

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС
ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ТОШКЕНТ ТЎҚИМАЧИЛИК ВА ЕНГИЛ САНОАТ
ИНСТИТУТИ

"ТЕХНОЛОГИК ЖАРАЁНЛАРНИ МАТЕМАТИК
МОДЕЛЛАШТИРИШ"

ФАНИ БЎЙИЧА

МАЪРУЗА МАТНИ

(5A540510 - Пахтага дастлабки ишлов бериш
мутахассислиги бўйича магистрлар учун)

Тошкент- 2009 йил

А Н Н О Т А Ц И Я

Технологик жараёнларни математик моделлаштириш фани олий ўқув юртлар талабаларини ҳозирги замон талабларига жавоб бера оладиган юқори малакали, замонавий компьютер технологиясини чуқур тадбиқ қила оладиган магистрлар етиштиришда катта аҳамиятга эгадир.

Ушбу маъруза матнида технологик жараёнларни илмий тадқиқот қилувчи пахтага дастлабки ишлов бериш ихтисосликдаги изланувчилар, аспирантлар ва талабалар учун мўлжалланган бўлиб, бунда илмий изланишлар усуллари, математик моделлаштириш элементлари, назарий ва тажрибавий моделлар мисоллар кўринишида келтирилган.

Тошкент тўқимачилик ва енгил
саноат институти илмий-услубий
кенгашида тасдиқланган
" ____ " _____ 200 йил

баённома _____

Тузувчи: Техника фанлари доктори, профессор Маматов А.З.
Техника фанлари номзоди, доцент Усмонокулов А.К.

Тақризчилар: Назиров Ш. – «Ахборот технологияси»
университети профессори, т.ф.д.
Салимов А. - ТТЕСИ, "Пахтани дастлабки ишлаш"
кафедра доценти, т.ф.н.

ТТЕСИ босмахонасида " ____ " нусхада кўпайтирилган.

1- Маъруза

Илмий изланишлар турлари ва босқичлари

Маъруза режаси:

1. Кириш. Тадқиқотлар ва уларнинг турлари.
2. Пахтага дастлабки ишлов бериш муаммолари.
3. Илмий изланишлар босқичлари.

Адабиётлар:

1. И.А.Каримов. Истиқлол ва маънавият. Т., "Ўзбекистон", 1994 й.
2. А.Г. Севостьянов. "Методы и средства исследования механико-технологических процессов текстильной промышленности". М., "Легкая индустрия", 1980, 3-15 бетлар.

1. Кириш. Тадқиқотлар ва уларнинг турлари.

Халқ хўжалигини ривожлантириш, ишлаб чиқаришни қайта мослаш ва янгилаш, ишлаб чиқариш ускуналаридан унумли фойдаланиш, бу соҳада олиб бориладиган илмий, техникавий изланишларни етарли даражада олиб боришни талаб қилади.

Технологик жараёнларни математик моделлаштириш фани барча йўналишлари учун шу жумладан пахтага дастлабки ишлов бериш мутахассислиги магистрлари тайёрлашда асосий умумкасбий фанларидан бири ҳисобланади.

Бу фанни ўзлаштиришда талабалар умумматематика фанларидан: яъни олий математика, информатика, амалий математика ва умумкасбий фанларидан ўзлаштирган билимларига асосланади.

Технологик жараёнларни математик моделлаштириш фанини ўрганиш жараёнида талаба илмий изланишлар олиб боришда ҳозирги замон талабларига жавоб бера оладиган моделлаштириш услублари ва замонавий тадқиқотлар воситаларидан бири бўлмиш, электрон ҳисоблаш машиналарида ишлаш, ЭХМ амалий программаларидан фойдаланишни билиши, олган билимларини умумкасбий ва махсус фанларни ўзлаштиришда, илмий тадқиқот ишларини олиб боришда тадбиқ эта олиш зарур.

Бозор иқтисодиёти шароитида бошқа саноатлар қатори пахта тозалаш корхоналарида ишлаб чиқарилаётган маҳсулотларни жаҳон бозорларида рақобатбардошлигини таъминлаш учун, тола, чигит, момик ва бошқа маҳсулотларнинг бошланқич сифат кўрсаткичларини сақлаб қолишга катта аҳамият бермоқда, бу эса табиий толаларни дастлабки ишлаш муаммолари

бўйича изчил илмий тадқиқотлар олиб бориш керак эканлигини тақозо этади.

Умуман, илмий изланишлар 3 хил усулда олиб борилади: назарий, тажрибавий, назарий-тажрибавий.

Назарий тадқиқотлар олдидан маълум бўлган физик - механик қонуниятларга асосланса, тажрибавий тадқиқотлар эса технологик жараёнини синов натижасида, тажрибалар ўтказиш орқали олиб борилади.

Назарий-тажрибавий усулда ҳам назарий маълумотлар, ҳам тажриба натижалари эътиборга олинади, бу эса технологик жараёнини чуқурроқ ўрганишга имкон беради.

2. Пахтага дастлабки ишлов бериш муаммолари

Пахтага дастлабки ишлов бериш муаммоларида қуйидаги масалалар ҳал қилинади:

1. Чигитли пахта толаларини сифатини сақлаш, жараёнини эффективлигини ошириш, пахтага дастлабки ишлов бериш машиналарини такомиллаштириш ва жараёнини автоматлаштириш мақсадида, назарий-тажрибавий усул ёрдамида, технологик жараёнининг қонуниятларини аниқлаш ва машина ва механизмларини оптимал режимларини аниқлашдан иборат.

2. Янги машиналарни яратиш, тажрибавий усул ёрдамида уларни ишончлилигини, узоқ ишлаш вақтини, ишлатишга қулайлигини ва чиқарилаётган маҳсулот сифатини аниқлаш.

3. Технологик жараёнларни такомиллаштириш ва янгиларини яратиш устида олиб бориладиган илмий тадқиқот ишлари.

4. Технологик жараёнини ўрганиш ва уларни моделлаштириш учун янги услуб ва воситаларини яратиш.

3. Илмий изланишлар босқичлари

Назарий-тажрибавий илмий ишлар қуйидаги босқичларда амалга оширилади:

1. Мавзунини танлаш ва асослаш.
2. Тайёргарлик босқичи.
3. Технологик жараёнини назарий таҳлил қилиш.
4. Дастлабки тажрибаларни тайёрлаш ва ўтказиш
5. Асосий тажрибани ўтказиш.
6. Математик моделларини қуриш.
7. Назарий ва тажрибавий натижаларни таҳлил қилиш.
8. Хулоса ва таклифлар.

Тажрибавий усулда эса 3-босқичдан ташқари бошқа босқичлар амалга оширилади.

Қидирув-тадқиқот ишларида қуйидаги босқичлар амалга оширилади:

1. Тайёрлаш босқичи.
2. Мавзунинг назарий қисмини яратиш.
3. Моделни синаш, конструкцияга ва технологияга керакли ўзгартиришлар киритиш.
4. Макетларни лойиҳалаш ва тайёрлаш.
5. Дастлабки тажрибани тайёрлаш ва ўтказиш.
6. Асосий тажрибани ўтказиш.
7. Назарий-тажрибавий ва синаш тадқиқотларини таҳлил қилиш, кўрсатмалар бериш.
8. Машинани тажрибавий намунасини лойиҳалаш учун керакли техник кўрсатмалар бериш.

Назорат саволлари:

1. Тарақиётда ушбу курснинг аҳамияти.
2. Тадқиқотлар ва уларнинг турлари.
3. Табиий толаларни дастлабки ишлаш муаммолари.
4. Илмий изланишлар босқичлари.
5. Назарий - тажрибавий илмий ишлар босқичлари.
6. Тажрибавий илмий ишлар босқичлари.
7. Қидирув-тадқиқот ишлар босқичлари.

2-Маъруза

Технологик жараёнларни моделлаштириш элементлари

Маъруза режаси:

1. Технологик жараёнларни математик кўринишда ифодалаш.
2. Моделларни куриш усуллари.
3. Оптимизация масаласи.

Адабиётлар:

1. А.Г. Севостьянов. "Методы и средства исследования механико-технологических процессов текстильной промышленности". М., "Легкая индустрия", 1980, 16-23 бетлар.
2. А.Г. Севостьянов, А.Г. Севостьянов. "Оптимизация механико-технологических процессов текстильной промышленности". М., "Легпромбыздат", 1991, 6-22 бетлар.

1. Технологик жараёнларни математик кўринишда ифодалаш

Тўқимачилик, пахтачилик ва енгил саноат технологик жараёнлари мураккаб жараёнлар бўлиб, улар бир-бири билан боқланган кўп факторларнинг ўзгаришларига боқлиқдир. Шунинг учун бу жараёнларни илмий тадқиқот қилиш математик моделлар асосида амалга оширилади.

Умумий ҳолда математик моделларни қуйидаги кўринишда ифодалаш мумкин:

$$Y = F(X)$$

бу ерда: $Y(y_1, y_2, \dots, y_k)$ - чиқувчи факторлар бўлиб, жараённинг ўрганилаётган хусусиятларини,

$X(x_1, x_2, \dots, x_k)$ - кىрувчи факторлар бўлиб, жараёнга таъсир этувчи параметрларни,

F - оператор (функция) бўлиб чиқувчи факторни кىрувчи факторларга нисбатан боқланишини ифодалайди.

Математик модел кўрилатган технологик жараённи адекват ифодалайди дейилади, агарда берилган аниқликда жараённи ўзгаришини аниқласа.

Математик моделлар ўзларининг хусусиятларига кўра қуйидаги кўринишларда бўлиши мумкин:

1. Агар кирувчи параметрлар X ёки функция F аргументларга боқлиқ бўлмаса, бундай модел статистик модел акс ҳолда яъни аргументларга боқлиқ бўлса, динамик модел дейилади. Статистик моделлар алгебраик тенгламалар системаси кўринишида берилса, битта аргументга боғлиқ бўлган динамик моделлар оддий дифференциал тенгламалар кўринишида, кўп аргументли динамик моделлар эса хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар кўринишида берилади.

2. Хусусияти бўйича моделлар эҳтимолли ёки детерминлашган моделлар бўлиши мумкин. Эҳтимолли куйидаги кўринишда бўлади:

а) Агар чикувчи фактор тасодифий, кирувчи фактор эса тасодифий бўлмаса, бундай моделларга регрессион моделлар дейилади.

Регрессион моделлар тажриба натижаларини қайта ишлаш натижасида қурилиб, алгебраик функцияларни турли хилларидан фойдаланилади.

б) Агар кирувчи ва чикувчи параметрлар маълум бир қонуният бўйича ўзгарувчи тасодифий миқдорларни ифодаласа, бундай моделларга корреляцион моделлар дейилади. Масалан, чикувчи параметрларнинг ўртача қийматлари бўйича қурилган математик моделлар.

Детерминлашган моделларда кирувчи параметрларнинг тасодифий хусусиятлари инобатга олинмайди, чикувчи параметр эса оператор ва факторлар орқали бир қийматли аниқланади. Бу моделларни қуришда алгебраик, дифференциал, интеграл ва ҳақозо тенгламалардан фойдаланилади.

3. Моделнинг чизиқлилиқ хоссаси. Математик модел чизиқли дейилди, агарда функция чизиқли бўлса:

$$F(x+\Delta x)=F(x)+F(\Delta x)$$

акс ҳолда модел чизиқли эмас дейилади.

Масалан:

$$Y_R=b_0+b_1X_1+.....+b_iX_i+.....+b_mX_m$$

-чизиқли модел,

$$Y_R=b_0+b_1X_1+.....+b_iX_i+.....+b_mX_m+b_{12}X_1X_2+.....+b_{ij}X_iX_j+.....+b_{m-1,m}X_{m-1}X_m$$

-чизиқсиз моделга мисол бўла олади.

2. Моделларни қуриш усуллари

Маълумки математик моделлар назарий, тажрибавий ва назарий-тажрибавий усуллар ёрдамида қурилиши мумкин.

Назарий усуллар физика, механика қонуниятларига асосланса, тажрибавий усул эса тажриба натижаларини бевосита қайта ишлаш натижасида амалга оширилади.

Математик моделларини тажрибавий усулда қурилиши "пассив" ва "актив" тажриба кўринишида бўлиши мумкин. Пассив тажрибада технологик жараён тўқрисидаги маълумотлар кўрилатган объектни нормал ҳолатда ишлаш пайтидаги натижалардан фойдаланилади.

Актив тажрибада эса кирувчи факторларни қийматларини планлаштириш матрицаси ёрдамида ўзгартириб ҳар хил натижалар олинади ва тажриба натижаларини қайта ишлаш натижасида моделлар қурилади.

Илмий изланиш олиб борилаётганда чикувчи ва кирувчи параметрлари танлаб олиш катта аҳамиятга эгадир. Чикувчи параметрлар сифатида, одатда изланиш объектини ва олинаётган маҳсулотни сифатини ҳарактерловчи техник-технологик кўрсаткичлар (физикавий, механикавий, физик-кимёвий...), техник -иктисодий (иш унумдорлиги, чидамлиги, узоқ ишлаши), иктисодий (машиналарнинг иш унумдорлиги, фойда, харажатлар), статистик кўрсаткичлар (дисперсия, вариация коэффициенти ва х.з) олинади.

Кирувчи параметрлар эса изланиш объектини сифат ва миқдорий кўрсаткичларини ифодалаб, технологик жараёнга таъсир этувчи ўзгарувчи факторлардир.

Агар тажриба битта кирувчи параметр асосида олиб борилса- бир факторли эксперимент, икки ва ундан ортиқ кирувчи параметрлар асосида ўтказилса- кўп факторли эксперимент дейилади.

Кўп факторли тажрибада факторлар бир-бирига боқлиқ бўлмаслиги ва ўзаро биргаликда бўлишлиги керак.

Кирувчи параметрларнинг ўзгариш оралиқини тўқри аниқлаш ҳам катта аҳамиятга эгадир:

$$(X_{\min} \leq X_i \leq X_{\max})$$

Бунда жараённинг физик хусусиятларига ва олдин олиб борилган илмий изланишларга асосланади.

3. Оптимизация масаласи

Кўп ҳолларда математик моделлар оптимизация масаллари кўринишида бўлади.

Оптимизация -бирор шартлар асосида энг яхши натижалар олинишининг мақсадли йўналишидир.

Масалани умумий кўриниши:

$$F(X,A,\xi,\delta) \text{ ----- } \max(\min)$$

қуйидаги шартлар асосида

$$\begin{aligned} g_1(X, A, \xi, \delta) &\geq 0 \\ g_2(X, A, \xi, \delta) &\geq 0 \\ &\dots\dots\dots \\ g_{k+1}(X, A, \xi, \delta) &\geq 0 \end{aligned}$$

бу ерда

- $F(X, A, \xi, \delta)$ - мақсадли функция;
- $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ - бошқарилувчи ўзгарувчилар (температура, иш унумдорлиги ва х.к);
- $A(A_1, A_2, \dots, A_s)$ - бошқариб бўлмайдиган ўзгарувчилар. Булар иш жараёнида ўз қийматларини ўзгартирмайдиган параметрлардир (машиналарни геометрик ўлчамлари ва х.к);
- $\xi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m)$ - тасодифий ўзгарувчилар. Булар технологик жараёнда қийматлари бирор тақсимот қонунига бўйсинувчи тасо дифий қийматларни қабул қилади. Уларнинг аниқ қийматлари маълум эмас. (Аралашмадаги толаларнинг хараakterистикалари, чизиқли зичлиги, ипларни узилишлар сони ва х.з);
- $\delta(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_r)$ - аниқмас ўзгарувчилар. Технологик жараёнда қийматлари аниқ бўлмаган ўзгарувчилардир. (Кейинги йил ҳосилининг ифлослиги, янги маҳсулотга талаб ва х.з).

F ва g ларни кўринишига қараб оптимизация масалалари хар хил бўлади:

1. Математик программлаштириш масалалари:

$$\begin{aligned} F(X, A) &\text{---} \min(\max) \\ g_i(X, A) &\geq 0 \quad \overline{i=1, k} \\ g_i(X, A) &= 0 \quad \overline{i=k+1, n} \end{aligned}$$

2. Параметрик программлаш масалалари:

$$F(X, A(t)) \text{---} \min(\max)$$

$$g_i(X, A(t)) \geq 0 \quad i=1, k$$

$$g_i(X, A(t)) = 0 \quad \overline{i=k+1, n}$$

$A(t)$ - вақтга боқлиқ бўлган маълум функция.

3. Стохастик программалаш масалалари.

Моделларда тасодифий ўзгарувчилар- ξ қатнашади.

