

DONAYEV BURXON

Nazariy mexanika
DINAMIKA
(MISOL VA MASALALAR)



89962/20.

20 TA

84640

clearup

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

QARSHI MUHANDISLIK-IQTISODIYOT INSTITUTI

DONAYEV BURXON

Nazariy mexanika

DINAMIKA

(MISOL VA MASALALAR)

*Ushbu o'quv qo'llanma barcha muhandislik bakalavriat ta'lim
yo'nalishlari talabalari uchun "Nazariy mexanika" fanining dinamika
bo'limidan amaliy mashg'ulotlar o'tish uchun mo'ljallangan.*

«BOOK TRADE KO»
TOSHKENT – 2022

UO'K: 66(075.8)
KBK: 35ya73

B.Donayev

Nazariy mexanika / Dinamika (misol va masalalar) [Matn]:
o'quv qo'llanma / B.Donayev. –Toshkent: «BOOK TRADE KO»,
2022. – 164 b.

Ushbu o'quv qo'llanmada "Nazariy mexanika" fanining dinamika bo'limidan amaliy mashg'ulotlar o'tkazish uchun kerakli bo'lgan nazariy malumotlar, o'zini o'zi tekshirish uchun test savollari hamda nazariy mavzularni mustaxkamlashga oid krossvordlar, masalalarni yechish tartibi shunigdek mustaqil yechish uchun misol va masalalar keltirilgan. Masalalarni yechish jarayonida ularni yechish tartibi batafsil bayon etilgan.

O'quv qo'llanma oliy o'quv yurtlarining suv xo'jaligi, qurilish, mashinasozlik, sanoat va boshqa yo'nalishlari bo'yicha bilim oladigan bakalavriyat talabalari uchun mo'ljallangan bo'lib, undan magistrlar, ilmiy tadqiqotchilar ham foydalanishlari mumkin.

Taqrizchilar:

T.Mavlonov – "Toshkent irrigatsiya va qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash muhandislari instituti" milliy tadqiqot universiteti "Nazariy va qurilish mexanikasi" kafedrası prof.t.f.d.

E.Abdumuminov – Qarshi muhandislik-iqtisodiyot instituti "Umumtexnika fanlari" kafedrası dotsenti .t.f.n.

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining 2022 yil 13 maydagi 166-sonli buyrug'iga asosan o'quv qo'llanma sifatida nashrga tavsiya etilgan.

ISBN 978-9943-8562-0-2

© B.Donayev, 2022.

© «BOOK TRADE KO» nashriyoti, 2022.

I BOB. DINAMIKA. DINAMIKANING ASOSIY TUSHUNCHASI VA QOIDALARI

1.1. Dinamika qonunlari va dinamika masalalari

Dinamikaning asosida jismlarning harakatlarini o'rganishga bag'ishlangan va jamiyatning ijtimoiy-mehnat faoliyatida sinovdan o'tgan qator tajriba va kuzatishlar natijasida aniqlangan qonuniyatlar yotadi. Dinamikaning qonunlarini birinchi bo'lib I. Nyuton o'zining 1687 yilda nashr etgan, «Tabiiy falsafaning matematik asoslari» nomli kitobida klassik ko'rinishda sistemalashtirilgan holda bayon qilgan.

Ushbu qonunlarni quyidagicha ifodalash mumkin:

Birinchi qonun (inersiya qonuni): tashqi muhit ta'siridan holi bo'lgan moddiy nuqtaga qo'yilgan kuchlar uning holatini o'zgartirmaguncha, u o'zining tinch holatini yoki to'g'ri chiziqli tekis harakatini davom ettiradi. Kuchlar ta'sir qilmayotgan jismlarning harakatini, inersiya bo'yicha harakat deb ataladi.

Ikkinchi qonun (dinamikaning asosiy qonuni): moddiy nuqtaga ta'sir etayotgan ixtiyoriy kuchlar, uning tezligini qanday o'zgartirishi mumkin ekanligini aniqlab beradi, ya'ni: moddiy nuqtaning massasini unga ta'sir qilayotgan kuchlardan oladigan tezlanishiga ko'paytmasi, moduli bo'yicha kuchga teng bo'lib, moddiy nuqtaning oladigan tezlanishning yo'nalishi kuchning yo'nalishi bilan bir xil bo'ladi.

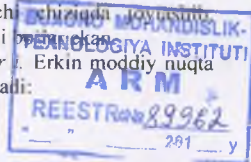
$$m\vec{a} = \vec{F}$$

(1.1)

Kuch bilan tezlanishning modullari orasidagi bog'lanish, quyidagicha bo'ladi. Dinamikaning ikkinchi qonuni ham birinchi qonun kabi faqat inersial hisob sistemalaridagina o'rinli bo'ladi. Ushbu qonundan ko'rinib turibdiki, jismlarning massasi uning inertlik o'lchovi bo'lib hisoblanar ekan. Chunki biror kuchni moddiy nuqtaga ta'siridan oladigan tezlanish nuqtaning massasiga bog'liq bo'lib, qanchalik uning massasi oz bo'lsa, oladigan tezlanishi katta bo'ladi yoki aksincha.

Uchinchi qonun (ta'sir va aks ta'sir qonuni): moddiy jismlarning o'zaro mexanik ta'sirlarini xarakterlab beradi. Ikkita moddiy nuqta uchun quyidagicha ifodalanadi: ikkita moddiy nuqtaning bir-birlariga ta'sir kuchlari, shu nuqtalarni birlashtiruvchi kuchlar bo'lib, ularning modullari teng lekin yo'nalishlari qarama qarshi bo'ladi.

Dinamikaning masalalari. Erkin moddiy nuqta uchun dinamikaning quyidagi masalalari yechiladi:



1) moddiy nuqtaning harakat qonuni berilgan bo'lsa, shu nuqtaga ta'sir etuvchi kuchni aniqlash (*dinamikaning birinchi masalasi*);

2) nuqtaga ta'sir etayotgan kuchlar ma'lum bo'lsa, nuqtaning harakat qonunini aniqlash (*dinamikaning ikkinchi yoki asosiy masalasi*).

Agar moddiy nuqta erkin bo'lmasa, ya'ni unga bog'lanishlar ta'sir etib u ma'lum tekislik ustida yoki egri chiziqli bo'ylab harakatlansa, dinamikaning birinchi masalasida nuqtaning harakat qonuni va unga ta'sir etuvchi aktiv kuchlar berilgan bo'lsa, bog'lanishlarning reaksiyalari aniqlanadi. Erkin bo'lmagan jismlar uchun dinamikaning ikkinchi qonuni yana ikkiga ajraladi, ya'ni nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlar ma'lum bo'lsa:

- nuqtaning harakat qonuni,
- unga qo'yilgan bog'lanishlarning reaksiyalari aniqlanadi.

1.2 Nuqtaning to'g'ri chiziqli harakatida, dinamikaning asosiy masalasini yechish.

Agarda moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning (yoki teng ta'sir etuvchining) yo'nalishi o'zgarmas bo'lsa, va boshlang'ich tezlik nol bo'lsa yoki uning yo'nalishi kuchga parallel bo'lsa, uning harakati to'g'ri chiziqli bo'ladi.

Agarda to'g'ri chiziqli harakatdagi nuqtaning yo'nalishi bo'yicha Ox koordinata o'qini yo'naltirsak, u holda moddiy nuqtaning harakati

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum F_{ix} \text{ yoki } m\ddot{x} = \sum F_{ix} \quad (1.2)$$

(1.2) tenglama, *to'g'ri chiziqli harakatning differensial tenglamasi* deb ataladi. Bazi hollarda buni birinchi tartibli hosilalardan iborat bo'lgan ikkita tenglama bilan almashtirish mumkin bo'ladi,

$$m \frac{dv_x}{dt} = \sum F_{ix}, \quad \frac{dx}{dt} = v_x \quad (1.3)$$

Dinamikaning asosiy masalasini yechish shundan iborat bo'ladi, kuchlar ma'lum bo'lsa, nuqtaning harakat qonunini, ya'ni $x = f(t)$ aniqlanadi. Buning uchun tegishli differensial tenglamani integrallash lozim bo'ladi. (1.2) tenglamaning o'ng tarafidagi kuchlar vaqtga va nuqtaning holatiga yoki uning tezligiga bog'liq holda o'zgarishi mumkin. Shu sababli umumiy holda (1.2) tenglama matematik nuqtai

nazardan qaralganda $m\ddot{x} = F(t, x, \dot{x})$ ko'rinishdagi 2 tartibli differensial tenglamadan iborat bo'ladi.

Agar konkret masala uchun tuzilgan (1.2) differensial tenglamani integrallash mumkin bo'lsa, u holda yechimda ikkita (o'zgarmas qiymatlar) C_1 va C_2 lardan iborat integral doimiylari paydo bo'ladi va (1.2) tenglamaning *umumiy yechimi* quyidagi ko'rinishda bo'ladi,

$$x = f(t, C_1, C_2) \quad (1.4)$$

Har-bir konkret masalaning yechimini oxiriga yetkazish uchun, C_1 va C_2 integral doimiylarini aniqlash lozim bo'ladi. Buning uchun *boshlang'ich shartlardan* foydalaniladi.

To'g'ri chiziqli harakatdagi boshlang'ich shartlar quyidagi ko'rinishda beriladi:

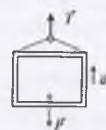
$$t = 0, x = x_0, \dot{x} = v_0 \quad (1.5)$$

Boshlang'ich shartlarga asoslanib C_1 va C_2 integral doimiylarining qiymatlari aniqlanadi va ular yordamida nuqtaning harakat qonuni hisoblangan tenglamaning quyidagi ko'rinishdagi xususiy yechimi aniqlanadi

$$x = f(t, x_0, v_0) \quad (1.6)$$

Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar.

1-masala. Og'irligi P bo'lgan lift a tezlanish bilan yuqoriga ko'tarilmoqda. Trossning tortilish kuchi aniqlansin.



Yechilishi: Liftga og'irlik kuchi P va trossning reaksiya kuchi T ta'sir etmoqda. Barcha kuchlarni vertikal o'qqa proyeksiyasidan iborat tenglama tuzamiz, $\left(\frac{P}{g}\right) a = T - P$ bundan

$$T = P \left(1 + \frac{a}{g}\right)$$

Agar lift shunday tezlanish bilan pastga tushib kelayotgan bo'lsa, u holda trossning tortilish kuchi $T = P \left(1 - \frac{a}{g}\right)$ ga teng bo'ladi.

2-masala. Do'ng ko'priknig A nuqtasidagi radiusi R ga teng. Massasi m - ga teng bo'lgan va g - tezlik bilan ketayotgan avtomobil ko'priknig A nuqtasida unga qanday kuch bilan bosadi.



Yechilishi: Ko'priknig A nuqtasida avtomobilning normal tezlanishi $a_n = \frac{g^2}{R}$ bo'ladi. Ko'priikka undan tashqari avtomobilning og'irlik kuchi $P = mg$ va A nuqtaning reaksiya kuchi N ta'sir etadi. U holda barcha kuchlarning normal o'qdagil proyeksiyasi, quyidagicha $\frac{mg^2}{R} = mg - N$ bo'ladi va bundan $N = m(g - \frac{g^2}{R})$ ga teng bo'ladi. Avtomobilning ko'priikka bosim kuchi moduli bo'yicha N ga teng bo'lib, pastga qarab yo'naladi.

3-masala. Ko'tarma mashinaning ko'tariluvchi kabinasidagi prujinali tarozida jism tortiladi. Kabinaning tekis harakatida prujinali tarozining ko'rsatishi $50N$, tezlanuvchan harakatida $51N$ ga teng. Kabinaning tezlanishi topilsin?

Yechilishi: Kabina tekis harakat qilganda prujinali tarozining ko'rsatishi tortish kuchi kabina og'irligiga ya'ni $P_1 = mg$ ga, tezlanuvchan harakatida esa $P_2 = m(g + a)$ ekanligini hisobga olgan holda, har ikkala holda prujinali tarozining ko'rsatishlarini nisbati hisoblanadi.

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{mg}{m(g+a)} = \frac{50}{51}, \quad \frac{g}{(g+a)} = \frac{50}{51}, \quad 51g = 50g + 50a, \quad a = \frac{g}{50} = \frac{9.8 \text{ m/s}^2}{50} = 0.196 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

qiymatga ega bo'lar ekan.

4-masala. Massasi 1000 kg avtomobil do'ng ko'priksida $g = 10 \text{ m/s}^2$ tezlik bilan harakat qiladi; ko'priksining egrilik radiusi $\rho = 50 \text{ m}$. Avtomobil ko'priksidan o'tgan paytda ko'priikka qancha bosim ko'rsatishi aniqlansin.

Yechilishi: Avtomobil qavariq ko'priksidan o'tish vaziyatida uning og'irligi G vertikal pastga yo'nalgan va unga qarama-qarshi yo'nalishda normal reaksiya kuchi N ta'sirida bo'ladi. Avtomobilning normal reaksiya kuchi

$$a_n = \frac{g^2}{\rho} = \frac{100 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{50 \text{ m}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Avtomobil harakatining tenglamasi quyidagicha bo'ladi.

$$\frac{G}{g} \cdot \frac{g^2}{\rho} = G - N;$$

$$N = 1000 \text{ kg}(9.8 \text{ m/s}^2 - 2 \text{ m/s}^2) = 7800 \text{ N}$$

5-masala. Rudani boyitish g'alviri $a = 5 \text{ sm}$ amplituda bilan vertikal bo'ylab garmonik tebranma harakat qiladi. G'alvir tebranishining shunday eng kichik k chastotasi topilsinki, bunda g'alvirdagi ruda parchalari undan ajralib, yuqoriga otilib chiqilsin.

Yechilishi: G'alvirning vertikal bo'ylab garmonik tebranma harakat qonuni quyidagicha aniqlanadi. $z = a \sin kt$ amplitudani qiymatini hisobga olgan holda ushbu qonuniyatni $z = 0.05 \sin kt$ ko'rinishda yozamiz. Ushbu harakat tenglamasidan ikkinchi tartibli hosila hisoblaymiz.

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -0.05 k^2 \sin kt$$

Ushbu qiymatni massaga ko'paytmasi og'irlik kuchi mg dan katta bo'lgan holda ruda parchalari g'alvirdan yuqoriga ajralib chiqadi.

$$-0.05 m k^2 \sin kt > mg \\ -0.05 k^2 \sin kt > g$$

G'alvir tebranishining eng kichik k chastotasi quyidagi $0.05 k^2 \geq g$ shart asosida aniqlanadi. Bundan $k = \sqrt{\frac{g}{0.05}} = \sqrt{\frac{9.8 \text{ m/s}^2}{0.05 \text{ m}}} = 14 \text{ s}^{-1}$

6-masala. Massasi 2.04 kg bo'lgan jism gorizontal to'g'ri chiziq bo'ylab $x = 10 \sin \frac{\pi}{2} t (\text{m})$ qonunga asosan tebranma harakat qiladi. Jismga ta'sir etuvchi kuch bilan x koordinata orasidagi bog'lanish va bu kuchning eng katta qiymati topilsin?

Yechilishi: Jismning harakat qonuni ma'lum ekanligida uning tezlanish qonuniyatini ikkinchi tartibli hosila olish orqali aniqlash mumkin.

$$\ddot{x} = -\frac{10}{4} \pi^2 \sin \frac{\pi}{2} t (\text{m/s}^2)$$

Dinamikaning asosiy qonuniga binoan

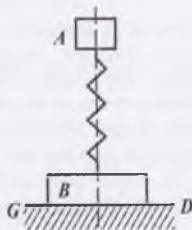
$$F = m\ddot{x} = -\frac{2.04 \cdot 10}{4} \pi^2 \sin \frac{\pi}{2} t (\text{N})$$

Oxirgi ifodani harakat tenglamasi orqali bog'lasak

$$F = -\frac{2,04}{4}\pi^2 \cdot x = -5,033 \cdot x \text{ (N)} \text{ va maksimal kuch } F_{\max} = m\ddot{x} = \frac{2,04 \cdot 10}{4}\pi^2 \text{ (N)}$$

ifodalar orqali aniqlanadi. Bunda $\sin \frac{\pi}{2} = -1$ bo'lganda kuch maksimal qiymatga yetadi.

7-masala. Og'irliklari $P_A = 20 \text{ N}$ va $P_B = 40 \text{ N}$ bo'lgan A va B yuklar, rasmda ko'rsatilganidek, prujina bilan bir-biriga birlashtirilgan. A yuk vertikal to'g'ri chiziq bo'ylab 1 sm amplituda va $0,25 \text{ s}$ davr bilan erkin tebranma harakat qiladi. A va B yuklarning CD tayanch sirtga tushiradigan eng katta va eng kichik bosimlari aniqlansin?



Yechilishi: A jismining tebranish davri ma'lum ekanligini inobatga olsak uning doiraviy chastotasini aniqlash mumkin: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

A nuqtaning tebranma harakat qonuni esa quyidagicha aniqlanadi

$$x = 0,01 \cos \frac{2\pi}{T} t$$

Tezlik va tezlanishlari esa mos ravishda

$$\dot{x} = -0,01 \frac{2\pi}{T} \sin \frac{2\pi}{T} t \quad \ddot{x} = -0,01 \frac{4\pi^2}{T^2} \cos \frac{2\pi}{T} t$$

A yukning sirtga ta'siri harakat diffrensial tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$-\frac{P_A}{g} \cdot 0,01 \frac{4\pi^2}{T^2} \cos \frac{2\pi}{T} t = P_A + P_B - N$$

Bunda P_A va P_B yuklarning og'irliklari, N esa sirt ta'sir qiladigan reaksiya kuchidir. Ushbu tenglamadan N noma'lumni aniqlasak

$$N = P_A + P_B \pm \frac{P_A}{g} \cdot 0,01 \frac{4\pi^2}{T^2} \cos \frac{2\pi}{T} t$$

Musbat va manfiy qiymatlar N maksimal va minimal qiymatlarini aniqlashga imkon beradi

$$N_{\max} = P_A + P_B + \frac{P_A}{g} \cdot 0,01 \frac{4\pi^2}{T^2} = 40 + 20 + \frac{20 \cdot 0,01 \cdot 4\pi^2}{9,81 \cdot 0,25^2} = 72,8 \text{ N}$$

$$N_{\min} = P_A + P_B - \frac{P_A}{g} \cdot 0,01 \frac{4\pi^2}{T^2} = 40 + 20 - 12,8 = 47,2 \text{ N}$$

8-masala. Og'ir jism gorizontga 30° burchak ostida og'gan silliq tekislik bo'ylab pastga tushadi. Agar jismining boshlang'ich paytdagi tezligi 2 m/s ga teng bo'lsa, jism $9,6 \text{ m}$ yo'lni qancha vaqtda o'tishi topilsin.

Yechilishi: Harakatlanayotgan jismining harakat diffrensial tenglamasi quyidagicha aniqlanadi

$$\frac{P}{g} \frac{d\theta}{dt} = P \sin 30^\circ$$

Tezlik uchun va vaqt uchun boshlang'ich chegaraviy shartlarni

$$\text{inobatga olsak } \int_0^{\theta} d\theta = g \sin 30^\circ \int_0^t dt$$

$$\theta = \theta_0 + g t \sin 30^\circ$$

natijani olamiz. Shunday ekan tezlik qonuniyati $\theta = 2 + 5t$ ko'rinishda ekan. Bosib o'tilgan yo'lni tezlik qonuniyatiga quyidagicha bog'lab, uning harakatlanish vaqti topiladi.

$$\frac{ds}{dt} = 2 + 5t$$

$$\int_0^s ds = 2 \int_0^t dt + 5 \int_0^t t dt$$

$$9,6 = 2t + \frac{5t^2}{2}$$

$$2,5t^2 + 2t - 9,6 = 0$$

Ushbu kvadrat tenglamani yechimi jismining qiya tekislik bo'ylab tushish vaqti bo'ladi va u $1,6 \text{ s}$ ga tengdir.

9-masala. Gorizonttal yo'lga 10 m/s tezlik bilan boruvchi tramvay vagoni tormozlaganda u qancha vaqtda va qanday masofani o'tib to'xtaydi. Tormozlash vaqtida vagon harakatiga ko'rsatiladigan qarshilik vagon og'irligining $0,3$ qismini tashkil qiladi.

Yechilishi: Vagon harakatiga ko'rsatiladigan qarshilik harakatga qarama-qarshi yo'nalgan va uning ifodasi $R = -0,3mg$ ni hisobga olgan holda harakat diffrensial tenglamani tuzamiz va undan to'tash vaqtini aniqlaymiz.

$$m \frac{d\theta}{dt} = -0,3mg;$$

$$\int d\theta = -0,3g \int dt;$$

$$-\theta_0 = -0,3gt$$

$$t = \frac{\theta_0}{0,3g} = \frac{10 \text{ m/s}}{0,3 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 3,4 \text{ s};$$

To'xtash masofasini aniqlash uchun quyidagi differensial tenglamani yechimini aniqlaymiz.

$$m \frac{d\theta}{ds} \theta = -0,3mg;$$

$$\int \theta d\theta = -0,3g \int ds;$$

$$\frac{\theta_0^2}{2} = -0,3gs;$$

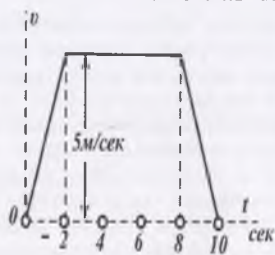
$$s = \frac{\theta_0^2}{2 \cdot 0,3g} = \frac{100 \text{ m}^2/\text{s}^2}{0,6 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 166,6 \text{ m}$$

Mustaqil yechish uchun masalalar.

10-masala. Stolda turgan 3 kg massali jismga ip bog'lani, ipning ikkinchi uchi A nuqtaga biriktiriladi. Agar tortish kuchi $T=42 \text{ N}$ bo'lganda ip uzilsa, jismni vertikal bo'ylab yuqoriga ko'targanda ipning uzilishi uchun A nuqtaga qanday tezlanish berish kerak?

Javob: $4,2 \text{ m/s}^2$

11-masala. Lift kletkasi ko'tarilganda tezliklar grafigi rasmda tasvirlangan ko'rinishda bo'ladi. Kletkaning massasi 480 kg ga teng. Quyidagi uchta vaqt oralig'ida kletka osilgan arqonga tushadigan tortish kuchlari T_1 , T_2 va T_3 aniqlansin: 1) $t=0$ dan $t=2\text{s}$ gacha, 2) $t=2\text{s}$ dan $t=8\text{s}$ gacha va 3) $t=8\text{s}$ dan $t=10\text{s}$ gacha.



Javob: $T_1=5904 \text{ N}$, $T_2=4704 \text{ N}$, $T_3=3504 \text{ N}$.

12-masala. Avval to'g'ri chiziqli, so'ngra egri yo'lda 20 m/s tezlik bilan borayotgan poyezd vagonida bir yuk prujinali tarozida tortildi; tarozni birinchi holda 50 N ni, egri yo'lda esa 51 N ni ko'rsatdi. Yo'lining egrilik radiusi aniqlansin.

Javob: 203 m .

13-masala. Massasi $0,2 \text{ kg}$ bo'lgan tosh 1 m uzunlikdagi ipning uchiga osilgan. Itarib yuborilganida tosh 5 m/s ga teng gorizontol tezlik oldi. Tosh itarib yuborilgandan keyin ipda qancha tortish kuchi bo'lganligi topilsin.

Javob: $6,96 \text{ N}$

14-masala. Massasi $0,2 \text{ kg}$ bo'lgan moddiy nuqtaning xarakati $x=3 \cos 2\pi t \text{ sm}$;

$y=4 \sin \pi t \text{ sm}$ tenglamalar bilan ifodalanadi (t -sekundlar hisobida). Nuqtaga ta'sir qiluvchi kuchning proyeksiyalari uning koordinatalari orqali ifodalansin.

Javob: $X=-0,0789 \text{ x N}$, $Y=-0,0197 \text{ y N}$.

15-masala. Massasi 1000 kg bo'lgan yuk telejka bilan birga ko'priqli kranning gorizontol fermasi bo'ylab $g=1 \text{ m/s}$ tezlik bilan harakat qiladi. Yukning og'irlik markazidan yuk osib qo'yilgan nuqtagacha bo'lgan masofa $l=5 \text{ m}$. Telejka to'satdan to'xtab qolganda yuk inersiya bilan harakatni davom ettiradi va osib qo'yilgan nuqta atrofida tebrana boshlaydi. Bu tebranishda arqondagi tortilish kuchining eng katta miqdori topilsin.

Javob: $T=10000 \text{ N}$

16-masala. Lokomotivdan tashqari poyezdning massasi $2 \times 10^5 \text{ kg}$ ga teng. U gorizontol yo'lda tekis tezlanish bilan harakat qilib, harakat boshlanganidan 60 s keyin 15 m/s tezlikka ega bo'ldi. Agar ishqalanish kuchi poyezd og'irligining $0,005$ qismiga teng bo'lsa, shu tezlanish olayotgan vaqtda lokomotiv bilan poyezd orasidagi tortiqchdagi taranglik kuchi topilsin.

Javob: 59800 N

17-masala. Massasi 2000 kg bo'lgan sport samolyoti gorizontol bo'ylab 5 m/s^2 tezlanish bilan uchadi; uning shu paytdagi tezligi 200 m/s . Havoning qarshiligi tezlik kvadratiga proporsional va tezlik 1 m/s bo'lganda $0,5 \text{ N}$ ga teng. Qarshilik kuchi tezlikka teskari tomonga yo'nalgan deb hisoblab, vintning tortish kuchi aniqlansin. Vintning tortish kuchi uchish yo'nalishi bilan 10° li burchak tashkil qiladi.

Shuningdek, berilgan paytdagi ko'tarish kuchining kattaligi ham aniqlansin.

Javob: Tortish kuchi 30463 N ga, ko'tarish kuchi 14310 N ga teng.

18-masala. Massasi 6000 kg bo'lgan yuk avtomobili 6 m/s tezlik bilan paromga chiqadi. Paromga chiqqan paytda tormozlangan avtomobil 10 m yurib to'xtadi. Avtomobil harakatini tekis sekinlanuvchi deb hisoblab, paromni qirg'oqqa bog'lab qo'yilgan ikkita arqonning har qaysisidagi tortilish kuchi topilsin. Masalani yechganda paromning massasi va tezlanishi hisobga olinmasin.

Javob: Har qaysi arqondagi tortilish kuchi 5400 N

19-masala. Samolyot tikka sho'ng'ib, tezligini 300 m/s ga yetkazdi, shundan keyin uchuvchi vertikal tekislikda radiusi $R=600$ m bo'lgan aylana yoyini chizib, samolyotni pikedan olib chiqdi. Uchuvchining massasi 80 kg. Uchuvchini o'rindiqqa bosadigan eng katta kuch qancha?

Javob: 12784 N.

20-masala. Og'irligi 10 N bo'lgan M yuk $l=2$ m uzunlikdagi trossga osilgan va tross bilan birga $\varphi = \frac{\pi}{6} \sin 2\pi t$ tenglamaga muvofiq tebranadi, bunda φ -trossning vertikalidan og'ish burchagi (radian hisobida), t -sekundlar hisobidagi vaqt. Yukning yuqori va quyi holatlarida trossning T_1 va T_2 tortilishlari aniqlansin.

Javob: $T_1=32,1$ N, $T_2=8,65$ N.

21-masala. Tosh shaxtaga boshlang'ich tezliksiz tushib keladi. Toshning shaxta tubiga tushib urilishidan chiqqan tovush toshning tusha boshlagan vaqtdan 6,5 s keyin eshitaladi. Tovush tezligi 330 m/s ga teng. Shaxta chuqurligi topilsin.

Javob: 175 m

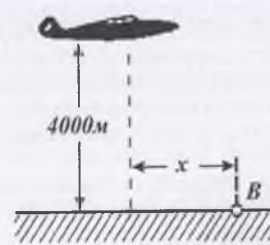
22-masala. Snaryad to'p og'zidan 571 m/s gorizontaal tezlik bilan uchib chiqadi. Snaryadning massasi 6 kg. Agar snaryad to'p ichida 2 m yo'l o'tib chiqqan bo'lsa, porox gazlarining o'rta bosimi P qancha? Agar gazlar bosimi doimiy deb hisoblansa, snaryad to'p stvolida qancha vaqt harakat qiladi?

Javob: $P = 4,88 \cdot 10^4$ N, $t = 0,007$ s

23-masala. Massasi m bo'lgan jism turtib yuborilganda g'adibudur gorizontaal tekislikda 5 s da 24,5 m masofani o'tib to'xtagan. Ishqalanish koeffitsiyenti aniqlansin.

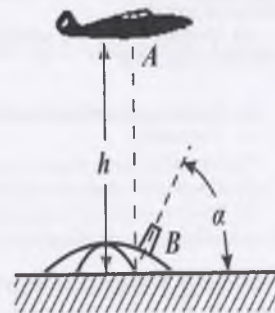
Javob: $f = 0,2$

24-masala. A samolyot yerdan 4000 m balandlikda 140 m/s gorizontaal tezlik bilan uchadi. Berilgan B nuqtaga samolyotdan boshlang'ich nisbiy tezliksiz yuk tashlash kerak. Bu yukni B nuqtadan gorizontaal to'g'ri chiziq bo'ylab o'lchanadigan qanday x masofada tashlash kerak? Havoning qarshiligi hisobga olinmasin.



Javob: $x=4000$ m

25-masala. A samolyot yerdan h balandlikda g_1 gorizontaal tezlik bilan uchadi. Samolyot B to'p bilan bir vertikalda bo'lgan vaqtda shu to'pdan samolyotga snaryad otilgan. Snaryad samolyotga tegishi uchun 1) Snaryadning boshlang'ich tezligi g_0 qanday shartni qanoatlantirishi kerak? 2) Snaryad gorizontga qanday α burchak ostida otilishi lozim? Havoning qarshiligi hisobga olinmasin.



Javob: 1) $g_0^2 \geq g_1^2 + 2gh$; 2) $\cos \alpha = \frac{g_1}{g_0}$

Testlar:

1. Dinamikaning asosiy qonuni qaysi?

A) moddiy nuqtaning massasini unga ta'sir qilayotgan kuchlardan oladigan tezlanishiga ko'paytmasi, moduli bo'yicha kuchga teng bo'lib, moddiy nuqtaning oladigan tezlanishning yo'nalishi kuchning yo'nalishi bilan bir xil bo'ladi.

B) ikkita moddiy nuqtaning bir-birlariga ta'sir kuchlari, shu nuqtalarni birlashtiruvchi chiziqda joylashib, modullari teng lekin yo'nalishlari qarama qarshi bo'ladi.

C) tashqi muhit ta'siridan ihotalangan moddiy nuqtaga qo'yilgan kuchlar uning holatini o'zgartirmaguncha, u o'zining tinch holatini yoki to'g'ri chiziqli tekis harakatini davom etdiradi.

D) to'g'ri javob keltirilmagan

2. Dinamika bo'limida nimalar o'rganiladi?

A) Moddiy nuqtaning harakatini faqat geometrik nuqtai nazardan o'rganiladi

B) Nuqtaning faqat muvozanat vaziyati o'rganiladi

C) Moddiy nuqtaning harakatini unga ta'sir etuvchi kuchlarga bog'lab o'rganiladi

D) Moddiy nuqtaning harakati ishqalanish kuchlaridan holi ravishda o'rganiladi

3. Nyuton qonunlari qanday sanoq sistemasida o'rinli?

A) Noinersial

B) Inersial

C) Har ikkala sanoq sistemalarida ham

D) Nyuton qonunlarining qo'llanilishi inersial sanoq sistemalarining tanlab olinishiga bog'liq emas

4. To'g'ri chiziqli va teng o'lchovli harakat moddiy nuqtaning inersiyasi bo'yicha harakatidan iborat. Bu hodisani ta'riflovchi qonun dinamikaning qaysi qonunini asoslaydi.

A) Birinchi

B) Ikkinchi

C) Uchinchi

D) To'rtinchi

5. $\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ifodani yana qanday birlikda ifodalash mumkin?

A) Joul

B) Nyuton

C) Vatt

D) Paskal

6. Erkin jismlar uchun dinamikaning birinchi asosiy masalasini yechishdan maqsad nima?

A) Nuqtaning tezligini bilgan holda uning tezlanishini aniqlash.

B) Nuqtaning tezlanishini bilgan holda, uning bosib o'tgan yo'lini aniqlash.

C) Nuqtaning harakat qonunini bilgan holda, unga ta'sir etuvchi kuchni aniqlash.

D) Nuqta ta'sir etuvchi kuchni bilgan holda, unga ta'sir etuvchi kuchni aniqlash.

7. Erkin jismlar uchun dinamikaning ikkinchi asosiy masalasini yechishdan maqsad nima?

A) Nuqtaning massasini bilgan holda, unga ta'sir etuvchi kuchni aniqlash.

B) Nuqtaning bosib o'tgan yo'lini bilgan holda, uning tezlanishini aniqlash.

C) Nuqtaning tezlanishini bilgan holda, uning tezligini aniqlash.

D) Nuqtaga ta'sir etuvchi kuchni bilgan holda, uning harakat qonunini aniqlash.

8. Bog'langan jismlar uchun dinamikaning birinchi masalasini yechishdan asosiy maqsad nima?

A) Nuqtaga ta'sir etuvchi aktiv kuchni xamda harakat qonunini bilgan holda, bog'lanish reaksiyasini aniqlash.

B) Nuqtaning massasini va uning bosib o'tgan yo'lini bilgan holda, unga ta'sir etuvchi kuchni aniqlash.

C) Nuqtaning bog'lanish reaksiyasini bilgan holda, unga ta'sir etuvchi kuchni aniqlash.

D) Nuqtaning tezligini va bosib o'tgan yo'lini bilgan holda, uning massasini aniqlash.

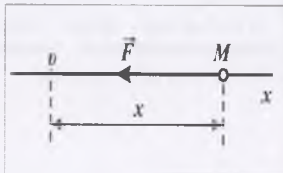
II BOB. MODDIY NUQTANING TEBRANMA HARAKATI

2.1. Nuqtaning to'g'ri chiziqli tebranma harakati. Erkin tebranishlar

To'g'ri chiziqli harakatlanuvchi M nuqtaga, faqat bitta - muvozanatlovchi F kuch qo'yilgan bo'lib, yo'nalishi har doim O markazga qaraydi, moduli esa Shu markazgacha bo'lgan masofaga to'g'ri proporsional bo'lsin (2.1- rasm). Shu to'g'ri chiziqli trayektoriya bo'ylab o'tkazilgan koordinata o'qiga F -kuchning proyeksiyasi quyidagicha bo'ladi,

$$F_x = -cx \quad (2.1)$$

Rasmdan ko'rinib turganidek F - kuchi nuqtani O markazdagi muvozanat holatga keltirishga harakat qiladi, chunki Shu O nuqtada $F=0$ ga teng bo'ladi; Shu sababli unga «muvozanatlovchi» kuch deb ataladi.



2.1 rasm

M nuqtaning harakat qonunini aniqlaymiz. Harakatning differensial tenglamasini Ox o'qidagi proyeksiyasini yozamiz:

$$m\ddot{x} = F_x \text{ yoki } m\ddot{x} = -cx \quad (2.2)$$

Tenglikning ikkala tomonini m -ga bo'lib yuborib va $\frac{c}{m} = k^2$ belgilash kiritib, yuqoridagi tenglamani quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\ddot{x} + k^2 x = 0 \quad (2.3)$$

(2.3) tenglama, muhit qarshiligi erkin tebranma harakatning differensial tenglamasi deb ataladi. Ushbu chiziqli, ikkinchi darajali bir jinsli differensial tenglamaning yechimini $x=e^{nt}$ ko'rinishda izlanadi. (2.3) tenglamadagi x - ni $x=e^{nt}$ orqali ifodalab, noma'lum n - ni aniqlash uchun quyidagi kvadrat tenglamadan iborat bo'lgan xarakteristik tenglamani hosil qilamiz $n^2 + k^2 = 0$. Ushbu tenglamaning ildizlari faqat mavhum ($n_{1,2} = \pm ik$) qiymatlar bo'lgani sababli, differensial tenglamalarning nazariyasiga asosan, (2.3) tenglamaning umumiy yechimi, quyidagicha bo'ladi

$$x = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt, \quad (2.4)$$

bu yerdagi C_1 va C_2 - lar integral doimiylardir. Agar, C_1 va C_2 - o'zgarmas qiymatlarning o'rniga A va α -dan tashkil topgan

boshqacha, ya'ni $C_1 = A \cos \alpha$, $C_2 = A \sin \alpha$ larni kiritsak, u holda (2.4) tenglamaning ko'rinishi

$$x = A(\sin kt \cos \alpha + \cos kt \sin \alpha)$$

yoki

$$x = A \sin(kt + \alpha), \quad (2.5)$$

ko'rinishda bo'ladi. Bu (2.3) tenglamaning boshqacha yechimi bo'lib, integral doimiylari sifatida A va α -lar ishtirok etmoqda. Ular orqali harakatni tadqiq qilish ancha qulay hisoblanadi. Tebranma harakatdagi nuqtaning tezligi

$$v_x = \dot{x} = Ak \cos(kt + \alpha), \quad (2.6)$$

(2.5) qonuniyat bilan tebranuvchi nuqtaning harakati *garmonik tebranma harakat* deb ataladi.

M nuqtaning tebranish markazi O nuqtadan eng katta uzoqlashgan qiymati A , *tebranish amplitudasi* deb ataladi. $\varphi = kt + \alpha$ *tebranish fazasi* deb ataladi. Tebranish fazasi- φ , nuqtaning koordinatasi x -dan farqli ravishda, berilgan vaqtdagi nuqtaning holatini aniqlabgina qolmasdan, keyingi harakatning yo'nalishini ham belgilab beradi; masalan, fazasi φ bo'lgan M holatdan, nuqta o'ng tomonga qarab harakatlanadi, fazasi $(\pi - \varphi)$ bo'lganda esa chap tomonga qarab harakatlanadi.

Nuqtaning to'la bir marta tebranishi uchun sarflangan vaqt oraliq'i T (yoki τ), *tebranish davri* deb ataladi. Davr o'tishi bilan faza 2π - o'zgaradi. Shu sababli $kT = 2\pi$ bo'lishi shart, bundan tebranish davri aniqlanadi

$$T = 2\pi/k \quad (2.7)$$

Tebranish davriga teskari nisbatda bo'lgan

$$v = \frac{1}{T} = \frac{k}{2\pi} \quad (2.8)$$

qiymat, tebranish chastotasi deb ataladi va u $1/s$ vaqt ichidagi tebranishlar sonini ifodalaydi.

Bundan ko'rinib turibdiki, k - qiymat v - dan faqat 2π ko'paytmasi bilan farqlanar ekan. Keyinchalik, qisqaroq gapirish uchun k - ni ham chastota degan so'z bilan atayveramiz.

Endi A va α integral doimiylarining son qiymatlarini aniqlaymiz.

A va α -ni boshlang'ich shartlarga asosan aniqlash. Odatdagidek, $t=0$ da $x=x_0$, $\dot{x}=\dot{x}_0$ ekanligidan foydalanib, (2.5) va (2.6) formulalar orqali $x_0=A\sin\alpha$, $\frac{\dot{x}_0}{k}=A\cos\alpha$ -ni aniqlaymiz. Bu tengliklarni kvadratga ko'tarib, ularni hadma-had qo'shsak, so'ngra ularning birini ikkinchisiga nisbatini olsak, A va α larning qiymatlarini aniqlaymiz

$$A = \sqrt{x_0^2 + \dot{x}_0^2 / k^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{kx_0}{\dot{x}_0} \quad (2.9)$$

A va α -larni nuqtaning chegaraviy shartlari orqali aniqlash.

Nuqtaning erkin tebranma harakatiga o'zgarmas kuchning ta'siri. Faraz qilaylik, moddiy M nuqtaga, O markazga intilgan muvozanatlovchi kuchdan tashqari, moduli va yo'nalishi o'zgarmas bo'lgan P - kuch ham ta'sir qilsin. Bunday holatda, M nuqtaning muvozanat holati O markazda bo'lmay qoladi va u yangi O_1 nuqtada bo'ladi. Chunki shu O_1 nuqtada P kuchi bilan F kuchi o'zaro muvozanatlashadilar, va bu $OO_1=\lambda_{st}$ masofa $c\lambda_{st}=P$ formula orqali aniqlanadi, ya'ni

$$\lambda_{st} = \frac{P}{c} \quad (2.10)$$

λ_{st} -qiymat, *statik og'ish* deb ataladi.

Tebranish davrini T - orqali ifodalaymiz. (2.10) va (2.2) formulalar orqali $k^2=P/m\lambda_{st}$ - ni aniqlaymiz. U holda

$$T = 2\pi\sqrt{m\lambda_{st}/P} \quad (2.11)$$

Shunday qilib, tebranish davri statik og'ish λ_{st} - ning kvadrat ildiziga to'g'ri proporsional ekan.

2.2. Nuqtaning majburiy tebranma harakati

Ushbu mavzuda, nuqtaga muvozanatlovchi F kuchdan tashqari, vaqt mobaynida davriy ravishda o'zgarib turuvchi Q - kuchi ham ta'sir etgan, ya'ni tebranma harakatning juda bir muhim masalasini ko'rib o'tamiz. Q - kuchining Ox o'qidagi proyeksiyasi,

$$Q_x = Q_0 \sin pt \quad (2.12)$$

ga teng bo'lsin. Bunday kuchga *uyg'otuvchi kuch* deb ataladi va shu kuch ta'siridagi tebranma harakatni *majburiy tebranishlar* deb

atashadi. (2.12) formuladagi p - qiymatga *uyg'otuvchi kuchning chastotasi* deb ataladi.

Vaqtga bog'liq bo'lgan uyg'otuvchi kuch, boshqacha qonuniyat bo'yicha ham o'zgarishi mumkin. Lekin biz, faqat (2.12) ko'rinishdagi qonuniyat bilan o'zgaradigan uyg'otuvchi kuchlar ustida mavzu olib boramiz xolos. Ushbu (2.12) ko'rinishdagi uyg'otuvchi kuchga *garmonik uyg'otuvchi kuch* deb ataladi.

