdot S} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}2} = \sqrt{1{,}96} = 1{,}4\frac{м}{с} \tag{3.69}$$

M юкнинг бошланғич координатасини 3-11 расмдан аниқлаймиз. Расмда АВ масофа пружинанинг табиий узунлигини ифодалайди (пружина деформацияланмаган).

M юк деформацияланмаган пружинага урилиши сабабли унинг бошланғич ҳолати M_0 *B* нуқтага мос келади. Расмда *O* нуқта юкнинг пружинадаги статик мувозанат ҳолатини ифодалайди. Бу ҳолатда пружина сиқилган (деформацияланган). Пружина сиқилиши $BO = f_{ст}$

Шунинг учун

$$x_0 = OM_0 = OB = -f_{ст} = -\frac{mgsin\alpha}{c} \qquad (3.70)$$

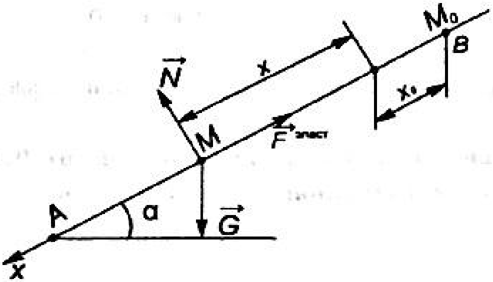
Демак, *M* юк тебранма ҳаракатининг бошланғич шартлари қуйидагича бўлар экан:

$$t_0 = 0 \text{ да } x_0 = -f_{ст} = -\frac{mgsin\alpha}{c} = -0{,}049 \text{ м}$$

$$v_{ox} = v_o = 1{,}4 \text{ м/с} \qquad (3.71)$$

в) *M* юк тебранма ҳаракатининг дифференциал тенгламасини тузамиз.

3.12-расмда юкнинг *Ox* ўқидаги ихтиёрий ҳолати *M* орқали белгиланган. Бу ҳолатда юк оғирлик кучи-$\vec{G}$, қия текислик реакцияси-$\vec{N}$ ва пружина эластиклик кучи-$\vec{F}_{эласт}$ таъсирида бўлади.



3.12-расм.

Юк ҳаракатининг дифференциал тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$m\ddot{x} = \sum P_{kx} \qquad (3.72)$$

ёки

$$m\ddot{x} = G_x + N_x + F_x^{эласт.} \qquad (3.73)$$

Лекин

$$G_x = Gsin\alpha; \quad N_x = 0; \quad F_x^{эласт.} = -F^{эласт.} \qquad (3.74)$$

Шунинг учун

$$m\ddot{x} = Gsin\alpha - F^{\text{эласт.}} \tag{3.75}$$

Маълумки,

$$F^{\text{эласт}} = cf \tag{3.76}$$

Бунда

c – пружина бикирлиги;

f – юк ихтиёрий M ҳолатда бўлганда пружинада ҳосил бўладиган деформация.

3-12 расмдан

$$f = BM = BO + OM = f_{\text{ст}} + x \tag{3.77}$$

Шунинг учун

$$F^{\text{эласт}} = c(f_{\text{ст}} + x) \tag{3.78}$$

У пайтда (3.75) қуйидагича ёзилади:

$$m\ddot{x} = Gsin\alpha - c(f_{\text{ст}} + x) \tag{3.79}$$

ёки

$$m\ddot{x} = mgsin\alpha - cf_{\text{ст}} - cx$$

(3.79) тенгламанинг икки томонини m га бўлиб, $k^2 = \frac{c}{m}$ белгилаш киритсак, ҳаракатнинг дифференциал тенгламаси учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$\ddot{x} + k^2x = 0 \tag{3.80}$$

(юкнинг статик мувозанат ҳолатида $mgsin\alpha = cf_{\text{ст}}$)

(3.80) тенглама юк эркин тебранма ҳаракатининг дифференциал тенгламасини ифодалайди.

г) M юкнинг ҳаракат қонунини аниқлаймиз. Юқорида ёзилган (3.80) дифференциал тенгламанинг умумий ечими қуйидаги кўринишида бўлади:

$$x = C_1coskt + C_2sinkt \tag{3.81}$$

Бунда C_1, C_2 – лар интеграллаш ўзгармаслари.

(3.80) дифференциал тенгламанинг умумий ечимини қуйидаги кўринишда ҳам ёзиш мумкин:

$$x = Asin(kt + \alpha) \tag{3.82}$$

Бунда A, α - лар ҳам интеграллаш ўзгармасларидир.

M юкнинг эркин тебранма ҳаракат тенгламасини, ҳаракатнинг бошланғич шартларини эътиборга олсак, қуйидагича ёзиш мумкин:

$$x = x_0coskt + \frac{v_0}{k}sinkt \tag{3.83}$$

ёки

$$x = A\sin(kt + \alpha) \tag{3.84}$$

бунда

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_{0x}}{k}\right)^2} \tag{3.85}$$

$$tg\alpha = \frac{x_0 k}{v_0} \tag{3.86}$$

(3.83) га ҳаракатнинг бошланғич шартлари ва

$$k = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{50}{0,5}} = 10\,\frac{1}{c}$$

қийматни қўйсак, ҳаракат тенгламаси учун қуйидаги ифодага эга бўламиз.

$$x = 0,049\cos 10t + 0,14\sin 10t(\text{м}) \tag{3.87}$$

Агар

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_{0x}}{k}\right)^2} = \sqrt{(-0,049)^2 + (0,14)^2} = 0,148\ \text{м};$$

$$tg\alpha = \frac{x_0 k}{v_Э} = \frac{-0,049 \cdot 10}{1,4} = -0,35;$$

$$\sin\alpha = \frac{x_0}{A} < 0$$

эканлигини эътиборга олсак, ҳаракат тенгламаси қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$x = 0,148\sin[10t + arctg(-0,35)]\ (\text{м});$$

бунда

$$arctg(-0,35) = -0,037\ \text{рад} \tag{3.88}$$

Буни эътиборга олсак,

M юкнинг ҳаракат тенгламаси қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$x = 0,148\sin(10t - 0,337)\ (\text{м}) \tag{3.89}$$

(3.89) дан кўриниб турибдики, берилган мисолда *M* юк эркин гармоник ҳаракатда бўлар экан.

Тебраниш амплитуда: A=0,148 м

Тебраниш даври: $T = \frac{2\pi}{k} = \frac{\pi}{5}c$

Тебраниш частотаси $\nu = \frac{1}{T} = 1,6\ \frac{1}{c}$

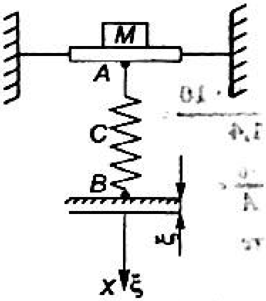
3.1.6.3. Моддий нуктанинг мажбурий тебранма ҳаракатига доир масала

1-Масала. Бирор вақт онида M юк плита устига ўрнатилади ва (деформацияланмаган пружинада) бошлангич тезликсиз қўйиб юборилади. Худди шу ондан бошлаб B нуқта (пружинанинг пастки учи) $\xi = 0{,}5 sinpt$(см)қонунга мувофиқ вертикал бўйлаб ҳаракат қила бошлайди (ξ ўқи пастга йўналган). Пружинанинг бикирлик коэффициенти $c = 250\frac{н}{см}$, x ўқида саноқ боши B нуқтанинг ўрта вазиятига ($\xi = 0$) мос келади.

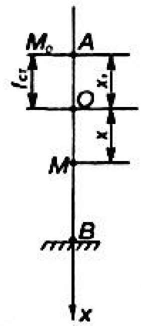
Плитанинг массасини эътиборга олмасдан ва уни мутлақ бикр деб ҳисоблаб, $m = 100$ кг массали M юкнинг ҳаракат тенгламаси аниқлансин. Юк кейинги ҳаракати давомида плитадан ажралмайди деб фараз қилинсин.

Мисолни ечишда қуйидаги ҳоллар кўриб чиқилсин (3.13-расм);

а) $p = 40\frac{1}{c}$; б) $p = 50\frac{1}{c}$; с) $p = 60\frac{1}{c}$;



3.13-расм.



3.14-расм.

Ечими:

Ҳаракатнинг бошланғич шартларини аниқлаймиз. 3.13-расмда AB масофа орқали пружинанинг табиий (деформацияланмаган) узунлиги кўрсатилган. Масала шартига кўра M юк плитага пружина деформацияланмаган ҳолатда қўйилган (A нуқта). Шунинг учун M юкнинг бошланғич ҳолати M_0 A нуқта билан устма – уст тушади.

M юк таъсирида пружина $AO = f_{ст}$ масофага сиқилади ва статик мувозанат ҳолати юзага келади. M юкнинг тинч – статик мувозанат ҳолати O нуқта орқали белгиланган.

Бу нуқта координата боши деб қабул қилинган. Демак, M юкнинг бошланғич координатаси қуйидагига тенг бўлади:

$$x_0 = OM_0 = -f_{ст} = -\frac{mg}{c} \quad (3.90)$$

M_0 нуқта O нуқтадан тепада ва x ўқи вертикал пастга йўналган бўлганлиги учун x_0 координата манфий ишорага эга бўлади.

Масала шартига кўра M юк плита устига қўйилади ва бошланғич тезликсиз қўйиб юборилади. Шунинг учун

$$v_{0x} = v_0 = 0 \quad (3.91)$$

Демак, M юк ҳаракатининг бошланғич шартлари қуйидагича бўлар экан:

$$t_0 = 0; \quad x_0 = -f_{ст} = -\frac{mg}{c}; \quad (3.92)$$

$$v_{0x} = v_0 = 0;$$

Агар $m = 100$ кг, $g = 9{,}8$ м/с^2, $c = 250\frac{н}{см} = 2500\frac{н}{м}$ эканлигини эътиборга олсак,

$$x_0 = -\frac{mg}{c} = -0{,}00392 \approx -0{,}004 \text{ (м)га}$$

тенг бўлади.

Демак, M юк ҳаракатининг бошланғич шартлари

$$t_0 = 0; \quad x_0 = -0{,}004 \text{ м} \quad (3.93)$$

$$v_{0x} = v_0 = 0$$

бўлар экан.

Энди M юк ҳаракатининг дифференциал тенгламасини тузамиз. Бунинг учун 3.15-расмда M юкнинг ихтиёрий вазиятида унга қўйилган оғирлик кучи - $\vec{G}$, пружина эластиклик кучи - $\vec{F}^{эласт}$ ва уйғотувчи куч - $\vec{Q}$ кучларни кўрсатамиз (уйғотувчи куч $\vec{Q}$ «пинхона» ҳолда қатнашади, шунинг учун у 3.15-расмда кўрсатилмаган).

M юк ҳаракатининг дифференциал тенгламаси умумий ҳолда қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$m\ddot{x} = G_x + F_x^{эласт.} \quad (3.94)$$

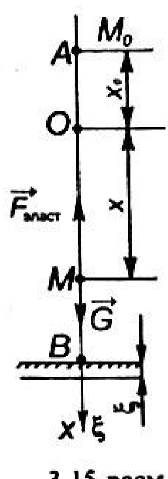
бунда

$$G_x = G; \quad F_x^{эласт.} = -F^{эласт.}$$

Буларни эътиборга олсак (3.136) қуйидаги кўринишга эга бўлади.

$$m\ddot{x} = G - F^{эласт.}. \quad (3.95)$$

Лекин Гук қонунига асосан



3.15-расм.

$$F^{\text{эласт.}} = cf. \tag{3.96}$$

Бунда f – юк M ҳолатда бўлганда пружинадаги деформация катталиги.

3.15-расмдан пружина пастки учи B нуқта тинч ҳолатда бўлганда пружина деформацияси (сиқилиши) қуйидагига тенг бўлади.

$$f' = AM = AO + OM = f_{\text{ст}} + x \tag{3.97}$$

Пружина пастки учи B пастга ξ масофага силжийди.

Шунинг учун

$$f = f' - \xi = f_{\text{ст}} + x - \xi \tag{3.98}$$

(3.15-расмда ξ – мусбат ишора билан олинган, аслида унинг ишораси $sinpt$ ишораси билан белгиланади).

Пружина деформацияси маълум бўлса, эластиклик кучи қуйидагига тенг бўлади

$$F^{\text{эласт.}} = cf = c(f_{\text{ст}} + x - \xi) \tag{3.99}$$

У пайтда M юк ҳаракатининг дифференциал тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлади.

$$m\ddot{x} = G - c(f_{\text{ст}} + x - \xi)$$

ёки

$$m\ddot{x} = G - cf_{\text{ст}} - cx + c\xi. \tag{3.100}$$

Агар

$$G = cf_{\text{ст}}, \qquad \xi = 0{,}5sinpt(\text{см}) = 0{,}005\ sinpt(\text{м})$$

эканлигини эътиборга олсак, (3.100) қуйидагича ёзилади:

$$m\ddot{x} = -cx + 0{,}005 \cdot c\ sinpt$$

ёки

$$m\ddot{x} + cx = Hsinpt \tag{3.101}$$

бунда

$$H = c \cdot 0{,}005$$

(3.101) ифоданинг ўнг томони уйғотувчи кучнинг ox ўқидаги проекциясини ифодалайди:

$$Q_x = Hsinpt \tag{3.102}$$

бунда

H – уйғотувчи куч амплитудаси;

p – уйғотувчи куч доиравий частотаси;

δ – уйғотувчи куч бошланғич фазаси.

Шуни таъкидлаш лозимки, $\xi = 0{,}005\, sinpt$ (м) қонун бўйича ўзгарувчи ташқи уйғотиш мавжудлиги юкка

$Q = Hsinpt$ (H) уйғотувчи куч таъсир этишини билдиради.

(3.101) тенгламанинг ҳар икки томонини m га бўлиб, қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}x = \frac{H}{m}sinpt \tag{3.103}$$

Белгилаш киритамиз:

$$\frac{c}{m} = k^2; \quad \frac{H}{m} = h$$

У пайтда (3.103) қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\ddot{x} + k^2x = hsinpt \tag{3.104}$$

Бу тенглама моддий нуқтанинг муҳит қаршилик кучи таъсир этмаган ҳолда мажбурий тебранма ҳаракатининг дифференциал тенгламасини ифодалайди.

(3.104) дифференциал тенгламанинг умумий ечими p ва k катталиклар қийматлари орасидаги муносабатга боғлиқ бўлади.

Қуйидаги ҳолларни кўриб чиқамиз:

а) $p = 40\frac{1}{c}$; $\quad k = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{2500} = 50\frac{1}{c}$

Демак, $p < k$

Бундай ҳолда дифференциал тенгламанинг умумий ечими қуйидаги кўринишда ёзилади.

$$x = C_1coskt + C_2sinkt + \frac{h}{k^2-p^2}sinpt \tag{3.105}$$

Бу ифодада C_1 ва C_2 – лар интеграллаш ўзгармаслари.

Уларни аниқлаш учун (3.105) нинг икки томонини вақт бўйича дифференциаллаймиз:

$$\dot{x} = -C_1 k sinkt + C_2 k coskt + \frac{hp}{k^2 - p^2} cospt \qquad (3.106)$$

Ҳаракатнинг бошланғич шартларини (3.105) ва (3.106) тенгламаларга ишлатамиз:

$$t = 0 \text{ да} \quad x_0 = C_1$$

$$\dot{x}_0 = v_{0x} = C_2 k + \frac{hp}{k^2 - p^2}$$

Агар

$$x_0 = -0{,}004 \text{ м}, \quad v_{0x} = 0$$

эканлигини эътиборга олсак,

$$C_1 = -0{,}004$$

$$C_2 = \frac{hp}{k(k^2 - p^2)} = -\frac{12{,}5 \cdot 40}{50(2500 - 1600)} = -\frac{1}{90} = -0{,}011 \text{га}$$

тенг бўлади.

$C_1, C_2, k, p, \frac{h}{k^2 - p^2}$ ларнинг қийматларини (3.105) тенгламага қўйсак M юк ҳаракат қонуни учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$x = -0{,}004cos50t - 0{,}011sin50t + 0{,}014sin40t \text{ (м)} \qquad (3.107)$$

Тенгламадан кўриниб турибдики, M юк ҳаракати эркин тебранма ҳаракат (тенгламадаги биринчи икки қўшилувчи) ва мажбурий тебранма ҳаракатлари (тенгламадаги учинчи қўшилувчи) йиғиндисидан иборат бўлар экан. Бу ҳол M юк ҳаракатининг тенгламасини

$$x = Asin(kt + \alpha) + \frac{h}{k^2 - p^2} sinpt \qquad (3.108)$$

кўринишда ёзганда яққол намоён бўлади.

Бу тенгламада A ва α – лар ҳам интеграллаш ўзгармаслари. Уларни аниқлаш учун ҳам (3.108) нинг икки томонини вақт буйича дифференциаллаймиз:

$$\acute{x} = Akcos(kt + \alpha) + \frac{h}{k^2-p^2} cospt \qquad (3.109)$$

$t = 0$ да (3.108) ва (3.109) тенгламалар қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$x_0 = Asin\alpha; \quad \acute{x}_0 = v_{0x} = Akcos\alpha + \frac{hp}{k^2-p^2} \qquad (3.110)$$

Бу ифодалардан

$$A = \sqrt{x_0^2 + (\frac{v_{ox}}{k} - \frac{hp}{k^2-p^2})^2}; \qquad (3.111)$$

$$tg\alpha = \frac{x_0 k}{v_{ox} \frac{hp}{k^2-p^2}}; \quad sin\alpha = \frac{x_0}{A}; \qquad (3.112)$$

Ҳаракатнинг бошланғич шартларини бу ифодаларга қўйсак, A ва α учун қуйидаги қийматларга эга бўламиз.

$$A = \sqrt{(-0{,}004)^2 + (-0{,}011)^2} = 0{,}0118;$$

$$tg\alpha = \frac{-0{,}004}{-0{,}011} = 0{,}3636,$$

$$\alpha = arctg(0{,}3636) = 3{,}4811$$

Буларни эътиборга олсак, M юкнинг ҳаракат қонуни учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$x = 0{,}0117 \sin(50t + 3{,}4811) + 0{,}014 sin40t \ (м) \qquad (3.113)$$

Тебранма ҳаракат характеристикалари қуйидаги жадвалда кўрсатилган:

2-жадвал

т/р	Тебраниш характеристикалари	Эркин тебранма ҳаракат	Мажбурий тебранма ҳаракат
1.	Амплитуда (см)	1,17	1,4
2.	Доиравий частота (рад/с)	50	40
3.	Тебраниш даври	$T = \frac{2\pi}{k} = 0{,}13$	$\tau = \frac{2\pi}{p} = 0{,}16$
4.	Тебранишнинг бошланғич фазаси	$\alpha = 3{,}48$	$\delta = 0$
5.	Фазалар силжими	-	-

б) $p = 50\frac{1}{c}$; $k = \sqrt{\frac{c}{m}} = 50\frac{1}{c}$;

Демак, $p = k$.

Бундай ҳолда резонанс ҳодисаси юзага келади. Резонанс ходисасида (3.104) дифференциал тенгламанинг умумий ечими қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$x = Asin(kt + \alpha) - \frac{h}{2k} tcos(pt + \delta) \qquad (3.114)$$

Агар $p = k$, $\delta = 0$; $-\cos(pt + \delta) = \sin\left(pt + \delta - \frac{\pi}{2}\right)$ эканлигини эътиборга олсак, (3.113) қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$x = Asin(kt + \alpha) - \frac{ht}{2k} sin(kt - \frac{\pi}{2}) \qquad (3.115)$$

Бу тенгламада биринчи қўшилувчи M юкнинг эркин тебранма ҳаракатини, иккинчи қўшилувчи эса мажбурий тебранма ҳаракатини ифодалайди.

