

A.Q.Usmanqulov, K.Ismayilov,
O.K.Adilov, A.B.Gadayev

MATERIALLAR QARSHILIGI

2-qism



531. 531 (015.8)

M-31

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

A.Q.Usmanqulov, K.Ismayilov,
O.K.Adilov, A.B.Gadayev

**MATERIALLAR
QARSHILIGI**

(5340200-“Bino va inshoot qurilishi”)

2-QISM



Doc: № 546

TOSHKENT
«MASHHUR-PRESS»
2019

531.534(075.8)

22.171

М.51

М.51 **Usmanqulov, A., Ismayilov, K. va boshq.**
Materiallar qarshiligi. [Matn] o'quv qo'llanma 2-qism.
A.Q.Usmanqulov, K.Ismayilov, O.K.Adilov, A.B.Gadayev.
Toshkent: "MASHHUR-PRESS", 2019. – 320 bet.

ISBN 978-9943-5567-8-2

O'quv qo'llanmada to'sinlarning to'g'ri ko'ndalang egilishi, kuchlanishlar, deformatsiyalar, murakka qarshilik hamda konstruksiy elementlarining ustivorlik qonunlari va denamik yuklanishlar ta'siri o'rganiladi.

O'quv qo'llanma O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan tasdiqlangan namunaviy dasturi asosida, 5340200- "Bino va inshoot qurilishi" va 5140300 – "Mexanika" ta'lim yo'nalishlari talabalari uchun mo'ljallangan. Shuningdek, o'quv qo'llanmadan soha mutaxassislari va ilmiy izlanuvchilar ham foydalanishlari mumkin.

UO*K 531.534(075.8)

KBK 22.171

Ma'sul muharrir:

M.M.Mirzaidov – *t.f.d., professor, O'zRFA akademigi.*

Taqrizchilar:

X.Sh.Turayev – *Samarqand Davlat arxitektura-qurilish instituti professori, texnika fanlari doktori.*

O.I.Eshniyozov – *Samarqand davlat universiteti dotsenti, fizika-matematika fanlari nomzodi.*

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi oliy o'quv yurtlari ilmiy-uslubiy va o'quv-uslubiy birlashmalari faoliyatini muvofiqlashtiruvchi kengashi darslik sifatida tavsiya etgan.

ISBN 978-9943-5567-8-2

© "MASHHUR-PRESS", 2019
© A.Q.Usmanqulov, K.Ismayilov va boshq., 2019

ANNOTATSIYA

O'quv qo'llanma tashqi kuchlar ta'sirida materiallar qarshiligining tajriba natijalari bilan tasdiqlangan qonunlarini nazariy keltirib chiqarishni o'z ichiga oladi.

O'quv qo'llanmada materiallar qarshiligining asosiy muammolari, fan va texnikaning hozirgi kun talablari darajasida yoritilgan. to'sinlarning to'g'ri ko'ndalang egilishi, kuchlanishlar, deformatsiyalar, murakka qarshilik hamda konstruksiy elementlarining ustivorlik qonunlari va denamik yuklanishlar ta'siri bo'limlarini o'zlashtirib olish uchun etarli darajada mukammal bayon qilingan. Uning har bir bobida masalalar echib ko'rsatilgan va mustaqil echish uchun masalalar, tayanch iboralar va nazorat savollari va topshiriqlar keltirilgan.

O'quv qo'llanma O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan tasdiqlangan namunaviy dasturi asosida, 5340200-Bino va inshoot qurilishi ta'lim yo'nalishi bo'yicha 5140300 – Mexanika ta'lim yo'nalishlari talabalari uchun mo'ljallangan. Shuningdek, o'quv qo'llanmadan soha mutaxassislari va izlanuvchilar ham foydalanishlari mumkin.

АННОТАЦИЯ

Учебное пособие содержит теоретические выводы законов сопротивления материалов действию внешних сил, подтвержденные опытными данными.

В учебное пособие освещены основные вопросы сопротивления материалов, отражающие современный уровень науки и техники. Достаточно подробно изложены в удобной для усвоения форме разделы растяжение (сжатие), экспериментальные механические характеристик материалов, геометрические характеристики плоских сечений, сдвиг и кручение. В каждой его главе приведены решенные примеры, задачи для самостоятельного решения, даны ключевые слова и вопросы теста.

Учебное пособие написано на основе типовой программы Министерства высшего и среднего специального образования Республики Узбекистан, в направлении образования 5340200-Строительство зданий и сооружений и 5140300 – Механики, в качестве учебного пособия для студентов университета и высших технических учебных заведений.

ANNOTACIYA

The Scholastic allowance contains the theoretical findings of the laws of the resistance material action of external power, supported experienced data.

In Scholastic allowance is stated the main questions resistance material, reflecting modern levee sciences and technology. It is Enough are in detail stated in suitable for assimilation to form of the section sprain(the compression), experimentally mechanical features material, geometric features of the flat sections, shift and torsion.

The Scholastic allowance is written on base of the standard program Ministry high and average special forming the Republic Uzbekistan, in direction of the formation 5340200-Building activity and buildings, 5140300 - a Mechanical engineers as scholastic allowance for student of the university and high technical educational institutions.

SO'Z BOSHI

Respublikamizda ma'rifat va ma'naviyatni yuksaltirish, ta'lim-tarbiya tizimini shakllantirish, uning milliy zaminini mustahkamlash, zamon talablari bilan uyg'unlashtirish asosida jahon andozalari darajasiga ko'tarish, O'zbekiston Respublikasining «Ta'lim to'g'ri-sida»gi Qonuni va «Kadrlar tayyorlash milliy dasturi» talablarini amalga oshirishda, hamda yosh avlodni yuqori saviyada tayyorlash bugungi kunning dolzarb vazifasidan biri bo'lganligi sababli «Materiallar qarshiligi» fanidan o'quv qo'llanma tayyorlandi.

Aynan shu maqsadda, ushbu o'quv qo'llanma mualliflarning uzoq yillar davomida turli oliy o'quv yurtlarida o'qigan ma'ruzalari, amaliy mashg'ulotlarida to'plagan va sinovdan o'tgan tajribalari asosida yozilgan. Bunda, «Materiallar qarshiligi» fanining so'nggi yutuqlariga tayangan xorijiy mualliflarning fan sohasidagi yaratilgan yangi avlod darsliklari va o'quv qo'llanmalaridan foydalanib, talabalar tomonidan o'z bilimlarini baholash va mustaqil nazorat qilish uchun tayyorlagan test savollar hamda zamonaviy pedagogik texnologiyalar asosida amaliy misol va masalalar keltirildi.

Bino va inshootlarni hisoblash uslublari zaminida ishonchlilik va iqtisodiy samaradorlik, ya'ni materiallarga sarflanadigan xarajatlarni kamaytirish masalasi ko'ndalang turadi. Ishonchlilik tushunchasi esa konstruksiyaga qo'yiladigan talablardan kelib chiqadi. Masalan, qurilish (metall, yog'och, temirbeton va tosh-g'isht) konstruksiyalari va mashinalari uchun chegaraviy holatlar bo'yicha hisoblashdan maqsad loyihalanayotgan konstruksiya va mashinlarda chegaraviy holatni yuzaga kelmasligini, ya'ni mustahkam, bikir va ustuvor bo'lishini ta'minlashdan iborat.

O'quv qo'llanmani tayyorlashda bakalavriyat ta'lim yo'nalishlarida tahsil olayotgan talabalar kelgusida mustahkam, bikir va ustuvor konstruksiyalarni loyihalashlari uchun "Metal konstruksiyalari", "Yog'och va plastmassa konstruksiyalari", "Temirbeton va tosh-g'isht konstruksiyalari" fanlaridan o'tiladigan mavzular va ularga tegishli atama va iboralarga e'tibor qaratildi. Ayniqsa "Materiallar qarshiligi" faninig asosiy tushunchalari, cho'zilash va siqilish, materiallarning xossalari tajribada tekshirish, murakkab kuchlanish,

siljish, tekis kesim yuzalarining geometrik tavsiflari va buralish mavzulari bo'yicha talabalar tomonidan o'z bilimlarini mustaqil tekshirish, o'zlashtirib olishlariga, ko'nikma va malakalarni ularda shakllantirish, kerakli o'quv materialini mustaqil izlash va topishga, amaliy faoliyatlarida bu bilimlarni qo'llashni o'rgatish hamda qobiliyatlarini rivojlantirish masalalarini kengroq ochib berdi.

O'quv qo'llanma O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan tasdiqlangan «Materiallar qarshiligi» fani bo'yicha tayyorlangan namunaviy va ishchi dasturi asosida, oliy texnika o'quv yurtlari talabalarining tasavvurini kengaytirishga, bilimlarni mustaqil o'zlashtirib olishga, dastlabki bilimlarini rivojlantirishga va chuqurlashtirishga mo'ljallab tayyorlandi.

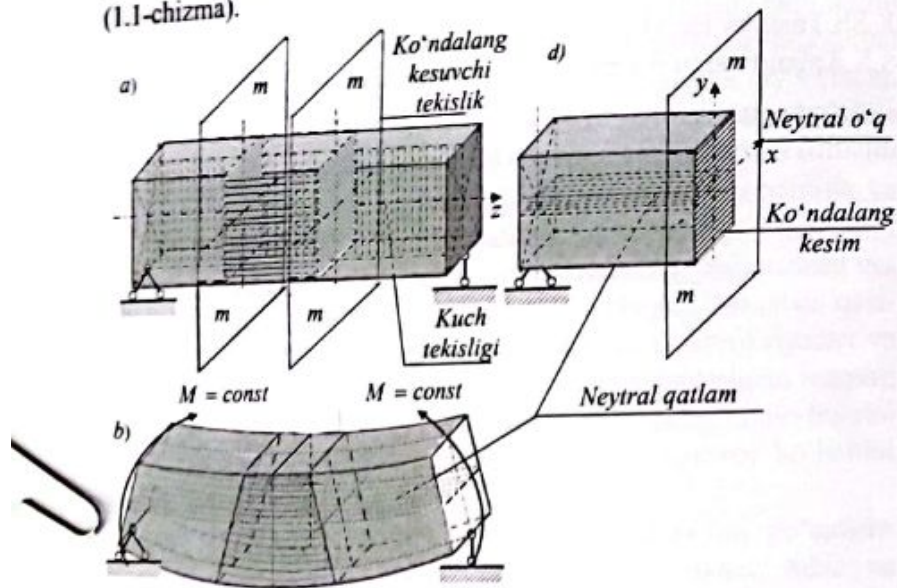
Mualliflar, qo'lyozma bilan tanishib qimmatli maslahatlar, fikr va ko'rsatmalar bergan t.f.d., professor T.M.Mavlonov, t.f.d., professor X.Sh.Turayev hamda t.f.n., V.F.Usmonov, A.I.Ibragimov va assistent S.S.Amanovlarga o'z minnatdorchiligini bildiradilar.

O'quv qo'llanma to'g'risidagi barcha fikr va mulohozalarni mualliflar jamoasi mamnuniyat bilan qabul qiladi.

I BOB TO'G'RI BRUSNING TEKIS EGILISHI

1.1-§. To'sinlarning egilishi haqida umumiy mulohazalar

To'g'ri o'qli bruslarning markaziy cho'zilishi, siqilishi va buralishida dastlabki to'g'ri o'qi deformatsiyadan keyin ham to'g'riligicha qolishi materiallar qarshiligi fani cho'zilish (siqilish) va buralish boblaridan ma'lum. Bu deformatsiya turlaridan farqli ravishda, bruslar egilganda ko'ndalang kesim og'irlik markazlarini tutashtiruvchi to'g'ri o'q ustida yotgan barcha nuqtalar shu o'qqa vertikal yo'nalish bo'yicha ko'chadi va ko'ndalang kesimlar bir-biriga nisbatan ma'lum bir burchakka og'adi, natijada to'g'ri chiziqli o'q egri chiziqqa o'tadi (1.1-chizma).



1.1-chizma. Tashqi kuchlar ta'sirida to'sinning egilishi.

Egilgan to'sinning siqilgan va cho'zilgan tolalari orasida shunday bir qatlam borki, bu qatlamdagi tolalar egilganda uzunligini o'zgartirmaydi. Bunday qatlam *neytral qatlam* deb yuritiladi (1.1,b-chizma). Neytral qatlam bilan to'sin ko'ndalang kesim tekisligining kesishgan

chizig'iga neytral o'q deb ataladi. Shuning uchun ham egilishni o'rganish murakkab masalalardan biridir. Egilish, brus ko'ndalang kesimlarida eguvchi momentning hosil bo'lishi bilan bog'liq. Egilishga qarshilik ko'rsatuvchi bruslar *to'sinlar* deb ataladi.

Tashqi yuklarning qo'yilish va to'sinlarning tayanchlarga mahkamlanish usullari bo'yicha egilish quyidagi turlarga bo'linadi:

- *tekis ko'ndalang egilish* deb, to'sinning o'qiga tik yo'nalgan va uning simmetriya tekisligida yotgan tashqi yuklar ta'siridan egilishiga aytiladi;

- *sof egilish* deb, to'sinning ko'ndalang kesimlarida ichki zo'riqish kuch omili ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan va faqat o'zgarmas miqdorli eguvchi moment hosil bo'lgan egilishiga aytiladi.

- *qiyshiq egilish* deb, to'sinning o'qiga tik yo'nalgan va uning birorta simmetriya tekisligida yotmagan tashqi yuklar ta'sirida egilishiga aytiladi;

- *qiyshiq sof egilish* deb, to'sinning o'qiga tik yo'nalgan va uning birorta simmetriya tekisligida yotmagan tashqi yuklar ta'siridan barcha ko'ndalang kesimlarida faqat o'zgarmas miqdorli eguvchi moment hosil bo'lgan egilishiga aytiladi.

Ushbu bobda qaraladigan to'sinlarning egilish masalalari quyidagi shartlarni qanoatlantirishi lozim:

1. ko'ndalang kesimlari hech bo'lmaganda bitta simmetriya o'qiga ega bo'lishi lozim (1.2-chizma);
2. barcha tashqi kuchlar simmetriya tekisligida yotishi lozim.



1.2-chizma. To'sin ko'ndalang kesim yuzalari.

1.2-§. To'sin va tayanch turlari

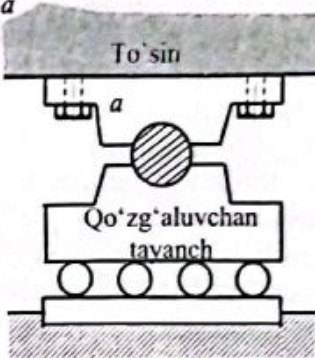
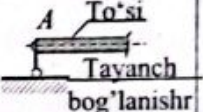
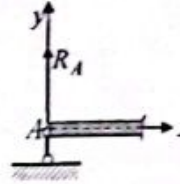
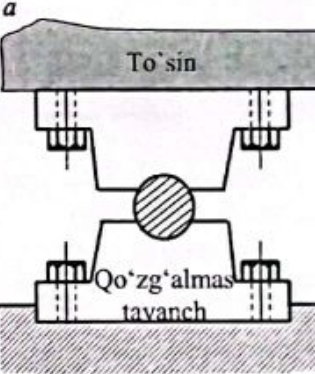
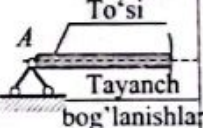
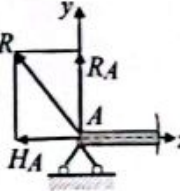
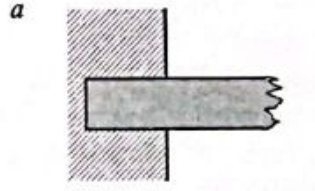
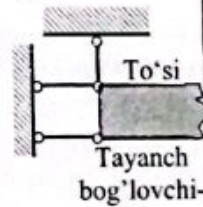
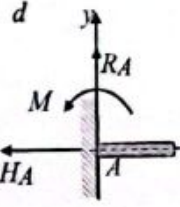
Amalda berilgan yuklar o'zaro muvozanatda bo'lmaydi. Bu yuklar ta'sirida bo'lgan konstruksiyalar qo'zg'almasligi, uni asos bilan tutashtiruvchi tayanchlar mavjudligi evaziga ta'minlanadi. To'sinlar tashqi yuklarni qabul qilib, ular ta'sirini asosga uzatishi uchun tayanch bog'lanishlar bilan birlashgan bo'lishi lozim. Nazariy mexanikadan ma'lumki, tekislikda har qanday sistema uchta erkinlik darajasiga ega. Shuning uchun ham to'sinlarning geometrik o'zgarmasligini ta'minlash maqsadida uchta tayanch bog'lanishlar qo'yilishi lozim. Tayanchlar uch turga bo'linadi 1-Jadval [20 Parc II. Contentes-13. 4.4-Fig.Basic supports]:

1. Sharnirli qo'zg'aluvchan tayanch (1.3,a-chizma). Bunday tayanch, to'sinning tayanch ustidagi uchining tayanch bog'lanishiga perpendikulyar bo'yicha ko'chishiga va ko'ndalang kesimning sharnir atrofida aylanishiga imkon beradi, lekin tayanch bog'lanishi bo'yicha ko'chishiga yo'l qo'ymaydi. Sharnirli qo'zg'aluvchan tayanch sxema tasviri 1.3,b-chizmada ko'rsatilgan va tayanch R_A reaksiya kuchi tayanch bog'lanishi bo'ylab, ya'ni asosga perpendikulyar yo'naladi 1.3,d-chizmada.

2. Sharnirli qo'zg'almas tayanch (1.4,a-chizma). Bunday tayanch, to'sinning tayanch ustidagi ko'ndalang kesimning sharnir atrofida aylanishiga imkon beradi, lekin to'sin uchining chiziqli ko'chishlariga yo'l qo'ymaydi. Sharnirli qo'zg'almas tayanch sxema tasviri 1.4,b-chizmada ko'rsatilgan va tayanch R reaksiyasini vertikal R_A va gorizontal H_A tashkil etuvchi tayanch reaksiya kuchlariga ajratish mumkin 1.4,d-chizmada.

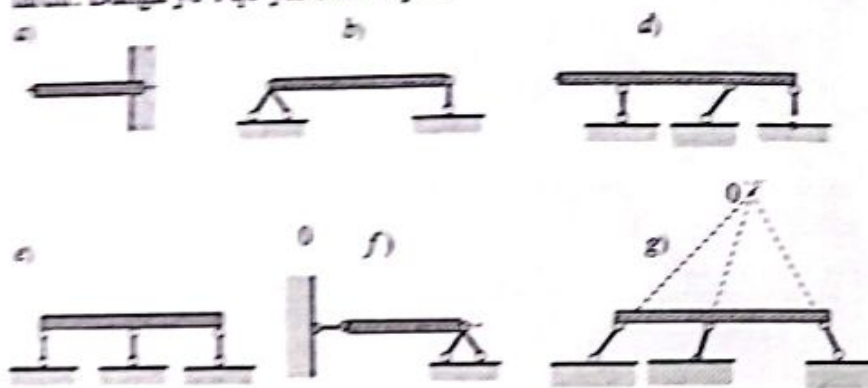
3. Qistirib mahkamlangan tayanch (1.5,a-chizma). Bunday tayanchda, qistirilgan uchining chiziqli ko'chishlariga va qistirilgan ko'ndalang kesimning aylanishiga yo'l qo'ymaydi. Qistirib mahkamlangan tayanch sxema tasviri 1.5,b-chizmada ko'rsatilgan. Qistirib mahkamlangan A tayanchda vertikal chiziqli ko'chishga qarshilik ko'rsatuvchi vertikal R_A , gorizontal chiziqli ko'chishga qarshilik ko'rsatuvchi gorizontal H_A tayanch reaksiya kuchlari va ko'ndalang kesimning aylanishiga qarshilik ko'rsatuvchi reaktiv moment M_A hosil bo'ladi 1.5,d-chizmada.

1-Jadval

No	Tayanchlar turlari	Tayanchlar sxemasi	Tayanchlar reaksiya kuchlari
1.3-chizma. Sharnirli qo'zg'aluvchan tayanch			
1.4-chizma. Sharnirli qo'zg'almas tayanch.			
1.5-chizma. Qistirib mahkamlangan tayanch			

Yuqorida keltirilgan tayanch sxema tasvir chizmalardan ko'rinadiki, to'sin geometrik o'zgarmas bo'lishi uchun, uning tayanch reaksiya kuchlari tashkil etuvchilari soni nechta bo'lsa, tayanch bog'lanishlar soni ham shuncha bo'lishi shart.

Bunga bitta qisqirib mahkamlash bilan (1.6.a-chizma, konsol) yoki bitta sharnirli qo'zg'almas va sharnirli qo'zg'aluvchi tayanch bilan (1.6.b-chizma, oddiy to'sin) yoki reaksiyalar yo'nalishlari bitta nuqtada kesishmaydigan uchta sharnirli qo'zg'aluvchi tayanchlar bilan (1.6.d-chizma) erishish mumkin. 1.6.e-chizmada ko'rsatilgan sistema uchta tayanch bog'lanishlari bir-biriga parallel bo'lganda to'sin o'z yo'nalishi bo'yicha ko'chishi mumkin. 1.6. f, g-chizmada ko'rsatilgan tizimlarning uchala tayanch bog'lanishlari bitta (misol uchun O) nuqtada kesishsa, to'sin shu nuqta atrofida aylanishga ega bo'lishi mumkin, demak, bu tizimlar geometrik o'zgaruvchi tizimlardir. Bunga yo'l qo'yib bo'lmaydi.

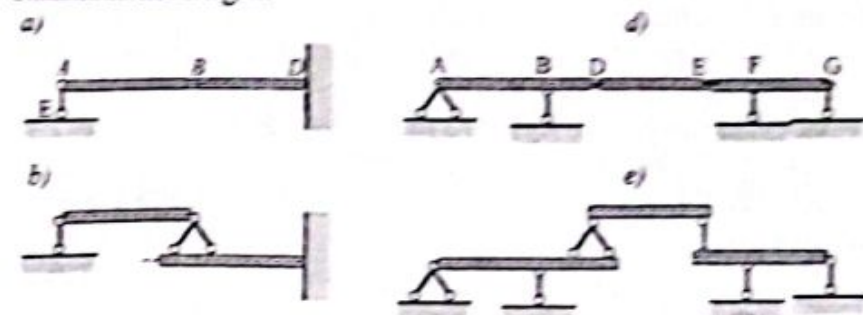


1.6-chizma. To'sinlar hisob sxemasi.

To'sin bima tekislikda yotgan tashqi kuchlar ta'sirida bo'lgani uchun, uni shu tekislikda tayanch bog'lanishlari bilan mahkamlash zarur. To'sinlar bima tekislikda qo'zg'almas bo'lishini ta'minlash uchun tayanch bog'lanishlar soni uchtaga teng bo'lishi shart.

Bir nechta to'sinlarni sharnirlar vositasida tutashirish natijasida geometrik o'zgarmas tizimlar (1.7.a-chizma) hosil qilish mumkin. Misol uchun 1.7.a-chizmada ikkita (AB va BD) to'sindan tashkil topgan va har biriga uchta tayanch bog'lanish qo'yilgan to'sin keltirilgan. AB to'singa A nuqtasining ko'chishiga qarshilik ko'rsatuvchi AE tayanch

bog'lanish va B sharniriga, uning vertikal hamda gorizontal ko'chishlariga qarshilik ko'rsatuvchi ikkita tayanch bog'lanish qo'yiladi (1.7.b-chizma). Uchta (AD , DE va EG) to'sini sharnirlar vositasida tutashirishdan tashkil topgan geometrik o'zgarmas sistema 1.7.d-chizmada keltirilgan.



1.7-chizma. Ko'p oraliqli sharnirli to'sinlar.

Har bir to'singa uchtdan tayanch bog'lanish qo'yilgan. Masalani D sharnir DE to'sin ustiga vertikal va gorizontal ko'chishlariga qarshilik ko'rsatuvchi ikkita tayanch bog'lanishni, E sharnir esa to'sin ustiga vertikal ko'chishlariga qarshilik ko'rsatuvchi bitta tayanch bog'lanishni qo'yadi (1.7.e-chizma). Bunday to'sinlar ko'p oraliqli sharnirli to'sinlar deb ataladi.

Tayanch reaksiyalarini faqat statika muvozanat tenglamalari yordamida aniqlash mumkin bo'lsa, bunday to'sinlar statik aniq to'sinlar deb ataladi.

Tayanch reaksiyalari soni statika muvozanat tenglamalari sonidan ortiq bo'lsa, bunday to'sinlarga statik aniqmas to'sinlar deb ataladi. Noma'lum reaksiyalar soni statika muvozanat tenglamalar sonidan nechta ortiq bo'lsa, to'sin shuncha marta statik aniqmas bo'ladi. Statik aniqmas to'sin masalasini yechish uchun statika muvozanat tenglamalariga qo'shimcha sifatida to'sin deformatsiyalanish shartidan tuziladigan tenglamalardan foydalaniladi.

1.3-§. Tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash

Berilgan tashqi kuchlar ta'siridagi to'sinni hisoblash uchun tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash talab etiladi. Nazariy mexanika fanidan ma'lumki, umumiy holda tekislikda statikaning muvozanat tenglamalari uch xil variantda ifodalanadi:

- birinchi variantda, statikaning muvozanat tenglamalari bir-biriga parallel bo'lmagan ikkita ixtiyoriy o'qlarga nisbatan barcha kuchlar proyeksiyalari algebraik yig'indisi va tekislikdagi istalgan 0 nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi ko'rinishida ifodalanadi [20 Parc II. Contentes-14-15. 4.5-Fig.Frre-bodu-diagrams]:

$$\sum Z = 0; \quad \sum Y = 0; \quad \sum m_0 = 0; \quad (3.1)$$

- ikkinchi variantda, statikaning muvozanat tenglamalari ixtiyoriy o'qqa nisbatan barcha kuchlar proyeksiyalari algebraik yig'indisi va tekislikdagi istalgan ikkita nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi ko'rinishida ifodalanadi (0z o'q AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lmisligi lozim):

$$\sum m_A = 0; \quad \sum m_B = 0; \quad \sum Z = 0; \quad (3.2)$$

- uchinchi variantda, statikaning muvozanat tenglamalari tekislikda bitta to'g'ri chiziqda yotmagan istalgan uchta nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi ko'rinishida ifodalanadi:

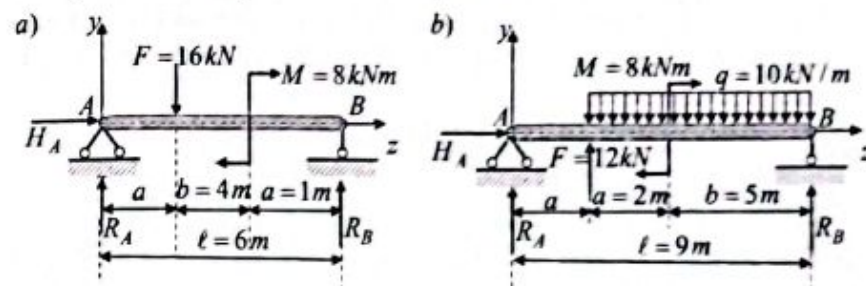
$$\sum m_A = 0; \quad \sum m_B = 0; \quad \sum m_D = 0; \quad (3.3)$$

To'sinlar tayanch reaksiyalarini topish soddaroq bo'lishi uchun statikaning muvozanat tenglamalarini shunday tuzish lozimki, tenglamalarning har biridagi noma'lumlar soni bittadan ortiq bo'lmasin. Buning uchun ikkinchi variantdan foydalanish maqsadga muvofiqdir, ya'ni to'singa ta'sir etayotgan barcha kuchlardan tayanch nuqtalariga nisbatan olingan moment tenglamalari tuziladi. Bu tenglamalardan R_A va R_B reaksiya kuchlari aniqlangandan keyin, quyidagi tenglamadan reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligi tekshirib ko'riladi:

$$\sum Y = 0. \quad (3.4)$$

Demak, to'sin muvozanatda bo'lishi uchun unga vertikal ta'sir etayotgan barcha tashqi kuchlarning yig'indisi barcha vertikal reaksiya kuchlarning yig'indisiga teng bo'lishi lozim ekan.

1.1-masala. 1.8,a-chizmada keltirilgan tashqi kuchlar ta'siridagi oddiy to'sin reaksiya kuchlari aniqlansin.



1.8-chizma. Tashqi kuchlar ta'siridagi oddiy to'sin.

Yechish. To'sin tayanchlarini tashlab yuborib, ularning ta'sirini reaksiya kuchlari R_A, R_B, H_A bilan almashtiramiz (1.8,a-chizma). To'sinning B nuqtadagi qo'zg'aluvchi tayanchini vertikal R_B reaksiya kuchi bilan, A nuqtadagi qo'zg'almas tayanchini esa gorizontaal H_A va vertikal R_A reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz.

Reaksiya kuchlar (to'sin o'qiga yoki to'sin o'qidan) yo'nalishlari ixtiyoriy olinadi, agar hisob natijalarida birorta reaksiya kuchi manfiy ishora bilan chiqsa, unda uning yo'nalishi qabul qilingan yo'nalishga nisbatan teskari tomonga o'zgartiriladi. Qaralayotgan masalada reaksiya kuchlarining har ikkalasi ham yuqoriga yo'nalgan deb qabul qilingan.

Reaksiya kuchlarini aniqlash uchun yuqorida keltirilgan formulalarning ikkinchi varianti (3.2) dan foydalanamiz.

To'singa ta'sir etayotgan barcha kuchlarning gorizontaal z o'qiga nisbatan proyeksiyalari algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi lozim (1.8,a-chizma):

$$\sum Z = H_A = 0.$$

Bundan ko'rinadiki, to'singa faqat vertikal kuchlar ta'sir etsa, gorizontaal reaksiya kuchi nolga teng bo'lar ekan.

To'sinning R_A reaksiya kuchini aniqlash uchun B nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi nolga tenglashtiriladi (1.8,a-chizma):

$$\sum M_B = R_A \cdot \ell - F \cdot (a+b) + M = 0; \text{ bundan}$$

$$R_A = F(a+b)/\ell - M/\ell = 16 \cdot 5/6 - 8/6 = 12 \text{ kN}.$$

Shuningdek, B nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi nolga tenglanib R_B reaksiya kuch aniqlanadi:

$$\sum M_A = -R_B \cdot \ell + F \cdot (a) + M = 0; \text{ bundan}$$

$$R_B = F(a)/\ell + M/\ell = 16 \cdot 1/6 + 8/6 = 4 \text{ kN}.$$

Hisob natijalaridan ko'rinadiki, aniqlangan har ikkala reaksiya kuchlari ishorasi musbat, bu reaksiya kuchlarining yo'nalishi to'g'ri tanlanganligini ko'rsatadi.

Reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish uchun barcha kuchlarning vertikal o'qqa proyeksiyalari algebraik yig'indisi nolga tenglanadi:

$$\sum Y = R_A - F + R_B = 0; \quad F(a+b)/\ell + M/\ell - F + F(a+b)/\ell - M/\ell = 0. \\ 4 - 16 + 12 \quad 0 = 0.$$

Tuzilgan muvozanat tenglamani qanoatlantiradi. Demak, bu reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini ko'rsatadi.

Qilingan hisoblash natijalaridan shuni xulosa qilib aytish mumkin: agar tashqi juft kuch $M = 0$ bo'lsa, vertikal F kuch to'sin uzunligining $a = b = \ell/2$ o'rtasiga qo'yilgan bo'lsa, gorizonttal reaksiya kuchi $H_A = 0$ ga va vertikal reaksiya kuchlari bir-biri $R_A = R_B = F/2$ ga teng bo'lar ekan.

1.2-masala. Ko'rib chiqilgan to'sin masalasini biroz murakkablashtirib 1.8,b-chizmadagi to'sin reaksiya kuchlarini aniqlaymiz.

Yechish. To'sinning B nuqtadagi qo'zg'aluvchi tayanchini vertikal R_B reaksiya kuchi bilan, A nuqtadagi qo'zg'almas tayanchini esa gorizonttal H_A va vertikal R_A reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz (1.8,b-chizma).

To'singa ta'sir etayotgan barcha kuchlarning gorizonttal z o'qiga nisbatan proyeksiyalari algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi lozim:

$$\sum Z = H_A = 0.$$

Demak, bundan ko'rinadiki, agar to'singa faqat vertikal kuchlar ta'sir etsa, gorizonttal reaksiya kuchi nolga teng bo'lar ekan.

To'sinning R_A reaksiya kuchini aniqlash uchun B nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisini nolga tenglashtiramiz:

$$\sum M_B = R_A \cdot (2a+b) + F \cdot (a+b) + M - q \cdot (a+b) \cdot (a+b)/2 = 0.$$

Bundan:

$$R_A = \frac{-F \cdot (a+b) - M + q \cdot (a+b) \cdot (a+b)/2}{(2a+b)} = \frac{-12 \cdot 7 - 8 + 10 \cdot 7 \cdot 3,5}{9} = 17 \text{ kN}.$$

Bunda $q \cdot 3a$ to'sin uzunligi $3a$ bo'yicha tekis tarqalgan intensivligi q bo'lgan yukning teng ta'sir etuvchisi bo'lib, yukning tekis tarqalgan uzunligi o'rtasi $1,5a$ ga qo'yilgan deb qarash lozim. Shuningdek, A nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi nolga tenglanib, R_B reaksiya kuchi aniqlanadi:

$$\sum M_A = -R_B \cdot (2a+b) - F \cdot (a) + M + q \cdot (a+b) \cdot [a + (a+b)/2] = 0.$$

Bundan:

$$R_B = \frac{-F \cdot (a) + M + q \cdot (a+b) \cdot [a + (a+b)/2]}{(2a+b)} = \frac{-12 \cdot 2 + 8 + 10 \cdot 7 \cdot 5,5}{9} = 41 \text{ kN}.$$

Reaksiya kuchlarning to'g'ri aniqlanganligini tekshirish uchun barcha kuchlarning vertikal o'qqa proyeksiyalari algebraik yig'indisi nolga tenglashtiriladi, ya'ni quyidagi muvozanat tenglamani tuzamiz:

$$\sum Y = R_A + F - q \cdot (2a+b) + R_B = 0; \quad 17 + 12 - 70 + 41 = 0.$$

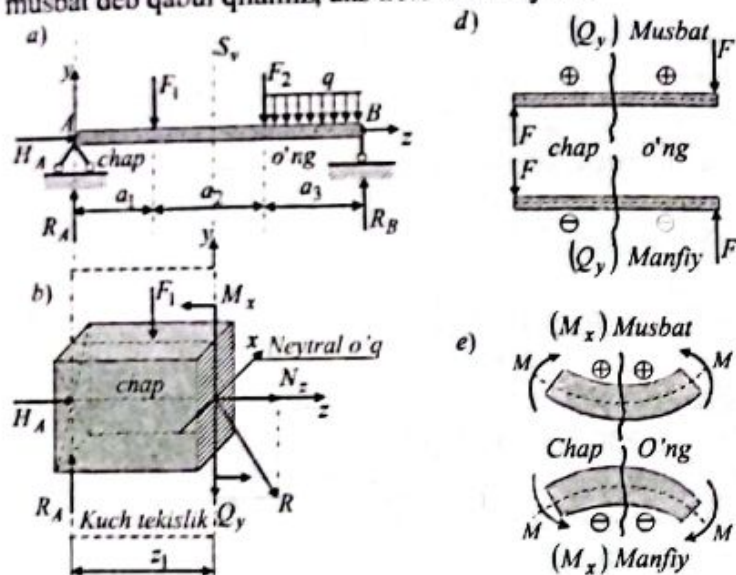
$$\frac{4,5}{4} qa - \frac{3}{4} F - \frac{M}{4a} + F - q3a + \frac{7,5}{4} qa - \frac{1}{4} F + \frac{M}{4a} = 0. \quad 0 = 0.$$

Muvozanat tenglamani ikkala (chap va o'ng) tomonlari nolga teng. Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

1.4-§. To'sin egilishidagi ichki kuchlar

Qaralayotgan to'sinlar uchun reaksiya kuchlari aniqlangandan keyin ixtiyoriy kesimda hosil bo'lgan ichki kuchlarning (zo'riqish kuchlarning) teng ta'sir etuvchilari kesish usulidan foydalanib aniqlanadi. Bu usul bilan ichki kuch omillarini aniqlash uchun to'sin fikran bo'ylama o'qiga perpendikulyar bo'lgan birorta S_v tekislik bilan kesib (chap va o'ng) ikki qismga ajratiladi va bu qismlardan birining (chap yoki o'ng) muvozanati tekshiriladi.

1.9,a-chizma ikkita vertikal F_1 , F_2 kuchlar bilan yuklangan to'sin keltirilgan 1.9,b-chizmada esa kesish usulidan foydalanib, ikki qismga ajratilgan to'sinning chap qismi muvozanat holati keltirilgan. Bunda tashlab yuborilgan o'ng qism ta'siri bir bosh vektor R va M zo'ri-qishlar bilan almashtirilgan. Bosh vektor R bo'ylama N_z va ko'nda-lang kuch Q_y bilan almashtiriladi (1.9,b-chizmada kuch omillari mus-bat yo'nalishlari keltirilgan). Bo'ylama kuch cho'zuvchi bo'lsa, ishor-asini musbat deb qabul qilamiz, aks holda manfiydir.



1.9-chizma. Muvozanatdagi oddiy to'sin.

Ko'ndalang kuch qarayotgan qismni soat millari harakat yo'nalishi bo'yicha aylantirishga intilsa (chap qismida tashqi kuch pastdan yuqoriga, o'ng qismida esa yuqoridan pastga yo'nalgan bo'lsa), uning ishorasini musbat deb qabul qilamiz, aks holda manfiydir (1.9,d-chizma). To'singa qo'yilgan kuchlardan hosil bo'lgan eguvchi moment to'sin pastki tolalarini cho'zib, yuqorigi tolalarini siqsa, uning ishorasini musbat deb qabul qilamiz, aks holda manfiydir (1.9,e-chizma).

To'sin ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan ichki kuchlarni aniqlash uchun undan kesib olib qolingan chap (o'ng) qismining muvozanatini tekshiramiz (1.9,b-chizma).

To'sinning ixtiyoriy kesimida hosil bo'ladigan ichki kuchlarni aniqlash uchun statika muvozanat tenglamalarini qarayotgan qism uchun tuzamiz:

$$1. \sum_{chap} Z = 0; \quad -H_A - N_z = 0.$$

Bundan:

$$N_z = N = -H_A.$$

$$2. \sum_{chap} mom_0 = 0; \quad R_A z - F_1(z - a_1) - M_x = 0.$$

Bundan:

$$M_x = R_A z - F_1(z - a_1).$$

$$3. \sum_{chap} Y = 0; \quad R_A - F_1 - Q_y = 0.$$

Bundan:

$$Q_y = R_A - F_1.$$

Demak, hular asosida quyidagi qoidalarini qabul qilish mumkin:

To'sinning ixtiyoriy kesimida hosil bo'ladigan eguvchi moment, shu kesimdan chap tomonda ta'sir etayotgan barcha kuchlardan shu kesimdan o'tuvchi neytral o'qqa nisbatan olingan momentlarning algebratik yig'indisiga teng bo'ladi. Yoki shu kesimdan o'ng tomonda ta'sir etayotgan barcha kuchlardan shu kesimdan o'tuvchi neytral o'qqa nisbatan teskari ishorasi bilan olingan momentlarning algebratik yig'indisiga teng bo'ladi:

$$M_x = \sum_{chap} mom_x F_i = - \sum_{o'ng} mom_x F_i. \quad (4.1)$$

To'sinning ixtiyoriy kesimida hosil bo'lgan ko'ndalang kuch, shu kesimdan chap tomonda ta'sir etayotgan barcha kuchlardan to'sin o'qiga tik o'qqa nisbatan olingan proyeksiyalarining algebratik yig'indisiga teng bo'ladi. Yoki shu kesimdan o'ng tomonda ta'sir etayotgan barcha kuchlardan to'sin o'qiga tik o'qqa nisbatan teskari ishorasi bilan olingan proyeksiyalarining algebratik yig'indisiga teng bo'ladi:

$$Q_y = \sum_{chap} F_i = - \sum_{o'ng} F_i. \quad (4.2)$$

To'sinning ixtiyoriy kesimida hosil bo'lgan bo'ylama kuch, shu kesimdan chap tomonda ta'sir etayotgan barcha kuchlardan to'sin o'qiga nisbatan olingan proyeksiyalarining algebraik yig'indisiga teng bo'ladi. Yoki shu kesimdan o'ng tomonda ta'sir etayotgan barcha kuchlardan to'sin o'qiga nisbatan teskari ishorasi bilan olingan proyeksiyalarining algebraik yig'indisiga teng bo'ladi:

$$N_z = \sum_{chap} F_i = - \sum_{o'ng} F_i. \quad (4.3)$$

1.5-§. Eguvchi moment, ko'ndalang kuch va tekis taqsimlangan kuch intensivligi orasidagi differensial munosabatlar

Eguvchi moment M_x , ko'ndalang kuch Q_y va tekis taqsimlangan kuch intensivligi q orasidagi differensial bog'lanishni aniqlash uchun 1.10,a-chizmada keltirilgan to'sinning tekis taqsimlangan kuch qo'yilgan oralig'idan z va $z+dz$ tekisliklari bilan uzunligi dz bo'lgan birorta cheksiz kichik elementni fikran ajratib olamiz (1.10,b-chizma). Ajratib olingan elementning dz uzunligiga ta'sir etayotgan tekis taqsimlangan kuchni $q(z)=q=const$ tekis taqsimlangan deb olish mumkin. To'sindan kesib olingan cheksiz kichik elementning chap va o'ng tomonlaridagi qismlarning ta'sirini ichki zo'riqishlar bilan almashtiramiz (1.10,b-chizma). Bu element uchun statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

Ajratib olingan cheksiz kichik element muvozanat holatda bo'lishi uchun unga ta'sir etayotgan barcha kuchlarning to'sin o'qiga tik o'qqa nisbatan olingan proyeksiyalarining algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi shart, ya'ni:

$$\sum Y = Q_y + qdz - (Q_y + dQ_y) = 0.$$

Bu tenglamadan quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\frac{dQ_y}{dz} = q. \quad (5.1)$$

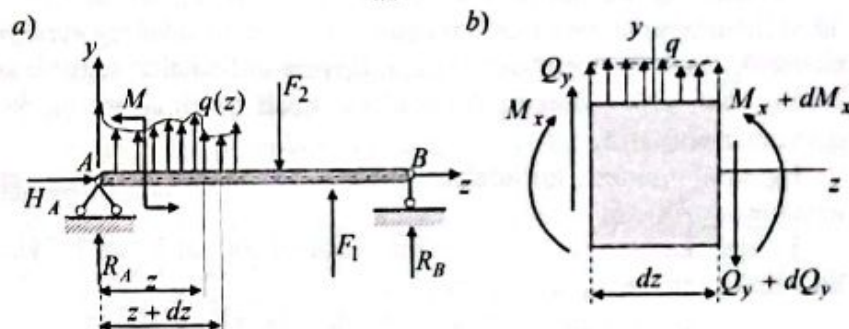
Demak, bundan ko'rinadiki, ko'ndalang kuchdan abssissa o'qi z bo'yicha olingan birinchi hosila tekis taqsimlangan kuch intensivligiga teng. Bu tenglik Juravskiyning birinchi teoremasi deb ham yuritiladi.

Ajratib olingan cheksiz kichik element muvozanat holatda bo'lishi uchun unga ta'sir etayotgan barcha kuchlarning o'ng kesim og'irlik markazi B ga nisbatan olingan momentlarining algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi shart, ya'ni:

$$\sum mom_B = M_x - (M_x + dM_x) + Q_y dz + qdz \frac{1}{2} dz = 0.$$

Bu tenglamadagi oxirgi hadi boshqa hadlarga nisbatan ikkinchi tartibli kichik qiymat bo'lgani uchun e'tiborga olmasa ham bo'ladi, unda quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$\frac{dM_x}{dz} = Q_y. \quad (5.2)$$



1.10-chizma. To'sindan ajratib olingan kichik element.

Demak, bundan ko'rinadiki, moment M_x dan abssissa o'qi z bo'yicha olingan birinchi hosila ko'ndalang kuchga teng. Bu tenglik Juravskiyning ikkinchi teoremasi deb ham yuritiladi.

Bu ikki (5.1-5.2) formulalardan quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{d^2 M_x}{dz^2} = \frac{dQ_y}{dz} = q. \quad (5.3)$$

Demak, eguvchi moment M_x dan abssissa o'qi z bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosila tekis taqsimlangan kuch intensivligiga teng.

1.6-§. Ichki kuchlarning epyuralarini qurish

Tashqi kuchlar ta'sirida bo'lgan to'sinni mustahkamlikka hisoblash uchun, uning uzunligi bo'yicha kesimlarida hosil bo'ladigan ichki kuchlarning o'zgarish qonunini bilish lozim. Ichki kuchlarning o'zgarish qonunini analitik bog'lanish ko'rinishida ifodalash yoki uni *epyura* deb ataluvchi maxsus grafik ko'rinishida tasvirlash ham mumkin.

Eguvchi momentning to'sin uzunligi bo'yicha o'zgarish qonunini tasvirlovchi grafik *eguvchi moment epyurasi* deb ataladi.

Ko'ndalang kuchning yoki bo'ylama kuchning to'sin uzunligi bo'yicha o'zgarish qonunini tasvirlovchi grafik *ko'ndalang kuch yoki bo'ylama kuch epyurasi* deb ataladi. Epyura ordinatalari tegishli kesimdagi eguvchi moment, ko'ndalang kuch yoki bo'ylama kuch qiymatlarini bildiradi.

Eguvchi moment, ko'ndalang kuch va bo'ylama kuchlarning epyuralarini qurishdan maqsad:

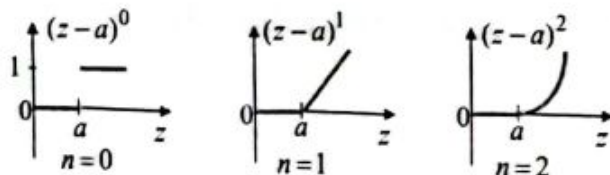
1. eng katta eguvchi moment, ko'ndalang kuch va bo'ylama kuchlar qiymatlarini xatosiz aniqlash;
2. eguvchi moment, ko'ndalang kuch va bo'ylama kuchlarni to'sin uzunligi bo'yicha o'zgarish qonunini tahlil qilish.

Odatda uzlukli funksiyalar uchun ko'pincha "*birlik funksiya*" yoki "*delta-funksiya*" deb ataluvchi *Xevisayda* funksiyalari xossalardan foydalanish lozim:

$$(z-a)^n = \begin{cases} 1; & \text{agar } z < 0; \\ (z-a)^n & \text{agar } z \geq 0. \end{cases}$$

Ushbu ifodada a uzilish hosil bo'ladigan nuqtaning koordinatasi.

Xevisayda funktsiyasi grafigi quyidagi 1.11-chizmalarda keltirilgan.



1.11-chizma. Xevisayda funktsiyasi grafigi.

Xevisayda funktsiyasini integralash natijasida va diferensiallash natijasida quyidagi ifodalar hosil bo'ladi:

$$\int (z-a)^n dz = \frac{1}{n+1} (z-a)^{n+1};$$

$$\frac{d}{dz} (z-a)^n = n(z-a)^{n-1}.$$

To'sinlarning uzunligi bo'ylab turli kesimlarga to'plangan kuch va to'plangan juft kuchlar qo'yilgan bo'lsa, unda ko'ndalang kuch va eguvchi moment ifodalari uzlikli bo'ladi. Shuning uchun ham eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralarini qurishda uzlikli funksiyalardan foydalanish maqsadga muvofiq bo'ladi. Xevisayda funktsiyasiga ko'paytirilgan har qanday funksiya uzilish xarakteriga ega bo'ladi. Shuning uchun ko'ndalang kuch va eguvchi moment ifodalariga kiruvchi to'plangan kuch va to'plangan juft kuchlarni $(z-a)^0$ ko'paytiramiz. Bu to'sinlarning kuchlanganlik deformatsiya holatiga ta'sir ko'rsatmaydi, chunki, $(z-a)^0 = 1$ tengdir.

Amaliyotda to'singa qo'yilishi mumkin bo'lgan kuchlar ta'sinida ko'ndalang kuch va eguvchi moment epyuralarini sakrash qanday chiziqlar bilan chegaralanishi 2-jadvalda keltirilgan.

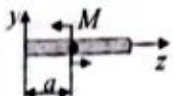
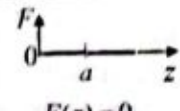
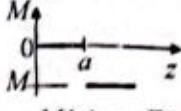
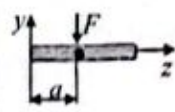
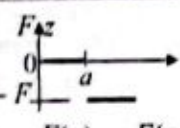
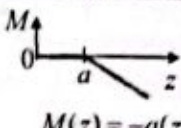
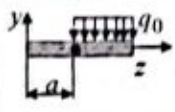
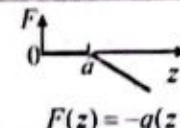
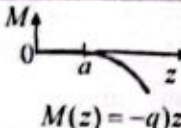
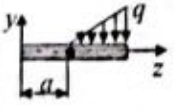
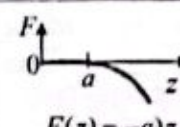
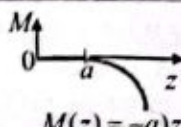
To'sin o'qiga perpendikulyar bo'lgan sirtqi kuchlar yoki juft kuchlar ta'sirida bo'lsa, uning ko'ndalang kesimida bo'ylama kuch nolga teng bo'ladi. Unda to'sin uchun eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari quriladi.

1.3-masala. Erkin uchiga qo'yilgan to'plangan kuch ta'siridagi konsol uchun eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin (1.12-chizma).

Yechish. a) to'sinning qistirib mahkamlangan tayanchdagi reaksiya kuchni yuqoriga reaktiv momentini soat millari tomoniga yo'naltiramiz. Tayanchlardagi reaksiya kuchlarini statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum y = -F + R_B = 0; \text{ bundan } R_B = F = 30 \text{ kN.}$$

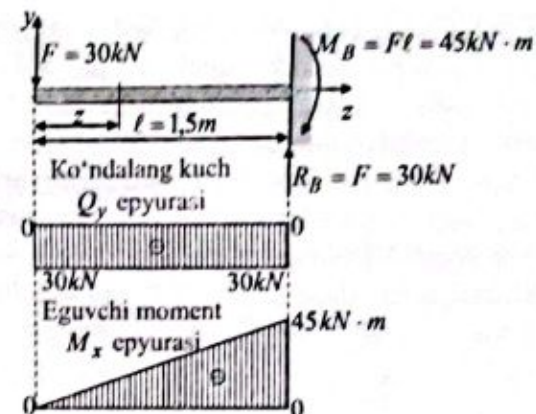
$$\sum \text{mom}_B = -F\ell + M_B = 0; \text{ bundan } M_B = F\ell = 30 \cdot 1,5 = 45 \text{ kN} \cdot \text{m.}$$

T/n №	Balkaga ta'sir etuvchi kuchlar	Ko'ndalagn kuch epyurasini chegaralov chi chiziqliq (sakrash)	Eguvchi moment epyurasini chegaralov chi chiziqliq (sakrash)
1		 $F(z) = 0$	 $M(z) = -F(z-a)^0$
2		 $F(z) = -F(z-a)^0$	 $M(z) = -q(z-a)^1$
3		 $F(z) = -q(z-a)^1$	 $M(z) = -q(z-a)^2$
4		 $F(z) = -q(z-a)^2$	 $M(z) = -q(z-a)^3$

Konsol uchun reaksiya kuchlarini aniqlash shart emas. ko'ndalang kuch va eguvchi moment analitik ifodalarini erkin uchidan boshlab tuzish mumkin.

b) konsolning erkin uchidan z masofadagi kesim uchun ko'ndalang kuch analitik ifodasi (4.2) formulaga asosan tuziladi. Erkin uchi bilan tayanch kesim orasidagi masofa $0 \leq z \leq \ell$ oraliqda o'zgaradi:

$$Q_y = -F(z-0)^0 = -30 \text{ kN}.$$



1.12-chizma. To'plangan kuch ta'siridagi konsol.

d) konsolning erkin uchidan ixtiyoriy z masofadagi kesim uchun eguvchi moment analitik ifodasi (4.1) formulaga asosan tuziladi:

$$M_x = -F(z-0).$$

Bunda:

$$z = 0 \text{ bo'lganda } M_x = 0;$$

$$z = \ell = 1,5 \text{ m bo'lganda } M_x = -F\ell = -30 \cdot 1,5 = -45 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

1.12-chizmada eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari keltirilgan.

Olingan natijalar yordamida qurilgan eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari Beam 2.2.4.6 dasturida olingan natijalar yordamida qurilgan moment va ko'ndalang kuch epyuralar bilan qurilgan natijaga taqqoslaymiz.

1.4-masala. Erkin uchiga qo'yilgan juft kuch ta'siridagi konsol uchun eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin (1.13-chizma).

Yechish. a) To'sinning qistirib mahkamlangan tayanchdagi reaksiya kuchni yuqoriga reaktiv momentni soat millariga teskari tomonga yo'naltiramiz. Tayanchlardagi reaksiya kuchlarini statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

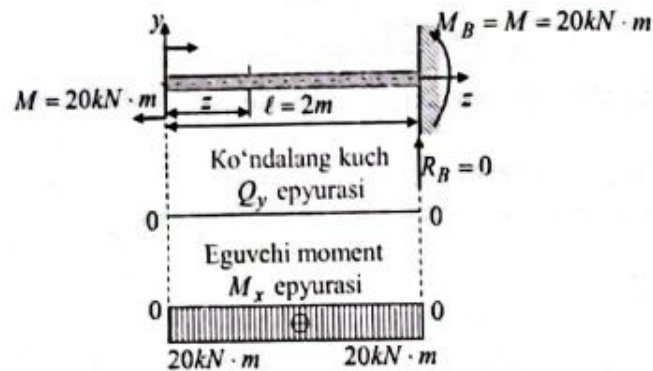
$$\sum y = 0 + R_B = 0; \text{ bundan } R_B = 0.$$

$$\sum \text{mom}_B = M - M_B = 0; \text{ bundan } M_B = M = 20 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Konsol uchun reaksiya kuchlarini aniqlash shart emas, ko'ndalang kuch va eguvchi moment analitik ifodalarini konsolning erkin uchidan boshlab tuzish ham mumkin. Unda analitik ifodalarga noma'lum reaksiya kuchi va reaktiv moment kirmaydi.

b) konsolning erkin uchidan z masofadagi ixtiyoriy kesim uchun ko'ndalang kuch analitik ifodasi (4.2) formulaga asosan tuziladi. Erkin uchi bilan tayanch kesim orasidagi z masofa $0 \leq z \leq \ell$ oraliqda o'zgaradi. Konsolga ko'ndalang kuch ta'sir etmaganligi uchun:

$$Q_y = 0.$$



1.13-chizma. Juft kuch bilan yuklangan konsol.

d) konsolning erkin uchidan z masofadagi kesim uchun eguvchi moment analitik ifodasi (4.1) formulaga asosan tuziladi:

$$M_x = M(z-0)^0 = 20 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

1.13-chizmada eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan.

Olingan natijalar yordamida qurilgan eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralarini Beam 2.2.4.6 dasturida olingan natijalar yordamida qurilgan moment va ko'ndalang kuch epyuralar bilan qurilgan natijaga taqqoslaymiz.

1.5-masala. Tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi konsol uchun eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin (1.14-chizma).

Yechish. a) to'sinning qistirib mahkamlangan tayanchdagi reaksiya kuchni yuqoriga reaktiv momentni soat millari tomoniga

yo'naltiramiz. Tayanchlardagi reaksiya kuchlarini statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum y = -q\ell + R_B = 0; \text{ bundan } R_B = q\ell = 6 \cdot 3 = 18 \text{ kN}.$$

$$\sum \text{mom}_B = -q\ell \cdot \ell / 2 + M_B = 0; \text{ bundan } M_B = q\ell^2 / 2 = 6 \cdot 3^2 / 2 = 27 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Konsol uchun reaksiya kuchlarini aniqlash shart emasligi yuqorida aytilgan edi.

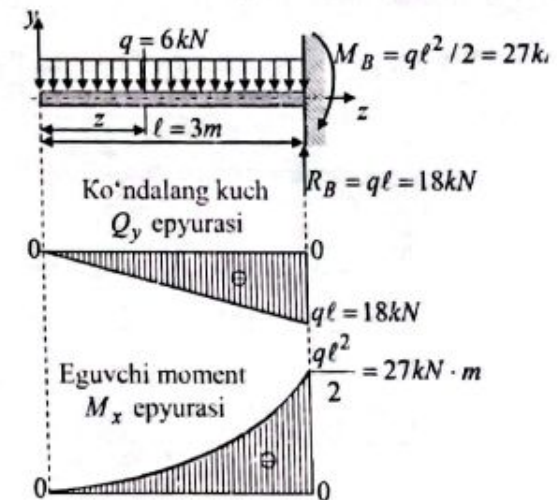
b) konsolning erkin uchidan ixtiyoriy z masofadagi kesim uchun ko'ndalang kuch analitik ifodasi (4.2) formulaga asosan tuziladi. Erkin uchi bilan tayanch kesim orasidagi masofa $0 \leq z \leq \ell$ oraliqda o'zgaradi:

$$Q_y = -q(z-0)^1$$

Bunda:

$$z = 0 \text{ bo'lganda } Q_y = 0;$$

$$z = \ell \text{ bo'lganda } Q_y = -q\ell = -6 \cdot 3 = -18 \text{ kN}.$$



1.14-chizma. Tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi konsol.

d) konsolning erkin uchidan z masofadagi ixtiyoriy kesim uchun eguvchi moment analitik ifodasi (4.1) formulaga asosan tuziladi:

$$M_x = -q \frac{(z-0)^2}{2} = -6 \cdot 3 \frac{3}{2} = -27 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Bunda:

$$z=0 \text{ bo'lganda } M_x=0;$$

$$z=\ell \text{ bo'lganda } M_x=-q\ell \frac{\ell}{2}=-\frac{q\ell^2}{2}.$$

1.14-chizmada eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari keltirilgan.

1.6-masala. 1.15-chizmada keltirilgan to'plangan kuchlar ta'siridagi oddiy to'sin reaksiya kuchlari aniqlanib, eguvchi momenti va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin.

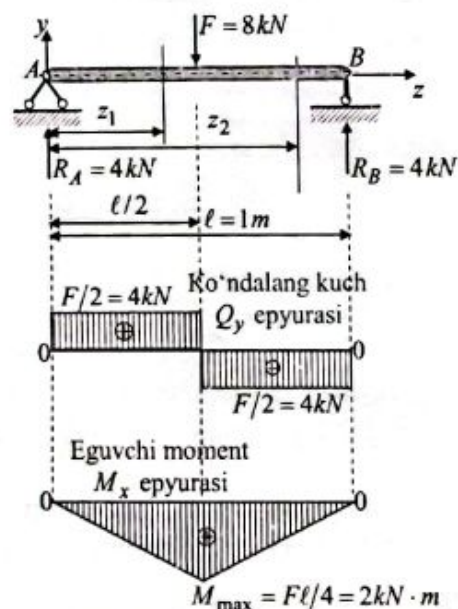
Yechish. a) tayanchlardagi reaksiya kuchlarini statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz (tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz):

$$\sum \text{mom}_B = R_A \ell - F \ell/2 = 0; \text{ bundan } R_A = F/2 = 8/2 = 4 \text{ kN}.$$

$$\sum \text{mom}_A = -R_B \ell + F \ell/2 = 0; \text{ bundan } R_B = F/2 = 8/2 = 4 \text{ kN}.$$

b) reaksiya kuchlarining miqdorlari to'g'ri topilganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A - F + R_B = 0; \quad 4 - 8 + 4 = 0; \quad 0 = 0.$$



1.15-chizma. To'plangan kuch ta'siridagi oddiy to'sin.

Demak, tayanchlardagi reaksiya kuchlari yo'nalishi va qiymatlari to'g'ri aniqlangan ekan. Bundan ko'rinadiki, tayanchlarda hosil bo'lgan reaksiya kuchlari, to'sin uzunligi o'rtasiga qo'yilgan to'plangan kuchning yarimiga teng bo'lar ekan.

d) to'sinning chap tayanchidan ixtiyoriy z_1 va z_2 masofadagi ikki kesim uchun (4.2) formulaga asosan ko'ndalang kuch analitik ifodalari tuziladi:

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq \ell/2$ o'zgaradi.

$$Q_y = R_A = (F/2)(z-0)^0 = 8/2 = 4 \text{ kN}.$$

ikkinchi oraliq $(\ell/2) \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$Q_y = R_A(z-0)^0 - F(z-\ell/2)^0 = (F/2)(z-0)^0 - F(z-\ell/2)^0 = -F/2 = -8/2 = -4 \text{ kN}.$$

e) to'sinning chap tayanchidan ixtiyoriy z_1 va z_2 masofadagi ikki kesim uchun (4.1) formulaga asosan eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq \ell/2$ o'zgaradi.

$$M_x = R_A(z_1 - 0).$$

Bunda $R_A = F/2$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = (F/2)(z_1 - 0).$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } M_x = F/2 \cdot 0 = 0;$$

$$z_1 = \frac{\ell}{2} = 3 \text{ m bo'lganda } M_x = \frac{F}{2} \frac{\ell}{2} = \frac{F\ell}{4} = \frac{8 \cdot 1}{4} = 2 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

ikkinchi oraliq $(\ell/2) \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$M_x = R_A(z_2 - 0) - F(z_2 - \ell/2).$$

Bunda $R_A = F/2$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = (F/2)(z_2 - 0) - F(z_2 - (\ell/2)).$$

Bunda

$$z_2 = \frac{\ell}{2} \text{ bo'lganda } M_x = \frac{F}{2} \frac{\ell}{2} - F\left(\frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2}\right) = \frac{F\ell}{4};$$

$$z_2 = \ell \text{ bo'lganda } M_x = \frac{F}{2} \ell - F\left(\ell - \frac{\ell}{2}\right) = \frac{F\ell}{2} - \frac{F\ell}{2} = 0.$$

Bu tenglamalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan. Epyuralardan ko'rinib turibdiki, eng katta eguvchi

moment to'sin uzunligi o'rtasidagi, ya'ni to'plangan kuch qo'yilgan kesimda maksimal qiymatga erishib sinadi. Shu kesimda ko'ndalang kuch yo'nalishi bo'yicha uzilib shu kuch miqdoriga sakraydi (1.15-chizma). Bu kesimdagi sakrashning absolyut miqdori tashqi kuch F miqdoriga teng bo'ladi.

1.7-masala. 1.16-chizmada keltirilgan to'sin uchun juft kuch ta'siridan eguvchi momenti va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin.

Yechish. a) tayanchlardagi reaksiya kuchlarini statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz. Har ikkala tayanchdagi reaksiya kuchlarni yuqoriga yo'naltiramiz.

$$\sum \text{mom}_B = R_A \ell + M = 0; \text{ bundan } R_A = -M/\ell = -6/2 = -3 \text{ kN}.$$

$$\sum \text{mom}_A = -R_B \ell + M = 0; \text{ bundan } R_B = M/\ell = 6/2 = 3 \text{ kN}.$$

b) Reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A + R_B = 0; \text{ bundan } -3 + 3 = 0, 0 \equiv 0.$$

Demak, reaksiya kuchlari qiymatlari to'g'ri aniqlangan, lekin R_A reaksiya kuchi manfiy ishora bilan chiqdi. Demak, R_A reaksiya kuchi yo'nalishini noto'g'ri qo'ygan ekanmiz, uning yo'nalishini teskari tomonga (chizmada uzlukli chiziq bilan ko'rsatilgan) o'zgartiramiz va aniqlangan qiymatni qarama qarshi ishora bilan olamiz.

d) to'sinning chap tayanchidan ixtiyoriy z_1 va z_2 masofadagi ikki kesim uchun (4.2) formulaga asosan ko'ndalang kuch analitik ifodalari tuziladi:

Birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq \ell/2$ o'zgaradi.

$$Q_y = -R_A(z-0)^0 = -M/\ell = -6/2 = -3 \text{ kN}.$$

Ikkinchi oraliq $(\ell/2) \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$Q_y = -R_A(z-0)^0 = -m/\ell = -6/2 = -3 \text{ kN}.$$

e) to'sinning chap tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikki kesim uchun eguvchi moment analitik ifodalari (4.1) formula asosida tuziladi:

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq \ell/2$ o'zgaradi.

$$M_x = -R_A(z_1-0)^0.$$

Bunda $R_A = m/\ell$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = -(m/\ell)(z_1-0).$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } M_x = -M/\ell \cdot 0 = 0;$$

$$z_1 = \ell/2 \text{ bo'lganda } M_x = -(M/\ell)\ell/2 = -M/2 = -3 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

ikkinchi oraliq $(\ell/2) \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$M_x = -R_A(z_2-0) + M(z_2-\ell/2)^0.$$

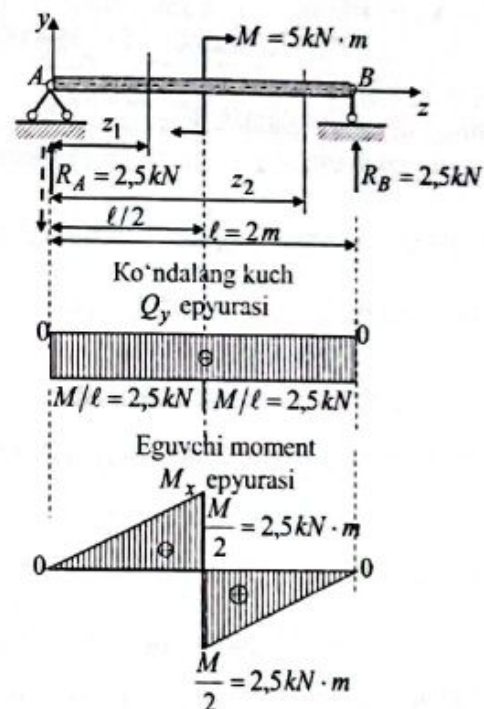
Bunda $R_A = m/\ell$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = -(M/\ell)(z_2-0) + M(z_2-\ell/2)^0.$$

Bunda:

$$z_2 = \ell/2 \text{ bo'lganda } M_x = -(M/\ell)\ell/2 + M = M/2 = 3 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$z_2 = \ell \text{ bo'lganda } M_x = -(M/\ell)\ell + M = -M + M = 0.$$



1.16-chizma. To'plangan juft kuch ta'siridagi oddiy to'sin.

Bu tenglamalar yordamida eguvchi momenti va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan. Epyuradan ko'rinib turibdiki, eguvchi moment to'sin uzunligi o'rtasidagi, ya'ni juft kuch qo'yilgan kesimda uzilib,

shu juft kuch miqdoriga sakraydi (1.16-chizma). Bu kesimdagi sakrashning absolyut miqdori tashqi juft kuch M miqdoriga teng bo'ladi.

1.8-masala. Tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi oddiy to'sin uchun tayanch reaksiya kuchlari aniqlanib, eguvchi momenti va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin (1.17-chizma).

Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_B = R_A \ell - q \ell \frac{\ell}{2} = 0; \text{ bundan } R_A = q \frac{\ell}{2} = 12 \frac{3}{2} = 18 \text{ kN}.$$

$$\sum \text{mom}_A = -R_B \ell + q \ell \frac{\ell}{2} = 0; \text{ bundan } R_B = q \frac{\ell}{2} = 12 \frac{3}{2} = 18 \text{ kN}.$$

b) Reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A - q \ell + R_B = 0; \text{ bundan } 18 - 36 + 18 = 0; \quad 0 = 0.$$

Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

d) to'sinning chap tayanchidan z masofadagi ixtiyoriy kesim uchun ko'ndalang kuch analitik ifodalari (4.2) formulaga asosan tuziladi:

z masofaning qiymati to'sin tayanchlari oralig'ida o'zgaradi, ya'ni $0 \leq z \leq \ell$.

(4.2) formulaga binoan

$$Q_y = R_A(z-0)^0 - q(z-0).$$

Bunda $R_A = q \ell / 2$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$Q_y = q \frac{\ell}{2} (z-0)^0 - q(z-0) = 18 - 12z.$$

Bunda:

$$z=0 \text{ bo'lganda } Q_y = q \frac{\ell}{2} = 12 \frac{3}{2} = 18 \text{ kN}; \quad z=\ell/2 \text{ bo'lganda } Q_y = 0;$$

$$z=\ell \text{ bo'lganda } Q_y = -q \frac{\ell}{2} = -12 \frac{3}{2} = -18 \text{ kN}.$$

e) to'sinning chap tayanchidan z masofadagi ixtiyoriy kesim uchun eguvchi moment analitik ifodalari (4.1) formulaga asosan tuziladi:

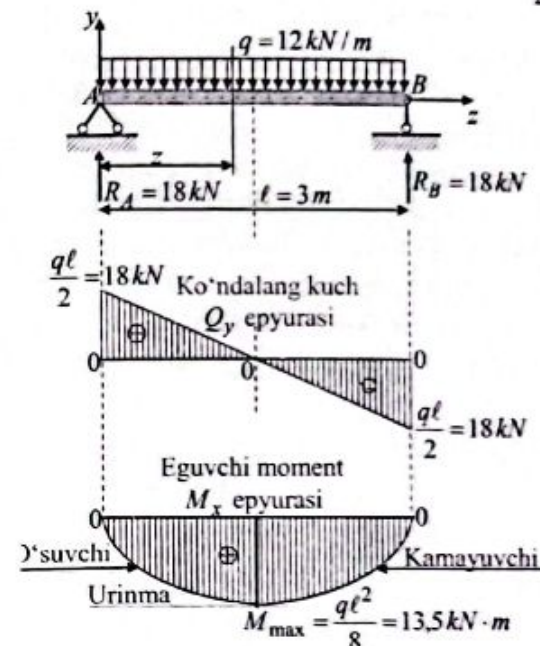
$$M_x = R_A(z-0) - q \frac{(z-0)^2}{2}.$$

Bunda $R_A = q \ell / 2$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = q \frac{\ell}{2} z - q \frac{z^2}{2}.$$

Bunda:

$$z=0 \text{ bo'lganda } M_x = 0; \quad z=\ell \text{ bo'lganda } M_x = q \frac{\ell}{2} \ell - q \frac{\ell^2}{2} = 0.$$



1.17-chizma. Tekis taqsimlangan kuchlar ta'siridagi oddiy to'sin.

Eguvchi moment maksimum qiymatini aniqlash maqsadida ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta absissasi, ko'ndalang kuch ifodasini nolga tenglab aniqlanadi.

Ko'ndalang kuchni nolga teng bo'lish shartidan:

$$q \frac{\ell}{2} - qz = 0; \text{ bundan } z = \frac{\ell}{2} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ m}.$$

Unda eguvchi momentning maksimum qiymati chap tayanchdan $z = \ell/2$ kesimda quyidagiga teng bo'ladi:

$$M_{\max}(\ell/2) = q \frac{\ell}{2} \frac{\ell}{2} - q \frac{\ell^2}{2 \cdot 4} = q \frac{\ell^2}{8} = 12 \frac{3^2}{8} = 13.5 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Bu ifodalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan (1.17-chizma). Eguvchi moment to'sin uzunligi o'rtasida maksimal qiymatiga erishadi. Shu kesimda ko'ndalang kuchning qiymati nolga teng bo'ladi.

Tashqi kuchlar ta'sirida to'sinning ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralarini qurish qoidalarining birinchisiga muvofiq, haqiqatdan ham ko'ndalang kuch musbat bo'lgan birinchi oraliqda eguvchi moment o'suvchi, aks holda, ya'ni ko'ndalang kuch manfiy bo'lgan ikkinchi oraliqda kamayuvchi ekanligi 1.17-chizmada o'z tasdiqini topganligini ko'rish qiyin emas.

1.9-masala. 1.18-chizmada keltirilgan tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi oddiy to'sin reaksiya kuchlari aniqlanib, eguvchi momenti va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin.

Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_B = R_A \ell + q \frac{\ell}{2} \frac{3}{4} \ell = 0; \text{ bundan } R_A = -q \frac{3\ell}{8} = -15 \frac{3 \cdot 4}{8} = -22,5 \text{ kN}.$$

$$\sum \text{mom}_A = -R_B \ell - q \frac{\ell}{2} \frac{\ell}{4} = 0; \text{ bundan } R_B = -q \frac{\ell}{8} = -15 \frac{4}{8} = -7,5 \text{ kN}.$$

To'sin reaksiya kuchlari teskari ishora bilan chiqdi, demak, reaksiya kuchlari yo'nalishi noto'g'ri qo'yilgan ekan, ularning yo'nalishini pastga qaratib o'zgartiramiz (1.18-chizmada shtrix chiziqlarda ko'satilgan).

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = -R_A + q \frac{\ell}{2} - R_B = 0; \text{ bundan } -q \frac{3\ell}{8} + q \frac{\ell}{2} - q \frac{\ell}{8} = 0. \quad 0 = 0.$$

Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

d) to'sinning chap tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesimlar uchun ko'ndalang kuch analitik ifodalari (4.2) formulaga asosan tuziladi:

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq \ell/2$ o'zgaradi.

$$Q_y = -R_A(z_1 - 0)^0 + q(z_1 - 0)^1$$

Bunda $R_A = 3q\ell/8$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$Q_y = -q \frac{3\ell}{8} (z_1 - 0)^0 + q(z_1 - 0)^1.$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } Q_y = -q \frac{3\ell}{8} = -15 \frac{3 \cdot 4}{8} = -22,5 \text{ kN}.$$

$$z_1 = \frac{\ell}{2} \text{ bo'lganda } Q_y = -q \frac{\ell}{8} = -15 \frac{4}{8} = -7,5 \text{ kN}.$$

ikkinchi oraliq $(\ell/2) \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$Q_y = -R_A(z_2 - 0)^0 + q \frac{\ell}{2} (z_2 - 0)^0.$$

Bunda $R_A = 3q\ell/8$ ekanligini e'tiborga olsak, u quyidagiga teng bo'ladi:

$$z_2 = \frac{\ell}{2}; z_2 = \ell \text{ bo'lganda } Q_y = -q \frac{3\ell}{8} + q \frac{\ell}{2} = q \frac{\ell}{8} = 15 \frac{4}{8} = 7,5 \text{ kN}.$$

e) to'sinning chap tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesimlar uchun eguvchi moment analitik ifodalari (4.1) formulaga asosan tuziladi:

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq \ell/2$ o'zgaradi.

$$M_x = -R_A(z_1 - 0)^1 + q \frac{(z_1 - 0)^2}{2}.$$

Bunda $R_A = 3q\ell/8$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = -q \frac{3\ell}{8} (z_1 - 0)^1 + q \frac{(z_1 - 0)^2}{2}.$$

Bunda:

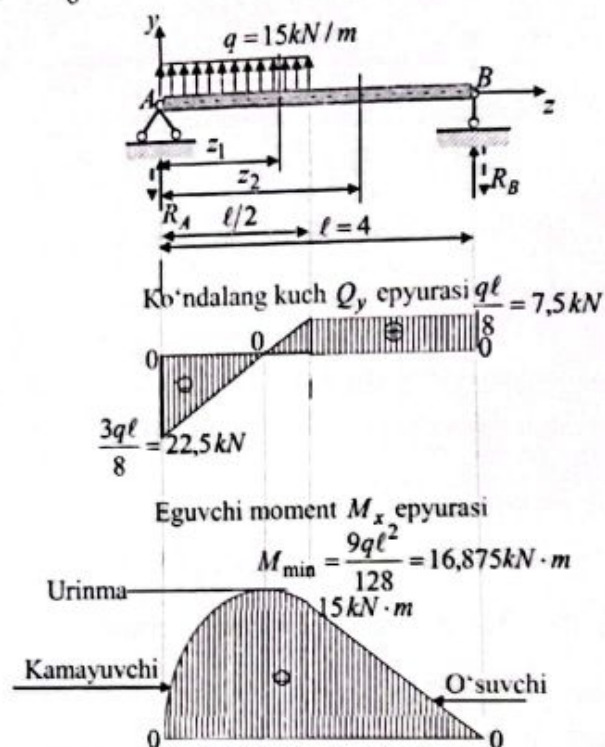
$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } M_x = -q \frac{3\ell}{8} \cdot 0 + q \frac{0^2}{2} = 0;$$

$$z_1 = \frac{\ell}{2} \text{ bo'lganda } M_x = -q \frac{3\ell}{16} \ell + q \frac{\ell^2}{8} = -q \frac{\ell^2}{16} = -15 \frac{4^2}{16} = -15 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

To'sinning birinchi oralig'ida ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib, o'z ishorasini manfiydan musbatga o'zgartirganligi uchun bu nuqtada eguvchi moment minimumga erishadi. Eguvchi moment minimumni aniqlash maqsadida ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta abssissasi, ko'ndalang kuch ifodasini nolga tenglab aniqlanadi.

$0 \leq z_1 \leq \ell/2$ oraliqda ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta abssissasi $z_1 = z_0$ ni, ko'ndalang kuch ifodasini nolga tenglab aniqlaymiz:

$$Q_y = -q \frac{3\ell}{8} + qz_0 = 0; \text{ bundan } -q \frac{3\ell}{8} + qz_0 = 0 \quad z_0 = \frac{3\ell}{8}.$$



1.18-chizma. Tekis taqsimlangan kuchlar ta'siridagi oddiy to'sin

Unda eguvchi moment minimum qiymati birinchi oraliqning $z_1 = z_0 = 3\ell/8$ kesimda quyidagiga teng bo'ladi:

$$M_{\min}(3\ell/8) = -q \frac{3\ell}{8} \frac{3\ell}{8} + q \frac{9\ell^2}{2 \cdot 64} = -q \frac{9\ell^2}{128} = -15 \frac{9 \cdot 4^2}{128} = -16,857 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

ikkinchi oraliq $(\ell/2) \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$M_x = -R_A z_2 + q \frac{\ell}{2} (z_2 - \frac{\ell}{4}).$$

Bunda $R_A = 3q\ell/8$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = -q \frac{3\ell}{8} z_2 + q \frac{\ell}{2} (z_2 - \frac{\ell}{4}).$$

Bunda:

$$z_2 = \frac{\ell}{2} \text{ bo'lganda } M_x = -q \frac{3\ell}{8} \frac{\ell}{2} + q \frac{\ell}{2} (\frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{4}) = -q \frac{\ell^2}{16} = -15 \frac{4^2}{16} = -15 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$z_2 = \ell \text{ bo'lganda } M_x = -q \frac{3\ell}{8} \ell + q \frac{\ell}{2} (\ell - \frac{\ell}{4}) = -q \frac{3\ell^2}{8} + q \frac{3\ell^2}{8} = 0.$$

Bu tenglamalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan. Birinchi oraliqda ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib, o'z ishorasini manfiydan musbatga o'zgartirganligi uchun shu kesimda eguvchi moment minimumga (1.8-chizma) erishishi ko'rsatilgan. Ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib o'z ishorasini manfiydan musbatga o'zgartirganligi uchun shu nuqtada eguvchi moment minimumga (1.18-chizma) erishishi ko'rsatilgan.

Kelgusida to'sinlarni hisoblash masalalarini hal qilishda eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralarni qurish quyidagi tartibda bajarish tavsiya etiladi:

1) to'sin uchun tuzilgan statik muvozanat tenglamalaridan tayanch reaksiya kuchlari aniqlanadi va ularning to'g'ri topilganligi tekshirib ko'riladi;

2) to'singa tegishli oraliqlar aniqlanadi va ular tartib bilan to'sin uzunligi bo'yicha raqamlar orqali belgilanib, o'zgarish chegaralari ko'rsatiladi;

3) har bir oraliqning ixtiyoriy kesimi uchun ko'ndalang kuch va eguvchi momentlar (1.4 paragrafda qabul qilgan ishoralarni e'tiborga olib) analitik ifodalari (4.1), (4.2) formulalar asosida tuziladi;

4) har bir oraliqdagi ko'ndalang kuch va eguvchi moment ifodalari tarkibidagi o'zgaruvchiga oraliq boshidagi va oxiridagi qiymatlar berilib, ko'ndalang kuch va eguvchi momentlarning tegishli qiymatlari aniqlanadi;

5) ko'ndalang kuch epyuralarini qurish uchun to'sin o'qiga parallel bo'lgan sanoq chizig'i (nol chizig'i) olinadi va ko'ndalang kuchning musbat qiymatlarini sanoq chizig'i ustiga, manfiy qiymatlari esa sanoq chizig'i pastki tomoniga perpendikulyar ravishda oraliq boshidagi va oxiridagi aniqlangan qiymatlar biror masshtabda o'lchab qo'yilib, ular chiziqlar bilan tutashtiriladi;

6) eguvchi moment epyuralarini qurish uchun to'sin o'qiga parallel bo'lgan sanoq chizig'i (nol chizig'i) olinadi va to'sinning cho'zilgan

tolalari tomoniga eguvchi momentning musbat qiymatlari, siqilgan tolalari tomoniga manfiy qiymatlari sanoq chizig'iga perpendikulyar ravishda oraliq boshidagi va oxiridagi aniqlangan qiymatlar biror masshtabda o'lchab qo'yilib, ular chiziqlar bilan tutashtiriladi;

7) qurilgan epyuralar sanoq chizig'iga perpendikulyar chiziqlar bilan shtrixlanadi.

Eguvchi moment, ko'ndalang kuch epyuralarini qurishni asosan uch xil usuli mavjud ular quyidagilardir:

1. to'sin oraliqlarining xarakterli nuqtalari (kesimlari)dagi eguvchi moment, ko'ndalang kuch epyuralarini qiymatlari bo'yicha qurish;

2. eguvchi moment, ko'ndalang kuch epyuralarini tenglamalari bo'yicha qurish;

3. ko'ndalang kuch epyurasi yuzasidan foydalanib eguvchi moment epyurasini qurish.

Eguvchi moment, ko'ndalang kuch epyuralarini qurishda Juravskiy teoremlaridan kelib chiqadigan xulosalar 1.7-1.8-§ larda keltirilgan.

1.7-§. Eguvchi moment, ko'ndalang kuch epyuralarini qurish qoidalari

1. Differensial $\frac{dM_x}{dz} = Q_y$ bog'lanishning geometrik ma'nosi shuki, u eguvchi moment epyurasini chegaralovchi egri chiziqqa o'tkazilgan urinma bilan abssissa o'qi orasidagi burchak tangensini ifodalagani uchun noldan katta, ya'ni $Q_y = \operatorname{tg} \alpha > 0$ bo'lgan oraliqda eguvchi moment o'suvchi, aks holda, ya'ni $Q_y = \operatorname{tg} \alpha < 0$ bo'lgan oraliqda eguvchi moment kamayuvchi bo'ladi. Bu qonuniyatlarni 1.15-chizmada keltirilgan to'sin misolida ko'rib chiqamiz.

2. Ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib o'z ishorasini musbatdan manfiyga o'zgartirsa, bu nuqtada eguvchi moment maksimumga (1.17-chizma), aks holda, o'z ishorasini manfiydan musbatga o'zgartirsa eguvchi moment minimumga (1.17-chizma) erishadi. Bu qonuniyatlarni 1.18-chizmada keltirilgan quyidagi to'sin misolida ko'rib chiqamiz.

3. To'sinning qaralayotgan oraliq'ida ko'ndalang kuch $Q_y = 0$ nolga teng bo'lsa, shu oraliqda eguvchi moment $M_x = \text{const}$ o'zgarmas bo'ladi. Bunga misol qilib quyidagi to'sin masalani ko'rib chiqamiz.

4. To'sinning tekis taqsimlangan kuch $\frac{dQ_y}{dz} = q = 0$ qo'yilmagan oraliqlarida, ya'ni ko'ndalang kuch $Q_y = \text{const}$ bo'lgan oraliqlarda ko'ndalang kuch Q_y epyurasi abssissa o'qiga parallel to'g'ri chiziq bilan eguvchi moment M_x epyurasi og'ma to'g'ri chiziq bilan chegaralanadi (1.18-chizmada ikkinchi oraliq). Bunga misol qilib 1.12-chizmada keltirilgan konsolni qaraymiz.

5. To'sinning tekis taqsimlangan kuch $q = \text{const}$ qo'yilgan oraliq'ida ko'ndalang kuch Q_y epyurasi og'ma to'g'ri chiziq bilan, eguvchi moment M_x epyurasi ikkinchi tartibli egri chiziq bilan chegaralanadi (1.17-chizma, 1.18-chizmada birinchi oraliq'ida).

1.8-§. Eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralarini tekshirish qoidalari

1. To'sinning to'plangan kuch qo'yilgan kesimlarida ko'ndalang kuch epyurasini chegaralovchi to'g'ri chiziq uzilib shu kuch yo'nalishi bo'yicha uning miqdoriga sakraydi, eguvchi moment epyurasini chegaralovchi og'ma to'g'ri chiziq sinadi. Bunga misol qilib quyidagi masalani ko'rib chiqamiz.

2. To'sinning chetki sharnirli tayanchlarda ko'ndalang kuch reaksiya kuchiga teng, eguvchi moment esa nolga teng bo'ladi (1.17, 1.18 va 1.15-chizmalar).

3. To'sinning juft kuch qo'yilgan kesimida eguvchi moment epyurasi uzilib shu kuch miqdoriga sakraydi. Bu kesimdagi sakrashning absolyut miqdori tashqi juft kuch m miqdoriga teng bo'ladi. Bunga misol qilib quyidagi to'sin masalani ko'rib chiqamiz.

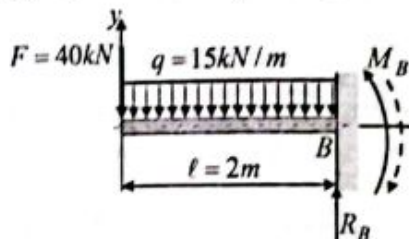
4. To'sin (konsol) erkin uchiga juft kuch qo'yilmagan bo'lsa, eguvchi moment erkin uchida nolga teng (1.12-chizma) bo'ladi. To'sin (konsol) erkin uchiga to'plangan kuch qo'yilmagan bo'lsa, ko'ndalang kuch erkin uchida nolga teng bo'ladi (1.14-chizma qaralsin).

5. Konsolning qistirib mahkamlangan tayanchidagi reaksiya kuchi ko'ndalang kuchga, reaktiv momenti esa eguvchi momentga teng bo'ladi. Bunga misol qilib quyidagi to'sin masalani ko'rib chiqamiz.

1.10-masala. 1.19-chizmada keltirilgan tashqi kuchlar ta'siridagi qistirib mahkamlangan (konsol) to'sin uchun tayanch reaksiya kuchlari aniqlansin.

Yechish. Konsolning qistirib mahkamlangan tayanchidagi reaksiya kuchi yuqoriga va reaktiv moment soat millari harakatiga teskari yo'nalishini 1.19-chizmada ko'rsatilgandek qabul qilamiz. Tayanch reaksiya kuchini aniqlash uchun to'singa ta'sir etayotgan barcha kuchlardan y o'qiga nisbatan olingan proyeksiyalarining algebraik yig'indisini nolga tenglaymiz, ya'ni:

$$\sum Y = -F - q\ell + R_B = 0; \text{ bundan } R_B = F + q\ell = 40 + 15 \cdot 2 = 70 \text{ kN.}$$



1.19-chizma. Tekis taqsimlangan yuk ta'siridagi konsol.

Aniqlangan reaksiya kuchi ishorasi musbat chiqdi, demak bu reaksiya kuchi yo'nalishi to'g'ri tanlaganligini ko'rsatadi.

Qistirib mahkamlangan B tayanchga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlarning algebraik yig'indisini nolga tenglaymiz (R_B reaksiya kuchi B nuqtadan o'tganligi uchun uning yelkasi nolga teng). Unda

$$\sum \text{mom}_B = -F\ell - q\ell(\ell/2) - M_B = 0.$$

Bundan:

$$M_B = -F\ell - q\ell(\ell/2) = -40 \cdot 2 - 15 \cdot 2 \cdot (2/2) = -110 \text{ kNm.}$$

Aniqlangan reaktiv moment ishorasi manfiy bo'lib chiqdi, demak uning yo'nalishi noto'g'ri tanlagan ekan. Chizmada reaktiv moment yo'nalishini to'g'rilab qo'yamiz va keyingi hisob ishlarida reaktiv moment (uzlukli chiziq) yo'nalishi soat millari bo'yicha yo'nalgan deb qaraladi.

Masalalar:

1.10-masala. 1.20-chizmada keltirilgan to'sin uchun tashqi kuchlar ta'siridan reaksiya kuchlari aniqlanib, eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin.

Yechish. 1) tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga qarab yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan foydalanib aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_B = -F_1 \cdot 9 - m + R_A \cdot 8 - F \cdot 5,8 - F \cdot 1,4 - q \cdot 4,4 \cdot 3,6 + q_1 \cdot 1 \cdot 0,5 = 0;$$

$$R_A = \frac{9F_1 + 5,8F + 1,4F + m + 15,84q - 0,5q_1}{8} =$$

$$= \frac{405 + 87 + 21 + 35 + 380,16 - 7}{8} = \frac{921,16}{8} = 115,145 \text{ kN.}$$

$$\sum \text{mom}_A = -F_1 \cdot 1 - m + F \cdot 2,2 + q \cdot 4,4 \cdot 4,4 + F \cdot 6,6 - R_B \cdot 8 + q_1 \cdot 1 \cdot 8,5 = 0;$$

$$R_B = \frac{-F_1 - m + 2,2F + 19,36q + 6,6F + 8,5q_1}{8} =$$

$$= \frac{-45 - 35 + 33 + 464,64 + 99 + 119}{8} = \frac{-635,64}{8} = -79,455 \text{ kN.}$$

Hisob natijalari bo'yicha R_B reaksiya kuchi manfiy ishora bilan chiqdi.

Demak, reaksiya R_B kuchi yo'nalishini noto'g'ri qo'ygan ekanmiz, uning yo'nalishi teskari tomonga (shtrix chiziq bilan ko'rsatilgan) o'zgartiramiz. To'sinni hisoblashda R_B reaksiya kuchi qiymatini musbat deb qaraymiz.

2) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = -F_1 + R_A - F - F - 4,4 \cdot q - 1 \cdot q_1 + R_B = 0.$$

$$-45 + 115,145 - 15 - 15 - 105,6 - 14 + 79,455 = 0 \quad 0 \approx 0.$$

Demak reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

3) to'sin chap (yoki o'ng) uchidan boshlab beshta oraliqqa bo'lamiz. Har bir oraliqlardagi ixtiyoriy kesimlar (z_1, z_2, z_3, z_4, z_5) uchun ko'ndalang kuch va eguvchi momentlar analitik ifodalari tuziladi:

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq 1 \text{ m}$ o'zgaradi.

$$Q_y(z_1) = -F_1, \quad Q_y(0) = -45 \text{ kN}; \quad Q_y(2 \text{ m}) = -45 \text{ kN.}$$

$$M_x(z_1) = -F_1 z_1 - m, \quad M_x(0) = -35 \text{ kNm}; \quad M_x(2 \text{ m}) = -80 \text{ kNm.}$$

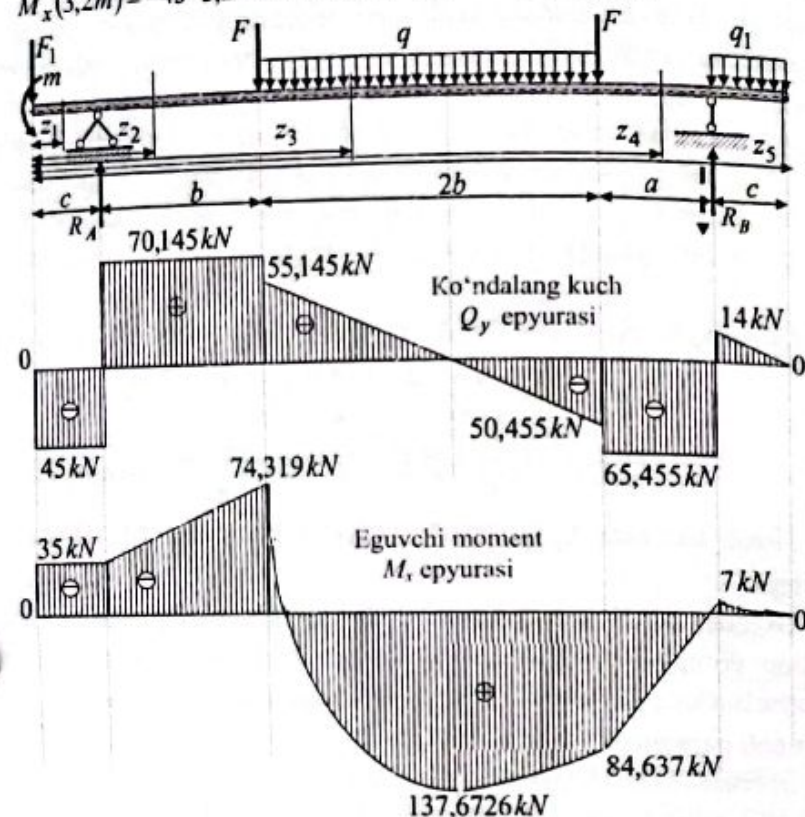
ikkinchi oraliq $1 \leq z_2 \leq 3,2 \text{ m}$ o'zgaradi.

$$Q_y(z_2) = -F_1 + R_A \quad Q_y(1m) = 115,145 - 45 = 70,145;$$

$$Q_y(3,2m) = 115,145 - 45 = 70,145.$$

$$M_x(z_2) = -F_1 z_2 - m + R_A(z_2 - 1) \quad M_x(1) = -45 \cdot 1 - 35 + 0 = -80 \text{ kNm};$$

$$M_x(3,2m) = -45 \cdot 3,2 - 35 + 115,145 \cdot 2,2 = -74,319 \text{ kNm}.$$



1.20-chizma. Ko'ndalang kuch va eguvchi moment epyuralari.

uchinchi oraliq $3,2 \leq z_3 \leq 7,6m$ o'zgaradi.

$$Q_y(z_3) = -F_1 + R_A - F - q(z_3 - 3,2)$$

$$Q_y(3,2m) = 55,145 \text{ kN}; \quad Q_y(7,6m) = -50,455,345 \text{ kN}.$$

$$M_x(z_3) = -F_1 z_3 - m + R_A(z_3 - 1) - F(z_3 - 3,2) - q \frac{(z_3 - 3,2)^2}{2}$$

$$M_x(3,2m) = -45 \cdot 3,2 - 35 + 115,145 \cdot 2,2 = 74,319 \text{ kNm};$$

$$M_x(7,6m) = -45 \cdot 7,6 - 35 + 115,145 \cdot 6,6 - 15 \cdot 4,4 - 24 \cdot 9,68 = 84,637 \text{ kNm}.$$

to'rtinchi oraliq $7,6 \leq z_4 \leq 9m$ o'zgaradi.

$$Q_y(z_4) = -F_1 + R_A - F - q \cdot 4,4 - F.$$

$$Q_y(4m) = -65,455 \text{ kN}; \quad Q_y(6m) = -65,455 \text{ kN}.$$

$$M_x(z_4) = -F_1 z_4 - m + R_A(z_4 - 1) + F(z_4 - 3,2) - q \cdot 4,4(z_4 - 5,4) - F(z_4 - 7,6)$$

$$M_x(7,6m) = -45 \cdot 7,6 - 35 + 115,145 \cdot 6,6 - 15 \cdot 4,4 - 24 \cdot 4,4 \cdot 2,2 = 84,637 \text{ kNm};$$

$$M_x(9m) = -45 \cdot 9 - 35 + 115,145 \cdot 8 - 15 \cdot 5,8 - 15 \cdot 1,4 - 24 \cdot 4,4 \cdot 3,6 = -7 \text{ kNm}.$$

beshinchi oraliq $9 \leq z_5 \leq 10m$ o'zgaradi.

$$Q_y(z_5) = -F_1 + R_A - F - q \cdot 4,4 - F + R_B.$$

$$Q_y(4m) = -79,455 \text{ kN}; \quad Q_y(6m) = -79,455 \text{ kN}.$$

$$M_x(z_5) = -F_1 z_5 - m + R_A(z_5 - 1) + F(z_5 - 3,2) - q \cdot 4,4(z_5 - 5,4) -$$

$$-F(z_5 - 7,6) - q_1 \frac{(z_5 - 9)^2}{2}.$$

$$M_x(7,6m) = -45 \cdot 9 - 35 + 115,145 \cdot 8 - 15 \cdot 5,8 - 15 \cdot 1,4 - 24 \cdot 4,4 \cdot 3,6 = -7 \text{ kNm};$$

$$M_x(9m) = -45 \cdot 10 - 35 + 115,145 \cdot 9 - 15 \cdot 6,8 - 15 \cdot 1,4 - 24 \cdot 4,4 \cdot 4,4 -$$

$$-14 \cdot 0,5 = 0 \text{ kNm}.$$

Beshinchi oraliqda ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib o'z ishorasini manfiydan musbatga o'zgartirganligi uchun bu nuqtada eguvchi moment minimumga erishadi. Eguvchi moment minimum qiymatini aniqlash maqsadida ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta absissasi, ko'ndalang kuch ifodasini nolga tenglab aniqlanadi:

$$Q_y(z_3) = -F_1 + R_A - F - q(z_0 - 3,2) = 0.$$

$$-45 + 115,145 - 15 + 24 \cdot 3,2 - 24 z_0 = 0;$$

$$z_0 = \frac{131,945}{24} = 5,4977m.$$

Bu kesimdagi eguvchi momentning maksimal qiymatini, shu kesimdagi eguvchi moment ifodasidan aniqlaymiz:

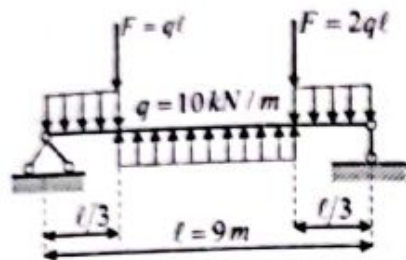
$$M_x(z_0) = -F_1 z_0 - m + R_A(z_0 - 1) - F(z_0 - 3,2) - q \frac{(z_0 - 3,2)^2}{2}$$

$$M_x(5,4977m) = -45 \cdot 5,4977 - 35 + 115,145 \cdot 4,4977 - 15 \cdot 2,2977 -$$

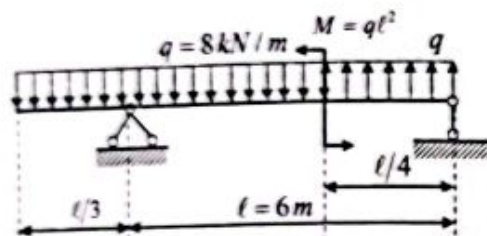
$$-24 \cdot 2,6397 = 167,6726 \text{ kNm}.$$

Bu ifodalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurib (1.20-chizma) ko'rsatilgan.

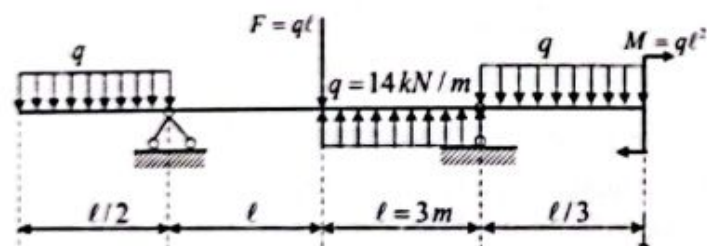
1.11-masala. 2.21-27-chizmalarda keltirilgan, tashqi kuchlar ta'siridagi to'sin uchun reaksiya kuchlari aniqlanib, eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin.



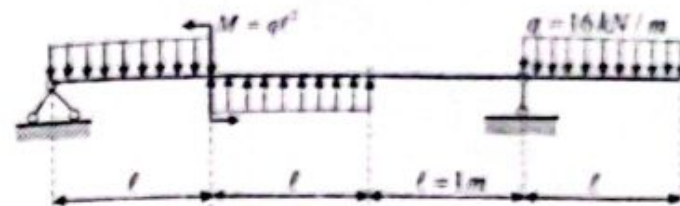
1.21-chizma. Tekis taqsimlangan yuk va to'plangan kuchlar bilan yuklangan oddiy to'sin.



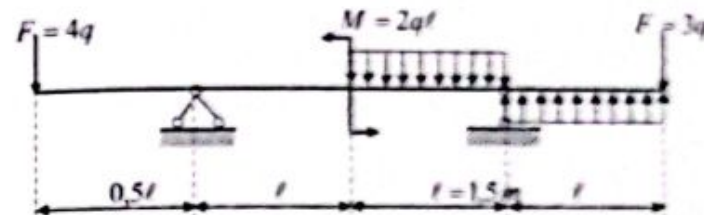
1.22-chizma. Tekis taqsimlangan yuk va juft kuchlar bilan yuklangan konsolli to'sin.



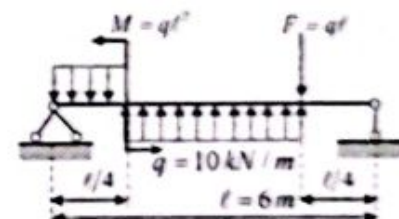
2.23-chizma. Tekis taqsimlangan yuk, to'plangan kuch va juft kuchlar bilan yuklangan konsolli to'sin.



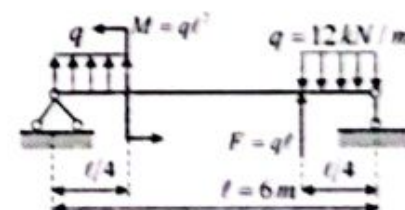
2.24-chizma. Tekis taqsimlangan yuk va juft kuchlar bilan yuklangan konsolli to'sin.



2.25-chizma. To'plangan kuch va juft kuchlar bilan yuklangan konsolli to'sin.



2.26-chizma. Tekis taqsimlangan yuk, to'plangan kuch va juft kuchlar bilan yuklangan oddiy to'sin.



2.27-chizma. Tekis taqsimlangan yuk, to'plangan kuch va juft kuchlar bilan yuklangan oddiy to'sin.

Tayanch iboralar

To'g'ri o'qli bruslar, tekis egilish, markaziy cho'zilish, markaziy siqilish va buralish, GOST, ko'ndalang kesim og'irlik markazlari, vertikal yo'nalishda ko'chish, ko'ndalang kesimlar biri biriga nisbatan og'adi, egri chiziq, egilishni o'rganish murakkab masala, eguvchi moment, to'sinlar, tashqi kuchlar, to'sin tayanchlari, mahkamlanish usullari, qiyshiq egilish, simmetriya tekisligi, tekis ko'ndalang egilish, sof egilish, tayanch turlari, tayanch bog'lanishlar, erkinlik darajasi, geometrik o'zgaras, sharnirli qo'zg'aluvchan tayanch, sharnirli qo'zg'almas tayanch, chiziqli ko'chishlar, vertikal, gorizontaal chiziqli ko'chish, reaktiv moment, qistirib mahkamlangan tayanch, ko'p oraliqli to'sin, oraliq sharnirli to'sin, statik aniq to'sin, statik aniqmas to'sin, muvozanat tenglamalar, noma'lumlar, oddiy to'sin, reaksiya kuchlar yo'nalishlari ixtiyoriy olinadi, reaksiya kuch manfiy ishora, teskari tomonga, tekis tarqalgan, intensivlik, vertikal, ichki kuchlar, teng ta'sir etuvchilari, kesish usuli, ichki kuch omillari, chap yoki o'ng qismi muvozanati, bosh vektor, bosh moment, teng ta'sir etuvchilar, bo'ylama va ko'ndalang kuch, eguvchi moment, cho'zuvchi, musbat, manfiy, soat millari.

Test savollari

1. To'sin - deb qanday brusga aytiladi?

buralishga qarshilik ko'rsatuvchi;
egilishga qarshilik ko'rsatuvchi;
cho'zilishga va siqilishga qarshilik ko'rsatuvchi;
siljishga qarshilik ko'rsatuvchi;

2. Tekis ko'ndalang egilish - deb qanday egilishga aytiladi?

to'sinning o'qiga tik yo'nalgan va uning birorta ham simmetriya tekisligida yotmagan tashqi yuklar ta'sirida egilishiga;
to'sin ko'ndalang kesimlarida burovchi moment bilan ko'ndalang kuch hosil bo'lib, bo'ylama kuch nolga teng bo'lgan egilishga;
to'sinning o'qiga tik yo'nalgan va uning birorta simmetriya tekisligida yotgan tashqi yuklar ta'siridan egilishiga;
to'sinning ko'ndalang kesimlarida ko'ndalang kuch nolga teng bo'lib, faqat o'zgaras miqdorli eguvchi moment hosil bo'lgan egilishiga;

3. Sof egilish - deb qanday egilishga aytiladi?

to'sinning ko'ndalang kesimlarida ichki zo'riqish kuch omili ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan va faqat o'zgaras miqdorli eguvchi moment hosil bo'lgan egilishiga;
to'sinning o'qiga tik yo'nalgan va uning birorta ham simmetriya tekisligida yotmagan tashqi yuklar ta'sirida egilishiga;
to'sin ko'ndalang kesimlarida eguvchi moment bilan ko'ndalang kuch hosil bo'lib, bo'ylama kuch nolga teng bo'lgan egilishga;
to'sinning birorta simmetriya tekisligida yotgan tashqi yuklar ta'siridan egilishiga;

4. Qanday tayanch turlarini bilasiz?

oraliq sharnirli, qistirib mahkamlangan, bog'lanishli, sharnirli-qo'zg'aluvchi;
qistirib mahkamlanmagan, sharnirli-qo'zg'aluvchi, sharnirli-qo'zg'almas;
oddiy mahkamlangan, sharnirli-qo'zg'algan, sharnirli-qo'zg'almas;
sharnirli-qo'zg'aluvchan, sharnirli qo'zg'almas, qistirib mahkamlangan;

5. Sharnirli-qo'zg'aluvchan tayanchda qanday reaksiya kuchi hosil bo'ladi?

- faqat bitta gorizontall reaksiya;
- faqat vertikal va gorizontall reaksiya;
- faqat bitta reaktiv moment;
- faqat bitta vertikal reaksiya;

6. Sharnirli-qo'zg'almas tayanchda qanday reaksiya kuchlari hosil bo'ladi?

- faqat vertikal va gorizontall reaksiya;
- faqat bitta vertikal reaksiya;
- faqat bitta gorizontall reaksiya;
- faqat bitta reaktiv moment;

7. Qo'zg'almas tayanchda qanday reaksiya kuchlari hosil bo'ladi?

- faqat vertikal va gorizontall reaksiya;
- faqat bitta reaktiv moment hamda vertikal va gorizontall reaksiya;
- faqat bitta gorizontall reaksiya;
- faqat bitta reaktiv moment;

8. Tekislikda to'sinlarning erkinlik darajasi nechta;

- 4 ta;
- 5 ta;
- 3 ta;
- 6 ta;

9. Sharnirli-qo'zg'aluvchan tayanchning qaysi yo'nalishi bo'yicha ko'chish nolg teng bo'ladi?

- tayanch bog'lovchi bo'ylab;
- tayanch bog'lovchi perpendikulyari bo'ylab;
- tayanch bog'lovchiga 45^0 gradus burchak bo'ylab;
- vertikal va gorizontall tayanch bog'lovchilari bo'ylab;

10. Sharnirli-qo'zg'almas tayanchning qaysi yo'nalishi bo'yicha ko'chish nolg teng bo'ladi?

- tayanch bog'lovchi bo'ylab;
- tayanch bog'lovchi perpendikulyari bo'ylab;
- vertikal va gorizontall tayanch bog'lovchilari bo'ylab;
- tayanch bog'lovchiga 45^0 gradus burchak bo'ylab;

11. Qo'zg'almas tayanchda qaysi yo'nalish bo'yicha ko'chish nolg teng bo'ladi?

- vertikal va gorizontall tayanch bog'lovchilari bo'ylab;
- tayanch bog'lovchi perpendikulyari bo'ylab;
- vertikal va gorizontall tayanch bog'lovchiga 90 gradus bo'ylab;
- tayanch bog'lovchiga 60 gradus burchak bo'ylab;

12. Sharnirli-qo'zg'aluvchan tayanch to'sinning qanday harakatiga qarshilik ko'rsatmaydi?

- sharnir atrofida aylanishiga va tayanch bog'lovchiga perpendikulyar ravishdagi;
- sharnir atrofida aylanishiga;
- sharnir atrofida aylanishiga va tayanch bog'lovchiga parallel hamda perpendikulyar ravishdagi;
- sharnir atrofida aylanishiga va tayanch bog'lovchiga og'ma ravishdagi;

13. Sharnirli-qo'zg'almas tayanchda to'sinning qanday harakatiga qarshilik ko'rsatmaydi?

- sharnir atrofida aylanishiga va tayanch bog'lovchiga parallel hamda perpendikulyar ravishdagi;
- sharnir atrofida aylanishiga;
- sharnir atrofida aylanishiga va tayanch bog'lovchiga og'ma ravishdagi;
- sharnir atrofida aylanishiga va tayanch bog'lovchiga perpendikulyar ravishdagi;

14. Qistirib mahkamlangan tayanch to'sinning qanday harakatiga qarshilik ko'rsatmaydi?

- barcha yo'nalishlar bo'yicha harakatiga qarshilik ko'rsatadi;
- sharnir atrofida aylanishiga va tayanch bog'lovchiga parallel hamda perpendikulyar ravishdagi;
- sharnir atrofida aylanishiga va tayanch bog'lovchiga og'ma ravishdagi;
- sharnir atrofida aylanishiga va tayanch bog'lovchiga perpendikulyar ravishdagi;

15. To'sin geometrik o'zgaras bo'lishi uchun, uning tayanch reaksiya kuchlari tashkil etuvchilari soni bilan tayanch bog'lanishlar soni orasida qanday bog'lanish bo'lishi lozim?

tayanch reaksiya kuchlari tashkil etuvchilari soni, tayanch bog'lanishlar soni kam bo'lishi;

tayanch reaksiya kuchlari tashkil etuvchilari soni, tayanch bog'lanishlar sonidan kamroq bo'lishi;

tayanch reaksiya kuchlari tashkil etuvchilari soni, tayanch bog'lanishlar sonidan katta bo'lishi;

tayanch reaksiya kuchlari tashkil etuvchilari soniga, tayanch bog'lanishlar soniga teng bo'lishi;

16. Bir uchi bilan qistirib mahkamlangan to'sin geometrik o'zgaruvchi sistemami?

geometrik o'zgaruvchi;

geometrik o'suvchi;

geometrik o'zgaras;

geometrik kamayuvchi;

17. Bitta sharnirli qo'zg'almas va sharnirli qo'zg'aluvchi tayanch bilan (oddiy to'sin) hosil qilingan to'sin geometrik o'zgaruvchi sistemami?

geometrik o'zgaruvchi;

geometrik o'suvchi;

geometrik kamayuvchi;

geometrik o'zgaras;

18. To'sinning uchta tayanch bog'lanishlari bir-biriga parallel bo'lganda hosil qilingan sistema geometrik o'zgaras sistemami?

geometrik o'suvchi;

geometrik o'zgaruvchi;

geometrik kamayuvchi;

geometrik o'zgaras;

19. To'sinning uchta tayanch bog'lanishlari bitta (misol uchun 0) nuqtada kesishganda hosil qilingan sistema geometrik o'zgaras sistemami?

geometrik o'suvchi;

geometrik o'zgaras;

geometrik o'zgaruvchi;

geometrik kamayuvchi;

20. Qanday to'sinlarga statik aniqmas to'sinlar deb ataladi.

tayanch reaksiyalari soni statika muvozanat tenglamalari soniga teng bo'lsa;

tayanch reaksiyalari soni statika muvozanat tenglamalari sonidan kam bo'lsa;

tayanch reaksiyalari soni statika muvozanat tenglamalari sonidan kam va teng

bo'lsa;

tayanch reaksiyalari soni statika muvozanat tenglamalari sonidan ortiq bo'lsa;

21. Statikaning muvozanat tenglamalari tekislikda nechta?

4 ta;

5 ta;

3 ta;

6 ta;

22. Statikaning muvozanat tenglamalari tekislikda necha xil variantda ifodalanadi?

1 ta;

2 ta;

6 ta;

3 ta;

23. Statikaning muvozanat tenglamalari keltirilgan qaysi javobda to'g'ri ifodalangan?

bir-biriga parallel bo'lmagan ikkita ixtiyoriy o'qlarga nisbatan barcha kuchlar proyeksiyalari algebraik yig'indisi va tekislikdagi istalgan 0 nuqtaga kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi nolga teng;

bitta to'g'ri chiziqda yotgan istalgan uchta nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi nolga teng;

tenglamalarning har biridagi noma'lumlar soni bittadan ortiq bo'lmasa;

0z o'q AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan;

24. Keltirilgan qaysi javobda to'sin uchun statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish to'g'ri ifodalangan?

tenglamalarning har biridagi noma'lumlar soni bittadan ortiq bo'lmasa;

ixtiyoriy o'qqa nisbatan barcha kuchlar proyeksiyalari algebraik yig'indisi va tekislikdagi istalgan ikkita nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi nolga teng;

to'sinning yuqori tolalari siqilib pastki tolalari cho'zilganda;

$0z$ o'q AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lmaganda;

25. Statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish keltirilgan qaysi javobda to'g'ri ifodalangan?

to'sinning yuqori tolalari siqilib pastki tolalari cho'zilgan;

$0z$ o'q AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lganda;

tenglamalarning har biridagi noma'lumlar soni ikkitadan ortiq bo'lmasa;

bitta to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi nolga teng;

26. To'sinlar tayanch reaksiyalarini topish soddaroq bo'lishi uchun statika muvozanat tenglamalarini qanday tuzish maqsadga muvofiq?

$0z$ o'q AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lganda;

tenglamalarning har biridagi noma'lumlar soni bittadan ortiq bo'lmasa;

tenglamalarning har biridagi noma'lumlar soni ikkitadan ortiq bo'lmasa;

to'sinning yuqori tolalari siqilib pastki tolalari cho'zilganda;

27. $\sum z = 0$; $\sum y = 0$; $\sum m_0 = 0$ statikaning muvozanat tenglamalaridan qanday holda foydalanish maqsadga muvofiq?

bir-biriga parallel bo'lmagan ikkita ixtiyoriy o'qlarga nisbatan barcha kuchlar proyeksiyalari algebraik yig'indisi va istalgan 0 nuqtaga nisbatan momentlar algebraik yig'indisi nolga teng bo'lganda;

$0z$ o'q AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lganda;

bitta to'g'ri chiziqda yotmagan istalgan uchta nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi nolga teng bo'lganda;

tenglamalarning har biridagi noma'lumlar soni bittadan ortiq bo'lmasa;

28. $\sum m_A = 0$; $\sum m_B = 0$; $\sum z = 0$ statikaning muvozanat tenglamalaridan qanday holda foydalanish maqsadga muvofiq?

bir-biriga parallel bo'lmagan ikkita ixtiyoriy o'qlarga nisbatan barcha kuchlar proyeksiyalari algebraik yig'indisi va istalgan 0 nuqtaga nisbatan momentlar algebraik yig'indisi nolga teng;

$0z$ o'q AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lmagan;

bitta to'g'ri chiziqda yotmagan istalgan uchta nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi nolga teng; tenglamalarning har biridagi noma'lumlar soni bittadan ortiq bo'lmasa;

29. $\sum m_A = 0$; $\sum m_B = 0$; $\sum m_D = 0$ statikaning muvozanat tenglamalaridan qanday holda foydalanish maqsadga muvofiq?

$0z$ o'q AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lmagan;

bitta to'g'ri chiziqda yotmagan istalgan uchta nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi nolga teng;

bir-biriga parallel bo'lmagan ikkita ixtiyoriy o'qlarga nisbatan barcha kuchlar proyeksiyalari algebraik yig'indisi va istalgan 0 nuqtaga nisbatan momentlar algebraik yig'indisi nolga teng;

tenglamalarning har biridagi noma'lumlar soni bittadan ortiq bo'lmasa;

30. To'sin o'z o'qiga perpendikulyar yuklar bilan yuklangan bo'lsa, gorizontal reaksiya kuchi qanday qiymatni qabul qiladi?

maksimumga teng;

minimumga teng;

nolga teng;

ekstremumga teng;

II BOB

EGILGAN TO'SINLARNING KUCHLANISHLARINI ANIQLASH

2.1-§. Sof egilish. Normal kuchlanishlarni aniqlash

To'sinlar egilishini o'rganishda quyidagi cheklanishlar qabul qilinadi:

- a) to'sin o'qi, ya'ni to'sin uzunligi bo'yicha barcha ko'ndalang kesim og'irlik markazlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq, deformatsiyagacha to'sin to'g'ri chizig'ini tasvirlaydi deb qaraladi;
- b) to'singa ta'sir etuvchi barcha tashqi kuchlar, to'sin o'qidan o'tuvchi bitta tekislikda yotadi deb qaraladi;
- d) to'sin ko'ndalang kesimlari tashqi kuchlar yotgan tekislikka nisbatan simmetrik deb qaraladi;
- e) to'sin materiali Guk qonuniga bo'ysunadi, elastiklik moduli cho'zilish va siqilishda bir xil deb qaraladi;
- g) to'sin o'lchamlari orasidagi munosabat shunday bo'lishi kerakki, u buralmasin va qiyshaymasin, tekis egilish sharoitida ishlaydi deb qaraladi.

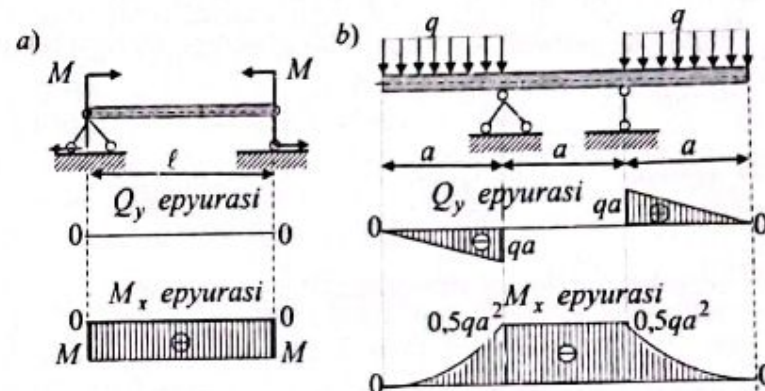
To'sinning ushbu cheklanishlar asosida egilishi tekis egilish deb atalishi va uning barcha ko'ndalang kesimlarida ko'ndalang kuch Q bilan eguvchi moment M_x hosil bo'lishi ma'lum.

Tajribalarning ko'rsatishicha, ensiz to'sinlar egilishida tekis shaklini tezgina o'zgartirib, ustivorligini yo'qotadi (buralish natijasida). To'sin to'g'ri burchakli kesimi balandligining ravog'iga bo'lgan nisbati $\frac{h}{\ell} > \frac{1}{5}$ bo'lsa, u to'sin sifatida emas, balki plastinka sifatida ishlaydi va unda hisoblash shartlari butunlay o'zgarib ketadi.

To'sinning egilishida ko'ndalang kesim yuzasi bo'yicha kuchlanishlarning taqsimlanish qonunini o'rganamiz va o'ta kuchlangan qismlarini aniqlaymiz.

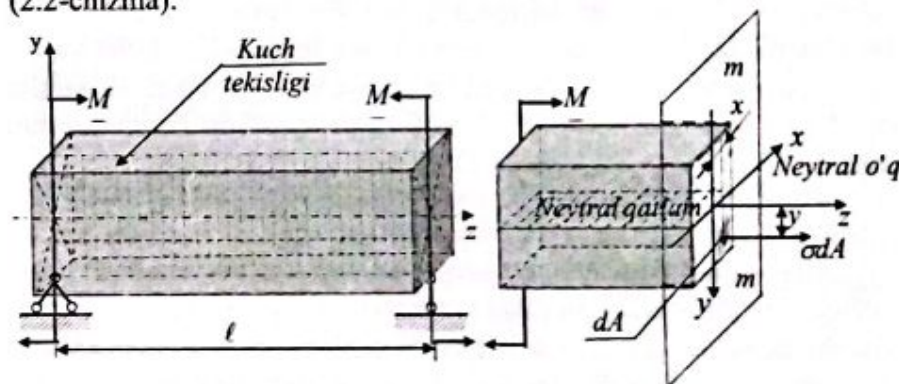
To'sin egilishini tadqiq qilishni ko'ndalang kuch nolga teng, eguvchi moment o'zgarmas bo'lgan eng sodda egilish, sof egilishdan boshlaymiz (2.1-chizma). Bunda to'sinning xususiy og'irligini e'tiborga olmaymiz. Sof egilish to'sinning ikki uchiga bir-biriga

qarama-qarshi yo'nalgan juft kuchlar ta'sir etganda (2.1,a-chizma) yoki 2.1,b-chizmada keltirilgandek, egilgan to'sinning ikkinchi oralig'ida ro'y beradi. 2.1,b-chizmada keltirilgan to'sin tayanchlaridan bir xil uzoqlikda joylashgan to'plangan kuch ta'siridagi to'sinning birinchi va uchinchi oralqlarida ko'ndalang to'g'ri egilish ro'y beradi, ikkinchi oralig'i esa sof egilish holatida bo'ladi.



2.1-chizma. Sof egilishdagi to'sinlar.

Materiallar qarshiligida masalalarni echishning umumiy tartibiga asosan to'sin egilishi masalasining statik tomonini qaraymiz. To'sinni koordinata boshidan z masofada kesib, ikki qismga ajratamiz va olib qolingan qism uchun quyidagi muvozanat tenglamalarini tuzamiz (2.2-chizma):



2.2-chizma. To'sindan kesib olingan chap qismi.

$$\begin{aligned}\sum x &= 0, & \sum M_x &= 0, \\ \sum y &= 0, & \sum M_y &= 0, \\ \sum z &= 0, & \sum M_z &= 0.\end{aligned}\quad (2.1)$$

Ushbu statika muvozanat tenglamalarining birinchisi va ikkinchisi $\sum x = 0$; $\sum y = 0$; ayniyat ravishda nolga aylanadi, chunki ko'ndalang kesimdagi σdA kuch $0x$ va $0y$ o'qlariga tik yo'nalgan.

Muvozanat tenglamalarining uchinchisidan quyidagi tenglikni yozamiz:

$$\sum z = 0; \text{ yoki } N = \int_A \sigma dA = 0. \quad (2.2)$$

Muvozanat tenglamalarining to'rtinchisi quyidagicha yoziladi:

$$\sum M_x = 0; \text{ yoki } M_x = \int_A (\sigma dA)y. \quad (2.3)$$

Muvozanat tenglamalarining beshinchisi quyidagicha yoziladi:

$$\sum M_y = 0; \text{ yoki } \int_A (\sigma dA)x = 0. \quad (2.4)$$

Statika muvozanat tenglamalarining oltinchisi $\sum M_z = 0$ ayniyat ravishda nolga aylanadi, chunki ko'ndalang kesimdagi $\sigma \cdot dA$ kuch $0z$ o'qiga parallel yo'nalgan.

Demak, (2.2-2.4) ifodalardan ko'rinadiki, sof egilishda to'sinning ko'ndalang kesimi bo'yicha ichki kuchlarning taqsimlanish qonunini bilish uchun statikaning muvozanat tenglamalari yetarli emas ekan.

Shuning uchun ham masalaning geometrik tomonini qaraymiz. Shu maqsadda quyidagi tajribani o'tkazamiz, ya'ni materiali rezina bo'lgan to'sin yon sirtiga bo'ylama va ko'ndalang chiziqlar chizamiz (2.3,a-chizma). To'sinning egilish jarayonida bo'ylama chiziqlar egilib, ko'ndalang chiziqlar esa to'g'riligicha qolib, bir-biriga nisbatan og'ishini ko'ramiz (2.3,b-chizma).

To'sin tolalarining egilishini yuqorigi va pastki chetki tolalaridan boshlab kuzatsak, unda eng chetki yuqorigi tolalari kuchli siqilganligini undan pastki tolalarining siqilishi sekin-asta kamaya borishini va birorta balandlikda hatto cho'zilishga o'tishini ko'ramiz. Bu cho'zilish jarayoni asta-sekin pastki tolalarda ortib boradi va pastki eng chetki tolasida maksimumga erishadi. Egilgan to'sinning siqilgan va cho'zilgan tolalari orasida shunday bir qatlam borki, bu qatlamdagi tolalar egilganda uzunligini o'zgartirmaydi. Bunday qatlamdagi

tolalar *neytral tolalar* deb yuritiladi (2.3,b-chizma). Neytral qatlam bilan to'sin ko'ndalang kesim tekisligining kesishgan chizig'iga *neytral o'q* deb ataladi. To'sin egilganda har bir ko'ndalang kesim neytral o'q atrofida aylanadi. Demak, to'sin egilganda uning tolalari turlicha deformatsiyalanadi, ya'ni neytral qatlamdan eng uzoqda yotgan tolalarining deformatsiyasi ekstremal qiymatlariga erishadi. Bu tajriba natijalari quyidagi farazlarni qabul qilishga asos bo'ladi:

a) to'sinning deformatsiyagacha tekis bo'lgan ko'ndalang kesimlari yuzasi deformatsiyadan keyin ham tekisligicha qoladi va bir-biriga nisbatan og'adi;

b) to'sinning bo'ylama tolalari bir-biriga bosim ko'rsatmaydi va bundan kelib chiqadiki, normal kuchlanishlar ta'sirida oddiy cho'zilish yoki siqilish ro'y beradi;

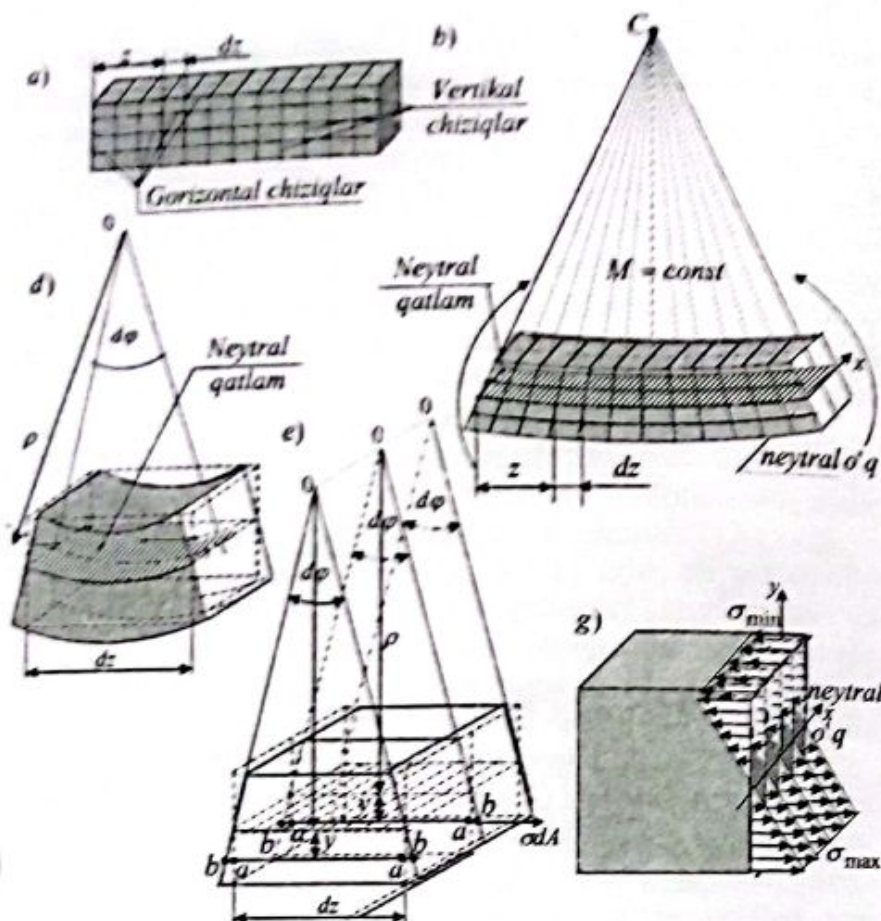
d) to'sin tolalarining deformatsiyasi kesim eni bo'yicha joylashgan o'rniga bog'liq emas, shuning uchun ham normal kuchlanish to'sin ko'ndalang kesimi balandligi bo'yicha o'zgaruvchan bo'lib, eni bo'yicha bir xil qiymatga ega bo'ladi;

e) to'sin ko'ndalang kesimining siqilgan qatlamlari tomoni kengayib, cho'zilgan qatlamlari tomoni qisqaradi.

To'sin egilgandan keyin, uzunligi dz ga teng bo'lgan element deformatsiyasini qaraymiz (2.3,d-chizma). Elementning qo'shni kesimlari neytral o'q atrofida $d\varphi$ burchakga aylanadi. Neytral tolaning egrilik radiusini ρ bilan belgilaymiz va tadqiqot ishlarini olib borish oson bo'lishi uchun tolalar deformatsiyalansa ham, shartli ravishda 2.3,e-chizmada keltirilganidek, to'g'riligicha qoladi deb qaraymiz. Qaralayotgan elementning yuqorigi tolalari siqilib pastki tolalari cho'ziladi. To'sin ko'ndalang kesimidagi tolaning bo'ylama cho'zilish deformatsiyasi quyidagiga teng ekanligi 2.3,e-chizmadan ko'rinib turibdi:

$$bb - aa = \Delta dz = y d\varphi; \quad aa = dz = \rho d\varphi. \quad (2.5)$$

$$\epsilon = \frac{bb - aa}{aa} = \frac{\Delta dz}{dz} = \frac{y d\varphi}{\rho d\varphi} = \frac{y}{\rho}. \quad (2.6)$$



2.3-chizma. To'sinning egilish jarayonidagi va keyingi holati.

Guk qonunidan foydalanib, yuqorida qabul qilingan farazlar asosida normal kuchlanish ifodasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\sigma = E\varepsilon = y \frac{E}{\rho} \quad (2.7)$$

Normal σ kuchlanish qiymatini (2.2) formulaga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\int_A \frac{E}{\rho} y dA = 0 \quad (2.8)$$

Bu integral ostida $\frac{E}{\rho}$ qiymat o'zgarmas va nolga teng bo'lmaganligi sababli uni integraldan chiqarib, hosil bo'lgan integral tenglamani har ikkala qismini $\frac{E}{\rho}$ ga bo'lib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\int_A y dA = 0 \quad (2.9)$$

Ushbu tenglikning chap tomonidagi integral, to'sin ko'ndalang kesimining neytral o'qqa nisbatan statik momentini ifodalaydi. Statik moment nolga tengligi sababli neytral o'qi ko'ndalang kesimining og'irlik markazidan o'tadi.

Normal σ kuchlanish qiymatini (2.3) formulaga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$M_x = \int_A \left(y \frac{E}{\rho} \right) y dA = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA \quad (2.10)$$

Eguvchi moment ifodasidagi integral x o'qiga nisbatan ko'ndalang kesimning inersiya momentini ifodalaydi, ya'ni:

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad (2.11)$$

Shuning uchun ham eguvchi moment ifodasini quyidagicha yozish mumkin:

$$M_x = \frac{EI_x}{\rho} \quad (2.12)$$

Eguvchi moment ifodasidan neytral qatlamning egriligini aniqlab olamiz:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x} \quad (2.13)$$

Neytral qatlamning egrilik ifodasi (2.13)ni kuchlanish ifodasi (2.7)ga qo'yib, sof egilishdagi normal kuchlanishni quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y \quad (2.14)$$

Shunday qilib, ko'ndalang kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi normal kuchlanish eguvchi momenti qiymatiga hamda shu nuqtadan neytral o'qqacha bo'lgan masofaga to'g'ri proporsional va kesimning neytral o'qqa nisbatan olingan inersiya momentiga teskari proporsional ekan.

Demak, (2.14) formuladan ko'rinadiki, sof egilishda normal kuchlanish to'sin ko'ndalang kesim balandligi bo'yicha chiziqli qonun asosida o'zgarishi va neytral o'qdan bir xil uzoqlikda turgan tolalarda normal kuchlanishlar teng bo'lar ekan.

To'sin egilganda unig xavfli ko'ndalang kesmida siquvchi yoki cho'zuvchi maksimal normal kuchlanish, kesim neytral o'qidan eng uzoqda joylashgan $y = y_{\max}$ tolalarida hosil bo'ladi, ya'ni:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{I_x} y_{\max}. \quad (2.15)$$

Bu formuladagi $\frac{I_x}{y_{\max}}$ ifoda ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbat qarshilik momentini ifodalaydi, ya'ni:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}. \quad (2.16)$$

Unda maksimal normal kuchlanish ifodasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{W_x}. \quad (2.17)$$

Ko'ndalang kesimi turli shakldagi yuzalarning x va y koordinata o'qlariga nisbatan qarshilik momentlarini keltiramiz.

1. Balandligi h va eni b bo'lgan to'g'ri to'rtburchakning markaziy o'qiga nisbatan inersiya momenti $I_x = \frac{bh^3}{12}$ ga tengligi ma'lum. Unda to'g'ri to'rtburchak kesimning markaziy o'qlariga nisbatan qarshilik momentlari quyidagiga teng bo'ladi:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{bh^3}{12} : \frac{h}{2} = \frac{bh^2}{6}; \text{ va } W_y = \frac{b^2h}{6}. \quad (2.18)$$

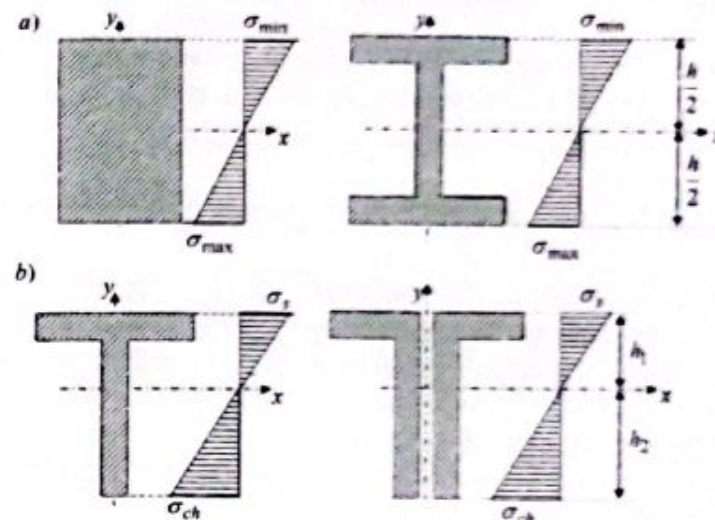
2. Tomonlari teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchak, ya'ni $h = b = a$ bo'lgandagi kvadrat kesimning markaziy o'qlariga nisbatan qarshilik momentlari quyidagiga teng bo'ladi:

$$W_x = W_y = \frac{a^3}{6}.$$

3. Doiraning inersiya momenti $I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64}$ ga tengligi ma'lum.

Unda doira kesimning markaziy o'qlariga nisbatan qarshilik momentlari quyidagiga teng bo'ladi:

$$W_x = W_y = \frac{\pi d^4}{64} : \frac{d}{2} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0.1d^3. \quad (2.19)$$



2.4-chizma. Turli shakldagi ko'ndalang kesimlarda normal kuchlanish epyuralari.

4. Halqaning ichki diametri d va tashqi diametri D bo'lsa, unda halqa kesimining markaziy o'qlariga nisbatan qarshilik momentlari quyidagiga teng bo'ladi:

$$W_x = W_y = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{\pi D^3(1 - c^4)}{32} \approx 0.1D^3(1 - c^4) \quad (2.20)$$

Bunda $c = \frac{d}{D}$ nisbatni ifodalaydi.

To'sinlarning neytral o'qqa simmetrik bo'lgan turli shakldagi kesimlari balandligi bo'yicha normal kuchlanishning taqsimlanishi qonunini ko'rsatuvchi epyura 2.4,a-chizmada, nosimmetrik kesimlar uchun esa 2.4,b-chizmada keltirilgan.

Normal σ kuchlanish qiymati (2.7)ni (2.4) formulaga olib kelib qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{E}{\rho} \int_A xy dA = 0. \quad (2.21)$$

Egilishda (2.21) tenglikdagi egrilik $\frac{1}{\rho}$ nolga teng bo'lmaganligi sababli, bu tenglik bajarilishi uchun $\int_A xy dA = 0$ bo'lishi shart.

Demak, bu integral to'sin ko'ndalang kesimining markazdan qochirma inersiya momentini ifodalab, nolga teng bo'lganligi uchun Ox va Oy koordinata o'qlari bosh o'qlar bo'ladi.

2.2-§. Normal kuchlanish bo'yicha mustahkamlik sharti

Egilishga qarshilik ko'rsatayotgan to'sin mustahkam bo'lishi uchun uning eng xavfli kesimida hosil bo'lgan maksimal normal kuchlanish to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanishga teng va undan kichik bo'lishi shart. Mustahkamlik sharti cho'zilish va siqilishga bir xil qarshilik ko'rsatuvchi materialdan yasalgan va ko'ndalang kesimi neytral o'qqa nisbatan simmetrik bo'lgan to'sin uchun quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma] \quad (2.22)$$

Bunda

$M_{\max}$ to'sinning xavfli kesimidagi eng katta eguvchi momenti;
 $[\sigma]$ to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish.

To'sin egilishida cho'zilish va siqilishga turlicha qarshilik ko'rsatsa, ya'ni mo'rt materialdan yasalgan bo'lsa yoki ko'ndalang kesimi neytral o'qqa nosimmetrik bo'lsa, mustahkamlik sharti cho'ziluvchi qismlari va siqiluvchi qismlari uchun alohida-alohida ifodalanadi:

$$(\sigma_{ch})_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_2} \leq [\sigma_{ch}] \quad (2.23)$$

$$(\sigma_s)_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_1} \leq [\sigma_s] \quad (2.24)$$

Bunda

$[\sigma_{ch}]$ cho'zilishda to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish;

$[\sigma_s]$ siqilishda to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish.

Ko'ndalang kesimi neytral o'qqa nosimmetrik bo'lgan qarshilik momentlari quyidagicha ifodalanadi:

$$W_1 = \frac{I_x}{h_1}; \quad W_2 = \frac{I_x}{h_2} \quad (2.25)$$

Hisoblab aniqlangan maksimal normal kuchlanish $\sigma_{\max}$ bilan to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma]$ orasidagi farq $\pm 5\%$ bo'lishi lozim. Agar kuchlanishlar orasidagi farq $+5\%$ dan ortiq bo'lsa, to'sinning mustahkamligi va -5% dan kam bo'lsa, to'sin materiali tejamliligi ta'minlanmaydi.

Egilishga ishlovchi konstruksiya elementlarini mustahkamlikka hisoblashda quyidagi uch xil ko'rinishdagi masalalar uchrashi mumkin:

1. *Mustahkamlikka tekshirish*: to'singa ta'sir etayotgan kuchlar va ko'ndalang kesim o'lchamlari ma'lum bo'lsa, uning xavfli kesimidagi maksimal normal kuchlanishni aniqlab, to'sin mustahkamligini tekshirish talab etiladi, ya'ni

$$\sigma_{\max} = \pm \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma] \quad (2.26)$$

To'sin mustahkam va tejamli bo'lishi uchun maksimal normal kuchlanish $\sigma_{\max}$ bilan to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma]$ orasidagi farq $\pm 5\%$ dan farq qilmasligi lozim.

2. *Ko'ndalang kesimni tanlash va o'lchamlarini topish*: to'singa ta'sir etayotgan kuchlar va uning materiali ma'lum bo'lsa, to'sinning mustahkamligini ta'minlovchi ko'ndalang kesim o'lchamlari aniqlanib, kesim shaklini tanlash talab etiladi, ya'ni

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} \quad (2.27)$$

Bu shartdan aniqlangan qarshilik momenti shu qarshilik momenti bo'yicha tanlangan kesim qarshilik momenti ifodasiga tenglashtiriladi va ko'ndalang kesim o'lchamlari aniqlanadi. To'sinlar prokat po'latdan yasalgan bo'lsa, (2.6) ifodadan aniqlangan qarshilik

momenti bo'yicha to'sin ko'ndalang kesim o'lchamlari GOST jadvali bo'yicha tanlab olinadi.

3. To'sin ko'tara oladigan eng katta kuchni aniqlash: to'sin materiali va uning ko'ndalang kesimi o'lchamlari ma'lum bo'lsa, to'sin ko'tara oladigan eng katta kuchni aniqlash talab etiladi, ya'ni

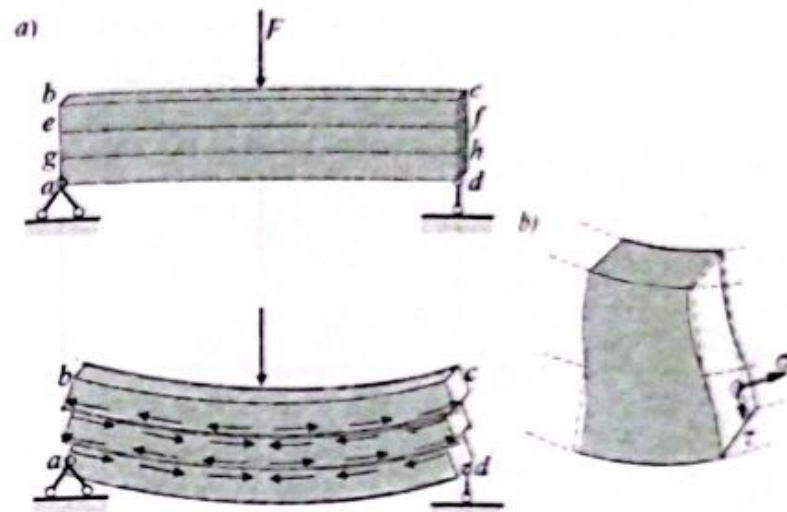
$$M_{\max} \leq [\sigma] \cdot W_x. \quad (2.28)$$

Bu shartdan aniqlangan eguvchi moment to'singa qo'yilgan tashqi kuch bilan bog'lanadi va bu bog'lanishdan to'singa qo'yilishi mumkin bo'lgan eng katta tashqi kuchlar aniqlanadi.

2.3-§. Urinma kuchlanishni aniqlash

Ko'ndalang egilishida to'sin kesimida ko'ndalang kuch Q_y va eguvchi moment M_x hosil bo'lishi ma'lum. To'sin ko'ndalang kesimlarida eguvchi moment M_x , ko'ndalang kuch Q_y dan nafaqat normal kuchlanish σ hosil bo'ladi, bundan tashqari urinma kuchlanish τ ham hosil bo'ladi. Unda urinma kuchlanishlarning juftlik qonuniga asosan neytral qatlarga parallel bo'lgan bo'ylama qatlamlarda ham urinma kuchlanish hosil bo'ladi. Bo'ylama kesimlardagi urinma kuchlanishlar qatlamlardagi tolalarni bir-biriga nisbatan siljitadi (2.5,a-chizma). Buni ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchak bo'lgan yog'och to'sinning egilishida kuzatish mumkin.

Demak, siljish natijasida tekis kesim cheklanishi buziladi, unda ko'ndalang egilishda deformatsiyagacha tekis bo'lgan kesim yuzasi deformatsiyadan keyin biroz egilib deformatsiyalanadi (2.5,b-chizma). Lekin o'tkazilgan tajribalar va nazariy tadqiqotlar siljishning normal kuchlanishlar qiymatiga ta'siri yetarli darajada kichik ekanligini va siljish normal kuchlanishlarning ko'ndalang kesim bo'yicha taqsimlanish qonuniga ta'sirini e'tiborga olmasa ham bo'lishini ko'rsatadi.



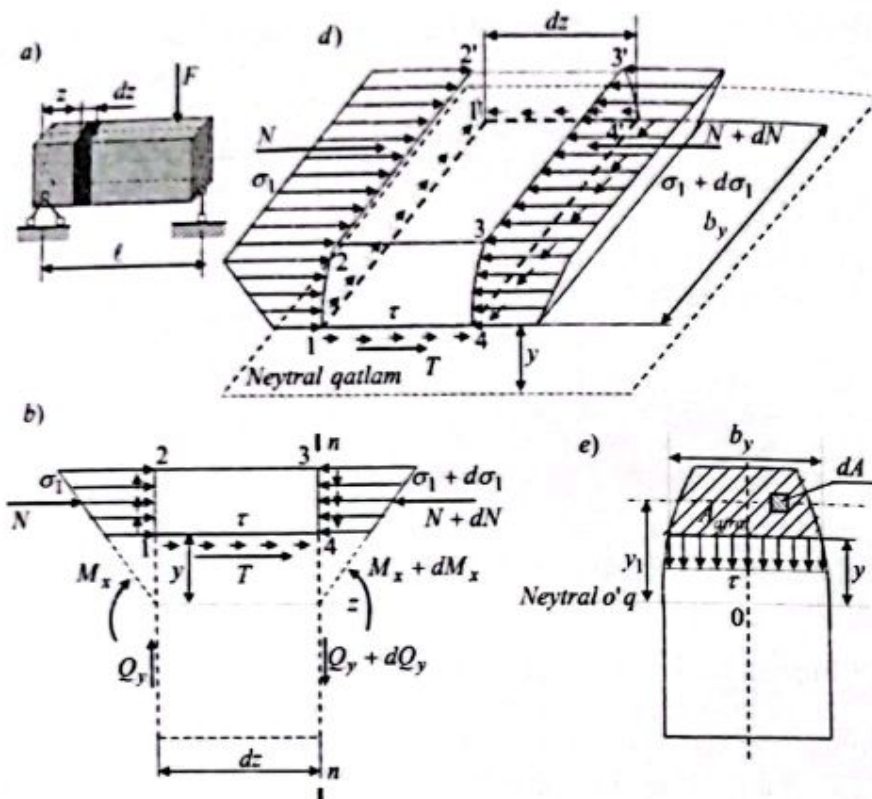
2.5-chizma. Urinma kuchlanishlarning kesimlar bo'yicha taqsimlanishi.

Bundan kelib chiqadigan xulosalar:

1. Ko'ndalang kesimlarida hosil bo'lgan τ urinma kuchlanishlar ko'ndalang kuchga parallel yo'nalgan bo'ladi;
2. Ko'ndalang kesimlarida neytral o'qdan teng o'zoqlikdagi nuqtalarda urinma kuchlanishlar o'zaro teng, ya'ni ko'ndalang kesim eni bo'yicha tekis taqsimlanadi;
3. Ko'ndalang egilishda ham sof egilishdagi normal kuchlanishni aniqlash formulasidan foydalanish mumkin, ya'ni

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y. \quad (2.29)$$

Egilgan to'sin kesimlarida τ urinma kuchlanishlarni aniqlash va ularning kesim bo'yicha taqsimlanish qonunini o'rganish maqsadida 2.6-chizmada keltirilgan to'sinni tadqiq qilamiz. Qaralayotgan to'sindan uzunligi dx ga teng bo'lgan elementni fikran kesib olamiz (2.6,b-chizma) va elementni neytral qatlarga parallel ravishda bo'ylama kesib, ikki qismga ajratamiz. Ajratilgan bu ikki qismlarning birining, ya'ni ikki kesimi bo'yicha siquvchi N , $N + dN$ kuchlar ta'sir etgan yuqori bo'lagining muvozanatini ko'rib chiqamiz (2.6,d-chizma).



2.6-chizma. Ajratilgan ko'ndalang kesimlardagi kuchlanishlarning taqsimlanishi.

To'sinning abssissasi z bo'lgan kesimda M_x eguvchi moment, abssissasi $z + dz$ bo'lgan ko'ndalang kesimida $M_x + dM_x$ eguvchi moment ta'sir etadi. Buning natijasida ajratib olingan elementning 1-2-2'-1' va 3-4-4'-3' kesimlarida normal kuchlanishlar tegishli quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$\sigma_1 = \frac{M_x}{I_x} y_1 \text{ va } \sigma_1 + d\sigma_1 = \frac{M_x + dM_x}{I_x} y_1. \quad (2.30)$$

Bunda

$$d\sigma_1 = \frac{dM_x}{I_x} y_1. \quad (2.31)$$

Urinma τ kuchlanishni aniqlash uchun uning to'sin eni bo'yicha taqsimlanish qonunini bilish lozim. Bu masalani hal qilishda urinma

τ kuchlanish kesim eni bo'yicha tekis taqsimlangan deb faraz qilishga to'g'ri keladi va u ko'ndalang kesim yuzasining shakliga bog'liqligini e'tiborga olish lozim.

Unda ajratilgan elementning neytral qatlama parallel bo'lgan 1-4-4'-1' tomoniga ta'sir qiluvchi urinma kuch quyidagiga teng:

$$dT = \tau \cdot b_y \cdot dz, \quad (2.32)$$

b_y - urinma kuchlanishlar aniqlanadigan kesim yuzasining eni.

Elementning 3-4-4'-3' o'ng tomoniga ta'sir etuvchi siquvchi kuch 1-2-2'-1' chap tomoniga ta'sir etuvchi siquvchi kuchdan quyidagi qiymatga ortiq:

$$dN = \int_{A_{ajrat}} d\sigma_1 dA = \int_{A_{ajrat}} \frac{dM_x}{I_x} y_1 dA = \frac{dM_x}{I_x} \int_{A_{ajrat}} y_1 dA. \quad (2.33)$$

Bunda $S_x^{ajrat} = \int_{A_{ajrat}} y_1 dA$ ajratib olingan bo'lakchanning 0x o'qiga

nisbatan statik momenti bo'lgani uchun ham (2.33) formulani quyidagicha ifodalash mumkin:

$$dN = \frac{dM_x}{I_x} S_x^{ajrat}. \quad (2.34)$$

Elementning z o'qiga nisbatan muvozanat $\sum z = 0$ tenglamasini tuzamiz, ya'ni

$$dN = dT \text{ bundan } dT = \frac{dM_x}{I_x} S_x^{ajrat}. \quad (2.35)$$

(3.7) ifodani yuqorida keltirilgan urinma kuch (2.32) ga tenglab, quyidagini hosil qilamiz:

$$\tau = \frac{dM_x}{dz} \frac{S_x^{ajrat}}{I_x b_y}. \quad (2.36)$$

Juravskiyning ikkinchi teoremasi $\frac{dM_x}{dz} = Q_y$ ni e'tiborga olib, oxirgi ifodani quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$\tau = \frac{Q_y S_x^{ajrat}}{I_x b_y}. \quad (2.37)$$

Bunga Juravskiy formulasi deb ataladi.

Urinma kuchlanishlarning juftlik qonuni asosida neytral qatlamga perpendikulyar bo'lgan kesimlardagi, ya'ni ko'ndalang kesimlardagi urinma kuchlanishni ham aniqlash mumkin.

Urinma kuchlanish (2.37) formulasidan ko'rinib turibdiki, urinma kuchlanish kesim balandligi bo'yicha taqsimlanish qonuni, neytral o'qqa nisbatan olingan statik moment S_x^{ajrat} ning kesim eni b_y ga nisbati kabi o'zgaradi.

Ixtiyoriy berilgan ko'ndalang kesim yuzasining eng chekka nuqtalari uchun ajratib olingan bo'lakchani statik momenti nolga teng bo'ladi, chunki $A_{ajrat} = 0$. Shuning uchun ham bu nuqtalarda urinma kuchlanishlar nolga teng bo'ladi. Urinma kuchlanishlarning taqsimlanish qonunlarini to'g'ri to'rtburchak va qo'shtavr shaklidagi kesim yuzalari uchun qarang chiqamiz.

To'g'ri to'rtburchakli kesim. Urinma kuchlanishlarning kesim balandligi bo'yicha taqsimlanish qonunini ko'rib chiqamiz (2.7-chizma). Bunda kesim eni $b_y = b$ o'zgarmas bo'lgani uchun kesim balandligi bo'yicha urinma kuchlanishlarning taqsimlanish qonuni kesim statik momentining o'zgarish qonuniga bog'liq bo'ladi. Ajratib olingan qism kesimning neytral o'qqa nisbatan statik moment quyidagicha hisoblanadi:

$$S_x^{ajrat} = A_{ajrat} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right) = b \cdot \left(\frac{h}{2} - y \right) \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (2.38)$$

To'g'ri to'rtburchakli kesimning inersiya momenti quyidagiga:

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad (2.39)$$

teng ekanligi ma'lum.

(2.38) va (2.39) ifodalarni (2.37) urinma kuchlanish formulasiga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

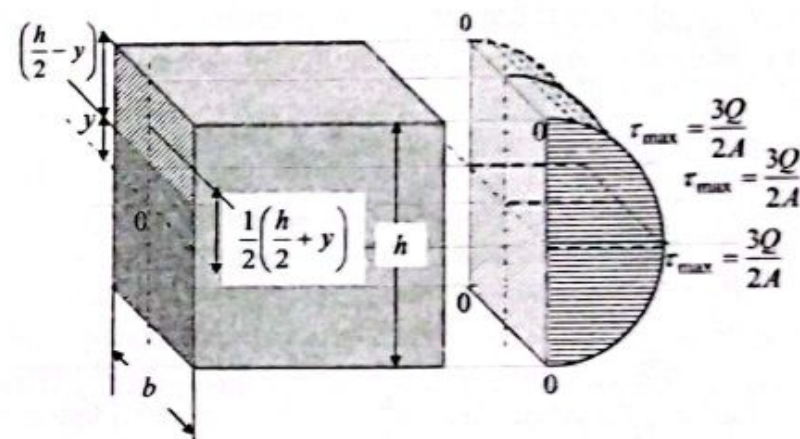
$$\tau = \frac{Q_y}{b(bh^3/12)} \cdot \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) = \frac{6Q_y}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (2.40)$$

Demak, bu formuladan ko'rinadiki, urinma kuchlanishlar kesim balandligi bo'yicha kvadrat parabola qonuni asosida o'zgarar ekan.

Urinma kuchlanishlar epyurasini chizish uchun ordinataning xarakterli qiymatlarini beramiz, ya'ni

$$\begin{aligned} y = \pm \frac{h}{2} \text{ bo'lganda } \tau &= 0; \\ y = 0 \text{ bo'lganda } \tau_{\max} &= \frac{3Q_y}{2A}. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Olingan bu natijalar asosida urinma kuchlanishlar epyurasi 2.7-chizmada qurilgan.



2.7-chizma. To'g'ri to'rtburchakli kesimda urinma kuchlanishlar epyurasi.

Qo'shtavrli kesim. Qo'shtavr kesimli yuza shu bilan xarakterliki, kesimning eni qo'shtavr devoridan tokchasiga o'tishda keskin o'zgaradi (2.8,a-chizma). Urinma kuchlanishning kesim balandligi bo'ylab o'zgarish qonunini (2.37) formuladan foydalanib aniqlaymiz.

Yuqorigi 1 nuqtada urinma kuchlanish $\tau_1 = 0$ bo'ladi, chunki kesim yuzasi bu nuqtadan pastda joylashgan, shuning uchun ham x o'qiga nisbatan statik momenti nolga teng bo'ladi (2.8,b-chizma).

Tokchani pastki qirrasidan o'tuvchi chiziq ustki qismiga tegishli 2-nuqtasidan yuqoridagi yuzaning x o'qiga nisbatan statik momenti va shu nuqtadagi urinma kuchlanish quyidagi formulalardan aniqlanadi:

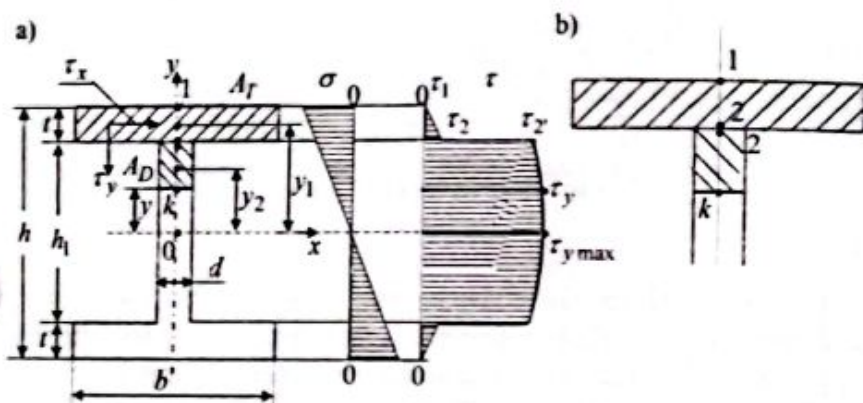
$$S_x^{ajrat} = A_T^{ajrat} y_1 = bt \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) = \frac{1}{2} bt(h-t);$$

$$\tau_2 = \frac{Q}{bI_x} \frac{1}{2} bt(h-t) \quad (2.42)$$

Tokchaniing pastki qirrasidan o'tuvchi chiziq pastki qismiga tegishli 2 -chi nuqtadan pastdagi devorning yuqorigi chizig'iga tegishli 2 -chi nuqtasidan yuqoridagi yuzaning x o'qiga nisbatan statik momenti va shu nuqtadagi urinma kuchlanish quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$S_x^{ajrat} = A_T^{ajrat} y_1 = bt \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) = \frac{1}{2} bt(h-t);$$

$$\tau_2 = \frac{Q}{d \cdot I_x} \frac{1}{2} bt(h-t) \quad (2.43)$$



2.8-chizma. Qo'shtavr kesimda urinma kuchlanishlar epyurasi.

Devoriga tegishli ixtiyoriy k nuqtasidan yuqoridagi yuzaning x o'qiga nisbatan statik momenti quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$S_x^{ajrat} = A_T^{ajrat} y_1 + A_D^{ajrat} y_2. \quad (2.44)$$

Qo'shtavr og'irlik markazi, 0 nuqtasidan yuqoridagi yuzaning x o'qiga nisbatan statik momenti va shu nuqtada urinma kuchlanish maksimum qiymatga erishadi, ular quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$S_x^{ajrat} = A_T^{ajrat} y_1 + A_D^{ajrat} y_2 = bt \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) + d \left(\frac{h}{2} - t \right) \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} - t \right) =$$

$$= \frac{bt}{2} (h-t) + \frac{d}{2} \left(\frac{h}{2} - t \right)^2;$$

$$\tau_{max} = \frac{Q}{dI_x} \left[\frac{bt}{2} (h-t) + \frac{d}{2} \left(\frac{h}{2} - t \right)^2 \right] \quad (2.45)$$

Yuqorida keltirilgan formulalar yordamida aniqlangan qiymatlari bo'yicha urinma τ_1 ; τ_2 ; τ_2' ; τ_{max} kuchlanish epyuralari 2.8,a-chizmada qurilgan. 2.8,a-chizmadan ko'rinadiki, urinma kuchlanishlar epyurasi x o'qiga simmetrik bo'lib, qo'shtavr balandligi bo'yicha kvadrat parabola qonuni asosida o'zgarar ekan. To'singa ta'sir etayotgan kuchning 90% dan ko'prog'i qo'shtavr devoriga tushadi.

Urinma kuchlanishlarning juftlik qonunidan ma'lumki, qo'shtavr tokchasining har bir nuqtasida τ_y bilan τ_x urinma kuchlanishlar hosil bo'ladi. Urinma kuchlanishlarni τ_y dan foydalanib aniqlasak, kesimni keskin o'zgarishi munosobati bilan urinma kuchlanish epyurasida sakrash ro'y beradi 2.8,a-chizmada ko'rsatilgandek. Qo'shtavr tokchasi eni bo'yicha urinma kuchlanishlar tekis taqsimlanmaydi, shuning uchun ham τ_y urinma kuchlanishni (2.37) formuladan aniqlab bo'lmaydi.

Qo'shtavr tokchasi qalinligi bo'ylab urinma kuchlanishlar bir tekis taqsimlangan deb faraz qilsak, ularni (3.9) formuladan foydalanib aniqlash mumkin.

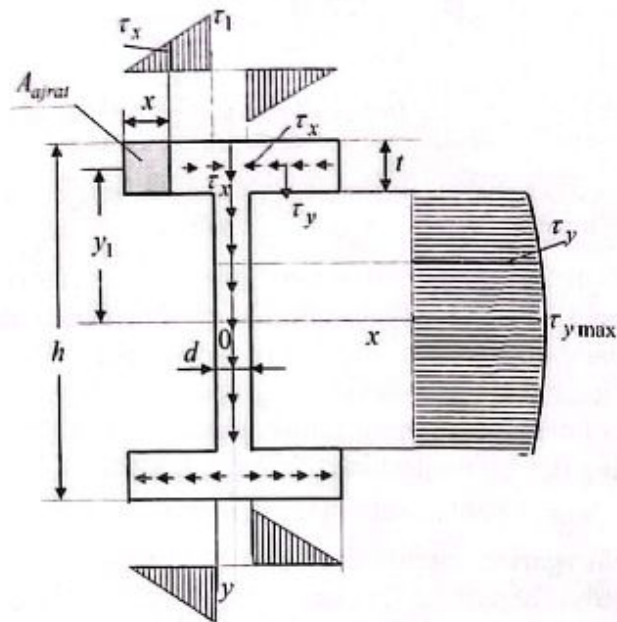
Tokcha yuzaning x o'qiga nisbatan statik momenti va shu nuqtadagi urinma kuchlanish quyidagi formulalardan aniqlanadi (2.9-chizma):

$$S_x^{ajrat} = A_{ajrat} y_1 = xt \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) = \frac{1}{2} xt(h-t);$$

$$\tau_x = \frac{Q}{2I_x} x(h-t). \quad (2.46)$$

Yuqoridagi (2.46) formuladan ko'rinadiki, tokchaniing erkin uchidagi kesimda urinma kuchlanish nolga teng bo'ladi va u eng katta qiymatga devor chiziqlari bilan tokchaniing kesishgan yuzasida erishadi, ya'ni:

$$\tau_{x\max} = \frac{Q}{4I_x}(b-d)(h-t). \quad (2.47)$$



2.9-chizma. Qo'shtavr kesimining devoridagi va tokchasidagi urinma kuchlanishlar epyuralari.

2.4-§. Urinma kuchlanish bo'yicha mustahkamlik sharti

To'sinlar urinma kuchlanishga puxta qarshilik ko'rsatishi uchun uning ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan maksimal urinma kuchlanish shu to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanishdan kichik va teng bo'lishi shart.

To'sinlarning urinma kuchlanishga nisbatan mustahkamlik shartini quyidagi formula orqali ifodalash mumkin:

$$\tau = \frac{Q_{y,\max} S_{x,\max}^{ajrat}}{I_x b_y} \leq [\tau], \quad (2.48)$$

bunda $Q_{y,\max}$ to'sin kesimidagi eng katta ko'ndalang kuch;

$S_{x,\max}^{ajrat}$ ko'ndalang kesimning neytral o'qdan bir tomonda joylashgan yuzaning shu neytral o'qqa nisbatan maksimal statik momenti;

$[\tau]$ to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish bo'lib, mustahkamlikning to'rtinchi nazariyasiga asosan $[\tau] \approx 0,6[\sigma]$ ga teng. Masalan po'lat 3 materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish GOST-960-48 bo'yicha $[\sigma] = 160 \text{ MPa}$ qabul qilingan.

Ba'zi bir materiallar, masalan yog'och urinma kuchlanishga yetarli darajada qarshilik ko'rsata olmaydi. Yog'och to'sinlar, neytral qavati tolalari urinma kuchlanishga yetarlicha bardosh bera olmasligi tufayli yoriladi. Shuning uchun ham, bu kabi to'sinlarni urinma kuchlanish bo'yicha mustahkamlikka tekshirish zarur.

2.5-§. Egilishda bosh kuchlanishlar va eng katta urinma kuchlanishlar

Shu bobning yuqorida keltirilgan 2.2-2.3-paragraflarida to'sinning tekis ko'ndalang egilishida normal kuchlanish

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y, \quad (2.49)$$

va urinma kuchlanish

$$\tau = \frac{Q_y S_x^{ajrat}}{I_x b_y} \quad (2.50)$$

formulalari hosil qilingan edi.

Demak, egilishda to'sinning istalgan nuqtasida tekis kuchlanganlik holati mavjud bo'ladi.

(2.49 va 2.50) formulalardan va ularning yuqorida keltirilgan epyuralaridan ko'rinadiki, normal kuchlanishlar neytral o'qdan eng uzoqdagi nuqtalarda maksimal qiymatga erishib, neytral o'q ustida nolga teng, urinma kuchlanishlar neytral o'q ustida maksimal qiymatga erishib, neytral o'qdan eng uzoqdagi nuqtalarda nolga teng bo'ladi.

Tekis egilishga qarshilik ko'rsatuvchi, to'sinning turli qatlamlaridagi elementlari (2.10-chizma) qanday kuchlanganlik holatida bo'lishini ko'rib chiqamiz. To'sinning neytral o'qdan turli uzoqlikda joylashgan quyidagi elementlarini qaraymiz:

1. Neytral o'qdan eng uzoqdagi 1-chi element oddiy siqilish holatida bo'ladi;

2. Neytral o'qdan eng uzoqdagi 3-chi element oddiy cho'zilish holatida bo'ladi;

3. Neytral o'q ustidagi 2-chi element sof siljish (tekis kuchlanganlik) holatida bo'ladi;

4. Neytral o'qdan z masofadagi 4-chi element tekis kuchlanganlik holatida bo'ladi.

Nuqataning kuchlanish va deformatsiyalanish holati bobida tekis kuchlanganlik holati uchun bosh kuchlanishlar quyidagi formuladan aniqlanishi ma'lum:

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yz}^2}. \quad (2.51)$$

Qaralayotgan hol uchun bu formulaga $\sigma_z = \sigma$; $\sigma_y = 0$; $\tau_{yz} = \tau$ larni qo'yamiz, unda:

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} = \sigma_1 &= \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}; \\ \sigma_{\min} = \sigma_3 &= \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}. \end{aligned} \quad (2.52)$$

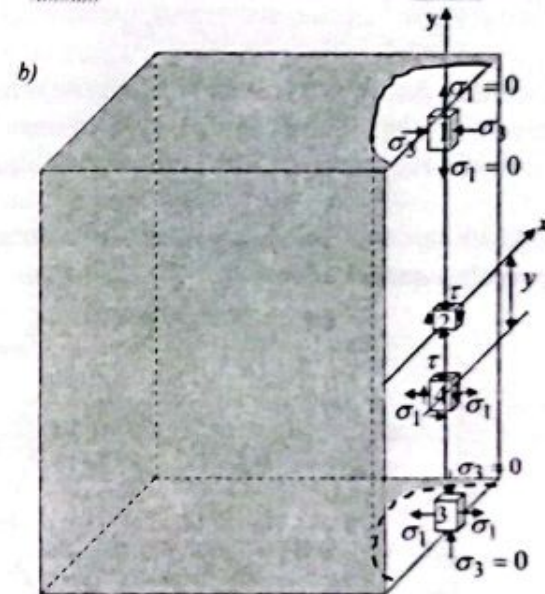
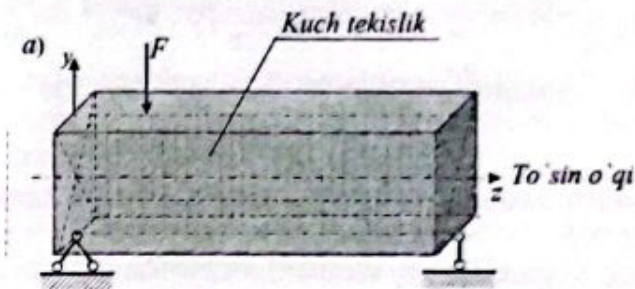
Bosh kuchlanishlar ta'sir etuvchi ikkita o'zaro perpendikulyar bo'lgan bosh yuzalar α_0 va $\alpha_0 + 90$ og'ish burchaklari quyidagi formuladan aniqlanadi (Birinchi bobdagi 2.3 formulaga qarang):

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau}{\sigma}. \quad (2.53)$$

To'sin neytral o'qdan turli uzoqlikda joylashgan elementlarining kuchlanganlik holatlari:

1. Neytral o'qdan eng uzoqdagi 1-chi element oddiy siqilish $\sigma = -\sigma$, $\tau = 0$ holatida bo'ladi, ya'ni

$$\sigma_1 = -\frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(-\sigma)^2} = 0; \quad \sigma_3 = -\frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(-\sigma)^2} = -\sigma; \quad (2.54)$$



2.10- chizma. To'sin turli qatlamlaridagi elementlar.

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{0}{\sigma} = 0; \text{ bo'lganda } \alpha_1 = 0; \alpha_2 = 90^\circ.$$

2. Neytral o'qdan eng uzoqdagi 3-chi element oddiy cho'zilish $\sigma = \sigma$; $\tau = 0$ holatida bo'ladi, ya'ni

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma)^2} = \sigma; \quad \sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma)^2} = 0; \\ \alpha_1 &= 90^\circ; \quad \alpha_2 = 0. \end{aligned} \quad (2.55)$$

3. Neytral o'q ustidagi 2-chi element sof siljish (tekis kuchlanganlik) $\sigma = 0$; $\tau = \tau_{\max}$ holatida bo'ladi, ya'ni

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \sqrt{(0 + 4\tau_{\max}^2)} = \tau_{\max}; \quad \sigma_3 = -\frac{1}{2} \sqrt{(0 + 4\tau_{\max}^2)} = -\tau_{\max}; \quad (2.56)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{\max}}{0} = \infty; \quad 2\alpha_0 = 90^\circ \quad \text{va} \quad 270^\circ;$$

$$\alpha_1 = 45^\circ; \quad \text{va} \quad \alpha_2 = 135^\circ.$$

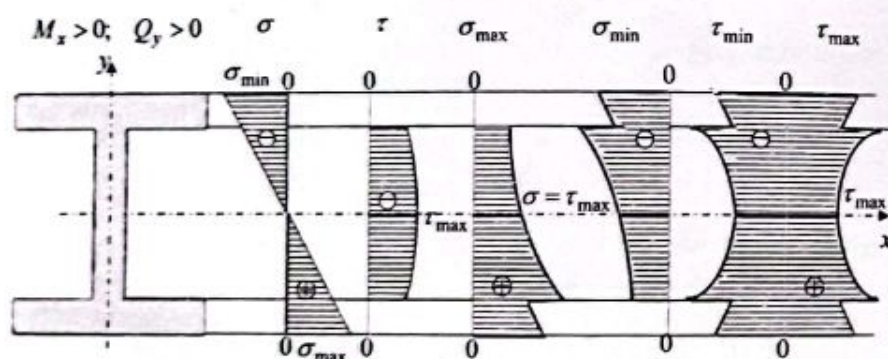
4. Neytral o'qdan z masofadagi 4-chi element tekis kuchlanganlik holatida bo'ladi.

Quyidagi formuladan eng katta urinma kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}. \quad (2.57)$$

Egilishda to'snining berilgan biror ko'ndalang kesimida neytral o'q ustida yotuvchi beshta nuqtadagi σ normal va τ urinma kuchlanishlarni aniqlab, bosh kuchlanishlar epyuralarini qurish mumkin.

Masalan, 2.11-chizmada qo'shtavr kesimli to'sin uchun kuchlanishlar epyuralari qurib keltirilgan.



2.11-chizma. Qo'shtavr kesimdagi kuchlanishlar epyuralari.

Bosh $\sigma_{\max}$, $\sigma_{\min}$, kuchlanishlar va $\tau_{\max}$, $\tau_{\min}$ ekstremal urinma kuchlanishlar epyuralaridagi sakrashlar qo'shtavr devoridan tokchasiga o'tishda τ urinma kuchlanish sakrashi kabi ro'y beradi. Kuchlanishlar epyuralaridan ko'rinadiki, absolyut qiymati bo'yicha eng katta kuchlanish qo'shtavr tokchasidan devoriga o'tish joyida hosil bo'lar ekan.

2.6-§. To'sin mustahkamligini to'la tekshirish

Ko'ndalang egilishda to'sin materialining mustahkamligini ikki xil normal va urinma kuchlanishlar bo'yicha tekshirish masalalarini ko'rib chiqqan edik.

2.5-paragrafda keltirilganlar asosida to'sinlarning mustahkamligini quyidagi ikki holatda tekshirish maqsadga muvofiqdir:

1. Qaralayotgan to'sinning birorta ko'ndalang kesimida eguvchi moment va ko'ndalang kuch o'zining eng katta qiymatiga erishganda;
2. To'sin ko'ndalang kesimi eni to'satdan o'zgargan joylarda, masalan qo'shtavr tokchasidan devoriga o'tish joyida normal va urinma kuchlanishlar miqdori yetarli darajada katta bo'ladi.

Bosh kuchlanishlarning (2.51-2.57) formulalar bilan aniqlangan qiymatlari asosida mustahkamlik nazariyalari bo'yicha to'sin materiali uchun mustahkamlik shartlari quyidagicha ifodalanadi:

birinchi mustahkamlik nazariyasi - eng katta normal kuchlanishlar nazariyasi bo'yicha mustahkamlik sharti:

$$\frac{1}{2} \left[\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right] \leq [\sigma]. \quad (2.58)$$

ikkinchi mustahkamlik nazariyasi - eng katta urinma kuchlanish nazariyasi bo'yicha mustahkamlik sharti:

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (2.59)$$

to'rtinchi mustahkamlik nazariyasi - potensial energiya nazariyasi bo'yicha mustahkamlik sharti:

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (2.60)$$

To'sinlarni hisoblashda to'rtinchi nazariya - potensial energiya nazariyasidan foydalanish maqsadga muvofiq bo'lar edi, lekin amaliyotda ko'pincha tejamli o'lchamlarni berganligi uchun eng katta normal kuchlanishlar nazariyasidan foydalanib kelinmoqda.

Masalalar

2.1-masala. 2.12-chizmada keltirilgan ko'ndalang kesim o'lchamlari $0,16 \times 0,24 \text{ m}$ bo'lgan to'g'ri to'rtburchakli yog'och to'sinning xavfli kesimidagi maksimal normal kuchlanish aniqlansin va kuchlanish epyurasi qurilsin.

Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_B = R_A \cdot 6 - M - q \cdot 4 \cdot 2 + F \cdot 4 = 0, \text{ bundan} \\ 6R_A - 12 - 92 + 32 = 0, \quad R_A = 10 \text{ kN}.$$

$$\sum \text{mom}_A = -F \cdot 2 + q \cdot 4 \cdot 4 - M - R_B \cdot 6 = 0, \text{ bundan} \\ -16 + 160 - 12 - 6R_B = 0, \quad R_B = 22 \text{ kN}.$$

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

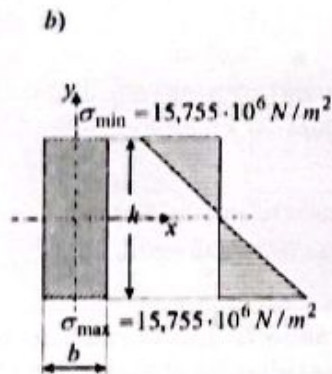
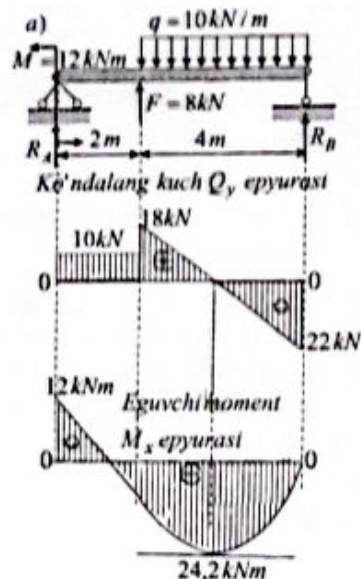
$$\sum Y = +R_A - q \cdot 4 + F + R_B = 0, \text{ undan } 10 - 40 + 8 + 22 = 0, \quad 0 = 0.$$

Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

d) to'sinning chap tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesimlar uchun ko'ndalang kuch analitik ifodalari quyidagicha tuziladi:

o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 2 \text{ m}$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$Q_y = R_A.$$



2.12-chizma. To'plangan va tekis taqsimlangan yuklar bilan yuklangan oddiy to'sin.

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } Q_y = 10 \text{ kN};$$

$$z_1 = 2 \text{ m bo'lganda } Q_y = 10 \text{ kN}.$$

o'zgarish chegarasi $2 \leq z_2 \leq 6 \text{ m}$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$Q_y = R_A + F - q(z_1 - 2).$$

Bunda:

$$z_1 = 2 \text{ m bo'lganda } Q_y = 18 \text{ kN};$$

$$z_2 = 6 \text{ m bo'lganda } Q_y = 22 \text{ kN}.$$

e) to'sinning chap tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesimlar uchun eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 2 \text{ m}$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$M_x = -M + R_A z_1.$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } M_x = -M + R_A \cdot 0 = -12;$$

$$z_1 = 2 \text{ m bo'lganda } M_x = -12 + 10 \cdot 2 = 8 \text{ kNm}.$$

To'sinning birinchi va ikkinchi oraliqlarida ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib, o'z ishorasini musbatdan manfiyga o'zgartirganligi uchun bu nuqtada eguvchi moment maksimum qiymatiga erishadi. Eguvchi moment maksimum qiymatini aniqlash maqsadida ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta z_0 absissasi, ko'ndalang kuch ifodasi nolga tenglanib aniqlanadi.

o'zgarish chegarasi $2 \leq z_2 \leq 6 \text{ m}$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$M_x = -M + R_A z_1 + F(z_2 - 2) - q \frac{(z_2 - 2)^2}{2}.$$

Bunda:

$$z_2 = 2 \text{ m bo'lganda } M_x = -12 + 10 \cdot 2 + 8 \cdot 0 - 4 \cdot 0 = 8 \text{ kNm},$$

$z_2 = 6 \text{ m}$ bo'lganda

$$M_x = -12 + 10 \cdot 6 + 8 \cdot 4 - 10 \cdot \frac{4^2}{2} = 0.$$

Ikkinchi oraliqda eguvchi moment maksimumi qiymatini aniqlash maqsadida ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta z_0 absissasi, ko'ndalang kuch ifodasi nolga tenglanib aniqlanadi.

Ko'ndalang kuchning nolga teng bo'lishi shartidan:

$$Q_y = R_A + F - q(z_{2_0} - 2) = 0, \quad z_{1_0} = \frac{R_A + F + q \cdot 2}{q} = \frac{38}{10} = 3,8m.$$

Unda eguvchi momentning maksimum qiymati birinchi oraliqning $z_2 = z_{2_0} = 3,8m$ kesimida quyidagiga teng bo'ladi:

$$z_{2_0} = 3,8m \text{ bo'lganda,}$$

$$M_{\max} = -10 + 10 \cdot 3,8 + 8 \cdot 1,8 - 10 \cdot \frac{(1,8)^2}{2} = 24,2kNm.$$

Bu natijalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan. Ikkinchi oraliqda ko'ndalang kuch noldan o'tib o'z ishorasini musbatdan manfiyga o'zgartirganligi uchun shu kesimda eguvchi moment maksimumga (2.12-chizma) erishishi ko'rsatilgan.

Eguvchi momentning eng katta absolyut qiymati to'sinning $z = 3,8m$ kesimida bo'lgani uchun bu kesim xavfli kesim hisoblanadi. Eguvchi moment epyurasidan maksimal qiymat uchun $M_{\max} = 24,2kNm$ qabul qilamiz.

To'sin ko'ndalang kesimidagi normal kuchlanish (2.14) va (2.17) formulalardan aniqlanadi.

Ko'ndalang kesimning $y = h/2$ nuqtasida normal kuchlanish qiymati aniqlanadi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{y \max}}{W_x} = \frac{24,2kNm}{\frac{0,16(0,24)^2}{6} m^3} = 15755kN/m^2 = 15,755 \cdot 10^6 N/m^2.$$

Ko'ndalang kesimning og'irlik markazidagi nuqtasida, ya'ni $y = 0$ bo'lganda $\sigma = 0$ bo'ladi.

Ko'ndalang kesimning $y = -h/2$ nuqtasida normal kuchlanish qiymati aniqlanadi:

$$\sigma_{\min} = \frac{M_{x \max}}{W_x} = \frac{24,2kNm}{\frac{0,16(0,24)^2}{6} m^3} = 15755kN/m^2 = 15,755 \cdot 10^6 N/m^2.$$

To'sin ko'ndalang kesimi balandligi bo'yicha normal kuchlanish epyurasi 2.12,b-chizmada qurib ko'satilgan.

2.2-masala. 2.13-chizmada keltirilgan tekis tarqalgan yuk ta'siridagi konsolli to'sin xavfli kesimi aniqlansin va turli shakldagi 2.13,a-

g chizmalarda berilgan ko'ndalang kesimlar tanlansin. To'sin materiali po'lat 3, berilgan ruxsat etilgan kuchlanishi $\sigma = 16000 N/sm^2$.

Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum mom_A = -q_1 \cdot 2 \cdot 1 - q_2 \cdot 2 \cdot 1 - R_B \cdot 2 + q_3 \cdot 2 \cdot 3 = 0.$$

$$-12 - 32 - 2R_B + 36 = 0; \quad R_B = -4kN.$$

$$\sum mom_B = -q_1 \cdot 2 \cdot 3 + q_2 \cdot 2 \cdot 1 - R_A \cdot 2 + q_3 \cdot 2 \cdot 1 = 0.$$

$$-36 + 32 + 2R_A + 12 = 0; \quad R_A = -4kN.$$

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A - q_1 \cdot 2 + q_2 \cdot 2 - q_3 \cdot 2 + R_B = 0. \quad -4 - 12 + 32 - 12 - 4 = 0; \quad 0 = 0.$$

Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

d) to'sinning chap tayanchidan z_1 , z_2 va z_3 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun ko'ndalang kuch analitik ifodalari quyidagicha tuziladi:

o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 2m$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$Q_y = -q_1 z_1.$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } Q_y = 0;$$

$$z_1 = 2m \text{ bo'lganda } Q_y = -12kN.$$

o'zgarish chegarasi $2 \leq z_2 \leq 4m$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$Q_y = -q_1 \cdot 2 + q_2(z_2 - 2) + R_A;$$

Bunda:

$$z_2 = 2m \text{ bo'lganda } Q_y = -16kN;$$

$$z_2 = 4m \text{ bo'lganda } Q_y = 16kN.$$

o'zgarish chegarasi $4 \leq z_3 \leq 6m$ bo'lgan uchinchi oraliq uchun:

$$Q_y = -q_1 \cdot 2 + q_2 \cdot 2 + R_A - q_3(z_3 - 4) + R_B.$$

Bunda:

$$z_3 = 4m \text{ bo'lganda } Q_y = 12kN;$$

$$z_3 = 6m \text{ bo'lganda } Q_y = 0.$$

e) to'sinning chap tayanchidan z_1, z_2 va z_3 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 2m$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$M_x = -q_1 \frac{z_1^2}{2}$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } M_x = -10 \cdot 0 \cdot \frac{0}{2} = 0;$$

$$z_1 = 2m \text{ bo'lganda } M_x = -6 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} = -12 Nm.$$

o'zgarish chegarasi $2 \leq z_2 \leq 4m$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$M_x = -q_1 \cdot 2 \cdot (z_2 - 1) + R_A(z_2 - 2) + q_2 \cdot (z_2 - 2) \frac{(z_2 - 2)}{2}.$$

Bunda:

$z_2 = 2m$ bo'lganda

$$M_x = -6 \cdot 2 \cdot (2 - 1) + R_A(2 - 2) + q_2 \cdot (2 - 2) \frac{(2 - 2)}{2} = -12 kNm.$$

$z_2 = 4m$ bo'lganda

$$M_x = -6 \cdot 2 \cdot (4 - 1) + R_A(4 - 2) + q_2 \cdot (4 - 2) \frac{(4 - 2)}{2} = -12 kNm.$$

To'sinning ikkinchi oraliq'ida ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib, o'z ishorasini musbatdan manfiyga o'zgartirganligi uchun bu nuqtada eguvchi moment maksimumga erishadi. Eguvchi moment maksimumni aniqlash maqsadida ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta z_0 absissasi, ko'ndalang kuch ifodasi shu nuqtada nolga tenglanib aniqlanadi.

Ko'ndalang kuchning nolga teng bo'lishi shartidan:

$$Q_y = -q_1 \cdot 2 + q_3(z_0 - 2) + R_A = 0; \quad -12 + 16(z_0 - 2) - 4 = 0; \quad z_0 = 3m.$$

Unda eguvchi moment maksimum qiymati ikkinchi oraliqning $z_2 = z_0 = 4m$ kesimda quyidagiga teng bo'ladi:

$$z_2 = z_0 = 3; \quad M_x = -6 \cdot 2 \cdot (3 - 1) - 4(3 - 2) + 16 \cdot (3 - 2) \frac{(3 - 2)}{2} = -20 kNm.$$

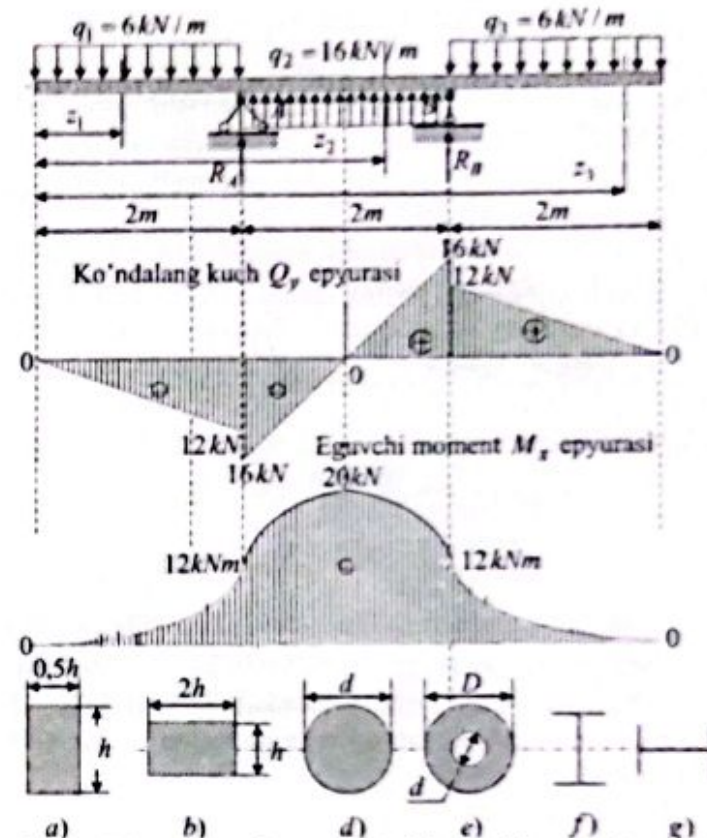
o'zgarish chegarasi $4 \leq z_3 \leq 6m$ bo'lgan uchinchi oraliq uchun:

$$M_x = -q_1 \cdot 2 \cdot (z_3 - 1) + R_A(z_3 - 2) + q_2 \cdot 4 \cdot (z_3 - 3) + R_B(z_3 - 4) - q_3 \cdot (z_3 - 4) \frac{(z_3 - 4)}{2}.$$

Bunda:

$$z_3 = 4m \text{ bo'lganda, } M_x = -6 \cdot 2 \cdot 3 - 4 \cdot 2 + 16 \cdot 4 \cdot 1 - 4 \cdot 0 + 4 \cdot 0 = -12 kNm;$$

$$z_3 = 6m \text{ bo'lganda, } M_x = -6 \cdot 2 \cdot 5 - 4 \cdot 4 + 16 \cdot 4 \cdot 3 - 4 \cdot 2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 0.$$



2.13-chizma. Tekis taqsimlangan yuk bilan yuklangan konsolli to'sin.

Bu tenglamalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan. Ikkinchi oraliqda ko'ndalang kuch noldan o'tib, o'z ishorasini musbatdan manfiyga o'zgartirganligi uchun shu kesimda eguvchi moment maksimumga (2.13-chizma) erishishi ko'rsatilgan.

Eguvchi momentning eng katta absolyut qiymati to'sinning $z = 2m$ va $z = 6m$ kesimlarida bo'lgani uchun bu kesimlar xavfli kesimlar hisoblanadi. Shuning uchun ham eguvchi moment epyurasidan maksimal qiymati uchun $M_{\max} = 20 kNm$ qabul qilamiz.

To'sinning mustahkamlik sharti (2.27) formulasidan kesimning qarshilik momentini neytral o'qqa nisbatan aniqlanadi:

$$W_x \geq \frac{M_x}{[\sigma]} = \frac{2000000}{16000} = 125 \text{ sm}^3.$$

1. 2.13,a-chizmada ko'rsatilgan to'g'ri to'rtburchakli ko'ndalang kesim o'lchamlarini aniqlaymiz,

$$W_x = \frac{0,5h(h)^2}{6} = \frac{h^3}{12} \geq 125 \text{ sm}^3; \quad h \geq \sqrt[3]{125 \cdot 12} = 11,447 \text{ sm}.$$

To'g'ri to'rtburchakli kesimning balandligini $h = 11,5 \text{ sm} = 115 \text{ mm}$ qabul qilamiz. Ko'ndalang kesimning qarshilik momentlari orasidagi farq % da:

$$W_x = \frac{0,5 \cdot 11,5(11,5)^2}{6} = \frac{760,4}{6} = 126,733 \text{ sm}^3; \quad \frac{125 - 126,733}{126,733} 100\% = -1,47\%.$$

Mustahkamlikga tekshirish:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2000000}{126,733} = 15781,58 \text{ N / sm}^2.$$

$$\frac{15781,58 - 16000}{16000} 100\% = -1,36\%.$$

Aniqlangan maksimal normal kuchlanish $\sigma_{\max}$ bilan to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma]$ orasidagi farq $\pm 5\%$ dan oshmasligi kerak, qaralayotgan masalada bu farq $-1,36\%$ ga teng. Demak, to'g'ri to'rtburchak kesimli to'sinning kam yuklanishi ruxsat etilgan chegarada.

2. 2.13,b-chizmada ko'rsatilgan to'g'ri to'rtburchakli ko'ndalang kesim o'lchamlarini aniqlaymiz,

$$W_x = \frac{2h(h)^2}{6} = \frac{h^3}{3} \geq 125 \text{ sm}^3; \quad h \geq \sqrt[3]{125 \cdot 3} = 7,21 \text{ sm}.$$

To'g'ri to'rtburchakli kesimning balandligini $h = 7,5 \text{ sm} = 75 \text{ mm}$ qabul qilamiz. Ko'ndalang kesimning qarshilik momentlari orasidagi farq % da:

$$W_x = \frac{2 \cdot 7,5(7,5)^2}{6} = \frac{843,75}{3} = 140,625 \text{ sm}^3.$$

$$\frac{125 - 140,625}{140,625} 100\% = -11,11\%.$$

Mustahkamligini tekshirib ko'ramiz:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2000000}{140,625} = 14222,222 \text{ N / sm}^2.$$

$$\frac{14222,222 - 16000}{16000} 100\% = -11,11\%.$$

Demak, to'g'ri to'rtburchak kesimli to'sin kam yuklangan.

3. 2.13,d-chizmada ko'rsatilgan doira shaklidagi ko'ndalang kesim o'lchamlarini aniqlaymiz:

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \geq 125 \text{ sm}^3; \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 125}{3,14}} = 10,83 \text{ sm}.$$

Doiraviy kesimning diametrini $d = 11 \text{ sm} = 110 \text{ mm}$ qabul qilamiz. Ko'ndalang kesimning qarshilik momentlari orasidagi farq % da:

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 11^3}{32} = 130,5 \text{ sm}^3; \quad \frac{125 - 130,5}{130,5} 100\% = -4,2\%.$$

Mustahkamlikka tekshirish:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2000000}{130,5} = 15325,6705 \text{ N / sm}^2.$$

$$\frac{15325,6705 - 16000}{16000} 100\% = -4,2\%.$$

Demak, doira shaklidagi kesimli to'sinning yuklanishi ruxsat etilgan chegarada.

4. 2.13,e-chizmada ko'rsatilgan halqa $d/D = 0,2$ shaklidagi ko'ndalang kesim o'lchamlarini aniqlaymiz,

$$W_x = \frac{\pi D^3}{32} \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right) = 0,09796 D^3 \text{ sm}^3; \quad D \geq \sqrt[3]{\frac{125}{0,09796}} = 10,856.$$

Unda $d = 0,2 \cdot D = 0,2 \cdot 10,856 = 2,1712 \text{ sm}$.

Halqa kesimning diametrlarini $D = 11 \text{ sm} = 110 \text{ mm}$ $d = 2 \text{ sm} = 20 \text{ mm}$ qabul qilamiz. Ko'ndalang kesimning qarshilik momentlari orasidagi farq % da:

$$W_x = \frac{\pi 11^3}{32} \left(1 - (0,2)^4 \right) = 130,39248 \text{ sm}^3. \quad \frac{125 - 130,3924}{130,3924} 100\% = -4,1\%.$$

Mustahkamlikka tekshirish:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2000000}{130,3924} = 15338,3173 \text{ N / sm}^2.$$

$$\frac{15338,3173 - 16000}{16000} 100\% = -4,1\%.$$

Demak, halqa shaklidagi kesimli to'sin yuklanishi ruxsat etilgan chegarada.

5. 2.13.f-chizmada ko'rsatilgan qo'shtavr shaklli ko'ndalang kesim o'lchamlarini GOST 8239-72 ga muvofiq sortament jadvalidan qarshilik $W_x = 125 \text{ sm}^3$ momentiga eng yaqin $h = 180 \text{ mm}$, $b = 90 \text{ mm}$, $d = 5,1 \text{ mm}$, $F = 23,4 \text{ sm}^2$; $i_{\min} = 1,88 \text{ sm}$; $I_x = 350 \text{ sm}^4$; $W_x = 143,4 \text{ sm}^3$; $I_y = 82,6 \text{ sm}^4$; $W_y = 18,4 \text{ sm}^3$ bo'lgan №18 qo'shtavr tanlab olindi.

Qo'shtavr shaklli ko'ndalang kesimning qarshilik momentlari orasidagi farq % da:

$$\frac{125 - 143,4}{143,4} 100\% = -12,83\%.$$

Mustahkamlikka tekshirish:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2000000}{143,4} = 13947,0014 \text{ N/sm}^2.$$

$$\frac{13947,0014 - 16000}{16000} 100\% = -12,83\%.$$

Demak, qo'shtavr shaklli ko'ndalang kesimli to'sinning kam yuklangan.

6. 2.13.g-chizmada ko'rsatilgan qo'shtavr shaklli ko'ndalang kesim o'lchamlarini GOST 8239-72 ga muvofiq sortament jadvalidan qarshilik $W_x = 125 \text{ sm}^3$ momentiga eng yaqin $h = 500 \text{ mm}$, $b = 170 \text{ mm}$, $d = 10 \text{ mm}$, $F = 100 \text{ sm}^2$; $i_{\min} = 3,23 \text{ sm}$; $I_x = 39727 \text{ sm}^4$; $W_x = 1589 \text{ sm}^3$; $I_y = 1043 \text{ sm}^4$; $W_y = 123 \text{ sm}^3$; bo'lgan №50 qo'shtavr tanlab olindi.

Qo'shtavr shaklli ko'ndalang kesimning qarshilik momentlari orasidagi farq % da:

$$\frac{125 - 123}{123} 100\% = 0,013\%.$$

Mustahkamlikka tekshirish:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2000000}{123} = 16260,1626 \text{ N/sm}^2.$$

$$\frac{16260,1626 - 16000}{16000} = 1,626\%.$$

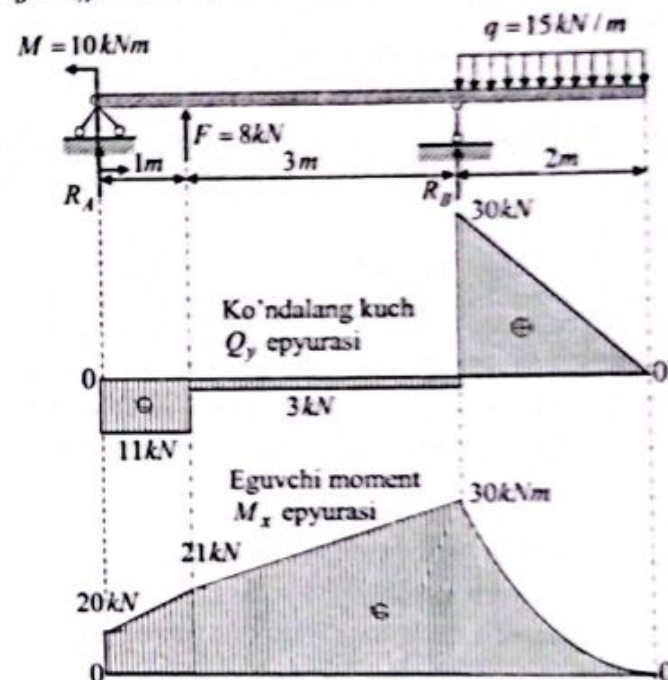
Demak, qo'shtavr shaklli ko'ndalang kesimli to'sinning yuklanishi ruxsat etilgan chegarada.

2.3-masala. 2.14-chizmada keltirilgan to'sin uchun "U" shaklidagi ko'ndalang kesimning o'lchamlari (2.15-chizmada) tanlanish va normal kuchlanish epyurasi qurilsin.

Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = -R_B \cdot 4 - F \cdot 1 + q \cdot 2 \cdot 5 - 8 = 0; \quad -4R_B + 150 - 16 = 0; \quad R_B = 33 \text{ kN}.$$

$$\sum \text{mom}_B = R_A \cdot 4 + F \cdot 3 + q \cdot 2 \cdot 1 - 8 = 0; \quad 4R_A - 8 + 54 = 0; \quad R_A = -11 \text{ kN}.$$



2.14-chizma. To'plangan yuklar bilan yuklangan konsolli to'sin.

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A + F - q \cdot 2 + R_B = 0; \quad -11 + 8 - 30 + 33 = 0; \quad 0 = 0.$$

Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

d) to'sinning chap tayanchidan z_1 , z_2 va z_3 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun ko'ndalang kuch analitik ifodalari quyidagicha tuziladi:

o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 1m$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$Q_y = R_A.$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } Q_y = -11kN;$$

$$z_1 = 1m \text{ bo'lganda } Q_y = -11kN.$$

o'zgarish chegarasi $1 \leq z_2 \leq 5m$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$Q_y = R_A + F.$$

Bunda:

$$z_2 = 1m \text{ bo'lganda } Q_y = -3kN;$$

$$z_2 = 4m; \text{ bo'lganda } Q_y = -3kN.$$

o'zgarish chegarasi $4 \leq z_3 \leq 6m$ bo'lgan uchinchi oraliq uchun:

$$Q_y = R_A - F + R_B - q(z_3 - 4).$$

Bunda:

$$z_2 = 4m \text{ bo'lganda } Q_y = -30kN;$$

$$z_2 = 6m \text{ bo'lganda } Q_y = 0.$$

e) to'sinning chap tayanchidan z_1 , z_2 va z_3 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 1m$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$M_x = -M + R_A z_1.$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } M_x = -10 - 11 \cdot 0 = -10kNm;$$

$$z_1 = 1m \text{ bo'lganda } M_x = -10 - 11 \cdot 1 = -21kNm.$$

o'zgarish chegarasi $1 \leq z_2 \leq 4m$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$M_x = -M + R_A z_2 + F \cdot (z_2 - 1).$$

Bunda:

$$z_2 = 1m \text{ bo'lganda } M_x = -10 - 11 \cdot 1 + 8 \cdot 0 = -21kNm;$$

$$z_2 = 4m \text{ bo'lganda } M_x = -10 - 11 \cdot 4 + 8 \cdot 3 = -30kNm.$$

o'zgarish chegarasi $4 \leq z_3 \leq 6m$ bo'lgan uchinchi oraliq uchun:

$$M_x = -M + R_A z_2 + F \cdot (z_2 - 1) + R_B (z_3 - 4) - q \frac{(z_3 - 4)^2}{2}.$$

Bunda:

$$z_3 = 4m \text{ bo'lganda } M_x = -10 - 11 \cdot 4 + 8 \cdot 3 = -30kNm;$$

$$z_3 = 6m \text{ bo'lganda } M_x = -10 - 11 \cdot 6 + 8 \cdot 5 + 33 \cdot 2 - 15 \frac{2^2}{2} = 0.$$

Bu tenglamalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan (2.14-chizma). Eguvchi momentning eng katta absolyut qiymati to'sinning $z = 4m$ kesimida bo'lgani uchun bu kesim xavfli kesim hisoblanadi. Shuning uchun ham eguvchi momentning maksimal qiymatini $M_{\max} = 30kNm$ qabul qilamiz.

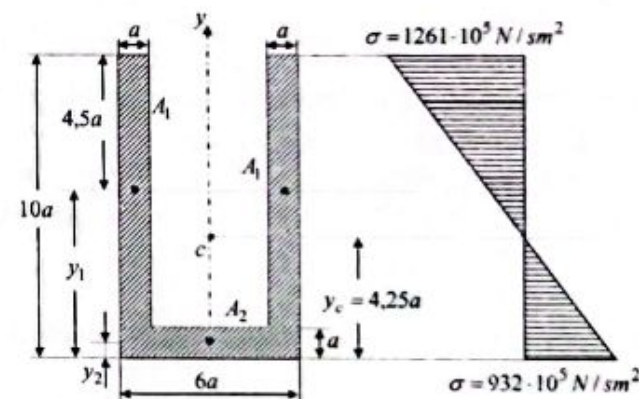
To'sin ko'ndalang kesim qarshilik momentini (2.27) formuladan aniqlaymiz:

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{30000}{16 \cdot 10^7} = 1,875 \cdot 10^{-4} m^3 = 187,5 cm^3.$$

Ko'ndalang kesimi yuzasi og'irlik markazi koordinatasini $y_0 x_1$ koordinata sistemasiga nisbatan aniqlaymiz:

$$y_c = \frac{2A_1 y_1 + A_2 y_2}{2A_1 + A_2} = \frac{2 \cdot a \cdot 9a \cdot 5,5a + a \cdot 6a \cdot 0,5a}{2 \cdot a \cdot 9a + a \cdot 6a} = \frac{102a^3}{24a^2} = 4,25a.$$

Birinchi bob, 5.4-paragrafda keltirilgan (5.13) formula yordamida ko'ndalang kesimning markaziy o'qqa nisbatan inersiya momentini aniqlaymiz:



2.15-chizma. To'sin ko'ndalang kesim balandligi bo'yicha normal kuchlanish epyurasi.

$$I_x = 2 \left[\frac{a \cdot (9a)^3}{12} + a \cdot 9a \cdot (1,25a)^2 \right] + \frac{6a \cdot a^3}{12} + a \cdot 6a(3,75a)^2 = 234,5a^4$$

$$1) W_{1\max} = \frac{234,5a^4}{5,75a} = 40,78260a^3; \quad 2) W_{2\max} = \frac{234,5a^4}{4,25a} = 55,17647a^3;$$

$$1) 187,5 \leq 40,7826087a^3;$$

$$a \geq \sqrt[3]{\frac{187,5}{40,7826}} = 1,67;$$

$$2) 187,5 \leq 55,17647a^3;$$

$$a \geq \sqrt[3]{\frac{187,5}{55,17647}} = 1,5033.$$

Ko'ndalang kesim o'lchamni $a = 1,8\text{sm} = 18\text{mm}$ qabul qilamiz, unda ko'ndalang kesimning markaziy o'qqa nisbatan inersiya momenti quyidagiga teng bo'ladi:

$$I_x = 234,5a^4 = 234,5 \cdot (1,8)^4 = 2462\text{sm}^4.$$

Ko'ndalang kesimning eng yuqorigi nuqtasida $y = 5,75a = 10,35\text{sm}$ nuqtasida normal kuchlanish 2.14-formuladan quyidagiga teng:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y = \frac{30000}{2462 \cdot 10^{-8}} 10,35 \cdot 10^{-2} = 1261 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Ko'ndalang kesimning og'irlik markazi nuqtasida $y = 0$ bo'lganda normal kuchlanish nolga $\sigma = 0$ teng bo'ladi.

Ko'ndalang kesimning eng pastki $y = 4,25a = 7,65\text{sm}$ bo'lgan nuqtasida normal kuchlanish 2.14 formuladan quyidagiga teng:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y = \frac{30000}{2462 \cdot 10^{-8}} 7,65 \cdot 10^{-2} = 932 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Ko'ndalang kesimda normal kuchlanishning aniqlangan qiymatlar bo'yicha epyuralari 2.15,b -chizmada keltirilgan.

2.4-masala. 2.16-chizmada keltirilgan qo'shtavr kesimli to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma] = 16 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$ ga teng. To'sin ko'ndalang kesimi tanlansin.

Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_B = R_A \cdot 6 + F \cdot 1 - M - q \cdot 3 \cdot 2,5 = 0; \quad -6R_A + 49,5 = 0; \quad R_B = 8,25 \text{ kN}.$$

$$\sum \text{mom}_A = R_D \cdot 6 - F \cdot 5 - M + q \cdot 3 \cdot 3,5 = 0; \quad 6R_A - 28,6 = 0; \quad R_A = 4,75 \text{ kN}.$$

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A + F - q \cdot 3 + R_B = 0; \quad 8,25 + 8 - 21 + 4,75 = 0; \quad 0 = 0.$$

Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

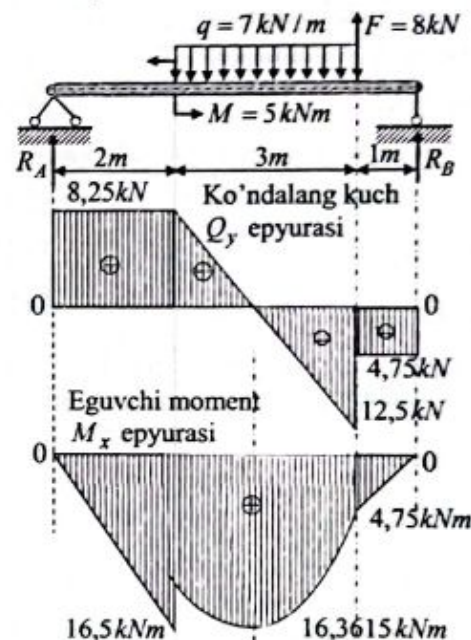
d) to'sinning chap tayanchidan z_1 , z_2 va z_3 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun ko'ndalang kuch analitik ifodalari quyidagicha tuziladi:

o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 2\text{m}$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$Q_y = R_A.$$

Bunda:

$z_1 = 0$ bo'lganda $Q_y = 8,25 \text{ kN}$; $z_1 = 2\text{m}$ bo'lganda $Q_y = 8,25 \text{ kN}$.



2.16-chizma. To'plangan yuklar bilan yuklangan oddiy to'sin.

o'zgarish chegarasi $2 \leq z_2 \leq 5\text{m}$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$Q_y = R_A - q(z_2 - 2).$$

Bunda:

$z_2 = 2m$ bo'lganda $Q_y = 8,25kN$;

$z_2 = 5m$ bo'lganda $Q_y = -12,5kN$.

o'zgarish chegarasi $5 \leq z_3 \leq 6m$ bo'lgan uchinchi oraliq uchun:
 $Q_y = R_A - q \cdot 3 + F$.

Bunda:

$z_2 = 5m$, bo'lganda $Q_y = -4,75kN$.

$z_2 = 5m$, bo'lganda $Q_y = -4,75kN$.

e) to'sinning chap tayanchidan z_1 , z_2 va z_3 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:
o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 2m$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$M_x = R_A z_1.$$

Bunda: $z_1 = 0$ bo'lganda $M_x = 8,25 \cdot 0 = 0$;

$z_1 = 2m$, bo'lganda $M_x = 8,25 \cdot 2 = 16,5kNm$.

o'zgarish chegarasi $2 \leq z_2 \leq 5m$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$M_x = R_A z_2 - M - q \cdot \frac{(z_2 - 2)^2}{2}.$$

Bunda:

$z_2 = 2m$ bo'lganda $M_x = 8,25 \cdot 2 - 5 - 7 \cdot 0 = 11,5kNm$;

$z_2 = 5m$ bo'lganda $M_x = 8,25 \cdot 5 - 5 - 7 \cdot \frac{3^2}{2} = 4,75kNm$.

o'zgarish chegarasi $5 \leq z_3 \leq 6m$ bo'lgan uchinchi oraliq uchun:

$$M_x = R_A z_3 - M - q_2 \cdot 3(z_3 - 3,5) + F(z_3 - 5).$$

Bunda:

$z_3 = 5m$ bo'lganda $M_x = 8,25 \cdot 5 - 5 - 7 \cdot 3 \cdot 1,5 = 4,75kNm$;

$z_3 = 6m$ bo'lganda $M_x = 8,25 \cdot 6 - 5 - 7 \cdot 3 \cdot 2,5 + 8 \cdot 1 = 0$.

To'sinning ikkinchi oralig'ida ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib, o'z ishorasini musbatdan manfiyga o'zgartirganligi uchun bu nuqtada eguvchi moment maksimumga erishadi. Eguvchi moment maksimumini aniqlash maqsadida ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta z_0 absissasi, ko'ndalang kuch ifodasi shu nuqtada nolga tenglanib aniqlanadi.

Ko'ndalang kuchning nolga teng bo'lishi shartidan:

$$Q_y = R_A - q(z_2 - 2); \quad 8,25 - 7(z_0 - 2) = 0; \quad z_0 = 3,17857m.$$

Unda eguvchi moment maksimum qiymati ikkinchi oraliqning $z_2 = z_0 = 3,17857m$ kesimda quyidagiga teng bo'ladi:

$$M_x = R_A z_2 - M - q \cdot \frac{(z_2 - 2)^2}{2}.$$

$$M_{\max} = 8,25 \cdot 3,18 - 5 - 7 \cdot \frac{(3,18 - 2)^2}{2} = 16,3616kNm.$$

Bu tenglamalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan. Eguvchi momentning eng katta absolyut qiymati to'sinning $z = 2m$ kesimida bo'lgani uchun bu kesim xavfli kesim hisoblanadi. Shuning uchun ham eguvchi momentning maksimal qiymatini $M_{\max} = 16,5kNm$ qabul qilamiz.

To'sin ko'ndalang kesimi qarshilik momentini (2.27) formuladan aniqlaymiz:

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{16500}{16 \cdot 10^7} = 1,03125 \cdot 10^{-4} m^3 = 103,125 cm^3.$$

GOST 8239-72 ga muvofiq sortament jadvalidan qarshilik momenti $W_x = 109 cm^3$ bo'lgan №16 qo'shtavr tanlab olinadi: geometrik o'lchamlari $h = 160mm$; $b = 81mm$; $d = 7,8mm$; $A = 20,2cm^2$; $i_{\min} = 1,70cm$; $I_x = 873cm^4$; $I_y = 58,6cm^4$; $W_y = 14,50cm^3$.

Tanlangan kesim uchun maksimal normal kuchlanish aniqlanadi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{1650000}{109} = 15137,615 N/cm^2 = 15,14 \cdot 10^3 < 16 \cdot 10^3 N/cm^2.$$

Ko'ndalang kesimning to'g'ri tanlanganligini tekshirish:

$$\frac{15137 - 16000}{16000} 100\% = -5,39\%$$

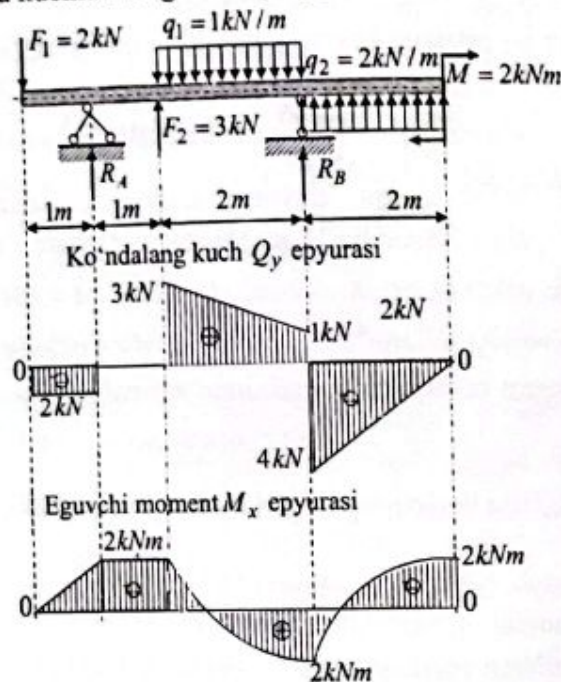
Aniqlangan maksimal normal kuchlanish $\sigma_{\max}$ bilan to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma]$ orasidagi farq $\pm 5\%$ dan oshmasligi kerak, qaralayotgan masalada bu farq $-5,39\%$ ga teng, demak ko'ndalang kesim yuzasi to'g'ri tanlangan, lekin biroz kamroq yuklangan.

2.5-masala. 2.17-chizmada keltirilgan to'g'ri to'rtburchak to'sin ko'ndalang kesimi o'lchamlari $b = 15cm$; $h = 30cm$. Yog'och uchun ruxsat etilgan kuchlanish miqdori $[\sigma] = 10 \cdot 10^5 N/m^2$. To'sin kesimidagi eng katta normal va urinma kuchlarishlar aniqlansin.

Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\begin{aligned}\sum \text{mom}_A &= -R_B \cdot 3 - F_1 \cdot 1 - F_2 \cdot 1 + q_1 \cdot 2 \cdot 2 - q_2 \cdot 2 \cdot 4 + M = 0; \\ -3R_B - 2 - 3 + 4 - 16 + 2 &= 0; \quad R_B = -5 \text{ kN.} \\ \sum \text{mom}_B &= R_A \cdot 3 - F_1 \cdot 4 + F_2 \cdot 2 - q_1 \cdot 2 \cdot 1 - q_2 \cdot 2 \cdot 2 + M = 0; \\ 3R_A - 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 - 1 \cdot 2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 \cdot 1 + 2 &= 0; \quad R_A = 2 \text{ kN.}\end{aligned}$$

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:
 $\sum Y = -F_1 + R_A + F_2 - q_1 \cdot 2 + R_B + q_2 \cdot 2 = 0; \quad -2 + 2 + 3 - 2 - 5 + 4 = 0; \quad 0 = 0.$
 Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.



2.17-chizma. To'plangan yuklar ta'siridagi ikki konsolli to'sin.

d) to'sinning chap tayanchidan z_1 , z_2 va z_3 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun ko'ndalang kuch analitik ifodalari quyidagicha tuziladi:

o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 1m$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$Q_y = -F_1.$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } Q_y = -2 \text{ kN};$$

$$z_1 = 1m, \text{ bo'lganda } Q_y = -2 \text{ kN}.$$

o'zgarish chegarasi $1 \leq z_2 \leq 2m$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$Q_y = -F_1 + R_A.$$

Bunda:

$$z_2 = 1m \text{ bo'lganda } Q_y = 0;$$

$$z_2 = 2m \text{ bo'lganda } Q_y = 0.$$

o'zgarish chegarasi $2 \leq z_3 \leq 4m$ bo'lgan uchinchi oraliq uchun:

$$Q_y = -F_1 + F_2 + R_A + q(z_2 - 2).$$

Bunda:

$$z_3 = 2m \text{ bo'lganda } Q_y = 3 \text{ kN};$$

$$z_3 = 4m \text{ bo'lganda } Q_y = 1 \text{ kN}.$$

o'zgarish chegarasi $4 \leq z_4 \leq 6m$ bo'lgan to'rtinchi oraliq uchun:

$$Q_y = -F_1 + F_2 + R_A - q_1 \cdot (z_2 - 2) + R_B \cdot (z_2 - 4) + q_2 \cdot (z_2 - 4).$$

Bunda:

$$z_4 = 4m \text{ bo'lganda } Q_y = -4 \text{ kN};$$

$$z_4 = 6m \text{ bo'lganda } Q_y = 0 \text{ kN}.$$

e) to'sinning chap tayanchidan z_1 , z_2 , z_3 va z_4 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 1m$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$M_x = -F_1 z_1.$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } M_x = -1 \cdot 0 = 0;$$

$$z_1 = 1m \text{ bo'lganda } M_x = -2 \cdot 1 = -2 \text{ kNm}.$$

o'zgarish chegarasi $1 \leq z_2 \leq 2m$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$M_x = -F_1 \cdot z_2 + R_A \cdot (z_2 - 1).$$

Bunda:

$$z_2 = 1m \text{ bo'lganda } M_x = -2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 = -2 \text{ kNm};$$

$$z_2 = 2m \text{ bo'lganda } M_x = -2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = -2 \text{ kNm}.$$

o'zgarish chegarasi $2 \leq z_3 \leq 4m$ bo'lgan uchinchi oraliq uchun:

$$M_x = -F_1 \cdot z_3 + R_A(z_3 - 1) + F_2 \cdot (z_3 - 2) - q_1 \frac{(z_3 - 2)^2}{2}$$

Bunda:

$$z_3 = 2 \text{ m bo'lganda } M_x = -2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 = -2 \text{ kNm};$$

$$z_3 = 4 \text{ m bo'lganda } M_x = -2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 - 1 \cdot \frac{2^2}{2} = 2 \text{ kNm}.$$

o'zgarish chegarasi $4 \leq z_4 \leq 6 \text{ m}$ bo'lgan to'rtinchi oraliq uchun:

$$M_x = -F_1 \cdot z_3 + R_A(z_4 - 1) + F_2 \cdot (z_4 - 2) - q_1 \cdot 2 \cdot (z_4 - 3) + R_B(z_4 - 4) + q_2 \frac{(z_4 - 4)^2}{2};$$

Bunda:

$$z_4 = 4 \text{ m bo'lganda } M_x = -2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 - 1 \cdot 2 \cdot 1 = -2 \text{ kNm};$$

$$z_4 = 6 \text{ m bo'lganda}$$

$$M_x = -2 \cdot 6 + 2 \cdot 5 - 3 \cdot 4 - 1 \cdot 2 \cdot 3 - 5 \cdot 2 + 2 \cdot \frac{2^2}{2} = 2 \text{ kN}.$$

Bu tenglamalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan. Eguvchi momentning eng katta absolyut qiymati to'sinning $z = 4 \text{ m}$ kesimida bo'lgani uchun bu kesim xavfli kesim hisoblanadi. Shuning uchun ham eguvchi momentning maksimal qiymatini $M_{\max} = 2 \text{ kNm}$ qabul qilamiz.

Eguvchi moment epyurasidan maksimal qiymati $M_{\max} = 2 \text{ kNm}$ ni topamiz va xavfli kesimdagi maksimal normal kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{2000}{15 \cdot (30)^2 \cdot 10^{-6}} = 0,888 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 < 10 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Demak to'sinning normal kuchlanish bo'yicha mustahkamligi ta'minlangan.

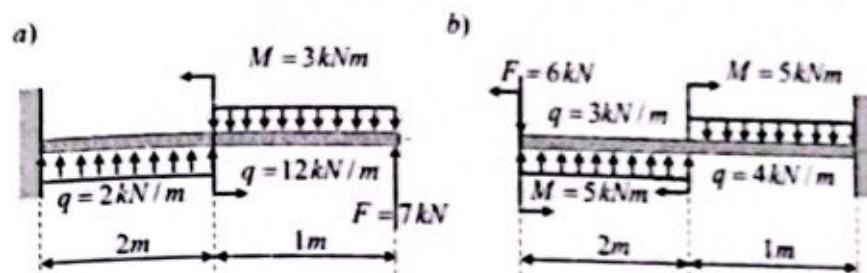
Ko'ndalang kuch epyurasidan maksimal ko'ndalang kuch qiymatini aniqlaymiz va maksimal urinma kuchlanishni topamiz:

$$\tau_{\max} = \frac{3Q_{\max}}{2F} = \frac{3 \cdot 2000}{2 \cdot 15 \cdot 30 \cdot 10^{-4}} = 6,66 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2.$$

To'sinning mustahkamligi ta'minlangan.

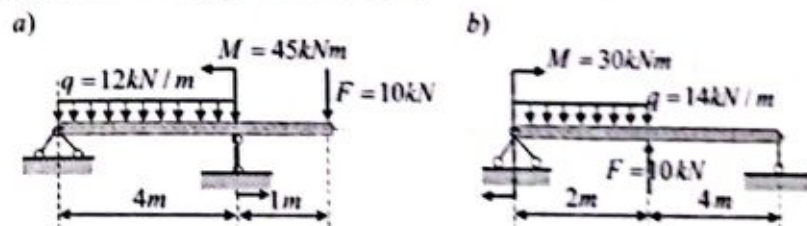
2.6-masala. Bir uchi bilan qistirib mahkamlangan 2.18,a,b-chizmada keltirilgan konsollar uchun eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralarini qurib, qo'shtavr shaklida ko'ndalang kesim yuzalari

sortament jadvalidan tanlansin! Ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma] = 16000 \text{ H/sm}^2$.



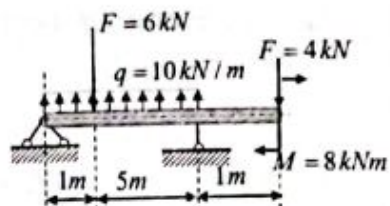
2.18-chizma. Tekis taqsimlangan, to'plangan va juft kuchlar bilan yuklangan konsollar

2.7-masala. Bir uchi bilan qistirib mahkamlangan 2.19,a,b-chizmada keltirilgan ikki tayanchga tirilgan to'sinlar uchun eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralarini qurib, qo'shtavr shaklida ko'ndalang kesim yuzasini sortament jadvalidan tanlansin! Ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma] = 16000 \text{ H/sm}^2$.



2.19-chizma. Tekis taqsimlangan, to'plangan va juft kuchlar bilan yuklangan to'sinlar.

2.8-masala. Ko'ndalang kesimi to'g'ri turtburchak balandligi 30 sm va eni 15sm bo'lgan 2.20-chizmada ko'rsatilgan yog'och to'sin uchun eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin. Xavfli kesimdagi eng katta normal kuchlanish aniqlansin.



2.20-chizma. Tekis taqsimlangan va to'plangan kuchlar bilan yuklangan to'sin.

Tayanch iboralar:

Egilish, kesim og'irlik markazi, Guk qonunni, tajribalar, tekis egilish, ko'ndalang kuch, juft kuch, eguvchi moment, sof egilish, oraliq, muvozanat tenglamalar, masalaning geometrik tomoni, neytral qatlam, neytral o'q, egrilik radiusi, normal kuchlanish, kesimning statik momenti, inersiya moment, proporsional, ko'ndalang kesim qarshilik momenti, maksimal normal kuchlanish, to'rtburchak inersiya momenti, doiraning inersiya momenti, integral, markazdan qochirma inersiya moment, maksimal normal kuchlanish, berilgan ruxsat etilgan kuchlanish, mustahkamlik sharti, xavfli kesim, siqilish uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish, nosimmetrik kesim qarshilik momenti, mustahkamlikka tekshirish masalasi, ko'ndalang kesimni tanlash va o'lchamlarini topish, GOST, to'sin ko'tara oladigan eng katta kuchni aniqlash, urinma kuchlanish, Juravskiy teoremlari, to'g'ri to'rtburchakli kesim, kvadrat parabola qonunni, qo'shtavr shaklidagi kesim, qo'shtavr devori, tokchasi, urinma kuchlanishga nisbatan mustahkamlik sharti, bosh normal va eng katta urinma kuchlanishlar, ekstremal urinma kuchlanishlar epryuralaridagi sakrashlar, absolyut qiymat.

Test savollari:

1. To'sinning sof egilish quyidagi qaysi bir oraliq'ida ro'y beradi?

- ko'ndalang kuch nolga teng, eguvchi moment o'zgaras bo'lgan oraliq'ida;
- eguvchi moment nolga teng, ko'ndalang kuch o'zgaras bo'lgan oraliq'ida;
- ko'ndalang kuch o'zgaras, eguvchi moment o'zgaras bo'lgan oraliq'ida;
- ko'ndalang kuch o'zgaruvchi, eguvchi moment o'zgaruvchi bo'lgan oraliq'ida;

2. To'sinning sof egilishda ko'ndalang kesimi bo'yicha ichki kuchlarning taqsimlanish qonunini bilish uchun statikaning muvozanat tenglamalari yetarli?

yetarli emas;

yeterli;

statikaning oltita tenglamalari etarli;

statikaning uchta tenglamalari etarli;

3. To'sinning neytral tolalari deb qanday tolalarga aytiladi?

to'sinning siqilgan va cho'zilgan tolalari orasida uzunligini o'zgartirmaydigan tolalariga;

to'sinning siqilgan va cho'zilgan tolalari orasida uzunligini o'zgartiradigan tolalariga;

to'sinning siqilgan va cho'zilgan tolalari orasida yotmaydigan uzunligini o'zgartirmaydigan tolalariga;

to'sinning siqilgan va cho'zilgan tolalari orasida yotmaydigan uzunligini o'zgartiradigan tolalariga;

4. To'sinning neytral o'qi (chiziq) deb qanday chiziqqa aytiladi?

neytral qatlam bilan to'sin ko'ndalang kesim tekisligining kesishgan chizig'iga;

neytral qatlam bilan to'sin ko'ndalang kesim tekisligining kesishmaydigan chizig'iga;

neytral qatlam bilan to'sin bo'ylama kesim tekisligining kesishgan chizig'iga;

neytral qatlam bilan to'sin ixtiyoriy kesim tekisligining kesishgan chizig'iga;

5. To'sin neytral qatlamdan qanday masofada yotgan tolalarning deformatsiyasi ekstremal qiymatlariga erishadi?

neytral qatlamdan eng uzoqdagi tolalarda;

neytral qatlamdan o'rtacha uzoqdagi tolalarda;

neytral qatlam ustida yotuvchi tolalarda;

neytral qatlamga eng yaqin tolalarda;

6. Sof egilishdagi normal kuchlanish javoblarda keltirilgan qaysi formuladan aniqlanadi?

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y; \quad \frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x};$$
$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}; \quad \sigma = \frac{Q_x S_x}{I_x} y;$$

7. Sof egilishda normal kuchlanish to'sin ko'ndalang kesim balandligi bo'yicha qanday qonun asosida o'zgaradi?

to'g'ri chiziqli;

kvadrat parabola;

ikkinchi tartibli egri chiziqli;

to'g'ri va egri chiziqli;

8. Maksimal normal kuchlanish javoblarda keltirilgan formulalarning qaysi biridan aniqlanadi?

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{I_x} y_{\max}; \quad \sigma_{\max} = \frac{M_x}{I_x} y;$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]; \quad \sigma_{\max} = \frac{Q_x S_x}{I_x} y;$$

9. To'g'ri to'rtburchakli kesim yuzasi qarshilik momentlari quyidagi formulalarning qaysi biridan aniqlanadi?

$$W_x = \frac{bh^2}{6}; \quad W_y = \frac{b^2h}{6}; \quad W_x = W_y = \frac{a^3}{6};$$

$$W_x = W_y = \frac{\pi d^4}{64} \cdot \frac{r}{2} = \frac{\pi d^3}{32} \cong 0,1d^3;$$

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{\pi D^3(1-c^4)}{32} \cong 0,1D^3(1-c^4);$$

10. Kvadrat shaklidagi kesim yuzasi qarshilik momenti quyidagi formulalarning qaysi biridan aniqlanadi?

$$W_x = W_y = \frac{a^3}{6}; \quad W_x = \frac{bh^2}{6}; \quad W_y = \frac{b^2h}{6};$$

$$W_x = W_y = \frac{\pi d^4}{64} \cdot \frac{r}{2} = \frac{\pi d^3}{32} \cong 0,1d^3;$$

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{\pi D^3(1-c^4)}{32} \cong 0,1D^3(1-c^4);$$

11. Doira shaklidagi kesim yuzasi qarshilik momentlari quyidagi formulalarning qaysi biridan aniqlanadi?

$$W_x = W_y = \frac{\pi d^4}{64} \cdot \frac{r}{2} = \frac{\pi d^3}{32} \cong 0,1d^3; \quad W_x = \frac{bh^2}{6}; \quad W_y = \frac{hb^2}{6};$$

$$W_x = W_y = \frac{a^3}{6}; \quad W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{\pi D^3(1-c^4)}{32} \cong 0,1D^3(1-c^4);$$

12. Halqa shaklidagi kesim yuzasi qarshilik momenti quyidagi formulalarning qaysi biridan aniqlanadi?

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{\pi D^3 (1 - c^4)}{32} \approx 0,1 D^3 (1 - c^4); \quad W_x = \frac{bh^2}{6};$$

$$W_x = W_y = \frac{a^3}{6}; \quad W_x = W_y = \frac{\pi d^4}{64} \cdot \frac{r}{2} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3;$$

13. To'sinlarning normal kuchlanish bo'yicha mustahkamlik sharti matematik ifodasi quyidagilarning qaysi biri?

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]; \quad \sigma = \frac{M_x}{I_x} y;$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{I_x} y_{\max}; \quad \sigma = \frac{Q_x S_x}{I_x} y;$$

14. Egilishga ishlovchi konstruksiya elementlarining mustahkamlik sharti bo'yicha qanday masalalarni hal qilish mumkin?

to'sinni mustahkamlikka tekshirish, ko'ndalang kesimni tanlash va ko'tara oladigan eng katta yukni aniqlash;

to'sinni mustahkamlikka, bikirlikka va ustivorlikka tekshirish;

to'sinni ko'ndalang kesimni tanlash va o'lchamlarini topish;

to'sin ko'tara oladigan eng katta kuchni aniqlash, ruxsat etilgan kuchlanishni va deformatsiyasi tekshirish;

15. Urinma kuchlanish javoblarda keltirilgan qaysi formuladan aniqlanadi?

$$\tau = \frac{Q_y S_x^{ajrat}}{I_x b_y}; \quad \sigma = \frac{M_x}{I_x} y;$$

$$\sigma = \frac{Q_x S_x}{I_x} y; \quad \sigma_{\max} = \frac{M_x}{I_x} y_{\max};$$

16. Ko'ndalang egilishda urinma kuchlanish to'sin ko'ndalang kesim balandligi bo'yicha qanday qonun asosida o'zgaradi?

kvadrat parabola;

to'g'ri chiziqli;

uchinchi tartibli egri chiziqli;

to'g'ri va egri chiziqli;

17. To'sinlarning urinma kuchlanish bo'yicha mustahkamlik sharti qanday ifodalanadi?

$$\tau = \frac{Q_{y,\max} S_{x,\max}^{ajrat}}{I_x b_y} \leq [\tau]; \quad \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma];$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{I_x} y_{\max}; \quad \sigma_{\max} = [\sigma];$$

18. To'g'ri to'rtburchak shaklidagi kesim enining uzunligi ikki marta orttirilsa, unda eng katta normal kuchlanish qanday o'zgaradi?

ikki marta kamayadi;

ikki marta oshadi;

to'rt marta oshadi;

to'rt marta kamayadi;

19. Normal kuchlanish to'sinda hosil bo'lgan eguvchi moment va inersiya momenti bilan qanday bog'langan?

eguvchi momentga to'g'ri proporsional, inersiya momentiga teskari proporsional;

eguvchi momentga teskari proporsional, inersiya momentiga to'g'ri proporsional;

eguvchi momentga teskari proporsional, inersiya momentiga teskari proporsional;

eguvchi momentga to'g'ri proporsional va inersiya momentiga to'g'ri proporsional;

20. Elastiklik moduli materialning qanday xossasini xarakterlaydi?

elastiklik moduli materialning elastiklik xossasini xarakterlaydi;

elastiklik moduli materialning plastiklik xossasini xarakterlaydi;

elastiklik moduli materialning fizik xossasini xarakterlaydi;

elastiklik moduli materialning geometrik xossasini xarakterlaydi;

21. Egilishda to'sin kesimi bikirligi deb nimaga aytiladi?

to'sin ko'ndalang kesimning o'qqa nisbatan inersiya momenti bilan elastiklik modulining ko'paytmasi EI_x bikirlik deyiladi;

to'sin ko'ndalang yuzasi bilan unda hosil bo'lgan normal kuchlanish ko'paytmasi σ bikirlik deyiladi;

to'sin bo'ylama nisbiy deformatsiyasining kesimning o'qqa nisbatan inersiya momenti el_x ko'paytmasiga bikirlik deyiladi;

to'sin ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan zo'riqish kuchining kesimning o'qqa nisbatan inersiya momentiga nisbatan bikirlik deyiladi;

22. To'sin ko'tara oladigan kuch qaysi formuladan aniqlanadi?

$$N_{\max} \leq W_x [\sigma];$$

$$N_{\max} \geq W_x [\sigma];$$

$$N_{\min} \leq W_x [\sigma];$$

$$N_{\min} \geq W_x [\sigma];$$

23. To'sin yon tomonlariga to'r chizib uning egilishini kuzatsak quyidagilarning qaysi biri ro'y beradi?

to'sinning bo'ylama tolalar bir-biriga bosim ko'rsatmaydi;

to'sinning bo'ylama tolalar bir-biriga bosim ko'rsatadi;

to'sinning qo'ndalang tolalar bir-biriga bosim ko'rsatadi;

to'sinning ixtiyoriy tolalar bir-biriga bosim ko'rsatadi;

24. To'sin yon tomonlariga to'r chizib uning egilishini kuzatsak quyidagilarning qaysi biri ro'y beradi?

to'sin ko'ndalang kesimining siqilgan qatlamlari tomoni kengayib, cho'zilgan qatlamlari tomoni torayadi;

to'sin ko'ndalang kesimining siqilgan qatlamlari tomoni toroyadi, cho'zilgan qatlamlari tomoni ortadi;

to'sin ko'ndalang kesimining siqilgan qatlamlari tomoni qisqarib, cho'zilgan qatlamlari tomoni kengayadi;

to'sin ko'ndalang kesimining siqilgan qatlamlari tomoni o'zgarmaydi, cho'zilgan qatlamlari tomoni kengayadi;

25. Dubdan $[\sigma] = 12000 \text{ N/sm}^2$ yasalgan to'sin egilganda maksimal eguvchi moment $M_{\max} = 512000 \text{ N} \cdot \text{sm}$ bo'lsa, uning to'g'ri to'rtburchak $h/b = 2$ shaklidagi ko'ndalang kesim yuzasi o'lchamlari aniqlansin?

$$b = 4 \text{ sm}, h = 8 \text{ sm}; \quad b = 6 \text{ sm}, h = 12 \text{ sm};$$

$$b = 8 \text{ sm}, h = 16 \text{ sm}; \quad b = 2 \text{ sm}, h = 4 \text{ sm};$$

26. Qarag'aydan $[\sigma] = 1000 \text{ N/sm}^2$ yasalgan to'sin egilganda maksimal eguvchi moment $M_{\max} = 36000 \text{ N} \cdot \text{sm}$ bo'lsa, uning kvadrat shaklidagi ko'ndalang kesim yuzasi o'lchami aniqlansin?

$$a = 6 \text{ sm}; \quad a = 12 \text{ sm};$$

$$a = 14 \text{ sm}; \quad a = 10 \text{ sm};$$

27. Po'latdan $[\sigma] = 16000 \text{ N/sm}^2$ yasalgan qarshilik momenti $[w] = 200 \text{ sm}^3$ bo'lgan to'sin egilganda maksimal eguvchi moment aniqlansin?

$$32 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{sm}; \quad 42 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

$$52 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{sm}; \quad 62 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

28. Dubdan $[\sigma] = 12000 \text{ N/sm}^2$ yasalgan qarshilik momenti $[w] = 250 \text{ sm}^3$ bo'lgan to'sin egilganda maksimal eguvchi moment aniqlansin?

$$30 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{sm}; \quad 50 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

$$20 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{sm}; \quad 40 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

29. Qarag'aydan $[\sigma] = 10000 \text{ N/sm}^2$ yasalgan qarshilik momenti $[w] = 300 \text{ sm}^3$ bo'lgan to'sin egilganda maksimal eguvchi moment aniqlansin?

$$30 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{sm}; \quad 40 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

$$60 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{sm}; \quad 50 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

30. Po'latdan $[\sigma] = 16000 \text{ N/sm}^2$ yasalgan qarshilik momenti $[w] = 24 \text{ sm}^3$, maksimal eguvchi momenti $M_{\max} = 384000 \text{ N} \cdot \text{sm}$ bo'lgan to'sin egilganda mustahkamligi taminlaganmi?

$$0\%; \text{ taminlangan}; \quad \pm 10\% \text{ taminlangan};$$

$$\pm 5\% \text{ taminlanmagan}; \quad -10\% \text{ taminlangan};$$

III BOB

EGILGAN TO'SINLARNING KO'CHISHLARINI ANIQLASH

3.1-§. Umumiy tushunchalar

Egilgan to'sinlarning kuchlanishlarini aniqlash bobida sirtqi kuchlar ta'siridan to'sinlar ko'ndalang kesimlarida hosil bo'lgan kuchlanishlarni aniqlash hamda to'sinlarni normal va urinma kuchlanishlar bo'yicha mustahkamlikka tekshirish masalalarini o'rgangan edik. Bular esa egilgan to'sinlar to'g'risida to'la tasavvurga ega bo'lish uchun yetarli emas. Mustahkamligi to'liq ta'minlangan to'sinlarning bikirligi ta'minlanmaganligi tufayli solqilanib ishga yaroqsiz holatga kelishi mumkin.

Shuning uchun ham birorta bosh inersiya tekisligida yotuvchi sirtqi kuchlar ta'sirida egilgan to'sinlarda shu kuch tekisligida hosil bo'lgan deformatsiyasini o'rganish, ya'ni to'sinlarni bikirlikka tekshirish maqsadga muvofiqdir.

To'sinlar deformatsiyalanishini o'rganishdan asosiy maqsad:

1. solqilikning norma bo'yicha belgilangan qiymatlaridan oshib ketmasligini ta'minlash;
2. statik aniqmas to'sinlar masalasini yechish.

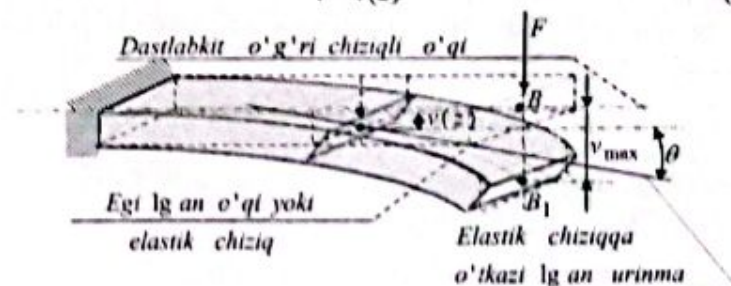
Birorta bosh inersiya tekisligida yotuvchi sirtqi kuchlar ta'sirida egilgan to'sin o'qi kuch tekisligida egilib, ko'ndalang kesim yuzalari tekisligicha qolib, neytral o'q atrofida aylanib, boshlang'ich holatiga nisbatan biror burchakka buriladi hamda kesim og'irlik markazlari vertikal ko'chadi (3.1-chizma). Vertikal ko'chishi *solqilik* deb ataladi va uni " $v(z)$ ", *burilish burchagini* " $\theta(z)$ " bilan belgilaymiz.

Deformatsiyalangan to'sinning kuch ta'sir tekisligidagi barcha ko'ndalang kesimlari og'irlik markazlarini tutashturuvchi egri chiziqqa *egilgan o'q* yoki *elastik chiziq* deb ataladi. Elastik chiziq siliq egri chiziq bo'lib, u kuch ta'sir qilayotgan tekisligida yotadi.

Foydalanish qulay bo'lishi maqsadida koordinata boshini har doim to'sinning chap boshlanish uchiga qo'yamiz. Vertikal y koordinata

o'qini yuqoriga yo'naltiramiz. Unda to'sin egilgan o'qining solqilik tenglamasi ifodasi quyidagicha yoziladi:

$$v = v(z) \quad (3.1)$$



3.1-chizma. Bir uchi bilan qistirib mahkamlangan erkin uchiga qo'yilgan to'plangan kuchdan to'sin egilgan o'qi.

To'sin egri chizig'iga o'tkazilgan urinma bilan abssissalar o'qi hosil qilgan burchagini, ya'ni burilish burchagini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{dv}{dz} \quad (3.2)$$

Amalda to'sinning solqiligi uning uzunligiga nisbatan juda kichik miqdor bo'lganligi uchun, burilish burchagi, odatda, 1° dan katta bo'lmaydi. Shu sababli burchak tangensining qiymatini uning radian qiymatiga teng deb olish mumkin, ya'ni

$$\theta = \operatorname{tg} \theta = \frac{dv}{dz} \quad (3.3)$$

Demak, kesimning burilish burchagi shu kesim solqilikdan z o'q bo'yicha olingan birinchi hosilaga teng bo'lar ekan.

To'sinlarni bikirlikka tekshirishda eng katta solqilikni topish muhim ahamiyatga ega. Po'lat to'sinlarning ishlash sharoitini e'tiborga olib, eng katta solqiligi to'sin ravog'i uzunligining $\frac{1}{250} + \frac{1}{1000}$ qismi-dan ortib ketmasligi lozim.

To'sinlarning bikirligini tahlil qilishda egilgan o'q differensial tenglamalarini tuzish va ularni yechish muhim ahamiyat kasb etadi.

3.2-§. To'sin egilgan o'qining differensial tenglamasi

Sof egilish. Normal kuchlanishlarni aniqlash mavzusida eguvchi moment bilan egrilik o'rtasida quyidagi munosabat mavjudligini aniqlagan edik:

$$\frac{1}{\rho(z)} = \frac{M_x(z)}{EI_x} \quad (3.4)$$

Egrilikni aniqlash formulasini "Oliy matematika" kursidan ma'lum va u quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{\frac{d^2v}{dz^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right]^{3/2}} \quad (3.5)$$

Egrilik qiymatini (3.4) tenglikka qo'yib, to'sin elastik chizig'ining aniq differensial tenglasmasini hosil qilamiz:

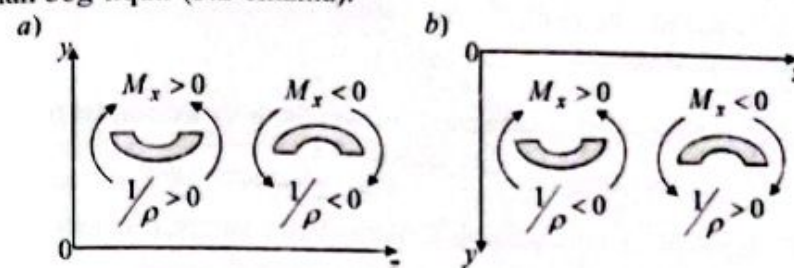
$$\pm \frac{\frac{d^2v}{dz^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{M_x}{EI_x} \quad (3.6)$$

Bu noxiziq differensial tenglamani integrallash anchagina murakkabdir. Tenglamaning maxrajidagi $\frac{dv}{dz}$ ifoda to'sin o'qiga o'tkazilgan urinma og'ish burchagining tangensi kichik miqdor ekanligini e'tiborga olib, $\left(\frac{dv}{dz}\right)^2$ birinchi hosilaning kvadrati birga nisbatan juda ham kichik bo'lganligi sababli uni e'tiborga olmaymiz. Natijada quyidagi taqribiy differensial tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \pm \frac{M_x}{EI_x} \quad (3.7)$$

Egrilik ishorasi bilan eguvchi moment ishorasi har doim ham mos kelmaganligi sababli tenglama ikki xil ishora bilan olingan. Eguvchi moment ishorasi to'sinning cho'zilgan tolalari joylashishiga qarab

olinishi ma'lum. Egrilik radiusi ishorasi koordinata o'qlari yo'nalishi bilan bog'liqdir (3.2-chizma).



3.2-chizma. Egrilik ishorasi bilan eguvchi moment ishorasi orasidagi bog'lanish.

Agar 0y koordinata o'qi yuqoriga qarab yo'nalgan bo'lsa, differensial tenglamaning ishorasi musbat olinadi. Chunki, musbat eguvchi momentga musbat egrilik, manfiy eguvchi momentga manfiy egrilik mos keladi (3.2,a-chizma). Unda differensial tenglama ifodasi:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{M_x}{EI_x} \quad (3.8)$$

Agar 0y koordinata o'qi pastga qarab yo'nalgan bo'lsa, eguvchi moment bilan egrilik ishoralari turlicha bo'ladi (3.2,b-chizma), unda differensial tenglama manfiy ishora bilan olinadi:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = -\frac{M_x}{EI_x} \quad (3.9)$$

Juravskiy teoremlarini e'tiborga olib, o'zgarmas ko'ndalang kesimli to'sin uchun quyidagi bog'lanishlarni hosil qilish mumkin:

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{dv}{dz}; & \pm M_x &= EI_x \frac{d^2v}{dz^2}; \\ Q_y &= EI_x \frac{d^3v}{dz^3}; & q &= EI_x \frac{d^4v}{dz^4}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Bu ifodalardan xulosa qilib shuni aytish mumkinki, agar to'singa juft kuch ta'sir qilsa, elastik chizig'i ikkinchi tartibli egri chiziq, to'plangan ($q=0$, $Q=const$) kuch ta'sir etsa, uchinchi tartibli egri chiziq, tekis taqsimlangan kuch ta'sir etsa, to'rtinchi tartibli egri chiziqdan iborat bo'lar ekan.

Egilgan to'sin deformatsiyalari $v=v(z)$; $\theta=\theta(z)$ ni aniqlashning bir qancha usullari mavjud. Bu usullardan ba'zilarini quyidagi mavzularda ko'rib chiqamiz.

3.3-§. Differensial tenglamani integrallash va doimiylarni aniqlash

$\theta(z)$ burilish va $v(z)$ solqilik funksiyalarini aniqlash uchun (3.7) taqribiy differensial tenglamani ketma-ket integrallaymiz.

Differensial tenglamani bir marta integrallab $\theta(z)$ burilish burchak ifodasini topamiz:

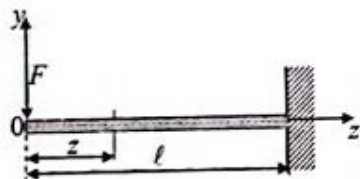
$$\frac{dv}{dz} = \pm \int \frac{M_x(z)}{EI_x} dz + C. \quad (3.11)$$

Ikkinchi marta integrallab, $v(z)$ solqilik ifodasini hosil qilamiz:

$$v = \pm \int dz \int \frac{M_x(z)}{EI_x} dz + Cz + D. \quad (3.12)$$

Bu tenglamalar tarkibiga kirgan integral doimiylari C va D to'sinining tayanchlarga mahkamlanish usuliga bog'liq bo'lgan chegaradagi shartlaridan foydalanib aniqlanadi. Integral doimiylarini aniqlashni quyidagi misollarda ko'rib chiqamiz.

3.1-masala. Erkin uchiga to'plangan kuch qo'yilgan konsol to'sin uchun burilish burchak va solqilik tenglamasi ifodalari tuzilsin va erkin uchidagi burilish burchak va solqilik qiymatlari aniqlansin (3.3-chizma).



3.3-chizma. To'plangan yuk bilan yuklangan konsol balka.

Yechish. a) koordinata boshidan z masofadagi kesim uchun eguvchi moment tenglamasini tuzamiz:

$$M_x = -Fz. \quad (1)$$

b) koordinata o'qi y yuqoriga yo'nalganligi uchun to'sin egilgan o'qi differensial tenglamasi o'ng tomoni ishorasi musbat bo'lib (8.8) ko'rinishida ifodalanadi:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{M_x}{EI_x}. \quad (2)$$

Bu differensial tenglamaga $M = -Fz$ ifodani qo'yib konsol to'sin uchun quyidagi differensial tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = -\frac{Fz}{EI_x}. \quad (3)$$

Bu tenglamani bir marta integrallab burilish burchak ifodasini hosil qilamiz:

$$\frac{dv}{dz} = -\frac{F}{2EI_x} z^2 + C. \quad (4)$$

Ikkinchi marta integrallab, solqilik ifodasini hosil qilamiz:

$$v = -\frac{F}{EI_x} \frac{z^3}{6} + Cz + D. \quad (5)$$

Ma'lumki, konsolning qistirib mahkamlangan tayanchida burilish burchak va solqilik nolga teng bo'ladi. Bu chegara shartlaridan integral doimiylarini aniqlaymiz:

1. $z = \ell$, bo'lganda qistirib mahkamlangan tayanchda konsol to'sin burilish burchagi nolga teng bo'ladi, ya'ni $\frac{dv(\ell)}{dz} = 0$.

Bu chegara shartdan quyidagi algebraik tenglamani hosil qilamiz:

$$-\frac{F}{2EI_x} \cdot \ell^2 + C = 0.$$

Bundan

$$C = \frac{F\ell^2}{2EI_x}. \quad (6)$$

2. $z = \ell$, bo'lganda qistirib mahkamlangan tayanchda to'sin solqiligi nolga teng bo'ladi, ya'ni $v(\ell) = 0$;

Bu chegara shartdan quyidagi algebraik tenglamani hosil qilamiz:

$$-\frac{F}{EI_x} \frac{\ell^3}{6} + C \cdot \ell + D = 0.$$

Bu tenglamaga C qiymatni qo'ysak unda:

$$-\frac{F}{EI_x} \frac{\ell^3}{6} + \frac{F\ell^2}{2EI_x} \cdot \ell + D = 0.$$

Bundan

$$D = -\frac{F\ell^3}{3EI_x}. \quad (7)$$

Unda to'sin ko'ndalang kesimi burilish burchak va solqilik funksiyalari ifodalari quyidagicha ifodalanadi:

$$\theta = \frac{dv}{dz} = -\frac{F}{2EI_x} z^2 + \frac{F\ell^2}{2EI_x}. \quad (8)$$

$$v = -\frac{F}{6EI_x} z^3 + \frac{F\ell^2}{2EI_x} z - \frac{F\ell^3}{3EI_x}. \quad (9)$$

Bu ifodalardagi z abssissaga ma'lum qiymatlar berib, to'sinning uzunligi bo'ylab ma'lum kesimlaridagi burilish burchak va solqiliklarining son qiymatlarini aniqlash mumkin.

$z = 0$ koordinata boshida burilish burchak $\theta(0) = \frac{dv(0)}{dz} = \frac{F\ell^2}{2EI_x}$ ga,

solqilik $v(0) = -F\ell^3/3EI_x$ ga teng bo'ladi.

Demak, birinchi chegara sharti va burilish burchak ifodasidan shuni xulosa qilib aytish mumkinki, integrallash doimiysi C koordinata boshidagi burilish burchagini bildiradi va qaralayotgan masalada

$C = \theta(0) = \frac{F\ell^2}{2EI_x}$ ga teng.

Ikkinchi chegara sharti va solqilik deformatsiyasi ifodasidan shuni xulosa qilib aytish mumkinki, integrallash doimiysi D koordinata boshidagi solqilikni bildiradi va qaralayotgan masalada

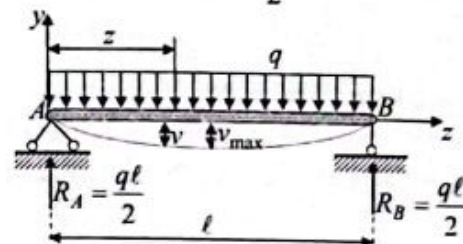
$D = v(0) = -\frac{F\ell^3}{3EI_x}$ ga teng.

Eng katta solqilik va burilish burchak yuk qo'yilgan kesim ostida bo'lishi 3.3-chizmadan ko'rinib turibdi va u quyidagiga teng bo'ladi:

$$\begin{aligned} v(0) &= -\frac{F\ell^3}{3EI_x}; \\ \theta(0) &= \frac{F\ell^2}{2EI_x}. \end{aligned} \quad (10)$$

3.2-masala. Tekis taqsimlangan yuk ta'siridagi ikki tayanchda yotgan oddiy to'sin uchun burilish burchak va solqilik tenglamasi ifodalari tuzilsin. To'sin tayanchlardagi burilish burchaklari va eng katta solqilik deformatsiyasi aniqlansin (3.4-chizma).

Yechish. a) to'sin simmetrik yuklanganligi uchun har ikkala tayanchga teng taqsimlanib, sirtqi kuchlar teng ta'sir etuvchisining yarimiga teng bo'ladi, yani $R_A = R_B = \frac{q\ell}{2}$.



3.4-chizma. Tekis taqsimlangan yuk bilan yuklangan oddiy to'sin.

b) koordinata boshidan z masofadagi kesim uchun eguvchi moment ifodasini tuzamiz:

$$M_x = \frac{q\ell}{2} z - qz \frac{z}{2}. \quad (1)$$

d) koordinata o'qi y yuqoriga yo'nalganligi uchun to'sin egilgan o'qi differensial tenglamasi ishorasi musbat olinadi:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{M_x}{EI_x}. \quad (2)$$

Unda to'sin egilgan o'qining differensial tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = -\frac{q}{2EI_x} z^2 + \frac{q\ell}{2EI_x} z. \quad (3)$$

Bu tenglamani bir marta integrallab burilish burchak ifodasini hosil qilamiz:

$$\theta = \frac{dv}{dz} = -\frac{q}{6EI_x} z^3 + \frac{q\ell}{4EI_x} z^2 + C. \quad (4)$$

Ikkinchi marta integrallab solqilik, ifodasini hosil qilamiz:

$$v = -\frac{q}{24EI_x}z^4 + \frac{q\ell}{12EI_x}z^3 + Cz + D. \quad (5)$$

Bu tenglamalardagi C va D integral doimiylarni to'sinning quyidagi chegara shartlaridan aniqlaymiz:

1. Koordinata boshida, ya'ni $z = 0$ bo'lgan nuqtada solqilik $v(0) = 0$ bo'ladi.

Bu chegara shartdan quyidagi algebraik tenglamani hosil qilamiz:

$$v(0) = -\frac{q}{24EI_x}0^4 + \frac{q\ell}{12EI_x}0^3 + C \cdot 0 + D = 0.$$

Bundan $D = 0$ ga teng.

2. To'sinning $z = \ell$ bo'lgan nuqtasida solqilik $v(\ell) = 0$ bo'ladi.

Bu chegara shartdan quyidagi algebraik tenglamani hosil qilamiz:

$$v(\ell) = -\frac{q}{24EI_x}\ell^4 + \frac{q\ell}{12EI_x}\ell^3 + C\ell + D = 0.$$

Bu tenglamaga D integrallash doimiysi qiymatini qo'yib, quyidagini topamiz:

$$C = -\frac{q\ell^3}{24EI_x}.$$

Chegara shartlaridan aniqlangan integral doimiylarini e'tiborga olib, burilish burchak va solqilik tenglamalarini quyidagicha ifodalaymiz:

$$\theta = \frac{dv}{dz} = -\frac{qz^3}{6EI_x} + \frac{q\ell}{4EI_x}z^2 - \frac{q\ell^3}{24EI_x}. \quad (6)$$

$$v = -\frac{qz^4}{24EI_x} + \frac{q\ell}{12EI_x}z^3 - \frac{q\ell^3}{24EI_x}z. \quad (7)$$

Bu ifodalardagi z absissaga ma'lum bo'lgan $0 \leq z \leq \ell$ qiymatlarni berib, to'sinning uzunligi bo'ylab ma'lum kesimlaridagi burilish burchak va solqiliklarining son qiymatlarini aniqlash mumkin.

Tayanchlardagi burilish burchaklarining qiymatlarini yuqoridagi (6) ifodadan aniqlaymiz ular quyidagilarga teng bo'lar ekan:

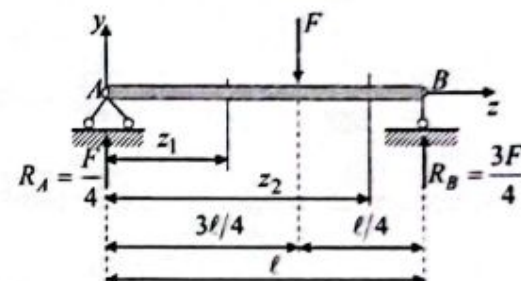
$$z = 0 \text{ bo'lganda } \theta_a = \theta_0 = -\frac{q\ell^3}{24EI_x}.$$

$$z = \ell \text{ bo'lganda } \theta_b = \frac{q\ell^3}{24EI_x}.$$

To'sinning tayanchlari o'rtasida $z = \ell/2$ bo'lgan kesimda burilish burchak nolga teng bo'lib, solqilik maksimumga teng bo'ladi:

$$v_{\max} = -\frac{5}{384} \frac{q\ell^4}{EI_x}. \quad (8)$$

3.3-masala. 3.5-chizmada ko'rsatilgan ikki tayanchda yotgan to'sin uchun burilish burchak va solqilik ifodalari tuzilsin. To'sin tayanch kesimlaridagi burilish burchaklari va kuch qo'yilgan nuqtaning solqilik qiymatlari aniqlansin.



3.5-chizma. To'plangan yu'k bilan yuklangan oddiy to'sin.

Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_B = R_A \ell - F \frac{\ell}{4} = 0; \quad R_A = \frac{F}{4}.$$

$$\sum \text{mom}_A = -R_B \ell + F \frac{3\ell}{4} = 0; \quad R_B = \frac{3F}{4}.$$

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A - F + R_B = 0; \quad \frac{3F}{4} - F + \frac{F}{4} = 0; \quad 0 \equiv 0.$$

d) Har ikkala oraliqlar uchun eguvchi moment ifodalarini tuza-miz:

$$M_1 = \frac{F}{4} z_1; \quad M_2 = \frac{F}{4} z_2 - F \left(z_2 - \frac{3\ell}{4} \right). \quad (1)$$

e) koordinat o'qi y yuqoriga yo'nalganligi uchun to'sin egilgan o'qi differensial tenglamasi musbat ishora bilan olinadi, ya'ni

$$\begin{aligned}\frac{d^2 v_1}{dz^2} &= \frac{F}{4EI_x} z_1; \\ \frac{d^2 v_2}{dz^2} &= \frac{F}{4EI_x} z_2 - \frac{F}{EI_x} z_2 + \frac{F}{EI_x} \frac{3\ell}{4}.\end{aligned}\quad (2)$$

Bu tenglamalarni bir martadan integrallab, burilish burchak ifodalari hosil qilamiz:

$$\begin{aligned}\frac{dv_1}{dz} &= \frac{F}{8EI_x} z_1^2 + C_1; \\ \frac{dv_2}{dz} &= \frac{F}{8EI_x} z_2^2 - \frac{F}{2EI_x} z_2^2 + \frac{3F\ell}{4EI_x} z_2 + C_2.\end{aligned}\quad (3)$$

Ikkinchi marta integrallab, solqilik ifodalarini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned}v_1 &= \frac{Fz_1^3}{24EI_x} + C_1 z_1 + D_1; \\ v_2 &= \frac{Fz_2^3}{24EI_x} - \frac{Fz_2^3}{6EI_x} + \frac{3F\ell z_2^2}{8EI_x} + C_2 z_2 + D_2.\end{aligned}\quad (4)$$

Integrallash natijasida hosil bo'lgan C_1, C_2, D_1, D_2 doimiylarni aniqlash uchun quyidagi chegara shartlaridan foydalanamiz:

1. $z = 0$; bo'lganda $v_1(0) = 0$. $\frac{F}{24EI_x} 0^3 + C_1 \cdot 0 + D_1 = 0$; $D_1 = 0$. (5)
2. $z_1 = z_2 = (3\ell/4)$; bo'lganda $\frac{dv_1}{dz}(3\ell/4) = \frac{dv_2}{dz}(3\ell/4)$.

$$\begin{aligned}\frac{F}{8EI_x} \left(\frac{9\ell^2}{16} \right) + C_1 &= \frac{F}{8EI_x} \left(\frac{9\ell^2}{16} \right) - \frac{F}{2EI_x} \left(\frac{9\ell^2}{16} \right) + \frac{3F\ell}{4EI_x} \left(\frac{3\ell}{4} \right) + C_2; \\ C_1 &= \frac{9F\ell^2}{32EI_x} + C_2.\end{aligned}\quad (6)$$

3. $z_1 = z_2 = (3\ell/4)$ bo'lganda $v_1(3\ell/4) = v_2(3\ell/4)$.

$$\begin{aligned}\frac{F}{24EI_x} \left(\frac{27\ell^3}{64} \right) + C_1 \left(\frac{3\ell}{4} \right) &= \frac{F}{24EI_x} \left(\frac{27\ell^3}{64} \right) - \\ &- \frac{F}{6EI_x} \left(\frac{27\ell^3}{64} \right) + \frac{3F\ell}{8EI_x} \left(\frac{9\ell^2}{16} \right) + C_2 \left(\frac{3\ell}{4} \right) + D_2;\end{aligned}\quad (7)$$

$$\frac{9F\ell^2}{32EI_x} \left(\frac{3\ell}{4} \right) + C_2 \left(\frac{3\ell}{4} \right) = -\frac{F}{6EI_x} \left(\frac{27\ell^3}{64} \right) + \frac{3F\ell}{8EI_x} \left(\frac{9\ell^2}{16} \right) + C_2 \left(\frac{3\ell}{4} \right) + D_2;$$

$$D_2 = \frac{9F\ell^3}{128EI_x}.$$

4. $z = \ell$; bo'lganda $v_2(\ell) = 0$.

$$\begin{aligned}v_2(\ell) &= \frac{F}{24EI_x} \ell^3 - \frac{F}{6EI_x} \ell^3 + \frac{3F\ell}{8EI_x} \ell^2 + C_2 \ell + D_2 = 0. \\ \frac{F}{24EI_x} \ell^3 - \frac{F}{6EI_x} \ell^3 + \frac{3F}{8EI_x} \ell^3 + C_2 \ell + \frac{9F}{128EI_x} \ell^3 &= 0 \\ C_2 &= -41F\ell^2/128EI_x.\end{aligned}\quad (8)$$

Unda (6) tenglamadan C_1 quyidagiga teng bo'ladi:

$$C_1 = \frac{9F\ell^2}{32EI_x} + C_2 = \frac{9F\ell^2}{32EI_x} - \frac{41F\ell^2}{128EI_x}; \text{ bundan } C_1 = -\frac{5F\ell^2}{128EI_x}. \quad (9)$$

Aniqlangan integral doimiylarini e'tiborga olib, har bir oraliq uchun burilish burchak va solqilik ifodalarini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\frac{dv_1}{dz} = \frac{F}{8EI_x} z_1^2 - \frac{5F\ell^2}{128EI_x}; \quad (10)$$

$$\begin{aligned}\frac{dv_2}{dz} &= \frac{F}{8EI_x} z_2^2 - \frac{F}{2EI_x} z_2^2 + \frac{3F\ell}{4EI_x} z_2 - \frac{41F\ell^2}{128EI_x}. \\ v_1 &= \frac{F}{24EI_x} z_1^3 - \frac{5F\ell^2}{128EI_x} z_1;\end{aligned}\quad (11)$$

$$v_2 = \frac{F}{24EI_x} z_2^3 - \frac{F}{6EI_x} z_2^3 + \frac{3F\ell}{8EI_x} z_2^2 - \frac{41F\ell^2}{128EI_x} z_2 + \frac{9F\ell^3}{128EI_x}.$$

To'sinning chap A tayanchidagi kesimning burilish burchagini (10) formulaning birinchisidan aniqlaymiz:

$$z_1 = 0; \text{ bo'lganda } \theta_A(0) = \frac{dv_1}{dz}(0) = -\frac{5F\ell^2}{128EI_x}.$$

To'sinning o'ng B tayanchidagi kesimning burilish burchagini (10) formulaning ikkinchisidan aniqlaymiz:

$$z_2 = \ell; \theta_B(\ell) = \frac{dv_2}{dz}(\ell) = \frac{F}{8EI_x} \ell^2 - \frac{F}{2EI_x} \ell^2 + \frac{3F\ell}{4EI_x} - \frac{41F\ell^2}{128EI_x} = \frac{7F\ell^2}{128EI_x}.$$

To'sinning kuch qo'yilgan kesimidagi solqilikni (11) formulaning birinchisidan aniqlaymiz:

$$v_1\left(\frac{3\ell}{4}\right) = \frac{F}{24EI_x} \left(\frac{3\ell}{4}\right)^3 - \frac{5F\ell^2}{128EI_x} \left(\frac{3\ell}{4}\right) = -\frac{3F\ell^3}{256EI_x}. \quad (12)$$

Agar to'plangan kuch to'sin uzunligining o'rtasiga qo'yilgan bo'lsa, solqilik (11) formulaning birinchisiga asosan quyidagiga teng bo'ladi:

$$v_1\left(\frac{\ell}{2}\right) = -F\ell^3/48EI_x. \quad (13)$$

Bu masaladan ko'rinadiki, to'sinning oraliqlar soni ikkita bo'lsa, har bir oraliq uchun eguvchi moment ifodalari alohida-alohida aniqlanadi va bu oraliqlar uchun ikkita differensial tenglama tuzildi. Bu differensial tenglamalarni integrallash natijasida to'rtta integral doimiylari hosil bo'ldi. Bu doimiylarni aniqlash uchun to'sin chegara shartlaridan foydalanib, to'rtta algebraik tenglama tuziladi va ulardan integral doimiylari aniqlanadi.

Demak, to'sin oraliqlari soni n ta bo'lsa, n ta differensial tenglama tuziladi va integrallash natijasida hosil bo'lgan $2n$ ta integral doimiylarini aniqlash uchun $2n$ ta algebraik tenglama tuziladi. Bu algebraik tenglamalardan $2n$ ta noma'lum doimiylar aniqlanadi. Hatto, to'sin uchastkalari soni $n=3$ ga teng bo'lganda ham integral doimiylarini aniqlash juda ham ko'p mehnat talab qiladi. Bunday masalalarni hal qilish matematik jihat katta qiyinchilik tug'dirmasada, lekin ko'p mehnat talab qiladi.

Shu sababli ikki va undan ortiq oraliqli to'sinlar burilish burchagi va solqiligini aniqlash masalalarini yechishda yuqoridagi kamchiliklardan xoli bo'lgan boshlang'ich parametr usulidan foydalanish maqsadga muvofiq bo'ladi.

Ko'rib chiqilgan masalalardan, to'sinlar ko'chishlarini egilgan o'q differensial tenglamasini integrallab aniqlash natijasidan shunday xulosaga kelish mumkinki, elastik chiziq differensial tenglamasini to'g'ridan to'g'ri integrallash usuli bilan to'sin ko'chishlarini aniqlashni quyidagi tartibda bajarish lozim ekan:

- tayanch reaksiyalari aniqlanadi;
- to'sinning har bir oraliq'i uchun eguvchi moment ifodasi tuziladi;
- to'sinning elastik chizig'i asosiy differensial (3.7) tenglamasiga har bir oraliq uchun eguvchi moment ifodasi qo'yiladi;
- asosiy differensial tenglamani ikki marta integrallab har bir oraliq uchun burilish burchak va solqilikning umumiy ifodalari aniqlanadi;
- to'sin tayanchlaridagi va oraliqlari chegaralaridagi shartdan integral doimiylari aniqlanadi;
- aniqlangan doimiylar to'sin kesimlarining aylanish burchak va solqiliklarining umumiy formulasiga qo'yiladi;
- masalaning shartiga ko'ra to'sinning u yoki bu kesimlaridagi burilish burchak va solqilik qiymatlari aniqlanadi.

3.4-§. Boshlang'ich parametrlar usuli

To'sin egilgan o'qining universal tenglamasidan foydalanilsa, solqilikni aniqlash masalasi soddalashadi. Universal tenglamani keltirib chiqarish uchun boshlang'ich parametr usulidan foydalanamiz. Tenglamani chiqarishda barcha sirtqi yuklarning yo'nalishini shunday tanlaymizki, ular musbat eguvchi moment hosil qilsin. To'sinning turli kesimlariga ta'sir etayotgan bir nechta juft yuk, to'plangan yuk va tekis taqsimlangan yuklar tizimi qo'yilgan bo'lishi mumkin. Lekin ishni soddalashtirish maqsadida faqat bitta to'plangan yuk, juft yuk va tekis taqsimlangan yuk bilan yuklangan 3.6-chizmada keltirilgan to'sinning egilish masalasini qarab chiqamiz.

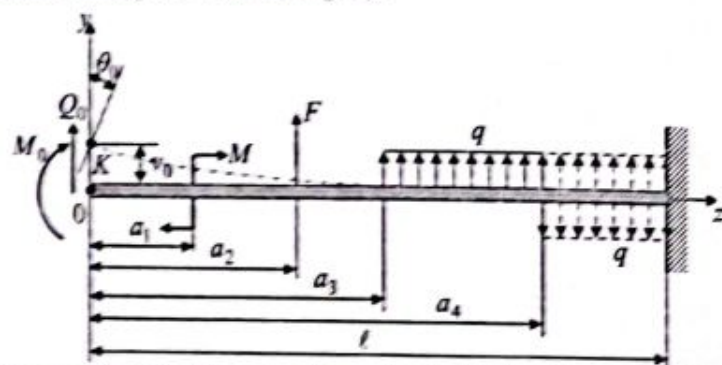
Boshlang'ich parametr usulidan foydalanishda quyidagi amallarni e'tiborga olish lozim:

- koordinata boshini to'sin chap uchiga joylashtiramiz va uni hamma oraliq uchun umumiy deb hisoblaymiz;
- eguvchi moment ifodasi qaralayotgan kesimdan chap tomonda joylashgan barcha sirtqi kuchlardan tuziladi;

- eguvchi moment ifodasiga kirgan sirtqi juft M kuch hadni $(z-a)^0$ binomga ko'paytirish lozim; bunda $(z-a)^0 = 1$ bo'lib, a juft M kuch qo'yilgan kesim absissasi;

- barcha oraliqlar uchun tenglamalarni integrallashda qavslar ochilmasdan integrallanadi;

- agar tekis taqsimlangan yuk to'sinning oxirgi o'ng uchigacha yetmagan bo'lsa, uni to'sin oxirgi uchigacha davom ettiramiz va yuk davom ettirilgan kesimdan uni muvozanatlashtiruvchi qarama-qarshi yo'nalgan tekis taqsimlangan yuk bilan to'sinni yuklaymiz (3.6-chizmada uzlukli chiziq bilan ko'rsatilgan).



3.6-chizma. Elastik chiziq tenglamasini keltirib chiqarish uchun yuklangan to'sin.

Elastik chiziqning universal tenglamasini keltirib chiqarish uchun 3.6-chizmada keltirilgan besh oraliqli to'sinni qaraymiz. Koordinata boshi 0 bilan beshta oraliqning har birining birorta ixtiyoriy kesimi uchun eguvchi moment ifodasini tuzish mumkin.

Misol sifatida beshinchi oraliqning birorta ixtiyoriy kesimi uchun eguvchi moment ifodasini tuzamiz:

$$M_x(z) = M_0 z^0 + Q_0 z^1 + M(z-a_1)^0 + F(z-a_2)^1 + q \frac{(z-a_3)^2}{2} - q \frac{(z-a_4)^2}{2} \quad (3.13)$$

(3.13) ifodada har bir oraliqning eguvchi momenti ifodasi vertikal chiziq indeksi bilan ajratib ko'rsatilgan.

Bu beshinchi oraliqdagi eguvchi moment ifodasiga barcha oraliqlardagi eguvchi moment ifodalari kiradi, chunki u eng oxirgi oraliqdir.