1. Muhit qarshiligi bo'lmagan holdagi majburiy tebranishlar. Harakatlanuvchi nuqtaga muvozanatlovchi F kuchdan tashqari faqat *uyg'otuvchi kuch* - Q ta'sir etsin. U holda nuqtaning harakat differensial tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi

$$m\ddot{x} = -cx + Q_0 \sin pt$$

Bu tenglamaning ikkala tomonini m - ga bo'lamiz va quyidagi belgilashlarni kiritamiz

$$c/m=k^2, \quad Q_0/m=P_0 \quad (2.13)$$

P_0 - ning o'lchov birligi tezlanish kabi bo'ladi. U holda yuqoridagi differensial tenglama quyidagi ko'rinishga keladi

$$\ddot{x} + k^2 x = P_0 \sin pt \quad (2.14)$$

(2.14) tenglama *muhit qarshiligi bo'lmagan holdagi nuqtaning majburiy tebranma harakatining differensial tenglamasi* deb ataladi. Differensial tenglamalar nazariyasiga asosan, bunday tenglamaning yechimi $x=x_1+x_2$ ko'rinishda bo'ladi. Bu yerdagi x_1 - tenglamaning o'ng tomonisiz, ya'ni (2.14) ko'rinishdagi umumiy yechimi bo'lib x_2 - esa (2.14) to'liq tenglamaning birorta xususiy yechimidan iborat bo'ladi.

Tenglamaning x_2 - yechimini $p \neq k$ deb hisoblab, quyidagi ko'rinishda axtaramiz

$$x_2 = B \sin pt$$

bu yerdagi B - o'zgarmas qiymat bo'lib, uning qiymati shunday bo'lishi lozimki, uni (2.14) - ga qo'yilganda tenglama ayniyatga aylanib qoladi. Shunga asosan, x_2 va uning ikkinchi taribli hosilasi

$$-p^2 B \sin pt + k^2 B \sin pt = P_0 \sin pt$$

Ushbu tenglik, vaqt t - ning ixtiyoriy qiymatlarida ham qanoatlanishi uchun $B(k^2 - p^2) = P_0$ bo'lishi kerak, yoki

$$B = P_0 / (k^2 - p^2)$$

Shunday qilib, izlanayotgan xususiy yechim aniqlandi, ya'ni

$$x_2 = \frac{P_0}{k^2 - p^2} \sin pt \quad (2.15)$$

To'liq yechim $x=x_1+x_2$ ko'rinishda bo'lganligi sababli, hamda x_1 -ning yechimi ma'lum bo'lganligi uchun, tenglamaning umumiy yechimi

$$x = A \sin(kt + \alpha) + \frac{P_0}{k^2 - p^2} \sin pt \quad (2.16)$$

bu yerdagi A va α - integral doimiylari bo'lib, ular boshlang'ich shartlar orqali aniqlanadi. (2.16) yechimdan ko'rinib turibdiki, tebranma harakat ikkita, ya'ni: 1) chastotasi - k va amplitudasi A - (amplituda boshlang'ich shartlarga bog'liq holda bo'ladi) bo'lgan *xususiy tebranishlar*; 2) chastotasi - p va amplitudasi B - (bu amplituda boshlang'ich shartlarga bog'liq holda bo'lmaydi) bo'lgan *majburiy tebranishlarning* yig'indisidan iborat bo'lar ekan.

Lekin amalda, u yoki bu qarshiliklar evaziga, xususiy tebranishlar tez orada so'nadi. Shu sababli, nuqtaning asosiy tebranma harakati, (2.15) tenglama orqali bo'ladigan majburiy tebranishlardan iborat bo'ladi.

Majburiy tebranishlarning chastotasi - p , uyg'otuvchi kuchning chastotasiga teng bo'ladi. Agar shu majburiy tebranishlar amplitudasining qiymatini surat va mahrajini k^2 -ga bo'lib yuborsak,

$$B = \frac{P_0}{|k^2 - p^2|} = \frac{\lambda_0}{|1 - p^2/k^2|} \quad (2.17)$$

bu yerdagi $\lambda_0 = P_0/k^2 = Q_0/c$, ya'ni λ_0 - nuqtaning Q - kuch ta'siridagi statik og'ishi bo'lib (2.13) formula orqali aniqlanadi. Ko'rinib turgandek, B - ning qiymati uyg'otuvchi kuchning chastotasi p - ni, xususiy chastota k - ga nisbatiga bog'liq ekan. Quyidagicha

$$z = p/k, \quad \eta = B/\lambda_0 \quad (2.18)$$

belgilashlar kiritamiz. O'lchov birligi bo'lmagan η - koeffitsientni *dinamiklik koeffitsient* deb ataladi. U orqali, majburiy tebranishlarning amplitudasi B - ning (ya'ni, tebranish markazidan maksimal og'ishni), statik λ_0 - og'ishga nisbatan necha marta katta bo'lishi mumkin ekanligi aniqlanadi va chastotalarning nisbati z -ga bog'liq bo'ladi.

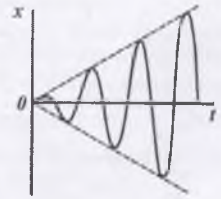
Agar $p=0$ (yoki $p < k$) bo'lsa, amplituda λ_0 - ga teng (yoki shu qiymatga yaqin) bo'ladi. Agar p - ning qiymati k - ga yaqin bo'lsa, amplituda B juda katta bo'ladi. Nihoyat $p \gg k$ bo'lsa amplituda B - ning qiymati juda kichik (yoki nolga yaqin) bo'ladi. Yana shuni ta'kidlash lozimki, agar $p < k$ bo'lsa, majburiy tebranishlar fazasi bilan uyg'otuvchi kuchning fazasi ustma-ust (ikkalasi ham pt -ga teng)

tushar ekan. Agar $p > k$ bo'lsa, u holda sinusning ostiga manfiy ishorani kiritib, quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin

$$x_2 = \frac{P_0}{k^2 - p^2} \sin(pt - \pi)$$

Rezonans. Agar $p=k$ bo'lsa, ya'ni uyg'otuvchi kuchning chastotasi

Demak, $p > k$ bo'lganda majburiy tebranishlar fazasi bilan, uyg'otuvchi kuchning fazasi, bir-biriga nisbatan π burchakka surilgan bo'ladi (Q kuchining qiymati maksimum bo'lib, o'ng tomonga yo'nalsa, tebranayotgan massa maksimum chap tomonga surilgan bo'ladi).



2.2-rasm.

xususiy chastota bilan teng bo'lsa, *rezonans* deb ataladigan hodisa ro'y beradi (2.2-rasm). Rezonans hodisasida amplitudaning qiymati, katta miqdorda (katta quloch bilan tebrana boshlaydi) ortib ketadi.

2. Muhit qarshiligi ta'siridagi majburiy tebranishlar. Harakatdagi nuqtaga, muvozanatlovchi kuch F , tezlikka proporsional ravishda o'zgaruvchi qarshilik kuchi R , va uyg'otuvchi kuch Q ta'sir etsin. Bunday kuchlar ta'siridagi nuqtaning harakat differensial tenglamasi, quyidagicha bo'ladi

$$m\ddot{x} = -c\dot{x} - kx + Q_0 \sin pt \quad (2.19)$$

Tenglamaning ikkala tarafini m - ga bo'lib, belgilashlarni e'tiborga olsak, yuqoridagi tenglama

$$\ddot{x} + 2b\dot{x} + k'x = P_0 \sin pt \quad (2.20)$$

(2.20) tenglama, *yopishqoq muhit qarshiligi ta'siridagi majburiy tebranma harakatning differensial tenglamasi* deb ataladi. Uning umumiy yechimi $x=x_1+x_2$ ko'rinishda bo'ladi.

Tenglamaning x_2 - yechimini, quyidagi ko'rinishda axtaramiz

$$x_2 = B \sin(pt - \beta)$$

bu erdagi B va β - o'zgarmas qiymatlar.

Shunga asosan, x_2 - ning hosilalarini hisoblaymiz

$$\dot{x} = Bp \cos(pt - \beta), \quad \ddot{x} = -Bp^2 \sin(pt - \beta)$$

Bu hosilalarni va x_2 - ning qiymatlarini (2.20) ning chap tomoniga keltirib qo'ysak, hamda qisqaroq yozish maqsadida $pt - \beta = \psi$ (yoki $pt = \psi + \beta$) belgilash kiritdik

$$B(-p^2+k^2)\sin\psi+2bpB\cos\psi=P_0(\cos\beta\sin\psi+\sin\beta\cos\psi)$$

Har qanday ψ - qiymatlarda ham, ya'ni ixtiyoriy vaqt uchun ushbu tenglama qanoatlanishi uchun, uning chap va o'ng tomonlaridagi $\sin\psi$ va $\cos\psi$ larni oldilaridagi o'zgaras koeffitsientlar o'zaro teng bo'lishlari shart; Demak

$$B(p^2-k^2)=P_0\cos\beta, \quad 2bpB=P_0\sin\beta$$

Yuqoridagi ikkala tenglamani (bulardan β - ning qiymatini aniqlashda ham foydalaniladi) kvadratlarining yig'indilari va ularni birlariga nisbatlari orqali B va β larning qiymatlarini aniqlaymiz

$$B=\frac{P_0}{\sqrt{(k^2-p^2)+4b^2p^2}}, \quad \operatorname{tg}\beta=\frac{2bp}{k^2-p^2} \quad (2.21)$$

(2.21) tenglamaning to'liq yechimi, quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$x=Ae^{i\omega t}\sin(k_1t+\alpha)+B\sin(pt-\beta) \quad (2.22)$$

bu yerdagi A va α - lar integral doimiylari bo'lib, boshlang'ich shartlar orqali aniqlanadi. B va β lar esa (2.22) formulada aniqlangan bo'lib, boshlang'ich shartlarga bog'liq emas.

Ushbu tebranma harakat murakkab bo'lib, xususiy (2.22) tenglamaning birinchi hadi, va majburiy (2.22) tenglamaning ikkinchi hadi, tebranma harakatlarning yig'indilaridan iborat bo'ladi.

Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar.

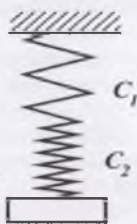
26-masala. Qattqlik koeffitsientlari c_1 va c_2 - bo'lgan ikkita ketma ket ulangan prujinalarga osib qo'yilgan yukning tebranish davri aniqlansin.

Yechilishi: Har bir prujina statik holatda P kuch bilan tortilmoqda. Demak, prujinalarning statik uzayishlari $\lambda_{st1}=P/c_1$, va $\lambda_{st2}=P/c_2$. U holda prujinalarning umumiy uzayishi

$$\lambda_{st}=\lambda_{st1}+\lambda_{st2}=P\left(\frac{1}{c_1}+\frac{1}{c_2}\right)=P\frac{c_1+c_2}{c_1c_2}$$

$P=c_{ekv}\lambda_{st}$ deb hisoblasak, yuqoridagi formuladan,

$$c_{ekv}=\frac{c_1+c_2}{c_1c_2}$$



bu yerdagi c_{ekv} - ekvivalent prujining bikirlik koeffitsienti, ya'ni shu ikkita prujining o'rni bosuvchi yagona prujining bikirligi. Xususi holda, agar $c_1=c_2=c$ bo'lsa, $c_{ekv}=c/2$ bo'ladi.

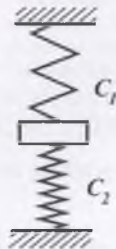
Tebranish davri quyidagi formula orqali aniqlanadi,

$$T=2\pi=\sqrt{\lambda_{st}/g}=2\pi\sqrt{\frac{P}{g}\frac{c_1+c_2}{c_1c_2}}$$

27-masala. Oldingi masalani, yuk prujinalarga ushbu shakidagidek osilgandagi holati uchun yechilsin.

Yechilishi: Ushbu holatda, ikkala prujining statik uzayishi (siqilishi) o'zaro teng bo'ladi. Hamda og'irlik kuchi P , $\lambda_{st1}=P/c_1$, va $\lambda_{st2}=P/c_2$ lardan iborat elastik kuchlari bilan muvozanatlashadi, ya'ni $P=(c_1+c_2)\lambda_{st}$. Bundan $c_{ekv}=(c_1+c_2)$ bo'ladi. Natijada tebranish davri

$$T=2\pi\sqrt{\lambda_{st}/g}=2\pi\sqrt{\frac{P}{g(c_1+c_2)}}$$



28-masala. Pujina uchiga osilgan, massasi $M=12$ kg bo'lgan yuk garmonik tebranma harakat qiladi. Sekundomer bilan jismning 45 s ichida 100 marta to'la tebranishi aniqlandi. Shundan keyin prujina uchiga qo'shimcha ravishda massasi $M_1=6$ kg bo'lgan yuk osildi. Pujinadagi ikkala yukning tebranish davri aniqlansin.

Yechilishi: $T=\frac{t}{N}=\frac{45s}{100}=0,45s$ orqali jismning to'la tebranish davrini aniqlaymiz. Pujining tebranish davri M massali yuk ta'sirida $T=2\pi\sqrt{\frac{M}{c}}$ orqali va qo'shimcha M_1 massali yuk ta'sirida esa $T_1=2\pi\sqrt{\frac{M+M_1}{c}}$ tebranish davriga ega bo'ladi. Ushbu ikkita tebranish davrlarini birgalikda yechamiz.

$$\begin{aligned} T_1\sqrt{\frac{c}{M+M_1}}&=T\sqrt{\frac{c}{M}} \\ T_1\sqrt{\frac{M+M}{M}}&=0,45\sqrt{\frac{18}{12}}=0,55s \end{aligned}$$

29-masala. AB prujinaning bir uchi A nuqtaga biriktirilgan. Uni 1 m cho'zish uchun B nuqtaga 196 N kuchni statik ravishda qo'yish kerak. Prujina deformatsiyalanmagan paytda uning pastdagi B uchiga massasi $0,1\text{ kg}$ bo'lgan C tosh ilinib, boshlang'ich tezliksiz qo'yib yuborilgan. Pujinaning massasini hisobga olmay, toshning keying harakat tenglamasi tuzilsin va uning amplitudasi hamda tebranish davri ko'rsatilsin. Toshning harakati uning statik muvozanat holatidan boshlab vertikal pastga yo'nalgan o'qqa nisbatan olinsin.



Yechilishi: Harakat diffrential tenglama quyidagicha aniqlanadi:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = p - c(\lambda_{st} + x)$$

Pujinaning statik ravishda uzayishini quyidagi $\lambda_{st} = \frac{p}{c} = \frac{mg}{c}$ tenglama orqali aniqlaymiz. Unga ko'ra bu kattalik miqdori $0,05\text{ ga}$ teng ekan. Pujinaning harakat tenglamasini soddaroq ko'rinishda tasvirlab quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = p - c\lambda_{st} - cx = c\lambda_{st} - c\lambda_{st} - cx = -cx$$

Endi esa tebranma harakat qonuni hosil bo'lganini bilish qiyin emas va bu tenglama

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + cx = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{c}{m} = 0 \quad \frac{c}{m} = k^2 \text{ ko'rinishda bo'ladi.}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + k^2 x = 0$$

Doiraviy chastota formulasi orqali pujinaning tebranish davri aniqlanadi.

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}} = 0,45\text{ s}$$

Tebranma harakat qonunining yechimi $x = c_1 \sin kt + c_2 \cos kt$ tezligining qonuniyati esa $\frac{dx}{dt} = c_1 k \cos kt - c_2 k \sin kt$ holatda bo'ladi. Ushbu

qonuniyatlarni prujina harakatining boshlang'ich shartlariga bog'liq ravishda ifodalaymiz. Ya'ni:

$$\begin{aligned} t=0, \quad \vartheta=0, \quad x_0 &= -\lambda_{st} \\ -\lambda_{st} &= c_1 \sin(k \cdot 0) + c_2 \cos(k \cdot 0) \\ 0 &= c_1 k \cos(k \cdot 0) - c_2 k \sin(k \cdot 0) \end{aligned}$$

Ushbu shartlardan $c_1 = 0$, $c_2 = -\lambda_{st}$ o'rinli ekanligi kelib chiqadi. Aniqlangan kattaliklarni harakat tenglamaga keltirib qo'ysak natijada ushbu ko'rinishni oladi

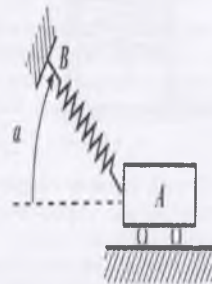
$$x = -\lambda_{st} \cos kt,$$

$$k = \sqrt{\frac{c}{m}} = 14\text{ s}^{-1},$$

$$x = -0,05 \cos 14t.$$

30-masala. Massasi m ga teng A jism gorizontal to'g'ri chiziq bo'ylab siljishi mumkin. Jismga bikirlik koeffitsiyenti c bo'lgan prujina biriktirilgan. Pujinaning ikkinchi uchi qo'zg'almas B nuqtaga mahkamlangan. Burchak

$\alpha = \alpha_0$ bo'lganda prujina deformatsiyalanmagan. Jism kichik tebranishlarining chastotasi va tebranish davri aniqlansin.



Yechilishi: A jism siljiganda uning harakat yo'nalishiga qarshilik ko'rsatuvchi va B nuqtaga yo'nalgan F kuch ta'siriga uchraydi. Natijada barcha kuchlarning gorizontal x bo'yicha proyeksiyalari hisobga olinganda harakat tenglama quyidagi ko'rinishni egallaydi.

$$m\ddot{x} = -F_x$$

Bunda F_x - F ning x o'qdagi proyeksiyasi.

$$m\ddot{x} = -F \cos \alpha_0$$

$$m\ddot{x} = -c\gamma \cos \alpha_0$$

$$m\ddot{x} = -cx \cos \alpha_0^2$$

Tenglamani barcha hadlarini tenglikning chap tomoniga o'tkazib massaga bo'lib yuborsak $\ddot{x} + k^2 x = 0$ diffrential tenglamaga ega

bo'lamiz va ushbu holatdan ayonki $k^2 = \frac{c \cos^2 \alpha_0}{m}$ va tebranish chastotasi

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c \cos^2 \alpha_0}} \text{ ko'rinishga ega bo'ladi.}$$

31-masala. Massasi $24,5 \text{ kg}$ bo'lgan yuk bikirlik koeffitsiyenti 392 N/m bo'lgan prujinada osilib turibdi. Agar yukka $F = 156,8 \sin 4t \text{ N}$ kuch ta'sir eta boshlagan bo'lsa, yukning harakat qonuni aniqlansin?

Yechilishi: Ushbu holda erkin tebranma harakat tenglamasi bilan bir qatorda majburiy tebranma harakat holati ham mavjud. Shunday ekan yukning harakat tenglamasi aynan shu harakatlarning yig'indisidan tashkil quyidagi differensial ko'rinishda aniqlanadi.

$$m\ddot{x} = -c(\lambda_n + x) + mg + 156,8 \sin 4t$$

$$m\ddot{x} = -c\lambda_n - cx + mg + 156,8 \sin 4t$$

Ma'lumki $c\lambda_n = mg$ ekanligini inobatga olsak differensial tenglama $m\ddot{x} = -cx + 156,8 \sin 4t$ ko'rinishni egallaydi.

Harakat tenglamaning barcha hadlarini massaga bo'lib kerakli noma'lumlar aniqlanadi. Unga ko'ra:

$$\frac{c}{m} = k^2 \Rightarrow k = \sqrt{\frac{392 \text{ N/m}}{24,5 \text{ kg}}} = 4 \text{ s}^{-1} = p, \quad P_0 = \frac{F_0}{m} = \frac{156,8 \text{ N}}{24,5 \text{ kg}} = 6,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Demak harakat tenglamaning quyidagi $\ddot{x} + k^2 x = P_0 \sin pt$ ko'rinishi ma'lum bo'ldi. Ushbu tenglama bir jinsli bo'lmagan sababli uning umumiy yechimini $x = x_1 + x_2$

ko'rinishda izlaymiz. Bunda:

$$x_1 = A \sin(kt + \alpha)$$

$$x_2 = Bt \cos pt$$

x_2 ning ikkinchi tartibli hosilasi $\ddot{x}_2 = -2Bp \sin pt - p^2 Bt \cos pt$ va ularning umumiy holdagi yig'indi shakli $-2Bp \sin pt - p^2 Bt \cos pt + k^2 Bt \cos pt = P_0 \sin pt$ ko'rinishni egallaydi. Tenglamada $p=k$ ekanligini hisobga olsak 2 va 3 hadlardan ozod bo'lamiz. Shunga ko'ra:

$$-2Bp \sin pt = P_0 \sin pt, \Rightarrow B = -\frac{P_0}{2p} = -\frac{6,4 \text{ m/s}^2}{2 \cdot 4 \text{ s}^{-1}} = -0,8 \text{ m/s}$$

Boshlang'ich shartlar $t=0, x_0=0, \dot{x}_0=0$ ekanligidan.

$$x = A \sin(kt + \alpha) - 0,8t \cos kt$$

$$\dot{x} = Ak \cos(kt + \alpha) - 0,8(\cos kt + kt \sin kt)$$

harakat tenglamalari ushbu ko'rinishni egallaydi.

$$0 = Ak \sin \alpha \Rightarrow \alpha = 0$$

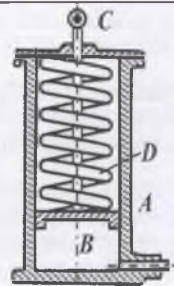
$$0 = Ak \cos \alpha - 0,8 \Rightarrow A = \frac{0,8 \text{ m/s}}{4 \text{ s}^{-1}} = 0,2 \text{ m}$$

Topilgan qiymatlarni inobatga olgan holda yukning harakat qonuni tenglamasini quyidagicha yozish mumkin

$$x = 0,2 \sin 4t - 0,8t \cos 4t \text{ (m)}$$

32-masala. Mashinaning indikator A silindr va uning ichida D prujinaga tiralib yuradigan B porshendan iborat. Porshenga BC sterjen ulanib, unga yozgich C shtift biriktirilgan. Paskalda ifodalanadigan bug'ning bosimi $p = 10^5 (4 + 3 \sin \frac{2\pi}{T} t)$ formula (bunda T -valning bir marta aylanib chiqish vaqti) bilan o'zgaradi va val minutiga 180 marta aylanadi deb olib, shtiftning majburiy tebranishlari amplitudasi quyidagi berilganlarga asosan aniqlansin. Indikator porsheni yuzasi $\sigma = 4 \text{ sm}^2$, indikator harakatlanuvchi qismining massasi

1 kg , prujina $29,4 \text{ N}$ kuch bilan 1 sm ga qisiladi.



Yechilishi: Dastavval prujinaning bikirligini aniqlaymiz: $c = \frac{F}{\Delta l}$.

$$\text{Chastotasi } k = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{2940 \text{ N/m}}{1 \text{ kg}}} = 54,22 \text{ s}^{-1}.$$

Harakat differensial tenglama $\ddot{x} + k^2 x = h \sin pt + h_0$ bo'lib, undan h ifodaning qiymatini orqali $h = 3 \cdot 10^5 \frac{\sigma}{m} = 120$ aniqlaymiz.

Majburiy tebranishlarning amplitudasi quyidagicha aniqlanadi.

$$A = \frac{h}{k^2 - p^2}. \text{ Bunda } p = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \text{ N}}{t} = 6\pi \text{ s}^{-1}.$$

$$A = \frac{120}{54,22^2 - 6\pi^2} = 4,64 \text{ sm}$$

Mustaqil yechish uchun masalalar:

33-masala. Massasi $M=2t$ bo'lgan yuk $g=5$ m/s o'zgarmas tezlik bilan pastga tushirilayotgan tross, blok oboymasiga qisilib qolib yuk tushirilayotgan trossning uchi to'satdan to'xtab qoldi. Trossning massasini hisobga olmay, yukning keyingi tebranishida trossning eng katta tortilish kuchi qanchaga yetishi aniqlansin. Trossning bikirlik koeffitsiyenti $4 \cdot 10^6$ N/m.

Javob: 466,8 kN

34-masala. Oldingi masalada yuk bilan tross orasiga bikirlik koeffitsiyenti $c_1=4 \cdot 10^3$ N/m bo'lgan elastik prujina o'rnatilgan bo'lsa, trossning eng katta tortilish kuchi topilsin.

Javob: 154,4 kN

35-masala. Vagonning har qaysi resorasiga P N og'irlik to'g'ri keladi. Bu og'irlik ta'sirida muvozanat vaziyatidagi resora 5 m egiladi. Vagonning resoralarda qiladigan xususiy tebranishlari davri aniqlansin. Ressoraning elastiklik qarshiligi uning egilishi strelasiga proporsional.

Javob: $T=0,45$ s

36-masala. Tinib turgan suvdagi kemandi vertikal bo'ylab qiladigan harakati erkin tebranishlarining davri topilsin. Kemandi massasi $M(t)$, uning gorizontal proeksiyasining yuzi $S(m^2)$. Suvning qovushqoqligi tufayli hosil bo'ladigan kuchlar hisobga olinmasin.

Javob: $T=2\pi\sqrt{\frac{M}{\rho g S}}$

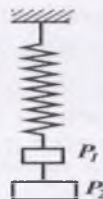
37-masala. Oldingi masalaning shartlariga asosan, kema nolga teng vertikal tezlik bilan suvga tushirib yuborilgan bo'lsa, harakat tenglamasi topilsin.

Javob: $y = -\frac{M}{\rho g S} \cos \sqrt{\frac{\rho g S}{M}} t$ (m)

38-masala. Bikirligi $c=2$ kN/m bo'lgan prujinaga avval 6 kg massali yuk ilindi, keyin uning massasi 21 marta ko'p bo'lgan yuk bilan almashtiriladi. Yuklarning tebranish chastotalari va davrlari aniqlansin?

Javob: $k_1=18,26$ rad/s, $k_2=12,9$ rad/s, $T_1=0,344$ s, $T_2=0,49$ s

39-masala. Bikirligi $c=19,6$ N/m bo'lgan prujinaga massalari $m_1=0,5$ kg va $m_2=0,8$ kg bo'lgan yuklar ilindi. Sistemadan m_2 yuk olinganida, u statik muvozanat holatida tinch holatda edi. Qolgan yukning harakat tenglamasi, chastotasi, siklik chastotasi va tebranish davri topilsin. **Javob:** $x=0,4 \cos 6,26t$ (m), $f=1$ g/s, $k=2\pi$ rad/s, $T=1$ s



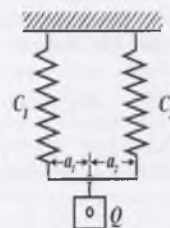
40-masala. $m=2$ kg massali yuk bikirlik koeffitsiyenti $c=98$ N/m bo'lgan prujinada osilib turibdi. Biror payt m_1 yukka $m_2=0,8$ kg massali yuk qo'shildi. Yuklarning birgalikdagi harakat tenglamasi va tebranishlar davri aniqlansin.

Javob: $x=-0,08 \cos 5,916t$ (m), $T=1,062$ s

41-masala. Massasi 4 kg bo'lgan yukni avval bikirligi $c_1=2$ kN/m, keyin $c_2=4$ kN/m bo'lgan prujinaga ilindi. Shu ikki hol uchun yuklarning tebranishlarida chastotalar nisbati bilan tebranishlar davrlarining nisbati topilsin.

Javob: $k_1/k_2=1/\sqrt{2}=0,7071$, $T_1/T_2=\sqrt{2}=1,4142$

42-masala. Bir-biriga parallel qo'shilgan ikkita prujinaga osilgan m massali yukning erkin tebranishlari davri va bu ikkala prujinaga ekvivalent bo'lgan prujinaning bikirlik koeffitsiyenti topilsin. Yuk shunday joylashtirilganki, bikirlik koeffitsiyentlari c_1 va c_2 bo'lgan ikkala prujina ham bir xil uzunlikka cho'ziladi.



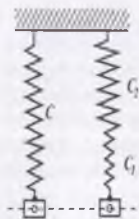
Javob: $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{c_1+c_2}}$; $c=c_1+c_2$ yuk shunday joylashganki $a_1/a_2=c_2/c_1$

43-masala. Oldingi masalaning shartlariga asosan yukni cho'zilmagan prujinalarning uchiga ilib, unga yuqoriga tomon yo'nalgan g_0 boshlang'ich tezlik beriladi deb, yukning harakat tenglamasi topilsin.

Javob: $x = -\frac{mg}{c_1+c_2} \cos \sqrt{\frac{c_1+c_2}{m}} t - g_0 \sqrt{\frac{m}{c_1+c_2}} \sin \sqrt{\frac{c_1+c_2}{m}} t$

44-masala. Ketma-ket ulangan c_1 va c_2 bikirlik ko'effitsiyentlari turlicha bo'lgan ikkita prujinaga ekvivalent prujinaning c bikirlik ko'effitsiyenti aniqlansin va ko'rsatilgan qo'sh prujinaga osilgan m massali yukning tebranishlari davri olinsin.

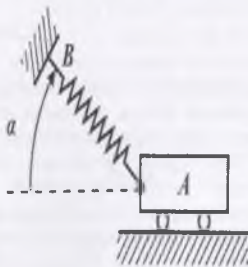
Javob: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m(c_1 + c_2)}{c_1 \cdot c_2}}$, $c = \frac{c_1 \cdot c_2}{c_1 + c_2}$



45-masala. Oldingi masalaning shartlari bo'yicha, yuk boshlang'ich paytda muvozanat holatidan x_0 masofaga qadar pastda bo'lib yuqoriga yo'nalgan a_0 tezlik berilgan bo'lsa, uning harakat tenglamasi topilsin.

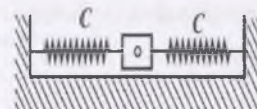
Javob: $x = x_0 \cos \sqrt{\frac{c_1 \cdot c_2}{(c_1 + c_2)m}} t - a_0 \sqrt{\frac{(c_1 + c_2)}{c_1 \cdot c_2}} \sin \sqrt{\frac{c_1 \cdot c_2}{(c_1 + c_2)m}} t$

46-masala. Massasi m ga teng A jism gorizontaal to'g'ri chiziq bo'ylab siljishi mumkin. Jismga bikirlik ko'effitsiyenti c bo'lgan prujina biriktirilgan. Prujinaning ikkinchi uchi qo'zg'almas B nuqtaga biriktirilgan. Burchak $\alpha = \alpha_0$ bo'lganda prujina deformatsiyalanmagan. Jism kichik tebranishlarining chastotasi va tebranish davri aniqlansin.



Javob: $k = \sqrt{\frac{c \cos^2 \alpha_0}{m}}$, $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c \cos^2 \alpha_0}}$

47-masala. Absolyut silliq gorizontaal sirt ustida yotuvchi 10 kg massali yuk bir xil $c = 19,6 \text{ N/sm}$ biriklik ko'effitsiyentiga ega bo'lgan ikkita prujina orasiga qisilgan. Biror paytda yuk muvozanat holatidan 4 sm o'ng tomonga surilib, boshlang'ich tezliksiz qo'yib yuborilgan. Yukning harakat tenglamasi, tebranishlari davri va shuningdek maksimal tezligi topilsin.



Javob: $x = 4 \cos 19,8t \text{ sm}$, $T = 0,317 \text{ s}$, $v_{\max} = 79,2 \text{ sm/s}$

48-masala. Massasi m bo'lgan nuqtaning $Q = -\alpha x$ tiklovchi kuch va F_0 doimiy kuch ta'siridagi to'g'ri chiziqli harakatining tenglamasi aniqlansin? Boshlang'ich paytda $t = 0$, $x_0 = 0$ va $\dot{x}_0 = 0$. Shuningdek tebranish davri ham topilsin?

Javob: $x = \frac{F_0}{c} (1 - \cos kt)$ bunda $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$, $T = \frac{2\pi}{k}$

49-masala. Massasi m ga teng nuqtaning tiklovchi kuch va $F = \alpha x$ kuch ta'siridagi to'g'ri chiziqli harakatining tenglamasi aniqlansin. Boshlang'ich paytda nuqta statik muvozanat holatda turgan va tezligi nolga teng bo'lgan.

Javob: $x = \frac{\alpha}{mk^2} (kt - \sin kt)$ bunda $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$

50-masala. Massasi $24,5 \text{ kg}$ bo'lgan yuk bikirlik ko'effitsiyenti 392 N/m bo'lgan prujinada osilib turibdi. Yukka $F(t) = 156,8 \sin 4t \text{ N}$ kuch ta'sir eta boshlaydi. Yukning harakat qonuni aniqlansin.

Javob: $x = 0,2 \sin 4t - 0,8 t \cos 4t \text{ (m)}$

Testlar:

1) So'nuvchi tebranishlarning differensial tenglamasi qanday ifodalanadi?

- A) $\frac{d^2 x}{dt^2} + 2b \frac{dx}{dt} + k^2 x = 0$
 B) $\frac{dx}{dt} + P = 0$

C) $m \frac{d^2 x}{dt^2} + k^2 x = 0$

D) $\frac{d(mg)}{dt} = 0$

2) Qarshilik kuchi bo'lmagandagi erkin tebranishlarning differensial tenglamasi qanday ifodalanadi?

A) $m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0$

B) $\frac{d^2 x}{dt^2} + k^2 x = 0$

C) $m \frac{d^2 x}{dt^2} + k^2 x = 0$

D) $\frac{d^2 g}{dt^2} - k^2 x = 0$

3) Erkin tebranishlar davri qaysi formuladan aniqlanadi?

A) $T = \frac{2\pi}{k}$

B) $v = T$

C) $T = \frac{2\pi}{v}$

D) $T = \frac{k}{2\pi}$

4) M nuqtaning tebranish markazidan nuqtadan eng katta masofaga og'ishi nima deb ataladi?

A) Tebranish davri

B) Fazalar farqi

C) Chastota

D) Amplituda

5) Tebranish davriga teskari nisbatga ega bo'lga kattalik nima deb ataladi?

A) Tebranish davri

B) Fazalar farqi

C) Chastota

D) Amplituda

6) Qarshilik kuchi bo'lmaganda majburiy tebranishlarning differensial tenglamasi qanday ifodalanadi?

A) $m \frac{d^2 g}{dt^2} + kc = P_0 \sin Pt$

B) $\frac{d^2 g}{dt^2} + kc = \frac{P_0}{m} \sin Pt$

C) $\frac{d^2 x}{dt^2} + k^2 x = P_0 \sin Pt$

D) $\frac{dx}{dt} + k^2 x = P_0 \sin Pt$

7) Qarshilik kuchi mavjud bo'lganda majburiy tebranishlarning differensial tenglamasi qanday ifodalanadi?

A) $m \frac{dx}{dt} + 2ax + k^2 x = P_0 \sin Pt$

B) $\frac{dx}{dt} + 2ax + k^2 x = P_0 \sin Pt$

C) $\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\theta \frac{dx}{dt} + k^2 x = P_0 \sin Pt$

D) $m \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\theta \frac{dx}{dt} + k^2 x = 0$

8) Xususiy tebranishlar chastotasi uyg'otuvchi kuch chastotasiga yaqin kelganda yoki teng bo'lganda qanday hodisa sodir bo'ladi?

A) Amplituda kamayib boradi

B) Rezonans

C) Tebranish davri mavjud bo'lmaydi

D) Jism harakatsiz qoladi

9) Majburiy tebranishlarning amplitudasi Jumlani davom ettiring.

A) boshlang'ich shartlarga uzviy ravishda bog'liq

B) nolga teng

C) boshlang'ich shartlarga bog'liq emas

D) juda kichkina miqdor

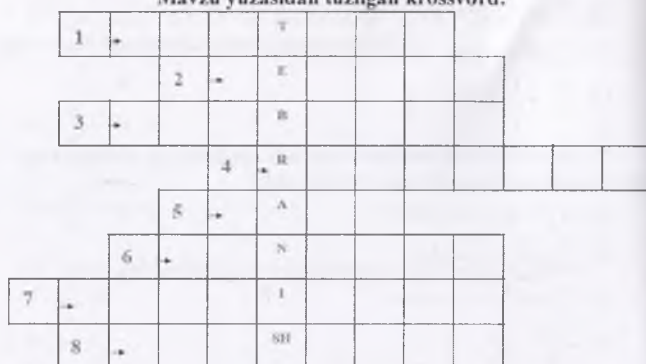
10) Majburiy tebranishlar Jumlani davom ettiring.

A) muhit qarshiligi ta'sirida so'nadi

B) muhit qarshiligi ta'sirida so'nmaydi

- C) amplitudasi doimo boshlang'ich shartlarga bog'liq
D) rezonansni hosil qilmaydi

Mavzu yuzasidan tuzilgan krossvord:



Savollar:

- 1) Nuqtaning bir sekunddagi tebranishlari soni tebranishlar ... dir.
- 2) $\dot{x} = Ak \cos(kt + \alpha)$ ifoda orqali qanday kattalik aniqlanadi?
- 3) ... tebranma harakat nuqta harakatining boshlang'ich shartlariga bog'liq emas.
- 4) Xususiy tebranish chastotasi, uyg'otuvchi kuch chastotasiga teng bo'lsa qanday hodisa sodir bo'ladi?
- 5) Nuqtaning bir marta to'liq tebranishi uchun ketgan vaqt?
- 6) $x = ae^{mt} \sin(kt + \alpha)$ qonun asosidagi harakat ... tebranma harakat qonunidir.
- 7) M nuqtaning O tebranish markazidan eng katta masofaga og'ishiga teng bo'lgan masofa tebranishlar ... sidir.
- 8) $R = -\mu \dot{\vartheta}$ ko'rinishdagi kuch ... kuchining ifodasidir.

III BOB. MODDIY NUQTANING HARAKAT MIQDORI

3.1 Nuqta harakat miqdori va uning o'zgarishi haqidagi teorema.

Mexanikada moddiy nuqta mexanik sistemaning harakat o'lchovlaridan biri sifatida uning harakat miqdori olinadi. Nuqta dinamikasidan ma'lumki nuqta massasi m bilan berilgan ondagi tezligi $\vec{v}$ ning ko'paytmasiga teng

$$q = m\vec{v} \quad (3.1)$$

vektor *nuqtaning harakat miqdorini* ifodalaydi.

Nuqta harakat miqdorining Dekart koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari quyidagicha aniqlanadi:

$$q_x = m\dot{x} = m\dot{x}, \quad q_y = m\dot{y} = m\dot{y}, \quad q_z = m\dot{z} = m\dot{z}. \quad (3.2)$$

Nyutonning 2-qonunini quyidagi ko'rinishda yozib,

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}$$

uni dt ga ko'paytirsak,

$$d(m\vec{v}) = \vec{F}dt \quad (3.3)$$

yoki

$$d(m\vec{v}) = d\vec{S} \quad (3.4)$$

formula o'rinli bo'ladi.

(3.3) yoki (3.4) tenglama nuqta harakat miqdori o'zgarishi haqidagi teorema differensial ko'rinishidir. U quyidagicha o'qiladi: nuqta harakat miqdori differensial nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning elementar impulsiga teng.

(3.3) ni koordinata o'qlariga proyeksiyalab,

$$d(m\dot{x}) = \dot{x}dt, \quad d(m\dot{y}) = \dot{y}dt, \quad d(m\dot{z}) = \dot{z}dt \quad (3.5)$$

$$\text{yoki } dq_x = d\dot{S}_x, \quad dq_y = d\dot{S}_y, \quad dq_z = d\dot{S}_z, \quad (3.6)$$

tenglilarni olamiz.

Demak, nuqta harakat miqdori biror koordinata o'qidagi proyeksiyasining differensial nuqtaga ta'sir etuvchi kuch elementar impulsining mazkur o'qdagi proyeksiyasiga teng.

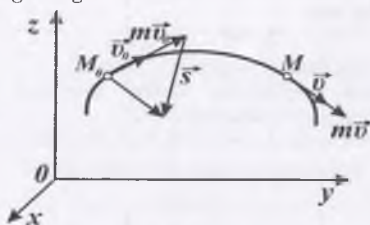
Chekli vaqt ichida nuqta harakat miqdorining o'zgarishini aniqlash uchun (3.3) ni integrallaymiz:

$$m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \int_0^t \vec{F}dt \quad (3.7)$$

$$\text{yoki } m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{S} \quad (3.8)$$

bunda ϑ_0 orqali $t_0 = 0$ boshlang'ich paytdagi tezlik, ϑ bilan istalgan t paytdagi tezlik belgilangan.

(3.7) yoki (3.8) tenglamalari nuqta harakat miqdori chekli vaqt ichida o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi: nuqta harakat miqdori chekli vaqt ichida o'zgarishi nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning shu vaqt ichidagi impulsiga teng.



3.1 rasm

Agar t_0 va t_1 vaqtlardagi nuqtaning harakat miqdorlari $m\vec{\vartheta}_0$ va $m\vec{\vartheta}$ ma'lum bo'lsa, $t_1 - t_0$ vaqtdagi nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning impulsini (3.1 rasm) dek tasvirlash mumkin. Aksincha, chekli vaqt ichidagi kuchning impulsini $\int_0^t \vec{F} dt$ va nuqtaning boshlang'ich tezligi $\vec{v}_0$ ma'lum bo'lsa, istalgan t paytdagi nuqtaning tezligi

$$\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \frac{1}{m} \int_0^t \vec{F} dt \quad (3.9)$$

formuladan aniqlanadi.

Nuqta harakat miqdori o'zgarishining koordinata o'qlaridagi ifodasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\left. \begin{aligned} m\vartheta_x - m\vartheta_{0x} &= S_x \\ m\vartheta_y - m\vartheta_{0y} &= S_y \\ m\vartheta_z - m\vartheta_{0z} &= S_z \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Demak, nuqta harakat miqdori biror koordinata o'qi bo'ylab chekli vaqt ichida o'zgarishi shu vaqt ichidagi nuqtaga ta'sir etuvchi kuch impulsining mazkur o'qdagi proyeksiyasiga teng.

3.2 Kuch impuls. Moddiy nuqta harakat miqdorining momenti

Berilgan nuqtaga boshqa moddiy obyektlarning har ondagı mexanik ta'sirini xarakterlovchi o'lchov sifatida kuch olinadi. Lekin kuch ta'sirining effekti uning har ondagı miqdor va yo'nalishigagina bog'liq bo'lmay, balki uning ta'sir vaqtiga ham bog'liq bo'ladi.

Miqdor va yo'nalish jihatdan o'zgarmas bo'lgan $\vec{F}$ kuch bilan uning ta'sir vaqti t ning ko'paytmasiga teng

$$\vec{S} = \vec{F} \cdot t \quad (3.11)$$

vektor kuchning impulsı deyiladi.

Kuch impulsı yo'nalishi kuch yo'nalishi bilan bir xil bo'ladi.

Kuch impulsı o'zaro mexanik ta'sirning vektorli o'lchovi deyiladi va berilgan vaqt ichida moddiy nuqta (yoki sistema) ga boshqa moddiy obyektlari ta'sirini ifodalaydi.