Тенгламадаги A ва α – ларни аниқлаш учун (3.115) нинг икки томонини вақт буйича дифференциялаймиз:

$$\dot{x} = Akcos(kt + \alpha) + \frac{h}{2k}\left[sin\left(kt - \frac{\pi}{2}\right) + ktcos(kt - \frac{\pi}{2})\right] \qquad (3.116)$$

$t = 0$ да (3.114)в а (3.115) лар қўйидаги кўринишни олади:

$$x_0 = Asin\alpha; \qquad \dot{x}_0 = Akcos\alpha$$

Булардан

$$Asin\alpha = x_0; \qquad Acos\alpha = \frac{\dot{x}_0}{k} = \frac{v_{0x}}{k}$$

Шунинг учун

$$A = \sqrt{x_0^2 + (\frac{v_{0x}}{k})^2} = 0{,}004 \text{ м}$$

$$\frac{h}{2k} = \frac{12{,}5}{2 \cdot 50} = 0{,}125 \text{ м}$$

$$tg\alpha = \frac{x_0 k}{v_{0x}} = \frac{-0{,}004 \cdot 50}{0} = \infty$$

$$sin\alpha = \frac{x_0}{A} = 1; \quad \alpha = arctg\infty = \frac{3\pi}{2} = \frac{3 \cdot 3{,}14}{2} = 4{,}712 \qquad (3.117)$$

Буларни эътиборга олсак, (3.115) қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$x = 0{,}004\sin(50t + 4{,}712) + 0{,}125tsin\left(50t - \frac{\pi}{2}\right) (\text{м}) \qquad (3.118)$$

Ёзилган тенглама $p = 50\frac{1}{c}$ бўлган холда M юкнинг харакат қонунини ифодалайди.

Тебранма ҳаракат характеристикалари қуйидаги жадвалда келтирилган:

3-жадвал

т/р	Тебраниш характеристикалари	Эркин тебранма ҳаракат	Мажбурий тебранма ҳаракат
1.	Амплитуда (см)	0,4	12,5
2.	Доиравий частота (рад/с)	50	50
3.	Тебраниш даври	$T = \frac{2\pi}{k} = 0{,}13$	$\tau = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{k} = 0{,}13$
4.	Тебранишнинг бошланғич фазаси	$\alpha = 4{,}712$	$\delta = 0$
5.	Фазалар силжими	-	$-\frac{\pi}{2} = -1{,}57$

в) $p = 60\frac{1}{c}$, $k = \sqrt{\frac{c}{m}} = 50\frac{1}{c}$

Демак, $p > k$

Бундай холда (3.104) дифференциал тенгламанинг умумий ечими қуйидаги кўринишда ёзилади.

$$x = C_1 coskt + C_2 sinkt + \frac{h}{p^2-k^2}\sin(pt-\pi) \quad (3.119)$$

Бу ифодада C_1, C_2 – лар интеграллаш ўзгармаслари. Уларни аниқлаш учун (3.118) тенгламанинг ҳар икки томонини вақт бўйича дифференциялаймиз:

$$\dot{x} = -C_1 ksinkt + C_2 kcoskt + \frac{hp}{p^2-k^2}\cos(pt-\pi) \quad (3.120)$$

$t = 0$ да (3.119), (3.120) тенгламалар қуйидаги кўринишни олади:

$$x_0 = C_1$$
$$\acute{x}_0 = C_2 k - \frac{hp}{p^2 - k^2}$$

ёки

$$C_1 = x_0 = -0{,}004$$
$$C_2 = \frac{hp}{(p^2 - k^2)k} = 0{,}682 \qquad (3.121)$$

(3.121) ни (3.119)га қўйсак, *M* юкнинг ҳаракат қонуни учун қуйидаги тенгламага эга бўламиз:

$$x = -0{,}004cos50t + 0{,}682sin50t + 0{,}011\sin(60t - \pi)\ (\text{м}) \qquad (3.122)$$

Тенгламада биринчи икки қўшилувчи *M* юкнинг эркин тебранма ҳаракати тенгламаси. Учинчи қўшилувчи –мажбурий тебранма ҳаракат тенгламаси.

Мазкур мисолни бошқа, иккинчи усулда ҳам ечиш мумкин:

(3.104) дифференциал тенгламанинг умумий ечимини қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$x = Asin(kt + \alpha) + \frac{h}{p^2 - k^2}\sin(pt - \pi) \qquad (3.123)$$

Тенгламанинг ҳар икки томонини вақт бўйича дифференциялаймиз:

$$\acute{x} = Akcos(kt + \alpha) + \frac{hp}{p^2 - k^2}\cos(pt - \pi) \qquad (3.124)$$

$t = 0$ да (3.123), (3.124) тенгламалар қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$x_0 = Asin\alpha$$
$$\acute{x}_0 = Akcos\alpha - \frac{hp}{p^2 - k^2}$$

ёки

$$Asin\alpha = -0{,}004$$
$$Acos\alpha = \frac{hp}{(p^2 - k^2)k} = \frac{12{,}5 \cdot 60}{(3600 - 2500) \cdot 50} = 0{,}0136 \qquad (3.125)$$

Бу ифодалардан

$$A = \sqrt{(-0{,}004)^2 + (0{,}0136)^2} = 0{,}0142;$$

$$tg\alpha = \frac{-0,004}{0,0136} = -0,293;$$

$$sin\alpha = \frac{-0,004}{0,0142} = -0,281; \qquad (3.126)$$

$$\alpha = -0,285\ рад$$

(3.125) ни эътиборга олсак (3.126) қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$x = 0,0142\sin(50t - 0,285) + 0,0111\sin(60t - 3,14)\ (м) \qquad (3.127)$$

Ҳосил бўлган тенглама M юкнинг ҳаракат қонунини ифодалайди. Тенгламадан кўриниб турибдики, бу ҳолда ҳам M нуқта мураккаб ҳаракатда бўлар экан. Тенгламадаги биринчи қўшилувчи M юкнинг эркин тебранишларини, иккинчи қўшилувчи эса мажбурий тебранишларни ифодалайди.

Тебраниш характеристикалари қуйидаги жадвалда келтирилган.

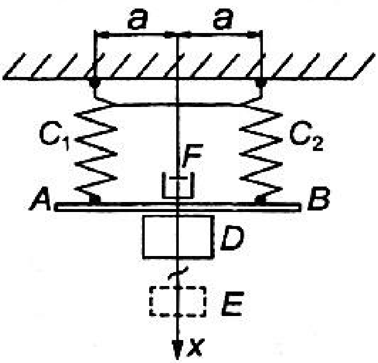
4-жадвал

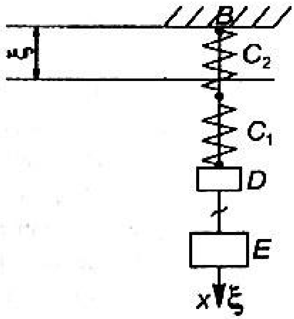
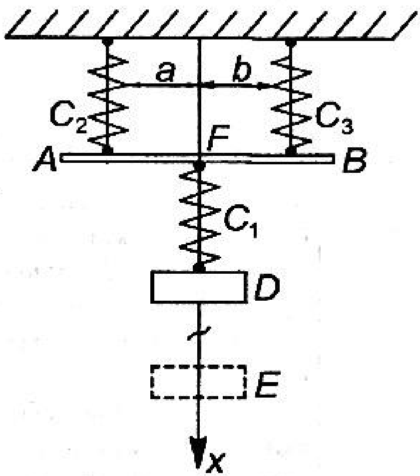
т/р	Тебраниш характеристикалари	Эркин тебранма ҳаракат	Мажбурий тебранма ҳаракат
1.	Тебраниш амплитудаси (см)	1,42	1,11
2.	Тебраниш доиравий частотаси (рад/с)	50	60
3.	Тебраниш даври	$T = \frac{2\pi}{k} = 0,13$	$\tau = \frac{2\pi}{p} = 0,105$
4.	Тебраниш бошланғич фазаси	$\alpha = -0,285$	$\delta = 0$
5.	Мажбурий тебранишлар фазасининг силжими	-	$-\pi = -3,14$

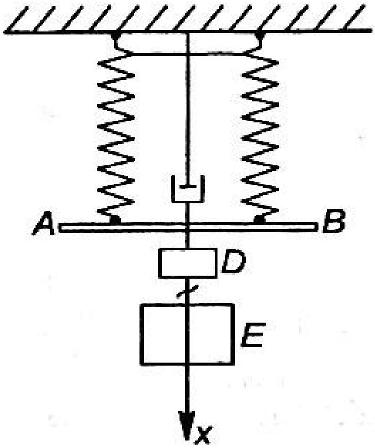
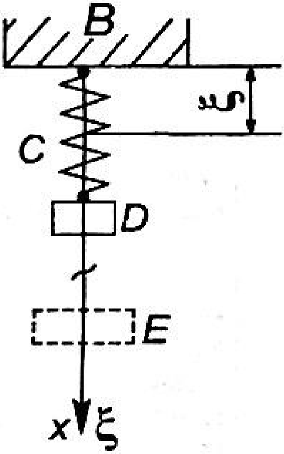
3.17. Мустақил ечиш учун талабаларга тавсия этиладиган масалалар

Д-1. – топшириқ. **Моддий нуқтанинг тебранма ҳаракатини текшириш.**

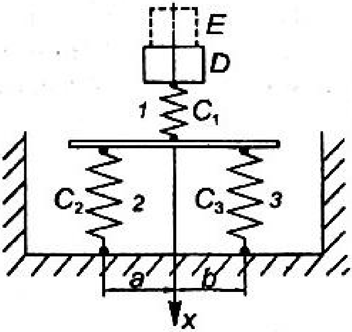
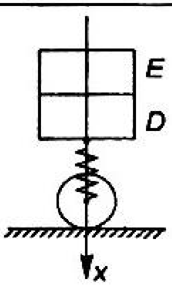
Д-1.1. – топшириқ. $m_Д$ массали D юкнинг (2 ва 4 вариантлар) ёки массалари $m_Д$ ва m_E бўлган $Д$ ва E юклар системасининг (1, 3, 5 – вариантлар) x ўқи бўйича ҳаракат тенгламаси топилсин. Саноқ боши D юкнинг ёки мос равишда D ва E юклар системасининг тинч вазиятида (пружиналарнинг статик деформацияси ҳолатида) олинсин. Юкларни бирлаштириб турувчи стержень оғирликсиз ва деформацияланмайди деб ҳисоблансин.

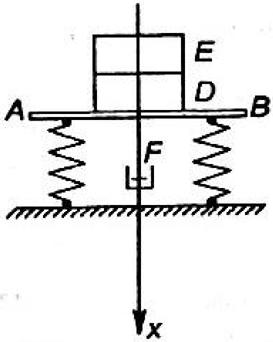
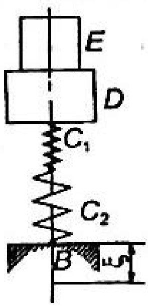
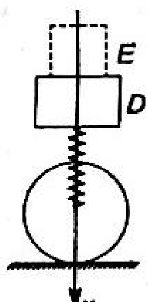
Вариант рақами	Топшириқ схемалари	Топшириқ шартлари
1.		D юк (m_D =2 кг) ҳар бирининг бикирлик коэффициенти c=4 Н/см бўлган иккита бир хил параллел пружинага осилган AB тахтачага маҳкамланган, D юк маҳкамланган нуқта пружиналарнинг ўқларидан тенг масофаларда жойлашган. Бирор вақт онида D юкка E юк (m_E= 1 кг) осиб қўйилади. Юклар системасининг ҳаракатига қаршилик кучи тезликка пропорционал: R= 10v (Н), бу ерда v — тезлик (м/с). Мутлақ бикир AB тахтачанинг ва унга маҳкамланган демпфер қисмининг массаси ҳисобга олинмасин.

2.	 	$D(m_D=2$ кг) ва $E(m_E=4$ кг) юкларни бирлаштириб турувчи стержень кесиб юборилган ондан бошлаб B нуқта (кетма-кет уланган пружиналарнинг юқори учи) $\xi=1{,}5\sin 18t$ (см) қонун бўйича ҳаракат қила бошлайди (ξ= ўқи вертикал бўйлаб пастга йўналган). Пружиналарнинг бикирлик коэффициентлари $c_1=10$ Н/см, $c_2=30$ Н/см.
3.	 	D юк ($M_D=0{,}6$ кг) AB тахтачанинг F нуқтасига маҳкамланган ва бикирлик коэффициенти $c_1=10$ Н/см бўлган пружинага осилган. Тахтача бикирлик коэффициентлари $c_2=6$ Н/см, $c_3=8$ Н/см бўлган иккита параллел пружинага осиб қўйилган. F нуқта бу пружиналарнинг ўқларидан a ва b масофаларда жойлашган: $a/b=c_3/c_2$. Бирор вақт онида D юкка E юк ($m_E=1{,}4$ кг) осиб қўйилади. Худди шу вақт онида юклар системасига пастга йўналган $v_0=0{,}2$ м/с тезлик берилади. Мутлақ бикир AB тахтачанинг массаси ҳисобга олинмасин.

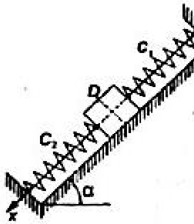
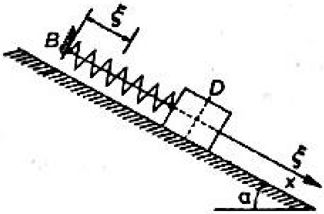
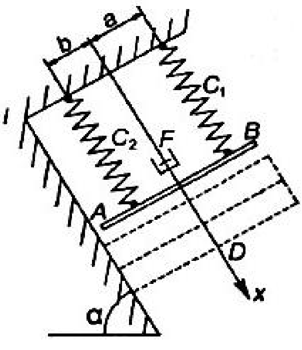
4.		Иккита бир хил параллел пружинанинг $D(m_D$=0,5 кг) ва $E(m_E$= 1,5 кг) юклар таъсиридаги статик деформацияси f_{cm}=6 см. Юклар пружиналарга мутлақ бикир *AB* тахтача ёрдамида осилган. Бирор вақт ичида юкларни бирлаштириб турувчи стержен кесиб юборилади. *D* юкнинг ҳаракатига қаршилик тезликка пропорционал $R=8\ v$(Н), бу ерда v — тезлик (м/с). Тахтачанинг ва унга маҳкамланган демпфер қисмининг массаси ҳисобга олинмасин.
5.		Бикирлик коэффициенти С=6 Н/см бўлган пружинага осиғлиқ *D* юкка $(m_D$= 1,6 кг) *E* юк $(m_E$=2,6 кг) осилган ондан бошлаб *B* нуқта (пружинанинг юқори учи) ξ= 2 sin5t(cm) қонун бўйича ҳаракатлана бошлайди (ξ ўқи вертикал бўйлаб пастга йўналган). Эслатма. Саноқ бошининг *x* ўқидаги вазияти *B* нуқтанинг ўрта вазиятига (ξ=0) мос келади.

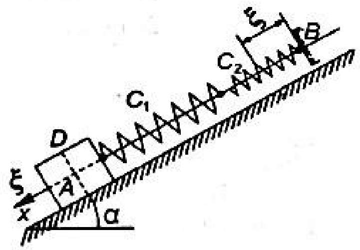
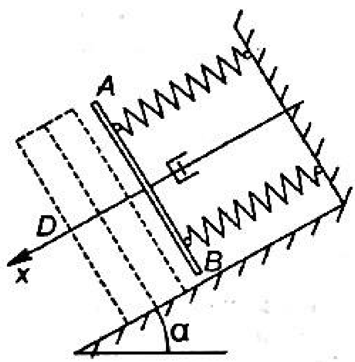
Д-1.2. – топшириқ. $m_Д$ массали D юкнинг (7 ва 9 вариантлар) ёки $m_Д$ ва m_E массали D ва E юклар системасининг (6, 8, 10 – вариантлар) ҳаракат тенгламаси топилсин (бу ҳаракат x ўқига келтирилсин). Саноқ боши D юкнинг ёки мос равишда D ва E юклар системасининг тинч вазиятида (пружиналарнинг статик деформацияси вазиятида) олинсин. D ва E юклар биргаликдаги ҳаракатларида ажралиб кетмайди деб фараз қилинади.

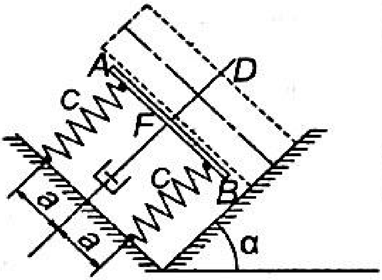
Вариант рақами	Топшириқ схемалари	Топшириқ шартлари
6.		Устида D юкни (m_D= 12 кг) ушлаб турувчи *1* пружина F нуқтада иккита 2 ва *3* параллел пружиналарнинг учларини бирлаштириб турувчи AB тахтачага таянади. *1*-, *2*- ва *3*-пружиналарнинг бикирлик коэффициентлари (Н/см): c_1=200, c_2= 160, c_3= 140. F нуқта 2- ва 3-пружиналарнинг ўқларидан a ва b масофаларда жойлашган: $a/b = c_3/c_2$. Вақтнинг бирор онида D юкнинг устига E юк (m_E= 20 кг) қўйилади ва шу билан бир вақтда юклар системасига пастга йўналган v_0=0,4 м/с тезлик берилади. Мутлақ бикир AB тахтачанинг массаси ҳисобга олинмасин.
7.		Бирор вақт онида E юк D юкнинг устидан олинади (иккала юк ҳам пружинанинг статик деформациясига мос келувчи тинч ҳолатда турибди). D ва E юклар системасининг пружина устидаги хусусий тебранишларининг циклик частотаси k=20 рад/с, массалар нисбати m_D/m_E=2/3.

<table>
<tr>
<td>8.</td>
<td>
</td>
<td>Иккита бир хил параллел пружиналардан ҳар бирининг D юк (m_D= 20кг) таъсиридаги статик деформацияси $f_{ст}$=2 см. Бирор вақт ичида D юкнинг устига E юк (m_E= 10 кг) қўйилади. Юкларнинг ҳаракатига қаршилик тезликка пропорционал: $R=60\sqrt{3}\ v$(Н), бу ерда v –тезлик (м/с). Мутлақ бикир тахтачанинг ва у билан боғланган демпфер қисмининг массаси ҳисобга олинмасин.</td>
</tr>
<tr>
<td>9.</td>
<td>
</td>
<td>Иккита D ва E юк (m_D=20 кг, m_E=25 кг) c_1=250 Н/см ва c_2=375 Н/см бикирлик коэффициентларига эга бўлган кетма-кет уланган пружиналарнинг устида тинч турибди. E юк олинган ондан бошлаб пружиналарнинг таянч нуктаси B ξ= 0,5 sin 30t (см) қонун бўйича ҳаракат қила бошлайди (ξ ўқи вертикал бўйлаб пастга йўналган).</td>
</tr>
<tr>
<td>10.</td>
<td>
</td>
<td>Пружинанинг статик деформацияга мос келувчи тинч холатда бўлган D юкнинг устига вақтнинг бирор онида E юк қўйилади. Худди шу онда юклар системасига пастга йўналган v_0=0,4 м/с тезлик берилади. D юкнинг пружина устидага хусусий тебранишларининг циклик частотаси k_D= 24 рад/с, массалар нисбати m_E/m_D=3</td>
</tr>
</table>

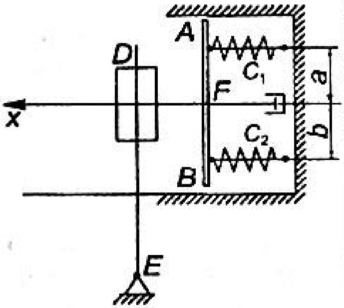
Д-1.3. – топшириқ. m массали D юкнинг горизонт билан α бурчак ташқи л қилувчи силлиқ қия текислик бўйлаб ҳаракат тенгламаси, ҳаракат x ўқига келтирилган ҳолда топилсин. Саноқ боши қилиб юкнинг тинч турган ҳолати пружиналарнинг статик деформация ҳолати қабул қилинсин.