4. Статистик ўйинлар масалалари. Бу масалаларда қийматлари аниқ бўлмаган δ ўзгарувчилар қатнашади.

Кўп ҳолларда оптимизация масалалари юқорида келтирилган масалаларнинг комбинацияларидан ташкил топган бўлиши мумкин.

Назорат саволлари:

1. Математик моделнинг умумий кўриниши.
2. Моделлар турлари.
3. Моделларни қуриш усуллари.
4. Пассив ва актив эксперимент.
5. Чиқувчи ва кирувчи параметрлар.
6. Оптимизация масаласи ва унинг умумий кўриниши.
7. Оптимизация масалалар турлари.

-МАЪРУЗА

ЧИЗИҚЛИ ВА ЧИЗИҚСИЗ АЛГЕБРАИК ТЕНГЛАМАЛАР СИСТЕМАСИНИ ЕЧИШ

Режа:

1. Векторлар ва матрицалар хақида баъзи бир маълумотлар.
Масаланинг қўйилиши.
2. Гаусс усули.
3. Бош элементлар усули.
4. Оддий итерация усул.
4. Чизиқли бўлмаган тенгламалар системаси учун кетма-кет яқинлашиш усули.

АДАБИЁТЛАР

1. Ш.Ш. Шоҳамидов. Амалий математика унсурлари.
Тошкент, “Ўзбекистон”, 1997й, 22-47 бетлар.
2. Исроилов М. Ўйсовлаш методлар. Тошкент “Ўқитувчи” 1988й.

3. Демидович Б.П, Марон И.А. Основы вычислительной математики. М. "Наука", 1972, 268-314 бетлар.
4. Копченкова Н.В, Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. М., "Наука", 1972 й.

ВЕКТОРЛАР ВА МАТРИЦАЛАР ХАКИДА БАЪЗИ-БИР МАЪЛУМОТЛАР. МАСАЛАНИНГ КУЙИЛИШИ

Тенгламалар системаларини ечиш усулларини кўраётганимизда керак буладиган векторлар ва матрицалар ҳақида асосий маълумотларни келтирамиз.

"n" ўлчовчи векторлар устида амалларни кўрайлик.

1) Векторни "λ" сонга кўпайтмаси қуйидагича аниқланади:

$$\lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n),$$

2) $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ва $(y_1, y_2, \dots, y_n)$ векторларнинг йиғиндиси ва айирмаси эга қуйидагига тенг:

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) \pm (y_1, y_2, \dots, y_n) = (x_1 \pm y_1, x_2 \pm y_2, \dots, x_n \pm y_n)$$

3) "n" - ўлчовли векторнинг модули деб қуйидаги сонга айтилади:

$$|x| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}.$$

4) Скаляр кўпайтма эса қуйидагича аниқланади:

$$xy = x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n$$

Баъзи бир ҳолларда битта вектор ўрнига векторлар системаси билан ишлашга тугри келади. Бундай векторлар системаси координаталари тугри бурчакли жадвал қурилишига эга бўлади, уни матрица деб аталади. Матрица элементлари иккита номерли (индексли) битта ҳарф оркали ифодаланади, масалан a_{ij} . Буларнинг биринчиси сатр номерини, иккинчиси эса устун номерини билдиради.

Купинча устунлари ва сатрлари сони бир хил бўлган матрицалар учрайди. "n" та устун ва "n" та сатрдан иборат матрицани "n"-тартибли квадрат матрица дейилади.

Матрицалар устида амаллар оддийгина аниқланади. Бизга кейинчалик факат матрицани векторга купайтириш ва уларнинг купайтмаси керак бўлади, шуларни аниқлаймиз.

1) Матрицанинг векторга купайтмаси деб шундай вектор устунга айтиладики, унинг координаталари матрица сатрларидаги векторларни берилган вектор устунга скаляр купайтмаларидан иборат яъни

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}\dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\dots a_{2n} \\ \dots \\ a_{m1}a_{m2}\dots a_{mn} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_m \end{pmatrix},$$

бу ерда

$$c_1 = a_{11}b_1 + a_{12}b_2 + \dots + a_{1n}b_n,$$

$$c_2 = a_{21}b_1 + a_{22}b_2 + \dots + a_{2n}b_n,$$

$$\dots,$$

$$c_m = a_{m1}b_1 + a_{m2}b_2 + \dots + a_{mn}b_n.$$

2) Матрицаларнинг купайтмасини соддалик учун квадрат матрицалар учун аниқлаймиз. Икки бир хил тартибли квадрат матрицаларнинг купайтмаси деб шундай квадрат матрицага айтиладики, унинг элементлари биринчи матрица сатрларини иккинчи матрица устунларидаги элементлар скаляр купайтмасидан иборат, яъни

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}\dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\dots a_{2n} \\ \dots \\ a_{n1}a_{n2}\dots a_{nn} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11}b_{12}\dots b_{1n} \\ b_{21}b_{22}\dots b_{2n} \\ \dots \\ b_{n1}b_{n2}\dots b_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11}c_{12}\dots c_{1n} \\ c_{21}c_{22}\dots c_{2n} \\ \dots \\ c_{n1}c_{n2}\dots c_{nn} \end{pmatrix}.$$

бу ерда

$$c_{11} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + \dots + a_{1n}b_{n1},$$

$$c_{12} = a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + \dots + a_{1n}b_{n2},$$

$$\dots,$$

$$c_{21} = a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + \dots + a_{2n}b_{n1}$$

$$\dots$$

ва умуман

$$c_{ik} = a_{i1}b_{1k} + a_{i2}b_{2k} + \dots + a_{in}b_{nk},$$

яъни i -сатр ва k -устундаги элемент биринчи матрица i -сатрини иккинчи матрица k -устунига скаляр купайтмасига тенг.

Асосий диагоналидаги элементлар бирга барча колганлари эса нолга тенг булган квадрат матрица муҳим аҳамиятга эга. Бундай матрицани бирлик матрица дейилади ва E билан белгиланади:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Бундай матрица "бирлик" деб аталишига асосий сабаб ихтиерий квадрат матрица A учун

$$A^*E = E^*A = A$$

ТЕНГЛИК ўринли.

Купчилик холларда тескари матрица тушунчаси ҳам ишла-тилади. А матрицага тескари A^{-1} матрица деб шундай матрицага айтиладики, унинг учун

$$A * A^{-1} = A^{-1} * A = E$$

тенглик ўринли бўлади.

Юқорида келтирилганлардан фойдаланиб чизиқли тенгламалар системасини матрицалар ёрдамида ифодалаймиз.

[illegible]

система берилган бўлсин. А билан номаълумлар олдидаги коэффициентлардан ташкил топган матрицани белгилаймиз:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

В-билан озод хадлардан иборат вектор устунни, Х- билан эса номаълумлардан иборат вектор устунни белгилаймиз:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \cdots \\ \cdots \\ \cdots \\ \mathbf{b}_n \end{pmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \cdots \\ \cdots \\ \cdots \\ \mathbf{x}_n \end{pmatrix}$$

У холда (1) берилган система кўйидагича ёзилади:

$$A \cdot X = B \quad (2)$$

Математик моделлаштиришнинг кўпгина масалалари чизикли алгебраик тенгламалар системасини ечишга олиб келади.

Чизикли алгебраик тенгламаларни ечиш асосан икки- аниқ ва итерацион усулларга бўлинади.

Аниқ усул деганда шундай усул тушуниладики, унинг ёр-дамида чекли микдордаги арифметик амалларни аниқ бажариш натижасида масаланинг аниқ ечимини топиш мумкин. Хаммага маълум булган Крамер коидаси аниқ усулга мисол була олади. Лекин, Крамер коидаси амалда жуда кам кулланилади, чунки бу усул билан "n"-тартибли чизикли алгебраик тенгламалар системасини ечганда нихоятда кўп арифметик амалларни бажаришга тугри келади.

Биз ҳисоблаш учун тежамли булган "Гаусс" аниқ усулини куриб чикамиз. Булар номаълумларни кетма-кет йукотиш гоёсига асосланган.

Итерацион (кетма-кет яқинлашиш) усуллар шу билан характерланадики, чизикли алгебраик тенгламалар системасининг ечими кетма-кет яқинлашишларнинг лимитидек топилади.

Итерацион усулларни куллаётганда факат уларнинг яқинлашишларигина эмас, балки яқинлашишларнинг тезлиги ҳам катта аҳамиятга эга. Бу маънода ҳар бир итерацион усул универсал булавермайди.

Бу усуллар айрим системалар учун жуда тез яқинлашиб, бошқа системалар учун секин яқинлашиши ёки умуман яқинлашмаслиги ҳам мумкин. Шунинг учун ҳам итерацион усулларни куллаётганда системани аввал тайёрлаб олиш керак. Бунинг маъноси шундан иборатки берилган системани унга тенг кучли булган шундай системага алмаштириш керакки, ҳосил булган система учун танланган усул тез яқинлашсин.

ГАУСС УСУЛИ

Гаусснинг номаълумларни кетма-кет йукотиш усули чи-зикли алгебраик тенгламалар системасини ечиш усуллари ичида энг универсал ва энг самаралисидир. Соддалик учун туртта номаълумли туртта чизикли система учун Гаусс усулини куриб чикамиз.

Ушбу система берилган булсин:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 = b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 = b_2; \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 = b_3; \\ a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 = b_4, \end{cases} \quad (3)$$

Бу ерда $x_i (i=1,4)$ - номаълум сонлар, $a_{ij} (j=1,4)$ ва $b_i (i=1,4)$ - маълум коэффициентлар. Кулайлик учун $a_{15} = b_1$, $a_{25} = b_2$, $a_{35} = b_3$, $a_{45} = b_4$ деб оламиз.

Гаусс усулининг тўлиқ тавсифига ўтамыз. Биринчи кадамнинг етакчи элементи деб аталадиган a_{11} коэффицентни нол-дан фаркли деб ҳисоблаймиз. (3) тенгламанинг биринчисининг ҳамма хадлари ни a_{11} га бўлиб, қуйидагига эга бўламиз:

$$x_1 + b_{12}x_2 + b_{13}x_3 + b_{14}x_4 = b_{15} \quad (4)$$

бу ерда

$$b_{1j} = \frac{a_{1j}}{a_{11}} \quad (j = 2, 3, 4, 5).$$

(4) тенгликдан фойдаланиб (3) системанинг иккинчи, учинчи ва тўртинчи тенгламаларидан x_1 номаълумни йўқотамиз. Бунинг учун (4) тенгламани a_{21} , a_{31} ва a_{41} га купайтириб натижани мос равишда системанинг иккинчи, учинчи ва туртинчи тенгламаларидан айириш керак. У ҳолда уч номаълумли қуйидаги системага эга бўламиз:

$$\begin{cases} a_{22}^{(1)}x_2 + a_{23}^{(1)}x_3 + a_{24}^{(1)}x_4 = a_{25}^{(1)}; \\ a_{32}^{(1)}x_2 + a_{33}^{(1)}x_3 + a_{34}^{(1)}x_4 = a_{35}^{(1)}; \\ a_{42}^{(1)}x_2 + a_{43}^{(1)}x_3 + a_{44}^{(1)}x_4 = a_{45}^{(1)}, \end{cases} \quad (5)$$

бу ерда

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1}b_{1j} \quad (i=2,3,4, j=2,3,4,5) \quad (6)$$

Энди шу системани узгартириш билан шугулланамиз.

Иккинчи кадамни бажаришга утишдан олдин, иккинчи кадамнинг етакчи элементи деб аталадиган $a_{22}^{(1)}$ элементни нолдан фаркли деб фараз этамиз (акс ҳолда тенгламаларнинг ўрнини тегишли равишда алмаштириш лозим). (6) системанинг биринчи тенгламасини $a_{22}^{(1)}$ га бўламиз, у ҳолда

$$x_2 + b_{23}^{(1)}x_3 + b_{24}^{(1)}x_4 = b_{25}^{(1)} \quad (7)$$

бу ерда

$$b_{2j}^{(1)} = \frac{a_{2j}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}} \quad (j = 3, 4, 5)$$

Юқоридагига ўхшаш x_2 ни йўқотамиз, у ҳолда

$$\begin{cases} a_{33}^{(2)}x_3 + a_{34}^{(2)}x_4 = a_{35}^{(2)}; \\ a_{43}^{(2)}x_3 + a_{44}^{(2)}x_4 = a_{45}^{(2)}, \end{cases} \quad (8)$$

системага эга бўламиз, бу ерда

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij}^{(1)} - a_{ij}^{(1)}b_{2j}^{(1)} \quad (i = 3, 4; j = 3, 4, 5) \quad (9)$$

(9) нинг биринчи тенгламасини a_{33} га бўламиз, у ҳолда

$$x_3 + b_{34}^{(2)} x_4 = b_{35}^{(2)}$$

бўлади, бу ерда

$$b_{34}^{(2)} = \frac{a_{34}^{(2)}}{a_{33}^{(2)}}, \quad b_{35}^{(2)} = \frac{a_{35}^{(2)}}{a_{33}^{(2)}}.$$

Бу тенглама ёрдамида (8) системанинг иккинчи тенгламасидан x_3 ни йўқотамиз. қуйидаги тенгламага эга бўламиз:

$$a_{44}^{(3)} x_4 = a_{45}^{(2)},$$

бу ерда

$$a_{4j}^{(3)} = a_{4j}^{(2)} - a_{43}^{(2)} b_{3j}^{(2)} \quad (j = 4, 5). \quad (10)$$

Шундай қилиб (3) системани учбурчак матрицали ўзига тенг кучли бўлган қуйидаги системага келтирдик:

$$\begin{cases} x_1 + b_{12} x_2 + b_{13} x_3 + b_{14} x_4 = b_{15}; \\ x_2 + b_{23}^{(1)} x_3 + b_{24}^{(1)} x_4 = b_{25}^{(1)}; \\ x_3 + a_{34}^{(2)} x_4 = b_{35}^{(2)}; \\ a_{44}^{(3)} x_4 = b_{45}^{(2)}. \end{cases} \quad (11)$$

Бу ерда кетма-кет қуйидагиларни аниқлаймиз:

$$\begin{cases} x_4 = \frac{a_{45}^{(2)}}{a_{44}^{(3)}}; \\ x_3 = b_{35}^{(2)} - b_{34}^{(2)} x_4; \\ x_2 = b_{25}^{(1)} - b_{24}^{(1)} x_4 - b_{23}^{(1)} x_3; \\ x_1 = b_{15} - b_{14} x_4 - b_{13} x_3 - b_{12} x_2. \end{cases} \quad (12)$$

БОШ ЭЛЕМЕНТЛАР УСУЛИ.

Гаусс усулида етакчи элементлар доим нолдан фарқли бў-лавермайди. Еки улар нолга яқин сонлар бўлиши мумкин: бундай сонларга бўлганда катта абсолют хатога эга бўлган сонлар ҳосил булади. Бунинг натижасида тақрибий ечим аниқ ечимдан сезиларли даражада четлашиб кетади.

Ҳисоблаш хатосининг бундай таъсиридан қутилиш учун Гаусс усули бош элементни танлаш йўли билан қўлланилади. Бунинг Гаусс усулининг компакт схемасидан фарқи қуйидагидан иборат. Фараз қилайлик, номаълумларни йўқотиш жараёнида қуйидаги системага эга бўлган бўлайлик:

[illegible]

Энди $\left| \mathbf{a}_{m+1,k}^{(m)} \right| = \max \left| \mathbf{a}_{m+1,j}^{(m)} \right|$ тенгликни қаноатлантирадиган k -номери то-
пиб, узгарувчиларни қайта белгилаймиз: $x_{m+1}=x_k$ ва $x_k=x_{m+1}$. Сунгра $(m+2)$
тенгламадан бошлаб, барчасидан x_{m+1} номаълумни йўқотамиз. Бундай қайта
белгилашлар йўқотиш тартибини ўзгартиришга олиб келади ва кўп ҳолларда
хисоблаш хатосини камайтиришга хизмат қилади.

ОДДИИ ИТЕРАЦИЯ УСУЛИ.

Фараз қилайлик, қуйидаги система

$$\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{B} \quad (13)$$

бирор усул билан

$$\mathbf{x} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{f} \quad (14)$$

кўринишга келтирилган бўлсин, бу ерда C -қандайдир матрица, f -вектор устун. Дастлабки яқинлашиш вектори $x^{(0)}$ бирор усул билан (масалан, $x^{(0)}=0$) топилган бўлсин. Агар кейинги яқинлашишлар

$$X^{k+1} = CX^{(k)} + f \quad (k=0, 1, 2, \dots)$$

рекуррент формула ёрдамида топилса, бундай усул оддий итерация усули дейилади.