SI birliklar sistemasida kuch impulsı $N \cdot s$ bilan o'lchanadi.

Agar ta'sir etuvchi kuch $\vec{F} = \vec{F}(t)$ vaqtning funksiyasidan iborat bo'lsa, kuchning dt vaqt ichidagi ta'siri kuchning elementar impulsı deb ataladigan

$$d\vec{S} = \vec{F} \cdot dt \quad (3.12)$$

kattalik bilan aniqlanadi.

Kuch elementar impulsning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari

$$\left. \begin{aligned} dS_x &= X \cdot dt \\ dS_y &= Y \cdot dt \\ dS_z &= Z \cdot dt \end{aligned} \right\}$$

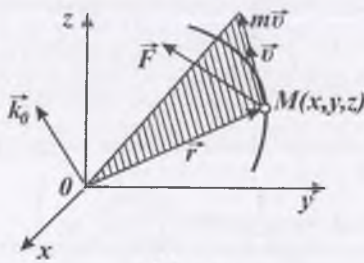
Nuqta harakat miqdori momenti va uning o'zgarishi haqidagi teorema

Moddiy nuqtaning biror markaz atrofida aylanishini xarakterlashda harakatning o'lchovi sifatida nuqta harakat miqdorining momenti tushunchasidan foydalaniladi.

Massasi m , harakat tezligi ϑ ga teng M nuqtaning biror O markazga nisbatan radius - vektori $\vec{r}$ ga teng bo'lsin (3.2 - rasm). O markazga nisbatan nuqta harakat miqdorining momenti deb,

$$\vec{k}_0 = M_0(m\vec{\vartheta}) = \vec{r} \times m\vec{\vartheta} \quad (3.13)$$

ga teng vektor kattalikka aytiladi.



3.2 - rasm

k_0 moment markazi O nuqtaga qo'yiladi.

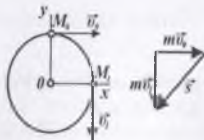
(3.13) ni koordinata o'qlarga proyeksiyalab, o'qlarga nisbatan harakat miqdorining momentlarini aniqlaymiz

$$\begin{aligned} k_x &= M_x(m\vec{g}) = m(yz - zy), \\ k_y &= M_y(m\vec{g}) = m(zx - xz), \\ k_z &= M_z(m\vec{g}) = m(xy - yx). \end{aligned} \quad (3.14)$$

SI birliklar sistemasida harakat miqdorining momenti $kg \cdot m^2/s$ yoki $N \cdot m \cdot s$ bilan o'lchanadi.

Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar.

51-masala. Massasi $m=2 \text{ kg}$ bo'lgan moddiy nuqta, $\vartheta=4 \text{ m/s}$ tezlik bilan aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Nuqta aylananing to'rtidan bir qismini bosib o'tguncha ketgan vaqt ichidagi kuch impulsini aniqlansin.

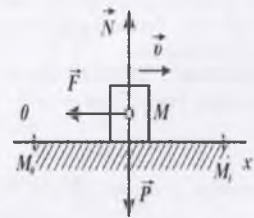
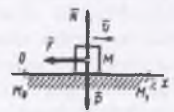


Yechilishi: Harakat miqdorining o'zgarish teoremasiga asosan $S = m\vartheta_1 - m\vartheta_0$. Harakat miqdorlari vektorlarining geometrik ayirmasini ulardan qurilgan to'g'ri burchakli uchburchak orqali aniqlaymiz,

$$S = m\sqrt{\vartheta_1^2 + \vartheta_0^2}$$

Lekin masalaning shartiga ko'ra $\vartheta_0 = \vartheta_1 = \vartheta$ bo'lgani uchun,

$$S = m \vartheta \sqrt{2} = 11,3 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$



52-masala. Gorizontal tekislikdagi massasi m - ga teng bo'lgan yukni turtib yuborish natijasida, unga ϑ_0 - boshlang'ich tezlik berildi. Yukning keyingi harakati tormozlovchi o'zgarmas F - kuch ta'sirida sodir bo'ladi. Yuk to'xtaguncha qancha vaqt o'tishi aniqlansin.

Yechilishi: Masalaning shartiga ko'ra, yuk to'xtaguncha o'tgan vaqtni aniqlash uchun yuqoridagi teoremani qo'llash mumkin ekan. Yukni ixtiyoriy holatda tasvirlaymiz. Yukka og'irlik kuchi P , tekislikning reaksiyasi N va tormozlovchi F kuchlar ta'sir etadi. Ox o'qini yukning harakati tomonga yo'naltiramiz va tenglamalar sistemasining birinchi tenglamasini tuzamiz:

$$m \vartheta_{1x} - m \vartheta_{0x} = \sum S_{kx} \quad (a)$$

Ushbu masalada $\vartheta_{0x} = \vartheta_0$ edi va yuk to'xtaguncha esa $v_{1x} = 0$ bo'ladi. Nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlardan faqat F kuchigina Ox o'qqa proyeksiya beradi. Bu kuch o'zgarmas bo'lgani uchun $S_x = F_x t_1 = -F t_1$ bo'ladi, bu erda t_1 - tormozlanish davri. Ushbu qiymatlarni (a) tenglamaga qo'ysak, $-m \vartheta_0 = -F t_1$, bundan t_1 - ni aniqlaymiz, ya'ni

$$t_1 = m \vartheta_0 / F \quad (b)$$

Shunday qilib, tormozlanish vaqti tezlikka proporsional ravishda o'zgarar ekan.

53-masala. Temir yo'l poyezdi yo'lining gorizontaal va to'g'ri chiziqli uchastkasida harakat qiladi. Tormozlaganda hosil bo'ladigan qarshilik kuchi poezd og'irligining $0,1$ qismiga teng bo'ladi. Tormozlash boshlanganda poezdning tezligi 20 m/s ga teng bo'ladi. Tormozlash vaqti va tormoz yo'li topilsin.

Yechilishi: harakat to'g'ri chiziqli, shuning uchun uchta tenglamadan faqat bittasi qoladi.

$$m\dot{\vartheta}_x - m\dot{\vartheta}_{0x} = \sum S_x$$

$$0 - m\dot{\vartheta}_0 = -R \cdot t \quad \text{yoki} \quad -m\dot{\vartheta}_0 = -0,1p \cdot t$$

$$m\dot{\vartheta}_0 = 0,1mgt \quad \vartheta_0 = 0,1gt$$

$$t = \frac{\vartheta_0}{0,1g} = \frac{20}{0,1 \cdot 9,81} = 20,4 \text{ sek} \quad \vartheta_{0x} = \frac{\vartheta_0 + \vartheta_1}{2} = \frac{20 + 0}{2} = 10 \text{ m/c}$$

$$\vartheta_{0x} = \frac{S}{t} \quad S = \vartheta_{0x} \cdot t = 10 \cdot 20,4 = 204 \text{ m}$$

54-masala. Massasi $4 \cdot 10^3 \text{ kg}$ bo'lgan poezd qiyaligi $i = \tan \alpha = 0,006$ bo'lgan qiya yo'lga 15 m/s tezlik bilan ko'tarila boshlaydi. Poezd yurgan vaqtidagi ishqalanish koeffisienti $0,005$ ga teng. Poezd qiya yo'lga chiqa boshlagandan 50 s o'tgach uning tezligi $12,5 \text{ m/s}$ gacha kamayadi. Teplovazning tortish kuchi topilsin.

Yechilishi: harakat to'g'ri chiziqli bo'lgani uchun harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi tenglamalardan faqat bittasi qoladi.

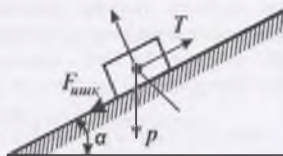
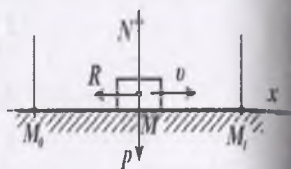
$$m\dot{\vartheta}_x - m\dot{\vartheta}_{0x} = T \cdot t - F_{\text{usub}} \cdot t - p \cdot \sin \alpha \cdot t$$

bundan

$$F_{\text{usub}} = f \cdot N - f \cdot p \cdot \cos \alpha - fmg \cos \alpha$$

$$m\dot{\vartheta}_1 - m\dot{\vartheta}_0 = T \cdot t - fmg \cos \alpha \cdot t - mg \sin \alpha \cdot t$$

bundan



$$T = mg(f \cos \alpha + \sin \alpha) + m \frac{\vartheta_1 - \vartheta_0}{t} = 4 \cdot 10^3 \left[9,81(0,005 \cdot 1 + 0,006) + \frac{15 + 12,5}{50} \right] = 4 \cdot 10^3(0,11 + 0,05) = 23200 \text{ N}$$

55-masala. Snaryad boshlang'ich 0 holatdan eng baland M holatga o'tganga qadar ketgan vaqt ichida snaryadga ta'sir qiladigan hamma kuchlar teng ta'sir etuvchisining impulsi topilsin?

Berilganlar $\vartheta_0 = 500 \text{ m/s}$

$$\vartheta_1 = 200 \text{ m/s}, \quad \alpha_0 = 60^\circ, \quad p = 100 \text{ kg}$$

snaryadning og'irligi.

$$S_x = ?, \quad S_y = ?$$

Yechilishi: Harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teorema binonan quyidagi tenglamani tuzamiz.

$$m\dot{\vartheta}_{1x} - m\dot{\vartheta}_{0x} = S_x$$

$$m\dot{\vartheta}_{1y} - m\dot{\vartheta}_{0y} = S_y$$

Ushbu holda harakat har ikkala o'q sodir bo'lmoqda. Snaryad massasini uning og'irlik kuchi orqali ifodalab masalaning yechimini aniqlaymiz.

$$S_x = \frac{p}{g}(\vartheta_1 - \vartheta_0 \cos \alpha_0) = \frac{100}{9,8} \left(200 - 500 \cdot \frac{1}{2} \right) = -20 \frac{100}{9,8} = -510 \text{ kg} \cdot \text{sek}$$

$$S_y = \frac{p}{g}(0 - \vartheta_0 \sin \alpha_0) = \frac{100}{9,8} (0 - 500 \cdot 0,866) = -4414 \text{ kg} \cdot \text{sek}$$

56-masala. BA qismi vertikal trubkaning ichidan o'tkazilgan MBA ipga M sharcha bog'langan. Sharchani trubkaning o'qidan h_0 masofada ushlab turib unga MBA tekisligiga perpendikulyar bo'lgan ϑ_0 -boshlang'ich tezlik berildi. Shu vaqtdan boshlab ipni asta sekin trubkaning ichiga torta boshlandi. Sharchaning z - o'qidan h_1 -masofadagi holatida uning ϑ_1 -tezligining qiymati aniqlansin.



Yechilishi: Sharchaga uning og'irlik kuchi P va ipning taranglik kuchi T ta'sir etadi.

Ikkala kuchlarning ham Oz o'qiga nisbatan momentlari nolga teng bo'ladi, chunki P -kuchi z o'qiga parallel, T -kuchi esa Shu o'qni kesib o'tadi. Shu sababli

$$\frac{d}{dt}[m_z(m, \dot{\theta})] = 0,$$

o'rinlidir. Bundan $m_z(m, \dot{\theta}) = m \cdot \dot{\theta} \cdot h = \text{const}$ bo'ladi. Massa o'zgarmas bo'lgani uchun harakat davomida $\dot{\theta}_0 h_0 = \dot{\theta}_1 h_1$ bo'ladi. Demak,

$$\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_0 h_0 / h_1$$

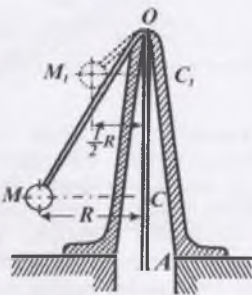
bo'ladi. Sharcha aylanish o'qiga yaqinlashgan sari uning tezligi ortib borar ekan.

Mustaqil yechish uchun masalalar

57-masala. Og'ir jism gorizontal bilan $\alpha = 30^\circ$ burchak hosil qiluvchi g'adir-budur qiya tekislikda boshlang'ich tezliksiz tushadi. Ishqalanish koeffitsienti $f = 0,2$ bo'lsa, jism $l = 39,2m$ yo'lni qancha T vaqt ichida bosib o'tadi?

Javob: $T = 5 s$.

58-masala. M tosh cho'zilmaydigan MOA ipning uchiga bog'langan. Bu ipning OA qismi vertikal trubka orqali o'tkazilgan. Tosh trubka o'qi atrofida radiusi $MC = R$ bo'lgan aylana bo'ylab 120 ayl/min burchak tezlikda aylanadi. Ipning OA qismini trubka ichiga sekin-asta kiritib, tashqi qismining uzunligi OM_1 gacha qisqartiriladi, bunda tosh radiusi $\frac{1}{2} R$ bo'lgan aylana chizadi. Shu aylanada tosh minutiga necha marta aylanadi?



Javob: 480 ayl/min.

59-masala. Yuk ortilgan temir yo'l sostavining massasini aniqlash uchun teplovoz bilan vagonlar orasiga dinamometr o'rnatilgan. 2 min

ichida dinamometr o'rta hisobda $10^6 N$ ni ko'rsatadi. Shu vaqt ichida sostavning tezligi $16 m/s$ ga yetdi (boshqa sostav tinch turgan edi). Ishqalanish koeffitsienti $f = 0,02$. Sostavning massasi topilsin.

Javob: 3036 t.

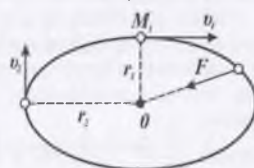
60-masala. $20m/s$ tezlik bilan boruvchi avtomobil tormoz berilgandan keyin $6 s$ da to'xtagan bo'lsa, avtomobil g'ildiragining yo'lga ishqalanish koeffitsienti f qancha bo'lishi kerak?

Javob: $f = 0,34$.

61-masala. Massasi $20 g$ bo'lgan o'q multiq stvolining kanalini $t = 0,00095 s$ da o'tib, stvoldan $v = 650 m/s$ bilan otilib chiqadi. Kanal qirgimi $G = 150mm^2$. O'qni otib yuboruvchi gazlar bosimining o'rtacha miqdori aniqlansin.

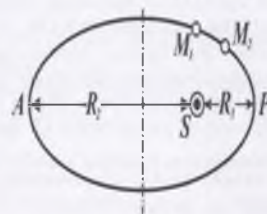
Javob: O'rtacha bosim $9,12 \cdot 10^4 N/mm^2$.

62-masala. M nuqta qo'zg'almas markaz atrofida shu markazga tortuvchi kuch ta'sirida harakat qiladi. Trayektoriyaning markazdan eng uzoq bo'lgan nuqtasidagi tezlik v_1 topilsin: nuqtaning markazga eng yaqin holatidagi tezligi $v_2 = 30 sm/s$, r_2 esa r_1 dan besh marta katta.



Javob: $v_2 = 6 m/s$.

63-masala. M_1 va M_2 asteroidlar S fokusida Quyosh turgan bitta ellips chizadi. Asteroidlar orasidagi masofa shu qadar kichikki, ellipsning $M_1 M_2$ yoyini to'g'ri chiziq kesmasi deb hisoblash mumkin, $M_1 M_2$ yoyning o'rtasi P perigeliya bo'lganida $M_1 M_2$ masofaning a ga teng bo'lgani ma'lum. Asteroidlar o'zaro teng sektorial tezlik bilan harakat qiladi, deb faraz qilib, $M_1 M_2$ ning o'rtasi A afeliydan o'tganida $M_1 M_2$ masofaning qancha bo'lishi aniqlansin. $SP = R_1$ va $SA = R_2$.



Javob: $M_1 M_2 = \frac{R_1}{R_2} a$.

64-masala. Massasi 40 kg bo'lgan bola sport chanasining oyoqlarida turib chanani har sekundda 20 N·s li impuls bilan itaradi. Chananing umumiy massasi 20 kg. Ishqalanish koefitsienti $f=0,01$. Chana tezligining 15 s da qanchaga yetishi topilsin.

Javob: $s = 3,53$ m/s.

65-masala. Nuqta $s=0,2$ m/s tezlik bilan aylana bo'ylab tekis harakat qilib, $T=4$ s vaqt ichida aylanani bir marta to'la aylanib chiqadi. Bitta yarim davr ichida nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlar impuls S topilsin; nuqta massasi $m=5$ kg. F kuchning o'rtacha qiymati aniqlansin.

Javob: $S = 2$ N·s, $F = 1$ N.

66-masala. Uzunligi l_1 va l_2 ($l_1 \geq l_2$) bo'lgan iplarga osilgan ikkita matematik mayatnik bir xil amplituda bilan tebranadi. Ikkala mayatnik ham o'zining eng chetga og'gan holatidan bir tomonga qarab baravar harakat qila boshlagan. Mayatniklar birmuncha vaqt o'tgandan keyin muvozanat holatiga baravaq qaytishi uchun iplarning l_1 va l_2 uzunligi qanday shartni qanoatlantirishi kerak? Eng kichik vaqt oralig'i T aniqlansin.

Javob: $\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{k}{n}$, bu yerda k, n - butun sonlar va $\frac{k}{n}$ qisqarmaydigan kasr. $T = KT_2 = NT_1$.

67-masala. Cho'zilmaydigan ipga bog'langan sharchaning massasi m bo'lib, u silliq gorizont tekislikda sirpanadi. Iplarning ikkinchi uchi tekislikdan ochilgan teshikka a doimiy tezlik bilan tortib kiritib turiladi. Sharchaning harakat qonuni va ipning tortilish kuchi T aniqlansin; boshlang'ich paytda ip to'g'ri chiziqli tashkil qiladi; sharcha bilan teshik orasidagi masofa R ga teng; sharcha boshlang'ich tezligining ip yo'nalishiga tik bo'lgan yo'nalishga proyeksiyasi s_0 ga teng.

Javob: Teshik koordinatalar boshi, φ_0 burchak nolga teng deb hisoblansa, qutb koordinatalari: $r = R - at$,

$$\varphi = \frac{\varphi_0 s_0}{R - at}, \quad T = \frac{m \varphi_0^2 R^2}{(R - at)^2}$$

68-masala. Quyidagilar berilgan bo'lsa, quyoshning massasi M aniqlansin; Yerning radiusi $R = 6,37 \cdot 10^6$ m, o'rtacha zichligi $5,5$ m/m³, Yer orbitasining katta yarim o'qi $a = 1,49 \cdot 10^{11}$ m, yerning quyosh atrofida aylanish davri $T = 365,25$ sutka. 1 kg ga teng bo'lgan bir-biridan 1 m masofada turgan ikkita massa orasidagi butun dunyo

tortishish kuchini $\frac{2\pi^2}{m} N$ ga teng deb hisoblaymiz, bu yerda m - Yer massasi; Kepler qonunlariga ko'ra, quyoshning yerni tortish kuchi $\frac{4\pi^2 a^3 \omega^2}{T^2 r^2}$ ga teng, bundagi r -yer bilan quyosh orasidagi masofa.

Javob: $M = 1,966 \cdot 10^{30}$ kg.

69-masala. Massasi m bo'lgan nuqta F markaziy kuch ta'sirida $r^2 = a \cos 2\varphi$ lemniskata chizadi; bu yerda a -o'zgarimas miqdor, r - kuch markazidan nuqtachacha bo'lgan masofa; boshlang'ich paytda $r=r_0$ va nuqtaning tezligi s_0 ga teng bo'lib, shu nuqtani kuch markaziga biriktiruvchi to'g'ri chiziqli bilan α burchak tashkil qiladi. F kuch faqat r masofaga bog'liq deb hisoblab, uning miqdori aniqlansin.

Bine formulasiga muvofiq: $F = -\frac{mc^2}{r^2} \left(\frac{d^2 r}{d\varphi^2} + \frac{1}{r} \right)$, bu yerda c -nuqtaning ikkilangan sektorial tezligi.

Javob: Tortish kuchi $F = \frac{3ma^2}{r^3} r_0^2 \varphi_0^2 \sin^2 \alpha$.

Testlar:

1) Nuqtaning harakat miqdori deb nimaga aytiladi?

A) Nuqtaning massasining tezlanishiga bo'lgan qiymatga teng vektor kattalikka aytiladi.

B) Nuqta massasining tezlik vektoriga bo'lgan ko'p'aytmaga teng vektor kattalikka aytiladi.

C) Nuqtaning tezligini unga ta'sir etuvchi kuchga bo'lgan ko'p'aytmaga teng skalyar kattalikka aytiladi.

D) Nuqtaga ta'sir etuvchi kuchni massasiga bo'lgan ko'p'aytmaga teng vektor kattalikka aytiladi.

2) Nuqta harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teoremaning differensial ifodasi qanday ifodalanadi?

A) $m \frac{d^2 s}{dt^2} = \sum \vec{F}_i$

B) $m \frac{d^2 r}{dt^2} = \sum \vec{F}_i$

C) $\frac{d^3 x}{dt^3} = \sum \vec{F}_i$

D) $d(m\vec{\beta}) = d\vec{S}$

3) Nuqta harakat miqdori o'zgarishi haqidagi teoremaning integral ifodasi qanday ifodalanadi?

- A) $m\vec{a} = \int \sum \vec{F}_i - m\vec{g}_0$
 B) $m\vec{g} - m\vec{g}_0 = \int \vec{F} dt$
 C) $m\vec{a} = \int \sum \vec{F}_i$
 D) $m\vec{g} + m\vec{g}_0 = \sum \vec{S}_i$

4) Kuch impulsining ifodasini aniqlang.

- A) $\vec{F} = \frac{d(m\vec{g})}{dt}$
 B) $m\vec{a} = \sum \vec{F}_i$
 C) $\vec{S} = \int \vec{F} dt$
 D) $\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = \sum \vec{F}_i$

5) Harakat miqdor bu Jumlani davom ettiring.

- A) Mexanik harakatning skalyar o'lchovi
 B) Mexanik harakatning vektor o'lchovi
 C) Jism massasining bosib o'tish uchun ketgan vaqtga ko'paytmasi
 D) Jism massasining tezlanishga ko'paytmasi

6) Kuch impulsining yo'nalishi ... Jumlani davom ettiring.

- A) Kuch yo'nalishi bilan bir xil yo'nalgan
 B) Kuch yo'nalishiga perpendikulyar yo'nalgan
 C) Kuch yo'nalishi bilan turli xil yo'nalishda
 D) Kuch yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalgan

7) $d\vec{S} = \vec{F} \cdot dt$ ifoda nimani anglatadi?

- A) Kuchning elementar ko'chishini
 B) Harakat miqdorini
 C) Kuchning elementar impulsini
 D) Massalar markazining harakat tenglamasini

$$8) \left. \begin{aligned} m\vec{g}_x - m\vec{g}_{0x} &= S_x \\ m\vec{g}_y - m\vec{g}_{0y} &= S_y \\ m\vec{g}_z - m\vec{g}_{0z} &= S_z \end{aligned} \right\} \text{ tenglama nimani anglatadi?}$$

- A) Nuqta harakat miqdori o'zgarishining koordinata o'qlaridagi ifodasini
 B) Nuqta harakat miqdorining saqlanish qonunini
 C) Kuch impulsini
 D) Kuch impulsining koordinata o'qlaridagi proyeksiyasini

9) harakat miqdorining momenti qanday birlikda ifodalanadi?

- A) $kg \cdot m^2/s$
 B) $kg \cdot m/s$
 C) $kg \cdot m/s^2$
 D) $N \cdot m$

10) $\vec{k}_o = \vec{M}_o(m\vec{g}) = \vec{r} \times m\vec{g}$ ifoda orqali qanday kattalik aniqlanadi?

- A) Harakat miqdori
 B) Harakat miqdorining momenti
 C) Nuqta harakat miqdorining saqlanish qonunini
 D) Kuchning elementar impulsini

Mavzu yuzasidan tuzilgan boshqotirma:
 O'zaro moslikni aniqlang

S1	Harakat miqdori	J1	$\left. \begin{aligned} dS_x &= X \cdot dt \\ dS_y &= Y \cdot dt \\ dS_z &= Z \cdot dt \end{aligned} \right\}$
S2	Nuqta harakat miqdori o'zgarishining koordinata o'qlaridagi ifodasini	J2	$m\vec{g} = m\vec{g}_0$
S3	Kuch impulsini	J3	$\vec{S} = \vec{F} \cdot t$
S4	Kuchning elementar impulsini	J4	$\left. \begin{aligned} q_x = m\vec{g}_x &= m\ddot{x}, \\ q_y = m\vec{g}_y &= m\ddot{y}, \\ q_z = m\vec{g}_z &= m\ddot{z}. \end{aligned} \right\}$

S5	Kuch elementar impulsning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari	J5	$\vec{k}_o = M_o(m\vec{g}) = \vec{r} \times m\vec{g}$
S6	Nuqta harakat miqdorining momenti	J6	$q = m\vec{g}$
S7	Harakat miqdorining momenti birligi	J7	$m\vec{g} - m\vec{g}_0 = \int_0^t \vec{F} dt$
S8	Harakat miqdorining saqlanish qonuni	J8	$kg \cdot m^2/s$
S9	Nuqta harakat miqdori chekli vaqt ichida o'zgarishi	J9	$\frac{d}{dt}(m\vec{g}) = \vec{F}$
S10	Nyutonning 2-qonunini	J10	$\left. \begin{aligned} m\vec{g}_x - m\vec{g}_{0x} &= S_x \\ m\vec{g}_y - m\vec{g}_{0y} &= S_y \\ m\vec{g}_z - m\vec{g}_{0z} &= S_z \end{aligned} \right\}$
S11	Harakat miqdorining Dekart koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari	J11	Ns
S12	Kuch impulsi birligi	J12	$d\vec{S} = \vec{F} \cdot dt$

Boshqotirmuni yechish uchun namuna:

S1	Harakat miqdori	J6	$q = m\vec{g}$
S2	Nuqta harakat miqdori o'zgarishining koordinata o'qlaridagi ifodasini		
S3	Kuch impulsi		
S4	Kuchning elementar impulsi		
S5	Kuch elementar impulsning		

	koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari		
S6	Nuqta harakat miqdorining momenti		
S7	Harakat miqdorining momenti birligi		
S8	Harakat miqdorining saqlanish qonuni		
S9	nuqta harakat miqdori chekli vaqt ichida o'zgarishi		
S10	Nyutonning 2-qonunini		
S11	Harakat miqdorining Dekart koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari		
S12	Kuch impulsi birligi		

IV BOB. KUCHNING ISHI VA QUUVVATI. MODDIY NUQTANING KINETIK ENERGIYASI

4.1. Ish va quvvat

Jismning biror kuch ta'siridan ko'chishini xarakterlash uchun ish tushunchasi kiritiladi.

Faraz qilaylik, kuch qo'yilgan nuqta to'g'ri chiziqli bo'yicha S yo'lini o'tsin hamda kuchning yo'nalishi to'g'ri chiziqli bilan ustma-ust tushsin. U holda musbat yoki manfiy ishora bilan olingan F kuchning S yo'lga ko'paytmasi ish deyiladi.

$$A = \pm F \cdot s \quad (4.1)$$

F kuchning yo'nalishi nuqta tezligining yo'nalishi bilan bir xil bo'lsa, (4.1) da musbat ishora, aks holda manfiy ishora olinadi.

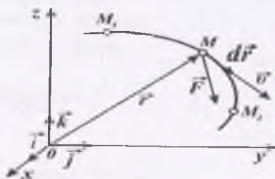
Agar F kuchning yo'nalishi nuqta harakatlanayotgan to'g'ri chiziqli bilan biror burchak tashkil etsa, ish uchun

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha \quad (4.2)$$

formula o'rinli bo'ladi.

(4.2) da α ning o'tkir yoki o'tmas burchak bo'lishiga qarab, ish, mos ravishda, musbat yoki manfiy qiymatga ega bo'ladi. $\alpha = \pi/2$ da F kuchning ishi nolga teng bo'ladi.

Agar kuchning miqdor va yo'nalishi o'zgaruvchan bo'lsa, yoki kuch qo'yilgan nuqta egri chiziqli bo'yicha harakat qilsa, (4.2) formula yordamida ishini hisoblash mumkin emas. Bu holda nuqtaning butun o'tgan yo'lini fikran shunday kichik bo'laklarga bo'lamizki, bu bo'laklarning har birini to'g'ri chiziqli va mazkur bo'laklarga ta'sir etuvchi kuchlarni miqdor va yo'nalish jihatdan o'zgarmas deb qarash mumkin bo'lsin (4.1-rasm).



4.1-rasm

U holda har bir bo'lakka mos bo'lgan elementar ishini (4.2) ga asosan quyidagi formula yordamida hisoblanadi:

$$dA = F \cdot \cos(\vec{F}, \vec{s}) ds \quad (4.3)$$

Bu tenglikdagi ds nuqta yoy koordinatasining differensial bo'lib, elementar ko'chishni ifodalaydi va $ds = \vec{s} dt$. Binobarin, (4.3) ni ushbu ko'rinishda yozish mumkin:

$$dA = F \cdot \vec{s} \cdot \cos(\vec{F}, \vec{s}) dt = \vec{F} \cdot \vec{s} dt$$

Bunda $\vec{s} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ bo'lganidan, elementar ish uchun

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (4.4)$$

munosabatni olamiz.

Agar F kuchning x, y, z o'qlaridagi proyeksiyalarini X, Y, Z bilan belgilasak, (4.4) ga ko'ra elementar ish uchun

$$dA = Xdx + Ydy + Zdz \quad (4.5)$$

formulani olamiz. Bu formula kuch elementar ishinin analitik ifodasi deyiladi.

Shunday qilib, nuqta harakati tabiiy usulida, vektor usulida yoki koordinata usulida berilganda kuchning elementar ishi mos ravishda (4.3), (4.4) yoki (4.5) formularning birortasi yordamida aniqlanadi.

Kuchning chekli M_1, M_2 yo'ldagi ishi (4.3) – (4.5) ga asosan, tabiiy usulda

$$A = \int_{M_1}^{M_2} F ds \cos(\vec{F}, \vec{s}) \quad (4.6)$$

vektor usulida

$$A = \int_{M_1}^{M_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (4.7)$$

koordinatalar usulida

$$A = \int_{M_1}^{M_2} (Xdx + Ydy + Zdz) \quad (4.8)$$

formuladan foydalanib aniqlanadi.

SI birlikni sistemasida ish birligi uchun joule ($1J = 1Nm$) qabul kilingan.

Mexanikada ish tushunchasi bilan birgalikda quvvat tushunchasi ham kiritiladi. Kuchning vaqt birligi ichida bajargan ishi quvvat deyiladi.

$$N = \frac{dA}{dt} \quad \text{ëku} \quad N = \frac{F \cdot dr}{dt} = \vec{F} \cdot d\vec{g} \quad (4.9)$$

Quvvat halqaro SI birliklar sistemasida vatt bilan o'lchanadi, hamda $1 \text{ Vt} = 1 \text{ J/s}$, bundan tashqari quvvat texnikada ot kuchida ham o'lchanadi.

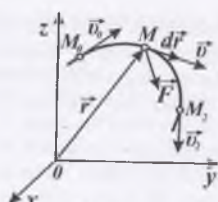
$$1 \text{ o.k.} = 736 \text{ Vt.}$$

4.2 Moddiy nuqtaning kinetik energiyasi va uning o'zgarishi haqidagi teorema

Nuqta massasini uning tezligi kvadratiga ko'paytmasining yarmiga teng skalyar kattalik $\frac{m g^2}{2}$ nuqtaning kinetik energiyasi deyiladi.

SI birliklar sistemasida nuqtaning kinetik energiyasi $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$ yoki *joul*da o'lchanadi: $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Massasi m ga teng M erkin moddiy nuqta F kuch ta'sirida qo'zg'almas Oxyz koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatlansin (4.2-rasm).



4.2-rasm

Bu nuqta uchun Nyutonning II-qonuni

$$m \frac{d\vec{g}}{dt} = \vec{F}$$

Bu tenglamaning har ikkala tomonini $d\vec{r} = g dt$ ga kupaytiramiz: ($d\vec{r} - M$ nuqtaning elementar ko'chishi)

$$m g d\vec{g} = F d\vec{r}$$

yoki

$$d\left(\frac{m g^2}{2}\right) = F d\vec{r}$$

$$g^2 = g^2 \quad \text{ekanligini e'tiborga olsak}$$

$$d\left(\frac{m g^2}{2}\right) = F d\vec{r} \quad (4.10)$$

$$d\left(\frac{m g^2}{2}\right) = d'A \quad (4.11)$$

Bu formula moddiy nuqtaning differensial formadagi kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi: *nuqta kinetik energiyasining differensial nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning elementar ishiga teng.*

(4.10) ning ikkala tomonini dt ga bo'lib,

$$\vec{F} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{g} = N$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m g^2}{2}\right) = N \quad (4.12)$$

Binobarin, moddiy nuqta kinetik energiyasidan vaqt bo'yicha olingan hosila nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning quvvatiga teng.

Agar (4.10) ni M_0 va M_1 ga mos chegaralarda integralsak

$$\frac{m g^2}{2} - \frac{m g_0^2}{2} = \int_{M_0}^{M_1} \vec{F} d\vec{r} \quad (4.13)$$

yoki

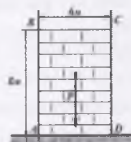
$$\frac{m g^2}{2} - \frac{m g_0^2}{2} = A \quad (4.14)$$

bunda A - nuqtaning M_0 holatdan M_1 holatga ko'chishdagi ishi.

(4.13) yoki (4.14) tenglamalar nuqtaning chekli formadagi kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi: *chekli ko'chishdagi nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi unga ta'sir etuvchi kuchning xuddi shu ko'chishdagi ishiga teng.*

Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar.

70-masala. O'lchamlari shaklda ko'rsatilgan ABCD beton blokning massasi $m=4000 \text{ kg}$. Uni o'zining D qirasi atrofida aylantirib ag'darish uchun sarflanadigan ish topilsin.



Yechilishi: Beton bloknı ag'darish uchun $A = -ph$ ish bajariladi. Blokning og'irligi uning o'rtasiga ya'ni BD va AC diagonallarning kesishish nuqtasidadir. Blok D qirra atrofida ag'anashi uchun zarur bo'lgan balandlik BD diagonalling yarmidan CD tomon yarmining ayirmasiga tengdir. Ya'ni:

$$h = \frac{BD}{2} - \frac{CD}{2} \quad p = mg$$

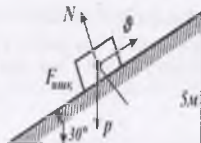
$$BD = \sqrt{(AB)^2 - (AD)^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ m}$$

$$p = mg = 4000 \cdot 9,81 = 39240 \text{ N}$$

$$h = \frac{10}{2} - \frac{8}{2} = 1 \text{ m}$$

$$A = 39240 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 39240 \text{ N} \cdot \text{m} = 39240 \text{ J} = 39,24 \text{ kJ}$$

71-masala. Massasi 2 t bo'lgan yukni gorizont bilan 30° burchak hosil qiluvchi qiya tekislik bo'ylab surib, 5 m balandlikka ko'tarish uchun eng kamida qancha ish sarf qilish kerakligi topilsin. Ishqalanish koeffitsienti $f=0,5$.



Yechilishi: 30° burchak qarshisidagi tomon gipotenuzani yarmiga teng ekanligidan qiya tekislikning uzunligi $S=2h=10 \text{ m}$ bo'lishi ma'lum. Shunday ekan bajarilgan ish ishqalanish kuchining qiya tekislik uzunligiga ko'paytmasini hamda og'irlik kuchining qiya tekislikdagi ta'siri bilan qiya tekislik uzunligining ko'paytmalarining yig'indisiga tengdir.

$$A = F_{ishq} \cdot S + p \cdot \sin \alpha \cdot S \quad F_{ishq} = f \cdot N = fp \cos \alpha$$

$$A_{min} = mgS(f \cos \alpha + \sin \alpha) = 2 \cdot 9,81 \cdot 10(0,5 \cdot 0,866 + 0,5) = 183 \cdot 10^3 \text{ H} \cdot \text{M} = 183 \text{ kJ}$$

72-masala. 5000 m³ suvni 3m balandlikka ko'tarish uchun quvvati 2 ot kuchiga teng bo'lgan nasos o'rnatilgan. Agarda nasosning foydali ish koeffitsienti 0,8 ga teng bo'lsa, bu ishni bajarish uchun qancha vaqt kerak bo'ladi.

Yechilishi: Suvni ko'tarish uchun sarf bo'ladigan foydali ish $A_f = ph = mgh$ ko'rinishda bo'lib, undagi massani suvning zichligiga hajmining ko'paytmasi orqali ifodalaymiz.

$$\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \left(\rho = \frac{m}{V} \right) (m = \rho V)$$

$$A_f = \rho V g h = 1000 \cdot 5000 \cdot 3 = 15 \cdot 10^7 \text{ J}$$

Dvigatelning quvvati

$$N = 2 \cdot 736 \text{ o.k.} = 1472 \text{ Vt}$$

Uning bajargan to'liq ishi esa

$$A_f = N \cdot t = 1472 \text{ Vt}$$

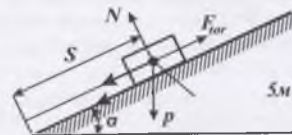
Dvigatelning foydali ish koeffitsiyenti foydali ishning to'la ishga nisbati bilan ifodalanishini hisobga olsak ishning sarf vaqtini toppish mumkin

$$\xi = \frac{A_f}{A_t} = \frac{A_f}{N \cdot t}$$

$$t = \frac{A_f}{N \cdot \xi}$$

Shunday qilib nasos taxminan 34 soat 43 minut 20 sekundda ishni bajarib bo'lar ekan.

73-masala. Gorizont bilan 30° burchak hosil qilgan qiya tekislikda og'ir jism boshlang'ich tezliksiz pastga tushmoqda; ishqalanish koeffitsienti 0,1 ga teng. harakat boshlangandan keyin jism 2 m yo'l o'tgach, qanday tezlikka ega bo'ladi?



Yechilishi: Kinetik energiyaning o'zgarishi qonuniyatiga binoan harakat mobaynidagi barcha ishlarning yig'indisi kinetik energiylarning farqiga teng.

$$\frac{m g^2}{2} - \frac{m g_0^2}{2} = \sum A$$

Ushbu masalani jismning harakat diffirensial tenglamasini tuzish orqali ham yechish mumkin.

$$m \frac{dg}{dt} = mg \sin \alpha - mg f \cos \alpha$$

$$\frac{dg}{dt} = g (\sin \alpha - f \cos \alpha)$$

Ushbu ifodaning birinchi hadini quyidagicha yozib olamiz.

$$\frac{dg}{dt} = g \frac{dx}{dx} = g \frac{dg}{dx}$$

yoki

$$g \frac{dg}{dx} = g (\sin \alpha - f \cos \alpha)$$

$$g dg = g (\sin \alpha - f \cos \alpha) dx$$

Chap va o'ng qismlarini mos ravishda integrallasak:

$$\int_0^S g dS = \int_0^S g (\sin \alpha - f \cos \alpha) dx$$

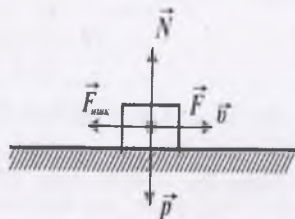
$$\frac{g^2}{2} = g (\sin \alpha - f \cos \alpha) \cdot S$$

Qiymatlarni o'miga qo'yib tezlikni aniqlasak

$$g = \sqrt{2gS(\sin \alpha - f \cos \alpha)} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 2(0.5 - 0.1 \cdot 0.86)} = 4.02 \text{ m/s}$$

74-masala. Massasi 200 t

bo'lgan poezd yo'lining gorizontal uchastkasida 0,2 m/s² tezlanish bilan ketmoqda. O'qlardagi ishqalanish qarshiligi poyezd og'irligining 0,01 qismini tashkil qiladi va harakat tezligiga bog'liq emas deb hisoblanadi. Boshlang'ich paytda poyezdning tezligi 18 m/s bo'lsa, t = 10 s bo'lgan paytda teplovz erishgan quvvat aniqlansin.



Yechilishi: Kinetik energiyaning o'zgarishi barcha kuchlar bajargan ishlarning yig'indisiga teng bo'ladi:

$$\frac{m g^2}{2} - \frac{m g_0^2}{2} = \sum A$$

$$g = g_0 + at = 18 + 0.2 \cdot 10 = 20 \text{ m/s}$$

$$\sum A_i = F \cdot S - F_{\text{ishq}} \cdot S = F \cdot S - f \cdot p \cdot S = S(F - f \cdot p)$$

bularni tenglamaga qo'ysak:

$$\frac{p}{2g} (g^2 - g_0^2) = S(F - f \cdot p)$$

Bosib o'tgan masofasi esa: $S = g_{\text{av}} \cdot t = \frac{g_0 + g}{2} \cdot t = \frac{18 + 20}{2} \cdot 10 = 190 \text{ m}$

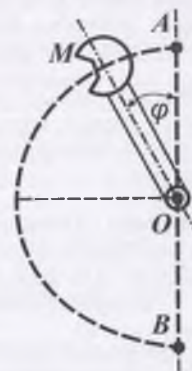
bundan teplovzning tortish kuchini aniqlaymiz

$$F = \frac{p(g^2 - g_0^2)}{2gS} + f \cdot p = \frac{200000(400 - 324)}{2 \cdot 9.8 \cdot 190} + 0.01 \cdot 200000 = 4100 + 2000 = 6100 \text{ N}$$

Uning bajargan ishi: $A = F \cdot S = 6100 \cdot 190 = 1160000 \text{ J}$

$$N = \frac{A}{t} = \frac{116 \cdot 10^4 \text{ J}}{10 \text{ s}} = 1160 \text{ kJ}$$

75-masala. Materiallarni zarba bilan sinash uchun ishlatiladigan asbobning asosiy qismi po'latdan qo'yilgan og'ir M quymadan iborat bo'lib, u qo'zg'almas gorizontal O o'q atrofida deyarli ishqalanmasdan aylanadigan sterjen uchiga biriktirilgan. Sterjenning og'irligini nazarga olmay, M quymani moddiy nuqta deb hisoblaymiz; OM masofa 0,981 m ga teng. Shu nuqta eng yuqorigi A holatdan nihoyatda kichik boshlang'ich tezlik bilan tusha boshlab, eng pastki B holatga kelganida tezligi v ning qancha bo'lishi aniqlansin.