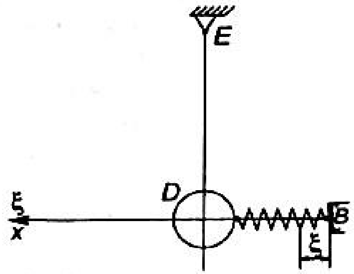
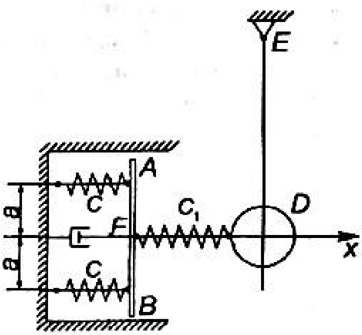
Вариант рақами	Топшириқ схемалари	Топшириқ шартлари
11.		Бирор вакт онида D юк (m=2кг) c_1=7 Н/см ва c_2=3 Н/см бикирлик коэффициентларга эга бўлган деформацияланмаган пружиналарнинг учларига маҳкамланади. Шу билан бир вақтда юкка қия текислик (α=45°) бўйлаб пастга йўналган v_0=0,6 м/с тезлик берилади.
12.		D юк қия текисликнинг (α=30°) устида пружинанинг статик деформацияси f_{cm}= 2 см га мос келувчи тинч вазиятда туради. Бирор вақт онида (t=0) K нуқта (пружинанинг юқори учи) ξ= 0,01 sin 10t (м) қонун бўйича ҳаракат қила бошлайди (ξ ўқи текислик бўйлаб пастга йўналган).
13.		D юк (m = 3 кг) иккита деформацияланмаган параллел пружиналарнинг учларини бирлаштирувчи AB тахтачанинг F нуқтасига маҳкамланади ва бошлангич тезликсиз қўйиб юборилади. Пружиналарнинг бикирлик коэффициентлари c_1=3 Н/см ва c_2=6 Н/см. F нуқта пружиналарнинг ўқларидан a ва b масофаларда жойлашган: $a/b=c_2/c_1$, α=60°. Юкнинг ҳаракатига қаршилик тезликка пропорционал: R= 12 v(Н), бу ерда v — тезлик (м/с). AB тахтачанинг ва демпфернинг массаси ҳисобга олинмасин.

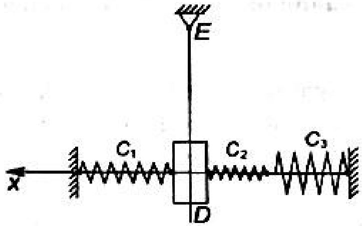
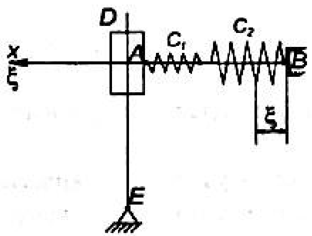
14.		Бирор вақт онида D юк (m = 2 кг), c_1= 12 Н/см ва c_2 =4 Н/см бикирлик коэффициентларига эга бўлган деформацияланмаган кетма-кет уланган пружиналарнинг A учига маҳкамланади ва бошланғич тезликсиз қўйиб юборилади. Шу билан бир вақтда (t= 0) пружиналарнинг иккинчи B учи ξ= 1,5 sin $10t$ (см) қонун бўйича ҳаракат қила бошлайди. ξ ўқи қия текислик (α=30°) бўйлаб пастга йўналган. Саноқ бошининг x ўқидаги вазияти B нуқтанинг ўрта вазиятига (ξ= 0) мос келади.
15.		Иккита бир хил параллел пружиналарнинг учлари AB тахтача билан бирлаштирилган. Ҳар бир пружинанинг қия текислик (α=30°) устида ётган D юк (m= 1,5 кг) таъсиридаги статик деформацияси $f_{ст}$=4,9 см. Бирор вақт онида D юкка қия текислик бўйлаб юқорига йўналган v_0=0,4 м/с бошлангич тезлик берилади. Юкнинг ҳаракатига қаршилик тезликка пропорционал: R=6 v (Н), бу ерда v — тезлик, (м/с). Мутлақ бикир AB тахтачанинг ва у билан боғланган демпфер қисмининг массаси ҳисобга олинмасин.

16.		D юк (m= 2 кг) иккита бир хил параллел пружиналарнинг учларини бирлаштирувчи мутлақ бикир AB тахтачанинг ўртасига бошланғич тезликсиз маҳкамлаб қўйилади. Пружиналар деформацияланмаган. Пружиналарнинг бикирлик коэффициентлари c=1,5 Н/см. Юкнинг ҳаракатига қаршилик тезликка пропорционал R=8v(Н), бу ерда v —тезлик (м/с), α = 60°. AB тахтачанинг ва унга маҳкамланган демпфер қисмининг массаси ҳисобга олинмасин.

Д-1.6. – топшириқ. m массали D юк горизонтал текисликда E ўқ атрофида айлана олувчи вазнсиз стерженнинг учига маҳкамлашган. Юк пружина билан ёки пружиналар системаси билан бириктирилган. Стерженнинг чизмада кўрсатилган, тинч турган ҳолати деформацияланмаган пружиналарга мос келади. Моддий нуқта сифатида қабул қилинадиган D юк тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракатланади деб ҳисоблаб, бу юкнинг ҳаракат тенгламаси аниқлансин (юкнинг текислик бўйлаб сирпаниш ишқаланиши ҳисобга олинмасин).

Вариант рақами	Топшириқ схемалари	Топшириқ шартлари
17.		D юк (m=2,4 кг) бикирлик коэффициентлари c_1= 1 Н/см ва c_2= 1,4 Н/см бўлган иккита параллел пружинанинг учларини боғловчи AB тахтачанинг F нуқтасига бириктирилган. F нуқта пружиналарнинг ўқларидан a ва b масофаларда жойлашган: $a/b=c_2/c_1$ D юк чизмада кўрсатилган вазиятидан чап томонга λ= 4 см қийматга оғдирилади ва бошланғич тезликсиз қўйиб юборилади. Юкнинг ҳаракатига қаршилик тезликка пропорционал: R= 6v (Н). Бу ерда v — тезлик (м/с). Мутлақ бикир AB тахтачанинг ва демпфернинг массаси ҳисобга олинмасин.

18.		Бирор вақт онида пружинанинг $\lambda = 2$см қийматгача сиқиб ушлаб турилган D юк (m=3кг) бошланғич тезликсиз қўйиб юборилади. Пружинанинг бикирлик коэффициенти c= 9 Н/см. Шу ондан бошлаб (t=0) B нуқта (пружинанинг ўнг учи) ξ= 1,2 sin 8 t (см) қонун бўйича ҳаракат қила бошлайди (ξ ўқи чапга йўналган). Саноқ бошининг x ўқидаги вазияти B нуқтанинг ўрта вазиятига (ξ=0) мос келади.
19.		D юк (m=2 кг) бикирлик коэффициенти c= 12 Н/см бўлган пружинанинг учига маҳкамланган бўлиб, бу пружинанинг иккинчи учи AB тахтачанинг F нуқтаси билан бириктирилган. AB тахтача ҳар бирининг бикирлик коэффициенти c= 13 Н/см бўлган иккита параллел пружинанинг учларини боғлайди. F нуқта параллел пружиналарнинг ўқларидан тенг масофаларда жойлашган. Юкка ED стерженнинг чизмада кўрсатилган вазиятидан ўнг томонга йўналган v=0,5м/с тезлик берилади. Юкнинг ҳаракатига қаршилик тезликка пропорционал: R= 12 v(Н), бу ерда v — тезлик (м/с). Демпфернинг сурилгичи вазнсиз AB тахтачадаги тешик орқали ўтказилиб, D юк билан бириктирилган.

20.		D юк (m= 2,0 кг) бир томони билан c_1=4,4 Н/см бикирлик коэффициентига эга бўлган пружинанинг учига, иккинчи томони билан эса бикирлик коэффициентлари c_2= 2Н/см, c_3= 8 Н/см бўлган иккита кетма-кет уланган пружинанинг учига маҳкамланган. Юк чизмада кўрсатилган вазиятидан чап томонга λ= 2,5 см қийматга оғдирилиб, қўйиб юборилади ва шу билан бир вақтда унга ўнг томонга йўналган v_0=0,4 м/с бошланғич тезлик берилади.
21.		D юк (m=2 кг) кетма-кет уланган пружинанинг A учига маҳкамланган. Пружиналарнинг иккинчи B учи ξ= 1,8 sin 12t (см) қонун бўйича ҳаракатланади (ξ ўқи чапга йўналган). Пружиналарнинг бикирлик коэффициентлари c_1=4 Н/см, c_2= 12 Н/см. t =0 да юк деформацияланмаган пружиналарга мос келувчи тинчлик вазиятида туради. Саноқ бошининг x ўқидаги вазияти B нуқтанинг ўрта вазиятига (ξ=0) мос келади.

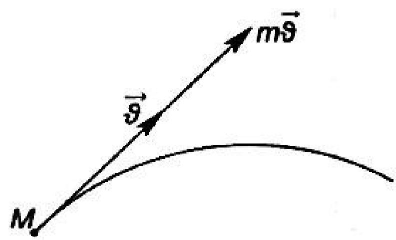
Изоҳ:

- топшириқ вариантлари ўқитувчи томонидан берилади
- ҳисобот учун титул варағи иловадан олинади.

3.2. Моддий нуқта динамикасининг умумий теоремалари ҳамда Даламбер принципини нуқта ҳаракатини ўрганишга тадбиғи

3.2.1. Моддий нукта учун ҳаракат миқдорини ўзгариши ҳақидаги теорема

Механикада моддий нуқтанинг ҳаракат ўлчовларидан бири сифатида унинг ҳаракат миқдори олинади. Нуқтанинг ҳаракат миқдори деб, нукта массаси билан тезлик вектори кўпайтмасига тенг бўлган $m\vec{v}$ вектор катталикка айтилади. $m\vec{v}$ векторнинг йўналиши $\vec{v}$ вектор йўналиши билан бир хил бўлади. Халқаро СИ бирликлар системасида нуқтанинг ҳаракат миқдори $кг \cdot м/с$ билан ўлчанади (3.16-расм).



3.16-расм.

Агар моддий нуқтанинг ҳаракати

$$x=f_1(t), \quad y=f_2(t), \quad z=f_3(t) \qquad (3.128)$$

тенгламалар орқали берилган бўлса, нуқтанинг ҳаракат миқдори векторининг координата ўқларидаги проекциялари қуйидагиларга тенг бўлади:

$$mv_x = m\dot{x}, mv_y = m\dot{y}, mv_z = m\dot{z}\,, \qquad (3.129)$$

бунда $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ -лар нуқтанинг мос координаталаридан вақт бўйича ҳисобланган ҳосилалар.

Моддий нукта учун ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақидаги теоремани ўрганишда, нуқтага қўйилган кучнинг бирор вақт оралиғидаги таъсирини тавсифлаш учун, куч импульси тушунчаси киритилади.

Агар моддий нуқтага таъсир этувчи кучлар ўзгармас бўлса, бундай кучларнинг ҳар бирининг импульси қуйидагича аниқланади:

$$\overrightarrow{S_k} = \overrightarrow{P_k}t. \qquad (3.130)$$

Агар моддий нуқтага ўзгарувчан кучлар таъсир этса, бундай кучларнинг ҳар бирининг бирор вақт оралиғидаги импульси қуйидаги формула асосида аниқланади:

$$\overrightarrow{S_k} = \int_0^t \overrightarrow{P_k}dt. \qquad (3.131)$$

бунда t – кучнинг таъсир вақти.

Куч импульси вектор катталик.

Ўзгармас куч импульсининг координата ўқларидаги проекциялари қуйидагича аниқланади:

$$S_{kx} = P_{kx}t, \quad S_{ky} = P_{ky}t, \quad S_{kz} = P_{kz}t \qquad (3.132)$$

бунда P_{kx}, P_{ky}, P_{kz} — $\overrightarrow{P_k}$ кучнинг координата ўқларидаги проекциялари.

Ўзгарувчан кучлар учун куч импульсининг координата ўқларидаги проекциялари қуйидагича аниқланади:

$$S_{kx} = \int_0^t P_{kx}dt, \quad S_{ky} = \int_0^t P_{ky}dt, \quad S_{kz} = \int_0^t P_{kz}dt, \tag{3.133}$$

Халқаро СИ бирликлар (3.133) системасида куч импульси н.с. билан ўлчанади.

Моддий нуқта учун ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақидаги теорема қуйидагича таърифланади: нуқта ҳаракат миқдорининг бирор чекли вақт оралиғида ўзгариши, унга таъсир этувчи кучларнинг шу вақт оралиғидаги импульсига тенг бўлади.

Теорема дифференциал кўринишда қуйидагича ёзилади:

$$d(m\vec{v}) = \sum_{k=1}^{n} P_k dt \tag{3.134}$$

Нуқта ҳаракат миқдорининг чекли вақт ичида ўзгариши ҳақидаги теорема қуйидагича ифодаланади:

$$m\vec{v} - m\overrightarrow{v_0} = \sum_{k=1}^{n} S_k \tag{3.135}$$

Юқоридаги ифодани координата ўқларига проекцияласак, қуйидаги тенгликларга эга бўламиз:

$$\begin{aligned} mv_x - mv_{0x} &= \sum_{k=1}^{n} S_{kx} = S_x \\ mv_y - mv_{0y} &= \sum_{k=1}^{n} S_{ky} = S_y \\ mv_z - mv_{0z} &= \sum_{k=1}^{n} S_{kz} = S_z \end{aligned} \tag{3.136}$$

Ҳосил бўлган тенгликлардан кўриниб турибдики, нуқта ҳаракат миқдорининг бирор координата ўқи бўйича чекли вақт ичида ўзгариши, шу вақт ичидаги нуқтага таъсир этувчи кучлар импульсларининг мазкур ўқдаги проекцияларининг алгебраик йиғиндисига тенг бўлар экан.

3.2.2. Моддий нуқта ҳаракат миқдорининг моментини ўзгариши ҳақидаги теорема

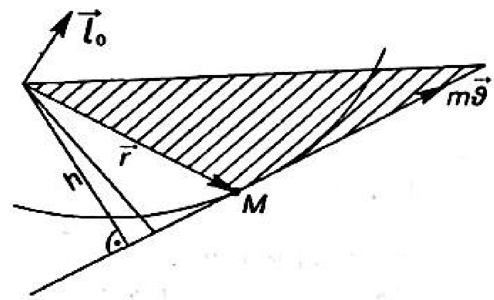
Моддий нуқтанинг бирор марказ атрофидаги айланишини ифодалашда, ҳаракатнинг ўлчови сифатида, нуқта ҳаракат миқдорининг моменти тушунчаси киритилади.

Массаси m, ҳаракат тезлиги $\vec{v}$ бўлган M нуқтанинг бирор О марказга нисбатан ҳаракат миқдорининг моменти, деб нуқта ҳаракат миқдорининг шу марказга нисбатан моментига айтилади (3.17-расм):

M нуқта ҳаракат миқдори моментининг модули қуйидагича аниқланади:

$$l_0 = mv \cdot h \tag{3.137}$$

бунда $h - m\vec{v}$ векторнинг O нуқтага нисбатан ҳисобланган елкаси.



3.17-расм.

Нуқтага нисбатан ҳаракат миқдорининг моментини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\vec{l_0} = \vec{r} x m\vec{v} \quad (3.138)$$

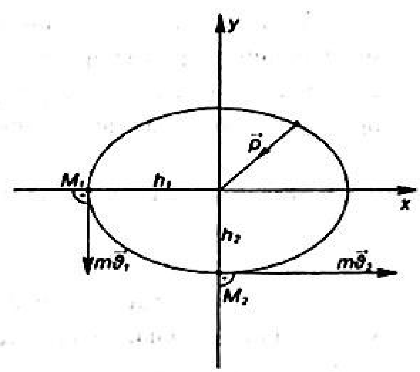
Халқаро СИ бирликлар системасида моддий нуқта ҳаракат миқдорининг моменти кг·м^2/с билан ўлчанади.

Моддий нуқта ҳаракат миқдори моментининг ўзгариши ҳақидаги теорема қуйидагича таърифланади: **Моддий нуқта ҳаракат миқдорининг бирор қўзғалмас марказга нисбатан моментидан вақт бўйича ҳисобланган ҳосила нуқтага таъсир этувчи кучнинг шу марказга нисбатан моментига тенг бўлади.**

$$\frac{d\vec{l_0}}{dt} = M_0(\vec{P}) \tag{3.139}$$

(3.139) ни Декарт координата ўқларига проекциялаcак, нуқта ҳаракат миқдорининг координата ўқларига нисбатан моментларини ўзгариши ҳақидаги теореманинг қуйидаги ифодасига эга бўламиз:

$$\frac{dl_x}{dt} = M_x(\vec{P}); \ \frac{dl_y}{dt} = M_y(\vec{P}); \ \frac{dl_z}{dt} = M_z(\vec{P}); \tag{3.140}$$



3.18-расм.

Юқорида ёзилган ифодалардан кўриниб турибдики, моддий нуқта ҳаракат миқдорининг бирор қўзғалмас ўққа нисбатан моментидан вақт бўйича олинган ҳосила, нуқтага таъсир этувчи кучнинг шу ўққа нисбатан моментига тенг бўлар экан.

Масалалар ечишда, нуқтанинг марказий куч таъсиридаги ҳаракатини ўрганиш алоҳида ўрин тутади
(3.18-расм).

Бундай ҳолда $M_0(\vec{P}) = 0$ ва (3.140) дан $\vec{l_0} = const$ бўлиши маълум бўлади, бу ҳол моддий нуқта ҳаракат миқдори моментининг сақланиш қонунини ифодалайди:

$$\vec{l_0} = const,$$

ёки

$$\vec{r} x \overline{m\vec{x}} = const \qquad (3.141)$$

Агар $\vec{l}_0 = const$ бўлса, биринчидан, марказий куч таъсиридаги нуқтанинг траекторияси бир текисликда ётувчи эгри чизиқдан иборат бўлади, иккинчидан, (3.141) дан

$$mv \cdot h = const$$

эканлиги ёки

$$mv_1 h_1 = mv_2 h_2 \qquad (3.142)$$

бўлиши маълум бўлади.

(3.142) дан қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{h_1}{h_2} \qquad (3.143)$$

(3.17-3.18-расмга қаранг).

3.2.3. Моддий нуқта кинетик энергиясини ўзгариши ҳақидаги теорема

Моддий нуқта кинетик энергиясининг ўзгариши ҳақидаги теоремани ўрганишда, кучнинг бажарган иши тушунчаси асосий тушунча ҳисобланади.