Агарда C матрица элементлари

$$\sum_{i=1}^n |C_{ij}| \leq a < 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (15)$$

ва

$$\sum_{i=1}^n |C_{ij}| \leq \beta < 1 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (16)$$

шартлардан бирортасини каноатлантирса, у холда итерацион жараён берилган тенгламанинг х ечимига ихтиёрий бошланғич $x^{(0)}$ векторда яқинлашиши исботланган, яъни

$$x = \lim_{k \rightarrow \infty} x^{(k)}.$$

Шундай қилиб, системанинг аниқ ечими чексиз қадамлар натижасида ҳосил қилинади ва ҳосил қилинган кетма-кетликнинг ихтиёрий $x^{(k)}$ вектори тақрибий ечимни беради. Бу тақрибий ечимнинг хатолигини қуйидаги формулалардан бирида ифодалаш мумкин:

$$\left| x_i - x_i^{(k)} \right| \leq \frac{a}{1-a} \max_{j=1,2,\dots,n} \left| x_j^{(k)} - x_j^{(k-1)} \right|, \quad (17)$$

агарда (15) шарт бажарилса, ёки

$$\left| x_i - x_i^{(k)} \right| \leq \frac{\beta}{1-\beta} \sum_{j=1}^n \left| x_j^{(k)} - x_j^{(k-1)} \right|, \quad (18)$$

агарда (16) шарт бажарилса. Бу баҳоларни мос равишда қуйидагича кучайтириш мумкин:

$$m \left| x_i - x_i^{(k)} \right| \leq \frac{a}{1-a} \max \left| x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)} \right|,$$

ёки

$$\sum_{j=1}^n \left| x_j - x_j^{(k)} \right| \leq \frac{\beta}{1-\beta} \sum_{j=1}^n \left| x_j^{(k)} - x_j^{(k-1)} \right|.$$

Итерацион процессларни юқоридаги баҳолар олдиндан берилган аниқликни қаноатлантирганда тугаллайдилар.

Бошланғич $x^{(0)}$ вектор, умуман олганда, ихтиёрий танланиши мумкин. Баъзан $x^{(0)}=f$ деб олишади. Аммо $x^{(0)}$ векторнинг ком-поненталари сифатида номаълумларнинг қўпол тахминларда аниқланган қийматлари олинади.

(13) системани (14) кўринишга келтиришни бир неча хил усулларда амалга ошириш мумкин. Фақат (15) ёки (16) шартлардан бирортасининг бажарилиши лозим.

Агарда А-матрица диагональ элементлари нолдан фарқли бўлса, яъни

$$a_{ii} \neq 0 \quad (i=1,2,\dots,n)$$

у холда берилган системани

кўринишда ёзиш мумкин. Бу ҳолда C матрица элементлари қуйидагича аниқланади:

ва (15) ва (16) шартлар мос равишда A матрицани диагонал элемент-лари

шартларни қаноатлантирганда ўринли бўлади, яъни диагонал элементларнинг модуллари, тенгламалар системасининг ҳар бир тенгламаси учун, колган барча коэффициентлар модулларининг йигиндисидан катта бўлса, (озод хадлар бунга кирмайди).

Шу пайтгача биз факат чизикли тенгламалар системасини ечиш усуллари билан танишдик. Энди тенгламалар системаси чизиксиз бўлган хол учун тўхталамиз. Соддалик учун икки номаълумли иккита чизиксиз системани оддий итерация усули билан ечишга тўхталамиз. Бундай система куйидагича ёзилади.

Фараз қилайлик бошлангич x_0, y_0 якинлашишлар берилган бўлсин. Берилган системани қуйидагича ёзамиз:

хамда бу системанинг ўнг томонидаги х ва у ўрнига бошланғич

яқинлашиш x_0, y_0 ни қўйиб биринчи яқинлашишни аниқлаймиз:

$$\begin{cases} x_1 = F(x_0, y_0), \\ y_1 = \Phi(x_0, y_0). \end{cases}$$

Худди шундай иккинчи яқинлашишни аниқлаймиз.

$$\begin{cases} x_2 = F(x_1, y_1), \\ y_2 = \Phi(x_1, y_1). \end{cases}$$

ва умуман

$$\begin{cases} x_n = F(x_{n-1}, y_{n-1}), \\ y_n = \Phi(x_{n-1}, y_{n-1}). \end{cases}$$

Агарда $F(x, y)$ ва $\Phi(x, y)$ функциялар узлуксиз, ҳамда $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ ва $y_1, y_2, \dots, y_n, \dots$ кетма-кетликлар яқинлашувчи бўлса, у ҳолда уларнинг лимитлари берилган тенгламанинг ечими бўлади.

Энди юқорида келтирилган итерацион жараён яқинлашувчи бўлиши шартларига тўхталамиз.

Теорема. $\bar{X}$ ва $\bar{Y}$ (20) системанинг аниқ ечимлари бўлсин, ҳамда $a < \bar{X} < b$,

$c < \bar{Y} < d$ эканлиги маълум, бундан ташқари $x=a, x=b, y=c$ ва $y=d$ тугри чизиклар билан чегараланган тугри тўртбурчак ичида бошқа ечимлар йук эканлиги ҳам маълум бўлсин. У ҳолда, кўрсатилган тўғри тўртбурчакда қуйидаги

$$\left| \frac{\partial F}{\partial x} \right| \leq P, \quad \left| \frac{\partial F}{\partial y} \right| \leq q_1, \quad \left| \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right| \leq P_2, \quad \left| \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right| \leq q_2$$

бу ерда $(P_1 + q_2) \leq M < 1$ ва $q_1 + q_2 \leq M < 1$ тенгсизлик бажарилса, итерацион жараён яқинлашади ва бошлангич яқинлашиш x_0, y_0 сифатида тугри тўртбурчакнинг ихтиёрий нуктасини олиш мумкин. Теореманинг исботига тўхталиб ўтирмаймиз.

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ

1. Векторлар ва матрицалар устида амаллар.
2. Тенгламалар системаси. Масаланинг қўйилиши.
3. Тенгламалар системасини ечиш усуллари.
4. Матрицалар усули.
5. Гаусс усули.

6. Бош элементлар усули.
7. Оддий итерация усул.
8. Оддий итерация усулини яқинлашиш шарти.
9. Чизиқли бўлмаган тенгламалар системаси учун кетма-кет яқинлашиш усули.
10. Чизиқли бўлмаган тенгламалар системаси учун кетма-кет яқинлашиш усулини яқинлашиш шарти
11. Сонли усулларни алгоритми ва ЭХМ программалари ҳақида.

- МАЪРУЗА

Оддий дифференциал тенгламаларни тақрибий ечиш усуллари

Режа:

1. Масаланинг қўйилиши.
2. Рунги-Кутта усули.
3. Дифференциал тенгламалар системасига қўйилган Коши масаласи
- 4.Чегаравий масалалар. Иккинчи тартибли оддий дифференциал тенгламаларни чекли айирмалар усули ёрдамида ечиш**

Адабиётлар:

1. Данилина Н.И. и.др. Численные методы. М., 1976,311-332 бетлар.
2. Воробьёва Г.Н, ДаниловаА.Н. Практикум по вычислительной математике. М. «Высшая школа», 1990, 143-155 бетлар.
3. Шохамидов Ш. Амалий математика унсурлари. Т.Ўзбекистон,1997й, 73-85 бетлар.

Масаланинг қўйилиши

Агар тенгламада номаълум функция ҳосила ёки дифференциал остида қатнашса, бундай тенгламага дифференциал тенглама дейилади. Агар дифференциал тенгламадаги номаълум функция фақат бир ўзгарувчига боқлиқ бўлса, бундай тенгламага оддий дифференциал тенглама дейилади.

« n »- оғдòёёбли оддий дифференциал тенгламанинг умумий кўриниши қуйидагича

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad (1)$$

бу ерда x -эркли ўзгарувчи; y -номаълум функция, $y', y'', \dots, y^{(n)}$ - номаълум функциянинг хосилалари.

(1) ни кўп холларда қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин

$$y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)}) \quad (2)$$

Бу тенгламага бошланқич масала қуйидагича қўйилади:

(1) дифференциал тенгламанинг шундай ечими $y = \varphi(x)$ ни топиш керакки, бу ечим эркли ўзгарувчи « x » нинг берилган қиймати $x = x_0$ да қуйидаги қўшимча шартларни қаноатлантирсин

$$x = x_0, \text{ да } y = y_0, y' = y'_0, \dots, y^{(n-1)} = y_0^{(n-1)} \quad (3)$$

(3) шартга бошланқич шартлар дейилади,

$x_0, y_0, y'_0, y''_0, \dots, y_0^{(n-1)}$ сонларига ечимнинг бошланқич қийматлари дейилади. Бошланқич шартлар (3) ёрдамида умумий ечимдан хусусий ечимни ажратиб олинади. (2) дифференциал тенгламани ечимини (3) бошланқич шартлар асосида топиш-га Коши масаласи ҳам дейилади.

Дифференциал тенгламаларни аниқ ечимини топиш жуда камдан кам холлардагина учраши мумкин бўлади. Амалиётда учрайдиган кўпдан-кўп масалаларда аниқ ечимини топишни иложи бўлмайди. Шунинг учун дифференциал тенгламаларни ечишда тақрибий усуллар муҳим аҳамиятга эга. Булардан сонли усулларни кўриб чиқамиз.

Рунге - Кутта усули

Биринчи тартибли дифференциал тенгламани

$$y' = f(x, y) \quad (4)$$

$[a, b]$ кесмада бошланқич шарт $x = x_0$ да $y = y_0$ ни қаноат-лантирувчи ечимни топилсин.

$[a, b]$ ёқинида $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ нукталар билан « n » та тенг бўлакчаларга ажратамиз.

Бу ерда $x_i = x_0 + i h$ ($i = 0, 1, 2, \dots, n$), $h = \frac{b-a}{n}$ - кадам.

У холда (4) дан номаълум функция қийматларини топиш Эйлер формуласини келтириб чиқариш мумкин:

$$y_{k+1} = y_k + h \cdot f(x_k, y_k) \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Рунге-Кутта усули кўп жihatдан Эйлер усулига ўхшаш, ammo аниқлик даражаси Эйлер усулига нисбатан юқори бўлган усуллардан биридир.

Биринчи тартибли дифференциал тенглама қўйилган Коши масаласини ечимини қўйидаги формуладан топилади:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i \quad (i=0,1,2,\dots,n)$$

Функцияни ортирмаси Δy_i эса:

$$\Delta y_i = (1/6) (K_1^{(i)} + 2 K_2^{(i)} + 2 K_3^{(i)} + K_4^{(i)})$$

Бу ерда $h=(b-a)/n$ - интеграллаш қадами,

$$K_1^{(i)} = hf_i(x_i, y_i),$$

$$K_2^{(i)} = hf_i(x_i + h/2, y_i + K_1^{(i)}/2),$$

$$K_3^{(i)} = hf_i(x_i + h/2, y_i + K_2^{(i)}/2),$$

$$K_4^{(i)} = hf_i(x_i + h, y_i + K_3^{(i)}).$$

Дифференциал тенгламалар системасига
қўйилган Коши масаласи

Биринчи тартибли дифференциал тенгламалар системасига қўйилган Коши масаласини

$$y_i' = F_i(x, y) \quad (5)$$

$$i = \overline{1, n}, \quad y = (y_1, y_2, \dots, y_n), \quad y(x_0) = y^{(0)} = (y_1^{(0)}, \dots, y_n^{(0)}).$$

ечимини қўйидаги формулалардан топилади:

$$y_i^{(k+1)} = y_i^{(k)} + \frac{1}{6} (k_1^{(i)} + 2 k_2^{(i)} + 2 k_3^{(i)} + k_4^{(i)})$$

бу ерда

$$k_1^{(i)} = F_i(x^{(k)}, y^{(k)})h, \quad k_2^{(i)} = h F_i(x^{(k)} + h/2, y^{(k)} + k_1/2)$$

$$k_3^{(i)} = h F_i(x^{(k)} + h/2, y^{(k)} + k_2/2), \quad k_4^{(i)} = h F_i(x^{(k+1)}, y^{(k)} + k_3)$$

$$k_s = (k_s^{(1)}, k_s^{(2)}, \dots, k_s^{(n)}), \quad s = \overline{1, 4}, \quad y^{(k)} = (y_1^{(k)}, y_2^{(k)}, \dots, y_n^{(k)})$$

$$h=(x_j-x_0)/m,$$

Чегаравий масалалар.

Иккинчи тартибли оддий дифференциал тенгламаларни чекли айирмалар усули ёрдамида ечиш

Чегаравий масалаларни ечиш Коши масалаларига нисбатан анча мураккаб бўлганлиги сабабли, бу кўринишдаги масалалар баъзи ҳолларда Коши масаласига келтириб ечилади, кўпчилик ҳолларда эса чекли айирмали усуллардан фойдаланилади, ма-салан прогонка усули, дифференциал прогонка усули ва бошқа-лар.

Бу кўринишдаги тенгламалар тўқимачилик, пахта ва пиллани дастлабки ишлаш, ип, йигирув жараёнларини математик мо-деллари сифатида кўплаб учрайди.

Масаланинг қўйилиши. Иккинчи тартибли оддий. Дифферен-циал тенглама чегаравий шартлар билан берилган бўлсин:

$$A(x)y''+B(x)y'+C(x)y(x)=F(x) \quad (6)$$

$$\alpha_1 y'(0)+\beta_1 y(0)=\gamma_1 \quad (7)$$

$$\alpha_2 y'(0)+\beta_2 y(0)=\gamma_2 \quad (8)$$

бу ерда

$$\begin{aligned} A(x) &\neq 0, \\ 0 &< x < 1, \\ |\alpha_{ii}|+|\beta_i| &\neq 0, \quad i=1,2. \end{aligned}$$

Чекли айирмалар ҳақида тушунча. Декарт координаталар системасини тўр билан қоплаймиз.

Яъни ихтиёрий $\{a,b\}$ ораликни N та қисмга бўламиз ва h қадамли тўр ҳосил қиламиз:

$$h=(b-a)/N; \quad x_i=x_0+ih, \quad x_0=a, \quad x_N=b, \quad i=0,1,\dots,N;$$

бу ерда N оралиқлар сони.

Тенглама коэффицентлари, номаълум функция ва унинг ҳосилаларининг x_i нуқтадаги қийматлари қуйидаги муносабатлар билан берилади:

$$A(x_i)=A_i, \quad B(x_i)=B_i, \quad C(x_i)=C_i, \quad F(x_i)=F_i, \quad y(x_i)=y_i.$$

$$y'(x_i) \approx (y_{i+1}-y_{i-1})/h, \quad y''(x_i) \approx (y_{i+1}-2y_i+y_{i-1})/h^2$$

$$\text{Баъзан } y'(x) \text{ ни } y'(x_i) \approx (y_i-y_{i-1})/h \text{ ёки } y'(x_i) \approx (y_{i+1}-y_{i-1})/2h$$

Кўринишда ҳам ёзиш мумкин.

У ҳолда тенгламани $x = x_i$ нуктадаги ифодаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$A_i \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} + B_i \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + C_i y_i = f_i$$

ёки
бу ерда

$$\bar{A}_i y_{i-1} + \bar{B}_i y_i + \bar{C}_i y_{i+1} = \bar{F}_i \quad (8)$$

$$\bar{A}_i = A_i - h B_i / 2 \quad \bar{B}_i = h^2 C_i - 2A_i$$

$$\bar{C}_i = A_i + h B_i / 2 \quad \bar{F}_i = h^2 f_i$$

$$\alpha_1 (y_1 - y_0) / h + \beta_1 y_0 = \mu_1 \quad (9)$$

$$\alpha_1 (y_N - y_{N-1}) / h + \beta_2 y_N = \mu_2 \quad (10)$$

Чекли айирмалари масалани ечишнинг жуда кўп усуллари мавжуд, масалан, прогонка, дифференциал прогонка, протокли прогонка, ортогонал прогонка, вариацион усуллар ва бошқалар.