Yechilishi: $\frac{m g^2}{2} - \frac{m g_0^2}{2} = \sum A$

Sterjenning reaksiya kuchi uning elementar ko'chishiga tik bo'lgani uchun sterjen reaksiya kuchining ishi nolga teng. Masala shartiga ko'ra: $g_0 = 0$

$$\frac{m g^2}{2} = p \cdot AB \quad g^2 = \frac{2g}{p} \cdot p \cdot 2OM$$

$$g = \sqrt{4g \cdot OM} = 2\sqrt{9.81 \cdot 0.981} = 2 \cdot 0.981 \cdot 3.14 = 6.22 \text{ m/s}$$

Mustaqil yechish uchun masalalar

76-masala. Massasi 200 kg bo'lgan bolg'ani 0,75 m balandlikka bir minutda 84 marta ko'taradigan mashinaning quvvati qancha bo'ladi? Mashinaning foydali ish koeffitsiyenti 0,7 ga teng.

Javob: 2,94 kVt

77-masala. Bir daryoga ketma-ket joylashgan ushta shalolaning umumiy quvvati hisoblansin. Suv birinchi shalolada 12 m, ikkinchi shalolada 12,8 m, uchinchi shalolada 15 m balandlikdan tushadi. Daryoning o'rtacha suv sarfi 75,4 m³/s.

Javob: 29,4 MVt.

78-masala. Tramvay tarmog'i stansiyadagi turbogeneratorlarning quvvati hisoblansin, bunda tranvay yo'lidagi vagonlar soni 45 ta, har

bir vagon massasi 10 m, ishqalanish qarshiligi vagon og'irligining 0,02 qismiga, vagonning o'rtacha tezligi 3,3 m/s ga tarmoqdagi nobudgarchilik 5% ga teng.

Javob: 309 kVt.

79-masala. Massasi 20kg bo'lgan yukni qiya tekislik bo'ylab 6 m masofaga chiqarish uchun sarf bo'ladigan ish hisoblanin. Gorizont bilan tekislik orasidagi burchak 30° ga va ishqalanish koeffitsiyenti 0,01 ga teng.

Javob: 598 J

80-masala. Turboxod 15 uzel tezlik bilan suzganida uning turbinasi 3800 kVt quvvat beradi. Turbina va vintining foydali ish koeffitsiyenti 0,41 ga 1 uzel=0,5144 m/s ga teng ekanligini bilgan holda suvning turboxod harakatiga bo'lgan qarshilik kuchi aniqlasin.

Javob: 201,9 kN

81-masala. Ichki yonish dvigatilining quvvati aniqlansin; butun yo'l davomida porshenning 1 sm² yuzasiga tushadigan o'rtacha bosim 49 N, porshen yo'li 40 sm, porshen yuzasi 300 sm², bir minutdagi ishchi yurishlar soni 120 ta foydali ish koeffitsiyenti 0,9 ga teng.

Javob: 10,6 kVt

82-masala. Silliqlaydigan toshning diametri 0,6 m bo'lib, u minutiga 120 marta aylanadi. Talab qilinadigan quvvat 1,2 kVt ga teng. Silliqlaydigan toshning detal bilan ishqalash koeffitsiyenti 0,2 ga teng. Tosh silliqanayotgan detalni kuch bilan qisadi.

Javob: 1591,5 N

83-masala. Bo'ylama ranglovchi stanok motorining quvvati aniqlansin; ish yo'lining uzunligi 2 m, shu yo'lining o'tish yo'lini o'tish muddati 10 s, kesuvchi kuch 11,76 kN, stanokning foydali ish koeffitsiyenti 0,8 ga teng. Harakat teng o'lchovli deb hisoblanin.

Javob: 2,94 kVt

84-masala. Elastik prujinaning uchiga massasi M bo'lgan yuk osilgan. Pujinani 1m ga cho'zish uchun c N ga teng kuch qo'yish kerak. Pujinadagi yukning to'liq mexanik energiyasi aniqlovchi ifoda tuzilsin. Harakat yukning muvozanat holatidan pastga yo'naltirilgan x o'qqa nisbatan olinsin.

$$\text{Javob: } E = \frac{1}{2} Mx^2 + \frac{1}{2} cx^2 - Mgx.$$

85-masala. Chang'ida 20 km li gorizontali yo'lni yurib o'tganda, chang'ichining og'irlik markazi amplitudasi 8sm va davri $T=4$ s bo'lgan garmonik tebranma harakat qiladi. Chang'ichining massasi 80 kg; chang'ichining qor bilan ishqalanish koeffitsiyenti $f=0,05$. Agar chang'ichi butun yo'lni 1 soatu 30 minutda o'tgan bo'lsa, uning bu yurishdagi ishi va shuningdek, o'rtacha quvvati aniqlansin. (Izoh: Chang'ichi og'irlik markazining pastga tushishdagi tormozlash ishi og'irlik markazini shu balandlikka ko'tarish ishining 0,4 qismiga teng deb hisoblanin)

Javob: $A=1021$ kJ, $N=188,9$ Vt.

86-masala. Massasi 24 kg bo'lgan snaryad to'p stvolidan 500 m/s tezlik bilan o'tilib chiqadi. To'p stvolining uzunligi 2 m. Gazlardan snaryadga tushadigan bosim kuchining o'rtacha miqdori topilsin.

Javob: 1500 kN.

87-masala. Massasi 3kg bo'lgan moddiy nuqta gorizontali to'g'ri chiziq bo'ylab 5 m/s tezlik bilan chap tomonga harakat qilagan. Unga o'ng tomonga yo'nalgan doimiy kuch ta'sir ettirildi. Kuch ta'siri 30 s dan keyin to'xtatildi. Shunda nuqtaning tezligi 55 m/s bo'lib, o'ng tomonga yo'naldi. Shu kuchning miqdori va bajargan ishi topilsin.

Javob: $F=6$ N, $A=4,5$ kJ.

88-masala. Bruss ga'dir-budur gorizontali tekislikda θ_0 boshlang'ich tezlik bilan harakatlana boshlaydi va tugal to'xtaguncha s masofani o'tadi. Ishqalanish kuchini normal bosimga proporsional hisoblab, sirpanib ishqalanish koeffitsiyenti aniqlansin.

$$\text{Javob: } f = \frac{\theta_0^2}{2gs}$$

89-masala. 700 N qarshilik ko'rsatiladigan devorga mix qoqilmoqda. Bolg'a har gal urilganda mixning $l=0,15$ sm uzunligi devorga kiradi. Bolg'a mix qalpoqchasiga urilgan paytda $\theta=1,25$ m/s tezlikka ega bo'lsa, uning massasi qanchaga teng?

Javob: 1,344 kg

90-masala. Massasi 500 t bo'lgan tormozlanmagan poyezd o'chirilgan dvigatel bilan harakat qilib $R=(7650+500v)$ N qarshilikka uchraydi. Bu yerda θ -m/s lardagi tezlik. Poyezdning boshlang'ich tezligi $\theta_0=15$ m/s ekanligini bilgan holda poyezd to'xtaguncha qanday masofani o'tishi aniqlansin.

Javob: 4,5 km

Testlar:

1) *Kuchning elementar ishi kuch vektori bilan nuqta radius-vektori olgan elementar ko'chishi vektorining ... iborat. Nuqtalar o'rniga mos jumlani tanlang.*

- A) vektor ko'paytmasidan
- B) yig'indisidan
- C) ayirmasidan
- D) skalyar ko'paytmasidan

2) *Kuchning vaqt birligidagi bajargan ishi nima deyiladi?*

- A) Energiya
- B) Quvvat
- C) Impuls
- D) Ish

3) *Elementar ish ifodasidan vaqt bo'yicha olinga birlinchi tartibli hosila nimanı anglatadi?*

- A) Impuls
- B) Energiya
- C) Quvvat
- D) Ish

4) *Kuchning aylanish o'qiga nisbatan momenti bilan elementar burilish burchagining ko'paytmasiga teng bo'lgan kattalik qaysi harakatdagi ishini ifodalaydi?*

- A) Ilgarilama harakatdagi kuchning elementar ishi
- B) Aylanma harakatdagi jismga qo'yilgan kuchning elementar ishi
- C) Tekis parallel harakatdagi kuchning elementar ishi
- D) Og'irlik kuchining bajargan ishini

5) *Aylanish o'qiga nisbatan momenti bilan jism burchak tezligining ko'paytmasiga teng bo'lgan kattalik qanday ataladi?*

- A) Quvvat
- B) Energtya
- C) Impuls
- D) Ish

6) *Kinetik energiya qanday birlikda ifodalanadi?*

- A) Joul
- B) Vatt
- C) Nyuton
- D) Paskal

7) *Kinetik energiya bu - Jumlanı davom ettiring.*

- A) Moddiy nuqta mexanik harakatining vektor o'lchovi
- B) Moddiy nuqta mexanik harakatining skalyar o'lchovi
- C) Moddiy nuqta mexanik harakatining ideal o'lchovi
- D) To'g'ri javob keltirilmagan

8) *Moddiy nuqta tinch holatda bo'lganda kinetik energiya*

Jumlanı davom ettiring.

- A) Noldan farqli
- B) Noldan kichik
- C) Nolga teng
- D) Doimo mavjud

9) *Chekli ko'chishdagi nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi unga ta'sir etuvchi kuchning xuddi shu ko'chishdagi ... teng.*

Jumlanı davom ettiring.

- A) Ishiga
- B) Energiyasiga
- C) Quvvatiga
- D) Tezligiga

10) *Bir ot kuchi necha Vattga teng.*

- A) $3 \cdot 10^8$ Vatt
- B) 3,14 Vatt
- C) 736 Vatt
- D) 75 Vatt

Mavzu yuzasidan tuzilgan boshqotirma:
O'zaro moslikni aniqlang

S1	F kuchning yo'nalishi nuqta harakatlanayotgan to'g'ri chiziqli bilan biror burchak tashkil etgan hol uchun bajarilgan ish	J1	$N = \frac{dA}{dt}$
S2	Elementar ishning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari	J2	$\frac{m \cdot g^3}{2} - \frac{m \cdot g^2}{2} = A$
S3	Kuchning vaqt birligi ichida bajarilgan ishi	J3	$A = \int_{M_1}^{M_2} R dr$
S4	Kinetik energiya	J4	$A = \pm Ph$
S5	Bir holatdan ikkinchi holatga o'tilgandagi bajarilgan ish	J5	$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$
S6	1 Joule	J6	$A = - \int_0^x c x dx$
S7	Ilgarilanma harakatdagi jismga ta'sir etuvchi kuchlarning ishi	J7	$A = A_1 + A_2 + \dots + A_n$
S8	Elastiklik kuchining ishi	J8	$dA = X dx + Y dy + Z dz$
S9	Og'irlik kuchining ishi	J9	$N = \bar{R} \cdot \bar{g}$
S10	Teng ta'sir etuvchining ishi haqidagi lemma	J10	$T = \frac{1}{2} I_{op} \omega^2$
S11	Ilgarilanma harakatdagi jismga ta'sir etuvchi kuchlarning quvvati	J11	$\frac{m \cdot g^2}{2}$
S12	Sferik harakatdagi jismning kinetik energiyasi	J12	$kg \cdot m^2/s^2$

Boshqotirmani yechish uchun namuna:

S1	F kuchning yo'nalishi nuqta harakatlanayotgan to'g'ri chiziqli bilan biror burchak tashkil etgan hol uchun bajarilgan ish	J5	$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$
S2	Elementar ishning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari		
S3	Kuchning vaqt birligi ichida bajarilgan ishi		
S4	Kinetik energiya		
S5	Bir holatdan ikkinchi holatga o'tilgandagi bajarilgan ish		
S6	1 Joule		
S7	Ilgarilanma harakatdagi jismga ta'sir etuvchi kuchlarning ishi		
S8	Elastiklik kuchining ishi		
S9	Og'irlik kuchining ishi		
S10	Teng ta'sir etuvchining ishi haqidagi lemma		
S11	Ilgarilanma harakatdagi jismga ta'sir etuvchi kuchlarning quvvati		
S12	Sferik harakatdagi jismning kinetik energiyasi		

V BOB. MEXANIK SISTEMA DINAMIKASI

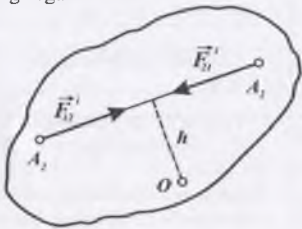
5.1 Mexanik sistema. Tashqi va ichki kuchlar

Harakati (yoki muvozanat holati) tekshirilayotgan moddiy nuqta harakati (yoki muvozanat holati)ga bog'liq bo'lgan jismlar sistemasini, *mexanik sistema* deb ataladi. Agar mexanik sistemani tashkil etuvchi nuqta (jism)larning o'zaro ta'sirlari mavjud bo'lsa, u holda har bir nuqta (jism)ning holati, qolgan barcha nuqta (jism)larning holatiga uzviy bog'liq bo'ladi. Bunga klassik misol tarzida quyosh sistemasini olishimiz mumkin bo'lib, undagi barcha jismlar (Quyosh, planetalar va kometalar) o'zaro tortilish kuchlari orqali bog'langanlar.

Mexanik sistemaga ta'sir etuvchi-aktiv kuchlar $\vec{F}_k^*$, va $\vec{N}_k$ -reaksiya kuchlarini $\vec{F}_k^*$ -tashqi va $\vec{F}_k$ -ichki kuchlarga ajratib yuboramiz (bu yerdagi e-exterior, tashqi va i-interior, ichki so'zlarning birinchi harflaridan iborat). Berilgan mexanik sistemaga kirmagan jismlarning sistema nuqtalariga ta'sir kuchlari, *tashqi* kuchlar deb ataladi. Sistemani tashkil etuvchi nuqta yoki jismlarning o'zaro ta'sir kuchlari *ichki* kuchlar deb ataladi. Bunday ajratishlik shartli bo'lib, mexanik sistemani tanlab olishimizga bog'liq bo'ladi. Masalan, agar Quyosh sistemasini tanlab olsak, u holda Yer bilan Quyoshning o'zaro tortilish kuchlari ichki kuchlar hisoblanadi; agar Yer bilan Oyni bitta sistema deb qabul qilsak, Quyoshning tortilish kuchi endi tashqi kuch hisoblanadi.

Ichki kuchlar quyidagi xossalarga ega

1. *Mexanik sistemaning barcha ichki kuchlarining geometrik yig'indisi (bosh vektori) nolga teng bo'ladi.* Dinamikaning uchinchi qonuniga asosan, ixtiyoriy olingan ikkita nuqtaning (7.1-rasm) o'zaro ta'sir va aks ta'sir kuchlari, bir to'g'ri chiziqda yotib, son qiymatlari teng, yo'nalishlari esa qarama-qarshi bo'ladi, shu sababli $\vec{F}_{12}, \vec{F}_{21}$ -larning geometrik yig'indisi nolga



teng bo'ladi.

Xuddi shunday natijani ixtiyoriy olingan har bir ikkita nuqta uchun yozishimiz mumkin, demak

$$\sum \vec{F}_k^i = 0 \quad (5.1)$$

2. *Mexanik sistemaning barcha ichki kuchlarining ixtiyoriy markazga yoki o'qqa nisbatan olingan momentlarining yig'indisi (bosh momenti) nolga teng bo'ladi.* Haqiqatdan ham, 5.1-rasmdan ko'rinib turibdiki, agar ixtiyoriy olingan O nuqtaga nisbatan momentlarning yig'indisi $m_O(\vec{F}_{12}) + m_O(\vec{F}_{21}) = 0$ bo'ladi. Xuddi shunday natijani ixtiyoriy o'qqa nisbatan olingan momentlar uchun ham isbot qilish mumkin, shu sababli mexanik sistema uchun,

$$\sum \vec{m}_O(\vec{F}_k^i) = 0 \quad \text{va} \quad \sum \vec{m}_A(\vec{F}_k^i) = 0 \quad (5.2)$$

Lekin yuqoridagilarga asosan, ichki kuchlar o'zaro muvozanatlashib, mexanik sistemaning harakatiga ta'sir qilmas ekan deb hisoblamaslik lozim, chunki bu kuchlar sistemaning turli nuqtalariga qo'yilgan bo'lib, shu nuqtalarning nisbiy harakatlariga ta'sir qilishi mumkin. Agar sistema absolyut qattiq jismdan iborat bo'lsa, u holda ichki kuchlarning yig'indisi o'zaro muvozanatlashgan bo'ladi.

5.2 Sistemaning massasi Massalar markazi.

Mexanik sistemaning harakati, unga ta'sir etuvchi kuchlardan tashqari, sistemaning umumiy massasi va massalarning qanday tarqalganligiga ham bog'liq bo'ladi. *Sistemaning massasi* (M yoki m - harflari orqali ifodalanadi), *sistemani tashkil etuvchi nuqtalar yoki jismlarning massalarini arifmetik yig'indisiga teng bo'ladi:*

$$M = \sum m_k \quad (5.3)$$

Massalarning tarqalganligi, sistemaning har bir nuqtasining massasi m_k va shu massalarning o'zaro qanday joylashgan ekanligiga, ya'ni ularning x_k, y_k, z_k koordinatalariga bog'liq holda aniqlanadi. Lekin biz quyida ko'rib o'tadigan dinamikaga oid, aniqrog'i qattiq jism dinamikasiga oid masalalarni yechishda, har bir nuqtaning massasi m_k va ularning koordinatalari x_k, y_k, z_k orqali emas, balki ularni xarakterlovchi umumiy ifodalar orqali amalga oshiriladi.

Ulardan biri, *massalar markazining koordinatasi* (sistema nuqtalari massalarining, ularning koordinatalariga ko'paytmalarining

yig'indisi orqali ifodalanadi); ikkinchisi, o'qqa nisbatan inersiya momentlari (sistema nuqtalari massalarining, ularning ikkitadan iborat koordinatalari kvadratlariga ko'paytmalarining yig'indisi orqali ifodalanadi); uchinchisi, markazdan qochma inersiya momentlari (sistema nuqtalari massalarining, ularning ikkita koordinatalariga ko'paytmalarining yig'indisi orqali ifodalanadi).

Massalar markazi. Bir jinsli og'irlik kuchi maydonida, ya'ni $g=const$ bo'lganda, har bir zarrachaning og'irligi uning massasiga proporsional bo'ladi. Shu sababli, sistema massalarining qanday tarqalganligini uning massa markazi orqali aniqlanadi. Buning uchun, $p_k=m_k g$ va $P=Mg$ lar orqali ifodalaymiz va tenglikni g -ga qisqartirib yuborsak,

$$x_C = \frac{1}{M} \sum m_k x_k, \quad y_C = \frac{1}{M} \sum m_k y_k, \quad z_C = \frac{1}{M} \sum m_k z_k, \quad (5.4)$$

Olingan formulalarda, moddiy nuqta (zarracha)larni massalari m_k va shu nuqtalarning x_k, y_k, z_k koordinatalari ishtirok etmoqda. Shu sababli, agar m_k, x_k, y_k, z_k lar sistema nuqtalarining massalari va ularning koordinatalaridan iborat bo'lsa, haqiqatdan ham $C(x_C, y_C, z_C)$ nuqtaning holati (o'rni) har qanday jism yoki mexanik sistemaning massalarini tarqalishini xarakterlab beradi.

Koordinatasi (5.4) formula orqali aniqlanadigan C nuqtaning geometrik o'rni, massalar markazi yoki mexanik sistemaning inersiya markazi deb ataladi.

Agar, massa markazini uning radius vektor $\vec{r}_C$ orqali ifodalansa, u holda (5.4) formuladan $\vec{r}_C$ -ni aniqlash formulasini yozamiz

$$\vec{r}_C = \frac{1}{M} \sum m_k \vec{r}_k \quad (5.5)$$

bu yerdagi $\vec{r}_C$ - sistamani tashkil etuvchi nuqtalarning radius-vektorlari.

Yuqorida aniqlangan natijalarga asosan, shuni ta'kidlab o'tish lozim ekanki, bir jinsli og'irlik kuchi maydonidagi qattiq jismning og'irlik markazi va massalar markazining o'rni bir joyda bo'lar ekan. Lekin, massalar markazi og'irlik markazidan mazmunan farqli bo'lib, u o'zining o'rni har qanday kuch maydonida (masalan, markaziy tortilish maydonida) ham saqlab qoladi va massalarni tarqalganlik xarakteristikasi faqat qattiq jism uchunгина o'rinli bo'lib qolmasdan, ixtiyoriy mexanik sistema uchun ham o'rinlidir.

5.3. O'qqa nisbatan inersiya moment. Inersiya radiusi

Jism (sistema)ning berilgan Oz o'qqa nisbatan inersiya momenti deb, jism (sistema)ning barcha nuqtalarining massalarini shu o'qqacha bo'lgan masofalar kvadratlariga ko'paytmalarining yig'indisiga teng bo'lgan, skalyar qiymatga aytiladi:

$$J_z = \sum m_k h_k^2 \quad (5.6)$$

Yuqoridagi ifodaga asosan, jism (yoki sistema)ning ixtiyoriy o'qqa nisbatan inersiya momenti, faqat musbat qiymatdan iborat bo'lib, hechqachon nolga teng bo'lmaydi.

Ilgarilanma harakatlarda jismning inertlik xususiyatini uning massasi qanday belgilagan bo'lsa, aylanma harakatdagi jismning inertlik xususiyatini o'qqa nisbatan inersiya momenti belgilaydi, ya'ni o'qqa nisbatan inersiya momenti aylanma harakatdagi jismning inertlik o'lchovi bo'lib xizmat qiladi.

(5.6) formulaga asosan, jismning inersiya momenti, uning barcha qismlarining o'sha o'qqa nisbatan inersiya momentlarining yig'indisiga teng ekan. Aylanish o'qidan h -masofada joylashgan moddiy nuqtaning inersiya momenti $J_z = mh^2$ -ga teng bo'ladi. SI sistemasida inersiya momentining o'lchov birligi 1 kg m^2 .

O'qqa nisbatan inersiya momentlarini hisoblash uchun, o'qlardan sistemaning nuqtalarigacha bo'lgan masofalarni ularning x_k, y_k, z_k koordinatalari orqali ifodalanadi. U holda, $Oxyz$ o'qlariga nisbatan inersiya momentlari quyidagi formulalar orqali ifodalanadi

$$J_x = \sum m_k (y_k^2 + z_k^2), \quad J_y = \sum m_k (x_k^2 + z_k^2), \quad J_z = \sum m_k (x_k^2 + y_k^2). \quad (5.7)$$

Aksariyat, hisoblash ishlarida inersiya radiusi degan iboradan foydalaniladi. Oz o'qiga nisbatan inersiya radiusi ρ_z deb, quyidagi musbat skalyar ifodaga aytiladi

$$J_z = M \rho_z^2 \quad (5.8)$$

bu yerda M - jismning massasi. Yuqoridagi ifodadan ko'rinib turibdiki, inersiya radiusi bu Oz o'qidan shunday nuqttagacha bo'lgan masofadan iborat ekanki, jismning butun massasini shu nuqtaga joylashtirib, so'ngra shu massaning Oz o'qiga nisbatan olingan inersiya momentiga teng ekan. (5.6) va (5.7) formulalar, qattiq jism uchun ham, moddiy nuqtalarning ixtiyoriy sistemalari uchun ham o'rinlidir. Agar jism yaxlit bo'lsa, uni elementar bo'lakchalarga ajratib yuboriladi, har

bir elementar qismlarning inersiya momentlari (5.6) -ning yig'indisining limiti integralga aylanadi. Hamda $dm = \rho dV$, bu yerda ρ - jismning zichligi, V - jismning umumiy hajmi ekanligini e'tiborga olsak, natijada

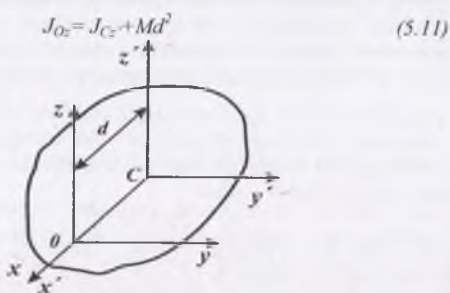
$$J_z = \int_{(V)} h^2 dm \quad \text{yoki} \quad J_z = \int_{(V)} \rho h^2 dV \quad (5.9)$$

Bu yerdagi integral jismning butun hajmi bo'yicha olinadi, lekin ρ - zichlik va h - masofa, har bir nuqtaning koordinatasiga bog'liq ravishda o'zgaradi. Yaxlit jismlarning o'qqa nisbatan inersiya momentlari (5.7) ham, xuddi shu kabi ifodalanadi,

$$J_x = \int_{(V)} \rho(y^2 + z^2) dV \quad (5.10)$$

Bir jinsli to'g'ri shakldagi jismlarning inersiya momentlarini hisoblashda (5.9) va (5.10) formulalar juda katta qulayliklar tug'diradi. Hamda jismning zichligi o'zgarmas qiymat bo'lganligi sababli integral ostidan chiqarib yuboriladi.

Gyuygens-Shteyner teoremasi: *jismning berilgan o'qqa nisbatan inersiya momenti, shu o'qqa parallel ravishda massa markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti va jismning umumiy massasini o'qlar orasidagi masofa kvadratiga ko'paytmasining yig'indisiga teng.*

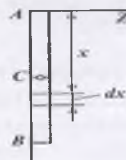


(5.11) formuladan ko'rinib turgandek, $J_{Oz'} > J_{Cz'}$. Demak, shu yo'nalishdagi barcha o'qlarga nisbatan inersiya momentlarining eng kichkinasi massa markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan bo'lar ekan (5.2-rasm).

Agar, biror Az_2 o'qqa nisbatan inersiya momenti ma'lum bo'lsa, yuqoridagi teoremasi orqali, shu o'qqa parallel yo'nalgan *ixtiyoriy* Oz_1 o'qqa nisbatan inersiya momentini aniqlash mumkin ekan. Ammo qo'shimcha ravishda, har bir o'qning massa markazigacha bo'lgan d_1 va d_2 masofalar ma'lum bo'lishi kerak. U holda J_{Az_2} va d_2 -larni bilgan holda (5.11) formula orqali $J_{Cz'}$ -ni aniqlaymiz, so'ngra o'sha formula orqali J_{Oz_1} ni aniqlaymiz.

Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalari:

91-masala. Massasi M va uzunligi l - bo'lgan bir jinsli ingichka sterjen berilgan bo'lsin. Shu sterjenning o'qiga perpendikulyar bo'lib, uning A uchidan o'tuvchi Az o'qqa nisbatan inersiya momenti aniqlansin.



Yechilishi: AB sterjen bo'ylab, Ax o'qini o'tkazamiz. U holda uzunligi dx bo'lgan ixtiyoriy elementar kesmaning Az o'qigacha bo'lgan masofasi $h=x$ va massasi $dm = \rho_1 dx$, bu yerdagi $\rho_1 = M/l$ - sterjenning uzunlik birligining massasi. Bularni e'tiborga olsak

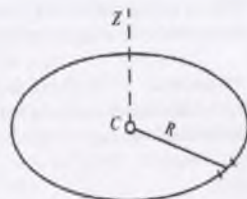
$$J_A = \int_0^l x^2 dm = \rho_1 \int_0^l x^2 dx = \rho_1 l^3 / 3 \quad \text{hosil bo'ladi.}$$

Bu ifodadagi ρ_1 -ning qiymatini o'rniga qo'ysak

$$J_A = Ml^2/3$$

bo'ladi.

92-masala. Massasi M va radiusi R -ga teng bo'lgan bir jinsli ingichka halqa berilgan bo'lib, bu jismning halqa tekisligiga perpendikulyar bo'lgan va uning geometrik markazi C nuqtadan o'tuvchi Cz o'qiga nisbatan inersiya momentini hisoblang.



Yechilishi: Halqaning barcha nuqtalari Cz o'qidan bir xil $h_k = R$ masofada joylashgan ekanliklari sababli, quyidagini yozamiz:

$$J_C = \sum m_k R^2 = (\sum m_k) R^2 = MR^2$$

Demak, halqaning Cz o'qiga nisbatan inersiya momenti

$$J_C = MR^2$$

Massasi M , radiusi R -ga teng bo'lgan silindrsimon yupqa yuzaning o'qidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti uchun ham, shu formuladan foydalaniladi.

93-masala. Doiraviy plastinaning uning markazidan o'tuvchi va doira tekisligiga perpendikulyar bo'lgan Cz - o'qqa nisbatan inersiya momentini aniqlang.



Yechilishi: Doiradan eni dr -ga teng va radiusi r -bo'lgan halqa ajratib olamiz. Ushbu halqaning yuzasi $2\pi \cdot dr$, massasi $dm = \rho_2 2\pi \cdot dr$ bu yerdagi $\rho_2 = M/\pi R^2$ - plastina yuza birligining massasi. U holda ajratilgan elementar halqa uchun inersiya momenti

$$dJ_C = r^2 dm = 2\pi \rho_2 r^3 dr \text{ bo'ladi va butun halqa uchun esa}$$

$$J_C = 2\pi \rho_2 \int_0^R r^3 dr = \pi \rho_2 R^4 / 2$$

ρ_2 -ning qiymatini keltirib qo'ysak

$$J_C = MR^2 / 2$$

94-masala. 91-masala chizmasiga ko'ra ingichka sterjenning massa markazidan o'tuvchi va sterjenga perpendikulyar bo'lgan Cz o'qqa nisbatan inersiya momenti aniqlansin.

Yechilishi: Sterjenning A uchidan o'tuvchi Az o'qini yo'naltiramiz. U holda:

$$J_C = J_A - Md^2$$

Ushbu masalada $d=l/2$, bu yerda l - sterjenning uzunligi, J_A - A nuqtadan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti. Demak,

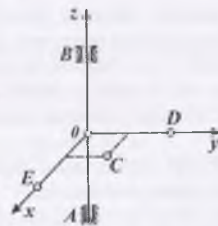
$$J_C = Ml^2 / 3 - Ml^2 / 4 = Ml^2 / 12.$$

95-masala. 91-masala chizmasiga ko'ra silindrnig yasovchisi bo'ylab o'tkazilgan Az_1 -o'qqa nisbatan inersiya momenti aniqlansin.

Yechilishi: Gyugens-Shteyner teoremasiga asosan $J_{Az_1} = J_{Cz} + Md^2$. Ushbu masalada $d=R$ va $J_{Cz} = MR^2 / 2$. Bularni yuqoridagi tenglamaga qo'ysak,

$$J_{Az_1} = MR^2 / 2 + MR^2 = (3/2) MR^2.$$

96-masala. AB vertikal valga hamda o'zaro perpendikulyar bo'lgan r uzunlikdagi OE va OD sterjenlar vositasida bir xil E va D yuklar biriktirilgan. Sterjenlari va val massasini hisobga olmay va yukla-rini moddiy nuqta deb qarab sistemaning massalari markazi topilsin.



Yechilishi: Koordinatalar o'qlarini o'tkazamiz. Yuklar massalarini m bilan belgilasak, $E(r, 0, 0)$, $D(0, r, 0)$ bo'lgani uchun

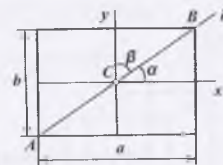
$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{mr}{2m} = \frac{r}{2}$$

$$y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{mr}{2m} = \frac{r}{2}$$

$$z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i} = \frac{0}{2m} = 0$$

o'rinlidir. Binobarin, sistemaning massalar markazi $C(r/2; r/2; 0)$ nuqtada yotadi.

97-masala. Massasi m , tomonlari a va b larga teng bo'lgan, to'g'ri burchakli plastina-ni diagonaliga nisbatan inertsia momenti aniqlansin.



Yechilishi: Massa markazi C nuqtadan Cxy o'qlarni o'tkazamiz (rasmda Cz - o'qi ko'rsatilmagan) va bu o'qlar simmetriya o'qlari bo'lgani uchun, ular C nuqtadagi bosh inertsia o'qlari hisoblanadilar. U holda $\gamma = 90^\circ$ ekanligi sababli

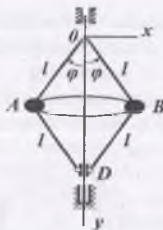
$$J_I = J_x \cos^2 \alpha + J_y \cos^2 \beta$$

bo'ladi. Ushbu masalada ham plastina uchun $J_x = mb^2 / 12$, $J_y = ma^2 / 12$ ekanligini aniqlaymiz hamda $\cos \alpha = a/c$, $\cos \beta = b/c$ va $c = AB$ bo'ladi. Natijada,

$$J_I = ma^2 b^2 / 6c^2 = ma^2 b^2 / 6(a^2 + b^2)$$

Natija o'rinli ekanligini ko'rish mumkin.

98-masala. Rasmda tasvirlangan markazdan qochma regulyator, har biri M_1 massali A va B sharlar, massasi M_2 ga teng D muftadan iborat bo'lsa, regulyator massalar markazining holati aniqlansin. A va B sharlar nuqtaviy massalar deb hisoblansin. Sterjenlar massalari hisobga olinmasin.



Yechilishi: Massalar markazi koordinatalarini aniqlash

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

$$y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$$

$$z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

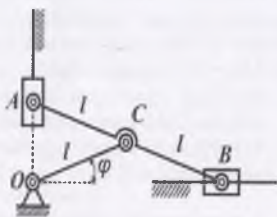
formulasini bilgan holda A va B sharlar massalarini burchak orqali quyidagicha ifodalash mumkin.

$$x_c = \frac{-M_1 l \sin \varphi + M_1 l \sin \varphi + M_2 \cdot 0}{2M_1 + M_2} = 0$$

$$y_c = \frac{M_1 l \cos \varphi + M_1 l \cos \varphi + M_2 \cdot 2l \cos \varphi}{2M_1 + M_2} = 2 \frac{M_1 + M_2}{2M_1 + M_2} l \cos \varphi$$

Mustaqil yechish uchun masalalar.

99-masala. Har qaysisining massasi M_1 bo'lgan A va B muftalar, M_2 massali OC krivoship hamda massasi $2M_2$ bo'lgan AB lineykadan iborat ellipsograf mexanizmi massalar markazining teayektoriyasi aniqlansin. Berilgan: $OC=AC=CB=l$. Lineyka va krivoshipni bir jinsli sterjenlar, muftalarni esa moddiy nuqtalar deb hisoblansin.



Javob: Markazi O nuqtada va radiusi $\frac{4M_1 + 5M_2}{2M_1 + 3M_2} \frac{l}{2}$ ga teng aylana.

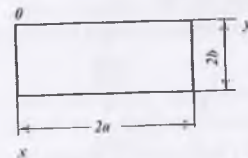
100-masala. Radiusi 5 sm va massasi 100 kg bo'lgan po'lat valning yasovchisiga nisbatan inersiya moment hisoblansin. Valni bir jinsli silindr deb qaralsin.

Javob: 3750 kg sm^2

101-masala. Bir jinsli M massali va r radiusli yupqa yarim diskning yarim disk diametri bo'ylab chegaralab o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti hisoblansin.

Javob: $Mr^2/4$

102-masala. Rasmda tasvirlangan bir jinsli, to'g'ri burchakli M massali plastinkaning x va y o'qlarga nisbatan inersiya momentlari I_x va I_y hisoblansin.



Javob:

$$I_x = \frac{4}{3} Ma^3$$

$$I_y = \frac{4}{3} Mb^3$$

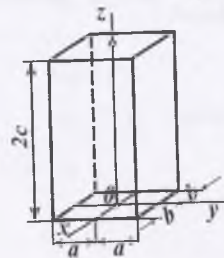
103-masala. Rasmda tasvirlangan bir jinsli to'g'ri burchakli M massali parallelepipedning x , y va z o'qlarga nisbatan inersiya momentlari aniqlansin.

$$I_x = \frac{M}{3}(a^2 + 4c^2),$$

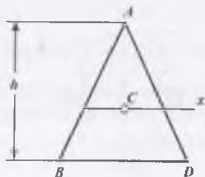
$$I_y = \frac{M}{3}(b^2 + 4c^2),$$

$$I_z = \frac{M}{3}(a^2 + b^2)$$

Javob:



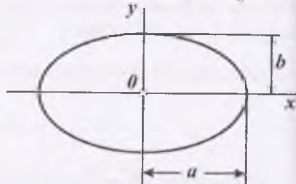
104-masala. Teng yonli uchburchak shaklidagi h balandlikka ega bo'lgan, bir jinsli M massali plastinkaning C inersiya markazidan asosiga parallel ravishda o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya moment hisoblansin.



Javob: $\frac{1}{18} Mh^2$

105-masala. Bir jinsli metal plastinka teng tomonli uchburchak shaklida ishlangan. Plastinka massasi $-M$, tomonining uzunligi $-l$. Plastinkaning bir uchidan uning asosiga parallel o'tadigan z o'qqa nisbatan inersiya moment hisoblansin.

Javob: $I_z = \frac{3}{8} Ml^2$



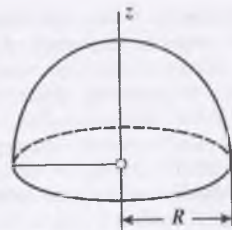
106-masala. Yupqa bir jinsli, M massali elliptik plastinka $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ kontur bilan chegaralangan. Shu plastinkaning uchta o'zaro tik x, y va z o'qlarga nisbatan inersiya momentlari aniqlansin.

$$I_x = \frac{1}{4} Mb^2,$$

Javob: $I_y = \frac{1}{4} Ma^2,$

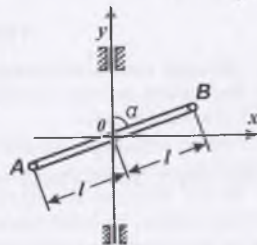
$$I_z = \frac{1}{4} M(a^2 + b^2).$$

107-masala. Radiusi R ga teng yarim sfera shaklida ishlangan yupqa bir jinsli qobiqning uni chegaralovchi tekislikka tik bo'lib, yarim sfera markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya moment hisoblansin. Qobiqning M massasi yarim sfera sirti bo'ylab bir tekis taqsimlangan.



Javob: $\frac{2}{3} MR^2$

108-masala. Massasi M bo'lgan $2l$ uzunlikdagi ingichka bir jinsli AB sterjen O markazi bilan vertikal o'qqa biriktirilgan. Sterjen vertikal bilan α burchak tashkil etadi. Sterjenning I_x, I_y momentlarida I_{xy} markazdan qochma inersiya momenti hisoblansin. Koordinata o'qlari rasmda ko'rsatilgan.



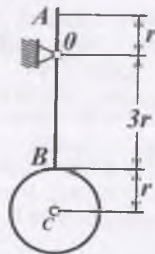
$$I_x = \frac{1}{3} Ml^2 \cos^2 \alpha,$$

Javob: $I_y = \frac{1}{3} Ml^2 \sin^2 \alpha,$

$$I_{xy} = \frac{1}{6} Ml^2 \sin 2\alpha.$$

109-masala. Mayatnik M_1 massali ingichka bir jinsli AB sterjen uchiga biriktirilgan massasi M_2 bo'lgan bir jinsli C diskdan iborat. Sterjen uzunligi $4r$, bu yerda r -disk radiusi. Mayatnikning sterjen uchidan r masofada, mayatnik tekisligiga tik qilib o'tkazilgan O osilish o'qiga nisbatan inersiya moment aniqlansin.

Javob: $\frac{14M_1 + 99M_2}{6} \cdot r^2$



Testlar:

1) Mexanik sistema deb nimaga aytiladi?

- A) Bir-biridan ma'lum masofada joylashgan nuqtalar to'plamiga mexanik sistema deyiladi.
- B) Fazoda joylashgan bir-biri bilan bog'liq bo'lmagan nuqtalar to'plami mexanik sistema deyiladi.
- C) Bir-biri bilan ma'lum munosabatda bog'langan xamda xar bir nuqtasining harakati va holati boshqa nuqtalarning harakati va holatiga bog'liq bo'lgan sistema mexanik sistema deyiladi.
- D) Tekislikda joylashgan bir-biri bilan ma'lum munosabatda bo'lgan moddiy nuqtalar to'plamiga mexanik sistema deyiladi.

2) Tashqi kuchlar deb qanday kuchlarga aytiladi?

- A) Mexanik sistema nuqtalariga kirmaydigan nuqta yoki jismlar tomonidan ko'rsatiladigan ta'sir kuchlari tashqi kuchlar deyiladi.
- B) Mexanik sistema kiruvchi moddiy nuqtalar orasidagi o'zaro ta'sir kuchlariga tashqi kuchlar deyiladi.
- C) Nuqta yoki jismlar tomonidan bir-biriga ko'rsatiladigan ta'sir kuchlari tashqi kuchlar deyiladi.
- D) Jismni tashqil qilgan moddiy nuqtalar orasidagi o'zaro ta'sir kuchlari tashqi kuchlar deyiladi.

3) Ichki kuchlar deb nimaga aytiladi?

- A) Nuqtalar tomonidan jismga ko'rsatadigan kuchlari ichki kuchlar deyiladi.
- B) Sistemani tashkil etuvchi nuqtalarning o'zaro ta'sir kuchlari ichki kuchlar deyiladi.
- C) Jism tomonidan moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlar ichki kuchlar deyiladi.
- D) Bir jismning ikkinchi bir jismga ko'rsatadigan ta'sir kuchi ichki kuchlar deyiladi.

4) Jismning o'qqa nisbatan inersiya momenti qanday formula orqali aniqlanadi?

- A) $I_x = \sum p_k \cdot h^2$
- B) $K_x = \frac{\sum m_k h_k^2}{2}$
- C) $I_x = \sum m_k \cdot h_k^2$
- D) $K_0 = \frac{\sum p_k h_k^2}{3}$

5) Gyuygens-Shteyner teoremasi qaysi formula orqali ifodalanadi?

- A) $I_x = I_{cx} + md^2$
- B) $K_x = K_0 + md$
- C) $I_x = I_{cx} - pd^2$
- D) $I_x = I_{cx} + \frac{md^2}{2}$

6) Aylanma harakatdagi jismning inertlik o'lchovi bu - ...

- A) O'qq nisbatan inersiya momenti
- B) Markazga intilma tezlanish
- C) Inersiya radiusi
- D) Kinetik energiya

7) Sistema barcha ichki kuchlarning geometrik yig'indisi ... Jumlani davom ettiring?

- A) Noldan farqli
- B) Nolga teng
- C) Musbat kattalik

D) Manfiy kattalik

8) Nuqtaga nisbatan inersiya momentini yana qanday atama bilan atash mumkin?

- A) O'qqa nisbatan inersiya momenti
- B) Qutbga nisbatan inersiya momenti
- C) Tekislikka nisbatan inersiya momenti
- D) Boshqacha atab bo'lmaydi

9) Sistema tarkibiga kiruvchi nuqtalarning massalari ... sistemaning massasi deyiladi. Jumlagi mos javobni tanlang?