Qaralayotgan to'sinda eguvchi moment ifodasi to'rtinchi oraliq uchun yuqorida beshinchi oraliq uchun keltirilgan tenglamadan osongina aniqlanadi. Bunda beshinchi oraliq uchun tegishli bo'lgan hadni tashlab yuborish yo'li bilan hosil qilish mumkin:

$$M(z) = M_0 z^0 + Q_0 z^1 + M(z-a_1)^0 + F(z-a_2)^1 + q \frac{(z-a_3)^2}{2} \quad (3.14)$$

Shuni aytib o'tish lozimki, $(z-a_1)$, $(z-a_2)$, $(z-a_3)$, $(z-a_4)$ ifodalar faqat musbat qiymatlarni qabul qiladi.

Bu tenglamalardagi eguvchi moment M_0 va ko'ndalang kuchlar Q_0 koordinata boshi bilan ustma-ust tushgan nuqtalarda ta'sir etganligi uchun *statik boshlang'ich parametrlar* deb ataladi.

Beshinchi oraliqning elastik chiziq differensial tenglamasini tuzamiz:

$$EI_x \frac{d^2 v(z)}{dz^2} = \left[M_0 z^0 + Q_0 z^1 + M(z-a_1)^0 + F(z-a_2)^1 + q \frac{(z-a_3)^2}{2} - q \frac{(z-a_4)^2}{2} \right] \quad (3.15)$$

Bu differensial tenglamaning ikki tomonini qavslarni ochmasdan integrallab, burilish burchak ifodasini hosil qilamiz:

$$EI_x \theta(z) = EI_x \frac{dv(z)}{dz} = \left[M_0 z + Q_0 \frac{z^2}{2} + M(z-a_1)^1 + F \frac{(z-a_2)^2}{2} + q \frac{(z-a_3)^3}{6} - q \frac{(z-a_4)^3}{6} + C_5 \right] \quad (3.16)$$

Ikkinchi marta integrallab, solqilik ifodasini hosil qilamiz:

$$EI_x v(z) = \left[M_0 \frac{z^2}{2} + Q_0 \frac{z^3}{6} + M \frac{(z-a_1)^2}{2} + F \frac{(z-a_2)^3}{6} + q \frac{(z-a_3)^4}{24} - q \frac{(z-a_4)^4}{24} + C_5 z + D_5 \right] \quad (3.17)$$

To'rtinchi oraliq uchun differensial tenglama quyidagicha ifodalana-
nadi:

$$EI_x \frac{d^2 v(z)}{dz^2} = \left[M_0 z^0 + Q_0 z + M(z-a_1)^0 + F(z-a_2) + q \frac{(z-a_3)^2}{2} \right] \quad (3.18)$$

Bu differensial tenglamani integrallab, burilish burchak va solqilik ifodalarini hosil qilamiz:

$$EI_x \theta(z) = EI_x \frac{dv(z)}{dz} = \left[M_0 z + Q_0 \frac{z^2}{2} + M(z-a_1) + F \frac{(z-a_2)^2}{2} + \right. \quad (3.19)$$

$$\left. + q \frac{(z-a_3)^3}{6} + C_4 \right]$$

$$EI_x v(z) = \left[M_0 \frac{z^2}{2} + Q_0 \frac{z^3}{6} + M \frac{(z-a_1)^2}{2} + F \frac{(z-a_2)^3}{6} + \right. \quad (3.20)$$

$$\left. + q \frac{(z-a_3)^4}{24} + C_4 z + D_4 \right]$$

Qaralayotgan to'sinning beshta oraliqlari uchun yuqorigidek differensial tenglamalar tuzilib integrallansa, burilish burchak va solqilik ifodalarida o'nta integral doimiylari hosil bo'ladi.

To'sinning to'rtinchi va beshinchi oraliqlari elastik chizig'ining uzluksiz silliq tutashish sharti $z = a_4$; $\theta_4(a_4) = \theta_5(a_4)$ dan foydalanib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\left[M_0 a_4 + Q_0 \frac{a_4^2}{2} + M(a_4 - a_1) + F \frac{(a_4 - a_2)^2}{2} + q \frac{(a_4 - a_3)^3}{6} + C_4 \right] =$$

$$= \left[M_0 a_4 + Q_0 \frac{a_4^2}{2} + M(a_4 - a_1) + F \frac{(a_4 - a_2)^2}{2} + \right. \quad (3.21)$$

$$\left. + q \frac{(a_4 - a_3)^3}{6} - q \frac{(a_4 - a_4)^3}{6} + C_5 \right]$$

Bu tenglikdan kelib chiqadiki:

$$C_4 = C_5.$$

Elastik chizig'ining to'rtinchi va beshinchi oraliqlar uzluksiz silliq tutashish sharti $z = a_4$; $v_4(a_4) = v_5(a_4)$ dan foydalanib, qo'yidagini hosil qilamiz:

$$\left[M_0 \frac{a_4^2}{2} + Q_0 \frac{a_4^3}{6} + M \frac{(a_4 - a_1)^2}{2} + F \frac{(a_4 - a_2)^3}{6} + q \frac{(a_4 - a_3)^4}{24} + C_4 a_4 + D_4 \right] = \left[M_0 \frac{a_4^2}{2} + \right.$$

$$\left. + Q_0 \frac{a_4^3}{6} + M \frac{(a_4 - a_1)^2}{2} + F \frac{(a_4 - a_2)^3}{6} + q \frac{(a_4 - a_3)^4}{24} - q \frac{(a_4 - a_4)^4}{24} + C_4 a_4 + D_5 \right]$$

Bu tenglikdan quyidagini hosil qilamiz:

$$D_4 = D_5.$$

Xuddi shuningdek, barcha oraliqlar uchun yuqoridagi amallarni bajarib integral doimiylari quyidagicha bog'lanishda bo'lishini aniqlaymiz:

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = C. \quad (3.22)$$

$$D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = D_5 = D. \quad (3.23)$$

Bajargan bu amallardan ko'rinadiki, o'nta integrallash doimiysi ikkitaga keltirilishi mumkin ekan.

Demak, to'sin oraliqlari soni nechta bo'lishidan qa'tiy nazar, integrallash doimiylarini ikkitaga keltirish mumkin. To'sinning koordinata boshidagi burilish burchak θ_0 , solqilik v_0 bilan belgilandi va *geometrik boshlang'ich parametrlar* deb ataladi. Unda birinchi oraliqdagi burilish burchak va solqilik

$$EI_x \theta_1(z) = EI_x \frac{dv_1}{dz}(z) = \left[M_0 z + Q_0 \frac{z^2}{2} + C \right]; \quad (3.24)$$

$$EI_x v_1(z) = \left[M_0 \frac{z^2}{2} + Q_0 \frac{z^3}{6} + Cz + D \right].$$

ifodalaridan koordinata ($z=0$) boshida $EI\theta_0 = C$; $EIv_0 = D$ ekanligini aniqlash qiyin emas. Demak, integral doimiylari C , D tegishligicha koordinata boshidagi burilish burchak va solqilik (boshlang'ich parametrlarini) ifodalashiga ikkinchi bor ishonch hosil qildik. Integral doimiylari C , D qiymatlarni beshinchi oraliqning burilish burchak va solqilik ifodalariga qo'yib, ularni boshlang'ich parametrlar θ_0 ; v_0 orqali quyidagi ko'rinishda ifodalaymiz:

$$\theta(z) = \frac{dv_s(z)}{dz} = \theta_0 + \frac{1}{EI_x} \left[M_0 z + Q_0 \frac{z^2}{2} + M(z-a_1) + F \frac{(z-a_2)^2}{2} + q \frac{(z-a_3)^3}{6} - q \frac{(z-a_4)^3}{6} \right] \quad (3.25)$$

$$v(z) = v_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EI_x} \left[M_0 \frac{z^2}{2} + Q_0 \frac{z^3}{6} + M \frac{(z-a_1)^2}{2} + F \frac{(z-a_2)^3}{6} + q \frac{(z-a_3)^4}{24} - q \frac{(z-a_4)^4}{24} \right] \quad (3.26)$$

Elastik chiziqlarning solqilik tenglamasini bir nechta juft yuklar, to'plangan yuklar va tekis taqsimlangan yuklar ta'siridan umumiy holda quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$v(z) = v_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EI_x} \left[M_0 \frac{z^2}{2!} + Q_0 \frac{z^3}{3!} + \sum M_i \frac{(z-a_i)^2}{2!} + \sum F_i \frac{(z-a_i)^3}{3!} + \sum q_i \frac{(z-a_i)^4}{4!} - \sum q_i \frac{(z-a_i)^4}{4!} \right] \quad (3.27)$$

Odatda, bu tenglama *elastik chiziqlarning universal tenglamasi* deb ataladi.

Universal formulani bir marta differensiallab, kesimning burilish burchak ifodasini hosil qilamiz:

$$\theta(z) = \theta_0 + \frac{1}{EI_x} \left[M_0 \frac{z}{1!} + Q_0 \frac{z^2}{2!} + \sum M_i \frac{(z-a_i)}{1!} + \sum F_i \frac{(z-a_i)^2}{2!} + \sum q_i \frac{(z-a_i)^3}{3!} - \sum q_i \frac{(z-a_i)^3}{3!} \right] \quad (3.28)$$

Bu tenglamalardagi M_0 va Q_0 *statik boshlang'ich parametrlar* to'sinning muvozanatidan, *geometrik boshlang'ich parametrlar* θ_0 ; v_0 esa to'sinning mahkamlanish chegara shartlaridan aniqlanadi.

3.4-masala. 3.7-chizmada keltirilgan to'sin uchun elastik chiziqlarning tenglamasi ifodasi universal tenglama yordamida tuzilsin. Xarakterli A, B, D, G kesimlaridagi burilish burchak va solqilik ifodalari aniqlansin.

Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_D = M + R_A \ell - q \frac{\ell}{2} \left(\frac{\ell}{4} \right) - F \frac{\ell}{4} = 0. \quad R_A = -\frac{5}{8} q \ell.$$

$$\sum \text{mom}_A = -F \left(\frac{5\ell}{4} \right) - R_D \ell + q \frac{\ell}{2} \left(\frac{3\ell}{4} \right) + M = 0. \quad R_B = \frac{1}{8} q \ell.$$

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A - q \frac{\ell}{2} + R_D + F = 0; \quad -\frac{5}{8} q \ell - q \frac{\ell}{2} + \frac{1}{8} q \ell + q \ell = 0; \quad 0 \equiv 0.$$

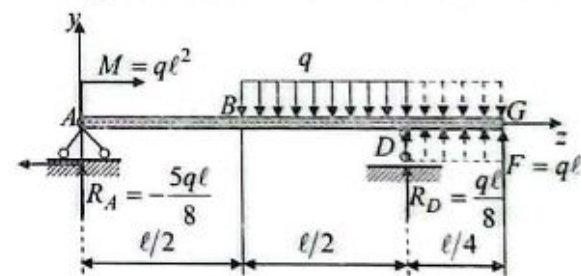
d) statik boshlang'ich parametrlar $M_0 = q \ell^2$, $Q_0 = -\frac{5}{8} q \ell$

ma'lumligini e'tiborga olib, qarayotgan to'sin elastik chizig'ining universal tenglamasini, (3.27) umumiy universal tenglama asosida quyidagicha ifodalaymiz:

$$v = v_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EI_x} \left[q \ell^2 \frac{z^2}{2!} - \frac{5}{8} q \ell \frac{z^3}{3!} - q \frac{(z-\ell/2)^4}{4!} + \frac{1}{8} q \ell \frac{(z-\ell)^3}{3!} + q \frac{(z-\ell)^4}{4!} \right]$$

Universal tenglamani bir marta differensiallab, burilish burchak tenglamasini hosil qilamiz:

$$\frac{dv}{dz} = \theta = \theta_0 + \frac{1}{EI_x} \left[q \ell^2 \frac{z}{1!} - \frac{5}{8} q \ell \frac{z^2}{2!} - q \frac{(z-\ell/2)^3}{3!} + \frac{1}{8} q \ell \frac{(z-\ell)^2}{2!} + q \frac{(z-\ell)^3}{3!} \right]$$



3.7-chizma. Konsolli to'sin.

Bu tenglamalardagi geometrik boshlang'ich parametrlarni aniqlashda to'sin uchun quyidagi chegara shartlaridan foydalanamiz:

1. To'sinning chap tayanchidagi $z=0$ bo'lgan kesim solqiligi $v_A = v(0) = v_0 = 0$ bo'ladi.

2. To'sinning D tayanchidagi $z = \ell$ bo'lgan kesim solqiligi $v_D(\ell) = 0$ bo'ladi.

Birinchi tayanch shartidan $v_0 = 0$ ekanligi ma'lum. Unda ikkinchi tayanch chegara shartidan quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$v(\ell) = \theta_0 \ell + \frac{1}{EI_x} \left[q \ell^2 \frac{\ell^2}{2} - \frac{5}{8} q \ell \frac{\ell^3}{6} - q \frac{(\ell - \ell/2)^4}{24} + \frac{1}{8} q \ell \frac{(\ell - \ell)^4}{6} + q \frac{(\ell - \ell)^4}{24} \right] = 0.$$

Bu tenglamada noma'lum bo'lgan boshlang'ich parametrlarni aniqlaymiz:

$$\theta_0 = -\frac{1}{EI_x} \left[\frac{q \ell^3}{2} - \frac{5}{8} q \ell \frac{\ell^3}{6} - q \frac{(\ell)^3}{384} \right],$$

bundan
$$\theta_0 = -\frac{151}{384} \frac{q \ell^3}{EI_x}.$$

Unda to'sin elastik chizig'i va burilish burchak tenglamalarini quyidagicha ifodalash mumkin bo'ladi:

$$v = \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{151}{384} q \ell^3 z + q \ell^2 \frac{z^2}{2!} - \frac{5}{8} q \ell \frac{z^3}{3!} - q \frac{(z - \ell/2)^4}{4!} + \frac{1}{8} q \ell \frac{(z - \ell)^3}{3!} + q \frac{(z - \ell)^4}{4!} \right],$$

$$\theta = \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{151}{384} q \ell^3 + q \ell^2 \frac{z}{1!} - \frac{5}{8} q \ell \frac{z^2}{2!} - q \frac{(z - \ell/2)^3}{3!} + \frac{1}{8} q \ell \frac{(z - \ell)^2}{2!} + q \frac{(z - \ell)^3}{3!} \right].$$

To'sinning eng oxirgi nuqtasining $v_G(5\ell/4)$ solqilik va $\theta_G(5\ell/4)$ burilish burchakchagini topish uchun bu ifodalarga $z = 5\ell/4$ ni qo'yib aniqlaymiz:

$$v_G\left(\frac{5}{4}\ell\right) = \left[-\frac{151}{384} \left(\frac{5}{4}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{5}{48} \left(\frac{5}{4}\right)^3 - \frac{1}{24} \left(\frac{3}{4}\right)^4 + \frac{1}{48} \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \frac{1}{24} \left(\frac{1}{4}\right)^4 \right] \frac{q \ell^4}{EI_x}.$$

Bundan

$$v_G\left(\frac{5}{4}\ell\right) = 0,07356 \frac{q \ell^4}{EI_x}.$$

$$\theta_G\left(\frac{5}{4}\ell\right) = \left[-\frac{151}{384} + \left(\frac{5}{4}\right) - \frac{5}{16} \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{16} \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \right] \frac{q \ell^3}{EI_x}.$$

Bundan

$$\theta_G\left(\frac{5}{4}\ell\right) = 0,30469 \frac{q \ell^3}{EI_x}.$$

To'sin ravog'i o'rtasidagi B nuqtaning v_B solqilik va burilish burchakchini topish maqsadida bu ifodalarga $z = \ell/2$ ni qo'yamiz. Bu nuqta birinchi va ikkinchi oraliqlarning tutashgan nuqtasi bo'lgani uchun birinchi oraliqning universal tenglamasidan foydalanamiz, ya'ni universal formuladagi birinchi oraliqqa tegishli bo'lmagan ikkinchi va uchinchi oraliqlarga tegishli bo'lgan hadlarni tashlab yuboramiz, unda quyidagilarni hosil qilamiz:

$$v = \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{151}{384} q \ell^3 z + q \ell^2 \frac{z^2}{2!} - \frac{5}{8} q \ell \frac{z^3}{3!} \right],$$

$$\theta = \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{151}{384} q \ell^3 + q \ell^2 \frac{z}{1!} - \frac{5}{8} q \ell \frac{z^2}{2!} \right].$$

Bularga $z = \ell/2$ qo'yib, burilish burchak va solqilik qiymatlarini aniqlaymiz:

$$v_B\left(\frac{1}{2}\ell\right) = \left[-\frac{151}{384} \left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{48} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \right] \frac{q \ell^4}{EI_x}.$$

Bundan

$$v_B\left(\frac{1}{4}\ell\right) = -0,08464 \frac{q \ell^4}{EI_x};$$

$$\theta_B\left(\frac{1}{2}\ell\right) = \left[-\frac{151}{384} + \left(\frac{1}{2}\right) - \frac{5}{16} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] \frac{q \ell^3}{EI_x}.$$

Bundan

$$\theta_B\left(\frac{1}{2}\ell\right) = -0,04948 \frac{q \ell^3}{EI_x}.$$

Ko'rib chiqilgan masalalardan boshlang'ich parametr usuli bilan to'sin kesimlaridagi burilish burchak va solqilik ifodalarini quyidagi tartibda aniqlanishini ko'rsatish mumkin:

- tayanch reaksiyalari aniqlanadi;
- burilish burchak ifodasi (3.28) formula va solqilik ifodasi (3.27) universal formula yordamida tuziladi;
- tuzilgan universal tenglamadagi noma'lum boshlang'ich parametrlar chegara shartlaridan foydalanib aniqlanadi;

- noma'lum boshlang'ich parametrlarni universal tenglamaga qo'yib, to'sinning kerakli kesimdagi burilish burchagi va solqilik tenglamalari ifodalari tuziladi;

-to'sinning kerakli kesimidagi burilish burchak (3.28) solqilik (3.27) formulalardan aniqlanadi.

3.5-§. To'sin ko'chishlarini aniqlashda Mor integrali

Yuqoridagi paragraflarda to'g'ri o'qli to'sinlarning burilish burchagi va solqiligini aniqlashda differensial tenglamani integrallash va boshlang'ich parametr usullarini o'rganib chiqdik. Qarab chiqilgan bu usullar bilan bikirliigi o'zgaruvchi, siniq chiziqli va egri o'qli bruslar burilish burchagi va solqiligini aniqlab bo'lmaydi. Bu usullarga qaraganda ancha qulay bo'lgan Mor usuli bikirliigi o'zgaruvchi, siniq o'qli va egri o'qli bruslar tizimi ko'chishlarini aniqlashda qulaylik tug'diradi. Bu usulni o'rganish uchun konstruksiya elementining ikki holatini qaraymiz. Birinchi holatda ixtiyoriy sirtqi kuchlar ta'sirida bo'lgan konstruksiya elementining har bir oralig'i uchun ichki kuch $M_F(z)$, $Q_F(z)$, $N_F(z)$ omillari ifodalarini tuzib olamiz va ularning epyuralarini quramiz. Ikkinchi holatda to'plangan birlik kuchi ta'siridan hosil bo'lgan ichki kuchlar $\bar{M}_1(z)$, $\bar{Q}_1(z)$, $\bar{N}_1(z)$ omillari ifodalarini tuzamiz.

Unda umumiy holda konstruksiya elementining burilish burchagi va chiziqli ko'chishlari quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\Delta_{1F} = \sum \int_0^l \frac{M_F \bar{M}_1}{EI} dz + \sum \int_0^l \eta \frac{Q_F \bar{Q}_1}{GA} dz + \sum \int_0^l \frac{N_F \bar{N}_1}{EA} dz. \quad (3.291)$$

Bu tenglama Mor tenglamasi deb ataladi.

Bunda

Δ_{1F} birlik kuchi $\bar{F}=1$ yo'nalishi bo'yicha sirtqi kuchlar ta'siridan hosil bo'lgan ko'chish;

EI_x , GI_ρ , EA to'sin kesimining tegishli egilishdagi, buralishdagi va cho'zilishdagi bikirliklari;

η urinma kuchlanishlarning to'sin kesimi yuzi bo'yicha notekis taqsimlanganligini e'tiborga oluvchi koeffitsient bo'lib, u ko'ndalang

kesim shakliga bog'liq. To'g'ri to'rtburchakli kesim uchun $\eta=1,2$, doira shaklidagi kesim uchun $\eta=1,1$ ga teng.

To'sin uzunligi l bo'yicha bikirliigi doimiy bo'lsa, bikirliklarni integralidan tashqariga chiqarib yozish mumkin, ya'ni

$$\Delta_{1F} = \sum \frac{1}{EI} \int_0^l M_F \bar{M}_1 dz + \sum \frac{\eta}{GA} \int_0^l Q_F \bar{Q}_1 dz + \sum \frac{1}{EA} \int_0^l N_F \bar{N}_1 dz. \quad (3.30)$$

Bu ifodadan aniqlangan ko'chish ishorasi musbat bo'lsa, ko'chish yo'nalishi bilan birlik kuchi yo'nalishi mos keladi. Aks holda ko'chish ishorasi manfiy bo'lsa, ko'chish yo'nalishi bilan birlik kuchi bir-biriga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi.

To'sinlar va ramalarning egilishida ko'ndalang kesimlarida eguvchi moment, ko'ndalang va bo'ylama kuchlar hosil bo'lsada, faqat eguvchi moment ta'siri e'tiborga olinganda ko'chish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\Delta_{1F} = \sum \frac{1}{EI} \int_0^l M_F \bar{M}_1 dz. \quad (3.31)$$

Arkalarining ko'chishlarini aniqlashda eguvchi moment va bo'ylama kuch ta'sirini e'tiborga olish kifoya, unda ko'chish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\Delta_{1F} = \sum \frac{1}{EI} \int_0^l M_F \bar{M}_1 dz + \sum \frac{1}{EA} \int_0^l N_F \bar{N}_1 dz. \quad (3.32)$$

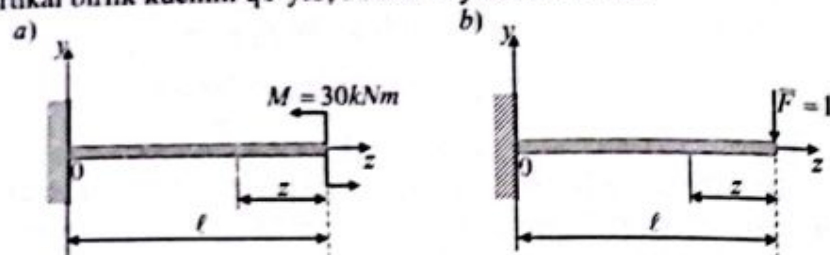
To'g'ri sterjenlardan iborat bo'lgan fermalarning ko'chishlarini aniqlashda faqat bo'ylama kuch ta'sirini e'tiborga olish kifoya, unda ko'chish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\Delta_{1F} = \sum \frac{1}{EA} \int_0^l N_F \bar{N}_1 dz. \quad (3.33)$$

Mor usuli bilan ko'chishlarni aniqlashni quyidagi misollarda ko'rib chiqamiz.

3.4.masala. 3.8-chizmada keltirilgan konsol to'sin erkin uchining ko'chishi aniqlansin. Ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti $I_x = 2790 \text{ sm}^4$, elastiklik moduli $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/sm}^2$ ga teng.

Yechish. 3.8,a-chizmada keltirilgan konsolning vertikal ko'chishi aniqlanishi lozim bo'lgan nuqtasiga 3.8,b-chizmada ko'rsatilgandek, vertikal birlik kuchini qo'yib, konsolni yuklab olamiz.



3.8-chizma. To'plangan va birlik yuk bilan yuklangan konsollar.

Konsol bitta oraliqdan iborat bo'lgan to'sin uchun ixtiyoriy kesimdagi eguvchi moment ifodasi quyidagicha bo'ladi:

$$M_F = M = 30 \text{ kNm}.$$

Birlik kuchidan konsolning ixtiyoriy kesimidagi eguvchi moment ifodasi esa quyidagicha bo'ladi:

$$\bar{M}_1 = -1 \cdot z$$

Unda ko'chish ifodasini (3.31) formuladan foydalanib aniqlaymiz:

$$\begin{aligned} \Delta_{1F} &= \sum \frac{1}{EI_x} \int_0^l M_F \bar{M}_1 dz = \sum \frac{1}{EI_x} \int_0^l 30(-1 \cdot z) dz = -\frac{30z^2}{2EI_x} \Big|_0^l = -\frac{240}{EI_x} = \\ &= -\frac{240 \cdot 10^9}{2 \cdot 10^7 \cdot 2790} = -4,3 \text{ sm}. \end{aligned}$$

Hisoblash natijasining manfiy chiqishi, ko'chish yo'nalishi bilan birlik kuchi yo'nalishi mos kelmasligini bildiradi.

3.6-masala. 3.9-chizmada keltirilgan oddiy to'sinning chap tayanchidagi burilish burchagi aniqlansin. To'sin materiali po'lat, ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti $I_x = 27696 \text{ sm}^4$, uzunligi $\ell = 6 \text{ m}$, elastiklik moduli esa $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/sm}^2$ teng.

Yechish. Tekis taqsimlangan yuk bilan yuklangan oddiy to'sin reaksiya kuchlari va eguvchi momentlar 3.2-masalada aniqlangan edi. To'sinning chap uchidan z masofadagi kesim uchun sirtqi kuchlardan eguvchi moment ifodasini tuzamiz (3.9,a-chizma):

$$M_F = \frac{q\ell}{2}z - q\frac{z^2}{2}.$$

Chap A tayanchidagi burilish burchagini aniqlash uchun to'sinning shu kesimini birlik juft kuch bilan yuklaymiz (3.9,b-chizma).

Birlik juft kuchidan hosil bo'lgan tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = -\bar{M} + R_B \cdot \ell = 0; \quad R_B = \bar{M} \frac{1}{\ell} = \frac{1}{\ell}.$$

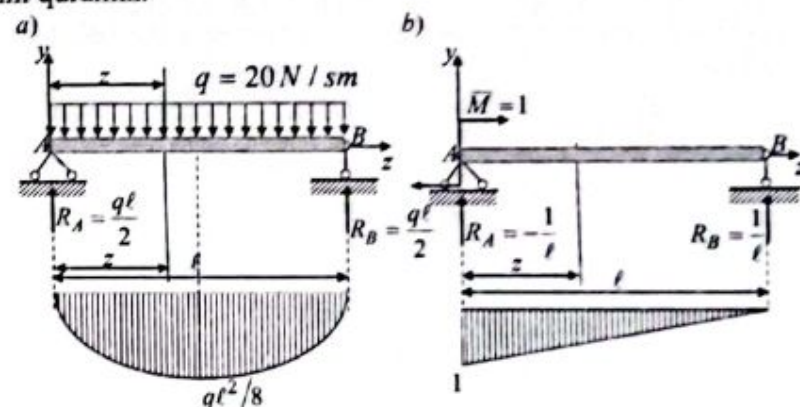
$$\sum \text{mom}_B = -\bar{M} - R_A \cdot \ell = 0; \quad R_A = -\bar{M} \frac{1}{\ell} = -\frac{1}{\ell}.$$

Tayanch reaksiyalarining to'g'riligini tekshirib ko'ramiz:

$$\sum Y = R_A + R_B = -\frac{1}{\ell} + \frac{1}{\ell} = 0.$$

Demak, birlik juft kuchidan reaksiya kuchlari to'g'ri topilgan.

Birlik juft kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va epyuralarini quramiz.



3.9-Tekis taqsimlangan yuk bilan yuklangan oddiy to'sin.

3.10-chizma. Birlik juft kuch ta'siridagi oddiy to'sin.

To'sinning chap A tayanchidan z masofadagi ixtiyoriy kesim uchun birlik juft kuchdan eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi (3.10-chizma):

birinchi oraliq $0 \leq z \leq \ell$ o'zgaradi.

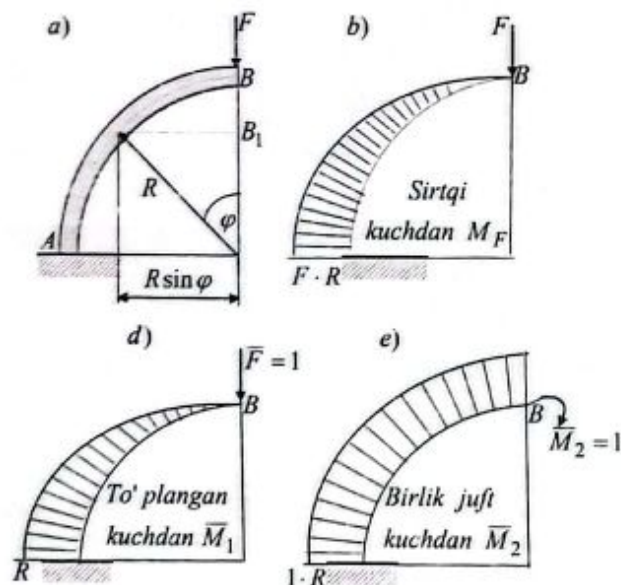
$$M_x(z) = \bar{M} + R_A \cdot z = 1 - \frac{1}{\ell} z;$$

$$M_x(0) = 1; \quad M_x(\ell) = 1 - \frac{1}{\ell} \cdot \ell = 0.$$

Unda burilish burchak ifodasini (3.31) formuladan foydalanib aniqlaymiz:

$$\begin{aligned} \Delta_{1F} = \theta_a &= \sum \frac{1}{EI_x} \int_0^\ell M_F \bar{M}_1 dz = \sum \frac{1}{EI_x} \int_0^\ell \left(\frac{q\ell}{2} z - q \frac{z^2}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{\ell} z \right) dz = \\ &= \sum \frac{q}{2EI_x} \int_0^\ell \left(\ell z^2 - 2z^2 + \frac{z^3}{\ell} \right) dz = \frac{q}{2EI_x} \left[\left(\ell \frac{z^3}{3} - 2 \frac{z^3}{3} + \frac{z^4}{4\ell} \right) \right]_0^\ell = \frac{q\ell^3}{24EI_x} \Big|_0^\ell = \\ &= \frac{20 \cdot (600)^3}{24 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 27696} = \frac{432 \cdot 10^7}{48 \cdot 10^7 \cdot 27696} = 0,0003249 \text{ rad.} \end{aligned}$$

3.7-masala. O'qi aylana yoyi bo'yicha yasalgan 3.11-chizmada keltirilgan egri chiziqli konsol uchun kuch qo'yilgan nuqtaning vertikal ko'chishi va erkin uchidagi B kesimning burilish burchagi aniqlansin.



4.11-chizma. Egri chiziqli konsol.

Yechish. To'sinning aniqlanishi lozim bo'lgan ko'chish yo'nalishi bo'yicha B kesimiga birlik to'plangan kuch va birlik juft kuchlarini 3.11,d, e-chizmalarda ko'rsatilgandek qo'yamiz.

Egri chiziqli to'sin uchun φ burchak funksiyasi bo'lgan sirtqi kuch va birlik kuchlaridan eguvchi momentlar ifodalari quyidagicha yoziladi:

$$M_F = FR \sin \varphi; \quad \bar{M}_1 = 1 \cdot R \sin \varphi; \quad \bar{M}_2 = 1.$$

Sirtqi kuch va birlik kuchlaridan qurilgan eguvchi moment epyuralari tegishli 3.11,b,d,e-chizmalarda keltirilgan.

Sirtqi kuch va birlik kuchlar ifodalarni (5.3) Mor formulasiga qo'yamiz va to'sin uzunligi bo'yicha integrallaymiz. Bunda aylana yoyi $ds = R d\varphi$ ekanligini e'tiborga olish lozim. Natijada quyidagilar hosil bo'ladi:

$$v_B = \Delta_{1F} = \int_s \frac{M_F \bar{M}_1}{EI} ds = \frac{FR^3}{EI} \int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{\pi FR^3}{4EI}.$$

$$\theta_B = \Delta_{2F} = \int_s \frac{M_F \bar{M}_2}{EI} ds = \frac{FR^2}{EI} \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = \frac{FR^2}{EI} (-\cos \varphi) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{FR^2}{EI}.$$

Aniqlangan vertikal ko'chish va burilish burchak ishorasi musbat chiqdi, demak bu, ko'chishlar yo'nalishlari birlik kuch yo'nalishlari bo'yicha ro'y berganligini ko'rsatadi.

3.6-§. Vereshagin qoidasi

Bikirligi o'zgarmas bo'lgan to'g'ri o'qli to'sin uchun sirtqi va birlik kuchlaridan qurilgan epyuralaridan biri to'g'ri chiziq bilan chegaralangan bo'lsa, Mor integrali bilan ko'chishlarni aniqlash ancha soddalashadi. Bunday epyuralar to'sin ko'chishlarni aniqlashda Mor integralini grafoanalitik usul bilan hisoblashni birinchi bo'lib, Moskva temir yo'l muhandislar oliygohi talabasi A.N.Vereshagin 1925 yil taklif etgan. A.N.Vereshagin qoidasi asosida ko'chishlarni aniqlash sirtqi kuchlardan va birlik kuchlaridan qurilgan eguvchi moment epyuralarini ko'paytirishga asoslangan. Bunda to'singa ta'sir etayotgan sirtqi kuchlardan qurilgan eguvchi moment epyurasi egri chiziq bilan, birlik juft kuchi yoki to'plangan birlik kuchlaridan

qurilgan eguvchi moment epyurasi to'g'ri chiziqli bilan chegaralangan bo'lishi shart.

Sirtqi kuchlardan qurilgan eguvchi moment epyurasi elementi yuzasini 3.12,a-chizmadan quyidagicha ifodalash mumkin:

$$d\omega_F = M_F dz. \quad (3.34)$$

Birlik kuchi epyurasi to'g'ri chiziqli qonun asosida o'zgaradi va uning ifodasini quyidagicha yozamiz (3.12,b-chizma):

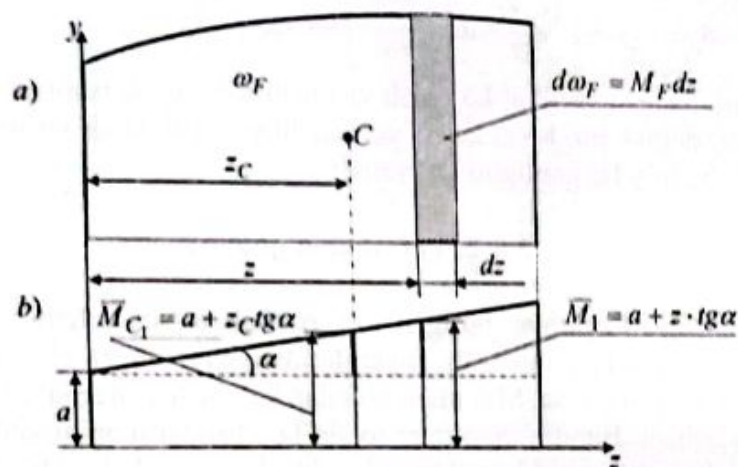
$$\bar{M}_1 = (z \cdot \operatorname{tg} \alpha + a). \quad (3.35)$$

Bu ifodalarni Mor integraliga qo'yamiz:

$$\int_0^l M_F \bar{M}_1 dz = \int_0^l d\omega_F (z \cdot \operatorname{tg} \alpha + a) = a \cdot \omega_F + \operatorname{tg} \alpha \int_0^l z d\omega_F. \quad (6.36)$$

Bu formulaning oxirgi hadidagi integral chap tomondagi vertikal o'qqa nisbatan yuzaning statik momentini ifodalaydi, ya'ni

$$\int_0^l z d\omega_F = z_C \cdot \omega_F. \quad (3.37)$$



3.12-chizma. Sirtqi va birlik kuchlar epyuralari.

Unda Mor integralini quyidagicha ifodalash mumkin bo'ladi:

$$\int_0^l M_F \bar{M}_1 dz = a \cdot \omega_F + \operatorname{tg} \alpha \cdot z_C \cdot \omega_F = \omega_F (z_C \operatorname{tg} \alpha + a). \quad (3.38)$$

Eguvchi moment epyurasi yuzasining og'irlik markaziga to'g'ri keluvchi birlik kuchi epyurasi ordinatasi quyidagicha teng:

$$\bar{M}_{C_1} = (z_C \cdot \operatorname{tg} \alpha + a),$$

bo'lganligini e'tiborga olib (10.38) formulani quyidagicha ifodalaymiz:

$$\int_0^l M_F \bar{M}_1 dz = \omega_F \bar{M}_{C_1}. \quad (3.39)$$

Ko'chishlarni aniqlash uchun oxirgi ifodani to'sin kesimi bikiirli-giga bo'lish lozim:

$$\Delta_{1F} = \frac{\omega_F \bar{M}_{C_1}}{EI_x}. \quad (3.40)$$

Bu ifoda Vereshagin formulasi deb ataladi.

Demak, Vereshagin qoidasi bo'yicha ko'chishlarni aniqlash uchun egri chiziqli epyura yuzasi, shu yuza og'irlik markaziga mos keluvchi birlik kuch epyurasi ordinatasiga ko'paytmasi yetarli.

Qaralayotgan konstruktsiya elementi bir nechta oraliqlardan iborat bo'lsa, Vereshagin formulasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\Delta_{1F} = \frac{1}{EI_x} \sum \omega_F \bar{M}_{C_1}. \quad (3.41)$$

Vereshagin qoidasidan foydalanishda quyidagilarni e'tiborga olish kerak:

- to'sinni shunday oraliqlarga bo'lish lozimki, eguvchi moment epyuralaridan hech bo'lmaganda bittasi chiziqli va to'sin kesimining bikiirli-gi o'zgarmas bo'lishi;
- eguvchi moment epyuralari sanoq chizig'ining turli tomonida joylashgan bo'lsa, unda epyuralar ko'paytmasi manfiy ishora bilan olinadi.

Hisoblab topilgan ko'chishlari ishorasi musbat chiqsa, uning birlik kuchi yo'nalishi bo'yicha hosil bo'lganligini ko'rsatadi. Burilish burchak ishorasi musbat ishorali bo'lsa, kesimning soat millari yo'nalishiga teskari aylanishini ko'rsatadi.

Vereshagin usulidan har ikkala epyura egri chiziqli bilan chegaralangan bo'lsa, foydalanib bo'lmaydi (masalan egri sterjenlarning solqiligi va burilish burchagini aniqlashda).

3.8-masala. 3.-13-chizmada keltirilgan oddiy to'sinning chap A tayanchidagi kesimning burilish burchagi va kuch qo'yilgan D nuqtasining ko'chishi aniqlansin. To'sin materiali po'lat, ko'ndalang

kesimining neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti $I_x = 27450 \text{ sm}^4$, to'sin uzunligi $\ell = 5\text{m}$, elastiklik moduli $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/sm}^2$.

Yechish. 1. Sirtqi kuchlar ta'siridagi to'sinning tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = -F \cdot a + R_B \cdot \ell = 0; \quad R_B = F \frac{a}{\ell}.$$

$$\sum \text{mom}_B = -F \cdot b + R_A \cdot \ell = 0; \quad R_A = F \frac{b}{\ell}.$$

2. Tayanch reaksiyalarining to'g'riligini tekshirib ko'ramiz:

$$\sum Y = R_A - F + R_B = F \frac{b}{\ell} - F + F \frac{a}{\ell} = F \frac{b}{\ell} - F \frac{\ell}{\ell} + F \frac{a}{\ell} = 0.$$

Demak, sirtqi kuchlar ta'siridan reaksiya kuchlari to'g'ri topilgan.

3. Berilgan sirtqi yuklardan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va epyuralarini quramiz (3.13,a-chizma).

To'sinning chap A tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesimlar uchun sirtqi kuchlardan eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq a$ o'zgaradi.

$$M_x(z_1) = R_A \cdot z_1; \quad M_x(0) = F \frac{b}{\ell} \cdot 0 = 0; \quad M_x(a) = F \frac{b}{\ell} a.$$

ikkinchi oraliq $a \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_2) = R_A \cdot z_2 - F(z_2 - a); \quad M_x(a) = F \frac{b}{\ell} a;$$

$$M_x(\ell) = \frac{Fb}{\ell} \cdot \ell - F(\ell - a) = Fb - Fb = 0.$$

4. Chap tayanchdagi A kesimning burilish burchagini aniqlash uchun to'sinning shu kesimini birlik juft kuch bilan yuklaymiz (3.13,b-chizma).

5. Birlik juft kuch ta'siridagi to'sinning tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = -\bar{M}_1 + R_B \cdot \ell = 0; \quad R_B = \bar{M}_1 \frac{1}{\ell} = \frac{1}{\ell}.$$

$$\sum \text{mom}_B = -\bar{M}_1 - R_A \cdot \ell = 0; \quad R_A = -\bar{M}_1 \frac{1}{\ell} = -\frac{1}{\ell}.$$

6. Tayanch reaksiyalarining to'g'riligini tekshirib ko'ramiz:

$$\sum Y = R_A + R_B = -\bar{M}_1 \frac{1}{\ell} + \bar{M}_1 \frac{1}{\ell} = 0.$$

Demak, birlik juft kuchdan reaksiya kuchlari to'g'ri topilgan.

7. Birlik juft kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va epyuralarini quramiz.

To'sinning chap A tayanchidan z_1 masofadagi ixtiyoriy kesim uchun birlik juft kuchdan eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi: bitta oraliq $0 \leq z \leq \ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z) = \bar{M}_1 + R_A \cdot z; \quad M_x(z) = 1 - \frac{1}{\ell} z;$$

$$M_x(0) = 1; \quad M_x(\ell) = 1 - \frac{1}{\ell} \cdot \ell = 0.$$

8. Bu epyuralarni to'sin uzunligi bo'yicha ikki qismga ajratib ko'paytiramiz. To'sinning AD oralig'idagi burilish burchagi va ko'chishlarini aniqlaymiz. Keyinchalik DB oralig'ini qaraymiz.

Berilgan kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasidagi D nuqta ordinatasi $M_D = \frac{Fab}{\ell}$ ga teng (3.13,a-chizma), AD oralig'idagi uchburchak shaklidagi epyuraning og'irlik markazi abssissasi to'sinining chap tayanchidan $z_{C_1} = \frac{2}{3}a$ ga teng DB oralig'idagi uchburchak shaklidagi epyuraning og'irlik markazi abssissasi to'sinning o'ng tayanchidan $z_{C_2} = \frac{2}{3}b$ ga teng bo'ladi.

9. Sirtqi yuk ta'siridan qurilgan moment epyurasi ikkita uchburchakdan iborat (3.13,a-chizma). Bu uchburchaklar og'irlik markaziga mos keluvchi birlik momentidan qurilgan epyura ordinalari tegishli uchburchaklarning o'xshashlik alomatlaridan foydalalanib aniqlanadi.

$$\frac{\bar{M}_{D_2}}{(\ell - 2a/3)} = \frac{1}{\ell}; \text{ bundan } \bar{M}_{D_2} = \frac{(\ell - 2a/3)}{\ell} \cdot \frac{\bar{M}_{D_1}}{2 \cdot \frac{b}{3}} = \frac{1}{\ell}; \text{ bundan } \bar{M}_{D_1} = \frac{2b}{3\ell}.$$

10. Yuqorida keltirilgan (3.41) formuladan foydalanib, to'sinning chap A tayanchidagi kesimning burilish burchagini aniqlaymiz:

$$\theta_A = \frac{1}{EI_x} \left[\left(\frac{1}{2} \left(\frac{Fab}{\ell} \cdot a \right) \cdot \frac{(\ell - 2a/3)}{\ell} \right) + \left(\frac{1}{2} \left(\frac{Fab}{\ell} \cdot b \right) \cdot \frac{2b}{3\ell} \right) \right] = \frac{Fb\ell}{6EI} \left(1 - \frac{b^2}{\ell^2} \right).$$

11. Chap tayanchdagi D kesimning ko'chishini aniqlash uchun to'sinning shu kesimiga birlik to'plangan kuchini qo'yamiz. (3.12, d-chizma)

12. Birlik to'plangan kuch ta'siridagi to'sinning tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

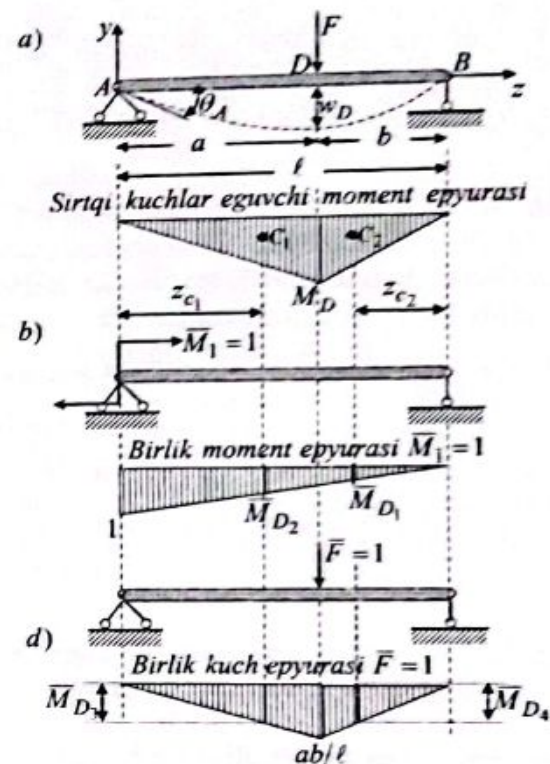
$$\sum \text{mom}_A = -\bar{F} \cdot a + R_B \cdot \ell = 0; \quad R_B = 1 \cdot \frac{a}{\ell} = \frac{a}{\ell}.$$

$$\sum \text{mom}_B = -\bar{F} \cdot b + R_A \cdot \ell = 0; \quad R_A = 1 \cdot \frac{b}{\ell} = \frac{b}{\ell}.$$

13. Tayanch reaksiyalarining to'g'riligini tekshirib ko'ramiz:

$$\sum Y = R_A - \bar{F} + R_B = \frac{a}{\ell} - 1 + \frac{b}{\ell} = \frac{a - \ell + b}{\ell} = 0.$$

Demak, birlik to'plangan kuch ta'sirida hosil bo'lgan reaksiya kuchlari to'g'ri topilgan.



3.13-chizma. Birlik kuch juft kuch, to'plangan birlik kuch va sirtqi kuchlar epyuralari.

14. Birlik to'plangan kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va epyuralarini quramiz.

To'sinning chap A tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy kesimlar uchun birlik to'plangan kuchdan eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq a$ o'zgaradi.

$$M_x(z_1) = R_A \cdot z_1; \quad M_x(0) = 1 \cdot \frac{b}{\ell} \cdot 0 = 0; \quad M_x(a) = \frac{b}{\ell} a.$$

ikkinchi oraliq $a \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_2) = R_A \cdot z_2 - \bar{F}(z_2 - a), \quad M_x(a) = \frac{b}{\ell} a;$$

$$M_x(\ell) = \frac{Fb}{\ell} \cdot \ell - \bar{F}(\ell - a) = 1 \cdot b - 1 \cdot b = 0.$$

15. Birlık kuch $\bar{F}=1$ ta'siridan qurilgan moment epyurasining sirtqi kuchdan qurilgan uchburchak shaklidagi epyuraning og'irlik markazlariga mos keluvchi ordinatalari tegishli uchburchaklarning o'xshashlik alomatlaridan foydalanib, aniqlanadi.

$$\frac{\bar{M}_{D_1}}{ab/\ell} = \frac{2a/3}{a}; \quad \text{bundan } \bar{M}_{D_1} = \frac{2ab}{3\ell}; \quad \frac{\bar{M}_{D_2}}{ab/\ell} = \frac{2b/3}{b}; \quad \text{bundan } \bar{M}_{D_2} = \frac{2ab}{3\ell}.$$

16. (3.41) formuladan foydalanib to'sinning kuch qo'yilgan D nuqtasining ko'chishini aniqlaymiz:

$$v_D = \frac{1}{EI_x} \left[\left(\frac{1}{2} \left(\frac{Fab}{\ell} \cdot a \right) \cdot \frac{2ab}{3\ell} \right) + \left(\frac{1}{2} \left(\frac{Fab}{\ell} \cdot b \right) \cdot \frac{2ab}{3\ell} \right) \right] = \frac{F(ab)^2}{3EI_x \ell}.$$

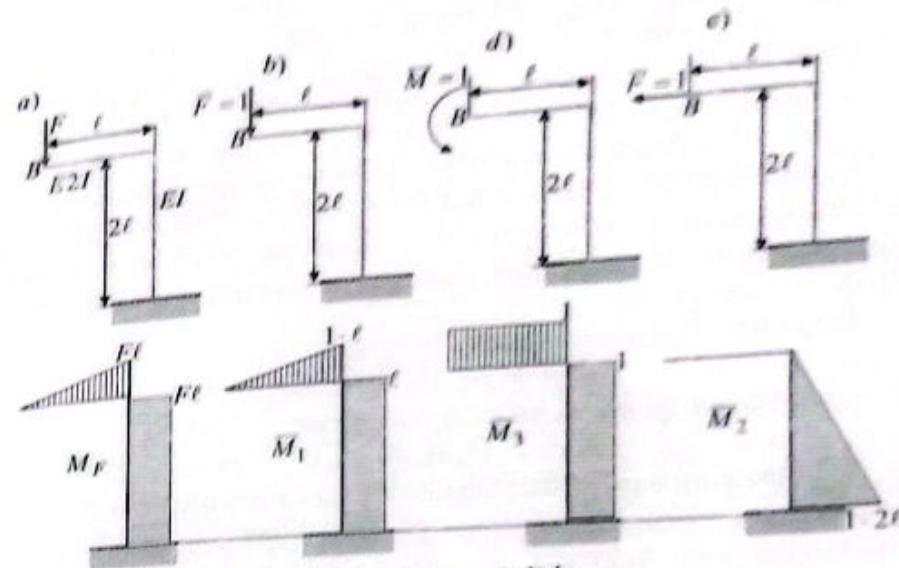
Demak, aniqlangan qiymatlar shuni ko'rsatadiki, to'sin D nuqtasining ko'chishi birlık kuchning yo'nalishi bo'yicha hosil bo'lar ekan.

Agar 3.13-chizmadagi to'sin uzunligi markaziga to'plangan kuch qo'yilgan bo'lsa, yuqoridagi formulalardan quyidagilarni keltirib chiqarish qiyinchilik tug'dirmaydi:

$$\theta_A = \frac{F\ell^2}{16EI_x}, \quad v_D = \frac{F\ell^3}{48EI_x}.$$

3.9-masala. 3.14-chizmada keltirilgan siniq o'qli brus B kesimining vertikal, gorizontaal va burilish burchaklari aniqlansin. Ustun bikirligi EI ga, rigel bikirligi $E2I$ ga teng bo'lsin.

Yechish. Sirtqi kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va uning epyurasini quramiz (3.14,a-chizma).



3.14-chizma. Siniq o'qli brus.

Rigel uzunligi $0 \leq z \leq \ell$ gacha o'zgaradi.

$$M(z) = Fz; \quad M(0) = 0; \quad M(\ell) = F\ell.$$

Ustun uzunligi $0 \leq z \leq 2\ell$ gacha o'zgaradi.

$$M(z) = F\ell; \quad M(0) = F\ell; \quad M(\ell) = F\ell.$$

Siniq o'qli brus B kesimining vertikal ko'chishini aniqlash uchun shu kesimga to'plangan birlık kuch $\bar{F}=1$ ni qo'yamiz va birlık kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va uning epyurasini quramiz (3.14,b-chizma).

Rigel uzunligi $0 \leq z \leq \ell$ gacha o'zgaradi.

$$\bar{M}_1(z) = \bar{F} \cdot z; \quad \bar{M}_1(0) = 0; \quad \bar{M}_1(\ell) = 1 \cdot \ell.$$

Ustun uzunligi $0 \leq z \leq 2\ell$

$$\bar{M}_1(z) = \bar{F} \cdot \ell; \quad \bar{M}_1(0) = 1 \cdot \ell; \quad \bar{M}_1(2\ell) = 1 \cdot \ell.$$

Vereshagin qoidasidan foydalanib, B kesimning vertikal ko'chishini aniqlaymiz, ya'ni sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment M_F epyurasi yuzalari bilan shu yuzalar og'irlik markaziga mos keluvchi birlık kuchida qurilgan eguvchi moment $\bar{M}_1$ epyuralaridan olingan ordinatalarni tegishli ko'paytirib, bikirligiga bo'lamiz va ularning yig'indilari quyidagiga teng ekanligini aniqlaymiz:

$$(\Delta_{1F})_{\text{vert}} = \frac{1}{EI} \frac{1}{2} F \ell \cdot \ell \cdot \frac{2}{3} \ell + \frac{1}{EI} F \ell \cdot 2 \ell \cdot \ell = \frac{2}{12EI} F \ell^3 + \frac{2}{EI} F \ell^3 = \frac{13F \ell^3}{6EI}.$$

Vertikal ko'chish ishorasi musbat bo'lganligi sababli B kesim ko'chishi birlik kuch yo'nalishi bo'yicha yo'nalgan bo'ladi.

Siniq o'qli brus B kesimining burilish burchagini aniqlash uchun shu kesimga birlik juft kuch $\bar{M}=1$ ni qo'yamiz va birlik kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va uning epyurasini quramiz (3.14,d-chizma).

Rigel uzunligi $0 \leq z \leq \ell$ gacha o'zgaradi.

$$\bar{M}_3(z) = \bar{M}; \bar{M}_3(0) = 1; \bar{M}_3(\ell) = 1.$$

Ustun uzunligi $0 \leq z \leq 2\ell$ gacha o'zgaradi.

$$\bar{M}_3(z) = \bar{M}; \bar{M}_3(0) = 1; \bar{M}_3(2\ell) = 1.$$

B kesimning burilish burchagini Vereshagin qoidasidan foydalanib aniqlaymiz, ya'ni M_F epyurasi yuzalari bilan shu yuzalar og'irlik markaziga mos keluvchi $\bar{M}_3$ epyuralaridan olingan ordinatalarni tegishli ko'paytirib, birligiga bo'lib qo'shamiz:

$$(\Delta_{1F})_{\text{buril}} = \theta = \frac{1}{EI} \frac{1}{2} F \ell \cdot \ell + \frac{1}{EI} F \ell \cdot 2 \ell = \frac{1}{4EI} F \ell^2 + \frac{2}{EI} F \ell^2 = \frac{9F \ell^2}{4EI}.$$

Burilish burchak ishorasi musbat chiqdi, demak, B kesim soat mil-lari yo'nalishi bo'yicha buriladi.

Siniq o'qli brus B kesimining gorizontaal ko'chishini aniqlash uchun shu kesimga to'plangan birlik gorizontaal kuch $\bar{F}=1$ ni qo'yamiz va birlik kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va uning epyurasini quramiz (3.14,e-chizma).

Rigel uzunligi $0 \leq z \leq \ell$ gacha o'zgaradi.

$$\bar{M}_2(z) = 0; \bar{M}_2(0) = 0; \bar{M}_2(\ell) = 0.$$

Ustun uzunligi $0 \leq z \leq 2\ell$ gacha o'zgaradi.

$$\bar{M}_2(z) = \bar{F} \cdot z; \bar{M}_2(0) = 0; \bar{M}_2(2\ell) = 1 \cdot 2\ell.$$

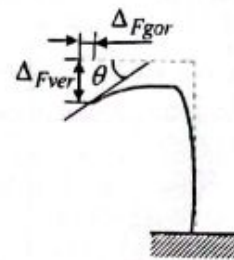
To'sinning B kesimi gorizontaal ko'chishni Vereshagin qoidasidan foydalanib aniqlaymiz, ya'ni M_F epyurasi yuzalari bilan shu yuzalar og'irlik markaziga mos keluvchi $\bar{M}_2$ epyuralaridan olingan ordinatalarni tegishli ko'paytirib, birligiga bo'lib, qo'shamiz:

$$(\Delta_{1F})_{\text{gor}} = \frac{1}{EI} \frac{1}{2} F \ell \cdot \ell \cdot 0 + \frac{1}{EI} F \ell \cdot \ell \cdot \frac{2\ell}{2} = \frac{1}{EI} F \ell^3 = \frac{F \ell^3}{EI}.$$

Gorizontaal ko'chish ishorasi musbat bo'lganligi sababli B kesim-ning ko'chish birlik kuch yo'nalishi bo'yicha yo'nalgan.

Ko'chishlarini aniqlash maqsadida qurilgan eguvchi moment epyuralar sterjenlarning bir tomonida yotganligi sababli epyuralarni ko'paytirish natijalari har uchala holda ham musbat chiqdi.

Deformatsiyalangan brus kattalashtirilib, 3.15-chizmada kelti-rilgan.



3.15-chizma. Siniq o'qli sterjenning deformatsiyalangan holati.

3.10-masala. Vereshagin usuli bilan 3.16-chizmada keltirilgan to'sinning chap tayanchidagi burilish burchakgi va ravog'i o'rtasidagi solqilik aniqlansin.

Yechish. 1. sirtqi kuchdan hosil bo'ladigan tayanch reaksiya kuchlarini statik muvozanat tenglamalardan aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = 0; F \ell + F \cdot 2\ell - R_B \cdot 3\ell = 0; R_B = F.$$

$$\sum \text{mom}_B = 0; -F \ell - F \cdot 2\ell + R_F \cdot 3\ell = 0; R_F = F.$$

2. reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlanganligini tekshirib ko'ramiz, ya'ni vertikal o'qqa barcha kuchlarning proyeksiyalari yig'indisini nolga tenglashtiramiz:

$$\sum y = 0; R_A - F - F + R_B = 0; 0 = 0.$$

Bundan ko'rinadiki, reaksiya kuchlarining yo'nalishi to'g'ri tanlangan ekan va uning miqdori ham to'g'ri aniqlangan.

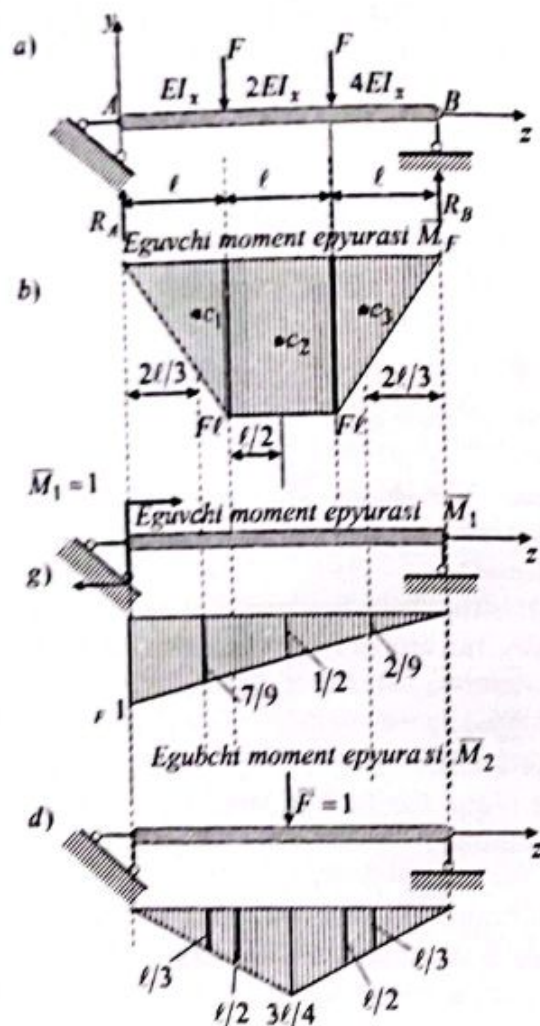
3. har bir oraliq uchun sirtqi kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz.

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_1) = R_A z_1; M_x(0) = 0; M_x(\ell) = F \ell.$$

ikkinchi oraliq $\ell \leq z_2 \leq 2\ell$ o'zgaradi.

$M_x(z_2) = R_A z_2 - F(z_2 - \ell); M_x(\ell) = F\ell; M_x(2\ell) = F\ell,$
 uchinchi oraliq $2\ell \leq z_3 \leq 3\ell$ o'zgaradi.
 $M_x(z_3) = R_A z_3 - F(z_3 - \ell)F(z_3 - 2\ell); M_x(2\ell) = F\ell; M_x(3\ell) = 0.$



3.16-chizma. Bikirligi o'zgaruvchi to'sin.

Sirtqi kuchlardan eguvchi moment epyurasi har bir oraliqlar uchun 3.16,b-chizmada qurib ko'rsatilgan.

To'sin ixtiyoriy kesimining burilish burchagini aniqlash quyidagi tartibda bajariladi:

1. To'sinning chap A tayanchidagi burilish burchagini topish uchun shu kesimga birlik juft $\bar{M} = 1$ kuchini qo'yamiz va undan hosil bo'lgan tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = 0; \bar{M} - R_B \cdot 3\ell = 0; R_B = \bar{M}/3\ell = 1/3\ell.$$

$$\sum \text{mom}_B = 0; \bar{M} + R_A \cdot 3\ell = 0; R_A = -\bar{M}/3\ell = -1/3\ell.$$

2. Birlik juft kuchidan hosil bo'lgan reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlanganligini tekshirib ko'ramiz, ya'ni vertikal o'qqa barcha kuchlarning proyeksiyalari yig'indisini nolga tenglashtiramiz:

$$\sum y = 0; -R_A + R_B = 0; -1/3\ell + 1/3\ell = 0; 0 = 0.$$

Demak, reaksiya kuchlarining yo'nalishi R_B to'g'ri qo'yilgan R_A manfiy ishora bilan chiqqanligi uchun yo'nalishini noto'g'ri qo'ygan ekan va ularning miqdori esa to'g'ri aniqlanganligi ko'rinib turibdi.

3. Har bir oraliq uchun birlik juft kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz.

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq 3\ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_1) = R_A z_1 + \bar{M}; M_x(0) = \bar{M} = 1; M_x(3\ell) = (-1/3\ell)3\ell + 1 = 0.$$

4. To'sinning chap A tayanchidagi burilish burchagini aniqlaymiz. Sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasini uchta oddiy (ikkita uchburchak va to'rtburchak) yuzadan iborat deb qarash mumkin. Eguvchi moment epyura yuzasi og'irlik markaziga mos keluvchi ordinatalarini, birlik juft kuch epyurasidan uchburchaklarning o'xshashlik alomatlaridan aniqlanadi (3.16,d-chizma).

Birinchi oraliqda sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuzasi $\frac{1}{2} F\ell \cdot \ell$ bo'lgan uchburchak (3.16,b-chizma).

Birlik juft kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasi katta uchburchak bo'lib, gorizont kateti 3ℓ va vertikal kateti 1 ga teng ekanligi birlik juft kuchi eguvchi moment epyurasidan ko'rinib turibdi (3.16,g-chizma). Shu katta uchburchakning ichida gorizont kateti $(2\ell + \ell/3) = 7\ell/3$ teng va sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment

epyura yuza og'irlik markaziga to'g'ri keluvchi vertikal $\bar{M}_{1,kichik}^{ver}$ kateti noma'lum bo'lgan kichik uchburchak birlik juft kuchi epyurasidan ko'rinib turibdi (3.16,g-chizma). Noma'lum vertikal katetini aniqlash uchun katta va kichik uchburchaklarning o'xshashligidan katetlari nisbatini quyidagicha ifodalaymiz:

$$\frac{7\ell/3}{3\ell} = \frac{\bar{M}_{1,kichik}^{ver}}{1}.$$

Bundan birlik juft kuch epyurasidagi noma'lum $\bar{M}_{1,kichik}^{ver}$ ordinatani aniqlaymiz:

$$\bar{M}_{1,kichik}^{ver} = \frac{7}{9}.$$

Ikkinchi oraliqda sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuzasi $F\ell \cdot \ell$ bo'lgan to'g'ri to'rtburchak.

Birlik juft kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasi katta uchburchak bo'lib, gorizonta kateti 3ℓ va vertikal kateti 1 ga teng ekanligi birlik juft kuchi eguvchi moment epyurasidan ko'rinib turibdi (3.16,g-chizma). Shu katta uchburchakning ichida gorizonta kateti $(\ell + \ell/2) = 3\ell/2$ teng va sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuza og'irlik markaziga to'g'ri keluvchi vertikal $\bar{M}_{1,kichik2}^{ver}$ kateti noma'lum bo'lgan ikkinchi bir kichik uchburchak birlik juft kuchi epyurasidan ko'rinib turibdi (3.16,g-chizma). Noma'lum vertikal katetini aniqlash uchun katta va kichik uchburchaklarning o'xshashligidan katetlari nisbatini quyidagicha ifodalaymiz:

$$\frac{3\ell/2}{3\ell} = \frac{\bar{M}_{1,kichik2}^{ver}}{1}.$$

Bundan birlik juft kuch epyurasidagi noma'lum $\bar{M}_{1,kichik2}^{ver}$ ordinatani aniqlaymiz:

$$\bar{M}_{1,kichik2}^{ver} = \frac{1}{2}.$$

Uchinchi sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuza $\frac{1}{2}F\ell \cdot \ell$ bo'lgan uchburchak (3.16,b-chizma) bo'lib, gorizonta kateti 3ℓ va vertikal kateti 1 ga teng bo'lishi epyuradan ko'rinib turibdi.

Birlik juft kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasi katta uchburchak bo'lib, gorizonta kateti 3ℓ va vertikal kateti 1 ga teng ekanligi eguvchi moment epyurasidan ko'rinib turibdi (3.16,g-chizma). Shu katta uchburchakning ichida gorizonta kateti $2\ell/3$ teng va sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuza og'irlik markaziga mos keluvchi vertikal $\bar{M}_{1,kichik3}^{ver}$ kateti noma'lum bo'lgan uchinchi bir kichik uchburchak birlik juft kuchi epyuradan ko'rinib turibdi (3.16,g-chizma). Noma'lum vertikal katetini aniqlash uchun katta va kichik uchburchaklarning o'xshashligidan katetlari nisbatini quyidagicha ifodalaymiz:

$$\frac{2\ell/3}{3\ell} = \frac{\bar{M}_{1,kichik3}^{ver}}{1}.$$

Bundan birlik juft kuch epyurasidagi noma'lum $\bar{M}_{1,kichik3}^{ver}$ ordinatani aniqlaymiz:

$$\bar{M}_{1,kichik3}^{ver} = \frac{2}{9}.$$

Sirtqi kuchdan qurilgan epyura yuzalari bilan shu yuzalar og'irlik markaziga mos keluvchi birlik juft kuchi epyurasi ordinasiga ko'paytirib, tegishli oraliqlar birligiga bo'lamiz va ularning yig'indisini topamiz, unda chap A tayanchidagi burilish burchakni aniqlagan bo'lamiz:

$$\theta_A = \left[\frac{1}{2} \cdot (\ell \cdot F\ell) \right] \frac{7}{9EI_x} + (F\ell \cdot \ell) \cdot \frac{1}{2EI_x} + \left[\frac{1}{2} \cdot (\ell \cdot F\ell) \right] \frac{2}{9EI_x} = \frac{2F\ell^2}{3EI_x}.$$

Demak, kesimning burilishi soat millari yo'nalishi bo'yicha ro'y berar ekan.

To'sinning ravog'i o'rtasidagi solqilik deformatsiyasini aniqlash uchun quyidagi amallarni bajaramiz:

1. To'sin ravog'ining o'rtasidagi kesimda solqilik deformatsiyasini topish uchun shu kesimga to'plangan birlik $\bar{F} = 1$ kuchini qo'yamiz va undan hosil bo'lgan tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = 0; \quad \bar{F} \cdot 3\ell/2 - R_B \cdot 3\ell = 0; \quad R_B = 1/2.$$

$$\sum \text{mom}_B = 0; \quad -\bar{F} \cdot 3\ell/2 + R_A \cdot 3\ell = 0; \quad R_A = 1/2.$$

2. To'plangan birlik kuchidan reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlanganligini tekshirib ko'ramiz, ya'ni vertikal o'qqa barcha kuchlarning proyeksiyalari yig'indisini nolga tenglashtiramiz:

$$\sum y = 0; R_A - \bar{F} + R_B = 0; 1/2 - 1 + 1/2 = 0; 0 = 0.$$

Demak, reaksiya kuchlarining R_A, R_B yo'nalishi to'g'ri qo'yilganligiga va uning miqdori esa to'g'ri aniqlanganligi ko'rinib turibdi.

3. To'plangan birlik $\bar{F} = 1$ kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz.

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq 3\ell/2$ o'zgaradi.

$$M_x(z_1) = R_A z_1; M_x(0) = 0; M_x(3\ell/2) = (1/2)(3\ell/2) = 3\ell/4.$$

ikkinchi oraliq $3\ell/2 \leq z_2 \leq 3\ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_2) = R_A z_2 - \bar{F}(z_2 - 3\ell/2); M_x(3\ell/2) = (1/2)(3\ell/2) = 3\ell/4; M_x(3\ell) = 0.$$

4. Sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasini uchta oddiy (ikkita uchburchak va to'rtburchak) yuzalardan iborat deb qarash mumkin.

To'plangan birlik kuchidan qurilgan eguvchi moment epyurasini ham oddiy (ikkita uchburchak va ikkita trapetsiya) yuzalarga bo'lish mumkin. Sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuzasi og'irlik markaziga mos keluvchi ordinatalarini, to'plangan birlik kuch eguvchi moment epyurasidan, uchburchaklarning o'xshashlik alomatlaridan aniqlanadi (3.16,b-chizma).

Birinchi oraliqda sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuza $\frac{1}{2}F\ell \cdot \ell$ bo'lgan uchburchak (3.16,b-chizma). To'plangan birlik kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasi katta uchburchak bo'lib, gorizont kateti $1,5\ell$ va vertikal kateti $3\ell/4$ teng ekanligi eguvchi moment epyuradan ko'rinib turibdi (3.16,d-chizma). Shu katta uchburchakning ichida gorizont kateti $2\ell/3$ teng va sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuza og'irlik markaziga to'g'ri keluvchi vertikal $\bar{M}_{2,kichik}^{ver}$ kateti noma'lum bo'lgan kichik uchburchak epyuradan ko'rinib turibdi (3.16-,d-chizma). Noma'lum vertikal $\bar{M}_{2,kichik}^{ver}$ katetini aniqlash uchun katta va kichik uchburchaklarning o'xshashligidan katetlari nisbatini quyidagicha ifodalaymiz:

$$\frac{2\ell/3}{3\ell/2} = \frac{\bar{M}_{2,kichik}^{ver}}{3\ell/4}.$$

Bundan to'plangan birlik kuch epyurasidagi noma'lum $\bar{M}_{2,kichik}^{ver}$ ordinatani aniqlaymiz:

$$\bar{M}_{2,kichik}^{ver} = \frac{\ell}{3}.$$

Katta uchburchakning ichidagi trapetsiyaning balandligi $\ell/2$, uzun yon tomoni uzunligi $3\ell/4$ bo'lgan trapetsiyaning ikkinchi yon tomoni uzunligini uchburchaklarning o'xshashligidan foydalanib aniqlaymiz:

$$\frac{\ell}{3\ell/2} = \frac{\bar{M}_{3,kichik}^{ver}}{3\ell/4}.$$

Bundan to'plangan birlik kuch epyurasidagi noma'lum $\bar{M}_{3,kichik}^{ver}$ ordinatani aniqlaymiz:

$$\bar{M}_{3,kichik}^{ver} = \frac{\ell}{2}.$$

Sirtqi kuchdan qurilgan epyura yuzalari bilan shu yuzalar og'irlik markaziga mos keluvchi to'plangan birlik kuchi epyurasi ordinatasiga ko'paytirib, tegishli oraliqlar bikirligiga bo'lamiz va ularning yig'indisini topamiz, unda to'sin ravog'i o'rtasidagi solqilik deformatsiyasi quyidagiga teng bo'ladi:

$$v(1,5\ell) = \left\{ \frac{(1/2)(\ell \cdot F\ell)(\ell/3)}{EI_x} + \frac{(1/2)[((3\ell/4) + \ell/2)(\ell/2)]F\ell}{E2I} + \frac{(1/2)[((3\ell/4) + \ell/2)(\ell/2)]F\ell}{E2I} + \frac{(1/2)(\ell \cdot F\ell)(\ell/3)}{E4I_x} \right\} = \frac{5 F\ell^2}{8 EI_x}.$$

To'sinning solqiligi musbat ishora bilan chiqdi, demak, solqilik bilan birlik kuch yo'nalishi bir-biriga mos keladi.

3.7-§. To'sinlarning bikirlik sharti

Amaliyotda to'sinlarning mustahkamligini ta'minlash bilan birga ularni bikirlikka hisoblashni ham talab etadi. Bikirlikka hisoblashni, ya'ni burilish burchagi va solqiligini hisoblash usullarini to'liq

o'zlashtirib olgandan so'ng bikirlik shartidan to'sinning kesim o'lchamlarini tanlab olish mumkin.

To'sinning bikirlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$f \leq [f] \quad (3.42)$$

Demak, to'sin bikir bo'lishi uchun uning maksimal solqiligining absolyut qiymati f berilgan ruxsat etilgan $[f]$ solqilikka teng va undan kichik bo'lishi shart ekan.

To'sinning berilgan ruxsat etilgan $[f]$ solqilik qiymati tajriba yoki ishlash jarayonida olingan natijalar asosida belgilanib, me'yoriy hujjatlarda keltiriladi.

Masalalar:

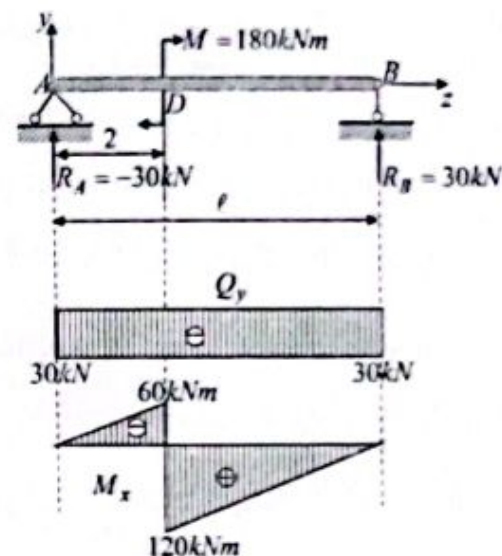
3.11-masala. 3.17-chizmada keltirilgan to'sinning mustahkamlik va bikirlik shartlaridan foydalanib, qo'shtavr shaklidagi kesim sortament jadvalidan tanlansin. Berilganlar:

$$[\sigma] = 16000 \text{ N/sm}^2; \quad E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/sm}^2; \quad \ell = 6 \text{ m}; \quad [f] = \ell/600.$$

Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_B = M + R_A \ell = 0. \quad R_A = -180/6 = -30 \text{ kN}.$$

$$\sum \text{mom}_A = -R_B \ell + M = 0. \quad R_B = 180/6 = 30 \text{ kN}.$$



3.17-chizma. Juft kuchi bilan yuklangan oddiy to'sin.

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A + R_B = 0; \quad \text{unda} \quad -30 + 30 = 0; \quad 0 = 0.$$

d) statik boshlang'ich parametrlar ma'lumligini e'tiborga olib, qarayotgan to'sin elastik chizig'ining universal tenglamasini (3.27) umumiy universal tenglama asosida quyidagicha ifodalaymiz:

$$v = v_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EI_x} \left[R_A \frac{z^3}{3!} + M \frac{(z-2)^2}{2!} \right] = v_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EI_x} \left[-5z^3 + 90(z-2)^2 \right]$$

Universal tenglamani bir marta differensiallab, burilish burchak tenglamasini hosil qilamiz:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EI_x} \left[R_A \frac{z^2}{2!} + M \frac{(z-2)}{1!} \right] = \theta_0 + \frac{1}{EI_x} \left[-15z^2 + 180(z-2) \right]$$

Bu tenglamalardagi geometrik boshlang'ich parametrlarni aniqlash uchun to'sinning quyidagi chegara shartlaridan foydalanamiz:

$$1. z = 0; \quad v_A = v(0) = v_0 = 0, \quad 2. z = \ell = 6; \quad v_B(6) = 0.$$

Birinchi tayanch shartidan $v_0 = 0$ ekanligi ma'lum. Ikkinchi tayanch chegara shartidan:

$$0 = \theta_0 \cdot 6 + \frac{1}{EI_x} \left[-15(6)^3 + 180(6-2)^2 \right] \quad \theta_0 = -\frac{60}{EI_x}.$$

Unda to'sin elastik chizig'i tenglamalarini boshlang'ich parametrlar asosida quyidagicha ifodalash mumkin bo'ladi:

$$v = \frac{1}{EI_x} [-60z - 5z^3 + 90(z-2)^2] \quad \theta = \frac{1}{EI_x} [-60 - 15z^2 + 180(z-2)]$$

To'sin oraliqlarining chegaralaridagi burilish burchaklari qiymatlarini aniqlaymiz:

-to'sin chap tayanchidagi kesimining burilish burchagi quyidagiga teng:

$$z=0; \text{ bo'ganda } \theta(0) = \theta_A = \theta_0 = -\frac{60}{EI_x};$$

-to'sin o'ng tayanchidagi kesimining burilish burchagi quyidagiga teng:

$$z=\ell=6; \text{ bo'lganda } \theta(6) = \theta_B = \frac{1}{EI_x} [-60 - 15(6)^2 + 180(6-2)] = \frac{120}{EI_x};$$

-to'sinning juft kuch qo'yilgan ($z=2m$) D kesimdagi burilish burchak va solqilik ifodalari quyidagiga teng:

$$v(2) = v_D = \frac{1}{EI_x} [-60z - 5z^3 + 90(z-2)^2] = \frac{1}{EI_x} [-60(2) - 5(2)^3] = -\frac{160}{EI_x}.$$

Solqilikning ekstremal qiymati ($\theta(z_0)=0$) burilish burchagi nolga teng bo'lgan kesimda bo'ladi. Bu shart qaralayotgan masala uchun quyidagicha ifodalanadi:

$$\theta(z_0) = \frac{1}{EI_x} [-60 - 15z_0^2 + 180(z_0-2)] = 0; \quad -60 - 15z_0^2 + 180(z_0-2) = 0;$$

$$z_0^2 - 12z_0 + 28 = 0; \quad z_0 = 3,17.$$

Bu nuqtada solqilik ekstremal qiymatga erishadi va uni hisoblab topamiz:

$$v_{\max}(3,17) = \frac{1}{EI_x} [-60(3,17) - 5(3,17)^3 + 90(3,17-2)^2];$$

$$v_{\max}(3,17) = -\frac{226,27406}{EI_x}.$$

To'sin uchun bikirlik shartini quyidagicha ifodalaymiz:

$$v_{\max}(3,17) = \left| -\frac{226,27406}{EI_x} \cdot 10^9 \right| sm \leq [f]$$

Bu shartdan kesim inersiya momentini aniqlab olamiz, ya'ni

$$I_x \geq \frac{226,27406}{[f]E} \cdot 10^9 sm^4.$$

Bunga $E=2 \cdot 10^7 N/sm^2$ va berilgan ruxsat etilgan $[f]=\frac{\ell}{600}=1sm$ bikirlikni qo'yib, inersiya momentini aniqlaymiz:

$$I_x \geq \frac{226,27406}{1 \cdot 2 \cdot 10^7} \cdot 10^9 sm^4 = 11314 sm^4.$$

Ko'ndalang kesimi qo'shtavr shakildagi to'sin o'lchamlarini GOST 8239-72 ga muvofiq sortament jadvalidan inersiya momenti $I_x=13380 sm^4$ yoki qarshilik $W_x=743 sm^3$ momenti bo'yicha tanlaymiz: $h=360mm$, $b=145mm$, $d=7,5mm$, $F=861,9 sm^2$; $i_{\min}=2,89sm$; $J_y=516 sm^4$; $W_y=423 sm^3$ № 36 qo'shtavr tanlab olindi.

Mustahkamlikka tekshirish:

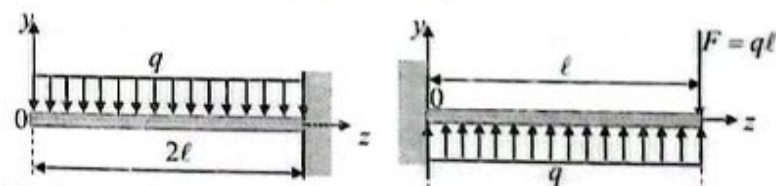
$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{12000000}{743} = 16150,7402 N/sm^2 > 16000 N/sm^2.$$

$$\frac{16150,7402 - 16000}{16000} 100\% = 0,94221\%$$

Demak, qo'shtavr shaklli ko'ndalang kesimli to'sinning yuklanishi ruxsat etilgan chegarada ekan, ya'ni to'sinning mustahkamligi ta'minlangan.

3.12-masala. Bikirligi EI bo'lgan 3.18-chizmalarda keltirilgan konsollar uchun quyidagilar aniqlansin:

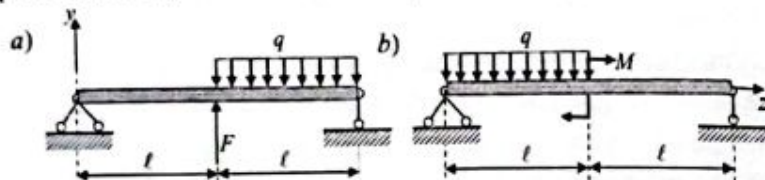
1. Eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin.
2. Konsolning erkin uchidagi burilish burchak va solqilik ifodalari integrallash usulidan foydalanib aniqlansin.



3.18-chizma. Tekis taqsimlangan yuk va to'plangan kuch bilan yuklangan konsollar.

3.13-masala. Bikirligi EI bo'lgan 3.19,a,b-chizmalarda keltirilgan to'sinlar uchun quyidagilar aniqlansin:

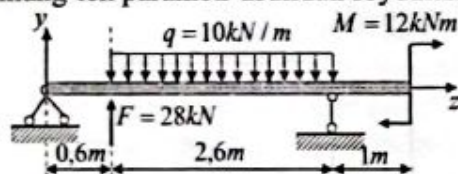
1. Tayanch reaksiyalari aniqlansin;
2. Eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin.
4. To'sinlarning xarakterli nuqtalari uchun burilish burchak va solqiliklarini integrallash usulidan foydalanib aniqlansin.



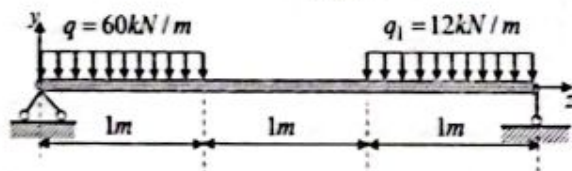
3.19-chizma. Tekis taqsimlangan yuk va to'plangan kuch va juft kuchlar bilan yuklangan to'sinlar.

3.14-masala. 3.20-27 chizmalarda keltirilgan to'sinlar uchun quyidagilar aniqlansin:

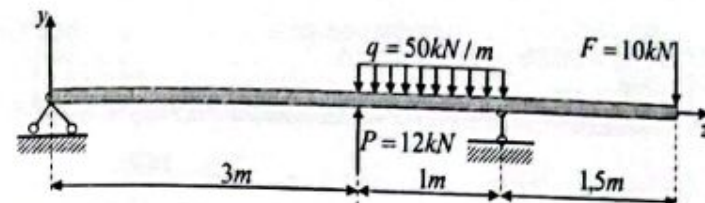
1. Tayanch reaksiyalari aniqlansin.
2. Eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin.
3. To'sin ko'ndalang kesimi yuzasi qo'shtavr shaklida tanlansin $\sigma = 16000H/sm^2$;
4. To'sinlarning xarakterli nuqtalari uchun burilish burchak va solqiliklarini boshlang'ich parametr usulidan foydalanib aniqlansin.



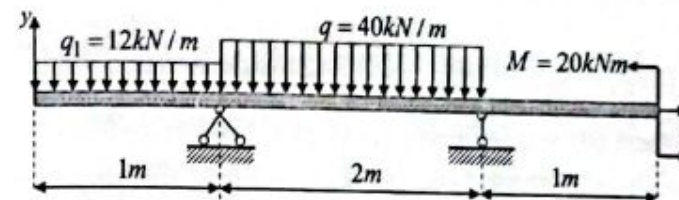
3.20-chizma. To'plangan va juft kuchlar bilan yuklangan konsolli to'sin.



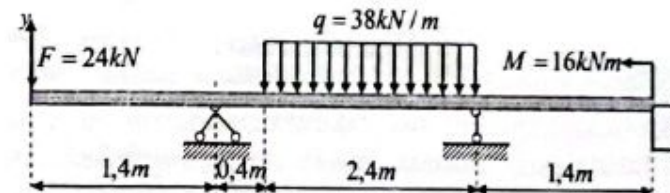
3.21-chizma. Tekis taqsimlangan yuk bilan yuklangan konsolli to'sin.



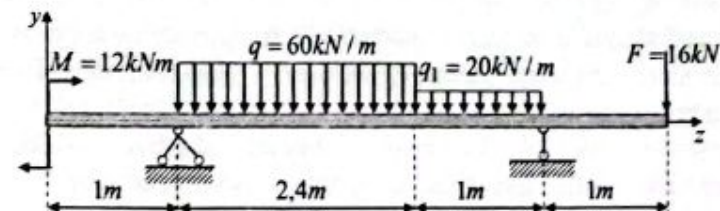
3.22-chizma. Tekis taqsimlangan va to'plangan yuklar bilan yuklangan konsolli to'sin.



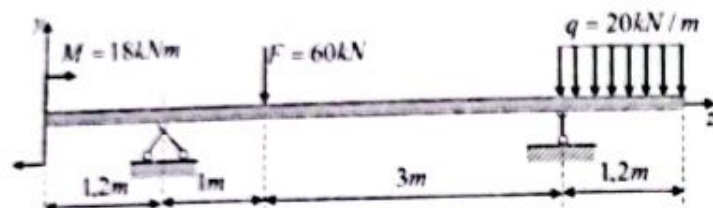
3.23-chizma. Tekis taqsimlangan yuk va juft kuch bilan yuklangan konsolli to'sin.



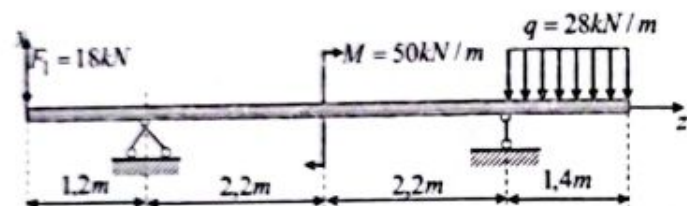
3.24-chizma. Tekis taqsimlangan, to'plangan yuklar va juft kuch bilan yuklangan konsolli to'sin.



3.25-chizma. Tekis taqsimlangan, to'plangan yuk va juft kuch bilan yuklangan konsolli to'sin.



3.26-chizma. Tekis taqsimlangan, to'plangan yuklar va juft kuch bilan yuklangan konsolli to'sin.



3.27-chizma. Tekis taqsimlangan yuk va to'plangan yuklar bilan yuklangan konsolli to'sin.

Tayanch iboralar:

Deformatsiyasini o'rganish, bikiirlikka tekshirish, deformatsiyasini o'rganishdan asosiy maqsad, kesim o'lchamlarini aniqlash; statik aniqmas to'sinlar, vertikal ko'chish, solqilik, burilish burchak, egilgan o'q, elastik chiziq, solqilik tenglamasi ifodasi, burchak tangensi qiymati, radian qiymatiga teng, egilgan o'qining differensial tenglamasi, egrilik radiusi, aniq differensial tenglama, taqribiy differensial tenglama, egrilik ishorasi bilan eguvchi moment ishorasi, differensial tenglama ishorasi, Juravskiy teoremlari, differensial tenglamani integralash usuli, burilish burchak tenglamasi, solqilik tenglamasi, integral doimiylari, chegara shartlar, boshlang'ich parametrlar usuli, universal tenglama, koordinata boshi, qavslar ochilmas, tekis taqsimlangan yuk, statik boshlang'ich parametrlar, geometrik boshlang'ich parametrlar, elastik chiziqning universal tenglamasi, Mor usuli, A.N.Vereshagin qoidasi, birlik kuchi, epyura, to'g'ri chiziqli qonun, ko'paytma, bikiirlikka hisoblash, bikiirlik sharti, maksimal solqiligidining absolyut qiymati, ruxsat etilgan berilgan solqilik, tajriba yoki ishlash jarayoni.