Агар моддий нуқтага ўзгармас кучлар таъсир этса, бундай кучлардан ҳар бирининг бажарган иши қуйидаги формула асосида аниқланади:

$$A = P_k \cdot S \cdot cos\alpha\ , \qquad (3.144)$$

бунда

S – нуқтанинг кўчиши (йўли)

α – кучнинг йўналиши билан нуқта ҳаракатланаётган тўғри чизиқ орасидаги бурчак.

Агар моддий нуқтага ўзгарувчан кучлар таъсир этса, бундай кучлардан ҳар бирининг бажарган иши қуйидаги формулалардан бири орқали аниқланади:

$$A_{(M_1M_2)} = \int_0^S P_k cos\alpha \cdot ds \qquad (3.145)$$

$$A_k = \int_0^S P_{k\tau} \cdot ds \qquad (3.146)$$

$$A_{(M_1M_2)} = \int_{M_1}^{M_2} (P_{kx}dx + P_{ky}dy + P_{kz}dz) \qquad (3.147)$$

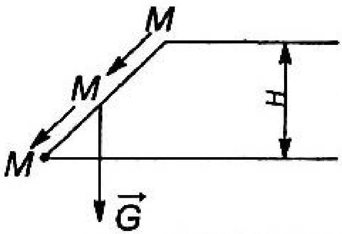
Халқаро СИ бирликлар системасида кучнинг иши жоулда ўлчанади: 1ж =1 н.м.

Оғирлик, эластиклик, марказий ва ишқаланиш кучининг ишини аниқлаш усуллари билан танишамиз.

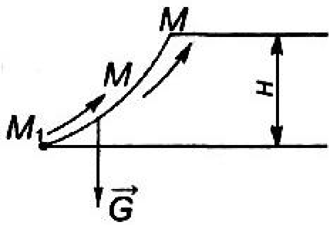
Моддий нуқта оғирлик кучининг иши оғирлик кучининг модули билан нуқтанинг бошланғич ва охирги вазиятларига тегишли баландликлари фарқининг мусбат ёки манфий ишора билан олинган кўпайтмасига тенг бўлади.

$$A_G = \pm G \cdot H \qquad (3.148)$$

Бунда мусбат ишора нуқтанинг тушишига (пасайишига) (3.19а-расм), манфий ишора эса, нуқтанинг кўтарилишига (3.19б-расм) мос келади.

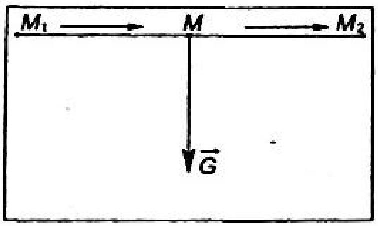


3.19а-расм.



3.19б-расм.

Агар моддий нуқта горизонтал йўналишда ҳаракатланса (3.19в-расм) оғирлик кучининг бажарган иши нолга тенг бўлади.



3.19в-расм.

Эластиклик кучининг бажарган иши қуйидагича аниқланади:

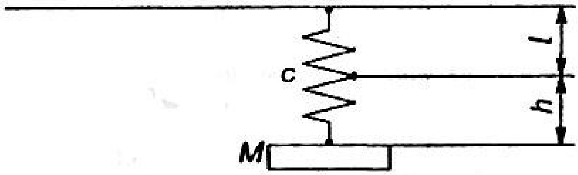
$$A_{\text{эласт}} = \pm \frac{c \cdot h^2}{2}, \qquad (3.149)$$

бу ифодада

c – пружинанинг бикирлик коэффициенти,

h- пружина деформацияси (узайиши ёки сиқилиши), деформацияланмаган ҳолатдан ҳисобланади (3.20-расм).

3.20-расмда l – пружинанинг табиий узунлиги.



3.20-расм.

Таъсир чизиғи ҳар доим фазонинг бирор қўзғалмас нуқтаси орқали ўтувчи куч марказий куч дейилади. Масалан, ерга ҳар доим қуёш марказига йўналган унинг тортиш кучи таъсир этади. Бундан ташқари, марказий кучга электростатик ва магнит кучларини ҳам мисол қилиб кўрсатиш мумкин.

Бутун олам тортилиши кучининг ишини ҳисоблайлик:

$$F = k\frac{M\cdot m}{r^2} \qquad (3.150)$$

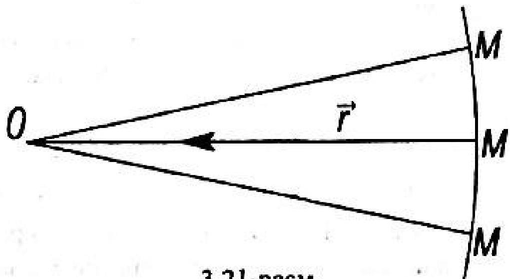
бунда

k – бутун олам тортилиши доимийси

M – қуёш массаси

m- Ер массаси.

r= OM (3.21-расм)



3.21-расм.

Бундай кучнинг жисмни бирор кўчишида бажарган иши қуйидаги формула асосида аниқланади:

$$A = \text{к}Mm\frac{r_1 - r_2}{r_1 \cdot r_2} \qquad (3.151)$$

бу ифодада $r_1 = OM_1$

$r_2 = OM_2$

Шуни таъкидлаш лозимки, марказий кучнинг бажарган иши у қўйилган нуқтанинг қандай эгри чизиқ бўйлаб кўчишига боғлиқ бўлмайди.

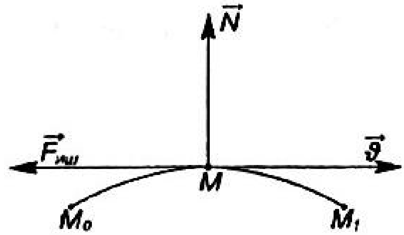
Боғланишдаги жисмларнинг бири иккинчисига нисбатан силжиганда уларнинг бир бирига тегиб турган сиртларида ҳосил бўладиган қаршилик кучи ишқаланиш кучи дейилади. Ишқаланиш кучи қуйидаги формула асосида аниқланади:

$$\vec{F}_{\text{иш}} = f \cdot \vec{N} \qquad (3.152)$$

бу ифодада f – ишқаланиш коэффициенти.

$\vec{N}$ – сиртнинг нормал реакцияси.

Ишқаланиш кучини жисмнинг бирор S силжишида бажарган иши қуйидагича аниқланади:



3.22-расм.

$$A = -F_{иш} \cdot S \qquad (3.153)$$

бу ифодада S - M_0M_1 ёй узунлиги (3.22-расм)

Ишқаланиш кучини жисмнинг сирпанишида бажарган иши ҳар доим манфий ишорага эга бўлади.

Моддий нуқтанинг кинетик энергияси, деб нуқта массасининг унинг тезлиги квадратига кўпайтмасининг ярмига тенг бўлган $\frac{mv^2}{2}$ скаляр катталикка айтилади. Бу ифодада m – нуқта массаси, v– нуқтанинг абсолют тезлиги.

Халқаро СИ бирликлар системасида кинетик энергия жоулларда ўлчанади.

Моддий нуқта кинетик энергиясининг ўзгариши ҳақидаги теорема математик тарзда қуйидагича ифодаланади:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \sum_{k=1}^{n} A_k \qquad (3.154)$$

Кўриниб турибдики, бирор чекли кўчишда, нуқта кинетик энергиясининг ўзгариши унга таъсир этувчи кучларнинг худди шундай кўчишда бажарган ишларининг йиғиндисига тенг бўлар экан.

Моддий нуқтанинг инерция кучи деб, нуқта массасини унинг тезланишига кўпайтмасига тенг бўлган ва тезланиш йўналишига қарама-қарши ҳолда йўналган вектор катталикка айтилади.

$$\vec{\Phi}^{и} = -m\vec{a} \qquad (3.155)$$

Инерция кучи модули қуйидагича аниқланади:

$$\Phi^{и} = ma \qquad (3.156)$$

Агар моддий нуқтанинг ҳаракати эгри чизиқли ҳаракатдан иборат бўлса, инерция кучини ташкил этувчиларга – траекторияга ўринма ва нормал ҳолда йўналган инерция кучларига ажратиш мумкин:

$$\vec{\Phi}^{и} = \vec{\Phi}^{и}_{\tau} + \vec{\Phi}^{и}_{n} \qquad (3.157)$$

бунда

$$\vec{\Phi}^{и}_{\tau} = -m\vec{a}^{\tau}, \qquad (3.158)$$

$$\Phi_n^u = -m\vec{a}^n,$$

уларнинг модуллари эса қуйидагича аниқланади:

$$\Phi_n^u = ma_n = \frac{mv^2}{\rho} \qquad (3.159)$$

$$\Phi_\tau^u = ma_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{md^2s}{dt^2} \qquad (3.160)$$

3.2.4. Моддий нуқта учун Даламбер принципи

Эркин моддий нуқтанинг ҳаракатини ўрганишда Ньютон қонунларидан фойдаланилади. Техникада учрайдиган қатор масалаларни ечишда боғланишлар қўйилган системанинг ҳаракатини ўрганишга тўғри келади.

Бундай системаларнинг ҳаракатини ўрганишда Я.Герман, Л.Эйлер ва Ж.Даламбер томонидан кашф қилинган ва «Даламбер принципи» деб аталадиган принципдан фойдаланиш қулай бўлади.

Фараз қилайлик, моддий нуқта бир вақтда $\overrightarrow{P_1}, \overrightarrow{P_2}, \dots, \overrightarrow{P_n}$ актив кучлар ва $\overrightarrow{N_1}, \overrightarrow{N_2}, \dots, \overrightarrow{N_n}$ боғланишлар реакциялари таъсирида бўлсин. Бундай нуқтага таъсир этувчи кучлар қаторига шартли равишда инерция кучини ҳам қўшамиз. У пайтда эркин бўлмаган моддий нуқта учун динамиканинг асосий қонуни қуйидагича ёзилади:

$$\vec{P} + \vec{N} + (-m\vec{a}) = 0 \qquad (3.161)$$

Бу ифодада $-m\vec{a} = \vec{\Phi}$ – моддий нуқтанинг инерция кучи.

Буни эътиборга олсак, (3.161) қуйидагича ёзилади:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{\Phi} = 0 \qquad (3.162)$$

(3.162) ифода эркин бўлмаган нуқта учун Даламбер принципини ифодалайди: актив куч ва боғланиш реакцияси кучи таъсиридаги нуқтага ҳар онда инерция кучини қўшсак, бу кучлар ўзаро мувозанатлашади.

Даламбер принципининг моҳияти динамика масалаларини ечишда статиканинг мувозанат тенгламаларига ўхшаш тенгламалардан фойдаланишдир, яъни, Даламбер принципи ёрдамида динамика масалаларини ечиш, формал равишда, статика масалаларини ечишга келтирилади.

3.2.5. Моддий нуқта динамикасининг умумий теоремаларига доир масалаларни ечиш учун услубий кўрсатмалар

Моддий нуқтанинг ҳаракатини моддий нуқта динамикасининг умумий теоремалари ёрдамида ўрганишда қуйидагиларга эътибор бериш лозим:

а) Масалан: берилган катталиклар ёки аниқланиши лозим бўлган номаълум катталиклар қаторида нуқтанинг ҳаракатланиш вақти қатнашса, моддий нуқта учун ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақидаги теоремадан фойдаланиш мақсадга мувофиқ бўлади.

б) Масалада, берилган катталиклар ёки аниқланиши лозим бўлган катталиклар қаторида, масофа (нуқта босиб ўтган йўл) қатнашса, моддий нуқта учун кинетик энергиянинг ўзгариши ҳақидаги теоремадан фойдаланиш мақсадга мувофиқ бўлади.

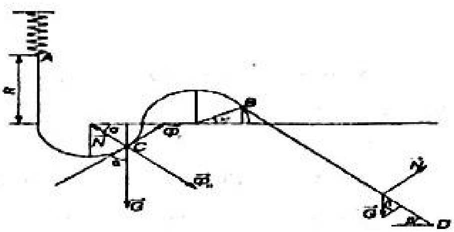
в) Агар ҳаракатда бўлган моддий нуқта марказий куч таъсирида бўлса, масалани ечишда, моддий нуқта учун кинетик моментнинг сақланиши қонунидан фойдаланиш қулай бўлади.

г) Моддий жисм ҳаракати вақтида, таянчга кўрсатиладиган динамик босимларни аниқлашда, Даламбер принципидан фойдаланиш мақсадга мувофиқ бўлади.

3.2.6. Моддий нуқта динамикасининг умумий теоремаларига доир масалаларни ечиш намуналари

1-Масала.

Материал нуқта деб қабул қилинган, массаси $m=0,5$ *кг* бўлган шарча, ўқи вертикал текисликда бўлган найча ичида *A* ҳолатдан ҳаракатини бошлаган. Шарча h_0 масофа босиб ўтгач, пружинадан ажралади. Шарчанинг *B, C, D* ҳолатларидаги тезлиги ва *C* ҳолатида найча деворига кўрсатадиган босими аниқлансин. Траекториянинг эгри участкаларида ишқаланиш кучи ҳисобга олинмасин. τ- шарчанинг *BD* участкада ҳаракатланиш вақти (3.23-расм).



3.23-расм.

Берилган:

$h_0=0,5$ *см*

$R=1$ *м*
$\tau=1$с
$m=0,5$ *кг*
$\alpha = 30^o$
$\beta = 60^o$
$c=1000$ н/м
$f=0,1$
$v_A = 0$

Ечими:

Шарчанинг B ва C нуқталаридаги v_B ва v_c тезликларини аниклаш учун кинетик энергиянинг ўзгариши ҳақидаги теоремадан фойдаланимиз. Шарчанинг AB ва AC участкалардаги ҳаракати оғирлик $\vec{G}$ ва эластиклик $F_{\text{эласт}}$ кучлар таъсирида юзага келади.

$$\frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} = \sum A_i = A_G + A_{\text{эласт}} \qquad (3.163)$$

Бунда

$$A_G = G \cdot \text{H}_1 \quad \text{H}_1 = R - Rsin\alpha = R(1 - sin\alpha) \quad (3.164)$$

$$A_{\text{эласт}} = \frac{ch_0^2}{2}, \qquad v_A = 0 \qquad (3.165)$$

Буларни эътиборга олсак, v_B қуйидагига тенг бўлади

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + \frac{2}{m}\left[G(R - Rsin\alpha) + \frac{ch_0^2}{2}\right]} = \sqrt{\frac{2}{0,5}\left[0,5 \cdot 9,8 \cdot (1 - 1sin30^0) + \frac{1000}{2}0,5^2\right.} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{0,5}\left[0,5 \cdot 9,8 \cdot 0,5 + \frac{1000}{2}0,25\right.} = 11,55\text{м/с} \qquad (3.166)$$

Шарчанинг AC участкадаги ҳаракатини ўрганамиз. Бу участка учун кинетик энергиянинг ўзгариши ҳақидаги теорема қуйидагича ёзилади:

$$\frac{mv_C^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} = \sum A_i = A_G + A_{\text{эласт}} \qquad (3.167)$$

бунда

$$A_G = G(R + Rsin\alpha); \quad A_{\text{эласт}} = \frac{ch_0^2}{2} \qquad (3.168)$$

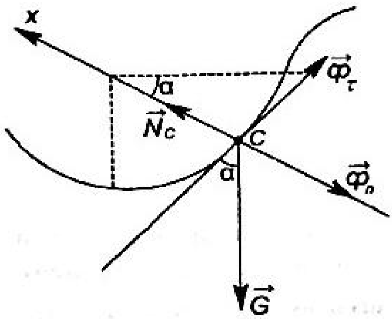
Буларни эътиборга олсак (3.168) дан v_c қуйидагича аниқланади:

$$v_c = \sqrt{v_A^2 + \frac{2}{m}\left[mgR(1 - sin\alpha) + \frac{ch_0^2}{2}\right.} = \sqrt{\frac{2}{0,5}\left[0,5 \cdot 9,8 \cdot 1(1 + 0,5) + \frac{1000}{2}0,25\right.} = =$$

$$11,55\text{м/с} \qquad (3.169)$$

Шарчанинг C нуқтада трубка деворига кўрсатадиган босимини аниқлаймиз. Моддий нуқта учун Даламбер принципига асосан нуқтага қўйилган кучлар ва нуқтанинг инерция кучини геометрик йиғиндиси Оға тенг бўлади (3.24-расм).

$$\vec{G} + \vec{N}_c + \vec{\Phi}^{u} = 0 \qquad (3.170)$$



3.24-расм

Моддий нуқтанинг инерция кучини ўринма ва нормал ташқи л этувчиларга ажратиш мумкин:

$$\vec{\Phi} = \vec{\Phi}_\tau^{u} + \vec{\Phi}_n^{u} \qquad (3.171)$$

Cx ўқини ўтказсак, $\vec{G}, \vec{N}_c$ ва $\vec{\Phi}^{u}$ кучларнинг ўқдаги проекцияларининг йиғиндиси нолга тенг бўлади:

$$-Gsin\alpha - \Phi^{n} + N_c = 0 \qquad (3.172)$$

Бу ифодадан:

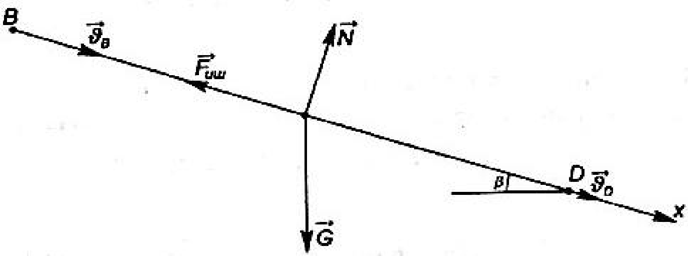
$$N_c = Gsin\alpha + \Phi^{u} = Gsin\alpha + \frac{mv_c^2}{R} =$$

$$= m\left(gsin\alpha + \frac{v_c^2}{R}\right) = 0{,}5\left(9{,}8 \cdot sin30^0 + \frac{132{,}5}{1}\right) = 68{,}5\text{н}. \qquad (3.173)$$

Шарчанинг $Д$ ҳолатдаги тезлигини, $ВД$ участка учун моддий нуқта ҳаракат микдорининг ўзгариши ҳақидаги теоремадан фойдаланиб, аниқлаймиз (3.25-расм).

$$mv_{Дx} - mv_{Вx} = \sum S_{kx} \qquad (3.174)$$

Бу холатда шарчага қуйидаги кучлар таъсир этади: оғирлик кучи $\vec{G}$, найча деворининг реакцияси $\vec{N}$ ва ишқаланиш кучи $F_{иш}$



3.25-расм.

Ишқаланиш кучи қуйидагича аниқланади:

$$F_{иш} = f \cdot N = fGcos\alpha \qquad (3.175)$$

Маълумки

$v_{Дx} = v_Д; v_{Вx} = v_В;\ \sum S_{кx} = G\sin\beta \cdot t - F_{иш} \cdot t = (mg\sin\beta - fmg\cos\beta)t$ (3.176)

Бундай ҳолда

$$mv_Д - mv_В = mgt \cdot \sin\beta - fmgt\cos\beta \qquad (3.177)$$

Бу ифодадан

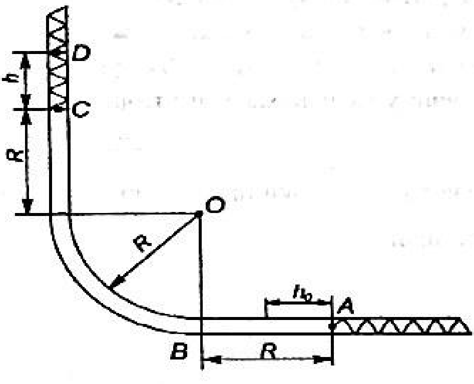
$$v_Д = v_В + gt(\sin\beta - f\cos\beta) = 11{,}51 + 9{,}8 \cdot 1(\sin 60^0 - 0{,}1\cos 60^0) = 19{,}5 м/с \qquad (3.178)$$

Жавоблар: $v_c = 11{,}51$ м/с $\quad v_Д = 19{,}50$ м/с

$v_В = 11{,}55$ м/с $\quad N_c = 68{,}5$ н

2-Масала.