- A) Yig'indisi
- B) Ayirmasi
- C) Ko'paytmasi
- D) Bo'linmasi

10) Quyidagilardan qaysi biri Gyuygens-Shteyner teoremasini ifodalaydi.

- A) $J_{Oz} = J_{Cz} + Md^2$
- B) $J_{Oz} = J_{Cz} - Md^2$
- C) $J_{Oz} = J_{Cz} + Md$
- D) $J_{Oz} = J_{Cz} - Md$

Mavzu yuzasidan tuzilgan boshqotirma:

O'zaro moslikni aniqlang

S1	Mexanik sistemaning massasi	J1	$J_x = \sum m_k (y_k^2 + z_k^2),$ $J_y = \sum m_k (x_k^2 + z_k^2),$ $J_z = \sum m_k (x_k^2 + y_k^2)$
S2	Sistemani tashkil etuvchi nuqtalarning radius-vektorlari.	J2	$J_{Oz} = J_{Cz} + Md^2$
S3	Oz o'qqa nisbatan inersiya momenti	J3	$I_x = \frac{1}{3} Ml^2$
S4	Oxyz o'qlariga nisbatan inersiya momentlari	J4	$M = \sum m_k$

S5	Yaxlit jismlarning o'qqa nisbatan inersiya moment	J5	$I_x = I_y = I_z = \frac{2}{5} MR^2$
S6	Gyuygens-Shteyner teoremasi	J6	$I_z = \frac{MR^2}{2}$
S7	Bir jinsli sterjenning inersiya momenti	J7	$I_o = \frac{3}{5} MR^2$
S8	Ingichka doiraviy halqaning inersiya momenti	J8	$\bar{r}_c = \frac{1}{M} \sum m_k \bar{r}_k$
S9	Bir jinsli doiraviy diskning inersiya momenti	J9	$J_z = \int_V \rho (y^2 + z^2) dV$
S10	Quvurning inersiya momenti	J10	$I_{Cz} = \frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2)$
S11	Sharning markaziga nisbatan inersiya momenti	J11	$I_z = MR^2$
S12	Sharning markazidan o'tuvchi koordinata o'qlariga nisbatan inersiya momenti	J12	$J_z = \sum m_k h_k^2$

Boshqotirmani yechish uchun namuna:

S1	Mexanik sistemaning massasi	J4	$M = \sum m_k$
S2	Sistemani tashkil etuvchi nuqtalarning radius-vektorlari.		
S3	Oz o'qqa nisbatan inersiya momenti		
S4	Oxyz o'qlariga nisbatan inersiya momentlari		

S5	Yaxlit jismlarning o'qqa nisbatan inersiya moment		
S6	Gyuygens-Shteyner teoremasi		
S7	Bir jinsli sterjenning inersiya momenti		
S8	Ingichka doiraviy halqaning inersiya momenti		
S9	Bir jinsli doiraviy diskning inersiya momenti		
S10	Quvurning inersiya momenti		
S11	Sharning markaziga nisbatan inersiya momenti		
S12	Sharning markazidan o'tuvchi koordinata o'qlariga nisbatan inersiya momenti		

VI BOB. MEXANIK SISTEMA UCHUN DINAMIKANING UMUMIY TEOREMALARI

6.1. Sistemaning harakat miqdori va uning o'zgarishi haqidagi teorema

Nuqta dinamikasidan ma'lumki nuqta massasi m bilan berilgan ondagi tezligi q ning ko'paytmasiga teng

$$q = m\vec{q} \quad (6.1)$$

vektor nuqtaning harakat miqdorini ifodalaydi.

Mexanik sistema nuqtalari harakat miqdorlarining geometrik yig'indisiga teng vektor

$$\vec{Q} = \sum m_i \vec{q}_i \quad (6.2)$$

Sistemaning harakat miqdori (yoki harakat miqdorining bosh vektori) deyiladi.

$\vec{q}_i = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$ ($\vec{r}_i$ - M_i nuqta inersial sistemaga nisbatan radius-vektori)

hamda sistema nuqtalarining massalari o'zgarmas bo'lgani uchun

$$\vec{Q} = \sum m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{d\vec{r}_i}{dt} \sum m_i \vec{r}_i$$

$\sum m_i \vec{r}_i = M\vec{r}_c$ (M - butun sistema massasi, $\vec{r}_c$ - massalar markazining radius-vektori) munosabat o'rinni bo'lgani uchun

$$\vec{Q} = \frac{d}{dt}(M\vec{r}_c) = M \frac{d\vec{r}_c}{dt}$$

bunda $\frac{d\vec{r}_c}{dt} = \vec{q}_c$ sistema massalari markazining tezligini ifodalaydi.

Demak,

$$\vec{Q} = M \vec{q}_c \quad (6.3)$$

bo'lib, sistema harakat miqdori butun sistema massasi bilan sistema massalar markazi tezligining ko'paytmasiga teng. (6.3) ni boshqacha quyidagicha talqin qilish mumkin: sistemaning harakat miqdori butun sistemaning massasi mujassamlashgan deb qaraladigan sistema massalar markazining harakat miqdoriga teng.

(6.2) va (6.3) ga ko'ra, sistema harakat miqdorining koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini aniqlash mumkin:

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= \sum m_i \ddot{x}_i = M \ddot{x}_0 \\ Q_y &= \sum m_i \ddot{y}_i = M \ddot{y}_0 \\ Q_z &= \sum m_i \ddot{z}_i = M \ddot{z}_0 \end{aligned} \right\}$$

Mexanik harakatning vektorli o'lovchi sifatida harakat miqdori olinadi

6.2 Sistemaning kinetik energiyasi va sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema. Kyonig teoremasi

Mexanik sistema barcha nuqtalarining kinetik energiyalari yig'indisiga teng

$$T = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} \quad (6.4)$$

kattalik *sistemaning kinetik energiyasi* deyiladi. Sistemaning harakati murakkab harakatdan iborat bo'lganda esa

$$T = \frac{1}{2} \sum m_i (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 + \dot{z}_c^2) + \frac{1}{2} \sum m_i (\dot{x}_c')^2 + \dot{y}_c' \sum m_i \dot{x}_c'$$

O'rinli bo'ladi. Bunda $\sum m_i = M$ - butun sistema massasi.

$$\sum m_i \ddot{x}_c' = \sum m_i \frac{dx_c'}{dt} = \frac{d}{dt} \sum m_i \dot{x}_c' = \frac{d}{dt} (M \dot{x}_c') = 0$$

(Koordinatalar boshi C nuqtada bo'lganligi uchun $r_c = 0$).

$\frac{1}{2} \sum m_i (\dot{x}_c')^2 = T'$ - sistemaning massalar markaziga nisbatan nisbiy harakat kinetik energiyasi.

$$T = \frac{M \dot{x}_c^2}{2} + T' \quad (6.5)$$

(6.5) tenglik sistemaning kinetik energiyasi haqidagi Kyonig teoremasini ifodalaydi: *sistema absolyut harakatining kinetik energiyasi butun sistema massasi mujassamlangan deb qaraladigan sistema massalar markazining kinetik energiyasi bilan sistemaning massalar markaziga nisbatan kinetik energiyalarining yig'indisiga teng.*

a) Ilgarilama harakatdagi jismning kinetik energiyasi

Ilgarilama harakatda $\dot{\varphi}_0 = \varphi$ bo'lgani uchun

$$T = \sum \frac{m_i \dot{\varphi}_i^2}{2} = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} \sum m_i = \frac{M \dot{\varphi}^2}{2} \quad (6.6)$$

Ilgarilama harakatdagi jismning kinetik energiyasi massasi butun sistema massasiga teng sistema ixtiyoriy nuqtasining kinetik energiyasiga teng.

b) Qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakatdagi jismning kinetik energiyasi

$$\dot{\varphi}_i = \omega h_{iv}$$

ω - jismning aylanish burchak tezligi,

h_v - jismning M_v nuqtasidan aylanish o'qigacha bo'lgan masofa.

$$T = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum m_i h_i^2$$

Jismning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti

$$J_v = \sum m_i h_i^2$$

bo'lgani uchun

$$T = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (6.7)$$

Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi jismning kinetik energiyasi jismning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti bilan uning burchak tezligi kvadrati ko'paytmasining yarmiga teng.

M_N nuqtalardan tashkil topgan sistemaning ixtiyoriy M_v nuqtasiga ta'sir etuvchi tashqi va ichki kuchlarning teng ta'sir etuvchilarini mos ravishda $\vec{F}_v'$ eku $\vec{F}_v$ bilan belgilaymiz.

Sistema M_v nuqtasi uchun quyidagi tenglik o'rinlidir

$$\frac{m_i \dot{\varphi}_i^2}{2} - \frac{m_i \dot{\varphi}_v^2}{2} = A_v' + A_v'' \quad (\varphi = 1, 2, \dots, N)$$

Bunda A_v' - F_v' kuchning A_v' - F_v' kuchning M_{ov} M_v ko'chishdagi ishlari. Yuqoridagi barcha tengliklarni qo'shsak,

$$\sum \frac{m_i \dot{\varphi}_i^2}{2} - \sum \frac{m_i \dot{\varphi}_v^2}{2} = \sum A_v' + \sum A_v''$$

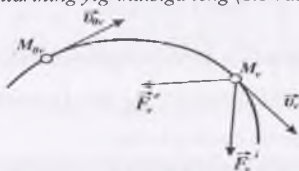
yoki

$$T - T_o = A^e + A' \quad (6.8)$$

Bunda T_o va T - sistemaning boshlang'ich va istalgan paytdagi kinetik energiyalari, A^e va A' - barcha tashqi va ichki kuchlar sistemasining ishlari.

(6.8) tenglama chekli vaqt ichida *sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema*ni ifodalaydi: *sistemaning bir holatdan boshqa holatga ko'chishida kinetik energiyasining o'zgarishi sistema*

nuqtalariga ta'sir etuvchi tashqi va ichki kuchlarning mos ko'chishlardagi ishlarining yig'indisiga teng (6.1-rasm).



6.1-rasm

Sistemaning juda kichik vaqt ichidagi elementar ko'chishi uchun bu teorema

$$dT = d'A^e + d'A^i \quad (6.9)$$

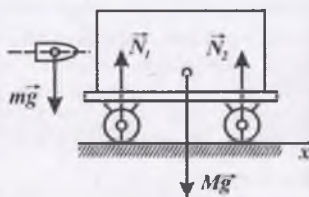
ko'rinishda yoziladi. (6.9) ni dt ga bo'lib quyidagi tenglikni olamiz:

$$\frac{dT}{dt} = N^e + N^i \quad (6.10)$$

(6.10) tenglama sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremaning differensial ko'rinishini ifodalaydi: *sistema kinetik energiyasidan vaqt bo'yicha olingan hosila sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi barcha tashqi va ichki kuchlar quvvatlarining yig'indisiga teng.*

Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar.

110-masala. Horizontal yo'nalishda u - tezlik bilan uchib ketayotgan m - massali o'q, aravachaga o'ratilgan qum solingan yashikka borib tegadi. Agar, aravacha bilan qum solingan yashikning massasi M - ga teng bo'lsa, aravachaning o'q tekkandan keyingi tezligi aniqlansin.



Yechilishi: Aravacha va o'qni bir sistema deb hisoblaymiz. Shu sababli, o'qni yashikka borib urilgandagi bizga noma'lum bo'lgan kuchni tenglamadan chiqarib yuborishga yo'l ochiladi. Sistemaga qo'yilgan tashqi kuchlarning gorizontal yo'nalgan Ox o'qidagi proyeksiyalarining yig'indisi nolga teng bo'ladi. Demak, $Q_x = \text{const}$ yoki $Q_{1x} = Q_{0x}$ bu yerda Q_0 - sistemaning o'qi urilguncha bo'lgandagi harakat miqdori; Q_1 - o'q tekkandan keyingi harakat miqdori. O'q kelib urilguncha aravacha qo'zg'almas bo'lgani uchun $Q_{0x} = mu$ bo'ladi.

O'q tekkandan keyin, o'q bilan aravacha bir xil umumiy v - tezlik bilan harakat qiladi. U holda $Q_{1x} = (M+m)v$ bo'ladi.

Q_{1x} va Q_{0x} -larning o'ng tomonlarini tenglab, aravachaning tezligini aniqlaymiz:

$$v = \frac{mu}{m+M}$$

111-masala. Kuzovdagi yukni o'zi ag'daruvchi mashinani g'ildiraklari tormozlangan bo'lganida yukni to'kishda kuzovdagi yuk $s = at^2/2$ qonun bilan sirpanib harakatlanga va yukni masasi $m_1 = 10$ t, mashinani yuki bo'lmaganda massasi $m_2 = 21$ t, kuzov gorizontal nisbatan $\alpha = 50^\circ$ va parametr $a = 3,7$ m/c² bo'lgan holatida mashina g'ildiraklari va grunt orasidagi F_f - ishqalanish kuchi va avtomobilni gruntga beradigan bosimlar yig'indisi aniqlansin.

Yechilishi: Mashina va yukdan iborat mexanik sistemaga: yukni m_1g og'irlik kuchi; oldingi va orqa g'ildiraklarga mos ravishda ta'sir etuvchi $\vec{F}_n^1$ va $\vec{F}_n^2$ reaksiya va g'ildiraklar bilan grunt orasidagi $\vec{F}_f^1$ va $\vec{F}_f^2$ ilashma kuchlari ta'sir etadi.

Yuk mashinadan ag'darilayotganda yuk kuzov bo'ylab harakatlanishi va mashina ishqalanish kuchi ta'sirida qo'zg'almas qolganligi sababli sistemaning harakat miqdori yukning harakat miqdoriga teng bo'lib qoladi, ya'ni $\vec{Q} = \vec{Q}_1 = m_1g$

Yuk qo'zg'almas holatdan boshlab ilgari lama harakatga keladi, yukni berilgan ko'chish qonuni esa $S_0 = 0$ va $V_0 = 0$ qiymatlarda teng tezlanuvchan qonunga, a parametr esa yuk tezlanishiga mos keladi.

Bu hol uchun sistemani harakat miqdorini o'zgarishi haqidagi teoremani qo'llab

$$\frac{dQ_x}{dt} = \frac{d}{dt}(m_1 g_x) = F'_x + F''_x$$

$$\frac{dQ_y}{dt} = \frac{d}{dt}(m_1 g_y) = -m_1 g - m_2 g + F'_y + F''_y$$

eku

$$m_1 a_x = F'_x, \quad m_1 a_y = -(m_1 + m_2)g + F''_y$$

tenglarni olamiz. Bu yerda a_x va a_y - tezlanish proyeksiyasi bo'lib $a_x = a \cdot \cos \alpha$ va $a_y = -a \cdot \sin \alpha$ formula bilan hisoblanadi; $F'_x = F'_x + F''_x$ - ishqalanish kuchlarining yig'indisi; $F''_y = F''_y + F''_y$ - avtomobilni orqa va oldingi juft g'ildiraklarining gruntga beradigan bosimlari yig'indisiga teng bo'lgan grunt reaksiya kuchlarining yig'indisi.

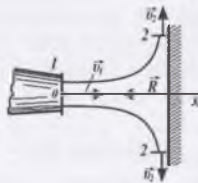
Endi birinchi navbatda F'_y va F''_y larni aniqlab olamiz.

$$F'_y = m_1 a_y \cos \alpha = 10 \cdot 3,7 \cdot \cos 50^\circ = 23,783 \text{ kH}$$

$$F''_y = R_y = (m_1 + m_2)g - m_1 a_y \sin \alpha = (10 + 21) \cdot 9,81 - 10 \cdot 3,7 \sin 50^\circ = 275,766 \text{ kH}$$

Bundan, kuzov bo'ylab yuk harakatlanayotgan paytda avtomobilni gruntga beradigan to'liq bosimi mashina va yukni umumiy og'irlik kuchidan 9,32 % kam ekanligini ta'kidlash kerak bo'ladi.

112-masala. Otilib chiqayotgan suvning bosimi. Brandspoytdan $g = 10 \text{ m/s}$ tezlik bilan otilib chiqayotgan suv, qattiq devorga to'g'ri burchak ostida urilmoqda. Otilib chiqayotgan suvning diametri $d = 4 \text{ sm}$. Devorga ko'rsatilayotgan dinamik bosim kuchi aniqlansin.



Yechilishi: Suvning 1 va 2 kesimlar orasida joylashgan qismini olib ko'ramiz va ikkala tomonini Ox o'qiga proyeksiyalaymiz. Ox o'qi bo'ylab suvga ta'sir etayotgan tashqi R kuchning proyeksiyasi $R_x = -R$ bo'lgani uchun

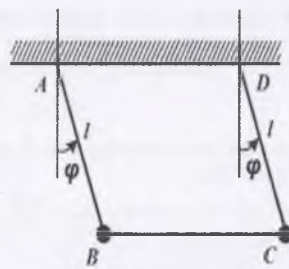
$$G_x(g_{2x} - g_{1x}) = -R$$

Bundan, $g_{1x} = v$, $g_{2x} = 0$ bo'lgani uchun va $G_x = \rho v \pi d^2 / 4$, bu yerdagi suyuqlikning zichligi $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$. Natijada,

$$R = \rho (\pi d^2 / 4) v^2 = 125,6 \text{ N}$$

Demak, suvning devorga ko'rsatgan dinamik bosim kuchi shunga teng ekan.

113-masala. Uchta AB , BC va CD sterjenlar A va D silindrik sharnirlar bilan shipga biriktirilgan bo'lib, o'zaro B va C sharnirlar vositasida bog'langan; hosil qilingan tekis mexanizmnining kinetik energiyasi hisoblanadi. L uzunlikdagi AB va CD sterjenlar har birining massasi M_1 , BC sterjen massasi M_2 bo'lib, $BC = AD$; AB va CD sterjenlar ω burchak tezlik bilan aylanadi.



Yechilishi:

$$T_{AB} = T_{BC} = \frac{1}{2} I_z \cdot \omega^2$$

$I_z = \frac{M_1 L^2}{3}$ - sterjenning inersiya momenti ekanligini hisobga olsak :

$$T_{AB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{M_1 L^2}{3} \cdot \omega^2 = \frac{M_1 L^2 \omega^2}{6}; \quad T_{BC} = \frac{1}{2} M_2 g^2 + \frac{1}{2} I_z \omega^2 = \frac{1}{2} M_2 L^2 \omega^2$$

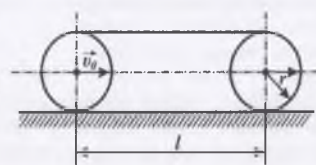
$$g = L \cdot \omega; \quad I_z = I_C = I_A - I_{CB} = 0$$

Shunday qilib tekis mexanizmnining kinetik energiyasi quyidagicha

$$T = T_{AB} + T_{BC} + T_{CD} = \frac{M_1 L^2 \omega^2}{6} + \frac{1}{2} M_2 L^2 \omega^2 + \frac{M_1 L^2 \omega^2}{6} = \frac{1}{3} M_1 L^2 \omega^2 + \frac{1}{2} M_2 L^2 \omega^2 = \frac{2M_1 + 3M_2}{6} L^2 \omega^2$$

aniqlanar ekan.

114-masala. g_0 tezlik bilan harakat qiluvchi traktor guseniasining kinetik energiyasi hisoblanadi. g'ildirak o'qlari orasidagi masofa l ga teng, g'ildirak radiuslari r ga teng, gusenisa zanjiri har metrinining massasi γ ga teng.



Yechilishi: Gusinisa og'irligi $Q = \gamma \cdot L$ bo'lib gusenisa uzunligi esa $L = 2l + 2\pi r = 2(l + \pi r)$ orqali aniqlanadi. Endi uning massasini aniqlaymiz:

$$m = \frac{Q}{g} = \frac{2\gamma(l + \pi r)}{g} = \frac{\gamma L}{g}$$

Gusinisaning yerga tegib turgan qismlari absolyut tezligi nolga teng.

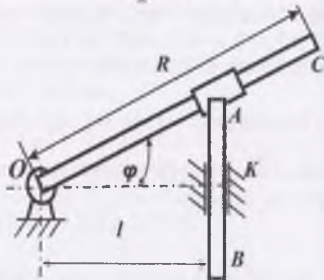
$\vartheta_0 = \vartheta_0$ - gusinisaning nisbiy harakat tezligi.

$$T_{\text{kin}} = T_{\text{pot}} = \frac{m \vartheta_0^2}{2} = \frac{\gamma L \vartheta_0^2}{2g}$$

Traktor gusenisasining kinetik energiyasi ushbu tenglamalar orqali ifodalanar ekan.

$$T = T_{\text{kin}} + T_{\text{pot}} = \frac{\gamma L \vartheta_0^2}{g} \text{ yoki } T = \frac{2\gamma(l + \pi)}{g} \vartheta_0^2$$

115-masala. Kulisa mexanizmda OC richag rasm tekisligiga tik bo'lgan O o'q atrofiga tebranganida, A polzun OC richag bo'ylab siljib, AB sterjenni harakatga keltiradi. AB sterjen vertikal K yo'nalitiruvchilarda harakat qiladi. Uzunligi R bo'lgan OC richag massasi bo'lgan bir jinsli sterjen deb hisoblansin; polzun massasi m , ga, AB sterjen massasi m_1 ga teng, $OK=l$. Mexanizmnining kinetik energiyasi OC richagning burchak tezligi va aylanish burchagi funksiyasi sifatida ifodalansin. Polzun nuqtaviy massa deb hisoblansin.



Yechilishi: Ushbu masalani yechish uchun kinetik energiyalarni uchta qismdan tashkil topgan deb qarab chiqamiz. Ya'ni: Mexanik sistemaning kinetik energiyasi barcha nuqtalarining kinetik energiyalari yig'indisiga teng

$$T_2 = \frac{1}{2} M_2 \vartheta_0^2 \quad \vartheta_{\text{burch}} = OA \cdot \omega = \frac{l \omega}{\cos \varphi}$$

Masofalarni burchaklar orqali ifodalab olamiz:

$$OK = OA \cdot \cos \varphi \quad OA = \frac{OK}{\cos \varphi} = \frac{l}{\cos \varphi}$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 \frac{l^2 \omega^2}{\cos^2 \varphi} = \frac{m_2 l^2 \omega^2}{2 \cos^2 \varphi};$$

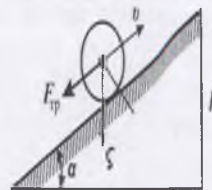
$$T_1 = \frac{1}{2} I_2 \cdot \omega^2 = \frac{m_1 R^2 \omega^2}{6} \quad I_2 = \frac{m_1 R^2}{3}$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_1 \vartheta_{AB}^2 = \frac{1}{2} m_1 \frac{l^2 \omega^2}{\cos^2 \varphi};$$

$$\vartheta_{\text{burch}} = \vartheta_{AB} \cos \varphi \quad \vartheta_{AB} = \frac{\vartheta_{\text{burch}}}{\cos \varphi} = \frac{l \omega}{\cos^2 \varphi}$$

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{m_1 R^2 \omega^2}{6} + \frac{m_2 l^2 \omega^2}{2 \cos^2 \varphi} + \frac{1}{2} m_1 \frac{l^2 \omega^2}{\cos^2 \varphi} = \frac{\omega^2}{6 \cos^2 \varphi} [m_1 R^2 \cos^2 \varphi + 3l^2 (m_2 + m_1)]$$

116-masala. Gorizontal bilan α burchak hosil qilgan qiya tekislik bo'ylab sirg'anmay yumalovchi r radiusli g'ildirak shu qiya tekislik bo'ylab h balandlikka ko'tarilishi uchun g'ildirak o'qiga qiya tekislikka parallel yo'nalishda qanday boshlang'ich qiya tezlik berish kerak? Dumalab ishqalanish koefitsienti f ga teng. g'ildirak bir jinsli disk deb hisoblansin.



Yechilishi: Ushbu masalani yechishda Kyonig teoremasidan foydalanamiz. Unga ko'ra sistema absolyut harakatining kinetik energiyasi butun sistema massasi mujassamlangan deb qaraladigan sistema massalar markazining kinetik energiyasi bilan sistemaning massalar markaziga nisbatan kinetik energiyalarining yig'indisiga teng. Ya'ni: $T_0 = \frac{1}{2} m \vartheta_0^2 + \frac{1}{2} I_c \omega_0^2$

Bunda inersiya momenti $I_c = \frac{1}{2} m r^2$ bo'lib, ω_0 ni $\omega_0 = \frac{\vartheta_0}{r}$ orqali aniqlaymiz. Unga ko'ra: $T_0 = \frac{1}{2} m \vartheta_0^2 + \frac{1}{2} \frac{m r^2}{2} \cdot \frac{\vartheta_0^2}{r^2} = \frac{3}{4} m \vartheta_0^2$

Masofalar va burchaklarni bir-biri orqali ifodalab bajarilgan ish aniqlanadi.

$$\zeta_1 = \zeta \cos \alpha; \quad \zeta_2 = \zeta \sin \alpha; \quad \varphi = \frac{S}{r}; \quad S = \varphi r; \quad S = \frac{h}{\sin \alpha}$$

$$A_z = -\zeta \cdot h; \quad A_{\text{osirp}} = M_{\text{osirp}} \cdot \varphi; \quad M_{\text{osirp}} = N r = \zeta_1 \cdot r^{-1} = f_1 \cdot \zeta \cdot \cos \alpha \cdot r^{-1}$$

$$A_{\text{osirp}} = f \cdot \zeta \cdot \cos \alpha \cdot r^{-1} \cdot S = f \cdot \zeta_1 \cdot \cos \alpha \cdot r^{-1} \cdot \frac{h}{\sin \alpha} = f \cdot \zeta \cdot r^{-1} \cdot h \cdot \text{ctg} \alpha$$

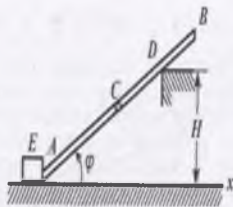
$$-\sum A_i = -T_0$$

Aniqlangan barcha kattaliklarni hisobga olib, g'ildirak o'qiga beriladigan boshlang'ich tezlik aniqlanadi.

$$\frac{3}{4} m \vartheta_c^2 = mgh + mgh f_k \cdot \frac{h}{r} \operatorname{ctg} \alpha \quad \vartheta_c = \frac{2}{3} \sqrt{3mgh \left(1 + \frac{h}{r} \operatorname{ctg} \alpha \right)}$$

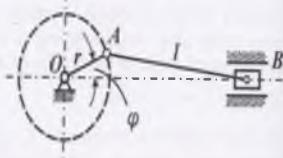
Mustaqil yechish uchun masalalar.

117-masala. Massasi M ga teng bir jinsli ingichka AB sterjen D tirgakka tayanib, A uchi bilan gorizontal yo'naltiruvchi bo'ylab sirpanadi. E tayanch o'ng tomonga ϑ o'zgarmas tezlik bilan siljiydi. Sterjenning uzunligi $2l$ ga teng, D tirgak gorizontal yo'naltiruvchiga nisbatan H balandlikka qo'yilgan bo'lsa, sterjenning kinetik energiyasi φ burchakka bog'liq ravishda aniqlansin.



Javob: $T = \frac{Mg^2}{2} \left(1 - 2 \frac{l}{H} \sin^3 \varphi + \frac{4}{3} \frac{l^2}{H^2} \sin^4 \varphi \right)$

118-masala. Krivoship-polzunli mexanizmning kinetik energiyasi hisoblansin. Krivoship massasi m_1 , uzunligi r , polzun massasi m_2 , shatun uzunligi l ga teng. Shatunning massasi hisobga olinmasin. Krivoship bir jinsli sterjen deb hisoblansin. Krivoshipning burchak



tezligi ω ga teng.

Javob: $T = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} m_1 + m_2 \left(\sin^2 \varphi + \frac{r}{2l} \frac{\sin 2\varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l} \right)^2 \sin^2 \varphi}} \right) \right] r^2 \omega^2$

119-masala. Shatun massasini m_3 ga teng deb hisoblab, oldingi masala, OA krivoship polzun yo'naltiruvchisiga perpendikulyar bo'lgan hol uchun yechilsin.

Javob: $T = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m_1 + m_2 + m_3 \right) r^2 \omega^2$

120-masala. Diametri 60 mm bo'lgan valga minutiga 180 marta aylanuvchi maxovik o'rnatilgan, maxovik diametri 50 sm . Agar privod o'chirilgandan keyin maxovik to'xtagunicha 90 marta aylangan bo'lsa, val bilan podshipnik orasidagi sirg'anib ishqalanish koeffetsiyenti qancha bo'lishi aniqlansin. Maxovik massasi uning gardishi bo'ylab tekis taralgan deb hisoblansin. Val massasi hisobga olinmasin.

Javob: $f = 0,07$

121-masala. Diametri 2 m va massasi 3 t bo'lgan aylanma g'ildirak o'rnatilgan silindrik val biror paytda 60 ayl/min burchak tezlik bilan aylanib turadi va shundan keyin o'z holiga qo'yiladi. Valning diametri 10 sm va massasi $0,5 \text{ t}$. Agar podshipniklardagi ishqalanish koeffetsiyenti $0,05$ ga teng bo'lsa, val to'xtagunicha yana necha marta aylanadi. Masalani yechganda maxovik massasi uning gardishi bo'ylab tekis taralgan deb hisoblansin.

Javob: $109,8$ aylanish.

122-masala. Bir qismi silliq gorizontal stol ustida yotgan L uzunlikdagi bir jinsli ip stoldan pastga osilib tushgan boshqa bir qismi og'irligining ta'sirida harakat qiladi. Agar boshlang'ich paytda ipning osilib turgan qismining uzunligi l , boshlang'ich tezligi esa nolga teng bo'lsa, ipning qancha vaqtdan keyin stoldan tushib ketishi aniqlansin.

Javob: $t = \sqrt{\frac{L}{g} \ln \left(\frac{L + \sqrt{L^2 - l^2}}{l} \right)}$

123-masala. Silliq shtiftida tinch osilib turgan va uzunligi $2a$ bo'lgan bir jinsli og'ir ip v_0 boshlang'ich tezlik bilan harakatlana boshlaydi. Ip shtiftidan chiqib ketgan vaqtda tezligining qancha bo'lishi aniqlansin.

Javob: $\vartheta = \sqrt{ag + \vartheta_0^2}$

124-masala. Bir xil massali va radiusli ikkita silindr qiya tekislik ustida sirg'anmay yumalab tushadi. Birinchisi tutash silindr, ikkinchi silindrning massasini gardishi bo'ylab tekis taralgan deb hisoblash mumkin. Silindrlar bir xil balandlikka tushganida ularning massalar markazlari tezliklari orasidagi bog'lanish topilsin. Boshlang'ich paytda silindrlar tinch turishgan.

Javob: $\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

125-masala. Agar velosipeddagi kishi boshlang'ich paytda 9 km/soat tezlik bilan harakat qilib, keyin pedallarni aylantirmay qo'ygan bo'lsa, velosiped to'xtagunicha qancha yo'l bosib o'tadi? Velosiped bilan kishining umumiy massasi 80 kg ga, har qaysi g'ildirakning massasi 5 kg ga teng. Har qaysi g'ildirakning massasi 50 sm radiusli aylana bo'ylab tekis taralgan deb hisoblansin. G'ildiraklarning yerda yumalashidagi ishqalanish koeffitsiyenti 0,5 ga teng.

Javob: 35,6 m.

Testlar:

1) Sistemaning harakat miqdori deb nimaga aytiladi?

A) Sistemani tashkil qilgan moddiy nuqtalar harakat miqdorlarining geometrik yig'indisiga teng bo'lgan vektor kattalikka aytiladi.

B) Sistema massasini tezlanishiga bo'lgan ko'p'aytmasiga aytiladi.

C) Sistemaning og'irligini tezligiga bo'lgan ko'p'aytmasiga aytiladi.

D) Sistema og'irligining nuqtalar massasiga bo'lgan ayirmaga aytiladi.

2) Sistemaning kinetik energiyasi qaysi formula orqali aniqlanadi?

A) $K = \frac{1}{3} \sum m_i a_i$

B) $T = \frac{1}{2} \sum m_i v_i^2$

C) $I = \sum m_i v_i^2$

D) $T = \frac{1}{2} \sum m_i h_i^2$

3) Ilgarilanma harakatda sistemaning kinetik energiyasi qanday aniqlanadi?

A) $K_{il} = p \alpha_i^2$

B) $T_{il} = \sum \frac{m_i a_i^2}{2}$

C) $K_{il} = \frac{1}{4} \sum m_i v_i^2$

D) $T_{il} = \frac{1}{2} M g_i^2$

4) Aylanma harakatda sistemaning kinetik energiyasi qaysi formula orqali aniqlanadi?

A) $T_{av} = \frac{1}{2} I_1 \omega^2$

B) $K_{av} = \frac{1}{4} M a_c^2$

C) $T_{av} = \frac{1}{2} M g_c^2$

D) $K_{av} = \frac{1}{3} P g_c^2$

5) Tekis parallel harakatda sistemaning kinetik energiyasi qaysi formula orqali aniqlanadi?

A) $K = \frac{1}{2} \sum m_i a_i^2$

B) $T = \frac{1}{2} M g_c^2 + \frac{1}{2} I_1 \omega^2$

C) $T = \frac{1}{2} M g_c^2 + \frac{1}{2} p g_c^2$

D) $T = \frac{1}{2} M g_c^2 + \frac{1}{2} I_1 \omega$

6) Sistema absolyut harakatining kinetik energiyasi butun sistema massasi mujassamlangan deb qaraladigan sistema massalar markazining kinetik energiyasi bilan sistemaning massalar markaziga nisbatan kinetik energiyalarining yig'indisiga teng. Ushbu teorema qanday nom bilan ataladi.

A) Koriolis

B) Nyuton

C) Kyonig

D) Gyuygens-Shteyner

7) $\frac{d\vec{r}_c}{dt} = \vec{v}_c$ formuladagi $\vec{v}_c$ ifoda nimanı anglatadi?

A) sistema massalari markazining tezligini

B) oniy tezlikni

- C) ilgariylanma harakatdagi tezlikni
D) aylanma harakatdagi tezlikni

8) $T = \frac{Mg^2}{2} + T'_c$ ifodadagi T' - nimani anglatadi?

- A) sistemaning aylanma harakatidagi kinetik energiyasini
B) sistemaning massalar markaziga nisbatan kinetik energiyasini
C) butun sistema massasi mujassamlangan deb qaraladigan sistema massalar markazining kinetik energiyasini
D) sistema absolyut harakatining kinetik energiyasini

9) $T = \frac{Mg^2}{2} + T'_c$ ifodadagi $\frac{Mg^2}{2}$ - nimani anglatadi?

- A) sistemaning aylanma harakatidagi kinetik energiyasini
B) sistemaning massalar markaziga nisbatan kinetik energiyasini
C) butun sistema massasi mujassamlangan deb qaraladigan sistema massalar markazining kinetik energiyasini
D) sistema absolyut harakatining kinetik energiyasini

10) $T = \frac{Mg^2}{2} + T'_c$ ifodadagi T - nimani anglatadi?

- A) sistemaning aylanma harakatidagi kinetik energiyasini
B) sistemaning massalar markaziga nisbatan kinetik energiyasini
C) butun sistema massasi mujassamlangan deb qaraladigan sistema massalar markazining kinetik energiyasini
D) sistema absolyut harakatining kinetik energiyasini

Mavzu yuzasidan tuzilgan boshqotirma:
O'zaro moslikni aniqlang

S1	Sistemaning harakat miqdori	J1	$T = \sum \frac{m_i v_i^2}{2}$
S2	sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremaning differensial ko'rinishi	J2	$\bar{Q} = \bar{Q}_0$

S3	Ilgariylanma harakatdagi sistemaning kinetik energiyasi	J3	$\bar{Q} = M \bar{v}_c$
S4	Sistema harakat miqdorining chekli vaqt ichida o'zgarishi	J4	$\bar{Q} = \sum m_i \bar{v}_i$
S5	sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema	J5	$T = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{v^2}{2} \sum m_i = \frac{M v^2}{2}$
S6	Sistemaning kinetik energiyasi	J6	$T = \frac{Mg^2}{2} + T'_c$
S7	Sistema massalar markazining harakat miqdoriga	J7	$\frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{N}' + \bar{N}'$
S8	Sistema harakat miqdorining saqlanish qonuni	J8	$\bar{Q} - \bar{Q}_0 = \int_0^t \bar{R}' dt$
S9	Sistema harakat miqdorining birligi	J9	$kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$
S10	Sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teoremaning skalyar ifodasi	J10	$T - T_0 = A^e + A^i$
S11	Sistemaning kinetik energiyasi haqida Kyonig teoremasi	J11	$kg \cdot \frac{m}{s}$
S12	Sistema kinetik energiyasining birligi	J12	$\frac{dQ_x}{dt} = R'_x, \frac{dQ_y}{dt} = R'_y, \frac{dQ_z}{dt} = R'_z$

Boshqotirmaning yechish uchun namuna:

S1	Sistemaning harakat miqdori	J4	$\bar{Q} = \sum m_i \bar{v}_i$
S2	sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremaning differensial		

	ko'rinishi		
S3	Ilgarilama harakatdagi sistemaning kinetik energiyasi		
S4	Sistema harakat miqdorining chekli vaqt ichida o'zgarishi		
S5	sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema		
S6	Sistemaning kinetik energiyasi		
S7	Sistema massalar markazining harakat miqdoriga		
S8	Sistema harakat miqdorining saqlanish qonuni		
S9	Sistema harakat miqdorining birligi		
S10	Sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teoremaning skalyar ifodasi		
S11	Sistemaning kinetik energiyasi haqida Kyonig teoremasi		
S12	Sistema kinetik energiyasining birligi		

VII BOB. SISTEMA HARAKAT MIQDORINING O'ZGARISHI HAQIDAGI TEOREMANI SUYUQLIKNING STATSIONAR OQIMIGA TATBIQI.

7.1. Eyler tenglamasi.

Sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teoremadan tutash muhitlar dinamikasida ham foydalaniladi. Bu teoremani o'zgaruvchan kesimga ega bo'lgan quvur ichida harakatlanuvchi suyuqlikning statsionar oqimi uchun qo'llaymiz, ya'ni quvur devoriga perpendikulyar o'tkazilgan biror kesimdagi suyuqlik zarralarining tezliklarini bir xil va vaqtga bog'liq emas deb qaraymiz.

Quvur devori hamda s_1 va s_2 kesimlar bilan chegaralangan hajmdagi suyuqlikka hajm kuchlari (odatda, og'irlik kuchlari) va sirt kuchlari (masalan, suyuqlikning quvur devoriga ishqalanish kuchlari) ta'sir etadi.

Tashqi hajm kuchlarining bosh vektorini $\bar{R}_*$ va tashqi sirt kuchlarining bosh vektorini $\bar{R}_c$ bilan belgilaymiz.

Agar berilgan hajmdagi suyuqlikning biror paytdagi harakat miqdori $\bar{Q}$ ga teng bo'lsa, harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = \bar{R}_* + \bar{R}_c \quad (7.1)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Aytaylik, suyuqlik o'zgaruvchan kesimga ega bo'lgan quvur bo'ylab harakatlansin (rasm). Suyuqlikning zichligini (ya'ni birlik hajmdagi massasini) ρ bilan belgilaylik. U holda s_1 kesimdagi suyuqlikning zichligi ρ_1 ga, s_2 kesimda esa ρ_2 ga teng bo'ladi. $\rho_1 g_1 s_1$ va $\rho_2 g_2 s_2$ ko'paytmalar s_1 va s_2 kesimlar orqali vaqt birligi ichida oqib o'tuvchi suyuqlik massalarini ifodalaydi. Massaning saqlanish qonuniga ko'ra

$$\rho_1 g_1 s_1 = \rho_2 g_2 s_2$$

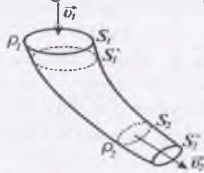
munosabat o'rinli bo'ladi.

Istalagan kesim orqali vaqt birligi ichida oqib o'tuvchi suyuqlikning massasini M_c bilan belgilasak, u quyidagiga teng bo'ladi:

$$M_c = \rho_1 g_1 s_1 = \rho_2 g_2 s_2 \quad (7.2)$$

SI birliklar sistemasida M_c kattalik $kg \cdot c^{-1}$ o'lchamga ega bo'ladi.

Aytaylik, t vaqtda s_1 va s_2 yuzalar orasidagi suyuqlik hajmi τ ga teng bo'lsin; $t+dt$ vaqt ichida huddi shu massaga ega bo'lgan suyuqlik s'_1 va s'_2 kesimlar bilan chegaralangan hajmi ishg'ol etadi (7.1-rasm). Shundan kelib chiqib, ko'rilyotgan massa harakat miqdorining o'zgarishi s_1 va s'_1 yuzalar orasidagi suyuqlik harakat miqdorining ortishi hisobiga sodir bo'lishiga ishonch hosil qilamiz.



7.1-rasm

Suyuqlikning oqimi statsionar bo'lganda s_1 va s_2 kesimlar orqali dt vaqt ichida $M_1 dt$ suyuqlik massasi o'tadi hamda harakat miqdorlari $M_1 dt \vec{v}_1$ va $M_2 dt \vec{v}_2$ ga teng bo'ladi. dt vaqt ichida harakat miqdorining o'zgarishini $d\vec{Q}$ bilan belgilasak,

$$d\vec{Q} = M_1 dt \vec{v}_2 - M_2 dt \vec{v}_1$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Bundan

$$\frac{d\vec{Q}}{dt} = M_1 \vec{v}_2 - M_2 \vec{v}_1 \quad (7.3)$$

Munosabatni olamiz. Bu tenglamadagi $M_1 \vec{v}_1$ va $M_2 \vec{v}_2$ ko'paytmalar vaqt birligi ichida s_1 va s_2 kesimlardagi harakat miqdorini ifodalaydi.

7.3 va 7.1 tenglamalarni birgalikda ifodalab:

$$M_1 \vec{v}_1 - M_2 \vec{v}_2 + \vec{R}_1 + \vec{R}_2 = 0 \quad (7.4)$$

(7.4) tenglama Eyler tenglamasini ifodalaydi: quvurning ikkita ixtiyoriy kesimi orqali oqib o'tuvchi suyuqlikning shu kesimlar orasidagi vaqt birligidagi hajmning ichki tomoniga yo'nalgan harakat miqdorlari hamda hajm sirt kuchlari bosh vektorlarining geometrik yig'indisi nolga teng bo'ladi.