Test savollari:

1. To'sin deformatsiyasi qanday asosiy maqsadlar uchun o'rganiladi?

ko'ndalang kesimning norma bo'yicha belgilangan qiymatlaridan oshib ketmaydigan o'lchamlarini aniqlash va statik aniqmas to'sinlar masalasini yechish;

ko'ndalang kesimning norma bo'yicha belgilangan qiymatlaridan oshib ketmaydigan o'lchamlarini aniqlash;

statik aniqmas to'sinlar masalasini yechish;

mustahkamligini va ustuvorligini taminlash;

2. To'sin egilgan o'qining taqribiy differensial tenglamasini integrallash natijasida hosil bo'lgan o'zgarmas doimiylar qanday shartlardan aniqlanadi?

to'sinning mahkamlanish chegara shartlaridan;

to'sinning geometrik o'lchamlaridan;

to'sinning ko'ndalang kesimi o'zgarmasligidan;

to'sinning statik muvozanat tenglamalaridan;

3. To'sin egilgan o'qining qanday differensial tenglamalari mavjud?

taqribiy va aniq;

doimiy va o'zgaruvchan;

statik va dinamik;

dastlabki va boshlang'ich;

4. Agar Oy koordinata o'qi yuqoriga qarab yo'nalgan bo'lsa, musbat eguvchi momentga musbat egrilik mos kelsa, differensial tenglamaning ishorasi qanday bo'ladi?

musbat;

manfiy;

manfiy va musbat;

manfiy, musbat va nol;

5. Agar Oy koordinata o'qi yuqoriga qarab yo'nalgan bo'lsa, manfiy eguvchi momentga manfiy egrilik mos kelsa, differensial tenglama qanday ishora bilan olinadi?

musbat;

manfiy;

manfiy va musbat;
manfiy, musbat va nol;

6. Agar Oy koordinata pastga qarab yo'nalgan bo'lsa, eguvchi moment bilan egrilik ishoralari turlicha bo'ladi, differensial tenglama qanday ishora bilan olinadi?

manfiy;
musbat;
manfiy va musbat;
manfiy, musbat va nol;

7. Differensial tenglamani bir marta integrallab qanday ifodani hosil qilamiz?

burilish burchak ifodasini;
solqilik ifodasini;
eguvchi moment ifodasini;
ko'ndalang kuch ifodasini;

8. Differensial tenglamani ikki marta integrallab qanday ifodani hosil qilamiz?

solqilik ifodasini;
burilish burchak ifodasini;
eguvchi moment ifodasini;
ko'ndalang kuch ifodasini;

3. Differensial tenglamani integrallash natijasida hosil bo'lgan doimiyliklarni nimani bildiradi?

koordinata boshidagi burilish burchak va solqilikni;
koordinata boshidagi statik boshlang'ich parametrlarni;
koordinata boshidagi statik va geometrik boshlang'ich parametrlarni;

koordinata boshidagi aniq boshlang'ich parametrlarni;

10. Qanday boshlang'ich parametrlarni bilasiz;

statik va geometrik boshlang'ich parametrlar;
statik va dinamik boshlang'ich parametrlar;
elastik va plastik boshlang'ich parametrlar;
aniq va aniqmas boshlang'ich parametrlar;

11. To'sin bir necha oraliqlardan iborat bo'lsa, integrallash va boshlang'ich parametrlar usullarining qaysi biridan foydalanish maqsadga muvofiqdir?

boshlang'ich parametrlar usulidan;
integrallash usulidan;

to'sin oraliqlar soni to'rttadan ortiq bo'lganda integrallash usulidan;

to'sin oraliqlar soni bitta bo'lganda boshlang'ich parametrlar usulidan;

12. Geometrik boshlang'ich parametrlar quyidagilarning qaysilari?

koordinata boshidagi burilish burchagi va solqiligi;
koordinata boshidagi ko'ndalang kuch va eguvchi moment;
koordinata boshidagi egrilik radiusi va reaksiyasi;
koordinata boshidagi egrilik radiusi va normal kuchlanish;

13. Statik boshlang'ich parametrlar quyidagilarning qaysilari?

koordinata boshidagi ko'ndalang kuch va eguvchi moment;
koordinata boshidagi burilish burchagi va solqiligi;
koordinata boshidagi egrilik radiusi va reaksiyasi;
koordinata boshidagi egrilik radiusi va normal kuchlanish;

14. Vereshagin usuli bo'yicha ko'chishlar qanday aniqlanadi?

tashqi kuch egri chiziqli epyura yuzasi bilan birlik kuchi epyuradan, egri chiziqli epyura yuzasi og'irlik markaziga to'g'ri keluvchi ordinataga ko'paytirib;

tashqi kuch egri chiziqli epyura yuzasi bilan birlik kuchi epyuradan, egri chiziqli yuza og'irlik markaziga to'g'ri keluvchi ordinata bo'linib;

tashqi kuch egri chiziqli epyura yuzasi bilan birlik kuchi epyuradan, egri chiziqli yuza og'irlik markaziga to'g'ri keluvchi ordinata ayriladi;

tashqi kuch egri chiziqli epyura yuzasi bilan birlik kuchi epyuradan, egri chiziqli yuza og'irlik markaziga to'g'ri keluvchi ordinata qo'shiladi;

15. Geometrik boshlang'ich parametrlar qachon nolga teng?

koordinata boshidagi kesim qistirib mahkamlanganida;
koordinata boshidagi kesim erkin uch bo'lganida;
koordinata boshidagi kesim sharnirli mahkamlanganida;
nolga teng bo'lmaydi;

16. Juravskiy teoremlariga asosan qaysi javobda burilish burchak bilan solqilik orasidagi bog'lanish ifodalangan?

$$\theta = \frac{dv}{dz}; \quad \pm M_x = EI_x \frac{d^2 v}{dz^2};$$

$$Q_y = EI_x \frac{d^3 v}{dz^3}; \quad q = EI_x \frac{d^4 v}{dz^4};$$

17. Juravskiy teoremlariga asosan qaysi javobda tekis taqsimlangan yuk bilan solqilik orasidagi bog'lanish ifodalangan?

$$q = EI_x \frac{d^4 v}{dz^4}; \quad \theta = \frac{dv}{dz};$$

$$\pm M_x = EI_x \frac{d^2 v}{dz^2}; \quad Q_y = EI_x \frac{d^3 v}{dz^3};$$

18. Juravskiy teoremlariga asosan qaysi javobda ko'ndalang kuch va solqilik orasidagi bog'lanish ifodalangan?

$$Q_y = EI_x \frac{d^3 v}{dz^3}; \quad \theta = \frac{dv}{dz};$$

$$\pm M_x = EI_x \frac{d^2 v}{dz^2}; \quad q = EI_x \frac{d^4 v}{dz^4};$$

19. Juravskiy teoremlariga asosan qaysi javobda eguvchi moment bilan solqilik orasidagi bog'lanish ifodalangan?

$$\pm M_x = EI_x \frac{d^2 v}{dz^2}; \quad \theta = \frac{dv}{dz};$$

$$Q_y = EI_x \frac{d^3 v}{dz^3}; \quad q = EI_x \frac{d^4 v}{dz^4};$$

20. To'sin solqiligini aniqlashda integrallash usulidan foydalanish qanday holarda maqsadga muvofiq?

- to'sinda oraliqlar soni bitta va ikkita bo'lganda;
- to'sinda oraliqlar soni to'rttadan ortiq bo'lganda;
- to'sinda oraliqlar soni oltitadan kam bo'lganda;
- to'sinda oraliqlar soni ikkitadan ortiq bo'lganda;

21. Boshlang'ich parametr usulidan foydalanish integrallash usuliga qaraganda qanday qulaylikka ega?

to'sin nechta uchastkadan iborat bo'lishidan qa'tiy nazar ikkita o'zgarmas hosil bo'ladi;

to'sin nechta uchastkadan iborat bo'lishidan qa'tiy nazar oltita o'zgarmas hosil bo'ladi;

to'sin nechta uchastkadan iborat bo'lishidan qa'tiy nazar ko'p o'zgarmas hosil bo'ladi;

to'sin nechta uchastkadan iborat bo'lishidan qa'tiy nazar ikkita o'zgarmas hosil bo'lmaydi;

22. Chap uchi qistirib mahkamlangan konsolning boshlang'ich parametrlari nimaga teng?

$$v_0 = 0, \theta_0 = 0; \quad \theta_0 \neq 0, v_0 = 0;$$

$$v_0 \neq 0, \theta_0 \neq 0; \quad v_0 \neq 0, \theta_0 = 0;$$

23. Oddiy to'sinning A va B tayanchlarida boshlang'ich parametrlar nimaga teng bo'ladi?

$$v_A = 0, \theta_A \neq 0; \quad v_B = 0, \theta_B \neq 0; \quad \theta_A \neq 0, v_A \neq 0; \quad v_B = 0, \theta_B \neq 0;$$

$$\theta_A \neq 0, v_A \neq 0; \quad v_B \neq 0, \theta_B \neq 0; \quad \theta_A = 0, v_A \neq 0; \quad v_B \neq 0, \theta_B = 0;$$

24. O'ng uchi qistirib mahkamlangan erkin uchiga to'plangan kuch qo'yilgan konsolning maksimal solqiligi quyidagi javoblarning qaysi birida to'g'ri keltirilgan?

$$v = -\frac{F\ell^3}{3EI_x}; \quad v = -\frac{F\ell^2}{2EI_x};$$

$$v = -\frac{q\ell^4}{8EI_x}; \quad v = -\frac{q\ell^3}{6EI_x};$$

25. O'ng uchi qistirib mahkamlangan uzunligi bo'yicha tekis taqsimlangan kuch qo'yilgan konsolning erkin uchidagi burilish burchagi quyidagi javoblarning qaysi birida to'g'ri keltirilgan?

$$\theta = -\frac{q\ell^3}{6EI_x}; \quad \theta = -\frac{F\ell^3}{3EI_x};$$

$$\theta = -\frac{F\ell^2}{2EI_x}; \quad \theta = -\frac{q\ell^4}{8EI_x};$$

26. O'ng uchi qistirib mahkamlangan erkin uchiga to'plangan kuch qo'yilgan konsolning erkin uchidagi burilish burchak quyidagi javoblarning qaysi birida to'g'ri keltirilgan?

$$\theta = -\frac{F\ell^2}{2EI_x}; \quad \theta = -\frac{F\ell^3}{3EI_x};$$

$$\theta = -\frac{ql^4}{8EI_x}; \quad \theta = -\frac{ql^3}{6EI_x};$$

27. O'ng uchi qistirib mahkamlangan uzunligi bo'yicha tekis taqsimlangan kuch qo'yilgan konsolning maksimal solqiligi quyidagi javoblarning qaysi birida to'g'ri keltirilgan?

$$v = -\frac{ql^4}{8EI_x}; \quad v = -\frac{ql^3}{6EI_x};$$

$$v = -\frac{Fl^2}{2EI_x}; \quad v = -\frac{Fl^3}{3EI_x};$$

28. Ravog'i o'rtasiga qo'yilgan to'plangan kuchdan egilganda oddiy to'sin solqiligi kuch qo'yilgan kesimda nimaga teng bo'ladi?

$$v = \frac{Fl^3}{48EI_x}; \quad v = \frac{Fl^2}{16EI_x};$$

$$v = \frac{ql^4}{48EI_x}; \quad v = \frac{ql^3}{6EI_x};$$

29. Ravog'i o'rtasiga qo'yilgan to'plangan kuchdan egilganda oddiy to'sin burilish burchagi kuch qo'yilgan kesimda nimaga teng bo'ladi?

$$\theta = 0; \quad \theta = \frac{Fl^2}{16EI_x};$$

$$\theta = \frac{ql^4}{48EI_x}; \quad \theta = \frac{ql^3}{6EI_x};$$

30. Tekis taqsimlangan yukdan egilgan oddiy to'sin ravog'i o'rtasidagi kesimda solqilik nimaga teng bo'ladi?

$$v = -(5ql^4/384EI_x); \quad v = -(ql^3/24EI_x);$$

$$v = -(ql^4/48EI_x); \quad v = -(ql^3/18EI_x);$$

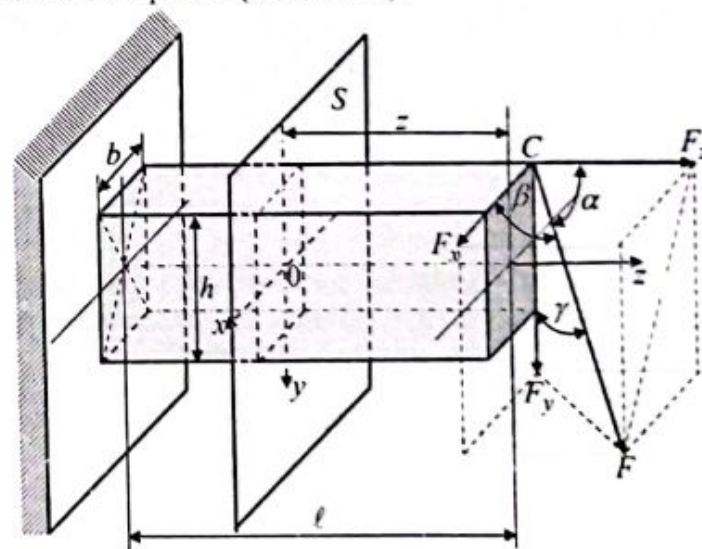
IV BOB MURAKKAB QARSHILIK

4.1-§. Murakkab qarshilik turlari va ichki kuchlarni aniqlash

Hozirgacha oddiy cho'zilish (siqilish), siljish, buralish va egilish deformatsiyalarini alohida-alohida o'rgandik. Ko'pgina hollarda tashqi yuk ta'sirida brus ko'ndalang kesimi yuzalarida bir vaqtda bir necha zo'riqish kuch omillari hosil bo'ladi. Bunday brus murakkab qarshilik holatida bo'ladi va undan ikkitadan ortiq deformatsiya birgalikda hosil bo'ladi.

Murakkab qarshilikka siniq sterjenlar sistemasi, egilib buralish, cho'zilib egilish, qiyshiq egilish va nomarkaziy siqilish kabilar misol bo'la oladi.

4.1-masala. O'ng uchi bilan qistirib mahkamlangan erkin uchidagi kesimining b nuqtasiga qo'yilgan to'plangan F kuchi ta'sirida bo'lgan brusning ixtiyoriy ko'ndalang kesimidagi zo'riqish kuch omillari ifodasi aniqlansin (4.1-chizma).



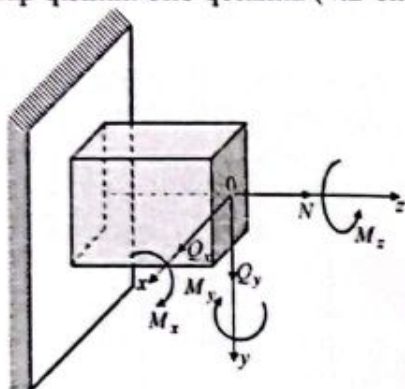
4.1.-chizma. Bir uchi qistirib mahkamlangan, erkin uchiga qo'yilgan to'plangan kuch ta'siridagi brus.

Echish:

Qaralayotgan to'sinning erkin uchidagi ko'ndalang kesimiga 4.1-chizmada ko'rsatilgandak. O'xyz koordinatalar sistemasini joylash-tiramiz. Bu sistemada to'plangan F kuch koordinata o'qlari orasidagi burchaklar α, β, γ bo'lsin.

To'sinning istalgan ko'ndalang kesimida tashqi kuch ta'siridan oltita ichki zo'riqish omillari hosil bo'lishi 4.2-chizmadan ham ko'rinish turibdi.

Zo'riqish kuchlarini aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz, ya'ni brusni birorta vertikal tekislik bilan kesib, ikki qismga ajratamiz, brusning chap qismini olib qolamiz (4.2-chizma).



4.2-chizma. Ichki zo'riqish kuch omillari yo'nalishlari.

Bu ichki zo'riqish omillarini aniqlash uchun qaralayotgan qism uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz va ichki zo'riqish omillarini aniqlaymiz:

normal kuch

$$1. \sum z = 0; N = F \cos \alpha, \quad (4.1)$$

ko'ndalang kuchlar

$$2. \sum y = 0; Q_y = F \cos \gamma;$$

$$3. \sum x = 0; Q_x = F \cos \beta,$$

(4.2)

burovchi moment

$$4. \sum mom_z = 0; M_z = F \frac{b}{2} \cos \gamma - F \frac{h}{2} \cos \beta. \quad (4.3)$$

eguvchi momentlar

$$5. \sum mom_x = 0; M_x = -F \frac{h}{2} \cos \alpha - Fz \cos \gamma, \quad (4.4)$$

$$6. \sum mom_y = 0; M_y = -F \frac{b}{2} \cos \alpha - Fz \cos \beta,$$

Bu ifodalar orqali zo'riqish kuchlari aniqlanadi, so'ng xavfli kesimni topishga imkon beruvchi epyuralar qurilib, xavfli kesim aniqlanadi.

Ma'lumki, normal kuch va eguvchi momentlardan brus ko'ndalang kesimida normal kuchlanish, ko'ndalang kuchlar va burovchi momentdan urinma kuchlanish hosil bo'ladi.

Brusning ko'ndalang kesimidagi umumiy kuchlanishni aniqlash maqsadida "kuchlar ta'sirining mustaqillik prinsipi" dan foydalanish maqsadga muvofiqdir, ya'ni har bir ichki zo'riqish kuch omilari ta'siridan kuchlanishlarni aniqlash va ularni qo'shish lozim.

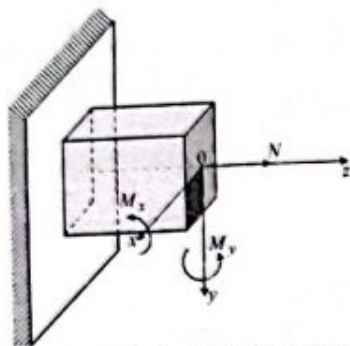
Brusning qaralayotgan kesimida cho'zuvchi kuchlanish hosil qiluvchi normal kuchni musbat deb qabul qilamiz. Eguvchi moment bosh o'qlarga mos koordinata sistemasining musbat choragida yotuvchi nuqtalarida cho'zuvchi kuchlanish hosil qilsa (musbat choragidan yotuvchi tolalar cho'zilsa), musbat ishorali deb qabul qilamiz.

4.3-chizmada zo'riqish kuch omillarining musbat yo'nalishlari (har uchala kuch faktorlaridan musbat chorakda yotuvchi tolalar cho'ziladi) ko'rsatilgan.

Agar brusga cho'zuvchi va ikkita tekislik bo'yicha eguvchi zo'riqish kuchlari ta'sir etsa, unda brusning ko'ndalang kesimining musbat choragida hosil bo'lgan kuchlanish quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x. \quad (4.5)$$

Bu holda brusda hosil bo'lgan urinma kuchlanish geometrik qo'shib topiladi.



4.3-chizma. Musbat yo'nalishdagi ichki zo'riqish kuch omillari.

Juravskiy formulasidan foydalanib, har ikkala tekisliklardagi urinma kuchlanishlar aniqlanadi:

$$\tau_x = \frac{Q_x S_y^{ajr}}{I_y b_x}; \quad \tau_y = \frac{Q_y S_x^{ajr}}{I_x b_y}. \quad (4.6)$$

Ularning geometrik yig'indisi

$$\tau = \sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2}. \quad (4.7)$$

Amaliyotda murakkab qarshilikning quyidagi turlari ko'proq uchraydi:

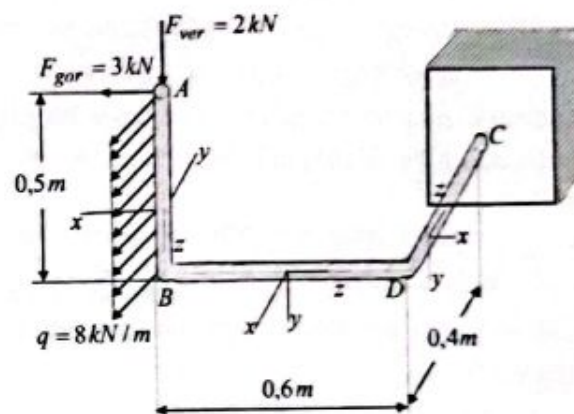
- siniq o'qli sterjenlar;
- qiyshiq egilish;
- markaziy bo'lmagan siqilish;
- egilish bilan cho'zilishning birgalikdagita'siri;
- buralish bilan egilishning birgalikdagita'siri.

4.2-§. Siniq o'qli bruslar kesimlaridagi zo'riqish kuchlarini aniqlash

4.2-masala. 4.4-chizmada keltirilgan fazodagi siniq o'qli bruslar uchun zo'riqish omillari epyuralari qurilsin. Bunda AB va BD bruslar vertikal tekislikda DC brus bu tekislikka perpendikulyar bo'lgan tekislikda yotadi.

Siniq o'qli bruslar hisob ishlari ham ichki zo'riqish kuchlarini topishdan boshlanadi. Siniq o'qli bruslarning oraliqlari aniqlanadi, so'ng xavfli kesimni topishga imkon beruvchi zo'riqish kuchlar

epyuralar qurilib, xavfli kesimi aniqlanadi. Koordinata o'qlarini 4.4-chizmada ko'rsatilgandek joylashtiramiz. Har bir brus uchun zo'riqish kuch ishoralarini bruslarning ko'ndalang egilishida eguvchi moment, ko'ndalang kuch va bo'ylama kuchlar uchun qabul qilingan ishoralari kabi qabul qilamiz. Eguvchi moment va ko'ndalang kuch ifodalarini tuzishda har bir brusga koordinata o'qlarining musbat tomonidan qarash lozim.



4.4-chizma. Siniq o'qli brus.

Siniq chiziqli AB, BD, DC sterjenlar uchun ichki zo'riqish kuchlari ifodalarini tuzamiz. Buning uchun har bir sterjenning 0x koordinata o'qining musbat tomonidan qarab, ichki zo'riqish kuchlari omillari ifodalarini aniqlash lozim.

AB sterjenning o'zgarish oralg'i $0 \leq z_1 \leq 0,5 \text{ m}$ bo'lib, bu oraliqda ichki zo'riqish kuchlari quyidagicha ifodalanadi:

-bo'ylama kuch

$$N(z_1) = -F_v = -2 \text{ kN};$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } N(0) = -F_v = -2 \text{ kN};$$

$$z_1 = 0,5 \text{ m}; \text{ bo'lsa } N(0,5) = -F_v = -2 \text{ kN}.$$

-ko'ndalang kuch

$$Q_y(z_1) = qz_1;$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } Q_y(0) = q \cdot 0 = 0;$$

$$z_1 = 0,5 \text{ m}; \text{ bo'lsa } Q_y(0,5) = 8 \cdot 0,50 = 4 \text{ kN}.$$

-eguvchi moment

$$M_x(z_1) = qz_1 \frac{z_1}{2};$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } M_x(0) = q \cdot 0 = 0;$$

$$z_1 = 0,5 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_x(0,5) = 8 \cdot 0,50 \frac{0,5}{2} = 1,0 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

-burovchi moment

$$M_z(z_1) = 0;$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } M_z(0) = 0.$$

$$z_1 = 0,5 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_z(0,5) = 0.$$

BD sterjenning o'zgarish oralig'i $0 \leq z_2 \leq 0,6 \text{ m}$ bo'lib, bu oraliqda ichki kuchlar quyidagicha ifodalanadi:

-bo'ylama kuch

$$N(z_2) = F_g = 3 \text{ kN};$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } N(0) = F_g = 3 \text{ kN};$$

$$z_2 = 0,6 \text{ m}; \text{ bo'lsa } N(0,6) = F_g = 3 \text{ kN}.$$

-ko'ndalang kuch

$$Q_y(z_2) = -F_v = -2 \text{ kN};$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } Q_y(0) = -F_v = -2 \text{ kN};$$

$$z_2 = 0,6 \text{ m}; \text{ bo'lsa } Q_y(0,6) = -F_v = -2 \text{ kN}.$$

-eguvchi moment

$$M_x(z_2) = -F_v z_2 - F_g 0,5;$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } M_x(0) = -3 \cdot 0,5 = -1,5 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$z_2 = 0,6 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_x(0,6) = -2 \cdot 0,6 - 3 \cdot 0,5 = -2,70 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

-burovchi moment

$$M_z(z_2) = q \cdot 0,5 \cdot 0,25 = 1,0 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } M_z(0) = 1,0 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$z_2 = 0,6 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_z(0,6) = 1,0 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

DC sterjenning o'zgarish oralig'i $0 \leq z_1 \leq 0,4 \text{ m}$ bo'lib, bu oraliqda ichki kuchlar quyidagicha ifodalanadi:

-bo'ylama kuch

$$N(z_3) = q \cdot 0,5 = 8 \cdot 0,5 = 4 \text{ kN};$$

$$z_3 = 0; \text{ bo'lsa } N_3(0) = q \cdot 0,5 = 8 \cdot 0,5 = 4 \text{ kN};$$

$$z_3 = 0,4 \text{ m}; \text{ bo'lsa } N_3(0,4) = q \cdot 0,5 = 8 \cdot 0,5 = 4 \text{ kN}.$$

-ko'ndalang kuch

$$Q_y(z_3) = -F_v = -2 \text{ kN};$$

$$z_3 = 0; \text{ bo'lsa } Q_y(0) = -F_v = -2 \text{ kN};$$

$$z_3 = 0,4 \text{ m}; \text{ bo'lsa } Q_y(0,4) = -F_v = -2 \text{ kN}.$$

-eguvchi moment

$$M_x(z_3) = -F_v z_3 - q \cdot 0,5 \cdot \frac{0,5}{2};$$

$$z_3 = 0; \text{ bo'lsa } M_x(0) = -8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,5}{2} = -1,0 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$z_3 = 0,4 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_x(0,4) = -2 \cdot 0,4 - 8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,5}{2} = -1,80 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

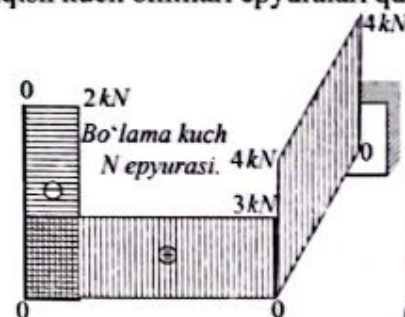
-burovchi moment

$$M_z(z_3) = -F_v \cdot 0,6 - F_g \cdot 0,5 = -2 \cdot 0,6 - 3 \cdot 0,5 = -2,70 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

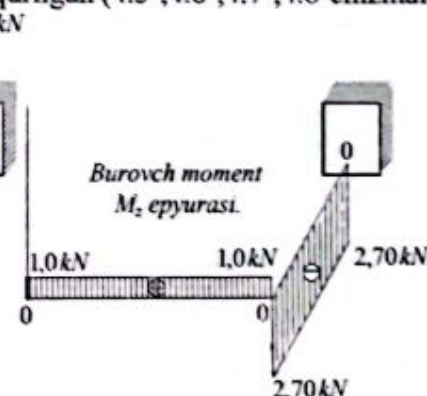
$$z_3 = 0; \text{ bo'lsa } M_z(0) = -2,70 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$z_3 = 0,4 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_z(0,4) = -2,70 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

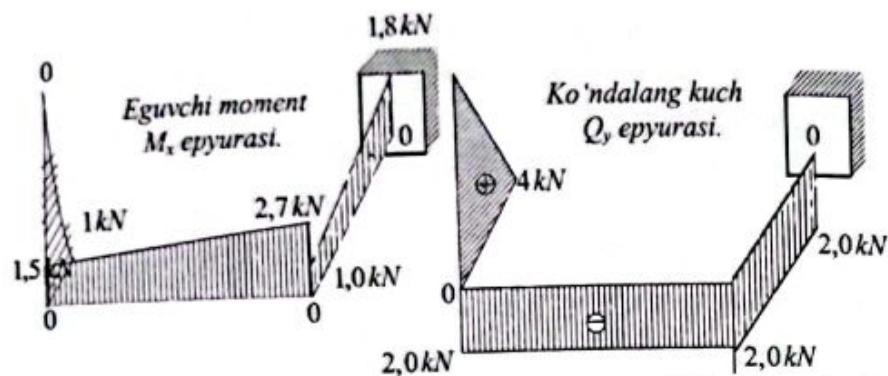
Har bir AB, BD, DC siniq sterjenlarning 0x koordinata o'qining musbat tomonidan koordinata boshiga qaraganda topilgan, ichki zo'riqish kuch omillari epyuralari qurilgan (4.5-, 4.6-, 4.7-, 4.8-chizmalar).



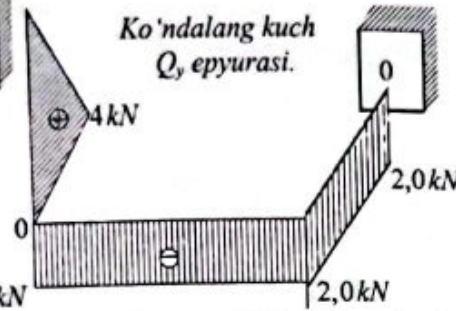
4.5-chizma. Normal kuch epyurasi.



4.6-chizma. Burovchi moment epyurasi.



4.7-chizma. Eguvchi moment M_x epyurasi.



4.8-chizma. Ko'ndalang kuch Q_y epyurasi.

Endi har bir sterjenning $0x$ koordinata o'qining musbat tomonidan qarab, ichki zo'riqish kuchlari omillari ifodalarini aniqlash lozim.

AB sterjenning o'zgarish oralig'i $0 \leq z_1 \leq 0,5 m$ bo'lib, bu oraliqda ichki zo'riqish kuchlari quyidagicha ifodalanadi:

-bo'ylama kuch

$$N(z_1) = -F_v = -2 kN;$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } N(0) = -F_v = -2 kN;$$

$$z_1 = 0,5 m; \text{ bo'lsa } N(0,5) = -F_v = -2 kN.$$

-ko'ndalang kuch

$$Q_x(z_1) = F_{gor};$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } Q_x(0) = F_{gor} = 3 kN;$$

$$z_1 = 0,5 m; \text{ bo'lsa } Q_x(0,5) = F_{gor} = 3 kN.$$

-eguvchi moment

$$M_y(z_1) = -F_{gor} z_1;$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } M_y(0) = q \cdot 0 = 0;$$

$$z_1 = 0,5 m; \text{ bo'lsa } M_y(0,5) = -3 \cdot 0,50 \cdot 0,25 = -0,75 kN \cdot m.$$

-burovchi moment

$$M_z(z_1) = 0;$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } M_z(0) = 0.$$

$$z_1 = 0,5 m; \text{ bo'lsa } M_z(0,5) = 0.$$

BD sterjenning o'zgarish oralig'i $0 \leq z_2 \leq 0,6 m$ bo'lib, bu oraliqda ichki kuchlar quyidagicha ifodalanadi:

-bo'ylama kuch

$$N(z_2) = F_g = 3 kN;$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } N(0) = F_g = 3 kN;$$

$$z_2 = 0,6 m; \text{ bo'lsa } N(0,6) = F_g = 3 kN.$$

-ko'ndalang kuch

$$Q_x(z_2) = q \cdot 0,5;$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } Q_x(0) = q z_2 = 8 \cdot 0,5 = 4,0 kN;$$

$$z_2 = 0,6 m; \text{ bo'lsa } Q_x(0,6) = q z_2 = 8 \cdot 0,5 = 4,0 kN.$$

-eguvchi moment

$$M_y(z_2) = -q 0,5 z_2;$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } M_y(0) = -8 \cdot 0,5 \cdot 0 = 0;$$

$$z_2 = 0,6 m; \text{ bo'lsa } M_y(0,6) = -8 \cdot 0,5 \cdot 0,6 = -2,4 kN \cdot m.$$

-burovchi moment

$$M_z(z_2) = q \cdot 0,5 \cdot 0,25;$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } M_z(0) = 1,0 kN \cdot m;$$

$$z_2 = 0,6 m; \text{ bo'lsa } M_z(0,6) = 1,0 kN \cdot m.$$

DC sterjenning o'zgarish oralig'i $0 \leq z_3 \leq 0,4 m$ bo'lib, bu oraliqda ichki kuchlar quyidagicha ifodalanadi:

-bo'ylama kuch

$$N(z_3) = q \cdot 0,5 = 8 \cdot 0,5 = 4 kN;$$

$$z_3 = 0; \text{ bo'lsa } N_3(0) = q \cdot 0,5 = 8 \cdot 0,5 = 4 kN;$$

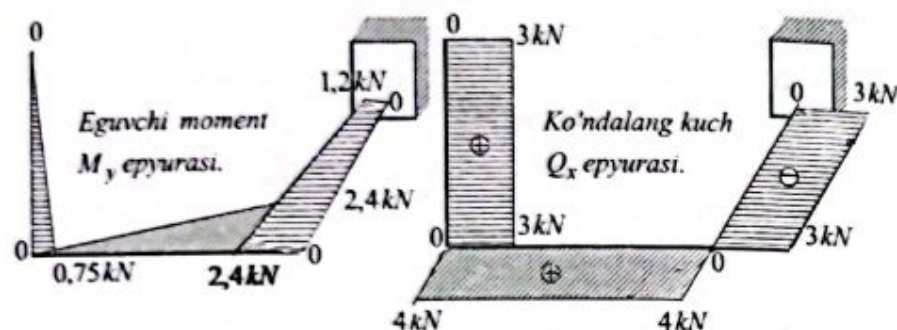
$$z_3 = 0,4 m; \text{ bo'lsa } N_3(0,4) = q \cdot 0,5 = 8 \cdot 0,5 = 4 kN.$$

-ko'ndalang kuch

$$Q_x(z_3) = -F_{gor} = -3 kN;$$

$$z_3 = 0; \text{ bo'lsa } Q_x(z_3) = -F_{gor} = -3 kN;$$

$$z_3 = 0,4 m; \text{ bo'lsa } Q_x(z_3) = -F_{gor} = -3 kN.$$



4.9-chizma. Eguvchi moment epyurasi.

4.10-chizma. Ko'ndalang kuch epyurasi.

-eguvchi moment

$$M_y(z_3) = F_{gor} z_3 - q \cdot 0,5 \cdot 0,6;$$

$$z_3 = 0; \text{ bo'lsa } M_y(0) = -8 \cdot 0,5 \cdot 0,6 = -2,4 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$z_3 = 0,4 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_y(0,4) = 3 \cdot 0,4 - 8 \cdot 0,5 \cdot 0,6 = -1,2 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

-burovchi moment

$$M_z(z_3) = -F_v \cdot 0,6 - F_g \cdot 0,5;$$

$$z_3 = 0; \text{ bo'lsa } M_z(0) = -2,70 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$z_3 = 0,4 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_z(0,4) = -2,70 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Ichki zo'riqish kuch omillarining aniqlangan bu qiymatlari bo'yicha epyuralari 4.5-4.10-chizmalarda qurib keltirilgan.

Nar bir AB, BD, DC siniq sterjenlarning Oy koordinata o'qining musbat tomonidan koordinata boshiga qaraganda topilgan, ichki zo'riqish kuch omillari epyuralari qurilgan (4.9-, 4.10-chizmalar). Bunda bo'ylama kuch va burovchi moment epyuralari chizilmagan, chunki u 4.5-, 4.6-chizmada ko'rsatilgan epyuradek bo'ladi.

4.3-§. Qiyshiq egilishda to'sin kesimlaridagi normal kuchlanishlarni aniqlash

To'sin o'qiga tik yo'nalgan va ko'ndalang kesim yuzasining birorta ham bosh o'qlari bo'yicha o'tmaydigan kuchlar ta'sirida hosil

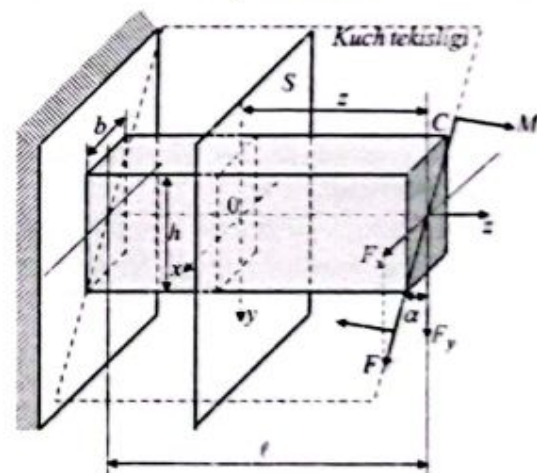
bo'lgan egilish *qiyshiq egilish* deb ataladi (4.11-chizma). Agar to'sin ko'ndalang kesim yuzalarida faqat eguvchi moment hosil bo'lib, boshqa kuch omillari nolga teng bo'lsa, brusning bunday egilishi *sof qiyshiq egilish* deb ataladi (4.11-chizma kuch $F = 0$ bo'lgan hol). Bir uchi bilan qistirib mahkamlangan erkin uchi kesim yuzasi Oy vertikal o'qi bilan α burchak ostida F va M juft kuchlar ta'siridagi konsolning ko'ndalang qiyshiq egilishini ko'rib chiqamiz (4.11-chizma).

Konsolning ko'ndalang qiyshiq egilishini o'rganishda uning ikki holatini qaraymiz:

1-hol. Sof qiyshiq egilish.

Bunda 4.11-chizmada konsolga ta'sir etayotgan kuch $F = 0$ bo'lib, bosh inersiya o'qi bilan α burchak ostida faqat juft M kuch ta'sir etadi. Bu juft kuchni kesimning bosh inersiya o'qlari bo'yicha ikkita tashkil M_x va M_y etuvchilarga ajratish mumkin:

$$\begin{aligned} M_x &= M \cos \alpha; \\ M_y &= M \sin \alpha. \end{aligned} \quad (4.8)$$



4.11-chizma. Konsol to'sinning ko'ndalang qiyshiq egilishi

2-hol. Ko'ndalang qiyshiq egilishini.

Bosh inersiya o'qi bilan α burchak ostida konsolga ta'sir etayotgan to'plangan F kuchini o'qlar bo'yicha ikkita tashkil

etuvchilariga ajraladi va ular orasidagi munosabatlar quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{aligned} F_x &= F \cdot \sin \alpha; \\ F_y &= F \cdot \cos \alpha. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Konsolning erkin uchida z masofadagi S kesimdagi bosh o'qlariga nisbatan olingan eguvchi momentlarni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\begin{aligned} M_x &= -F_y \cdot z = -F \cdot z \cdot \cos \alpha; \\ M_y &= -F_x \cdot z = -F \cdot z \cdot \sin \alpha. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Demak, bundan shunday xulosa qilish mumkinki, qiyshiq egilishda konsolning ixtiyoriy ko'ndalang kesimlarida ikkita eguvchi momentlar hosil bo'lar ekan. Albatta, ular konsolni ikkita bosh tekisliklar bo'yicha egadi. Bu bosh tekisliklardagi eguvchi momentlardan hosil bo'ladigan kuchlanishlarni aniqlashda alohida-alohida tekis egilishda kuchlanishni topish formulasidan foydalanish mumkin.

Kuchlar ta'sirining mustaqillik prinsipini qo'llab, koordinatalar sistemasining musbat choragidagi ixtiyoriy nuqtalardagi normal kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x. \quad (4.11)$$

Ushbu formula yordamida ko'ndalang kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi kuchlanish aniqlanadi.

To'sin kesimi yuzasining burchak uchlaridagi koordinatalari maksimal qiymatga ega bo'ladi, bu nuqtalarda kuchlanishlar qiymati jihatidan ekstrimumga erishadi (4.12-chizma), unda (4.11) formulani quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\sigma = \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y}. \quad (4.12)$$

Ushbu formulada W_x, W_y tegishli $0x$ va $0y$ koordinata o'qlariga nisbatan ko'ndalang kesim yuzasining qarshilik momentlari.

(4.11) formula ko'ndalang kesimning uchlaridagi a, b, d, e nuqtalarida tegishli kuchlanishlar quyidagicha ifodalanadi:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= \frac{F_y z}{W_x} - \frac{F_x z}{W_y}; & \sigma_b &= \frac{F_y z}{W_x} + \frac{F_x z}{W_y}; \\ \sigma_d &= -\frac{F_y z}{W_x} + \frac{F_x z}{W_y}; & \sigma_e &= -\frac{F_y z}{W_x} - \frac{F_x z}{W_y}. \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

Bu formuladan ko'rinib turibdiki, b nuqtada eng katta cho'zuvchi, e nuqtada esa eng katta siquvchi kuchlanish hosil bo'lar ekan.

(4.13) formulalardan ko'ndalang kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi kuchlanishlarni aniqlab bo'lmaydi, undan kesimning bosh inersiya o'qlaridan eng uzoqda joylashgan nuqtalar uchun foydalanish mumkin.

Qiyshiq egilishda ixtiyoriy ko'ndalang kesimning neytral (nol) chiziq tenglamasini (4.11) dan $\sigma = 0$ ni qo'yib va kesimning neytral chizig'i ustida yotuvchi nuqtalari koordinatalarini x_N, y_N bilan belgilab, quyidagi ifodani topish mumkin (4.12,a-chizma) [29, 544-558 bet]:

$$\sigma = \left(\frac{F \cdot z \cdot \cos \alpha}{I_x} y_N + \frac{F \cdot z \cdot \sin \alpha}{I_y} x_N \right) = 0. \quad (4.14)$$

Ushbu tenglama koordinata boshidan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini ifodalaydi. Neytral chiziq holatini burchak koeffitsienti xarakterlaydi:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{y_N}{x_N} = \frac{I_x M_y}{I_y M_x}. \quad (4.15)$$

Bu tenglamani eguvchi moment (4.8) ifodalarini e'tiborga olib, quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{I_x}{I_y} \operatorname{tg} \alpha. \quad (4.16)$$

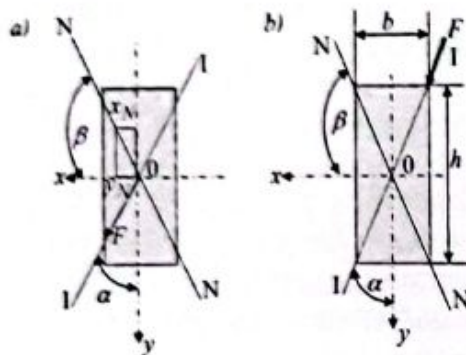
3. Masala. Agar to'sin ko'ndalang kesim diagonallarining biri bo'yicha yuklangan bo'lsa, balandligi h va eni o'lchami b bo'lgan to'g'ri to'rtburchak ko'ndalang kesimda neytral chiziq qanday o'tishi aniqlansin (4.12,b-chizma).

Yechish. Markaziy bosh o'qlarga nisbatan to'g'ri to'rtburchakli kesim inersiya momentlari quyidagilarga teng ekanligi ma'lum:

$$I_x = \frac{bh^3}{12}; \quad I_y = \frac{b^3h}{12}. \quad (a)$$

Ikkinchi tomondan 4.12-chizmadan ko'rinib turibdiki, kuchning vertikal koordinata o'qi bilan tashkil qilgan burchak tangensi quyidagiga teng ekan:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{h}. \quad (b)$$



4.12-chizma. Kuchning to'g'ri to'rtburchakli kesim diagonali bo'yicha ta'siri.

Ushbu (a) va (b) ifodalarni (4.16) formulaga qo'yib, neytral chiziqlarning holatini aniqlaymiz:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{(bh^3/12)b}{(b^3h/12)h} = \frac{h}{b}. \quad (4.17)$$

Demak, to'g'ri to'rtburchakli kesimli to'sin diagonallarining biri bo'yicha yuklangan bo'lsa, neytral chiziq ikkinchi diagonali bo'yicha o'tar ekan.

Xulosa

- qiyshiq egilishda neytral chiziq kuch chizig'iga perpendikulyar emas;

- (4.16) formuladan ko'rinadiki, bosh inersiya momentlari I_x , I_y orasidagi farq qancha katta bo'lsa, neytral chiziq va kuch chiziqlar orasidagi burchaklar bir-biridan shuncha katta bo'ladi;

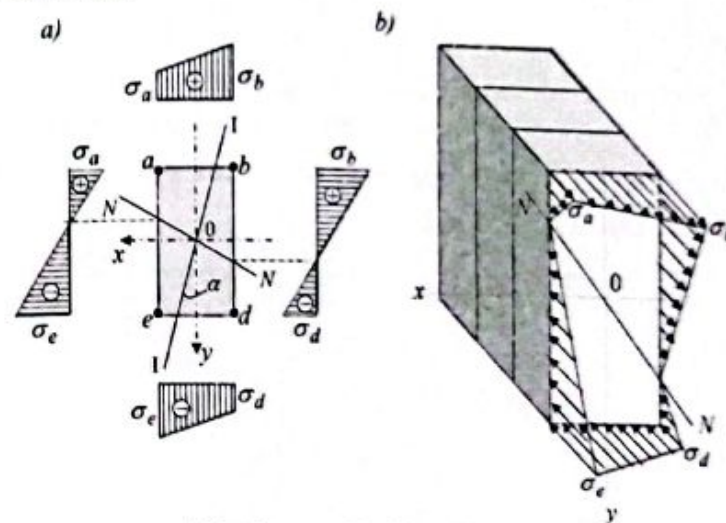
- $\alpha = 0$ bo'lsa, ya'ni $M_y = 0$, yoki $\alpha = \frac{\pi}{2}$ bo'lsa, ya'ni $M_x = 0$, bo'lganda tekis egilish hosil bo'ladi;

- faqat bosh inersiya momentlari bir biriga teng $I_x = I_y$ bo'lgan kesimlarda neytral chiziq va kuch chiziqqa perpendikulyar bo'ladi;

- to'g'ri burchakli kesimning bir diagonali bo'yicha kuch chiziq o'tsa, ikkinchi diagonali bo'yicha neytral chiziq o'tadi;

- neytral chiziq kesimni cho'zilgan va siqilgan ikki sohaga bo'ladi.

Brus ko'ndalang kesimi yuzasi bo'ylab kuchlanishning tarqalish qonunini bilish maqsadida uning a , b , d , e uchlaridagi nuqtalarida kuchlanishlar qiymatlari aniqlanib, kuchlanish epyurasi quriladi (4.13-chizma).



4.13-chizma. Kuchlanish epyurasi.

4.13, a -chizmada tekislikda, 4.13, b -chizmada fazoda kuchlanish epyuralari qurib ko'rsatilgan.

4.4-§. Qiyshiq egilishda to'sinning deformatsiyasini aniqlash

To'sinning qiyshiq egilishini ikkita to'g'ri ko'ndalang egilishdan iborat deb qarash mumkinligini yuqorida ko'rib o'tgan edik. Shunga asosan uzunligi l bo'lgan to'sinning (4.14-chizma) tashqi F_x kuchi-dan erkin uchida kuch yo'nalishi bo'yicha hosil bo'lgan solqiligi:

$$v_x = \frac{F_x l^3}{3EI_y} \quad (4.18)$$

F_y kuchidan erkin uchida kuch yo'nalishi bo'yicha hosil bo'lgan solqiligi:

$$v_y = \frac{F_y l^3}{3EI_x} \quad (4.19)$$

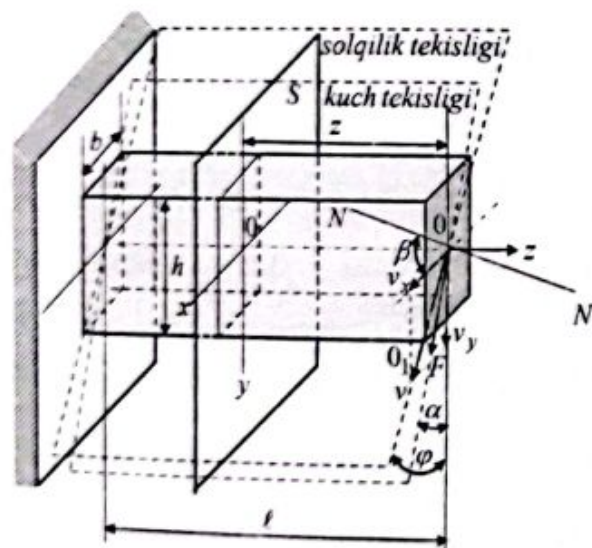
teng bo'lishi ma'lum.

Unda umumiy solqilikni tashkil etuvchilarining yig'indisi sifatida aniqlanadi, ya'ni:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (4.20)$$

To'sin egilgandan keyin kesimning makazi 0 nuqta O_x koordinata o'qi yo'nalishi bo'yicha v_x miqdorga va O_y o'qi yo'nalishi bo'yicha v_y miqdorga ko'chadi, ya'ni O_1 nuqtaga ko'chadi. Unda ko'chish yo'nalishi $O-O_1$ chiziq bilan Oy koordinata o'qi orasidagi burchak quyidagiga teng bo'ladi:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v_x}{v_y} = \frac{F_x I_x}{F_y I_y} = \frac{I_x F \sin \alpha}{I_y F \cos \alpha} = \frac{I_x}{I_y} \operatorname{tg} \alpha. \quad (4.21)$$



4.14-chizma.

Bu (4.21) formulaning chap qismi (4.16) formulaning chap qismiga, o'ng qismi o'ng qismiga teng ekanligini ko'rish qiyin emas. Demak, $\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \beta$ bo'lib, unda $\varphi = \beta$ teng bo'ladi.

Bundan chiqadigan xulosa shuki, qaralayotgan to'sinning solqiligi neytral chiziqqa perpendikulyar bo'lgan tekislik bo'yicha ro'y berar ekan, bunda solqilik kuch tekisligi yo'nalishiga mos kelmaydi.

Agar qiyshiq egilishda tashqi kuchlar bitta tekislikda yotmasa, to'sinning barcha kesimlaridagi to'la solqilari yo'nalishi neytral chiziqqa perpendikulyar bo'lmaydi.

Qiyshiq egilishda to'sin ko'ndalang kesimi burilish burchagi θ_x va θ_y o'qlari atrofida aylanish burchaklarining geometrik yig'indisiga teng:

$$\theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}. \quad (4.22)$$

4.5-§. Qiyshiq egilishda to'sinning mustahkamlik va bikirlik shartlari

To'sinlarni mustahkamlikka hisoblash uchun uning xavfli kesimini va bu kesimdagi xavfli nuqtalarni aniqlash lozim. Har ikkala tekislik bo'yicha eguvchi momentlar maksimal qiymatga erishgan kesimlar xavfli hisoblanadi. To'sinning xavfli kesimidagi xavfli nuqtalarini aniqlash uchun yuqorida neytral chiziq formulasini keltirib chiqargan edik. Neytral chiziqlardan eng uzoqda joylashgan nuqtalar xavfli nuqtalar hisoblanadi. Bu nuqtalarni aniqlash uchun kesim neytral o'qiga parallel bo'lgan urinma chiziqlarni o'tkazamiz, urinish nuqtalari xavfli nuqtalar bo'ladi.

Yuqorida 4.13-chizmada keltirilgan to'sinning qistirib mahkamlangan kesimi xavfli kesim bo'ladi. Bu kesimning xavfli nuqtalari "e" va "b" nuqtalar ekanligini 4.13-chizmada keltirilgan epyuralardan bilib olish qiyinchilik tug'dirmaydi.

Qiyshiq egilishda to'sinlarning mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{M_{x\max}}{I_x} y_{\max} + \frac{M_{y\max}}{I_y} x_{\max} \leq [\sigma_{ch}] \\ \sigma_{\max} &= \frac{M_{x\max}}{I_x} y_{\max} + \frac{M_{y\max}}{I_y} x_{\max} \leq [\sigma_s] \end{aligned} \right\} \quad (4.23)$$

yoki

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{M_{x\max}}{W_x} + \frac{M_{y\max}}{W_y} \leq [\sigma_{ch}] \\ \sigma_{\max} &= \frac{M_{x\max}}{W_x} + \frac{M_{y\max}}{W_y} \leq [\sigma_s] \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$

Bunda $W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}; W_y = \frac{I_y}{x_{\max}}$

Yuqorida 4.13-chizmada keltirilgan to'sining mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{b\max} &= \frac{M_{x\max}}{W_x} + \frac{M_{y\max}}{W_y} \leq [\sigma_{ch}] \\ \sigma_{e\max} &= \frac{M_{x\max}}{W_x} + \frac{M_{y\max}}{W_y} \leq [\sigma_s] \end{aligned} \right\} \quad (4.25)$$

Qiyshiq egilishda to'sinning bikirlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$v_{\max} = [v]. \quad (4.26)$$

4.4-masala. Ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchak bo'lgan yog'och konsol o'ng erkin uchiga qo'yilgan F to'plangan kuch vertikal Oy o'q bilan $\alpha = 30^\circ$ burchak ostida ta'sir etadi (4.15-chizma). Me'yoriy miqdori $F = 3\text{ kN}$, ishonchlilik koeffitsienti $\gamma_f = 1,2$ deb qabul qilinsin. Yog'och materialning hisobiy qarshiligi $R = 13\text{ MPa}$, elastiklik moduli $E = 10^4\text{ MPa}$, ish sharoitini e'tiborga oluvchi koeffitsienti $\gamma_s = 1$. Konsolning qistirib mahkamlangan kesimi uchun normal kuchlanish epyurasi qurilsin, konsol mustahkamligi tekshirilsin va erkin uchidagi ko'chish aniqlansin?

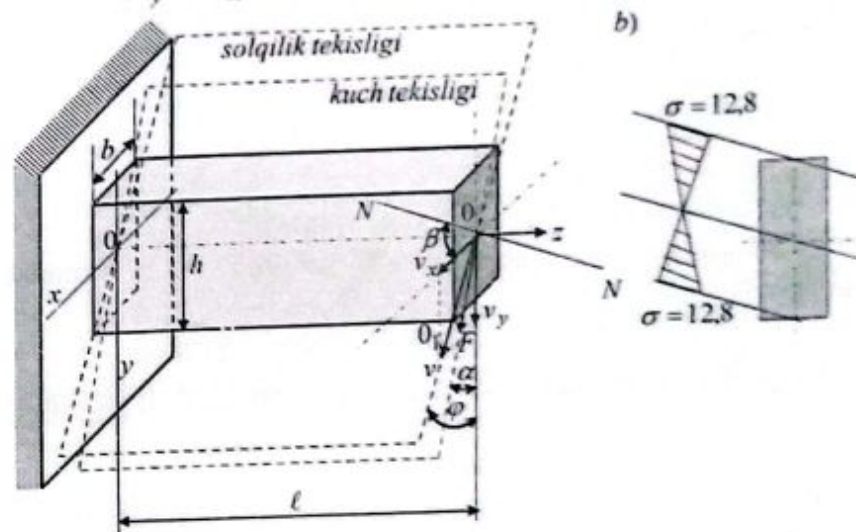
Echish: Ma'lumki QMQ bo'yicha konstruksiyani hisoblashda hisobiy yukni, solqilikni aniqlashda esa me'yoriy yuk miqdorini olish lozim.

Qistirib mahkamlangan kesimdagi hisobiy yukni va eguvchi momenti miqdorlarini aniqlaymiz:

$$F_h = F_m \cdot \gamma_f = 3 \cdot 1,2 = 3,6\text{ kN};$$

$$M_y = -F_m \cdot \ell \cdot \sin \alpha = -3,6 \cdot 2,2 \cdot \sin 30^\circ = -3,96\text{ kNm};$$

$$M_x = -F_m \cdot \ell \cdot \cos \alpha = -3,6 \cdot 2,2 \cdot \cos 30^\circ = -6,86\text{ kNm}.$$



4.15-chizma.

Bosh o'qlarga nisbatan bosh inersiya momentlari va qarshilik momentlari quyidagiga teng bo'ladi:

$$I_x = \frac{12 \cdot 24^3}{12} = 13824\text{ sm}^4; \quad I_y = \frac{12^3 \cdot 24}{12} = 3456\text{ sm}^4;$$

$$W_x = \frac{13824}{12} = 1152\text{ sm}^3; \quad W_y = \frac{3456}{12} = 288\text{ sm}^3.$$

Yuqoridagi (4.16) formuladan neytral chiziq holatini aniqlaymiz:

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = -\frac{13824}{3456} \operatorname{tg} 30^\circ = -2,309; \quad \alpha_0 = 66,6^\circ.$$

Konsolni mustahkamlikka tekshirib ko'ramiz:

$$\sigma = \frac{3,96 \cdot 10^2}{288} + \frac{3,96 \cdot 10^2}{1152} = 1,28 \frac{\text{kN}}{\text{sm}^2} = 12,8\text{ MPa} < 13\text{ MPa}.$$

Demak, konsolning mustahkamligi ta'minlangan.

Konsolning ko'ndalangan kesimidagi normal kuchlanish epyurasi 4.15,b-chizmada qurib keltirilgan.

Konsolning erkin uchidagi ko'chishni aniqlash uchun F kuchni koordinata $0x, 0y$ o'qlari bo'yicha ikkita $F_x = F \sin \alpha$ va $F_y = F \cos \alpha$ tashkil etuvchilarga ajratamiz, unda bu o'qlar bo'yicha ko'chishlari quyidagiga teng bo'ladi:

$$v_x = \frac{F_x \ell^3}{3EI_y} = \frac{F_m \ell^3}{3EI_y} \sin \alpha = \frac{3 \cdot (220)^3}{3 \cdot 10^3 \cdot 3456} \sin 30^\circ = 1,540 \text{ sm};$$

$$v_y = \frac{F_y \ell^3}{3EI_x} = \frac{F_m \ell^3}{3EI_x} \cos \alpha = \frac{3 \cdot (220)^3}{3 \cdot 10^3 \cdot 13824} \cos 30^\circ = 0,667 \text{ sm}.$$

Unda konsol erkin uchining to'la solqiligi (4.13) formuladan aniqlanadi:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(1,540)^2 + (0,667)^2} = 1,678 \text{ sm}.$$

Solqilik yo'nalishini aniqlaymiz (4.20) formuladan foydalanib:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v_x}{v_y} = \frac{1,540}{0,667} = 2,309; \quad \varphi = 66,6^\circ.$$

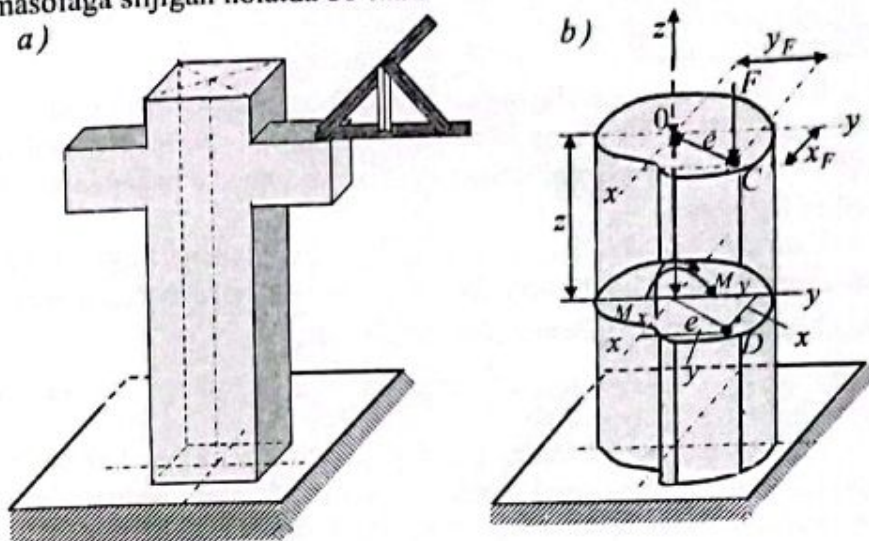
Ushbu ko'chish yo'nalishini ko'rsatuvchi burchak qiymatini neytral chiziqli holatini belgilovchi burchak qiymati bilan solishtirsak, ular bir-biriga tengligini ko'ramiz. Demak, ko'chish tekisligi neytral chiziqliqqa perpendikulyar bo'lishiga yana bir bor ishonch hosil qildik.

4.6-§. Bikir brusga bo'ylama kuchning nomarkaziy ta'siri. Normal kuchlanishlarni aniqlash

Binolar va ko'priklar qurilishi amaliyotida markaziy bo'lmagan siqilishga (cho'zilishga) qarshilik ko'rsatuvchi vazmin ustun (brus) masalasini tahlil qilamiz (4.16,a-chizma).

Brusning markaziy bo'lmagan siqilishiga (cho'zilishga) hisoblashda, hosil bo'ladigan qo'shimcha moment, ya'ni sirtqi F kuchning v solqilikka ko'paytmasi e'tiborga olinsa, bunday bruslar egiluvchan bruslar bo'lib, bu masalani kelgusida ustuvorlik bobida qaraymiz. Agar qo'shimcha moment e'tiborga olinmasa, bunday brus *bikir brus* deb ataladi.

Bikir ustunning bunday kuchlanganlik holatida sirtqi kuchlarni teng ta'sir etuvchisi bo'ylama o'q bilan ustma-ust tushmaydi, ya'ni z o'qiga parallel ravishda ta'sir etib, u kesim og'irlik markazidan biror masofaga siljigan holatda bo'ladi.



4.16-chizma. Nomarkaziy siqilgan ustunlar.

Ustun ko'ndalang kesimi yuzining bosh inersiya o'qlariga nisbatan koordinatalari x_F va y_F bo'lgan biror C nuqtasiga qo'yilgan siquvchi (cho'zuvchi) bo'ylama F kuch ustun o'qiga parallel ravishda ta'sir etsin (4.16,b-chizam). Koordinata boshidan kuch qo'yilgan nuqtaga bo'lgan masofa " e " eksentrisitet deb ataladi. Bo'ylama kuch qo'yilgan C nuqta qutb deb ataladi.

Agar siquvchi F kuchni nazariy mexanika qoidalaridan foydalanib, kesim og'irlik markaziga ko'chirsak, unda bo'ylama siquvchi (cho'zuvchi) N kuch va eguvchi moment $F \cdot e$ hosil bo'ladi. Demak, markaziy bo'lmagan siqilishni, sof qiyshiq egilish va markaziy siqilishdan (cho'zilishdan) iborat deb qarash mumkin. Sof qiyshiq egilishni o'z navbatida ikkita sof to'g'ri ko'ndalang egilishdan iborat deb qarash mumkin.

Bo'ylama F kuchdan, ustunning erkin uchidan z masofadagi ko'ndalang kesimida siquvchi kuch N va $0x$ hamda $0y$ o'qlariga

nisbatan ikkita eguvchi moment M_x, M_y omillari hosil bo'ladi. Ustunning muvozanat shartlaridan quyidagilarni hosil qilamiz:

$$N = -F;$$

$$M_x = -F \cdot y_F;$$

$$M_y = -F \cdot x_F;$$

(4.27)

Bu formulada qaralayotgan kesimda siquvchi kuchlanish hosil bo'lgani uchun bo'ylama kuch manfiy ishorali, birinchi chorakdan o'tuvchi tolalar siqilgani uchun eguvchi momentlar ishorasi manfiy ishorali olingan.

Ustun erkin uchidan z masofadagi ko'ndalang kesim yuzasi, musbat choragidagi birorta $D(x, y)$ nuqtasida hosil bo'lgan normal kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

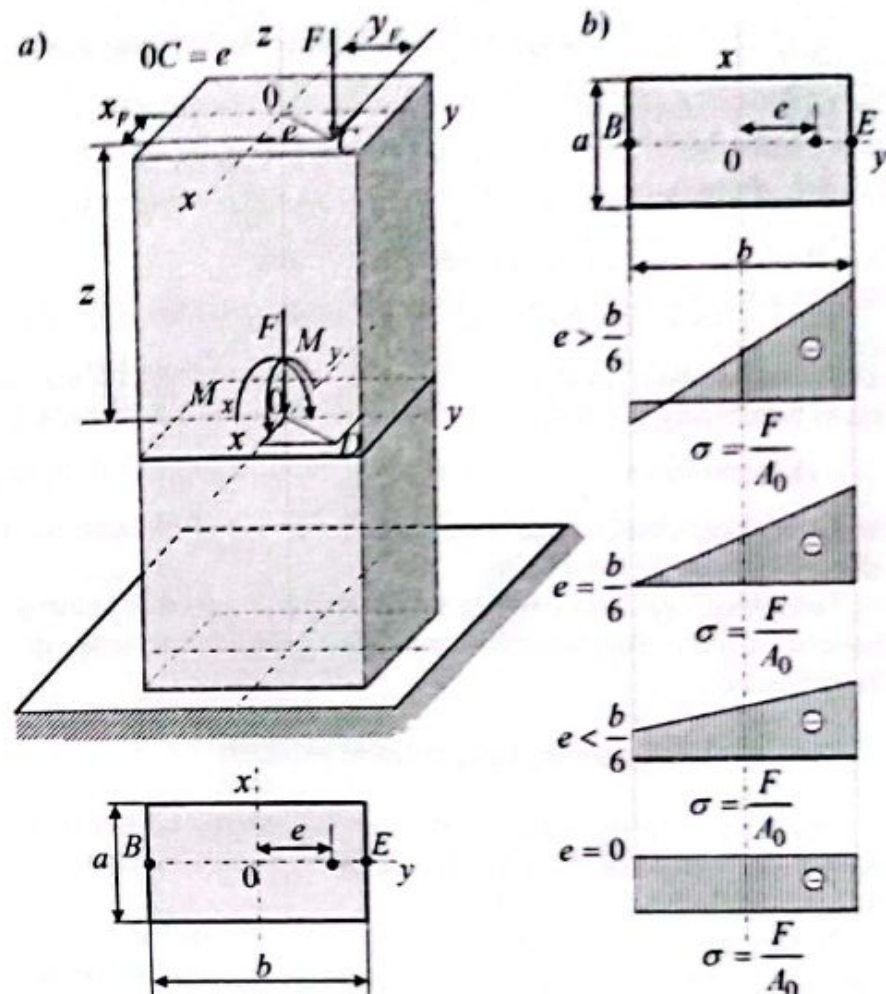
$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x. \quad (4.28)$$

Misol sifatida ko'ndalang kesim yuzasi to'g'ri turtburchak bo'lgan siqilgan ustun masalasini qarab chiqamiz. Masalani soddalashtirish maqsadida ustun kesimidagi eksentrisitetlardan birini nolga teng bo'lgan xususiy holdagi markaziy bo'lmagan siqilishga qarshilik ko'rsatuvchi ustunning kuchlanganlik holatini tahlil qilamiz (4.17, a-chizma).

4.17, a-chizmada ko'rsatilganidek, sirtqi siquvchi F kuch Oy o'qi ustiga qo'yilgan bo'lsa, unda kuch qo'yilgan koordinatalardan biri $x_F = 0$ bo'lib, ikkinchisi $y_F = e$ ga teng bo'ladi. Unda ustunning siqilishida kuchlanishni, (4.27) va (4.28) formulalardan foydalanib aniqlash mumkin.

Ko'ndalang kesimi yuzasi to'g'ri turtburchakli siqilgan ustun kesimning eng chetki tolalaridagi kuchlanishni aniqlash uchun (4.27) va (4.28) formulaga $x_F = 0$ $y_F = e$ qiymatlarni qo'yib, quyidagi formulani hosil qilamiz (4.17, a-chizma):

$$\sigma = -\frac{F}{A} \mp \frac{M_x}{W_x} = -\frac{F}{A} \mp \frac{F \cdot e}{\left(\frac{ab^2}{6}\right)} = -\frac{F}{A} \left(1 \pm \frac{6 \cdot e}{b}\right). \quad (4.29)$$



4.17-chizma. Ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchakli siqilgan ustun.

Ushbu (4.29) formuladan quyidagilarni xulosa qilib aytish mumkin:

-agar $\frac{6e}{b} = 0$ bo'lsa, unda $e = 0$ bo'lib, ustun ko'ndalang kesimida bir xil miqdorli siquvchi kuchlanish hosil bo'ladi.

-agar $\frac{6e}{b} = 1$ bo'lsa, unda $e = \frac{b}{6}$ bo'lib, ustun ko'ndalang kesimida bir xil ishorali siquvchi kuchlanish hosil bo'lib, ular kesimning chetki nuqtalarida ekstermal qiymatlarga erishadi.

-agar $\frac{6e}{b} < 1$ bo'lsa, unda $e < \frac{b}{6}$ bo'lib, ustun ko'ndalang kesimida bir xil ishorali siquvchi kuchlanish hosil bo'ladi.

-agar $\frac{6e}{b} > 1$ bo'lsa, unda $e > \frac{b}{6}$ bo'lib, kuch qo'yilgan nuqta kesim ichida bo'lganda, neytral chiziq kesimni ikkiga bo'ladi va natijada ustun ko'ndalang kesimida turli xil ishorali kuchlanish hosil bo'ladi.

- eksentrisitet $e < \frac{b}{6}$ bo'lgan xususiy hollar eng optimal xususiy hollar bo'ladi, chunki bunday hollarda kesim yuzasida faqat bir xil ishorali kuchlanish hosil bo'ladi.

Ustunning siqilish holatlariga to'g'ri keluvchi yuqorida keltirilgan holatlar uchun kuchlanishlar epyuralari 4.17,b-chizmada qurib ko'rsatilgan.

Neytral chiziq holatini aniqlash

Markaziy bo'lmagan siqilishda ustun ko'ndalang kesimida hosil bo'ladigan maksimal kuchlanishni aniqlash uchun neytral chiziq holatini aniqlash lozim bo'ladi.

Normal kuchlanish (4.28) formulasiga (4.27) formuladan eguvchi momentlar ifodalarini qo'yib, uni quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\sigma = -\frac{F}{A} - \frac{F \cdot y_F}{I_x} y - \frac{F \cdot x_F}{I_y} x = -\frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_F}{\frac{I_x}{A}} y + \frac{x_F}{\frac{I_y}{A}} x \right] \quad (4.30)$$

Bu ifodaga tegishli inersiya radiuslarining qiymatlarini

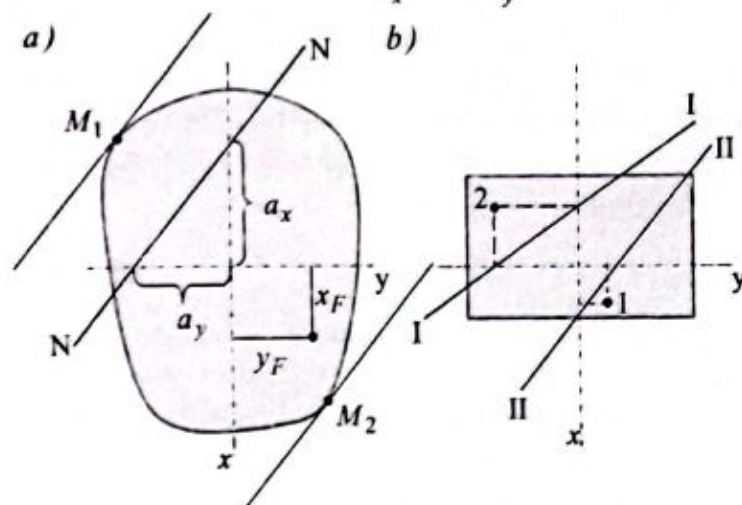
$$i_x^2 = \frac{I_x}{A}; i_y^2 = \frac{I_y}{A} \quad (4.31)$$

qo'yib, uni quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\sigma = -\frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_F}{i_x^2} y + \frac{x_F}{i_y^2} x \right] \quad (4.32)$$

Ma'lumki, neytral chiziq ustida kuchlanishlar doimo nolga teng bo'ladi. Shuning uchun ham neytral chiziq ustidagi nuqtalar koordinatlarini x_N va y_N belgilab, (4.32) normal kuchlanishni nolga tenglaymiz. Unda $\frac{F}{A} = 0$ bo'la olmaganligi sababli o'rta qavs ichidagi ifoda nolga teng bo'lishi lozim, ya'ni

$$1 + \frac{y_F}{i_x^2} y_N + \frac{x_F}{i_y^2} x_N = 0. \quad (4.33)$$



4.18-chizma. Ustunning ko'ndalang kesim yuzasi.

Ushbu (4.33) tenglama kesim og'irlik markazidan o'tmagan to'g'ri chiziq tenglamasidir. Bu tenglamadan neytral chiziqning, $0x$ va $0y$ koordinata o'qlarini kesib o'tadigan kesmalar uzunliklarini topish mumkin. Kesmalar uzunliklarini tegishli a_x va a_y lar bilan belgilaymiz (4.18,a-chizma).

Sirtqi kuch ustun kesim yuzasining $0y$ koordinata o'qi ustiga qo'yilgan bo'lsa, $x_N = 0$ bo'lib $y_N = a_y$ ga teng bo'ladi. Unda (4.33) neytral chiziq tenglamasi quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$1 + \frac{a_y}{i_x^2} y_F = 0. \quad (4.34)$$

Xuddi shuningdek, $x_N = a_x$, $y_N = 0$ ga teng bo'lsa, neytral chiziq tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$1 + \frac{a_x}{i_y^2} x_F = 0. \quad (4.35)$$

Neytral chiziqlar (4.34) va (4.35) tenglamalardan neytral chiziqning koordinata o'qlaridan ajratgan kesmalari a_x va a_y lar uzunliklarini aniqlaymiz:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_F}; \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_F}. \quad (4.36)$$

Agar ustun ko'ndalang kesim yuzasi neytral chizig'ining koordinata o'qlaridan ajratgan kesmalar uzunliklari a_x va a_y lar ma'lum bo'lsa, kuch qo'yilgan nuqta koordinatalari x_F va y_F lar quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$x_F = -\frac{i_y^2}{a_x}; \quad y_F = -\frac{i_x^2}{a_y}. \quad (4.37)$$

Bu formulalardan shunday xulosalarga kelish mumkin:

-agar kuch koordinatalari x_F va y_F bo'lgan nuqtaga qo'yilgan bo'lsa, neytral chiziq koordinata o'qlarini a_x va a_y teng kesmalarni ajratib kesib o'tadi (4.18,a-chizma);

-yuqoridagi formulalardan ko'rinadiki, kuch qo'yilgan nuqta birinchi chorakda yotsa, neytral chiziq ikkinchi chorakdan o'tadi va aksincha (4.18,b-chizma).

-kuch Oy o'qi ustida yotuvchi nuqtaga qo'yilgan bo'lsa, neytral chiziq Ox koordinata o'qini cheksizlikda kesib o'tadi;

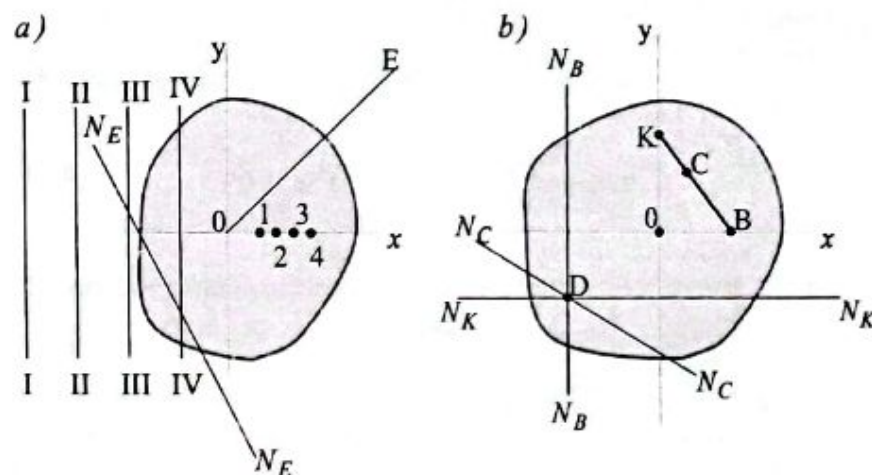
-agar kuch qo'yilgan nuqta Ox koordinata o'qi ustida kesim og'irlik markazidan chetki tomoniga siljisa, unda neytral chiziq ham cheksizlikdan Oy koordinata o'qiga parallel ravishda kesim tomon siljiydi. Xuddi shuningdek, kuch qo'yilgan nuqta Oy koordinata o'qi bo'yicha siljiganda, neytral chiziq Ox koordinata o'qiga parallel ravishda siljiydi (4.19,a-chizma)

- kuch qo'yilgan nuqta koordinata boshidan o'tuvchi bosh inersiya o'qlari ustida yotmagan birorta OE to'g'ri chiziq bo'yicha siljisa, bunda neytral chiziq dastlabki holatiga parallel ravishda siljiydi (4.19,a-chizma) haqiqatdan ham (4.35) formuladan quyidagi nisbat kelib chiqadi:

$$\frac{a_y}{a_x} = \left(\frac{i_x}{i_y} \right)^2 \frac{x_F}{y_F} = \left(\frac{i_x}{i_y} \right)^2 \operatorname{tg} \alpha.$$

- bundan neytral chiziqning og'ish burchagining tangenisi $\frac{a_y}{a_x}$

kuch qo'yilgan nuqta koordinitalariga emas, balki ularning nisbatlariga bog'liq degan xulosa kelib chiqadi;



4.19-chizma. Neytral chiziq holatlari.

-agar kuch qo'yilgan nuqta kesim og'irlik markazidan o'tmaydigan biror KB to'g'ri chiziq ustida siljisa, kuch qo'yilgan nuqtaning K va B eng chekka holatlarida neytral chizilar tegishli Ox va Oy koordinata o'qlariga parallel ravishda o'tib birorta D nuqtada kesishadi. Demak, kuch qo'yilgan nuqta KB to'g'ri chiziq bo'ylab siljiganda, neytral chiziq D nuqta atrofida aylanar ekan (11.19,b-chizma).

Kesim neytral chiziqqa parallel qilib kesimning eng uzoqdagi nuqtalariga o'tkazilgan urinmaning urinish nuqtalarida kuchlanish ekstremal qiymatlarga erishadi (3,a-chizma) va ular quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$\sigma_{\max, \min} = -\frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_F}{i_x^2} y_{1,2} + \frac{x_F}{i_y^2} x_{1,2} \right] \quad (4.38)$$

Ustun materiali cho'zilish bilan siqilishga bir xil qarshilik ko'rsatsa, uning mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\max} = -\frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_F}{i_x^2} y_1 + \frac{x_F}{i_y^2} x_1 \right] \leq [\sigma] \quad (4.39)$$

Agar ustun material cho'zilish va siqilishga turlicha qarshilik ko'rsatsa, cho'zilish va siqilishga alohida-alohida tekshirish lozim bo'ladi:

$$\sigma_{\max} = -\frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_F}{i_x^2} y_1 + \frac{x_F}{i_y^2} x_1 \right] \leq [\sigma_{ch}] \quad (4.40)$$

$$\sigma_{\min} = -\frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_F}{i_x^2} y_2 + \frac{x_F}{i_y^2} x_2 \right] \leq [\sigma_s] \quad (4.41)$$

4.7-§. Kesim yadrosi to'g'risida tushuncha. Kesim yadrosini qurish

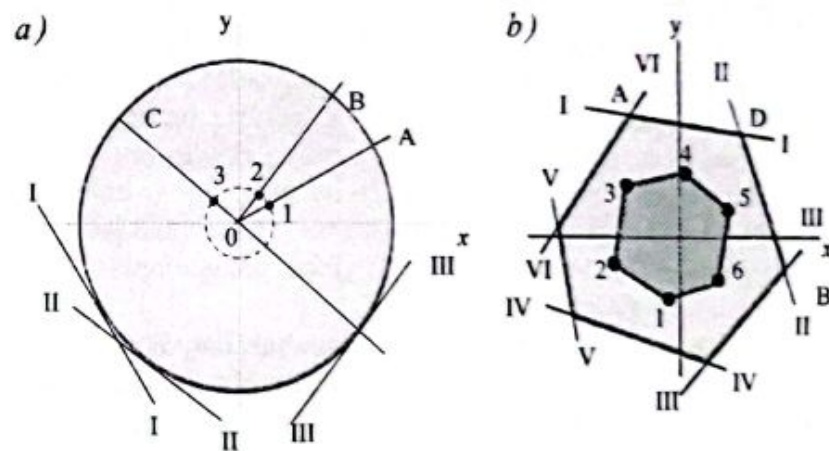
Cho'zilishga qarshilik ko'rsatish qobiliyati kichik bo'lgan materiallar (masalan: cho'yan, g'isht, tosh, beton, sopol va boshqalar) ni ishlatishda shunga ahamiyat berish lozimki, uning hamma kesimlari faqat siqilishga qarshilik ko'rsatishini ta'minlash lozim. Buning uchun ustun o'qiga bo'ylama ravishda ta'sir etuvchi siquvchi kuchni kesim markazidan uzoqlashib ketmasligiga harakat qilish kerak, ya'ni eksentrisitetning kattalashtishiga yo'l qo'ymaslik lozim.

Ustunga ta'sir etuvchi sirtqi F kuch qo'yilgan nuqta, uning kesimi yuzasi og'irlik markazidan chiquvchi birorta OA chizig'i bo'ylab siljib, og'irlik markazidan uzoqlashsa, neytral chiziq cheksizlikdan kesim markazi tomon dastlabki holotiga parallel ravishda siljiydi. Kuch ta'sir nuqtasini OA chizig'i bo'ylab siljitib, 1 holatiga keltirganimizda, neytral chiziq $I-I$ kesim yuziga urinma bo'lib o'tsin

(4.20,a-chizma). Agar 1 nuqtani kesim markazidan yana uzoqlashtirsak, unda neytral chiziq kesimni cho'ziluvchi va siqiluvchi ikki qisimga bo'ladi. Demak, 1 nuqta qandaydir chegara nuqta hisoblanib, kesim yuzasida faqat siquvchi kuchlanish hosil bo'lishini va cho'zuluvchi kuchlanish hosil bo'lmasligini ta'minlash uchun kuchni chegara nuqtadan tashqariga qo'yish mumkin emas ekan.

Yuqoridagi amallarni bajarib, 2- va 3-nuqtalar uchun ham $II-II$ va $III-III$ neytral chiziqlar kesim yuzasiga urinma bo'lib o'tishini ko'rsatish qiyin emas.

Ustun kesim yuzasi og'irlik markazidan cheksiz ko'p chiziqlar o'tkazilib, ular ustida chegara nuqtalar aniqlansa, bu nuqtalarning geometrik o'rni kesim yuzasi og'irlik markazi atrofida egri chiziqli kichik bir yopiq sohani hosil qiladi. Kesimning og'irlik markazi atrofida ajratilgan kichik yopiq soha *kesim yadrosi* deb ataladi. Sirtqi kuch kesim yadrosi ichiga qo'yilgan bo'lsa, kesim yuzasining barcha nuqtalarida faqat bir xil ishorali kuchlanish hosil bo'ladi.



4.20-chizma. Ustu ko'ndalang kesim yuzalari.

Ko'ndalang kesim yadrosini qurish uchun neytral chiziqni kesim yuzasi konturiga bir necha nuqtalarda urinma ravishda o'tkaziladi va urinmaning har bir holati koordinata o'qlaridan ajratgan kesmalar uzunliklari a_x va a_y tegishlicha chizmadan o'lchab olinadi.

Kesim bosh o'qlariga nisbatan kesim yadrosining chegaraviy nuqtalari x_{ya} va y_{ya} quyidagi formuladan aniqlanadi va kesim yadrosi chiziladi:

$$x_{ya} = -\frac{i_y^2}{a_x}; \quad y_{ya} = -\frac{i_x^2}{a_y}. \quad (4.42)$$

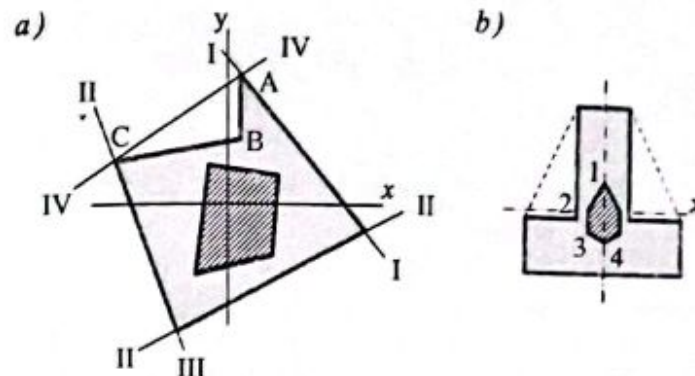
Misol sifatida amalda ko'p uchraydigan ko'pburchak ko'rinishidagi kesim yuzasi yadrosini qurishni qarab chiqamiz (4.20, b-chizma). Ko'p burchakning AD tomoniga $I-I$ urinmani o'tkazib, chizmadan neytral chiziq bosh inersiya o'qlaridan ajratadigan $a_{x,1}$ va $a_{y,1}$ kesmalar uzunliklarini o'lchab olamiz va kesim yadrosi chegara nuqtasi (ya'ni kuch qo'yilgan nuqta) koordinatalarini (4.42) formuladan aniqlab chizmaga o'lchab qo'yib, birinchi chegara nuqta holati belgilanadi:

$$x_{ya,1} = -\frac{i_y^2}{a_{x,1}}; \quad y_{ya,1} = -\frac{i_x^2}{a_{y,1}}. \quad (4.43)$$

Xuddi shuningdek, kesim tomonlariga $II-II$, $III-III$, $IV-IV$ va $V-V$ urinmalarni o'tkazib, yuqoridagi amallarni bajarib, 2-, 3-, 4- va 5-chegara nuqtalari holatlari aniqlanadi. Yuqorida kuch qo'yilgan nuqta koordinata boshidan o'tmagan biror to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanganda, neytral chiziq bir nuqta atrofida aylanishini (4.20, a-chizma) ko'rib chiqqan edik. Ko'pburchakning $I-I$ holatidagi neytral chiziqni D nuqtasi atrofida aylantirib, $II-II$ holatga o'tkazilsa, chegaraviy nuqta 1-2 kesma bo'yicha harakatlanib, kesim yadrosining bir tomonini hosil qiladi.

Shuningdek, ko'pburchakning barcha burchak nuqtalari atrofida neytral $II-II$, $III-III$, $IV-IV$ va $V-V$ chiziqlarni aylantirib, ularga mos 2-, 3-, 4-, 5-nuqtalarni aniqlab, ularni o'zaro bir-biri bilan to'g'ri chiziqlar bilan tutashtirib, kesim yadrosini hosil qilamiz.

Bu misoldan ko'rinadiki, ko'pburchakning kesim yadrosi ham ko'pburchak bo'lar ekan. Ammo ko'pburchak 4.21, a-chizmada keltirilgan ko'pburchak ichki B burchakli bo'lsa, kesim yadrosi tomonlari soni bilan kesim yuzasi tomonlari mos kelmaydi. Chunki AB va BC tomonlarga o'tkazilgan neytral chiziqlar kesim yuzasiga urinma emas balki, uni kesib ikki qismga ajratadi.



4.21-chizma. Tavr va ichki burchakli ko'pburchak.

Amaliyotda juda ko'p ishlatiladigan ustunlar kesimi yuzalari to'g'ri to'rtburchak, qo'shtavr va doira shaklida bo'lganligi sababli ularning kesim yuzasi yadrosini qurishni ko'rib chiqamiz (4.23-chizma):

1. *To'g'ri to'rtburchak.* Balandligi h va eni b bo'lgan to'g'ri to'rtburchak (4.23, a-chizma) kesim yadrosini qurish masalasini tahlil qilamiz. To'g'ri to'rtburchakning yuqori tomoni bo'yicha o'tkazilgan $I-I$ urinmaning koordinata o'qlaridan ajratgan kesmalar uzunliklari $a_x = \infty$ va $a_y = h/2$ teng bo'ladi. Kesim yadrosi birinchi chegara nuqtasining holati mos ravishda quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$x_{ya,1} = -\frac{i_y^2}{\infty} = 0; \quad y_{ya,1} = -\frac{i_x^2}{h/2} = -\frac{2I_x}{hA} = -\frac{2bh^3}{12bh^2} = -\frac{h}{6}.$$

Buni to'g'ri to'rtburchakning O_y o'qi manfiy tomoniga o'lchab qo'yamiz va 1 nuqtani belgilaymiz.

$II-II$ urinmaning koordinata o'qlaridan ajratgan kesmalar uzunliklari $a_x = b/2$ va $a_y = \infty$ teng bo'ladi. Kesim yadrosi ikkinchi chegara nuqtasining holati mos ravishda quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$x_{ya,1} = -\frac{i_y^2}{b/2} = -\frac{2I_x}{hA} = -\frac{2hb^3}{12hb^2} = -\frac{b}{6}; \quad y_{ya,1} = -\frac{i_x^2}{\infty} = 0.$$

Buni to'g'ri to'rtburchakning O_x o'qi manfiy tomoniga o'lchab qo'yamiz va 2 nuqtani belgilaymiz.

Kesim yuqorigi tomoniga o'tkazilgan $I-I$ urinmani to'g'ri to'rtburchakning yuqorigi o'ng uchidagi nuqta atrofida aylantirib, $II-II$ holatga o'tkazganda, kuch qo'yilgan 1-nuqta to'g'ri chiziq bo'yicha siljib, 2-holatga o'tadi. Shuningdek, $II-II$, $III-III$, $IV-IV$ va $I-I$ urinmalar uchun yuqoridagi amallarni bajarib, 3- va 4-nuqtalar holatlarini aniqlaymiz va 1-, 2-, 3-, 4-nuqtalarni tutashtirib, kesim yadrosini hosil qilamiz.

2. *Qo'shtavr*. Qo'shtavr kesim yuzasi (3,b-chizma) uchun kesim yadrosini tahlil qilamiz. To'g'ri to'rtburchak kesimni qarab chiqqanimiz kabi, qo'shtavr uchun ham urinmaning to'rtta holatini ko'rib chiqamiz. Qo'shtavr kesim yuzasi koordinata o'qlariga simmetrik bo'lgani uchun kesim yadrosining ikkita chegara nuqtasini topish yetarlidir. Kesimning Ox o'qida yotuvchi nuqtalar uchun quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$y_{ya1,3} = \pm \frac{i_x^2}{h/2}.$$

Kesimning Oy o'qida yotuvchi nuqtalar uchun quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$x_{ya2,4} = \pm \frac{i_y^2}{b/2}.$$

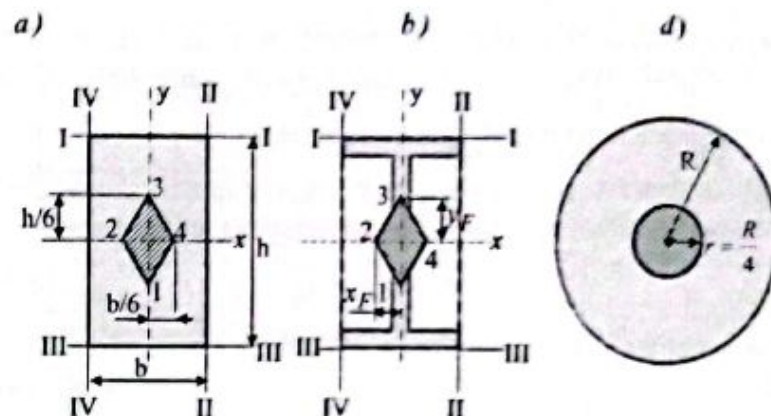
Koordinata o'qlari ustida yotgan bu nuqtalarning uzunlik miqdori qo'shtavr o'lchamlariga bog'liq. Qo'shtavr profilni ustun kesimi uchun ham kesim yadrosi romb ko'rinishida bo'ladi.

3. *Doira*. Doira o'z markazidan o'tuvchi barcha o'qlariga nisbatan simmetrik bo'lganligi sababli kesim yuzasiga o'tkazilgan urinmalarining birini qarash kifoyadir (4.23,d-chizma). Doiraning markazidan kesim yadrosining chegara nuqtasigacha bo'lgan masofa quyidagiga teng bo'ladi:

$$x_F = y_F = r_{ya} = \frac{I}{AR} = -\frac{\pi R^4}{4\pi R^2 R} = -\frac{R}{4}.$$

Demak, doiraning kesim yadrosi ham doira bo'lar ekan.

4.22,b-chizmada tavr yuzasi uchun kesim yadrosi keltirilgan. Kesim yuzasiga o'tkazilgan urinmalar olti burchakni tashkil qilganligi sababli kesim yadrosi ham olti burchakli bo'lishi ko'rsatilgan.



4.23-chizma. To'g'ri turtburchak, qo'shtavr va doira shaklidagi kesimlar.