Биз (8)-(10) масалани потокли прогонка усули билан ечамиз. Соддалик учун $A_i \neq 0$ коэффицентларни ўзгармас деб оламиз, ўзгарувчи бўлса тенгламанинг ҳар икки томонини A_i га бўлиб юборамиз. Натижада тенгламанинг кўриниши

$$\begin{aligned} Ay'' + B(x)y' + C(x)y &= f(x) \\ (Ay')' + B(x)y' + C(x)y &= f(x) \end{aligned} \quad \text{шаклида бўлади, ёки}$$

Белгилаш киритамиз $Ay' = W(x)$, у ҳолда тенгламани қуйидагича ёзамиз

$$\begin{cases} W'(x) + B(x)y' + C(x)y = f(x) \\ Ay' = W(x) \end{cases} \quad (11)$$

чегаравий шартлар:

$$\alpha_1 W_0 / A + \beta_1 y_0 = \mu_1 \quad (12)$$

$$\alpha_1 W_N / A + \beta_2 y_N = \mu_2 \quad (13)$$

(11) нинг 2-сини x_i дан x_{i+1} оралиқда интеграллаймиз, у ҳолда

$$A \frac{y_{i+1} - y_i}{h} = W_{i+1/2} \quad (14)$$

ва (11) нинг 1-сини x_i дан x_{i+1} гача интегралласак

$$\frac{W_{i+1/2} - W_{i-1/2}}{h} + \frac{B_i W_{i+1/2} - W_{i-1/2}}{A^2} + C_i y_i = f_i \quad (15)$$

хосил бўлади.

(15) тенглик ва (12)-(13) чегаравий шартларни қулай кўринишга келтириб, сўнгра ечимни

$$W_{i+1/2} = \frac{A}{h}(\alpha_{i+1}y_{i+1} + \beta_{i+1}) \quad (16)$$

кўринишда излаймиз.

Бу ерда $(\alpha_{i+1} \dots \beta_{i+1})$ прогонка коэффицентлари деб аталади ва бир қанча амалларни бажаргандан сўнг уларни ҳисоблаш алгоритмларини кўринишини хосил қиламиз, яъни

$$\alpha_1 = \frac{h(2A_1\beta_1 - B_1h\beta_1 + C_1h\alpha_1)}{2A_1h\beta_1 - B_1h^1\beta_1 + C_1h^2 - 2A_1\alpha_1} \quad (17)$$

$$\beta_1 = \frac{hA_1h(C_1\mu_1 - B_1f_0) - \mu_1(2A_1B_1 - C_1hB_1 + C_1h\alpha_1)}{b_12A_1hB_1 - A_1h^2b_1 + C_1h^2 - 2A_1\alpha_1} \quad (18)$$

$$\alpha_{i+1} = \frac{C_ih^2 + (B_ih - 2A_i)\alpha_i}{C_1h^2 + (B_ih - 2A_i)\alpha_i - (B_ih + 2A_i)} \quad (19)$$

$$\beta_{i+1} = \frac{(b_ih - 2a_i)\beta_i - 2h^2f_i}{2C_1h^2 + (b_ih - 2a_i)\alpha_i - (b_ih + 2C_i)} \quad (20)$$

$$i=0,1,2,\dots,N-1$$

$$y_N = \mu_2$$

$$y_i = (1 - \alpha_{i+1})y_{i+1} - \beta_{i+1}, \quad i=N-1, N-2, \dots, 0 \quad (21)$$

Назорат саволлари

1. Коши масаласининг қўйилиши.
2. Чегаравий масаланинг қўйилиши.
4. Рунге-Кутта усули.
5. Дифференциал тенгламалар системасига қўйилган Коши масаласи.
6. Дифференциал тенгламалар системаси учун Рунге-Кутта усули.
7. Иккинчи тартибли оддий дифференциал тенгламаларни чекли айирмалар усули ёрдамида ечиш.

(1.1) формула иктисодий маънода излананаётган микдорларга куйиладиган чекланишларни ифодалайди, улар ресурслар микдори, маълум талабларни кондириш зарурати, технология шароити ва бошқа иктисодий ҳамда техни-

кавий факторлардан келиб чиқади. (1.2) шарт узгарувчиларнинг яъни изланаётган микдорларнинг манфий булмаслик шарти булиб хисобланади. (1.3) формула максад функцияси дейилиб, изланаётган микдорнинг бирор боғланишини ифодалайди (ишлаб чиқариш маҳсулотларини сотишдан келадиган фойда, маълум микдордаги ишни бажаришга сарф булган харажат ва х.к.).

Агар максад функцияси иктисодий факторларни ифодаласа, у холда функциянинг максимум киймати изланади, акс холда минумни излаш керак булади. Номалумларнинг сон кийматлари туплами масаланинг плани дейилади. Чекланишлар системасини каноатлантирувчи ҳар қандай план мумкин булган план дейилади. Максад функциясига максимал(минимал) киймат берувчи мумкин булган план оптимал план дейилади. Агар чекланишлар системасида фақат тенгликлар ишлатилса чизикли программалаштириш масаласи каноник формада берилган булади, акс холда симметрик формага эга булади.

1.3. Чизикли программалаштириш масаласини ечишнинг Симплекс методи.

Куйидаги чизикли программалаштириш масаласи берилган булсин.

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i=1, m) \quad (1.7)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j=1, n) \quad (1.8)$$

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \quad (1.9)$$

Симплекс методи чизикли программалаштириш масаласини ечишнинг асосий методларидан бири булиб, кетма кет яқинлашиш усули ердамида $x_1, x_2, \dots, x_n$ узгарувчиларнинг шундай оптимал кийматини топадики, бу кийматлар максад функциясиги максимал (ёки минимал) киймат беради. Бу метод ҳозирги кунда кенг микёсда ишлатилиб ШЭХМлар учун амалий пакет дастурлари ишлаб чиқилган.

Масалани ечиш учун симплекс жадвал курамиз ва симплекс методи гоёсини бериш учун (1.7)-(1.9) масалани куйидагича езамиз.

$$y_1 = b_1 - a_{11}x_1 - a_{12}x_2 - \dots - a_{1s}x_s - \dots - a_{1n}x_n \geq 0$$

$$y_2 = b_2 - a_{21}x_1 - a_{22}x_2 - \dots - a_{2s}x_s - \dots - a_{2n}x_n \geq 0$$

$$\dots \dots \dots$$

$$y_r = b_r - a_{r1}x_1 - a_{r2}x_2 - \dots - a_{rs}x_s - \dots - a_{rn}x_n \geq 0$$

$$\dots \dots \dots$$

$$y_m = b_m - a_{m1}x_1 - a_{m2}x_2 - \dots - a_{ms}x_s - \dots - a_{mn}x_n \geq 0$$

$$x_j \geq 0$$

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_sx_s + \dots + c_nx_n \rightarrow \max$$

Бу ерда y_i - базис узгарувчилар дейилади.

Куйидаги белгилашлар киритамиз $b_{i0}=b_i$; $b_{i,j}=a_{i,j}$; $b_{0j}=c_j$ ва симплекс жадвал тузамиз.

Жадвал 1.1

БУ	1	$-X_1$	$-X_2$		$-X_s$		$-X_n$
y_1	b_{10}	b_{11}	b_{12}		b_{1s}		b_{1n}
y_2	b_{20}	b_{21}	b_{22}		b_{2s}		b_{2n}
. . .							
y_s	b_{r0}	b_{r1}	b_{r2}		b_{rs}		b_{rn}
. . .							
y_m	b_{m0}	b_{m1}	b_{m2}		b_{ms}		b_{mn}
z	b_{00}	b_{01}	b_{02}		b_{0s}		b_{0n}

Чизикли программалаш масаласи (1.7), (1.8) ва (1.9) ни симплекс методи ёрдамида ечиш икки боскичдан иборат:

- 1.Бошлангич таянч планни топиш.
- 2.Таянч планлар ичидан масаланинг оптимал планини топиш.

1.Боскич. Бошлангич таянч планни топиш.

Бошлангич таянч планни топиш куйидаги алгоритмдан иборат:

- 1.Симплекс жадвалдан хал килувчи элементни топиш:

1.1.Хал килувчи элементни топиш олдин хал килувчи устунни топишдан бошланади. Бунинг учун озод хадлар устунига каралади. Агар озод хадлар устунигадаги элементлар хаммаси мусбат булса бу бошлангич план таянч план булади ва иккинчи этапга утилади. Агар манфий элемент мавжуд булса улардан модул буйича энг каттаси танланади(агар битта булса шу элемент узи олинади). Мисол учун айтайлик бу элемент b_{r0} булсин. Шу b_{r0} элемент турган r сатр каралади. Агар сатр элементларидан хаммаси мусбат булса, масаланинг ечими мавжуд булмайди(бу холда хисоблашлар шу жойда тухтатилади). Агар сатрда манфий элемент мавжуд булса улардан модул буйича энг каттаси танланади(агар битта булса узи олинади). Шу элемент турган устун хал килувчи устун дейилади. Мисол учун бу s -чи устун булсин.

1.2.Хал килувчи сатр топилади. Хал килувчи сатрни топиш учун хал килувчи устун элементларини озод хадларга булиб чикилади ва улардан мусбатларининг энг кичиги танланади, яъни

$$\min \left\{ \frac{b_{1s}}{b_{10}}, \frac{b_{2s}}{b_{20}}, \dots, \frac{b_{rs}}{b_{r0}}, \dots, \frac{b_{ms}}{b_{m0}} \right\} .$$

Айтайлик бу нисбатлар ичида мусбатларнинг энг кичиги b_{rs}/b_{r0} булсин. У холда шу b_{rs} элемент турган сатр хал килувчи сатр дейилади, b_{rs} элементнинг узи эса хал килувчи элемент булади.

2.Хал килувчи устун ва сатр узгарувчилари уринларини алмаштирилади, (яъни x_s ва y_s янги жадвалда уринлари алмашади).

3.Жадвалда симплекс алмаштириш бажарилади.

3.1.Хал килувчи устун элементлари уз ишорасини узгартиради (хал килувчи элементдан ташкари). Хал килувчи элемент 1 га тенглаштирилиб олинади.

3.2.Хал килувчи устун элементлари.хал килувчи элементга (яъни b_{rs} га) булиб чикилиб янги жадвалга ёзилади.

3.3.Хал килувчи сатр элементлари хал килувчи элементга булиб чикилиб янги жадвалга ёзилади.

3.4.Янги симплекс жадвалнинг колган элементлари куйидаги формула оркали топилади.

$$b_{ij} = \frac{b_{ij} b_{rs} - b_{is} b_{rj}}{b_{rj}} \quad \text{ёки} \quad b_{ij} = b_{ij} - \frac{b_{is} b_{rj}}{b_{rs}}$$

Янги жадвалда b_{ij} -элементни хисоблашда эски таблицадан, b_{ij} , b_{is} , b_{rj} , b_{rs} -элементларини топиш куйидагича булади:

b_{ij} - b_{ij} элементнинг эски жадвалдаги унга мос элемент;

b_{is} - b_{ij} элемент турган сатр билан b_{rs} хал килувчи элемент устунни кесишмасидаги элемент;

b_{rj} - b_{ij} элемент турган устун билан b_{rs} хал килувчи элемент сатри кесишмасидаги элемент;

b_{rs} - хал килувчи элемент.

Жадвал 1.2

БУ	1	$-x_1$	$-x_2$		$-y_s$		$-x_n$
y_1	b_{10}	b_{11}	b_{12}		$-b_{1s}/b_{rs}$		b_{1n}
y_2	b_{20}	b_{21}	b_{22}		$-b_{2s}/b_{rs}$		b_{2n}
. . .							
x_s	b_{r0}/b_{rs}	b_{r1}/b_{rs}	b_{r2}/b_{rs}		$-b_{rs}/b_{rs}$		b_{rn}/b_{rs}
. . .							
y_m	b_{m0}	b_{m1}	b_{m2}		$-b_{ms}/b_{rs}$		b_{mn}
z	b_{00}	b_{01}	b_{02}		$-b_{0s}/b_{rs}$		b_{0n}

4.Янги топилган симплекс жадвалда таянч план мавжуд булса иккинчи этапга, яъни оптимал планни топишга утилади, акс холда юкоридаги процесс янги жадвал учун токи таянч план топилгунча кайта такрорланади.

2.Боскич. Оптимал планни топиш.

Агар 1 этапдан олинган таянч планнинг симплекс жадвалдаги сатр элементлари (озод хади b_{00} дан ташкари) хаммаси мусбат булса бу олинган бошлангич таянч план ягона ва у масаланинг оптимал плани (ечими) булади. Агар z сатрдаги хамма мусбат элементлардан камида биттаси нулга тенги то-

пилса, у холда масаланинг чексиз куп оптимал плани мавжуд булади. Агар z сатрдаги элементлардан хач булмаганда биттаси манфий булса оптимал план куйидаги алгоритим буйича топилади;

1. Хал килувчи элементни топиш.

1.1. Хал килувчи устун топилади. z -катордаги манфий элементларнинг модул буйича энг каттаси (битта булса узи) танланади. Шу элемент турган устун хал килувчи устун булади.

1.2. Хал килувчи сатр топилади. Хал килувчи устун элементлари озод хадлар элементларига булиб чикилади ва улардан мусбатларининг энг кичиги олинади, яъни биринчи этапдаги 1.2. пунктдаги каби. Бу сонга мос килувчи устундаги элемент хал килувчи элемент ва шу элемент турган сатр эса хал килувчи сатр булади.

2. Хал килувчи сатр ва устун узгарувчилар уз жойларини алмаштиради (агарда хали улар алмаштирилмаган булса).

3. Жадвалда симплекс алмаштириш бажарилади. Симплекс алмаштириш 1-этапдаги 3.1, 3.2, 3.3, 3.4. пунктлар каби булади.

4. Янги топилган жадвалнинг z сатри каралади. Агар z катордаги хамма элементлар мусбат булса, олинган охирги план масаланинг оптимал плани булади. Акс холда юкоридаги 1, 2, 3 пунктлар яна такрорланади, токи оптимал план топилгунча.

Чизикли программалаштириш масаласида агар максад функциясининг минумими изланса юкоридаги 1-чи боскич тулигича уринли булиб, 2-боскичда эса факат z -катор элементлари манфий холатга келтирилиши керак (яъни тескари холат) булади. Хал килувчи килиб устун мусбат элементининг энг каттаси танланади.

1-мисол

$$z = 5x_1 - x_2 + 3x_3$$

чизикли функцияни максимум киймат берувчи

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 2$$

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 3$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \leq -1$$

$$-3x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

чегаравий системасининг мумкин булган ечимлари сохасида номаълумлар топилсин. Чегаравий системани куйидаги куринишда езиб оламиз:

$$y_1 = -x_1 - x_2 - x_3 + 2 \geq 0$$

$$y_2 = -4x_1 - 2x_2 - x_3 + 3 \geq 0$$

$$y_3 = -x_1 + x_2 - 2x_3 - 1 \geq 0$$

$$y_4 = 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 5 \geq 0$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Жадвал тузамиз:

	1	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$
$y_1=$	2	1	1	1
$y_2=$	3	4	2	1
$y_3=$	-1	1	-1	2
$y_4=$	5	-3	2	-2
$z=$	-5	1	-3	0

х ларни кийматлари манфий булмаслиги хакида шарт берилганлигини хисоб-га олиб, тугридан-тугри таянч ечимини топишга киришамиз. Озод хадлар ичида -1 манфий ишорали коэффицент бор. Шу каторни хал килувчи катор деб олиб, хал килувчи устунни аниклаймиз. 1- койидага асосан:

$$\min\{2/1, 3/1, -1/-1, 5/2\}=1/1=1$$

	1	$-x_1$	$-y_3$	$-x_3$
$y_1=$	1	2	1	3
$y_2=$	1	6	2	5
$y_3=$	1	-1	-1	-2
$y_4=$	3	-1	2	2
$z=$	-1	-4	1	-1

Озод хадлар мусбат булганлиги учун таянч ечими мавжуд. Энди оптимал ечимини топиш учун z каторига караймиз. Бу каторда иккита манфий ишорали коэффицент бор. Булардан абсолют киймати катта булган коэффицентни танлаб оламиз. Хал килувчи элемент

$$\min\{1/2, 1/6, 1/-1, 3/-1\}=1/6$$

ни аниклаб янги жадвал тузамиз:

	1	$-y_2$	$-y_3$	$-x_3$
$y_1=$	$2/3$	$-1/3$	$1/3$	$4/3$
$y_2=$	$1/6$	$1/6$	$1/3$	$5/6$
$y_3=$	$7/6$	$1/6$	$-2/3$	$-7/6$
$y_4=$	$19/6$	$1/6$	$7/3$	$17/6$
$z=$	$-1/3$	$2/3$	$7/3$	$7/3$

Озод хадлар ва z каторидаги коэффициентлар мусбат. Демак, $y_2=y_3=x_3=0$ булганда z нинг максимал киймати $-1/3$ га тенг булади, яъни

$$\max z=1/3$$

бундан $x_1=1/6, \quad x_2=7/6, \quad x_3=0$

Масоллар туплами.