7.2. O'zgaruvchan massali jismlar harakati.

Klassik mexanikada, har qanday moddiy nuqtaning yoki sistema zarrachalarining massalari harakat mobaynida o'zgarmas deb hisob-

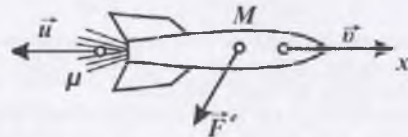
lanadi. Lekin, ayrim hollarda sistemani yoki jismini tashkil etuvchi qismlarining massalari o'zgaruvchan bo'lishi mumkin; natijada sistemaning umumiy massasi o'zgaruvchan bo'ladi.

Massasi M bo'lgan jismga moddiy zarrachalarning vaqt mobaynidagi muntazam ravishda qo'shilib yoki undan ayrilib turish hisobiga o'zgarishi, *massasi o'zgaruvchan jism* deb ataladi. O'zgaruvchan massali jism uchun

$$M = \bar{F}(t)$$

bo'ladi. Bu yerdagi $\bar{F}(t)$ - vaqtning uzluksiz funksiyasi.

Agar bunday jism faqat ilgarilanma harakatda bo'lsa (yoki aylanma harakati e'tiborga olinmasa), bunday jismning *massasi o'zgaruvchan moddiy nuqta* deb hisoblash mumkin.



7.2-rasm

Raketaning harakati. Vaqt mobaynida massasi muntazam ravishda kamayib boruvchi jismning harakatini, amaliy muhim bo'lgan raketaning harakati misolida ko'rib o'tamiz va uning massasini o'zgaruvchan moddiy nuqta deb hisoblaymiz. Yonuvchi mahsulotlarning raketadan chiqarib yuborilishdagi nisbiy (raketa korpusiga nisbatan) tezligini $\vec{u}$ bilan belgilaymiz. Yonuvchi mahsulotlarni raketaga ko'rsatadigan bosim kuchlarini tenglamadan chiqarib yuborish uchun, uni ichki kuchga aylantirish lozim bo'ladi. Buning uchun, ixtiyoriy t -vaqtda raketani va undan dt vaqt oralig'ida chiqarib yuborilayotgan yonilg'ich mahsulotlarining zarrachalarini yagona sistema deb hisoblaymiz (7.2-rasm), dt - vaqt ichida, raketadan chiqarib yuborilgan μ -ga teng bo'lgan massani dM bilan belgilaymiz. M kamayuvchi massa bo'lganligi sababli $dM < 0$ bo'ladi va $\mu = |dM| = -dM$.

Ushbu sistema uchun sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teoremani quyidagi ko'rinishda yozishimiz mumkin:

$$d\vec{Q} = \vec{F}^e dt, \quad (7.5)$$

bu yerda $\vec{F}^*$ - raketaga qo'yilgan tashqi kuchlarning geometrik yig'indisi.

Agar raketaning tezligi- $\vec{g}$, dt vaqt ichida $d\vec{g}$ -qiymatga o'zgarsa, u holda ko'rilyotgan sistemaning harakat miqdori $Md\vec{g}$ elementar orttirma oladi. Zarrachaning t -vaqtdagi (zarracha hali raketadan ajralgan emas) harakat miqdori $\mu\vec{g}$ -bo'ladi va $t+dt$ vaqtdagi harakat miqdori $\mu(\vec{g}+\vec{u})$ bo'ladi, chunki zarracha qo'shimcha $\vec{u}$ -tezlik oladi. Demak, dt vaqt ichida zarrachaning harakat miqdori $\mu\vec{u}=-udM$ qiymatga o'zgaradi. Butun sistemaning harakat miqdori esa $d\vec{Q}=Md\vec{g}-udM$ ga o'zgaradi. Ushbu qiymatni (7.5) tenglamaga qo'ysak va tenglamani ikkala tomonini dt ga bo'lib yuborsak

$$M \frac{d\vec{g}}{dt} = \vec{F}^* + u \frac{dM}{dt} \quad (7.6)$$

tenglamaga ega bo'lamiz va (7.6) tenglama o'zgaruvchan massali nuqta harakatining differensial tenglamasi yoki Meshcherskiy tenglamasining vektor ko'rinishi deb ataladi.

Ushbu tenglamadagi oxirgi yig'indining o'lchov birligi kuchdan iborat bo'lganligi uchun, uni Φ harfi bilan belgilasak (7.6) tenglamaning boshqacha ko'rinishini yozamiz,

$$M \frac{d\vec{g}}{dt} = \vec{F}^* + \Phi \quad (7.7)$$

Shunday qilib, reaktivlik effekti shundan iborat ekanki, raketaning harakatida unga qo'shimcha ravishda, reaktivlik kuchi deb ataluvchi Φ -kuchi ta'sir etar ekan.

$\frac{dM}{dt}$ - ning son qiymati vaqt birligi ichida sarflangan yoqilg'ining massasiga teng bo'ladi, ya'ni yonilg'i massasining sekundlik sarfini G , ga teng bo'ladi.

Shunday qilib, ishoralarni e'tiborga olgan holda yozsak

$$\frac{dM}{dt} = -G,$$

Bundan

$$\Phi = -uG, \quad (7.8)$$

bo'ladi, ya'ni reaktivlik kuchi, yoqilg'i massasining sekundlik sarfini, yoqilg'i mahsulotlarining nisbiy tezligiga bo'lgan ko'paytmasiga teng va shu nisbiy tezlikka qarama-qarshi yo'nalgan bo'lar ekan.

Siolkovskiy formulasi. Tashqi kuchlarning bosh vektori $\vec{F}^* = 0$ deb hamda otib yuborilayotgan moddiy zarrachalarning nisbiy tezligi $\vec{u}$ -ni o'zgarimas deb hisoblab, raketaning faqat reaktivlik kuchi ta'siridagi harakatini ko'rib chiqamiz. Harakatning yo'nalishi bo'yicha x koordinata o'qini yo'naltiramiz (7.2-rasm). U holda $\vec{g}_x = g$, $u_x = -u$ bo'ladi va $\vec{F}^* = 0$ ekanligini e'tiborga olsak, Meshcherskiy tenglamaning x o'qidagi proyeksiyasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi,

$$M \frac{dg}{dt} = -u \text{ yoki } dg = -u \frac{dM}{M}$$

Boshlang'ich holatdagi massa $M = M_0$ va tezlik $\vec{g} = \vec{g}_0$ bo'lib, u Ox o'qi bo'ylab yo'nalgan ekanligini e'tiborga olgan holda yuqoridagi tenglamani integrallasak

$$g = g_0 + u \ln \left(\frac{M_0}{M} \right) \quad (7.9)$$

tenglamaga ega bo'lamiz.

Raketaning korpusini uning ichidagi jihozlar bilan birgalikdagi massasini M_k -bilan va jami yoqilg'ining massasini M_{yoq} -bilan belgilaylik. U holda $M_0 = M_k + M_{yoq}$ bo'ladi va jami yoqilg'i yonib tamom bo'lgandagi raketaning massasi M_k -ga teng bo'ladi. Ushbu qiymatlarni (7.9) ga qo'ysak, jami yoqilg'i yonib tamom bo'lgandagi raketaning tezligini ifodalovchi *Siolkovskiy formulasini* keltirib chiqaramiz

$$g = g_0 + u \ln \left(1 + \frac{M_{yoq}}{M_k} \right) \quad (7.10)$$

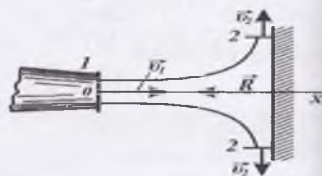
Ushbu natija tortilish kuchi maydonidan tashqaridagi havosiz fazodagi harakat uchun o'rinni hisoblanadi. (7.10) formuladan ko'rinish turibdiki, raketaning chegaraviy tezligi: 1) uning boshlang'ich tezligi g_0 ga, 2) yongan gazlarni raketaning soplosidan chiqib ketishidagi nisbiy tezligi u -ga, 3) yonilg'ining nisbiy zapasi $\frac{M_{yoq}}{M_k}$ (Siolkovskiy soniga)-ga bog'liq bo'lar ekan. Eng ajoyib fakt shundan iboratki, yonilg'ining eng so'nggi yonish davridagi raketa dvigatelining ishlash rejimi, ya'ni yonilg'ining qanchalik tez yoki sekin yonishi, raketaning tezligiga ta'sir ko'rsatmas ekan.

Siolkovskiy formulasining eng muhim ahamiyati shundan iboratki, kosmik parvozlar uchun kerak bo'ladigan katta tezliklarni qanday yo'llar bilan olish usullarini ko'rsatib beradi. Bular yuqorida sanab

o'tilgan kattaliklarni oshirishdan iborat bo'lib, uning eng effektiv yo'li u va g_0 -larni oshirish hisoblanadi. $\frac{M_{yoz}}{M_A}$ va u -ni oshirish uchun raketaning konstruksiyasini yaxshilash va yonilg'ining sifatini oshirish talab etiladi. Suyuq yoqilg'idan foydalanish evaziga nisbiy tezlikni $u = 3000 \div 4500 \text{ m/s}$ ga etkazish mumkin bo'ladi.

Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalari:

126-masala. Brandspoytdan g tezlik bilan otilib chiqayotgan suv, qattiq devorga to'g'ri burchak ostida urilmoqda. Otilib chiqayotgan suvning diametri $d = 4 \text{ sm}$. Devorga ko'rsatilayotgan dinamik bosim kuchi aniqlansin.



Yechilishi: Suvning 1 va 2 kesimlar orasida joylashgan qismini olib ko'ramiz va unga Eyler tenglamasini qo'llaymiz. Bu tenglikni ikkala tomonini Ox o'qiga proyeksiyalaymiz. Ox o'qi bo'ylab suvga ta'sir etayotgan tashqi $\bar{R}$ kuchning proyeksiyasi $R_x = -R$ bo'lgani uchun

$$M_c(\partial_{1x} - \partial_{2x}) = -R$$

Tenglamaga ega bo'lamiz. Tezliklarning proyeksiyalarga asosan $\partial_{1x} = \partial$, $\partial_{2x} = 0$ o'rinlidir. $M_c = \rho s g$ ekanligini inobatga olsak (bu yerdagi suyuqlikning zichligi $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) Devorga ko'rsatilayotgan dinamik bosim kuchi aniqlash imkoniyati paydo bo'ladi.

$$R = \rho \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) g^2$$

127-masala. O't o'chiruvchi shlangning ko'ndalang qirg'imi 16 sm^2 bo'lgan uchidan suv 8 m/s telik bilan gorizontalga 30° burchak ostida otilib chiqadi. Suv oqimining shakliga og'irlik kuchining ko'rsatadigan ta'sirini hisobga olmay, suv oqimining vertikal devorga tushiradigan bosimi aniqlansin. Suv

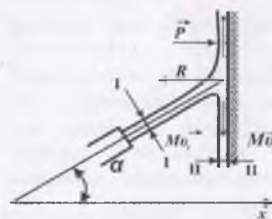


zarrachalari devorga duch kelganida devor bo'ylab yo'nalgan tezlik oladi deb hisoblansin.

Yechilishi: Eyler teoremasiga asosan quyidagi tenglamani tuzamiz:

$$M_c \partial_1 - M_c \partial_2 + \bar{R}_x + R = 0$$

Bunda $\bar{R}_x$ - sirt kuchlarining bosh vektori, $\bar{R}$ - devorning reaksiya kuchi. $M_c \partial_1$ - vaqt birligidagi I-I kesim orqali oqib tushadigan suv massasining sarfi, $M_c \partial_2$ - vaqt birligidagi II-II kesim orqali oqib tushadigan suv massasining sarfi.



Yuqorida keltirilgan Eyler tenglamasi tashkil etuchilarini x koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini aniqlaymiz:

$$M_c \partial_1 \cos 30^\circ + 0 + 0 + R = 0$$

$$\text{Bundan } -R = M_c \partial_1 \cos 30^\circ = P.$$

Bunda P - suvning devorga ko'rsatadigan bosimi.

$$M_c = s \partial_1 \frac{\rho}{g}$$

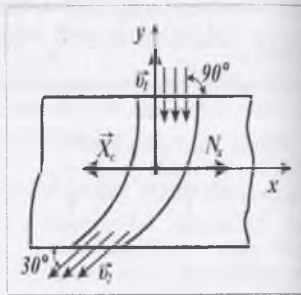
Ekanligini inobatga olsak, suv oqimining vertikal devorga tushiradigan bosimini aniqlash imkoniyati mavjud bo'ladi.

$$P = s \frac{\rho}{g} \partial_1^2 \cos 30^\circ$$

Bunda ρ - suvning zichligi bo'lib $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ga teng. Oxirgi tenglamadan mos qiymatlarni o'rniga qo'ysak yechimni topish imkoniyati mavjud bo'ladi. Unga ko'ra:

$$P = 16 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1 \cdot 10^3}{9.8} \cdot 64 \cdot 0.866 = 88.8 \text{ N}$$

128-masala. Qirqimi o'zgarib boradigan qo'zg'almas kanalga gorizontalga $\alpha = 90^\circ$ burchak ostida $\beta_1 = 2 \text{ m/s}$ tezlik bilan suv kirmoqda. Kanal vertikal tekislikka nisbatan simmetrik bo'lib, suv kiradigan joyidagi qirqimi $s_1 = 0,02 \text{ m}^2$. Suvning kanaldan chiqish joyidagi tezligi $\beta_2 = 4 \text{ m/s}$ bo'lib, gorizontalga $\alpha_1 = 30^\circ$ burchak ostida yo'nalgan. Suv kanal devorida hosil qiladigan reaksiyasi gorizontal tuzuvchisining miqdori aniqlansin.



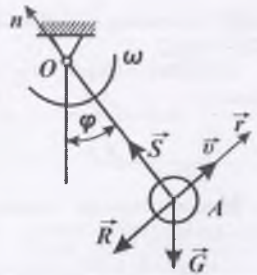
Yechilishi: Koordinata o'qlarini rasmdagidek tanlab olamiz. Eyler tenglamasini qo'llab ta'sir etuvchi kuchlarni yo'nalishlarini hisobga olgan holda x o'qdagi proyeksiyalari yig'indisini hisoblaymiz. Kanal devorida suv hosil qiladigan reaksiyaning gorizontal tuzuvchisi N_x kanal devorida hosil bo'ladigan sirt kuchlaridan iborat reaksiya kuchi bosh vektorining gorizontal tashkil etuvchisi X_x ga miqdor jihatdan teng va yo'nalishi qarama-qarshi bo'ladi. Kanalga kiruvchi suvning β_1 tezligi x o'qiga perpendikulyar va kanaldan chiquvchi suvning tezligi x o'qi bilan 30° burchak tashkil etishini hisobga olgan holda quyidagi tenglamani tuzamiz:

$$M_x \beta_1 \cos 90^\circ - M_x \beta_2 \cos 30^\circ + X_x = 0$$

$X_x = N_x$ va $M_x = \rho_1 \beta_1 s_1$ ekanligini hisobga olgan holda kanal devorida hosil bo'ladigan reaksiya kuchining gorizontal tuzuvchisini ifodasi va qiymatini aniqlash mumkin.

$$N_x = \rho_1 \beta_1 s_1 \cos 30^\circ = 1000 \cdot 2 \cdot 0,02 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 138 \text{ N}$$

129-masala. Massasi o'zgaruvchan mayatnikning harakat tenglamasi tuzilsin. Mayatnik, qarshiligi tezlikka proporsional bo'lgan muhitda harakat qiladi. Mayatnikning massasi berilgan $m = m(t)$ qonunga muvofiq, zarrachalarning nolga teng bo'lgan nisbiy tezlik bilan ajralishi orqasida o'zgaradi. Mayatnik ipining uzunligi l . Mayatnikka uning burchak tezligiga proporsional bo'lgan $R = -\beta \dot{\varphi}$ qarshilik kuchi ham ta'sir qiladi.



Yechilishi: Meshcherskiy tenglamasini quyidagi ko'rinishda ifodalalaymiz:

$$m \frac{d\vec{g}}{dt} = \sum \vec{F}_k^e + u \cdot \frac{dm}{dt}$$

Mayatnikka ta'sir etuvchi barcha kuchlarning yo'nalishlarini kiritamiz va ularni urunma va normal koordinata o'qlari bo'yicha asoslaymiz. Ajraluvchi zarralarning nisbiy tezligi $\vec{u}_r = 0$ ekanligidan reaktivlik kuchi $\Phi = 0$ munosabat o'rinnlidir.

$\vartheta = \omega \cdot OA = \dot{\varphi} l$ munosabatni hisobga olgan holda barcha kuchlarni A nuqtadan harakat trayektoriyasiga o'tkazilgan urunma bo'yicha proyeksiyalaymiz.

$$m \frac{d\vec{g}}{dt} = \sum \vec{F}_k^e = \vec{R} + \vec{G} + \vec{S}$$

$$m l \ddot{\varphi} = -\beta \dot{\varphi} - m g \sin \varphi$$

Hosil bo'lgan tenglamaning har bir hadini ml ga bo'lib yuborgan holda mayatnikning harakat diffirensial tenglamasini quyidagicha yozish mumkin.

$$\ddot{\varphi} = -\frac{g}{l} \sin \varphi - \frac{\beta}{ml} \dot{\varphi}$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi + \frac{\beta}{ml} \dot{\varphi} = 0$$

130-masala. Raketadan gazlar oqib chiqishining effektiv tezligi $\beta_e = 2,4 \text{ km/s}$. Raketa tortilish maydonidan tashqarida ham, atmosferadan tashqarida ham harakatlanayotganida 9 km/s tezlikka erishishi uchun

yoqilg'i raketaning start oldidagi massasining qanday prosentini tashkil qilishi kerak?

Yechilishi: Meshcherskiy tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozib olamiz.

$$m \frac{d\vartheta}{dt} = -\vartheta_e \frac{dm}{dt} \text{ bundan}$$

$$d\vartheta = -\vartheta_e \frac{dm}{m}$$

Masala shartidagi chegaraviy shartlarni hisobga olgan holda quyidagi integralni tuzamiz.

$$\int_0^{9000} d\vartheta = -\vartheta_e \int_{m_0}^{m_k} \frac{dm}{m} \Rightarrow 9000 = -\vartheta_e \ln m / = -\vartheta_e (\ln km_0 - \ln m_0) = -\vartheta_e \ln k$$

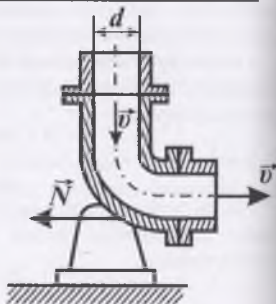
$$\text{Bu yerda } k = e^{-9000/\vartheta_e} = e^{-9000/2400} = 0,02$$

k - yoqilg'i qoldiq massasining boshlang'ichiga nisbati.

Shuning uchun yonilg'isiz raketaning massasi uchish startidagi massaning 2% ni, yoqilg'i esa 98% ini tashkil etadi.

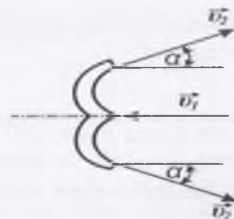
Mustaqil yechish uchun masalalar.

131-masala. Diametri 300 mm bo'lgan tirsakli trubada suv 2 m/s tezlik bilan oqayotganida, suvning harakati tufayli truba tirsagidagi tayanchga tushadigan bosimning N gorizontal tuzuvchisi aniqlansin.



Javob: 284N

132-masala. Turbina g'ildiragining qo'zg'almas kuragiga suv oqimi ko'rsatadigan bosimning gorizontal tuzuvchisi aniqlansin. Sarflangan suvning hajmi Q , zichligi ρ , suvning kurakka kelish tezligi ϑ_1 gorizontal yo'nalgan, suvning chiqish tezligi ϑ_2 gorizontal bilan α burchak hosil qiladi.



Javob: $N = \rho Q(\vartheta_1 + \vartheta_2 \cos \alpha)$

133-masala. Raketa og'irlik kuchining bir jinsli maydonida yuqoriga tomon o'zgarma a tezlanish bilan harakatlanadi. Atmosfera qarshiligini hisobga olmay, gazlar oqib chiqishining effektiv tezligi ϑ_e ni o'zgarma hisoblab, raketa massasi ikki marta kamayadigan t vaqt aniqlansin.

Javob: $t = \vartheta_e \ln 2/(a + g)$

134-masala. Raketa tortilish maydoni va qarshiligi bo'lmagan muhitda ilgarilanma harakat qiladi. Gazlarning oqib chiqish effektiv tezligi $\vartheta_e = 2400 \text{ m/s}$. Yoqilg'i batamom yonib bo'lgan paytda raketaning tezligi 4300 m/s ga teng. Siolkovskiy soni aniqlansin.

Javob: $z \approx 6$

135-masala. O'zgaruvchan massali jism nolga teng boshlang'ich tezlikka ega bo'lgani holda a o'zgarma tezlanish bilan gorizontal yo'naltiruvchi bo'ylab harakatlanadi. Gazlar oqib chiqishining effektiv tezligi ϑ_e o'zgarma. Qarshilikni hisobga olmay, jism massasi k marta kamayguncha ketgan vaqt ichida uning o'tgan yo'li aniqlansin.

Javob: $s = \frac{\vartheta_e^2 (\ln k)^2}{2a}$

136-masala. Oldingi masala, jismga sirg'anib ishqalanish kuchi ta'sir qiladi, deb yechilsin.

Javob: $s = \frac{\vartheta_e^2 a}{2(a + \mu g)} (\ln k)^2$, μ - ishqalanish koeffitsienti yenti

137-masala. Raketa tortishish maydonidan tashqarida qarshiliksiz to'g'ri chiziqli harakat qiladi. Hamma yoqilg'i yonib bo'lgan paytgacha dvigatel tortishish kuchining ishi topilsin. Raketaning

boshlang'ich massasi m_0 , oxirgisi - m_1 , oqib chiqishning effektiv tezligi g_e - o'zgarmas.

Javob: $A = m_1 g_e^2 (z - 1 - \ln z)$, $z = \frac{m_0}{m_1}$

138-masala. Boshlang'ich m_0 va oxirgi m_1 massalarning qanday z nisbatida bo'shliqda va tortishish kuchlari bo'lmaganda to'g'ri chiziqli harakat qiluvchi raketa, yoqilg'isi yonib bo'lganidan keying kinetik energiyasining sarflangan energiyaga nisbati kabi aniqlanadigan mexanik f.i.k. eng katta qiymatga ega bo'ladi?

Javob: $\ln z = \frac{2(z-1)}{1+z}$ tenglamaning ildizi z

139-masala. Koptok qilib o'ralgan bir jinsli og'ir zanjir gorizontol stolning chetida yotadi, bunda dastlab zanjirning bir halqasi qo'zg'almas holda stoldan osilib tushib turadi. x o'qni vertikal bo'ylab pastga yo'naltirib va boshlang'ich paytda $x_0 = 0$ va $\dot{x}_0 = 0$ deb hisoblab, zanjirning harakati aniqlansin.

Javob: $x = \frac{gt^2}{6}$

Testlar:

1. Quyidagilardan qay biri Meshcherskiy tenglamasini ifodalaydi?

- A) $M_c \ddot{g}_1 - M_c \ddot{g}_2 + \ddot{R}_1 + \ddot{R}_2 = 0$
- B) $M \frac{d\ddot{g}}{dt} = \ddot{F}^c + u \frac{dM}{dt}$
- C) $M_c = \rho_1 g_1 s_1 = \rho_2 g_2 s_2$
- D) $\ddot{F} = m\ddot{a}$

2. $M \frac{d\ddot{g}}{dt} = \ddot{F}^c + \ddot{\Phi}$ ifodadagi $\ddot{\Phi}$ nimani anglatadi?

- A) reaktivlik kuchini
- B) og'irlik kuchini
- C) reaksiya kuchini
- D) ishqalanish kuchini

3. $M \frac{d\ddot{g}}{dt} = \ddot{F}^c + \ddot{\Phi}$ ifodadagi $\ddot{F}^c$ nimani anglatadi?

- A) reaktivlik kuchini
- B) reaksiya kuchini
- C) tashqi kuchlarning geometrik yig'indisini
- D) ishqalanish kuchini

4. Quyidagilardan qaysi biri Siolkovskiy formulasini ifodalaydi.

- A) $\ddot{g} = \ddot{g}_0 + u \ln \left(1 + \frac{M_{\text{yot}}}{M_1} \right)$
- B) $M \frac{d\ddot{g}}{dt} = \ddot{F}^c + \ddot{\Phi}$
- C) $\ddot{\Phi} = -u \ddot{G}_c$
- D) $d\ddot{Q} = M_c d\ddot{g}_1 - M_c d\ddot{g}_1$

5) $\frac{dM}{dt}$ - ifoda nimani anglatadi?

- A) reaksiya kuchini
- B) tashqi kuchlarning geometrik yig'indisini
- C) vaqt birligi ichida sarflangan yoqilg'ining massasi
- D) harakat miqdorini

6) $M \frac{d\ddot{g}}{dt} = \ddot{F}^c + \ddot{\Phi}$ ifodadagi $\ddot{F}^c$ nimani anglatadi?

- A) reaktivlik kuchini
- B) reaksiya kuchini
- C) tashqi kuchlarning geometrik yig'indisini
- D) ishqalanish kuchini

7) $\frac{M_{\text{yot}}}{M_1}$ - ifoda nimani anglatadi?

- A) tashqi kuchlarning geometrik yig'indisini
- B) Siolkovskiy sonini
- C) vaqt birligi ichida sarflangan yoqilg'ining massasini
- D) harakat miqdorini

8) Vaqt birligi ichida oqib o'tuvchi suyuqlikning massasi qanday birlikda ifodalanadi?

- A) $\frac{kg}{m}$
 B) $\frac{kg}{s}$
 C) $kg \cdot m$
 D) $kg \cdot s$

9) Quyidagilarni qaysi biri Eyler tenglamasini ifodalaydi?

- A) $M_c \ddot{\theta}_1 - M_c \ddot{\theta}_2 + \ddot{R}_c + \ddot{R}_c = 0$
 B) $d\ddot{Q} = M_c dt \ddot{\theta}_2 - M_c dt \ddot{\theta}_1$

C) $M \frac{d\ddot{\theta}}{dt} = \ddot{F} + \ddot{\Phi}$

D) $M_c = \rho_1 \theta_1 s_1 = \rho_2 \theta_2 s_2$

10) O'zgaruvchan massali jism bu - ...

- A) Massasi hisobga olinmaydigan jism
 B) Hajmi hisobga olinmaydigan jism
 C) moddiy zarrachalarning vaqt mobaynidagi muntazam ravishda qo'shilib yoki undan ayrilib turish hisobiga o'zgarishi
 D) Harakat davomida vaqt inobatga olinmaydigan jism

VIII BOB. MODDIY NUQTA VA MEKANIKA SISTEMASI UCHUN DALAMBER PRINSIPI.

8.1 Moddiy nuqta uchun Dalamber prinsipi

Bog'lanishdagi moddiy nuqta yoki sistemalarning harakatini o'rganishda J.Dalamber tomonidan kashf qilingan va «Dalamber prinsipi» deb ataladigan maxsus prinsipdan foydalaniladi.

Massasi m ga teng bog'lanishdagi M nuqta uchun dinamikaning asosiy qonunini

$$m\ddot{u} = \ddot{F} + \ddot{R} \quad (8.1)$$

ko'rinishida yozish mumkin. Bunda $\ddot{a}$ - M nuqtaning tezlanishi, $\ddot{F}$ - mazkur nuqtaga ta'sir etuvchi aktiv kuchlarning teng ta'sir etuvchisi, $\ddot{R}$ - bog'lanish reaksiya kuchi.

(8.1) ni $\ddot{F} + \ddot{R} + (-m\ddot{a}) = 0$ ko'rinishida yozib

$$-m\ddot{a} = \ddot{\Phi} \quad (8.2)$$

belgilash kiritsak

$$\ddot{F} + \ddot{R} + \ddot{\Phi} = 0 \quad (8.3)$$

tenglamani olamiz.

Miqdor jihatdan nuqtaning massasi bilan uning tezlanishi ko'paytmasiga teng va nuqtaning tezlanishiga qarama-qarshi yo'nalgan kuch nuqtaning inersiya kuchi deyiladi (8.1-rasm).

(8.3) tenglik bog'lanishdagi nuqta uchun Dalamber prinsipini ifodalaydi: agar va bog'lanish reaksiya kuchlari qatoriga inersiya kuchini qo'shsak, u holda har onda muvozanatlashgan kuchlar sistemasini olamiz.



8.1-rasm

Xususan, erkin moddiy nuqta uchun (8.3) da $\ddot{R} = 0$ deb olinadi:

$$\ddot{F} + \ddot{\Phi} = 0 \quad (8.4)$$

(8.4) tenglik erkin moddiy nuqta uchun Dalamber prinsipini ifodalaydi: erkin moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi aktiv kuchlar qatoriga

har onda inersiya kuchini qo'shsak, bu kuchlar o'zaro muvozanatda bo'ladi.

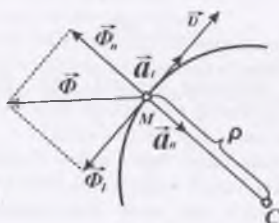
(8.3) ni Dekart koordinata o'qlariga proyeksiyalab,

$$\left. \begin{aligned} F_x + R_x + \Phi_x &= 0 \\ F_y + R_y + \Phi_y &= 0 \\ F_z + R_z + \Phi_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.5)$$

tenglamalarni olamiz. Bunda $\Phi_x = -m\ddot{x}$, $\Phi_y = -m\ddot{y}$, $\Phi_z = -m\ddot{z}$ inersiya kuchlarining Dekart koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini ifodalaydi.

Egri chiziqli harakatdagi nuqtaning inersiya kuchini a_t urinma tezlanishga qarama-qarshi yo'nalgan F_t urinma inersiya kuchi va a_p normal tezlanishga qarama-qarshi yo'nalgan F_p normal inersiya kuchlariga ajratish mumkin (8.2-rasm):

$$\Phi_t = -ma_t, \quad \Phi_n = -ma_n \quad (8.6)$$



8.2-rasm

Xususan nuqta ρ radiusli aylana bo'ylab ω burchak tezlik va ϵ burchak tezlanish bilan harakatlangsa, inersiya kuchining urinma va normaldagi proyeksiyalari uchun

$$\left. \begin{aligned} |\Phi_t| &= m|\epsilon| \\ \Phi_n &= m\rho\omega^2 \end{aligned} \right\} \quad (8.7)$$

formulalar o'rinli bo'ladi.

Bu holda nuqtaning urinma va normal inersiya kuchlari mos ravishda aylanma va markazdan qochirma inersiya kuchlari deyiladi.

8.2 Mexanik sistema uchun Dalamber prinsipi

Massalari $m_1, m_2, \dots, m_N$ bo'lgan $M_1, M_2, \dots, M_N$ moddiy nuqtalardan tashkil topgan mexanik sistemaga geometrik bog'lanishlar qo'yilgan bo'lsin.

U holda sistema M_ν nuqtasi uchun Dalamber prinsipi quyidagicha yoziladi.

$$\vec{F}_\nu + \vec{R}_\nu + \vec{\Phi}_\nu = 0, \quad (\nu = 1, 2, \dots, N) \quad (8.8)$$

Bunda $\vec{F}_\nu$ - sistema M_ν nuqtasiga ta'sir etuvchi aktiv kuchlarning teng ta'sir etuvchisi; $\vec{R}_\nu$ - bog'lanish reaksiya kuchlarining teng ta'sir etuvchisi; $\vec{\Phi}_\nu$ - nuqtaning inersiya kuchi.

(8.8) tengliklar sistema uchun Dalamber prinsipini ifodalaydi: agar aktiv bog'lanish reaksiya kuchlari ta'siridagi sistemaning har bir nuqtasiga inersiya kuchini qo'ysak, bu kuchlar sistemasi muvozanatlashgan kuchlar sistemasini tashkil etadi.

$$\vec{F}_\nu + \vec{R}_\nu = \vec{F}_\nu' + \vec{F}_\nu''$$

Bunda $\vec{F}_\nu'$ - M_ν nuqtadagi tashqi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi; $\vec{F}_\nu''$ - ichki kuchlarning teng ta'sir etuvchisi.

Bu kuchlar uchun Dalamber prinsipini

$$\vec{F}_\nu' + \vec{F}_\nu'' + \vec{\Phi}_\nu = 0, \quad (\nu = 1, 2, \dots, N) \quad (8.9)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

Binobarin tashqi va ichki kuchlar ta'siridagi sistemaning har bir nuqtasiga har onda inersiya kuchini qo'ysak, bu kuchlar muvozanatlashgan kuchlar sistemasini tashkil etadi.

(8.8) ni qo'shib, sistema uchun quyidagi ifodani olamiz

$$\sum \vec{F}_\nu + \vec{R}_\nu + \vec{\Phi}_\nu = 0 \quad (8.10)$$

(8.10) ni M_ν nuqtalarning radius-vektorlari $\vec{r}_\nu$ ga vektorli ko'paytirib qo'shsak,

$$\sum (\vec{r}_\nu \cdot \vec{F}_\nu) + \sum (\vec{r}_\nu \cdot \vec{R}_\nu) + \sum (\vec{r}_\nu \cdot \vec{\Phi}_\nu) = 0$$

yoki

$$\sum [\vec{M}_\nu(\vec{F}_\nu) + \vec{M}_\nu(\vec{R}_\nu) + \vec{M}_\nu(\vec{\Phi}_\nu)] = 0 \quad (8.11)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

$\sum \vec{F}_\nu = 0$ va undan $\sum \vec{M}_\nu(\vec{F}_\nu) = 0$ bo'lgani sababli ichki va tashqi kuchlar uchun

$$\left. \begin{aligned} \sum (\vec{F}_i + \vec{\Phi}_i) &= 0 \\ \sum [\vec{M}_O(\vec{F}_i) + \vec{M}_O(\vec{\Phi}_i)] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.12)$$

tenglamalarni olamiz

(8.12) da $\sum \vec{F}_i = \vec{R}$ - tashqi kuchlarining bosh vektori;

$\sum \vec{\Phi}_i = \vec{\Phi}$ - inersiya kuchlarining bosh vektori;

$\sum \vec{M}_O(\vec{F}_i) = \vec{M}_O$ - tashqi kuchlarning O markazga nisbatan bosh momenti;

$\sum \vec{M}_O(\vec{\Phi}_i) = \vec{M}^*$ - inersiya kuchlarning O markazga nisbatan bosh momenti.

Demak,

$$\left. \begin{aligned} \vec{R} + \vec{\Phi} &= 0 \\ \vec{M}_O + \vec{M}^* &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.13)$$

Sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teoremdan va sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalovchi tenglamalarni

$$\left. \begin{aligned} \vec{R} - \frac{d\vec{Q}}{dt} &= 0 \\ \vec{M}_O - \frac{d\vec{K}_O}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.14)$$

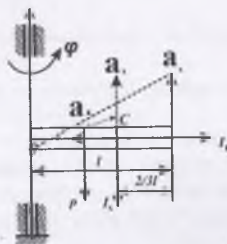
ko'rinishda yozib, (8.13) va (8.14) tenglamalarni solishtirsak, quyidagi ifodalarni olamiz:

$$\left. \begin{aligned} \vec{\Phi} &= -\frac{d\vec{Q}}{dt} \\ \vec{M}^* &= -\frac{d\vec{K}_O}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (8.15)$$

Harakatdagi sistema nuqtalariga qo'yilgan bog'lanish reaksiya kuchlarini aniqlashda, ya'ni dinamik reaksiya kuchlarini aniqlashda D'alamber prinsipini qo'llash ayniqsa qo'l keladi.

Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar.

140-masala. Uzunligi l va massasi M bo'lgan ingichka bir jinsli to'g'ri chiziqli sterjen $\varphi = at^2$ qonunga muvofiq sterjenga tik va uning uchidan o'tgan o'q atrofida aylanadi. Sterjen zarrachalarining markazidan qochuvchi I_x va urinma inersiya kuchlari teng ta'sir etuvchilarining miqdori, yo'nalishi va qo'yilgan nuqtalari topilsin.



Yechilishi: Birlash burchagining vaqtga bog'liq ravishdagi harakat tenglamasidan foydalanib sterjenning aylanish burchak tezligini topamiz.

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 2at$$

Qolgan barcha kattaliklar bir-biriga bog'liq ravishda topiladi. Masalan:

Burchak tezlanishi: $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 2a$

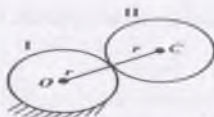
Urinma tezlanish: $a_c = \varepsilon \cdot OC = 2a \cdot \frac{l}{2} = al$

Urinma inersiya kuchi: $I_x = -M \cdot a_c = -M \cdot al$

Normal tezlanish: $a_n = \omega^2 \cdot OC = (2at)^2 \cdot \frac{l}{2} = 2alt^2$

Normal inersiya kuchi: $I_n = -M a_n = -M \cdot 2alt^2 = -2Malt^2$

141-masala. Planetar mexanizmining harakatlanuvchi II g'ildiragi inersiya kuchlarining bosh vektori va uning S massalar markazidan harakat tekisligiga perpendikulyar ravishda o'tuvchi o'qqa nisbatan bosh momenti aniqlansin. OC krivoshin ω o'zgarmas burchak tezlik bilan aylanadi. II g'ildirak massasi M ga teng. g'ildiraklar radiuslari r ga teng.



Yechilishi: II g'ildirak og'irlik markazining tezligi:

$$\mathcal{Q}_C = OC \cdot \omega = 2r\omega$$

$\omega = \text{const}$ bo'lgani uchun $\varepsilon = 0$ bo'ladi.

II g'ildirak og'irlik markazining urunma tezlanishi nolga teng bo'ladi, ya'ni $a_r = \varepsilon \cdot OC = 0 \cdot 2r = 0$

Endi II g'ildirak og'irlik markazining normal tezlanishini hisoblaymiz:

$$a_n = \omega^2 \cdot OC = 2r\omega^2$$

Demak, II g'ildirak og'irlik markazining to'la tezlanishi quyidagicha ko'rinishga ega bo'ladi: $a_c = a_n = 2r\omega^2$

Inersiya kuchining bosh vektorini aniqlaymiz:

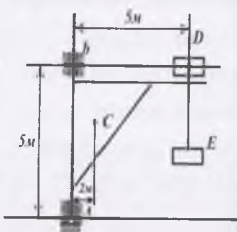
$$R = Ma_c = 2rM\omega^2$$

$R-OC$ o'qiga parallel yo'naladi.

$\varepsilon = 0$ bo'lgani uchun inersiya kuchining bosh momenti nolga teng bo'ladi.

$$M_o = I_c \cdot \varepsilon \neq 0 \quad I_c = Ma_c$$

142-masala. Massasi $3t$ bo'lgan E yuk $\frac{1}{3}g$ tezlanish bilan ko'tarilayotganida aylanma kran A podpyatnigi va B podshipnigidagi tayanch reaksiyalar aniqlansin. Kran massasi $2t$ va uning massalar markazi C nuqtada. D aravacha massasi $0,5t$. Kran va aravacha qo'zg'almas. O'lchovlar rasmda ko'rsatilgan.



Berilganlar: $m_E = 3t$, $m_k = 2t$, $a = \frac{1}{3}g$,

$m_a = 0,5t$. $x_A = ?$, $y_A = ?$, $x_B = ?$.

Yechilishi: Yukning inersiya kuchi:

$$I_E = m_E a = m_E \frac{1}{3}g = 3 \cdot \frac{1}{3}g = g.$$

Reaksiya kuchlarini aniqlash uchun statikaning muvozanat tenglamalaridan foydalanamiz:

$$\sum x = x_A + x_B = 0$$

$$\sum y = y_A - p_K - p_a - p_E - I_E^* = 0$$

$$\sum m_A(\vec{F}_i) = p_K \cdot r + x_B \cdot 5 + p_a \cdot 5 + p_E \cdot 5 + I_E^* \cdot 5 = 0$$

y_A va x_B qiymatlarini esa quyidagicha aniqlaymiz:

$$y_A = p_K + p_a + p_E + I_E^* = 2g + 0,5g + 3g + g = 6,5g = 6,5 \cdot 9,81 = 63,8kN$$

$$x_B = -\frac{1}{5}(2p_K + 5p_a + 5p_E + 5I_E^*) = -\frac{1}{5}(2 \cdot 2g + 5 \cdot 0,5g + 5 \cdot 3g + 5 \cdot g) = -53kN$$

Muvozanat tenglamasiga asosan:

$$x_A = -x_B = -53kN$$

Mustaqil yechish uchun masalalar.

143-masala. O'q atrofida $\varphi = 3t'$ qonuniga muvofiq aylanadigan va radiusi 20 sm bo'lgan bir jinsli doiraviy diskning og'irlik kuchi aniqlansin. O'q disk tekisligiga tik bo'lib, uning markazidan o'tgan. Disk urinma inersiya kuchlarining bosh moment 4 Nsm ga teng.

Javob: $3,27\text{ N}$.

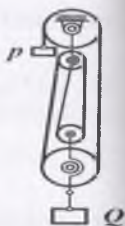
144-masala. Yon yog'i gorizontal bilan α burchak hosil qiladigan prizmaning yon tekisligida turgan jism prizмага nisbatan qo'zg'almay qolishi uchun prizmani gorizontal tekislikda qanday tezlanish bilan harakat qildirish kerak?

Javob: $a = g \tan \alpha$

145-masala. 128-masalada ko'rilgan aylanma kran A podpyatnigi va B podshipnigi tayanch reaksiyalarini E yuk bo'lmay, telejka $0,5g$ tezlanish bilan chap tomonga harakatlanganida aniqlansin. Aravachaning massalar markazi B tayanch balandligida turadi.

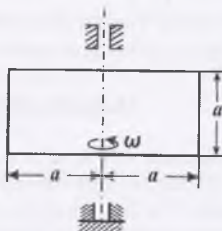
Javob: $X_A = 12,8\text{ kN}$, $X_B = -15,2\text{ kN}$, $Y_A = 24,5\text{ kN}$.

146-masala. Rasmda ko'rsatilgan polispast yordamida massasi M_2 bo'lgan yukni ko'taruvchi M_1 massali yuk pastga qanday tezlanish bilan tushadi? M_1 yukning teng o'lchovli harakat qilishi uchun qanday shart bajarilishi kerak? Bloklarning va trossning massasi hisobga olinmasin. M_2 yukning tezlanishi M_1 yukning tezlanishidan to'rt marta kichik.