Моддий нуқта деб қабул қилинган шарча вертикал текисликда жойлашган найча ичида A ҳолатдан ўз ҳаракатини бошлайди (3.31-расм). Нуқтанинг A ҳолатида пружина h_0=0,5 м га сиқилган ва $v_A=0$. Вертикал, цеформацияланмаган пружинанинг энг катта сиқилиши аниқлансин, пружиналарнинг бирлик коэффициентлари c=100 н/м, R=0,1 м., шарча массаси m=0,44кг, шарчанинг найча деворига ишқаланиш коэффициенти f=0,2. Шарчанинг найча деворига C нуқтада кўрсатадиган босими ҳам аниқлансин.

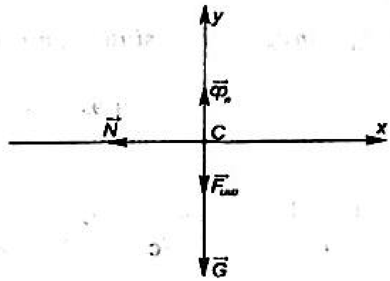


3.31-расм.

Ечими:

Шарчанинг найча деворига C ҳолатда кўрсатадиган босими моддий нуқта учун Даламбер принципидан аниқланади:

$$\vec{G} + \vec{F}_{иш} + \vec{N} + \vec{\Phi} = 0 \tag{3.229}$$



3.32-расм.

$\vec{N}$ ни аниқлаш учун юқоридагининг ҳар иккала томонини Cx ўқига проекциялаймиз:

$$G_x + F_{ишx} + N_x + \Phi_x = 0 \tag{3.230}$$

бунда
$$G_x = 0 \tag{3.231}$$
$$F_{ишx} = 0 \tag{3.232}$$
$$\Phi_x = 0 \tag{3.233}$$
$$N_x = N \tag{3.234}$$

Масалада

$-N = 0$, яъни N=0 бўлади. Чунки найчанинг вертикал ҳолатида шарча найча деворига босим кўрсатмайди.

Расмда вертикал ҳолатда жойлашган пружинанинг энг катта сиқилишини аниқлаш учун, AD участкада, моддий нуқта кинетик энергиясининг ўзгариши ҳақидаги теоремадан фойдаланамиз

$$\frac{mv_Д^2}{z} - \frac{mv_A^2}{z} = \sum A_k \tag{3.235}$$

Бунда $v_Д = 0$, чунки пружинанинг энг катта сиқилиши ҳолатида шарча бир он тўхтайди.

Масала шартига кўра $v_A = 0$

У пайтда

$$\sum A_k = 0 \tag{3.236}$$

Иккинчи томондан:

$$\sum A_k = A_G + A_N + A_{гор.}^{эласт.} + A_{иш} + A_{верт.}^{эласт.} \tag{3.237}$$

G оғирлик кучи фақат $ВД$ участкада иш бажаради:

$$A_G = -GH_{ВД} = -G(2R + h) = -mg(2R + h) \tag{3.238}$$

AB участкада шарчага таъсир этадиган $\vec{N}$ куч шарча ҳаракати йўналишига перпендикуляр бўлганлиги учун иш бажармайди

$$A_N = 0 \qquad (3.239)$$

AB участкада ишқаланиш кучини бажарган иши қуйидагига тенг:

$$A_{иш} = -F_{иш} \cdot R = -fNR = -fGR = -mgfR \qquad (3.240)$$

Горизонтал ва вертикал пружиналар эластиклик кучларининг бажарган ишлари қуйидагича аниқланади:

$$A^{гор.}_{эласт.} = \frac{ch_0^2}{2}; \qquad A^{верт.}_{эласт.} = -\frac{ch^2}{2}; \quad (3.241)$$

Буларни эътиборга олсак

$$\sum A_k = -mg(2R+h) - fmgR + \frac{ch_0^2}{2} - \frac{ch^2}{2} = 0, \qquad (3.242)$$

яъни

$$\frac{ch^2}{2} + mgh + mg2R + fmgR - \frac{ch_0^2}{2} = 0, \qquad (3.243)$$

ёки

$$h^2 + \frac{2mgh}{c} + \left[\frac{2mgR(2+f)}{c} - h_0^2\right] = 0 \qquad (3.244)$$

Тенгламани қуйидагича ёзиш мумкин

$$h^2 + \frac{2\cdot 0{,}4\cdot 9{,}8}{100}h + \frac{2\cdot 0{,}4\cdot 9{,}81(2+0{,}2)}{100} - 0{,}25 = 0, \qquad (3.245)$$

ёки

$$h^2 + 0{,}0784h - 0{,}0775 = 0 \qquad (3.246)$$

Ҳосил бўлган квадрат тенгламанинг илдизларини аниқлаймиз:

$$h_{1,2} = -0{,}0392 \pm \sqrt{0{,}0015 + 0{,}0775} = -0{,}0392 \pm 0{,}2811 \qquad (3.247)$$

Демак, пружинанинг энг катта сиқилиши $h = 0{,}24$ м бўлар экан.

3.2.7. Мустақил ечиш учун талабаларга тавсия этиладиган масалалар
Топшириқ Д-2

Динамиканинг асосий теоремаларини моддий нуқтанинг ҳаракатини ўрганишга тадбиқ этиш.

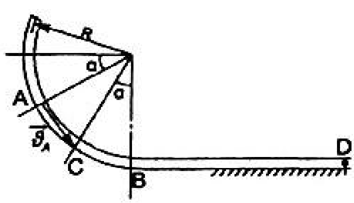
Моддий нуқта деб қабул қилинувчи шарча ўқи вертикал текисликда жойлашган найчанинг ичида A вазиятдан ҳаракатлана бошлайди. Шарчанинг B ва C вазиятларидаги тезлиги ҳамда C вазиятда унинг найча деворига кўрсатадиган босими топилсин.

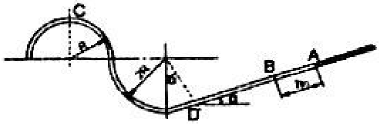
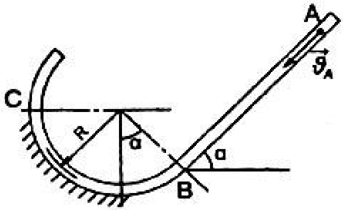
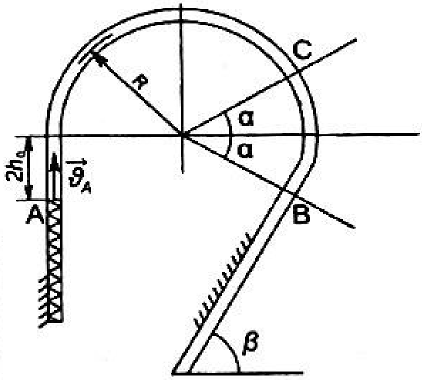
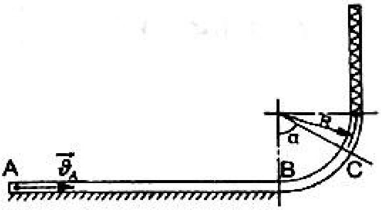
Траекториянинг эгри чизиқли кисмларидаги ишқаланиши ҳисобга олинмасин. 2, 4, 10, 13, 14, 16, 18, 21, 24, 25, 28 вариантларда шарча h_0 йўл ўтиб, пружинадан ажралади.

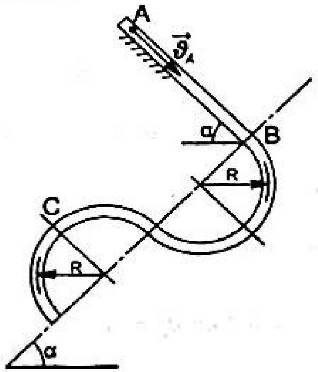
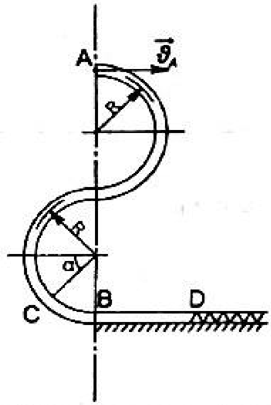
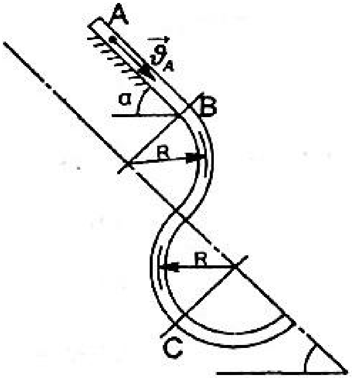
Топшириқда қуйидаги белгилашлар қабул қилинган: m – шарчанинг массаи, V_A – шарчанинг бошланғич тезлиги, τ- шарчанинг AB қисмда (3, 5, 6, 8, 9, 12, 15, 17, 23, 26, 29, 30 вариантларда), BD қисмда (1, 2, 4, 7, 10, 11, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 27, 28 вариантларда) ҳаракатланиш вақти, f-шарчанинг найча деворига сирпаниш-ишқаланиш коэффициенти, h_σ- пружинанинг бошланғич деформацияси, h – пружинанинг максимал сиқилиши, c – пружинанинг бикирлик коэффициенти, H – шарчанинг максимал кўтарилиш баландлиги, S – шарчанинг тўхтагунча ўтган йўли.

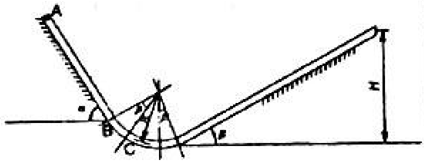
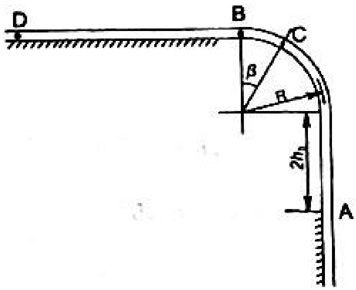
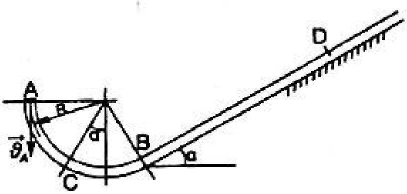
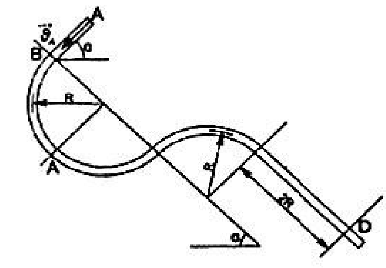
Топшириқни ечиш учун зарур маълумотлар жадвалда келтирилган.

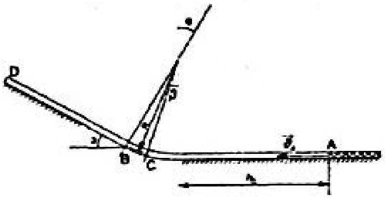
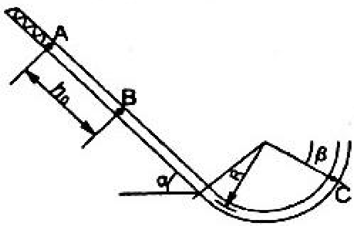
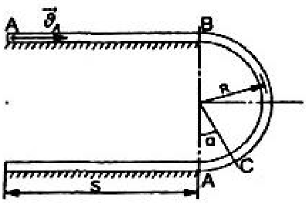
жадвал

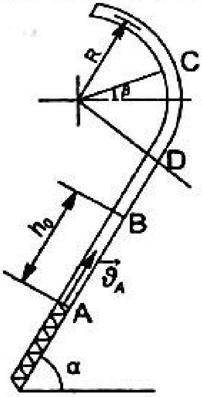
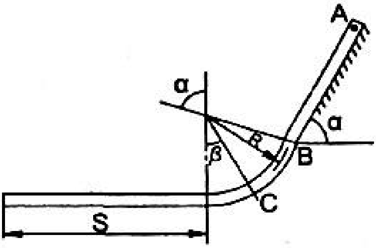
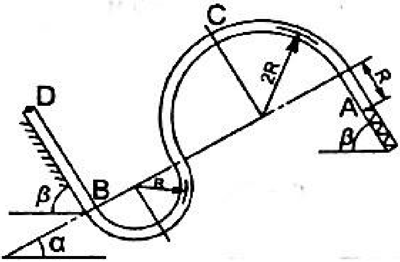
Вариант рақамлари	Топшириқ схемалари	Топшириқни ечиш учун зарур маълумотлар	Қўшимча аниқланадиган катталиклар
1.	2.	3.	4.
1.		$m = 0{,}6$ кг, $\vartheta_A = 4$ м/с $\tau = 0{,}2$ с., $R = 2{,}0$ м $f = 0{,}4, \alpha = 30^0$	$\vartheta_Д$

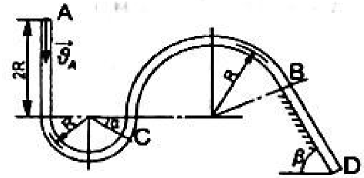
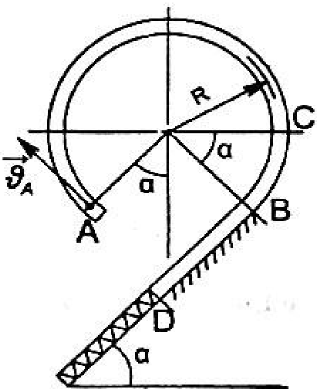
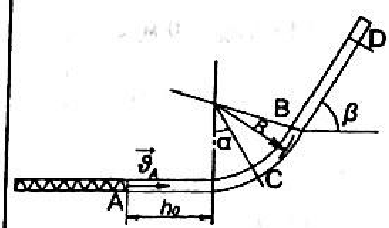
2.		$m = 0{,}4$ кг, $\vartheta_A = 0$ м/с $\tau = 0{,}2$ с., $R = 1{,}0$ м $f = 0{,}2, \alpha = 30^0$ $h_0 = 20$ см, $c = 1$ н/см	$\vartheta_Д$
3.		$m = 0{,}2$ кг, $\vartheta_A = 4$ м/с $\tau = 0{,}4$ с., $R = 1{,}5$ м $f = 0{,}2, \qquad \alpha = 45^0$	-
4.		$m = 0{,}2$ кг, $\vartheta_A = 3$ м/с $\tau = 0{,}1$ с., $R = 0{,}4$ м $f = 0{,}3, \alpha = 30^0$ $\beta = 60^0, h_0 = 10$ см, $c = 0{,}5$ н/см	$\vartheta_Д$
5.		$m = 0{,}4$ кг, $\vartheta_A = 20$ м/с $\tau = 1$ с., $R = 0{,}5$ м $f = 0{,}2, \alpha = 60^0$ $h_0 = 0$ см, $\qquad c = 1{,}2$ н/см	h

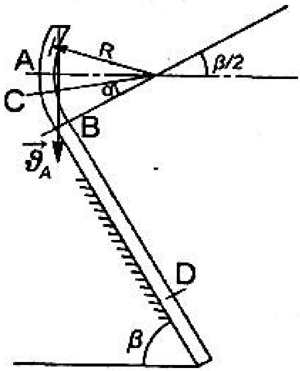
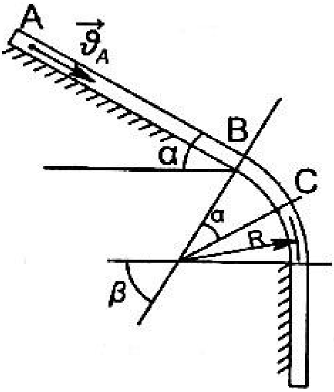
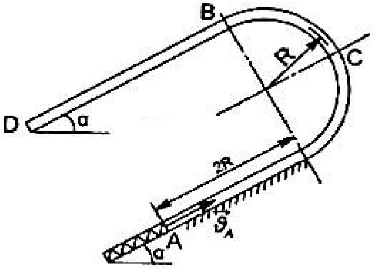
6.		$m = 0{,}8$ кг, $\vartheta_A = 4$ м/с $\tau = 0{,}3$ с., $R = 0{,}3$ м $f = 0{,}2, \alpha = 45^0$	-
7.		$m = 0{,}6$ кг, $\vartheta_A = 2$ м/с $\tau = 0{,}4$ с., $R = 0{,}2$ м $f = 0{,}2, \alpha = 45^0$ $h_0 = 0$ см, $c = 1{,}1$ н/см	$\vartheta_Д, h$
8.		$m = 0{,}4$ кг, $\vartheta_A = 3$ м/с $\tau = 0{,}4$ с., $R = 0{,}2$ м $f = 0{,}1, \alpha = 45^0$	ϑ_D

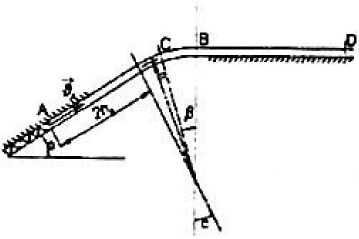
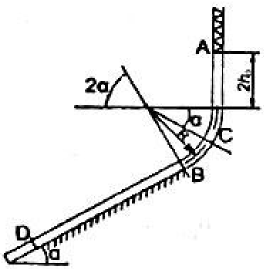
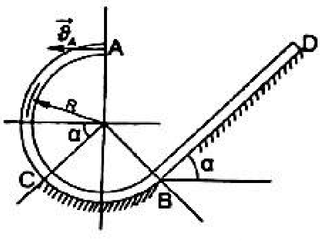
9.		$m = 0{,}6$ кг, $\vartheta_A = 0$ м/с $\tau = 0{,}4$ с., $R = 0{,}6$ м $f = 0{,}2, \alpha = 60^0, \beta = 30^0$	H
10.		$m = 0{,}2$ кг, $\vartheta_A = 0$ м/с $\tau = 0{,}2$ с., $R = 0{,}5$ м $f = 0{,}2, \beta = 30^0$ $h_0 = 30$ см, $c = 0{,}4$ н/см	$\vartheta_Д$
11.		$m = 0{,}4$ кг, $\vartheta_A = 4$ м/с $\tau = 0{,}1$ с., $R = 0{,}2$ м $f = 0{,}2, \alpha = 30^0$	$\vartheta_Д$
12.		$m = 0{,}6$ кг, $\vartheta_A = 4$ м/с $\tau = 0{,}2$ с., $R = 0{,}4$ м $f = 0{,}15, \alpha = 45^0$	$\vartheta_Д$