.Юкоридаги (1-24) масалаларни Симплекс усулда ечинг:

Куйидагиларни масалаларни Симплекс усулда ечинг.

- | | |
|--|---|
| <p>1. $x_1+x_2 \geq 2$
 $2x_1+3x_2 \geq 12$
 $-2x_1+x_2 \leq 0$
 $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$
 $z=x_1+3x_2 \rightarrow \max$</p> | <p>2. $-x_1+4x_2 \leq 8$
 $2x_1-x_2 \leq 4$
 $x_1+x_2 \geq 1$
 $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$
 $z=2x_1+x_2 \rightarrow \min$</p> |
| <p>3. $x_1+x_2 \leq 10$
 $x_1-3x_2 \geq 3$
 $3x_1+x_2 \geq 9$
 $-x_1+x_2 \leq 4$
 $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$
 $z=-x_1+x_2 \rightarrow \max$</p> | <p>4. $x_1+x_2 \leq 6$
 $x_2 \leq 4$
 $2x_1+x_2 \leq 10$
 $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$
 $z=x_1+2x_2 \rightarrow \max$</p> |
| <p>5. $11x_1+5x_2 \geq 55$
 $x_1-x_2 \geq 8$
 $3x_1+11x_2 \geq 32$
 $13x_1+16x_2 \leq 210$
 $12x_1+17x_2 \leq 205$
 $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$
 $z=-x_1+x_2 \rightarrow \min$</p> | <p>6. $x_1 \leq 8$
 $7x_1+5x_2 \geq 32$
 $2x_1+7x_2 \geq 14$
 $-x_1+6x_2 \geq 0$
 $x_2 \leq 5$
 $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$
 $z=2x_1-4x_2 \rightarrow \min$</p> |
| <p>7. $-4x_1+6x_2 \leq 22$
 $11x_1+13x_2 \leq 146$
 $2x_1-4x_2 \leq 8$
 $13x_1+16x_2 \leq 210$
 $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$
 $z=-2x_1+5x_2 \rightarrow \max$</p> | <p>8. $9x_1+7x_2 \leq 79$
 $2x_1-5x_2 \leq 11$
 $2x_1+x_2 \geq 4$
 $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$
 $z=-x_1+2x_2 \rightarrow \min$</p> |

3,4-Маъруза

Математик моделларни қуришнинг назарий усуллари

Маъруза режаси:

1. Чигитли пахтани совиши жараёни учун математик модел.
2. Пахта қуриштиш кинетик моделлари.

Адабиётлар:

1. Болтабоев С. Д., Парпиев А. П. «Сушка хлопка-сырца», - Ташкент, Укитувчи, 1980.
2. Лыков А. В. «Теория сушки». М., Энергия, 1968.
3. Парпиев А. П., Маматов А. З., Приближенный метод расчёта процесса сушки хлопка –сырца. Вузов. Технология текстильной промышленности. 1993, №1
4. Маматов А. З. «Моделирование технологии сушки хлопка –сырца с целью повышения качества волокна». Дисс... учёной степени д.т.н., 1995.

Назарий усулларда қурилган моделлар кўп ҳолларда ҳисобий формулалар, алгебраик тенгламалар, алгебраик тенгламалар системаси, оддий дифференциал тенгламалар, хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар ва уларнинг системалари ва ҳақозо кўринишларида бўлиши мумкин. Биз қуйида дифференциал тенгламаларга келувчи масалаларни кўриб чиқамиз.

1. Чигитли пахтани совиши жараёни учун математик модел

Массаси m иссиқлик сиғими C ўзгармас бўлган жисм (масалан, чигитли пахта) бошланғич моментда ϑ_0 температурага эга бўлсин. Атроф муҳит температураси ўзгармас ва ϑ_m ($\vartheta_0 > \vartheta_m$) га тенг. Жисмнинг чексиз кичик dt вақт ичида берган иссиқлигига жисм ва унинг атрофидаги муҳит температуралари орасидаги фарққа, шунингдек вақтга пропорционал эканлигини эътиборга олган ҳолда жисмнинг совиш қонунини топинг.

Ечилиши. Совиш давомида жисм температураси ϑ_0 дан ϑ_m гача пасайди. Вақтнинг t моментиде жисм температураси ϑ га тенг бўлсин. Чексиз dt вақт оралиғида жисм берган иссиқлик миқдори юқорида айтилганига кўра

$$dQ = -\alpha(\vartheta - \vartheta_m) dt$$

га тенг, $\alpha = const$ - пропорционаллик коэффиценти. Иккинчи томондан, жисм ϑ температурадан ϑ_m температурагача совиганда берадиган иссиқлик микдори гача Q ушбуга тенг:

$$dQ = mc d\vartheta$$

dQ учун топилган хар иккала ифодани таққослаб,
 $mc d\vartheta = -\alpha (\vartheta - \vartheta_m) dt$

дифференциал тенгламани хосил қиламиз. Ўзгарувчиларни ажратиш бу тенгламани ушбу кўринишга келтиради:

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta - \vartheta_m} = -\frac{\alpha}{mc} dt$$

буни интеграллаб, қуйидагини топмиз:

$$\ln(\vartheta - \vartheta_m) = -\frac{\alpha}{mc} t + \ln C \quad \text{ёки} \quad (\vartheta - \vartheta_m) = Ce^{-\alpha t / (mc)}$$

Бошланғич шарт ($t=0$ да $\vartheta - \vartheta_m$) C ни топишга имкон беради:

$$C = \vartheta_0 - \vartheta_m$$

Шунинг учун жисмнинг совиш қонуни қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\vartheta = \vartheta_m + (\vartheta_0 - \vartheta_m) e^{-\alpha t / (mc)}$$

коэффициент ё бевосита берилган, ёки қўшимча шарт, масалан,
 $t=t_1$ да $\vartheta = \vartheta_1$ орқали берилиши керак.

Бундай холда қуйдагига эгамиз

$$\vartheta_1 - \vartheta_m = (\vartheta_0 - \vartheta_m) e^{-\alpha t_1 / (mc)}$$

бундан
$$e^{-\alpha t_1 / (mc)} = \left(\frac{\vartheta_1 - \vartheta_m}{\vartheta_0 - \vartheta_m} \right)^{1/t_1}$$

$$\text{Демак,} \quad \vartheta = \vartheta_m + (\vartheta_0 - \vartheta_m) \left(\frac{\vartheta_1 - \vartheta_m}{\vartheta_0 - \vartheta_m} \right)^{t/t_1}$$

Сонли мисол келтирамз.

Агар мухит температураси $\vartheta_m = 20^\circ C$ ичида бўлса ва
 $t_1 = 10$ мин ичида жисм $\vartheta_m = 100^\circ C$ дан $\vartheta_1 = 60^\circ C$ гача совиса, у холда

$$\vartheta = 20 + 80 \left(\frac{1}{2} \right)^{t/10}$$

Айтайлик, жисм температураси қанча вақт ичида 25°C гача пасайишини топиши керак бўлсин. Формулада $\vartheta = 25$ деб олиб, $25 = 20 + 80 \left(\frac{1}{2} \right)^{t/10}$ ни ёки $\left(\frac{1}{2} \right)^{t/10} = \left(\frac{1}{2} \right)^4$ ни ҳосил қиламиз, бу ердан $t = 40$ мин.

2. Пахта қуритиш кинетик моделлари

Биз қуйида эса қуритиш жараёнини ҳамма даврларини ифодаловчи, ҳамда материалнинг кўп компонентлигини ҳисобга олувчи умумлашган кинетик тенгламани кўрамиз.

қуйида кўринишдаги биринчи тартибли тригонометрик- даражали дифференциал тенгламага қўйилган бошланғич масала берилган бўлсин.

$$\begin{cases} -\frac{dW}{d\tau} = K(A - W_M) \sin^m \left[\frac{\pi(W - W_M)}{2(A - W_M)} \right] \\ W \Big|_{\tau=0} = W_B \end{cases} \quad (1)$$

Бу ерда A -бошланғич мувозанат намлик дейилиб, у материалнинг биринчи кизиш даври сўнгидаги намликдир.

Дифференциал тенгламадан кўриниб турибдики, қуритиш тезлигини энг катта қиймати материал намлигини бошланғич мувозанат намлик қийматида эришади, яъни

$$W = A \text{ да}$$

$$\max q = \max \left(-\frac{dW}{dt} \right) = K(A - W_M) \quad (2)$$

Ундан ташқари кўрилаётган кинетик тенглама фақат $A \leq W_B$, ҳолдагина эмас, балки $A \geq W_B$ бўлганда ҳам ўринли.

Агар бошланғич мувозанат намлик (A) қиймати бошланғич намликни қийматидан кам фарқ қилса, (2) моделда A ўзгарувчиси W_B га алмаштириш мумкин:

$$\begin{cases} -\frac{dW}{d\tau} = K(W_B - W_M) \sin^m \left[\frac{\pi(W - W_M)}{2(W_B - W_M)} \right] \\ W \Big|_{\tau=0} = W_B \end{cases}$$

Берилган дифференциал тенгламани ечиш учун уни интеграллаб қуйидаги кўринишда ёзиб оламиз:

$$\int_{W_B}^W \frac{dW}{K(A - W_M) \sin^m \left[\frac{\pi(W - W_M)}{2(A - W_M)} \right]} = - \int_0^\tau K d\tau$$

Бу ердан,

$$\tau = - \int_{W_B}^W \frac{dW}{K(A - W_M) \sin^m \left[\frac{\pi(W - W_M)}{2(A - W_M)} \right]}$$

Белгилаш киритиб:

$$X = \frac{\pi(W - B)}{2(A - B)}, \quad X_B = \frac{\pi(W_B - B)}{2(A - B)} \quad (3)$$

ва интеграл остида турган функция аргументида ҳам алмаштириш қилсак

$$t = \frac{\pi(W - B)}{2(A - B)}$$

у ҳолда

$$\tau = \frac{2 \cdot K}{\pi} \int_{X_B}^X \frac{dt}{\sin^m t} \quad (4)$$

қуришти вақти ҳисоблаш учун формулани ҳосил қиламиз.

Юқори параграфларда кўрганимиздек умумлашган кинетик моделнинг А, т, К- параметрларини тажриба натижалари ва кичик квадратлар усули ёрдамида топиш мумкин.

Хусусан, қуришти коэффициент К ни қуйидаги формула билан ҳисоблаш мумкин:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i^2}{\sum_{i=1}^N \tau_i \cdot Z_i} \quad (5)$$

бу ерда

$$Z_i = Z(W_i) = \frac{2}{\pi} \int_X^{X_B} \frac{dt}{\sin^m t} \quad (6)$$

Кўп сонли тажриба натижаларини қайта ишлаш натижасида, (1) – моделнинг m -параметрини қуйидаги оптимал қийматлари олинган:

$$m = \begin{cases} 2 & \text{чигит учун} \\ 3 & \text{пахта учун} \\ 4 & \text{тола учун} \end{cases}$$

Демак, чигит кинетикасини ўрганиш модели:

$$\begin{cases} \frac{dW}{d\pi} = K(A - W_M) \sin^2 \left[\frac{\pi(W - W_M)}{2(A - W_M)} \right] \\ W/\tau = 0 = W_B \end{cases} \quad (7)$$

(7) масалани ечиш учун қуйидаги интеграл формуласидан

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctg x + C$$

ва бошланғич шартдан фойдаланамиз.

У ҳолда, чигит қуриштиш вақти:

$$\tau = \frac{2}{K\pi} [ctg(X) - ctg(X_B)] \quad (8)$$

бу ерда X, X_B – (3) формулалар билан ҳисобланади.

Бу ерда X ўзгарувчини топсак

$$\begin{aligned} ctg(X) &= ctg(X_B) + \frac{K\pi}{2} \tau \\ X &= \text{arctg} \left[\frac{K\pi + 2ctg(X)}{2} \right] + \alpha \cdot \pi \end{aligned}$$

яъни

$$X = \text{arctg} \frac{2}{K\pi + 2ctg(X_B)} + \alpha \cdot \pi$$

бу ерда

$$\alpha = \begin{cases} 1 & K\pi\tau + 2 \cdot \operatorname{ctg} X_B \leq 0 \\ 0 & K\pi\tau + 2 \cdot \operatorname{ctg} X_B \geq 0 \end{cases}$$

(3) – белгилашдан фойдалансак, чигит намлигини ҳисоблаш формуласини ҳосил қиламиз:

$$W = W_M + \frac{2(A - W_M)}{\pi} \cdot \operatorname{arctg} \left[\frac{2}{K \cdot \pi \cdot \tau + 2 \operatorname{ctg}(X_B)} \right] + \alpha \cdot \pi \quad (9)$$

Агар бошланғич мувозанат намлик ўрнига бошланғич намликни қўйсак,

$$W = W_M + \frac{2(W_B - W_M)}{\pi} \cdot \operatorname{arctg} \left[\frac{2}{K \cdot \pi \cdot \tau} \right] \quad (10)$$

ифодани ҳосил қиламиз.

Чигит қуриштиш тезлиги эса

$$q = -\frac{dW}{d\tau} = \frac{(A - W_M) \cdot K}{1 + \left[\frac{K\pi}{2} + \operatorname{ctg} X_B \right]^2} \quad (11)$$

формула билан ҳисобланади.

Худди шунингдек, пахта ($m=3$) ва тола ($m=4$) қуриштиш вақтини топиш учун қуйидаги интеграл формулалардан фойдалансак

$$\int \frac{dX}{\sin^3 X} = \frac{1}{8} \left[\operatorname{Ctg}^2 \frac{X}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{X}{2} - 4 \cdot \ln \left(\operatorname{tg} \frac{X}{2} \right) \right] + C,$$

$$\int \frac{dX}{\sin^4 X} = \frac{1}{48} \left[\operatorname{tg}^3 \frac{X}{2} - \operatorname{ctg}^3 \frac{X}{2} + 9 \cdot \operatorname{tg} \frac{X}{2} - 9 \cdot \operatorname{ctg} \frac{X}{2} \right] + C.$$

У ҳолда, пахта қуриштиш вақти учун

$$\tau = \frac{1}{4K\pi} \left[\left(\operatorname{ctg}^2 \frac{X}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{X}{2} - 4 \cdot \ln \left| \operatorname{tg} \frac{X}{2} \right| \right) - \left(\operatorname{ctg}^2 \frac{X_B}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{X_B}{2} - 4 \cdot \ln \left| \operatorname{tg} \frac{X_B}{2} \right| \right) \right] \quad (12)$$

ва тола қуриштиш вақти учун

$$\tau = \frac{1}{24K\pi} \left[\left(\operatorname{tg}^3 \frac{X}{2} - \operatorname{ctg}^3 \frac{X}{2} + 9 \cdot \operatorname{tg} \frac{X}{2} - 9 \cdot \operatorname{ctg} \frac{X}{2} \right) - \left(\operatorname{tg}^3 \frac{X_B}{2} - \operatorname{ctg}^3 \frac{X_B}{2} + 9 \cdot \operatorname{tg} \frac{X_B}{2} - 9 \cdot \operatorname{ctg} \frac{X_B}{2} \right) \right] \quad (13)$$

формулаларини ҳосил қиламиз.

Пахта ва тола намлигини ҳисоблаш учун (31), (32) трансцендент тенгламалар бирон –бир сонли усул ёрдамида ечилади.

Юқорида кўрганимиздек, умумлашган кинетик модел ёрдамида ҳисобий ишларни олиб бориш алгоритми ва ЭЎМ программасини ўқувчиларни ўзлари тузишларини тавсия этамиз.

Назорат саволлари:

1. Ҳисобий формулаларга келувчи масалаларга мисолар келтиринг.
2. Чигитли пахтани совуш жараёнини математик модели.
3. Чигит учун кинетик тенглама.
4. Пахта кинетик тенгламаси.
5. Тола учун кинетик тенглама.
6. Намлик ва қуришиш тезлигини ҳисоблаш.
7. Умумлашган кинетик тенглама.