4.8-§. Brusning egilib buralishi. Valni murakkab deformatsiyaga hisoblash

Amalda mashinalarning buralishga ishlovchi qismlari, masalan, turli tirsakli vallar, shuningdek, spiral prujinalar buralish bilan birga egiladi. Elektropoyezd motori vagonlarining, tramvay vagonlarining o'qlari buralish bilan birga egilishga ham qarshilik ko'rsatadi. Garchi buraluvchi vallarga bevosita ko'ndalang kuchlar ta'sir qilmasa ham, ular o'z xususiy og'irligi ta'sirida va shu tufayli aylanish vaqtida hosil bo'ladigan markazdan qochirma inersiya kuchi ta'sirida egiladi. Transmission va tirsakli vallar hamda shesternalar o'rnatilgan vallar buralish bilan birga egiladi.

Kuchlar ta'sirining bir-biriga xalal bermaslik prinsipidan foydalanib, doiraviy kesimli valning buralish va egilishidan hosil bo'lgan kuchlanishlarni hisoblaymiz (4.24-shakl).

Zo'riqish kuchlarining epyuralarini qurib, valning qistirib mahkamlangan kesimi xavfli kesim ekanligini ko'ramiz.

Ma'lumki, balkalar egilganda ko'ndalang kesimda normal va urinma kuchlanishlar hosil bo'ladi.

Normal kuchlanishning eng katta qiymati $\sigma = \sigma_e = M_e / W_e$ kesim-dagi chetki tolalarda, urinma kuchlanishning eng katta qiymati $\tau = \tau_e = \frac{4Q}{3F}$ esa neytral qatlamda hosil bo'ladi.

Val buralganda eng katta urinma kuchlanishlar ko'ndalang kesim-niing chetki nuqtalarida hosil bo'lib, quyidagicha topiladi:

$$\tau = \tau_{hur} \cdot \frac{M_b}{W_\rho} = \frac{M_b}{2W_x} \quad (4.46)$$

Yuqorida ko'rib o'tganimizdek, ko'pincha kesuvchi kuch ta'si-ridan vujudga kelgan urinma kuchlanish τ_{eg} e'tiborga olinmaydi, balki balkaning egilishi faqat M_{eg} ta'siridan sodir bo'ladi.

Shunday qilib, xavfli kesimdagi A va B nuqtalar eng katta kuch-lanishlarga ega (4.24-shakl). Ana shu A nuqtaning kuchlanganlik holatini tekshiramiz (4.25-shakl).

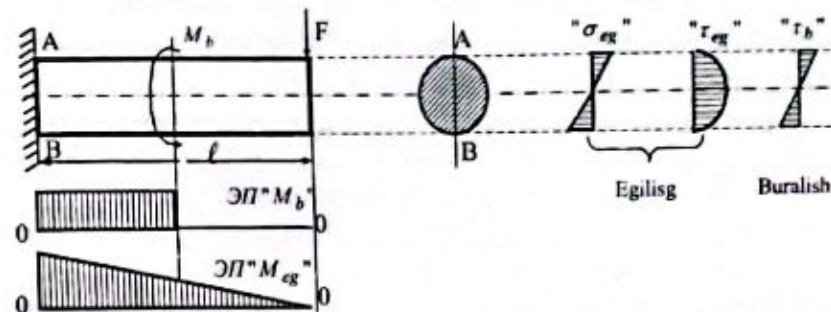
Ko'ndalang kesimning A nuqtasi atrofidan olingan elementning ko'ndalang kesimiga eng katta cho'zuvchi normal kuchlanish $\sigma = M_{eg} / W_x$ va eng katta urinma kuchlanish $\tau = M_b / 2W_x$ ta'sirida bo'ladi.

Shunday qilib, element tekis kuchlanish holatida bo'lar ekan. Bunday elementlarning bosh kuchlanishlari quyidagicha topiladi.

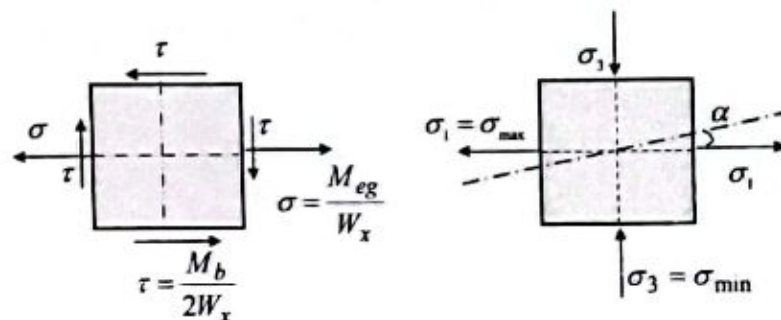
$$\sigma_{1,3} = \sigma_{\max} = 0,5 \sigma_{eg} \pm 0,5 \sqrt{\sigma_{eg}^2 + 4\tau_b^2} \quad (a)$$

Vallarning materiali ko'pincha po'lat bo'lganligi tufayli ularning mustahkamligi uchinchi va to'rtinchi mustahkamlik nazariyalaridan foydalanib tekshiriladi:

1. Uchinchi mustahkamlik (eng katta urinma kuchlanish) nazariyasi:
 $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$



4.24-chizma. Egilish bilan buralishning birgalikdagi ta'siri.



4.25-chizma. Baldan ajratib olingan element.

(a) dan σ_1 va σ_3 larning qiymatini bu formulaga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\sqrt{\sigma_{eg}^2 + 4\tau_b^2} \leq [\sigma]; \text{ yoki } \frac{\sqrt{M_{eg}^2 + M_b^2}}{W_x} \leq [\sigma]$$

Valning diametrini topish uchun uning qarshilik momentini aniqlaymiz:

$$W_x \geq \frac{\sqrt{M_{eg}^2 + M_b^2}}{[\sigma]},$$

bu yerda $W_x = \frac{\pi d^3}{32}$ ga teng bo'lib, kesimning qarshilik momentini ifodalaydi.

Tekis kuchlanish holati uchun to'rtinchi mustahkamlik nazariyasi bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagicha bo'ladi:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_3} \leq [\sigma]$$

Xuddi yuqorida bajarilgan ishlarni takrorlab, hisob tenglamasini hosil qilamiz:

$$\frac{\sqrt{M_{eg}^2 + 0,75M_b^2}}{W_x} \leq [\sigma]$$

Bundan kesim diametrini tanlash uchun qarshilik momentini topamiz:

$$W_x \geq \frac{M_{eg}^2 + 0,75M_b^2}{[\sigma]}.$$

Tayanch iboralar:

Zo'riqish kuch omillari, murakkab qarshilik, siniq sterjenlar sistemasi, egilib buralish, cho'zilib egilish, qiyshiq egilish, nomarkaziy siqilish, ko'ndalang kesim, tashqi kuch, ichki zo'riqish omillari, epyuralar, sof qiyshiq egilish, juft kuch, normal kuchlanish, qarshilik momentlar, neytral chiziq, perpendikulyar, nersiya momentlar, kuchlanish epyuralari, solqilik, mustahkamlik va bikirlik shartlari, markaziy bo'lmagan siqilish, bikir brus, eksentrisitet, neytral chiziq, neytral chiziqning koordinata o'qlaridan ajratgan kesmalari, kuch qo'yilgan nuqta koordinatalari, kesim yadrosi, to'g'ri to'rtburchak, qo'shtavr, doiraolti burchak, Brusni egilib buralishi, normal kuchlanish, urinma kuchlanish. kesuvchi kuch, ballar.

Test savollari:

1. Qiyshiq egilish deb qanday egilishga aytiladi?

to'sinning o'qiga tik yo'nalgan va uning birorta simmetriya tekisligida yotmagan tashqi yuklar ta'sirida egilishiga;

to'sinning ko'ndalang kesimlarida hosil bo'lgan bo'ylama kuch ta'sirida egilishiga;

qiyshiq egilish to'sinlarda hosil bo'lmaydi;

to'sin o'qiga tik yo'nalgan va bosh tekisliklaridan birortasi ustida yotgan kuchlar ta'siridan hosil bo'lgan egilishga;

2. Qiyshiq egilishda neytral o'qning holati quyida keltirilgan qaysi formuladan aniqlanadi?

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{J_y}{J_z} \operatorname{tg} \alpha; \quad \operatorname{tg} 2\beta = \frac{2J_{xy}}{J_y - J_z} \operatorname{tg} \alpha;$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \operatorname{tg} \alpha; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{J_{\max}}{J_{\min}} \operatorname{tg} \alpha;$$

3. Qiyshiq egilishda to'sinning neytral tekisligi kuch tekisligiga nisbatan qanday joylashgan bo'ladi?

kuch tekisligi I-III chorakda yotsa, neytral tekislik II-IV chorakdan o'tadi;

perpendikulyar bo'lib o'tadi;

neytral tekislik kuch tekisligi ustida yotadi;

parallel bo'lib o'tadi;

4. Qiyshiq sof egilish – deb qanday egilishga aytiladi?

to'sinning o'qiga tik yo'nalgan va uning birorta simmetriya tekisligida yotmagan tashqi yuklar ta'siridan barcha ko'ndalang kesimlarida faqat o'zgarmas miqdorli eguvchi moment hosil bo'lgan egilishga;

to'sinning o'qiga tik yo'nalgan va uning birorta simmetriya tekisligida yotmagan tashqi yuklar ta'sirida egilishiga;

to'sinning ko'ndalang kesimlarida hosil bo'lgan bo'ylama kuch ta'sirida egilishiga;

sof qiyshiq egilish to'sinlarda hosil bo'lmaydi;

5. Qiyshiq egilishda doira shaklidagi kesimlarning neytral chizig'i va kuch tekisligiga nisbatan qanday o'tadi?

perpendikulyar;

parallel;

biri ikkinchisining ustida yotadi;

bir biri bilan ixtiyoriy burchak ostida kesishadi;

6. Qiyshiq egilishda to'g'ri to'rtburchakli ko'ndalang kesimning birinchi dioganali bo'yicha kuch chizig'i o'tsa neytral chiziq qanday o'tadi?

ikkinchi dioganali bo'ylab;

birinchi dioganali bo'ylab;

dioganalga perpendikulyar bo'ladi;

dioganalga parallel bo'ladi;

7. To'sinning qiyshiq egilishida qanday shakldagi ko'ndalang kesimlar uchun kuch chiziq bilan neytral chiziq to'qson gradus ostida o'tadi?

kvadrat, doira;

to'g'ri to'rtburchak, ko'p burchak;

shveller, qo'shtavr;

to'g'ri to'rtburchak, kvadrat, doira, qo'shtavr va shveller;

8. Qiyshiq egilishda to'sinning solqilik yo'nalishi qaysi chiziqqa perpendikulyar bo'ladi?

neytral chiziqqa;

kuch chiziqqa;

nol chiziqqa;

koordinata chiziqqa;

9. To'sinning qiyshiq egilishda kuch chizig'i bilan solqilik yo'nalish chiziqlari ustma ust bo'lsa qanday egilish sodir bo'ladi?

to'g'ri ko'ndalang;

sof qiyshiq;

urinma va bo'ylama qiyshiq;

bo'ylama qiyshiq;

10. Qiyshiq egilishni qanday egilishlardan iborat deb qarash mumkin?

ikkita to'g'ri ko'ndalang egilish;

ikkita to'g'ri sof qiyshiq egilish;

uchta to'g'ri ko'ndalang egilish;

ikkita to'g'ri bo'ylama egilish;

11. Qiyshiq egilishda neytral chiziq og'ish burchagi nimalarga bog'liq?

inersiya momentlariga, kuch tekisligining og'ish burchagiga;
koordinata o'qlariga, kuch tekisligining og'ish burchagiga;
sirtqi kuchlariga, kuch tekisligining og'ish burchagiga;
solqiliklariga, kuch tekisligining og'ish burchagiga;

12. Bikir brusga nomarkaziy bo'yлама kuch ta'sir etganda qanday ichki kuch omillari hosil bo'ladi?

bo'yлама normal kuch, ikkita eguvchi moment;
bo'yлама normal va ko'ndalang kuch, ikkita eguvchi moment va burovchi moment;
ko'ndalang kuch, burovchi moment va ikkita eguvchi moment;
bo'yлама normal, ko'ndalang kuch, eguvchi moment va burovchi moment;

13. Agar eksstentsitet $e = \frac{6}{h}$ bo'lsa, unda ustun ko'ndalang

kesimida qanday kuchlanish hosil bo'ladi?

bir xil ishorali siquvchi kuchlanish hosil bo'lib, ular kesimning chetki nuqtalarida ekstermal qiymatlarga erishadi;
bir xil miqdorli siquvchi kuchlanish;
turli xil miqdorli siquvchi kuchlanish;
ustun ko'ndalang kesimida bir xil ishorali siquvchi kuchlanish;

14. Agar eksstentsitet $e \leq \frac{h}{6}$ bo'lsa, unda ustun ko'ndalang

kesimida qanday kuchlanish hosil bo'ladi?

bir xil ishorali siquvchi kuchlanish;
bir xil ishorali siquvchi kuchlanish hosil bo'lib, ular kesimning chetki nuqtalarida ekstermal qiymatlarga erishadi;
bir xil miqdorli siquvchi kuchlanish;
turli xil miqdorli siquvchi kuchlanish;

15. Agar eksstentsitet $e > \frac{h}{6}$ bo'lsa, unda ustun ko'ndalang

kesimida qanday kuchlanish hosil bo'ladi?

turli xil miqdorli siquvchi kuchlanish;
bir xil ishorali siquvchi kuchlanish hosil bo'lib, ular kesimning chetki nuqtalarida ekstermal qiymatlarga erishadi;
bir xil miqdorli siquvchi kuchlanish;
bir xil ishorali siquvchi kuchlanish;

16. Neytral chiziq formulasi qaysi javobda to'g'ri keltirilgan?

$$1 + \frac{y_F}{i_x^2} y_N + \frac{x_F}{i_y^2} x_N = 0; \quad i_x^2 = \frac{I_x}{A}; i_y^2 = \frac{I_y}{A};$$

$$x_N \text{ va } y_N; \quad 0 = 1 + \frac{y_F}{i_x^2} y + \frac{x_F}{i_y^2} x;$$

17. Kuch qo'yilgan nuqta birinchi chorakda yotsa, neytral chiziq qaysi chorakdan o'tadi?

II-III-IV; I-II-IV;
I-II-III; koordinata boshidan;

18. Kuch qo'yilgan nuqta bilan neytral chiziq orasida qanday bog'lanish bor?

teskari; to'g'ri;
propotsional; perpendikulyar;

19. Kuch qo'yilgan nuqta ko'ndalang kesimning uchinchi choragida yotsa, neytral chiziq qaysi chorakdan o'tadi?

I-II-IV; II-III-IV;
I-II-III; koordinata boshidan;

20. Nomarkaziy siqilishda neytral chiziq kesimning og'irlik markazidan o'tadimi?

o'tmaydi; o'tadi;
ixtiyoriy burchak ostida o'tadi; cheksizlikdan o'tadi;

21. Sirtqi kuch ustun kesim yuzasining O_y koordinata o'qi ustiga qo'yilgan bo'lsa $x_N = 0$ bo'lib $y_N = a_y$ ga teng bo'lsa, neytral chiziq tenglamasini quyidagining qaysi biri ifodalaydi?

$$1 + \frac{a_y}{i_x^2} y_F = 0; \quad 1 + \frac{a_x}{i_y^2} x_F = 0;$$

$$x_N = a_x, y_N = 0; \quad 1 + \frac{y_F}{i_x^2} y_N + \frac{x_F}{i_y^2} x_N = 0;$$

22. Neytral chiziqning koordinata o'qlaridan ajratgan kesmalari uzunliklari quyidagi qaysi formulalardan aniqlanadi?

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_F}; a_y = -\frac{i_x^2}{y_F}; \quad x_F = -\frac{i_y^2}{a_x}; y_F = -\frac{i_x^2}{a_y};$$

$$a_x = -\frac{t_y^2}{y_F}; \quad a_y = -\frac{t_x^2}{x_F}; \quad \frac{a_y}{a_x} = \left(\frac{t_x}{t_y}\right)^2 \frac{x_F}{y_F} = \left(\frac{t_x}{t_y}\right)^2 \operatorname{tg} \alpha;$$

23. Kuch qo'yilgan nuqta kesimning Ox o'qi ustida yotsa, neytral chiziq qanday o'tadi?

- Ox o'qiga parallel ravishda;
- Ox o'qiga perpendikulyar ravishda;
- Ou o'qiga parallel ravishda;
- Ox o'qiga burchak ostida;

24. Agar kuch qo'yilgan nuqta Ox koordinata o'qi usti bo'ylab kesim og'irlik markazidan chetki tomoniga siljisa, unda:

- neytral chiziq ham cheksizlikdan Oy koordinata o'qiga parallel ravishda kesim tomon siljiydi;
- neytral chiziq ham cheksizlikdan Ox koordinata o'qiga parallel ravishda kesim tomon siljiydi;
- neytral chiziq ham cheksizlikdan Oy koordinata o'qiga perpendikulyar ravishda kesimdan tashqariga tomon siljiydi;
- neytral chiziq ham cheksizlikdan Oy koordinata o'qiga parallel ravishda kesim tomonga siljimaydi;

25. Neytral chiziq uchinchi chorakdagi biror nuqta atrofida aylansa, kuch qo'yilgan nuqta qanday harakatda bo'ladi?

- birinchi chorakda koordinata o'qlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanadi;
- ikkinchi chorakda koordinata o'qlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanadi;
- uchinchi chorakda koordinata o'qlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanadi;
- to'rtinchi chorakda koordinata o'qlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanadi;

26. Kesim yadrosi deb nimga aytiladi?

- kesim yuzasining og'irlik markazi atrofida chegaralangan kichik bir yopiq sohasiga;
- kesim yuzasining kuch qo'yilgan barcha nuqtalari atrofida chegaralangan kichik bir yopiq sohasiga;
- kesim yuzasining kuch qo'yilgan barcha nuqtalari atrofida chegaralanmagan kichik bir yopiq sohasiga;

kesim yuzasining kuch qo'yilgan barcha nuqtalarini chegaralaydigan kichik bir yopiq sohasiga;

27. Kuch ko'ndalang kesimning qaysi nuqtasiga qo'yilgan bo'lsa, neytral chiziq kesimga urinma bo'lib o'tadi?

- kesim yadrosi chegara nuqtasiga;
- kesim yadrosi ichki nuqtalariga;
- kesim yadrosi og'irlik markaziga;
- kesimning eng chekka nuqtalariga;

28. Neytral chiziq cheksizlikdan o'tishi uchun kuch qo'yilgan nuqta qayerda joylashgan bo'lishi lozim.

- og'irlik markazida;
- kesim yadrosidan tashqarida;
- kesim yadrosi chegara nuqtasida;
- kesim yadrosi ichida;

29. Ichki burchakli ko'pburchakli kesim yuzasi, tomonlari soni, kesim yadrosi tomonlari soniga mos keladimi?

- mos kelmaydi;
- mos keladi;
- yopiq burchakli bo'lsa mos keladi;
- o'tkir burchakli bo'lsa mos keladi;

30. Tavr kesim yadrosi qanday ko'rinishda bo'lishi mumkin?

- olti burchakli ko'pburchak;
- to'rtburchak;
- uchburchak;
- beshburchak;

V-BOB BO'YLAMA EGILISHI

5.1-§. Siqilgan sterjenning ustivorlik masalasi

Amaliyotda konstruktsiya elementlariga qo'yiladigan mustahkamlik va bikirlik kabi talablardan tashqari, yana eng muhim bo'lgan talablardan biri, ularning ustuvorligini ta'minlash muammosidir.

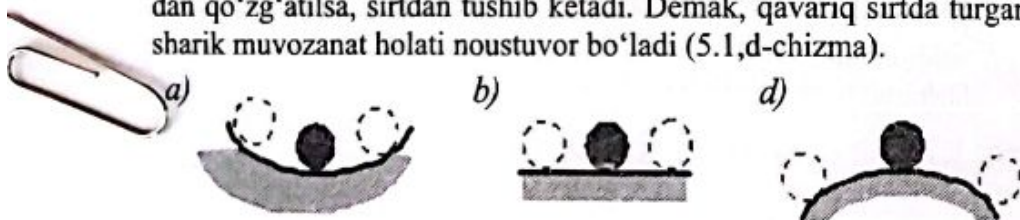
Nazariy mexanika fanidan ma'lumki, absolyut qattiq jismlarning muvozanat holati uch xil bo'ladi, ya'ni ustuvor, befarq va noustuvor. Misol sifatida vaznli sharikning muvozanat holatlarini keltirish mumkin:

Birinchi hol. Botiq sirtida turgan sharik biroz o'z o'rnidan qo'zg'atilsa, u og'irligi ta'sirida o'zining dastlabki muvozanat holatiga qaytib keladi.

Demak, botiq sirtida turgan sharik muvozanat holati ustuvor bo'lar ekan (5.1,a-chizma).

Ikkinchi hol. Gorizont tekislikda turgan sharikni biroz o'z o'rnidan qo'zg'atilsa, u o'zining dastlabki muvozanat holatiga qaytib kelmasdan, boshqa joyda turib qoladi. Demak, gorizont tekislikda turgan sharik muvozanat holati befarq bo'ladi (5.1,b-chizma).

Uchinchi hol. Sharik qavariq sirtida turgan bo'lsa, bir oz o'z o'rnidan qo'zg'atilsa, sirtidan tushib ketadi. Demak, qavariq sirtida turgan sharik muvozanat holati noustuvor bo'ladi (5.1,d-chizma).



5.1-chizma. Sharik muvozanat holati turlari.

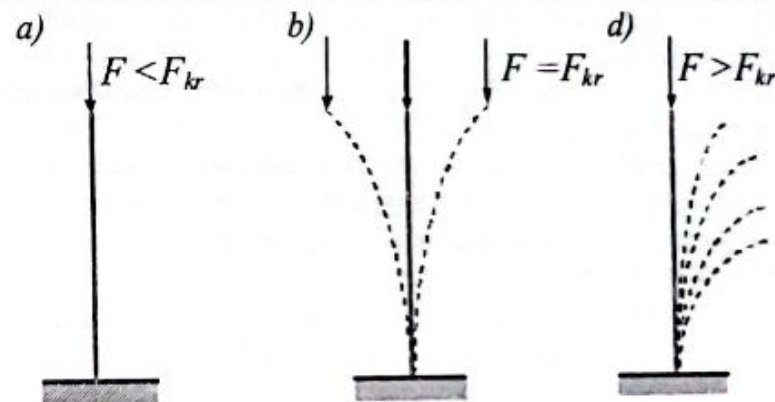
Yuqorida keltirilgan misollardan shuni xulosa qilib aytish mumkin, absolyut qattiq jismlar mexanikasida absolyut qattiq jismlar ustuvorligi unga ta'sir etuvchi kuchga bog'liq emas ekan.

Deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar mexanikasida konstruktsiya elementlariga ta'sir etuvchi kuchlarning qiymati ustuvorlikning muvozanat holati turini belgilovchi asosiy omillardan biri hisoblanadi.

Konstruktsiya elementlari muvozanat holatining ustuvor bo'lishini ta'minlash uchun ingichka sterjenlar muvozanat holatining buzilish sabablarini o'rganish maqsadida quyidagi misolni ko'rib chiqamiz.

Misol sifatida bir uchi qistirib mahkamlangan, erkin uchi ko'ndalang, kesimi og'irlik markaziga asta-sekin o'suvchi bo'ylama siquvchi kuch qo'yilgan to'g'ri o'qli ingichka sterjenning muvozanat holatini qarab chiqamiz (5.2,a-chizma).

Birinchi hol. Bo'ylama siquvchi kuchning kichik qiymatida, sterjen o'zining to'g'ri chiziqli muvozanat holatida bo'ladi. Unga birorta tasodifiy gorizont turtki bilan ta'sir etganimizda ham, u bir ozgina egilib qisqa vaqt tebranib, yana o'zining dastlabki to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga qaytadi. Siquvchi kuchni orttirib, nihoyat uni shunday qiymatga yetkazish mumkinki, natijada siqilgan ingichka to'g'ri o'qli sterjen, o'zining to'g'ri chiziqli muvozanat holatini saqlab tura olmaydi, chunki u tasodifiy sabablarga ko'ra biror tomonga egiladi.



5.2-chizma. To'g'ri o'qli siqilgan ingichka sterjenning muvozanat holati.

Qaralayotgan siqilgan sterjenga kichik ko'ndalang turtki bersak, u biroz egilib o'zining dastlabki to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga darhol qaytib keladi. Unda sterjenning to'g'ri chiziqli muvozanat holati ustuvor holat deb ataladi.

Ikkinchi hol. Siquvchi kuchning qiymatini sekin-asta oshira borish yo'li bilan shunday bir qiymatini topish mumkin, siquvchi kuchning bu qiymatida ko'ndalang turtki berilsa ham, sterjen egilib o'zining

dastlabki to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga qaytmasdan, egri chiziqli muvozanat holatida ustuvor bo'lib qoladi. Agar sterjen o'zining dastlabki to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga qaytarib keltirilsa, u bu holatida ham ustuvor bo'ladi. Bunda sterjenning muvozanat holati *be-farq holat* deb ataladi (5.2,b-chizma).

Bu misollardan xulosa qilib aytish mumkinki, sterjenning ham to'g'ri chiziqli, ham egri chiziqli muvozanat holati ustuvor bo'lgan vaqtga to'g'ri keluvchi siquvchi kuch *kritik kuch* deb ataladi va u F_{kr} bilan belgilanadi.

Uchinchi hol. Siquvchi kuch qiymatini befarq holatga to'g'ri keluvchi kritik kuch qiymatidan biroz orttirilsa, sterjen katta deformatsiya hosil qilib, o'z ustuvorligini yo'qotadi. Siqilgan sterjenning bunday holati *noustuvor holat* deb ataladi (5.2,d-chizma).

Sterjenlarning siquvchi bo'ylama kuch ta'sirida to'g'ri chiziqli muvozanat holatidagi ustuvorligini yo'qotishi sababli egilishi *bo'ylama egilish* deb ataladi. Sterjenning egilishi natijasida eguvchi moment hosil bo'ladi. Siquvchi kuchdan hosil bo'lgan kuchlanishga egilishdan hosil bo'lgan kuchlanish qo'shiladi va natijada, sterjenning to'satdan yemirilishiga sabab bo'ladi.

Kritik kuch ta'sirida elastik muvozanat holat ustuvorligini yo'qotish faqat siqilgan sterjenlar uchun xos bo'lib qolmasdan, balki konstruksiyalarning boshqa turdagi halqa, rama, plastinka, qobiq kabi elementlarida ham uchraydi.

Konstruksiya elementlarini ustuvorlikka to'g'ri hisoblashning qanchalik dolzarb vazifa ekanligini quyidagi tarixiy ma'lumotlardan ham ko'rish mumkin. Adabiyotlardan ma'lumki, inshootlarni ustuvorlikka noto'g'ri hisoblash natijasida ular yemirilib, ko'pgina baxtsiz voqealar yuz bergan. Masalan: Shveytsariyaning Menxenshteyn qishlog'idagi ko'priksida 1891-yil may oyida bo'lgan fojia siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka to'g'ri hisoblash naqadar zarur va muhimligini ko'rsatuvchi tarixiy dalildir. Baxtsiz voqea yuz berganda ko'priksidan parovoz o'tib ulgurgan edi, lekin daryoga qulagan vagonlar uni ham tortib ketgan. Natijada 74 kishi vafot etgan va 200 dan ortiq kishi turli jarohatlar olgan [12].

1907-yilda AQSHda Shimoliy Lavrentiya daryosiga qurilgan, bosh prolyoti 549 m bo'lgan konsol sistemali katta ko'priks ag'darilib tushgan. Halokat natijasida 74 kishi halok bo'lgan va 9 ming tonna metall konstruksiya butunlay ishdan chiqib suv ostiga cho'kib ketgan.

Kvebek ko'prigini qurishda siqilgan yig'ma sterjenlarning ustuvorlikka noto'g'ri hisoblanishi natijasida ulkan fojiali halokat ro'y bergan. Shunisi e'tiborga loyiqki, bu voqeadan 9 yildan keyin, 1916 yilda o'sha joyda o'sha sxema bo'yicha yangi Kvebek ko'prigini qurish nihoyasiga yetkazildi, baxtga qarshi ikkinchi marta ham ko'priks halokatga uchradi, chunki u vaqtlarda siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka hisoblash nazariyasi mukammal emas edi.

Demak, bo'ylama egilish xavfli bo'lib, unga yo'l qo'yib bo'lmaydi. Bulardan shunday xulosa kelib chiqadiki, sterjenning o'lchamlari shu sterjen materialining xarakteristikallari va unga ta'sir etuvchi siquvchi kuch va boshqa omillar orasida shunday munosobatlarni topish lozimki, toki siqilgan sterjenning bo'ylama egilish xavfsizligi ta'minlansin. Shunday qilib, sterjenga qo'yilgan siquvchi kuch kritik kuchdan bir necha marta kichik bo'lishi shart ekan.

Siqilgan sterjenlarning xavfsiz ishlashini ta'minlash uchun ruxsat etilgan kuch kritik kuchdan yetarlicha kichik bo'lishi shart:

$$[F] = \frac{F_{kr}}{n_u} \quad (5.1)$$

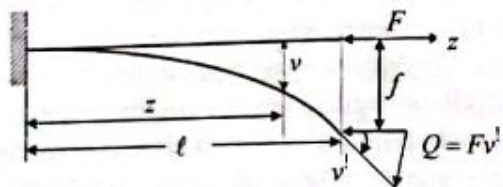
Bunda $[F]$ – ruxsat etilgan kuch; F_{kr} – kritik kuch; $[n_u]$ – sterjen bikirilgiga bog'liq bo'lib, har xil materiallar har xil qiymatlarni qabul qiluvchi normal ustuvorlikning ehtiyotlik koeffitsienti.

Amaliyotda ustuvorlik uchun $[n_u]$ ehtiyotlik koeffitsienti, mustahkamlik uchun ehtiyotlik $[n]$ koeffitsientiga nisbatan kattaroq qabul qilinadi.

5.2-§. Siqilgan sterjen ustuvorligining differensial tenglamasi

Bir uchi qistirib mahkamlangan ikkinchi erkin uchi ko'ndalang kesimi og'irlik markaziga sekin-asta o'suvchi siquvchi kuch F qo'yilgan to'g'ri o'qli ingichka sterjen muvozanat holatini tekshiramiz (5.3-chizma). Siquvchi kuchning kichik qiymatida, sterjen o'zining to'g'ri chiziqli muvozanat holatini saqlaydi. Kuchning qiymatini asta-

sekin orttira borib, nihoyat uni shunday kritik qiymatga yetkazish mumkinki, natijada siqilgan ingichka to'g'ri o'qli sterjen to'g'ri chiziqli muvozanat holatini saqlab tura olmaydi, chunki u tasodifiy sabablarga ko'ra bikirligi kichik tekislikda egiladi. Shuning uchun ham qaralayotgan sterjenga kichik ko'ndalang kuch bilan turtki berilsa, sterjen egilib o'zining avvalgi to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga qaytmasdan egri chiziqli muvozanat holatida ustivor bo'lib qoladi. Agar sterjen o'zining avvalgi to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga keltirilsa, bu holatda ham ustivor bo'ladi.



5.3-chizma. Bir uchi qistirib mahkamlangan erkin uchi bilan siqilgan sterjenning muvozanat holati.

Ko'chish miqdorini kichik deb qarab siqilgan sterjen uchun ustivorlik differensial tenglamasini keltirib chiqaramiz. Sterjen ustivorligini yo'qotishda uning ixtiyoriy kesimidagi solqiligini $v(z)$ bilan belgilaymiz va uning maksimal miqdorini f ga teng deb qabul qilamiz (5.4-chizma). Bo'ylama kuch bilan ko'chish o'rtasidagi bog'lanish chiziqli o'zgaradi deb qabul qilamiz.

Fikran, sterjendan uzunligi $\ell - z$ bo'lgan kesib olingan elementning tashqi va ichki kuchlar ta'sirida muvozanatda bo'lishi shartidan foydalanamiz, ya'ni barcha kuchlardan olingan momentlarning algebraik yig'indisini nolga tenglaymiz:

$$M + M^* = 0. \quad (5.2)$$

5.4-chizma. Siqilgan sterjen elementning muvozanat holati.

Bunda bo'ylama F kuchdan olingan sirtqi M^* moment quyidagi miqdorni qabul qiladi:

$$M^* = F(f - v) \quad (5.3)$$

Siqilgan sterjenning egilishi natijasida, sterjen ichki kuchidan hosil bo'lgan eguvchi moment M . U sterjen o'qi egriligi bilan

$$\chi = \frac{1}{\rho} \frac{d^2 v}{dz^2} \quad (5.4)$$

quyidagicha bog'langan:

$$M = -EI_{\min} \chi. \quad (5.5)$$

Bunda $I_{\min}$ sterjen ko'ndalang kesimining eng kichik inersiya momenti m^4 ;

E elastiklik moduli, kN/m^2 ;

$EI_{\min}$ ustivorlikni yo'qotish holatidagi sterjen ko'ndalang kesimi bikirlik, kNm^2 .

Yuqoridagi (5.2)-(5.5) ifodalarni e'tiborga olib, sterjen ustivorligining ikkinchi tartibli differensial tenglamasini hosil qilamiz:

$$\frac{d^2 v}{dz^2} + k^2 v = k^2 f. \quad (5.6)$$

Bu tenglamada quyidagicha belgilash kiritilgan:

$$k^2 = \frac{F}{EI_{\min}}. \quad (5.7)$$

(5.6) tenglama bir jinsli bo'lmagan differensial tenglama bo'lib, uning umumiy yechimi

$$\frac{d^2 v}{dz^2} + k^2 v = 0 \quad (5.8)$$

bir jinsli tenglamaning yechimi va birorta bir jinsli bo'lmagan tenglamaning xususiy yechimlari yig'indisidan iborat bo'ladi.

Bir jinsli bo'lgan tenglamaning umumiy yechimini quyidagi ko'rinishda izlaymiz:

$$v = e^{sz}. \quad (5.9)$$

Xarakteristik tenglamasidan

$$s^2 + k^2 = 0 \quad (5.10)$$

xarakteristik sonlarni aniqlaymiz:

$$s = \pm ik. \quad (5.11)$$

Unda bir jinsli bo'lmagan tenglamaning umumiy yechimini quyidagicha ifodalaymiz:

$$v = C_1 \sin kz + C_2 \cos kz + f, \quad (5.12)$$

Bunda f bir jinsli bo'lmagan tenglamaning xususiy yechimi;

C_1, C_2 ixtiyoriy o'zgarmas koeffitsientlar bo'lib, ular sterjen uchlarining mahkamlanish shartlaridan aniqlanadi.

Amaliyotda uchlari turli xil mahkamlangan sterjentlar ko'p uchraydi. Asosan sterjenlar uchun quyidagi to'rt xil mahkamlanish usullari keng tarqalgan:

1. Ikki uchi sharnirli mahkamlangan siqilgan sterjenlar.
2. Bir uchi qistirib, mahkamlangan ikkinchi erkin uchi bilan siqilgan sterjenlar.
3. Ikki uchi bilan qistirib mahkamlangan siqilgan sterjenlar.
4. Bir uchi qistirib mahkamlangan, ikkinchi uchi sharnirli mahkamlangan siqilgan sterjenlar.

5.3-§. Uchlari sharnirli mahkamlangan siqilgan sterjen ustivorligi. Eyler formulasi

Uchlari bilan sharnirli mahkamlangan ko'ndalang kesimi o'zgaras bo'lgan to'g'ri o'qli siqilgan sterjen uchun kritik kuchni aniqlaymiz. Sterjen ko'ndalang kesim yuzasi og'irlik markaziga siquvchi F kuch qo'yilgan va har doim yuklanish vertikal yo'nalishda bo'lsin.

To'g'ri o'qli siqilgan sterjen, siquvchi F kuchining kichik qiymatida to'g'riligicha qoladi va uning ko'ndalang kesimida $\sigma = F/A$ kuchlanish hosil bo'ladi. Siquvchi F kuch birorta aniq qiymatga erishganda, ya'ni kritik qiymatni qabul qilganda, sterjen o'zining kichik bikirlik tekisligida juda kichik egilishi tufayli, egri chiziqli muvozanat holatiga o'tadi (5.5,a-chizma).

5.5,a-chizmadan ko'rinib turibdiki, sterjenning oxirgi $z = \ell$ uchida $f = 0$ ekanligi va unda (5.6) tenglamaning yechimi (5.12) quyidagicha ifodalanadi:

$$v = C_1 \sin kz + C_2 \cos kz. \quad (5.13)$$

Differensial (5.8) tenglamani integrallashdan hosil bo'lgan ixtiyoriy C_1 va C_2 o'zgarmas koeffitsientlarning qiymatlarini sterjen uchlarining mahkamlanish shartlaridan, ya'ni chegara shartlaridan foydalanib aniqlaymiz:

1) $z = 0$ bo'lgan kesimda, solqilik nolga teng $v(0) = 0$, unda (5.13) ifodadan $C_1 \cdot 0 + C_2 \cdot 1 = 0$ bo'ladi;

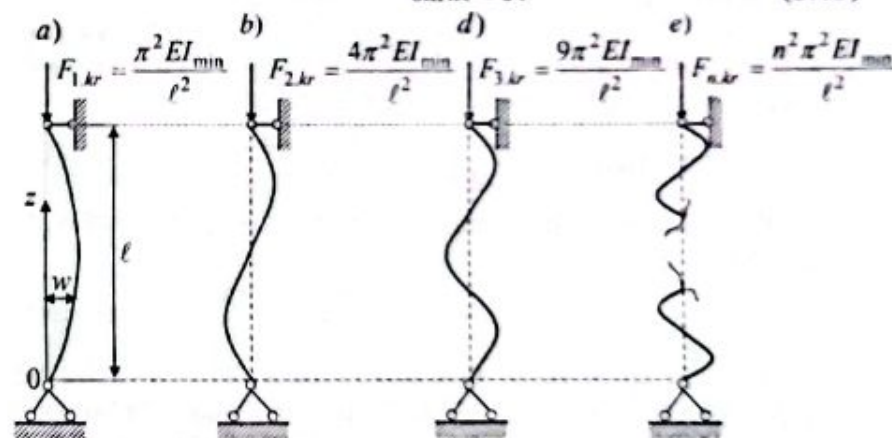
2) $z = \ell$ bo'lgan kesimda, solqilik nolga teng $v(\ell) = 0$, unda (5.13) ifodadan $C_1 \sin k\ell + C_2 \cos k\ell = 0$ bo'ladi.

Bu shartlarning birinchisidan $C_2 = 0$ bo'ladi, unda ikkinchi shartdan quyidagi tenglik hosil bo'ladi:

$$C_1 \sin k\ell = 0 \quad (5.14)$$

Bu shart bajarilishi uchun o'zgarmas C_1 koeffitsient nolga teng bo'lishi lozim. Bu holda solqilik $v = 0$ bo'lib, sterjenning to'g'ri chiziqli holatiga to'g'ri keladi. Bu esa masalaning qo'yilishiga ziddir. Shuning uchun ham quyidagi shart bajarilishi kerak:

$$\sin k\ell = 0. \quad (5.15)$$



5.5-chizma. Sterjenning turli kritik kuchlarga mos keluvchi muvozanat holatlari

Bu shartdan, ya'ni trigonometrik tenglamaning yechimi quyidagiga teng bo'ladi:

$$k\ell = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi \quad (5.16)$$

Bunda n butun son bo'lib, ($n=1,2,3,\dots$) sinusoidaning yarim to'liqlari sonini ifodalaydi.
Yuqoridagi (5.16) ifodani (5.7) formulaga olib borib qo'yib, undan kritik kuchni aniqlaymiz:

$$F_{kr} = \frac{n^2 \pi^2 EI_{\min}}{\ell^2}. \quad (5.17)$$

Bu kritik kuchning eng kichik qiymati $n=1$ bo'lgan holga to'g'ri keladi.

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{\ell^2}. \quad (5.18)$$

Bu formula *Eyler formulasi* deyiladi. Bu formula bilan topilgan kuch *Eyler kuchi* deb ataladi. Eyler kuchi, sterjen ko'ndalang kesimi bikiqligi ($EI_{\min}$) ga to'g'ri proporsional, sterjen uzunligi kvadrati ℓ^2 ga esa teskari proporsionaldir.

Sterjenning $n=1$ kritik kuchga mos keluvchi elastik egri chiziq (5.13) tenglamasiga asosan quyidagicha ifodalanadi:

$$v(z) = C_1 \sin \frac{\pi}{\ell} z. \quad (5.19)$$

Bu yerda C_1 qiymat aniqsizligicha qoladi.

Qaralayotgan masalada $z = \frac{\ell}{2}$ bo'lsa, $C_1 = v\left(\frac{\ell}{2}\right)$ sterjen o'rtasidagi maksimal solqilikqa teng bo'ladi. Unda solqilik funksiyasi quyidagicha ifodalanadi:

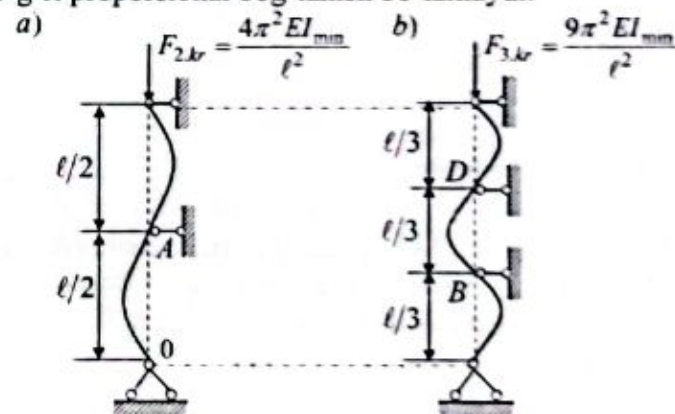
$$v(z) = v\left(\frac{\ell}{2}\right) \sin \frac{\pi}{\ell} z \quad (5.20)$$

Masalada sinusoida yarim to'liqlari soni $n=2$ va $n=3$ bo'lsa, sterjen ikki (5.5,b-chizma) va uch yarim to'liqli sinusoida bo'yicha egiladi (5.5,d-chizma). Kritik kuch qiymatlari quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$\left. \begin{aligned} F_{2,kr} &= \frac{4\pi^2 EI_{\min}}{\ell^2}, & v(z) &= v\left(\frac{\ell}{2}\right) \sin \frac{2\pi}{\ell} z, \\ F_{3,kr} &= \frac{9\pi^2 EI_{\min}}{\ell^2}, & v(z) &= v\left(\frac{\ell}{2}\right) \sin \frac{3\pi}{\ell} z, \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{n,kr} &= \frac{n^2 \pi^2 EI_{\min}}{\ell^2}, & v(z) &= v\left(\frac{\ell}{2}\right) \sin \frac{n\pi}{\ell} z. \end{aligned} \right\} \quad (5.21)$$

Sterjenning har bir kritik kuch miqdoriga tegishli bo'lgan muvozanat holati 5-chizmada keltirilgan.

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki, bo'ylama egilishda deformatsiyaning o'sish jarayoni ko'ndalang egilishdagi deformatsiyaning o'sish jarayonidan tubdan farq qiladi. Ko'ndalang egilishda kuchning o'sishi bilan solqilik sekinlik bilan kuchga to'g'ri proporsional ravishda ortib boradi, ya'ni, masalan, kuch ikki marta ortsa, solqilik ham ikki marta ortadi. Bo'ylama egilishda kuch ortsa ham, sterjen dastlab umuman egilmaydi, siquvchi kuch miqdori kritik kuchdan juda ham kichik miqdorga ortishi bilan kutilmaganda solqilikning juda tez o'sishi kuzatiladi. Shunday qilib, bo'ylama egilishda kuch bilan solqilik orasida to'g'ri proporsional bog'lanish bo'lmaydi.



5.6-chizma. Sterjenning kritik kuchga mos keluvchi muvozanat holatlari.

Demak, shuni aytish mumkinki, 5.5,a-chizmasiga mos keluvchi sterjenning muvozanat holati ustivor bo'ladi. Sterjenning boshqa barcha holatlari noustivor bo'ladi (5.5,b-,d-,e-chizmalar). Sterjenlarning muvozanat holatini tiklash uchun har bir sterjenga tegishli A, B, D kesimlariga qo'shimcha tayanchlar qo'yib erishiladi (5.6-chizma).

5.6-chizmadan ko'rinib turibdiki, ikkinchi $F_{2,kr}$ kritik kuch ta'sir etganda ustuvorlikni yo'qotishda shakli ikkita yarim sinusoida, uchinchi $F_{3,kr}$ kritik kuch ta'sir etganda ustuvorlikni yo'qotishda shakli uchta yarim sinusoida, to'rtinchi kritik kuch ta'sir etganda ustuvorlikni yo'qotishda shakli to'rtta yarim sinusoida bo'yicha ro'y beradi.

5.4-§. Kritik kuchlanish, keltirilgan uzunlik va egiluvchanlik

Ko'ndalang kesimi og'irlik markaziga qo'yilgan bo'ylama kuchdan siqilgan to'g'ri o'qli elastik sterjenga ko'ndalang turtki ta'sir qilmasa, siqilgan sterjen kritik holatida ham o'zining to'g'ri chiziqli muvozanat holatini saqlaydi. Kritik kuch (4.5) ifodasining har ikkala tomonini sterjen ko'ndalang kesimi yuzasi A bo'lib, unda kritik kuchlanish uchun quyidagi formulani hosil qilamiz:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{A(\mu\ell)^2} = \frac{\pi^2 E}{\frac{A}{I_{\min}}(\ell_{kel})^2} \quad (5.22)$$

bunda keltirilgan uzunlik ko'effitsienti:

$$\mu = \frac{1}{n}, \quad (5.23)$$

keltirilgan yoki erkin uzunlik:

$$\ell_{kel} = \mu\ell, \quad (5.24)$$

Sterjenlar erkin uzunligi va keltirilgan uzunlik ko'effitsienti tushunchalari 1892 yil F.S.'Yasinskiy tomonidan kiritilgan.

Sterjen ko'ndalang kesimi minimal inersiya radiusi quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}, \quad (5.25)$$

Sterjen ko'ndalang kesimining brutto yuzi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$A = A_{brutto}, \quad (5.26)$$

Sterjenning egiluvchanligi deb ataluvchi birliksiz miqdor quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\lambda = \frac{\mu\ell}{i_{\min}} = \frac{\ell_{kel}}{i_{\min}}, \quad (5.27)$$

Kritik kuchlanish (5.22) formulasini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{(\ell_{kel}/i_{\min})^2} \quad (5.28)$$

5.5-§. Eyler formulasini tatbiq etish chegarasi

Eyler formulasini keltirib chiqarish elastik sterjenning egri chiziqli differensial tenglamasini qo'llashga asoslangan edi. Buni e'tiborga olsak, Eyler formulasidan foydalanish mumkin bo'ladi, agar Guk qonuni o'z kuchiga ega bo'lsa, ya'ni kritik kuchlanish proporsionallik chegarasidan katta bo'lmagan holda:

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kp}}{A} \leq \sigma_{p.ch}. \quad (5.29)$$

Sterjenning egiluvchanligi (5.27) ifodani e'tiborga olib, (5.28) formulani quyidagicha ifodalaymiz:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}. \quad (5.30)$$

Demak, bundan ko'rinadiki, siqilgan sterjenlarda kritik kuchlanish materialning elastik xarakteristikasi E ga to'g'ri proporsional va sterjen λ egiluvchanligi kvadratiga teskari proporsional ekan.

Yuqoridagi (5.29) shartni e'tiborga olib, kritik (5.30) kuchlanishni proporsionallik chegarasiga tenglab, sterjen egiluvchanligining chegaraviy qiymatini aniqlaymiz:

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{p.ch}}}. \quad (5.31)$$

Bu tengsizlikning o'ng tomoni Eyler formulasidan foydalanish mumkin bo'lgan sterjen egiluvchanligining eng kichik miqdorini ifodalaydi va u chegaraviy egiluvchanlik deb atalib, quyidagicha ifodalanadi:

$$\lambda_{ch} \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{p, ch}}} \quad (5.32)$$

Chegaraviy egiluvchanlik faqat materialning fizik-mexanik xossalari: sterjen elastiklik moduli va proporsionallik chegarasiga bog'liq.

Eyler formulasini tatbiq etish chegarasi (5.31) ni (5.32) ifodani e'tiborga olib, quyidagicha ifodalanadi:

$$\lambda \geq \lambda_{ch} \quad (5.33)$$

Shunday qilib, siqilgan sterjen kritik kuchini aniqlashda Euler formulasini tatbiq qilish mumkin, agar uning egiluvchanligi chegaraviy egiluvchanligidan katta bo'lsa.

Demak, $\lambda \geq \lambda_{ch}$ bo'lsa, kritik kuchni aniqlashda Euler formulasidan foydalanamiz, lekin $\lambda < \lambda_{ch}$ bo'lsa, Euler formulasini amalda tatbiq qilib bo'lmaydi.

Siqilgan sterjen materiali po'lat 3 elastiklik moduli $E = 2.1 \cdot 10^7 \text{ H/cm}^2$, proporsionallik chegarasi $\sigma_{p, ch} = 20000 \text{ H/cm}^2$, $\pi = 3.14 \approx 10$ bo'lsa, Euler formulasini tatbiq qilish mumkin bo'lgan chegarani (5.32) formuladan aniqlaymiz:

$$\lambda_{ch} \geq \sqrt{\frac{10 \cdot 2.1 \cdot 10^7}{20000}} = 100.$$

Xuddi shuningdek, boshqa materillardan yasalgan sterjenlar uchun ham Euler formulasini tatbiq qilish chegaralari aniqlangan va u 5.1-jadvalda keltirilgan.

Buni grafikda ham tasvirlash mumkin, koordinata o'qiga proporsionallik chegarasi $\sigma_{p, ch}$ qiymatini qo'yib, abssissa o'qiga parallel to'g'ri chiziq o'tkazsak, u Euler giperbolasi bilan abssissasi λ_{ch} bo'lgan M nuqtada kesishadi.

Chizmada M nuqtadan chapda Euler giperbolasi uzlukli chiziq bilan chizilgan qismida kuchlanishning miqdori proporsionallik chegarasidan oshib ketadi, bu esa Euler formulasini tatbiq etish shartidan foydalanib bo'lmazligini ko'rsatadi (5.7-chizma).

5.1-jadval

		λ_{ch}	a	b
			MPa	
1	Po'lat 2, 3	100	310	1,14
2	Po'lat 5	100	464	3,26
3	Po'lat 40	90	321	1,16
4	Kremli po'lat	100	589	3,82
5	Yog'och (sosna)	110	29,3	0,194
6	Cho'yan	80	776	12,00

O'tkazilgan barcha tajribalar shuni ko'rsatadiki, qisqa sterjenlar egiluvchanligi $\lambda = 30 - 40$ bo'lganda yuk ko'tarish qobiliyatini yo'qotadi, to'g'ri chiziqli ustivorlik holatining buzilishi tufayli emas, balki siqilishda material mustahkamligining buzilishi uning uchun xavfli bo'lgan σ_{xohfi} kuchlanishga yetganda (plastik $\sigma_{xohfi} = \sigma_T$, mo'rt $\sigma_{xohfi} = \sigma_m$ materiallar uchun) bo'ladi.

Elastiklik chegarasidan keyin kritik kuchlanishni aniqlash uchun Tetmayer-Yasinskiylar tomonidan quyidagi empirik formula taklif qilingan:

$$\sigma_{kr} = a - b\lambda^2 \quad (5.34)$$

Bu ifodada a va b materiallarning xossasiga bog'liq koeffitsientlar bo'lib, ular tajribalar asosida aniqlanadi. Ba'zi bir materiallar uchun a va b materiallarning xossasiga bog'liq bo'lgan koeffitsientlar quyidagi 5.1-jadvalda keltirilgan.

Cho'yan sterjenlarning siqilishida kritik kuchlanish quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\sigma_{kr} = a - b\lambda + c\lambda^2 \quad (5.35)$$

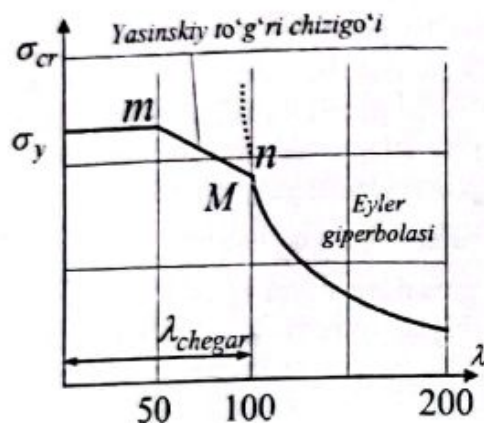
Po'lat 3 materiali uchun kritik kuchlanishning egiluvchanlikka bog'liqligini ifodalovchi to'liq grafik keltirilgan (5.7-chizma).

Sterjenning o'rtacha egiluvchanlik $100 \leq \lambda \leq 200$ sohasida Euler giperbolasi chizilgan. O'rtacha egiluvchanlikka ega bo'lganda, ya'ni $40 \leq \lambda \leq 100$ oralig'ida bo'lgan sohada, (5.34) ifoda asosida kritik kuchlanish bilan egiluvchanlik orasidagi bog'lanish grafigi Yasinskiy to'g'ri chizig'ini tasvirlaydi. Bu sohada sterjen elastik-plastik deformatsiyalanib, ustuvorligini yo'qotadi. Egiluvchanlik $\lambda \leq 40$ bo'lganda

sohada kritik kuchlanish bilan egiluvchanlik orasidagi bog'lanish grafigi gorizontaal to'g'ri chiziqni ifodalaydi. Bu sohada oddiy siqilish bo'lib, xavfli holati siquvchi kuchlanish oquvchanlik chegarasiga tenglashganda hosil bo'ladi.

Kritik kuchlanish bilan egiluvchanlik orasidagi bog'lanish grafigining o'tish m va n nuqtalarida keskin sinish bo'lmasligi uchun chiziqli bo'lmagan sohada kritik kuchlanish parabola qonuni bo'yicha o'zgaruvchi Djonsonning empirik formulasidan foydalanish lozim:

$$\sigma_k = \sigma_0 - \alpha \lambda^2. \quad (5.36)$$



5.7-chizma. Kritik kuchlanish bilan egiluvchanlik orasidagi bog'lanish grafigi.

Bunda $\lambda = 0$ bo'lsa $\sigma_k = \sigma_0$ bo'ladi, $\lambda = \lambda_{cheg}$ bo'lsa $\sigma_k \approx \sigma_{p.p}$ bo'ladi. Unda α koeffitsient Djonson parabolasi bilan Eylar parabolasi silliq tutashish shartidan tanlanadi. Oquvchanlik chegarasi $\sigma_{oq} = 28000 \text{ H/cm}^2$ bo'lgan qurilish po'lat uchun $\alpha = 0,09$ teng bo'ladi.

Egiluvchanlik $0 \leq \lambda \leq \lambda_{ch}$ chegarada bo'lganda, elastic-plastik sohada deformatsiyalanib, ustivorlikni yo'qotadi. Bu masala nazariy va tajriba yo'li bilan tekshirib hal qilinadi.

5.6-§. Elastik-plastik sohada ustivorlikni nazariy tekshirish. Yassinskiy-Karman kritik kuchi

Eylar formulasi bilan aniqlanuvchi kritik kuch yillar davomida tajribalar asosida tekshirib ko'rilgan, natijada shunday xulosaga kelinganki, tajribaga nisbatan Eylar formulasi juda ham ortiqcha natijalar beradi. Lekin keyinchalik, bu tajribalar sterjen egiluvchanligi chegaraviy qiymatidan kichik $\lambda \leq \lambda_{ch}$ bo'lganda, ya'ni material proporsionallik chegarasidan keyin o'tkazilgani ma'lum bo'ldi. Siqilgan sterjen λ egiluvchanligini material proporsionallik chegarasidan oshmagan sohada qiymati olinganda, nazariy natijalar, ya'ni Eylar kuchi tajriba natijalari bilan mos kelishi aniqlangan.

Shunday qilib, elastiklik chegarasidan keyin kritik kuchni nazariy yo'l bilan aniqlash muammosi tug'ildi.

Siqilgan sterjenlarda kritik kuchlanish material proporsionallik chegarasidan oshganda ustivorlik masalasi nazariy yechimini birinchi bo'lib 1889 yil F.Engesser aniqladi. Ya'ni F.Engesser tomonidan shunday fikr yuritildiki, Eylar formulasidagi elastiklik modulini urinma modul bilan almashtirishi mumkin degan taklif kiritildi. F.Engesser quyidagi formulani taklif etgan:

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E_1}{\lambda^2}, \quad (5.37)$$

Bu yerda E_1 o'zgaruvchi elastiklik moduli bo'lib, elastiklik chegarasidan keyin siqilish diagrammasi egri chizig'iga o'tkazilgan urinmaning tangensi bilan aniqlanadi. Urinma modul $E_1 = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \epsilon}$ diagrammaning ko'rinishiga hamda ustivorlikni yo'qotish vaqtidagi kritik kuchlanish miqdoriga bog'liq.

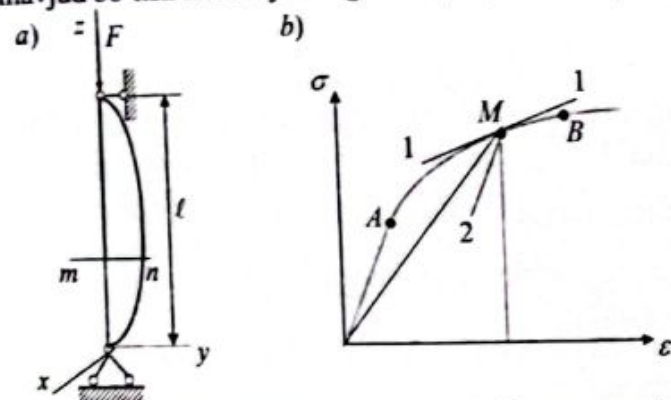
Bu usul bilan hisoblab topilgan yuk urinma modul nazariyasi deb ataldi.

Ammo elastiklik modulini urinma modul bilan almashtirish nazariy jihatdan asoslanmaganligi uchun F.Engesser tomonidan kashf qilingan (5.37) formulaning noto'g'ri ekanligini professor F.Yassinskiy ko'rsatib, u ustivorlikni yo'qotish vaqtida va sterjen o'qining egilishida nafaqat siquvchi kuchlanish, balki qo'shimcha cho'zuvchi

kuchlanish ham hosil bo'lishini e'tiborga olmaganligini ham ko'rsatadi.

F.Yasinskiy o'z e'tirozini e'tiborga olib, 1894-yil bir-biriga bog'liq bo'lmagan holda 1909-yil T.Karman bilan urinma modul o'miga keltirilgan modulni E_{kel} kiritdi.

Ustivorlikka egiluvchanligi chegaraviy qiymatidan kichik $\lambda \leq \lambda_{ch}$ bo'lganda proporsionallik chegarasida hisoblash o'z kuchini yo'qotadi, chunki bu holda ustivorlikni yo'qotguncha siquvchi kuch sterjenda plastik deformatsiya hosil qiladi, ustivorlikni yo'qotish jarayoniga o'z hissasini qo'shadi, to'g'ri chiziqli holatdan egri chiziqli muvozanat holatga o'tadi. Masalani elastiklik chegarasidan keyin echish tubdan farq qiladi, chunki sterjen ustivorlikni yo'qotish jarayonida siquvchi kuch doimiy va o'zgaruvchi (ortuvchi yoki kamayuvchi) bo'ladi. Kritik kuch 'Yasinskiy-Karman nazariyasi bo'yicha $F = const$ o'zgaras deb faraz qilib izlanadi. Faraz qilaylik, to'g'ri o'qli siqilgan sterjen deformatsiyasi elastiklik chegarasidan tashqariga chiqdi va kuchning $F = F_{kr}$ qiymatida dastlabki to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga juda ham yaqin bo'lgan egilgan muvozanat holati shakllari mavjud bo'lish imkoniyati tug'iladi (5.8,a-chizma).



5.8-chizma. Sterjen materialining siqilish diagrammasi.

Elastiklik chegarasidan keyin materiallar ustida o'tkazilgan tajribalar shuni ko'rsatadiki, yukning ortishi aktiv jarayon bo'lib, materialning holatini belgilovchi M nuqta $\sigma - \epsilon$ diagrammasidagi B nuqtaga qarab siljiydi (5.8,b-chizma). Agar yuksizlantirilsa, unda yuksizlanish jarayonida materialning holatini belgilovchi M nuqta

$M/2$ to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi $0.4 M/2$. Shunday qilib, o'suvchi deformatsiyada:

$$\Delta \sigma_1 = E_1 \Delta \epsilon. \quad (5.38)$$

Kamayuvchi deformatsiyada:

$$\Delta \sigma_2 = E_2 \Delta \epsilon. \quad (5.39)$$

Bunda $E_1 = E_r$ sterjen kesimining botiq yuklanish qismidagi urinma moduli;

E_2 sterjen kesimining qavariq yuksizlanish qismidagi elastiklik moduli;

$\Delta \epsilon$ deformatsiyaning kichik orttirmasi.

Bo'ylama siqilgan sterjenda kuchlanish va deformatsiya manfiy bo'ladi. Egilgan sterjen muvozanat holatini qaraymiz (5.8,a-chizma) botiq tomonida deformatsiya o'sishi ro'y beradi, ya'ni $\Delta \epsilon < 0$ deformatsiya M nuqtada $\epsilon_M < 0$ bo'lgani uchun, qavariq tomonida esa $\Delta \epsilon > 0$ bo'ladi. Ko'ndalang kesim ikki: yuklanish va yuksizlanish qismlariga bo'linadi.

Tekis kesim gipotezasi asosida deformatsiyaning kichik orttirmasi botiq va qavariq qismlari uchun quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\Delta \epsilon = -\frac{d^2 v}{dz^2} y_1. \quad (5.40)$$

Kuchlanishlar epyurasining kesim balandligi bo'yicha o'zgarish qonuni 5.9-chizmada ko'rsatilgan yuklanish va yuksizlanish qismlarida elastiklik moduli turlicha bo'lgani uchun kuchlanish epyurasida sinish ro'y beradi. Siqilgan va cho'zilgan sohalaridagi kuchlanishlar mos ravishda quyidagilarga teng bo'ladi, ya'ni

$$\sigma_2 = \sigma_M - E_2 \frac{d^2 v}{dz^2} y_2; \quad \sigma_1 = \sigma_M - E_1 \frac{d^2 v}{dz^2} y_1. \quad (5.41)$$

Bo'ylama kuchlarning muvozanat tenglamasi:

$$F + \iint_A \sigma dA = 0; \quad \text{yoki} \quad F + \sigma_M A - \frac{d^2 v}{dz^2} (E_2 S_2 + E_1 S_1) = 0. \quad (5.42)$$

Bunda S_1 mos ravishda aa o'qqa nisbatan A_1 yuzaning statik momenti. Dastlabki muvozanat holat uchun $F + \sigma_M A = 0$ bo'lganligi sababli

$$(E_2 S_2 + E_1 S_1) = 0, \quad (5.43)$$

ga teng bo'lishi shart.

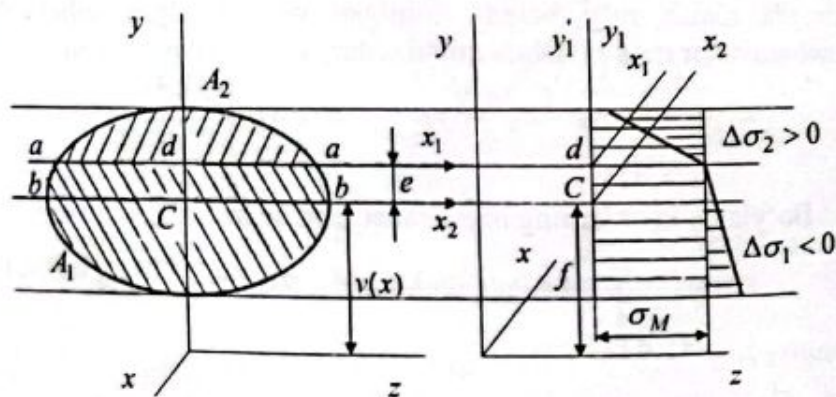
Koordinata $0z$ o'qiga parallel bo'lgan, bb chiziq bo'ylab ko'ndalang kesim og'irlik markazidan o'tuvchi Cx_2 o'qni o'tkazamiz. Bu o'qqa nisbatan markaziy bo'lmagan kuchlarning eguvchi momenti quyidagiga teng bo'ladi:

$$M_{x_2} = \iint_A \sigma(y_1 + e) dA = -\frac{d^2 v}{dz^2} \left\{ E_2 \iint_{A_2} y_1(y_1 + e) dA + E_1 \iint_{A_1} y_1(y_1 + e) dA \right\} = -\frac{d^2 v}{dz^2} \{ E_2 I_2 + E_1 I_1 + e(E_2 S_2 + E_1 S_1) \}. \quad (5.44)$$

Yuqoridagi (5.43) shartni e'tiborga olsak, eguvchi moment ifodasi quyidagiga teng bo'ladi:

$$M_{x_2} = -(E_2 I_2 + E_1 I_1) \frac{d^2 v}{dz^2}. \quad (5.45)$$

Bunda A_1 yuzaning inersiya momenti I_1 , A_2 yuzaning $0x_1$ o'qiga yoki aa o'qiga nisbatan inersiya momenti I_2 .



5.9-chizma. Sterjenning ko'ndalang kesim yuzasi.

Moment ifodasi (5.45) ni e'tiborga olsak, sterjen egilgan o'q differensial tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$(E_2 I_2 + E_1 I_1) \frac{d^4 v}{dz^4} - F \frac{d^2 v}{dz^2} = 0.$$

Yoki

$$\frac{d^4 v}{dz^4} - \frac{F}{E_{kel} I_z} \frac{d^2 v}{dz^2} = 0. \quad (5.46)$$

Bunda

$$E_{kel} = \frac{E_1 I_1 + E_2 I_2}{I}, \quad (5.47)$$

Bu (5.47) munosabatga keltirilgan elastik moduli deb ataladi.

I_1 sterjen botiq yuklanish qismidagi kesimning neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti;

I_2 sterjen qavariq yuksizlanish qismidagi kesimning neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti;

I sterjen kesim yuzining neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti.

Yuqorida keltirilgan formuladagi modullar E_1 va E_2 bir biridan farq qilganligi uchun yuklanish va yuksizlanish qismlarini ajratuvchi neytral o'q kesim og'irlik markazidan o'tmaydi. Neytral o'qning holati sterjen kesimi shakliga va kritik kuchlanish miqdoriga bog'liq. Turli shakldagi ko'ndalang kesimlar uchun (5.47) keltirilgan elastiklik moduli turlicha bo'ladi.

Ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchak bo'lgan kesim uchun keltirilgan modul ifodasi tekis kesim gipotezasi asosida (5.47) formuladan keltirib chiqarishi mumkin (5.10-chizma). (5.43) shartdagi S_1 va S_2 mos yuzalarning neytral o'qqa nisbatan statik momentlarini bildiradi, shuning uchun quyidagini yoza olamiz:

$$S_{kel} = \left(\frac{E_2}{E_1} S_2 + S_1 \right) = 0. \quad (5.48)$$

Siqilgan va cho'zilgan qismlarining statik momentlari mos ravishda quyidagilarga teng bo'ladi:

$$S_1 = \frac{bh_1^2}{2}; \quad S_2 = \frac{bh_2^2}{2}. \quad (5.49)$$

Keltirilgan statik moment (5.48) nolga tengligidan, ya'ni:

$$S_{kel} = \frac{bh_1^2}{2} - \frac{E_2}{E_1} \frac{bh_2^2}{2} = 0, \quad (5.50)$$

Yoki

$$h_1 \sqrt{E_1} = h_2 \sqrt{E_2}. \quad (5.51)$$

Balandliklar orasida $h_2 = h - h_1$ bog'lanish bo'lganligi sababli yuqoridagi (5.51) tenglikdan h_1 balandlikni quyidagi formula orqali ifodalash mumkin:

$$h_1 = \frac{\sqrt{E_2}}{\sqrt{E_1} + \sqrt{E_2}} h, \quad h_2 = \frac{\sqrt{E_1}}{\sqrt{E_1} + \sqrt{E_2}} h. \quad (5.52)$$

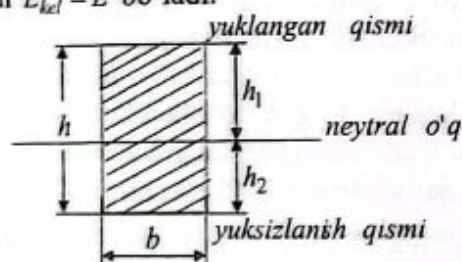
To'g'ri to'rtburchakli kesim uchun keltirilgan elastiklik modulini (5.47) aniqlaymiz:

$$E_{kel} = \frac{E_1 I_1 + E_2 I_2}{I} = E_1 \frac{bh_1^3/3}{bh^3/12} + E_2 \frac{bh_2^3/3}{bh^3/12} = 4 \left[E_1 \left(\frac{h_1}{h} \right)^3 + E_2 \left(\frac{h_2}{h} \right)^3 \right]. \quad (5.53)$$

Bu ifodadagi (5.52) ni keltirib qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$E_{kel} = \frac{4E_1 E_2}{(\sqrt{E_1} + \sqrt{E_2})^2}. \quad (5.54)$$

Bu (5.54) formulalardan ko'rinadiki, agar $E_1 = E_2 = E$ bo'lsa, keltirilgan modul $E_{kel} = E$ bo'ladi.



5.10-chizma. To'g'ri to'rtburchakli ko'ndalang kesimi.

Keltirilgan modulning E_{kel} izlanayotgan kritik kuchlanishga bog'liq bo'lgani uchun hisoblash ishlari katta qiyinchiliklar tug'diradi.

Engesseming urinma modul nazariyasi bu davrga kelib xato deb hisoblandi. Lekin nazariya bilan tajriba orasidagi farq yangi nazariya foydasiga emas, balki tajribalar natijasi sistematik ravishda

keltirilgan modul nazariyasiga nisbatan kritik kuchning kichik miqdorini berishini tasdiqlab, urinma modul nazariyasi bilan mos kelishini ko'rsatadi.

Engesser-Karman formulalari amaliyotda hisoblash ishlarida qo'llanilmadi, chunki u tajribalarda olingan natijalarga qaraganda katta natijalarni berdi.

5.7-§. Engesser-Shenli kritik kuchi

Kritik kuch 'Yasinskiy-Karman nazariyasi bo'yicha siquvchi kuchni $F = const$ o'zgarmas deb faraz qilib kritik kuch aniqlangan. Elastiklik chegarasidan keyin ustivorlik nazariyasining keyingi rivojlanishi 1946-yil Shenli ishlarida o'z aksini topdi. Shenli o'z fikrini real sharoitda ustivorlikni yo'qotish yukning o'sishi bilan ro'y berishiga qaratdi. Siquvchi kritik kuch qiymati ustivorlikni yo'qotishning boshlang'ich holatiga to'g'ri keladi, chunki ustivorlikni yo'qotish jarayonida siquvchi kuch ΔF qiymatga ortadi. Sterjen og'ish vaqtida ikkita yuklanish va yuksizlanish sohalari paydo bo'ladi. Yuksizlanish sohasining chuqurligi sterjenning cheksiz kichik egilish jarayonida ko'ndalang kesimda hosil bo'ladigan ΔM eguvchi moment bilan egilishga sababchi bo'lgan kuchning ΔF orttirmasiga bog'liq bo'ladi (5.11-chizma). Ko'ndalang kesimda hosil bo'lgan ΔM eguvchi moment yuksizlanish sohasining hosil bo'lishiga yordam bersa, kuch ΔF orttirmasi bunga to'sqinlik qiladi.

'Yasinskiy-Karman nazariyasi sterjen og'ish paytida siquvchi kuch o'zgarmasdan, ya'ni ΔF bo'lgan holga mos keladi (5.11, b-chizma).

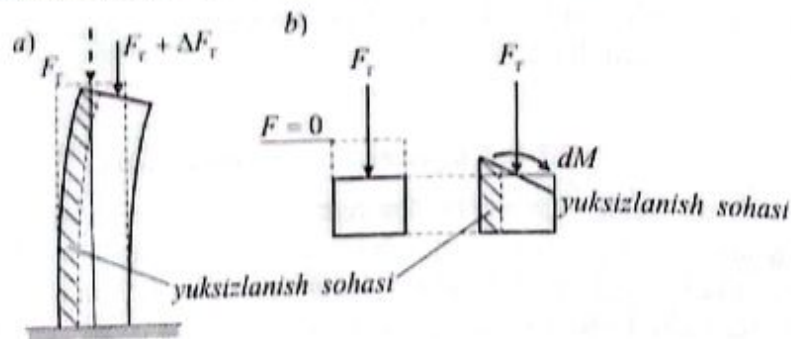
Shenli shunday xulosaga keldiki, siqilgan sterjenning ko'ndalang kesimida yuklanish bo'lishi lozim, ya'ni:

$$\Delta \sigma = E_r \Delta \epsilon. \quad (5.55)$$

Bu holda masalaning yechimi Eyler yechimidan rasman farq qilmaydi, unda quyidagi formulaga kelimiz:

$$F_{kr,sh,e} = \frac{\pi^2 E_r I_{min}}{l^2}, \quad (5.56)$$

Bu nazariy jihatdan Engesser tomonidan asoslangan.



5.11-chizma. Siqilgan sterjen yüksizlanish sohasi.

Egiluvchanligi $\lambda \geq \lambda_{ch}$ bo'lgan sohada quyidagi bog'lanish to'g'ri:

$$\sigma_{kr,e} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}. \quad (5.57)$$

Kuchlanish bilan egiluvchanlik kvadrati orasidagi munosabat koordinata o'qlarida giperboladir, bu Eyler giperbolasi deb atalishi ma'lum.

Egiluvchanligi chegaraviy qiymatidan katta $\lambda \geq \lambda_{ch}$ bo'lgan sohada 'Yasinskiy-Karman va Engesser-Shenli formulalari bilan olingan natijalar Eyler giperbolasidan pastda joylashadi, bunda:

$$F_{kr,sh,e} < F_{kr,yak} < F_{kr,e} \quad \text{yoki} \quad \sigma_{kr,sh,e} < \sigma_{kr,yak} < \sigma_{kr,e}. \quad (5.58)$$

Shenlining bu ishlarida puxtalik bilan qo'yilgan tajribalar natijasida siqilgan sterjenning egilishi urinma modul yukida boshlanishini aniqladi. Buni yangi postulata sifatida qabul qilib, muallif sterjenni kritik holatidan keyin o'zini tutishini katta ko'chishni nazariy analiz qilib, keltirilgan modul yuk asimptota ekanligini ko'rsatadi va unga solqilikning cheksiz katta miqdorida erishishini

aniqladi. Keltirilgan bu analiz kritik kuch to'g'risidagi har ikkala urinma modul va keltirilgan modul tushunchalarini o'z ichiga oladi, lekin ustivorlikni yo'qotish vaqtida materialning yüksizlanish qonuni to'g'risidagi savol, bu ilmiy ish chop qilingandan keyin ham ochiqlicha qoldi.

5.8-§. Siqilgan sterjen elastik-plastik sohasida ustivorlikning yangi nazariyasi

Siqilgan sterjenlarning elastiklik chegarasidan keyin ustivorligini yo'qotish paytida materialning yüksizlanish qonuni to'g'risidagi muammo 2000-yili K.Ismayilov tomonidan quyidagicha talqin qilingan. Elastiklik chegarasidan keyin siqilgan sterjen materiali siqilish diagrammasi egri chiziqli qismidagi birorta M nuqtasining holatini aniqlovchi α burchak tangensi kesuvchi modulni ifodalaydi (5.12,a-chizma).

$$tq\alpha = \psi = \frac{\sigma}{\varepsilon}. \quad (5.59)$$

Siqilgan sterjen M nuqtada yüksizlanishida kuchlanish bilan deformatsiya orasidagi bog'lanish tajribalarning tasdiqlashicha, boshlang'ich oraliqdagi OA to'g'ri chizig'iga taxminan parallel bo'lgan MB to'g'ri chiziq bilan aniqlanmaydi.

Shuning uchun ham yüksizlanish, siqilish diagrammasi egri chiziqli qismidagi M nuqtadan chapda joylashgan MB og'ma to'g'ri chizig'iga o'tishi silliq bo'lib, M nuqta muhim nuqta emas deb qaralgan. Bunday o'tish M nuqtadan chapda joylashgan cheksiz kichik uchastkada birorta MC egri chiziq bo'yicha yuz beradi (5.12,b-chizma). Shunday qilib, MC egri chizig'i umumiy urinmaga ega bo'lsin.

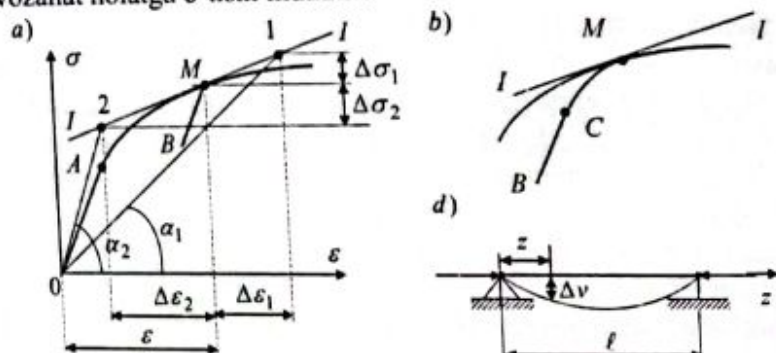
Egri chiziqqa tegishli ikkita nuqta olamiz, bu nuqtalarning birinchisi egri chiziqning yuklanish qismida, ikkinchisi esa cheksiz kichik yüksizlanish qismida yotsin. Gorizont o'q bilan 01 va 02 qiya chiziqlarning hosil qilgan burchak tangensi ψ_1 , ψ_2 kesuvchi modullar bo'lib, ularni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\psi_1 = \epsilon q \alpha_1 = \psi_0 \left[1 - \frac{\Delta \epsilon_1}{\epsilon} \left(1 - \frac{E_r}{\psi_0} \right) \right]; \quad \psi_2 = \epsilon q \alpha_2 = \psi_0 \left[1 - \frac{\Delta \epsilon_2}{\epsilon} \left(1 - \frac{E_r}{\psi_0} \right) \right] \quad (5.60)$$

Bu ifodada E_r urinma modul siqilish diagrammasi egri chizig'ining kritik M_0 nuqtasiga o'tkazilgan urinma bilan gorizontaal orasidagi burchak tangensi belgilangan.

Kesuvchi modul (5.60) ifodalaridan ko'rinadiki, siqilgan sterjenning cheksiz kichik yuklanish (M_0 nuqtadan o'ngda) uchtaskasida ψ kesuvchi modul M_0 nuqtadagi ψ_0 kesuvchi modulga nisbatan kamayishi, cheksiz kichik yuksizlanish (M_0 nuqtadan chapda) uchtaskasida esa ortishi.

To'g'ri o'qli sterjenning markaziy siqilishida siqilish diagrammasidagi M_0 kritik nuqta deb hisoblaymiz, ya'ni sterjenning to'g'ri chiziqli muvozanat holati (bifurkatsiya) ikkilangan holatga o'tadi. Boshqacha aytganda, bu nuqtada kuchlanish va deformatsiya shunday chegaraga yetadiki, unda sterjen o'zining ustivorligini birinchi tur yo'qotadi, uning to'g'ri chiziqli muvozanat holati egri chiziqli muvozanat holatga o'tishi mumkin.



5.12-chizma. Sterjen materiali siqilish diagrammasi.

Sterjen ikkilangan muvozanat holatda deb hisoblaymiz, unda sterjen cheksiz kichik egilgan holatda bo'ladi. Sterjen o'qi cheksiz kichik egrilik $\Delta \chi$ deformatsiyasi bilan egiladi. Sterjen kesimi x koordinata o'qiga simmetrik bo'lsin deb qaraymiz. Tekis kesim gipotezasini e'tiborga olib, egilish natijasida ikki uchburchak ko'rinishida deformatsiyaning o'zgarishi qonunini ko'ramiz, siqilgan qismida deformatsiya musbat deb qabul qilinadi. Aniqlik kiritish

uchun sterjen qavariqligi pastga qarab hosil bo'lsin, unda cheksiz kichik egrilik deformatsiya bilan cheksiz kichik solqilik funksiyasi orasida quyidagi bog'lanish mavjud:

$$\Delta \chi = \frac{d^2 \Delta v}{dz^2} > 0. \quad (5.61)$$

Kesuvchi modul ifodalaridagi bo'ylama deformatsiyalar o'miga $\Delta \chi \cdot z$ qiymatini qo'yib, kesuvchi modul umumiy ko'rinishdagi bitta formulaga keltiriladi:

$$\psi = \psi_0 \left[1 + \frac{\Delta \chi \cdot z}{\epsilon_0} \left(1 - \frac{E_r}{\psi_0} \right) \right] \quad (5.62)$$

Siqilgan sterjenning cheksiz kichik egilishdagi to'la bo'ylama deformatsiya va normal kuchlanishni quyidagi formulalar orqali aniqlaymiz:

$$\epsilon = \epsilon_0 - \Delta \chi \cdot z, \quad \sigma = \psi \epsilon = \psi (\epsilon_0 - \Delta \chi \cdot z) \quad (5.63)$$

Bu bog'lanishlar elastiklik chegarasidan keyin siqilgan sterjenning ustuvorlik masalasini tadqiq qilishda asosiy hisoblanadi.

Bizga ma'lumki, elastiklik chegarasidan keyin siqilgan sterjenning cheksiz-kichik egilishida, unga ta'sir etuvchi eguvchi moment ΔM_0 , tashqi kuch F , ko'ndalang kesimidagi eguvchi moment ΔM va bo'ylama kuch N bilan muvozanatda bo'ladi, ya'ni:

$$\Delta M_0 = F \Delta v; \quad \Delta M = \int_A \sigma z dA = \int_A \psi \cdot \epsilon z dA; \quad \Delta N = \int_A \sigma dA = \int_A \psi \cdot \epsilon dA. \quad (5.64)$$

(5.63) formula asosida zo'riqish kuchlarini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$N = \epsilon_0 I_1 - \Delta \chi I_2; \quad \Delta M = \epsilon_0 I_2 - \Delta \chi I_3. \quad (5.65)$$

Bunda $I_1 = \int_A \psi \cdot dA$ sterjenning cho'zilishi-siqilishdagi, $I_2 = \int_A \psi \cdot z dA$

egilishdagi va $I_3 = \int_A \psi \cdot z^2 dA$ sterjenning aralash bikirligi bo'lib, ular

A.A.Ilyushin tomonidan kiritilgan.

Bikirlik ifodalariga kesuvchi modul (5.63) ifodasini qo'yib integrallash natijasida uchta tenglik hosil bo'ladi. Bu tenglamalarning birinchisining o'ng tomonidagi integral kesimning neytral S_x o'qqa nisbatan statik momentini ifodalaydi, shuning uchun ham nolga teng bo'ladi. Ikkinchi tenglikning o'ng qismidagi birinchi integral neytral o'qqa nisbatan statik moment, shuning uchun nolga teng, ikkinchi

integral x o'qqa nisbatan I_x inersiya momentini ifodalaydi. Uchinchi tenglikning o'ng qismidagi birinchi integral neytral o'qqa nisbatan I_x inersiya momenti, ikkinchi integral ko'ndalang kesimning yangi geometrik xarakteristikasi, u $\bar{S}$ bilan belgilanadi. Ko'rinishidan bu kattalik ham neytral o'qqa nisbatan olingan statik moment singari nolga teng bo'ladi.

Hosil qilingan tengliklardan quyidagilarni hosil qilish mumkin:

$$I_1 = \psi_0 A; \quad I_2 = (\Delta\chi/\varepsilon_0)(\psi_0 - E_r)I_x; \quad I_3 = \psi_0 I_y + (\Delta\chi/\varepsilon_0)(\psi_0 - E_r)\bar{S}. \quad (5.66)$$

Hosil qilingan bikirlik miqdorlarini zo'riqish kuchlari formulasiga qo'yib integrallash natijada sterjenning ixtiyoriy kesimdagi bo'ylama kuch, qaralayotgan muvozanat holat uchun kritik qiymatni qabul qiluvchi siquvchi kuch F_0 bilan muvozanatlashishini ko'rsatish mumkin:

$$N = \varepsilon_0 I_1 - \Delta\chi I_2 = \varepsilon_0 \psi_0 A + (\Delta\chi^2/\varepsilon_0)(\psi_0 - E_r)I_x = \varepsilon_0 \psi_0 A = \sigma_0 A = F_0. \quad (5.67)$$

Cheksiz kichik eguvchi moment (5.66) ifodasini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\Delta M = \Delta\chi \psi_0 I_x + (\Delta\chi^2/\varepsilon_0)(\psi_0 - E_k)\bar{S} - \Delta\chi(\psi_0 - E_k)I_x = \Delta\chi E_r I_x. \quad (5.68)$$

Bunda o'rtadagi yuqori darajali kichik had tashlab yuborilgan. Unda cheksiz kichik eguvchi moment tashqi eguvchi moment bilan muvozanatda bo'ladi.

Shamirli tayangan bo'ylama siquvchi kuch bilan siqilgan sterjen elastiklik chegarasidan keyingi ustivorligini yo'qotishida cheksiz kichik Δv solqilik funksiyasiga ega bo'ladi (5.12,d-chizma).

Siquvchi kuch F_0 miqdori kritik qiymatga erishganda, sterjenning ixtiyoriy z kesimida $F_0 \Delta v$ eguvchi momentni beradi.

A.A.Ilyushinning kichik elastik-plastik deformatsiyalar nazariyasi asosida, siqilish diagrammasidagi M_0 kritik nuqtada urinmaning sinishi mumkin emasligi K.Ismayilov tomonidan nazariy isbotlab berilgan.

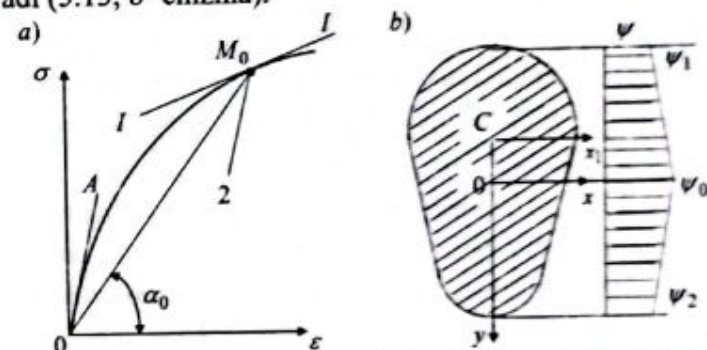
Siqilgan sterjenning elastiklik chegarasidan keyin ustivorligini yo'qotishda materialning ikki modulli sxemasi qaralgan.

To'g'ri o'qli sterjenning cheksiz kichik egilishida (bifurkatsiya momentida) yuksizlanishi M_0-2 og'ma to'g'ri chizig'i bo'yicha,

siqilish diagrammaning boshlang'ich oralig'idagi OA to'g'ri chizig'iga parallell ravishda ro'y beradi deb hisoblansa, $I-I$ urinmaning oniy sinishi ro'y beradi (5.13,a-chizma). Bunda sterjen materiali ikki modulli deb hisoblanadi, ko'ndalang kesim yuklanish qismida moduli urinma moduli E_r , yuksizlanish qismida elastik moduli E va $E > E_r$ bo'ladi.

Kesuvchi ψ_1 modul ko'ndalang kesim yuklanish qismida (5.60) formulaning birinchisidan aniqlanadi, yuksizlanish qismidagi kesuvchi ψ_2 modulni aniqlash uchun (5.60) formulaning ikkinchisidagi E_r urinma modulni E bilan almashtirish lozim.

Siqilish diagrammasidagi M_0 kritik nuqtadagi kesuvchi modul $\psi_0 = \tan \alpha_0$ dan elastiklik moduli E katta bo'lgani uchun ψ_2 kesuvchi modul ψ_0 moduldin kichik bo'ladi va demak, ikki modulli material kesuvchi moduli yuksizlanish qismida ham yuklanish qismidagi kabi kamayadi (5.13, b-chizma).



5.13-chizma. Sterjen materialining ikki modulli siqilish diagrammasi.

Keyingi amallarni bajarish uchun $E^* = E - E_k$ belgilashni e'tiborga olib, ψ_2 ifodasini qo'yidagi ko'rinishda yozib olish maqsadga muvofiqdir:

$$\psi_2 = \psi_0 \left[1 + \frac{\Delta\chi}{\varepsilon} z \left(1 - \frac{E_r}{\psi_0} \right) \right] - \frac{\Delta\chi}{\varepsilon} z E^*. \quad (5.69)$$

Unda I_1 , I_2 bikirlik formulalari quyidagi ko'rinishda ifodalanadi.

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \psi_0 A + (\Delta\chi/\epsilon_0) \left[(\psi_0 - E_r) S - S_2 E^* \right] \\ I_2 &= \psi_0 S + (\Delta\chi/\epsilon_0) \left[(\psi_0 - E_r) I_x - B_2 E^* \right] \end{aligned} \right\} \quad (5.70)$$

Bunda S ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbatan statik momenti; $S_2 = \int_{A_2} z dA$ ko'ndalang kesim ikkinchi pastki qismining neytral o'qqa nisbatan statik momentini ifodalaydi; I_x ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti; $B_2 = \int_{A_2} z^2 dA$ ko'ndalang kesimning pastki qismining inersiya momentini ifodalaydi.

I_3 bikirlik formulasini quyidagicha yozish mumkin:

$$I_3 = \psi_0 I_x + (\Delta\chi/\epsilon_0) (\psi_0 - E_r) C - (\Delta\chi/\epsilon_0) E^* C_2. \quad (5.71)$$

Bunda $C = \int_A z^3 dA$; $C_2 = \int_{A_2} z^3 dA$ ko'ndalang kesimning yangi geometrik xarakteristiklari.

Cheksiz-kichik ichki eguvchi momentini aniqlash uchun (5.65) asosiy tenglamaning ikkinchisini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\Delta M = -\Delta\chi E_r I_x + \epsilon_0 \psi_0 S - (\Delta\chi^2/\epsilon_0) (\psi_0 - E_r) C - E^* C_2 - \Delta\chi E^* B_2. \quad (5.72)$$

Ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbatan S statik momenti katta miqdor bo'lgani uchun ham (5.72) formulaning o'ng tomonidagi $\epsilon_0 \psi_0 S$ had ham katta bo'ladi. Unda (5.72) tenglamaning mavjud bo'lishi mumkin emas, demak bu tenglamaning qolgan hadlari cheksiz kichikdir. Shuning uchun ham S statik momentni cheksiz kichik deb hisoblash lozim, ya'ni kesimning neytral x o'qi markaziy x_1 o'q bilan ustma-ust tushadi (5.13,b-chizma).