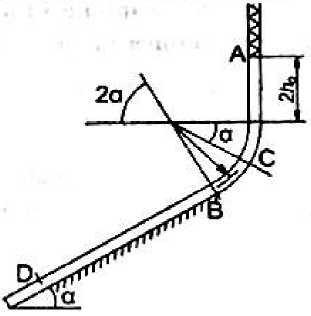
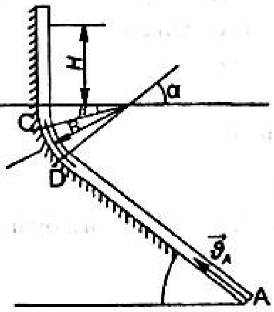
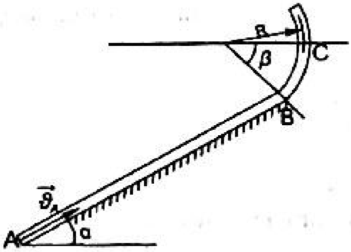
13.		$m = 0{,}4$ кг, $\vartheta_А = 6$ м/с $\tau = 0{,}1$ с., $R = 0{,}6$ м $f = 0{,}35, \alpha = 30^0$ $\beta = 15^0, h_0 = 60$ см, $c = 0{,}1$ н/см	$\vartheta_Д$
14.		$m = 0{,}6$ кг, $\vartheta_А = 0$ м/с $\tau = 0{,}2$ с., $R = 0{,}5$ м $f = 0{,}2, \alpha = 45^0$ $\beta = 30^0, h_0 = 50$ см, $c = 0{,}8$ н/см	$\vartheta_Д$
15.		$m = 0{,}6$ кг, $\vartheta_А = 6$ м/с $\tau = 0{,}2$ с., $R = 0{,}6$ м $f = 0{,}15, \alpha = 30^0$	$t_{ДЕ}$

16.		$m = 0{,}2$ кг, $\vartheta_A = 2$ м/с $\tau = 0{,}1$ с., $R = 1{,}0$ м $f = 0{,}15, \alpha = 60^0$ $\beta = 20^0, h_0 = 50$ см, $c = 0{,}2$ н/см	$\vartheta_Д$
17.		$m = 0{,}8$ кг, $\vartheta_A = 0$ м/с $\tau = 2{,}0$ с., $R = 3{,}0$ м $f = 0{,}1, \alpha = 60^0, \beta = 30^0$	S
18.		$m = 0{,}4$ кг, $\vartheta_A = 0$ м/с $\tau = 0{,}2$ с., $R = 1{,}0$ м $f = 0{,}1, \alpha = 30^0$ $\beta = 60^0, h_0 = 50$ см, $c = 10$ н/см	$\vartheta_Д$

19.		$m = 0{,}6$ кг, $\vartheta_A = 6$ м/с $\tau = 0{,}4$ с., $R = 2{,}0$ м $f = 0{,}2, \alpha = 30^0, \beta = 60^0$	$\vartheta_Д$
20.		$m = 0{,}4$ кг, $\vartheta_A = 6$ м/с $\tau = 2{,}0$ с., $R = 1{,}0$ м $f = 0{,}3, \alpha = 45^0$, c = 3 н/см	$\vartheta_Д, h$
21.		$m = 0{,}6$ кг, $\vartheta_A = 6$ м/с $\tau = 0{,}1$ с., $R = 0{,}5$ м $f = 0{,}1, \alpha = 30^0$ $\beta = 60^0, h_0 = 0{,}2$ см, c = 0,2 н/см	$\vartheta_Д$

22.		$m = 0{,}6$ кг, $\vartheta_А = 4$ м/с $\tau = 2{,}0$ с., $R = 4{,}0$ м $f = 0{,}25, \alpha = 20^0, \beta = 60^0$	$\vartheta_Д$
23.		$m = 0{,}4$ кг, $\vartheta_А = 2$ м/с $\tau = 0{,}4$ с., $R = 1{,}5$ м $f = 0{,}15, \alpha = 30^0$ $\beta = 60^0, h_0 = 0$ см, с = 4 н/см	h
24.		$m = 0{,}6$ кг, $\vartheta_А = 6$ м/с $\tau = 1$ с., $R = 1{,}0$ м $f = 0{,}1, \alpha = 30^0$ $h_0 = 50$ см, с = 5 н/см	$\vartheta_Д$

25.		$m = 0{,}4$ кг, $\vartheta_A = 3$ м/с $\tau = 2$ с., $R = 4{,}0$ м $f = 0{,}1, \alpha = 30^0$ $\beta = 20^0, h_0 = 30$ см, с = 2 н/см	$\vartheta_Д$
26.		$m = 0{,}2$ кг, $\vartheta_A = 6$ м/с $\tau = 1{,}5$ с., $R = 2{,}0$ м $f = 0{,}2, \alpha = 30^0$	$\vartheta_Д$
27.		$m = 0{,}4$ кг, $\vartheta_A = 6$ м/с $\tau = 0{,}6$ с., $R = 1{,}0$ м $f = 0{,}1, \alpha = 45^0$	$\vartheta_Д$

28.		$m = 0{,}6$ кг, $\vartheta_A = 0$ м/с $\tau = 2{,}0$ с., $R = 2{,}0$ м $f = 0{,}15, \alpha = 30^0$, $h_0 = 10$ см, $c = 1$ н/см	$\vartheta_Д$
29.		$m = 0{,}8$ кг, $\vartheta_A = 20$ м/с $\tau = 0{,}2$ с., $R = 4{,}0$ м $f = 0{,}1, \alpha = 40^0, \beta = 20^0$	H
30.		$m = 0{,}6$ кг, $\vartheta_A = 22$ м/с $\tau = 2$ с., $R = 2{,}0$ м $f = 0{,}2, \alpha = 30^0, \beta = 45^0$	-

Изоҳ:

- топшириқ вариантлари талабаларга ўқитувчи томонидан берилади.

- ҳисобот учун титул вараги иловадан олинади.

3.3. Механик система учун кинетик энергиянинг ўзгариши ҳақидаги теоремани механик система ҳаракатини ўрганишга тадбиқ этиш

3.3.1. Механик системанинг кинетик энергияси

Механик системанинг кинетик энергияси механик системани ташкил этувчи моддий нуқталар кинетик энергияларининг арифметик йиғиндисидан иборат бўлади:

$$T = \sum \frac{m_i v_i^2}{2}$$

Механик системанинг кинетик энергияси унинг ҳам илгариланма ва ҳам айланма ҳаракатини характерловчи катталик ҳисобланади.

Агар механик система бир нечта моддий жисмлардан ташкил топган бўлса, бундай системанинг кинетик энергияси системани ташкил этувчи жисмлар кинетик энергияларининг арифметик йиғиндисидан иборат бўлади:

$$T = \sum T_i$$

Кинетик энергия скаляр ва ҳар доим мусбат ишорага эга бўлган катталик ҳисобланади.

Илгариланма ҳаракатда бўлган қаттиқ жисмнинг кинетик энергияси

Илгариланма ҳаракатда бўлган қаттиқ жисмнинг кинетик энергияси қуйидаги формула асосида ҳисобланади.

$$T_{илг} = \frac{m v_c^2}{2}$$

Бу ифодада:

m — *қаттиқ жисм массаси*

v_c — *қаттиқ* жисм масса марказининг тезлиги.

Айланма ҳаракатда бўлган қаттиқ жисм кинетик энергияси

Айланма ҳаракатда бўлган қаттиқ жисмнинг кинетик энергияси қуйидаги формула асосида ҳисобланади:

$$T_{айл} = \frac{1}{2} \mathcal{J}_z \omega^2$$

Бу ифодада:

$\mathcal{J}_z$ — *қаттиқ жисмнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти,*

ω — *қаттиқ жисмнинг айланма ҳаракат бурчак тезлиги*

Текисликка параллел ҳаракатда бўлган қаттиқ жисмнинг кинетик энергияси

Текисликка параллел ҳаракатда бўлган қаттиқ жисмнинг кинетик энергияси қуйидаги формула асосида ҳисобланади:

$$\mathrm{T} = \frac{1}{2}mv_c^2 \frac{1}{2}\mathcal{J}_{cz}\omega^2$$

Бу ифодада: *m*- қаттиқ массаси;

v_c — *қаттиқ жисм масса маркази тезлиги;*

$\mathcal{J}_{cz}$ — *қаттиқ жисмнинг масса марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти,*

ω — *қаттиқ жисмнинг айланма ҳаракат бурчак тезлиги.*

3.3.2. Механик система кинетик энергиясини ўзгариши ҳақидаги теорема

Механик система кинетик энергиясини ўзгариши ҳақидаги теорема қуйидагича таърифланади:

Теорема. Механик системанинг бирор чекли кўчишида кинетик энергиясини ўзгариши механик системага таъсир этувчи кучларнинг мазкур чекли кўчишида бажарган ишларининг алгебраик йиғиндисига тенг бўлади:

$$\mathrm{T} - \mathrm{T}_0 = \sum A_K^T + \sum A_k^i$$

Бу ифода:

T_0 — механик системанинг бошланғич ҳолатидаги кинетик энергияси

Т — механик системанинг чекли кўчишидан кейинги холатидаги кинетик энергияси

$\sum A_K^T$ механик системага таъсир этувчи ташқи кучларнинг системанинг чекли кўчишида бажарган ишларининг алгебраик йиғиндиси

$\sum A_k^i$ механик системага таъсир этувчи ички кучларнинг механик системани чекли кўчишида бажарган ишларининг алгебраик йиғиндиси

3.3.3. Қаттиқ жисмнинг инерция моменти

Моддий нуқтанинг бирор ўққа нисбатан бирор ўққа нисбатан инерция моменти деб, моддий нукта массасини моддий нуқтадан айланиш ўқигача бўлган масофа квадратига кўпайтмасига тенг бўлган катталикка айтилади:

$$J = mk^2$$

ёки

$$J = m(x^2 + y^2)$$

Бир жинсли массаси м, томонлари а ва б бўлган пластинканинг пластинка юзасига перпендикуляр ҳолда унинг марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти қуйидаги формула асосида аниқланади:

$$J_z = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$$

Массаси м, узунлиги l бўлган ингичка бир жинсли стерженнинг унинг марказидан стерженга перпендикуляр ҳолда ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти қуйидаги формула асосида аниқланади:

$$J_z = \frac{ml^2}{12}$$

Массаси м, радиуси r бўлган бир жинсли диск ёки цилиндрнинг унинг ўқига нисбатан инерция моменти қуйидаги формула асосида аниқланади:

$$J_z = \frac{mr^2}{2}$$

Массаси m, радиуси r бўлган халқанинг унинг марказидан ҳалқа текислигига перпендикуляр ҳолда ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти қуйидаги формула асосида аниқланади:

$$J_z = mr^2$$

Айланиш ўқига нисбатан инерция моменти ва инерция радиуси қуйидаги муносабатда ўзаро боғланган бўлади:

$$J_z = m\rho_z^2$$

Бу ифодада $\rho_z - z$ ўқига нисбатан ҳисобланган инерция радиуси.

3.3.4 Қаттиқ жисмнинг параллел ўқларга нисбатан инерция моментлари ҳақида Гюгенс-Штейнер теоремаси

Теорема. Бирор ўққа нисбатан системанинг инерция моменти системанинг массалар маркази орқали шу ўққа параллел равишда ўтган ўққа нисбатан инерция моменти билан система массасини ўқлар орасидаги масофа квадратига кўпайтмасининг йиғиндисига тенг бўлади:

$$J_z = J_{z'} + md^2$$

Бу ифодада:

J_z – қаттиқ жисмнинг 0_z ўқига нисбатан инерция моменти,

$J_{z'}$ – қаттиқ жисмнинг $c_{z'}$ ўққа нисбатан инерция моменти

d - 0_z ва $c_{z'}$ ўқлар орасидаги масофа.

m - қаттиқ жисм массаси.

1. Тортишиш кучининг иши қуйидаги формула асосида аниқланади:

$$A=fm_1m_Z\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)$$

Бу ифодада:

f – тортишиш доимийси,

m_1m_2 – ўзаро тортишувчи нуқталар (жисмлар) массалари,

r - c ва m нуқталар орасидаги масофа

Изоҳ. Массаси m_1 га тенг М моддий нуқтага фазода доимо қўзғалмас, массаси m_2 га тенг С нуқтага йўналган ва миқдори

$$F=f\frac{m_1m_2}{r_2}$$

га тенг бўлган тортишиш кучи таъсир этади.

Бунда:

f- тортишиш доимийси,

r- С ва М нуқталар орасидаги масофа.

2. Айланувчи жисмга қўйилган жуфт кучнинг жисмни бирор чекли φ бурчакка бурилишида бажарган иши қуйидаги формула асосида аниқланади:

$$A=\int_0^{\varphi} \mu_z d\varphi$$

Бу ифодада:

μ_z – жуфт куч моменти (айланиш ўқига нисбатан ҳисобланади)

Агар $\mu_z = \mu = const$ бўлса,

$$A=\mu\varphi$$

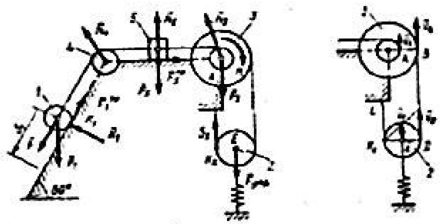
бўлади.

Бунда жуфт кучнинг иши мусбат ҳисобланади, агарда у жисмнинг айланма ҳаракатига хеч қандай тўсқинлик кўрсатмаса. Акс ҳолда, жуфт кучнинг бажарган иши манфий ишорага эга бўлади.

3.3.5. Механик система учун кинетик энергияни ўзгариши ҳақидаги теореманинг механик система ҳаракатини ўрганишга тадбиқ этишга доир масалалар

Масала. Механик система бир жинсли цилиндрик каток-1, қўзғалувчан блок-2, поғонали шкив-3, (ташқи шкив радиуси R_3, ички шкив радиуси r_3) блок-4, ва юк-5 лардан ташкил топган. 3-шкивнинг айланиш ўқига нисбатан инерция радиуси ρ_3 га тенг. 5-юкнинг текислик билан ишқаланиш коэффициенти f га тенг. Системани ташкил этувчи жисмлар 3-шкивга ўралган ип ёрдамида ўзаро боғланган. 2-блок маркази E нуқта бикрлик коэффициенти C бўлган пружинага маҳкамланган. Пружина бошланғич пайтда деформацияланмаган. Масалани ечишда ип ва пружина массалари эътиборга олинмасин.

Механик система бошланғич тинчлик ҳолатидан F=f(s) куч таъсирида ҳаракатга келади. 3-шкивга таъсир этувчи қаршилик кучларининг моменти (қаршилик кўрсатувчи момент) M га тенг. (3.33а,б-расм) Механизмнинг $S=S_1$ бўлган ҳолати учун 3-шкивнинг бурчак тезлиги аниқлансин.



а)   б)

3.33а,б-расм.

Берилган

m_1=8 кг, m_2= 0, m_3= 4 кг, m_4=0, m_5=10 кг, R_3=0.3 m, r_3=0.1 m, ρ_3 = 0.2 m, f=0.1, c=240, μ = 0.6, F=20(3+2s) H, S_1=0.2 м.

Ечиш:

1) Масала шартида берилган механик системанинг ҳаракатини ўрганамиз. Масалада 1,3,5 жисмлар массаларга эга бўлиб, қолган жисмлар массалари

эътиборга олинмайди. Механик системага $\vec{F}$, $\vec{F}_{эласт}$, $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$, $\vec{P}_5$, ташқи кучлар N_1, N_3, N_4, N_5 - реакция кучлари, $\vec{S}_2$ ип таранглик кучи, $\vec{F}_1^{иш}$, $\vec{F}_5^{иш}$ - ишқаланиш кучлари ва μ - қаршилик моменти таъсир кўрсатади.

Масалани ечиш учун механик система кинетик энергиясини ўзгариши ҳақидаги теоремадан фойдаланамиз:

$$T-T_0=\sum A_K^T \tag{3.248}$$

2) Механик системанинг бошланғич T_0 ва $S=S_1$ бўлган ҳолати учун T кинетик энергиясини аниқлаймиз. Механик система бошланғич пайтда тинч ҳолатда бўлган. Шунинг учун ҳам $T_0 = 0$.

Механик системанинг $S=S_1$ ҳолатидаги кинетик энергияси механик система таркибига кирувчи жисмлар кинетик энергияларининг йиғиндисидан иборат бўлади:

$$T=T_1 + T_3 + T_5 \tag{3.249}$$

Масала шартидан 1- жисм текисликка параллел ҳаракатда бўлади, Шунинг учун

$$T_1=\frac{1}{2}m_1v_{c1}^2 + \frac{1}{2}J_{c1}\omega_1^2 \tag{3.250}$$

3-жисм қўзғалмас ўқ атрофида айланма ҳаракатда бўлади. Шунинг учун

$$T_2=\frac{1}{2}J_3\omega_3^2 \tag{3.251}$$

5-жисм илгариланма ҳаракатда бўлади. Шунинг учун

$$T_5=\frac{1}{2}m_1v_5^2 \tag{3.252}$$

(3.250),(3.272),(3.273) ларни (3.249) га қўйамиз:

$$T=\frac{1}{2}m_1v_{c1}^2 + \frac{1}{2}J_3\omega_3^2 + m_5v_5^2 \tag{3.253}$$

(3.274) га кирувчи барча тезликларни ω_3 орқали ифодалаймиз. Бунда $v_{c1} = v_5 = v_A$ эканлигини эътиборга оламиз. (А нуқта радиуси r_3 бўлган кичик шкив гардишидаги ихтиёрий нуқта) 1-коток нуқталари тезликларининг оний марказини K_1 орқали белгилаймиз. (коток радиуси r_1 га тенг). Натижада:

$$v_{c1} = v_5 = \omega_3 * r_3, \omega_1 = \frac{v_{c1}}{K_1C_1} = \frac{v_{c1}}{r_1} = \omega_3 \frac{r_3}{r_1} \tag{3.254}$$

(3.274) га кирувчи инерция моментлари қийматлари қуйидагиларга тенг:

$$J_{c1} = \frac{1}{2}m_1r_1^2, \quad J_3 = m_1\rho_3^2 \tag{3.255}$$

(3.275), (3.276) ларни (3.274) га қўйсак қуйидаги натижага эга бўламиз:

$$T =(\frac{3}{4}m_1r_3^2 + \frac{1}{2}m_3\rho_3^2 + \frac{1}{2}m_5r_3^2)\omega_3^2 \tag{3.256}$$

3 $S=S_1$ бўлган ҳолат учун механик системага таъсир этувчи ташқи кучларнинг бажарган ишларини ҳисоблаймиз: Бунда қуйидагиларни эътиборга оламиз:

S_5=S_1, φ_3-3 шкивнинг бурилиш бурчаги, λ_0 , λ_1 —пружинанинг бошланғич ва S=S_1 бўлган ҳолатдаги чўзилишлари (деформациялари). Натижада механик системага таъсир этувчи ташқи кучларнинг S=S_1 бўлган ҳолатда бажарган ишлари қуйидагиларга тенг бўлади:

$$A(\overline{F}) = \int_0^{S_1} 20(3-2s)ds = 20(3S_1 + S_1^2); \quad (3.257)$$

$$A(\vec{P}_1) = P_1 \cdot S_1 sin60° \quad (3.258)$$

$$A\left(\vec{F}_5^{\text{иш}}\right) = -\vec{F}_5^{\text{иш}} \cdot S_5 = -fP_5S_1 \quad (3.259)$$

$$A(\mu) = \mu\varphi_3 \quad (3.260)$$

$$A(\vec{F}_{\text{эласт}}) = \frac{c}{2}(\lambda_0^2 - \lambda_1^2) \quad (3.261)$$

Қолган барча кучларнинг бажарган ишлари нолга тенг бўлади. Чунки $\vec{N}_1$, $\vec{F}_1^{\text{иш}}$, $\vec{S}_2$ кучлар тезликларнинг оний маркази бўлган $к_1$ ва $к_2$ нуқталарга қўйилган. , $\vec{P}_3$, $\vec{N}_3\vec{P}_4$ кучлар қўйилган нуқталар қўзғалмас, $\vec{N}_5$ – реакция кучи, 5- жисм кўчишга перпендикуляр ҳолда йўналган.