5-Маъруза

Регрессион математик моделлар қуриш

Маъруза режаси:

1. Тўла факторли эксперимент. Кўп факторли регрессион моделлар қуриш.
2. Режалаштириш матрицаси ва унинг хоссалари
3. Тажрибанинг режалаштириш шарти

Адабиётлар:

1. А.Г. Севостьянов. "Методы и средства исследования механико-технологических процессов текстильной промышленности". Москва, "Легкая индустрия" 1980. 82-130 бетлар.
2. В.Б.Тихомиров. "Планирование эксперимента" М., 1968.
3. В.В.Налимов. "Теория эксперимента". М., "Наука", 1971.
4. В.В.Налимов., Н.А.Чернова. "Статистические методы планирования экстремальных экспериментов" Москва, "Наука", 1965.
5. Б.М.Румянцев., В.П.Журба "Тепловые установки в производстве строительных материалов и изделий" Москва, "Высшая школа", 1991.
6. А.З.Маматов "Кўп факторли регрессион моделлар қуриш бўйи-ча услубий қўлланма" Тошкент, 1997 й. 3-9 бетлар.

1. Тўла факторли эксперимент. Кўп факторли регрессион моделлар қуриш.

Тўла факторли эксперимент (ТФЭ) деб факторларнинг қайтарилмайдиган ҳамма қийматларини ҳисобга олувчи экспериментга айтилади. ТФЭ ёрдамида қуйидаги чизиқли полином

$$Y_R = b_0 + b_1x_1 + \dots + b_ix_i + \dots + b_mx_m \quad (1)$$

ёки тўлиқсиз иккинчи тартибли полиномлар

$$Y_R = b_0 + b_1x_1 + \dots + b_ix_i + \dots + b_mx_m + b_{12}x_1x_2 + \dots + b_{ij}x_ix_j + \dots + b_{m-1,m}x_{m-1}x_m \quad (2)$$

қурилиши мумкин.

Бу ерда:

Y_R - чиқувчи параметрнинг ҳисобий қиймати,
 x_j - факторларнинг кодлаштирилган қиймати,
 m - факторлар сони,
 b_i, b_{ij} -аниқланиши зарур бўлган регрессия коэффицентлари.

ТФЭ асосида кўп факторли регрессион моделлар қуйидаги босқичлар ёрдамида қурилади :

1. Бирламчи дастлабки эксперимент ўтказиш (дастгоҳларни, намунани тайёрлаш, тажриба синовини ўтказиш, ўлчовчи асбоб-ларни тайёрлаш, текшириб қўриш...).

2. ТФЭ ни режалаштириш (режалаштириш матричасини қуриш, қайта бажариладиган тажрибаларни режалаштириш).

3. ТФЭ ўтказиш шартларини аниқлаш (факторларни ўзгариш интервалини, қуйи ва юқори қийматларини аниқлаш).

4. Режалаштириш матричаси асосида асосий тажрибани ўтказиш.

5. Тажриба натижаларини қайта ишлаш.

6. Олинган моделни таҳлил қилиш.

Чизиқли регрессия моделининг коэффицентлари сони қуйидагига тенг: $N_k = M + 1$

Тўлиқсиз иккинчи тартибли регрессия моделида эса коэффи-циентлар сони:

$$N = M + 1 + C_M^2 = M + 1 + \frac{M(M-1)}{2}$$

Ўар бир фактор учун ўзгариш қийматини 2 га тенг десак, у ҳолда ТФЭ учун тажрибалар сони:

$$N = 2^M$$

ТФЭ учун (1),(2) моделлар $M \leq 4$ бўлганда яхши натижа беради.

Кодлаштирилган факторнинг қуйи ва юқори қийматлари қуйидагича ҳисобланади:

$$X_{юИ} = +1 = \frac{X_{юИ} - X_{оИ}}{I_i}$$

$$X_{кИ} = -1 = \frac{X_{кИ} - X_{оИ}}{I_i}$$

бу ерда : $X_{оИ}$ - i чи факторнинг асосий (ўртанчи) қиймати,
 $X_{юИ}$ - i чи факторнинг юқори қиймати,

$X_{кИ}$ - i чи факторнинг қуйи қиймати,
 I_i - i чи факторнинг ўзгариш оралиқи.

Факторларнинг ҳақиқий ва кодлаштирилган қийматлари орасида қуйидаги муносабатлар ўринли:

$$X_i = \frac{X_i - X_{оИ}}{I_i}$$

$$i=1,2,...,M$$

Уч факторли ТФЭ учун режалаштириш матрицаси қуйидаги кўринишга эга:

Жадвал 1а

и	Факторлар			Ш.Б.
	X_1	X_2	X_3	
1.	-	-	-	(1)
2.	+	-	-	a
3.	-	+	-	b
4.	+	+	-	ab
5.	-	-	+	c
6.	+	-	+	ac
7.	-	+	+	bc
8.	+	+	+	abc

Тўрт факторли ТФЭ $-(2^4)$ учун эса режалаштириш матрицасининг шартли белгилаш (Ш.Б) тартиби қуйидагича:

(1), a,b,ab,c,ac,bc,abc,d,ad,bd,abd,cd,acd,bcd,abcd.

Режалаштириш матрицаси тузилгандан сўнг тажриба ўтказиш шартлари яъни факторларнинг қуйи, ўртанчи, юқори қийматлари ва ўзгариш оралиқи аниқланади.

Жадвал 2. Тажрибанинг режалаштириш шарти

№	Факторнинг номи, белгиси	Кодлаштирилган белгиси	Факторнинг ҳақиқий қийматлари			Ўзгариш оралиқи
			-1	0	+1	
I	..., ..., X_i	X_i	X_{ki}	X_{oi}	$X_{юi}$	I_i

Сўнг изланувчи режалаштириш матрицаси асосида асосий тажрибани ўтказди, олинган тажрибавий натижаларни жадвал 3 га қайд этади.

Жадвал 3. Режалаштириш матрицаси ва тажриба натижалари.

U	Факторлар			Y_{uv}			Y_u	$S^2_u\{y\}$
	X_1	X_2	X_3	Y_{u1}	Y_{u2}	Y_{u3}		
1.	-	-	-	y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_1	$S^2_1\{y\}$
2.	+	-	-	y_{21}	y_{22}	y_{23}	y_2	$S^2_2\{y\}$
3.	-	+	-	y_{31}	y_{32}	y_{33}	y_3	$S^2_3\{y\}$
4.	+	+	-	y_{41}	y_{42}	y_{43}	y_4	$S^2_4\{y\}$
5.	-	-	+	y_{51}	y_{52}	y_{53}	y_5	$S^2_5\{y\}$
6.	+	-	+	y_{61}	y_{62}	y_{63}	y_6	$S^2_6\{y\}$
7.	-	+	+	y_{71}	y_{72}	y_{73}	y_7	$S^2_7\{y\}$
8.	+	+	+	y_{81}	y_{82}	y_{83}	y_8	$S^2_8\{y\}$

Бу ерда Y_u - чикувчи факторнинг u чи тажрибадаги ўртанчи қиймати,

$S^2_u\{y\}$ - чикувчи факторнинг u чи тажрибадаги дисперсияси.

Тажриба натижаларини қайта ишлаш қуйидаги босқичларда амалга оширилади:

1. Ажралиб турган қийматларни чиқариб ташлаш.
 2. Кочрен критерияси ёрдамида дисперсияларни бир жинслигини текшириш.
 3. Регрессия коэффицентларини ҳисоблаш.
 4. Стьюдент критерияси ёрдамида регрессия коэффицентларини аҳамиятлиларини аниқлаш.
 5. Фишер критерияси ёрдамида олинган моделни адекватлигини (кўрилаган технологик жараёнга мослигини) текшириш.
 6. Қурилган моделни таҳлил қилиш.
- Биз қуйида бу босқичларни кўриб чиқамиз.

Назорат саволлари:

1. Тўла факторли эксперимент.

2. Кўп факторли регрессион моделлар қуриш босқичлари.
3. Факторларнинг ҳақиқий ва кодлаштирилган қийматлари орасида муносабатлар.
4. 2^2 режалаштириш матрицаси ва унинг хоссалари.
5. 2^3 режалаштириш матрицаси ва унинг хоссалари.
6. 2^4 режалаштириш матрицаси.
7. Тажрибанинг режалаштириш шарти.
8. Режалаштириш матрицаси ва тажриба натижалари жадвали.
9. Тажриба натижаларини қайта ишлаш босқичлари.

6-8-Маъруза
(6 -соат)

Тажриба натижаларини қайта ишлаш

Маъруза режаси:

1. Ажралиб турган қийматларни чиқариб ташлаш.
2. Дисперсияларни бир жинслигини текшириш.
3. Регрессия коэффициентларини ҳисоблаш.
4. Регрессия коэффициентларини аҳамиятлилигини аниқлаш.
5. Моделни адекватлигини текшириш.
6. Қурилган моделни таҳлил қилиш.

Адабиётлар:

1. А.Г. Севостьянов. "Методы и средства исследования механико-технологических процессов текстильной промышленности". М.: "Легкая индустрия" 1980. 82-130 бетлар.
2. В.Б.Тихомиров. "Планирование эксперимента" М., 1968.
3. В.В.Налимов. "Теория эксперимента". М., "Наука", 1971.
4. В.В.Налимов, Н.А.Чернова. "Статистические методы планирования экстремальных экспериментов" Москва, "Наука", 1965.
5. Б.М.Румянцев, В.П.Журба. "Тепловые установки в производстве строительных материалов и изделий". М.: "Высшая школа", 1991.
6. А.З.Маматов "Қўп факторли регрессион моделлар қуриш бўйича услубий қўлланма" Тошкент, 1997 й. 3-9 бетлар.

1. Ажралиб турган қийматларни чиқариб ташлаш.

Бизга бир хил шароитдаги тажриба натижалари берилган бўлсин:

$$y_1, y_2, \dots, y_m$$

Бу ерда, масалан, энг кичик $y_i = y_{\min}$ ёки энг катта қиймат $y_i = y_{\max}$ бошқа қийматлардан яққол ажралиб турсин. Бу қийматларни кейинги изланишлардан чиқариш ёки чиқармаслик масаласи тажриба шартини таҳлил қилиш ёки статистик усулда амалга оширилади.

Статистик усулда Смирнов-Грабс критерияси ёрдамида чегаравий қийматлар ҳисобланади:

$$V_{R \max} = \frac{(y_{\max} - \bar{y})}{S\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m-1}},$$

$$V_{R \min} = \frac{(\bar{y} - y_{\min})}{S\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m-1}} \quad (4)$$

бу ерда:

$$\bar{y} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_m}{m} \quad - \text{ўрта қиймат;}$$

$$S^2\{y\} = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2 = \frac{(y_1 - \bar{y})^2 + (y_2 - \bar{y})^2 + \dots + (y_m - \bar{y})^2}{m-1} \quad (5)$$

- тузатилган дисперсия.

Бу қийматлар махсус жадвалдан [1, илова 1] олинувчи $V_T [P_d; m]$ (P_d - ишончилилик эҳтимоли) қиймат билан солиштирилади. Масалан, $P_d = 0,95$ эҳтимоли билан $m=3$ да $V_T = 1,412$, $m=5$ да эса $V_T = 1,869$. Агар $V_{R \max} > V_T$ ёки $V_{R \min} > V_T$ бўлса, у ҳолда $y_{\max}$ ёки $y_{\min}$ қийматлар кейинги статистик қайта ишлашдан чиқариб ташланади.

2. Кочрен критерияси

Бу критерия ёрдамида дисперсияларнинг бир жинслилиги текширилади. Бунинг учун критериянинг ҳисобий қиймати қуйидаги формула орқали ҳисобланади:

$$G_R = \frac{S_{\max}^2\{y\}}{\sum_{u=1}^N S_u^2\{y\}} \quad (6)$$

бу ерда:

$$S_u^2\{y\} = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_{iu} - \bar{y}_u)^2, \quad S_{\max}^2 = \max S_u^2$$

S_u^2 - u -чи тажрибага мос келувчи дисперсия.

Кочрен критериясининг тажрибавий ыймати эса:

$$G_T\{P_d=0,95; f\{S_u^2\}=m-1; N\}$$

махсус жадвалдан [1, илова 7] олинади.

Бу ерда: $f=m-1$ - озодлик даражасини кўрсаткичи дейилади.

Агар $G_R < G_T$ бўлса, $\{S_u^2\}$ дисперсиялар бир жинсли дейилади ва ишни давом эттириш мумкин.

Агар дисперсиялар бир жинсли бўлмаса, у ҳолда тажрибалар қайтарилишлар сонини кўпайтириш зарур.

3. Регрессия коэффициентларини ҳисоблаш

Кичик квадратлар усули ёрдамида регрессия коэффициентлари топилади ва улар қуйидаги формулалар орқали ҳисобланади.

Моделнинг озод хади:

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N \bar{y}_u = \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \dots + \bar{y}_N}{N} \quad (7)$$

Чизикли хадлар коэффициентлари :

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{iu} \bar{y}_u = \frac{x_{i1} \bar{y}_1 + x_{i2} \bar{y}_2 + \dots + x_{iN} \bar{y}_N}{N} \quad (8)$$

$i=1, \overline{M}$

Чизиксиз хадлар коэффициентлари :

$$b_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} \bar{y}_u = \frac{x_{i1} \cdot x_{j1} \cdot \bar{y}_1 + x_{i2} \cdot x_{j2} \cdot \bar{y}_2 + \dots + x_{iN} \cdot x_{jN} \cdot \bar{y}_N}{N} \quad (9)$$

$i \neq j$

$$b_{ijl} = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} x_{lu} \bar{y}_u =$$

$$= \frac{x_{i1} \cdot x_{j1} \cdot x_{l1} \cdot \bar{y}_1 + x_{i2} \cdot x_{j2} \cdot x_{l2} \cdot \bar{y}_2 + \dots + x_{iN} \cdot x_{jN} \cdot x_{lN} \cdot \bar{y}_N}{N}$$

$i \neq j \neq l$

бу ерда: x_{iu} - i чи факторнинг u чи тажрибадаги кодлаштирилган қиймати.

4. Стьюдент критерияси

Бу критерия ёрдамида регрессия коэффициентларининг аҳамиятлилиги текширилади. Бунинг учун критериянинг ҳисобий қиймати t_R критериянинг жадвалий t_T қиймати билан солиштирилади.

Критериянинг ҳисобий қиймати қуйидаги формулалар орқали ҳисобланади. Дисперсиялар бир жинслилигини ҳисобга олсак,

$$S^2\{y\} = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N S_u^2\{y\}.$$

У ҳолда

$$\begin{aligned} S^2\{\bar{y}\} &= \frac{1}{m} S^2\{y\} = \frac{1}{Nm} \sum_{u=1}^N S_u^2\{y\}, \\ S^2\{b_i\} &= \frac{1}{N} S^2\{y\} \end{aligned} \quad (10)$$

Булар ёрдамида:

$$t_R\{b_i\} = \frac{|b_i|}{S\{b_i\}} \quad (11)$$

Стьюдент критериясининг жадвалий қиймати эса

$$t_T [P_d, f \{S_u^2\} - N(m-1)]$$

махсус жадвалдан [1, илова 3] топилади.

Агар $t_R > t_T$ бўлса, у ҳолда ушбу b_i - коэффициент аҳамиятли бўлади. Акс ҳолда ушбу коэффициент аҳамиятсиз ҳисобланиб у қат- нашган моделдаги ҳад ташлаб юборилади.

5. Моделни адекватлигини текшириш.

Регрессия коэффициентларидан камида биттасини ташлаб юборилган ҳолдагина (аҳамиятсизини) қурилган моделни адекватлигини яъни кўрилатган жараёнга мослигини текшириб кўриш Фишер критерияси орқали амалга оширилади. Бу ҳолда ҳам F_R -ҳисобий қиймат, F_T -жадвалий қиймат билан солиштирилади. Агар $F_R < F_T$ бўлса,

P_d эҳтимоли билан олинган модел адекват бўлади.

Фишер критериясининг ҳисобий қиймати қуйидаги формулалар орқали ҳисобланади:

$$F_R = \frac{S_{\bar{y}}^2\{—\}}{S^2\{y\}} = \frac{S_{\bar{y}}^2\{—\}}{S^2\{y\}}, \text{ Ё } S_{\bar{y}}^2\{—\} > S^2\{\bar{y}\} \quad (12)$$

$$F_R^1 = \frac{S^2\{—\}}{S_{\bar{y}}^2\{y\}} = \frac{S^2\{—\}}{S_{\bar{y}}^2\{y\}}, \text{ Ё } S^2\{—\} > S_{\bar{y}}^2\{y\} \quad (13)$$

Бу ерда:

$$S_{\bar{y}}^2\{—\} = m S_{\bar{y}}^2\{—\} = \frac{m \sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - y_{Ru})^2}{N N_K} \quad (14)$$

y_{Ru} - ҳисобий қиймат қурилган модел бўйича ҳисобланади,
 N - умумий коэффициентлар сони,

N_K - аҳамиятли коэффициентлар сони,
 m - тажриба қайтаришлари сони.