Demak, siqilish diagrammasidagi (5.13,a-chizma) M_0 nuqta muhim nuqta emas va urinma $I-I$ yuklanish qismidan yuksizlanish qismidagi M_0-2 holatga sinmasdan silliq o'tadi (5.12,b-chizma). Bunday hol material faqat bitta modulli deb qaralganda bo'lishi mumkin.

Bu xulosaga, bo'ylama kuch N ifodasi (5.66) ni ikki modulli material shartida qarab ham kelish mumkinligi quyida isbotlangan.

Buning uchun (5.71) va (5.72) bikirlik ifodasini (5.67) ifodaga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz.

$$N = \epsilon_0 \psi_0 A - (\Delta\chi/\epsilon_0) (E_r S + E^* S_2) - (\Delta\chi^2/\epsilon_0) (\psi_0 - E_r) I_x - E^* B_2 \quad (5.73)$$

Bu ifodaning o'ng tomonidagi birinchi had $\epsilon_0 \psi_0 A = \sigma_0 A$ sirtqi F_0 siquvchi kuchga teng va u bilan muvozanatda bo'ladi. Oxirgi hadi boshqa hadlarga nisbatan cheksiz kichik miqdorning yuqori tartibli bo'lgani uchun uni tashlab yuborish mumkin, o'rta had $(\Delta\chi/\epsilon_0) (E_r S + E^* S_2)$ muvozanat shartiga asosan nolga teng bo'lishi shart. Bu shart quyidagi ikki holda bajariladi:

$$S = 0; \quad E^* = E - E_r = 0. \quad (5.74)$$

Birinchi shart ko'ndalang kesimning neytral x o'qi markaziy x_1 o'q bilan ustma-ust tushganda bajariladi. Ikkinchi shart, sterjenning cheksiz kichik egilishida, bifurkatsiyaning boshlang'ich bosqichidagi muvozanat holatining yuksizlanishida ko'ndalang kesimda faqat E_r urinma modul bo'lganda bajarilishi K. Ismayilov tomonidan (5.72-5.74) isbotlab berilgan.

Sterjen uchlari mustahkamlanishining asosiy turlarini e'tiborga olib, kritik kuch miqdori quyidagi umumiy formula bilan ifodalanadi:

$$F_0 = \pi^2 E_r I_x / (\mu \cdot l)^2. \quad (5.75)$$

Siquvchi kuchning F_0 o'zgarishi bilan o'zgaruvchi E_r ifodasi:

$$E_r = d\Phi/d\varepsilon. \quad (5.76)$$

Bu yerda $\Phi(\varepsilon)$ elastiklik chegarasidan keyin sterjenning siqilishida $\sigma - \varepsilon$ orasidagi munosabatni ifodalovchi funksiyadir.

Kritik kuchlanish ifodasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_0 = \pi^2 E_r / \lambda^2. \quad (5.77)$$

Kritik F_0 kuchni va kritik σ_0 kuchlanishni (5.75-5.77) lardan aniqlash quyidagi nohiziq tenglamadan deformatsiyani aniqlashga olib keladi:

$$\frac{\Phi(\varepsilon)}{d\Phi/d\varepsilon} = \frac{\pi^2}{\lambda^2}. \quad (5.78)$$

Ma'lumki, chiziqli elastik jismlarda, kritik deformatsiya barcha materiallar uchun doimiy va u quyidagiga teng:

$$\varepsilon_k = \pi^2 / \lambda^2. \quad (5.79)$$

Kritik deformatsiya bilan sterjen egiluvchanligi orasidagi grafik shaklidagi bog'lanishni grafikni qurish uchun (5.78) formuladan olingan munosabatdan foydalanish qulaylik tug'diradi:

$$\lambda^2 = \frac{\pi^2 (d\Phi / d\varepsilon)}{\Phi(\varepsilon)}. \quad (5.80)$$

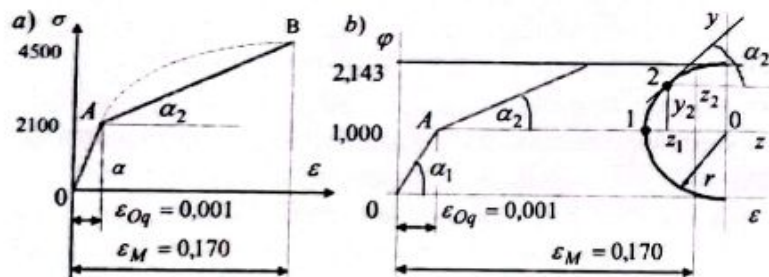
(5.80) formulaga ε_0 kritik deformatsiya miqdorini berib, sterjen egiluvchanligi λ ni aniqlash maqsadga muvofiq.

Elastiklik chegarasidan keyin materialni ikki chiziqli puxtalanishga bo'ysinuvchi po'lat sterjen ustivorlik masalasi qaralgan.

Diagrammaning AB uchastkasini chiziqli puxtalanish diagrammasi bilan, ya'ni qiya to'g'ri chiziq bilan almashtirib (ikki siniq chiziqli), puxtalanish moduli yoki urinma modul qiymatini quyidagicha olamiz (5.14,a-chizma):

$$E_r = \tan \alpha_2 = 2400 / 0.169 = 14201 \text{ kg/sm}^2.$$

AB chizig'i siqilish diagrammasining A va B nuqtalarda tegishli pastki va yuqorigi qismlari bilan tutashishida sinadi, shuning uchun bu nuqtalarning silliq tutashishini ta'minlovchi aylana yoyi chiziqlarini quramiz.



5.14-chizma. Sterjen materialining ikki modulli siqilish diagrammasi.

Shu maqsadda σ vertikal o'qni $\varphi = \sigma / \sigma_{Oq}$ birliksiz o'q bilan almashtiramiz, bunda σ_{Oq} oquvchanlik chegarasi (5.14,b-chizma).

5.14-chizmada OA to'g'ri chiziqlarning AB to'g'ri chiziqqa 1-2 aylana yoyi bilan silliq o'tishi ko'rsatilgan.

xOy koordinata sistemasida joylashgan aylana tenglamasi.

$$z^2 + y^2 - r^2 = 0. \quad (5.81)$$

Aylanada joylashgan 1 va 2 nuqtalar α_1 va α_2 burchaklar bilan xarakterlanadi, bu nuqtalar urinmasi tangenslarini quyidagicha yozamiz.

$$\tan \alpha_1 = E_1 = \frac{\varphi_{Oq}}{\varepsilon_{Oq}} = \frac{1,000}{0,001} = 1000; \quad \tan \alpha_2 = E_2 = \frac{\varphi_M - \varphi_{Oq}}{\varepsilon_M - \varepsilon_{Oq}} = \frac{1,143}{0,169} = 6,7633.$$

Nuqtalar koordinatalari

$$z_1 = -\frac{rE_1}{\sqrt{1 + E_1^2}} = -\frac{1000r}{\sqrt{1 + 1000^2}} = -0,99999995r. \quad (5.82)$$

$$y_1 = \frac{r}{\sqrt{1 + E_1^2}} = \frac{r}{\sqrt{1 + 1000^2}} = 0,99999995 \cdot 10^{-3} r.$$

$$z_2 = -\frac{rE_2}{\sqrt{1 + E_2^2}} = -\frac{6,7633r}{\sqrt{1 + 6,7633^2}} = -0,989925r. \quad (5.83)$$

$$y_2 = \frac{r}{\sqrt{1 + E_2^2}} = \frac{r}{\sqrt{1 + 6,7633^2}} = 0,14627r.$$

z, y koordinatalar sistemasidan ε, φ koordinatalar sistemasiga o'tamiz.

$$z = z_1 + (\varepsilon - \varepsilon_{Oq}) (z_1 < 0) \quad (z < 0) \quad y = y_1 + (\varphi - \varphi_{Oq}). \quad (5.84)$$

(5.84) bog'lanishni e'tiborga olib, (5.83) aylana tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozamiz.

$$\varphi^2 - 2(\varphi_{Oq} - y_1)\varphi + \varepsilon^2 - 2(\varepsilon_{Oq} - z_1)\varepsilon + \varphi_{Oq}^2 - 2\varphi_{Oq}y_1 + \varepsilon_{Oq}^2 - 2\varepsilon_{Oq}z_1 = 0. \quad (5.85)$$

Bu tenglamadan ε bo'yicha olingan birinchi hosila, 1-2 yoydagi urinmaning qiyalik burchagini beradi (12,6-chizma).

$$d\varphi / d\varepsilon = -z / y = dy / dz. \quad (5.86)$$

(5.84) ifodaning miqdoridan ko'rinadiki, 1-2 yoyda yotuvchi 1 nuqtaning koordinatalari quyidagiga teng bo'ladi.

$$z_1 = -r; \quad y_1 = 0. \quad (5.87)$$

1-2 yoyini qurish uchun aylana radiusi r miqdorini qabul qilish lozim (5.14,b-chizma). Radius $r = -\varepsilon_{Oq} = 0,001$ deb qabul qilamiz, unda (5.85) va (5.86) tenglamalar soddalashadi va quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi ($\varphi_{Oq} = 1$).

$$\varphi^2 - 2\varphi + \varepsilon^2 - 4\varepsilon_{Oq}\varepsilon + 3\varepsilon_{Oq}^2 + 1 = 0. \quad \frac{d\varphi}{d\varepsilon} = -\frac{\varepsilon - 2\varepsilon_{Oq}}{\varphi - 1} = -\frac{z}{y}. \quad (5.88)$$

$\sigma = \sigma_{Oq}\varphi$ vertikal o'qqa o'tib, 1-2 yoy uchun (5.88) formuladan quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = -\frac{\varepsilon - 2\varepsilon_{Oq}}{\varphi - 1} \sigma_{Oq} = -\frac{z}{y} \sigma_{Oq}, \quad \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E_r = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \sigma_{Oq}, \quad z^2 + y^2 = \varepsilon_{Oq}^2. \quad (5.89)$$

1-2 yoy tiralgan, 1-3 uchastkaning uzunligini va balandligini aniqlaymiz (5.14,b-chizma):

$$z_2 - z_1 = -0,98925\varepsilon_{Oq} + \varepsilon_{Oq} = 0,01075\varepsilon_r, \quad y_2 - y_1 = 0,1463\varepsilon_{Oq}$$

5.15,a-chizmada keltirilganidek, 1-2 yoyini 5 ta teng uchastkaga bo'lamiz. 1, 4, 5, 6, 7, 2 nuqtalardagi urunma qiyalik burchagi tangenslarini aniqlaymiz.

5.14-chizmada keltirilgan $\sigma - \varepsilon$ chiziqli puxtalanishda tutashtirish yoyning urunma modul miqdorlari quyidagi formula (5.91) asosida aniqlanadi.

5.15 chizmada keltirilgan 1-2 tutashtirish yoyi balandligi $\sigma - \varepsilon$ diagrammasiga qo'llashda 2100 marta orttirilgan bo'lishi lozim, ya'ni $0,1463 \cdot 0,001 \cdot 2100 = 3,07 \text{ kg/sm}^2$ ga teng bo'ladi va 5.15,a-chizmadagi gorizontall masshtab o'zgarasdan qoladi. AB qiya to'g'ri chiziqli B nuqtadagi gorizontall urunma bilan tutashtiruvchi yoyini quramiz, bu 5.15,b-chizmada ko'rsatilgan $r = \varepsilon_r$ radiusli aylanada joylashgan 2-, 3-, 4-, 5-, 6-, B yoyidir.

Xuddi shuningdek, 2, 3, 4, 5, 6, B nuqtalardagi urunma qiyalik burchaklar tangenslarini aniqlaymiz.

Haqiqiy (5.15,b-chizma) siqilish diagrammaning B nuqtasini tutashtiruvchi yoy urunma modul miqdorlarini topamiz.

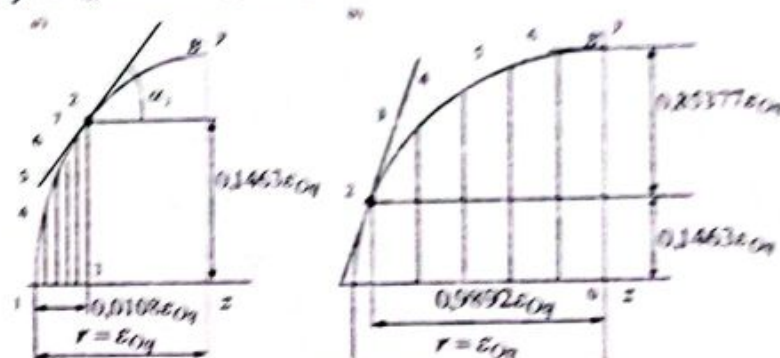
Materiali chiziqli puxtalanishga bo'ysinuvchi sterjenning egiluvchanligi va kritik deformatsiyani bog'lovchi (5.88) formula elastiklik chegarasidan keyin kritik kuchlanish orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\lambda^2 = \pi^2 E_r / \sigma \quad (5.90)$$

Bunda kuchlanish σ bilan deformatsiya ε orasidagi bog'lanish 6.19-chizmaga muvofiq quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma = \sigma_{Oq} + (\varepsilon - \varepsilon_{Oq}) \cdot \text{tg}\beta. \quad (5.91)$$

$\sigma - \varepsilon$ siqilish diagrammasining (5.14,a-chizma) AB chiziqli puxtalanish uchastkasida (5.88) va (5.90) formulalar yordamida kritik deformatsiya miqdorini aniqlaymiz. Bu uchastkada urunma modul deirniy va $\text{tg}\beta = 14201 \text{ kg/sm}^2$ ga teng.



5.15-Silliq o'tish yoylari.

Siqilish diagrammasidagi $\varepsilon = 0,001$ va $\varepsilon = 0,0011$ deformatsiyalar orasida o'tish yoyi mavjud, u bo'ylab λ egiluvchanlik 99,35 dan (5.14-chizmadagi OA chiziqli elastiklik uchastkasining oxiriga to'g'ri keladi) 8,17 gacha o'zgaradi (chiziqli puxtalanish uchastkasining boshlanish nuqtasi A nuqtadan $\varepsilon = 0,0011$ masofada joylashgan nuqtasiga to'g'ri keladi).

Siqilish diagrammasining $\varepsilon = 0,169$ va $\varepsilon = 0,170$ deformatsiyalar orasida o'tish yoyi bo'lib, puxtalanish uchastkasidagi AB to'g'ri chiziqli B nuqtadagi gorizontall urunma bilan tutashtiradi.

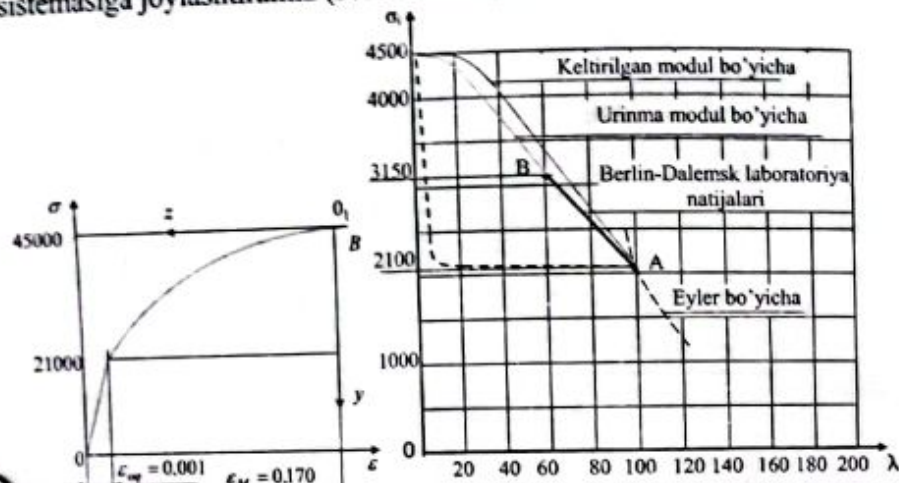
Ikki chiziqli puxtalanish qonuniga asoslangan $\sigma - \varepsilon$ siqilish diagrammasi haqiqiy diagramma emas ekanligi ko'rsatilgan.

Haqiqiy diagrammaga yaqin bo'lgan diagramma o'zining o'zgarish sohasida bitta tenglama bilan ifodalanib, qo'yidagi talablarni qanoatlantirish lozim:

1. Yuqorigi B nuqtada (5.16-chizma) kuchlanishdan deformatsiya bo'yicha olingan birinchi hosila $d\sigma/d\varepsilon$ nolga teng bo'lishi shart;

2. Plastik deformatsiya hosil bo'lishining boshlanishi A nuqtada, σ kuchlanish funksiyasi $\sigma = \sigma_{Oq}$ miqdorni qabul qilib, birinchi hosilasi esa $d\sigma/d\varepsilon = E_r$ urinma moduliga teng bo'lishi shart.

Bu shartlarni qanoatlantiruvchi $\sigma = \Phi(\varepsilon)$ tenglamani boshi O_1 , diagrammaning yuqorigi B nuqtasiga to'g'ri keluvchi z, y koordinata sistemasiga joylashtiramiz (5.15-chizma).



5.16-chizma. Sterjen material siqilish diagrammasi va qurilish po'lati uchun kritik kuchlanish bilan egiluvchanlikka o'rtasidagi grafik.

z o'qi ε bo'yicha, y o'qi σ bo'yicha yo'nalgan bo'lib, z va y o'qlarining yo'nalishi teskaridir.

Bir koordinata sistemadan ikkinchi koordinata sistemaga o'tish quyidagi ko'rinishda ifodalanadi: $\sigma = \sigma_M - y$; $\varepsilon = \varepsilon_M - z$. (5.92)

AO_1 egri chiziqni $\sigma - \varepsilon$ diagrammasi deb qabul qilamiz va z, y koordinata sistemasida quyidagi darajali funksiya bilan ifodalaymiz:

$$y = Cz^n. \quad (dy/dz) = E_r = nCz^{n-1}. \quad (5.93)$$

(5.93) funksiya yuqoridagi talablarning birinchisini qanoatlantiradi. O'zgarmas C va n kattaliklar ikkinchi talabga asosan quyidagi bog'lanishlardan aniqlanadi:

$$y_0 = Cz_0^n = 2400 \quad [dy(z_0)/dz] = nCz_0^{n-1} = E. \quad (5.94)$$

Bu yerda z_0 siqilish diagrammasidagi A nuqtaning gorizonta koordinatasi bo'lib, $z_0 = \varepsilon_M - \varepsilon_{Oq}$ ga tengdir.

(5.93) ifodadan quyidagini hosil qilamiz.

$$n \frac{Cz_0^n}{z_0} = n \frac{y_0}{z_0} = \frac{dy}{dz}(z_0), \text{ bundan } n = \frac{\varepsilon_M - \varepsilon_{Oq}}{\sigma_M - \sigma_{Oq}} E.$$

(5.93) ifodalar asosida, o'zgaruvchi z koordinataning funksiyasi bo'lgan y ning birinchi hosilasini topamiz.

$$y(z) = y_0 \frac{1}{[z_0/z]^n}, \quad \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{dy}{dz}(z) = nCz^{n-1} = n \frac{Cz^n}{z} = n \frac{y}{z}. \quad (5.95)$$

Elastiklik chegarasidan keyin qaralayotgan $\sigma - \varepsilon$ siqilish diagrammasining ixtiyoriy nuqtasidagi urinma modul miqdorini (5.90) formuladan aniqlaymiz. Bu diagramma ifodasi (5.92) va (5.93) formulalarga muvofiq quyidagi ko'rinishda yoziladi.

$$\sigma = \sigma_M - C(\varepsilon_M - \varepsilon)^n. \quad (5.96)$$

Bu yerda n daraja ko'rsatkich va C o'zgarmaslarni (5.93) bog'lanishdan aniqlash mumkin, (5.93) va (5.95) hisoblash formulalariga C o'zgarmas kirmaydi.

5.16-chizmada elastiklik chegarasidan keyin siqilgan sterjenning kritik kuchlanishi bilan egiluvchanligi orasidagi bog'lanish grafigi (5.96) formula asosida qurilgan. Bu grafikning AB qismi Berlinda Dalemskiy laboratoriyasida olingan tajriba natijalaridir.

Chiziqli elastik masaladagi kritik kuchlanish σ_{kr} bilan λ egiluvchanlikni bog'lovchi Eyer egri chizig'i bilan $\sigma - \lambda$ chiziqli $\sigma_{Oq} = 2100 \text{ kg/sm}^2$ sathida silliq tutashadi.

5.16-chizmadan (5.96) formula asosida qurilgan grafik eksperiment natijalarida olingan AB grafikka juda yaqin ekanligi ko'rinadi.

Shuning uchun ham, taklif etilgan (5.59) - (5.96) bog'lanishlar elastiklik chegarasidan keyin siqilgan sterjenning siqilish diagrammasini to'lig'icha tasvirlaydi deb hisoblash mumkin.

5.16-chizmada uzukli chiziq bilan chizilgan diagramma elastiklik chegarasidan keyin materiali chiziqli puxtalanishga bo'ysinuvchi siqilgan sterjen kritik kuchlanish bilan egiluvchanligi orasidagi bog'lanish grafigi keltirilgan. Sterjenning egiluvchanligi uzlukli chiziqqa asosan $\sigma_{Oq} = 2100 \text{ kg/sm}^2$ bo'lganida $\lambda = 100$ dan $\lambda = 8$ gacha kamayadi. Kuchlanish $\sigma_{Oq} > 2100$ bo'lganida sterjen egiluvchanligi 8 dan nolgacha kamayadi.

Demak, materiali chiziqli puxtalanish diagrammasiga bo'ysingan sterjen elastiklik chegarasidan keyin bo'ylama egilishga yomon qarshilik ko'rsatadi. Sterjen juda qisqa bo'lishi lozim.

5.9-§. Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka tekshirish

Siqilgan sterjenlar mustahkamlik sharti:

$$\sigma = \frac{F}{A_{netto}} \leq [\sigma], \quad (5.97)$$

bilan ustivorlik shartini ham qanoatlantirishi lozim:

$$\sigma = \frac{F}{A_{brutto}} \leq [\sigma_u] = \varphi[\sigma], \quad (5.98)$$

bunda $[\sigma]$ mustahkamlikka hisoblashda ruxsat etilgan kuchlanish;

$[\sigma_u]$ ustivorlikka hisoblashda ruxsat etilgan kuchlanish;

φ asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti;

A_{netto} sterjen ko'ndalang kesim zaiflashini hisobga olgandagi haqiqiy kesim yuzasi.

A_{brutto} sterjen ko'ndalang kesim zaiflashini hisobga olmaganda kesim yuzasi.

Mustahkamlikka hisoblash ishlarida ruxsat etilgan kuchlanish quyidagicha ifodalanadi:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_M}{[n]}, \quad (5.99)$$

Ustivorlikka hisoblash ishlarida ruxsat etilgan kuchlanish quyidagicha ifodalanadi:

$$[\sigma_u] = \frac{\sigma_{kp}}{[n_u]}, \quad (5.100)$$

bunda $[n_u]$ sterjen bikirligiga bog'liq bo'lib, har xil materiallar uchun turli qiymatlarni qabul qiluvchi, ustivorlik uchun berilgan ehtiyotlik koeffitsienti. Po'lat uchun $[n_u] = 1.8 + 3.5$, cho'yan uchun $[n_u] = 5 + 5.5$, yog'och uchun $[n_y] = 2.8 + 3.2$ qabul qilinadi.

$[n]$ mustahkamlik uchun berilgan ehtiyotlik koeffitsienti. Plastik materiallar uchun $[n] = 1.4 + 1.6$, mo'rt materiallar uchun $[n] = 2.5 + 3.0$ oraliqda qabul qilinadi.

Ustivorlik uchun berilgan ehtiyotlik koeffitsienti har doim mustahkamlik uchun berilgan ehtiyotlik koeffitsientidan biroz kattaroq qabul qilinadi.

Amalda hisoblash ishlarini yengillashtirish maqsadida ustivorlikka hisoblashda ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma_u]$ ning mustahkamlikka hisoblashda ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma]$ ga nisbatini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\frac{[\sigma_u]}{[\sigma]} = \frac{\sigma_{kr} \cdot n}{n_u \cdot \sigma_M}; \text{ yoki } [\sigma_u] = \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_M} \cdot \frac{n}{n_u} [\sigma] \quad (5.101)$$

Quyidagicha belgilash kiritib,

$$\varphi = \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_M} \cdot \frac{n}{n_u}, \quad (5.102)$$

Siqilgan sterjen ustivorlik shartini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$[\sigma_u] = \varphi [\sigma] \quad (5.103)$$

Bu erda φ siqilgan sterjen uchun asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti.

Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka hisoblashning quyidagi ikki masalalarini alohida-alohida ko'rib chiqamiz:

1. Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka tekshirish hisobi;
2. Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka loyihalash hisobi.

5.10-§. Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka tekshirish hisobi

Qaralayotgan material uchun $[\sigma_{kr}]$ kritik kuchlanish va sterjen λ egiluvchanligi orasidagi bog'lanish grafigini hosil qilib, $\sigma_{xavfli} = \sigma_{Oq}$ yoki $\sigma_{xavfli} = \sigma_{mystax}$ bo'lib, $[n_u]$ ustivorlik uchun berilgan ehtiyotlik

koeffitsienti va $[n]$ mustahkamlik uchun berilgan ehtiyotlik koeffitsientlarini tanlab olib, φ siqilgan sterjen uchun asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsientining egilishga bog'liq bo'lgan jadvalini tuzish mumkin (5.2-jadval).

Asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdori

Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka tekshirish hisobi φ asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsientidan foydalanib, quyidagi tartibda olib boriladi.

1. Qaralayotgan sterjenning berilgan ko'ndalang kesimi o'lchamlari va shaklidan foydalanib, o'qqa nisbatan minimal inersiya momentini va kesim yuzasini aniqlaymiz:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A_{\text{brutto}}}}, \quad (5.104)$$

Siqilgan sterjen uchlarining mahkamlanish shartlaridan keltirilgan uzunligini

$$\mu \ell = \ell_{\text{kel}}, \quad (5.105)$$

$$\text{Va} \quad \lambda = \frac{\ell_{\text{kel}}}{i_{\min}}, \quad (5.106)$$

5.2-jadval

λ egiluvchanlik	Po'lat	Alyumin	Cho'yan	Yog'och	λ egiluvchanlik	Po'lat	Alyumin	Cho'yan	Yog'och
0	1,00	1,00	1,00	1,00	110	0,52	0,142	-	0,25
10	0,99	0,999	0,97	0,99	120	0,45	0,119	-	0,22
20	0,96	0,998	0,91	0,97	130	0,40	0,101	-	0,18
30	0,94	0,835	0,81	0,93	140	0,36	0,087	-	0,16
40	0,92	0,700	0,69	0,87	150	0,32	0,076	-	0,14
50	0,89	0,568	0,57	0,80	160	0,29	-	-	0,12
60	0,86	0,455	0,44	0,71	170	0,26	-	-	0,11
70	0,81	0,353	0,34	0,60	180	0,23	-	-	0,10
80	0,75	0,269	0,26	0,48	190	0,21	-	-	0,09
90	0,69	0,212	0,20	0,38	200	0,19	-	-	0,08
100	0,60	0,172	0,16	0,31	-	-	-	-	-

egiluvchanligini topamiz. Agar aniqlangan egiluvchanlik $\lambda \geq \lambda_{ch}$ bo'lsa, kritik kuchni aniqlashda Eyler formulasi bilan hisoblash mumkin, ya'ni:

$$F_{rux} = \frac{F_{kr}}{[n]} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{[n](\mu \ell)^2}. \quad (5.107)$$

Lekin $\lambda < \lambda_{ch}$ bo'lsa, Eyler formulasini tatbiq qilib bo'lmaydi. Unda φ asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsientidan foydalanamiz.

2. Siqilgan sterjen materiali va hisoblab topilgan egiluvchanlikni e'tiborga olib, 2-jadvaldan φ asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti qiymatini aniqlab olamiz.

Ustivorlikka ruxsat etilgan kuchlanishni quyidagi ifodadan aniqlaymiz:

$$[\sigma_u] = \varphi \cdot [\sigma] \quad (5.108)$$

3. Sterjen ko'ndalang kesimidagi $\sigma = \frac{F}{A_{\text{brutto}}}$ haqiqiy kuchlanishni ustivorlik uchun aniqlangan kuchlanish bilan solishtirib ko'ramiz:

$$\sigma \leq [\sigma_u] \quad (5.109)$$

Mabodo, kuchlanishlar orasidagi farq 5% farq qilsa, bu shart bajarilmagan hisoblanadi va qaralayotgan sterjen noustivor bo'ladi.

5.11-§. Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka loyihalash hisobi

Qaralayotgan siqilgan sterjenlarni ustivorlikka loyihalash hisobida quyidagi formulalardan foydalaniladi:

$$\sigma = \frac{F}{\varphi A_{\text{brutto}}} \leq [\sigma_y] \text{ yoki } A_{\text{brutto}} \geq \frac{F}{\varphi [\sigma_{\text{mustax}}]}. \quad (5.110)$$

Bu formulada ikkita noma'lum bo'lib, ularning biri φ asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti va aniqlanishi lozim bo'lgan A_{brutto} ko'ndalang kesim yuzi. Demak, (5.110) formuladan ko'rinadiki, masala bir marta noaniq, shuning uchun ham ko'ndalang kesim yuzasini tanlashda ketma-ket yaqinlashish usulidan foydalanamiz.

Odatda, birinchi yaqinlashuvda φ asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koefitsienti $\varphi_1 = 0,5 \div 0,6$ qabul qilinadi. Asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koefitsientining bu qiymatlaridan biri φ_1 qabul qilib olinadi, talab qilingan yuza (5.110) formuladan aniqlanadi va kesim tanlanadi. Tanlab olingan kesim tekshiriladi, (5.106) formuladan egiluvchanlik aniqlanadi va asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koefitsientining haqiqiy qiymati φ_1 aniqlanadi. Agar asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koefitsientining φ_1 haqiqiy qiymati qabul qilingan φ_1 qiymatidan katta farq qilsa, unda aniqlangan kuchlanish ham ruxsat etilgan kuchlanishdan farq qiladi ($\pm 5\%$). Unda hisob ishlarini qayta bajarish lozim, ya'ni ikkinchi yaqinlashuvni bajarish lozim, ikkinchi yaqinlashuvda φ_1 va φ_1 koefitsientlarining o'rtta arifmetik qiymatini qabul qilamiz:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1}{2}. \quad (5.111)$$

Ikkinchi yaqinlashuv natijasida φ_2 koefitsientni aniqlaymiz. Agar uchinchi yaqinlashuv bajarilishi lozim bo'lsa, φ_2 va φ_2 koefitsientlarining o'rtta arifmetik qiymatini qabul qilamiz:

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi_2}{2}. \quad (5.112)$$

Yaqinlashuv jarayonlarida aniqlangan kuchlanish bilan ruxsat etilgan kuchlanishdan farq ($\pm 5\%$) dan oshmasligi shart.

Keyingi yaqinlashuvlar ham xuddi shuningdek davom ettiriladi.

5.12-§. Siqilgan sterjen ko'ndalang kesimining qulay shaklini tanlash

Yuqorida ko'rib chiqilganlardan ko'rinib turibdiki, ingichka uzun sterjenlarning bo'ylama egilishiga qarshilik ko'rsatishda asosiy vazifani sterjen egiluvchanligi o'ynaydi. Demak, sterjen ko'ndalang kesimining eng kichik inersiya radiusi muhim ahamiyat kasb etadi, bunda mustahkamlikka hisoblagandagidek, sterjenning faqat ko'ndalang kesim yuzasi qiymati emas, balki ko'ndalang kesim shakli muhim rol o'ynaydi.

Masala yechimini iqtisodiy tejamkor bo'lishi nuqtai nazardan hal qilish uchun kesimni shunday loyihalash lozimki, qiymati ma'lum bo'lgan birorta yuzaning minimal inersiya radiusi mumkin qadar katta bo'lsin. Buning uchun minimal inersiya radiusing kesimning eng katta inersiya radiusiga tenglashtirishga intilish lozim, ya'ni kesimning barcha markaziy inersiya momentlari teng bo'lishi kerak, ellipisning aylanaga o'tishiga intilish lozim. Bunday kesimli sterjenlar barcha yo'nalishlar bo'yicha ustivorlikni yo'qotishga bir xil qarshilik ko'rsatadi.

Agar har ikki bosh tekisliklar bo'yicha mumkin bo'lgan egilishda sterjenning keltirilgan uzunligi har xil bo'lsa, unda bosh inersiya momentlarini ham shunday maqsadda har xil tanlash lozimki, unda ketma-ket yaqinlashuvda φ asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koefitsienti har ikkala hol uchun ham bir xil bo'lsin.

Turli xil kesimlarni solishtirish qulay bo'lishi uchun quyidagi birliksiz xarakteristika, solishtirma inersiya radiusni kiritamiz:

$$\frac{I_{\min}}{\sqrt{F}} = \xi. \quad (5.113)$$

5.3-jadvalda ba'zi bir kesimlar uchun solishtirma inersiya radiusning qiymatlarini keltiramiz:

Ko'ndalang kesimlar solishtirma inersiya radiuslari

5.3-jadval

No	Kesim nomi	Solishtirma inersiya radius
1	Truba shaklidagi kesim ($\alpha = 0,95 \div 0,8$)	2,25-1,64
2	Truba shaklidagi kesim ($\alpha = 0,7 \div 0,8$)	1,2-1,00
3	Ugolok	0,5-0,3
4	Qo'shtavr	0,41-0,27
5	Shveller	0,41-0,29
6	Kvadrat	0,289
7	Aylana	0,283
8	To'g'ri to'rtburchak ($h = 2b$)	0,204

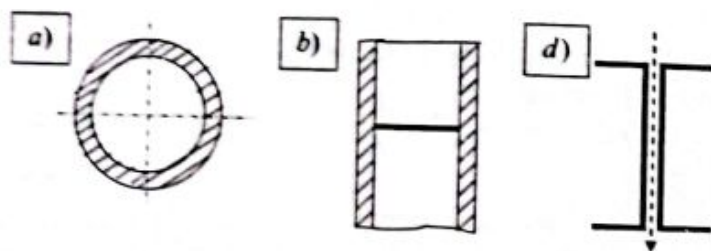
Bunda

$$\alpha = \frac{d_{kch}}{d_{tash}}. \quad (5.114)$$

Bo'ylama egilishda sterjen ko'ndalang kesimini shunday tanlash lozimki, yuzalari bir-birga teng miqdorga ega bo'lgan shakllardan minimal inersiya radiusi eng katta bo'lganini tanlab olish kerak.

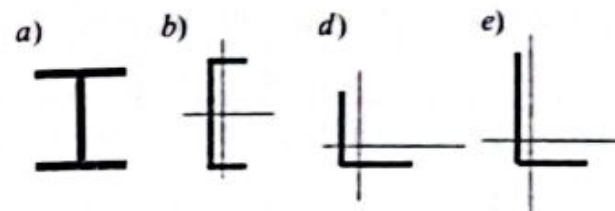
Bunda sterjenlarning ustivorligi ortadi. Berilgan yuzaning markaziy inersiya momentlari eng katta bo'lishini ta'minlash lozim. Bunga esa material kesimini og'irlik markazidan mumkin qadar uzoqroq joylashtirish evaziga erishiladi. Har ikkala shartga to'liq javob beradigan kesim bu tuba shaklidagi kesimlardir. Shuning uchun ham ko'pincha siqilgan sterjenlar trubalardan yasaladi (5.17, a-chizma).

Bunday sterjenlar siqilganda ko'ndalang kesimi qalinligi kichik bo'lganligi sababli kuchlanishlarning to'planish hosil bo'lishi mumkin, bu hodisaning oldini olish maqsadida trubalar ichiga diafragmalar ma'lum bir masofada o'rnatiladi (5.17, b-chizma).



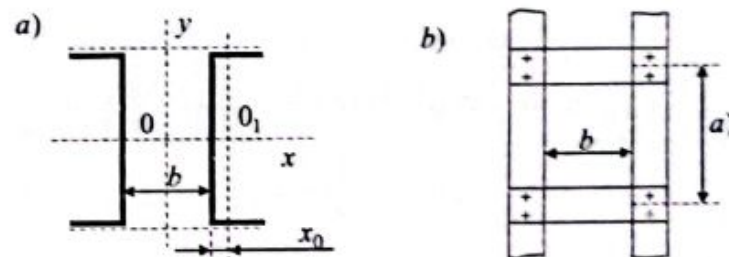
5.17-chizma. Ko'ndalang kesim yuzi shakllari.

Noqulay kesimlarga qo'shtavr, shveller, ugolok kabi kesimlar bosh inersiya momentlari bir-biridan katta farq qilgani uchun ularning tekisliklar bo'yicha bo'ylama egilishga qarshilik ko'rsatishi katta farq qiladi. Demak, qo'shtavr, shveller, teng tomonli burchak va tomonlari teng bo'lmagan burchak kabi kesimli sterjenlarni yakka holda ustun sifatida ishlatish noqulayliklar tug'diradi (5.18-chizma).



5.18-chizma. Qo'shtavr, shveller, burchak kabi ko'ndalang kesim yuzalari.

Agar bunday kesimli sterjenlarning ikkitasidan bir dona qurama sterjen yasalsa (5.19, a-chizma), u bo'ylama egilishga talab darajasidagidek qarshilik ko'rsatishi mumkin. Bunda ikki shveller orasidagi masofasini ikkala o'qqa nisbatan bosh inersiya momentlarining tenglik shartidan aniqlash lozim, ya'ni $J_y = J_0 + F\left(\frac{b}{2} + x_0\right)^2$

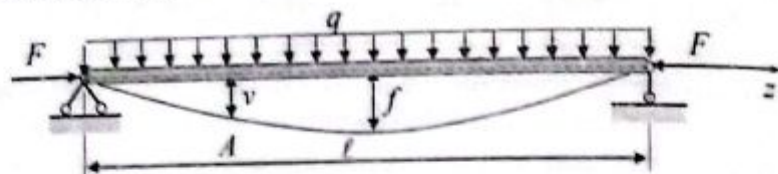


5.19-chizma. Qurama ko'ndalang kesim yuzasi.

Bunda J_y shvellerni 0 y o'qqa nisbatan olingan inersiya momenti; F bitta shvellerning yuzi; x_0 shveller og'irlik markazidan devorigacha bo'lgan masofa. Qurama sterjenlarning kesimlari bir-biri bilan po'lat tasmalar yordamida bikir qilib mahkamlanishi lozim (5.19, b-chizma).

5.13-§. Bo'ylama-ko'ndalang egilishi

Bo'ylama siquvchi kuch F bilan ko'ndalang yuk birgalikda ta'sir etganda, sterjenning ustuvorlik masalasini qaraymiz (5.20-chizma).



5.20-chizma. Siquvchi bo'ylama kuchi bilan ko'ndalang kuchning sterjenga ta'siri.

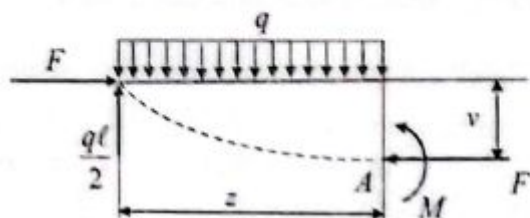
Sterjenning ixtiyoriy kesimidagi eguvchi moment ifodasini aniqlash uchun sterjen chap uchidan uzunligi z ga teng bo'lgan kichik element ajratib olib, uning muvozanatini qaraymiz (5.21-chizma), ya'ni

$$M = Fv + \frac{qz}{2}(\ell - z). \quad (5.115)$$

Sterjen egilgan o'qining ustuvorlik differensial tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\frac{d^2v}{dz^2} + k^2v = \frac{qk^2}{2F}z(\ell - z). \quad (5.116)$$

Bunda $k^2 = \frac{F}{EI}$.



5.21-chizma. Bo'ylama va ko'ndalang kuch ta'siridagi element muvozanati.

Bir jinsli bo'lmagan (5.116) differensial tenglamaning umumiy yechimini quyidagi ko'rinishda qidiramiz:

$$v = C_1 \sin kz + C_2 \cos kz + \frac{q}{2F}z(z - \ell) - \frac{q}{Fk^2}. \quad (5.117)$$

Sterjenning chegara shartlari quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{aligned} z = 0; & \quad v(0) = 0; \\ z = \ell; & \quad v(\ell) = 0. \end{aligned} \quad \text{bo'lsa,} \quad (5.118)$$

Bundan C_1 va C_2 o'zgaras koeffitsientlarni topamiz:

$$\left. \begin{aligned} C_2 &= \frac{q}{Fk^2}; \\ C_1 &= \frac{q}{Fk^2 \sin k\ell} (1 - \cos k\ell) = \frac{q}{Fk^2} \operatorname{tg} \frac{k\ell}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.119)$$

Sterjen salqilik funksiyasi ifodasini aniqlash uchun (5.119) o'zgaras koeffitsientlarni (5.11) umumiy yechimiga qo'yamiz:

$$v(z) = \frac{q}{Fk^2} \left(\operatorname{tg} \frac{k\ell}{2} \sin kz + \cos kz - \frac{1}{2}k^2z(\ell - z) - 1 \right). \quad (5.120)$$

Sterjen tayanchlari oraliq'i $\ell/2$ o'rtasidagi ko'tarilish qavariq salqiligi quyidagiga teng bo'ladi:

$$f = \frac{q}{Fk^2} \left(\frac{1}{\cos \frac{k\ell}{2}} - 1 \right) - \frac{1}{F} \frac{q\ell^2}{8}. \quad (5.121)$$

(5.120) formulaga asosan F bo'ylama kuchning ortishi bilan salqilik uzluksiz o'sadi va siquvchi F kuch uchun $k\ell = \pi$ shart bajarilganda cheksizlikka aylanadi. Unda kritik kuchning qiymati sterjenga yoyilgan q kuch qo'yilmagan markaziy siqilish holatiga to'g'ri keladi, ya'ni:

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{\ell^2}. \quad (5.122)$$

Sterjen uzunligi bo'yicha tekis yoyilgan q ko'ndalang kuch o'rniga prolyoti o'rtasiga to'plangan $F_{vertika}$ vertikal kuch qo'yilgan bo'lsin, unda sterjen egilgan elastik o'qi tenglamasi yuqoridagi kabi aniqlanadi va u quyidagicha ifodalanadi:

$$v = \frac{F_{\text{vertikal}}}{2F} \left(\frac{1}{k \cos \frac{k\ell}{2}} \sin kz - z \right). \quad (5.123)$$

Sterjen prolyoti $\ell/2$ o'rtasidaga qavariq ko'tarilish salqiligi quyidagiga teng bo'ladi:

$$f = \frac{\ell F_{\text{vertikal}}}{4F} \left(\frac{\operatorname{tg} \frac{k\ell}{2}}{\frac{k\ell}{2}} - 1 \right). \quad (5.124)$$

Bu yerda ham sterjenning ikkinchi tur ustuvorlikni yo'qotishi bo'yicha ish ko'riladi. Ko'ndalang kuchning, siqilgan sterjen ustuvorligini yo'qotishiga ta'siri xuddi, yuqorida qaralgan sterjen ustuvorligini yo'qotishi boshlang'ich salqilik va bo'ylama kuchni markaziy bo'lmagan siqilishidagi ta'siri kabi bo'ladi.

Shuni xulosa qilib aytish mumkinki, bo'ylama siqilgan prizmatik sterjenlarda kritik kuchning miqdoriga boshlang'ich salqilik, markaziy bo'lmagan siquvchi kuch va bo'ylama hamda ko'ndalang kuchlarning birgalikdagi ta'siri o'zgartirish kiritmaydi. Kritik kuch miqdori ideal prizmatik sterjenlarning markaziy siqilishidagi ustuvorlik masalasidagi kabi bo'ladi.

Tayanch iboralar:

Mustahkamlik va bikirlik kabi talablardan, ustuvorligini ta'minlash muammosi, birinchi hol, ikkinchi hol, uchinchi hol, Sharik, qavariq, botiq, tekis, muvozanat holati ustuvor, qistirib mahkamlangan, erkin uchi ko'ndalang kesimini og'irlik markazi, siqilgan sterjen, dastlabki to'g'ri chiziqli muvozanat holati, ustuvor holat, befarq holat, kritik kuch, noustuvor holat, bo'ylama egilish, Shveysariyaning Menxenshteyn qishlog'idagi ko'priq, AQShda Shimoliy Lavrentiya daryosiga qurilgan, Kvebek ko'prigini qurish, ruxsat etilgan kuch, kritik kuch, to'rtinchi tartibli differensial tenglama ko'ndalang kesimi o'zgaruvchi siqilgan sterjen, egilgan o'qi differensial tenglamasi, o'zgarmas koeffitsientli differensial tenglama, xarakteristik tenglama, ixtiyoriy o'zgarmas koeffitsientlar, o'zgaruvchi kesimli sterjenlarning ustuvorlik masalasi, sterjenning ikki uchastkasi bo'yicha bikirligi turlicha, kritik kuchni aniqlash masalasi, birinchi va ikkinchi uchastkalarga tegishli bo'lgan differensial tenglamalar, kritik kuch, uzunligi bo'yicha bikirligi turlicha bo'lgan ustun, sterjenlarning bo'lama-ko'ndalang egilishi, bo'ylama siquvchi kuch, ixtiyoriy kesimidagi eguvchi moment ifodasi, egilgan o'qining ustuvorlik differensial tenglamasi, bo'ylama va ko'ndalang kuch ta'siridagi element muvozanati, o'zgarmas koeffitsientlar, ikkinchi tur ustuvorlik.

Test savollari:

1. Absolyut qattiq jismlarning muvozanat holat turlari necha xil bo'ladi?

- uch xil; to'rt xil;
ikki xil; ikki va to'rt xil;

2. Absolyut qattiq jismlarning muvozanat holat turlari qaysi javobda to'g'ri keltirilgan?

- ustivor, befarq va noustivor;
mustahkam, bikir va elastik;
elastik, ustivor va mustahkam;
elastik, plastik va mustahkam;

3. Qanday kuch kritik kuch deb ataladi?

siqilgan sterjenlarning ham to'g'ri chiziqli, ham egri chiziqli holatida yemirilish vaqtiga to'g'ri kelgan kuchga aytiladi;

siqilgan sterjenlarning ham to'g'ri chiziqli, ham egri chiziqli holatida yemirilish vaqtiga to'g'ri kelmagan kuchga aytiladi;

siqilgan sterjenlarga qo'yilgan sirtqi kuchlarning eng katta qiymati kritik kuch deyiladi;

barcha siquvchi kuchlar kritik kuch deyiladi;

4. Amaliyotda, hisoblashlarda ustivorlik uchun $[n_u]$ ehtiyotlik koeffitsienti bilan mustahkamlik uchun ehtiyotlik $[n]$ koeffitsienti orasidagi qanday munosabat mavjud?

$$n_u > n; \quad n_u < n;$$

$$n_u = n; \quad n_u \leq n;$$

5. Sterjen ustivorligining ikkinchi tartibli bir jinsli differensial tenglamasi qaysi javobda to'g'ri ko'rsatilgan?

$$\frac{d^2 v}{dz^2} + k^2 v = 0; \quad \frac{d^2 v}{dz^2} + k^2 v = k^2 f;$$

$$s^2 + k^2 = 0; \quad v = C_1 \sin kz + C_2 \cos kz + f;$$

6. Siqilgan sterjen ustivorligini yo'qotishda qaysi tekislik bo'yicha egiladi?

- kichik inersiya tekisligida;
katta inersiya tekisligida;
markazdan qochirma inersiya tekisligida;

ixtiyoriy inersiya tekisligida;

7. Uchlari sharnirli mahkamlangan siqilgan sterjen ustivorlikni yo'qotishda kritik kuch qaysi ifodadan aniqlanadi?

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{\ell^2}; \quad F_{kr} = \frac{n^2 \pi^2 EI_{\min}}{\ell^2};$$

$$F_{kr} = \frac{4\pi^2 EI_{\min}}{\ell^2}; \quad F_{kr} = \frac{9\pi^2 EI_{\min}}{\ell^2};$$

8. Siqilgan sterjenlarning kritik kuch formulasidagi n butun son nimani bildiradi?

- sinusoidaning yarim to'lqinlari sonini;
sinusoidaning butun to'lqinlari sonini;
sinusoidaning ikki va undan ko'p to'lqinlari sonini;
sinusoidaning to'lqinlari sonini;

9. Eyler kuchi sterjen materialining xossalariga qanday bog'liq bo'ladi?

sterjen bikirligiga to'g'ri proporsional, sterjen uzunligi kvadratiga teskari proporsional;

sterjen bikirligiga teskari proporsional, sterjen uzunligi kvadratiga to'g'ri proporsional;

sterjen bikirligiga to'g'ri proporsional, sterjen uzunligi kvadratiga to'g'ri proporsional;

sterjen bikirligiga teskari proporsional, sterjen uzunligi kvadratiga teskari proporsional;

10. Eyler kritik kuchi qaysi formula bilan hisoblanadi?

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{\ell^2}; \quad F_{kr} = \frac{n^2 \pi^2 EI_{\min}}{\ell^2};$$

$$F_{kr} = \frac{4\pi^2 EI_{\min}}{\ell^2}; \quad F_{kr} = \frac{9\pi^2 EI_{\min}}{\ell^2};$$

11. Qaysi shart bajarilsa, kritik kuchlanishni aniqlash uchun Eyler formulasidan foydalanish mumkin?

$$\sigma_{kr} \leq \sigma_{p.ch}; \quad \sigma_{kr} \leq \sigma_n;$$

$$\sigma_{kr} + \sigma_n; \quad \sigma_{kr} \leq \sigma_T;$$

12. Siqilgan sterjenning uzunligini keltirish koeffitsienti ikki uchi sharnirli mahkamlangan holatda qanday qiymatga teng?

$$\mu = 1; \quad \mu = 2;$$

$$\mu = 0,7; \quad \mu = 0;$$

13. Siqilgan sterjenning uzunligini keltirish koeffitsienti ikki uchi qistirib mahkamlangan holatda qanday qiymatga teng?

$$\mu = 0,5; \quad \mu = 2;$$

$$\mu = 1; \quad \mu = 0;$$

14. Siqilgan sterjenning uzunligini keltirish koeffitsienti bir uchi qistirib ikkinchisi sharnirli mahkamlangan holatda qanchaga teng?

$$\mu = 0,7; \quad \mu = 2;$$

$$\mu = 1; \quad \mu = 0;$$

15. Siqilgan sterjenning egiluvchanligi bir uchi qistirib ikki uchi erkin bo'lgan holatda qanchaga teng?

$$\mu = 2; \quad \mu = 0,7;$$

$$\mu = 1; \quad \mu = 0;$$

16. Siqilgan sterjenlarda kritik kuchlanish material proportionallik chegarasidan oshganda ustivorlik masalasi nazariy yechimini birinchi bo'lib kim aniqladi?

Engesser; Shenli;

Yasinskiy; Karman;

17. F.Engesser tomonidan qanday taklif kiritilgan edi?

elastiklik modulini urinma modul bilan almashtirish;

elastiklik modulini urinma modulga qo'shish;

elastiklik modulini urinma modulga bo'lish.

elastiklik modulidan urinma modulni ayirish;

18. F.Engesser urinma modul nazariyasida nimani e'tiborga olmagan?

siqilgan sterjen o'qining bo'ylama egilishida nafaqat siquvchi kuchlanish balki, qo'shimcha cho'zuvchi kuchlanish ham hosil bo'lishini;

siqilgan sterjen o'qining bo'ylama egilishida faqat siquvchi kuchlanish ham hosil bo'lishini;

siqilgan sterjen o'qining bo'ylama egilishida faqat cho'zuvchi kuchlanish hosil bo'lishini;

siqilgan sterjen o'qining bo'ylama egilishida nafaqat siquvchi kuchlanish balki, qo'shimcha cho'zuvchi kuchlanish hosil bo'lmasligini;

19. Yasinskiy-Karman nazariyasi mazmuni nimadan iborat?

urinma modulini keltirilgan modul bilan almashtirishi;

elastiklik modulini keltirilgan modulga qo'shish;

keltirilgan modulini keltirilgan modulga bo'lish.

elastiklik modulidan keltirilgan modulni ayirish;

20. Umumiy hol uchun keltirilgan elastiklik modul qaysi formula bilan ifodalanadi?

$$E_{kel} = \frac{E_1 I_1 + E_2 I_2}{I}; \quad E_{kel} = \frac{E_1 E_2}{(\sqrt{E_1} + \sqrt{E_2})^2};$$

$$S_{kel} = \frac{bh_1^2}{2} - \frac{E_2}{E_1} \frac{bh_2^2}{2}; \quad M_{kel} = -(E_2 I_2 + E_1 I_1) \frac{d^2 w}{dz^2};$$

21. To'g'ri to'rtburchakli kesim uchun keltirilgan elastiklik modul qaysi formula bilan ifodalanadi?

$$E_{kel} = \frac{E_1 E_2}{(\sqrt{E_1} + \sqrt{E_2})^2}; \quad E_{kel} = \frac{E_1 I_1 + E_2 I_2}{I};$$

$$S_{kel} = \frac{bh_1^2}{2} - \frac{E_2}{E_1} \frac{bh_2^2}{2}; \quad M_{kel} = -(E_2 I_2 + E_1 I_1) \frac{d^2 w}{dz^2};$$

22. Siqilgan sterjen bo'ylama egilganda Shenli tomonidan qanday taklif kiritilgan?

faqat yuklanish bo'lishi;

faqat yuksizlanish bo'lishi;

yuklanish va yuksizlanish bo'lishi; barcha javoblar to'g'ri;

23. O'rtacha egiluvchanlikka ega bo'lgan po'lat sterjenlarning egiluvchanligi qaysi javobda to'g'ri keltirilgan?

$$40 \div 100;$$

$$40;$$

$$0 \div 100;$$

$$0 \div 40;$$

24. K. Ismayilov tomonidan ustivorlik nazariyasiga qanday yangilik kiritildi?

siqilish diagrammasi egri chizig'ining yuklanish va yuksizlanish qismlarida bitta urinma modul bilan ifodalanishi;

siqilish diagrammasi egri chizig'ining yuklanish va yuksizlanish qismlarida bitta kesuvchi modul bilan ifodalanishi;

siqilish diagrammasi egri chizig'ining yuklanish va yuksizlanish qismlarida bitta elastik modul bilan ifodalanishi;

siqilish diagrammasi egri chizig'ining yuklanish va yuksizlanish qismlarida bitta plastik modul bilan ifodalanishi;

25. Elastiklik chegarasidan keyin sterjenlarning bo'ylama egilishida qaysi olimning nazariyasi tajribaga yaqin?

Shenli-Engesser-Ismayilov;

Yasinskiy-Karman-Shenli;

Karman-Eyler-Yasinskiy;

Djonson;

26. Siqilgan sterjenlarning bo'ylama egilishida quyidagilarning qaysi biri Tetmayer-Yasinskiy empirik formulasini ifodalaydi?

$$\sigma_{kr} = a - b\lambda; \quad \sigma_{kr} = a - b\lambda + c\lambda^2;$$

$$\sigma_{kr} = \sigma_0 - a\lambda^2; \quad \sigma_{kr,sh.e} = \frac{\pi^2 E_t I_{min}}{A l^2};$$

27. Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka hisoblashda quyidagi hollarning qaysi birida Yasinskiy formulasidan foydalanish mumkin?

o'rtacha egiluvchanlikda;

kichik egiluvchanlikda;

katta egiluvchanlikda;

barcha javoblar to'g'ri;

28. Siqilgan sterjen mustahkamlik sharti quyidagi formulalardan qaysi biri bilan ifodalanadi?

$$\sigma = \frac{F}{A_{netto}} \leq [\sigma]; \quad \sigma = \frac{F}{A_{brutto}} \leq [\sigma_u] = \varphi[\sigma];$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_m}{[n]};$$

$$[\sigma_u] = \frac{\sigma_{kr}}{[n_u]};$$

29. Sterjen ko'ndalang kesim zaiflashishini hisobga olgandagi haqiqiy kesim yuzasi quyidagilarning qaysi biri?

$$A_{netto}; \quad A;$$

$$A_{brutto}; \quad A_{netto} - A_{brutto};$$

30. Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka loyihalash hisobida ustivorlik shartida ikkita noma'lum bo'lgani uchun uni qaysi usul bilan yechamiz?

ketma-ket yaqinlashish;
integrallash;

boshlang'ich parametr;
dinamik;

VI BOB DINAMIK YUKLAR

6.1-§. Brusning dinamik yuklanishi

Fanning oldingi boblarida sterjenlar va sterjenlar sistemalarini statik yuk ta'sirida hisoblash masalalari mukammal ko'rib chiqilgan edi. Yuk konstruksiyaga juda ham asta-sekin qo'yilganda inshoot qismlarida paydo bo'ladigan harakat tezlanishi juda kichik bo'lganligidan ularni hisobga olmasa ham bo'ladi.

Yuk o'z miqdori, qo'yilgan nuqtalarini yoki yo'nalishlarini sekin-asta oxirgi qiymatigacha o'zgartiradigan, ya'ni tezlanishlari e'tiborsiz bo'lgan yuklarga *statik yuklar* deyiladi.

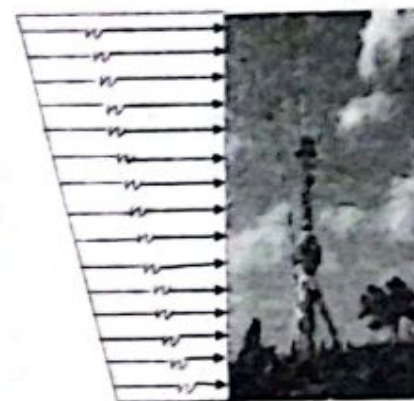
Yuklar o'z miqdori va qo'yilgan nuqtalarini juda qisqa vaqt mobaynida juda katta tezlik bilan o'zgartirsa, bunday yuklar *dinamik yuklar* deyiladi. Dinamik kuchlar jumlasiga inersiya, zarb va davriy o'zgaruvchan kuchlar kiradi. Bunday yuklar ta'siri natijasida konstruksiya elementlarida tebranish hosil bo'ladi. Bu yerda biz dinamik kuch ta'sirida hosil bo'ladigan jarayon mohiyatiga batafsil to'xtalib o'tamiz.

Muhandislik tajribasida ko'pincha *dinamik yuklarga* duch kelamiz, bu yuk o'zining qiymati va holatini nisbatan tez o'zgartiradi (masalan, harakatlanayotgan poezd, shamol, molot va boshqalar) (6.1-chizma). Dinamik yuk inshoot qismlarida tebranma harakat yuzaga keltiradi. Shuning uchun hisoblarda inshootning o'z massasiga ham, yuk massasiga ham (masalan, poezd massasi) bog'liq bo'lgan inersiya kuchlarini ham hisobga olish zarur.

O'z navbatida qo'shimcha zo'riqish va deformatsiyalar inersiya kuchlariga bog'liq bo'ladi. Ba'zan bu qo'shimcha kuchlanishlar shu darajada kattaki, hatto asosiy kuchdan paydo bo'ladigan kuchlanishlardan ham ortiq bo'ladi.

Masalan, passajir lifti o'zgarmas tezlik bilan yuqoriga ko'tarilayotganda, uning sim arqonida statik kuch, agar ma'lum tezlanish bilan ko'tarilsa, dinamik kuch hosil bo'ladi. Bunday yuklardan dinamik ko'chish, deformatsiya va kuchlanishlar hosil bo'ladi.

Konstruksiya elementlarini dinamik yukka hisoblashda nazariy mexanikadan ma'lum bo'lgan, Dalamber prinsipidan foydalaniladi. Dalamber prinsipi, dinamik kuch ta'siridagi konstruksiya elementi har daqiqada sirtqi va inersiya kuchlari ta'sirida muvozanatda deb qaraydi. Inersiya F_i kuchi hajmiy kuchga kirib, u konstruksiya elementining hajmi bo'yicha barcha zarrachalariga uzluksiz ta'sir etadi.



6.1-chizma. Dinamik yuklarga misollar.

Konstruksiya elementining har bir zarrachasiga ta'sir etayotgan elementar inersiya dF_{in} kuch, uning dm massasi bilan a tezlanishi ko'paytmasiga teng bo'ladi va tezlanishiga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi:

$$dF_{in} = dma = \frac{dQ}{g} a = \gamma dV \frac{a}{g}. \quad (6.1)$$

Bu yerda dQ va dV konstruksiya kichik elementining og'irligi va hajmi;

γ materialning solishtirma og'irligi, kN/m^3

g erkin tushish tezlanishi, uning qiymati $g = 9,81 m/sec^2$.

Konstruksiya elementining bir birlik hajmiga ta'sir etuvchi inersiya kuchi quyidagiga teng bo'ladi:

$$\frac{dF_{in}}{dV} = \gamma \frac{a}{g}. \quad (6.2)$$

Sterjenlarni hisoblashda uning uzunligi bo'ylab tekis taqsimlangan kuchni kiritish qulaylik tug'diradi. Ko'ndalang kesim yuzasi $A(z)$ uzunligi dz bo'lgan elementar sterjenning hajmi $A(z) \cdot dz$ ga teng bo'ladi. Unda (6.2) formulani e'tiborga olib, quyidagini hosil qilamiz:

$$q_{in}(z) = \frac{\gamma a dV}{g dz} = \frac{\gamma a A dz}{g dz} = \frac{qa}{g}. \quad (6.3)$$

Bunda $q = \gamma \cdot A$ sterjenning bir birlik uzunligiga to'g'ri keluvchi kuch.

Materiallar qarshiligida ko'pgina masalalarni yechishda F_d dinamik kuchlardan hosil bo'ladigan dinamik u_d ko'chish, deformatsiya va kuchlanish σ_d larni, F_{st} statik kuchdan hosil bo'ladigan statik u_{st} ko'chish, ϵ_{st} deformatsiya va kuchlanish σ_{st} larni dinamik koeffitsientga ko'paytirib aniqlanadi:

$$u_d = \mu u_{st}; \quad \epsilon_d = \mu \epsilon_{st}; \quad \sigma_d = \mu \sigma_{st}; \quad F_d = \mu F_{st}. \quad (6.4)$$

Ko'pgina hollarda dinamik koeffitsient μ analitik usulda topiladi, agar bu qiyin bo'lsa, tajriba yo'li bilan topiladi. Tabiiyki, bu koeffitsient dinamik yuk turiga, inshootning o'lchamlari, massasi, bikirligi kabi qator omillariga bog'liq.

Umumiy holda dinamik yuk inshootga bo'ladigan murakkab ta'sir bo'lib, hamma vaqt ham uni hisobga olib bo'lmaydi.

Bu bobda, faqat sodda masalalarni ko'rib chiqamiz va ularni yechishda hisobni soddalashtiruvchi qator gipotezalar qabul qilinadi. Biz bu bobda yukni ko'tarishda sim arqon hisobi; zarb ta'sirining hisobi; erkinlik darajasi birga teng bo'lgan sistemasining tebranma harakati hisobi bilan tanishib chiqamiz.

6.2-§. Sim arqonni hisoblashda inersiya kuchini inobatga olish

Og'irligi G bo'lgan yukni a tezlanish bilan ko'tarishda sim arqon hisobini ko'rib chiqamiz. (6.2-chizma). Ko'ndalang kesim yuzasi A bo'lgan, l m uzunlikdagi sim arqon og'irligini q bilan belgilaymiz.

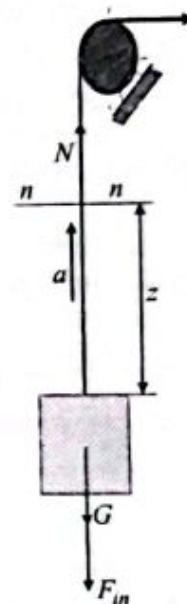
Yuk qo'zg'almas bo'lganda, sim arqonning ixtiyoriy ko'ndalang $n-n$ kesimida yuk va sim arqon og'irligidan statik zo'riqish kuchi paydo bo'ladi. Ushbu statik zo'riqish kuchi sim arqonning qirqib

olingan pastki qismining muvozanatda bo'lish shartidan aniqlanadi va u quyidagiga teng:

$$N_{st} = G + qz. \quad (6.5)$$

Bu yerda qz $-z$ uzunlikdagi sim arqonning og'irligi.

Yuqoriga biror yukni a tezlanish bilan ko'tarayotgan sim arqonda hosil bo'ladigan zo'riqish kuchini aniqlash uchun yukning harakat tenglamasini tuzish lozim. Bu tenglamani tuzish nazariy mexanikadan ma'lum bo'lgan D'alamber prinsipidan foydalanib amalga oshiriladi. Bu prinsipga muvofiq harakatlanayotgan sistemasining barcha nuqtalariga qo'shimcha ravishda *inersiya kuchlarini* qo'yib, sistemani muvozanatda deb qarash mumkin.



6.2-chizma. Yuqoriga a tezlanish bilan ko'tarilayotgan yuk.

Inersiya kuchining miqdori massa bilan uning tezlanishi ko'paytmasiga teng bo'lib, tezlanishga nisbatan teskari tomonga yo'nalgan.

Dalamber prinsipi yordamida istalgan dinamik masalaning yechimi sodda shakldagi statik muvozanat tenglamalarini tuzishga keltiradi.

Yuk a tezlanish bilan ko'tarilganda, yukning $\frac{G}{g}a$ inersiya kuchi va sim arqonning $\frac{qz}{g}a$ inersiya kuchlari hosil bo'ladi.

Unda sim arqonda inersiya kuchi quyidagiga teng bo'ladi:

$$F_{in} = \frac{G + qz}{g}a. \quad (6.6)$$

Bu yerda $g = 9,81 \text{ m/sek}^2$ jismning erkin tushish tezlanishi.

Dinamik N_d zo'riqish kuchining to'la qiymati quyidagi tenglikdan topiladi:

$$N_d = (G + qz) + \frac{(G + qz)}{g}a = (G + qz) \left(1 + \frac{a}{g} \right). \quad (6.7)$$

(6.1) formulani e'tiborga olib va belgilash kiritib (6.7) ifodani quyidagicha yozish mumkin:

$$N_d = \mu N_{st}. \quad (6.8)$$

Sim arqonning ixtiyoriy kesimidagi dinamik kuchlanish quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_d = \frac{N_d}{A} = \mu \sigma_{st} \quad (6.9)$$

Bunda dinamik koeffitsient qiymati quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$\mu = 1 + \frac{a}{g}. \quad (6.10)$$

Xulosa

Demak, yukni a tezlanish bilan ko'targanda, dinamik kuchlanish statik miqdordan bir necha marta katta bo'ladi.

Agar yuk a tezlanish bilan tushirilsa, dinamik koeffitsient formulasi oldiga minus ishora qo'yish kerak. Yuk erkin tushganida tezlanish $a = -g$ bo'lganligidan sim arqondagi tortilish kuchi nolga teng bo'ladi. Sim arqon tushayotgan yuk ketidan hech qanday zo'riqishsiz harakatlanadi.

6.3-§. Tekis tezlanish bilan harakatlanayotgan brus hisobi

To'sin sim arqon bilan yuqoriga a tezlanish bilan ko'tarilayotganda, to'sin va sim arqonda hosil bo'ladigan dinamik kuch va kuchlanishlarni aniqlash masalasini ko'rib chiqamiz (6.3-chizma). Bunda hosil bo'lgan inersiya kuchi to'sinda qo'shimcha egilish va sim arqonda cho'zilish deformatsiyalarini hosil qiladi.

To'sin yuqoriga ko'tarilguncha to'sinning A kesimida eng katta statik eguvchi moment

$$M_{st} = \frac{q_1 \ell^2}{18} \quad (6.11)$$

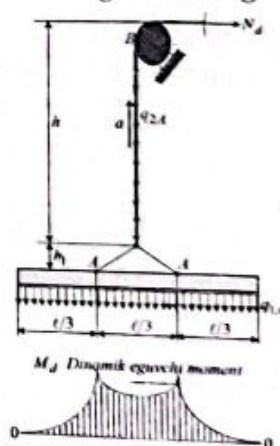
sim arqonning B kesimida esa eng katta statik cho'zuvchi kuch hosil bo'ladi (mahkamlovchi qurilmalar og'irligini e'tiborga olmaymiz $h_1 \ll h$):

$$N_{st} = q_1 \ell + q_2 h; \quad (6.12)$$

bu yerda q_1, q_2 to'sin va trosning bir birlik uzunligiga to'g'ri keluvchi og'irligi.

To'sinni a tezlanish bilan ko'tarishda to'sin va sim arqon uzunligi bo'yicha tekis taralgan inersiya kuchlari hosil bo'ladi. Ular (6.3) formula asosida quyidagicha ifodalanadi:

$$q_{1,i} = \frac{q_1 a}{g}; \quad q_{2,i} = \frac{q_2 a}{g}. \quad (6.13)$$



6.3-chizma. Tezlanish bilan ko'tarilayotgan to'sin.

Dinamik yuklar statik va inersiya yuklari yig'indisiga teng:

$$q_{1,d} = q_1 + q_{1,i} = \left(1 + \frac{a}{g}\right) q_1 = \mu \cdot q_1; \quad q_{2,d} = q_2 + q_{2,i} = \left(1 + \frac{a}{g}\right) q_2 = \mu \cdot q_2. \quad (6.14)$$

Demak bu ifodalardan ko'rinadiki, qaralayotgan holat uchun dinamik koeffitsient miqdori quyidagi ifoda bilan aniqlanar ekan:

$$\mu = \left(1 + \frac{a}{g}\right). \quad (6.15)$$

Shunday qilib, eng katta dinamik eguvchi moment va sim arqonda dinamik zo'riqish kuchlari quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$M_d = \mu \cdot M_{st} = \mu \frac{q_1 \ell^2}{18}; \quad N_d = \mu \cdot N_{st} = \mu (q_1 \ell + q_2 h). \quad (6.16)$$

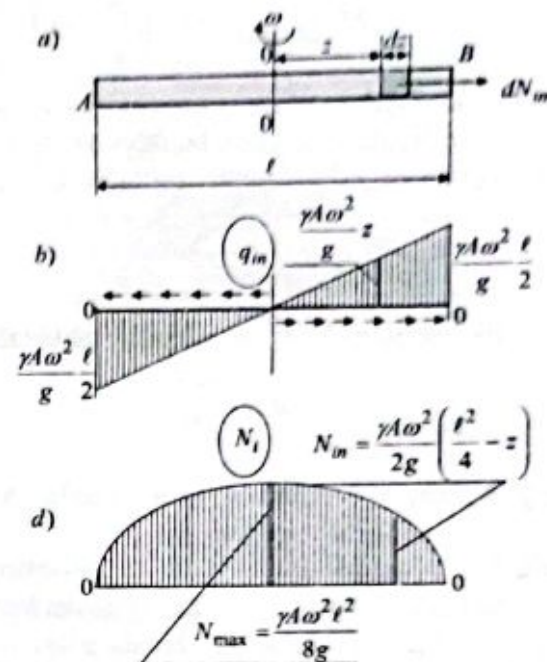
To'sin va sim arqonlardagi eng katta dinamik kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_d = \frac{M_d}{W} = \mu \frac{M_{st}}{W}; \quad \sigma_d = \frac{N_d}{A} = \mu \frac{N_{st}}{A}. \quad (6.17)$$

Bu yerda W to'sin ko'ndalang kesim yuzasi qarshilik momenti;
 A sim arqon ko'ndalang kesim yuzasi.

6.4-§. Aylanma harakatda bo'lgan brus hisobi

Yuqorida keltirilgan to'sin uzunligi o'rtasidan o'tuvchi biror vertikal OO o'q atrofida o'zgarmas ω burchak tezlik bilan aylanganda hosil bo'luvchi kuchlanishlar qanday o'zgarishini ko'rib chiqamiz (6.4-chizma).



6.4-chizma. ω burchak tezligi bilan aylayotgan to'sin.

Bunda ajratilgan element radial (markazdan qochirma) tezlanishga ega bo'ladi:

$$a_n = \omega^2 z. \quad (6.18)$$

Qaralayotgan masalada sterjen uzunlik birligiga to'g'ri keluvchi inersiya kuchining intensivligi quyidagi formula orqali ifodalanadi:

$$q_{in} = \frac{\gamma A}{g} a_n = \frac{\gamma A}{g} \omega^2 z. \quad (6.19)$$

Bu kuchning to'sin uzunligi bo'yicha o'zgarish qonuni 6.4,b-chizmada keltirilgan. To'sindan ajratilgan elementga ta'sir etuvchi inersiya kuchi quyidagiga teng bo'ladi:

$$dN_{in} = \frac{\gamma A dz}{g} \omega^2 z. \quad (6.20)$$

Unda butun to'sin o'qidan z masofada ajratilgan elementga ta'sir etuvchi inersiya kuchi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$N_{in} = \int_z^l \frac{\gamma A z}{g} \omega^2 dz = \gamma \frac{A \omega^2}{2g} \left(\frac{l^2}{4} - z^2 \right) \quad (6.21)$$

Ushbu inersiya kuchining to'sin o'qi bo'yicha o'zgarish epyurasi 6.4,d-chizmada keltirilgan. Eng katta inersiya kuchi to'sinning $z=0$ bo'lgan ko'ndalang kesimida hosil bo'ladi va uning miqdori quyidagiga teng bo'ladi:

$$N_{max} = \gamma A \frac{\omega^2 l^2}{8g} \quad (6.22)$$

Maksimal dinamik kuchlanish esa quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_{d,max} = \gamma \frac{\omega^2 l^2}{8g} \quad (6.23)$$

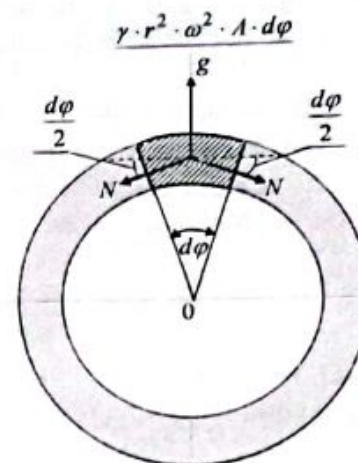
6.5-§. Aylanma harakatda bo'lgan halqa hisobi

Ko'ndalang kesim yuzasi A , radius r , solishtirma og'irligi γ bo'lgan, o'zgarmas ω burchak tezlik bilan aylanma harakatdagi halqa masalasini ko'rib chiqamiz. Ma'lumki, bunda halqa o'qining har bir nuqtasi $\omega^2 r$ tezlanish bilan harakatlanadi va natijada halqa o'qi bo'yicha tekis taqsimlangan inersiya kuchi yoki markazdan qochma kuch hosil bo'ladi.

Halqadan birorta cheksiz kichik element ajratib olamiz (6.5-chizma.). Bu elementning uzunligi $ds = r d\varphi$ ga, hajmi $r A d\varphi$ ga og'irligi $\gamma A d\varphi$ ga teng bo'ladi. Element og'irligidan hosil bo'ladigan inersiya kuchi uning massasi bilan tezlanishi ko'paytmasiga teng bo'ladi:

Element kesimiga tashlab yuborilgan qismning ta'sirini bo'ylama cho'zuvchi kuch bilan almashtiramiz. Elementga ta'sir etayotgan kuchi va inersiya kuchlaridan radial yo'nalish bo'yicha quyidagini hosil qilamiz:

$$2N \sin \frac{d\varphi}{2} = \frac{\gamma \cdot r^2 \omega^2 \cdot A \cdot d\varphi}{g} \quad (6.24)$$



6.5-chizma. Halqa.

Bu ifodadagi burchak juda ham kichik bo'lganligi sababli $\sin \frac{d\varphi}{2} \approx \frac{d\varphi}{2}$ deb qaraymiz va quyidagi natijaga erishamiz:

$$N = \frac{\gamma \cdot r^2 \cdot \omega^2 \cdot A}{g} \quad (6.25)$$

Unda halqada hosil bo'lgan kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{\gamma \cdot r^2 \cdot \omega^2}{g} \quad (6.26)$$

6.6-§. Brusni bo'ylama va ko'ndalang zarba yuklarga hisoblash

Qaralayotgan masalaning yechimi ixtiyoriy sistemaga qo'llash mumkin bo'lishi uchun birorta elastik konstruksiyani uchiga to'plangan $m = G_0/g$ massa biriktirilgan prujina ko'rinishida qaraymiz (6.6,a-chizma). Balandlik h dan tushayotgan yuk massasini $M = G/g$ belgilaymiz.

Bu holat uchun quyidagi cheklanishlarni qabul qilamiz.

1. Real konstruksiyaga zarba beruvchi massaning birinchi zarb berishidanoq sterjen bo'ylab elastik deformatsiya to'liqini tarqalishi boshlanadi.

2. M va m massalarning urilishi bir ($\tau=0$) zunda ro'y beradi va ideal elastik emas deb qaraladi (orqaga qaytmaydi).

Yuqoridan tushayotgan zarba beruvchi massa tezligi tushayotgan balandligiga bog'liq bo'lib, quyidagiga teng bo'ladi:

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (6.27)$$

Yuqoridan tushayotgan zarba beruvchi massa pastki zarbalanuvchi massaga urilgandan so'ng ular bir butun bo'lib, $v_0 < v$ tezlik bilan harakatlanadi (6.6,b-chizma). Bu tezlikni sistemaning urilguncha va urilgandan keyingi harakatlari sonining tenglik shartida aniqlaymiz:

$$Mv = (M + m)v_0. \quad (6.28)$$

Bu tenglamadan $\tau=0$ bo'lganda, sistemaning ikki massaning boshlang'ich tezligini va sistemaning unga to'g'ri keluvchi kinetik T_0 energiyasini aniqlaymiz:

$$v_0 = \frac{M}{M+m}v, \quad T_0 = \frac{(M+m)}{2}v_0^2 = \frac{M^2}{2(M+m)}v^2. \quad (6.29)$$

Yig'ma ($F_d + G_0$) massaning keyingi harakati boshlang'ich $\lambda_0 = 0$ ko'chishida va (6.29) shart asosida erkinlik darajasi birga teng bo'lgan sistema kabi harakatlanadi. Bu esa tebranish bo'ladi, uning grafigi 6.6,e-chizmada keltirilgan.

Prujinada eng katta zo'riqish N_d kuchi, ko'chish $\lambda = \lambda_d$ maksimal qiymatga yetgan pastki chetki holatdagi 1 nuqtada hosil bo'ladi.

Bu onda massaning tezligi va sistemaning kinetik energiyasi T_1 nolga teng bo'ladi.

Elastik prujinada ichki zo'riqish N kuchidan hosil bo'ladigan λ ko'chish orasidagi bog'lanish quyidagicha ifodalanadi:

$$\lambda = \frac{N}{c}. \quad (6.30)$$

Bu yerda c prujina bikirligi.

Agar prujinani shartli ravishda yuqoridan tushuvchi yuk og'irligiga teng $F_{st} = G$ yuk bilan yuklasak, unda prujinada ichki zo'riqish $N_{st} = F_{st} = G$ kuchi bo'ladi va unga tegishli ko'chish quyidagicha aniqlanadi:

$$\lambda_{st} = \frac{N_{st}}{c} = \frac{G}{c}. \quad (6.31)$$

Zarb natijasida olingan boshlang'ich tezlik tufayli prujina λ_d qiymatga siqiladi (6.3-chizma, d). Dinamik λ_d ko'chishni (6.29) formuladan foydalanib, quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\lambda_d = \frac{N_d}{c}. \quad (6.32)$$

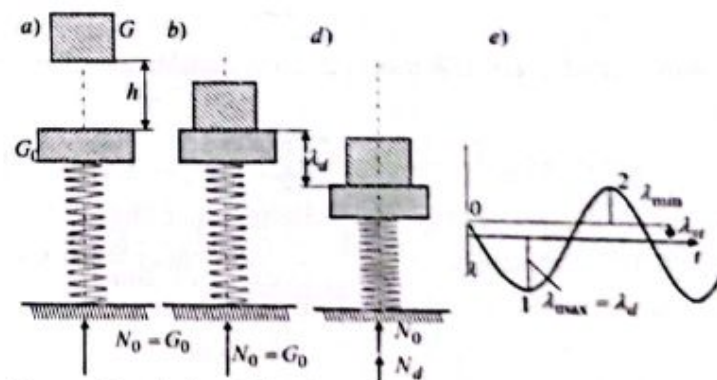
Ushbu (6.32) ifodani (6.31) ifodaga bo'lsak, quyidagi natijani hosil qilamiz:

$$\mu = \frac{\lambda_d}{\lambda_{st}} = \frac{N_d}{N_{st}}. \quad (6.33)$$

Bundan ko'rinadiki, erkinlik darajasi birga teng bo'lgan qabul qilingan sistema hisob modeli dinamik koeffitsienti ko'chish va zo'riqish kuchlari uchun bir xil bo'lar ekan.

Dinamik λ_d ko'chish va dinamik μ koeffitsientini aniqlash uchun nazariy mexanika kursidan ma'lum bo'lgan, kinetik energiya oltirmasi sirtqi kuch bajargan ishiga tenglik teoremadan foydalanib aniqlanadi. Agar $\lambda = \lambda_0 = 0$ bo'lgan (6.6,b-chizma) va 1-nuqtada $\lambda = \lambda_d$ bo'lgan (6.6,d-chizma) holatlarni qabul qilib, ushbu teorema asosida quyidagi ifodani yozish mumkin:

$$T_1 - T_0 = A. \quad (6.34)$$



6.6-chizma. Vertikal zarbda dinamik koeffitsientni aniqlash modeli.

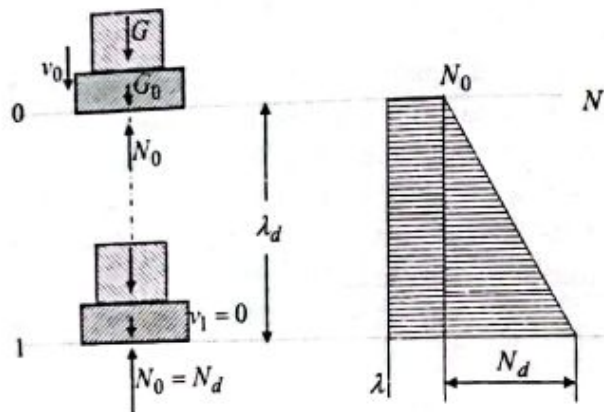
Bu yerda $T_1 = 0$ sistemaning ko'chish $\lambda = \lambda_d$ bo'lganda kinetik energiyasi.

A og'irlik G , G_0 yuklari va prujina tomonida massaga ta'sir etayotgan N kuchlarning, $\lambda_0 = 0$ oraliqdan $\lambda = \lambda_d$ oraliqqa o'tishda harakatlanishi natijasida bajaragan ish (6.7-chizma).

Og'irlik G , G_0 yuklari bajaragan ishlari musbat bo'lib, quyidagiga teng bo'ladi:

$$(G + G_0)\lambda_d. \quad (6.35)$$

Zo'riqish kuchi N bajaragan ishi manfiy bo'lib, trapetsiya yuzi orqali ifodalanib, N kuchining λ_d yo'lda o'zgarishini tasvirlaydi. Demak, bundan quyidagi ifodani yozish mumkin:



6.7-chizma. Zarbdan keyin bajarilgan ishni hisoblash uchun sxema.

$$A = (G + G_0)\lambda_d - \left(N_0\lambda_d + \frac{N_d\lambda_d}{2} \right) = G\lambda_d - \frac{c\lambda_d^2}{2}. \quad (6.36)$$

Bu yerda $G_0 = N_0$; $N_d = c\lambda_d$ ekanligi e'tiborga olingan.

Ushbu (6.36) formuladan A ish va (6.29) tenglamadan kinetik T_0 energiya miqdorlarini (6.34) tenglamaga qo'yib hamda (6.31) formulani e'tiborga olib, dinamik λ_d ko'chishga nisbatan quyidagi kvadrat tenglamani hosil qilamiz:

$$\lambda_d^2 - 2\lambda_d\lambda_{st} - 2h\frac{M}{(M+m)} = 0. \quad (6.37)$$

Bu tenglamani yechib, dinamik λ_d ko'chish ifodasini aniqlaymiz:

$$\lambda_d = \lambda_{st} \left[1 \pm \sqrt{1 + 2h\frac{M}{\lambda_{st}(M+m)}} \right]. \quad (6.38)$$

Bu ifodadagi musbat "+" ishora sistemaning pastki 1-inchi amplituda holatiga to'g'ri keladi. Manfiy "-" ishora zarbdan keyin tebranish jarayonidagi 2-inchi yuqoridagi holatiga to'g'ri keladi (6.6,c-chizma).

Dinamik ko'chish (6.38) formuladagi ishorani musbat olib, (6.33) ifodaga asosan dinamik koeffitsientning ifodasini aniqlaymiz:

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \eta}. \quad (6.39)$$

Bu yerda η zarb beruvchi va zarbalanuvchi massalarning o'zaro munosabatlarini e'toborga oluvchi koeffitsient:

$$\eta = \frac{M}{M+m}. \quad (6.40)$$

Dinamik (6.39) koeffitsientni (6.27) formuladan foydalanib quyidagicha ham ifodalash mumkin:

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g\lambda_{st}} \cdot \eta}. \quad (6.41)$$

Agar yukning tushish balandligi nolga teng ($h = 0$) bo'lsa, dinamik koeffitsient (6.39) ikkiga teng ($\mu = 2$) bo'ladi. Bunday yuklanish to'satdan yuklanish deyiladi. Bu masalani fizik jihatdan quyidagicha talqin qilish mumkin: ipga osilgan yukni to'sin ustida shunday o'rnatish kerakki, yuk to'sin sirtiga tegib tursin, lekin og'irligi to'singa tushmasin, barcha og'irligi ipga tushsin. Agar ip bir onda qirqilsa, yukning butun og'irligi to'satdan balkaga tushadi. Bunda kuchlanish va solqiliklar statik yuklanishdagiga qaraganda ikki marta katta bo'ladi. Ma'lumki, statik yuklanishda yuk qiymati noldan belgilangan miqdorgacha ortadi deb, taxmin qilinadi.

Agar yukning tushish balandligi statik solqilikdan ancha katta bo'lsa, ildiz ostidagi ikkinchi hadga nisbatan birmo'ljaga olmasa ham bo'ladi. Unda dinamik koeffitsient quyidagicha ifodalanadi:

$$\mu = 1 + \frac{v}{\sqrt{g\lambda_{st}}}. \quad (6.42)$$

Bo'ylama zarb. Ko'ndalang A kesim yuzasi o'zgarmas, materialining zichligi ρ , bo'lgan, pastki uchi qistirib mahkamlangan sterjen ga bo'ylama zarb ta'sirini qaraymiz (6.8,a-chizma). Zarb ta'siridan sterjenning, massasi $A dz \rho$ bo'lgan cheksiz kichik elementi v_z tezlikni oladi. Bu v_z tezlik berilgan kesimning ko'chishiga, ko'chishi esa o'z navbatida z qiymatiga proporsional, ya'ni dinamik ko'chishlar epyurasi shakli ham sterjen uchiga statik ravishda qo'yilgan bo'ylama kuchdan hosil bo'ladigan ko'chishlar shakliga o'xshash, deb faraz qilimiz. Unda brus balandligi bo'yicha tezlikning o'zgarish qonuni quyidagicha ifodalanadi:

$$v_z = \frac{z}{\ell} v. \quad (6.43)$$

Bu yerda v sterjen yuqorigi nuqtasining tezligi.

Sterjenning kinetik energiyasi quyidagi formuladan aniqlanadi:

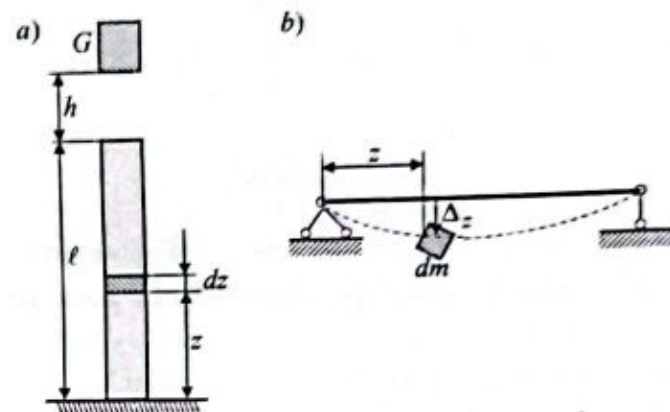
$$T = \int_0^{\ell} A \rho \frac{v_z^2}{2} dz = \frac{A \rho}{2} v^2 \int_0^{\ell} \frac{z^2}{\ell^2} dz = \frac{A \rho \ell v^2}{2 \cdot 3} = \left(\frac{k Q_0}{g} \right) \frac{v^2}{2}. \quad (6.44)$$

Bu yerda k bo'ylama zarbda keltirish koeffitsienti bo'lib, bir uchi qistirib mahkamlangan, og'irligi $A \ell \rho g$ bo'lgan sterjen uchun $k = \frac{1}{3}$ ga teng.

Ko'ndalang zarb. Ikkita sharnirli tayanchga tiralgan, ko'ndalang kesimi o'zgarmas bo'lgan to'sin zarb masalasini ko'ramiz. Sistemaning kinetik energiyasini aniqlash uchun chap tayanchdan z masofada yotuvchi to'sin elementi (6.8,b-chizma) tezligi v_z zarb tushadigan, nuqtaga qo'yilgan F kuch ko'rinishidagi statik yukdan hosil bo'ladigan ko'chish v_z ga proporsional, deb taxmin qilamiz.

Bu proporsionallik shartini quyidagi tenglik bilan ifodalash mumkin:

$$\frac{v_z}{v_{\max}} = \frac{\Delta_z}{\Delta_{\max}}. \quad (6.45)$$



6.8-chizma. Bo'ylama va ko'ndalang zarb.

Bu yerda $v_{\max}$ va $\Delta_{\max}$ tegishli to'sin ravog'i o'rtasidagi nuqtaning tezligi va solqiligi.