Масала шартига кўра $\lambda_0 = 0$, шунинг учун $\lambda_1 = S_E$ бўлади, бунда S_E - пружина учи бўлган E нуқтанинг силжиши S_E ва φ_3 ларни S_1 орқали ифодалаймиз:

$$\omega_3 = \frac{v_a}{r_3^2} = \frac{v_{c1}}{r_3}, \; v_{c1} = v_A \quad (3.262)$$

шунинг учун

$$\varphi_3 = \frac{S_1}{r_3} \quad (3.263)$$

3.33б-расмдан $V_D = V_B = \omega_3 R_3$, $V_E = 0{,}5$; $V_D = 0{,}5\,\omega_3 R_3$
(3.264)

$$\lambda_1 = S_E = 0{,}5\varphi_3 R_3 = 0{,}5\frac{S_1 R_3}{r_3} \quad (3.265)$$

(3.257, 3.258, 3.259, 3.260, 3.261), (3.264, 3.265) ларни эътиборга олсак, механик системага таъсир этувчи ташқи кучларнинг бажарган ишлари учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$\sum A_K^T = 20(3S_1 - S_1^2) + P_1 S_1 \, sin60° = -fP_5S_1 - \mu\frac{R_3^2}{r_3^2}S_1^2 \quad (3.266)$$

(3.256) ва (3.266) ларни (3.248)га қўйсак қуйидаги натижага эга бўламиз:

$$(\frac{3}{4}m_3r_3^2 + \frac{1}{2}m_3\rho_3^2 + \frac{1}{2}m_5r_3^2)\omega_3^2 = 20(3S_1 - S_1^2) + P_1S_1 \, sin60° - fP_5S_1 -$$

$$-\frac{\mu}{r_3}S_1 - \frac{c}{8}\frac{R_3^2}{r_3^2}S_1^2 \quad (3.267)$$

Ҳосил бўлган ифодадан 3-шкив бурчак тезлигини аниқлаймиз:

$$\omega_3 = 8{,}1C^{-1} \quad (3.268)$$

3.3.6. Мустақил ечиш учун талабаларга тавсия этиладиган масалалар

Топшириқ Д-3.

Механик система учун кинетик энергиянинг ўзгариши ҳақидаги теореманинг механик система ҳаракатини ўрганишга тадбиқ этиш

Масала. Механик система 1 ва 2 юклар, ташқи радиуси R_3, ички радиуси r_3 бўлган поғонали 3 шкифдан (айланиш ўқига нисбатан инерция моменти $\rho_3 = 0{,}2$ м), радиуси $R_4 = 0{,}2$ м бўлган 4-блокдан, 5-катокдан (қўзғалувчан блок) ташкил топган. Масалани ечишда 5-жисмни бир жинсли цилиндрдан иборат деб қараш лозим, 4-блок массасини унинг гардиши бўйлаб текис тарқалган деб қараш талаб этилади. Жисмларни текисликлар билан ишқаланиш коеффициенти f=0,1 га тенг. Системани ташкил этувчи жисмлар 3 шкивга (ёки шкив ва каток) ўралган иплар ёрдамида боғланган. Ип бўлаклари мос текисликларга параллел равишда тортилган. Механик системага кирувчи жисмлар бирига бикрлиги С бўлган пружина боғланган.

Механик система қўйилиш нуқтасининг кўчиши функцияси бўлган $\vec{F} = \vec{F}(S)$ куч таъсирида ҳаракатланади. Бошланғич пайтда механик система тенг ҳолатда бўлган, пружина системанинг бошланғич ҳолатида деформацияланмаган бўлган механик системанинг ҳаракати давомида 3-шкивга миқдори M бўлган қаршилик моменти таъсир этади.

Механик система чизмалари, механик системани ташкил этувчи жисмлар ўлчамлари, уларнинг массалари, қўйилган кучлар ва қаршилик моменти миқдори жадвалда кўрсатилган. Ҳар бир вариантда аниқланиши лозим бўлган катталик ҳам жадвалнинг охирги устунида келтирилган.

Агар топшириқ вариантларида $m_2 = 0$ бўлса, 2-юк кўрсатилмайди. Бошқа жисмларнинг массаларни 0 га тенг бўлган вариантларда мазкур жисмлар чизмаларда кўрсатилади.

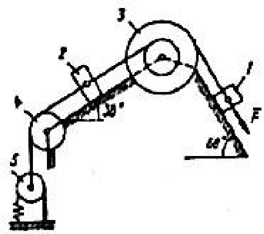
Изох:

- топшириқ вариантлари талабаларга ўқитувчи томонидан берилади
- ҳисобот титул варағи иловадан олинади.

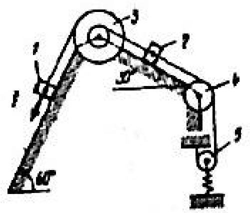
Жадвал

Номер условия	m_1, кг	m_2, кг	m_3, кг	m_4, кг	m_5, кг	c, Н/м	M, Н·м	$F = f(s)$	Найти
0	0	6	4	0	5	200	1,2	80(4+5s)	ω_3
1	8	0	0	4	6	320	0,8	50(8+3s)	v_1
2	0	4	6	0	5	240	1,4	60(6+5s)	v_2
3	0	6	0	5	4	300	1,8	80(5+6s)	ω_4
4	5	0	4	0	6	240	1,2	40(9+4s)	v_1
5	0	5	0	6	4	200	1,6	50(7+8s)	v_{C5}
6	8	0	5	0	6	280	0,8	40(8+9s)	ω_3
7	0	4	0	6	5	300	1,5	60(8+5s)	v_2
8	4	0	0	5	6	320	1,4	50(9+2s)	ω_4
9	0	5	6	0	4	280	1,6	80(6+7s)	v_{C5}

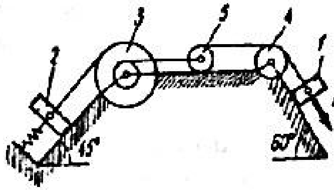
Вариант 1



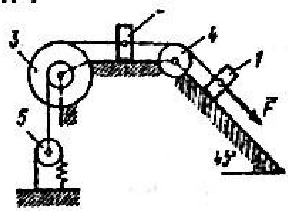
Вариант 2



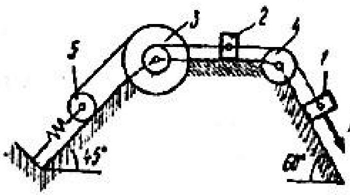
Вариант 3



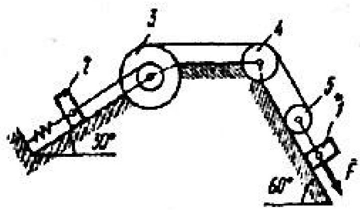
Вариант 4



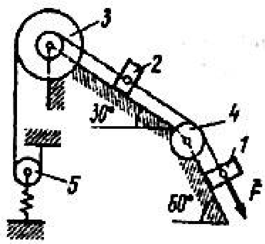
Вариант 5



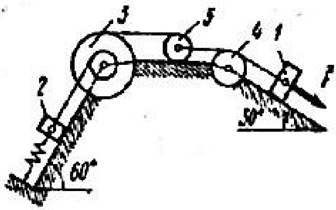
Вариант 6



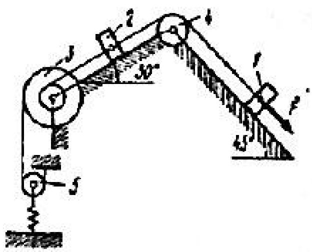
Вариант 7



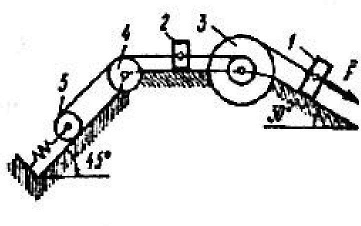
Вариант 8



Вариант 9



Вариант 10



3.4. Мумкин бўлган кўчиш принципи

Мумкин бўлган кўчиш принципи берилган кучлар таъсиридаги маълум боғланишлар қўйилган механизм системанинг мувозанат шартини ифодалайди.

Актив кучлар таъсиридаги идеал, бўшатмайдиган ва статсионар боғланишлар қўйилган механик система мувозанатда бўлиши учун система нуқталарининг ҳар қандай мумкин бўлган кўчишида барча актив кучлар элементар ишларининг йиғиндиси ҳамда система барча нуқталарининг бошланғич тезликлари нолга тенг бўлиши зарур ва этарлидир, яъни

$$\sum \delta A_k = \sum \bar{F}_k \cdot \delta \bar{r}_k = 0 \tag{3.269}$$

Зарурлиги. n та моддий нуқталардан ташкил топган механик система мувозанатда бўлсин. Системанинг бу мувозанат ҳолатидан ҳар қандай мумкин бўлган кўчишида барча актив кучлар элементар ишларининг йиғиндиси нолга тенг бўлишини исботлаймиз.

Системанинг бирор A_k нуқтасини олиб, унга таъсир этувчи актив кучлар ҳамда боғланиш реакция кучларининг тенг таъсир этувчиларини $\bar{F}_k$ *va* $\bar{N}_k$ билан белгилаймиз. A_k нуқтага қўйилган боғланишлар таъсири боғланиш реакция кучи билан алмаштирилганлиги туфайли бу нуқта эркин нуқта деб қаралади. Механик система мувозанатда бўлгани учун унинг ҳар бир A_k нуқтаси ҳам мувозанатда бўлади. Шу сабабли

$$\bar{F}_k + \bar{N}_k = 0, \ (k = 1,2, \dots, N) \tag{3.270}$$

тенгламалар ўринли бўлади.

Системанинг ҳар бир A_k нуқтасига $\delta \bar{r}_k$ мумкин бўлган кўчиш бериб, (3.271) нинг иккала томонини $\delta \bar{r}_k$ га скаляр кўпайтирамиз:

$$\bar{F}_k \cdot \delta \bar{r}_k + \bar{N}_k \cdot \delta \bar{r}_k = 0 \, , (k = 1,2, \dots, N) \tag{3.271}$$

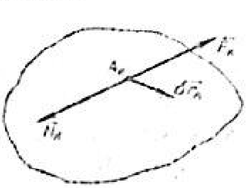
Бу тенгликларни қўшиб қуйидагини оламиз:

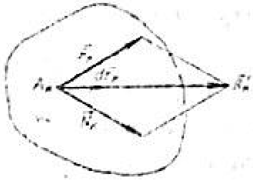
$$\sum \bar{F}_k \cdot \delta \bar{r}_k + \sum \bar{N}_k \cdot \delta \bar{r}_k = 0 \tag{3.272}$$

Система нуқталарига қўйилган боғланишлар идеал боғланишлардан иборат бўлгани учун

$$\sum \bar{N}_k \cdot \delta \bar{r}_k = 0 \, .$$

Шу сабабли (3.272)дан исбот қилиниши талаб этилган (3.271) тенгликни оламиз.





3.34-расм. 3.35-расм.

Етарлилиги. (3.271) шарт бажарилса, система мувозанатда бўлишини исботлаш учун мулоҳазани тескаридан бошлаймиз. Дастлаб мувозанатда бўлган система нуқталарига $\bar{F}_k$ актив кучлар таъсир этиш натижасида (3.271) шарт бажарилишига қарамай, системанинг бирор A_k нуқтаси ҳаракатга келади деб қарайлик. Бошқача айтганда, нуқтага таъсир этувчи $\bar{F}_k \, va \, \bar{N}_k$ кучларнинг тенг таъсир этувчиси $\bar{R}'_k$ нолга тенг бўлмасин (3.35-расм). Дастлаб A_k нуқта тинч ҳолатда бўлгани учун $\bar{R}'_k$ куч таъсирида A_k нуқта бу кучнинг таъсир чизи бўйича йўналган бирор $d\bar{r}_k$ ҳақиқий кўчиш олади. Системага қўйилган боғланишлар статсионар бўлгани учун $\overline{dr}_k$ ҳақиқий кўчиш бирор $d\bar{r}_k$ мумкин бўлган кўчиш билан устма-уст тушади ва бу кўчиш учун

$$\bar{R}'_k \cdot \delta\bar{r}_k = (\bar{F}_k + \bar{N}_k)\delta\bar{r}_k > 0 \qquad (3.273)$$

бўлади. Системанинг барча нуқталари учун бундай тенгсизликларни ёзиб, уларни қўшсак,

$$\sum \bar{F}_k \cdot \delta\bar{r}_k + \sum \bar{N}_k \cdot \delta\bar{r}_k > 0 \qquad (3.274)$$

муносабатни оламиз.

Система нуқталарига қўйилган боғланишлар идеал боғланишлардан иборат бўлгани учун

$$\sum \bar{N}_k \cdot \delta\bar{r}_k = 0 \qquad (3.275)$$

Шу сабабли қуйидаги тенгсизлик ўринли бўлади: $\sum \bar{N}_k \cdot \delta\bar{r}_k > 0$. Лекин бу натижа қабул қилинган (3.271) шартга зиддир. Бинобарин, бу шарт бажарилганда система мувозанатда бўлиши керак. Шундай қилиб, (3.271) шарт ҳақиқатан ҳам механик система мувозанатининг зарур ва этарли шартини ифодалашини исботладик.

(3.271) тенглама *статиканинг умумий тенгламаси* дейилади. Бу принцип *Лагранжнинг мумкин бўлган кўчиш принципи* деб ҳам юритилади.

Мумкин бўлган кўчиш принципининг Декарт координата ўқларидаги ифодаси қуйидагича ёзилади:

$$\sum(X_k\delta x_k + Y_k\delta y_k + Z_k\delta z_k) = 0\,. \qquad (3.276)$$

Агар механик система нуқталарига статсионар бўлмаган боғланишлар қўйилган бўлса, у ҳолда система нуқталари ҳаракатланувчи ёки цеформатсияланувчи сиртлар устида қолиши керак. Мумкин бўлган кўчиш эса вақтнинг ҳар бир пайтида сирт бўйлаб кўчишдан иборат. Бинобарин, статсионар бўлмаган боғланишлар қўйилган системага мумкин бўлган кўчиш принципини қўллаш натижасида система нуқталарининг сиртлар устидаги нисбий мувозанати аниқланади.

3.4.1. Механик системанинг умумлашган координаталардаги мувозанат шартлари

Голоном боғланишлар қўйилган H та нуқтадан ташкил топган механик системанинг эркинлик даражаси $н$ га тенг бўлсин. У ҳолда бундай системанинг ҳолатини ∂_1, ∂_2, ... , q_n умумлашган координаталар билан аниқлаш мумкин.

(3.271) ва (3.272) га асосан системанинг мувозанат шарти (3.271)ни қуйидагича ёзамиз.

$$Q_1\delta\, q_1 + Q_2\delta\, q_2 + \dots + Q_n\delta\, q_n = 0 \qquad (3.277)$$

Бунда барча q_1, q_2, ... , q_n умумлашган координаталар эркин бўлгани учун уларнинг $\delta q_i (i = 1\,, 2\,, \dots\,, n)$ орттирмалари ҳам эркин бўлади. Шу сабабли мувозанат шартларини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$Q_1=0,\ Q_2=0,\ \dots\ ,\ Q_n=0\,. \qquad (3.278)$$

Бўшатмайдиган голоном ва идеал боғланишлар қўйилган, эркинлик даражаси n га тенг бўлган ҳамда ихтиёрий ҳолати Q_1, Q_2, ... , Q_n умумлашган координаталар билан аниқланадиган механик система мувозанатда бўлиши учун танланган умумлашган координаталарга мос умумлашган кучлар нолга тенг бўлиши зарур ва этарлидир.

Кучлар потенциалли бўлган ҳолда мувозанат шартланади.

$$\frac{\partial П}{\partial q_1} = 0, \frac{\partial П}{\partial q_2} = 0, \dots, \frac{\partial П}{\partial q_n} = 0 \qquad (3.279)$$

Кўринишда ёзиш мумкин. Бу тенгламалар умумлашган координаталар орқали ифодаланган потенсиал энергиянинг экстремумга эга бўлиши учун зарурий шартни ифодалайди. Шундай қилиб, *голоном системанинг мувозанат ҳолатида потенциал энергия экстремумга эришиши мумкин.*

3.4.2. Динамиканинг умумий тенгламаси (Даламбер-Лагранж принципи)

Теорема. *Агар ҳаракатдаги механик система нуқталарига идеал ва бўшатмайдиган боғланишлар қўйилган бўлса, у ҳолда система нуқталарига таъсир этувчи актив кучларнинг ҳамда инерсия кучларининг ҳар қандай мумкин бўлган кўчишдаги элементар ишларининг йиғиндиси ҳар онда нолга тенг бўлади, яъни*

$$\sum(\bar{F}_k + \bar{\Phi}_k)\delta\bar{r}_k = 0 \qquad (3.280)$$

Исбот. Агар $\bar{F}_k$ актив кучлар ва $\bar{N}_k$ идеал боғланиш реакция кучлари таъсирида ҳаракатланаётган механик система нуқталарига мос равишда $\bar{\Phi}_k$ инерсия кучларини қўйсак, у ҳолда Даламбер принципига кўра бу кучларнинг геометрик йиғиндисига ҳар онда нолга тенг бўлади:

$$\bar{F}_k + \bar{N}_k + \bar{\Phi}_k = 0 \ (k = 1, 2, \dots, N) \qquad (3.281)$$

Система нуқталарига ихтиёрий мумкин бўлган кўчиш берамиз ва тенгламаларнинг ҳар бирини мос нуқтанинг мумкин бўлган кўчиши $\delta\bar{r}_k$ га скаляр кўпайтирамиз; олинган ифодаларни ҳадлаб қўшиб қуйидаги тенгламани оламиз:

$$\sum(\bar{F}_k + \bar{N}_k + \bar{\Phi}_k) \cdot \delta\bar{r}_k = 0 \qquad (3.282)$$

Системага қўйилган боғланишлар идеал бўлгани учун $\sum \bar{N}_k \cdot \delta\bar{r}_k = 0$. Шу сабабли исбот қилиниши зарур бўлган тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\sum(\bar{F}_k + \bar{\Phi}_k)\delta r_k = 0 \qquad (3.283)$$

Бу тенглама *динамиканинг умумий тенгламаси* дейилади. Ушбу тенглама Даламбер принципи билан Лагранжнинг мумкин бўлган кўчиш принципларининг мажмуасидан иборат.

Шунинг учун бу принцип *Даламбер-Лагранж принципи* дейилади.

Декарт координата ўқларидаги проекциялари орқали ифодаланади.

$$\sum[(X_k - m_x\ddot{x}_k)\delta x_k + (Y_k - m_x\ddot{y}_k)\delta x_k + (Z_k - m_x\ddot{z}_k)\delta z_k] = 0 \qquad (3.284)$$

ҳосил бўлган тенгламадан фойдаланиб механик системанинг ҳаракати дифференциал тенгламаларини чиқариш мумкин.

3.4.3. Мумкин бўлган кўчишлар принципини қўшма конструкция таянч реакцияларини аниқлашга тадбиқ этишга доир масалалар

1-масала. Учта таянчда ётган *AD* тўсин *C* нуқтада шарнир билан бириктирилган иккита қисмдан иборат. Тўсиннинг *AC* қисмига P_1=*8000 Н*, P_2=*6000 Н* га тенг вертикал кучлар қўйилган; *CD* қисмига эса моменти *M=4000 а Н·м* га тенг ва соат милининг айланишига тескари йўналишда жуфт кучлар қўйилган (3.37-расм, а). Ўлчамлар шаклда кўрсатилган *A, B, D* лардаги таянч реакциялари аниқлансин.