Фишер критериясининг жадвалий қиймати

$$F_t[P_d=0,95; f\{S_y^2\}=N(m-1), f\{S_{\text{над}}^2\}=N-N_K]$$

махсус жадвалдан [1, илова 4] топилади.

Агарда модел адекват бўлмаса, модел факторлар ўзгариш оралиқини кичрайтирилган ҳоли учун қайтадан қурилиши керак.

Назорат саволлари:

1. Тўла факторли эксперимент.
2. Кўп факторли регрессион моделлар қуриш босқичлари.
3. Факторларнинг ҳақиқий ва кодлаштирилган қийматлари орасида муносабатлар.
4. 2^2 режалаштириш матрицаси ва унинг хоссалари.
5. 2^3 режалаштириш матрицаси ва унинг хоссалари.
6. 2^4 режалаштириш матрицаси.
7. Тажрибанинг режалаштириш шарти.
8. Режалаштириш матрицаси ва тажриба натижалари жадвали.
9. Тажриба натижаларини қайта ишлаш босқичлари.

Таянч иборалар:

Фактор, эксперимент, усул, модел, статистик усул, дисперсия, регрессия коэффициентлари, модели адекватлиги, Фишер критерияси, коэффициентларни аҳамиятлилири, кодлаштирилган қиймат, тўла факторли эксперимент, ажралиб турган қийматлар, Стюдент критерияси, Кочрен критерияси, алгоритм, дисперсияларни бир жинслилиги, ажралиб турган қийматлар, озод ва чизикли ҳадлар коэффициентлари.

А Д А Б И Ё Т Л А Р

1. И.А.Каримов."Истиқлол ва маънавият".Т., "Ўзбекистон", 1994 й.
2. А.Г.Севостьянов. "Методы и средства исследования механико-технологических процессов текстильной промышленности". М., "Легкая индустрия" 1980.

3. А.Г.Севостянов, А.Г.Севостянов. "Оптимизация механико-технологических процессов текстильной промышленности". М., "Легпромбыиздат", 1991.
4. М.М. Майзель. "Технологические измерения в легкой промышленности". М., 1970.
5. В.Б.Тихомиров. "Планирование эксперимента". М., 1968.
6. В.В.Налимов. "Теория эксперимента". М., "Наука", 1971.
7. В.В.Налимов., "Статистические методы планирования экстремальных экспериментов". Н.А.Чернова. М., "Наука", 1965.
8. Б.М.Румянцев. "Тепловые установки в производстве строительных материалов и изделий". М., "Высшая школа", 1991.
9. А.З.Маматов "Кўп факторли регрессион моделлар куриш бўйича услубий қўлланма". Т,1997 й.

М У Н Д А Р И Ж А

1. 1- Маъруза. Илмий изланишлар турлари ва босқичлари _____
2. 2- Маъруза. Технологик жараёнларни моделлаштириш элементлари _____
3. 3,4-Маъруза. Математик моделларни куришнинг назарий усуллари _____
4. 5-Маъруза. Регрессион моделлар куриш _____
5. 6-8 -Маъруза. Тажриба натижаларини қайта ишлаш _____

Технологик жараёнларни математик моделлаштириш фани бўйича тест саволлари
(ПДИ магистрлари учун)

1. M та факторли чизикли регрессия моделининг коэффицентлар сони нечага тенг?

A) $N_k = M - 1$ B) $N_k = M$ *C) $N_k = M + 1$

D) $N_k = \frac{M(M-1)}{2}$

2. M та факторли тўлиқсиз 2 чи тартибли регрессия моделининг коэффицентлар сони нечага тенг?

A) $N_k = M$ *B) $N_k = \frac{M(M-1)}{2} + M + 1$ C) $N_k = M + 1$

D) $N_k = \frac{M(M-1)}{2} + M + 1$

3. M та факторли тўлиқсиз 2 чи тартибли регрессия моделининг чизикли бўлмаган ҳадлар коэффицентлар сони.

A) $N_k = M + 1$ B) $N_k = \frac{M(M-1)}{2} + M + 1$ C) $N_k = 2^M$

*D) $N = \frac{M(M-1)}{2}$

4. Чизикли регрессия моделида коэффицентлар сони 6 та бўлса, факторлар сони неча?

A) 3 *B) 5 C) 6 D) 4

5. Тўлиқсиз 2 чи тартибли регрессия моделида коэффицентлар сони 7 та бўлса факторлар сони неча?

A) 3 *B) 2 C) 4 D) 5

6. Тўлиқсиз 2 чи тартибли регрессия моделида чизикли бўлмаган ҳадлар коэффицентлар сони 3 та бўлса факторлар сони неча?

A) 2 *B) 3 C) 4 D) 5

7. Факторларнинг ҳақиқий ва кодлаштирилган қийматлар орасидаги муносабат қандай?

*A) $x_i = \frac{X_i - X_{0i}}{I_i}$ B) $x_i = \frac{X_i - X_{\kappa i}}{I_i}$ C) $x_i = \frac{X_i - X_{\kappa i}}{I_i}$

D) $x_i = \frac{X_i - X_i}{I_i}$

8. 2^2 – режалаштириш матрицаси

A) $\begin{matrix} - & + \\ + & - \\ - & - \\ + & + \end{matrix}$ B) $\begin{matrix} - & - \\ - & + \\ + & - \\ + & + \end{matrix}$ *C) $\begin{matrix} - & - \\ + & - \\ - & + \\ + & + \end{matrix}$

Д) $\begin{matrix} + & - \\ - & + \\ - & - \\ + & + \end{matrix}$

9. Тузатилган дисперсияси ҳисоблаш формуласи.

A) $S\{y\} = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_i - y)^2$

*B) $S^2\{y\} = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2$

C) $S^2\{y\} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2$

D) $S^2\{y\} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})$

10. $x_k=10$, $x_{ю}=110$ бўлса $x=80$ нинг кодлаштирилган қиймати неча бўлади?

A) 0,7 B) 0,8 C) 0,4 *D) 0,6

11. $x_k=20$, $I=30$ бўлса кодлаштирилган қийматга ўтиш формуласи.

A) $x = \frac{X-20}{30}$ B) $x = \frac{X-10}{30}$ *C) $x = \frac{X-50}{30}$

D) $x = \frac{X-30}{20}$

12. Агар $x_k=20$, $I=30$ бўлса $x=80$ кодлаштирилган қийматда қандай бўлади?

A) 0,5 *B) 1 C) 0,8 D) 0,7

13. Смирнов - Грабс критериясидаги чегаравий қийматлар ҳисоблаш формуласи.

$$A) V_{R\max} = \frac{(\bar{y} - y_{\max})}{S^2\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m-1}}$$

$$B) V_{R\max} = \frac{y_{\max} - \bar{y}}{S\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m+1}}$$

$$C) V_{R\max} = \frac{y - y_{\max}}{S\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m-1}}$$

$$*D) V_{R\max} = \frac{y_{\max} - \bar{y}}{S\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m-1}}$$

14. Смирнов – Грабс критериясининг чегаравий қиймати ($V_{R\min}$).

$$*A) \frac{\bar{y} - y_{\min}}{S\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m-1}} \quad B) \frac{y_{\min} - \bar{y}}{S^2\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m-1}} \quad C) \frac{y_{\min} - \bar{y}}{S\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m+1}}$$

$$D) \frac{y_{\min} - \bar{y}}{S\{y\}} \sqrt{\frac{m-1}{m}}$$

15. 2,4,6,8 сонларини тузатилган дисперсиясини топинг.

A) 6,6

B) 6,71

*C) 6,(6)

D) 5,6

16. 2,4,6,8 сонларини дисперсиясини топинг.

A) 6,6

B) 6

C) 6,(6)

*D) 5

17. қийматни кейинги статистик қайта ишлашдан чиқариб ташлаш шarti.

A) $V_R \geq V_T$

*B) $V_R > V_T$

C) $V_R < V_T$

D) $V_R \leq V_T$

18. Кочрен критериясининг ҳисобий формуласи (G_R).

$$*A) \frac{S_{\max}^2}{\sum_{u=1}^N S_u^2}$$

$$B) \frac{S_{\max}}{\sum S_u}$$

$$C) \frac{\sum S_u^2}{S_{\max}^2}$$

$$D) \frac{S_{\min}^2}{\sum S_u^2}$$

19. Дисперцияларнинг бир жинслик шarti.

A) $G_R > G_T$

B) $G_R \geq G_T$

C) $G_R = G_T$

*D) $G_R < G_T$

20. 1,2,3,4 тажриба натижаларини ўрта қийматлари бўлса регрессия моделининг озод ҳадини ҳисобланг (b_0)

*A) 2,5

B) 2,4

C) 2,8

D) 3

21. Регрессия чизиқли ҳадлар коэффициентлари (b_i)

A) $\frac{1}{N} \sum x_{ui} y_u$ B) $\frac{1}{N} \sum x_{iu} x_{ju} \bar{y}_u$ C) $\frac{1}{N} \sum x_{ui} y_u$ *D) $\frac{1}{N} \sum x_{iu} \bar{y}_u$

22. қуйидаги $N=2^2$ планлаштириш матрицаси бўйича v_0 топилсин.

U	1	2	3	4
$\bar{y}$	2	4	0	2

A) 1 *B) 2 C) 3 D) 1.5

23. қуйидаги планлаштириш матрицаси бўйича v_1 топилсин.

U	1	2	3	4
$\bar{y}$	2	4	0	2

A) -1 B) 2 C) 3 *D) 1

24. қуйидаги $N=2^2$ планлаштириш матрицаси бўйича v_2 топилсин.

U	1	2	3	4
$\bar{y}$	2	4	0	2

A) 1 B) -2 *C) -1 D) 0

25. Стъюдент критерисининг ҳисобий қиймати $t_R(v_i)$

A) $\frac{\epsilon_i}{S\{\epsilon_i\}}$ *B) $\frac{|\epsilon_i|}{S\{\epsilon_i\}}$ C) $\frac{S\{\epsilon_i\}}{\epsilon_i}$
D) $\frac{S\{\epsilon_i\}}{|\epsilon_i|}$

26. Коэффициентлар дисперсия формуласи $S^2\{v_i\}$

*A) $\frac{S^2\{\bar{y}\}}{N}$ B) $\frac{S\{\bar{y}\}}{N}$ C) $\frac{S\{\bar{y}\}}{m}$
D) $\frac{S^2\{\bar{y}\}}{m}$

27. Ўрта қийматларнинг дисперсиялари. $S^2\{\bar{y}\}$

A) $\frac{1}{N} \sum S_u^2$ B) $\frac{1}{m} \sum S_u^2$ C) $\frac{m}{N} \sum S_u^2$

$$*D) \frac{1}{N \cdot m} \sum S_u^2$$

28. Коэффициентларнинг аҳамиятли бўлиш шarti.

- A) $t_R = t_T$ B) $t_R < t_T$ *C) $t_R > t_T$
D) $t_R \geq t_T$

29. Моделнинг адекватлиги Фишер критерияси ёрдамида қачон текширилади (N_k -аҳамиятли коэффициентлар сони).

- A) $N = N_k$ *B) $N > N_k$ C) $N < N_k$
D) $N \leq N_k$

30. Фишер критериясининг ҳисобий қиймати F_R ($S_{\text{над}} > S^2\{\bar{y}\}$ бўлганда).

- *A) $\frac{S_{\text{над}}^2}{S\{y\}}$ B) $\frac{S_{\text{над}}^2}{S^2\{\bar{y}\}}$ C) $\frac{S_{\text{над}}^2}{S\{\bar{y}\}}$
D) $\frac{S_{\text{над}}}{S\{\bar{y}\}}$

31. Фишер критериясининг ҳисобий қиймати F_R ($S_{\text{над}} < S^2\{\bar{y}\}$ бўлганда).

- *A) $\frac{S^2\{\bar{y}\}}{S_{\text{над}}^2}$ B) $\frac{S^2\{y\}}{S_{\text{над}}^2}$ C) $\frac{S_{\text{над}}^2}{S^2\{y\}}$
D) $\frac{S_{\text{над}}^2}{S^2\{\bar{y}\}}$

32. Фишер критериясидаги $S_{\text{над}}^2\{y\}$ формуласи.

- A) $\frac{\sum (\bar{y}_u - y_{Ru})^2}{(N - N_k)^2}$ *B) $\frac{\sum (\bar{y}_u - y_{Ru})^2}{(N - N_k)}$
C) $\frac{N - N_k}{\sum (y_u - y_{Ru})^2}$ D) $\frac{\sum (\bar{y}_u - y_{Ru})}{N - N_k}$

33. Фишер критерияси бўйича модел адекватлик шarti.

- A) $F_R = F_T$ B) $F_R \geq F_T$ C) $F_R \leq F_T$
*D) $F_R < F_T$

34. Чизикли моделда факторлар коэффиценти мусбат ишорали бўлса, бу факторнинг ўсиши чиқувчи факторнинг

- А) камайишига
- В) ўсиб-камайишига
- С) камайиб-ўсишига
- *Д) ўсишига

35. Чизиқли моделда факторлар коэффиценти манфий ишорали бўлса, бу факторнинг ўсиши чиқувчи факторнинг

- *А) камайишига
- В) ўсиб-камайишига
- С) камайиб-ўсишига
- Д) ўсишига

36. $x_{k1}=10$, $x_{ю1}=20$, $x_{k2}=50$, $x_{ю2}=150$ бўлса $y=2+x_1+x_2$ модел ёрдамида $x_1=16$, $x_2=110$ даги чиқувчи факторнинг қиймати ҳисоблансин.

- А) 1
- *В) 2
- С) 3
- Д) 4

37. $x_{k1}=10$, $x_{ю1}=20$, $x_{k2}=50$, $x_{ю2}=150$ бўлса $y=2+x_1+x_2$ модел ёрдамида $x_1=17$, $x_2=110$ даги чиқувчи факторнинг қиймати ҳисоблансин.

- А) 1,2
- В) 2
- С) 2,1
- *Д) 2,2

38. Математик моделларнинг куриш усуллари

- А) назарий
- В) тажрибавий
- С) назарий, тажрибавий
- *Д) А. В. С.

39. Қандай моделлар мавжуд

- А) математик
- В) иксодий
- С) физик
- *Д) А. В. С.

40. Технологик жараёнларнинг оптимизация масаласи бу

- А) мумкин бўлган ечимлар
- *В) мақсадли функция ва чегаравий шартлар туплами
- С) чегаравий шартлар туплами
- Д) тенгламалар системаси

41. Чигитни кинетик тенгламасини курсатинг

$$*А) - \frac{\partial W}{\partial \tau} = K(W - W_M)$$

$$\text{B)} -\frac{\partial W}{d\tau} = K(W - W_M)^2$$

$$\text{C)} -\frac{\partial W}{d\tau} = K(W - W_M)^3$$

$$\text{Д)} -\frac{\partial W}{d\tau} = K(W - W_M)^4$$

42. Пахтани кинетик тенгламасини курсатинг

$$\text{A)} -\frac{\partial W}{d\tau} = K(W - W_M)$$

$$\text{*B)} -\frac{\partial W}{d\tau} = K(W - W_M)^2$$

$$\text{C)} -\frac{\partial W}{d\tau} = K(W - W_M)^3$$

$$\text{Д)} -\frac{\partial W}{d\tau} = K(W - W_M)^4$$

43. Толани кинетик тенгламасини курсатинг

$$\text{A)} -\frac{\partial W}{d\tau} = K(W - W_M)$$

$$\text{B)} -\frac{\partial W}{d\tau} = K(W - W_M)^2$$

$$\text{*C)} -\frac{\partial W}{d\tau} = K(W - W_M)^3$$

$$\text{Д)} -\frac{\partial W}{d\tau} = K(W - W_M)^4$$

44. Моделнинг чизиклилик хусусияти

$$\text{A)} F(x+y) = F(x)/F(y)$$

$$\text{B)} F(x+y) = F(x) * F(y)$$

$$\text{*C)} F(x+y) = F(x) + F(y)$$

$$\text{Д)} F(x+y) = (F(x)/F(y))^2$$

45. М та факторли чизикли регрессия моделининг коэффициентлар сони нечага тенг?

$$\text{A)} N_k = M - 1 \quad \text{B)} N_k = M$$

$$\text{C)} N_k = \frac{M(M-1)}{2} \quad \text{*Д)} N_k = M + 1$$

46. М та факторли тўлиқсиз 2 чи тартибли регрессия моделининг чизиқли бўлмаган ҳадлар коэффицентлар сони.