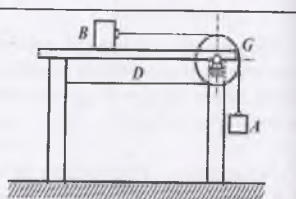
Javob: $a = 4g \frac{4M_1 - M_2}{16M_1 + M_2}, \frac{M_1}{M_2} = \frac{1}{4}$

147-masala. Massasi M bo'lgan bir jinsli to'g'ri to'rtburchakli plastinka vertikal o'q atrofida ω o'zgarmas burchak tezlik bilan aylanadi. Aylanish o'qidan o'tadigan qirg'ima plastinkani aylanish o'qiga tik yo'nalishda cho'zuvchi kuch aniqlansin.



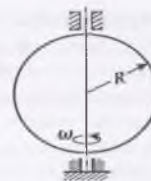
Javob: $Ma\omega^2/4$

148-masala. Massasi M_1 bo'lgan A yuk pastga tushib, massasi hisobga olinmaydigan ip yordami bilan M_2 massali B yukni harakatga keltiradi. Ip qo'zg'almas C blokdan o'tgan. D stolning pastga tushiradigan bosimi aniqlansin. Stolning massasi M_3 ga teng.



Javob: $N = (M_1 + M_2 + M_3 - \frac{M_1^2}{M_1 + M_2})g.$

149-masala. Massasi M , radiusi R bo'lgan bir jinsli doiraviy disk o'zining vertikal diametri atrofida ω o'zgarmas burchak tezlik bilan aylanadi. Diskni diametri bo'ylab cho'zuvchi kuch aniqlansin.



Javob: $\frac{2MR\omega^2}{3\pi}$

Testlar:

1) Quyidagi javoblardan qaysi biri Nyutonning ikkinchi qonuniga ekvivalentdir?

- A) Dalamber prinsipi
- B) Kyonig teoremasi
- C) Impulsning saqlanish qonuni
- D) Massalar markazining saqlanish qonuni

2) Dalamber prinsipi formulasini aniqlang

- A) $\vec{F}'' - \vec{F}' - \vec{F}'' = 0$
- B) $\vec{F}'' + \vec{p}' - \vec{F}'' = 0$
- C) $\vec{F}'' + \vec{F}' + \vec{F}'' = 0$
- D) $m\vec{g} = \vec{F}'' + \vec{F}' + \vec{F}'$

3) Quyidagi javoblarning qaysi birida dinamika masalalarini statikada keltirilgan muvozanat tenglamalari orqali ham aniqlash mumkin

- A) Varinon teoremasida
- B) Tezliklar va tezlanishlar oniy markazida
- C) Bajarilgan ish tenglamasida
- D) Dalamber prinsipida

4) Sistema uchun Dalamber prinsiptining mohiyati qaysi javobda to'g'ri keltirilgan?

A) Vaqtning istalgan paytida sistemaga ta'sir etuvchi kuchlar qatoriga elastiklik kuchi qo'yilsa, hosil bo'lgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'ladi.

B) Vaqtning istalgan paytida sistemaga haqiqatda ta'sir etuvchi ichki, tashqi kuchlar qatoriga inersiya kuchi qo'shilsa hosil bo'lgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'ladi va ularga statikaning barcha tenglamalarini qo'llash mumkin.

C) Vaqtning istalgan paytida sistemaga ta'sir etuvchi kuchlar qatoriga bog'lanish reaksiyasi kuchi qo'yilsa hosil bo'lgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'ladi.

D) Vaqtning istalgan paytida sistemaga ta'sir etuvchi kuchlar qatoriga, o'zgaruvchan kuchlar qo'yilsa kuchlar sistemasi muvozanatda bo'ladi.

5) Qanday hollarda Dalamber prinsipini qo'llanilganda inersiya kuchlari kiritiladi.

A) mexanik sistemaning noinersial hisob sistemasidagi harakatlarini o'rganishda

B) to'g'ri javob yo'q

C) mexanik sistemaning inersial hisob sistemasidagi harakatlarini o'rganishda

D) mexanik sistema tinch holatda bo'lganda

6) Quyidagi javoblarning qaysi birida dinamika masalalarini statikada keltirilgan muvozanat tenglamalari orqali ham aniqlash mumkin

A) Dalamber prinsipida

B) Varinon teoremasida

C) Tezliklar va tezlanishlar oniy markazida

D) Bajartilgan ish tenglamasida

7) $\vec{F}_v + \vec{R}_v + \vec{\Phi}_v = 0$, ($v=1,2,\dots,N$) ifodadagi $\vec{F}_v$ - nimani anglatadi?

A) sistema M_v nuqtasiga ta'sir etuvchi aktiv kuchlarning teng ta'sir etuvchisi

B) bog'lanish reaksiya kuchlarining teng ta'sir etuvchisi

C) nuqtaning inersiya kuchi

D) og'irlik kuchini

8) $\vec{F}_v + \vec{R}_v + \vec{\Phi}_v = 0$, ($v=1,2,\dots,N$) ifodadagi $\vec{\Phi}_v$ - nimani anglatadi?

A) sistema M_v nuqtasiga ta'sir etuvchi aktiv kuchlarning teng ta'sir etuvchisi

B) bog'lanish reaksiya kuchlarining teng ta'sir etuvchisi

C) nuqtaning inersiya kuchi

D) og'irlik kuchini

9) Kinetostatika usuli bu - Mos javobni tanlang?

A) Kinematika masalalarini dinamik shartlariga keltirish

B) Barcha dinamik masalalarni noinersial sanoq sistemalariga nisbatan ishlash

C) Dinamika masalalariga statikadagi muvozanat shartlarini qo'llash

D) Statika masalalariga dinamikadagi muvozanat shartlarini qo'llash

10) $\vec{F}_v + \vec{R}_v + \vec{\Phi}_v = 0$, ($v=1,2,\dots,N$) ifodadagi $\vec{R}_v$ - nimani anglatadi?

A) sistema M_v nuqtasiga ta'sir etuvchi aktiv kuchlarning teng ta'sir etuvchisi

B) bog'lanish reaksiya kuchlarining teng ta'sir etuvchisi

C) nuqtaning inersiya kuchi

D) og'irlik kuchini

Mavzu yuzasidan tuzilgan boshqotirma:
O'zaro moslikni aniqlang

S1	Moddiy nuqta uchun inersiya kuchi	J1	$\vec{F} + \vec{\Phi} = 0$
S2	Erkin moddiy nuqta uchun Dalamber prinsipi	J2	$ \Phi_r = m r \varepsilon $
S3	Mexanik sistema uchun Dalamber prinsipi	J3	$-ma = \vec{\Phi}$

S4	Aylanma harakatda inersiya kuchi	J4	$\bar{\Phi} = -\frac{d\bar{Q}}{dt}$
S5	Markazdan qochirma inersiya kuchi	J5	$M_{Cv}^0 = 0, M_{Cv}^0 = 0, M_{Cv}^0 = -I_z \varepsilon_z$
S6	Moddiy nuqta uchun Dalamber prinsipi	J6	$\bar{F} + \bar{R} + \bar{\Phi} = 0$
S7	Sistema inersiya kuchlarining bosh momenti	J7	$\bar{\Phi} = 0$
S8	Tekis parallel harakatdagi jismning inersiya kuchlari bosh momenti uchun	J8	$\bar{\Phi} = -m\omega_c$
S9	Ilgarilanma harakatdagi qattiq jismning inersiya kuchlari	J9	$\bar{M}_0^0 = -\frac{d\bar{K}_0}{dt}$
S10	Moddiy nuqta to'g'ri chiziqli tekis harakatda ishtirok etsa inersiya kuchi qaysi munosabatni egallaydi	J10	$1 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s} = 1 N$
S11	Sistema inersiya kuchlarining bosh vektori	J11	$\bar{F}_v + \bar{F}_v + \bar{\Phi}_v = 0 \quad (v = 1, 2, \dots, N)$
S12	Sistema inersiya kuchining birligi	J12	$\Phi_n = m r \omega^2$

Boshqotirmaning yechish uchun namuna:

S1	Moddiy nuqta uchun inersiya kuchi	J6	$\bar{F} + \bar{R} + \bar{\Phi} = 0$
S2	Erkin moddiy nuqta uchun Dalamber prinsipi		
S3	Mexanik sistema uchun Dalamber prinsipi		

S4	Aylanma harakatda inersiya kuchi		
S5	Markazdan qochirma inersiya kuchi		
S6	Moddiy nuqta uchun Dalamber prinsipi		
S7	Sistema inersiya kuchlarining bosh momenti		
S8	Tekis parallel harakatdagi jismning inersiya kuchlari bosh momenti uchun		
S9	Ilgarilanma harakatdagi qattiq jismning inersiya kuchlari		
S10	Moddiy nuqta to'g'ri chiziqli tekis harakatda ishtirok etsa inersiya kuchi qaysi munosabatni egallaydi		
S11	Sistema inersiya kuchlarining bosh vektori		
S12	Sistema inersiya kuchining birligi		

IX BOB. ANALITIK MEXANIKANING ASOSIY TUSHUNCHALARI

9.1. Bog'lanishlar va ularning klassifikatsiyasi

Analitik mexanikada mexanik sistemalarining muvozanati va harakati o'rganiladi. Mexanikaning asosiy prinsiplarini bayon etish, ulardan harakat differensial tenglamalarini chiqarish, mazkur tenglamalarini izohlash va integrallash usullari analitik mexanikaning asosiy mavzuini tashkil etadi.

Sistema nuqtalarining harakatini ularning harakat qonuniga bog'liq bo'lmagan va oldindan berilgan geometrik yoki kinematik shartlar bilan cheklovchi jismlarga bog'lanishlar yoki analitik bog'lanishlar deyiladi.

Sistema nuqtalarini harakatini cheklovchi har qanday jism analitik bog'lanishdan iborat bo'la olmasligini alohida ta'kidlab o'tamiz. Masalan, yuk osilgan prujina analitik bog'lanishdan iborat bo'lmaydi, chunki yukning harakatiga prujina tomonidan qo'yiladigan chek yukning harakat qonuniga bog'liq bo'ladi.

Agar sistema nuqtalariga bog'lanishlar qo'yilmagan bo'lsa, bunday sistema *erkin sistema* deyiladi. Aks holda sistema *bog'lanishdagi sistema* deyiladi.

N ta moddiy nuqtalardan tashkil topgan mexanik sistema nuqtalariga qo'yilgan bog'lanishlarning matematik ifodasi vaqt, sistema nuqtalarining koordinatalari va ularning hosilalariga bog'liq tenglamalar yoki tengsizliklar bilan aniqlanadi:

$$f_{\mu}(x_1, y_1, z_1, \dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1, t) = 0, \quad (\mu = 1, 2, \dots, l) \quad (9.1)$$

$$\text{yoki} \quad f_{\mu}(x_1, y_1, z_1, \dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1, t) \geq 0, \quad (\mu = 1, 2, \dots, l) \quad (9.2)$$

Tenglamalar bilan ifodalanadigan bog'lanishlar *bo'shatmaydigan bog'lanishlar*, tengsizliklar bilan ifodalanadigan bog'lanishlar esa *bo'shatadigan bog'lanishlar* deyiladi.

Masalan, ikkita moddiy nuqta o'zgarmas l o'zunlikka ega bo'lgan sterjen bilan tutashtirilgan bo'lsa, bunday bog'lanish

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 - l^2 = 0$$

tenglama bilan ifodalanadi.

Agar ikkita moddiy nuqta egiluvchan, cho'zilmaydigan va uzunligi l ga teng ip bilan tutashtirilgan bo'lsa, bog'lanish

$$l^2 - (x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2 - (z_1 - z_2)^2 \geq 0$$

tengsizlik bilan ifodalanadi. Ip tarang holatda bo'lganda, tenglik ishorasi, aks holda tengsizlik ishorasi olinadi.

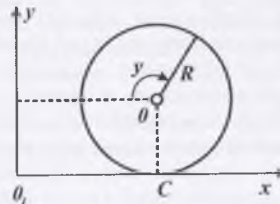
Agar bog'lanishlar faqat sistema nuqtalarining koordinatalariga chek qo'ysa, bunday *bog'lanishlar geometrik bog'lanishlar* deyiladi.

Geometrik bog'lanishlarning tenglamasi

$$F(x_1, y_1, z_1) = 0 \quad (9.3)$$

ko'rinishda yoziladi.

Agar bog'lanishlar sistema nuqtalarining koordinatalaridan tashqari tezligiga ham chek qo'ysa, ularga *kinematik yoki differensialni bog'lanishlar* deyiladi. Kinematik bog'lanishlarni analitik ifodasi (9.1) yoki (9.2) ko'rinishda yoziladi.



Agar bog'lanish tenglamalari (9.1) integrallanadigan bo'lsa, bog'lanish *golonimli bog'lanish*, integrallanmaydigan bo'lsa, *hegolonom bog'lanish* deyiladi.

Masalan, radiusi R ga teng g'ildirak to'g'ri chiziqli rels bo'ylab sirpanmay harakatlansin (9.1-rasm).

Bunday g'ildirakning O, x, y harakat tekisligidagi holati g'ildirak O markazining koordinatalarni x_0, y_0 va bu markaz atrofidagi aylanish burchagi φ bilan aniqlanadi. Agar x o'qni rels bo'ylab yunaltirsak, u holda

$$u_0 = R$$

munosabat geometrik bog'lanishni ifodalaydi. Bundan tashqari, g'ildirak sirpanmasdan harakatlangani uchun g'ildirakning relsiga tegib turgan C nuqtasining tezligi nolga teng bo'ladi.

Bu shart $\dot{x}_0 - R\dot{\varphi} = 0$ kinematik bog'lanish bilan ifodalanadi. Uni integrallab x_0 va φ orasidagi munosabatni aniqlaymiz.

$$x_0 - R\varphi = \text{const.}$$

Binobarin ushbu tenglama bilan ifodalanadigan bog'lanish gologonomli bog'lanishdan iborat bo'ladi.

Agar bog'lanishning analitik ifodasi vaqtga oshkora ravishda bog'liq bo'lsa, unga *stasionar bo'lmagan bog'lanish* deyiladi.

Masalan,

$$x^2 + y^2 + z^2 = (at)^2$$

Agar bog'lanishning analitik ifodasi vaqtga oshkora ravishda bog'liq bo'lmasa, bunday bog'lanish *stasionar bog'lanish* deyiladi.

9.2. Mumkin bo'lgan ko'chish va mumkin bo'lgan ko'chishlar prinsipi

Agar mexanik sistemaga bog'lanishlar qo'yilgan bo'lsa, bunday sistema ixtiyoriy ravishda ko'cha olmaydi, chunki bog'lanishlar sistema nuqtalarining faqat ba'zi kuchlarigagina yo'l qo'yadi.

Sistemaga qo'yilgan bog'lanishni qanoatlantirgan holda sistema nuqtalarining berilgan onda tasavvur qilinadigan cheksiz kichik ko'chishlari *mexanik sistemaning mumkin bo'lgan ko'chishi* deyiladi.

Nuqtaning mumkin bo'lgan ko'chishi $\delta \mathbf{r}(\delta x, \delta y, \delta z)$, δS , $\delta \varphi$ lar bilan belgilanadi.

Agar nuqtaga stasionar bo'lmagan

$$f(x, y, z, t) = 0 \quad (9.4)$$

bog'lanish qo'yilgan bo'lsa, u holda nuqtaning mumkin bo'lgan ko'chishi vaqtning berilgan paytidagi aniq kayd qilingan qiymati uchun hisoblanadi, ya'ni bunda $\delta t = 0$ deb qaraladi.

Bog'lanishni qanoatlantirgan holda nuqtaning fazoda dt vaqt ichida elementar ko'chishi haqiqiy ko'chish deyiladi.

Agar nuqtaga $f(x, y, z) = 0$ stasionar bog'lanish qo'yilgan bo'lsa, u holda M nuqtaning dt vaqt ichidagi haqiqiy ko'chishi $d\mathbf{r}$ shu paytda trayektoriyaga urinma bo'yicha yo'naladi.

Nuqtaning haqiqiy ko'chishi nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlarga, unga qo'yilgan bog'lanishga va boshlang'ich shartlarga bog'liq bo'ladi.

Sistemaning fazodagi holatini bir qiymatli aniqlaydigan va maqsadga muvofiq ravishda tanlab olingan, bir-biriga bog'liq bo'lmagan kattaliklar *sistemaning umumlashgan koordinatalari* deyiladi.

Umumlashgan koordinatalar, odatda, q bilan belgilanadi.

N ta moddiy nuqtalardan tashkil topgan mexanik sistemaga l ta bo'shatmaydigan gologonomli bog'lanishlar qo'yilgan bo'lsin:

$$f_\mu(x_\mu, y_\mu, z_\mu, t) = 0, \quad (\mu = 1, 2, \dots, l) \quad (9.5)$$

U holda sistemaning $3N$ ta Dekart koordinatalari $x_1, x_2, \dots, x_N, u_1, u_2, \dots, u_N, z_1, z_2, z_N$ o'zaro l ta tenglamalar bilan bog'langan bo'ladi.

Binobarin, $3N$ ta koordinatalardan faqat $3N - l = n$ tasi erkin bo'lib, kolgan l tasi bog'lanishda bo'ladi. $3N - l = n$ ta erkin koordinatalarni maqsadga muvofiq ravishda tanlab olingan $q_1, q_2, \dots, q_N$ umumlashgan koordinatalar orqali ifodalash mumkin, ya'ni

$$\left. \begin{aligned} x_\mu &= x_\mu(q_1, q_2, \dots, q_N, t) \\ y_\mu &= y_\mu(q_1, q_2, \dots, q_N, t) \\ z_\mu &= z_\mu(q_1, q_2, \dots, q_N, t) \end{aligned} \right\} \quad (g = 1, N) \quad (9.6)$$

Binobarin, har bir nuqtaning radius-vektori ham umumlashgan koordinatalarning vektorli funksiyasi tarzida aniqlanadi:

$$\mathbf{r}_\mu = \mathbf{r}_\mu(q_1, q_2, \dots, q_N, t), \quad (g = 1, N) \quad (9.7)$$

Bo'shatmaydigan gologonomli bog'lanishlar qo'yilgan mexanik sistema harakatini aniqlovchi bir-biriga bog'liq bo'lmagan umulashgan koordinatalar soni *sistemaning erkinlik darajasi* deyiladi.

Kuchning mumkin bo'lgan ko'chishdagi elementar ishi. Ideal bog'lanishlar. Mumkin bo'lgan ko'chish prinsipi.

Nuqtaga ta'sir etuvchi $\mathbf{F}$ kuchning $\delta \mathbf{r}$ mumkin bo'lgan ko'chishdagi elementar ishini δA bilan belgilasak, quyidagi munosabat o'rinni bo'ladi.

$$\delta A = \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{r} = x dx + y dy + z dz \quad (9.8)$$

Xuddi shuningdek, N ta moddiy nuqtalardan tashkil topgan mexanik sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi kuchlarning sistemaning mumkin bo'lgan ko'chishdagi elementar ishi

$$\sum \delta A_i = \sum \mathbf{F}_i \cdot \delta \mathbf{r}_i \quad (9.9)$$

formula yordamida hisoblanadi.

Sistema nuqtalariga qo'yilgan bog'lanish reaksiya kuchlarini bilan belgilaymiz.

Agar sistema nuqtalariga qo'yilgan bog'lanish reaksiya kuchlarining sistemaning har qanday mumkin bo'lgan ko'chishdagi elementar ishlari yig'indisi nolga teng bo'lsa, bunday bog'lanishlar *ideal bog'lanishlar* deyiladi.

Binobarin ideal bog'lanishlar uchun

$$\sum \mathbf{R}_i \cdot \delta \mathbf{r}_i = 0 \quad (9.10)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Mumkin bo'lgan ko'chish prinsipi. Ideal, stasionar va bo'shatmaydigan bog'lanishlar qo'yilgan moddiy nuqtalar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun sistema nuqtalariga qo'yilgan barcha aktiv kuchlarning sistema nuqtalarining har qanday mumkin bo'lgan ko'chishdagi elementar ishlari yig'indisi nolga teng bo'lishi, ya'ni

$$\sum \vec{F}_i \cdot \delta \vec{r}_i = 0 \quad (9.11)$$

hamda sistema barcha nuqtalarining berilgan ondagi tezliklari nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

9.3. Umumlashgan koordinatalar. Umumlashgan kuch

N ta moddiy nuqtalardan tashkil topgan mexanik sistemaga l ta golonimli bog'lanishlar qo'yilgan bo'lsa, bunday sistemaning holatini $n=3N-l$ ta $q_1, q_2, \dots, q_n$ umumlashgan koordinatalar orqali aniqlash mumkin.

Mumkin bo'lgan ko'chish prinsipiga asosan

$$\sum Q_i \delta q_i = 0$$

yoki

$$Q_1 \delta q_1 + Q_2 \delta q_2 + \dots + Q_n \delta q_n = 0 \quad (9.12)$$

Bunda $q_1, q_2, \dots, q_n$ - erkin bo'lgani uchun golonimli bog'lanishlar qo'yilgan sistema uchun ularning variatsiyalari ham erkin bo'ladi. Shu sababli $\delta q_1 \neq 0$ Qolgan barcha variatsiyalar $\delta q_2 = \delta q_3 = \dots = \delta q_n = 0$ deb qabul qilish mumkin.

U holda (9.12) dan $Q_1 = 0$ shartni olamiz.

Xuddi shunday $\delta q_2 \neq 0$ bo'lsa $\delta q_2 = \delta q_3 = \dots = \delta q_n = 0$.

U holda $Q_2 = 0$ va hokazo.

Shunday qilib (9.12) dan quyidagi muvozanat shartini olamiz:

$$Q_1 = 0, Q_2 = 0, \dots, Q_n = 0 \quad (9.13)$$

(9.13) tenglamalar golonimli sistemaning umumlashgan koordinatalaridagi muvozanat shartlarini ifodalaydi: *golonimli, ideal, stasionar va bo'shatmaydigan bog'lanishlar qo'yilgan sistema muvozanatda bo'lishi uchun tanlangan $q_1, q_2, \dots, q_n$ umumlashgan koordinatalarga mos umulashagan kuchlarning nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.*

Umumlashgan kuchlar. Yuqorida ko'rganimizdan sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi aktiv kuchlarning mumkin bo'lgan ko'chishdagi ishlarining yig'indisi r_v umumlashgan koordinatalar va vaqtning funksiyasi sifatida aniqlanadi, ya'ni

$$\vec{r}_v = \vec{r}_v(q_1, q_2, \dots, q_n, t) \quad (\vartheta = 1, 2, \dots, N) \quad (9.14)$$

Sistema nuqtalarining dt vaqt ichidagi haqiqiy ko'chishi $d\vec{r}_v$ quyidagicha aniqlanadi:

$$\delta \vec{r}_v = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} \delta q_i, \quad (\vartheta = 1, 2, \dots, N) \quad (9.15)$$

Mumkin bo'lgan ko'chishda bog'lanish tenglamasida vaqt o'zgarmas deb qaraladi, ya'ni $\delta t = 0$.

U holda quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz.

$$\sum \delta A_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \cdot \sum_{\vartheta=1}^N \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} \delta q_i$$

yoki yig'indilarning tartibini almashtirsak,

$$\sum \delta A_i = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{\vartheta=1}^N \vec{F}_i \cdot \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} \right) \delta q_i$$

tenglik hosil bo'ladi.

Agar

$$Q_i = \sum_{\vartheta=1}^N \vec{F}_i \cdot \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} \quad (9.16)$$

belgilash kirsak, oxirgi tenglikni, quyidagi ko'rinishda olamiz:

$$\sum \delta A_i = \sum Q_i \delta q_i \quad (9.17)$$

Q_i kattalika q_i umumlashgan koordinataga mos bo'lgan, umumlashgan kuch deyiladi.

9.4. Lagranjning ikkinchi xil tenglamalari

Dinamikaning umumiy tenglamasi vositasida ideal bog'lanish reaksiya kuchlari qatnashmaydigan harakat differensial tenglamalarini chiqarishadi.

Bu tenglamalar *Langrajning ikkinchi xil tenglamalari* yoki *mexanik sistemaning umumlashgan koordinatalardagi harakat differensial tenglamalari* deyiladi, ya'ni:

$$Q_i - \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} \right) = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

yoki

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (9.18)$$

Bu tenglamalarning soni sistemaning erkinlik darajasiga teng bo'ladi.

Agar mexanik sistema nuqtalariga potentsialli kuchlar ta'sir etsa,

$$Q_i = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_i}, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Shu sababli bunday sistema uchun Langrajning ikkinchi xil tenglamalarini

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_i}, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

ko'rinishida yozish mumkin.

Agar Langranj funksiyasi deb ataladigan

$$L = T + U = T - P$$

funksiyani kiritsak,

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = 0 \quad \text{bo'lgani uchun Langrajning 2-xil tenglamalarini}$$

quyidagicha yoza olamiz:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (9.19)$$

(9.19) tenglamalar potentsialli kuchlar ta'siridagi mexanik sistema uchun Langrajning ikkinchi xil tenglamalarini ifodalaydi.

9.5. Mexanik sistemasining ustuvor muvozanati haqida tushuncha. Lagranj-Dirixle teoremasi

Mexanik sistemaning muvozanatini 3 turga bo'lish mumkin: *ustuvor*, *noustuvor* va *befarq muvozanat*.

Agar muvozanat holatidagi mexanik sistema nuqtalariga kichik boshlang'ich qo'yish va kichik boshlang'ich tezlik berish natijasida sistema nuqtalari muvozanat holati yaqinida tebranma harakatda bo'lsa, sistemaning bunday muvozanati *ustuvor muvozanat*; muvozanat holatidan o'zoqlasha borsa, *noustuvor muvozanat* deyiladi.

Agar mexanik sistamani muvozanat holatidan kichik og'dirish natijasida mexanik sistema yangi holatda ham muvozanatda qolsa, sistemaning bunday holati *befarq muvozanat* deyiladi.

Aytmalik gonomli bog'lanishlar qo'yilgan mexanik sistemaning holati $q_1, q_2, \dots, q_n$ umumlashgan koordinatalar bilan aniqlansin.

Vaqtning biror t_0 paytida sistamani muvozanat holatidan og'dirib, sistemaning shu paytdagi umumlashgan koordinatalari va umumlashgan tezliklarini q_{0i} va $\dot{q}_{0i}$ istolgan t paytdagisini esa q_i va $\dot{q}_i$ bilan belgilaymiz.

Sistemaning ustuvor muvozanatiga aniqroq ta'rif berish uchun sistemaning umumlashgan koordinatalari va umumlashgan tezliklarining son qiymatlarini o'lchovsiz kattalikka keltiramiz.

Agar istalgancha kichik musbat son ε ga bog'liq shunday $\eta > 0$ sonni topish mumkin bo'lsaki,

$$|q_{0i}| \leq \eta, \quad |\dot{q}_{0i}| \leq \eta, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (9.20)$$

bo'lganda $t > t_0$ vaqt uchun

$$|q_i| < \varepsilon$$

shartlar bajarilsa, sistemaning bunday muvozanat holati Lyapunov ta'rifiga ko'ra ustuvor muvozanat deyiladi.

Potentsialli kuchlar ta'siridagi mexanik sistemaning muvozanat shartlari quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \dot{q}_i} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q_n} = 0$$

Bu tenglamalardan ko'ramizki, potentsialli kuchlar ta'siridagi sistemaning muvozanat holatlariga sistema potentsial energiyasining ekstremal kiymatlari mos keladi. Lekin bu tenglamalar vositasida sistema muvozanatining ustuvorligini aniqlay olmaymizlar.

Bunday sistema ustuvor muvozanatining yetarli shartlari Langranj-Dirixle teoremasi bilan ifodalanadi: *potentsialli kuchlar ta'siridagi sistemaning potentsial energiyasi minimum qiymatga ega bo'ladigan muvozanat holatlari ustuvordir*.

Mavzu doirasida masalalar yechish uchun masalalar.

150-masala. Rasmda tasvirlangan mexanizmining muvozanat holatida, unga ta'sir etuvchi va kuchlar orasidagi bog'lanish aniqlansin.

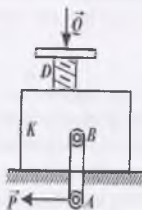


Yechilishi: Sistemaning erkinlik darajasi bitta. Agar sistemaga mumkin bo'lgan ko'chishlar berilsa, sterjenlardan iborat bo'lgan parallelogrammlarning diagonallari bir xil δs masofaga uzayadi. U holda $\delta s_A = \delta s$, $\delta s_B = 3\delta s$ bo'ladi. Sistema uchun tenglamani tuzamiz:

$$P\delta s_B - Q\delta s_A = 0 \quad \text{yoki} \quad (3P - Q)\delta s = 0$$

bundan, $Q = 3P$.

151-masala. Detallari K korobkaning ichiga ko'rinmaydigan qilib, o'rnatilgan ko'taruvchi mexanizmga qo'yilgan P va Q kuchlar orasidagi bog'lanish aniqlansin. AB ($AB=l$) dastgohning har bir buralishida D vint h balandlikka ko'tariladi.



Yechilishi: Sistema uchun tenglamani tuzamiz,

$$Pl\delta\varphi_{AB} - Q\delta s_D = 0$$

Dastgohning tekis aylantirilishida, vint ham tekis ko'tariladi deb hisoblasak, u holda

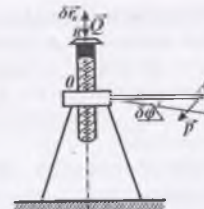
$$\frac{\delta\varphi_{AB}}{2\pi} = \frac{\delta s_D}{h} \quad \text{yoki} \quad \delta\varphi_{AB} = \frac{2\pi}{h} \delta s_D$$

$\delta\varphi_{AB}$ -ning qiymatini yuqoridagi tenglamaga qo'ysak,

$$Q = 2\pi Pl/h.$$

Shuni aytib o'tish lozimki, ushbu masalani geometrik usul bilan aslo yechib bo'lmaydi, chunki mexanizmining ichidagi konstruktsiya bizga noma'lum edi.

152-masala. Q yuk $OA=0,6$ m li dasta bilan harakatga keltiriladigan domkrat yordamida ko'tariladi. Dastaning uchiga unga perpendikulyar bo'lgan $P=160$ N kuch qo'yilgan. Domkrat vintining qadami $h=12$ mm. Q yukning miqdori aniqlansin.



Yechilishi: Q yuk OA dastani mexanik sistema deb qarab, sistema nuqtalariga mumkin bo'lgan ko'chish beramiz. Buning uchun OA dastani $\delta\varphi$ burchakka buramiz. U holda Q yuk vertikal tarzda yuqoriga δs_s ga teng miqdorga ko'chadi. Sistemaning muvozanat shartini quyidagicha ifodalaymiz.

$$P \cdot OA \cdot \delta\varphi - Q\delta s_s = 0$$

Bundan $Q = \frac{P \cdot PA \cdot \delta\varphi}{\delta s_s}$ ekanligini ko'rish mumkin. Q yukning

ilgarilanma harakati OA dastaning aylanish burchagiga mutanosib bo'ladi va dasta bir marta aylanganda, Q yuk vertikal bo'yicha vint qadami $h=12$ mm $= 0,012$ m ga teng masofaga ko'tariladi. Shu sababli

$$\frac{\delta\varphi}{2\pi} = \frac{\delta s_s}{h}, \quad \text{bundan} \quad \delta\varphi = \frac{2\pi}{h} \delta s_s. \quad \text{Natijada}$$

$$Q = 2\pi \cdot P \cdot \frac{OA}{h} = 2 \cdot 3,14 \cdot 160 \cdot \frac{0,6}{0,012} = 50200 \text{ N}$$

153-masala. Mexanik sistema A blokka hamda B pog'onali shkivga o'ralgan arqonlar, shuningdek, bu arqonlarga bog'langan C va D yuklardan iborat. B , C , D jismlarning og'irliklari mos ravishda G_B, G_C, G_D . A blokka qo'yilgan M momentli juft kuch ta'sirida sistema vertikal tekislikda harakat qiladi.

$$G_B = 30 \text{ N}, G_C = 40 \text{ N}, G_D = 20 \text{ N}, M = 16 \text{ Nm},$$

$$R_A = 0,2 \text{ m}, R_B = 0,3 \text{ m}, r_B = 0,15 \text{ m}.$$

B shkivning inersiya radiusi $\rho_B = 0,2 \text{ m}$. Sistema niqtalari orasidagi ishqalanishlarni hamda A blok og'irligini hisobga olmay, C yukning tezlanishi aniqlansin.

Yechilishi: Tekshirilayotgan sistemaga ideal bog'lanishlar qo'yilgan. C yuk tezlanishini a_C bilan belgilaymiz.

Sistemaga ta'sir qilayotgan kuchlar qatoriga yuklarning

$$\Phi_C = \frac{G_C}{g} a_C, \Phi_D = \frac{G_D}{g} a_D$$

inersiya kuchlarining hamda pog'onali B shkivning

$$M_0^B = \frac{G_B \rho_B^2}{g} \varepsilon_B$$

inersiya kuchlarining momentini qo'shamiz.

C va D yuklar B shkivga arqon yordamida bog'langani sababli

$$a_C = \varepsilon_B R_B, a_D = \varepsilon_B r_B$$

bo'ladi. Ushbu tenglamadan:

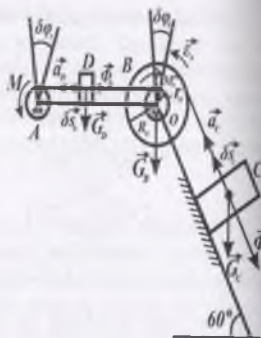
$$\varepsilon_B = \frac{a_C}{R_B}, a_D = \frac{a_C}{R_B} r_B.$$

Ekanligini va ularni barchasini birgalikda ishlab quyidagi

$$\Phi_C = \frac{G_C}{g} a_C, \Phi_D = \frac{G_D r_B}{g R_B} a_C, M_0^B = \frac{G_B \rho_B^2}{g} \frac{a_C}{R_B} a_C$$

kelib chiqishini ko'rish mumkin.

Sistemaga mumkin bo'lgan ko'chish bersak, C , D yuklar mos ravishda $\delta s_C, \delta s_D$ ko'chishlarni, shuningdek, A blok mumkin bo'lgan $\delta \varphi_A$ burilishni, B shkiv esa $\delta \varphi_B$ burilishni oladi.



Natijada dinamikaning umumiy tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$(-G_C \sin 60^\circ - \Phi_C) \delta s_C - M_0^B \delta \varphi_B - \Phi_D \delta s_D + m \delta \varphi_A = 0.$$

$\delta s_C, \delta s_D$ va $\delta \varphi_A$ larni $\delta \varphi_B$ orqali ifodalaymiz.

$$\delta s_C = R_B \delta \varphi_B, \delta s_D = r_B \delta \varphi_B.$$

B shkiv A blok bilan arqon vositasida biriktirilgani tufayli:

$$R_A \delta \varphi_A = r_B \delta \varphi_B,$$

bundan

$$\delta \varphi_A = \frac{r_B}{R_A} \delta \varphi_B.$$

hosil bo'ladi. Natijada tenglamalarning bir-biriga bog'lab quyidagi natijaga ega bo'lamiz.

$$\left[G_C \left(-\sin 60^\circ - \frac{a_C}{g} \right) R_B - \frac{G_B \rho_B^2}{g R_B} a_C - \frac{G_D r_B^2}{g R_B} a_C + M \frac{r_B}{R_A} \right] \delta \varphi_B = 0,$$

bunda $\delta \varphi_B \neq 0$; shuning uchun yuqoridagi tenglikdan

$$G_C \left(-\sin 60^\circ - \frac{a_C}{g} \right) R_B - \frac{G_B \rho_B^2}{g R_B} a_C + M \frac{r_B}{R_A} = 0$$

kelib chiqadi. Masala shartidagi berilganlarni e'tiborga olsak,

$$a_C = 0,9 \text{ m/s}^2$$

hosil bo'ladi.

154-masala. m_1 massali DE sterjen

har birining massasi m_2 bo'lgan uchta

g'altak ustida yotadi. Sterjenning o'ng

tomoniga gorizonttal ravishda yo'nalgan

F kuch qo'yilgan. U sterjen va

g'altaklarni harakatga keltiradi. DE

sterjenning tezlanishi aniqlansin.

G'altaklar bir jinsli doiraviy silindr deb

hisoblansin. Sterjen bilan g'altaklar,

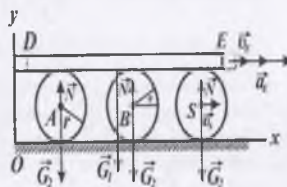
shuningdek, g'altaklar bilan gorizonttal

tekislik orasidagi ishqalanish hisobga

olinmasin.

Yechilishi: Tekshirilayotgan sistemaga qo'yilgan bog'lanishlar ideal. Sistemaning holati DE sterjen E nuqtasining koordinatasi x_E umumlashgan koordinata orqali bir qiymatli aniqlanadi. Demak, sistema bitta erkinlik darajaga ega.

DE sterjen tezlanishni aniqlash uchun Lagranj II tur tenglamasini tuzish kerak.



Buning uchun avval sistema kinetik energiyasini hisoblaymiz. Sistema kinetik energiyasi sterjen va g'altaklar kinetik energiyalarining yig'indisiga teng:

$$T = T_{\text{st}} + T_{\text{ga}}.$$

DE sterjen ilgarilama harakatda bo'lgani tufayli uning kinetik energiyasi quyidagicha:

$$T_{\text{st}} = \frac{1}{2} m_1 V_{\text{st}}^2.$$

G'altaklar tekis parallel harakatda. Suning uchun ularning kinetik energiyasi:

$$T_{\text{ga}} = 3 \left(\frac{1}{2} m_2 V_s^2 + \frac{1}{2} I_s \omega^2 \right) \text{ yoki } T_{\text{ga}} = 3 \left(\frac{1}{2} m_2 V_s^2 + \frac{1}{4} m_2 r^2 \omega^2 \right).$$

G'ildiraklarning tekislik bilan urinish nuqtalari tezliklar oniy markazi bo'lgani uchun

$$V_s = \omega r, \quad V_g = \omega \cdot 2r.$$

$$V_g = \frac{1}{2} V_s.$$

yuqoridagi tenglamalarni inobatga olib quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$T_{\text{ga}} = 3 \left(\frac{1}{8} m_2 V_s^2 + \frac{1}{16} m_2 V_s^2 \right) = \frac{9}{16} m_2 V_s^2.$$

$$T = \frac{V_s^2}{16} (9m_2 + 8m_1) = \frac{8m_1 + 9m_2}{16} \dot{x}_E^2.$$

Endi sistemaga x_E umumlashgan koordinata bo'yicha δx_E mumkin bo'lgan ko'chish berib, umumlashgan kuchni aniqlaymiz. Sistemaga qo'yilgan kuchlarning mumkin bo'lgan ko'chishdagi ishlarning yig'indisini hisoblaymiz: $\delta A = F \delta x_E$.

Umumlashgan kuchni aniqlash formulasi $Q_{x_E} = \frac{\delta A}{\delta x_E}$ ga ko'ra

$$Q_{x_E} = F$$

Sistemaning erkinlik darajasi bitta bo'lgani sababli Lagranjning II tur tenglamasi bitta bo'ladi, ya'ni

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_E} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_E} = Q_{x_E}.$$

$$\frac{\partial T}{\partial x_E} = 0.$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_E} = \frac{8m_1 + 9m_2}{8} \dot{x}_E,$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_E} \right) = \frac{a_E}{8} (8m_1 + 9m_2).$$

$$\frac{a_E}{8} (8m_1 + 9m_2) = F.$$

Bu ifodadan DE sterjenning tezlanishi a_E kelib chiqadi:

$$a_E = \frac{8F}{8m_1 + 9m_2} \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

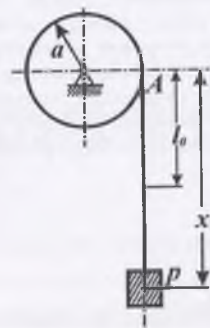
Mustaqil yechish uchun masalalar.

155-masala. Ikkita val orasidagi aylanma harakatni uzatish, tishlari tegishli z_1 va z_2 bo'lgan ikkita tishli g'ildiraklar orqali amalga oshiriladi. Vallarning ularga o'rnatilgan g'ildiraklari bilan birgalikdagi inersiya momentlari mos ravishda J_1 va J_2 ga teng. Birinchi valga M_1 aylantiruvchi moment ta'sir etsa, uning harakat tenglamasi tuzilsin. Boshqa valga esa M_2 qarshilik momenti ta'sir qiladi. Podshipniklardagi ishqalanish hisobga olinmasin.

Javob: $(J_1 + i^2 J_2) \ddot{\varphi} = M_1 - i M_2$ bu yerda $i = z_1/z_2$

156-masala. Massasi M_1 va uzunligi l bo'lgan trossga osilgan m massali yukning harakati aniqlansin. Tross radiusi a va massasi m_2 bo'lgan barabanga o'rangan. Aylanish o'qi — gorizont. Ishqalanish hisobga olinmaydi. Baraban massasi uning gardishi bo'ylab tekis taralgan deb hisoblanadi. Boshlang'ich $t=0$ paytda sistema tinch turgan va trossning osilib turgan qismining uzunligi l_0 ga teng.

(Ko'rsatma: Baraban o'lchovlari trossning osilib turgan qismining uzunligiga nisbatan hisonga olinmasin)



Buning uchun avval sistema kinetik energiyasini hisoblaymiz. Sistema kinetik energiyasi sterjen va g'altaklar kinetik energiyalarining yig'indisiga teng:

$$T = T_{DE} + T_{g'alt}$$

DE sterjen ilgarilama harakatda bo'lgani tufayli uning kinetik energiyasi quyidagicha:

$$T_{DE} = \frac{1}{2} m_1 V_E^2$$

G'altaklar tekis parallel harakatda. Suning uchun ularning kinetik energiyasi:

$$T_{g'alt} = 3 \left(\frac{1}{2} m_2 V_S^2 + \frac{1}{2} I_S \omega^2 \right) \text{ yoki } T_{g'alt} = 3 \left(\frac{1}{2} m_2 V_S^2 + \frac{1}{4} m_2 r^2 \omega^2 \right).$$

G'ildiraklarning tekislik bilan urinish nuqtalari tezliklar oniy markazi bo'lgani uchun

$$V_S = \omega r, \quad V_E = \omega \cdot 2r.$$

$$V_S = \frac{1}{2} V_E.$$

yuqoridagi tenglamalarni inobatga olib quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$T_{g'alt} = 3 \left(\frac{1}{8} m_2 V_E^2 + \frac{1}{16} m_2 V_E^2 \right) = \frac{9}{16} m_2 V_E^2,$$

$$T = \frac{V_E^2}{16} (9m_2 + 8m_1) = \frac{8m_1 + 9m_2}{16} V_E^2.$$

Endi sistemaga x_E umumlashgan koordinata bo'yicha δx_E mumkin bo'lgan ko'chish berib, umumlashgan kuchni aniqlaymiz. Sistemaga qo'yilgan kuchlarning mumkin bo'lgan ko'chishdagi ishlarning yig'indisini hisoblaymiz: $\delta A = F \delta x_E$.