Agar zarb tushadigan nuqta to'sin ravog'i o'rtasida deb, qarasak unda solqilik quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$\Delta_z = \frac{F \ell^3}{48 EI} \left(3 \frac{z}{\ell} - 4 \frac{z^3}{\ell^3} \right) = \Delta_{\max} \left(3 \frac{z}{\ell} - 4 \frac{z^3}{\ell^3} \right). \quad (6.46)$$

Demak, tezlikni ham quyidagi tenglama orqali ifodalash mumkin:

$$v_z = \Delta_{\max} \left(3 \frac{z}{\ell} - 4 \frac{z^3}{\ell^3} \right); \quad 0 \leq z \leq \frac{\ell}{2}. \quad (6.47)$$

Sistemaning kinetik energiyasi quyidagi tenglikdan topiladi:

$$\begin{aligned} T &= \int_0^{\ell} \frac{v_z^2}{2} dm = \int_0^{\ell} A \rho dz \frac{v_z^2}{2} = 2 \int_0^{\ell/2} \frac{1}{2} A \rho v_{\max}^2 \left(3 \frac{z}{\ell} - 4 \frac{z^3}{\ell^3} \right) dz = \\ &= A \rho v_{\max}^2 \int_0^{\ell/2} \left(9 \frac{z^2}{\ell^2} - 24 \frac{z^4}{\ell^4} + 16 \frac{z^6}{\ell^6} \right) dz = \frac{17}{35} \left(\frac{Q_0}{2g} v_{\max}^2 \right). \end{aligned} \quad (6.48)$$

Bundan, ko'ndalang zarbda k keltirish koeffitsienti, uchlari sharnirli mahkamlangan, og'irligi $Q_0 = A \ell \rho$ bo'lgan to'sin uchun

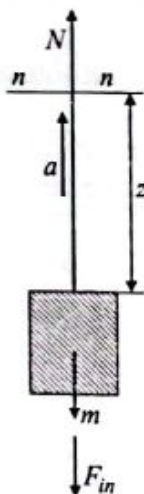
$k = \frac{17}{35}$ ga teng ekanligi kelib chiqadi.

Uchlari sharnirli tayangan to'sinning o'rtasiga yuk kelib uriladigan hol uchun dinamik koeffitsientning qiymati quyidagiga teng bo'ladi:

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{17 Q_0}{35 G}\right)}} \quad (6.49)$$

Masalalar

6.1-masala. Uzunligi $\ell = 60m$, diametri $d = 4sm$, materiali zichligi $\rho = 5g/sm^3$, hisobiy qarshiligi $R = 30MPa$ bo'lgan po'lat arqon yordamida massasi $m = 600N$ li lift kabinasi $a = 5m/sek^2$ tezlanish bilan yuqoriga ko'tarilganda, po'lat arqon mustahkamligi tekshirilsin (6.9-chizma).



6.9-chizma. Po'lat arqonda yuqoriga ko'tarilayotgan lift kabinasi.

Yechish. Agar kabina harakatlanmasdan tinch turganda po'lat arqonning ixtiyoriy kesimida hosil bo'lgan ichki zo'riqish kuchi quyidagiga teng bo'ladi:

$$F_{st} = ma + \rho g A z.$$

Unda eng katta statik kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_{st} = \frac{F_{st, \max}}{A} = \frac{(mg + \rho A g \ell)}{A} = \frac{600 \cdot 9,81 + 7,75 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 3,14 \cdot (0,02)^2 \cdot 60}{3,14 \cdot (0,02)^2} = 9,25 \cdot 10^6 N/m^2 = 9,25 MPa.$$

Kabina a tezlanish bilan ko'tarilganda, kabinaning mg inersiya kuchi, po'lat sim arqonning $\rho g A z \frac{a}{g}$ inersiya kuchlari hosil bo'ladi.

Unda sim arqonda inersiya kuchi quyidagiga teng bo'ladi:

$$F_{in} = mg + \rho A z a.$$

Dinamik, N_d zo'riqish kuchining to'la qiymati quyidagi tenglikdan topiladi:

$$N_d = (mg + \rho A g z) + (mg + \rho A z a) = (mg + \rho A g z) \left(1 + \frac{a}{g}\right).$$

Bu yerda A po'lat sim arqonning ko'ndalang kesim yuzasi;

$g = 9,81 m/sek^2$ erkin tushish tezlanishi.

Eng katta dinamik quchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_d = \frac{N_{d \max}}{A} = \frac{(mg + \rho A g z) \left(1 + \frac{a}{g}\right)}{A} = \frac{600 \cdot 9,81 + 7,75 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 3,14 \cdot (0,02)^2 \cdot 60}{3,14 \cdot (0,02)^2} \left(1 + \frac{5}{9,81}\right) = 13,96 \cdot 10^6 N/m^2 = 13,96 MPa.$$

Xulosa

Po'lat sim arqon mustahkamligi ta'minlangan, chunki maksimal dinamik kuchlanish $\sigma_d = 13,96 MPa < 30 MPa$ hisobiy kuchlanishdan kichik.

Zarb yukdan hosil bo'lgan eng katta dinamik kuchlanish statik kuchdan hosil bo'lgan kuchlanishdan 1,5 marta katta bo'lar ekan.

6.2-masala. Uzunligi o'rtasiga qo'yilgan F kuch yuqoriga $a = 2g$ tezlanish bilan ko'tarilayotgan gorizonta brus mustahkamligi tekshirilsin (6.10,a-chizma). Brus ko'ndalang kesim yuzasi tomonlari o'lchami $h = b = 5sm$ bo'lgan kvadrat, uzunligi $\ell = 2m$ ga teng. Materialning xarakteristikalarini zichligi $\rho = 2,8g/sm^3$ hisobiy qarshiligi $R = 10MPa$ ga teng.

Yechish. Yuqoriga ko'tarilayotgan gorizonta brusning og'irligidan hosil bo'ladigan tekis taqsimlangan statik yuk intensivligini aniqlaymiz:

$$q_{st} = \rho g A = 2,8 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 1 = 68,7 \text{ N/m}.$$

Unda tekis taqsimlangan inersiya kuchining miqdori quyidagiga teng bo'ladi:

$$q_{in} = q_{st} k_d = q_{st} \left(1 + \frac{a}{g} \right) = 68,7 \cdot \left(1 + \frac{2g}{g} \right) = 206,1 \text{ N/m}.$$

Tekis taqsimlangan yuklar yig'indisi intensivligini aniqlaymiz:

$$q = q_{st} + q_{in} = 68,7 + 206,1 = 274,8 \text{ N/m}.$$

Brusning dinamik muvozanat shartidan foydalanib, F to'plangan kuch miqdorini aniqlaymiz:

$$F = q \cdot \mu = 274,8 \cdot 2 = 549,6 \text{ kN}.$$

Yuklarning intensivligi q_{st} , q_{in} va taqsimlangan yuklar q yig'indisi 6.10, b-, d-, e-chizmalarda, va Q ko'ndalang kuch hamda M eguvchi moment epyuralari 6.10, g-, f-chizmalarda keltirilgan.

Eng katta eguvchi moment miqdori quyidagiga teng bo'ladi:

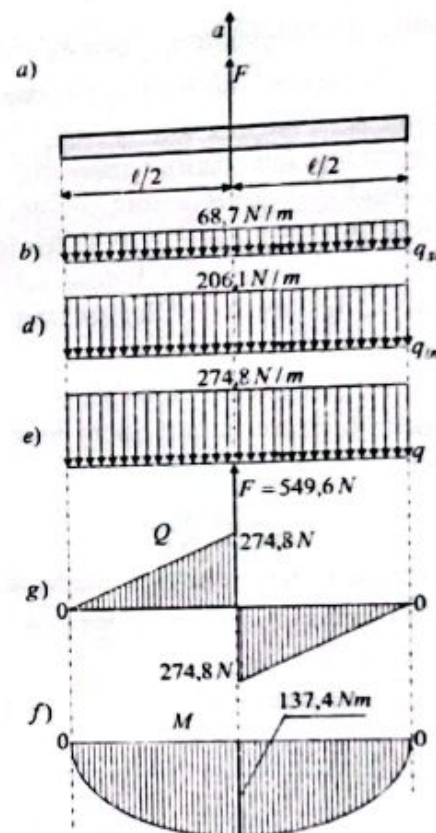
$$M_{\max} = \frac{q \cdot \ell^2}{8} = \frac{274,8 \cdot 2^2}{8} = 137,4 \text{ Nm}.$$

Kvadrat shaklidagi kesimning inersiya momenti quyidagiga teng:

$$W = \frac{b^3}{6} = \frac{125 \cdot 10^{-6}}{6} = 20,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Unda maksimal dinamik kuchlanish quyidagiga teng bo'ladi:

$$\sigma_{d, \max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{137,4}{20,8 \cdot 10^{-6}} = 6,6 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}^2 = 6,6 \text{ MPa}.$$



6.10-chizma. O'zgarmas tezlanish bilan ko'tarilayotgan gorizonta to'sin.

Xulosa

Maksimal dinamik kuchlanish $\sigma_{d, \max} = 6,6 \text{ MPa}$ miqdori hisobiy $R = 10 \text{ MPa}$ qarshilikdan kichik, demak, brus mustahkamligi ta'minlangan.

Hisoblar shuni ko'rsatadiki, dinamik kuchlanish miqdori, statik kuchlanish miqdoridan 3 marta katta bo'lar ekan.

6.3-masala. Ko'ndalang kesim yuzasi o'zgarmas, uzunligi $\ell = 0,6 \text{ m}$ bo'lgan gorizonta po'lat sterjen vertikal y o'qi atrofida

doimiy burchak tezlik $n = 1000 \text{ ob/min}$ bilan aylanadi (6.11-chizma). Materiali zichligi $\rho = 7,75 \text{ g/sm}^2$ bo'lgan sterjendagi eng katta normal cho'zuvchi kuchlanish aniqlansin.

Yechish. Sterjenning bir birlik uzunligiga to'g'ri keluvchi inersiya kuchi intensivligini hisoblaymiz, u bir birlik uzunlikdagi element massasi bilan normal a_n tezlanish ko'paytmasiga teng:

$$q_{in} = \rho \cdot A \cdot 1 \cdot a_n.$$

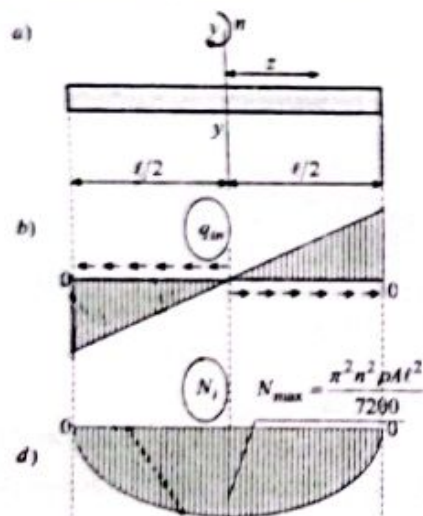
Bu yerda normal a_n tezlanish quyidagiga teng

$$a_n = \frac{(\pi n)^2}{900} z$$

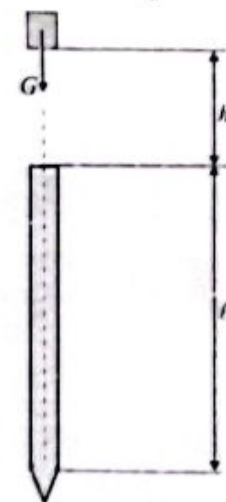
ekanligini e'tiborga olib, inersiya q_{in} kuchi intensivligini quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$q_{in} = \rho A \frac{(\pi n)^2}{900} z.$$

Bu q_{in} kuchning epyurasi 6.11,b-chizmada ko'rsatilgan.



6.11-chizma. Vertikal o'q atrofida aylanayotgan gorizontal sterjen.



6.12-chizma. Yog'och qoziq.

Unda to'sin aylanish o'qidan z masofada kesimda ta'sir etuvchi N bo'ylama cho'zuvchi kuchi, kesimdan sterjen oxirigacha bo'lgan

oraliqdagi q_{in} kuchning epyurasiga teng, ya'ni bu qaralayotgan masalada trapetsiya yuzasiga teng:

$$N = \rho A \frac{(\pi n)^2}{900} \left(z + \frac{l}{2} \right) \left(z - \frac{l}{2} \right) \frac{1}{2} = \rho A \frac{(\pi n)^2}{1800} \left(\frac{l^2}{4} - z^2 \right).$$

Ushbu kuch epyurasi 6.11,d-chizmada ko'rsatilgan. Bo'ylama N kuchning eng katta qiymati $z = 0$ bo'lgan kesimda hosil bo'lib, u quyidagiga teng bo'ladi:

$$N = \rho A \frac{(\pi n)^2 l^2}{1800}.$$

Eng katta cho'zuvchi kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{A} = \rho \frac{(\pi n)^2 l^2}{1800} = \frac{7,75 \cdot 10^3 \cdot (3,14)^2 \cdot 1000^2 \cdot (0,6)^2}{7200} = 3,8 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} = 3,8 \text{ MPa}.$$

6.4-masala. Uzunligi $l = 8 \text{ m}$ diametri, $d = 20 \text{ sm}$ bo'lgan yog'och qoziqni qoqish uskunasi kopyor bolg'asi $h = 0,6 \text{ m}$ balandlikdan tushib, normativ $G_n = 3 \text{ kN}$ og'irlik bilan uriladi. Bu paytda qoziqning oxiridagi pastki uchi ko'chmaydi deb qarab, uning mustahkamligi tekshirilsin (6.12-chizma). Yog'ochning hisobiy qarshiligi $R = 16 \text{ MPa}$, yuklash bo'yicha ishonchlik $\gamma_f = 1,2$ ko'effitsienti va ish sharoitini e'tiborga oluvchi ko'effitsienti $\gamma_{ish} = 1,2$ ga teng.

Yechish. Yog'och qoziq qoqish jarayonida bo'ylama yoki siquvchi zarbga uchraydi.

Yog'och qoziqning yuqoridagi oxirgi uchining statik ko'chishi statik bo'ylama qisqarishiga teng bo'lib, u quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\Delta_{st} = \Delta \ell_{st} = \frac{N_n \ell}{EA} = \frac{G_n \ell}{E \left(\frac{\pi d^2}{4} \right)} = \frac{3 \cdot 10^3 \cdot 8}{10 \cdot 10^9 \left(\frac{3,14 \cdot 0,20^2}{4} \right)} = 7,64 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 0,0764 \text{ mm}.$$

Bu yerda $E = 10^6 \frac{N}{sm^2}$ yog'och qoziq materiali elastiklik moduli.

Statik kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_{st} = \frac{N}{A} = \frac{3 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{(3,14 \cdot 0,20^2 / 4)} = 114,65 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} = 0,11465 \text{ MPa}.$$

Ushbu bolg'asining tushish balandligi qoziqning statik ko'chishidan ancha katta bo'lganligi uchun dinamik koeffitsientni quyidagi soddalashgan formula bilan hisoblash mumkin:

$$k_d \approx \sqrt{\frac{2h}{\lambda_{st}}} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 600}{0,0764}} \approx 125.$$

Dinamik kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_d = k_d \sigma_{st} = 125 \cdot 0,11465 = 14,33 \text{ MPa} < 16 \text{ MPa}.$$

Xulosa

Yog'och qoziqning mustahkamligi ta'minlangan, holbuki dinamik kuchlanish statik kuchlanishgan nisbatan 120 marta katta bo'lsa ham.

6.5-masala. Ikki tayanchga erkin tiralgan ravog'i $\ell = 6 \text{ m}$ bo'lgan to'sin o'rtasiga $h = 15 \text{ sm}$ balandlikdan $G_n = 2,5 \text{ kN}$ normativ yuk tushadi (6.13-chizma). Ko'ndalang kesim yuzasi tanlansin va yuk statik qo'yilgandagi aniqlangan kesim bilan taqqoslansin. Po'latning hisobiy qarshiligi $R = 240 \text{ MPa}$, elastiklik moduli $E = 200 \cdot 10^9 \text{ kN/m}^2$; ishonchlilik $\gamma_f = 1,2$; koeffitsienti, ish sharoitini e'tiborga oluvchi koeffitsienti $\gamma_{i,sh} = 1,2$ va to'sinning chegaraviy solqiligi $f_{e,d} = \ell/200$ ga teng.

Yechish. 1. Statik yuklangan to'sin ko'ndalang kesim yuzasini tanlash.

To'sinning ravog'i o'rtasiga ta'sir etayotgan to'plangan kuchdan hosil bo'lgan eguvchi moment quyidagiga teng ekanligi ma'lum:

$$M_{\max} = \frac{G_n \cdot \gamma_f \cdot \ell}{4} = \frac{2,5 \cdot 1,2 \cdot 6}{4} = 4,5 \text{ kN} \cdot \text{m} = 4,500 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

To'sinning mustahkamlik shartidan talab qilingan qarshilik momentini quyidagi formuladan aniqlaymiz:

$$W_x = \frac{M_{\max}}{R} = \frac{4500}{240 \cdot 10^6} = 28,75 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 28,75 \text{ sm}^3.$$

Sortament GOST 8239-72 jadvalidan qarshilik moment $W_x = 28,75 \text{ sm}^3$ ga yaqin bo'lgan, $W_x = 39,715 \text{ sm}^3$, $A = 12 \text{ sm}^2$ № 10 nomerli qo'shtavrni tanlaymiz.

2. **Dinamik koeffitsientni aniqlash.** To'sinning statik kuch ta'siridagi to'sin solqilik ma'lum bo'lsa, dinamik solqiliginini quyidagi formuladan aniqlash mumkin:

$$\lambda_d = k_d \lambda_{st}.$$

Ushbu formuladan statik solqilikni, masalaning shartida dinamik solqilikning chegaraviy $\ell/200$ qiymati berilganligini e'tiborga olib, statik solqilikning chegaraviy miqdorini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\lambda_{st} = \frac{\lambda_d}{k_d} = \frac{\ell/200}{k_d} = \frac{6}{200k_d} = \frac{3}{100k_d}.$$

Dinamik koeffitsient (1.40) formulasiga statik solqilik qiymatini qo'yib quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,15}{3/100k_d}} = 1 + \sqrt{1 + 10k_d}.$$

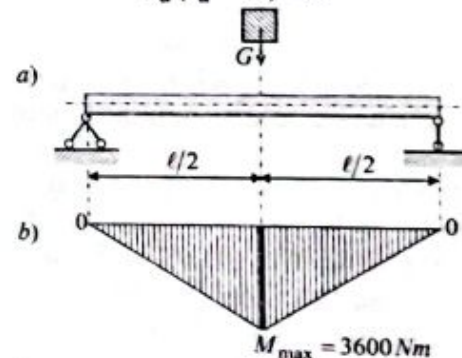
Bu tenglikni

quyidagi ko'rinishlarda ifodalash mumkin:

$$(k_d - 1)^2 = 1 + 10k_d;$$

$$k_d^2 - 2k_d + 1 = 1 + 10k_d;$$

$$k_d(k_d - 12) = 0.$$



6.13-chizma. Zarb yuk ta'sirdagi oddiy to'sin.

Bu tenglik $k_d \neq 0$, aks holda masala mohiyatini yo'qotadi. Shuning uchun ham $(k_d - 12) = 0$ bo'lishi lozim. Bundan dinamik koeffitsient $k_d = 12$ ga teng bo'ladi.

3. To'singa zarb ta'siridan ko'ndalang kesimni tanlash.
Statik solqilikning chegaraviy qiymatini aniqlaymiz:

$$\lambda_{st} = \frac{3}{100k_d} = \frac{3}{1200} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2,5 \text{ mm}.$$

To'sinning statik G_n kuch ta'siridagi bikirlik sharti quyidagicha ifodalanishi ma'lum:

$$\lambda_{st} \geq \frac{G_n \cdot l^3}{48EI_x}.$$

Bu shartdan to'sin materiali elastiklik moduli $200 \cdot 10^9 \text{ kN/m}^2$ ekanligini e'tiborga olib inersiya momentini aniqlaymiz:

$$I_x \geq \frac{G_n \cdot l^3}{48E\lambda_{st}} = \frac{2,5 \cdot 10^3 \cdot 6^3}{48 \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}} = 2250 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4 = 2250 \text{ sm}^4.$$

Sortament GOST 8239-72 jadvalidan inersiya va qarshilik momentlari tegishli $I_x = 2790 \text{ sm}^4 > 2700 \text{ sm}^4$; $W_x = 254 \text{ sm}^3$ bo'lgan, $A = 32,8 \text{ sm}^2$ № 22a nomerli qo'shtavni tanlaymiz.

To'sinning mustahkamligini tekshiramiz:

$$\sigma_d = k_d \sigma_{st} = k_d \frac{M_{\max}}{W_x} = 12 \left(\frac{4500}{232 \cdot 10^{-6}} \right) = 233 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 233 \text{ MPa} < 240 \text{ MPa}.$$

Xulosa

1. Hisob natijalari kuchlanish bilan hisobiy qarshilik orasidagi farq -292% ekanligi to'sinning mustahkamligi ta'minlanganligini ko'rsatadi.

2. Zarb yuk ta'sir etuvchi to'sin ko'ndalang kesimi, statik yuklanishdagiga nisbatan ancha mustakam bo'lishini talab qilar ekan.

3. Yuk tushish balandligi $h = 15 \text{ sm}$ bo'lganda, dinamik solqilik statik solqilikka nisbatan 12 baraborga oshib ketar ekan.

6.6-masala. Uzunligi $l = 3 \text{ m}$ bo'lgan, sharnirli tayangan oddiy to'singa $h = 40 \text{ mm}$ balandlikdan $G = 1000 \text{ N}$ og'irlikdagi yuk tushganda hosil bo'ladigan eng katta normal kuchlanish aniqlansin (6.14.a-

chizma). To'sinning mustahkamligi tekshirilsin ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma] = 16 \text{ kN/sm}^2$, elastiklik moduli $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/sm}^2$. To'sin ko'ndalang kesim yuzasi № 20 nomerli qo'shtavr bo'lib, uning inersiya momenti $I_x = 1840 \text{ sm}^4$ ga, qarshilik momenti $W_x = 184 \text{ sm}^3$ ga teng.

Yechish. To'sinning solqiligini hisoblashda qulay bo'lgan Verishagin usulidan foydalanamiz.

1. Sirtqi statik G kuch ta'siridagi to'sinning tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = -G \cdot 0,3l + R_B \cdot l = 0; \quad R_B = 0,3G.$$

$$\sum \text{mom}_B = -G \cdot 0,7l + R_A \cdot l = 0; \quad R_A = 0,7G.$$

2. Tayanch reaksiya kuchlarining to'g'riligini tekshirib ko'ramiz:

$$\sum Y = R_A - G + R_B = 0,7G - G + 0,3G = 0; \quad 0 = 0.$$

Demak, sirtqi kuch ta'siridan reaksiya kuchlari to'g'ri topilgan.

3. Berilgan statik sirtqi G yukdan eguvchi moment analitik ifodalari tuzamiz va epyuralarini quramiz (6.14.b-chizma).

To'sinning chap A tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesimlar uchun sirtqi kuchlardan eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq 0,3l$ o'zgaradi.

$$M_x(z_1) = R_A \cdot z_1; \quad M_x(0) = 0,7G \cdot 0 = 0; \quad M_x(a) = 0,7G \cdot 0,3l = 0,21Gl.$$

ikkinchi oraliq $0,3l \leq z_2 \leq l$ o'zgaradi.

$$M_x(z_2) = R_A \cdot z_2 - G(z_2 - 0,3l); \quad M_x(0,3l) = 0,7G \cdot 0,3l = 0,21Gl;$$

$$M_x(l) = 0,7G \cdot l - G(l - 0,3l) = 0,7Gl - 0,7Gl = 0.$$

4. Birlik to'plangan kuch ta'siridagi to'sinning tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

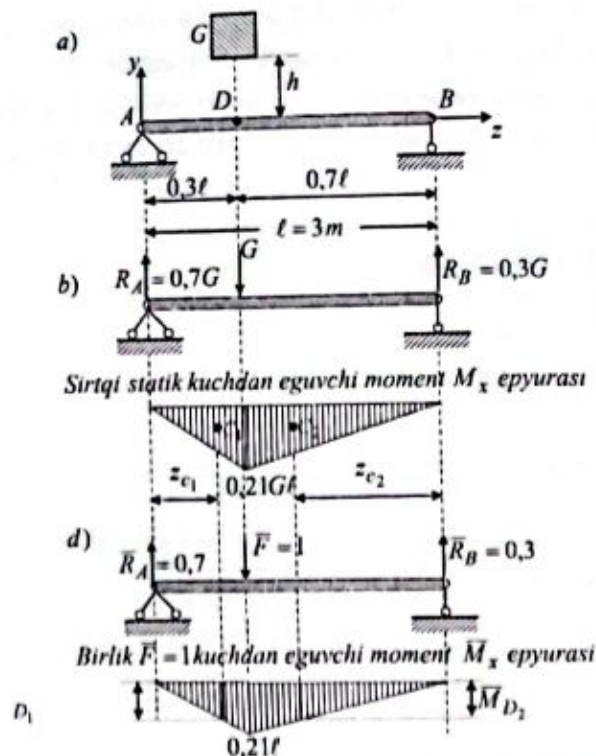
$$\sum \text{mom}_A = -\bar{F} \cdot 0,3l + R_B \cdot l = 0; \quad R_B = \bar{F} \cdot \frac{0,3l}{l} = 1 \cdot \frac{0,3l}{l} = 0,3.$$

$$\sum \text{mom}_B = -\bar{F} \cdot 0,7l + R_A \cdot l = 0; \quad R_A = \bar{F} \cdot \frac{0,7l}{l} = 1 \cdot \frac{0,7l}{l} = 0,7.$$

5. Tayanch reaksiyalarining to'g'riligini tekshirib ko'ramiz:

$$\sum Y = R_A - \bar{F} + R_B = \frac{0,3l}{l} - 1 + \frac{0,7l}{l} = \frac{0,3l - l + 0,7l}{l} = 0; \quad 0 = 0.$$

Demak, birlik to'plangan kuch ta'sirida hosil bo'lgan reaksiya kuchlari to'g'ri topilgan.



6.14-chizma. Sirtqi va birlik yuklari ta'siridagi to'sin.

6. Birlik to'plangan $\bar{F} = 1$ kuchdan eguvchi moment analitik ifodalari tuzamiz va epyuralarini quramiz.

To'sinning chap A tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy kesimlar uchun birlik to'plangan kuchdan eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq 0,3\ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_1) = \bar{R}_A \cdot z_1; \quad M_x(0) = \frac{0,7\ell}{\ell} \cdot 0 = 0; \quad M_x(0,3\ell) = \frac{0,7\ell}{\ell} \cdot 0,3\ell = 0,21\ell.$$

ikkinchi oraliq $0,3\ell \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_2) = \bar{R}_A \cdot z_2 - \bar{F}(z_2 - 0,3\ell); \quad M_x(0,3\ell) = \frac{0,7\ell}{\ell} \cdot 0,3\ell = 0,21\ell,$$

$$M_x(\ell) = \frac{F \cdot 0,7\ell}{\ell} \cdot \ell - \bar{F}(\ell - 0,3\ell) = 1 \cdot 0,7\ell - 1 \cdot 0,7\ell = 0.$$

7. Birlik kuch $\bar{F} = 1$ ta'siridan qurilgan moment epyurasining, sirtqi kuchdan qurilgan uchburchak shaklidagi epyuraning og'irlik markazlariga mos keluvchi, ordinatalari tegishli uchburchaklarning o'xshashlik alomatlaridan foydalanib aniqlanadi.

$$\frac{\bar{M}_{D_1}}{0,21\ell} = \frac{2 \cdot 0,3\ell/3}{0,3\ell}; \quad \text{bundan } \bar{M}_{D_1} = \frac{2 \cdot 0,21\ell \cdot 0,3\ell}{3 \cdot 0,3\ell} = 0,315\ell.$$

$$\frac{\bar{M}_{D_2}}{0,21\ell} = \frac{2b/3}{b}; \quad \text{bundan } \bar{M}_{D_2} = \frac{2 \cdot 0,21\ell \cdot 0,7\ell}{3 \cdot 0,7\ell} = 0,315\ell.$$

8. Verishagin formulasidan foydalanib, to'sinning statik $G = 1\text{ kN}$ kuch qo'yilgan D nuqtasining ko'chishini aniqlaymiz:

$$\lambda_{st} = \sum \frac{\omega_F \bar{M}_1}{EI_x} = \frac{1}{EI_x} \left[\left(\frac{1}{2} \left(\frac{G \cdot 0,3\ell \cdot 0,7\ell}{\ell} \cdot 0,3\ell \right) \cdot \frac{20,3\ell \cdot 0,7\ell}{3\ell} \right) + \left(\frac{1}{2} \left(\frac{G \cdot 0,3\ell \cdot 0,7\ell}{\ell} \cdot b \right) \cdot \frac{20,3\ell \cdot 0,7\ell}{3\ell} \right) \right] = \frac{G(0,3\ell \cdot 0,7\ell)^2}{3EI\ell} = 0,0147 \frac{G\ell^2}{EI}.$$

Ushbu ifodaga masala shartida berilganlarni qo'yib, D nuqta ko'chishining son qiymatini topamiz:

$$\lambda_{st} = 0,0147 \frac{G\ell^2}{EI} = 0,0147 \frac{1 \cdot (300)^2}{2 \cdot 10^4 \cdot 1840} = 0,0108 \text{ sm}.$$

Demak, aniqlangan qiymat shuni ko'rsatadiki, to'sin D nuqtasining ko'chishi birlik kuchning yo'nalishi bo'yicha sodir bo'lar ekan.

9. Unda dinamik koeffitsient quyidagiga teng bo'ladi:

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 4}{0,0108}} = 28,2.$$

10. To'sinning xavfli ko'ndalang kesimida statik kuchdan hosil bo'ladigan eng katta statik kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\sigma_{st} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{63}{184} = 0,342 \text{ kN/sm}^2.$$

To'singa zarb berilganda, unda hosil bo'ladigan eng katta dinamik normal σ_d kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_d = \mu \sigma_{st} = 28,2 \cdot 0,342 = 9,64 \text{ kN/sm}^2.$$

XULOSA

To'sinning dinamik mustahkamligi ta'minlangan, chunki dinamik $\sigma_d = 9,644 \text{ N/mm}^2$ hisobiy $R = 16 \text{ kN/mm}^2$ qarshilikdan kichik.

Dinamik kuchlanish statik kuchlanishga qaraganda 28 marta katta bo'lar ekan.

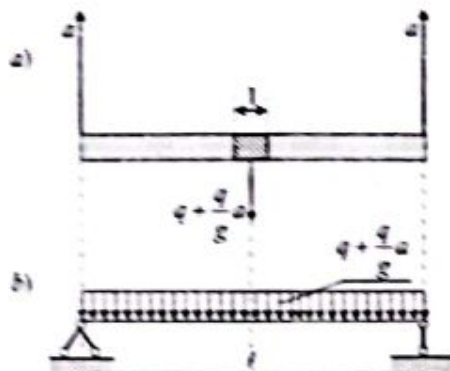
6.7-masala. Massasi $m = 30000 \text{ N}$ bo'lgan yukni yuqoriga $a = 4 \text{ m/s}^2$ o'zgaras tezlanish bilan ko'tarayotgan, hisobiy qarshiligi $R = 70 \text{ MPa}$ bo'lgan po'lat sim arqonning talab qilingan ko'ndalang kesim diametri aniqlansin (6.15-chizma). Po'lat sim arqon xususiy og'irligi e'tiborga olinmasin.

Javobi. $d = 28 \text{ mm}$.

6.8-masala. Ikki uchiga bog'langa arqon yordamida, yuqoriga a o'zgaras tezlanish bilan ko'tarilayotgan to'sinning $a = 1 \text{ m}$ uzunligi og'irligi q teng (6.16-chizma). To'sinning xavfli kesimidagi kuchlanish aniqlansin.



6.15-chizma. Yukni o'zgaras tezlanish bilan ko'tarayotgan po'lat sim arqon.

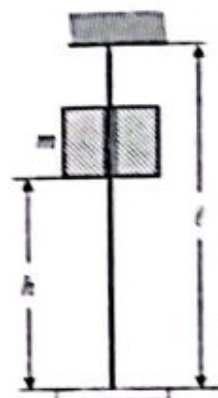


6.16-chizma. O'zgaras tezlanish bilan ko'tarilayotgan to'sin.

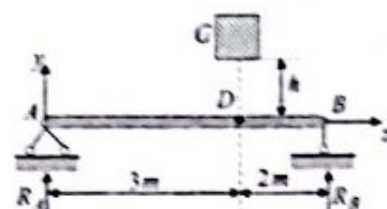
6.9-masala. Uzunligi $l = 6,5 \text{ m}$ diametri, $d = 22 \text{ sm}$ bo'lgan yog'och qoziqni qoqish uskunasi kopyor bolg'asi $h = 0,6 \text{ m}$ balandlikdan tushib, normativ $G_s = 1,6 \text{ kN}$ og'irlik bilan uriladi. Bu paytida qoziqning oxiridagi pastki uchi ko'chmaydi deb qarab, uning mustahkamligi tekshirilsin (6.12-chizma). Yog'ochning elastiklik moduli $E = 10^4 \text{ MN/m}^2$.

Javobi. $\sigma_d = 8,9 \text{ MN/m}^2$.

6.10-masala. Yuqori uchi bilan qistirib mahkamlangan, $d = 20 \text{ mm}$ diametrlil, uzunligi $l = 1 \text{ m}$ bo'lgan, sterjenni $h = 200 \text{ mm}$ balandlikdan tushayotgan $m = 12,5 \text{ N}$ massali yuk cho'zadi (6.18-chizma). Sterjenda cho'zilganda hosil bo'lgan dinamik kuchlanish va deformatsiya aniqlansin. Agar sterjen materiali elastiklik moduli $E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$ bo'lgan dyuralyumin bo'lsa, dinamik kuchlanish va deformatsiya qiymatlari qanday o'zgaradi.



6.18-chizma. Yuqori uchi bilan qistirib mahkamlangan sterjen.



6.19-chizma. ko'ndalang kesimi № 14 qo'shtavr shaklidagi oddiy to'sin.

Javobi. $\sigma_d = 179 \text{ MPa}$, $\sigma_d = 105,5 \text{ MPa}$.

6.11-masala. Oddiy po'lat to'singa $h = 40 \text{ mm}$ balandlikdan, $m = 500 \text{ N}$ massali yuk tushib urilganda, hosil bo'lgan maksimal dinamik kuchlanishi va deformatsiyalari aniqlansin (6.19-chizma). To'sin materiali po'lat ko'ndalang kesimi № 14 qo'shtavr olinsin.

Javobi. $\sigma_d = 71,5 \text{ MPa}$; $\Delta l_d = 10,3 \text{ mm}$.

Tayanch iboralar

Statik kuch, dinamik kuch, inersiya kuchi, tezlanish, dinamik deformatsiya, dinamik kuchlanish, Dalamber prinsipi, hajmiy kuch, massa, tezlanishga qarama-qarshi, og'irlik, hajm, solishtirma og'irlik, erkin tushish tezlanishi, tekis taqsimlangan kuch, ko'ndalang kesim yurasi, statik kuch, dinamik kuch, dinamik koeffitsient, analitik usul, tajriba yo'li, yuk turi, erkinlik darajasi, tebranma harakat, sim arqon, harakat tenglamasi, tezlanishga nisbatan teskari, statika muvozanat tenglama, bir-birlik uzunlik, dinamik eguvchi moment, kesim qarshilik momenti, aylanma harakat, burchak tezlik, radial tezlanish, maksimal dinamik kuchlanish, halqa, markazdan qochma kuch, bo'ylama va ko'ndalang zarba, to'plangan massa, elastik deformatsiya, to'lqin, ideal elastik, yuk tushadigan balandlik, zarb beruvchi massa, zarbalanuvchi massa, boshlang'ich tezlik, kinetik energiya, prujina bikirligi, kinetik energiya ortirmas, trapetsiya yuzi, bo'ylama zarb, ko'ndalang zarb, sharnirli tayanch.

Test savollari

1. Statik yuklar - deb qanday yuklarga aytiladi?

yuk o'z miqdori, qo'yilgan nuqtalari yoki yo'nalishini juda ham sekin-asta o'zgartiradigan, ya'ni tezlanishlari e'tiborsiz bo'lgan yuklarga;

yuklar o'z miqdor va qo'yilgan nuqtalarni juda qisqa vaqt mobaynida juda katta tezlik bilan o'zgartirgan yuklarga;

yuk o'z miqdori, qo'yilgan nuqtalari yoki yo'nalishini me'yorida o'zgartiradigan, ya'ni tezlanishlari e'tiborli bo'lgan yuklarga;

yuk o'z miqdori, qo'yilgan nuqtalari yoki yo'nalishini tezlik bilan o'zgartiradigan, ya'ni tezlanishlari e'tiborli bo'lgan yuklarga;

2. Dinamik yuklar deb - qanday yuklarga aytiladi?

yuklar o'z miqdor va qo'yilgan nuqtalarni juda qisqa vaqt mobaynida juda katta tezlik bilan o'zgartirgan yuklarga;

yuk o'z miqdori, qo'yilgan nuqtalari yoki yo'nalishini juda ham sekin-asta o'zgartiradigan, ya'ni tezlanishlari e'tiborsiz bo'lgan yuklarga;

yuklar o'z miqdor va qo'yilgan nuqtalarni o'rtacha vaqt mobaynida juda kichik tezlik bilan o'zgartirgan yuklarga;

yuklar o'z miqdor va qo'yilgan nuqtalarni juda katta vaqt mobaynida juda kichik tezlik bilan o'zgartirgan yuklarga;

3. Kuchlanish - deb nimaga aytiladi?

ichki kuch intensivligining yuza birligidagi miqdoriga kuchlanish deb aytiladi;

ichki kuchlarning ko'p ta'sir etuvchisiga kuchlanish deb aytiladi;

qisqa muddat ichida yo'nalishi o'zgarib boruvchi kuchlarga aytiladi;

qurilma elementlarini eguvchi kuchga kuchlanish deb aytiladi;

4. Konstruksiya elementining inersiya kuch nimaga teng?

massa bilan tezlanish ko'paytmasiga;

massa bilan tezlik ko'paytmasiga;

massaning erkin tushish tezlanishga bo'linmasiga;

massaning erkin tushish tezligiga bo'linmasiga;

5. Hajmiy kuchlar - deb qanday kuchlarga aytiladi?

jismning ichki barcha zarrachalariga ta'sir etuvchi kuchlarga hajmiy kuchlar deb aytiladi;

jismning tashqi barcha zarrachalariga ta'sir etuvchi kuchlarga hajmiy kuchlar deb aytiladi;

jismning bazi zarrachalariga ta'sir etuvchi kuchlarga hajmiy kuchlar deb aytiladi;

jismning sirtqi barcha zarrachalariga ta'sir etuvchi kuchlarga hajmiy kuchlar deb aytiladi;

6. Dinamik koeffitsient qanday aniqlanadi?

analitik usulda, tajriba yo'li bilan;

faqat tajriba yo'li bilan;

faqat analitik usulda;

adabiyotlardan;

7. Dinamik koeffitsient konstruksiya elementlarining qanday omillariga bog'liq?

dinamik yuk turiga, inshootning o'lchamlari, massasi, bikirligiga;

dinamik yuk turiga, massasi, mexanik xossalari, bikirligiga;

dinamik yuk turiga, inshootning o'lchamlari, fizik xossalari, bikirligiga;

dinamik yuk turiga, kimyoviy xossalari, massasi, bikirligiga;

8. Dinamik kuch tezlanishga nisbatan qanday yo'nalgan bo'ladi?

kuch yo'nalishiga teskari;

kuch yo'nalishi bo'yicha;

kuch yo'nalishi perpendikulyar;

kuch yo'nalishiga o'tkir burchak ostida;

9. Tekis tezlanish harakatda dinamik kuchlanish quyida keltirilgan qaysi formuladan aniqlanadi?

$$\sigma_d = \sigma_{st} \left(1 + \frac{a}{g} \right);$$

$$\sigma_d = \gamma \frac{\omega^2 l^2}{8g};$$

$$\sigma_d = \left(1 - \frac{a}{g} \right) \sigma_{st};$$

$$\sigma = \frac{\gamma \cdot r^2 \cdot \omega^2}{g};$$

10. Aylanayotgan halqa hosil bo'ladigan dinamik kuchlanish quyida keltirilgan qaysi formuladan aniqlanadi?

$$\sigma = \frac{\gamma \cdot r^2 \cdot \omega^2}{g};$$

$$\sigma_d = \left(1 - \frac{a}{g} \right) \sigma_{st};$$

$$\sigma_d = \sigma_{st} \left(1 + \frac{a}{g} \right);$$

$$\sigma_d = \gamma \frac{\omega^2 l^2}{8g};$$

11. Brus yoki plitani ko'tarishda hosil bo'ladigan dinamik kuchlanish quyida keltirilgan qaysi formuladan aniqlanadi?

$$\sigma_d = \gamma \frac{\omega^2 l^2}{8g};$$

$$\sigma_d = \sigma_{st} \left(1 - \frac{a}{g} \right);$$

$$\sigma = \frac{\gamma \cdot r^2 \cdot \omega^2}{g};$$

$$\sigma_d = \left(1 + \frac{a}{g} \right) \sigma_{st};$$

12. Balandlik h dan tushayotgan yuk massasini qaysi formulada to'g'ri aks ettirilgan.

$$M = G/g;$$

$$M = G \cdot g;$$

$$M = G \cdot a;$$

$$M = G/a;$$

13. Konstruksiya elementlarini zarb yuklariga hisoblashda qanday cheklanish qabul qilingan?

jismlarning urilishi ideal elastik emas deb qaraladi;

jismlarning urilishi ideal elastik deb qaraladi;

jismlarning urilishi ideal plastik deb qaraladi;

jismlarning urilishi elastik-plastik deb qaraladi;

14. Real konstruksiyaga zarba beruvchi massaning birinchi zarb berishidan sterjen bo'ylab elastik deformatsiya to'liqini tarqalishi boshlanadimi yoki yo'q?

boshlanadi;

boshlanmaydi;

boshlanish yoki boshlanmasligi materialiga bog'liq;

zarb berilganda to'liqin tarqalmaydi;

15. Yuqoridan tushayotgan zarba beruvchi massa tezligi quyidagi qaysi formula orqali ifodalanadi.

$$v = \sqrt{2gh};$$

$$v = \frac{s}{t};$$

$$v = s \cdot t;$$

$$v = \sqrt{2h/g};$$

16. Yuqoridan tushayotgan M massali yuk uchiga to'plangan m massa biriktirilgan prujinaga zarb berganda, dinamik λ_d ko'chish ifodasi qaysi ifodada to'g'ri ko'rsatilgan?

$$\lambda_d = \lambda_{st} \left[1 \pm \sqrt{1 + 2h \frac{M}{\lambda_{st}(M+m)}} \right];$$

$$\lambda_d = \lambda_{st} \left[1 \pm \sqrt{1 + 2h \frac{M}{g(M+m)}} \right];$$

$$\lambda_d = \left[\lambda_{st} \pm \sqrt{\lambda_{st} + 2h \lambda_{st} \frac{M}{\lambda_{st}(M+m)}} \right];$$

$$\lambda_d = \lambda_{st} \left[1 \pm \sqrt{1 - 2h \frac{M}{\lambda_{st}(M+m)}} \right];$$

17. Tekis tezlanish bilan yuk yuqoriga harakatlanganda dinamik koeffitsient qaysi formula orqali ifodalanadi?

$$\mu = \left(1 + \frac{a}{g} \right);$$

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \eta};$$

$$\mu = \left(1 - \frac{a}{g} \right);$$

$$\mu = \left(1 + \frac{a}{\lambda_{st}} \right);$$

18. Tezlanish bilan gorizontaal harakatlanayotgan brus dinamik koeffitsient qaysi formula orqali ifodalanadi?

$$\mu = \left(1 + \frac{a}{g}\right); \quad \mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \eta};$$

$$\mu = \left(1 - \frac{a}{g}\right); \quad \mu = \left(1 + \frac{a}{\lambda_{st}}\right);$$

19. Zarb ta'sirida dinamik koeffitsient quyidagilarning qaysi biri bilan ifodalanadi?

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \eta}; \quad \mu = \left(1 + \frac{a}{g}\right);$$

$$\mu = \left(1 - \frac{a}{g}\right); \quad \mu = \left(1 + \frac{a}{\lambda_{st}}\right);$$

20. Zarb ta'sirida dinamik koeffitsient tezlik orqali javoblarning qaysi birida to'g'ri ko'rsatilgan?

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g\lambda_{st}} \cdot \eta}; \quad \mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{g}{v^2\lambda_{st}} \cdot \eta};$$

$$\mu = \left(1 + \frac{a}{g}\right); \quad \mu = \frac{M}{M+m};$$

21. Yukning tushish balandligi nolga teng bo'lsa, dinamik koeffitsient quyidagi qiymatlarning qaysi birini qabul qiladi?

$$\mu = 2; \quad \mu = 0;$$

$$\mu = \infty; \quad \mu = 1;$$

22. Agar yukning tushish balandligi statik solqilikdan ancha katta bo'lsa, dinamik koeffitsient qaysi formula orqali ifodalanadi?

$$\mu = 1 + \frac{v}{\sqrt{g\lambda_{st}}}; \quad \mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g\lambda_{st}} \cdot \eta};$$

$$\mu = \left(1 + \frac{a}{g}\right); \quad \mu = \frac{M}{M+m};$$

23. Zarb yuk oddiy to'sin ravog'i o'rtasiga tushganda statik solqilik qaysi usuldan foydalanib aniqlash mumkin?

Vershagin;

Kesish;

Variatsiya;

CHekli ayirmalar;

24. Bo'ylama zarbda keltirish koeffitsienti javoblarning qaysi birida to'g'ri ko'rsatilgan?

$$k = \frac{1}{3}; \quad k = \frac{17}{35};$$

$$k = 2; \quad k = \frac{1}{5};$$

25. Zarb ta'siridan dinamik kuchlanish ifodasi quyidagi javoblarning qaysi birida to'g'ri ko'rsatilgan?

$$\sigma_d = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \eta}\right) \sigma_{st}; \quad \sigma_d = \left(1 + \frac{a}{g}\right) \sigma_{st};$$

$$\sigma_d = (\sqrt{2gh}) \sigma_{st}; \quad \sigma_d = \left(1 + \sqrt{\frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \eta}\right) \sigma_{st};$$

26. Zarb ta'siridan dinamik kuchlanish ifodasi quyidagi javoblarning qaysi birida to'g'ri ko'rsatilgan?

$$\sigma_d = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \eta}\right) \sigma_{st}; \quad \sigma_d = \left(1 + \frac{a}{g}\right) \sigma_{st};$$

$$\sigma_d = (\sqrt{2gh}) \sigma_{st}; \quad \sigma_d = \left(1 + \sqrt{\frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \eta}\right) \sigma_{st};$$

27. Agar yukning tushish balandligi statik solqilikdan ancha katta bo'lsa, dinamik kuchlanish ifodasi quyidagi javoblarning qaysi birida to'g'ri ko'rsatilgan?

$$\sigma_d = \left(1 + \sqrt{\frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \eta}\right) \sigma_{st}; \quad \sigma_d = \left(1 + \frac{a}{g}\right) \sigma_{st};$$

$$\sigma_d = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \eta}\right) \sigma_{st}; \quad \sigma_d = (\sqrt{2gh}) \sigma_{st};$$

28. Agar yuk konstruksiyaga to'satdan ta'sir etganda, dinamik kuchlanish quyidagi qaysi formula bilan ifodalanadi?

$$\sigma_d = 2\sigma_{st}; \quad \sigma_d = 1\sigma_{st};$$

$$\sigma_d = 10\sigma_{st}; \quad \sigma_d = 4\sigma_{st};$$

29. Agar yukning tushish balandligi statik solqilikdan ancha katta bo'lsa, dinamik koeffitsient qaysi formula orqali ifodalanadi?

$$\sigma_d = \sigma_{st} \left(1 + \frac{v}{\sqrt{g\lambda_{st}}} \right);$$

$$\sigma_d = \sigma_{st} \left(1 + \frac{a}{g} \right);$$

$$\sigma_d = \sigma_{st} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g\lambda_{st}} \cdot \eta} \right);$$

$$\sigma_d = \sigma_{st} \left(\frac{M}{M+m} \right);$$

30. Zarb dinamik koeffitsienti ko'chish va zo'riqish kuchlari uchun qanday bo'ladi?

bir xil bo'ladi;
manfiy bo'ladi;

turli xil bo'ladi;
musbat bo'ladi;

Ilova

GLOSSARIY

1. *Mustahkamlik* – material (namuna, detal, konstruksiya elementlari) ning yemirilmasdan tashqi kuchga qarshilik ko'rsatish qobiliyatidir.

2. *Bikirlilik* – konstruksiya elementlarining tashqi kuch ta'siridan katta deformatsiya hosil qilmaslik qobiliyatidir.

3. *Ustivorlik* – tashqi kuch ta'sirida konstruksiya elementlarining dastlabki muvozanat holatini saqlash qobiliyatidir.

4. *Deformatsiya* – jismlarning tashqi kuch ta'siridan o'z geometrik shaklini o'zgartirishi.

5. *Elastik deformatsiya* $\Delta \ell_e$ – konstruksiyaga ta'sir etayotgan kuchlardan hosil bo'lgan deformatsiya konstruksiya kuchdan to'liq ozod qilinganda to'liq yo'qolib ketishi.

6. *Plastik yoki qoldiq deformatsiya* $\Delta \ell_p$ – konstruksiya kuchdan to'liq ozod qilinganda deformatsiya yo'qolmasdan qolishi (angl. plastic).

7. *Brus* – ko'ndalang kesim o'lchamlari uzunlik o'lchamiga qaraganda juda kichik bo'lgan jismlar.

8. *Sterjen* – cho'zilishga yoki siqilishga ishlovchi bruslar.

9. *Val* – burilishga ishlovchi brus.

10. *Qobiq (obolochka)* – qalinligi qolgan boshqa o'lchamlariga nisbatan juda kichik bo'lgan egri sirt bilan chegaralangan konstruksiya qismi.

11. *Guk qonuni* – σ normal kuchlanish nisbiy chiziqli ϵ deformatsiyaga to'g'ri proporsional.

12. *Ko'paytma E·A* – cho'zilishda kesim bikirligi.

13. *E* – bo'ylama elastiklik moduli (modul uprugost), materialning cho'zilishga (siqilish) qarshilik ko'rsata olish xususiyatini bildiradi.

14. *Elastiklik modulining geometrik ma'nosi* – og'ma to'g'ri chiziqli bilan ϵ o'qi orasidagi burchakning tangensi elastiklik moduliga to'g'ri proporsional $\tan \alpha = \sigma / \epsilon \approx E$.

15. *Elastiklik modulining fizik ma'nosi* – sterjenni ikki marta uzayishini ta'minlovchi kuchlanishni bildiradi. $E = \sigma$, bunda $\epsilon = 1$ bo'ladi, $\Delta \ell = \ell$ bo'lganda. Bundan, kuchlanishning elastik deformatsiyalanish sohada qabul qiladigan haqiqiy qiymati ming marta kichik bo'ladi.

16. *Buralish* – brus ko'ndalang kesimida faqat bitta ichki kuch faktori burovchi moment hosil bo'ladi.

17. *Markaziy o'q* – o'qqa nisbatan yuzadan olingan statik moment nolga teng.

18. *Kesim og'irlik markazi* – markaziy o'qlarning kesishgan nuqtasi.

19. *Balka(to'sin)* – konstruksiya elementining to'g'ri chiziqli geometrik o'qi bo'lib, odatda brus kabi asosan egilishga ishlaydi.

20. *Konsol* – bir uchi bilan qistirib mahkamlangan balka.

21. *Egilishda balka deformatsiyasi* – uning geometrik o'qining egriligi.

22. *To'plangan kuch* – inshoot yuziga nisbatan o'lchamlari kichik bo'lgan yuzachasiga qo'yilgan kuch.

23. *Hajmiy kuch* – elementning barcha zarrachalariga uzliksiz ta'sir etuvchi kuchlar.

24. *Statik yuklar* – doimiy (xususiy og'irlik yuki) yoki vaqt bo'yicha sekin o'zgaruvchi, ya'ni inersiya kuchidan hosil bo'ladigan tezlanish e'tiborga olmasa ham bo'ladigan (qor yukidan bosimning o'zgarishi).

25. *Doimiy kuchlar* – inshootlarga butun xizmat davomida uzluksiz doimiy ta'sir qiladigan kuchlar.

26. *Muvaqqat kuchlar* – inshootni ekspulatsiya davrida cheklangan vaqt oralig'ida ta'sir qiladigan kuchlar, masalan gaz balloni bosimi.

27. *Ichki yoki zo'riqish kuchlari* – konstruksiya elementini hosil qiluvchi atom zarrachalari orasidagi o'zaro ta'sir kuchlari.

28. *Bo'ylama kuch* – brusning qaralayotgan kesimdan bir tomonda ta'sir etayotgan barcha kuchlar (shu jumlada reaksiya) proektsiyalarining algebratik yig'indisiga teng.

29. *Epyura* – brus uzunligi bo'ylab ichki kuchning yoki kuchlanishning ko'ndalang kesim bo'yicha o'zgarishi qonunini ko'rsatuvchi grafik.

30. *Kuchlanish* – yuza birligiga to'g'ri kelgan ichki kuch intensivligini xarakterlaydi.

31. *Normal kuchlanish* σ – kesim yuzasiga perpendikulyar ta'sir etib konstruksiya elementini cho'zuvchi yoki siquvchi kuch intensivligi bilan xarakterlanadi.

32. *Urinma kuchlanish* τ – kesim tekisligida ta'sir etib, tekis kesimning qismini siljituvchi kuch intensivligi bilan xarakterlanadi.

33. *Ruxsat etilgan kuchlanishlar* – konstruksiya elementlarining uzoq ishlash davrida yemirilmasdah va xavf-xatarsizligini ta'minlaydigan eng katta kuchlanish.

34. *Bosh yuzalar* – urinma kuchlanishlar nolga teng bo'lgan yuzalar.

35. *Bosh kuchlanishlar* – bosh yuzalarga ta'sir qiluvchi normal kuchlanishlar.

36. *Neytral qatlam* – qatlam tolalarida normal kuchlanish hosil bo'lmaydi(tolalar cho'zilmaydi ham, siqilmaydi ham).

37. *Neytral o'q* – neytral qatlam tekisligi bilan ko'ndalang kesim tekisligi kesishgan chiziq.

38. *Qobiq o'rta tekisligi* – qobiq qalinligini teng ikkiga bo'luvchi sirt.

39. *Qobiq egriligi* – radiusiga teskari bo'lgan kattalik.

40. *Puasson koeffitsienti* – oddiy cho'zilish yoki siqilishda ko'ndalang deformatsiyaning absolyut qiymatining bo'ylama deformatsiyaga absolyut qiymatiga nisbati.

41. *Cho'zilish diagrammasi* – cho'zuvchi kuch F bilan namunaning cho'zilishi Δl orasidagi grafik bog'lanish.

42. *Proporsionallik chegarasi* σ_{ps} – Guk qonuni bajariladigan eng katta kuchlanish.

43. *Oquvchanlik chegarasi* σ_{oq} – yuk ortmagan holda deformatsiya orta boradigan kuchlanish.

44. *Mustahkamlik chegarasi* σ_m (vaqtincha qarshilik) – namuna chidash bera oladigan eng katta yuk, uning dastlabki kesim yuzasiga nisbati.

45. *Statik noaniq masalalar* – faqat statikaning muvozanat tenglamalar yordamida yechib bo'lmaydigan masalalar.

46. *Kesim yadrosi* – kesim og'irlik markazi atrofida chizilgan shunday sohaki, agar bo'ylama kuch qo'yilgan nuqta shu soha ichida yotsa, u ko'ndalang kesim yuzasining barcha nuqtalarida bir xil ishorali kuchlanishlar hosil bo'ladi.

47. *Dinamik yuklar* – juda qisqa vaqt ichida o'z qiymati yoki holatini o'zgartiradigan yuklar.

48. *Zarba* – harakatlanayotgan jismlarning juda qisqa vaqt ichida tezliklarini keskin o'zgartirish bilan bog'liq bo'lgan to'qnashuv.

ГЛОССАРИЙ

1. *Прочность* – способность материала (образца, детали, элемента конструкции) не разрушаясь сопротивляться действию внешних сил.

2. *Жесткость* – способность конструктивных элементов деформироваться без существенного изменения геометрических размеров.

3. *Устойчивость* – способность конструктивного элемента сохранять под нагрузкой первоначальную форму равновесия.

4. *Деформация* – изменение формы и размеров тела под действием приложенных сил.

5. *Деформация упругая* Δl_e – исчезающая после снятия нагрузки (от англ. elastic).

6. *Деформация пластическая* Δl_p – остающаяся после снятия нагрузки (от англ. plastic).

7. *Брус* – тело, одно из измерений которого, значительно больше двух других.

8. *Стержень* – брус, работающий на растяжение или сжатие.

9. *Вал* – брус, работающий на кручение.

10. *Оболочка* – тело, ограниченное двумя криволинейными поверхностями, расстояние между которыми (толщина оболочки) мало по сравнению с другими ее размерами.

11. *Закон Гука* – нормальное напряжение σ прямо пропорционально от-носительной линейной деформации ε .

12. *Произведение $E \cdot A$* – жесткость сечения при растяжении.

13. *E* – модуль упругости, модуль упругости первого рода, характеризует сопротивляемость материала упругой деформации при растяжении(сжатии).

14. *Геометрический смысл модуля упругости* – тангенс угла наклона начального участка диаграммы растяжения $\operatorname{tg} \alpha = \sigma / \varepsilon \approx E$.

15. *Физический смысл модуля упругости* – напряжение, требующееся для удлинения стержня вдвое: $\sigma = \varepsilon$ при $\varepsilon = 1$, то есть при $\Delta l = l$. Реально достижимые напряжения в упругой области деформирования примерно в тысячу раз меньше.

16. *Кручение* – вид сопротивления, при котором в поперечных сечениях бруса возникает только один внутренний силовой фактор – крутящий момент.

17. *Ось центральная* – ось, относительно которой статический момент площади равен нулю.

18. *Центр тяжести сечения* – точка пересечения центральных осей.

19. *Балка* – конструктивный элемент, с прямолинейной геометрической осью, обычно в виде бруса, работающий главным образом на изгиб.

20. *Консоль* – балка с одним защемленным концом.

21. *Деформация балки при изгибе* – кривизна ее геометрической оси.

22. *Сосредоточенная сила* – сила приложенные к площадкам, размеры которых малы по сравнению с размерами объекта.

23. *Объемная сила* – непрерывно распределены по объему, занимаемому элементом.

24. *Статические нагрузки* – постоянный (нагрузка от собственного веса), или медленно изменяющиеся так, что силами инерции вследствие ускорения можно пренебречь (изменение давления от снеговой нагрузки).

25. *Постоянная сила* – постоянные действуют в течение всего времени существования конструкции, например, нагрузка на фундамент здания.

26. *Временная сила* – действуют на протяжении отдельных периодов эксплуатации объекта, например, давление газа в баллоне.

27. *Внутренние усилия* – силы взаимодействия между частицами тела (кристаллами, молекулами, атомами), возникающие внутри элемента конструкции, как противодействие внешним нагрузкам.

28. *Продольная сила* – численно равны алгебраической сумме проекций всех внешних сил (в том числе и реакций), приложенных к брусу по одну сторону от рассматриваемого сечения.

29. Эшора – график, изображающий закон изменения внутренних усилий или напряжений по длине бруса, а также напряжений по поперечному сечению бруса.

30. Напряжение – величина, характеризующая интенсивность внутренних усилий в точке.

31. Напряжение нормальное σ – перпендикулярное к сечению, характеризует интенсивность сил отрыва или сжатия частиц элементов конструкции.

32. Напряжение касательное τ – действующее в плоскости сечения, характеризует интенсивность сил, сдвигающих эти части в плоскости сечения.

33. Допускаемое напряжение – наибольшее напряжение, которое можно допустить в элементе конструкции при условии его безопасной, долговечной и надежной работы.

34. Главные площадки – площадки, на которых касательные напряжения отсутствуют.

35. Главные напряжения – нормальные напряжения, действующие по главным площадкам.

36. Нейтральный слой – слой волокон, в котором нормальные напряжения отсутствуют.

37. Нейтральная ось – след пересечения нейтрального слоя с плоскостью поперечного сечения.

38. Среднейшей поверхностью оболочки – поверхность, делящая толщину оболочки пополам.

39. Кривизна оболочки – величины обратные радиусам.

40. Коэффициент Пуассона – отношение поперечной деформации к продольной, взятое по абсолютной величине при простом растяжении или сжатии.

41. Диаграмма растяжения – график зависимости растягивающей силой F и удлинением образца Δl .

42. Предел пропорциональности $\sigma_{пл}$ – наибольшее напряжение, при котором справедлив закон Гука.

43. Предел текучести σ_T – напряжение, при котором деформации растут без увеличения нагрузки.

44. Предел прочности временной сопротивляемости σ – отношение наибольшей нагрузки, выдерживаемой образцом, к первоначальной площади его сечения.

45. Статически неопределимые задачи – которые нельзя решить с помощью только уравнений статики.

46. Ядро сечения – область очерченная вокруг центра тяжести и характерная тем, что всякая продольная сила, приложенная внутри этой области, вызывает во всех точках поперечного сечения напряжения одного знака.

47. Динамические нагрузки – которая сравнительно быстро меняет свою величину или положение.

48. Удар – взаимодействие движущихся тел в результате их соприкосновения, связанное с резкими изменениями скоростей точек этих тел за весьма малый промежуток времени.

GLOSSARY

1. **Strength** - the ability of a material (a specimen, a part) without destroying resistance to the action of external forces.
2. **Rigidity** - the ability of structural elements to deform without significant changes in geometric dimensions.
3. **Stability** - the ability of a structural element to keep under load the original form of equilibrium.
4. **Deformation** - changing the shape and size of the body under the action of the applied forces.
5. **Elastic deformation** - disappearing old position after removal of the load (from the English elastic).
6. **Plastic deformation** - remaining after the removal of the load (from the English plastic).
7. A beam is a body, one of the dimensions of which is considerably larger than the other two.
8. **Rod** - bar working on tension or compression.
9. **Torsion**-proof shaft.
10. The shell is a body bounded by two curved surfaces the distance between them (the thickness of the shell) is small in comparison with its other dimensions.
11. **Hooke's law** - the normal stress σ is directly proportional to the relative linear deformation ϵ .
12. **Product EA** - the stiffness of the section when stretched.
13. **E** - modulus of elasticity, modulus of elasticity of the first kind, characterizes the resistance of the material to elastic deformation under tension (compression).
14. The geometric meaning of the modulus of elasticity is the slope of the initial segment of the tension diagram
15. The physical meaning of the modulus of elasticity is the stress required to extend the rod in half: $E = \sigma$ for $\epsilon = 1$, that is, for $\Delta l = l$. Really achievable stresses in the elastic deformation region are about a thousand times smaller.
16. Control is the kind of resistance at which only one internal force factor-torque occurs in the cross-sections of the bar.

17. The central axis is the axis with respect to which the static moment of the area is zero.
18. The center of gravity of the section is the point of intersection of the central axes.
19. **Beam** - a structural element, with a rectilinear geometric axis, usually in the form of a bar, working mainly on bending.
20. **Console** - a beam with one jammed end.
21. The deformation of a beam under bending is the curvature of its geometric axis.
22. **The concentrated force** - is applied to the sites, the dimensions of which are small in comparison with the size of the object.
23. **Volumetric force** - continuously distributed over the volume occupied by the element.
24. **Static loads** - constant (load from own weight), or slowly changing so that by inertia forces due to acceleration can be neglected (change of pressure from snow load).
25. **Fat persistence** - permanent acts throughout the lifetime of the structure, for example, the load on the foundation of the building.
26. **Temporal force** - operate during individual periods of operation of the facility, for example, the gas pressure in the cylinder.
27. **Internal forces** - the forces of interaction between body particles (crystals, molecules, atoms) arising within the structural element, as counteraction to external loads.
28. The longitudinal force is numerically equal to the algebraic sum of the projections of all external forces (including reactions) applied to the beam on one side of the cross-section in question.
29. **Diagram** - a graph depicting the law of changes in internal forces or stresses along the length of the beam, as well as stresses along the cross-section of the beam.
30. Voltage is a quantity characterizing the intensity of internal forces at a point.
31. **The stress is normal** - perpendicular to the cross section, characterizes the intensity of the forces of detachment or compression of the particles of the structural elements.

32. *The tangential stress* - acting in the plane of the section, characterizes the intensity of the forces shifting these parts in the plane of the section.

33. The allowable voltage is the highest voltage that can be tolerated in the structural member provided it is safe, durable and reliable.

34. Main areas are platforms where tangential stresses are absent.

35. Main voltages are normal voltages acting on main sites.

36. The neutral layer is a layer of fibers in which normal stresses are absent.

37. The neutral axis is the intersection of the neutral layer with the plane of the cross section.

38. The middle surface of the shell is a surface dividing the thickness of the shell in half.

39. *Cavity of the shell* - the inverse of the radii.

40. Poisson's ratio is the ratio of the transverse deformation to the longitudinal deformation, taken in absolute value for simple stretching or compression.

41. *Diagram of stretching* - graph of the dependence of tensile force and elongation of the sample.

42. The proportionality limit is the greatest stress at which Hooke's law is valid.

43. The yield strength is the stress at which the deformations grow without increasing the load.

44. *Strength (time resistance)* - the ratio of the largest load held by the sample, to the original area of its cross section.

45. *Statically indeterminate tasks* - which cannot be solved using only the static equation.

46. The core of the section is the region delineated around the center of gravity and is characterized by the fact that any prolonged force applied inside this region causes a voltage of one sign at all points of the cross section.

47. *Dynamic loads* - which comparatively quickly changes its value or position.

48. *Impact* - the interaction of moving bodies as a result of their contact, associated with a sharp change in the velocities of the points of these bodies in a very short period of time.

ADABIYOTLAR

Tavisiya e'tilgan asosiy adabiyotlar, xorijiy adabiyotlar va internet-saytlari ro'yxati

1. Mirziyoyev Shavkat Miromonovich. Erkin va farovon, demokratik O'zbekiston davlatini birgalikda barpo etamiz. Sh.M. Mirziyoyev. - Toshkent : O'zbekiston, 2016. - 56 b. (.pdf)

2. Mirziyoyev Shavkat Miromonovich. Tanqidiy tahlil, qat'iy tartib-intizom va shaxsiy javobgarlik - har bir rahbar faoliyatining kundalik qoidasi bo'lishi kerak. 2017-yil 14-yanvar / Sh.M. Mirziyoyev. - Toshkent : O'zbekiston, 2017. - 104 b. (.pdf)

3. Ўзбекистон Республикасининг "Таълим тўғрисида"ги қонуни. 1997 йил 29 август. Т.: "Адолат", 1997.

4. Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2009 йил 14 августдаги 286-сонли "Талабалар мустақил ишларини ташкил этиш тўғрисида"ги буйруғи.

5. Ўрозбоев М.Т. Материаллар қаршилиги. Асосий курс. Олий ўқув юрлари учун дарслик - Т.: "Ўқитувчи", 1973. - 510 б.

6. Материаллар қаршилигидан масалалар тўплами. В.К.Качурин таҳрири остида. Олий техника ўқув юрлари талабалари учун ўқув қўлланма - Т.: Ўзбекистон, 1993. - 336 б.

7. Маткаримов А.Х. Материаллар қаршилигидан қисқача курс. Ўқув қўлланма - Т.: "ЎАЖБНТ" маркази, 2003. - 185 б.

8. Материаллар қаршилиги. А.Ф.Смирновнинг умумий таҳрири остида. Олий ўқув юрлари учун дарслик - Т.: "Ўқитувчи", 1988. - 464 б.

9. Nabiyev A. Materiallar qarshiligi. Oliy o'quv yurtlari uchun darslik - Т.: "Yngi asr avlodi", 2008. - 379 b

10. Қорабоев Б. Материаллар қаршилиги. Олий техника ўқув юрлари учун дарслик. -Т.: Фан ва технологияси, 2007. -192 б.

11. Шодмонова З.С. Материаллар қаршилиги. Ўқув қўлланма. -Т.: 2018. -169 б.

12. Якубов Ш.М., Рахманов Б.Қ., Хамраев С.П. Материаллар қаршилиги. Ҳисоблаш-лойиҳалаш ишлари. Ўқув қўлланма, -Т.: Ўқитувчи, 2007. -100.б

13. Хасанов С.М. Материаллар қаршилиги фанидан масалалар ечиш. Ўқув қўлланма. Т.: Ўзбекистон. 2006. – 288 б.

14. T.Shirinulov, K.Ismayilov, A.Qo'ldashev. Elastik-plastik plastinkalar hisobio O'quv qo'llanma O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi. –T.: "TAFAKKUR-BO'STONI", 2012. –240 b.

15. Водопьянов, В. И. и др. Курс сопротивления материалов с примерами и задачами: учеб. пособие. ВолГТУ. – Волгоград, 2012. – 136 с.

16. Макаров Г.Е. Сопротивление материалов на базе Матисад. Учеб.пос. Санкт–Петербург "БХВ – Петербург" 2004. – 512 с.

17. Горшков А.Г. и др. Сопротивление материалов: Учеб.пос. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2005. –544 с.

18. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. Учебник для вузов. –М.: Издательство, МГТУ, им.Н.Э.Баумана, 2003. – 592 с.

19. Подскребка М.Д. и др. Сопротивление материалов. Учебник для вузов. Минск.: Выш.шк., 2007. –797 с.

20. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. Учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 1989. – 624 с.

21. Варданян Г.С. и др. Сопротивление материалов теория упругости и пластичности. Учебник для вузов. – М.: 2000. – 584 с.

22. Александров А.В. и др. Сопротивление материалов. Учебник для вузов, 3-е изд. – М.: Высш.шк, 2003. – 560 с.

23. Hobilov B.A., To'ychiyev N.J. Materiallar qarshiligi. Oliy o'quv yurtlari uchun darslik. – T.: "O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati", 2008. – 400 b.

24. Mirsaidov M.M. va boshqalar. Materiallar qarshiligi. Oliy o'quv yurtlari uchun darslik. –T.: "Fan va texnologiya", 2010. – 412 b.

25. Писаренко Г.С. и др. Сопротивление материалов. Учебник для вузов. Киев. Головное издательство издательского объединения "Вища школа" 1986. – 775 с

26. Ismayilov K. Siqilgan sterjenlar, plastinkalar va qobiqlarning elastiklik chegarasidan keyingi ustuvorligi. – T.: "O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati", 2006. – 176 b.

Xorijiy adabiyotlar

27. Beer F.P., Johnston E.R., DeWolf J.T., Mazurek D.F. Mechanics of Materials. 7 th Edition.-New York. McGraw-Hill Education Ltd, 2015 (897p)

28. Gere J.M., Goodno B.J. Mechanics of Materials. 8th Edition.-Canada by Nelson Education Ltd, 2013 (1098p)

29. James M. Gere-Mechanics of Materials, 6th Edition Copyright 2004 Thomson Learning, Inc. 940 p.

30. Janco roland Hucko branislav introduction to mechanics of materials, part 1, -2013. 234 p.

31. Janco roland Hucko branislav introduction to mechanics of materials, part 2, -2013. 160 p.

32. Goulet J. Resistance des materiaux Bordas Paris, 1976.-192

33. Surya N.Patnaik, Dale A. Hopkins-Strength of materials. 2004, Elsevier (USA). 773 p.

34. Tomasz Wierzbicki. Plates and Sells. - 2005. 102p.

35. Timoshenko S.P. S.Woinowsky-kriger Thory of olastes fnd shells. Mcgraw-hill book company, inc New York Toronto London 1963.-635.

Foydalanish uchun tavsiya e'tilgan internet-saytlar

1. <http://www.uzsci.net>
2. <http://www.ziyo.net>
3. <http://www.my.sopramat.ru>

MUNDARIJA

Annotatsiya.....	3
So'z boshi	6
I-bob. To'g'ri brusning tekis egilishi.....	8
1.1-§. To'sinlarning egilishi haqida umumiy mulohazalar....	8
1.2-§. To'sin va tayanch turlari.....	10
1.3-§. Tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash.....	14
1.4-§. To'sin egilishidagi ichki kuchlar.....	17
1.5-§. Eguvchi moment, ko'ndalang kuch va tekis taqsimlangan kuch intensivligi orasidagi differensial munosabatlar.....	20
1.6-§. Ichki kuchlarning epyuralarini qurish.....	22
1.7-§. Eguvchi moment, ko'ndalang kuch epyuralarini qurish Qoidolari.....	38
1.8-§. Eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralarini tekshirish qoidolari.....	39
Masalalar.....	41
Tayanch iboralar.....	46
Test savollari.....	47
II bob. Egilgan to'sinlarning kuchlanishlarini aniqlash.....	54
2.1-§. Sof egilish. Normal kuchlanishlarni aniqlash.....	54
2.2-§. Normal kuchlanish bo'yicha mustahkamlik sharti.....	62
2.3-§. Urinma kuchlanishni aniqlash.....	64
2.4-§. Urinma kuchlanish bo'yicha mustahkamlik sharti.....	72
2.5-§. Egilishda bosh kuchlanishlar va eng kata urinma kuchlanishlar.....	73
2.6-§. To'sin mustahkamligini to'la tekshirish.....	77
Masalalar.....	77
Tayanch iboralar.....	99
Test savollari.....	99
III bob. Egilgan to'sinlarning ko'chishlarini aniqlash.....	106
3.1-§. Umumiy tushunchalar.....	106
3.2-§. To'sin egilgan o'qining differensial tenglamasi.....	108
3.3-§. Differensial tenglamani integrallash va doimiylarni aniqlash.....	110
3.4-§. Boshlang'ich parametrlar usuli.....	119

3.5-§. To'sin ko'chishlarini aniqlashda Mor integrali.....	128
3.6-§. Vereshagin qoidasi.....	133
3.7-§. To'sinlarning bikirlik sharti.....	149
Masalalar.....	150
Tayanch iboralar.....	156
Test savollari	157
IV bob. Murakkab QARSHILIK.....	163
4.1-§. Murakkab qarshilik turlari va ichki kuchlarni aniqlash	163
4.2-§. Siniq o'qli bruslar kesimlaridagi zo'riqish kuchlarini aniqlash.....	166
4.3-§. Qiyshiq egilishda to'sin kesimlaridagi normal kuchlanishlarni aniqlash.....	172
4.4-§. Qiyshiq egilishda to'sinning deformatsiyasini Aniqlash.....	177
4.5-§. Qiyshiq egilishda to'sinning mustahkamlik va bikirlik shartlari.....	179
4.6-§. Bikir brusga bo'ylama kuchning nomarkaziy ta'siri. Normal kuchlanishlarni aniqlash.....	182
4.7-§. Kesim yadrosi to'g'risida tushuncha. Kesim yadrosini qurish.....	190
4.8-§. Brusning egilib buralishi. Valni murakkab deformatsiyaga hisoblash.....	195
Tayanch iboralar.....	199
Test savollari.....	200
V-bob. Bo'ylama egilishi	206
5.1-§. Siqilgan sterjenning ustivorlik masalasi.....	206
5.2-§. Siqilgan sterjen ustivorligining differensial tenglamasi.....	209
5.3-§. Uchlari sharnirli mahkamlangan siqilgan sterjen ustivorligi. Eyler formulasi.....	212
5.4-§. Kritik kuchlanish, keltirilgan uzunlik va egiluvchanlik.....	216
5.5-§. Eyler formulasini tatbiq etish chegarasi.....	217
5.6-§. Elastik-plastik sohada ustivorlikni nazariy tekshirish. Yassinskiy-Karman kritik kuchi.....	221

5.7-§. Engesser-Shenli kritik kuchi.....	227
5.8-§. Siqilgan sterjen elastik-plastik sohasida ustivorlikning yangi nazariyasi	229
5.9-§. Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka tekshirish.....	242
5.10-§. Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka tekshirish hisobi.....	243
5.11-§. Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka loyihalash hisobi.....	245
5.12-§. Siqilgan sterjen ko'ndalang kesimining qulay shaklini tanlash	246
5.13-§. Bo'ylama-ko'ndalang egilishi.....	250
Tayanch iboralar	253
Test savollari	254
VI bob. Dinamik yuklar.....	260
6.1-§. Brusning dinamik yuklanishi.....	260
6.2-§. Sim arqonni hisoblashda inersiya kuchini inobatga olish.....	262
6.3-§. Tekis rezlanish bilan harakatlanayotgan brus hisobi.....	265
6.4-§. Aylanma harakatda bo'lgan brus hisobi.....	266
6.5-§. Aylanma harakatda bo'lgan halqa hisobi.....	268
6.6-§. Brusni bo'ylama va ko'ndalang zarba yuklarga hisoblash.....	269
Masalalar.....	276
Tayanch iboralar	290
Test savollari	290
Glossariy.....	297
Adabiyotlar.....	307

ОГЛАВЛЕНИЕ

Annotatsiya.....	3
Предисловие	6
Глава I. Плоский изгиб прямого бруса.....	8
1.1-§. Общие замечания об изгибе балок.....	8
1.2-§. Основные типы балок и опорных связей.....	10
1.3-§. Определение опорных реакций.....	14
1.4-§. Определение внутренних усилий при изгибе балок.....	17
1.5-§. Дифференциальные зависимости между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью распределенной.....	20
1.6-§. Построение эпюр внутренних усилий	22
1.7-§. Правило построения эпюр изгибающих моментов и поперечный сил.....	38
1.8-§. Правило проверки правильности эпюр изгибающих моментов и поперечный сил.....	39
Задачи.....	41
Ключевые слова.....	46
Вопросы теста.....	47
Глава II. Определение напряжений при изгибе.....	54
2.1-§. Чистый изгиб. Определение нормальных напряжений.....	54
2.2-§. Условия прочности по нормальным напряжениям	62
2.3-§. Определение касательных напряжений	64
2.4-§. Условия прочности по нормальным напряжениям.....	72
2.5-§. Главные напряжения и наибольшие касательные напряжения при изгибе	73
2.6-§. Полный проверка на прочность балок.....	77
Задачи.....	77
Ключевые слова.....	99
Вопросы теста.....	99
Глава III. Определение перемещений при изгибе.....	106
3.1-§. Общие понятия.....	106
3.2-§. Дифференциальное уравнение изогнутой оси балок.....	108
3.3-§. Интегрирование дифференциального уравнения и определение.....	110
3.4-§. Метод начальных параметров.....	119

3.5-§. Определение перемещений методом Мора	128
3.6-§. Правило Верещагина.....	133
3.7-§. Условия жесткости балок.....	149
Задачи.....	150
Ключевые слова.....	156
Вопросы теста.....	157
Глава IV. Сложное сопротивление	163
4.1-§. Типы сложного сопротивление и определение внутренних усилий.....	163
4.2-§. Определение внутренних усилий в сечениях бруса с ломанной осью.....	166
4.3-§. Определение нормальных напряжений при касом изгибе балок	172
4.4-§. Определение перемещений при касом изгибе балок...	177
4.5-§. Условие прочности и жесткости при касом изгибе балок.....	179
4.6-§. Внецентренное сжатие бруса большой жесткости. Определение нормальных напряжений	182
4.7-§. Понятие о ядре сечения. Построение ядра сечения...	190
4.8-§. Изгиб с кручением.....	195
Ключевые слова.....	199
Вопросы теста.....	200
Глава V. Продольный изгиб	206
5.1. Задачи устойчивости сжатых стержней	206
5.2-§. Дифференциальное уравнение устойчивости сжатого стержня.....	209
5.3-§. Устойчивость сжатого стержня, шарнирно опертого по концам. Формула Эйлера.....	212
5.4-§. Критическое напряжение, приведенная длина и гибкость.....	216
5.5-§. Предел применимости формулы Эйлера.....	217
5.6-§. Теоретические исследования задачи устойчивости в упруго пластической зоне. Критическая сила Ясинского-Кармана.....	221
5.7-§. Критическая сила Энгессера-Шенли.....	227

5.8-§. Новая теория устойчивости сжатых стержней в упруго-пластической зоне.....	229
5.9-§. Проверка сжатых стержней на устойчивость.....	242
5.10-§. Проверочный расчет сжатых стержней на устойчивость.....	243
5.11-§. Проектный расчет сжатых стержней на устойчивость.....	245
5.12-§. Выбор рациональной формы сечений сжатых стержней.....	246
5.13-§. Продольно-поперечный изгиб.....	250
Ключевые слова.....	253
Вопросы теста.....	254
Глава VI. Динамическая нагрузка.....	260
6.1-§. Динамическое нагружение бруса	260
6.2-§. Учет сил инерции при расчете троса.....	262
6.3-§. Расчет бруса при равноускоренном движении.....	265
6.4-§. Расчет бруса при равномерном вращения.....	266
6.5-§. Расчет кольца при равномерном вращения.....	268
6.6-§. Расчет брусьев на продольной и поперечной удар.....	269
Задачи.....	276
Ключевые слова.....	290
Вопросы теста.....	290
Глоссари.....	297
Литературы.....	307

TABLE OF CONTENTS

Annotatsiya.....	3
The foreword.....	6
The chapter I. The Simple bending of a straight bar.....	8
1.1 §. General remarks on a bending down of girders.....	8
1.2 §. The basic types of girders and basic communications.....	10
1.3 §. Definition of support reactions.....	14
1.4 §. Definition of internal force at a bending down of girders.....	17
1.5 §. Differential dependences between the bending The moment, shear force and intensity distributed.....	20 22
1.6 §. Construction of orthographic epures of internal force.....	38
1.7 §. Construction of orthographic epures of bending moments and cross-section forces corrected.....	39 39
1.8 §. A rule of check of correctness of orthographic epures of bending moments and cross-section forces.....	39 41
Problems.....	41
Keywords.....	46
Test questions.....	47
The chapter II. Definition of a bending stress.....	54
2.1 §. The Pure bending. Definition of normal voltage.....	54
2.2 §. Conditions of strength on normal voltage.....	62
2.3 §. Definition of tangential stresses.....	64
2.4 §. Conditions of strength on normal voltage.....	72
2.5 §. Principal stresses and the greatest tangential stresses at a bending down.....	73 73
2.6 §. Полная check on strength of girders.....	77
Problems.....	77
Keywords.....	99
Test questions.....	99
The chapter III. Definition of movings at a bending down.....	106
3.1 §. General concepts.....	106
3.2 §. The differential equation of the bent axis of girders.....	108
3.3 §. Integration of the differential equation and definition.....	110
3.4 §. A method of initial parametres.....	119
3.5 §. Definition of movings by method Мопа.....	128
3.6 §. Vereschagin's rule.....	133

3.7 §. Conditions of rigidity of girders.....	149
Problems.....	150
Keywords.....	156
Test questions.....	157
The chapter IV. Resistance to combined stress.....	163
4.1 §. Types of resistance to combined stress and definition of internal force.....	163 163
4.2 §. Definition of internal force in cross-sections of a bar with ломанной an axis.....	166 166
4.3 §. Definition of normal voltage at an unsymmetrical bending of girders.....	172 172
4.4 §. Definition of movings at an unsymmetrical bending of girders.....	177 177
4.5 §. A condition of strength and rigidity at an unsymmetrical bending of girders.....	179 179
4.6 §. Eccentric compression of a bar of the big rigidity. Definition of normal voltage.....	182 182
4.7 §. Concept about a core of a section. Construction a core of a section.....	190 190
4.8 §. A bending down with twisting.....	195
Keywords.....	199
Test questions.....	200
The chapter V. The Buckling.....	206
5.1. Problems of stability of the constricted rods.....	206
5.2 §. The differential equation of stability of the constricted rod.....	209 209
5.3 §. Stability of the constricted rod, шарнирно оперто on the ends. Euler's formula.....	212 212
5.4 §. Critical voltage, a reduced length and flexibility.....	216
5.5 §. A limit of usability of the formula of Euler.....	217
5.6 §. Theoretical studies of a problem of stability in it is elastic to a plastic working area. Yassinsky-pocket critical force.....	221 221
5.7 §. Critical force Engessera-Shenli.....	227
5.8 §. New stability theory of the constricted rods in it is elastic - to a plastic working area.....	229 229
5.9 §. Check of the constricted rods on stability.....	242

5.10 §. Verifying calculation of the constricted rods on stability.....	243
5.11 §. Designing calculation of the constricted rods on stability.....	245
5.12 §. Sampling of the rational form of cross-sections of the constricted rods.....	246
5.13 §. The Transverse-longitudinal bending.....	250
Keywords.....	253
Test questions.....	254
The chapter VI. The Dynamic load.....	260
6.1 §. A dynamic loading of a bar.....	260
6.2 §. The account of an inertial force at wire rope calculation...	262
6.3 §. Bar calculation at разбросанном traffic.....	265
6.4 §. Bar calculation at uniform twirl.....	266
6.5 §. Ring calculation at uniform twirl.....	268
6.6 §. Calculation of bars on the longitudinal and transverse blow.....	269
Problems.....	276
Keywords.....	290
Test questions.....	290
Glossary.....	297
Literatures.....	307

Mualliflar:

Alisher Qodirqulovich Usmonqulov,

texnika fanlari doktori, professor

Kubaymurat Ismayilov,

texnika fanlari doktori, professor

Oqbo'ta Karimovich Adilov,

texnika fanlari nomzodi, dotsent

Aziz Berdiyevich Gadayev

MATERIELLAR QARSHILIGI

(Oliy o'quv yurtlari uchun o'quv qo'llanma)

2-qism

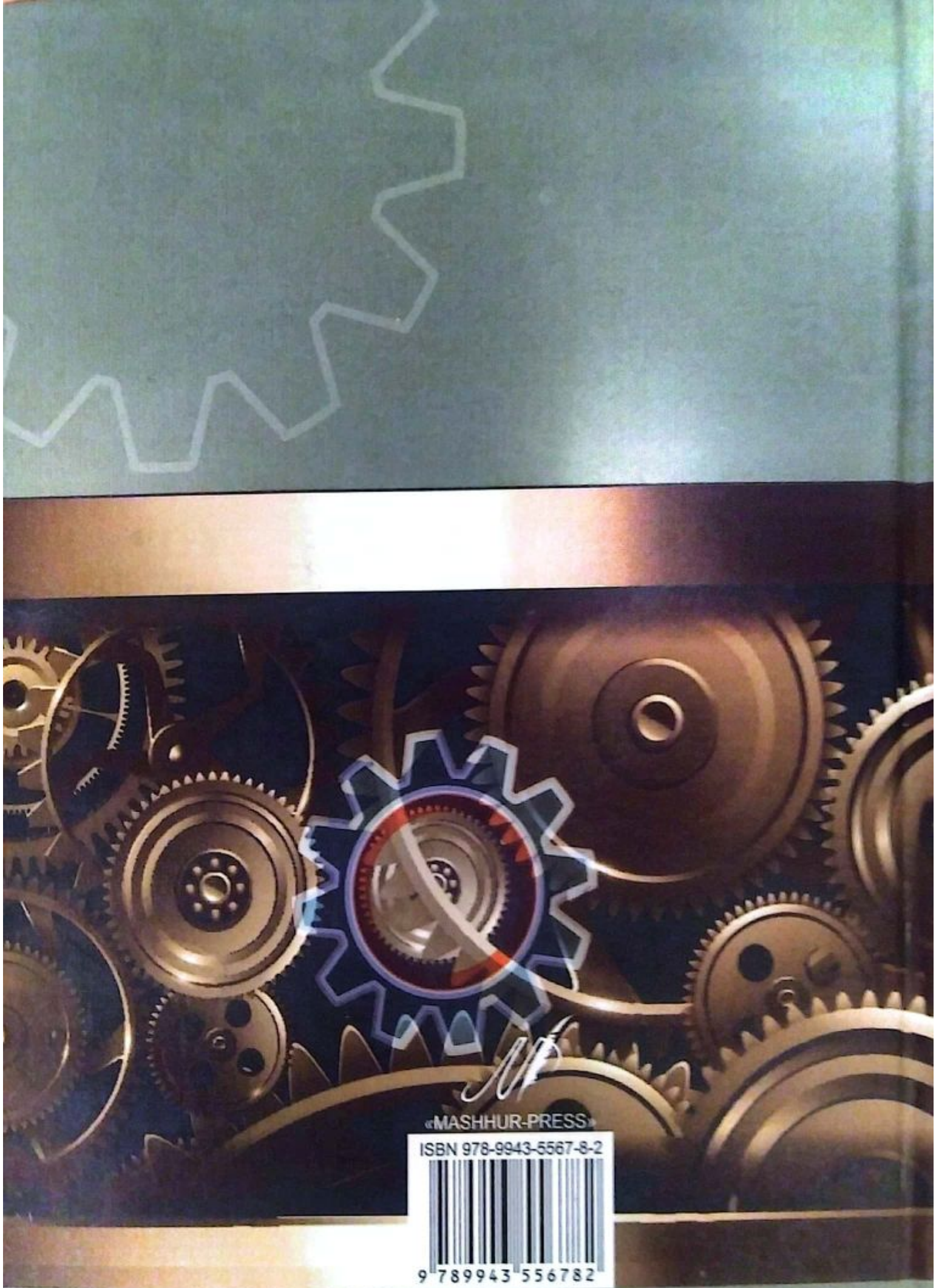
Muharrir *D. Mingboyeva*
Badiiy muharrir *A. Mamasoliyev*
Musahhih *I. Ahmedov*
Sahifalovchi *R. Isakulov*

«MASHHUR-PRESS NASHRIYOTI»
Nashriyot litsenziyasi № AI. 282. 11.01.2016.

100129, Toshkent, Markaz-15, 1/90-uy.
e-mail: mashkhur-press@mail.ru

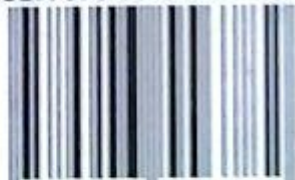
Bosishga 2019-yil 14-avgustda ruxsat berildi.
Bichimi 60x84 $\frac{1}{16}$. Ofset usulida bosildi.
«Times New Roman» garniturası.
Nashr bosma tabog'i 20. Adadi 300 ta.
Bahosi kelishilgan narxda

« MASHHUR-PRESS » MChJ bosmaxonasida chop etildi.



«MASHHUR-PRESS»

ISBN 978-9943-5567-8-2



9 789943 556782