Ечиш. *AD* тўсинни мувозанатдаги *AC* ва *CD* тўсинлардан иборат иккита қаттиқ жисмдан ташкил топган система деб қараймиз.

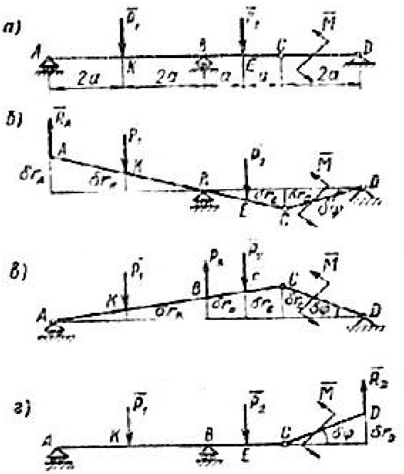
Бу масалани статика усулида эчиш учун тўсиннинг *AC* қисмини фикран ажратиб олиб, *CD* қисмининг унга кўрсатадиган таъсирини куч билан алмаштириб, *AC* учун мувозанат тенгламасини тузиш керак. Худди шунингдек, тўсиннинг *CD* қисми учун ҳам мувозанат тенгламаларини тузиб, олинган тенгламалар системасини биргаликда эчиш керак. Бу усул анча машаққатли бўлиб, таянч реакциялари фақат барча мувозанат тенгламаларини тузгандан кейин топилади.

Мумкин бўлган кўчиш принципини қўллаш натижасида эса мос равишда тузилган битта тенгламадан керакли таянч реакция кучини аниқлаш мумкин. Бу усул масалани ечишни анча соддалаштиради.

Мумкин бўлган кўчиш принципини қўллаб*A*, *B* ва *D* таянчлардаги реакция куч ларини аниқлаймиз.

Таянч реакция кучи $\bar{R}_A$ ни аниқлаш учун *A* таянчни фикран олиб ташлаб, унинг таъсирини шу куч билан алмаштирамиз.

A нуқтага вертикал юқорига йўналган $\delta\bar{r}_A$мумкин бўлган кўчиш (3.37-расм, б). $\bar{P}_1$ *va* $\bar{P}_2$ кучлар *K* ва э нуқталарнинг мумкин бўлган кўчишини $\delta\bar{r}_K$ *va* $\delta\bar{r}_Б$ билан белги-лаймиз; $\delta\varphi$ тўсиннинг бурчак кўчиши.



3.37-расм.

Учбурчакларнинг ўхшашлигидан фойдаланиб, мумкин бўлган кўчишлар орасидаги муносабатларни топамиз:

$$\delta r_A = 2\delta r_K = 4\delta r_E = 2\delta r_C = 4a\delta\varphi \tag{3.289}$$

мумкин бўлган кўчиш принципини қўллаб берилган кучлар ва реакция кучининг мумкин бўлган кўчишдаги ишларининг йиғиндисини нолга тенглаймиз:

$$R_A\delta r_A = P_1\delta r_K + P_2\delta r_E + M\delta\varphi = 0 \tag{3.289'}$$

(3.271)ни эътиборга олиб, (3.272) даги $\delta\, r_A$ олдидаги коэффицентни нолга тенглаштирсак, қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$R_B - \frac{1}{2}P_1 + \frac{1}{4}P_2 + \frac{1}{4a}M = 0 \tag{3.290}$$

Бундан P_A=*1500 Н* бўлишини аниқлаймиз.

$\bar{R}_B$ таянч реакция кучини аниқлаш учун *Б* таянчни фикран олиб ташлаб, унинг таъсирини шу куч билан алмаштирамиз.

С шарнирга вертикал тарзда юқорига йўналган $\delta\bar{r}_c$ мумкин бўлган кўчиш берамиз.

$\bar{P}_1, \bar{P}_2, va\ \bar{R}_B$ кучлар қўйилган *К, Е* ва *В* нуқталарнинг мумкин бўлган кўчишини $\delta\bar{r}_K, \delta\bar{r}_E\ va\ \delta\bar{r}_B$ билан белгилаймиз; $\delta_\varphi - CD$ тўсиннинг бурчак кўчиши. Бу мумкин бўлган кўчишлар орасидаги муносабатни аниқлаймиз:

$$\delta r_c = \frac{6}{5}\delta r_E = \frac{3}{2}\delta r_B = 3\delta r_K = 2a\delta\varphi \tag{3.291}$$

Мумкин бўлган кўчиш принципини қўллаймиз:

$$-P_1\delta r_K + R_B\delta r_B - P_2\delta r_E - M\,\delta\varphi = 0 \tag{3.292}$$

(3.278)даги барча орттирмаларни (3.277) да фойдаланиб $\delta\bar{r}_c$ орқали ифодалаймиз ва унинг олдидаги коеффитсиентни нолга тенглаштирамиз:

$$-\frac{1}{3}P_1+\frac{2}{3}R_B-\frac{5}{6}P_2-\frac{M}{2a}=0 \qquad (3.293)$$

Бундан $P_Б$=14500 Н эканлигини аниқлаймиз.

$\bar{R}_D$ ни аниқлаш учун *Д* таянч таъсирини шу куч билан алмаштирамиз.

Д нуқтага вертикал тарзда юқорига йўналган δr_D мумкин бўлган кўчиш берамиз. У ҳолда *CD* тўсин соат милининг айланишига тескари йўналишда $\delta\varphi$ бурчакка бурилади ва

$$\delta\varphi=\frac{\delta r_D}{2a} \qquad (3.294)$$

бўлади. *AC* тўсиннинг ҳолати ўзгармасдан қолади.

Мумкин бўлган кўчиш принсипини қўллаб қуйидаги тенгламани оламиз:

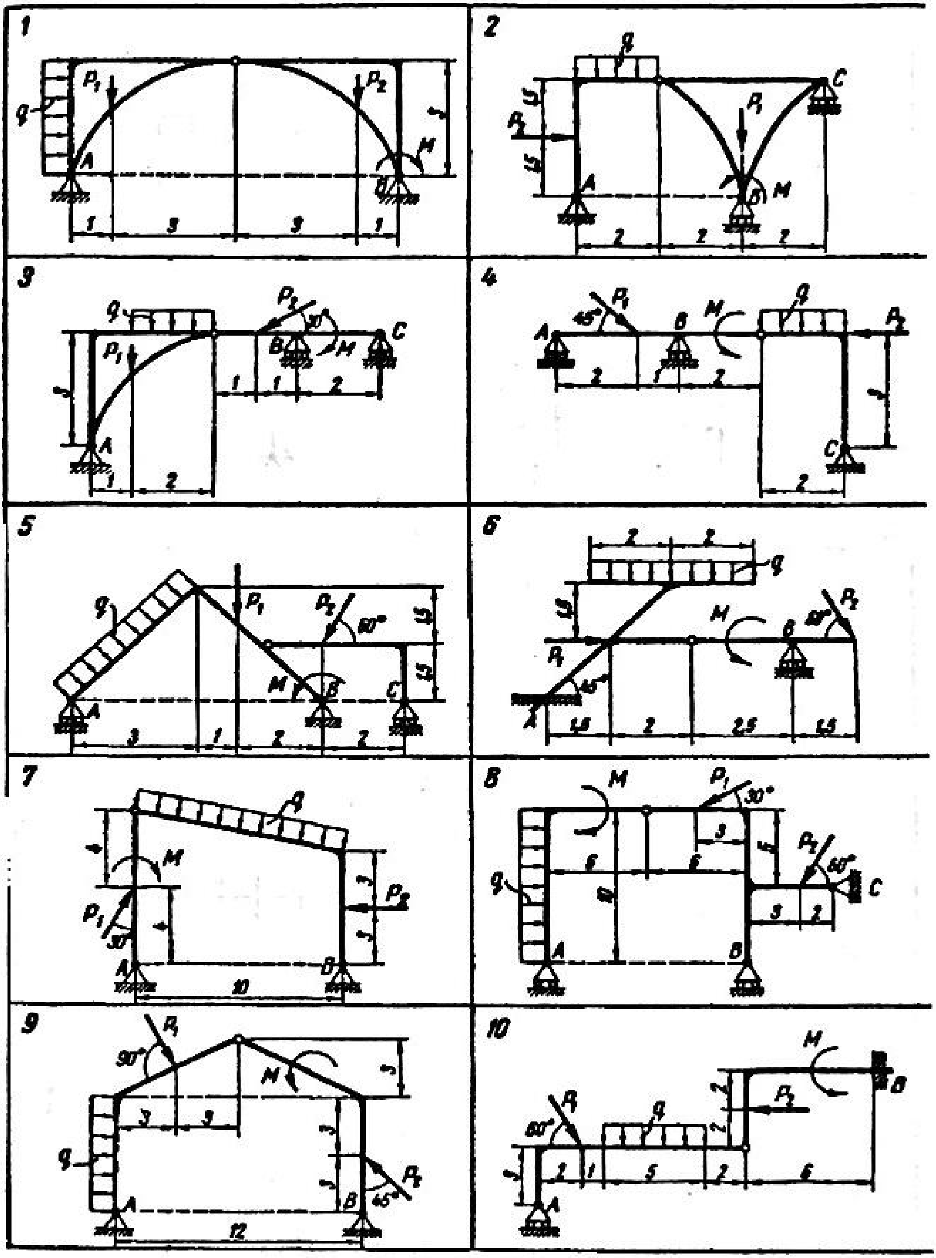
$$R_D\cdot\delta r_D+M\delta\varphi=0, \qquad (3.295)$$

бундан P_D=*-2000 Н.* Бунда манфий ишора $\bar{R}_D$ таянч реакция кучининг вертикал тарзда пастга йўналганлигини ифодалайди.

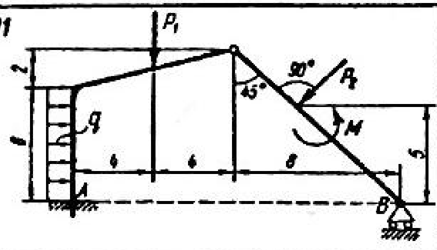
3.4.4. Мустақил ечиш учун талабаларга тавсия этиладиган масалалар

Топшириқ Д-4. Мумкин бўлган кўчиш принципини қўшма конструкция таянч реакцияларини аниқлашни тадбиқ этиш

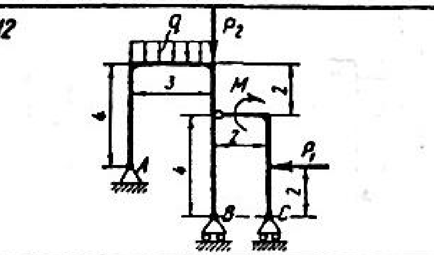
Номер варианта (рис. 176 – 178)	Нагрузка				Номер варианта (рис. 176 – 178)	Нагрузка			
	P_1, кН	P_2, кН	q, кН/м	M кН·м		P_1, кН	P_2, кН	q, кН/м	M, кН·м
1	15	14	3	10	16	3	10	2	10
2	13	12	2	6	17	1	8	1	8
3	11	10	1	5	18	3	6	3	6
4	9	8	3	14	19	5	4	2	7
5	7	6	2	12	20	7	2	1	5
6	8	5	1	4	21	10	9	2	4
7	7	4	2	10	22	8	7	1	7
8	6	6	1	7	23	6	5	2	8
9	5	8	3	8	24	4	3	1	3
10	4	10	2	6	25	2	1	2	2
11	12	11	1	12	26	7	1	2	7
12	10	6	2	10	27	6	2	1	5
13	9	5	1	6	28	5	3	2	10
14	7	10	2	13	29	4	4	1	5
15	6	8	1	5	30	3	5	2	10


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

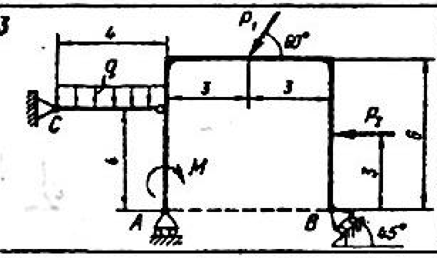
11



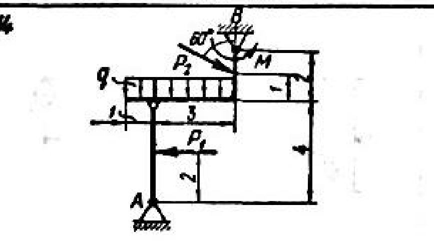
12



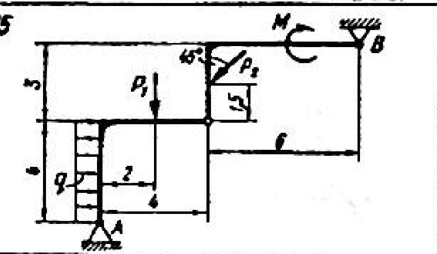
13



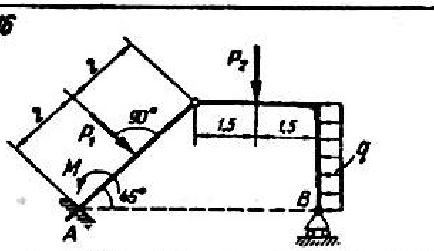
14



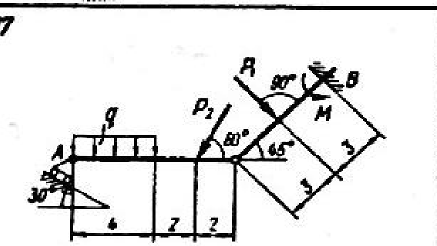
15



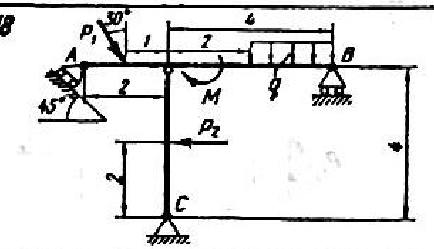
16



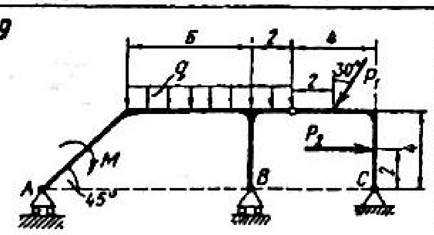
17



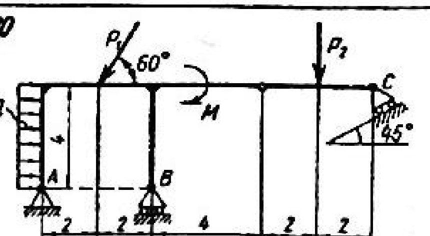
18

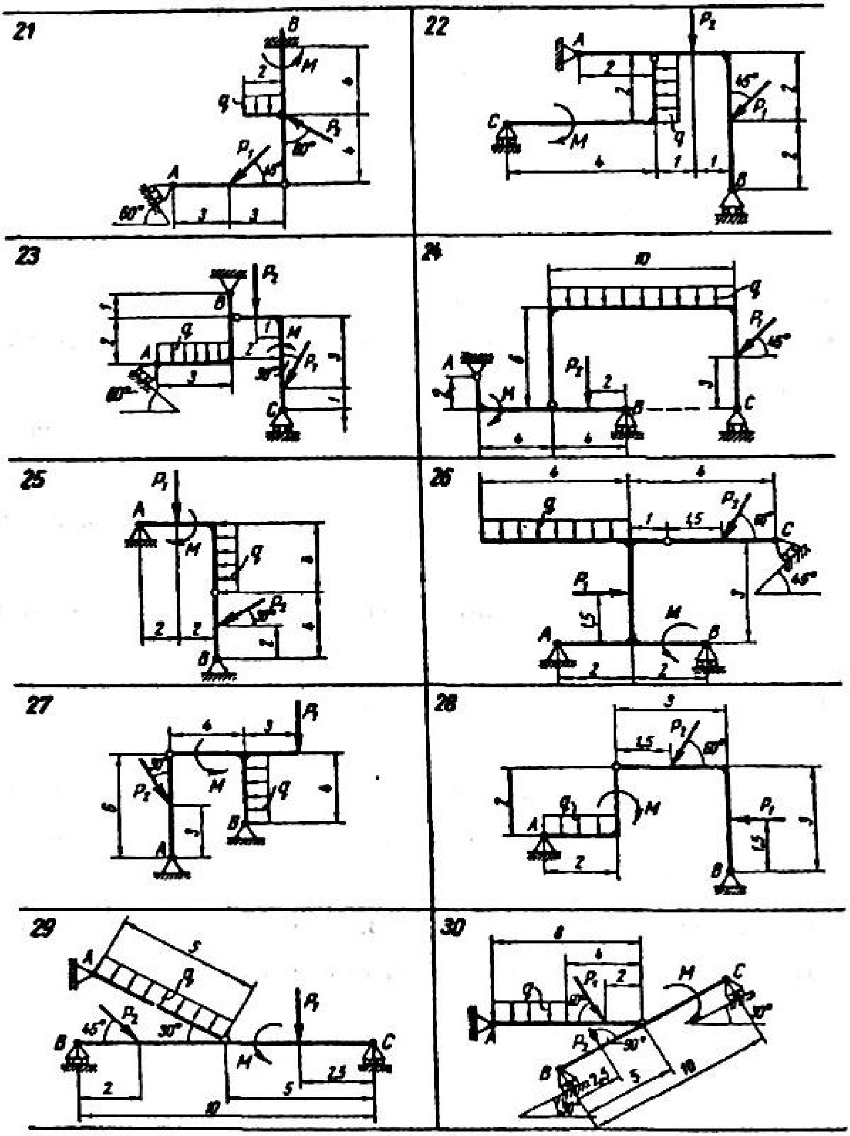


19



20





Изоҳ:

- топшириқ вариантлари талабаларга ўқитувчи томонидан берилади.
- Ҳисобот учун титул варағи иловадан олинади.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Vasile Szolga "Theoretical mechanics", 2010y.
2. R.S. Khurmi "Engineering mechanics", 2011y.
3. R.C. Hibbeler"Statics and Dynamics", 2013y.
4. J.L. Meriam, L.G. Kraige "Engineering mechanics statics", 2007y.
5. Т.Р.Рашидов, Ш.Шозиётов, К.Б. Муминов «Назарий механика асослари». Тошкент. Ўқитувчи 1990 й.
6. M.M. Mirsaidov, A. U. Voymurodova, N.T. Ilyosova "Nazariy mexanika", T.: "Cho'lpon" 2009y.
7. П.Шоҳайдарова, Ш.Шозиётов, Ш.Зоипов «Назазарий механика». Тошкент. Ўқитувчи 1991 й.
8. А.А.Яблонский «Назарий механикадан курс ишлари учун топшириқлар тўплами. Тошкент. Ўқитувчи 2002 й.
9. К. Кенжаев. Назарий механика мисол ва масалаларда. I, II- қисмлар. Тошкент. Чўлпон, 2018 й.
10. К. Кенжаев, Моддий нуқтанинг тебранма ҳаракати. Тошкент. Ёшлар матбуоти, 2015 й.
11. К. Кенжаев, Моддий нуқта динамикасининг умумий теоремалари ҳамда Даламбер принципининг нуқта ҳаракатини ўрганишга тадбиқи. Тошкент. Ёшлар матбуоти, 2015 й.
12. Д.М. Белый, Н.Б. Овсянникова. – Задания для самостоятельной работы по теоретической механике. Ульяновск: УлГТУ, 2013. – 96 с.

МУНДАРИЖА