A) $N_k = M + 1$ B) $N_k = \frac{M(M-1)}{2} + M + 1$ C) $N_k = 2^M$

*D) $N = \frac{M(M-1)}{2}$

47. Чизиқли регрессия моделида коэффицентлар сони 6 та бўлса, факторлар сони нечта?

A) 3 *B) 5 C) 6 D) 4

48. Куп факторли регрессион моделлар куриш боскичлари

A) утказиш шартларини аниклаш, асосий тажриба, тажриба натижаларини қайта ишлаш, олинган моделни таҳлил қилиш.

*B) бирламчи эксперимент, режалаштириш, утказиш шартларини аниклаш, асосий тажриба, тажриба натижаларини қайта ишлаш, олинган моделни таҳлил қилиш.

C) тажриба натижаларини қайта ишлаш, олинган моделни таҳлил қилиш.

D) бирламчи эксперимент, режалаштириш, утказиш шартларини аниклаш, асосий тажриба.

49. Тўлиқсиз 2 чи тартибли регрессия моделида чизиқли бўлмаган ҳадлар коэффицентлар сони 3 та бўлса факторлар сони нечта?

A) 2 *B) 3 C) 4 D) 5

50. Факторларнинг ҳақиқий ва кодлаштирилган қийматлар орасидаги муносабат қандай?

*A) $x_i = \frac{X_i - X_{0i}}{I_i}$ B) $x_i = \frac{X_i - X_{\kappa i}}{I_i}$ C) $x_i = \frac{X_i - X_{\kappa i}}{I_i}$

D) $x_i = \frac{X_i - X_i}{I_i}$

51. 2^2 – режалаштириш матрицаси

A)

-	+
+	-
-	-
+	+

 B)

-	-
-	+
+	-
+	+

 *C)

-	-
+	-
-	+
+	+

D)

+	-
-	+
-	-
+	+

52. Тузатилган дисперсияси ҳисоблаш формуласи.

$$A) S\{y\} = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_i - y)^2$$

$$*B) S^2\{y\} = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2$$

$$C) S^2\{y\} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2$$

$$D) S^2\{y\} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})$$

53. $x_k=10$, $x_{ю}=110$ бўлса $x=80$ нинг кодлаштирилган қиймати неча бўлади?

A) 0,7

B) 0,8

C) 0,4

*D) 0,6

54. $x_k=20$, $I=30$ бўлса кодлаштирилган қийматга ўтиш формуласи.

$$A) x = \frac{X - 20}{30}$$

$$B) x = \frac{X - 10}{30}$$

$$*C) x = \frac{X - 50}{30}$$

$$D) x = \frac{X - 30}{20}$$

55. Агар $x_k=20$, $I=30$ бўлса $x=80$ кодлаштирилган қийматда қандай бўлади?

A) 0,5

*B) 1

C) 0,8

D) 0,7

56. Смирнов - Грабс критериясидаги чегаравий қийматлар ҳисоблаш формуласи.

$$A) V_{R\max} = \frac{(\bar{y} - y_{\max})}{S^2\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m-1}}$$

$$B) V_{R\max} = \frac{y_{\max} - \bar{y}}{S\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m+1}}$$

$$C) V_{R\max} = \frac{y - y_{\max}}{S\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m-1}}$$

$$*D) V_{R\max} = \frac{y_{\max} - \bar{y}}{S\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m-1}}$$

57. Смирнов – Грабс критериясининг чегаравий қиймати ($V_{R\min}$).

$$*A) \frac{\bar{y} - y_{\min}}{S\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m-1}} \quad B) \frac{y_{\min} - \bar{y}}{S^2\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m-1}} \quad C) \frac{y_{\min} - \bar{y}}{S\{y\}} \sqrt{\frac{m}{m+1}}$$

$$D) \frac{y_{\min} - \bar{y}}{S\{y\}} \sqrt{\frac{m-1}{m}}$$

58. 2,4,6,8 сонларини тузатилган дисперсиясини топинг.

- A) 6,6 B) 6,71 *C) 6,(6) D) 5,6

59. 2,4,6,8 сонларни дисперсиясини топинг.

- A) 6,6 B) 6 *C) 5 D) 6,(6)

60. қийматни кейинги статистик қайта ишлашдан чиқариб ташлаш шarti.

- A) $V_R \geq V_T$ *B) $V_R > V_T$ C) $V_R < V_T$
D) $V_R \leq V_T$

61. Кочрен критериясининг ҳисобий формуласи (G_R).

- *A) $\frac{S_{\max}^2}{\sum_{u=1}^N S_u^2}$ B) $\frac{S_{\max}}{\sum S_u}$ C) $\frac{\sum S_u^2}{S_{\max}^2}$ D) $\frac{S_{\min}^2}{\sum S_u^2}$

62. M та факторли тўлиқсиз 2 чи тартибли регрессия моделининг коэффициентлар сони нечага тенг?

- A) $N_k = M$ C) $N_k = M + 1$
B) $N_k = \frac{M(M-1)}{2} + M + 1$ *D) $N_k = \frac{M(M-1)}{2} + M + 1$

63. 1,2,3,4 тажриба натижаларини ўрта қийматлари бўлса регрессия моделининг озод ҳадини ҳисобланг (v_0)

- *A) 2,5 B) 2,4 C) 2,8 D) 3

64. Регрессия чизикли ҳадлар коэффициентлари (v_i)

- A) $\frac{1}{N} \sum x_{ui} y_u$ B) $\frac{1}{N} \sum x_{iu} x_{ju} \bar{y}_u$ C) $\frac{1}{N} \sum x_{ui} y_u$ *D)
 $\frac{1}{N} \sum x_{iu} \bar{y}_u$

65. қуйидаги $N=2^2$ планлаштириш матрицаси бўйича v_0 топилсин.

U	1	2	3	4
$\bar{y}$	2	4	0	2

- A) 1 *B) 2 C) 3 D) 1.5

66. қуйидаги планлаштириш матрицаси бўйича v_1 топилсин.

U	1	2	3	4
$\bar{y}$	2	4	0	2

- A) -1 B) 2 C) 3 *D) 1

67. қуйидаги $N=2^2$ планлаштириш матрицаси бўйича v_2 топилсин.

U	1	2	3	4
$\bar{y}$	2	4	0	2

- A) 1 B) -2 C) 0 *D) -1

68. Стъюдент критерисининг ҳисобий қиймати $t_R(v_i)$

- A) $\frac{e_i}{S\{e_i\}}$ *B) $\frac{|e_i|}{S\{e_i\}}$ C) $\frac{S\{e_i\}}{e_i}$
D) $\frac{S\{e_i\}}{|e_i|}$

69. Коэффициентлар дисперсия формуласи $S^2\{v_i\}$

- *A) $\frac{S^2\{\bar{y}\}}{N}$ B) $\frac{S\{\bar{y}\}}{N}$ C) $\frac{S\{\bar{y}\}}{m}$
D) $\frac{S^2\{\bar{y}\}}{m}$

70. Ўрта қийматларнинг дисперсиялари. $S^2\{\bar{y}\}$

- *A) $\frac{1}{N \cdot m} \sum S_u^2$ B) $\frac{1}{N} \sum S_u^2$ C) $\frac{1}{m} \sum S_u^2$
D) $\frac{m}{N} \sum S_u^2$
*D)

71. Дисперцияларнинг бир жинслилик шarti.

- A) $G_R \geq G_T$ *B) $G_R < G_T$ C) $G_R = G_T$ D) $G_R > G_T$

72. Коэффициентларнинг аҳамиятли бўлиш шarti.

- A) $t_R = t_T$ B) $t_R < t_T$ C) $t_R \geq t_T$ *D) $t_R > t_T$

73. Фишер критериясининг ҳисобий қиймати F_R ($S_{\text{над}} > S^2\{\bar{y}\}$ бўлганда).

A) $\frac{S_{\text{над}}}{S\{\bar{y}\}}$

B) $\frac{S_{\text{над}}^2}{S^2\{\bar{y}\}}$

C) $\frac{S_{\text{над}}^2}{S\{\bar{y}\}}$

*Д) $\frac{S_{\text{над}}^2}{S\{\bar{y}\}}$

74. Фишер критериясидаги $S_{\text{над}}^2\{y\}$ формуласи.

A) $\frac{\sum(\bar{y}_u - y_{Ru})^2}{(N - N_k)^2}$

B) $\frac{\sum(\bar{y}_u - y_{Ru})}{N - N_k}$

C) $\frac{N - N_k}{\sum(y_u - y_{Ru})^2}$

*Д) $\frac{\sum(\bar{y}_u - y_{Ru})^2}{(N - N_k)}$

75. Фишер критерияси бўйича модел адекватлик шarti.

A) $F_R = F_T$

*B) $F_R < F_T$

C) $F_R \geq F_T$

Д) $F_R \leq F_T$

76. Чизикли моделда факторлар коэффиценти мусбат ишорали бўлса, бу факторнинг ўсиши чиқувчи факторнинг

*A) ўсишига

B) камайишига

C) ўсиб-камайишига

Д) камайиб-ўсишига

77. Чизикли моделда факторлар коэффиценти манфий ишорали бўлса, бу факторнинг ўсиши чиқувчи факторнинг

A) ўсиб-камайишига

*B) камайишига

C) камайиб-ўсишига

Д) ўсишига

78. $x_{k1}=10$, $x_{ю1}=20$, $x_{k2}=50$, $x_{ю2}=150$ бўлса $y=2+x_1+x_2$ модел ёрдамида $x_1=16$, $x_2=110$ даги чиқувчи факторнинг қиймати ҳисоблансин.

A) 1

B) 4

C) 3

*Д) 2

79. $x_{k1}=10$, $x_{ю1}=20$, $x_{k2}=50$, $x_{ю2}=150$ бўлса $y=2+x_1+x_2$ модел ёрдамида $x_1=17$, $x_2=110$ даги чиқувчи факторнинг қиймати ҳисоблансин.

*А) 2,2 В) 2 С) 2,1 Д) 1,2

80. Математик моделларнинг куриш усуллари

А) назарий

В) тажрибавий

*С) назарий, тажрибавий, назарий- тажрибавий

Д) назарий- тажрибавий

81. Чигитни кинетик тенгламасини курсатинг

$$А) -\frac{\partial W}{\partial \tau} = K(W - W_M)^2$$

$$*В) -\frac{\partial W}{\partial \tau} = K(W - W_M)$$

$$С) -\frac{\partial W}{\partial \tau} = K(W - W_M)^3$$

$$Д) -\frac{\partial W}{\partial \tau} = K(W - W_M)^4$$

82. Пахтани кинетик тенгламасини курсатинг

$$А) -\frac{\partial W}{\partial \tau} = K(W - W_M)$$

$$В) -\frac{\partial W}{\partial \tau} = K(W - W_M)^3$$

$$С) -\frac{\partial W}{\partial \tau} = K(W - W_M)^4$$

$$*Д) -\frac{\partial W}{\partial \tau} = K(W - W_M)^2$$

83. Толани кинетик тенгламасини курсатинг

$$*А) -\frac{\partial W}{\partial \tau} = K(W - W_M)^3$$

$$В) -\frac{\partial W}{\partial \tau} = K(W - W_M)$$

$$С) -\frac{\partial W}{\partial \tau} = K(W - W_M)^2$$

$$Д) -\frac{\partial W}{\partial \tau} = K(W - W_M)^4$$

84. Моделнинг адекватлиги Фишер критерияси ёрдамида қачон текширилади (N_k -ахамиятли коэффициентлар сони).

A) $N=N_k$

C) $N<N_k$

*B) $N>N_k$

Д) $N\leq N_k$

85. Фишер критериясининг ҳисобий қиймати F_R ($S_{над} < S^2\{\bar{y}\}$ бўлганда).

A) $\frac{S^2\{y\}}{S_{над}^2}$

B) $\frac{S_{над}^2}{S^2\{y\}}$

*C) $\frac{S^2\{\bar{y}\}}{S_{над}^2}$

D) $\frac{S_{над}^2}{S^2\{\bar{y}\}}$

86. Қандай моделлар мавжуд

A) математик

B) иксодий

C) физик

*Д) А. В. С.

87. Технологик жараёнларнинг оптимизация масаласи бу

*A) максдали функция ва чегаравий шартлар туплами

B) мумкин бўлган ечимлар

C) чегаравий шартлар туплами

Д) тенгламалар системаси

88. Чизикли программлаштириш масаласи:

*A) $\sum a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i=1, m)$

$x_j \geq 0 \quad (j=1, n)$
 $Z = \sum c_j x_j \rightarrow \max (\min)$

B) $x_j \geq 0 \quad (j=1, n)$
 $Z = \sum c_j x_j \rightarrow \max (\min)$

C) $\sum a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i=1, m)$

$x_j \geq 0 \quad (j=1, n)$

Д) $\sum a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i=1, m)$

$Z = \sum c_j x_j \rightarrow \max (\min)$

89. Оптимизация масаласининг турлари

A) математик программлаштириш, параметрик программлаштириш

B) математик программлаштириш

С) параметрик программлаштириш

*Д) математик программлаштириш, параметрик программлаштириш, стохастик программлаштириш, статистик уйинлар

90. М та факторли чизикли регрессия моделининг коэффициентлар сони нечага тенг?

A) $N_k = M - 1$ B) $N_k = M$ *C) $N_k = M + 1$

D) $N_k = \frac{M(M-1)}{2}$

91. Тўлиқсиз 2 чи тартибли регрессия моделида коэффициентлар сони 7 та бўлса факторлар сони нечта?

*A) 2 B) 6 C) 4 D) 5

92. Тузатилган дисперсияси ҳисоблаш формуласи.

A) $S\{y\} = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_i - y)^2$

*B) $S^2\{y\} = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2$

C) $S^2\{y\} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2$

D) $S^2\{y\} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})$

93. 2,4,6,8 сонларини тузатилган дисперсиясини топинг.

A) 6,6 B) 6,71 C) 6,(6) *D) 6,6

94. Коэффициентларнинг аҳамиятли бўлиш шарти.

A) $t_R = t_T$ B) $t_R < t_T$ *C) $t_R > t_T$
D) $t_R \geq t_T$

95. Моделнинг адекватлиги Фишер критерияси ёрдамида қачон текширилади (N_k -аҳамиятли коэффициентлар сони).

*A) $N > N_k$ B) $N = N_k$ C) $N < N_k$
D) $N \leq N_k$

96. Фишер критериясининг ҳисобий қиймати F_R ($S_{\text{над}} > S^2\{\bar{y}\}$ бўлганда).

A) $\frac{S_{\text{над}}^2}{S^2\{\bar{y}\}}$ B) $\frac{S_{\text{над}}^2}{S\{\bar{y}\}}$ *C) $\frac{S_{\text{над}}^2}{S\{y\}}$

D) $\frac{S_{\text{над}}}{S\{\bar{y}\}}$

97. Фишер критериясининг ҳисобий қиймати F_R ($S_{\text{над}} < S^2\{\bar{y}\}$ бўлганда).

$$*A) \frac{S^2\{\bar{y}\}}{S_{над}^2}$$

$$B) \frac{S^2\{y\}}{S_{над}^2}$$

$$C) \frac{S_{над}^2}{S^2\{y\}}$$

$$D) \frac{S_{над}^2}{S^2\{\bar{y}\}}$$

98. Фишер критериясидаги $S_{над}^2\{y\}$ формуласи.

$$A) \frac{\sum(\bar{y}_u - y_{Ru})^2}{(N - N_k)^2}$$

$$B) \frac{N - N_k}{\sum(y_u - y_{Ru})^2}$$

$$*C) \frac{\sum(\bar{y}_u - y_{Ru})^2}{(N - N_k)} \quad D) \frac{\sum(\bar{y}_u - y_{Ru})}{N - N_k}$$

99. Куп факторли регрессион моделлар куриш боскичлари

*А) бирламчи эксперимент, режалаштириш, утказиш шартларини аниклаш, асосий тажриба, тажриба натижаларини кайта ишлаш, олинган моделни тахлил килиш.

В) утказиш шартларини аниклаш, асосий тажриба, тажриба натижаларини кайта ишлаш, олинган моделни тахлил килиш.

С) тажриба натижаларини кайта ишлаш, олинган моделни тахлил килиш.

Д) бирламчи эксперимент, режалаштириш, утказиш шартларини аниклаш, асосий тажриба.

100. Чизикли моделда факторлар коэффиценти мусбат ишорали бўлса, бу факторнинг ўсиши чиқувчи факторнинг

А) камайишига

В) ўсиб-камайишига

*С) ўсишига

Д) камайиб-ўсишига