Umumlashgan kuchni aniqlash formulasi $Q_{x_E} = \frac{\delta A}{\delta x_E}$ ga ko'ra

$$Q_{x_E} = F$$

Sistemaning erkinlik darajasi bitta bo'lgani sababli Lagranjning II tur tenglamasi bitta bo'ladi, ya'ni

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_E} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_E} = Q_{x_E}.$$

$$\frac{\partial T}{\partial x_E} = 0.$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_E} = \frac{8m_1 + 9m_2}{8} \dot{x}_E.$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_E} \right) = \frac{a_E}{8} (8m_1 + 9m_2).$$

$$\frac{a_E}{8} (8m_1 + 9m_2) = F.$$

Bu ifodadan DE sterjenning tezlanishi a_E kelib chiqadi:

$$a_E = \frac{8F}{8m_1 + 9m_2} (m/s^2).$$

Mustaqil yechish uchun masalalar.

155-masala. Ikkita val orasidagi aylanma harakatni uzatish, tishlari tegishli z_1 va z_2 bo'lgan ikkita tishli g'ildiraklar orqali amalga oshiriladi. Vallarning ularga o'rnatilgan g'ildiraklari bilan birgalikdagi inersiya momentlari mos ravishda J_1 va J_2 ga teng. Birinchi valga M_1 aylantiruvchi moment ta'sir etsa, uning harakat tenglamasi tuzilsin. Boshqa valga esa M_2 qarshilik momenti ta'sir qiladi. Podshipniklardagi ishqalanish hisobga olinmasin.

Javob: $(J_1 + i^2 J_2) \ddot{\varphi} = M_1 - i M_2$ bu yerda $i = z_1/z_2$

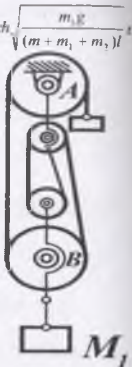
156-masala. Massasi M_1 va uzunligi l bo'lgan trossga osilgan m massali yukning harakati aniqlansin. Tross radiusi a va massasi m_2 bo'lgan barabanga o'rangan. Aylanish o'qi — gorizontal. Ishqalanish hisobga olinmaydi. Baraban massasi uning gardishi bo'ylab tekis taralgan deb hisoblanadi. Boshlang'ich $t=0$ paytda sistema tinch turgan va trossning osilib turgan qismining uzunligi l_0 ga teng.

(Ko'rsatma: Baraban o'lchovlari trossning osilib turgan qismining uzunligiga nisbatan hisonga olinmasin)



Javob: $x = -\frac{ml}{m_1} + (l_0 + \frac{ml}{m_1}) \cdot \frac{m_1 g}{\sqrt{(m + m_1 + m_2)l}}$

157-masala. Massasi 101 kg bo'lgan M yuk qo'zg'aluvchi halqa bilan birga olingan massasi 320 kg M_1 yukni polisplast yordamida yuqoriga ko'taradi. Bloklar hammasi bo'lib to'rtta, katta bloklarning massalari 16 kg dan, kichiklariniki esa 8 kg dan, katta bloklarning radiuslari r ga teng, kichiklariniki esa r_1 ga teng. M yukning tezlanishi aniqlansin. Bloklarning energiyasini aniqlashda ularning massalarini aylana bo'ylab tekis taralgan deb hisoblaymiz.

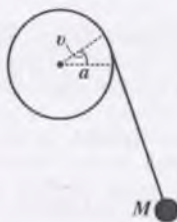


Javob: $0,1g$

158-masala. Uzunligi ixtiyoriy berilgan $l=l(t)$ qonunga muvofiq o'zgaruvchi ipga osilgan m massali moddiy nuqtadan iborat mayatnikning harakat tenglamasi tuzilsin.

Javob: $\ddot{\varphi} + 2\dot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi$, bunda φ — ipning vertikaldan og'ish burchagi

159-masala. Radiusi a bo'lgan qo'zg'almas silindrga o'ralgan ipga osilgan m massali M moddiy nuqtadan iborat mayatnik harakatining tenglamasi tuzilsin. Muvozanat vaziyatida ipning osilib turadigan qismining uzunligi l . Ipning massasi hisobga olinmasin



Javob: $(l + a\theta)\ddot{\theta} + a\dot{\theta}^2 + g \sin \theta = 0$ bunda θ — mayatnikning vertikaldan og'ish burchagi

160-masala. Massasi m bo'lgan A prizma gorizontal bilan α burchak hosil qiluvchi m_1 massali B prizmaning silliq yon yog'ida sirg'anib

tushib keladi. B prizmaning tezlanishi aniqlansin. Gorizontal tekislik bilan B prizma orasidagi ishqalanish hisobga olinmasin.

Javob: $a = g \frac{m \sin 2\alpha}{2(m_1 + m \sin^2 \alpha)}$

Testlar:

1) Agar sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi ichki va tashqi kuchlar konservativ kuchlardan iborat bo'lsa, quyidagi munosabatlar qaysi biri o'rinli bo'ladi?

- A) $\omega_1 = \frac{P \sin \alpha}{J \omega}$
- B) $T - T_0 = P_0 - P$
- C) $f(x, y, z, t) = 0$
- D) $\delta A = F \delta \vec{r}$

2) Ideal bog'lanishlar uchun quyidagi tengliklardan qay biri o'rinli bo'ladi?

- A) $\delta A = \sum_{i=1}^N \vec{N}_i \delta \vec{r} = 0$
- B) $\sum_{i=1}^N (\dot{x}_i - m_i \ddot{x}_i) \dot{x}_i = 0$
- C) $\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$
- D) $r_c = r_{cm} = \frac{p}{1+e} \quad (e=0)$

3) Qanday bog'lanishda ixtiyoriy mumkin bo'lgan ko'chishda bog'lanish reaksiyalarining elementar ishlari yig'indisi nolga teng bo'ladi?

- A) Statsionar
- B) Nogolonom
- C) Ideal
- D) golonom

4) Sistema nuqtalarining koordinatalarigagina chek qo'yuvchi bog'lanishlar qanday ataladi?

- A) Geometrik bog'lanishlar
- B) Ideal bog'lanishlar

- C) Sharnirli bog'lanishlar
D) Silliq sirt vositasida bog'lanishlar

5) Mexanik sistemaning o'zaro bog'liq bo'lmagan mumkin bo'lgan ko'chishlarining soni, qanday ataladi?

- A) Dalamber prinsipi
B) Mexanik sistema
C) Inersiya momenti
D) Erkinlik darajasi

6) Quyidagi javoblardan qay birida Dinamikaning umumiy tenglamasi yana qanday nom bilan ham ataladi?

- A) Dalamber-Lagranj
B) Varin'on tenglamasi
C) Joule-Vatt
D) Eyler

7) Dinamika umumiy tenglamasining umumlashgan koordinatalar orqali ifodasidan iborat bo'lgan tenglama qanday ataladi?

- A) Puanso lemmasi
B) Meshcherskiy tenglamasi
C) Lagranjning ikkinchi tur tenglamasi
D) Dalamber prinsipi

8) Lagranjning II tur tenglamalarining afzalligi nimada?

- A) Tenglamalar soni sistemaning erkinlik darajasi sonidan kichik bo'lib, sistemani tashkil etuvchi nuqtalar soniga bog'liq.
B) Tenglamalar soni sistemaning erkinlik darajasi soniga teng bo'lib, sistemani tashkil etuvchi nuqtalar soniga bog'liq emas.
C) Tenglamalar soni sistemaning erkinlik darajasi soniga teng bo'lib, sistemani tashkil etuvchi nuqtalar soniga bog'liq.
D) Tenglamalar soni sistemaning erkinlik darajasi sonidan katta bo'lib, sistemani tashkil etuvchi nuqtalar soniga bog'liq emas.

9) $L=T-\Pi$ ifoda qanday ataladi?

- A) Lagranjning kinetik potentsiali
B) Lagranjning kinetik energiyasi
C) Lagranjning potentsial energiyasi

- D) To'g'ri javob yo'q

10) Ideal va bo'shatmaydigan bog'lanishlar qo'yilgan mexanik sistemaga ta'sir etuvchi aktiv kuchlarning hamda inersiya kuchlarining har qanday mumkin bo'lgan ko'chishdagi elementar ishlarining yig'indisi Jumlagi mos so'zni toping?

- A) birga teng
B) noldan farqli
C) birdan farqli
D) nolga teng

Mavzu yuzasidan tuzilgan boshqotirma:
O'zaro moslikni aniqlang

S1	Sistemaning mumkin bo'lgan ko'chishdagi elementar ishi	J1	$Q_i - \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} \right) = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$
S2	Lagranjning ikkinchi tur tenglamasi	J2	$\frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \dot{q}_i} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q_n} = 0$
S3	Bo'shatadigan bog'lanishlar	J3	$f_\mu(x_1, y_1, z_1, \dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1, t) = 0, \quad (\mu = 1, 2, \dots, l)$
S4	Potensialli kuchlar ta'siridagi mexanik sistemaning muvozanat shartlari	J4	$\sum \vec{R}_i \cdot \vec{\delta r}_i = 0$
S5	Bo'shatmaydigan bog'lanishlar	J5	golonomli, ideal, stasionar va bo'shatmaydigan bog'lanishlar qo'yilgan sistema muvozanatda bo'lishi uchun tanlangan $q_1, q_2, \dots, q_n$ umumlashgan koordinatalarga mos umulashgan kuchlarning nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.
S6	Langranj-Dirixle teoremasi	J6	Agar muvozanat holatidagi mexanik sistema nuqtalariga kichik boshlang'ich qo'yish va

			kichik boshlang'ich tezlik berish natijasida sistema nuqtalari muvozanat holati yaqinida tebranma harakatda bo'lsa
S7	Golonimli sistemaning umumlashgan koordinatalaridagi muvozanat shartlari	J7	$\sum \delta A_i = \sum \bar{F}_i \cdot \delta \bar{r}_i$
S8	Ideal bog'lanishlar uchun o'rinli bo'ladigan munosabat	J8	$S = \int L dt$
S9	Ustuvor muvozanat	J9	$f_\mu(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) \geq 0, (\mu = 1, 2, \dots, l)$
S10	mexanik sistemaning mumkin bo'lgan ko'chishi	J10	potensialli kuchlar ta'siridagi sistemaning potensial energiyasi minimum qiymatga ega bo'ladigan muvozanat holatlari ustuvordir.
S11	Quyidagilardan qaysi biri Gamilton ta'sirini ifodalaydi	J11	Ideal, stasionar va bo'shatmaydigan bog'lanishlar qo'yilgan moddiy nuqtalar sisteması muvozanatda bo'lishi uchun sistema nuqtalariga qo'yilgan barcha aktiv kuchlarning sistema nuqtalarining har qanday mumkin bo'lgan ko'chishdagi elementar ishlari yig'indisi nolga teng
S12	Mumkin bo'lgan ko'chish prinsipi	J12	sistemaga qo'yilgan bog'lanishni qanoatlantirgan holda sistema nuqtalarining berilgan onda tasavvur qilinadigan cheksiz kichik ko'chishlari

Boshqotirmani yechish uchun namuna:

S1	Sistemaning mumkin bo'lgan ko'chishdagi elementar ishi	J7	$\sum \delta A_i = \sum \bar{F}_i \cdot \delta \bar{r}_i$
S2	Lagranjning ikkinchi tur tenglamasi		
S3	Bo'shatadigan bog'lanishlar		
S4	Potensialli kuchlar ta'siridagi mexanik sistemaning muvozanat shartlari		
S5	Bo'shatmaydigan bog'lanishlar		
S6	Langranj-Dirixle teoremasi		
S7	Golonimli sistemaning umumlashgan koordinatalaridagi muvozanat shartlari		
S8	Ideal bog'lanishlar uchun o'rinli bo'ladigan munosabat		
S9	Ustuvor muvozanat		
S10	mexanik sistemaning mumkin bo'lgan ko'chishi		

S11	Quyidagilardan qaysi biri Gamilton ta'sirini ifodalaydi		
S12	Mumkin bo'lgan ko'chish prinsipi		

X BOB. ZARBA NAZARIYASI

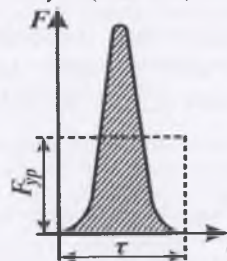
10.1. Zarba nazariyasining asosiy tushunchalari

Juda kichik vaqt ichida sistemaning ayrim yoki barcha nuqtalarining tezligi, binobarin, harakat miqdori chekli kattalikka o'zgarsa, bunday hodisa *zarba* deyiladi.

Zarba sodir bo'ladigan vaqt zarba vaqti deyiladi. Zarba vaqti sekundning mingdan bir yoki undan kichik ulushiga teng bo'ladi.

Mexanik sistema nuqtalariga birdaniga bog'lanish qo'yilganda yoki sistema bog'lanishdan bir zumda bo'shatilganda zarba hodisasi sodir bo'ladi.

Zarba davrida vujudga keluvchi va to'qnashuvchi jismlarga juda kichik vaqt ichida ta'sir, o'ta katta qiymatga erishadigan va impuls chekli bo'lgan kuch *zarbali kuch* deyiladi. Zarbali kuch zarba vaqtida juda tez orta borib, maksimal qiymatga erishadi, so'ngra zarba davri oxirigacha tez sur'atda kamayadi (10.1-rasm).



$$\vec{S} = \int \vec{F} \cdot dt. \quad (10.1)$$

formula yordamida aniqlanadigan vektor kattalik *zarbali kuch impuls* deyiladi.

Ba'zida zarbali kuchning ta'sirini tasavvur qilish zarba vaqtida o'zgarmasdan qoladigan va zarbali kuch impuls ta'sirini bera oladigan

$$F_{yp} \cdot \tau = S' \quad (10.2)$$

formula yordamida aniqlanadigan o'rtacha zarbali kuch F_{yp} kiritiladi.

Texnikada zarba hodisasidan bolg'alash, shtampovka, tayanch qoziqlar qoqshida va boshqa sohalarda foydalaniladi.

10.2. Zarba nazariyasining asosiy tenglamasi

Massasi m ga teng moddiy nuqtaga juda kichik τ vaqt ichida zarbali kuch va zarbali bo'lmagan vaqtning funksiyasidan iborat Q kuch ta'sir etsin. Nuqtaning zarbadan oldingi tezligini v zarbadan keyingi tezligini u bilan belgilasak, zarba vaqti τ ichida harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teorema asosan

$$m\bar{u} - m\bar{v} = \int_0^\tau \bar{F} dt + \int_0^\tau \bar{Q} dt \quad (10.3)$$

formula o'rinli bo'ladi.

Bu tenglikda

$$\int_0^\tau \bar{F} dt = \bar{S}$$

va $\int_0^\tau \bar{Q} dt = \bar{Q}_{\text{ytm}} \cdot \tau$ qilib qabul qilamiz.

Bunda $\bar{Q}_{\text{ytm}}$ bilan $\bar{Q}$ kuchning $(0, \tau)$ oraliqda qabul qiladigan o'rtacha qiymati belgilangan. $\bar{Q}_{\text{ytm}}$ chekli kattalik, τ esa kichik qiymatga ega bo'lgani tufayli $\bar{Q}_{\text{ytm}} \cdot \tau \approx 0$ deb olish mumkin.

Shunday qilib

$$m\bar{u} - m\bar{v} = \bar{S} \quad (10.4)$$

ya'ni zarba vaqtida nuqta harakat miqdorining o'zgarishi nuqtaga ta'sir etuvchi zarbali kuch impulsiga teng.

Bu tenglama zarba nazariyasining asosiy tenglamasi deyiladi.

(10.4) ni Dekart koordinata o'qlariga proyeksiyalasak,

$$\left. \begin{aligned} m u_x - m v_x &= S_x \\ m u_y - m v_y &= S_y \\ m u_z - m v_z &= S_z \end{aligned} \right\} \quad (10.5)$$

ya'ni zarba vaqtida nuqta harakat miqdorining biror qo'zg'almas o'qdagi proyeksiyasining o'zgarishi shu nuqtaga ta'sir etuvchi zarbali kuch impulsining mazkur o'qdagi proyeksiyasiga teng.

10.3 Zarba vaqtida asosiy dinamik kattaliklarni o'zgarishi haqidagi teorema

Aytalik, N ta moddiy nuqtalardan tashkil topgan mexanik sistema berilgan bo'lsin. Agar sistema ixtiyoriy M_i nuqtasining zarbadan oldingi va zarbadan keyingi tezliklarini mos ravishda $\bar{v}_i$ va $\bar{u}_i$ bilan belgilasak, zarba nazariyasining asosiy tenglamasiga ko'ra

$$m_i \bar{u}_i - m_i \bar{v}_i = \bar{S}_i + \bar{S}_i' \quad (10.6)$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Bunda $\bar{S}_i'$ va $\bar{S}_i$ mos ravishda tashqi va ichki zarbali kuchlar impulslarini ifodalaydi.

Sistema uchun

$$\sum m_i \bar{u}_i - \sum m_i \bar{v}_i = \sum \bar{S}_i + \sum \bar{S}_i'$$

bunda

$$\sum m_i \bar{u}_i = \bar{Q}, \quad \sum m_i \bar{v}_i = \bar{Q}_0$$

va $\sum \bar{S}_i' = 0$

bo'lgani uchun.

$$\bar{Q} - \bar{Q}_0 = \sum \bar{S}_i \quad (10.7)$$

Bu tenglama zarba vaqtida sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi: zarba vaqtida sistema harakat miqdorining o'zgarishi, sistema nuqtalariga qo'yilgan tashqi zarbali kuchlar impulsining yig'indisiga teng.

$$\bar{K}_0 - \bar{K}_0' = \sum M_i(\bar{S}_i') \quad (10.8)$$

Bu tenglik zarba vaqtida sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi: zarba vaqtida sistema kinetik momentining biror markazga nisbatan o'zgarishi sistema nuqtalariga qo'yilgan zarbali kuchlar impulsining mazkur markazga nisbatan momentlarining geometrik yig'indisiga teng.

Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalalar.

161-masala. Tiklash koeffitsiyentini tajriba yo'li bilan aniqlash uchun ishlatiladigan asboda tekshiriluvchi materialdan yasalgan sharcha vertikal tiniq shisha trubka ichida qo'zg'almas qilib o'rnatilgan va tegishli materialdan yasalgan gorizontaal plitaga $h_1 = 50$ sm balandlikdan boshlang'ich tezliksiz tushadi. Agar urilishdan keyin sharcha $h_2 = 45$ sm balandlikka ko'tarilsa, tiklash koeffitsiyentining qancha bo'lishi topilsin.

Yechilishi: Ma'lumki sharcha plitaga urilgandan keying tezligining, urilishdan oldingi tezligiga nisbati sharchaning tiklanish koeffetsiyentini ifodalaydi. Ushbu tezliklarni balandliklar orqali ifodalab quyidagi natijani olish mumkin.

$$k = \frac{u}{g} = \frac{\sqrt{2gh_2}}{\sqrt{2gh_1}} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \sqrt{\frac{45}{50}} = 0,95$$

162-masala. Elastik sharcha h balandlikdan gorizontaal plitaga vertikal tushadi va undan yuqoriga sapchiydi. Harakatlarini shu tariqa davom ettirib, va hokazo. Agar zarbdagi tiklash koeffetsiyenti k ga teng bo'lsa, sharchaning to'xtaguncha o'tgan yo'li topilsin.

Yechilishi: Sharchaning bosib o'tgan yo'li cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyani ifodalaydi.

$$S = \frac{b_1}{1-q}$$

Tiklanish koeffetsiyenti sharchaning har gal sakragandagi balandligini undan avvalgi sakrash balandligiga nisbati orqali ifodalaymiz.

$$k^2 = \frac{h_1}{h} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{h_n}{h_{n-1}}$$

Aynan ushbu ifodalardagi

$$h_1 = k^2 h = b_1$$

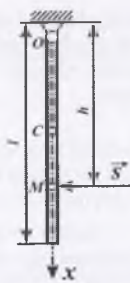
tenglama cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyaning boshlang'ich hadi bo'lib xizmat qilsa, maxraj $k^2 = q$ o'rinnidir.

Sharcha ma'lum h balandlikdan tushib bo'lgach undan keyingi sakrashlarning barchasi ko'tarilish va

tushish balandliklari hisobiga ikki martadan yo'l o'tadi. Umumiy bosib o'tilgan yo'l quyidagi ifoda orqali aniqlanadi.

$$S = h + \frac{2h_1}{1-q} = h + \frac{2k^2 h}{1-k^2} = \frac{1+k^2}{1-k^2} \cdot h$$

163-masala. Zarba markazini aniqlashda ishlatiladigan asbobda massasi m va uzunligi l ga teng sterjen uning O uchidan unga perpendikulyar ravishda o'tuvchi qo'zg'almas gorizontaal o'q atrofiga aylana oladi. Muvozanat holatida zarba impulsi sterjen va aylanish o'qiga perpendikulyar yo'nalgan zarba beriladi. Zarba markazi va sterjenning zarbadan keying burchak tezligi topilsin.



Yechilishi: x o'qni sterjen bo'ylab pastga yo'naltirib, O nuqtadan zarba markazigacha bo'lgan $h=OM$ masofani aniqlaymiz.

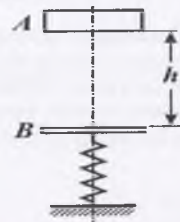
$$h = \frac{I_z}{mx_c} = \frac{2ml^2}{3ml} = \frac{2}{3}l$$

Zarba oldida sterjen tinch holatda bo'lishini e'tiborga olib, sterjenning zarbadan keying burchak tezligini aniqlaymiz.

$$\omega = \frac{S \cdot h}{I_z} = \frac{S \cdot \frac{2}{3}l}{\frac{ml^2}{3}} = \frac{2S}{lm}$$

Mustaqil yechish uchun masalalar.

164-masala. Massasi M_1 bo'lgan A yuk boshlang'ich tezliksiz h balandlikdan M_2 massali B plitaga tushadi. Plita bikirlik koeffetsiyenti c bo'lgan prujinaga biriktirilgan. Tiklash koeffetsiyentini nolga teng deb hisoblab, urilishdan keyin prujina siqilishining miqdori S topilsin.



$$\text{Javob: } S = \frac{M_1 g}{c} + \sqrt{\frac{M_1^2 g^2}{c^2} + 2gh} \frac{M_1^2}{c(M_1 + M_2)}$$

165-masala. Massasi $m_1=10$ kg bo'lgan bolg'a tayyorlanayotgan jismni 70 zarbada kerakli o'lchovlarga mos yassilaydi. Massasi

$m_2=100$ kg bo'lgan bolg'aga harakatni uzatuvchi mexanizm birinchi bolg'aning tezligi kabi tezlik bersa, shu ish necha zarbada bajariladi? Sannonnong massasi $M=200$ kg. Zarbanı absolyut elastik emas deb hisoblansin.

Javob: 10 zarba.

166-masala. ϑ_1 va ϑ_2 tezlik bilan bir-biriga qarab harakat qilayotgan bir xildagi ikkita sharning absolyut elastik urilganidan keying tezliklari topilsin.

Javob: Urilganidan keyin sharlar tezliklari bilan almashadi.

167-masala. Bir xildagi ikkita A va B elastik shar bir-biriga qarab harakat qiladi. Zarbadan oldingi tezliklar nisbati qancha bo'lganda A shar zarbadan keyin to'xtab qoladi. Zarba vaqtidagi tiklash koeffitsiyenti k ga teng.

Javob: $\frac{\vartheta_A}{\vartheta_B} = \frac{1+k}{1-k}$

168-masala. A jism B jismga qaraganda uch marta katta tezlikka ega bo'lib, uni quvib yetadi. A jism zarbadan so'ng to'xtab qolishi uchun bu jismlar massalari orasida qanday munosabat bo'lishi kerak? To'qnashuvni to'g'ri markaziy zarba deb hisoblansin. Tiklash koeffitsiyenti $k=0,8$.

Javob: $m_B/m_A=5$

169-masala. Po'lat sharcha 45° burchak ostida gorizontaal po'lat plitaga tushadi va vertikalga 60° burchak ostida undan sapchiydi. Zarbadagi tiklash koeffitsiyenti aniqlansin.

Javob: $k=0,58$.

170-masala. Markazi ϑ tezlik bilan gorizontaal to'g'ri chiziq chizayotgan absolyut elastik shar silliq vertikal tekislikka α burchak ostida duch keladi. Sharning zarbadan keyingi tezligi aniqlansin.

Javob: Qaytish burchagi tushish burchagiga teng, tezliklarning zarbadan oldingi va keying miqdorlari teng.

Testlar:

1) Zarbada tiklanish koeffitsientining formulasini aniqlang?

A) $\bar{a} = \frac{a_c}{F}$

B) $K = \frac{U}{\vartheta}$

C) $U = \frac{K}{\vartheta}$

D) $a = \frac{G}{K}$

2) Tiklanish koeffitsientini tajriba usulida topish formulasini aniqlang?

A) $C = \frac{a}{\vartheta}$

B) $K = \sqrt{\frac{d}{h}}$

C) $K = \sqrt{\frac{q}{a}}$

D) $K = \sqrt{\frac{h}{H}}$

3) Zarba deb nimaga aytiladi?

- A) harakat miqdori chekli kattalikka o'zgarishi
- B) tezlanishning chekli kattalikka o'zgarishi
- C) harakat miqdorining *const* holatda qolishi
- D) tezlanishning *const* holatda qolishi

4) $\vec{S} = \int \vec{F} \cdot dt$ tenglama orqali nima aniqlanadi?

- A) Zarbali tezlik
- B) Zarbali kuch impulsi
- C) Zarba vaqti
- D) Zarba trayektoriyasi

5) Quyidagilardan qaysi biri zarba nazariyasining asosiy tenglamasi hisoblanadi?

A) $K = \sqrt{\frac{d}{h}}$

B) $a = \frac{G}{K}$

C) $m\vec{u} - m\vec{g} = \vec{S}$

D) $\vec{S} = \int \vec{F} \cdot dt.$

6) Qanday holda zarba absolyut elastik zarba deyiladi?

A) $k=1$

B) $k=0$

C) $0 < k < 1$

D) $u=0$

7) Qanday holda zarba absolyut elastik bo'magan zarba deyiladi?

A) $k=1$

B) $k=0$

C) $0 < k < 1$

D) $u=0$

8) Qanday holda zarba elastik zarba deyiladi?

A) $k=1$

B) $k=0$

C) $0 < k < 1$

D) $u=0$

9) Agar jism massalar markazining tezligi qo'zg'almas sirtga urilishi oldida sirt bilan jism uriladigan nuqtada qo'zg'almas sirtga o'tkazilgan normal bo'yicha yo'naluvchi zarbuga nima deb aytiladi?

A) Teskari zarba

B) To'g'ri zarba

C) Burchak ostida yo'nalgan zarba

D) Barcha javoblar to'g'ri

10) Qanday holda zarbadan keying tezlik nolga teng bo'ladi?

A) Elastik zarbada

B) Absolyut elastik bo'lmagan zarbada

C) To'g'ri zarbada

D) $k=1$ bo'lgan holda

Mavzu yuzasidan tuzilgan boshqotirma:

O'zaro moslikni aniqlang

S1	Zarbali kuch impulsı	J1	$\vec{K}_0 - \vec{K}_0 = \sum \vec{M}_0(\vec{S}_v)$
S2	Zarba vaqtida sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teorema	J2	$T_1 - T_2 = \frac{1-k}{1+k} T$
S3	Zarba vaqtida sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teorema	J3	$\vec{S} = \int \vec{F} \cdot dt.$
S4	Kelvin teoremasi	J4	$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{k} \operatorname{tg} \alpha$
S5	Ikkita jismning to'g'ri markaziy elastik zarbasida kinetik energiyaning yo'qolishiga oid Karno teoremasi	J5	Birliksiz kattalik
S6	Qiyshiq zarbada tiklovchi koeffetsiyent	J6	$\vec{Q} - \vec{Q}_0 = \sum \vec{S}_v$
S7	Qaytish va tushish burchagi orasidagi munosabat	J7	$u_{1x} = u_{1y} = \frac{m_1 g_1 + m_2 g_2}{m_1 + m_2}$
S8	Absolyut elastik bo'lmagan markaziy zarbadan keyin jismlarning tezliklari	J8	$\frac{m_2}{m_1 + m_2}$
S9	Ikkinci jism qo'zg'almas bo'lganda kinetik energiyaning sarf bo'lishi birinchi jism kinetik energiyasining qancha qismiga teng bo'ladi	J9	$A = \frac{1}{2} \vec{S}(\vec{u} + \vec{g})$
S10	Zarbada tiklanish koeffetsiyenti qanday birlikka ega bo'ladi	J10	$k = \frac{ u_v }{ g_v }$

Boshqotirmani yechish uchun namuna:

S1	Zarbali kuch impuls	J3	$\vec{S} = \int \vec{F} \cdot dt$
S2	Zarba vaqtida sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teorema		
S3	Zarba vaqtida sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teorema		
S4	Kelvin teoremasi		
S5	Ikki jismning to'g'ri markaziy elastik zarbasida kinetik energiyaning yo'qolishiga oid Karno teoremasi		
S6	Qiyshiq zarbada tiklovchi koeffetsiyent		
S7	Qaytish va tushish burchagi orasidagi munosabat		
S8	Absolyut elastik bo'lmagan markaziy zarbadan keyin jismlarning tezliklari		
S9	Ikkinchi jism qo'zg'almas bo'lganda kinetik energiyaning sarf bo'lishi birinchi jism kinetik energiyasining qancha qismiga teng bo'ladi		
S10	Zarbada tiklanish koeffetsiyenti qanday birlikka ega bo'ladi		

Dinamika bo'limi uchun boshqotirmalar to'plami:
Har bir S ga mos uchta o'zaro mosliklarni aniqlang

S1	Quvvat	J1	$\frac{1}{2} M(R_1^2 + R_2^2)$
		J2	$A \sin(kt + \alpha)$
		J3	$\sum \frac{m_i v_i^2}{2}$
S2	Kinetik energiya	J4	Butun sistema massasi bilan sistema massalar markazi tezligining ko'paytmasi
		J5	$\sum \vec{r}_i \cdot \vec{v}_i = 0$
		J6	$K = \sqrt{\frac{h}{H}}$
S3	Inersiya momentlari	J7	$Ae^{-\beta t} \sin(kt + \alpha) + B \sin(pt - \beta)$
		J8	$m \vec{g}$
		J9	Mexanik sistemani tashkil etuvchi nuqtalarning o'zaro ta'sir kuchlari
S4	Tebranma harakat	J10	Kuchning vaqt birligi ichida bajargan ishi
		J11	$k = \frac{ u_n }{ g_n }$
		J12	$\vec{M}_0 = 0$
S5	Ichki kuchlar	J13	Juda kichik vaqt ichida sistemaning ayrim yoki barcha nuqtalarining tezligi, harakat miqdorining chekli kattalikka o'zgarishi
		J14	$\frac{1}{2} I_{op} \omega^2$
		J15	$\frac{d}{dt} \sum m_i \vec{r}_i$
S6	Harakat miqdori	J16	$\int_{(V)} \rho (y^2 + z^2) dV$
		J17	Nuqta massasini uning tezligi

			kvadratiga ko'paytmasining yarmi
		J18	$\frac{dA}{dt}$
S7	Zarba nazariyasi	J19	Moddiy nuqtaning massasini biror l o'qqacha bo'lgan masofa kvadratiga ko'paytmasiga teng kattalik
		J20	Rezonans hodisasi
		J21	$F \cdot \theta (\cos F \cdot \theta)$

Boshqotirmani yechish uchun namuna:

S1	Quvvat	J18	$\frac{dA}{dt}$
		J21	$F \cdot \theta (\cos F \cdot \theta)$
		J10	Kuchning vaqt birligi ichida bajargan ishi
S2	Kinetik energiya		
S3	Inersiya momentlari		
S4	Tebanma harakat		
S5	Ichki kuchlar		
S6	Harakat miqdori		
S7	Zarba nazariyasi		

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. HIBBELER R.C. ENGINEERING MECHANICS STATICS & DYNAMICS. TWELFTH EDITION. PRENTICE HALL Upper Saddle River, NJ 07458, 2016. 655 p.
2. Meriam J.L., Kraige L.G. Engineering Mechanics. Statics. Virginia Polytechnic Institute and State University, John Wiley & Sons, Inc. Printed in the United States of America, 2012. 522 p.
3. Alan Darbyshire. Mechanical Engineering. BTEC National Engineering Specialist Units/ Butterworth-Heinemann An imprint of Elsevier Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2 8DP 200 Wheeler Road, Burlington MA 01803, 2010. 407 p.
4. Prof. Dr.ING.Vasile SZolga. Theoretical Mechanics. 2010.
5. Mirsaidov M.M., Boymurodova L.I., G'iyasova N.T. "Nazariy mexanika". O'quv qo'llanma. T.: "ILM ZIYO", 2009. – 224 b.
6. Mirsaidov M.M., B.Donayev, Sh.Xudaynazarov.O.Almardonov NAZARIY MEXANIKA. I-QISM (MISOL VA MASALALAR) Qarshi-2021 300-b
- 7.Rashidov T.R., SHOziyotov SH., Mo'minov K.V. «Nazariy mexanika asoslari», Darslik. T.: «O'qituvchi», 1990. – 412 b.
8. Tapr C.M. Краткий курс теоретической механики. 9-е изд.- М., Наука, 1974.
9. Yablonskiy A.A., Noreyko S.S., Volfson S.A. «Nazariy mexanikadan kurs ishlari uchun topshiriqlar to'plami», O'quv qullanma. T.: «O'qituvchi», 2002. – 416 b.
10. O'rozboev M.T."Nazariy mexanika", Darslik. T.: «O'qituvchi», 1979. – 510b.
11. Aziz-Qoriev K.S., Yangurazov SH.X. «Nazariy mexanikadan masalalar echish». O'quv qullanma. T.: «O'qituvchi», 1975. – 247 b.
12. Krasnyuk A., Rykov A. Sbornik zadaniy dlya raschetno-graficheskix rabot po teoreticheskoy mexanike. Uchebnoe posobie Izdatelstvo NGTU, Novosibirsk, 2013. 164 s.
13. H.T. To'rayev, A.Tilavov Nazariy mexanika. Statika va kinematika. — Toshkent: Noshir, 2012. 304 bet.
14. Bondar V.S., Ryabov V.G., Petrov V.K., Noritsina G.I. Teoreticheskaya mexanika. Rukovodstvo po resheniyu zadach povyshennoy slojnosti. Uchebnoe posobie. Sankt – Peterburg : Lan, 2020 g. 368 s.

15. YAKOVENKO G.V. Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki. 6-izd. –M.:BINOM. Laboratoriya znaniy, 2020. 119 s.
16. Doronin F.A. Teoreticheskaya mexanika. Uchebnoe posobie. Sankt – Peterburg : Lan, 2018 g. 480 s.
17. Lyukshin B.A. Teoreticheskaya mexanika: uchebnik / Tomsk, TUSUR, 2017 g., 142 str.
18. Doev V.S., Doronin F.A. Sbornik zadaniy po teoreticheskoy mexanike na baze MATHCAD. Uchebnoe posobie, Izdatelstvo «Lan», 2010 g. 592 s.
19. Shoxaydarova R., Shoziyotov Sh., Zoirov J. Nazariy mexanika, Toshkent. O'qituvchi, 1981.
20. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. Москва, Наука, 1981.
21. Мещерский И.В. Nazariy mexanikadan masalalar to'plami. Ruscha 30 nashriga muvofiq lashtirilgan 2-nashri-Toshkent. O'qituvchi 1967.
22. B.Donayev, O.Almardonov – Nazariy mexanika fanidan elektron modulli majmua. Qarshi-2017 yil.
23. B.R.Toshov, J.X.Mangliyeva, Z.N.Eshboyeva – Nazariy mexanika (Dinamika bo'limidan) fanidan amaliy mashg'ulotlarni bajarish uchun uslubiy qo'llanma. Navoiy-2014 y.

MUNDARIJA

I BOB. DINAMIKA. DINAMIKANING ASOSIY TUSHUNCHA VA QOIDALARI.....	3
1.1. Dinamika qonunlari va dinamika masalalari	3
1.2. Nuqtaning to'g'ri chiziqli harakatida, dinamikaning asosiy masalasini yechish	4
1.3. Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar	5
1.4. Mustaqil yechish uchun masalalar	10
1.5. Testlar	13
1.6. Mavzu yuzasidan tuzilgan krossvord:.....	16
II BOB. MODDIY NUQTANING TEBRANMA HARAKATI	18
2.1. Nuqtaning to'g'ri chiziqli tebranma harakati. Erkin tebranishlar.	18
2.2. Nuqtaning majburiy tebranma harakati.....	20
2.3. Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar	24
2.4. Mustaqil yechish uchun masalalar	30
2.5. Testlar	33
2.6. Mavzu yuzasidan tuzilgan krossvord:.....	36
III BOB. MODDIY NUQTANING HARAKAT MIQDORI	37
3.1. Nuqta harakat miqdori va uning o'zgarishi haqidagi teorema.....	37
3.2. Kuch impuls. Moddiy nuqta harakat miqdorining momenti	39
3.3. Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar	40
3.4. Mustaqil yechish uchun masalalar	44
3.5. Testlar	47
3.6. Mavzu yuzasidan tuzilgan krossvord:.....	49
IV BOB. KUCHNING ISHI VA QUUVVATI. MODDIY NUQTANING KINETIK ENERGIYASI.....	52
4.1. Ish va quvvat	52
4.2. Moddiy nuqtaning kinetik energiyasi va uning o'zgarishi haqidagi teorema	54
4.3. Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar	55
4.4. Mustaqil yechish uchun masalalar	59
4.5. Testlar	62
4.6. Mavzu yuzasidan tuzilgan krossvord	64
V BOB. MEXANIK SISTEMA DINAMIKASI	66
5.1. Mexanik sistema. Tashqi va ichki kuchlar.....	66
5.2. Sistemaning massasi Massalar markazi	67
5.3. O'qqa nisbatan inersiya moment. Inersiya radiusi.....	69

5.4. Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar	71
5.5. Mustaqil yechish uchun masalalar	74
5.6. Testlar	77
5.7. Mavzu yuzasidan tuzilgan krossvord:.....	80
VI BOB. MEXANIK SISTEMA UCHUN DINAMIKANING	
UMUMIY TEOREMALARI	83
6.1. Sistemaning harakat miqdori va uning o'zgarishi haqidagi teorema	83
6.2. Sistemaning kinetik energiyasi va sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema. Kyonig teoremasi	84
6.3. Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar	86
6.4. Mustaqil yechish uchun masalalar	92
6.5. Testlar	94
6.6. Mavzu yuzasidan tuzilgan krossvord:.....	96
VII BOB. SISTEMA HARAKAT MIQDORINING O'ZGARISHI	
HAQIDAGI TEOREMANI SUYUQLIKNING STATSIONAR	
OQIMIGA TATBIQI.....	99
7.1. Eyler tenglamasi	99
7.2. O'zgaruvchan massali jismlar harakati	101
7.3. Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar	104
7.4. Mustaqil yechish uchun masalalar	108
7.5. Testlar	110
VIII BOB. MODDIY NUQTA VA MEXANIK SISTEMA UCHUN	
DALAMBER PRINSIPI	113
8.1. Moddiy nuqta uchun Dalamber prinsipi	113
8.2. Mexanik sistema uchun Dalamber prinsipi.....	115
8.3. Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar	117
8.4. Mustaqil yechish uchun masalalar	119
8.5. Testlar	121
8.6. Mavzu yuzasidan tuzilgan krossvord:.....	123
IX BOB. ANALITIK MEXANIKANING ASOSIY	
TUSHUNCHALARI	126
9.1. Bog'lanishlar va ularning klasifikatsiyasi.....	126
9.2. Mumkin bo'lgan ko'chish va mumkin bo'lgan ko'chishlar prinsipi.....	128
9.3. Umumlashgan koordinatalar. Umumlashgan kuch.....	130
9.4. Lagranjning ikkinchi xil tenglamalari.....	131

9.5. Mexanik sistemasining ustuvor muvozanati haqida tushuncha. Lagranj-Dirixle teoremasi	132
9.6. Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar	134
9.7. Mustaqil yechish uchun masalalar	139
9.8. Testlar	141
9.9. Mavzu yuzasidan tuzilgan krossvord:.....	143
X BOB. ZARBA NAZARIYASI	147
10.1. Zarba nazariyasining asosiy tushunchalari	147
10.2. Zarba nazariyasining asosiy tenglamasi.....	148
10.3. Zarba vaqtida asosiy dinamik kattaliklarni o'zgarishi haqidagi teorema	149
10.4. Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namunalar.	149
10.5. Mustaqil yechish uchun masalalar	151
10.6. Testlar	153
10.7. Mavzu yuzasidan tuzilgan krossvord:.....	155
Foydalanilgan adabiyotlar:.....	159

DONAYEV BURXON

Nazariy mexanika

DINAMIKA

(MISOL VA MASALALAR)

Muharrir: X. Tahirov

Texnik muharrir: S. Meliquziyeva

Musahhih: M. Yunusova

Sahifalovchi: A. Muhammad

Nashr. lits № 0565. 29.01.2022.

Bosishga ruxsat etildi 29.08.2022.

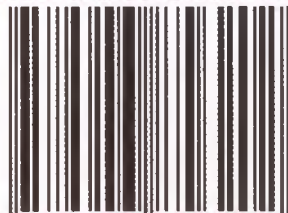
Bichimi 60x84 1/16. Ofset qog'oz. "Times New Roman"
garnituras. Hisob-nashr tabog'i. 17,5.

Adadi 200 dona. Buyurtma № 1.

«BOOK TRADE KO» MCHJ bosmaxonasida chop etildi.

Manzil: Toshkent sh., Yashnobod t, 58A harbiy shaharcha, 47/21.

ISBN 978-9943-8562-0-2



9 789943 856202